HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İlköğretim Ana Bilim Dalı

6, 7 VE 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN OLASILIKSAL AKIL YÜRÜTME DÜZEYLERİNİN CİNSİYET, SINIF SEVİYESİ VE MATEMATİK BAŞARISI AÇISINDAN İNCELENMESİ

Hayriye Merve SARIBAŞ

Yüksek Lisans Tezi

Ankara, 2019

Liderlik, araştırma, inovasyon, kaliteli eğitim ve değişim ile

Daha ileriye... En İyiye...

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İlköğretim Ana Bilim Dalı

6, 7 VE 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN OLASILIKSAL AKIL YÜRÜTME DÜZEYLERİNİN CİNSİYET, SINIF SEVİYESİ VE MATEMATİK BAŞARISI AÇISINDAN İNCELENMESİ

INVESTIGATING 6TH, 7TH AND 8TH GRADE STUDENTS' PROBABILISTIC REASONING LEVELS IN TERMS OF GENDER, GRADE LEVEL AND MATHEMATICS ACHIEVEMENT

Hayriye Merve SARIBAŞ

Yüksek Lisans Tezi

Ankara, 2019

Kabul ve Onay

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne,

Hayriye Merve SARIBAŞ'ın hazırladığı "6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütme Düzeylerinin Cinsiyet, Sınıf Seviyesi Ve Matematik Başarısı Açısından İncelenmesi" başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından **İlköğretim Ana Bilim Dalı, İlköğretim Bilim Dalında Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyesi (Danışman)	Dr. Öğr. Üyesi ZEYNEP SONAY AY	
Jüri Üyesi	Prof. Dr. SAFURE BULUT	
Jüri Üyesi	Dr. Öğr. Üyesi MESTURE KAYHAN ALTAY	

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim, Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri üyeleri tarafından 30 / 01/ 2019 tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunca ..... / ..... / .... tarihinde kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ali Ekber ŞAHİN
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Öz

Bu çalışmanın amacı, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinin belirlenmesi ve bu becerilerinin cinsiyet, sınıf seviyesi, matematik başarısı açısından incelemektir. Bu araştırma nicel araştırma yöntemlerinden betimsel tarama ve ilişkisel tarama modelindedir. Araştırmanın çalışma grubunu Marmara Bölgesi'ndeki bir ildeki devlet ortaokullarında öğrenim gören 6., 7. ve 8. sınıf öğrencileri olmak üzere toplam 286 öğrenci oluşturmaktadır. Öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme düzeylerini belirlemek için araştırmacı tarafından oluşturulan olasılıksal akıl yürütme ölçeği kullanılmıştır. Olasılıksal akıl yürütme becerisi örnek uzay, bir olayın deneysel olasılığı, bir olayın teorik olasılığı, olasılık karşılaştırmaları, bağımlı olasılık ve bağımsızlık olmak üzere altı anahtar kavramda incelenmiştir. Öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme düzeylerinin belirlenmesinde betimsel istatistik kullanılmıştır. Ayrıca bu düzeyler ile cinsiyet, sınıf seviyesi ve matematik başarısı değişkenleri ile ilişkisinin olup olmadığı ki-kare analizi kullanılarak belirlenmiştir. Bu istatistiksel analizler için Microsoft Office Excel ve SPSS paket programı kullanılmıştır. Analizler sonucunda örnek uzay, bir olayın deneysel olma olasılığı, bağımlı olasılık ve bağımsızlık kavramlarında en fazla düzey 1; bir olayın teorik olma olasılığı ve olasılık karşılaştırmaları kavramlarında en fazla düzey 3 olarak öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme becerisine sahip oldukları bulunmuştur. Cinsiyet değişkeni ile sadece örnek uzay arasında ilişki bulunmuştur. Sınıf seviyesi değişkeni ile tüm kavramlarda ilişki bulunmuştur. Matematik başarısı değişkeni ile bir olayın deneysel olma olasılığı ve bağımsızlık haricinde diğer kavramlarda ilişki bulunmuştur.

Anahtar sözcükler: olasılık, olasılıksal akıl yürütme, akıl yürütme, matematik eğitimi, ortaokul öğrencileri.

Abstract

The aim of this study is to determine probabilistic reasoning skill levels of 6th, 7th and 8th grade students and to examine these skills in terms of gender, grade level and mathematics achievement. This research is a descriptive and a relational survey model. The study group consisted of 286 students in 6th, 7th and 8th grade students attending state middle schools in a province in Marmara Region. In order to determine the probabilistic reasoning levels of the students, probabilistic reasoning scale created by the researcher was used. The probabilistic reasoning skills are studied in six key concepts: sample space, experimental probability of an event, theoretical probability of an event, probability comparisons, conditional probability and independence. Descriptive statistics were used to determine the probabilistic reasoning levels of the students. In addition, the chi-square analysis was used to determine whether these levels were correlated with gender, grade level, and mathematics achievement variables. For these statistical analyses, Microsoft Office Excel and SPSS program were used. As a result of the analysis, sample space, experimental probability of an event, conditional probability and independence maximum level of 1; it was found that students had the possibility of probabilistic reasoning as maximum level 3 in theoretical probability of an event and probability comparisons. The relationship between gender variable and only sample space was found. Class level variable was found to be correlated in all concepts. In all other concepts, the relationship with mathematics achievement was found except for in experimental probability of an event and independence.

Keywords: probability, probabilistic reasoning, reasoning, mathematics education, middle school students.

Teşekkür

Öncelikle, çalışmamın başından sonuna kadar görüş ve öneriyle bana yol gösteren, destek olan ve her zaman güven duyan değerli hocam Dr. Öğr. Üyesi Zeynep Sonay AY'a en içten dileklerimle saygı ve minnetimi sunar, teşekkür ederim.

Tez savunma jürimde yer alan sayın hocalarım Prof. Dr. Safure BULUT'a ve Dr. Öğr. Üyesi Mesture KAYHAN ALTAY'a değerli görüş ve önerileri için teşekkür ederim.

Hayatım boyunca desteklerini esirgemeyen, özellikle tez çalışmam boyunca bana olan inançları ve sonsuz güvenleriyle beni yüreklendiren, her an yanımda olan canım annem, babam ve kardeşlerim Sema ve Büşra'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Bu tezi onlara armağan ettiğimi bildiririm.

İçindekiler

Tablolar Dizini

Şekiller Dizini

Simgeler ve Kısaltmalar Dizini

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi

Bölüm 1
Giriş

Bu bölümde problem durumu, araştırmanın amacı, problem ve alt problemler, araştırmanın önemi, sayıltılar ve tanımlar üzerinde durulacaktır.

Problem Durumu

“*Olası olan, genellikle gerçekleşir.” – Aristo*

“*Evrendeki her şey şansın meyvesidir” – Democritus*

Ünlü filozof Marcus Tullius Cicero, olasılığı hayatın rehberi olarak tanımlamıştır. Hacking (1990) olasılığın, yirminci yüzyılın ilk yarısının felsefi başarı öyküsü olduğunu söyleyerek olasılık konusunun önemine vurgu yapmıştır. Borovcnik ve Kapadia’ ya (2018) göre ise olasılık gerçekliği modellemek için kullanılabilecek bir araçtır.

Olasılık konusu ile ilgili tarihsel gelişim incelendiğinde, matematikçilerin devreye girmesiyle farklı tanımlar ortaya çıkmıştır. Abraham de Moivre (1718) gerçekleşmesi mümkün olan olayın ihtimallerinin sayısı pay, tüm ihtimallerin sayısı payda olan kesir ifadesini olasılık olarak tanımlamıştır (Akt. Nicherson, 2004). Laplace (1951) benzer bir şekilde olasılığı, payında istenen durumların sayısının, paydasında ise tüm durumların sayısının yer aldığı basit bir kesir ifadesi olarak tanımlamıştır. Bluman’a (2005) göre de olasılık olabilirliğin (chance) matematiksel karşılığıdır.

Bu tanımlardan anlaşılacağı üzere olasılık, sahip olduğu önem nedeniyle uzun yıllar üzerinde çalışılmıştır. İnsanoğlu var olduğundan bu yana farkında olarak veya olmayarak karar vermede olasılığı kullanmaktadır. Gün içerisinde havaya bakarak yağmurun yağıp yağmayacağını tahmin etme, bir işin gerçekleşip gerçekleşmemesi, yazı-tura atmak, zar atmak, şans oyunları gibi günlük hayatta pek çok durumda karşımıza çıkmaktadır (Altun, 2010).

Geçmiş zamanlarda olasılık denildiğinde akla şans oyunları geldiği için deneme yanılmaya başvurulan, şans gibi ön yargılar içeren bir alan olarak görülmüştür. Şansa bağlı olaylar 17. yüzyıldan beri incelenmektedir (Şenyay, 2015). Sigorta hesaplamaları ve doğal olayların kanunları oluşturulmaya çalışılırken şansa bağlı olayların analizinde olasılık hesaplamaları kullanılmaya başlanmıştır (Şenyay, 2015). Olasılık teorisinin doğuşu 1650'lerde Pascal ve Fermat'ın çalışmaları ile olmuştur. 17. yüzyılda De Moivre, Gauss ve Laplace olasılık teorisine önemli katkılarda bulunmuştur (Şenyay, 2015). 18. ve 19. yüzyıllarda olasılık teorisi yoğun olarak gelişmiş ve uygulama alanı artmıştır (Şenyay, 2015). Zamanla kullanım alanlarının farkındalığının artması ile olasılık önem kazanmaya başlamıştır.

Olasılığın günlük hayatta ve çeşitli iş alanlarında kullanımının fazla olması ve öneminin büyük olmasının anlaşılması üzerine 19. yüzyıl sonlarına doğru pek çok ülkede öğretim programlarına da girmiştir (Gürbüz, 2010; Kazak, 2010a). Türkiye'de müfredata girmesi 1960'larda gerçekleşmiştir.

Matematik eğitimi alanındaki reform hareketleriyle ilk ve orta öğretimde olasılık konusuna yer verilmeye başlanmıştır (Kazak, 2010a). Olasılığı Altun (2010) "matematiğin bir olayın olma sıklığı ile ilgilenen dalı" şeklinde tanımlamıştır (s. 370). Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2013, s.42; 2018, s.76) kaynaklarında olasılığın tanımlaması "*bir olayın olma şansına (olabilirliğine) ilişkin bir ölçümdür"* şeklinde yer almaktadır.

Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM], 2000), olasılık öğretimine küçük yaşlardan itibaren başlanması gerektiğini vurgularken ülkemizde 2000'li yıllara kadar sadece 8. ve 9. sınıflarda yer verildiği görülmektedir (Bulut, 2001). Milli Eğitim Bakanlığı'nın, 2009 yılında basılan matematik öğretim programında olasılık öğretimine daha alt sınıf düzeylerinden başlanılarak ilgili kazanımlar belirlenmiştir. Bunun nedeni olarak, bireylerin bilinçli vatandaş olmaları, bu bilgi ve becerileri yaşantısına uygulaması ve olasılık alanının öneminin farkına varmalarının beklenmesi belirtilmiştir (MEB, 2009). Öğrencilere olasılık kavramı öğretilirken amacımız hem matematik hem de gerçek yasam durumlarında kullanabilme becerilerini kazandırabilmektir (MEB, 2009).

Aynı öğretim programında olasılık öğrenme alanında incelendiğinde 6. sınıf düzeyinde olay çeşitleri; 7. sınıf düzeyinde ayrık ve ayrık olmayan olay, permütasyon; 8. sınıf düzeyinde bağımlı ve bağımsız olasılık, kombinasyon konularının yer aldığı görülmektedir. 2013 yılında yayınlanan öğretim programında ise olasılık öğrenme alanında sadece 8. sınıf düzeyinde yer verildiği görülmüştür.

2018 yılı güncellenen öğretim programında yine sadece 8. sınıf düzeyinde basit seviyedeki kazanımlarla olasılık alanına yer verilmiştir.

MEB (2009) programında olasılık ile ilgili problemlerin öğrencilerin gerçek yaşantılarıyla ilişkili olması gerektiğini ve öğrencilerin olasılık ile ilgili becerileri hem gerçek hayatlarında hem derslerinde kullanmaları gerektiğine vurgu yapmıştır. Çevremizde karşılaştığımız belirsizlik durumlarında karar verirken olasılığa dayanan sezgilerle bu durumun üstesinden gelinebilmektedir (Kazak, 2010a). Karar verirken kullanılan bu sezgiler her zaman doğru olmayabilir. Fischbein ve Schnarch (1997) öğrencilerin olasılık öğrenmeleriyle yeni sezgilerinin oluştuğunu ve oluşan bu sezgileri ile deneyimlerine dayanan sezgileri arasında çelişkiye düştüklerini belirtmişlerdir. Olasılık konularının öğrenilememesi ile ilgili çalışmalar incelendiğinde sezgilerin dışında, şans olaylarında sonuç yaklaşımı veya temsil kısayolu ile ilgili hatalara da rastlanmıştır (Konold, Pollatsek, Well, Lohmeier ve Lipson, 1993). Van Dooren, De Bock, Depaepe, Janssens ve Verschaffel (2003) tarafından yapılan çalışmada orantılılığın yanlış kullanılmasının hataların nedenlerinden biri olduğunu belirtmişlerdir.

Ayrıca olasılık alanına gereken önemin verilmediği ve öğretiminde sıkıntılar ortaya çıktığı görülmüştür (Bulut, 2001).

Williams ve Amir'in (1995) çalışmasında öğrencilerin günlük hayat, dinsel ve batıl inançlarının onların düşüncelerini ve kararlarını etkilediğini belirtmişlerdir. Sharma (2005) ve Rubel (2009) tarafından yapılan araştırmalarda da benzer sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin karar verirken okul dışı deneyimleriyle yorum yaptıkları, bu deneyimlerin öğrencileri olumsuz etkilediği görülmüştür. Öğrencilere gerçek hayat durumları içeren problemlerde sorulduğunda birbirleriyle çelişen çoklu cevaplar vermişlerdir. Verilen cevapları açıklamalarında ise matematiksel ve günlük hayata dair ifadelere yer verdikleri belirlenmiştir. Çalışmalardan çıkan sonuçlar öğrencilerin olasılıkla ilgili öğrenmelerinde sezgilerinin bir takım yanlış öğrenmelere neden olabileceğini göstermiştir.

Olasılık konusunun öğrenilememesi öğrencilerin çoğunun kuralları ve formülleri ezberledikleri, günlük hayattan edindikleri bilgilerle öznel yargılama yaparak doğru olmayan yorumlar yaptıkları, çeşitli kavram yanılgılarına sahip oldukları, konuya karşı olumsuz tutumlarının var olduğu, akıl yürütme becerilerinin yeterince gelişmediği, becerinin yaş ile birlikte geliştiği, önbilgilerinin yetersizliği, öğretmen tutumu gibi çeşitli nedenlerden kaynaklandığı yapılan çalışmalar sonucu ortaya çıkmıştır (Gürbüz, 2006; Memnun, 2008).

İlgili alan yazın incelendiğinde, öğrencilerin olasılık kavramlarını öğrenememe nedenlerinden birinin de akıl yürütme becerilerinin tam olarak gelişmemiş olduğu görülmektedir (Memnun, 2008).

Altun (2010) akıl yürütme becerisinin *“insanın çevresinde olup bitenleri anlaması, olayların nedenleri ve sonuçları arasındaki ilişkiyi görmesi, bunlardan faydalanmasını sağlayacak bir düşünce biçimi”* olarak tanımlamıştır (s. 7). Akıl yürütme, tüm durumların dikkate alındığı bir düşünme sürecidir (Umay, 2007).

Bir konu hakkında yeterli bilgi sahibi olan insanın karşılaştığı durumu detaylı inceleyerek tahminlerde bulunması, düşüncelerini sebepleriyle açıklayabilmesi ve ulaştığı sonucu açıklayabilmesi akıl yürütebildiğinin göstergesidir (Umay, 2007). Akıl yürütme becerisine sahip bireyler günlük hayattaki olayları daha iyi sorgulayabilirler (Olkun ve Toluk Uçar, 2007).

Matematik eğitiminin önemli amaçlarından bir diğeri de çocuklarda akıl yürütme becerisinin gelişmesini sağlamaktır (Fitzgerald, 1996). Okul Matematiği Müfredat ve Değerlendirme Standartları’nda yer alan “Matematik akıl yürütmektir” ifadesi ile matematik eğitiminde akıl yürütmenin önemi vurgulanmıştır (NCTM, 1989). Öğrencilerin akıl yürütme yetenekleri geliştirilmediği takdirde belirli kurallar, ne olduklarını düşünmeden gerçekleştirilen hesaplamalar ve çizimler topluluğunun matematik olduğu düşünülecektir (Ross, 1998).

Matematiksel akıl yürütme becerisi matematik eğitim-öğretiminde önemli bir yere sahiptir. Ülkemizde de akıl yürütme becerisi ulusal matematik öğretim programlarında öğrencilere kazandırılması gereken beceriler arasında yer almaktadır. Matematikle ilgili bilgi ve becerilerin günlük hayatını kolaylaştırması doğrultusunda akıl yürütme becerisinin üzerinde önemle durulduğu yayınlanan son üç öğretim programlarında (MEB, 2009, 2013, 2018) belirtilmiştir.

Akıl yürütme becerisi için iki temel süreçten söz edilmektedir. Birincisi, akıl yürütme sırasındaki adımların birbirleriyle bağlantılı olması, ikincisi ise bu bağlantıların nedenlerinin biliniyor olmasıdır (Brodie, 2010).

Matematiksel akıl yürütme becerisi gelişmiş öğrencilerin gerçekleştirmesi beklenen beceriler aşağıda sıralanmıştır.

- Daha soyut düşünebilme,
- Matematiksel ispat yapabilme,
- Yazılı matematiksel ispatları anlayabilme,
- Yaratıcı düşünebilme ve problem çözme yeteneğini geliştirebilme,
- Matematiğin doğasını ve dilini anlama. (Sundstrom, 2014).

Günlük hayat için önemli olan akıl yürütme becerisi gibi olasılık da bireyin yaşantısıyla çok yakından ilgilidir (MEB, 2009). Okul Matematiği Müfredat ve Değerlendirme Standartları'nda olasılığın bütün düzeylerde yer alması gerektiği önerilmiştir (NCTM, 2000). Olasılık çalışmalarının günlük hayatla bağlantı kurabilmek için gerekli olduğunu belirtmiştir (NCTM, 1989, 2000).

İlgili alan yazında akıl yürütme ile ilgili çalışmalarda cebirsel, orantısal, geometrik, istatistiksel gibi konunun dikkate alındığı, ya da çözümsel (analitik), bütünsel (holistik) gibi çözüm yaklaşımının dikkate alındığı, ya da pratik, soyut gibi düşünme şeklinin dikkate alındığı durumlara rastlanmıştır (Umay, 2003). Bu araştırma da, konunun temel alındığı akıl yürütme becerisi olan olasılıksal akıl yürütme üzerinde durulmuştur. Olasılık için kullanılan akıl yürütme becerileri olasılıksal akıl yürütme olarak adlandırılmaktadır.

Olasılıksal akıl yürütme (probabilistic reasoning), olasılıksal süreçleri anlayabilmek ve açıklamak şeklinde tanımlanmaktadır (Jones, 2005).

Olasılıksal akıl yürütme bilgiyi anlamlandırma ve düşünme sürecini içerdiği için olasılıksal düşünme (probabilistic thinking) kavramını da açıklamak gerekmektedir.

Olasılıksal düşünme, insanların olasılık düşünceleriyle akıl yürütme şekli ve olasılıksal bilgiyi anlamlandırma yolu olarak tanımlanabilir. Hem olasılıksal düşünme hem de olasılıksal akıl yürütme anlama sürecini içermektedir. Olasılıksal düşünme ve olasılıksal akıl yürütme farklı kavramlar gibi görünseler de aynı anlama karşılık gelmektedirler.

Önceki çalışmalarda olasılıksal düşünme kavramı yer alırken son yıllarda olasılıksal akıl yürütme kavramı daha çok karşımıza çıkmaktadır.

Olasılıksal düşünme ile ilk çalışmalar 1950-1960 yıllarında Piaget, Inhelder ve çeşitli psikologlar tarafından ortaya konmuştur. Bu çalışmalarda olasılıksal düşünme ve sezgiler üzerine odaklanılmıştır. Piaget'in çalışmaları sonraki yıllarda araştırmacılara olasılık kavramlarının ve sezgilerin doğasını anlamaya ve olasılıksal yargılama yapmak için kullandıkları stratejileri incelemek için ilham kaynağı olmuştur (Jones, 2005). Böylelikle matematik eğitimi araştırmacıları olasılıksal düşünme ile ilgili çalışmalarına başlamıştır.

Olasılıksal düşünme, rastlantısal olayların benzerini yapmak için kullanılan modellerin nasıl etkinleştirileceğini, olasılıkları tahmin etmek için verilerin nasıl üretildiğinin belirlenmesini içermektedir. Ayrıca, bir problemi çözerken bağlamı anlayabilmeyi ve kullanabilmeyi ve öznel olasılıkların ne zaman kullanılabileceği konusunda fikir sahibi olabilmeyi içermektedir (Jones, 2005).

Olasılıksal düşünme üzerine yapılan ilk araştırmalardan Piaget ve Inhelder (1975) çocuklarda olasılık kavramlarının nasıl geliştiğini incelemişlerdir. Yapılan çalışmada çocuklarda olasılık kavramlarının kendiliğinden, yaşla birlikte gelişmesine odaklanılmıştır (Drier, 2000). Piaget ve Inhelder'ın çalışmalarından ilham alan Fischbein (1975), çocukların olasılıksal yargılama yapmak için kullandıkları stratejileri incelemiş ve çocukların sosyal deneyimlerinin ve sezgilerinin olasılık anlayışlarında büyük role sahip olduğunu belirtmiştir.

Piaget ve Inhelder yaptıkları çalışmalarında çocukların sosyal deneyimlerini ve öğretim müdahalesini dikkate almazken Fischbein ise sezgisel temelli olasılık anlayışına vurgu yapmış ve sezgilere öğretimle müdahale edilebileceğini belirtmiştir (Drier, 2000).

Piaget ve Fischbein'in kuramlarıyla birlikte, olasılıksal akıl yürütmenin öğrencilerimizde doğuştan gelen bilişsel bir etkinlik olduğu anlaşılmaktadır (Drier, 2000).

Konold (1991), yaptığı çalışmasında öğrencilerin beklentilerini açık bir şekilde belirledikleri etkinliklere katılmalarını, beklentilerini deneysel gözlemlerle karşılaştırmaları gerektiğini ve inançlarını başkalarının inançlarıyla karşılaştırdıklarını belirterek Fischbein'in sezgisel temelli olasılık anlayışını desteklemiştir. İnsanların tekdüze bir bilgi yapısını kullanmasını bekleyemeyeceğimizi, bunun yerine insanların farklı ve zaman zaman çelişkili, kendi akıl yürütmesindeki bilgi parçalarını kullanması gerektiğini belirten Konold (1991) akıl yürütmenin gerekliliğine vurgu yapmıştır.

Piaget ve Fischbein çalışmalarında öğrencilerin sezgilerinde nasıl değişiklik yaptığı ile ilgili fazla bilgi olmaması, Konold'un çalışmalarında daha çok çıktı yaklaşımı (outcome approach) üzerine odaklanılmasından dolayı öğrencileri farklı kavramlarda tanımlayamaması eksiklik olarak görülmüştür (Vahey, 1998).

Olasılık konusunun öğrenilmesinde yaşanılan zorluklar üzerine yapılmış çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin olasılık konusunda ne düşündükleri, nasıl akıl yürüttükleri, bir durumla karşılaştıklarında nasıl bir çözüm ürettikleri gibi sorulara cevap verebilecek, olasılıksal düşünmelerini sistematik olarak tanımlayabilecek ve tahmin edebilecek bir rubriğin üretildiği araştırmanın olmayışı Jones, Thornton, Langrall ve Tarr (1999) tarafından fark edilmiştir. Aynı araştırmacılar tarafından öğrencilerin olasılıksal düşünmelerini sistematik şekilde tanımlayacak bir rubrik geliştirilmiştir. Olasılıksal düşünmenin doğasının, altı anahtar kavramı içine aldığı ve bu kavramların bir arada incelenmesi gerektiği belirtilmiştir (Jones vd., 1999). Bu kavramlara ait dört düzey belirlenmiştir. Bu çalışmaların sonucunda öğrencilerin olasılıksal düşünmelerini tanımlayacak altı kavramdan ve dört düzeyden oluşan olasılıksal akıl yürütme rubriği geliştirilmiştir. Geliştirilen bu rubriğin kültürel ve dilsel farklılıklardaki uygunluğunun araştırılmasına ihtiyaç olduğu belirtilmiştir (Jones vd., 1997).

Bu çalışmada da Jones, Thornton, Langrall ve Tarr (1999) tarafından geliştirilen rubrik temel alınarak yapılandırılmıştır. Çalışmalarında araştırmacılar olasılıksal akıl yürütme becerileri için dört düzey belirlemiştir. Birinci düzeydeki öğrenciler öznel (sezgisel) akıl yürütme, ikinci düzeydeki öğrenciler öznel ve olgunlaşmamış niceliksel akıl yürütme arasında geçiş yaparlar. Üçüncü düzeydeki öğrencilerde gayri resmi niceliksel akıl yürütme, dördüncü düzeydeki öğrencilerde ise sayısal akıl yürütme görülmektedir. Bu rubrik ile her bir düzeydeki öğrencilerin özellikleri belirlenmiştir. Her bir olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri kendi içinde belirlenen anahtar kavramlara göre, altı alt kavrama ayrılmıştır. Bu anahtar kavramlar; örnek uzay, bir olayın deneysel olasılığı, bir olayın teorik olasılığı, olasılık karşılaştırmaları, bağımlı olasılık ve bağımsızlıktır. Her düzeyin her kavramının özellikleri detaylı olarak belirtilmiştir.

Araştırmanın Amacı ve Önemi

NCTM (2000) “matematik yapmak için akıl yürütmenin temel gereklilik” olduğunu belirtmektedir. Olasılıksal akıl yürütme becerileri, matematiksel akıl yürütme becerileri içerisinde özel bir yere sahiptir (Jones vd., 1999). Bu nedenle bu çalışmada ortaokul 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme becerilerinin ne düzeyde olduğu ve bu öğrencilerin akıl yürütme becerileri ile cinsiyet, sınıf seviyesi ve matematik başarısı arasında ilişki olup olmamasının araştırılması amaçlanmaktadır.

Olasılığın tarihçesine bakıldığında 17. yüzyıldan beri günlük hayatta kullanıldığı ancak okullarda son 50 yıldır yer aldığını yani müfredata girmesinde geç kalındığını düşünülmektedir (Koyuncu, 2017). Ülkemizde ise bir hayli gecikmeli olarak okul müfredatında yer almıştır. Olasılık öğrenme alanının matematiğin alt alanı olarak yer almasının, çok geç tarihlere dayandığı bilinmektedir. Bu nedenle olasılık konusu matematik eğitiminde diğer konulara kıyasla yeni bir konudur. Yeni bir alan olması sebebiyle ilgili araştırmalar diğer alanlardaki kadar fazla sayıda değildir. Olasılık konusunun öğrenilmesinde yurt dışında ve yurt içinde sıkıntılar olduğu tespit edilmiştir. Ancak konu ile ilgili yapılan çalışmaların yurt dışında ve yurt içinde az olduğu gözlenmiştir. Bu nedenle olasılığın öğrenilememesinin nedenleri ile ilgili literatürler incelenmiş ve bu çalışmada bu nedenlerden olasılıksal akıl yürütme becerisinin yetersizliği üzerinde durulmuştur. Yurt dışında yapılmış olan bir çalışmadan olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri rubriği temel alınarak uygulamaya dayalı bir araştırma yapılmıştır. Bu araştırmanın sonuçları paylaşılmıştır.

Olasılıksal akıl yürütme becerisi ile ilgili yurt içinde yapılmış nadir çalışmaya rastlanmıştır. Öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerini sistematik olarak tanımlayacak rubriğin oluşturulduğu çalışmanın yurtiçinde olmadığı gözlenmiştir. Dolayısıyla bu çalışmanın olasılık konusu ile ilgili literatüre katkı sağlayacağı, olasılık konusunda öğrencilerin nasıl akıl yürüttüklerine örnek olacağı ve olasılık öğretiminde faydalı olacağı düşünülmektedir. Öğrencilerin olasılık konusundaki akıl yürütmelerinden yararlanarak buna uygun olarak ders planları hazırlanabilir. Öğrenme ortamları buna göre düzenlenebilir. Ayrıca öğretim programı da öğrencilerin akıl yürütmeleri göz önünde bulundurularak hazırlanabilir. Bundan sonra bu konu ile ilgili yapılacak araştırmalara temel oluşturacağı düşünülebilmektedir.

Araştırma Problemi

Bu araştırmanın problemleri ve bu problemlerle ilişkili alt problemler aşağıda ifade edilmiştir.

1. 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme becerileri düzeyleri nedir?
2. 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile cinsiyet, sınıf seviyesi ve matematik başarısı değişkenleri arasında ilişki var mıdır?
    - 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme becerileri ile cinsiyet değişkeni arasında ilişki var mıdır?
    - 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme becerileri ile sınıf seviyesi değişkeni arasında ilişki var mıdır?
    - 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme becerileri ile matematik başarısı değişkeni arasında ilişki var mıdır?

Sayıltılar

Bu araştırmanın sayıltıları şunlardır:

1. Katılımcıların olasılıksal akıl yürütme ölçme aracına samimi ve dürüst cevaplar verecekleri varsayılmaktadır.

2. Araştırmacı tarafından geliştirilecek ölçme aracının kapsam geçerliliği için başvurulan uzman görüşleri yeterlidir.

3. Çalışmada ders öğretmeninin, öğrencilerin başarı düzeyleri sıralaması hakkındaki bilgisi geçerli varsayılacaktır.

4. Veri toplama sürecinde öğrenciler arasında etkileşim olmamıştır.

Sınırlılıklar

Bu araştırmanın sınırlılıkları şunlardır:

1. Araştırmada veri toplama araçları araştırmacı tarafından geliştirilen olasılıksal akıl yürütme ölçme aracı ile sınırlıdır.

2. Araştırma Yalova ilinden seçilecek ilköğretim okulları ile sınırlıdır.

3. Araştırmada yararlanılan olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri teorik çerçevesi Jones, Thornton, Langrall ve Tarr (1999) tarafından geliştirilen rubrik ile sınırlıdır.

Tanımlar

Olasılık: Bluman'a (2005) göre olasılık olabilirliğin (chance) matematiksel karşılığıdır.

Akıl yürütme: National Assessment of Educational Progress (NAEP, 2002) ise matematiksel akıl yürütmeyi problem çözme süreci olarak tanımlamaktadır.

Olasılıksal akıl yürütme: Olasılıksal süreçleri anlayabilmek ve açıklamak şeklinde tanımlanmaktadır (Jones, 2005).

Örnek uzay: Bir deneyin olası çıktıların tümü örnek uzay olarak adlandırılır (Ross, 2010).

Bir olayın deneysel olasılığı: Bir olayın olma sıklığının deneye veya simülasyona dayalı olarak belirlenmesidir (Jones, Thornton, Langrall ve Tarr, 1999).

Bir olayın teorik olasılığı: Bir olayın meydana gelme ihtimalini olası tüm çıktıları dikkate alarak yargılama ve tanımlama becerisidir (Jones, Langrall, Thornton, ve Mogill,1997).

Olasılık karşılaştırmaları: Gerçekleşmesi istenen olay için iki olasılık durumundan hangisinin daha olası olduğunu veya eşit ihtimalli olup olmadığını belirlemektir (Jones, Thornton, Langrall ve Tarr, 1999).

Bağımlı olasılık: Başka bir olayın gerçekleşmesi ile gerçekleşmesini istediğimiz olayın olasılığının değişmesidir (Jones, Thornton, Langrall ve Tarr, 1999).

Bağımsızlık: Başka bir olayın gerçekleşmesi ile gerçekleşmesini istediğimiz olayın olasılığının değişmemesidir (Jones, Thornton, Langrall ve Tarr, 1999).

Matematik başarısı: 2013-2014 eğitim öğretim yılı bahar dönemine ait karne notları temel alınmıştır. Matematik başarıları 1, 2, 3, 4 ve 5 olmak üzere beş ayrı düzeyde ele alınmıştır.

Bölüm 2

Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar

Araştırmanın Kuramsal Temeli

Bu bölümde olasılık, akıl yürütme ve olasılıksal akıl yürütme ile ilgili araştırmanın kuramsal temelleri ortaya konulacak ardından bu temellerle yapılmış çalışmalar incelenecektir.

Olasılık. Olasılık, bir olayın olma sıklığı ile ilgilenen matematik alanıdır (Altun, 2010). Matematikçilerin devreye girmesi ile şekillendiği için matematikte önemli bir yere sahiptir ve başta sayılar ve geometri alanları olmak üzere matematiğin diğer alanlarıyla yakından ilişkilidir (NCTM, 2000). Olasılık şansın matematiksel karşılığıdır (Bluman, 2005). Abraham de Moivre (1718) gerçekleşmesi mümkün olan olayın ihtimallerinin sayısı pay, tüm ihtimallerin sayısı payda olan kesir ifadesini olasılık olarak tanımlamıştır (Akt. Nicherson, 2004). Laplace (1951) benzer bir şekilde olasılığı, payında istenen durumların sayısının, paydasında ise tüm durumların sayısının yer aldığı basit bir kesir ifadesi olarak tanımlamıştır. MEB (2013, s.42; 2018, s.76) kaynaklarında olasılığın tanımı *"bir olayın olma şansına (olabilirliğine) ilişkin bir ölçümdür"* şeklinde yer almaktadır.

Geçmiş zamanlarda olasılık denildiğinde akla şans oyunları gelmekteydi. Bu nedenle olasılık tarihine bakmak için şans oyunlarının tarihi incelenmesi gerekmektedir. Olasılığa olan ilgi şans oyunlarıyla ortaya çıkmıştır. Şans oyunlarının geçmişinin Antik Çağlara dayandığı bulgularına rastlanmıştır. Şans oyunları, kumar ile ilgili bilinen en eski yazılı kaynak M.Ö. 1000 yılına ait olduğu belirlenmiştir. Kumar oyunlarının Roma İmparatorluğu döneminde yasaklandığı sıralar Avrupa'da popüler olduğu görülmüştür. Bilim adamları farklı amaçlar için kullanılan şans oyunlarının temelinin aslında matematik olduğunu uzun yıllar boyunca fark edememişlerdir. Bu nedenle olasılık teorisi diğer matematik alanlarına kıyasa daha yakın zamana kadar geliştirilememiştir. (Nichelson, 2004). Bir kumarbazın geliştirdiği zar oyununda kazanma ihtimalinin nasıl değiştiğini o dönemin en iyi matematikçilerinden olan Blaise Pascal'a danışmasıyla olasılığa matematiksel olarak yaklaşılmıştır (Nichelson, 2004). Pascal, olasılık ve matematik ilişkisini fark etmiş ve Pierre de Fermat ile bu konu hakkında mektuplaşarak fikir alış verişinde bulunmuştur. Pascal ve Fermat'ın 1654 yılında mektuplaşmalarıyla

Olasılık Teorisi ortaya çıkmıştır (Nichelson, 2004). Pascal ve Fermat arasındaki işbirliğini belgeleyen Christiaan Huygens Olasılık Teorisinin erken gelişimine katkı sağlamıştır (Nichelson, 2004). *On Reasoning and Games of Chance* (1654-1657) adlı kitabında bu mektupların olasılık teorisine giriş için büyük önem taşıdığını belirtmiştir. Huygens, kitabında matematiksel beklenti fikrini ortaya atmıştır (Nichelson, 2004). Abraham De Moivre, yazmış olduğu *The Doctrine of Chances (1718)* adlı kitabında daha kapsamlı problem durumları ve bunların çözümlerine yer vererek olasılık teorisinin gelişimine birçok katkı yapmıştır (Nichelson, 2004). Daniel Bernoulli ise *Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk (1738)* adlı kitabında olasılık tarihine kavramsal yenilikler getirerek olasılık teorisine önemli katkılar yapmıştır (Hacking, 1975). 18. ve 19. yüzyıllarda olasılık teorisi yoğun olarak gelişmiş ve uygulama alanı artmıştır (Şenyay, 2015).

Olasılık alanının nicel olarak kabul edilmesiyle 17. Yüzyıldan beri günlük hayat içerisinde yer aldığı görülmektedir (Koyuncu, 2017). Olasılık Teorisi, şans oyunlarındaki özellikle zar veya kart oyunlarındaki kazanma şansının analiz edilmesiyle ortaya çıkmış ve matematiğin bir alanı olarak görülmeye başlanmıştır (Nichelson, 2004).

Olasılığın tarihi incelendiğinde başlangıçta olasılık, insanoğlunun kontrol edemediği doğa olayları ve şans oyunları gibi konularla ilgilenmekteydi. Ancak zamanla bilim, genetik, ekonomi, kuantum fiziği gibi birçok alanda kullanılarak önem kazanmaya başladı. Olasılığın günlük hayatta ve çeşitli iş alanlarında kullanımının fazla olması ve öneminin büyük olmasının anlaşılması üzerine 19. yüzyıl sonlarına doğru pek çok ülkede öğretim programlarına girmesi gerçekleşmiştir (Gürbüz, 2010; Kazak, 2010a). Son otuz yılda matematik eğitimi alanındaki reform hareketleriyle olasılık konularına ilk ve orta öğretimde yer verilmeye başlanmıştır (Kazak, 2010a).

Günlük hayat içerisinde belirsizlik durumlarıyla karşılaştığımızda karar verirken olasılık kavramlarını sıklıkla kullanırız (Kazak, 2010a). Küçük yaşlardan itibaren bu karar verme ve tahmin etme sürecinde sezgilerimiz rol oynamaktadır (Kazak, 2010b). Bu sezgilerimizi doğru bir şekilde geliştirebilmek, karar verme ve tahmin sürecinde daha bilimsel bir şekilde akıl yürütebilmek için olasılık konusu matematik eğitiminde yer almaya başlamıştır. Olasılık öğretiminde bir olayın gerçekleşme ihtimali ile ilgili güçlü tahmin yapabilmek amaçlanmaktadır (Altun, 2010).

NCTM (2000) yaş gruplarına göre olasılığa olan yaklaşımları incelemiştir. Okul öncesi yaş grubunda çocukların informal olarak olasılık kavramlarıyla karşılaştıklarını belirtmişlerdir. Günlük hayatta kullanılan belki, olacak gibi ifadeler ile çocukların olasılık ile tanışmaya başladıklarını söylemişlerdir. İlkokul çağındaki yaş gruplarının olasılığı para atma, zar atma gibi şans olarak düşündükleri vurgulanmıştır. Ortaokul yaş grubunda olasılıkta biraz daha hesap yapmaya başladıkları tespit edilmiştir. Lise çağındaki yaş grubunda ise olasılığın hesaplanması, bağımlı olasılık ve bağımsızlık kavramlarını anlamanın olduğu gözlenmiştir.

19. yüzyıl sonlarına doğru diğer ülkelerin müfredatına giren olasılık alanının, Türkiye'de müfredata girmesi 1960'larda gerçekleşmiştir. Müfredata girmesine rağmen olasılık alanına gereken önem verilmemiş ve öğretiminde sıkıntılar ortaya çıkmıştır (Bulut, 2001).

NCTM, küçük yaşlardan beri olasılık öğretimine başlarken ülkemizde 2009 öğretim programına kadar sadece 8. ve 9. sınıfta olasılık alanına yer verildiği görülmüştür (Bulut, 2001). 2009 (MEB) öğretim programında olasılık alanına ait kazanımların öğretimine daha alt sınıf düzeylerinden başlanmıştır. Öğrencilerin bilinçli vatandaş olmaları, bu bilgi ve becerileri yaşantısına uygulaması ve olasılık alanının öneminin farkına varmaları beklendiği için bu değişikliğin yapıldığı belirtilmiştir (MEB, 2009).

Tablo 1

Öğretim Programlarındaki Olasılık Alanına Ait Kazanımların Sınıf Düzeylerine Ve Yıllara Göre Karşılaştırması

Öğretim programı	Sınıf Düzeyi 6	7	8
2009	• *“Saymanın temel ilkelerini karşılaştırır, problemlerde kullanır.* • *Deney, çıktı, örnek uzay, olay, rastgele seçim ve eş olasılıklı terimlerini bir durumla ilişkilendirerek açıklar.* • *Bir olayı ve bu olayın olma olasılığını açıklar.* • *Bir olayın olma olasılığı ile ilgili problemleri çözer ve kurar.* • *Kesin ve imkânsız olayları açıklar.* • *Tümleyen olayı açıklar.* • *Bir sorunla ilgili araştırma soruları üretir, uygun örneklem seçer ve veri toplar.* • *Verileri uygun istatistiksel temsil biçimleri ile gösterir ve yorumlar.* • *Sütun grafiklerinin hangi durumlarda yanlış yorumlara yol açabileceğini açıklar.* • *Verilerin aritmetik ortalamasını ve açıklığını hesaplayarak yorumlar.* • *Verilere dayalı olarak tahminler yürütür.”*	• *“Permütasyon kavramını açıklar ve hesaplar.* • *Ayrık ve ayrık olmayan olayın deneyini, örnek uzayını ve olayını belirler.* • *Ayrık ve ayrık olmayan olayları açıklar.* • *Ayrık ve ayrık olmayan olayların olma olasılıklarını hesaplar.* • *Geometri bilgilerini kullanarak bir olayın olma olasılığını hesaplar.* • *Birden fazla ölçüte göre sütun ve çizgi grafiklerini oluşturur ve yorumlar.* • *Daire grafiğini oluşturur ve yorumlar.* • *İstatistiksel temsil biçimleri oluşturarak ve yorumlayarak gerçek yaşam durumları için görüş oluşturur.* • *Verilere dayalı tahminler yürütür.* • *Çizgi, resim veya şekil grafiklerinin yanlış yorumlara yol açabileceği durumları açıklar.* • *Ortanca, tepe değeri ve çeyrekler açıklığını hesaplar.* • *Verilerin merkezî eğilim ölçülerini ve çeyrekler açıklığını yorumlar.”*	• *“Kombinasyon kavramını açıklar ve hesaplar.* • *Permütasyon ve kombinasyon arasındaki farkı açıklar.* • *Bağımlı ve bağımsız olayları açıklar.* • *Bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıklarını hesaplar.* • *Deneysel, teorik ve öznel olasılığı açıklar.* • *Histogram oluşturur ve yorumlar.* • *Standart sapmayı hesaplar.* • *Uygun istatistiksel temsil biçimlerini, merkezî eğilim ölçülerini ve standart sapmayı kullanarak gerçek yaşam durumları için görüş oluşturur.”*

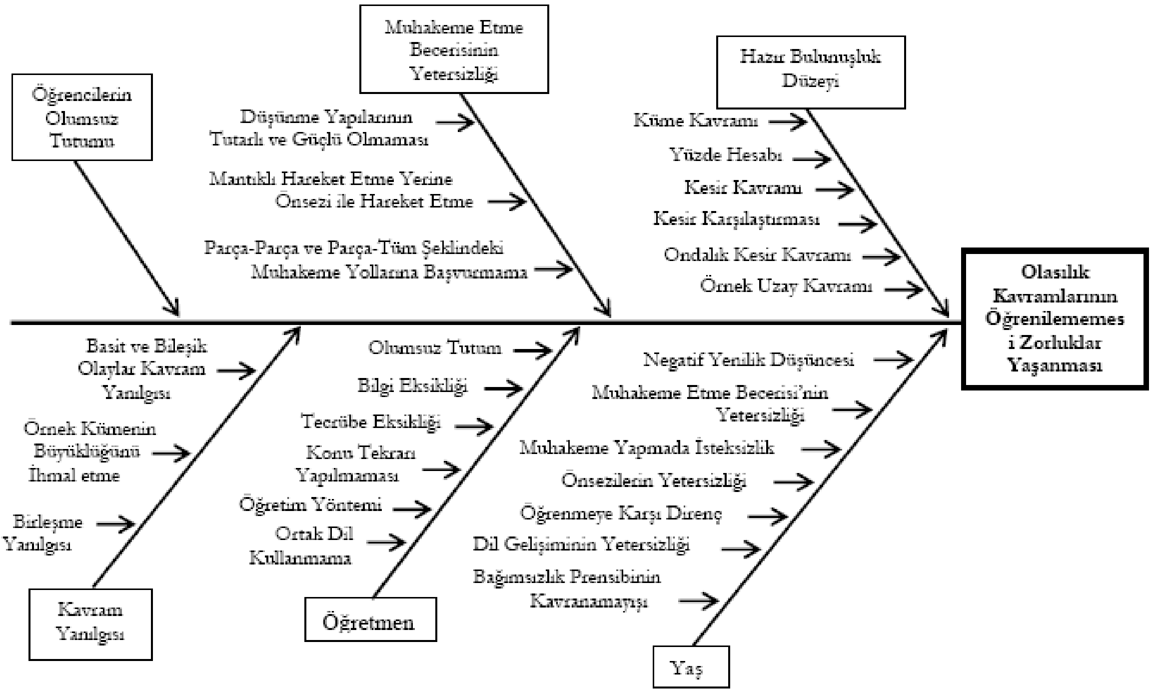
2013	-	-	• *"Bir olaya ait olası durumları belirler.* • *Daha fazla", "eşit", "daha az" olasılıklı olayları ayırt eder; örnek verir.* • *Eşit şansa sahip olan olaylarda her bir çıktının eş olasılıklı olduğunu ve bu değerin* • *1/n olduğunu açıklar.* • *Olasılık değerinin 0-1 arasında olduğunu anlar ve kesin (1) ile imkânsız (0) olayları yorumlar.* • *Basit olayların olma olasılığını hesaplar."*
2018	-	-	• *"Bir olaya ait olası durumları belirler.* • *"Daha fazla", "eşit", "daha az" olasılıklı olayları ayırt eder, örnek verir.* • *Eşit şansa sahip olan olaylarda her bir çıktının olasılık değerinin eşit olduğunu ve bu değerin 1/n olduğunu açıklar.* • *Olasılık değerinin 0 ile 1 arasında (0 ve 1 dâhil) olduğunu anlar.* • *Basit bir olayın olma olasılığını hesaplar."*

Kaynak: Öğretim Programlarındaki Olasılık Alanına Ait Kazanımların Sınıf Düzeylerine Ve Yıllara Göre Karşılaştırması. "İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı", MEB, 2009, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, s.119, 266, 337'den aynen alınmıştır. "Ortaokul Matematik Dersi 5.-8. Sınıflar Öğretim Programı" MEB, 2013, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, s.42'den aynen alınmıştır. "Ortaokul Matematik Dersi 5.-8. Sınıflar Öğretim Programı" MEB, 2018, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, s.76'dan aynen alınmıştır.

2009 yılında yayınlanan öğretim programında olasılık alanında yer alan konular sınıf düzeylerine göre 6. sınıf düzeyinde olay çeşitleri; 7. sınıf düzeyinde ayrık ve ayrık olmayan olay, permütasyon; 8. sınıf düzeyinde bağımlı ve bağımsız olasılık, kombinasyon olarak yer almaktadır. 2013 yılında değişen öğretim programında 6. ve 7. Sınıf düzeylerinde olasılık alanına ait kazanımlar kaldırılarak sadece 8. sınıf düzeyinde olasılık alanına yer verilmiştir. 2018 güncellenen öğretim programında yine sadece 8. sınıf düzeyinde olasılık alanının yer aldığı görülmektedir.

Milli Eğitim Bakanlığı öğrencilerin bilinçli vatandaş olabilmelerine katkıda bulunduğundan öğretim programında olasılık öğrenme alanının üzerinde önemle durmaktadır (MEB, 2009). Olasılık alanının öğretiminde öğrencinin bu alanda kazanmış olduğu bilgileri günlük yaşantısında kullanması, bu alanın ilgili olduğu meslekleri fark etmesi, olasılık alanının toplum için önemini fark etmesi beklenmektedir (MEB, 2009). 2009 yılı öğretim programında öğrenciden, olasılık alanında karşılaştığı problemlere çözüm ararken diğer öğrenme alanlarındaki bilgilerini de kullanması amaçlanmaktadır (MEB, 2009). Olasılık alanına önem verildiğinin göstergesi olarak alt sınıf düzeylerinden öğretimine başlanmış ancak olasılık öğreniminde güçlükler olduğu görülmüştür. Buna çözüm olarak yapılan öğretim programı değişimlerinde olasılık kazanımları güncellenerek kazanım sayısı azaltılmış ve diğer ortaokul sınıf düzeylerinden kaldırılarak sadece 8.sınıf düzeyinde yer verilmiştir (MEB, 2018).

Ülkemizde olasılık öğretiminde sıkıntıların olmasının nedenleri araştırılmıştır ve sadece ülkemizde değil yurtdışında da benzer sıkıntıların olduğuna rastlanmıştır (Bulut, 2001). Bu nedenle olasılık öğretiminde karşılaşılan zorluklar ile ilgili ulusal ve uluslararası çalışmaların yapıldığı görülmektedir. Memnun (2008) literatürdeki yapılmış çalışmaları inceleyerek olasılığın öğrenilememesinin nedenlerini altı başlık altında toplamıştır.



Şekil 1. Olasılık kavramlarının öğrenilememesi ve öğrenilmesinde güçlüklerle karşılaşılması konusunda hazırlanmış bir ıshikawa (neden-sonuç, balık kılçığı) diyagramı.

Kaynak: “Olasılık kavramlarının öğrenilmesinde karşılaşılan zorluklar, bu kavramların öğrenilememe nedenleri ve çözüm önerileri”, D. Memnun, 2008, İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 9, 15, s.92 makalesinden aynen alınmıştır. Telif hakkı İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisine aittir, 2008.

Şekil 1’de görüldüğü üzere Memnun (2008), çalışmasında olasılık konusunda yapılmış olan mevcut çalışmalar araştırılmış ve elde edilen bulgulardan yararlanılarak bu kavramların öğrenilememe nedenleri *yaş, önbilgilerin yetersizliği, muhakeme etme becerisinin yetersizliği, öğretmen, kavram yanılgısı ve öğrencilerin olumsuz tutumları* olmak üzere altı kategoride toplanmıştır. Çalışmada, matematiksel muhakeme becerisi yetersiz olan bir öğrencinin olasılık konularını öğrenmede zorluk yaşayacağı, bu becerinin yaş ile birlikte geliştiği ve gelişmesinde öğretmenin rolü, öğrencinin tutumu ile eğitim sisteminin etkili olduğu belirtilmiştir.

Ayrıca olasılık konularının öğrenilmesinde zorluk yaşanmasında öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyinin de önemli olduğu belirtilmiştir. Sonuç olarak, öğrencilerin olasılık konusu ile ilgili kavramları öğrenmesi için muhakeme etme becerisinin önemli bir role sahip olduğu belirtilmiştir.

Akıl yürütme. Olasılık konusunun öğrenilmesinde muhakeme etme becerisinin yani akıl yürütme becerisinin önemli bir yere sahip olduğu görülmektedir.

Akıl yürütme matematiğin her alanında önemli yer tutan bir beceridir. Akıl yürütme, eldeki bilgileri tüm değişkenleri dikkate alıp, değerlendirerek mantıklı bir karara varma sürecidir (Umay, 2007). Matematik öğretiminde de bir sorunun çözümünü öğretmekten ziyade aslında hedeflenen düşünmeyi öğretmek, düşünme becerilerini geliştirmektir.

Matematiksel düşünme günlük hayattaki düşünmeden farklı değildir. Günlük düşünmede, bilimsel düşünmede amaç doğruya ulaşmaktır. Matematiksel düşünmede de doğruya ulaşmak amaçlandığı için günlük düşünmeden farkı yoktur ama yöntemi farklıdır. Günlük ve bilimsel düşünmede gözlem ve deney ile doğruya ulaşılırken matematikte ispat ile ulaşılmaktadır (Yıldırım, 2008). Matematik deney ve gözlemle ispatlanabilecek somut bir alan olmadığı için ancak akıl yürütmeyle gerçeklere ve doğrulara ulaşılmaktadır (Umay, 2007).

Öğrenciler matematiksel düşünme becerilerini gerçekleştirdiklerinde daha üst basamaklarda akıl yürütme becerisi ortaya çıkmaktadır. Öğrencinin akıl yürütme becerisini uygulandığından bahsedebilmek için mantıklı bir yaklaşım içermeli ve nedenini açıklayabilmesi gerekmektedir. Matematikte de hedeflediğimiz tam olarak bu olduğu için matematiksel akıl yürütme matematiğin temelini oluşturmaktadır. Öğrencilerden dört işlemi öğrendikten sonra nerede, ne zaman, hangi soruda hangi işlemi yapması gerektiğine mantıklı bir karar vermesi ve gerekçelerini açıklayabilmesi beklenmektedir (Umay, 2007).

Öğrenciler düşünceler geliştirdikçe, sonuçları değerlendirdikçe matematiği anlamlandırabilmektedirler (NCTM, 2000). Matematiği anlayabilmek için akıl yürütme becerisi temeldir. Bu nedenle matematik öğretiminde akıl yürütme becerisinin önemi üzerinde durulmuş ve programlarda yer verilmiştir. MEB (2009) öğretim programında, matematik yaparken akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi için uygun ortamlar hazırlanması gerektiği belirtilmiştir. Öğrencilere öğrenme boyunca akıl yürütmeyi kullanmaları; günlük hayatında ve tüm derslerde akıl yürütme becerisini kullanmaları; genellemeler ve çıkarımlar yapmaları; çıkarımların doğruluğunu savunabilmeleri gibi becerilerin kazandırılması hedeflenmiştir (MEB, 2009).

Genel olarak matematik öğretiminin amacı, öğrenciye günlük yaşantısının gerektirdiği mantıksal bilgi ve becerileri kazandırmak, bir problemi çözebilmeyi öğreterek ve karşılaştığı olayları problem çözme yaklaşımı içinde değerlendiren bir düşünme biçimi, akıl yürütme becerisi kazandırmaktır (Altun, 2010).

Öğrencilerin kendi başlarına ilk akıl yürütme çabaları deneme-yanılma yönteminden oluşacaktır (NCTM,2000). Öğretmenler öğrencilere akıl yürütmeye sevk edici sorular sormalıdır. Bu sorular aşağıdakiler gibi olabilir:

- Problemi nasıl çözdün?
- Başka bir çözüm yolu var mı?
- Niçin böyle yaptın?
- Doğru olduğundan nasıl emin olabiliriz? (Olkun ve Uçar, 2007).

Öğretmenlerin öğrencilere yapacağı bir miktar yönlendirmeyle öğrenciler sistemli değerlendirme yöntemlerinin farkına varacaklardır (NCTM, 2000).

Matematiği anlayabilmek için akıl yürütme becerisinin gerekli olduğu gibi matematiğin dalı olan olasılığı da anlayabilmek için akıl yürütme becerisi temel gerekliliktir.

Matematiksel akıl yürütmeyi meydana getirdiği düşünülen beceriler farklı araştırmalarda belirlenmeye çalışılmıştır. TIMSS'e (2003) göre, bir bilişsel beceri olan matematiksel akıl yürütme: analiz (matematiksel durumlardaki nesneler veya değişkenler arasındaki ilişkileri kullanabilme, belirleyebilme ve tanımlayabilme, orantısal akıl yürütmeyi kullanabilme, üç boyutlu şekillerin dönüşümlerini görselleştirebilme, aynı verinin farklı gösterimlerini eşleştirebilmek ve karşılaştırabilmek); genelleme yapma (matematiksel düşünme ve problem çözme ile ulaşılan sonuçları daha genel, geniş terimlerle yeniden ifade ederek genişletebilmek); sentez (sonuca ulaşmak için çeşitli matematiksel prosedürleri ve bir sonraki sonuca ulaşmak için sonuçları bir araya getirebilmek, bilginin farklı elemanları ve ilişkili gösterimler arasında bağlantılar kurabilmek ve ilişkili matematiksel düşünceler arasında bağ kurmak); karar verme (bir durumun doğruluğunu veya yanlışlığını matematiksel sonuçları ve özellikleri kullanarak gerekçelendirmek, ispatlamak) ve rutin olmayan problemleri çözme (matematiksel işlemleri alışık olunmayan ve daha karmaşık durumlara uygulayabilmek, geometrik kuralları rutin olmayan problemlerin çözümünde kullanmak) becerilerini içermektedir.

National Assessment of Educational Progress (NAEP, 2002) ise matematiksel akıl yürütmeyi problem çözme süreci içerisinde tanımlamaktadır. Akıl yürütme problem çözmenin önemli bir parçasını oluşturur. Matematiksel akıl yürütme becerisinin farklı kaynaklardaki tanımlarına göz önüne alındığında, uzamsal düşünme, ilişkilendirme, tahmin etme, karar verme, mantıklı çıkarımlar oluşturma ve savunma gibi becerilerin ön plana çıktığı görülmektedir.

Olasılıksal akıl yürütme. Olasılıksal akıl yürütme, olasılıksal süreçleri anlayabilmek ve açıklamak şeklinde tanımlanmaktadır (Jones, 2005).

Olasılıksal akıl yürütme (probabilistic reasoning) bilgiyi anlamlandırma ve düşünme sürecini içerdiği için olasılıksal düşünme (probabilistic thinking) kavramını da açıklamak gerekmektedir (Jones, 2005).

Olasılıksal düşünme, insanların olasılık düşünceleriyle akıl yürütme şekli ve olasılıksal bilgiyi anlamlandırma yolu olarak tanımlanabilir (Jones, 2005).

Olasılıksal düşünme, rastlantısal olayların benzerini yapmak için kullanılan modellerin nasıl etkinleştirileceğini, olasılıkları tahmin etmek için verilerin nasıl üretildiğinin belirlenmesini içermektedir. Ayrıca, bir problemi çözerken bağlamı anlayabilmeyi ve kullanabilmeyi ve öznel olasılıkların ne zaman kullanılabileceği konusunda fikir sahibi olabilmeyi içermektedir (Jones, 2005)

Olasılıksal akıl yürütme çalışmaları literatürde ilk olarak olasılıksal düşünme olarak yer aldığı için olasılıksal düşünme ile ilgili geçmiş araştırmaların incelenmesi gerekmektedir.

Çocuklarda olasılık kavramlarının nasıl geliştiğini inceleyen Piaget ve Inhelder (1975) olasılıksal düşünme üzerine yapılan ilk araştırmayı ortaya koymuşlardır.

Piaget ve Inhelder (1975), çocukların orantısal ve kombinasyonel akıl yürütme anlayışına sahip olana kadar yani uygun yaşa ulaşana kadar olasılıkla başa çıkamayacağını iddia etmişlerdir. Yapılan çalışmada çocuklarda olasılık kavramlarının kendiliğinden, yaşla birlikte gelişmesine sezgiler üzerine odaklanılmıştır (Drier, 2000; Jones, 2005).

Piaget'in çalışmalarını takiben olasılıksal yargılama yaparken kullanılan stratejileri inceleyen araştırmacılar ile olasılıksal düşünme ile ilgili çalışmalara başlanmıştır.

Çocukların olasılıksal yargılama yapmak için kullandıkları stratejileri inceleyen Fischbein (1975), çalışmasında Piaget ve Inhelder'a benzer şekilde sezgilerinin olasılık anlayışlarında büyük role sahip olduğunu desteklemiş ayrıca sezgilere öğretimle müdahale edilebileceğini belirtmiştir.

Piaget ve Fischbein'in kuramlarıyla birlikte, olasılıksal akıl yürütmenin çocuklarda doğuştan gelen bilişsel bir etkinlik olduğu anlaşılmaktadır (Drier, 2000).

Sezgisel temelli olasılık anlayışını destekleyen araştırmacılardan Konold (1991) insanların farklı ve gerektiğinde birbiriyle çelişen bilgilerini kullanması gerektiğini belirterek akıl yürütmenin gerekliliğine dikkat çekmiştir.

Olasılık denildiğinde daha çok akla şans oyunları geldiği için deneme yanılmaya başvurulan, şans gibi ön yargılar içeren bir alan olarak görülmüştür. Olasılığın yeni bir alan olması sebebiyle bu düşüncelerin tam olarak değiştiğini söylenememektedir. Bu önyargılardan dolayı da olasılıkla ilgili kavramların öğretiminde ve öğrenme sürecinde bir takım zorlukları ortaya çıkmaktadır. Olasılığın temel konularının kavramsallaştırılmasında sanş, sezgisellik, deneme yanılma gibi ön yargılardan ziyade bilimsel yaklaşımla öğretim gerçekleştirilmelidir.

Akıl yürütme becerisi bilimsel yaklaşım için bir temel oluşturmaktadır. Olasılık öğretimini bu ön yargıları silen, deneme-yanılma yöntemine başvurmayan ve en önemlisi akıl yürütme becerisini kullandırıcı şekilde gerçekleştirmeliyiz.

Olasılık konusunun öğretiminde diğer ülkelerde olduğu gibi ülkemizde de sıkıntılar yaşanmaktadır. Gürbüz (2006) yapmış olduğu çalışmasında olasılık konusunun öğrenilememesini öğrencilerin çoğunun kuralları ve formülleri ezberledikleri, günlük hayattan edindikleri bilgilerle öznel yargılama yaparak doğru olmayan yorumlar yaptıkları, kendilerince çözüm yolu ürettikleri, konuya karşı olumsuz tutumlarının var olduğu belirlemiş ve tüm bu sıkıntıların temelini de öğrencilerin akıl yürütme becerilerinin yeterince gelişmediğine bağlamıştır.

Olasılıksal düşünmeyi konu alan çalışmalar incelendiğinde Piaget ve Fischbein çalışmalarında öğrencilerin sezgilerinde nasıl değişiklik yaptığı ile ilgili fazla bilgi olmaması, Konold'un çalışmalarında daha çok sonuç yaklaşımı (outcome approach) üzerine odaklanılmasından dolayı öğrencileri farklı kavramlarda tanımlayamaması eksiklik olarak görülmüştür (Vahey, 1998).

Jones, Thornton, Langrall ve Mogill'in (1997), çalışmalarında, çocuklar için olasılıksal düşünmeleri sistematik olarak tanımlayabilecek ve tahmin edebilecek rubriğin üretildiği araştırmanın olmayışı fikrinden yola çıkarak sınıf ortamındaki olasılık programına uygun olarak olasılıksal düşünmeleri sistematik şekilde tanımlayacak bir rubrik geliştirilmiştir. Çocukların olasılıksal düşünmelerini açığa çıkarabilmek için karşılaştıkları olasılık durumlarını ve zaman içinde geliştirdikleri olasılık kavramlarını anlamaya ihtiyaç olduğu fark edilmiştir (Jones vd., 1997). Olasılıksal düşünmenin doğasının, dört anahtar kavramı içine aldığı ve bu kavramların bir arada incelenmesi gerektiği belirtilmiştir (Jones vd., 1997). Bu dört anahtar kavram, örnek uzay, bir olayın olma olasılığı, olasılık karşılaştırmaları ve bağımlı olasılık olarak belirlenmiştir. Bu kavramlara ait dört düzey belirlenmiştir. Bu kavramların her bir düzeyinde gözlenebilecek olasılıksal düşünme özelliklerini sistematik şekilde tanımlayan bir rubrik geliştirilmiştir (Jones vd., 1997). Jones ve Tarr (1997) tarafından yapılan bir diğer çalışmayla bağımsızlık kavramı da anahtar kavram olarak ele alınmış ve rubrik genişletilmiştir. Aynı araştırmacılar bir olayın olma olasılığı kavramını, bir olayın teorik olma olasılığı ve bir olayın deneysel olasılığı olarak iki ayrı kavram olarak belirleyerek (Jones, Thornton, Langrall ve Tarr, 1999) rubriğin son halini oluşturmuşlardır.

Jones, Thornton, Langrall ve Tarr (1999) tarafından geliştirilen rubriğe göre öğrencilerin akıl yürütmeleri 4 düzey, 6 kavramda tanımlanmaktadır. Rubriğe göre bir öğrencinin akıl yürütme becerisi her kavramda her düzeye göre tanımlanmıştır. Araştırmacılar yaptıkları tekrarlı çalışmalar sonucunda olasılıksal akıl yürütme için 6 anahtar kavram belirlemişlerdir. Bu kavramlar; örnek uzay, bir olayın deneysel olasılığı, bir olayın teorik olasılığı, olasılık karşılaştırmaları, bağımlı olasılık ve bağımsızlıktır.

Araştırmacılar tarafından bu kavramların tanımlamaları aşağıda verilmiştir. Araştırmacılar, bu kavramlar içinde olasılıksal akıl yürütme için en temel olanın örnek uzay (sample space) olduğunu ifade etmişlerdir. Bu kavramda öğrenciden beklenen bir veya birden fazla deneyin (one-stage or two stage experiment) çıktılarını listeleyebilmeleridir.

İkinci kavram bir olayın deneysel olasılığı (experimental probability of an event), bir olayın olma sıklığının deneye veya simülasyona dayalı olarak belirlenmesidir.

Üçüncü kavram olan bir olayın teorik olasılığı (theoretical probability of an event) ise sayı, simetri, basit geometri ölçümleri kullanarak örnek uzayın analiz edilmesi ile belirlenmesidir.

Deney sayısının artması ile elde edilen deneysel olasılık sonucu, aynı olayın teorik olasılık sonucuna yaklaştığı araştırmalarda görülmüştür. Bir olayın deneysel olasılığı ile bir olayın teorik olasılığı birbiriyle ilişkili kavramlardır. Ancak bu ilişkiyi ilkokul ve ortaokul öğrencilerinin net olarak göremedikleri belirtilmiştir.

Dördüncü kavram olan olasılık karşılaştırmaları (probability comparisons), gerçekleşmesi istenen olay için iki olasılık durumundan hangisinin daha olası olduğunu veya eşit şansa (chance) sahip olup olmadığını belirlemede kullanılır.

Beşinci kavram olan bağımlı olasılık (conditional probability), başka bir olayın gerçekleşmesi ile gerçekleşmesini istediğimiz olayın olasılığının değişmesidir.

Altıncı kavram ise, bağımsızlıktır (independence). Burada bir olayın gerçekleşmesi ile gerçekleşmesini istediğimiz başka bir olayın olma olasılığının birbirini etkilememesi yani olma olasılıklarının birbirinde bağımsız olmasıdır. Aşağıda verilen örnek durum üzerinden tabloda kavramlar daha anlaşılır hale getirilmiştir. Örnek durum Jones vd. (1999) çalışmasından alınarak isimleri değiştirilmiştir. Örnek durum aşağıdaki şekildedir:

Sınıf başkanlığı için oylama yapılacaktır.

- Sınıf öğretmeni Rahime öğretmenin 5 adayı vardır. Adaylar, Sema, Büşra, Betül, Erkan ve Yücel'dir.

- Ahmet öğretmenin sınıfında 4 aday var. Adaylar, Ayça, Barış, Cemal ve Meryem'dir.

Her bir sınıfta, öğretmen adayların isimlerini kâğıda yazıp kutuya koyacak, kutuyu salladıktan sonrada bir isim çekecektir. Örnek duruma yönelik altı kavrama ilişkin yöneltilen olasılıksal akıl yürütme soruları aşağıdaki tabloda verilmiştir. Sorular Türkçe' ye çevrilirken soru formatı orijinalliğini korumuş, İngilizce özel isimler yerine Türkçe özel isimler kullanılmıştır.

Tablo 2

Örnek Durumda Altı Kavrama İlişkin Yöneltilen Olasılıksal Akıl Yürütme Soruları

Kavramlar	Sorular
Örnek Uzay	Rahime Öğretmen'in sınıfında hangi isim çekilebilir?
Bir Olayın Deneysel Olasılığı	Rahime Öğretmen 20 kez çekiliş yaptıktan sonra başkan seçimine karar verecektir. Çekiliş sonucunda Sema 3 kere, Büşra 3 kere, Betül 4 kere, Erkan 2 kere ve Yücel 8 kere gelmiştir. Bu sonuçlara göre kimin başkan olma ihtimali fazladır veya böyle bir şey söyleyemeyiz mi? Cevabınızı açıklayınız. Rahime Öğretmen'in, 100 çekiliş yaptığını düşünürsek, sonuçlar nasıl olacaktır? Her öğrenci için sayı vererek düşüncenizi açıklayınız.
Bir Olayın Teorik Olasılığı	Rahime Öğretmen'in sınıfında erkek seçilmesi mi daha olasıdır? Açıklayınız. Başkanlık için Büşra, Yücel'den daha fazla ihtimale mi sahiptir? Neden?
Olasılık Karşılaştırmaları	Rahime Öğretmen'in veya Ahmet Öğretmen'in sınıflarından hangisinde kız ismin çekilme ihtimali daha fazladır? Neden?

Bağımlı Olasılık	Rahime Öğretmen'in sınıfında Betül başkan seçildi. Başkan yardımcılığı için Rahime Öğretmen kutudan Betül'ün adını çıkararak çekiliş yapacaktır. *B* harfiyle başlayan başka bir isim çekilme olasılığı değişti mi? Yücel'in çekilme ihtimali değişti mi? Açıklayınız.
Bağımsızlık	Ahmet Öğretmen kutudan beş çekiliş yapmaya karar veriyor ve beşinci çektiği isim sınıf başkanı olarak seçilecektir. Her defasında çektiği ismi geri koyacaktır. İlk dört çekilişin sonuçları kız, erkek, erkek, erkek şeklindedir. Buna göre beşinci çekilişte kızların erkeklere göre gelme ihtimali fazla mıdır? Açıklayınız.

Kaynak: Jones, Thornton, Langrall ve Tarr (1999).

Jones ve diğerleri (1999) olasılıksal akıl yürütmenin 6 kavramını 4 düzeyde tanımlamışlardır.

Birinci düzey sezgisel, öznel (subjective), ikinci düzeydeki öğrenciler öznel ve resmi olmayan niceliksel (informal quantitative) akıl yürütme arasında geçiş (transitional) yaparlar. Üçüncü düzeydeki öğrencilerde resmi olmayan niceliksel (informal quantitative) akıl yürütme, dördüncü düzeydeki öğrencilerde ise sayısal (numerical) akıl yürütme görülmektedir (Jones vd., 1999). Olasılıksal akıl yürütme zaman geçtikçe gelişme gösterebilmektedir. Aşağıda tabloda kavramlar ve kavramlardaki akıl yürütme düzeyleri detaylı olarak verilmiştir. Tablo araştırmacıların çalışmasından Türkçeye çevrilmiştir.

Tablo 3

Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeyleri Rubriği

Kavramlar/Düzeyler	Düzey 1	Düzey 2	Düzey 3	Düzey 4
Örnek Uzay	Tek aşamalı bir deney için eksik bir çıktı kümesi listeler.	Tek aşamalı bir deney için ve bazen iki aşamalı bir deney için çıktı kümesini tam listeleyebilir.	İki aşamalı bir deneyin sonuçlarını, kısmen üretken bir stratejiyi kullanarak tutarlı bir şekilde listeler.	İki ve üç aşamalı deneyler için çıktıların tam listesini sağlamak için bir üretken bir stratejisi benimser ve uygular.
Bir Olayın Deneysel Olasılığı	Rastgele deneylerden en çok ve en az olabilecek olayları belirlemek için alakasız ve öznel yargılamasını kullanarak bilgi oluşturur. Deneysel ve teorik olasılıklar arasındaki herhangi bir ilişkiye dair çok az veya hiç farkındalığı yoktur.	En fazla veya en az olası olayı belirlerken küçük örneklemde deneysel verilerin yeterli olduğuna çok fazla inancı vardır. Herhangi bir örneklemin ana popülasyonu temsil ettiğine inanır. Deneysel bilgi önyargılı görüşüyle çelişirse öznel yargıya döner.	En fazla veya en az olası olanı belirlemek için daha kapsamlı örneklemenin gerekli olduğunu fark etmeye başlar. Bir deneyin çıktılarına göre olan deneysel olasılığının teorik olasılıktan belirgin ölçüde farklı olduğunu fark eder.	Deneysel olasılık için sayısal bir değer belirlemek üzere uygun verileri toplar Büyük bir deneme örneğinden belirlenen deney olasılığının teorik olasılıklara yaklaştığını kabul eder. Bir olayın olasılığının sadece deneysel olarak belirlendiği durumları tanımlayabilir.

Bir Olayın Teorik Olasılığı	En çok veya en az olabilecek olayları öznel yargılamasının temelinde tahmin eder. Kesin ve imkansız olayları tanır.	En çok veya en az olabilecek olayları niceliksel yargılamanın temelinde dayalı olarak tahmin eder fakat bunu öznel yargılamaya döndürebilir.	En çok veya en az olabilecek olayları niceliksel yargılama temelinde tahmin eder. Olasılıkları karşılaştırmak için informal olarak sayıları kullanır.	Bir ve iki aşamalı deneyler için en az veya en çok olabilecek olayları tahmin eder. Bir olayın sayısal olasılığını belirler.
Olasılık Karşılaştırmaları	İki farklı örnek uzaydaki olasılıklarını karşılaştırmak için öznel yargılamasını kullanır. Eşit şansa sahip olasılık durumlarını eşit şansa sahip olmayan olasılık durumlarından ayırt edemez.	Olasılık karşılaştırmalarını her zaman doğru olmayan niceliksel yargılamanın temeline dayalı olarak yapar. Eşit şansa sahip olasılık durumlarını eşit şansa sahip olmayan olasılık durumlarından ayırt etmeye başlar.	Karşılaştırmaları açıklamak için geçerli niceliksel akıl yürütme kullanır ve olasılıkları ifade eden kendi yollarını icat eder Eşit şansa sahip olasılık durumlarını eşit şansa sahip olmayanlardan ayırt etmek için niceliksel akıl yürütme kullanır.	Sayısal olasılığı belirler ve geçerli karşılaştırma yapar.

Bağımlı Olasılık	Bir deneyin tek denemesinin ardından gelen ikinci deneme için her zaman olası çıktılarını çıktısının tam listeleyemez. Yer değiştirme olan veya olmayan durumlarda öznel akıl yürütme kullanır.	Bazı olayların olasılığının yer değiştirme durumu olmadan değiştiğini fark eder, ancak bu farkındalık tam olgunlaşmamıştır ve genellikle daha önce gerçekleşmiş olan olaylarla sınırlıdır.	Tüm olayların olasılığın yer değiştirme durumu olmadan değiştiğini fark eder. Yer değiştirme durumu olmadığındaki olasılık değişim miktarını belirler.	Yer değiştirme durumlarının olduğu ve olmadığı durumlardaki sayısal olasılıkları belirler. Yer değiştirme olduğu ve olmadığı durumlardan önce ve sonra olayların olasılıklarını karşılaştırmak için sayısal akıl yürütme kullanır.
Bağımsızlık	Sıralı olayların her zaman ilgili olduğunu düşünme eğilimine sahiptir. Bir olayın çıktılarını kontrol edebileceğine dair yaygın inancı vardır.	Sıralı olayları ilgili veya ilgisiz olabileceğini fark etmeye başlar. Bir sonraki sonucu tahmin etmek için önceki denemelerin sonuçlarının dağılımını kullanır. (temsil edilebilirlik)	Yer değiştirme durumu olduğunda ve olmadığındaki durumlarda bağımlı ve bağımsız olayları ayırt edebilir. Temsil edilebilirlik durumuna dayalı stratejilere geri dönüş yapabilir.	Bağımsız ve bağımlı olayları ayırt etmek için sayısal olasılıklar kullanır.

Kaynak: Jones, Thornton, Langrall ve Tarr (1999).

Tablo 3’te yer alan Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeyleri Rubriğine uygun olarak her kavram için yöneltilen orijinal kaynakta yer alan sorular Tablo 2’de verilmiştir. Her bir düzey tanımlamasında verilen yanıtlar orijinal kaynaktan alınıp somut olarak örneklendirilmiştir. Yanıtlar Türkçe’ ye çevrilirken orijinalliği korunmuş, İngilizce özel isimler yerine Türkçe özel isimler kullanılmıştır.

Düzey 1. Bu düzeyde öğrenciler kısıtlı bakış açısıyla olasılık durumlarını düşünürler. Bilimsellikten ziyade öznel olarak olabilecekler üzerine odaklanmaya yönelirler. Yani sayısal yürütmeden ziyade öznel bir bakış açısı kullanırlar.

Tablo 3’te yer alan rubriğe uygun olarak her kavram için yöneltilen Tablo 2’deki sorulara düzey 1 öğrencisinden beklenebilecek yanıtlar aşağıda orijinal kaynaktan alınan örneklerle somutlaştırılmıştır. Yanıtlar Türkçe’ ye çevrilirken orijinalliği korunmuş, İngilizce özel isimler yerine Türkçe özel isimler kullanılmıştır.

Öğrencilere Rahime Öğretmen’in sınıfında hangi isim çekilebileceği sorulduğunda (Örnek Uzay Kavramı, Tablo 2), Eren adlı öğrenci “Yücel, çünkü onun kazanacağını düşünüyorum.” şeklinde söyler. Öğretmen, başkan adaylarının isimlerini okurken Yücel’in ismini biraz vurgulu söylediği için öznel yargılamasıyla akıl yürüterek yanıtını verir.

Rahime Öğretmen’in sınıfında erkek seçilmesi mi daha olası olduğu, başkanlık için Büşra, Yücel’den daha fazla ihtimale mi sahip olduğu soruları (Tablo 2) yöneltildiğinde aynı öğrenci “Yücel en fazla ihtimale sahip çünkü bir erkeğin kazanacağını düşünüyorum.” yanıtını verir. Rahime Öğretmen’in 20 çekiliş yaptığı denemenin sonuçlarında 8 kere Yücel’in gelmesini, Eren kendi düşüncesini savunmak için kullanır.

Örnek uzay. Tek aşamalı bir deney için eksik bir çıktı kümesi listeler.

Bir olayın deneysel olasılığı. Rastgele deneylerden en çok ve en az olabilecek olayları belirlemek için alakasız ve öznel yargılamasını kullanarak bilgi oluşturur.

Deneysel ve teorik olasılıklar arasındaki herhangi bir ilişkiye dair çok az veya hiç farkındalığı yoktur.

Bir olayın teorik olasılığı. En çok veya en az olabilecek olayları öznel yargılamasının temelinde tahmin eder.

Kesin ve imkansız olayları tanır.

Olasılık karşılaştırmaları. İki farklı örnek uzaydaki olasılıklarını karşılaştırmak için öznel yargılamasını kullanır.

Eşit şansa sahip olasılık durumlarını (fair probability) eşit şansa sahip olmayan olasılık durumlarından ayırt edemez.

Bağımlı olasılık. Bir deneyin tek denemesinin ardından gelen ikinci deneme için her zaman olası çıktılarını çıktısının tam listeleyemez.

Yer değiştirme olan veya olmayan durumlarda öznel akıl yürütme kullanır.

Bağımsızlık. Sıralı olayların her zaman ilgili olduğunu düşünme eğilimine sahiptir.

Bir olayın çıktılarını kontrol edebileceğine dair yaygın inançları vardır.

Düzey 2. Bu akıl yürütmeyi gösteren öğrenciler bu düzeyde, öznel ve resmi olmayan niceliksel yargılama arasında geçiş yaparlar. Bir deneyin çıktılarını tam olarak tanımlamalarına rağmen örnek uzay ve olasılık arasında zayıf bağlantı yapar ve sıklıkla öznel akıl yürütmeye dönerler. Bağımlı olasılıkta bu düzeyde akıl yürütenler örnek uzay azaldığında olasılığın değiştiği olasılık durumlarını tanımazlar.

Tablo 3’te yer alan rubriğe uygun olarak her kavram için yöneltilen Tablo 2’deki sorulara düzey 2 öğrencisinden beklenebilecek yanıtlar aşağıda orijinal kaynaktan alınan örneklerle somutlaştırılmıştır. Yanıtlar Türkçe’ ye çevrilirken orijinalliği korunmuş, İngilizce özel isimler yerine Türkçe özel isimler kullanılmıştır.

Büşra, Yücel’den daha fazla ihtimale mi sahiptir? sorusu sorulduğunda (Tablo 2), Şeyma adlı öğrenci “Hayır. Büşra’da kutuda ve Yücel de kutuda ama Büşra üste daha yakın olabilir.” yanıtını verir.

B harfiyle başlayan başka bir isim çekilme olasılığı değişti mi? , Yücel’in çekilme ihtimali değişti mi? soruları sorulduğunda (Tablo 2), aynı öğrenci “B harfiyle başlayan ismin çekilme ihtimali azaldı çünkü sadece Büşra kaldı.” diyerek doğru yanıt verirken sonrasında “Yücel’in ihtimali değişmedi çünkü hala kutuda.” diye ekler.

Buna göre beşinci çekilişte kızların erkeklere göre gelme ihtimali fazla mıdır? sorusu yöneltildiğinde (Tablo 2), Şeyma: “ Kız geleceğini tahmin ediyorum. Çünkü kız uzun bir süredir gelmemiş.” şeklinde yanıt verir. İlk dört çıktıya bakarak sayılar arasındaki dengesizliğe göre karar verir.

Örnek uzay. Tek aşamalı bir deney için ve bazen iki aşamalı bir deney için çıktı kümesini tam listeleyebilir.

Bir olayın deneysel olasılığı. En fazla veya en az olası olayı belirlerken küçük örneklemde deneysel verilerin yeterli olduğuna çok fazla inancı vardır.

Herhangi bir örneklemin ana popülasyonunu temsil ettiğine inanır.

Deneysel bilgi önyargılı görüşüyle çelişirse öznel yargıya döner.

Bir olayın teorik olasılığı. En çok veya en az olabilecek olayları niceliksel yargılamanın temelinde dayalı olarak tahmin eder fakat bunu öznel yargılamaya döndürebilir.

Olasılık karşılaştırmaları. Olasılık karşılaştırmalarını her zaman doğru olmayan niceliksel yargılamanın temeline dayalı olarak yapar.

Eşit şansa sahip olasılık durumlarını eşit şansa sahip olmayan olasılık durumlarından ayırt etmeye başlar.

Bağımlı olasılık. Bazı olayların olasılığının yer değiştirme durumu olmadan değiştiğini fark eder, ancak bu farkındalık tam olgunlaşmamıştır ve genellikle daha önce gerçekleşmiş olan olaylarla sınırlıdır.

Bağımsızlık. Sıralı olayları ilgili veya ilgisiz olabileceğini fark etmeye başlar.

Bir sonraki sonucu tahmin etmek için önceki denemelerin sonuçlarının dağılımını kullanır. (temsil edilebilirlik)

Düzey 3. Düzey 3’teki öğrenciler bir ve birden fazla deneylerin çıktılarını listelerken daha fazla sistematik stratejiler kullanırlar. Fakat bu düzeydeki akıl yürütenlerin düşünmelerindeki en büyük değişiklik olasılıkları ve bağımlı olasılıkları belirlerken daha fazla niceliksel akıl yürütmeleridir. Öğrenciler klasikleşen olasılık ifadelerinden ziyade daha fazla olası, daha az olası veya eşit şansa sahip gibi kıyaslamalar kullanırlar ve bazen 5’te 3 gibi temsil biçimlerini icat ederler.

Tablo 3’te yer alan rubriğe uygun olarak her kavram için yöneltilen Tablo 2’deki sorulara düzey 3 öğrencisinden beklenebilecek yanıtlar aşağıda orijinal kaynaktan alınan örneklerle somutlaştırılmıştır. Yanıtlar Türkçe’ ye çevrilirken orijinalliği korunmuş, İngilizce özel isimler yerine Türkçe özel isimler kullanılmıştır.

Rahime Öğretmen’in sınıfında erkek seçilmesi mi daha olasıdır? sorusu sorulduğunda (Tablo 2) Can adlı öğrenci: “Hayır. Kız gelmesi daha olası çünkü 3 kız ve sadece 2 erkek var.” şeklinde yanıt verir.

B harfiyle başlayan başka bir isim çekilme olasılığı değişti mi? Yücel’in çekilme ihtimali değişti mi? soruları sorulduğunda (Tablo 2), Leyla adlı öğrenci: “Hayır. B harfiyle başlayan isim gelme ihtimali azaldı çünkü şimdi 4 adette 1 tane var.” şeklinde yanıt verir. Leyla, “Yücel’in ihtimali daha iyi çünkü rakipleri azaldı.” yanıtıyla Yücel’in de olasılığının değiştiğini söyler. Leyla, sayısal olasılık kullanmamasına rağmen nicel akıl yürütmeyle doğru cevaba ulaşır.

Örnek uzay. İki aşamalı bir deneyin sonuçlarını, kısmen üretken bir stratejiyi kullanarak tutarlı bir şekilde listeler.

Bir olayın deneysel olasılığı. En fazla veya en az olası olanı belirlemek için daha kapsamlı örneklemenin gerekli olduğunu fark etmeye başlar.

Bir deneyin çıktılarına göre olan deneysel olasılığının teorik olasılıktan belirgin ölçüde farklı olduğunu fark eder.

Bir olayın teorik olasılığı. En çok veya en az olabilecek olayları niceliksel yargılama temelinde tahmin eder.

Olasılıkları karşılaştırma. Olasılıkları karşılaştırmak için informal olarak sayıları kullanır.

Karşılaştırmaları açıklamak için geçerli niceliksel akıl yürütme kullanır ve olasılıkları ifade eden kendi yollarını icat eder

Eşit şansa sahip olasılık durumlarını eşit şansa sahip olmayanlardan ayırt etmek için niceliksel akıl yürütme kullanır.

Bağımlı olasılık. Tüm olayların olasılığın yer değiştirme durumu olmadan değiştiğini fark eder.

Yer değiştirme durumu olmadığındaki olasılık değişim miktarını belirler.

Bağımsızlık. Yer değiştirme durumu olduğunda ve olmadığındaki durumlarda bağımlı ve bağımsız olayları ayırt edebilir.

Temsil edilebilirlik durumuna dayalı stratejilere geri dönüş yapabilir.

Düzey 4. Düzey 4 akıl yürütmesini sergileyen öğrenciler deneyin çıktılarını belirlemek için ve deneysel ve teorik her ikisinde de sayısal olasılıklarını belirlemek için sistematik akıl yürütme kullanırlar.

Düzey 4 öğrencilerinin becerisi bağımlı olasılık ve bağımsızlık içerisinde sayısal akıl yürütme kullanmalarıdır.

Tablo 3'te yer alan rubriğe uygun olarak her kavram için yöneltilen Tablo 2'deki sorulara düzey 4 öğrencisinden beklenebilecek yanıtlar aşağıda orijinal kaynaktan alınan örneklerle somutlaştırılmıştır. Yanıtlar Türkçe' ye çevrilirken orijinalliği korunmuş, İngilizce özel isimler yerine Türkçe özel isimler kullanılmıştır.

Başkanlık için Büşra, Yücel'den daha fazla ihtimale mi sahiptir? sorusu sorulduğunda (Tablo 2) Polat adlı öğrenci: “Büşra ve Yücel aynı teorik olasılığa sahipler, 5'te 1.” doğru cevabını verir ayrıca 100 kez denemenin 20 kez denemeye göre daha doğru sonuçlar vereceğini tahmin eder (Bir Olayın Deneysel Olasılığı, Tablo 2).

Yücel'in çekilme ihtimali değişti mi? sorusu sorulduğunda (Tablo 2) Levent adlı öğrenci “Yücel'in ihtimali arttı. Çünkü 5'te 1 iken şimdi 4'te 1 oldu.” diyerek 3. düzey düşünürlerden farklı olarak sayısal olasılık kullanır.

Buna göre beşinci çekilişte kızların erkeklere göre gelme ihtimali fazla mıdır? sorusu sorulduğunda (Bağımsızlık, Tablo 2), aynı öğrenci sonuçları verilen dört çekilişin sıralamasından etkilenmeyerek “Beşinci çekiliş de aynı olur. Kız ve erkek ikisi de %50-%50 ihtimalli” cevabını verir. Levent tüm kavramlarda sayısal olasılık kullanarak cevaplarını verir.

Örnek uzay. İki ve üç aşamalı deneyler için çıktıların tam listesini sağlamak için bir üretken bir stratejisi benimser ve uygular.

Bir olayın deneysel olasılığı. Deneysel olasılık için sayısal bir değer belirlemek üzere uygun verileri toplar.

Büyük bir deneme örneğinden belirlenen deney olasılığının teorik olasılıklara yaklaştığını kabul eder.

Bir olayın olasılığının sadece deneysel olarak belirlendiği durumları tanımlayabilir.

Bir olayın teorik olasılığı. Bir ve iki aşamalı deneyler için en az veya en çok olabilecek olayları tahmin eder.

Bir olayın sayısal olasılığını belirler.

Olasılık karşılaştırması. Sayısal olasılığı belirler ve geçerli karşılaştırma yapar.

Bağımlı olasılık. Yer değiştirme durumlarının olduğu ve olmadığı durumlardaki sayısal olasılıkları belirler.

Yer değiştirme olduğu ve olmadığı durumlardan önce ve sonra olayların olasılıklarını karşılaştırmak için sayısal akıl yürütme kullanır.

Bağımsızlık. Bağımsız ve bağımlı olayları ayırt etmek için sayısal olasılıklar kullanır.

İlgili Araştırmalar

Bu bölümde araştırmanın odağı olan olasılıksal akıl yürütme konusunda yapılan araştırmalar, olasılık konusunda yapılan araştırmalar ve akıl yürütme konusunda yapılan araştırmalara yer verilmiştir. Bu araştırmalar;

- Olasılıksal akıl yürütme konusunda yapılan araştırmalar,
- Olasılık konusunda yapılan araştırmalar,
- Akıl yürütme konusunda yapılan araştırmalar

alt başlıkları altında incelenmiştir.

Olasılıksal akıl yürütme konusunda yapılan araştırmalar. Piaget ve Inhelder (1975), yaş gruplarına göre üç aşama belirlemiş ve olasılıksal düşünmenin gelişimi incelemişlerdir (Piaget, Inhelder, 1975). İlk aşama olan işlem öncesi (preoperational stage) aşamada (4-7 yaş aralığı) yer alan öğrencilerin rastgele ve kesin durumlar arasında ayrım yapamadığı gözlenmiştir (Benson, 2000; Jones, 2005). İkinci aşama olan somut işlem (concrete operational stage) aşamada (8-11 yaş) yer alan öğrenciler rastgele ve kesin durumlar arasında ayrım yapabildikleri ancak her zaman tutarlı bir strateji kullanmadıkları, orantısal akıl yürütme yapmadıkları gözlenmiştir. Üçüncü ve son olan resmi işlem (formal operational stage) aşamasında (11-14 yaş) rastgele ve kesin durumlara orantısal ve kombinasyonel akıl yürüttükleri gözlenmiştir. Piaget ve Inhelder, çocukların orantısal ve kombinasyonel akıl yürütme anlayışına sahip olana kadar yani uygun yaşa ulaşana kadar olasılıkla başa çıkamayacağını iddia etmişlerdir (Jones, 2005). Yapılan çalışmada çocuklarda olasılık kavramlarının kendiliğinden, yaşla birlikte gelişmesine sezgiler üzerine odaklanılmıştır (Drier, 2000; Jones, 2005).

Konold ve arkadaşları (1993) lise öğrencileri ile yapmış olduğu olasılık konusunun bağımsızlık kavramıyla ilgili çalışmasında paranın havaya atılmasının sonuçları ile ilgili sorular sormuştur. Havaya atılan 5 atışın sonunda dört olası sonuç sıralaması verilmiş ve bu durumlardan hangisinin olma ihtimali fazladır şeklinde soru yöneltilmiştir. Katılımcıların çoğunluğu hepsi olabilir, hepsi eşit şeklinde doğru cevaplar verdikleri görülmüştür. Aynı sıralamaların hangisinin olma ihtimali en azdır şeklinde yöneltilen soruya katılımcıların sadece yarısının doğru cevap verdikleri görülmüştür. Yapılan görüşmelerde katılımcıların verdikleri cevaplar incelendiğinde kavram yanılgılarının oldukları ve bağımsızlık kavramının tam olarak anlaşılmamış olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Fischbein, Nello ve Marino (1991) ilkokul ve ortaokul öğrencileriyle yaptıkları çalışmada olasılık konusundaki sezgisel engelleri anlamayı amaçlamışlardır. Bu engellerden biri dilsel faktörler olmuştur. Çocukların kesin olaylar kavramını olası olaylar kavramından daha zor buldukları anlaşılmıştır. Sayıların devreye girdiği durumlarda büyük sayıların elde edilmesinin küçük sayılara göre daha olası olduğunu düşündükleri ortaya çıkmıştır. Bileşik olaylara ilişkin problemlerin kısmen ele alınmasındansa bütün olarak ele alınmasıyla daha iyi çözüldüğünü sezdikleri de belirlenmiştir.

Fischbein ve Scnarch (1997) yaptıkları çalışmada yaşa göre sezgiye dayalı yanlış anlamaların nasıl değiştiğini ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. 5, 7, 9 ve 11. sınıfa giden öğrencilerle yapılan çalışmada bazı kavramların yaş arttıkça yanlış öğrenmesinin ortadan kalktığı, ancak şaşırtıcı bir şekilde bazı kavramların da yaş arttıkça yanlış öğrenmesinin ortaya çıktığı görülmüştür. Temsil edilebilirlik ve olumsuz-olumlu yenilik etkisi kavramları yaş arttıkça yanlış öğrenme azalırken; basit ve bileşik olaylar kavramları yaşla beraber yanlış öğrenme sabit kalmış;

birleşme yanılgısı, örnek kümenin büyüklüğünün etkisi, hazır bulunuşluk, zaman ekseni etkisi kavramlarında ise yaş artıkça yanlış öğrenmenin arttığı bulunmuştur.

Williams ve Amir (1995), 11-12 yaş grubu öğrencilerle yaptıkları çalışmada olasılık muhakemelerinde öğrencilerin sezgilerinin, taraflı(yanlı) yaklaşımlarının etkilerini incelemişlerdir. Analiz sonucunda çoğu öğrencinin olasılığı anlamasının tecrübeleriyle, inançlarıyla, ifadeyle ilişkili olduğu ortaya çıkmıştır. Dini inançların, batıl inançların, ifade edilişin çocukların düşünmelerinde önemli etkiye sahip oldukları görülmüştür.

Jones, Thornton, Langrall ve Mogill (1997) yapmış oldukları çalışmada çocukların olasılıksal düşünmelerine rehberlik edecek bir öğretim programı geliştirmişlerdir. Bu çalışmada 3. sınıf öğrencilerinin olasılıksal düşünmelerini incelemişlerdir. Bir gruba sene başında olasılık öğretim programı uygulanırken, diğer gruba sene sonunda olasılık öğretim programı uygulanmıştır. Yıl boyunca üç kez araştırmacılar tarafından geliştirilen olasılıksal düşünme testi yapılmıştır. Toplanan verilerin analizi sonucunda uygulanan öğretim programının etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Uygulanan öğretim programı ile öğrencilerin olasılıksal düşünmelerinde gelişim gözlenmiştir.

Tarr ve Jones (1997) yaptıkları çalışmada bağımlı olasılık ve bağımsızlık kavramları ile ilgili öğrencilerin nasıl düşündüklerini araştıran çalışmaların literatürdeki eksikliği fark etmiş ve bu düşünme şekillerini tanımlayacak bir rubrik oluşturmak, öğrencilerin düşünmeleri için doğru bir protokol üretip, bu rubriğin geçerli olmasını sağlamayı amaçlamışlardır. Jones, Thornton, Langrall ve Mogill'in (1997) çalışmasındaki yapmış oldukları çerçeveyi baz alınarak bağımlı olasılık ve bağımsızlık kavramı eklenerek geliştirilmiş ve 4 kavram belirlenmiştir. 4, 5, 6, 7 ve 8.sınıf öğrencilerine bağımlı olasılık ve bağımsızlık kavramıyla ilgili 14 soru yöneltilmiştir. Öğrencilerin verdikleri cevaplar 4 kavram olarak belirlenen çerçeveye uygun olarak her soru için düzeyleri kodlanmıştır. Kodlama sonucunda bağımlı olasılık kavramı sorularında yoğun olan düzey o öğrencinin bağımlı olasılık düzeyi olarak belirlenmiştir. Aynı uygulama bağımsızlık kavramı için de yapılarak o öğrencinin bağımsızlık düzeyi olarak belirlenmiştir. Araştırma sonucunda toplanan veriler analiz edildiğinde öğrencilerin yanlış varsayımlara sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Paranın havaya atılması deneyinde tura çıktısının ardından yazı gelmesi gerektiği veya tura çıktısının ardından yine tura geleceği inanışına sahip oldukları ortaya çıkmıştır.

Greer (2001) çalışmasında olasılıksal düşünmeyi literatür taraması yaparak analiz etmiştir. Olasılık konusunun çocuklarda gelişimi, anahtar kavramları gibi konuları incelemiştir. Olasılık alanına önemli katkılar yapan Fischbein'in kitabına çalışmasının ilk bölümünde yer vermiştir. İkinci bölümde ise bu kitapta üzerinde durulan; matematiksel ve bilimsel düşünmede sezgilerin rolü, olasılıksal düşünmenin gelişimi ve bu gelişimde bilginin etkisi başlıklarıyla ilgili yapılmış araştırmaları detaylandırdığı görülmektedir. Greer yaptığı çalışmasında okullarda olasılık öğretiminin yıllar içerisinde olumlu gelişmeler gösterdiğini ve bunun nedeninin ise Fischbein ve daha sonra yapılmış araştırmalardaki önerilerin dikkate alınması sayesinde olduğunu belirtmiştir.

Rubel (2007), yaptığı çalışmasında öğrencilerin olasılıksal düşünmelerini açıklayabilmek için para ile ilgili üç durumun değerlendirmesi yapmıştır. Görüşmeler sonucunda doğru matematiksel düşünmeyi gerçekleştirmeden de öğrencilerin doğru cevabı bulmalarının mümkün olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin yanlış anlamalarına rağmen alternatif çözüm yollarıyla doğru cevaba ulaşabildikleri saptanmıştır. Öğrencilerin öznel özelliklerindeki farklılıklardan dolayı farklı muhakemeler yaparak farklı cevaplara ulaştıkları bulunmuştur.

Koirala (2003) literatürde olasılık ile ilgili yapılan araştırmalarda öğretmen adayları ile yapılmış çalışmaların azlığını fark etmiş ve bu konuda çalışma yapmıştır. 8 lise öğretmen adayına olasılıksal akıl yürütme becerilerini ortaya çıkarmak amaçlı sorular yöneltmiştir. Bir, iki aday dışında diğer adayların sorulara sezgileri ve inançları ile cevap verdiği sonucuna ulaşmıştır.

Way (2003) araştırmasını olasılık konusunda öğretim almamış 4 ve 12 yaş arası çocuklarla yapmıştır. Araştırmasında çocukların karşılaştıkları olasılık durumlarını yargılarken kullandıkları stratejileri belirlemiştir. Araştırmanın sonucunda bu yaş aralığında üç adet gelişimsel düzeyin ve ek olarak iki adet geçiş düzeyinin var olduğunu bulmuştur.

Sharma (2005), 14 ve 16 yaş grubu öğrencilerle yaptığı çalışmada olasılık ve istatistik ile ilgili düşüncelerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Bağımsızlık kavramıyla ilgili sorular yöneltilerek röportaj yapmıştır ve sonucunda çoğu öğrencinin günlük hayat deneyimleri, inançları ve sezgisel olarak geliştirdiği metotlarla cevap buldukları ortaya çıkmıştır. Sharma 2012 yılında aynı yaş grubu öğrencilerle olasılık ve istatistik ile ilgili yaşadıkları güçlükleri araştırdığı çalışma yapmıştır. Olasılık kavramlarından hemen hemen eşit ve oransal olarak ifade hakkında yöneltilen sorulara öğrencilerin kültürel etki altında kalarak cevap verdikleri görülmüştür. İnançlarının, günlük hayat ve okul deneyimlerinin etkisinde fazlaca kaldıkları ortaya çıkmıştır. Bu konuyla ilgili yapılmış literatürdeki çalışmalarla paralellik gösterdiği bulunmuştur.

Denison, Reed ve Xu (2013) 4.5 ve 6 aylık bebeklerin olasılıksal çıkarımlarını incelemeyi amaçlamışlardır. Bu bebeklere içerisinde pembe ve sarı topların olduğu şeffaf 2 büyük kutu gösterilmiştir. Sarı topların yoğunlukta olan kutunun önünde 4 sarı 1 pembe topun olduğu küçük kutu, pembe topların yoğunlukta olduğu kutunun önünde ise 4 pembe 1 sarı topun bulunduğu küçük kutu bulunmaktadır. Deneyi gerçekleştiren kişi, bebeklere izlettirerek pembe yoğunluktaki büyük kutudan 3 pembe top çekip kutuya geri koymuştur. Aynı işlemi sarı topların yoğunlukta olduğu kutuya da yapmıştır. Küçük çıktılar olan kutuların hangi büyük kutudan çekilebileceğini bebeklerin tahmin edip edemeyeceğini araştırmışlardır. 6 aylık bebeğin 4 sarı 1 pembe topun çekileceği sarı topların yoğunlukta olduğu kutuya daha uzun süre baktığı, 4.5 aylık bebeğin ise iki kutuya da eşit baktığı sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın sonucunda 6 aylık bebeğin küçük çıktılardan büyük örneklemi tahmin edebildiği bulunmuştur.

Gürbüz ve Erdem (2014), matematiksel ve olasılıksal muhakemelerinin arasındaki ilişkiyi belirlemek amacıyla 7. sınıf öğrencilerine geliştirdikleri matematiksel muhakeme testini ve olasılıksal muhakeme testini uygulamışlardır. Toplanan veriler analiz edildiğinde matematiksel muhakeme ile olasılıksal muhakeme arasında doğrudan bir ilişki bulunmuştur.

Olasılık konusunda yapılan araştırmalar. Garfield ve Ahlgren (1988) öğrencilerin olasılık ve istatistik konularını nasıl öğrendiği ile ilgili literatürdeki çalışmaların azlığını fark etmiş ve yapılan araştırmalardan yararlanarak öğrencilerin olasılık ve istatistik konularında nasıl düşündüklerini ve karşılaştıkları zorlukların neler olduğuyla ilgili literatürden topladıkları verileri derlemişlerdir. Yapılan literatür tarama sonucunda olasılık ve istatistik konularındaki yaşanan zorluğun en büyük etkeni olarak temel kavramların okullarda doğru verilmediği, yanlış öğrenmelerin oluştuğu fark edilmiştir. Bu nedenle kavramların okullarda doğru olarak verilmesi, yanlış öğrenmelerin önüne geçilmesi gerektiği önerileri sunulmuştur.

Konold (1991) öğrencilerin olasılık hakkındaki inançlarını ortaya çıkarmayı amaçlayan bir çalışma yapmıştır. Çalışmasında sonuç yaklaşımı ile ilgili öğrencilerin anlayışını örneklendirmiştir. Bunun sonucunda öğrencilerin ifadeleri kafa karıştırıcı ifadeler, doğru olmayan ifadeler ve birbiriyle çelişen iki görüş içeren ifadeler şeklinde üç kategoride sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin ifadeleri incelendiğinde genel olarak başkalarının inançları, diğer ilgili inanışlar ve gözlemler olmak üzere üç kriterin etkisinde kaldıkları bulunmuştur.

Bulut (2001), 4. sınıf matematik öğretmenliği programına kayıtlı 125 öğrenci ile yaptığı çalışmada, matematik öğretmen adaylarının olasılık performansları incelemiştir. 7 soruluk test uygulanan öğretmen adaylarının düşük doğru cevaplama oranına sahip oldukları görülmüştür. Sorular analiz edildiğinde matematik öğretmen adaylarının olasılık ile ilgili temel kavramları bilmedikleri, yeterli bilgiye sahip olmadıkları görülmüştür.

Bulut, Yetkin ve Kazak (2002), ortaöğretim öğretmen adayları ile yaptıkları çalışmada olasılık başarısı, olasılık ve matematiğe yönelik tutumlarını cinsiyete göre incelemişlerdir. Yapılan analizler sonucunda olasılık başarısı açısından erkekler, matematiğe yönelik tutum açısından kızlar lehine anlamlı fark bulunurken, olasılığa yönelik tutumlarında kız ve erkekler arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır.

Gürbüz (2006), olasılık kavramlarının öğrenilmesinde ve öğretilmesinde karşılaşılan zorlukları incelemiş ve bu nedenlerden biri olan uygun materyal eksikliğine çözüm aramıştır. Öncelikle böyle bir materyale ihtiyaç olup olmadığını tespit etme amaçlı hazırlamış olduğu kavramsal olasılık başarı testini 7. sınıf öğrencilerine uygulamıştır. Uygulama sonucunda, öğrencilerin hemen hemen hiçbiri olasılık kavramlarını tam anlayamamış, %10'luk kesim kendilerince mantıklı kurallar ortaya koymuş ve %15'lik kesim ise günlük hayat ile bilimsel bilgiler arasında yanlış ilişkiler kurdukları görülmüştür. Bu nedenle uygun materyale ihtiyaç olduğu tespit edilerek (2006a) 7. sınıflar için ayrık olayların olma olasılığı ve ayrık olmayan olayların olma olasılığı kavramlarıyla ilgili çalışma yaprakları geliştirmiştir. Gürbüz (2006b) çalışmasında kavramsal olasılık başarı testini 8. sınıf öğrencilerine uygulamış ve uygun materyal ihtiyacını tespit ederek olasılık ile ilgili kavram haritası geliştirmiştir. Kavram haritasını hem bilgisayar destekli olarak hem de kağıt çıktılı uygulanabilecek şekilde olarak geliştirmiştir. Gürbüz (2006c) çalışmasında önceki çalışmalarında geliştirmiş olduğu çalışma yaprakları ve kavram haritasına ek olarak somut öğretim materyalleri ile 8. sınıf öğrencilerine yönelik olasılık öğretimi gerçekleştirmiştir. Gürbüz tarafından geliştirilen kavramsal gelişim testi ön test ve son test olarak uygulanmış ve sonucunda testte yer alan tüm kavramlardan; örnek uzay, bir olayın olasılığı, olasılık karşılaştırmaları ve bağımlı olasılık kavramlarından anlamlı bir fark olduğu bulunmuştur. Geliştirilen materyaller olasılık kavramlarının anlaşılmasında olumlu etkiler göstermiştir.

Gürbüz (2007) çalışmasında geliştirdiği somut öğretim materyalleri, çalışma yaprakları ve kavram haritasını 8. sınıf öğrencileri ile uygulamasını yapmıştır. Uygulama sonucunda uygulamayı yapan öğretmenlerden ve öğrencilerden geliştirilen materyallere dayalı öğretime ilişkin görüşlerini almıştır. Öğretmen ve öğrencilerden olumlu görüşler alınmıştır.

Gürbüz 2008 yılında yapmış olduğu çalışmasında olasılık konusunun öğrenilememesinin nedenlerinden biri olan uygun materyal eksikliğine bilgisayar destekli bir materyal sunarak çözüm getirmeye çalışmıştır. Çalışmasında ilköğretim düzeyi için olasılık konusunun öğretiminde kullanılacak animasyon ve simülasyonlardan oluşan bilgisayar destekli bir materyal tasarlanmıştır.

Gürbüz (2010), 7. sınıf öğrencilerine uygulanan etkinlik temelli öğretim ile geleneksel öğretimin olasılık kavramlarını anlamlandırmada etkisi olup olmadığını araştırmak istemiştir. Örnek uzay, olasılık karşılaştırmaları ve bir olayın olma olasılığı olmak üzere üç kavramı içeren toplam 12 soru açık uçlu soru, ön test ve son test olarak deney ve kontrol grubuna uygulanmıştır. Toplanan veriler analiz edildiğinde etkinlik temelli öğretimin olasılık kavramlarını anlamlandırmada etkili olduğu görülmüştür. Öğrenciler, somut olarak, deneyleri görerek yaptıkları için daha rahat anlamlandırabilmişlerdir.

Doğucu (2009) teorik, deneysel ve öznel olasılık yaklaşımlarından matematik öğretmenlerinin hangilerini kullandığını araştırmıştır. Kullandıkları yaklaşımın öğretmenin deneyim seviyesiyle ilişkili olup olmadığını incelemiştir.

Ayrıca kavram yanılgılarıyla ilgili bağdaşmış sorulardaki gösterdikleri başarılar incelenip, bu başarı seviyesi ile kullandıkları yaklaşım arasında ilişki olup olmadığı da araştırılmıştır. Araştırmanın sonucunda kullanılan yaklaşım ile deneyim seviyesi arasında, kullanılan yaklaşım ile başarı seviyesi arasında anlamlı bir ilişki olmadığı bulunmuştur. Üç yaklaşımı da kullanan katılımcıların sadece teorik olasılık yaklaşımını kullanan katılımcılardan yüksek puan almasının daha olası olduğu belirtilmiştir.

Efe (2011) işbirlikli öğrenme yönteminin, öğrenci takımları başarı bölümleri ve küme destekli bireyselleştirme tekniklerinin ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematik dersi “İstatistik ve Olasılık” ünitesindeki başarılarına, tutumlarına ve motivasyonlarına etkisini araştırmayı amaçlamıştır. 7. sınıflardan üç şube araştırmaya katılmış ve şubelerden ikisi deney grubu, biri ise kontrol grubu olarak belirlenmiştir. 1. Deney grubuna Küme Destekli Bireyselleştirme Tekniği, 2. Gruba Öğrenci Takımları Başarı Bölümleri Tekniği kontrol grubuna ise geleneksel yöntem ile istatistik ve olasılık üniteleri öğretimi gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın sonucunda Küme Destekli Bireyselleştirme Tekniğinin başarı, tutum ve motivasyonu arttırmada daha etkili olduğu bulunmuştur. Ancak Tutum ve motivasyonu arttırma açısından deney grupları kendi aralarında karşılaştırıldığında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunamadığı belirtilmiştir.

Çelik ve Güneş (2007), 7., 8. ve 9. sınıf düzeyindeki toplam 218 öğrencinin olasılık ile ilgili anlama ve kavram yanılgılarını incelemişlerdir. Analizler sonucunda, “basit ve bileşik olaylar”, “birleşme yanılgısı ve “örnek kümenin büyüklüğü” her sınıf seviyesinde görüldüğü bulunmuştur. “Temsil etme” ve “negatif ve pozitif yeniden meydana gelme” ile ilgili yanılgıların sınıf düzeyi arttıkça azaldığı gözlenmiştir. Öğrenciler cevaplarının sebeplerini açıklamada yetersiz kalmışlardır.

Memnun (2008) yapmış olduğu “Olasılık Kavramlarının Öğrenilmesinde Karşılaşılan Zorluklar, Bu Kavramların Öğrenilememe Nedenleri Ve Çözüm Önerileri” adlı çalışmasında literatürde olasılık ile ilgili yapılan çalışmaları incelemiş ve olasılığın öğrenilememe nedenlerini altı başlık altında toplamıştır. Bu başlıkları balık kılçığı diyagramında göstererek özetlemiştir. Memnun, altı başlıkta topladığı nedenleri tek tek incelemiş ve çözüm önerileri sunmuştur. Memnun, çözüm önerilerinde öğrencilerin hazır bulunuşlarına vurgu yapmış ve öğrencilerin bilmesi gereken kavramları öğrenmeden olasılık öğrenmelerinin zorlaştığını belirtmiştir.

Memnun, öğretim programında konular birbirine zincirleme olarak bağlantılı olarak devam ettiğinden bir konu tam olarak öğrenilmeden yeni konuya geçilmemesi tavsiyesinde bulunmuştur.

Memnun, Altun ve Yılmaz (2010) 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ile ilgili kavramları anlama düzeylerini araştırmıştır. Öğrencilere 5 açık uçlu soru sorulmuş ve toplanan verilerin analizi yapılmıştır. Sonuç olarak öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyinin önemi ortaya çıkmıştır. Örnek uzay, olasılık olayları ile ilgili akıl yürütme, ayrık olay, bağımsız olay gibi bazı kavramları anlamakta zorlandıkları, bu durumun öğrencinin gelişmişlik düzeyi ile ilgili olduğu ortaya çıkmıştır.

Kazak (2010b) öğrencilerin olasılık konusundaki kavram yanılgıları ve öğrenme zorluklarını ele aldığı çalışmasını literatürde bu konu ile ilgili var olan araştırmaları inceleyerek yapmıştır. Olasılıkla ilgili kavram yanılgılarını; temsil kısayolu, sonuç yaklaşımı, olumsuz sonralık ve olumlu sonralık etkisi, eşit olasılık yanlılılığı, orantılı modelin yanlış kullanımı, birleşim yanılgısı, basit ve bileşik olaylar, koşullu olasılık başlıkları altında toplamıştır. Temsil kısayolu kavramı, doğum sırası örneğiyle açıklanmıştır. Öğrencilerin EKEEEE sıralamasının KEKEEK sıralamasına göre daha az olası olarak değerlendirmeleri yani daha az temsil edilebilir görmeleri şeklinde kavram yanılgısına sahip oldukları belirtilmiştir (K=Kız çocuk, E=Erkek çocuk). Sonuç yaklaşımında, hangisinin gelmesi en çok olasıdır şeklindeki sorulara öğrencilerin bir sonraki denemede gelebilecek sonucu doğru veya yanlış tahmin etmeye odaklandıkları belirtilmiştir. Öğrencilerin deneme sayısından ziyade sadece tek denemenin sonucunu belirlemeye çalıştıkları belirtilmiştir. Sonuç yaklaşımı düşünme sistemini kullanan öğrencilerin temsil kısayolunu da kullandıkları belirtilmiştir. Olumsuz sonralık etkisinin, temsil kısayolu ile ilişkili bir yanılgı olduğu belirtilmiştir. Bir para atma deneyinde TTTTT çıktılarının elde edildikten sonra bir sonraki atışta yazı geleceğine dair inancın oluşması olumsuz sonralık etkisi; tura geleceğine dair inancın oluşması ise olumlu sonralık etkisi olarak örneklendirilmiştir. Temsil kısayolu, sonuç yaklaşımı ve olumsuz sonralık etkisi kavram yanılgılarının birbiriyle ilişkili oldukları görülmüştür. Eşit olasılık yanlılığı ise örneğin, öğrencilerin tek bir zardaki sayıların gelme olasılığının eş olasılıklı olma durumunu iki zarın toplamlarının dağılımı gibi eş olasılı olmayan durumlara da genelleme yapmalarıdır. Orantılı modelin yanlış kullanılması kavram yanılgısının ise, deney sayısının dikkate alınmamasından kaynaklandığı görülmüştür. Az sayıda deneme yapılarak bulunan sonucu deneme sayısı arttığında da aynı orana eşit olacağının düşünülmesi şeklinde açıklanmıştır. Bu kavram yanılgısına sahip öğrenciler deneme sayısı arttıkça teorik olasılığa yaklaşacağını düşünmemektedirler. Deneme sayısı yani örneklem büyüklüğünün etkisini göz ardı etmektedirler. Bu kavram yanılgısına literatürde örneklem büyüklüğünün etkisi yanılgısı ve doğrusallık yanılsaması olarak da rastlandığı belirtilmiştir. Birleşim yanılgısına sahip öğrencilerin iki ayrı olayın aynı anda gerçekleşme ihtimalinin, her birinin ayrı ayrı gerçekleşme ihtimallerinden daha fazla olası olduklarını düşündükleri belirtilmiştir. İki ya da daha fazla olayın ardı ardına veya aynı anda gerçekleştiği bileşik olaylarda öğrencilerin örnek uzayı doğru tespit edemedikleri için olasılık tahminlerinde yanılgıya düştükleri görülmüştür. Koşullu olasılık kavram yanılgısının bağımlı olayın bağlı olduğu olaydan daha sonra gerçekleştiği durumlarda görüldüğü belirtilmiştir. Öğrencilerin neden-sonuç çıkarımı yapmakta zorlandıkları ve koşullu olayı yanlış olarak tanımladıklarından bahsedilmiştir.

İlgün (2013) ilköğretim öğretmen adaylarının olasılık kavram yanılgılarını incelemiş ve bunun altında yatan nedenleri araştırmıştır. 12 öğretmen adayına "Olasılık Kavram Yanılgısı Testi" uygulanmış ve yarı yapılandırılmış görüşmelerle veriler toplanmıştır. Araştırmanın sonucunda, adayların hiçbirinin zaman çizelgesi ve bileşik olasılık kavram yanılgısını içeren sorulara doğru yanıt vermedikleri görülmüştür. Adayların büyük bir çoğunluğunun da koşullu olasılık, örnek uzayın etkisi, çakışma, temsil kısa yolu ile ilgili kavram yanılgısına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu kavram yanılgılarının altında yatan nedenler; problemin yanlış yorumlanması, orana odaklanma, hikâyeye odaklanma, örneklemde temsil edilebilirliği arama, çıktıların sırasının göz ardı edilmesi olarak bulunmuştur.

Gürbüz, Erdem ve Fırat (2014) etkinlik temelli öğretim ile olasılıkla ilgili yanlış anlamaların giderilmesini araştırmışlardır. 6., 7. ve 8. sınıflara etkinlik temelli öğretim uygulanmıştır. Uygulama öncesi ve sonrası test ölçümleri yapılmıştır. Olasılık karşılaştırmaları, denkleştirebilirlik ve temsil edilebilirlik kavramlarında ön teste göre anlamlı bir artış gösterdiği bulunmuştur. Sınıf düzeyine göre incelendiğinde olasılık karşılaştırmaları kavramında anlamlı bir fark bulunmazken denkleştirebilirlik ve temsil edilebilirlik kavramlarında 8. sınıflarda 6. sınıflara göre anlamlı bur farklılık bulunmuştur. Ancak bu kavramlarda 7. ve 8. sınıflar arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır. Araştırmacılar yaşa ve kavrama göre farklıların oluşabileceğini belirtmişlerdir.

Özdemir (2017) matematik öğretmen adaylarının olasılık konusundaki bazı kavramlar ile ilgili alan bilgisini incelemeyi amaçlamıştır. Katılımcılara, en çok karıştırılan kavramlar olan ayrık, ayrık olmayan, bağımlı ve bağımsız olayları içeren sorular yöneltilmiştir. Araştırmanın sonunda adayların çoğunun bu kavramları birbirine karıştırdıkları ve ilgili alan bilgilerinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Çakmak ve Durmuş (2015) ilköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin olasılık ve istatistik konularında zorlandıkları kavramları ve bunların nedenlerini araştırmışlardır. Araştırmanın sonucunda çıktı, tümleyen olay, deney, örnek uzay gibi bazı kavramların öğrenciler için anlam ifade etmediği ortaya çıkmıştır. Ayrık olay, ayrık olmayan olay, bağımlı olay ve bağımsız olay kavramlarının karıştırıldığı görülmüştür. Deneysel olasılık sorularında teorik olasılık hesaplamaları yaptıkları görülmüştür. Bu kavramlarda zorlanma nedenleri; ilgili kavramları sınıf düzeyi arttıkça unutma, diğer kavramlarla ilişkilendirememe, ezber yaparak öğrenme, akıl yürütme yapamama, somut deneyimlere dayanarak öğrenmeme olarak belirlenmiştir.

Akıl yürütme konusunda yapılan araştırmalar. Ball (1990) matematik öğretmen adaylarının matematiksel anlamasını araştırmıştır. İlköğretim ve lise öğretmen adayları ile yaptığı çalışmasında anket ve görüşme yoluyla verileri toplamıştır. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının liseden gelen matematiksel anlamlandırmalarıyla soruları cevaplandırdıkları ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının genellikle formül ve kurallara yoğunlaşarak, akıl yürütme kullanmadan cevapladıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının matematiği anlamlandırarak öğretmede yetersiz oldukları bulunmuştur.

Umay (2003) “Matematiksel Muhakeme Yeteneği” çalışmasında matematiksel muhakeme yeteneği yani akıl yürütme hakkında bilgi vermektedir. İlköğretim matematik öğretmenliğinden 71 öğrenci ile yapmış olduğu araştırma sonucunda katılımcılar yurtdışından farklı olarak 2 yeni yaklaşım bulmuştur. Yine çoğunluğun tercih ettiği muhakeme yaklaşımı ülkemizde farklılık göstermiştir. Bu durum da akıl yürütme de yani muhakeme yaklaşımlarında kültür farklılıkların bireyin içerisinde bulunduğu çevresinin etkili olduğu düşüncesini desteklemektedir. Seçilen muhakeme yaklaşımları cinsiyet faktörü açısından incelendiğinde dikkate değer bir farklılık görülmemiştir. Öğrencilerin muhakeme yeteneklerini, akıl yürütme becerilerini geliştirebilmeleri için neden-sonuç ilişkisi kurabildikleri, yapıları çözümleyebildikleri, ilişkileri görebildikleri, rahatça eleştiri yapabildikleri sınıf ortamları önerilmiştir.

Özen (2013) popüler medya metinlerinde matematik öğretmen adaylarının olasılık ve istatistik bilgilerini kullanarak eleştirel düşünme süreçlerini incelemiştir. Derinlemesine görüşmeler sonucu toplanan veriler, eleştirel düşünme becerileri ve olasılıksal ve istatistiksel bilgi olmak üzere iki boyutta analiz edilmiştir. Araştırmada katılımcıların olasılıksal ve istatistiksel bilgilerini kullanarak farklı yorumlama becerileri ortaya koydukları görülmüştür. Koşullu olasılık ifadelerinde eleştirel düşünme sürecinde zorlandıkları gözlenmiştir.

Gürbüz ve Erdem (2014) ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakemeleri ile olasılıksal muhakemeleri arasında ilişki olup olmadığını araştırmışlardır. Matematiksel muhakeme testi ve olasılıksal muhakeme testi geliştirilmiş ve iki ayrı test olarak uygulanmıştır. Öğrencilerin her bir testten aldıkları puanlar belirlenerek gerekli analizler yapılmıştır. Araştırmanın sonucunda matematiksel muhakemeyle olasılıksal muhakeme arasında doğru bir ilişki bulunmuştur.

Girit ve Akyüz (2016) Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği bölümü 5.sınıfta okuyan 6 öğretmen adayını gözlemleyerek öğretmen adaylarının soru sorma becerilerinin; ön bilgilerini kontrol etme, odaklama, kavram yanılgılarını belirleme, sorgulama, yönlendirme ve değerlendirme kavramlarını incelemişlerdir. Gözlemlerin sonucunda öğretmen adaylarının çoğunluğunun ön bilgileri kontrol etme ve odaklama kavramlarına ait olduğu görülmüştür. Kavram yanılgılarını belirleme, sorgulama ve yönlendirme kavramlarına ait sorulara fazla yer vermedikleri ortaya çıkmıştır. Değerlendirme boyutunda ise akıl yürütmeye, sorgulamaya yöneltme yapmadıkları görülmüştür. Öğrencilerden gelen cevaplara kısa dönütler verdikleri, akıl yürütmeye, sorgulamaya yönelik sorular sormadıkları gözlenmiştir. Çalışmanın sonunda öğretmen adaylarının öğrencileri akıl yürütmeye, sorgulamaya yönlendirebilmeleri, sorularını bilinçli olarak kullanabilmeleri için eğitimler verilmesi gerektiğine değinilmiştir.

Bilişsel Alanlar	Alt Boyutlar	Sınıf Düzeyi 5. sınıf % (f)	6. sınıf % (f)	7. sınıf % (f)	8. sınıf % (f)
Bilme	Hatırlama	0 (0)	0(0)	0(0)	0(0)
	Tanıma	10 (8)	9(8)	8(5)	8(6)
	Sıralama/Sınıflama	11 (9)	1(1)	2(1)	8(6)
	Hesaplama	15 (12)	18(16)	26(16)	14(11)
	Bilgi alma	4 (3)	1(1)	0(0)	0(0)
	Ölçme	1 (1)	1(1)	0(0)	0(0)
	Toplam	**42(33)**	**30(27)**	**35(22)**	**30(23)**
Uygulama	Karar verme	0 (0)	0(0)	0(0)	0(0)
	Sunma-modelleme	25 (20)	14(13)	27(17)	29(22)
	Uygulama	10 (8)	14(13)	13(8)	6(5)
	Toplam	**35(28)**	**29(26)**	**40(25)**	**35(27)**
Muhakeme Yapma	Analiz	6 (5)	11(10)	16(10)	9(7)
	Sentez	8 (6)	23(21)	2(1)	18(14)
	Değerlendirme	9 (7)	7(6)	7(4)	5(4)
	Sonuç Çıkarma	0 (0)	0(0)	0(0)	3(2)
	Genelleme	0 (0)	0(0)	0(0)	0(0)
	Doğrulama	0 (0)	0(0)	0(0)	0(0)
	Toplam	**23(18)**	**41(37)**	**25(15)**	**35(27)**
	Genel Toplam	**100(79)**	**100(90)**	**100(62)**	**100(77)**

Şekil 2. Ortaokul matematik müfredatındaki kazanımların bilişsel alanlara göre dağılımı.

Kaynak: "Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı Kazanımlarının TIMSS Bilişsel Alanlarına Göre Değerlendirilmesi", L. İncikabı, O. Mercimek, P. Ayanoğlu, F. Aliustaoğlu, ve N. Tekin, 2016, Elementary Education Online, 15, 4, s.1155 makalesinden aynen alınmıştır. Telif hakkı Elementary Education Online dergisine aittir, 2016.

İncikabı ve diğerleri (2016) ortaokul matematik öğretim programı kazanımlarını TIMSS bilişsel alanlarına göre incelemiş ve bulgularını paylaşmışlardır. Sınıf düzeylerine göre bilişsel alanların alt boyutlarının farklılık gösterdiğini belirtmişlerdir. Hiçbir sınıf düzeyinde muhakeme yapma bilişsel alanının alt boyutlarından genelleme ve doğrulamaya ait kazanım bulunmamakla birlikte sonuç çıkarma boyutuna ait kazanım çok az sayıda 8. sınıf düzeyinde yer almaktadır. Araştırmada SBS sorularının işlemsel ağırlıklı olduğu, bilme ve uygulama bilişsel alanlarına yönelik olduğu, muhakeme gerektiren soruların yeterli sayıda olmadığına da değinilmiştir. Araştırmanın sonucunda ders kitapları ve ulusal sınavlar muhakeme bilişsel alanında eksik olduğu görülmüş ve detaylı araştırılarak değerlendirilmesinin gerektiği önerilmiştir.

İlgili araştırmalar incelendiğinde olasılık konusu üzerine yapılan araştırmaların çoğunluğunun olasılığın öğrenilememe nedenleri üzerine olduğu görülmektedir. Bu doğrultuda yapılan çalışmalar da olasılık konusunun öğretimi üzerine olmuştur. Olasılık konusunda öğrencilerin ne düşündüklerini ortaya koyma amaçlı çalışmalar yapılmış ancak bir veya birkaç kavramla sınırlı tutulmuştur. Öğrencilerin nasıl düşündüğünün incelendiği çalışmalarda genellikle sezgi ve inançlar etkisinde kaldıkları belirtilmiş, sistemli bir düşünme çerçevesi ortaya konamamıştır. Matematik öğretmen adayları ile yapılan çalışmalarda da kavram yanılgılarının var olduğu ve olasılıksal yargılamalarında sezgi ve inançlarının etkisinde kaldıkları görülmüştür. Olasılıksal akıl yürütme konusu ile ilgili çalışmalara ihtiyaç olduğu görülmektedir.

Bölüm 3
Yöntem

Bu çalışmada ortaokul 6-8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerini belirlemek için betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Ayrıca ilişkisel tarama modeli ile öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme becerileri ile cinsiyet, sınıf seviyesi ve matematik başarısı değişkenleri arasında ilişki olup olmadığı araştırılmıştır.

Araştırmanın Çalışma Grubu

Yalova ilinde Milli Eğitim Bakanlığına bağlı devlet okullarından sosyo-ekonomik düzeyleri orta olan üç ortaokul rastgele örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Bu okullarda öğrenim gören rastgele seçilen şubelerden 6., 7. ve 8. sınıf düzeyindeki 286 öğrenci araştırmanın çalışma grubunu oluşturmaktadır.

Tablo 4

Çalışma Grubunun Sınıf Düzeyi ve Cinsiyetlerine Göre Frekans Dağılımı

	Kız		Erkek		Toplam	
Sınıf Düzeyi	f	%	f	%	f	%
6. sınıf	37	47,4	41	52,6	78	27,3
7. sınıf	47	50	47	50	94	32,9
8. sınıf	67	58,8	47	41,2	114	39,9
Toplam	151	52,7	135	47,3	286	100

Tabloda görüldüğü gibi araştırmaya 37 kız öğrenci ve 41 erkek öğrenci olmak üzere 6. sınıf düzeyinde toplam 78 öğrenci katılmıştır. 7. sınıf düzeyinde 47 kız öğrenci ve 47 erkek öğrenci olmak üzere toplam 94 öğrenci katılmıştır. 8. sınıf düzeyinde ise 67 kız öğrenci ve 47 erkek öğrenci olmak üzere toplam 114 öğrenci katılmıştır.

Tablo 5

Çalışma Grubunun Sınıf Düzeyi ve Matematik Başarısına Göre Frekans Dağılımı

	Matematik Başarısı											
	1		2		3		4		5		Toplam	
Sınıf Düzeyi	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
6. sınıf	8	10,2	10	12,8	14	17,9	17	21,7	29	37,1	78	27,3
7. sınıf	16	17,1	21	22,3	20	21,2	16	17,1	21	22,3	94	32,9
8. sınıf	16	14,1	21	18,4	33	28,9	24	21,1	20	17,5	114	39,9
Toplam	40	13,9	52	18,1	67	23,4	57	19,9	70	24,4	286	100

Tablodaki sınıf düzeyleri ile matematik başarı düzeyleri incelendiğinde 6. sınıf öğrencilerinin yaklaşık %10,2'si 1, %12,8'i 2, %17,9'u 3, %21,7'si 4, %37,1'i 5 ise başarı düzeyinde; 7. sınıf öğrencilerinin yaklaşık %17,'i 1, %22,3'ü 2, %21,2'si 3, %17,1'i 4, %22,3'ü 5 başarı düzeyinde; 8. sınıf öğrencilerinin ise yaklaşık %14,1'i 1, %18,4'ü 2, %28,9'u 3, %21,1'i 4, %17,5'i 5 başarı düzeyinde olduğu görülmüştür.

Veri Toplama Aracı

Araştırmada öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme düzeylerini belirlemek için süreç içerisinde Jones, Thornton, Langrall ve Tarr (1999) tarafından geliştirilen rubrik temel alınarak araştırmacı tarafından ölçme aracı oluşturulmuştur. Rubrikte olasılıksal akıl yürütme becerileri; örnek uzay, bir olayın deneysel olasılığı, bir olayın teorik olasılığı, olasılık karşılaştırmaları, bağımlı olasılık ve bağımsızlık kavramları altında 4 düzeyde tanımlanmıştır. Birinci düzey sezgisel, öznel, ikinci düzeydeki öğrenciler öznel ve resmi olmayan niceliksel akıl yürütme arasında geçiş yaparlar. Üçüncü düzeydeki öğrencilerde resmi olmayan niceliksel akıl yürütme, dördüncü düzeydeki öğrencilerde ise sayısal akıl yürütme becerisi göstermektedirler. Bu rubrik ile her bir düzeydeki öğrencilerin özellikleri belirlenmiştir. Her bir olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri kendi içinde, altı alt kavrama ayrılmıştır. Bu kavramlar; örnek uzay, bir olayın deneysel olasılığı, bir olayın teorik olasılığı, olasılık karşılaştırmaları, bağımlı olasılık ve bağımsızlıktır. Her düzeyin her kavramının özellikleri Tablo 3' te belirtilmiştir.

Olasılıksal akıl yürütme ölçme aracının geçerliği uzman görüşü alınarak sağlanmıştır. 25 taslak maddeden oluşan ölçme aracı için üç uzmanın görüşleri alınmıştır. Soruların amacına uygun olduğu ancak anlaşılmasında güçlük çekilebilecek maddeler olduğu görüşü üzerine düzeltmeler yapılmıştır. Yalova ili Çiftlikköy ilçesinde yer alan bir devlet ortaokulunda 6., 7., ve 8. sınıfta okuyan 54 öğrenci ile pilot uygulama yapılmıştır. 25 taslak maddeden oluşan ölçme aracının uygulamasında zaman problemi yaşanması üzerine anlaşılmasında güçlük yaşanan sorular çıkarılarak madde sayısı 15'e düşürülmüştür. 15 taslak madde ile tekrar uzman görüşüne başvurulmuştur. Üç farklı uzmanın görüşleri doğrultusunda gerekli düzeltmeler yapılmış ve uygun bulunmuştur. 15 taslak madde ile Yalova ili Merkez ilçesinde yer alan bir devlet ortaokulunda 6., 7., ve 8. sınıfta okuyan 102 öğrenci ile ikinci pilot uygulama yapılmıştır. Pilot uygulamada sıkıntı yaşanmaması üzerine açık uçlu sorulardan oluşan bu ölçme aracı için alınan uzman görüşleri esas uygulamaya yeterli bulunmuştur. Böylece ölçme aracı son halini almıştır. (Ek A. Olasılıksal Akıl Yürütme Ölçme Aracı)

2013-2014 eğitim-öğretim yılı bahar dönemi Yalova ilinden rastgele seçilen sosyo-ekonomik düzeyleri orta olan 3 devlet ortaokulundaki 6. 7. ve 8. sınıf şubelerinden rastgele seçim yapılarak ölçme aracı uygulanmıştır.

Araştırma öncesinde katılımcılara araştırmaya katılımlarının tamamen gönüllülük esasına dayandığı, istemeyenlerin katılmayabilecekleri belirtilmiştir.

Çalışma grubunun sınıf düzeyi ve cinsiyetlerine göre frekans dağılımı Tablo 4' te belirtilmiştir. Araştırma için hazırlanan olasılıksal akıl yürütme ölçme aracı öğrencilere bir ders saati süresince ve kendi sınıflarında araştırmacı tarafından uygulanmıştır. Bu nedenle ders saatinde sınıfta bulunmayan öğrenciler çalışmaya dahil edilmemiştir. Araştırmacı süreç boyunca dışarıdan gözlemleyici ve nesnel rol göstermeye çaba sarf etmiştir. Araştırmacı, geliştirilen ölçeği kullanarak sayısal verileri toplamış ve bu verileri istatistiksel olarak analiz ederek sonuçları raporlamıştır (Başol, 2008).

15 sorudan oluşan ölçme aracında, tüm alt kavramlara ait soru bulunmaktadır. Örnek uzay, olasılık karşılaştırmaları, bağımlı olasılık ve bağımsızlık kavramlarının her birinden üçer madde bulunmaktadır. Bir olayın deneysel olasılığı kavramından bir, bir olayın teorik olasılığından iki soru bulunmaktadır. Çalışmada olasılıksal akıl yürütme becerisi araştırılacağı için ölçme aracıteki sorular açık uçlu sorulardan oluşturulmuş ve katılımcılardan yanıtlarının nedenlerini açıklamaları istenmiştir.

Çalışmada kullanılan olasılıksal akıl yürütme testinde 1, 2 ve 7 numaralı sorular örnek uzay kavramıyla; 10 numaralı soru bir olayın deneysel olma olasılığı kavramıyla; 3 ve 4 numaralı sorular bir olayın teorik olma olasılığı kavramıyla; 5, 6 ve 8 numaraları sorular olasılık karşılaştırmaları kavramıyla, 9, 11 ve 12 numaralı sorular bağımlı olasılık kavramıyla; son olarak 13, 14 ve 15 numaralı sorular ise bağımsızlık kavramıyla ilgili maddelerdir.

Tablo 6

Ölçme Aracındaki Maddelerin İlgili Olduğu Kavram ve Oluşturulurken Yararlanılan Kaynaklar

Madde numarası	Kavram	Kaynak
1	Örnek Uzay	(Jones, Langrall, Thornton, ve Mogill,1997).
2	Örnek Uzay	(Jones, Langrall, Thornton, ve Mogill,1997).
3	Bir Olayın Teorik Olma Olasılığı	(Jones, Langrall, Thornton, ve Mogill,1997).
4	Bir Olayın Teorik Olma Olasılığı	(Jones, Langrall, Thornton, ve Mogill,1997).
5	Olasılık Karşılaştırmaları	(Jones, Langrall, Thornton, ve Mogill,1997).
6	Olasılık Karşılaştırmaları	(Jones, Langrall, Thornton, ve Mogill,1997).
7	Örnek Uzay	(PISA 2000)

8	Olasılık Karşılaştırmaları	(TIMSS, 2007)
9	Bağımlı Olasılık	(TIMSS, 2007)
10	Bir Olayın Deneysel Olma Olasılığı	(mebk12.meb.gov.tr/meb_iys.../07112940_olaslkeitlerikonutest.docx)
11	Bağımlı Olasılık	(Şişman M., Lökçü M., Oğuz T. ve Atak Ö. (2012).
12	Bağımlı Olasılık	(Tarr ve Jones, 1997)
13	Bağımsızlık	(Tarr ve Jones, 1997)
14	Bağımsızlık	(Fast, 1997)
15	Bağımsızlık	(Fast, 1997)

Ölçme aracındaki maddeler ilgili literatürden yararlanarak oluşturulmuştur. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 12, 13 numaralı maddeler rubrik olarak baz alınan çalışmanın araştırmacılarından (Jones, Langrall, Thornton, ve Mogill,1997; Tarr ve Jones, 1997), 8 ve 9 numaralı maddeler TIMSS (2007) sınavı sorularından, 7 numaralı madde PISA (2000) sınavı sorularından, 10 ve 11 numaralı maddeler ders kitabı ve Milli Eğitim Bakanlığı kaynaklarından, 14 ve 15 numaralı maddeler ise Fast (1997) kaynaklarından alınmıştır.

Olasılıksal akıl yürütme ölçme aracının tutarlılığı, SPSS programından yararlanılarak Kappa istatistik değeri ile hesaplanmıştır. Jones, Thornton, Langrall ve Tarr (1999) tarafından geliştirilen rubrik kullanılarak yapılan zaman aralıklı iki farklı kodlama arasındaki uyum Kappa istatistiği ile hesaplanmıştır. 15 maddelik ölçme aracı için Kappa istatistik değeri (κ) 0,904 olarak bulunmuştur. Hesaplanan bu Kappa değeri puanlayıcılar arasındaki uyumun çok iyi olduğunu göstermektedir (Kılıç, 2015; Bilgen ve Doğan, 2017).

Ölçme aracında yer alan her bir alt kavramda 4 düzey belirlendiği için maddelerin puanlaması 1 ile 4 arasında yapılmıştır. Her bir madde için en düşük puan 1, en yüksek puan ise 4 olarak kodlanmıştır.

Verilerin Analizi

Olasılıksal akıl yürütme becerilerini belirlemek ve bu becerilerin cinsiyet, sınıf seviyesi ve matematik başarısı değişkenleri ile arasında ilişki olup olmadığının araştırılmasında Jones ve diğerleri (1999) tarafından geliştirilen olasılıksal akıl yürütme rubriğinde belirlenen düzeyler kullanılmıştır.

Ortaokul öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme düzeylerinin belirlenmesinde betimsel istatistik yöntemi kullanılmıştır. Olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerini belirlemek için temel alınan rubrikteki 4 düzey baz alınmıştır. Verilen yanıtlar altı alt kavramdan 1-4 arasından hangi düzeye uygunsa ilgili madde için o düzey kodlanmıştır. Daha sonra alt kavramlar kendi içlerinde değerlendirilerek yoğunlukta olan düzey, öğrenci için o kavramın düzeyi olarak belirlenmiştir.

Bu kodlama işlemi araştırmacı tarafından 2 kere uygulanmıştır. İlk yapılan kodlama uygulamasının ardından zaman bırakılarak ikinci bir kodlama yapılmış, farklı değerlendirmelerin ortaya çıktığı durumlarda devlet okulunda 8 yıldır görev yapmakta olan bir matematik öğretmeninden üçüncü bir görüş olarak değerlendirme alınmıştır.

Bu öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile cinsiyet, sınıf seviyesi ve matematik başarısı değişkenleri arasında ilişki olup olmadığını araştırmak için yapılan istatistiksel analizlerde Microsoft Office Excel ve SPSS 25 paket programı kullanılmıştır. Bu öğrencilerin;

- olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile cinsiyet,
- olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile sınıf seviyesi,
- olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile matematik başarısı arasında ilişki olup olmadığını incelemek için ki kare (chi-square) analizi uygulanmıştır. Bu araştırmadaki tüm p anlamlılık değerleri 0.05 olarak seçilmiştir.

İstatistiksel olarak ilişki bulunan durumlarda ilişkinin büyüklüğünü yorumlamak için;

- olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinin cinsiyete göre, Cramer's V katsayı analizi,
- olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinin sınıf seviyesi ve olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinin matematik başarısına göre Kendall's tau-c katsayı analizi uygulanmıştır.

Ki kare bağımsızlık testi, çok kategorili iki değişken arasındaki ilişkiyi sorgulayan parametrik olmayan bir istatistiksel tekniktir. Ki kare testinin uygulanabilmesi için değişkenlerin kategorik ve verilerin bağımsız olması gerekmektedir. Bu test gözlenen ve beklenen değer arasındaki frekansı karşılaştırdığı için hücrelerin %80'inde beklenen değer 5 ve üzerinde olmalıdır. Bu koşul sağlanmazsa kategori birleştirme veya beklenen değeri 5'in altında olan hücrelerin devre dışı bırakılması tercih edilebilmektedir.

Cramer's V katsayısı, satır ve sütun sayısının 2 olduğu, iki kategorik değişkenin ilişkisinin büyüklüğünü yorumlamak için kullanılmaktadır. Satır ve sütun sayısının farklı olduğu kategorik değişkenlerde Kendall's tau-c katsayısına göre ilişkinin büyüklüğü yorumlanmaktadır.

Olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerini belirlemek için temel alınan rubrikteki 4 düzey baz alınmıştır. Verilen yanıtlar altı alt kavramdan 1-4 arasından hangi düzeye uygunsa ilgili madde için o düzey kodlanmıştır. Tablo 7'de ölçme aracından örnek sorular ve öğrencilerden her bir düzey için alınan örnek yanıtlara yer verilmiştir. Tablo 7'de kodlama işleminin nasıl yapıldığı örneklerle somutlaştırılmıştır.

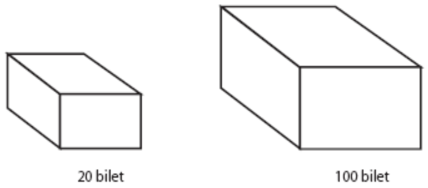
Tablo 7

Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeyleri Rubriğinin Ölçme Aracındaki Soru ve Öğrencilerin Örnek Yanıtlarıyla İncelenmesi

Kavramlar/Düzeyler	Düzey 1	Düzey 2	Düzey 3	Düzey 4
Örnek Uzay "Bir pizza restoranında, kendi pizzanızı seçtiğiniz malzemelerle yaptırabilirsiniz. Bunun için dört farklı malzeme arasından seçim yapabilirsiniz: zeytin, sucuk, mantar ve salam. Reyhan iki farklı malzemeli bir pizza sipariş vermek istemektedir. Reyhan, pizzasını kaç farklı düzenleme arasından seçebilir?" Neden?	Tek aşamalı bir deney için eksik bir çıktı kümesi listeler. • *"4 farklı çünkü zaten seçebileceği malzemeleri yazmış."* • *"4 x 2 = 8 düzenleme arasından seçebilir."* • *" Sucukla salam seçerim çünkü seviyorum."*	Tek aşamalı bir deney için ve bazen iki aşamalı bir deney için çıktı kümesini tam listeleyebilir. • *"6 tane seçebilir. Çünkü başka bir malzeme yoktur."* • *"6 farklı malzeme seçebilir. Çünkü her malzemeyle başka malzeme konuluyor."*	İki aşamalı bir deneyin sonuçlarını, kısmen üretken bir stratejiyi kullanarak tutarlı bir şekilde listeler. *"12 farklı düzenleme ile* ❖ *zeytin-sucuk* ❖ *zeytin-mantar* ❖ *zeytin- salam* ❖ *salam-zeytin* ❖ *salam-mantar* ❖ *salam-sucuk* ❖ *mantar-sucuk* ❖ *mantar-salam* ❖ *mantar-zeytin* ❖ *sucuk-mantar* ❖ *sucuk-salam* ❖ *sucuk-zeytin"*	İki ve üç aşamalı deneyler için çıktıların tam listesini sağlamak için bir üretken bir stratejisi benimser ve uygular. • *"zeytin-sucuk* *zeytin-mantar* *zeytin- salam* *sucuk-mantar* *sucuk-salam* *mantar-salam* *6 düzenleme"*

Bir Olayın Deneysel Olasılığı	Rastgele deneylerden en çok ve en az olabilecek olayları belirlemek için alakasız ve öznel yargılamasını kullanarak bilgi oluşturur. Deneysel ve teorik olasılıklar arasındaki herhangi bir ilişkiye dair çok az veya hiç farkındalığı yoktur	En fazla veya en az olası olayı belirlerken küçük örneklemde deneysel verilerin yeterli olduğuna çok fazla inancı vardır. Herhangi bir örneklemin ana popülasyonu temsil ettiğine inanır. Deneysel bilgi önyargılı görüşüyle çelişirse öznel yargıya döner.	En fazla veya en az olası olanı belirlemek için daha kapsamlı örneklemenin gerekli olduğunu fark etmeye başlar. Bir deneyin çıktılarına göre olan deneysel olasılığının teorik olasılıktan belirgin ölçüde farklı olduğunu fark eder.	Deneysel olasılık için sayısal bir değer belirlemek üzere uygun verileri toplar Büyük bir deneme örneğinden belirlenen deney olasılığının teorik olasılıklara yaklaştığını kabul eder. Bir olayın olasılığının sadece deneysel olarak belirlendiği durumları tanımlayabilir.
"Bir futbolcu attığı 10 penaltı atışından 1' ini kaçırmıştır. Futbolcunun bir sonraki atacağı penaltıyı gol yapma ihtimali hakkında ne söylenebilir?"	▪ *"10 tanesini atıp 1'ini kaçırmışsa o zaman gol olabilir."* ▪ *"Gol atma olasılığı daha fazladır."*	• *"Bence %50 gol atabilir, %50'de atamaz. Çünkü kaleciye bağlıdır."*	▪ *"Ya atar ya atamaz. Yani yarı yarıyadır."*	▪ *"%50 gol yapabilir %50 gol yapamaz."* ▪ *"Yine %50'ye %50'dir. Çünkü iki seçenek vardır. Atma ve atmama şıkları vardır ve arada bir etken yoktur."*

Bir Olayın Teorik Olasılığı “Bir torbada 4 yeşil, 3 kırmızı 2 sarı top vardır. Bu torbayı salladıktan sonra bir top seçeceğinizi düşünün. Hangi renk topu çekme ihtimali <u>en azdır?</u> Neden? Açıklayınız.”	En çok veya en az olabilecek olayları öznel yargılamasının temelinde tahmin eder. Kesin ve imkansız olayları tanır.	En çok veya en az olabilecek olayları niceliksel yargılamanın temelinde dayalı olarak tahmin eder fakat bunu öznel yargılamaya döndürebilir.	En çok veya en az olabilecek olayları niceliksel yargılama temelinde tahmin eder. Olasılıkları karşılaştırmak için informal olarak sayıları kullanır.	Bir ve iki aşamalı deneyler için en az veya en çok olabilecek olayları tahmin eder. Bir olayın sayısal olasılığını belirler.
	▪ *“Karıştırıldıktan sonra her renkten biri seçilirse yeşil gelme ihtimali çok az.”* ▪ *“Bana göre yeşil çünkü bu şansa bağlı bir şey. Ben torbadan çeksem %90 yeşil gelir ama genele bakarsak bence hepsinin teker teker %50 ihtimali var. Eşitler.”*	▪ *“Sarı. Çünkü gelme olasılığı için 4’ten fazla olması gerekir.”*	▪ *“Sarı topun azdır. Çünkü az miktarda vardır.”*	▪ *“Sarıdır. Çünkü olasılık 2/9’dir. Bu yüzden en azdır.”*

Olasılık Karşılaştırmaları	İki farklı örnek uzaydaki olasılıklarını karşılaştırmak için öznel yargılamasını kullanır.	Olasılık karşılaştırmalarını her zaman doğru olmayan niceliksel yargılamanın temeline dayalı olarak yapar.	Karşılaştırmaları açıklamak için geçerli niceliksel akıl yürütme kullanır ve olasılıkları ifade eden kendi yollarını icat eder	Sayısal olasılığı belirler ve geçerli karşılaştırma yapar.
“Küçük kutuda 1'den 20 'ye kadar numaralandırılmış 20 bilet; büyük kutuda 1'den 100'e kadar numaralandırılmış 100 bilet vardır.  Kutuların içindeki biletlere bakmadan her kutudan bir bilet çekiliyor. Hangi kutudan 17 numaralı biletin çekilme ihtimali daha fazladır? Neden?”	Eşit şansa sahip olasılık durumlarını eşit şansa sahip olmayan olasılık durumlarından ayırt edemez. ▪ *“Küçük kutudan çünkü 20’ye en yakın odur. “* ▪ *“Yüz biletten çünkü çok fazla.”*	Eşit şansa sahip olasılık durumlarını eşit şansa sahip olmayan olasılık durumlarından ayırt etmeye başlar. ▪ *“20 biletten daha fazladır.”* ▪ *“20 biletli kutuda gelme olasılığı daha fazla. Çünkü 17 sayısı 20‘ye daha yakın.”*	Eşit şansa sahip olasılık durumlarını eşit şansa sahip olmayanlardan ayırt etmek için niceliksel akıl yürütme kullanır. ▪ *“20 bilet olan kutuda çünkü az seçenek ve 17’de içinde olduğu için az seçenek olması kolaylık sağlar.”*	▪ *“20 biletlik kutudan çekilme ihtimali daha yüksek çünkü 1/20 gelme olasılığı var.”*

Bağımlı Olasılık "Sibel'in içinde 8'i kırmızı, 8'i siyah olmak üzere 16 bilyenin bulunduğu bir torbası var. Sibel torbadan iki bilye alır ve bu bilyeleri geri koymaz. Aldığı bilyelerin ikisi de siyahtır. Daha sonra torbadan üçüncü bir bilye daha alır. Üçüncü bilyenin rengi hakkında ne söylenebilir? Açıklayınız."	Bir deneyin tek denemesinin ardından gelen ikinci deneme için her zaman olası çıktılarını çıktısının tam listeleyemez. Yer değiştirme olan veya olmayan durumlarda öznel akıl yürütme kullanır. ▪ *"Yine siyahtır çünkü bilyelerin hepsi siyah."* ▪ *"Tamamen şans işi."* ▪ *"İkisinin de gelme olasılığı aynıdır. Çünkü farklı renklerdeki bilyelerde aynı sayıdadır."*	Bazı olayların olasılığının yer değiştirme durumu olmadan değiştiğini fark eder, ancak bu farkındalık tam olgunlaşmamıştır ve genellikle daha önce gerçekleşmiş olan olaylarla sınırlıdır. ▪ "*Bence bu sefer kırmızı çünkü siyahtan 2 tanesi eksildiği için bu sefer kırmızı gelir."*	Tüm olayların olasılığın yer değiştirme durumu olmadan değiştiğini fark eder. Yer değiştirme durumu olmadığındaki olasılık değişim miktarını belirler. ▪ "*İkisinin de gelme olasılığı vardır. Ama torbada kırmızı bilyeler fazla olduğu için kırmızı gelme olasılığı daha yüksektir."*	Yer değiştirme durumlarının olduğu ve olmadığı durumlardaki sayısal olasılıkları belirler. Yer değiştirme olduğu ve olmadığı durumlardan önce ve sonra olayların olasılıklarını karşılaştırmak için sayısal akıl yürütme kullanır. ▪ *"Siyah 6 tane kaldığı için 6/14 olur. Kırmızı 8/14 olduğu için kırmızı olma olasılığı daha yüksektir."*

Bağımsızlık	Sıralı olayların her zaman ilgili olduğunu düşünme eğilimine sahiptir.	Sıralı olayları ilgili veya ilgisiz olabileceğini fark etmeye başlar.	Yer değiştirme durumu olduğunda ve olmadığındaki durumlarda bağımlı ve bağımsız olayları ayırt edebilir.	Bağımsız ve bağımlı olayları ayırt etmek için sayısal olasılıklar kullanır.
"Bir para beş kez atılıyor ve sonuç TTTTT oluyor. Bir sonraki atışta yazının mı yoksa turanın mı gelme ihtimali daha fazladır? Açıklayınız. (T: Tura, Y:Yazı)"	Bir olayın çıktılarını kontrol edebileceğine dair yaygın inancı vardır. ▪ *"Tura. Çünkü hep tura çıkmıştır."*	Bir sonraki sonucu tahmin etmek için önceki denemelerin sonuçlarının dağılımını kullanır. (temsil edilebilirlik) ▪ *"Bence ikisi de gelebilir. Ama tura çok çıkmış."*	Temsil edilebilirlik durumuna dayalı stratejilere geri dönüş yapabilir. ▪ *"İkisinin de gelme ihtimali vardır."*	▪ *"T:%50 Y:%50 olur. Yarı yarıya ihtimal."* ▪ *"Her iki durumda eşittir. Çünkü oranları ½'dir."*

Bölüm 4

Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde, ortaokul 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme becerilerinin ne düzeyde olduğu, cinsiyet, sınıf seviyesi ve matematik başarısı değişkenleri ile ilişkili olup olmamasına istatistiksel analizlerle ulaşılan bulgulara ve bu bulgulara dair yorumlara yer verilmiştir.

Birinci Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorumlar

“Ortaokul 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme becerileri ne düzeydedir?”

Bu alt problemde ortaokul 6,7 ve 8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri altı alt kavrama göre ayrı ayrı olarak belirlenmiştir. Bu amaçla betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerine ilişkin betimsel istatistikler Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8

Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerine İlişkin Betimsel İstatistikler

Kavramlar		Düzey 1	Düzey 2	Düzey 3	Düzey 4	Toplam
Örnek Uzay	f	213	73	0	0	286
	%	74,4	25,6	0	0	100
Bir Olayın Deneysel Olma Olasılığı	f	176	38	28	44	286
	%	61,5	13,2	9,8	15,5	100
Bir Olayın Teorik Olma Olasılığı	f	2	22	239	23	286
	%	0,7	7,7	83,5	8,1	100
Olasılık Karşılaştırmaları	f	38	6	223	19	286
	%	13,3	2,1	78	6,6	100
Bağımlı Olasılık	f	169	109	4	4	286
	%	59,1	38,1	1,4	1,4	100
Bağımsızlık	f	211	33	28	14	286
	%	73,8	11,6	9,8	4,8	100

Tablo 8’e bakıldığında katılımcıların örnek uzay kavramındaki olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri incelendiğinde düzey 1 öğrencileri oranının (% 74,4) düzey 2 öğrencileri oranından (%25,6) fazla olduğu görülmektedir. Örnek uzay kavramında düzey 3 ve düzey 4 olasılıksal akıl yürütme becerisi gösteren öğrenciye rastlanmamıştır.

Bir olayın deneysel olma olasılığı kavramı incelendiğinde düzey 1 öğrencilerinin oranı (%61.5) düzey 4 öğrencilerinin oranından (%15.5) düzey 2 öğrencilerinin oranından (%13.2) ve düzey 3 öğrencilerinin oranından (%9.8) fazla olduğu görülmektedir. B u kavramda katılımcıların büyük bir çoğunluğunun düzey 1’de kaldığı görülmektedir.

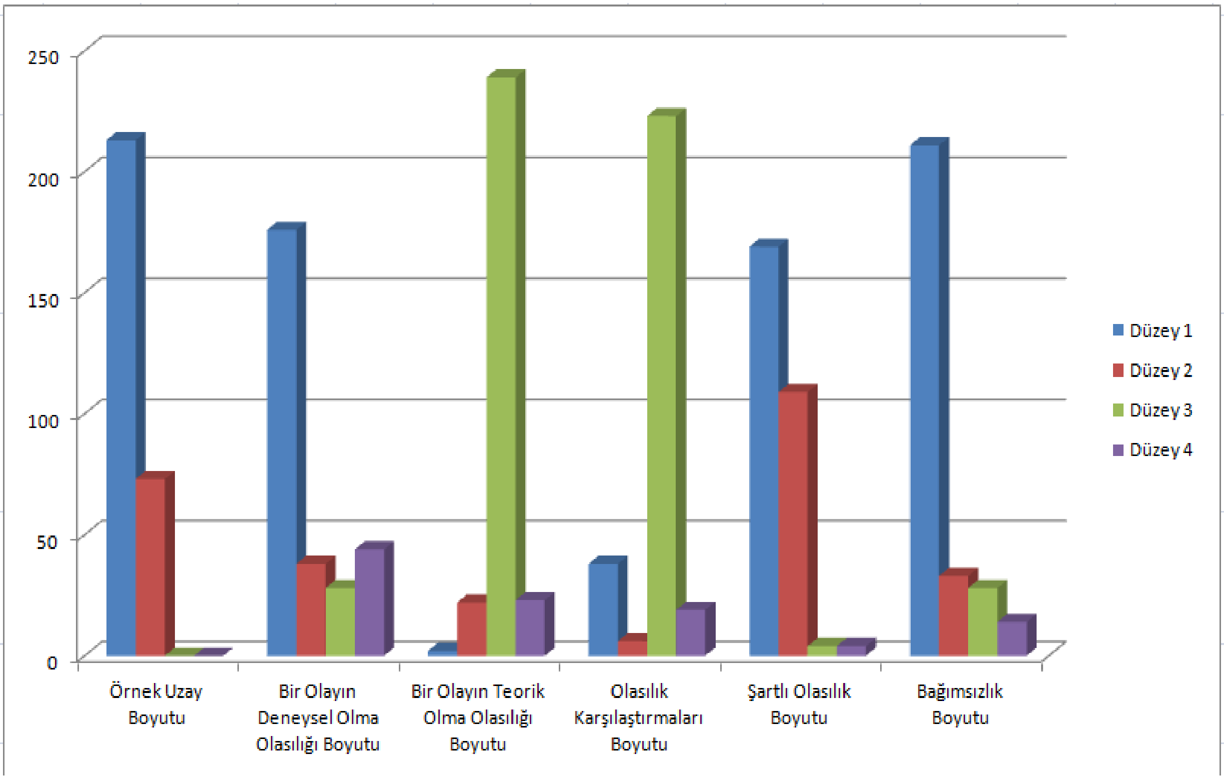
Bir olayın teorik olma olasılığı kavramı incelendiğinde düzey 3 öğrencilerinin oranı (%83,5) düzey 4 öğrencileri oranından (%8,1) düzey 2 öğrencileri oranından (%7,7) ve düzey 1 öğrencileri oranından (%0,7) fazla olduğu görülmektedir. Bu kavramda en fazla öğrenci sayısının düzey 3’te olduğu görülmektedir.

Olasılık karşılaştırmaları kavramı incelendiğinde düzey 3 öğrencilerinin oranı (%78) düzey 1 öğrencileri oranından (%13,3) düzey 4 öğrencileri oranından (%6,6) ve düzey 2 öğrencileri oranından (%2,1) fazla olduğu görülmektedir. Bu kavramda en fazla öğrenci sayısının düzey 3’te olduğu görülmektedir.

Bağımlı olasılık kavramı incelendiğinde düzey 1 öğrencilerinin oranı (%59,1) düzey 2 öğrencileri oranından (%38,1) düzey 3 öğrencileri oranından (%1,4) ve düzey 4 öğrencileri oranından (%1,4) fazla olduğu görülmektedir. Bu kavramda öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinin düzey 1 ve düzey 2’de yoğunlaştığı gözlenmektedir.

Bağımsızlık kavramında ise düzey 1 öğrencilerinin oranı (%73,8) düzey 2 öğrencileri oranından (%11,6) düzey 3 öğrencileri oranından (%9,8) ve düzey 4 öğrencileri oranından (%4,8) fazla olduğu görülmektedir. Bu kavramda öğrencilerin çoğunlukla düzey 1’de kaldığı görülmektedir.

Olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinin alt kavramlara göre dağılımı Şekil 3'te verilmiştir.



Şekil 3. Olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinin alt kavramlara göre dağılımı.

Şekil 3'te görüldüğü üzere örnek uzay kavramında en fazla düzey 1, bir olayın deneysel olma olasılığı kavramında en fazla düzey 1, bir olayın teorik olma olasılığı kavramında en fazla düzey 3, olasılık karşılaştırmaları kavramında en fazla düzey 3, bağımlı olasılık kavramında en fazla düzey 1 ve bağımsızlık kavramında en fazla düzey 1 olarak öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme becerisine sahip oldukları daha net bir biçimde görülmektedir.

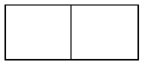
Ölçeğin uygulandığı eğitim öğretim yılında geçerli olan öğretim programı incelendiğinde bir olayın olma olasılığını hesaplama ve olasılık karşılaştırmalarına ait kazanımların programda yer aldığı görülmüştür. Bu nedenle öğrenciler bir olayın teorik olma olasılığı ve olasılık karşılaştırmaları kavramlarını içeren soru tipleriyle sıklıkla karşılaştıklarından bu kavramların düzeyleri diğer düzeylere göre daha yüksek çıkmıştır. Aynı öğretim programında örnek uzay, bir olayın deneysel olma olasılığı ve bağımsızlık kazanımları da yer alırken bu kavramların düzeyleri düşük çıkmıştır. Bunun nedeni olarak soru tiplerinde bu kazanımlara fazlaca yer verilmemesi, öğrencilerin kavram yanılgılarının olması, öğrencilerin soruyu tam olarak anlayamaması ve önyargılarının olması düşünülebilir.

Örnek uzay kavramı olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri. Olasılıksal akıl yürütme becerilerinin örnek uzay kavramındaki düzeyler hakkında daha detaylı bilgiye sahip olunması için öğrenci yanıtlarından örnekler verilmiştir.

Olasılıksal akıl yürütme ölçme aracındaki örnek uzay kavramını içeren bir soruya (Ek A - 2.soru) ilişkin örnek öğrenci yanıtları verilmiş ve bu yanıtlar hakkında yorumlar yapılmıştır. Örnek yanıtlardan bazıları aşağıdaki verilmiştir.

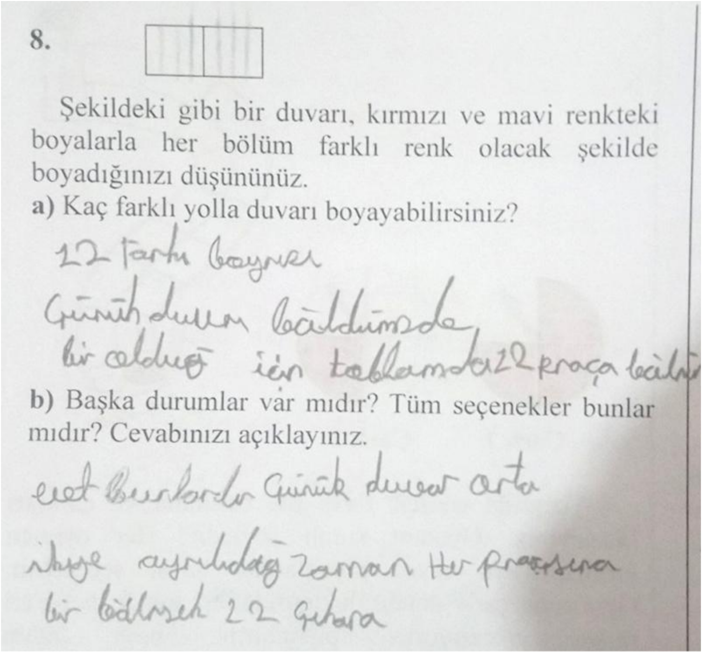
Tablo 9

Örnek Uzay Kavramına İlişkin Bir Soruya Verilebilecek Örnek Yanıtlar

Örnek Uzay	 “ Şekildeki gibi bir duvarı, kırmızı ve mavi renkteki boyalarla her bölüm farklı renk olacak şekilde boyadığınızı düşününüz. Kaç farklı yolla duvarı boyayabilirsiniz? Başka durumlar var mıdır? Tüm seçenekler bunlar mıdır? Cevabınızı açıklayınız.”
Düzey 1 Tek aşamalı bir deney için eksik bir çıktı kümesi listeler.	• *“Bence tek yolla; birini kırmızı, diğerini mavi boyayarak bir örüntü şeklinde boyamayı tamamlarım. Bence bundan başka kolay bir durum yok. Ama varsa da bence bu en mantıklısı.”* • *“4 farklı yolla. Bence vardır. Çünkü bir bölümü bir kere boyamak yerine 2 kere de boyayabiliriz.”*

Düzey 2 Tek aşamalı bir deney için ve bazen iki aşamalı bir deney için çıktı kümesini tam listeleyebilir.	• *"2 farklı, bir tarafı mavi, bir taraf kırmızı, diğer yol ise tam tersi. Kesik kesik boyayabiliriz, Yan yan boyarız."* • *"Kırmızı – Mavi Mavi – Kırmızı 2 farklı yolla boyanabilir. Başka durum yoktur."*
Düzey 3 İki aşamalı bir deneyin sonuçlarını, kısmen üretken bir stratejiyi kullanarak tutarlı bir şekilde listeler.	• K – M. M – K. Başka durum mor renk olabilir. İki boya karıştırılabilir.
Düzey 4 İki ve üç aşamalı deneyler için çıktıların tam listesini sağlamak için bir üretken bir stratejisi benimser ve uygular.	• Kırmızı – Mavi Mavi – Kırmızı İki rengin karıştırılması – Mavi İki rengin karıştırılması – Kırmızı Mavi - İki rengin karıştırılması Kırmızı - İki rengin karıştırılması. Başka durum vardır. Kırmızı ve maviyi karıştırarak mor renk elde edilebilir.

Örnek uzay kavramına ait sorulara düzeylere uygun olarak verilen yanıtlar Tablo 9'da gösterilmiştir. Öğrencilerin verdikleri yanıtların hangi düzeye uygun olduğunu belirleyebilmek için yapılan incelemelerden bazıları aşağıda örneklendirilmiştir. (Ek A – 2.soru)


8.

Şekildeki gibi bir duvarı, kırmızı ve mavi renkteki boyalarla her bölüm farklı renk olacak şekilde boyadığınızı düşününüz.

a) Kaç farklı yolla duvarı boyayabilirsiniz?

12 farklı boyanır

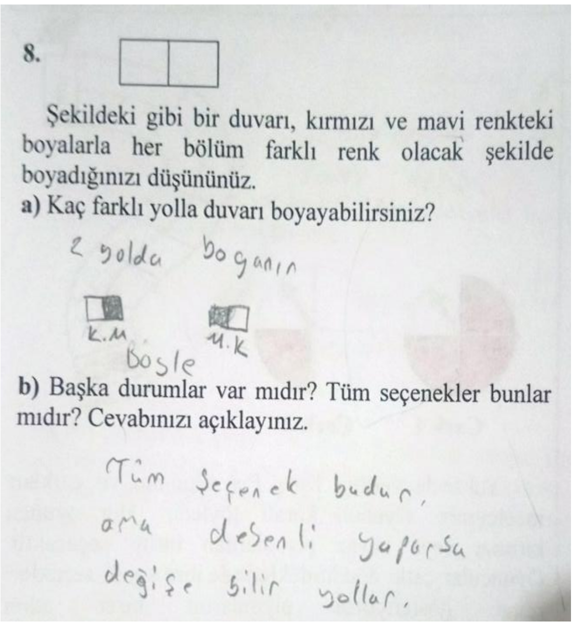
Çünkü duvar böldüğünde bir olduğu için toplamda 12 parça böl...

b) Başka durumlar var mıdır? Tüm seçenekler bunlar mıdır? Cevabınızı açıklayınız.

evet bunlardır Çünkü duvar orta ikiye ayrıldığı zaman her parçasına bir bölmek 12 çıkar

Şekil 4. Örnek uzay kavramına ilişkin $Ö_5$'in yanıtı.

Şekil 4'de görüldüğü gibi 6. sınıf düzeyinde olan öğrenci soruyu çözmek için öznel yargılama yapmıştır. Soruda geçen her bölüm ifadesine odaklandığı ve soruyu çözmek için duvarı bölümlere ayırması gerektiğini düşünmüştür. Bu öğrenci soruyu tam anlamadığından öznel yargılama yapmış olabilir. Öznel görüş ve sezgilerine dayalı olarak cevap verme eğilimi gösteren olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1 öğrencisine uygun olduğu belirlenmiştir.


8.

Şekildeki gibi bir duvarı, kırmızı ve mavi renkteki boyalarla her bölüm farklı renk olacak şekilde boyadığınızı düşününüz.

a) Kaç farklı yolla duvarı boyayabilirsiniz?

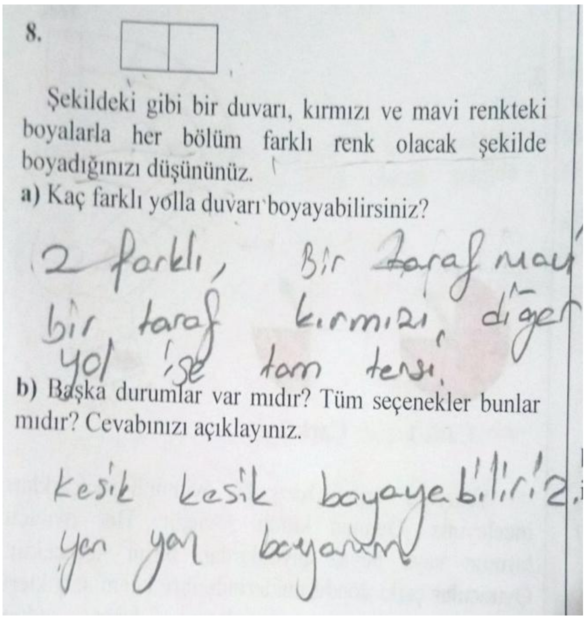
2 yolda boyanır

K.M M.K

böyle

b) Başka durumlar var mıdır? Tüm seçenekler bunlar mıdır? Cevabınızı açıklayınız.

Tüm seçenek budur, ama desenli yaparsa değişe bilir yollar.


8.

Şekildeki gibi bir duvarı, kırmızı ve mavi renkteki boyalarla her bölüm farklı renk olacak şekilde boyadığınızı düşününüz.

a) Kaç farklı yolla duvarı boyayabilirsiniz?

2 farklı, Bir taraf mavi bir taraf kırmızı, diğer yol ise tam tersi.

b) Başka durumlar var mıdır? Tüm seçenekler bunlar mıdır? Cevabınızı açıklayınız.

kesik kesik boyayabiliriz. yarı yarı boyarım

Şekil 5. Örnek uzay kavramına ilişkin $Ö_{84}$ ve $Ö_{251}$'in yanıtları.

Şekil 5'te görülen $Ö_{84,}$ 7. sınıf düzeyinde, $Ö_{251}$ ise 8. sınıf düzeyindedir. Bu öğrenciler, deney için çıktı kümesini listeleyebilme eğilimi göstermişler ancak öznel yargılamaya dayalı olarak yanıt vermişlerdir. Bu öğrencilerin listeleme yaptıkları ancak bunu kısmen üretken bir strateji kullanarak yapmadıkları için ve öznel yargılamaya dayalı tahmin etme özelliklerini gösterdiklerinden düzey 2 becerisine sahip oldukları gözlenmiştir.

Bu soruya Kırmızı – Mavi, Mavi – Kırmızı şeklinde çıktı kümesini listeleyebilen ve kısmen üretken strateji kullanarak iki boyanın karıştırılmasıyla başka durumların var olduğunu düşünebilen bir öğrenci düzey 3 becerisine sahip olabilecektir.

Düzey 4 öğrencisi düzey 3'ten farklı olarak boyaların karıştırılmasıyla oluşabilecek sonuçları da çıktı listesine üretken strateji kullanarak ekleyebilecektir.

Örnek uzay kavramı olasılık konusunun temel kavramlarındandır. Örnek uzay kavramında düzey 3 ve düzey 4'ün gözlenmemesi bu kavramın tam olarak anlaşılmamış olduğunu göstermektedir. Örnek uzay kavramındaki yanılgılar olasılık konusunun öğrenilmesinde güçlüklere sebep olabilmektedir. Öğrencilerin örnek uzay kavramında çoğunlukla sonuç yaklaşımı yanılgısının etkisinde kaldıklarına rastlanmıştır. Yöneltilen sorulara tek bir denemenin yapılmasıyla sonuç ne olur şeklinde düşünerek cevap verdikleri, tüm durumları dikkate almadıkları gözlenmiştir.

Bir olayın deneysel olma olasılığı kavramı olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri. Tablo 8'e bakıldığında bir olayın deneysel olma olasılığı kavramında en fazla düzey 1'e rastlandığı görülmektedir. Düzey 4 becerisine sahip öğrencilerin daha çok 8. sınıf düzeyinde yer aldığı gözlenmiştir. Bunun nedeni deneysel olasılık kazanımının ilk kez 8.sınıf seviyesinde yer aldığı söylenebilir.

Yukarıda belirtilen olasılıksal akıl yürütme becerilerinin bir olayın deneysel olma olasılığı alt kavramındaki düzeyleri hakkında daha detaylı bilgiye sahip olunması için öğrenci yanıtlarından örnekler verilmiştir.

Olasılıksal akıl yürütme ölçme aracındaki bir olayın deneysel olma olasılığı kavramını içeren bir soruya (Ek A - 10.soru) ilişkin örnek öğrenci yanıtları verilmiş ve bu yanıtlar hakkında yorumlar yapılmıştır. Örnek yanıtlardan bazıları aşağıdaki verilmiştir.

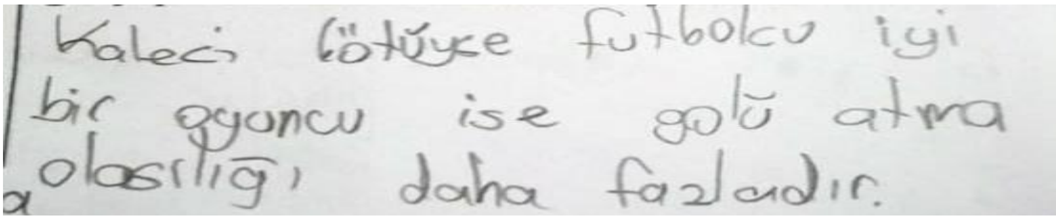
Tablo 10

Bir Olayın Deneysel Olasılığı Kavramına İlişkin Bir Soruya Verilen Örnek Öğrenci Yanıtları

Bir Olayın Deneysel Olasılığı	“Bir futbolcu attığı 10 penaltı atışından 1’ini kaçırmıştır. Futbolcunun bir sonraki atacağı penaltıyı gol yapma ihtimali hakkında ne söylenebilir?”
Düzey 1 Rastgele deneylerden en çok ve en az olabilecek olayları belirlemek için alakasız ve öznel yargılamasını kullanarak bilgi oluşturur. Deneysel ve teorik olasılıklar arasındaki herhangi bir ilişkiye dair çok az veya hiç farkındalığı yoktur.	*“10 tanesini atıp 1’ini kaçırmışsa o zaman gol olabilir.”* *“Gol atma olasılığı daha fazladır.”*
Düzey 2 En fazla veya en az olası olayı belirlerken küçük örneklemde deneysel verilerin yeterli olduğuna çok fazla inancı vardır. Herhangi bir örneklemin ana popülasyonu temsil ettiğine inanır. Deneysel bilgi önyargılı görüşüyle çelişirse öznel yargıya döner.	*“Bence %50 gol atabilir, %50’de atamaz. Çünkü kaleciye bağlıdır.”*
Düzey 3 En fazla veya en az olası olanı belirlemek için daha kapsamlı örneklemenin gerekli olduğunu fark etmeye başlar. Bir deneyin çıktılarına göre olan deneysel olasılığının teorik olasılıktan belirgin ölçüde farklı olduğunu fark eder.	*“Ya atar ya atamaz. Yani yarı yarıyadır.”*

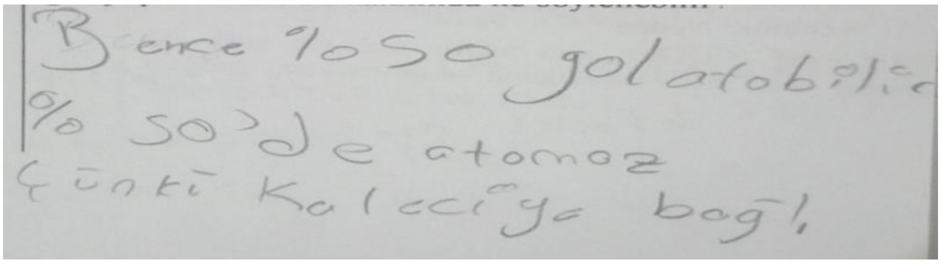
Düzey 4 Deneysel olasılık için sayısal bir değer belirlemek üzere uygun verileri toplar Büyük bir deneme örneğinden belirlenen deney olasılığının teorik olasılıklara yaklaştığını kabul eder. Bir olayın olasılığının sadece deneysel olarak belirlendiği durumları tanımlayabilir.	*"%50 gol yapabilir %50 gol yapamaz."* *"Yine %50'ye %50'dir. Çünkü iki seçenek vardır. Atma ve atmama şıkları vardır ve arada bir etken yoktur."*

Bir olayın deneysel olasılığı kavramına ait sorulara, düzeylere uygun olarak verilen yanıtlar Tablo 10'da gösterilmiştir. Öğrencilerin verdikleri yanıtların hangi düzeye uygun olduğunu belirleyebilmek için yapılan incelemelerden bazıları aşağıda örneklendirilmiştir.


Kaleci kötüyse futbolcu iyi bir oyuncu ise golü atma olasılığı daha fazladır.

Şekil 6. Bir olayın deneysel olma olasılığı kavramına ilişkin $Ö_{32}$'nin yanıtı.

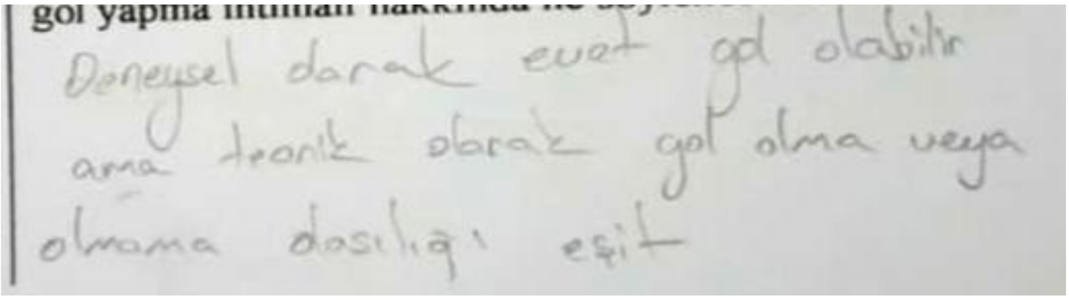
Şekil 6'da görüldüğü gibi 6. sınıf düzeyindeki öğrenci soruyu yanıtlarken günlük hayatta kullandığı sezgi ve inançlarının etkisinde kalmıştır. Öğrencinin bir olayın deneysel olma olasılığı ve bir olayın teorik olma olasılığı arasındaki farktan haberi olmadığı söylenebilir. Bu öğrencinin bir olayın deneysel olma olasılığı kavramı düzeylerinden deneysel ve teorik olasılıktan haberi olmadığı, öznel yargılamasını kullandığı için düzey 1 becerisine sahip olduğu görülmektedir.


Bence %50 gol atabilir
% 50'de atamaz
Çünkü Kaleciye bağlı

Şekil 7. Bir olayın deneysel olma olasılığı kavramına ilişkin $Ö_{96}$'nın yanıtı.

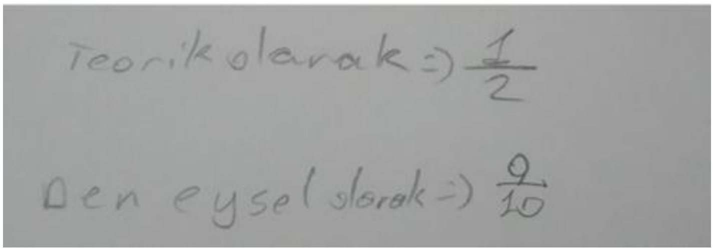
Şekil 7'de görüldüğü gibi 7. sınıf düzeyindeki öğrencinin teorik olasılık kullanarak soruya cevap verdiği ancak deneysel bilginin önyargılı görüşüyle çelişmesi üzerine öznel yargılamasını kullandığı görülmektedir. Bu öğrenci düzey

3 becerisinin sergilemesi beklenen akıl yürütmeyi kullanmış ancak yaşadığı çelişki üzerine öznel yargılamasına döndüğü için düzey 2 becerisine sahip olarak belirlenmiştir.



Şekil 8. Bir olayın deneysel olma olasılığı kavramına ilişkin $Ö_{222}$'nin yanıtı.

Şekil 8'de görüldüğü gibi 8. sınıf düzeyindeki öğrencinin bir olayın deneysel olma olasılığı ve bir olayın teorik olma olasılığı arasındaki farktan haberi olduğu görülmektedir. Bu öğrenci, 8. sınıf seviyesinde olduğundan deneysel olasılık ve teorik olasılık arasındaki farkı ayırt etmesinde öğretim programının etkisi olabileceği söylenebilir. Öğrencinin kullandığı akıl yürütmenin doğru olduğu ancak deneysel olasılığı ve teorik olasılığı hesaplarken sayısal değer kullanmadığı için düzey 3 becerisine sahip olarak belirlenmiştir.



Şekil 9. Bir olayın deneysel olma olasılığı kavramına ilişkin Ö204'ün yanıtı.

Öğrencinin kullandığı akıl yürütmenin doğru olduğu ve düzey 3'ten farklı olarak olasılığı hesaplarken sayısal değer kullandığı için düzey 4 becerisine sahip olduğu belirlenmiştir.

Bir olayın teorik olma olasılığı kavramı olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri. Tablo 8'e bakıldığında bir olayın teorik olma olasılığı kavramında en fazla düzey 3 becerisine sahip öğrenci yer almaktadır. Öğretim programında tüm sınıf seviyelerinde bu kazanım yer aldığı için soru tipine aşina oldukları düşünülebilir.

Yukarıda belirtilen olasılıksal akıl yürütme becerilerinin bir olayın teorik olma olasılığı alt kavramındaki düzeyleri hakkında daha detaylı bilgiye sahip olunması için öğrenci yanıtlarından örnekler verilmiştir. Olasılıksal akıl yürütme ölçme aracından bir olayın teorik olma olasılığı kavramını içeren bir soruya (Ek A - 3.soru) ilişkin örnek öğrenci yanıtları verilmiş ve bu yanıtlar hakkında yorumlar yapılmıştır. Örnek yanıtlardan bazıları aşağıdaki verilmiştir.

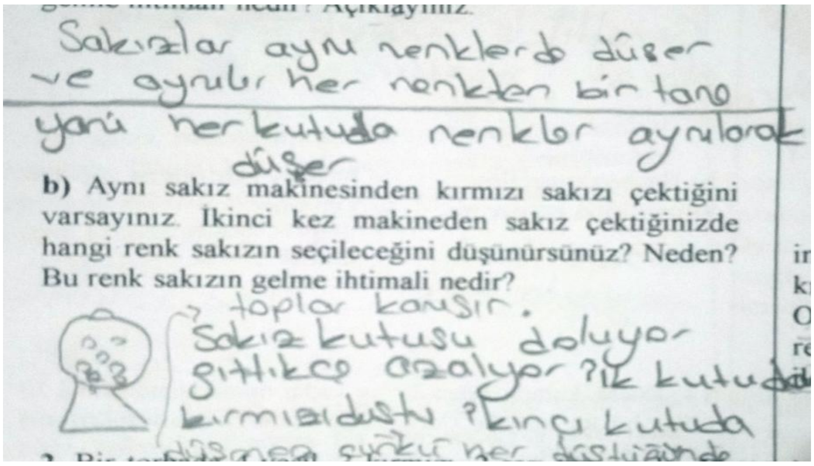
Tablo 11

Bir Olayın Teorik Olasılığı Kavramına İlişkin Bir Soruya Verilen Örnek Öğrenci Yanıtları

Bir Olayın Teorik Olasılığı	 "Bu bir sakız makinesidir. Makinenin içinde 1 kırmızı ve 4 yeşil renkte sakız vardır. Makineden bir sakız çektiğinizde hangi renk sakızın seçileceğini düşünürsünüz? Neden? Bu renk sakızın gelme ihtimali nedir? Açıklayınız. Aynı sakız makinesinden kırmızı sakızı çektiğini varsayınız. İkinci kez makineden sakız çektiğinizde hangi renk sakızın seçileceğini düşünürsünüz? Neden? Bu renk sakızın gelme ihtimali nedir?"
Düzey 1 En çok veya en az olabilecek olayları öznel yargılamasının temelinde tahmin eder. Kesin ve imkansız olayları tanır.	*"Sakızlar aynı renklerde düşer.* *İlk kutuda kırmızı düştü ikinci kutuda düşmez."*
Düzey 2 En çok veya en az olabilecek olayları niceliksel yargılamanın temelinde dayalı olarak tahmin eder fakat bunu öznel yargılamaya döndürebilir.	*"Kırmızı olur nedeni ise en az olduğu için.* *Kırmızı sakız olur en fazla oldu o yüzden."*

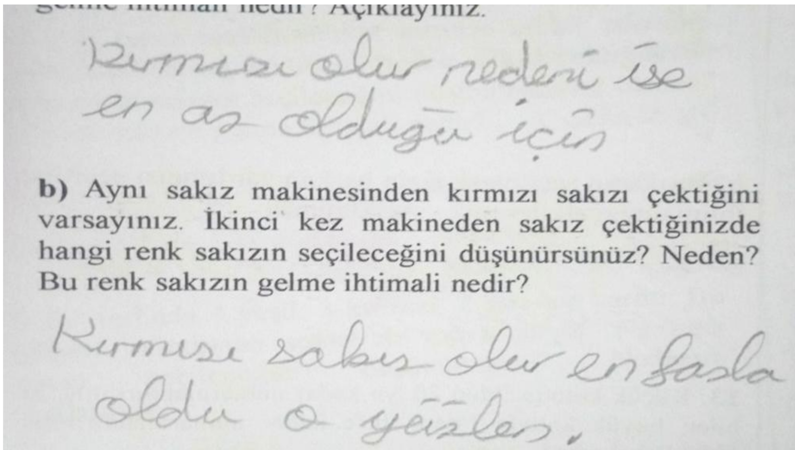
Düzey 3 En çok veya en az olabilecek olayları niceliksel yargılama temelinde tahmin eder. Olasılıkları karşılaştırmak için informal olarak sayıları kullanır.	*“Yeşil renk gelir çünkü yeşil renk daha fazladır.* *Yeşil gelir çünkü makinede sadece yeşil renk var.”*
Düzey 4 Bir ve iki aşamalı deneyler için en az veya en çok olabilecek olayları tahmin eder. Bir olayın sayısal olasılığını belirler.	*“Yeşil çünkü yeşil renkli sakız daha fazladır. 1/5 kırmızı gelme olasılığıdır.* *Yeşil sakız seçilir. Çünkü kırmızı sakız alındıktan sonra diğer sakızların hepsi yeşil renktedir. Yeşil sakızın gelme ihtimali 4/4 tür.”*

Bir olayın teorik olasılığı kavramına ait sorulara düzeylere uygun olarak verilen yanıtlar Tablo 11’de gösterilmiştir. Öğrencilerin verdikleri yanıtların hangi düzeye uygun olduğunu belirleyebilmek için yapılan incelemelerden bazıları aşağıda örneklendirilmiştir.



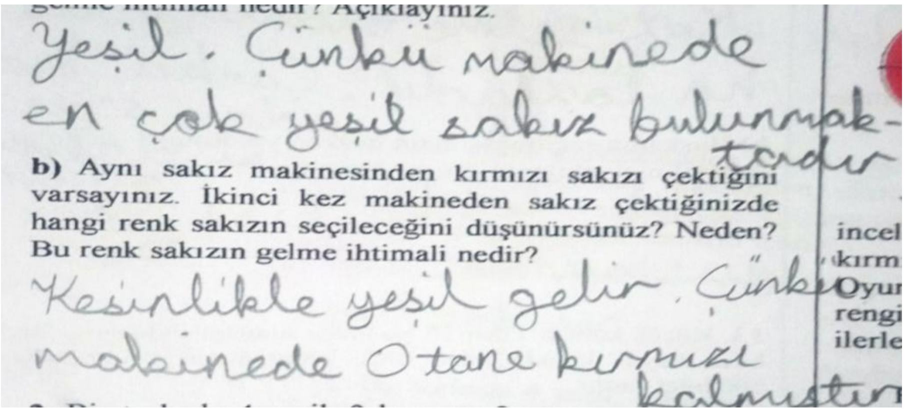
Şekil 10. Bir olayın teorik olma olasılığı kavramına ilişkin $Ö_{152}$’nin yanıtı.

Şekil 10’da görüldüğü gibi 7. sınıf düzeyindeki öğrencinin sezgileriyle yanlış akıl yürütme yaptığı görülmektedir. Öncelikli olarak öznel yargılamasıyla sakızların aynı renklerde düşeceğini ve her kutuda renklerin ayrıldığını belirtmiştir. Öğrencinin soruyu yanıtlarken sakız kutusunu doldurarak kendince varsayımlar yaptığı fark edilebilir. Soruyu yanıtlarken en çok veya en az olabilecek olayları öznel yargılamasının temelinde tahmin ettiğinden bu öğrenci düzey 1 becerisi özelliklerini yansıtmaktadır.



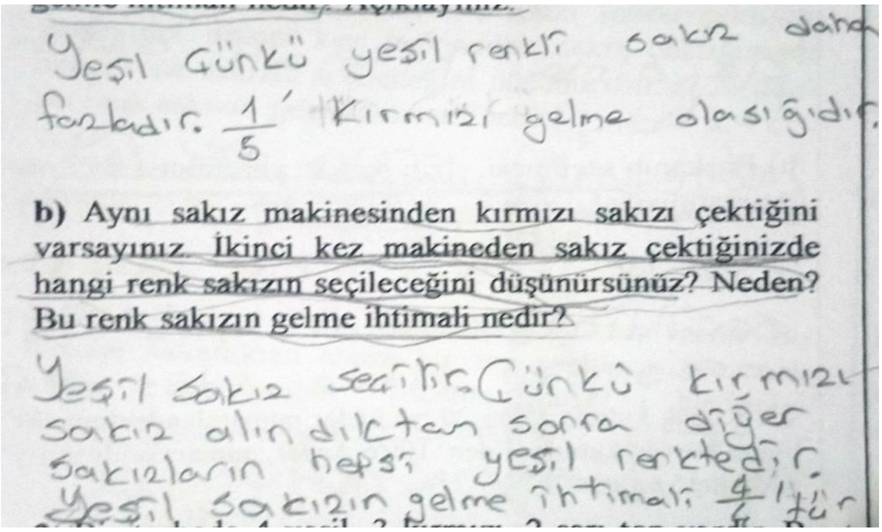
Şekil 11. Bir olayın teorik olma olasılığı kavramına ilişkin Ö$_{147}$'nin yanıtı.

Şekil 11'de görüldüğü gibi 7. sınıf düzeyindeki öğrencinin soruyu yanıtlarken niceliksel yargılamaya dayalı olarak tahmin ettiği fakat öznel yargılamasına dayanarak yanıt verdiği görülmektedir. Bu öğrencinin doğru akıl yürütememesinde bir olayın teorik olasılığında örnek uzayın eleman sayısı, istenen durumun eleman sayısı gibi temel kavramları bilmediği veya soruyu yanlış anlaması etkenlerinden kaynaklanabilir. En çok veya en az olabilecek olayları niceliksel yargılamaya dayalı olarak tahmin ettiği fakat öznel yargılamasına dayanarak cevap verdiği için bu öğrenci düzey 2 becerisi özelliklerini yansıtmaktadır.



Şekil 12. Bir olayın teorik olma olasılığı kavramına ilişkin Ö$_{56}$'nın yanıtı.

Şekil 12'de görüldüğü gibi 6. sınıf düzeyindeki öğrenci niceliksel yargılama kullanarak en az ve en çok olabilecek olayları karşılaştırmıştır. Bu öğrenci, sarı topun en az olduğu için olasılığının az olduğu cevabını verirken informal olarak sayıları kullanarak karşılaştırma yapmıştır. Bu nedenle, olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinden bu kavramda düzey 3 becerisine sahip olduğu belirlenmiştir.



Şekil 13. Bir olayın teorik olma olasılığı kavramına ilişkin $Ö_{28}$'in yanıtı.

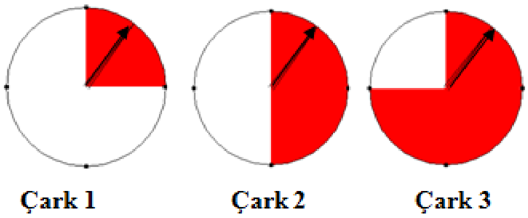
Şekil 13'de görüldüğü gibi 6. sınıf düzeyindeki öğrenci bir olayın teorik olma olasılığını doğru olarak hesaplamıştır. Örnek uzayın eleman sayısı ve istenen durumun eleman sayısını doğru olarak belirlemesi bir olayın teorik olasılığıyla ilgili kavramları doğru bildiğini göstermektedir. Bir olayın teorik olasılığını hesaplarken niceliksel yargılama yapıp, olasılık değerini sayısal hesaplaması nedeniyle olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 4 becerisine sahip olduğu gözlenmiştir.

Olasılık karşılaştırmaları kavramı olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri. Tablo 8'e bakıldığında olasılık karşılaştırmaları kavramında en fazla düzey 3 becerisine sahip öğrenci yer almaktadır. Düzey 3'e fazla rastlanmasının nedeni olarak öğretim programında tüm sınıf seviyelerinde bu kavrama ait kazanımlar yer aldığı için öğrencilerin bu soru tiplerine aşina oldukları düşünülebilir.

Yukarıda belirtilen olasılıksal akıl yürütme becerilerinin olasılık karşılaştırmaları alt kavramındaki düzeyleri hakkında daha detaylı bilgiye sahip olunması için öğrenci yanıtlarından örnekler verilmiştir. Olasılıksal akıl yürütme ölçme aracından olasılık karşılaştırmaları kavramını içeren bir soruya (Ek A - 6.soru) ilişkin örnek öğrenci yanıtları verilmiş ve bu yanıtlar hakkında yorumlar yapılmıştır. Örnek yanıtlardan bazıları aşağıdaki verilmiştir.

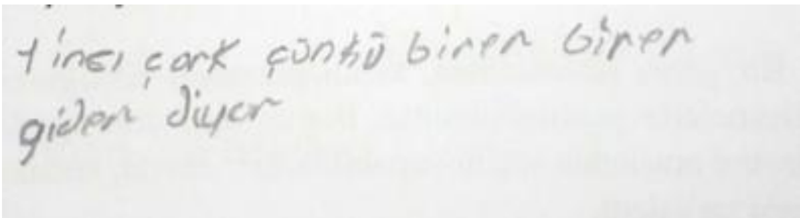
Tablo 12

Olasılık Karşılaştırmaları Kavramına İlişkin Bir Soruya Verilen Örnek Öğrenci Yanıtları

Olasılık Karşılaştırmaları	 Bu çarklardan hangisi *Yarış evi* oyununu adil yapabilir? Açıklayınız.
Düzey 1 İki farklı örnek uzaydaki olasılıklarını karşılaştırmak için öznel yargılamasını kullanır. Eşit şansa sahip olasılık durumlarını eşit şansa sahip olmayan olasılık durumlarından ayırt edemez.	*"Bence çark 1 çünkü bir tane var. Yavaş çevirdiğimde kırmızı gelecek diye bir şey yok."* *"1. çark çünkü birer birer gider diyor."*
Düzey 2 Olasılık karşılaştırmalarını her zaman doğru olmayan niceliksel yargılamanın temeline dayalı olarak yapar. Eşit şansa sahip olasılık durumlarını eşit şansa sahip olmayan olasılık durumlarından ayırt etmeye başlar.	*"1. Çark seçilmeli. Çünkü kırmızı çoktu ama 2. çarkta beyaz fazla olursa adaletli olur."*

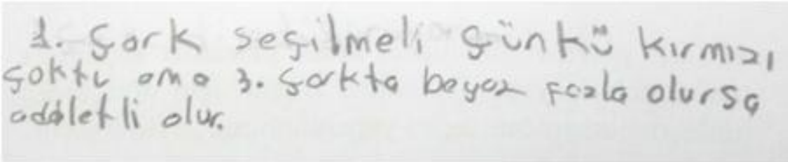
Düzey 3 Karşılaştırmaları açıklamak için geçerli niceliksel akıl yürütme kullanır ve olasılıkları ifade eden kendi yollarını icat eder Eşit şansa sahip olasılık durumlarını eşit şansa sahip olmayanlardan ayırt etmek için niceliksel akıl yürütme kullanır.	*"Çark 2 çünkü 2 kırmızı 2 beyaz renk var."* *" 2. çark çünkü eşit renkler var."*
Düzey 4 Sayısal olasılığı belirler ve geçerli karşılaştırma yapar.	*"Çark 2 çünkü %50 kırmızı %50 beyaz."* *"Çark 2 Çünkü 2/4 olasılık kırmızı, 2/4 olasılık beyaz o yüzden"*

Olasılık karşılaştırmaları kavramına ait sorulara düzeylere uygun olarak verilen yanıtlar Tablo 12'de gösterilmiştir. Öğrencilerin verdikleri yanıtların hangi düzeye uygun olduğunu belirleyebilmek için yapılan incelemelerden bazıları aşağıda örneklendirilmiştir.


1 inci çark çünkü birer birer gider diyor

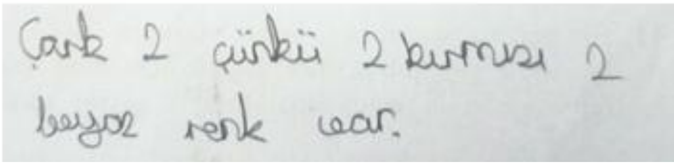
Şekil 14. Olasılık karşılaştırmaları kavramına ilişkin Ö$_{36}$'nın yanıtı.

Şekil 14'de 6. sınıf düzeyindeki öğrencinin yanlış yanıt verdiği görülmektedir. Eşit şansa sahip olasılık durumlarını eşit şansa sahip olmayan olasılık durumlarından ayırt edemediği için öznel yargılama yaparak soruya yanıt vermiştir. Yarış evi oyununda ibre seçtikleri renkte durursa piyonlarını birer adım ilerleteceklerdir. Bu öğrenci birer adım ilerletilecek olan piyonu ifadesini, çark olarak algılamıştır. Bu öğrenci sergilediği akıl yürütme becerisiyle düzey 1 becerine sahip olarak belirlenmiştir.


1. Çark seçilmeli çünkü kırmızı çoktu ama 3. çarkta beyaz fazla olursa adaletli olur.

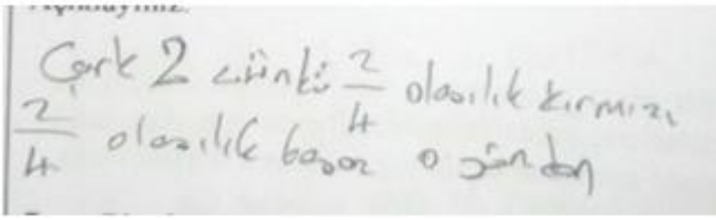
Şekil 15. Olasılık karşılaştırmaları kavramına ilişkin Ö$_{77}$'nin yanıtı.

Şekil 15'de 7. sınıf seviyesindeki öğrenci olasılık karşılaştırmaları kavramı sorusunu bir önceki soruyla bağlantılı olarak yanıtlamıştır. Bir önceki soruda kırmızı rengi seçen birinin kazanması için çark 1'i seçmesi gerektiğini söylemiş ve bu soruda da çark 1'dekinin zıttı bir durum seçerek durumun adil olmasını istemiştir. Olasılık karşılaştırmasını niceliksel yargılamanın temeline dayalı olarak yaptığı ve eşit şansa sahip olasılık durumlarını eşit şansa sahip olmayan olasılık durumlarından ayırt etmeye başladığı söylenebilir. Yanlış yanıt vermesinin temelinde soruyu anlamama olabilir.


Çark 2 çünkü 2 kırmızı 2 beyaz renk var.

Şekil 16. Olasılık karşılaştırmaları kavramına ilişkin Ö$_{41}$'in yanıtı.

Şekil 16'da 6. sınıf düzeyindeki öğrencinin soruya doğru yanıt verdiği görülmektedir. Bu öğrencinin niceliksel akıl yürütme kullandığı ve bunu sayısal olasılık hesaplamadan kendi yoluyla ifade ettiği söylenebilir. Eşit şansa sahip olasılık durumlarını eşit şansa sahip olmayanlardan ayırt etmek için niceliksel akıl yürütme kullandığı görülen bu öğrenci düzey 3 becerine sahip olduğu gözlenmiştir.


Çark 2 çünkü $\frac{2}{4}$ olasılık kırmızı $\frac{2}{4}$ olasılık beyaz o yüzden

Şekil 17. Olasılık karşılaştırmaları kavramına ilişkin Ö$_{91}$'in yanıtı.

Şekil 17'de 7. sınıf düzeyindeki öğrencinin soruya doğru yanıt verdiği görülmektedir. Örnek uzayın eleman sayısı ve istenen durumun eleman sayısını doğru olarak belirlemesi, rasyonel sayılarda karşılılaştırma gibi gerekli kavramları doğru bildiği söylenebilir. Bu öğrencinin niceliksel yargılama yapıp, olasılık değerini sayısal hesaplaması nedeniyle olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 4 becerisine sahip olduğu gözlenmiştir.

Bağımlı olasılık kavramı olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri. Tablo 8'e bakıldığında bağımlı olasılık kavramında en fazla düzey 1 ve düzey 2'ye rastlandığı görülmektedir. Az sayıda da olsa düzey 3 ve düzey 4 becerisine sahip öğrencilerin 8. sınıf düzeyinde yer aldığı gözlenmiştir. Öğretim programında bu kazanımın yer almaması düzeylerin düşük kalmasına sebep olduğu düşünülebilir. Az sayıda rastlanan düzey 3 ve 4 düşünürlerinin üst düzey akıl yürütme becerisine sahip oldukları görülmüş, bu becerinin kendiliğinden yaşla beraber ortaya çıktığı düşünülebilir (Piaget ve Inhelder, 1975).

Yukarıda belirtilen olasılıksal akıl yürütme becerilerinin bağımlı olasılık alt kavramındaki düzeyleri hakkında daha detaylı bilgiye sahip olunması için öğrenci yanıtlarından örnekler verilmiştir. Olasılıksal akıl yürütme ölçme aracından bağımlı olasılık kavramını içeren bir soruya (Ek A - 9.soru) ilişkin örnek öğrenci yanıtları verilmiş ve bu yanıtlar hakkında yorumlar yapılmıştır. Örnek yanıtlardan bazıları aşağıdaki verilmiştir.

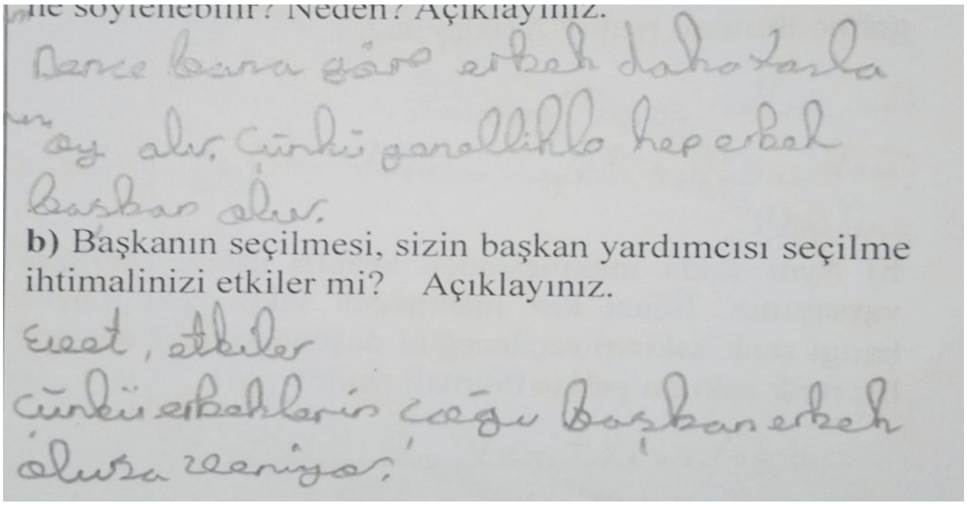
Tablo 13

Bağımlı Olasılık Kavramına İlişkin Bir Soruya Verilen Örnek Öğrenci Yanıtları

Bağımlı Olasılık	"Sınıfınızda başkan ve başkan yardımcısı seçimleri yapılacaktır ve beş aday bulunmaktadır. Adaylar: Ayça, Murat, Seda, Nedim ve siz. Beş adayın hepsinin kazanma olasılıklarının eşit olduğu düşünülmektedir. Başkanın belirlendiğini varsayınız. Başkan yardımcısının erkek veya kız olma ihtimali hakkında ne söylenebilir? Neden? Açıklayınız. Başkanın seçilmesi, sizin başkan yardımcısı seçilme ihtimalinizi etkiler mi? Açıklayınız."

Düzey 1 Bir deneyin tek denemesinin ardından gelen ikinci deneme için her zaman olası çıktılarını çıktısının tam listeleyemez. Yer değiştirme olan veya olmayan durumları öznel akıl yürütme kullanır	*" Bence bana göre erkek daha fazla oy alır. Çünkü genellikle hep erkek başkan olur.* *Evet, etkiler. Çünkü erkeklerin çoğu başkan erkek olursa kıza oy veriyor."*
Düzey 2 Bazı olayların olasılığının yer değiştirme durumu olmadan değiştiğini fark eder, ancak bu farkındalık tam olgunlaşmamıştır ve genellikle daha önce gerçekleşmiş olan olaylarla sınırlıdır.	*"Başkan belirlenmeden belirleyemeyiz.* *Evet, çünkü bir kişi eksilecektir."*
Düzey 3 Tüm olayların olasılığın yer değiştirme durumu olmadan değiştiğini fark eder. Yer değiştirme durumu olmadığındaki olasılık değişim miktarını belirler	*"Eşittir. Çünkü eğer ben başkan seçildiysem geriye 2 kız ve 2 erkek kalır. Etkiler."*
Düzey 4 Yer değiştirme durumlarının olduğu ve olmadığı durumlardaki sayısal olasılıkları belirler. Yer değiştirme olduğu ve olmadığı durumlardan önce ve sonra olayların olasılıklarını karşılaştırmak için sayısal akıl yürütme kullanır.	*"Ben başkan olursam 2/4 kız, 2/4 erkek* *Evet etkiler. Benim seçilmem başkan varken 1/5 iken başkan yokken 1/4'tür."*

Bağımlı olasılık kavramına ait sorulara düzeylere uygun olarak verilen yanıtlar Tablo 13'te gösterilmiştir. Öğrencilerin verdikleri yanıtların hangi düzeye uygun olduğunu belirleyebilmek için yapılan incelemelerden bazıları aşağıda örneklendirilmiştir.



ne söylenebilir? Neden? Açıklayınız.

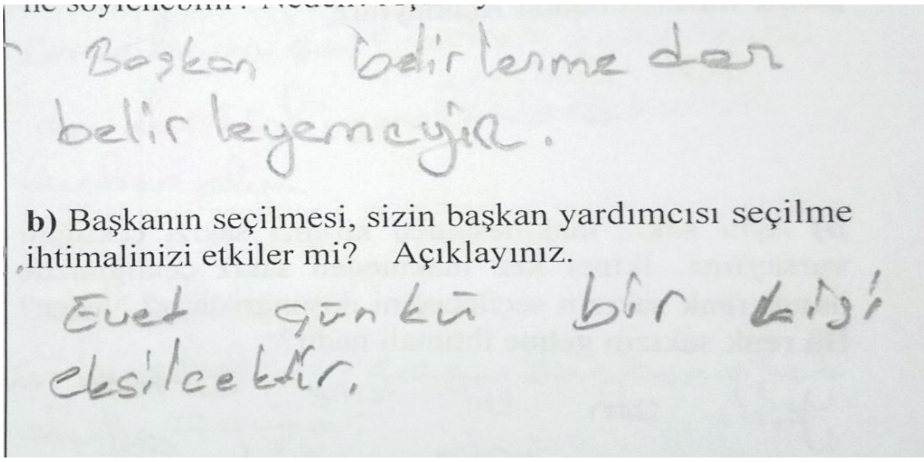
Bence bana göre erkek daha fazla oy alır. Çünkü genellikle hep erkek başkan olur.

b) Başkanın seçilmesi, sizin başkan yardımcısı seçilme ihtimalinizi etkiler mi? Açıklayınız.

Evet, etkiler çünkü erkeklerin çoğu başkan erkek olursa seviniyor.

Şekil 18. Bağımlı Olasılık kavramına ilişkin Ö$_{58}$'in yanıtı.

Şekil 18'de görüldüğü gibi 6. sınıf düzeyindeki kız öğrenci sezgilerinin etkisinde kalarak yanıt vermiştir. Başkanların hep erkek olduğunu düşünmüş ve başkan erkek olduğu takdirde diğer erkek öğrencilerin kızlara oy verebileceğini düşünerek kazanma ihtimalinin artacağını düşündüğü anlaşılmaktadır. Sezgileri ve inançlarını kullanarak yanıt verdiği için bu öğrencinin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1 becerisine sahip olduğu görülmektedir.



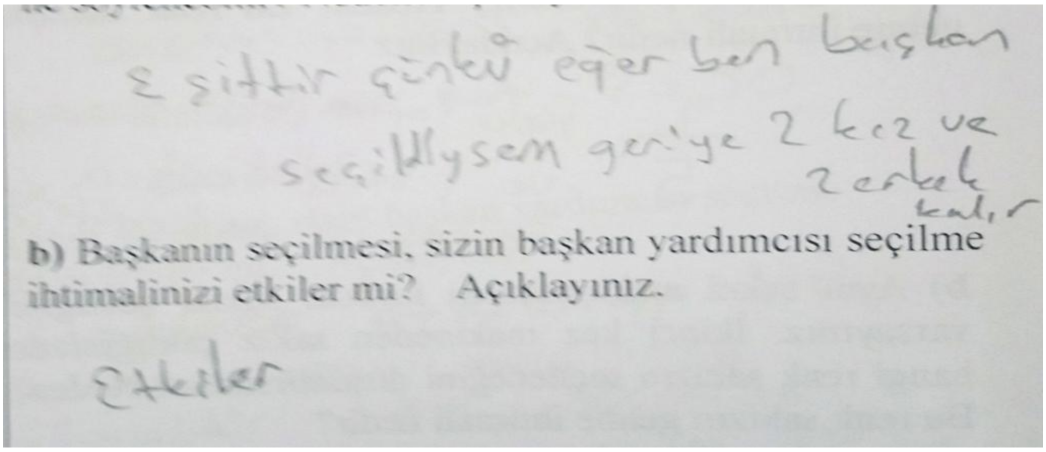
Başkan belirlenmeden belirleyemeyiz.

b) Başkanın seçilmesi, sizin başkan yardımcısı seçilme ihtimalinizi etkiler mi? Açıklayınız.

Evet çünkü bir kişi eksilecektir.

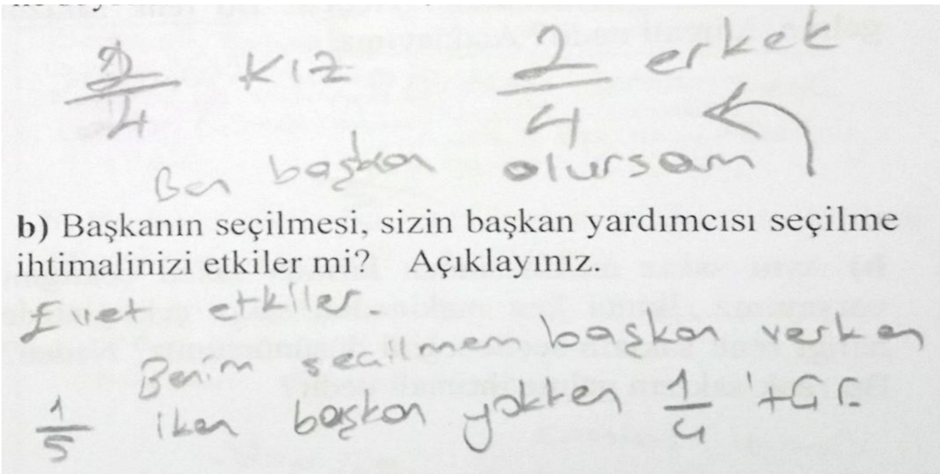
Şekil 19. Bağımlı Olasılık kavramına ilişkin Ö$_{196}$'nın yanıtı.

Şekil 19'da görüldüğü gibi 8. sınıf düzeyindeki erkek öğrencinin örnek uzayın eleman sayısının değiştiğini fark ettiği yanıtından anlaşılmaktadır. Ancak değişim miktarını belirleyemediğinden bu farkındalığının olgunlaşmadığı söylenebilir. Bu nedenle bu öğrencinin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 2 becerisine sahip olduğu görülmektedir.



Şekil 20. Bağımlı Olasılık kavramına ilişkin Ö$_{253}$'ün yanıtı.

Şekil 20'de 8. sınıf düzeyindeki erkek öğrencinin soruya doğru yanıt verdiği görülmektedir. Bu öğrencinin niceliksel akıl yürütme kullandığı ve bunu sayısal olasılık hesaplamadan kendi yoluyla ifade ettiği söylenebilir. Örnek uzayın eleman sayısının değiştiğin farkında olup, niceliksel akıl yürütme kullandığı görülen bu öğrencinin düzey 3 becerine sahip olduğu gözlenmiştir.



Şekil 21. Bağımlı Olasılık kavramına ilişkin Ö$_{275}$'in yanıtı.

Şekil 21'de 8. sınıf düzeyindeki kız öğrencinin soruya doğru yanıt verdiği görülmektedir. Soruyu yanıtlarken kullandığı akıl yürütmede niceliksel yargılama yapmış ve sayısal olasılıkları belirleyerek cevap verdiği için bu öğrencinin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 4 becerisine sahip olduğu görülmektedir.

Bağımsızlık kavramı olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri. Tablo 8'e bakıldığında bağımsızlık kavramında en fazla düzey 1'e rastlandığı görülmektedir. Düzey 3 ve düzey 4 becerisine sahip öğrencilerin daha çok 8. sınıf düzeyinde yer aldığı gözlenmiştir. Öğretim programında bu kavrama ait kazanımlar 8. sınıf seviyesinde yer aldığı için bu sınıf seviyesinde düzey 3 ve 4 becerisine sahip olan öğrencilere rastlanmıştır.

Yukarıda belirtilen olasılıksal akıl yürütme becerilerinin bağımsızlık alt kavramındaki düzeyleri hakkında daha detaylı bilgiye sahip olunması için öğrenci yanıtlarından örnekler verilmiştir. Olasılıksal akıl yürütme testinden bağımsızlık kavramını içeren bir soruya (Ek A - 14.soru) ilişkin örnek öğrenci yanıtları verilmiş ve bu yanıtlar hakkında yorumlar yapılmıştır. Örnek yanıtlardan bazıları aşağıdaki verilmiştir.

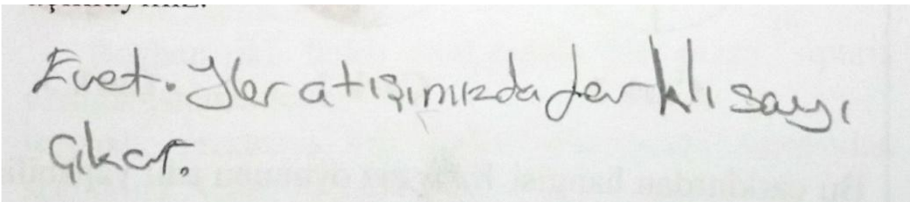
Tablo 14

Bağımsızlık Kavramına İlişkin Bir Soruya Verilen Örnek Öğrenci Yanıtları

Bağımsızlık	"Bir zar atıldığını düşününüz. Zarı tekrar attığınızda, zarı ilk attığınızda gelen sayının tekrar gelme ihtimalinin değiştiğini düşünüyor musunuz? Nedenini açıklayınız."
Düzey 1	
Sıralı olayların her zaman ilgili olduğunu düşünme eğilimine sahiptir. Bir olayın çıktılarını kontrol edebileceğine dair yaygın inançları vardır.	• *"Evet. Her atışımızda farklı sayı çıkar."* • *"Çıkan bir sayının bir daha çıkması çok zordur."*
Düzey 2	
Sıralı olayları ilgili veya ilgisiz olabileceğini fark etmeye başlar. Bir sonraki sonucu tahmin etmek için önceki denemelerin sonuçlarının dağılımını kullanır. (temsil edilebilirlik)	*"Hayır düşünmüyorum. Başka bir sayının gelme olasılığı daha fazladır."*

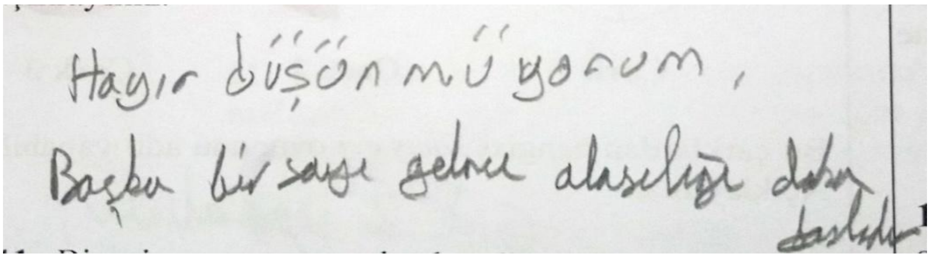
Düzey 3 Yer değiştirme durumu olduğunda ve olmadığındaki durumlarda bağımlı ve bağımsız olayları ayırt edebilir. Temsil edilebilirlik durumuna dayalı stratejilere geri dönüş yapabilir.	*“Hayır. Çünkü zarı attıktan sonra gelen sayı eksilmez.”*
Düzey 4 Bağımsız ve bağımlı olayları ayırt etmek için sayısal olasılıklar kullanır.	*“Değişmez. Çünkü her zar, diğer zardan bağımsızdır. Her zarın olasılığı 1/6’dır.”*

Bağımsızlık kavramına ait sorulara düzeylere uygun olarak verilen yanıtlar Tablo 14’de gösterilmiştir. Öğrencilerin verdikleri yanıtların hangi düzeye uygun olduğunu belirleyebilmek için yapılan incelemelerden bazıları aşağıda örneklendirilmiştir.


Evet. İleri atışınızda farklı sayı Çıkar.

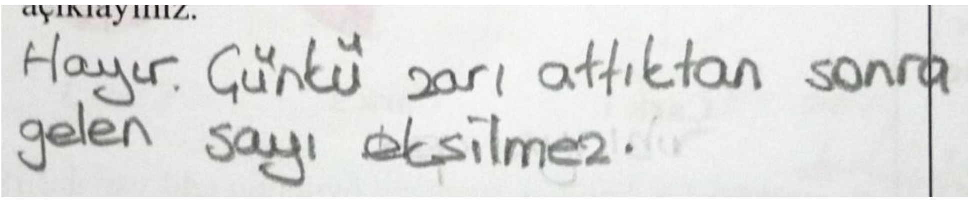
Şekil 22. Bağımsızlık kavramına ilişkin $\ddot{O}_{87}$’nin yanıtı.

Şekil 22’de görüldüğü gibi 7. sınıf düzeyindeki bu öğrenci günlük hayattaki izlenimi, sezgi ve inancı gibi öznel yargılamasının etkisinde kalarak cevap verdiği görülmektedir. Bu öğrencinin sıralı olayların her zaman ilgili olduğuna dair inancı olabilir. Temsil edilebilirlik kavram yanılgısına sahip olduğu sonuçların farklı olması gerektiğini düşündüğü sonucuna varılabilir. Bu öğrenci öznel yargılama kullandığı ve sıralı olayları ilgili olarak düşündüğü için olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1 becerisine sahip olduğu görülmektedir.


Hayır düşünmüyorum,
Başka bir sayı gelme olasılığı daha

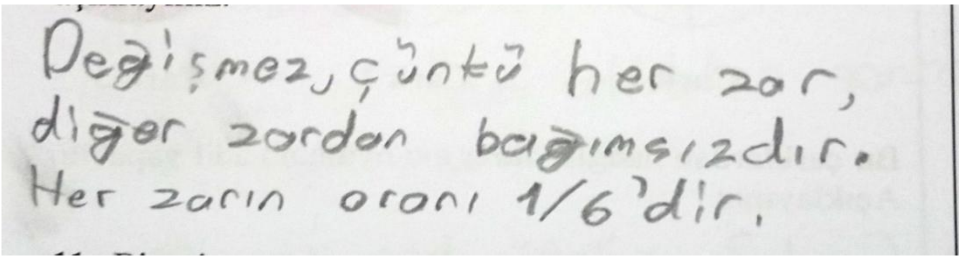
Şekil 23. Bağımsızlık kavramına ilişkin $\ddot{O}_{106}$’nın yanıtı.

Şekil 23'te görüldüğü gibi 7. düzeyindeki öğrenci başlangıçta olayların birbirini etkilemeyeceğini söylemiştir. Sıralı olayları ilgili ya da ilgisiz fark etmeye başladığı söylenebilir. Ancak sonrasında temsil edilebilirlik kavram yanılgısının etkisinde kalarak farklı bir sayı gelmesinin daha olası olduğunu belirtmiştir. Bu öğrenci sıralı olayları ilgili veya ilgisiz ayırt etmeye başlaması ancak sonrasında öznel yargılamasına dönmesi nedeniyle olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 2 becerisine sahip olduğu görülmektedir.



Şekil 24. Bağımsızlık kavramına ilişkin $Ö_{278}$'in yanıtı.

Şekil 24'te görüldüğü gibi 8. düzeyindeki öğrenci doğru bir akıl yürütme kullanarak doğru cevaba ulaşmıştır. Olayların birbirini etkilemeyeceğini fark ettiği ancak sayısal değer olarak ifade etmediği için olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 3 becerisine sahip olduğu görülmektedir.



Şekil 25. Bağımsızlık kavramına ilişkin $Ö_{224}$'ün yanıtı.

Şekil 25'te görüldüğü gibi 8. düzeyindeki öğrenci doğru bir akıl yürütme kullanarak doğru cevaba ulaşmıştır. Zar atışlarının birbirinden bağımsız olduğunu belirtmiştir. Öğretim programında 8.sınıf düzeyinde yer alan bağımsızlık konusunu öğrenmiş olmasından kaynaklanabilir. Soruyu yanıtlarken kullandığı akıl yürütmede niceliksel yargılama yapmış ve sayısal olasılıkları belirleyerek cevap verdiği için bu öğrencinin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 4 becerisine sahip olduğu görülmektedir.

İkinci Alt Probleme Ait Bulgular

"Ortaokul 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme becerileri ile cinsiyet değişkeni arasında ilişki var mıdır?"

Bu alt problemde ortaokul 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile cinsiyet değişkeni arasında ilişki olup olmadığına bakılmıştır. Bu amaçla olasılıksal akıl yürütmenin altı alt kavramı ile cinsiyet arasında ki-kare analizi yapılarak ilişki varlığı test edilmiş, ilişkinin söz konusu olduğu durumlarda "Cramer's V" testi uygulanarak ilişkinin büyüklüğü yorumlanabilmiştir. Elde edilen bilgiler Tablo 15'te özetlenmiştir.

Tablo 15

Ortaokul 6,7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Cinsiyete Göre Dağılımı ve Ki-Kare Analizi Sonuçları

Kavramlar	Cinsiyet	Düzeyler 1 f	1 %	2 f	2 %	3 f	3 %	4 f	4 %	Toplam f	Toplam %
Örnek uzay	Kız	101	66.9	50	33.1	0	0	0	0	151	100
	Erkek	112	83	23	17	0	0	0	0	135	100
	Toplam	213	74.5	73	25.5	0	0	0	0	286	100
Bir olayın deneysel olma olasılığı	Kız	94	62.3	15	9.9	14	9.3	28	18.5	151	100
	Erkek	82	60.7	23	17	14	10.4	16	11.9	135	100
	Toplam	176	61.5	38	13.3	28	9.8	44	15.4	286	100
Bir olayın teorik olma olasılığı	Kız	2	1.3	14	9.3	123	81.5	12	7.9	151	100
	Erkek	0	0	8	5.9	116	85.9	11	8.1	135	100
	Toplam	2	0.7	22	7.7	239	83.6	23	8	286	100
Olasılık karşılaştırmaları	Kız	21	13.9	3	2	118	78.1	9	6	151	100
	Erkek	17	12.6	3	2.2	105	77.8	10	7.4	135	100
	Toplam	38	13.3	6	2.1	223	78	19	6.6	286	100
Bağımlı olasılık	Kız	87	57.6	60	39.7	2	1.3	2	1.3	151	100
	Erkek	82	60.7	49	36.3	2	1.5	2	1.5	135	100
	Toplam	169	59.1	109	38.1	4	1.4	4.	1.4	286	100
Bağımsızlık	Kız	108	71.5	17	11.3	18	11.9	8	5.3	151	100
	Erkek	103	76.3	16	11.9	10	7.4	6	4.4	135	100
	Toplam	211	73.8	33	11.5	28	9.8	14	4.9	286	100

*p<0.05

Tablo 15'te görüldüğü gibi olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan örnek uzay kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile cinsiyet arasında X^2(3, *N*=286)=9.69, *p*= .002 bir ilişki olduğu bulunmuştur (*p*<.05). Cinsiyet ve örnek uzay kavramında sahip olunan beceri düzeyleri arasında zayıf bir ilişki söz konusudur (Cramer's V = .24).

Örnek uzay kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1'de ki erkek öğrencilerin oranı (%83) kız öğrencilerin oranından(%66.9) fazladır. Aynı kavramda düzey 2'de kız öğrencilerin oranı (%33.1) erkek öğrencilerin oranından (%25.5) fazladır. Buradan hareketle kız öğrencilerin erkek öğrencilere kıyasla daha üst düzey beceriye sahip olduklarını söyleyebiliriz.

Olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan bir olayın deneysel olma olasılığı kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile cinsiyet arasında X^2(3, *N*=286)=4.89, *p*= .180 ilişki olduğuna dair bulguya rastlanmamıştır.

Bir olayın deneysel olma olasılığı kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1'de ki kız öğrencilerin oranı (%62.3) erkek öğrencilerin oranından (%60.7) fazladır. Aynı kavramda düzey 2'de ki erkek öğrencilerin oranı (%17) kız öğrencilerin oranından (%9.9) fazladır. Düzey 3'te ki erkek öğrencilerin oranı (%10.4) kız öğrencilerin oranından (%9.3) fazladır. Düzey 4'te ise kız öğrencilerin oranı (%18.5) erkek öğrencilerin oranından (%11.9) fazladır.

Olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan bir olayın teorik olma olasılığı kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile cinsiyet arasında X^2(3, *N*=286)=2.99, *p*= .392 ilişki olduğuna dair bulguya rastlanmamıştır.

Bir olayın teorik olma olasılığı kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1'de ki kız öğrencilerin oranı (%1.3) erkek öğrencilerin oranından (%0) fazladır. Aynı kavramda düzey 2'de ki kız öğrencilerin oranı (%9.3) erkek öğrencilerin oranından (%5.9) fazladır. Düzey 3'te ki erkek öğrencilerin oranı (%85.9) kız öğrencilerin oranından (%81.5) fazladır. Düzey 4'te ise erkek öğrencilerin oranı (%8.1) kız öğrencilerin oranından (%7.9) fazladır.

Olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan olasılık karşılaştırmaları kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile cinsiyet arasında X^2(3, *N*=286)=0.33, *p*= .953 ilişki olduğuna dair bulguya rastlanmamıştır.

Olasılık karşılaştırmaları kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1'de ki kız öğrencilerin oranı (%13.9) erkek öğrencilerin oranından (%12.6) fazladır. Aynı kavramda düzey 2'de ki erkek öğrencilerin oranı (%2.2) kız öğrencilerin oranından (%2) fazladır. Düzey 3'te ki kız öğrencilerin oranı (%78.1) erkek öğrencilerin oranından (%77.8) fazladır. Düzey 4'te ise erkek öğrencilerin oranı (%7.4) kız öğrencilerin oranından (%6) fazladır.

Olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan bağımlı olasılık kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile cinsiyet arasında X^2(3, *N*=286)=0.36, *p*= .948 ilişki olduğuna dair bulguya rastlanmamıştır.

Bağımlı olasılık kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1'de ki erkek öğrencilerin oranı (%60.7) kız öğrencilerin oranından (%57.6) fazladır. Aynı kavramda düzey 2'de ki kız öğrencilerin oranı (%39.7) erkek öğrencilerin oranından (%36.3) fazladır. Düzey 3'te ki erkek öğrencilerin oranı (%1.5) kız öğrencilerin oranından (%771.3) fazladır. Düzey 4'te ise erkek öğrencilerin oranı (%1.5) kız öğrencilerin oranından (%1.3) fazladır.

Olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan bağımsızlık kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile cinsiyet arasında X^2(3, *N*=286)=1.83, *p*= .608 ilişki olduğuna dair bulguya rastlanmamıştır.

Bağımsızlık kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1'de ki erkek öğrencilerin oranı (%76.3) kız öğrencilerin oranından (%71.5) fazladır. Aynı kavramda düzey 2'de ki erkek öğrencilerin oranı (%11.9) kız öğrencilerin oranından (%11.3) fazladır. Düzey 3'te ki kız öğrencilerin oranı (%11.9) erkek öğrencilerin oranından (%7.4) fazladır. Düzey 4'te ise kız öğrencilerin oranı (%5.3) erkek öğrencilerin oranından (%4.4) fazladır.

Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgular

"Ortaokul 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme becerileri ile sınıf seviyesi değişkeni arasında ilişki var mıdır?"

Bu alt problemde ortaokul 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile sınıf seviyesi değişkeni arasında ilişki olup olmadığına bakılmıştır. Bu amaçla olasılıksal akıl yürütmenin altı alt kavramı ile sınıf seviyesi değişkeni arasında ki-kare analizi yapılarak ilişki varlığı test edilmiş, ilişkinin söz konusu olduğu durumlarda "Kendall's tau-c" testi uygulanarak ilişkinin büyüklüğü yorumlanmıştır. Elde edilen bilgiler Tablo 16'da özetlenmiştir.

Tablo 16

Ortaokul 6, 7 Ve 8. Sınıf Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Becerileri Sınıf Seviyesine Göre Dağılımı ve Ki-Kare Analizi Sonuçları

Kavramlar	Sınıf seviyesi	Düzeyler									
		1		2		3		4		Toplam	
		f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Örnek uzay	6	63	80.8	15	19.2	0	0	0	0	78	100
	7	76	80.9	18	19.1	0	0	0	0	94	100
	8	74	64.9	40	35.1	0	0	0	0	114	100
	Toplam	213	74.5	73	25.5	0	0	0	0	286	100
Bir olayın deneysel olma olasılığı	6	57	73.1	6	7.7	9	11.5	6	7.7	78	100
	7	66	70.2	14	14.9	5	5.3	9	9.6	94	100
	8	53	46.5	18	15.8	14	12.3	29	25.4	114	100
	Toplam	176	61.5	38	13.3	28	9.8	44	15.4	286	100
Bir olayın teorik olma olasılığı	6	0	0	1	1.3	73	93.6	4	5.1	78	100
	7	2	2.1	14	14.9	70	74.5	8	8.5	94	100
	8	0	0	7	6.1	96	84.2	11	9.6	114	100
	Toplam	2	0.7	22	7.7	239	83.6	23	8	286	100
Olasılık karşılaştırmaları	6	17	21.8	1	1.3	55	70.5	5	6.4	78	100
	7	15	16	3	3.2	72	76.6	4	4.3	94	100
	8	6	5.3	2	1.8	96	84.2	10	8.8	114	100
	Toplam	38	13.3	6	2.1	223	78	19	6.6	286	100
Bağımlı olasılık	6	48	61.5	30	38.5	0	0	0	0	78	100
	7	66	70.2	28	29.8	0	0	0	0	94	100
	8	55	48.2	51	44.7	4	3.5	4	3.5	114	100
	Toplam	169	59.1	109	38.1	4	1.4	4	1.4	286	100
Bağımsızlık	6	64	82.1	10	12.8	1	1.3	3	3.8	78	100
	7	83	88.3	6	6.4	4	4.3	1	1.1	94	100
	8	64	56.1	17	14.9	23	20.2	10	8.8	114	100
	Toplam	211	73.8	33	11.5	28	9.8	14	4.9	286	100

*p<0.05

Tablo 16’da görüldüğü gibi olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan örnek uzay kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile sınıf seviyeleri arasında $X^2(6, N=286)=9.12$, $p= .010$ bir ilişki olduğu bulunmuştur ($p<.05$). Sınıf seviyesi ve örnek uzay kavramında sahip olunan beceri düzeyleri arasında zayıf bir ilişki söz konusudur (Kendall’s tau-c= .22).

Örnek uzay kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1’de ki 7. sınıf öğrencilerinin oranı (%80.9) 6. sınıf öğrencilerinin oranından(%80.8) ve8. sınıf öğrencilerinin oranından (% 64.9) fazladır. Aynı kavramda düzey 2’de ki 8. sınıf öğrencilerinin oranı (%35.1) 6. sınıf öğrencilerinin oranından (%19.2) ve 7. sınıf öğrencilerinin oranından (%19.1) fazladır. Buradan hareketle sınıf seviyesi ile örnek uzay kavramındaki sahip olunan beceri düzeyleri arasında pozitif bir ilişki olduğunu söyleyebiliriz.

Olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan bir olayın deneysel olma olasılığı kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile sınıf seviyeleri arasında $X^2(6, N=286)=25.02$, $p= .000$ bir ilişki olduğu bulunmuştur ($p<.05$). Sınıf seviyesi ve bir olayın deneysel olma olasılığı kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri arasında zayıf bir ilişki söz konusudur (Kendall’s tau-c= .28).

Bir olayın deneysel olma olasılığı kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1’de ki 6. sınıf öğrencilerinin oranı (%73.1) 7. sınıf öğrencilerinin oranından(%70.2) ve 8. sınıf öğrencilerinin oranından (% 46.5) fazladır. Aynı kavramda düzey 2’de ki 8. sınıf öğrencilerinin oranı (%15.8) 7. sınıf öğrencilerinin oranından (%14.9) ve 6. sınıf öğrencilerinin oranından (%7.7) fazladır. Düzey 3’te ki 8. sınıf öğrencilerinin oranı (%12.3) 6. sınıf öğrencilerinin oranından (%11.5) ve 7. sınıf öğrencilerinin oranından (%5.3) fazladır. Düzey 4’te ise 8. sınıf öğrencilerinin oranı (%25.4) 7. sınıf öğrencilerinin oranından (%9.6) ve 6. sınıf öğrencilerinin oranından (%7.7) fazladır. Buradan hareketle sınıf seviyesi ile bir olayın deneysel olma olasılığı kavramındaki sahip olunan beceri düzeyleri arasında pozitif bir ilişki olduğunu söyleyebiliriz.

Olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan bir olayın teorik olma olasılığı kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile sınıf seviyeleri arasında $X^2(6, N=286)=18.03$, $p= .006$ bir ilişki olduğu bulunmuştur ($p<.05$). Sınıf seviyesi ve bir olayın teorik olma olasılığı kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri arasında zayıf bir ilişki söz konusudur (Kendall's tau-c= .22).

Bir olayın teorik olma olasılığı kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1'de ki 7. sınıf öğrencilerinin oranı (%2.1) 6. sınıf öğrencilerinin oranından(%0) ve 8. sınıf öğrencilerinin oranından (% 0) fazladır. Aynı kavramda düzey 2'de ki 7. sınıf öğrencilerinin oranı (%14.9) 8. sınıf öğrencilerinin oranından (%6.1) ve 6. sınıf öğrencilerinin oranından (%1.3) fazladır. Düzey 3'te ki 6. sınıf öğrencilerinin oranı (%93.6) 8. sınıf öğrencilerinin oranından (%84.2) ve 7. sınıf öğrencilerinin oranından (%74.5) fazladır. Düzey 4'te ise 8. sınıf öğrencilerinin oranı (%9.6) 7. sınıf öğrencilerinin oranından (%8.5) ve 6. sınıf öğrencilerinin oranından (%5.1) fazladır.

Olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan olasılık karşılaştırmaları kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile sınıf seviyeleri arasında $X^2(6, N=286)=13.86$, $p= .031$ bir ilişki olduğu bulunmuştur ($p<.05$). Sınıf seviyesi ve olasılık karşılaştırmaları kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri arasında zayıf bir ilişki söz konusudur (Kendall's tau-c= .18).

Olasılık karşılaştırmaları kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1'de ki 6. sınıf öğrencilerinin oranı (%21.8) 7. sınıf öğrencilerinin oranından(%16) ve 8. sınıf öğrencilerinin oranından (% 5.3) fazladır. Aynı kavramda düzey 2'de ki 7. sınıf öğrencilerinin oranı (%3.2) 8. sınıf öğrencilerinin oranından (%1.8) ve 6. sınıf öğrencilerinin oranından (%1.3) fazladır. Düzey 3'te ki 8. sınıf öğrencilerinin oranı (%84.2) 7. sınıf öğrencilerinin oranından (%76.6) ve 6. sınıf öğrencilerinin oranından (%70.5) fazladır. Düzey 4'te ise 8. sınıf öğrencilerinin oranı (%8.8) 6. sınıf öğrencilerinin oranından (%6.4) ve 7. sınıf öğrencilerinin oranından (%4.3) fazladır. Buradan hareketle sınıf seviyesi ile olasılık karşılaştırmaları kavramındaki sahip olunan beceri düzeyleri arasında pozitif bir ilişki olduğunu söylenebilir.

Olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan bağımlı olasılık kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile sınıf seviyeleri arasında $X^2(6, N=286)=19.41$, $p= .004$ bir ilişki olduğu bulunmuştur ($p<.05$). Sınıf seviyesi ve bağımlı olasılık kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri arasında zayıf bir ilişki söz konusudur (Kendall's tau-c= .22).

Bağımlı olasılık kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1'de ki 7. sınıf öğrencilerinin oranı (%70.2) 6. sınıf öğrencilerinin oranından(%61.5) ve 8. sınıf öğrencilerinin oranından (% 48.2) fazladır. Aynı kavramda düzey 2'de ki 8. sınıf öğrencilerinin oranı (%44.7) 6. sınıf öğrencilerinin oranından (%38.5) ve 7. sınıf öğrencilerinin oranından (%29.8) fazladır. Düzey 3'te ki 8. sınıf öğrencilerinin oranı (%3.5) 7. sınıf öğrencilerinin oranından (%0) ve 6. sınıf öğrencilerinin oranından (%0) fazladır. Düzey 4'te ise 8. sınıf öğrencilerinin oranı (%3.5) 7. sınıf öğrencilerinin oranından (%0) ve 6. sınıf öğrencilerinin oranından (%0) fazladır. Buradan hareketle sınıf seviyesi ile olasılık karşılaştırmaları kavramındaki sahip olunan beceri düzeyleri arasında pozitif bir ilişki olduğunu söylenebilir.

Olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan bağımsızlık kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile sınıf seviyeleri arasında $X^2(6, N=286)=39.38$, $p= .000$ bir ilişki olduğu bulunmuştur ($p<.05$). Sınıf seviyesi ve bağımsızlık kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri arasında zayıf bir ilişki söz konusudur (Kendall's tau-c= .27).

Bağımsızlık kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1'de ki 7. sınıf öğrencilerinin oranı (%88.3) 6. sınıf öğrencilerinin oranından(%82.1) ve 8. sınıf öğrencilerinin oranından (% 56.1) fazladır. Aynı kavramda düzey 2'de ki 8. sınıf öğrencilerinin oranı (%14.9) 6. sınıf öğrencilerinin oranından (%12.8) ve 7. sınıf öğrencilerinin oranından (%6.4) fazladır. Düzey 3'te ki 8. sınıf öğrencilerinin oranı (%20.2) 7. sınıf öğrencilerinin oranından (%4.3) ve 6. sınıf öğrencilerinin oranından (%1.3) fazladır. Düzey 4'te ise 8. sınıf öğrencilerinin oranı (%8.8) 6. sınıf öğrencilerinin oranından (%3.8) ve 7. sınıf öğrencilerinin oranından (%1.1) fazladır. Buradan hareketle sınıf seviyesi ile olasılık karşılaştırmaları kavramındaki sahip olunan beceri düzeyleri arasında pozitif bir ilişki olduğunu söylenebilir.

Dördüncü Alt Probleme Ait Bulgular

"Ortaokul 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme becerileri ile matematik başarısı değişkeni arasında ilişki var mıdır?"

Bu alt problemde ortaokul 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile matematik başarısı değişkeni arasında ilişki olup olmadığına bakılmıştır. Bu amaçla olasılıksal akıl yürütmenin altı alt kavramı ile matematik başarısı değişkeni arasında ki-kare analizi yapılarak ilişki varlığı test edilmiş, ilişkinin söz konusu olduğu durumlarda “Kendall’s tau-c” testi uygulanarak ilişkinin büyüklüğü yorumlanmıştır. Elde edilen bilgiler Tablo 17’de özetlenmiştir.

Tablo 17

Ortaokul 6, 7 Ve 8. Sınıf Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Becerileri Matematik Başarısına Göre Dağılımı ve Ki-Kare Analizi Sonuçları

Kavramlar	Matematik başarısı	Düzeyler									
		1		2		3		4		Toplam	
		f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Örnek uzay	1	37	92.5	3	7.5	0	0	0	0	40	100
	2	37	71.2	15	28.8	0	0	0	0	52	100
	3	54	80.6	13	19.4	0	0	0	0	67	100
	4	41	71.9	16	28.1	0	0	0	0	57	100
	5	44	62.9	26	37.1	0	0	0	0	70	100
	Toplam	213	74.5	73	25.5	0	0	0	0	286	100
Bir olayın deneysel olma olasılığı	1	28	70	4	10	2	5	6	15	40	100
	2	33	63.5	8	15.4	6	11.5	5	9.6	52	100
	3	41	61.2	6	9	5	7.5	15	22.4	67	100
	4	36	63.2	8	14	7	12.3	6	10.5	57	100
	5	38	54.3	12	17.1	8	11.4	12	17.1	70	100
	Toplam	176	61.5	38	13.3	28	9.8	44	15.4	286	100
Bir olayın teorik olma olasılığı	1	0	0	8	20	31	77.5	1	2.5	40	100
	2	2	3.8	6	11.5	41	78.8	3	5.8	52	100
	3	0	0	3	4.5	60	89.6	4	6	67	100
	4	0	0	4	7	44	77.2	9	15.8	57	100
	5	0	0	1	1.4	63	90	6	8.6	70	100
	Toplam	2	0.7	22	7.7	239	83.6	23	8	286	100
Olasılık karşılaştırmaları	1	15	37.5	2	5	23	57.5	0	0	40	100
	2	5	9.6	3	5.8	42	80.8	2	3.8	52	100
	3	8	11.9	1	1.5	55	82.1	3	4.5	67	100
	4	4	7	0	0	49	86	4	7	57	100
	5	6	8.6	0	0	54	77.1	10	14.3	70	100
	Toplam	38	13.3	6	2.1	223	78	19	6.6	286	100

Bağımlı olasılık	1	36	90	4	10	0	0	0	0	40	100
	2	38	73.1	13	25	1	1.9	0	0	52	100
	3	37	55.2	27	40.3	2	3	1	1.5	67	100
	4	27	47.4	28	49.1	0	0	2	3.5	57	100
	5	31	44.3	37	52.9	1	1.4	1	1.4	70	100
	Toplam	169	59.1	109	38.1	4	1.4	4	1.4	286	100
Bağımsızlık	1	34	85	5	12.5	1	2.5	0	0	40	100
	2	40	76.9	6	11.5	5	9.6	1	1.9	52	100
	3	46	68.7	8	11.9	9	13.4	4	6	67	100
	4	43	75.4	6	10.5	6	10.5	2	3.5	57	100
	5	48	68.6	8	11.4	7	10	7	10	70	100
	Toplam	211	73.8	33	11.5	28	9.8	14	4.9	286	100

*p<0.05

Tablo 17'de görüldüğü gibi olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan örnek uzay kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile matematik başarısı arasında $X^2(12, N=286)=13.62$, $p= .009$ bir ilişki olduğu bulunmuştur ($p<.05$). Matematik başarısı ve örnek uzay kavramında sahip olunan beceri düzeyleri arasında zayıf bir ilişki söz konusudur (Kendall's tau-c= .24).

Örnek uzay kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1'de ki matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranı (%92.5) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%80.6) matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%71.9) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%71.2) ve matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranından (%62.9) fazladır. Aynı kavramda düzey 2'de ki matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranı (%37.1) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%28.8) matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%28.1) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%19.4) ve matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranından (%7.5) fazladır. Buradan hareketle sınıf seviyesi ile örnek uzay kavramındaki sahip olunan beceri düzeyleri arasında pozitif bir ilişki olduğunu söyleyebiliriz.

Olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan bir olayın deneysel olma olasılığı kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile matematik başarısı arasında $X^2(12, N=286)=9.67$, $p= .644$ ilişki olduğu bulgusuna rastlanmamıştır.

Bir olayın deneysel olma olasılığı kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1'de ki matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranı (%70) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%63.5) matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%63.2) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%61.2) ve matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranından (%54.3) fazladır. Aynı kavramda düzey 2'de ki matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranı (%17.1) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%15.4) matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%14) matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranından (%10) ve matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%9) fazladır. Düzey 3'te ki matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranı (%12.3) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%11.5) matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranından (%11.4) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%7.5) ve matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranından (%5) fazladır. Düzey 4'te ise matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranı (%22.4) matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranından (%17.1) matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranından (%15) matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%10.5) ve matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%9.6) fazladır.

Olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan bir olayın teorik olma olasılığı kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile matematik başarısı arasında $X^2(12, N=286)=30.10$, $p= .003$ bir ilişki olduğu bulunmuştur ($p<.05$). Matematik başarısı ve bir olayın teorik olma olasılığı kavramında sahip olunan beceri düzeyleri arasında zayıf bir ilişki söz konusudur (Kendall's tau-c= .28).

Bir olayın teorik olma olasılığı kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1'de ki matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranı (%3.8) matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranından (%0) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%0) matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%0) ve matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranından (%0) fazladır. Aynı kavramda düzey 2'de ki matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranı (%20) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%11.5) matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%7) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%4.5) ve matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranından (%1.4) fazladır. Düzey 3'te ki matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranı (%90) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%89.6) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%78.8) matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranından (%77.5) ve matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%77.2) fazladır. Düzey 4'te ise matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranı (%15.8) matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranından (%8.6) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%6) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%5.8) ve matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranından (%2.5) fazladır. Buradan hareketle sınıf seviyesi ile bir olayın teorik olma olasılığı kavramındaki sahip olunan beceri düzeyleri arasında pozitif bir ilişki olduğunu söyleyebiliriz.

Olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan olasılık karşılaştırmaları kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile matematik başarısı arasında $X^2(12, N=286)=41.58$, $p= .000$ bir ilişki olduğu bulunmuştur ($p<.05$). Matematik başarısı ve olasılık karşılaştırmaları kavramında sahip olunan beceri düzeyleri arasında zayıf bir ilişki söz konusudur (Kendall's tau-c= .26).

Olasılık karşılaştırmaları kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1'de ki matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranı (%37.5) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%11.9) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%9.6) matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranından (%8.6) ve matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%7) fazladır. Aynı kavramda düzey 2'de ki matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranı (%5.8) matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranından (%5) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%1.5) matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%0) ve matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranından (%0) fazladır. Düzey 3'te ki matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranı (%86) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%82.1) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%80.8) matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%77.1) ve matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranından (%57.5) fazladır. Düzey 4'te ise matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranı (%14.3) matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%7) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%4.5) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%3.8) ve matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranından (%0) fazladır. Buradan hareketle sınıf seviyesi ile olasılık karşılaştırmaları kavramındaki sahip olunan beceri düzeyleri arasında pozitif bir ilişki olduğunu söyleyebiliriz.

Olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan bağımlı olasılık kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile matematik başarısı arasında $X^2(12,\ N=286)=34.58$, $p= .001$ bir ilişki olduğu bulunmuştur ($p<.05$). Matematik başarısı ve bağımlı olasılık kavramında sahip olunan beceri düzeyleri arasında zayıf bir ilişki söz konusudur (Kendall's tau-c= .18).

Bağımlı olasılık kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1'de ki matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranı (%90) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%73.1) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%55.2) matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%47.4) ve matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranından (%44.3) fazladır. Aynı kavramda düzey 2'de ki matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranı (%52.9) matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%49.1) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%40.3) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%25) ve matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranından (%10) fazladır. Düzey 3'te ki matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranı (%3) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%1.9) matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranından (%1.4) matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%0) ve matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranından (%0) fazladır. Düzey 4'te ise matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranı (%3.5) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%1.5) matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranından (%1.4) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%0) ve matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranından (%0) fazladır. Buradan hareketle sınıf seviyesi ile bağımlı olasılık kavramındaki sahip olunan beceri düzeyleri arasında pozitif bir ilişki olduğunu söyleyebiliriz.

Olasılıksal akıl yürütmenin alt kavramlarından olan bağımsızlık kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeyleri ile matematik başarısı arasında $X^2(12,\ N=286)=11.48$, $p= .488$ ilişki olduğu bulgusuna rastlanmamıştır.

Bağımsızlık kavramında sahip olunan akıl yürütme beceri düzeylerinden düzey 1'de ki matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranı (%85) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%76.9) matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%75.4) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%68.7) ve matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranından (%68.6) fazladır. Aynı kavramda düzey 2'de ki matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranı (%12.5) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%11.9) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%11.5) matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranından (%11.4) ve matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%10.5) fazladır. Düzey 3'te ki matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranı (%13.4) matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%10.5) matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranından (%10) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%9.6) ve matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranından (%2.5) fazladır. Düzey 4'te ise matematik başarı notu 5 olan öğrencilerin oranı (%10) matematik başarı notu 3 olan öğrencilerin oranından (%6) matematik başarı notu 4 olan öğrencilerin oranından (%3.5) matematik başarı notu 2 olan öğrencilerin oranından (%1.9) ve matematik başarı notu 1 olan öğrencilerin oranından (%0) fazladır.

Bölüm 5
Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu bölümde araştırmadan elde edilen sonuçları ilgili çalışmalarla karşılaştırılarak tartışılmış ve elde edilen sonuçlar temelinde birtakım önerilerde bulunularak sunulmuştur.

Sonuç ve Tartışma

Olasılık konusunun öğrenilmesinde muhakeme etme becerisinin yani akıl yürütme becerisinin önemli bir yere sahip olduğu görülmektedir.

Olasılık konusunun öğrenilmesinde yaşanılan zorluklar üzerine yapılmış çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin olasılık konusunda ne düşündükleri, nasıl akıl yürüttükleri, bir durumla karşılaştıklarında nasıl bir çözüm ürettiklerinin detaylıca incelenmesinin gerekliliği fark edilmiştir.

Bu nedenle bu çalışmada ortaokul 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme becerilerinin ne düzeyde olduğu ve bu öğrencilerin akıl yürütme becerilerinin cinsiyete, sınıf seviyesine ve matematik başarısı ile ilişkili olup olmadığı araştırılmıştır.

Araştırma sürecinde geliştirilen olasılıksal akıl yürütme testi sonuçlarının betimsel analizi yapılarak çalışmaya katılan öğrencilerin altı alt kavrama göre olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri belirlenmiştir. Örnek uzay kavramında en fazla düzey 1, bir olayın deneysel olma olasılığı kavramında en fazla düzey 1, bir olayın teorik olma olasılığı kavramında en fazla düzey 3, olasılık karşılaştırmaları kavramında en fazla düzey 3, bağımlı olasılık kavramında en fazla düzey 1 ve bağımsızlık kavramında en fazla düzey 1 olarak öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme becerisine sahip oldukları bulunmuştur. Bir olayın teorik olma olasılığı kavramı ve olasılık karşılaştırmaları kavramının diğer kavramlardan farklı olarak düzey 3'te yoğunlaşması öğretim programında bu kavramlara ait kazanımların ağırlıklı olmasından kaynaklandığı söylenebilir. Öğretim programında bu kavramlara ait kazanımlar yer aldığı için öğrenciler ders kitaplarında benzer sorularla sıklıkla karşılaştıkları düşünülebilir. Bu nedenle bu kavramdaki soru maddelerini diğer kavramlara göre daha rahat ve daha doğru olarak yanıtladıkları görülmüştür.

Ölçeğin uygulandığı yıl geçerli olan öğretim programındaki kazanımlar incelendiğinde ölçme aracındaki bir olayın teorik olma olasılığı kavramı ve olasılık karşılaştırmaları kavramına ait soruların öğretim programıyla örtüştükleri görülmektedir. Öğrenciler benzer soru deneyimlerinden yola çıkarak bu kavramlara ait maddeleri yanıtlarken daha üst akıl yürütme becerisi sergilemişlerdir.

6. sınıf düzeyinden itibaren "deney, çıktı, örnek uzay, olay, rastgele seçim ve eş olasılıklı terimlerini bir durumla ilişkilendirerek açıklar" (MEB, 2009) kazanımının yer almasına rağmen örnek uzay kavramında düzey 3 ve düzey 4 e rastlanmamıştır. Örnek uzay kavramı olasılık konusunun temel kavramlarındandır. Örnek uzay kavramında düzey 3 ve düzey 4'ün gözlenmemesi bu kavramın tam olarak anlaşılmamış olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin soru maddesinde istenen tüm durumları dikkate almadığı görülmüştür. Rastgele sayılar yazarak tüm durum sayısının belirlenmeye çalışıldığı, listeleme yöntemi kullananların aynı duruma karşılık gelen iki durumu yazdığı gözlenmiştir.

Ölçme aracındaki "Bir torbada 4 yeşil, 3 kırmızı, 2 sarı top vardır. Bu torbayı salladıktan sonra bir top seçiliyor. Ne renk topun seçileceğini düşünürsünüz? Nedenini açıklayınız." sorusuna gelen yanıtlar çoğunlukla yeşil topun seçileceği yönünde olduğu olmuştur. Örnek uzay sorularında çıktıların tümünü dikkate almak yerine gerçekleşme ihtimali en çok olana, tek bir denemedeki olası sonuca odaklanıldığı ve sayısal olasılık hesaplamaya yöneldikleri gözlenmiştir. Bu durumun nedenleri, öğrencilerin teorik olasılık hesaplama sorularına aşina oldukları için benzer soru olarak algılamış olabilecekleri ve bu yönde yanıtladıkları ya da literatürde geçen sonuç yaklaşımı kavram yanılgısına sahip olduklarından düşünülebilir.

Örnek uzay, bir olayın deneysel olma olasılığı (Örnek kümenin büyüklüğü), bağımlı olasılık ve bağımsızlık kavramlarının düşük düzeylerde kalması literatürdeki ilgili araştırmalarla paralellik göstermektedir (Memnun, Altun ve Yılmaz, 2010; Çelik ve Güneş, 2007; Bulut, 2001; Tarr ve Jones, 1997; Konold 1993).

Bir olayın deneysel olma olasılığı kavramına ait kazanım (MEB, 2009) 8. sınıf seviyesinde yer almaktadır. Öğrencilerin sınıf seviyelerine göre düzeyleri incelendiğinde düzey 4 düşünürlerinin çoğunun 8. sınıf öğrencisi olduğu görülmektedir. Ancak 8. sınıf öğrencileri kendi içlerinde incelendiğinde yarıdan fazlasının düzey 1 düşünürü olduğu görülmektedir. Deneysel ve teorik olasılık arasındaki farktan haberi olmadıkları, deneysel olasılık hesaplaması yerine teorik olasılık hesaplaması yapmaları Çakmak ve Durmuş (2015)'un araştırmasına paralel sonuçlar göstermiştir.

Olasılıksal akıl yürütme testindeki (EK - A) 4.soruya "10 atıştan sadece 1'ini kaçırmışsa bu futbolcu iyi bir futbolcudur. Bence gol atar.", "Topu attığı açı ve vuruş hızına bağlıdır." gibi öğrencilerin verdikleri cevaplarda günlük hayat ve okul deneyimlerinin, sezgilerinin, inançlarının etkisinde kaldıkları görülmektedir. Olasılık konusunun öğrenilmesini zorlaştıran nedenlerden biri de öğrencilerin bu şekilde yanlış bağlantılar kurmasıdır. Bu durumla ilgili literatürde yapılmış çalışmalar yer almaktadır (Williams ve Amir, 1995; Rubel, 2009; Koirala, 2003; Sharma, 2005, 2012; Memnun, 2008).

Bir olayın teorik olma olasılığı kavramı araştırmada yer alan kavramlar içerisinden yüksek düzey sergiledikleri kavramlardan biridir. İlgili kazanım (MEB, 2009) 6. sınıf seviyesinden başlamasına rağmen düzey 3 düşünürlerine sıklıkla rastlanmıştır. Öğrenciler genellikle sayısal olasılık belirlemeden cevap vermeyi tercih etmişlerdir. Düzey 4'e ulaşamama nedenleri sayısal akıl yürütme kullanmamalarıdır. Oran, kesir ve küme kavramı hakkında yanılgıların olması nedeniyle sayısal akıl yürütme becerisi göstermeleri yetersiz kalabilmektedir.

Olasılık karşılaştırmaları kavramı araştırmada yer alan kavramlar içerisinden yüksek düzey sergiledikleri kavramlardan bir diğeridir. Bir olayın teorik olma olasılığıyla yakından ilişkili olan bu kavramda da benzer şekilde düzey 3 düşünürlerine sıklıkla rastlanmıştır. Düzey 4'e ulaşamama nedenleri bir olayın teorik olma olasılığına paralel olarak oran, kesir ve küme kavramı, kesir karşılaştırmaları yapma konularındaki kavram yanılgılarından kaynaklanabilmektedir.

Bağımlı olasılık kavramına ait gösterilen akıl yürütme beceri düzeyleri incelendiğinde düzey 1 de kaldığı gözlenmektedir. Ölçme aracındaki ilgili soru (Ek A - 12. soru) başkanın belirlendikten sonra başkan yardımcısı için seçim yapılacağından bahsetmesine rağmen öğrencilerin çoğu başkanlık için seçim yapmaya yönelmiştir. Bu doğrultuda yanıtlayarak, örnek uzayın büyüklüğünü ihmal ettikleri gözlenmiştir. Ölçme aracındaki bir diğer soruya (Ek A -11. soru) gelen yanıtlar incelendiğinde iki paranın atılması, tek bir paranın atılması gibi birbirini etkilemeyen olaylar olarak düşünüldüğü görülmüştür. Bağımsız olay olarak inceleyen öğrencilerde eşit olasılık yanlılığı kavram yanılgısının var olduğu görülmüştür. Bağımlı olasılık ile ilgili araştırmalar incelendiğinde bu kavramın ayrı olarak ele alındığı görülmüştür. Bağımlı olasılık konusu en çok hata yapılan olasılık konusudur denilebilir. Öğrencilerin yanıtlarında örneklem büyüklüğünün etkisi kavram yanılgısına sahip olabilecekleri, yeterli akıl yürütme yapılmadığı görülmektedir.

Bağımsızlık kavramına ait kazanımlar (MEB, 2009) 8. sınıf düzeyinde yer almaktadır. Ancak 8. sınıf öğrencilerinin de yarıdan fazlası düzey 1 becerisinde kalmıştır. Bağımsızlık kavramı öğrencilerin sezgi ve inançlarıyla çelişkiye sıklıkla düştüğü olasılık konularındandır. Sıralı olayların ilgili olduğu inancına öğrenci yanıtlarının çoğunda rastlanmıştır. Ölçme aracındaki ilgili soruya (Ek A – 15.soru) “Sürekli tura gelmiş şimdi yazı gelir” veya “Hep tura gelmiş yine tura gelir” şeklinde sayısal olasılığa başvurmadan geçmiş denemeleri değerlendirerek temsil edilebilirlik durumuna göre yanıt verdikleri görülmüştür. Benzer şekilde diğer bir soruya (Ek A 14. soru) “Beş tane erkek çocuğu üst üste olmaz” veya “Erkek, kız karışık sıralı olana daha çok rastlanır” gibi temsil edilebilirlik durumuna göre yanıt verdikleri ve olumsuz sonralık etkisinde kaldıkları görülmüştür. “Hep tura gelmiş yine tura gelir” ve “Erkek çocukla başlamış, erkek çocukla devam eder. Benim bir tanıdığım bu şekilde” yanıtlarıyla olumsuz sonralık etkisinde kalan öğrenci sayısı kadar olmasa da olumlu sonralık etkisinde kalan öğrencilere de rastlanmıştır.

Öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri kavramlara göre incelendiğinde kavramlar arasında farklı düzeylere sahip oldukları bulunmuştur. Aynı öğrenci örnek uzay, bir olayın deneysel olma olasılığı, bağımlı olasılık ve bağımsızlık kavramlarında düzey 1 iken bir olayın teorik olma olasılığı ve olasılık karşılaştırmaları kavramlarında düzey 3 olarak bulunmuştur. Bu durum öğretim programından dolayı teorik olasılık hesaplamaya yönelik sorulara aşina olmalarından kaynaklanabilir. Öğrencilerin sahip olduğu sonuç yaklaşımı, temsil kısayolu, olumsuz sonralık etkisi, olumlu sonralık etkisi, eşit olasılık yanlılığı gibi kavram yanılgılarının bir olayın teorik olma olasılığı ve olasılık karşılaştırmaları kavramlarında etkili olmamış olabilir. Hatta sonuç yaklaşımı kavram yanılgısı bir olayın teorik olma olasılığı kavramında pozitif etki etmiş olabilir.

Örnek uzay, bir olayın deneysel olma olasılığı (Örnek kümenin büyüklüğü), bağımlı olasılık ve bağımsızlık kavramlarının düşük düzeylerde kalması; öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyi, sahip oldukları kavram yanılgıları, yaş faktörü ve muhakeme etme becerisinin yetersizliği nedenlerinden kaynaklanabilir (Memnun, 2008).

Cinsiyet faktörü matematik performanslarının belirlenmesinde önemli bir etken olduğu için (Halat, 2006) bu çalışmada olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri cinsiyet değişkenine göre incelenmiştir. Araştırmada olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile cinsiyet değişkeni arasında ilişki olup olmadığı araştırılmıştır. Yapılan analizler sonucunda altı alt kavramdan örnek uzay kavramı hariç diğer kavramlarda öğrencilerin akıl yürütme beceri düzeyleri ile cinsiyet arasında herhangi bir ilişki bulunmamıştır. Örnek uzay ile cinsiyet arasında zayıf bir ilişki bulunmuştur. Bu durum literatürdeki ilgili çalışmalarla paralellik göstermektedir (Bulut, Yetkin ve Kazak, 2002).

Yaş faktörünün olasılık konusunun öğretimini etkilediği yapılan araştırmalarda açıkça görülmüştür. Bu nedenle bu çalışmada olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri sınıf seviyeleri ile karşılaştırılmıştır. Araştırmada olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile sınıf seviyesi arasında ilişki olup olmadığı araştırılmıştır. Yapılan analizler sonucunda tüm alt kavramlarda olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile sınıf seviyesi arasında ilişki bulunmuştur. Fischbein ve Scnarch (1997), Memnun (2008), Kazak (2010b) çalışmaları incelendiğinde olasılık konusundaki yanlış öğrenmelerin yaş arttıkça azaldığı görülmüştür. Bu becerinin yaşla beraber gelişmesinin bulunması literatürle paralellik göstermektedir.

Araştırmada olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile matematik başarısı arasında ilişki olup olmadığı araştırılmıştır. Yapılan analizlerde bir olayın deneysel olma olasılığı ve bağımsızlık kavramları hariç diğer kavramlarda olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile matematik başarısı arasında ilişki bulunmuştur. Bu durum Gürbüz ve Erdem'in (2014), yaptıkları çalışmada bulunan sonuçlarla paralellik göstermiştir. Örnek uzay, bir olayın teorik olma olasılığı, olasılık karşılaştırmaları, bağımlı olasılık kavramlarında sayısal akıl yürütme becerisi gösteren öğrenciler notu yüksek olan öğrenciler olmuştur. Bir olayın deneysel olma olasılığı ve bağımsızlık kavramları olasılık konusunda öğrenme güçlüğü çekilen konularda sıklıkla yer aldığı için (Memnun, 2008; Memnun, Altun ve Yılmaz, 2010; Çelik ve Güneş, 2007; Tarr ve Jones, 1997; Konold, 1993) matematik başarısı değişkeni ile ilişkisinin bulunmaması olağan karşılanmıştır. Bir olayın deneysel olasılığı soru maddesinde öğrencilerin verilen durumun deneysel veya teorik olduğu ayrımına gitmeden teorik olarak ele aldıkları görülmüştür. Günlük hayattaki deneyimleri ile inanç ve sezgilerinin etkisinde kaldıkları görülebilmektedir.

Öneriler

Yapılan araştırmada ortaokul 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme becerilerinin ne düzeyde olduğu ve bu öğrencilerin akıl yürütme becerilerinin cinsiyet, sınıf seviyesi ve matematik başarısı değişkenleri ile ilişkisinin olup olmadığı araştırılmıştır.

Araştırma sonucunda çalışmaya katılan öğrencilerin altı alt kavrama göre olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri belirlenmiştir. Genel olarak öğrencilerin düşük düzeylerde olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyine sahip oldukları bulunmuştur. Bu çalışma ile olasılık konusunun öğretimindeki sıkıntıların hala devam ettiği gözlenmiştir. İlgili literatür taraması sonucunda olasılık konusundaki güçlüklerin önüne geçmek adına şunlar önerilebilir:

- Güncellenen öğretim programı ile olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerini araştıran bu çalışma tüm ortaokul sınıf düzeylerinde yeniden tekrarlanabilir. Elde edilen bulgular ile bu çalışmanın bulguları karşılaştırılarak öğretim programının etkisi incelenebilir.
- Güncellenen öğretim programında 6. ve 7. sınıf düzeylerinde olasılık alanına ait kazanımlar yer almadığı için bu çalışma tekrarlanarak öğrencilerin akıl yürütmelerinde günlük hayat deneyimleri ve sezgilerinin etkisinde nasıl kaldıkları ortaya konabilir.
- Bu çalışma görüşme yoluyla bir bağımlı olasılık ve bir bağımsızlık sorusu olmak üzere iki soru üzerinden tüm alt kavramları araştıracak şekilde geliştirilebilir.
- Öğretim programının olasılıksal akıl yürütme becerisine etkisini araştırmak amacıyla ilkokul seviyesindeki öğrencilerle bu çalışma yapılabilir.

- Bir olayın deneysel olma olasılığı ve bağımsızlık kavramlarında öğrencilerdeki yaygın ön yargı ve inançların önüne geçilmesi için öğretim esnasında somut durumlarla örneklendirilebilir.
- Öğrencilere yaparak-yaşayarak, etkinlik ve oyun temelli, bilgisayar destekli gibi farklı öğretim teknikleri ile somutlaştırabilecekleri ortamlar sağlanmalıdır.
- Öğretmenler öğrencilere akıl yürütmeye sevk edici sorular yönelterek, öğrencileri akıl yürütmeye teşvik edebilirler.
- Öğrencilere yöneltilen soruların günlük hayattan olması sayesinde günlük hayat deneyimleri ile çelişen durumların önüne geçilebilir.
- Öğretmenlerin bilgi eksikliği ve kavram yanılgılarının önüne geçilmesi için lisans eğitiminde olasılık konusunun özellikle üzerinde durulması önerilebilir.

Kaynaklar

Altun, M. (2010). *İlköğretim 2. Kademe (6, 7, 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi.* İstanbul: Alfa Aktüel Yayınları.

Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *Elementary School Journal*, *90*(4), 449–466.

Başol, G. (2008). Bilimsel araştırma süreci ve yöntem. Kılıç, O. ve Cinoğlu, M. (Ed.), *Bilimsel araştırma yöntemleri.* İstanbul: Lisans Yayıncılık.

Benson, C. (2000). *Assessing Students' Thinking In Modeling Probability Contexts.* (Doktora Tezi). Illinois State University, USA.

Bilgen Bıkmaz, Ö. ve Doğan, N. (2017). Puanlayıcılar Arası Güvenirlik Belirleme Tekniklerinin Karşılaştırılması. *Eğitimde ve Psikolojide Ölçme ve Değerlendirme Dergisi, 8*(1), *63-78.*

Bluman, A. (2005). *Probability Demystified - A Self Teaching Guide,* USA: The McGraw-Hill Companies.

Borovcnik, M., Kapadia, R. (2018). Reasoning with Risk: Teaching Probability and Risk as Twin Concepts. Batanero, C. ve Chernoff, E. J (Ed.), *Teaching and Learning Stochastics Advances in Probability Education Research*, *13,* 3-13, Springer International Publishing .

Bulut, S. (2001). Matematik Öğretmen Adaylarının Olasılık Performanslarının İncelenmesi, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *20*, 33-39.

Bulut, S., Yetkin, İ. E. ve Kazak, S. (2002). Matematik Öğretmen Adaylarının Olasılık Başarısı, Olasılık ve Matematiğe Yönelik Tutumlarının Cinsiyete göre İncelenmesi, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *22*, 21-28.

Brodie, K. (2010). *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms,* USA: Springer Science+Business Media.

Çakmak, Z. T., Durmuş, S. (2015). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin istatistik ve olasılık öğrenme alanında zorlandıkları kavram ve konuların belirlenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 15*(2), 27-58.

Çelik, D. ve Güneş, G. (2007). 7, 8 ve 9. Sınıf öğrencilerinin olasılık ile ilgili anlama ve kavram yanılgılarının incelenmesi, *Milli Eğitim Dergisi*, *173*, 361-375.

Denison, S., Reed, C. ve Xu, F. (2013). The emergence of probabilistic reasoning in very young infants: evidence from 4.5- and 6-month-olds. *Dev Psychol*, *49*(2), 243-9.

Doğucu, M. (2009). *The relationship between mathematics teachers' probability approaches and misconceptions.* (Yüksek Lisans Tezi). Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul.

Drier, H. S. (2000). *Children' s probabilistic reasonıng with a computer microworld*. (Doktora Tezi). University of Virginia, USA.

Efe, M. (2011). *İşbirlikli öğrenme yönteminin, öğrenci takımları başarı bölümleri ve küme destekli bireyselleştirme yöntemlerinin ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematik dersi "istatistik ve olasılık" ünitesindeki başarılarına, tutumlarına ve motivasyonlarına etkisi*. (Yüksek Lisans Tezi). Mustafa Kemal Üniversitesi, Hatay.

Erdem, E., Gürbüz, R. (2014). Matematiksel ve olasılıksal muhakeme arasındaki ilişkinin incelenmesi: 7. sınıf örneği. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 7*(16), 205-230.

Fast, G. (1997). Using analogies to overcome student teachers' probability misconceptions. *Journal of Mathematical Behavior, 16*(4), 325–344.

Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources o f probabilistic thinking in children.*

Boston: D. Reidel Publishing Company.

Fischbein, E., Nello, M. S. ve Marino, M. S. (1991). Factors affectıng probabılıstıc judgements ın chıldren and adolescents. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 523-549.

Fischbein, E. ve Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education, 28(1),* 96-105.

Fitzgerald, J. F. (1996). Proof in mathematics education. *Journal of Education*, *178*(1), 35-45.

Foy, P. ve Olson, J. F. (ed.) (2009). *TIMSS 2007 Released Items: Mathematics Eighth Grade*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College

Garfield, J. ve Ahlgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: Implications for research. *Journal for Research in Mathematics Education, 19,* 44-63.

Girit, D. ve Akyuz, D. (2016). Pre-service middle school mathematics teachers' understanding of students' knowledge: Location of decimal numbers on a number line. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 4*(2), 84-100.

Gürbüz, R. (2006a). Olasılık Kavramlarının Öğretimi İçin Örnek Çalışma Yapraklarının Geliştirilmesi, *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *31*(1), 111-123.

Gürbüz, R. (2006b). Olasılık KonusununÖğretiminde Kavram Haritaları, *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *3*(2), 133-151.

Gürbüz, R. (2006c). Olasılık Kavramlarıyla İlgili Geliştirilen Öğretim Materyallerinin Öğrencilerin Kavramsal Gelişimine Etkisi, *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, *20,* 59-68.

Gürbüz, R. (2007). Olasılık Konusunda Geliştirilen Materyallere Dayalı Öğretime İlişkin Öğretmen Ve Öğrenci Görüşleri, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *15*(1), 259-270.

Gürbüz, R. (2008). Olasılık Konusunun Öğretiminde Kullanılabilecek Bilgisayar Destekli Bir Materyal, *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 8*(15), 41-52.

Gürbüz, R. (2010). The effect of activity based instruction on conceptual development of seventh grade students in probability. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *41*(6), 743-767.

Gürbüz, R. ve Erdem, E. (2014). Matematiksel Ve Olasılıksal Muhakeme Arasındaki İlişkinin İncelenmesi: 7. Sınıf Örneği, *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 7*(16), 205-230.

Gürbüz, R., Erdem, E. ve Fırat, S. (2014). The Effect of Activity-Based Teaching on Remedying the Probability-Related Misconceptions: A Cross-Age Comparison. *Creative Education, 5*(1), 18-30.

Greer, B. (2001). Understanding probabilistic thinking: The legacy of Efraim Fischbein. *Educational Studies in Mathematics*, *45*(1), 15-33.

Hacking, I. (1975). *Emergence of Probability: A Philosophical Study of Early Ideas about Probability, Induction and Statistical Inference,* USA: Cambridge University Press.

Hacking, I. (1990). *The taming of chance.* New York: Cambridge University Press.

İlgün, M. (2013). *An investigation of prospective elementary mathematics teachers' probabilistic misconceptions and reasons underlying these misconceptions.* (Yüksek Lisans Tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

İncikabı, L., Mercimek, O., Ayanoğlu, P., Aliustaoğlu, F. ve Tekin, N. (2016). Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı Kazanımlarının TIMSS Bilişsel Alanlarına Göre Değerlendirilmesi. *Elementary Education Online, 15*(4), 1149-1163.

Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A. ve Mogill, A. T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics, 32*(2), 101-125.

Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A. ve Tarr, J. E. (1999). Understanding students' probabilistic reasoning. *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (146- 155). Reston, VA: NCTM, 1999 Yearbook.

Jones, A.(2005). *Exploring Probability in School Challenges for Teaching and Learning,* USA: Springer Science+Business Media.

Kazak, S. (2010a). Olasılık konusu öğrencilere neden zor gelmektedir? M. F. Özmantar ve E. Bingölbali (Ed.), *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri* (2. bas.). Ankara: Pegem A Akademi.

Kazak, S. (2010b). Öğrencilerin olasılık konularındaki kavram yanılgıları ve öğrenme zorlukları. M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel Kavram Yanılgıları* (2. bas.). Ankara: Pegem A Akademi.

Kılıç, S. (2012). Bağıntı Analizi Sonuçlarının Yorumlanması. *Journal of Mood Disorders Volume, 2*(4), 191-3.

Kılıç, S. (2015). Kappa Testi. *Journal of Mood Disorders Volume, 5*(3), 142-4.

Koirala, H. P. (2003). Secondary school mathematics preservice teachers' probabilistic reasoning in individual and pair settings. Pateman, N. A., Dougherty, B. J. ve Zilliox, J. (Ed.), *Proceedings of the Twenty Seventh Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *3*, 149-155. Honolulu, HI:University of Hawaii.

Konold, C. (1991). Understarding students' beliefs about probability. E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical Constructivism in Mathematic Education*, 139-156. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Konold, C., Pollatsek, A., Well, A., Lohmeier, J. ve Lipson, A. (1993). Inconsistencies in students' reasoning about probability. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*(5), 392-414.

Koyuncu, F. (Ed.). (2017). *Ortaöğretim Matematik 10. Sınıf*. Ankara: MEB.

Laplace, P. S. (1951). A *philosophical essay on probabilities.* New York: Dover.

MEB. (2007). İ*lköğretim Matematik Dersi 6.-8. Sınıflar Öğretim Programı*. MEB, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı: Ankara.Ankara

MEB. (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı.* MEB, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı: Ankara.

MEB. (2013). *Ortaokul Matematik Dersi 5.-8. Sınıflar Öğretim Programı.* MEB, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı: Ankara.

MEB. (2018). *Ortaokul Matematik Dersi 5.-8. Sınıflar Öğretim Programı.* MEB, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı: Ankara.

Memnun, D. S. (2008). Olasılık kavramlarının öğrenilmesinde karşılaşılan zorluklar, bu kavramların öğrenilememe nedenleri ve çözüm önerileri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 9*(15), 89-101.

Memnun, D., Altun, M., ve Yılmaz, A. (2010). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin olasılıkla ilgili temel kavramları anlama düzeyleri. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(1), 11-29.

NCTM, (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston: Virginia.

National Council of Mathematics of Teachers, (2000). *Principles and Standarts in School Mathematics.* Reston, VA: NCTM Publications.

Nickerson, R. S. (2004). Cognition and Chance The Psychology of Probabilistic Reasoning, USA: Lawrence Erlbaum Associates.

OECD, (2009). *Take The Test: Sample Questions From Oecd's Pisa Assessments*, OECD, Paris.

Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2007). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi* (3. bas.). Ankara: Maya Akademi.

Özbay, Ö. (2008). Çapraz Tablo Analizi Nasıl Yapılır?: Pratik Bir Açıklama. *Hacettepe Üniversitesi Türkiyat Araştırmaları Dergisi*, *9,* 459-470.

Özdemir, B. (2017). Öğretmen Adaylarının Olasılık Kavramlarına İlişkin Alan Bilgileri: Ayrık-Ayrık Olmayan Olaylar, Bağımlı-Bağımsız Olaylar. *Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 5*(3), 693-713.

Özen, M. (2013). *Matematik öğretmeni adaylarının popüler medya metinlerinde istatistiksel ve olasılıksal bilgileri bağlamında eleştirel düşünme süreçlerinin incelenmesi.* (Yüksek Lisans Tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Piaget, J., ve Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children,* New York: W. W. Norton.

Ross, K. A. (1998). Doing and proving: the place of algorithms and proof in school mathematics. *American Mathematical Monthly*, *105*(3), 252-255.

Ross, S. M. (2010). *Introduction to Probability Models 10th Edition*, USA: Academic Press.

Rubel, L. H. (2007). Middle School and High School Students' Probabilistic Reasoning on Coin Tasks. *Journal for Research in Mathematics Education*, *38*(5), 531–556.

Rubel, L. H. (2009). Middle and high school students' thinking about effects of sample size: An in and out of school perspective. Swars, S. L., Stinson, D. W. ve Lemons-Smith, S. (Ed.), *Proceedings of the 31st annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* Atlanta, GA: Georgia State University.

Sharma, S. (2005). Personal experiences and beliefs in early probabilistic reasoning: Implications for research. Chick, H. L. ve Vincent, J. L. (Ed.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *4,* 177-184. Melbourne: PME. 4-177.

Sharma, S. (2012). Cultural Influences in Probabilistic Thinking. *Journal of Mathematics Research*, *4*(5), 63-77.

Sundstrom, T. (2014). *Mathematical Reasoning Writing And Proof.* California, USA: Pearson Education.

Şencan, İ. ve Doğan, G. (2017). *Bilimsel yayınlarda kaynak gösterme, tablo ve şekil oluşturma rehberi: APA 6 kuralları* (2. bas.). Ankara: Türk Kütüphaneciler Derneği.

Şenyay, L. (2015). *Olasılık.* Online: [http://kisi.deu.edu.tr//levent.senyay/istatistikI_2015_2016/5%20olas%C4%B1l%C4%B1k.pdf.]

Şişman, M., Lökçü, M., Oğuz, T. ve Atak, Ö. (2012). *Ortaöğretim Matematik 11. Sınıf Ders Kitabı,* Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Tarr, J. E. ve Jones, G. A., (1997). A framework for assessing middle school students' thinking in conditional probability and independence. *Mathematics Education Research Journal*, *9*(1), 39-59.

Umay, A. (2003). Matematiksel Muhakeme Yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24,* 234-243.

Umay, A. ve Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 28,* 188-195.

Umay, A. (2007). *Eski Arkadaşımız Okul Matematiğinin Yeni Yüzü*, Ankara: Aydan Web Tesisleri.

Way, J. (2003). *The development of children's notions of probability.* (Doktora Tezi). Western Sydney Universitesi, Avustralya.

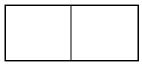
Williams, J. S. ve Amir, G. S. (1995). 11-12 Year Old Children's Informal Knowledge and Its Influence on their Formal Probabilistic Reasoning, *American Educational Research Association*, *4,* 18-22.

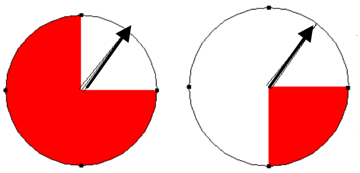
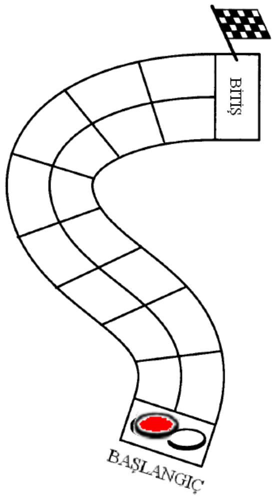
Vahey, P. J. (1998). *Promoting Student Understanding of Elementary Probability Using a Technology-Mediated Inquiry Environment.* (Doktora Tezi). University Of California, USA.

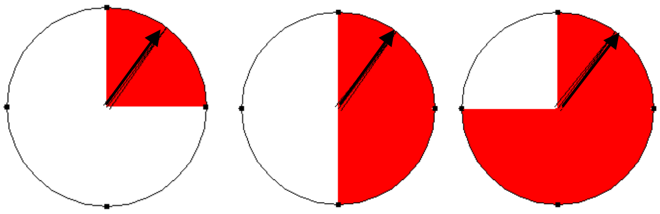
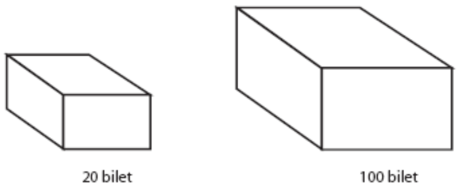
Van Dooren, W., De Bock, D., Depaepe, F., Janssens D. ve Verschaffel, L. (2003). The illusion of linearity: Expanding the evidence towards probabilistic reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 23,* 113-138.

Yıldırım, C. (2008). *Matematiksel Düşünme* (5. bas.). İstanbul: Remzi Kitabevi.

EK- A: Olasılıksal Akıl Yürütme Ölçme Aracı

Soru sayısı	Madde
1 (Örnek uzay)	Bir torbada 4 yeşil, 3 kırmızı, 2 sarı top vardır. Bu torbayı salladıktan sonra bir top seçiliyor. Ne renk topun seçileceğini düşünürsünüz? Nedenini açıklayınız. (Jones, Langrall, Thornton, ve Mogill,1997).
2 (Örnek uzay)	 Şekildeki gibi bir duvarı, kırmızı ve mavi renkteki boyalarla her bölüm farklı renk olacak şekilde boyadığınızı düşününüz. Kaç farklı yolla duvarı boyayabilirsiniz? Başka durumlar var mıdır? Tüm seçenekler bunlar mıdır? Cevabınızı açıklayınız. (Jones, Langrall, Thornton, ve Mogill,1997).
3 (Bir olayın teorik olma olasılığı)	 Bu bir sakız makinesidir. Makinenin içinde 1 kırmızı ve 4 yeşil renkte sakız vardır. Makineden bir sakız çektiğinizde hangi renk sakızın seçileceğini düşünürsünüz? Neden? Bu renk sakızın gelme ihtimali nedir? Açıklayınız. Aynı sakız makinesinden kırmızı sakızı çektiğini varsayınız. İkinci kez makineden sakız çektiğinizde hangi renk sakızın seçileceğini düşünürsünüz? Neden? Bu renk sakızın gelme ihtimali nedir? (Jones, Langrall, Thornton, ve Mogill,1997).

4 (Bir olayın teorik olma olasılığı)	Bir torbada 4 yeşil, 3 kırmızı 2 sarı top vardır. Bu torbayı salladıktan sonra bir top seçeceğinizi düşünün. Hangi renk topu çekme ihtimali <u>en azdır?</u> Neden? Açıklayınız. (Jones, Langrall, Thornton, ve Mogill,1997).
5 (Olasılık karşılaştırmaları)	 **Çark 1 Çark 2**  Yukarıda verilen *Yarış Evi* oyununu ve çarkları inceleyiniz. Oyunun kuralı şöyledir: Her oyuncu kırmızı veya beyaz piyonlardan birini seçecektir. Oyuncular çarkı döndürdüklerinde ibre kendi seçtikleri rengi gösteriyorsa piyonlarını birer adım ilerleteceklerdir. Farz edin ki kırmızı rengi seçtiniz. Kazanmanız için hangi çark en iyisi olacaktır? Neden? Açıklayınız. (Jones, Langrall, Thornton, ve Mogill,1997).

6 (Olasılık karşılaştırmaları)	 Bu çarklardan hangisi *Yarış evi* oyununu adil yapabilir? Açıklayınız. (Jones, Langrall, Thornton, ve Mogill,1997).
7 (Örnek uzay)	Bir pizza restoranında, kendi pizzanızı seçtiğiniz malzemelerle yaptırabilirsiniz. Bunun için dört farklı malzeme arasından seçim yapabilirsiniz: zeytin, sucuk, mantar ve salam. Reyhan iki farklı malzemeli bir pizza sipariş vermek istemektedir. Reyhan, pizzasını kaç farklı düzenleme arasından seçebilir? Neden? (PISA 2000)
8 (Olasılık karşılaştırmaları)	Küçük kutuda 1'den 20 'ye kadar numaralandırılmış 20 bilet; büyük kutuda 1'den 100'e kadar numaralandırılmış 100 bilet vardır.  Kutuların içindeki biletlere bakmadan her kutudan bir bilet çekiliyor. Hangi kutudan 17 numaralı biletin çekilme ihtimali daha fazladır? Neden? (TIMSS, 2007)

9 (Bağımlı olasılık)	Sibel'in içinde 8'i kırmızı, 8'i siyah olmak üzere 16 bilyenin bulunduğu bir torbası var. Sibel torbadan iki bilye alır ve bu bilyeleri geri koymaz. Aldığı bilyelerin ikisi de siyahtır. Daha sonra torbadan üçüncü bir bilye daha alır. Üçüncü bilyenin rengi hakkında ne söylenebilir? Açıklayınız. (TIMSS, 2007)
10 (Bir olayın deneysel olma olasılığı)	Bir futbolcu attığı 10 penaltı atışından 1' ini kaçırmıştır. Futbolcunun bir sonraki atacağı penaltıyı gol yapma ihtimali hakkında ne söylenebilir? (mebk12.meb.gov.tr/meb_iys.../07112940_olaslkeitlerikonutest.docx)
11 (Bağımlı olasılık)	İki madeni paranın atılması deneyinde ikisinin de aynı geldiği bilindiğine göre birinin yazı diğerinin de yazı olma ihtimali hakkında ne söylenebilir? Açıklayınız. (Şişman M., Lökçü M., Oğuz T. ve Atak Ö. (2012).
12 (Bağımlı olasılık)	**Sınıfınızda başkan ve başkan yardımcısı seçimleri yapılacaktır ve beş aday bulunmaktadır. Adaylar: Ayça, Murat, Seda, Nedim ve siz. Beş adayın hepsinin kazanma olasılıklarının eşit olduğu düşünülmektedir.** Başkanın belirlendiğini varsayınız. Başkan yardımcısının erkek veya kız olma ihtimali hakkında ne söylenebilir? Neden? Açıklayınız. Başkanın seçilmesi, sizin başkan yardımcısı seçilme ihtimalinizi etkiler mi? Açıklayınız. (Tarr ve Jones, 1997)

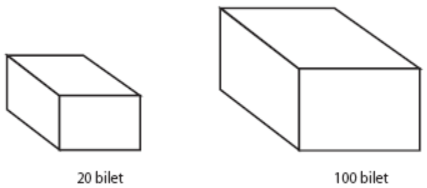
13 (Bağımsızlık)	Bir zar atıldığını düşününüz. Zarı tekrar attığınızda, zarı ilk attığınızda gelen sayının tekrar gelme ihtimalinin değiştiğini düşünüyor musunuz? Nedenini açıklayınız. (Tarr ve Jones, 1997)
14 (Bağımsızlık)	Beş çocuklu aileler için, EKKEK veya EEEEE doğum sıralarından hangisine daha sık rastlanır? Açıklayınız. (E: Erkek, K: Kız) (Fast, 1997)
15 (Bağımsızlık)	Bir para beş kez atılıyor ve sonuç TTTTT oluyor. Bir sonraki atışta yazının mı yoksa turanın mı gelme ihtimali daha fazladır? Açıklayınız. (T: Tura, Y:Yazı) (Fast, 1997)

EK-B: Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeyleri Rubriğinin Ölçme Aracındaki Örnek Soru ve Yanıtlarla İncelenmesi

Kavramlar/Düzeyler	Düzey 1	Düzey 2	Düzey 3	Düzey 4
Örnek Uzay “Bir pizza restoranında, kendi pizzanızı seçtiğiniz malzemelerle yaptırabilirsiniz. Bunun için dört farklı malzeme arasından seçim yapabilirsiniz: zeytin, sucuk, mantar ve salam. Reyhan iki farklı malzemeli bir pizza sipariş vermek istemektedir. Reyhan, pizzasını kaç farklı düzenleme arasından seçebilir?” Neden?	Tek aşamalı bir deney için eksik bir çıktı kümesi listeler. • *“4 farklı çünkü zaten seçebileceği malzemeleri yazmış.”* • *“4 x 2 = 8 düzenleme arasından seçebilir.”* • *“ Sucukla salam seçerim çünkü seviyorum.”*	Tek aşamalı bir deney için ve bazen iki aşamalı bir deney için çıktı kümesini tam listeleyebilir. • *“6 tane seçebilir. Çünkü başka bir malzeme yoktur.”* • *“6 farklı malzeme seçebilir. Çünkü her malzemeyle başka malzeme konuluyor.”*	İki aşamalı bir deneyin sonuçlarını, kısmen üretken bir stratejiyi kullanarak tutarlı bir şekilde listeler. *“12 farklı düzenleme ile* ❖ *zeytin-sucuk* ❖ *zeytin-mantar* ❖ *zeytin- salam* ❖ *salam-zeytin* ❖ *salam-mantar* ❖ *salam-sucuk* ❖ *mantar-sucuk* ❖ *mantar-salam* ❖ *mantar-zeytin* ❖ *sucuk-mantar* ❖ *sucuk-salam* ❖ *sucuk-zeytin”*	İki ve üç aşamalı deneyler için çıktıların tam listesini sağlamak için bir üretken bir stratejisi benimser ve uygular. • *“zeytin-sucuk* *zeytin-mantar* *zeytin- salam* *sucuk-mantar* *sucuk-salam* *mantar-salam* *6 düzenleme”*

Bir Olayın Deneysel Olasılığı	Rastgele deneylerden en çok ve en az olabilecek olayları belirlemek için alakasız ve öznel yargılamasını kullanarak bilgi oluşturur. Deneysel ve teorik olasılıklar arasındaki herhangi bir ilişkiye dair çok az veya hiç farkındalığı yoktur	En fazla veya en az olası olayı belirlerken küçük örneklemde deneysel verilerin yeterli olduğuna çok fazla inancı vardır. Herhangi bir örneklemin ana popülasyonu temsil ettiğine inanır. Deneysel bilgi önyargılı görüşüyle çelişirse öznel yargıya döner.	En fazla veya en az olası olanı belirlemek için daha kapsamlı örneklemenin gerekli olduğunu fark etmeye başlar. Bir deneyin çıktılarına göre olan deneysel olasılığının teorik olasılıktan belirgin ölçüde farklı olduğunu fark eder.	Deneysel olasılık için sayısal bir değer belirlemek üzere uygun verileri toplar Büyük bir deneme örneğinden belirlenen deney olasılığının teorik olasılıklara yaklaştığını kabul eder. Bir olayın olasılığının sadece deneysel olarak belirlendiği durumları tanımlayabilir.
"Bir futbolcu attığı 10 penaltı atışından 1' ini kaçırmıştır. Futbolcunun bir sonraki atacağı penaltıyı gol yapma ihtimali hakkında ne söylenebilir?"	▪ *"10 tanesini atıp 1'ini kaçırmışsa o zaman gol olabilir."* ▪ *"Gol atma olasılığı daha fazladır."*	• *"Bence %50 gol atabilir, %50'de atamaz. Çünkü kaleciye bağlıdır."*	▪ *"Ya atar ya atamaz. Yani yarı yarıyadır."*	▪ *"%50 gol yapabilir %50 gol yapamaz."* ▪ *"Yine %50'ye %50'dir. Çünkü iki seçenek vardır. Atma ve atmama şıkları vardır ve arada bir etken yoktur."*

Bir Olayın Teorik Olasılığı "Bir torbada 4 yeşil, 3 kırmızı 2 sarı top vardır. Bu torbayı salladıktan sonra bir top seçeceğinizi düşünün. Hangi renk topu çekme ihtimali <u>en azdır?</u> Neden? Açıklayınız."	En çok veya en az olabilecek olayları öznel yargılamasının temelinde tahmin eder. Kesin ve imkansız olayları tanır. ▪ *"Karıştırıldıktan sonra her renkten biri seçilirse yeşil gelme ihtimali çok az."* ▪ *"Bana göre yeşil çünkü bu şansa bağlı bir şey. Ben torbadan çeksem %90 yeşil gelir ama genele bakarsak bence hepsinin teker teker %50 ihtimali var. Eşitler."*	En çok veya en az olabilecek olayları niceliksel yargılamanın temelinde dayalı olarak tahmin eder fakat bunu öznel yargılamaya döndürebilir. ▪ *"Sarı. Çünkü gelme olasılığı için 4'ten fazla olması gerekir."*	En çok veya en az olabilecek olayları niceliksel yargılama temelinde tahmin eder. Olasılıkları karşılaştırmak için informal olarak sayıları kullanır. ▪ *"Sarı topun azdır. Çünkü az miktarda vardır."*	Bir ve iki aşamalı deneyler için en az veya en çok olabilecek olayları tahmin eder. Bir olayın sayısal olasılığını belirler. ▪ *"Sarıdır. Çünkü olasılık 2/9'dir. Bu yüzden en azdır."*

Olasılık Karşılaştırmaları	İki farklı örnek uzaydaki olasılıklarını karşılaştırmak için öznel yargılamasını kullanır.	Olasılık karşılaştırmalarını her zaman doğru olmayan niceliksel yargılamanın temeline dayalı olarak yapar.	Karşılaştırmaları açıklamak için geçerli niceliksel akıl yürütme kullanır ve olasılıkları ifade eden kendi yollarını icat eder	Sayısal olasılığı belirler ve geçerli karşılaştırma yapar.
“Küçük kutuda 1'den 20 'ye kadar numaralandırılmış 20 bilet; büyük kutuda 1'den 100'e kadar numaralandırılmış 100 bilet vardır.	Eşit şansa sahip olasılık durumlarını eşit şansa sahip olmayan olasılık durumlarından ayırt edemez.	Eşit şansa sahip olasılık durumlarını eşit şansa sahip olmayan olasılık durumlarından ayırt etmeye başlar.	Eşit şansa sahip olasılık durumlarını eşit şansa sahip olmayanlardan ayırt etmek için niceliksel akıl yürütme kullanır.	
 Kutuların içindeki biletlere bakmadan her kutudan bir bilet çekiliyor. Hangi kutudan 17 numaralı biletin çekilme ihtimali daha fazladır? Neden?”	▪ *“Küçük kutudan çünkü 20’ye en yakın odur. “* ▪ *“Yüz biletten çünkü çok fazla.”*	▪ *“20 biletten daha fazladır.”* ▪ *“20 biletli kutuda gelme olasılığı daha fazla. Çünkü 17 sayısı 20‘ye daha yakın.”*	▪ *“20 bilet olan kutuda çünkü az seçenek ve 17’de içinde olduğu için az seçenek olması kolaylık sağlar.”*	▪ *“20 biletlik kutudan çekilme ihtimali daha yüksek çünkü 1/20 gelme olasılığı var.”*

Bağımlı Olasılık “Sibel'in içinde 8'i kırmızı, 8'i siyah olmak üzere 16 bilyenin bulunduğu bir torbası var. Sibel torbadan iki bilye alır ve bu bilyeleri geri koymaz. Aldığı bilyelerin ikisi de siyahtır. Daha sonra torbadan üçüncü bir bilye daha alır. Üçüncü bilyenin rengi hakkında ne söylenebilir? Açıklayınız.”	Bir deneyin tek denemesinin ardından gelen ikinci deneme için her zaman olası çıktılarını çıktısının tam listeleyemez. Yer değiştirme olan veya olmayan durumlarda öznel akıl yürütme kullanır. ▪ *“Yine siyahtır çünkü bilyelerin hepsi siyah.”* ▪ *“Tamamen şans işi.”* ▪ *“İkisinin de gelme olasılığı aynıdır. Çünkü farklı renklerdeki bilyelerde aynı sayıdadır.”*	Bazı olayların olasılığının yer değiştirme durumu olmadan değiştiğini fark eder, ancak bu farkındalık tam olgunlaşmamıştır ve genellikle daha önce gerçekleşmiş olan olaylarla sınırlıdır. ▪ *“Bence bu sefer kırmızı çünkü siyahtan 2 tanesi eksildiği için bu sefer kırmızı gelir.”*	Tüm olayların olasılığın yer değiştirme durumu olmadan değiştiğini fark eder. Yer değiştirme durumu olmadığındaki olasılık değişim miktarını belirler. ▪ *“İkisinin de gelme olasılığı vardır. Ama torbada kırmızı bilyeler fazla olduğu için kırmızı gelme olasılığı daha yüksektir.”*	Yer değiştirme durumlarının olduğu ve olmadığı durumlardaki sayısal olasılıkları belirler. Yer değiştirme olduğu ve olmadığı durumlardan önce ve sonra olayların olasılıklarını karşılaştırmak için sayısal akıl yürütme kullanır. ▪ *“Siyah 6 tane kaldığı için 6/14 olur. Kırmızı 8/14 olduğu için kırmızı olma olasılığı daha yüksektir.”*

Bağımsızlık “Bir para beş kez atılıyor ve sonuç TTTTT oluyor. Bir sonraki atışta yazının mı yoksa turanın mı gelme ihtimali daha fazladır? Açıklayınız. (T: Tura, Y:Yazı)”	Sıralı olayların her zaman ilgili olduğunu düşünme eğilimine sahiptir. Bir olayın çıktılarını kontrol edebileceğine dair yaygın inancı vardır. ▪ *“Tura. Çünkü hep tura çıkmıştır.”*	Sıralı olayları ilgili veya ilgisiz olabileceğini fark etmeye başlar. Bir sonraki sonucu tahmin etmek için önceki denemelerin sonuçlarının dağılımını kullanır. (temsil edilebilirlik) ▪ *“Bence ikisi de gelebilir. Ama tura çok çıkmış.”*	Yer değiştirme durumu olduğunda ve olmadığındaki durumlarda bağımlı ve bağımsız olayları ayırt edebilir. Temsil edilebilirlik durumuna dayalı stratejilere geri dönüş yapabilir. ▪ *“İkisinin de gelme ihtimali vardır.”*	Bağımsız ve bağımlı olayları ayırt etmek için sayısal olasılıklar kullanır. ▪ *“T:%50 Y:%50 olur. Yarı yarıya ihtimal.”* ▪ *“Her iki durumda eşittir. Çünkü oranları ½’dir.”*

EK-C: Etik Komisyonu Onay Bildirimi

T.C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
Genel Sekreterlik

GİZLİ

Sayı : 76000869/ 433-1522

14 Mayıs 2015

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi: 28.04.2015 tarih ve 777 sayılı yazınız.

Enstitünüz İlköğretim Anabilim Dalı İlköğretim Bilim Dalı yüksek lisans programı öğrencisi **Hayriye Merve SARIBAŞ**'ın öğretim üyesi **Yrd. Doç. Dr. Zeynep SONAY AY**'ın danışmanlığında yürüttüğü "**İlköğretim İkinci Kademe 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Belirlenmesi ve Akıl Yürütme Becerilerinin Cinsiyet, Sınıf Seviyesi ve Matematik Başarısı Açısından İncelenmesi**" konulu çalışma, Üniversitemiz Senatosu Etik Komisyonunun **12 Mayıs 2015** tarihinde yapmış olduğu toplantıda incelenmiş olup, etik açıdan uygun bulunmuştur.

Bilgilerinizi rica ederim.

Prof. Dr. Ömer UĞUR
Rektör a.
Rektör Yardımcısı

Ek: Tutanak

Hacettepe Üniversitesi Genel Sekreterlik 06100 Sıhhiye-Ankara
Telefon: 0 (312) 305 1003 - 1004 • Faks: 0 (312) 310 5552
E-posta: yazimd@hacettepe.edu.tr • www.hacettepe.edu.tr

Ayrıntılı Bilgi için:
Yazı İşleri Müdürlüğü
0 (312) 305 1008

EK-Ç: MEB İzin Belgesi

T.C.
YALOVA VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 86980341-44E.-10749350 01.06.2018
Konu : Hayriye Merve SARIBAŞ

Sayın : Hayriye Merve SARIBAŞ
Esenköy Adnan Kaptan Ortaokulu Müdürlüğü
ÇINARCIK YALOVA

İlgi: a)Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 22.08.2012 tarihli ve 12607291sayılı yazısı (2017-25 sayılı Genelge)
b)Hayriye Merve SARIBAŞ'ın 24/05/2018 tarihli ve 10099541 sayılı dilekçesi
c) Valilik Makamının 31/05/2018 tarihli ve 10671010 sayılı Oluru.

İlgi (b) dilekçeniz ile, "Ortaokul 6.7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Belinlenmesi ve Akıl Yürütme Becerilerinin Cinsiyet, Sınıf Seviyesi ve Matematik Açısından Değerlendirilmesi" konulu Yüksek Lisans Tez Çalışmasını, Saffet Çam Ortaokulu, Çiftlikköy GSD Eğitim Vakfı Ortaokulu, Çiftlikköy Şehit Ömer Halisdemir Ortaokullarında uygulama talebiniz Valilik Makamının ilgi (c) oluru ile uygun görülmüş olup bir örneği ektedir.

Bilgilerinizi rica ederim.

Ahmet AYDIN
Müdür a.
İl Milli Eğitim Müdür Yardımcısı

Ek: Olur örneği (1 sayfa)

Esma ARSLAN
Şef

Güvenli Elektronik İmzalı
Aslı İle Aynıdır.
01./.06./2018

Şehit Ömer Faydalı Caddesi YALOVA
Elektronik Ağ: www.yalova.meb.gov.tr
e-posta: istatistik77@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: Şef : Esma ARSLAN
Tel: (0 226) 8141632-8136236
Faks: (0 226) 8141135

EK-D: Etik Beyanı

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında,

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı bütün bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin bütününü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

26/03/2019

Hayriye Merve SARIBAŞ

EK-E: Yüksek Lisans Tez Çalışması Orijinallik Raporu

26/03/2019

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Ana Bilim Dalı Başkanlığına,

Tez Başlığı: 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütme Düzeylerinin Cinsiyet, Sınıf Seviyesi ve Matematik Başarısı Açısından İncelenmesi

Yukarıda başlığı verilen tez çalışmamın tamamı (kapak sayfası, özetler, ana bölümler, kaynakça) aşağıdaki filtreler kullanılarak **Turnitin** adlı intihal programı aracılığı ile kontrol edilmiştir. Kontrol sonucunda aşağıdaki veriler elde edilmiştir:

Rapor Tarihi	Sayfa Sayısı	Karakter Sayısı	Savunma Tarihi	Benzerlik Oranı	Gönderim Numarası
26/03/2019	144	207,725	30/01/2019	%6	1100061158

Uygulanan filtreler:
1. Kaynaklar hariç
2. Alıntılar dâhil
3. 5 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan eder, gereğini saygılarımla arz ederim.

Ad Soyadı:	Hayriye Merve SARIBAŞ
Öğrenci No.:	N10123954
Ana Bilim Dalı:	İlköğretim
Programı:	İlköğretim - Yüksek Lisans
Statüsü:	☒ Y.Lisans ☐ Doktora ☐ Bütünleşik Dr.

DANIŞMAN ONAYI

UYGUNDUR.
Dr. Öğr. Üyesi ZEYNEP SONAY AY

EK-F: Thesis Originality Report

26/03/2019

HACETTEPE UNIVERSITY

Graduate School of Educational Sciences

To The Department of Elementary

Thesis Title: Investigating 6th, 7th and 8th Grade Students' Probabilistic Reasoning Levels In Terms Of Gender, Grade Level and Mathematics Achievement

The whole thesis that includes the *title page, introduction, main chapters, conclusions and bibliography section* is checked by using **Turnitin** plagiarism detection software take into the consideration requested filtering options. According to the originality report obtained data are as below.

Time Submitted	Page Count	Character Count	Date of Thesis Defense	Similarity Index	Submission ID
26/03/2019	144	207,725	30/01/2019	%6	1100061158

Filtering options applied:

1. Bibliography excluded
2. Quotes included
3. Match size up to 5 words excluded

I declare that I have carefully read Hacettepe University Graduate School of Educational Sciences Guidelines for Obtaining and Using Thesis Originality Reports; that according to the maximum similarity index values specified in the Guidelines, my thesis does not include any form of plagiarism; that in any future detection of possible infringement of the regulations I accept all legal responsibility; and that all the information I have provided is correct to the best of my knowledge.

I respectfully submit this for approval.

Name Lastname:	Hayriye Merve SARIBAŞ
Student No.:	N10123954
Department:	Elementary
Program:	Elementary - Masters
Status:	☒ Masters ☐ Ph.D. ☐ Integrated Ph.D.

ADVISOR APPROVAL

APPROVED
Dr. Öğr. Üyesi ZEYNEP SONAY AY

EK-G: Yayımlama ve Fikrî Mülkiyet Hakları Beyanı

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kâğıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım haklan bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

Yükseköğretim Kurulu tarafından yayınlanan "**Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına ilişkin Yönerge**" kapsamında tezim aşağıda belirtilen koşullar haricince YÖK Ulusal Tez Merkezi / H.Ü. Kütüphaneleri Açık Erişim Sisteminde erişime açılır.

- o Enstitü/ Fakülte yönetim kurulu kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihinden itibaren 2 yıl ertelenmiştir. (1)
- o Enstitü/Fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren … ay ertelenmiştir. (2)
- o Tezimle ilgili gizlilik kararı verilmiştir. (3)

26 /03 /2019

Hayriye Merve SARIBAŞ

"Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge"

(1) *Madde 6. 1. Lisansüstü tezle ilgili patent başvurusu yapılması veya patent alma sürecinin devam etmesi durumunda, tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü Üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu iki yıl süre ile tezin erişime açılmasının ertelenmesine karar verebilir.*

(2) *Madde 6. 2. Yeni teknik, materyal ve metotların kullanıldığı, henüz makaleye dönüşmemiş veya patent gibi yöntemlerle korunmamış ve internetten paylaşılması durumunda 3. şahıslara veya kurumlara haksız kazanç; imkânı oluşturabilecek bilgi ve bulguları içeren tezler hakkında tez danışmanın önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile altı ayı aşmamak üzere tezin erişime açılması engellenebilir.*

(3) *Madde 7. 1. Ulusal çıkarları veya güvenliği ilgilendiren, emniyet, istihbarat, savunma ve güvenlik, sağlık vb. konulara ilişkin lisansüstü tezlerle ilgili gizlilik kararı, tezin yapıldığı kurum tarafından verilir*. Kurum ve kuruluşlarla yapılan işbirliği protokolü çerçevesinde hazırlanan lisansüstü tezlere ilişkin gizlilik kararı ise, ilgili kurum ve kuruluşun önerisi ile enstitü veya fakültenin uygun görüşü Üzerine üniversite yönetim kurulu tarafından verilir. Gizlilik kararı verilen tezler Yükseköğretim Kuruluna bildirilir.*
Madde 7.2. Gizlilik kararı verilen tezler gizlilik süresince enstitü veya fakülte tarafından gizlilik kuralları çerçevesinde muhafaza edilir, gizlilik kararının kaldırılması halinde Tez Otomasyon Sistemine yüklenir

** Tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu tarafından karar verilir.*