

**DÜNYA YÜZEYİ ÜZERİNDEKİ BİR HEDEFTEN
ELEKTROMANYETİK SAÇILIMIN MODELLENMESİ İÇİN
KARMA NÜMERİK YÖNTEMLERİN GELİŞTİRİLMESİ**

**DEVELOPMENT OF HYBRID NUMERICAL METHODS
FOR MODELING ELECTROMAGNETIC SCATTERING
FROM A TARGET ABOVE THE EARTH'S SURFACE**

GÜL YESA ALTUN

PROF. DR. ÖZLEM ÖZGÜN

Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim – Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı için Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ

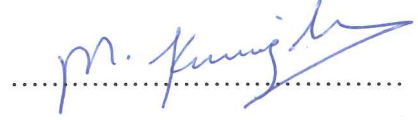
olarak hazırlanmıştır.

2019

GÜL YESA ALTUN'un hazırladığı "Dünya Yüzeyi Üzerindeki Bir Hedeften Elektromanyetik Saçılımın Modellenmesi İçin Karma Nümerik Yöntemlerin Geliştirilmesi" adlı bu çalışma aşağıdaki jüri tarafından ELEKTRİK VE ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Mustafa KUZUOĞLU (ODTÜ)

Başkan



Prof. Dr. Özlem ÖZGÜN

Danışman



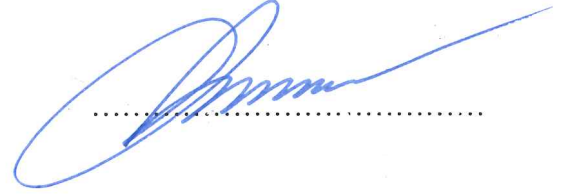
Prof. Dr. Birsen SAKA TANATAR

Üye



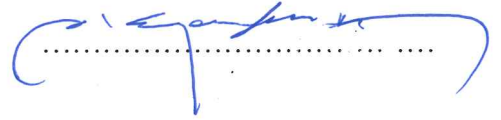
Prof. Dr. Çiğdem Seçkin GÜREL

Üye



Prof. Dr. Asım Egemen YILMAZ (Ankara Ü.)

Üye



Bu tez Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tarafından YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak .../.../... tarihinde onaylanmıştır.

Prof. Dr. Menemşe GÜMÜŞDERELİOĞLU

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Sevgili aileme...

ETİK

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada,

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

13.06/2019

GÜL YESA ALTUN

YAYIMLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kağıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarda kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesi'ne verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

Yükseköğretim Kurulu tarafından yayınlanan "*Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge*" kapsamında tezim aşağıda belirtilen koşullar haricinde YÖK Ulusal Tez Merkezi / H.Ü. Kütüphaneleri Açık Erişim Sisteminde erişime açılır.

- Enstitü / Fakülte yönetim kurulu kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren 2 yıl ertelenmiştir.
- Enstitü / Fakülte yönetim kurulu gerekçeli kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren ... ay ertelenmiştir.
- Tezim ile ilgili gizlilik kararı verilmiştir.

.13../.06../2019



Gül Yesa ALTUN

ÖZET

DÜNYA YÜZEYİ ÜZERİNDEKİ BİR HEDEFTEN ELEKTROMANYETİK SAÇILIMIN MODELLENMESİ İÇİN KARMA NÜMERİK YÖNTEMLERİN GELİŞTİRİLMESİ

Gül Yesa ALTUN

Yüksek Lisans, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Özlem ÖZGÜN

Haziran 2019, 89 sayfa

Dünya yüzeyi üzerinde bir hedef olduğu durumda elektromanyetik yayılımın modellenmesi ve hedefin radar kesit alanının hesaplanabilmesi için, radar ve hedef arasındaki dalga yayılımını etkileyen olayların tümünün dikkate alınması gerekmektedir. Dünya yüzeyinden yansıma, atmosferik kırınım, dalga boyu, hedefin şekli/boyutu/yerden yüksekliği ve kaynakla hedef arasındaki mesafe gibi birçok etken elektromanyetik saçılımı ve radar kesit alanını etkileyen faktörlerdir.

Uzun mesafeli elektromanyetik yayılım problemlerinin çözümünde kullanılan en etkin yöntemlerden biri parabolik dalga denkleminin çözümüne dayanan Fourier adımlama yöntemidir (*İng.* Split-Step Parabolic Equation – SSPE). Parabolik dalga denklemi, atmosferdeki dikey-değişen kırılma profili etkilerini modelleyebildiği ve hızlı çözüm sağladığı için, troposferdeki elektromanyetik dalga yayılımının modellenmesinde yaygın olarak kullanılan yöntemlerden biridir. Bu yöntem, engebeli arazi ve homojen olmayan

ortamlardaki yayılımı etkin olarak modellemekle birlikte, havada bir hedef olduğu durumda sınır koşullarının sağlanmasıdaki zorluk nedeniyle kullanılması zordur. Tüm bunlara ek olarak, bu yöntem eğimli/kavisli yüzeylerde merdivenleme yaklaşımı kullanmakta ve bu yaklaşım saçılım modellemelerinde merdivenleme hatasına neden olmaktadır. Bu tez çalışmasında, merdivenleme hatasının azaltılması, karmaşık yapılı engellerin modellenmesi ve SSPE performansının iyileştirilmesi amacı ile SSPE yöntemi ve moment yöntemi bir arada kullanılarak çeşitli geometrik yapılar için yayılım modellemeleri yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar, SSPE yöntemi ve Geometrik Optik (GO) + Düzgün Kırınım Teorisi (*İng.* Uniform Theory of Diffraction – UTD) sonuçları ile karşılaştırılmıştır. GO+UTD karma nümerik yöntem sonuçlarının elde edilmesi için, geometrik optik ve düzgün kırınım teorisi kullanılarak geliştirilmiş olan “GO+UTD Toolbox for Electromagnetic Propagation (ver 1.0)” yazılım aracı kullanılmıştır. Dünya yüzeyinde bulunan engellerden saçılımın modellenmesine olanak sağlayan GO+UTD yazılım aracının algoritması, dünya yüzeyi üzerinde yer alan ve genişliği olmayan bıçak sırtı engellerden elektromanyetik saçılımı modelleyecek şekilde yeniden düzenlenmiş ve başarımı incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Fourier adımlama yöntemi, moment yöntemi, radyo dalgası yayılımı, karma yöntem, düzensiz arazi, elektromanyetik saçılım.

ABSTRACT

DEVELOPMENT OF HYBRID NUMERICAL METHODS FOR MODELING ELECTROMAGNETIC SCATTERING FROM A TARGET ABOVE THE EARTH'S SURFACE

Gül Yesa ALTUN

M.S., Department of Electrical and Electronics Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Özlem ÖZGÜN

June 2019, 89 pages

In electromagnetic wave propagation problems, when there is a target above the Earth's surface, it is necessary to consider all wave phenomena between the transmitter and the target to model the electromagnetic scattering and to calculate the radar cross section of the target. The wave phenomena, such as reflection from the Earth's surface, atmospheric refraction, wavelength, shape/size/position of the target, diffraction, the range between the source and the target etc. affect the wave propagation and the radar cross section of the target.

In long range electromagnetic problems, the Split-Step Parabolic Equation (SSPE) method is an efficient method which is capable of handling both forward and backward scattered waves and modeling the vertical-varying refractivity profile in the troposphere. This method can effectively model the scattering effects in a propagation problem, but it is hard to implement the boundary conditions if there exist air targets in the domain. Additionally, the standard SSPE method employs staircasing approach for modeling slanted/curved surfaces

and this approach may cause staircasing error. In this thesis, a new hybrid method, called SSPE+MoM, is proposed by combining SSPE and MoM (Method of Moments) to model electromagnetic scattering from irregular terrains. This hybrid method decreases the staircasing error and improves the performance of the SSPE method. The results of the hybrid SSPE+MoM method are compared with those of the standard SSPE and those obtained with another hybrid method which is Geometric Optic (GO) + Uniform Theory of Diffraction (UTD). To obtain the results of the GO+UTD hybrid method, the “GO+UTD Toolbox for Electromagnetic Propagation (ver 1.0)” is employed. The algorithm of this tool which can model the electromagnetic scattering over a terrain on the Earth’s surface is rearranged to model the electromagnetic scattering from the knife-edges located above the Earth’s surface.

Keywords: Split-Step Parabolic Equation (SSPE), Method of Moments (MoM), radio wave propagation, hybrid method, irregular terrain, electromagnetic scattering.

TEŞEKKÜR

En başta, bütün lisansüstü eğitimim süresi boyunca desteğini ve sabrını benden hiç esirgemeyen, cesaretlendirmesi, nerileri ve yönlendirmeleri ile bu tez çalışmasının gelişme ve olgunlaşma sürecinde bana rehberlik eden danışmanım Sayın Prof. Dr. Özlem ÖZGÜN'e olan sevgimi, sonsuz teőekkürlerimi ve minnettarlığımı belirtmek isterim.

Tez raporumu okuyup yorumlayan Sayın Prof. Dr. Mustafa KUZUOğLU'na, Sayın Prof. Dr. Birsen SAKA TANATAR'a, Sayın Prof. Dr. Çiğdem Seçkin GREL'e ve Sayın Prof. Dr. Asım Egemen YILMAZ'a; bu süreçte her daim yanımda olan, sevgisi, sabrı ve desteği için eşim Doğacan YILDIRIM'a; takdirleri ile beni cesaretlendiren sevgili ailem Ahmet ALTUN, Nilgün ALTUN, Veysel Berk ALTUN, Efe ALTUN, Suat YILDIRIM ve Hülya YILDIRIM'a; ailem gibi sevdiğim tüm dostlarıma ve çalışma arkadaşlarıma ve son olarak işverenim ASELSAN A.ř.'ye sonsuz teşekkür ederim.

Gl Yesa ALTUN
Haziran 2019, Ankara

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	v
İÇİNDEKİLER	vi
ŞEKİLLER LİSTESİ	ix
ÇİZELGELER LİSTESİ	xiii
SİMGELER VE KISALTMALAR	xiii
1. GİRİŞ	1
1.1 Tezin Akışı	4
2. ASİMPOTİK YÜKSEK FREKANS MODELLEME TEKNİKLERİ	6
2.1 Geometrik Optik	7
2.2 Düzgün Kırınım Teorisi	13
3. MOMENT YÖNTEMİ	16
3.1 Maxwell Denklemleri	17
3.2 Elektromanyetik Sınır Koşulları	17
3.3 Elektromanyetik Yayılım Problemleri Formülasyonları	18
3.4 Zamanla Değişen Potansiyeller	19
3.5 Moment Yöntemi.....	21
3.5.1 Nokta Uyarlama.....	22
3.5.2 Darbe Ağırlıklandırma.....	23
3.5.3 Galerkin Yöntemi	23
3.6 Elektromanyetik Saçılım Problemlerinin Moment Yöntemi ile Çözümü	23
3.6.1 Elektrik Alan İntegral Denklemi: TM Polarizasyon.....	23

3.6.2	Manyetik Alan İntegral Denklemi: TE Polarizasyon	28
4.	PARABOLİK DALGA DENKLEMİ	35
4.1	Parabolik Dalga Denklemi	35
4.2	Fourier Adımlama Yöntemi	38
4.3	Fourier Adımlama Yöntemi Başarımı	40
4.3.1	Tepe ve Alt Uç Noktalardaki Sınır Koşullarının Sağlanması.....	41
4.3.2	Yatay ve düşey eksenlerdeki adım uzunluklarının belirlenmesi	42
4.3.3	Başlangıç Dikey Yayılım Profiline Belirlenmesi; Kaynak Modellemesi	43
4.3.4	Engel Modellemesi	44
4.3.5	Atmosferik Kırılma İndisindeki Değişimlerin Modellenmesi.....	45
4.3.5.1	Normal altı kırılma (subrefraction)	45
4.3.5.2	Standart kırılma (standard refraction).....	46
4.3.5.3	Normal-üstü kırılma (superrefraction)	46
4.3.5.4	Oluklanma (ducting).....	46
4.3.5.4.1	Oluklanma Türleri ve M-Profil Grafikleri.....	47
5.	KARMA NÜMERİK YÖNTEM ALGORİTMALARI	48
5.1.1	Havadaki Bıçak Sırtı Bir Engel için GO+UTD Nümerik Yöntem Algoritması.....	48
5.1.2	SSPE+MoM Karma Nümerik Yöntem Algoritması – I	50
5.1.2.1	Engel Yüzey Bölüntülemesi	50
5.1.2.2	Gelen Alan Matrisinin Oluşturulması.....	50
5.1.2.3	İndüklenen Akım Yoğunluğunun Bulunması.....	52
5.1.2.4	Saçılan Alan Hesaplaması	52
5.1.3	SSPE+MoM Karma Nümerik Yöntem Algoritması – II.....	53
5.1.3.1	Saçılan Alan Hesaplaması	54
6.	KARMA NÜMERİK YÖNTEM SONUÇLARI.....	55
6.1	Havadaki Bıçak Sırtı Engel için Saçılım Modellemesi Sonuçları.....	56
6.2	Dünya Yüzeyinde Bulunan Üçgen Engel için Saçılım Modellemesi Sonuçları	58
6.3	Havadaki Baklava Biçimli Engel için Saçılım Modellemesi Sonuçları	60

6.4 Havadaki Dünya Yüzeyine Paralel Bıçak Sırtı Engel için Saçılım Modellemesi Sonuçları.....	62
6.5 Oluklanmanın Olduğu Durumda Havadaki Üçgen Engel İçin Saçılım Modellemesi Sonuçları.....	65
6.6 Oluklanmanın Olduğu Durumda Havadaki Eğik Bıçak Sırtı Engel İçin Saçılım Modellemesi Sonuçları.....	68
6.7 SSPE+MoM Karma Nümerik Yöntem Algoritmaları Karşılaştırması.....	71
7. SONUÇLAR.....	74
7.1 Yapılacak Çalışmalar.....	76
KAYNAKLAR.....	77
EK A	80
EK B.....	83
ÖZGEÇMİŞ.....	88

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1 Astigmatik ışın tüpü	8
Şekil 2.2 Geometrik optik ile yansıyan ve gelen alan modellemesi.....	9
Şekil 2.3 Ana kaynak ve görüntü kaynaklar ile engel ve görüntü engel modellemesi.....	10
Şekil 2.4 Ana kaynak için gelen alan hesaplaması.....	10
Şekil 2.5 Bir numaralı görüntü kaynak için yansıyan alan hesaplaması	11
Şekil 2.6 İki numaralı görüntü kaynak için yansıyan alan hesaplaması.....	11
Şekil 2.7 Üç numaralı görüntü kaynak için yansıyan alan hesaplaması	12
Şekil 2.8 Düzgün kırınım teorisi – UTD parametreleri.....	14
Şekil 3.1 Nümerik Yöntem Algoritması	16
Şekil 3.2 İki ortamın arayüz sınırı	18
Şekil 3.3 Darbe ağırlıklandırma yöntemi	23
Şekil 3.4 Kaynak ve gözlem noktası modellemesi.....	24
Şekil 3.5 Yüzey Bölüntüleme.....	25
Şekil 3.6 TE polarizasyon için yüzey teğet vektörü modellemesi	30
Şekil 4.1 Troposferde paraksial yöndeki enerji yayılımı	36
Şekil 4.2 (a) Parabolik ve (b) Eliptik Kısmi Diferansiyel Eşitlik Çözümleri.....	38
Şekil 4.3 Merdivenleme yaklaşımı ile bölüntüleme tekniği.....	38
Şekil 4.4 İleri ve geri yönde yayılan alanlar.....	44
Şekil 4.5 Atmosferik kırıcılık indisine göre kırılma tipleri.....	46
Şekil 4.6 Oluklanma türlerinin M-Profil grafikleri (a) Buharlaşma tipi oluklanma, (b) Yüzey oluşu, (c) S-biçimli yüzey oluşu, (d) Yükselmiş Oluklanma.....	47
Şekil 5.1 GO+UTD karma nümerik yöntem algoritmasında kırınım modellemesi	48
Şekil 5.2 Kırınım katsayısı formülasyonundaki φ_0 ve φ açılarının belirlenmesi: (a) Ana kaynak için φ_0 açısının modellenmesi, (b) Görüntü kaynak için φ_0 açısının modellenmesi, (c) Alma noktası için φ açısının modellenmesi.....	49
Şekil 5.3 Engel sınır yüzeyinin yeniden oluşturulması ve $\Delta C \leq \lambda/10$ olacak şekilde yeniden bölüntülenmesi	51
Şekil 5.4 Yatay eksen adım uzunluğunun yeniden düzenlenmesi.....	51
Şekil 5.5 Fourier adımlama yöntemi ve moment yönteminin karma modellemesi.....	53
Şekil 5.6 Fourier adımlama yöntemi ve moment yönteminin karma modellemesi – II.....	54
Şekil 6.1 Bıçak sırtı engel için yayılım faktörü grafikleri: (a) $x = 10\text{km}$ için YF-yükseklik grafiği (TE polarizasyon), (b) $x = 10\text{km}$ için YF-yükseklik grafiği (TM polarizasyon),	

(c) $z = 120\text{m}$ için YF-mesafe grafiği (TE polarizasyon), (d) $z = 120\text{m}$ için YF-mesafe grafiği (TM polarizasyon). (Frekans = 1GHz, $\Delta x = 50\text{m}$, $\Delta z = 0.35\text{m}$).....	56
Şekil 6.2 Bıçak sırtı engel için yayılım faktörü haritaları: (a) GO+UTD (TE polarizasyon), (b) GO+UTD (TM polarizasyon), (c) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (d) SSPE+MoM (TM polarizasyon), (e) SSPE (TE polarizasyon), (f) SSPE (TM polarizasyon). (Frekans = 1GHz, $\Delta x = 50\text{m}$, $\Delta z = 0.35\text{m}$).....	57
Şekil 6.3 Bıçak sırtı engel için saçılan alan haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon). (Frekans = 1GHz, $\Delta x = 50\text{m}$, $\Delta z = 0.35\text{m}$)	58
Şekil 6.4 Üçgen engel için yayılım faktörü grafikleri: (a) $x = 1.65\text{km}$ için YF-yükseklik grafiği (TE polarizasyon), (b) $x = 1.65\text{km}$ için YF-yükseklik grafiği (TM polarizasyon), (c) $z = 75\text{m}$ için YF-mesafe grafiği (TE polarizasyon), (d) $z = 75\text{m}$ için YF-mesafe grafiği (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5\text{m}$, $\Delta z = 0.2\text{m}$).....	59
Şekil 6.5 Üçgen engel için yayılım faktörü haritaları: (a) GO+UTD (TE polarizasyon), (b) GO+UTD (TM polarizasyon), (c) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (d) SSPE+MoM (TM polarizasyon), (e) SSPE (TE polarizasyon), (f) SSPE (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5\text{m}$, $\Delta z = 0.2\text{m}$)	60
Şekil 6.6 Üçgen engel için saçılan alan haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5\text{m}$, $\Delta z = 0.2\text{m}$).....	60
Şekil 6.7 Baklava biçimli engel için yayılım faktörü grafikleri: (a) $x = 1.25\text{km}$ için YF-yükseklik grafiği (TE polarizasyon), (b) $x = 1.25\text{km}$ için YF-yükseklik grafiği (TM polarizasyon), (c) $z = 15\text{m}$ için YF-mesafe grafiği (TE polarizasyon), (d) $z = 15\text{m}$ için YF-mesafe grafiği (TM polarizasyon). (Frekans = 100MHz, $\Delta x = 5\text{m}$, $\Delta z = 0.6\text{m}$).	61
Şekil 6.8 Baklava biçimli engel için yayılım faktörü haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon), (c) SSPE (TE polarizasyon), (d) SSPE (TM polarizasyon). (Frekans = 100MHz, $\Delta x = 5\text{m}$, $\Delta z = 0.6\text{m}$)	62
Şekil 6.9 Baklava biçimli engel için saçılan alan haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon). (Frekans = 100MHz, $\Delta x = 5\text{m}$, $\Delta z = 0.6\text{m}$).....	62
Şekil 6.10 Bıçak sırtı engel için yayılım faktörü grafikleri: (a) $x = 1.1\text{km}$ için YF-yükseklik grafiği (TE polarizasyon), (b) $x = 1.1\text{km}$ için YF-yükseklik grafiği (TM polarizasyon), (c) $z = 25\text{m}$ için YF-mesafe grafiği (TE polarizasyon), (d) $z = 25\text{m}$ için YF-mesafe grafiği (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5\text{m}$, $\Delta z = 0.35\text{m}$).....	63

Şekil 6.11 Bıçak sırtı engel için yayılım faktörü haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon), (c) SSPE (TE polarizasyon), (d) SSPE (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5m$, $\Delta z = 0.35m$).....	64
Şekil 6.12 Bıçak sırtı engel için yayılım faktörü haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5m$, $\Delta z = 0.35m$).....	64
Şekil 6.13 Yüzey oluklanmanın olduğu atmosfer koşullarında gelen alan için yayılım faktörü haritaları: (a) TE polarizasyon, (b) TM polarizasyon. (Frekans = 200MHz, $\Delta x = 50m$, $\Delta z = 0.29m$).....	66
Şekil 6.14 Üçgen engel için yayılım faktörü grafikleri: (a) $x = 1.25km$ için YF-yükseklik grafiği (TE polarizasyon), (b) $x = 1.25km$ için YF-yükseklik grafiği (TM polarizasyon), (c) $z = 15m$ için YF-mesafe grafiği (TE polarizasyon), (d) $z = 15m$ için YF-mesafe grafiği (TM polarizasyon). (Frekans = 200MHz, $\Delta x = 10m$, $\Delta z = 0.29m$).....	66
Şekil 6.15 Üçgen engel için yayılım faktörü haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon), (c) SSPE (TE polarizasyon), (d) SSPE (TM polarizasyon). (Frekans = 200MHz, $\Delta x = 10m$, $\Delta z = 0.29m$).....	67
Şekil 6.16 Üçgen engel için saçılan alan haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon). (Frekans = 200MHz, $\Delta x = 10m$, $\Delta z = 0.29m$)	67
Şekil 6.17 Yüzey oluklanmanın olduğu atmosfer koşullarında gelen alan için yayılım faktörü haritaları: (a) TE polarizasyon, (b) TM polarizasyon. (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 200m$, $\Delta z = 0.29m$).....	69
Şekil 6.18 Bıçak sırtı engel için yayılım faktörü grafikleri: (a) $x = 1.5km$ için YF-yükseklik grafiği (TE polarizasyon), (b) $x = 1.5km$ için YF-yükseklik grafiği (TM polarizasyon), (c) $z = 25m$ için YF-mesafe grafiği (TE polarizasyon), (d) $z = 25m$ için YF-mesafe grafiği (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5m$, $\Delta z = 0.29m$).....	69
Şekil 6.19 Bıçak sırtı engel için yayılım faktörü haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon), (c) SSPE (TE polarizasyon), (d) SSPE (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5m$, $\Delta z = 0.29m$).....	70
Şekil 6.20 Bıçak sırtı engel için saçılan alan haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5m$, $\Delta z = 0.29m$).....	70
Şekil 6.21 Bıçak sırtı engel için karma nümerik yöntemlerle saçılım modelleme sonuçları: (a) SSPE+MoM – I, (b) SSPE+MoM – II, (c) $x = 1.1km$ için YF-yükseklik grafiği, (d) $z = 25m$ için YF-mesafe grafiği. (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5m$, $\Delta z = 0.35m$)	72

Şekil 6.22 Üçgen engel için karma nümerik yöntemlerle saçılım modelleme sonuçları: (a) SSPE+MoM – I, (b) SSPE+MoM – II, (c) $x = 1.25\text{km}$ için YF-yükseklik grafiği, (d) $z = 15\text{m}$ için YF-mesafe grafiği. (Frekans = 200MHz, $\Delta x = 10\text{m}$, $\Delta z = 0.29\text{m}$).....	73
Şekil A.1 Dikey yönlü bir elektrik dipolün doğrudan ve yansıyan etkileri.....	80
Şekil A.2 Yansıma noktasındaki elektrik alanın teğet ve normal bileşenleri.....	81
Şekil A.3 Mükemmel elektrik iletken bir yüzey için ana kaynak ve görüntü kaynaklar	82

ÇİZELGELER LİSTESİ

Çizelge 2.1 Kırınım katsayısı bileşenlerinin tekillik koşulları	15
Çizelge B.1 Boş uzay Green fonksiyonları	87

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

k	Dalga numarası (1/metre)
λ	Dalga boyu (metre)
ω	Açısal frekans (1/saniye)
ϵ_0	Boşluktaki elektrik geçirgenlik sabiti (8.85×10^{-12} Farad/metre)
ϵ_r	Görel elektrik geçirgenlik katsayısı
μ_0	Boşluktaki manyetik geçirgenlik sabiti ($4\pi \times 10^{-7}$ Henry/metre)
μ_r	Görel manyetik geçirgenlik katsayısı
c_0	Işık hızı (2.9979×10^8 metre/saniye)
η_0	Boşluk içkin (<i>intrinsic</i>) empedansı (120π Ohm)
σ	İletkenlik katsayısı (Siemens/metre)
ρ_e	Hacimsel elektrik yük yoğunluğu (Coulomb/metre ³)
ρ_m	Hacimsel manyetik yük yoğunluğu (Weber/metre ³)
\vec{E}	Vektörel elektrik alan şiddeti (Volt/metre)
\vec{H}	Vektörel manyetik alan şiddeti (Amper/metre)
\vec{M}	Vektörel manyetik akım yoğunluğu (Volt/metre ²)
\vec{J}	Vektörel elektrik akım yoğunluğu (Amper/metre ²)
V	Skaler elektrik potansiyel (Volt)
\vec{A}	Vektör manyetik potansiyel (Weber/metre)
$n(x, y, z)$	Kırılma indisi
M	Değiştirilmiş kırıcılık indisi
\hat{n}	Yüzey normal vektörü
\hat{t}	Yüzey teğet vektörü
γ	Euler sabiti (1,781 ...)
e	Matematiksel e sabiti (2,718 ...)
F	Fourier dönüşümü
F^{-1}	Ters Fourier dönüşümü
Q	Pseudo – diferansiyel operatör
$H_0^{(2)}(.)$	Sıfırıncı derece ikinci tür Hankel fonksiyonu
$H_1^{(2)}(.)$	Birinci derece ikinci tür Hankel fonksiyonu

$R_{y,d}$	Yatay veya dikey polarize olma durumuna göre belirlenen yansıma katsayısı
$D_{y,d}$	Yatay veya dikey polarize olma durumuna göre belirlenen kırınım katsayısı

Kısaltmalar

2W-SSPE	Two Way Split Step Parabolic Equation (İki Yönlü Parabolik Dalga Denkleminin Çözümüne Dayanan Fourier Adımlama Yöntemi)
DCT	Discrete Cosine Transform (Ayrık Kosinüs Dönüşümü)
DST	Discrete Sine Transform (Ayrık Sinüs Dönüşümü)
EFIE	Electric Field Integral Equation (Elektrik Alan İntegral Denklemi)
FDM	Finite Difference Method (Sonlu – Farklar Yöntemi)
FEM	Finite Element Method (Sonlu – Elemanlar Yöntemi)
GO	Geometrical Optics (Geometrik Optik)
GTD	Geometric Theory of Diffraction (Geometrik Kırınım Teorisi)
ISB	Incident Shadow Boundary (Gelen Alan Gölge Sınır Çizgisi)
LOS	Line-of-Sight (Görüş Hattı)
MFIE	Magnetic Field Integral Equation (Manyetik Alan İntegral Denklemi)
MOM	Method of Moments (Moment Yöntemi)
PEC	Perfect Electric Conductor (Mükemmel Elektrik İletken)
PO	Physical Optics (Fiziksel Optik)
PTD	Physical Theory of Diffraction (Fiziksel Kırınım Teorisi)
PWE	Parabolic Wave Equation (Parabolik Dalga Eşitliği)
RSB	Reflection Shadow Boundary (Yansıyan Alan Gölge Sınır Çizgisi)
SSPE	Split-Step Parabolic Equation (Parabolik Dalga Denkleminin Çözümüne Dayanan Fourier Adımlama Yöntemi)
TDP	Tropospheric Ducting Propagation (Troposferik Oluklanma Yayılımı)
TE Mode	Transverse Electric Mode (Enine Elektrik Alan)
TM Mode	Transverse Magnetic Mode (Enine Manyetik Alan)
UTD	Uniform Theory of Diffraction (Düzgün Kırınım Teorisi)
YF, PF	Propagation Factor (Yayılım Faktörü)

1. GİRİŞ

Troposferik elektromanyetik dalga yayılımı, kablosuz iletişim ve radar teknolojilerinin önemli bir bölümünü oluşturmaktadır. Kablosuz iletişim sistemleri ve radar teknolojilerinde, elektromanyetik yayılım problemlerinin modellenmesi frekans, mesafe, dünya yüzeyinin eğikliği, saçılım, kırınım, atmosferik kırınım vb. etkilerin bir fonksiyonu olarak karakterize edilmesi ilkesine dayanmaktadır. İdeal bir verici antenden yayılan elektromanyetik dalga, dış bir etken olmaması durumunda boş uzayda görüş hattı (*İng.* Line-of-sight – LOS) boyunca ilerler. İlerleyen bu elektromanyetik dalganın sinyal gücü, frekans ve mesafenin karesiyle ters orantılı olarak zayıflamaktadır. Mesafe, frekans ve sinyal gücü arasındaki bu ilişki tüm elektromanyetik dalgalar için geçerlidir. Fakat troposferik yayılım modellemelerinde, dış çevre koşullarının problem yapısına dahil edilmesi gerekliliği sebebi ile elektromanyetik dalga boş uzayda ilerliyor gibi modellenemez. Bu nedenle elektromanyetik yayılım modellemesi, tüm dış etkenleri problem yapısına dahil eden tek tip bir yöntemle veya birden fazla yöntemin karma olarak bir arada kullanılmasıyla yapılmaktadır. Görgül (*İng.* empirical) veya rasgele olmayan (*İng.* deterministic) yöntemler ile çözümü mümkün olan bu problemler için, atmosfer yapısının devingen ve karmaşık olması, coğrafik çevresel koşullar vb. etkiler nedeniyle araştırmanın zorluğu önemli ölçüde artmakta ve nümerik olarak doğru modelleme teknikleri önem kazanmaktadır.

Görgül yöntemler, geniş alan ölçümlerine ve bu ölçümlerden elde edilen verilere göre belirlenen istatistiksel verilere dayanmaktadır. Tümünden gelim yöntemiyle veriler basit bir formülle açıklanmaktadır. Ölçümler belirli bir alanda ve frekans bandında ele alınmakta ve sadece o ortama özgü çevre koşullarını içermektedir. Dış çevre koşullarının sınırlanıyor olması sebebiyle bütün elektromanyetik yayılım problemlerine uygulanması mümkün değildir. Okumura Yayılım Modellemesi en yaygın kullanılan görgül yöntemdir [1]. 150-1920MHz frekans bandında kentsel, banliyö ve açık alanların her biri için ayrı ölçüm sonuçlarına sahiptir. Ancak incelenen ortamın bu bileşenlerden herhangi ikisini veya hepsini içeriyor olması durumunda Okumura modeli doğru sonuç vermemektedir.

Rasgele olmayan yöntemler, matematiksel ve fiziksel dalga teorisi ilkelerini kullanarak elektromanyetik yayılımı açıklamaktadır. Arazi pürüzlülüğünü, atmosferik kırınımı, engel

etkilerini, yansımayı, soğurmayı ve diğer bileşenleri teorik olarak problem yapısına dahil ettiği için, çevre koşullarının biliniyor olması durumunda bütün elektromanyetik yayılım problemlerine uygulanması mümkündür. Ancak elektromanyetik yayılım problemlerinin büyük boyutlu olması sebebiyle işlem yükü ve maliyeti fazladır. Bu nedenle, işlem yükü ve maliyeti azaltacak şekilde sürekli yeni yöntemler geliştirilmekte, yeni yazılımlar piyasaya çıkmaktadır. Asimptotik yüksek frekans yöntemleri, standart nümerik yöntemler ve analitik yöntemler elektromanyetik yayılımı modellemek için kullanılan rasgele olmayan yöntemlerdir [2], [3], [4].

Troposferin alt katmanları veya deniz yüzeyinin üzerinde, değişken yapıdaki nem ve sıcaklık etkileri sebebi ile atmosfer kırılma indisindeki azalma eğilimi, elektromanyetik dalgaların yayılma sırasında bükülmesine neden olur. Troposferik oluklanma yayılımı (*İng.* Tropospheric ducting propagation – TDP) adı verilen bu yayılma şekli, deniz atmosferi ortamında çalışan radyo sistemlerinin performansını önemli ölçüde etkilemektedir.

TDP ile uzun menzilli yayılım modellemeleri, düzensiz arazi yapıları, deniz yüzeyi modellemeleri, saçılım modellemeleri vb. modellemeler büyük boyutlu elektromanyetik yayılım problemlerinin birer parçalarını oluşturmaktadır. Dijital ortamda çözülebilir hale gelmesiyle birlikte, bu problemlerin çözümü için kullanılan en etkin yöntemler ışın optik ve parabolik dalga denklemi çözümlemesine dayanan yöntemler olmuştur. Işın optik ile uzun menzilli problemlerin çözümü etkili bir şekilde yapılabilmektedir. Fakat başarımının yüksek frekanslı yayılım modellemelerinde artıyor oluşu düşük frekanslı problemler için tercih edilmemesine neden olmaktadır. Bu nedenle, daha geniş frekans bandının modellenmesine ve atmosferik koşulların daha kolay çözüme dahil edilmesine olanak sağlayan parabolik dalga denklemi çözümlemesine dayanan yöntemler, elektromanyetik yayılım modellemesi için kullanılan en yaygın yöntemler olmuştur.

1946 yılında, Leontovich ve Fock [5], parabolik dalga denklemini dünya yüzeyindeki elektromanyetik yayılımı modellemek amacıyla çözümlemişlerdir. Bu yöntemle troposferik yayılımın etkili bir şekilde modellenebileceğinin görülmesinin ardından, nümerik olarak modellemeye imkân sağlayan Fourier adımlama yöntemi 1973 yılında Hardin ve Tappert [6]

tarafından geliştirilmiştir. 1987 yılında Dockery [7], [8], Fourier adımlama yöntemi ile parabolik dalga denkleminin çözümlenebileceğini göstermiş ve elektromanyetik yayılım modellemesinin nümerik ortamda modellenmiş başarılı sonuçlarını elde etmiştir.

Parabolik dalga denkleminin çözümüne dayanan Fourier adımlama yöntemi (*İng.* Split-Step Parabolic Equation – SSPE), ilk geliştirildiği hali ile dar açılı elektromanyetik yayılımları modelleyebilmektedir. Saçılım modellemelerinin yapılabilmesi için geniş açılı yaklaşımlarına doğan ihtiyaç nedeniyle birçok çalışma yapılmıştır. Clearbout PE yöntemi [9], Feit-Fleck PE modeli [10] ve Padé PE yöntemi [11] bu çalışmalar içinde en etkili olanlardır.

SSPE yöntemi için ikinci etkin çalışma, 1992 yılında Collins ve ark. [11] tarafından yapılmıştır. Ortamda engellerin veya düzensiz arazilerin olduğu durumda, bu hedeflerden saçılımların elektromanyetik yayılımı büyük ölçüde etkilediği ve yüksek hesaplama hatasına neden olduğu gözlenmiştir. Bu nedenle, su altı akustik modellemesi için Collins ve ark. iki yönlü parabolik dalga denklemini çözümünü (2W – SSPE) geliştirmişlerdir. 2009’da Özgün [12] 2W – SSPE yaklaşımını kullanarak ortamda engel varken engelden saçılımların modellenmesini sağlayan iki yönlü troposferik dalga yayılımının modellenmesini sağlamıştır. Özgün’ün sunmuş olduğu bu modellemede, yayılan alan bıçak sırtı vb. bir engele ulaştığında engel üzerindeki gelen alan sınır koşullarının sağlanması koşulu nedeniyle ilk alan gibi modellenir ve ilerleme yönü ters çevrilerek geri yansıtılır. Bu yaklaşım ile, ortamda bulunan engeller ve arazi yapıları birbiri ardına sıralanmış paralel bıçak sırtı engeller olarak modellenabilir ve engelin bulunduğu her adımda geri yansıma işlemi uygulanarak çoklu yansımalar ile saçılım modellemesi yapılabilir. Merdivenleme yaklaşımı denilen bu yaklaşım ile dünya yüzeyinde bulunan basit yapılı engeller için saçılım modellemesi etkili bir şekilde yapılabilir. Ancak eğimli/kavisli yapılarda yüzey koşullarının sağlanmasındaki zorluk nedeniyle merdivenleme yaklaşımı veri kaybına neden olmakta ve saçılım modellemelerinin yapılmasında zorluğa yol açmaktadır.

Bu tez çalışmasında, merdivenleme hatasının giderilmesi ve SSPE yönteminin başarımının artırılması amacıyla moment yöntemi ve SSPE yöntemi birlikte kullanılarak karma nümerik

yöntem algoritmaları geliştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar bir diğer karma yöntem olan Geometrik Optik + Düzgün Kırınım Teorisi (GO+UTD) sonuçları ile karşılaştırılmıştır [13].

1.1 Tezin Akışı

Bölüm 2’de ışın optik kuramına dayanan asimptotik yüksek frekans modelleme teknikleri ve bu tez çalışmasında kullanılan geometrik optik teorisi anlatılacaktır. Havadaki bıçak sırtı bir engelden saçılım modellemesinin formülasyonu yapılacak ve düzgün kırınım teorisi ile engelin gölge bölgesindeki elektromanyetik yayılım modellemesi anlatılacaktır.

Bölüm 3’te moment yöntemi teorisi anlatılacak ve bu tez çalışmasındaki ortam modellemesine uygun olacak şekilde düzenlenmiş olan formüller verilecektir. Yatay ve dikey polarizasyon durumundaki saçılımlar için öncelikle problem yapısı anlatılacak, sınır koşulları problem yapısına dahil edilerek bilinmeyen akım yoğunluğu verisinin bulunabilmesi için bilinen gelen alan verisi kullanılarak oluşturulan eşitlikler gösterilecektir. Bu eşitlik sistemleri kullanılarak gerekli bölüntülemeler yapılacak ve moment yöntemi ile dijital ortamda modellenebilecek hale getirilen sistem formülasyonları anlatılacaktır.

Bölüm 4’te bu tez çalışmasında moment yöntemi ile karma olarak modellenen, parabolik dalga denkleminin çözümüne dayanan Fourier adımlama yöntemi anlatılacaktır. Bunun için parabolik dalga denklemi teorisi ve Fourier adımlama yöntemi teorisi ile SSPE yöntem başarımının artırılması için sağlanması gereken koşullar incelenecektir.

Bölüm 5’te, Bölüm 2,3 ve 4’te teorisi anlatılan nümerik yöntemler kullanılarak oluşturulan karma nümerik yöntem algoritmaları adım adım anlatılacaktır. Bölüm 6’da önerilen bu karma nümerik yöntemlere ait benzetim sonuçları gösterilecektir. Elde edilen karma nümerik yöntem sonuçları, SSPE ve GO+UTD sonuçları ile karşılaştırılacaktır.

Son olarak sonuç bölümü olan Bölüm 7'de geliştirilen karma nümerik yöntemlerin başarımları incelenecektir. Ek olarak geliştirilen karma nümerik yöntemlerin eksikliklerine, bunların nasıl giderileceğine ve algoritmaların geliştirilmesine dair öneriler verilecektir.

2. ASİMPTOTİK YÜKSEK FREKANS MODELLEME TEKNİKLERİ

Uzun menzilli elektromanyetik yayılım problemlerinin modellenmesi, radar ve haberleşme sistemlerinin modellenebilmesine olanak sağlaması, uzaktan algılama, hedef tespit etme ve takip etme gibi birçok etmen sebebi ile ilgilenilen bir konu olmuştur. Ancak elektromanyetik dalganın yansıma, kırınma, kırılma gibi çeşitli dalga teoremlerine dayanan karmaşık yapısı gereği, milimetrik dalga boyuna oranla çok büyük olan karma yapıdaki atmosferik ortamda, Maxwell denklemlerinden türetilmiş analitik dalga denklemleri ile problemin kesin çözümü mümkün değildir.

Dalga boyunun menzile göre çok küçük olduğu durumlarda, sonlu-farklar yöntemi (*İng.* Finite Difference Method – FDM), sonlu-elemanlar yöntemi (*İng.* Finite Element Method – FEM) veya moment yöntemi (*İng.* Method of Moments – MoM) gibi tek tip standart nümerik yöntemlerle problemin çözümü oldukça zordur. Çünkü incelenen ortamda, yayılım modellemesinin yapılabilmesi için çok sayıda bölüntüleme yapılması gerekmekte ve bu durum dijital ortama aktarılmak istenen problem yapısını oldukça büyütmektedir. Tüm bu sebeplerden dolayı, uzun menzilli yayılım problemlerinin çözümünde dalga denklemlerinin yaklaşık çözümlerini veren alternatif yöntemler tercih edilir.

Işın optik kuramına dayanan asimptotik yüksek frekans modelleme teknikleri, elektromanyetik dalganın bir ışın demeti olarak düz bir çizgi şeklinde ilerlemesi ilkesine dayanır. Asimptotik yüksek frekans modelleme teknikleri, bazı parametrelerin sınırlayıcı bir değere yaklaştırılmasıyla sonucu daha doğru hale gelen, fonksiyonların genişletilmesi, integrallerin hesaplanması ve diferansiyel denklemlerin çözülmesi yöntemleridir. Problem çözümlerindeki yaklaşımların asimptotik olması durumu, Maxwell Denklemleri ile elde edilen eşitliklerin belirli bir dalga numarası için problem yakınsamasını zorlaştırdığı durumlarda, $\omega \rightarrow \infty$ veya $k \rightarrow \infty$ koşulunun sağlandığı noktanın bulunması ve işlemler bütünü bu koşula göre tamamlanmasından ileri gelmektedir.

Asimptotik yüksek frekans modelleme teknikleri, elektriksel olarak büyük problemlerin çözümünde daha az bellek gücü gerektirmesi ve incelenen problemin kolaylıkla anlaşılmasını sağlaması bakımından avantajlıdır. Ancak, elektriksel olarak küçük olan nesnelerin ve kanonik geometride olmayan nesnelerin modellenmesindeki zorluk nedeniyle

bu tekniklerin kullanımı kavisli/eğimli engellerin bulunduğu arazilerin modellenmesi için uygun değildir.

Literatürde birçok asimptotik yüksek frekans modelleme tekniği bulunmaktadır. Bunlardan bazıları Geometrik Optik (*İng.* Geometrical Optics – GO) [14], Geometrik Kırınım Teorisi (*İng.* Geometric Theory of Diffraction – GTD) [15], Düzgün Kırınım Teorisi (*İng.* Uniform Theory of Diffraction – UTD) [16], Fiziksel Optik (*İng.* Physical Optics – PO) [17] ve Fiziksel Kırınım Teorisi (*İng.* Physical Theory of Diffraction – PTD) [18]'dir. Tüm bu yöntemler, Maxwell Denklemlerinin belirli bir sınır yüzeyinin olmadığı durumu için doğrudan asimptotik çözümü ile modellenir.

Geometrik optik ile düzlem dalgası şeklinde modellenen elektromanyetik dalganın yansıma ve kırılma davranışı modellenenir. Ancak tek başına kırınım etkilerini modelleyememektedir. Bu nedenle yansıma, kırılma ve kırınım etkilerinin bir arada modellendiği Geometrik Kırınım Teorisi (GTD) geliştirilmiştir. Geometrik Kırınım Teorisi ile pürüzsüz, eğimli yüzeylerden elektromanyetik kırınım modellemesi etkili bir şekilde yapılabilir. Formülasyonları gereği gelen alan ve yansıyan alan gölge sınır çizgilerinde belirsizliğe neden olmaktadır. Bu nedenle Düzgün Kırınım Teorisi (UTD) geliştirilmiştir.

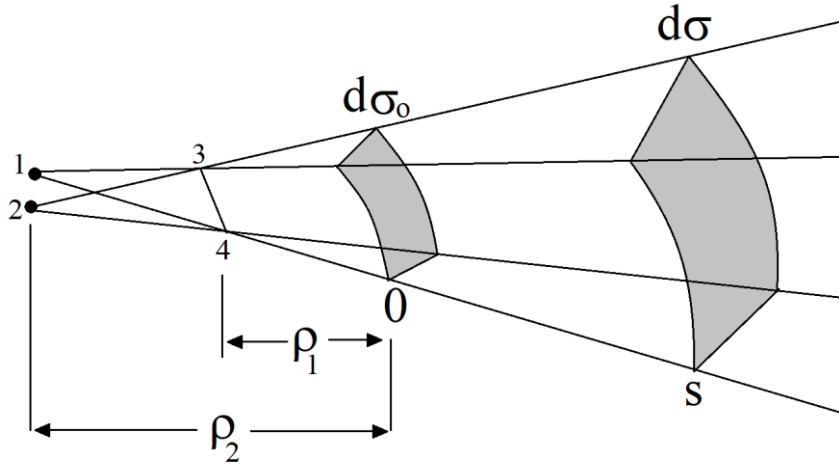
Fiziksel optik ile yüzey akımları ve bu akımların neden olduğu yansıma ve kırılma davranışı modellenir. Kırınım etkilerini modelleyememesi sebebi ile Fiziksel Kırınım Teorisi geliştirilmiştir. Fiziksel Kırınım Teorisi ile belirli bir uzunluktaki silindir, yarı-sonsuz (*İng.* semi-infinite) koni ve düz levha gibi yüzeylerden elektromanyetik saçılım etkili bir şekilde modellenenir.

2.1 Geometrik Optik

Fermat ilkesine göre, P_1 ve P_2 noktaları arasında ışık ışını en az zamanı gerektiren yolu izler [19]. Buna göre, eşitlik (2.1) ile verilen koşulun sağlanması gerekmektedir.

$$\delta \int_{P_1}^{P_2} n ds = 0 \quad (2.1)$$

Enerjinin korunumu ilkesine göre, belirli bir yönde ilerleyen geometrik optik alan yoğunluğu, astigmatik ışın tüpü gibi bir ışın tüpü içerisinde enerjisini koruyarak ilerler (Şekil 2.1) [20].



Şekil 2.1 Astigmatik ışın tüpü

Bu durumda, s noktasındaki alan yoğunluğu A^2 ve referans 0 noktasındaki alan yoğunluğu A_0^2 olarak ele alınırsa, izotropik ve homojen bir ortamda eşitlik (2.2)'deki koşul sağlanır.

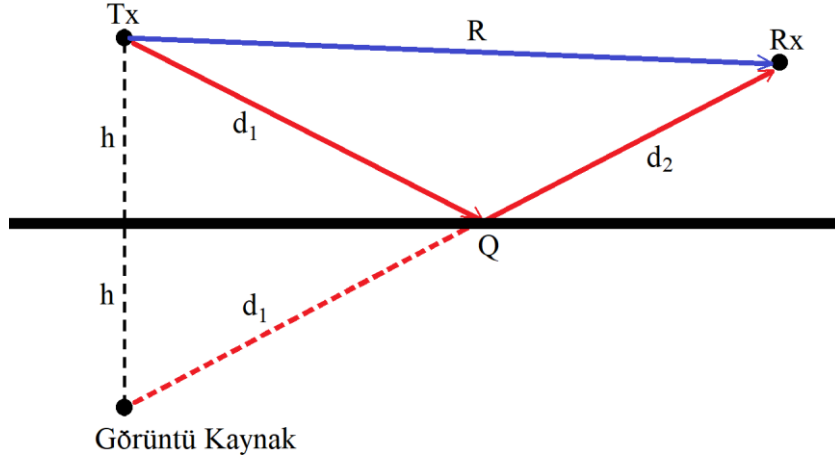
$$A^2 d\sigma = A_0^2 d\sigma_0 \quad (2.2)$$

Bu eşitlikte, $d\sigma$ s noktasındaki tüpün kesit alanı ve $d\sigma_0$ referans 0 noktasındaki tüpün kesit alanıdır. Eşitlik (2.2) yeniden düzenlenirse, başlangıç alan yoğunluğu değeri bilinen A_0 ile herhangi bir s noktasındaki alan yoğunluğu eşitlik (2.3) ile hesaplanır.

$$A = A_0 \sqrt{d\sigma_0/d\sigma} \quad (2.3)$$

Eşitlik (2.3)'te görüleceği üzere, geometrik optik kuramına göre elektrik alan belirli bir tüp içinde ışın demeti şeklinde düz bir çizgiyi izleyerek yayılma eğilimindedir ve bu eşitlik ile alan yoğunluğunun konuma göre ne şekilde değiştiği izlenebilmektedir.

Geometrik optik ile yayılan alan hesaplaması yapılırken engel uç noktalarında meydana gelen kırınım etkileri ihmal edilir. Ancak gelen alan ve yansıyan alan hesaplamaları Görüntü Teorisi (*Ing. Image Theory*)'nden faydalanılarak hesaplanabilir (EK A).



Şekil 2.2 Geometrik optik ile yansıyan ve gelen alan modellemesi

Yeryüzünün mükemmel elektrik iletken (PEC) olduğu durumda, incelenen ortamda engel yokken herhangi bir (x, z) noktasındaki toplam yayılan alan eşitlik (2.4) ile bulunur (Şekil 2.2).

$$u^{toplam} = \begin{cases} u^{gelen} + u^{yansıyan} & \text{yüzey üzerinde} \\ 0 & \text{yüzey altında} \end{cases} \quad (2.4)$$

Eşitlik (2.4)'te u yatay veya dikey polarize olmuş elektrik veya manyetik alanı ifade etmektedir. $e^{j\omega t}$ zaman bağımlılığı ile eşitlik (2.4)'teki u^{gelen} ve $u^{yansıyan}$ alanları eşitlik (2.5) ve (2.6) ile hesaplanır.

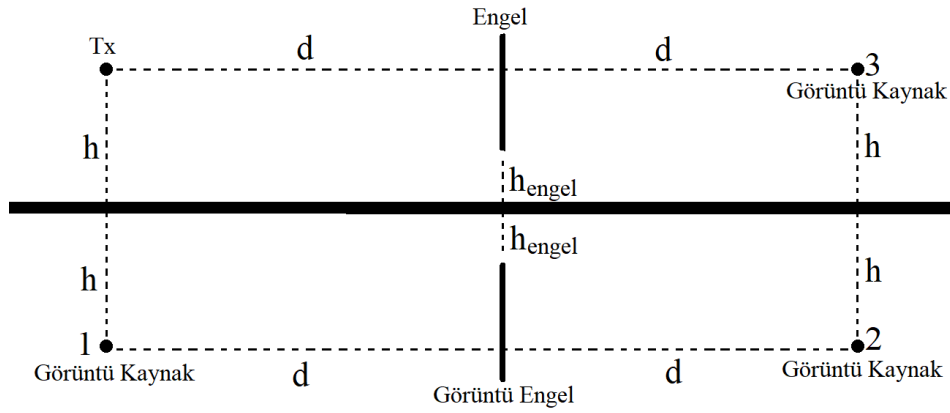
$$u^{gelen} = u_0 e^{-jkr} / \sqrt{r} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} u^{yansıyan} &= u^{gelen}|_Q R_{y,d} \sqrt{d_1 / (d_1 + d_2)} e^{-jkd_2} \\ &= u_0 R_{y,d} e^{-jk(d_1 + d_2)} / \sqrt{d_1 + d_2} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Eşitlik (2.5) ve (2.6)'da u_0 gelen alanın genliği, $k = 2\pi/\lambda$ dalga numarası, $R_{y,d}$ ise yatay veya dikey polarize olma durumuna göre belirlenen yansıma katsayısıdır.

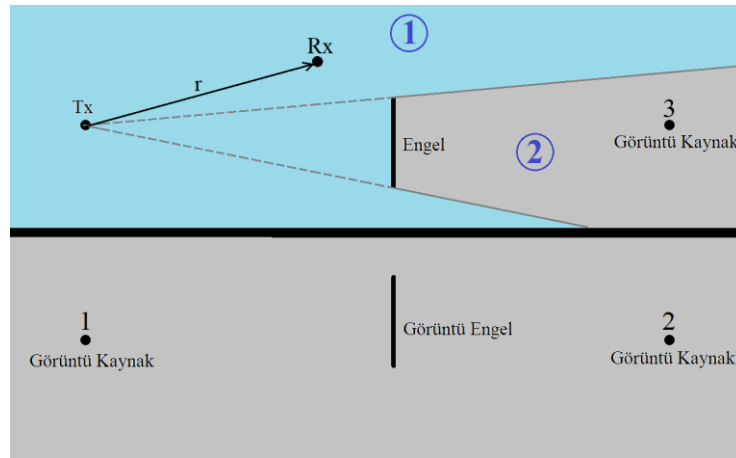
Havada bıçak sırtı (*İng.* knife-edge) bir engel olduğu durumda, kırınım etkileri ihmal edilerek herhangi bir (x, z) noktasındaki toplam alan bulunabilir. Bu modellemenin

yapılabilmesi için, ana kaynak ve görüntü kaynaklar ile engel ve engelin mükemmel elektrik iletken varsayılan yeryüzüne göre görüntüsünün ele alınması gerekmektedir (Şekil 2.3).



Şekil 2.3 Ana kaynak ve görüntü kaynaklar ile engel ve görüntü engel modellemesi

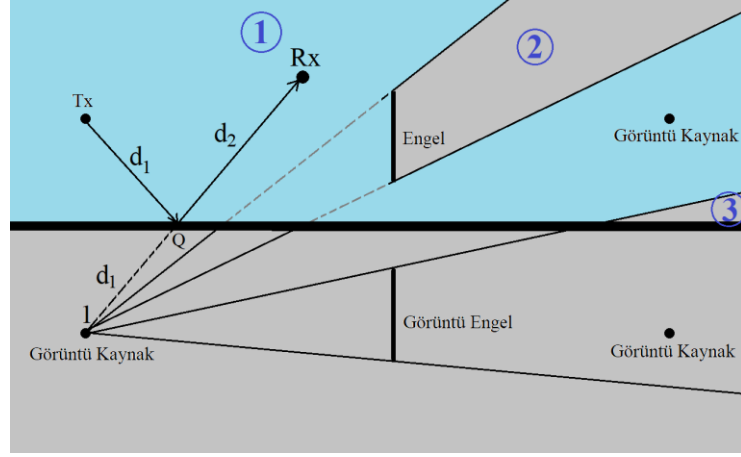
Toplam alanın bulunabilmesi için ana kaynak ve görüntü kaynaklar için aydınlık ve gölge bölgelerdeki yayılan alanlar birbirinden bağımsız olarak hesaplanır ve bulunan tüm alanlar toplanır.



Şekil 2.4 Ana kaynak için gelen alan hesaplaması

Ana kaynak için gelen alan hesaplaması, eşitlik (2.7) ile bulunur (Şekil 2.4).

$$u^{gelen} = \begin{cases} u_0 e^{-jkr} / \sqrt{r} & \text{1 numaralı bölgede} \\ 0 & \text{2 numaralı bölgede} \\ 0 & \text{yüzeyin altında} \end{cases} \quad (2.7)$$

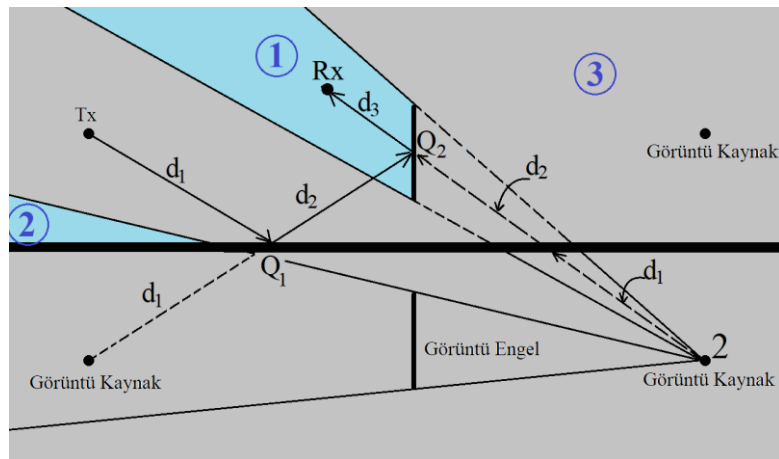


Şekil 2.5 Bir numaralı görüntü kaynak için yansıyan alan hesaplaması

Dünya yüzeyinden yansıyan alanın bulunması amacıyla bir numaralı görüntü kaynak için yansıyan alan hesaplaması eşitlik (2.8) ile bulunur (Şekil 2.5).

$$u^{yansiyani} = \begin{cases} u_0 R e^{-jk(d_1+d_2)} / \sqrt{d_1+d_2} & \text{1 numaralı bölgede} \\ 0 & \text{2 ve 3 numaralı bölgelerde} \\ 0 & \text{yüzeyin altında} \end{cases} \quad (2.8)$$

Eşitlik (2.8)'de R yatay veya dikey polarize olma durumuna göre belirlenen, Q noktasındaki yansıma katsayısıdır. Yatay polarizasyon durumunda $R = -1$ ve dikey polarizasyon durumunda $R = 1$ olarak ele alınır.

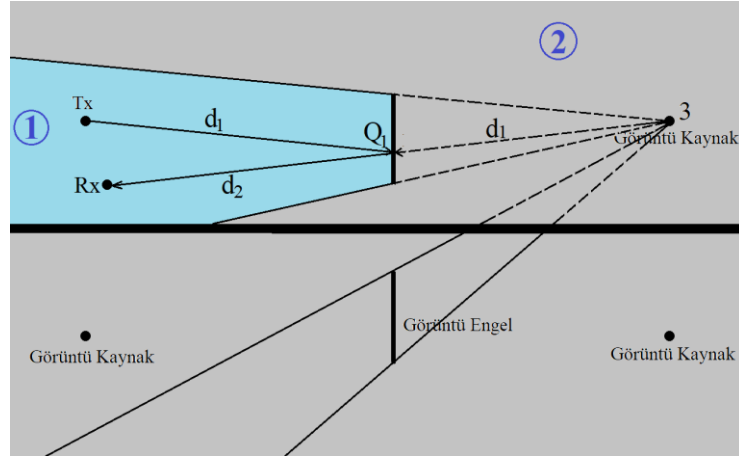


Şekil 2.6 İki numaralı görüntü kaynak için yansıyan alan hesaplaması

Dünya yüzeyinden ve engelden yansıyan alanın bulunması amacıyla iki numaralı görüntü kaynak için yansıyan alan hesaplaması eşitlik (2.9) ile bulunur (Şekil 2.6).

$$u^{yansiyanz} = \begin{cases} u_0 R_1 R_2 e^{-jk(d_1+d_2+d_3)} / \sqrt{d_1 + d_2 + d_3} & \text{1 ve 2 numaralı bölgelerde} \\ 0 & \text{3 numaralı bölgede} \\ 0 & \text{yüzeyin altında} \end{cases} \quad (2.9)$$

Eşitlik (2.9)'da R_1 ve R_2 yatay veya dikey polarize olma durumuna göre belirlenen, sırası ile Q_1 ve Q_2 noktalarındaki yansıma katsayılarıdır. Yatay polarizasyon durumunda $R_1 = R_2 = -1$ ve dikey polarize olma durumunda $R_1 = R_2 = 1$ olarak ele alınır.



Şekil 2.7 Üç numaralı görüntü kaynak için yansıyan alan hesaplaması

Engel yüzeyinden yansıyan alanın bulunması amacıyla üç numaralı görüntü kaynak için yansıyan alan hesaplaması eşitlik (2.10) ile bulunur (Şekil 2.7).

$$u^{yansiyanz} = \begin{cases} u_0 R e^{-jk(d_1+d_2)} / \sqrt{d_1 + d_2} & \text{1 numaralı bölgede} \\ 0 & \text{2 numaralı bölgede} \\ 0 & \text{yüzeyin altında} \end{cases} \quad (2.10)$$

Eşitlik (2.10)'da R yatay veya dikey polarize olma durumuna göre belirlenen, Q_1 noktasındaki yansıma katsayısıdır. Yatay polarizasyon durumunda $R = -1$ ve dikey polarize olma durumunda $R = 1$ olarak ele alınır.

Yansıyan alan hesaplaması bütün görüntü kaynaklar için yapıldıktan sonra, toplam alan eşitlik (2.11) ile bulunur.

$$u^{toplam} = \begin{cases} u^{gelen} + u^{yansiyani1} + u^{yansiyani2} + u^{yansiyani3} & \text{yüzey üzerinde} \\ 0 & \text{yüzey altında} \end{cases} \quad (2.11)$$

Eşitlik (2.5)-(2.11)'de, yatay veya dikey polarize olma durumuna göre belirlenen $R_{y,d}$ yansıma katsayıları görüntü teorisinden faydalanılarak belirlenmiştir. Yatay polarizasyon durumunda elektromanyetik yayılım modellemesi elektrik alan için, dikey polarizasyon durumunda manyetik alan için yapılmıştır. Dünya yüzeyinin mükemmel elektrik iletken olarak modellendiği durum için ana kaynak ve görüntü kaynakların modellenmesi EK A bölümünde anlatılmıştır.

2.2 Düzgün Kırınım Teorisi

Thomas Young [21], [22], 12 Kasım 1801 tarihinde, Kraliyet Derneği (Royal Society)'nde yayınlanan “*On the Theory of Light and Colours*” adlı çalışması ile, ışığın dalga yayılım modellemesini açıklamış ve çalışmasında yer alan Önerme VIII ile tarihte ilk kez ışığın girişimi ve kırınımı ilkelerini açıklayan bilim insanı olmuştur. Deneysel gösterimler bakımından eksik olan bu çalışmayı, 24 Kasım 1803 tarihinde yayınladığı “*Experiments and Calculations Relative to Physical Optics*” adlı çalışması ile pekiştirmiş ve tarihe “Young’ın Çift Yarık Deneyi” (*İng.* Young’s Double Slit Experiment) olarak geçen deney ile ışığın dalga yayılım modellemesini kesin olarak doğrulamıştır. Kırınım teorisini açıklayan bu ilk çalışma sonrasında yüz yıldan fazla bir süre boyunca ışın kırınım teorisi ile ilgili sistematik başka bir çalışma yapılmamıştır. 1962 yılında Joseph Keller [15], hesaplamalı elektromanyetik alanında yüksek frekanslı problemlerin yayılım modellemesini yapmaya imkân sağlayan “Geometrik Kırınım Teorisi” (*İng.* Geometrical Theory of Diffraction – GTD) adlı çalışmasını yayınlamıştır.

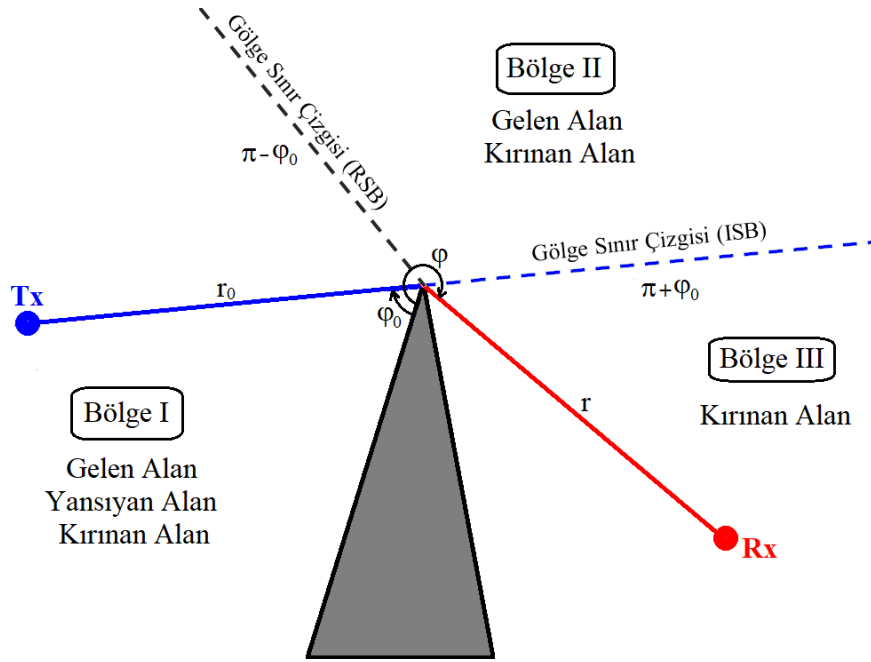
Geometrik kırınım teorisi, temelde geometrik optik ilkelerine ve kırılan ışın alanı modellemesine dayanmaktadır. Geometrik optik ile gelen alan, yansıyan alan ve kırılan alan Fermat prensibine göre modellenebilmektedir. Ancak, gölge bölgede elektromanyetik alan sıfır olarak ele alınmaktadır. Keller’ın yapmış olduğu bu çalışma ile, ortamda herhangi bir engel varken engelin uç noktalarında meydana gelen kırınım etkileri hem gölge bölgede hem de aydınlık bölgede problem yapısına dahil edilmiş ve böylece geometrik optik teorisinin gölge bölgedeki başarısız modellemesine çözüm getirilmiştir. Ancak GTD yapısı gereği, gelen alan ve yansıyan alan için ışın-gölge sınırları üzerinde tekilliğe neden olmaktadır. Bu

tekillikleri ortadan kaldırmak ve ışın-gölge sınırları üzerindeki dalga yayılım davranışını düzgün modellemek için düzgün kırınım teorisi (*İng.* Uniform Theory of Diffraction – UTD) geliştirilmiştir [16].

Homojen bir ortamda bulunan mükemmel elektrik iletken bir kama için düzgün kırınım teorisi ile kırınan alan eşitlik (2.12) ile bulunur (Şekil 2.8).

$$u_{y,d}^{kırınan} = u^{gelen} D_{y,d} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \quad (2.12)$$

Bu eşitlikte, u^{gelen} kama ucundaki gelen alan, $D_{y,d}$ yatay veya dikey polarize olma durumuna göre belirlenen kırınım katsayısıdır.



Şekil 2.8 Düzgün kırınım teorisi – UTD parametreleri

Kırınım katsayısı $D_{y,d}$ eşitlik (2.13) ile bulunur.

$$D_{y,d} = \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k}} \times \left\{ \begin{array}{l} \left[\cot\left(\frac{\pi - \xi^-}{2n}\right) F(kLg^- \xi^-) + \cot\left(\frac{\pi + \xi^-}{2n}\right) F(kLg^+ \xi^-) \right] \\ \pm \left[\cot\left(\frac{\pi - \xi^+}{2n}\right) F(kLg^- \xi^+) + \cot\left(\frac{\pi + \xi^+}{2n}\right) F(kLg^+ \xi^+) \right] \end{array} \right\} \quad (2.13)$$

Eşitlik (2.13)'te (-) ve (+) operatörü sırasıyla yatay ve dikey polarizasyon olma durumuna göre belirlenmektedir. Kama açıklık açısı $2\pi - \alpha$ olmak üzere, $n = \alpha/\pi$, $\xi^+ = \varphi_0 + \varphi$ ve $\xi^- = \varphi - \varphi_0$ eşitlikleri ile hesaplanır. Fresnel integrali, $F(X)$, L ve g^\pm ve eşitlik (2.14)-(2.16) ile bulunur.

$$F(X) = 2j\sqrt{X}e^{jX} \int_{\sqrt{X}}^{\infty} e^{-j\tau^2} d\tau \quad (2.14)$$

$$L = \frac{rr_0}{r + r_0} \quad (2.15)$$

$$g^\pm(\xi) = 2\cos^2\left(\frac{2n\pi N^\pm - \xi}{2}\right) \quad (2.16)$$

Eşitlik (2.16)'da $N^\pm = (\pm\pi + \xi)/(2n\pi)$ eşitliği ile bulunan tamsayılarıdır. N^\pm tamsayılarının yansıyan alan gölge sınır çizgisi (*İng.* reflection shadow boundary – RSB) ve gelen alan gölge sınır çizgisinde (*İng.* incident shadow boundary – ISB) aldığı değerler ve kotanjant fonksiyonu tekilliğine neden olan koşullar Çizelge 2.1'de verilmiştir ($1 < n < 2$) [23].

Çizelge 2.1 Kırınım katsayısı bileşenlerinin tekillik koşulları

	Tekillik koşulu	Sınır çizgisindeki N^\pm değeri
$\cot\left(\frac{\pi + (\varphi - \varphi_0)}{2n}\right)$	$\varphi = \varphi_0 - \pi$, ISB	$N^+ = 0$
$\cot\left(\frac{\pi - (\varphi - \varphi_0)}{2n}\right)$	$\varphi = \varphi_0 + \pi$, ISB	$N^- = 0$
$\cot\left(\frac{\pi + (\varphi + \varphi_0)}{2n}\right)$	$\varphi = (2n - 1)\pi - \varphi_0$, RSB	$N^+ = 1$
$\cot\left(\frac{\pi - (\varphi + \varphi_0)}{2n}\right)$	$\varphi = \pi - \varphi_0$, RSB	$N^- = 0$

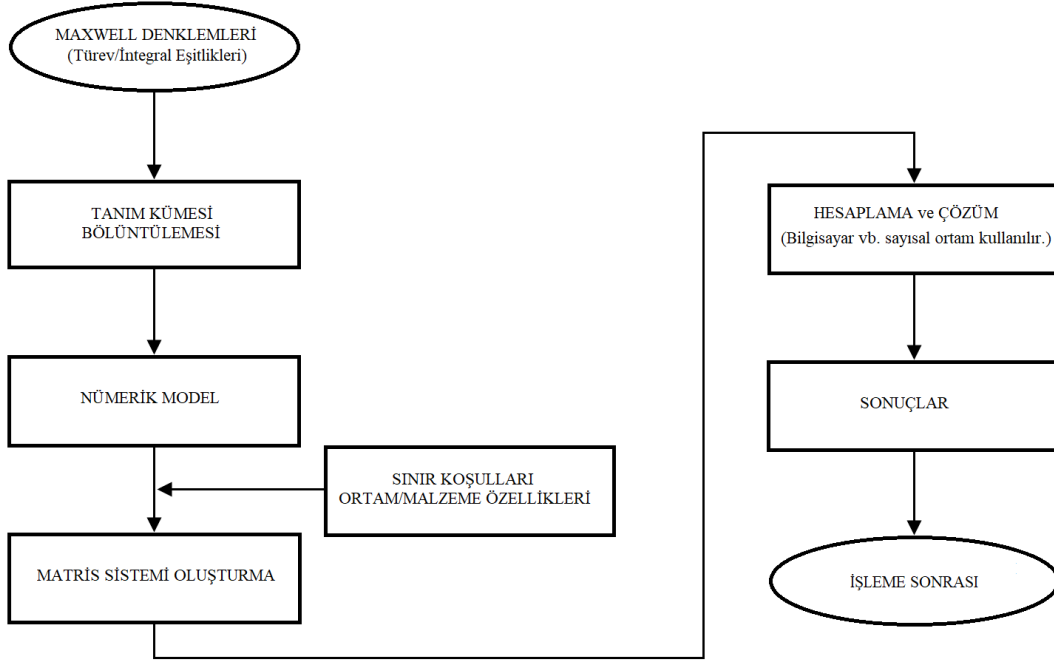
ξ^- ve ξ^+ 'nın $n\pi$ değerlerine eşit olduğu durumda, kotanjant fonksiyonunun tekilliği bulunmaktadır. Buna göre, Çizelge 2.1'de belirtilen tekillik koşulunun sağlandığı φ açılarında eşitlik (2.13)'teki bileşenler eşitlik (2.18)'de belirtilen yaklaşık değer ile yeniden düzenlenerek tekilliğin giderilmesi sağlanabilir.

$$\cot\left(\frac{\pi \pm \xi}{2n}\right) F(kLg^\pm \xi) \approx n \left[\sqrt{2\pi kL} \operatorname{sgn}(\varepsilon) - 2kL\varepsilon e^{-j\pi/4} \right] e^{-j\pi/4} \quad (2.18)$$

$$\varepsilon \rightarrow 0$$

3. MOMENT YÖNTEMİ

Elektromanyetik yayılım problemlerinin çözümü için, Maxwell Denklemleri'nin integral ve/veya türev eşitlikleri kullanılarak problemin analitik modeli oluşturulur. Problemden bağımsız olan bu modelleme, gerekirci (*İng.* deterministic) yöntem gerekliliklerini karşılamalı ve benzer yapıdaki problemlere uygulanabilir olmalıdır. İntegral ve türev eşitlikleri, sınırlayıcı koşullar probleme dahil edildikten sonra belirli yaklaşımlarla tanım kümesinin bölüntülenmesi sonucu sayısal ortamda çözülebilir hale getirilebilir. Sınır koşulları, ortam ve malzeme özellikleri probleme dahil edilerek matris sistemi oluşturulur. Matris sisteminin oluşturulmasının ardından hesaplamalı elektromanyetik yapısına uygun hale getirilen matris sistemi standart nümerik yöntemlerle bulunmak istenen bilinmeyen verisi için uygun çözüm tekniğiyle çözülür. Çözüm sonucu elde edilen veri kullanılarak işleme sonrası radar kesit alanı hesaplaması, saçılan alan hesaplaması vb. hesaplamalar yapılır (*İng.* post-processing) (Şekil 3.1). Sonlu Farklar Yöntemi (*İng.* Finite Difference Method – FDM), Sonlu Elemanlar Yöntemi (*İng.* Finite Element Method – FEM), Moment Yöntemi (*İng.* Method of Moments) ve Parabolik Dalga Eşitliği (*İng.* Parabolic Wave Equation – PWE) en etkin kullanılan dört nümerik yöntemdir.



Şekil 3.1 Nümerik Yöntem Algoritması

Moment yöntemi, frekans tanım kümesinde çözüm yapılan ve elektromanyetik sınır integral eşitlikleri veya hacim integral eşitliklerini çözmeye yarayan standart bir nümerik çözümlene tekniğidir [24], [25]. Problem çözümünde asıl bulunmak istenen elektromanyetik kaynaklar olduğu için moment yöntemi yayılım ve saçılım problemlerinin çözümünde kullanılan oldukça etkili bir nümerik yöntemdir.

3.1 Maxwell Denklemleri

Homojen bir ortamda, $e^{j\omega t}$ zaman bağımlılığı ile, Maxwell Denklemleri frekans tanım kümesinde eşitlik (3.1)-(3.4) ile ifade edilir [26].

$$\nabla \times \bar{E} = -\bar{M} - j\omega\mu_0\mu_r\bar{H} \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r\bar{E} \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot (\varepsilon_0\varepsilon_r\bar{E}) = \rho_e \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot (\mu_0\mu_r\bar{H}) = \rho_m \quad (3.4)$$

Bu eşitliklerde, μ_0 boşluktaki manyetik geçirgenlik sabiti, μ_r görelî manyetik geçirgenlik katsayısı, ε_0 boşluktaki elektrik geçirgenlik sabiti, ε_r görelî elektrik geçirgenlik katsayısı, ω açısal frekans, \bar{E} ve \bar{H} sırasıyla vektörel elektrik ve manyetik alan şiddeti, \bar{M} ve \bar{J} sırasıyla vektörel manyetik ve elektrik akım yoğunluğu, ρ_e ve ρ_m sırasıyla hacimsel elektrik ve manyetik yük yoğunluğudur. Manyetik akım yoğunluğu ve manyetik yük yoğunluğu fiziksel olarak gerçekleşir olmamakla birlikte, yayılım ve saçılım problemlerinde karşımıza çıkan bazı eşdeğer problemlerin çözümü için matematiksel birer parametre olarak problem çözümüne dahil edilirler.

3.2 Elektromanyetik Sınır Koşulları

Farklı dielektrik parametrelere sahip iki ortamın arayüz sınırında sağlanması gereken sınır koşulları eşitlik (3.5)-(3.8) deki gibidir (Şekil 3.2).

$$-\hat{n} \times (\bar{E}_2 - \bar{E}_1) = \bar{M}_s \quad (3.5)$$

$$\hat{n} \times (\bar{H}_2 - \bar{H}_1) = \bar{J}_s \quad (3.6)$$

$$\hat{n} \cdot (\epsilon_0 \epsilon_2 \bar{E}_2 - \epsilon_0 \epsilon_1 \bar{E}_1) = \rho_s^e \quad (3.7)$$

$$\hat{n} \cdot (\mu_0 \mu_r \bar{H}_2 - \mu_0 \mu_r \bar{H}_1) = \rho_s^m \quad (3.8)$$

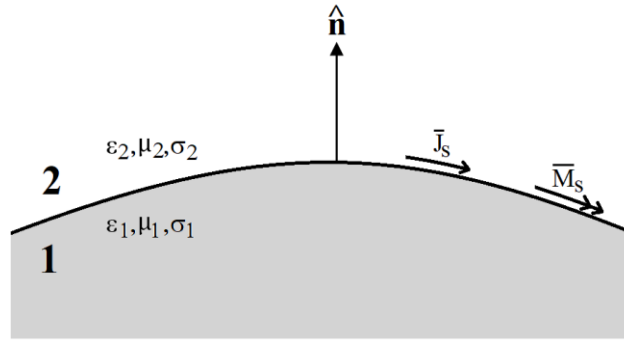
Eşitlik (3.5)-(3.8)'de tüm akım ve yük yoğunluk birimleri yüzey yoğunluğu türü ile yazılmaktadır. \hat{n} ortam 1'den ortam 2'ye doğru olan yönü hedef gösteren yüzey normal vektörüdür. Ortam 1'in mükemmel elektrik iletken olduğu durumda sınır koşulları eşitlik (3.9)-(3.12)'deki gibi ifade edilir.

$$-\hat{n} \times \bar{E}_2 = 0 \quad (3.9)$$

$$\hat{n} \times \bar{H}_2 = \bar{J}_s \quad (3.10)$$

$$\hat{n} \cdot \epsilon_0 \epsilon_2 \bar{E}_2 = \rho_s^e \quad (3.11)$$

$$\hat{n} \cdot \mu_0 \mu_r \bar{H}_2 = 0 \quad (3.12)$$



Şekil 3.2 İki ortamın arayüz sınırı

3.3 Elektromanyetik Yayılım Problemleri Formülasyonları

Elektromanyetik yayılım problemleri, ortamda bulunan elektrik ve manyetik akımların sebep olduğu elektrik ve manyetik alanın ortamdaki her bir noktada hesaplanması ilkesine dayanmaktadır. Saçılım problemleri, elektromanyetik yayılım sonucu etkilenen bir yüzey üzerinde meydana gelen elektrik ve manyetik akımların her yöndeki yayılımının modellendiği yayılım problemleri olarak kabul edilir.

Ortamda sadece elektrik akım yoğunluğu \bar{J} ve elektrik yük yoğunluğu ρ_e 'nin var olduğu durumda, dalga eşitlikleri $e^{j\omega t}$ zaman bağımlılığı ile frekans tanım kümesinde eşitlik (3.13) ve (3.14) ile ifade edilir.

$$\nabla^2 \bar{E} + k^2 \bar{E} = j\omega \mu \bar{J} + \frac{\nabla \rho_e}{\epsilon} \quad (3.13)$$

$$\nabla^2 \bar{H} + k^2 \bar{H} = -\nabla \times \bar{J} \quad (3.14)$$

Ortamın kaynaktan bağımsız olduğu durumda, dalga eşitlikleri eşitlik (3.15) ve (3.16)'daki gibi ifade edilir.

$$\nabla^2 \bar{E} + k^2 \bar{E} = 0 \quad (3.15)$$

$$\nabla^2 \bar{H} + k^2 \bar{H} = 0 \quad (3.16)$$

TM polarizasyon durumunda elektrik alan $\bar{E} = \hat{a}_y E_y(x)$ olarak ve manyetik alan $\bar{H} = \hat{a}_z H_z(x)$ olarak yeniden düzenlenirse, eşitlik (3.15) ve (3.16)'da belirtilen vektörel dalga eşitlikleri skaler dalga eşitlikleri şeklinde yeniden yazılabilir.

$$\frac{d^2 E_y}{dx^2} + k^2 E_y = 0 \quad (3.17)$$

$$\frac{d^2 H_z}{dx^2} + k^2 H_z = 0 \quad (3.18)$$

Eşitlik (3.17)'de belirtilen dalga eşitliğinin genel çözümü, $E_y(x) = Ae^{-jkx} + Be^{+jkx}$ şeklinde ifade edilebilir ve Ae^{-jkx} $+x$ yönünde ilerleyen düzlem dalgayı, Be^{+jkx} ise $-x$ yönünde ilerleyen düzlem dalgayı ifade etmektedir.

3.4 Zamanla Değişen Potansiyeller

Elektromanyetik yayılım problemlerinin çözümünde, genel olarak bulunmak istenen bilinmeyen, fiziksel olarak ölçülebilen elektrik ve manyetik alan şiddeti, \bar{E} ve \bar{H} , olmasına rağmen, bu tür problemlerin çözümünde yardımcı fonksiyonlar ile problem çözümüne ulaşılması daha uygundur. Bu yardımcı fonksiyonlar V , skaler elektrik potansiyel ve \bar{A} , vektör manyetik potansiyeldir. Gelişigüzel (*İng.* arbitrary) olan bu yardımcı fonksiyonların Maxwell denklemlerini ve eşitlik (3.19), (3.20)'de belirtilen dolam (*İng.* curl) ve ıraksaklık (*İng.* divergence) koşullarını sağlaması gerekmektedir.

$$\nabla \times \nabla \Phi = 0 \quad (3.19)$$

$$\nabla \cdot \nabla \times \bar{F} = 0 \quad (3.20)$$

Bu eşitliklerde Φ herhangi bir skaler alan ve \bar{F} herhangi bir vektörel alan bileşenidir.

Eşitlik (3.1)'de, $\bar{B} = \mu \bar{H}$ olarak yazılır ve $\bar{B} = \nabla \times \bar{A}$ olacak şekilde ilgili eşitlik yeniden düzenlenirse,

$$-\nabla \times (\bar{E} + j\omega \bar{A}) = 0 \quad (3.21)$$

ve eşitlik (3.19)'daki koşul ile birlikte

$$\bar{E} + j\omega \bar{A} = -\nabla V \quad (3.22a)$$

$$\bar{E} = -j\omega \bar{A} - \nabla V \quad (3.22b)$$

eşitlikleri elde edilir.

Eğer skaler elektrik potansiyel ve vektörel manyetik potansiyel verileri bulunabilirse, asıl bulunmak istenen elektrik ve manyetik alan şiddeti, \bar{E} ve \bar{H} , kolaylıkla bulunabilir. Bu potansiyel verilerinin bulunması için eşitlik (3.2), ortamın lineer, homojen olduğu durumda $\bar{B} = \nabla \times \bar{A}$ eşitliği kullanılarak yeniden düzenlenir ve eşitlik (3.23)-(3.25) elde edilir.

$$\nabla \cdot \bar{A} = -j\omega \mu \epsilon V \quad (3.23)$$

$$\nabla^2 \bar{A} + k^2 \bar{A} = -\mu \bar{J} \quad (3.24)$$

$$\nabla^2 V + k^2 V = -\frac{\rho_e}{\epsilon} \quad (3.25)$$

(3.23) ile belirtilen eşitlik Lorentz – koşulu olarak adlandırılmaktadır.

Eşitlik (3.24) ve (3.25)'in “gecikmiş potansiyel” olarak adlandırılan integral çözümleri, eşitlik (3.26)-(3.27)'deki gibi ifade edilir.

$$\bar{A} = \int \frac{\mu [\bar{J}] dv}{4\pi R} \quad (3.26)$$

$$V = \int \frac{[\rho_e] dv}{4\pi \epsilon R} \quad (3.27)$$

Bu eşitliklerde, R , kaynak ve gözlem noktası arasındaki mesafedir. Köşeli parantez ile gösterim, ρ_e ve \bar{J} 'nin sırasıyla V ve \bar{A} 'nın belirlendiği zamandan $R\sqrt{\mu}\varepsilon$ kadar erken bir zamanda tanımlandığını belirtmek için kullanılmıştır.

3.5 Moment Yöntemi

Ağırlıklandırılmış kalıntıların modellenmesi temeline dayanan moment yöntemi için geliştirilmiş problem, eşitlik (3.28) ile ifade edilir.

$$L(f) = g \quad (3.28)$$

Bu eşitlikte, L lineer operatör, g bilinen koşul sınırlayıcı fonksiyon, f ise bulunmak istenen bilinmeyendir. Elektromanyetik problemlerde L lineer operatörü genelde integro-diferansiyel operatör, f akım, yük gibi kaynak bilinmeyen ve g gelen alan gibi bilinen uyarıcı kaynak verisidir. Eşitlik (3.29)'da belirtildiği üzere f bilinmeyen fonksiyonu, a_n ağırlıklandırma katsayısı olmak üzere, ağırlıklandırılmış N tane temel fonksiyonun toplamı şeklinde yazılabilir ve (3.28)'de belirtilen lineer eşitlikten faydalanılarak sistem eşitliği kalıntı hesabı yapılabilecek hale getirilir (Eşitlik 3.30-3.31).

$$f \cong \sum_{n=1}^N a_n f_n \quad (3.29)$$

$$\sum_{n=1}^N a_n L(f_n) \approx g \quad (3.30)$$

$$R = g - \sum_{n=1}^N a_n L(f_n) \quad (3.31)$$

Temel fonksiyonlar, bilinmeyen fonksiyonun beklenen davranışını etki alanı boyunca modelleyebilecek şekilde seçilir ve problem yapısına bağlı olarak skaler veya vektörel olabilir. Eğer temel fonksiyonlar etki alanı içinde yerel modelleme yapmaya imkân sağlıyorsa bu temel fonksiyonlara *yerel* veya *alt-bölümsel* (İng. subsectional) *temel fonksiyon*; tüm etki alanını kapsayacak şekilde modelleme yapmaya imkân sağlıyorsa *bütünsel temel fonksiyon* denir [24]. Bu tez çalışmasında temel fonksiyonlar yerel fonksiyon olarak modellenmiştir.

Moment yöntemi gösterimi, $f_n(\bar{r}')$, temel fonksiyon ile $w_m(\bar{r})$, ağırlıklandırma fonksiyonunun iç çarpımı şeklinde yazılabilir (Eşitlik 3.32).

$$\langle w_m, f_n \rangle = \int \int w_m(\bar{r}) f_n(\bar{r}') d\bar{r}' d\bar{r} \quad (3.32)$$

Bu eşitlikte belirtilen integraller, temel fonksiyon ve ağırlıklandırma fonksiyonlarına göre hat, yüzey veya hacim integralidir. Eşitlik (3.30) buna göre yeniden düzenlendiğinde, $N \times N$ boyutlu $\bar{Z}\bar{a} = \bar{b}$ matris sistemi oluşturulur.

$$\sum_{n=1}^N a_n \langle w_m, L(f_n) \rangle = \langle w_m, g \rangle \quad (3.33)$$

$$a_n = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_N]^T \quad (3.34)$$

$$b_m = \langle w_m, g \rangle = [\langle w_1, g \rangle \quad \langle w_2, g \rangle \quad \dots \quad \langle w_N, g \rangle]^T \quad (3.35)$$

$$Z_{mn} = \langle w_m, L(f_n) \rangle = \begin{bmatrix} \langle w_1, L(f_1) \rangle & \langle w_1, L(f_2) \rangle & \dots & \langle w_1, L(f_N) \rangle \\ \langle w_2, L(f_1) \rangle & \langle w_2, L(f_2) \rangle & \dots & \langle w_2, L(f_N) \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle w_N, L(f_1) \rangle & \langle w_N, L(f_2) \rangle & \dots & \langle w_N, L(f_N) \rangle \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

$$m, n = 1, 2, 3, \dots, N$$

Moment yöntemi ile modelleme yapıldığında her bir temel fonksiyon diğer tüm temel fonksiyonlarla etkileşime girer ve sonuçta ortaya çıkan sistem matrisi tam doludur. Bu nedenle matrisin tüm öğeleri bellekte saklanmalıdır ve büyük boyutlu problemler için işlem yükü fazladır.

3.5.1 Nokta Uyarlama

Ağırlıklandırma fonksiyonunun Dirac dürtü fonksiyonu şeklinde modellenmesi yöntemine *nokta uyarlama* denir.

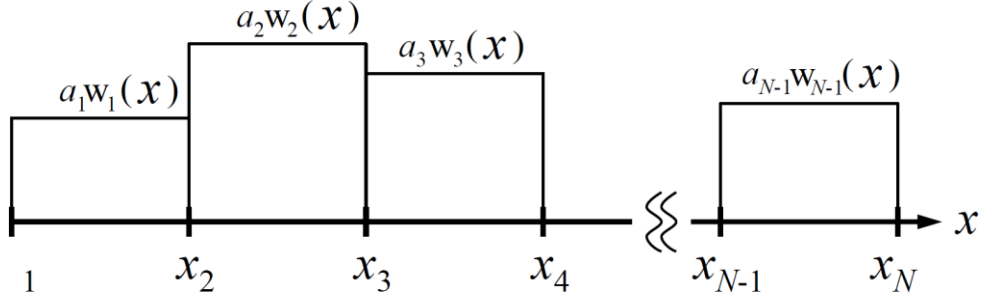
$$w_m(\bar{r}) = \delta(\bar{r}) \quad (3.37)$$

Bu yöntemin birincil getirisi, matris sistemi oluşturulurken integrallerin tek bir noktada tanımlı hale gelmesinden dolayı integral hesaplama yükünün ortadan kalkmasıdır. Buna karşın en önemli götürüsü, sınır koşullarının yalnızca çözüm alanı içinde belirli noktalarda eşleştirilmesi sebebi ile ağırlıklandırılan test noktaları dışında modellemeye olanak sağlayamamasıdır.

3.5.2 Darbe Ağırlıklandırma

Ağırlıklandırma fonksiyonlarının alt tanım kümelerinde darbe fonksiyonu şeklinde modellenmesi yöntemine *darbe ağırlıklandırma* denir (Şekil 3.3).

$$w_m(x) = \begin{cases} 1 & \text{m'inci alt tanım kümesi boyunca} \\ 0 & \text{tanım kümesinin diğer bölümlerinde} \end{cases} \quad (3.38)$$



Şekil 3.3 Darbe ağırlıklandırma yöntemi

3.5.3 Galerkin Yöntemi

Ağırlıklandırma fonksiyonlarının temel fonksiyonlar ile aynı seçilmesi şeklinde modellenmesi yöntemine *Galerkin yöntemi* denir.

$$w_m = f_m \quad (3.39)$$

$$Z_{mn} = \langle f_m, L(f_n) \rangle \quad (3.40)$$

$$b_m = \langle f_m, g \rangle \quad (3.41)$$

3.6 Elektromanyetik Saçılım Problemlerinin Moment Yöntemi ile Çözümü

3.6.1 Elektrik Alan İntegral Denklemi: TM Polarizasyon

Ortamda sadece elektrik akım yoğunluğu \vec{J} 'nin var olduğu durumda, eşitlik (3.13), $e^{j\omega t}$ zaman bağımlılığı ile frekans tanım kümesinde eşitlik (3.42)'de belirtildiği üzere yeniden düzenlenir.

$$\nabla^2 \bar{E} + k^2 \bar{E} = j\omega\mu \bar{J} \quad (3.42)$$

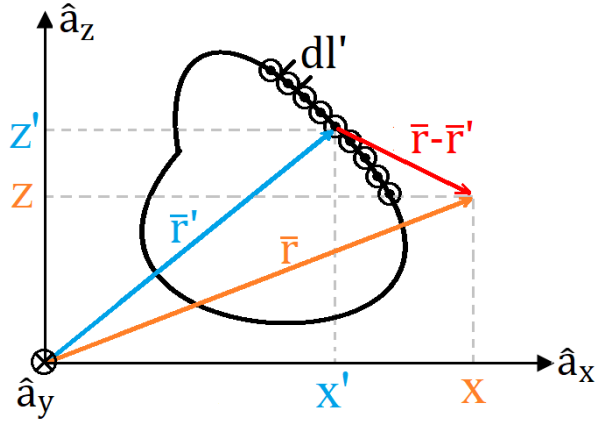
Bu eşitlikte, $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = 2\pi/\lambda$ olmak üzere dalga numarası ve λ dalga boyudur. TM polarizasyon durumunda ($H_y = 0$), $\bar{E} = \hat{a}_y E_y(x, z)$ olduğu kabul edilirse, vektörel olan eşitlik (3.42), skaler eşitlik şeklinde yazılabilir hale gelir (Eşitlik 3.43).

$$\nabla^2 E_y + k^2 E_y = j\omega\mu J_y \quad (3.43)$$

Eşitlik (3.42)'de $\bar{J} = \hat{a}_y J_y(x, z)$ olacak şekilde $+y$ yönündeki elektrik akım yoğunluğudur. Eşitlik (3.43)'te belirtilen skaler Helmholtz dalga denkleminin Green fonksiyonu ile yeniden düzenlenerek oluşturulan (EK B) integral çözümü,

$$E_y(x, z) = E_y(\bar{r}) = -\frac{k\eta_0}{4} \int_{S'} J_y(\bar{r}') H_0^{(2)}(k|\bar{r} - \bar{r}'|) dS' \quad (3.44)$$

eşitliği ile yazılır ve bu eşitlikte $\bar{r} = \hat{a}_x x + \hat{a}_z z$ gözlem noktası, $\bar{r}' = \hat{a}_x x' + \hat{a}_z z'$ kaynak noktası, $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} \cong 120\pi \Omega$ serbest uzayın içkin (*İng.* intrinsic) empedansı ve $H_0^{(2)}(\cdot)$ sıfıncı derece ikinci tür Hankel fonksiyonudur. Eşitlik (3.44)'te belirtilen integral eşitliğinin kaynak ve gözlem noktası modellenmesi Şekil 3.4'te gösterilmiştir.



Şekil 3.4 Kaynak ve gözlem noktası modellenmesi

Gelen elektrik alan E_y^{gelen} , mükemmel elektrik iletken bir engele ulaştığında iletken engel yüzeyi üzerinde J_y teğet yüzey akımının indüklenmesine neden olur. İndüklenen bu akım verisi, eşitlik (3.44)'te belirtilen formül ile hesaplanabilen bir saçılan alan oluşturur. Sınır yüzeyi C'de, toplam alanın teğet bileşenler toplamı eşitlik (3.9)'da belirtilen sınır koşulu nedeniyle sıfır olmalıdır (Eşitlik 3.45).

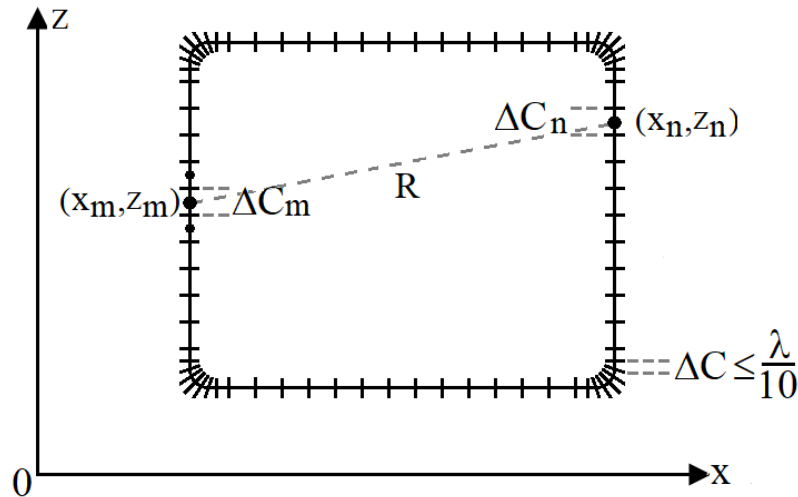
$$E_y^{gelen} + E_y^{saçılan} = 0 \quad (3.45)$$

Saçılan elektrik alan, yüzey üzerinde indüklenen akım yoğunlukları kullanılarak eşitlik (3.44)'te belirtilen formül ile yeniden yazılırsa, gelen elektrik alan verisi kullanılarak eşitlik (3.45) yeniden düzenlenebilir (Eşitlik 3.46) [27].

$$\frac{k\eta_0}{4} \int_{\bar{r}' \in C'} J_y(\bar{r}') H_0^{(2)}(k|\bar{r} - \bar{r}'|) dl' = E_y^{gelen}(\bar{r}) \quad (3.46)$$

Bu eşitlikte, J_y yüzey üzerinde indüklenen akım yoğunluğudur ve bulunmak istenen bilinmeyendir.

Moment yöntemi ile bilinmeyen fonksiyonun bulunabilmesi için öncelikli olarak yüzey bölüntülemesinin yapılması gerekmektedir. Sınır yüzeyinin N tane çizgi bölütten oluştuğu varsayılırsa bölüt sayısı arttıkça daha hassas modelleme yapılabileceğinden elde edilecek olan sonuçların doğruluğu artar. Ancak bölüt boyutunu çok küçültmek büyük boyutlu problemler için işlem yükünü artırır. Hesaplanan ölçümlerin doğruluğundan emin olmak için, her bir bölütün uzunluğu dalga boyuna göre on kat veya daha fazla küçük olmalıdır ($\Delta C \leq \lambda/10$). Bölüt uzunlukları farklı uzunluklarda olabilir; daha hassas modelleme yapılmak istendiğinde değeri azaltılabilir veya yaklaşık değerinin bilinmesinin yeterli olduğu durumlarda değeri artırılabilir (Şekil 3.5).



Şekil 3.5 Yüzey Bölüntüleme

Eşitlik (3.29)'da belirtildiği üzere J_y bilinmeyen fonksiyonu, a_n ağırlıklandırma katsayısı olmak üzere, ağırlıklandırılmış N tane temel fonksiyonun toplamı şeklinde yazılabilir (Eşitlik 3.47-3.48).

$$J_y(\bar{r}') \cong \sum_{n=1}^N a_n f_n(\bar{r}') \quad (3.47)$$

$$\sum_{n=1}^N a_n \frac{k\eta_0}{4} \int_{\bar{r}' \in C'} f_n(\bar{r}') H_0^{(2)}(k|\bar{r} - \bar{r}'|) dl' = E_y^{gelen}(\bar{r}) \quad (3.48)$$

$f_n(\bar{r}')$ yerel temel fonksiyonları, her bir bölüt için temel darbe fonksiyonu şeklinde tanımlanırsa,

$$f_n(\bar{r}') = \begin{cases} 1 & \bar{r}' \in \Delta C_n' \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.49)$$

eşitlik (3.48) ile belirtilen ve tüm sınır çizgisi için modellenen integral eşitliği her bir bölüt için yazılabilir hale gelir (Eşitlik 3.50).

$$\sum_{n=1}^N a_n \frac{k\eta_0}{4} \int_{\bar{r}' \in \Delta C_n'} H_0^{(2)}(k|\bar{r} - \bar{r}'|) dl' = E_y^{gelen}(\bar{r}) \quad (3.50)$$

$N \times N$ boyutlu $\bar{Z}\bar{a} = \bar{b}$ matris sisteminin oluşturulabilmesi için eşitlik (3.50) ile belirtilen eşitliğin iki tarafının da ağırlıklandırma fonksiyonu ile çarpılması gerekmektedir. Matris sistemi oluşturulurken integrallerin tek bir noktada tanımlı hale gelmesinden dolayı integral hesaplama yükünün ortadan kaldırılması amacıyla ağırlıklandırma fonksiyonları her bir bölüt için nokta uyarlama olarak seçilmiştir (Eşitlik 3.51).

$$w_m(\bar{r}_m) = \delta(\bar{r}_m) = \delta(x - x_m)\delta(z - z_m) \quad (3.51)$$

Eşitlik (3.51)'de $\bar{r}_m = (x_m, z_m)$ olmak üzere her bir m'inci gözlem bölütünün orta nokta koordinatlarını ifade etmektedir (Şekil 3.5). Sonuç olarak, eşitlik (3.46)'da belirtilen integral eşitliği kullanılarak, J_y bilinmeyen fonksiyonun temel fonksiyonların toplamı şeklinde yazılması ve nokta uyarlama ile ağırlıklandırılması sonucu $N \times N$ boyutlu $\bar{Z}\bar{a} = \bar{b}$ matris sistemi oluşturulur ve integral eşitliği nümerik olarak modellenebilir hale getirilir (Eşitlik 3.52-3.58).

$$\frac{k\eta_0}{4} \sum_{n=1}^N a_n H_0^{(2)}(kR) \Delta C_n = E_y^{gelen}(\bar{r}_m) \quad (3.52)$$

$$R = |\bar{r}_m - \bar{r}_n| = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (z_m - z_n)^2} \quad (3.53)$$

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

$$Z_{mn} = \frac{k\eta_0}{4} H_0^{(2)}(k\sqrt{(x_m - x_n)^2 + (z_m - z_n)^2}) \Delta C_n \quad (3.55)$$

$$a_n = J_y(\bar{r}_n) \quad (3.56)$$

$$b_m = E_y^{gelen}(\bar{r}_m) \quad (3.57)$$

$$m, n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3.58)$$

$\bar{Z}\bar{a} = \bar{b}$ matris sisteminde \bar{Z} matrisini oluştururken gözlem noktalarının kaynak noktalarıyla kesiştiği köşegen birimlerinde, *i.e.* $m = n$, Hankel fonksiyonu tekilliği bulunmaktadır. Ancak Hankel fonksiyonunun sıfır değerine yaklaşırken aldığı değeri bulmak için kullanılan yaklaşık eşitlik ile köşegen birimler için bu tekillik ortadan kaldırılabilir (Eşitlik 3.59-3.60) [28].

$$H_0^{(2)}(kR) \approx 1 - j \frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{\gamma kR}{2}\right) \quad R \rightarrow 0 \quad (3.59)$$

$$\begin{aligned} \int_{-\Delta C_n/2}^{+\Delta C_n/2} H_0^{(2)}(kR) dR &= \int_{-\Delta C_n/2}^{+\Delta C_n/2} \left[1 - j \frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{\gamma kR}{2}\right) \right] dR \\ &= 2 \int_0^{+\Delta C_n/2} \left[1 - j \frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{\gamma kR}{2}\right) \right] dR \\ &= 2R \left\{ 1 - j \frac{2}{\pi} \left[\ln\left(\frac{\gamma kR}{2}\right) - 1 \right] \right\} \Big|_{R=0}^{R=+\Delta C_n/2} \\ &= \Delta C_n \left[1 - j \frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{\gamma k \Delta C_n}{4e}\right) \right] \end{aligned} \quad (3.60)$$

Bu eşitliklerde $e = 2,71828 \dots$ matematiksel e sabitini ve $\gamma = 1,781 \dots$ Euler sabitini ifade etmektedir.

Eşitlik (3.60) ile belirtilen Hankel fonksiyonunun sıfırdaki yaklaşık değeri kullanılırsa, matris sistemindeki köşegen birimler eşitlik (3.61) ile hesaplanır.

$$Z_{mm} = \frac{k \eta_0}{4} \Delta C_n \left[1 - j \frac{2}{\pi} \ln \left(\frac{\gamma k \Delta C_n}{4e} \right) \right] \quad (3.61)$$

Sonuç olarak, konumu ve engel üzerindeki gelen elektrik alan verisi bilinen bir yüzey için eşitlik (3.55-3.61) ile matris sistemi oluşturulabilir ve eşitlik (3.62) ile yüzey üzerinde indüklenen teğet akım yoğunlukları hesaplanabilir.

$$[J] = [Z]^{-1}[b] \quad (3.62)$$

3.6.2 Manyetik Alan İntegral Denklemi: TE Polarizasyon

İki boyutlu uzayda TE polarizasyon durumunda, ilerleme yönü $+x$ olmak üzere yayılan manyetik alanın sadece y -bileşeni, $\bar{H} = \hat{a}_y H_y(x, z)$, elektrik alanın ise x ve z -bileşenleri bulunmaktadır ($E_y = 0$). Bu nedenle gelen manyetik alan H_y^{gelen} , mükemmel elektrik iletken bir engele ulaştığında iletken engel yüzeyi üzerinde \bar{J}_t yüzey akımının indüklenmesine neden olur [29].

TE polarizasyon durumunda elektrik ve manyetik alan eşitlikleri kullanılarak indüklenen teğet akım yoğunluğunun hesaplanması zordur. Bu nedenle hesaplamanın yapılabilmesi için kullanılacak en uygun yöntem vektörel manyetik potansiyel \bar{A} ile oluşturulan eşitlik sistemidir.

Eşitlik (3.24)'te vektörel manyetik potansiyel \bar{A} ile oluşturulmuş olan dalga denkleminin Green fonksiyonu kullanılarak elde edilen integral çözümü (EK B),

$$\bar{A}(\bar{r}) = \frac{\mu}{j4} \int_{S'} \bar{J}_t(\bar{r}') H_0^{(2)}(k|\bar{r} - \bar{r}'|) dS' \quad (3.63)$$

eşitliği ile yazılır. Bu eşitlikte $\bar{r} = \hat{a}_x x + \hat{a}_z z$ gözlem noktası, $\bar{r}' = \hat{a}_x x' + \hat{a}_z z'$ kaynak noktası, μ geçirgenlik sabiti ve $H_0^{(2)}(\cdot)$ sıfırıncı derece ikinci tür Hankel fonksiyonudur.

Sınır yüzeyi C 'deki herhangi bir noktada toplam manyetik alan $\bar{H}_y^{toplaml}$, gelen manyetik alan \bar{H}_y^{gelen} ve yüzey üzerinde indüklenen akım yoğunluğu nedeniyle saçılan manyetik alan $\bar{H}_y^{saçılan}$, ın toplamı ile elde edilir (Eşitlik 3.64).

$$\bar{H}_y^{toplaml} = \bar{H}_y^{gelen} + \bar{H}_y^{saçılan} \quad (3.64)$$

$\bar{B} = \mu\bar{H}$ ve $\bar{B} = \nabla \times \bar{A}$ olmak üzere yüzey üzerinde indüklenen akım yoğunluğunun neden olduğu skaler saçılan alan eşitlik (3.65) ile hesaplanır.

$$H_y^{saçılan} = -\hat{a}_y \cdot \nabla \times \left[\frac{1}{j4} \int_C \bar{J}_t(\bar{r}') H_0^{(2)}(k|\bar{r} - \bar{r}'|) dl' \right] \quad (3.65)$$

Eşitlik (3.65)'te saçılan manyetik alan bileşeninin $-y$ yönünde olması sebebi ile nokta çarpım yapılırken dolam operatörünün sonucu $-\hat{a}_y$ ile noktasal çarpılmıştır (Şekil 3.6).

Toplam manyetik alan $H_y^{toplaml}$, engelin mükemmel elektrik iletken olması nedeniyle sınır yüzeyi C 'nin dış yüzeyinde ölçülebilir ancak iç yüzeyinde değeri sıfırdır. Sınır yüzeyi C 'nin iç ve dış yüzeyindeki bu süreksizlik yüzey üzerinde indüklenen akım yoğunluğu değerini verir. Buna göre, eşitlik (3.64) yeniden düzenlenirse yüzey üzerinde indüklenen teğet yüzey akım yoğunluğu,

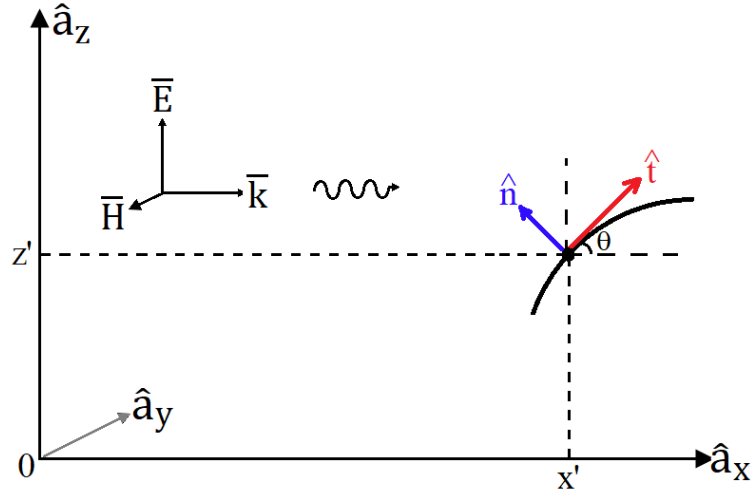
$$J_t(\bar{r}') = - \left\{ H_y^{gelen} - \hat{a}_y \cdot \nabla \times \left[\frac{1}{j4} \int_C \bar{J}_t(\bar{r}') H_0^{(2)}(k|\bar{r} - \bar{r}'|) dl' \right] \right\}_{C+} \quad (3.66)$$

eşitliği ile hesaplanır.

Eşitlik (3.66) yeniden düzenlenerek eşitlik (3.67)'de belirtilen manyetik alan integral denklemi elde edilir.

$$J_t(\bar{r}') + \left\{ -\hat{a}_y \cdot \nabla \times \left[\frac{1}{j4} \int_C \bar{J}_t(\bar{r}') H_0^{(2)}(k|\bar{r} - \bar{r}'|) dl' \right] \right\}_{C+} = -H_y^{gelen}(\bar{r}) \quad (3.67)$$

Eşitlik (3.67)'de $\bar{J}_t(\bar{r}') = \hat{t}(\bar{r}') J_t(\bar{r}')$ ve θ indüklenen akım yoğunluğunun x eksenine ile arasındaki açı olmak üzere $\hat{t}(\bar{r}') = \hat{a}_x \cos(\theta) + \hat{a}_z \sin(\theta)|_{\bar{r}'}$ olarak yeniden düzenlenirse (Şekil 3.6), dolam (*İng. curl*) operatörü eşitliğe uygulanabilir hale gelir.



Şekil 3.6 TE polarizasyon için yüzey teğet vektörü modellemesi

n 'inci derece ikinci tür Hankel fonksiyonunun x ve z 'ye göre birinci derece kısmi türevi eşitlik (3.68)-(3.70) ile bulunur.

$$\frac{d}{du} H_n^{(2)}(u) = -H_{n+1}^{(2)}(u) + \frac{n}{u} H_n^{(2)}(u) \quad (3.68)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} H_0^{(2)}(kR) = -H_1^{(2)}(kR) \frac{\partial (kR)}{\partial x} \quad (3.69)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} H_0^{(2)}(kR) = -H_1^{(2)}(kR) \frac{\partial (kR)}{\partial z} \quad (3.70)$$

Eşitlik (3.67)'de $-\hat{a}_y \cdot [\nabla \times \bar{A}(\vec{r})]$ nokta çarpımı $[\nabla \times \bar{A}(\vec{r})]$ vektörünün sadece y yönündeki bileşenini vereceğinden, dolam operatörünün sadece y bileşeninin modellenmesi yeterlidir. Bu doğrultuda nokta çarpım ve dolam operatörlerinin eşitliğe uygulanması sonucunda,

$$\begin{aligned} -\hat{a}_y \cdot [\nabla \times \bar{A}(\vec{r})] &= -\hat{a}_y \cdot \left[\hat{a}_x \frac{\partial A_z}{\partial y} + \hat{a}_y \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \hat{a}_z \left(-\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right] \\ &= -\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \\ &= -\frac{\partial}{\partial z} \left[\cos(\theta) H_0^{(2)}(kR) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\sin(\theta) H_0^{(2)}(kR) \right] \end{aligned} \quad (3.71)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikte $R = |\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (z - z')^2}$ kaynak ve gözlem noktaları arasındaki mesafedir. Eşitlik (3.68)-(3.71) kullanılarak manyetik alan integral

denkleminin yeniden düzenlenmesi sonucunda, matris sistemine dönüştürülebilir integral eşitliği elde edilir (Eşitlik 3.72).

$$J_t(\bar{r}') - \left\{ \frac{k}{j4} \int_C J_t(\bar{r}') H_1^{(2)}(kR) \left[\sin(\theta) \frac{(x-x')}{R} - \cos(\theta) \frac{(z-z')}{R} \right] dl' \right\} = -H_y^{gelen}(\bar{r}) \quad (3.72)$$

Bu eşitlikte, J_t yüzey üzerinde indüklenen teğet akım yoğunluğudur ve bulunmak istenen bilinmeyendir.

Eşitlik (3.29)'de belirtildiği üzere J_t bilinmeyen fonksiyonu, a_n ağırlıklandırma katsayısı olmak üzere, ağırlıklandırılmış N tane temel fonksiyonun toplamı şeklinde yazılabilir (Eşitlik 3.73-3.74).

$$J_t(\bar{r}') \cong \sum_{n=1}^N a_n f_n(\bar{r}') \quad (3.73)$$

$$\sum_{n=1}^N a_n f_n(\bar{r}') - \left\{ \sum_{n=1}^N a_n \frac{k}{j4} \int_{\bar{r}' \in C'} f_n(\bar{r}') H_1^{(2)}(k|\bar{r} - \bar{r}'|) \left[\sin(\theta) \frac{(x-x')}{|\bar{r} - \bar{r}'|} - \cos(\theta) \frac{(z-z')}{|\bar{r} - \bar{r}'|} \right] dl' \right\} = -H_y^{gelen}(\bar{r}) \quad (3.74)$$

$f_n(\bar{r}')$ yerel temel fonksiyonları, her bir bölüt için temel darbe fonksiyonu şeklinde tanımlanırsa (Eşitlik 3.75),

$$f_n(\bar{r}') = \begin{cases} 1 & \bar{r}' \in \Delta C'_n \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.75)$$

eşitlik (3.74) ile belirtilen ve tüm sınır çizgisi için modellenen integral eşitliği her bir bölüt için yazılabilir hale gelir (Eşitlik 3.76).

$$\sum_{n=1}^N a_n - \left\{ \sum_{n=1}^N a_n \frac{k}{j4} \int_{\bar{r}' \in \Delta C'_n} H_1^{(2)}(k|\bar{r} - \bar{r}'|) \left[\sin(\theta) \frac{(x-x')}{|\bar{r} - \bar{r}'|} - \cos(\theta) \frac{(z-z')}{|\bar{r} - \bar{r}'|} \right] dl' \right\} = -H_y^{gelen}(\bar{r}) \quad (3.76)$$

$N \times N$ boyutlu $\bar{Z}\bar{a} = \bar{b}$ matris sisteminin oluşturulabilmesi için eşitlik (3.76) ile belirtilen eşitliğin iki tarafının da ağırlıklandırma fonksiyonu ile çarpılması gerekmektedir. Matris sistemi oluşturulurken integrallerin tek bir noktada tanımlı hale gelmesinden dolayı integral hesaplama yükünün ortadan kaldırılması amacıyla ağırlıklandırma fonksiyonları her bir bölüt için nokta uyarlama olarak seçilmiştir (Eşitlik 3.77).

$$w_m(\bar{r}_m) = \delta(\bar{r}_m) = \delta(x - x_m)\delta(z - z_m) \quad (3.77)$$

Eşitlik (3.77)'de $\bar{r}_m = (x_m, z_m)$ olmak üzere her bir m'inci gözlem bölütünün orta nokta koordinatlarını ifade etmektedir (Şekil 3.5). Sonuç olarak, eşitlik (3.72)'de belirtilen integral eşitliği kullanılarak, J_t bilinmeyen fonksiyonun temel fonksiyonların toplamı şeklinde yazılması ve nokta uyarlama ile ağırlıklandırılması sonucu $N \times N$ boyutlu $\bar{Z}\bar{a} = \bar{b}$ matris sistemi oluşturulur ve integral eşitliği nümerik olarak modellenebilir hale getirilir (Eşitlik 3.78-3.84).

$$\sum_{n=1}^N a_n \delta(x - x_n) \delta(z - z_n) - \left\{ \frac{k}{j4} \sum_{n=1}^N a_n H_1^{(2)}(kR) \left[\sin(\theta_n) \frac{(x_m - x_n)}{R} - \cos(\theta_n) \frac{(z_m - z_n)}{R} \right] \Delta C_n \right\} = -H_y^{gelen}(\bar{r}_m) \quad (3.78)$$

$$R = |\bar{r}_m - \bar{r}_n| = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (z_m - z_n)^2} \quad (3.79)$$

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

$$Z_{mn} = -\frac{k}{j4} H_1^{(2)}(kR) \left[\sin(\theta_n) \frac{(x_m - x_n)}{R} - \cos(\theta_n) \frac{(z_m - z_n)}{R} \right] \Delta C_n \quad (3.81)$$

$$a_n = J_t(\bar{r}_n) \quad (3.82)$$

$$b_m = -H_y^{gelen}(\bar{r}_m) \quad (3.83)$$

$$m, n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3.84)$$

$\bar{Z}\bar{a} = \bar{b}$ matris sisteminde \bar{Z} matrisini oluştururken gözlem noktalarının kaynak noktalarıyla kesiştiği köşegen birimlerinde, *i. e. m = n*, Hankel fonksiyonunun sıfır değerine yaklaşırken aldığı limit değeri kullanılarak matris oluşturulur (Eşitlik 3.85-3.87).

$$\begin{aligned} H_y^{saçılan}(x - x', 0) &= \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ &= -\frac{k}{j4} \int_{-\Delta C/2}^{+\Delta C/2} H_1^{(2)}(kR) \left[\sin(\theta) \frac{(x - x')}{R} \right] dz' \end{aligned} \quad (3.85)$$

$$R = \sqrt{(x - x')^2 + (z')^2} \quad (3.86)$$

$$H_1^{(2)}(kR) \approx \frac{kR}{2} + j \frac{2}{\pi kR} \quad R \rightarrow 0 \quad (3.87)$$

$x - x' \rightarrow a$ değişken dönüşümü kullanılarak eşitlik (3.85-3.87) yeniden düzenlenirse,

$$\begin{aligned} \lim_{a \rightarrow 0} H_y^{saçılan}(a, 0) &= \lim_{a \rightarrow 0} \left\{ -\frac{k}{j4} \int_{-\Delta C_n/2}^{+\Delta C_n/2} \sin(\theta) \frac{a}{R} \left[\frac{kR}{2} + j \frac{2}{\pi kR} \right] dz' \right\} \\ &= \lim_{a \rightarrow 0} \left\{ -\frac{k}{j4} \int_{-\Delta C_n/2}^{+\Delta C_n/2} \sin(\theta) \left[\frac{ak}{2} + j \frac{2a}{\pi kR^2} \right] dz' \right\} \\ &= \begin{cases} -\frac{1}{2} & a > 0 \\ +\frac{1}{2} & a < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.88)$$

elde edilir. Buna göre, gözlem noktalarının kaynak noktalarıyla kesiştiği köşegen birimlerinde, eşitlik (3.66) ve (3.67)'de belirttiği üzere sınır yüzeyine C^+ 'dan yaklaşıldığı için bölüt uzunluğundan bağımsız olarak saçılan manyetik alanın değeri $-1/2$ olarak bulunur. Eşitlik (3.78)'in sol tarafı, $x \rightarrow x_m$ ve $z \rightarrow z_m$ limitleri kullanılarak yeniden yazılabilir ve \bar{Z} matrisinin köşegen elemanları eşitlik (3.89)'da belirttiği gibi oluşturulur.

$$\begin{aligned} Z_{mm} &= 1 + \lim_{x \rightarrow x_m, z \rightarrow z_m} H_y^{saçılan}(x, z) \\ &= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (3.89)$$

Sonuç olarak, konumu, konum noktalarındaki teğet vektör açısı ve engel üzerindeki gelen manyetik alan verisi bilinen bir yüzey için eşitlik (3.81)-(3.89) ile matris sistemi

oluşturulabilir ve eşitlik (3.90) ile yzey izerinde indüklenen teğet akım yoğunlukları hesaplanabilir.

$$[J] = [Z]^{-1}[b] \quad (3.90)$$

Bulunan bu teğet akım yoğunluğu verileri kullanılarak eşitlik (3.65) ile saçılan alan hesaplanır.

4. PARABOLİK DALGA DENKLEMİ

4.1 Parabolik Dalga Denklemi

Parabolik dalga denklemi, paraksiyel yönde merkezlenmiş bir konik bölge içindeki enerji yayılımını modelleyen bir dalga denklemi yaklaşımasıdır. Leontovich ve Fock [5] tarafından 1940'lı yıllarda yerküre üzerindeki radyo dalgası kırınım modellemesinin yapılabilmesi amacı için kullanılmıştır. Aynı yıllarda Malyuzhinets [30], parabolik yaklaşım yöntemi ve geometrik optik yöntemini bir arada kullanarak birden fazla engel için etkili bir kırınım teorisi geliştirilmiştir.

Teknolojinin gelişmesi ve dijital ortamda modellemelerin yapılabilmesine olanak bulunması ile, parabolik dalga denklemi ile yayılım modellemesi önem kazanmıştır. Bunun sonucunda, Hardin ve Tappert [6] sualtı akustik problemlerinin çözümü için, parabolik dalga denkleminin çözümüne dayanan ve dijital ortama kolaylıkla aktarılabilen Fourier adımlama yöntemini geliştirmişlerdir.

Troposferik dalga yayılımı modellemesinde, inceleme yapılmak istenen menzil uzunluğu dalga boyuna göre çok büyük olduğu için, Maxwell Denklemlerinin kesin çözümü zordur; bu nedenle yaklaşımlar kullanılmalıdır. Uzun yıllar boyunca, uzun menzilli problemlerin çözümü için Bölüm 2'de anlatılan geometrik optik ve ışın optik kuramlarından faydalanılmıştır. Ancak atmosferdeki dikey-değişen kırılma profili etkilerini etkin olarak modelleyebilmesi ve hızlı çözüm sağlaması avantajları sebebi ile parabolik dalga denklemi çözümüne dayanan algoritmalar tüm bu yöntemlerin yerini almıştır [31], [32], [33], [34].

Dünya üzerinde elektromanyetik dalga yayılımı küresel koordinatlarda üç boyutlu bir problemdir ancak bu tez çalışmasında, dünyanın yatay eksenindeki simetri özelliğinden faydalanılmış ve kartezyen koordinatlarda, (x, y, z) , iki boyutlu çözümler ele alınmıştır.

Elektromanyetik alan bileşenleri enine y koordinatından bağımsızdır. Yatay polarizasyon durumu için, \vec{E} elektrik alan şiddeti sıfırdan farklı sadece E_y bileşenine sahiptir. Dikey polarizasyon durumu için, \vec{H} manyetik alan şiddeti sıfırdan farklı sadece H_y bileşenine sahiptir. Bu durumda yatay polarizasyon için yayılan alan eşitlik (4.1) ile,

$$\psi(x, z) = E_y(x, z) \quad (4.1)$$

dikey polarizasyon için yayılan alan eşitlik (4.2) ile ifade edilir.

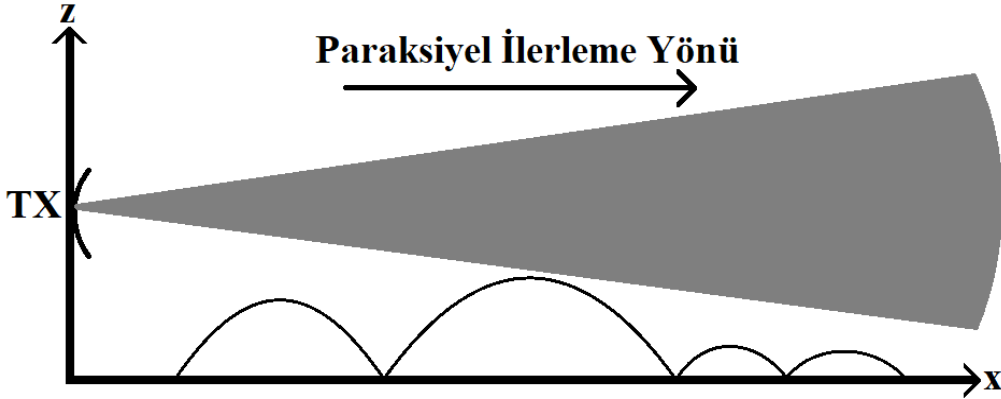
$$\psi(x, z) = H_y(x, z) \quad (4.2)$$

Problem çözümlerinde, dalga denklemi çözümü yapılırken kırılma indisi $n(x, z)$ 'nin dikey yönlü değişiminde keskin ve anlık değişimlerin olmadığı durumlar incelenmiştir.

Kırılma indisinin homojen olduğu durumda, paraksiyel yönde ilerleyen elektromanyetik dalganın, iki boyutlu skaler Helmholtz eşitliği eşitlik (4.3)'teki gibidir:

$$\frac{\partial^2 \psi(x, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi(x, z)}{\partial z^2} + k^2 n^2 \psi(x, z) = 0 \quad (4.3)$$

Bu eşitlikte $k = 2\pi/\lambda$ dalga numarasını, $\psi(x, z)$ elektrik veya manyetik alanı ifade etmektedir. x mesafeyi, z yüksekliği belirtmektedir. (Şekil 4.1)



Şekil 4.1 Troposferde paraksiyel yöndeki enerji yayılımı

Paraksiyel yönde ilerleyen indirgenmiş alan eşitliği

$$u(x, z) = e^{-jkx} \psi(x, z) \quad (4.4)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $e^{-j\omega t}$ zaman bağımlılığı kullanılmıştır. İndirgenmiş $u(x, z)$ fonksiyonu, paraksiyel ilerleme yönüne yakın yayılım açıları için, enerjinin ilerleme yönüne göre yavaş değişen bir fonksiyondur. Fonksiyonun bu özelliği sayesinde, nümerik uygulamalar kolaylıkla bu fonksiyona uygulanabilmektedir.

Eşitlik (4.3)'teki skaler Helmholtz eşitliği, $u(x, z)$ indirgenmiş fonksiyonu kullanılarak yeniden düzenlendiğinde aşağıdaki gibi ifade edilir [34].

$$\frac{\partial^2 u(x, z)}{\partial x^2} + 2jk \frac{\partial u(x, z)}{\partial x} + \frac{\partial^2 u(x, z)}{\partial z^2} + k^2(n^2 - 1)u(x, z) = 0 \quad (4.5)$$

Eşitlik (4.5), çarpanlarına ayrılabilir ve Q pseudo-diferansiyel operatörü cinsinden yazılabilir.

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} + jk(1 - Q) \right\} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} + jk(1 + Q) \right\} u(x, z) = 0 \quad (4.6)$$

$$Q = \sqrt{\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + n^2(x, z)} \quad (4.7)$$

Eşitlik (4.6)'daki pseudo-diferansiyel eşitlikler, sırası ile ileri ve geri yönlü yayılan alanları ifade etmektedir. İleri yönde yayılan alan artan x koordinatları ile ifade edilirken, geri yönde yayılan alan azalan x koordinatları ile ifade edilir. Eş zamanlı ilerleyen ileri ve geri yönlü yayılan alanlar, sırası ile eşitlik (4.9) ve eşitlik (4.10) ile hesaplanır.

$$u = u_+ + u_- \quad (4.8)$$

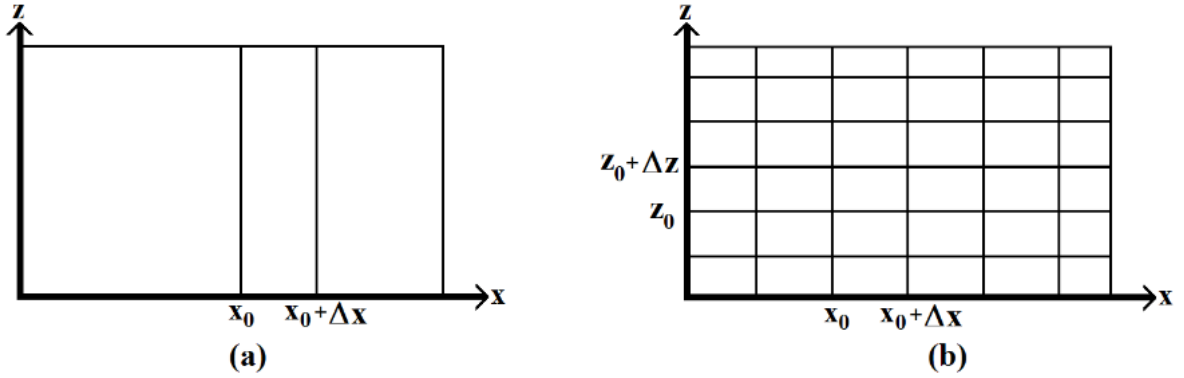
$$\frac{\partial u_+}{\partial x} = -jk(1 - Q)u_+ \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial u_-}{\partial x} = -jk(1 + Q)u_- \quad (4.10)$$

Belirli bir bölge içindeki yayılan alan hesaplaması, z yönündeki değişimin de çözüme dahil edilmesiyle birlikte eliptik dalga denklemi çözümü ile yapılabilir. Ancak eliptik dalga denkleminde, hem x hem de z yönündeki değişim ikinci derece diferansiyel denklemler ile ifade edilir ve tanımlama bölgesi içindeki her bir (x, z) noktasında yayılan alan hesaplamasının yapılması gerekmektedir (Şekil 4.2b). Buna karşın, z yönünde belirli sınır koşullarının sağlanması koşulu ile x yönündeki değişimin ikinci derece diferansiyel denklem ile ifade edilmesi durumunda parabolik dalga denklemi çözümü kullanılabilir (Şekil 4.2a).

Eliptik ve parabolik dalga denklemi çözümleri arasındaki hesaplama yükü, elde edilen sonuçlar arasındaki hata oranı düşünüldüğünde azımsanamayacak ölçüdedir. Bu sebeple işlem yükünün azaltılabilmesi için, yayılan alan hesaplamaları eliptik dalga denklemi

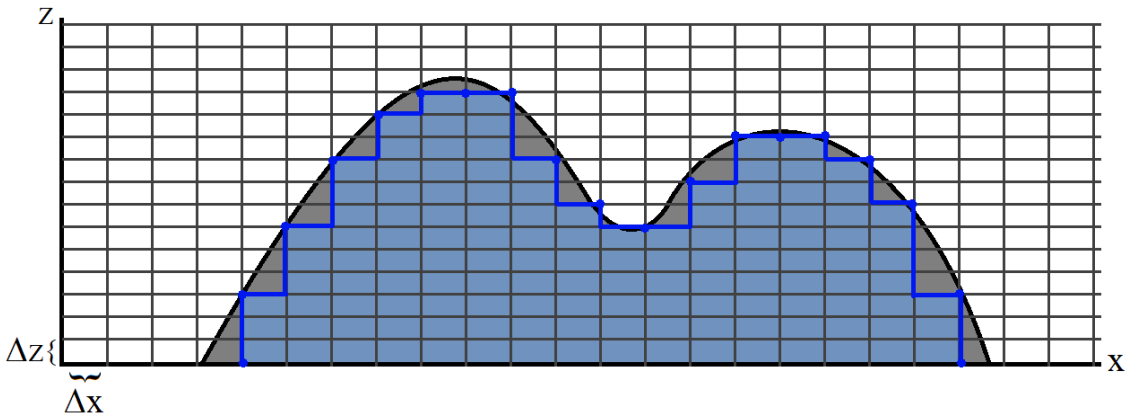
çözümü yerine, adımlama (*Ing.* marching) tekniğinin kullanıldığı parabolik dalga denklemi çözümü ile yapılmaktadır.



Şekil 4.2 (a) Parabolik ve (b) Eliptik Kısmi Diferansiyel Eşitlik Çözümleri

4.2 Fourier Adımlama Yöntemi

Fourier adımlama yöntemine dayanan parabolik dalga denklemi çözümü, z eksenini üzerindeki tepe ve alt noktalarda belirli sınır koşullarının sağlanması durumuna bağlıdır. Bu modelleme, belirli bir x_0 başlangıç menziline elektrik veya manyetik alanın bulunması ile başlayıp, bulunan bu alan matrisinin ilerletilmesiyle tüm yayılma alanı için oluşturulur.



Şekil 4.3 Merdivenleme yaklaşımı ile bölüntüleme tekniği

Fourier adımlama yöntemi, nümerik olarak modellenmesi bakımından troposferik yayılım problemlerinin çözümünde oldukça etkilidir. Ancak dünya yüzeyi üzerindeki engelleri merdivenleme yaklaşımı ile bölüntülediği için eğimli/kavisli yapılarda merdivenleme hatası ortaya çıkmaktadır (Şekil 4.3). Sınır koşullarının sağlanmasındaki bu zorluk nedeniyle, engebeli arazilerdeki troposferik yayılım için Fourier adımlama yöntemi

yerine sonlu-farklar yöntemine dayanan alternatif çözümler veya Fourier adımlama yöntemiyle birlikte karma nümerik yöntemler kullanılarak modelleme yapılır.

Eşitlik (4.7)'de belirtilen Q pseudo-diferansiyel operatörü, eşitlik (4.11)'deki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$Q = \sqrt{1 + q}$$

$$q = \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + (n^2 - 1) \quad (4.11)$$

Taylor serisi açılımı ile Q operatörü yaklaşık olarak $Q \approx 1 + q/2$ şeklinde bulunur. Bu yaklaşık değer, eşitlik (4.6)'da yerine konulduğunda, standart parabolik dalga denklemi aşağıdaki gibi bulunur.

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2jk \frac{\partial}{\partial x} + k^2(n^2 - 1) \right] u(x, z) = 0 \quad (4.12)$$

Taylor serisi açılımı yapılırken ihmal edilen ilk bileşen sebebi ile, eşitlik (4.12)'de verilen standart dalga denkleminin geçerliliği 10° - 15° 'den küçük olan yayılım açıları ile sınırlıdır. Bu nedenle standart dalga denklemi, dalga denkleminin dar açılı yaklaşımı olarak bilinir.

Uzun menzilli yüksek frekanslı problemlerde, yayılım açısı genellikle birkaç derece ile sınırlıdır. Bu nedenle dalga denkleminin dar açılı yaklaşım çözümü bu problemler için idealdir. Ancak yayılım modellemesinin yapıldığı bölgede dalga boyuna göre çok büyük boyutlarda dağ, tepe, çukur gibi engebeli bölgeler var ise yansıma ve kırınım etkileri sebebi ile dalga denkleminin geniş açılı yaklaşımına ihtiyaç duyulur. Yayılım açısının 15° 'den büyük olduğu problemlerin yayılımlarının modellenenilmesi için Q pseudo-diferansiyel operatörüne Taylor serisi açılımı uygulanırken ihmal edilen bileşenlerin de dahil edilmesi gerekmektedir. Ancak bu yöntem, nümerik modellemelerde kararsız bir sistemin ortaya çıkmasına neden olur. Bu nedenle Q pseudo-diferansiyel operatörünün daha etkin yöntemlerle yapılan açılımları tercih edilir.

Eşitlik (4.7)'de verilen Q pseudo-diferansiyel operatörü, eşitlik (4.13)-(4.15)'teki gibi yeniden düzenlenebilir [10], [35].

$$Q = \sqrt{1 + A + B} \quad (4.13)$$

$$Q \approx \sqrt{1 + A} + \sqrt{1 + B} - 1 \quad (4.14)$$

$$A = \frac{\partial^2}{(k^2 \partial z^2)} \quad (4.15)$$

$$B = n^2 - 1$$

$\sqrt{1 + A} = 1 + A[\sqrt{1 + A} + 1]^{-1}$ eşitliği kullanılırsa, dalga denkleminin geniş açılı yaklaşımı eşitlik (4.16)'daki gibi bulunur.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = [jkA(\sqrt{1 + A} + 1)^{-1} + jk(n - 1)]u \quad (4.16)$$

Eşitlik (4.12)'de verilen dar açılı dalga denklemi için Fourier adımla yöntemi çözümü aşağıdaki gibidir [36].

$$u(x + \Delta x, z) = \exp \left[jk(n^2 - 1) \frac{\Delta x}{2} \right] F^{-1} \left\{ \exp \left[-jp^2 \frac{\Delta x}{2k} \right] F \{ u(x, z) \} \right\} \quad (4.17)$$

$$u(x - \Delta x, z) = \exp \left[jk(n^2 - 1) \frac{\Delta x}{2} \right] F^{-1} \left\{ \exp \left[-jp^2 \frac{\Delta x}{2k} \right] F \{ u(x, z) \} \right\} \quad (4.18)$$

Eşitlik (4.16)'da verilen geniş açılı dalga denklemi için Fourier adımla yöntemi çözümü aşağıdaki gibidir.

$$u(x + \Delta x, z) = \exp[jk(n - 1)\Delta x] F^{-1} \left\{ \exp \left[-jp^2 \frac{\Delta x}{k} \left(\sqrt{1 - \frac{p^2}{k^2}} + 1 \right)^{-1} \right] F \{ u(x, z) \} \right\} \quad (4.19)$$

$$u(x - \Delta x, z) = \exp[jk(n - 1)\Delta x] F^{-1} \left\{ \exp \left[-jp^2 \frac{\Delta x}{k} \left(\sqrt{1 - \frac{p^2}{k^2}} + 1 \right)^{-1} \right] F \{ u(x, z) \} \right\} \quad (4.20)$$

Eşitlik (4.17)-(4.20)'de, Δx enine mesafedeki adım uzunluğunu, $p = k \sin \theta$ dönüşüm değişkenini (θ yatay düzlemdeki yayılım açısını ifade etmektedir.), F Fourier dönüşümünü ve F^{-1} ters Fourier dönüşümünü ifade etmektedir.

4.3 Fourier Adımlama Yöntemi Başarımı

Troposferik elektromanyetik yayılım problemlerinde, Fourier adımlama yönteminin uygulandığı nümerik çözümlerde sonuçlardaki hata oranının azaltılması için sağlanması

gereken belirli koşullar bulunmaktadır. Yöntemin başarımının artırılması için dikkate alınması gereken konu başlıkları aşağıda verilmiştir.

- Tepe ve alt uç noktadaki sınır koşullarının sağlanması
- Yatay ve düşey eksenlerdeki adım uzunluklarının belirlenmesi
- Başlangıç dikey yayılım profilinin belirlenmesi; kaynak modellenmesi
- Engel modellenmesi
- Atmosferik kırılma indisindeki değişimlerin modellenmesi

4.3.1 Tepe ve Alt Uç Noktalardaki Sınır Koşullarının Sağlanması

Yayılım modellenmesi yapılmak istenen problem düşey eksende açık uçlu bir problem olduğu için, $u(x, z)|_{z \rightarrow \infty} = 0$ koşulunun sağlanması gerekmektedir. Fourier adımlama yöntemi ile çözüm yapılırken, Fourier dönüşüm işlemi “Hızlı Fourier Dönüşümü” yöntemi ile yapıldığı için düşey eksen üzerinde ayrıklaştırma (*İng.* discretization) söz konusudur. Bu eksen üzerindeki yayılan alan, uç noktalarda aniden kesilmiş bir problem yapısına dönüşür ve fiziksel varlığı olmayan yansımaların ortaya çıkmasına neden olur.

Fiziksel varlığı olmayan suni yansımaların önlenmesi için, maksimum yükseklikteki yayılan alan değeri sıfır olacak şekilde düşey eksen üzerindeki yayılan alanın tepe uç noktasına doğru zayıflatılması gerekmektedir. Bu işlem, üst sınıra soğurma bölgesinin tanımlanması yöntemi ile yapılabilir veya yayılan alan Hanning, Hamming gibi alçak geçiren filtre özellikli pencereleme (*İng.* windowing) fonksiyonları kullanılarak üst sınıra doğru zayıflatılır.

Alt uç noktada ise yeryüzü sınır koşullarının sağlanması gerekmektedir. Yeryüzü mükemmel elektrik iletken (PEC) olarak modellenirse, yayılan alanın yatay veya dikey polarize olma durumuna göre sağlanması gereken sınır koşulları eşitlik (4.21) ve (4.22)’de verilmiştir.

$$\alpha_1 u(x, z) = 0 \quad (4.21)$$

$$\left(\alpha_2 \frac{\partial}{\partial z}\right)u(x, z) = 0 \quad (4.22)$$

Eşitlik (4.21) tipi sınır koşuluna *Dirichlet tipi sınır koşulu*, eşitlik (4.22) tipi sınır koşuluna *Neumann tipi sınır koşulu* adı verilir.

Kayıplı yeryüzü modellemesinin yapılabilmesi için, eşitlik (4.23)'te verilen Cauchy tipi sınır koşulunun sağlanması gerekmektedir.

$$(\alpha_1 + \alpha_2 \frac{\partial}{\partial z})u(x, z) = 0 \quad (4.23)$$

Bu sınır koşulu eşitliğinde, yatay polarizasyon durumu için $\alpha_2 = 1$, $\alpha_1 = ik(\epsilon_r + i60\sigma\lambda)^{1/2}$ ve dikey polarizasyon durumu için $\alpha_2 = 1$, $\alpha_1 = ik(\epsilon_r + i60\sigma\lambda)^{-1/2}$ olarak ele alınır. σ yeryüzü iletkenliğini, ϵ_r yeryüzü göreceli elektrik geçirgenliğini ifade etmektedir.

Fourier adımlama yöntemi, yapısı gereği sınır koşullarını kendiliğinden problem yapısına dahil edemez. Yeryüzü kayıplarının Fourier adımlama yöntemine dahil edilmesi için karma Fourier dönüşümleri kullanılır. Yeryüzünün mükemmel elektrik iletken olduğu durumda, düşey eksen profili simetrisiyle birlikte modellenir ve $[-z_{max}, z_{max}]$ olacak şekilde yeniden düzenlenir. Bu sayede, Dirichlet ve Neumann sınır koşullarının sağlanması için gereken işlemler bütünü, görüntü teorisinden faydalanılarak yayılan alan $u(x, z)$ 'nin yerküreye göre tek veya çift simetrisinin modellenmesi ile yapılır [36].

Düşey eksen katlamak dışında sınır koşullarının sağlanması için kullanılabilecek bir diğer alternatif yöntem ise, Fourier dönüşümünün tek taraflı ayırık sinüs veya ayırık kosinüs dönüşümleri kullanılarak yapılmasıdır. Ayırık sinüs dönüşümü (*İng.* Discrete sine transform – DST) yatay polarizasyon durumunda Dirichlet tipi sınır koşullarının sağlanması için kullanılır. Ayırık kosinüs dönüşümü (*İng.* Discrete cosine transform – DCT) dikey polarizasyon durumunda Neumann tipi sınır koşullarının sağlanması için kullanılır.

4.3.2 Yatay ve düşey eksenindeki adım uzunluklarının belirlenmesi

Fourier adımlama yöntemi algoritması, eşitlik (4.17)-(4.20)'de görüleceği üzere, sıralı bir şekilde z ve p değişkenleri ile çalıştırılır. Nümerik modelleme yapılırken, bu değişkenler p_{max} ve z_{max} noktasında sonlanırlar. Yükseklik ve menzile ait adım

uzunlukları, kaynak ve gözlem modelleme gereklilikleriyle birlikte örnekleme (*İng.* sampling) kıstası sebebiyle örtüşme (*İng.* aliasing) etkilerini giderecek şekilde belirlenir.

Modellenecek bölge için değişkenler belirlenirken, öncelikle z_{max} belirlenir. Eşitlik (4.17)-(4.20)'de p dönüşüm değişkeni, $-p_{max} < p < p_{max}$ eşitsizliğini sağlamaktadır. Bu eşitsizlikte $|p_{max}| < k$ ve $p = k \sin \theta$ 'dır. Maksimum yükseklik belirlendikten sonra, Nyquist oranı kullanılarak N Fourier dönüşüm boyutu olmak üzere $z_{max} \times p_{max} = \pi N$ eşitliği yardımı ile p_{max} hesaplanır. Düşey eksenindeki adım uzunluğu $\Delta z = z_{max}/N$ 'dir. Nyquist oranı ve $p_{max} = k \sin \theta_{max}$ eşitliği kullanılarak $\Delta z \leq \lambda / (2 \sin \theta_{max})$ eşitsizliği bulunur. Bu eşitsizlikte θ_{max} , maksimum yayılım açısıdır.

Düşey eksenindeki adım uzunluğu, Fourier dönüşümü ve yayılım açısı sınırlaması sebebi ile $\Delta z \leq \lambda / (2 \sin \theta_{max})$ eşitsizliğini sağlayacak şekilde seçilmelidir. Ancak yatay eksenindeki adım uzunluğu, Δx , için bir kısıtlama olmamakla birlikte problem yapısına göre kullanıcı tarafından belirlenir ve dalga boyuna göre çok büyük olan değerler kullanılabilir [37].

4.3.3 Başlangıç Dikey Yayılım Profiline Belirlenmesi; Kaynak Modellemesi

Fourier adımlama yöntemi ile yayılım modellemesinin yapılabilmesi için, başlangıç menzil konumundaki ilk düşey yayılan alanın hesaplanması gerekmektedir. Bu modelleme, konumu ve yüksekliği bilinen gönderici antenin anten diyagramına göre yapılır.

Başlangıç dikey yayılım profili, anten modelleme yöntemleri arasında Hızlı Fourier Dönüşümü Yöntemi (*İng.* Fast Fourier Transform – FFT) ile yakın-alan/uzak-alan dönüşümünden faydalanılarak hesaplanabilir. Anten diyagramı; anten yüksekliği z_a , 3 dB hüzmeye genişliği θ_{BW} ve eğim açısı θ_{tilt} ile belirlenir. Bu bilinen değişkenler doğrultusunda, başlangıç konumundaki yayılan alan p dönüşüm değişkeni cinsinden eşitlik (4.24) ile ifade edilir.

$$U(0, p) = f(p)e^{-ipz_a} - f^*(-p)e^{ipz_a} \quad (4.24)$$

Çeşitli anten tiplerinin anten diyagramını tasvir etmesi sebebi ile, Gauss tipi anten diyagramı nümerik yayılım modelleme problemleri için idealdir [38]. Buna göre eşitlik (4.24)'teki yatay polarize olmuş Gauss anten diyagramı $f(p)$ eşitlik (4.25) ile bulunur.

$$f(p) = e^{-\frac{p^2 w^2}{4}} \quad (4.25)$$

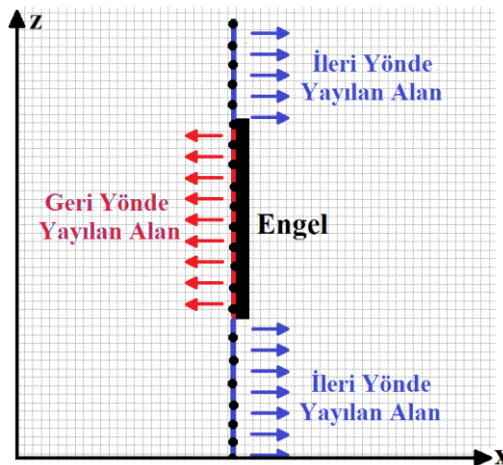
$$w = \frac{\sqrt{2 \ln 2}}{k \sin(\theta_{BW} / 2)}$$

Eşitlik (4.24) ve (4.25) ile $U(0, p)$ hesaplandıktan sonra, uzaysal z tanım kümesindeki başlangıç yayılan alanı, bulunan bu $U(0, p)$ 'nin ters Fourier dönüşümü ile bulunur.

4.3.4 Engel Modellemesi

Engelibeli bir arazi için Fourier adımlama yöntemi ile yayılan alan modellemesi yapılırken, uygulanabilir ve etkili olması sebebi ile merdivenleme yaklaşımı (*Ing.* staircase terrain modeling) idealdir.

Engelin mükemmel elektrik iletken (PEC) olduğu varsayılırsa, iki yönlü yayılımın modellendiği durumda, düşey yayılan alan hesaplaması yapıldıktan sonra sınır koşulları gereği engelin yüzeyine çarpan alan geri yönde ilerletilir. İleri yöndeki yayılımı modellemek için, hesaplanan düşey yayılan alan matrisinde engel yüzeyi üzerindeki gelen alan verisi sıfırlanır ve oluşan yeni matris pozitif yönde ilerletilir (Şekil 4.4).



Şekil 4.4 İleri ve geri yönde yayılan alanlar

Bu yaklaşım, eğimli/kavisli yüzeylerde sınır koşullarını birebir modelleyemez ve köşe uç noktalardaki kırınım etkilerini ihmal eder. Bu sebeple, Fourier adımlama yöntemi ile yayılan alan hesaplaması yapılırken, mevcut engellerin merdivenleme yaklaşımı ile modellenmesi elde edilen sonuçların yaklaşık olarak bulunmasına ve merdivenleme hatasına neden olur. Ayrıca, havada bir engel olduğu durumda sonsuz sayıda görüntü kaynakların oluşması nedeniyle sınır koşullarını Fourier adımlama yönteminde uygulamak zorlaşmaktadır.

4.3.5 Atmosferik Kırılma İndisindeki Değişimlerin Modellenmesi

Homojen olmayan atmosfer alt katmanlarındaki düzensiz yapı sebebi ile elektromanyetik dalga yayılımı, bu alt katmanlarda bükülme, kırılma gibi ortam etkilerine maruz kalır. Elektromanyetik kırılma, düşey ekseninde ilerleyen elektromanyetik dalganın, ortamların kırılma indisindeki değişim sebebi ile yön değiştirmesine verilen addır. Bir ortamın kırılma indisi, o ortam içinde yol alan elektromanyetik dalganın boşlukta ilerleyen dalgaya göre ne kadar yavaş ilerlediğini gösteren bir katsayıdır. Bu tanımlamaya göre, elektromanyetik kırılma, düşey ekseninde ilerleyen elektromanyetik dalganın yayılım hız değişimlerini ifade etmektedir.

Bir ortamın kırılma indisi değeri, n , boşlukta ilerleyen dalganın yayılım hızının ortamdaki hızına bölünmesi ile elde edilir. Bu değer, atmosferik yapı düşünüldüğünde, basınç, sıcaklık, nem yoğunluğu değişkenleri sebebi ile konum ve zamana göre değişiklik gösteren dinamik bir yapıya sahiptir. Yeryüzü eğikliğinin de dahil edildiği *değiştirilmiş kırıcılık indisi*, M , eşitlik (4.26) ile bulunur [39].

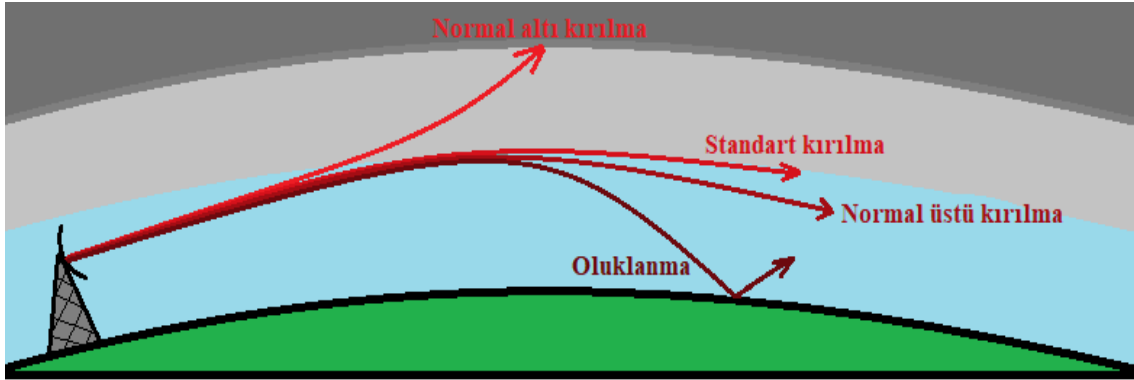
$$M = (n^2 - 1 + 2z/a_e) \times 10^6 \quad (\text{M-birim}) \quad (4.26)$$

Bu eşitlikte, a_e dünyanın yarıçapını, z yerden yüksekliği, $2z/a_e$ yeryüzü eğimini ifade etmektedir. M değiştirilmiş kırıcılık indisinin düşey eksenindeki kısmi türevi, $\partial M/\partial z$, aldığı değere göre dört tip atmosferik durumu ifade etmektedir.

4.3.5.1 Normal altı kırılma (subrefraction)

$\partial M/\partial z > 118$ (M-birim/km) olduğu durumda meydana gelir. Hızlı sıcaklık değişimine sahip soğuk hava tabakasının, kendisinden daha sıcak olan yerküre veya deniz yüzeyini

kaplaması sonucu oluşur. Bu durumda, elektromanyetik dalga normalden daha az oranda kırılır (Şekil 4.5).



Şekil 4.5 Atmosferik kırıcılık indisine göre kırılma tipleri

4.3.5.2 Standart kırılma (standard refraction)

$\frac{\partial M}{\partial z} = 118$ (M-birim/km) olduğu durumda meydana gelir. Elektromanyetik dalga, sıcaklık, basınç ve nemin yüksekliğe göre değişiminin yavaş ve kademeli olduğu normal atmosfer koşullarında bu tip kırılmaya uğrar (Şekil 4.5).

4.3.5.3 Normal-üstü kırılma (superrefraction)

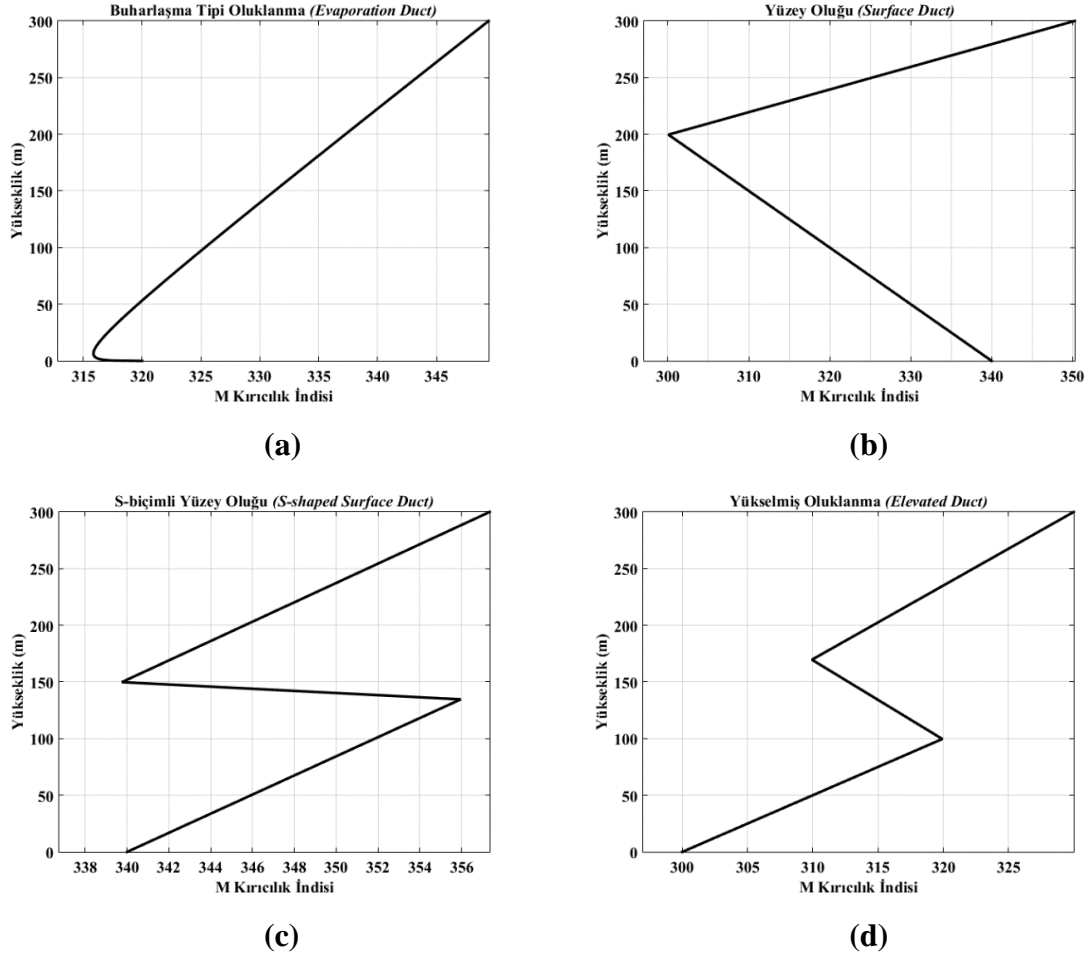
$\frac{\partial M}{\partial z} < 118$ (M-birim/km) olduğu durumda meydana gelir. Basıncıdaki hızlı artma veya nemdeki hızlı azalma durumlarında, elektromanyetik dalga bu tip kırılmaya uğrar. Normal-üstü kırılmaya uğrayan dalga, standart kırılmaya göre yeryüzüne doğru daha fazla bükülme eğilimindedir (Şekil 4.5).

4.3.5.4 Oluklanma (ducting)

$\frac{\partial M}{\partial z} < 0$ (M-birim/km) olduğu durumda meydana gelir. Eğer normal-üstü kırılma durumunda, bükülme eğimi yeryüzü eğikliğine eşit veya daha büyükse, elektromanyetik dalga bu tip kırılmaya uğrar (Şekil 4.5). Oluklanma durumunda, radyo dalgası sığlaşır ve dünya yüzeyine yakın bir şekilde hapsedilerek ilerler.

4.3.5.4.1 Oluklanma Türleri ve M-Profil Grafikleri

Şekil 4.6’da dünya yüzeyi üzerinde meydana gelen dört temel oluklanma türünün M-profil grafikleri gösterilmiştir.



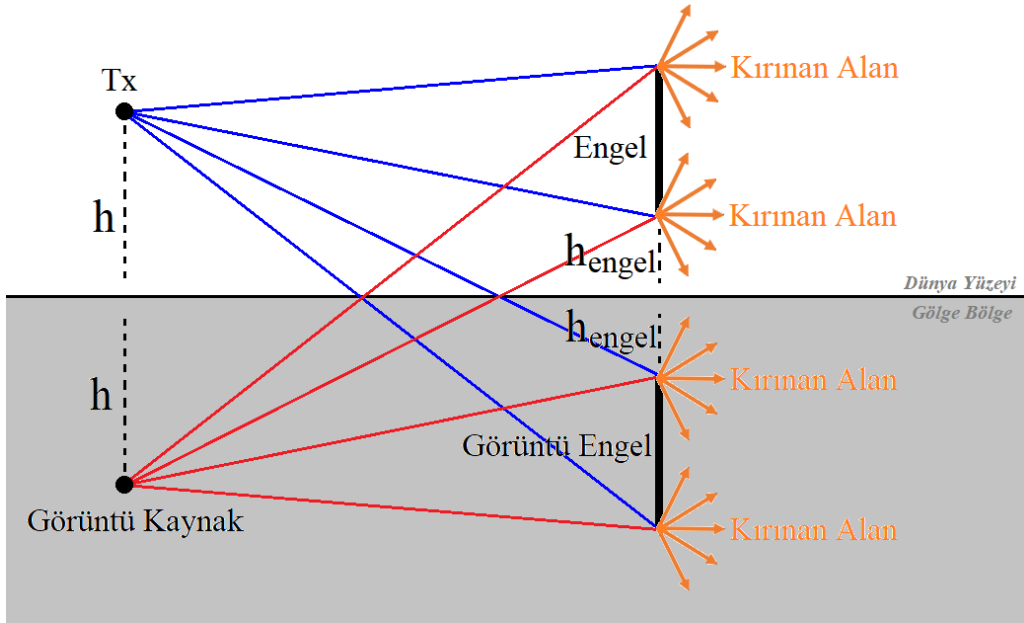
Şekil 4.6 Oluklanma türlerinin M-Profil grafikleri (a) Buharlaştırma tipi oluklanma, (b) Yüzey oluğu, (c) S-biçimli yüzey oluğu, (d) Yükselmiş Oluklanma

Standart olmayan atmosfer koşulları anormal yayılımlara sebep olabilmektedir. Yukarıda anlatılan kırılma türleri içerisinde özellikle oluklanma, standart atmosfer koşullarında elektromanyetik dalganın ulaşabileceği maksimum menzilin daha ötesine ulaşma imkânı sağlaması sebebi ile elektromanyetik yayılım modellemelerinde ele alınması gereken önemli bir kırılma türüdür.

5. KARMA NÜMERİK YÖNTEM ALGORİTMALARI

5.1.1 Havadaki Bıçak Sırtı Bir Engel için GO+UTD Nümerik Yöntem Algoritması

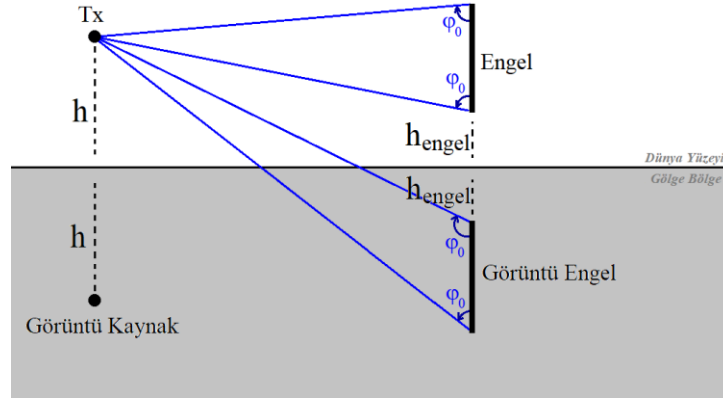
Bölüm 2’de anlatıldığı üzere, havadaki bıçak sırtı bir cisme ait saçılımın modellenmesi için yatay veya dikey polarize olma durumuna göre ana kaynak ve görüntü kaynakların konumları ve yansıma katsayıları belirlenir. Homojen ve oluklanmanın olmadığı ortam koşullarında geometrik optik ile ana kaynağın sebep olduğu gelen alan eşitlik (2.7) ile hesaplanır, dünya yüzeyinden yansıyan alan ve engelden yansıyan alanlar eşitlik (2.8)-(2.10) ile hesaplanır. Gelen alan ve yansıyan alanların toplanması sonucu kırınım etkilerinin ihmal edildiği toplam alan bulunur.



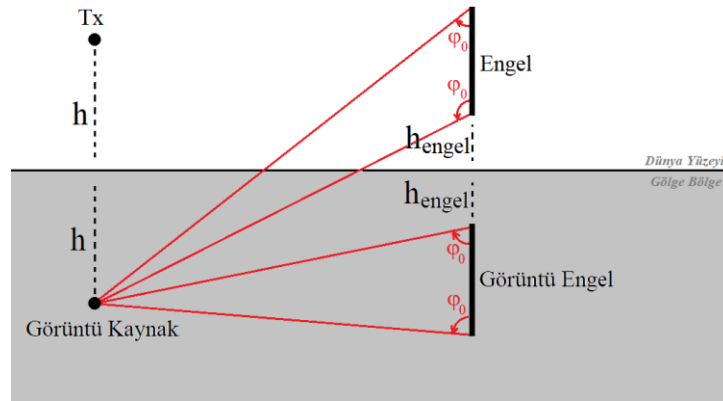
Şekil 5.1 GO+UTD karma nümerik yöntem algoritmasında kırınım modellemesi

Engelin uç noktalarında meydana gelen kırınım etkilerinin modellenmesi için düzgün kırınım teorisinden – UTD faydalanılmıştır. Kırınım alan, incelenen ortamda ilerlerken problemin yapısına göre dünya yüzeyinden de yansıyabileceği için görüntü engelin uç noktalarındaki kırınım etkilerinin de probleme dahil edilmesiyle saçılım modellemesi tamamlanır (Şekil 5.1). Kırınım modellemesi yapılırken, ana kaynak ve görüntü kaynak

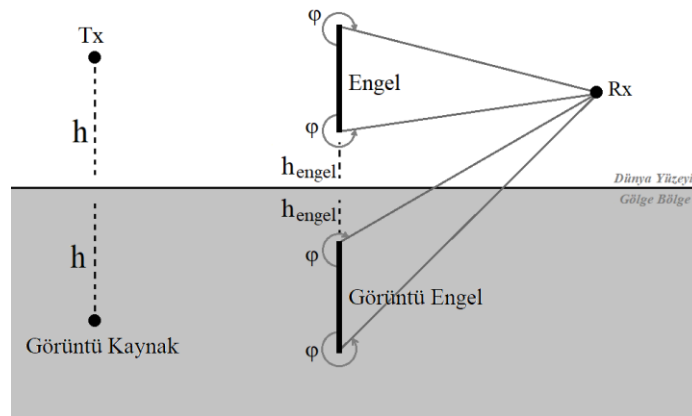
etkilerinin dahil edildiği kırınım katsayısı formülasyonundaki φ_0 ve φ açıları Şekil 5.2’de gösterildiği şekilde belirlenir. Gelen alan, hesaplanan yansıyan ve kırınan alanlar toplanarak toplam alan bulunur.



(a)



(b)



(c)

Şekil 5.2 Kırınım katsayısı formülasyonundaki φ_0 ve φ açılarının belirlenmesi: (a) Ana kaynak için φ_0 açısının modellenmesi, (b) Görüntü kaynak için φ_0 açısının modellenmesi, (c) Alma noktası için φ açısının modellenmesi.

5.1.2 SSPE+MoM Karma Nümerik Yöntem Algoritması – I

Parabolik dalga denkleminin çözümüne dayanan Fourier adımlama yönteminin – SSPE homojen olmayan ortamları etkin olarak modelleyebilmesi sebebiyle SSPE+MoM karma nümerik yöntem algoritmasında, SSPE yöntemi ortamda engel yokken gelen alan verisini toplamak amacıyla kullanılmıştır. SSPE ile modelleme yapılırken $e^{-j\omega t}$ zaman bağımlılığı, moment yöntemi ile modelleme yapılırken $e^{j\omega t}$ zaman bağımlılığı olması sebebi ile iki yöntem arasında geçiş yapılırken, veriler arasında karmaşık eşlenik ilişki olduğu göz önünde bulundurulmalıdır.

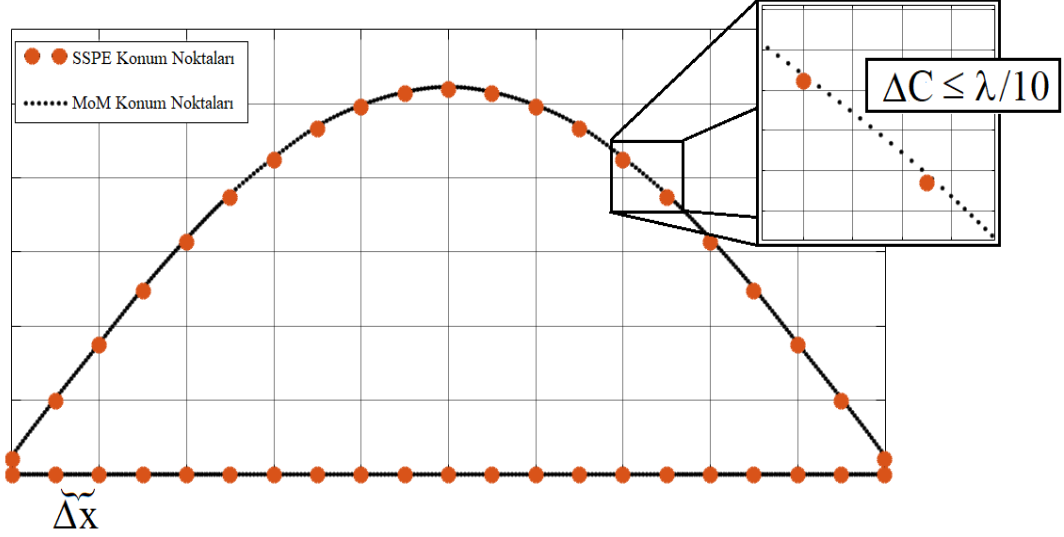
Saçılan alan hesaplamasının yapılabilmesi için, SSPE ile bulunan gelen alan verisi ve konum verileri kullanılarak yüzey üzerinde indüklenen akım yoğunlukları moment yöntemi ile hesaplanmıştır. Bulunan bu akım yoğunlukları ile saçılan alan hesaplanmış ve gelen alan ile toplanarak tüm alan için toplam alan hesaplaması yapılmıştır.

5.1.2.1 Engel Yüzey Bölüntülemesi

Moment yöntemi ile saçılan alan hesaplamasının yapılabilmesi için, yüzey üzerinde indüklenen akım yoğunluklarının bulunması gerekmektedir. Bu nedenle, engel sınır yüzeyi yeniden bölüntülenerek moment yöntemi ile modellemeye uygun hale getirilmelidir. Bu doğrultuda, SSPE ile oluşturulan engelin sınır yüzeyinin konum verileri kullanılarak engel sınır yüzeyi eğri uydurma (*Ing. curve fitting*) [40] fonksiyonları yardımıyla yeniden oluşturulur ve $\Delta C \leq \lambda/10$ olacak şekilde yeniden bölüntülenir (Şekil 5.3).

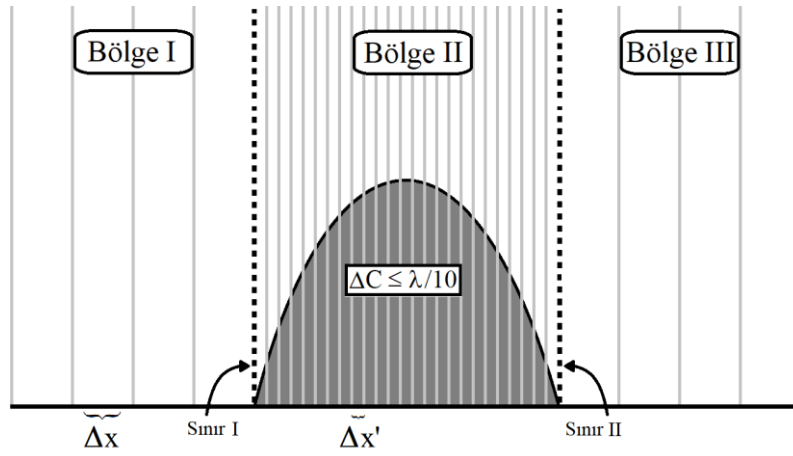
5.1.2.2 Gelen Alan Matrisinin Oluşturulması

Moment yöntemi ile indüklenen akım yoğunluklarının bulunabilmesi için, engel sınır yüzeyinin yeniden bölüntülenmesi sonucu elde edilen konum noktalarındaki gelen alan verisinin bulunması gerekmektedir. Ancak SSPE ile gelen alan matrisi oluşturulurken, yatay ve düşey eksenlerdeki adım uzunlukları dalga boyuna göre büyüktür.



Şekil 5.3 Engel sınır yüzeyinin yeniden oluşturulması ve $\Delta C \leq \lambda/10$ olacak şekilde yeniden bölüntülenmesi

Konum noktalarındaki gelen alan verisinin bulunması için yatay ve düşey eksendeki adım uzunlukları, birbiri ardına gelen iki konum noktası arasındaki mesafe $\lambda/10$ 'a eşit veya küçük olacak şekilde düzenlenmelidir. Fakat tüm alan için bu düzenlemenin yapılması işlem yükünü arttırmaktadır. Bu nedenle, saçılan alan hesaplaması yapılmak istenen tüm alan üç bölgeye bölünür. Bölge I, verici anten ve Şekil 5.4'te gösterilen Sınır I arasındaki bölgedir. Bölge II, engelin içinde bulunduğu, Sınır I ve Sınır II arasındaki bölgedir. Bölge III, Sınır II'den incelenen alanın sonuna kadar olan bölgedir.



Şekil 5.4 Yatay eksen adım uzunluğunun yeniden düzenlenmesi

SSPE yöntemi ile Bölge I ve Bölge III'teki gelen alan bulunurken Δx adım mesafesi ile modelleme yapılır ve Δx adım mesafesi işlem yükünü azaltacak şekilde kullanıcının isteğine göre belirlenir. Bölge II'deki gelen alan bulunurken, Sınır I'deki dikey yayılım profili başlangıç gelen alan gibi modellenir ve değeri küçültülmüş $\Delta x'$ adım mesafesi ile adımlama tekniği kullanılarak Bölge II için gelen alan hesaplaması yapılır. $\Delta x'$ adım mesafesi ile modelleme yapılırken $\Delta C \leq \lambda/10$ koşulunun sağlanması gerektiği unutulmamalıdır (Şekil 5.3, Şekil 5.4).

5.1.2.3 İndüklenen Akım Yoğunluğunun Bulunması

Yatay polarizasyon durumu için Elektrik Alan İntegral Denklemi kullanılarak eşitlik (3.55)-(3.61)'de belirtilen matris sistemi oluşturulur. $[J] = [Z]^{-1}[b]$ eşitliği ile yüzey üzerinde indüklenen teğet akım yoğunlukları bulunur.

Dikey polarizasyon durumu için Manyetik Alan İntegral Denklemi kullanılarak eşitlik (3.81)-(3.89)'da belirtilen matris sistemi oluşturulur. $[J] = [Z]^{-1}[b]$ eşitliği ile yüzey üzerinde indüklenen teğet akım yoğunlukları bulunur.

5.1.2.4 Saçılan Alan Hesaplaması

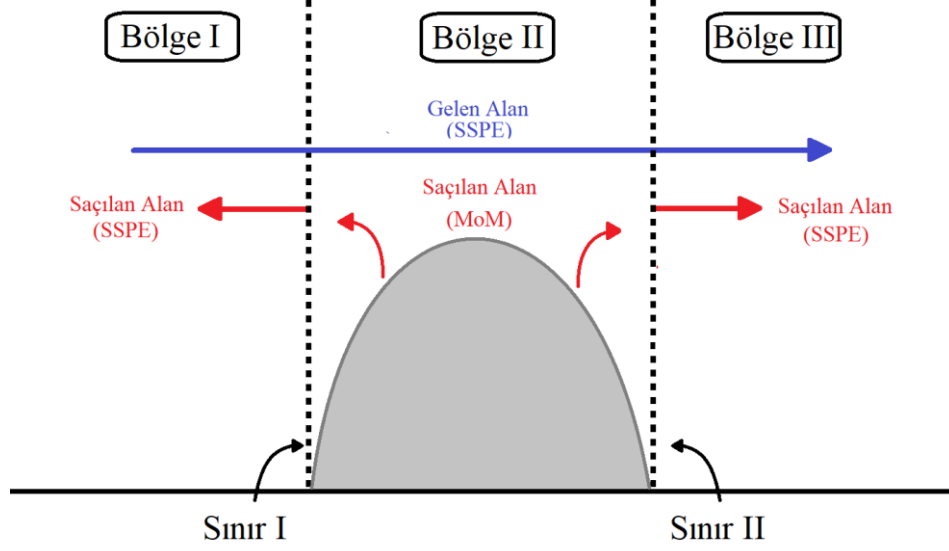
Yüzey üzerinde indüklenen teğet akım yoğunlukları kullanılarak, Bölge II'deki saçılan alan moment yöntemi ile bulunur. Saçılan alan hesaplaması yatay polarizasyon durumunda eşitlik (3.44) ile, dikey polarizasyon durumunda eşitlik (3.65) ile yapılır.

Bölge I'deki saçılan alanın bulunması için MoM ile hesaplanan Sınır I'deki dikey yayılım profili başlangıç gelen alan gibi modellenir ve ilerleme yönü $-x$ olacak şekilde SSPE yöntemi ile geri yönlü ilerletilir. Bölge III'teki saçılan alanın bulunması için MoM ile hesaplanan Sınır II'deki dikey yayılım profili başlangıç gelen alan gibi modellenir ve ilerleme yönü $+x$ olacak şekilde SSPE yöntemi ile ileri yönlü ilerletilir (Şekil 5.5).

Bütün alan için saçılan alan hesaplaması tamamlanır. SSPE yöntemi ile hesaplanan gelen alan ile toplanarak toplam alan bulunur (Eşitlik 5.1-5.2).

$$E_y^{toplaml} = E_y^{gelen} + E_y^{saçılan} \quad (5.1)$$

$$H_y^{toplaml} = H_y^{gelen} + H_y^{saçılan} \quad (5.2)$$



Şekil 5.5 Fourier adımlama yöntemi ve moment yönteminin karma modellemesi

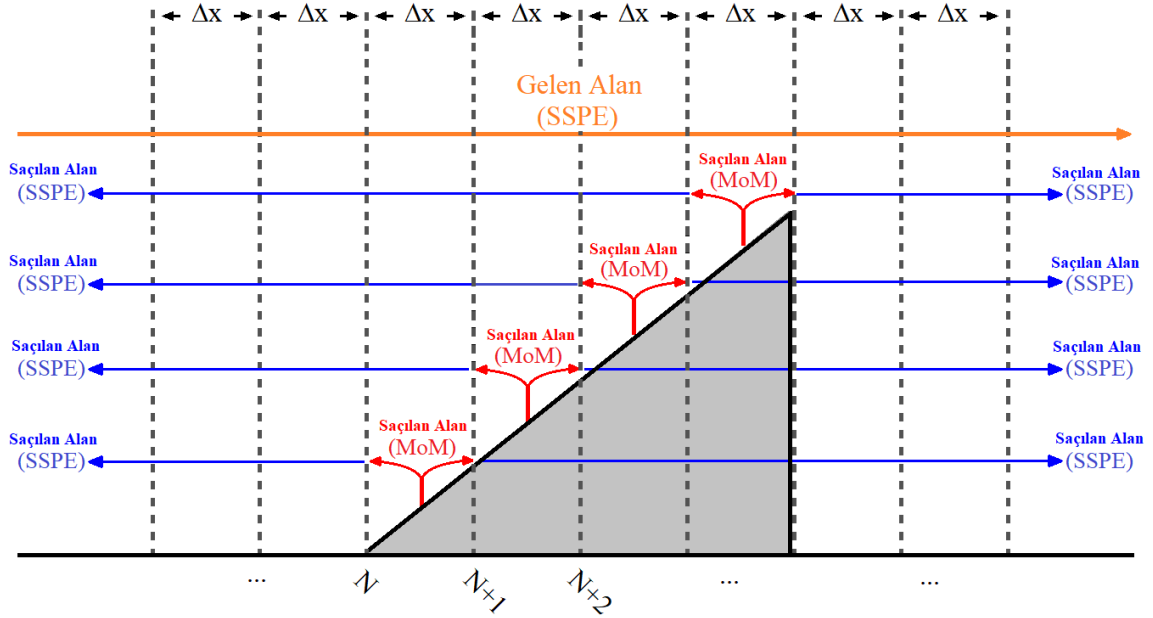
5.1.3 SSPE+MoM Karma Nümerik Yöntem Algoritması – II

SSPE+MoM karma nümerik yöntem algoritması – I ile oluklanma etkilerinin kuvvetli olmadığı saçılım modellemeleri etkili bir şekilde yapılabilir. Fakat moment yöntemi ile elektromanyetik saçılım modellenirken, ortam parametrelerinin homojen bir dağılıma sahip olduğu varsayımı ve Bölge II'deki saçılımın sadece moment yöntemi ile yapılıyor olması oluklanma etkilerinin yoğun olduğu saçılım problemlerinde veri kaybına neden olabilmektedir. SSPE algoritmasının atmosferik kırınımı etkili bir şekilde modelleyebilmesi sebebiyle, iki yöntem arasındaki geçişin mümkün olan en kısa mesafelerle yapılması sonucu bu veri kaybının azaltılabileceği öngörülmüştür.

SSPE+MoM karma nümerik yöntem algoritması – II ile modelleme yaparken engel yüzey bölüntülemesi, gelen alan matrisinin oluşturulması ve indüklenen akım yoğunluklarının bulunması adımları başlık (5.1.2.1-5.1.2.3)'te anlatılmıştır.

5.1.3.1 Saçılan Alan Hesaplaması

Fourier adım mesafesi Δx olmak üzere ardışık $N\Delta x$ ve $(N + 1)\Delta x$ mesafe adımları arasında indüklenen yüzey akım yoğunlukları kullanılarak, bu mesafe adımlarına ait sınır çizgilerindeki saçılan alan MoM ile hesaplanır. Bu hesaplama işlemi, $N\Delta x$ ve $(N + 1)\Delta x$ mesafe adımları arasında bulunan tüm akım yoğunlukları için tekrarlanır ve sınır çizgilerinde hesaplanan saçılan alanlar toplanır. Sınır çizgilerindeki saçılan alan verisi, SSPE ile geri kalan bölgelerin modellenmesi için dikey yayılım profilini oluşturmaktadır. Bu nedenle, $N\Delta x$ mesafe adım sınır çizgisindeki dikey yayılım profili geri yönlü, $(N + 1)\Delta x$ mesafe adım sınır çizgisindeki dikey yayılım profili ileri yönlü ilerletilerek tüm alan için saçılan alan modellenmesi tamamlanır. Bu işlem, engelin içinde bulunduğu tüm mesafe adım sınır çizgileri için tekrarlanır (Şekil 5.6).



Şekil 5.6 Fourier adımlama yöntemi ve moment yönteminin karma modellenmesi – II

Bütün alan için saçılan alan hesaplaması tamamlanır. SSPE yöntemi ile hesaplanan gelen alan ile toplanarak toplam alan bulunur (Eşitlik 5.1-5.2).

6. KARMA NÜMERİK YÖNTEM SONUÇLARI

Bu bölümde, Bölüm 5’te anlatılan karma nümerik yöntem algoritmalarından faydalanılarak birden fazla saçılım modellemesi yapılmış, yayılım faktörü grafikleri ile sonuçlar görsel olarak desteklenmiştir.

Atmosfer yapısının karmaşık olması sebebiyle ilk örnekte standart/homojen atmosfer koşullarında, havadaki bıçak sırtı bir engel için modelleme yapılmış ve (5.1.1-5.1.2)’de önerilen algoritmaların basit bir problem ile doğrulaması yapılmıştır. İki, üç ve dördüncü örneklerde oluklanmanın olmadığı standart atmosfer koşullarında havadaki veya dünya yüzeyinde bulunan eğimli/kavisli engeller ile SSPE algoritmasının yapısı gereği etkin olarak modelleyemediği engeller için saçılım modellemesi yapılmış ve sonuçlar birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Son olarak, karmaşık atmosfer yapısının probleme dahil edildiği beş ve altıncı örneklerde birbirinden farklı oluklanma koşullarında, 100km menzile ulaşan problemlerde oluklanma etkilerinin yoğun olduğu bir bölgeden kesit alınarak eğimli/kavisli engeller için saçılım modellemesi yapılmıştır.

Yatay polarizasyon durumu için Bölüm 3’te anlatılan Elektrik Alan İntegral Denklemi (*İng.* Electric Field Integral Equation – EFIE), dikey polarizasyon durumu için Manyetik Alan İntegral Denklemi (*İng.* Magnetic Field Integral Equation – MFIE) kullanılmıştır. Saçılım modellemesi her örnek için hem yatay hem dikey polarizasyon durumunda yapılmıştır.

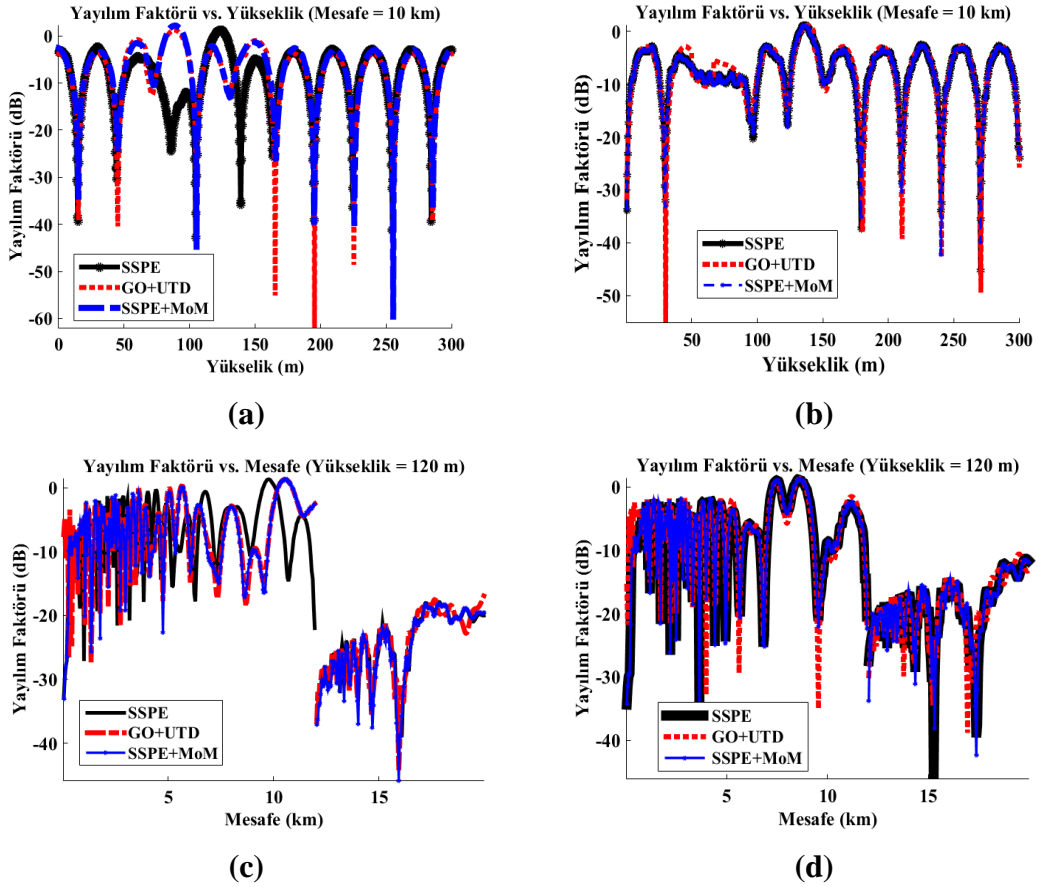
Programlama dili olarak MatLab® (MathWorks Inc.) R2015a kullanılmıştır. Kullanılan dizüstü bilgisayarın işletim sistemi Windows 10-64Bit, işlemci teknolojisi Intel® Core™ i7-6700HQ, işlemci hızı 2.6GHz ve RAM kapasitesi 16GB’tır. Moment yöntemi ile matris oluşturulurken her bir matris elemanının hafızada saklanması gerekliliği sebebiyle, oluşturulabilecek maksimum matris boyutu ~40000×40000’dır. Bu nedenle iki boyutlu engellerin modellendiği örneklerde yüksek frekanslı (>1GHz) ve büyük boyutlu problemler için modelleme yapılamamıştır.

6.1 Havadaki Bıçak Sırtı Engel için Saçılım Modellemesi Sonuçları

Bu örnekte, toplam mesafesi 20km olan bir ortamda $x = 12\text{km}$ mesafede dünya yüzeyinden 50m yüksekte havadaki 80m uzunluğundaki bıçak sırtı bir engelin yatay ve dikey polarizasyon durumundaki saçılımı karma nümerik yöntemlerle modellenmiştir. GO+UTD ve SSPE+MoM karma modellemelerinin sonuçları SSPE sonucu ile karşılaştırılmıştır.

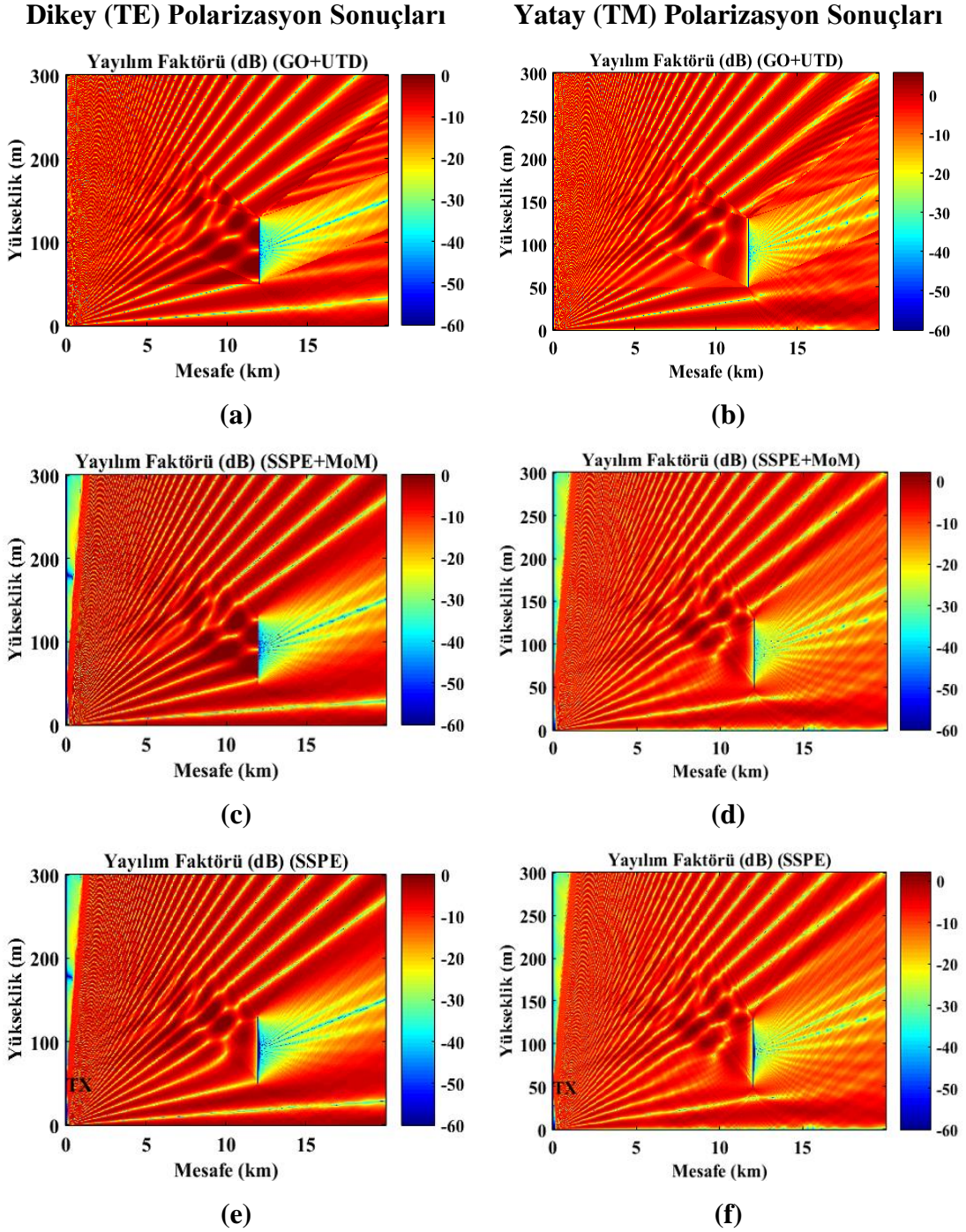
Verici anten, $x = 0\text{km}$ mesafede, $z = 50\text{m}$ yükseklikte bulunan çizgisel bir kaynak olarak modellenmiştir. Yatay ve dikey polarizasyon durumu için, oluklanmanın olmadığı atmosfer koşullarında 1GHz’te mükemmel iletken engebeli arazideki yayılım faktörü (YF), $x = 10\text{km}$ ’de yüksekliğe göre (Şekil 6.1a ve Şekil 6.1b); $z = 120\text{m}$ ’de mesafeye göre (Şekil 6.1c ve Şekil 6.1d) çizdirilmiştir. Tüm yöntemlere ait yayılım faktörü haritaları Şekil 6.2’de, SSPE+MoM karma nümerik yöntemine ait saçılan alan haritaları Şekil 6.3’te görülmektedir.

Dikey (TE) Polarizasyon YF Grafikleri Yatay (TM) Polarizasyon YF Grafikleri



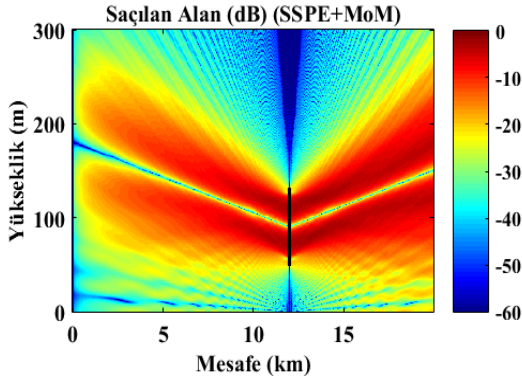
Şekil 6.1 Bıçak sırtı engel için yayılım faktörü grafikleri: (a) $x = 10\text{km}$ için YF-yükseklik grafiği (TE polarizasyon), (b) $x = 10\text{km}$ için YF-yükseklik grafiği (TM polarizasyon),

(c) $z = 120\text{m}$ için YF-mesafe grafiği (TE polarizasyon), (d) $z = 120\text{m}$ için YF-mesafe grafiği (TM polarizasyon). (Frekans = 1GHz, $\Delta x = 50\text{m}$, $\Delta z = 0.35\text{m}$)



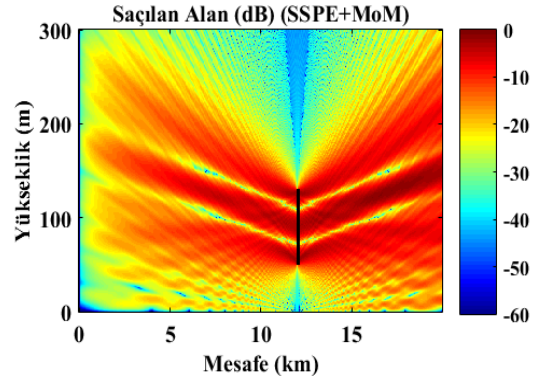
Şekil 6.2 Bıçak sırtı engel için yayılım faktörü haritaları: (a) GO+UTD (TE polarizasyon), (b) GO+UTD (TM polarizasyon), (c) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (d) SSPE+MoM (TM polarizasyon), (e) SSPE (TE polarizasyon), (f) SSPE (TM polarizasyon). (Frekans = 1GHz, $\Delta x = 50\text{m}$, $\Delta z = 0.35\text{m}$)

Dikey (TE) Polarizasyon Sonuçları



(a)

Yatay (TM) Polarizasyon Sonuçları



(b)

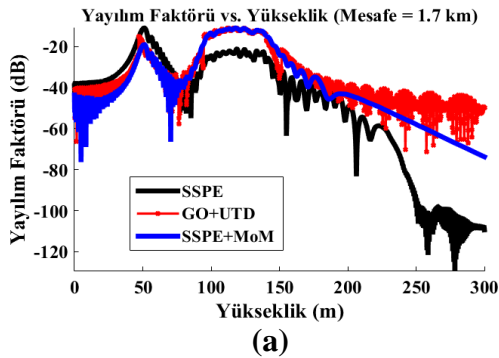
Şekil 6.3 Bıçak sırtı engel için saçılan alan haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon). (Frekans = 1GHz, $\Delta x = 50m$, $\Delta z = 0.35m$)

6.2 Dünya Yüzeyinde Bulunan Üçgen Engel için Saçılım Modellemesi Sonuçları

Bu örnekte, toplam mesafesi 2.5km olan bir ortamda $x = 1.5km$ mesafede dünya yüzeyinde bulunan 50m yüksekliğindeki üçgen bir engelin yatay ve dikey polarizasyon durumundaki saçılımı karma nümerik yöntemlerle modellenmiştir. GO+UTD ve SSPE+MoM karma modellemelerinin sonuçları SSPE sonucu ile karşılaştırılmıştır.

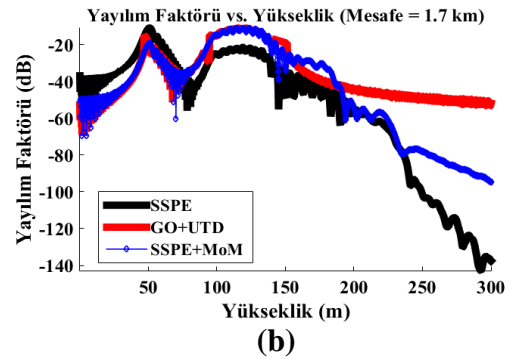
Verici anten, $x = 0km$ mesafede, $z = 25m$ yükseklikte bulunan Gauss tipi kaynak olarak modellenmiştir. Anten hüzmeye açısı 0 derece, 3dB hüzmeye genişliği 0.5 derecedir. Yatay ve dikey polarizasyon durumu için, oluklanmanın olmadığı atmosfer koşullarında 600MHz'te mükemmel iletken engebeli arazideki yayılım faktörü (YF), $x = 1.65km$ 'de yüksekliğe göre (Şekil 6.4a ve Şekil 6.4b); $z = 75m$ 'de mesafeye göre (Şekil 6.4c ve Şekil 6.4d) çizdirilmiştir. Tüm yöntemlere ait yayılım faktörü haritaları Şekil 6.5'te, SSPE+MoM karma nümerik yöntemine ait saçılan alan haritaları Şekil 6.6'da görülmektedir.

Dikey (TE) Polarizasyon YF Grafikleri

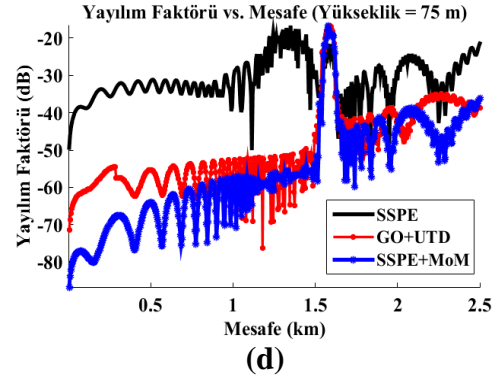
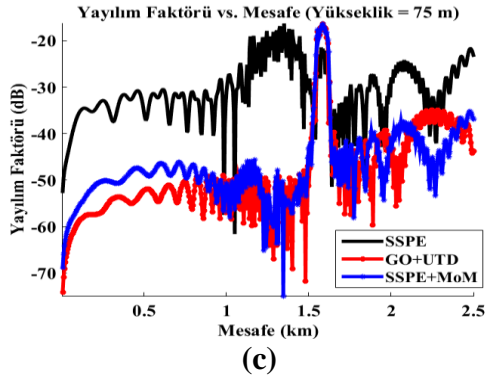


(a)

Yatay (TM) Polarizasyon YF Grafikleri

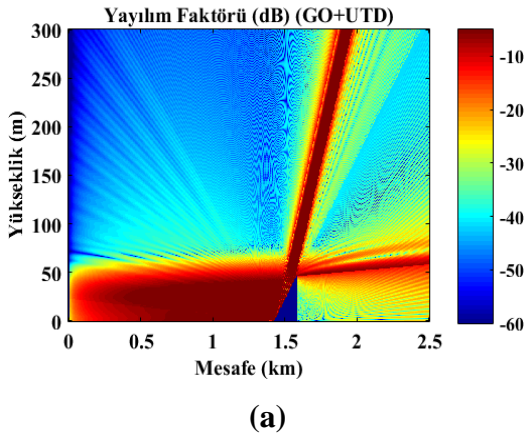


(b)

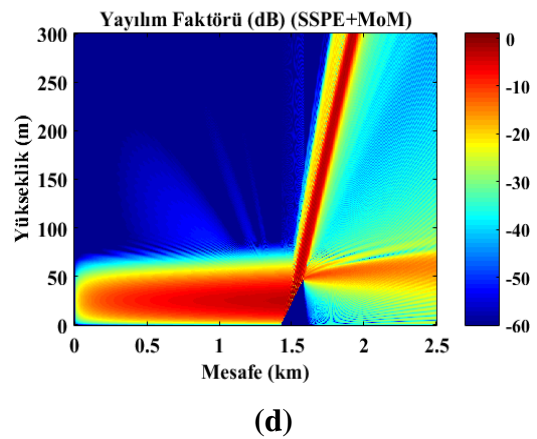
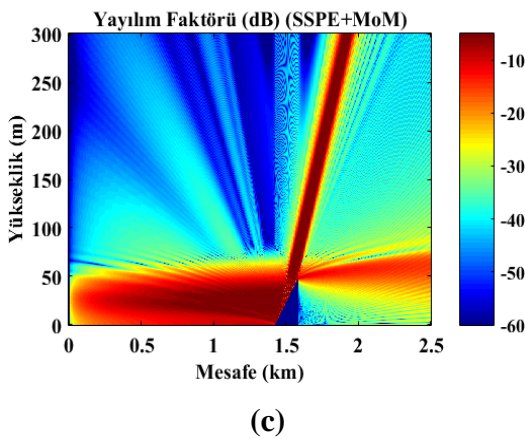
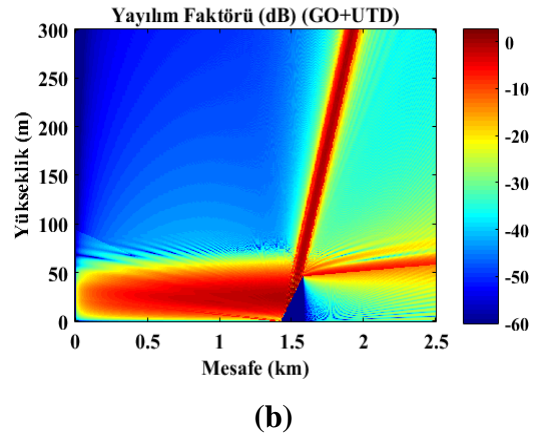


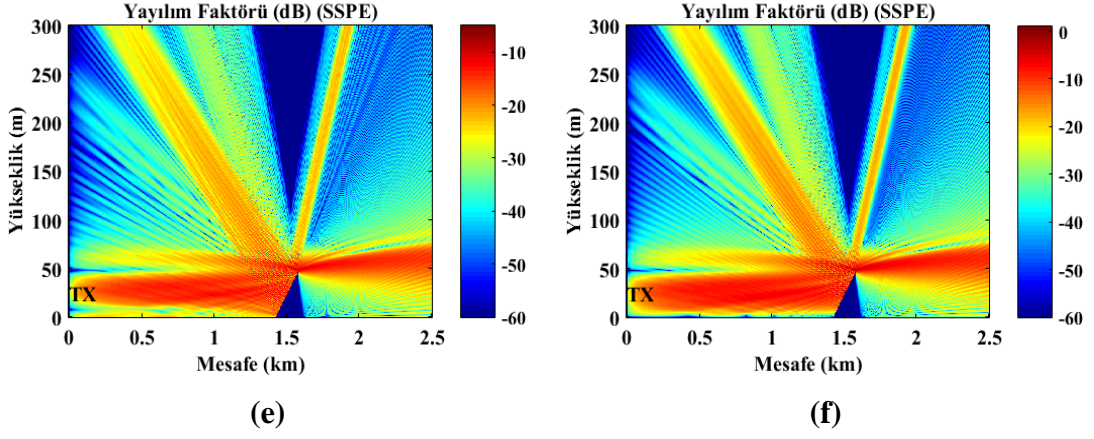
Şekil 6.4 Üçgen engel için yayılım faktörü grafikleri: (a) $x = 1.65\text{km}$ için YF-yükseklik grafiği (TE polarizasyon), (b) $x = 1.65\text{km}$ için YF-yükseklik grafiği (TM polarizasyon), (c) $z = 75\text{m}$ için YF-mesafe grafiği (TE polarizasyon), (d) $z = 75\text{m}$ için YF-mesafe grafiği (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5\text{m}$, $\Delta z = 0.2\text{m}$)

Dikay (TE) Polarizasyon Sonuçları

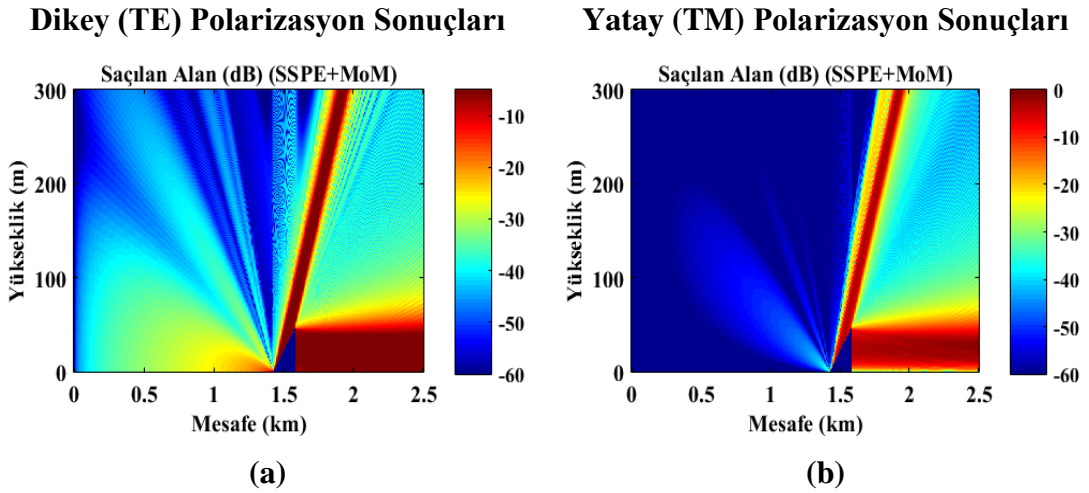


Yatay (TM) Polarizasyon Sonuçları





Şekil 6.5 Üçgen engel için yayılım faktörü haritaları: (a) GO+UTD (TE polarizasyon), (b) GO+UTD (TM polarizasyon), (c) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (d) SSPE+MoM (TM polarizasyon), (e) SSPE (TE polarizasyon), (f) SSPE (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5m$, $\Delta z = 0.2m$)



Şekil 6.6 Üçgen engel için saçılan alan haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5m$, $\Delta z = 0.2m$)

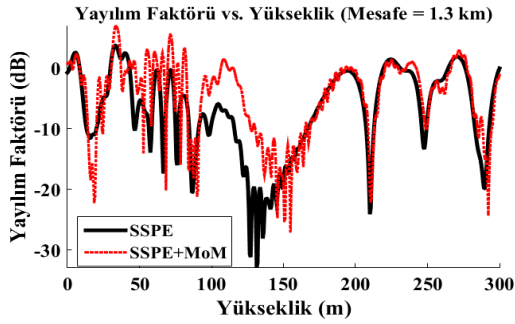
6.3 Havadaki Baklava Biçimli Engel için Saçılım Modellemesi Sonuçları

Bu örnekte, toplam mesafesi 2km olan bir ortamda $x = 1km$ mesafede dünya yüzeyinden 100m yüksekte duran eni 400m, yüksekliği 80m olan baklava biçimli engelin yatay ve dikey polarizasyon durumundaki saçılımı karma nümerik yöntemle modellenmiştir. SSPE+MoM karma modellemesinin sonuçları SSPE sonucu ile karşılaştırılmıştır.

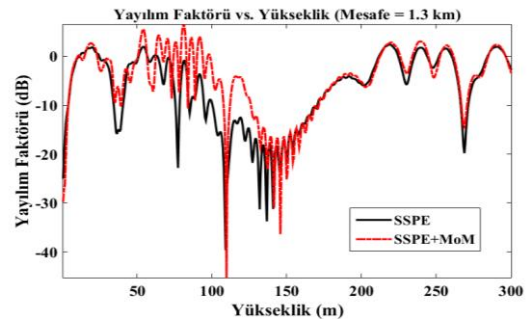
Verici anten, $x = 0km$ mesafede, $z = 50m$ yükseklikte bulunan çizgisel kaynak olarak modellenmiştir. Yatay ve dikey polarizasyon durumu için, oluklanmanın olmadığı atmosfer

koşullarında 100MHz'te mükemmel iletken engebeli arazideki yayılım faktörü (YF), $x = 1.25\text{km}$ 'de yüksekliğe göre (Şekil 6.7a ve Şekil 6.7b); $z = 15\text{m}$ 'de mesafeye göre (Şekil 6.7c ve Şekil 6.7d) çizdirilmiştir. Tüm yöntemlere ait yayılım faktörü haritaları Şekil 6.8'de, SSPE+MoM karma nümerik yöntemine ait saçılan alan haritaları Şekil 6.9'da görülmektedir.

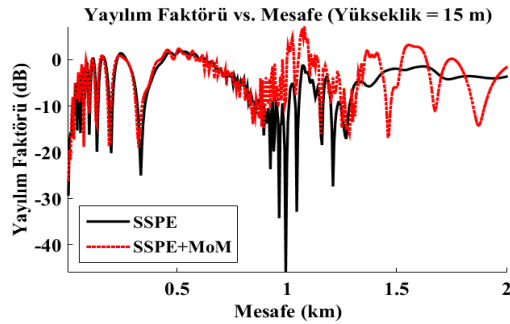
Dikey (TE) Polarizasyon YF Grafikleri Yatay (TM) Polarizasyon YF Grafikleri



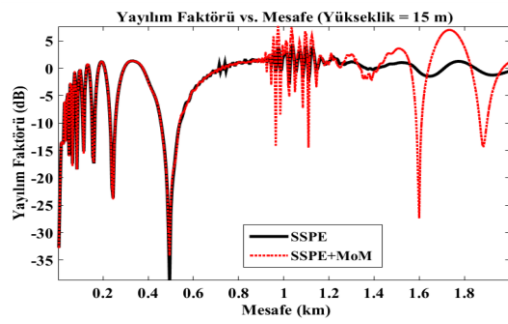
(a)



(b)



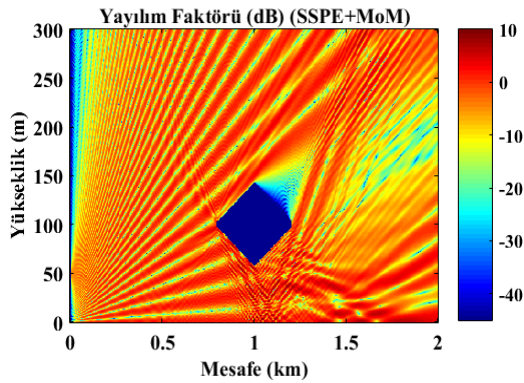
(c)



(d)

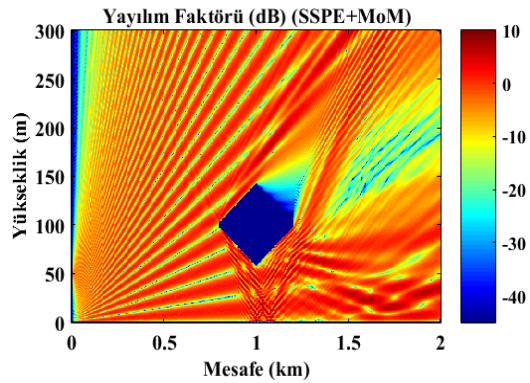
Şekil 6.7 Baklava biçimli engel için yayılım faktörü grafikleri: (a) $x = 1.25\text{km}$ için YF-yükseklik grafiği (TE polarizasyon), (b) $x = 1.25\text{km}$ için YF-yükseklik grafiği (TM polarizasyon), (c) $z = 15\text{m}$ için YF-mesafe grafiği (TE polarizasyon), (d) $z = 15\text{m}$ için YF-mesafe grafiği (TM polarizasyon). (Frekans = 100MHz, $\Delta x = 5\text{m}$, $\Delta z = 0.6\text{m}$)

Dikey (TE) Polarizasyon Sonuçları

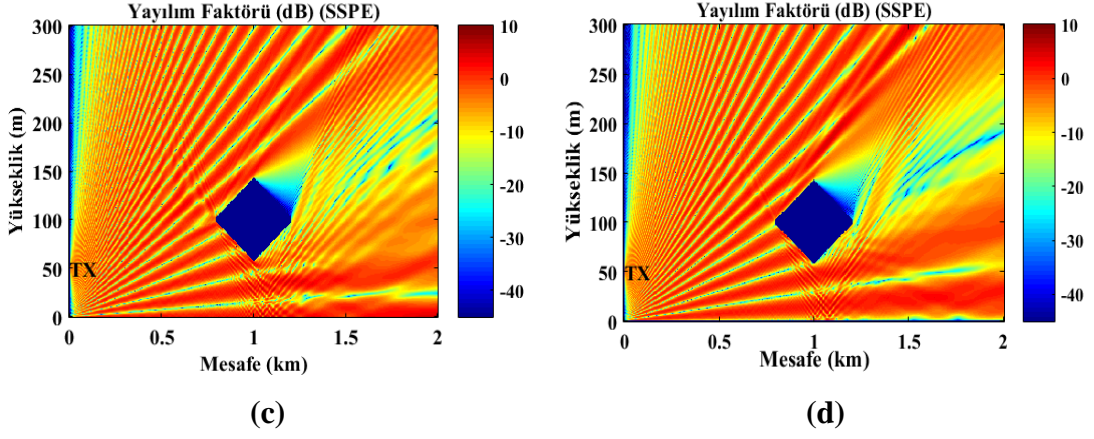


(a)

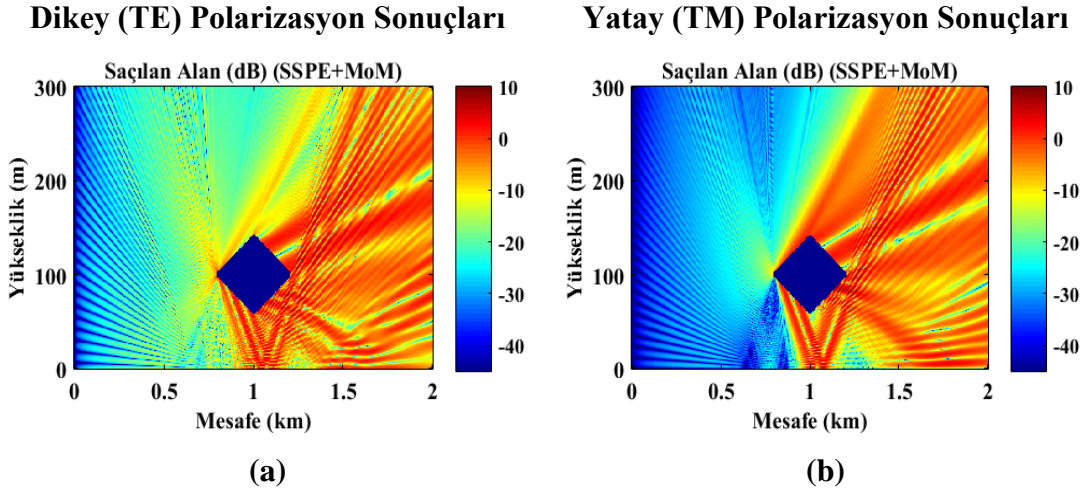
Yatay (TM) Polarizasyon Sonuçları



(b)



Şekil 6.8 Baklava biçimli engel için yayılım faktörü haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon), (c) SSPE (TE polarizasyon), (d) SSPE (TM polarizasyon). (Frekans = 100MHz, $\Delta x = 5m$, $\Delta z = 0.6m$)



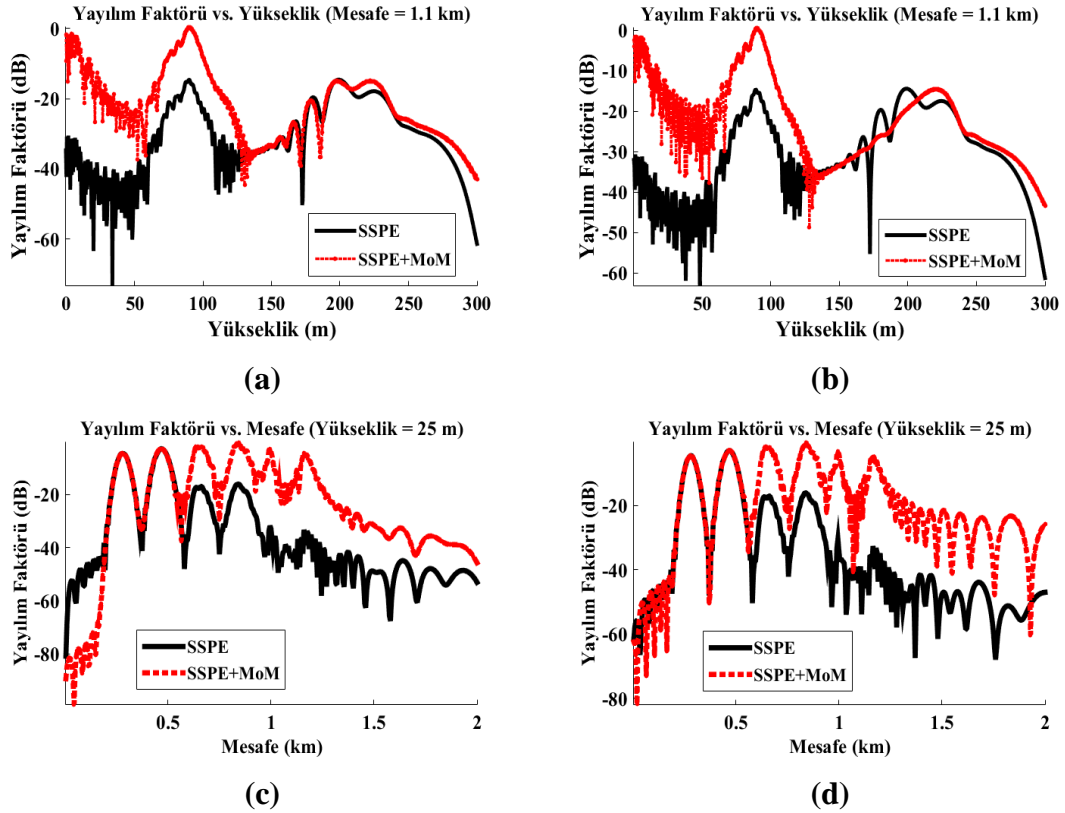
Şekil 6.9 Baklava biçimli engel için saçılan alan haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon). (Frekans = 100MHz, $\Delta x = 5m$, $\Delta z = 0.6m$)

6.4 Havadaki Dünya Yüzeyine Paralel Bıçak Sırtı Engel için Saçılım Modellemesi Sonuçları

Bu örnekte, toplam mesafesi 2km olan bir ortamda $x = 0.75km$ mesafede dünya yüzeyinden 50m yüksekte dünya yüzeyine paralel olacak şekilde havadaki 400m uzunluğundaki bıçak sırtı bir engelin yatay ve dikey polarizasyon durumundaki saçılımı karma nümerik yöntemle modellenmiştir. SSPE+MoM karma modellemelerinin sonuçları SSPE sonucu ile karşılaştırılmıştır.

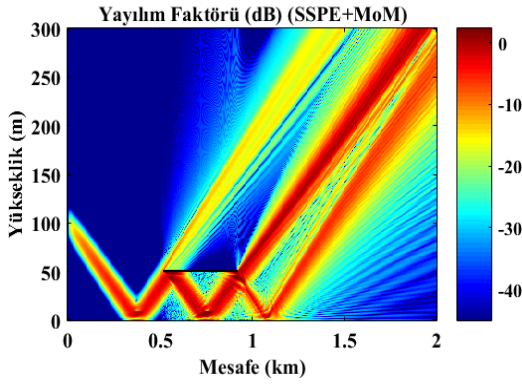
Verici anten, $x = 0$ km mesafede, $z = 100$ m yükseklikte bulunan Gauss tipi kaynak olarak modellenmiştir. Anten hüzme açısı -15 derece, 3dB hüzme genişliği 1 derecedir. Yatay ve dikey polarizasyon durumu için, oluklanmanın olmadığı atmosfer koşullarında 600MHz'te mükemmel iletken engebeli arazideki yayılım faktörü (YF), $x = 1.1$ km'de yüksekliğe göre (Şekil 6.10a ve Şekil 6.10b); $z = 25$ m'de mesafeye göre (Şekil 6.10c ve Şekil 6.10d) çizdirilmiştir. Tüm yöntemlere ait yayılım faktörü haritaları Şekil 6.11'de, SSPE+MoM karma nümerik yöntemine ait saçılan alan haritaları Şekil 6.12'de görülmektedir.

Dikey (TE) Polarizasyon YF Grafikleri Yatay (TM) Polarizasyon YF Grafikleri



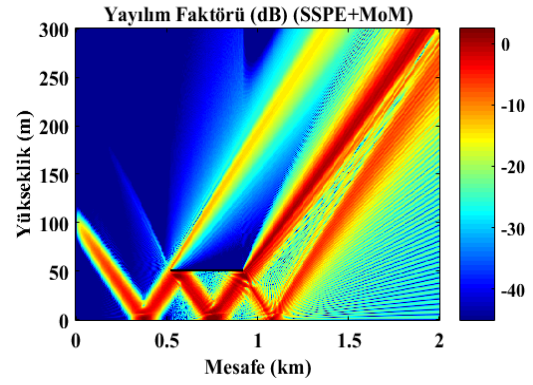
Şekil 6.10 Bıçak sırtı engel için yayılım faktörü grafikleri: (a) $x = 1.1$ km için YF-yükseklik grafiği (TE polarizasyon), (b) $x = 1.1$ km için YF-yükseklik grafiği (TM polarizasyon), (c) $z = 25$ m için YF-mesafe grafiği (TE polarizasyon), (d) $z = 25$ m için YF-mesafe grafiği (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5$ m, $\Delta z = 0.35$ m)

Dikey (TE) Polarizasyon Sonuçları

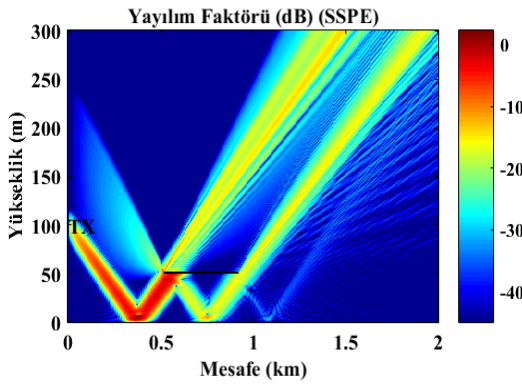


(a)

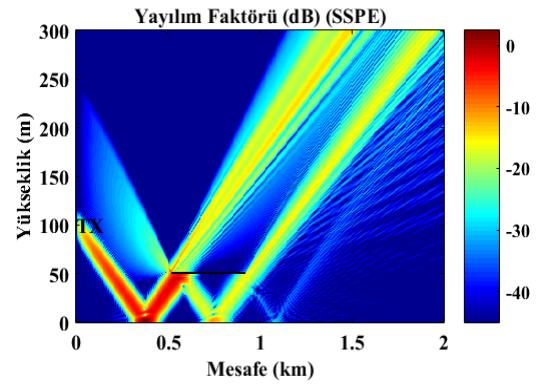
Yatay (TM) Polarizasyon Sonuçları



(b)



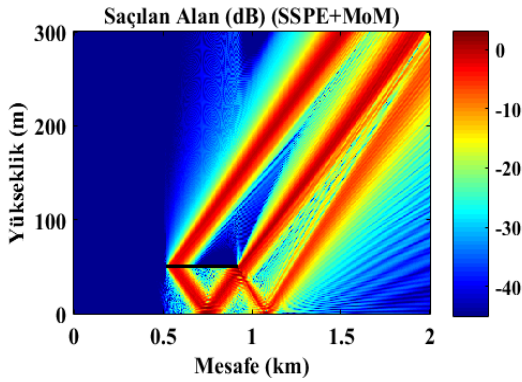
(c)



(d)

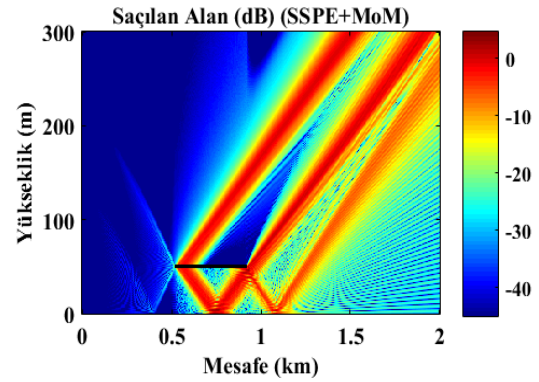
Şekil 6.11 Bıçak sırtı engel için yayılım faktörü haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon), (c) SSPE (TE polarizasyon), (d) SSPE (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5m$, $\Delta z = 0.35m$)

Dikey (TE) Polarizasyon Sonuçları



(a)

Yatay (TM) Polarizasyon Sonuçları



(b)

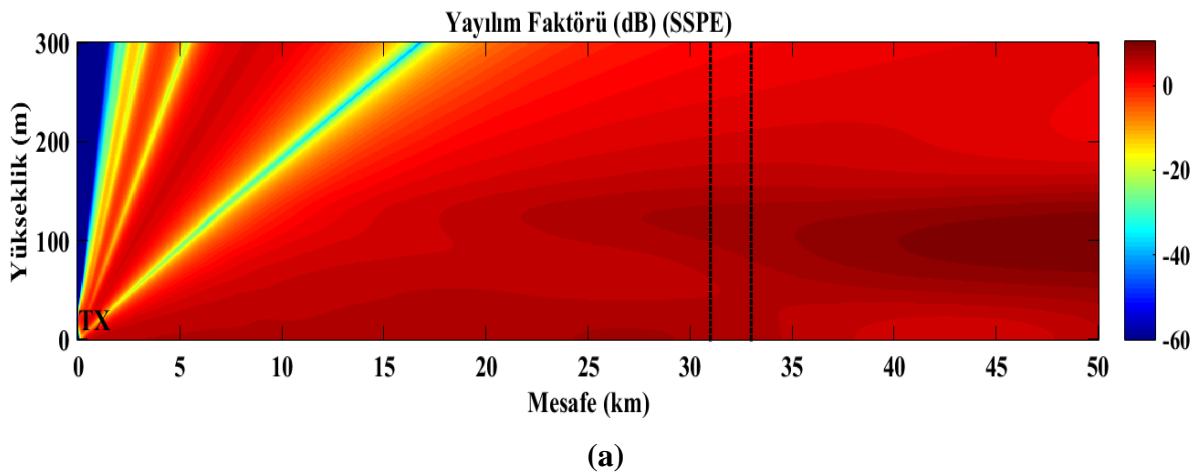
Şekil 6.12 Bıçak sırtı engel için yayılım faktörü haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5m$, $\Delta z = 0.35m$)

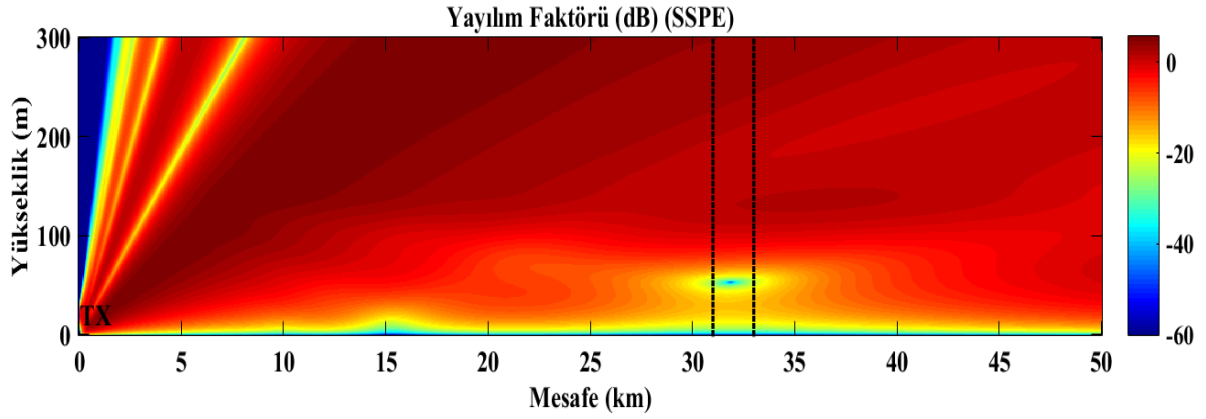
6.5 Oluklanmanın Olduğu Durumda Havadaki Üçgen Engel İçin Saçılım Modellemesi Sonuçları

Bu örnekte, toplam mesafesi 50km olan bir ortamda $x = 32$ km mesafede dünya yüzeyinden 100m yüksekte havadaki üçgen engelin yatay ve dikey polarizasyon durumundaki saçılımı karma nümerik yöntemle modellenmiştir. Saçılım etkilerinin detaylı gösterilmesi amacıyla, sadece engelin içinde bulunduğu 2km uzunluğundaki bölge için modelleme yapılmıştır. SSPE+MoM karma modellemelerinin sonuçları SSPE sonucu ile karşılaştırılmıştır.

Verici anten, $x = 0$ km mesafede, $z = 20$ m yükseklikte bulunan Gauss tipi kaynak olarak modellenmiştir. Anten hüzmeye açısı 0 derece, 3dB hüzmeye genişliği 5 derecedir. Ortamda engel yok iken gelen alan için yayılım faktörü haritaları Şekil 6.13'te gösterilmiştir. Engelin içinde bulunduğu bölge kesikli çizgilerle belirtilmiştir.

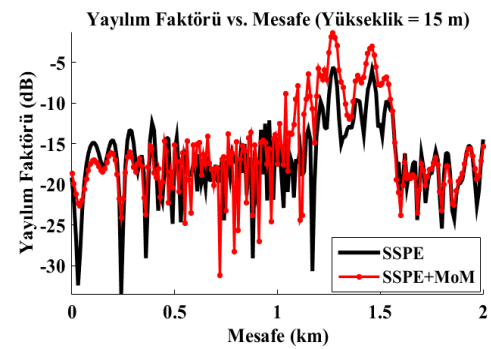
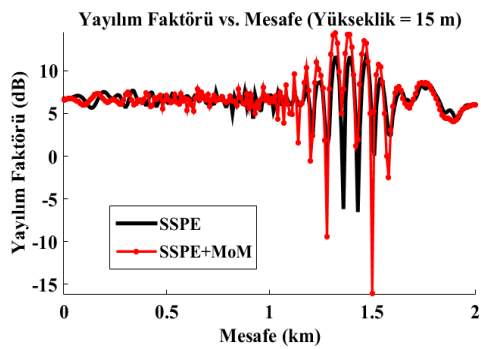
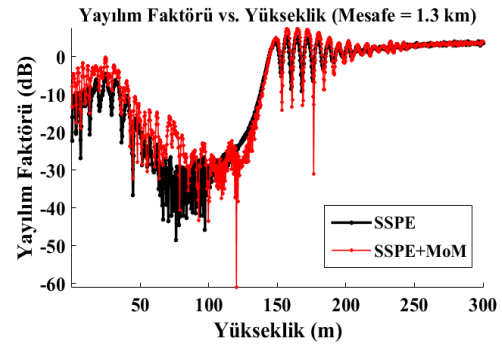
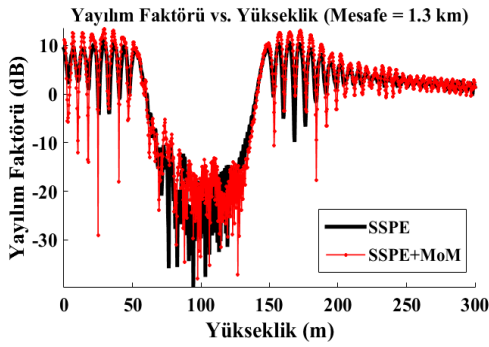
Yatay ve dikey polarizasyon durumu için, S – biçimli yüzey oluklanmanın olduğu (Şekil 4.6c) atmosfer koşullarında 200MHz'te mükemmel iletken engebeli arazideki yayılım faktörü (YF), kesit alınan bölge içinde $x = 1.25$ km'de yüksekliğe göre (Şekil 6.14a ve Şekil 6.14b); $z = 15$ m'de mesafeye göre (Şekil 6.14c ve Şekil 6.14d) çizdirilmiştir. Tüm yöntemlere ait yayılım faktörü haritaları Şekil 6.15'te, SSPE+MoM karma nümerik yöntemine ait saçılan alan haritaları Şekil 6.16'da görülmektedir.





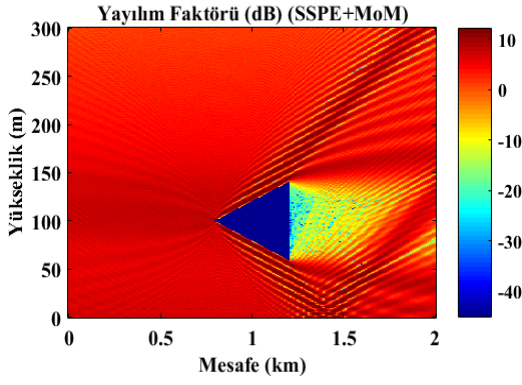
Şekil 6.13 Yüzeysel oluklanmanın olduğu atmosfer koşullarında gelen alan için yayılım faktörü haritaları: (a) TE polarizasyon, (b) TM polarizasyon. (Frekans = 200MHz, $\Delta x = 50m$, $\Delta z = 0.29m$)

Dikey (TE) Polarizasyon YF Grafikleri Yatay (TM) Polarizasyon YF Grafikleri



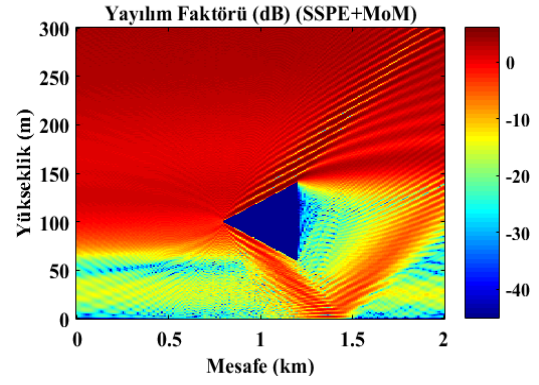
Şekil 6.14 Üçgen engel için yayılım faktörü grafikleri: (a) $x = 1.25km$ için YF-yükseklik grafiği (TE polarizasyon), (b) $x = 1.25km$ için YF-yükseklik grafiği (TM polarizasyon), (c) $z = 15m$ için YF-mesafe grafiği (TE polarizasyon), (d) $z = 15m$ için YF-mesafe grafiği (TM polarizasyon). (Frekans = 200MHz, $\Delta x = 10m$, $\Delta z = 0.29m$)

Dikey (TE) Polarizasyon Sonuçları

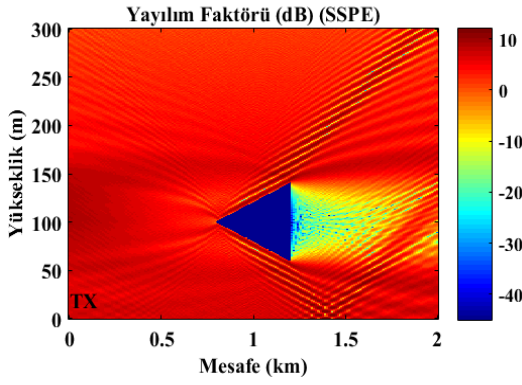


(a)

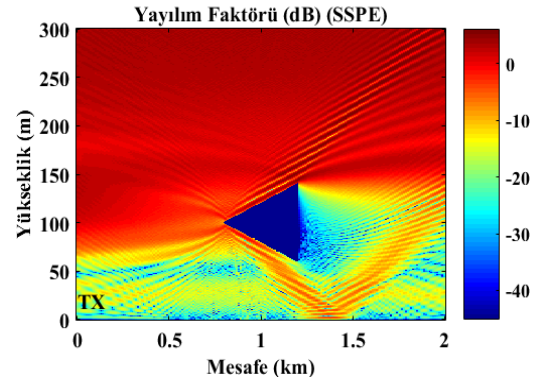
Yatay (TM) Polarizasyon Sonuçları



(b)



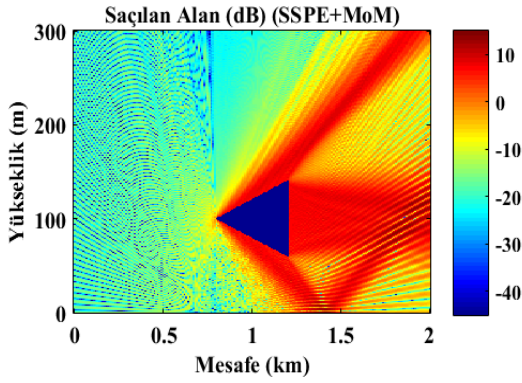
(c)



(d)

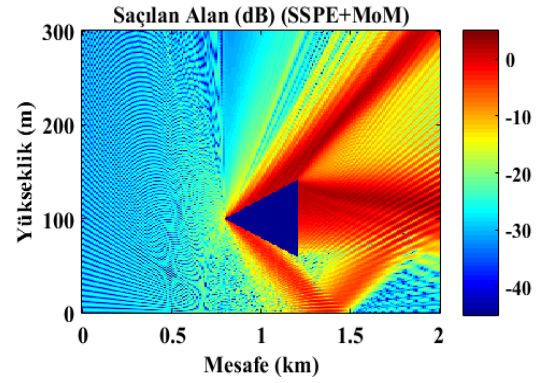
Şekil 6.15 Üçgen engel için yayılım faktörü haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon), (c) SSPE (TE polarizasyon), (d) SSPE (TM polarizasyon). (Frekans = 200MHz, $\Delta x = 10m$, $\Delta z = 0.29m$)

Dikey (TE) Polarizasyon Sonuçları



(a)

Yatay (TM) Polarizasyon Sonuçları



(b)

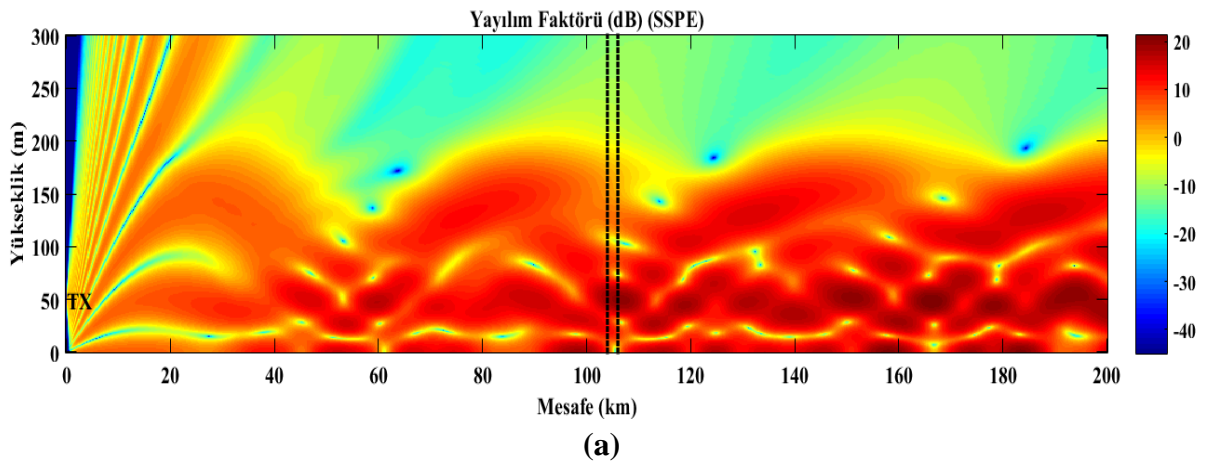
Şekil 6.16 Üçgen engel için saçılan alan haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon). (Frekans = 200MHz, $\Delta x = 10m$, $\Delta z = 0.29m$)

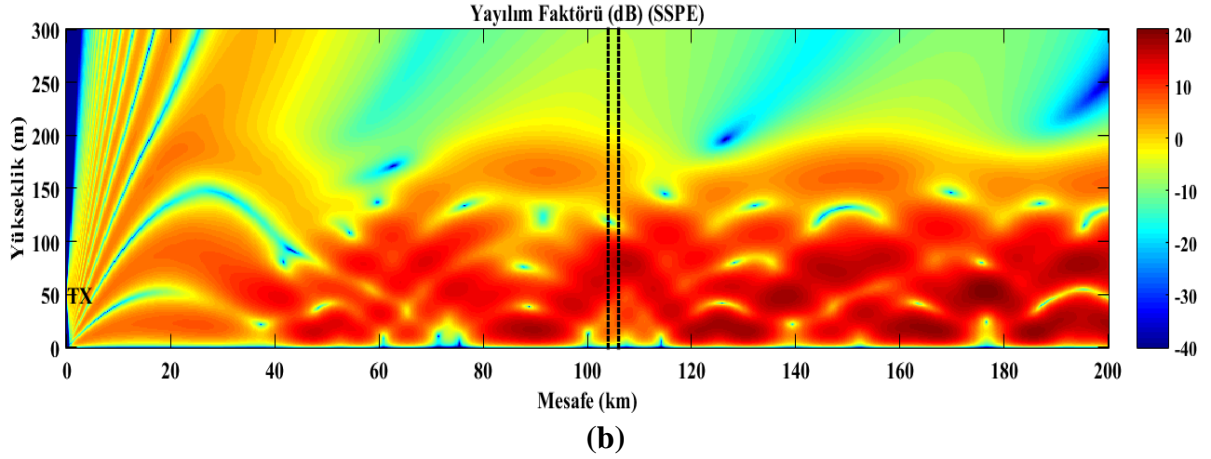
6.6 Oluklanmanın Olduğu Durumda Havadaki Eğik Bıçak Sırtı Engel İçin Saçılım Modellemesi Sonuçları

Bu örnekte, toplam mesafesi 200km olan bir ortamda $x = 105$ km mesafede dünya yüzeyinden 50m yüksekte dünya yüzeyine paralel olacak şekilde havada eğik duran ve eğim açısı 6 derece olan 300m uzunluğundaki bıçak sırtı bir engelin yatay ve dikey polarizasyon durumundaki saçılımı karma nümerik yöntemle modellenmiştir. Saçılım etkilerinin detaylı gösterilmesi amacıyla, sadece engelin içinde bulunduğu 2km uzunluğundaki bölge için modelleme yapılmıştır. SSPE+MoM karma modellemelerinin sonuçları SSPE sonucu ile karşılaştırılmıştır.

Verici anten, $x = 0$ km mesafede, $z = 50$ m yükseklikte bulunan Gauss tipi kaynak olarak modellenmiştir. Anten hüzme açısı 0 derece, 3dB hüzme genişliği 3 derecedir. Ortamda engel yok iken gelen alan için yayılım faktörü haritaları Şekil 6.17’de gösterilmiştir. Engelin içinde bulunduğu bölge kesikli çizgilerle belirtilmiştir.

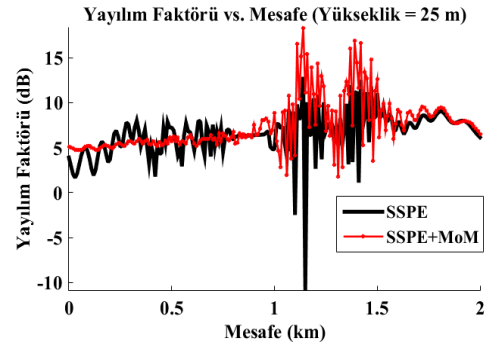
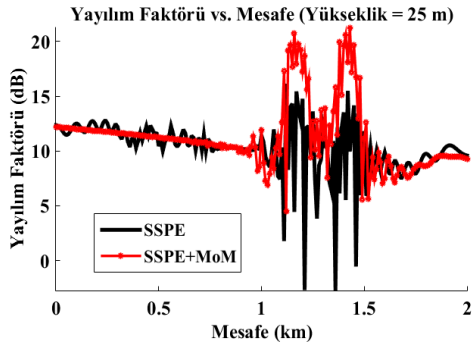
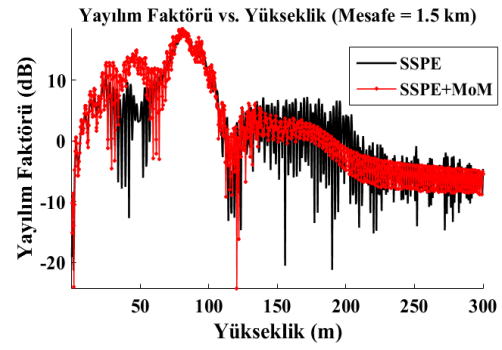
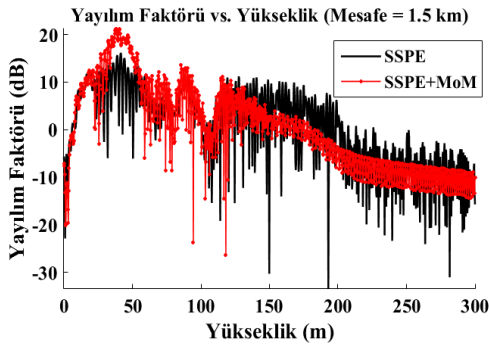
Yatay ve dikey polarizasyon durumu için, yüzey oluklanmanın olduğu (Şekil 4.6b) atmosfer koşullarında 600MHz’te mükemmel iletken engebeli arazideki yayılım faktörü (YF), kesit alınan bölge içinde $x = 1.5$ km’de yüksekliğe göre (Şekil 6.18a ve Şekil 6.18b); $z = 25$ m’de mesafeye göre (Şekil 6.18c ve Şekil 6.18d) çizdirilmiştir. Tüm yöntemlere ait yayılım faktörü haritaları Şekil 6.19’da, SSPE+MoM karma nümerik yöntemine ait saçılan alan haritaları Şekil 6.20’de görülmektedir.





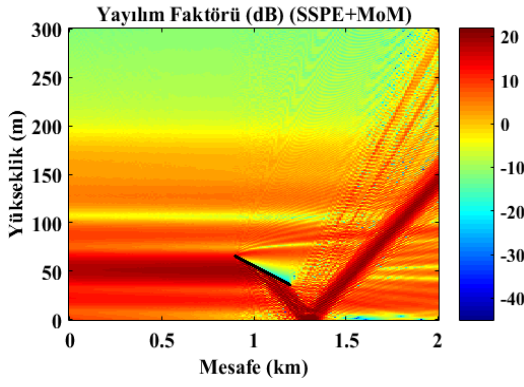
Şekil 6.17 Yüzeysel oluklanmanın olduğu atmosfer koşullarında gelen alan için yayılım faktörü haritaları: (a) TE polarizasyon, (b) TM polarizasyon. (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 200m$, $\Delta z = 0.29m$)

Dikey (TE) Polarizasyon YF Grafikleri Yatay (TM) Polarizasyon YF Grafikleri



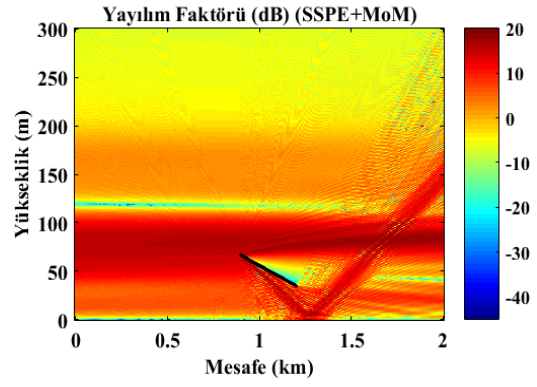
Şekil 6.18 Bıçak sırtı engel için yayılım faktörü grafikleri: (a) $x = 1.5km$ için YF-yükseklik grafiği (TE polarizasyon), (b) $x = 1.5km$ için YF-yükseklik grafiği (TM polarizasyon), (c) $z = 25m$ için YF-mesafe grafiği (TE polarizasyon), (d) $z = 25m$ için YF-mesafe grafiği (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5m$, $\Delta z = 0.29m$)

Dikey (TE) Polarizasyon Sonuçları

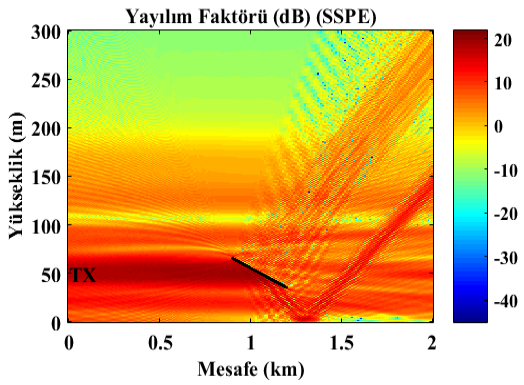


(a)

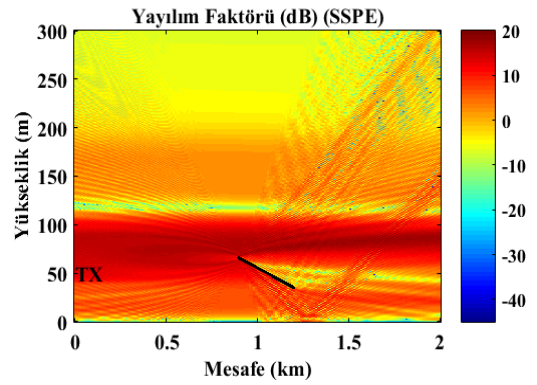
Yatay (TM) Polarizasyon Sonuçları



(b)



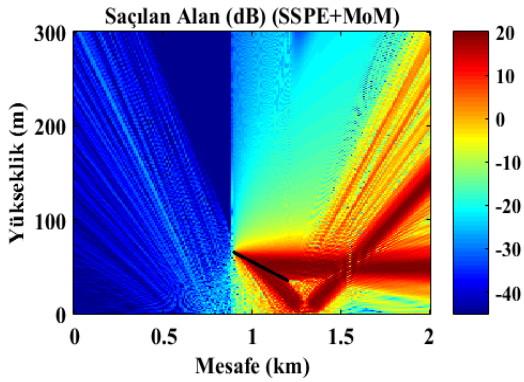
(c)



(d)

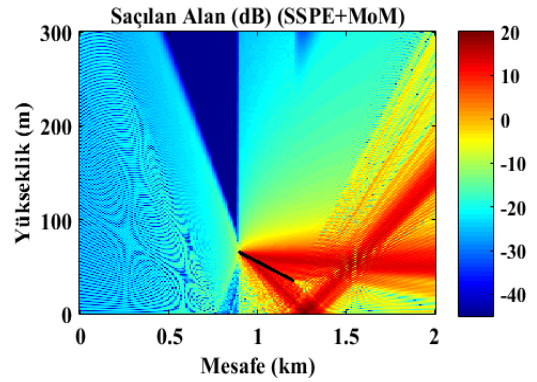
Şekil 6.19 Bıçak sırtı engel için yayılım faktörü haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon), (c) SSPE (TE polarizasyon), (d) SSPE (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5m$, $\Delta z = 0.29m$)

Dikey (TE) Polarizasyon Sonuçları



(a)

Yatay (TM) Polarizasyon Sonuçları



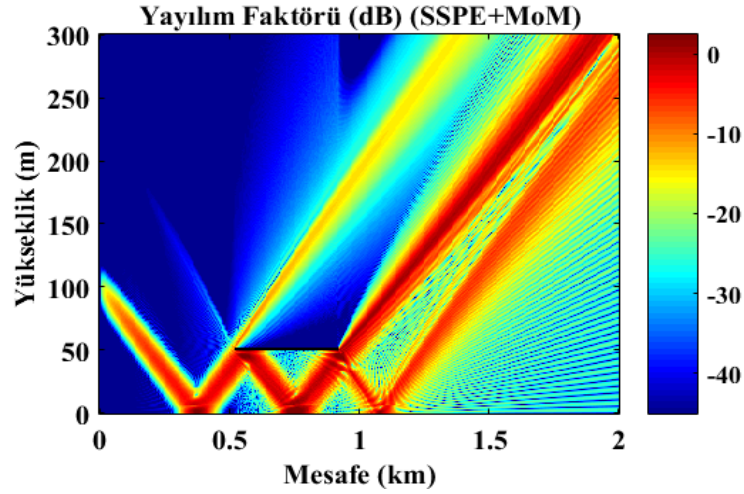
(b)

Şekil 6.20 Bıçak sırtı engel için saçılan alan haritaları: (a) SSPE+MoM (TE polarizasyon), (b) SSPE+MoM (TM polarizasyon). (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5m$, $\Delta z = 0.29m$)

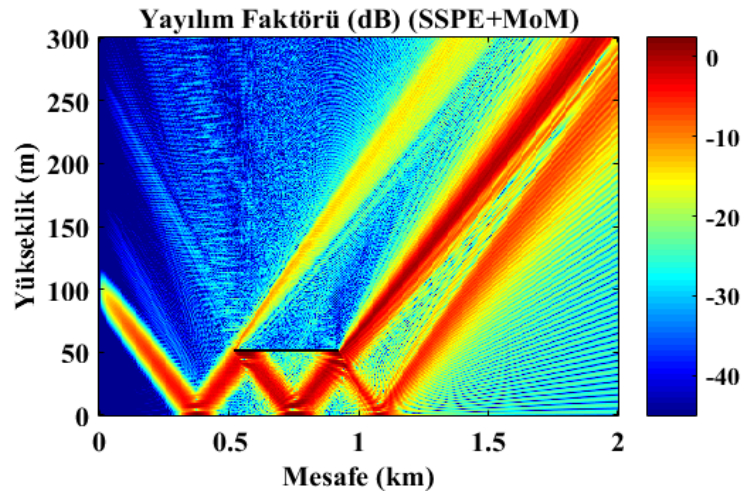
6.7 SSPE+MoM Karma Nümerik Yöntem Algoritmaları Karşılaştırması

Bu bölümde, Bölüm 5'te anlatılan SSPE+MoM karma nümerik yöntem algoritmalarının başarımının incelenmesi amacıyla, başlık 6.4 ve 6.5'te saçılım sonuçları verilen engellerin yatay polarizasyon durumundaki saçılım modellemeleri SSPE+MoM Karma Yöntem Algoritması – I ve SSPE+MoM Karma Yöntem Algoritması – II ile tekrarlanmıştır.

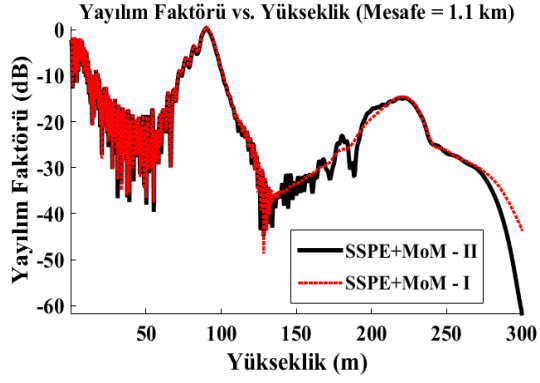
Oluklanmanın olmadığı durumda, havadaki ve dünya yüzeyine paralel olan bıçak sırtı engel için karma nümerik yöntemlere ait saçılım modelleme sonuçları ve mükemmel iletken engebeli arazideki yayılım faktörü grafikleri Şekil 6.21'de, oluklanmanın olduğu durumda havadaki üçgen engel için karma nümerik yöntemlere ait saçılım modelleme sonuçları ve mükemmel iletken engebeli arazideki yayılım faktörü grafikleri Şekil 6.22'de gösterilmiştir.



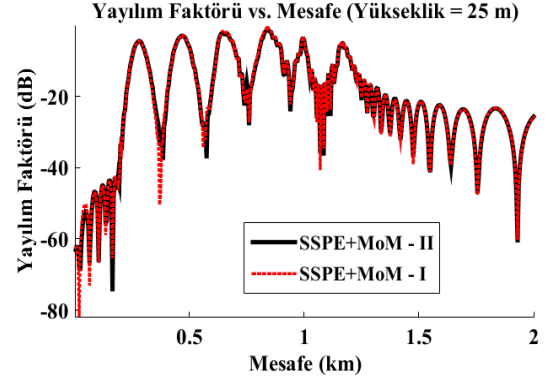
(a)



(b)

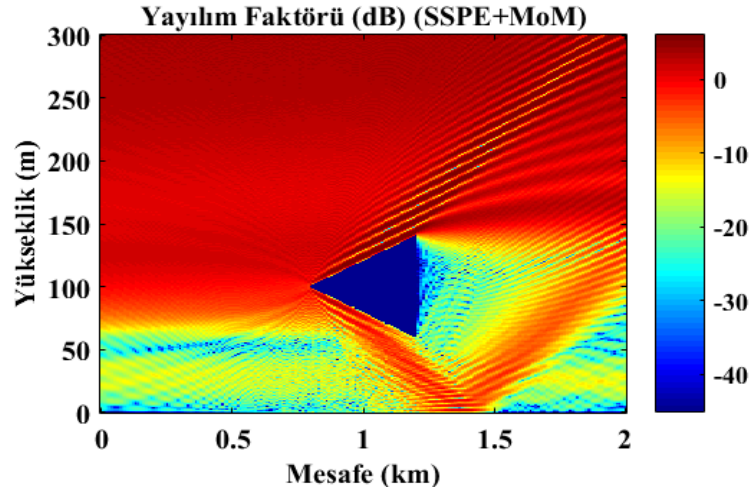


(c)

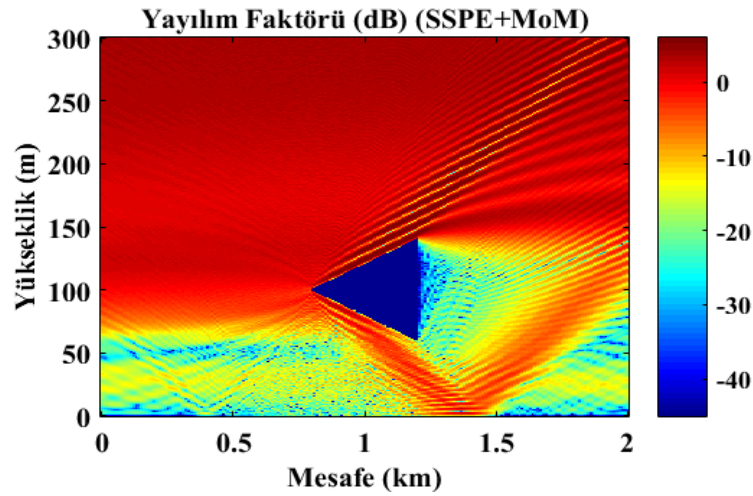


(d)

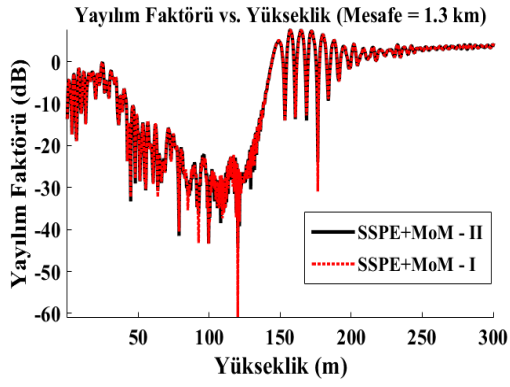
Şekil 6.21 Bıçak sırtı engel için karma nümerik yöntemlerle saçılım modelleme sonuçları: (a) SSPE+MoM – I, (b) SSPE+MoM – II, (c) $x = 1.1\text{km}$ için YF-yükseklik grafiği, (d) $z = 25\text{m}$ için YF-mesafe grafiği. (Frekans = 600MHz, $\Delta x = 5\text{m}$, $\Delta z = 0.35\text{m}$)



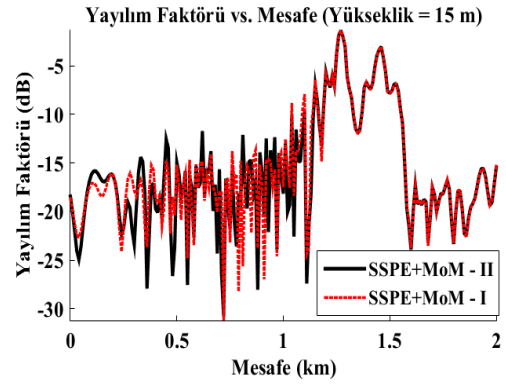
(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil 6.22 Üçgen engel için karma nümerik yöntemlerle saçılım modelleme sonuçları: (a) SSPE+MoM – I, (b) SSPE+MoM – II, (c) $x = 1.25\text{km}$ için YF-yükseklik grafiği, (d) $z = 15\text{m}$ için YF-mesafe grafiği. (Frekans = 200MHz, $\Delta x = 10\text{m}$, $\Delta z = 0.29\text{m}$)

7. SONUÇLAR

Uzun menzilli elektromanyetik yayılım problemlerinin modellenmesi, radar ve haberleşme sistemlerinin modellenebilmesine olanak sağlaması, uzaktan algılama, hedef tespit etme ve takip etme gibi birçok etmen sebebi ile ilgilenilen bir konu olmuştur. Problemin büyük boyutlu olması sebebiyle analitik çözümü mümkün olmayan bu problemlerin çözümü için yaklaşık çözümü veren alternatif yöntemler veya nümerik yöntemlerle modelleme yapılmaktadır. Fakat, dalga boyunun menzile göre çok küçük olduğu ve kırınım, yansıma, soğurma gibi elektromanyetik yayılımı etkileyen tüm etkenlerin probleme dahil edilmek istendiği durumlarda, tek tip standart nümerik yöntemlerle bu problemlerin çözümü zordur.

Atmosferik kırınımın ihmal edildiği yüksek frekanslı elektromanyetik saçılım problemlerinin çözümü için kullanılan en etkili yöntemlerden biri asimptotik yüksek frekans modelleme teknikleridir. Işın optik kuramına dayanan geometrik optik – GO ve görüntü teorisi ile kırınım etkileri olmadan uzun menzilli problemler modellenebilmektedir. Düzgün kırınım teorisinden – UTD faydalanılarak kırınım etkilerinin de probleme dahil edilmesiyle birlikte, dünya yüzeyi üzerinde bulunan engellerin saçılım modellemesi GO+UTD karma nümerik yöntemi ile etkili bir şekilde yapılabilmektedir. Dünya yüzeyi üzerindeki engellerin saçılımının modellenebilmesine olanak sağlayan ve yazılımı tamamlanmış olan “GO+UTD Toolbox for Electromagnetic Propagation (ver 1.0)” yazılım aracının gelecek çalışmalarda havadaki engelleri de modelleyebilmesi amacıyla, havadaki bıçak sırtı bir engel için saçılım modellemesinin teorisi Bölüm 2’de anlatılmış ve Bölüm 6’da elde edilen benzetim sonuçları gösterilmiştir.

Dünya yüzeyinden yansıma, atmosferik kırınım, dalga boyu, hedefin şekli/boyutu/yerden yüksekliği ve kaynakla hedef arasındaki mesafe gibi birçok etkenin saçılımı etkilediği elektromanyetik saçılım problemlerinde, tüm bu etkenlerin etkili bir biçimde modellenmesine olanak sağlayan ve en yaygın kullanılan yöntem parabolik dalga denklemi çözümüne dayanan Fourier adımlama yöntemidir. Ancak modelleme yapılmak istenen ortamda eğimli/kavisli engellerin olduğu durumda, bu yöntem merdivenleme yaklaşımı nedeniyle sınır koşullarının sağlanmasında zorluğa yol açmakta ve merdivenleme hatasına neden olmaktadır. Merdivenleme hatasının giderilerek saçılımın etkili bir şekilde

modellenebilmesi ve karmaşık atmosfer koşullarının probleme dahil edilebilmesi amacıyla, bu tez çalışmasında Fourier adımlama yöntemi ve Moment yöntemi karma olarak modellenmiştir. Bölüm 3 ve Bölüm 4'te incelenen problemin yapısına göre birbirleriyle uyumlu olacak şekilde uyarlanmış olan formülasyonlar yapılmış, Fourier adımlama yöntemi ve moment yöntemi teorileri anlatılmıştır. Bölüm 5'te teorisi anlatılan bu yöntemlerin karma nümerik yöntem algoritmaları ile nasıl modellendiği gösterilmiştir.

Bölüm 6'da oluklanmanın olmadığı durumda dünya yüzeyinde bulunan eğimli/kavisli engeller için modelleme yapılırken, önerilen karma nümerik yöntemin başarımının daha etkili bir şekilde incelenebilmesi amacıyla elde edilen karma nümerik yöntem sonuçları GO+UTD karma nümerik yöntem sonuçlarıyla desteklenmiştir. SSPE+MoM, GO+UTD karma nümerik yöntem sonuçları ve SSPE sonuçları birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Oluklanmanın olmadığı durumda havadaki engeller için sadece SSPE+MoM ve SSPE yöntem sonuçlarının başarımları incelenmiştir. Oluklanma etkilerinin gösterilebilmesi amacıyla, öncelikle ortamda engel yokken elektromanyetik yayılım uzun menzilli bir problem için modellenmiş ve tüm alan içinden bir kesit alınarak saçılım modellemesi kesiti alınan bölge içinde yapılmıştır. Atmosferik kırınım etkilerinin probleme dahil edildiği ve dünya yüzeyinde bulunan veya havadaki engeller için, SSPE+MoM ve SSPE yöntem sonuçları birbirleriyle karşılaştırılmıştır.

Yayılım faktörü haritaları, yatay ve dikey polarizasyon durumları için gösterilmiş ve saçılım etkilerindeki farkın yoğun olduğu sınırlar için yayılım faktörü – yükseklik ve yayılım faktörü – mesafe grafikleri çizdirilmiştir. Buna göre, özellikle eğimli yüzey modellemesinde SSPE+MoM karma modelinin GO+UTD yöntemi ile uyum içinde olduğu ve hedefin yanal yüzeyinden yansımaların daha doğru şekilde modellendiği gözlenmiştir. Buna karşın, merdivenleme yaklaşımı nedeniyle SSPE yönteminin istenmeyen yansımalara neden olduğu ve ortamda eğimli/kavisli engel varken problemi etkin olarak modelleyemediği gözlenmiştir.

Bölüm 5'te önerilen SSPE+MoM karma nümerik yöntem algoritması – I ve SSPE+MoM karma nümerik yöntem algoritması – II başarımlarının incelenmesi amacıyla, oluklanmanın olmadığı durumda dünya yüzeyine paralel olacak şekilde havadaki bıçak sırtı engel ve S –

biçimli yüzey oluklanmanın olduğu durumda havadaki üçgen engel için saçılım modellemeleri tekrarlanmıştır. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde karma nümerik yöntem sonuçlarının birbirleriyle uyum içinde olduğu gözlenmiştir. Ancak SSPE+MoM karma nümerik yöntem algoritması – II ile modelleme yapılırken nümerik yöntemler arasındaki kısa mesafeli geçişler nedeniyle gölge bölgede düşük seviyeli ($\leq -30dB$) sinyal saçılımlarının olduğu gözlenmiştir. Bu saçılımlar, Bölüm 4’te teorisi anlatılan Fourier adımlama yönteminin geniş açılı yaklaşımı ile modelleme yapılırken yayılım açısının 45° ’ye kadar modelleme yapabiliyor olmasından kaynaklanmaktadır. Engellenmesi mümkün olmayan bu saçılımların düşük seviyeli olması nedeniyle ihmal edilebilir olduğu sonucuna varılmıştır.

7.1 Yapılacak Çalışmalar

Havadaki bıçak sırtı engeller için modellemesi yapılan GO+UTD algoritması henüz iki boyutlu engeller için modellemeyi desteklememektedir. Bu nedenle, oluklanmanın olmadığı durumda modelleme yapılırken, ilgili algoritmanın geliştirilmesi sonucu bu engellerin elektromanyetik saçılımı modellenabilir hale getirilebilir.

SSPE+MoM karma nümerik yöntem algoritması – II’deki düşük seviyeli saçılımların engellenebilmesi amacıyla Fourier adımlama yönteminin geniş açılı yaklaşımının 45° ’den yüksek yayılım açılarını modelleyebilen yaklaşımları geliştirebilir [41]. Bunun için Taylor serisi açılımı yapılırken ihmal edilen terimlerin formülasyona dahil edilmesi gerekmektedir. Uygulanması zor olduğu için ve ihmal edilen terimlerin dahil edilmesi sonucu kararsız bir sistemin elde edileceği öngörüldüğü için, karma nümerik yöntem sonuçlarının doğruluğunu arttıracak şekilde önerilen karma nümerik yöntemin Fourier adımlama yöntemi parametreleri değiştirilerek optimizasyonu yapılabilir ve bu sayede geliştirilmesi sağlanabilir.

Elektromanyetik saçılım modellemesi yapılırken tüm modellemeler engellerin ve dünya yüzeyinin mükemmel elektrik iletken olduğu varsayımı ile oluşturulmuştur. SSPE, elektriksel parametreleri bilenen yüzeylere uygulanabilir olmakla birlikte, bu özelliğin moment yöntemine dahil edilmesiyle, elektriksel parametreleri bilinen dünya yüzeyi ve engeller için SSPE+MoM karma nümerik yöntem algoritmaları geliştirilebilir.

KAYNAKLAR

- [1] Y. Okumura, E. Ohmori, T. Kawano, K. Fukuda, Field Strength and Its Variability in The VHF and UHF Land Mobile Radio Service, Review of The Electrical Communication Laboratory, cilt 16, sayı 9-10, sayfa 825-873, 1968.
- [2] R. G. Kouyoumjian, Asymptotic High Frequency Methods, Proceedings of the IEEE, cilt 53, sayı 8, sayfa 864-876, 1965.
- [3] G. Apaydın, L. Sevgi, Numerical Investigations of and Path Loss Predictions for Surface Wave Propagation Over Sea Paths Including Hilly Island Transitions, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, cilt 58, sayı 4, sayfa 1302-1314, 2010.
- [4] D. J. Donohue, J. R. Kuttler, Propagation Modeling Over Terrain Using the Parabolic Wave Equation, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, cilt 48, sayı 2, sayfa 260-277, 2000.
- [5] M.A. Leontovich, V.A. Fock, Solution of Propagation of Electromagnetic Waves Along the Earth's Surface by the Method of Parabolic Equations, Journal of Physics USSR, sayı 10, sayfa 13-23, 1946.
- [6] R. Hardin and F. Tappert, Applications of The Split-Step Fourier Method to The Numerical Solution of Nonlinear and Variable Coefficient Wave Equations, SIAM Review, sayı 15, sayfa 423, 1973.
- [7] G. D. Dockery, G. C. Konstanzer, Recent Advances in Prediction of Tropospheric Propagation Using The Parabolic Equation, Johns Hopkins APL Technical Digest, cilt 8, sayı 4, sayfa 404-412, 1987.
- [8] G. D. Dockery, Modeling Electromagnetic Wave Propagation in The Troposphere Using The Parabolic Equation, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, cilt 36, sayı 10, sayfa 1464-1470, 1987.
- [9] J. Claerbout, Fundamentals of Geophysical Data Processing, Geophysical Journal of The Royal Astronomical Society, cilt 86, sayı 1, sayfa 217-219, 1986.
- [10] M.D. Feit, J.A. Fleck, Light Propagation in Graded-Index Fibers, Applied Optics, sayı 17, sayfa 3990-3998, 1978.
- [11] M. D. Collins and R. B. Evans, A Two-Way Parabolic Equation for Acoustic Backscattering in The Ocean, The Journal of The Acoustical Society of America, cilt 91, sayı 3, sayfa 1357-1368, 1992.
- [12] Ö. Özgün, Recursive Two-Way Parabolic Equation Approach for Modeling Terrain Effects in Tropospheric Propagation, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, cilt 57, sayı 9, sayfa 2706-2714, 2009.
- [13] Ö. Özgün, New Software Tool (GO+UTD) for Visualization of Wave Propagation, IEEE Antennas and Propagation Magazine, cilt 58, sayı 3, sayfa 91-103, 2016.
- [14] M. Kline, I. W. Kay, Electromagnetic Theory and Geometrical Optics, New York: Wiley, 532 sayfa, 1965.
- [15] J. B. Keller, Geometrical Theory of Diffraction, The Journal of The Optical Society of America, cilt 52, sayı 2, sayfa 116-130, 1962.

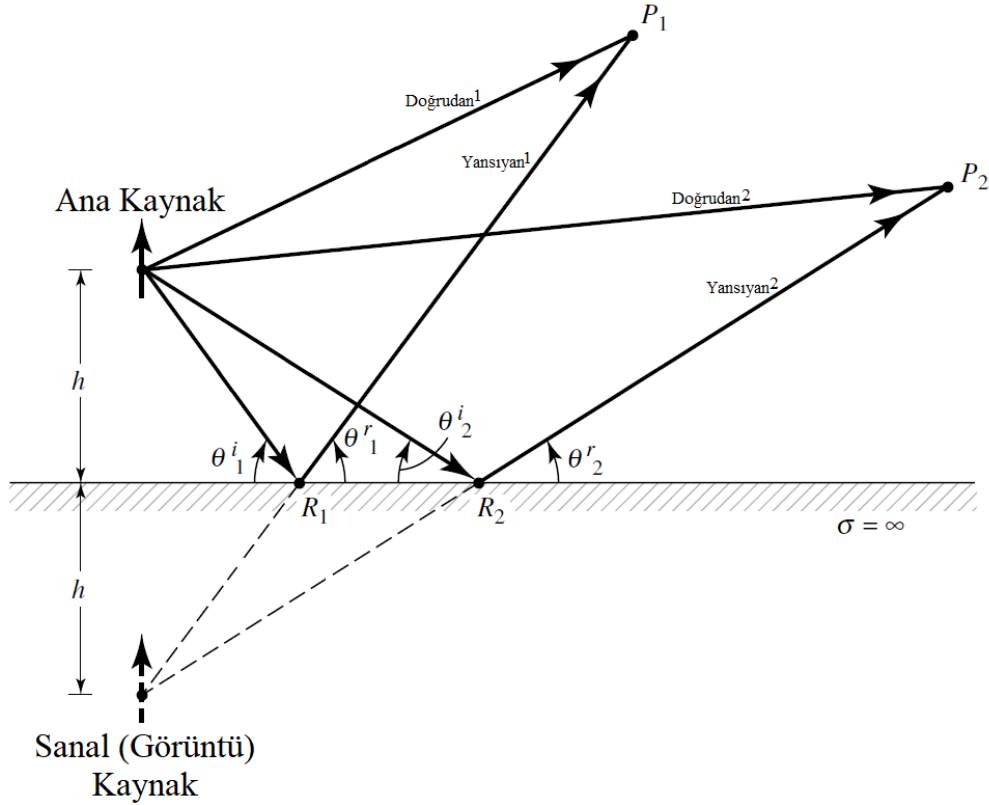
- [16] R. G. Kouyoumjian, P. H. Pathak, A Uniform Geometrical Theory of Diffraction for An Edge in A Perfectly Conducting Surface, Proceedings of The IEEE, cilt 62, sayı 11, sayfa 1448-1461, 1974.
- [17] A. K. Bhattacharyya, High Frequency Electromagnetic Techniques Recent Advances and Applications, New York: Wiley, 512 sayfa, 1995.
- [18] P. Y. Ufimtsev, Theory of Edge Diffraction in Electromagnetics, Encino, CA: Tech Science Press, 2003.
- [19] M. S. Mahoney, The Mathematical Career of Pierre de Fermat 1601-1665, 2. Basım, Princeton University Press, 401 sayfa, 1994.
- [20] L. Rayleigh, On The Electromagnetic Theory of Light, The Philosophical Magazine, sayı 12, sayfa 81-101, 1881.
- [21] T. Young, II. The Bakerian Lecture. On The Theory of Light and Colours, Royal Society, cilt 92, sayfa 14-48, 1801.
- [22] T. Young, I. The Bakerian Lecture. Experiments and Calculations Relative to Physical Optics, Royal Society, cilt 94, sayfa 1-16, 1804.
- [23] P. H. Pathak, Uniform Geometrical Theory of Diffraction, Electromagnetic Wave Propagation Panel and the Consultant and Exchange Program, 1987.
- [24] W. C. Gibson, The Method of Moments in Electromagnetics, 1. Basım, Chapman and Hall/CRC, 288 sayfa, 2007.
- [25] R. F. Harrington, Field Computation by Moment Methods, Macmillan Publishing Company, Wiley – IEEE Press, 218 sayfa, 1993.
- [26] J. C. Maxwell, A Dynamical Theory of The Electromagnetic Field, 1865.
- [27] Matthew N. O. Sadiku, Numerical Techniques in Electromagnetics, 2. Basım, CRC Press, 760 sayfa, 2000.
- [28] D. R. Wilton and C. M. Butler, Effective Methods for Solving Integral and Integrodifferential Equations, Electromagnetics, cilt 1, sayfa 289-308, 1981.
- [29] A. F. Peterson, S. L. Ray, R. Mittra, Computational Methods for Electromagnetics, Wiley – IEEE Press, 592 sayfa, 1997.
- [30] G. D. Malyuzhinets, Progress in Understanding Diffraction Phenomena, Soviet Physics Uspekhi, sayı 69, sayfa 321-334, 1959.
- [31] K. H. Craig, Propagation Modelling in The Troposphere: Parabolic Equation Method, Electron. Lett., sayı 24, sayfa 1136-1139, 1988.
- [32] K. H. Craig, M. F. Levy, Parabolic Equation Modelling of The Effects of Multipath and Ducting on Radar Systems, IEE Proceedings Part F, sayı 138, sayfa 153-162, 1991.
- [33] M. Levy, Parabolic Equation Modelling of Propagation Over Irregular Terrain, Electronics Letters, sayı 26, sayfa 1153-1155, 1990.
- [34] M.F. Levy, Parabolic Equation Methods for Electromagnetic Wave Propagation, Institution of Electrical Engineers (IEE), 352 sayfa, 2000.
- [35] D.J. Thomson, N.R. Chapman, A Wide-Angle Split-Step Algorithm for The Parabolic Equation, The Journal of The Acoustical Society of America, sayı 74, sayfa 1848-1854, 1983.
- [36] Ö. Özgün, G. Apaydın, M. Kuzuoğlu, L. Sevgi, PETOOL: MATLAB-Based One-Way and Two-Way Split-Step Parabolic Equation Tool for Radiowave Propagation Over Variable Terrain, Computer Physics Communications, sayı 182, sayfa 2638-2654, 2011.

- [37] G. Apaydın, L. Sevgi, The Split-Step-Fourier and Finite-Element Based Parabolic-Equation Propagation Prediction Tools: Canonical Tests, Systematic Comparisons, and Calibration, IEEE Antennas and Propagation Magazine, cilt 52, sayı 3, sayfa 66-79, 2010.
- [38] C. A. Balanis, Antenna Theory Analysis and Design, 3. Basım, Wiley – Interscience, 1136 sayfa, 2005.
- [39] ITU-R P.453-11, The Radio Refractive Index: Its Formula and Refractivity Data, International Telecommunication Union Radiocommunication Sector, 07/2015.
- [40] Curve fitting, <https://www.mathworks.com/help/curvefit/curve-fitting.html>, (Erişim tarihi: 12 Mayıs 2019)
- [41] J. R. Kuttler, Differences Between The Narrow-Angle and Wide-Angle Propagators in The Split-Step Fourier Solution of The Parabolic Wave Equation, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, cilt 47, sayı 7, 1999.
- [42] V. Fabbro, P.F. Combes, N. Guillet, Apparent Radar Cross Section of A Large Target Illuminated by A Surface Wave Above The Sea, Progress In Electromagnetics Research, sayı 50, sayfa 41-60, 2005.
- [43] Y. Liang, L. X. Guo, Z. S. Wu, Q. H. Liu, A Study of Composite Electromagnetic Scattering from An Object Near A Rough Sea Surface Using An Efficient Numerical Algorithm, IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, sayı 15, sayfa 186-190, 2016.
- [44] Ö. Özgün, M. Kuzuoğlu, Monte Carlo-Based Characteristic Basis Finite-Element Method (MC-CBFEM) for Numerical Analysis of Scattering from Objects On/Above Rough Sea Surfaces, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, cilt 50, sayı 3, sayfa 769-783, 2012.

EK A

Görüntü Teorisi

Sonsuz düzlemsel bir iletkene yakın bir antenin performansının analiz edilebilmesi için yansıma etkilerini oluşturan görüntü kaynaklar ile modelleme yapılır. Bunlar gerçekte ortamda var olan kaynaklar değil, gerçek kaynaklar ile yayılım etkisi birleştirildiğinde eşdeğer bir sistem oluşturan hayali kaynaklardır. Elde edilen eşdeğer sistem, sonsuz düzlemsel iletken yüzeyin üstünde ve gerçek kaynağın bulunduğu bölgede aynı sistemin toplam yayılan alanını verir. İletken yüzeyin altında eşdeğer sistem doğru alanı vermemekle birlikte, gerçek değeri sıfırdır.

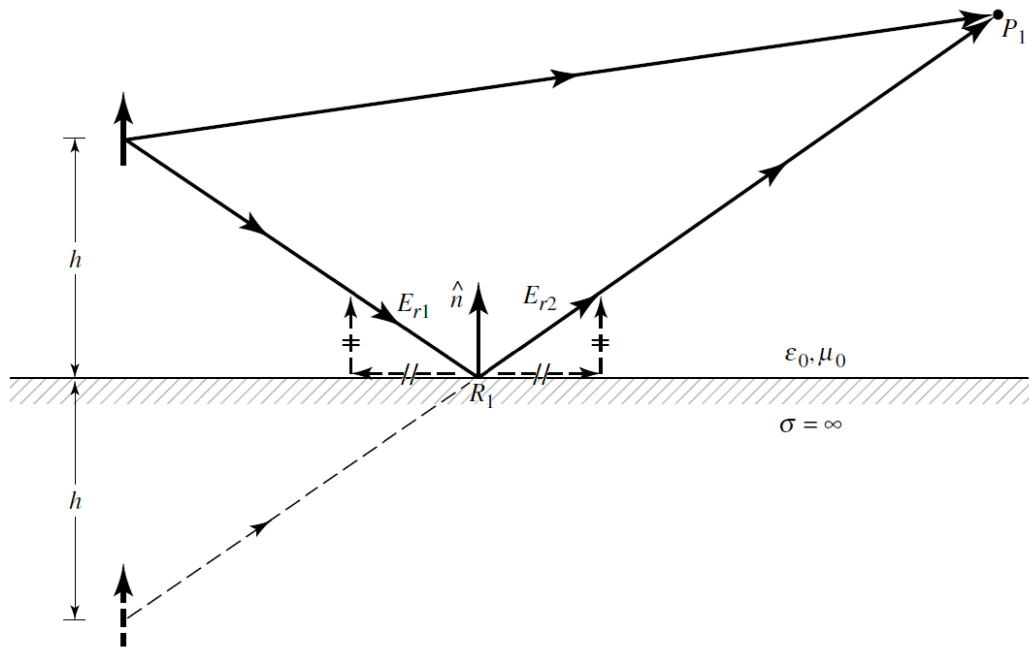


Şekil A.1 Dikey yönlü bir elektrik dipolün doğrudan ve yansıyan etkileri

Dikey bir elektrik dipolünün, Şekil A.1’de gösterildiği gibi sonsuz, düz, mükemmel bir elektrik iletkeni üzerine h mesafesine yerleştirildiği varsayılırsa (*Yönlü oklar, kaynağın kutupsallığını göstermektedir.*), asıl kaynaktan elde edilen enerji her yöne yayılır. Gözlem noktası P_1 ’e ana kaynağın doğrudan (dolaysız) yayılım etkisi ulaşmaktadır. Ayrıca, ana kaynaktan yayılarak ilerleyen dalganın R_1 noktasından yansiyarak ulaşması sonucu yansıma etkisi bulunmaktadır.

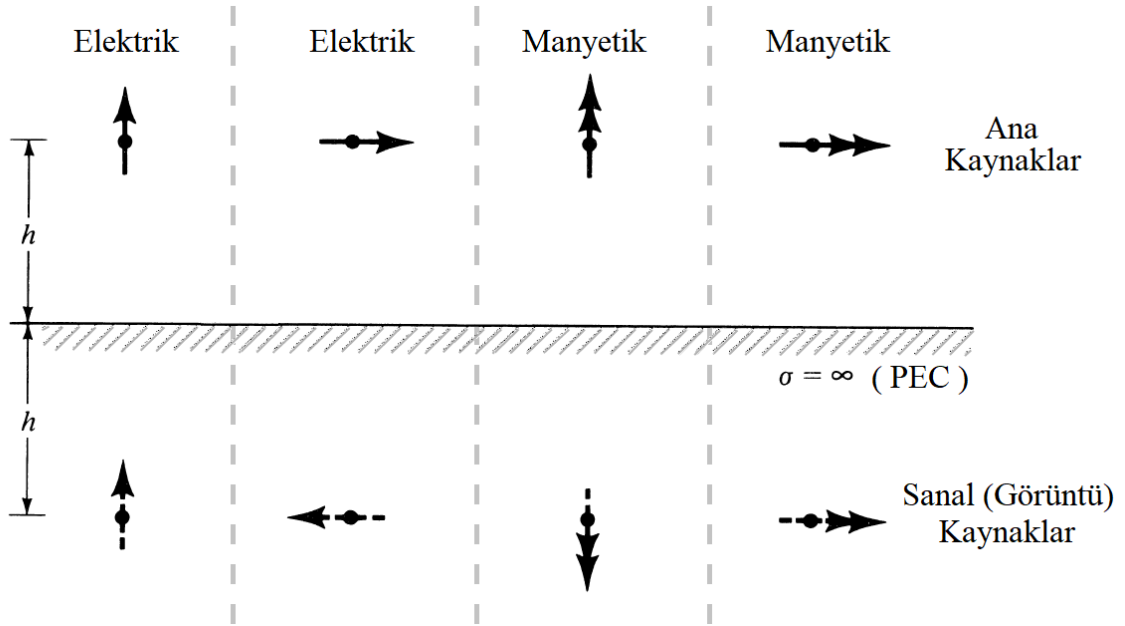
İlerleme yönü, homojen bir ortamda enerjinin en kısa yollar boyunca düz çizgiler halinde yayılımını açıklayan Snell yasası ile belirlenir. Buna göre, ana kaynaktan yayılan dalga gözlem noktası P_1 ’den geçecek ve mükemmel elektrik iletkenin altındaki gerçek yolunu genişleterek, sınırın h altına yerleştirilmiş görüntü bir kaynaktan geliyor gibi görünecektir. Başka bir gözlem noktası P_2 için, yansıma noktası R_2 ’dir, ancak görüntü kaynak P_1 noktası için oluşturulmuş görüntü kaynak ile aynıdır. Benzer durum, sınır yüzeyi üzerindeki tüm gözlem noktaları için de geçerlidir.

Yansıma miktarı, sınır yüzeyinin altındaki ve üzerindeki ortam parametreleri ile belirlenir. Fakat sınır yüzeyinin altındaki bölge mükemmel bir elektrik/manyetik iletken ise, gelen dalga tamamen yansır. Bu nedenle sınırın altındaki alan sıfırdır.



Şekil A.2 Yansıma noktasındaki elektrik alanın teğet ve normal bileşenleri

Sınır yüzeyinin mükemmel elektrik iletken olduğu durumda, sınır koşullarına göre, toplam elektrik alanın teğet bileşenleri, sınır yüzeyi boyunca her noktada sıfır olmalıdır. Dolayısıyla, oklarla gösterilen dikey polarize bir elektrik alanı için, yansıyan dalgaların polarizasyonunun, sınır koşullarını yerine getirmek için Şekil A.2’de gösterildiği gibi olması gerekir. Görüntü kaynağın bu etkiyi yaratabilmesi için, görüntü kaynak yönünün asıl kaynağınkiyle aynı yönde olması gerekir.



Şekil A.3 Mükemmel elektrik iletken bir yüzey için ana kaynak ve görüntü kaynaklar

Elektrik kaynaklarına ek olarak, elektromanyetik sınır değer problemlerinin çözümüne yardımcı olmak için yapay eşdeğer “manyetik” kaynaklar Şekil A.3’te gösterilmiştir. Şekil A.3’te tek çentikli ok gösterimi bir elektrik kaynağını ve iki çentikli ok gösterimi bir manyetik kaynağını göstermektedir. Okların yönleri, yansıma noktalarındaki yansıma katsayılarını göstermektedir.

EK B

Green Fonksiyonları

Kaynak fonksiyonu veya etki fonksiyonu olarak da bilinen Green fonksiyonu, doğrusal bir sınır değeri probleminden elde edilen öz/çekirdek fonksiyondur ve türevsel ve integral formülasyonlar arasındaki temel bağlantıyı oluşturur. Green fonksiyonu kısmi türevsel eşitliklerdeki kaynak verisinin ($L(\Phi) = g$ eşitliğindeki g) oluşturulması için alternatif bir yaklaşım yöntemi sunar.

$G(\bar{r}, \bar{r}')$ alanı, \bar{r}' kaynak noktasındaki birim nokta kaynağın gözlem noktası \bar{r} 'de yarattığı alanı ifade etmektedir. Buna göre, kaynak etki işlevi $g(\bar{r}')$ olan bir kaynağın gözlem noktası \bar{r} 'deki yarattığı toplam alan $\int_{R'} g(\bar{r}') G(\bar{r}, \bar{r}')$ integrali ile hesaplanır.

Eşitlik (B.1-B.2)'deki Dirichlet probleminin çözümü,

$$\nabla^2 \Phi = g \quad \text{etki alanı } R' \text{ de} \quad (\text{B.1})$$

$$\Phi = f \quad \text{sınır yüzeyi } B' \text{ de} \quad (\text{B.2})$$

Eşitlik (B.3)'teki gibidir.

$$\Phi = \int_R g(\bar{r}') G(\bar{r}, \bar{r}') dv' + \oint_B f \frac{\partial G(\bar{r}, \bar{r}')}{\partial n} dS \quad (\text{B.3})$$

Eşitlik (B.3)'te n , B sınır yüzeyinden R çözüm yüzeyine doğru olan dış yönlü yüzey normalini ifade etmektedir.

$L(\Phi) = g$ lineer ikinci derece kısmi türev eşitliği olmak üzere, Green fonksiyonu L operatörünün homojen olmayan nokta kaynak çözümü olarak tanımlanır (Eşitlik B.4).

$$LG(\bar{r}, \bar{r}') = \delta(\bar{r}, \bar{r}') \quad (\text{B.4})$$

Eşitlik (B.4)'te \bar{r} ve \bar{r}' sırasıyla (x, y, z) etki alan noktası ve (x', y', z') kaynak noktasındaki konum vektörler, $\delta(\bar{r}, \bar{r}')$ Dirac dürtü fonksiyonudur. Dirac dürtü fonksiyonu eşitlik (B.5)'deki eşitlik koşulunu sağlamaktadır.

$$\int \delta(\bar{r}, \bar{r}') g(\bar{r}') dv' = g(\bar{r}) \quad (\text{B.5})$$

B.1 Green Fonksiyonu Özellikleri

- 1) Green fonksiyonu kaynak noktası \bar{r}' dışındaki noktalarda $LG(\bar{r}, \bar{r}') = 0$ eşitliğini sağlar (Eşitlik B.4).
- 2) Green fonksiyonları simetriktir (Eşitlik B.6). Karşılıklılık ilkesi (*İng.* principle of reciprocity) denilen bu ilkeye göre kaynak ve gözlem noktalarının değişimi Green fonksiyonu çıktısını etkilemez.

$$G(\bar{r}, \bar{r}') = G(\bar{r}', \bar{r}) \quad (\text{B.6})$$

- 3) Green fonksiyonu, sınır yüzeyi B'de eşitlik (B.2)'deki sınır koşulu nedeniyle önceden değeri bilinen sınır koşullarını sağlamalıdır.

$$G(\bar{r}, \bar{r}') = f \quad \text{sınır yüzeyi B'de} \quad (\text{B.7})$$

- 4) Green fonksiyonunun yönlü türevi $\partial G(\bar{r}, \bar{r}') / \partial n$ kaynak noktası \bar{r}' 'da süreksizdir. Bu nedenle limit fonksiyonları ile değeri bulunur (Eşitlik B.8-B.9).

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \oint_S \frac{\partial G(\bar{r}, \bar{r}')}{\partial n} dS = 1 \quad (\text{B.8})$$

$$|\bar{r} - \bar{r}'| = \epsilon^2 \quad (\text{B.9})$$

B.2 Green Fonksiyonunun Boş Uzay Çözümü

Green fonksiyonu, homojen olmayan $LG = g$ eşitliği ile homojen $LG = 0$ eşitliğinin çözümünün toplamı şeklinde yazılabilir. Buna göre,

$$G(\bar{r}, \bar{r}') = F(\bar{r}, \bar{r}') + U(\bar{r}, \bar{r}') \quad (\text{B.10})$$

eşitliğinde belirtildiği gibi Green fonksiyonu yeniden düzenlenebilir. Bu eşitlikte $F(\bar{r}, \bar{r}')$ boş uzay Green fonksiyonu veya problemin temel çözümüdür ve etki alanı R 'de,

$$LF(\bar{r}, \bar{r}') = \delta(\bar{r}, \bar{r}') \quad (\text{B.11})$$

eşitlik koşulunu sağlamaktadır. $U(\bar{r}, \bar{r}')$ fonksiyonu etki alanı R 'de,

$$LU(\bar{r}, \bar{r}') = 0 \quad (\text{B.11})$$

homojen eşitlik koşulunu sağlamaktadır. Eşitlik (B.7)'deki sınır koşuluyla birlikte Green fonksiyonu yeniden düzenlenirse sınır yüzeyi B 'de,

$$U(\bar{r}, \bar{r}') = -F(\bar{r}, \bar{r}') + f \quad (\text{B.12})$$

eşitliği elde edilir.

L operatörü, iki boyutlu uzayda $L = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \nabla^2$ olacak şekilde Laplace operatörü olarak seçilirse eşitlik (B.4)'e göre $\nabla^2 G(x, y; x', y') = \delta(x - x')\delta(y - y')$ olmalı ve bu sebeple boş uzay Green fonksiyonu $F(\bar{r}, \bar{r}')$, $\nabla^2 F(x, y; x', y') = \delta(x - x')\delta(y - y')$ eşitliğini sağlamalıdır.

$\rho = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$ eşitlik dönüşümü kullanılarak, $x \neq x'$ ve $y \neq y'$ koşulunda,

$$\nabla^2 F(\rho) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial F(\rho)}{\partial \rho} \right) = 0 \quad (\text{B.13})$$

eşitliğinin çözümü,

$$F(\rho) = A \ln(\rho) + B \quad (\text{B.14})$$

şeklindedir. Kaynak ve gözlem noktalarının kesiştiği $x = x'$ ve $y = y'$ noktalarında, Green fonksiyonunun süreksizlik özelliğinin olması nedeniyle eşitlik (B.8) kullanılarak, $F(\rho)$ fonksiyonunun limit değeri hesaplanır.

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \oint_S \frac{\partial F(\rho)}{\partial \rho} dl = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \oint_0^{2\pi} \frac{A}{\rho} \rho d\phi = 2\pi A = 1 \quad (\text{B.15})$$

Eşitlik (B.15)'e göre $A = 1/2\pi$ olarak bulunur. B değerinin isteğe bağlı olması sebebiyle, $B = 0$ seçilebilir. Sonuç olarak $F(\rho) = \frac{1}{2\pi} \ln(\rho)$ olarak bulunur.

L operatörü, üç boyutlu uzayda $L = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \nabla^2$ olacak şekilde Laplace operatörü olarak seçilirse eşitlik (B.4)'e göre $\nabla^2 G(x, y, z; x', y', z') = \delta(x - x')\delta(y - y')\delta(z - z')$ olmalı ve bu sebeple boş uzay Green fonksiyonu $F(\bar{r}, \bar{r}')$, $\nabla^2 F(x, y, z; x', y', z') = \delta(x - x')\delta(y - y')\delta(z - z')$ eşitliğini sağlamalıdır.

$\rho = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$ eşitlik dönüşümü kullanılarak, $x \neq x'$, $y \neq y'$ ve $z \neq z'$ koşulunda,

$$\nabla^2 F(\rho) = \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho^2 \frac{\partial F(\rho)}{\partial \rho} \right) = 0 \quad (\text{B.16})$$

eşitliğin çözümü,

$$F(\rho) = -\frac{A}{\rho} + B \quad (\text{B.17})$$

şeklindedir. Kaynak ve gözlem noktalarının kesiştiği $\bar{r} = \bar{r}'$ noktalarında, Green fonksiyonunun süreksizlik özelliğinin olması nedeniyle eşitlik (B.8) kullanılarak, $F(\rho)$ fonksiyonunun limit değeri hesaplanır.

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \oint_S \frac{\partial F(\rho)}{\partial \rho} dS = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{A}{\rho^2} \rho^2 \sin \phi d\theta d\phi = 4\pi A = 1 \quad (\text{B.18})$$

Eşitlik (B.18)'e göre $A = 1/4\pi$ olarak bulunur. B değerinin isteğe bağlı olması sebebiyle, $B = 0$ seçilebilir. Sonuç olarak $F(\rho) = -\frac{1}{4\pi\rho}$ olarak bulunur.

Çizelge B.1'de elektromanyetik problemlerin çözümünde en sık kullanılan Laplace eşitlikleri ile boş uzay Green fonksiyonları çözümleri gösterilmiştir.

Çizelge B.1 Boş uzay Green fonksiyonları

	Laplace Eşitliği	Kalıcı durum (Steady-State) Helmholtz Eşitliği¹
Çözüm Alanı	$\nabla^2 G(\bar{r}, \bar{r}') = \delta(\bar{r}, \bar{r}')$	$\nabla^2 G(\bar{r}, \bar{r}') + k^2 G(\bar{r}, \bar{r}') = \delta(\bar{r}, \bar{r}')$
1-boyutlu	Çözümü yok.	$-\frac{1}{2k} e^{jk x-x' }$
2-boyutlu	$\frac{1}{2\pi} \ln \rho - \rho' $	$-\frac{j}{4} H_0^{(1)}(k \bar{r} - \bar{r}')$
3-boyutlu	$-\frac{1}{4\pi \bar{r} - \bar{r}' }$	$-\frac{e^{jk \bar{r} - \bar{r}' }}{4\pi \bar{r} - \bar{r}' }$
$e^{j\omega t}$ zaman bağımlılığı sebebiyle, frekans tanım kümesinde $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ 'dir.		



HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTÖRA TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
ELEKTRİK VE ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tarih: 03/07/2019

Tez Başlığı / Konusu: Dünya Yüzeyi Üzerindeki Bir Hedeften Elektromanyetik Saçılımın Modellenmesi İçin Karma Nümerik Yöntemlerin Geliştirilmesi

Yukarıda başlığı/konusu gösterilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 77 sayfalık kısmına ilişkin, 03/07/2019 tarihinde ~~çalışmam~~/tez danışmanım tarafından Turnitin adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 1. 'dir.

Uygulanan filtrelemeler:

- 1- Kaynakça hariç
- 2- Alıntılar dâhil
- 3- 5 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orjinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Tarih ve İmza

Adı Soyadı: Gül Yesa ALTUN

Öğrenci No: N14326489

Anabilim Dalı: Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Programı:

Statüsü: Y.Lisans Doktora Bütünleşik Dr.

03/07/2019

DANIŞMAN ONAYI

UYGUNDUR.

Prof. Dr. Özlem ÖZGÜN

(Unvan, Ad Soyad, İmza)

ÖZGEÇMİŞ

1. Genel Bilgiler

Adı, Soyadı: Gül Yesa ALTUN
Doğum Tarihi ve Yeri: 02/01/1992 Muş, Türkiye
Adres: Üniversiteler Mahallesi İhsan Doğramacı Bulvarı Odtü Teknokent Yerleşkesi Titanyum C blok No: 37/2 Aselsan A.Ş. 06800 Çankaya/Ankara/Türkiye
E-Posta: yesaaltun@msn.com
yesaaltun@gmail.com

2. Eğitim Bilgileri

Lise: İzmir Atatürk Lisesi, 2006-2010 (91,06/100)
Lisans: Hacettepe Üniversitesi, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, 2010-2015 (3,36/4,00)
Yüksek Lisans: Hacettepe Üniversitesi, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, 2015-2019 (3,62/4,00)

3. Akademik ve Mesleki Deneyim

Görev Yeri	Görev Dönemi	Unvan
Aselsan A.Ş. – HBT	2015 – ...	RF Donanım Tasarım Mühendisi

4. Tezden Üretilmiş Projeler ve Bütçesi

-

5. Tezden Üretilmiş Ulusal Hakemli Konferans Bildirileri

Yazar(lar)	Bildiri Başlığı	Konferans	Yıl
Gül Yesa ALTUN Özlem ÖZGÜN	Dünya Yüzeyi Üzerindeki Bir Hedeftelem Elektromanyetik Dalga Saçılımının Karma Nümerik Yöntemlerle Modellenmesi *	URSI – Türkiye 2018 9. Bilimsel Kongresi, 6-8 Eylül, KTO Karatay Üniversitesi, Konya.	2018

* Leopold B. Felsen Vakfı tarafından desteklenen URSI 9. Bilimsel Kongresi – Öğrenci Bildirileri Yarışması Birincilik Ödülü

6. Tezden Üretilmiş Uluslararası Hakemli Konferans Bildirileri

Yazar(lar)	Bildiri Başlığı	Konferans	Yıl
Gül Yesa ALTUN Özlem ÖZGÜN	Electromagnetic Propagation Modeling Over Irregular Terrain Using a New Hybrid Method	The 18 th Mediterranean Microwave Symposium (MMS 2018), 31 Ekim – 2 Kasım, İstanbul, Türkiye.	2018

7. Diğer Bildiriler

Yazar(lar)	Bildiri Başlığı	Konferans	Yıl
Oğuz DEMİR Gül Yesa ALTUN Cemile Duygu ÖZTÜRK Gökhun SELÇUK	Lock-Time Behavior of Charge Pump PLLs Employing Oscillators with Non-Linear Frequency Tuning Characteristics	The 3 rd International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ICEEE 2016), 11 – 12 Nisan 2016, İstanbul, Türkiye.	2016

8. Yetkinlikler

Nümerik Elektromanyetik

Sürekli Dalga Modülasyon Devreleri Tasarımı (FM, PM Devreleri)

Gerilim Denetimli Osilatör, Sentezör ve PLL Tasarımı