



HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Ana Bilim Dalı

TÜRKİYE, FİNLANDİYA VE KANADA' DA MATEMATİK DERS KİTAPLARINDAKİ
BAZI ORTAK KONULARIN GÖSTERGEBİLİMSEL ANALİZİ

Ramazan LEYLEK

Doktora Tezi

Ankara, 2020

Liderlik, araştırma, inovasyon, kaliteli eğitim ve değişim ile

Daha ileriye ... En İyiyeye ...



HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi

TÜRKİYE, FİNLANDİYA VE KANADA' DA MATEMATİK DERS KİTAPLARINDAKİ
BAZI ORTAK KONULARIN GÖSTERGEBİLİMSEL ANALİZİ

SEMIOTICS ANALYZING OF SOME COMMON SUBJECTS IN MATHEMATICS
TEXTBOOK IN TURKEY, FINLAND AND CANADA

Ramazan LEYLEK

Doktora Tezi

Ankara, 2020

Kabul ve Onay

Eğitim Bilimleri Enstitüsü M¼d¼rl¼đ¼ne,

Ramazan LEYLEK' in hazırladığı "T¼rkiye, Finlandiya ve Kanada' da Matematik Ders Kitaplarındaki Bazı Ortak Konuların G¼stergibilimsel Analizi" başlıklı bu çalışma j¼rimiz tarafından **Orta ¼đretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Ana Bilim Dalı, Orta ¼đretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Bilim Dalında Doktora Tezi** olarak kabul edilmiştir.

J¼ri Başkanı Prof. Dr. şeref MİRASYEDİOğLU

J¼ri Üyesi (Danışman) Prof. Dr. Necla TURANLI

J¼ri Üyesi Prof. Dr. Selahattin GELBAL

J¼ri Üyesi Doç. Dr. ¼mer Faruk ÇETİN

J¼ri Üyesi Dr. ¼đretim Üyesi iğdem
ALKAş ULUSOY

Enstit¼ Y¼netim Kurulunun
.../.../... Tarihli ve
sayılı kararı.

Bu tez Hacettepe ¼niversitesi Lisans¼st¼ Eğitim, ¼đretim ve Sınav Y¼netmeliđi'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki j¼ri ¼yeleri tarafından / / tarihinde uygun g¼r¼lm¼ř ve Enstit¼ Y¼netim Kurulunca / / tarihi itibarıyla kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Selahattin GELBAL
Eğitim Bilimleri Enstit¼s¼ M¼d¼r¼

Öz

Matematik eğitim ve öğretiminde görselliğe ve görsel argümanlara eğilim son yıllarda ciddi oranda artmıştır. Matematikteki soyut kavramların öğretilmesinde ve öğrenilmesinde görsel materyaller çok fazla kullanılmaktadır. Matematiksel kavramlar idealdir, genel bir yapıları vardır ve kavramları temsil etmek ve onlarla etkileşimde bulunmak için göstergeleri bir araç olarak kullanmak zorunludur. Bu anlamda geliştirilen göstergeler kendileri matematiksel nesnelere değildir ama herhangi bir şekilde onların yerini tutarlar. Bu nedenle matematiksel kavram yapılarını oluştururken göstergebilimin kazandırdığı gösterge kavramını bilinçli ve bilimsel yöntem farkındalığı ile öğrencilere aktarmanın çok önemli bir başarıyı ortaya koyacağı düşünülmektedir. Bu çalışmada, Türkiye, Finlandiya ve Kanada'da okutulan birer tane seçilmiş ortaöğretim (lise) matematik ders kitabının Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Ondalık Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularının göstergebilim açısından analizinin yapılması amaçlanmıştır. Araştırmada bahsi geçen ülkelerdeki matematik ders kitaplarında bulunan göstergelerin (fotoğraf, resim, şekil, vb.) konuların öğretilmesinde, öğrenilmesinde ve kavramsal bir yapı oluşturmasındaki etkisini ortaya koymak amaçlanmıştır. Bu çalışmada, karma yöntem seçilmiştir. Karma yöntemde, döküman inceleme modeli ve anket tekniği kullanılmıştır. Konularının anlatımında görselliğin nasıl verildiği, kavramların hangi işaret, sembol ve görsellerle ortaya konulduğu, Charles Sanders Peirce'in geliştirdiği göstergebilim (semiotics) üçgen modeli ile incelenmiştir. Anket uygulamasında, matematik ders kitaplarında yukarıda bahsi geçen konuların öğretilmesinde, öğrenilmesinde ve kavramsal bir yapı oluşturmasında sunulan göstergelerin faydalı olup olmayacağı öğretmen görüşü alınarak belirlenmeye çalışılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre, Peirce' in gösterge türü sınıflandırmasına ait olan göstergelerin (görüntüsel, belirtisel ve sembolik) diğerlerine göre anlamlandırma sürecinde daha etkili olduğu görülmüştür. Kavramsal yapı oluşturma sürecinde en etkili gösterge türünün ise görüntüsel gösterge olduğu saptanmıştır.

Anahtar sözcükler: matematik ders kitabı, gösterge, göstergebilim.

Abstract

In recent years, the trend towards visuality and visual arguments in mathematics education and training has remarkably increased. Visual materials find a significant buyer in the teaching and learning of abstract concepts in mathematics. Mathematical concepts are ideal, they have a general structure, and it is imperative to use representamen as a tool to represent concepts and interact with them. The indicators developed in this sense are not mathematical objects themselves, but they substitute for them in any way. For this reason, it is thought that transferring the concept of indicators gained by students through semiotics with conscious and scientific method awareness while creating mathematical concept structures will bring a very important success. In this study, it is aimed to make the indicator analysis of Natural Numbers, Integers, Decimal Numbers, Rational Numbers, Power Numbers, Root Numbers and Function Issues of selected secondary school (high school) mathematics textbooks from Turkey, Finland and Canada, in terms of semiotics. Also, in the study it is aimed to reveal the effect of the indicators (photographs, pictures, figures, etc.) used in mathematics textbooks in the countries mentioned in teaching/ learning of subjects and creating a conceptual structure. In this study, mixed method research was conducted. In the mixed method, document analysis model and questionnaire are used. How visuality is given in the expression of the subjects, which signs, symbols and visuals are presented by the concepts were analyzed with the semiotics triangle model developed by Charles Sanders Peirce. In the questionnaire application, it was tried to determine whether the indicators presented in mathematics textbooks in teaching, learning and creating a conceptual structure would be beneficial by taking the opinion of the teacher. According to the results of the research, it is seen that the indicators (visual, symptomatic and symbolic) belonging to Peirce's classification are more effective than the others in the process of interpretation. The most effective indicator type has been determined as the visual indicator in the process of creating a conceptual structure.

Key words: mathematics textbooks, representamen, semiotics.

Teşekkür

Doktora eğitimi sürecinde tanıştığım ilk günden, danışmanım olduğu ve tezin raporlaştırma sürecinin sonuna geldiğim şu zamana kadar güçlü karakteri, naif yapısı, hümanist kişiliği, köklü kültürümüzün özellikleriyle günümüzün çağdaşlık ilkelerini bünyesinde cem etmiş hanımefendiliği ve çalışkanlığı ile bana her zaman örnek bir akademisyen olmuştur. En zor zamanlarımda bana sırdaşlık yapmış, hayat tecrübeleriyle bana umut vermiş ve yapıcı söylemleriyle eğitimimin nihayete ermesinde çok değerli katkıları bulunmuştur. Bunların yanı sıra tez konusu belirleme çalışmalarından tezin olgunlaşması ve sona erdiği ana kadar çalışmalarımda beni “denetimli özgürlük” yaklaşımıyla takip ederek tezin farklı bir boyut kazanmasında çok değerli yönlendirmeleri olmuştur. Daha birçok özellikleriyle hayatıma renk katan, öğrencilerine olan ilgisine, akademik bilgisine, insancıl karakterine hayran olduğum, değerli büyüğüm, kıymetli hocam Prof. Dr. Necla TURANLI 'ya çok teşekkür ederim.

Tez izleme komitesinde tanıştığım, matematik eğitimi konusunda ülkemizdeki ve dünyadaki güncel çalışmalar konusundaki bilgileri ve yönlendirmeleriyle tezimin ana unsurunun temel bir zemin üzerinde kurulmasında çok değerli katkıları olan değerli hocam Prof. Dr. Şeref MİRASYEDİOĞLU' na çok teşekkür ederim.

Ders döneminde kendisinden aldığım bazı derslerdeki akademik katkısını tez izleme komitesinde de hiç esirgemeyen, tez süreci boyunca karşılaştığımız problemlere akılcı, yapıcı ve ikna edici çözüm yolları bulan, ilişkilerinde insanı merkeze alan yapısıyla herkesin takdirini kazanmış değerli hocam Prof. Dr. Selahattin GELBAL' a çok teşekkür ederim.

Alan yazın araştırmalarında çok değerli katkıları olan, sıkıştığım, dara düştüğüm zamanlarda yardımını hiç esirgemeyen kıymetli aile büyüğüm Namık ÇETİN' e çok teşekkür ederim.

Tüm lisansüstü eğitimim boyunca, her zaman desteğini gördüğüm, her türlü yardımını esirgememiş, evlilik hayatında üzerime düşen yükün büyük bir kısmını da omuzlamış, benim için fazlasıyla fedakârlık yapmış, biricik eşim Özlem LEYLEK hanımefendiye çok teşekkür ederim.

Hayattaki beklentilerimi ve yaşama sevincimin odak noktasını değiştiren canlarım diye hitap ettiğim oğlum Osman Fatih LEYLEK ve kızım Beyza İrem LEYLEK' e bu zorlu süreçte hiç sıkıntı çıkarmadıkları için çok teşekkür ederim.

İçindekiler

Öz.....	ii
Abstract.....	iii
Teşekkür.....	iv
Tablolar Dizini.....	vii
Şekiller Dizini.....	viii
Simgeler ve Kısaltmalar Dizini.....	x
Bölüm 1 Giriş.....	1
Problem Durumu	1
Araştırmanın Amacı ve Önemi	4
Araştırma Problemi	5
Sayıtlar.....	6
Sınırlılıklar	7
Tanımlar	7
Bölüm 2 Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar.....	9
Göstergebilim.....	9
Gösteren Açısından Gösterge Türleri.....	9
Göstergebilim Ekolleri	11
Eğitimde Göstergebilim (Edusemiotics)	17
Matematik Eğitiminde Göstergebilim.....	20
İlgili Araştırmalar	29
Bölüm 3 Yöntem.....	35
Araştırma Türü	35
Çalışma Grubu	35
Veri Toplama Süreci.....	38
Veri Toplama Araçları	38
Verilerin Analizi	40

Bölüm 4 Bulgular ve Yorumlar	42
Uzman Görüşlerine Göre Gösterge Türü Analizlerinin Bulgu ve Yorumları	42
Alt Problem 1' e İlişkin Bulgular ve Yorumlar	44
Alt Problem 2' ye İlişkin Bulgular ve Yorumlar	53
Alt Problem 3' e İlişkin Bulgular ve Yorumlar	62
Bölüm 5 Sonuç, Tartışma ve Öneriler	96
Alt Problem 1' e İlişkin Sonuç ve Tartışma	96
Alt Problem 2' ye İlişkin Sonuç ve Tartışma	97
Alt Problem 3' e İlişkin Sonuç ve Tartışma	98
Alt Problem 4' e İlişkin Sonuç ve Tartışma	99
Öneriler	101
Kaynaklar	104
EK-A: Ortak Konulardaki Göstergeleri Değerlendirmeye Yönelik Öğretmen	113
Görüşü Formu	113
EK-B: Ortak Konulardaki Göstergelerin Sınıflandırılmasına Yönelik Uzman	125
Görüşü Formu	125
EK-C: Etik Komisyonu Onay Bildirimi	138
EK-Ç: Araştırma İzni Onay Bildirimi	139
EK-D: Etik Beyanı	140
EK-E: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu	141
EK-F: Thesis/Dissertation Originality Report	142
EK-G: Yayımlama ve Fikrî Mülkiyet Hakları Beyanı	143

Tablolar Dizini

Tablo 1 <i>Saussure ve Pierce'in Göstergibilim Yaklaşımlarının İncelenmesi</i>	16
Tablo 2 <i>Katılımcıların Mezun Oldukları Fakülte-Bölüm Bilgileri</i>	36
Tablo 3 <i>Katılımcıların Öğrenim Durumu Bilgileri</i>	37
Tablo 4 <i>Katılımcıların Matematik Öğretmenliğindeki Hizmet Yılı Bilgileri</i>	37
Tablo 5 <i>Katılımcılara Uygulanan Anket ile İlgili Bilgiler</i>	40
Tablo 6 <i>Seçeneklere İlişkin Sınırlar ve Gruplamalar</i>	41
Tablo 7 <i>Uzman Görüşlerine Göre Gösterge Türü Analizleri</i>	42
Tablo 8 <i>Türkiye'deki Matematik Ders Kitabının Gösterge Türü Dağılımı</i>	53
Tablo 9 <i>Finlandiya'daki Matematik Ders Kitabının Gösterge Türü Dağılımı</i>	62
Tablo 10 <i>Kanada'daki Matematik Ders Kitabının Gösterge Türü Dağılımı</i>	89
Tablo 11 <i>ÖGF' de Katılımcıların Puan Dağılımı ve Yüzdeleri</i>	90
Tablo 12 <i>ÖGF' de Katılımcıların Puan Ortalamalarının Değerlendirilmesi</i>	93

Şekiller Dizini

Şekil 1. Peirce'in göstergebilimsel (semiotics) üçgen modeli (Schreiber, 2006)...	13
Şekil 2. Gösterge türlerinin matematiksel kavramlarla gösterimi.	26
Şekil 3. Kümeler konusunun bazı kavramlarının göstergebilim metoduyla anlatımı.	28
Şekil 4. "MEB 9. sınıf matematik kitabı". Dikey yayıncılık 2012.	45
Şekil 5. "MEB 9. sınıf matematik kitabı". Dikey yayıncılık 2012.	46
Şekil 6. "MEB 9. sınıf matematik kitabı". Dikey yayıncılık 2012.	47
Şekil 7. "MEB 9. sınıf matematik kitabı". Dikey yayıncılık 2012.	48
Şekil 8. "MEB 9. sınıf matematik kitabı". Dikey yayıncılık 2012.	49
Şekil 9. "MEB 9. sınıf matematik kitabı". Dikey yayıncılık 2012.	50
Şekil 10. "MEB 9. sınıf matematik kitabı". Dikey yayıncılık 2012.	51
Şekil 11. "MEB 9. sınıf matematik kitabı". Dikey yayıncılık 2012.	52
Şekil 12. "Vapaa matikka". Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisensillä 2014.	54
Şekil 13. "Vapaa matikka". Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisensillä 2014.	55
Şekil 14. "Vapaa matikka". Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisensillä 2014.	56
Şekil 15. "Vapaa matikka". Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisensillä 2014.	57
Şekil 16. "Vapaa matikka". Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisensillä 2014.	58
Şekil 17. "Vapaa matikka". Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisensillä 2014.	59
Şekil 18. "Vapaa matikka". Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisensillä 2014.	60
Şekil 19. "Vapaa matikka". Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisensillä 2014.	60
Şekil 20. "Vapaa matikka". Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisensillä 2014.	61
Şekil 21. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.	63

Şekil 22. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.....	64
Şekil 23. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.....	65
Şekil 24. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.....	67
Şekil 25. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.....	69
Şekil 26. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.....	71
Şekil 27. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.....	72
Şekil 28. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.....	74
Şekil 29. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.....	75
Şekil 30. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.....	76
Şekil 31. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.....	78
Şekil 32. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.....	79
Şekil 33. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.....	81
Şekil 34. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.....	83
Şekil 35. Sınırsız semiosis süreci (Schreiber, 2006).	84
Şekil 36. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.....	86
Şekil 37. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.....	87

Simgeler ve Kısaltmalar Dizini

B: Belirtisel (İndeksikal) Gösterge

G: Görüntüsel (İkonik) Gösterge

H: Hiçbiri

KBF: Kişisel Bilgi Formu

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

ÖGF: Öğretmen Görüşü Formu

PISA: Programme for International Student Assessment

S: Sembolik (simgesel) Gösterge

UGF: Uzman Görüşü Formu

Bölüm 1

Giriş

Bu bölümde problem durumu, araştırmanın amacı ve önemi, araştırma problemi, sayıtlar, sınırlılıklar ve tanımlar yer almaktadır.

Problem Durumu

Günümüz dünyasında insanlar artık daha kalabalık gruplar halinde şehir merkezlerinde yaşamaya başlamışlardır. Büyük nüfuslu şehirler gün geçtikçe kalabalıklaşmakta, küçük nüfuslu yerleşim yerleri gün geçtikçe tenhalaşmakta adeta köyleşmektedir (Günay ve Parsa, 2012). Çok nüfuslu metropollerde çağdaş insanların bir arada problemsiz yaşayabilmeleri için öğrenilmesi ve uygulanması gereken birçok toplumsal kurallar ve değerler vardır. Toplumsal yaşamı düzenlemek için her türlü yazılı, işitsel veya görsel kurallar bütününe gösterge denilmektedir. Rifat (2009)' a göre gösterge, genel olarak kendi dışında bir şeyi temsil eden ve dolayısıyla bu temsil ettiği şeyin yerini alabilecek nitelikte olan her çeşit biçim, nesne, olgu, vb. olarak tanımlanır. Bu açıdan, sözcükler, simgeler, işaretler, vb. gösterge olarak kabul edilir. İnsanların günlük hayatlarını düzenlemek için kullandıkları çok fazla göstergeler bulunmaktadır.

Toplum içindeki bir davranışınız, kullandığınız parfüm, giydiğiniz elbisenin özelliği, bıyık bırakma, her türlü toplumsal olgu kendi başına bir göstergedir ve bir toplum içinde kendisi bir anlam taşıyıcı olabilir. Hatta biraz zorlarsak toplumsal olarak kullandığımız her şey göstergedir ve bir iletişim değeri vardır. O halde göstergeden kaçışımız yoktur ve onları anlamak ve doğru yerde kullanmayı öğrenmek durumundayız. Bir şehirde yaşamak için trafik kurallarını bilmek gerekiyor, belediyenin nasıl işlediğini, çöpün nasıl torbalanıp aklanacağını bilmek gerekiyor. Şehrin her yanında, değişik biçimlerde yerleştirilen her türlü göstergelyi bilmek, anlamlandırmak ve doğru bağlamda kullanmak bir zorunluluktur. Televizyondan haber dinleyebilmek için kumanda aletinin üzerindeki sayısız göstergelyi bilmek gerekiyor. Yapılmak istenen duruma göre alet üzerindeki göstergelerden uygun olana basıp işlemi gerçekleştirmek gerekiyor. Kişi gündelik yaşamını sürdürebilmek için para denilen şeyin nasıl kullanıldığını, onun bir değerinin olduğunu, bir nesne aldıktan sonra bu nesnenin değeri kadar para vermenin gerektiğini bilmesi gerekiyor. Bunların hepsi bir toplumun üyesi olmak için öğrenilmesi gereken göstergeler, kurallar, değerler, değer yargıları vb.dir" (Günay ve Parsa, 2012, s.7).

Göstergelerin en fazla kullanıldığı yerlerden biri de dijital dünyadır. Bilgisayar ve internetin insan hayatında çok önemli bir yer tuttuğu 21. yüzyılda göstergelerin her tarafı kuşattığını görüyoruz. Sosyal medyayı insanların çokça kullanması ve akıllı telefon kullanımının artmasıyla video ve fotoğraf paylaşımları hayatın bir parçası haline gelmiştir. Reklam ve pazarlama uzmanları bu duruma kayıtsız kalmayıp çalışmalarını dijital ortamlara entegre etmişlerdir. Bütün bu gelişmeler göstergelerin ve özellikle de görsel göstergelerin hızlı bir şekilde hayatımızda yer tutmasına neden olmuştur. Gelişen teknoloji ve bilgi birikimi için çok sayıda göstergenin üretilmesini gerekli kılmaktadır. Bu ise bazen çok zor bazen ise öğrenilmesi ve doğru yerde kullanılması açısından zaman almaktadır. Bu sebeple yeni gösterge üretmek zor olduğundan çok sayıda düşünce, değer, durum vb. için tek bir gösterge üretme ve kullanma yoluna gidilmiştir. Günay ve Parsa (2012), bilgisayar ekranındaki bir simgenin bir programı, bir siyasi parti amblemi o partinin siyasal düşüncesini, ideolojisini ve dünya görüşünü belirttiğini öne sürmektedir. Siyasi liderlerin, bürokratların, ünlü insanların hatta sosyal medyada izlenme rekorları kıran video unsularının konuşmalarında geçen bazı sözcükler sosyal medyada gösterge olabilmektedir. Twitter da hashtag yapılmakta, binlerce insanın yorumlarıyla hemen trend topik olmaktadır. Diğer sosyal medya araçlarında da durum bundan farklı değildir. Bu yönüyle yirmi birinci yüzyıl insanının her dönemden daha fazla göstergelerle kuşatılmış olduğunu görebiliyoruz. İnsanların göstergelerle, simgelerle çevre kuşatılmış bir dünyasının olduğunu ve bu dünya içinde yaşamak zorunda olduğunu söyleyebiliriz. Göstergeler iletişim kurmak için insanlar tarafından üretilmektedir. Bir kavramı, düşünceyi, yeni oluşan herhangi bir varlığı gösterge yoluyla bir başkasına aktarıyoruz.

Yukarıda bahsi geçen göstergeleri ve bir bütün oluşturacak biçimde birbirine bağlı gösterge öğelerin tümünü inceleyen bilim dalına göstergebilim (semiotics) denir. Bayav (2006), göstergebilim dünyanın anlamlı bir bütün olması görüşünden yola çıktığını savunmaktadır. Göstergebilimde görsellik çok önemli bir yer tutmaktadır. Göstergebilim görselliği kullanan nesnelere sanatsal açıdan değerlendirmek gibi bir görev üstlenmekten özenle kaçınmış, söz konusu nesnelere bu anlamlı bütün içinde nasıl "anlama geldiğini" hangi "anlamda anlaşıldığını" araştırmış, insan bilimlerinde kendine özgü, sağlam bir yer edinmiştir (Günay ve Parsa, 2012).

Bir tanıtım panosunu, bir fotoğrafı, bir tabloyu incelerken göstergebilimci bu nesnelerin gerçeğin kaydı ya da yeniden biçimlendirilmesinden çok, nesnenin anlamlandırma yeteneğini göstermeyi amaçlar. Görsel nesnelerin incelenmesi göstergebilimin temel yönelimlerinden birinin, söylemin ve anlamın insan zihninde nasıl bir kavramı beslediğinin saptanmasını belirlemesi olarak görülebilir.

Günay ve Parsa (2012)' ya göre gösterge, göstergebilimde bir tanımlama ve analiz birimidir. Düşünmek, göstergeleri kullanmak ve geliştirmek demektir. Düşünmenin var olması, paylaşılması ve gelişmesi bütünüyle göstergelere bağlıdır. Yani göstergeler yoluyla düşünüyoruz ve yine göstergeler yoluyla konuşabiliyoruz. Göstergelerin doğru biçimde algılanması ve yorumlanması da bir bakıma eğitimle, deneyimle ya da toplumsal olmakla ilgilidir.

Günümüzde, nesne ve biçimlerin algılanmaları ile ilgili incelemelerin temelinde duyarlar yer almaktadır. Genellikle psikolojiyi temel alan incelemelerde, özellikle biçimlerin algılanması ile ilgili "Gestalt" kuramından yararlanılmaktadır. Gestalt ya da "Biçim kuramı" 1911 yılından başlayarak Köhler, Koffka, Rubin ve Wertheim gibi Alman psikologların algılama ve akıl üzerine yürüttükleri çalışmaların bütünüdür. Söz konusu alanda Fransa'da çalışmalar ve incelemeler 1937'den sonra Paul Guillaume ile başlamıştır. Bu kuram algılamada bireyin, iletiyi "okuyan" kültürünün ve dikkatinin önemini vurgulamaktadır ve görüntülerin algılanmasının "bakan" kişiye göre yapılandığını belirtmektedir. Görsel algılamanın hem içgüdüsel, anlık hem de duyuşsal ve bilişsel bir etkinlik sonucu oluştuğunu açıklamaktadır. Kurama göre, ilk olarak tümü algılayan birey, daha sonra bütünü parçalarını algılamaya başlamaktadır. Her görsel iletinin fon (dipyüzey) ve biçimden oluştuğunu benimseyen kuram, görselin fonunun biçimin algılanmasını etkileyebileceğine dikkat çekmektedir. Ayrıca bu etkilenmede küçüklük, yalınlık, çerçeveleme, simetri (eş bakımlılık), farklılık gibi bazı kurallar da devreye girmektedir. Bir başka deyişle, küçük ya da "çerçevelenmiş" bir nesne dipyüzey (fon) üzerinde daha kolay algılanabilmektedir (Günay ve Parsa, 2012, s.56).

Göstergebilimin öğretileri son yıllarda eğitimcilerin dikkatini çekmiştir. Göstergelerin çok yoğun bir şekilde kullanıldığı çağımızda kavramların görsellerle öğretimi çok fazla yaygınlaşmıştır. Göstergelerin doğru biçimde kullanılması, istendik davranış biçimine dönüştürme çabaları eğitimde göstergebilim alanının doğuşuna sebep olmuştur (Deely ve Semetsky, 2017). 2014 yılı Eylül ayında Sofya'daki Yeni Bulgar Üniversitesinde düzenlenen on ikinci Uluslararası Göstergebilim Araştırmaları Derneği kongresinde eğitimde göstergebilime (edusemiotics) kuramsal göstergebilimin bir dalı statüsü verilmiş ve faaliyete geçmiştir (Deely ve Semetsky,

2017). Böylece, 2014 de edusemiotics (eğitimde göstergebilim) akımı resmi olarak başlatılmıştır. 2015 yılında Institute for Edusemiotic Studies (IES) Eğitimde Göstergebilim alışmalar Enstitüsü kuruldu (Semetsky ve Campbell, 2018). Bu enstitünün çalışmalarıyla eğitimde göstergebilim, sadece pedagojik bir araç ya da uygulamalı göstergebilimin bir dalı olarak değil de eğitim felsefesinin can damarını oluşturan felsefi ve teorik temeli olarak ele alınmaya başlamıştır (Deely ve Semetsky, 2017).

Deely ve Semetsky (2017)'e göre, matematik eğitim ve üretiminde görselliğe ve görsel argümanlara eğilim son yıllarda ciddi oranda artmıştır. Matematikte bir araç olarak kullanılan göstergeler çoğunlukla görsel karakterlere sahiptir. Matematikteki soyut kavramların üretilmesinde ve renilmesinde görsel materyaller, bilgisayar programları, matematik yazılımları vb. ciddi oranda kullanılmaktadır. Bu nedenle matematiksel kavram yapılarını oluştururken göstergeleri doğru kullanmak ve göstergebilimin kazandırdığı gösterge kavramını bilinçli ve bilimsel yöntem farkındalığı ile rencilere aktarmanın çok önemli bir başarıyı ortaya koyacağı n görülmektedir. Bu kazanımı elde etmiş üretmenler, rencilerin kavramsal bir yapı oluşturmadaki yorumlarını ve anlayışlarını kullanarak rencileri istedik kavramsal yapıya ynlendirebileceklerdir. Bu anlamda, göstergeler, üretmenler ve renciler için anlam üretme araçlarına (epistemolojik araçlar) hizmet edebileceklerdir. Bu bağlamda matematik eğitimde kullanılan tüm materyallerin göstergebilim perspektifiyle hazırlanmasının anlam kazandırma çalışmalarına, matematik okuryazarlığı başarisına ciddi manada ivme kazandıracadı düşünülmektedir. Göstergebilimin eğitime entegresi olan eğitimde göstergebilim çalışmalarının dünyada ve özellikle ülkemizde hemen hemen hiç olmaması göz önünde bulundurulduğunda, matematik eğitim ve üretiminde önemli bir yeri olan ders kitaplarının göstergebilimsel açıdan incelenmesiyle bu araştırmanın kavram oluşturmada yeni ve önemli bir yola rehberlik edebileceği düşülmektedir.

Araştırmanın Amacı ve nemi

Bu çalışmada, açılımı “Uluslararası ğrenci Değerlendirme Programı” olan PISA’ da matematik başarısı yüksek olan Finlandiya ve Kanada’daki lise düzeyindeki okulların ilk yıllarında okutulan ortaöğretim (lise) matematik ders kitapları ile Türkiye’de ortaöğretim (lise) 9. Sınıf matematik ders kitaplarından birer tane

seçilmiştir. Seçilen kitaplarda ortak konuların fazla olması ve aynı yıllarda kullanılan kitaplar olmasına dikkat edilmiştir. Ders kitaplarındaki ortak konular, Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Ondalık Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularıdır. Çalışmada ortak konulardaki görsel değeri olan göstergelerin (fotoğraf, resim, şekil, vb.) göstergebilimsel açıdan analizi yapılmıştır. Göstergebilim, ülkemizde yeni yeni çalışılmaya başlanmış bir bilim dalıdır. Göstergebilimin eğitime entegre edilerek kuramsal bir dalı statüsü kazanmış olan eğitimde göstergebilim (Edusemiotics) alanındaki çalışmalar ise dünya genelinde çok sınırlı sayıda bulunmaktadır. Yurtiçinde alan yazın incelendiğinde matematik eğitimi alanında göstergebilimsel çalışmalar yok denecek kadar azdır. Bu konuda yurtdışı çalışmalarının ise kısıtlı sayıda olduğu saptanmıştır. Presmeg, Radford, Roth ve Kadunz (2016)'e göre, göstergebilim yani anlam yaratma, oluşturma matematik gibi kavramların büyük bir kısmının soyut olduğu derslerde çok önemlidir. Matematikte öğrenme ve öğretme faaliyetleri işaretler, semboller, kavramlar vb. üzerine kurulmuştur. Göstergebilim, farklı işaretlerle (resim, yazı, sembol, vs.) ilgilenerken bu işaretlerin (gösterge) anlam yaratmadaki etkisini ortaya koyar. Bu çalışmada bahsi geçen ülkelerdeki matematik ders kitaplarında bulunan göstergelerin (resim, şekil, yazı vb.) kavram öğretimindeki etkisi göstergebilimsel açıdan ele alınmıştır. Ayrıca bu konulardaki göstergelerin anlam yaratma ve öğrenci zihninde hangi kavram veya kavramları beslediği hususunda öğretmen görüşleri alınarak çalışmaya farklı bir boyut kazandırılmıştır.

Araştırma Problemi

Türkiye, Finlandiya ve Kanada'da okutulan kitaplardan birer tane seçilmiş ortaöğretim (lise) matematik ders kitaplarında Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki göstergelerin göstergebilimsel analizi ve konuların anlatımında kullanılan göstergelerin kavramsal bir yapı oluşturmadaki etkisine yönelik öğretmen görüşleri nasıldır?

Alt problemler.

1. Türkiye'den seçilmiş ortaöğretim (lise) matematik ders kitabında okutulan Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki göstergelerin göstergebilimsel analizi nasıldır?

2. Finlandiya'dan seçilmiş ortaöğretim (lise) matematik ders kitabında okutulan Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki göstergelerin göstergebilimsel analizi nasıldır?
3. Kanada'dan seçilmiş ortaöğretim (lise) matematik ders kitabında okutulan Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki göstergelerin göstergebilimsel analizi nasıldır?
4. Türkiye, Finlandiya ve Kanada'dan birer tane seçilmiş ortaöğretim (lise) matematik ders kitaplarında okutulan Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki göstergelerin kavramsal bir yapı oluşturmadaki etkisine yönelik öğretmen görüşleri nasıldır?

Sayıtlar

1. Türkiye, Finlandiya ve Kanada'da birer tane seçilmiş ortaöğretim (lise) matematik ders kitaplarında okutulan Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki göstergelerin göstergebilimsel analizindeki verilerin kavram öğretimindeki etkisi noktasında fikir verebileceği varsayılmaktadır.
2. Matematik ders kitaplarında okutulan Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki göstergelerin göstergebilimsel incelenmesi konusunda Charles Sanders Peirce' in geliştirdiği göstergebilimsel üçgen modeli, en uygun analiz yöntemlerinden birisi olarak varsayılmıştır.
3. Matematik ders kitaplarında okutulan Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki göstergelerin kavramsal bir yapı oluşturmadaki etkisi konusundaki öğretmen görüşlerinin gerçeği yansıttığı varsayılmıştır.

Sınırlılıklar

1. Bu çalışma, Türkiye, Finlandiya ve Kanada'da okutulan birer tane seçilmiş ortaöğretim (lise) matematik ders kitaplarında yer alan Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularıyla sınırlıdır.
2. 2012-2015 yılları arasında Finlandiya ve Kanada'da lise düzeyindeki okulların ilk yıllarında okutulan ortaöğretim (lise) matematik ders kitapları ve Türkiye'deki ortaöğretim (lise) 9. Sınıf matematik ders kitaplarından ortak konuları fazla olan birer tane kitap ile sınırlıdır.

Tanımlar

Ders Kitabı: Eğitimi ve öğretimi yönlendiren ve amaçlara daha kısa sürede ulaşmayı sağlayan bir materyaldir.

Gösterge: Gösterge, genel olarak kendi dışında bir şeyi temsil eden ve dolayısıyla bu temsil ettiği şeyin yerini alabilecek nitelikte olan her çeşit biçim, nesne, olgu, vb. olarak tanımlanır. Bu açıdan, sözcükler, simgeler, işaretler, vb. gösterge olarak kabul edilir (Rifat, 2009).

Görüntüsel (İkonik) Gösterge: Bir görüntüsel gösterge belirttiği nesne var olmasa bile kendisini anlamlı kılan özelliği içeren bir göstergedir. Görüntüsel gösterge (ikonik) nesnesine benzemesi açısından nedenlidir. Görüntüsel gösterge, bize gönderim nesnesini çağrıştırmak için, benzerlik alanında yeterli ipuçları taşıyan göstergedir. Kısacası görüntüsel (İkonik) gösterge benzerlik ilişkisinden dolayı nesnenin yerini tutan göstergedir (Rifat, 1982).

Belirtisel (İndeksikal) Gösterge: Belirtisel (İndeksikal) göstergenin nesnesiyle arasında nedensel bağlantılar vardır; bunlar adeta varlıksal, doğal bağlantılar gibidir; dumanın ateşin habercisi olması, semptomların hastalıkların habercisi olması, kumsaldaki ayak izlerinin oradan daha önce birinin geçmiş olması gibi (Rifat, 1982). Bir belirtisel (İndeksikal) gösterge, belirttiği nesne kaldırıldığında, gösterge olma özelliğini hemen yitiren bir göstergedir. Bir insan gölgesi, yakınlarda bir insanın olduğunun belirtisidir. Ancak insan bulunduğu yerden ayrılırsa gölgesi ortadan kalkar.

Sembolik (simgesel) Gösterge: Semboller yani simgeler ise toplumsal uzlaşma sonucu öğrenilen göstergelerdir; nesneleriyle aralarındaki ilişki tümüyle keyfidir: sözcükler, sayılar, trafik işaretleri vb. gibi (Rifat, 1982). Bilimsel simgeler evrensel özelliğe sahiptir. Her toplumda aynı anlama gelmektedir. Pi sayısı (π), toplam sembolü (Σ) örnek olarak verilebilir.

Göstergebilim: Anlam taşıyan bir bütünden hareketle ele aldığı anlamın ne olduğundan çok nasıl oluştuğuyla ilgilenen, bu süreçte anlamın karşıtıklardan doğduğu varsayımını benimseyen ve anlamın üretim sürecini yönetsel bir yaklaşımla inceleyen göstergelerin bilimidir (Ercantürk, 2015).

Göstergebilimsel Demet (Paket): Göstergebilimsel paket göstergeler sistemidir. Bir veya daha fazla yorumcular (öğrenciler) tarafından, birden fazla gösterge ilişkilerinin dinamik bir üretimi ve dönüşümü olarak bütünsel bir şekilde göstergebilimsel etkinliğe dönüştürmesi olayıdır (Arzarello, 2009).

Bölüm 2

Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar

Göstergebilim

Göstergebilim birçok bilim dalı ile ilişkisi olan çok yönlü disiplinler arası bir bilim dalıdır. 20. asrın ortalarından beri muazzam bir araştırma konusu olmuş, beden dili, sanat, hitabet, görsel iletişim, medya, efsane, anlatı, dil, eserler, jest, göz teması, reklam, mutfak, deyim ve anlam üretmek için insan tarafından icat edilen veya kullanılan herhangi bir şeyi de kapsayarak oldukça geniş bir çalışma alanına yayılmıştır (Danesi, 2004).

Bu bilim dalı göstergelerin (işaretlerin) anlamlandırılmasını ve çevremizdeki sembollerin anlamlandırılma sürecini konu edinmektedir. Kısacası anlam bilim olarak değerlendirilir. Bu kavram Yunanca semeion sözcüğüne dayanır. Semeion, eski Yunancada gösterge, işaret anlamına gelmektedir (Semetsky, 2016).

Gösterge, “kendi dışında her şeyi temsil eden ve dolayısıyla bu temsil ettiği şeyin yerini alabilecek nitelikte olan her çeşit biçim, nesne, olgu, vb. olarak tanımlanır. Bu açıdan sözcükler, simgeler, işaretler vb. gösterge olarak kabul edilir” (Rifat, 2009).

Göstergebilim işaret bilimidir ve bu bilim, işaretlerin analizini ve işaret sistemlerini kapsar (Pilatin, 2016). Göstergebilim herhangi bir mesajın alışverişidir, bildirimdir. Aynı zamanda göstergebilim anlam oluşturma çalışması üzerinde odaklanmıştır. Bu nedenle göstergebilim iletişim biliminin asıl bir branşı olarak sınıflandırılabilir (Sebeok, 1994). Dilbilimsel işaret iki taraflı olan fikir ve ses-resim ile tanımlanabilir. Saussure'un çalışmasında bu durum gösteren (signified) ve gösterge (signifier) ile açıklanmıştır (Pilatin, 2016). Culler (1986), Saussure, anlam yaratma sürecine etki eden faktörleri açıklamaya çalıştığını ve bu nedenle göstergebilimin amacı işaret sistemlerini, varlık ve sınırlarını: resim, jest- hareket, müzik sesi, nesnelere ve bütün bunların karmaşık bağlantılarını ele aldığını belirtmektedir.

Gösteren Açısından Gösterge Türleri

Gösteren açısından gösterge türlerini belirlemek gerekirse de daha farklı bir ayırımla karşılaşırız. Erkman (1987), duyularımız beş tane olduğuna göre, algı

açısından göstergeleri beş kümeye ayırmayı düşünebiliriz; kulağa, göze, tat almaya, dokunma duyumuza ve kokuya yönelen göstergeler olduğunu belirtmektedir.

Kulağa yönelik göstergeler. Konuşma dili, ıslıkla haberleşme, müzik, korna sesleri (itfaiye, cankurtaran, polis, vapur düdükları, siren, av borusu vb.) yani kulağa hitabeden her şey (radyo reklâmları) bu kümeye girer. Müzik dışında hemen hemen tüm sesli göstergeler konuşma dili aracılığıyla önceden varılan uzlaşmalar sonucunda oluşmuştur.

Göze yönelik göstergeler. Yazı, resim, trafik işaretleri, fotoğraf, çizim, yazı, dumanla haberleşme, endüstri ürünleri vb. gözümüzle görüp algıladığımız her şey bu kümeye girer. Ancak, sinema, tiyatro, TV'den aldığımız bildiriler hem kulağa hem göze yöneliktir. Bir endüstri ürününe dokunmak mümkündür. Dans, töreler, davranış biçimleri gözle ve kulakla birden algılanır. İşitsel olarak gelişmiş olan insan dili dahi ancak görsel yazıya döküldükten sonra insanlar uygarlık aşamasına geçmişlerdir.

Koku göstergeleri. Güzel kokan bir mekân bizde, ferahlık, huzur, güven, temizlik, iyi hizmet gibi kavramlara çağrışım yapar. Tıraş losyonu, parfüm, kullanan kişi hakkında çeşitli fikirler edinmemizi sağlar. Kötü kokular uyarıcı, itici, tiksindirici olabilir.

Tat göstergeleri. Yemeğin tadı, bazen kokusuyla birlikte, yemek hakkında bilgi verir. Bu yorumlar da toplumsal alışkanlık ve örflere, yani öğrenmeye bağlıdır.

Dokunmayla iletilen göstergeler. Bir nesneye dokunmak bizde çeşitli olumlu olumsuz çağrışımlar uyandırabilir. O nesnenin nitelikleri hakkında bir takım yorumlar yapmamıza yol açar. Başka birisinin bize dokunması da çeşitli uyarılar taşır. Adam hırsla yakama yapışmışsa, bunun dostça bir yaklaşım olmaması ihtimali büyüktür. Birisi dostça sırtıma vurmuşsa, beni döveceğe benzememektedir. Dokunma, biçimine göre, hoşlanma, dostluk, düşmanlık gibi içerikler taşıyabilir. Burada da biçimle içerik bağlantısı genellikle öğrenilen bir bağlantıdır.

Tüm bu sınıflamalar yine de yeterli sayılmamaktadır. Gösterge ne türde olursa olsun asıl önemli olan göstergenin içeriğinin zihnimizde bir anlam taşıması, öğrenilmiş olmasıdır. En doğal ya da en basit olan kavramlar dahi toplumsal alışkanlıklara, düzene ve tüm bu dizgelerin kapsamı içindeki anlam ve değere göre şekillenir (Semetsky, 2016).

Göstergebilim Ekolleri

Saussure ve Peirce'in temelini attığı ve öncülüğünü yaptığı göstergebilim, 1960'lardan sonra bağımsız bir bilim dalı haline gelmiştir. Louis Hjelmslev, Roland Barthes, Claude Levi-Strauss, Julia Kristeva, Christian Metz, Algirdas J.Greimas ve Jean Baudrillard gibi araştırmacılar Saussure'e dayanan Avrupa akımını; Charles W. Morris, Ivor A. Richards, Charles K. Ogden, Umberto Eco ve Thomas Sebeok gibi araştırmacılar ise Pierce'e dayanan Amerika akımını benimsemiştir (Rifat, 2009).

Göstergebilim birçok disiplinle ilişkili olduğu için bu bilim dalının birçok teorisi vardır. Bu teorilerin oluşmasında etkili olan iki önemli akımı incelenmiştir.

Saussure teorisi. Saussure'un terminolojisinde gösteren ve gösterge, işaretin (sign) bileşenleridir. Saussure'un dilbilimsel alanda gerçekleştirdiği göstergebilim çalışmalarında işaret-gösterge temel dilbilimsel birimdir ayrıca gösteren ve gösterileni içerir. Signifier (gösterge) resim, ses, kelime vs. şekillerdir. Signified (gösteren) ise signifier (gösterge) görüldüğünde akla gelen düşüncedir. İşaretler aslında bir şeyi göstermek için kullanılmaktadır (Pham, 2013). Gösterge, temelde, bir temsil etme, yerini tutma işlemi gerçekleştirir. Dil de, o anda orada olmayan durum ve şeylerden söz etmemizi sağlar" Saussure'a göre gösteren 'bir şey' değildir, ama bir şeyin zihinsel temsilidir. Örneğin kuş kelimesi hayvan değildir fakat kuşun zihinsel temsilidir (Erkman ve Akerson, 2005).

Aşağıdaki örnek Saussure terminolojisine göre yapılmış bir göstergebilimsel analizini göstermektedir.

Örnek 1 (Kırımlı Filminin Göstergebilimsel Analizi):



Gösterge 1



Gösterge 2



Gösterge 3

Filmde Nazilerin konu edildiği ilk sahne başrol oyuncusu Sadık'ın Maria'yla tanıştığı tren istasyonundaki sahnedir. Maria, Polonya'ya gitmek için istasyonda beklerken iki Nazi askeri pasaport kontrolü yapar. Askerler kadının "gerçek bir Alman" olmadığını vurgulamakta ve tavırlarını sertleştirmektedir. Nazi askerlerinin tavrı Alman olmayanlara yönelik Nazizmin ırkçı ve ayrımcı rolünü ortaya koymaktadır. Tren vagonunda Alman askerinin Alman kurt köpeğiyle arama yapması, Nazizm ideolojisinin mutlak baskıcı ve paranoyaklık derecesinde kontrolünü vurgulamaya yöneliktir.

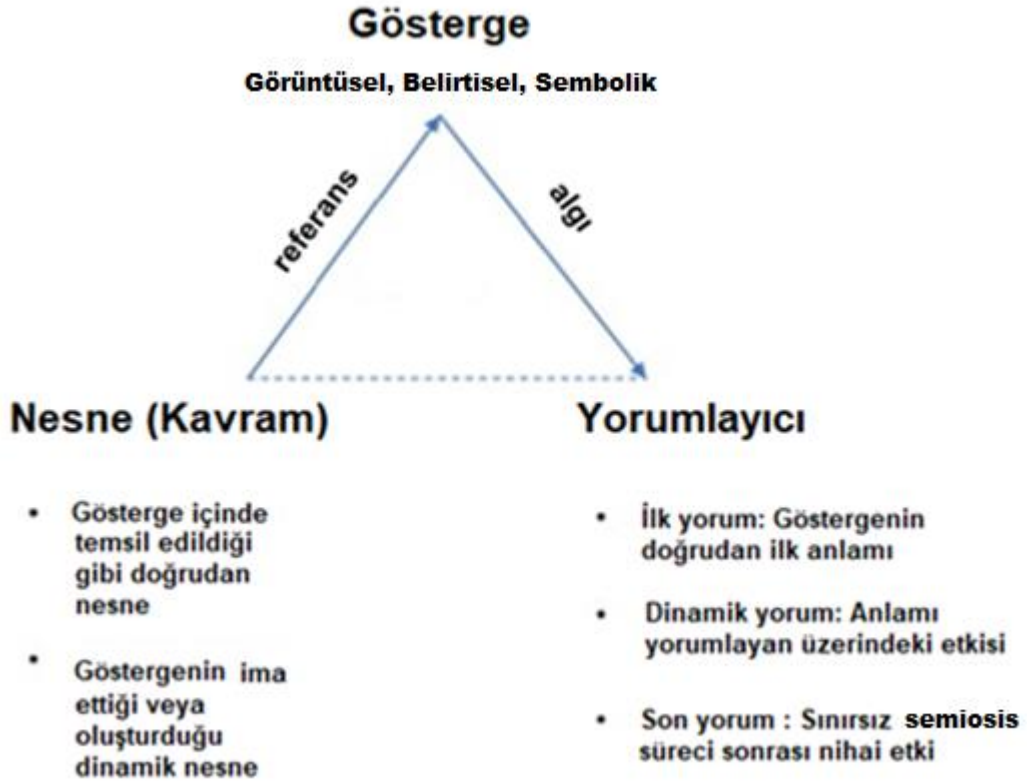
Göstergelerin Çözümlenmesi

Gösterge	Gösteren	Gösterilen
İnsan	Askerler	Baskı, İşgal
Hayvan	Alman Kurdu	Korku, Endişe
Nesne	Nazi Bayrağı	Otorite, İşgal, Egemenlik

(Çakı, Zorlu ve Karaca, 2017, s.17).

Peirce teorisi. Amerikan filozof ve göstergebilimci Charles Sanders Peirce ise mantıksal kökenli bir göstergebilimin temelini atmaktadır. Ona göre gösterge (representamen), bir kişi için, herhangi bir şeyin yerini herhangi bir bakımdan ya da sıfatla tutan şeydir. Birine hitap eden bu gösterge, bu kişinin düşüncesiyle eş değerli bir gösterge ya da daha gelişmiş bir gösterge yaratır. Bu sürece "semiosis" denir. Göstergesi olmayan bir düşüncenin algılanamayacağını ve algılanamayan bir düşüncenin de var olamayacağını belirtmiştir. Bunun için de tüm düşünceler gösterge içinde anlatılmalıdır (Bayav, 2006).

Şekil 1'de Charles Sanders Peirce'in bir nesnenin (kavram) göstergesi ile olan ilişkinin yorumlandığı anlamlandırma sürecini ortaya koyan göstergebilimsel üçgen modeli verilmiştir.



Şekil 1. Peirce'in göstergebilimsel (semiotics) üçgen modeli (Schreiber, 2006).

Şekil 1'e göre, gösterge ve nesne, bir üçüncü kişi tarafından yorumlanır. Pierce'e göre 'göstergelerin biçimsel öğretisi olan göstergebilim, mantığın başka bir adıdır. Dilsel ve dil dışı göstergelerle ilgili bir kuram hazırlamış olan Pierce'in gösterge, yorum ve nesne kavramları önemli üçlü ayırımıdır (Bayav, 2006).

Her gösterge üç şeyle bağlantılıdır; gösterge, nesne, yorum. Bu gösterge üçlüğünün ilişkisinde anlamlanamayan hiçbir şey nesne olamaz. Bir nesneyi anlamlandıran olarak, yorumlanamayan hiçbir şey gösterge değildir. Göstergebilimin temel düşüncesi gösterge-yorum aşamasıdır yani gösterge sürecidir, bu süreç de doğal olarak erkseldir. Pierce, göstergeleri üçlüklere ayırır (Yüksel, 1998):

A) Doğal yapılarına göre

Nitel

Tekil

Kural

B) Nesnelere olan ilişkilerine göre

Belirtisel Gösterge (İndeksikal)

Görüntüsel Gösterge (İkonik)

Sembolik Gösterge (Simgesel)

C) Yorumlarına olan ilişkilerine göre

Niteliğe Yönelik Gösterge

Nesnesine Yönelik

Yorumuna Yönelik

Bu sınıflandırmalar içinde en çok kullanılanı görüntüsel gösterge (ikonik), belirtisel (indeksikal) ve sembolik (simge) gösterge üçlüsüdür (Yüksel, 1998).

Bir görüntüsel gösterge belirttiği nesne var olmasa bile kendisini anlamlı kılan özelliği içeren bir göstergedir. Bir belirti, belirttiği nesne kaldırıldığında, gösterge olma özelliğini hemen yitiren bir göstergedir. Bir simge (sembol), eğer bir yorumlayan olmazsa, kendisini gösterge yapan özelliğini yitirecek bir göstergedir. Örnek: Belittiği şeyi, yalnızca, bu anlama geldiğini anlamamız yoluyla belirtmiş olan her çeşit söylem (Rifat, 1982).

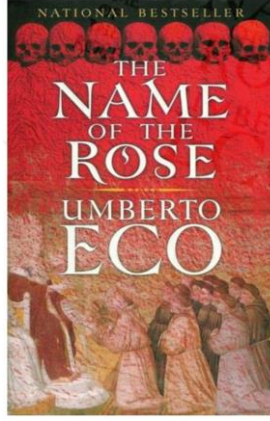
Bayav (2006), belirti (index) iki öge arasında gerçek bir çağrışıma dayanır. Görüntüsel gösterge (ikonik) nesnesine benzemesi açısından nedenlidir. İletişim amacıyla yaratılmıştır. Örneğin fotoğraf tam bir görüntüsel göstergedir. Ama bunun yanı sıra basit bir plan çizimi de görüntüsel göstergedir. Görüntüsel gösterge, bize gönderim nesnesini çağrıştırmak için, benzerlik alanında yeterli ipuçları taşıyan göstergedir. Unutmayalım ki, dünyadaki nesnelere algılarken de tüm ayrıntıları algılayamayız, belli ana çizgiler bizde o nesnenin çağrışımının oluşmasına (yani nesnenin ne olduğunu anlamamıza) yeteceğini ileri sürmektedir. İşte görüntüsel gösterge, bu asgari ana çizgiler aracılığıyla kurduğu benzerlik sayesinde nesnesini yansıtır. Bu nedenle bir çocuğun basitçe çizeceği örneğin bir portre resmi aklımıza insan yüzünü getiren bir görüntüsel gösterge olabilir. Bu tür göstergeler, yansıttıkları gösterilene oldukça benzedikleri için az saymaca olarak nitelendirilebilir. Benzerlik niteliği yansıtmalıdır (Rifat, 1982).

Türkoğlu (2003), Pierce'in göstergenin nesnelere olan ilişkisine göre; görüntüsel, belirtisel, sembolik boyutlarına vurgu yapar. Görüntüsel gösterge benzerlik ilişkisinden dolayı nesnenin yerini tutan göstergedir, resim, heykel gibi. Belirtisel göstergenin nesnesiyle arasında nedensel bağlantılar vardır; bunlar adeta varlıksal, doğal bağlantılar gibidir; dumanın ateşin habercisi olması, semptomların

hastalıkların habercisi olması, kumsaldaki ayak izlerinin oradan daha önce birinin geçmiş olması gibi. Semboller yani simgeler ise toplumsal uzlaşma sonucu öğrenilen göstergelerdir; nesnelereyle aralarındaki ilişki tümüyle keyfidir: sözcükler, sayılar, trafik işaretleri vb. gibi.

Aşağıdaki örnek Peirce terminolojisine göre yapılmış bir göstergebilimsel analizi göstermektedir.

Örnek 2 (Gülün Adı Kitabının Göstergebilimsel Analizi):



Umberto Eco Gülün Adı kitap kapağı, 1994 (Arslan, 2016, s.90)

Kitap kapağının üst tarafında yedi tane kafatası bulunur. Kafatası ölümün birer belirtisel (index) göstergesidir. Romanda ise yedi kişi ölmüştür ve kapaktaki yedi tane kafatası iskeleti bu ölen kişilerin birer belirtisel göstergesidir. Kapakta kafataslarının arkası siyah renk olarak gösterilmiştir. Siyah renk genellikle gecenin, karanlığın, gizemin, gizli, bilinmeyen şeylerin belirtisidir. Romanda ise cinayetlerin kim tarafından işlendiği belli olmayıp; gizemli, garip bir biçimde gerçekleşir.

Kitap kapağının alt tarafında papa ve bir grup rahip yer alır. Burada papa bir tahtın üzerine oturmuş rahipler ise onun karşısında diz çökmüş ve ellerini önde bağlamış bir şekilde durur. Papanın yüksek bir tahta oturması onun gücünün ve yüceliğinin bir belirtisidir; rahiplerin ise papanın karşısında diz çöker bir vaziyette durmaları papaya karşı olan bağlılıklarının ve itaatkâr olmalarının birer belirtisi olarak gösterilir.

Kitap kapağına bakıldığında, kapaktaki hâkim renk kırmızıdır. Kırmızı renk, kafataslarından başlayarak aşağıya rahiplerin üzerine doğru yoğunluğu azalarak devam eder. Roman manastırda işlenen cinayetler üzerine kuruludur ve bundan dolayı kırmızı renk burada kanı ifade eder ve kanda ölümün birer belirtisel (index) göstergesidir.

Kitap kapağı içinde simgesel göstergeleri de barındırır. Bunlardan biri kafatası iskeletleridir. Kafatası genel olarak ölümü ve ölüm tehlikesinin simgesidir. Kapaktaki kırmızı renk ise kanın bir simgesidir. Kitap kapağındaki yazılar da simgesel bir özellik taşır. Çünkü Peirce' e göre herhangi bir yazı, rakam, şekil gibi uzlaşma dayalı göstergeler simgesel göstergelerdir (Arslan, 2016, s.90).

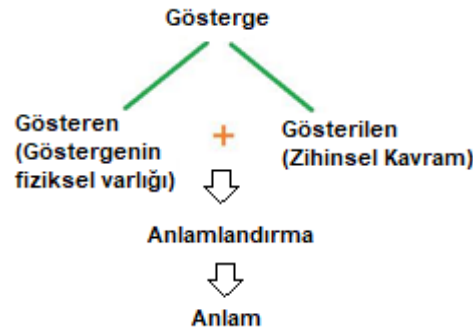
Saussure ve Peirce'in Göstergibilim yaklaşımlarının incelenmesi Tablo 1'de gösterilmiştir.

Tablo 1

Saussure ve Pierce'in Göstergibilim Yaklaşımlarının İncelenmesi

Ferdinand de Saussure (1857-1913)	Charles Sanders Peirce (1839-1914)
Dilbilimci	Pragmatist Filozof
Gösterenin İlişkisel Boyutları: Gösterge - Gösteren - Gösterilen	Gösterenin İlişkisel Boyutları: Nesne (Kavram) - Gösterge – Yorumlayıcı
Araştırma Konusu: Bir kavramın iletişim imgesi olan dilsel göstergelerin incelenmesi	Araştırma Konusu: İşaretlerin nasıl anlaşıldığının, hangi kavramları beslediğinin incelenmesi

Göstergeler İlişkisi Üçe Ayrılır:



Gösterge (nesne)

Resim



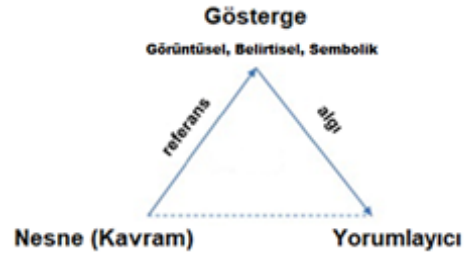
Gösteren (gösterenin fiziksel varlığı)

Kalp ve halter

Gösterilen (zihinsel Kavram)

Kalp sağlığı için spor yapılmalıdır.

Göstergeler İlişkisi Üçe Ayrılır:



Gösterge Türü Üçe Ayrılır:

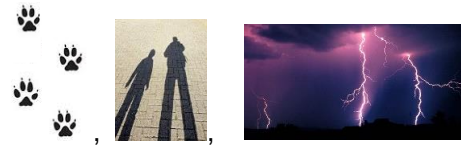
Görüntüsel (ikonik) Gösterge:

Benzerlik nedeniyle nesnesinin yerini tutar.



Belirtisel (indeksikal) Gösterge:

Doğal bağlantılar (belirtiler) vardır.



Simgesel (sembolik) Gösterge

Toplumsal uzlaşa ile öğrenilir.



Eğitimde Göstergebilim (Edusemiotics)

Inna Semetsky Charles Peirce, John Dewey, Carl Jung ve Gilles Dleuze`nin deneyimlerinden esinlenerek eğitim felsefesi hakkında kapsamlı olarak makaleler yazmıştır. Geçen on yıl içerisinde Semetsky disiplinler arası yeni bir çalışma alanını eğitim ve öğretimin temellerini kavramsallaştırmak için göstergebilimi kullanan eğitimde göstergebilimi (edusemiotics) başlatmıştır (Semetsky ve Campbell, 2018).

Eğitimde göstergebilimin doğuşundan kısa bir süre önce 2008 yılında Finlandiya`daki Oulu niversitesinde çoğunlukla eğitim alanındaki Avrupalı araştırmacılar­dan oluşan bir grup Göstergebilim ve Eğitim Ağı adlı bir internet topluluğu oluşturdular. İngiltere`deki Eğitim Felsefesi Toplumu 2011 ve 2012 yıllarında bu grubun düzenlediği seminerlerin maddi masraflarını karşıladı (Semetsky, 2016). 2014 yılı Eylül ayında Sofya`daki Yeni Bulgar niversitesi`nde düzenlenen 12`inci Uluslararası Göstergebilim Araştırmaları Derneği kongresinde eğitimde göstergebilime kuramsal göstergebilimin bir dalı statüsü verilmiş ve faaliyete geçmiştir (Deely ve Semetsky, 2017). Böylece, 2014` de eğitimde göstergebilim akımı resmi olarak başlatıldı. 2015 yılında Institute for Edusemiotic Studies (IES) Edusemiotics alışmalar Enstitüsü kuruldu (Semetsky ve Campbell, 2018). Bu enstitünün çalışmalarıyla eğitimde göstergebilim, sadece pedagojik bir araç ya da uygulamalı göstergebilimin bir dalı olarak değil de eğitim felsefesinin can damarını oluşturan felsefi ve teorik temeli olarak ele alınmaya başlamıştır.

Eğitim alanındaki deneyimler dâhil, insanların hem dilbilimsel hem de dil dışındaki alanlarda yaşamda deneyimledikleri göstergeler aracılığıyla ifade edilir. Gösterge, göstergebilimde bir tanımlama ve analiz birimidir. Milattan nceki dönemlerde göstergebilim, Felsefenin bir dalı olarak oluşumların özelliklerini tanımlamakta kullanılırdı. John Locke` in İnsan Anlayışı zerine adlı makalesinde değinmesiyle birlikte simgeler doktrin olmaya başladı ve birkaç yüzyıl sonra da büyük ağdaş göstergebilimci John Deely (Deely, 2001; Semetsky, 2007) ile yeni bir boyut kazandı. Akademik alanda göstergebilim, şimdilik çoğunlukla basın, görsel iletişim ya da reklamcılık gibi gösterge bazında yapılan çeşitli etkinlikleri araştırmak amacıyla metodolojik bir araç olarak kullanılmaktadır. Eğitimde göstergebilim, göstergelerin işlev gördüğü göstergebilim ve eğitimsel ilkeleri bütünleştiren özgün bir çalışma alanıdır. Hem teori hem de uygulamadaki kalıplaşmış etkilerini aşmayı amaçlayan

birleştirici kavramsal bir sistemdir. Eğitimde göstergebilim, hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin içerisinde önem ve anlam bulabilecekleri büyüme ve değişme sürecinin göstergelerinden oluşan öğrenim deneyimleri üzerine odaklaşır. Deneyimlerin göstergelerine odaklanmasıyla birlikte, eğitimde göstergebilim göstergelerden gelen deneyimlerimizin, kişisel yorumlarımızın ve muhakeme anlayışlarımızın neler olduğunu etkileyen güçlü mantıksal varsayımlar da içerir (Semetsky, 2016). Danesi (2010) eğitimde göstergebilimi, göstergeler yardımıyla ulaşılan öğrenme teorisi ve eğitimin bileşkesi olduğunu ileri sürer. Söz konusu bileşim, Peirce'in yaptığı bir araştırmanın 2005 de iki ayrı önemli dergilerde yayımlanmasından sonra ilgi çekmeye başlamıştır. Peirce muhakemede göstergelerin kullanılmasından esinlenerek eğitim ve öğretimde vazgeilmezin göstergeler olduğunu savunur (Quay, 2017).

Göstergebilime göre insanlar hem göstergeler ağının bir elemanı hem de gösterge kullanıcısıdır. Göstergelerin zamanla değişime uğradığı gibi insanlar da göstergelerin bir parçası olarak bu değişimden geçerler. Göstergebilim yönünden bakıldığında eğitim, yaşamda insan deneyimlerinde yer alan göstergelerle ili dışlı olmanın ve böylece, resmi eğitim ve töresel yetiştirme arasındaki katılaşmış ayrıma karşı ayaklanmanın bir fonksiyonu olarak nitelenebilen bağıntısal bir gelişme sürecidir. Kısacası, deneyimlerle zleşmiş bir öğrenme süreci olarak eğitim, göstergebilim aracılığıyla alışılacelmiş yöntemlerin nasıl değişime uğradığını açıklar. Eğitimde göstergebilimin süreç antolojisi olarak adlandırdığı yaklaşımın temelini dayandırdığı felsefi anlayışlar yalnızca Peirce ile sınırlı değildir. Ayrıca Plato, Leibniz, James, Dewey veya Whitehead ile birlikte daha da eskilere giderek Hemitic, Neoplatonik ve Doğu felsefelerinden de esinlenmiştir (Semetsky, 2016).

Peirce edusemiotics gelişimi açısından şu noktanın önemli olduğunu öngörmektedir: "Tüm ğrenme etkinlikleri esas itibariyle muhakemedir; Yani, muhakeme olmasaydı, öğrenme çabaları bilincin çok alt basamaklarında bir yerde kaldığı için kontrol edilemezdi." Muhakeme, nesne – gösterge - yorumlayıcı üçlüsüne ait etkin ilişki dinamiği olan gösterge etkinliklerinden yararlanır. Bunu kendisi de bir gösterge olan ve bu nedenle içerisinde duygusal ve enerjik yorumları barındıran yaşam deneyimlerinin acilliği dışına uzanabilen temsil etme kapasiteli mantıksal yorumlayıcı aracılığıyla gerçekleştirir. Peirce kavramların, önermelerin ve argümanların birer mantıksal yorumlayıcı olabileceklerini açıkça belirtmiştir. Bu

özellikler nedeniyle yaşam deneyimleri dışında nesne ve yorumlayıcı hakkında genellemeler yapabilmek mümkündür. Böyle düşünüldüğünde, gösterge etkinliklerine ihtiyaç duyulan olasılıklar havuzunun büyük bir şekilde genişlediği görülür (Quay, 2017).

Peirce (1982) göstergebilim felsefesinin farklı bir mantığa sahip olduğunu açıkça belirtmiştir. Peirce ısrarla vurgulamıştır ki göstergebilim sadece bir önermenin gerçek olup olmadığını araştırmaz; aksine ayrıca göstergeleri birer işaret öğeleri yapan genel koşullarla da ilgilenir. Bir betimleme aracı olan gösterge, özgün bir nesne ya da kişi değil, sürekli bir şekilde değişimler ve dönüşümlerle bağlanma olan ve böylece, yalnızca akıl ve varlığın neden olduğu algılara karşı çıkan bağıntısal bir varlıktır. Bu öncüle göre edusemiotics, öğretmenlerin genellikle öğrencilerin nasıl bir ilerleme kaydettiklerini ölçmede kullandıkları yanlış ya da doğru veya hatalı ya da hatasız cevaplar anlayışını arka planda bırakır. Öğrencilerin önem ve anlam buldukları katılımsal öğrenim sürecini benimsemeleri gerektiğini ve öğretmenlerin ise standardize testler aracılığı ile belirlenen sonuçlar düzeyine indirgenmiş, öğretimi kısaca tamamlanmış bir ürün olarak gören kısıtlayıcı bir anlayıştan ziyade katılımcı bir ortamın yaratılmasından sorumlu olduklarını savunur. Eğitimin kâbusu olmaya devam eden mantıkta çelişkisizlik kuralının zıddına, edusemiotics (öğretmenler dolaylı yünden de olsa öğrencilerden tartışmasız tek doğru bir cevap istemelerine rağmen) yapılması gerekenin önemli bir içerik ve öğrenim materyali olarak katkıda bulunabilecek ve günlük yaşamda sayısız örnekleri olan ahlaksal ikilemlerden oluşan mantıksal çelişkilerden yararlanılmasını savunur. Bağıntısal bir varlık olarak göstergeler, gerçek işaretlere özgü arabuluculuğun çok önemli olduğunu ileri sürer. Hatırlanacak olursa, klasik mantığa göre bir önerme ya doğrudur ya da onun olumsuz hali doğrudur. Yani, bu iki karşıtın arasında hiçbir şey yoktur. Ancak göstergebilimin yaklaşımı incelendiğinde, bütün düz mantık ve göstergelerin değişmez doğruluklarından ziyade anlamlarının dinamik gelişmelerini sağlayan “dâhil edilmiş orta terim” in olduğu gerçek işaretlerin görünüşte çelişkili yapıları tarafından arabuluculuk sürecinden geçerler (Semetsky, 2016).

Bu çağdaş yaklaşım aracılığıyla yeni göstergeler yaratılabilir. Göstergeler gelişir; yani dolaylı, arabuluculukla ulaşılan ve yinelenen gösterge etkinlikleriyle yorumlanmış başka göstergelere dönüşürler. Böylesi bir süreç gerçek yaşamdaki

alışkanlıkların değiştirilmesi için gerekli olan çok önemli bir temeli oluşturur (Semetsky, 2016).

Matematik Eğitiminde Göstergebilim

Son otuz yıl içerisinde göstergebilim, matematik eğitimi ve öğretimi ile ilgili süreçlerdeki anlayışları geliştirmek için uğraşan araştırmacıların dikkatini çekmiştir (Anderson, Sáenz-Ludlow, Zellweger ve Cifarelli 2003; Radford, 2008 ve 2013; Sáenz-Ludlow ve Kudunz, 2016).

“Gösterge etkinlikleri” ilk olarak Charles S. Peirce tarafından herhangi bir gösterge (işaret) hareketi ya da işaret sürecini kapsayan bir terim olarak kullanılmıştır (Colapietro, 1993). Bir gösterge başka bir şeyin yerini alan bir ögedir. Göstergebilim o zaman göstergeler (işaretler) uğraşısı ya da doktrindir (Colapietro, 1993). Göstergeler (işaretler) uzun bir süre araştırmalara konu olmuştur ve zengin bir geçmişi vardır. Ancak özgün bir araştırma alanı olarak göstergebilim oldukça yeni bir alandır ve göstergebilimin temeli birbirleri ile bağlantısı olmayan iki araştırma geleneğine dayanır: Bunlar pragmatizmin (faydacılık) fikir babası olan Amerikan filozof C. S. Peirce ve çağdaş dilbilimin kurucusu ve yapısalcılık akımına önemli bir esin kaynağı olan İsviçreli bir dilbilimci F. De Saussure’ dirler. Matematik öğretimi açısından gösterge etkinliklerinin önemi göstergelerin kullanımında kendini gösterir. Bu kullanım matematiğin her alanında çok yaygındır. Matematiksel nesnelere (kavramlar) idealdir, genel bir yapıları vardır ve nesnelere temsil etmek ve onlarla etkileşimde bulunmak için göstergeleri bir araç olarak kullanmak zorunludur. Bu anlamda geliştirilen göstergeler kendileri matematiksel nesnelere değildir ama herhangi bir şekilde onların yerini tutarlar. En basit örnek olarak genel bir üçgenlerin yerini alacak bir üçgen çizimi gösterilebilir (Radford, 2006).

Gösterge etkinliklerinde görselleştirmenin rolü. Matematik eğitim ve öğretiminde bir araç olarak kullanılan göstergeler çoğunlukla görsel karakterlere sahiptir. Gösterge etkinliklerinin matematik öğretimi için önemi ayrıca sosyal bilimlerde şekillerin kullanılmasına olan artan ilgiden de görülebilir. Buna görsel sanatlara olan ilginin artması özellikle neden olmuştur ve her geçen gün daha da artmaktadır (Bachmann Medick, 2011). Ancak bizim için daha önemli olan bilimde tanıtılan yeni görsel araçların oluşturulmasında kullanılan çok ileri yöntemlerin sunulmasındaki gelişmelerdir. Örneğin, tıbbi görüntüleme araçları sayesinde

geçmişte görünmesi imkânsız olan imajların şimdi mümkün olması. Başka örnek olarak da modern teleskopların ve mikroskopların çok ince detayları gösterebilme kapasiteleri gösterilebilir. Gösterge etkinliklerindeki bu gelişmeler sayesinde geçmişte sadece tahminlerde bulunabileceğimiz kavramların varlığı ve yararlılığı hakkında şimdi fikir tartışmaları yapabiliriz (Presmeg vd., 2016).

Görünüşte farklı insanların göstergeleri farklı biçimde yorumlama olasılığının olduğu düşünülse de, gerçekte öğrenciler benzer temel eğitimlerden geçtikleri için yaptıkları yorumlar birbirlerine yakındır (Presmeg vd., 2016).

Örneğin, ikinci dereceden denklemin köklerini bulmakta kullanılan formülü inceleyelim:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Burada simgeler kullanıldığı için formül uzlaşmıştı prensibine göre sembolik (simgesel) diye yorumlanabilir. Ancak formüle bakıldığında, görüntüsel (ikonik) ya da belirtisel (indeksikal) olduğu da öne sürülebilir. Formül üç boyutlu bir şekli andırır. Presmeg'in 1985' de yaptığı bir araştırmaya katılan 54 lise öğrencisinin çoğu formülü bir şekil (görüntüsel) olarak hatırladıklarını söylediler. Bazı öğrenciler de formülü caddedeki bir trafik işareti gibi yönlendirici olarak gördüklerini öne sürdüler çünkü verilen problemi çözmek için formüldeki a, b ve c değişkenlerinin yerine sayılar vermek gereklidir (Presmeg vd., 2016).

Göstergebilimde diğer bir yaklaşım ise diyalektik materyalizmdir. Bu yaklaşımda el yapımı eşyalar/araçlar matematik etkinliğinin temel bir ögesi olmalarına rağmen onlar ne bilgiyi temsil ederler ne de o bilginin iletişimde arabuluculuk ederler (Radford, 2012). Burada nesnelleştirme kuramı uygulanmaktadır (Radford, 2008). Nesnelleştirmedeki söz konusu matematiksel etkinlik, sadece bir şeyler yapmak anlamında değildir. O bir sınıftaki tüm öğrencilerin ihtiyaçlarını gidermek için amaçlanmış dinamik bir sistemi çağırıştırır. Kitlesele denebilecek bu ihtiyaçların temel unsurları şunlardır:

- İnsan iş birliğinin özel formları ve
- Maddi ve manevi üretimin kesin şekilleridir.

Diyalektik materyalizm açısından bilincinde olmak (kavramak) somut bir kuramsal yapıdır (Presmeg vd., 2016). Vygotsky`in de 1929`da dediği gibi "bilinçlenme, toplumsal deneyime özgü özel bir durum olarak görülmelidir" . Bilincin yapısı "kişinin yaşadığı ortamlarla olan ilişkisidir" (Vygotsky, 1997). Leontiev (2014) bilinçlenmenin şahsın yaptığı etkinlikler kavranmadan anlaşılamayacağını vurgulamıştır. Öyleyse bilinçlenme üzerine gözlemsel araştırmalar yapılabilir. Çünkü bilinçlenme göstergelerle doludur. Bilinçlenme göstergelimsel içerikle donanmadan ve sosyal bir etkileşim sürecinden geçmeden gerçek anlam kazanamaz (Voloshinov, 1973). Diğer bir deyişle bilinçlenmenin kumaşı göstergebilimden kesilir (Presmeg vd., 2016).

Somitlaştırma, jestler ve vücut hareketlerinin matematik öğretimindeki yeri. Somitlaştırma son yıllarda bir hayli dikkat çekmiştir. Genelde iki farklı açıdan yaklaşmıştır. Bunlardan ilki Piaget`in gensel bilgi kuramı ve diğeri Kant`a özgü şema fikrinden etkilenmişlerdir. Bu anlayışın özünde "süreç-nesne" kuramları vardır. Yani düşünce, öğrenci etkinliklerinden geçerek uygulanabilir bilgi yapıları haline gelir (Presmeg vd., 2016). Bu akımı temsilen iki kuram gösterilebilir. Birincisi APOS teorisi (Dubinsky, 2002; Dubinsky ve McDonald, 2001) ve diğeri ise " Üç matematik dünyası" dır (Tall, 2013). Bu dünyada kavramsal somitlaştırma, mükemmel zihinsel varlıklara dönüşen zihinsel imajları geliştirmek için yapılan algılama ve etkinlik fikirleri üzerine kurulmuştur (Tall, 2004). Örneğin sayı doğrusu, uzunluğu olup, kalınlığı olmayan mükemmel bir platonik yapı şeklinde kalem ve cetvelle çizilmiş fiziksel bir doğrudan oluşan somitlaştırılmış bir dünyada meydana gelir (Tall, 2008). Bu anlayışa göre somitlaştırma, günlük yaşamda da kullanıldığı gibi soyut bir fikre "vücut veren" anlamına gelir (Tall, 2004). Diğesinde ise (bilişsel dilbilim alanından gelen somitlaştırma teorileri) genellikle zihne gerçek (maddi) dünya ile ilişki kurduran şemalar şeklinde bir arabulucunun olduğunu varsayar (Johnson, 1987; Lakoff, 2008). Şemalar, mecazlaştırma yolları ile yeni kavramlara dönüştürülen fiziksel etkileşimler sonucu ortaya çıkarlar (Lakoff ve Núñez, 2000). Núñez (2009), matematik profesörünün ürettiği el / kol jestleri matematiksel süreklilik kavramı üzerine bir konuşması örnek olarak verilebileceğini söylemiştir. Bu durumda el / kol jestlerinin matematikçi ile süreklilik kavramı arasında aracılık ettiğini ileri sürmektedir.

Gösterge aslında anlaşılmadan veya tercüme edilmeden önce oluşturulmalıdır (Roth, 2008). Bir balık üretme çiftliğinde yapılan grafik çalışmasında lise mezunu bir

üretici iki dağılıma bakıyordu. Bunlardan biri 100 balığın ağırlıklarını diğeri ise balıkların uzunluklarını temsil ediyordu. Kısa bir sürelik inceleme sonucu üretici grafikte balıklardan hangilerinin kısa ve ağır oldukları ile hangilerinin uzun ve zayıf oldukları arasında kıyaslamalar yapabildi (Roth, 2015). Ayrıca aynı üretici grafikleri ile bir şartın istatistiksel katsayısı (balığın ağırlığının uzunluğunun küpü ile bölümünün 100.000 ile çarpımı) arasında bağlantı kurabildi.

Gösterge sistemlerinin oluşumu ve evrimleşmesi adlı bir başka araştırmada göstergelerin ilk başta üzerinde yapılan çalışmalarla ilgili olduğu ve simgesel işleve geçişte ise etkinlik harici kavramlarında dâhil edildikleri gözlemlendi. Bu süreçte görüntüsel ilişkilendirmeler genellenebilir simgesel ilişkiler haline dönüşmektedir (Roth, 2015).

Dilbilim teorileri ve onların matematik öğretimindeki yeri. 1953 yılında yayımlanan Felsefi İncelemeler adlı kitabında Wittgenstein (1997) göstergelere pratik bir açıdan yaklaşarak üzerinde durulması gerekenin anlamdan daha ziyade kullanımdaki yeri olduğunu iddia etmiştir. Bu fikre örnek olarak da "önem kazandırmak" fiilini göstermiştir: Bir şeyin yapımında kullanılan bir alet bir gösterge ile işaretlenir. Usta, çırağına aynı göstergenin başka bir kullanımdaki uygulamasını gösterdiğinde çırak hemen o aleti bulur ve getirir. Wittgenstein (1997) kitabında başka örneklerle de önemli olanın herhangi bir soyut kavramdan ziyade kullanım ve işlev olduğunu göstermiştir. Bu düşüncenin matematik öğretimindeki bir uygulamasına göre kavramları ifade eden göstergeler somut bir yapı kazanır. O zaman, bir gösterge uygun olan kullanımlardaki bütün somut durumlarda oluşur ve onları aynı zamanda indeksler. Örneğin bir öğrenci tarafından kullanılan "silindir" simgesi, daha sonra karşılaşılan ve kullanılan durumlarda da "yer tutucu" olarak işlev görür. Bu fikirler daha sonra matematikte etkileşim yöntembilimi araştırmalarında kullanılmıştır. Örneğin Gödel teoreminin ispatında kullanılan simgeler (Livingston, 1986).

Bir başka önemli dil kuramı eleştirmen ve filozof M.M. Bakhtin (1981)'in çalıştığı ortamlarda geliştirilmiştir. Hayali diyalog diye de adlandırılan bu teori Vygotsky'in olgunluk yıllarındaki çalışmalarında dile yaptığı yaklaşımla temel benzerlikler göstermektedir (Mikhailov, 2001; Radford, 2000; Roth, 2013). Bu anlayışta başkaları ile girilen diyaloglar kişisel konuşma ve düşünmenin başlangıcıdır (Vygotsky, 1987). Ancak "diyalog" her zaman konuşma nedeni ve geçtiği ortam ile ilgili bir aşinalığın olduğunu varsayar. Diyalojik yaklaşımın temeldeki

en önemli özelliği onun dilin ve daha genel olarak ise gösterge sistemlerinin ve özellikle fikirlerin dinamik kavramsallaştırılmasıdır. Bu nedenle pratikte göstergeler (dil) yaşar ve canlı oldukları için göstergeler kullanım anları itibariyle değişikliğe uğrarlar (Bakhtin, 1981). Başka bir deyişle, gerek başkalarıyla gerekse kendimizle giriştiğimiz diyaloglarda ne zaman bir gösterge kullansak, bu süreçte oluşturulan simgeler ve fikirler evrim geçirirler (Bakhtin, 1984). Bakhtin'e göre diyalojik konuşma birbirleriyle etkileşimden doğan ve birinden diğerine geçebilen iki farklı ses arasındaki ikiliyi zorunlu kılar. Bu nedenle de konuşma sürüp gider hiç bir şekilde sonlanmaz.

Diğer bir ilgi de Halliday (1978)'a atfedilen sosyal göstergebilimden gelir (Morgan, 2006, 2012, 2014). Bu düşünce tarzında, kişileri bilişsel gerçeğe ve öğrencileri de bilişsel deneğe indirgeyen geleneksel görüşün ötesine gitme isteği vardır: İnsanlar sadece şahsi kavrayışlarını dışa vurmak amacıyla yazıp konuşmazlar. Aslında içinde buldukları sosyal dünyada bir etki ve değişiklik yaratmayı başarmak için iletişime girerler (Morgan, 2006). Söz konusu kültürel bağlam, daha önce değinilen nesnelleştirme kuramında da olduğu gibi sınıf içerisinde yapılan uygulamaların kültürel ve toplumsal parametrelerle sınırlandıklarını vurgular. Homojenik bir kültür varsayımının yapıldığını unutmamak gerekir (Morgan, 2006). Ancak Morgan'ın da tartıştığı gibi kültürel çevre öğrenciler arasındaki kalıtsal farklılıkları kapsayacak esnekliğe sahip olmalıdır.

Gösterge sistemleri ve çeviri (yorumlama) arasındaki ilişki. Duval'in 2000 ve 2006 yıllarında yaptığı çalışmalar, gösterge sistemleri arasındaki ilişkilerin karmaşıklıklarını ve öğrencilerin göstergebilim katmanları arası hareketlerindeki zorlukları göstermek açısından çok önemlidir. Öğrencilerin karşılaştıkları ilk cebir formüllerine standart cebir sembolleri ile açıklandığında verdikleri anlam araştırılmış ve oluşan anlamların konuşulan dil ve genel algılamalardan derin bir şekilde etkilendikleri gözlemlenmiştir. Radford (2002)' de şu matematik etkinliğini örnek gösterir: Kelly'in Manuel'den 2 fazla şekeri vardır. Josee Manuel'den 5 fazla şekerine sahiptir ve toplamda 37 şeker vardır. Üç farklı etkinlikte farklı kişilerin sahip oldukları şekerlere "x" diyerek problemi çözmeleri istenmiştir. Yani ilk etkinlikte Kelly'in şekerlerine "x", ikincisinde Manuel'in şekerlerine "x" ve üçüncüsünde ise Josee'e aldıkları şekerlere "x" denilmiştir. Radford'a göre karşılaştırma ifadelerini içeren problemlerin çözümündeki zorluklardan birinin de bunlardan kesin ifadeler

çıkarılamamasıdır. Bu gözlem bir kâğıdın katlanması anlamında kullanılan "katlanmış anlatım" kavramının doğuşuna yol açmıştır.

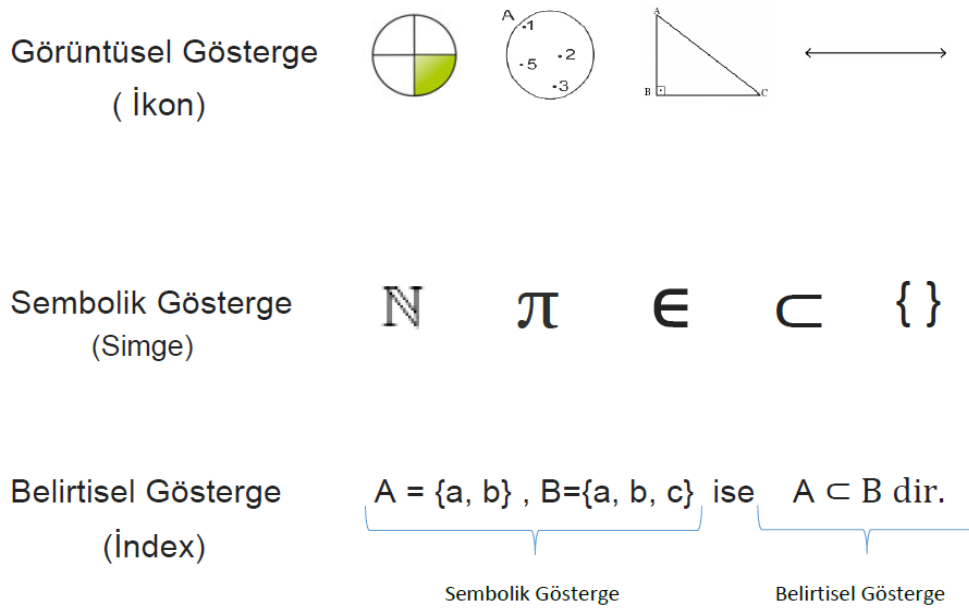
Yenilikçi eğitim ve öğretimin odaklanması olarak göstergebilim. Dijital matematik kitapları, etkileşimli diyagramları da içeriğine alan öğretim materyalleri, etkileşimli görsel örnekler ve animasyonların görsel tanıtımlarının hepsi de matematik öğretimindeki araştırmaların ayrıcalıklı ilgilendiği alanlar olmuşlardır. Göstergebilim ise bu tür materyallerdeki zorlukların anlaşılmasında rehber olur. Bu işlevin bazı önemli özellikleri şunlardır (Presmeg vd., 2016):

- Eğitim ve öğretim için gerekli yenilikçi görselleştirme araçları,
- Etkinliklerin ve etkileşimce görsel örnekleri temel alan görevlerin tasarımları,
- Okuma, kullanma ve etkileşimler sayesinde bağlantı kurulan çoklu temsili durumlar aracılığıyla çözümlene yollarının tespiti,
- Diyagramların, animasyonların ve videoların yeni teknolojiler ile öğretim araçları olarak kullanılmasındaki rollerinin netleştirilmesi.

Bu araştırma kapsamında göstergebilim metoduna uygun gösterge ve ders anlatım örneği. Matematik öğretimi açısından gösterge kullanımı çok önemlidir. Matematiksel kavramların çoğu soyuttur. Bu soyut kavramların yapılarını ortaya koymak ve matematiksel işlemler sonucunda dönüşümlerini kontrol altında tutabilmek için göstergeleri kullanmak neredeyse kaçınılmazdır. Örneğin sayı doğrusu, sayı sistemlerini temsil etmek ve aralarındaki etkileşimi-ilişkiyi ortaya koymak için üretilmiş güzel bir görüntüsel (ikonik) göstergedir.

Peirce' e göre göstergeler nesnelere olan ilişkiye göre görüntüsel (ikonik), belirtisel (indeksikal) ve sembolik (simgesel) gösterge olmak üzere üçe ayrılmaktadır.

Gösterge türlerinin matematiksel kavramlarla örneklendirilmesi Şekil 2' de gösterilmiştir.



Şekil 2. Gösterge türlerinin matematiksel kavramlarla gösterimi.

Matematiksel kavramların öğretiminde kullanılan göstergeler yorumlayıcılar (öğrenciler) tarafından anlamlandırma sürecine tabi tutulurlar. Bu bilişsel bir süreçtir. Bu süreçte kavramların genel yapısının özümsemesi ve farklı özelliklerini arasındaki ilişkilerin düzenlenmesi için gösterge etkinliklerinin önemi çok büyüktür.

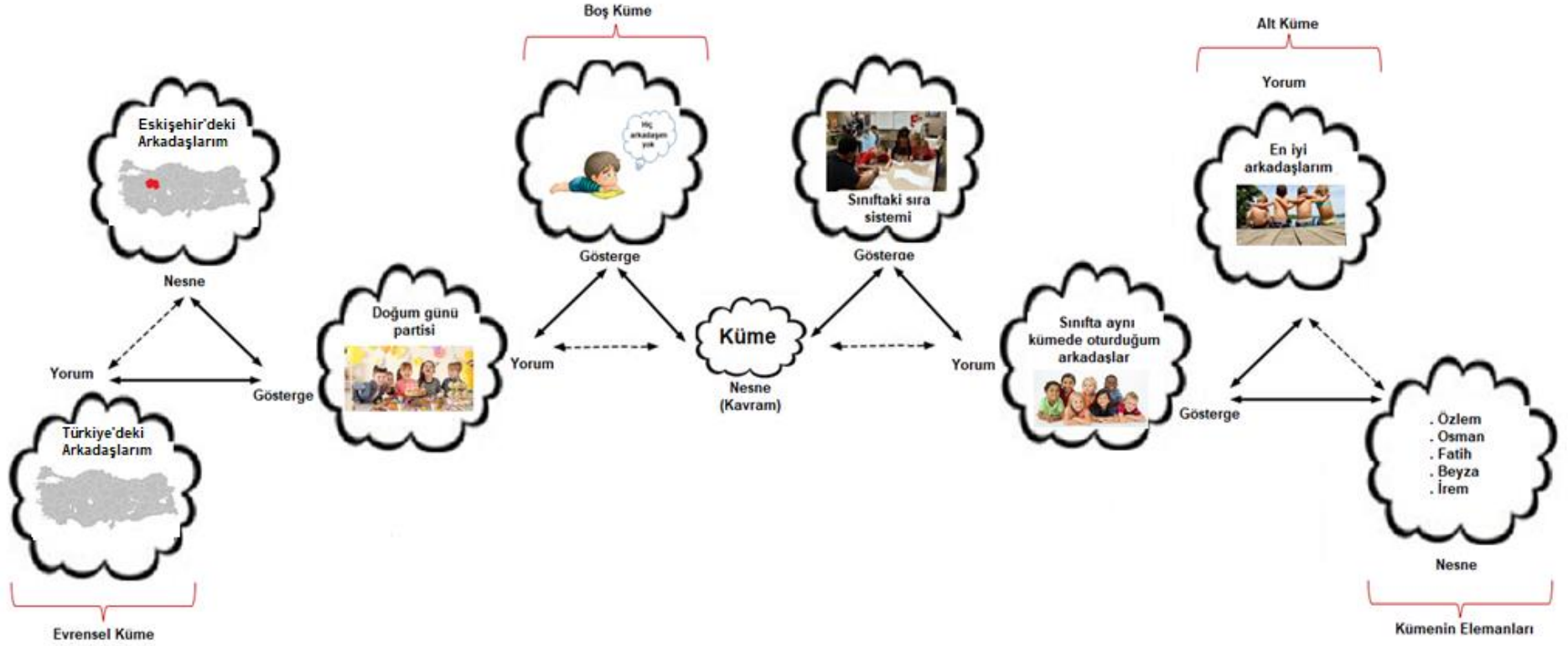
Sáenz -Ludlow ve Zellweger (2016)'e göre farklı tercümanlar (yorumlayıcılar) tarafından üretilen yorumlar, her ne kadar benzer olsalar da, kişisel bilgilerine ve matematiksel düşüncülerinin karmaşıklığına göre farklı görüntüsel, belirtisel, sembolik özelliklere sahip olabilirler. İstenen sonuç, bu yorumlayıcıların istenen matematiksel kavrama yaklaşma eğilimi göstermesidir. Bu durum, eğitimde göstergebilim (edusemiotics) anlayışına göre, öğretmenlerin birbirine benzeyen iki farkındalık türünü geliştirmeleri gerektiğini açıkça göstermektedir. Bunlar:

- ✓ Öğretmenlerin kavramsal yapıları oluştururken kendi göstergelerinin değişen yorumlarını oluşturabilmeli ve
- ✓ Öğrencilerin bu gösterge yorumlarının farkındalığını kavrayarak öğrencilerin istedik davranışa yönlendirebilmeleridir.

Öğretmenlerin bu çifte farkındalığı, öğrencilerin mevcut yorumlarını ve anlayışlarını kullanarak öğrencilerin yönlendirilmesini sağlayacaktır. Bu anlamda, diyagramlar, öğretmenler ve öğrenciler için anlam üretme araçlarına (epistemolojik araçlar) hizmet ederler, ancak böyle bir anlam farklı fakat uyumlu bir anlayış düzeyinde olabilir. Bu ince ayrılık öğretmenlere farklı öğrencilerin özgün öğrenme yeteneklerini görme fırsatını verir.

Yukarıdaki bilgiler ışığında göstergebilimsel metotlara uygun gösterge etkinlikleriyle kümeler kavramının bazı kazanımlarının anlatım örneği aşağıda verilmiştir.

KÜMELERDE SEMİOSİS SÜRECİ



Şekil 3. Kümeler konusunun bazı kavramlarının göstergebilim metoduyla anlatımı.

İlgili Araştırmalar

Alan yazın incelenmesi sonucunda, göstergebilimsel yöntemin reklam, tiyatro, sinema, afiş, iletişim, dil bilimi, hukuk, karikatür, Türkçe, edebiyat ve eğitim gibi alanlarda analiz yöntemi olarak kullanıldığı görülmektedir (Bayav, 2006). Çalışmalar genellikle tarama ve doküman inceleme metoduyla yapılmaktadır. Son yıllarda eğitim alanında da uygulamalı araştırmalar görülmeye başlanmıştır. Ancak yapılan yurt içi alan yazın incelemesinde matematik eğitimi alanında göstergebilimsel alanındaki çalışmaların çok az sayıda olduğu görülmüştür. Yurt dışı kaynaklı araştırmalar ise nispeten daha fazla olmakla birlikte sınırlı sayıdadır.

Öğrenme ve öğretme faaliyetleri hep işaretler ve onların tam olarak algılanması yoluyla gerçekleştiğinden dolayı, göstergebilim eğitimle ilişkilendirilebilir. Göstergebilim eğitimle iki yönde ilişkilendirilir: Bir taraftan öğrenme ve öğretim sembolik süreçlere sahip olduğu için göstergebilimi içermektedir, diğer taraftan öğretim ve öğrenme süreçlerini çalışmak, iletişim ve işaretlerin oluşum çalışmasının bir parçasıdır (Nöth, 2010).

Eğitimde göstergebilimin olarak adlandırılan "Edusemiotics" 2014 yılından beri göstergebilim kuramsal temelinde kendisine yer bulmuştur. Inna Semetsky' nin yazmış olduğu kitaplar Edusemiotics çalışmalarının temelini oluşturmaktadır (Semetsky, I. 2013; Semetsky, I., ve Stables, A. 2014; Semetsky, I. 2016). Bu kitaplarda özet olarak edusemiotics yaklaşımında ne öğretmen ne öğrenci ne de konu sabit bir varlık değildir. Öğretmenin yaklaşımı ve anlayışı, konuyla ilgili olarak öğrenci ile etkileşime bağlı olarak gelişir. Öğretim ve öğrenme diyalog, keşif ve yorumlama ile ilgilidir. Edusemiotics' de bu duruma, semiosis süreci denilmektedir.

Campbell (2019)'a göre pek çok edusemiotics yazar edusemiotics biyosemiyotiklerle yakından eşleştirmeye başlamıştır. Temel mantık, eğer yaşam süreci göstergebilimsel bağlılık ölçütü ile tanımlanabilirse, öğrenme süreci de olabilir demektedir. Edusemiotics bakış açısının kavramsal ve deneysel temellerini ele almak için, makalesinde dikkatini öğrencinin semiosis süreçlere odaklayacağından biyosemiyolojik temelli yaklaşımı, göstergebilimsel bir öğrenme teorisinin kapsadığı daha geniş öğrenme ve bilme biçimleri içinde bağlaştıracığından bahsetmektedir.

Göstergebilimin başka bir alt dalı olan sosyal göstergebilim ile eğitim-öğrenme arasındaki ilişkiyi inceleyen çalışmalar yapılmıştır. Sosyal göstergebilim, iletişimin farklı türlerinde çok fonksiyonlu durumu keşfeder (Yumin, 2009). Sosyal göstergebilim en önemli iki konuyu, iletişimin materyal kaynakları ve onların sosyal olarak düzenlenmiş olan kullanımlarını araştırır. Materyal kaynaklar yüz ifadesi, jestler kısacası sözsüz iletişimidir ve bu iletişim sosyal olarak düzenlenmiştir (Leeuwen, 2005). Görsel iletişim olarak değerlendirilen resimler, fotoğraflar, web siteleri, filmler vb. göstergebilimsel analizlere konu olmuştur.

Matematiğin öğretimi ve öğrenilmesinde göstergebilim fonksiyonlarının kullanılması konusunda Godino ve Batareno'nun (2003) çalışmalarında, matematik öğretimi ve öğreniminde yer alan ontolojik, epistemolojik ve bilişsel konulara farklı yaklaşımları göstergebilimsel ve antropolojik bir bakış açısıyla ifade etmeyi amaçlayan teorik bir model tarif edilmiştir. Araştırmaya göre, matematiksel aktivite, dört varlık türü arasında göstergebilimsel işlevlerin kullanılması ile karakterize edilir. Dışsal varlıklar (gösterimler, dış gösterimler), kapsamlı durum sorunları, yoğun fikirler, soyutlamalar ve oynayabilecekleri aktüel varlıklar (öznenin eylemleri). Dört tür göstergebilimsel işlevi (ve dolayısıyla anlam türlerini) içerik düzleminin farklı yapısına göre ayırt edilir. Matematik öğretimi ve öğrenmesinde akılda tutulması gereken özel, akılda kalıcı, yoğun ve aktüel göstergebilimsel işlevler, içeriğinin basit veya birleşik doğasını dikkate alarak, temel ve sarmal anlam arasında ayırım yapılır. Bu ayırım, matematik çalışmalarında çeşitli durumlarda risk altındaki yorumlayıcı süreçleri analiz etmek için gereklidir sonucu elde edilmiştir.

Alswaikh ve Morgan (2013), Filistin'de okutulan matematik kitaplarının göstergebilimsel yöntemle analizini yapmışlardır. Filistinli öğrencilerin son on yılda matematiksel performansın düşüklüğü, Filistinli eğitimcilere endişe kaynağı olmuştur. Düşük performansın nedenlerinden biri de kullanılan ders kitapları olduğu ileri sürülmektedir. Bu çalışmada, kitaplardaki iki konu üzerinde durulmuştur. Birisi, öğretmenlerin kullandıkları matematiksel söylemler ve matematik öğretimi sürecinde söylemlerin öğrenci anlayışı üzerindeki etkileridir. Bu çalışmada, İngiltere'de yaygın olarak kullanılan bir matematik kitabı ile Filistin'de kullanılan matematik ders kitapları dilsel ve şekil yönüyle karşılaştırılmıştır. Üçgenlerde denklik konusu ele alınmıştır. Çalışmada Filistin matematik kitaplarında, matematiksel terim söylemlerinin çok

olması öğrencilerin anlamlandırma sürecini olumsuz yönde etkilediği sonucuna varılmıştır.

Matematik öğreniminde göstergebilimsel perspektifle ilgili bir diğer çalışma Sáenz-Ludlow ve Presmerg (2006)'e aittir. Bu çalışmada, son on yıl boyunca, matematik eğitimcileri, göstergebilim çalışmalarıyla matematiğin öğretilmesinde ve öğrenilmesinde yer alan süreçlerin daha iyi kontrol edildiğinden bahsedilmektedir. Göstergebilimin matematik eğitimiyle doğal bir ilişkisi olduğunu, hem matematik hem de matematik öğretimi esasen işaretlerin icat edilmesiyle gerçekleştiğini ifade etmektedirler. Ayrıca çalışmanın sonucunda, İnsan faaliyetinin sembolik niteliği göz önüne alındığında, göstergebilim, bir çalışma alanı olarak iletişimin genel olarak ve özellikle de sınıf iletişiminin epistemolojik, sosyal ve kültürel boyutlarını kapsar. Matematik eğitiminde göstergebilimin yalnızca bir bakış açısı değil, işaretlerin genel olarak fikirlerin ifadesinde ve özellikle de matematiksel fikirlerin ifadesinde oynadığı temel rolün verildiği bir gereklilik olduğu açıktır. Bu konudaki makaleler, öğretme-öğrenme faaliyetinin semiosis sürecine derinlemesine gömülü olan öznel, topluluklar arası ve objektif boyutlara ışık tutmaktadır. Farklı göstergebilimsel bakış açılarından ve farklı teorik ve pragmatik bakış açıları, bu konudaki tüm makaleler matematik öğrenmenin göstergebilimsel yönlerinin analizine katkıda bulunur denilmiştir.

Ayrıca Sáenz-Ludlow ve Kadunz (2016)'un matematik eğitiminde göstergebilimin uygulanabilirliği üzerine ve semiosis süreçlerinin ayrıntılı bir şekilde araştırıldığı önemli çalışmaları bulunmaktadır.

Arzarello, Paola, Robutti ve Sabena (2009) tarafından "Matematik dersinde göstergebilimsel kaynaklar olarak hareketler" isimli çalışmalarında ilk defa göstergebilimsel demetten bahsedilmiştir. Çalışmada, hareketler matematik dersinde aktif olan kaynakların bir parçası olarak görülmüştür. Konuşma, yazıtlar, eserler, vb. hareketler, öğrencilerin ve öğretmenlerin matematik öğretme-öğrenmede kullandıkları göstergebilimsel araçlardan biri olarak kabul edilmiştir. Onları analiz etmek için uygun bir model, göstergebilim demet tanıtılmıştır. Bu yaklaşım içinde hareketlerin diğer göstergebilimsel kaynaklar ile ilişkilerine odaklanmayı sağladığını ve aynı zamanda, öğretmenin sınıftaki arabuluculuk eylemini çerçevelemeye de olanak tanıdığı savunulmuştur.

Kaya (2017) yüksek lisans tezinde, dinamik geometri ortamında öteleme ve yansıma konularında ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin oluşturdukları göstergeleri incelemiştir. Çalışmasında gözlem, klinik görüşme ve araştırmacı notlarından faydalanılmıştır. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin geometrik özellikleri keşfetmeleri sırasında sürükleme türleri ile jestlerinin iç içe girdiği ortaya çıkmıştır. Zihinlerindeki süreçlere göre sürükleme yaptıkları ve sürüklemelerin değişime uğradığı ortaya çıkmıştır. Yani sürüklemenin rastgele yapılan hareketler olmadığı görülmüştür. Elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin dinamik geometri ortamındaki tecrübeleri hakkında detaylı bilgi edinmenin uygulayıcılara önemli kritik bilgiler sağlayacağı düşünülmektedir denilmiştir.

Günaydın (2011), yüksek lisans tezinde, görselleme ve göstergelerin problem çözme süreci ile olan ilişkilerinin incelenmesinin matematik öğrenmeye ve ilgili alan yazına katkıda bulunacağı değerlendirmiştir. Bu çalışmada orta öğretim öğrencilerinin cebir ve geometri problemleri çözüm süreçleri görselleme ve göstergebilim bağlamında incelenmiştir. Ayrıca düşünme yapıları ile görselleme ve göstergebilim arasındaki ilişkiye de bakılmıştır. Araştırmanın modeli özel durum çalışmasıdır. Araştırma İstanbul'daki bir devlet okulunda yürütülmüştür ve çalışmaya seksen 9. sınıf öğrencisi katılmıştır. Araştırmada, veri toplamak maksadı ile öğrencilerin düşünme yapılarını belirlemede kullanılan MSA (Matematiksel Süreç Aracı), üçü cebir ikisi geometri testlerinden oluşan beş adet başarı testi kullanılmıştır. Ayrıca öğrenciler ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre cebir testlerinde öğrencilerin genelde sözel yaklaşımlar gösterirken geometri testlerinde ise görsel ve sözel yaklaşımların dengeli olduğu görülmüştür. Genel değerlendirmede analitik düşünme yapısına sahip öğrencilerin cebir ve geometri testlerinde diğer öğrencilere göre daha başarılı olduğu anlaşılmıştır. Öğrenci cevapları göstergebilim bağlamında incelendiğinde ise öğrencilerin cebir testlerinde ağırlıklı olarak sözel göstergeler kullandığı ortaya çıkmıştır. Geometri testlerinde ise gösterge kullanımında farklılık ortaya çıkmaktadır. Bu çalışmada öğrencilerin problem çözümünde görsel yaklaşımları tercih etmedikleri anlaşılmıştır.

Berger (2010) çalışmasında göstergebilimsel bir çerçevenin cebir için bilgisayarlı sistem (CAS) kullanımının matematiksel aktiviteye nasıl yardım edebileceğini veya sınırlayabileceğini daha iyi anlamamızı sağlayacaktır demektedir. Bu çalışma, matematik yapmanın ve öğrenmenin göstergebilimsel davranış olarak

değerlendirildiği teorik bir çerçevede yer almaktadır. Peirce tarafından geliştirilen üçlü bir işaret (temsil, nesne, yorumlanan) kavramı temel alınarak, CAS' in matematiksel bir nesne çalışmasında gösterimi değiştirmek için kullanmasının öğrencinin birçok yorum üretmesine yardımcı olabileceği sonucuna varılmıştır.

Matematik eğitiminde ders kitaplarını göstergebilimsel açıdan araştıran de Almeida ve Silva (2018) çalışmalarında matematik ders kitabındaki türev kavramının tanımı üzerinde durmuşlardır. Türev kavramının anlatımını incelemek amacıyla, Peirce'in göstergebilimsel üçgen modeli analiz birimi olarak kullanılmıştır. Analiz sonuçlarına göre ders kitabının öğrencilerin türevi genel olarak kavramsallaştırmasını sağlama potansiyeline sahip olduğu sonucuna varılmıştır. Bununla birlikte, kitap bazı yönlerden öğrencilerin türevi kavramsallaştırmasını kısıtlayabileceğini belirtmiştir. Çalışmanın sonucunda ise kitabın türev kavramının tam olarak anlaşılabilmesi için geliştirilebileceğini belirtmişlerdir.

Türev konusunda bir diğer çalışmayı Fatmanissa ve Usdiyana (2019) yapmışlardır. Araştırmalarında, öğrencilerin türev konusunda geçen kelimelerin anlamları kavrama durumuyla türev problemlerini çözme zorlukları arasındaki ilişkiyi göstergebilimsel açıdan tanımlamayı amaçlamışlardır. Araştırmada kullanılan kelimelerin anlaşılma problemi konusunda test geliştirilmiş ve uygulama sonunda çoklu göstergebilim sistemleri açısından analiz edilmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre, dili görsel temsile dönüştürmenin güçlüklerin en çok karşılaşılan bir problem olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca kelimenin anlamları ile ilgili problemler, sadece türev konusunun anlaşılmasını güçleştirmesinin yanı sıra, problemin metninden anlam çıkarma ve onu matematiksel veya görsel temsile dönüştürme becerisi üzerinde de olumsuz etkisi olduğu tespit edilmiştir.

Matematik eğitiminde diğer bir çalışma Ishibashi (2018) tarafından yapılmıştır. Ishibashi çalışmasında, şemaları kullanarak koşullu olasılık kavramının öğretimi için öğretim yaklaşımlarını diyagramlar kullanarak incelemiştir. Bu amaçla, öncelikle bir göstergebilim açısından olasılığın şematik temsilleri hakkında geleneksel bilgileri tanımlamış, daha sonra, koşullu olasılık kavramını aktarmak için etkili şematik ifadelerle öğretim yaklaşımı sunmuştur. Sonuç olarak geleneksel bilgiye dayanarak oluşturulan koşullu olasılığın şematik gösteriminin koşullu olasılığı anlamak için etkili olduğu ileri sürülmüştür.

Jamani, eğitimdeki bilimsel teorilerin sınıflarda kullanıldığında, anlam yaratmanın nasıl gerçekleştiğini irdeleyen çalışma yapmıştır (Jamani, 2011). Ayrıca Radford (2000; 2002; 2006; 2008; 2012; 2013), Stables ve Gough (2006), Semetsky (2007) ve Kaufman (2012) bu konuyla ilgili çalışmalar yapmıştır.

Okullarda öğretim amacıyla hazırlanan ve uygulanan bazı yöntem ve teknikler ve etkileri üzerinde bazı göstergibilimsel çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmalara örnek olarak Wright ve Forrest (2007)'in çalışmaları gösterilebilir. Söz konusu çalışmada bilgiyi yapılandırma ve oyun merkezli yöntemlerin öğretimdeki rolü göstergibilimsel açıdan incelenmiştir. Shapiro (2016) çalışmasında, öğrencilerin öğrenme alanlarının ve eğitim gördüğü çevrenin, bireyin öğrenme yaşantısına sağladığı katkıyı incelemiştir. Çalışmasında, okulun mimari yapısı, öğrencilere sunulan kitap ve eğitim programları, davranışsal mesajlar ve okul yönetimiyle ilgili uygulamaları, göstergibilimsel açıdan incelemiş ve daha etkili ve anlamlı bir öğrenme ortamının sağlanabileceğini çalışmasında ortaya koymuştur.

Alan yazın incelendiğinde matematik eğitiminde göstergibilim çalışmalarının çoğunluğunun kuramsal temelli teorik çalışmalar olduğu görülmektedir. Bazı çalışmalarda ise göstergeler ile matematiksel kavramlar arasındaki epistemolojik ilişkileri irdeleyen araştırmalar yapılmıştır. Kavramsal öğretimde, öğretim materyallerin göstergibilimsel açıdan incelenmesi veya öğretmen etkilerinin göstergibilimsel yöntemlerle analiz edildiği çalışmalara yurt içinde karşılaşılmamıştır. Yurt dışı çalışmalarında ise matematik ders kitapları ile ilgili az sayıda çalışma görülmektedir. Çalışmamızdaki matematik ders kitaplarının göstergibilimsel açıdan incelenmesi ve kavramsal öğretimde öğretmen etkilerinin göstergibilimsel analizinin değerlendirilmesinin alan yazına katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

Bölüm 3

Yöntem

Bu bölümde araştırma türü, çalışma grubu, veri toplama süreci, veri toplama araçları, verilerin toplanması ve verilerin analizi açıklanmıştır.

Araştırma Türü

Bu çalışmada, karma yöntem araştırması yapılmıştır. Creswell ve Plano Clark (2007) karma yöntem araştırmasını nitel ve nicel araştırmalarla veri toplama analiz etme ve bütünleştirmeye olanak veren araştırma olarak tanımlamaktadır. Nitel araştırmada doküman inceleme modeli kullanılmıştır. Doküman incelemesinde temel amaç; araştırılması hedeflenen olgu veya olgular hakkında bilgi içeren yazılı ve görsel materyallerin analiz edilerek, içeriğinde ne olduğu, içeriğin nasıl kullanıldığı, amacının ne olduğu gibi soruların cevapları aranır (Cohen, Manion ve Morrison, 2007). Nicel araştırmada ise anket tekniği ile katılımcılardan veri toplanmıştır.

Çalışma Grubu

Çalışma grubunda üç farklı matematik ders kitabı ile matematik öğretmenlerinden oluşan 74 katılımcı bulunmaktadır. Ders kitapları, PISA' da matematik başarıları yüksek olan Finlandiya ve Kanada'da lise düzeyindeki okulların ilk yıllarında okutulan ortaöğretim (lise) matematik ders kitapları ile Türkiye'de ortaöğretim (lise) 9. Sınıf matematik ders kitabından oluşmaktadır. Seçilen kitaplarda ortak konuların fazla olması ve aynı yıllarda (2012-2015) kullanılan kitaplar olmasına dikkat edilmiştir. Ders kitaplarındaki ortak konular, Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Ondalık Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularıdır. Kitaplarda ortak konulardaki görsel değeri olan göstergeler (35 adet fotoğraf, resim, şekil, vb.) seçilmiştir. Kanada'dan seçilen kitapta bazı konularda çok fazla gösterge olduğundan aynı konudaki benzer göstergelerin bir kısmı seçilmiştir.

Matematik öğretmenlerinden oluşan 74 katılımcı ise araştırma kitaplarındaki ortak konuları öğrencilerine anlatan öğretmenlerden oluşmaktadır. Katılımcıların araştırmaya konu olan matematik ders kitaplarındaki ortak konuların öğretilmesinde, öğrenilmesinde ve kavramsal bir yapı oluşturmasında sunulan göstergelerin faydalı olup olmayacağı konusunda görüşleri alınmıştır.

Tablo 2' de katılımcıların mezun oldukları fakülte ve bölüm bilgileri verilmiştir.

Tablo 2

Katılımcıların Mezun Oldukları Fakülte-Bölüm Bilgileri

Fakülte-Bölüm	Cinsiyet	N	%
Eğitim Fakültesi- Ortaöğretim Mat. Öğretmenliği	Kadın	12	54,5
	Erkek	10	45,5
Eğitim Fakültesi- İlköğretim Mat. Öğretmenliği	Kadın	13	36,1
	Erkek	23	63,9
Fen- Edebiyat Matematik Bölümü	Kadın	4	26,6
	Erkek	11	73,4
Diğer	Kadın	1	100
	Erkek	0	0

Not: N=74

Katılımcıların 30'u (%41) kadın, 44'ü (%59) ise erkektir. Ayrıca 22'si (%29,7) Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği; 36'sı (%48,7) İlköğretim Matematik Öğretmenliği; 15'i (%20,3) Matematik Bölümü ve 1 kişi (%1,3) ise diğer lisans bölümlerinden mezun olmuştur.

Tablo 3' de ise katılımcıların öğrenim durumları gösterilmiştir.

Tablo 3

Katılımcıların Öğrenim Durumu Bilgileri

Öğrenim Durumu	Cinsiyet	N	%
Lisans	Kadın	18	33,3
	Erkek	36	66,7
Yüksek Lisans	Kadın	11	61,1
	Erkek	7	38,9
Doktora	Kadın	1	50
	Erkek	1	50

Katılımcıların 54'ü (%73) lisans; 18'i (%24,3) yüksek lisans ve 2'si (%2,7) ise doktora mezunudur.

Tablo 4'de öğretmenlerin hizmet yılı bilgileri verilmiştir.

Tablo 4

Katılımcıların Matematik Öğretmenliğindeki Hizmet Yılı Bilgileri

Matematik Öğretmenliğinde Hizmet Yılı	Cinsiyet	N	%
1-5	Kadın	14	70
	Erkek	6	30
6-10	Kadın	6	42,8
	Erkek	8	57,2
11-15	Kadın	1	7,7
	Erkek	12	92,3
16 yıl ve üstü	Kadın	9	33,3
	Erkek	18	66,7

Öğretmenlerin 20'si (%27), 1-5; 14'ü (%19), 6-10; 13'ü (%17,5), 11-15 ve 27'si, (%36,5) ise 16 yıl ve üstü matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır.

Veri Toplama Süreci

Veri toplama öncesinde araştırmaya konu olan ders kitapları için Türkiye (URL 1), Finlandiya (URL 2) ve Kanada (URL 3) kaynakları 4 ay boyunca araştırılmıştır. Araştırma sonucunda, yukarıda ifade edilen matematik ders kitapları seçilmiştir. Bu kitaplardaki ortak konular (Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon) belirlenmiştir. Bu konulardaki toplam 35 gösterge (fotoğraf, resimler, şekil vb.) seçilmiştir. Ayrıca, matematik ders kitaplarında yukarıda bahsi geçen konuların öğretilmesinde, öğrenilmesinde ve kavramsal bir yapı oluşturmasında sunulan göstergelerin faydalı olup olmayacağı belirlenmeye çalışılmıştır. Bu amaçla 35 adet göstergeden oluşan “Ortak Konulardaki Göstergeleri Değerlendirmeye Yönelik Öğretmen Görüşü Formu (ÖGF)” araştırmacı tarafından oluşturulmuştur. Bu form ile veri toplama öncesinde araştırmanın uygulanabilmesi için Hacettepe Üniversitesi Etik Komisyonundan ve MEB’den gerekli izinler alınmıştır. Araştırmacı tarafından 2020 Ocak ve Şubat ayları içerisinde okullar bizzat ziyaret edilerek, araştırmaya katılan öğretmenlere veri toplama aracı ve katılımcıların demografik verilerini toplamak amacıyla “Kişisel Bilgi Formu (KBF)” uygulanmıştır. Bunun yanı sıra araştırmacı tarafından katılımcıların veri toplama araçlarını kolaylıkla doldurabilmeleri için gerekli olan açıklamalar yapılmış ve veri araçlarının uygulama süreci araştırmacının kendisi tarafından takip edilmiştir.

Veri Toplama Araçları

Nitel ve nicel araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının çeşitliliği verilerin geçerliliğini güçlendirme açısından önemlidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu çalışmada, seçilen kitaplardaki göstergelerin nesnelere olan ilişkilerine göre gösterge türlerini belirlemek amacıyla uzman görüşü, katılımcıların demografik özelliklerini belirlemek için kişisel bilgi formu ve ortak konulardaki öğretmen görüşlerini değerlendirmeye yönelik öğretmen görüşü formu kullanılmıştır.

Uzman görüşü (UGF). Araştırmada, Türkiye, Finlandiya ve Kanada'da okutulan birer tane seçilmiş matematik ders kitaplarındaki ortak konular (Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Ondalık Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon) ele alınmıştır. Bu konuların anlatımında görselliğin nasıl verildiği, kavramların hangi işaret, sembol ve görsellerle ortaya konulduğunu gösteren 35 adet gösterge, Charles

Sanders Peirce'in geliştirdiği göstergebilimsel (semiotics) üçgen modeli ile incelenerek araştırmacı tarafından analiz edilmiştir. Bu analizde göstergelerin hangi gösterge sınıfına veya sınıflarına dâhil olduğu araştırmacı tarafından belirlenmiştir. Peirce' e göre göstergeler nesnelere göre görüntüsel (ikonik), belirtisel (indeksikal) ve sembolik (simgesel) gösterge olmak üzere üçe ayrılmaktadır. Her gösterge bu üç türden birine veya bir kaçına dâhil olabilir veya hiçbirine de dâhil olmayabilir. Bu durum göstergeyi yorumlayanların ön bilgisine, zihninde oluşturduğu kavram yapısına göre değişebilmektedir. Araştırmacı tarafından bu gösterge analizleri tamamlandıktan sonra uzman görüşü alması için "Ortak Konulardaki Göstergelerin Sınıflandırılmasına Yönelik Uzman Görüşü Formu (UGF)" oluşturulmuştur. Göstergebilim alanında doktora eğitimini tamamlamış 2 uzman UGF' deki gösterge türü analizlerini yapmıştır. Ayrıca, araştırma kitaplarındaki ortak konuları öğrencilerine anlatan ve matematik eğitimi alanında doktora eğitimi alan 6 matematik öğretmenine 2 saatlik göstergebilim hakkında bilgilendirme semineri yapılmış, Peirce' in nesnelere olan ilişkilerine göre gösterge türleri anlatılmıştır. Öğretmenlere gösterge türlerinin tanımları, birbirleriyle olan ilişkilerini ortaya koyacak görsel uygulama yapılarak Peirce'in gösterge türleri konusu pekiştirilmiştir. Daha sonra bu 6 matematik öğretmenine UGF uygulanarak göstergelerin, gösterge türü analizlerinin yapılması sağlanmıştır. En son aşamada ise uzman görüşleri doğrultusunda analizler araştırmacı tarafından tekrar ele alınarak son şeklini almıştır.

Kişisel bilgi formu (KBF). Bu araştırmada demografik verileri toplamak amacıyla araştırmacı tarafından hazırlanan dört sorudan oluşan bir form kullanılmıştır. KBF' den elde edilen veriler şunlardır: Cinsiyet, üniversiteden mezun olunan fakülte-program, öğrenim durumu (lisans, yüksek lisans, doktora), kaç yıldır matematik öğretmeni olarak görev yaptığı bilgisinden oluşmaktadır.

Ortak konulardaki göstergeleri değerlendirmeye yönelik öğretmen görüşü formu (ÖGF). Türkiye, Finlandiya ve Kanada'da 2012 - 2015 yılları arasında okutulan matematik ders kitaplarındaki Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki 35 gösterge araştırmacı tarafından tespit edilmiştir. Bu göstergeler konu sırasına göre sıralanarak Likert tipi beş dereceli anket haline getirilmiştir. Bahsi geçen konu ve kavramları okullarda öğrencilere aktaran öğretmenlere bu anket uygulanarak veriler toplanmıştır. ÖGF' de her bir gösterge için "... konusunun öğretilmesinde, öğrenilmesinde veya kavramsal

bir yapı oluşturmasında aşağıdaki göstergelerin faydalı olacağı konusundaki görüşünüzü, Hiç Katılmıyorum, Katılmıyorum, Kararsızım, Katılıyorum, Tamamen Katılıyorum seçeneklerinden birini işaretleyerek belirtiniz” açıklaması yapılarak verilerin toplanması sağlanmıştır.

GF ile toplanan verilerde herhangi bir şekilde eksik veri olması ve her göstergeye aynı puanı veren katılımcıların formları araştırma sonuçlarını etkileyeceği düşüncesiyle değerlendirmeye alınmamıştır.

Tablo 5’de araştırma sürecinde katılımcılara (ğretmenlere) uygulanan anket sayıları ve değerlendirmeye alınan anketlerin yüzdeleri verilmiştir.

Tablo 5

Katılımcılara Uygulanan Anket ile İlgili Bilgiler

Okullar	Verilen Anket Sayısı	Dönüş Yapılan ve Değerlendirmeye Alınan Anket Sayısı	Geçerli Görülen Anket Sayısı	Araştırmaya Dâhil Edilen Anket Yüzdeleri
A Okulu	9	9	7	77,7
B Okulu	12	11	9	75
C Okulu	11	10	9	81,8
D Okulu	10	8	7	70
E Okulu	9	9	6	66,6
F Okulu	10	10	7	70
G Okulu	8	7	6	75
H Okulu	13	12	8	61,5
K Okulu	11	10	8	72,7
L Okulu	10	9	7	70
Toplam	103	95	74	71,8

Tablo 5’ e göre 10 farklı okuldan 103 matematik öğretmenine anket verilmiştir. Bu anketlerden 95 tanesi geri dönmüş ve değerlendirmeye alınmıştır. Değerlendirmeye alınan anketlerden geçerli görülüp araştırmaya dâhil edilenlerin sayısı ise 74’ tür.

Verilerin Analizi

Çalışmanın nitel verileri olan Türkiye, Finlandiya ve Kanada’da okutulan birer tane seçilmiş matematik ders kitaplarındaki Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel

Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki 35 göstergenin analizinde, Charles Sanders Pierce'in geliştirdiği göstergebilimsel (semiotics) üçgen modeli kullanılmıştır. Bu modele göre göstergeler (fotoğraf, resim, şekil) nesnelere olan ilişkilerine Görüntüsel (G), Belirtisel (B) ve Sembolik (S) gösterge olmak üzere üçe ayrılmaktadır. Bu gösterge sınıflandırmasının dışında kalan göstergelere ise Hiçbiri (H) ile isimlendirme yapılmıştır. Ayrıca bu analizler uzman görüşüne sunulmuş ve tekrar ele alınmış ve gösterge sınıflandırma analizleri son halini almıştır.

Çalışmanın nicel veri toplama aracı olan "Ortak Konulardaki Göstergeleri Değerlendirmeye Yönelik Öğretmen Görüşleri Formu (ÖGF)" anket uygulaması analiz edilmiştir. Verilerin analizinde katılımcıların (öğretmenlerin) verdikleri yanıtların puanlarını hesaplamak amacıyla ÖGF' de yer alan seçeneklerin sınırları ve verilen ağırlıklar şu şekildedir: "1 = Hiç Katılmıyorum, 1.00-1.79"; "2 = Katılmıyorum, 1.80-2.59"; "3 = Kararsızım, 2.60- 3.39"; "4 = Katılıyorum, 3.40- 4.19"; "5 = Tamamen Katılıyorum, 4.20- 5.00". Anketteki her bir maddeye verilen yanıtlar bu puanlamaya uygun olarak olumsuzdan olumluya doğru 1.00 ile 5.00 arasında değişmektedir. Veri toplama araçlarında yer alan aralıkların eşit olduğu (4/5) kabul edilerek seçeneklere ilişkin sınırlar belirlenmiştir.

Ankette yer alan seçeneklere ilişkin sınırlar Tablo 6'da sunulmuştur.

Tablo 6

Seçeneklere İlişkin Sınırlar ve Gruplamalar

Seçenekler	Puan Değeri	Puan Aralığı	Sınırlar	Düzeyleyler
Hiç Katılmıyorum	1	1.00-1.79	1 - 2.59	Yetersiz Düzey
Katılmıyorum	2	1.80-2.59	2.60 - 3.39	Orta Düzey
Kararsızım	3	2.60-3.39	3.40 - 5.00	Yeterli Düzey
Katılıyorum	4	3.40-4.19		
Tamamen Katılıyorum	5	4.20-5.00		

Tablo 6' dan anlaşılacağı üzere, ÖGF' de yer alan göstergelerin toplam puanların ortalaması alındığında belirlenen sınırlar çerçevesinde üç düzeyde yorumlanmıştır. Buna göre ortalama puanlar 1.00- 2.59 arasında ise yetersiz düzey, 2.60-3.39 arasında ise orta düzey, 3.40-5.00 arasında ise yeterli düzey olarak kabul edilmiştir.

Bölüm 4

Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde, gösterge türü analizlerinin uzman görüşleri ile alt problemlerin sırasına göre verilmiş araştırma bulguları ve yorumları yer almaktadır.

Uzman Görüşlerine Göre Gösterge Türü Analizlerinin Bulgu ve Yorumları

Araştırmada, Türkiye, Finlandiya ve Kanada'da okutulan birer tane seçilmiş matematik ders kitaplarındaki ortak konular (Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Ondalık Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon) ele alınmıştır. Bu konuların anlatımında görselliğin nasıl verildiği, kavramların hangi işaret, sembol ve görsellerle ortaya konulduğunu gösteren 35 adet gösterge, Charles Sanders Peirce'in geliştirdiği göstergebilimsel (semiotics) üçgen modeli ile incelenerek uzmanlar tarafından analiz edilmiştir. Bu analizde göstergelerin hangi gösterge sınıfına veya sınıflarına dâhil olduğu belirlenmiştir. Peirce' e göre göstergeler nesnelere göre görüntüsel (ikonik), belirtisel (indeksikal) ve sembolik (simgesel) gösterge olmak üzere üçe ayrılmaktadır. Her gösterge bu üç türden birine veya bir kaçına dâhil olabilir veya hiçbirine de dâhil olmayabilir. Bu durum göstergeyi yorumlayanların ön bilgisine, zihninde oluşturduğu kavram yapısına göre değişebilmektedir.

Tablo 7' de 8 uzmana göre göstergelerin hangi gösterge türene ait olduğu ile ilgili bulgular verilmiştir.

Tablo 7

Uzman Görüşlerine Göre Gösterge Türü Analizleri

Göstergeler	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8
Gösterge 1	H	H	H	H	H	H	H	S-H
Gösterge 2	S	S	S	S	S	S	S	S
Gösterge 3	H	H	H	H	H	H	H	S-H
Gösterge 4	S	S	S	S	S	S	S	S
Gösterge 5	G-B	B	G	S	S	B	G	G
Gösterge 6	G-S	G	G	S	G-B	B-S	B-S	B-S
Gösterge 7	G	G	G	S	B	B-S	B-S	B-S
Gösterge 8	B-S	B-S	S	S	G-S	B-S	B-S	B-S

Gösterge 9	G	G	G	G	H	G	G	G
Gösterge 10	B-S	G-S	G	S	G	B-S	B-S	G-S
Gösterge 11	S	G-S	S	S	G-B	G-S	G-S	S
Gösterge 12	S	G-S	S	S	G-B	G-S	G-S	G-S
Gösterge 13	H	H	H	H	H	H	H	S-H
Gösterge 14	S	G-S	G	S	G-B	G-S	G-S	G-S
Gösterge 15	S	B-S	G	G-S	G-B	G-S	G-S	B-S
Gösterge 16	G-S	B-S	G-B	G-S	G-B	G-S	G-S	B-S
Gösterge 17	H	H	H	H	H	H	H	S-H
Gösterge 18	B-H	B	G-B	B-S	G-B	B	B-S	B-S
Gösterge 19	B	B	G-B	S	G-S	B	B-S	B-S
Gösterge 20	H	B-S	G	G-S	S	G-S	S	S
Gösterge 21	H	S	B-S	G-S	S	G-S	S	S
Gösterge 22	H	S	B-S	G-S	S	S	S	S
Gösterge 23	H	B-S	B-S	G-S	S	G-S	S	B-S
Gösterge 24	S	B-S	H	G-S	S	S	S	B-S
Gösterge 25	G-S	B-S	G	S	G	B-S	G-S	G-S
Gösterge 26	G-S	G-B	G-S	H	S	S	S	G-S
Gösterge 27	G-S	B	G-S	H	G-B	S	G-S	B
Gösterge 28	B	G	G-S	H	G	S	G-S	S
Gösterge 29	H	H	H	H	H	H	H	S-H
Gösterge 30	B	B-S	S	S	S	B-S	S	B-S
Gösterge 31	G	B	B	H	G-B	B	G-B	G-B
Gösterge 32	G-S	S	B-S	S	G	S	S	S
Gösterge 33	G	B	S	S	S	S	S	S
Gösterge 34	H	H	H	H	H	H	H	S-H
Gösterge 35	G-S	G-S	G-S	S	G	G-S	G-S	G-S

G: Görüntüsel Gösterge, S: Sembolik Gösterge, B: Belirtisel Gösterge, H: Hiçbiri

Tablo 7' ye göre, uzmanların gösterge türünü seçme eğilimleri şu şekilde yorumlanabilir. Örneğin, Gösterge 10 için üç uzmanın hem belirtisel hem de görüntüsel gösterge (%37,5) olduğunu, iki uzmanın görüntüsel ve sembolik gösterge olduğunu (%25) belirtmiştir. Diğer iki uzmanın ise sadece görüntüsel gösterge (%25) olduğunu ve son uzmanın ise sadece sembolik gösterge olduğunu (%12,5) savunmuştur.

Aynı göstergenin uzmanlar arasında farklı gösterge türüne dâhil olması matematiksel düşünmenin karmaşıklığından kaynaklandığı söylenebilir. Bir formül veya şekil bazıları için görüntüsel olarak algılanmakta iken bazıları için sembolik olarak algılanabilmektedir. Presmeg vd. (2016) matematiksel göstergelerdeki ayrımların, farklı insanların, onun nesnesi ile gösterge arasındaki "aynı" ilişkiyi yorumlarına göre sırasıyla görüntüsel, belirtisel veya sembolik olmalarının kategorize edebilmelerinin karmaşıklaşabileceğini ileri sürmektedirler.

Alt Problem 1' e İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Alt problem 1. Türkiye'den seçilmiş ortaöğretim (lise) matematik ders kitabında okutulan Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki göstergelerin göstergebilimsel analizi nasıldır?

Türkiye' den seçilen matematik ders kitabındaki 8 göstergenin, göstergebilimsel üçgen modeliyle elde edilen bulguları verilmiş ve yorumlanmıştır.

Doğal Sayılar ve Tam Sayılar Konularındaki Görsellerin Göstergebilimsel Analizi.



Ŗekil 4. "MEB 9. sınıf matematik kitabı". Dikey yayıncılık 2012.

Doğal sayılar konusunda verilen bu bebek resmi doğal sayıları resmetmek veya çağrıştırmak için kullanılmıştır. Bebeğin doğal olma özelliği, doğal sayılar üzerinde benzerlik yönünden aktarılmaya çalışılmış olabilir. Ancak bu resim matematiği, doğal sayıları ve doğal sayıların karakteristik özelliklerini ağrıştırmamaktadır. Resim doğal sayıları akla getirmemektedir. Bu nedenle Ŗekil 4 göstergesi herhangi bir gösterge sınıfına (görüntüsel, belirtisel, sembolik) giremeyeceği söylenebilir.



Şekil 5. "MEB 9. sınıf matematik kitabı". Dikey yayıncılık 2012.

Tam sayılar konusunda verilen bu gösterge Everest Dağı'nın resmidir. 8884 metre yüksekliği ile Dünya'nın en yüksek noktasıdır. Bu resme bakıldığında dağın ne kadar yerden yukarıda olduğu, yüksekliğinin metre mi yoksa kilometre ile mi ifade edileceğinin tam sayılar kullanılarak düşünölebileceği çıkarılabilir. Ancak bu görsel yükseklik, uzunluk ve negatiflik durumlarını açıklamada kullandığımız tam sayılar konusunun özelliklerini çağrıştırmamaktadır. Bütün bu açıklamalara göre Şekil 5 göstergesi herhangi bir gösterge türüne (görüntüsel, belirtisel, sembolik) dâhil edilemeyeceği söylenebilir.

Rasyonel Sayılar Konusundaki Görselin Göstergibilimsel Analizi.



Şekil 6. "MEB 9. sınıf matematik kitabı". Dikey yayıncılık 2012.

Rasyonel sayılar konusunun başında verilen bu gösterge kadınbudu köftedir. Bu isimde bir yemek isminin eğitimde kullanılmasının olumsuz sonuçlarının oluşması mümkündür. Yanlış anlaşılmalara meydan vermemek adına daha uygun bir gösterge kullanılabilir. Kadınbudu köftenin yapımında $\frac{1}{2}$ kg yağsız koyun veya dana kıyması, $\frac{1}{2}$ su bardağı pirinç, $\frac{1}{2}$ demet maydanoz gibi rasyonel sayılarla malzeme ihtiyacı belirtilmiştir. Görsele bakınca tarifte gerekli malzeme oranlarının akla gelmesi düşünülemez. Bunun yanı sıra görselin, rasyonel sayıların özelliklerinin kavranması noktasında hiçbir olumlu etkisi bulunmamaktadır. Bu sebeple Şekil 6 göstergesi herhangi bir gösterge sınıfına giremeyeceği söylenebilir.

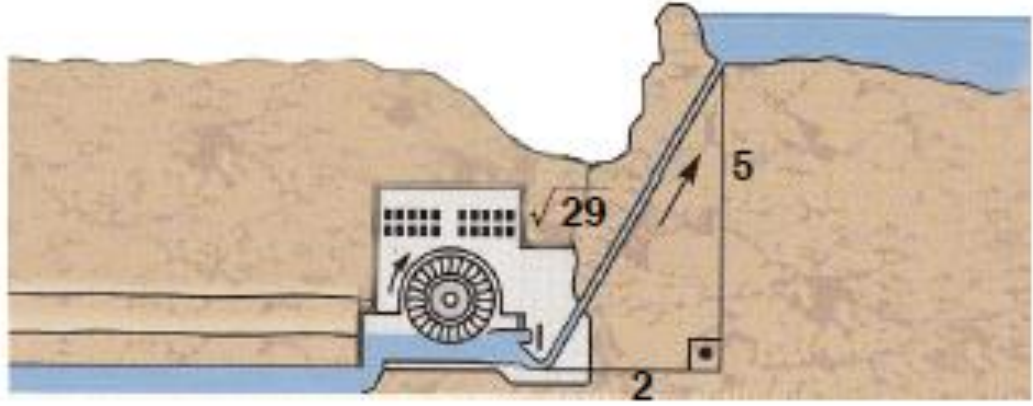
Üslü Sayılar Konusundaki Görselin Göstergibilimsel Analizi.



Şekil 7. “MEB 9. sınıf matematik kitabı”. Dikey yayıncılık 2012.

Üslü sayılar konusunun anlatımına geçmeden önce verilen Şekil 7 göstergesi güneş sisteminde bulunan gezegenleri göstermektedir. Resmin açıklama kısmında ise bu gezegenlerden Merkür’ün Güneş’e uzaklığının yaklaşık olarak $46 \cdot 10^6$ ile $7 \cdot 10^7$ km arasında değişen oldukça eliptik bir yörünge izlediğinden bahsedilmektedir. Böylece bazı olgu veya olayların anlatımında üslü sayıların gerekliliği vurgulanmaktadır. Görsele bakınca Merkür’ün Güneş’e uzaklığının üslü sayılarla ifade edilebilecek büyüklükte sayıların varlığı ile izah edilebileceği hemen zihinde canlanmamaktadır. Bu görselin üslü sayıları çağrıştırmadığı bile söylenebilir. Bütün bu açıklamalara göre Şekil 7 göstergesi herhangi bir gösterge türüne (görüntüsel, belirtisel, sembolik) dâhil edilemeyeceği söylenebilir.

Köklü Sayılar Konusundaki Görselin Göstergebilimsel Analizi.



Şekil 8. “MEB 9. sınıf matematik kitabı”. Dikey yayıncılık 2012.

Şekil 8 göstergesinde yer altında çalışan bir su pompası resmedilmiştir. Su pompası ile belirlenen bölgedeki suyun çekilebilmesi için ne kadar borunun uzatılması gerektiği hesaplanmıştır. Böylece gerçek hayat problemlerinde her zaman karşımıza çıkan problemlerin çözümleri, alışla gelmiş tam sayı kullanımdan farklı olarak başka sayılarla da olabileceği farkındalığı ortaya konulmuştur. Resimde kullanılan $\sqrt{29}$, dik üçgende ki bağıntılarla elde edilmiş bir sayıdır ve sembolüyle beraber kullanılmıştır. “ $\sqrt{\quad}$ ” göstergesinin öğretiminin yapıldığı bu Şekil 8 göstergesine amaca hizmet etmesi bakımından zayıf bir gösterge olduğu dikkate alınmak şartıyla sembolik (simgesel) bir gösterge olduğu söylenebilir. Resim ve açıklamalarda sembolü yorumlayan olmazsa, nesnelere aralarındaki ilişki bilenemeyeceğinden “ $\sqrt{\quad}$ ” göstergesinin ne işe yaradığı anlaşılmayacaktır. Bu görselde köklü sayıların simgesi öğretilmiş ve hangi durumlarda karşımıza çıkabileceğinin örneklendirilmesi yapılmıştır. Aynı zamanda bu simge bazıları için görüntüsel değerlere sahip olup, simge görüldüğünde köklü sayılar ve onun özelliklerini akla getirmektedir. Bu yönüyle de Şekil 8 göstergesine görüntüsel (İkonik) gösterge olduğu da söylenebilir.

Fonksiyonlar Konusundaki Görsellerin Göstergibilimsel Analizi.



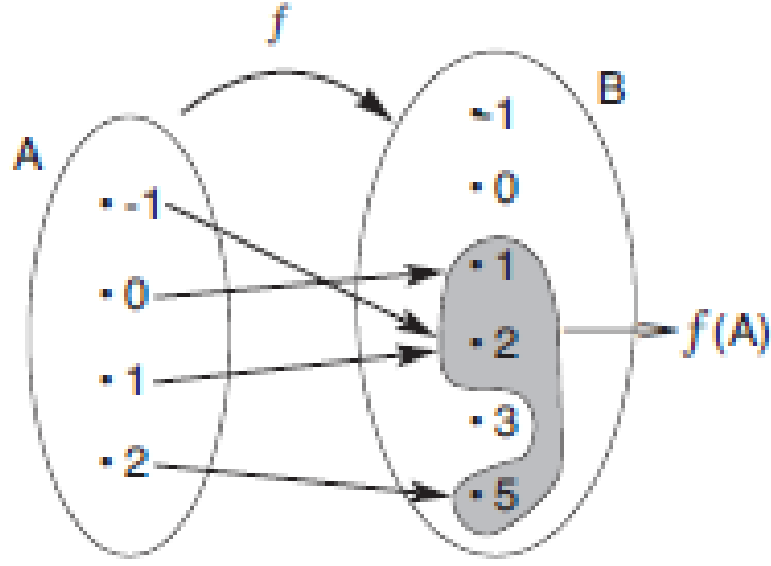
Şekil 9. “MEB 9. sınıf matematik kitabı”. Dikey yayıncılık 2012.

Fonksiyonlar konusunun anlatımında verilen Şekil 9 göstergesi, bir fabrikada çalışan işçileri göstermektedir. Koltuk üreten bir fabrikayı ele alalım. Bu fabrikada kullanılan ham maddeler çeşitli keresteler, metaller ve döşemelik malzemelerdir. Burada ham maddelerin tamamı kullanılarak hiçbir parça artmadan koltukların üretildiğini düşünelim. O halde bir malzemenin aynı anda farklı iki koltuğun yapımında kullanılması söz konusu değildir. Bir malzeme sadece bir koltukta kullanılır. Bütün bu bilgiler bir bağıntının fonksiyon olma şartlarıdır. Yani tanım kümesinden değer kümesine tanımlanan bir fonksiyonda, tanım kümesinin tüm elemanları kullanılmalı (hammadelerin tamamının kullanılması gibi) ve ayrıca tanım kümesinin her bir elemanı değer kümesinin birden fazla elemanı ile eşleşmemelidir (bir malzemenin aynı anda farklı iki ürünün yapımında kullanılmaması gibi). Fabrikalar aslında bir fonksiyondur ve dönüşüm işlemi yapar. Domatesten salça, sos vb., süttten yoğurt, peynir vb., kireçtaşı, marn, kil ve diğer maddelerden çimento üretimi yapmak birer dönüşüm işlemleridir. Bir açıklayan, yorumlayan olmadan fabrikaların çalışma prensiplerinin fonksiyon tanımıyla ilgili olduğunu görmek çok zordur. Fabrikaları görmek, çalışma prensiplerini anlamak fonksiyonları hemen akla getirmemektedir. Bütün bu açıklamalara göre Şekil 9 göstergesi herhangi bir gösterge türüne (görüntüsel, belirtisel, sembolik) dâhil edilemeyeceği söylenebilir.



Şekil 10. “MEB 9. sınıf matematik kitabı”. Dikey yayıncılık 2012.

Fonksiyonların bileşkesi konusunun anlatımında verilen Şekil 10 göstergesi, bir dut pekmezinin yapılışını resmetmektedir. Dut pekmezi yapılırken belli bir miktar dut önce şıraya (dut suyu) daha sonra belli bir işlemde geçirilerek pekmeze dönüşür. Duttan şıraya, şıradan ise pekmeze dönüşmesi, iki fonksiyonun bileşke işlemi ilişkisiyle açıklanmaya çalışılmıştır. Bu ilişkiyi Şekil 10 göstergesi ile anlayabilmek oldukça güçtür. Bir anlatan açıklayan olmadan dut pekmezi yapımı, bileşke fonksiyon tanımının bir örneği olabileceğini kavramak neredeyse mümkün değildir. O yüzden dut pekmezi yapımını resmeden Şekil 10 göstergesi herhangi bir gösterge türüne dâhil olmadığı söylenebilir.



Şekil 11. “MEB 9. sınıf matematik kitabı”. Dikey yayıncılık 2012.

Şekil 11 göstergesinde tanım kümesinden (A) değer kümesine (B) tanımlanan bir “f” fonksiyonu şematize edilmiştir. A kümesinin elemanlarının fonksiyon olma şartlarını sağlayacak şekilde B kümesinde bazı elemanlarla eşleştiği görülmektedir. Bu eşleşen elemanların oluşturduğu alt küme ise $f(A)$ ile gösterilmiştir. $f(A)$ kümesine A kümesinin “f” fonksiyonu altında görüntüsü denilmektedir. Bütün bu bilgiler evrensel uzlaşma sonucu öğrenilen bilgilerdir. Bu bilgilere sahip olmayan birisi için Şekil 11 göstergesi bir anlam ifade etmemektedir. Bütün bu açıklamalara göre Şekil 11 göstergesinin sembolik (simgesel) bir gösterge olduğu söylenebilir. Ayrıca, öğrenciler tarafından kullanılan grafik şemaları (yani, yüksek yetenekli görselleştiriciler) somut ve soyut bir özgün sentezdir. Botsmanova, bir çizimde, bir grafik şemasının belirli bir genelleme olduğunu ikna edici bir şekilde göstermiştir. Böyle görüntüler belli bir anlamda, soyut bir kavramın anlam ve içeriğinin taşıyıcısıdır (Krutetskii, 1976). Küme kavramının oluşmasında yüksek yetenekli görselleştirici olan Venn şemaları dikkate alındığında Şekil 11 göstergesine aynı zamanda görüntüsel (ikonik) gösterge de denilebilir.

Tablo 8’de Türkiye’de okutulan matematik ders kitabının gösterge türü ile ilgili bulgularının dağılımı görülmektedir.

Tablo 8

Türkiye'deki Matematik Ders Kitabının Gösterge Türü Dağılımı

Konular	Gösterge Sayısı	Analiz Sonucunda Tanımlanan Gösterge Türü
Doğal Sayılar	1	H
Tam Sayılar	1	H
Rasyonel Sayılar	1	H
Üslü Sayılar	1	H
Köklü Sayılar	1	G-S
Fonksiyonlar	2	H
	1	G-S

G: Görüntüsel Gösterge, B: Belirtisel Gösterge, S: Sembolik Gösterge, H: Hiçbiri

Tablo 8'e göre 6 göstergenin (Bkz. Şekil 4, Şekil 5, Şekil 6, Şekil 7, Şekil 9 ve Şekil 10) nesnelere (kavramlarıyla) olan ilişkilerine göre görüntüsel, sembolik ve belirtisel gösterge türlerinden hiçbirine dâhil olamayacağı bulgusuna ulaşılmıştır. Köklü Sayılar ve Fonksiyon konusundaki birer göstergenin ise hem görüntüsel hem de sembolik gösterge olabileceği sonucuna varılmıştır (Bkz. Şekil 8 ve Şekil 11). Bu kitap için bahsi geçen konularda hazırlanan göstergelerin hemen hemen hepsi için göstergebilim metodundan uzak olduğu yorumu yapılabilir. İki göstergenin görüntüsel gösterge özelliklerinin olması matematiksel kavramların ikonikleşmesine yardım ettiği söylenebilir.

Alt Problem 2' ye İlişkin Bulgular ve Yorumlar

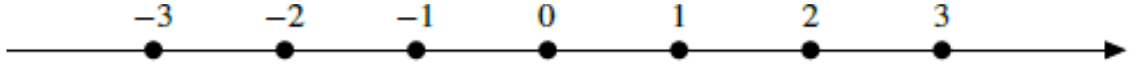
Alt problem 2. Finlandiya'dan seçilmiş ortaöğretim (lise) matematik ders kitabında okutulan Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki göstergelerin göstergebilimsel analizi nasıldır?

Finlandiya' dan seçilen matematik ders kitabındaki tespit edilen 11 göstergenin, göstergebilimsel üçgen modeliyle elde edilen bulguları verilmiş ve yorumlanmıştır.

Doğal Sayılar ve Tam Sayılar Konularındaki Görsellerin Göstergibilimsel Analizi.

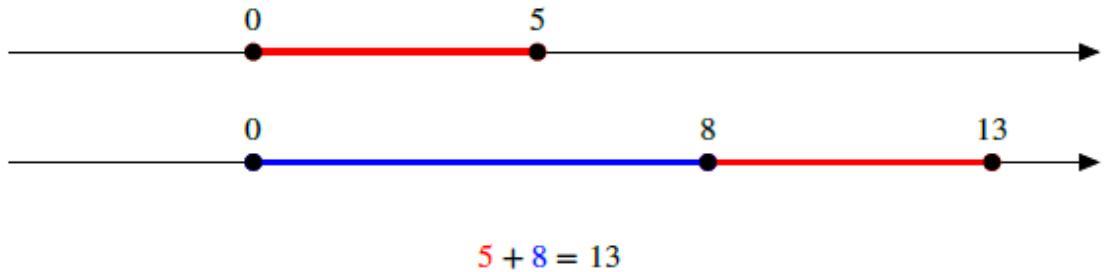
$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

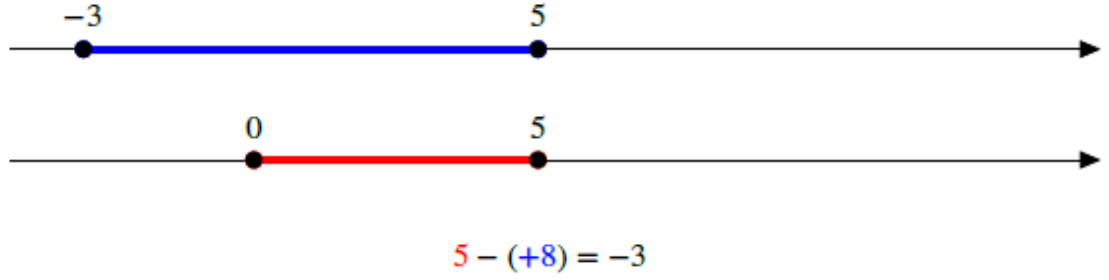
$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$



Şekil 12. "Vapaa matikka". Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisenssillä 2014.

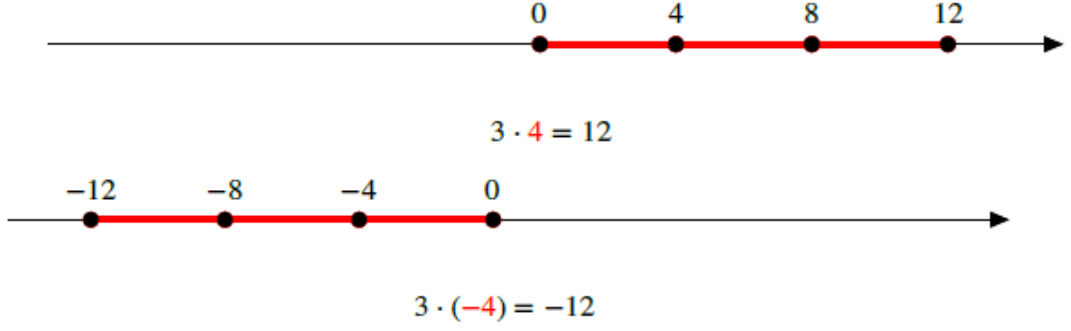
Şekil 12' de verilen göstergeler doğal sayıların sembolü (\mathbb{N}) ve tam sayıların sembolü (\mathbb{Z}) dür. Ayrıca bu kümelerin elemanları küme sembolü ($\{ \}$) yardımı ile elemanlar arasına virgül konularak gösterilmiştir. Küme içinde gösterilen üç noktalar ise elemanların yazım sırasını takip ederek sonsuza kadar devam ettiğini göstermektedir. Bütün bu bilgiler matematik eğitimi almamış birey için bir anlam ifade etmemektedir. Dünyanın her yerinde bu işaretler ve gösterimler aynıdır ve aynı anlamı taşımaktadır. Evrensel bir uzlaşa ile öğrenilmiş bu bilgiler ve göstergeler birer sembolik (simgesel) göstergedir. Ayrıca tam sayıların elemanları sayı doğrusu olarak ifade edilen gösterge üzerinde eşit aralıklarla resmedilmiştir. Krutetskii (1976)'e göre öğrenciler tarafından kullanılan grafik şemaları (yani, yüksek yetenekli görselleştiriciler) somut ve soyut bir özgün sentezdir. Böyle görüntüler belli bir anlamda, soyut bir kavramın anlam ve içeriğinin taşıyıcısıdır. Bu yönüyle sayı doğrusu göstergesi yüksek yetenekli görsellere en güzel örneklerden biridir. Bütün bu bilgiler ışığında sayı doğrusu göstergesine görüntüsel (ikonik) gösterge denilebilir.





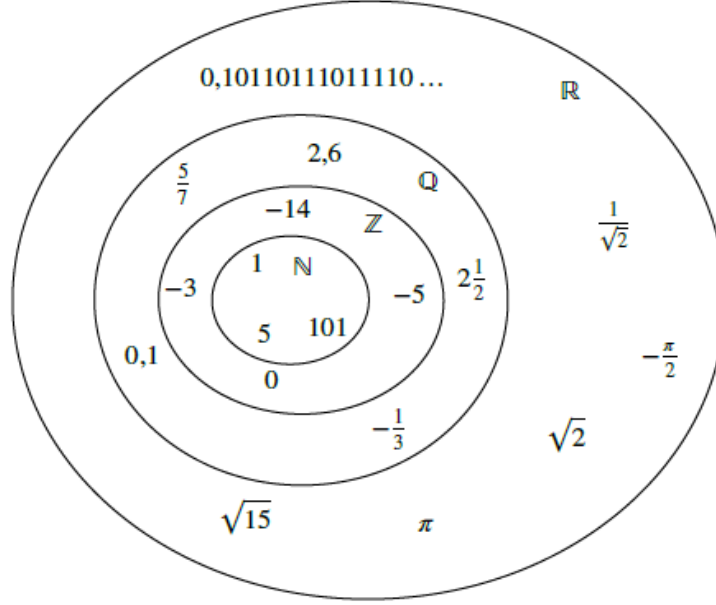
Şekil 13. “Vapaa matikka”. Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisensillä 2014.

Şekil 13’de verilen göstergeler tam sayılar üzerinde tanımlı toplama ve çıkarma işlemini resmetmektedir. Yukarıdaki ilk gösterge de 5 ve 8 in toplama işlemi sayı doğrusu üzerinde gösterilmiştir. 5, kırmızı renkle başlama noktasından (0) sağa doğru beş birim olacak şekilde yerleştirilmiştir. 8 de aynı şekilde mavi renkle başlangıç noktasından sağa doğru sekiz birim olacak şekilde yerleştirilmiştir. 5 ve 8’in toplama işlemi yapılırken sayı doğrusunda 8’in sağına doğru kırmızı renkle gösterilen 5 birim eklenerek 13’e ulaşılmıştır. İkinci göstergede ise 5’den 8’in çıkarılma işleminde ise kırmızı renkle gösterilen 5’ten sola doğru 8 birim ilerlenerek -3’ e ulaşılmıştır. Burada artma durumunun sağa doğru, azalma durumunun ise sola doğru ilerleme şeklinde gösterildiğinin bilinmesi önemlidir. Bu işlemlerde toplama ve çıkarma işlemlerinin sayılar üzerindeki etki kuralının bilinmesi çok önemlidir. Ayrıca sayı doğrusu özelliklerinin bilinmesi veya bir bilen, yorumlayanın açıklaması gerekmektedir. Bütün bu bilgiler ışığında sayı doğrusu üzerinde toplama çıkarma işleminin verildiği Şekil 13 göstergesi sembolik (simgesel) göstergedir. Bu göstergede kullanılan kırmızı renk hareketliliği, mavi renk ise sakinliği durağanlığı çağrıştırmaktadır. Toplama işleminde kırmızı renkli 5, mavi renkli 8’in üzerine eklenmiştir. Bu yönüyle kırmızı ve mavi renklerin belirtisel (indeksikal) gösterge olduğu söylenebilir.



Şekil 14. “Vapaa matikka”. Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisenssillä 2014.

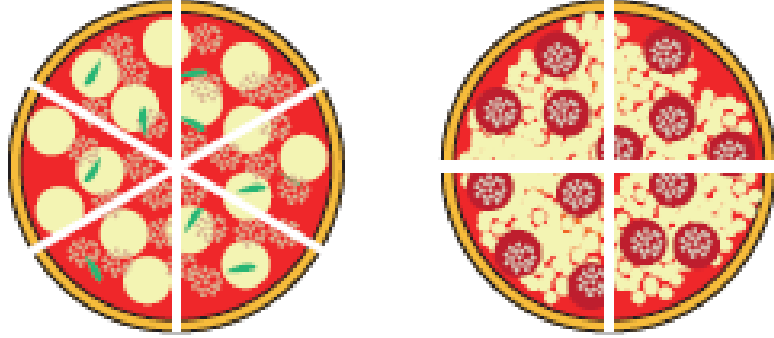
Şekil 14’de verilen gösterge tam sayılar üzerinde çarpma işlemini göstermektedir. İlk göstergede üç tane 4, başlangıç noktasından başlayarak sağa doğru peş peşe eklenmiştir. İkinci göstergede ise üç tane -4 başlangıç noktasından sola doğru peş peşe eklenmiştir. Her iki göstergede de aynı sayılarla tekrarlı toplama işleminin eşiti olan çarpma işlemi gösterilmiştir. Bütün bu bilgilerin ve sayı doğrusunun ne anlama geldiğinin önceden bilinmesi veya bir yorumlayanın açıklaması gerekir. Bu konularda hiçbir bilgisi olmayan birinin bu göstergeye bakarak anlatılanı görmesi ve anlaması çok zordur. Bahsi geçen gerekçelerden dolayı Şekil 14 göstergesi sembolik (simgesel) göstergedir. Bu göstergede kullanılan kırmızı renk, hareketliliği çağrıştırmaktadır. 4, üç kere sağa doğru, -4 ise üç kere sola doğru hareket ederek 12 ve -12 sayılarına ulaşmıştır. Bu yönüyle kırmızı renk belirtisel (indeksikal) gösterge kabul edilebilir.



Şekil 15. “Vapaa matikka”. Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisensillä 2014.

Şekil 15’de verilen gösterge sayı kümelerinin Venn şeması ile gösterilmiş halidir. Göstergede doğal sayıların sembolü “N”, tam sayıların sembolü “Z”, rasyonel sayıların sembolü “Q” ve gerçek (reel) sayıların sembolü “R” ile gösterilmiştir. Bu sembollerin ne anlama geldiğinin daha önceden öğrenilmesi sonucunda bilinebileceği gayet açıktır. Bu nedenle N, Z, Q ve R sembolleri sembolik (simgesel) göstergedir. Kümelerde alt küme işleminin özellikleri kullanılarak sayı sistemlerinin birbirlerine göre durumları ifade edilmiştir. Doğal sayılar tam sayıların, tam sayılar rasyonel sayıların, rasyonel sayılar ise gerçek sayıların alt kümesidir. Diğer bir ifade ile her doğal sayı aynı zamanda tam sayıların, rasyonel sayıların ve gerçek sayıların da elemanıdır. Ayrıca “0” sayısı doğal sayı kümesinin dışında tam sayılar kümesinin elemanı olarak gösterilmiştir. Burada yapılan maddi hata yanlış öğrenmelere sebep olacaktır. Kümelerdeki alt küme kavramını bilmeyen birisinin bu Venn şeması ile gösterimi yapılan kümelerin birbirlerine göre durumlarını anlaması çok zordur. Bir açıklayana ihtiyaç duyulmaktadır. Bu yönüyle Şekil 15 göstergesi sembolik (simgesel) bir gösterge olduğu söylenebilir. Diğer taraftan küme konusundaki alt küme kavramını öğrenmiş okuyucular için gerçek sayılar, rasyonel sayıları; rasyonel sayılar tamsayıları; tam sayılar ise doğal sayıları kapsadığı görülecektir. Bu yönüyle Venn şeması göstergesi belirtisel (indeksikal) bir gösterge olduğu söylenebilir.

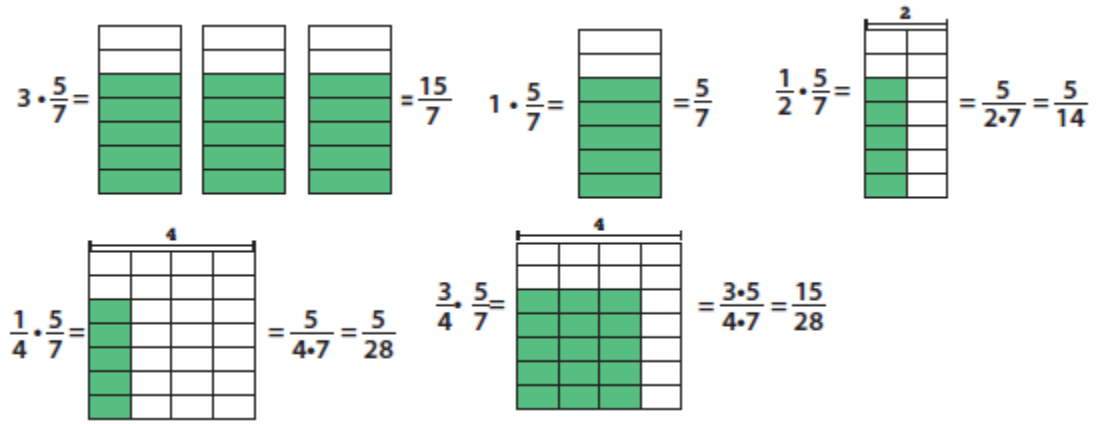
Rasyonel Sayılar Konusundaki Görsellerin Göstergebilimsel Analizi.



Şekil 16. “Vapaa matikka”. Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisensillä 2014.

Şekil 16’ da verilen gösterge de mozzarellalı pizza altıya, salamlı pizza da dört eşit dilime ayrılır. Minttu iki dilim mozzarellalı pizza ve bir dilim salamlı pizza Vesa ise iki dilim salamlı pizza alıyor. Her iki pizza da aynı boyda ise kim daha fazla pizza alır? Sorusu sorulmuştur.

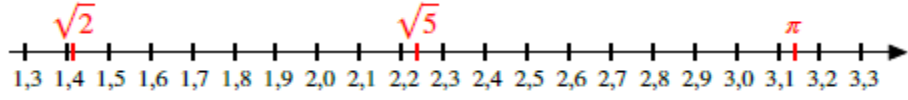
Bu göstergede eşit büyüklükteki iki pizzanın kendi aralarında eşit farklı dilim sayılarına ayrıldığı resmedilmektedir. Birisi 6 eş parçaya, diğeri ise 4 eş parçaya ayrılmıştır. Şekil 15 göstergesi rasyonel sayılarda toplama ve sıralama kazanımının anlatıldığı bir göstergedir. Bu farklı dilimler arasında toplama işleminin yapılabilmesi için dilim büyüklüklerinin eşit olması gerekmektedir. 6 parçaya ayrılmış pizzanın her bir dilimin 2 eşit parçaya; 4 parçaya ayrılmış pizzanın her bir dilimini 3 eşit parçaya ayırarak pizzaların dilimleri eşit hale getirilebilir. Böylece pizzaların dilimleri arasında toplama ve sıralama işlemi yapılabilir. Rasyonel sayılarda toplama ve sıralama işleminin yapılabilmesi için paydaların eşit olması gerektiğinin anlatıldığı bu gösterge görüntüsel (ikonik) gösterge türüne bir örnek olabilir. Pizzaların eşit büyüklükte parçalara ayrılması rasyonel sayıları çağrıştırmaktadır. İşte bu görüntüsel (ikonik) gösterge, asgari ana çizgiler aracılığıyla kurduğu benzerlik sayesinde nesnesini (rasyonel sayı) yansıtmaktadır (Rifat, 1982).



Şekil 17. “Vapaa matikka”. Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisensillä 2014.

Şekil 17’ de verilen göstergede eşit büyüklükteki dikdörtgenler 7 eşit parçaya ayrılmıştır. Bu parçalardan 5 tanesi boyanarak $\frac{5}{7}$ rasyonel sayısı elde ediliyor. İlk resimde aynı şekilden 3 tane yan yana alınarak $\frac{15}{7}$ rasyonel sayısı elde ediliyor. Sonraki resimde aynı şekil ($\frac{5}{7}$) ortadan ikiye bölünerek 14 eş parçaya ayrılan şeklin, 5 eş parçası boyalı olduğundan $\frac{5}{14}$ rasyonel sayısı elde ediliyor. Diğer resimlerde de aynı şekilde 4 eşit parçaya ayırarak $\frac{5}{28}$ kesri, bu 4 parçanın boyalı kısmından ($\frac{5}{7}$) 3 tane alınarak $\frac{15}{28}$ rasyonel sayısı elde ediliyor. Rasyonel sayılarda çarpma ve bölme işleminin modelleme yöntemiyle anlatıldığı bu gösterge görüntüsel (ikonik) gösterge olarak kabul edilebilir. Görüntüsel gösterge, bize sunulan nesneyi (kavramı) çağrıştırmak için, benzerlik noktasında yeterli ipuçları taşıyan göstergedir. Unutmayalım ki, dünyadaki nesnelere algılarken de tüm ayrıntıları algılayamayız, belli ana çizgiler bizde o nesnenin çağrışımının oluşmasına (yani nesnenin ne olduğunu anlamamıza) yardımcı olur. İşte görüntüsel gösterge, bu asgari ana unsurlar aracılığıyla kurduğu benzerlik sayesinde nesnesini anlamamıza yardımcı olur (Rifat, 1982). Ayrıca Şekil 17’ de verilen göstergede sayılar ve sayılar arasındaki işlemler sembolik (simgesel) gösterge olduğu söylenebilir.

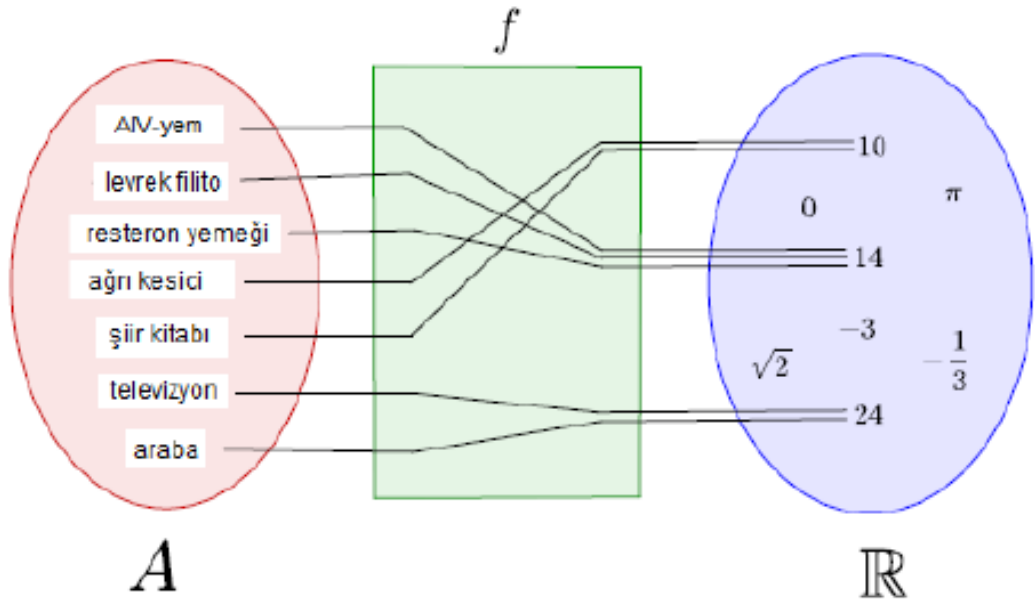
Köklü Sayılar Konusundaki Görselin Göstergebilimsel Analizi.



Şekil 18. “Vapaa matikka”. Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisensillä 2014.

Şekil 18’ de verilen göstergede sayı doğrusunda ondalık sayıların gösterimi verilmiştir. Ayrıca $\sqrt{2}$ ve $\sqrt{5}$ sayıları ile Pi (π) sayısının hangi ondalık sayılar arasında olduğu gösterilmiştir. Köklü sayıların ve Pi sayısının hangi ondalık sayılar arasında olduğunun bilinmesi veya bir bilen tarafından anlatılması, açıklanması gerekir. Bu yönüyle Şekil 18 göstergesi sembolik (simgesel) göstergedir denilebilir. Ayrıca Krutetskii (1976)’ e göre öğrenciler tarafından kullanılan grafik şemaları (yani, yüksek yetenekli görselleştiriciler) somut ve soyut bir özgün sentezdir. Böyle görüntüler belli bir anlamda, soyut bir kavramın anlam ve içeriğinin taşıyıcısıdır. Bu yönüyle sayı doğrusu göstergesi yüksek yetenekli görsellere en güzel örneklerden biridir. Bütün bu bilgiler ışığında sayı doğrusu göstergesine görüntüsel (ikonik) gösterge de denilebilir.

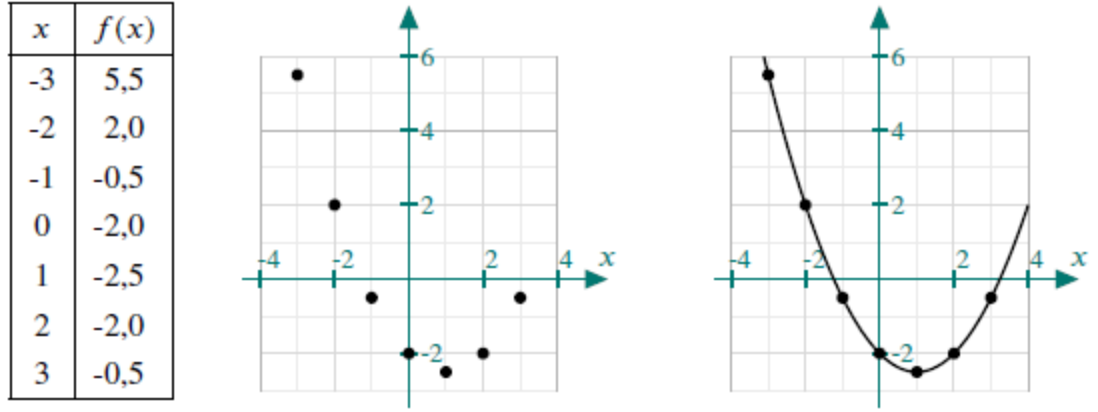
Fonksiyonlar Konusundaki Görsellerin Göstergebilimsel Analizi.



Şekil 19. “Vapaa matikka”. Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisensillä 2014.

Şekil 19’ da verilen göstergede bazı tüketim malları (sırasıyla yem, levrek, restoran yemeği, ağrı kesici, şiir kitabı, televizyon ve araba) ile onlara ödenen katma

değer vergisi oranı arasında bir eşleme yapılmıştır. Örneğin levreğe ödenen katma değer vergisi oranı $f(\text{levrek})=14$ ile şiir kitabına ödenen katma değer vergisi oranı $f(\text{şiir kitabı}) =10$ eşleşmesi ile gösterilmiştir. Bu gösterge görüldüğünde yukarıda anlatılan bilgilerin zihinde oluşabilmesi için bir açıklayana ihtiyaç duyulmaktadır. Bu yönüyle fonksiyonların kullanım alanlarına bir örneğin verildiği Şekil 19 göstergesi sembolik (simgesel) gösterge olduğu söylenebilir.



Şekil 20. “Vapaa matikka”. Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 4,0 –lisensillä 2014.

Şekil 20’ de verilen göstergede dik koordinat sisteminde verilen “ x ” değişkeni ile bu değişkenin aldığı değeri gösteren “ $f(x)$ ” değerleri noktalarla gösterilmiş ve bu noktaların birleştirilmesiyle fonksiyonun grafiği çizilmiştir. Bu göstergede dik koordinat sisteminin ne anlama geldiğinin ve nasıl çalıştığının bilinmesi çok önemlidir. Ayrıca “ x ” değerlerine karşılık gelen “ $f(x)$ ” değerlerinin dik koordinat sisteminde işaretlenmesi önceden pratik edilmesi gereken konulardır. Bütün bu bilgilerin önceden öğrenilmiş ya da bir açıklayanın izah etmesi gerekmektedir. Bu bilgiler ışığında Şekil 20 göstergesi sembolik (simgesel) göstergedir.

Tablo 9’da Finlandiya’da okutulan matematik ders kitabının gösterge türü ile ilgili bulgularının dağılımı görülmektedir.

Tablo 9

Finlandiya'daki Matematik Ders Kitabının Gösterge Türü Dağılımı

Konular	Gösterge Sayısı	Analiz Sonucunda Tanımlanan Gösterge Türü
Doğal Sayılar	1	S
Tam Sayılar	3	S-B
	2	S
Rasyonel Sayılar	1	G
	1	G-S
Üslü Sayılar	0	-
Köklü Sayılar	1	S
Fonksiyonlar	2	S

G: Görüntüsel Gösterge, B: Belirtisel Gösterge, S: Sembolik Gösterge, H: Hiçbiri

Tablo 9'a göre 4 göstergenin nesneleriyle (kavramlarıyla) olan ilişkilerine göre sembolik gösterge olduğu bulgusuna rastlanmıştır (Bkz. Şekil 12, Şekil 18, Şekil 19 ve Şekil 20). Üç göstergenin (Bkz. Şekil 13, Şekil 14 ve Şekil 15) ise hem sembolik hem de belirtisel gösterge olduğuna karar verilmiştir. Bir göstergenin ise görüntüsel gösterge olduğu sonucuna varılmıştır (Bkz. Şekil 16). Bu kitap için bahsi geçen konularda hazırlanan göstergelerin çoğunluğunun sembolik göstergelerden oluştuğu söylenebilir. Kitaplardaki sembolik göstergelerin çokluğu öğretmenlerin kişisel özelliklerinin öğrenci öğrenmelerindeki etkisini arttırdığı sonucuna varılabilir. Çünkü sembolik göstergelerin kavramla olan ilişkisinin bir bilen tarafından yorumlayıcılara (öğrencilere) aktarılması gerekmektedir.

Alt Problem 3' e İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Alt problem 3. Kanada'dan seçilmiş ortaöğretim (lise) matematik ders kitabında okutulan Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki göstergelerin göstergebilimsel analizi nasıldır?

Kanada'dan seçilen matematik ders kitabındaki 16 göstergenin, göstergebilimsel üçgen modeliyle elde edilen bulguları verilmiş ve yorumlanmıştır.

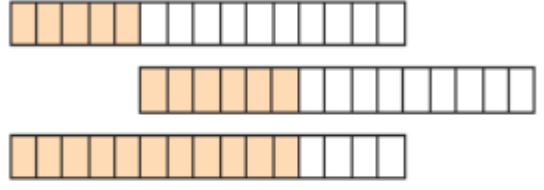
Rasyonel Sayılar Konusundaki Görsellerin Göstergebilimsel Analizi.

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$$

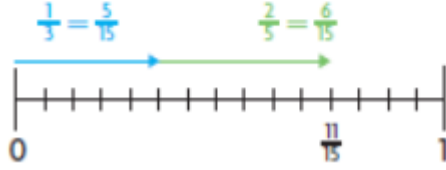
Çözüm: Ortak payda

$$\begin{aligned} &= \frac{1 \times 5}{3 \times 5} + \frac{2 \times 3}{5 \times 3} \\ &= \frac{5}{15} + \frac{6}{15} \\ &= \frac{11}{15} \end{aligned}$$

Çözüm: Kesir şeritleri



Çözüm: Sayı doğrusu



Şekil 21. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.

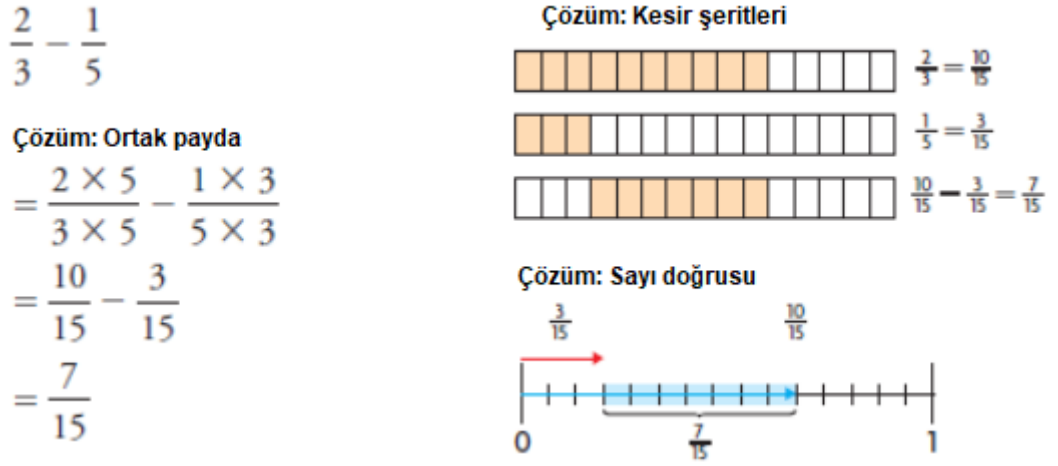
Şekil 21’de verilen gösterge rasyonel sayılarda toplama işleminin kesir şeritleri ve sayı doğrusu modellemesini göstermektedir. Bir bütünün eşit büyüklükteki parçalarıyla toplama işlemi yapılabileceğinden rasyonel sayıların paydaları eşitlenerek 15 eş parçaya ayrılmış şeritler kullanılmıştır. Şeritlerden birinin 5, diğerinin 6 parçası boyanarak alt alta toplandığı da 11 parçası boyalı 15 parçalı şerit elde edilmiş böylece $\frac{11}{15}$ rasyonel sayısına ulaşılmıştır. Aynı şekilde sayı doğrusunda 0 ile

1 arası 15 eş parçaya ayrılarak $\frac{1}{3}$ ’e eşit olan $\frac{5}{15}$ ’in üzerine $\frac{2}{5}$ ’in eşiti olan $\frac{6}{15}$ eklenerek

$\frac{11}{15}$ sayısı elde edilmiştir. Boyalı şeritler birinin bittiği yerden diğerinin boyalı kısmının

başlamasıyla alt alta yerleştirilmiştir. İki rasyonel sayıyı temsil eden bu şeritlerin boyalı kısımları toplanarak alttaki şeritte gösterilmiştir. Bu görsel, okuyucunun rasyonel sayılarda toplama işlemi kavramsallaştırmasına yardımcı olmaktadır. Almeida ve Silva (2018)’ ya göre rasyonel sayı gibi bir matematiksel nesne, temsillerinden bağımsız olarak mevcut değildir. Bu nedenle, kavramların inşası, işaretlerin üretimi ya da kullanımı ile belirlenir, böylece işaretler matematiksel kavramların sunumu ve iyileştirilmesinde temel bir rol oynar. Derlerde öğrenim zorluklarının tartışılması ile ilgili araştırmalar, kavramın nasıl tanıtıldığıнын, öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilgili anlam (anlam üretme) yapmaları için önemli olduğuna işaret etmiştir. Ders kitabı da bu bağlamda önemlidir, çünkü kavramın sunumu ilgiyi teşvik etmeli, isteklendirme

yaratmalı ve anlam üretme sürecini başlatmalıdır (Lue, 2014; Randahl ve Grevholm, 2010). Rasyonel sayılarda toplama işleminin yapılabilmesi için paydaların eşitlenmesi gerektiğinin anlatıldığı bu gösterge sembolik (simgesel) bir gösterge olduğu söylenebilir. Ayrıca rasyonel sayılarda toplama işleminin kesir şeritleri ve sayı doğrusu modellemesiyle anlatıldığı bu gösterge görüntüsel (ikonik) gösterge olarak kabul edilebilir. Görüntüsel gösterge, bize sunulan nesneyi (kavramı) çağrıştırmak için, benzerlik noktasında yeterli ipuçları taşıyan göstergedir. Unutmayalım ki, dünyadaki nesnelere algılandıkça de tüm ayrıntıları algılayamayız, belli ana çizgiler bizde o nesnenin çağrışımının oluşmasına (yani nesnenin ne olduğunu anlamamıza) yardımcı olur. İşte görüntüsel gösterge, bu asgari ana unsurlar aracılığıyla kurduğu benzerlik sayesinde nesnesini anlamamıza yardımcı olur (Rifat, 1982).



Şekil 22. “Principles of mathematics 9” dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.

Şekil 22’ de verilen gösterge rasyonel sayılarda çıkarma işleminin kesir şeritleri ve sayı doğrusu modellemesini göstermektedir. Bir bütünün eşit büyüklükteki parçalarıyla çıkarma işlemi yapılabileceğinden rasyonel sayıların paydaları eşitlenerek 15 eş parçaya ayrılmış şeritler kullanılmıştır. Şeritlerden birinin 10, diğerinin 3 parçası boyanarak alt alta eklenip çıkarma işlemi yapıldığında 7 parçası boyalı 15 parçalı şerit elde edilmiş böylece $\frac{7}{15}$ rasyonel sayısına ulaşılmıştır. Aynı şekilde sayı doğrusunda 0 ile 1 arası 15 eş parçaya ayrılarak $\frac{2}{3}$ ’ e eşit olan $\frac{10}{15}$ ’den $\frac{1}{5}$ ’ in eşiti olan $\frac{3}{15}$ çıkarılarak $\frac{7}{15}$ sayısı elde edilmiştir. Rasyonel sayılarda çıkarma işleminin yapılabilmesi için paydaların eşitlenmesi gerektiğinin kesir çeşitleriyle

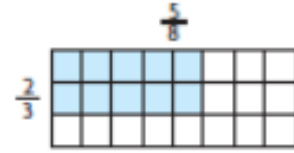
anlatıldığı bu gösterge sembolik (simgesel) ve görüntüsel (ikonik) göstergedir denilebilir. Peirce'in teorisine göre, bu işaret araçları öğrencilerin duyu ve hafızasıyla bağlantılıdır. Bu sayede kitabı okuyan öğrenciler için, rasyonel sayılar kavramını nesnesine göre indeksikal işaretler olduklarını da düşünebilirler. Bununla birlikte, bu işaretler, rasyonel sayı kavramına aşına olduklarında öğrenciler için farklı bir statüye sahip olacaktır. Matematiksel işaretlerdeki üç tür gösterge (işaret) aracı (simge, indeks ve sembol) arasındaki ayrımlar, insanların aynı işaretleri farklı şekillerde kategorize edebilmeleri, bazen nesnelere hakkında ne düşündüklerini akılda tutmaları gerçeğiyle karmaşıklaşmaktadır (Presmeg, 2008).

$$\frac{5}{8} \times \frac{2}{3}$$

Çözüm: Çarpma

$$\begin{aligned} &= \frac{5 \times 2}{8 \times 3} \\ &= \frac{10}{24} \\ &= \frac{5}{12} \end{aligned}$$

Çözüm: Alan modeli



Şekil 23. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.

Şekil 23'de verilen gösterge rasyonel ayılarda çarpma işleminin modellemesini göstermektedir. Eşit büyüklükte 8x3 birim karelerden oluşmuş bir bölgenin satırdan 5 kare ($\frac{5}{8}$), sütundan 2 kare ($\frac{2}{3}$) boyanarak toplamda 10 karesi boyalı 24 kareli bir bölge elde ediliyor. Bu boyalı kısım rasyonel sayı cinsinden $\frac{10}{24}$ kesrine eşittir. Buradan hareketle rasyonel sayılarda çarpma işleminin kuralı elde edilmiş olur. Şöyle ki, iki rasyonel sayının çarpımının sonucu, paylar çarpılarak paya; paydalar çarpılarak paydaya yazılmasıyla elde edilir. Bütün bu bilgiler ışığında Şekil 23 göstergesi bir öğretmenin açıklamasına ihtiyaç duyulması bakımından sembolik (simgesel) bir göstergedir denilebilir. Kanada' da okutulan bu ders kitabı, kavram oluşturmada etkin kitaplar gibi öğrenme materyallerinin ön bilgisine atıfta bulunmasını vurgulayan

önerilerle uyumludur. Bu bilgi hem işaretleri (gösterge) yorumlamak hem de bilgi üretmek için işaretler kullanmak, yani nesnelere birbirinden ayırmak, deneyimleri yapılandırmak, etkileşimi düzenlemek ve benzeri için gereklidir (Hoffman ve Roth, 2007).

Bununla birlikte, matematiksel bir nesne, işaret araçlarının toplamından bağımsız olarak mevcut değildir, fakat bunlardan herhangi biri ile karıştırılmamalıdır (Otte, 2001). Bu şekilde, kitapta atıfta bulunulan simge, indeks ve sembolün çeşitliliği ve onun gömülü olması, öğrencilerin rasyonel sayılarda dört işlem kavramına ilişkin anlam kazanımını destekleyebilir. Analiz, bu kavrama göre işaret (gösterge) aracının görüntüsel, belirtisel veya sembolik olabileceğine işaret etmemizi sağlar. Bu işaretler, birbirini dışlayan münferit işaretler değildir, ancak sembolik olarak belirtisel ve belirtisellikteki görüntüsellik tanımlayabilmemiz için iç içe geçmiştir. Sáenz-Ludlow ve Zellweger (2016) ve Nöth (2008)' in belirttiği gibi, işaretlerin kendileri de tercümeden bağımsız olarak içsel anlamları vardır. Bununla birlikte, ders kitabında yer alan matematiksel işaretlere ilişkin olarak, matematiksel işaretlerdeki ayrımların, farklı insanların, bir araç ile onun nesnesi ile gösterge arasındaki “aynı” ilişkiyi yorumlarına göre sırasıyla görüntüsel, belirtisel veya sembolik olmalarının kategorize edebilmeleri gerçeğiyle karmaşılaşabileceğini düşünmemiz uygun olacaktır. Pratikte, ayrımlar incedir (çözümü zordur) çünkü onlar öğrencinin yorumlarına bağlıdır (Presmeg vd., 2016).

Toronto'dan Roma'ya seyahat etmek için uçakla zamanı hesaplayın.

Alisa'nın Çözümü: Eşdeğer bölmeler içeren bir strateji kullanma.

$$5\frac{3}{4} + 2\frac{1}{3}$$

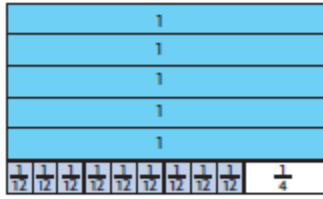
8 saat ile 9 saat arasında olacağını tahmin ettim. Çünkü

$$5 + 2 = 7 \text{ ve } \frac{3}{4} + \frac{1}{3}$$

1'den fazla, 2'den az

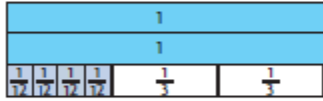
$$= 5\frac{9}{12} + 2\frac{4}{12}$$

Kesirleri toplarken ortak bir paydaya ihtiyacım olduğunu biliyordum. 3 ve 4'ün en küçük ortak katı olan 12'yi seçtim.



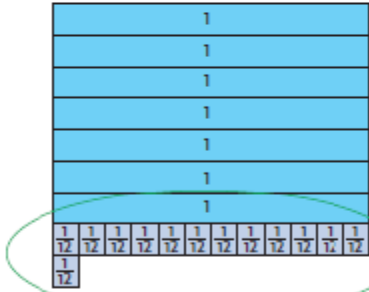
$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} \text{ ve } \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

kesirlerini belirlemek için kesir şeritlerini seçtim.



$$= 7\frac{13}{12}$$

Bütün parçaları ekledim ve sonra onikide bir parçaları ekledim.



13 oniki de bir parçalar aynıydı. Böylece 1 bütün ve 1 onikide bir parça elde edildi. Toplamda 8 bütün ve oniki de bir parça elde edildi.

$$= 7 + 1\frac{1}{12}$$

$$= 8\frac{1}{12}$$

$8\frac{1}{12}$ tahminim arasındaydı

bu yüzden cevabım makul oldu.

Böylece seyahatimiz $8\frac{1}{12}$ saat sürecektir

Şekil 24. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.

Şekil 24' de verilen gösterge tam sayılı kesirlerde toplama işleminin kesir şeritleri modellenmesini göstermektedir. Bir bütünün eşit büyüklükteki parçalarıyla

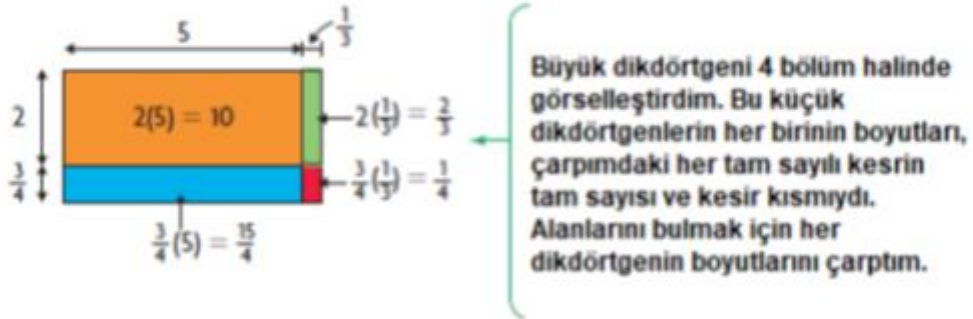
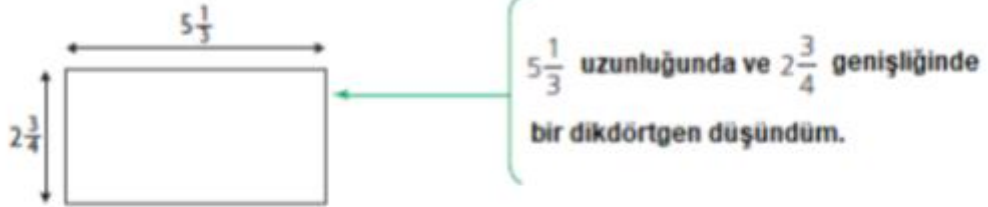
toplama işlemi yapılabileceğinden rasyonel sayıların paydaları (3, 4) 12'de eşitlenmiştir. Böylece her bir bütün 12 eş parçaya ayrılmış kesir şeritleri kullanılmıştır. $5 \frac{9}{12}$ ile $2 \frac{4}{12}$ toplandığında 7 tam bütün ve bir bütünü oluşturan 12 eş parçadan 13 parça elde edilmiş olur. Böylece $7 \frac{13}{12}$ tam sayılı kesri elde edilir ki bu da $8 \frac{1}{12}$ sayısına denk gelmektedir. Almeida ve Silva (2018)' ya göre bir sembol, bir yasaya bağlı olarak ifade ettiği nesneye işaret eden bir göstergedir, genellikle sembolün bu nesneye atıfta bulunarak yorumlanmasına neden olan genel fikirlerin birliğidir. Sembolik işaretlerin doğası, bunların, nesneye belirli bir işaret aracıyla (örneğin, matematikte cebirsel sembolizm) ilişkilendirilmesinde bir uzlaşma sonrasında herkes tarafından kabul edilmesidir. Matematikte, sembolik işaretler, özellikle matematiksel nesnelere tanımlarla ifade ettiğimiz için yaygın olarak kullanılmaktadır. Göstergebilim açısından bakıldığında, bu durumun insanların matematiksel dili sembolik bir dil olarak ifade etmelerinin nedeni açıklamaktadır. Yine de, matematik başta semboller olmak üzere çok çeşitli işaret araçları ile ilgilenir ama aynı zamanda da nesnelere ile ilgili olarak belirtisel veya görüntüsel gösterge araçları olabilecek diyagramlar, grafikler içeren sembolik bağlantılarla da ilgilenir.

Bununla birlikte, Peirce göstergebilimsel üçlülerinin bir özelliği, görüntüsel, belirtisel ve sembolün ayrı ya da özerk olmayan göstergeler olmamasıdır; Bunlar birbirini izleyen üç tür işaret değildir. Peirce'in (2005) gösterdiği şey, bu üçlünün iç içe geçmiş olmasıdır, böylece daha karmaşık göstergeler daha basit göstergenin yönlerini içerir. Bunlar, sembollerin tipik olarak, görüntüselleri içeren belirtiselleri içerdiği anlamında sıralı olarak yerleştirilirler. Tersine, görüntüseller, yine eksik semboller olan eksik belirtisellerdir (Sáenz-Ludlow ve Kadunz, 2016). Tam sayılı kesirlerde toplama işleminin anlatıldığı bu gösterge, Şekil 22 ve Şekil 23 sembolik (simgesel) göstergelerinin öğrenilmesi halinde belirtisel (indeksikal) göstergedir denilebilir.

Bir çarpma işlemi için strateji seçin.

$$2\frac{3}{4} \times 5\frac{1}{3} \text{ işlemini hesaplayınız.}$$

Tina'nın çözümü: Bir alan modeli kullanarak işlem yapmak.



$$\begin{aligned} &= 10 + \frac{15}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \\ &= 10 + 3\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \\ &= 10 + 3 + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \\ &= 13 + 1 + \frac{2}{3} \\ &= 14\frac{2}{3} \end{aligned}$$

Toplam alanı bulmak için küçük dikdörtgenlerin alanlarını topladım.

Şekil 25. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.

Şekil 25' de verilen gösterge tam sayılı kesirlerde çarpma işleminin sonucunu dikdörtgenlerin alanlarının toplamı yardımıyla bulma modellemesini göstermektedir.

Bir kenarı $2\frac{3}{4}$, diğer kenarı $5\frac{1}{3}$ olan bir dikdörtgen tasarlanmıştır. Bu dikdörtgen, kenar uzunlukları tam sayı ve rasyonel sayı olacak şekilde 4 dikdörtgene ayrılarak alanları ayrı ayrı hesaplanmıştır. Bu alanların toplamı ise tasarlanan dikdörtgenin

alanını, başka bir ifade ile çarpma işleminin sonucunu vermiştir. En son bölümde ise yapılan modelleme yardımıyla tam sayılı kesirlerde çarpma işleminin kuralı verilmiştir. Tam sayılı kesirlerde çarpma kavramının geliştirilmesinde kullanılan her bir matematiksel işaret aracı, tüm özelliklerini değil, bu matematiksel nesnenin (tam sayılı kesirlerde çarpma kavramı) sadece bazı yönlerini gösterebilir. Bununla birlikte, her bir özel araç, nesne ile bir referans ilişkisi ifade etmeli ve işaretlerin nesnenin bilinmesi için bir araç olarak kullanılma imkânlarını belirtmelidir. Şekil 24 göstergesi tam sayılı kesirlerde çarpma kavramının nesnesi anlamına gelmektedir. Okuyucular (öğrenciler) kitaptaki daha önceki bölümlerde rasyonel sayılarda çarpma işlemi sunulduğundan hedefe ulaşmak için zaten bildiklerini kullanabilirler. Bir gösterge (işaret), bu göstergenin nasıl yorumlanacağını bilen bir kişi için bir şeyi temsil edebilir. Bir işaret ile “aşinalık” olarak adlandırabileceğimiz şeyleri yaratan verilen ön bilgisidir (Hoffmann ve Roth, 2007).

Bu yüzden, Peirce'in teorisine göre, bu işaret araçları öğrencilerin duyu ve hafızasıyla bağlantılıdır. Bu sayede kitabı okuyan öğrenciler için, tam sayılı kesirlerde çarpma kavramı nesnesine göre indeksikal işaretler oldukları görülmektedir. Bununla birlikte, bu işaretler, çarpma işlemine aşina olduklarında öğrenciler için farklı bir statüye sahip olacaktır. Matematiksel işaretlerdeki üç tür işaret aracı (görüntüsel, belirtisel, sembolik) arasındaki ayrımlar, insanların aynı işaretleri farklı şekillerde kategorize edebilmeleri, bazen nesnelere hakkında ne düşündüklerini akılda tutmaları gerçeğiyle karmaşıklaşmaktadır (Presmeg vd., 2016).

Bu duruma göre, Şekil 25 göstergesi daha önceki göstergelerin öğrenilmesi halinde belirtisel (indeksikal) gösterge olduğu söylenebilir. Ayrıca bu gösterge görüntüsel (ikonik) gösterge olarak da kabul edilebilir. Görüntüsel gösterge, bize sunulan nesneyi (kavramı) çağrıştırmak için, benzerlik noktasında yeterli ipuçları taşıyan göstergedir. Unutmayalım ki, dünyadaki nesnelere algılarken de tüm ayrıntıları algılayamayız, belli ana çizgiler bizde o nesnenin çağrışımının oluşmasına (yani nesnenin ne olduğunu anlamamıza) yardımcı olur. İşte görüntüsel gösterge, bu asgari ana unsurlar aracılığıyla kurduğu benzerlik sayesinde nesnesini anlamamıza yardımcı olur (Rifat, 1982).

Üslü Sayılar Konusundaki Görsellerin Göstergibilimsel Analizi.

Kağıt Katlama



Toni bir parça kağıdı ikiye katlar. Bunu birçok kez yapıyor. Kağıdı açtığında katlama çizgileri tarafından oluşturulan birçok bölüm var.

? Toni kağıdı 12 defa katlarsa, kaç bölüm oluşur?

- Kağıdı ikiye katlayın. Şimdi onu açın. Kağıtta kaç bölüm oluştu? Kağıdı tekrar katlayın.
- Kağıdı tekrar ikiye katlayın. Şu anda kaç bölüm var açtın mı? Kağıdı tekrar katlayın.
- B bölümünü olabildiğince tekrarlamaya devam edin. Her yeni katlamadan sonra, kağıdı açın ve yeniden katlamadan önce toplam bölüm sayısını aşağıdaki gibi bir tabloya kaydedin.

Katlama Sayısı	Bölüm Sayısı
0	1
1	
2	
3	

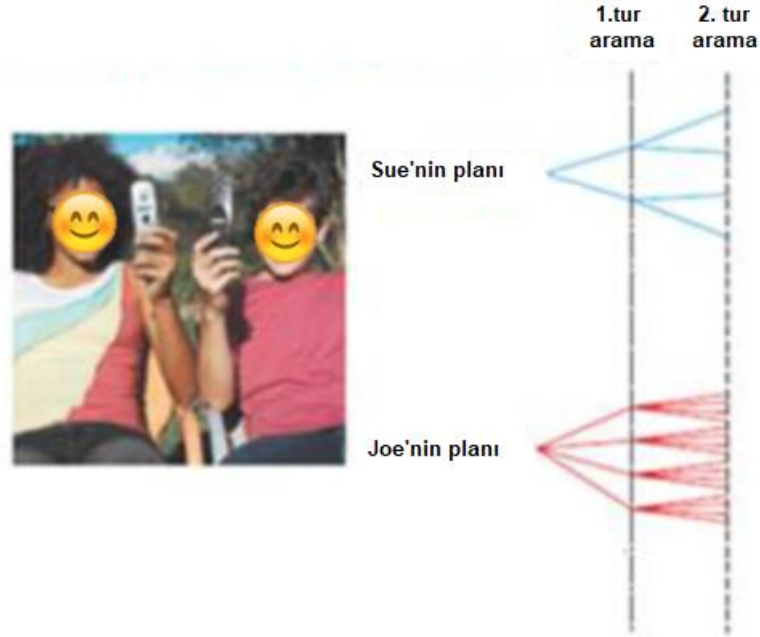
- Katlama sayısı ile bölüm sayısı arasındaki ilişkiyi tanımlamak için cebirsel bir ifade yazın.
- Kağıt 12 kez katlanabiliyorsa bölüm sayısını tahmin etmek için bu cebirsel ifadeyi kullanın.

Şekil 26. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.

Şekil 26' da Toni bir parça kâğıdı ikiye katlıyor ve bunu birçok kez tekrar ediyor. Kâğıdı tamamen açtığında katlama çizgilerinin ayırdığı birçok bölüm (dörtgen) elde ediliyor. Eğer Toni kâğıdı 12 kez katlarsa kaç bölüm oluşacağı soruluyor. Ayrıca katlama sayısına karşılık kaç bölümün oluştuğunun tabloya yazılması isteniyor. En sonunda da katlama ile oluşan bölüm sayısını veren bir cebirsel ifadenin yazılması isteniyor. Yazılan algoritma ile 12 defa katlanabilirse oluşacak bölüm sayısının tahmin

edilmesi isteniyor. Bu göstergede üslü sayılar kavramının günlük hayat problemlerine uygulanmasıyla öğretimi amaçlanmaktadır. Kâğıt her seferinde ikiye katlandığından oluşan bölümler 2'nin kuvvetleri adedindedir. Katlamaya başlamadan önce yani $2^0 = 1$ ' den kâğıdın kendisi olan 1 bölüm, ilk katlamada $2^1 = 2$ ' den 2 bölüm, ikinci katlamada $2^2 = 4$ ' den 4 bölüm oluşmaktadır. Böylece n tane katlama sonucunda 2^n tane bölüm oluşacaktır. Üslü sayılar kavramının akılda kalıcı bir üslupla somutlaştırıldığı bu gösterge bir açıklayana ihtiyaç duymaktadır. Bu yönüyle Şekil 26 göstergesi sembolik (simgesel) bir göstergedir denilebilir. Ayrıca bu gösterge başka öğrenciler için ise belirtisel (indeksikal) bir gösterge de olabilir. Peirce'in teorisinde, "indeks" kelimesi çok geniş bir anlamda kullanılır ve indeksikal yön birçok işaret türünde görülebilir. Genel olarak, indeksikal bir işaret, nesneyi temsil eder, çünkü o nesneye varoluşsal bir bağlantısı vardır. Ayrıca Peirce, endeksin "bir işaret olarak hizmet ettiği kişinin duyuları ve hafızası" için bir bağlantı olduğunu düşünmektedir (Kadunz, 2016).

Bir üslü sayının üssünü içeren ifadeleri basitleştiriniz.

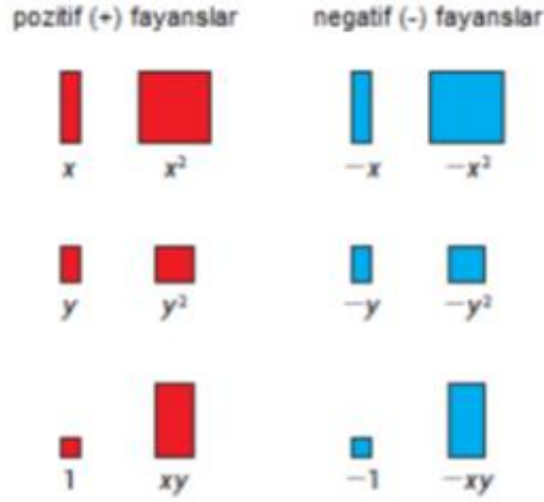


Sue ve Joe okul resim günü için arkadaşlarına haber vermek istiyorlar. Sue 2 kişiyi aramayı ve her aradığı kişilerin de 2 kişiyi aramasına öneriyor. Joe ise 4 kişiyi aramayı ve her aradığı kişilerin de 4 kişiyi aramasını öneriyor. Joe, benim planım ile 4. turda aranan kişilerle Sue'nin planına göre 8. turda aranan kişilerin aynı sayıda olacağını söylüyor. Acaba Joe doğru mu söylüyor?

Şekil 27. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.

Şekil 27' de Sue ve Joe okul resim günü için arkadaşlarına haber vermek istiyorlar. Sue 2 kişiyi aramayı ve her aradığı kişilerin de 2 kişiyi aramasını öneriyor. Joe ise 4 kişiyi aramayı ve her aradığı kişilerin de 4 kişiyi aramasını öneriyor. Joe, benim planım ile 4. turda aranan kişilerle Sue'in planına göre 8. turda aranan kişilerin aynı sayıda olacağını söylüyor. Acaba Joe doğru mu söylüyor diyerek araştırma sorusu soruluyor. Burada aslında 2^8 ' in 4^4 ' e eşit olduğunu günlük hayat problemi ile gösterilmeye çalışılmıştır. Üslü sayıların tanımı kullanılarak eşitliğin doğruluğu gösterilebilir. Bu gösterge üslü sayılar kavramının öğrenilmesi ve bazı kuralların elde edilmesine çok güzel bir modelleme örneğidir. Üslü sayılar kavramının ve bazı özelliklerinin öğrenilmesi halinde bu göstergenin belirtisel (indeksikal) gösterge olduğu söylenebilir. Şöyle ki, üslü sayılarda, üssün üssü varsa üsler çarpılabilir özelliği bu modelleme ile de gösterilebilir. Diğer bir ifadeyle, $4^4 = (2^2)^4 = 2^8$ eşitliği elde edilir. Böylece önceki öğrenmeler sonucunda yukarıdaki araştırma sorusuna cevap verilebilir. Arzarello vd., (2009) tarafından ifade edilen göstergebilimsel demet denen şeyin gerekli olduğu anlaşılıyor. Üslü sayıların kavramsallaştırılması sürecinde bu göstergebilimsel demet, Peirce'in göstergebiliminde görüntüsel, belirtisel, sembolik olarak karakterize edilebilen grafikler, formüller, dil ifadeleri gibi matematiksel gösterge araçlarından oluşur. Presmeg (2008) ve Kadunz (2016)' a göre de kavramsallaştırma ve anlam kazandırmanın, üç gösterge (görüntüsel, belirtisel, sembolik) bileşeni arasındaki ilişkiden kaynaklandığını düşünebiliriz. Peirce'in üçlü işaret ilişkisine ilişkin kendi formülasyonları, gösterge, nesne ve yorumlayıcıyı birbirine bağlayan üçlü ilişkinin indirgenemezliğinin, işaretin üç bileşenin her bir çiftinin arasındaki ilişkilerin iç koordinasyonunun bir sonucu olduğunu göstermektedir.

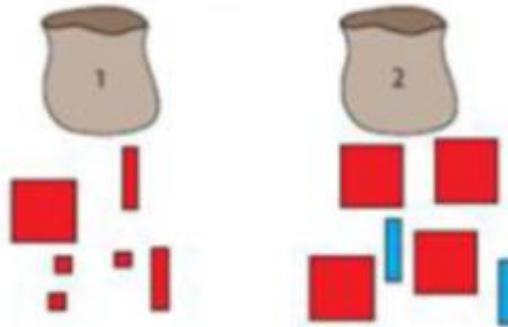
Benzer terimleri ekleyin ve çıkarın.



Bir sınıfta cebirsel fayanslarıyla oyun oynanmaktadır. Bir oyuncu iki poşet alır. Bu poşetlerin her birinde rasgele seçilmiş altı adet yukarıdaki şekilde tanımlanmış cebir fayansları vardır. Pozitif fayanslar kırmızı, negatif fayanslar ise mavi renkle gösterilmiştir. Oyuncu kural olarak hiç fayans kullanmayabilir ya da poşetlerdeki cebir fayanslarını toplayabilir veya çıkarabilir. Oyunun amacı en az sayıda fayans elde etmektir. Oyunu kazanmak için fayansları eklemeniz veya çıkarmanız gerektiğine nasıl karar verebilirsiniz?

❗ Eklemeniz veya çıkarmanız gerektiğine nasıl karar verebilirsiniz?

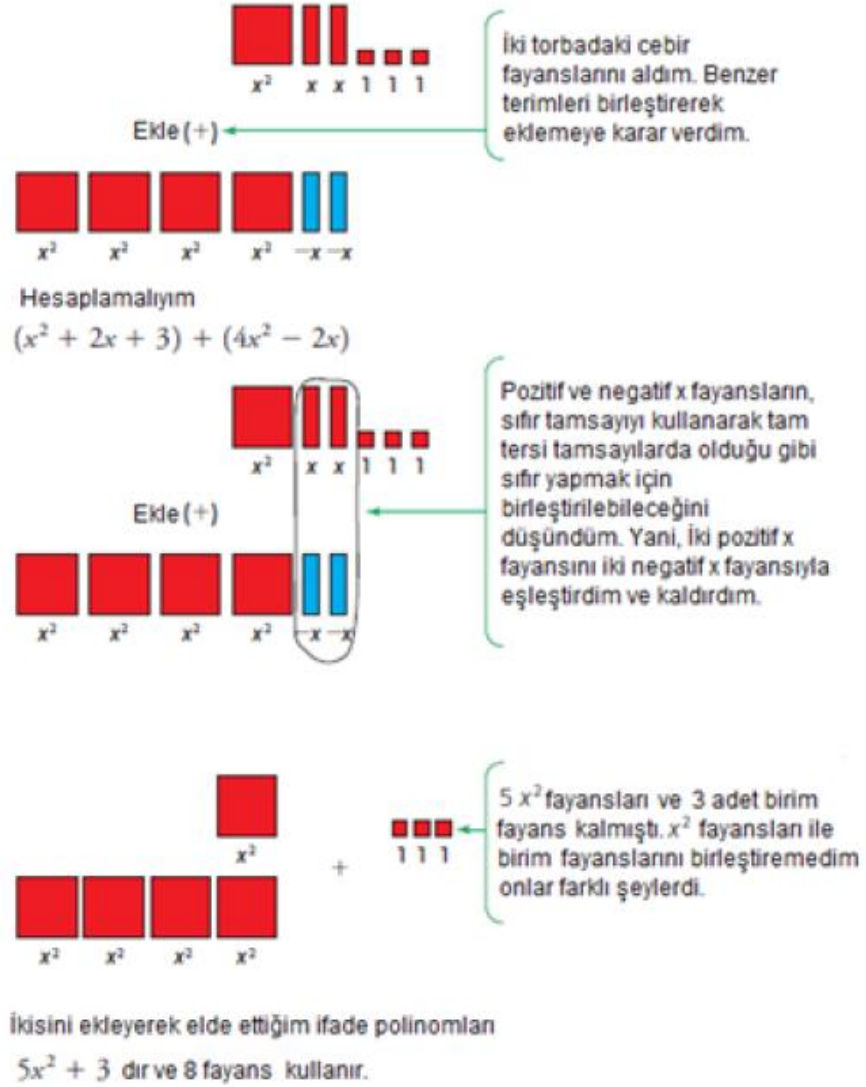
Farrell ve Peter, torbalarına aşağıdaki fayansları aldı



En az sayıda fayans elde etmek için eklemeli veya çıkarmalı mı?

Şekil 28. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.

Şekil 28' de cebirsel ifadelerde toplama çıkarma işlemlerinin öğretimi için bir oyun oynanmaktadır. Bir oyuncu iki poşet alır. Bu poşetlerin her birinde rasgele seçilmiş altı adet yukarıdaki şekilde tanımlanmış cebir fayansları vardır. Pozitif fayanslar kırmızı, negatif fayanslar ise mavi renkle gösterilmiştir. Oyuncu kural olarak hiç fayans kullanmayabilir ya da poşetlerdeki cebir fayanslarını toplayabilir veya çıkarabilir. Oyunun amacı en az sayıda fayans elde etmektir. En sonunda ise eklemeniz veya çıkarmanız gerektiğine nasıl karar verebilirsiniz diye soru sorularak okuyucu düşünmeye sevk edilmektedir. Örnek olarak Farell ve Peter yukarıda gösterilen poşetlerdeki fayansları alarak en az sayıda fayans elde etmeye çalışmaktadır. Aşağıda Farell'in çözümü verilmiştir.



Şekil 29. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.

Farell'in Şekil 29 göstergesindeki çözümünde poşetlerdeki cebir fayanslarını topladığı görülmektedir. Böylece “-x” ve “x” fayanslarının toplamı sıfır olmaktadır. Sonuç olarak $5x^2 + 3$ ifadesi elde edilerek 8 fayans bulunur.

Peter'in çözümü ise aşağıdadır.

Birinci torbadaki fayanslardan ikinci torbadaki fayansları çıkarmaya karar verdim.

Farkı ve bu farkı temsil etmek için kaç fayans alacağını bulmam gerekiyordu.

çıkarma (-)

Hesaplamalıyım
 $(x^2 + 2x + 3) - (4x^2 - 2x)$.

Çıkarmak için, tıpkı tamsayılarla yaptığım gibi, ikinci torbadaki her fayansın zıt işaretlisini ekledim. Kırmızı fayansları mavi fayanslarla, mavi fayansları kırmızı fayanslarla değiştirip ekledim.
 $4x^2$ nin zıt işaretlisi $-4x^2$ dir.
 $(-2x)$ in zıt işaretlisi $2x$ dir.

toplama (+)

toplama(+)

Tamsayılarda olduğu gibi sıfır prensibini kullanarak bir x^2 fayansını ve negatif bir $-x^2$ fayansını ortadan kaldırdığımı gördüm. Daha sonra aynı renkteki uyumlu fayansları bir araya getirdim.

$1 + (-4) = (-3)$, olduğundan
 $x^2 + (-4x^2) = -3x^2$.
 $2 + 2 = 4$, olduğundan
 $2x + 2x = 4x$.

3 negatif $-x^2$ fayansı, 4 x fayans ve 3 birim fayans gördüm ve saydım.

Çıkarma işlemi sonucunda elde ettiğim ifade $-3x^2 + 4x + 3$ tür burada 10 fayans vardır. Çıkarma, toplama işleminden daha fazla fayansla sonuçlandı, bu yüzden toplama kullanmalıyım.

Şekil 30. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.

Peter'in Şekil 30 göstergesindeki çözümünde birinci poşetteki cebir fayanslarından ikinci poşetteki cebir fayanslarını çıkardığı görülmektedir. Böylece “ $-x^2$ ” ve “ x^2 ” fayanslarının toplamı sıfır olmaktadır. Sonuç olarak $-3x^2 + 4x + 3$ ifadesi elde edilerek 10 fayans bulunmuştur. Almeida ve Silva'ya (2018) göre matematiksel nesne, temsillerinden bağımsız olarak mevcut değildir. Bu nedenle, kavramların inşası, işaretlerin üretimi ya da kullanımı ile belirlenir, böylece işaretler matematiksel kavramların sunumu ve iyileştirilmesinde temel bir rol oynamaktadır. Ayrıca Lue (2014), Randahl ve Grevholm (2010)'a göre derslerde öğrenim zorluklarının tartışılması ile ilgili araştırmalar, kavramın nasıl tanıtıldığının, öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilgili anlam (anlam üretme) yapmaları için önemli olduğuna işaret etmiştir. Ders kitabı da bu bağlamda önemlidir, çünkü kavramın sunumu ilgiyi teşvik etmeli, isteklendirme yaratmalı ve anlam üretme sürecini başlatmalıdır. Buna göre Şekil 28, 29 ve 30 göstergeleri anlam oluşturmaya yardımcı olmaları bakımından somut ve akılda kalıcı uygulamalardır. Ayrıca bu göstergeler bir öğreticiye, anlatana ihtiyaç duymaktadır. Bu yönüyle bu göstergelere sembolik (simgesel) gösterge denilebilir. Kavramsallaştırma ve cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini anlamlandırma süreci, Steinbring (2006), Sáenz-Ludlow ve Kadunz (2016) tarafından göz önünde bulundurulduğu gibi, matematiksel işaretlerin çeşitliliği görüntüsel, belirtisel ve sembolik aracılık ettiği bir tekrarlayıcı süreç olarak görülebilir.

Polinomlarda dağılıma özelliğini uygulayın.



Judy'den $3(2x + 4)$ çarpım sonucunun belirlenmesi istendi.

? Judy, çarpımın sonucunu bulmak için bu işlemi nasıl düşünebilir?

Bir tam sayının bir polinomla çarpılması

$3(2x + 4)$ çarpımı yapın.

Judy'nin Çözümü: Cebir fayansları kullanarak çarpımı modellemek

Bir sayıyı 3 ile çarpmanın, bu sayının 3 kopyasını eklemekte aynı olduğunu biliyordum. Cebir fayansları kullanarak aynı tekrarlanan ekleme stratejisini göstermeye karar verdim.

$2x + 4$ ifadesini 3 set göstermek için Yeterince cebir fayansını topladım.

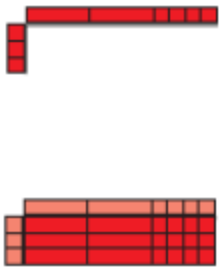
2 x fayans 3 set ve 4 birim fayans 3 set vardı. Bu 6 x fayans ve 12 birim fayans vardır demektir.

$$3(2x + 4) = 6x + 12$$

Şekil 31. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.

Şekil 31' de Judy'den $3(2x + 4)$ çarpımının sonucunu belirlemesi isteniyor. Judy ise bir sayıyı 3 ile çarpmakla sayının kopyasını üç kere toplamak aynı şeydir diyor ve üç tane $2x + 4$ cebir fayanslarını kullanarak yukarıdaki şekildeki gibi $6x + 12$ ifadesine ulaşıyor.

Tamara'nın Çözümü: Çarpımı bir alan modeli ile göstermek



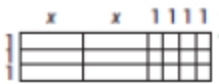
Bir dikdörtgenin alanının uzunluğunun ile genişliğinin bir çarpımı olduğunu biliyordum. $2x + 4$ uzunluğunu ve dikdörtgenin genişliğini temsil etmek için cebir fayansları kullandım.

Dikdörtgenin içindeki alanı, her biriyle eşleşen cebir fayanslarıyla doldurdum.

Dikdörtgenin iç kısmında 3 sıra fayans vardı. Her sıra 2 adet fayans ve 4 adet fayans içermektedir. $6x$ fayans ve 12 birim fayansla alan tamamen dolduruldu.

$$3(2x + 4)$$
$$= 3(2x) + 3(4)$$
$$= 6x + 12$$

Sue'nun Çözümü: Şemayı kullanarak çarpımı temsil etmek



Faktörlerin, bölümlere ayrılmış bir dikdörtgenin uzunluğu ve genişliği olduğunu hayal ettim. Her bölümün alanını ayrı ayrı hesapladım ve toplam alanı elde etmek için bunları ekledim. Toplam alan $6x + 12$ idi.

3 satırlık bölüm olduğunu ve her satırın x alanlı 2 bölüm ve 1 alanlı 4 bölüm olduğunu fark ettim.

$$3(2x + 4)$$
$$= 3(2x) + 3(4)$$
$$= 6x + 12$$

Şekil 32. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.

Şekil 32' de Tamara $3(2x + 4)$ çarpımının sonucunu belirleme işlemini alan modeli ile yapıyor. Genişliği $2x + 4$ cebir fayansları olacak şekilde üç sıra halinde iki tane " x " ve dört tane " 1 " cebir fayanslarıyla dikdörtgensel bölgenin içini dolduruyor. Böylece dikdörtgensel bölgede $6x + 12$ tane cebir fayansları elde ediliyor.

Sue ise $3(2x + 4)$ ürününü bir diyagram olarak kabul ediyor. Tüm parçaları bölünen bir dikdörtgenin bölümleri olarak görüyor. Böylece her bir bölümü ayrı ayrı

hesaplayarak toplam alanı elde ediyor. Her bir satırda "x" alanı ile iki bölüm, "1" alanı ile dört bölüm olmak üzere toplam üç satırda $6x + 12$ alanını buluyor.

Şekil 31 ve Şekil 32 göstergeleri bir sayıyla cebirsel ifadelerin çarpımını gösteren farklı modellemeleri göstermektedir. Bu göstergelerde üç öğrencinin $3(2x + 4)$ işaretini gördüğünde daha önce öğrenilmiş kavramsal yapılarla cebirsel ifadelerdeki çarpma işlemi kavramı için çözüm üretmişlerdir. Lue (2014), Randahl ve Grevholm (2010), derslerde öğrenim zorluklarının tartışılması ile ilgili araştırmaların, kavramın nasıl tanıtıldığına, öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilgili anlam (anlam üretme) yapmaları için önemli olduğuna işaret etmiştir. Ders kitabı da bu bağlamda önemlidir, çünkü kavramın sunumu ilgiyi teşvik etmeli, isteklendirme yaratmalı ve anlam üretme sürecini başlatmalıdır. Almeida ve Silva (2018)'ya göre kavramların inşası, işaretlerin üretimi ya da kullanımı ile belirlenir, böylece işaretler matematiksel kavramların sunumu ve iyileştirilmesinde temel bir rol oynamaktadır. Steinbring (2006), Sáenz-Ludlow ve Kadunz (2016)'a göre ise diğer işaret araçları gibi, matematiksel işaret araçları (örneğin matematiksel diyagramlar, grafikler, gösterimler, matematiksel dilbilimsel ifadeler) sadece bir matematiksel nesnenin bazı yönlerini gösterebilir, ancak tüm özelliklerini aynı anda akla getirmezler. Onlar bazı özellikleri ön planda tutarken başka özellikleri arka planda tutabilir. Sonuç olarak, matematiksel nesnelere (kavramlar) için kavramsallaştırma ve anlam oluşturma süreci, matematiksel işaretlerin çeşitliliğinin aracılık ettiği bir tekrarlayıcı süreç olarak görülebilir. Buna göre, yukarıdaki göstergeler kavram oluşturma bakımından görüntüsel (ikonik), belirtisel (indeksikal) veya sembolik (simgesel) gösterge olabilir. Cebirsel ifadelerde anlam oluşturmada Arzarello vd., (2009) tarafından ifade edilen göstergebilimsel demet denen şeyin gerekli olduğu anlaşılıyor. Cebirsel kavramsallaştırma durumunda bu göstergebilimsel demet, Peirce'in göstergebiliminde görüntüsel, belirtisel, sembolik olarak karakterize edilebilen grafikler, formüller, dil ifadeleri gibi matematiksel işaret araçlarından oluşur.

Köklü Sayılar Konusundaki Görsellerin Göstergibilimsel Analizi.

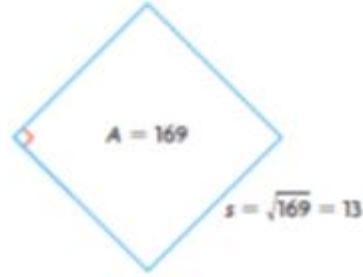
Üslüleri ve karekökleri temsil etmek için modelleri nasıl kullanabilirsiniz?

A1: Örneğin, x değişkenini temsil etmek için bir çizgi parçası çizebilirsiniz. Daha sonra x^2 ve x^3 temsil etmek için kullanabilirsiniz.



A2: x^2 karenin alanını temsil ediyorsa, $\sqrt{x^2}$ karenin kenar uzunluğunu temsil eder. Onlar birbirlerinin ters işlemleridir.

$$13^2 = 169; \sqrt{169} = 13.$$



Şekil 33. “Principles of mathematics 9” dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.

Şekil 33 göstergesi köklü sayılar kavramının üslü sayılar kavramı yardımıyla anlatımını göstermektedir. “Kuvvetleri ve karekökleri temsil etmek için modelleri nasıl kullanırsınız?” Sorusuna birbirini tamamlayan A1 ve A2’nin cevaplarıyla model oluşturulmuştur. A1’in cevabı: “Örneğin, x değişkenini temsil etmek için bir çizgi parçası çizebilirsiniz. Daha sonra bunu temsil etmek için x^2 ve x^3 ’ü kullanabilirsiniz” şeklindedir. Ayrıca ifade ettiği örneğin görsel modellemesi yukarıdaki gibi verilmiştir. A2’nin cevabı ise A1’in modellemesinin analizi niteliğindedir. Şöyle ki:

“Eğer x^2 bir karenin alanını temsil ediyorsa, $\sqrt{x^2}$ karenin kenar uzunluğunu temsil eder. Birbirlerinin ters işlemleridir.” Bu cevabın modellemesi yukarıda gösterilmiştir. $(13)^2 = 169$ ise $\sqrt{169} = 13$ elde edilir denilerek karenin alanı ile bir kenar uzunluğu arasındaki ilişki ortaya konulmuştur. Sáenz-Ludlow ve Zellweger (2016)’e göre farklı tercümanlar (yorumlayıcılar) tarafından üretilen yorumlar, her ne

kadar benzer olsalar da, kişisel bilgisine ve matematiksel düşünmelerinin karmaşıklığına göre farklı görüntüsel, belirtisel ve sembolik özelliklere sahip olabilirler. İstenen sonuç, bu yorumlayıcıların istenen matematiksel nesneye yaklaşma eğilimi göstermesidir. Bununla birlikte, matematiksel bir nesne, işaret araçlarının toplamından bağımsız olarak mevcut değildir, fakat bunlardan herhangi biri ile karıştırılmamalıdır (Otte, 2001). Bu şekilde, kitapta atıfta bulunulan görüntüsel, belirtisel ve sembolün çeşitliliği ve onun gömülü olması, öğrencilerin karekök kavramına ilişkin anlam kazanımını destekleyebilir.

Bütün bu açıklamalara göre Şekil 33 göstergesi karekök kavramına göre işaret aracının görüntüsel, belirtisel veya sembolik olabileceğine işaret etmemizi sağlar. Bu işaretler (gösterge), birbirini dışlayan birbirinden bağımsız işaretler değildir, ancak sembolik olarak belirtisellik ve belirtisellikteki görüntüselliği tanımlayabilmemiz için iç içe geçmiştir.

Kareler ile kareköklerin bağlanması

Bir kare duvar karosu 116 cm^2 bir alana sahiptir. Karenin kenar uzunluğunu iki ondalık basamağa kadar belirleyin.

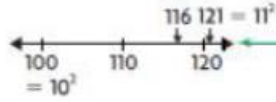


Jesselina'nın Çözümü

$$\text{Area} = 116 \text{ cm}^2$$
$$l^2 = 116$$

$$10^2 = 10 \times 10$$
$$= 100$$

$$11^2 = 11 \times 11$$
$$= 121$$



$$\sqrt{116} \approx 10.77$$

Karenin kenar uzunluğu yaklaşık $10,77 \text{ cm}$ dir.

Bir karenin alanının, kenar uzunluğu "l" ise kendisiyle çarpılarak hesaplandığını biliyordum.

10'nun karesinin 100 ve 11'in karesinin 121 olduğunu biliyordum. Dolayısıyla, bir kenarın 10 ile 11 cm arasında olduğunu biliyordum.

116, 121'e 100'den biraz daha yakın, bu yüzden cevabın 10,5 ile 11 arasında olduğunu düşündüm.

Kenar uzunluğu bulmak yani 116'nın karekökünü belirlemek için hesap makinemi kullandım. Çünkü bu kare alma işleminin ters işlemidir.

Sonucu iki ondalık basamağa yuvarladım.

Şekil 34. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.

Şekil 34 göstergesinde kare ile karekök arasındaki ilişki anlatılmaktadır. Yukarıdaki göstergede, bir kare şeklindeki duvar karosu 116 cm^2 'lik bir alana sahiptir. Örnekte bu kare karonun bir kenarının uzunluğunu virgülden sonra İki basamağa yuvarlanmış bir ondalık sayı olacak şekilde belirleyiniz denilmektedir. Jesselina'nın Çözümü:

Bir karenin alanı kenar "l" uzunluğunun kendisiyle çarpılarak " l^2 " hesaplandığını biliyordum. Bir kenarı 10 cm olan karenin alanı 100 cm^2 ; bir kenarı 11 cm olan karenin alanı 121 cm^2 olduğunu biliyordum. Buradan hareketle 116, 121'e

benzeyen iki farkındalık türünü geliştirmeleri gerektiğini açıkça göstermektedir. Bunlar:

- Öğretmenlerin göstergelerin değişen yorumlarını oluşturabilme ve
- Öğrencilerin bu gösterge yorum farkındalığını kavrayabilmeleridir.

Öğretmenlerin bu çifte farkındalığı, öğrencilerin mevcut yorumlarını ve anlayışlarını kullanarak öğrencilerin yönlendirilmesini sağlayacaktır. Bu anlamda, diyagramlar, öğretmenler ve öğrenciler için anlam üretme araçlarına (epistemolojik araçlar) hizmet ederler, ancak böyle bir anlam farklı fakat uyumlu bir anlayış düzeyinde olabilir.

Bütün bu açıklamalar göz önünde bulundurulduğunda Şekil 34 göstergesi göstergebilimsel demet içerisinde belirtisel (indeksikal) gösterge özelliklerinin daha ağır olduğu söylenebilir.

Fonksiyonlar Konusundaki Görsellerin Göstergibilimsel Analizi.

2,5 cm kenar uzunluğunda bir küpün hacmini belirleyin.

Andrea'nın Çözümü: Bir değeri tahmin etmek için grafik kullanma

Küpün bir kenar uzunluğu (cm)	Küpün hacmi cm^3
1.0	$1 \times 1 \times 1 = 1^3 = 1$
2.0	$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$
3.0	$3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$

Kenar uzunlukları ve hacimler tablosu yaptım. Hacmi hesaplamak için kenar uzunluklarını kullandım.



İlişkiyi çizdim. Bu veri seti sürekli, bu yüzden noktaları düz bir çizgiyle birleştirdim.

Bilinen iki değer arasındaki bir değeri tahmin ettim. Yatay eksende 2.5 cm'den grafiğe bir çizgi çizdim.

Bu noktadan dikey eksene bir çizgi çizdim.

Hacim yaklaşık 15 cm^3 tür.
Tahminim baştan beri makul görünüyor.
 $2.5 \times 2.5 \times 2.5$ çarpımın sonucu gerçek hacmi verir. O da 15.625 cm^3 tür.

Şekil 36. "Principles of mathematics 9" dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.

Şekil 36 göstergesinde bir araştırma sorusu sorulmuştur. Soruda bir kenar uzunluğu 2,5 cm olan bir küpün hacmini belirleyiniz denilmektedir. Andrea bir değeri tahmin etmek için grafik kullanmak gereklidir diyerek çözümü yapmıştır. Andrea'nın çözümü:

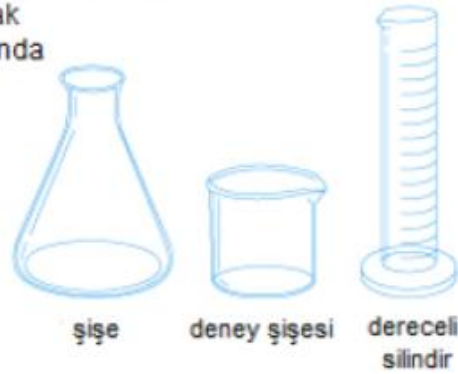
"Kenar uzunlukları ile hacim elde edilen bir tablo hazırladım. Hacmi hesaplamak için kenar uzunlukları kullandım. Tablodaki ilişkiyi çizdim. Bu veri seti daha küçük parçalara bölüdüğünde bile anlamı olan bir veri kümesi olduğundan sürekli. Bu yüzden noktaları kesintisiz bir çizgiyle birleştirdim. Bilinen iki değer

arasındaki değeri tahmin etmek için yatay ekseninde $2,5 \text{ cm}$ 'den grafiğe bir çizgi çizdim. Bu noktadan da dikey eksene bir çizgi çizdim. Hacim yaklaşık 15 cm^3 tür. Tahminim makul gözüküyor çünkü çarpma işlemi bana $15,625 \text{ cm}^3$ ' lük bir hacim veriyor.”

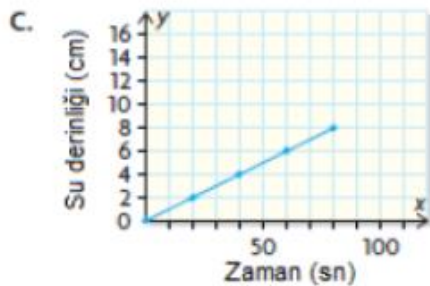
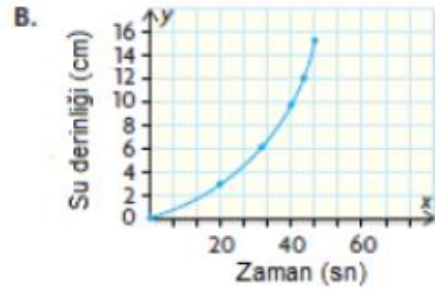
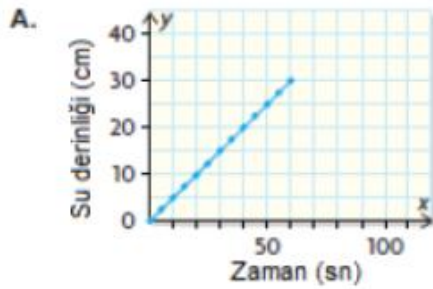
Andrea'nın bazı kenar uzunluklarına göre hacim hesabının kolayca yapabildiği bir tablo hazırlamıştır. Bu tablo verilerinin grafikleştirilmesiyle diğer kenar uzunluklarına karşılık gelen hacim hesabının yaklaşık değerini bulunabilmektedir. Bu yönüyle Andrea'nın çözüm stratejisine belirtisel (indesikal) gösterge olduğu söylenebilir.

Bir grafiği bir durumla ilişkilendirmek için akıl yürütme

Bu kapların her birini doldurmak için bir musluktan sabit bir oranda akan musluk suyunun kullanıldığını varsayalım.



Aşağıdaki grafiklerin her birini uygun kaplarla eşleştirin. Seçiminizi doğrulayın.



Şekil 37. “Principles of mathematics 9” dr. m. small, c. kirkpatrick, et al. ontario nelson education ltd. 2013.

Şekil 37 göstergesinde bir olayı grafiklerle ifade etmek için muhakeme etme durumuna bir örnek verilmiştir. Örnekte şişe, deney şişesi ve dereceli silindir kapları verilmiştir. Bu kapların her birini doldurmak için bir musluktan sabit bir oranda akan musluk suyunun kullanıldığı varsayılmaktadır. Kaplar doldurulurken kaplardaki su derinliğinin zamana göre değişim grafikleri verilmiştir. Aşağıdaki grafiklerin her birini uygun kaplarla eşleştirin. Seçiminizi doğrulayın denilerek araştırma sorusu sorulmuştur. Jose'nin çözümü:

“Şişenin (flask) B grafiği ile eşleştiğini düşünüyorum. Su şişeye döküldüğünde, suyun şeklinin şişelerden dolayı sabit bir oranda artmayacağını düşündüm. Bu, zamana karşı su derinliği grafiğinin doğrusal olmaması gerektiği anlamına gelir. Şişenin şekli tabanda geniş olduğundan ve tepede daraldığından, şişe dolmaya başladığında su derinliği yavaşça artacaktır. Su seviyesi yükseldikçe, su şişenin üstüne yaklaştıkça su derinliği daha hızlı artmaya başlayacaktır.

Dereceli silindir A grafiğiyle eşleşiyor. Su dereceli silindire akarken su derinliğinin sabit bir oranda arttığını düşündüm. Grafik değişmez. Bu, zamana karşı su derinliği grafiğinin doğrusal olması gerektiği anlamına gelir. A ve C grafiklerinden A grafiğini seçtim çünkü daha fazla eğimi var ve daha büyük bir derinliğe ulaşıyor. Eğimi daha büyük olan grafik A'dır. Dereceli silindir dar, su derinliği deney kabına göre daha hızlı artacaktır. Dereceli silindir daha uzun olduğundan mantıken grafik daha fazla derinliğe ulaşmalıdır.

Sanırım deney kabı C grafiği ile eşleşiyor. Su kabı içine döküldüğü için suyun derinliği sabit bir oranda artar, çünkü şekli değişmez. Bu zamana karşı su derinliği grafiğinin doğrusal olduğu anlamına gelir. C ve A grafiklerinden C grafiğini seçtim çünkü deney kabının tabanı daha geniş olduğu için su derinliği dereceli silindirden daha yavaş yükselecektir. Daha az eğimi ve su derinliği olan grafik mantıklıdır çünkü deney kabı dereceli silindir kadar uzun değil.”

Jose'nin çözüm stratejisinde soyut kavramlar resmedilmeye çalışılmıştır. Krutetskii (1976)'e göre öğrenciler tarafından kullanılan grafik şemaları (yani, yüksek yetenekli görselleştiriciler) somut ve soyut bir özgün sentezdir. Böyle görüntüler belli bir anlamda, soyut bir kavramın anlam ve içeriğinin taşıyıcısıdır. Bu yönüyle Şekil 37' deki çözüm stratejilerinin hem görüntüsel (ikonik) gösterge hem de belirtisel (indeksikal) gösterge olduğu söylenebilir.

Tablo 10'da Kanada'da okutulan matematik ders kitabının gösterge türü ile ilgili bulgularının dağılımı görülmektedir.

Tablo 10

Kanada'daki Matematik Ders Kitabının Gösterge Türü Dağılımı

Konular	Gösterge Sayısı	Analiz Sonucunda Tanımlanan Gösterge Türü
Doğal Sayılar	0	-
Tam Sayılar	0	-
Rasyonel Sayılar	1	G-S
	1	G-B
	3	G-B-S
Üslü Sayılar	1	S-B
	3	S
	3	G-B-S
Köklü Sayılar	1	G-B-S
	1	S-B
Fonksiyonlar	1	S-B
	1	G-B

G: Görüntüsel Gösterge, B: Belirtisel Gösterge, S: Sembolik Gösterge, H: Hiçbiri

Tablo 10' da nesneleriyle olan ilişkilerine göre, 2 göstergenin görüntüsel ve belirtisel gösterge (Bkz. Şekil 25 ve Şekil 37); üç göstergenin sembolik ve belirtisel (Bkz. Şekil 26, Şekil 34 ve Şekil 36); üç göstergenin sembolik (Bkz. Şekil 28, Şekil 29 ve Şekil 30); bir göstergenin görüntüsel ve sembolik (Bkz. Şekil 21); yedi göstergenin ise görüntüsel, belirtisel ve sembolik gösterge (Bkz. Şekil 22, Şekil 23, Şekil 24, Şekil 27, Şekil 31, Şekil 32 ve Şekil 33) olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Bu kitaptaki göstergelerin büyük çoğunluğu görüntüsel ve belirtisel göstergelerden oluşmaktadır. Ayrıca, okuyucunun ön bilgi seviyesine göre, göstergelerin üç gösterge türüne dâhil olabilme kabiliyetinin çok fazla olması dikkat çekicidir.

Alt Problem 4' e İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Alt problem 4. Türkiye, Finlandiya ve Kanada'dan birer tane seçilmiş ortaöğretim (lise) matematik ders kitaplarında okutulan Doğal Sayılar, Tam Sayılar,

Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki göstergelerin kavramsal bir yapı oluşturmadaki etkisine yönelik öğretmen görüşleri nasıldır?

ÖGF' de 74 katılımcıdan elde edilen verilerin bulguları verilmiş ve yorumlanmıştır.

Tablo 11'de katılımcıların ÖGF' deki puan ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 11

ÖGF' de Katılımcıların Puan Dağılımı ve Yüzdeleri

Araştırma Sorusu		Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum
Gösterge 1'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	12	18	11	31	2
	%	16,2	24,3	14,9	41,9	2,7
Gösterge 2'nin kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	0	7	9	37	21
	%	0	9,5	12,2	50	28,4
Gösterge 3'ün kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	6	15	18	28	7
	%	8,1	20,3	24,3	37,8	9,5
Gösterge 4'ün kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	1	7	7	37	22
	%	1,4	9,5	9,5	50	29,7
Gösterge 5'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	3	4	7	43	17
	%	4,1	5,4	9,5	58,1	23
Gösterge 6'nın kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	6	18	12	27	11
	%	8,1	24,3	16,2	36,5	14,9
Gösterge 7'nin kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	5	13	10	33	13
	%	6,8	17,6	13,5	44,6	17,6
Gösterge 8'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	2	7	6	36	23
	%	2,7	9,5	8,1	48,6	31,1
Gösterge 9'un kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	0	4	7	40	23
	%	0	5,4	9,5	54,1	31,1
Gösterge 10'un kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	3	3	7	44	17
	%	4,1	4,1	9,5	59,5	23
Gösterge 11'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	3	4	10	43	14
	%	4,1	5,4	13,5	58,1	18,9
Gösterge 12'nin kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	2	6	10	42	14
	%	2,7	8,1	13,5	56,8	18,9

Gösterge 13'ün kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	12	28	20	14	0
	%	16,2	37,8	27	18,9	0
Gösterge 14'ün kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	2	7	8	45	12
	%	2,7	9,5	10,8	60,8	16,2
Gösterge 15'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	2	10	15	34	13
	%	2,7	13,5	20,3	45,9	17,6
Gösterge 16'nın kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	0	17	6	41	10
	%	0	23	8,1	55,4	13,5
Gösterge 17'nin kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	2	20	14	29	9
	%	2,7	27	18,9	39,2	12,2
Gösterge 18'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	1	9	5	38	21
	%	1,4	12,2	6,8	51,4	28,4
Gösterge 19'un kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	0	5	12	45	12
	%	0	6,8	16,2	60,8	16,2
Gösterge 20'nin kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	1	10	15	41	7
	%	1,4	13,5	20,3	55,4	9,5
Gösterge 21'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	1	8	15	39	11
	%	1,4	10,8	20,3	52,7	14,9
Gösterge 22'nin kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	1	12	12	41	8
	%	1,4	16,2	16,2	55,4	10,8
Gösterge 23'ün kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	1	9	5	42	17
	%	1,4	12,2	6,8	56,8	23
Gösterge 24'ün kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	1	9	8	41	15
	%	1,4	12,2	10,8	55,4	20,3
Gösterge 25'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	1	9	11	36	17
	%	1,4	12,2	14,9	48,6	23
Gösterge 26'nın kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	2	3	7	46	16
	%	2,7	4,1	9,5	62,2	21,6
Gösterge 27'nin kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	1	7	9	42	15
	%	1,4	9,5	12,2	56,8	20,3
Gösterge 28'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	1	5	23	34	11
	%	1,4	6,8	31,1	45,9	14,9
Gösterge 29'un kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	3	16	28	22	5
	%	4,1	21,6	37,8	29,7	6,8
Gösterge 30'un kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	0	6	7	50	11
	%	0	8,1	9,5	67,6	14,9
Gösterge 31'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	0	5	7	41	21
	%	0	6,8	9,5	55,4	28,4

Gösterge 32'nin kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	2	5	14	39	14
	%	2,7	6,8	18,9	52,7	18,9
Gösterge 33'ün kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	0	2	11	41	20
	%	2,7	2,7	14,9	55,4	27
Gösterge 34'ün kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	7	32	23	12	0
	%	9,5	43,2	31,1	16,2	0
Gösterge 35'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşünüz nedir?	f	0	4	9	43	18
	%	0	5,4	12,2	58,1	24,3

Tablo 11'e göre göstergelerin kavramsal bir yapı oluşturmadaki etkisine yönelik katılımcılardan en çok sayıda hiç katılmıyorum puanı alan göstergeler gösterge 1, 3, 6, 13 ve 34' dür. Ayrıca katılımcılardan en çok sayıda tamamen katılıyorum puanı alan göstergeler ise gösterge 2, 4, 8, 9, 18 ve 31' dir. Katılımcılardan en fazla sayıda hiç katılmıyorum puanı alan göstergelerin büyük çoğunluğu Peirce' in tanımladığı gösterge türlerinden hiçbirine dâhil olmaması ilgi çekici bir bulgudur. Bu durum kavram ile göstergesi arasındaki bağın oluşmamasından kaynaklanmış olabilir. Göstergenin kavramın ana hatlarının öğrenilmesinde olumlu etkisinin olmadığı yorumu yapılabilir. Katılımcılardan en fazla sayıda tamamen katılıyorum puanı alan göstergelerin bir kısmı sembolik diğer kısmı ise görüntüsel göstergelerden oluşmaktadır. Görüntüsel göstergelerin nesnelere benzemesi kavramsal yapı oluşturma etsinin güçlü olmasıyla açıklanabilir. Sembolik göstergelerin ise soyut kavramları somutlaştırma etkisinin olması katılımcılardan yüksek puanlar almasının sebebi olabilir. Godino ve Batanero (2003), kişisel anlamlar bireysel özne tarafından (öğrendiği şey, kavramla olan kişisel ilişkisi) inşa edilir ve sadece bilişsel faktörlere değil, aynı zamanda bu ilişkinin geliştirildiği göstergebilimsel-antropolojik komplekse bağlı olduğunu açıklamışlardır.

Tablo 12' de katılımcıların ÖGF' deki puanlarının ortalaması ve göstergelerin kavram oluşturmadaki etkisinin değerlendirildiği düzeyler verilmiştir.

Tablo 12

ÖGF' de Katılımcıların Puan Ortalamalarının Değerlendirilmesi

	Katılımcı Sayısı	Ortalama	Düzye Seviyesi
Gösterge 1'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	2,91	Orta Düzye
Gösterge 2'nin kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,97	Yeterli Düzye
Gösterge 3'ün kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,20	Orta Düzye
Gösterge 4'ün kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,97	Yeterli Düzye
Gösterge 5'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,91	Yeterli Düzye
Gösterge 6'nın kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,26	Orta Düzye
Gösterge 7'nin kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,49	Yeterli Düzye
Gösterge 8'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,96	Yeterli Düzye
Gösterge 9'un kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	4,11	Yeterli Düzye
Gösterge 10'nun kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,93	Yeterli Düzye
Gösterge 11'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,82	Yeterli Düzye
Gösterge 12'nin kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,81	Yeterli Düzye
Gösterge 13'ün kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	2,49	Yetersiz Düzye
Gösterge 14'ün kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,78	Yeterli Düzye
Gösterge 15'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,62	Yeterli Düzye
Gösterge 16'nın kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,59	Yeterli Düzye
Gösterge 17'nin kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,31	Orta Düzye

Gösterge 18'inn kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,93	Yeterli Düzey
Gösterge 19'un kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,86	Yeterli Düzey
Gösterge 20'nin kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,58	Yeterli Düzey
Gösterge 21'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,69	Yeterli Düzey
Gösterge 22'nin kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,58	Yeterli Düzey
Gösterge 23'ün kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,88	Yeterli Düzey
Gösterge 24'ün kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,81	Yeterli Düzey
Gösterge 25'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,80	Yeterli Düzey
Gösterge 26'nin kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,96	Yeterli Düzey
Gösterge 27'nin kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,85	Yeterli Düzey
Gösterge 28'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,66	Yeterli Düzey
Gösterge 29'un kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,14	Orta Düzey
Gösterge 30'un kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,89	Yeterli Düzey
Gösterge 31'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	4,05	Yeterli Düzey
Gösterge 32'nin kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	3,78	Yeterli Düzey
Gösterge 33'ün kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	4,07	Yeterli Düzey
Gösterge 34'ün kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	2,54	Yetersiz Düzey
Gösterge 35'in kavramsal bir yapı oluşturmada faydalı olacağı konusundaki görüşlerin değerlendirilmesi	74	4,01	Yeterli Düzey

Tablo 12' ye göre en düşük puanları (yetersiz düzey) alan göstergeler: Gösterge 13 ve Gösterge 34' tür. Bu göstergelerin ortak özelliği Peirce'in nesnelileriyle olan ilişkilerine göre göstergeleri kategorize ettiği görüntüsel, belirtisel ve sembolik

gösterge türlerinden hiçbirine dâhil olmamasıdır. Bunun yanı sıra orta düzey puan ortalamalarına sahip olan 5 göstergenin 4 tanesi de (Gösterge 1, Gösterge 3, Gösterge 17 ve Gösterge 29) hiçbir gösterge türüne dâhil değildir. Bütün bu bilgilere göre, göstergelerin kavramsal yapı oluşturma etkisiyle, görüntüsel, belirtisel ve sembolik gösterge türlerinden birine dâhil olup olmaması arasında güçlü bir ilişki olduğu yorumu yapılabilir.

Ayrıca en yüksek ortalamaları alan göstergeler ise: Gösterge 2, Gösterge 4, Gösterge 5, Gösterge 8, Gösterge 9, Gösterge 10, Gösterge 18, Gösterge 26, Gösterge 31, Gösterge 33 ve Gösterge 35'dir. Katılımcılardan en yüksek puanları alan bu göstergelerin büyük bir kısmı görüntüsel göstergelerden oluşmaktadır.

Görüntüsel gösterge kavramın özelliklerini, ana hatlarını içinde barındırmasından dolayı kavrama benzemektedir. Böylece, kavram (nesne) ile görüntüsel göstergesi arasında kuvvetli bir bağ bulunmaktadır.

Görüntüsel gösterge belirttiği nesne var olmasa bile, kendisini anlamlı kılan özelliği taşıyacak bir göstergedir: Sözelimi geometrik bir çizgiyi canlandıran, kurşun kalemle çizilmiş bir çizgi. Bir başka deyişle, görüntüsel gösterge belirttiği şeyi doğrudan temsil eder, canlandırır. Bu açıdan bir resim, bir desen, bir fotoğraf bu tür bir özellik taşır. Demek ki görüntüsel gösterge, varlığına işaret ettiği nesneyle bir benzerlik ilişkisi içindedir (Rifat, 2017, s. 118).

Bu durum, katılımcılara göre görüntüsel göstergenin, kavram oluşturmaya yardım etme konusunda diğer gösterge türlerine göre öne çıkmış olmasının sebebi olabilir. Özşahin (2009)'e göre görsel araçlar; anlatımı kolaylaştırmak, düşünceyi zihinde canlandırmak, önemli noktaları vurgulamak, istatistiksel verilerin daha iyi anlaşılmasını sağlamak ve yeni kavramlar ile ayrıntılarını açıklamak amacıyla kullanılırlar.

Bölüm 5

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu bölümde Türkiye, Finlandiya ve Kanada 'da matematik ders kitaplarındaki bazı ortak konuların göstergebilimsel analizinden ve göstergelerin kavramsal yapı oluşturmadaki etkisine yönelik yapılan araştırmadan elde edilen sonuçlar tartışılmaktadır. Ayrıca sonuç ve tartışmalardan yola çıkarak gösterge etkinliklerini eğitim ve öğretim faaliyetleriyle bütünleştirerek kavramsal yapı oluşturmada etkili ve verimli olabileceği düşünülen önerilere yer verilmektedir.

Araştırmanın alt problemlerine ait sonuç ve tartışmalara ayrı ayrı yer verilmiştir.

Alt Problem 1' e İlişkin Sonuç ve Tartışma

Alt problem 1. Türkiye'den seçilmiş ortaöğretim (lise) matematik ders kitabında okutulan Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki göstergelerin göstergebilimsel analizi nasıldır?

- Kitapta, ortak konuların anlatımında göstergeler (şekil, resim, grafik vs.) çok fazla kullanılmamıştır.
- Kitaptaki 8 göstergeden 6 tanesi Peirce'in göstergeleri (şekil, resim, grafik vs.) nesnelere olan ilişkilerine göre kategorize ettiği görüntüsel, belirtisel ve sembolik gösterge türüne girmemektedir.
- Kitabın hazırlanmasında, kavramların oluşturulması ve geliştirilmesi aşamasında göstergebilim metodolojisinden yararlanılmadığı sonucuna ulaşılmaktadır.
- Kitabın konu geçişlerinde kullanılan göstergeler öğrencilerin ön bilgisine dayanmayan birbirinden bağımsız ve uyumlu olmayan biçimde seçildiği düşünülmektedir.

Kitaptaki kavramların öğretiminde seçilen göstergelerin göstergebilimsel ilkelerden uzak olması yorumlayıcıların faaliyetlerini kısıtlayabilir. Berger (2010)'e göre öğretmen tarafından tasarlanan veya bir ders kitabı tarafından seçilen etkinlikler, matematiksel etkinliklere katılmaya davet eder. Bu gösterge odaklı faaliyetler sonucunda, öğrencinin göstergeleri, içselleştirmesi beklenir.

Kitaptaki göstergelerin büyük çoğunluğu Peirce'in gösterge türlerinden hiçbirine dâhil olmaması, konular arasındaki bağlantılarda kopukluğa sebep olmuş olabilir. Almeida ve Silva (2018) çalışmalarında ders kitapları gibi öğrenme materyallerinin ön bilgisine atıfta bulunmasını vurgulayan göstergelerle uyumlu olması gerektiğini belirtmişlerdir.

Alt Problem 2' ye İlişkin Sonuç ve Tartışma

Alt problem 2. Finlandiya'dan seçilmiş ortaöğretim (lise) matematik ders kitabında okutulan Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki göstergelerin göstergebilimsel analizi nasıldır?

- Kitapta ortak konuların anlatımında 11 adet gösterge kullanılmıştır.
- Üslü sayılar konusunda hiç gösterge kullanılmamıştır.
- Kitabın hazırlanmasında, kavramların oluşturulması ve geliştirilmesi aşamasında kısmen de olsa göstergebilim metotlarının kullanıldığı söylenebilir.
- Kullanılan göstergelerde sembolik gösterge özellikleri daha ağır basmaktadır.

Sembolik göstergelerin öğrenilmesinde bir açıklayana ihtiyaç duyulmaktadır. Bir öğretene olmazsa sembolik göstergelerin hangi anlamı taşıdığı bilinemeyecektir. Matematik ders kitaplarındaki sembolik göstergelerin anlatımda öğretmenin rolü ön plana çıkmaktadır. Kavramlar ile semboller arasındaki bağı kurmada öğretmenin rehberlik etmesini gerekmektedir. Bergqvist ve vd. (2020) matematik öğrenmenin, hem sembolik ifadeleri ve işlemleri kurallara göre manipüle etmek gibi akademik bilgileri hem de farklı göstergeler ve kavramlar arasındaki bağlantıları bilmeyi gerektirdiğini ifade etmişlerdir.

- Kitabın konu geçişlerinde kullanılan göstergelerin bir kısmı öğrencilerin ön bilgisine atıfta bulunarak kavramlar arası geçişlerin sağlandığı sonucuna varılabilir.

Bu sonuç kitaptaki kavramların anlatımındaki sembolik göstergelerin önceki konu ile sonraki konu arasında bağ kurması, kavramlar arasındaki geçişin sağlıklı olmasını sağlamış olabilir. Maffia ve Mariotti (2020) çalışmalarında öğrencilerin

göstergeler arasında keyfi bağlantılar kurma eğiliminde olduğunu belirtmişlerdir. Göstergelerin anlamlı bir şekilde kullanılması için öğretim materyallerinin ve öğretmen rolünün ne kadar önemli olduğunu göstermişlerdir.

Alt Problem 3' e İlişkin Sonuç ve Tartışma

Alt Problem 3. Kanada'dan seçilmiş ortaöğretim (lise) matematik ders kitabında okutulan Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki göstergelerin göstergebilimsel analizi nasıldır?

- Kitapta ortak konuların anlatımında 16 adet gösterge kullanılmıştır.
- Doğal ve tam sayılar konusunda hiç gösterge kullanılmamıştır.
- Kullanılan göstergeler görüntüsel, belirtisel ve sembolik özellikler taşımaktadır.
- Kitaptaki göstergelerin büyük bir çoğunluğu görüntüsel gösterge özelliklerini içermektedir. Soyut kavramlar somutlaştırılarak görüntüsel göstergeler elde edilmeye çalışılmıştır.
- Göstergeler ile görüntüsel ilişkilendirmeler arasında genellenebilir sembolik ilişkilere dönüşüm sağlanmaya çalışılmıştır.
- Kavramsal yapıların oluşturulması ve geliştirilmesi sürecinde öğrencilerin gösterge etkinlikleriyle semiosis sürecinin gerçekleştirilmesi sağlanmıştır.

Bu kitaptaki birçok göstergenin görüntüsel, belirtisel ve sembolik özellikleri bir arada taşınması yorumcuların (öğrencilerin) semiosis sürecinde aktif rol almasına sebep olabilir. Duval (2000), matematiksel kavramların anlaşılmasını desteklemek için, bir gösterimden diğerine geçme yeteneğinin çok önemli olduğunu belirtmiş ve matematikteki bir kavramın anlaşılması birden fazla göstergebilimsel temsil kaydının koordinasyonunu gerektirdiğini savunmuştur.

- Kitaptaki göstergelerin büyük çoğunluğu göstergebilimsel demet olarak adlandırılan, belirtisel, görüntüsel ve sembolik gösterge olarak karakterize edilebilen grafikler, formüller, resim gibi matematiksel gösterge araçlarından oluştuğu sonucuna varılabilir.

Kitaptaki göstergeler, göstergebilimsel demet unsurlarını sağlamaktadır. Gösterge ilişkilerinin dinamik bir üretimi ve dönüşümü olarak bütünsel bir şekilde

göstergebilimsel etkinliğe dönüştürmesi kavramsal öğrenmede etkili olduğu söylenebilir. Hammill (2010), matematik ders kitapları ve diğer öğretim materyallerinin, metin, sembolik gösterim ve grafikler içeren her zaman çok modlu olduğunu ileri sürmüştür. Matematiğin şema ve grafiklerden geniş ölçüde yararlandığını ve matematiksel gösterimin metin ve grafikler arasında bir yerde bilişsel bir alan kaplayabildiğini ayrıca matematik eğitiminde yeni kavramların tanıtımı için çoklu temsillerin kullanımının önemli olduğunu savunmuştur.

Alt Problem 4' e İlişkin Sonuç ve Tartışma

Alt problem 4. Türkiye, Finlandiya ve Kanada'dan birer tane seçilmiş ortaöğretim (lise) matematik ders kitaplarında okutulan Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki göstergelerin kavramsal bir yapı oluşturmadaki etkisine yönelik öğretmen görüşleri nasıldır?

Araştırmaya konu olan kitaplardaki Doğal Sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularındaki göstergelerin kavramsal yapı oluşturmadaki etkisine yönelik alınan öğretmen görüşleri ile ilgili sonuç ve tartışmalar aşağıda verilmiştir:

- 35 adet göstergeden oluşan ankette katılımcılardan en düşük puanı (2,54) alan gösterge 13, hiçbir gösterge türüne dâhil değildir; en yüksek puanı alan (4,11) gösterge 9 görüntüsel göstergedir.
- Katılımcılardan en yüksek puanları alan göstergelerin büyük bir kısmı görüntüsel göstergelerden oluşmaktadır.

Bu durum görüntüsel göstergenin kavrama benzemesi özelliğinden kaynaklandığı söylenebilir. Almeida ve Silva (2018) türev konusunda inceledikleri kitapta, görselleştirmenin öğrencilerin fonksiyon ve grafik arasındaki ilişkiyi anlamalarına yardımcı olabileceğini belirtmişler ve böylece, fonksiyon grafiklerinin görselleştirilmesi, soyut matematik kavramları ile kavramların anlamlarını ayıran uçurumun üstesinden gelmeye yardımcı olabileceğini savunmuşlardır.

- 35 göstergeden 2 tanesi yetersiz düzey, 5 tanesi orta düzey ve geri kalan 28 tanesi ise yeterli düzey puan ortalamalarına sahiptir. Yeterli Düzey

puan ortalamalarının üst sıralarında yer alan göstergelerin çoğu göstergebilimsel demet özelliklerine sahiptir.

Göstergebilimsel demet özellikleri yüksek olan bazı göstergeler katılımcılardan yüksek puanlar almıştır. Bu durum göstergelerin kavramın farklı özelliklerini açığa çıkarma kabiliyetinin fazla olmasıyla açıklanabilir. Berger (2005) çalışmasında, bir matematik kavramını anlamak için öğrencinin farklı aşamalar arasında hareket etmesi gerektiğini eylem oluşturmak için önceden inşa edilmiş kavramları manipüle etmesi gerektiğini savunmuştur.

- Göstergelerin kavramsal yapı oluşturmasındaki etkisine yönelik öğretmen görüşlerinin farklı dağılımlar gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır.

Göstergelerin kavramsal yapı oluşturmasındaki etkisine yönelik öğretmen görüşlerinin farklı dağılımlar göstermesi bireysel farklılıklardan kaynaklanmış olabilir. Godino ve Batanero (2003) çalışmalarında, matematiksel bir nesnenin anlamı teorik bir yapıya sahiptir ve tamamen ve bütüncül olarak tarif edilemeyeceğini, matematiksel problemleri çözmek için yapılan uygulamaların, kişisel bağlamlara göre önemli ölçüde farklılık gösterdiğini belirtmişlerdir. Bu nedenle, bu farklı bakış açılarını ve aynı matematiksel kavram üzerindeki kullanımları birbirinden ayırt etmek için göstergebilimsel ilkelere ihtiyaç olduğunu savunmuşlardır.

- Yetersiz düzey 2 göstergenin hepsi, orta düzey 5 göstergeden 4 tanesi, Peirce'in gösterge türü sınıflandırmasından hiçbirine dâhil değildir.
- Öğretmen görüşlerine göre göstergelerin, matematiksel kavramların öğretilmesinde ve öğrenilmesindeki olumlu etkisiyle görüntüsel, belirtisel ve sembolik gösterge olmaları arasında ilişki olduğu sonucuna varılabilir.
- Türkiye'de okutulan matematik ders kitabındaki bahsi geçen konulardaki 8 göstergenin kavramsal yapı oluşturmasındaki etkisine yönelik öğretmen görüşlerinin puan ortalaması 3,15' dir. Bu ortalama Orta Düzey' e karşılık gelmektedir.
- Finlandiya'da okutulan matematik ders kitabındaki bahsi geçen konulardaki 11 göstergenin kavramsal yapı oluşturmasındaki etkisine yönelik öğretmen görüşlerinin puan ortalaması 3,84 dür. Bu ortalama Yeterli Düzey' e karşılık gelmektedir.

- Kanada'da okutulan matematik ders kitabındaki bahsi geçen konulardaki 16 göstergenin kavramsal yapı oluşturmasındaki etkisine yönelik öğretmen görüşlerinin puan ortalaması 3,79 dur. Bu ortalama Yeterli Düzey' e karşılık gelmektedir.
- Türkiye'de okutulan matematik ders kitabındaki bahsi geçen konulardaki 8 göstergenin kavramsal yapı oluşturmasındaki etkisine yönelik öğretmen görüşlerinin puan ortalamasının düşük olmasının sebebi, matematik ders kitabındaki 8 göstergeden 6 tanesinin Peirce'in nesnelere göre gösterge türü sınıflandırmasına dâhil olmaması olabilir.
- Finlandiya'da okutulan matematik ders kitabındaki bahsi geçen konulardaki 11 göstergenin hemen hemen hepsi sembolik göstergeden oluşmaktadır. Bu durumun katılımcılardan kavramsal yapı oluşturmaya yönelik yeterli düzey puan almasına sebep olduğu sonucuna varılabilir.
- Kanada'da okutulan matematik ders kitabındaki bahsi geçen konulardaki 16 göstergenin hemen hemen hepsi göstergebilimsel demet özelliklerini taşımaktadır. Ancak kitapta bazı göstergeler ile sembolleştirme ve görüntüselleştirme çalışmaları çok başarılı bulunmadığından katılımcılar tarafından düşük puanlar almıştır. Bu da genel ortalamayı düşürmüştür.

Öneriler

Çalışmadan elde edilen bulgular ve sonuçlar doğrultusunda bu araştırmadan çıkan öneriler ve benzer araştırmalar yapmak isteyen araştırmacılara yönelik öneriler olmak üzere iki başlık altında verilmiştir.

Bu araştırmadan çıkan öneriler. Bu araştırma sonucunda, herhangi bir matematiksel kavramın öğretilmesinde ve öğrenilmesinde göstergebilim metodolojisinin bilimsel ilkeleri kullanılarak, eğitimde göstergebilim olarak tanımlanan edusemiotics kuramına katkısı olacağı düşünölen bazı öneriler sunulmuştur.

- Göstergesi olmayan hiçbir duygu, düşünce, kavram anlamlandırılmayacağı görüşüne göre büyük çoğunluğu soyut kavramlardan oluşan matematik konularının göstergeleri, göstergebilim eğitimi almış uzman matematik öğretmenleri tarafından üretilip, gelişime

açık, güncellenebilme özelliğine sahip olabilecek şekilde matematik öğretmenlerinin istifadesine sunulmalıdır.

- Kavramsallaştırma, anlamlandırma sürecinde gösterge etkinliklerine önem verilmeli, göstergeler öğretmenler tarafından kullanılmalı ve geliştirilmelidir. Farklı öğrenci yorumları dikkate alınarak semiosis süreci öğretmen kontrolü altında kazanımlara uygun yönlendirmelerle sürdürülmelidir.
- Anlamlandırma ve kavramsallaştırma sürecinde geliştirilecek her bir gösterge (materyal, şekil, grafik, dilsel söylem, jest, mimik, animasyon, vs.) öncelikle görüntüsel gösterge olmak üzere sırasıyla belirtisel ve sembolik gösterge özelliklerine sahip olması gerektiği önerilebilir.
- Matematik ders kitapları göstergebilimin bilimsel ilkelerine uygun olacak şekilde uzmanlar tarafından hazırlanmalıdır.
- Ders kitaplarında verilen göstergeler genelde görüntüsel göstergelerden oluşmalı ve öğrenci kavrayışına göre göstergeler arasında geçişler olabileceğinden, göstergeler göstergebilimsel demet özelliklerine uygun olacak şekilde üretilmelidir.

Benzer araştırmalar yapmak isteyen araştırmacılara yönelik öneriler.

Matematik eğitiminde göstergebilim araştırmaları çok yenidir. Bu alanda alınması gereken daha çok yol vardır. Bu araştırmanın, matematik eğitiminde göstergebilim alanında çalışma yapmak isteyen araştırmacılar için rehber olabileceği düşünülmektedir. Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre yeni araştırma önerileri aşağıda verilmiştir.

- Matematik öğretiminde kullanılan göstergelerin öğrenci görüşlerine göre göstergelerin hangi gösterge türüne ait olduğu ile ilgili araştırmalar yapılabilir. Böylece öğrenci kavrayışlarına uygun gösterge üretimine yeni bir bakış açısı getirilebilir.
- Gelecekte, öğrencilerin kavramların anlatımında kullanılan kelimeler ve bu kelimelerin farklı anlamları ile ilgili problemlerini araştıran göstergebilimsel çalışmalar yapılabilir.

- Öğrencilerin öğrenme faaliyetlerinde kâğıt, kalem, hareket, söz ve vb., ürettiği her şey, içselleştirme sürecine aracılık eder. Yani, öğrenciler farklı göstergeleri farklı yorumlarla içselleştirerek dış dünyayı öznelendirirler. Bu yorumlayıcılar, yeni göstergelerle öğrenci tarafından mutasyona uğratılmaktadır. Bu, matematiksel faaliyetlerinde yarattıkları yeni göstergelerle ortaya çıkar. Bu durumun araştırıldığı uygulamalı göstergebilimsel bir çalışma yapılabilir.
- Kişisel işaretler olarak jestler ve mimikler kavram oluşturma ve anlamlandırma sürecindeki etkisine yönelik araştırmalar yapılmıştır. Göstergebilimsel ilkelerine göre jest ve mimiklerin üretildiği veya kontrol altına alındığı çalışmalar yapılabilir.

Kaynaklar

- Alswaikh J., & Morgan C. (2013). Analyzing the palestinian school mathematics textbooks: A multimodal (multisemiotic) perspective, *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*.
- Anderson, M., Sáenz-Ludlow, A., Zellweger, S., & Cifarelli, V. (2003). Educational perspectives on mathematics as semiosis: From thinking to interpreting to knowing. *Ottawa: Legas*.
- Arslan, S. (2016). *Grafik tasarım öğretiminde göstergebilimsel çözümlemenin kullanılması: Kitap kapağı üzerine örnek çözümler* (Yüksek lisans tezi). Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Arzarello, F., Paola, D., Robutti, O., & Sabena, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 97-109.
- Bachmann Medick, D. (2011). Cultural turns: Neuorientierungen in den kulturwissenschaften. *Rowohlt Verlag GmbH*.
- Bakhtin, M. M. (1981). The dialogic imagination. Austin. TX: *University of Texas Press*.
- Bakhtin, M. M. (1984). Problems of Dostoevsky's poetics. Austin. TX: *University of Texas Press*.
- Baykul, Y. (1999). *İlköğretimde Matematik Öğretimi (1-5. Sınıflar İçin)*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Bayav, D. (2006). *Resimde göstergebilim, çocuk resimlerinin göstergebilimsel çözümlenmesi (İlköğretim 8. sınıf)* (Doktora tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Berger, M. (2010). A semiotic view of mathematical activity with a computer algebra system. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(2), 159-186.
- Berger, M. (2005). Vygotsky's theory of concept formation and mathematics education. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 153-160.

- Bergqvist, E., Bergqvist, T., Vingsle, L., Wikström Hultdin, U., & Österholm, M. (2020). How mathematical symbols and natural language are used in teachers' presentations. In *MADIF-12, The twelfth Research Seminar in Mathematics Education by SMDF, Växjö, Sweden*, 14-15.
- Campbell, C. (2019). Educating semiosis: Foundational concepts for an ecological edusemiotic. *Studies in Philosophy and Education*, 38(3), 291-317.
- Colapietro, V. M. (1993). *Glossary of semiotics*. New York, NY: Paragon House.
- Culler, JD (1986). *Ferdinand de Saussure*. Cornell Üniversitesi Yayınları.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education*, Routledge Taylor & Francis Group. Canada.
- Creswell, J. W. & Plano Clark, V. L. (2007). *Designing and conducting mixed methods research*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Çakı, C., Zorlu, Y., & Karaca, M. (2017). Türk sinemasında nazizm ideolojisi: "Kırımlı" filmi ve göstergebilimsel analizi. *Sosyoloji Konferansları - Istanbul Journal of Sociological Studies*, 56, 65-93.
- Danesi, M. (2004). Messages, signs and meanings a basic textbook in semiotics and communication. *Canadian Scholar's Press, Toronto, Ontario*.
- Danesi, M. (2010). Foreword. In I. Semetsky (Ed.), *Semiotics education experience* (pp. vii–xi). *Rotterdam: Sense Publishers*.
- Deely, J. (2001). Four ages of understanding: The first postmodern survey of philosophy from ancient times to the turn of the twenty-first century. *University of Toronto Press*.
- Deely, J., & Semetsky, I. (2017). Semiotics, edusemiotics and the culture of education. *Educational Philosophy and Theory*, 49(3), 207-219.
- Dubinsky, E. (2002). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In *Advanced mathematical thinking* (pp. 95-126). *Springer, Dordrecht*.
- Dubinsky, E., & McDonald, M. A. (2001). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level* (pp. 275-282). *Springer, Dordrecht*.

- de Almeida, L. M. W., & da Silva, K. A. P. (2018). A semiotic interpretation of the derivative concept in a textbook. *ZDM*, 50(5), 881-892.
- Duval, R. (2000). Coordination of semiotic representation registers. *On the Teaching of Linear Algebra*, 247-264.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, 61(1-2), 103-131.
- Ercantürk, O. K. (2015). *Göstergebilim açısından türkçe ders kitapları* (Doktora tezi). Çanakkale On sekiz Mart Üniversitesi, Çanakkale.
- Erkman, F. (1987). *Göstergebilime giriş*. İstanbul: Alan Yayıncılık.
- Ertekin, E. (2002). *Denklemlerin öğretimindeki hata ve yanlışların teşhisi ve alınması gereken tedbirler* (Yüksek lisans tezi). Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Erkman, F., & Akerson, F. (2005). *Göstergebilime giriş*. İstanbul : Multilingual Yayınları.
- Fatmanissa, N., & Usdiyana, D. (2019). Student difficulties in word problems of derivatives: A multisemiotic perspective. *In Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1157, No. 3, p. 032111). IOP Publishing.
- Günaydın, O. (2011). *Geometri ve cebir problemleri çözüm süreçlerinin görselleme ve göstergebilim bağlamında incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Günay, V. D., & Parsa, A. F. (Ed.). 2012. *Görsel göstergebilim: İmgenin Adlandırılması*. İstanbul: Es Yayınları.
- Godino, J. D., & Batanero, G. (2003). Semiotic functions in teaching and learning mathematics, M. Anderson, A. Sáenz-Ludlow, S. Ze llweger and V. V. Cifarelli (Eds) (2003). Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: *From Thinking to Interpreting to Knowing*, Ottawa.
- Hammill, L. (2010). The interplay of text, symbols, and graphics in mathematics education. *Transformative Dialogues: Teaching & Learning Journal*, 3(3), 1-8.
- Halliday, M. (1978). Language as social semiotic. *London: Arnold*.

- Jamani, K. J. (2011). A semiotics discourse analysis framework: Understanding meaning making in science education contexts. *Semiotics theory and applications*, 192-208.
- H., & Roth, W. M. (2007). The complementarity of a representational and an epistemological function of signs in scientific activity. *Semiotica*, 2007(164), 101-121.
- Ishibashi, I. (2018). Effectiveness of use of diagrams for teaching conditional probability from a semiotics view point. *10 th International Conference on Teaching Statistics. Kyoto, Japan*.
- Johnson, M. (1987). The body in the mind: The bodily basis of meaning. *Imagination. Reason*.
- Kaufman, J. C. (2012). Counting the muses: Development of the Kaufman domains of creativity scale (K-DOCS). *Psychology of Aesthetics, Creativity, and the Arts*, 6(4), 298.
- Kadunz, G. (2016). Diagrams as means for learning. In A. Sáenz- Ludlow & G. Kadunz (Eds.), *Semiotics as a tool for learning mathematics: How to describe the construction, visualization, and communication of mathematical concepts* (pp. 111–126). *Dordrecht: Sense Publishers*.
- Kaya, H. (2017). *Yedinci sınıf öğrencilerinin öteleme ve yansıma problemlerinde kullandıkları sürükleme türlerinin gösterebilimsel analizi* (Yüksek lisans tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Krutetskii, V.A. (1976). The psychology of mathematical abilities in school children. *Chicago: University of Chicago Press*.
- Lue, Y. T. (2014). Development of curriculum units for a basic course for calculus. *In Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014)* (p. 311).
- Livingston, E. (1986). The ethno methodological foundations of mathematics. *London, UK: Routledge & Kegan Paul*.
- Leeuwen, T., W. (2005). *Introducing social semiotics*, Routledge, Abingdon.
- Leontiev, A. N. (2014). *Activity and consciousness*.

- Lakoff, G. (2008). *Women, fire, and dangerous things: What categories reveal about the mind.* University of Chicago Press.
- Lakoff, G., & Núñez, R. E. (2000). Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being. *AMC*, 10, 12.
- Maffia, A., & Mariotti, M. A. (2020). From action to symbols: Giving meaning to the symbolic representation of the distributive law in primary school. *Educational Studies in Mathematics*, 104(1), 25-40.
- Mikhailov, FT (2001). Psikolog için "içindekiler". *Rus ve Doğu Avrupa Psikolojisi Dergisi*, 39 (1), 6-31.
- Morgan, C. (2006). What does social semiotics have to offer mathematics education research? *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 219-245.
- Morgan, C. (2012). Studying discourse implies studying equity. *In Equity in Discourse for Mathematics Education (pp. 181-192).* Springer, Dordrecht.
- Morgan, C. (2014). Understanding practices in mathematics education: Structure and text. *Educational Studies in Mathematics*, 87(2), 129-143.
- Nöth, W. (2008). Panorama da semiótica: de Platão a Peirce (Panorama of semiotics: From Plato to Peirce). *São Paulo: Annablume.*
- Núñez, R. E. (2009). Gesture, inscriptions, and abstraction: The embodied nature of mathematics or why mathematics education shouldn't leave the math untouched. *Mathematical Representation at the Interface of Body and Culture*, 309-328.
- Otte, M. (2001). Mathematical epistemology from a semiotic point of view. *Discussion Group on Semiotics at the 25th PME.*
- Özşahin, E. (2009). Karikatürlerle coğrafya öğretimi. *Marmara Coğrafya Dergisi*, (20), 101-122.
- Peirce, C. S. (1977). In C. S. Hardwick (Ed.), *Semiotic and signification: The correspondence between Charles S. Peirce and Victoria Lady Welby.* Bloomington. IL: Indiana University Press.
- Peirce, C. S. (1982). *Göstergeler kuramı: Göstergibilim.* (Çev. M. Rifat), Yazko Çeviri, S: 9, Kasım-Aralık 1982, s: 146.

- Peirce, C. S. (2005). *Semiotic: The collected papers*. São Paulo: *Perspectiva*.
- Presmeg, N. C. (2008). Trigonometric connections through a semiotic lens. *Semiotics in mathematics education: Epistemology, historicity, classroom, and culture*, 39-62.
- Presmeg, N., Radford, L., Roth, W. M., & Kadunz, G. (2016). *Semiotics in mathematics education*. Springer.
- Pham, T. (2013). Satirical depictions of the European Union, A Semiotic Analysis of Political Cartoons on the 2004 Enlargement and 2009-2012 Eurozone Debt Crisis, Centre for European Studies at Lund University, CFE Working paper series No. 49.
- Pilatin, Ü. (2016). *Ortaokul ders kitaplarındaki değerlerin göstergebilimsel açıdan incelenmesi* (Doktora tezi). Dicle Üniversitesi, Diyarbakır.
- Quay, J. (2017). Education and reasoning: Advancing a Peircean edusemiotic. In *Edusemiotics—A Handbook* (pp. 79-91). Springer, Singapore.
- Randahl, M., & Grevholm, B. (2010). Learning opportunities offered by a classical calculus textbook. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 15(2), 5-27.
- Radford, L. (2000). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: A semiotic analysis. *Educational Studies in Mathematics*, 42(3), 237-268.
- Radford, L. (2002). On heroes and the collapse of narratives: A contribution to the study of symbolic thinking. In *PME Conference* (Vol. 4, pp. 4-081).
- Radford, L. (2006). How to look at the general through the particular: Berkeley and Kant on symbolizing mathematical generality. In S. Sbaragli (Ed.), *la matematica e la sua didattica* (pp. 245–248). Roma: Carocci Faber.
- Radford, L. (2008). Diagrammatic thinking: Notes on Peirce's semiotics and epistemology. *PNA*, 3(1), 1–18.
- Radford, L., Schubring, G., & Seeger, F. (2011). Signifying and meaning making in mathematical thinking, teaching, and learning. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2-3), 149-156.
- Radford, L. (2012). On the cognitive, epistemic, and ontological roles of artifacts. In G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *from text to 'lived' resources*

- mathematics curriculum materials and teacher development (pp. 282–288).
New York: Springer.
- Radford, L. (2013). On semiotics and education. *Éducation et Didactique*, 7(1), 185-204.
- Radford, L., & Sabena, C. (2015). The question of method in a vygotskian semiotic approach. In *Approaches to qualitative research in mathematics education* (pp.157-182). *Springer, Dordrecht.*
- Rifat, M. (1982). *Genel göstergebilim sorunları: Kuram ve uygulama*. Alaz Yayınları.
- Rifat, M. (2009). *Göstergebilimin ABC'si*. İstanbul: Say Yayınları.
- Rifat, M. (2017). *XX. Yüzyılda dilbilim ve göstergebilim kuramları-1*. Yapı Kredi Kültür Sanat Yayıncılık.
- Roth, W. M., & Bowen, G. M. (2001). Professionals read graphs: A semiotic analysis. *Journal for Research in mathematics Education*, 159-194.
- Roth, W. M. (2008). The dawning of signs in graph interpretation. *Semiotics in Mathematics Education*, 83-102.
- Roth, W. M. (2013). An integrated theory of thinking and speaking that draws on Vygotsky and Bakhtin/Vološinov. *Dialogic Pedagogy: An International Online Journal*, 1.
- Roth, W. M. (2015). *Concrete human psychology*. *Routledge.*
- Sáenz-Ludlow, A., & Presmeg, N. (2006). Guest editorial: Semiotic perspectives on learning mathematics and communicating mathematically. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1/2), 1-10.
- Sáenz-Ludlow, A., & Kadunz, G. (2016). Constructing knowledge seen as a semiotic activity. In *semiotics as a tool for learning mathematics* (pp. 1-21). *Sense Publishers, Rotterdam.*
- Sáenz-Ludlow, A., & Zellweger, S. (2016). Classroom mathematical activity when it is seen as an inter intra double semiotic process of interpretation. In *Semiotics as a tool for learning mathematics* (pp. 43-66). *Sense Publishers, Rotterdam.*
- Sebeok, A. T. (1994). *An introduction to semiotics*. *London: Pinter Publishers.*

- Semetsky, I. (2007). Take five: Visions of Deely. *The Semiotic Review of Books*, 17(2), 8–11.
- Semetsky, I. (Ed.). (2010). Semiotics education experience, nöth, winfried, the semiotics of teaching and the teaching of semiotics. *Rotherdam: Sense Puplichers*.
- Semetsky, I. (2013). The edusemiotics of images: Essays on the art~ science of Tarot. *Brill Sense*.
- Semetsky, I., & Stables, A. (Eds.). (2014). Pedagogy and edusemiotics: Theoretical challenges/practical opportunities (Vol. 62). *Springer*.
- Semetsky, I. (Ed.). (2016). *Edusemiotics—a handbook*. Springer.
- Semetsky, I., & Campbell, C. (2018). Semiotics and/as Education: An Interview with Inna Semetsky. *Chinese Semiotic Studies* 14 (1). 121–128.
- Shapiro, B. (2016). Structures that teach: Using a semiotic framework to study the environmental messages of learning. *Settings, Eco Thinking*, 1.
- Stables, A., & Gough, S. (2006). Towards a semiotic theory of choice and of learning, *Educational Theory, Volume 56 Number 3*.
- Steinbring, H. (2006). What makes a sign a mathematical sign?—An epistemological perspective on mathematical interaction. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 133-162.
- Schreiber, C. (2006). Die Peirce'sche Zeichentriade zur Analyse mathematischer Chat-Kommunikation. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 27(3-4), 240-264.
- Tall, D. (2004). Building theories: The three worlds of mathematics. *For the learning of mathematics*, 24(1), 29-32.
- Tall, D. (2008). The transition to formal thinking in mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 20(2), 5-24.
- Tall, D. (2013). How humans learn to think mathematically: *Exploring the three worlds of mathematics*. Cambridge University Press.
- Türkoğlu, N. (2003). *Kitle iletişimi ve kültür*. İstanbul: Naos Yayınları.

URL1:

http://www.meb.gov.tr/Ders_Kitaplari/2012/OrtaOgretim/OzelSektor/Matematik_9_DIKEY.pdf adresinden erişilmiştir.

URL 2: <http://primayk.mayk.fi/images/8/89/MAA1-2014-08-21.pdf> adresinden erişilmiştir.

URL 3: <https://school.nelson.com/principles-of-mathematics-9-student-success-workbook/> adresinden erişilmiştir.

Voloshinov, V. N. (1973). *Marxism and the philosophy of language*. New York: Seminar Press.

Vygotsky, L. S. (1929). II. The problem of the cultural development of the child. *The Pedagogical Seminary and Journal of Genetic Psychology*, 36(3), 415-434.

Vygotsky, L. S. (1987). *The collected works of L. S. Vygotsky, vol. 1: Problems of general psychology*. New York, NY: Springer.

Vygotsky, L. (1997). *Collected works (Vol. 3)*. New York: Plenum.

Wright, J., & Forrest, G. (2007). A social semiotic analysis of knowledge construction and games centered approaches to teaching. *Physical Education and Sport Pedagogy*, 12(3), 273-287.

Wittgenstein, L. (1997). *Philosophical Investigations/Philosophize Untersuchungen* (2nd ed.). Oxford, UK: Blackwell. (First published in 1953).

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. bs.). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yüksel, M. (1998). *Sanat ürününe katılan görsel nesnelerin göstergebilim teorisiyle çözümlenışı* (Sanatta yeterlik tezi), Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Yumin, C. (2009). *Interpersonal meaning in textbooks for teaching english as a foreign language in china: A Multimodal Approach* (Doctoral dissertation). Department of Linguistics University of Sydney, Australia.

**EK-A: Ortak Konulardaki Göstergeleri Değerlendirmeye Yönelik Öğretmen
Görüşü Formu**

**ORTAK KONULARDAKİ GÖSTERGELERİ DEĞERLENDİRMEYE YÖNELİK
ÖĞRETMEN GÖRÜŞLERİ FORMU**

Değerli Meslektaşım,

Bu veri toplama aracı, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı'nda Prof. Dr. Necla Turanlı danışmanlığında yürütülmekte olan doktora tez çalışmamın verilerini toplamak amacıyla hazırlanmıştır. İlk olarak sizi tanımaya yönelik dört adet demografik sorular sorulmuştur. Sonrasında ise 35 adet göstergeden oluşan öğretmen görüşleri formunu doldurmanız istenmektedir. Bu formda çalışmamıza konu olan kitaplardaki Doğal sayılar, Tam Sayılar, Rasyonel Sayılar, Üslü Sayılar, Köklü Sayılar ve Fonksiyon konularının öğretilmesinde, öğrenilmesinde ve kavramsal bir yapı oluşturmasında sunulan göstergelerin (fotoğrafların, resimlerin, şekillerin vb.) faydalı olup olmayacağı belirlenmeye çalışılmaktadır. Bu konudaki görüşlerinizi **Hiç Katılmıyorum, Katılmıyorum, Kararsızım, Katılıyorum, Tamamen Katılıyorum** seçeneklerinden birini işaretleyerek belirtiniz.

Göstermiş olduğunuz ilgi, ayırdığınız zaman ve araştırmaya katkılarınız için teşekkür ederim.

1.Cinsiyetiniz nedir?

Kadın Erkek

2. Hangi Fakülte-Programdan mezun oldunuz?

Eğitim Fak.-Mat. Öğretmenliği Eğitim Fak.- İlköğretim Mat. Öğretmenliği.
 Fen-Edebiyat Fak.- Matematik Bölümü Diğer (Lütfen belirtiniz).....

3. Öğrenim durumunuz nedir?

Lisans Yüksek Lisans Doktora

4. Kaç yıldır matematik öğretmenliği yapıyorsunuz?

1-5 Yıl 6-10 Yıl 11-15 Yıl 16 Yıl ve üstü

DOĞAL SAYILAR

Doğal Sayılar konusunun öğretilmesinde, öğrenilmesinde veya kavramsal bir yapı oluşturmasında aşağıdaki göstergelerin faydalı olacağı konusundaki görüşünüzü, **Hiç Katılmıyorum, Katılmıyorum, Kararsızım, Katılıyorum, Tamamen Katılıyorum** seçeneklerinden birini işaretleyerek belirtiniz.

GÖSTERGE 1



Hangi yılda doğduğunuzu, en son okuduğunuz kitabın sayfa sayısını ve okulunuzdaki öğrenci sayısını karşınızdakine anlatmanız isteniyor. Fakat bunu anlatırken hiçbir sayı kullanmamanız da bekleniyor. Kendinizi doğru bir şekilde ifade edebilir misiniz?

- ✓ Doğal sayıların hayatımızdaki yeri hakkında ne düşünüyorsunuz?

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 2

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Doğal sayılar kümesinin gösterimi

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

TAM SAYILAR

Tam Sayılar konusunun öğretilmesinde, öğrenilmesinde veya kavramsal bir yapı oluşturmasında aşağıdaki göstergelerin faydalı olacağı konusundaki görüşünüzü, **Hiç Katılmıyorum, Katılmıyorum, Kararsızım, Katılıyorum, Tamamen Katılıyorum** seçeneklerinden birini işaretleyerek belirtiniz.

GÖSTERGE 3



Everest Tepesi, 8884 metreye ulaşan yüksekliği ile Dünya'nın en yüksek noktasıdır. Nepal ve Çin arasında bulunan bu tepe, Himalaya Dağları üzerinde ve Nepal ülke sınırları içinde yer alır. Buna karşın; okyanusların en derin noktası, Pasifik Okyanusu'nda, Guam Adası'nın güneybatı tarafındaki Mariana Çukuru 'dur (Filipin Çukuru). Derinliği tam 11 033 metre olup suya atılan bir kilogram kütledeki bir cismin Mariana Çukuru'na ulaşması tam bir saat sürer.

- ✓ Everest Tepesi'nin yüksekliğini + 8884 m olarak gösterirsek, Filipin Çukuru'nun derinliğini nasıl ifade edersiniz?

✓ Sadece doğal sayıların elemanları $8 + x = 3$ denkleminin çözümü için yeterli midir? Nedenini açıklayınız.

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

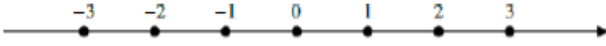
GÖSTERGE 4

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$$

Tam sayılar kümesinin gösterimi

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 5



Sayı doğrusu gösterimi

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

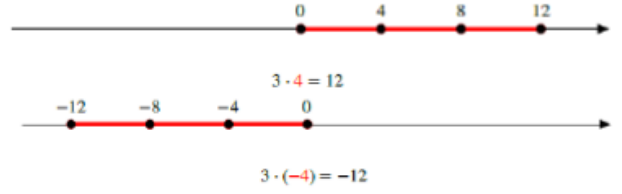
GÖSTERGE 6



Tam sayılarda toplama ve çıkarma işleminin gösterimi

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

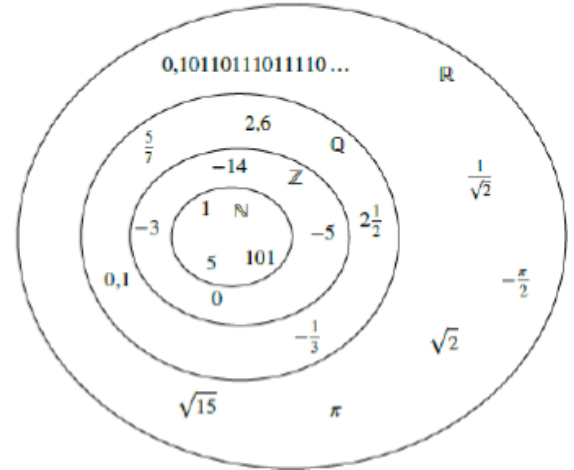
GÖSTERGE 7



Tam sayılarda çarpma işleminin gösterimi

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 8



\mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} ve \mathbb{R} kümeleri iç içe geçmiştir. Tüm doğal sayılar aynı zamanda tam sayılardır. Tüm tam sayılar da rasyonel sayılardır ve tüm rasyonel sayılar da ayrıca gerçek sayılardır.

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

RASYONEL SAYILAR

Rasyonel Sayılar konusunun öğretilmesinde, öğretilmesinde veya kavramsal bir yapı oluşturulmasında aşağıdaki göstergelerin faydalı olacağı konusundaki görüşünüzü, **Hiç Katılmıyorum, Katılmıyorum, Kararsızım, Katılıyorum, Tamamen Katılıyorum** seçeneklerinden birini işaretleyerek belirtiniz.

GÖSTERGE 9



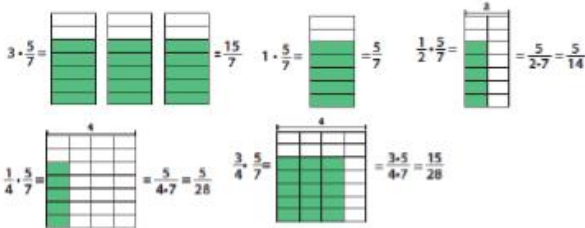
Mozzarella pizzası altıya, salam pizzası da dört eşit dilime ayrılır. Minttu iki dilim mozzarella pizzası ve bir dilim salamlı pizza alır. Vesa iki dilim salamlı pizza alıyor. Her iki pizza da aynı boyda ise kim daha fazla pizza alır?

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 10

$\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ ($b \neq 0$ ve $d \neq 0$) kesirlerinin çarpımı, sayıların pay ve paydaları ile çarpılarak hesaplanır:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$



Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 11

ÖRNEK

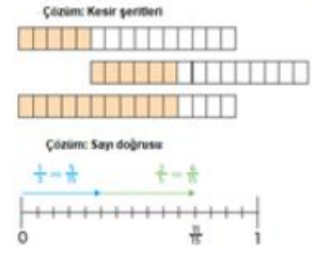
$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$$

Çözüm: Ortak payda

$$= \frac{1 \times 5}{3 \times 5} + \frac{2 \times 3}{5 \times 3}$$

$$= \frac{5}{15} + \frac{6}{15}$$

$$= \frac{11}{15}$$



Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 12

ÖRNEK

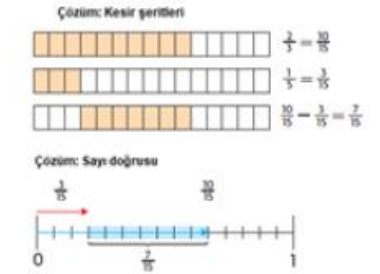
$$\frac{2}{3} - \frac{1}{5}$$

Çözüm: Ortak payda

$$= \frac{2 \times 5}{3 \times 5} - \frac{1 \times 3}{5 \times 3}$$

$$= \frac{10}{15} - \frac{3}{15}$$

$$= \frac{7}{15}$$



Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 13



Kadınbudu köfte:

- $\frac{1}{2}$ kg yağsız koyun veya dana kıyması, $\frac{1}{2}$ su bardağı pirinç
- 3 adet yumurta ve 1 adet yumurtanın akı, $\frac{3}{8}$ büyük soğan
- $\frac{1}{2}$ demet maydanoz, Tuz Karabiber, $\frac{1}{2}$ su bardağı kızartma yağı
- $\frac{3}{8}$ çay bardağı un

✓ Yukarıda kadınbudu köfte yapmak için gerekli olan malzemeler verilmiştir.

Kesirli sayılar olmasaydı bu yemek tarifi verilirken ne gibi güçlüklerle karşılaşılırdı?

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

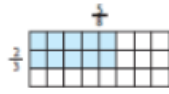
GÖSTERGE 14

$$\frac{5}{8} \times \frac{2}{3}$$

Çözüm: Çarpma

$$\begin{aligned} &= \frac{5 \times 2}{8 \times 3} \\ &= \frac{10}{24} \\ &= \frac{5}{12} \end{aligned}$$

Çözüm: Alan modeli



Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 15

Örnek: Tam sayılı kesirleri toplamak için bir strateji seçin

Toronto'dan Roma'ya seyahat etmek için uçakla zamanı hesaplayın.

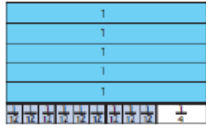
Alisa'nın çözümü: Eşdeğer bölmeler içeren bir strateji kullanma

$$5\frac{3}{4} + 2\frac{1}{3}$$

8 saat ile 9 saat arasında olacağını tahmin ettim. Çünkü $5 + 2 = 7$ ve $\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$ 1'den fazla, 2'den az.

$$= 5\frac{9}{12} + 2\frac{4}{12}$$

Kesirleri toplarken ortak bir paydaya ihtiyacım olduğunu biliyordum. 3 ve 4'ün en küçük ortak katı olan 12'yi seçtim.



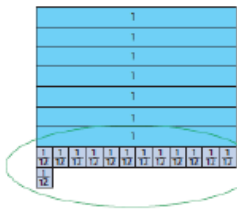
$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} \text{ ve } \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

kesirlerini belirlemek için kesir şeritlerini seçtim.



$$= 7\frac{13}{12}$$

Bütün parçaları ekledim ve sonra onikide bir parçaları ekledim.



13 onikide bir parçalar aynıydı. Böylece 1 bütün ve 1 onikide bir parça elde edildi. Toplamda 8 bütün ve onikide bir parça elde edildi.

$$= 7 + 1\frac{1}{12}$$

$$= 8\frac{1}{12}$$

$8\frac{1}{12}$ tahminim arasındaydı bu yüzden cevabım makul oldu.

Böylece seyahatimiz $8\frac{1}{12}$ saat sürecek

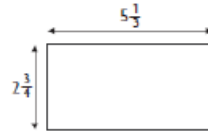
Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 16

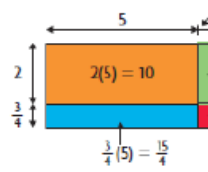
Örnek: Bir çarpma işlemi için bir strateji seçin

$$2\frac{3}{4} \times 5\frac{1}{3} \text{ işlemi hesaplayınız.}$$

Tina'nın çözümü: Bir alan modeli kullanarak işlem yapmak.



$5\frac{1}{3}$ uzunluğunda ve $2\frac{3}{4}$ genişliğinde bir dikdörtgen düşündüm.



Büyük dikdörtgeni 4 bölüm halinde gösterdim. Bu küçük dikdörtgenlerin her birinin boyutları, çarpımdaki her tam sayılı kesrin tam sayısı ve kesir kısmıydı. Alanları bulmak için her dikdörtgenin boyutlarını çarpım.

$$= 10 + \frac{15}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

Toplam alanı bulmak için küçük dikdörtgenlerin alanlarını topladım.

$$= 10 + 3\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

$$= 10 + 3 + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{3}$$

$$= 13 + 1 + \frac{2}{3}$$

$$= 14\frac{2}{3}$$

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

ÜSLÜ SAYILAR

Üslü Sayılar konusunun öğretilmesinde, öğrenilmesinde veya kavramsal bir yapı oluşturmada aşağıdaki göstergelerin faydalı olacağı konusundaki görüşünüzü, **Hiç Katılmıyorum**, **Katılmıyorum**, **Kararsızım**, **Katılıyorum**, **Tamamen Katılıyorum** seçeneklerinden birini işaretleyerek belirtiniz.

GÖSTERGE 17



Merkür, Güneş'e uzaklığı yaklaşık $46 \cdot 10^6$ ile $7 \cdot 10^7$ km arasında değişen oldukça eliptik bir yörünge izler. Plüton'dan sonra Güneş sisteminin gezegenleri arasında gözlenen en yüksek dış merkezlik değerine sahip bu yörünge, milyonlarca yıllık bir çevrim içinde zaman zaman daha da basıklaşarak dış merkezlik derecesinin günümüzdeki 0,21 den 0,5 düzeyine yükseldiği sanılmaktadır.

- ✓ Yukarıdaki metinde uzaklıkları üslü sayıları kullanmadan ifade edebilir misiniz?
- ✓ Üslü sayıları kullanmak günlük yaşamda bize ne gibi kolaylıklar sağlamaktadır?

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 18

Kağıt Katlama



Toni bir parça kağıdı ikiye katlar. Bunu birçok kez yapıyor. Kağıdı açtığında katlama çizgileri tarafından oluşturulan birçok bölüm var.

7 Toni kağıdı 12 defa katlarsa, kaç bölüm oluşur?

- Kağıdı ikiye katlayın. Şimdi onu açın. Kağıtta kaç bölüm oluştu? Kağıdı tekrar katlayın.
- Kağıdı tekrar ikiye katlayın. Şu anda kaç bölüm var açın mı? Kağıdı tekrar katlayın.
- B bölümünü olabildiğince tekrarlamaya devam edin. Her yeni katlamadan sonra, kağıdı açın ve yeniden katlamadan önce toplam bölüm sayısını aşağıdaki gibi bir tabloya kaydedin.

Katlama Sayısı	Bölüm Sayısı
0	1
1	
2	
3	

- Katlama sayısı ile bölüm sayısı arasındaki ilişkiyi tanımlamak için cebirsel bir ifade yazın.
- Kağıt 12 kez katlanabiliyorsa bölüm sayısını tahmin etmek için bu cebirsel ifadeyi kullanın.

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 19

AMAÇ

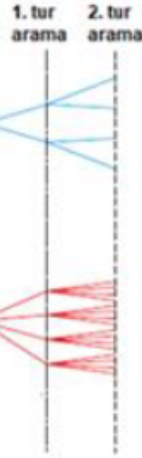
Bir üslü sayının üssünü içeren ifadeleri basitleştiriniz.

Matematik Hakkında Bilgi Edinin



Sue'nin planı

Joe'nin planı



Sue ve Joe okul resim günü için arkadaşlarına haber vermek istiyorlar. Sue 2 kişiyi aramayı ve her aradığı kişilerin de 2 kişiyi aramasını öneriyor. Joe ise 4 kişiyi aramayı ve her aradığı kişilerin de 4 kişiyi aramasını öneriyor. Joe, benim planım ile 4. turda aranan kişilerle Sue'in planına göre 8. turda aranan kişilerin aynı sayıda olacağını söylüyor. Acaba Joe doğru mu söylüyor?

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 20

AMAÇ

Benzeri terimleri ekleyin ve çıkarın.

Matematik Hakkında Bilgi Edinin

pozitif (+) fayanslar

negatif (-) fayanslar

x

x^2

$-x$

$-x^2$

y

y^2

$-y$

$-y^2$

1

xy

-1

$-xy$

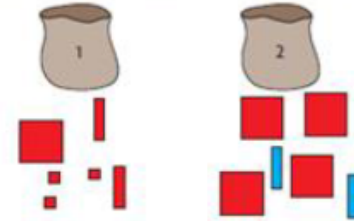
Bir sınıfta cebirsel fayanslarıyla oyun oynanmaktadır. Bir oyuncu iki poşet alır. Bu poşetlerin her birinde rasgele seçilmiş altı adet yukarıdaki şekilde tanımlanmış cebir fayansları vardır. Pozitif fayanslar kırmızı, negatif fayanslar ise mavi renkle gösterilmiştir. Oyuncu kural olarak hiç fayans kullanmayabilir ya da poşetlerdeki cebir fayanslarını toplayabilir veya çıkarabilir. Oyunun amacı en az sayıda fayans elde etmektir. Oyunu kazanmak için fayansları eklemeniz veya çıkarmanız gerektiğine nasıl karar verebilirsiniz?

❓ Eklemeniz veya çıkarmanız gerektiğine nasıl karar verebilirsiniz?

ÖRNEK

Bir işlemi temsil etmek için somut bir model kullanma

Farrell ve Peter, torbalarna aşağıdaki fayansları aldı.



En az sayıda fayans elde etmek için eklemeli veya çıkarmalı mı?

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 21

Farrell'in Çözümü: Cebir fayansları kullanarak toplamı temsil etme ve basitleştirme

İki torbadaki cebir fayanslarını aldım. Benzer terimleri birleştirerek eklemeye karar verdim.

Ekle (+)

Hesaplamalıyım
 $(x^2 + 2x + 3) + (4x^2 - 2x)$

Pozitif ve negatif x fayansların, sıfır tamsayısı kullanarak tam tersi tamsayılar olduğu gibi birleştirilebileceğini düşündüm. Yani, iki pozitif x fayansını iki negatif x fayansıyla eşleştirdim ve kaldırdım.

Ekle (+)

5 x^2 fayansları ve 3 adet birim fayans kalmış. x^2 fayansları ile birim fayanslarını birleştiremedim onlar farklı şeylerdi.

İkisini ekleyerek elde ettiğim ifade polinomları $5x^2 + 3$ dir ve 8 fayans kullanır.

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 22

Peter'in Çözümü: Cebir fayanslarını kullanarak fark işlemi temsil etme ve basitleştirme

Birinci torbadaki fayanslardan ikinci torbadaki fayansları çıkarmaya karar verdim.

çıkarma (-)

Farkı ve bu farkı temsil etmek için kaç fayans alacağımı bulmam gerekiyordu.

Hesaplamalıyım
 $(x^2 + 2x + 3) - (4x^2 - 2x)$

Çıkarmak için, tıpkı tamsayılarla yaptığım gibi, ikinci torbadaki her fayansın zıt işaretlisini ekledim. Kırmızı fayansları mavi fayanslarla, mavi fayansları kırmızı fayanslarla değiştirip ekledim.
 $4x^2$ nin zıt işaretlisi $-4x^2$ dir.
 $(-2x)$ in zıt işaretlisi $2x$ dir.

toplama (+)

Tamsayılar olduğu gibi sıfır prensibini kullanarak bir x^2 fayansını ve negatif bir $-x^2$ fayansını ortadan kaldırdığımı gördüm. Daha sonra aynı renkteki uyumlu fayansları bir araya getirdim.

toplama (+)

$1 + (-4) = (-3)$, olduğundan
 $x^2 + (-4x^2) = -3x^2$.
 $2 + 2 = 4$, olduğundan
 $2x + 2x = 4x$.

3 negatif $-x^2$ fayansı, 4 x fayans ve 3 birim fayans gördüm ve saydım.

Çıkarma işlemi sonucunda elde ettiğim ifade $-3x^2 + 4x + 3$ tür burada 10 fayans vardır. Çıkarma, toplama işleminden daha fazla fayansla sonuçlandı, bu yüzden toplama kullanmalıyım.

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 23

AMAÇ

Polinomlarda dağılıma özelliğini uygulayın.

Matematik Hakkında Bilgi Edinin

Judy'den $3(2x + 4)$ çarpım sonucunun belirlenmesi istendi.

? Judy, çarpımın sonucunu bulmak için bu işlemi nasıl düşünebilir?



Örnek Bir tam sayının bir polinomla çarpılması

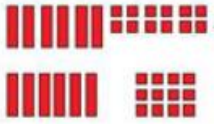
$3(2x + 4)$ çarpımı yapın.

Judy'nin Çözümü: Cebir fayansları kullanarak çarpımı modellemek



Bir sayıyı 3 ile çarpmanın, bu sayının 3 kopyasını eklemekle aynı olduğunu biliyordum. Cebir fayansları kullanarak aynı tekrarlanan ekleme stratejisini göstermeye karar verdim.

$2x + 4$ ifadesini 3 set göstermek için Yeterince cebir fayansını topladım.



2 x fayans 3 set ve 4 birim fayans 3 set vardı. Bu 6 x fayans ve 12 birim fayans vardır demektir.

$$3(2x + 4) = 6x + 12$$

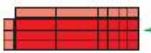
Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 24

Tamara'nın Çözümü: Çarpımı bir alan modeli ile göstermek



Bir dikdörtgenin alanının uzunluğunun ile genişliğinin bir çarpımı olduğunu biliyordum. $2x + 4$ uzunluğunu ve dikdörtgenin genişliğini temsil etmek için cebir fayansları kullandım.



Dikdörtgen içindeki alanı, her biriyle eşleşen cebir fayansları/ya doldurdum.

$$\begin{aligned} 3(2x + 4) &= 3(2x) + 3(4) \\ &= 6x + 12 \end{aligned}$$

Dikdörtgenin iç kısmında 3 sıra fayans vardı. Her sıra 2 adet fayans ve 4 adet fayans içermektedir. 6 x fayans ve 12 birim fayansla alan tamamen dolduruldu.

Sue'nun Çözümü: Şemayı kullanarak çarpımı temsil etmek



Faktörlerin, bölümlere ayrılmış bir dikdörtgenin uzunluğu ve genişliği olduğunu hayal ettim. Her bölümün alanını ayrı ayrı hesapladım ve toplam alanı elde etmek için bunları ekledim. Toplam alan $6x + 12$ idi.

$$\begin{aligned} 3(2x + 4) &= 3(2x) + 3(4) \\ &= 6x + 12 \end{aligned}$$

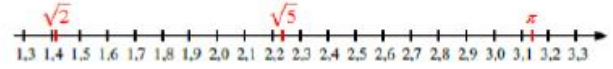
3 satırlık bölüm olduğunu ve her satırın x alanlı 2 bölüm ve 1 alanlı 4 bölüm olduğunu fark ettim.

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

KÖKLÜ SAYILAR

Köklü Sayılar konusunun öğretilmesinde, öğrenilmesinde veya kavramsal bir yapı oluşturmasında aşağıdaki göstergelerin faydalı olacağı konusundaki görüşünüzü, **Hiç Katılmıyorum, Katılmıyorum, Kararsızım, Katılıyorum, Tamamen Katılıyorum** seçeneklerinden birini işaretleyerek belirtiniz.

GÖSTERGE 25



Köklü sayıların sayı doğrusu üzerinde gösterimi

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

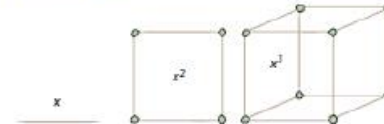
GÖSTERGE 26

SIK SORULAN SORULAR

Q: Üslüleri ve karekökleri temsil etmek için modelleri nasıl kullanabilirsiniz?

A1: Örneğin, x değişkenini temsil etmek için bir çizgi parçası çizebilirsiniz. Daha sonra x^2 ve x^3 temsil etmek için kullanabilirsiniz.

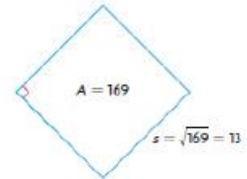
ÖRNEK



A2: x^2 karenin alanını temsil ediyorsa, $\sqrt{x^2}$ karenin kenar uzunluğunu temsil eder. Onlar birbirlerinin ters işlemleridir.

ÖRNEK

$$13^2 = 169; \sqrt{169} = 13.$$



Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 27

ÖRNEK Kareler ile kareköklerin bağlanması

Bir kare duvar karosu 116 cm^2 bir alana sahiptir. Karenin kenar uzunluğunu iki ondalık basamağa kadar belirleyin.



Jesselina'nın Çözümü

$$\text{Area} = 116 \text{ cm}^2$$

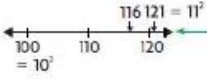
$$l^2 = 116$$

$$10^2 = 10 \times 10$$

$$= 100$$

$$11^2 = 11 \times 11$$

$$= 121$$



$$\sqrt{116} \approx 10.77$$

Karının kenar uzunluğu yaklaşık 10.77 cm dir.

Bir karenin alanının, kenar uzunluğu "l" ise kendisiyle çarpılarak hesaplandığını biliyordum.

10 'nun karesinin 100 ve 11 'in karesinin 121 olduğunu biliyordum. Dolayısıyla, bir kenarın 10 ile 11 cm arasında olduğunu biliyordum.

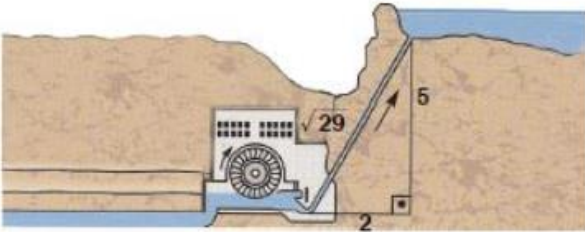
116 , 121 'e 100 'den biraz daha yakın, bu yüzden cevabın 10.5 ile 11 arasında olduğunu düşündüm.

Kenar uzunluğu bulmak yani 116 'nın karekökünü belirlemek için hesap makinemi kullandım. Çünkü bu kare alma işleminin ters işlemidir.

Sonucu iki ondalık basamağa yuvarladım.

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 28



Şekilde yer altında çalışan bir su pompası vardır. Su pompası ile belirlenen bölgedeki suyun çekilebilmesi için ne kadar borunun uzatılması gerektiği hesaplanabilir.

✓ $\sqrt{29}$ sayısı bugüne kadar öğrendiğimiz sayı kümelerinden hangisine dahildir?

✓ $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{29}$... gibi sayılar ile şimdiye kadar öğrendiğimiz en geniş sayı kümesi olan rasyonel sayılar kümesinin birleşimi, tüm sayı doğrusunu oluşturur mu (rasyonel sayılar sayı doğrusunu doldurmadığını hatırlayınız.)?

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

FONKSİYONLAR

Fonksiyonlar konusunun öğretilmesinde, öğrenilmesinde veya kavramsal bir yapı oluşturmasında aşağıdaki göstergelerin faydalı olacağı konusundaki görüşünüzü, **Hiç Katılmıyorum, Katılmıyorum, Kararsızım, Katılıyorum, Tamamen Katılıyorum** seçeneklerinden birini işaretleyerek belirtiniz.

GÖSTERGE 29



Fabrikalar mevcut ham maddeyi işleyerek yeni bir ürüne dönüştürür. Sandelye üreten bir fabrikada ham maddeler çeşitli metaller ve döşemelik malzemelerdir.

✓ Ham maddenin tamamı işlenmezse fabrika işlevini yerine getirmiş olur mu?
✓ Tek bir malzemenin farklı iki ürünün yapımında kullanılması söz konusu olabilir mi?

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 30

Matematik Uygulaması

ÖRNEK İlişki içeren bir problemi çözme

2,5 cm kenar uzunluğunda bir küpün hacmini belirleyin.

Andrea'nın Çözümü: Bir değeri tahmin etmek için grafik kullanma

Küpün bir kenar uzunluğu (cm)	Küpün hacmi cm^3
1.0	$1 \times 1 \times 1 = 1^3 = 1$
2.0	$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$
3.0	$3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$

Kenar uzunlukları ve hacimler tablosu yaptım. Hacmi hesaplamak için kenar uzunluklarını kullandım.



İlişkiyi çizdim. Bu veri seti sürekli, bu yüzden noktaları düz bir çizgiyle birleştirdim.

Bilinen iki değer arasındaki bir değeri tahmin ettim. Yatay ekseninde 2.5 cm'den grafiğe bir çizgi çizdim.

Bu noktadan dikey eksene bir çizgi çizdim.

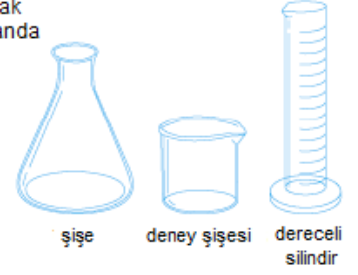
Hacim yaklaşık 15 cm^3 tür.
Tahminim baştan beri makul görünüyor.
 $2.5 \times 2.5 \times 2.5$ çarpımın sonucu gerçek hacmi verir. O da 15.625 cm^3 tür.

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

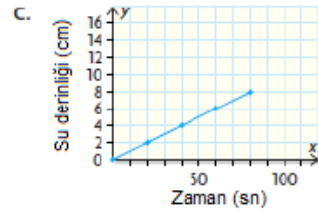
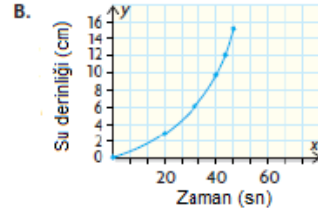
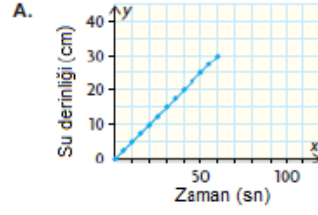
GÖSTERGE 31

ÖRNEK Bir grafiği bir durumla ilişkilendirmek için akıl yürütme

Bu kapların her birini doldurmak için bir musluktan sabit bir oranda akan musluk suyunun kullanıldığını varsayalım.



Aşağıdaki grafiklerin her birini uygun kaplarla eşleştirin. Seçiminizi doğrulayın.

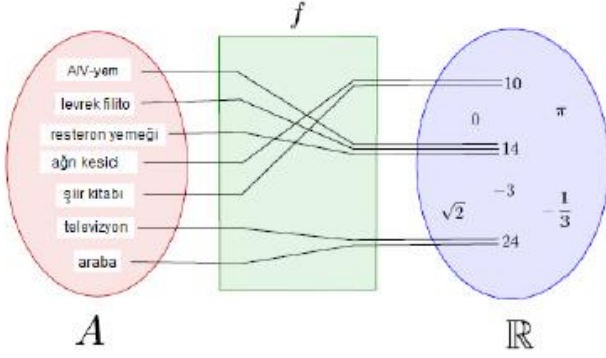


Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 32

Mal ile ödenecek KDV arasındaki ilişki bir fonksiyonla tanımlanabilir. Fonksiyonun tanım kümesi olarak $A = \{\text{levrek filetosu, AIV yem, araba, şiiir kitabı, restoran yemeği, ağrı kesici, televizyon}\}$ ve değer kümesi olarak gerçek sayılar seçin. Bu fonksiyonu f ile gösterelim, burada $f : A \rightarrow \mathbb{R}$. Örneğin, fonksiyon her mal için bir KDV ödeyebilir:

$$f(\text{ağrı kesici}) = 10 \text{ ve } f(\text{televizyon}) = 24.$$



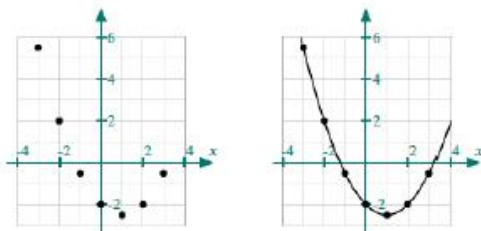
Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 33

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 2$ polinom fonksiyonunun grafiğini çizelim.

Önce $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 2$ fonksiyonunun bazı değerlerini hesaplayalım ve karşılık gelen noktaları koordinat sisteminde çizelim. Son olarak, noktalar arasından geçen bir grafik çizelim.

x	f(x)
-3	5,5
-2	2,0
-1	-0,5
0	-2,0
1	-2,5
2	-2,0
3	-0,5



Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 34



Dut pekmezi, doktorların başta kansızlık olmak üzere birçok hastalığın tedavisinde hastalarına tavsiye ettiği besinlerdendir. Daha çok doğuda üretilen ve tüketilen bir besindir. Dut pekmezi yapılırken belli bir miktar dut önce "şıra" ya (dut suyu) daha sonra belli bir işlem den geçirilerek pekmeze dönüşür. Yaklaşık 70 kg dut önce 50 kg şıraya daha sonra 20 kg pekmeze dönüşür.

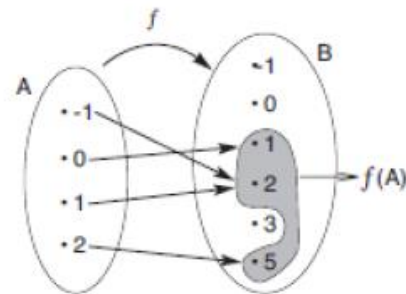
✓ Dut-şıra ve şıra-pekmez bağıntılarını kullanarak dut-pekmez arasındaki ilişkiyi fonksiyon olarak ifade edebilir misiniz?

✓ $f(\text{dut}) = \text{şıra}$, $g(\text{şıra}) = \text{pekmez}$ olarak tanımlanırsa girdisi dut, çıktısı pekmez olan fonksiyonu f ve g cinsinden yazabilir misiniz?

Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

GÖSTERGE 35

Örnek: $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ve $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 5\}$ kümeleri için $f: A \rightarrow B$, $x \rightarrow x^2 + 1$ bağıntısı veriliyor. Buna göre; $f(A)$ görüntü kümesini liste biçiminde yazıp şema ile gösteriniz.



Hiç Katılmıyorum	Katılmıyorum	Kararsızım	Katılıyorum	Tamamen Katılıyorum

**EK-B: Ortak Konulardaki Göstergelerin Sınıflandırılmasına Yönelik Uzman
Görüşü Formu**

**ORTAK KONULARDAKİ GÖSTERGELERİN SINIFLANDIRILMASINA
YÖNELİK UZMAN GÖRÜŞÜ FORMU**

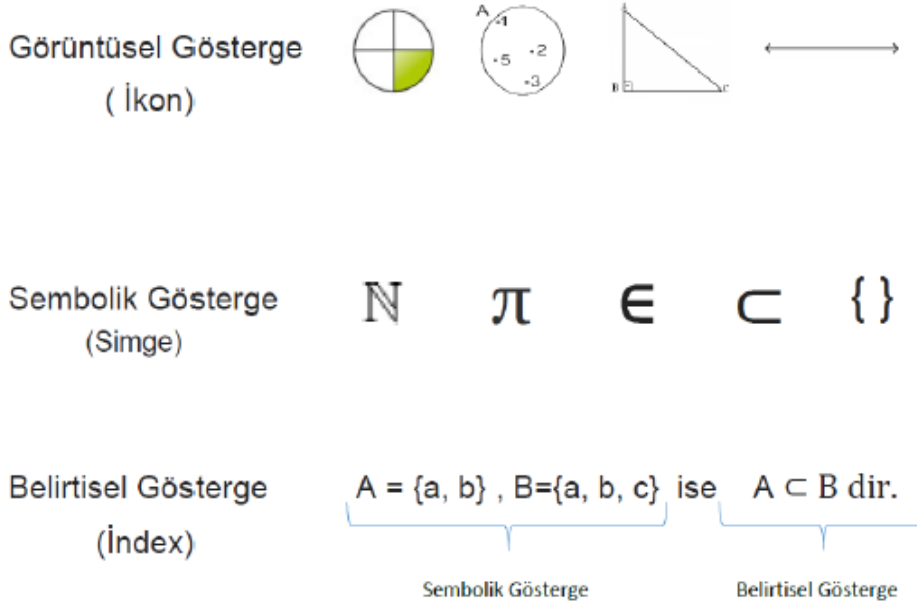
Görüntüsel (İkonik) Gösterge: Bir görüntüsel gösterge belirttiği nesne var olmasa bile kendisini anlamlı kılan özelliği içeren bir göstergedir. Görüntüsel gösterge (ikon) nesnesine benzemesi açısından nedenlidir. İletişim amacıyla yaratılmıştır. Örneğin fotoğraf tam bir görüntüsel göstergedir. Ama bunun yanı sıra basit bir plan çizimi de görüntüsel göstergedir. "Görüntüsel gösterge, bize gönderim nesnesini çağrıştırmak için, benzerlik alanında yeterli ipuçları taşıyan göstergedir. Unutmayalım ki, dünyadaki nesnelere algılamak de tüm ayrıntıları algılayamayız, belli ana çizgiler bizde o nesnenin çağrışımının oluşmasına (yani nesnenin ne olduğunu anlamamıza) yeter. İşte görüntüsel gösterge, bu asgari ana çizgiler aracılığıyla kurduğu benzerlik sayesinde nesnesini yansıtır" (Rıfat, 1982). Kısacası görüntüsel (İkonik) gösterge benzerlik ilişkisinden dolayı nesnenin yerini tutan göstergedir, resim, heykel gibi. Bu nedenle bir çocuğun basitçe çizeceği örneğin bir portre resmi bizde surat kavramını çağrıştıran bir görüntüsel gösterge olabilir.

Belirtisel (İndeksikal) Gösterge: Belirtisel (İndeksikal) göstergenin nesnesiyle arasında nedensel bağlantılar vardır; bunlar adeta varlıksal, doğal bağlantılar gibidir; dumanın ateşin habercisi olması, semptomların hastalıkların habercisi olması, kumsaldaki ayak izlerinin oradan daha önce birinin geçmiş olması gibi. Bir belirtisel (indeksikal) gösterge, belirttiği nesne kaldırıldığında, gösterge olma özelliğini hemen yitiren bir göstergedir. Bir insan gölgesi, yakınlarda bir insanın olduğunun belirtisidir. Ancak insan bulunduğu yerden ayrılırsa gölgesi ortadan kalkar.

Simgesel (Sembolik) Gösterge: Semboller yani simgeler ise toplumsal uzlaşma sonucu öğrenilen göstergelerdir; nesnelere aralarındaki ilişki tümüyle keyfidir: sözcükler, sayılar, trafik işaretleri vb. gibi. Bilimsel simgeler evrensel özelliğe sahiptir. Her toplumda aynı anlama gelmektedir. Pi sayısı (π), toplam sembolü (Σ) örnek olarak verilebilir.

Göstergeler Arasındaki İlişki: Bir çocuğun sadece zaman geçirmek amacıyla çizdiği bir güvercin resmi bir görüntüsel (ikonik) göstergedir; ama aynı güvercin resmi Birleşmiş Milletler binası duvarına yapılmış ise o zaman bu bir simgedir. Çünkü bir uzlaşma uyarınca, bu görüntüsel gösterge, doğal olarak temsil ettiği şeyden başka bir şeyi belirtmek için çizilmiş ya da yapılmıştır. Birleşmiş Milletler binasının duvarındaki güvercin artık soyut bir kavram olan barışı temsil etmektedir. Güvercin barışın, terazi adaletin, kalp aşkın, kum saati zamanın simgesel (sembolik) göstergesidir. Ancak bazı simgeler toplumsal ve kültürel bir özellik taşıdığı için değeri bir toplumdan diğerine değişir; hatta simge olmaktan çıkabilir. Kırmızı renk batı toplumlarında aşkın simgesi olabilir; ama İrlanda'da savaşı, Eski Gal'de bilimi, Romalılarda fethi, Amerikan Kızılderililerinde tutku ve isteği, Japonlarda mutluluk ve içtenliği canlandırır (Kıran ve Kıran, 2006).

Bu üç gösterge aşağıdaki görsellerle açıklanabilir:



DOĞAL SAYILAR

Doğal Sayılar konusunda sunulan göstergelerdeki fotoğrafların, resimlerin, şekillerin size göre **görüntüsel (ikonik) gösterge**, **belirtisel (indeksikal) gösterge**, **simgesel (sembolik) gösterge** veya **hiçbiri** seçeneklerinden birini işaretleyerek belirtiniz.

GÖSTERGE 1



Hangi yılda doğduğunuzu, en son okuduğunuz kitabın sayfa sayısını ve okulunuzdaki öğrenci sayısını karşınızdakine anlatmanız isteniyor. Fakat bunu anlatırken hiçbir sayı kullanmamanız da bekleniyor. Kendinizi doğru bir şekilde ifade edebilir misiniz?

- ✓ Doğal sayıların hayatımızdaki yeri hakkında ne düşünüyorsunuz?

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 2

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Doğal sayılar kümesinin gösterimi

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

TAM SAYILAR

Tam Sayılar konusunda sunulan göstergelerdeki fotoğrafların, resimlerin, şekillerin size göre **görüntüsel (ikonik) gösterge**, **belirtisel (indeksikal) gösterge**, **simgesel (sembolik) gösterge** veya **hiçbiri** seçeneklerinden birini işaretleyerek belirtiniz.

GÖSTERGE 3



Everest Tepesi, 8884 metreye ulaşan yüksekliği ile Dünya'nın en yüksek noktasıdır. Nepal ve Çin arasında bulunan bu tepe, Himalaya Dağları üzerinde ve Nepal ülke sınırları içinde yer alır. Buna karşın; okyanusların en derin noktası, Pasifik Okyanusu'nda, Guam Adası'nın güneybatı tarafındaki Mariana Çukuru 'dur (Filipin Çukuru). Derinliği tam 11 033 metre olup suya atılan bir kilogram kütledeki bir cismin Mariana Çukuru'na ulaşması tam bir saat sürer.

✓ Everest Tepesi'nin yüksekliğini + 8884 m olarak gösterirsek, Filipin Çukuru'nun derinliğini nasıl ifade edersiniz?

✓ Sadece doğal sayıların elemanları $8 + x = 3$ denkleminin çözümü için yeterli midir? Nedenini açıklayınız.

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

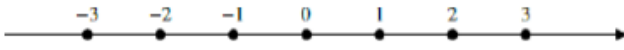
GÖSTERGE 4

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

Tam sayılar kümesinin gösterimi

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

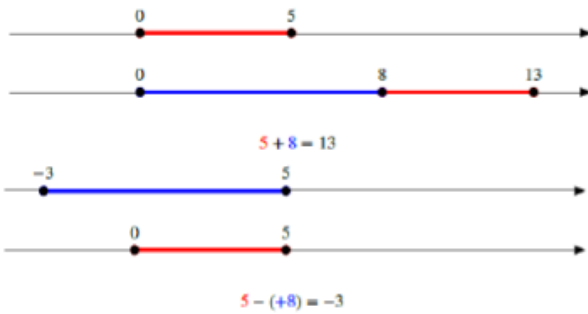
GÖSTERGE 5



Sayı doğrusu gösterimi

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

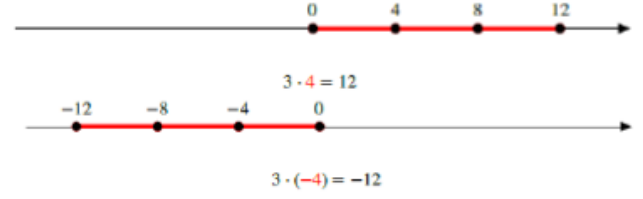
GÖSTERGE 6



Tam sayılarda toplama ve çıkarma işleminin gösterimi

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

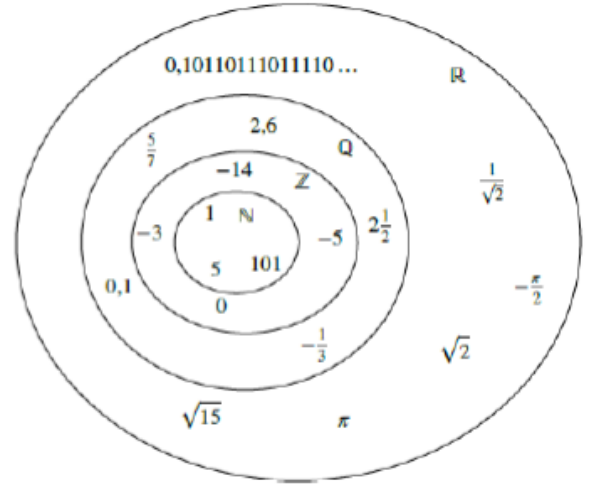
GÖSTERGE 7



Tam sayılarda çarpma işleminin gösterimi

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 8



\mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} ve \mathbb{R} kümeleri iç içe geçmiştir. Tüm doğal sayılar aynı zamanda tam sayılardır. Tüm tam sayılar da rasyonel sayılardır ve tüm rasyonel sayılar da ayrıca gerçekte sayılardır.

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

RASYONEL SAYILAR

Rasyonel Sayılar konusunda sunulan göstergelerdeki fotoğrafların, resimlerin, şekillerin size göre **görüntüsel (ikonik) gösterge**, **belirtisel (indeksikal) gösterge**, **simgesel (sembolik) gösterge** veya **hiçbiri** seçeneklerinden birini işaretleyerek belirtiniz.

GÖSTERGE 9



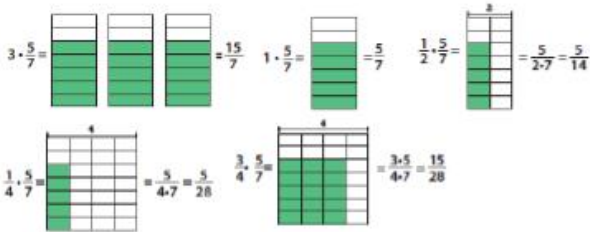
Mozzarella pizzası altıya, salam pizzası da dört eşit dilime ayrılır. Minttu iki dilim mozzarella pizzası ve bir dilim salamlı pizza alır. Vesa iki dilim salamlı pizza alıyor. Her iki pizza da aynı boyda ise kim daha fazla pizza alır?

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 10

$\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ ($b \neq 0$ ve $d \neq 0$) kesirlerinin çarpımı, sayıların pay ve paydaları ile çarpılarak hesaplanır:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$



Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 11

ÖRNEK

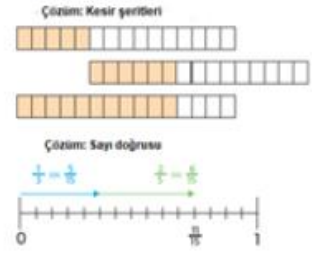
$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$$

Çözüm: Ortak payda

$$= \frac{1 \times 5}{3 \times 5} + \frac{2 \times 3}{5 \times 3}$$

$$= \frac{5}{15} + \frac{6}{15}$$

$$= \frac{11}{15}$$



Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 12

ÖRNEK

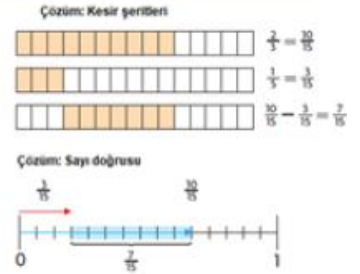
$$\frac{2}{3} - \frac{1}{5}$$

Çözüm: Ortak payda

$$= \frac{2 \times 5}{3 \times 5} - \frac{1 \times 3}{5 \times 3}$$

$$= \frac{10}{15} - \frac{3}{15}$$

$$= \frac{7}{15}$$



Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 13



Kadınbudu köfte:

- $\frac{1}{2}$ kg yağsız koyun veya dana kıyması
 - $\frac{1}{2}$ su bardağı pirinç
 - 3 adet yumurta ve 1 adet yumurtanın akı
 - $\frac{2}{3}$ büyük soğan
 - $\frac{1}{2}$ demet maydanoz
 - Tuz, Karabiber
 - $\frac{1}{2}$ su bardağı kızartma yağı
 - $\frac{3}{2}$ çay bardağı un
- ✓ Yukarıda kadınbudu köfte yapmak için gerekli olan malzemeler verilmiştir. Kesirli sayılar olmasaydı bu yemek tarifi verilirken ne gibi güçlüklerle karşılaşılırdı?

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

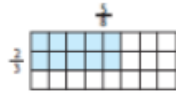
GÖSTERGE 14

$$\frac{5}{8} \times \frac{2}{3}$$

Çözüm: Çarpma

$$\begin{aligned} &= \frac{5 \times 2}{8 \times 3} \\ &= \frac{10}{24} \\ &= \frac{5}{12} \end{aligned}$$

Çözüm: Alan modeli



Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 15

Örnek: Tam sayılı kesirleri toplamak için bir strateji seçin

Toronto'dan Roma'ya seyahat etmek için uçakla zamanı hesaplayın.

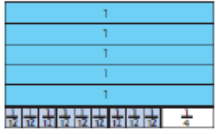
Alisa'nın çözümü: Eşdeğer bölmeler içeren bir strateji kullanma

$$5\frac{3}{4} + 2\frac{1}{3}$$

8 saat ile 9 saat arasında olacağını tahmin ettim. Çünkü $5 + 2 = 7$ ve $\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$ 1'den fazla, 2'den az.

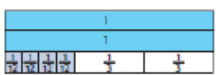
$$= 5\frac{9}{12} + 2\frac{4}{12}$$

Kesirleri toplarken ortak bir paydaya ihtiyacım olduğunu biliyordum. 3 ve 4'ün en küçük ortak katı olan 12'yi seçtim.



$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} \text{ ve } \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

kesirlerini belirlemek için kesir şeritlerini seçtim.



$$= 7\frac{13}{12}$$

Bütün parçaları ekledim ve sonra onikide bir parçaları ekledim.



13 onikide bir parçalar aynıydı. Böylece 1 bütün ve 1 onikide bir parça elde edildi. Toplamda 8 bütün ve onikide bir parça elde edildi.

$$= 7 + 1\frac{1}{12}$$

$$= 8\frac{1}{12}$$

$8\frac{1}{12}$ tahminim arasındaydı bu yüzden cevabım makul oldu.

Böylece seyahatimiz $8\frac{1}{12}$ saat sürecektir

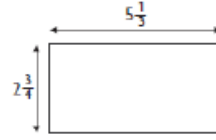
Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 16

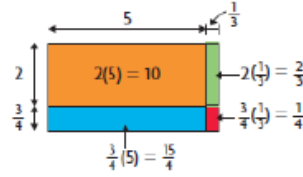
Örnek: Bir çarpma işlemi için bir strateji seçin

$$2\frac{3}{4} \times 5\frac{1}{3} \text{ işlemini hesaplayınız.}$$

Tina'nın çözümü: Bir alan modeli kullanarak işlem yapmak.



$5\frac{1}{3}$ uzunluğunda ve $2\frac{3}{4}$ genişliğinde bir dikdörtgen düşündüm.



Büyük dikdörtgeni 4 bölüm halinde görselleştirdim. Bu küçük dikdörtgenlerin her birinin boyutları, çarpımdaki her tam sayılı kesrin tam sayısı ve kesir kısmıydı. Alanlarını bulmak için her dikdörtgenin boyutlarını çarpım.

$$= 10 + \frac{15}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

Toplam alanı bulmak için küçük dikdörtgenlerin alanlarını topladım.

$$= 10 + 3\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

$$= 10 + 3 + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{3}$$

$$= 13 + 1 + \frac{2}{3}$$

$$= 14\frac{2}{3}$$

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

ÜSLÜ SAYILAR

Üslü Sayılar konusunda sunulan göstergelerdeki fotoğrafların, resimlerin, şekillerin size göre **görüntüsel (ikonik) gösterge**, **belirtisel (indeksikal) gösterge**, **simgesel (sembolik) gösterge** veya **hiçbiri** seçeneklerinden birini işaretleyerek belirtiniz.

GÖSTERGE 17



Merkür, Güneş'e uzaklığı yaklaşık $46 \cdot 10^6$ ile $7 \cdot 10^7$ km arasında değişen oldukça eliptik bir yörünge izler. Plüton'dan sonra Güneş sisteminin gezegenleri arasında gözlenen en yüksek dış merkezlik değerine sahip bu yörünge, milyonlarca yıllık bir çevrim içinde zaman zaman daha da basıklaşarak dış merkezlik derecesinin günümüzdeki 0,21 den 0,5 düzeyine yükselebildiği sanılmaktadır.

- ✓ Yukarıdaki metinde uzaklıkları üslü sayıları kullanmadan ifade edebilir misiniz?
- ✓ Üslü sayıları kullanmak günlük yaşamda bize ne gibi kolaylıklar sağlamaktadır?

Görüntüsel (ikonik) Gösterge	Belirtisel (indeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 18

Kağıt Katlama



Toni bir parça kağıdı ikiye katlar. Bunu birçok kez yapıyor. Kağıdı açtığında katlama çizgileri tarafından oluşturulan birçok bölüm var.

❓ Toni kağıdı 12 defa katlarsa, kaç bölüm oluşur?

- Kağıdı ikiye katlayın. Şimdi onu açın. Kağıtta kaç bölüm oluştu? Kağıdı tekrar katlayın.
- Kağıdı tekrar ikiye katlayın. Şu anda kaç bölüm var açın mı? Kağıdı tekrar katlayın.
- B bölümünü olabildiğince tekrarlamaya devam edin. Her yeni katlamadan sonra, kağıdı açın ve yeniden katlamadan önce toplam bölüm sayısını aşağıdaki gibi bir tabloya kaydedin.

Katlama Sayısı	Bölüm Sayısı
0	1
1	
2	
3	

- Katlama sayısı ile bölüm sayısı arasındaki ilişkiyi tanımlamak için cebirsel bir ifade yazın.
- Kağıt 12 kez katlanabiliyorsa bölüm sayısını tahmin etmek için bu cebirsel ifadeyi kullanın.

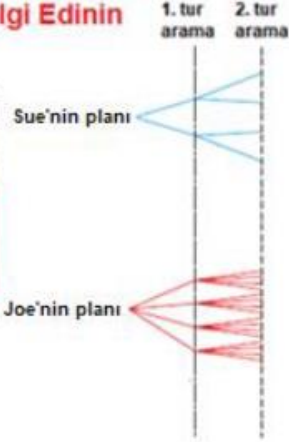
Görüntüsel (ikonik) Gösterge	Belirtisel (indeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 19

AMAÇ

Bir üslü sayının üssünü içeren ifadeleri basitleştiriniz.

Matematik Hakkında Bilgi Edinin



Sue ve Joe okul resim günü için arkadaşlarına haber vermek istiyorlar. Sue 2 kişiyi aramayı ve her aradığı kişilerin de 2 kişiyi aramasını öneriyor. Joe ise 4 kişiyi aramayı ve her aradığı kişilerin de 4 kişiyi aramasını öneriyor. Joe, benim planım ile 4. turda aranan kişilerle Sue'in planına göre 8. turda aranan kişilerin aynı sayıda olacağını söylüyor. Acaba Joe doğru mu söylüyor?

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

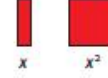
GÖSTERGE 20

AMAÇ

Benzeri terimleri ekleyin ve çıkarın.

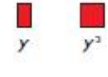
Matematik Hakkında Bilgi Edinin

pozitif (+) fayanslar



x

x^2



y

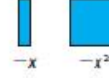
y^2



1

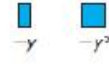
xy

negatif (-) fayanslar



$-x$

$-x^2$



$-y$

$-y^2$



-1

$-xy$

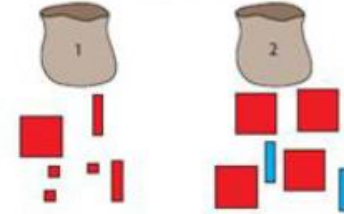
Bir sınıfta cebirsel fayanslarıyla oyun oynanmaktadır. Bir oyuncu iki poşet alır. Bu poşetlerin her birinde rasgele seçilmiş altı adet yukarıdaki şekilde tanımlanmış cebir fayansları vardır. Pozitif fayanslar kırmızı, negatif fayanslar ise mavi renkle gösterilmiştir. Oyuncu kural olarak hiç fayans kullanmayabilir ya da poşetlerdeki cebir fayanslarını toplayabilir veya çıkarabilir. Oyunun amacı en az sayıda fayans elde etmektir. Oyunu kazanmak için fayansları eklemeniz veya çıkarmanız gerektiğine nasıl karar verebilirsiniz?

❗ Eklemeniz veya çıkarmanız gerektiğine nasıl karar verebilirsiniz?

ÖRNEK

Bir işlemi temsil etmek için somut bir model kullanma

Farrell ve Peter, torbalanna aşağıdaki fayansları aldı.



En az sayıda fayans elde etmek için eklemeli veya çıkarmalı mı?

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 21

Farrell'in Çözümü: Cebir fayansları kullanarak toplamı temsil etme ve basitleştirme

İki torbadaki cebir fayanslarını aldım. Benzer terimleri birleştirerek eklemeye karar verdim.

Ekle (+)

Hesaplamalıyım
 $(x^2 + 2x + 3) + (4x^2 - 2x)$

Pozitif ve negatif x fayansların, sıfır tamsayısı kullanarak tam tersi tamsayılarla olduğu gibi sıfır yapmak için birleştirilebileceğini düşündüm. Yani, iki pozitif x fayansını iki negatif x fayansıyla eşleştirdim ve kaldırdım.

Ekle (+)

5 x^2 fayansını ve 3 adet birim fayans kalmıştı. x^2 fayansları ile birim fayanslarını birleştiremedim onlar farklı şeylerdi.

İkisini ekleyerek elde ettiğim ifade polinomları $5x^2 + 3$ dir ve 8 fayans kullanır.

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 22

Peter'in Çözümü: Cebir fayanslarını kullanarak fark işlemini temsil etme ve basitleştirme

Birinci torbadaki fayanslardan ikinci torbadaki fayansları çıkarmaya karar verdim.

çıkarma (-)

Farklı ve bu farkı temsil etmek için kaç fayans alacağımı bulmam gerekiyordu.

Hesaplamalıyım
 $(x^2 + 2x + 3) - (4x^2 - 2x)$

Çıkarmak için, tıpkı tamsayılarla yaptığım gibi, ikinci torbadaki her fayansın zıt işaretlisini ekledim. Kırmızı fayansları mavi fayanslarla, mavi fayansları kırmızı fayanslarla değiştirip ekledim. $4x^2$ 'nin zıt işaretlisi $-4x^2$ dir. $(-2x)$ 'in zıt işaretlisi $2x$ dir.

toplama (+)

Tamsayılarla olduğu gibi sıfır prensibini kullanarak bir x^2 fayansını ve negatif bir $-x^2$ fayansını ortadan kaldırdığımı gördüm. Daha sonra aynı renkteki uyumlu fayansları bir araya getirdim.

toplama (+)

$1 + (-4) = (-3)$, olduğundan
 $x^2 + (-4x^2) = -3x^2$.
 $2 + 2 = 4$, olduğundan
 $2x + 2x = 4x$.

3 negatif $-x^2$ fayansı, 4 x fayansı ve 3 birim fayans gördüm ve saydım.

Çıkarma işlemi sonucunda elde ettiğim ifade $-3x^2 + 4x + 3$ tür burada 10 fayans vardır. Çıkarma, toplama işleminden daha fazla fayansla sonuçlandı, bu yüzden toplama kullanmalıyım.

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 23

AMAÇ

Polinomlarda dağılıma özelliğini uygulayın.

Matematik Hakkında Bilgi Edinin

Judy'den $3(2x + 4)$ çarpım sonucunun belirlenmesi istendi.

❓ Judy, çarpımın sonucunu bulmak için bu işlemi nasıl düşünebilir?



Örnek Bir tam sayının bir polinomla çarpılması

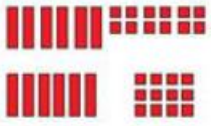
$3(2x + 4)$ çarpımı yapın.

Judy'nin Çözümü: Cebir fayansları kullanarak çarpımı modellemek



Bir sayıyı 3 ile çarpmanın, bu sayının 3 kopyasını eklemekle aynı olduğunu biliyordum. Cebir fayansları kullanarak aynı tekrarlanan ekleme stratejisini göstermeye karar verdim.

$2x + 4$ ifadesini 3 set göstermek için Yeterince cebir fayansını topladım.



$2x$ fayans 3 set ve 4 birim fayans 3 set vardı. Bu 6 x fayans ve 12 birim fayans vardır demektir.

$$3(2x + 4) = 6x + 12$$

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 24

Tamara'nın Çözümü: Çarpımı bir alan modeli ile göstermek



Bir dikdörtgenin alanının uzunluğunun ile genişliğinin bir çarpımı olduğunu biliyordum. $2x + 4$ uzunluğunu ve dikdörtgenin genişliğini temsil etmek için cebir fayansları kullandım.

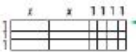


Dikdörtgenin içindeki alanı, her biriyle eşleşen cebir fayanslarıyla doldurdum.

$$\begin{aligned} 3(2x + 4) &= 3(2x) + 3(4) \\ &= 6x + 12 \end{aligned}$$

Dikdörtgenin iç kısmında 3 sıra fayans vardı. Her sıra 2 adet fayans ve 4 adet fayans içermektedir. 6 x fayans ve 12 birim fayansla alan tamamen dolduruldu.

Sue'nun Çözümü: Şemayı kullanarak çarpımı temsil etmek



Faktörlerin, bölümlere ayrılmış bir dikdörtgenin uzunluğu ve genişliği olduğunu hayal ettim. Her bölümün alanını ayrı ayrı hesapladım ve toplam alanı elde etmek için bunları ekledim. Toplam alan $6x + 12$ idi.

$$\begin{aligned} 3(2x + 4) &= 3(2x) + 3(4) \\ &= 6x + 12 \end{aligned}$$

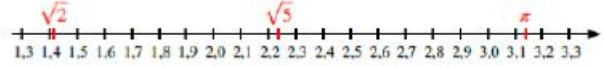
3 satırlık bölüm olduğunu ve her satırın x alanı 2 bölüm ve 1 alanlı 4 bölüm olduğunu fark ettim.

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

KÖKLÜ SAYILAR

Köklü Sayılar konusunda sunulan göstergelerdeki fotoğrafların, resimlerin, şekillerin size göre **görüntüsel (ikonik) gösterge, belirtisel (indeksikal) gösterge, simgesel (sembolik) gösterge** veya **hiçbiri** seçeneklerinden birini işaretleyerek belirtiniz.

GÖSTERGE 25



Köklü sayıların sayı doğrusu üzerinde gösterimi

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

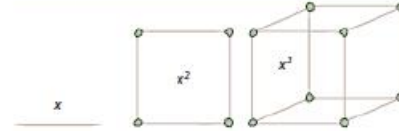
GÖSTERGE 26

SIK SORULAN SORULAR

Q: Üslüleri ve karekökleri temsil etmek için modelleri nasıl kullanabilirsiniz?

A1: Örneğin, x değişkenini temsil etmek için bir çizgi parçası çizebilirsiniz. Daha sonra x^2 ve x^3 temsil etmek için kullanabilirsiniz.

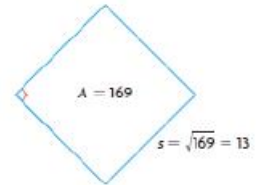
ÖRNEK



A2: x^2 karenin alanını temsil ediyorsa, $\sqrt{x^2}$ karenin kenar uzunluğunu temsil eder. Onlar birbirlerinin ters işlemleridir.

ÖRNEK

$$13^2 = 169; \sqrt{169} = 13.$$



Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 27

ÖRNEK Kareler ile kareköklerin bağlanması

Bir kare duvar karosu 116 cm^2 bir alana sahiptir. Karenin kenar uzunluğunu iki ondalık basamağa kadar belirleyin.



Jessalina'nın Çözümü

$$\text{Area} = 116 \text{ cm}^2$$

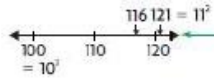
$$l^2 = 116$$

$$10^2 = 10 \times 10$$

$$= 100$$

$$11^2 = 11 \times 11$$

$$= 121$$



$$\sqrt{116} = 10.77$$

Karenin kenar uzunluğu yaklaşık 10.77 cm dir.

Bir karenin alanının, kenar uzunluğu "l" ise kendisiyle çarpılarak hesaplandığını biliyordum.

10'un karesinin 100 ve 11'in karesinin 121 olduğunu biliyordum. Dolayısıyla, bir kenarın 10 ile 11 cm arasında olduğunu biliyordum.

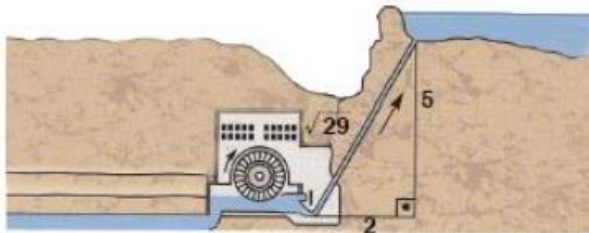
116, 121'e 100'den biraz daha yakın, bu yüzden cevabım 10.5 ile 11 arasında olduğunu düşündüm.

Kenar uzunluğu bulmak yani 116'nın karekökünü belirlemek için hesap makinemi kullandım. Çünkü bu kare alma işleminin ters işlemidir.

Sonucu iki ondalık basamağa yuvarladım.

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 28



Şekilde yer altında çalışan bir su pompası vardır. Su pompası ile belirlenen bölgedeki suyun çekilebilmesi için ne kadar borunun uzatılması gerektiği hesaplanabilir.

✓ $\sqrt{29}$ sayısı bugüne kadar öğrendiğimiz sayı kümelerinden hangisine dahildir?

✓ $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{29}$... gibi sayılar ile şimdiye kadar öğrendiğimiz en geniş sayı kümesi olan rasyonel sayılar kümesinin birleşimi, tüm sayı doğrusunu oluşturur mu (rasyonel sayılar sayı doğrusunu doldurmadığını hatırlayınız.)?

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

FONKSİYONLAR

Fonksiyonlar konusunda sunulan göstergelerdeki fotoğrafların, resimlerin, şekillerin size göre **görüntüsel (ikonik) gösterge**, **belirtisel (indeksikal) gösterge**, **simgesel (sembolik) gösterge** veya **hiçbiri** seçeneklerinden birini işaretleyerek belirtiniz..

GÖSTERGE 29



Fabrikalar mevcut ham maddeyi işleyerek yeni bir ürüne dönüştürür. Sandelye üreten bir fabrikada ham maddeler çeşitli metaller ve dşemelik malzemelerdir.

✓ Ham maddenin tamamı işlenmezse fabrika işlevini yerine getirmiş olur mu?
✓ Tek bir malzemenin farklı iki ürünün yapımında kullanılması söz konusu olabilir mi?

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 30

Matematik Uygulaması

ÖRNEK İlişki içeren bir problemi çözme

2,5 cm kenar uzunluğunda bir küpün hacmini belirleyin.

Andrea'nın Çözümü: Bir değeri tahmin etmek için grafik kullanma

Küpün bir kenar uzunluğu (cm)	Küpün hacmi cm^3
1.0	$1 \times 1 \times 1 = 1^3 = 1$
2.0	$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$
3.0	$3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$

Kenar uzunlukları ve hacimler tablosu yaptım. Hacmi hesaplamak için kenar uzunluklarını kullandım.



İlişkiyi çizdim. Bu veri seti sürekli, bu yüzden noktaları düz bir çizgiyle birleştirdim.

Bilinen iki değer arasındaki bir değeri tahmin ettim. Yatay ekseninde 2.5 cm'den grafiğe bir çizgi çizdim.

Bu noktadan dikey eksene bir çizgi çizdim.

Hacim yaklaşık 15 cm^3 tür.
Tahminim baştan beri makul görünüyor.
 $2.5 \times 2.5 \times 2.5$ çarpımın sonucu gerçek hacmi verir. O da 15.625 cm^3 tür.

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

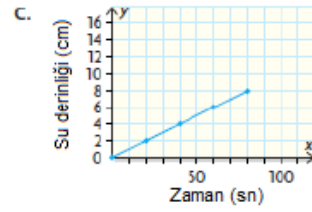
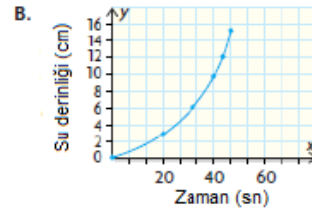
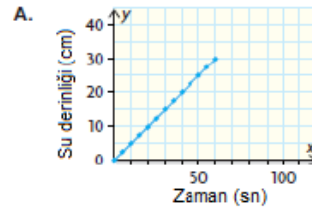
GÖSTERGE 31

ÖRNEK Bir grafiği bir durumla ilişkilendirmek için akıl yürütme

Bu kapların her birini doldurmak için bir musluktan sabit bir oranda akan musluk suyunun kullanıldığını varsayalım.



Aşağıdaki grafiklerin her birini uygun kaplarla eşleştirin. Seçiminizi doğrulayın.

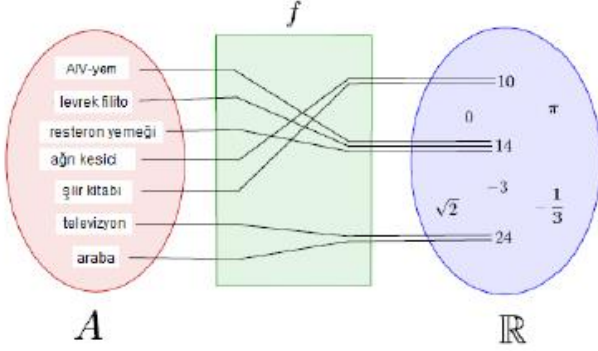


Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 32

Mal ile ödenecek KDV arasındaki ilişki bir fonksiyonla tanımlanabilir. Fonksiyonun tanım kümesi olarak $A = \{\text{levrek filetosu, AIV yem, araba, şiiir kitabı, restoran yemeği, ağır kesici, televizyon}\}$ ve değer kümesi olarak gerçək sayılar seçin. Bu fonksiyonu f ile gösterelim, burada $f : A \rightarrow \mathbb{R}$. Örneğin, fonksiyon her mal için bir KDV ödeyebilir:

$$f(\text{ağır kesici}) = 10 \text{ ve } f(\text{televizyon}) = 24.$$

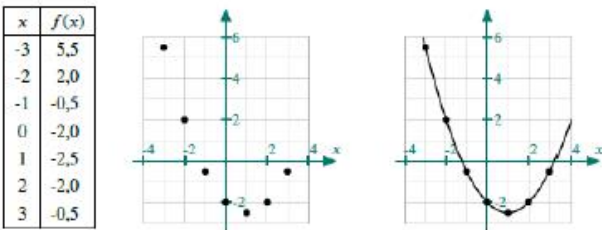


Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 33

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 2$ polinom fonksiyonunun grafiğini çizelim.

Önce $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 2$ fonksiyonunun bazı değerlerini hesaplayalım ve karşılık gelen noktaları koordinat sisteminde çizelim. Son olarak, noktalar arasından geçen bir grafik çizelim.



Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 34



Dut pekmezi, doktorların başta kansızlık olmak üzere birçok hastalığın tedavisinde hastalarına tavsiye ettiği besinlerdendir. Daha çok doğuda üretilen ve tüketilen bir besindir. Dut pekmezi yapılırken belli bir miktar dut önce "şıra" ya (dut suyu) daha sonra belli bir işlemde geçirilerek pekmeze dönüşür. Yaklaşık 70 kg dut önce 50 kg şıraya daha sonra 20 kg pekmeze dönüşür.

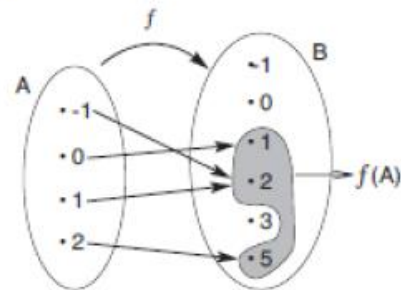
✓ Dut-şıra ve şıra-pekmez bağıntılarını kullanarak dut-pekmez arasındaki ilişkiyi fonksiyon olarak ifade edebilir misiniz?

✓ $f(\text{dut}) = \text{şıra}$, $g(\text{şıra}) = \text{pekmez}$ olarak tanımlanırsa girdisi dut, çıktısı pekmez olan fonksiyonu f ve g cinsinden yazabilir misiniz?

Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

GÖSTERGE 35

Örnek: $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ve $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 5\}$ kümeleri için $f : A \rightarrow B$, $x \rightarrow x^2 + 1$ bağıntısı veriliyor. Buna göre; $f(A)$ görüntü kümesini liste biçiminde yazıp şema ile gösteriniz.



Görüntüsel (İkonik) Gösterge	Belirtisel (İndeksikal) Gösterge	Sembolik (Simgesel) Gösterge	Hiçbiri

EK-C: Etik Komisyonu Onay Bildirimi



T.C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
Rektörlük



Sayı : 35853172-300
Konu : Ramazan LEYLEK (Etik Komisyon İzni)

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 26.11.2019 tarihli ve 51944218-300/00000879679 sayılı yazı.

Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Doktora programı öğrencilerinden Ramazan LEYLEK'in Prof. Dr. Necla TURANLI danışmanlığında yürüttüğü "Türkiye, Finlandiya ve Kanada'da Matematik Ders Kitaplarındaki Bazı Ortak Konuların Göstergibilimsel Analizi" başlıklı tez çalışması Üniversitemiz Senatosu Etik Komisyonunun 03 Aralık 2019 tarihinde yapmış olduğu toplantıda incelenmiş olup, etik açıdan uygun bulunmuştur.

Bilgilerinizi ve gereğini saygılarımla rica ederim.

e-imzalıdır
Prof. Dr. Rahime Meral NOHUTCU
Rektör Yardımcısı

Evrakın elektronik imzalı suretine <https://belgedogrulama.hacettepe.edu.tr> adresinden a69ae323-781d-48df-bcea-4b7bb1dcef30 kodu ile erişebilirsiniz. Bu belge 5070 sayılı Elektronik İmza Kanunu'na uygun olarak Güvenli Elektronik İmza ile imzalanmıştır.

Hacettepe Üniversitesi Rektörlük 06100 Sıhhiye-Ankara
Telefon:0 (312) 305 3001-3002 Faks:0 (312) 311 9992 E-posta: yazimd@hacettepe.edu.tr İnternet
Adresi: www.hacettepe.edu.tr

Sevda TOPAÇ



EK-Ç: Araştırma İzni Onay Bildirimi



T.C.
KIRŞEHİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 24512418-605.01-E.921256
Konu : Ramazan LEYLEK'in
Araştırma izni

14/01/2020

VALİLİK MAKAMINA

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'nün 07.01.2020 tarih ve 941566 sayılı yazıları ile; Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı, Doktora öğrencisi Ramazan LEYLEK'in "Türkiye, Finlandiya ve Kanada'da Matematik Ders Kitaplarındaki Bazı Ortak Konuların Göstergibilimsel Analizi" konulu anket formu uygulaması yapma isteği bildirilmektedir.

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı, Doktora öğrencisi Ramazan LEYLEK'in söz konusu araştırmasını, Merkez ve Kaman İlçesi Ekli Listedeki Okulların Matematik Öğretmenlerine Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 22.08.2017 tarih 12607291 sayılı (2017/25 nolu genelge) emirleri doğrultusunda, araştırmacının sorumluluğunda, gönüllülük esasına göre müdürlüğümüz tarafından mühürlenmiş anket formlarının uygulaması müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Şevket KARADENİZ
İl Millî Eğitim Müdürü

OLUR
14/01/2020

Ramazan YILDIRIM
Vali a.
Vali Yardımcısı

Adres: Yenice Mahallesi 182. Sokak No2/ P.K.40100
Merkez/KIRŞEHİR
Elektronik Ağ: kirsehir.meb.gov.tr
e-posta: kirsehirmem@meb.gov.tr

Bilgi için: Sevim AKGÜL Şef

Tel: 0 (386) 213 51 50
Faks: 0 (386) 213 10 03

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 92f2-6126-36d6-b948-8574 kodu ile teyit edilebilir.