ÇEŞİTLİ TABAKALI SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ TASARIMLARINDA KİTLE ORTALAMASININ TAHMİN EDİLMESİ

ESTIMATION OF POPULATION MEAN UNDER DIFFERENT STRATIFIED RANKED SET SAMPLING DESIGNS

ARZU ECE DOĞRU

DOÇ. DR. NURSEL KOYUNCU
Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin
İstatistik Anabilim Dalı için Öngördüğü
YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak hazırlanmıştır.

2017

ARZU ECE DOĞRU' nun hazırladığı **"Çeşitli Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Tasarımlarında Kitle Ortalamasının Tahmin Edilmesi"** adlı bu çalışma aşağıdaki jüri tarafından **İSTATİSTİK ANABİLİM DALI'** nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Sevil BACANLI
Başkan ....

Doç. Dr. Nursel KOYUNCU
Danışman ....

Prof. Dr. Durdu KARASOY
Üye ....

Doç. Dr. Yaprak Arzu ÖZDEMİR
Üye ....

Doç. Dr. Nihal ATA TUTKUN
Üye ....

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tarafından **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak onaylanmıştır.

Prof. Dr. Menemşe GÜMÜŞDERELİOĞLU
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

YAYINLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kağıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanması zorunlu metinlerin yazılı izin alarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

☐ **Tezimin/Raporumun tamamı dünya çapında erişime açılabilir ve bir kısmı veya tamamının fotokopisi alınabilir.**
(Bu seçenekle teziniz arama motorlarında indekslenebilecek, daha sonra tezinizin erişim statüsünün değiştirilmesini talep etseniz ve kütüphane bu talebinizi yerine getirse bile, tezinin arama motorlarının önbelleklerinde kalmaya devam edebilecektir.)

☒ **Tezimin/Raporumun 02/06/2020 tarihine kadar erişime açılmasını ve fotokopi alınmasını (İç Kapak, Özet, İçindekiler ve Kaynakça hariç) istemiyorum.**
(Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım taktirde, tezimin/raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir, kaynak gösterilmek şartıyla bir kısmı ve ya tamamının fotokopisi alınabilir)

☐ **Tezimin/Raporumun .... tarihine kadar erişime açılmasını istemiyorum, ancak kaynak gösterilmek şartıyla bir kısmı veya tamamının fotokopisinin alınmasını onaylıyorum.**

☐ **Serbest Seçenek/Yazarın Seçimi**

02 / 06 / 2017

A E Doğru

ARZU ECE DOĞRU

ETİK

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında,

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

02/06/2017

A E Doğru

ARZU ECE DOĞRU

ÖZET

ÇEŞİTLİ TABAKALI SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ TASARIMLARINDA KİTLE ORTALAMASININ TAHMİN EDİLMESİ

Arzu Ece DOĞRU

Yüksek Lisans, İstatistik Bölümü

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Nursel KOYUNCU

Mayıs 2017, 81 sayfa

Sıralı Küme Örneklemesi, örnekleme birimlerinin tam olarak ölçülmesi zor, ancak sıralanmasının daha kolay olduğu durumlarda kullanılan bir örnekleme yöntemidir. Tabakalı rastgele örnekleme ise ilgilenilen kitle heterojen bir yapıya sahip olduğu zaman kullanılan bir örnekleme tekniğidir. Tez kapsamında her iki tekniğin de kullanıldığı çeşitli “Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi” yöntemlerinde kitle ortalamasının klasik, oransal ve üstel tahmin edicileri çalışılmıştır. Beden kitle indeksi veri seti kullanılarak son yıllarda önerilen yeni tabakalı sıralı küme örneklemesi yöntemleri ile klasik yöntemlerin performans değerlendirmesi yapılmıştır. Örnekleme tasarımlarında önerilen ortalama tahmin edicilerin etkinliği farklı durumlar altında benzetim çalışması yapılarak incelenmiştir. Yeni tabakalı sıralı küme örnekleme yöntemlerinin tabakalı rastgele örneklemeden daha iyi olduğu sonucuna varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Tabakalı sıralı küme örneklemesi, ortalama tahmin edicileri.

ABSTRACT

ESTIMATION OF POPULATION MEAN UNDER DIFFERENT STRATIFIED RANKED SET SAMPLING DESIGNS

Arzu Ece DOĞRU

M.Sc. Thesis, Department of Statistics

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Nursel KOYUNCU

May 2017, 81 pages

Ranked Set Sampling is used when taking exact measurement of sampling units is difficult but ranking is easy. Stratified sampling is a sampling method when the population is heterogeneous. In this thesis, the classical, ratio and exponential estimators of population mean is studied under various stratified ranked set sampling which use both sampling techniques. The performances of recently proposed new stratified ranked set sampling methods and classical methods are compared by using body mass index data set. The efficiency of mean estimators which is suggested in sampling designs is examined by a simulation study. We conclude that new stratified ranked set sampling methods perform better than stratified random sampling.

Key words: Stratified ranked set sampling, estimators of population mean.

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam süresince, değerli yorum ve katkılarıyla çalışmama yön veren, güleryüzlü, ilgisi ve desteği ile her zaman yanımda olan değerli danışmanım canım hocam Doç. Dr. Nursel KOYUNCU'ya, önemli yorumları ve değerlendirmeleriyle çalışmama katkıda bulunan Prof. Dr. Sevil BACANLI ve Doç. Dr. Yaprak Arzu ÖZDEMİR'e, çalışmanın her aşamasında yardımlarını esirgemeyen Doç. Dr. Nihal ATA TUTKUN'a ve değerli katkılarından dolayı Prof. Dr. Durdu KARASOY'a teşekkür ederim.

Tüm öğrenim hayatım boyunca yardım ve desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen ve bugünlere gelmemi sağlayan canım annem Yasemin DOĞRU, canım babam Prof. Dr. Mahmut DOĞRU ve canım ablam Meryem Sedef DOĞRU'ya ve manevi destekleriyle her zaman yanımda olan Prof. Dr. Arzu TOPAÇLI ve Prof. Dr. Cafer TOPAÇLI'ya içtenlikle teşekkür ederim.

Hayatımdaki beni seven ve her zaman yanımda olan canım akrabalarıma ve arkadaşlarıma teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÇİZELGELER

SİMGELER VE KISALTMALAR

Kısaltmalar

SKÖ	Sıralı Küme Örneklemesi
TRÖ	Tabakalı Rastgele Örneklemesi
TSKÖ	Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi
TMSKÖ	Tabakalı Medyan Sıralı Küme Örneklemesi
TYSKÖ	Tabakalı Yüzde Sıralı Küme Örneklemesi
TKSKÖ	Tabakalı Kartil Sıralı Küme Örneklemesi
TUSKÖ	Tabakalı Uç Sıralı Küme Örneklemesi
TÇSKÖ	Tabakalı Çift Sıralı Küme Örneklemesi
TÇUSKÖ	Tabakalı Çift Uç Sıralı Küme Örneklemesi

Tahmin Ediciler

$\bar{y}_{st}$	TRÖ klasik tahmin edicisi
$\bar{y}_{SRSSk}$	TSKÖ klasik tahmin edicisi
$\bar{y}_{SMRSSk}$	TMSKÖ klasik tahmin edicisi
$\bar{y}_{SPRSSk}$	TYSKÖ klasik tahmin edicisi
$\bar{y}_{SQRSSk}$	TKSKÖ klasik tahmin edicisi
$\bar{y}_{SERSS}$	TUSKÖ klasik tahmin edicisi
$\bar{y}_{R(S_tDRSS)}$	TÇSKÖ klasik tahmin edicisi
$\bar{y}_{SDERSSk}$	TÇUSKÖ klasik tahmin edicisi
$\bar{y}_{RC}$	Hansen ve diğerleri birleşik oransal tahmin edicisi
$\bar{y}_{RS}$	Hansen ve diğerleri ayrı oransal tahmin edicisi
$\bar{y}^{*}_{SS(s)}$	Samawi ve Siam Y değişkeni sıralandığında ayrı oransal tahmin edicisi
$\bar{y}_{SS(s)}$	Samawi ve Siam X değişkeni sıralandığında ayrı oransal tahmin edicisi

$\bar{y}^{*}_{SS(c)}$	Samawi ve Siam Y değişkeni sıralandığında bileşik oransal tahmin edicisi
$\bar{y}_{SS(c)}$	Samawi ve Siam X değişkeni sıralandığında bileşik oransal tahmin edicisi
$\bar{y}_{MM1}$	Mandowara ve Mehta Değişim katsayısı Yardımcı Bilgisi kullanan oransal tahmin edicisi
$\bar{y}_{MM2}$	Mandowara ve Mehta Basıklık Yardımcı Bilgisi kullanan oransal tahmin edicisi
$\bar{y}_{MM3}$	Mandowara ve Mehta Değişim katsayısı ve Basıklık Yardımcı Bilgisi kullanan oransal tahmin edicisi
$\bar{y}_{MM4}$	Mandowara ve Mehta Değişim katsayısı ve Basıklık Yardımcı Bilgisi kullanan oransal tahmin edicisi
$\bar{y}_{oa1}$	Olayiwola ve Ayeleso Değişim katsayısı Yardımcı Bilgisi kullanan üstel tahmin edicisi
$\bar{y}_{oa2}$	Olayiwola ve Ayeleso Basıklık Yardımcı Bilgisi kullanan üstel tahmin edicisi
$\bar{y}_{oa3}$	Olayiwola ve Ayeleso Değişim katsayısı ve Basıklık Yardımcı Bilgisi kullanan üstel tahmin edicisi
$\bar{y}_{oa4}$	Olayiwola ve Ayeleso Değişim katsayısı ve Basıklık Yardımcı Bilgisi kullanan üstel tahmin edicisi
$\bar{y}_{SMRSS(O)}$	İbrahim ve Syam Örneklem büyüklüğü tek olduğunda tahmin edicisi
$\bar{y}_{SMRSS(E)}$	İbrahim ve Syam Örneklem büyüklüğü çift olduğunda tahmin edicisi
$\bar{y}_{R(S_tMRSSk)1}$	Khan ve diğerleri Klasik oransal tahmin edicisi
$\bar{y}_{R(S_tMRSSk)2}$	Khan ve diğerleri (a) Değişim Katsayısı Yardımcı Bilgisi kullanan oransal tahmin edicisi
$\bar{y}_{R(S_tMRSSk)3}$	Khan ve diğerleri (a) Basıklık Yardımcı Bilgisi kullanan oransal tahmin edicisi
$\bar{y}_{R(S_tMRSSk)4}$	Khan ve diğerleri (a) Değişim Katsayısı ve Basıklık Yardımcı Bilgisi kullanan oransal tahmin edicisi

$\overline{y}_{R(S_t MRSSk)5}$	Khan ve diğerleri (a) Değişim Katsayısı ve Basıklık Yardımcı Bilgisi kullanan oransal tahmin edicisi
$\overline{y}_{(S_t MRSSk)6}$	Khan ve diğerleri (a) Birinci Çeyreklik Bilgisi kullanan oransal tahmin edicisi
$\overline{y}_{(S_t MRSSk)7}$	Khan ve diğerleri (a) Üçüncü Çeyreklik Bilgisi kullanan oransal tahmin edicisi
$\overline{y}_{R(S_t DRSS)SS}$	Khan ve diğerleri (b) Klasik oransal tahmin edicisi
$\overline{y}_{R(S_t DRSS)SD}$	Khan ve diğerleri (b) Değişim Katsayısı Yardımcı Bilgisi kullanan oransal tahmin edicisi
$\overline{y}_{R(S_t DRSS)KC}$	Khan ve diğerleri (b) Basıklık Yardımcı Bilgisi kullanan oransal tahmin edicisi
$\overline{y}_{R(S_t DRSS)US1}$	Khan ve diğerleri (b) Değişim katsayısı ve Basıklık Yardımcı Bilgisi kullanan oransal tahmin edicisi
$\overline{y}_{R(S_t DRSS)US2}$	Khan ve diğerleri (b) Değişim katsayısı ve Basıklık Yardımcı Bilgisi kullanan oransal tahmin edicisi

Simgeler

N	Kitle büyüklüğü
n	Örneklem büyüklüğü
m	SKÖ de örnek seçim işleminin tekrarı
L	Kitle tabaka sayısı
N_h	h. tabakanın kitle büyüklüğü
n_h	h. tabakanın örneklem büyüklüğü
W_h	h. tabakanın ağırlığı

1.GİRİŞ

Bilimsel araştırmalarda doğru bilgi sahibi olmak ve doğru karar vermek esastır. Bu yüzden doğru bilgilere ulaşmak ve elde edilen bilgileri genelleştirmek önemlidir [1].

Bazı araştırmalarda kitlenin tamamına ulaşılabilir. Bunlar, sayıları sınırlı küçük büyüklükte kitlelerdir. Ancak kitledeki bütün birimleri ayrıntılarıyla incelemek, hem zaman hem de maddi koşullar açısından olanaksızdır. Başka bir deyişle, bir araştırmanın tüm detaylarıyla yapılması ciddi bir zaman ve emek gerektirir.

Örneklem ise aynı özelliğe sahip birimler topluluğu olan kitleden, belli kurallara göre seçilmiş ve seçildiği kitleyi temsil edebilen birimler topluluğudur. Araştırmalar, çoğunlukla örneklemler üzerinden yapılır ve örneklemden kitle parametreleri tahmin edilir.

Örneklem üzerinden çalışmak, araştırmacıya zaman, iş gücü ve para tasarrufu sağlar. Örneklemler üzerinde denetim kurmak daha kolay olduğu için bilimsel araştırmalarda kitle hakkındaki bilgiler çoğu zaman örneklemden elde edilir. Bu sebeple araştırmacı, kitle yerine, örneklem üzerinde çalışmayı tercih eder.

Örnekleme kuramı, kitleden, kitlenin yapısına en uygun örnekleme yöntemiyle, örneklem seçme süreci ve örneklemden kitlenin özelliklerinin tahmin edilmesi sürecidir. Seçim sürecinde kullanılan yönteme göre kitle parametreleri tahmin edilir [2].

Kitleden örneklemlerin seçildiği en temel örnekleme yöntemi, basit rastgele örnekleme yöntemidir. Yöntemde, sonlu büyüklükteki bir kitleden seçilebilecek tüm mümkün örneklemlere, dolayısıyla her bir örneklem birimine, eşit seçilme şansı verilerek seçilen örneklem birimi yerine konulmaksızın ya da konularak n büyüklüğünde örneklem seçilir ve seçilen örneklem üzerinden parametre tahminleri yapılır [2].

Sonlu kitleden seçilen örneklemden faydalanarak, kitlenin özelliklerini tahmin etmek amacıyla tanımlanan matematiksel eşitliklere tahmin edici denir. Örneklemlerden elde edilen tahmin edicilerin tutarlılık ve etkinlik özelliklerini sağlamaları istenir [2]. Sonlu kitle birimi içeren kitleden yapılacak tahminlerde, eğer, örneklem büyüklüğü kitle büyüklüğüne eşit ve tahmin edicinin değeri parametre değerine eşitse, o tahmin tutarlıdır.

Yansızlık özelliği ise, bir tahmin edicinin beklenen değerinin, kitle parametresine eşit olmasıdır. Tahmin edicinin beklenen değeri ile parametre değeri arasındaki farka yan adı verilir. Yan,

$$Yan(T_n) = E(T_n) - \theta \tag{1.1}$$

olarak gösterilebilir. Yanlı tahminlerden, yanı küçük olanın seçilmesi gerekir.

Bir tahmin edici ile parametre değeri arasındaki farkın karesinin beklenen değeri ise hata kareler ortalaması olarak adlandırılır ve,

$$HKO(T_n) = E(T_n - \theta)^2 = V\left(T_n\right) + \left(Yan\left(T_n\right)\right)^2 \tag{1.2}$$

şeklinde gösterilir.

HKO küçük olması, yani etkinlik, bir tahmin edici için istenen özelliklerdendir. Tahmin edicinin varyansının tersi ise, duyarlılık olarak adlandırılır. Böylece, bir tahmin edici ne kadar küçük varyanslı, yani duyarlı ise, tahmin edici o derece etkindir. T_1 ve T_2 gibi iki tahmin edici için, T_1 ’in T_2’ye göreli etkinliği ise,

$$GE = \frac{HKO(T_1)}{HKO(T_2)} \tag{1.3}$$

şeklinde gösterilir. Örneklem araştırmalarında, sonlu kitleler için toplam, ortalama ve varyans tahminlerinde, tahmin edicilerin etkinliklerini artırmak için yardımcı değişken bilgisinin kullanımı çok yaygındır. Yardımcı değişken bilgisi, oransal, çarpımsal, regresyon ve fark tahmin edicilerinde kolaylık ve duyarlılık sağlaması nedeniyle kullanılmaktadır. Bu tahmin ediciler, yardımcı değişken ile ilgilenilen değişken arasındaki ilişki açısından avantaj sağlamakta ve bazı koşullar altında basit ortalamaya dayanan tahmin edicilere göre daha küçük hata kareler ortalamasına sahip, dolayısıyla daha etkin tahminler vermektedir.

Oransal tahmin edici, iki değişken arasındaki korelasyon katsayısı pozitif olduğu zaman, yardımcı değişkenin yardımıyla sonlu kitlenin toplamı, kitle ortalaması ve kitle varyansının tahmininde en yaygın olarak kullanılan tahmin edicilerdendir. Bu tahmin edicilerin bazı koşullar altında basit rastgele örneklemenin, örneklem ortalamasına dayanan klasik tahmin edicisinden daha küçük hata kareler ortalamasına sahip olduğu bilinmektedir [3].

Örneklemenin amacı kitleyi iyi temsil edecek örneklemi oluşturmaktır. Yani kitle parametre tahminine ilişkin varyansın olabildiğince küçük olmasını sağlamaktır. Üzerinde çalışılacak kitle ilgilenilen özellik yönünden heterojen olduğunda bu imkânı veren örnekleme yöntemi tabakalı örnekleme yöntemidir [4].

Kitle, her bir kitle birimi bir ve yalnız bir tabakaya ait olacak ve hiç bir kitle birimi açıkta kalmayacak, tabaka içi değişim olabildiğince küçük, tabakalar arası değişim oldukça büyük kalacak şekilde alt gruplara bölünüp örneklemin her bir tabakadan ayrı ve birbirinden bağımsız olarak çekildiği örnekleme yöntemine tabakalı rastgele örnekleme adı verilir [5].

Tabakalı rastgele örneklemede (TRÖ) *N* büyüklüğündeki kitle $N_1, N_2, ..., N_L$ büyüklüklerinde birbiriyle kesişmeyen ve tüm kitleyi oluşturan alt kitlelerden oluşur. Alt kitlelerin her birine tabaka adı verilir. İncelenen değişken kitledeki herhangi bir özelliğe göre değişiyorsa, kitledeki birimler önce bu özelliğe göre tabakalanır. Daha sonra her bir tabaka kitle olarak düşünülüp, her tabakaya farklı örnekleme yöntemleri uygulanabilir [5].

Kitle parametrelerinin tahmin edicilerinin duyarlılığı örneklem büyüklüğünün yanı sıra kitle birimleri arasındaki değişime de bağlıdır. Bu nedenle duyarlılığı artırmak için örneklem büyüklüğünü artırmaktan başka, kitle grup içi değişimin minimum gruplar arası değişimin maksimum olduğu alt gruplara ayrılabilir. Etkinliği artırmak için dikkat edilmesi gereken diğer noktalar:

1. Tabakadan örneklem seçmek için uygulanan yöntem,

2. Tabaka sayısı,

3. Tabakalardan seçilecek örneklem büyüklüğüdür [6].

Yukarıda tanımlanan tabakaların oluşturulmasına gereksinim duyulmasının birçok nedeni vardır. Bunlardan biri, tabakalamanın örneklem tahminlerinin varyanslarının azaltılması amacıyla kullanılmasıdır. Burada kitle varyansı büyükken, tabaka içi varyans daha küçük olacaktır. Dolayısıyla, uygun bir tabakalama ile yapılan tahminlerin duyarlılığında önemli bir kazanç sağlanacaktır.

Tabaka oluşturmaya gereksinim duyulmasının bir başka nedeni de, kitleye ait parametreler için yapılan tahminlerin aynı zamanda her tabaka için de yapılmak istenmesidir [7].

Tabakalı örneklemenin avantajları;

1. İncelenen değişken tabakalarla ilişkiliyse daha doğru sonuçlar verir.
2. Tabakaların her biri için ayrı ayrı sonuçlar elde edilebilir.
3. Kitle varyansı büyük iken alt grupların varyansı daha küçük olacaktır ki bu duyarlılıkta önemli bir kazanç sağlar.

Tabakalı örneklemenin dezavantajları;

1. Tabakalar net olarak tanımlanmadıysa ve tabakalardaki birim sayısı bilinmiyorsa seçim işlemi zorlaşır.
2. Kitle geniş bir bölgede dağınık bir şekilde yer alıyorsa örneklem seçmek zordur.
3. Analizi oldukça karmaşık olabilmektedir [8].

Eğer kitle çok büyük bir alana yayılmışsa, örnekleme yöntemlerinden küme örneklemesi yöntemi oldukça kullanışlıdır. Bazı durumlarda örneklem seçiminde uygulanabilir tek yöntem olarak ortaya çıkmaktadır [9].

Küme örneklemesi, genellikle daha az zaman ve para içerdiğinden daha kullanışlıdır. Her bir durumda küme örnekleme hem rastgele örneklemeden, hem de tabakalı örneklemeden daha kolaydır. Küme örneklemesi için uygun ve kullanılabilir istatistikler, genel olarak gruplar arası olması muhtemel farklara karşı daha az duyarlıdır. Bundan dolayı bu örnekleme yöntemini seçmeden önce küme örneklemenin avantaj ve dezavantajlarını dikkatli bir biçimde değerlendirmek gerekir [10].

Sıralı küme örneklemesi yöntemi basit rastgele örneklemenin alternatifi olarak geliştirilmiş bir örnekleme yöntemidir. Sıralı küme örneklemesinin duyarlılığını etkileyen etkenler; sıralamadaki hatalar, kümeler içindeki birimlerin rastgele seçimi ve kitlenin karakteristiği olarak sayılabilir. Sonsuz büyüklükteki kitlelerde kullanılabilmesi ve seçilen örneklemdeki tüm birimlerin ölçülmesine ihtiyaç duyulmaması avantajları olarak değerlendirilebilir. Sıralama araştırmacının gözlemsel kararlarına bağlı olduğundan hatalı yapılabilir olması ise dezavantajıdır.

Sıralı küme örneklemesi (SKÖ), sonsuz büyüklükteki kitlelerde örneklem birimlerini ölçmenin zor, ancak bunları sıralamanın daha kolay olduğu ve birimlerin ilgilenilen özellikler yönünden sıralanmaya uygun olduğu durumlarda kullanılmaktadır. Son yıllarda SKÖ'ye alternatif olarak medyan, uç, yüzdelik, kartil sıralı küme örnekleme tasarımları önerilmiştir ve bu tasarımların SKÖ'ne göre etkinlikleri araştırılmıştır. Bazı çalışmalarda örneklem seçiminde iki aşamalı olarak sıralama bilgisi kullanılmıştır. Çift sıralı ve çift uç sıralı küme örneklemesi iki aşamalı sıralamanın kullanıldığı yöntemler arasındadır.

Ünyazıcı [11] çalışmasında çeşitli sıralı küme örnekleme yöntemleri incilemiştir.

Özdemir [12] sıralı küme örneklemesinde regresyon modelini incelemiş ve parametre tahminlerinin etkisini araştırmıştır.

Akıncı [13] çeşitli küme örneklemesi tasarımlarını farklı dağılımlar altında etkinliklerini incelemiştir.

Tabakalama ile SKÖ'nin birleştirildiği her bir tabakaya SKÖ yönteminin uygulandığı tabakalı örneklemeye tabakalı sıralı küme örneklemesi (TSKÖ) adı verilir. TSKÖ ilk çalışma Samawi tarafından önerilmiş ve tabakalı sıralı küme örneklemesinin TRÖ ve basit rastgele örneklemeden daha etkili olduğu gösterilmiştir [14].

Samawi ve Siam TSKÖ de yardımcı değişken bilgisi kullanarak oransal tahmin edicileri önermiş ve TRÖ'den daha etkili olduğunu göstermiştir [15].

Samawai ve Saeid tarafından kitle ortalamasının tahmini için tabakalı uç sıralı küme örneklemesi (TUSKÖ)'nde oransal tahmin ediciler önerilmiştir [16].

İbrahim ve Syam tarafından kitle ortalamasının tahmini için tabakalı medyan sıralı küme örneklemesi (TMSKÖ) önerilmiştir [17].

Syam ve diğerleri tarafından kitle ortalamasının tahmini için tabakalı yüzdelik sıralı küme örneklemesi (TYSKÖ) önerilmiştir [18].

Syam ve diğerleri tarafından kitle ortalamasının tahmini için tabakalı kartil sıralı küme örneklemesi (TKSKÖ) önerilmiştir [19].

Mandowara ve Mehta tarafından kitle ortalamasının tahmini için TSKÖ de modifiye edilmiş oransal tahmin ediciler önerilmiştir [20].

Syam vd. tarafından kitle tahmini için tabakalı çift uç sıralı küme örneklemesi (TÇUSKÖ) önerilmiştir [21].

Khan ve diğerleri tarafından oransal tahmin ediciler için tabakalı çift sıralı küme örneklemesi (TÇSKÖ) önerilmiştir [22].

Khan ve diğerleri tarafından TMSKÖ kullanarak kitle ortalaması tahmini için oransal tahmin edicilerde iki farklı tahmin edici önerilmiştir [23].

Örneklem teorisini genel istatistik teorisinden ayıran etkenlerden birisi tahmin edicilerin duyarlılığını artırmak için yardımcı değişken bilgisinin kullanılabilmesidir. Yardımcı değişken bilgisi tahmin aşamasında kullanıldığında ilgilenilen değişken Y’nin ortalama ve toplamının tahmin edilmesinde oransal yöntemlerin kullanılması oldukça pratiktir. Oransal tahmin edicilerin tercih edilmesinin sebebi ilgilenilen değişken Y ile yardımcı değişken X arasındaki ilişkinin kullanılmasıdır. Buna ek olarak X ile Y arasındaki ilişki bir doğru ile gösterilebiliyorsa bu tahmin ediciler regresyon tahmin edicileri kadar iyi sonuç vermektedir. Birçok durumda bu ilişki doğrusal olarak yazılamaz ve bu nedenle oransal tahmin edicileri etkinleştirmek için oransal tahmin ediciler önerilmiştir [24].

Bu tez çalışmasında kitle ortalamasının tahmin edicileri çeşitli tabakalı sıralı küme örneklemesi yöntemleri ele alınarak incelenmiştir. Tezin ikinci bölümünde çeşitli tabakalı sıralı küme örnekleme yöntemleri ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

Bölüm üçte ilk olarak klasik ortalama tahmin edicileri her bir yöntem için verilmiştir. Daha sonrasında yardımcı değişken bilgisinin kullanıldığı oransal tahmin ediciler incelenmiş ve ayrıca üstel tahmin ediciler de ele alınmıştır.

Bölüm dörtte gerçek bir veri seti kullanılarak kitlenin ortalama tahmini için çeşitli tabakalı sıralı küme örnekleme yöntemlerinin tabakalı rastgele örneklemeye etkinliği araştırılmıştır. Aynı veri seti için benzetim çalışması yapılarak sonuçlar yorumlanmıştır.

Bölüm beşte sonuç ve tartışma ile elde edilen sonuçlar özetlenmiştir.

2.ÇEŞİTLİ TABAKALI ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİ

2.1. Tabakalı Rastgele Örnekleme Yöntemi

Tabakalı örneklemede her bir tabaka ayrı bir kitle olarak düşünülebildiğinden bu tabakalardan yerine koymadan n_h büyüklüğünde örneklemler basit rastgele örnekleme ile seçilir. İlgilenilen değişken Y ve yardımcı değişken X olmak üzere; h. tabakada ilgilenilen değişken ile yardımcı değişkenin sırasıyla y_{hi} ve x_{hi} gözlemlenen değerleri olsun*. h.* tabaka örneklem ortalamaları ise $\bar{y}_h = \frac{1}{n_h}\sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}$ ve $\bar{x}_h = \frac{1}{n_h}\sum_{i=1}^{n_h} x_{hi}$ ile gösterilsin. Ayrıca $\bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{y}_h$ ve $\bar{x}_{st} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{x}_h$ sırasıyla ilgilenilen değişken ile yardımcı değişkenin tabakalı rastgele örneklemede ortalama tahmin edicileridir. Burada $W_h = \frac{N_h}{N}$ *h.* tabakanın ağırlığıdır. Tabakalı örneklemede Y değişkeni için kitle ortalaması $\bar{Y} = \bar{Y}_{st} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{Y}_h$ ve $\bar{X} = \bar{X}_{st} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{X}_h$ tabakalı örneklemede X değişkeni için kitle ortalamasıdır. Y değişkeni için h. tabaka kitle ortalaması $\bar{Y}_h = \frac{1}{N_h}\sum_{i=1}^{N_h} Y_{hi}$ ve X değişkeni için h. tabaka kitle ortalaması $\bar{X}_h = \frac{1}{N_h}\sum_{i=1}^{N_h} X_{hi}$ olacaktır.

Bu durumda örneklem birimlerine ilişkin x_{hi}, y_{hi} ölçümlerinin elde edilebildiği, x_{hi}/y_{hi} oran değişiminin küçük olduğu yardımcı değişkenin parametre değerlerinin bilindiği ve değişkenler arasındaki ilişkinin başlangıç noktasından geçen bir doğru ile gösterilebildiği durumda kitle ortalaması ve toplamı oransal tahmin yöntemi ile tahmin edilebilir.

Tabakalı örneklemede tahminler ayrı ve birleşik olarak iki şekilde yapılabilmektedir [5].

2.2. Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Yöntemi

Her bir tabakaya sıralı küme örneklemesi yönteminin uygulandığı yönteme tabakalı sıralı küme örneklemesi (TSKÖ) adı verilir [14]. TSKÖ ilk olarak Samawi [14] tarafından önerilmiştir ve TSKÖ yönteminin ortalama tahminlerinde, TRÖ ve basit rastgele örneklemeden daha etkili olduğu gösterilmiştir.

TSKÖ'de örnek seçimi iki aşamada yapılmaktadır. Örnek seçim işleminde öncelikle; herhangi bir *F*(y) dağılım fonksiyonuna sahip, sayılabilir sonsuzluktaki bir kitleden, her bir tabakadan r_h büyüklüğünde r_h tane örneklem rastgele seçilir ve ve bu örneklerin her biri "küme" olarak isimlendirilir. Burada küme büyüklüğü araştırmacı tarafından belirlenen bir tasarım parametresidir. Bu kümelerin iki, üç, dört veya beş birimden oluşması $(r_h = 2,3,4,5)$ sıralama açısından daha uygundur. Bu işlem, kitleden seçilecek r_h^2 çaplı basit rastgele örneğin, her biri r_h çaplı r_h kümeye tamamen rastgele olarak paylaştırılmasıyla da yapılabilir. Böylece, elde edilen kümeler birbirinden bağımsız olacaktır. Örnek seçim işleminin birinci aşamasında, her bir tabakada bulunan her bir küme ilgilenilen *Y* değişkeni bakımından hassas olmayan bir ölçümle küçükten büyüğe doğru sıralanır. Bu ölçüm, yüksek maliyet gerektirmeyen düşük düzeyli bir ölçüm olup, birimlerin sıralanması; daha önceki deneyimler, görsel bir ölçüm veya yardımcı bir değişken ile yapılabilir. İkinci aşamada; birinci kümeden ilk sıradaki birim, ikinci kümeden ikinci sıradaki birim ve bu şekilde devam edilerek r_h'ıncı kümeden r_h'ıncı sıradaki birim alınarak istenilen hassaslığı sağlayan yüksek düzeyli bir ölçümle *Y* değişkeni bakımından ölçülür [12].

h. tabakada k. tekrar için i. örneklemin i. sıralı istatistiği $Y_{hi(i)k}$ ile gösterilsin $(h=1,2,...,L, i=1,2,...,r_h, k=1,2,...,m)$. Burada () indisi sıralamanın Y değişkenine göre yapıldığını ifade etmektedir.

Bu aşamalar Çizelge 2.1. 'de gösterilmiştir.

Çizelge 2.1. r_h çaplı sıralı küme örneğinin oluşumu

Tabaka	Küme	Kitleden seçilen örnek birimleri	Sıralanan örnek birimleri	Örneğe alınan örnek birimleri
1	$\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ r_1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{111} & Y_{112} & \cdots & Y_{11r_1} \\ Y_{121} & Y_{122} & \cdots & Y_{12r_1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{1r_1 1} & Y_{1r_1 2} & \cdots & Y_{1r_1 r_1} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y^1_{1[1:r_1]} & Y^1_{1[2:r_1]} & \cdots & Y^1_{1[r_1:r_1]} \\ Y^2_{1[1:r_1]} & Y^2_{1[2:r_1]} & \cdots & Y^2_{1[r_1:r_1]} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y^{r_1}_{1[1:r_1]} & Y^{r_1}_{1[1:r_1]} & \cdots & Y^{r_1}_{1[1:r_1]} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{11(1)} & * & \cdots & * \\ * & Y_{12(2)} & \cdots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & * \\ * & * & \cdots & Y_{1r_1(r_1)} \end{matrix}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
L	$\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ r_L \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{L11} & Y_{L12} & \cdots & Y_{L1r_L} \\ Y_{L21} & Y_{L22} & \cdots & Y_{L2r_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{Lr_L 1} & Y_{Lr_L 2} & \cdots & Y_{Lr_L r_L} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y^1_{L[1:r_L]} & Y^1_{L[2:r_L]} & \cdots & Y^1_{L[r_L:r_L]} \\ Y^2_{L[1:r_L]} & Y^2_{L[2:r_L]} & \cdots & Y^2_{L[r_L:r_L]} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y^{r_L}_{L[1:r_L]} & Y^{r_L}_{L[2:r_L]} & \cdots & Y^{r_L}_{L[r_L:r_L]} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{L1(1)} & * & \cdots & * \\ * & Y_{L2(2)} & \cdots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & * \\ * & * & \cdots & Y_{Lr_L(r_L)} \end{matrix}$

Çizelge 2.1.'de $i=1,2,...,r_h$ olmak üzere, Y_{hii}, h'ıncı tabakanın *i*'nci küme için kitleden rastgele olarak seçilen örnek birimlerini $\left\{Y^i_{h[1:r_h]}, Y^i_{h[2:r_h]}, ..., Y^i_{h[r_h:r_h]}\right\}$ *h.* tabakada *i* 'nci küme için hassas olmayan bir ölçümle küçükten büyüğe doğru sıralanmış örnek birimlerini ve $Y_{hi(h)}$ *h*.'ıncı tabakada *i*'nci kümeden hassas ölçüm yapılarak alınan *i*'nci sıradaki örnek birimini ifade eder. Birimlerin hassas olmayan ölçümle sıralanmasında hata yapılmadığı varsayımı altında, $Y_{hi(i)}$ aynı zamanda, r_h çaplı sıralı küme örneğinde *i*'nci kümedeki i'nci sıra istatistiğini göstermektedir.

Uygulamada, r_h çaplı sıralı küme örneği elde edilirken, görsel yolla sıralama gibi, araştırmacının kişisel yargılarının ön planda olduğu, bir sıralama yöntemi kullanılırsa, sıralamanın kolay ve hatasız yapılabilmesi bakımından, küme çapı r_h 'ın genellikle 5'den büyük olması tercih edilmez. Ancak, istenilen örnek çapının 5'den büyük olması durumunda, Çizelge 2.1' deki örnek seçim işlemi, yeterli sayıda birim elde etmek için $n_h = mr_h$ birim elde edilinceye kadar m kez tekrarlanır. Oluşturulan bu $n_h = mr_h$ birim h. tabaka için sıralı küme örneklemini oluşturur. Böylece, her kümeden sadece bir birim alınarak, sonsuz büyüklükteki kitleden seçilen mr_h^2 birimden sadece mr_h birim ölçülüp, *h*. tabaka için kitle parametreleri tahmin edilir. Bu işlemler Çizelge 2.2.'de gösterildiği gibi elde edilir [12].

Çizelge 2.2. Tekrar sayısı *m* iken mr_h çaplı sıralı küme örneği

Tabaka	Küme	Kitleden seçilen örnek birimleri	Sıralanan örnek birimleri	Örneğe alınan örnek birimleri
1	$\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ r_1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{111} & Y_{112} & \cdots & Y_{11r_1} \\ Y_{121} & Y_{122} & \cdots & Y_{12r_1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{1r_1 1} & Y_{1r_1 2} & \cdots & Y_{1r_1 r_1} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y^1_{1[1:r_1]} & Y^1_{1[2:r_1]} & \cdots & Y^1_{1[r_1:r_1]} \\ Y^2_{1[1:r_1]} & Y^2_{1[2:r_1]} & \cdots & Y^2_{1[r_1:r_1]} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y^{r_1}_{1[1:r_1]} & Y^{r_1}_{1[1:r_1]} & \cdots & Y^{r_1}_{1[1:r_1]} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{11(1)} & * & \cdots & * \\ * & Y_{12(2)} & \cdots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & * \\ * & * & \cdots & Y_{1r_1(r_1)} \end{matrix}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
L	$\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ r_L \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{L11} & Y_{L12} & \cdots & Y_{L1r_L} \\ Y_{L21} & Y_{L22} & \cdots & Y_{L2r_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{Lr_L 1} & Y_{Lr_L 2} & \cdots & Y_{Lr_L r_L} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y^1_{L[1:r_L]} & Y^1_{L[2:r_L]} & \cdots & Y^1_{L[r_L:r_L]} \\ Y^2_{L[1:r_L]} & Y^2_{L[2:r_L]} & \cdots & Y^2_{L[r_L:r_L]} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y^{r_L}_{L[1:r_L]} & Y^{r_L}_{L[2:r_L]} & \cdots & Y^{r_L}_{L[r_L:r_L]} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{L1(1)} & * & \cdots & * \\ * & Y_{L2(2)} & \cdots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & * \\ * & * & \cdots & Y_{Lr_L(r_L)} \end{matrix}$

Sonuç olarak, yığından alınan mr_h^2 çaplı rastgele örnekten yalnızca mr_h tanesi üzerinde hassas ölçüm yapılmış olup, birimlerin sıralanmasında, maliyetin göz önüne alınmadığı ya da ihmal edilebilecek kadar az olduğu varsayımı altında, sadece mr_h çaplı örneğin hassas ölçümü için gerçekleşen maliyet söz konusudur.

Bu durumda h. tabaka için ilgilenilen değişkenin örneklem ortalaması

$$\bar{y}_{h(r_h)} = \frac{1}{n_h} \sum_{k=1}^{m} \sum_{i=1}^{r_h} Y_{hi(i)k} \qquad (2.1)$$

eşitliği ile elde edilir. Buna göre $\bar{y}_{(SRSS)} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{y}_{h(r_h)}$ ilgilenilen değişken için kitle ortalaması tahmin edicisidir.

TSKÖ'de $L=2$, $k=1,2$ ve $r_h=5,6$ olarak alındığında elde edilen örneklem birimleri Çizelge 2.3. ve Çizelge 2.4. de gösterilmektedir [13].

Çizelge 2.3. $L=2$, $k=1$ ve $r_h=5$ için TSKÖ ile örneğe seçilen birimler

$\mathbf{Y_{11(1)1}}, Y_{11(2)1}, Y_{11(3)1}, Y_{11(4)1}, Y_{11(5)1}$	$\mathbf{Y_{21(1)1}}, Y_{21(2)1}, Y_{21(3)1}, Y_{21(4)1}, Y_{21(5)1}$
$Y_{12(1)1}, \mathbf{Y_{12(2)1}}, Y_{12(3)1}, Y_{12(4)1}, Y_{12(5)1}$	$Y_{22(1)1}, \mathbf{Y_{22(2)1}}, Y_{22(3)1}, Y_{22(4)1}, Y_{22(5)1}$
$Y_{13(1)1}, Y_{13(2)1}, \mathbf{Y_{13(3)1}}, Y_{13(4)1}, Y_{13(5)1}$	$Y_{23(1)1}, Y_{23(2)1}, \mathbf{Y_{23(3)1}}, Y_{23(4)1}, Y_{23(5)1}$
$Y_{14(1)1}, Y_{14(2)1}, Y_{14(3)1}, \mathbf{Y_{14(4)1}}, Y_{14(5)1}$	$Y_{24(1)1}, Y_{24(2)1}, Y_{24(3)1}, \mathbf{Y_{24(4)1}}, Y_{24(5)1}$
$Y_{15(1)1}, Y_{15(2)1}, Y_{15(3)1}, Y_{15(4)1}, \mathbf{Y_{15(5)1}}$	$Y_{25(1)1}, Y_{25(2)1}, Y_{25(3)1}, Y_{25(4)1}, \mathbf{Y_{25(5)1}}$
1.Tabaka	2.Tabaka

Çizelge 2.4. $L=2$, $k=1$ ve $r_h=6$ için TSKÖ ile örneğe seçilen birimler

$\mathbf{Y_{11(1)1}}, Y_{11(2)1}, Y_{11(3)1}, Y_{11(4)1}, Y_{11(5)1}, Y_{11(6)1}$	$\mathbf{Y_{21(1)1}}, Y_{21(2)1}, Y_{21(3)1}, Y_{21(4)1}, Y_{21(5)1}, Y_{21(6)1}$
$Y_{12(1)1}, \mathbf{Y_{12(2)1}}, Y_{12(3)1}, Y_{12(4)1}, Y_{12(5)1}, Y_{12(6)1}$	$Y_{22(1)1}, \mathbf{Y_{22(2)1}}, Y_{22(3)1}, Y_{22(4)1}, Y_{22(5)1}, Y_{22(6)1}$
$Y_{13(1)1}, Y_{13(2)1}, \mathbf{Y_{13(3)1}}, Y_{13(4)1}, Y_{13(5)1}, Y_{13(6)1}$	$Y_{23(1)1}, Y_{23(2)1}, \mathbf{Y_{23(3)1}}, Y_{23(4)1}, Y_{23(5)1}, Y_{23(6)1}$
$Y_{14(1)1}, Y_{14(2)1}, Y_{14(3)1}, \mathbf{Y_{14(4)1}}, Y_{14(5)1}, Y_{14(6)1}$	$Y_{24(1)1}, Y_{24(2)1}, Y_{24(3)1}, \mathbf{Y_{24(4)1}}, Y_{24(5)1}, Y_{24(6)1}$
$Y_{15(1)1}, Y_{15(2)1}, Y_{15(3)1}, Y_{15(4)1}, \mathbf{Y_{15(5)1}}, Y_{15(6)1}$	$Y_{25(1)1}, Y_{25(2)1}, Y_{25(3)1}, Y_{25(4)1}, \mathbf{Y_{25(5)1}}, Y_{25(6)1}$
$Y_{16(1)1}, Y_{16(2)1}, Y_{16(3)1}, Y_{16(4)1}, Y_{16(5)1}, \mathbf{Y_{16(6)1}}$	$Y_{26(1)1}, Y_{26(2)1}, Y_{26(3)1}, Y_{26(4)1}, Y_{26(5)1}, \mathbf{Y_{26(6)1}}$
1.Tabaka	2.Tabaka

2.3. Tabakalı Medyan Sıralı Küme Örneklemesi Yöntemi

TMSKÖ yöntemi, ilk olarak 2010 yılında İbrahim ve Syam [17] tarafından daha sonra 2016 yılında Khan ve diğerleri [23] tarafından kitle ortalamasının tahmini için önerilmiştir.

TMSKÖ örneklem seçimi, *h.* tabakadan her biri r_h büyüklüğünde r_h tane örneklem seçilir ve her örneklem ilgili değişkene göre sıralanır**.** Örneklem büyüklüğü tek olduğu durumda, sıralama yapıldıktan sonra her bir örneklemenin ortancası

TMSKÖ örneklem seçimi, *h.* tabakadan her biri r_h büyüklüğünde r_h tane örneklem seçilir ve her örneklem ilgili değişkene göre sıralanır. Örneklem büyüklüğü tek olduğu durumda, sıralama yapıldıktan sonra her bir örneklemenin ortancası alınarak örneklem seçilir. Örneklem büyüklüğü çift olduğu durumda ise, *h.* tabakanın *i.* örnekleminin sıralanmış birimlerinden $\left(\frac{r_h}{2}\right)$ ve $\left(\frac{r_h+2}{2}\right)$ ortancası alınarak örneklem seçilir. Bu işlem istenilen örneklem büyüklüğü elde edilinceye kadar m kez tekrarlanır.

1. Örneklem büyüklüğü tek olarak düşünülürse *h.* tabakanın *i.* örnekleminin ortancası $Y_{hi\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}$ 'dır. Örneğin, TMSKÖ' de $L=2$ ve $r_h=5$ olarak alındığında tek döngü için elde edilen örneklem birimleri Çizelge 2.5. de gösterilmektedir.

Çizelge 2.5. $L=2$ ve $r_h=5$ için TMSKÖ ile örneğe seçilen birimler

1.Tabaka	2.Tabaka
$Y_{11(1)}, Y_{11(2)}, \mathbf{Y_{11(3)}}, Y_{11(4)}, Y_{11(5)}$	$Y_{21(1)}, Y_{21(2)}, \mathbf{Y_{21(3)}}, Y_{21(4)}, Y_{21(5)}$
$Y_{12(1)}, Y_{12(2)}, \mathbf{Y_{12(3)}}, Y_{12(4)}, Y_{12(5)}$	$Y_{22(1)}, Y_{22(2)}, \mathbf{Y_{22(3)}}, Y_{22(4)}, Y_{22(5)}$
$Y_{13(1)}, Y_{13(2)}, \mathbf{Y_{13(3)}}, Y_{13(4)}, Y_{13(5)}$	$Y_{23(1)}, Y_{23(2)}, \mathbf{Y_{23(3)}}, Y_{23(4)}, Y_{23(5)}$
$Y_{14(1)}, Y_{14(2)}, \mathbf{Y_{14(3)}}, Y_{14(4)}, Y_{14(5)}$	$Y_{24(1)}, Y_{24(2)}, \mathbf{Y_{24(3)}}, Y_{24(4)}, Y_{24(5)}$
$Y_{15(1)}, Y_{15(2)}, \mathbf{Y_{15(3)}}, Y_{15(4)}, Y_{15(5)}$	$Y_{25(1)}, Y_{25(2)}, \mathbf{Y_{25(3)}}, Y_{25(4)}, Y_{25(5)}$

Burada $L=2$ için $i=1,...,5$ olmak üzere $Y_{1i\left(\frac{r_1+1}{2}\right)} = Y_{1i(3)}$ olmaktadır.

2. Örneklem büyüklüğü çift olduğu durumda ise *h.* tabakanın *i.* örnekleminin ortancası $Y_{hi\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}$ ve $Y_{hi\left(\frac{r_h}{2}\right)}$ 'dır. Örneğin, TMSKÖ' de $L=2$ ve sıralı $r_h=6$ olarak alındığında tek döngü için elde edilen örneklem birimleri Çizelge 2.6.' de gösterilmektedir.

Çizelge 2.6. $L=2$ ve $r_h=6$ için TMSKÖ ile örneğe seçilen birimler

1.Tabaka	2.Tabaka
$Y_{11(1)}, Y_{11(2)}, \mathbf{Y_{11(3)}}, Y_{11(4)}, Y_{11(5)}, Y_{11(6)}$	$Y_{21(1)}, Y_{21(2)}, \mathbf{Y_{21(3)}}, Y_{21(4)}, Y_{21(5)}, Y_{21(6)}$
$Y_{12(1)}, Y_{12(2)}, \mathbf{Y_{12(3)}}, Y_{12(4)}, Y_{12(5)}, Y_{12(6)}$	$Y_{22(1)}, Y_{22(2)}, \mathbf{Y_{22(3)}}, Y_{22(4)}, Y_{22(5)}, Y_{22(6)}$
$Y_{13(1)}, Y_{13(2)}, \mathbf{Y_{13(3)}}, Y_{13(4)}, Y_{13(5)}, Y_{13(6)}$	$Y_{23(1)}, Y_{23(2)}, \mathbf{Y_{23(3)}}, Y_{23(4)}, Y_{23(5)}, Y_{23(6)}$
$Y_{14(1)}, Y_{14(2)}, Y_{14(3)}, \mathbf{Y_{14(4)}}, Y_{14(5)}, Y_{14(6)}$	$Y_{24(1)}, Y_{24(2)}, Y_{24(3)}, \mathbf{Y_{24(4)}}, Y_{24(5)}, Y_{24(6)}$
$Y_{15(1)}, Y_{15(2)}, Y_{15(3)}, \mathbf{Y_{15(4)}}, Y_{15(5)}, Y_{15(6)}$	$Y_{25(1)}, Y_{25(2)}, Y_{25(3)}, \mathbf{Y_{25(4)}}, Y_{25(5)}, Y_{25(6)}$
$Y_{16(1)}, Y_{16(2)}, Y_{16(3)}, \mathbf{Y_{16(4)}}, Y_{16(5)}, Y_{16(6)}$	$Y_{26(1)}, Y_{26(2)}, Y_{26(3)}, \mathbf{Y_{26(4)}}, Y_{26(5)}, Y_{26(6)}$

2.4. Tabakalı Yüzde Sıralı Küme Örneklemesi Yöntemi

TYSKÖ yöntemi, kitle ortalamasını tahmin etmek için Syam ve diğerleri [18] tarafından önerilmiştir.

TYSKÖ' de örneklem seçiminde, *h*. tabakadan her biri r_h büyüklüğünde r_h tane örneklem seçilir ve her örneklem ilgili değişkene göre sıralanır. r_h **çift ise**, ilk $\frac{r_h}{2}$. örneklemden $p(r_h+1)$. en küçük sıralı birim ve ikinci $\frac{r_h}{2}$. örneklemden $q(r_h+1)$. en küçük sıralı birim örnekleme seçilir. Burada $0 \leq p \leq 1$ ve $p+q=1$ şartı sağlanmalıdır. r_h **tek ise,** ilk $\frac{r_h\text{-}1}{2}$ örneklemden $p(r_h+1)$. en küçük sıralı birim ve en son $\frac{r_h\text{-}1}{2}$ örneklemden $q(r_h+1)$. en küçük sıralı birim örnekleme seçilir ve ortadaki örneklemden ortanca birim seçilir. Bu işlem m kez tekrarlanır [18].

Örneğin, TYSKÖ' de $p=\%37$ ve $q=\%63$ olarak varsayıldığında ve $L=2$ ve $r_h=5,6$ olarak alındığında, tek döngü için elde edilen örneklem birimleri Çizelge 2.7. ve Çizelge 2.8.' de gösterilmektedir.

Çizelge 2.7. $L=2$ ve $r_h=5$ için TYSKÖ ile örneğe seçilen birimler

$Y_{11(1)}, \boldsymbol{Y_{11(2)}}, Y_{11(3)}, Y_{11(4)}, Y_{11(5)}$	$Y_{21(1)}, \boldsymbol{Y_{21(2)}}, Y_{21(3)}, Y_{21(4)}, Y_{21(5)}$
$Y_{12(1)}, \boldsymbol{Y_{12(2)}}, Y_{12(3)}, Y_{12(4)}, Y_{12(5)}$	$Y_{22(1)}, \boldsymbol{Y_{22(2)}}, Y_{22(3)}, Y_{22(4)}, Y_{22(5)}$
$Y_{13(1)}, Y_{13(2)}, \boldsymbol{Y_{13(3)}}, Y_{13(4)}, Y_{13(5)}$	$Y_{23(1)}, Y_{23(2)}, \boldsymbol{Y_{23(3)}}, Y_{23(4)}, Y_{23(5)}$
$Y_{14(1)}, Y_{14(2)}, Y_{14(3)}, \boldsymbol{Y_{14(4)}}, Y_{14(5)}$	$Y_{24(1)}, Y_{24(2)}, Y_{24(3)}, \boldsymbol{Y_{24(4)}}, Y_{24(5)}$
$Y_{15(1)}, Y_{15(2)}, Y_{15(3)}, \boldsymbol{Y_{15(4)}}, Y_{15(5)}$	$Y_{25(1)}, Y_{25(2)}, Y_{25(3)}, \boldsymbol{Y_{25(4)}}, Y_{25(5)}$
1.Tabaka	2.Tabaka

Çizelge 2.8. $L = 2$ ve $r_h = 6$ için TYSKÖ ile örneğe seçilen birimler

$Y_{11(1)}, Y_{11(2)}, \boldsymbol{Y_{11(3)}}, Y_{11(4)}, Y_{11(5)}, Y_{11(6)}$	$Y_{21(1)}, Y_{21(2)}, \boldsymbol{Y_{21(3)}}, Y_{21(4)}, Y_{21(5)}, Y_{21(6)}$
$Y_{12(1)}, Y_{12(2)}, \boldsymbol{Y_{12(3)}}, Y_{12(4)}, Y_{12(5)}, Y_{12(6)}$	$Y_{22(1)}, Y_{22(2)}, \boldsymbol{Y_{22(3)}}, Y_{22(4)}, Y_{22(5)}, Y_{22(6)}$
$Y_{13(1)}, Y_{13(2)}, \boldsymbol{Y_{13(3)}}, Y_{13(4)}, Y_{13(5)}, Y_{13(6)}$	$Y_{23(1)}, Y_{23(2)}, \boldsymbol{Y_{23(3)}}, Y_{23(4)}, Y_{23(5)}, Y_{23(6)}$
$Y_{14(1)}, Y_{14(2)}, Y_{14(3)}, Y_{14(4)}, \boldsymbol{Y_{14(5)}}, Y_{14(6)}$	$Y_{24(1)}, Y_{24(2)}, Y_{24(3)}, Y_{24(4)}, \boldsymbol{Y_{24(5)}}, Y_{24(6)}$
$Y_{15(1)}, Y_{15(2)}, Y_{15(3)}, Y_{15(4)}, \boldsymbol{Y_{15(5)}}, Y_{15(6)}$	$Y_{25(1)}, Y_{25(2)}, Y_{25(3)}, Y_{25(4)}, \boldsymbol{Y_{25(5)}}, Y_{25(6)}$
$Y_{16(1)}, Y_{16(2)}, Y_{16(3)}, Y_{16(4)}, \boldsymbol{Y_{16(5)}}, Y_{16(6)}$	$Y_{26(1)}, Y_{26(2)}, Y_{26(3)}, Y_{26(4)}, \boldsymbol{Y_{26(5)}}, Y_{26(6)}$
1.Tabaka	2.Tabaka

2.5. Tabakalı Kartil Sıralı Küme Örneklemesi Yöntemi

TKSKÖ yöntemi, kitle ortalamasını tahmin etmek için Syam ve diğerleri [19] tarafından önerilmiştir.

Örneklem seçiminde, *h*. tabakadan her biri r_h birimlik r_h tane örneklem seçilir ve ilgilenilen değişken bakımından her örneklemdeki birimler sıralanır. Eğer r_h çift ise ilk $r_h/2$ örneklemden en küçük $q_1(r_h+1)$. birim seçilir ve ikinci $r_h/2$ örneklemden en küçük $q_3(r_h+1)$. birim seçilir. Eğer r_h tek ise, ilk $(r_h\text{-}1)/2$ örneklemden en küçük $q_1(r_h+1)$. birim seçilir ve en son $(r_h\text{-}1)/2$ örneklemden en küçük $q_3(r_h+1)$. birim seçilir ve son kalan örneklem ortanca sıralı birim seçilir. Döngü $n_h = mr_h$ birimlik örneklem elde edilinceye kadar m kez tekrar edilir. Burada her zaman için $q_1 = 0.25$ ve $q_3 = 0.75$ $q_1(r_h + 1)$ ve $q_3(r_h + 1)$'a en yakın tamsayı olarak alınır.

2.6. Tabakalı Uç Sıralı Küme Örneklemesi Yöntemi

TUSKÖ metodu, kitle ortalamasını tahmin etmek için Samawai ve Saeid [16] tarafından önerilmiştir.

Örneklem seçimi, h. tabakadan her biri r_h büyüklüğünde r_h tane örneklem seçilir ve ilgilenilen değişken bakımından her örneklemdeki birimler sıralanır. Eğer r_h çift ise, ilk $\frac{r_h}{2}$ kümeden en küçüğü seçilir ve ikinci $\frac{r_h}{2}$ örneklemden en büyüğü seçilir. Eğer r_h tek ise, ilk $\frac{(r_h - 1)}{2}$ kümeden en küçük birim seçilir ve sonraki her $\frac{(r_h + 1)}{2}$ örneklemden her örneklemin medyanı seçilir ve kalan $\frac{(r_h - 1)}{2}$ kümeden en büyüğü seçilir. Bu adımlar $n_h = mr_h$ büyüklüğüne ulaşıncaya kadar m kez tekrarlanır.

Örneğin, TUSKÖ' de $L = 2$ ve $r_h = 5,6$ olarak alındığında, tek döngü için elde edilen örneklem birimleri Çizelge 2.9. ve Çizelge 2.10. de gösterilmektedir.

Çizelge 2.9. $L = 2$ ve $r_h = 5$ için TUSKÖ ile örneğe seçilen birimler

1.Tabaka	2.Tabaka
$\mathbf{Y_{11(1)}}, Y_{11(2)}, Y_{11(3)}, Y_{11(4)}, Y_{11(5)}$	$\mathbf{Y_{21(1)}}, Y_{21(2)}, Y_{21(3)}, Y_{21(4)}, Y_{21(5)}$
$\mathbf{Y_{12(1)}}, Y_{12(2)}, Y_{12(3)}, Y_{12(4)}, Y_{12(5)}$	$\mathbf{Y_{22(1)}}, Y_{22(2)}, Y_{22(3)}, Y_{22(4)}, Y_{22(5)}$
$Y_{13(1)}, Y_{13(2)}, \mathbf{Y_{13(3)}}, Y_{13(4)}, Y_{13(5)}$	$Y_{23(1)}, Y_{23(2)}, \mathbf{Y_{23(3)}}, Y_{23(4)}, Y_{23(5)}$
$Y_{14(1)}, Y_{14(2)}, Y_{14(3)}, Y_{14(4)}, \mathbf{Y_{14(5)}}$	$Y_{24(1)}, Y_{24(2)}, Y_{24(3)}, Y_{24(4)}, \mathbf{Y_{24(5)}}$
$Y_{15(1)}, Y_{15(2)}, Y_{15(3)}, Y_{15(4)}, \mathbf{Y_{15(5)}}$	$Y_{25(1)}, Y_{25(2)}, Y_{25(3)}, Y_{25(4)}, \mathbf{Y_{25(5)}}$

Çizelge 2.10. $L = 2$ ve $r_h = 6$ için TUSKÖ ile örneğe seçilen birimler

1.Tabaka	2.Tabaka
$\mathbf{Y_{11(1)}}, Y_{11(2)}, Y_{11(3)}, Y_{11(4)}, Y_{11(5)}, Y_{11(6)}$	$\mathbf{Y_{21(1)}}, Y_{21(2)}, Y_{21(3)}, Y_{21(4)}, Y_{21(5)}, Y_{21(6)}$
$\mathbf{Y_{12(1)}}, Y_{12(2)}, Y_{12(3)}, Y_{12(4)}, Y_{12(5)}, Y_{12(6)}$	$\mathbf{Y_{22(1)}}, Y_{22(2)}, Y_{22(3)}, Y_{22(4)}, Y_{22(5)}, Y_{22(6)}$
$\mathbf{Y_{13(1)}}, Y_{13(2)}, Y_{13(3)}, Y_{13(4)}, Y_{13(5)}, Y_{13(6)}$	$\mathbf{Y_{23(1)}}, Y_{23(2)}, Y_{23(3)}, Y_{23(4)}, Y_{23(5)}, Y_{23(6)}$
$Y_{14(1)}, Y_{14(2)}, Y_{14(3)}, Y_{14(4)}, Y_{14(5)}, \mathbf{Y_{14(6)}}$	$Y_{24(1)}, Y_{24(2)}, Y_{24(3)}, Y_{24(4)}, Y_{24(5)}, \mathbf{Y_{24(6)}}$
$Y_{15(1)}, Y_{15(2)}, Y_{15(3)}, Y_{15(4)}, Y_{15(5)}, \mathbf{Y_{15(6)}}$	$Y_{25(1)}, Y_{25(2)}, Y_{25(3)}, Y_{25(4)}, Y_{25(5)}, \mathbf{Y_{25(6)}}$
$Y_{16(1)}, Y_{16(2)}, Y_{16(3)}, Y_{16(4)}, Y_{16(5)}, \mathbf{Y_{16(6)}}$	$Y_{26(1)}, Y_{26(2)}, Y_{26(3)}, Y_{26(4)}, Y_{26(5)}, \mathbf{Y_{26(6)}}$

2.7. Tabakalı Çift Sıralı Küme Örneklemesi Yöntemi

TÇSKÖ yöntemi, kitle ortalamasını tahmin etmek için Khan ve diğerleri [22] tarafından önerilmiştir.

Örneklem seçimi, *h*. tabakadan rastgele olarak r_h^3 kadar iki değişkenli örneklem birimleri seçilir. Daha sonra her birinin büyüklüğü r_h^2 olan r_h tane kümedeki rastgele seçilen birimler düzenlenir. Her bir kümeye sıralı küme örneklemesi uygulanılır. Burada yardımcı değişken X ‘e göre sıralama yapılır. Bu sıralı küme örneklemleri r_h büyüklüğünde r_h tane küme ile birlikte toplanır. Bu sıralı küme örneklemesi prosedürü istenilen örneklem büyüklüğü elde edilinceye kadar tekrar uygulanır. Böylece TÇSKÖ’ nin ilk döngüsü tamamlanır ve bu adımlar $n_h = mr_h$ boyutuna ulaşıncaya kadar m kez tekrarlanır.

TÇSKÖ için *k* döngüyü *h* tabakayı ifade eder. Elde edilen örnek $\left(Y_{h[1]k}^{[1]}, X_{h(1)k}^{(1)}\right)$, $\left(Y_{h[2]k}^{[2]}, X_{h(2)k}^{(2)}\right), \ldots, \left(\mathrm{Y}_{\mathrm{h[rh]k}}^{[\mathrm{rh}]}, X_{\mathrm{h(rh)k}}^{(\mathrm{rh})}\right)$ $k = 1,2,...,m$ ve $h = 1,2,...,L$ şeklinde ifade edilir.

2.8. Tabakalı Çift Uç Sıralı Küme Örneklemesi Yöntemi

TÇSKÖ yöntemi, kitle ortalamasını tahmin etmek için Syam ve diğerleri [21] tarafından 2015 yılında önerilmiştir.

Örneklem seçiminde ilk adım kitleden alınan r_h^3 birim her birinde r_h^2 birim bulunan r_h adet kümeye ayrılır. İkinci adımda eğer örneklem büyüklüğü çift ise, her bir örneklemin ilk $\frac{r_h^2}{2}$ örnekleminden en küçüğü seçilir ve ikinci $\frac{r_h^2}{2}$ örnekleminden de en büyüğü seçilir. Eğer örneklem büyüklüğü tek ise, ilk $\frac{r_h(r_h - 1)}{2}$ örneklemden en küçük birim seçilir ve sonraki her $\frac{(r_h + 1)}{2}$ örneklemden her kümenin medyanı seçilir ve kalan $\frac{r_h(r_h - 1)}{2}$ örneklemden en büyüğü seçilir. Bu işlemler adım ikiden elde edilmiş kümelere tekrar uygulandığında çift uç sıralı küme örneklemesiyle elde edilmiş r_h büyüklüğündeki örneklem elde edilir. Bu adımlar $n_h = mr_h$ boyutuna ulaşıncaya kadar m kez tekrarlanır.

3.ÇEŞİTLİ TABAKALI ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİNDE KİTLE ORTALAMASI TAHMİN EDİCİLERİ

3.1. Klasik Tahmin Ediciler

3.1.1. Tabakalı Rastgele Örneklemesi Klasik Tahmin Edicisi

Cochran [25] TRÖ ile sırasıyla ilgilenilen değişken ile yardımcı değişkenin tabakalı rastgele örneklemede kitle ortalamasının tahmin edicisi,

$$\bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{y}_h \tag{3.1}$$

$$\bar{x}_{st} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{x}_h \tag{3.2}$$

biçiminde tanımlanır.

Cochran [25] TRÖ ile ortalamanın varyans tahmini için,

$$Var(\bar{y}_{st}) = \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{n_h} \left(\sigma_{yh}^2\right) \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right) \tag{3.3}$$

$$Var(\bar{x}_{st}) = \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{n_h} \left(\sigma_{xh}^2\right) \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right) \tag{3.4}$$

biçiminde tanımlanır.

3.1.2. Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Klasik Tahmin Edicisi

Samawi [14] TSKÖ ile sırasıyla ilgilenilen değişken ile yardımcı değişkenin tabakalı rastgele örneklemede kitle ortalamasının tahmin edicisi,

$$\bar{y}_{(SRSS)} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{y}_{h(r_h)} \tag{3.5}$$

$$\bar{x}_{[SRSS]} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{x}_{h[r_h]} \tag{3.6}$$

biçiminde tanımlanır.

Samawi [14] TRÖ ile ortalamanın varyans tahmini için,

$$Var(\bar{y}_{(SRSS)}) = \bar{Y}^2 \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h{}^2}{n_h} \left(\frac{S_{yh}^2}{\bar{Y}^2} - \frac{m}{n_h} \sum_{i=1}^{r_h} D_{yh(i)}^2 \right) \tag{3.7}$$

$$Var(\bar{x}_{[SRSS]}) = \bar{Y}^2 \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h{}^2}{n_h} \left(\frac{S_{xh}^2}{\bar{X}^2} - \frac{m}{n_h} \sum_{i=1}^{r_h} D_{xh[i]}^2 \right) \tag{3.8}$$

biçiminde tanımlanır

Burada

$$D_{yh(i)}^2 = \frac{\left(\mu_{Yh(i)} - \mu_{Yh}\right)^2}{\bar{Y}^2} \text{ ve } D_{x_h[i]}^2 = \frac{\left(\mu_{Xh[i]} - \mu_{Xh}\right)^2}{\bar{X}^2}$$

şeklindedir

3.1.3. Tabakalı Medyan Sıralı Küme Örneklemesi Klasik Tahmin Edicisi

İbrahim ve Syam [17] TMSKÖ ile kitle ortalamasının tahmin edicisini r_h ’ın tek ve çift olmasına göre sırasıyla,

$$\bar{y}_{SMRSS(O)} = \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{r_h} Y_{hi\left(\frac{r_h+1}{2}\right)} \right) \tag{3.9}$$

$$\bar{y}_{SMRSS(E)} = \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} Y_{hi\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sum_{i=\frac{r_h}{2}+1}^{r_h} Y_{hi\left(\frac{r_h+2}{2}\right)} \right) \tag{3.10}$$

biçiminde tanımlanmıştır. Burada dağılım simetrik ise,

$$E\left(\bar{y}_{SMRSS(O)}\right)=E\left(\bar{y}_{SMRSS(E)}\right)=\mu \tag{3.11}$$

eşitliği vardır. Bu durumda,

$$\begin{aligned} E\left(\bar{y}_{SMRSS(0)}\right) &= E\left[\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left(\sum_{i=1}^{r_h} Y_{hi\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}\right)\right] \\ &= \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left(\sum_{i=1}^{r_h}\mu_{h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}\right) \end{aligned} \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned} E(\bar{y}_{SMRSS(E)}) &= E\left[\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} Y_{hi\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sum_{i=\frac{r_h}{2}+1}^{r_h} Y_{hi\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}\right)\right] \\ &= \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}}\mu_{h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sum_{i=\frac{r_h}{2}+1}^{r_h}\mu_{h\left(\frac{r_h}{2}+1\right)}\right) \end{aligned} \tag{3.13}$$

Dağılım simetrik olduğunda $\mu_{h((r_h+1)/2)} = \mu_h$ ve $\mu_{h((r_h)/2)} + \mu_{h((r_h+2)/2)} = 2\mu_h$ eşitlikleri vardır. Eşitlik (3.12) ve eşitlik (3.13) yerine konulduğunda,

$$\begin{aligned} E\left(\bar{y}_{SMRSS(O)}\right) &= \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left(\sum_{i=1}^{r_h}\mu_h\right) \\ &= \sum_{h=1}^{L} W_h\mu_h = \mu \end{aligned} \tag{3.14}$$

$$\begin{aligned} E(\bar{y}_{SMRSS(E)}) &= \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left[\frac{r_h}{2}\left(\mu_{h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \mu_{h\left(\frac{r_h}{2}+1\right)}\right)\right] \\ &= \sum_{h=1}^{L} W_h\mu_h = \mu \end{aligned} \tag{3.15}$$

olarak tanımlanır [17].

3.1.4. Tabakalı Yüzde Sıralı Küme Örneklemesi Klasik Tahmin Edicisi

Syam ve diğerleri [18] TYSKÖ ile kitle ortalamasının klasik tahmin edicisi r_h ‘ ın çift ve tek olmasına göre sırasıyla,

$$\bar{y}_{SPRSSE} = \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} Y_{hi(p(r_h+1))} + \sum_{i=\frac{r_h}{2}+1}^{r_h} Y_{hi(q(r_h+1))} \right) \tag{3.16}$$

$$\bar{y}_{SPRSSO} = \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h-1}{2}} Y_{hi(p(r_h+1))} + \sum_{i=\frac{r_h-1}{2}+2}^{r_h} Y_{hi(q(r_h+1))} + Y_{hi\left(\frac{r_h+1}{2}\right)} \right) \tag{3.17}$$

biçiminde tanımlanır. Burada dağılım simetrik ise

$$E(\bar{y}_{SPRSSO}) = E(\bar{y}_{SPRSSE}) = \mu \tag{3.18}$$

dır. Bu durumda,

$$\begin{aligned} E(\bar{y}_{SPRSSE}) &= E\left[\sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} Y_{hi(p(r_h+1))} + \sum_{i=\frac{r_h}{2}+1}^{r_h} Y_{hi(q(r_h+1))} \right) \right] \\ &= \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} \mu_{h(p)} + \sum_{i=\frac{r_h}{2}+1}^{r_h} \mu_{h(q)} \right) \end{aligned} \tag{3.19}$$

$$\begin{aligned} E(\bar{y}_{SPRSSO}) &= E\left[\sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h-1}{2}} Y_{hi(p(r_h+1))} + \sum_{i=\frac{r_h-1}{2}+2}^{r_h} Y_{hi(q(r_h+1))} + Y_{hi\left(\frac{r_h+1}{2}\right)} \right) \right] \\ &= \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h-1}{2}} \mu_{hi(p)} + \sum_{i=\frac{r_h-1}{2}+2}^{r_h} \mu_{hi(q)} + \mu_{hi(q2)} \right) \end{aligned} \quad . \tag{3.20}$$

Dağılım simetrik olduğunda $\mu_{hi(p)} + \mu_{hi(q)} = 2\mu_h$ eşittir. Dolayısıyla (3.19) ve (3.20) eşitlikleri düzenlenirse,

$$E\left(\bar{y}_{SPRSSE}\right)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left(\frac{r_h}{2}\mu_{hi(p)}+\frac{r_h}{2}\mu_{hi(q)}\right)=\sum_{h=1}^{L}W_h\mu_h=\mu \tag{3.21}$$

$$E\left(\bar{y}_{SPRSSO}\right)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left[\left(\frac{r_h-1}{2}\right)\mu_{h(p)}+\left(\frac{r_h-1}{2}\right)\mu_{h(q)}+\mu_h\right]=\sum_{h=1}^{L}W_h\mu_h=\mu \tag{3.22}$$

sonucuna ulaşılır. Syam ve diğerleri [18] TYSKÖ ile ortalamanın varyans tahmini için r_h ’ ın çift ve tek olmasına göre sırasıyla,

$$\begin{aligned}Var(\bar{y}_{SPRSSE})&=Var\left[\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}}Y_{hi(p(r_h+1))}+\sum_{i=\frac{r_h}{2}+1}^{r_h}Y_{hi(q(r_h+1))}\right)\right]\\&=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h^2}\left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}}\sigma^2_{hi(p)}+\sum_{i=\frac{r_h}{2}+1}^{r_h}\sigma^2_{hi(q)}\right)\end{aligned} \tag{3.23}$$

$$\begin{aligned}Var(\bar{y}_{SPRSSO})&=Var\left[\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h-1}{2}}Y_{hi(p(r_h+1))}+\sum_{i=\frac{r_h-1}{2}+2}^{r_h}Y_{hi(q(r_h+1))}+Y_{hi\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}\right)\right]\\&=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h^2}\left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h-1}{2}}\sigma^2_{hi(p)}+\sum_{i=\frac{r_h-1}{2}+2}^{r_h}\sigma^2_{hi(q)}+\sigma^2_{hi(q2)}\right)\end{aligned} \tag{3.24}$$

biçiminde tanımlanır.

Burada kitle ortalaması dağılım simetrik olduğunda ve her tabaka için $\sigma^2_{hi(q)}<\sigma^2_h$ olduğundan,

$$Var(\bar{y}_{SPRSSE})=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h}\sigma^2_{hi(q)}<\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h}\sigma^2_h=Var(\bar{y}_{SRSS})<Var(\bar{y}_{SRS}) \tag{3.25}$$

$$Var(\bar{y}_{SPRSSO})=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h}\sigma^2_{hi(p)}<\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h}\sigma^2_h=Var(\bar{y}_{SRSS})<Var(\bar{y}_{SRS}) \tag{3.26}$$

olur.

3.1.5. Tabakalı Kartil Sıralı Küme Örneklemesi Klasik Tahmin Edicisi

Syam ve diğerleri [19] tarafından TKSKÖ ile kitle ortalamasının tahmini r_h ’ ın çift ve tek sayı olmasına göre sırasıyla,

$$\bar{y}_{SQRSSE} = \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} Y_{hi(q_1(r_h+1))} + \sum_{i=\frac{r_h+2}{2}}^{r_h} Y_{hi(q_3(r_h+1))} \right) \tag{3.27}$$

$$\bar{y}_{SQRSSO} = \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h-1}{2}} Y_{hi(q_1(r_h+1))} + \sum_{i=\frac{r_h+3}{2}}^{r_h} Y_{hi(q_3(r_h+1))} + Y_{h\frac{r_h+1}{2}\left(\frac{r_h+1}{2}\right)} \right) \tag{3.28}$$

şeklinde önerilmiştir.

Burada örneklem sayısı çift olduğunda $\mu_{h(q_1)}$ ve $\mu_{h(q_3)}$ birinci ve üçüncü kartilin ortalaması, örneklem sayısı tek olduğunda ise $\mu_{h(q_1)}$, *h*. tabakanın ilk $\left(\frac{r_h-1}{2}\right)$ için birinci kartilin ortalaması, $\mu_{h(q_3)}$ h. tabakanın en son $\left(\frac{r_h-1}{2}\right)$ için üçüncü kartilin ortalaması ve μ_h *h*. tabakanın ortalaması olmak üzere , $\bar{y}_{SQRSSE}$ ve $\bar{y}_{SQRSSO}$ tahmin edicilerin beklenen değerleri,

$$E(\bar{y}_{SQRSSE}) = E\left(\sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} Y_{hi(q_1(r_h+1))} + \sum_{i=\frac{r_h+2}{2}}^{r_h} Y_{hi(q_3(r_h+1))} \right) \right)$$

$$= \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} \mu_{h(q_1)} + \sum_{i=\frac{r_h+2}{2}}^{r_h} \mu_{h(q_3)} \right) \tag{3.29}$$

$$E(\bar{y}_{SQRSSO}) = E\left(\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h-1}{2}}Y_{hi(q_1(r_h+1))} + \sum_{i=\frac{r_h+3}{2}}^{r_h}Y_{hi(q_3(r_h+1))} + Y_{h\frac{r_h+1}{2}\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}\right)\right)$$

$$= \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h-1}{2}}\mu_{h(q_1)} + \sum_{i=\frac{r_h+3}{2}}^{r_h}\mu_{h(q_3)} + \mu_{h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}\right) \tag{3.30}$$

şeklinde gösterilir.

Dağılım simetrik olduğunda $\mu_{h(q_1)} + \mu_{h(q_3)} = 2\mu_h$ olur. (3.29) ve (3.30) eşitlikleri aşağıdaki gibi düzenlenir:

$$E(\bar{y}_{SQRSSE}) = \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left(\frac{r_h}{2}\mu_{h(q_1)} + \frac{r_h}{2}\mu_{h(q_3)}\right) = \sum_{h=1}^{L}W_h\mu_h = \mu \tag{3.31}$$

$$E(\bar{y}_{SQRSSO}) = \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left(\left(\frac{r_h-1}{2}\right)\mu_{h(q_1)} + \left(\frac{r_h-1}{2}\right)\mu_{h(q_3)} + \mu_{h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}\right) = \sum_{h=1}^{L}W_h\mu_h = \mu \tag{3.32}$$

Syam ve diğerleri [19] tarafından önerilen ortalamanın varyansı r_h ' ın çift ve tek olmasına göre sırasıyla,

$$Var(\bar{y}_{SQRSSE}) = Var\left(\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}}Y_{hi(q_1(r_h+1))} + \sum_{i=\frac{r_h+2}{2}}^{r_h}Y_{hi(q_3(r_h+1))}\right)\right) \tag{3.33}$$

$$= \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^{\ 2}}{r_h^{\ 2}}\left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}}\sigma^2_{hi(q_1)} + \sum_{i=\frac{r_h+2}{2}}^{r_h}\sigma^2_{hi(q3)}\right)$$

$$Var(\bar{y}_{SQRSSO}) = Var\left(\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h-1}{2}}Y_{hi(q_1(r_h+1))} + \sum_{i=\frac{r_h+3}{2}}^{r_h}Y_{hi(q_3(r_h+1))} + Y_{h\frac{r_h+1}{2}\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}\right)\right)$$

$$= \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h^2}\left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h-1}{2}}\sigma^2_{hi(q_1)} + \sum_{i=\frac{r_h+3}{2}}^{r_h}\sigma^2_{hi(q_3)} + \sigma^2_{h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}\right) \tag{3.34}$$

biçiminde tanımlanır.

3.1.6. Tabakalı Uç Sıralı Küme Örneklemesi Klasik Tahmin Edicisi

Samawai ve Saeid [16] TUSKÖ metodu ile önerilen kitle ortalaması için r_h çift ise ERSS(a) ile, tek ise; birinci yaklaşım en büyük ve en küçük birimlerin ortalaması ERSS(b) veya ortanca ERSS(c) ile gösterilir.

Bu durumda Samawai ve Saeid [16] tarafından önerilen kitle ortalamasının tahmini

$$\bar{y}_{SERSS} = \sum_{h=1}^{a} W_h \bar{Y}_{h(a)} + \sum_{h=a+1}^{L} W_h \bar{Y}_{h(c)} \tag{3.35}$$

olarak gösterilmiştir. Eşitlik de,

$$\bar{Y}_{\mathrm{h(a)}} = \frac{1}{2}\left(\bar{Y}_{\mathrm{h(1)}} + \bar{Y}_{\mathrm{h(r_h)}}\right) \tag{3.36}$$

$$\bar{Y}_{h(c)} = \frac{Y_{h1(1)} + Y_{h2(r_h)} + Y_{h3(1)} + \ldots + Y_{h\{r_h\text{-}1\}(r_h)} + Y_{hr_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{r_h} \tag{3.37}$$

$$\bar{Y}_{h(1)} = 2\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} \frac{Y_{h\{2i\text{-}1\}(1)}}{r_h} \tag{3.38}$$

$$\bar{Y}_{h(r_h)} = 2\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} \frac{Y_{h(2i)(r_h)}}{r_h} \tag{3.39}$$

olarak tanımlanmıştır.

Beklenen değerler Samawi ve Saeid [16] tarafından,

$$E\left(\bar{Y}_{h(a)}\right) = \frac{1}{2}\left(\mu_{Yh(1)} + \mu_{Yh(r_h)}\right) \tag{3.40}$$

$$E\left(\overline{Y}_{h(c)}\right)=\left(\frac{r_h-1}{2r_h}\right)\left(\mu_{Yh(1)}+\mu_{Yh(r_h)}\right)+\frac{1}{r_h}\mu_{Yh\left(\frac{r_h+1}{2}\right)} \qquad (3.41)$$

gösterilmek üzere, bu eşitlikler kullanılarak,

$$E\left(\overline{y}_{SERSS}\right)=\frac{1}{2}\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\mu_{Yh(1)}+\mu_{Yh(r_h)}\right)+\frac{1}{2}\sum_{h=a+1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left[2\mu_{Yh\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}-\left(\mu_{Yh(1)}+\mu_{Yh(r_h)}\right)\right] \qquad (3.42)$$

sonucuna varılmıştır.

Her tabaka için dağılım simetrik olduğundan $E\left(\overline{y}_{SERSS}\right)=\mu_Y$ olarak gösterilir.

Samawai ve Saeid [16] tarafından önerilen ortalama tahmini için varyans,

$$Var\left(\overline{y}_{SERSS}\right)=\frac{1}{2}\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h^2}\left(\sigma^2_{Yh(1)}+\sigma^2_{Yh(r_h)}\right)$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{h=a+1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h^2}\left[2\sigma^2_{Yh\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}-\left(\sigma^2_{Yh(1)}+\sigma^2_{Yh(r_h)}\right)\right] \qquad (3.43)$$

şeklindedir.

Böylece Eşitlik (3.43) aşağıdaki gibi düzenlenir:

$$Var\left(\overline{y}_{SERSS}\right)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h^2}\sigma^2_{Yh(1)}+\sum_{h=a+1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h^2}\left[\sigma^2_{Yh\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}-\sigma^2_{Yh(1)}\right] \qquad (3.44)$$

3.1.7. Tabakalı Çift Uç Sıralı Küme Örneklemesi Klasik Tahmin Edicisi

Syam ve diğerleri [21] tarafından TÇUSKÖ kullanılarak kitle ortalamasını tahmin etmek için önerilen tahmin ediciler r_h 'ın çift ve tek olmasına göre sırasıyla

$$\bar{y}_{SDERSSE} = \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} Y_{hi(1)} + \sum_{i=\frac{r_h+3}{2}}^{r_h} Y_{hi(r_h)} \right) \tag{3.45}$$

$$\bar{y}_{SDERSSO} = \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h-1}{2}} Y_{hi(1)} + Y_{hi\left(\frac{r_h+1}{2}\right)} + \sum_{i=\frac{r_h+2}{2}}^{r_h} Y_{hi(r_h)} \right) \tag{3.46}$$

şeklinde önerilmiştir.

Burada dağılım simetrik ise $\bar{y}_{SDERSSE}$ ve $\bar{y}_{SDERSSO}$ simetrik dağılımın yansız tahmin edicileridir:

$$E(\bar{y}_{SDERSSE}) = E\left(\sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} Y_{hi(1)} + \sum_{i=\frac{r_h+2}{2}}^{r_h} Y_{hi(r_h)} \right) \right)$$

$$= \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} \mu_{hi(1)} + \sum_{i=\frac{r_h+2}{2}}^{r_h} \mu_{hi(r_h)} \right) \tag{3.47}$$

$$E(\bar{y}_{SDERSSO}) = E\left(\sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h-1}{2}} Y_{hi(1)} + Y_{hi(\frac{r_h+1}{2})} + \sum_{i=\frac{r_h+3}{2}}^{r_h} Y_{hi(r_h)} \right) \right)$$

$$= \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h-1}{2}} \mu_{hi(1)} + \mu_{hi\left(\frac{r_h+1}{2}\right)} + \sum_{i=\frac{r_h+3}{2}}^{r_h} \mu_{hi(r_h)} \right) \tag{3.48}$$

şeklinde gösterilir.

Dağılım simetrik olduğundan $\mu_{h(1)} + \mu_{h(r_h)} = 2\mu_h$ olur ve ortalama ortancaya eşit olur. Böylece aşağıdaki gibi düzenlenir:

$$E(\bar{y}_{SDERSSE}) = \left(\sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{r_h} \mu_{hi} \right) \right) = \left(\sum_{i=1}^{L} W_h \mu_h \right) = \mu \tag{3.49}$$

$$E(\bar{y}_{SDERSSO}) = \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h}{r_h} \left(\left(\frac{r_h - 1}{2} \right) \mu_{h(1)} + \mu_{h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)} + \left(\frac{r_h - 1}{2} \right) \mu_{h(r_h)} \right) = \sum_{h=1}^{L} W_h \mu_h = \mu \qquad (3.50)$$

Burada $\mu_h = \frac{1}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{r_h} \mu_{hi} \right)$ biçimindedir.

Syam ve diğerleri [21] tarafından TÇUSKÖ kullanılarak kitle ortalamasının varyans tahmini için önerilen tahmin ediciler r_h ’ ın çift ve tek olmasına göre sırasıyla,

$$Var(\bar{y}_{SDERSSE}) = \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{r_h^2} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} \sigma_{hi(1)}^2 + \sum_{i=\frac{r_h}{2}+1}^{r_h} \sigma_{hi(r_h)}^2 \right) \qquad (3.51)$$

$$Var(\bar{y}_{SDERSSO}) = \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{r_h^2} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h-1}{2}} \sigma_{hi(1)}^2 + \sum_{i=\frac{r_h+3}{2}}^{r_h} \sigma_{hi(r_h)}^2 + \sigma_{hi\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}^2 \right) \qquad (3.52)$$

olarak bulunmuştur.

Eğer dağılım simetrik ise her tabaka için $\sigma_{hi(1)}^2 < \sigma_h^2$ olduğundan,

$$Var(\bar{y}_{SDERSSE}) = \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{r_h^2} \sigma_{hi}^2 < \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{r_h^2} \sigma_h^2 = Var(\bar{y}_{SRSS}) < Var(\bar{y}_{SRS}) \qquad (3.53)$$

$$Var(\bar{y}_{SDERSSO}) = \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{r_h^2} \sigma_{hi}^2 < \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{r_h^2} \sigma_h^2 = Var(\bar{y}_{SRSS}) < Var(\bar{y}_{SRS}) \qquad (3.54)$$

olur.

3.2. Oransal Tahmin Ediciler

3.2.1. Birleşik Oransal Tahmin Ediciler

3.2.1.1. Tabakalı Rastgele Örneklemede Birleşik Oransal Tahmin Ediciler

N büyüklüğündeki bir kitle, h $(h = 1,2,\dots,L)$ tabaka sayısı olmak üzere N_h büyüklüğündeki tabakalara ayrılmış olsun. X ve Y değişkeni arasındaki ilişki pozitif olduğunda Hansen ve diğerleri [26] tarafından önerilen birleşik oransal tahmin edici,

$$\bar{y}_{RC} = \left(\frac{\bar{y}_{st}}{\bar{x}_{st}}\right)\bar{X} \tag{3.55}$$

olarak tanımlanır. Tahmin edicinin yanı ve hata kareler ortalaması Fark Yöntemi ile aşağıdaki gibi bulunabilir. Burada,

$$\varepsilon_0 = \frac{\bar{y}_{st} - \bar{Y}}{\bar{Y}} \Rightarrow \bar{y}_{st} = \bar{Y}\left(1+\varepsilon_0\right) \tag{3.56}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\bar{x}_{st} - \bar{X}}{\bar{X}} \Rightarrow \bar{x}_{st} = \bar{X}\left(1+\varepsilon_1\right) \tag{3.57}$$

olarak tanımlandığında oransal tahmin edici ε 'lu terimler cinsinden,

$$\bar{y}_{RC} = \bar{Y}\left(1+\varepsilon_0\right)\left(1+\varepsilon_1\right)^{-1} \tag{3.58}$$

şeklinde yazılabilir. Örneklem büyüklüğü n, yeterince büyük olarak seçildiğinde $\left|\frac{\bar{x}_{st} - \bar{X}}{\bar{X}}\right| < 1$ ve $\left|\frac{\bar{y}_{st} - \bar{Y}}{\bar{Y}}\right| < 1$ varsayımı yapılabilir. $|\varepsilon_1| < 1$ olduğundan $\left(1+\varepsilon_1\right)^{-1}$ terimi aşağıda özellikleri verilen MacLaurin Serisi kullanılarak açılabilir.

$f(x)$ fonksiyonu sürekli ve her dereceden türevli olsun. Bu durumda, $f(x)$' in x=a noktasındaki Taylor serisi açılımı,

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f^{(3)}(a)}{3!}(x-a)^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

şeklindedir. Eğer, a=0 ise,

$$f(x) = f(0) + \frac{f^{'}(0)}{1!}x + \frac{f^{''}(0)}{2!}x^2 + \frac{f^{(3)}(0)}{3!}x^3 + ... \quad (3.59)$$

olarak gösterilen seri, MacLaurin Serisi adını almaktadır [27].

Bu durumda

$$(1+\varepsilon_1)^{-1} = 1 - \varepsilon_1 + \varepsilon_1^2 - \varepsilon_1^3 + ... \quad (3.60)$$

olur. Eşitlik (3.60)' da 2.dereceden sonraki terimler ihmal edilirse,

$$\bar{y}_{RC} \cong \bar{Y}(1+\varepsilon_0)(1-\varepsilon_1+\varepsilon_1^2) \quad (3.61)$$

eşitliğine ulaşılır. Eşitlik (3.61)' deki çarpımlar yapılıp 2. dereceden sonraki terimler ihmal edilip beklenen değer alınırsa , $\bar{y}_{RC}$ tahmin edicisinin yanı,

$$Yan(\bar{y}_{RC}) \cong \bar{Y}E(-\varepsilon_1 + \varepsilon_1^2 + \varepsilon_0 - \varepsilon_1\varepsilon_0) \quad (3.62)$$

olur. Burada

$$E(\varepsilon_0) = E(\varepsilon_1) = 0 \quad (3.63)$$

$$E(\varepsilon_0\varepsilon_1) = \frac{\sum_{h=1}^{L} W_h^2 S_{yxh}\psi_h}{\bar{Y}\bar{X}} \quad (3.64)$$

$$E(\varepsilon_1^2) = \frac{\sum_{h=1}^{L} W_h^2 S_{xh}^2\psi_h}{\bar{X}^2} \quad (3.65)$$

$$E(\varepsilon_0^2) = \frac{\sum_{h=1}^{L} W_h^2 S_{yh}^2\psi_h}{\bar{Y}^2} \quad (3.66)$$

olarak tanımlanır. Beklenen değer eşitlikleri yan eşitliğinde yerine konulursa,

$$Yan(\bar{y}_{RC}) \cong \frac{1}{\bar{X}}\sum_{h=1}^{L} W_h^2 \psi_h \left(R S_{xh}^2 - S_{yxh} \right) \tag{3.67}$$

olarak bulunur. Burada S_{xh}^2 ; X değişkeni için h. tabakada birim başına düşen kitle varyansı, S_{yxh} ; h. tabakada birim başına düşen kitle kovaryansı, ψ_h ; h. tabaka için düzeltme terimi , S_{yh}^2 ; Y değişkeni için h. tabakada birim başına düşen kitle varyansı ve R kitlede değişkenler oranı olmak üzere;

$$S_{xh}^2 = \frac{1}{(N_h - 1)}\sum_{i=1}^{N_h}\left(X_{hi} - \bar{X}_h\right)^2, \; S_{yxh} = \frac{1}{(N_h - 1)}\sum_{i=1}^{N_h}\left(Y_{hi} - \bar{Y}_h\right)\left(X_{hi} - \bar{X}_h\right), \; \psi_h = \left(\frac{1}{n_h} - \frac{1}{N_h}\right)$$

$$S_{yh}^2 = \frac{1}{(N_h - 1)}\sum_{i=1}^{N_h}\left(Y_{hi} - \bar{Y}_h\right)^2 \text{ ve } R = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}}$$

olarak tanımlanır.

$\bar{y}_{RC}$ tahmin edicisinin HKO eşitliği ise,

$$HKO(\bar{y}_{RC}) \cong \sum_{h=1}^{L} W_h^2 \psi_h \left(S_{yh}^2 + R^2 S_{xh}^2 - 2 R S_{yxh} \right) \tag{3.68}$$

olarak bulunur.

3.2.1.2. Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesinde Birleşik Oransal Tahmin Ediciler

TSKÖ'nde oransal tahmin edici ilk olarak Samawi ve Siam [15] tarafından önerilmiştir. Tahmin edicide örneklem birimlerinin sıralanmasında Y değişkeni kullanıldığında önerilen birleşik oransal tahmin edici,

$$\bar{y}_{SS(c)}^{*} = \frac{\bar{y}_{(SRSS)}}{\bar{x}_{[SRSS]}}\bar{X} \tag{3.69}$$

olarak tanımlanır. Eşitik (3.69) ,

$$\bar{y}^{*}_{SS(c)}=\frac{\sum_{h=1}^{L}W_h\bar{y}_{h(r_h)}}{\sum_{h=1}^{L}W_h\bar{x}_{h[r_h]}}\bar{X} \tag{3.70}$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\bar{x}_{h[r_h]}=\frac{1}{n_h}\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{r_h}X_{hi[i]k}$, X yardımcı değişkeninin h. tabakaya ait örneklem ortalaması $\bar{x}_{[SRSS]}=\sum_{h=1}^{L}W_h\bar{x}_{h[r_h]}$ ise TSKÖ de ortalama tahmin edicisidir.

Örneklem birimlerinin sıralanmasında X değişkeni kullanıldığında önerilen birleşik oransal tahmin edici,

$$\bar{y}_{SS(c)}=\frac{\bar{y}_{[SRSS]}}{\bar{x}_{h(SRSS)}}\bar{X} \tag{3.71}$$

şeklinde gösterilmektedir. Y ve X değişkeni bakımından sıralama yapıldığında formül kullanımları aynıdır fakat gösterim olarak sıralanan değişken () indisi ile ifade edilirken, diğer değişkene göre sıralanan [ ] indisi ile gösterilir.

Bu tahmin edicilerin yanı ve hata kareler ortalaması Fark Yöntemi ile aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$\delta_0=\frac{\bar{y}_{(SRSS)}-\bar{Y}}{\bar{Y}}\Rightarrow\bar{y}_{(SRSS)}=\bar{Y}\left(1+\delta_0\right) \tag{3.72}$$

$$\delta_1=\frac{\bar{x}_{[SRSS]}-\bar{X}}{\bar{X}}\Rightarrow\bar{x}_{[SRSS]}=\bar{X}\left(1+\delta_1\right) \tag{3.73}$$

olarak tanımlandığında beklenen değerler

$$E\left(\delta_0\right)=E\left(\delta_1\right)=0 \tag{3.74}$$

$$E\left(\delta_0^2\right)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^{\;2}}{n_h}\left(\frac{S_{yh}^2}{\bar{Y}^2}-\frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h}D_{yh(i)}^2\right) \tag{3.75}$$

$$E\left(\delta_1^2\right)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^{\;2}}{n_h}\left(\frac{S_{xh}^2}{\bar{X}^2}-\frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h}D_{xh[i]}^2\right) \tag{3.76}$$

$$E\left(\delta_0\delta_1\right)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^{\;2}}{n_h}\left(\frac{S_{xhyh}}{\bar{X}\bar{Y}}-\frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h}D_{xh[i]yh(i)}\right) \tag{3.77}$$

olarak bulunur.

Burada

$$D_{yh(i)}^2=\frac{\left(\mu_{Yh(i)}-\mu_{Yh}\right)^2}{\bar{Y}^2},\; D_{x_h[i]}^2=\frac{\left(\mu_{Xh[i]}-\mu_{Xh}\right)^2}{\bar{X}^2},\; D_{x_h[i]y_h(i)}=\frac{\left(\mu_{Xh[i]}-\mu_{Xh}\right)\left(\mu_{Yh(i)}-\mu_{Yh}\right)}{\bar{X}\bar{Y}}$$

şeklindedir.

Elde edilen beklenen değer eşitlikleri yan eşitliğinde yerine konulduğunda $\bar{y}_{SS(c)}^{*}$ ve $\bar{y}_{SS(c)}$ tahmin edicilerinin yanları sırasıyla,

$$Yan\left(\bar{y}_{SS(c)}^{*}\right)\cong\sum_{i=1}^{L}\frac{W_h^{\;2}}{n_h}\bar{Y}\left(\frac{S_{xh}^2}{\bar{X}^2}-\frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h}D_{xh[i]}^2-\frac{S_{xhyh}}{\bar{Y}\bar{X}}+\frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h}D_{xh[i]yh(i)}\right) \tag{3.78}$$

$$Yan\left(\bar{y}_{SS(c)}\right)\cong\sum_{i=1}^{L}\frac{W_h^{\;2}}{n_h}\bar{Y}\left(\frac{S_{xh}^2}{\bar{X}^2}-\frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h}D_{xh(i)}^2-\frac{S_{xhyh}}{\bar{Y}\bar{X}}+\frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h}D_{xh(i)yh[i]}\right) \tag{3.79}$$

olarak bulunur.

$\bar{y}_{SS(c)}^{*}$ ve $\bar{y}_{SS(c)}$ tahmin edicilerinin HKO değerleri,

$$HKO\left(\bar{y}_{SS(c)}^{*}\right)\cong\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{n_h}\bar{Y}^2\left(\frac{S_{xh}^2}{\bar{X}^2}+\frac{S_{yh}^2}{\bar{Y}^2}-2\frac{S_{xhyh}}{\bar{Y}\bar{X}}-\frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h}\left(D_{xh[i]}-D_{yh(i)}\right)^2\right) \tag{3.80}$$

$$HKO\left(\bar{y}_{SS(c)}\right)\cong\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{n_h}\bar{Y}^2\left(\frac{S_{xh}^2}{\bar{X}^2}+\frac{S_{yh}^2}{\bar{Y}^2}-2\frac{S_{xhyh}}{\bar{Y}\bar{X}}-\frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h}\left(D_{xh(i)}-D_{yh[i]}\right)^2\right) \tag{3.81}$$

olarak bulunur.

Burada,

$$D_{yh(i)} = \frac{\mu_{Yh(i)} - \mu_{Yh}}{\bar{Y}} \text{ ve } D_{xh[i]} = \frac{\mu_{Xh[i]} - \mu_{Xh}}{\bar{X}}$$

olarak tanımlanır. Eşitlik (3.79) ve eşitlik (3.81) de verilen teorik yan ve HKO 'nın tanıtı Ek1 de ayrıntılı olarak verilmiştir. Diğer yöntemler içinde benzer işlemler yapılmıştır.

Mandowara ve Mehta [20] TSKÖ yönteminde ortalama tahmini için yardımcı değişkenin ortalamasına ek olarak değişim katsayısı ve basıklık gibi farklı tahmin ediciler önermişlerdir.

Mandowara ve Mehta [20] tahmin edicileri aşağıdaki gibidir:

$$\bar{y}_{MM1} = \bar{y}_{[SRSS]} \frac{\bar{X} + C_{st}}{\bar{x}_{(SRSS)} + C_{st}} \tag{3.82}$$

$$\bar{y}_{MM2} = \bar{y}_{[SRSS]} \frac{\bar{X} + \beta_{st}}{\bar{x}_{(SRSS)} + \beta_{st}} \tag{3.83}$$

$$\bar{y}_{MM3} = \bar{y}_{[SRSS]} \frac{\bar{X}\beta_{st} + C_{st}}{\bar{x}_{(SRSS)}\beta_{st} + C_{st}} \tag{3.84}$$

$$\bar{y}_{MM4} = \bar{y}_{[SRSS]} \frac{\bar{X}C_{st} + \beta_{st}}{\bar{x}_{(SRSS)}C_{st} + \beta_{st}}. \tag{3.85}$$

Burada $C_{st} = \sum_{h=1}^{L} W_h C_{xh}$ ve $\beta_{st} = \sum_{h=1}^{L} W_h \beta_{2h(x)}$ eşitlikleri kullanılmıştır.

$\bar{y}_{MM1}$, $\bar{y}_{MM2}$, $\bar{y}_{MM3}$ ve $\bar{y}_{MM4}$ tahmin edicilerinin yanları $j = 1,2,3,4$ olmak üzere,

$$Yan\left(\bar{y}_{MMj}\right) = \bar{Y}\left[\sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{n_h}\left(\frac{\lambda_j^2 S_{xh}^2}{\bar{X}^2} - \frac{\lambda_j S_{xhyh}}{\bar{X}\bar{Y}} - \frac{m}{n_h}\sum_{h=1}^{r_h}\left\{\lambda_j^2 D_{xh(i)}^2 - \lambda_j D_{xh(i)yh[i]}\right\}\right)\right] \tag{3.86}$$

biçiminde tanımlanır. Burada,

$\lambda_1 = \dfrac{\overline{X}}{\overline{X}+C_{st}}$, $\lambda_2 = \dfrac{\overline{X}}{\overline{X}+\beta_{st}}$, $\lambda_3 = \dfrac{\overline{X}\beta_{st}}{\overline{X}\beta_{st}+\beta_{st}}$ ve $\lambda_4 = \dfrac{\overline{X}C_{st}}{\overline{X}C_{st}+\beta_{st}}$ olarak tanımlanır. $\overline{y}_{MM1}$, $\overline{y}_{MM2}$, $\overline{y}_{MM3}$ ve $\overline{y}_{MM4}$ tahmin edicilerinin HKO değerleri $j=1,2,3,4$ olmak üzere,

$$HKO\left(\overline{y}_{MMj}\right)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^{\,2}}{n_h}\left\{S_{yh}^2+R^2\lambda_j^2S_{xh}^2-2R\lambda_jS_{xhyh}-\overline{Y}^2\frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h}\left(D_{yh[i]}-\lambda_jD_{xh(i)}\right)^2\right\} \tag{3.87}$$

şeklinde elde edilmiştir.

3.2.1.3. Tabakalı Medyan Sıralı Küme Örneklemesi Birleşik Oransal Tahmin Ediciler

Khan ve diğerleri [23] ise TMSKÖ'de sonlu kitle ortalaması tahmini için iki farklı oransal tahmin edici önermişlerdir:

Khan ve diğerlerinin [23] önerdikleri ilk oransal tahmin edici,

$$\overline{y}_{R(S_tMRSSk)p}=\overline{y}_{[S_tMRSSk]}\frac{\sum_{h=1}^{L}W_h(a_h\overline{X}_h+b_h)}{\sum_{h=1}^{L}W_h(a_h\overline{x}_{h(MRSS)}+b_h)} \tag{3.88}$$

biçiminde tanımlanır.

Burada $\overline{y}_{[S_tMRSS]}=\sum_{h=1}^{L}W_h\overline{y}_{h(MRSS)}$ ve $\overline{x}_{[S_tMRSS]}=\sum_{h=1}^{L}W_h\overline{x}_{h(MRSS)}$ sırasıyla ilgilenilen değişken ile yardımcı değişkenin TMSKÖ de ortalama tahmin edicileridir. Ayrıca a_h ve b_h kitlenin bilinen parametreleridir. Bunlar değişim katsayısı, basıklık katsayısı veya çeyreklik katsayısı gibi yardımcı değişken bilgisi olabilir. Ayrıca $k=O,E$ örneklem büyüklüğünün sırasıyla tek ya da çift olduğunu gösterir.

$\overline{y}_{R(S_tMRSSk)p}$ tahmin edicisinin yanı ve HKO Fark Yöntemi ile aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$\xi_{0(k)}=\frac{\bar{y}_{[S_tMRSSk]}-\bar{Y}}{\bar{Y}}\Rightarrow \bar{y}_{[S_tMRSSk]}=\bar{Y}\left(1+\xi_{0(k)}\right) \tag{3.89}$$

$$\xi_{1(k)}=\frac{\bar{x}_{(S_tMRSSk)}-\bar{X}}{\bar{X}}\Rightarrow \bar{x}_{(S_tMRSSk)}=\bar{X}\left(1+\xi_{1(k)}\right) \tag{3.90}$$

olarak tanımlandığında $\xi_{0(k)}$ ve $\xi_{1(k)}$ 'ın beklenen değerleri örneklem büyüklüğünün tek ve çift olmasına göre sırasıyla,

$$E(\xi_{0(O)})=E(\xi_{1(O)})=0 \tag{3.91}$$

$$E\left(\xi_{0(O)}^2\right)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h}\left(\frac{\sigma^2_{y_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{Y}_h^2}\right) \tag{3.92}$$

$$E\left(\xi_{1(O)}^2\right)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h}\left(\frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2}\right) \tag{3.93}$$

$$E\left(\xi_{0(O)}\xi_{1(O)}\right)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h}\left(\frac{\sigma^2_{yx_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{X}_h\bar{Y}_h}\right) \tag{3.94}$$

$$E(\xi_{0(E)})=E(\xi_{1(E)})=0 \tag{3.95}$$

$$E\left(\xi_{0(E)}^2\right)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{2r_h}\left(\frac{\sigma^2_{y_h\left(\frac{r_h}{2}\right)}+\sigma^2_{y_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{Y}_h^2}\right) \tag{3.96}$$

$$E\left(\xi_{1(E)}^2\right)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{2r_h}\left(\frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h}{2}\right)}+\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2}\right) \tag{3.97}$$

$$E\left(\xi_{0(E)}\xi_{1(E)}\right)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{2r_h}\left(\frac{\sigma^2_{yx_h\left(\frac{r_h}{2}\right)}+\sigma^2_{yx_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{X}_h\bar{Y}_h}\right) \tag{3.98}$$

şeklindedir.

$\bar{y}_{R(S_tMRSSk)p}$ tahmin edicisi yukarıda tanımlanan $\xi_{0(k)}$ ve $\xi_{1(k)}$ $(k = O,E)$ terimleri cinsinden yazılıp Fark yöntemi ile beklenen değer eşitlikleri kullanıldığında örneklem sayısının tek ve çift olmasına göre $\bar{y}_{R(S_tMRSSk)p}$ 'nin yanları sırasıyla,

$$Yan(\bar{y}_{R(S_tMRSSO)p}) \cong \bar{Y}\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h}\left[\lambda^2\frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2} - \lambda\frac{\sigma_{yx_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{X}_h\bar{Y}_h}\right] \tag{3.99}$$

$$Yan(\bar{y}_{R(S_tMRSSE)p}) \cong \bar{Y}\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{2r_h}\left[\lambda^2\left(\frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2}\right) - \lambda\left(\frac{\sigma_{yx_h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sigma_{yx_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{X}_h\bar{Y}_h}\right)\right]. \tag{3.100}$$

Eşitliklerdeki λ değeri,

$$\lambda = \frac{\sum_{h=1}^{L} W_h a_h \bar{X}_h}{\sum_{h=1}^{L} W_h (a_h \bar{X}_h + b_h)} \tag{3.101}$$

olarak tanımlanır. $\bar{y}_{R(S_tMRSSk)p}$ tahmin edicisinin HKO değerleri,

$$HKO(\bar{y}_{R(S_tMRSSO)p}) \cong \bar{Y}^2\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h}\left[\frac{\sigma^2_{y_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{Y}_h^2} + \lambda^2\frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2} - 2\lambda\frac{\sigma_{yx_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{X}_h\bar{Y}_h}\right] \tag{3.102}$$

$$HKO(\bar{y}_{R(S_tMRSSE)p}) \cong \bar{Y}^2\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{2r_h}\left[\left(\frac{\sigma^2_{y_h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sigma^2_{y_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{Y}_h^2}\right) + \lambda^2\left(\frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2}\right)\right]$$

$$-\overline{Y}^2\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{2r_h}\left[\lambda\overline{Y}^2\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h}\left(\frac{\sigma_{yx_h\left(\frac{r_h}{2}\right)}+\sigma_{yx_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\overline{X}_h\overline{Y}_h}\right)\right] \qquad (3.103)$$

biçiminde elde edilmiştir.

Khan ve diğerleri [23] önerdikleri $\overline{y}_{R(S_tMRSSk)p}$ tahmin edicisinde a_h ve b_h kitle parametrelerine farklı yardımcı değişken bilgisi ve değerler kullanıldığında önerilen tahmin ediciler Çizelge 3.1' de gösterilmiştir.

Çizelge 3.1. Farklı a_h ve b_h değerleri ile önerilen tahmin ediciler

$a_h=1\ ,\ b_h=0$	$\overline{y}_{R(S_tMRSSk)1}=\overline{y}_{[S_tMRSSk]}\left(\dfrac{\overline{X}}{\overline{x}_{(S_tMRSSk)}}\right)$
$a_h=1\ ,\ b_h=C_{xh}$	$\overline{y}_{R(S_tMRSSk)2}=\overline{y}_{[S_tMRSSk]}\dfrac{\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\overline{X}_h+C_{xh}\right)}{\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\overline{x}_{h(MRSS)}+C_{xh}\right)}$
$a_h=1\ ,\ b_h=\beta_{2(xh)}$	$\overline{y}_{R(S_tMRSSk)3}=\overline{y}_{[S_tMRSSk]}\dfrac{\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\overline{X}_h+\beta_{2(xh)}\right)}{\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\overline{x}_{h(MRSS)}+\beta_{2(xh)}\right)}$
$a_h=\beta_{2(xh)}\ ,\ b_h=C_{xh}$	$\overline{y}_{R(S_tMRSSk)4}=\overline{y}_{[S_tMRSSk]}\dfrac{\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\overline{X}_h\beta_{2(xh)}+C_{xh}\right)}{\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\overline{x}_{h(MRSS)}\beta_{2(xh)}+C_{xh}\right)}$
$a_h=C_{xh}\ ,\ b_h=\beta_{2(xh)}$	$\overline{y}_{R(S_tMRSSk)5}=\overline{y}_{[S_tMRSSk]}\dfrac{\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\overline{X}_hC_{xh}+\beta_{2(xh)}\right)}{\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\overline{x}_{h(MRSS)}C_{xh}+\beta_{2(xh)}\right)}$

$\bar{y}_{R(S_tMRSSk)1}, \bar{y}_{R(S_tMRSSk)2}, \bar{y}_{R(S_tMRSSk)3}, \bar{y}_{R(S_tMRSSk)4}$ ve $\bar{y}_{R(S_tMRSSk)5}$ tahmin edicilerinin örneklem sayısının tek ve çift olmasına göre yanları sırasıyla $p = 1,2,3,4,5$ $i = 0,1,2,3,4$ olmak üzere,

$$Yan(\bar{y}_{R(S_tMRSSO)p}) \cong \bar{Y} \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{r_h} \left[\lambda_i^2 \frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2} - \lambda_i \frac{\sigma_{yx_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{Y}_h \bar{X}_h} \right] \tag{3.104}$$

$$Yan(\bar{y}_{R(S_tMRSSE)p}) \cong \bar{Y} \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{2r_h} \left[\lambda_i^2 \left(\frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2} \right) - \lambda_i \left(\frac{\sigma_{yx_h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sigma_{yx_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{Y}_h \bar{X}_h} \right) \right] \tag{3.105}$$

olarak bulunur. Burada,

$$\lambda_o = \frac{\bar{X}}{\bar{X}} = 1,\ \lambda_1 = \frac{\bar{X}}{\bar{X} + C_{st}}, \lambda_2 = \frac{\bar{X}}{\bar{X} + \beta_{st}}, \lambda_3 = \frac{\bar{X}\beta_{st}}{\bar{X}\beta_{st} + C_{xh}} \text{ ve } \lambda_4 = \frac{\bar{X}C_{xh}}{\bar{X}C_{xh} + \beta_{st}} .$$

Ayrıca $\bar{y}_{R(S_tMRSSk)1}, \bar{y}_{R(S_tMRSSk)2}, \bar{y}_{R(S_tMRSSk)3}, \bar{y}_{R(S_tMRSSk)4}$ ve $\bar{y}_{R(S_tMRSSk)5}$ tahmin edicilerinin örneklem sayısının tek ve çift olmasına göre HKO değerleri sırasıyla $p = 1,2,3,4,5$ $i = 0,1,2,3,4$ olmak üzere,

$$HKO(\bar{y}_{R(S_tMRSSO)p}) \cong \bar{Y}^2 \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{r_h} \left[\frac{\sigma^2_{y_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{Y}_h^2} + \lambda_i^2 \frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2} - 2\lambda_i \frac{\sigma_{yx_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{X}_h \bar{Y}_h} \right] \tag{3.106}$$

$$HKO(\bar{y}_{R(S_tMRSSE)p}) \cong \bar{Y}^2 \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{2r_h} \left[\left(\frac{\sigma^2_{y_h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sigma^2_{y_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{Y}_h^2} \right) + \lambda_i^2 \left(\frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2} \right) \right]$$

$$- \lambda_i \bar{Y}^2 \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{r_h} \left(\frac{\sigma_{yx_h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sigma_{yx_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{X}_h \bar{Y}_h} \right) \tag{3.107}$$

olur.

Khan ve diğerlerinin [23] önerdikleri ikinci oransal tahmin edici,

$$\bar{y}_{(S_t MRSSk)G} = \bar{y}_{[S_t MRSSk]} \left[\omega \frac{\sum_{h=1}^{L} W_h (\bar{X}_h + q_{1h})}{\sum_{h=1}^{L} W_h (\bar{x}_{h(MRSS)} + q_{1h})} + (1\text{-}\omega) \frac{\sum_{h=1}^{L} W_h (\bar{X}_h + q_{3h})}{\sum_{h=1}^{L} W_h (\bar{x}_{h(MRSS)} + q_{3h})} \right] \tag{3.108}$$

biçiminde tanımlanmışlardır.

Burada ω skaler sayısıdır. q_{1h} ve q_{3h} ise *h*. tabakanın yardımcı değişken bakımından birinci ve üçünü çeyreklik değerleridir.

$\bar{y}_{(S_t MRSSk)G}$ tahmin edicilerinin yanları örneklem sayısının tek ve çift olmasına göre sırasıyla,

$$Yan(\bar{y}_{(S_t MRSSO)G}) \cong \bar{Y} \left\{ \eta_2^2 + \omega(\eta_1^2 \text{-} \eta_2^2) \right\} \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{r_h} \left(\frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2} \right)$$

$$\text{-}\bar{Y} \left\{ \eta_2 + \omega(\eta_1 \text{-} \eta_2) \right\} \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{r_h} \left(\frac{\sigma^2_{y_h x_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{Y}_h \bar{X}_h} \right) \tag{3.109}$$

$$Yan(\bar{y}_{(S_t MRSSE)G}) \cong \bar{Y} \left\{ \eta_2^2 + \omega(\eta_1^2 \text{-} \eta_2^2) \right\} \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{2r_h} \left(\frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2} \right)$$

$$\text{-}\bar{Y} \left\{ \eta_2 + \omega(\eta_1 \text{-} \eta_2) \right\} \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{2r_h} \left[\frac{\sigma_{yx_h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sigma_{yx_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{Y}_h \bar{X}_h} \right] \tag{3.110}$$

olarak elde edilmiştir. Burada

$$\eta_1 = \frac{\sum_{h=1}^{L} W_h \bar{X}_h}{\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h + q_{1h}\right)} \text{ ve } \eta_2 = \frac{\sum_{h=1}^{L} W_h \bar{X}_h}{\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h + q_{3h}\right)}$$

olarak tanımlanmıştır. $\bar{y}_{(S_t MRSSk)G}$ tahmin edicilerinin HKO değerleri,

$$HKO(\bar{y}_{(S_t MRSSO)G}) \cong \bar{Y}^2 \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{r_h} \left[\frac{\sigma^2_{y_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{Y}_h^2} + \left\{\eta_2 + k(\eta_1 - \eta_2)\right\}^2 \frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2} \right]$$

$$-2\bar{Y}^2 \left\{\eta_2 + \omega(\eta_1 - \eta_2)\right\} \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{r_h} \left(\frac{\sigma^2_{yx_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{X}_h \bar{Y}_h} \right) \quad (3.111)$$

$$HKO(\bar{y}_{(S_t MRSSE)G}) \cong \bar{Y}^2 \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{2r_h} \left[\left(\frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)} + \sigma^2_{y_h\left(\frac{r_h}{2}\right)}}{\bar{Y}_h^2} \right) + \left\{\eta_2 + \omega(\eta_1 - \eta_2)\right\}^2 \left(\frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2} \right) \right]$$

$$-\bar{Y}^2 \left\{\eta_2 + \omega(\eta_1 - \eta_2)\right\} \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{r_h} \left(\frac{\sigma^2_{yx_h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sigma^2_{yx_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{X}_h \bar{Y}_h} \right) \quad (3.112)$$

biçiminde tanımlanır.

Khan ve diğerleri [23] önerdikleri $\bar{y}_{(S_t MRSSk)G}$ tahmin edicisinde ω skaler sayısı için aşağıdaki değerler kullanıldığında önerilen tahmin ediciler Çizelge 3.2.'de verilmiştir.

Çizelge 3.2. Farklı ω skaler sayıları ile önerilen tahmin ediciler

$\omega = 1$	$\bar{y}_{(S_t MRSSk)6} = \bar{y}_{[S_t MRSSk]} \dfrac{\sum_{h=1}^{L} W_h(\bar{X}_h + q_{1h})}{\sum_{h=1}^{L} W_h(\bar{x}_{h(MRSS)} + q_{1h})}$
$\omega = 0$	$\bar{y}_{(S_t MRSSk)7} = \bar{y}_{[S_t MRSSk]} \dfrac{\sum_{h=1}^{L} W_h(\bar{X}_h + q_{3h})}{\sum_{h=1}^{L} W_h(\bar{x}_{h(MRSS)} + q_{3h})}$

Burada $\bar{y}_{(S_t MRSSk)6}$ ve $\bar{y}_{(S_t MRSSk)7}$ tahmin edicilerinin örneklem sayısının tek ve çift olmasına göre yanları sırasıyla $i = 1,2$ ve $G = 6,7$ olmak üzere,

$$Yan(\bar{y}_{(S_t MRSSO)G}) \cong \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{r_h} \left(\eta_i^2 \frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2} - \eta_i \frac{\sigma^2_{y_h x_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{Y}_h \bar{X}_h} \right) \tag{3.113}$$

$$Yan(\bar{y}_{(S_t MRSSE)G}) \cong \bar{Y} \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{2r_h} \left[\eta_i^2 \left(\frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2} \right) - \eta_i \left(\frac{\sigma_{yx_h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sigma_{yx_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{X}_h \bar{Y}_h} \right) \right] \tag{3.114}$$

biçiminde elde edilir.

$\bar{y}_{(S_t MRSSk)6}$ ve $\bar{y}_{(S_t MRSSk)7}$ tahmin edicilerinin örneklem sayısının tek ve çift olmasına göre HKO değerleri sırasıyla $i = 1,2$ ve $G = 6,7$ olmak üzere,

$$HKO(\bar{y}_{(S_t MRSSO)G}) \cong \bar{Y}^2 \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{r_h} \left(\frac{\sigma^2_{y_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{Y}_h^2} + \eta_i^2 \frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2} - 2\eta_i \frac{\sigma^2_{y_h x_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{\bar{Y}_h \bar{X}_h} \right) \tag{3.115}$$

$$HKO(\bar{y}_{(S_t MRSSE)G}) \cong \bar{Y}^2 \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{2r_h} \left[\left(\frac{\sigma^2_{y_h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sigma^2_{y_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{Y}_h^2} \right) + \eta_i^2 \left(\frac{\sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sigma^2_{x_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{X}_h^2} \right) \right]$$

$$-\bar{Y}^2\eta_i\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h}\left(\frac{\sigma_{yx_h\left(\frac{r_h}{2}\right)}+\sigma_{yx_h\left(\frac{r_h+2}{2}\right)}}{\bar{X}_h\bar{Y}_h}\right) \tag{3.116}$$

olarak tanımlanır.

3.2.1.4. Tabakalı Çift Sıralı Küme Örneklemesi Birleşik Oransal Tahmin Edicileri

Khan ve diğerleri [22] tarafından TÇSKÖ kullanılarak kitle ortalamasını tahmin etmek için önerilen oransal tahmin edici

$$\bar{y}_{R(S_tDRSS)SS}=\bar{y}_{[S_tDRSS]}\left(\frac{\bar{X}}{\bar{x}_{(S_tDRSS)}}\right) \tag{3.117}$$

şeklindedir.

Burada $\bar{y}_{[S_tDRSS]}=\sum_{h=1}^{L}W_h\bar{y}_{h[DRSS]}$ ve $\bar{x}_{(S_tDRSS)}=\sum_{h=1}^{L}W_h\bar{x}_{h(DRSS)}$ sırasıyla ilgilenilen değişken ile yardımcı değişkenin TÇSKÖ de ortalama tahmin edicileridir.

Tahmin edicinin yanı ve hata kareler ortalaması Fark Yöntemiyle aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$\varphi_0=\frac{\bar{y}_{[S_tDRSS]}-\bar{Y}}{\bar{Y}} \tag{3.118}$$

$$\varphi_1=\frac{\bar{x}_{(S_tDRSS)}-\bar{X}}{\bar{X}} \tag{3.119}$$

olarak tanımlandığında φ_0 ve φ_1 beklenen değerleri $i=0,1$ olmak üzere,

$$E(\varphi_i)=0 \tag{3.120}$$

$$E(\varphi_0^2)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^{\,2}}{r_h}\left(C_{yh}^2-\frac{1}{r_h}\sum_{i=1}^{r_h}W_{yh[i:rh]}^{\,2[i:rh]}\right) \tag{3.121}$$

$$E(\varphi_1^2)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^{\,2}}{r_h}\left(C_{xh}^2-\frac{1}{r_h}\sum_{i=1}^{r_h}W_{xh(i:rh)}^{\,2(i:rh)}\right) \tag{3.122}$$

$$E(\varphi_0\varphi_1)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^{\,2}}{r_h}\left(\rho_{yxh}C_{yh}C_{xh}-\frac{1}{r_h}\sum_{i=1}^{r_h}W_{xh(i:rh)}^{(i:rh)}W_{yh[i:rh]}^{[i:rh]}\right) \tag{3.123}$$

biçiminde tanımlanır. Eşitliklerdeki,

Burada

$$W_{yh[i:rh]}^{2[i:rh]}=\frac{\left(\mu_{yh[i:rh]}^{[i:rh]}-\overline{Y}_h\right)^2}{\overline{Y}^2},\ W_{xh(i:rh)}^{2(i:rh)}=\frac{\left(\mu_{xh(i:rh)}^{(i:rh)}-\overline{X}_h\right)^2}{\overline{X}^2}\quad \text{ve}$$

$$W_{xh(i:rh)}^{(i:rh)}W_{yh[i:rh]}^{[i:rh]}=\frac{\left(\mu_{xh(i:rh)}^{(i:rh)}-\overline{X}_h\right)\left(\mu_{yh[i:rh]}^{[i:rh]}-\overline{Y}_h\right)}{\overline{X}\,\overline{Y}}$$

olarak tanımlanır.

Elde edilen beklenen değer eşitlikleri yan eşitliğinde yerine konulduğunda $\overline{y}_{R(S_t DRSS)SS}$ tahmin edicisinin yanı,

$$Yan(\overline{y}_{R(S_t DRSS)SS})\cong\overline{Y}\left[\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{mr_h}\left(C_{xh}^2-\rho_{yxh}C_{yh}C_{xh}\right)\right]$$
$$-\overline{Y}\left[\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{mr_h^2}\left(\sum_{i=1}^{r_h}W_{xh(i:rh)}^{2(i:rh)}-\sum_{i=1}^{r_h}W_{xh(i:rh)}^{(i:rh)}W_{yh[i:rh]}^{[i:rh]}\right)\right] \tag{3.124}$$

olarak bulunur.

$\overline{y}_{R(S_t DRSS)SS}$ tahmin edicisinin HKO değeri,

$$HKO(\overline{y}_{R(S_t DRSS)SS})\cong\overline{Y}^2\left[\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{mr_h}\left(C_{yh}^2+C_{xh}^2-2\rho_{yxh}C_{xh}C_{yh}\right)\right]$$

$$-\overline{Y}^2\left[\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{mr_h^2}\sum_{i=1}^{r_h}\left(W_{yh[i:rh]}^{[i:rh]}-W_{xh(i:rh)}^{(i:rh)}\right)^2\right] \tag{3.125}$$

biçiminde elde edilir. Burada,

$$W_{yh[i:rh]}^{[i:rh]} = \frac{\mu_{yh[i:rh]}^{[i:rh]} - \bar{Y}_h}{\bar{Y}} \quad \text{ve} \quad W_{xh(i:rh)}^{(i:rh)} = \frac{\mu_{xh(i:rh)}^{(i:rh)} - \bar{X}_h}{\bar{X}}$$

olarak tanımlanmıştır.

Khan ve diğerleri [22] tabakalı çift sıralı küme örneklemesi yönteminde ortalama tahmini için çalışmalarında yardımcı değişkenin ortalamasına ek olarak değişim ve basıklık katsayıları kullanarak farklı tahmin ediciler önermişlerdir.

Khan ve diğerlerinin [22] önerdiği tahmin ediciler aşağıdaki gibidir:

$$\bar{y}_{R(S_t DRSS)SD} = \bar{y}_{[S_t DRSS]} \frac{\sum_{h=1}^{L} W_h (\bar{X}_h + C_{xh})}{\sum_{h=1}^{L} W_h (\bar{x}_{h(DRSS)} + C_{xh})} \tag{3.126}$$

$$\bar{y}_{R(S_t DRSS)KC} = \bar{y}_{[S_t DRSS]} \frac{\sum_{h=1}^{L} W_h [\bar{X}_h + \beta_{2(xh)}]}{\sum_{h=1}^{L} W_h [\bar{x}_{h(r_h)} + \beta_{2(xh)}]} \tag{3.127}$$

$$\bar{y}_{R(S_t DRSS)US1} = \bar{y}_{[S_t DRSS]} \frac{\sum_{h=1}^{L} W_h [\bar{X}_h \beta_{2(xh)} + C_{xh}]}{\sum_{h=1}^{L} W_h [\bar{x}_{h(r_h)} \beta_{2(xh)} + C_{xh}]} \tag{3.128}$$

$$\bar{y}_{R(S_t DRSS)US2} = \bar{y}_{[S_t DRSS]} \frac{\sum_{h=1}^{L} W_h [\bar{X}_h C_{xh} + \beta_{2(xh)}]}{\sum_{h=1}^{L} W_h \left[\bar{x}_{h(r_h)} C_{xh} + \beta_{2(xh)} \right]} \tag{3.129}$$

$\bar{y}_{R(S_t DRSS)SD}$, $\bar{y}_{R(S_t DRSS)KC}$, $\bar{y}_{R(S_t DRSS)US1}$ ve $\bar{y}_{R(S_t DRSS)US2}$ tahmin edicilerinin yanları $i = 1,2,3,4$, $F = SD, KC, US1, US2$ olmak üzere,

$$Yan(\bar{y}_{R(S_tDRSS)F}) \cong \bar{Y}\left[\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{mr_h}\left(\lambda_i^2C_{xh}^2 - \lambda_i\rho_{yxh}C_{yh}C_{xh}\right)\right]$$

$$-\bar{Y}\left[\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{mr_h^2}\left(\lambda_i^2\sum_{i=1}^{r_h}W_{xh(i:rh)}^{2(i:rh)} - \lambda_i\sum_{i=1}^{r_h}W_{xh(i:rh)}^{(i:rh)}W_{yh[i:rh]}^{[i:rh]}\right)\right] \quad (3.130)$$

olarak hesaplanmıştır.

Burada

$$\lambda_1 = \frac{\bar{X}}{\bar{X}+C_{st}}, \lambda_2 = \frac{\bar{X}}{\bar{X}+\beta_{st}}, \lambda_3 = \frac{\bar{X}\beta_{st}}{\bar{X}\beta_{st}+C_{st}} \text{ ve } \lambda_4 = \frac{\bar{X}C_{st}}{\bar{X}C_{st}+\beta_{st}}$$

olarak tanımlanmıştır.

Ayrıca $\bar{y}_{R(S_tDRSS)SD}, \bar{y}_{R(S_tDRSS)KC}, \bar{y}_{R(S_tDRSS)US1}$ ve $\bar{y}_{R(S_tDRSS)US2}$ tahmin edicilerinin HKO değerleri $i=1,2,3,4$, $F = SD, KC, US1, US2$ olmak üzere,

$$HKO(\bar{y}_{R(S_tDRSS)F}) \cong \bar{Y}^2\left[\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{mr_h}\left(C_{yh}^2 + \lambda_i^2C_{xh}^2 - 2\lambda_i\rho_{yxh}C_{xh}C_{yh}\right)\right]$$

$$-\bar{Y}\left[\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{mr_h^2}\sum_{i=1}^{r_h}\left(W_{yh[i:rh]}^{[i:rh]} - \lambda_iW_{xh(i:rh)}^{(i:rh)}\right)^2\right] \quad (3.131)$$

şeklinde elde edilmiştir.

3.2.2. Ayrı Oransal Tahmin Ediciler

3.2.2.1. Tabakalı Rastgele Örneklemede Ayrı Oransal Tahmin Ediciler

X ve Y değişkenleri arasında pozitif bir korelasyon varsa Hansen ve diğerleri [26] tarafından önerilen ayrı oransal tahmin edici,

$$\bar{y}_{RS} = \frac{\bar{y}_{st}}{\bar{x}_{st}}\bar{X}_h \quad (3.132)$$

olarak tanımlanır.

$\bar{y}_{RS}$ tahmin edicisinin yanı ve HKO Fark Yöntemi ile aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$\varepsilon_{0h} = \frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h} \Rightarrow \bar{y}_h = \bar{Y}_h\left(1+\varepsilon_{0h}\right) \tag{3.133}$$

$$\varepsilon_{1h} = \frac{\bar{x}_h - \bar{X}_h}{\bar{X}_h} \Rightarrow \bar{x}_h = \bar{X}_h\left(1+\varepsilon_{1h}\right) \tag{3.134}$$

olarak tanımlandığında beklenen değerler

$$E\left(\varepsilon_{0h}\right) = E\left(\varepsilon_{1h}\right) = 0 \tag{3.135}$$

$$E(\varepsilon_{0h}\varepsilon_{1h}) = \psi_h C_{xyh} \tag{3.136}$$

$$E\left(\varepsilon_{1h}^2\right) = \psi_h C_{xh}^2 \tag{3.137}$$

$$E\left(\varepsilon_0^2\right) = \psi_h C_{yh}^2 \tag{3.138}$$

şeklindedir. Eşitliklerdeki C_{xh}, C_{yh} ve C_{xyh} değişim katsayıları olmak üzere,

$$C_{xh}^2 = \frac{S_{xh}^2}{\bar{X}_h^2} \ , \quad C_{yh}^2 = \frac{S_{yh}^2}{\bar{Y}_h^2} \quad \text{ve} \quad C_{xyh} = \frac{S_{xyh}}{\bar{X}_h \bar{Y}_h}$$

olarak tanımlanır.

$\bar{y}_{RS}$ tahmin edicisi yukarıda tanımlanan ε_{0h} ve ε_{1h} terimleri cinsinden yazılıp Fark yöntemi ile beklenen değer eşitlikleri kullanıldığında $\bar{y}_{RS}$'nin yanı,

$$Yan(\bar{y}_{RS}) \cong \sum_{h=1}^{L} W_h \psi_h \bar{Y}_h C_{xh}^2 \left(1 - K_h\right) \tag{3.139}$$

olarak bulunur. Burada

$$K_h = \rho_h \frac{C_{yh}}{C_{xh}}$$

olmaktadır.

$\bar{y}_{RS}$ tahmin edicisinin HKO ise

$$HKO(\bar{y}_{RS}) \cong \sum_{h=1}^{L} W_h^2 \psi_h \bar{Y}_h^2 \left(C_{yh}^2 + C_{xh}^2 \left(1-2K_h\right)\right) \tag{3.140}$$

şeklinde tanımlanır [27].

3.2.2.2. Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesinde Ayrı Oransal Tahmin Ediciler

Samawi ve Siam [15] tarafından önerilen tahmin edicide örneklem birimlerinin sıralanmasında Y değişkeni kullanıldığında önerilen ayrı oransal tahmin edicisi,

$$\bar{y}^{*}_{SS(s)} = \frac{\bar{y}_{(SRSS)}}{\bar{x}_{[SRSS]}} \bar{X}_h \tag{3.141}$$

şeklindedir. Örneklem birimlerinin sıralanmasında X değişkeni kullanıldığında önerilen ayrı oransal tahmin edicisi,

$$\bar{y}_{SS(s)} = \frac{\bar{y}_{(SRSS)}}{\bar{x}_{[SRSS]}} \bar{X}_h \tag{3.142}$$

şeklindedir.

$\bar{y}^{*}_{SS(s)}$ ve $\bar{y}_{SS(s)}$ tahmin edicilerinin yanı ve hata kareler ortalaması Fark Yöntemi ile aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$\delta_{0h} = \frac{\overline{y}_{(SRSS)} - \overline{Y}_h}{\overline{Y}_h} \Rightarrow \overline{y}_{(SRSS)} = \overline{Y}_h\left(1+\delta_{0h}\right) \tag{3.143}$$

$$\delta_{1h} = \frac{\overline{x}_{[SRSS]} - \overline{X}_h}{\overline{X}_h} \Rightarrow \overline{x}_{[SRSS]} = \overline{X}_h\left(1+\delta_{1h}\right) \tag{3.144}$$

beklenen değer eşitlikleri

$$E\left(\delta_{0h}\right) = E\left(\delta_{1h}\right) = 0 \tag{3.145}$$

$$E\left(\delta_{0h}^2\right) = \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{n_h}\left(\frac{S_{yh}^2}{\overline{Y}_h^2} - \frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h} M_{yh(i)}^2\right) \tag{3.146}$$

$$E\left(\delta_{1h}^2\right) = \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{n_h}\left(\frac{S_{xh}^2}{\overline{X}_h^2} - \frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h} M_{xh[i]}^2\right) \tag{3.147}$$

$$E\left(\delta_{0h}\delta_{1h}\right) = \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{n_h}\left(\frac{S_{xhyh}}{\overline{Y}_h\overline{X}_h} - \frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h} M_{xh[i]yh(i)}\right) \tag{3.148}$$

olarak tanımlanır.

Burada

$$M_{yh(i)}^2 = \frac{\left(\mu_{yh(i)} - \mu_{yh}\right)^2}{\overline{Y}_h^2}, \quad M_{xh[i]}^2 = \frac{\left(\mu_{xh[i]} - \mu_{xh}\right)^2}{\overline{X}_h^2} \text{ ve}$$

$$M_{xh[i]yh(i)} = \frac{\left(\mu_{xh[i]} - \mu_{xh}\right)\left(\mu_{yh(i)} - \mu_{yh}\right)}{\overline{X}_h\overline{Y}_h}$$

şeklindedir.

Eşitlik (3.146), Eşitlik (3.147), Eşitlik (3.148) ve Eşitlik (3.149) deki beklenen değerler yan eşitliğinde yerine konulduğunda $\overline{y}_{SS(s)}^*$ ve $\overline{y}_{SS(s)}$ tahmin edicilerinin yanları sırasıyla,

$$Yan\left(\overline{y}_{SS(s)}^*\right) \cong \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{n_h}\overline{Y}_h\left(\frac{S_{xh}^2}{\overline{X}_h^2} - \frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h} M_{xh[i]}^2 - \frac{S_{xhyh}}{\overline{Y}_h\overline{X}_h} + \frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h} M_{xh[i]yh(i)}\right) \tag{3.149}$$

$$Yan\left(\bar{y}_{SS(s)}\right) \cong \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{n_h} \bar{Y}_h \left(\frac{S_{xh}^2}{\bar{X}_h^2} - \frac{m}{n_h} \sum_{i=1}^{r_h} M_{xh(i)}^2 - \frac{S_{xhyh}}{\bar{Y}_h \bar{X}_h} + \frac{m}{n_h} \sum_{i=1}^{r_h} M_{xh(i)yh[i]} \right) \tag{3.150}$$

olarak bulunur.

Ayrıca

$$M_{yh(i)} = \frac{\mu_{yh(i)} - \mu_{yh}}{\bar{Y}_h}, \quad M_{xh[i]} = \frac{\mu_{xh[i]} - \mu_{xh}}{\bar{X}_h} \quad \text{ve} \quad R_h = \frac{\bar{Y}_h}{\bar{X}_h}$$

olmak üzere $\bar{y}^*_{SS(s)}$ ve $\bar{y}_{SS(s)}$ tahmin edicilerinin HKO değerleri sırasıyla,

$$HKO\left(\bar{y}^*_{SS(s)}\right) \cong \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{n_h} \left(S_{yh}^2 + R_h^2 S_{xh}^2 - 2R_h S_{xhyh} - \frac{m}{n_h} \sum_{i=1}^{r_h} (M_{xh[i]} - M_{yh(i)})^2 \right) \tag{3.151}$$

$$HKO\left(\bar{y}_{SS(s)}\right) \cong \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{n_h} \left(S_{yh}^2 + R_h^2 S_{xh}^2 - 2R_h S_{xhyh} - \frac{m}{n_h} \sum_{h=1}^{r_h} \left(M_{xh(i)} - M_{yh[i]} \right)^2 \right) \tag{3.152}$$

olarak elde edilir.

3.3. Üstel Tahmin Ediciler

3.3.1. Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesinde Üstel Tahmin Ediciler

Olayiwola ve Ayeleso [28] TSKÖ yönteminde ortalama tahmini için değişim ve basıklık katsayısını kullanarak elde edilen oransal tahmin edicide üstel tahmin edicisini kullanan aşağıdaki tahmin edicileri önermişlerdir:

$$\bar{y}_{oa1} = \bar{y}_{[SRSS]} \exp \frac{\bar{X} - \bar{x}_{(SRSS)}}{\bar{X} + 2C_{st} + \bar{x}_{(SRSS)}} \tag{3.153}$$

$$\bar{y}_{oa2} = \bar{y}_{[SRSS]} \exp \frac{\bar{X} - \bar{x}_{(SRSS)}}{\bar{X} + 2\beta_{st} + \bar{x}_{(SRSS)}} \tag{3.154}$$

$$\bar{y}_{oa3} = \bar{y}_{[SRSS]} \exp \frac{\bar{X}\beta_{st} - \bar{x}_{(SRSS)}\beta_{st}}{\bar{X}\beta_{st} + 2C_{st} + \bar{x}_{(SRSS)}\beta_{st}} \tag{3.155}$$

$$\bar{y}_{oa4} = \bar{y}_{[SRSS]} \exp \frac{\bar{X}C_{st} - \bar{x}_{(SRSS)}C_{st}}{\bar{X}C_{st} + 2\beta_{st} + \bar{x}_{(SRSS)}C_{st}} \tag{3.156}$$

Eşitlik (3.74), Eşitlik (3.75), Eşitlik (3.76) ve Eşitlik (3.77) kullanılarak tahmin edicilerin yan ve HKO değerlerini bulunmuştur. Buna göre $\bar{y}_{oa1}$, $\bar{y}_{oa2}$, $\bar{y}_{oa3}$ ve $\bar{y}_{oa4}$ tahmin edicilerinin yanları $j=1,2,3,4$ olmak üzere,

$$Yan\left(\bar{y}_{oaj}\right) = \bar{Y}\left(\frac{3}{8}\lambda_j^2 \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{n_h}\left(\frac{S_{xh}^2}{\bar{X}^2} - \frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h} D_{xh(i)}^2\right)\right)$$
$$-\bar{Y}\left(\frac{1}{2}\lambda_j \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{n_h}\left(\frac{S_{xhyh}}{\bar{X}\bar{Y}} - \frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h} D_{xh(i)yh[i]}\right)\right) \tag{3.157}$$

olarak hesaplanmıştır.

Ayrıca $\bar{y}_{oa1}$, $\bar{y}_{oa2}$, $\bar{y}_{oa3}$ ve $\bar{y}_{oa4}$ tahmin edicilerinin HKO değerleri $j=1,2,3,4$ olmak üzere,

$$HKO\left(\bar{y}_{oaj}\right) = \sum_{h=1}^{L} \frac{W_h^2}{n_h}\left[\left(S_{yh}^2 + \frac{\lambda_j^2}{4} R^2 S_{xh}^2 - \lambda_j R S_{xhyh}\right)\right]$$
$$-\bar{Y}^2 \frac{m}{n_h} \sum_{i=1}^{r_h}\left(D_{yh[i]} - \frac{\lambda_j}{2} D_{xh(i)}\right)^2 \tag{3.158}$$

şeklinde elde edilmiştir.

Şimdiye kadar incelenen farklı yazarlar tarafından önerilmiş olan çeşitli tabakalı sıralı küme örneklemesinden elde edilen ortalama tahmin edicileri Çizelge 3.3., Çizelge 3.4., Çizelge 3.5., Çizelge 3.6. ve Çizelge 3.7.' de gösterilmiştir.

Çizelge 3.3. TRÖ kullanılarak önerilen bazı ortalama tahmin edicileri

TABAKALI RASTGELE ÖRNEKLEMESİ YÖNTEMİNDE BAZI ORTALAMA TAHMİN EDİCİLERİ	
Oransal Ayrı Tahmin Ediciler	**Oransal Birleşik Tahmin Ediciler**
$\bar{y}_{RS} = \left(\dfrac{\bar{y}_{st}}{\bar{x}_{st}}\right)\bar{X}_h$ Hansen ve diğerleri [26]	$\bar{y}_{RC} = \left(\dfrac{\bar{y}_{st}}{\bar{x}_{st}}\right)\bar{X}$ Hansen ve diğerleri [26]

Çizelge 3.4. TSKÖ kullanılarak önerilen bazı ortalama tahmin edicileri

TABAKALI SIRALI KÜME ÖRNEKLEME YÖNTEMİNDE ORTALAMA TAHMİN EDİCİLERİ	
ORANSAL TAHMİN EDİCİLER	
Ayrı Tahmin Ediciler	
$\bar{y}^{*}_{SS(s)} = \dfrac{\sum_{h=1}^{L} W_h \bar{y}_{h(r_h)}}{\sum_{h=1}^{L} W_h \bar{x}_{h[r_h]}} \bar{X}_h$ Samawi ve Siam [15]	$\bar{y}_{SS(s)} = \dfrac{\sum_{h=1}^{L} W_h \bar{y}_{h[r_h]}}{\sum_{h=1}^{L} W_h \bar{x}_{h(r_h)}} \bar{X}_h$ Samawi ve Siam [15]
Birleşik Tahmin Ediciler	
$\bar{y}_{SS(c)} = \left(\dfrac{\bar{y}_{(SRSS)}}{\bar{x}_{[SRSS]}}\right)\bar{X}$ Samawi ve Siam [15]	$\bar{y}^{*}_{SS(c)} = \dfrac{\bar{y}_{(SRSS)}}{\bar{x}_{[SRSS]}}\bar{X}$ Samawi ve Siam [15]
$\bar{y}_{MM1} = \bar{y}_{[SRSS]} \dfrac{\bar{X} + C_{st}}{\bar{x}_{(SRSS)} + C_{st}}$ Mandowara ve Mehta [20]	$\bar{y}_{MM2} = \bar{y}_{[SRSS]} \dfrac{\bar{X} + \beta_{st}}{\bar{x}_{(SRSS)} + \beta_{st}}$ Mandowara ve Mehta [20]
$\bar{y}_{MM3} = \bar{y}_{[SRSS]} \dfrac{\bar{X}\beta_{st} + C_{st}}{\bar{x}_{(SRSS)}\beta_{st} + C_{st}}$ Mandowara ve Mehta [20]	$\bar{y}_{MM4} = \bar{y}_{[SRSS]} \dfrac{\bar{X}C_{st} + \beta_{st}}{\bar{x}_{(SRSS)}C_{st} + \beta_{st}}$ Mandowara ve Mehta [20]

ÜSTEL TAHMİN EDİCİLER	
$\bar{y}_{oa1} = \bar{y}_{[SRSS]} \exp \dfrac{\bar{X} - \bar{x}_{(SRSS)}}{\bar{X} + 2C_{st} + \bar{x}_{(SRSS)}}$ Olayiwola ve Ayeleso [28]	$\bar{y}_{oa2} = \bar{y}_{[SRSS]} \exp \dfrac{\bar{X} - \bar{x}_{(SRSS)}}{\bar{X} + 2\beta_{st} + \bar{x}_{(SRSS)}}$ Olayiwola ve Ayeleso [28]
$\bar{y}_{oa3} = \bar{y}_{[SRSS]} \exp \dfrac{\bar{X}\beta_{st} - \bar{x}_{(SRSS)}\beta_{st}}{\bar{X}\beta_{st} + 2C_{st} + \bar{x}_{(SRSS)}\beta_{st}}$ Olayiwola ve Ayeleso [28]	$\bar{y}_{oa4} = \bar{y}_{[SRSS]} \exp \dfrac{\bar{X}C_{st} - \bar{x}_{(SRSS)}C_{st}}{\bar{X}C_{st} + 2\beta_{st} + \bar{x}_{(SRSS)}C_{st}}$ Olayiwola ve Ayeleso [28]

Çizelge 3.5. TMSKÖ kullanılarak önerilen bazı ortalama tahmin edicileri

TABAKALI MEDYAN SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ YÖNTEMİNDE ORTALAMA TAHMİN EDİCİLERİ	
Klasik Tahmin Ediciler	
$\bar{y}_{SMRSS(O)} = \sum_{h=1}^{L} \dfrac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{r_h} Y_{hi\left(\frac{r_h+1}{2}\right)} \right)$ İbrahim ve Syam [17]	$\bar{y}_{SMRSS(E)} = \sum_{h=1}^{L} \dfrac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} Y_{hi\left(\frac{r_h}{2}\right)} + \sum_{i=\frac{r_h}{2}+1}^{r_h} Y_{hi\left(\frac{r_h+2}{2}\right)} \right)$ İbrahim ve Syam [17]
Oransal Tahmin Edicileri	
$\bar{y}_{R(S,MRSSk)1} = \bar{y}_{[S,MRSSk]} \left(\dfrac{\bar{X}}{\bar{x}_{(S,MRSSk)}} \right)$ Khan ve diğerleri [23]	$\bar{y}_{R(S,MRSSk)2} = \bar{y}_{[S,MRSSk]} \dfrac{\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h + C_{x_h} \right)}{\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{x}_{h(MRSS)} + C_{x_h} \right)}$ Khan ve diğerleri [23]
$\bar{y}_{R(S,MRSSk)3} = \bar{y}_{[S,MRSSk]} \dfrac{\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h + \beta_{2(xh)} \right)}{\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{x}_{h(MRSS)} + \beta_{2(xh)} \right)}$ Khan ve diğerleri [23]	$\bar{y}_{R(S,MRSSk)4} = \bar{y}_{[S,MRSSk]} \dfrac{\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h \beta_{2(xh)} + C_{xh} \right)}{\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{x}_{h(MRSS)} \beta_{2(xh)} + C_{xh} \right)}$ Khan ve diğerleri [23]

$\bar{y}_{R(S_tMRSSk)5} = \bar{y}_{[S_tMRSSk]} \dfrac{\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h C_{xh} + \beta_{2(xh)} \right)}{\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{x}_{h(MRSS)} C_{xh} + \beta_{2(xh)} \right)}$ Khan ve diğerleri [23]	$\bar{y}_{(S_tMRSSk)6} = \bar{y}_{[S_tMRSSk]} \dfrac{\sum_{h=1}^{L} W_h (\bar{X}_h + q_{1h})}{\sum_{h=1}^{L} W_h (\bar{x}_{h(MRSS)} + q_{1h})}$ Khan ve diğerleri [23]
$\bar{y}_{(S_tMRSSk)7} = \bar{y}_{[S_tMRSSk]} \dfrac{\sum_{h=1}^{L} W_h (\bar{X}_h + q_{3h})}{\sum_{h=1}^{L} W_h (\bar{x}_{h(MRSS)} + q_{3h})}$ Khan ve diğerleri [23]	

Çizelge 3.6. TYSKÖ, TKSKÖ, TÇUSKÖ ile önerilen bazı ortalama tahmin edicileri

TABAKALI YÜZDE SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ ORTALAMA TAHMİN EDİCİLERİ	
r_h çift	$\bar{y}_{SPRSSE} = \sum_{h=1}^{L} \dfrac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} Y_{hi(p(r_h+1))} + \sum_{i=\frac{r_h}{2}+1}^{r_h} Y_{hi(q(r_h+1))} \right)$ Syam ve diğerleri [18]
r_h tek	$\bar{y}_{SPRSSO} = \sum_{h=1}^{L} \dfrac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h-1}{2}} Y_{hi(p(r_h+1))} + \sum_{i=\frac{r_h+3}{2}}^{r_h} Y_{hi(q(r_h+1))} + Y_{hi\left(\frac{r_h+1}{2}\right)} \right)$ Syam ve diğerleri [18]
TABAKALI KARTİL SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ ORTALAMA TAHMİN EDİCİLERİ	
r_h çift	$\bar{y}_{SQRSSE} = \sum_{h=1}^{L} \dfrac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} Y_{hi(q_1(r_h+1))} + \sum_{i=\frac{r_h+2}{2}}^{r_h} Y_{hi(q_3(r_h+1))} \right)$ Syam ve diğerleri [19]
r_h tek	$\bar{y}_{SQRSSO} = \sum_{h=1}^{L} \dfrac{W_h}{r_h} \left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h-1}{2}} Y_{hi(q_1(r_h+1))} + \sum_{i=\frac{r_h+3}{2}}^{r_h} Y_{hi(q_3(r_h+1))} + Y_{h\frac{r_h+1}{2}\left(\frac{r_h+1}{2}\right)} \right)$

	Syam ve diğerleri [19]
TABAKALI ÇİFT UÇ SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ ORTALAMA TAHMİN EDİCLERİ	
r_h çift	$\bar{y}_{SDERSSE}=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}}Y_{hi(1)}+\sum_{i=\frac{r_h}{2}+1}^{r_h}Y_{hi(r_h)}\right)$ Syam ve diğerleri [21]
r_h tek	$\bar{y}_{SDERSSO}=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{r_h}\left(\sum_{i=1}^{\frac{r_h-1}{2}}Y_{hi(1)}+Y_{hi\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}+\sum_{i=\frac{r_h+3}{2}}^{r_h}Y_{hi(r_h)}\right)$ Syam ve diğerleri [21]

Çizelge 3.7. TUSKÖ ve TÇSKÖ ile önerilen bazı ortalama tahmin edicileri

TABAKALI UÇ SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ ORTALAMA TAHMİN EDİCİLERİ	
$\bar{y}_{SERSS}=\sum_{h=1}^{a}W_h\bar{Y}_{h(a)}+\sum_{h=a+1}^{L}W_h\bar{Y}_{h(c)}$ Samawai ve Saeid [16]	
TABAKALI ÇİFT SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ ORTALAMA TAHMİN EDİCİLERİ	
$\bar{y}_{R(S_tDRSS)SD}=\bar{y}_{[S_tDRSS]}\frac{\sum_{h=1}^{L}W_h(\bar{X}_h+C_{xh})}{\sum_{h=1}^{L}W_h(\bar{x}_{h(DRSS)}+C_{xh})}$ Khan ve diğerleri [22]	$\bar{y}_{R(S_tDRSS)KC}=\bar{y}_{[S_tDRSS]}\frac{\sum_{h=1}^{L}W_h[\bar{X}_h+\beta_{2(xh)}]}{\sum_{h=1}^{L}W_h[\bar{x}_{h(r_h)}+\beta_{2(r_h)}]}$ Khan ve diğerleri [22]
$\bar{y}_{R(S_tDRSS)US1}=\bar{y}_{[S_tDRSS]}\frac{\sum_{h=1}^{L}W_h[\bar{X}_h\beta_{2(xh)}+C_{xh}]}{\sum_{h=1}^{L}W_h[\bar{x}_{h(r_h)}\beta_{2(xh)}+C_{xh}]}$ Khan ve diğerleri [22]	$\bar{y}_{R(S_tDRSS)US2}=\bar{y}_{[S_tDRSS]}\frac{\sum_{h=1}^{L}W_h[\bar{X}_hC_{xh}+\beta_{2(xh)}]}{\sum_{h=1}^{L}W_h\left[\bar{x}_{h(r_h)}C_{xh}+\beta_{2(xh)}\right]}$ Khan ve diğerleri [22]

4.SAYISAL ÖRNEK

Konu ile ilgili sayısal bir örnek vermek amacıyla Ankara'da bulunan bir toplum sağlık merkezinde 2013-2014 yılları arasında 3 ay boyunca merkeze gelen toplam 800 kişinin beslenme alışkanlıklarını ölçmek amacıyla yapılan çalışma sonucunda toplanan veriler kitle olarak düşünülmüştür ve bu veri seti üzerinden analizler gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmada ilgilenilen değişken beden kitle indeksi (BKİ) yardımcı değişken olarak yaş ve ağırlık değişkenleri seçilmiştir. Beden kitle indeksi (BKİ), sağlık araştırmalarında obezite düzeyini gösteren bir ölçüdür ve tüm yaş grupları için kullanılabilir. Beden Kitle İndeksi (BKİ); vücut ağırlıkları ve boy uzunlukları kullanılarak;

$$Beden\ Kitle\ İndeksi(kg\ /\ m^2) = \frac{Vücut\ Ağırlığı}{(Boy\ Uzunluğu)^2} \qquad (4.1)$$

biçiminde elde edilir. BKİ, 30 kg/m^2 ve üzerinde bir değer olduğunda obezite olarak tanımlanmaktadır. 25-29.9 kg/m^2 değeri aşırı kilo, 30-34.9 kg/m^2 sınıf I obezite, 35-39.9 kg/m^2 sınıf II obezite, 40 kg/m^2 ve üzeri sınıf III ya da aşırı obezite olarak sınıflandırılır [29].

Kitle,

1. tabaka: Kadın

2. tabaka: Erkek

olmak üzere iki tabakaya ayrılmıştır. Tabaka olarak düşünülen Cinsiyet değişkeninin her tabaka için farklı BKİ değerlerine sahip olduğu açıktır.

Tabakalara ait kitle bilgileri Çizelge 4.1.' de verilmiştir. Örneklem büyüklüğünün tahmininde,

$$V=\left(\frac{d}{t}\right)^2 \ , \ n=\frac{\left(\sum_{h=1}^{L} W_h S_{yh}\right)^2}{V+\frac{1}{N}\sum_{h=1}^{L} W_h S_{yh}^2}$$

eşitlikleri kullanılabilir [5]. Bu eşitliklerden yararlanarak, *1− α* = 0.95 güvenilirlikle, tahmin için hoş görülebilecek hata miktarı *(d)*, yaklaşık olarak 0.17 alındığında örneklem büyüklüğü *n*=94 olarak bulunmuştur.

Örneklem büyüklüğünün tabakalara dağıtımı, birimlere ulaşma maliyetinin tabakadan tabakaya değişmediği varsayımı yapılarak aşağıdaki eşitlikte verilen Neyman Dağıtımına göre yapılmıştır.

$$n_h = n\frac{N_h S_{yh}}{\sum_{h=1}^{L} N_h S_{yh}} \qquad (4.2)$$

$N_1 = 477$, $N_2 = 323$ tabaka genişlikleri olmak üzere tabaka örneklem büyüklükleri

$n_1 = 54$	$n_2 = 40$	$\sum_{h=1}^{2} n_h = 94$

şeklinde elde edilmiştir. BKİ (Y) ve yaş (X) değişkenlerine ait kitle bilgileri Çizelge 4.1.' de verilmştir.

Çizelge 4.1. BKİ (Y) ve yaş (X) değişkenlerine ait kitle bilgileri

$N = 800$	$S_{xy} = 28.24$
$\bar{Y} = 23.77$	$\bar{X} = 30.12$
$S_y^2 = 17.60$	$S_x^2 = 121.84$

$R = 0.78$	$\beta_{2(xh)} = 0.78$
$\rho_{xy} = 0.60$	$R^2 = 0.62$
$C_y = 0.17$	$C_x = 0.36$

Çizelge 4.2. BKİ (Y) ve yaş (X) değişkenlerine ait kitle tabaka bilgileri

$\overline{Y}_1 = 22.36$	$\overline{Y}_2 = 25.85$	$r_1 = 9$	$r_2 = 8$
$R_x = 0.80$	$R_y = 0.76$	$m_1 = 6$	$m_2 = 5$
$S_{x1} = 10.19$	$S_{x2} = 11.26$	$\beta_{2(x1)} = 2.72$	$q_{2(1)} = 23$
$S_{y1} = 3.99$	$S_{y2} = 3.58$	$\beta_{2(y1)} = 2.37$	$q_{3(1)} = 30$
$\rho_{xy1} = 0.62$	$\rho_{xy2} = 0.49$	$S_{xy1} = 25.37$	$q_{1(2)} = 25$
$C_{y1} = 0.17$	$C_{y2} = 0.13$	$S_{xy2} = 19.96$	$q_{2(2)} = 30$
$C_{x1} = 0.36$	$C_{x2} = 0.33$	$\beta_{2(x2)} = -0.27$	$q_{3(2)} = 40$
$W_1 = 0.59$	$W_2 = 0.40375$	$\beta_{2(y2)} = 0.50$	$q_{1(1)} = 21$

BKİ (Y) ile yaş (X) değişkenlerine ait kitle tabaka bilgilerinden faydalanarak hesaplanan tahmin edicilerin yan ve HKO formülleri kullanılarak elde edilen sonuçlar aşağıdaki çizelgede verilmiştir. Teorik olarak HKO ve yan değerleri verilmeyen tahmin ediciler Çizelge 4.3.'te yer almamaktadır. Çift sıralı küme örnekleme yöntemleri için tekrar oluşmadığından HKO değerleri hesaplanamamıştır. Bu tahmin edicilerin etkinliği benzetim çalışması ile incelenmiştir.

Çizelge 4.3. Kitle ortalaması tahminlerinin HKO ve Yanı

Tabakalı Rastgele Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri			
Tahmin Edici	Yan	HKO	HKO Sıralaması
$\overline{y}_{RC}$	**1.1020**	**33.8620**	**24**
$\overline{y}_{RS}$	2.1865	24.4636	23

Çeşitli Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Klasik Tahmin Edicileri			
Tahmin Edici	Yan	HKO	HKO Sıralaması
$\overline{y}_{st}$	-	23.7767	22
$\overline{y}_{SRSSk}$	-	0.0001	4
$\overline{y}_{SMRSSk}$	-	0.0001	2

Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri			
Tahmin Edici	Yan	HKO	HKO Sıralaması
$\overline{y}^{*}_{SS(s)}$	-0.0017	0.5077	20
$\overline{y}^{*}_{SS(c)}$	0.0176	0.3772	15
$\overline{y}_{SS(s)}$	-0.1593	0.5118	21
$\overline{y}_{SS(c)}$	0.0224	0.4857	19
$\overline{y}_{MM1}$	0.0218	0.4734	16
$\overline{y}_{MM2}$	0.0064	0.4367	17
$\overline{y}_{MM3}$	0.0219	0.4767	18
$\overline{y}_{MM4}$	0.0162	0.3656	14

Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Üstel Tahmin Edicileri			
Tahmin Edici	Yan	HKO	HKO Sıralaması
$\overline{y}_{oa1}$	0.0882	0.1338	12
$\overline{y}_{oa2}$	0.0817	0.1280	11
$\overline{y}_{oa3}$	0.0888	0.1343	13
$\overline{y}_{oa4}$	0.0688	0.1173	10

Tabakalı Medyan Sıralı Küme Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri			
Tahmin Edici	Yan	HKO	HKO Sıralaması
$\overline{y}_{R(S_t MRSSk)1}$	1.13159E-05	0.0003	9
$\overline{y}_{R(S_t MRSSk)2}$	1.10256E-05	0.0003	7
$\overline{y}_{R(S_t MRSSk)3}$	1.01441E-05	0.0002	6
$\overline{y}_{R(S_t MRSSk)4}$	1.11029E-05	0.0003	8
$\overline{y}_{R(S_t MRSSk)5}$	8.39444E-06	0.0002	5
$\overline{y}_{(S_t MRSSk)6}$	3.0794E-06	0.0001	3
$\overline{y}_{(S_t MRSSk)7}$	**1.87149E-06**	**0.0001**	**1**

Bu çalışmada ‘*’ simgesi Y değişkenine göre sıralı tahmin edicileri ifade etmektedir. Diğer tahmin ediciler X değişkenine göre sıralama yapılarak ele alınmıştır.

Çizelge 4.3. incelendiğinde,

- Bu veri seti için TRÖ yönteminde verilen birleşik oransal tahmin edicinin HKO değerinin diğer tüm tahmin edicilerden daha büyük olduğu $\left(HKO\left(\bar{y}_{RC}\right)=33.86\right)$, HKO en küçük olan tahmin edicinin TMSKÖ dayalı Khan ve diğerleri [23] tarafından önerilen $\bar{y}_{(S_t MRSSk)7}$ tahmin edicisi olduğu görülmüştür $\left(HKO\left(\bar{y}_{(S_t MRSSk)7}\right)=0.00012\right)$.
- TSKÖ yönteminde verilen Olayiwola ve Ayeleso [28] tarafından önerilen üstel tahmin ediciler arasında HKO değeri en küçük olan tahmin edici tabakaların basıklık ve değişim katsayısı yardımcı bilgisini kullanan $\bar{y}_{oa4}$ olduğu saptanmıştır $\left(HKO\left(\bar{y}_{oa4}\right)=0.11\right)$.
- TSKÖ’ye dayalı Mandowara ve Mehta [20] tarafından önerilen oransal tahmin ediciler arasında HKO değeri en küçük olan tahmin edici tabakaların basıklık ve değişim katsayısı yardımcı bilgisini kullanan $\bar{y}_{MM4}$ olduğu görülmüştür $\left(HKO\left(\bar{y}_{MM4}\right)=0.36\right)$.
- TSKÖ de Samawi ve Siam [15] tarafından önerilen yaş yardımcı değişkeni (X) ile BKİ (Y) değişkenlerinin sıralanmalarına göre çıkan sonuçlarda hem ayrı hem de birleşik oransal tahmin edicilerde Y değişkenine göre sıralı tahmin edicilerde HKO değerinin daha küçük çıktığı görülmüştür $\left(HKO\left(\bar{y}^*_{SS(s)}\right)<HKO\left(\bar{y}_{SS(s)}\right), HKO\left(\bar{y}^*_{SS(c)}\right)<HKO\left(\bar{y}_{SS(c)}\right)\right)$.
- TRÖ, TSKÖ ve TMSKÖ yöntemlerine dayalı klasik tahmin ediciler kıyaslandığında HKO değeri en küçük tahmin edicinin TMSKÖ dayalı tahmin edici olduğu ortaya çıkmıştır $\left(HKO\left(\bar{y}_{SMRSSk}\right)<HKO\left(\bar{y}_{SSRSk}\right)<HKO\left(\bar{y}_{st}\right)\right)$.
- Bu veri setinde hesaplanan tüm oransal tahmin ediciler arasında HKO değeri en küçük olan tahmin edici TMSKÖ dayalı Khan ve diğerleri [23] tarafından önerilen tabakaların üçüncü çeyreklik katsayısı bilgisi kullanılarak

bulunan $\bar{y}_{(S_t MRSSk)7}$ tahmin edicisi olduğu görülmüştür $\left(HKO\left(\bar{y}_{(S_t MRSSk)7} \right) = 0.00012 \right)$.

4.1.Benzetim Çalışması

Yapılan benzetim çalışmasında ilgilenilen değişken Y ile yardımcı değişkenin X arasındaki ilişki miktarı; sıralamanın Y veya X'e göre yapılması; örneklem büyüklüğünün tek veya çift olması durumları ele alınmıştır. Benzetim çalışması ilk olarak BKİ ve yaş değişkenleri kullanılarak ikinci olarak BKİ ve ağırlık değişkenleri kullanılarak yapılmıştır. BKİ 'nin yaş ile ilişki katsayısı 0.60 ve ağırlık ile ilişki katsayısı 0.86 olarak bulunmuştur. Böylelikle farklı ilişkilerde örnekleme yöntemlerini karşılaştırılmıştır. Her iki durum için $N = 800$ birimlik kitleden TRÖ, TMSKÖ, TYSKÖ, TÇUSKÖ, TUSKÖ, TKSKÖ, TÇSKÖ ve TSKÖ yöntemleri kullanılarak $r_h = 4,5,6,7$ 'lik 10000 örneklem yerine konularak seçilmiştir. Benzetim çalışmasında R programlama dili kullanılmıştır.

Bu benzetim çalışmasında HKO değerleri aşağıdaki formüle göre,

$$HKO\left(\bar{y}_{(\alpha)}\right) = \frac{\sum_{k=1}^{10000} \left[\bar{y}_{(\alpha)} - \bar{Y} \right]^2}{10000} \tag{4.3}$$

Göreli etkinlik (GE) değerleri yüzdelik olarak,

$$GE = \frac{HKO\left(\bar{y}_{st}\right)}{HKO\left(\bar{y}_{(\alpha)}\right)} * 100 \tag{4.4}$$

biçiminde hesaplanmıştır.

$\alpha = st, SRSSk, SMRSSk, SQRSSk, SERSS, R(S_t DRSS), SDERSSk, RC, RS, SS(s), SS(c),$
$MM1, MM2, MM3, MM4, oa1, oa2, oa3, oa4, R(S_t MRSS)1, R(S_t MRSS)2, R(S_t MRSS)3,$
$R(S_t MRSS)4, R(S_t MRSS)5, R(S_t MRSS)6, R(S_t MRSS)7, R(S_t DRSS)SS, R(S_t DRSS)SD,$
$R(S_t DRSS)KC, R(S_t DRSS)US1, R(S_t DRSS)US2.$

Bu çalışmada TRÖ yönteminde klasik ortalama tahmin edicisi baz alınarak diğer örnekleme yöntemlerindeki ortalama tahmin edicilerinin GE değerleri hesaplanmıştır.

Yardımcı değişken yaş olarak alındığında elde edilen sonuçlar Çizelge 4.4. ve Çizelge 4.5. ‘de hesaplanmıştır. Ağırlık yardımcı değişken olarak alındığında elde edilen benzetim sonuçları ise Çizelge 4.6. ve Çizelge 4.7.’ de verilmiştir.

Örneklem büyüklüğünün tek ve çift olmasına göre tahmin edicilerin etkinliği değiştiğinden benzetim çalışmasında örneklem büyüklüğü 4,5,6 ve 7 olarak ele alınmıştır ve sonuçlar tüm çizelgelerde verilmiştir.

Çizelge 4.4. X değişkenine göre sıralı kitle ortalaması tahmin edici HKO ve GE değerleri

Tabakalı Rastgele Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\bar{y}_{RC}$	5.99	4.88	4.03	3.39
	31.69	31.67	31.11	31.99
$\bar{y}_{RS}$	6.09	4.96	4.11	3.44
	31.14	31.15	30.54	31.53
Çeşitli Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Klasik Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\bar{y}_{st}$	1.89	1.54	1.25	1.08
	100	100	100	100
$\bar{y}_{SRSSk}$	1.61	1.27	1.02	0.85
	117.60	121.42	123.13	127.53
$\bar{y}_{SMRSSk}$	0.89	1.31	0.72	1.07
	211.84	118.03	**172.36**	101.47
$\bar{y}_{SQRSSk}$	1.96	1.20	1.00	0.96
	96.82	128.02	124.71	112.66
$\bar{y}_{SERSS}$	2.07	2.66	1.71	2.47
	91.74	57.94	73.21	43.83
$\bar{y}_{R(S_t DRSS)}$	1.62	1.21	0.97	0.82
	116.92	**127.41**	128.68	**131.78**
$\bar{y}_{SDERSSk}$	2.37	3.19	2.22	2.70
	80.08	**48.44**	**56.46**	**40.15**
Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\bar{y}_{SS(s)}$	3.76	2.72	2.07	1.66
	50.43	56.67	60.45	65.24
$\bar{y}_{SS(c)}$	3.67	2.66	2.03	1.63
	51.66	57.97	61.69	66.50
$\bar{y}_{MM1}$	3.59	2.61	1.99	1.60
	52.78	59.16	62.88	67.72
$\bar{y}_{MM2}$	3.37	2.45	1.88	1.51
	56.31	62.88	66.60	71.50

$\bar{y}_{MM3}$	7.67	7.17	6.70	6.46
	24.75	21.55	18.74	16.80
$\bar{y}_{MM4}$	2.89	2.13	1.65	1.34
	65.64	72.37	76.02	80.85
Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Üstel Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\bar{y}_{oa1}$	1.49	1.16	0.95	0.80
	126.99	132.69	132.19	135.27
$\bar{y}_{oa2}$	1.46	1.14	0.93	0.79
	129.90	135.32	134.53	137.44
$\bar{y}_{oa3}$	2.61	2.40	2.19	2.09
	72.53	64.32	57.15	51.87
$\bar{y}_{oa4}$	1.39	1.09	0.89	0.76
	136.46	**140.94**	139.66	**142.03**
Tabakalı Medyan Sıralı Küme Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\bar{y}_{R(S_t MRSSk)1}$	3.92	5.07	3.96	4.94
	48.36	30.47	31.66	21.98
$\bar{y}_{R(S_t MRSSk)2}$	3.81	4.93	3.84	4.79
	49.80	31.36	32.67	22.66
$\bar{y}_{R(S_t MRSSk)3}$	3.49	4.520	3.49	4.37
	54.41	34.21	35.95	24.85
$\bar{y}_{R(S_t MRSSk)4}$	3.18	2.54	1.65	1.52
	59.67	60.69	75.68	71.10
$\bar{y}_{R(S_t MRSSk)5}$	2.64	3.44	2.53	3.23
	71.85	44.93	49.56	33.60
$\bar{y}_{(S_t MRSSk)6}$	1.14	1.57	0.95	1.32
	166.00	98.32	131.71	82.24
$\bar{y}_{(S_t MRSSk)7}$	0.84	1.21	0.63	0.94
	223.81	127.81	**197.09**	115.02
Tabakalı Çift Sıralı Küme Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\bar{y}_{R(S_t DRSS)SS}$	7.37	10.56	8.67	11.68
	25.75	14.63	14.49	9.30
$\bar{y}_{R(S_t DRSS)SD}$	7.21	10.37	8.46	11.44
	26.33	14.91	14.85	9.50
$\bar{y}_{R(S_t DRSS)KC}$	6.73	9.78	7.85	10.74
	28.20	15.81	16.00	10.12
$\bar{y}_{R(S_t DRSS)US1}$	21.16	24.77	23.84	27.20
	8.97	**6.24**	**5.27**	**3.99**
$\bar{y}_{R(S_t DRSS)US2}$	6.12	8.97	7.03	9.75
	30.99	17.24	17.86	11.15
Tahmin Edicilerin HKO Değerleri				
Tahmin Edicilerin GE Değerleri				

Sıralama X değişkenine göre yapıldığında yaş yardımcı değişken olarak alındığı durumda elde edilen benzetim sonuçları Çizelge 4.4. ‘e göre şu şekildedir:

- Örneklem büyüklüğünün tek ve çift olması durumunda, TÇSKÖ yönteminde Khan ve diğerleri [22] tarafından önerilen tabakaların basıklık ve değişim katsayısı bilgisi kullanılmış $\overline{y}_{R(S_t DRSS)US1}$ oransal tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğer tüm tahmin edicilerden daha büyük olduğu GE değerlerinin ise daha küçük olduğu görülmüştür $\left(HKO\left(\overline{y}_{R(S_t DRSS)US1}\right)=27.20, GE\left(\overline{y}_{R(S_t DRSS)US1}\right)=3.99\right)$.
- Örneklem büyüklüğünün çift olması durumunda, HKO değeri en düşük GE değerinin ise en yüksek olan tahmin edicinin TMSKÖ dayalı Khan ve diğerleri [23] tarafından önerilen $\overline{y}_{(S_t MRSSk)7}$ tahmin edicisi olduğu görülmüştür$\left(HKO\left(\overline{y}_{(S_t MRSSk)7}\right)=0.63, GE\left(\overline{y}_{(S_t MRSSk)7}\right)=223.81\right)$.
- Örneklem büyüklüğü tek olması durumunda, HKO değeri en düşük GE değerinin ise en yüksek olan tahmin edicinin Olayiwola ve Ayeleso [28] tarafından önerilen tabakaların basıklık ve değişim katsayısı yardımcı bilgisini kullanan $\overline{y}_{oa4}$ üstel tahmin edicisi olduğu saptanmıştır $\left(HKO\left(\overline{y}_{oa4}\right)=0.76, GE\left(\overline{y}_{oa4}\right)=142.03\right)$.
- Örneklem büyüklüğünün tek olması durumunda, oransal tahmin ediciler arasından HKO değerinin en küçük GE değerinin ise en büyük olduğu tahmin edicinin Khan ve diğerleri [23] tarafından önerilen $\overline{y}_{(S_t MRSSk)7}$ tahmin edicisi olduğu görülmüştür

  $\left(HKO\left(\overline{y}_{(S_t MRSSk)7}\right)=0.94, GE\left(\overline{y}_{(S_t MRSSk)7}\right)=115.02\right)$.
- Örneklem büyüklüğünün hem tek hem de çift olması durumunda, TSKÖ yönteminde verilen Olayiwola ve Ayeleso [28] tarafından önerilen üstel tahmin ediciler arasında HKO değeri en küçük GE değeri en yüksek olan tahmin edici tabakaların basıklık ve değişim katsayısı yardımcı bilgisini kullanan $\overline{y}_{oa4}$ olduğu saptanmıştır$\left(HKO\left(\overline{y}_{oa4}\right)=0.76, GE\left(\overline{y}_{oa4}\right)=142.03\right)$.

- Örneklem büyüklüğünün hem tek hem de çift olması durumunda, TSKÖ dayalı Mandowara ve Mehta [20] tarafından önerilen oransal tahmin ediciler arasında HKO değeri en küçük GE değeri en yüksek olan tahmin edici tabakaların basıklık ve değişim katsayısı yardımcı bilgisini kullanılan $\bar{y}_{MM4}$ olduğu ortaya çıkmıştır. Bu tahmin edici X e göre sıralamada daha iyi sonuç vermiştir $\left(HKO(\bar{y}_{MM4})=1.34, GE(\bar{y}_{MM4})=80.85\right)$.

- Hem tek hem de çift örneklem büyüklüğü olması durumunda, TUSKÖ de klasik tahmini TÇUSKÖ göre daha iyi sonuç verdiğini söylenir $\left(HKO(\bar{y}_{SERSS})=0.82<HKO(\bar{y}_{SDERSSk})=2.70\right)$.

- TRÖ, TSKÖ, TMSKÖ, TKSKÖ, TUSKÖ, TÇUSKÖ ve TÇSKÖ yöntemlerine dayalı klasik tahmin ediciler kıyaslandığında, örneklem büyüklüğü tek olduğu durumda TÇSKÖ dayalı tahmin edici, örneklem büyüklüğü çift olduğu durumda HKO değeri en küçük GE değeri en yüksek tahmin edicinin TMSKÖ dayalı tahmin edici olduğu ortaya çıkmıştır $\left(PRE(\bar{y}_{SMRSSk})=211.84, GE\left(\bar{y}_{R(S_tDRSS)SS}\right)=127.41\right)$.

Çizelge 4.5. Y değişkenine göre sıralı kitle ortalaması tahminlerinin HKO ve GE değerleri

Tabakalı Rastgele Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\bar{y}^*_{RC}$	5.99	4.88	4.03	3.39
	31.69	31.67	31.11	31.99
$\bar{y}^*_{RS}$	6.09	4.96	4.11	3.44
	31.14	31.15	30.54	31.53
Çeşitli Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Klasik Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\bar{y}^*_{st}$	1.89	1.54	1.25	1.08
	100	100	100	100
$\bar{y}^*_{SRSSk}$	0.90	0.63	0.43	0.35
	211.09	243.93	288.33	309.87
$\bar{y}^*_{SMRSSk}$	0.64	0.63	0.48	0.51
	293.74	243.42	259.69	210.70
$\bar{y}^*_{SQRSSk}$	1.30	0.48	0.40	0.40
	145.96	319.72	311.85	268.66

$\overline{y}^*_{SERSS}$	1.38	3.11	1.25	3.13
	137.33	49.59	99.93	34.66
$\overline{y}^*_{R(S_tDRSS)}$	0.84	0.61	0.48	0.38
	225.60	251.25	261.45	284.33
$\overline{y}^*_{SDERSSk}$	1.87	2.27	2.14	1.85
	101.49	67.93	58.44	58.52
Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\overline{y}^*_{SS(s)}$	6.14	4.83	4.10	3.45
	30.88	31.95	30.57	31.48
$\overline{y}^*_{SS(c)}$	6.00	4.72	4.01	3.37
	31.61	32.73	31.29	32.21
$\overline{y}^*_{MM1}$	5.85	4.60	3.91	3.29
	32.43	33.57	32.08	33.01
$\overline{y}^*_{MM2}$	5.41	4.26	3.62	3.05
	35.05	36.24	34.62	35.59
$\overline{y}^*_{MM3}$	8.98	8.40	7.92	7.48
	21.13	18.40	15.85	14.51
$\overline{y}^*_{MM4}$	4.48	3.54	3.01	2.54
	42.37	43.57	41.61	42.66
Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Üstel Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\overline{y}^*_{oa1}$	1.54	1.20	1.00	0.86
	122.66	128.22	124.54	125.88
$\overline{y}^*_{oa2}$	1.46	1.13	0.94	0.81
	129.75	135.86	132.35	133.68
$\overline{y}^*_{oa3}$	2.55	2.34	2.19	2.07
	74.45	65.82	57.34	52.41
$\overline{y}^*_{oa4}$	1.28	0.99	0.82	0.71
	147.58	**154.84**	**151.94**	**153.25**
Tabakalı Medyan Sıralı Küme Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\overline{y}^*_{R(S_tMRSSk)1}$	3.27	5.14	2.47	3.93
	58.05	30.08	50.67	27.58
$\overline{y}^*_{R(S_tMRSSk)2}$	3.17	4.99	2.40	3.82
	59.74	30.97	52.26	28.44
$\overline{y}^*_{R(S_tMRSSk)3}$	2.91	4.56	2.18	3.48
	65.18	33.87	57.43	31.22
$\overline{y}^*_{R(S_tMRSSk)4}$	5.53	5.94	4.20	4.62
	34.32	25.99	29.87	23.51
$\overline{y}^*_{R(S_tMRSSk)5}$	2.29	3.58	1.64	2.66
	82.65	43.10	76.22	40.80
$\overline{y}^*_{(S_tMRSSk)6}$	0.93	1.38	0.61	0.97
	202.23	111.80	205.75	111.97
$\overline{y}^*_{(S_tMRSSk)7}$	0.67	0.94	0.41	0.63
	281.13	**164.36**	**304.56**	**170.89**

Tabakalı Çift Sıralı Küme Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\bar{y}^*_{R(S_t DRSS)SS}$	6.15	8.30	4.85	7.45
	30.87	18.62	25.89	14.58
$\bar{y}^*_{R(S_t DRSS)SD}$	6.01	8.11	4.72	7.28
	31.59	19.06	26.57	14.92
$\bar{y}^*_{R(S_t DRSS)KC}$	5.60	7.55	4.37	6.78
	33.89	20.46	28.74	16.03
$\bar{y}^*_{R(S_t DRSS)US1}$	13.18	14.87	13.94	15.49
	14.40	10.40	9.01	7.02
$\bar{y}^*_{R(S_t DRSS)US2}$	4.85	6.50	3.80	5.88
	39.12	23.78	33.03	18.45
Tahmin Edicilerin HKO Değerleri				
Tahmin Edicilerin GE Değerleri				

Sıralama Y değişkenine göre yapıldığında yaş yardımcı değişken olarak alındığı durumda elde edilen benzetim sonuçları Çizelge 4.5. ‘e göre şu şekildedir:

- Örneklem büyüklüğünün tek ve çift olması durumunda, TÇSKÖ yönteminde Khan ve diğerleri [22] tarafından önerilen tabakaların basıklık ve değişim katsayısı bilgisi kullanılmış $\bar{y}_{R(S_t DRSS)US1}$ oransal tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğer tüm tahmin edicilerden daha büyük olduğu GE değerlerinin ise daha küçük olduğu görülmüştür $\left(HKO\left(\bar{y}^*_{R(S_t DRSS)US1}\right) = 13.18, GE\left(\bar{y}^*_{R(S_t DRSS)US1}\right) = 14.40\right)$.
- Örneklem büyüklüğünün tek ve çift olması durumunda, HKO değeri en düşük GE değerinin ise en yüksek olan tahmin edicinin TMSKÖ dayalı Khan ve diğerleri [23] tarafından önerilen $\bar{y}_{(S_t MRSSk)7}$ tahmin edicisidir $\left(HKO\left(\bar{y}^*_{(S_t MRSSk)7}\right) = 0.41, GE\left(\bar{y}^*_{(S_t MRSSk)7}\right) = 304.66\right)$.
- Örneklem büyüklüğünün tek olması durumunda, oransal tahmin ediciler arasından HKO değerinin en küçük GE değerinin ise en büyük olduğu tahmin edicinin Khan ve diğerleri [23] tarafından önerilen $\bar{y}_{(S_t MRSSk)7}$ tahmin edicisi olduğu görülmüştür $\left(HKO\left(\bar{y}^*_{(S_t MRSSk)7}\right) = 0.6359, GE\left(\bar{y}^*_{(S_t MRSSk)7}\right) = 170.89\right)$.

- Örneklem büyüklüğünün hem tek hem de çift olması durumunda, TSKÖ yönteminde verilen Olayiwola ve Ayeleso [28] tarafından önerilen üstel tahmin ediciler arasında HKO değeri en küçük GE değeri en yüksek olan tahmin edici tabakaların basıklık ve değişim katsayısı yardımcı bilgisini kullanan $\bar{y}_{oa4}$ olduğu saptanmıştır. Ayrıca bu tahmin edicinin örneklem büyüklüğü tek olduğu ve Y ‘ye göre sıralama yapıldığı durumlarda daha iyi sonuç verdiği görülmüştür.
- Örneklem büyüklüğünün hem tek hem de çift olması durumunda, TSKÖ dayalı Mandowara ve Mehta [20] tarafından önerilen oransal tahmin ediciler arasında HKO değeri en küçük GE değeri en yüksek olan tahmin edici tabakaların basıklık ve değişim katsayısı yardımcı bilgisini kullanılan $\bar{y}_{MM\,4}$ olduğu ortaya çıkmıştır.
- TRÖ, TSKÖ, TMSKÖ, TKSKÖ, TUSKÖ, TÇUSKÖ ve TÇSKÖ yöntemlerine dayalı klasik tahmin ediciler kıyaslandığında, örneklem büyüklüğünün çift olduğu durumda HKO değeri en küçük GE değeri en yüksek tahmin edicinin TMSKÖ dayalı tahmin edici, örneklem büyüklüğü tek olduğu durumda ise TSKÖ olduğu ortaya çıkmıştır$\left(HKO\left(\bar{y}^{*}_{SMRSSk}\right)=293.74, PRE\left(\bar{y}^{*}_{SRSSk}\right)=309.87\right)$.

Genel olarak,

- Çizelge 4.4. ve Çizelge 4.5. incelendiğinde, TSKÖ de Samawi ve Siam [15] tarafından önerilen yaş yardımcı değişkeni (X) ile BKİ (Y) değişkenlerinin sıralamalarına göre çıkan sonuçlarda ayrı ve birleşik oransal tahmin edicilerde X değişkenine göre sıralı tahmin edicilerin Y değişkenine göre sıralı tahmin edicilerden HKO değerinin daha küçük GE değeri daha yüksek çıktığı görülmüştür $\left(HKO\left(\bar{y}_{SS(s)}\right)< HKO\left(\bar{y}^{*}_{SS(s)}\right)\right.$, $\left.HKO\left(\bar{y}_{SS(c)}\right)< HKO\left(\bar{y}^{*}_{SS(c)}\right)\right)$. Bu tahmin edicilerin örneklem büyüklüğünün tek ve çift olduğu durumda da hem X hem de Y değişkenine göre sıralandığında birleşik oransal tahmin edicinin daha iyi sonuç verdiği söylenebilir $\left(HKO\left(\bar{y}_{SS(c)}\right)< HKO\left(\bar{y}_{SS(s)}\right)\right.$ ve $\left.HKO\left(\bar{y}^{*}_{SS(c)}\right)< HKO\left(\bar{y}^{*}_{SS(s)}\right)\right)$

- Çizelge 4.4. ve Çizelge 4.5. incelendiğinde, küçük örneklemlerde hem X hem Y değişkenine göre sıralamada TSKÖ'nin klasik tahmin edicisinin TÇSKÖ göre daha iyi sonuç verdiği görülür. Büyük örneklemlerde ise TÇSKÖ'nin klasik tahmin edicisinin TSKÖ'ye göre daha iyi olduğu sonucuna varılır.

Yapılan teorik ve benzetim çalışması sonucunda oransal tahmin edicilerin klasik tahmin edicilerden yan ve HKO bakılarak daha kötü olduğu ortaya çıkmıştır. Bundan dolayı farklı bir yardımcı değişken bilgisi kullanılarak benzetim çalışması yapılmıştır.

BKİ (Y) ile ağırlık (X) yardımcı değişkeni kullanılarak yapılan benzetim sonuçları X ve Y değişkenine göre sıralı bir şekilde tek ve çift örneklem büyüklüklerine göre Eşitlik (4.1.) ve Eşitlik (4.2) verilen formüller kullanılarak hesaplanan HKO ve GE değerleri sırasıyla Çizelge 4.6. ve Çizelge 4.7 de verilmiştir.

Çizelge 4.6. X değişkenine göre sıralı BKİ (Y) ile ağırlık (X) değişkeni kitle ortalaması tahminlerinin HKO ve GE değerleri

Tabakalı Rastgele Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\bar{y}_{RC}$	0.44	0.34	0.29	0.25
	429.60	452.29	432.77	429.82
$\bar{y}_{RS}$	0.43	0.34	0.28	0.25
	434.29	453.64	434.55	432.36
Çeşitli Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Klasik Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\bar{y}_{st}$	1.89	1.54	1.25	1.08
	100	100	100	100
$\bar{y}_{SRSSk}$	1.12	0.84	0.61	0.51
	168.57	183.89	203.11	211.30
$\bar{y}_{SMRSSk}$	0.71	0.83	0.53	0.66
	267.36	184.34	234.93	164.00
$\bar{y}_{SQRSSk}$	1.49	0.69	0.59	0.56
	126.62	221.44	210.76	193.66
$\bar{y}_{SERSS}$	1.57	2.94	1.36	2.91
	120.32	52.57	92.05	37.29
$\bar{y}_{R(S_t DRSS)}$	1.14	0.85	0.74	0.60
	165.82	180.88	168.17	178.56

$\bar{y}_{SDERSSk}$	2.16	2.49	2.12	1.99
	87.82	61.98	**59.18**	54.47
Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\bar{y}_{SS(s)}$	0.42	0.34	0.28	0.24
	446.16	451.14	446.11	448.94
$\bar{y}_{SS(c)}$	0.42	0.34	0.28	0.24
	442.22	447.59	443.17	444.91
$\bar{y}_{MM1}$	0.42	0.34	0.28	0.24
	442.38	447.70	443.29	444.98
$\bar{y}_{MM2}$	0.42	0.34	0.28	0.24
	442.65	447.89	443.47	445.08
$\bar{y}_{MM3}$	0.54	0.46	0.41	0.36
	349.21	331.78	305.38	294.93
$\bar{y}_{MM4}$	0.60	0.52	0.47	0.42
	316.23	294.96	266.77	254.00
Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Üstel Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\bar{y}_{oa1}$	0.58	0.46	0.35	0.30
	323.28	336.13	349.26	352.80
$\bar{y}_{oa2}$	0.58	0.46	0.36	0.30
	322.49	335.38	348.59	352.16
$\bar{y}_{oa3}$	0.61	0.48	0.38	0.33
	310.92	318.42	322.60	321.90
$\bar{y}_{oa4}$	0.63	0.50	0.41	0.35
	298.60	304.51	306.61	304.54
Tabakalı Medyan Sıralı Küme Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\bar{y}_{R(S_t MRSSk)1}$	0.21	0.34	0.15	0.25
	870.08	448.64	790.65	430.97
$\bar{y}_{R(S_t MRSSk)2}$	0.21	0.34	0.15	0.25
	870.72	448.65	790.28	430.72
$\bar{y}_{R(S_t MRSSk)3}$	0.21	0.34	0.15	0.25
	871.80	448.67	789.58	430.26
$\bar{y}_{R(S_t MRSSk)4}$	0.42	0.56	0.38	0.48
	450.22	272.47	324.80	225.29
$\bar{y}_{R(S_t MRSSk)5}$	0.50	0.65	0.48	0.57
	377.12	234.84	262.16	188.02
$\bar{y}_{(S_t MRSSk)6}$	0.31	0.45	0.25	0.36
	604.43	337.81	495.68	299.67
$\bar{y}_{(S_t MRSSk)7}$	0.33	0.48	0.27	0.38
	563.24	321.52	463.49	284.58
Tabakalı Çift Sıralı Küme Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\bar{y}_{R(S_t DRSS)SS}$	0.58	3.45	0.37	3.28
	325.97	44.71	330.87	33.12

$\bar{y}_{R(S_t DRSS)SD}$	0.58	3.45	0.38	3.27
	325.16	44.82	329.49	33.19
$\bar{y}_{R(S_t DRSS)KC}$	0.58	3.43	0.38	3.26
	323.70	45.01	327.03	33.33
$\bar{y}_{R(S_t DRSS)US1}$	0.43	2.27	0.22	2.11
	438.72	68.07	556.98	51.52
$\bar{y}_{R(S_t DRSS)US2}$	0.43	1.98	0.22	1.83
	433.89	77.73	558.13	59.22
Tahmin Edicilerin HKO Değerleri				
Tahmin Edicilerin GE Değerleri				

Sıralama X değişkenine göre yapıldığında ağırlık yardımcı değişken olarak alındığı durumda elde edilen benzetim sonuçları Çizelge 4.6. ‘e göre şu şekildedir:

- Örneklem büyüklüğünün çift olduğu durumda, TÇUSKÖ yönteminde Syam ve diğerleri [21] tarafından önerilen $\bar{y}_{SDERSSk}$ klasik tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğer tüm tahmin edicilerden daha büyük olduğu GE değerlerinin ise daha küçük olduğu görülmüştür $\left(HKO\left(\bar{y}_{SDERSSk}\right)=2.16, GE\left(\bar{y}_{SDERSSk}\right)=87.82\right)$.
- Örneklem büyüklüğünün tek olduğu durumda, TUSKÖ yönteminde Samawai ve Saeid [16] tarafından önerilen $\bar{y}_{SERSS}$ klasik tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğer tüm tahmin edicilerden daha büyük olduğu GE değerlerinin ise daha küçük olduğu görülmüştür $\left(HKO\left(\bar{y}_{SERSS}\right)=2.94, GE\left(\bar{y}_{SERSS}\right)=37.29\right)$.
- Örneklem büyüklüğünün çift olması durumunda, TMSKÖ yönteminde Khan ve diğerleri [23] tarafından önerilen $\bar{y}_{R(S_t MRSSk)3}$ tabakaların basıklık yardımcı bilgisinin kullanıldığı tahmin edicinin HKO değerlerinin diğer tüm tahmin edicilerden daha küçük olduğu GE değerlerinin ise daha büyük olduğu görülmüştür $\left(HKO\left(\bar{y}_{R(S_t MRSSk)3}\right)=0.21, GE\left(\bar{y}_{R(S_t MRSSk)3}\right)=871.80\right)$.
- Örneklem büyüklüğünün çift olması durumunda, TMSKÖ yönteminde Khan ve diğerleri [23] tarafından önerilen $\bar{y}_{R(S_t MRSSk)3}$ tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğer oransal tahmin edicilerden daha küçük olduğu GE değerlerinin ise daha büyük olduğu görülmüştür.

- Örneklem büyüklüğünün tek olması durumunda, TRÖ yönteminde Hansen ve diğerleri [26] tarafından önerilen $\bar{y}_{RS}$ oransal tahmin edicinin HKO değerlerinin diğer oransal tahmin edicilerden daha küçük olduğu GE değerlerinin ise daha büyük olduğu görülmüştür.
- Örneklem büyüklüğünün tek ve çift olması durumunda, TSKÖ yönteminde Olayiwola ve Ayeleso [28] tarafından önerilen $\bar{y}_{oa1}$ değişim katsayısı bilgisi kullanılan üstel tahmin edicinin HKO değerlerinin diğer üstel tahmin edicilerden daha küçük olduğu GE değerlerinin ise daha büyük olduğu görülmüştür $\left(HKO\left(\bar{y}_{oa1}\right)=0.35, GE\left(\bar{y}_{oa1}\right)=349.26\right)$.
- Örneklem büyüklüğünün tek ve çift olması durumunda, Olayiwola ve Ayeleso [28] tarafından önerilen $\bar{y}^{*}_{oa1}$ üstel tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğer üstel tahmin edicilerden daha küçük olduğu GE değerlerinin ise daha büyük olduğu görülmüştür. $\left(HKO\left(\bar{y}^{*}_{oa1}\right)=0.21, GE\left(\bar{y}^{*}_{oa1}\right)=572.55\right)$
- Örneklem büyüklüğünün tek ve çift olması durumunda, TSKÖ yönteminde Mandowara ve Mehta [20] tarafından önerilen $\bar{y}_{MM2}$ basıklık katsayısı bilgisi kullanılan oransal tahmin edicinin HKO değerlerinin diğer Mandowara ve Mehta [20] tahmin edicilerinden daha küçük olduğu GE değerlerinin ise daha büyük olduğu görülmüştür $\left(HKO\left(\bar{y}_{MM2}\right)=0.28, GE\left(\bar{y}_{MM2}\right)=443.42\right)$.
- TSKÖ de Samawi ve Siam [15] tarafından önerilen ayrı ve birleşik tahmin edicilerde hem tek hem de çift örneklem büyüklüklerine göre oransal ayrı tahmin edicilerin HKO değerinin daha düşük, GE değerinin daha yüksek olduğu görülmüştür$\left(HKO\left(\bar{y}_{SS(s)}\right)<HKO\left(\bar{y}_{SS(c)}\right)\right)$.
- TRÖ, TSKÖ, TMSKÖ, TKSKÖ, TUSKÖ, TÇUSKÖ ve TÇSKÖ yöntemlerine dayalı klasik tahmin ediciler kıyaslandığında, örneklem büyüklüğü tek olması durumunda TKSKÖ'ye dayalı tahmin edici, örneklem büyüklüğü çift olması durumunda HKO değeri en düşük GE değeri en yüksek tahmin edicinin TMSKÖ'ye dayalı tahmin edici olduğu ortaya çıkmıştır $\left(GE\left(\bar{y}_{SMRSSk}\right)=267.36, GE\left(\bar{y}_{SQRSSk}\right)=221.44\right)$.

Çizelge 4.7. Y değişkenine göre sıralı BKİ (Y) ile ağırlık (X) değişkeni kitle ortalaması tahminlerinin HKO ve GE değerleri

Tabakalı Rastgele Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\overline{y}^*_{RC}$	0.44	0.34	0.29	0.25
	429.60	452.29	432.77	429.82
$\overline{y}^*_{RS}$	0.43	0.34	0.28	0.25
	434.29	453.64	434.55	432.36
Çeşitli Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Klasik Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\overline{y}^*_{st}$	1.89	1.54	1.25	1.08
	100	100	100	100
$\overline{y}^*_{SRSSk}$	0.90	0.63	0.43	0.35
	211.09	243.93	288.33	309.87
$\overline{y}^*_{SMRSSk}$	0.646496	0.63	0.48	0.51
	293.74	243.42	259.69	210.70
$\overline{y}^*_{SQRSSk}$	1.30	0.48	0.40	0.40
	145.96	319.72	311.85	268.66
$\overline{y}^*_{SERSS}$	1.38	3.11	1.25	3.13
	137.33	49.59	99.93	34.66
$\overline{y}^*_{R(S_tDRSS)}$	0.84	0.61	0.48	0.38
	225.60	251.25	261.45	284.33
$\overline{y}^*_{SDERSSk}$	1.87	2.27	2.14	1.85
	101.49	67.93	58.44	58.52
Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\overline{y}^*_{SS(s)}$	0.41	0.33	0.27	0.23
	461.43	466.77	454.34	457.12
$\overline{y}^*_{SS(c)}$	0.40	0.32	0.27	0.23
	463.41	470.36	457.29	459.81
$\overline{y}^*_{MM1}$	0.40	0.32	0.27	0.23
	464.69	471.78	458.77	461.35
$\overline{y}^*_{MM2}$	0.40	0.32	0.27	0.23
	466.98	474.31	461.41	464.09
$\overline{y}^*_{MM3}$	0.51	0.44	0.39	0.35
	365.59	347.36	320.71	308.85
$\overline{y}^*_{MM4}$	0.56	0.49	0.43	0.39
	337.79	315.16	286.48	271.87
Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Üstel Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\overline{y}^*_{oa1}$	0.41	0.29	0.21	0.18
	462.86	518.03	572.55	603.63
$\overline{y}^*_{oa2}$	0.41	0.29	0.21	0.18
	461.72	516.94	571.68	602.83

$\overline{y}^*_{oa3}$	0.43	0.32	0.24	0.20
	436.35	473.63	505.09	518.91
$\overline{y}^*_{oa4}$	0.45	0.34	0.26	0.22
	415.17	446.71	471.85	480.44
Tabakalı Medyan Sıralı Küme Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\overline{y}^*_{R(S_t MRSSk)1}$	0.21	0.33	0.15	0.24
	896.95	466.16	825.55	448.20
$\overline{y}^*_{R(S_t MRSSk)2}$	0.21	0.33	0.15	0.24
	898.90	467.58	826.65	449.31
$\overline{y}^*_{R(S_t MRSSk)3}$	0.21	0.32	0.15	0.24
	902.32	470.09	**828.56**	451.26
$\overline{y}^*_{R(S_t MRSSk)4}$	0.42	0.55	0.39	0.48
	447.73	278.78	319.83	223.98
$\overline{y}^*_{R(S_t MRSSk)5}$	0.50	0.63	0.48	0.57
	376.82	244.27	259.43	189.46
$\overline{y}^*_{(S_t MRSSk)6}$	0.26	0.29	0.20	0.24
	721.73	518.47	604.62	445.07
$\overline{y}^*_{(S_t MRSSk)7}$	0.28	0.31	0.22	0.25
	669.91	494.40	562.40	422.55
Tabakalı Çift Sıralı Küme Örneklemesi Oransal Tahmin Edicileri				
Tahmin Edici	$r_h = 4$	$r_h = 5$	$r_h = 6$	$r_h = 7$
$\overline{y}^*_{R(S_t DRSS)SS}$	0.55	3.81	0.49	3.92
	345.06	40.51	251.27	27.67
$\overline{y}^*_{R(S_t DRSS)SD}$	0.55	3.80	0.50	3.91
	345.05	40.63	250.76	27.74
$\overline{y}^*_{R(S_t DRSS)KC}$	0.55	3.78	0.50	3.89
	345.02	40.84	249.84	27.88
$\overline{y}^*_{R(S_t DRSS)US1}$	0.39	2.53	0.26	2.59
	480.77	61.06	481.15	41.96
$\overline{y}^*_{R(S_t DRSS)US2}$	0.37	2.19	0.23	2.24
	502.21	70.44	531.01	48.49
Tahmin Edicilerin HKO Değerleri				
Tahmin Edicilerin GE Değerleri				

Sıralama Y değişkenine göre yapıldığında ağırlık (X) yardımcı değişken olarak alındığı durumda elde edilen benzetim sonuçları Çizelge 4.7. 'e göre şu şekildedir:

- Örneklem büyüklüğünün çift olması durumunda, $\overline{y}^*_{R(S_t MRSSk)3}$ tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğer tüm tahmin edicilerden daha küçük GE değerlerinin ise daha büyük olduğu görülmüştür. $\left(HKO\left(\overline{y}^{*}_{R(S_t MRSSk)3}\right)=0.21, GE\left(\overline{y}^{*}_{R(S_t MRSSk)3}\right)=902.32\right)$.

- Örneklem büyüklüğünün tek olması durumunda, TSKÖ yönteminde Olayiwola ve Ayeleso [28] tarafından önerilen $\overline{y}^{*}_{oa1}$ değişim katsayısı bilgisi kullanılan üstel tahmin edicinin HKO değerlerinin diğer tüm tahmin edicilerden daha küçük olduğu GE değerlerinin ise daha büyük olduğu görülmüştür $\left(HKO\left(\overline{y}^{*}_{oa1}\right)=0.18, GE\left(\overline{y}^{*}_{oa1}\right)=603.63\right)$.
- Örneklem büyüklüğünün çift olması durumunda, TMSKÖ yönteminde Khan ve diğerleri [23] tarafından önerilen $\overline{y}^{*}_{R(S_t MRSSk)3}$ tahmin edicinin HKO değerlerinin diğer oransal tahmin edicilerden daha küçük olduğu GE değerlerinin ise daha büyük olduğu görülmüştür.
- Örneklem büyüklüğünün tek olması durumunda, TMSKÖ yönteminde Khan ve diğerleri [23] tarafından önerilen $\overline{y}^{*}_{R(S_t MRSSk)6}$ tabakaların birinci çeyreklik yardımcı bilgisinin kullanıldığı tahmin edicinin HKO değerlerinin diğer oransal tahmin edicilerden daha küçük olduğu GE değerlerinin ise daha büyük olduğu görülmüştür $\left(HKO\left(\overline{y}^{*}_{R(S_t MRSSk)3}\right)=0.20, GE\left(\overline{y}^{*}_{R(S_t MRSSk)3}\right)=518.47\right)$.
- TRÖ, TSKÖ, TMSKÖ, TKSKÖ, TUSKÖ, TÇUSKÖ ve TÇSKÖ yöntemlerine dayalı klasik tahmin ediciler kıyaslandığında örneklem büyüklüğü çift olması durumunda, HKO değeri en yüksek GE değeri en düşük tahmin edicinin TUSKÖ'ye dayalı tahmin edici, örneklem büyüklüğü tek olması durumunda ise TÇUSKÖ'ye dayalı tahmin edici olduğu ortaya çıkmıştır $(GE\left(\overline{y}_{SERSS}\right)=34.66, GE\left(\overline{y}_{SDERSSk}\right)=58.43)$.
- Örneklem büyüklüğünün tek ve çift olması durumunda, $\overline{y}^{*}_{MM2}$ oransal tahmin edicinin HKO değerlerinin diğer Mandowara ve Mehta [20] tahmin edicilerinden daha küçük olduğu GE değerlerinin ise daha büyük olduğu görülmüştür$\left(HKO\left(\overline{y}^{*}_{MM2}\right)=0.27, GE\left(\overline{y}^{*}_{MM2}\right)=461.41\right)$.

- Örneklem büyüklüğünün tek ve çift olması durumunda, oransal birleşik tahmin edicilerin HKO değerinin daha düşük, GE değerinin daha yüksek olduğu görülmüştür $\left(HKO\left(\bar{y}^{*}_{SS(c)}\right) < HKO\left(\bar{y}^{*}_{SS(s)}\right)\right)$.
- TRÖ, TSKÖ, TMSKÖ, TKSKÖ, TUSKÖ, TÇUSKÖ ve TÇSKÖ yöntemlerine dayalı klasik tahmin ediciler kıyaslandığında örneklem büyüklüğü tek olması durumunda HKO değeri en yüksek GE değeri en düşük tahmin edicinin TUSKÖ'ye dayalı tahmin edici, örneklem büyüklüğü çift olması durumunda ise TÇUSKÖ'ye dayalı tahmin edici olduğu ortaya çıkmıştır $\left(GE\left(\bar{y}_{SERSS}\right) = 34.66, GE\left(\bar{y}_{SDERSSk}\right) = 58.43\right)$.
- TRÖ, TSKÖ, TMSKÖ, TKSKÖ, TUSKÖ, TÇUSKÖ ve TÇSKÖ yöntemlerine dayalı klasik tahmin ediciler kıyaslandığında, örneklem büyüklüğü tek olması durumunda TKSKÖ'ye dayalı tahmin edici, örneklem büyüklüğü çift olması durumunda HKO değeri en düşük GE değeri en yüksek tahmin edicinin TMSKÖ'ye dayalı tahmin edici olduğu ortaya çıkmıştır $\left(GE\left(\bar{y}_{SMRSSk}\right) = 267.36, GE\left(\bar{y}_{SQRSSk}\right) = 221.44\right)$.
- TSKÖ de Samawi ve Siam [15] tarafından önerilen ayrı ve birleşik tahmin edicilerde X ve Y değişkenlerine göre sıralamada HKO ve GE değerlerinin yaklaşık olarak aynı değeri verdiği görülür.

5. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu tez çalışmasında literatürde bulunan çeşitli tabakalı sıralı küme örneklemesi yöntemlerinin kitle ortalama tahmin edicilerinin performanslarını karşılaştırmak amaçlanmıştır. Bu örnekleme yöntemleri, TRÖ, TSKÖ, TMSKÖ, TKSKÖ, TUSKÖ, TÇUSKÖ ve TÇSKÖ şeklindedir. Bu yöntemlerde önerilen klasik tahmin ediciler ile değişim katsayısı, basıklık, birinci ve üçüncü çeyreklik gibi yardımcı değişken bilgisi kullanan oransal ve üstel tahmin ediciler incelenmiştir. Bu tahmin edicilere ait HKO, GE ve yan değerleri sayısal bir örnek üzerinden gösterilmiş ve performansları değerlendirilmiştir.

Öncelikle bu yöntemleri ve tahmin edicileri hakkında genel bir bilgi verilip tanıtılmıştır. Daha sonra bu tahmin edicilere ilişkin teorik olarak HKO ve yan değerleri bulunmuş ve benzetim çalışması yapılarak sonuçlar yorumlanmıştır.

Benzetim çalışmasında örneklem büyüklüğünün tek ve çift olmasına göre, X ve Y değişkeni sıralandığında ve farklı yardımcı değişken kullanarak hesaplanan farklı korelasyonlar düşünülerek benzetim çalışması yapılmıştır. Burada amaç farklı korelasyonlar da aynı örnekleme yöntemlerini karşılaştırmaktır. Yapılan bu benzetim çalışmasında korelasyon katsayısı düşük olması durumunda (yardımcı değişken yaş olduğu durum) $(\rho = 0.60)$ klasik tahmin ediciler daha iyi sonuç verirken, korelasyon katsayısı yüksek olması durumunda (yardımcı değişken ağırlık olduğu durum$(\rho = 0.86)$ oransal tahmin ediciler daha iyi sonuç vermiştir.

X ve Y değişkenleri sıralamasına göre çıkan sonuçlarda ise X e göre sıralamada yaş yardımcı değişkeninin daha iyi sonuç verdiği, Y'ye göre sıralamada ise ağırlık yardımcı değişkeninin daha iyi sonuç verdiği görülmüştür.

Ayrıca bu uygulamalar sonucunda bazı örnekleme yöntemleri örneklem büyüklüğü tek ve küçük ya da büyük olduğunda, bazıları ise çift ve küçük ya da büyük olduğunda daha iyi sonuç vermiştir.

Çalışılan bu veri kümesi için uygulamadan elde edilen sonuçlara göre, çalışmada BKİ ve yaş değişeni ele alındığında en iyi örnekleme yönteminin TMSKÖ yöntemi olduğu söylenebilir. Çünkü hem hesaplanan uygulama sonuçlarında hem de benzetim çalışmasının sonucuna göre TMSKÖ de önerilen $\overline{y}_{(S_t MRSSk)7}$ tahmin edicisinin en iyi sonucu verdiği görülmüştür.

KAYNAKLAR

[1] Karasar, N., *Bilimsel Araştırma Yöntemi*, Nobel Yayınları, Ankara, **2000**.

[2] Koyuncu, N., ‘‘Tabakalı Rastgele Örneklemede Yardımcı Değişken Bilgisi Kullanılarak Kitle Ortalaması ve Varyansının Tahmin edilmesi’’, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, **2007**.

[3] Karakülah, Ü.H., ‘‘Basit Rastgele Örnekleme Yönteminde Oransal Tahmin Ediciler’’, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, **2006**.

[4] Özmer, A., Anadolu Üniversitesi Yayınları,**2008**.

[5] Çıngı, H., Örnekleme Kuramı, 3. Baskı, Bizim Büro Basımevi, Ankara, **2009**.

[6] Singh, R., Mangat, N.S., ‘‘Elements of Survey Sampling’’, *Kluwer Academic Publishers,* **1996.**

[7] Öztoprak, D., ‘‘Tabakalı Rastgele Örneklemede Birden Çok Değişkene Göre Çeşitli Dağıtım Yöntemleri’’, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, **1997.**

[8] Elhan, A.H., ‘‘Veri Tipleri ve Örnekleme Yöntemleri’’, Ankara Üniversitesi Tıp Fakültesi Biyoistatistik Anabilim Dalı, **2014.**

[9] Özen, Y., Gül, A., ‘‘Sosyal Ve Egitim Bilimleri Araştırmalarında Evren·Örneklem Sorunu’’, *KKEFDI*, **2007.**

[10] Gay, L.R & Airasion, ‘‘Edueationai Researeh; Competendes for Analysis and Applieation’’, *Upper Saddle River*, NJ: Merill/GEntice Hall, **2003.**

[11] Ünyazıcı Y., ‘‘Çeşitli Sıralı Küme Örneklemesi Yöntemleri Ve Uygulama, (Various Ranked Set Sampling Methods And Application)’’, Hacettepe Üniversitesi, İstatistik Bölümü, İstatistik Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi, **2002.**

[12] Özdemir, Y. A., ‘‘Sıralı Küme Örneklemesiyle Doğrusal Regresyon Modelinde Parametre Tahminlerinin İncelenmesi’’, Gazi Üniversitesi, İstatistik Bölümü, İstatistik Anabilim Dalı, Doktora Tezi, **2005.**

[13] Akıncı, N., ‘‘Sıralı Küme Örneklemesi Tasarımlarının Çeşitli Dağılımlar Altında Etkinliklerinin İncelenmesi’’, Gazi Üniversitesi, İstatistik Bölümü, İstatistik Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi, **2010.**

[14] Samawi , H.M., ‘‘Stratified Ranked Set Sample’’ ,*Pak.J. Statist.*, **1996.**

[15] Samawi, H.M., Siam, M.I., ‘‘Ratio Estimation Using Stratified Ranked Set Sample’’, *International Journal of Statistics*, **2003.**

[16] Samawai, H. M., Saeid, L. J., ‘‘Stratified Extreme Ranked Set Sample With Application To Ratio Estimators’’, *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, **2004.**

[17] İbrahim, K., Syam, M., ‘‘Estimating the Population Mean Using Stratified Median Ranked Set Sampling’’, Applied Mathematical Sciences, **2010**.

[18] Syam, M.I., İbrahim, K., Al-Omari, I., ‘‘Investigating the Use of Stratified Percentile Ranked Set Sampling Method for Estimating the Population Mean’’, *Proyecciones Journal of Mathematics*, **2011.**

[19] Syam, I., İbrahim, I., Al-Omari, I., ‘‘The Efficiency of Stratified Quartile Ranked Set Sampling in Estimating the Population Mean’’, *Tamsui Oxford Journal of Information and Mathematical Sciences,* Aletheia University, **2012.**

[20] Mandowara, V.L., Mehta, N., ‘‘Modified Ratio Estimators Using Stratifed Ranked Set Sampling’’, *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, **2014.**

[21] Syam, M.I., İbrahim, K., Al-Omari, I., ‘‘Estimating the Population Mean by Using Stratified Double Extreme Ranked Set Sample’’*, World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Mathematical, Computational, Statistical, Natural and Physical Engineering*, **2015.**

[22] Khan, L., Shabbir, J., Gupta, S., ‘‘Improved ratio-type estimators using stratified double–ranked set sampling’’, *Journal Of Statistical Theory And Practice*, **2016.**

[23] Khan, L., Shabbir, J., Kadilar, C., ‘‘Efficient Classes Of Ratıo-Type Estımators Of Populatıon Mean Under Stratified Medıan Ranked Set Samplıng’’, *Pak. J. Statist.,* **2016.**

[24] Diana, G., ‘‘A Study of k-th order Approximation Of Some Ratio Type Strategies’’, Metron, **1992**.

[25] Cochran, W. G., ‘‘Sampling Techniques’’, Third edition, **1977.**

[26] Hansen, M.H., Hurwitz, W.N., Gurney M., ‘‘ Problems and methods of the sample survey of business’’, *Journal of American Statistical Association*, **1946.**

[27] Adams, R.A., ‘‘Calculus: A Complete Course’’, Addison Wesley Longman Ltd.,Canada, **1999.**

[28] Olayiwola, O. M., Ayeleso, T.O., ‘‘Efficiency of Some Exponential Estimators for Estimating Heterogeneous Population Parameters’’, Ana le. Seria Informatică., **2015.**

[29] Lissau, I., Overpeck MD, Ruan W.J., et al. Body Mass Index And Overweight in Adolescents in 13 European Countries, *Israel, and the United States. Arch Pediatr Adolesc Med*, **2004.**

EK1. Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesinin Birleşik Oransal Tahmin Edicisinin Yan ve HKO Tanıtı

TSKÖ'nde birleşik oransal tahmin edici Samawi ve Siam [15] tarafından önerilmiştir. Tahmin edicide örneklem birimlerinin sıralanmasında X değişkeni kullanıldığında önerilen birleşik oransal tahmin edici,

$$\bar{y}_{SS(c)} = \bar{y}_{[SRSS]}\left(\frac{\bar{X}}{\bar{x}_{(SRSS)}}\right) \quad (1)$$

olarak tanımlanmıştır. Bu tahmin edicinin yanı ve hata kareler ortalaması Fark Yöntemi ile aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$\delta_0 = \frac{\bar{y}_{[SRSS]} - \bar{Y}}{\bar{Y}} \Rightarrow \bar{y}_{[SRSS]} = \bar{Y}\left(1+\delta_0\right) \quad (2)$$

$$\delta_1 = \frac{\bar{x}_{(SRSS)} - \bar{X}}{\bar{X}} \Rightarrow \bar{x}_{(SRSS)} = \bar{X}\left(1+\delta_1\right) \quad (3)$$

Eşitlik (2) ve Eşitlik (3) ,Eşitlik(1) de yerine konulup işlemler devam ettiğinde,

$$\bar{y}_{SS(c)} = \bar{Y}\left(1+\delta_0\right)\left(\frac{\bar{X}}{\bar{X}\left(1+\delta_1\right)}\right) \quad (4)$$

$$\bar{y}_{SS(c)} = \bar{Y}\left(1+\delta_0\right)\left(1+\delta_1\right)^{-1} \quad (5)$$

Bu durumda

$$\left(1+\delta_1\right)^{-1} = 1 - \delta_1 + \delta_1^2 - \delta_1^3 + \ldots \quad (6)$$

olur. Eşitlik (6)' da 2.dereceden sonraki terimler ihmal edilirse,

$$\bar{y}_{SS(c)} = \bar{Y}\left(1+\delta_0\right)\left(1-\delta_1+\delta_1^2+...\right) \tag{7}$$

eşitliğine ulaşılır.

Eşitlik (7)‘ deki çarpımlar yapılıp 2. dereceden sonraki terimler ihmal edildiğinde gerekli işlemler yapıldığında,

$$\bar{y}_{SS(c)} = \bar{Y}\left(1-\delta_1+\delta_1^2+\delta_0-\delta_0\delta_1\right) \tag{8}$$

$$\bar{y}_{SS(c)} - \bar{Y} \cong \bar{Y}\left(-\delta_1+\delta_1^2+\delta_0-\delta_0\delta_1\right) \tag{9}$$

olur. Eşitlik (9) ‘un beklenen değeri alındığında,

$$E\left(\bar{y}_{SS(c)} - \bar{Y}\right) \cong \bar{Y}E\left(-\delta_1+\delta_1^2+\delta_0-\delta_0\delta_1\right) \tag{10}$$

sonucuna ulaşılır. Aşağıdaki beklenen değer eşitlikleri, Eşitlik (10) da yerine konulduğunda,

$$E\left(\delta_0\right) = E\left(\delta_1\right) = 0 \tag{11}$$

$$E\left(\delta_0^2\right) = \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^{\,2}}{n_h}\left(\frac{S_{yh}^2}{\bar{Y}^2} - \frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h} D_{yh[i]}^2\right) \tag{12}$$

$$E\left(\delta_1^2\right) = \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^{\,2}}{n_h}\left(\frac{S_{xh}^2}{\bar{X}^2} - \frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h} D_{xh(i)}^2\right) \tag{13}$$

$$E\left(\delta_0\,\delta_1\right) = \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^{\,2}}{n_h}\left(\frac{S_{xhyh}}{\bar{X}\bar{Y}} - \frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h} D_{xh(i)yh[i]}\right) \tag{14}$$

yan değeri,

$$Yan\left(\bar{y}_{\mathrm{SS(c)}}\right) \cong \sum_{i=1}^{L}\frac{W_h^2}{n_h}\bar{Y}\left(\frac{S_{xh}^2}{\bar{X}^2} - \frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h} D_{xh[i]}^2 - \frac{S_{xhyh}}{\bar{Y}\bar{X}} + \frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h} D_{xh(i)yh[i]}\right) \tag{15}$$

sonucuna ulaşılır. HKO için eşitlik (9)’ un karesinin beklenen değeri alındığında

$$\left(\bar{y}_{SS(c)} - \bar{Y}\right)^2 \cong \bar{Y}^2\left(\delta_1^2 + \delta_0^2 - 2\delta_0\delta_1\right) \tag{16}$$

$$E\left(\bar{y}_{SS(c)} - \bar{Y}\right)^2 \cong \bar{Y}^2 E\left(\delta_1^2 + \delta_0^2 - 2\delta_0\delta_1\right) \tag{17}$$

sonucuna ulaşılır. Eşitlik (12) , Eşitlik (13) ve Eşitlik (14) , Eşitlik (17) de yerine yazıldığında,

$$HKO\left(\bar{y}_{SS(c)}\right) \cong \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{n_h}\bar{Y}^2\left(\frac{S_{xh}^2}{\bar{X}^2} - \frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h}D_{xh(i)}^2 + \frac{S_{yh}^2}{\bar{Y}^2} - \frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h}D_{yh[i]}^2\right)$$

$$-\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{n_h}\bar{Y}^2\left(2\left(\frac{S_{xhyh}}{\overline{YX}} - \frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h}D_{xh(i)yh[i]}\right)\right) \tag{18}$$

gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$HKO\left(\bar{y}_{SS(c)}\right) \cong \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{n_h}\bar{Y}^2\left(\frac{S_{xh}^2}{\bar{X}^2} + \frac{S_{yh}^2}{\bar{Y}^2} - 2\frac{S_{xhyh}}{\overline{YX}} - \frac{m}{n_h}\sum_{i=1}^{r_h}\left(D_{xh(i)} - D_{yh[i]}\right)^2\right) \tag{19}$$

sonucuna ulaşılır.

ÖZGEÇMİŞ

Kimlik Bilgileri

Adı Soyadı	: Arzu Ece DOĞRU
Doğum Yeri	: Sheffield/İNGİLTERE
Medeni Hali	: Bekar
E-posta	: arzuece.dogru@hacettepe.edu.tr
Adresi	: Fırat Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, 2300, ELAZIĞ

Eğitim

Lise	: 2006-2010 Elazığ Hıdır Sever Lisesi
Lisans	: 2010-2014 Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü
Yüksek Lisans	: 2015-2017 Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü

Yabancı Dil ve Düzeyi

İngilizce : 72.5 (YDS)

İş Deneyimi

2017-... Fırat Üniversitesi İstatistik Bölümü Araştırma Görevliliği

Deneyim Alanları

-

Tezden Üretilmiş Projeler ve Bütçesi

-

Tezden Üretilmiş Yayınlar

-

Tezden Üretilmiş Tebliğ ve/veya Poster Sunumu ile Katıldığı Toplantılar

1. Doğru, A.E., Koyuncu, N., Exponential estimators of population mean using stratified ranked set sampling, 3rd International Researcher, Statisticians and Young Statisticians Congress IRSYSC 2017, 24-26 Mayıs 2017, Konya, Türkiye.

2. Doğru, A.E., Koyuncu, N., Ratio estimators of population mean using stratified ranked set sampling, 2nd International Researchers Statisticians and Young Statisticians Congress Abstract Book, 119, 4-8 May2016, Hacettepe Üniversitesi, (poster)

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tarih: 02/06/ 2017

Tez Başlığı / Konusu : ÇEŞİTLİ TABAKALI SIRALI KÜME ÖRNEKLEME TASARIMLARINDA KİTLE ORTALAMASININ TAHMİN EDİLMESİ

Yukarıda başlığı/konusu gösterilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 79 sayfalık kısmına ilişkin, 02/06/2017 tarihinde tez danışmanım tarafından Turnitin adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı %8 'dir.

Uygulanan filtrelemeler:
1- Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç,
2- Kaynakça hariç
3- Alıntılar hariç
4- 5 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

02.06.2017

Adı Soyadı: Arzu Ece Doğru

Öğrenci No: N14225553

Anabilim Dalı: İstatistik

Programı: Yüksek Lisans

Statüsü: ☒ Y.Lisans ☐ Doktora ☐ Bütünleşik Dr.

DANIŞMAN ONAYI

UYGUNDUR.

Doç. Dr. Nursel Koyuncu