

**SONRADAN TABAKALAMALI ÖRNEKLEME
YÖNTEMİNDE RASTGELELEŞTİRİLMİŞ CEVAP
MODELLERİ**

**RANDOMIZED RESPONSE MODELS IN POST-
STRATIFIED SAMPLING METHOD**

TUĞÇE TUNCEL

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim - Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

İSTATİSTİK Anabilim Dalı İçin Öngördüğü

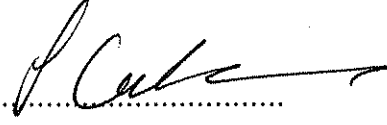
YÜKSEK LİSANS TEZİ

olarak hazırlanmıştır.

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

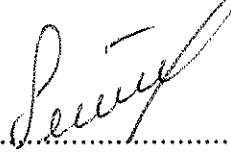
Bu çalışma jürimiz tarafından **İSTATİSTİK ANABİLİM DALI'NDA YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan

.....

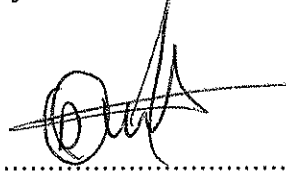
Doç.Dr. Serpil CULA

Üye (Danışman)

.....

Doç.Dr. Sevil BACANLI

Üye

.....

Doç.Dr. Durdu Karasoy

ONAY

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri üyeleri tarafından/...../..... tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunca/...../..... tarihinde kabul edilmiştir.

Prof.Dr. Fatma Sevin Düz
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

SONRADAN TABAKALAMALI ÖRNEKLEME YÖNTEMİNDE RASTGELELEŞTİRİLMİŞ CEVAP MODELLERİ

Tuğçe TUNCEL

ÖZ

Tez çalışmasında rastgeleleştirilmiş cevap (R.C.) modellerinin sonradan tabakalamalı örnekleme yönteminde uygulanabilirliği gösterilmiştir. R.C. modelleri, basit rastgele örneklemede R.C. modeli ve tabakalı rastgele örnekleme hakkında kısaca bilgi verilmiş, tabakalı R.C. modelleri detaylı bir şekilde incelenmiştir. Sonradan tabakalamalı örnekleme ile ilgili genel bilgiler verilmiş ve tabakalı R.C. modelleri, sonradan tabakalı örnekleme yönteminde oluşturulmuştur. Ayrıca hem tabakalı hem de sonradan tabakalı örnekleme yönteminde R.C. modelleri için belli değerler ve varsayımlar altında varyans değerleri hesaplanmış ve varyans açısından modellerin göreceli etkinlik karşılaştırmaları yapılmıştır. R.C. modellerinin hem tabakalı hem de sonradan tabakalamalı örnekleme yönteminde kullanımını detaylandırmak amacıyla iki örnek oluşturulmuştur. Göreceli etkinlik açısından tabakalı rastgele örneklemede elde edilen sonuçlar sonradan tabakalamalı örnekleme yönteminde elde edilen sonuçlarla benzerlik göstermektedir. Sonradan tabakalamalı örneklemin kullanım avantajı R.C. modelleri içinde geçerli olmaktadır.

Anahtar Kelimeler : Rastgeleleştirilmiş cevap modelleri, tabakalı rastgele örnekleme, sonradan tabakalamalı örnekleme

Danışman : Doç.Dr. Sevil BACANLI, Hacettepe Üniversitesi, İstatistik Bölümü,
Uygulamalı İstatistik Anabilim Dalı

RANDOMIZED RESPONSE MODELS IN POST-STRATIFIED SAMPLING METHOD

Tuğçe TUNCEL

ABSTRACT

In this thesis, randomized response models' (R.R.) applicability, is shown with post-stratification method. It has been given brief information about R.R. models, R.R. models in simple random sampling, stratified random sampling and stratified R.R. Models are examined in detail. It has been given outline of post-stratification method and stratified R.R. models are formed with post-stratification method. Additionally in both stratification and post-stratification sampling, for R.R. models, variance values has been calculated under specific values and presumptions and from the point of variance relative efficiency comparisons have been made. Two samples have been generated for detailing the usage of both stratification and post-stratification sampling in R.R. models. In terms of relative efficiency, results obtained from stratified random sampling are similar to results obtained from post-stratification sampling. Usage advantages for post-stratification sampling is applied to R.R. Models.

Keywords : Randomized Response Models, stratified random sampling, post-stratified sampling

Advisor: Assoc.Prof.Dr. Sevil BACANLI, Hacettepe University, Department of Statistics, Applied Statistics Division

RANDOMIZED RESPONSE MODELS IN POST-STRATIFIED SAMPLING METHOD

Tuğçe TUNCEL

ABSTRACT

In this thesis, randomized response models' (R.R.) applicability, is shown with post-stratification method. It has been given brief information about R.R. models, R.R. models in simple random sampling, stratified random sampling and stratified R.R. Models are examined in detail. It has been given outline of post-stratification method and stratified R.R. models are formed with post-stratification method. Additionally in both stratification and post-stratification sampling, for R.R. models, variance values has been calculated under specific values and presumptions and from the point of variance relative efficiency comparisons have been made. Two samples have been generated for detailing the usage of both stratification and post-stratification sampling in R.R. models. In terms of relative efficiency, results obtained from stratified random sampling are similar to results obtained from post-stratification sampling. Usage advantages for post-stratification sampling is applied to R.R. Models.

Keywords : Randomized Response Models, stratified random sampling, post-stratified sampling

Advisor: Assoc.Prof.Dr. Sevil BACANLI, Hacettepe University, Department of Statistics, Applied Statistics Division

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
ÖZ.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	vii
1. GİRİŞ.....	1
2. GENEL BİLGİLER.....	6
2.1. Rastgeleleştirilmiş Cevap Modelleri.....	6
2.1.1. Basit rastgele örneklemede rastgeleleştirilmiş cevap modeli.....	10
2.1.1.1. Warner modeli.....	10
2.2. Tabakalı Rastgele Örnekleme.....	17
2.2.1. Tabakalı rastgele örneklemede örneklem genişliğinin tabakalara en iyi dağıtımı.....	20
2.2.2. Tabakalı rastgele örneklemede rastgeleleştirilmiş cevap modelleri.....	23
2.2.2.1. Hong K. et al. modeli.....	23
2.2.2.2. Kim-Warde modeli.....	26
2.2.2.3. Kim-Elam I modeli.....	30
2.2.2.4. Kim-Elam II modeli.....	34
3. SONRADAN TABAKALAMALI ÖRNEKLEME.....	43
3.1. Basit Tahmin.....	45
3.2. Sonradan Tabakalamalı Örneklemede Rastgeleleştirilmiş Cevap Modelleri.....	48

3.2.1. Hong K. et al. modeli.....	48
3.2.2. Kim-Warde modeli.....	50
3.2.3. Kim-Elam I modeli.....	51
3.2.4. Kim-Elam II modeli	52
4. GÖRELİ ETKİNLİK KARŞILAŞTIRMALARI.....	54
4.1. Tabakalı Rastgele Örneklemde Rastgeleleştirilmiş Cevap Modellerinin Görelî Etkinlik Karşılaştırmaları.....	54
4.2. Sonradan Tabakalamalı Örneklemde Rastgeleleştirilmiş Cevap Modellerinin Görelî Etkinlik Karşılaştırmaları.....	70
5. SAYISAL ÖRNEK.....	86
6. SONUÇLAR.....	91
KAYNAKLAR DİZİNİ.....	93
ÖZGEÇMİŞ.....	97

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1. Warner modeli rastgeleleştirme cihazı.....	11
Şekil 2.2. "Evet" cevabını veren katılımcıların oranının çıkaramına ilişkin ağaç diyagramı.....	12
Şekil 3.1. Tabakalı örnekleme yönteminde örnekleme düzeni.....	44
Şekil 3.2. Sonradan tabakalamalı örnekleme yönteminde örnekleme düzeni.....	44

ÇİZELGELER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 1.1. Reynolds 13 maddelik SDB anketi.....	4
Çizelge 4.1. Tabakalı rastgele örneklemede "Hong K. et al." R.C. modeli için varyans değerleri.....	55
Çizelge 4.2. Tabakalı rastgele örneklemede "Kim-Warde" R.C. modeli için varyans değerleri	56
Çizelge 4.3. Tabakalı rastgele örneklemede "Hong K. et al." ve "Kim-Warde" R.C. modelleri için görelî etkinlik tablosu.....	58
Çizelge 4.4. Tabakalı rastgele örneklemede "Kim-Warde" R.C. modeli için varyans değerleri	60
Çizelge 4.5. Tabakalı rastgele örneklemede "Kim-Elam I" R.C. modeli için varyans değerleri ($M=M_1=M_2=0,6$).....	61
Çizelge 4.6. Tabakalı rastgele örneklemede "Kim-Warde" ve "Kim-Elam I" R.C. modelleri için görelî etkinlik tablosu.....	63
Çizelge 4.7. Tabakalı rastgele örneklemede "Kim-Warde" R.C. modeli için varyans değerleri	65
Çizelge 4.8. Tabakalı rastgele örneklemede "Kim-Elam II" R.C. modeli için varyans değerleri	66
Çizelge 4.9. Tabakalı rastgele örneklemede "Kim-Warde" ve "Kim-Elam II" R.C. modelleri için görelî etkinlik tablosu.....	68
Çizelge 4.10. Sonradan tabakalamalı örneklemede "Hong K. et al." R.C. modeli için varyans değerleri	71
Çizelge 4.11. Sonradan tabakalamalı örneklemede "Kim-Warde" R.C. modeli için varyans değerleri	72
Çizelge 4.12. Sonradan tabakalamalı örneklemede "Hong K. et al." ve "Kim-Warde" R.C. modelleri için görelî etkinlik tablosu.....	74
Çizelge 4.13. Sonradan tabakalamalı örneklemede "Kim-Warde" R.C. modeli için varyans değerleri	76
Çizelge 4.14. Sonradan tabakalamalı örneklemede "Kim-Elam I" R.C. modeli için varyans değerleri ($M=M_1=M_2=0,6$).....	77
Çizelge 4.15. Sonradan tabakalamalı örneklemede "Kim-Warde" ve "Kim-Elam I" R.C. modelleri için görelî etkinlik tablosu.....	79
Çizelge 4.16. Sonradan tabakalamalı örneklemede "Kim-Warde" R.C. modeli için varyans değerleri	81

Çizelge 4.17. Sonradan tabakalamalı örneklemede "Kim-Elam II" R.C. modeli için varyans değerleri	82
Çizelge 4.18. Sonradan tabakalamalı örneklemede "Kim-Warde" ve "Kim-Elam II" R.C. modelleri için göreceli etkinlik tablosu.....	84
Çizelge 5.1. Yaş gruplarına göre kitle ve örneklem tabaka büyüklükleri, tabaka ağırlıkları ve TNSA- 2008 raporuna göre her bir tabakaya yönelik isteyerek düşük yapan kadınların oranları.....	87
Çizelge 5.2. Yaş gruplarına göre "Evet" cevabını veren kişilerin sayısı ve oranları.....	88
Çizelge 5.3. Yaş gruplarına göre tabaka varyansları.....	88
Çizelge 5.4. Yaş gruplarına göre örneklem tabaka büyüklükleri.....	89
Çizelge 5.5. Yaş gruplarına göre "Evet" cevabını veren kişilerin sayısı ve oranları.....	89
Çizelge 5.6. Yaş gruplarına göre tabaka varyansları.....	90

1. GİRİŞ

Anket; belli konular hakkındaki sorulara, ilgili kitleden seçilen örneklemden elde edilecek cevapları almayı sağlayan bir araçtır. Anketlerden elde edilen sonuçlar, hatanın iki ana kaynağından etkilenir: Tamsayım yapmak yerine örneklem çekiminden kaynaklanan örnekleme hatası (sampling error) ve örnekten örneğe değişkenliğe bağlı olmayan örnekleme dışı hatadır (non-sampling error) .

Örnekleme dışı hata, rastgele hata (random error) ve rastgele olmayan hata (nonrandom error) olmak üzere iki farklı hatadan oluşmaktadır. Ölçümlerin güvenilirliğindeki azalmadan kaynaklanan rastgele hata, tekrarlı ölçümlerle azaltılabilir. Ancak anketle elde edilen verilerdeki yan (bias) olarak tanımlanan rastgele olmayan hatayı tekrarlı ölçümlerle yok etmek zordur.

Deming (1960) ve Cochran (1977), örnekleme dışı hatanın kaynaklarını ve örneklem tahminleri üzerindeki etkilerini incelemiştir. Herhangi bir araştırmada örnekleme dışı hatanın asıl kaynakları "cevap vermeme yanı" (non-response bias) ve "yanlı cevap" (response bias)' dir. Cevap vermeme yanı, cevap vermeyi reddeden örneklerden; yanlı cevap ise doğru olmayan cevap vermeden kaynaklanmaktadır (Kim and Elam, 2003).

Başarılı bir görüşme için gereken, katılımcının soruyu doğru olarak cevaplandırmasıdır. Bu durum, katılımcının ilk olarak görüşmeye katılma kararına daha sonrada soru kağıdında yer alan soruların içeriğine göre kişinin görüşmeye devam etme kararına bağlıdır. Bu nedenle araştırmacı bir anket çalışması yapmaya karar verdiğinde soruların hassasiyeti ve cevapların gizliliği problemi ortaya çıkar. Bir sorunun "hassaslığını" tanımlamak oldukça güçtür. Çünkü bu değerlendirme kişiye göre değişir. Bir sorunun cevaplandırılması bazı kişiler tarafından reddediliyorsa veya yanlış cevap veriliyorsa, bu soru "hassas" bir soru olarak tanımlanır. Bu nedenle herhangi bir araştırmanın sonucunda cevap vermeme yanı ve yanlı cevap verme durumu meydana gelir (Bek, 1977). Kumar, ilaç bağımlılığı, alkolizm, vergi kaçakçılığı, isteyerek düşük yapma, sarhoş araba kullanma, suça karışma, eşcinsellik gibi hassas konular hakkındaki açık veya doğrudan araştırmalarda cevap vermeme yanı ve yanlı cevap ciddi problemler

olarak ortaya çıkmaktadır. Çünkü araştırmaya katılan kişiler bu gibi konularda çoğu kez doğru cevap vermek istememektedirler (Kim and Elam, 2003).

Yanlı cevap verme durumuna yönelik farklı bir yaklaşım ise aşağıda verildiği gibi tanımlanmaktadır: Davranışsal ve sosyal bilimlerde karşılaşılan klasik sorunlardan biri hassas özellikteki davranışa sahip olan kişilerin sayısını tahmin ederken karşılaşılmaktadır. Örneğin araştırmacılar lisede kopya çeken öğrencilerin oranını öğrenmek ya da kişilerin haftada tükettikleri alkollü içecek sayısını tahmin etmek isteyebilmektedirler. Fakat araştırmalarındaki cevapların doğruluğunu ileri sürebilmelerinden önce önemli bir problemin üstesinden gelmek zorundadırlar. Bu problem kişilerin başkalarına karşı hoş gözükme isteklerinden doğan yanı ya da toplumsal olarak kabul görmüş, olması gereken cevabı verme yanısıdır (Social Desirability Response Bias (SDB)). Özellikle olumsuz sonuçlar doğurabilecek durumlardan korktuklarından kişilerin, kendilerini daha olumlu ya da sosyal olarak kabul edilebilir sunmak gibi doğal bir eğilimleri vardır. Bu olumsuz sonuçlar, sorulan hassas sorunun türüne bağlı olarak somut cezalandırıcı hareketler ya da utanma gibi soyut durumlar olabilmektedir. Örneğin; hassas soru yasal olmayan bir davranışı itiraf etmeyi içeriyorsa katılımcılar, hukuki bir tepkiden çekinebilmektedirler. Eğer hassas soru kişisel sağlık durumuyla ilgili bir cevap gerektiriyorsa katılımcılar araştırmacı tarafından olumsuz bir şekilde yargılanacağı korkusuyla gerçek durumlarını açığa çıkarmaktan utanabilmektedirler.

Toplumsal olarak kabul görmüş, olması gereken cevabı verme yanı genellikle dışsal çevresel durumlarda ya da içsel bireysel özelliklerle ilgili durumlarda kendini gösterebilmektedir. Dışsal çevresel durumlara araştırmayı kimin yönettiğinin etkisi, içsel bireysel durumlara ise, belki kendine bile itiraf edemese de, klinik açıdan alkolik olarak tanı konulsa da kişinin bunu itiraf etmede gönülsüz olması örnek olarak verilebilmektedir (Sehra, 2008).

Toplumsal olarak kabul görmüş, olması gereken cevabı verme yanını ortadan kaldırmak için geçmişte önerilmiş birçok yöntem vardır. Gizliliği garanti altına almak, "SDB ölçeği"ni kullanmak, Bogus Pipe Line (BPL) yöntemini kullanmak bunlardan bazılarıdır.

Doğru cevapları almak ve böylece toplumsal olarak kabul görmüş, olması gereken cevabı verme yanını azaltmak için en iyi yöntemlerden birisi "gizliliği garantilemek"tir. Bu durum, araştırmacıların "verilerin sadece analiz edilecek ve kişisel olarak tanınmayacaksınız" ifadesi gibi sözlü olarak garanti etmesi kadar basit olmamaktadır. Bunun gerçekleşmesi, kişinin tamamen kimliğinin kullanılmadığına inanmasıyla sağlanmaktadır. Cevap veren kişiyle araştırmacı arasında herhangi bir iletişimin olmadığı kimlik bilgileri olmaksızın posta yolu (mail-in questionnaire) ile anket, başarılımış en iyi tamamıyla yazarı bilinmeyen araştırmadır. Ancak posta araştırmaları çok kötü cevap oranlarına sahip olmaktadır. Bu nedenle bir takım problemlere yol açmaktadır.

Diğer bir yöntem ise "SDB ölçeği"dir. Crowne and Marlowe (1960), kişisel SDB düzeylerini ölçen "Crowne-Marlowe Social Desirability Bias" (MCSDB) ölçeğini geliştirmişlerdir. Bu ölçekte 33 kişisel davranış türü ifade listesi katılımcılara verilir ve her ifadeyi kendilerine göre doğru yada yanlış olarak nitelendirmeleri istenir. Her ifade; bu ifadelerin nasıl kaleme alındığına dayanarak, "evet" ya da "hayır" gibi, bir sosyal olarak kabul edilebilir ya da ahlaki açıdan "doğru" cevaba sahiptir. Toplumsal olarak kabul görmeyen cevap 0 puan olarak hesaplanırken toplumsal olarak doğru olan cevap 1 puan olarak hesaplanır. Tüm araştırma için en yüksek SDB skoru, sosyal olarak arzu edilen cevabı verme eğiliminin en fazla olduğu kişidedir. Yararlı olmasına rağmen MCSDB ölçeği katılımcılara, daha düşük cevap oranlarına yol açan, önemli derecede sorumluluk yükleyebilmektedir. Bu amaçla Reynolds (1982), bu testin 11,12 ve 13 maddelik özetlenmiş karşılaştırılmalı bir versiyonunu geliştirmiştir. Aşağıdaki tabloda gösterilen 13 maddelik versiyonu orjinal MCSDB ölçeğine yaklaşık olarak en iyi sonuçları vermektedir. Sosyal olarak uygun ya da doğru olan cevap her maddenin yanında parantez içinde listelenmiştir. Ayrıca SDB skorları araştırmadaki diğer sorularla bağlantılı olarak kullanılabilir. Hassas soru(lar) aracılığıyla düzeltme yapmak için SDB skorları çalışmanın analiz aşaması boyunca ortak değişken (covariate) olarak kullanılabilir (Sehra, 2008).

Çizelge 1.1. Reynolds 13 maddelik SDB anketi

(Sosyal olarak arzu edilen cevaplar parantez içinde gösterilmiştir.)

- 1-Eğer teşvik edilmezsem işime devam etmek bazen zor olabilmektedir. (H)
- 2-İstediğim yapılmazsa bazen alıngan olabiliyorum. (H)
- 3-Bazı durumlarda , yeteneğim olmadığını (yapamayacağımı) düşündüğüm için bazı şeyleri bıraktım. (H)
- 4-Haklı olduklarını bildiğim halde makam sahibi kişilere karşı isyan etmek istediğim zamanlar oldu. (H)
- 5-Kiminle konuşursam konuşayım iyi bir dinleyiciyimdir. (E)
- 6-Başkalarından çıkar sağladığım zamanlar oldu. (H)
- 7-Ne zaman hata yapsam her zaman hatamı kabul etmeye istekliyimdir.(E)
- 8-Affetmek ve unutmak yerine bazen öc almayı deniyorum. (H)
- 9-Uyumsuz insanlara karşı bile her zaman nazıyım. (E)
- 10-İnsanlar benimkilerden çok farklı düşünceler ifade ettiklerinde asla sinirlenmem.(E)
- 11-Başkalarının şansını çok kıskandığım zamanlar oldu. (H)
- 12-Bazen benden yardım isteyen kişilere sinirleniyorum. (H)
- 13-Kasıtlı olarak başkalarının duygularını incitecek şeyler asla söylemedim. (E)

SDB'yi önlemek için kullanılan bir diğer yöntem "Bogus Pipe Line" (BPL) yöntemidir. Jones and Sigall (1977) tarafından geliştirilen bu yöntem "sahte yalan dedektör testi" (fake lie detector test) olarak tanımlanabilir. Katılımcılara doğru ya da yalan cevap verdiğinde cihaza sinyal göndererek bu durumu ortaya çıkarabilen sözde elektrotlara bağlanmaktadır. Deneyin ilk aşamasında katılımcılardan cevapları araştırmacı tarafından daha önceden bilinen bazı sorulara cevap vermesi istenmektedir. Katılımcılar bazılarında doğru ve bazılarında yanlış cevap vermeye teşvik edilmektedir ve bu şekilde araştırmacılar cihazın çalıştığını kanıtlamış olmaktadır. Her doğru olmayan cevapta araştırmacı doğru olmayan cevabın ortaya çıktığını belirten bir ses çıkartan saklı bir cihaza basmaktadır. Ancak daha önce açıklanan SDB ölçeği ve bu model için oldukça fazla zaman ve para harcanmasını gerektirmektedir. Birçok katılımcı cihazın mantıklı ya da akla uygun olduğuna inanmayı bırakıncaya kadar bu model SDB'yi azaltmada oldukça

başarılı oldu. Ancak deney koşullarını sağlama ve uygulama açısından kullanışlı değildir. Bu maliyetler karşılanırsa belkide en iyi yöntem olabilir. Bu yöntemle ilgili diğer önemli bir eleştiri de araştırmacı makineyi kullanma aşamasında yeterince iyi rol yapamayabilir. Sonuç olarak bahsettiğimiz bu yöntemler SDB'yi tamamiyle önleyememekte ancak azaltılmasına yardımcı olmaktadır (Sehra, 2008).

Orenheim (1970)'de anket araştırmalarında ortaya çıkan problemleri incelemiştir. Sonuç olarak "eğer araştırmacı davranışlarla ilgili sorularla uğraşıyorsa ortaya çıkacak zorluklar halledilmez bir hal alır" kararını vermiştir. Ware and Caldweell (1972), hassas sorularla yapılacak bir anket çalışması için cevap vermeyi reddetme yanını ve uydurma cevap verme yanını azaltmak için pratik çözümler bulmaya çalışmışlardır.

Cevap veren kişinin işbirliği yapmama arzusu ile karşılaşan bir araştırmacı, doğru cevap alma esasına dayanan ve maksimum miktarda cevap alma yöntemlerini bulmak için pratik yollar arar. Fakat sapmayı önleyecek kesin bir durum yoktur. Bu nedenle pratik bir çözüm bulmak oldukça zordur. Bu durumu gören istatistikçiler anket araştırmacılarının karşılaşmış olduğu problemleri bazı yeni istatistik çözüm yöntemleri geliştirerek halletmeye çalışmışlardır (Bek, 1977).

Cevap vermeme yanını ve yanlış cevabı azaltmak için, bu yöntemlerden farklı olarak, bir araştırma tekniğinin insanları rahat hissettirmesi ve doğru cevap vermeye teşvik etmesi gerekmektedir (Kim and Elam, 2003). Warner (1965), uydurma cevap yanını (yanlış cevap) ortadan kaldırmak, cevap oranını artırmak (cevap vermeme yanını ortadan kaldırmak) ve cevap veren kişinin gizliliğini koruyan alternatif bir araştırma metodu olan rastgeleleştirilmiş cevap modelini (R.C.) geliştirmiştir (Kim and Elam, 2005).

Bu tez çalışmasında ikili (binary) tabakalı R.C. modelleri incelenmiştir. Literatürde tabakalı rastgele örnekleme (T.R.Ö.) için önerilen R.C. modellerinin sonradan tabakalamalı örnekleme (S.T.Ö.) yönteminde kullanılabilirliği gösterilmiştir. T.R.Ö. için yapılan göreceli etkinlik karşılaştırmaları S.T.Ö. içinde yapılmış ve benzer sonuçlar elde edilmiştir.

2. GENEL BİLGİLER

2.1. Rastgeleleştirilmiş Cevap Modeli

Rastgeleleştirilmiş cevap (R.C.) modeli, cevap verenin kimliğini açığa çıkarmadan hassas konular hakkında bilgi toplamak için kullanılmaktadır (Ryu et al., 2005-2006). R.C. modeli; uyuşturucu kullanımı, aile içi şiddet, yasadışı kazanç gibi hassas konuları içeren araştırmalarda cevap hatalarını azaltmak için kullanılan yararlı bir yöntemdir. Hassas konuların katılımcılara doğrudan sorulması, cevap vermeyi reddetme ya da uydurma cevap verme şeklinde sonuçlanmaktadır. Geleneksel araştırma yöntemlerinde karşılaşılan bu tür durumlar kişilerin sosyal olarak damgalanma korkularından kaynaklanmaktadır. Hassas sorular içeren araştırmalarda ortaya çıkan bu tür korkuları engelleyen ilk yöntem, Warner (1965) tarafından önerilmiştir (Singh, 2003).

Warner'ın önerdiği R.C. modeli, toplumsal olarak kabul görmüş, olması gereken cevabı verme yanını küçültmek için tasarlanmıştır ve hassas soruya ilişkin cevabın katılımcı tarafından rastgeleleştirilmesine dayanmaktadır. Rastgeleleştirme önceden hazırlanmış bir rastgeleştirme cihazı ile sağlanmaktadır. Verilen yanıtlar bu cihazın çıktısına göre şekillendiğinden şansa dayalı bir durum ortaya çıkmaktadır. Böylelikle cevap veren kişinin istediği gizlilik ve yüz yüze durumda özgürce cevap verebilmesi sağlanmaktadır. Örneğin günlük tüketilen ortalama alkollü içecek sayısının tahmini araştırması geleneksel yöntemlerle yapıldığında, araştırmacı katılımcıya "normal bir günde kaç tane alkollü içecek tüketiyorsunuz" gibi bir soru yöneltir. Bu soru bazı katılımcıları rahatsız edebilir. Ayrıca çalışma araştırmacıyla yüzyüze yapılıyorsa üstlerinlerindeki baskı nedeniyle soruya gerçek cevaplarından daha düşük yanıt verme eğiliminde olabilirler. Fakat aynı soru için R.C. modelinde senaryo daha farklı olmaktadır. Rastgeleştirme cihazının kral, kız ve vale kartları çıkartılmış bir deste iskambil kağıdı olduğu varsayalım. Cevap veren kişiye bir deste kart verilir ve araştırmacının görmesine izin vermeden deste içinden bir kart çekmesi istenir. Katılımcıdan sadece çektiği kart üzerindeki numara ile gerçek cevabını yani gerçekte normal bir günde tükettiği alkollü içecek sayısını toplaması ve bu sayıyı bildirmesi istenir. Modelin cevabın rastgeleleştirilmesine rağmen katılımcıyı geleneksel yöntemlere göre daha doğru cevaplar vermeye ikna etmesinin nedeni kişinin seçtiği kartı araştırmacının görmemesi ve böylelikle

katılımcının kişisel düzeyde gerçek cevabının da bilinmemesidir. Warner modelinin bir diğer yararlı yanı kişisel düzeyde yanıtların bilinmemesine rağmen araştırmacının, çalışılan hassas özellik için grup düzeyinde tahminler hesaplayabilmesidir. Bu durum da rastgeleleştirme cihazının bilinen dağılım özellikleri ve diğer matematiksel tekniklerle sağlanmaktadır.

Farklı yapılarda bir çok R.C. modeli bulunmaktadır. Fakat tüm R.C. modellerinde iki özellik ortaktır: Birincisi rastgeleleştirme özelliği diğeri ise cevap verenin gizliliği özelliğidir. Rastgeleleştirme cihazının seçimi önemli bir konudur. Rastgeleleştirme cihazları teorik olarak çok çeşitli formlarda olabilir. Örneğin bir madeni para, bir çift zar, bir deste iskambil kağıdı, rastgele sayı üretici, rulet tekerleği bile olabilmektedir. Fakat rastgeleleştirme cihazının taşınabilir ve anlaması kolay olması tercih sebebidir. Daha da önemlisi rastgeleleştirme cihazı katılımcının cihazın çıktısını araştırmacıdan kolayca saklamasına izin vermesiyle ideal halde olmaktadır. Standart ya da uygun bir şekilde modifiye edilmiş iskambil kağıtları üstteki kriterleri sağlamaktadır.

Geçmişte geliştirilmiş birçok R.C. modeli iki ana türde sınıflandırılabilir: İkili (binary) ve nicel (quantitative). İkili cevap modelleri bir kitledeki bazı davranışların ya da olayların oranını tahmin etmede kullanılır. Örneğin "bugün kahve içen kişilerin oranını" tahmin etmek istersek bir deste kağıtta şu ifadeler olmaktadır: "Bugün kahve içtim" ve "Bugün kahve içmedim". Cevap veren kişi rastgele bir kart seçmektedir ve kartta yazan ifadeye göre basit bir şekilde "evet" ya da "hayır" cevabını vermektedir. Böylece cevap veren kişi açıkca kahve içip içmediğini belirtmemekte sadece rastgele seçtiği karttaki ifadeye göre cevap vermektedir. Nicel cevap modelleri ise, bir kitledeki bazı davranışların ortalama değerini tahmin etmek için kullanılmaktadır. Nicel cevap modelleri toplamsal ya da çarpımsal modeller olarak sınıflandırılabilir. Örneğin bir günde içilen ortalama kahve fincanı sayısı tahmin edilmek istendiğinde rastgeleleştirme cihazı olarak standart bir deste iskambil kartı kullanılabilir. Toplamsal modelde katılımcıdan, seçtiği kartın üzerindeki sayı ile gerçek cevabı toplaması; çarpımsal modelde ise seçtiği kartın üzerindeki sayı ile gerçek cevabı çarpması ve elde edilen sonucu araştırmacıya söylemesi istenmektedir.

R.C. modeli cevap veren kişilerin rastgeleleştirmeyi nasıl yapacaklarına göre de sınıflandırılabilir. Eğer tüm katılımcılardan cevaplarını rastgeleleştirmesi isteniyorsa, bu durumda model "tam rastgeleleştirilmiş model" (full randomization model) olarak nitelendirilmektedir. Eğer katılımcılardan bazılarının cevaplarını rastgeleleştirmesi istenirse bu durumda model "kısmi rastgeleleştirilmiş model" (partial randomization model) ya da "iki aşamalı model" (two stage model) olarak nitelendirilmektedir. Eğer katılımcılara cevaplarını rastgeleleştirmeleri için bir seçenek verilirse, bu durumda model "seçmeli rastgeleleştirilmiş cevap modeli" (optional randomization model) olarak adlandırılmaktadır. Bu modelde önemli olan bir tanım "sorunun hassaslık düzeyi"dir. "Hassaslık" sorunun hassas olduğunu düşünen katılımcıların oranı olarak tanımlanmaktadır ve bu nedenle sorunun hassas olduğunu düşünen katılımcılar cevabı rastgeleleştirmeyi seçmektedirler. Daha önce nicel cevap modellerinin, hassas bir davranışın ortalama değerini tahmin etmek için kullanıldığı belirtilmişti. Fakat seçmeli rastgeleleştirilmiş cevap modelinde ise hassas bir davranışın ortalama değeri ve davranışın hassaslık düzeyi olmak üzere 2 parametre tahmin edilmektedir. R.C. modelleri "tek aşamalı" (one stage) ve "iki aşamalı (kısmi rastgeleleştirilmiş model)" (two stage – partial randomization model) olarak da sınıflandırılmaktadır (Sehra, 2008).

Sosyal araştırmalardaki sapmaların en büyük nedeninin, katılımcıların hassas sorularda işbirliğini reddetmesi ve doğru cevapları almadaki güçlük olduğu ve bu sapma nedenini önlemek için hassas özelliğe sahip kitle oranını tahmin etmede Warner (1965)'in R.C. denilen bir model öne sürdüğü belirtilmişti. Diğer R.C. modelleri ise çeşitli yazarlar tarafından öne sürülmüştür. Bu modeller, alternatif yöntemler sağlayarak Warner'ın yöntemini geliştirmiştir (Christofides, 2005).

Horvitz et al. (1967), sorulan sorular birbirinden bağımsız olduğunda deneğin doğru cevap verme ihtimalinin daha fazla olacağını düşünerek 'Bağımsız Sorularla Şansa Bağlı Cevap Verme Modeli (İlişkisiz Soru Rastgeleleştirilmiş Cevap Modeli-The Unrelated Question Randomized Response Technique) geliştirmişlerdir (Bek,1977). Greenberg et al. (1969), birinci örnek için kullanılan rastgeleleştirme cihazından hassas sorunun gelme olasılığı P_1 ve ikinci örnek için kullanılan rastgeleleştirme cihazından hassas sorunun gelme olasılığı P_2 'nin birçok değerleri için hassas özellik oranı π_A 'nin varyansını bularak Warner'ın modeli ile

karşılaştırmışlardır. İlişkisiz Soru Rastgeleleştirilmiş Cevap Modelinin (Bağımsız Sorularla Şansa Bağlı Cevap Verme tekniğinin) daha etkili bir model olduğunu göstermişlerdir. Moors (1971), P_1, P_2 ve birinci örnek büyüklüğü n_1 , ikinci örnek büyüklüğü n_2 için optimum değerler elde etmiştir (Bek, 1977). Greenberg et al. (1971), nicel rastgeleleştirilmiş cevap modellerini önermişlerdir. Mangat and Singh (1990), R_1 ve R_2 olmak üzere iki adet rastgeleştirme cihazı kullanarak Warner'ın R.C. modelini iki aşamalı olarak oluşturmuştur. Mangat (1994), 1990 yılındaki çalışmalarında önerdikleri modelden daha yalın ve basit olan bir R.C. modeli önermişlerdir. Singh and Mangat (1996), 1990 yılında önerdikleri modelin uygulanabilirliğini göstermişlerdir. Mahajan et al. (1994), karıştırılmış cevaplar için optimum tabaka sınırlarının oluşturulması problemini incelemişlerdir. Gupta et al. (2002) ise seçmeli (optional) R.C. modelinin daha etkili olduğunu belirtmiştir. Fox (2005), rastgeleştirilmiş madde cevap teorisini (randomized item response theory model) modellerini önermiştir. Verilen gözlenen R.C. verileri ve açıklayıcı değişkenler ile bu yaklaşım, hiyerarşik analize olanak tanımaktadır. Ayrıca bu modelde; Markov zinciri Monte Carlo yöntemi kullanılarak tüm model parametreleri tahmin edilebilir. Shabbir and Gupta (2005), lineer ve log-lineer maliyet fonksiyonları, tek ve iki tabaka olduğu durumlarda incelenmiştir. Log-lineer maliyet fonksiyonu kullanarak daha iyi dağıtım yapıldığı görülmüştür. Ryu et al. (2005), Mangat ve Singh (1990)'ın iki aşamalı R.C. modelini temel alan yeni bir nicel R.C. modeli önermişlerdir. Hassas değişken ortalaması elde edilmiş ve önerilen modelin Greenberg et al. (1971) ve Gupta et al. (2002)'un tahmin edicilerinden daha etkin olduğu gösterilmiştir. Gjestvang and Singh (2006), önerdikleri rastgeleştirme cihazı ile Warner (1965), Mangat and Singh (1990) ve Mangat (1994)'in önerdikleri modellerden daha etkili bir R.C. modeli ortaya çıkarmışlardır. Son et al. (2008), kitle düzeyinde yardımcı bilgi kullanarak Hong K. et al. (1994) ve Kim and Warde (2004)'in R.C. tahmin edicilerinin varyanslarında düşüş meydana getirmek amacıyla kalibrasyon yöntemi önermişlerdir. Önerilen modellerin Hong K. et al. (1994) ve Kim and Warde (2004)'in tabakalı R.C. modellerinden daha etkin olduğu görülmüştür. Hussain and Shabbir (2009), hassas nicel değişken ortalamasının tahminini, kompleks araştırma durumları için incelemişlerdir. Çalışmada Hussain et al. (2007) ve Ryu et al. (2005) tarafından önerilen tahmin ediciler incelenmiş ve kompleks araştırma durumlarında araştırmaya katılan kişilerin gizliliğinin sağlanması kadar etkinlik açısından da Hussain and Shabbir

(2007)'in tahmin edicisinin Ryu et al. (2005)'un tahmin edicisinden daha iyi olduğu gözlenmiştir. Gupta et al. (2010), iki aşamalı seçmeli R.C. modelini kullanarak nicel-cevap hassas sorunun (quantitative-response sensitive question) ortalama ve hassaslık düzeyini tahmin etmiştir. Tahmin ediciler yansız ve asimptotik olarak normal dağılmıştır. Toplamsal ve çarpımsal modellerin kullanımının avantajları ve dezavantajları tartışılmıştır. Bouza et al. (2010), nitel değişkenler için kullanılan R.C. modelleri ile ilgili bir inceleme makalesi hazırlamıştır. Saha (2011), gerçek cevabı verme olasılığının (the probability of reporting the true value) kitledeki tüm katılımcılar için aynı olduğu varsayımı yerine tabakalı eşit olmayan gerçek cevabı verme olasılığı kullanarak seçmeli R.C. modeli önermiştir. Pal and Singh (2012), herhangi bir örnekleme düzeninde kullanılacak yeni bir ilişkisiz soru R.C. modeli önermek için Gjestvang and Singh (2006)'in önerdikleri modeli geliştirmişlerdir. Land et al. (2012), Poisson dağılımından yararlanarak nadiren görülen hassas davranışı olan kişilerin ortalamasını tahmin etmek için yeni bir model önermişlerdir.

2.1.1. Basit rastgele örneklemede rastgeleleştirilmiş cevap modeli

2.1.1.1. Warner modeli

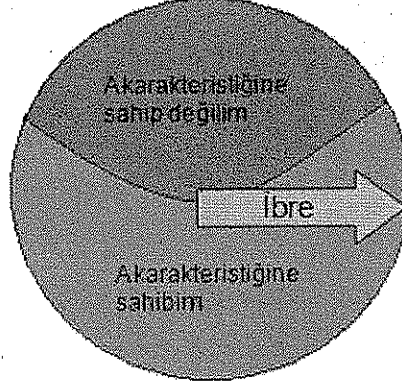
Sosyal araştırmalarda özellikle insanların hassas oldukları kişisel soruların yer aldığı araştırmalarda kişilerin cevap vermeyi reddetmeleri, uydurma ya da yanıltıcı cevap vermeleri gibi problemler ortaya çıkmaktadır. Geleneksel yöntemlerle yapılan araştırmalarda ortaya çıkan bu problemleri önlemek araştırmacıların kişilerin güvenini kazanmasıyla sağlanmaya çalışılmıştır. Ancak bu konuda başarılı sonuçlar elde edilememektedir. Warner (1965), sosyal olarak hoş karşılanmayan, suçlayıcı davranışsal sorularda cevap hatasını azaltmak, cevap verenin gizliliğini korumak ve cevap oranını artırmak için alternatif bir araştırma yöntemi olarak R.C. modelini öne sürmüştür (Kim and Elam, 2005).

Warner'ın modelinde kişiler, kitleden yerine koyarak basit rastgele örneklemeyle çekilmiştir ve hassas özellik "A karakteristiği" olarak tanımlanmıştır. A karakteristiğine sahip olan kişilerin oranı olarak tanımlanan π 'yi tahmin ederken bir rastgeleleştirme cihazı kullanılmıştır. Rastgeleleştirme cihazı bu A karakteristiğine sahip olma durumunu araştıran iki ifadeden oluşmaktadır:

a-) A karakteristiğine sahibim.

b-) A karakteristiğine sahip değilim.

Warner'ın modelinde rastgeleştirme cihazı Şekil 2.1'deki gibi olabilmektedir.

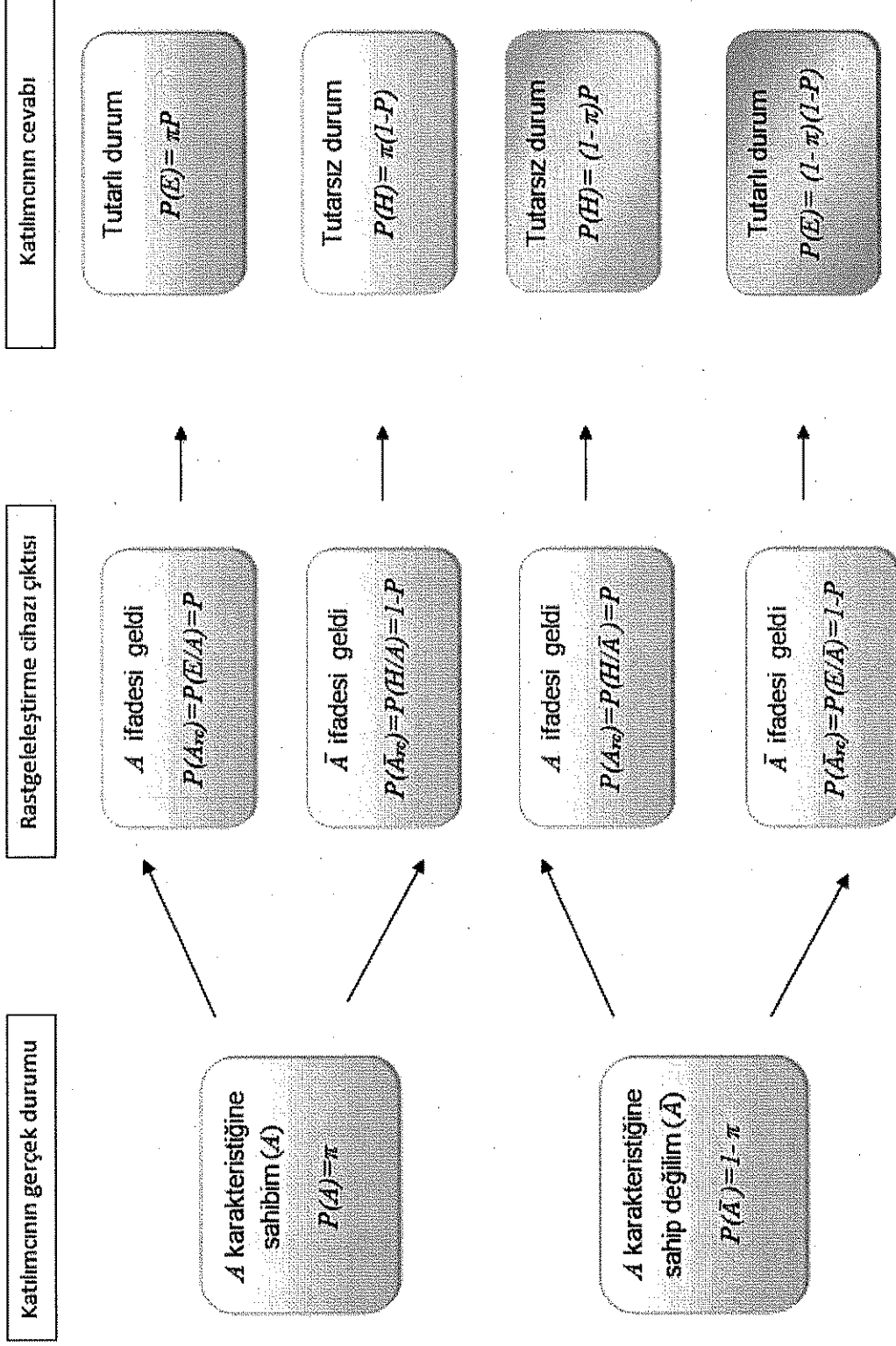


Şekil 2.1. Warner modeli rastgeleştirme cihazı

Örneklemdaki her kişiyle görüşmeden önce, her katılımcıya P olasılıkla "A karakteristiğine sahibim." ve $1-P$ olasılıkla "A karakteristiğine sahip değilim." ifadelerini gösteren özdeş ibrelere sahip özdeş rastgeleştirme cihazları sağlanmaktadır. Katılımcı, araştırmacı tarafından gözlenilmeden ibreyi çevirmektedir. İbrenin gösterdiği ifadeyi söylemeden ve bu ifadeye bağlı olarak sadece "evet" ya da "hayır" cevabını vermesi istenmektedir. 1. ya da 2. ifadeye "evet" cevabını veren katılımcıların oranı

$$P(E) = P(X_i = 1) = Z = P\pi + (1 - P)(1 - \pi) \quad (2.1.)$$

biçiminde tanımlanır (Warner, 1965). "Evet" cevabını veren katılımcıların oranının çıkarmasına ilişkin ağaç diyagramı Şekil 2.2'de verilmiştir.



Şekil 2.2. "Evet" cevabını veren katılımcıların oranının çıkarımına ilişkin ağaç diyagramı

Diğer bir ifadeyle "evet" cevabını veren katılımcıların oranı

$$P(E) = P(A)P(E/A) + P(\bar{A})P(E/\bar{A}) \quad (2.2.)$$

şeklinde tanımlanabilmektedir.

R.C. modellerinde kullanılan gösterimler aşağıda verildiği gibi tanımlanmıştır.

$$P(E) = P(X_i = 1) = Z \quad \text{"evet" cevabını veren katılımcıların oranı}$$

$$P(A) = \pi \quad \text{A karakteristiğine sahip katılımcıların oranı}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - \pi \quad \text{A karakteristiğine sahip olmayan katılımcıların oranı}$$

$$P(\bar{A}_{rc}) = P(E/\bar{A}) = 1 - P \quad \text{A karakteristiğine sahip olmadığı (\bar{A}) bilindiğinde evet cevabını verme olasılığı (Aynı zamanda bu durum rastgeleleştirme cihazından gelen "A karakteristiğine sahip değilim" ifadesidir.)}$$

$$P(A_{rc}) = P(H/\bar{A}) = P \quad \text{A karakteristiğine sahip olmadığı (\bar{A}) bilindiğinde hayır cevabını verme olasılığı (Aynı zamanda bu durum rastgeleleştirme cihazından gelen "A karakteristiğine sahibim" ifadesidir.)}$$

$$P(\bar{A}_{rc}) = P(H/A) = 1 - P \quad \text{A karakteristiğine sahip olduğu bilindiğinde hayır cevabını verme olasılığı (Aynı zamanda bu durum, rastgeleleştirme cihazından gelen "A karakteristiğine sahip değilim" ifadesidir.)}$$

$$P(A_{rc}) = P(E/A) = P \quad \text{A karakteristiğine sahip olduğu bilindiğinde evet cevabını verme olasılığı (Aynı zamanda bu durum, rastgeleleştirme cihazından gelen ifade "A karakteristiğine sahibim" ifadesidir.)}$$

Basit rastgele örneklemeyle yerine koyarak çekilen n kişiden n_1 tanesi "evet" cevabını vermiş olsun. Dolayısıyla $n-n_1$ tanesi de "hayır" cevabını vermiş olacaktır. X_i rastgele değişkeni

$$X_i = \begin{cases} 1 & ; \text{ eğer } i. \text{ katılımcı evet cevabını verirse} \\ 0 & ; \text{ d.d} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanır.

Bu durumda X_i r.d'nin n ve $P(X_i = 1)$ parametrelili binom dağılımına sahip olduğu açıkça görülmektedir.

X_i r.d'nin olabirlik fonksiyonu

$$L = \frac{n!}{n_1!(n-n_1)!} P(X_i = 1)^{n_1} (1 - P(X_i = 1))^{n-n_1} \quad (2.3.)$$

biçiminde tanımlanır.

Olabilirlik fonksiyonundan yararlanarak hesaplanan $P(X_i = 1)$ 'in en çok olabilirlik tahmin edicisi

$$L = \frac{n!}{n_1!(n-n_1)!} P(X_i = 1)^{n_1} (1 - P(X_i = 1))^{n-n_1}$$

$$\ln L = n_1 \ln(P(X_i = 1)) + (n - n_1) \ln(1 - P(X_i = 1))$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial P(X_i = 1)} = \frac{n_1}{P(X_i = 1)} - \frac{n - n_1}{1 - P(X_i = 1)} = 0$$

$$\frac{n_1}{P(X_i = 1)} = \frac{n - n_1}{1 - P(X_i = 1)}$$

$$P(\widehat{X_i = 1}) = \widehat{P(E)} = \hat{Z} = \frac{n_1}{n}$$

olarak bulunmaktadır.

Benzer şekilde A karakteristiğine sahip katılımcıların oranı π 'nin tahmini ise

$$L = \frac{n!}{n_1!(n-n_1)!} [P\pi + (1-P)(1-\pi)]^{n_1} [P(1-\pi) + (1-P)\pi]^{n-n_1}$$

$$\ln L = n_1 \ln[P\pi + (1-P)(1-\pi)] + (n - n_1) \ln[P(1-\pi) + (1-P)\pi]$$

$$\hat{\pi} = \frac{P(\widehat{X_i = 1}) - (1-P)}{2P-1} \quad P \neq 0.5 \quad (2.4.)$$

olarak bulunmaktadır. Eş. 2.4'ün her iki tarafının beklenen değeri alındığında

$$E(\hat{\pi}) = \frac{E(P(\widehat{X_i = 1})) - (1-P)}{2P-1} = \frac{P(X_i = 1) - (1-P)}{2P-1}$$

$$E(\hat{\pi}) = \pi$$

eşitliği elde edildiğinden π 'nin yansız bir tahmin edici olduğu görülmektedir.

$\hat{\pi}$ 'nin varyansı ise

$$\begin{aligned} V(\hat{\pi}) &= V\left(\frac{P(\widehat{X_i = 1}) - (1-P)}{2P-1}\right) = \frac{V(P(\widehat{X_i = 1}))}{(2P-1)^2} \\ &= \frac{1}{(2P-1)^2} \times \frac{P(X_i = 1)[1 - P(X_i = 1)]}{n} \\ &= \frac{1}{(2P-1)^2} \times \frac{[P\pi + (1-P)(1-\pi)][(1-\pi)P + (1-P)\pi]}{n} \\ &= \frac{\pi(1-\pi)P^2 + \pi^2P(1-P) + (1-\pi)^2P(1-P) + \pi(1-\pi)(1-P)^2}{(2P-1)^2n} \\ &= \frac{\pi(1-\pi)[P^2 + (1-P)^2] + P(1-P)[\pi^2 + (1-\pi)^2]}{(2P-1)^2n} \\ &= \frac{\pi(1-\pi)[2P^2 + 1 - 2P] + P(1-P)[2\pi^2 + 1 - 2\pi]}{(2P-1)^2n} \\ &= \frac{\pi(1-\pi)2 \frac{[2P^2 + 1 - 2P]}{2} + P(1-P)2 \frac{[2\pi^2 + 1 - 2\pi]}{2}}{(2P-1)^2n} \\ &= \frac{\left[\frac{1}{4} - \left(\pi - \frac{1}{2}\right)^2\right] 2 \left[\left(P^2 - P + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{4}\right] + \left[\frac{1}{4} - \left(P - \frac{1}{2}\right)^2\right] 2 \left[\left(\pi^2 - \pi + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{4}\right]}{(2P-1)^2n} \end{aligned}$$

$$= \frac{\left[\frac{1}{4} - \left(\pi - \frac{1}{2}\right)^2\right] 2 \left[(P - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}\right] + \left[\frac{1}{4} - \left(P - \frac{1}{2}\right)^2\right] 2 \left[(\pi - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}\right]}{(2P - 1)^2 n}$$

$$= \frac{2 \left[\left[\frac{1}{4} - \left(\pi - \frac{1}{2}\right)^2\right] \left[(P - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}\right] + \left[\frac{1}{4} - \left(P - \frac{1}{2}\right)^2\right] \left[(\pi - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}\right] \right]}{(2P - 1)^2 n}$$

$$= \frac{2 \left[\frac{1}{4} (P - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{16} - \left(\pi - \frac{1}{2}\right)^2 (P - \frac{1}{2})^2 - \left(\pi - \frac{1}{2}\right)^2 \frac{1}{4} \right]}{(2P - 1)^2 n}$$

$$+ \frac{2 \left[\left(\pi - \frac{1}{2}\right)^2 \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \left(\pi - \frac{1}{2}\right)^2 (P - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} (P - \frac{1}{2})^2 \right]}{(2P - 1)^2 n}$$

$$= \frac{2 \left[\frac{2}{16} - 2 \left(\pi - \frac{1}{2}\right)^2 (P - \frac{1}{2})^2 \right]}{(2P - 1)^2 n}$$

$$= \frac{\left[\frac{1}{4} - 4 \left(\pi - \frac{1}{2}\right)^2 (P - \frac{1}{2})^2 \right]}{4 \left(P - \frac{1}{2}\right)^2 n}$$

$$= \frac{1}{n} \left[\frac{1}{16 \left(P - \frac{1}{2}\right)^2} - \frac{4 \left(\pi - \frac{1}{2}\right)^2 (P - \frac{1}{2})^2}{4 \left(P - \frac{1}{2}\right)^2} \right]$$

$$= \frac{1}{n} \left[\frac{1}{16 \left(P - \frac{1}{2}\right)^2} - \left(\pi - \frac{1}{2}\right)^2 \right]$$

$$= \frac{1}{n} \left[\frac{1}{16 \left(P - \frac{1}{2}\right)^2} - \left(\pi - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right]$$

$$= \frac{1}{n} \left[\frac{1}{16 \left(P - \frac{1}{2}\right)^2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \left(\pi - \frac{1}{2}\right)^2 \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{16 \left(P - \frac{1}{2}\right)^2} - \frac{1}{4} \\
&= \frac{1}{n} + \frac{\pi(1-\pi)}{n} \\
&= \frac{4 \left(\frac{1}{4} - \left(P - \frac{1}{2}\right)^2\right)}{16 \left(P - \frac{1}{2}\right)^2} + \frac{\pi(1-\pi)}{n} \\
&= \frac{\left(\frac{1}{4} - \left(P - \frac{1}{2}\right)^2\right)}{(2P-1)^2} + \frac{\pi(1-\pi)}{n} \\
&= \frac{P(1-P)}{n(2P-1)^2} + \frac{\pi(1-\pi)}{n}
\end{aligned} \tag{2.5.}$$

biçiminde tanımlanmaktadır.

Eş. 2.5'in sağındaki ilk terim şansa bağlı seçimden doğan varyansı, ikinci terim ise doğrudan doğruya soru ile ilgili olan binom varyansını göstermektedir. Geliştirilen bütün R.C. modellerinin amacı birinci terimi minimum yapmaktır. Böylece modelin etkinliğinin artması sağlanmaktadır (Bek, 1977).

Warner modelinde P 'nin değeri 0,5'e yaklaşacak olursa, ilave varyans unsuru maksimum değerine yaklaşır. Dolayısıyla, P 'nin 0'a veya 1'e yakın bir değer alması gerekmektedir.

$V(\hat{\pi})$ 'nin yansız tahmin edicisi ise

$$v(\hat{\pi}) = \frac{P(\bar{X}_i = 1)(1 - P(\bar{X}_i = 1))}{n - 1} \tag{2.6.}$$

şeklinde yazılmaktadır (Singh, 2003).

2.2. Tabakalı Rastgele Örnekleme

Kitle ortalamasının tahmin edicisinin doğruluğu sadece örneklem büyüklüğüne ve örnekleme oranına değil aynı zamanda kitledeki birimlerin kendi aralarındaki değişkenliğe de bağlıdır. Kitle ortalamasının daha büyük bir doğrulukla tahmin edilebilmesi için örneklem büyüklüğünü artırmanın dışında uygulanabilecek bir

diğer yol kitleyi kendi içerisinde homojen gruplara ayırarak her bir gruptan daha önceden belirlenmiş bir sayıda örneklem çekmektir. Kitlenin ayrıldığı alt gruplara tabaka adı verilmekte ve her bir tabakadan basit rastgele örneklem seçme süreci ise tabakalı rastgele örnekleme (T.R.Ö) olarak adlandırılmaktadır.

Sukhatme et al. (1970), tabakalı rastgele örneklemenin kişinin kitledeki farklı bölümleri istenilen ölçüde temsil eden bir örneklem seçebilmesini sağladığını belirtmiştir. Bu nedenle tabakalama, örneklem araştırmalarının tasarımında sıklıkla kullanılmaktadır. Tabakalı rastgele örnekleme, kitle ortalamasının daha büyük bir doğrulukla tahmin edilmesini sağlamanın yanı sıra, kitleyi oluşturan farklı alt grupların ortalama ve toplam tahminlerinin elde edilmesinde de sıklıkla kullanılmaktadır (Uçar, 2009).

Birim değerlerinin değişkenliği çok büyük olan, bir başka deyişle, heterojen bir kitleye ilişkin, varyans değeri de çok büyük olmaktadır. Kitle birimleri, değişkenliği daha küçük olan kendi içinde homojen alt gruplara bölünebiliyorsa, kitle daha küçük varyanslı alt kitlelerin birleşimi olarak düşünülür. Böylece kitlenin varyansının büyüklüğü nedeniyle duyarlılıktaki kayıp azaltılmış olur. Böyle bir kitle tabakalara ayrılarak, aynı büyüklükteki basit rastgele örneklemeden daha küçük varyanslı tahminler yapılabilir (Çıngı, 1994).

Tabakalı rastgele örneklemede kitle öncelikle N_1, N_2, \dots, N_h sayıda h tabakaya ayrılır ve $N_1 + N_2 + \dots + N_h = N$ 'dir.

Tabakalı rasgele örneklemede kullanılan gösterimler aşağıda verildiği gibi tanımlanmıştır:

y_{hi} : h . tabakada i . birimin değeri

N_h : h . tabaka büyüklüğü

n_h : h . tabakadan seçilen örneklem büyüklüğü

$W_h = N_h/N$ h . tabaka ağırlığı

$\bar{Y}_h = \frac{\sum_{i=1}^{N_h} Y_{hi}}{N_h}$ h . tabaka kitle ortalaması

$$\bar{y}_h = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}}{n} \quad h. \text{ tabaka örneklem ortalaması} \quad (2.7.)$$

$$\bar{Y}_{tb} = \frac{\sum_{h=1}^l N_h \bar{Y}_h}{N} \quad \text{kitle ortalaması}$$

$$\bar{y}_{tb} = \frac{\sum_{h=1}^l N_h \bar{y}_h}{N} \quad \text{kitle ortalaması tahmini} \quad (2.8.)$$

$$= \sum_{h=1}^l W_h \bar{y}_h$$

$$S_h^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N_h} (y_{hi} - \bar{Y}_h)^2}{N_h - 1} \quad h. \text{ tabakada birim başına düşen varyans}$$

$$s_h^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} (y_{hi} - \bar{y}_h)^2}{n_h - 1} \quad h. \text{ tabakada birim başına düşen örneklem varyansı} \quad (2.9.)$$

Ortalama tahmini için varyans

$$\begin{aligned} V(\bar{y}_{tb}) &= \sum_{h=1}^l W_h^2 (1 - f_h) \frac{S_h^2}{n_h} \\ &= \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2 S_h^2}{n_h} - \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2 S_h^2}{N_h} \end{aligned} \quad (2.10.)$$

Ortalama tahmininin varyans tahmini ise

$$v(\bar{y}_{tb}) = \sum_{h=1}^l W_h^2 (1 - f_h) \frac{s_h^2}{n_h} \quad (2.11.)$$

biçiminde verilir.

2.2.1. Tabakalı rastgele örneklemede örneklem genişliğinin tabakalara en iyi dağıtımı

Örneklem büyüklüğü n ve alt örneklem büyüklükleri n_h 'ler bilinmedikçe, kitle ortalamasının ve varyansının tahmin edicileri \bar{y}_{tb} ve $V(\bar{y}_{tb})$ hesaplanamaz. Bu nedenle incelenmesi gereken iki problem vardır: Birincisi örneklem büyüklüğü n 'nin belirlenmesi, ikincisi n_h 'lerin belirlenmesi için bu örneğin h tabaka arasında paylaşılmasıdır. İyi bir dağıtım, minimum maliyete karşın maksimum duyarlılığın elde edilmesidir. Tahmin edicinin duyarlılığı varyansıyla ölçüldüğünden, iyi bir dağıtım daha açık olarak "varyansın veri alınıp maliyetin minimuma indirilmesi veya maliyetin veri alınıp varyansın minimum yapılması" şeklinde ifade edilebilmektedir (Yamane, 2006).

Örnekleme maliyeti, örnekleme planının tasarımı, çerçevenin oluşturulması, anketörlerin eğitilmesi, verinin toplanması, listelenmesi ve hesaplanması giderlerini, ofis harcamaları ve genel giderleri gibi maliyetleri içerir. Bununla birlikte, analitik nedenlerle maliyet, biri örnek büyüklüğünün fonksiyonu olan maliyet ve diğeri sabit maliyet olmak üzere iki kısma ayrılabilir. Buna göre maliyet fonksiyonu,

$$c = c_0 + \sum_{h=1}^l c_h n_h$$

biçiminde elde edilmektedir. Burada

c_0 : Sabit maliyeti

c_h : h . tabakadaki birim başına düşen maliyeti

göstermektedir.

Tabakalı rastgele örneklemede örneklem genişliğinin tabakalara en iyi dağıtımı ile ilgili aşağıdaki teorem verilebilir:

Teorem1:

$c = c_0 + \sum_{h=1}^l c_h n_h$ gibi bir maliyet fonksiyonuna sahip tabakalı rastgele

örneklemede, tabaka örneklem genişliği n_h , $N_h S_h / \sqrt{c_h}$ ile orantılı olduğunda \bar{y}_{tb} ortalama tahmininin varyansı en küçük değerlidir.

Tanıt:

T.R.Ö'de \bar{y}_{tb} ortalama tahmininin varyansı,

$$\begin{aligned} V(\bar{y}_{tb}) &= \sum_{h=1}^l W_h^2 (1 - f_h) \frac{S_h^2}{n_h} \\ &= \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2 S_h^2}{n_h} - \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2 S_h^2}{N_h} \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. Bu varyansı,

$$c - c_0 = c_1 n_1 + c_2 n_2 + \dots + c_l n_l$$

kısıtlayıcısı altında en küçük kılmak gerekir. Bunun için "Lagrange çarpanlar yöntemi" adı verilen bir yöntemden yararlanır.

$$V(\bar{y}_{tb}) + \lambda \left(\sum_{h=1}^l c_h n_h - c + c_0 \right) = \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2 S_h^2}{n_h} - \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2 S_h^2}{N_h} + \lambda \left(\sum_{h=1}^l c_h n_h - c + c_0 \right)$$

ifadesini en küçük kılan λ çarpanının bulunması istenir. Bunun için, belirlenmek istenen değişken n_h olduğundan n_h 'a göre türev alınıp sıfıra eşitlemek gerekir.

$$-\frac{W_h^2 S_h^2}{n_h^2} + \lambda c_h = 0 \quad h = 1, 2, \dots, l$$

Düzenlenirse

$$n_h \sqrt{\lambda} = \frac{W_h S_h}{\sqrt{c_h}} \quad (2.12.)$$

elde edilir.

Tüm l tabaka üzerinden toplam alınırsa,

$$n \sqrt{\lambda} = \sum_{h=1}^l \frac{W_h S_h}{\sqrt{c_h}} \quad (2.13.)$$

bulunur. Eş. 2.12 ve Eş. 2.13 taraf tarafa oranlanarak,

$$\frac{n_h}{n} = \frac{W_h S_h \sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^l W_h S_h \sqrt{c_h}}$$

ve

$$n_h = n \frac{N_h S_h \sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^l N_h S_h \sqrt{c_h}}$$

sonucuna varılır.

Teorem 1'den aşağıdaki sonuçlara ulaşılabilir:

Sonuç 1: Tabakalar arası birim başına yapılacak gider farklı değil ise, $c_1 = c_2 = \dots = c_l = c$ yazılabileceğinden tabaka örneklem genişliği,

$$n_h = n \frac{N_h S_h}{\sum_{h=1}^l N_h S_h}$$

formunu alır. Bu dağıtıma Neyman dağıtımı adı verilir.

Sonuç 2: Tabakalar arası birim başına düşen varyans farklı değilse $S_1 = S_2 = \dots = S_l = S$ ve tabakalar arası birim başına yapılacak gider farklı değil ise, $c_1 = c_2 = \dots = c_l = c$ yazılabileceğinden tabaka örneklem genişliği

$$n_h = n \frac{N_h}{N} \quad (2.14.)$$

şeklinde dağıtılır. Bu dağıtıma orantılı dağıtım adı verilir. Ailelerin ortalama gelirlerini araştırmak üzere aileler kentsel ve kırsal sınıflamaya göre tabakalandığında, kentten ve kırsaldan örneğe çekilen örnekleme biriminin seçilme maliyeti genellikle farklı olacaktır. Böyle bir durumda orantılı dağıtım kullanmak daha iyi sonuçlar vermektedir (Yamane, 2006).

Sonuç 3: Tabaka örneklem genişliği, tabakalara eşit de dağıtılabilir.

$$n_h = \frac{n}{l}$$

Bu dağıtım maliyeti, standart sapma ve tabaka genişliğini dikkate almadığından tercih edilmez (Çingı, 1994).

2.2.2. Tabakalı rastgele örneklemede rastgeleştirilmiş cevap modelleri

Bu kesimde tabakalı R.C. modelleri ayrıntılı olarak incelenmiştir. Tabakalı rastgele örnekleme; R.C. modellerinde gruplara, her tabaka tahmin edicisiyle ilgili özellikler verir (Kim and Warde, 2004).

2.2.2.1. Hong K. et al. modeli

Hong K. et al. (1994), her tabakaya aynı rastgeleştirme cihazının uygulandığı tabakalı R.C. modelini önermiştir. Model, her bir tabakaya orantılı dağıtım yapılarak oluşturulmuştur.

Modelde kitle, N_h hacimli l tabakaya ayrılmaktadır. Her tabakadan yerine koyarak basit rastgele örnekleme ile n_h hacimli örnekler seçilmektedir. Burada tabakalamadan maksimum kazancı sağlamak için her tabakadaki birim sayısının bilindiği varsayılmaktadır. h . tabakadaki her katılımcıya sırasıyla P ve $1-P$ olasılıklarına sahip hassas soru kartı (A) ve bunun negatifi (\bar{A}) ifadelerinden oluşan rastgeleştirme cihazı temin edilmektedir. Katılımcıdan hangi soru kartına sahip olduğunu belirtmeden rastgeleştirme cihazının çıktısına ve kendi gerçek durumuna göre sadece "evet" ya da "hayır" cevabını vermesi istenmektedir.

Verilen "evet" ve "hayır" cevaplarının doğru olduğu varsayımı altında ve P ($0 < P < 1$, $P \neq 0,5$) olasılığı araştırmacı tarafından belirlenmek üzere h . tabakadaki "evet" cevabını veren katılımcıların oranı

$$\begin{aligned} P(X_i = 1)_h &= Z_h \\ &= P\pi_h + (1 - P)(1 - \pi_h) \quad h = 1, \dots, l \end{aligned} \quad (2.15.)$$

biçiminde tanımlanır. Burada

Z_h : h . tabakada "evet" cevabı veren katılımcıların oranı

π_h : h . tabakadaki hassas özelliğe sahip katılımcıların oranı

P : katılımcının hassas soru kartı (A)'na sahip olma olasılığı

biçiminde tanımlanmaktadır.

h . tabakadan seçilen örnekleme hassas özelliğe sahip katılımcıların oranı

$$\hat{\pi}_h = \frac{\widehat{Z}_h - (1 - P)}{2P - 1} \quad P \neq 0.5$$

olarak hesaplanmaktadır. Burada \widehat{Z}_h (ya da $P(\widehat{X}_i = 1)$), h . tabakadan seçilen örnekleme "evet" cevabı veren katılımcıların oranı olarak tanımlanmaktadır.

$\hat{\pi}_h$ 'nin varyansı ise

$$V(\hat{\pi}_h) = \frac{\pi_h(1 - \pi_h)}{n_h} + \frac{P(1 - P)}{n_h(2P - 1)^2} \quad (2.16.)$$

biçiminde yazılır.

\widehat{Z}_h , binom dağılımına sahip olduğundan ($B(n_h, Z_h)$) ve farklı tabakalardaki seçimler bağımsız yapıldığından kitledeki hassas özelliğe sahip katılımcıların oranı π_{tb} 'nin tahmini

$$\begin{aligned} \hat{\pi}_{tb} &= \sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h \\ &= \sum_{h=1}^l W_h \left[\frac{\widehat{Z}_h - (1 - P)}{2P - 1} \right] \end{aligned} \quad (2.17.)$$

eşitliği ile elde edilir.

Her $\hat{\pi}_h$ tahmin edicisi π_h için yansız olduğundan $\hat{\pi}_{tb}$ 'nin beklenen değeri

$$\begin{aligned} E(\hat{\pi}_{tb}) &= E\left(\sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h\right) \\ &= \sum_{h=1}^l W_h E(\hat{\pi}_h) \\ &= \sum_{h=1}^l W_h \pi_h = \pi_{tb} \end{aligned}$$

biçiminde elde edilir ve $\hat{\pi}_{tb}$ 'nin yansız bir tahmin edici olduğu görülür.

$\hat{\pi}_{tb}$ 'nin varyansı ise

$$\begin{aligned}
 V(\hat{\pi}_{tb}) &= V\left(\sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h\right) \\
 &= \sum_{h=1}^l W_h^2 V(\hat{\pi}_h) \\
 &= \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2}{n_h} \left(\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P(1 - P)}{(2P - 1)^2} \right)
 \end{aligned} \tag{2.18.}$$

eşitliği ile verilir.

Genelde π_h bilgisi mevcut değildir. Fakat eğer π_h bilgisi geçmiş deneyimlerden, pilot çalışmalardan mevcut ise bu durum en iyi dağıtım formülünü elde etmemize yardım eder. $\hat{\pi}_{tb}$ 'nin varyansı Eş. 2.18'de elde edilmişti. Varyansı, maliyet kısıtlayıcısı için en küçük yapmak gerekmektedir. Kesim 2.2.1'de teorem 1'de verilen bilgiler doğrultusunda Hong K. et al.'un önerdiği R.C. modeli için n_h örneklem genişliği aşağıda verildiği gibi bulunur:

$$\begin{aligned}
 V(\hat{\pi}_{tb}) + \lambda \left(\sum_{h=1}^l c_h n_h - c + c_0 \right) &= \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2}{n_h} \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P(1 - P)}{(2P - 1)^2} \right] \\
 &\quad + \lambda \left(\sum_{h=1}^l c_h n_h - c + c_0 \right)
 \end{aligned}$$

ifadesini en küçük yapan λ çarpanının bulunması istenir. Bunun için, n_h 'a göre türev alınıp sifıra eşitlendiğinde

$$\begin{aligned}
 -\frac{W_h^2}{n_h^2} \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P(1 - P)}{(2P - 1)^2} \right] + \lambda c_h &= 0 \quad h = 1, \dots, l \\
 n_h \sqrt{\lambda} &= \frac{\frac{W_h}{n_h} \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P(1 - P)}{(2P - 1)^2} \right]^{1/2}}{\sqrt{c_h}}
 \end{aligned} \tag{2.19.}$$

elde edilir. Tüm l tabaka üzerinden toplam alınırsa

$$n \sqrt{\lambda} = \sum_{h=1}^l \frac{\frac{W_h}{n_h} \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P(1 - P)}{(2P - 1)^2} \right]^{1/2}}{\sqrt{c_h}} \tag{2.20.}$$

olarak bulunur. Eş. 2.19 ve Eş. 2.20' nin taraf tarafa oranlanmasıyla,

$$\frac{n_h}{n} = \frac{w_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P(1 - P)}{(2P - 1)^2} \right]^{1/2} / \sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^L w_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P(1 - P)}{(2P - 1)^2} \right]^{1/2} / \sqrt{c_h}} \quad (2.21.)$$

ve

$$\frac{n_h}{n} = \frac{N_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P(1 - P)}{(2P - 1)^2} \right]^{1/2} / \sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^L N_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P(1 - P)}{(2P - 1)^2} \right]^{1/2} / \sqrt{c_h}}$$

sonucuna varılır. Tabakalar arası birim başına yapılacak gider ve tabaka varyansları farklı değilse $c_1 = c_2 = \dots = c_l = c$ ve $V(\hat{\pi}_1) = V(\hat{\pi}_2) = \dots = V(\hat{\pi}_l) = V(\hat{\pi})$ yazılabileceğinden Eş. 2.21 tabaka örneklem genişliği, Eş 2.14'deki gibi orantılı dağıtılır.

2.2.2.2. Kim-Warde modeli

Kim-Warde (2004), her tabakaya farklı rastgeleleştirme cihazlarının uygulandığı tabakalı R.C. modelini önermiştir. Model, her bir tabakaya en iyi dağıtım yöntemi uygulanarak oluşturulmuştur.

Her tabakadan yerine koyarak basit rastgele örnekleme ile n_h hacimli örnekler seçilmektedir ve tabakalamadan maksimum kazancı sağlamak için her tabakadaki birim sayısının bilindiği varsayılmaktadır. h . tabakadan seçilen örneklemden katılımcı, sırasıyla P_h ve $1 - P_h$ olasılıklarına sahip hassas soru kartı (A) ve bunun negatifi (\bar{A}) ifadelerinden oluşan R_h rastgeleleştirme cihazının kullanımı hakkında bilgilendirilmektedir. Katılımcıdan hangi soru kartına sahip olduğunu belirtmeden sadece "evet" ya da "hayır" cevabını vermesi istenmektedir. Farklı tabakalardaki örneklerde yer alan katılımcılar her biri önceden atanmış farklı olasılıklara sahip farklı rastgeleleştirme cihazlarını kullanmaktadır. Farklı tabakalarda farklı rastgeleleştirme cihazlarının kullanılması özellikle bazı durumlarda oldukça yararlı sonuçlar vermektedir. Örneğin hassas özelliğin vergi kaçakçılığı olduğu varsayalım. Vergi kaçakçılığı zengin kişiler için daha hassas bir durum iken fakir kişiler için çok da hassas olmayan bir durumdur. Rastgeleleştirilme cihazının bu duruma göre oluşturulması daha doğru sonuçlar vermektedir.

İfade edilen "evet" ve "hayır" cevaplarının doğru olduğu varsayımı altında ve P_h ($0 < P_h < 1$, $P_h \neq 0,5$) olasılıkları araştırmacı tarafından belirlenmek üzere h . tabakada "evet" cevabını veren katılımcıların oranı

$$Z_h = P_h \pi_h + (1 - P_h)(1 - \pi_h) \quad h = 1, \dots, l \quad (2.22.)$$

biçiminde tanımlanır.

P_h : h . tabakadan seçilen örneklemdaki bir katılımcının hassas soru kartına (A) sahip olma olasılığıdır. π_h 'in tahmin edicisi ise

$$\hat{\pi}_h = \frac{\widehat{Z}_h - (1 - P_h)}{2P_h - 1} \quad P_h \neq 0,5 \quad (2.23.)$$

eşitliği ile tanımlanır. $\hat{\pi}_h$ 'nin varyansı ise

$$V(\hat{\pi}_h) = \frac{\pi_h(1 - \pi_h)}{n_h} + \frac{P_h(1 - P_h)}{n_h(2P_h - 1)^2}$$

biçiminde yazılır.

\widehat{Z}_h , binom dağılımına ($B(n_h, Z_h)$) sahiptir ve farklı tabakalardaki seçimler bağımsız yapıldığı için kitledeki hassas özelliğe sahip katılımcıların oranı olarak tanımlanan π_{tb} 'nin tahmin edicisi

$$\begin{aligned} \hat{\pi}_{tb} &= \sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h \\ &= \sum_{h=1}^l W_h \left[\frac{\widehat{Z}_h - (1 - P_h)}{2P_h - 1} \right] \end{aligned} \quad (2.24.)$$

biçiminde elde edilir.

Her $\hat{\pi}_h$ tahmin edicisi π_h için yansız olduğundan $\hat{\pi}_{tb}$ 'nin beklenen değeri

$$\begin{aligned} E(\hat{\pi}_{tb}) &= E \left(\sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h \right) \\ &= \sum_{h=1}^l W_h E(\hat{\pi}_h) \end{aligned}$$

$$= \sum_{h=1}^l W_h \pi_h = \pi_{tb}$$

biçiminde yazılır. $\hat{\pi}_{tb}$ 'nin yansız bir tahmin edici olduğu görülür.

$\hat{\pi}_{tb}$ 'nin varyansı ise

$$\begin{aligned} V(\hat{\pi}_{tb}) &= V\left(\sum_{h=1}^L W_h \hat{\pi}_h\right) \\ &= \sum_{h=1}^L W_h^2 V(\hat{\pi}_h) \\ &= \sum_{h=1}^L \frac{W_h^2}{n_h} \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P_h(1 - P_h)}{(2P_h - 1)^2} \right] \end{aligned} \quad (2.25.)$$

eşitliği ile hesaplanır.

Genelde π_h bilgisi mevcut değildir. Fakat eğer π_h bilgisi geçmiş deneyimlerden, pilot çalışmalardan mevcut ise bu durum en iyi dağıtım formülünü elde etmemize yardım eder. Kesim 2.2.1'de teorem 1'de verilen bilgiler doğrultusunda Kim-Warde'in önerdiği R.C. modeli için n_h örneklem genişliği aşağıda verildiği gibi bulunur:

$$\begin{aligned} V(\hat{\pi}_{tb}) + \lambda \left(\sum_{h=1}^l c_h n_h - c + c_0 \right) &= \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2}{n_h} \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P_h(1 - P_h)}{(2P_h - 1)^2} \right] \\ + \lambda \left(\sum_{h=1}^l c_h n_h - c + c_0 \right) \end{aligned}$$

ifadesini en küçük yapan λ çarpanının bulunması istenir. Bunun için, n_h 'a göre türev alınıp sıfıra eşitlendiğinde

$$-\frac{W_h^2}{n_h^2} \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P_h(1 - P_h)}{(2P_h - 1)^2} \right] + \lambda c_h = 0 \quad h = 1, \dots, l$$

$$n_h \sqrt{\lambda} = \frac{W_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P_h(1 - P_h)}{(2P_h - 1)^2} \right]^{1/2}}{\sqrt{c_h}} \quad (2.26.)$$

elde edilir. Tüm l tabaka üzerinden toplam alınırsa

$$n \sqrt{\lambda} = \sum_{h=1}^l \frac{W_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P_h(1 - P_h)}{(2P_h - 1)^2} \right]^{1/2}}{\sqrt{c_h}} \quad (2.27.)$$

olarak bulunur. Eş. 2.26 ve Eş. 2.27'nin taraf tarafa oranlanmasıyla,

$$\frac{n_h}{n} = \frac{w_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P_h(1 - P_h)}{(2P_h - 1)^2} \right]^{1/2} / \sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^L w_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P_h(1 - P_h)}{(2P_h - 1)^2} \right]^{1/2} / \sqrt{c_h}} \quad (2.28.)$$

ve

$$\frac{n_h}{n} = \frac{N_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P_h(1 - P_h)}{(2P_h - 1)^2} \right]^{1/2} / \sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^L N_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P_h(1 - P_h)}{(2P_h - 1)^2} \right]^{1/2} / \sqrt{c_h}}$$

sonucuna varılır. Tabakalar arası birim başına maliyet farklı değilse $c_1 = c_2 = \dots = c_l = c$ yazılabileceğinden Eş. 2.28 tabaka örneklem genişliği,

$$\frac{n_h}{n} = \frac{w_h \left[(\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P_h(1 - P_h)}{(2P_h - 1)^2}) \right]^{1/2}}{\sum_{h=1}^L w_h \left[(\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P_h(1 - P_h)}{(2P_h - 1)^2}) \right]^{1/2}}$$

ve

$$n_h = n \frac{N_h \left[(\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P_h(1 - P_h)}{(2P_h - 1)^2}) \right]^{1/2}}{\sum_{h=1}^L N_h \left[(\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P_h(1 - P_h)}{(2P_h - 1)^2}) \right]^{1/2}}$$

biçiminde olmaktadır.

\hat{n}_{tb} tahmin edicisinin minimum varyansı ise

$$V(\hat{\pi}_{tb}) = \frac{1}{n} \left[\sum_{h=1}^l w_h \left[(\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P_h(1 - P_h)}{(2P_h - 1)^2}) \right]^{1/2} \right]^2 \quad (2.29.)$$

biçiminde yazılmaktadır.

2.2.2.3. Kim-Elam I modeli

Kim-Elam (2005), her tabakaya farklı rastgeleleştirme cihazlarının uygulandığı iki aşamalı tabakalı R.C. modelini önermiştir. Model, her bir tabakaya en iyi dağıtım yöntemi uygulanarak oluşturulmuştur.

Her tabakadan yerine koyarak basit rastgele örnekleme ile n_h hacimli örnekler seçilmektedir ve tabakalamadan maksimum kazancı sağlamak için her tabakadaki birim sayısının bilindiği varsayılmaktadır. Görüşmenin ilk aşamasında h . tabakadan çekilen örneklemden katılımcı, sırasıyla M_h ve $1 - M_h$ olasılıklarına sahip hassas soru (A) ve "ikinci aşamada R_{2h} rastgeleleştirme cihazına git" ifadelerinden oluşan R_{1h} rastgeleleştirme cihazının kullanımı hakkında bilgilendirilmektedir. İlk aşamada R_{1h} rastgeleleştirme cihazının "ikinci aşamada R_{2h} rastgeleleştirme cihazına git" çıktısına sahip kişiler ikinci aşamaya geçmektedirler ve bu katılımcılar sırasıyla P_h ve $1 - P_h$ olasılıklarına sahip hassas soru kartı (A) ve bunun negatifi (\bar{A}) ifadelerinden oluşan R_{2h} rastgeleleştirme cihazının kullanımı hakkında bilgilendirilmektedir. Katılımcıdan hangi soru kartına sahip olduğunu belirtmeden sadece "evet" ya da "hayır" cevabını vermesi istenmektedir.

Verilen "evet", "hayır" cevaplarının doğru olduğu varsayımı altında ve M_h ve P_h olasılıkları araştırmacı tarafından belirlenmek üzere h . tabakada "evet" cevabını veren katılımcıların oranı

$$z_h = M_h \pi_h + (1 - M_h) [P_h \pi_h + (1 - P_h)(1 - \pi_h)] \quad h = 1, \dots, l \quad (2.30.)$$

eşitliği ile ifade edilmektedir. Burada

M_h : Birinci aşamada h . tabakadan seçilen örneklemden bir katılımcının hassas soru kartına (A) sahip olma olasılığı

$1 - M_h$: Birinci aşamada h . tabakadan seçilen örneklemden bir katılımcının "ikinci aşamada R_{2h} rastgeleleştirme cihazına git" soru kartına sahip olma olasılığı

P_h : İkinci aşamada h . tabakadan seçilen örneklemdaki bir katılımcının hassas soru kartına (A) sahip olma olasılığı

$1 - P_h$: İkinci aşamada h . tabakadan seçilen örneklemdaki bir katılımcının hassas sorunun negatif ifadesinin yer aldığı karta (\bar{A}) sahip olma olasılığı

biçiminde tanımlanmaktadır.

π_h 'in tahmin edicisi

$$\hat{\pi}_h = \frac{\widehat{Z}_h - (1 - M_h)(1 - P_h)}{2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)} \quad h = 1, 2, \dots, l \quad (2.31.)$$

biçiminde hesaplanmaktadır.

\widehat{Z}_h , binom dağılımına ($B(n_h, Z_h)$) sahip olduğundan $\hat{\pi}_h, \pi_h$ 'in yansız bir tahmin edicisidir. $\hat{\pi}_h$ 'nin varyansı ise

$$V(\hat{\pi}_h) = \frac{\pi_h(1 - \pi_h)}{n_h} + \frac{(1 - M_h)(1 - P_h)[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{n_h[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2}$$

biçiminde tanımlanmaktadır.

Farklı tabakalardaki seçimler bağımsız olarak yapıldığından bütün kitle için bir tahmin edici elde etmek için tabakaların tahmin edicileri toplanabilir. Tüm kitledeki hassas özelliğe sahip katılımcıların oranı olarak tanımlanan π_{tb} 'nin tahmin edicisi

$$\hat{\pi}_{tb} = \sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h = \sum_{h=1}^l W_h \left[\frac{\widehat{Z}_h - (1 - M_h)(1 - P_h)}{2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)} \right] \quad (2.32.)$$

olarak bulunur. Eş. 2.32'nin beklenen değeri

$$\begin{aligned} E(\hat{\pi}_{tb}) &= E\left(\sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h\right) \\ &= \sum_{h=1}^l W_h E(\hat{\pi}_h) \\ &= \sum_{h=1}^l W_h \pi_h = \pi_{tb} \end{aligned}$$

biçiminde yazılır ve $\hat{\pi}_{tb}$ tahmin edicisinin π_{tb} için yansız olduğu görülmektedir.

$\hat{\pi}_{tb}$ 'nin varyansı ise

$$\begin{aligned}
 V(\hat{\pi}_{tb}) &= V\left(\sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h\right) \\
 &= \sum_{h=1}^l W_h^2 V(\hat{\pi}_h) \\
 &= \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2}{n_h} \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{(1 - M_h)(1 - P_h)[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right]
 \end{aligned}
 \tag{2.33.}$$

olarak bulunmaktadır. Eş.2.33 'te n_h yerine $n_h - 1$ koyarsak $\hat{\pi}_{tb}$ 'nin yansız minimum varyansı elde edilir.

Genelde π_h bilgisi mevcut değildir. Fakat eğer π_h bilgisi geçmiş deneyimlerden, pilot çalışmalarından mevcut ise bu durum en iyi dağıtım formülünü elde etmemize yardım eder. Kesim 2.2.1'de teorem 1'de verilen bilgiler doğrultusunda Kim-Elam (2005)' in önerdiği R.C. modeli için n_h örneklem genişliği aşağıda verildiği gibi bulunur:

$$\begin{aligned}
 V(\hat{\pi}_{tb}) + \lambda \left(\sum_{h=1}^l c_h n_h - c + c_0 \right) &= \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2}{n_h} \left[\pi_h(1 - \pi_h) + (1 - M_h)(1 - P_h) \right. \\
 &\quad \left. \frac{[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right] + \lambda \left(\sum_{h=1}^l c_h n_h - c + c_0 \right)
 \end{aligned}$$

ifadesini en küçük yapan λ çarpanının bulunması istenir. Bunun için, n_h 'a göre türev alınıp sıfıra eşitlendiğinde

$$-\frac{W_h^2}{n_h^2} \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{(1 - M_h)(1 - P_h)[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right] + \lambda c_h = 0$$

$$h = 1, \dots, l$$

$$n_h \sqrt{\lambda} = \frac{W_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{(1 - M_h)(1 - P_h)[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right]^{1/2}}{\sqrt{c_h}} \quad (2.34.)$$

elde edilir. Tüm l tabaka üzerinden toplam alınırsa

$$n \sqrt{\lambda} = \sum_{h=1}^l \frac{W_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{(1 - M_h)(1 - P_h)[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right]^{1/2}}{\sqrt{c_h}} \quad (2.35.)$$

olarak bulunur. Eş. 2.34 ve Eş. 2.35'in taraf tarafa oranlanmasıyla,

$$\frac{n_h}{n} = \frac{w_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{(1 - M_h)(1 - P_h)[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right]^{1/2} / \sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^l w_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{(1 - M_h)(1 - P_h)[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right]^{1/2} / \sqrt{c_h}} \quad (2.36.)$$

ve

$$\frac{n_h}{n} = \frac{N_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{(1 - M_h)(1 - P_h)[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right]^{1/2} / \sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^l N_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{(1 - M_h)(1 - P_h)[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right]^{1/2} / \sqrt{c_h}}$$

sonucuna varılır. Tabakalar arası birim başına yapılacak gider farklı değilse $c_1 = c_2 = \dots = c_l = c$ yazılabileceğinden Eş. 2.36 tabaka örneklem genişliği,

$$\frac{n_h}{n} = \frac{w_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{(1 - M_h)(1 - P_h)[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right]^{1/2}}{\sum_{h=1}^l w_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{(1 - M_h)(1 - P_h)[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right]^{1/2}}$$

ve

$$n_h = n \frac{w_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{(1 - M_h)(1 - P_h)[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right]^{1/2}}{\sum_{h=1}^l w_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{(1 - M_h)(1 - P_h)[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right]^{1/2}}$$

biçiminde Neyman dağıtım formunu alır.

$\hat{\pi}_{tb}$ tahmin edicisinin minimum varyansı ise

$$V(\hat{\pi}_{tb}) = \frac{1}{n} \left[\sum_{h=1}^L w_h \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{(1 - M_h)(1 - P_h)[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]^{1/2}}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right] \right]^2 \quad (2.37.)$$

biçiminde elde edilir.

2.2.2.4 Kim-Elam II modeli

Kim-Elam (2007), Greenberg et al. (1969)'un ilişkisiz soru R.C. modelini temel alarak her tabakaya farklı rastgeleştirme cihazlarının uygulandığı tabakalı ilişkisiz soru R.C. modelini önermiştir. Önerilen bu modelde h . tabakadaki hassas olmayan, sıradan özelliğe sahip katılımcıların oranı olarak tanımlanan π_{N_h} 'nin bilindiği ve bilinmediği durumlarda en iyi dağıtım yöntemini kullanılarak tabakalı R.C. modeli oluşturulmuştur. Örnek olarak hassas soru kartındaki ifade "Uyuşturucu kullanıyor musunuz?", hassas olmayan sıradan soru kartındaki ifade ise "Ankara'da mı doğdunuz?" şeklinde olabilir. Greenberg et al. (1969), bu şekilde oluşturulmuş bir R.C. modelinde katılımcının daha doğru cevaplar verebileceğini belirtmiştir.

Hassas olmayan, sıradan özellik oranı bilindiğinde R.C. modeli

Her tabakadan yerine koyarak basit rastgele örnekleme ile n_h hacimli örnekler seçilmektedir ve tabakalamadan maksimum kazancı sağlamak için her tabakadaki birim sayısının bilindiği varsayılmaktadır. h . tabakadaki örnekteki katılımcı, sırasıyla P_h ve $1 - P_h$ olasılıklarına sahip hassas soru kartı (A) ve hassas olmayan, sıradan soru kartı (\bar{A}) ifadelerinden oluşan R_h rastgeleştirme cihazının kullanımı hakkında bilgilendirilmektedir. Katılımcıdan hangi soru kartına sahip olduğunu söylemeden sadece "evet" ya da "hayır" cevabını vermesi istenmektedir. Farklı tabakalardaki örneklerde yer alan katılımcılar her biri önceden atanmış farklı olasılıklara sahip farklı rastgeleştirme cihazlarını kullanmaktadır.

Verilen "evet" ve "hayır" cevaplarının doğru olduğu varsayımı altında ve P_h olasılıkları araştırmacı tarafından belirlenmek üzere h . tabakada "evet" cevabı veren katılımcıların oranı

$$Z_h = P_h \pi_h + (1 - P_h) \pi_{Nh} \quad , \quad h = 1, 2, \dots, l \quad (2.38.)$$

biçiminde tanımlanır. Burada

π_{Nh} : h . tabakadaki hassas olmayan, sıradan özelliğe sahip katılımcıların oranı

şeklinde tanımlanır.

π_{Nh} 'nin bilindiği varsayımı altında π_h 'nin tahmin edicisi

$$\hat{\pi}_h = \frac{\widehat{Z}_h - (1 - P_h) \pi_{Nh}}{P_h} \quad h = 1, 2, \dots, l \quad (2.39.)$$

olarak tanımlanır.

\widehat{Z}_h , binom dağılımına ($B(n_h, Z_h)$) sahip olduğu için $\hat{\pi}_h$ tahmin edicisi π_h için

$$V(\hat{\pi}_h / \pi_{Nh}) = \frac{Z_h(1 - Z_h)}{P_h^2 n_h} \quad (2.40.)$$

eşitliği ile yansızdır.

Farklı tabakalardaki seçimler bağımsız yapıldığı için kitledeki hassas özelliğe sahip katılımcıların oranı olarak tanımlanan π_{tb} 'nin yansız tahmin edicisi

$$\hat{\pi}_{tb} = \sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h = \sum_{h=1}^l W_h \left[\frac{\widehat{Z}_h - (1 - P_h) \pi_{Nh}}{P_h} \right] \quad (2.41.)$$

biçiminde tanımlanır.

$\hat{\pi}_h$ tahmin edicisi π_h için yansız olduğundan $\hat{\pi}_{tb}$ 'nin beklenen değeri

$$\begin{aligned} E(\hat{\pi}_{tb}) &= E\left(\sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h\right) \\ &= \sum_{h=1}^l W_h E(\hat{\pi}_h) \\ &= \sum_{h=1}^l W_h \pi_h = \pi_{tb} \end{aligned}$$

biçiminde yazılır.

Kitledeki hassas olmayan, sıradan özelliğe sahip katılımcıların oranı olarak tanımlanan π_{Nh} bilindiğinde $\hat{\pi}_{tb}$ 'nin varyansı ise

$$V(\hat{\pi}_{tb}/\pi_{Nh}) = \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2}{n_h} \left[\frac{Z_h(1-Z_h)}{P_h^2} \right]$$

ya da

$$V(\hat{\pi}_{tb}/\pi_{Nh}) = \sum_{h=1}^L \left(\frac{W_h}{P_h} \right)^2 \frac{Z_h(1-Z_h)}{n_h} \quad (2.42.)$$

eşitliği ile hesaplanır.

Genelde π_h ve π_{Nh} bilgisi mevcut değildir. Fakat eğer π_h ve π_{Nh} bilgisi geçmiş deneyimlerden, pilot çalışmalardan mevcut ise örneklem genişliğini belirlemek için en iyi dağıtım formülünü elde etmemize yardım eder. Kesim 2.2.1'de teorem 1'de verilen bilgiler doğrultusunda Kim-Elam (2007)' in önerdiği R.C. modeli için n_h örneklem genişliği aşağıda verildiği gibi bulunur:

$$V(\hat{\pi}_{tb}) + \lambda \left(\sum_{h=1}^l c_h n_h - c + c_0 \right) = \sum_{h=1}^L \frac{W_h^2}{n_h} \left[\frac{Z_h(1-Z_h)}{P_h^2} \right] + \lambda \left(\sum_{h=1}^l c_h n_h - c + c_0 \right)$$

ifadesini en küçük yapan λ çarpanının bulunması istenir. Bunun için, n_h 'a göre türev alınıp sıfıra eşitlendiğinde

$$-\frac{W_h^2}{n_h^2} \left[\frac{Z_h(1-Z_h)}{P_h^2} \right] + \lambda c_h = 0 \quad h = 1, \dots, l$$

$$n_h \sqrt{\lambda} = \frac{W_h \left[\frac{Z_h(1-Z_h)}{P_h^2} \right]^{1/2}}{\sqrt{c_h}} \quad (2.43.)$$

elde edilir. Tüm l tabaka üzerinden toplam alınırsa

$$n \sqrt{\lambda} = \sum_{h=1}^l \frac{W_h \left[\frac{Z_h(1-Z_h)}{P_h^2} \right]^{1/2}}{\sqrt{c_h}} \quad (2.44.)$$

olarak bulunur. Eş. 2.43 ve Eş. 2.44'ün taraf tarafa oranlanmasıyla,

$$\frac{n_h}{n} = \frac{w_h \left[\frac{Z_h(1-Z_h)}{P_h^2} \right]^{1/2} / \sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^L w_h \left[\frac{Z_h(1-Z_h)}{P_h^2} \right]^{1/2} / \sqrt{c_h}} \quad (2.45.)$$

ve

$$\frac{n_h}{n} = \frac{N_h \left[\frac{Z_h(1-Z_h)}{P_h^2} \right]^{1/2} / \sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^L N_h \left[\frac{Z_h(1-Z_h)}{P_h^2} \right]^{1/2} / \sqrt{c_h}}$$

sonucuna varılır. Tabakalar arası birim başına yapılacak gider farklı değilse $c_1 = c_2 = \dots = c_l = c$ yazılabileceğinden Eş. 2.45 tabaka örneklem genişliği,

$$\frac{n_h}{n} = \frac{w_h \left[\frac{Z_h(1-Z_h)}{P_h^2} \right]^{1/2}}{\sum_{h=1}^L w_h \left[\frac{Z_h(1-Z_h)}{P_h^2} \right]^{1/2}} \quad (2.46.)$$

ve

$$n_h = n \frac{w_h \left[\frac{Z_h(1-Z_h)}{P_h^2} \right]^{1/2}}{\sum_{h=1}^L w_h \left[\frac{Z_h(1-Z_h)}{P_h^2} \right]^{1/2}}$$

biçiminde Neyman dağıtım formunu alır. Eğer Eş. 2.46, Eş. 2.42'de yerine konulursa π_{Nh} verilmişken $\hat{\pi}_{tb}$ tahmin edicisinin minimum varyansı

$$V(\hat{\pi}_{tb}/\pi_{Nh}) = \frac{1}{n} \left[\sum_{h=1}^L \frac{W_h}{P_h} \sqrt{Z_h(1-Z_h)} \right]^2 \quad (2.47.)$$

biçiminde hesaplanır.

$\hat{\pi}_{tb}$ tahmin edicisinin yansız minimum varyansının tahmin edicisi π_{Nh} verilmişken Eş. 2.42'de Z_h yerine \hat{Z}_h ve n_h yerine $n_h - 1$ koyarak elde edilir.

Hassas olmayan, sıradan özellik oranı bilinmediğinde R.C. modeli

Uygulamada π_{Nh} nadiren bilinmektedir ve elde edilmesi de zor olabilmektedir. Önerilen modelde kitle tabakalara ayrılmakta ve her tabakadan iki bağımsız basit rastgele örneklem seçilmektedir. Tabakalamadan maksimum kazancı sağlamak için her tabakadaki birim sayısının bilindiği varsayılmaktadır.

Bu modelde her tabakada iki set rastgeleleştirme cihazı kullanılması gerekmektedir. İlk set ilk örneklemdaki katılımcılar için, ikinci set ise ikinci örneklemdaki katılımcılar için kullanılmaktadır. h . tabakadan gelen ilk örneklemdaki katılımcı sırasıyla P_{h1} ve $1 - P_{h1}$ olasılıklarına sahip hassas soru kartı (A) ve hassas olmayan, sıradan soru kartından (N) oluşan R_{h1} rastgeleleştirme cihazının kullanımı hakkında bilgilendirilmektedir. h . tabakadan gelen ikinci örneklemdaki katılımcı ise sırasıyla P_{h2} ve $1 - P_{h2}$ olasılıklarına sahip hassas soru kartı (A) ve hassas olmayan, sıradan soru kartından (N) oluşan R_{h2} rastgeleleştirme cihazının kullanımı hakkında bilgilendirilmektedir. Katılımcıdan hangi soru kartına sahip olduğunu söylemeden sadece "evet" ya da "hayır" cevabını vermesi istenmektedir. Farklı tabakalardaki örneklerde yer alan katılımcılar her biri önceden atanmış farklı olasılıklara sahip farklı rastgeleleştirme cihazlarını kullanmaktadır. Burada

n_{h1} : h .tabakadan gelen ilk örneklemdaki birimlerin sayısı

n_{h2} : h .tabakadan gelen ikinci örneklemdaki birimlerin sayısı

n_h : her tabakadan gelen her iki örneklemdaki birimlerin toplam sayısı

olarak tanımlanmaktadır.

Verilen "evet" ve "hayır" cevaplarının doğru yapıldığı varsayımı altında ve P_h olasılıkları araştırmacı tarafından belirlenmek üzere h . tabakada 1. ve 2. örneklemdaki "evet" cevabı veren katılımcıların oranı

$$Z_{h1} = P_{h1}\pi_h + (1 - P_{h1})\pi_{Nh} \quad (2.48.)$$

$$Z_{h2} = P_{h2}\pi_h + (1 - P_{h2})\pi_{Nh} \quad h = 1, 2, \dots, l \quad (2.49.)$$

biçiminde tanımlanır. Burada

Z_{h1} : h . tabakadan gelen ilk örneklemdaki "evet" cevabını veren katılımcıların oranı

Z_{h2} : h . tabakadan gelen ikinci örneklemdaki "evet" cevabını veren katılımcıların oranı

olarak tanımlanmaktadır.

Eş. 2.48 ve Eş. 2.49'dan π_{Nh}

$$\pi_{Nh} = \frac{Z_{h1} - P_{h1}\pi_h}{1 - P_{h1}} = \frac{Z_{h2} - P_{h2}\pi_h}{1 - P_{h2}} \quad (2.50.)$$

olarak elde edilir.

Yukarıdaki eşitlikten

$$\pi_h = \frac{1}{P_{h1} - P_{h2}} [Z_{h1}(1 - P_{h2}) - Z_{h2}(1 - P_{h1})] \quad (2.51.)$$

eşitliği elde edilir.

π_h 'nin tahmin edicisi ise

$$\hat{\pi}_h = \frac{1}{P_{h1} - P_{h2}} [\hat{Z}_{h1}(1 - P_{h2}) - \hat{Z}_{h2}(1 - P_{h1})] \quad , \quad h = 1, 2, \dots, l \quad (2.52.)$$

biçiminde elde edilir. Burada

\hat{Z}_{h1} : h . tabakadan gelen ilk örnekleme'deki "evet" cevaplarının gözlenen oranı

\hat{Z}_{h2} : h . tabakadan gelen ikinci örnekleme'deki "evet" cevaplarının gözlenen oranı

olarak tanımlanmaktadır.

\hat{Z}_{h1} ve \hat{Z}_{h2} binom dağılımına ($B(n_{h1}, Z_{h1})$ ve $B(n_{h2}, Z_{h2})$) sahip olduğundan $\hat{\pi}_h$ tahmin edicisi π_h için

$$\begin{aligned} V(\hat{\pi}_h) &= \left(\frac{1}{P_{h1} - P_{h2}} \right)^2 \{ V(\hat{Z}_{h1})(1 - P_{h2})^2 + V(\hat{Z}_{h2})(1 - P_{h1})^2 \} \\ &= \left(\frac{1}{P_{h1} - P_{h2}} \right)^2 \left\{ \frac{Z_{h1}(1 - Z_{h1})}{n_{h1}} (1 - P_{h2})^2 + \frac{Z_{h2}(1 - Z_{h2})}{n_{h2}} (1 - P_{h1})^2 \right\} \quad (2.53.) \end{aligned}$$

eşitliği ile yansızdır.

Cauchy-Schwarz eşitsizliği kullanılarak,

$$\left(\frac{1}{P_{h1} - P_{h2}} \right)^2 \left\{ \frac{Z_{h1}(1 - Z_{h1})}{n_{h1}} (1 - P_{h2})^2 + \frac{Z_{h2}(1 - Z_{h2})}{n_{h2}} (1 - P_{h1})^2 \right\} \{n_{h1} + n_{h2}\} \geq$$

$$\left(\frac{1 - P_{h2}}{P_{h1} - P_{h2}} \sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + \frac{1 - P_{h1}}{P_{h1} - P_{h2}} \sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})} \right)^2 \quad (2.54.)$$

elde edilir. Bu eşitsizliği kullanarak $\hat{\pi}_h$ tahmin edicisinin minimum varyansı

$$V(\hat{\pi}_h) = \frac{1}{n_h(P_{h1} - P_{h2})^2} \left[(1 - P_{h2})\sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1})\sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})} \right]^2 \quad (2.55.)$$

biçiminde elde edilir.

Farklı tabakalardaki seçimler bağımsız olarak yapıldığından bütün kitle için bir tahmin edici elde etmek için tabakaların tahmin edicileri toplanabilir. Kitledeki hassas özelliğe sahip katılımcıların oranı olarak tanımlanan π_{tb} 'nin tahmin edicisi

$$\hat{\pi}_{tb} = \sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h = \sum_{h=1}^l \frac{W_h}{P_{h1} - P_{h2}} [\hat{Z}_{h1}(1 - P_{h2}) - \hat{Z}_{h2}(1 - P_{h1})] \quad (2.56.)$$

biçiminde tanımlanır.

$\hat{\pi}_h$ tahmin edicisi π_h için yansız olduğundan $\hat{\pi}_{tb}$ 'nin beklenen değeri

$$\begin{aligned} E(\hat{\pi}_{tb}) &= E\left(\sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h\right) \\ &= \sum_{h=1}^l W_h E(\hat{\pi}_h) \\ &= \sum_{h=1}^l W_h \pi_h = \pi_{tb} \end{aligned}$$

biçiminde yazılır.

$\hat{\pi}_{tb}$ 'nin varyansı ise

$$V(\hat{\pi}_{tb}) = \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2}{n_h} \left[\frac{(1 - P_{h2})\sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1})\sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})}}{(P_{h1} - P_{h2})} \right]^2 \quad (2.57.)$$

eşitliği ile hesaplanır.

Genelde π_h ve π_{Nh} bilgisi mevcut değildir. Fakat eğer π_h ve π_{Nh} bilgisi geçmiş deneyimlerden, pilot çalışmalardan mevcut ise bu durum en iyi dağıtım formülünü elde etmemize yardım eder. Kesim 2.2.1'de Teorem 1'de verilen bilgiler

doğrultusunda Kim and Elam (2007)' in önerdiği R.C. modeli için n_h örneklem genişliği aşağıda verildiği gibi bulunur:

$$V(\hat{\pi}_{tb}) + \lambda \left(\sum_{h=1}^l c_h n_h - c + c_0 \right) = \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2}{n_h} \left[\frac{(1 - P_{h2})}{(P_{h1} - P_{h2})} \sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} \right. \\ \left. + \frac{(1 - P_{h1})}{(P_{h1} - P_{h2})} \sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})} \right]^2 + \lambda \left(\sum_{h=1}^l c_h n_h - c + c_0 \right)$$

ifadesini en küçük yapan λ çarpanının bulunması istenir. Bunun için, n_h 'a göre türev alınıp sıfıra eşitlendiğinde

$$-\frac{W_h^2}{n_h^2} \left[\frac{(1 - P_{h2})\sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1})\sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})}}{(P_{h1} - P_{h2})} \right]^2 + \lambda c_h = 0 \quad h = 1, \dots, l \quad (2.58.)$$

$$n_h \sqrt{\lambda} = \frac{W_h \left[\frac{(1 - P_{h2})\sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1})\sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})}}{(P_{h1} - P_{h2})} \right]}{\sqrt{c_h}} \quad (2.59.)$$

elde edilir.

Tüm l tabaka üzerinden toplam alınırsa

$$n \sqrt{\lambda} = \sum_{h=1}^l \frac{W_h \left[\frac{(1 - P_{h2})\sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1})\sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})}}{(P_{h1} - P_{h2})} \right]}{\sqrt{c_h}} \quad (2.60.)$$

olarak bulunur. Eş. 2.58 ve Eş. 2.59'un taraf tarafa oranlanmasıyla,

$$\frac{n_h}{n} = \frac{W_h \left[\frac{(1 - P_{h2})\sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1})\sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})}}{(P_{h1} - P_{h2})} \right] / \sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^l W_h \left[\frac{(1 - P_{h2})\sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1})\sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})}}{(P_{h1} - P_{h2})} \right] / \sqrt{c_h}}$$

ve

$$\frac{n_h}{n} = \frac{N_h \left[\frac{(1 - P_{h2})\sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1})\sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})}}{(P_{h1} - P_{h2})} \right] / \sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^l N_h \left[\frac{(1 - P_{h2})\sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1})\sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})}}{(P_{h1} - P_{h2})} \right] / \sqrt{c_h}}$$

sonucuna varılır. Tabakalar arası birim başına yapılacak gider farklı değilse $c_1 = c_2 = \dots = c_l = c$ yazılabileceğinden Eş. 2.60 tabaka örneklem genişliği,

$$\frac{n_h}{n} = \frac{w_h \left[\frac{(1 - P_{h2})\sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1})\sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})}}{(P_{h1} - P_{h2})} \right]}{\sum_{h=1}^L w_h \left[\frac{(1 - P_{h2})\sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1})\sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})}}{(P_{h1} - P_{h2})} \right]} \quad (2.61.)$$

ve

$$n_h = n \frac{w_h \left[\frac{(1 - P_{h2})\sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1})\sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})}}{(P_{h1} - P_{h2})} \right]}{\sum_{h=1}^L w_h \left[\frac{(1 - P_{h2})\sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1})\sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})}}{(P_{h1} - P_{h2})} \right]}$$

biçiminde Neyman dağıtım formunu alır.

$\hat{\pi}_{tb}$ tahmin edicisinin minimum varyansı

$$V(\hat{\pi}_{tb}) = \frac{1}{n} \left[\sum_{h=1}^L \frac{w_h \left[\frac{(1 - P_{h2})\sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1})\sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})}}{(P_{h1} - P_{h2})} \right]}{\left[\frac{(1 - P_{h2})\sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1})\sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})}}{(P_{h1} - P_{h2})} \right]} \right]^2 \quad (2.62.)$$

biçiminde hesaplanır.

$\hat{\pi}_{tb}$ tahmin edicisinin yansız minimum varyansının tahmin edicisi Eş. 2.57'de Z_h yerine \hat{Z}_h ve n_h yerine $n_h - 1$ koyarak elde edilir.

3. SONRADAN TABAKALAMALI ÖRNEKLEME

Hedef kitle birimlerinin yaş, cinsiyet, meslek, eğitim ve benzer özelliklere göre farklılıklar göstermesi nedeniyle yığında tabakalama yapılmak istenilebilir. Ancak bu bilgiler örnekleme öncesinde birim düzeyinde mevcut olmayabilir. Böyle bir durumda tabakalı örnekleme uygulamak mümkün olmaz.

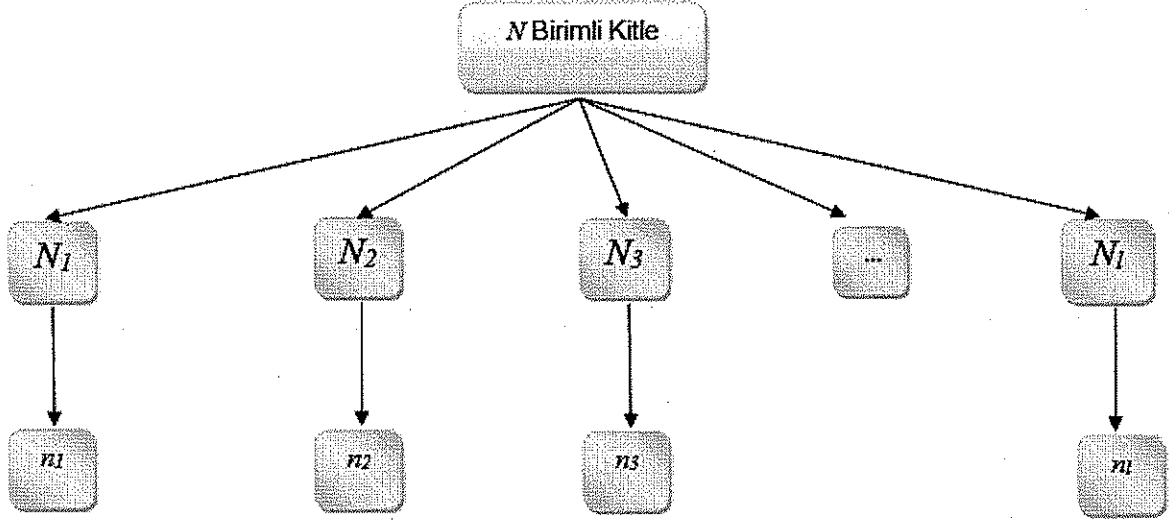
Guy (1979), tabakalı örnekleme yöntemi yapılabilmesi için her bir tabakadaki kitle büyüklüklerinin ve hangi birimin hangi tabakaya ait olduğunun tabakalama öncesinde biliniyor olması gerektiğini belirtmiştir. Tabakaların kendi içinde homojen, kendi aralarında ise heterojen yapıda olması istenir. Bir birimin hangi tabakaya ait olduğu örnekleme yapıldıktan sonra ancak belirlenebiliyorsa tabaka sonradan tabaka olarak adlandırılır.

Tabakalamada kullanılan değişkenlerin toplam düzeyindeki bilgileri dış kaynaklardan, nüfus sayımlarından, yerel kayıtlar, şirket kayıtlarından vb. sağlanabilir. Eğer örnek seçiminden sonra birimler değişken veya değişkenlere göre sınıflandırılıyorsa bu durumda bilinen N_h , tabaka büyüklüğü her bir gözede kitle toplamlarının tahminlerini elde etmek için kullanılabilir. Bu tahminler bir araya getirildiğinde toplam kitle tahminini sağlar ve bu işlem sonradan tabakalama (poststratification) olarak bilinir.

Sonradan tabakalama iyi bilinen ve çokça kullanılan bir ağırlıklandırma yöntemidir. Bethlehem and Kersten (1985), sonradan tabakalamanın ardında yatan düşüncenin örnekten derlenen bilgilere göre yığını homojen tabakalara ayırmak olduğunu belirtmişlerdir. Bethlehem and Keller (1987), tabakalar ilgili değişkene göre homojen olduğunda doğrulukta artış sağlandığını ifade etmişlerdir. Tabakalar ilgili değişkenlere veya yanıt olasılıklarına göre homojen olduğunda yanı azaltır (Alkaya, 2009).

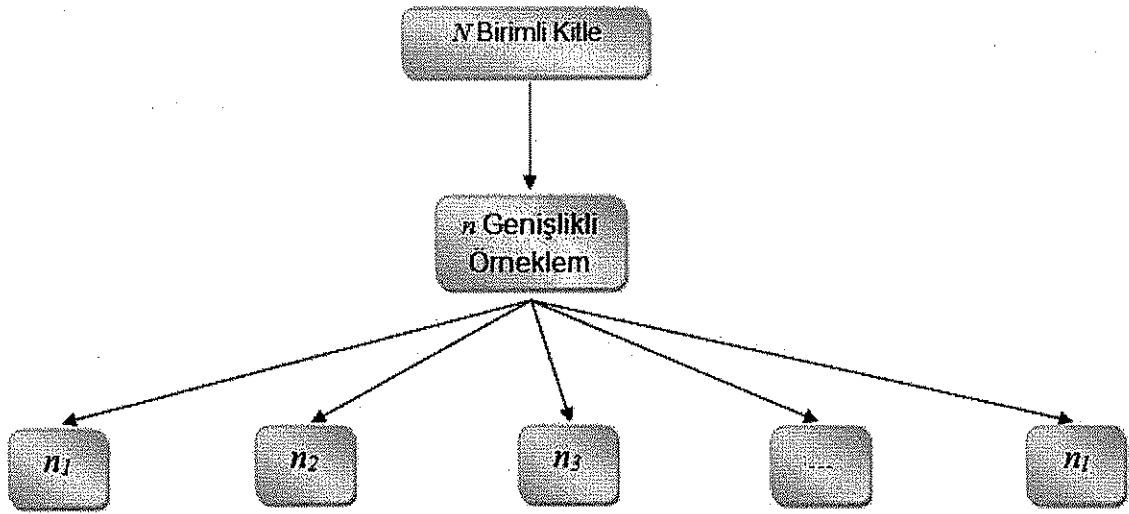
Tabakalı rastgele örneklemede; N birimlik kitle, h . tabakasında N_h birim bulunan,

$\sum_{h=1}^l N_h = N$ olan l homojen alt gruba ayrılmaktadır. h . tabaka kitle genişliği N_h , örneklem genişliği n_h ve toplam örneklem genişliği $\sum_{h=1}^l n_h = n$ olan basit rastgele örnekleme yöntemiyle seçilmiş bir örnekleme düzenidir. Tabakalı örnekleme düzeni aşağıdaki şekilde verilmiştir (Singh, 2003).



Şekil 3.1. Tabakalı örnekleme yönteminde örnekleme düzeni

Sonradan tabakalama yönteminde ise; N genişliğindeki bir kitleden n büyüklüğünde bir örneklem basit rastgele örnekleme yöntemi ile seçilmekte; kitle, mevcut yardımcı değişken yardımıyla l tabakaya ayrılmaktadır. N_h , $h=1,2,\dots,l$ değerleri ve $\sum_{h=1}^l N_h = N$ bilinmeyebilir. Her örneklem birimi belirlenen bir örnekleme yöntemiyle seçilerek sonradan tabakalandırılabilir veya her örneklem yardımcı bilgi ile ilişkili olarak $\sum_{h=1}^l n_h = n$ olacak şekilde seçilebilir (Singh, 2003). Sonradan tabakalamalı örnekleme yönteminde örnekleme düzeni aşağıdaki şekilde verilmiştir (Aksu, 2009).



Şekil 3.2. Sonradan tabakalamalı örnekleme yönteminde örnekleme düzeni

Sonradan tabakalama, T.R.Ö'de olduğu gibi örneklem seçiminden önce her birimin sınıflamasını ve tabakalara ayrılmasını gerektirmez. Uygulamada çoğu zaman

kitleyi örneklem seçiminden önce tabakalara ayırmak olanaksızdır. Fakat tabakalama işlemini tahmin aşamasında örnekler üzerinden uygulamak ve önceden yapılacak tabakalamanın sağladığı faydaların büyük bir kısmını elde etmek mümkün olabilir. Garrie (1967), sonradan tabakalamanın üç temel prensibinin

- Tahminlerin güvenilirliğini artırmak ,
- Kitleden seçilen, ölçmek istenilen özelliklere sahip olmayan örneklem birimlerini ayıklamak,
- Birden fazla kitlenin bulunduğu bir çalışmada, bir kitleden alınan örnek birimlerini diğer kitlelerden ayırmak

olduğunu belirtmiştir. Esin (1975), bir kitlenin tabakalara ayrılabilmesi için birimlerin, incelenen nitelik ve niteliklere ilişkin olduğu ve ölçümlerinin, tam olmasa bile, yaklaşık olarak bilinmesi gerektiğini söylemiştir. Ancak bazen tabakalama için gerekli olan bilgiler elde bulunmayabilir. Bu durumda ortalama ve toplam tahminlerinin varyansları tabakalama formüllerinden hesaplanamaz. Fakat yine de tabakalamanın avantajlarından yararlanmak mümkündür. Bazı değişkenler tabakalama için uygun olsa da örnekleme birimlerinin hangi tabakalardan alınacağı, veriler toplanmadan bilinmez. Örneğin kişi özelliklerinden yaş, cinsiyet, ırk ve tahsil durumu bu konuda belirtilen alışılmış örneklerdir (Aksu, 2009).

3.1. Basit Tahmin

Sonradan tabakalama yönteminde ortalama tahmini tabakalı rastgele örneklemede olduğu gibi;

$$\bar{y}_{tb} = \sum_h^l W_h \bar{y}_h \quad (3.1.)$$

biçiminde tanımlanır.

Thompson (1992), birime sahip olmayan tabaka yoksa sonradan tabakalama yönteminde ortalama tahmininin; \bar{y}_{tb} , kitle ortalamasının yansız bir tahmini olduğunu belirtmiştir.

Kitle toplamının tahmini ise,

$$\hat{Y}_{tb} = N\bar{y}_{tb} = \sum_{h=1}^l N_h \bar{y}_h \quad (3.2.)$$

biçiminde yazılır.

Sonradan tabakalamada varyanslar n_h 'ların bilindiği ve bilinmediği durumlar olmak üzere iki farklı biçimde tanımlanır. n_h 'ların bilindiği durumda n_h 'lar sabittir. Dolayısıyla bu durumda sonradan tabakalama yönteminde ortalamanın varyansı tabakalı rastgele örneklemedeki varyansa eşittir (Aksu, 2009).

n_h 'ların sabit olduğu durumda \bar{y}_{tb} ortalama tahmininin varyansı;

$$V(\bar{y}_{tb}|n) = \sum_{h=1}^l W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) S_h^2 \quad (3.3.)$$

şeklinde hesaplanır. \hat{Y}_{tb} toplam tahmininin varyansı ise,

$$\begin{aligned} V(\hat{Y}_{tb}|n) &= N^2 V(\bar{y}_{tb}) \\ &= \sum_{h=1}^l N_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) S_h^2 \end{aligned} \quad (3.4.)$$

ile bulunur (Singh, 2003).

n_h 'ların bilinmediği durumda ise n_h 'lar raslantı değişkenidir. \bar{y}_{tb} ortalama tahminine ilişkin varyans aşağıda gösterildiği gibi elde edilir. Varyans tanımından yararlanılarak;

$$V(\bar{y}_{tb}) = E(\bar{y} - \bar{Y})^2 = E[E_{n_h}(y - \bar{Y})^2] \quad (3.5.)$$

yazılabilir. E_{n_h} , n_1, n_2, \dots, n_h 'lerin beklenen değerini ifade eder. Fakat $E_{n_h}(y - \bar{Y})^2$ ise, h tabakadan n elemanlı tabakalı rastgele örnekleme dayanan örneklem ortalamasının varyansıdır. Dolayısıyla, sonradan tabakalama yönteminde ortalama tahmininin varyansı;

$$\begin{aligned} V(\bar{y}_{tb}) &= E_{n_h}(y - \bar{Y})^2 \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_h^l N_h^2 \frac{N_h - n_h}{N_h} \frac{S_h^2}{n_h} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{N^2} \sum_h^l N_h^2 S_h^2 \frac{1}{E(n_h)} - \frac{1}{N^2} \sum_h^l N_h S_h^2 \\
&= \sum_h^l W_h^2 S_h^2 E\left(\frac{1}{n_h}\right) - \frac{1}{N} \sum_h^l W_h S_h^2
\end{aligned} \tag{3.6}$$

biçiminde bulunur.

Thompson (1992), sonradan tabakalama yönteminde örneklem basit rastgele örnekleme ile çekildiğinden h . tabakadaki örneklem birimlerinin sayısının, n_h 'ların $E(n_h) = nN_h/N$ ile hipergeometrik dağılım gösterdiğini belirtmiştir.

n_h 'ların varyansı ise,

$$V(n_h) = \frac{N}{N-1} (1-f) \frac{(1-W_h)}{nW_h} \tag{3.7}$$

ile hesaplanır (Aksu, 2009). Esin (1975), hesaplarda kolaylık sağlaması için $N/(N-1)$ ve $(1-f)$ ihmal edilerek,

$$V(n_h) = \frac{(1-W_h)}{nW_h} \tag{3.8}$$

şeklinde yazılabileceğini belirtmiştir.

Eş. 3.6'nın beklenen değerini bulmak için $E(1/n_h)$ 'in değerini bulmak gerekir. Bu değer için farklı kaynaklarda farklı yaklaşımlar kullanılmıştır. Hansen et al. (1953), Stephan (1945) tarafından hesaplanan değeri kullanmıştır (Aksu, 2009).

$$\Delta n_h = \frac{n_h - E(n_h)}{E(n_h)} \text{ için;}$$

$$\begin{aligned}
E\left(\frac{1}{n_h}\right) &= \frac{1}{E(n_h)} E\{1 - \Delta n_h + (\Delta n_h)^2 - \dots\} \\
&\cong \frac{1}{E(n_h)} \{1 + V(n_h)\} \\
&\cong \frac{1}{nW_h} \{1 + V(n_h)\}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

elde edilir. $V(n_h)$ ifadesi Eş. 3.9'da yerine konulduğunda

$$E\left(\frac{1}{n_h}\right) \cong \frac{1}{nW_h} \left\{ 1 + \frac{(1-W_h)}{nW_h} \right\}$$

$$\cong \sum_{h=1}^l \frac{1}{nW_h} + \frac{(1-W_h)}{n^2W_h^2} \quad (3.10.)$$

elde edilir.

Bu değer Eş. 3.6'da formülünde yerine konulduğunda

$$V(\bar{y}_{tb}) = \frac{1}{n} \sum_{h=1}^l W_h S_h^2 + \frac{1}{n^2} \sum_{h=1}^l (1-W_h) S_h^2 - \frac{1}{N} \sum_{h=1}^l W_h S_h^2$$

$$= \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) \sum_{h=1}^l W_h S_h^2 + \frac{1}{n^2} \sum_{h=1}^l (1-W_h) S_h^2$$

$$= \frac{(1-f)}{n} \sum_{h=1}^l W_h S_h^2 + \frac{1}{n^2} \sum_{h=1}^l (1-W_h) S_h^2 \quad (3.11.)$$

biçiminde elde edilir.

\hat{Y}_{tb} kitle toplamı tahmininin varyansı ise

$$V(\hat{Y}_{tb}) = N \frac{N-n}{n} \sum_{h=1}^l W_h S_h^2 + N \frac{1}{n^2} \sum_{h=1}^l (1-W_h) S_h^2 \quad (3.12.)$$

formülü ile hesaplanır.

3.2. Sonradan Tabakalamalı Örneklemde Rastgeleleştirilmiş Cevap Modelleri

Bu kesimde T.R.Ö için önerilen R.C. modellerinin sonradan tabakalamalı örneklemede de kullanılabileceği gösterilmiştir.

3.2.1. Hong K. et al. modeli

Sonradan tabakalamalı örnekleme yönteminde Hong K. et al. (1994)'un önerdiği hassas özelliğe sahip katılımcıların oran tahmini, Kesim 2.2.2.1'de Eş. 2.17'de verildiği gibi tanımlanabilir:

$$\hat{\pi}_{stH} = \sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h = \sum_{h=1}^l W_h \left[\frac{\widehat{Z}_h - (1-P)}{2P-1} \right] \quad (3.13.)$$

Sonradan tabakalamada varyanslar n_h 'ların bilindiği ve bilinmediği durumlar olmak üzere iki farklı biçimde tanımlanır. n_h 'ların bilindiği durumda n_h 'lar sabittir. Dolayısıyla bu durumda sonradan tabakalama yönteminde kitleden çekilen örneklemedeki hassas özelliğe sahip katılımcıların oranı olarak tanımlanan $\hat{\pi}_{stH}$ 'nin varyansı Kesim 2.2.2.1 Eş. 2.18'de verilen Hong K. et al.'un tabakalı rastgele örneklemedeki $\hat{\pi}_{tb}$ varyans formülü ile aynı olur.

n_h 'ların bilinmediği durumda ise n_h 'lar raslantı değişkeni olduğundan Kesim 3.1'de Eş. 3.10'da elde edilen $E\left(\frac{1}{n_h}\right)$ ifadesi, $\hat{\pi}_{stH}$ 'nin varyans formülünde n_h yerine yazılır. $\hat{\pi}_{stH}$ 'nin sonradan tabakalamalı örnekleme yönteminde varyansı

$$\begin{aligned} V(\hat{\pi}_{stH}) &= V\left(\sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h\right) \\ &= \sum_{h=1}^l W_h^2 V(\hat{\pi}_h) \\ &= \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2}{n_h} \left[\pi_h(1-\pi_h) + \frac{P(1-P)}{(2P-1)^2} \right] \\ &= \sum_{h=1}^l W_h^2 E\left(\frac{1}{n_h}\right) \left[\pi_h(1-\pi_h) + \frac{P(1-P)}{(2P-1)^2} \right] \\ &= \sum_{h=1}^l W_h^2 \left[\frac{1}{nW_h} + \frac{1-W_h}{n^2W_h^2} \right] \left[\pi_h(1-\pi_h) + \frac{P(1-P)}{(2P-1)^2} \right] \\ &= \sum_{h=1}^l \frac{W_h(n-1) + 1}{n^2} \left[\pi_h(1-\pi_h) + \frac{P(1-P)}{(2P-1)^2} \right] \end{aligned} \quad (3.14.)$$

biçiminde elde edilir.

3.2.2. Kim- Warde modeli

Sonradan tabakalamalı örnekleme yönteminde Kim and Warde (2004) 'in önerdiği hassas özelliğe sahip katılımcıların oran tahmini, Kesim 2.2.2.2 Eş. 2.24'te verildiği gibi tanımlanabilir:

$$\hat{\pi}_{stKW} = \sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h = \sum_{h=1}^l W_h \left[\frac{\widehat{Z}_h - (1 - P_h)}{2P_h - 1} \right] \quad (3.15.)$$

n_h 'ların bilindiği durumda sonradan tabakalama yönteminde kitleden çekilen örneklemedeki hassas özelliğe sahip katılımcıların oranı olarak tanımlanan $\hat{\pi}_{stKW}$ 'nin varyansı Kesim 2.2.2.2 Eş.2.25'de verilen Kim-Warde'in tabakalı rastgele örneklemedeki $\hat{\pi}_{tb}$ varyans formülü ile aynıdır.

n_h 'ların bilinmediği durumda ise n_h 'lar raslantı değişkeni olduğundan Kesim 3.1'de Eş. 3.10'da elde edilen $E\left(\frac{1}{n_h}\right)$ ifadesi, $\hat{\pi}_{stKW}$ 'nin varyans formülünde n_h yerine yazılır ise $\hat{\pi}_{stKW}$ tahmininin sonradan tabakalamalı örnekleme yönteminde varyansı

$$\begin{aligned} V(\hat{\pi}_{stKW}) &= V\left(\sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h\right) \\ &= \sum_{h=1}^l W_h^2 V(\hat{\pi}_h) \\ &= \sum_{h=1}^l W_h^2 E\left(\frac{1}{n_h}\right) \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P_h(1 - P_h)}{(2P_h - 1)^2} \right] \\ &= \sum_{h=1}^l W_h^2 \left[\frac{1}{nW_h} + \frac{1 - W_h}{n^2 W_h^2} \right] \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P_h(1 - P_h)}{(2P_h - 1)^2} \right] \\ &= \sum_{h=1}^l \frac{W_h(n - 1) + 1}{n^2} \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{P_h(1 - P_h)}{(2P_h - 1)^2} \right] \end{aligned} \quad (3.16.)$$

biçiminde elde edilir.

3.2.3. Kim-Elam I modeli

Sonradan tabakalamalı örnekleme yönteminde Kim and Elam (2005) 'ın önerdiği hassas özelliğe sahip katılımcıların oran tahmini, Kesim 2.2.2.3'de Eş. 2.32'de verildiği gibi

$$\hat{\pi}_{stKEI} = \sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h = \sum_{h=1}^l W_h \left[\frac{\widehat{Z}_h - (1 - M_h)(1 - P_h)}{2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)} \right] \quad (3.17.)$$

şeklinde tanımlanır.

n_h 'ların bilindiği durumda sonradan tabakalama yönteminde kitleden çekilen örneklemedeki hassas özelliğe sahip katılımcıların oranı olarak tanımlanan $\hat{\pi}_{stKEI}$ 'in varyansı Kesim 2.2.2.3 Eş. 2.33'te verilen Kim-Elam I'in tabakalı rastgele örneklemedeki $\hat{\pi}_{tb}$ varyansına eşit olur.

n_h 'ların bilinmediği durumda ise n_h 'lar raslantı değişkeni olduğundan Kesim 3.1'de Eş. 3.10'da elde edilen $E\left(\frac{1}{n_h}\right)$ ifadesi, $\hat{\pi}_{stKEI}$ 'in varyans formülünde n_h yerine yazılır. $\hat{\pi}_{stKEI}$ tahmininin sonradan tabakalamalı örnekleme yönteminde varyansı

$$\begin{aligned} V(\hat{\pi}_{stKEI}) &= V\left(\sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h\right) \\ &= \sum_{h=1}^l W_h^2 V(\hat{\pi}_h) \\ &= \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2}{n_h} \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{(1 - M_h)(1 - P_h)[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right] \\ &= \sum_{h=1}^l W_h^2 E\left(\frac{1}{n_h}\right) \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{(1 - M_h)(1 - P_h)[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right] \\ &= \sum_{h=1}^l W_h^2 \left[\frac{1}{nW_h} + \frac{1 - W_h}{n^2 W_h^2} \right] \left[\pi_h(1 - \pi_h) + (1 - M_h)(1 - P_h) \right. \\ &\quad \left. \frac{[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right] \end{aligned}$$

$$= \sum_{h=1}^l \frac{W_h(n-1) + 1}{n^2} \left[\pi_h(1 - \pi_h) + \frac{(1 - M_h)(1 - P_h)[1 - (1 - M_h)(1 - P_h)]}{[2P_h - 1 + 2M_h(1 - P_h)]^2} \right] \quad (3.18.)$$

biçiminde tanımlanır.

3.2.4. Kim-Elam II modeli

Sonradan tabakalı örneklem yönteminde Kim and Elam (2007)'in önerdiği hassas olmayan, sıradan özellik oranının bilinmediği durumda hassas özelliğe sahip katılımcıların oran tahmini, Kesim 2.2.2.4'de Eş. 2.56'da verildiği gibi

$$\hat{\pi}_{tb} = \sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h = \sum_{h=1}^l \frac{W_h}{P_{h1} - P_{h2}} [\hat{Z}_{h1}(1 - P_{h2}) - \hat{Z}_{h2}(1 - P_{h1})] \quad (3.19.)$$

tanımlanır.

n_h 'ların bilindiği durumda sonradan tabakalama yönteminde kitleden çekilen örneklemedeki hassas özelliğe sahip katılımcıların oranı olarak tanımlanan $\hat{\pi}_{st_{KE II}}$ 'nin varyansı Kesim 2.2.2.4 Eş 2.57'de verilen Kim- Elam II 'nin tabakalı rastgele örneklemedeki $\hat{\pi}_{tb}$ varyansına eşit olur.

n_h 'ların bilinmediği durumda ise n_h 'lar raslantı değişkeni olduğundan Kesim 3.1'de Eş. 3.10'da elde edilen $E\left(\frac{1}{n_h}\right)$ ifadesi, $\hat{\pi}_{st_{KE II}}$ 'nin varyans formülünde n_h yerine yazılır. $\hat{\pi}_{st_{KE II}}$ tahmini için sonradan tabakalı örneklemde varyans

$$\begin{aligned} V(\hat{\pi}_{st_{KE II}}) &= V\left(\sum_{h=1}^l W_h \hat{\pi}_h\right) \\ &= \sum_{h=1}^l W_h^2 V(\hat{\pi}_h) \\ &= \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2}{n_h (P_{h1} - P_{h2})^2} \left[(1 - P_{h2}) \sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1}) \sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})} \right]^2 \\ &= \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2}{(P_{h1} - P_{h2})^2} E\left(\frac{1}{n_h}\right) \left[(1 - P_{h2}) \sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1}) \sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})} \right]^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{h=1}^l \frac{W_h^2}{(P_{h1} - P_{h2})^2} \left[\frac{1}{nW_h} + \frac{1 - W_h}{n^2 W_h^2} \right] \left[(1 - P_{h2})\sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} \right. \\
&\quad \left. + (1 - P_{h1})\sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})} \right]^2 \\
&= \sum_{h=1}^l \frac{W_h(n-1) + 1}{(P_{h1} - P_{h2})^2 n^2} \left[(1 - P_{h2})\sqrt{Z_{h1}(1 - Z_{h1})} + (1 - P_{h1})\sqrt{Z_{h2}(1 - Z_{h2})} \right]^2
\end{aligned}$$

(3.20.)

biçiminde tanımlanır.

4. GÖRELİ ETKİNLİK KARŞILAŞTIRMALARI

4.1. Tabakalı Rastgele Örneklemede Rastgeleleştirilmiş Cevap Modellerinin Görelî Etkinlik Karşılaştırmaları

T.R.Ö'de "Hong K. et al." ve "Kim-Warde" R.C. modelleri için $P_h \neq P$ olduğunda varyanslardan görelî etkinliği hesaplamak zor olduğundan Kim- Warde deneysel bir çalışma yapmıştır. Deneysel çalışmada $P=P_1, P_2>P_1$ ve kitlede iki tabaka olduğu varsayılmıştır (Kim and Warde, 2004). Verilen $P=0,6; 0,7; 0,8; 0,9$, $\pi_1 = 0,08; 0,28; 0,48; 0,68; 0,88$, $\pi_2 = 0,13; 0,33; 0,53; 0,73; 0,93$, $w_h = 0,7; 0,3$ değerlerinde Eş. 2.18 ve Eş. 2.25'den elde edilen "Hong K. et al." ve "Kim- Warde" R.C. modellerinin varyans değerleri sırasıyla Çizelge 4.1 ve Çizelge 4.2 'de verilmiştir.

Çizelge 4.1. Tabakalı rastgele örneklemede "Hong K. et al." R.C. modeli için varyans değerleri

π_1	π_2	W_1	W_2	π_{th}	P			
					0,6	0,7	0,8	0,9
0,08	0,13	0,7	0,3	0,095	0,0060855	0,0013980	0,0005299	0,0002261
		0,3	0,7	0,115	0,0061013	0,0014138	0,0005457	0,0002419
0,28	0,33	0,7	0,3	0,295	0,0062075	0,0015200	0,0006519	0,0003481
		0,3	0,7	0,315	0,0062153	0,0015278	0,0006597	0,0003559
0,48	0,53	0,7	0,3	0,495	0,0062495	0,0015620	0,0006939	0,0003901
		0,3	0,7	0,515	0,0062493	0,0015618	0,0006937	0,0003899
0,68	0,73	0,7	0,3	0,695	0,0062115	0,0015240	0,0006559	0,0003521
		0,3	0,7	0,715	0,0062033	0,0015158	0,0006477	0,0003439
0,88	0,93	0,7	0,3	0,895	0,0060935	0,0014060	0,0005379	0,0002341
		0,3	0,7	0,915	0,0060773	0,0013898	0,0005217	0,0002179

Çizelge 4.2. Tabakalı rastgele örneklemede "Kim-Warde" R.C. modelii için varyans değerleri

		$P=P_1$											
		0,6			0,7			0,8			0,9		
π_1	π_2	W_1	W_2	π_{1b}	$P_2=0,7$	$P_2=0,8$	$P_2=0,8$	$P_2=0,9$	$P_2=0,9$	$P_2=0,9$	$P_2=0,95$	$P_2=0,93$	$P_2=0,95$
0,08	0,13	0,7	0,3	0,095	0,0043402	0,0037991	0,0010986	0,0009511	0,0004289	0,0003946	0,0002103	0,0002010	
		0,3	0,7	0,115	0,0024810	0,0015927	0,0007672	0,0004981	0,0003232	0,0002561	0,0002050	0,0001840	
0,28	0,33	0,7	0,3	0,295	0,0044721	0,0039520	0,0012234	0,0010853	0,0005522	0,0005203	0,0003321	0,0003228	
		0,3	0,7	0,315	0,0026049	0,0017375	0,0008840	0,0006243	0,0004384	0,0003738	0,0003189	0,0002978	
0,48	0,53	0,7	0,3	0,495	0,0045149	0,0039991	0,0012650	0,0011282	0,0005936	0,0005619	0,0003739	0,0003645	
		0,3	0,7	0,515	0,0026397	0,0017767	0,0009176	0,0006593	0,0004719	0,0004074	0,0003526	0,0003315	
0,68	0,73	0,7	0,3	0,695	0,0044692	0,0039432	0,0012236	0,0010821	0,0005534	0,0005202	0,0003354	0,0003257	
		0,3	0,7	0,715	0,0025860	0,0017128	0,0008682	0,0006051	0,0004237	0,0003577	0,0003062	0,0002847	
0,88	0,93	0,7	0,3	0,895	0,0043338	0,0037784	0,0010977	0,0009402	0,0004293	0,0003902	0,0002160	0,0002051	
		0,3	0,7	0,915	0,0024426	0,0015400	0,0007343	0,0004553	0,0002916	0,0002197	0,0001787	0,0001561	

T.R.Ö. kullanılarak elde edilen "Hong K. et al." R.C. modelinde Çizelge 4.1.'de verilen aynı π_h ve w_h değerlerinde P değeri artırıldığında varyansta düşme meydana gelmektedir. Aynı w_h , P değerlerinde π_h değerleri 0,5'e yaklaştıkça varyans değerlerinde artış olduğu görülmektedir. Aynı P değerlerinde $\pi_1 = 0,48$ $\pi_2 = 0,53$ değerlerinden daha düşük π_h değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde varyansta artış, bu değerlerden daha yüksek π_h değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde varyansta düşüş olduğu görülmektedir.

T.R.Ö. kullanılarak elde edilen "Kim-Warde" R.C. modelinde Çizelge 4.2.'de verilen aynı π_h , w_h ve $P_1=P$ değerlerinde P_2 değeri artırıldığında varyansta düşme meydana gelmektedir. Aynı w_h , $P_1=P$ ve P_2 değerlerinde π_h değerleri 0,5'e yaklaştıkça varyans değerlerinde artış olduğu görülmektedir. Aynı π_h , $P_1=P$ ve P_2 değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde varyansta düşüş olduğu görülmektedir.

T.R.Ö kullanılarak önerilen tahmin edicilerin görelî etkinlik karşılaştırmaları ise Eş. 2.18 ve Eş. 2.25'in birbirine oranlamasıyla

$$\text{Görelî etkinlik (G.E)} = \frac{V(\hat{\pi}_{tb})_H}{V(\hat{\pi}_{tb})_{KW}} > 1 \quad (4.1.)$$

şeklinde hesaplanmış ve değerler Çizelge 4.3.'te verilmiştir. Çizelge 4.3. incelendiğinde, hesaplanan tüm görelî etkinlik değerlerinin 1'den büyük olduğu görülmüştür. Bu nedenle belirtilen varsayımlar ve kullanılan önsel bilgiler altında "Kim- Warde"ın tahmin edicisinin "Hong K. et al"un tahmin edicisinden daha etkin olduğu söylenebilmektedir (Kim and Warde, 2004).

Çizelge 4.3. Tabakalı rasgele örneklemede "Hong K. et al." ve "Kim-Warde" R.C. modelleri için göreceli etkinlik tablosu

		$P=P_1$													
		0,6				0,7				0,8				0,9	
π_1	π_2	W_1	W_2	π_{th}	$P_2=0,7$	$P_2=0,8$	$P_2=0,8$	$P_2=0,9$	$P_2=0,9$	$P_2=0,9$	$P_2=0,9$	$P_2=0,95$	$P_2=0,93$	$P_2=0,95$	
0,08	0,13	0,7	0,3	0,095	1,4021020	1,6018038	1,2724960	1,4698273	1,2353376	1,3429483	1,0752663	1,1248206			
		0,3	0,7	0,115	2,4591566	3,8307570	1,8428198	2,8380112	1,6883103	2,1311654	1,1798293	1,3145781			
0,28	0,33	0,7	0,3	0,295	1,3880489	1,5707272	1,2423758	1,4005023	1,1806442	1,2529484	1,0480497	1,0782347			
		0,3	0,7	0,315	2,3860127	3,5770459	1,7282243	2,4469873	1,5046961	1,7649868	1,1160326	1,1949086			
0,48	0,53	0,7	0,3	0,495	1,3841749	1,5627032	1,2347348	1,3844508	1,1689755	1,2349439	1,0432993	1,0703026			
		0,3	0,7	0,515	2,3673841	3,5173244	1,7020199	2,3689473	1,4701147	1,7028928	1,1055760	1,1762362			
0,68	0,73	0,7	0,3	0,695	1,3898254	1,5752335	1,2454522	1,4083739	1,1852197	1,2607572	1,0496586	1,0810749			
		0,3	0,7	0,715	2,3987537	3,6217627	1,7458744	2,5049020	1,5287817	1,8106311	1,1231255	1,2079436			
0,88	0,93	0,7	0,3	0,895	1,4060275	1,6127026	1,2807573	1,4953126	1,2528968	1,3783953	1,0837677	1,1412791			
		0,3	0,7	0,915	2,4880191	3,9463001	1,8925498	3,0524625	1,7891195	2,3744536	1,2189435	1,3956897			

Çizelge 4.3.'te "Hong K. et al". ve "Kim-Warde" R.C. modellerinin T.R.Ö.'de görelî etkinliklerine bakıldığında "Kim-Warde" R.C. modelinin daha etkin olduğu görölmüştür. Verilen aynı π_h , $P_1=P$ ve P_2 değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde ve aynı π_h , $P_1=P$ ve w_h değerlerinde P_2 arttıkça görelî etkinliğin arttığı görölmüştür. Aynı $P_1=P$, w_h ve P_2 değerlerinde π_h ve π_{tb} değerleri 0,5'e yaklaştıkça görelî etkinlikte düşüş olduğu görölmektedir.

T.R.Ö'de "Kim-Warde" ve "Kim-Elam I" modelleri için π_1, π_2, W_1, W_2 ve n hakkında önsel bilgi mevcut olduğunda ve $M=M_1=M_2$ ve $P=P_1=P_2 \neq 0,5$ araştırmacı tarafından belirlendiğinde görelî etkinliğin hesaplanması daha kolay olabilmektedir. Bunun için Kim and Elam (2005) deneysel bir çalışma yapmıştır. Deneysel çalışmada kitlede iki tabaka olduğu, $n=n_1+n_2$, $P=P_1=P_2 \neq 0,5$ ve $M=M_1=M_2$ olduğu varsayılmıştır (Kim and Elam, 2005). $\pi_1 \neq \pi_2$ olduğunda ve $M > (1-2P)/(1-P)$ koşulu altında verilen $P=0,6; 0,7; 0,8; 0,9$, $\pi_1 = 0,27; 0,275; 0,28; 0,285; 0,29; 0,295; 0,3; 0,305; 0,31$, $\pi_2 = 0,32; 0,325; 0,33; 0,335; 0,34; 0,345; 0,35; 0,355; 0,36$, $w_h = 0,7; 0,3$, $M=0,6$ değerleri için Eş. 2.25 ve Eş. 2.33'den elde edilen "Kim-Warde" ve "Kim-Elam I" R.C. modellerinin varyans değerleri sırasıyla Çizelge 4.4 ve Çizelge 4.5'te verilmiştir.

Çizelge 4.4. Tabakalı rastgele örneklemede "Kim-Warde" R.C. modeli için varyans değerleri

π_1	π_2	W_1	W_2	π_{16}	$P=P_1=P_2$			
					0,6	0,7	0,8	0,9
0,27	0,32	0,7	0,3	0,285	0,0062032	0,0015157	0,0006477	0,0003438
		0,3	0,7	0,305	0,0024923	0,0012345	0,0008099	0,0005933
0,275	0,325	0,7	0,3	0,29	0,0062054	0,0015179	0,0006498	0,0003459
		0,3	0,7	0,31	0,0024927	0,0012353	0,0008110	0,0005949
0,28	0,33	0,7	0,3	0,295	0,0062074	0,0015199	0,0006519	0,0003480
		0,3	0,7	0,315	0,0024930	0,0012360	0,0008122	0,0005965
0,285	0,335	0,7	0,3	0,3	0,0062095	0,0015220	0,0006539	0,0003500
		0,3	0,7	0,32	0,0024934	0,0012368	0,0008133	0,0005980
0,29	0,34	0,7	0,3	0,305	0,0062114	0,0015239	0,0006559	0,0003520
		0,3	0,7	0,325	0,0024938	0,0012375	0,0008144	0,0005995
0,295	0,345	0,7	0,3	0,31	0,0062134	0,0015259	0,0006578	0,0003540
		0,3	0,7	0,33	0,0024941	0,0012382	0,0008155	0,0006010
0,3	0,35	0,7	0,3	0,315	0,0062152	0,0015277	0,0006597	0,0003558
		0,3	0,7	0,335	0,0024944	0,0012388	0,0008165	0,0006024
0,305	0,355	0,7	0,3	0,32	0,0062171	0,0015296	0,0006615	0,0003577
		0,3	0,7	0,34	0,0024948	0,0012395	0,0008175	0,0006037
0,31	0,36	0,7	0,3	0,325	0,0062188	0,0015313	0,0006633	0,0003594
		0,3	0,7	0,345	0,0024951	0,0012401	0,0008185	0,0006050

Çizelge 4.5. Tabakalı rastgele örneklemede "Kim-Elam I" R.C. modeli için varyans değerleri ($M=M_1=M_2=0,6$)

π_1	π_2	W_1	W_2	π_{tb}	$P=P_1=P_2$			
					0,6	0,7	0,8	
0,27	0,32	0,7	0,3	0,285	0,0004939	0,0003860	0,0003075	0,0002485
		0,3	0,7	0,305	0,0007086	0,0006279	0,0005619	0,0005067
0,275	0,325	0,7	0,3	0,29	0,0004960	0,0003881	0,0003096	0,0002507
		0,3	0,7	0,31	0,0007099	0,0006294	0,0005636	0,0005086
0,28	0,33	0,7	0,3	0,295	0,0004981	0,0003902	0,0003117	0,0002527
		0,3	0,7	0,315	0,0007112	0,0006309	0,0005652	0,0005104
0,285	0,335	0,7	0,3	0,3	0,0005001	0,0003923	0,0003137	0,0002548
		0,3	0,7	0,32	0,0007125	0,0006323	0,0005669	0,0005122
0,29	0,34	0,7	0,3	0,305	0,0005021	0,0003942	0,0003157	0,0002567
		0,3	0,7	0,325	0,0007138	0,0006337	0,0005684	0,0005140
0,295	0,345	0,7	0,3	0,31	0,0005040	0,0003962	0,0003176	0,0002587
		0,3	0,7	0,33	0,0007150	0,0006351	0,0005699	0,0005156
0,3	0,35	0,7	0,3	0,315	0,0005059	0,0003980	0,0003195	0,0002606
		0,3	0,7	0,335	0,0007162	0,0006364	0,0005714	0,0005173
0,305	0,355	0,7	0,3	0,32	0,0005077	0,0003999	0,0003213	0,0002624
		0,3	0,7	0,34	0,0007173	0,0006377	0,0005728	0,0005188
0,31	0,36	0,7	0,3	0,325	0,0005095	0,0004016	0,0003231	0,0002642
		0,3	0,7	0,345	0,0007184	0,0006389	0,0005742	0,0005204

T.R.Ö. kullanılarak elde edilen "Kim-Warde" R.C. modelinde Çizelge 4.4'te verilen aynı π_h ve w_h değerlerinde $P=P_1=P_2$ değeri artırıldığında varyansta düşme meydana gelmektedir. Aynı w_h , $P=P_1=P_2$ değerlerinde π_h değerleri arttıkça varyans değerlerinde artış olduğu görülmektedir. T.R.Ö'de aynı π_h ve $P=P_1=P_2=0,6$ ve $0,7$ değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde varyansta düşüş, $P=P_1=P_2=0,8$ ve $0,9$ değerlerinde ise varyansta artış olduğu görülmektedir.

T.R.Ö. kullanılarak elde edilen "Kim-Elam I" R.C. modelinde Çizelge 4.5'te verilen aynı π_h , w_h değerlerinde $P=P_1=P_2$ değeri artırıldığında varyansta düşme meydana gelmektedir. Aynı w_h , $P=P_1=P_2$ değerlerinde π_h değerleri arttıkça varyans değerlerinde artış olduğu görülmektedir. Aynı π_h ve $P=P_1=P_2$ değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde varyansta artış olduğu görülmektedir.

T.R.Ö kullanılarak önerilen tahmin edicilerin görelî etkinlik karşılaştırmaları ise Eş. 2.25 ve Eş. 2.33 birbirine oranlanmasıyla

$$\text{Görelî etkinlik (G.E)} = \frac{V(\hat{\pi}_{tb})_{KW}}{V(\hat{\pi}_{tb})_{KEI}} > 1 \quad (4.2.)$$

şeklinde elde edilir ve değerler Çizelge 4.6.'da verilmiştir. Çizelge 4.6. incelendiğinde hesaplanan tüm görelî etkinlik değerlerinin 1'den büyük olduğu görülmüştür. Bu nedenle belirtilen varsayımlar ve kullanılan önsel bilgiler altında "Kim-Elam I"nin tahmin edicisinin "Kim-Warde"nin tahmin edicisinden daha etkin olduğu söylenebilmektedir (Kim and Elam, 2005).

Çizelge 4.6. Tabakalı rastgele örneklemede "Kim-Warde" ve "Kim-Elam I" R.C. modelleri için göreceli etkinlik tablosu

π_1	π_2	W_1	W_2	π_{tb}	$P=P_1=P_2$			
					0,6	0,7	0,8	0,9
0,27	0,32	0,7	0,3	0,285	12,5606591	3,9265833	2,1062984	1,3833735
		0,3	0,7	0,305	3,5173631	1,9661405	1,4413751	1,1709520
0,275	0,325	0,7	0,3	0,29	12,5110711	3,9105325	2,0986849	1,3801101
		0,3	0,7	0,31	3,5111753	1,9625890	1,4391010	1,1697666
0,28	0,33	0,7	0,3	0,295	12,4630591	3,8950286	2,0913512	1,3769769
		0,3	0,7	0,315	3,5051832	1,9591568	1,4369090	1,1686278
0,285	0,335	0,7	0,3	0,3	12,4165890	3,8800570	2,0842883	1,3739687
		0,3	0,7	0,32	3,4993838	1,9558415	1,4347970	1,1675342
0,29	0,34	0,7	0,3	0,305	12,3716283	3,8656037	2,0774874	1,3710808
		0,3	0,7	0,325	3,4937741	1,9526406	1,4327630	1,1664841
0,295	0,345	0,7	0,3	0,31	12,3281458	3,8516555	2,0709405	1,3683088
		0,3	0,7	0,33	3,4883512	1,9495520	1,4308049	1,1654763
0,3	0,35	0,7	0,3	0,315	12,2861115	3,8381997	2,0646398	1,3656484
		0,3	0,7	0,335	3,4831125	1,9465736	1,4289209	1,1645094
0,305	0,355	0,7	0,3	0,32	12,2454970	3,8252242	2,0585781	1,3630958
		0,3	0,7	0,34	3,4780554	1,9437033	1,4271094	1,1635822
0,31	0,36	0,7	0,3	0,325	12,2062750	3,8127178	2,0527485	1,3606471
		0,3	0,7	0,345	3,4731774	1,9409391	1,4253685	1,1626935

Çizelge 4.6.'da "Kim-Warde" ve "Kim-Elam I" R.C. modellerinin T.R.Ö.'de görelî etkinliklerine bakıldığında "Kim-Elam I" R.C. modelinin daha etkin olduğu görülmüştür. Verilen aynı π_h , $P=P_1=P_2$ değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde ve aynı π_h ve w_h değerlerinde $P=P_1=P_2$ arttıkça görelî etkinliğin azaldığı görülmüştür. Aynı $P=P_1=P_2$ ve w_h değerlerinde π_h değerleri arttıkça görelî etkinlikte düşüş olduğu görülmektedir.

T.R.Ö'de "Kim-Warde" ve "Kim-Elam II" modellerinin etkinlik karşılaştırması için Kim-Elam (2007) deneysel bir çalışma yapmıştır. Deneysel çalışmada kitlede iki tabaka olduğu varsayılmıştır (Kim and Elam, 2007). $n=1000$, $\pi_N = \pi_{N_1} = \pi_{N_2}$, $P_1 = P_{11} = P_{21}$, $P_2 = P_{12} = P_{22}$, $P_1 + P_2 = 1$ ve $P_1 \neq P_2$ olduğu koşulu altında verilen $P_1=0,6; 0,7; 0,8; 0,9$, $P_2=0,4; 0,3; 0,2; 0,1$, $\pi_1 = 0,08; 0,085; 0,096; 0,1; 0,18; 0,185; 0,195; 0,2$, $\pi_2 = 0,13; 0,135; 0,146; 0,15; 0,23; 0,235; 0,245; 0,25$, $w_h = 0,7; 0,3$, $\pi_N = \pi_{N_1} = \pi_{N_2} = 0,2$ değerleri için Eş. 2.25 ve Eş. 2.57'den elde edilen "Kim-Warde" ve "Kim-Elam II" modellerinin varyans değerleri sırasıyla Çizelge 4.7 ve Çizelge 4.8'de verilmiştir.

Çizelge 4.7. Tabakalı rastgele örneklemede "Kim-Warde" R.C. modeli için varyans değerleri

		P_1						
		0,9	0,8	0,7	0,6			
		P_2						
π_1	π_2	W_1	W_2	π_{tb}	0,1	0,2	0,3	0,4
0,08	0,13	0,7	0,3	0,095	0,0002257	0,0005297	0,0013979	0,0060854
		0,3	0,7	0,115	0,0002415	0,0005455	0,0014137	0,0061012
0,085	0,135	0,7	0,3	0,1	0,0002298	0,0005338	0,0014175	0,0061051
		0,3	0,7	0,12	0,0002454	0,0005494	0,0014175	0,0061051
0,096	0,146	0,7	0,3	0,111	0,0002385	0,0005425	0,0014106	0,0060981
		0,3	0,7	0,131	0,0002536	0,0005576	0,0014258	0,0061133
0,1	0,15	0,7	0,3	0,115	0,0002416	0,0005456	0,0014287	0,0061162
		0,3	0,7	0,135	0,0002566	0,0005606	0,0014287	0,0061162
0,18	0,23	0,7	0,3	0,195	0,0002969	0,0006008	0,0014689	0,0061564
		0,3	0,7	0,215	0,0003087	0,0006126	0,0014807	0,0061682
0,185	0,235	0,7	0,3	0,2	0,0003000	0,0006038	0,0014835	0,0061711
		0,3	0,7	0,22	0,0003116	0,0006154	0,0014835	0,0061711
0,195	0,245	0,7	0,3	0,21	0,0003059	0,0006098	0,0014778	0,0061654
		0,3	0,7	0,23	0,0003171	0,0006210	0,0014890	0,0061766
0,2	0,25	0,7	0,3	0,215	0,0003087	0,0006126	0,0014917	0,0061792
		0,3	0,7	0,235	0,0003197	0,0006236	0,0014917	0,0061792

Çizelge 4.8. Tabakalı rastgele örnelemede "Kim-Elam II" R.C. modeli için varyans değerleri

		P_1						
		0,9	0,8	0,7	0,6			
		P_2						
π_1	π_2	W_1	W_2	π_{tb}	0,1	0,2	0,3	0,4
0,08	0,13	0,7	0,3	0,095	0,0001542	0,0003059	0,0007411	0,0030938
		0,3	0,7	0,115	0,0001743	0,0003348	0,0007944	0,0032775
0,085	0,135	0,7	0,3	0,1	0,0001594	0,0003133	0,0007547	0,0031404
		0,3	0,7	0,12	0,0001792	0,0003419	0,0008074	0,0033226
0,096	0,146	0,7	0,3	0,111	0,0001705	0,0003293	0,0007841	0,0032416
		0,3	0,7	0,131	0,0001898	0,0003571	0,0008356	0,0034205
0,1	0,15	0,7	0,3	0,115	0,0001745	0,0003350	0,0007946	0,0032779
		0,3	0,7	0,135	0,0001936	0,0003625	0,0008457	0,0034557
0,18	0,23	0,7	0,3	0,195	0,0002452	0,0004376	0,0009872	0,0039551
		0,3	0,7	0,215	0,0002603	0,0004599	0,0010302	0,0041097
0,185	0,235	0,7	0,3	0,2	0,0002491	0,0004433	0,0009981	0,0039944
		0,3	0,7	0,22	0,0002640	0,0004654	0,0010407	0,0041475
0,195	0,245	0,7	0,3	0,21	0,0002567	0,0004545	0,0010197	0,0040718
		0,3	0,7	0,23	0,0002711	0,0004760	0,0010613	0,0042221
0,2	0,25	0,7	0,3	0,215	0,0002604	0,0004600	0,0010303	0,0041099
		0,3	0,7	0,235	0,0002746	0,0004811	0,0010714	0,0042588

T.R.Ö. kullanılarak elde edilen "Kim-Warde" R.C. modelinde Çizelge 4.7.'de verilen aynı π_h ve w_h değerlerinde P_1 değeri 0,1'lik azaltılışlarla azaltıldığında ve P_2 değeri 0,1'lik artışlarla arttırıldığında varyanslar da artış olduğu görülmektedir. Aynı w_h , P_1 ve P_2 değerlerinde π_h değerleri arttıkça varyans değerlerinde artış olduğu görülmektedir. Aynı π_h , P_1 ve P_2 değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde varyansta artış olduğu görülmektedir.

T.R.Ö. kullanılarak elde edilen "Kim-Elam II" R.C. modelinde Çizelge 4.8.'de verilen aynı π_h , w_h değerlerinde P_1 değeri 0,1'lik azaltılışlarla azaltıldığında ve P_2 değeri 0,1'lik artışlarla arttırıldığında varyanslar da artış olduğu görülmektedir. Aynı w_h , P_1 ve P_2 değerlerinde π_h değerleri arttıkça varyans değerlerinde artış olduğu görülmektedir. Aynı π_h , P_1 ve P_2 değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde varyansta artış olduğu görülmektedir.

T.R.Ö kullanılarak önerilen tahmin edicilerin görelî etkinlik karşılaştırmaları ise Eş. 2.25 ve Eş. 2.57'nin birbirine oranlanmasıyla

$$\text{Görelî etkinlik (G.E)} = \frac{V(\hat{\pi}_{tb})_{KW}}{V(\hat{\pi}_{tb})_{KEII}} > 1 \quad (4.3.)$$

şeklinde elde edilir ve değerler Çizelge 4.9.'da verilmiştir. Çizelge 4.9. incelendiğinde, hesaplanan tüm görelî etkinlik değerlerinin 1'den büyük olduğu görülmüştür. Bu nedenle belirtilen varsayımlar ve kullanılan önsel bilgiler altında "Kim-Elam II" tahmin edicisinin "Kim-Warde" tahmin edicisine göre daha etkin olduğu söylenebilmektedir (Kim and Elam, 2007).

Çizelge 4.9. Tabakalı rastgele örneklemede "Kim-Warde" ve "Kim-Elam II" R.C. modelleri için göreceli etkinlik tablosu

		P_1											
		$0,9$			$0,8$			$0,7$			$0,6$		
		P_2											
π_1	π_2	W_1	W_2	π_{tb}	$0,1$	$0,2$	$0,3$	$0,4$	$0,5$	$0,6$	$0,7$	$0,8$	$0,9$
0,08	0,13	0,7	0,3	0,095	1,4641382	1,7315478	1,8861142	1,9669939	1,9861142	1,9861142	1,8861142	1,7315478	1,4641382
		0,3	0,7	0,115	1,3855661	1,6292173	1,7795368	1,8615614	1,7795368	1,7795368	1,6292173	1,3855661	1,085
0,085	0,135	0,7	0,3	0,1	1,4418068	1,7034442	1,8781792	1,9440502	1,8781792	1,8781792	1,7034442	1,4418068	0,085
		0,3	0,7	0,12	1,3889543	1,6068048	1,7555592	1,8374395	1,7555592	1,7555592	1,6068048	1,3889543	0,096
0,096	0,146	0,7	0,3	0,111	1,3984903	1,6471871	1,7989896	1,8812262	1,7989896	1,7989896	1,6471871	1,3984903	0,096
		0,3	0,7	0,131	1,3362067	1,5614926	1,7062100	1,7872482	1,7062100	1,7062100	1,5614926	1,3362067	0,1
0,1	0,15	0,7	0,3	0,115	1,3844347	1,6284172	1,7979596	1,8658888	1,7979596	1,7979596	1,6284172	1,3844347	0,1
		0,3	0,7	0,135	1,3254284	1,5462407	1,6893322	1,7699137	1,6893322	1,6893322	1,5462407	1,3254284	0,18
0,18	0,23	0,7	0,3	0,195	1,2109277	1,3730852	1,4879846	1,5565706	1,4879846	1,4879846	1,3730852	1,2109277	0,18
		0,3	0,7	0,215	1,1858311	1,3319697	1,4372996	1,5008932	1,4372996	1,4372996	1,3319697	1,1858311	0,185
0,185	0,235	0,7	0,3	0,2	1,2041917	1,3621891	1,4862991	1,5449416	1,4862991	1,4862991	1,3621891	1,2041917	0,185
		0,3	0,7	0,22	1,1801533	1,3225395	1,4255463	1,4878907	1,4255463	1,4255463	1,3225395	1,1801533	0,195
0,195	0,245	0,7	0,3	0,21	1,1915830	1,3415739	1,4492953	1,5141741	1,4492953	1,4492953	1,3415739	1,1915830	0,195
		0,3	0,7	0,23	1,1694707	1,3046328	1,4030725	1,4629191	1,4030725	1,4030725	1,3046328	1,1694707	0,2
0,2	0,25	0,7	0,3	0,215	1,1856744	1,3318137	1,4478606	1,5034900	1,4478606	1,4478606	1,3318137	1,1856744	0,2
		0,3	0,7	0,235	1,1644398	1,2961253	1,3923236	1,4509254	1,3923236	1,3923236	1,2961253	1,1644398	0,2

Çizelge 4.9.'da "Kim-Warde" ve "Kim-Elam II" R.C. modellerinin T.R.Ö.'de görelî etkinliklerine bakıldığında "Kim-Elam II" R.C. modelinin daha etkin olduğu görölmüştür. Verilen aynı π_h , P_1 ve P_2 değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde görelî etkinliğin azaldığı; aynı π_h ve w_h değerlerinde P_1 değeri 0,1'lik azaltılışlarla azaltıldığında ve P_2 değeri 0,1'lik artışlarla arttırıldığında görelî etkinliğin arttığı görölmüştür. Aynı $P=P_1=P_2$, ve w_h değerlerinde π_h değerleri arttıkça görelî etkinlikte düşüş olduğu görölmektedir.

4.2. Sonradan Tabakalamalı Örneklemde Rastgeleleştirilmiş Cevap Modellerinin Görelî Etkinlik Karşılaştırması

Bu kesimde, S.T.Ö. yönteminde kullanılan R.C. modellerinin karşılaştırılması, T.R.Ö. yönteminde kullanılan R.C. modellerinin karşılaştırılmasına benzer şekilde elde edilmiştir.

T.R.Ö'deki aynı koşullar altında ve deneysel çalışmada kullanılan aynı π_h , w_h , P değerleri için Eş. 3.14 ve Eş. 3.16'da S.T.Ö. için elde edilen "Hong K. et al." ve "Kim -Warde" R.C. modellerinin varyans değerleri Çizelge 4.10 ve Çizelge 4.11'de verilmiştir.

Çizelge 4.10. Sonradan tabakalamalı örneklemede "Hong K. et al." R.C. modeli için varyans değerleri

		<i>P</i>									
π_1	π_2	W_1	W_2	π_{tb}	0,6	0,7	0,8	0,9			
0,08	0,13	0,7	0,3	0,095	0,0060916	0,0013994	0,0005304	0,0002263			
		0,3	0,7	0,115	0,0061073	0,0014151	0,0005462	0,0002421			
0,28	0,33	0,7	0,3	0,295	0,0062137	0,0015215	0,0006526	0,0003484			
		0,3	0,7	0,315	0,0062215	0,0015293	0,0006603	0,0003562			
0,48	0,53	0,7	0,3	0,495	0,0062557	0,0015635	0,0006946	0,0003905			
		0,3	0,7	0,515	0,0062555	0,0015633	0,0006944	0,0003903			
0,68	0,73	0,7	0,3	0,695	0,0062177	0,0015255	0,0006565	0,0003524			
		0,3	0,7	0,715	0,0062095	0,0015173	0,0006484	0,0003442			
0,88	0,93	0,7	0,3	0,895	0,0060995	0,0014073	0,0005384	0,0002343			
		0,3	0,7	0,915	0,0060833	0,0013912	0,0005222	0,0002181			

Çizelge 4.11. Sonradan tabakalımalı örneklemede "Kim-Warde" R.C. modeli için varyans değerleri

		$P=P_1$													
		0,6				0,7				0,8				0,9	
π_1	π_2	W_1	W_2	π_{tb}	$P_2=0,7$	$P_2=0,8$	$P_2=0,8$	$P_2=0,9$	$P_2=0,9$	$P_2=0,9$	$P_2=0,95$	$P_2=0,95$	$P_2=0,93$	$P_2=0,93$	$P_2=0,95$
0,08	0,13	0,7	0,3	0,095	0,0046820	0,0044210	0,0011383	0,0010470	0,0004391	0,0004391	0,0004144	0,0004144	0,0002105	0,0002105	0,0002017
		0,3	0,7	0,115	0,0028247	0,0022168	0,0008072	0,0005945	0,0003335	0,0003335	0,0002760	0,0002760	0,0002053	0,0002053	0,0001847
0,28	0,33	0,7	0,3	0,295	0,0048041	0,0045431	0,0012605	0,0011691	0,0005612	0,0005612	0,0005365	0,0005365	0,0003326	0,0003326	0,0003238
		0,3	0,7	0,315	0,0029388	0,0023309	0,0009214	0,0007086	0,0004476	0,0004476	0,0003902	0,0003902	0,0003194	0,0003194	0,0002988
0,48	0,53	0,7	0,3	0,495	0,0048462	0,0045851	0,0013025	0,0012111	0,0006032	0,0006032	0,0005786	0,0005786	0,0003746	0,0003746	0,0003658
		0,3	0,7	0,515	0,0029728	0,0023649	0,0009554	0,0007426	0,0004816	0,0004816	0,0004242	0,0004242	0,0003534	0,0003534	0,0003329
0,68	0,73	0,7	0,3	0,695	0,0048081	0,0045471	0,0012644	0,0011731	0,0005652	0,0005652	0,0005405	0,0005405	0,0003366	0,0003366	0,0003278
		0,3	0,7	0,715	0,0029268	0,0023189	0,0009094	0,0006966	0,0004356	0,0004356	0,0003782	0,0003782	0,0003074	0,0003074	0,0002868
0,88	0,93	0,7	0,3	0,895	0,0046900	0,0044290	0,0011463	0,0010550	0,0004471	0,0004471	0,0004224	0,0004224	0,0002185	0,0002185	0,0002096
		0,3	0,7	0,915	0,0028007	0,0021928	0,0007833	0,0005705	0,0003095	0,0003095	0,0002521	0,0002521	0,0001813	0,0001813	0,0001607

S.T.Ö. kullanılarak elde edilen "Hong K. et al." R.C. modelinde Çizelge 4.10.'da verilen aynı π_h ve w_h değerlerinde P değeri artırıldığında varyansta düşme meydana gelmektedir. Aynı w_h , P değerlerinde π_h değerleri 0,5'e yaklaştıkça varyans değerlerinde artış olduğu görülmektedir. Aynı P değerlerinde $\pi_1 = 0,48$ $\pi_2 = 0,53$ değerlerinden daha düşük π_h değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde varyansta artış, bu değerlerden daha yüksek π_h değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde varyansta düşüş olduğu görülmektedir.

S.T.Ö. kullanılarak elde edilen "Kim-Warde" R.C. modelinde Çizelge 4.11.'de verilen aynı π_h , w_h ve $P_1=P$ değerlerinde P_2 değeri artırıldığında varyansta düşme meydana gelmektedir. Aynı w_h , $P_1=P$ ve P_2 değerlerinde π_h değerleri 0,5'e yaklaştıkça varyans değerlerinde artış olduğu görülmektedir. Aynı π_h , $P_1=P$ ve P_2 değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde varyansta düşüş olduğu görülmektedir.

S.T.Ö kullanılarak "Hong K. et al." ve "Kim-Warde" tahmin edicilerinin görelî etkinlik karşılaştırmaları ise Eş. 3.14 ve Eş. 3.16'nın birbirine oranlanmasıyla

$$\text{Görelî etkinlik (G.E)} = \frac{V(\hat{\pi}_{stH})}{V(\hat{\pi}_{stKW})} > 1 \quad (4.4.)$$

şeklinde elde edilir ve değerler Çizelge 4.12'de verilmiştir. Çizelge 4.12 incelendiğinde, hesaplanan tüm görelî etkinlik değerlerinin 1'den büyük olduğu görülmüştür. Bu nedenle belirtilen varsayımlar ve kullanılan önsel bilgiler altında "Kim-Warde" tahmin edicisinin "Hong K. et al." tahmin edicisine göre daha etkin olduğu söylenebilmektedir.

Çizelge 4.12. Sonradan tabakalamalı örneklemede "Hong K. et al." ve "Kim-Warde" R.C. modelleri için göreceli etkinlik tablosu

		$P=P_1$													
		0,6				0,7				0,8				0,9	
π_1	π_2	W_1	W_2	π_{ib}	$P_2=0,7$	$P_2=0,8$	$P_2=0,9$	$P_2=0,8$	$P_2=0,9$	$P_2=0,9$	$P_2=0,9$	$P_2=0,95$	$P_2=0,93$	$P_2=0,95$	
0,08	0,13	0,7	0,3	0,095	1,3010519	1,3778686	1,2293027	1,3365704	1,2080672	1,2799290	1,0751461	1,1222441			
		0,3	0,7	0,115	2,1621342	2,7550482	1,7530509	2,3804648	1,6380526	1,9787377	1,1794724	1,3108626			
0,28	0,33	0,7	0,3	0,295	1,2933997	1,3677119	1,2070876	1,3014151	1,1627926	1,2162189	1,0475573	1,0761394			
		0,3	0,7	0,315	2,1170052	2,6691203	1,6597772	2,1581389	1,4753653	1,6924629	1,1153435	1,1921376			
0,48	0,53	0,7	0,3	0,495	1,2908548	1,3643409	1,2004045	1,2909540	1,1514490	1,2005105	1,0422215	1,0673905			
		0,3	0,7	0,515	2,1042144	2,6450942	1,6362689	2,1050514	1,4417657	1,6368943	1,1042336	1,1724870			
0,68	0,73	0,7	0,3	0,695	1,2931563	1,3673894	1,2064345	1,3003904	1,1616439	1,2146236	1,0469938	1,0752130			
		0,3	0,7	0,715	2,1215834	2,6777548	1,6684806	2,1780827	1,4884568	1,7144285	1,1198449	1,2001738			
0,88	0,93	0,7	0,3	0,895	1,3005400	1,3771881	1,2277072	1,3340258	1,2043551	1,2746433	1,0724027	1,1175931			
		0,3	0,7	0,915	2,1720896	2,7742507	1,7761176	2,4385201	1,6875187	2,0718994	1,2032265	1,3572745			

Çizelge 4.12.'te "Hong K. et al". ve "Kim-Warde" R.C. modellerinin S.T.Ö.'de görelî etkinliklerine bakıldığında "Kim-Warde" R.C. modelinin daha etkin olduğu görölmüştür. Verilen aynı π_h , $P_1=P$ ve P_2 değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde ve aynı π_h , $P_1=P$ ve w_h değerlerinde P_2 arttıkça görelî etkinliğin arttığı görölmüştür. Aynı $P_1=P$, w_h ve P_2 değerlerinde π_h ve π_{tb} değerleri 0,5'e yaklaştıkça görelî etkinlikte düşüş olduğu görölmektedir.

T.R.Ö yönteminde aynı koşullar altında ve deneysel çalışmada kullanılan aynı π_h , w_h , P ve M değerleri için Eş. 3.16 ve 3.18'de S.T.Ö için elde edilen "Kim-Warde" ve "Kim-Elam I" modellerinin varyans değerleri Çizelge 4.13 ve Çizelge 4.14'te verilmiştir.

Çizelge 4.13. Sonradan tabakalamalı örneklemede "Kim-Warde" R.C. modeli için varyans değerleri

π_1	π_2	W_1	W_2	π_{tb}	$P=P_1=P_2$			
					0,6	0,7	0,8	
0,27	0,32	0,7	0,3	0,285	0,0062095	0,0015173	0,0006484	0,0003442
		0,3	0,7	0,305	0,0062177	0,0015255	0,0006565	0,0003524
0,275	0,325	0,7	0,3	0,29	0,0062116	0,0015194	0,0006505	0,0003464
		0,3	0,7	0,31	0,0062196	0,0015274	0,0006585	0,0003543
0,28	0,33	0,7	0,3	0,295	0,0062137	0,0015215	0,0006526	0,0003484
		0,3	0,7	0,315	0,0062215	0,0015293	0,0006603	0,0003562
0,285	0,335	0,7	0,3	0,3	0,0062157	0,0015235	0,0006546	0,0003505
		0,3	0,7	0,32	0,0062233	0,0015311	0,0006622	0,0003581
0,29	0,34	0,7	0,3	0,305	0,0062177	0,0015255	0,0006566	0,0003524
		0,3	0,7	0,325	0,0062251	0,0015329	0,0006640	0,0003598
0,295	0,345	0,7	0,3	0,31	0,0062196	0,0015274	0,0006585	0,0003544
		0,3	0,7	0,33	0,0062268	0,0015346	0,0006657	0,0003616
0,3	0,35	0,7	0,3	0,315	0,0062215	0,0015293	0,0006604	0,0003562
		0,3	0,7	0,335	0,0062285	0,0015363	0,0006674	0,0003632
0,305	0,355	0,7	0,3	0,32	0,0062233	0,0015311	0,0006622	0,0003581
		0,3	0,7	0,34	0,0062301	0,0015379	0,0006690	0,0003649
0,31	0,36	0,7	0,3	0,325	0,0062251	0,0015329	0,0006640	0,0003598
		0,3	0,7	0,345	0,0062317	0,0015395	0,0006706	0,0003664

Çizelge 4.14. Sonradan tabakalamalı örneklemede "Kim-Elam I" R.C. modeli için varyans değerleri ($M=M_1=M_2=0,6$)

π_1	π_2	W_1	W_2	π_{ib}	$P=P_1=P_2$			
					0,6	0,7	0,8	0,9
0,27	0,32	0,7	0,3	0,285	0,0004944	0,0003865	0,0003079	0,0002489
		0,3	0,7	0,305	0,0005026	0,0003947	0,0003161	0,0002571
0,275	0,325	0,7	0,3	0,29	0,0004965	0,0003886	0,0003100	0,0002510
		0,3	0,7	0,31	0,0005045	0,0003966	0,0003180	0,0002590
0,28	0,33	0,7	0,3	0,295	0,0004986	0,0003907	0,0003121	0,0002531
		0,3	0,7	0,315	0,0005064	0,0003985	0,0003199	0,0002609
0,285	0,335	0,7	0,3	0,3	0,0005006	0,0003927	0,0003141	0,0002551
		0,3	0,7	0,32	0,0005082	0,0004003	0,0003217	0,0002627
0,29	0,34	0,7	0,3	0,305	0,0005026	0,0003947	0,0003161	0,0002571
		0,3	0,7	0,325	0,0005100	0,0004021	0,0003235	0,0002645
0,295	0,345	0,7	0,3	0,31	0,0005045	0,0003966	0,0003180	0,0002590
		0,3	0,7	0,33	0,0005117	0,0004038	0,0003252	0,0002662
0,3	0,35	0,7	0,3	0,315	0,0005064	0,0003985	0,0003199	0,0002609
		0,3	0,7	0,335	0,0005134	0,0004055	0,0003269	0,0002679
0,305	0,355	0,7	0,3	0,32	0,0005082	0,0004003	0,0003217	0,0002627
		0,3	0,7	0,34	0,0005150	0,0004071	0,0003285	0,0002695
0,31	0,36	0,7	0,3	0,325	0,0005100	0,0004021	0,0003235	0,0002645
		0,3	0,7	0,345	0,0005166	0,0004087	0,0003301	0,0002711

S.T.Ö. kullanılarak elde edilen "Kim-Warde" R.C. modelinde Çizelge 4.13.'te verilen aynı π_h ve w_h değerlerinde $P=P_1=P_2$ değeri artırıldığında varyansta düşme meydana gelmektedir. Aynı w_h , $P=P_1=P_2$ değerlerinde π_h değerleri arttıkça varyans değerlerinde artış olduğu görülmektedir. Aynı π_h ve $P= P_1= P_2$ değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde varyansta artış olduğu Çizelge 4.13'de görülmektedir.

S.T.Ö. kullanılarak elde edilen "Kim-Elam I" R.C. modelinde Çizelge 4.14'te verilen aynı π_h , w_h değerlerinde $P=P_1=P_2$ değeri artırıldığında varyansta düşme meydana gelmektedir. Aynı w_h , $P=P_1=P_2$ değerlerinde π_h değerleri arttıkça varyans değerlerinde artış olduğu görülmektedir. Aynı π_h ve $P=P_1=P_2$ değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde varyansta artış olduğu görülmektedir.

S.T.Ö kullanılarak önerilen "Kim-Warde" ve "Kim-Elam I" tahmin edicilerinin görelî etkinlik karşılaştırmaları ise Eş. 3.16 ve Eş. 3.18'in birbirine oranlanmasıyla

$$\text{Görelî etkinlik (G.E)} = \frac{V(\hat{\pi}_{stKW})}{V(\hat{\pi}_{stKEI})} > 1 \quad (4.5.)$$

şeklinde tanımlanır ve değerler Çizelge 4.15'de verilmiştir. Çizelge 4.15 incelediğinde hesaplanan tüm görelî etkinlik değerlerinin 1'den büyük olduğu görülmektedir. Bu nedenle belirtilen varsayımlar ve kullanılan önsel bilgiler altında "Kim-Elam I" tahmin edicisinin "Kim-Warde" tahmin edicisine göre daha etkin olduğu söylenebilmektedir.

Çizelge 4.15. Sonradan tabakalamalı örneklemede "Kim-Warde" ve "Kim-Elam I" R.C. modelleri için göreceli etkinlik tablosu

π_1	π_2	W_1	W_2	π_{10}	$P=P_1=P_2$			
					0,6	0,7	0,8	0,9
0,27	0,32	0,7	0,3	0,285	12,5593478	3,9259836	2,1058941	1,3831300
		0,3	0,7	0,305	12,3709443	3,8652504	2,0772315	1,3709210
0,275	0,325	0,7	0,3	0,29	12,5098331	3,9099687	2,0983065	1,3798834
		0,3	0,7	0,31	12,3275112	3,8513274	2,0707032	1,3681610
0,28	0,33	0,7	0,3	0,295	12,4618911	3,8944989	2,0909973	1,3767659
		0,3	0,7	0,315	12,2855239	3,8378955	2,0644200	1,3655120
0,285	0,335	0,7	0,3	0,3	12,4154881	3,8795597	2,0839574	1,3737725
		0,3	0,7	0,32	12,2449540	3,8249427	2,0583748	1,3629699
0,29	0,34	0,7	0,3	0,305	12,3705913	3,8651371	2,0771783	1,3708985
		0,3	0,7	0,325	12,2057744	3,8124577	2,0525607	1,3605312
0,295	0,345	0,7	0,3	0,31	12,3271699	3,8512181	2,0706520	1,3681394
		0,3	0,7	0,33	12,1679589	3,8004296	2,0469713	1,3581923
0,3	0,35	0,7	0,3	0,315	12,2851941	3,8377901	2,0643708	1,3654912
		0,3	0,7	0,335	12,1314829	3,7888482	2,0416004	1,3559501
0,305	0,355	0,7	0,3	0,32	12,2446354	3,8248411	2,0583275	1,3629500
		0,3	0,7	0,34	12,0963226	3,7777036	2,0364421	1,3538015
0,31	0,36	0,7	0,3	0,325	12,2054668	3,8123598	2,0525152	1,3605121
		0,3	0,7	0,345	12,0624553	3,7669865	2,0314911	1,3517435

Çizelge 4.15.'te "Kim-Warde" ve "Kim-Elam I" R.C. modellerinin S.T.Ö.'de görelî etkinliklerine bakıldığında "Kim-Elam I" R.C. modelinin daha etkin olduğu görölmüştür. Verilen aynı π_h , $P=P_1=P_2$ değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde ve aynı π_h ve w_h değerlerinde $P=P_1=P_2$ arttıkça görelî etkinliğin azaldığı görölmüştür. Aynı $P=P_1=P_2$ ve w_h değerlerinde π_h değerleri arttıkça görelî etkinlikte düşüş olduğu görölmektedir.

T.R.Ö yönteminde aynı koşullar altında ve deneysel çalışmada kullanılan aynı π_h , π_{Nh} , w_h ve P_h değerleri için Eş. 3.16 ve 3.20'de S.T.Ö için elde edilen "Kim-Warde" ve "Kim-Elam II" modellerinin varyans değerleri Çizelge 4.16 ve Çizelge 4.17'de verilmiştir.

Çizelge 4.16. Sonradan tabakalamalı örneklemede "Kim-Warde" R.C. modeli için varyans değerleri

	P_1									
				$0,8$			$0,7$			$0,6$
				$0,9$						
π_1	π_2	W_1	W_2	π_{ib}	P_2					$0,4$
					$0,1$	$0,2$	$0,3$	$0,4$	$0,5$	
0,08	0,13	0,7	0,3	0,095	0,0002263	0,0005304	0,0013994	0,0060916		
		0,3	0,7	0,115	0,0002421	0,0005462	0,0014151	0,0061073		
0,085	0,135	0,7	0,3	0,1	0,0002303	0,0005345	0,0014034	0,0060956		
		0,3	0,7	0,12	0,0002459	0,0005501	0,0014190	0,0061112		
0,096	0,146	0,7	0,3	0,111	0,0002390	0,0005432	0,0014121	0,0061043		
		0,3	0,7	0,131	0,0002542	0,0005583	0,0014272	0,0061194		
0,1	0,15	0,7	0,3	0,115	0,0002421	0,0005463	0,0014152	0,0061074		
		0,3	0,7	0,135	0,0002571	0,0005612	0,0014302	0,0061224		
0,18	0,23	0,7	0,3	0,195	0,0002974	0,0006015	0,0014704	0,0061626		
		0,3	0,7	0,215	0,0003092	0,0006133	0,0014822	0,0061744		
0,185	0,235	0,7	0,3	0,2	0,0003004	0,0006045	0,0014735	0,0061656		
		0,3	0,7	0,22	0,0003120	0,0006161	0,0014850	0,0061772		
0,195	0,245	0,7	0,3	0,21	0,0003063	0,0006104	0,0014794	0,0061716		
		0,3	0,7	0,23	0,0003175	0,0006216	0,0014906	0,0061827		
0,2	0,25	0,7	0,3	0,215	0,0003092	0,0006133	0,0014822	0,0061744		
		0,3	0,7	0,235	0,0003202	0,0006243	0,0014932	0,0061854		

Çizelge 4.17. Sonradan tabakalamalı örneklemede "Kim-Elam II" R.C. modelii için varyans değerleri

						P_1			P_2			
						0,9	0,8	0,7	0,6			
π_1	π_2	W_1	W_2	π_{tb}								
0,08	0,13	0,7	0,3	0,095	0,1	0,2	0,3	0,4	0,0001552	0,0003071	0,0007432	0,0031005
		0,3	0,7	0,115	0,0001753	0,0003360	0,0007964	0,0032841				
0,085	0,135	0,7	0,3	0,1	0,0001603	0,0003145	0,0007567	0,0031471				
		0,3	0,7	0,12	0,0001802	0,0003430	0,0008094	0,0033291				
0,096	0,146	0,7	0,3	0,111	0,0001714	0,0003304	0,0007860	0,0032482				
		0,3	0,7	0,131	0,0001907	0,0003582	0,0008375	0,0034269				
0,1	0,15	0,7	0,3	0,115	0,0001753	0,0003361	0,0007965	0,0032845				
		0,3	0,7	0,135	0,0001944	0,0003636	0,0008476	0,0034620				
0,18	0,23	0,7	0,3	0,195	0,0002458	0,0004384	0,0009888	0,0039612				
		0,3	0,7	0,215	0,0002609	0,0004607	0,0010318	0,0041156				
0,185	0,235	0,7	0,3	0,2	0,0002496	0,0004441	0,0009998	0,0040004				
		0,3	0,7	0,22	0,0002645	0,0004661	0,0010423	0,0041534				
0,195	0,245	0,7	0,3	0,21	0,0002572	0,0004553	0,0010213	0,0040778				
		0,3	0,7	0,23	0,0002716	0,0004767	0,0010628	0,0042279				
0,2	0,25	0,7	0,3	0,215	0,0002609	0,0004608	0,0010319	0,0041159				
		0,3	0,7	0,235	0,0002751	0,0004819	0,0010729	0,0042647				

S.T.Ö. kullanılarak elde edilen "Kim-Warde" R.C. modelinde Çizelge 4.16.'da verilen aynı π_h ve w_h değerlerinde P_1 değeri 0,1'lik azaltılışlarla azaltıldığında ve P_2 değeri 0,1'lik artışlarla artırıldığında varyanslar da artış olduğu görülmektedir. Aynı w_h , P_1 ve P_2 değerlerinde π_h değerleri arttıkça varyans değerlerinde artış olduğu görülmektedir. Aynı π_h , P_1 ve P_2 değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde varyansta artış olduğu görülmektedir.

S.T.Ö. kullanılarak elde edilen "Kim-Elam II" R.C. modelinde Çizelge 4.17.'de verilen aynı π_h , w_h değerlerinde P_1 değeri 0,1'lik azaltılışlarla azaltıldığında ve P_2 değeri 0,1'lik artışlarla artırıldığında varyanslar da artış olduğu görülmektedir. Aynı w_h , P_1 ve P_2 değerlerinde π_h değerleri arttıkça varyans değerlerinde artış olduğu görülmektedir. Aynı π_h , P_1 ve P_2 değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde varyansta artış olduğu görülmektedir.

S.T.Ö kullanılarak önerilen "Kim-Warde" ve "Kim-Elam II" tahmin edicilerinin görelilik etkinlik karşılaştırmaları Eş. 3.16 ve Eş. 3.20'nin birbirine oranlanmasıyla

$$\text{Görelilik etkinlik (G.E)} = \frac{V(\hat{\pi}_{stKW})}{V(\hat{\pi}_{stKEII})} > 1 \quad (4.6.)$$

şeklinde elde edilir ve değerler Çizelge 4.18'de verilmiştir. Çizelge 4.18 incelendiğinde hesaplanan tüm görelilik etkinlik değerlerinin 1'den büyük olduğu görülmüştür. Bu nedenle belirtilen varsayımlar ve kullanılan önsel bilgiler altında "Kim-Elam II" tahmin edicisinin "Kim-Warde" tahmin edicisine göre daha etkin olduğu söylenebilmektedir.

Çizelge 4.18. Sonradan tabakalamalı örneklemede "Kim-Warde" ve "Kim-Elam II" R.C. modelleri için göreceli etkinlik tablosu

		P_1							
		$0,9$		$0,8$		$0,7$		$0,6$	
		P_2							
π_1	π_2	W_1	W_2	π_{tb}	$0,1$	$0,2$	$0,3$	$0,4$	
0,08	0,13	0,7	0,3	0,095	1,4586464	1,7270985	1,8829972	1,9646788	
		0,3	0,7	0,115	1,3812163	1,6256068	1,7769961	1,8596920	
0,085	0,135	0,7	0,3	0,1	1,4369251	1,6993790	1,8546064	1,9368999	
		0,3	0,7	0,12	1,3650578	1,6034926	1,7531890	1,8356765	
0,096	0,146	0,7	0,3	0,111	1,3946703	1,6438262	1,7964940	1,8793023	
		0,3	0,7	0,131	1,3331125	1,5587331	1,7041665	1,7856939	
0,1	0,15	0,7	0,3	0,115	1,3809258	1,6252728	1,7767168	1,8594732	
		0,3	0,7	0,135	1,3225727	1,5436526	1,6873933	1,7684277	
0,18	0,23	0,7	0,3	0,195	1,2100478	1,3720671	1,4870562	1,5557498	
		0,3	0,7	0,215	1,1850795	1,3311137	1,4365385	1,5002386	
0,185	0,235	0,7	0,3	0,2	1,2033734	1,3612314	1,4737963	1,5412535	
		0,3	0,7	0,22	1,1794536	1,3217343	1,4248245	1,4872664	
0,195	0,245	0,7	0,3	0,21	1,1908732	1,3407247	1,4485001	1,5134581	
		0,3	0,7	0,23	1,1688626	1,3039191	1,4024226	1,4623508	
0,2	0,25	0,7	0,3	0,215	1,1850122	1,3310132	1,4364281	1,5001289	
		0,3	0,7	0,235	1,1638722	1,2954527	1,3917065	1,4503829	

Çizelge 4.18.'de "Kim-Warde" ve "Kim-Elam II" R.C. modellerinin S.T.Ö.'de görelî etkinliklerine bakıldığında "Kim-Elam II" R.C. modelinin daha etkin olduğu görölmüştür. Verilen aynı π_h , P_1 ve P_2 değerlerinde hassas özellik oranı daha yüksek olan tabakadan daha fazla örnek çekildiğinde görelî etkinliğin azaldığı; aynı π_h ve w_h değerlerinde P_1 değeri 0,1'lik azaltılışlarla azaltıldığında ve P_2 değeri 0,1'lik artışlarla arttırıldığında görelî etkinliğin arttığı görölmüştür. Aynı $P=P_1=P_2$, ve w_h değerlerinde π_h değerleri arttıkça görelî etkinlikte düşüş olduğu görölmektedir.

5. SAYISAL ÖRNEK

Hassas durumlarla ilgili araştırmalarda kullanılan R.C. modellerinin T.R.Ö. ve S.T.Ö. yöntemlerindeki uygulamalarını detaylandırmak amacıyla iki örnek oluşturulmuştur. Örneklerde kadınların isteyerek düşük yapma durumları hassas özellik olarak tanımlanmıştır. Gebeliği önleyici yöntemlere ilişkin hizmetlere ulaşmada sorunlar yaşayan, istenmeyen gebelikten korunmak için yöntem kullanması konusunda psikososyal engelleri olan ve/veya gebeliği önleyici yöntem başarısızlığı nedeniyle gebe kalan kadınlar isteyerek düşüğe başvurumaktadırlar (TNSA, 2008). Bu durum kadınların dile getirmeye çekindikleri bir konu olabilmektedir.

Birinci örnekte hassas özellik olarak kadınların isteyerek düşük yapma durumlarıyla ilgili "Hong K. et al." R.C. modelinin T.R.Ö.'deki uygulaması, ikinci örnekte ise "Hong K. et al." R.C. modelinin S.T.Ö.'deki uygulaması verilmiştir.

Türkiye Nüfus ve Sağlık Araştırması; doğurganlık düzeyi ve değişimi, bebek ve çocuk ölümlülüğü, aile planlaması ve anne ve çocuk sağlığı konularında bilgi sağlamak üzere tasarlanmış ulusal düzeyde bir örnekleme araştırmasıdır (TNSA, 2008). Çalışmanın "Düşükler ve Ölü Doğumlar" bölümünde belirtildiği üzere Türkiye genelinde isteyerek düşük yapan kadınların oranı 0,22 bulunmuştur. Çalışmada yaş gruplarına göre (15-19, 20-24, 25-29, 30-34, 35-39, 40-44, 45-49) isteyerek düşük yapan kadınların oranları (π_h) da elde edilmiş ve bu oranlar Çizelge 5.1.'de belirtilmiştir. Tezcan and Omran (1981)'in çalışmasında rastgeleleştirme cihazından "İsteyerek düşük yaşadım" ifadesinin gelme olasılığı ise $p=0,7$ olarak belirlenmiştir. Oluşturulan örneklerde bu bilgilerden yararlanılmıştır.

Örnek 1:

TÜİK'in internet sitesinden elde edilen 2011 yılı Türkiye genelindeki kadın sayısı 15-19, 20-24, 25-29, 30-34, 35-39, 40-44, 45-49 yaş gruplarına göre tabakalandırılmıştır (<http://tuikapp.tuik.gov.tr/adnksdagitapp/adnks.zul>). TNSA-2008 raporuna göre Çizelge 5.1.'de belirtilen her bir yaş grubuna yönelik isteyerek düşük yapma oranları (π_h) kullanılarak Eş. 5.1.'de belirtilen T.R.Ö.'de orantılı

dağıtımda örneklem büyüklüğünün belirlenmesi formülü ile örneklem büyüklüğü 564 olarak belirlenmiştir.

$$n = \frac{N \sum N_h \pi_h (1 - \pi_h)}{N^2 D^2 + \sum N_h \pi_h (1 - \pi_h)} \quad (5.1.)$$

“Hong K. et al.” R.C. modelinde örneklem büyüklüğü tabakalara orantılı dağıtıldığından elde edilen örneklem büyüklüğü tabakalara tabaka büyüklükleriyle orantılı olarak dağıtılmıştır. Yaş gruplarına göre kitle ve örneklem tabaka büyüklükleri, tabaka ağırlıkları Çizelge 5.1.’de verilmiştir.

Çizelge 5.1. Yaş gruplarına göre kitle ve örneklem tabaka büyüklükleri, tabaka ağırlıkları ve TNSA-2008 raporuna göre her bir tabakaya yönelik isteyerek düşük yapan kadınların oranları

Yaş grupları	N_h	π_h	n_h	W_h
15-19	3077387	0,029	87	0,154250
20-24	3050973	0,036	86	0,152926
25-29	3095890	0,117	88	0,155177
30-34	3210247	0,188	91	0,160909
35-39	2795560	0,259	79	0,140124
40-44	2339933	0,327	66	0,117286
45-49	2380649	0,392	67	0,119327
			$n=564$	

Rastgeleleştirme cihazının “İsteyerek düşük yaşadım” ve “İsteyerek düşük yaşamadım” ifadelerinden oluştuğu varsayılmıştır. Oluşturulan örneklerde rastgeleleştirme cihazının çıktısına göre “evet” cevabı veren kişilerin sayısı Çizelge 5.2.’deki gibi olduğu varsayılmıştır. Buna göre tabakalara göre “evet” cevabını veren katılımcıların oranları hesaplanmıştır ve Çizelge 5.2.’de verilmiştir.

Çizelge 5.2. Yaş gruplarına göre "Evet" cevabını veren kişilerin sayısı ve oranları

Yaş grupları	"Evet" cevabını veren kişilerin sayısı	"Evet" cevabını veren katılımcıların oranı (\hat{Z}_h)
15-19	45	0,517241
20-24	23	0,267442
25-29	34	0,386364
30-34	59	0,648352
35-39	21	0,265823
40-44	18	0,272727
45-49	23	0,343284

Kesim 2.2.2.1, Eş. 2.16'ya göre isteyerek düşük yaşayan kadınların oranı 0,238 olarak hesaplanmıştır. Yaş gruplarına göre tabaka varyansları ise Çizelge 5.3'te verilmiştir.

Çizelge 5.3. Yaş gruplarına göre tabaka varyansları

Yaş grupları	$V(\hat{\pi}_h)$
15-19	0,015410
20-24	0,015665
25-29	0,016089
30-34	0,016101
35-39	0,019043
40-44	0,023221
45-49	0,023147

Kesim 2.2.2.1, Eş. 2.18'e göre $V(\hat{\pi}_{tb})$ ise 0,002560 olarak hesaplanmıştır.

Örnek 2:

TNSA-2008 çalışmasında Türkiye genelinde isteyerek düşük yaşayan kadınların oranı 0,22 değerini kullanılarak basit rastgele örnekleme yöntemiyle örneklem büyüklüğü Eş. 5.2 ile 732 olarak belirlenmiştir.

$$n = \frac{Nt^2\pi(1-\pi)}{Nd^2 + t^2\pi(1-\pi)} \quad (5.2.)$$

Örnekleme giren 732 kişinin her biri 15-19, 20-24, 25-29, 30-34, 35-39, 40-44, 45-49 yaş gruplarından hangisine ait ise o tabakaya girmiştir. Yaş gruplarına göre örneklem tabaka büyüklükleri Çizelge 5.4'te verilmiştir. Tabaka ağırlıkları Çizelge 5.1'de verildiği gibidir.

Çizelge 5.4. Yaş gruplarına göre örneklem tabaka büyüklükleri

Yaş grupları	n_h
15-19	34
20-24	57
25-29	56
30-34	89
35-39	100
40-44	140
45-49	256
	$n=732$

Rastgeleleştirme cihazının çıktısına göre "evet" cevabını veren kişilerin oranı Çizelge 5.5.'teki gibi olduğu varsayılmıştır. Buna göre "evet" cevabını veren katılımcıların oranları hesaplanmıştır ve Çizelge 5.5.'te verilmiştir.

Çizelge 5.5. Yaş gruplarına göre "Evet" cevabını veren kişilerin sayısı ve oranları

Yaş grupları	"Evet" cevabını veren kişilerin sayısı	"Evet" cevabını veren katılımcıların oranı (Z_h)
15-19	12	0,352941
20-24	23	0,403509
25-29	18	0,321429
30-34	56	0,629213
35-39	45	0,450000
40-44	67	0,478571
45-49	83	0,324219

Kesim 3.2.1 Eş. 3.13'a göre isteyerek düşük yaşayan kadınların oranı 0,313 olarak hesaplanmıştır. Tabaka varyansları ise Çizelge 5.6'da verilmiştir.

Çizelge 5.6. Yaş gruplarına göre tabaka varyansları

Yaş grupları	$V(\hat{\pi}_h)$
15-19	0,011963
20-24	0,012126
25-29	0,012557
30-34	0,012528
35-39	0,014790
40-44	0,018035
45-49	0,017934

Kesim 3.2.1, Eş. 3.14'e göre $V(\hat{\pi}_{tb})$ 0,001989 olarak hesaplanmıştır.

6. SONUÇLAR

R.C. modelleri, aile içi şiddet, uyuşturucu kullanımı gibi hassas karaktere sahip konular hakkındaki araştırmalarda katılımcının gizliliğini koruyarak cevap hatalarını azaltmayı amaçlayan bir yöntemdir. Hassas konularda geleneksel araştırma yöntemlerinin işlevsizliğinin giderilmesini sağlamaktadır. İlk defa Warner tarafından önerilen bu model diğer araştırmacılar tarafından birçok açıdan geliştirilmiştir. Warner'ın basit rastgele örnekleme ile oluşturduğu R.C. modeli, bazı araştırmacılar tarafından birim değerlerinin değişkenliği çok büyük heterojen kitlelerde kullanılması tercih edilen T.R.Ö. kullanılarak geliştirilmiştir. Önerdikleri R.C. modellerinin birbirlerine göre etkinliklerini ise yayınladıkları makalelerde deneysel çalışmalarla göstermişlerdir.

Kitledeki birimler yaş, cinsiyet, meslek...vb. özelliklere göre farklılıklar göstermesi nedeniyle kitlede tabakalama yapılması gerekebileceği daha önceden belirtilmişti. Ancak bir birimin hangi tabakaya ait olduğu örnekleme yapıldıktan sonra belirlenebiliyorsa örnekleme yöntemi olarak S.T.Ö. kullanılması gerekmektedir. Bu çalışmada T.R.Ö.'de "Hong K. et al.", "Kim-Warde", "Kim-Elam I" ve "Kim-Elam II" R.C. modelleri incelenmiş; "Hong K. et al." ve "Kim-Warde", "Kim-Warde" ve "Kim-Elam I", "Kim-Warde" ve "Kim-Elam II" modellerinin görece etkinlik karşılaştırmaları Kesim 4.1'de yapılmıştır. T.R.Ö.'de incelenen R.C. modelleri S.T.Ö.'de oluşturulmuştur. Ayrıca S.T.Ö.'de "Hong K. et al." ve "Kim-Warde", "Kim-Warde" ve "Kim-Elam I", "Kim-Warde" ve "Kim-Elam II" modellerinin görece etkinlik karşılaştırmaları Kesim 4.2.'de yapılmıştır.

S.T.Ö. yönteminde hassas özelliğe sahip katılımcıların oran tahminine ilişkin formüller T.R.Ö. yöntemi kullanılarak elde edilen formüllerle aynıdır. Ancak önerilen modellerin varyans formülleri değişmektedir.

S.T.Ö.'de "Hong K. et al.", "Kim-Warde", "Kim-Elam I", "Kim-Elam II" ile T.R.Ö.'de "Hong K. et al.", "Kim-Warde", "Kim-Elam I", "Kim-Elam II" R.C. modellerinin varyans değerlerine bakıldığında genellikle paralel sonuçlar verdiği görülmüştür.

Sonuç olarak T.R.Ö.'de R.C. modellerinin görece etkinlik karşılaştırmalarında elde edilen sonuçlar S.T.Ö.'de R.C. modelleri içinde elde edilebilmektedir. Tabakalı örnekleme yöntemi yapılabilmesi için her bir tabakadaki kitle büyüklüklerinin ve

hangi birimin hangi tabakaya ait olduğunun tabakalama öncesinde biliniyor olması gerektiğini belirtilmişti. Bu durum uygulamada her zaman mümkün değildir. Bu nedenle bir birimin hangi tabakaya ait olduğu ancak örnekleme yapıldıktan sonra belirlenebildiği durumlarda kullanılan sonradan tabakalamalı örnekleme uygulamak daha doğru olabilmektedir. S.T.'nn belirtilen kullanım avantajı R.C. modelleri içinde geçerli olmaktadır.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Aksu, E., 2009, Sonradan Tabakalama ve Bir Uygulama, Tük Uzmanlık Tezi. Ankara 23s.
- Alkaya, A., 2009, Örneklem Kuramında Ağırlıklandırma, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Ankara, 69s.
- Bek, Y., 1977, Şansa Bağlı Cevap Verme Tekniği 'Randomized Response Technique' Atatürk Üniversitesi Ziraat Fakültesi Dergisi. Cilt 8, Sayı 1.
- Bouza, C. N., Herrera, C., Mitra, P.G., 2010, A Review of Randomized Responses Procedures: The Qualitative Variable Case. Revista Investigacion Operacional. Vol., 31, No.3, 240-247
- Christofides, T.C., 2005, Randomized response in stratified sampling .Journal of the American Statistical Planning and Inference. 128: 303-310
- Çingil, H., 1994, Örneklem Kuramı, H.Ü. Fen Fakültesi Yayınları, Ankara, 80s.
- Fox, J.P., 2005, Randomized Item Response Theory Models. Journal of Educational and Behavioral Statistics. Vol.30, No.2, pp 189-212.
- Gjestvang, C., Singh, S., 2006, A new randomized response model. J.R. Statist. Soc. B. 68, Part 3, pp 523-530.
- Greenberg, B.G., Abul-Ela, A.A., Simmons, W.R., Horvitz, D.G., 1969, The unrelated question randomized response : theoretical framework . Journal of the American Statistical Association 64:520-539
- Greenberg, B.G., Kuebler Jr. R.R., Abernathy, J.R., Horvitz, D.G., 1971, Application of the randomized response technique in obtaining quantitative data, Journal of the American Statistical Association 66, 243–250.
- Gupta, S., Gupta, B., Singh, S., 2002, Estimation of sensitivity level of personal interview survey questions, *Journal of Statistical Planning and Inference* 100, 239–247.
- Gupta, S., Shabbir, J., Sehra, S., 2010, Mean and sensitivity estimation in optional

- randomized response models. *J. Statist. Plann. Inference.* 140 no.10, 2870–2874.
- Hong, K., Yum, J., Lee, H., 1994, A stratified randomized response technique. *The Korean Journal of Applied Statistics* 7, 141-147.
- Hussain, Z., Shabbir, J., Gupta, S., 2007, An alternative to Ryu et al. randomized response model. *J. Statist. and Management Systems*, 10(4), 511-517.
- Hussain, Z., Shabbir, J., 2009, On estimation of mean of a sensitive quantitative variable in complex surveys. *Pak.J.Statist.*25(2) 127-134.
- Kim, J., Elam, M., 2003, Comparison and Analysis of Stratified Randomized Response Models. *Joint Statistical Meetings. Section on Survey Research Methods.*
- Kim, J., Warde, W.D., 2004, A stratified Warner's randomized response model. *Journal of Statistical Planning and Inference.* 120, 155-165.
- Kim, J., Elam, M., 2005, A two-stage stratified Warner's randomized response model using optimal allocation. *Metrika* 61, 1-7.
- Kim, J., Elam, M., 2007, A stratified unrelated question randomized response model. *Statistical Papers.* 48, 215-233.
- Land, M., Singh, S., Sedory, S.A., 2012, Estimation of a rare sensitive attribute using Poisson distribution. *Statistics: A journal of Theoretical and Applied Statistics.* 46:3, 351-360.
- Mahajan, P.K., Gunta, J.P., Singh, R., 1994, Determination of optimum strata boundaries for scrambled response. *Statistica* 3, 375–381.
- Mangat, N.S, Singh, R., 1990, An alternative randomized response procedure. *Biometrika* 77: 439-442
- Mangat, N.S., 1994, An improved randomized response strategy. *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B* 56 (1), 93–95.
- Pal, S., Singh, S., 2012, A new unrelated question randomized response model.

- Statistics: A journal of Theoretical and Applied Statistics. 46:1, 99-109.
- Ryu, J-B., Kim, J-M., Heo, T-Y., Park, C.G., 2005, On stratified randomized response sampling. Model Assisted Statistics and Applications 1: 31-36.
- Saha, A., 2011, An optional scrambled randomized response technique for practical surveys. Metrika. 73:139-149.
- Sehra, S., 2008, Two Stage Optional Randomized Response Models, Greensboro, 1p
- Shabbir, J., Gupta, S., 2005, Optimal Allocation Randomized Response Model. PJSOR Vol.1: 15-22
- Singh, R., Mangat, N.S., 1996, Elements of Survey Sampling. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.
- Singh, S., 2003, Advanced Sampling Theory with Applications: How Micheal Selected Amy, Volume II, Kluwer Academic Publisher, ISBN Vol. 2:1-4020-1707-3The Netherlands, 889p.
- Son, C., Hong, K., Lee, G., Kim, J., 2008, The Calibration for Stratified Randomized Response Estimators. Communications of the Korean Statistical Society Vol.15, No. 4, pp. 597-603.
- Tezcan, S., Omran, A. R., 1981, Prevalence and Reporting of Induced abortion in Turkey: Two Survey Techniques. Studies in Family Planning. Vol.12, No.6/7, pp 262-271
- TNSA Hacettepe Üniversitesi Nüfus Etüdüleri Enstitüsü, 2009, Türkiye Nüfus ve Sağlık Araştırması 2008.
- TÜİK Adrese Dayalı Nüfus Kayıt Sistemi Sonuçları
<http://tuikapp.tuik.gov.tr/adnksdagitapp/adnks.zul>
- Uçar, P., 2009, İki ve Üç Aşamalı Örneklem Yöntemlerinde Örneklem Büyüklüğünün Belirlenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Ankara, 11s.

Warner, S.L., 1965, Randomized Response: A survey technique for eliminating evasive answer bias. *Journal of the American Statistical Association*. 60, 63-69.

Yamane, T., 2006, *Temel Örnekleme Yöntemleri* (Çev: Alptekin Esin, Celal Aydın, M.Akif Bakır, Esen Gürbüzsel), Literatür Yayıncılık, İstanbul, 121s.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Tuğçe Tuncel

Doğum Yeri : Ankara

Doğum Yılı : 1986

Medeni Hali : Bekar

Eğitim ve Akademik Durumu:

Lise 2000-2004 İncesu Anadolu Lisesi, Ankara

Lisans 2004-2008 Gazi Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü

Yabancı Dil: İngilizce

İş Tecrübesi:

2011-2012 Sağlık Araştırmaları Genel Müdürlüğü (Hıfzıssıhha Mektebi Müdürlüğü), Ölçme ve Değerlendirme Danışmanı

2012-... Sosyal Güvenlik Kurumu, Sosyal Güvenlik Uzman Yardımcısı