

**VERİ ZARFLAMA ANALİZİNİN ROBUST COPLOT  
YÖNTEMİ İLE GRAFİKSEL GÖSTERİMİ**

**GRAPHICAL REPRESENTATION OF DATA  
ENVELOPMENT ANALYSIS BY ROBUST COPLOT**

**ARSLAN SÖYLEMEZ**

**YRD. DOÇ. DR. YASEMİN KAYHAN ATILGAN  
TEZ DANIŞMANI**

Hacettepe Üniversitesi  
Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin  
İstatistik Anabilim Dalı için Öngördüğü  
YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak hazırlanmıştır.

2015

**ARSLAN SÖYLEMEZ**'in hazırladığı “**Veri Zarflama Analizinin Robust CoPlot Yöntemi ile Grafiksel Gösterimi**” adlı bu çalışma aşağıdaki jüri tarafından **İSTATİSTİK ANABİLİM DALI**’ nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Süleyman Günay  
Başkan

.....

Doç. Dr. Serpil Cula  
Üye

.....

Yrd. Doç. Dr. Yasemin Kayhan Atılgan  
Danışman

.....

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tarafından **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak onaylanmıştır.

Prof. Dr. Fatma SEVİN DÜZ  
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

## ETİK

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada,

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

ARSLAN SÖYLEMEZ

## ÖZET

# VERİ ZARFLAMA ANALİZİNİN ROBUST CO PLOT YÖNTEMİ İLE GRAFİKSEL GÖSTERİMİ

**Arslan SÖYLEMEZ**

**Yüksek Lisans, İstatistik Bölümü**

**Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Yasemin Kayhan ATILGAN**

**Haziran 2015, 84 Sayfa**

Performansın iki önemli göstergesi olan verimlilik (productivity) ve etkinlik (efficiency) kavramları günlük hayatta birbirlerinin yerine kullanılsa da gerçekte taşıdıkları anlamlar birbirinden farklıdır. Verimlilik kavramı çıktılar ile girdiler arasındaki oransal ilişkiyi ifade eder. Etkinlik kavramı ise literatürde daha çok, Karar Verme Birimlerinin (Decision Making Unit) performanslarını, birbirleri ile kıyaslama imkânı verecek şekilde açıklamak için kullanılmaktadır.

Etkinliğin ölçülmesine yönelik birçok analiz yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntemler; Parametrik Ölçüm Yöntemleri, Parametrik Olmayan Ölçüm Yöntemleri ve Oran Analiz şeklindedir. Veri Zarflama Analizi, KVB'lerin etkinliklerini çok girdili ve çok çıktılı ortamlarda, görelilik olarak ölçmeyi amaçlayan Doğrusal Programlama tabanlı, parametrik olmayan bir yaklaşımdır. Veri Zarflama Analizi, 1978 yılında Charnes vd. tarafından ölçeğe göre "sabit getiri" varsayımı altında varlıkların etkinliklerini analiz etmek için önerilmiştir. Geliştirilen bu ilk Veri Zarflama Analizi modeli, CCR modeli olarak bilinmektedir. 1984 yılında Banker vd. tarafından ölçeğe göre "değişken getiri" varsayımı ile BCC modeli geliştirilmiştir.

Literatürde Veri Zarflama Analizinin sonuçlarının grafiksel gösterimine yönelik çalışmalar kısıtlı sayıda. Grafiksel gösterim için CoPlot tekniğinden yararlanılabilir. Çok Boyutlu Ölçekleme (Multi Dimensional Scaling)'nin bir uzantısı olan CoPlot tekniği, gözlemleri ve değişkenleri, iki boyutlu bir uzaya aralarındaki korelasyonu maksimum yapacak şekilde, birlikte konumlandırır. Lipshitz vd tarafından önerilen Klasik CoPlot tekniği aykırı değerlere karşı duyarlıdır. Atılğan tarafından önerilen Robust CoPlot tekniği bu duyarlılığı ortadan kaldırmayı amaçlamıştır.

Bu tez çalışmasının amacı, Robust CoPlot tekniği ile Veri Zarflama Analizinde kullanılacak veri kümesinin ön incelemesini yapmak; analiz sonuçlarının sonuçlarının grafiksel gösterimini elde etmek; Karar Verme Birimleri ile değişkenlerin arasındaki ilişkileri araştırmak; çok sayıda girdi ve çıktı değişkeninin yer aldığı Veri Zarflama Analizi uygulamalarında birbirleri ile yüksek korelasyona sahip olan değişkenleri tespit ederek değişken sayısını azaltmak ve bunu yaparken de aykırı değerlerin değişken vektörleri üzerindeki etkisini ortadan kaldırmaktır. Ayrıca elde edilen grafik ile Karar Verme Birimleri üzerinde hangi değişkenlerin daha etkili olduğunu görsel olarak araştırmaktır. Verimlilik, etkinlik vb. kavramlar hakkında bilgi verilmiş; etkinlik ölçüm yöntemlerinden kısaca bahsedilmiştir. Veri Zarflama Analizi, girdi odaklı yaklaşımla kurulan CCR modeli üzerinden detaylı bir şekilde anlatılmıştır. Anlatımlar grafiklerle ve matematiksel çıkarımlarla desteklenmiştir. Çıktı odaklı CCR modeli ile girdi ve çıktı odaklı BCC modelleri üzerinde durulmuştur. Adler'in Veri Zarflama Analizi ve Klasik CoPlot tekniğini birlikte kullandığı önceki bir çalışmasına ait veri seti, uygulama amaçlı seçilmiştir. Böylece, CoPlot tekniği sonuçları klasik ve robust yaklaşımda karşılaştırılmış ve klasik yaklaşımın aykırı değerli gözlemlere duyarlılığı ortaya konmuştur. 3 girdi ve 3 çıktı değişkenin yer aldığı ortamda, 35 Çin Halk Cumhuriyeti şehrinin CCR ve BCC etkinlik skorları hesaplanmıştır. Çıktıların girdilere oranı şeklinde tanımlanan yeni değişkenlerle çizdirilen Robust CoPlot grafiği ile birlikte Veri Zarflama Analizinin grafiksel sunumu elde edilmiştir. Ayrıca bu grafiksel sunum sayesinde aynı miktarda bilgi taşıyan aralarında yüksek korelasyon bulunan değişkenler saptanmıştır. Aralarında yüksek korelasyon bulunan değişkenlerden birinin analize seçilmesinin etkinlik skorlarını çok fazla etkilemediği gözlemlenmiştir. Böylece Veri Zarflama Analizinde değişken seçimi için Robust CoPlot yönteminin katkısı ortaya konulmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** Veri Zarflama Analizi, Etkinlik Analizi, Robust CoPlot, CCR modeli, BCC modeli.

## **ABSTRACT**

# **GRAPHICAL REPRESENTATION OF DATA ENVELOPMENT ANALYSIS BY ROBUST COPLOT**

**Arslan SÖYLEMEZ**

**Master, Department of Statistics**

**Supervisor: Asst. Prof. Yasemin Kayhan ATILGAN**

**June 2015, 84 pages**

The term of productivity and the term of efficiency, two important indicators of performance, are used interchangeably in daily life, although in reality the meanings they have are different from each other. The term of productivity refers to the proportional relationship between output and inputs. In literature, the term of efficiency is rather used to describe in a way that gives the possibility to benchmark Decision Making Units performance with each other relatively.

Several analysis methods have been developed for the measurement of the efficiency. These methods are Parametric Measurement Methods, Non-parametric Measurement Methods and Ratio Analysis. Data Envelopment Analysis is a Linear Programming-based Non-parametric Approach, which aims to measure efficiencies of DMUs in multi-input and multi-output environments. Data Envelopment Analysis was offered to analyze the efficiencies of the entities under the assumption of constant returns to scale by Charles et al, in 1978. The first developed DEA model is known as CCR model. In 1984, BCC model was developed under the assumption of variable returns to by Banker et al.

In the literature, the number of studies on the graphical representation of Data Envelopment Analysis results is limited. CoPlot analysis can be used for graphical representation. CoPlot Technique, an extension of Multidimensional scaling, locates observations and variables together in a way maximizing correlations between them, into a two-dimensional space. The Classical CoPlot

Technique proposed by Lipschitz et al is sensitive to outliers. The Robust CoPlot Technique proposed by Atilgan aims to eliminate this sensitivity.

The aims of this thesis are to obtain a graphical representation of Data Envelopment Analysis results; to investigate the relationships between the variables and Decision Making Units; to make a preliminary test of dataset; to investigate the relationships between variables and Decision Making Units; to eliminate the influence of outliers and reduce the variables highly correlated with each other, by Robust CoPlot technique. Also our purpose is to investigate which variable is important on Decision making Units by CoPlot Graphic. The terms of efficiency, effectiveness, etc. were explained; the methods of efficiency measurement are briefly mentioned. Data Envelopment Analysis is explained via input-oriented CCR model in detail. Expressions were supported through graphics and mathematical implications. It is focused on output-oriented CCR and input and output-oriented BCC models. The dataset used by Adler with Data Envelopment Analysis and Classic CoPlot technique together in a previous study has been taken as application dataset. Thus, the results of classic and robust CoPlot approach could be compared with each other; the sensitivity to outliers was shown. The efficiency scores of 35 cities in Republic of China were calculated through CCR and BCC models in the 3-input and 3-output environment. Data Envelopment Analysis graphical representation obtained with Robust CoPlot graphic drawn by new variables defined as the ratio of outputs to inputs. Also, highly correlated variables which carry same amount of information has been determined thanks to this graphical presentation. It was observed that selecting one of highly correlated variables to the analysis has no influence on efficiency scores. Thus, the contribution of Robust CoPlot method for variable selection to Data Envelopment Analysis has been revealed.

**Keywords:** Data Envelopment Analysis, Efficiency Analysis, Robust CoPlot, CCR Model, BCC Model.

# İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET .....	i
ABSTRACT .....	iii
İÇİNDEKİLER.....	v
ŞEKİLLER.....	vii
ÇİZELGELER.....	viii
KISALTMALAR .....	ix
1. GİRİŞ.....	1
2. TEMEL TANIM VE KAVRAMLAR.....	5
2.1. Karar Verme Birimi.....	5
2.2. Modelin Girdisi ve Çıktısı .....	5
2.3. Etkin Sınır .....	6
2.4. Üretim İmkânlar Kümesi.....	7
2.5. Etkinlik Skoru veya Değeri .....	7
2.6. Verimlilik.....	8
2.7. Etkinlik.....	8
2.8. Ölçeğe Göre Getiri .....	10
2.9. Gevşek Değişken.....	11
2.10. Referans Kümesi ve Kıyaslama.....	11
3. ETKİNLİK ÖLÇME TEKNİKLERİ .....	12
3.1. Oran Analizi .....	12
3.2. Parametrik Ölçüm Yöntemleri .....	13
3.3. Parametrik Olmayan Ölçüm Yöntemleri .....	15
4. VERİ ZARFLAMA ANALİZİ YÖNTEMİ .....	16
4.1. Veri Zarflama Analizinin Temel Tanımı .....	16
4.2. Veri Zarflama Analizinin Grafikselleştirilmesi .....	17



4.2.1.	Tek girdili ve tek çıktılı durum .....	17
4.2.2.	İki Girdili Tek Çıktılı Durum .....	19
4.2.3.	Tek Girdili ve İki Çıktılı Durum .....	21
4.3.	Veri Zarflama Analizinin Matematiksel Yapısı .....	24
4.3.1.	Charnes–Cooper–Rhodes Modeli .....	25
4.3.2.	Primal Problemden Dual Probleme Geçiş .....	28
4.3.3.	Referans Kümesi ve Etkinlik İyileştirmesi .....	33
4.3.4.	CCR Modeline Yönelik Bir Örnek .....	33
4.3.5.	Çıktı Odaklı Yaklaşım .....	42
4.4.	BCC Modeli ve Ölçeğe Göre Değişken Getiri .....	43
4.4.1.	BCC Modelinin Grafikselsel Gösterimi .....	44
4.4.2.	BCC Modelinin Matematiksel Yapısı .....	45
4.4.3.	Çıktı Odaklı BCC Modeli.....	47
5.	ROBUST COPLOT .....	48
5.1.	Klasik CoPlot Tekniği .....	48
5.1.1.	Verinin Standartlaştırılması .....	49
5.1.2.	Çok Boyutlu Ölçekleme Düzleminin Oluşturulması.....	49
5.1.3.	Değişkenlerin Düzleme Aktarılması.....	49
5.2.	Robus CoPlot Tekniği .....	50
5.2.1.	Verinin Standartlaştırılması .....	50
5.2.2.	Çok Boyutlu Ölçekleme Düzleminin Oluşturulması.....	50
5.2.3.	Değişkenlerin Düzleme Aktarılması.....	51
6.	VERİ ZARFLAMA ANALİZİ SONUÇLARININ GRAFİKSEL GÖSTERİMİ..	53
7.	SONUÇLAR.....	67
	KAYNAKLAR.....	68
	ÖZGEÇMİŞ .....	72

## ŞEKİLLER

	<b><u>Sayfa</u></b>
Şekil 2.1. Etkin sınır .....	7
Şekil 2.2. Verimlilik ve teknik etkinlik .....	10
Şekil 2.3. Ölçeğe göre getirinin açıklanması. ....	10
Şekil 3.1.Regresyon Doğrusu.....	14
Şekil 4.1. Regresyon Doğrusu ve Etkinlik Sınırı .....	18
Şekil 4.2.A KVB'sinin Etkin Hale Getirilmesi .....	19
Şekil 4.3.İki Girdili ve Tek Çıktılı Durum İçin Etkinlik Sınırı.....	20
Şekil 4.4. B KVB'sinin Etkin Hale Getirilmesi.....	21
Şekil 4.5. Tek Girdili ve İki Çıktılı Durum İçin Etkinlik Sınırı.....	22
Şekil 4.6. F'KVB'sinin Etkinliğinin Hesaplanması .....	22
Şekil 4.7. Teknik Etkinsizlik ve Toplam Etkinsizliğin Birlikte Açıklanması.....	24
Şekil 4.8 BCc Modeli İçin Tek Girdili ve Tek Çıktılı Durum.....	44
Şekil 6.1. Klasik Coplot Grafiği .....	56
Şekil 6.2. Robust Coplot Grafiği. ....	56
Şekil 6.3. Üç KVB'nin Olmadığı Durumda Klasik CoPlot Grafiği .....	58
Şekil 6.4. Üç KVB'nin Olmadığı Durumda Robust CoPlot Grafiği.....	59
Şekil 6.5. Yedi KVB'nin Olmadığı Durumda Klasik CoPlot Grafiği.....	60
Şekil 6.6. Yedi KVB'nin Olmadığı Durumda Robust CoPlot Grafiği.....	60
Şekil 6.7. VZA'nın Grafikselsel Gösterimi .....	62

## ÇİZELGELER

	<b><u>Sayfa</u></b>
Çizelge 3.1. Tek Girdili ve Tek Çıktılı Durum.....	13
Çizelge 4.1. İki Girdili ve Tek Çıktılı Durum .....	19
Çizelge 4.2. Tek Girdili ve İki Çıktılı Durum .....	21
Çizelge 4.3. 7 KVB İçin Optimal Sonuçlar .....	28
Çizelge 4.4. Değişkenlerin Bulunması.....	32
Çizelge 4.5. VZA İki Aşamalı Çözümü .....	34
Çizelge 6.1. Karar Verme Birimleri ve Değişkenler .....	54
Çizelge 6.2. Etkinlik Skorları.....	55
Çizelge 6.3. BCC Etkinlik Skorlarının Karşılaştırılması .....	61
Çizelge 6.4. Etkinlik Skorlarının Karşılaştırılması .....	63
Çizelge 6.5. Referans Kümeleri.....	65
Çizelge 6.6. Etkin Hedef Değerleri .....	66

## KISALTMALAR

VZA	Veri Zarflama Analizi
DEA	Data Envelopment Analysis (Veri Zarflama Analizi)
BCC	Banker Charnes Cooper
CCR	Charnes Cooper Rhodes
CRS	Constant Return to Scale (Ölçeğe Sabit Getiri)
VRS	Variable Return to Scale (Ölçeğe Göre Değişken Getiri)
KVB	Karar Verme Birimi
ÜİK	Üretim İmkânlar Kümesi
PÖY	Parametrik Ölçüm Yöntemleri
POÖY	Parametrik Olmayan Ölçüm Yöntemleri
SSY	Stokastik Sınır Yaklaşımı (Stochastic Frontier Approach)
SDY	Serbest Dağılım Yaklaşımı (Distribution Free Analysis)
YSY	Yoğun Sınır Yaklaşımı (Thick Frontier Approach)
SDZ	Serbest Düzenleme Zarf Modeli
DP	Doğrusal Programlama
PDP	Primal Doğrusal Programlama
KP	Kesirli Programlama
DDP	Dual Doğrusal Programlam
MDS	Multi Dimensional Scaling (Çok Boyutlu Ölçekleme)
PCC	Pearson Correlation Coefficient (Pearson Korelasyon katsayısı)
MADCC	Median Absolute Deviation Correlation Coeffecient (Medyan Mutlak Sapma Korelasyon Katsayısı)
LTS	En Küçük Azaltılmış Kareler Yöntemi (Least Trimmed Square)
vb.	ve benzeri
vd.	ve diğerleri

# 1. GİRİŞ

Sanayi devriminin başlangıcından günümüze, hem kamu kurumlarında hem de kar amacı güden ticari işletmelerde, kısıtlı kaynakların en ideal şekilde nasıl kullanılacağı sorusuna cevap aranmış; bunun bir sonucu olarak da verimlilik, etkinlik vb. kavramlar önem kazanmıştır. Ayrıca küreselleşen dünya üzerinde son yıllarda ön plana çıkan rekabet olgusu ve teknolojik gelişmeler kurum, kuruluş ve işletmeler bazında verimliliğin ve etkinliğin ölçülmesi ile bunların iyileştirilmesini gündeme getirmiştir. Kurumlar geliştirilen çeşitli performans ölçüm yöntemlerini kullanarak gerçekleştirdikleri faaliyetleri, ürünleri ve hizmetleri ve bunların sonuçlarını en iyi şekilde değerlendirme, varsa sorun ve aksaklıkları bulup çözümlene ve üretim süreçlerini daha iyi bir noktaya taşıyabilecek sistemler geliştirme yoluna gitmişlerdir. Örneğin gelişmiş ve gelişmekte olan bütün ülkelerin silahlı kuvvetleri, birlikleri daha başarılı hale getirmenin yolunu “denetleme”lerle durum tespiti yaparak ve bunun sonucunda ihtiyaç duyulan alanlarda eksikleri gidererek çözmeye çalışmaktadır. Benzer şekilde Milli Eğitim Bakanlığı bünyesinde bulunan eğitim kurumlarının başarısını ölçmek amacıyla bir teftiş sistemi geliştirilmiştir. Yine özel sektörde de çeşitli gözlem ve denetim birimleriyle, kurumların performanslarını değerlendirilmeye çalışılmaktadır.

*Performans* (performance) kelimesinin Türkçedeki karşılığı *başarımdır*. *Verimlilik* (productivity) ve *etkinlik* (efficiency) performansın iki önemli göstergesidir. Bu iki kavram günlük hayatta birbirlerinin yerine kullanılsa da gerçekte taşıdıkları anlamlar birbirinden farklıdır. Verimlilik kavramı özellikle iktisatçılar tarafından ürün ile girdiler arasındaki oransal ilişkiyi tanımlamakta kullanılmaktadır [1]. Bu tanım dikkate alındığında verimliliğin matematiksel ifadesi  $Verimlilik = \frac{Çıktı}{Girdi}$  şeklinde verilebilir. Bu matematiksel ilişkiye bakıldığında verimliliğin bir üretim sürecinin sonunda elde edilen çıktılar (üretilen ürünler) ile bu çıktılara ulaşmada kullanılan girdilerin (üretim faktörleri) oranından elde edilen bir katsayı olduğu görülmektedir [1]. Literatürde zaman zaman *üretkenlik* kavramının da verimlilik kavramının yerine kullanıldığı rastlanılmaktadır [2],[3].

En genel tanımıyla etkinlik, birimlerin belirlemiş oldukları amaçlar doğrultusunda harcadıkları çabalar sonucunda, bu amaçlara ne ölçüde ulaşılabildiklerini ve buldukları sektör içerisindeki yerlerini belirleyen bir performans göstergesi olarak ifade edilebilir [4]. İncelenen karar birimlerinin verimliliklerinin ayrı ayrı hesaplanması nedeniyle, verimlilik *görelî* olmayan bir kavram olarak ortaya çıkmaktadır. Ancak etkinlikte incelenen veya karşılaştırılan Karar Verme Birimlerinin (Decision Making Units-KVB) etkinliklerinin birbirlerinden bağımsız olarak hesaplanması mümkün olmadığından etkinlik görelî bir kavramdır. Bu iki tanım dikkate alındığında verimlilik ve etkinliğin hem kavramsal hem de matematiksel olarak birbirlerinden farklı olduğu anlaşılmaktadır.

Önemli performans göstergelerinden biri olan etkinliğin ölçülmesine yönelik birçok analiz yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntemler; Parametrik Ölçüm Yöntemleri (Parametric Efficiency Measurement-PÖY), Parametrik Olmayan Ölçüm Yöntemleri (Nonparametric Efficiency Measurement-POÖY )ve Oran Analizi (Ratio Analysis) şeklinde üç ana grupta değerlendirilebilir.

İlk ortaya konulan yöntem, çeşitli parametreleri esas alan PÖY'dür. Girdilerin çıktılara dönüştürülme sürecine üretim denilmektedir. Bir üretim sürecinin etkin olabilmesi için ya mevcut girdilerle maksimum çıktının elde edilmesi ya da belli bir çıktıyı en az girdi ile elde etmek gerekir. Üretim sürecinin etkinliği süreci matematiksel olarak ifade eden üretim fonksiyonları yardımı ile ölçülür. Girdiler ile çıktılar arasındaki ilişkileri açıklamada Cobb-Douglas üretim fonksiyonu uzun yıllar kullanılmıştır. Bu fonksiyon ilk defa Wicksell (1851-1926) tarafından ortaya atılmış olup istatistiksel analiz ve testleri ise 1928 yılında Charles Cobb ve Paul Douglas tarafından gerçekleştirmiştir [5]. Cobb ve Douglas [6] çalışmalarında ABD'nin 1899-1922 dönemi arasındaki büyüme rakamlarını işgücü ve sermayeyi girdi, üretimi ise çıktı olarak alan bir üretim fonksiyonu yardımı ile modellemişlerdir. Genel olarak PÖY, Cobb-Douglas üretim fonksiyonundan türetilmiştir. Üretim sınırını en küçük kareler yöntemi gibi yaklaşımları kullanarak tahmin etmeyi esas alan PÖY, *çoklu girdi ve çoklu çıktının bulunduğu üretim süreçlerinde* birimlerin etkinliklerini ölçmede yetersiz kalmıştır. PÖY'deki bu yetersizlik araştırmacıları, çoklu girdi ve çoklu çıktının olduğu üretim süreçlerinde etkinlik ölçümüne yönelik yeni arayışlara itmiştir.

POÖY'de, PÖY'ün aksine üretim sürecinde önceden belirlenmiş parametreler yer almaz. Yukarıda bahsedilen PÖY'deki çoklu girdi ve çıktının bulunduğu üretim süreçlerindeki birimlerin etkinliklerinin ölçümündeki yetersizlik araştırmacıları POÖY'e yöneltmiştir. Bu yöntemlerden biri olan Veri Zarflama Analizi (Data Envelopment Analysis-VZA) literatürde önemli bir yer işgal etmektedir. VZA'nın temelini oluşturan teknik etkinlik kavramı, ilk kez Koopmans [7] tarafından 1951 yılında çalışılmıştır. Ancak VZA'nın asıl başlangıcı olarak Edwardo Rhodes'in yaptığı tez çalışması gösterilmektedir [8]. Rhodesin çalışması ve Farrell'in [9] 1957 yılında *tek çıktı/tek girdili* etkinlik ölçümü için ortaya koyduğu çalışma Charnes, Cooper ve Rhodes [10] tarafından birleştirilerek geliştirilmiş ve çoklu girdi ve çıktının olduğu durumların çözümüne yönelik bir yöntem olarak sunulmuştur. Charnes vd. tarafından geliştirilen ve literatürde Charnes-Cooper-Rhodes (CCR) modeli olarak bilinen çalışmada *Ölçeğe Göre Sabit Getiri* (Constant Return to Scale-CRS) durumu incelenmiştir. Boles (1966), Shephard (1970) ve Afriat (1972) tarafından da üretim sınırı tahmin etmek için parametrik olmayan yöntemler önerilmiş; ancak bu yöntemler, Charnes ve diğerlerinin 1978'de geliştirdiği yöntem VZA adını alıncaya kadar literatürde fazla dikkat çekmemiştir. 1984 yılında Banker, Charnes ve Cooper [11] tarafından *Ölçeğe Göre Değişken Getiri* (Variable Return to Scale-VRS) durumu incelenmiş ve bu çalışma literatürde Banker-Charnes-Cooper (BCC) modeli olarak girmiştir. Ayrıca Charnes, Cooper, Golany, Seiford ve Stutz [12] tarafından ortaya atılan toplamsal model ve çarpımsal modeller de VZA'ya ait literatürdeki yerini almıştır.

Bir diğer etkinlik ölçüm yöntemi Oran Analizi Yöntemidir. Tek girdi ve tek çıktı ile sınırlı olan bu analiz oldukça kolay bir yöntem olup çok az bilgiye gereksinim duyar [13].

VZA ilk başta kar amacı gütmeyen kamuya ait kuruluşların etkinliğinin ölçmede kullanılsa da daha sonraları ise kar amacı güden kurumların performanslarını değerlendirmekte tercih ettikleri bir yöntem haline almıştır. Analizin askeriye, eğitim, ağılık, bankacılık, gibi çeşitli disiplinlerden farklı uygulama alanları olduğu görülmektedir [14].

VZA'nın uygulanmasındaki amaçlar, KVB'lerin girdi ve çıktılarından kaynaklanan etkinsizliği ve etkin olan KVB'lere kıyasla bu etkinsizliğin nasıl giderileceğini araştırmak; KVB'leri etkinlik kategorilerine göre ayırmak; buldukları üretim ortamı ve sektör için etkinlik standartları ortaya koymak şeklinde sıralanabilir [4].

Bu çalışmada tezin temelini oluşturan VZA'ya geçmeden önce konunun kavranması ve tanımlanması için gerekli temel tanımlardan "etkinlik", "verimlilik", "etkin sınır" vb.ne 2nci bölümde yer verilecektir.

3nc bölümde; diğer etkinlik lme yöntemlerinden kısaca bahsedilecektir.

4nc bölümde; VZA anlatılacak; grafiksel ve matematiksel çıkarımı gösterilecektir. CCR ve BCC modelleri girdi temelli ve çıktı temelli yaklaşımlarla birlikte ele alınacaktır.

5inci bölümde; gözlemler ve değişkenler arasındaki ilişkileri ortaya koyan ve iki boyutlu uzayda birlikte gösterimlerine imkân veren, grafiksel gösterim tekniği Robust CoPlot aktarılacaktır.

6ncı bölümde; VZA'nın grafiksel gösterimi ve değişken seçimi amaçlı olarak Adler vd. tarafından yapılan önceki bir çalışmaya ait veri kümesi uygulama amaçlı seçilmiştir. Veri kümesinde, Çin Halk Cumhuriyetindeki 35 şehre ait 3 girdi ve 3 çıktı değişkeni bulunmaktadır. Adler bu çalışmasında; VZA ve Klasik CoPlot tekniğini birlikte kullanmıştır [15]. Burada da uygulama aynı veri seti üzerinden Robust CoPlot [16] tekniği ile yapılacak ve elde edilen sonuçlar klasik CoPlot sonuçları ile karşılaştırılacaktır. Aykırı değerlerin Klasik CoPlot ve Robust CoPlot grafikleri üzerindeki etkileri incelenecek ve bu gözlemlerin araştırmadan çıkarılmasının etkinlik skorlarına etkisi araştırılacaktır. Ayrıca VZA'da değişken seçimi ve VZA sonuçlarının grafiksel gösterimi için Robust CoPlot tekniğinden faydalanılacaktır.

Son bölümde ise elde edilen sonuçlar değerlendirilecektir.



## 2. TEMEL TANIM VE KAVRAMLAR

Bu bölümde, etkinlik ölçümünde kullanılan bazı kavramlara ait temel tanımlar ve açıklamalar sunulacaktır. Söz konusu kavramların daha kolay anlaşılması için gerek görülen yerlerde çeşitli grafikler kullanılacaktır.

### 2.1. Karar Verme Birimi

KVB terimi ilk defa 1978 yılında Charnes, Cooper ve Rhodes tarafından yapılan çalışmada ortaya çıkmıştır. KVB'ler girdilere çıktılarını dönüştürmekte rol oynayan ve performansları hesaplanan varlıklar (entity) olarak kabul edilir [14]. Bir karar verme sürecinde karar vericinin kararına katkısı olan birimler, kişiler ya da varlıklar topluluğu olarak da düşünülebilir.

Etkinlik ölçümünde sadece bir işletmenin ya da bir firmanın etkinlikleri ölçülmediğinden; daha genel ve geniş kapsamlı bir kavram olan KVB terimi kullanılmaktadır. Son yıllarda birçok ülkede farklı alanlarda faaliyet gösteren çok çeşitli varlıkların etkinliklerini ölçebilmek amacıyla, VZA'nın farklı uygulamalarının yapıldığı görülmektedir. Söz konusu VZA uygulamalarında şehirler, bölgeler, ülkeler, kar amacı gütmeyen hastaneler, askeri birlikler, üniversiteler, kar amacı güden firmalar, restoranlar, vb. gibi değişik türde varlıklar ile banka şubeleri, fast-food zincirleri gibi herhangi bir organizasyon içindeki bölümler/departmanlar da etkinlikleri ölçülen KVB'ler olarak seçilmiştir [17][18].

### 2.2. Modelin Girdisi ve Çıktısı

Girdi (input) bir organizasyon/sistem tarafından üretimi gerçekleştirmek için kullanılan üretim kaynaklarına veya aynı sistem tarafından çıktı üretmek için kullanılan herhangi bir ürün ya da hizmete denir [19]. Çıktı (output) ise KVB'lerinin işlemleri sonucunda elde edilen kazanç olarak tanımlanabilir [20].

Örneğin KVB olarak hastaneler seçildiğinde; girdiler doktor sayısı, hemşire sayısı, tıbbi aletler, MR cihazı miktarı, yatak sayısı, laboratuvar vb girdi faktörleri; ayakta tedavi gören hasta sayısı, yatarak tedavi gören hasta sayısı, yapılan ameliyat sayısı vb. çıktı faktörleri olarak değerlendirilebilir [21]. Gonzaloz araba modellerini KVB olarak ele aldığı çalışmasında, analiz modelini oluşturmak için girdi olarak fiyat; çıktı olarak hacim, bagaj genişliği, karbondioksit salınımı, güç, maksimum hız, ağırlık, ivmelenme, yakıt ortalaması

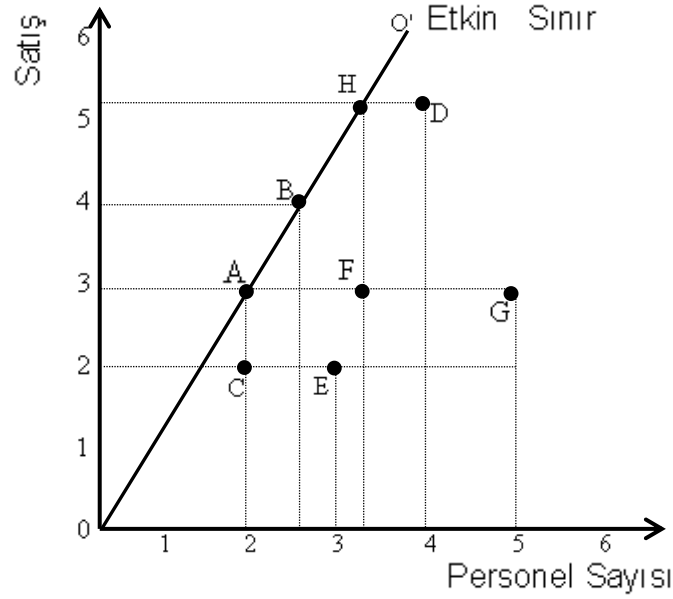
gibi değişkenleri tercih etmiştir [22]. Türkiye’de bankaların KVB olarak seçildiği tez çalışmasında Sütçü girdi olarak acente sayısı, personel sayısı, öz sermaye; çıktı olarak teknik kar/zarar ile dönem net karı/zararı değişkenlerini kullanmıştır [23].

Ölçüm sonucunda elde edilecek etkinlik skoruna, seçilen girdi ve çıktı değişkenleri etki etmektedir. Bu yüzden KVB’lerin etkinliklerini ortaya çıkaracak değişkenler doğru seçilmelidir. Uzman bilgisi veya kabul edilmiş pratikler değişken saptanmasında yararlı olabilir. Örneğin bankaların kar etkinliği ölçülürken iki girdi (faiz gideri ve faiz dışı gider) ve iki çıktı (faiz geliri ve faiz dışı gelir) önemli değişken olarak kullanılabilir. Herhangi bir değişkenin girdi ya da çıktı olarak tercihi karar vericinin bulunduğu konuma göre değişebilir. Normalde bir modelde miktarının artırılması ya da yüksek tutulması istenen değişken çıktı; düşük olması istenenler ise girdi olarak düşünülür. Örneğin bir organizasyonda üst yönetici konumundaki karar verici, organizasyonu daha az sayıda çalışan ile yürütmek isterken, aynı organizasyona bağlı bir departman yöneticisi daha fazla çalışan tercih edebilir. Bir faktörün girdi mi yoksa çıktı mı olarak tercihi, KVB’lerin girdi-çıkıtı dönüşüm sistemi yapısına veya uzman bilgisine göre yapılabilir. Bunların mümkün olmadığı durumlarda ise sezgisel seçimler uygun olabilir [24].

### **2.3. Etkin Sınır**

Etkin sınır (Efficient Frontier), en iyi performansı temsil eden girdi-çıkıtı bileşimini oluşturan KVB’lerden oluşan sınırdır [25]. VZA sonucunda KVB’lere ait çıktıların ağırlıklı toplamının, girdilerinin ağırlıklı toplamına oranı dikkate alınarak, en iyi üretim bileşimini esas alan bir sınır belirlenmektedir. KVB’lerin etkinliği bu sınıra göre hesaplanmaktadır. Herhangi bir KVB, bu sınır üzerinde ise etkin, sınırın altında ise etkin olmayan KVB olarak adlandırılır [20],[4]. VZA’da etkinliği en yüksek olan KVB(ler)’nin bulunduğu sınır etkin sınır olarak kabul edildikten sonra, diğer KVB(ler) bu etkin sınıra olan uzaklıklarına göre değerlendirilir [26].

Şekil 2.1.’deki satış (çıkıtı) ve personel (girdi) grafiğinde etkin olan A,B ve H KVB’lerinin OO’ doğrusu üzerinde olduğu görülmektedir. Söz konusu doğru, etkin sınırı temsil etmektedir. Sınırın altındaki KVB’ler ise etkin değildir.



Şekil 2.1. Etkin Sınır

#### 2.4. Üretim İmkânlar Kümesi

Üretim İmkânlar Kümesi (Production Possibility Sets-ÜİK) belirli bir üretim teknolojisi tarafından mümkün kılınan etkin ve etkin olmayan tüm girdi-çıkıtı dönüşümlerini içeren küme olarak tanımlanmaktadır [27]. Şekil 2.1.'de ÜİK OO' doğru parçası ile X eksenini arasında kalan bölge olarak ortaya çıkmaktadır. ÜİK'in, etkin olan A, B ve H KVB'leri ile etkin olmayan C, D, E, F ve G KVB'lerini kapsadığı görülmektedir.

#### 2.5. Etkinlik Skoru veya Değeri

Etkinlik skoru (Efficiency Score) VZA'da KVB'lerin etkinlik derecelerini ifade etmektedir. Etkinlik Skoru; çıktılarının ağırlıklı toplamının, girdilerin ağırlıklı toplamına oranını ifade etmektedir. Girdi odaklı yaklaşımda etkinlik skoru "1" olan KVB(ler) etkin olup sınır üzerinde yer almaktadır. Etkin sınırdaki yer almayanlar ise "1"den küçük değerler alır. Aldıkları bu skorlar etkin sınıra olan uzaklıklarına göre hesaplanır [17].

Çıktı Odaklı yaklaşımda, etkin olan KVB(ler) etkinlik skoru olarak "1" değerini alırken; etkin olmayan KVB(ler) 1'den büyük değer almaktadır. Bu skor girdilerin ağırlıklı toplamının, çıktılarının ağırlıklı toplamına bölünmesiyle elde edildiğinden; girdi odaklı yaklaşımda bulunan etkinlik skorunun bölmeye göre tersi şeklindedir. Girdi odaklı çözüm ile çıktı odaklı çözüm arasındaki farklar 4ncü bölümde detaylıca anlatılacaktır.

Etkinlik skoru, her bir KVB için girdi ve çıktı ağırlıklarını tespit etmek amacıyla kurulan VZA2'nin matematiksel temelini oluşturan doğrusal programlama modelinin çözümü sayesinde ortaya çıkmakta olup; modelde maksimum (çıkıtı odaklı ise minimum) olması arzulanan amaç fonksiyonun değeridir. Gelişen bilgisayar teknolojileri sayesinde etkinlik skorlarının ölçümü için bir takım paket programlar geliştirilmiştir. Bu programlar sayesinde etkinlik skorunun ölçümü çok daha hızlı ve güvenli hale gelmiştir [21].

## 2.6. Verimlilik

Verimlilik en basit tanımıyla çıktıların girdilere oranı şeklinde ifade edilebilir. Girdi olarak kullanılan kaynaklar ve üretim faktörleri ile üretim sonucunda ortaya konan çıktılar arasındaki ilişkiyi gösteren bir performans göstergesidir. Verimlilik üretim amacıyla tahsis edilen kaynakların ne kadar uygun kullanıldığının ölçümü olup kalite unsurunu göz önünde bulundurur [28],[29], [30].

Tek girdi-tek çıktı durumu dikkate alındığında, her hangi bir KVB'nin verimliliği, çıktının girdiye oranı olarak tanımlanmaktadır. Çoklu girdi ve çoklu çıktının olduğu üretim ortamlarında basit girdi çıktı oranı verimliliği tam olarak açıklayamamaktadır. Ancak verimlilik kavramından bahsedilirken bütün girdi bileşimlerini de kapsayan *Toplam Faktör Verimliliği* (Total Factor Productivity -TFV)'nin üzerinde durulması daha uygun olacaktır. Örneğin bir işyerindeki çalışma verimliliği, bir çiftlikteki toprak verimliliği veya bir enerji santrallerindeki yakıt verimliliği *Kısmi Faktör Verimlilikleridir*. Bu tür geleneksel Kısmi Faktör Verimlilikleri tek başlarına ele alındığında tüm verimliliğin ölçümünde yetersiz kalmaktadır. TFV üretime katılan bütün girdilerin toplanarak tek girdi faktörüne; yine aynı şekilde çıktıların da toplanarak tek çıktı faktörüne indirgenmesini içerir. Daha sonra oluşturulan girdi toplamının çıktı toplamına oranı incelenir. Fakat TFV, girdilerin bütün girdiler toplanarak oluşturulan tek girdi faktörüne ve çıktıların bütün çıktılar toplanarak elde edilen tek çıktı faktörüne hangi ağırlıkla katıldığını ortaya koyamamaktadır. Yani girdiler ve çıktılar için herhangi bir ağırlık tespit edilememektedir [4], [18].

## 2.7. Etkinlik

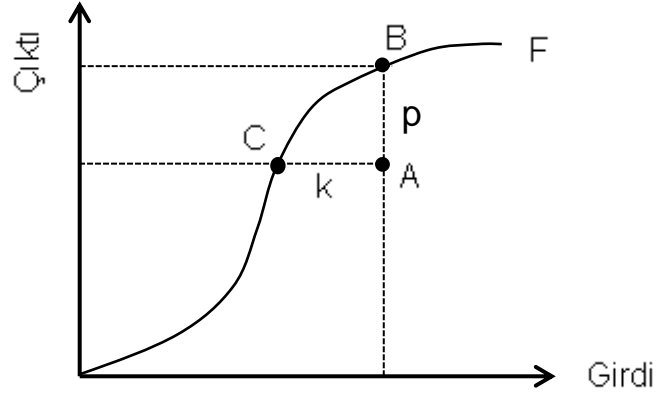
Verimlilik kavramı *görelî* olmadığından KVB'lerin verimlilikleri birbirlerinden bağımsız olarak ölçülmektedir [31]. Etkinlik kavramı ise görelî bir kavramdır. Herhangi bir KVB'nin etkinlik derecesi ya da skoru diğer KVB'lerin girdi kullanma ve

çıktı üretme becerileri ile yakından ilgilidir. Etkinlik, gözlemlenen KVB'lerin girdi ve çıktılar yönünden optimal olan(lar)ına göre kıyaslaması yapılarak ortaya konulur [32]. Literatürde etkinlik kavramı görelî bir kavram olarak kullanılmış olup etkinlik derecesi diğerk KVB(ler)den etkilenmektedir. Verimlilik ise daha çok girdilerle çıktılar arasındaki oransallığı açıklamak için tercih edilmektedir.

Etkinlik; *Teknik etkinlik*, *Ölçek etkinliğı* ve *Fiyat etkinliğı* (tanımları) olarak üç alt başlıkta tanımlanabilmektedir. Bu tez çalışmasında sadece teknik etkinlik kavramı üzerinde durulacaktır. Diğerk etkinlik kavramları çalışmanın konusu değildir.

Teknik etkinlik (Technical Efficiency) teorik olarak, iktisat alanında ilk kez Koopmans [7] tarafından 1951 yılındaki bir çalışmada tanımlanmıştır. Girdi kombinasyonunu optimum seviyede kullanarak mümkün olan maksimum çıktıyı üretme becerisine teknik etkinlik denir. Etkin sınır, teknik etkinliğe sahip bütün üretim bileşimlerini kapsar [3]. Teknik etkinlik girdi ve çıktı fiyatları ve faaliyetleri dikkate alınmadan *belli bir teknoloji seviyesinde* girdilerin fazla kullanılıp kullanılmadığını belirler [4].

Şekil 2.2'de görülen OF eğrisi, girdi ve çıktı arasındaki ilişkiyi tanımlamak için kullanılan etkin sınırı temsil eder. Etkin sınır, üretim ortamındaki teknolojinin mevcut halini ortaya koymaktadır. Söz konusu üretim ortamında teknik etkin KVB'ler sınırın tam üzerinde, diğerkleri altındadırlar. Şekilde görülen her bir nokta bir KVB'yi temsil etmektedir. Örneğın A noktası etkin olmayan bir noktadır. B ve C ise etkin bir noktadır. A noktası B ile kıyaslandığında etkin olabilmek için daha fazla girdi kullanmadan çıktı miktarını p birim artırması gerekmektedir. Ya da C noktasına kaydırılmak suretiyle, çıktı miktarı sabit kalarak girdisini k kadar azaltmalıdır [18], [31].

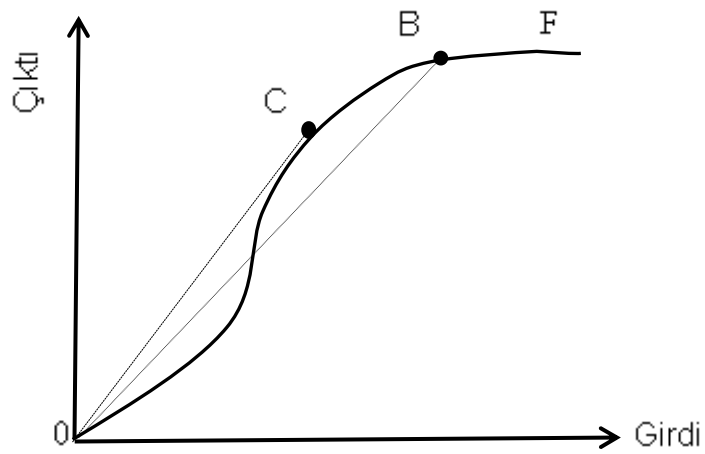


Şekil 2.2. Verimlilik ve Teknik Etkinlik

Verimlilik çıktının girdiye oranı olarak tanımlanmıştır. Buna göre teknik olan B noktasının verimi diğer teknik etkin olan C'ye göre daha azdır. Her iki nokta teknik etkin olsa bile C daha verimlidir denilebilir [18].

## 2.8. Ölçeğe Göre Getiri

Üretimin her aşamasında girdi seviyesindeki bir birim değişim çıktı seviyesinde aynı oranda değişime neden olmayabilir. Şekil 2.3. incelendiğinde, B'nin eğiminin C'nin eğiminden daha az olduğu görülmektedir. Bu iki nokta için farklı girdi düzeylerinde farklı üretim ölçeklerin söz konusudur. Eğer etkin sınır doğru parçası şeklinde olsaydı herhangi iki nokta arasında aynı üretim ölçeği kullanılacaktı. Bu durumda ise girdi seviyesindeki oransal değişim üretimin her aşamasında çıktıda aynı oransal değişimi getirecekti. Girdi miktarındaki oransal değişimin, çıktı miktarında yarattığı oransal değişim, *Ölçeğe Göre Getiri* (Return to Scale) kavramı ile açıklanmaktadır.



Şekil 2.3. Ölçeğe Göre Getirinin Açıklanması

CRS, girdi seviyesindeki oransal değişimin, çıktı düzeyindeki oransal değişimle aynı olduğunda yani *sabit* kaldığında kullanılmaktadır [18],[4]. VRS, ise girdi miktarındaki oransal değişimin, çıktı miktarındaki oransal değişimden farklı olduğu durumdur [17]. 4ncü bölümde anlatılacak olan CCR modeli CRS; BCC modeli ise VRS yaklaşımı altında önerilmiş VZA modelleridir.

## **2.9. Gevşek Değişken**

Etkin olmayan bir KVB'nin etkin olanlara kıyasla girdilerinde fazlalık (excess) ve/veya çıktılarında eksiklik (shortfall) söz konusudur. Bu fazlalık ve eksikliklere gevşek değişken (slack) denir [20]. Herhangi KVB'nin "tam etkin" olabilmesi için gevşek değişkenlerin sıfıra eşit olması gerekir [33].

## **2.10. Referans Kümesi ve Kıyaslama**

Etkin olmayan KVB'lerin, etkin hale getirilebilmesi için kullandığı girdi ve çıktı miktarlarında bir takım olumlu değişikliklerin yapılması gerekir. VZA, bu değişikliklerin nasıl yapılması gerektiğini matematiksel olarak ortaya koyar. Her bir etkin olmayan KVB'ye, etkin olan KVB'lerin bazılarının yer aldığı referans kümesi (reference set) belirler. Etkin olmama nedenleri, referans kümesindeki etkin KVB'lerle *kıyaslama* (benchmarking) yapılarak araştırılır [34].

### 3. ETKİNLİK ÖLÇME TEKNİKLERİ

Bu bölümde çeşitli etkinlik ölçüm yöntemlerinden ve bunların alt bölümlerinden kısaca bahsedilecektir. Literatürde, KVB'lerin etkinliklerini (performans) ölçmeyi amaçlayan teknikler; Oran Analizi, PÖY ve POÖY olmak üzere 3 ana başlıkta değerlendirilmektedir [27]. Bu yöntemlerin her birinde etkinlik skoru hesaplamak için kullanılan etkin sınırı oluşturma yöntemini farklı olacağından elde edilecek sonuçlar da farklılık gösterebilir. Örneğin Oran Analizi Yöntemi çıktının girdiye oranı şeklinde sonuç bulurken; PÖY, daha çok varsayımsal süreçlerle ve parametrik bir fonksiyon yardımı ile sonuca ulaşmaktadır [3]. POÖY ise ön kabullere dayanmadan mevcut gözlemler içerisinde ağırlıklı çıktı; ağırlık girdi oranı en yüksek olan gözlemi temel alarak etkin sınırı ve KVB'lerin etkinlik skorlarını belirlemektedir.

#### 3.1. Oran Analizi

Oran Analizindeki temel yaklaşım tek girdi ile tek çıktının oranlanmasıdır. KVB'lerin etkinlikleri elde edilen bu oranlara göre açıklanmaktadır. Oran Analizinde oran ölçeği (ratio scala) diye adlandırılan ve daha önceden karar verici ya da araştırmacı tarafından belirlenen ve standartlaştırılan bir oran ölçeği kullanılır. Etkinlikleri hesaplanacak KVB'lere ait girdi/çıkıtı oranları, önceden tanımlanan bu ölçeğe göre hesaplanır. Oran ölçeğinde bir başlangıç noktası (oran ölçeği) kabul edilir. KVB'lerden elde edilen oranlar bu noktaya göre konumlandırılır [20].

Kolay hesaplanır ve kolay anlaşılır bir yöntem olması nedeniyle Oran Analizine literatürde sıkça rastlanmaktadır. Ancak bu yöntem KVB'lerin etkinliklerinin tespitinden çok sürece ilişkin çok durum tespiti amacıyla kullanılmaktadır [13]. Oran Analizinde her bir oranın bağımsız değerlendirilmesi nedeniyle herhangi bir KVB bazı oranlar için etkin; bazı oranlar içinse etkin olmayan şeklinde görülebilir. Bu da çok girdili ve çok çıktılı durumlar göz önüne alındığında, Oran Analizinin etkinlik ölçümü için yetersiz kaldığı göstermektedir. Bu yetersizliğin giderilmesi amacıyla girdilerin tek bir girdi faktörüne çıktılarının tek bir çıktı faktörüne indirildiği TFV ölçümünden faydalandığı bir önceki bölümde izah edilmişti. Bu faktörde etkinlik toplam çıktı faktörünün toplam girdi faktörüne oranından hesaplanmaktadır. Ancak girdilerin ve çıktılarının hangi ağırlıklarla yeni girdi ve çıktı faktörüne katkı yapacağı Oran Analizinde açık değildir [3].



### 3.2. Parametrik Ölçüm Yöntemleri

PÖY, KVB'lerin etkinliklerini genellikle bazı varsayımları ve önceden belirlenmiş bir üretim fonksiyonundaki parametrelerin tahminleri ile hesaplar. Bu yöntemler temelde bağımsız değişkenin çıktı olarak; bağımlı değişkenlerin ise girdiler olarak kabul edildiği çoklu doğrusal regresyon yaklaşımı üzerine kurulmuştur [1]. PÖY'ne kısaca değinmeden önce basit doğrusal regresyon ve çoklu doğrusal regresyon modelleri hakkında bir hatırlatma yapmak gerekirse bir bağımsız değişken ile bir bağımlı değişkenin yer aldığı basit doğrusal regresyonun formülü aşağıdaki gibidir:

$$y_i = b_0 + b_1x_i + e_i, \quad i = 1,2,\dots,n \quad (3.1.)$$

Eşitlikte  $y_i$  bağımlı, ise  $x$  bağımsız değişkendir.  $b_0$  regresyon kesim noktası yani bağımsız değişkenin "0" olduğunda bağımlı değişkenin değeri olup bundan dolayı model gereği hesaplanan bir katsayıdır.  $b_1$  parametresi yani modelin eğimi ise bağımsız değişkendeki bir birim değişimin, bağımlı değişkendeki yaratacağı değişim miktarını gösterir. Ortalamasının sıfır ve varyansı sabit bir  $\sigma^2$  değerine sahip  $e_i$  hata terimi; bağımlı değişkenin, bağımsız değişken tarafından açıklanamayan kısmını ifade eder.  $k$  tane bağımsız (açıklayıcı) değişkenin yer aldığı çoklu doğrusal regresyon modeli ise aşağıdaki gibidir.

$$y_i = b_0 + b_1x_{1i} + b_2x_{2i} + \dots + b_kx_{ki} + e_i, \quad i = 1,2,\dots,n \quad (3.2.)$$

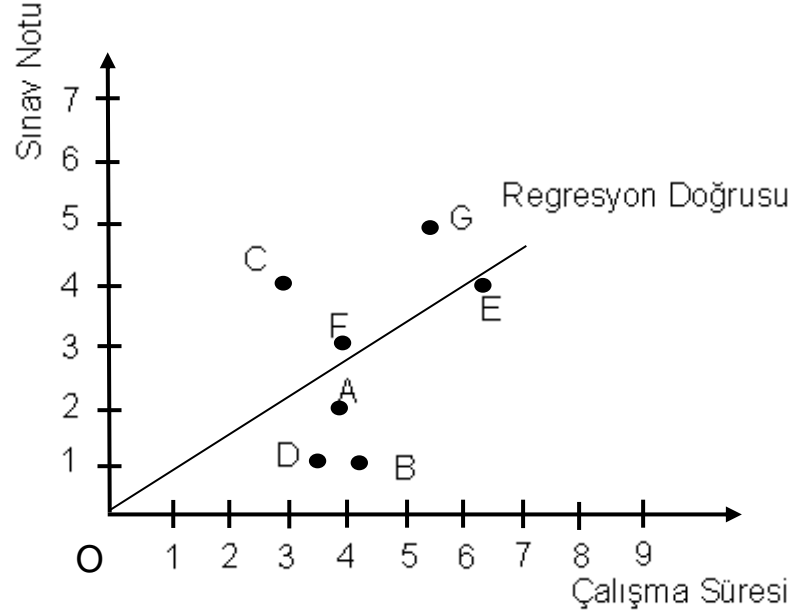
VZA'da neden çoklu doğrusal regresyon modeli gibi parametrik bir modelden faydalanılmadığı, 7 öğrenciye ait ders çalışma süresinin  $x$  (girdi- input); buna karşı aldıkları sınav notunun  $y$  çıktı (output) yer aldığı Çizelge 3.1.'deki basit örnek ile anlatılacaktır.

Çizelge 3.1. Tek Girdili ve Tek Çıktılı Durum

Öğrenci	A	B	C	D	E	F	G
Süre	4	4,1	3	3,5	6,5	4	5,6
Not	2	1	4	1	4	3	5

3.1.'e ilişkin verinin modeli  $y = 0,65x$  olarak elde edilmiştir. Verilerin dağılımı ve karşılık gelen regresyon doğrusu Şekil 3.1.'deki gibidir. Aynı örnek tek girdi ve

tek çıktının olduğu bir etkinlik hesaplama problemi olarak düşünölsün. Her bir öğrenci bir KVB olarak ele alındığında etkinlikler regresyon doğrusu temel alınarak hesaplanacaktır. Gerçekte etkin olmayan F ve E KVB'leri hesaplanan regresyon doğrusu ortalama (average) değeri dikkate aldığından etkin gibi görölmektedir.



Şekil 3.1. Regresyon Doğrusu

Elde edilen regresyon modeli ile etkinlikler, en yüksek çıktıya sahip olan KVB'lere göre değil, gözlemlerin tamamına en iyi uyumu vermesi için ortalarından geçen doğruya göre elde edilmiştir. Araştırmacı performansları, modelde regresyondan kaynaklanan merkezi eğilimler nedeniyle, en iyi durumdaki KVB'ye göre değil de ortalamalara göre hesap eder. Bu yaklaşım da en iyi durumda olan KVB'leri etkinliklerini, ortalamadaki değerlere düşürmek gibi çok da akılcı olmayan bir sonuca götürür [13]. Ortalamalarla ilgilenmek PÖY'ün önemli dezavantajlarından biri olarak söylenebilir. Ayrıca çok girdili ve çok çıktılı etkinlik ölçümlerinde araştırmacının analizine imkân vermemesi ayrı bir olumsuzluktur.

Bu yöntemler arasında Stokastik Sınır Yaklaşımı (Stochastic Frontier Approach-SSY), Serbest Dağılım Yaklaşımı (Distribution Free Analysis-SDY) ve Yoğun Sınır Yaklaşımı (Thick Frontier Approach-YSY) sayılabilir. Bunlardan SSY Ekonometrik Yaklaşım olarak da bilinir. SSY; maliyet, kâr, çevresel faktörler ve üretim gibi değişkenleri ele alan bir fonksiyonu esas alır [35]. SSY kullanılan

girdi ile elde edilen çıktı arasındaki stokastik ilişkiyi ortaya koyar. Etkinlik sınırındaki sapmaların veri içindeki gürültüyü (hata terimi) yansıtacağını ön görür [34],[36].

Bir diğer Parametrik Yaklaşım olan SDY'de, SSY'de olduğu gibi belli bir fonksiyon tanımlanır. Fakat hata terimlerinin ortalamasının sıfır olduğu kabul edilir. SDY'de her bir KVB'nin zaman içinde istikrarlı etkinlik gösterdiği öngörülür [37].

YSY'de gözlenen değer ile beklenen değer arasında oluşan farkların maksimum ve minimumlarının rassal hatayı oluşturduğu ön görülür. Diğer değerler ise etkin olmayan KVB'leri göstermektedir [1].

### **3.3. Parametrik Olmayan Ölçüm Yöntemleri**

POÖY matematik programlamayı esas alan yöntemler olup Parametrik Yöntemlerin dezavantajlarını gidermek için önerilmiştir. POÖY çok girdili ve çok çıktılı üretim ortamlarında ölçüm yapılabilme esnekliğine sahiptir [27]. Ayrıca etkinlik skorlarının KVB'lerin kullandığı girdilere ve ürettiği çıktılara ait ölçü birimlerinden bağımsız olarak elde edilmesi diğer bir avantajı olarak gösterilebilir [1]. VZA ve Serbest Düzenleme Zarf Modeli (Free Disposal Hull-SDZ) bu yöntemlerdendir. VZA bir sonraki bölümde detaylıca anlatılacağından burada yer verilmemiştir.

SDZ, VZA'nın özel bir biçimidir. VZA sınırında etkin KVB'lerin bulunduğu noktalar dışındaki sınır çizgileri SDZ'de kullanılmaz. Gözlenen noktaların kapsadığı alan ÜİK'i oluşturur. SDZ etkin sınırı VZA'de elde edilenden farklı olarak "*merdiven*" gibidir. VZA'da olduğu gibi sınıra olan uzaklıklara göre etkinlik derecesi belirlenir. Etkin olmayan KVB'lerin sınıra uzaklığı VZA'da elde edilen sınıra göre daha kısa olması nedeniyle daha büyük etkinlik skoru elde edilir [1].

## 4. VERİ ZARFLAMA ANALİZİ YÖNTEMİ

Bu bölümde VZA'nın detaylı tanımı verilecek, grafiksel gösterimi ve matematiksel çıkarımları üzerinde durulacaktır. Literatürde kabul görmüş VZA modellerinden CCR ve BCC modelleri ile ölçeğe göre sabit ve değişken getiri kavramlarından bahsedilecektir. VZA'nın teorik yapısı daha çok girdi odaklı CCR modeli üzerinden anlatılacaktır.

### 4.1. Veri Zarflama Analizinin Temel Tanımı

VZA, varlıkların (KVB) etkinliklerini ölçmeyi amaçlayan Doğrusal Programlama (DP) tabanlı parametrik olmayan (non-parametric) bir yaklaşımdır [31]. VZA'yı bir etkinlik ölçüm tekniği olarak literatüre kazandıran Charnes vd. onu "gözlemlenebilir veriye uygulanabilen, matematiksel programlamaya dayalı, üretim olasılıkları arasındaki ilişkilerin ampirik tahminlerini çıkarsamaya imkan veren bir analiz" olarak tanımlarlar [10]

VZA, regresyon analizinde ya da bir üretim fonksiyonunu temel alan PÖY'de olduğu gibi gözlemlerin çoğunluğuna uyan modeli aramakla değil, "gözlem" kümesindeki optimum değerleri dikkate alarak diğer gözlemlerin etkinliklerini belirlemekle ilgilenir. PÖY'ün temeli, 1928 yılında Cobb ve Douglas [6] tarafından önerilen üretim fonksiyonuna dayandırılmaktadır. Bu tarihten itibaren, üretimin yapısını ortaya koymak amacıyla, Cobb ve Douglas tipi üretim fonksiyonunu esas alan çeşitli fonksiyonlar geliştirilmiştir. Kumbhakar vd., PÖY analizlerinde kullanılmak amacıyla geliştirilen bu fonksiyonların "herhangi bir KVB'nin girdi ve çıktılarını etkin olarak kullandığı" varsayımını esas aldığını belirterek; pratikte, KVB'lerin üretimlerini her zaman optimize edemeyebileceklerini ifade ederler [38]. Bu tür kısıtlamalar araştırmacıları, üretim fonksiyonlarından çok, gözleme dayalı "üretim sınırı"ni veya "sınır analizi"ni esas alarak etkinlik ölçümleri yapmaya yöneltmiştir.

Etkinlik ölçümünde "Sınır Analizi" kavramı literatüre Koopsman tarafından kazandırılmıştır [7]. Koopsman'ın çalışmasını geliştiren Farrel tarafından ise ilk defa tek girdi ve tek çıktı üzerine etkinlik tanımı ortaya konmuştur. Koopsman'a göre bir KVB'nin herhangi bir girdi ya da çıktısı yalnız ve yalnızca diğer girdi ya da çıktılarında kötüleştirme yapılmadan iyileştirilemiyorsa bu KVB tam etkindir şeklinde tanımlanmıştır. Sonraki yıllarda tek girdili ve tek çıktılı etkinlik tanımı

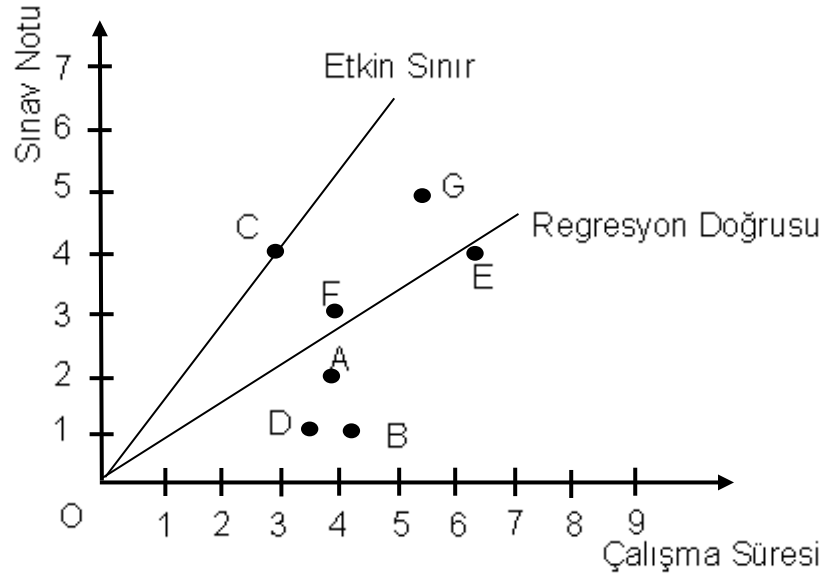
geliştirilmiş; literatürde VZA adını alarak çok çıktılı ve çok girdili problemler için genelleştirilmiştir. En basit anlamıyla; VZA, KVB'lerin kullandığı m sayıda girdi ile ürettiği s sayıda çıktı arasındaki ilişkiyi DP metoduyla analiz eder. Bu analiz gözlem kümesi içinde optimum üretim yapan KVB'lerin yer aldığı *etkin bir sınır* oluşturur. Sınır üzerinde bulunmayan yani etkin olmayan KVB'lerin etkinlik skorları, KVB'lerin "*etkin sınır*"a olan radyal (ışınsal-radial) uzaklıklarına göre hesaplanır. VZA etkin olmayan birimlerin neden etkin olmadıklarını ve bunun nasıl giderileceğini ortaya koyar [25], [40], [51]. VZA'nın diğer yöntemlere üstünlükleri sayesinde literatürde çeşitli alanlarda yapılmış çok sayıda uygulama ile karşılaşılmaktadır [14].

#### **4.2. Veri Zarflama Analizinin Grafikselleştirilmesi**

Bu bölümde, VZA'da etkin sınırın nasıl elde edildiği ve KVB'lerin etkin sınıra olan uzaklıklarına göre aldıkları etkinlik skorlarının nasıl hesaplanması gerektiği basit örnekler üzerinden açıklanacaktır. Bunun için tek girdili ve tek çıktılı, iki girdili ve tek çıktılı ile tek girdili ve iki çıktılı durumlara ilişkin örnekler sunulacaktır. Etkin olmadığı anlaşılan KVB'lerin nasıl etkin hale getirileceği üzerinde durulacak ve etkinliğin kaynağı ortaya konacaktır.

##### **4.2.1. Tek girdili ve tek çıktılı durum**

Tek girdi ve tek çıktı durumunu açıklamak için ölçeğe göre sabit getiri varsayımı altında 7 öğrencinin KVB, ders çalışma süresinin girdi ve alınan sınav notunun çıktı kabul edildiği basit bir örneği göz önüne alalım. Alınan sınav notunun çalışma süresine oranlanması ile her bir öğrenciye ilişkin etkinlikler hesaplanır. Şekil 4.1.'e bakacak olursak C ile gösterilen öğrencinin etkinliği en yüksek olduğu için etkinlik sınırı bu karar verme biriminin üzerinden geçecektir. Daha önce parametrik yaklaşımları anlatmak amacıyla kullanılan Şekil 3.1.'teki grafiğe, en yüksek üretim kapasitesine sahip KVB tarafından oluşturulan etkin sınır eklendiğinde Şekil 4.1 elde edilir. C KVB'sinin üzerinde bulunduğu etkin sınırın diğer birimleri bir *zarf* gibi kapsadığı ve maksimum üretimi (optimum seviye) temel aldığı açıkça görülmektedir.



Şekil 4.1. Regresyon Doğrusu ve Etkinlik Sınırı

Diğer KVB'lerin, en etkin KVB olan C ile kıyaslandığında etkin olmadığı görülmektedir. C'ye kıyasla diğerlerinin etkinliği *görelî* olarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir;

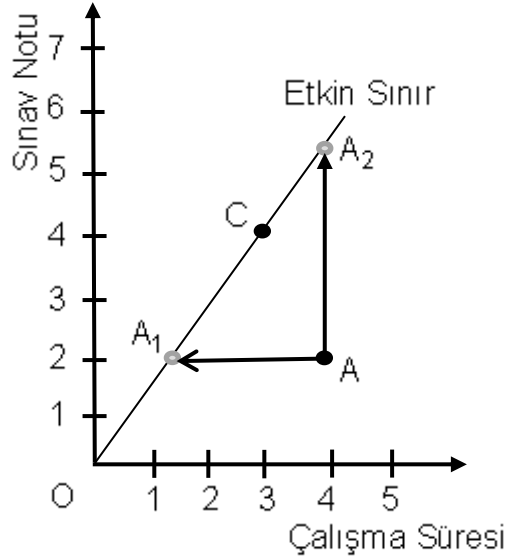
$$0 \leq \frac{\text{Her bir öğrencinin 1 saat çalışmayla aldığı not}}{\text{C'nin 1 saat çalışmayla aldığı not}} \leq 1 \quad (4.1.)$$

Eşitlik (4.1)'den görelî olarak hesaplanan etkinlikler, büyükten küçüğe doğru sıraya konulduğunda;

$$1 = C > G > F > E > A > D > B = 0,18 \quad (4.2.)$$

olarak bulunur. Etkin olmayan KVB'lerin etkin hale getirilmesi yani etkin sınır üzerine doğru kaydırılması (benchmarking) gerekmektedir. Örneğin AKVB'si Şekil 4.2.'deki gibi farklı yollarla etkin hale getirilebilir. Aldığı not (çıktı-output) sabit tutularak etkin sınır üzerindeki  $A_1(1,5,2)$  noktasına hareket ettirildiğinde, yani ders çalışma süresi (girdi-input) 1,5 saate düşürüldüğünde ya da ders çalışma süresi (girdi-input) sabit tutulmak kaydıyla  $A_2(4,5,33)$  noktasına kaydırıldığında, yani aldığı not (çıktı-output) 5,33'e çıkarıldığında A KVB'si, etkin olacaktır. Alternatif olarak aynı anda girdi miktarını düşürüp çıktı miktarını artırarak A KVB'si C(3,4) noktasına kaydırıldığında da etkin hale getirilmiş olur.

Aslında KVB  $\overline{A_1A_2}$  doğru parçası üzerinde herhangi bir noktaya götürüldüğünde etkin hale gelebilmektedir.



Şekil 4.2.A KVB'nin Etkin Hale Getirilmesi

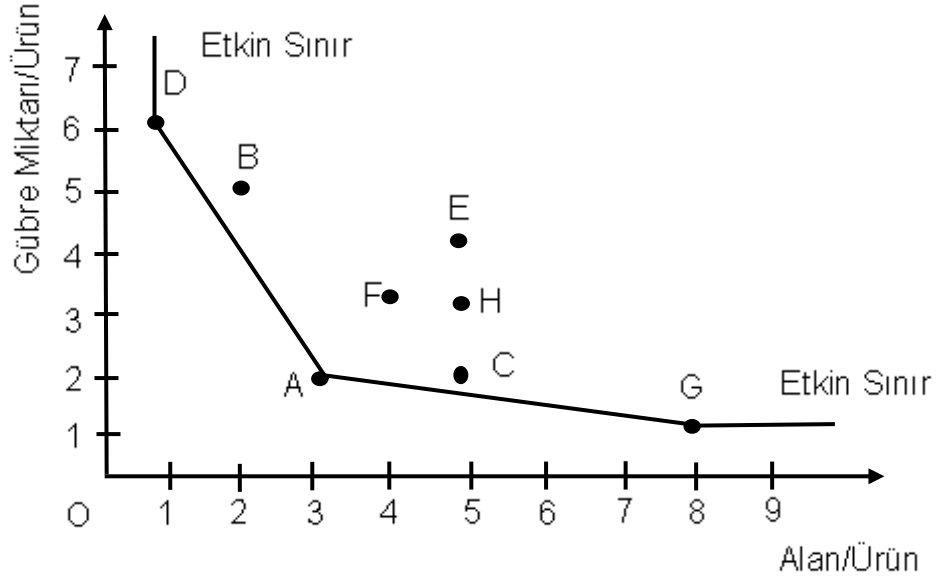
#### 4.2.2. İki Girdili Tek Çıktılı Durum

Bu kısımda iki girdi kullanarak tek çıktı üreten KVB'lerin etkinlik skorlarının nasıl hesaplanacağı açıklanacaktır. Çizelge 4.1.'de 8 tarlaya ait veriler yer almaktadır. Her bir tarlanın *alanı* ilk girdi olan  $x_1$  , tarlaya dökülen *gübre* miktarı ikinci girdi  $x_2$  yılsonunda alınan *ürün* miktarı ise çıktı değişkeni olup  $y$  ile gösterilmiştir. Model girdi odaklı kurulduğu için her bir KVB'ye ait girdiler, çıktı değeri 1 olacak şekilde yeniden ölçeklendirilmiştir Dolayısıyla Şekil 4.3.'de yer alan eksenler  $x_1 / y$  ve  $x_2 / y$  olacaktır.

Çizelge 4.1. İki Girdili ve Tek Çıktılı Durum

Tarla	A	B	C	D	E	F	G	H
Alan (dönüm)	3	4	5	1	5	4	8	5
Gübre (kg)	2	3	2	6	4	3	1	3
Ürün (ton)	1	1	1	1	1	1	1	1

Girdi odaklı modellerde çıktı miktarı sabit olarak düşünüldüğünden KVB'lerin etkinlikleri girdi miktarları azaltılarak arttırılır.



Şekil 4.3. İki Girdili ve Tek Çıktılı Durum İçin Etkinlik Sınırı

Bir birim ürün elde etmek için daha az girdi kullanan KVB'lerin daha etkin olması gerekmektedir. Bu mantık ile bakıldığında D, A ve G KVB'lerinin üzerlerinden geçen doğru parçaları etkin sınırı oluşturur. Üretim imkânlar kümesi etkin sınır tarafından zarflanan alan olup gözlemlenen diğer noktalar üretimin imkânlar kümesinin içinde yer alır.

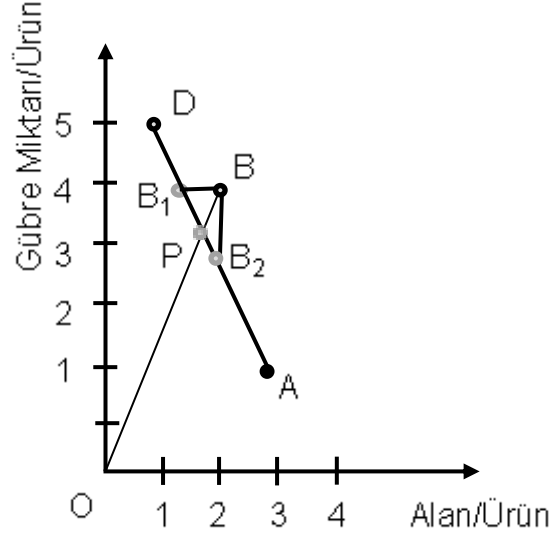
D, A ve G KVB'lerinin etkinlik skorları, etkin sınır üzerinde yer aldıklarından dolayı 1'dir. Etkin olmadığı grafikten anlaşılan B KVB'sinin etkinlik skoru, Şekil 4.4.'deki  $\overline{OB}$  doğru parçasının etkin sınırı kestiği P noktası kullanılarak hesaplanmaktadır. B'nin etkinlik skoru;

$$\frac{d(\overline{OP})}{d(\overline{OB})} = \frac{\sqrt{(1.64)^2 + (4.1)^2}}{\sqrt{5^2 + 5^2}} = 0,82 \quad (4.3.)$$

değerine eşittir. P noktası AD doğru parçası üzerinde yer aldığı için, D ve A KVB'leri B KVB'si için referans kümeyi oluşturur. Etkin olmayan her bir KVB'nin referans küme elemanları farklı olabilir. B noktasını etkin hale getirebilmek için referans kümesindeki D ve A noktaları kullanıldığında B KVB'si, etkin sınır üzerinde yer alan P(1.64,4.1) noktasına doğru hareket ettirilerek etkin hale getirilebilir. Bu nokta  $\overline{OB}$  doğru parçasının etkin sınırı kestiği noktadır. Ayrıca  $\overline{B_1B_2}$  üzerindeki her hangi bir nokta B KVB'sini etkin hale getirebilir. Örneğin



$B_1(1.08,5)$  noktasında  $x_2$  (gübre) miktarını değiştirmeden  $x_1$  (tarla alanı)'i azaltarak;  $B_2(2,3.25)$  noktası ise  $x_1$  (tarla alanı)'i değiştirmeden  $x_2$  (gübre) miktarını azaltarak B KVB'sini etkinleştirmektedir.



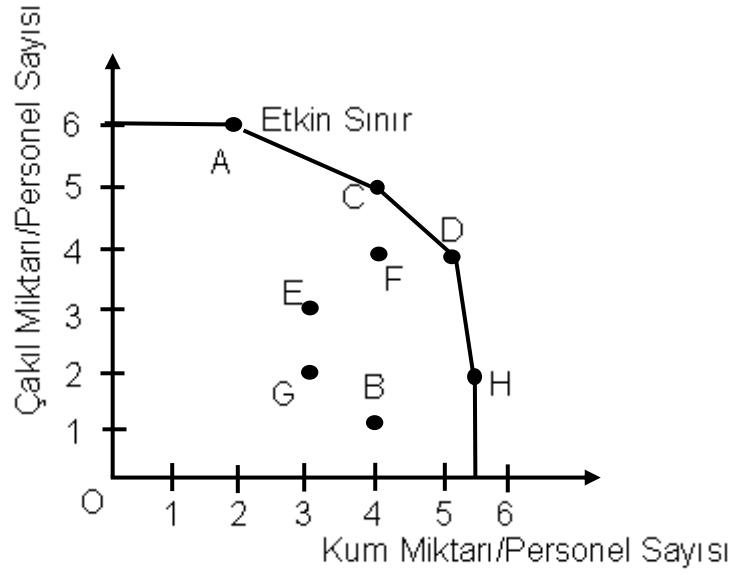
Şekil 4.4. B KVB'sinin Etkin Hale Getirilmesi

#### 4.2.3. Tek Girdili ve İki Çıktılı Durum

Bu kısımda tek girdi ve iki çıktının yer aldığı, çıktı odaklı VZA modeline ilişkin örnek verilecektir. Bahsedilen model çıktı odaklı olduğundan etkin olmayan bir KVB'nin etkinlik skoru girdi miktarı sabit tutulduğundan mevcut çıktıları artırılarak artacaktır. Yine model çıktı odaklı olduğundan her bir KVB'nin çıktısı 1 olacak şekilde girdileri yeniden ölçeklenmiştir. Çizelge 4.2.'de 8 kum ocağına ait çalışan sayısı, girdi, kum miktarı ve çakıl miktarı ise çıktılar olarak sunulmuştur. A, C, D ve H'yi kapsayan etkin sınır şekil 4.5'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.2. Tek Girdili ve İki Çıktılı Durum

KVB	A	B	C	D	E	F	G	H
Personel	1	1	1	1	1	1	1	1
Kum (ton)	2	4	4	5	3	4	3	5,5
Çakıl (ton)	6	1	5	4	3	4	2	2

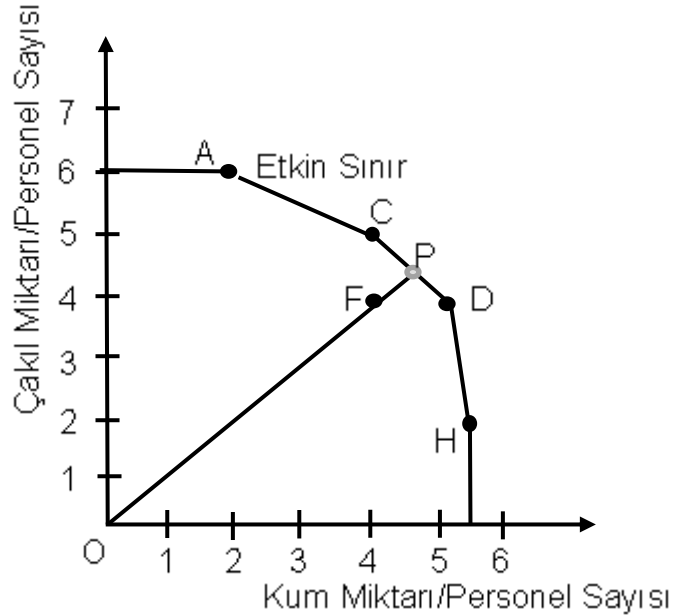


Şekil 4.5. Tek Girdili ve İki Çıktılı Durum İçin Etkinlik Sınırı

Üretim İmkânları Kümesi grafiğin eksenleri ile etkin sınır arasında oluşmaktadır. Şekil 4.6.'da F KVB'sinin etkinlik skorunun hesaplanması gösterilmektedir.

$$\text{Etkinlik Skoru} = \frac{d(\overline{OF})}{d(\overline{OP})} \quad (4.4.)$$

$d(\overline{OF})$  orjinden F'ye ve  $d(\overline{OP})$  ise orjinden P'ye olan uzaklıktır.



Şekil 4.6. F'KVB'sinin Etkinliğinin Hesaplanması

Uzaklıklar şu şekilde bulunur;

$$d(\overline{OF}) = \sqrt{4^2 + 4^2} = 5.66 \quad (4.5.)$$

$$d(\overline{OP}) = \sqrt{4.60^2 + 4.60^2} = 6.51 \quad (4.6.)$$

$$\text{Etkinlik Skoru} = \frac{d(\overline{OF})}{d(\overline{OP})} = \frac{5,66}{6,51} = 0,87 \quad (4.7.)$$

değeri elde edilir. Tek girdili-tek çıktılı durumda eşitlik (4.1)'de olduğu gibi herhangi bir KVB'nin çıktısının girdisine oranı, etkin olan KVB'nin oranına bölüldüğünde etkinlik skoru bulunuyordu. Burada ise aynı işlem grafik üzerinden uzaklıkların oranı ile yapılmaktadır. Her iki işlemde de etkinlikler *görelî* hesaplanmaktadır. Etkin olan KVB'lerin etkinlik skorları VZA tanımı gereği "1"e eşittir. Üretim imkanlar kümesi içinde yer alan her bir noktanın etkinliği haliyle 0 ila 1 arasında değerler alacaktır.

F KVB'sinin etkinlik skorunun çarpmaya göre tersi çıktılarda yapılması gereken iyileştirmeleri verecektir. İyileştirme oranı;

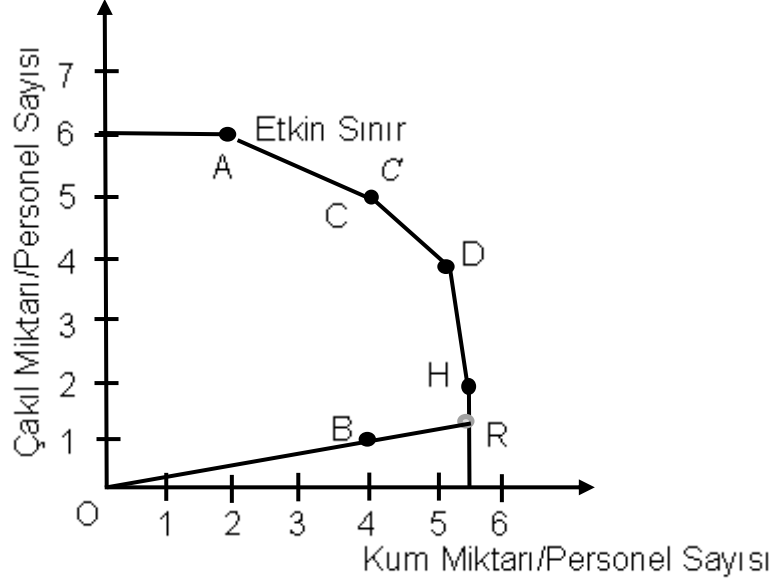
$$\frac{1}{0,87} = 1,15 \quad (4.8.)$$

olarak ortaya çıkar. Bu değer, F'nin etkinleştirilmesi için her çıktısını 1.15 oranında artırması gerektiğini ifade eder.

$$y_1 = 4 \times 1,15 = 4,60 \quad (4.9.)$$

$$y_2 = 4 \times 1,15 = 4,60 \quad (4.10.)$$

çıktı değerleri KVB'yi etkinleştirecektir. Yeni (4.60,4.60) noktanın aslında P noktası olduğu görülmektedir.



Şekil 4.7. Teknik Etkinsizlik ve Toplam Etkinsizliğin Birlikte Açıklanması

Şekil 4.7'de görülen B KVB'si de etkin sınır üzerinde olmadığından etkin değildir. Etkin hale getirebilmek için etkin sınır üzerindeki P noktasına kaydırılsa bile B KVB'si etkin olmayacaktır. Çünkü H KVB'sinin personel başına düşen  $y_2$  (çakıl miktarı) çıktı üretimi B'ninkinden daha fazladır. B KVB'sini etkin hale getirebilmek H KVB'sinin bulunduğu noktaya kaydırılması gerekmektedir. B KVB'sini ilk önce R noktasına kaydırıldığında teknik etkinsizlik; daha sonra H noktasına kaydırıldığında ise karışık (mix) etkinsizlik ortadan kaldırılacaktır. Teknik etkinsizlik ortadan kaldırılırken iki çıktı aynı oranda artırılmaktadır. Ancak karışık etkinsizlik ortadan kaldırılırken  $y_1$  sabit tutulurken  $y_2$  miktarı artırılmaktadır. H noktası ile R noktası arasındaki etkinlik farkı negatif olmayan gevşek değişkenler ile ifade edilmektedir. Bir KVB'nin etkin olabilmesi için sadece teknik etkinsizlik değil ve karışık etkinsizlik de göstermemesi gerekmektedir.

#### 4.3. Veri Zarflama Analizinin Matematiksel Yapısı

VZA'nın tanımı verilirken DP tabanlı matematiksel bir etkinlik analizi olduğu ifade edilmişti. Bu alt bölümde VZA'nın nasıl bir doğrusal programlama modeli olduğu ile modeldeki amaç fonksiyonu ve kısıtları kurgularken değişken ve veri kümesi olarak, nelerin seçildiği üzerinde durulacaktır. İlk olarak kurgulanan Kesirli Form'dan Primal Form'a, daha sonra Dual Form'a geçiş matematiksel olarak gösterilecek ve çeşitli örnekler kullanılarak detaylandırılacaktır. Etkin

olmayan KVB'lerin etkinlik iyileştirilmesinde ihtiyaç duyulan referans kümesinden bahsedilecek; girdi ve çıktı ağırlıklarının hesaplanması gösterilecektir.

VZA, KVB'lerin etkinlik skorlarını maksimize etmeye çalışan bir amaç fonksiyonu ile aynı üretim ortamını paylaşan diğer KVB'lerin ağırlıklı girdi ve çıktı faktörlerini ise problemin kısıtları olarak kabul eden bir DP problemidir. Söz konusu amaç fonksiyonundaki etkinlik skorları, ağırlıklı çıktının ağırlıklı girdiye oranından oluşmaktadır.

VZA'nın "Zarf Modeli" adı verilen asıl modeline üç aşamada geçilir. İlk olarak ağırlıklı çıktının (sanal-virtual çıktı) ağırlıklı girdiye (sanal-virtual girdi) oranı şeklinde tanımlanan bir *kesirli programlama problemi* olarak tanımlama yapılır. İkinci aşamada kesirli programlama problemi, doğrusal programlama problemine dönüştürülür. Bu modelde kısıt sayısı veri kümesindeki KVB sayısı (n) kadardır. Son aşamada ise doğrusal programlama probleminin duali alınarak elde edilen minimizasyon probleminin çözümü ile KVB'lerin optimum girdi ve çıktı ağırlıkları belirlenerek optimum etkinlikler hesaplanır. Dual problemde kısıt sayısı, *girdi ve çıktı toplamına* ( $m + s$ ) indirgenerek çözüm kolaylaştırılmış olur. Dual Problem VZA literatüründe "Zarf Modeli (Envelopment Model)" olarak da adlandırılır [33].

VZA'nın matematiksel yapısı, girdi odaklı Charnes-Cooper-Rhodes (CCR) olarak bilinen model üzerinden anlatılacaktır. Girdi odaklı olarak elde edilen optimum çözümleri çıktı odaklı probleme uyarlamak basit dönüşümler ile yapılabilmektedir [14]. Girdi odaklı programlama probleminde amaç, etkin olmayan KVB'leri girdilerini azaltarak etkin hale getirmektir. Çıktı odaklı yaklaşımda ise mümkün olduğunca KVB çıktılarının artırılması amaçlanır. Girdi odaklı CCR modelinin anlatımından sonra ölçeğe göre değişken getiri varsayımına dayalı Banker-Charnes-Cooper (BCC) modelinin matematiksel yapısı da tanımlanacaktır.

#### **4.3.1. Charnes–Cooper–Rhodes Modeli**

VZA'nın kesirli programlama (fractional programming) probleminde ağırlıklı çıktı ve ağırlıklı girdilerden faydalanılır. Sanal girdi ve sanal çıktı olarak da

adlandırılan bu kavramların matematiksel gösterimi aşağıdaki gibidir [1]. KVB sayısı  $n$ , girdi sayısı  $m$  ve çıktı sayısı  $s$  olsun.

$$\text{Sanal Girdi} = \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} = v_1 x_{1j} + \dots + v_m x_{mj}, \quad (4.11.)$$

$$\text{Sanal Çıktı} = \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} = u_1 y_{1j} + \dots + u_s y_{sj}. \quad (4.12.)$$

Burada  $v_i$  ( $i=1, \dots, m$ ) ile gösterilen  $i$ -nci girdinin ağırlığı,  $u_r$  ( $r=1, \dots, s$ ) ise  $r$ -inci çıktının ağırlığıdır.  $x_{ij}$   $j$ -inci ( $j=1, \dots, n$ ) KVB'nin  $i$ -nci girdisi ve  $y_{rj}$  ise  $r$ -inci çıktısıdır. Veri kümesindeki her bir KVB için ayrı bir doğrusal programlama problemi vardır.  $KVB_0$  ( $0=1, \dots, n$ ) optimal çözümü araştırılan KVB olsun. Buna göre kesirli programlama problemi aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$(KP_0) \quad \max \frac{u_1 y_{10} + \dots + u_s y_{s0}}{v_1 x_{10} + \dots + v_m x_{m0}} = \frac{(\text{Sanal Çıktı})_0}{(\text{Sanal Girdi})_0} \quad (4.13.)$$

$$\text{Kısıtlar} \quad \frac{u_1 y_{1j} + \dots + u_s y_{sj}}{v_1 x_{1j} + \dots + v_m x_{mj}} \leq 1 \quad (j=1, \dots, n) \quad (4.14.)$$

$$v_1, \dots, v_m \geq 0, \quad (4.15.)$$

$$u_1, \dots, u_s \geq 0. \quad (4.16.)$$

İlk verilen kısıt ile KVB'lerin etkinlik skorlarının "0" ile "1" arasında değerler alması sağlanır. Verilen diğer iki kısıt ile ağırlıkların negatif değer almaması garanti edilir. KVB sayısı kadar ( $n$  tane) kısıt altında kurulan modelin amacı incelenen birimin ( $KVB_0$ ) etkinliğini maksimize edecek girdi ve çıktı ağırlıklarını bulmaktır [33]. Amaç fonksiyonunun paydası 1'e eşitlenerek maksimize edilecek kesirli fonksiyon lineer forma dönüştürülür ve 1'e eşitlenen payda, lineer programlama problemine kısıt olarak eklenir. Kısıtlardaki paydaların kaldırılması ile modeldeki kesirli yapıdan aşağıdaki doğrusal programlama problemine geçilir.

$$(PDP_0) \quad \text{maks } z = u_1 y_{10} + \dots + u_s y_{s0}, \quad (4.17.) \\ (u, v)$$

$$\text{Kısıtlar} \quad v_1 x_{10} + \dots + v_m x_{m0} = 1, \quad (4.18.)$$

$$u_1 y_{1j} + \dots + u_s y_{sj} \leq v_1 x_{1j} + \dots + v_m x_{mj} \quad (j = 1, \dots, n), \quad (4.19.)$$

$$v_1, \dots, v_m \geq 0, \quad (4.20.)$$

$$u_1, \dots, u_s \geq 0. \quad (4.21.)$$

$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$  kısıtı, etkinlik analizi yapılan KVB'nin sanal girdisinin "1" olduğu anlamına gelir [33],[14]. Amaç fonksiyonundaki paydanın kaldırılmasından sonra, kısıtlardaki paydalar da eşitsizliğin karşı tarafına geçirilerek yok edilmiş olur. Yukarıda verilen kesirli ve doğrusal programlama problemlerinin optimal çözümleri aynıdır.

Bir KVB'nin *CCR-etkin* olabilmesi için;  $(v_i^* > 0), (u_r^* > 0)$  ile  $(z^*=1)$  koşullarını aynı anda sağlıyor olması gerekmektedir. Bu koşullardan herhangi biri sağlanmıyorsa etkinlikten söz edilemez.

Primal programlama'ya ilişkin açıklayıcı örnek olarak, daha önce Çizelge 3.1.'de verileri sunulmuş problem kullanılacaktır. A öğrencisinin etkinliği aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\text{maks } z=2u,$$

$$\text{Kısıtlar} \quad 4v = 1,$$

$$2u \leq 4v \quad (\text{A}) \quad u \leq (4,1)v \quad (\text{B})$$

$$3u \leq 3v \quad (\text{C}) \quad u \leq (3,5)v \quad (\text{D})$$

$$4u \leq (6,5)v \quad (\text{E}) \quad 3u \leq 4v \quad (\text{F})$$

$$5u \leq (5,6)v \quad (\text{G})$$

A için yapılan hesaplamalarla optimal sonuç  $(z^*=0,38)$  ve  $(u^* = 0,25 \quad v^*=0,5)$  olarak bulunmuştur. A KVB'si *CCR-etkin* değildir. C için optimal değerler ise  $(z^*=1)$  ve  $(u^* = 0,25 \quad v^*=0,33)$  şeklinde olup etkin değildir.

$$\text{maks } z=4u,$$

$$\text{Kısıtlar} \quad 3v = 1,$$

$$\begin{array}{ll}
2u \leq 4v & \text{(A)} \\
3u \leq 3v & \text{(C)} \\
4u \leq (6,5)v & \text{(E)} \\
5u \leq (5,6)v & \text{(G)}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{ll}
u \leq (4,1)v & \text{(B)} \\
u \leq (3,5)v & \text{(D)} \\
3u \leq 4v & \text{(F)}
\end{array}$$

Her bir KVB için oluşturulan doğrusal programlama problemlerinin optimal çözümleri aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.3. 7 KVB İçin Optimal Sonuçlar

KVB	$v^*$	$u^*$	$z^*$
A	0,25	0,5	0,38
B	0,24	1	0,18
C	0,33	0,25	1
D	0,29	1	0,21
E	0,15	0,25	0,46
F	0,22	1	0,17
G	0,17	0,25	0,5

Buna göre tek etkin KVB'nin C olduğu ve bütün KVB'lere ait etkinlik skorlarının daha önce (4.1.) eşitliği sayesinde bulunanlarla aynı olduğu görülmektedir.

#### 4.3.2. Primal Problemden Dual Probleme Geçiş

Her bir primal doğrusal programlama probleminin bir dual formu vardır. Bazı durumlarda dualinin alınarak çözülmesi daha avantajlıdır. VZA'nde de bu durum geçerlidir. Primal formda yazılan her hangi bir DP probleminin duali 7 aşamada alınır. Birinci aşamada, amaç fonksiyonu maksimizasyon probleminden minimizasyon problemine dönüştürülür.

$$\min_{(u,v)} -u_1y_{10} - \dots - u_s y_{s0} \quad (4.22.)$$

İkinci aşamada eşitsizlik ile verilen bütün kısıtlarda sağ taraf sabiti "0" olacak şekilde eşitsizlik " $\leq$ " formunda yeniden düzenlenir.

$$v_1x_{10} + \dots + v_mx_{m0} = 1, \quad (4.23.)$$

$$(u_1y_{1j} + \dots + u_sy_{sj}) - (v_1x_{1j} + \dots + v_mx_{mj}) \leq 0 \quad (j = 1, \dots, n), \quad (4.24.)$$



$$(u_1 y_{1j} + \dots + u_s y_{sj}) - (v_1 x_{1j} + \dots + v_m x_{mj}) \leq 0 \quad (j = 1, \dots, n), \quad (4.25.)$$

$$-v_1, \dots, -v_m \leq 0, \quad (4.26.)$$

$$-u_1, \dots, -u_s \leq 0. \quad (4.27.)$$

$X_{m \times n}$  girdi matrisi,  $Y_{s \times n}$  çıktı matrisi,  $v_{1 \times m}$  girdi ağırlıkları vektörü ve  $u_{1 \times s}$  çıktı ağırlıkları vektörü olsun. (4.22.)-(4.27.) arası eşitlikler matris formunda aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$\begin{aligned} \min \quad & -z = -uY_0, \\ & u \geq 0, v \geq 0 \end{aligned} \quad (4.28.)$$

$$\text{Kısıtlar} \quad vX_0 - 1 = 0, \quad (4.29.)$$

$$uY - vX \leq 0, \quad (4.30.)$$

$$-v \leq 0 \quad (4.31.)$$

$$-u \leq 0 \quad (4.32.)$$

Üçüncü aşamada eşitsizlik içeren her bir kısıt için negatif olmayan bir dual değişken, eşitlik içeren kısıt için ise sınırlı olmayan bir dual değişken tanımlanır. Buna göre n tane kısıt içeren (4.30) eşitsizliği için  $\lambda_j \geq 0$  ( $j=1, \dots, n$ ); (4.29.) eşitsizliği için ise  $\theta$  değişkenleri tanımlanır.  $\lambda_{n \times 1}$  vektörü n sayıda  $\lambda_j$  değişkenlerini içeren sütun vektörü olarak tanımlansın.

Dördüncü aşamada (4.30.) ve (4.31.) eşitliklerinin sol tarafı yeni atanan dual değişkenleri ile çarpılarak amaç fonksiyonuna eklenir. Amaç fonksiyonu yeni atanan dual değişkenler üzerinden maksimize edilir.

$$\begin{aligned} \text{maks} \quad & \min \quad -uy_0 \\ & \lambda_j > 0, \theta \quad u \geq 0, v \geq 0 \end{aligned} \quad (4.33.)$$

$$+\theta(vx_0 - 1) \quad (4.34.)$$

$$(uY - vX)\lambda. \quad (4.35.)$$

Beşinci aşamada dual değişkenler parantezin içinde, primal değişkenler ise dışında olacak şekilde amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi düzenlenir.

$$\begin{array}{ll} \text{maks} & \min \quad \theta \\ \lambda_j > 0, \theta & u \geq 0, v \geq 0 \end{array} \quad (4.36.)$$

$$+u(-y_0 + Y\lambda) \quad (4.37.)$$

$$+v(\theta x_0 - X\lambda) \quad (4.38.)$$

Altıncı aşamada yeniden yazılan amaç fonksiyonunda primal değişken parantezine alınan ifadeler verilen kurallara göre kısıt olarak atanır. Negatif olmayan primal değişkenler için ( $\geq 0$ ) şeklinde; pozitif olmayanlar için ( $\leq 0$ ) eşitsizlik kısıtları tanımlanır. Sınırlı olmayan primal değişkenler parantez içerisindeki ifadeyi ( $= 0$ ) eşitlik kısıtına dönüştürür. Problemdaki primal değişken vektörlerinin pozitif olması ve içteki amaç fonksiyonunu minimize etmesi nedeniyle parantez içerisindeki ifadelerin tamamı ( $\geq 0$ ) şeklinde olmak zorundadır. Buna göre yeni doğrusal programlama problemi aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\text{DDP}_0 \quad \begin{array}{ll} \text{maks} & -\theta \\ \lambda \geq 0, \theta \geq 0 & \end{array} \quad (4.39.)$$

$$\text{Kısıtlar} \quad -y_0 + Y\lambda \geq 0, \quad (4.40.)$$

$$\theta x_0 - X\lambda \geq 0, \quad (4.41.)$$

$$\lambda \geq 0. \quad (4.42.)$$

Son aşamada maksimizasyon problemi minimizasyon problemi olarak yeniden yazılarak dual programlama problemi elde edilir. Bu form literatürde VZA'nın zarf modeli (envelopment model) olarak adlandırılır [35].

$$\text{DDP}_0 \quad \begin{array}{ll} \min & \theta \\ \lambda \geq 0, \theta \geq 0 & \end{array} \quad (4.43.)$$

$$\text{Kısıtlar} \quad Y\lambda \geq y_0, \quad (4.44.)$$

$$X\lambda \leq \theta x_0, \quad (4.45.)$$

$$\lambda \geq 0. \quad (4.46.)$$

Yukarıdaki doğrusal programlama probleminde amaç fonksiyonun optimal çözümü ( $\theta^*$ ) etkinlik skorunu vermektedir. Etkinlik skorunun alabileceği değerler "0" ile "1" arasındadır. Etkinlik skorunun "1" ( $\theta^* = 1$ ) olarak bulunması KVB<sub>0</sub>'ün

etkin sınırdaki yer aldığını ve teknik etkinliğe sahip olduğunu ifade eder. Tam etkinliğe sahip olup olmadığını anlamak için gevşek değişkenlerin araştırılması gerekmektedir [17].

Dual forma dönüştürülmüş problem ile üretim imkânlar kümesi arasında bir ilişki vardır.  $DDP_0$  da yer alan kısıtlar  $P'$ de  $(\theta x_0, y_0)$  biçiminde tanımlı bir noktanın varlığını garanti eder. Öyle ki, amaç  $x_0$  girdi vektörünü yine  $P'$ nin içinde yer alan  $\theta x_0$  noktasına götüren minimum  $\theta$  değerini bulmaktır.  $DDP_0$  'da  $KVB_0$  'ın tüm bileşenlerinin çıktı seviyeleri en az  $y_0$  olmak kaydı ile  $x_0$  girdi vektörü mümkün olduğunca küçültülmeye çalışılır.  $\theta^* < 1$  durumunda  $P'$ de  $X\lambda \leq \theta x_0$  ve  $Y\lambda \geq y_0$  olacak şekilde bir üretim mevcuttur. Buna göre probleme etkin olmayan  $KVB$ 'ni etkin sınıra taşıyacak gevşek değişkenler eklenir. Fazla girdi miktarını azaltmak için eklenen gevşek değişkene fazlalık (excesses) denir;

$$s^- = \theta x_0 - X\lambda, \quad (4.47.)$$

biçiminde tanımlanır. Az olan çıktı miktarını arttırmak amacı ile eklenen gevşek değişkene eksiklik (shortfalls) denir;

$$s^+ = Y\lambda - y_0. \quad (4.48.)$$

biçiminde tanımlanır.  $DDP$ 'ye eklenen gevşek değişkenler de dikkate alınarak oluşturulan programlama problemi *iki fazlı simpleks yöntemi* kullanılarak çözülür. İlk fazda  $KVB$ 'ye ilişkin etkinlik miktarı bulunur. İkinci fazda ise bulunan etkinlik miktarı kullanılarak gevşek değişkenlerin değerleri hesaplanır.

$$\begin{aligned} \text{maks } w &= s^- + s^+ \\ \lambda, s^-, s^+ \end{aligned} \quad (4.49.)$$

$$\text{Kısıtlar} \quad s^- = \theta^* x_0 - X\lambda, \quad (4.50.)$$

$$s^+ = Y\lambda - y_0, \quad (4.51.)$$

$$\lambda, s^-, s^+ \geq 0. \quad (4.52.)$$

İkinci faz çözümüne maksimum gevşek (max-slack) çözümü adı verilir. Eğer bu çözümde tüm gevşek değişkenler sıfır olarak hesaplanırsa sıfır gevşek (zero-

slack) olarak isimlendirilir. Bir KVB için  $\theta^* = 1$  ve sıfır gevşek çözümü aynı anda sağlanırsa o karar verme birimi tam etkindir ya da CCR etkindir denir.

Gevşek (slack) değişkenlerin nasıl hesaplandığını ortaya koyabilmek için 4 KVB'ye ait girdi ve çıktı değerleri ile DPP sonucu hesaplanan etkinlik skorları Çizelge 4.4.'de sunulmuştur.

Çizelge 4.4. Gevşek Değişkenlerin Bulunması

	A	B	C	D
Girdi1	1	1	1	2
Girdi2	1	2	3	1
Çıktı	1	1	1	1
( $\theta^*$ )	1	1	1	1

Yukarıdaki etkinlik skorlarına göre 4 KVB'nin de teknik etkinliğe sahip olduğu anlaşılmaktadır. Oysa C KVB'sinin ikinci girdi değerinin hem A hem de B'den fazla olduğu açıkça görülmektedir. C'nin tam etkin olabilmesi için ikinci girdisinin azaltılması gerekmektedir. Girdideki fazlalık (excess) miktarı B'ye göre "1" birim A'ya göre "2" ise birimdir. Maksimum olan fazlalık giderildiği takdirde C KVB'si tam etkin olacaktır. C KVB'sinde olduğu gibi, her hangi bir VZA analizinde girdilerde fazlalıklar (excess) görülebileceği gibi benzer şekilde çıktılarda da eksiklikler (shortfall) ortaya çıkabilir. Yukarıdaki örnekten de anlaşılacağı gibi, bir KVB'nin etkinliği hesaplanırken önce (4.43.)-(4.46.) arası eşitliklerde verilen DPP'nin çözümü yapılmalı, daha sonra gevşek değişkenler toplamının maksimumu hesaplanmalıdır.

Her iki faz sonucunda elde edilen optimal sonuçlar ( $\theta^*, \lambda^*, s^-, s^+$ ) olsun. İlk fazda elde edilen  $\theta^* = 1$  sonucu "*teknik etkinlik*" kavramı ile açıklanır. Teknik etkin bir KVB için ikinci fazda  $s^- = 0$  ve  $s^+ = 0$  sonuçları elde edilirse "*CCR-Etkin*" olarak tanımlanır. Teknik etkinliğe sahip bir KVB'nin gevşek değişkenlerinden en az biri "0"dan farklı ise ilgili KVB zayıf etkindir (weak efficient) denir. Buna karşın hem teknik etkin olan hem de gevşek değişken değerleri "0" olan KVB'ler "güçlü etkinliğe" (strong efficient) sahiptir. VZA literatüründe güçlü etkinlik kavramı "Farrel etkinliği", "Pareto-Koopmans Etkinliği" gibi isimler de almaktadır [14].

### 4.3.3. Referans Kümesi ve Etkinlik İyileştirmesi

Etkin olmadığı anlaşılan bir KVB 'nin etkin hale getirebilmesi için girdi ve çıktı değerlerinde bazı değişikliklerin yapılması gerektiği önceki bölümde açıklanmıştı. Etkin olmayan her KVB için Faz I ve Faz II sonucunda elde edilen maksimum gevşek (max slack) çözüme dayalı bir referans küme tanımlıdır ve  $E_0$  ile gösterilen bu kümenin tanımı aşağıda verilmiştir.

$$E_0 = \{j \mid \lambda_j^* > 0 \quad (j \in) 1, \dots, n \} \quad (4.53.)$$

Elde edilen optimal değerler (4.50) ve (4.51) eşitliklerine dahil edilirse aşağıdaki gibi tekrar yazılabilir.

$$\theta^* x_0 = X\lambda^* + s^{-*}, \quad (4.54.)$$

$$y_0 = Y\lambda - s^{+*}. \quad (4.55.)$$

Buna göre etkin olmayan KVB için, gözlemlenen girdi vektörünün olması gerekenden fazla olacağı ve/veya gözlemlenen çıktı vektörünün olması gerekenden az olacağı açıktır.

$$x_0 \geq \theta^* x_0 - s^{-*} = X\lambda^* \quad (4.56.)$$

$$y_0 \leq y_0 + s^{+*} = Y\lambda^* \quad (4.57.)$$

Yukarıdaki eşitlikler, etkin olmayan  $KVB_0$  'ın  $(x_0, y_0)$  etkin hale gelmesi için girdilerinin, radyal olarak  $\theta^*$  oranında azaltılması ve  $s^{-*}$  kadar düzeltilmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Benzer şekilde çıktıların da  $s^{+*}$  kadar artırılması gerektiğini açıklamaktadır.

### 4.3.4. CCR Modeline Yönelik Bir Örnek

Şimdiye kadar anlatılanlar ışığında CCR modelinin pekiştirilmesi için iki girdili ve tek çıktılı üretim ortamında verileri Çizelge (4.5.) ile sunulan 5 KVB'nin yer aldığı bir örnek çözülecektir. Etkin ve etkin olmayan birimler ile etkin olmayanlara ait referans kümeleri verilerek etkin hale getirilmesi için gerekli değişken değişimi gösterilecektir. Ayrıca bu basit örnek üzerinden iki fazlı simpleks çözümü adım adım açıklanmaya çalışılacaktır.

Çizelge 4.5. VZA İki Aşamalı Çözümü

	A	B	C	D	E
$x_1$	2	1	1	7	3
$x_2$	3	6	8	4	4
$y$	1	1	1	1	1

Herhangi bir  $KVB_0$  için  $DDP_0$  gösterimi aşağıdaki gibi verilmektedir;

$$\text{FAZ I} \quad \min \quad z_1 = cx \quad (4.58.)$$

$$\text{FAZ II} \quad \min \quad z_2 = dx \quad (4.59.)$$

$$\text{Kısıtlar} \quad \begin{array}{l} Ax = b \\ x \geq 0 \end{array} \quad (4.60.)$$

Tanımda yer alan her bir ifadenin matris ve vektörler ile gösterimi aşağıdaki gibi olacaktır;

$$x = \theta, \lambda^T, s^-, s^+{}^T$$

$$c = 1, \bar{0}, \bar{0}, \bar{0}$$

$$d = 0, \bar{0}, -\bar{1}, -\bar{1}$$

$$A = \begin{bmatrix} x_0 & -X & -I & 0 \\ \bar{0} & Y & 0 & -I \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ y_0 \end{bmatrix}$$

A KVB'si için,

$$\begin{array}{cccccccccc} \theta & \lambda_A & \lambda_B & \lambda_C & \lambda_D & \lambda_E & s_1^- & s_2^- & s_1^+ \end{array}$$

$$c = 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$$

$$d = 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad -1 \quad -1$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 & -1 & -7 & -3 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & -6 & -8 & -4 & -4 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

FAZ I            min     $\theta$

FAZ II           min    $-s_1^- - s_2^- - s^+$

$$2\theta - 2\lambda_A - \lambda_B - \lambda_C - 7\lambda_D - 3\lambda_E - s_1^- = 0$$

$$3\theta - 3\lambda_A - 6\lambda_B - 8\lambda_C - 4\lambda_D - 4\lambda_E - s_2^- = 0$$

$$\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D + \lambda_E - s^+ = 1$$

$$\theta, \lambda, s^-, s^+ \geq 0.$$

Yukarıda dual formu yazılan A KVB'si için simpleks metodu kullanarak çözüme geçilmesi için önce A matrisine 3 tane yapay (artificial) değişken eklenerek,  $(Z_1, Z_2, Z_3)$  simpleks tablosu oluşturulur. Elde edilen bu tabloda ilk aşamada eklenen yapay değişkenler toplamı "0" olduğunda,  $\theta$ 'nın minimize edilmesi aşamasına geçilir.

$\theta$	$\lambda_A$	$\lambda_B$	$\lambda_C$	$\lambda_D$	$\lambda_E$	$s_1^-$	$s_2^-$	$s^+$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	Ç.
<u>2</u>	-2	-1	-1	-7	-3	-1	0	0	1	0	0	0
3	-3	-6	-8	-4	-4	0	-1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0	-1	0	0	1	1
-5	4	6	8	10	6	1	1	1	0	0	0	-1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tablonun ilk amaç fonksiyonu yapay değişken toplamları için tanımlanmıştır. İkinci amaç fonksiyonu ise etkinlik skoru  $\theta$  için tanımlanmıştır. 1. satır, 1. sütun pivot olarak seçilirse aşağıdaki tablo elde edilir;

$\theta$	$\lambda_A$	$\lambda_B$	$\lambda_C$	$\lambda_D$	$\lambda_E$	$s_1^-$	$s_2^-$	$s^+$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	Ç.
1	-1	-0,5	-0,5	-3,5	-1,5	-0,5	0	0	0,5	0	0	0
0	0	-4,5	-6,5	6,5	0,5	1,5	-1	0	-1,5	1	0	0
0	<u>1</u>	1	1	1	1	0	0	-1	0	0	1	1
0	-1	3,5	5,5	-7,5	-1,5	-1,5	1	1	2,5	0	0	-1
0	1	0,5	0,5	3,5	1,5	0,5	0	0	-0,5	0	0	0

3. satır, 2. sütun pivot olarak alınırsa,

$\theta$	$\lambda_A$	$\lambda_B$	$\lambda_C$	$\lambda_D$	$\lambda_E$	$s_1^-$	$s_2^-$	$s^+$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$\zeta$
1	0	0,5	0,5	-2,5	-0,5	-0,5	0	-1	0,5	0	1	1
0	0	-4,5	-6,5	<u>6,5</u>	0,5	1,5	-1	0	-1,5	1	0	0
0	1	1	1	1	1	0	0	-1	0	0	1	1
0	0	4,5	6,5	-6,5	-0,5	-1,5	1	0	2,5	0	1	0
0	0	-0,5	-0,5	2,5	0,5	0,5	0	1	-0,5	0	-1	-1

2. satır, 5. Sütun pivot olarak alınırsa;

$\theta$	$\lambda_A$	$\lambda_B$	$\lambda_C$	$\lambda_D$	$\lambda_E$	$s_1^-$	$s_2^-$	$s^+$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$\zeta$
1	0	-1,23	-2	0	-0,31	0,08	-0,38	-1	-0,08	0,38	1	1
0	0	-0,69	-1	1	0,08	<u>0,23</u>	-0,15	0	-0,23	0,15	0	0
0	1	1,69	2	0	0,92	-0,23	0,15	-1	0,23	-0,15	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	1,23	2	0	0,31	-0,08	0,38	1	0,08	-0,38	-1	-1

Yapay değişken toplamları 0 olduğundan  $\theta$ 'nın amaç fonksiyonunun minimize edilmesine geçilir. Bu aşamada 2. Satır 7. Sütun pivot seçilirse,

$\theta$	$\lambda_A$	$\lambda_B$	$\lambda_C$	$\lambda_D$	$\lambda_E$	$s_1^-$	$s_2^-$	$s^+$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$\zeta$
1	0	-1	-1,67	-0,33	-0,33	0	-0,33	-1	0	0,33	1	1
0	0	-3	-4,33	4,33	0,33	1	-0,67	0	-1	0,67	0	0
0	1	1	1	1	1	0	0	-1	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1,67	0,33	0,33	0	0,33	1	0	-0,33	-1	-1

Bu aşamada  $\theta^* = 1.00$  olarak bulunmuştur. DPP'nin Faz I aşaması tamamlanarak bulunan bu optimal çözüm ile Faz II'ye geçilir. Faz II için ilk simpleks tablosu aşağıdaki gibi olacaktır:



$\lambda_A$	$\lambda_B$	$\lambda_C$	$\lambda_D$	$\lambda_E$	$s_1^-$	$s_2^-$	$s^+$	$Z_1$	Ç.
<b>2</b>	1	1	7	3	1	0	0	0	2
3	6	8	4	4	0	1	0	0	3
1	1	1	1	1	0	0	-1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	0	0	1	0	-1
5	7	9	11	7	0	0	-1	0	5

Önce ilk amaç fonksiyonu kullanılarak yapay değişken  $Z_1$  değerinin 0 yapılması gerekmektedir. Bu sebeple 1. Satır 1. Sütun pivot olarak alınırsa,

$\lambda_A$	$\lambda_B$	$\lambda_C$	$\lambda_D$	$\lambda_E$	$s_1^-$	$s_2^-$	$s^+$	$Z_1$	Ç.
1	0,5	0,5	3,5	1,5	0,5	0	0	0	1
0	<b>4,5</b>	6,5	-6,5	-0,5	-1,5	1	0	0	0
0	0,5	0,5	-2,5	-0,5	-0,5	0	-1	1	0
0	-0,5	-0,5	2,5	0,5	0	1	1	0	0
0	4,5	6,5	-6,5	-0,5	-2,5	0	-1	0	0

2.Satır 2. Sütun pivot olarak alınırsa;

$\lambda_A$	$\lambda_B$	$\lambda_C$	$\lambda_D$	$\lambda_E$	$s_1^-$	$s_2^-$	$s^+$	$Z_1$	Ç.
1	0	-0,22	4,22	1,56	0,67	-0,11	0	0	1
0	1	1,44	-1,44	-0,11	-0,33	0,22	0	0	0
0	0	<b>-0,22</b>	-1,78	-0,44	-0,33	-0,11	-1	1	0
0	0	0,22	1,78	0,44	0,33	0,11	1	1	0
0	0	0	0	0	-1	-1	-1	0	0

3. satır 3. sütun pivot olarak alınırsa,

$\lambda_B$	$\lambda_B$	$\lambda_C$	$\lambda_D$	$\lambda_E$	$s_1^-$	$s_2^-$	$s^+$	$Z_1$	Ç.
1	0	0	6	2	1	0	1	-1	1
0	1	0	-13	-3	-2,5	-0,5	-6,5	6,5	0
0	0	1	8	2	<b>1,5</b>	0,5	4,5	-4,5	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	-1	-1	-1	0	0

Yapay değişken sıfır olduğundan Őimdi gevşek değişkenler için tanımlanan ikinci amaç fonksiyonu minimize edilmeye çalışılacaktır. Bu amaçla 3. Satır 6. Sütun pivot olarak alınırsa,

$\lambda_A$	$\lambda_B$	$\lambda_C$	$\lambda_D$	$\lambda_E$	$s_1^-$	$s_2^-$	$s^+$	$Z_1$	Ç.
1	0	-0,67	0,67	0,67	0	-0,33	-2	2	1
0	1	1,67	0,33	0,33	0	0,33	1	-1	0
0	0	0,67	5,33	1,33	1	<b>0,33</b>	3	-3	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0,67	5,33	1,33	0	-0,67	2	-3	0

2. Satır 7. Sütun pivot olarak alınırsa,

$\lambda_A$	$\lambda_B$	$\lambda_C$	$\lambda_D$	$\lambda_E$	$s_1^-$	$s_2^-$	$s^+$	$Z_1$	Ç.
1	1	1	1	1	0	0	-1	1	<b>1</b>
0	3	5	1	1	0	1	3	-3	<b>0</b>
0	-1	-1	5	1	1	0	2	-2	<b>0</b>
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	2	4	6	2	0	0	4	-5	0

Problemin optimal çözümü  $\theta^* = 1, \lambda_A^* = 1, \lambda_j^* = 0$  ( $j \neq A$ ),  $s_1^{-*} = 0, s_2^{-*} = 0$ , ve simpleks çözümün temelinde yer almayan  $s^{+*} = 0$  şeklinde bulunur. Buna göre ilk fazda  $\theta^*$  değeri 1 bulunan KVB'ye ait gevşek değişkenler 2nci fazda sıfır bulunarak A KVB'sinin CCR-etkin olduğu ortaya konmuştur.

Dual problemin optimal çözümü ile primal problemin çözümü arasındaki ilişkiyi göstermek amacıyla aşağıdaki simpleks çarpanı olarak adlandırılan  $\pi$  vektöründen yararlanılacaktır. Bu vektörün ilk m satırı girdi ağırlıklarını sonraki s satırı da çıktı ağırlıklarını verir.  $\pi$  vektörü aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır;

$$\pi = c^B B^{-1}$$

Burada, B temel matrisi (basis), A matrisinin tekil olmayan, tam ranklı, çözüm uzayını geren alt matrisidir. Buna göre Faz I çözümü kullanılarak simpleks çarpan vektörünü elde etmek için önce temelde yer alan kolonlar (A matrisinin

1, 2 ve 7. kolonları) seçilerek B matrisi ve  $c^B$  satır vektörü aşağıdaki gibi elde edilir;

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 3 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad c^B = 1 \quad 0 \quad 0$$

A KVB'sinin ağırlıkları (weights)  $v_1^* = 0$ ,  $v_2^* = 0,3333$  ve  $u^* = 1$  şeklinde elde edilir. C için oluşturulan primal model;

FAZ I            Min     $\theta$

FAZ II            Min     $-s_1^- - s_2^- - s^+$

$$1\theta - 2\lambda_A - \lambda_B - \lambda_C - 7\lambda_D - 3\lambda_E - s_1^- = 0$$

$$8\theta - 3\lambda_A - 6\lambda_B - 8\lambda_C - 4\lambda_D - 4\lambda_E - s_2^- = 0$$

$$\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D + \lambda_E - s^+ = 1$$

$$\theta, \lambda, s^-, s^+ \geq 0.$$

Yukarıdaki modelin çözümü neticesinde bulunan optimal sonuçlar şunlardır:

$$\theta^* = 1,$$

$$\lambda_B^* = 1, \lambda_j^* = 0 \quad (j \neq B),$$

$$s_1^{-*} = 0, s_2^{-*} = 2, s^{+*} = 0$$

Buna göre C'nin 1nci aşamada  $\theta^*$  "1" bulunmuş ancak buna karşın  $\lambda_C^* = 0$  sonucu ortaya çıkmıştır.  $s_2^{-*} = 2$  optimal sonucu C'nin ikinci girdisinde iki birimlik fazlalık olduğunu ;  $\lambda_B^* = 1$  ise B'nin C'ye referans olduğunu göstermektedir ( $E_C = B$ ). C teknik etkinliğe (veya radyal etkinliğe) sahip olmakla beraber CCR-etkin değildir. Bir başka tanımla KVB zayıf etkinliğe sahiptir. CCR-etkin olabilmesi için etkinlik iyileştirmesinin yapılması gerekmektedir. Etkin hedefler referans kümesindeki B'ye ait değişken ve referans miktarları kullanılarak hesaplanacaktır.

$$\hat{x}_C = \lambda_B x_B$$

$$\hat{x}_{1C} = 1 * 1 = 1$$

$$\hat{x}_{2C} = 1 * 6 = 6$$

$$\hat{y}_C = 1 * 1 = 1.$$

Benzer sonuçlar ikinci aşama ile elde edilen *maksimum gevşek değişkenler* kullanarak da bulunabilir. İkinci girdi değişkeni miktarı “8”den  $s_2^* = 2$  sonucu dolayısıyla “2”yi çıkarırsak etkin hedef olarak “6” bulunur. Diğer faktörlere işlem yapılmayacaktır. Yeni girdi ve çıktı faktörlerine göre KVB artık *CCR-etkin* hale gelmiştir.

D KVB’si için problem aşağıdaki gibi tanımlanır.

1nci aşama Min  $\theta$

2nci aşama Min  $-s_1^- - s_2^- - s^+$

$$7\theta - 2\lambda_A - \lambda_B - \lambda_C - 7\lambda_D - 3\lambda_E - s_1^- = 0$$

$$4\theta - 3\lambda_A - 6\lambda_B - 8\lambda_C - 4\lambda_D - 4\lambda_E - s_2^- = 0$$

$$\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D + \lambda_E - s^+ = 1$$

$$\theta, \lambda, s^-, s^+ \geq 0.$$

D’ye ait optimal sonuçlar şunlardır;

$$\theta^* = 0,75,$$

Bulunan  $\theta^*$  değeri kullanılarak gevşek toplamları simpleks metodu ile minimize edilirse aşağıdaki sonuç elde edilir;

$\lambda_A$	$\lambda_B$	$\lambda_C$	$\lambda_D$	$\lambda_E$	$s_1^-$	$s_2^-$	$s^+$	$Z_1$	Ç.
0	-1	-1	5	1	1	0	2	-2	<b>3,25</b>
1	1	1	1	1	0	0	-1	1	<b>1</b>
0	3	5	1	1	0	1	3	-3	<b>0</b>
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	2	4	6	2	0	0	4	-5	<b>3,25</b>

Simpleks çözüm incelendiğinde D KVB'si için aşağıdaki sonuçlar elde edilir;

$$\lambda_A^* = 1, \lambda_j^* = 0 \quad (j \neq A),$$

$$s_1^{-*} = 3,25, s_2^{-*} = 0, s^{+*} = 0$$

Bu sonuçlara göre D ilk aşamada elde edilen  $\theta^* = 0,75$  sonucu nedeniyle teknik etkin değildir. İkinci aşama neticesinde birinci girdi miktarında da 3.25 birimlik bir fazlalık (excess) söz konusudur. D KVB'sinin etkin hale getirilmesi için ilk önce referans kümesinin ortaya konması gerekmektedir.

$$E_D = A$$

İyileştirme iki yolla yapılabilir. Birincisi girdi faktörlerini  $\theta^* = 0,75$  ile çarpıp daha sonra, ilk girdiden  $s_1^{-*} = 3,25$  değerini çıkarmak şeklindedir. İkincisi ise referans kümesindeki KVB'nin değişkenlerinin ile o KVB'nin lambda değeri ( $\lambda_A^* = 1$ ) ile çarpmaktır. Anlatılan bu iki duruma ilişkin genel gösterim aşağıdaki eşitlikler ile verilebilir.

$$\hat{x}_0 = \theta^* x_0 - s^{-*} = \sum_{j \in E_0} x_j \lambda_j^*$$

$$\hat{y}_0 = y_0 + s^{+*} = \sum_{j \in E_0} y_j \lambda_j^*$$

Bu bilgileri kullanarak D KVB'si etkin sınıra ya,

$$\hat{x}_{1D} = 0,75 * 7 - 3,25 = 2$$

$$\hat{x}_{2D} = 0,75 * 4 = 3$$

$$\hat{y}_D = 1$$

biçiminde ya da;

$$\hat{x}_{1D} = 1 * 2 = 2$$

$$\hat{x}_{2D} = 1 * 3 = 3$$

$$\hat{y}_D = 1 * 1 = 1.$$

şeklinde taşınabilir. E için elde edilen sonuçlara göre bu KVB de etkin değildir ve etkinlik iyileştirilmesinin yapılması gerekmektedir.

$$\theta^* = 0,75,$$

$$\lambda_A^* = 1, \lambda_j^* = 1 \quad (j \neq A),$$

$$s_1^{-*} = 0,25, s_2^{-*} = 0, s^{+*} = 0.$$

Etkin hedef değerleri aşağıdaki gibi bulunmuştur. Referans kümesindeki A 'ya ait değişken değerleri ile referans miktarı olan "1" ( $\lambda_A^* = 1$ ) çarpılarak elde edilmiştir.

$$\hat{x}_{1E} = 1 \cdot 2 = 2$$

$$\hat{x}_{2E} = 1 \cdot 3 = 3$$

$$\hat{y}_E = 1 \cdot 1 = 1.$$

Benzer şekilde maksimum gevşek değişken değeri kullanılarak oluşturulan etkin hedefler yukarıda sonuçla ile aynıdır.

$$\hat{x}_{1D} = 0,75 \cdot 3 - 0,25 = 2$$

$$\hat{x}_{2D} = 0,75 \cdot 4 = 3$$

$$\hat{y}_D = 1.(\text{aynı})$$

#### 4.3.5. Çıktı Odaklı Yaklaşım

Bu kısma kadar VZA'yla ilgili anlatımlar girdi odaklı yaklaşım üzerinden olmuştur. Girdi odaklı yaklaşımda etkin olmayan KVB'leri etkin hale getirmek için hedef girdileri minimize etmek idi. Mümkün olduğunca girdileri artırmadan çıktıları maksimize etmeyi amaçlayan başka bir yaklaşım daha vardır. Buna çıktı odaklı (output-oriented) yaklaşım adı verilir.

$$\begin{aligned} &\text{maks } \theta \\ &(\theta, \lambda) \end{aligned} \tag{4.61.}$$

$$\text{Kısıtlar} \quad X\lambda \leq x_0, \quad (4.62.)$$

$$Y\lambda \geq \theta y_0, \quad (4.63.)$$

$$\theta, \lambda \geq 0$$

Gevşek değişkenler aşağıdaki tanımlanır.

$$s^- = x_0 - X\lambda, \quad (4.64.)$$

$$s^+ = Y\lambda - \theta y_0. \quad (4.65.)$$

Girdi odaklı yaklaşımda olduğu gibi çıktı odaklı yaklaşım da iki fazda çözülür. İlk fazda elde edilen  $\theta^* = 1$  sonucu “*teknik etkinlik*” kavramı ile açıklanır. Teknik etkin bir KVB için ikinci fazda  $s^{-*} = 0$  ve  $s^{+*} = 0$  sonuçları elde edilirse “*CCR-Etkin*” olarak tanımlanır. Çıktı odaklı yaklaşımın primal programlama problemi aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} & \min v x_0 \\ & v, u \end{aligned} \quad (4.66.)$$

$$\text{Kısıtlar} \quad u y_0 = 1, \quad (4.67.)$$

$$-vX + uY \leq 0, \quad (4.68.)$$

$$v, u \geq 0.$$

#### 4.4. BCC Modeli ve Ölçeğe Göre Değişken Getiri

Bu alt bölümde VZA modellerinin ikincisi olan BCC tanıtılacaktır. BCC, 1984 yılında Banker vd. [11] tarafında “ölçeğe göre değişken getiri” varsayımı esas alınarak önerilmiştir. Daha önceki kısımlarda CCR modelinin, KVB’lerin etkinlik skorlarını “ölçeğe göre sabit getiri” varsayımı altında oluşturulan etkinliğin sınırı temel olarak hesapladığı, grafiklerle ve matematiksel olarak detaylıca anlatılmıştı. CCR modeline göre  $(x,y)$  noktası uygun bir nokta ise; (herhangi bir pozitif için)  $(tx,ty)$  noktası da uygundur. CCR modelinde tek girdi ve tek çıktılı üretim için etkin sınır Şekil 4.1.’de de görüldüğü gibi orjinden çıkıp etkin olan KVB üzerinden geçen doğru parçasıdır. CCR modelinde, yani ölçeğe göre sabit getiri varsayımına göre; etkin olan bir noktadan başka etkin bir noktaya giderken girdi miktarındaki oransal değişim çıktı miktarındaki oransal değişimle aynıdır. Oysa BCC modelinde etkin olan iki nokta değerlendirildiğinde girdi ve çıktındaki





Girdi odaklı CCR etkinliği ise aşağıdaki gibi hesaplanır; CCR-etkin hale gelebilmesi içinse çıktı miktarı sabit tutularak, girdi miktarının yarı yarıya azaltılması gerektiği aşağıdaki hesaplamadan anlaşılmaktadır.

$$\frac{d(\overline{QP})}{d(\overline{QD})} = \frac{2}{4} = 0,5$$

Çıktı odaklı CCR ise aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\frac{d(\overline{SM})}{d(\overline{SD})} = \frac{4}{2} = 2$$

Çıktı odaklı BCC modeline göre ise D 'nin etkinliğinin hesaplanması aşağıdadır.

$$\frac{d(\overline{NM})}{d(\overline{ND})} = \frac{3,5}{2} = 1,75$$

Çıktı odaklı model sonucu elde edilen değere göre D 'nin BCC etkin bir KVB olması için girdileri sabit tutarak çıktı miktarını 1.75 kat artırmak gerekir. BCC modelinde girdi odaklı etkinlik skoru ile çıktı odaklı etkinlik skoru birbirlerinin çarpmaya göre tersi değildir. Oysa CCR modelinden girdi odaklı çözümde sonuç 0,5 çıktı odaklı yaklaşımda 2 bulunmuştur. Bunlar birbirlerinin çarpmaya göre tersidir.

#### 4.4.2. BCC Modelinin Matematiksel Yapısı

BCC modelinde üretim imkânlar kümesi aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$P = \{x, y \mid x \geq X\lambda, y \leq Y\lambda, e\lambda = 1, \lambda \geq 0\} . \quad (4.69.)$$

Burada  $X = (x_j) \in R^{m \times n}$  ve  $Y = (y_j) \in R^{s \times n}$  veri kümesi;  $\lambda \in R^n$  ve  $e$  vektörü ise bütün elemanları "1" olan sütun vektörü olarak tanımlanmıştır. BCC ile CCR arasındaki matematiksel fark  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$  kısıtının BCC modelinde kısıt olarak

probleme dahil edilmesidir. Bu ifade matris şeklinde  $e\lambda=1$  olarak da yazılabilir. Buna BCC modelinin "konvekslik kısıtı" denir. Konvekslik kısıtının da eklenmesi ile girdi odaklı BCC primal model aşağıdaki gibi yazılır. Amaç fonksiyonundaki  $\theta_{BCC}$  değişkeni girdi odaklı BCC etkinlik skorudur.

$$\min_{\lambda, \theta_{BCC}} \theta_{BCC} \quad (4.70.)$$

$$\text{Kısıtlar} \quad \theta_{BCC} x_0 - X\lambda \geq 0, \quad (4.71.)$$

$$Y\lambda \geq y_0, \quad (4.72.)$$

$$e\lambda = 1 \quad (4.73.)$$

$$\lambda \geq 0. \quad (4.74.)$$

BCC modelinin dual programla problemi aşağıdaki gibidir;;

$$\text{maks } z = uy_0 - u_0 \quad (4.75.)$$

$$u, v, u_0$$

$$\text{Kısıtlar} \quad vx_0 = 1, \quad (4.76.)$$

$$-vX + uY - u_0 \leq 0, \quad (4.77.)$$

$$v, u \geq 0, u_0 \text{ serbest işaretli.} \quad (4.78.)$$

BCC dual programlama problemi CCR modelinde olduğu gibi iki fazda çözülmektedir. İlk fazda  $\theta_{BCC}$  minimize edilmekte; ikinci fazda ise (ilk fazda elde edilen) minimizasyon altında girdi fazlalıkları (excess) ve çıktı (eksiklikleri) maksimize edilmektedir. BCC optimal çözümü  $(\theta_{BCC}^*, \lambda^*, s^{-*}, s^{+*})$  şeklindedir. Optimal çözümde  $s^{-*}$  girdi fazlalıklarını (excess) ve  $(s^{+*})$  olduğu çıktılardaki eksiklikleri (shortfall) ifade eder. BCC modelinde konvekslik kısıtının  $e\lambda=1$  'in yer alması nedeniyle optimal çözümü  $\theta_{BCC}^*$  (BCC etkinlik skoru) , CCR optimal çözümü  $\theta_{CCR}^*$  'den küçük olamayacaktır. BCC modelinin uygun bölgesi CCR modelinin uygun bölgesinin alt kümesi olacaktır.

İki fazlı BCC modeli çözümüyle elde edilen optimal sonuç  $\theta_{BCC}^* = 1, s^{-*} = 0$  ve  $s^{+*} = 0$  olarak ortaya çıkmışsa ilgili KVB BCC-etkindir, aksi takdirde değildir. BBC-etkin olmayan KVB'ler için referans kümesi  $\lambda^*$  optimal sonucu üzerine kurulu  $E_0$  aşağıda tanımlanmıştır.

$$E_0 = \{j \mid \lambda_j^* > 0 \quad (j \in) 1, \dots, n \}. \quad (4.79.)$$

BCC-etkin olmayan KVB'leri etkin hale getirebilmek için kullanılacak etkin hedef değerleri aşağıdadır [17].

$$\widehat{x}_O = \theta_{BCC}^* x_o - s^{-*} = X\lambda^* \quad (4.80.)$$

$$\widehat{y}_O = y_o + s^{+*} = Y\lambda^* \quad (4.81.)$$

#### 4.4.3. Çıktı Odaklı BCC Modeli

Çıktı odaklı yaklaşımla kurulan BCC dual ve primal modeller aşağıdadır. Dual Model;

$$\begin{aligned} &\text{maks } \theta_{BCC} \\ &\theta_{BCC}, \lambda \end{aligned} \quad (4.82.)$$

$$\text{Kısıtlar } x_o - X\lambda \geq 0, \quad (4.83.)$$

$$e\lambda = 1 \quad (4.84.)$$

$$Y\lambda \geq \theta_{BCC} y_o, \quad (4.85.)$$

$$\lambda \geq 0$$

Primal Model;

$$\begin{aligned} &\text{min } z = vx_o - v_o \\ &v, u, v_o \end{aligned} \quad (4.86.)$$

$$\text{Kısıtlar } uy_o = 1, \quad (4.87.)$$

$$-vX + uY \leq 0, \quad (4.88.)$$

$$u, v \geq 0.$$

## 5. ROBUST COPLOT

Bu tez çalışmasında, VZA sonuçlarının grafiksel sunumunu gösterebilmek için Robust CoPlot tekniğinden faydalanılmıştır. Bu bölümde Klaisk CoPlot ve Robust CoPlot teknikleri anlatılacaktır.

### 5.1. Klasik CoPlot Tekniği

CoPlot tekniği 1994 yılında Lipshitz ve Raveh tarafından önerilen Çok Boyutlu Ölçekleme (Multi Dimensional Scaling-MDS)'nin bir uzantısıdır [39]. İki boyutlu grafik gösterim tekniği olan CoPlot her bir gözlemi, gözlem çiftleri arasındaki *benzemezliğe* (dissimilarity) göre iki boyutlu bir uzayda konumlandırır. Değişken vektörlerini ise gözlemlerle değişkenler arasındaki ilişkiyi maksimum yapacak şekilde aynı uzay üzerine yerleştirir. Bu teknik sayesinde gözlemler arasındaki benzerlikler, değişkenler arasındaki korelasyon ile değişkenler ve gözlemler arasındaki karşılıklı ilişkiler anlaşılır bir şekilde ortaya konulmaktadır [40]. Bir modelin hangi değişkenlerden oluşacağı; değişkenlerin arasında karşılıklı ilişkinin nasıl ortaya çıkabileceği gibi sorulara az gözlem ve çok değişkenin olduğu durumlarda CoPlot yöntemi cevap verebilmektedir [41].

CoPlot'un diğer tekniklere karşı en önemli üstünlüğü değişkenler ve gözlemler arasındaki ilişkinin aynı anda analizine imkân vermesidir. Bu üstünlüğü sayesinde, farklı alanlarda birçok çalışmada veri analizi yapmak için tercih edilmiştir. Raveh tarafından [42] 2000 yılında ve Huang ile Liao tarafından [43] 2012 yılında Ekonometri ve VZA'ya yönelik çalışmalarda birimler ile değişkenler arasındaki ilişkileri ortaya koymak için bu teknikten faydalanılmıştır. CoPlot tekniği Mahlberg ve Raveh tarafından [44] VZA'da aykırı değer bulmak için kullanılmıştır. Bunların dışında Giladi, Spector and Raveh [45] tarafından 1996 yılında, bilgisayarların performanslarını; Lipshitz ve Raveh[46] tarafından 1998 yılında bölgeler arası sosyo-ekonomik farklılıkları ve Bravata tarafından [47] 2008 yılında tıpta sağlık hizmetlerini analiz etmek için yapılan çalışmalar da literatürde önemli yer tutar.

CoPlot tekniği sonucunda bir biri üzerine oturtulan iki grafik 3 aşamada elde edilir. Gözlemlerin konumlarını gösteren ilk grafik n sayıdaki gözlemden oluşur. İkinci grafik ise değişkenleri temsil eden k tane vektörün yerleştirilmesi ile elde edilir. Bu aşamalar sırasıyla aşağıda verilmiştir.

### 5.1.1. Verinin Standartlaştırılması

$X_{n \times k}$  n tane KVB'nin ve k tane değişkenin yer aldığı veri matrisi olsun. Matrisin satırları gözlemlerden, sütunları ise değişkenlerden oluşmaktadır. Veri matrisi gözlemlerin arasındaki uzaklıkların hesaplanabilmesi için standartlaştırılarak  $Z_{n \times k}$  matrisine dönüştürülür [40].

$$z_{ij} = (x_{ij} - \bar{x}_{.j}) / s_j \quad (5.1.)$$

Burada  $z_{ij}$ ,  $Z_{n \times k}$  matrisin i-nci satırın j-inci sütun elemanı;  $\bar{x}_{.j}$ ,  $X_{n \times k}$  matrisinin j-inci sütunun ortalaması ve  $s_j$  ise j-inci sütunun standart sapmasıdır.

### 5.1.2. Çok Boyutlu Ölçekleme Düzleminin Oluşturulması

CoPlot tekniği n tane gözlemin iki boyutlu uzayda saçılımını elde etmek için metrik olmayan MDS'den faydalanmaktadır[39]. Bunu aşağıdaki amaç fonksiyonunu minimize ederek gerçekleştirmektedir. Bu işlemi, iki boyutlu uzay elde etmek için  $Y_{n \times 2}$  matrisine göre yapar.

$$f(Y) = \sum_{i < j} [\hat{\delta}_{ij} - d_{ij}(Y)]^2 \quad (5.2.)$$

Burada  $\hat{\delta}_{ij} = \theta(\delta_{ij})$  benzemezliği (disparity) ifade ederken  $\delta_{ij}$  ise standartlaştırılmış matrisin i-nci ve j-inci satırlar arasındaki benzemezlik (dissimilarity) ölçüsünü verir.  $\theta(\cdot)$  keyfi olarak seçilen artan bir fonksiyon ve  $d_{ij}$  ise  $Y_{n \times 2}$  matrisine ait i-nci ve j-inci satırlar arasındaki uzaklığı açıklar.

### 5.1.3. Değişkenlerin Düzleme Aktarılması

Üçüncü aşamada elde edilen uzaya k tane vektör çizilir. Her bir j değişkeni, noktaların (gözlemlerin) ağırlık merkezinden çıkan bir j vektörü ile temsil edilir. Söz konusu vektörlerin yönü ve büyüklüğü Pearson Korelasyon Katsayıları (Pearson Correlation Coefficient-PCC)'den faydalanılarak aşağıdaki gibi hesaplanır [39].

$$\rho_{j,PCC} = \frac{\sum_{i=1}^n (z_{ij} - \bar{z}_j)(v_{ij} - \bar{v}_j)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (z_{ij} - \bar{z}_j)^2 \sum_{i=1}^n (v_{ij} - \bar{v}_j)^2}} \quad (5.3.)$$

Burada  $\bar{z}_j$  standartlaştırılmış matrisin jnci sütunun ortalaması;  $z_{ij}$  matrisin i-inci satırının j nci elemanıdır. j nci değişken vektörü üzerine denk gelen i nci gözleme ait projeksiyon  $v_{ij}$  ile gösterilir.  $\bar{v}_j$  ise jnci değişken vektörü üzerine gelen projeksiyonların ortalamasıdır. Her bir j değişkeni için bulunan korelasyon katsayılarından maksimumu tercih edilerek grafik üzerine çizilir.

## 5.2. Robus CoPlot Tekniği

Gözlemlerin düzleme yerleştirilebilmesi için kullanılan MDS yönteminin ve değişkenlerin düzleme aktarılmasında kullanılan PCC'nin aykırı değerlere duyarlı olması klasik CoPlot tekniğinin bir dezavantajıdır[48]. Bunu gidermek için Robust CoPlot tekniği önerilmiştir [16]. Robust Coplot yönteminde; MDS yerine robust MDS; PCC yerine medyan mutlak sapma korelasyonu katsayısı (Median Absolute Deviation Correlation Coefficient-MADCC) tercih edilmektedir.

Robust yaklaşımın, klasik yaklaşımdan farklı olduğu kısımlar aşağıda verilmiştir.

### 5.2.1. Verinin Standartlaştırılması

Klasik CoPlot tekniğinde  $X_{n \times k}$  matrisi standartlaştırılırken örneklem ortalaması ve standart sapması kullanılmaktadır. Aykırı değerlere karşı hassas bu tahmin edicileri kullanmak yerine, robust yaklaşımda aşağıdaki gibi bir standartlaştırma yapılmaktadır.

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \text{med}(x_j)}{\text{MAD}(x_j)} \quad (5.4.)$$

Burada  $\text{med}(\cdot)$  medyan fonksiyonunu ve ise  $\text{MAD}(x_j) = \text{med}|x_j - \text{med}(x_j)|$  ise medyan mutlak değer sapmasını göstermektedir.

### 5.2.2. Çok Boyutlu Ölçekleme Düzleminin Oluşturulması

Gözlemlerin düzleme aktarılması için robust MDS yönteminden faydalanılır. Temel olarak En Küçük Azaltılmış Kareler Yöntemi (Least Trimmed Square-LTS) üzerine kurulu Robust MDS, aşağıdaki amaç fonksiyonunun optimize edilmesine dayanır.

$$f(O, Y) = \sum_{i < j} [\hat{\delta}_{ij} - d_{ij}(Y) - o_{ij}]^2 + \lambda \sum_{i < j} |o_{ij}| \quad (5.5.)$$

(5.2.) eşitliğinde gösterilen klasik yaklaşımın amaç fonksiyonundan farklı olarak, Robust MDS için verilen amaç fonksiyonundaki  $\lambda < 0$  şeklindeki parametre, aykırı değerlerin sayısını kontrol eder. Aykırı değer matrisi  $O$ 'nun  $i$ -nci satır ve  $j$ -inci sütun elemanı aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$o_{ij} = \text{sgn}(\delta_{ij} - d_{ij}(Y)) \max(0, |\delta_{ij} - d_{ij}(Y)| - \lambda / 2) \quad (5.6.)$$

Uzaklık (Dissimilarity) matrisinde var olduğu tahmin edilen aykırı değer sayısı  $\lambda$  tarafından kontrol edilmektedir.  $\lambda$  değeri yeteri kadar büyük alınırsa, aykırı değer matrisinin bütün elemanları "0" olur; yeteri kadar küçük seçilirse matrisin bütün elemanları "0"dan farklı olur. Bu ise MDS çözümün bozulması demektir.

Robust MDS'de uygun  $\lambda$  değerini seçmek önemlidir. Atılğan bu değer seçimi için aykırı değer yüzdesine karşı Kruskal stres değerinin kullanılmasını önermiştir [48]. İlk başta çoklu verinin sahip olduğu aykırı değer sayısı 0,01 olarak alınır. Daha sonra robust MDS algoritması kullanılarak Kruskal stresi hesaplanır. Aykırı değer sayısı 0,01 kadar artırılır ve stres tekrar hesaplanır. Bu iterasyon uygun aykırı değer sayısı (örneğin 0,3) yakalanıncaya kadar devam ettirilir. 0,20 stres değerinin zayıf MDS çözümüne işaret ettiği kabul edilir. 0,05 ya da daha az bir Kruskal stres değeri ise güçlü MDS çözümü demektir.

Robust MDS, aykırı değer farkındalık fonksiyonu (outlier aware cost function) kullanması nedeniyle; veri matrisi içinde önceden aykırı değer araştırmasına gereksinim duymamaktadır.

### 5.2.3. Değişkenlerin Düzleme Aktarılması

Robust yaklaşımda değişkenleri temsil eden vektörlerin düzleme aktarılması için PCC yerine MADCC kullanılır.  $\rho_{j,PCC}$  değerini tahmin etmek, kesen terimin olmadığı Basit Doğrusal Regresyonun En Küçük Kareler Çözümü olarak gösterilebilir. En küçük kareler çözümünde aykırı değerlerin olumsuz etkisi ortadadır. Aykırı değerlerin var olduğu durumlarda, korelasyon katsayısına ait klasik tahmin yöntemlerindeki tutarsızlık daha önce yapılan başka çalışmalarda da ortaya konulmuştur [49]. Sonuç olarak aykırı değerlerin var olduğu koşullarda PCC kullanarak vektörlerin yönüne ve büyüklüğüne karar vermek CoPlot analizinde hatalı bir gösterime neden olabilir. Bu yüzden PCC yerine robust bir alternatif olarak MADCC kullanılacaktır.

$$\rho_{j,MADCC} = \frac{MAD^2(u_j) - MAD^2(k_j)}{MAD^2(u_j) + MAD^2(k_j)} \quad (5.7.)$$

Burada  $u_k$  ve  $k_j$  aşığıdaki eşitliklerde sunulan temel robust değişkenlerdir.

$$u_j = \frac{z_j - \text{med}(z_j)}{MAD(z_j)} + \frac{v_j - \text{med}(v_j)}{MAD(v_j)} \quad (5.8.)$$

$$k_j = \frac{z_j - \text{med}(z_j)}{MAD(z_j)} - \frac{v_j - \text{med}(v_j)}{MAD(v_j)}$$

$z_j$  standartlaştırılmış matrisin  $j$  nci sütunu;  $v_j$  ise belirli bir yön için,  $j$  -inci değişken vektörü üzerindeki MDS düzleminde bulunan bütün noktaların projeksiyon değerlerini temsil eder [16].



## 6. VERİ ZARFLAMA ANALİZİ SONUÇLARININ GRAFİKSEL GÖSTERİMİ

VZA'nın sonuçlarının grafiksel gösterimi üzerinde literatürde bazı çalışmalar yer almakla birlikte bunların sayısı kısıtlıdır. Grafiksel gösterim için Klasik CoPlot yöntemi kullanılmış, ancak bu yöntemin de veri kümesinde yer alan olası aykırı değerlere karşı aşırı duyarlı olduğu gözlemlenmiştir. Bu tez çalışmasında Robust CoPlot tekniğinden yararlanılarak VZA sonuçlarının iki boyutlu düzlemde gösterimi, yorumlanması ve değişkenlerin seçimi üzerinde durulmuştur. Robust CoPlot sayesinde değişkenlerin ve KVB'lerin arasındaki korelasyon ile değişkenlerin birbirleriyle olan korelasyonları incelenebilmektedir. Robust CoPlot tekniği ile Klasik Coplot tekniği sonuçlarını karşılaştırabilmek için Adler tarafından daha önce yapılan bir çalışmanın veri kümesi, bu tez çalışmasının uygulaması için tercih edilmiştir. Adler bu çalışmasında VZA sonuçlarını, Klasik CoPlot tekniğini kullanarak yorumlamıştır [15]. Veri kümesi Çin Halk Cumhuriyetinde bulunan 35 şehir (KVB) ile bunlara ait 6 değişkenden oluşmaktadır. Değişkenlerden 3'ü girdi ve 3'ü de çıktı şeklindedir.

Bu tez çalışmasında KVB'lerin etkinlikleri girdi odaklı yaklaşımda CCR ve BCC modellerine göre ölçülmüştür. Ayrıca etkin olmadığı anlaşılan KVB'lerin etkin hale getirilmesi için girdi ve çıktılarda nasıl bir değişiklik yapılması gerektiği üzerinde durulmuştur.

3 girdi ve 3 çıktıdan oluşan değişkenlerin tanımları aşağıda verilmiştir [15].

Girdiler;

ILF: Sanayii İşgücü (Girdi-10.000 Yuan için),

WF: İşletme Sermayesi (Girdi-10.000 Yuan için),

INV: Yatırımlar (Girdi-10.000 Yuan için).

Çıktılar;

GIOV: Yıllık Gayri Safi Üretim (Çıktı- 1.000.000 Yuan için)

P&T: Üretilen Kar ve Vergiler (Çıktı- 1.000.000 Yuan için)

RS: Perakende Satışlar (Çıktı- 1.000.000 Yuan için)

Çalışmada KVB'lere ait çıktı ve girdi değerleri Çizelge 6.1.'de sunulmuştur.

Çizelge 6.1. Karar Verme Birimleri ve Değişkenler

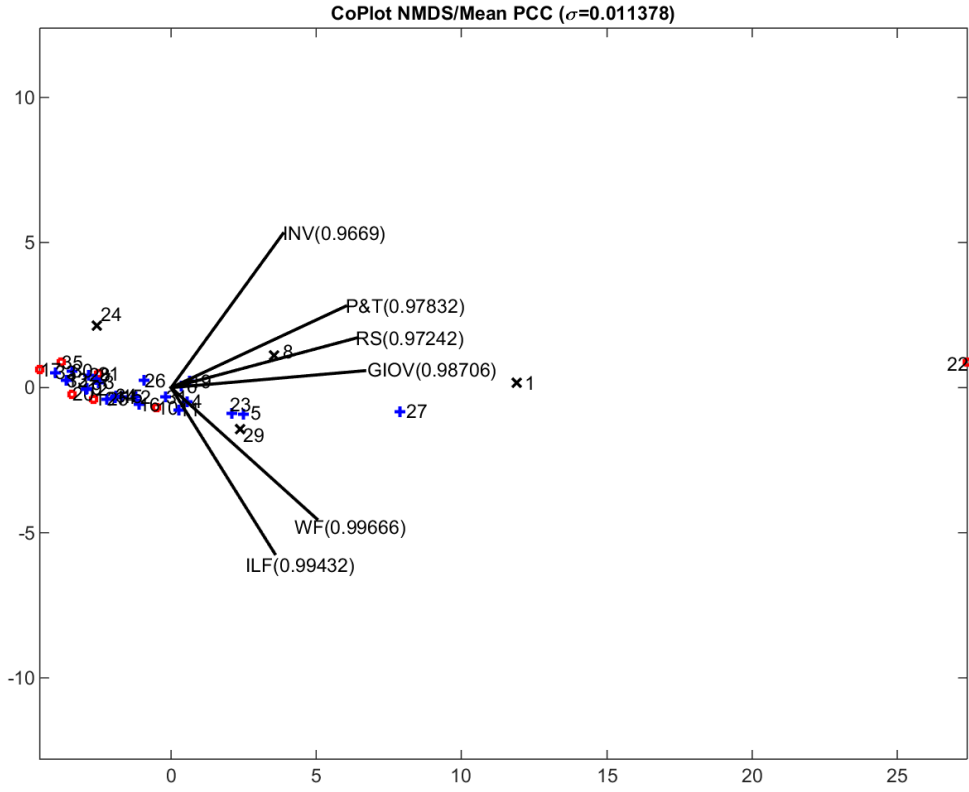
KVB	ILF	WF	INV	GIOV	P&T	RS
Beijing	110,22	794.509	724.255	2.374.342	680.119	12.790
Changchun	31,34	183.319	101.556	473.369	118.062	3.460
Changsha	18,12	99.307	83.395	255.540	50.355	2.652
Chengdu	46,86	304.726	173.655	734.613	150.853	4.381
Chongqing	77,39	443.862	210.947	1.037.584	189.878	5.233
Dalian	37,96	282.373	198.278	753.961	194.512	3.708
Fuzhou	16,03	96.623	103.560	222.634	43.984	2.222
Guangzhou	50,92	389.641	354.879	1.154.147	275.588	8.362
Guiyang	17,52	101.368	76.476	257.718	72.917	1.118
Hangzhou	34,32	212.524	120.028	726.172	159.354	4.106
Harbin	48,2	356.752	138.972	672.427	124.508	3.856
Hefei	17,02	95.076	56.690	270.087	62.387	1.486
Hohot	10,15	56.096	42.493	127.132	33.096	852
Jinan	26,39	152.034	78.312	441.724	109.039	2.441
Kunming	27,59	168.224	112.871	439.756	117.719	2.148
Lanzhou	35,89	235.416	107.328	580.669	140.557	2.151
Lhasa	0,44	1.908	7.394	1.665	286	399
Nanchang	23,3	129.132	42.700	317.158	61.472	1.663
Nanjing	42,18	269.246	222.623	836.544	208.006	3.779
Nanning	11,33	59.166	36.627	176.640	139.399	1.253
Ningbo	13,52	69.895	72.845	320.516	74.492	2.886
Shanghai	206,73	1.577.603	959.226	6.743.346	1.880.041	18.316
Shenyang	68,62	419.358	198.494	1.017.454	195.987	5.072
Shenzen	3,41	35.478	278.230	78.313	11.461	2.778
Shijiazhuang	24,88	138.931	68.661	453.445	94.216	1.745
Taiyuan	38,34	221.065	170.776	513.907	84.812	1.896
Tianjin	98,38	628.243	541.587	2.252.611	538.202	6.895
Urumqi	15,97	94.622	130.771	204.232	38.294	1.323
Wuhan	64,87	442.813	183.811	1.218.527	295.199	5.090
Xiamen	6,48	46.821	97.627	130.646	37.698	1.109
Xian	46,2	294.539	140.906	635.575	101.261	3.292
Xining	10,54	74.188	45.629	100.509	18.627	858
Yinchuan	5,06	30.959	46.014	59.757	11.458	524
Zhengzhou	28,09	144.141	86.791	413.028	105.784	2.359
Zhuhai	1,26	12.504	86.457	35.760	6.667	1.046

Şehirlerin etkinlik skorları, MAXDEA ve EMS paket programları ile hesaplanmıştır. CCR ve BCC etkinlik skorları Çizelge 6.2 ile sunulmuştur.

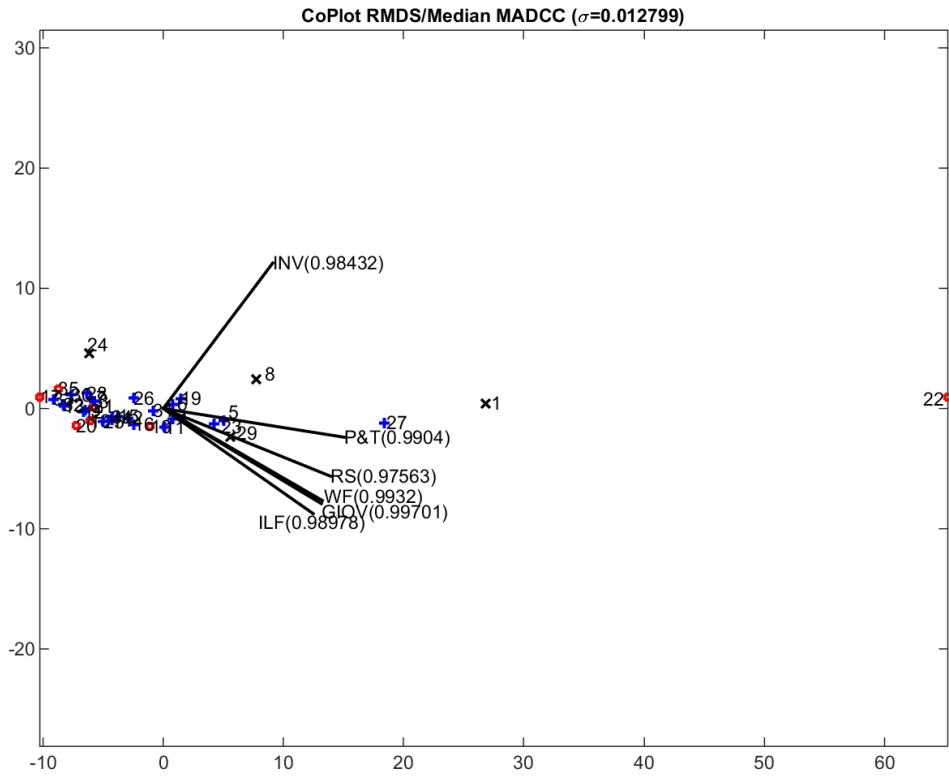
Çizelge 6.2. Etkinlik Skorları

S. No	KVB	CCR	BCC	S. No	KVB	CCR	BCC
1	Beijing	0,730304	1	19	Nanjing	0,705776	0,709494
2	Changchun	0,869592	0,941294	20	Nanning	1	1
3	Changsha	0,752603	0,799649	21	Ningbo	1	1
4	Chengdu	0,726335	0,778571	22	Shangai	1	1
5	Chongqing	0,746622	0,875077	23	Shenyang	0,776513	0,884981
6	Dalian	0,671974	0,684844	24	Shenzen	0,964758	1
7	Fuzhou	0,560034	0,604802	25	Shijiazhuang	0,948016	0,968591
8	Guangzhou	0,79096	1	26	Taiyuan	0,529259	0,533677
9	Guiyang	0,59078	0,606416	27	Tianjin	0,814549	0,833179
10	Hangzhou	1	1	28	Urumqi	0,483656	0,494394
11	Harbin	0,771385	0,803105	29	Wuhan	0,948111	1
12	Hefei	0,794493	0,814622	30	Xiamen	0,717229	0,71963
13	Hohot	0,570357	0,606086	31	Xian	0,701075	0,703174
14	Jinan	0,908137	0,909323	32	Xining	0,47034	0,484263
15	Kunming	0,651662	0,658951	33	Yinchuan	0,453058	0,485127
16	Lanzhou	0,756728	0,769012	34	Zhengzhou	0,81039	0,813883
17	Lhasa	1	1	35	Zhuhai	1	1
18	Nanchang	1	1				

Elde edilen etkinlik skorlarına göre; 10, 17, 18, 20, 21 ve 22 numaralı şehirler hem CCR-etkin hem de BCC-etkin; 1, 8, 24 ve 29 numaralı şehirler sadece BCC-etkin bulunmuştur. CCR-etkin olan bir KVB'nin aynı zamanda BCC-etkin olması beklenen bir durumdur. Diğer KVB'ler etkin değildir. Şehirler ile girdi ve çıktı değişkenlerini temsil eden vektörleri ve bunlar arasındaki ilişkiyi gözlemleyebilmek için Klasik ve Robust Coplot yardımıyla iki grafik çizdirilmiştir. Klasik CoPlot grafiği Şekil 6.1 ve Robust CoPlot grafiği Şekil 6.2.'de verilmiştir.



Şekil 6.1. Klasik Coplot Grafiği



Şekil 6.2. Robust Coplot Grafiği

Her iki şekilde de CCR–etkin şehirler daire (kırımızı), BCC-etkin olanlar çarpı (siyah) ve etkin olmayanlar şehirler ise artı (mavi) işareti ile gösterilmiştir. Bu sayede etkin olan şehirlerin iki boyutlu düzlem üzerine indirildiğinde yerleşimleri gözlemlenebilmektedir. Ayrıca her bir değişkenin korelasyon katsayıları yanlarında parantez ile verilmiştir. Bu değerlere bakıldığında hepsinin korelasyonunun yüksek olduğu gözlemlenmektedir.

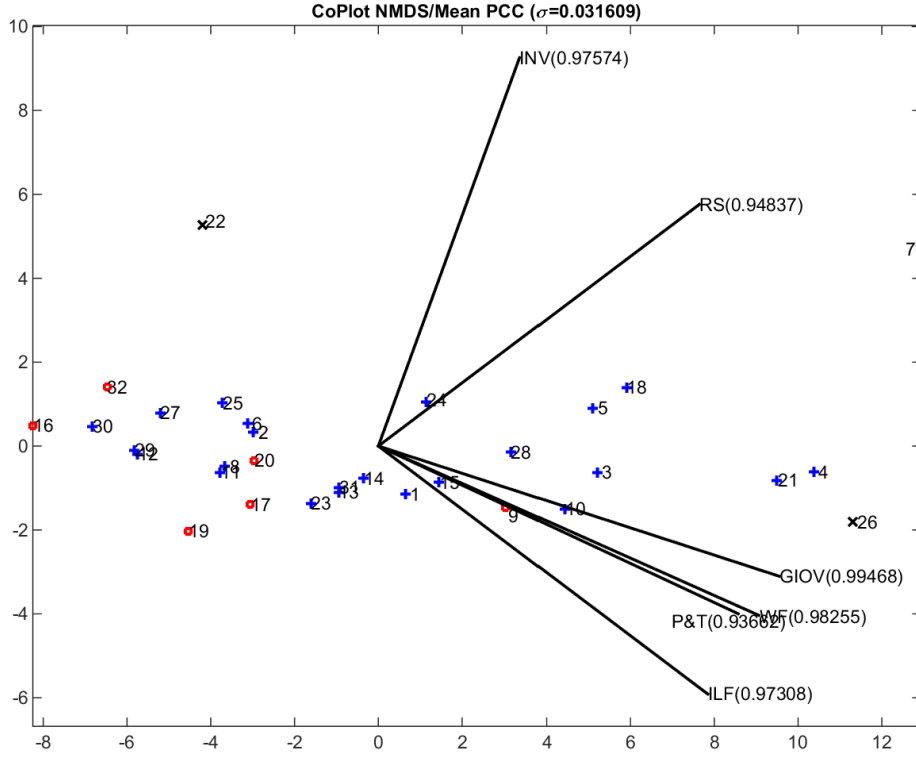
Şekil 6.1.'da verilen Klasik CoPlot grafiğine bakıldığında 1 (Pekin), 22 (Şangay) ve 27 (Tianjin) numaralı şehirlerin veri kümesindeki diğer gözlemlerden ayrı olduğu ve bu gözlemlerin olası aykırı değer olabilecekleri görülmektedir. Veri kümesi incelendiğinde bahsedilen şehirler, RS, P&T ve GIOV değerleri çok yüksek olan şehirlerdir. Dolayısıyla klasik yöntemde bu 3 çıktı vektörün yönü söz konusu şehirler tarafından kendi doğrultularına kaydırılmıştır. Bu durum klasik yöntemin zaafı olarak ortaya çıkmaktadır. Vektörlerin yönleri değiştiğinde değişkenler arasındaki korelasyonun yapısına ait resim de değişmekte; bu da araştırmacıyı yanlış yorum yapmaya yönlendirmektedir.

Şekil 6.2.'deki Robust CoPlot grafiği değerlendirildiğinde RS, P&T ve GIOV değişkenlerinin klasik yöntemde olduğu gibi yüksek değerli gözlemlerden etkilenmedikleri ve veri kümesinin çoğunluğuna göre yerleştirildikleri görülmektedir.

İki sonuç karşılaştırıldığında klasik yöntemde; RS, P&T ve GIOV çıktılarının aralarında yüksek korelasyon olduğu, INV değişkeninin ise bu grup ile yine pozitif korelasyona sahip olduğu, WF ile de ILF girdilerinin birbirleri ile yüksek pozitif korelasyona sahip olduğu, INV girdi değişkeninin ise bu ikili ile neredeyse ilişkisiz olduğu söylenebilir. Robust CoPlot sonucu değerlendirildiğinde; INV değişkeni dışında kalan değişkenlerin arasında aynı yönlü pozitif bir korelasyon olduğu ve INV değişkeninin de bu grup ile neredeyse ilişkisiz olduğu sonucu gözlemlenmektedir. INV değişkeninin geri kalan değişkenlere ortogonal olması, bu değişkenin girdi miktarını açıklamada önemli bir değişken olduğunu göstermektedir. Oysa bu sonuç klasik yöntemde gözlemlenmemektedir. Ayrıca ILF ve WF girdileri arasında yüksek korelasyon olması; bu iki girdi değişkeninin birbirlerinin taşıdıkları bilgiye sahip olduklarını, dolayısıyla araştırmada bir tanesinin kullanılmasının etkinlik skorlarını çok fazla etkilemeyeceğini işaret etmektedir. Böylece çok fazla girdi ve çıktının yer aldığı

VZA analizinde birbirleri ile yüksek korelasyona sahip olan değişkenleri elemek ve araştırma için kesinlikle olması gereken değişkenleri belirlemek amacıyla Robust CoPlot yöntemi etkili bir biçimde kullanılabilir.

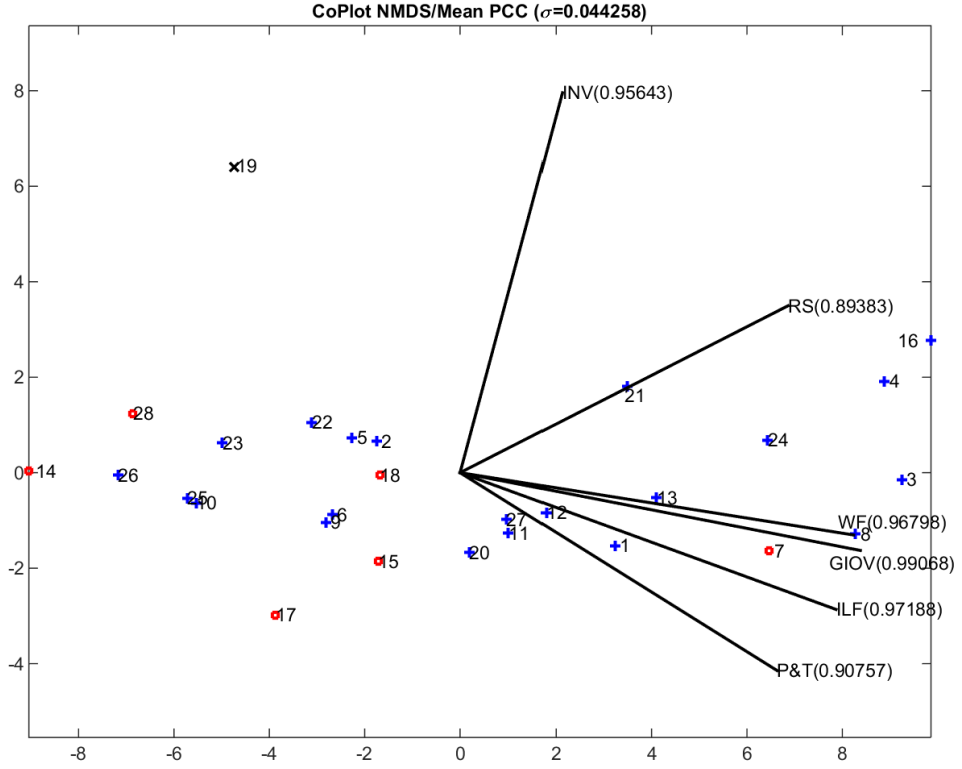
Olası aykırı değer olarak düşünölen 1, 22 ve 27 numaralı gözlemler veri kümesinden çıkartılarak her iki CoPlot grafiği yeniden çizdirilmiştir. Klasik CoPlot grafiği Şekil 6.3; Robust CoPlot grafiği Şekil 6.4'de verilmiştir.



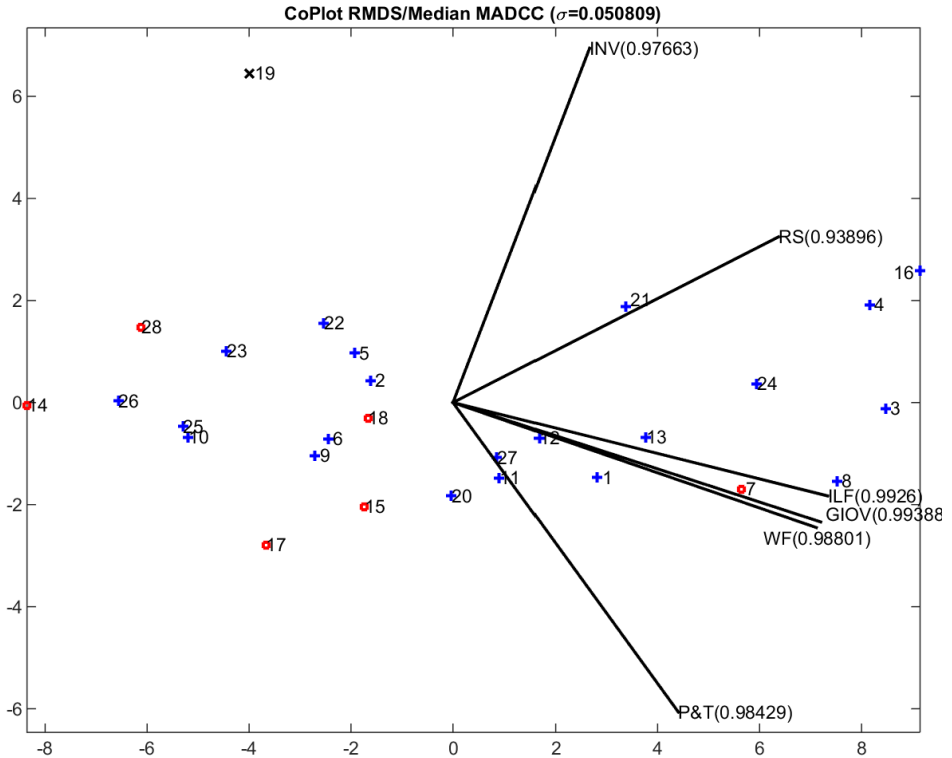
Şekil 6.3. Üç KVB'nin Olmadığı Durumda Klasik Coplot Grafiği

Şekil 6.4.'deki Robust CoPlot grafiği, Şekil 6.2.'de Robust CoPlot grafiği ile karşılaştırıldığında değişkenlere ait vektörlerin yönlerinde önemli bir değişiklik olmadığı gözlemlenmiştir. 35 KVB yerine 32 KVB kullanılarak elde edilen modelde ufak açısal değişimlerin olması kaçınılmazdır. Çünkü 35 gözleme ait Robust MDS yerleşim ile 32 gözleme ait yerleşim arasında farklılıklar yer alacaktır. Ancak bu farklılık vektör gösterimleri üzerinde önemli bir etki yaratmamıştır. Diğer taraftan, Şekil 6.3.deki Klasik CoPlot grafiği, Şekil 6.1.'deki grafik ile karşılaştırıldığında vektörlerin yönünde (korelasyon yorumları) ciddi farklılıklar görölmektedir. GIOV ve P&T değerleri yüksek olan 3 KVB'nin veri kümesinden çıkarılması ile birlikte bu değişkenler gerçekte olması gereken konuma yerleşmiştir.





Şekil 6.5. Yedi KVB'nin Olmadığı Durumda Klasik Coplot Grafiği



Şekil 6.6. Yedi KVB'nin Olmadığı Durumda Robust CoPlot Grafiği

Robust yaklaşımda elde edilen MDS grafiklerinde, vektörel yorumlar her aşamada benzerdir. Klasik yaklaşımda çizdirilen MDS grafiği, bu aşamada robust yaklaşımdaki ile benzer vektörel yorumlara sahip olabilmektedir. Ancak bu



son aşamada; başlangıç durumuna göre, veri setinde yer alan 35 gözlemden 7 tanesi (yaklaşık %20'si) çıkarılmıştır. Bu, istatistiksel açıdan çok istenen bir durum değildir. Söz konusu 7 şehirden 4'ü BCC-etkin olup diğer üçünün etkinlik skorları 0,83'ten büyüktür. Bu da diğer KVB'lerin etkinlik skorlarının etkilenmesine neden olacaktır. Her iki durumdaki BCC etkinlik skorlarının karşılaştırılması Çizelge 6.3.'de gösterilmiştir.

Çizelge 6.3. BCC Etkinlik Skorlarının Karşılaştırılması

S. No	KVB	Başlangıç	7 Şehir Olmadan	S. No	KVB	Başlangıç	7 Şehir Olmadan
1	Beijing	1	-	19	Nanjing	0,709494	1
2	Changchun	0,941294	0,941294	20	Nanning	1	1
3	Changsha	0,799649	0,799649	21	Ningbo	1	1
4	<b>Chengdu</b>	<b>0,778571</b>	<b>1,000000</b>	22	Shanghai	1	-
5	Chongqing	0,875077	-	23	Shenyang	0,884981	-
6	<b>Dalian</b>	<b>0,684844</b>	<b>1,000000</b>	24	Shenzen	1	1,000000
7	Fuzhou	0,604802	0,604802	25	Shijiazhuang	0,968591	1,000000
8	Guangzhou	1	-	26	Taiyuan	0,533677	0,623760
9	<b>Guiyang</b>	<b>0,606416</b>	<b>0,694534</b>	27	Tianjin	0,833179	-
10	Hangzhou	1	1,000000	28	Urumqi	0,494394	0,537191
11	Harbin	0,803105	0,803105	29	Wuhan	1	-
12	Hefei	0,814622	0,837762	30	<b>Xiamen</b>	<b>0,71963</b>	<b>0,877417</b>
13	<b>Hohot</b>	<b>0,606086</b>	<b>0,652989</b>	31	Xian	0,703174	0,730272
14	Jinan	0,909323	0,917492	32	Xining	0,484263	0,491690
15	<b>Kunming</b>	<b>0,658951</b>	<b>0,747816</b>	33	Yinchuan	0,485127	0,548522
16	<b>Lanzhou</b>	<b>0,769012</b>	<b>0,889450</b>	34	Zhengzhou	0,813883	0,828873
17	Lhasa	1	1	35	Zhuhai	1	1
18	Nanchang	1	1				

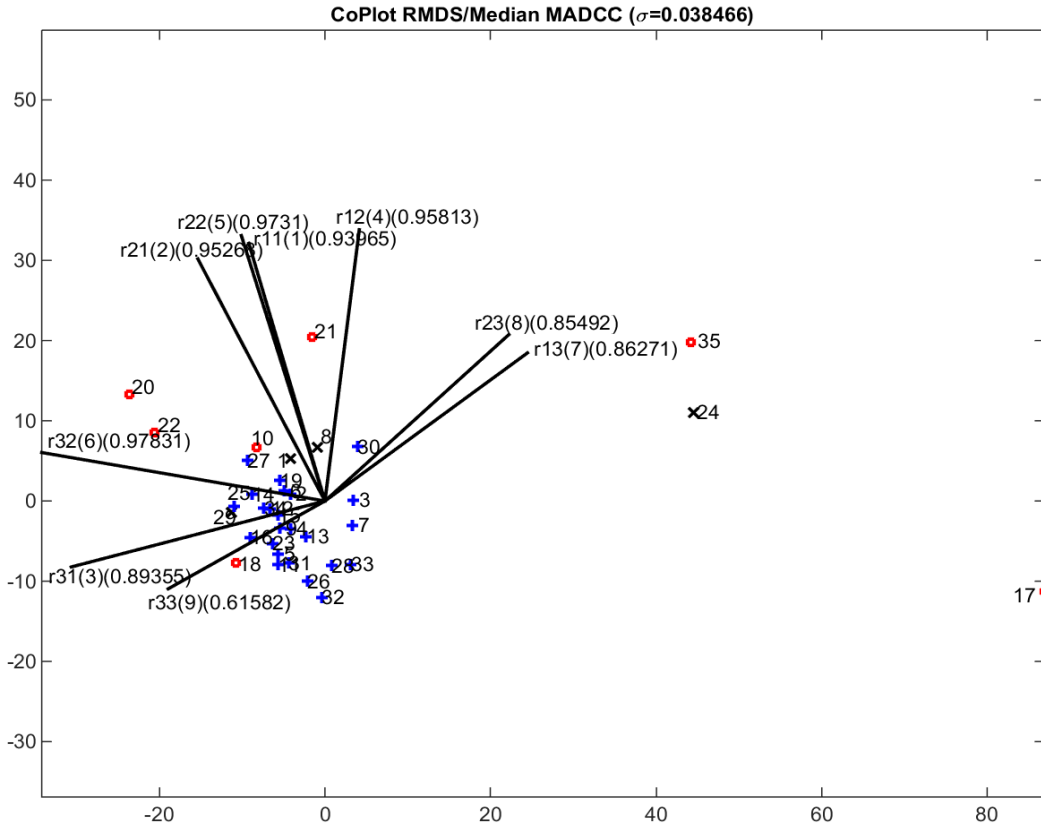
Çizelgede etkinlikleri önemli derecede değişen KVB'ler koyu yazılmıştır. 35 KVB'nin BCC etkinlik skor ortalaması ilk başta 0,813778'dir. Analizden çıkmayan 28 KVB'nin etkinlik skor ortalaması 0,781747'den son aşamada 0,840236'e yükselmiştir. Ortalamalar %7,48 oranında artmıştır. İlk durumda etkinlik skoru "1" olan 4 KVB'nin analizden çıkarılması, diğer KVB'lerin etkinlik skorlarının yükselmesine neden olmuştur. Bu nedenle VZA'da aykırı değerlerin doğru olarak belirlenmesi ve analizden çıkarılması büyük önem kazanmaktadır.

VZA daha öncede belirtildiği gibi çoklu girdi ve çoklu çıktılı ortamlarda etkinlik analizi gerçekleştirmektedir. Ancak aynı miktarda bilgi taşıyan değişkenlerin modele katkısı benzer olacağından analiz için bunlardan 1 tanesinin seçilmesi yeterli ve uygun olacaktır. Robust CoPlot tekniği, yüksek korelasyona sahip

değişkenlerin belirlenmesinde, VZA için ön inceleme imkânı vermektedir. Bunu gerçekleştirmek için 3 girdi ve 3 çıktı değişkeni çıktının girdiye oranı şeklinde aşağıdaki gibi yeniden oluşturulmuştur [15].

$$r_{kl} = \frac{\text{Çıktı}_l}{\text{Girdi}_k}, \quad \forall k,l=1,2,3. \quad (6.1.)$$

Burada l-inci çıktının k-inci girdiye oranı şeklinde yeni ( $r_{kl}$ ) 9 adet değişken tanımlanmıştır. KVB'ler yeni elde edilen 9 değişkene göre MDS düzlemine yerleştirilmiş; daha sonra bu değişken vektörleri KVB'ler ile değişkenler arasındaki korelasyonu maksimum yapacak şekilde aynı düzleme Şekil 6.7.'de olduğu gibi konumlandırılmıştır. Bu sayede VZA'nın grafiksel bir gösterimi elde edilmiştir.



Şekil 6.7. VZA'nın Grafiksel Gösterimi

Şekil 6.7.'de görülen Robust CoPlot grafiğine göre etkin olmayan (+işaretili/mavi) KVB'ler merkezde toplanmıştır. BCC-etkin (x işaretili/siyah) olanlar onların biraz daha dışında; CCR-etkin (daire/kırmızı) olanlar ise en dış çevrede yer almaktadırlar. Herhangi bir KVB için hangi değişkenin önemli olduğu bu grafikten kolayca anlaşılabilir. Örneğin 35 numaralı (Zhuhai)

şehir, düzlemde  $r_{23}$  ve  $r_{13}$  değişkenlerini kendine çekmektedir. 3ncü çıktı (RS) bu şehir için önemli bulunmuştur. Bunu test etmek için VZA sonuçlarında çıktının ağırlığına bakmak faydalı olacaktır. Çıktının CCR modelindeki ağırlığı 0,000524 bulunmuştur. Diğer çıktılarının ağırlığı "0" kabul edilebilecek kadar küçüktür.

Şekil 6.7. ayrıca aralarında yüksek korelasyon bulunan değişkenleri bulma imkanı da verir. Şekilde  $r_{11}$  ve  $r_{21}$  değişkenlerinin;  $r_{12}$  ve  $r_{22}$  değişkenlerinin;  $r_{13}$  ve  $r_{23}$  değişkenlerinin birbirlerine yakın konumlandıkları görülmektedir. Dolayısıyla bu iki girdi, her bir çıktı üzerinde aynı yönlü etkiye sahiptir. Buna göre veri setindeki birinci ve ikinci girdiler arasında yüksek korelasyon bulunmaktadır. İlk girdi (ILF) ve ikinci girdi (WF) değişkenleri sırasıyla analizden çıkarılarak BCC etkinlik skorları yeniden hesaplanmıştır. Etkinlik skorlarının karşılaştırılması Çizelge 6.4.'de verilmiştir.

Çizelge 6.4.Etkinlik Skorlarının Karşılaştırılması

S. No	Tam Model BCC	ILF YOK BCC	WF YOK BCC	S. No	Tam Model BCC	ILF YOK BCC	WF YOK BCC
1	1	1	1	19	0,709494	0,709494	0,667656
2	0,941294	0,941294	0,941294	20	1	1	1
3	0,799649	0,799649	0,799649	21	1	1	1
4	0,778571	0,778571	0,778571	22	1	1	1
5	0,875077	0,875077	0,875077	23	0,884981	0,884981	0,884981
6	0,684844	0,643192	0,684844	24	1	1	1
7	0,604802	0,535399	0,604802	25	0,968591	0,968591	0,94298
8	1	1	1	26	0,533677	0,533677	0,465782
9	0,606416	0,606416	0,560048	27	0,833179	0,833179	0,705358
10	1	1	1	28	0,494394	0,476637	0,443082
11	0,803105	0,803105	0,803105	29	1	1	1
12	0,814622	0,814622	0,790631	30	0,71963	0,660156	0,701796
13	0,606086	0,606086	0,586415	31	0,703174	0,702064	0,703174
14	0,909323	0,909323	0,902065	32	0,484263	0,463041	0,484263
15	0,658951	0,658951	0,646841	33	0,485127	0,461729	0,435611
16	0,769012	0,762524	0,769012	34	0,813883	0,813883	0,781094
17	1	1	1	35	1	1	1
18	1	1	1				

Çizelge 6.4.deki BCC etkinlik skorları incelendiğinde yüksek korelasyona sahip değişkenlerden birinin analizden çıkarılmasının skorları çok fazla etkilemediği görülmektedir. 6 değişkenin yer aldığı durumda, BCC etkinlik skorlarının

ortalaması 0,808298; birinci değişken(ILF) olmadan 0,806904; ikinci değişken (WF) olmadan ise ortalama 0,798803 bulunmuştur. Etkinlik skorlarının ortalamalarında yaklaşık olarak sırasıyla; binde 2 ve yüzde 1 civarında bir değişim vardır. Bu da; aralarında yüksek korelasyon olan değişkenlerden bir tanesinin VZA modeline seçilmesinin yeterli olacağını gösterir.

VZA'da etkin olmayan birimler etkin hedef değerleri yardımıyla etkin hale getirilir. Etkin hedef değerlerine, KVB'nin referans kümesindeki birimlerin değişken değerleri ve referans miktarları kullanılarak aşığıdaki gibi ulaşılr.

$$\hat{x}_0 = \theta^* x_0 - s^{-*} = \sum_{j \in E_0} x_j \lambda_j^* \quad (6.2.)$$

$$\hat{y}_0 = y_0 + s^{+*} = \sum_{j \in E_0} y_j \lambda_j^* \quad (6.3.)$$

Burada ilgili KVB için  $\hat{x}_0$  etkin hedef girdi vektörü;  $\hat{y}_0$  etkin hedef çıktı vektörü,  $\theta^*$  etkinlik skoru;  $x_0$  mevcut girdi vektörü;  $s^{-*}$  girdi gevşek vektörü;  $y_0$  mevcut çıktı vektörü;  $s^{+*}$  çıktı gevşek vektörüdür. Referans kümesindeki KVB'lerinin referans değerleri  $\lambda_j^*$ ; girdi değişkenleri  $x_j$  ve çıktı değişkenleri  $y_j$  ile temsil edilmektedir.

Etkin hedef değerlerinin hesaplanacağı VZA modeli, birinci değişkenin (ILF) olmadığı durumda kurulmuştur. Çünkü bu değişkenin etkinlik skorlarına katkısı yok denecek kadar azdır. Çizelge 6.4.'deki skorlara göre 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 19, 23, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 32, 33 ve 34 numaralı KVB'ler BCC etkin değildir. Bu KVB'lerin etkin hedef değerleri ortaya konacaktır.

Örneğin 2 numaralı (Changchun) KVB'sini etkin hale getirelim. Bu KVB'nin referans kümesi 10 numaralı Hangzhou ( $\lambda_{10}^* = 0,497811$ ) ve 20 numaralı Nanning ( $\lambda_{20}^* = 0,020410$ )  $\lambda_j^*$  ve 21 numaralı Ningbo ( $\lambda_j^* = 0,481779$ ) şehirleridir.

Etkin hedef değerleri şu şekilde hesaplanır.

$$\text{Girdi}_2 = \lambda_{10} \times \text{girdi}_{210} + \lambda_{20} \times \text{girdi}_{220} + \lambda_{21} \times \text{girdi}_{221}$$

$$\text{Girdi}_2 = 0,497811 \times 212.524 + 0,020410 \times 59.166 + 0,481779 \times 69.865 = 140.678,32$$

$$\text{Girdi}_3 = 0,497811 \times 120.028 + 0,020410 \times 36.627 + 0,481779 \times 72845 = 95.594,01$$

$$\text{Çıktı}_1 = 0,497811 \times 726.172 + 0,020410 \times 176.140 + 0,481779 \times 320.516 = 519.519,55$$

$$\text{Çıktı}_2 = 0,497811 \times 159.354 + 0,020410 \times 139.399 + 0,481779 \times 74.492 = 118.06$$

$$\text{Çıktı}_3 = 0,497811 \times 4.106 + 0,020410 \times 1.253 + 0,481779 \times 2.866 = 3.460$$

Hesaplanan etkin hedef değerlerine göre 2 numaralı Changchun şehrinin BCC-aktif hale gelebilmesi için; diğer değişkenleri sabit kalmak kaydıyla, WF girdisinin 183.319'dan 140.678'ye; INV girdisinin 101.556'dan 95.594,01'e düşürülerek GIOV çıktısının 473.369'dan 519.519,55'e yükseltilmesi gerekmektedir. Etkin olmayan diğer KVB'ler de benzer şekilde etkin hale getirilir. Referans kümeleri ve miktarları ( $\lambda_j^*$ ) Çizelge 6.5.'de verilmiştir.

Çizelge 6.5. Referans Kümeleri

S. No	KVB	Referans Kümesi
2	Changchun	Hangzhou(0,497811); Nanning(0,020410); Ningbo(0,481779)
3	Changsha	Lhasa(0,094089); Ningbo(0,905911)
4	Chengdu	Guangzhou(0,064615); Hangzhou(0,935385)
5	Chongqing	Guangzhou(0,120660); Hangzhou(0,836168); Shanghai(0,043172)
6	Dalian	Lhasa(0,010966); Nanchang(0,164965); Ningbo(0,755953); Shanghai(0,068116)
7	Fuzhou	Lhasa(0,266973); Ningbo(0,732665); Shenzhen(0,000363)
9	Guiyang	Lhasa(0,803337); Nanning(0,034977); Ningbo(0,130800); Shanghai(0,030887)
11	Harbin	Hangzhou(0,868114); Nanchang(0,072853); Ningbo(0,059033)
12	Hefei	Lhasa(0,560199); Nanchang(0,259065); Ningbo(0,160642); Shanghai(0,020094)
13	Hohot	Lhasa(0,869165); Nanchang(0,057973); Nanning(0,002449); Ningbo(0,057289); Shanghai(0,013125)
14	Jinan	Hangzhou(0,127420); Nanchang(0,525691); Nanning(0,100038); Ningbo(0,233512); Shanghai(0,013340)
15	Kunming	Lhasa(0,460022); Nanchang(0,147426); Nanning(0,041672); Ningbo(0,308468); Shanghai(0,042413)
16	Lanzhou	Lhasa(0,160703); Nanchang(0,790402); Shanghai(0,048895)
19	Nanjing	Ningbo(0,919657); Shanghai(0,080343)
23	Shenyang	Guangzhou(0,085698); Hangzhou(0,871989); Shanghai(0,042313)
25	Shijiazhuang	Lhasa(0,450603); Nanchang(0,506067); Shanghai(0,043330)
26	Taiyuan	Lhasa(0,391396); Ningbo(0,559063); Shanghai(0,049540)
27	Tianjin	Ningbo(0,699183); Shanghai(0,300817)
28	Urumqi	Lhasa(0,364697); Ningbo(0,635303)
30	Xiamen	Lhasa(0,561571); Nanning(0,075152); Ningbo(0,363277)
31	Xian	Hangzhou(0,507340); Nanchang(0,394910); Shanghai(0,004127); Wuhan(0,093623)
32	Xining	Lhasa(0,741750); Nanchang(0,183473); Ningbo(0,072111); Shanghai(0,002665)
33	Yinchuan	Lhasa(0,817808); Ningbo(0,182192)
34	Zhengzhou	Lhasa(0,103644); Nanchang(0,385930); Nanning(0,079230); Ningbo(0,409671); Shanghai(0,021525)

Etkin olmayan şehirlerin etkin hedef değerleri Çizelge 6.6.'da verilmiştir.

Çizelge 6.6. Etkin Hedef Değerleri

S.No	WF	INV	GIOV	P&T	RS
2	140.678,32	95.594,01	519.519,55	118.062,00	3.460,00
3	63.498,15	66.686,76	290.515,54	67.510,01	2.652,00
4	223.968,36	135.202,82	753.825,46	166.864,42	4.381,00
5	292.827,90	184.594,80	1.037.584,00	247.664,04	5.233,00
6	181.620,07	127.530,83	753.961,00	194.516,62	3.708,00
7	51.731,85	55.445,91	235.303,63	54.658,16	2.222,00
9	61.471,17	46.376,27	257.718,00	72.917,00	1.307,56
11	198.028,81	111.609,07	672.427,00	147.213,34	3.856,00
12	77.451,00	46.180,92	270.087,00	65.829,73	1.486,00
13	33.999,00	25.754,41	127.132,00	33.096,00	852,00
14	138.247,94	71.210,86	441.724,00	109.039,00	2.441,00
15	110.851,32	74.376,42	439.756,00	117.719,00	2.148,00
16	179.510,44	81.840,22	580.669,00	140.559,06	2.274,13
19	191.028,45	144.059,31	836.544,00	219.554,82	4.125,69
23	285.463,32	175.663,34	1.017.454,00	242.122,66	5.072,00
25	134.567,29	66.504,41	453.445,00	112.700,66	1.815,02
26	117.977,25	91.139,18	513.907,00	134.895,26	2.677,00
27	523.438,86	339.483,27	2.252.611,00	617.631,43	7.527,60
28	45.100,35	48.975,22	204.232,00	47.429,30	1.979,00
30	30.909,18	33.367,77	130.646,00	37.698,00	1.366,65
31	206.785,29	98.925,06	635.575,00	140.518,36	3.292,00
32	34.352,10	21.128,11	100.509,00	21.872,67	858,00
33	14.294,67	19.318,63	59.757,00	13.805,72	852,11
34	117.313,92	70.637,72	413.028,00	105.784,00	2.359,00

## 7. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında, etkinlik ölçme yöntemlerinden Veri Zarflama Analizi ile gözlem ve değişkenleri birlikte grafiklendirme tekniği olan Robust CoPlot anlatılmıştır. Çalışmamızın amacı; Robust CoPlot tekniği ile Veri Zarflama Analizi sonuçlarının grafiksel gösterimini elde etmek ve Karar Verme Birimleri ile değişkenlerin arasındaki ilişkileri araştırmaktır. İkinci bölümde etkinlik analizlerinde kullanılan temel tanımlar ortaya konulmuştur. Üçüncü bölümde etkinlik ölçüm yöntemlerinin genelinden üç ana başlık altında kısaca bahsedilmiştir. Çalışmamızın temelini oluşturan Veri Zarflama Analizi girdi odaklı ve çıktı odaklı yaklaşıma göre temel modeller olan CCR ve BCC modellerine göre detaylı bir şekilde dördüncü bölümde anlatılmıştır. Beşinci bölümde ise Klasik ve Robust Coplot teknikleri aktarılmış, aralarındaki temel farklar ortaya konulmuştur.

Veri Zarflama Analizinin sonuçlarının grafiksel gösterimine yönelik çalışmalar literatürde kısıtlı sayıdadır. Grafiksel gösterim için Klasik CoPlot yöntemi kullanılmış, ancak bu yöntemin de veri kümesinde yer alan olası aykırı değerlere karşı aşırı duyarlı olduğu gözlemlenmiştir. Bu eksikliği gidermek için Robust CoPlot tekniğinden faydalanılmıştır. Daha önce Veri Zarflama Analizinin Klasik CoPlot tekniğiyle birlikte uygulandığı Adler vd. tarafından yapılan bir çalışmanın veri seti uygulama amaçlı kullanılmıştır. Böylece Klasik CoPlot ve Robust CoPlot teknikleri arasındaki farklar karşılaştırılabilmiştir. Klasik yaklaşımın aykırı değerli gözlemlere karşı duyarlı olduğu ortaya konulmuştur.

Veri Zarflama Analizi, çok girdi ve çok çıktılı ortamlarda etkinlik ölçümüne imkân veren bir analizdir. Bu nedenle değişkenlerin seçimi çok önemlidir. Aynı miktarda bilgiyi içeren girdinin veya çıktının modele seçilmesi gereksiz bir işlemdir. Robust CoPlot tekniği kullanılarak aralarında yüksek korelasyon olan değişkenler bulunmuştur. Bunlardan bir tanesinin seçilmesi etkinlik skorlarını etkilememiştir. Veri Zarflama Analizi uygulamalarında grafiksel sunuma imkân veren Robust CoPlot tekniğinin aynı zamanda aynı miktarda bilgiyi taşıyan ve aralarında yüksek korelasyon bulunan değişkenlerin seçiminde de kullanılabileceği ortaya konulmuştur.

## KAYNAKLAR

- [1] Bakırcı, F., *Üretimde Etkinlik ve Verimlilik Ölçümü: Veri Zarflama Analizi Teori ve Uygulama*, Atlas Yayınları, Ankara, **2006**.
- [2] Baysal, M.E., Alçılar, B., Çerçioğlu, H., Türkiye'deki devlet üniversitelerinin 2004 yılı performanslarının veri zarflama analizi yöntemiyle belirlenip buna göre 2005 yılı bütçe tahsislerinin yapılması, *Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 9, 67-73, **2005**.
- [3] Armağan T., Çingı S., *Türk Banka Sisteminde Performans Ölçümü DEA-Malmquist TFP Endeksi Uygulaması*, Türkiye Bankalar Birliği, Ankara, **2000**.
- [4] Avcı, B., Başkaya Z., *Veri Zarflama Analizi*, Dora Yayınları, Bursa, **2011**.
- [5] Cobb-Douglas Production Function, <http://docentes.fe.unl.pt/~jamador/Macro/cobb-douglas.pdf>, (Mayıs2015).
- [6] Cobb, C., Douglas, P., A theory of production, *American Economic Review*, 18, 139–165, **1928**.
- [7] Koopsman, T., *Activity Analysis of Production and Allocation*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1951.
- [8] Charnes, A., Cooper, W., Lewin Y., Seiford, L., *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*, 4. Baskı, The Kluwer Academic Publishers, Londra, **1998**.
- [9] Farrel, M. J., The measurement of the productive efficiency, *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 120, 253–290, **1957**.
- [10] Charnes, A., Cooper, W., Rhodes, E., measuring the efficiency of decision making units, *European Journal of Operational Research*, 2, 429–444, **1978**.
- [11] Banker, R.D., Charnes, A., Cooper, W., Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis," *Management Science*, 30, 1078–1092, **1984**.
- [12] Charnes, A., Cooper, W., Golany, B., Seiford, L., Stutz, J., Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions, *Journal of Econometrics*, 30, 91–107, **1985**.
- [13] Gülcü, A., Coşkun, A., Yeşilyurt, C., Esener, T., Coşkun, S., Cumhuriyet üniversitesi diş hekimliği fakültesi'nin veri zarflama analizi yöntemiyle göreceli etkinlik analizi, *Cumhuriyet Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 5, 87–104, **2004**.



- [14] Cooper W., Seiford L., Kaore, T., *Data Envelopment Analysis A Comprehensive Text with Models, Applications*, 2. Baskı, Springer Books, New York, **2007**.
- [15] Adler, N., Raveh, A., Yazhemsky, E., Presenting dea graphically, *The International Journal Of Management Science*, 36, 715–729, **2006**.
- [16] Atilgan, Y. K., Robust Cplot Analysis, <http://dx.doi.org/10.1080/03610918.2013.875571> (Mayıs **2014**).
- [17] Cooper, W., Seiford, L., Zhu, J., *Handbook on Data Envelopment Analysis*, Springer Books, **2011**.
- [18] Coelli, T. J., Rao, D.S.P., O'Donnell, C.J., Battese, G.E., *An Introduction To Efficiency And Productivity Analysis*, 2. Baskı, Springer Books, New York, **2005**.
- [19] Balkan, D., *Sivas İli Ortaöğretim Kurumlarının Eğitim Etkinliklerinin Veri Zarflama Analizi İle Ölçülmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, **2009**.
- [20] Erpolat, S., *Veri Zarflama Analizi Türkiyede Özel Bütçeli Diğer İdarelerin Analizi*, Evrim Yayınevi, İstanbul, **2011**.
- [21] Zhu, J., *Quantitative Models For Performance Evaluation And Benchmarking*, 2. Baskı, Springer Books, **2009**.
- [22] González, E., Ventura, J., Cárcaba, A., product efficiency in the spanish automobile market, *Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa*, 19, 1–7, **2013**.
- [23] Sütçü, S., Veri zarflama analizinde temel bileşenler analizinin kullanımı, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, **2014**.
- [24] Morita, H., Avkiran, N.K., Selecting inputs and outputs in data envelopment analysis by designing statistical experiments, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 52, 163–173, **2009**.
- [25] Budak, H., Veri zarflama analizi ve hisse senedi seçiminde bir uygulama, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, **2010**.
- [26] Seyrek, İ.H., Ata, H.A., Veri zarflama analizi ve veri madenciliği ile mevduat bankalarında etkinlik ölçümü, *BDDK Bankacılık ve Finansal Piyasalar Dergisi*, 4, 67–84, **2010**.
- [27] Yolalan, R., *İşletmelerarası Görelî Etkinlik Ölçümü*,: Milli Produktive Merkezi Yayınları:483, Ankara, **1993**.

- [28] Tüzüner, L., *İnsan Kaynakları Yönetimi Faaliyetlerinde Ölçme ve Değerlendirme*, Beta Yayınları, İstanbul, **2011**.
- [29] Prokopenko, J., North, K., Verimlilik ve Kalite Yönetimi : Modüler Program Cilt 1, T.C. Bilim, Sanayi ve Teknoloji Bakanlığı Verimlilik Genel Müdürlüğü, Ankara, **2011**.
- [30] Uzunçarşılı, Ü., Toprak, M.,Ersun, O., *Şirket Kültürü ve İş Prensipleri*, İstanbul Ticaret Odası, **2000**.
- [31] Tarım, A., *Veri Zarflama Analizi Matematiksel Programlama Tabanlı Göreli Etkinlik Ölçüm Yaklaşımı; Araştırma İnceleme Çeviri Dizisi:1*, Sayıştay Yayın İşleri Müdürlüğü, Ankara, **2001**.
- [32] Fried H., Lovell, C.A.K., Schmidt S.S., *The Measurement of Productive Efficiency:Techniques and Applications: Techniques and Applications*, Oxford University Press, **1993**.
- [33] Cook, W.D., Zhu, J., *Modelling Performance Measurement Applications and Implementation Issues in DEA*, Springer Books, New York, **2005**.
- [34] Bogetoft, P., Otto, L., *Benchmarking With DEA, SFA, And R*, Springer Books **2013**.
- [35] Karahan, A., Özgür, E., *Hastanelerde Performans Yönetim Sistemi ve Veri Zarflama Analizi*, Nobel Yayın Eğitim, İstanbul, **2011**.
- [36] Özcan, Y., *Health Care Benchmarking and Performance Evaluation: An Assesment Data Envelopment Analysis(DEA)*, Springer Books, New York **2008**.
- [37] Kadioğlu, E., *Türkiye’de Aracı Kurumların Karlılığını Belirleyen Faktörler*, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İktisat Anabilim Dalı, Ankara, **2006**.
- [38] Kumbhakar, S.C., Lovell, C.A.K., *Stochastic Frontier Analysis*, Cambridge University Press, **2000**.
- [39] Lipshitz, G., Raveh, A., application of the co-plot method in the study of socio-economic differences between cities: a basis for a differential development policy, *Urban Studies*, 31, 123–135, **1994**.
- [40] Raveh, A., Co-plot: a graphic display method for geometrical representations of MCDM, *European Journal of Operational Research*, 125, 670–678, **2000**.
- [41] Talby, D., Feitelson, D.G., Raveh, A., A Co-Plot Analysis Of Logs And Models Of Parallel Workloads, <http://dx.doi.org/10.1145/1243991.1243993>, (Mayıs **2015**).

- [42] Raveh, A., Greek banking system: Reanalysis of performance," *European Journal of Operational Research*, 120, 525–534, **2000**.
- [43] Huang, H., Liao, W., A Co-Plot- based efficiency measurement to commercial banks, *Journal of Software*, 7(10), 2247–2251, **2012**.
- [44] Mahlberg, B., Raveh, A., Co-Plot: a useful tool to detect outliers in DEA, <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1999370>, (Mayis **2015**).
- [45] Giladi, R., Spector, Y., Raveh, A., Multidimensional scaling: an analysis of 1980-1990 computers," *European Journal of Operational Research*, 95, 439–450, **1996**.
- [46] Lipshitz, G., Rveh, A., Socio-economic differences among localities: a new method of multivariate analysis, *Regional Studies*, 32, 747–757, **1998**.
- [47] Bravata, D.M., Shojania, K.G., Olkin, I., Raveh, A., CoPlot: a tool for visualizing multivariate data in medicine, *Statistics In Medicine.*, 28, 1999–2011, **2008**.
- [48] Forero P.A. Giannakis, G.B., Sparsity-exploiting robust multidimensional scaling, *Signal Processing IEEE Transactions*, 60(8), 4118–4134, **2012**.
- [49] Shevlyakov, G., Smirnov, P., Robust estimation of the correlation coefficient: an attempt of survey," *Austrian Journal Of Statistics.*, 40(1), 147–156, **2011**.

## ÖZGEÇMİŞ

### KİMLİK BİLGİLERİ

Adı Soyadı : Arslan Söylemez

Doğum Yeri : Yaramış

Medeni Hali : Evli

E-posta : asoyl58@gmail.com

Adresi : Kardelen Mah. 2102 Cad. Öz Florya Sitesi No:D-11  
Yenimahalle/Ankara

### EĞİTİM

Lise : Kuleli Askeri Lisesi

Lisans : Kara Harp Okulu

Yüksek Lisans : Hacettepe Üniversitesi

Doktora : -

**Yabancı Dil Ve Düzeyi:** İngilizce/ iyi

**İş Deneyimi :** Subay

**Deneyim Alanları:** -

**Tezden Üretilmiş Projeler Ve Bütçesi:** -

**Tezden Üretilmiş Yayınlar:-**

**Tezden Üretilmiş Tebliğ ve/veya Poster Sunumu ile Katıldığı Toplantılar:** -