MEDYAN SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ YÖNTEMİNDE KİTLE ORTALAMASININ TAHMİNİ

ESTIMATION OF POPULATION MEAN IN MEDIAN RANKED SET SAMPLING METHOD

TOY İSKİT

DOÇ.DR. NURSEL KOYUNCU
Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin
İstatistik Anabilim Dalı için Öngördüğü
YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak hazırlanmıştır.

2018

TOY İSKİT 'in hazırladığı **"Medyan Sıralı Küme Örneklemesi Yönteminde Kitle Ortalamasının Tahmini"** adlı bu çalışma aşağıdaki juri tarafından **İSTATİSTİK ANABİLİM DALI** 'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Yaprak Arzu ÖZDEMİR
Başkan ....

Doç. Dr. Nursel KOYUNCU
Danışman ....

Prof. Dr. Sevil BACANLI
Üye ....

Prof. Dr. Duru KARASOY
Üye ....

Doç. Dr. Nihal Ata TUTKUN
Üye ....

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tarafından **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Menemşe GÜMÜŞDERELİOĞLU

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

YAYINLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kağıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

Yükseköğretim Kurulu tarafından yayınlanan **" Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge"** kapsamında tezim aşağıda belirtilen koşullar haricinde YÖK Ulusal Tez Merkezi / H. Ü. Kütüphaneleri Açık Erişim Sisteminde erişime açılır.

- o Enstitü / Fakülte yönetim kurulu kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren 2 yıl ertelenmiştir. (1)
- o Enstitü / Fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren .... Ay ertelenmiştir. (2)
- o Tezimle ilgili gizlilik kararı verilmiştir. (3)

08.10.2018

Toy ISLAT

"Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge"

(1) Madde 6. 1. Lisansüstü tezle ilgili patent başvurusu yapılması veya patent alma sürecinin devam etmesi durumunda, tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu iki yıl süre ile tezin erişime açılmasının ertelenmesine karar verebilir

(2) Madde 6. 2. Yeni teknik, materyal ve metotların kullanıldığı, henüz makaleye dönüşmemiş veya patent gibi yöntemlerlekorunmamış ve internetten paylaşılması durumunda 3. Şahıslara veya kurumlara haksız kazanç imkanı oluşturabilecek bilgi ve bulguları içeren tezler hakkında tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü ve fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile altı ayı aşmamak üzere tezin erişime açılması engellenebilir.

(3) Madde 7. 1. Ulusal çıkarları veya güvenliği ilgilendiren, emniyet, istihbarat, savunma ve güvenlik, sağlık vb. konulara ilişkin lisansüstü tezlerle ilgili gizlilik kararı, tezin yapıldığı kurum tarafından verilir*. Kurum ve kuruluşlarla yapılan işbirliği protokolü çerçevesinde hazırlanan lisansüstü tezlere ilişkin gizlilik kararı ise, ilgili kurum ve kuruluşun önerisi ile enstitü veya fakültenin uygun görüşü üzerine üniversite yönetim kurulu tarafından verilir. Gizlilik kararı verilen tezler Yükseköğretim Kuruluna bildirilir.
Madde 7. 2. Gizlilik kararı verilen tezler gizlilik süresince enstitü veya fakülte tarafından gizlilik kuralları çerçevesinde muhafaza edilir, gizlilik kararının kaldırılması halinde Tez Otomasyon Sistemine yüklenir.

* Tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu tarafından karar verilir.

ETİK

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında,

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

08.10.2018

TOY İSKİT

ÖZET

MEDYAN SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ YÖNTEMİNDE KİTLE ORTALAMASININ TAHMİNİ

Toy İSKİT
Yüksek Lisans, İstatistik Bölümü
Tez Danışmanı: Doç. Dr. Nursel KOYUNCU
Eylül 2018, 52 sayfa

Sıralı küme örneklemesi yöntemleri, örnekleme birimlerinin ilgilenilen değişken bakımından tam olarak ölçülmesi zor veya maliyetli olduğunda, ancak birimlerin ilgilenilen değişken veya ilgilenilen değişkenle ilişkili yardımcı değişkene göre sıralanmasının daha kolay olduğu durumlarda kullanılır. Bu çalışmada sıralı küme örneklemesi, medyan sıralı küme örneklemesi ve basit rastgele örnekleme yöntemlerinde kitle ortalamasının klasik, oransal, regresyon, regresyon-oransal tahmin edicileri ve üstel tahmin edici ailesi incelenmiştir. Sıralı küme örneklemesi yöntemlerinin etkinliği sıralamanın doğru yapıldığı ile doğrudan ilgilidir. Ayrıca sıralamanın hangi değişken üzerinden yapıldığı ile de ilişkilidir. Bu sebeple çalışma kapsamında hem ilgili değişken üzerinden hem de yardımcı değişken üzerinden sıralama yapılarak sonuçlar incelenmiştir. Hava kalite indeksi veri seti kullanarak yapılan benzetim çalışmasında tahmin edicilerin hata kareler ortalaması elde edilerek göreli etkinlikleri bakımından karşılaştırılmıştır. Benzetim çalışmasına göre en etkin sonuçlar medyan sıralı küme örneklemesi yönteminde elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Sıralı küme örneklemesi, medyan sıralı küme örneklemesi, ortalama tahmin edicileri.

ABSTRACT

ESTIMATION OF POPULATION MEAN IN MEDIAN RANKED SET SAMPLING METHOD

Toy İSKİT
M.Sc. Thesis, Department of Statistics
Supersivor: Assoc. Prof. Dr. Nursel KOYUNCU
September 2018, 52 pages

Ranked set sampling methods are used when it is costly or difficult to measure the sampling units precisely with respect to the variable of interest and also when these units can be more easily ranked with respect to the variable of interest or the auxiliary variable correlated with that variable of interest. In this study classic, ratio, regression, regression-ratio estimators and exponential family of estimators of population mean are examined through ranked set sampling, median ranked set sampling and simple random sampling methods. The efficiency of the ranked set sampling methods is directly related to the correct ordering. It is also related to the variable used in the ordering. Thus, within the scope of this study the results are examined through ranking both the variable of interest and auxillary variable. The estimators are compared in terms of relative efficiency by calculating the mean square error of the estimators through simulation study by using the air quality index data set. According to the simulation study, the most efficient results are obtained through the median ranked set sampling method.

Keywords: Ranked set sampling, median ranked set sampling, estimators of mean

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam süresince, değerli görüşleriyle ve değerlendirmeleriyle çalışmama yön veren, ilgisi ve desteği ile her zaman çalışmalarımda yanımda olan değerli danışmanım sayın hocam Doç. Dr. Nursel KOYUNCU başta olmak üzere bölümümüzün değerli hocalarına teşekkür ederim.
Tüm yaşamım boyunca bana maddi ve manevi olanaklarını ellerinden geldiğince sunan sevgili aileme şükranlarımı sunarım.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÇİZELGELER

KISALTMALAR VE SİMGELER

Kısaltmalar

SKÖ	Sıralı Küme Örneklemesi
BRÖ	Basit Rastgele Örnekleme
MSKÖ	Medyan Sıralı Küme Örneklemesi
HKO	Hata Kareler Ortalaması
HKİ	Hava Kalite İndeksi

Simgeler

θ	Kitle Parametresi
$\hat{\theta}$	Tahmin Edici
N	Kitle Büyüklüğü
n	Örneklem Büyüklüğü
m	Küme Büyüklüğü
r	Tekrar Sayısı
E($\hat{\theta}$)	Tahmin Edicinin Beklenen Değeri
GE	Göreli Etkinlik
$\bar{X}$	X Değişkenine Ait Kitle Ortalaması
$\bar{Y}$	Y değişkenine Ait Kitle Ortalaması
β	Regresyon Katsayısı
$b_{BRÖ}$	BRÖ Regresyon Katsayısı
$b_{SKÖ}$	SKÖ Regresyon Katsayısı
$b_{xy(j)}$	MSKÖ Regresyon Katsayısı

Tahmin Ediciler

$\bar{y}_{BRÖ}$	BRÖ’ de Kitle Ortalamasının Klasik Tahmin Edicisi
$\bar{y}_{SKÖ}$	SKÖ’ de Kitle Ortalamasının Klasik Tahmin Edicisi
$\bar{y}_{MSKÖ}$	MSKÖ’ de Kitle Ortalamasının Klasik Tahmin Edicisi
$\bar{y}_{BRÖ\_Oransal}$	BRÖ’ de Kitle Ortalamasının Oransal Tahmin Edicisi
$\bar{y}_{SKÖ\_Oransal}$	SKÖ’ de Kitle Ortalamasının Oransal Tahmin Edicisi
$\bar{y}_{MSKÖ\_Oransal}$	MSKÖ’ de Kitle Ortalamasının Oransal Tahmin Edicisi
$\bar{y}_{BRÖ\_q_1}$	Al-Omari vd. Tahmin Edicisi I
$\bar{y}_{BRÖ\_q_3}$	Al-Omari vd. Tahmin Edicisi II
$\bar{y}_{SKÖ\_q_1}$	Al-Omari vd. Tahmin Edicisi III
$\bar{y}_{SKÖ\_q_3}$	Al-Omari vd. Tahmin Edicisi IV
$\bar{y}_{MSKÖ\_q_1}$	Al-Omari Tahmin Edicisi I
$\bar{y}_{MSKÖ\_q_3}$	Al-Omari Tahmin Edicisi II
$\bar{y}_{BRÖ\_REG}$	BRÖ’ de Regresyon Tahmin Edicisi
$\bar{y}_{SKÖ\_REG}$	SKÖ’ de Regresyon Tahmin Edicisi
$\bar{y}_{MSKÖ\_REG}$	MSKÖ’ de Regresyon Tahmin Edicisi
$\bar{y}_{Kk(M)k}$	MSKÖ’ de Üstel Tip Tahmin Edici Ailesi
$\bar{y}_{Nk(M)k}$	MSKÖ’ de Regresyon-Oransal Tip Tahmin Edici Ailesi

1. GİRİŞ

Günümüzde bilimsel araştırmaların temel amacı en doğru bilgiye en kısa sürede ulaşmaktır. Bu sebeple bilimsel araştırmalarda istatistiksel yöntemlerin kullanılması kaçınılmazdır. Araştırmalarda genel olarak kitle hakkında bilgi sahibi olmak istenir. Kitlenin tamamına ulaşmak genellikle mümkün olmayabilir. Mümkün olsa bile tamamını incelemek zaman ve emek kaybının yanı sıra büyük bir maliyet gerektirebilir. Bu sebeple kitlenin tamamıyla çalışmak yerine kitleden seçilen, kitleyi temsil edebilecek bir örneklem seçilir ve kitle parametreleri tahmin edilir. Örneklem seçim işlemi istatistikte çok önemli yeri olan örnekleme kuramının konusudur. Bir tahminin duyarlılığı örneklem seçim işleminde kullanılan örnekleme yöntemleri ile doğrudan ilişkilidir.

Kitlenin yapısına en uygun örnekleme yönteminin tespit edilmesinden sonra ilk iş ne kadar bir örneklem büyüklüğü ile çalışılır ise kitle hakkında en gerçekçi bilgiye ulaşılır sorusunun cevabıdır. Bu sorunun cevabı elde edilecek tahminin duyarlılığı ile doğru orantılıdır. Eğer kitlenin tamamı ile çalışılır ise duyarlılık maksimum olur. Burada da zaman, emek ve maliyet kavramları devreye girer. Tüm bu durumları göz önünde bulunduran birçok örnekleme yöntemi geliştirilmiştir.

İstatistiksel araştırmalarda en uygun örnekleme yöntemi kullanarak kitlenin özellikleri tahmin edilmeye çalışılır. Kitlenin parametrelerini tahmin etmek için kullanılan matematiksel eşitliklere tahmin edici denir. En iyi tahmini elde etmek için tahmin edicinin belirli özellikleri taşıması gerekir. Bu özelliklerden bir tanesi yansızlık kavramıdır. Bir tahmin edicinin beklenen değeri parametre değerine eşit ise o tahmin edici yansızdır. Matematiksel gösterimle,

$$E(\hat{\theta}) = \theta \tag{1.1}$$

biçiminde ifade edilir [1].

Yansız tahmin ediciler arasından varyansı küçük olan tahmin edici tercih edilir. Tanımdan da anlaşılacağı gibi tahmin edicinin beklenen değeri ile parametre değeri arasında fark olduğunda yan kavramı ortaya çıkar. Yan kavramı,

$$Yan = E(\hat{\theta}) - \theta \tag{1.2}$$

biçimindedir [1]. Yanlı tahmin edicilerden yanı küçük olan tercih edilir. Yan kavramı mevcut olduğunda tahmin edicilerin tercih edilmesinde kullanılan ölçü hata kareler ortalaması(HKO)' dır. HKO, tahmin edicinin parametreden farkının karesinin beklenen değeridir. HKO küçük olan tahmin edici tercih edilir. Çünkü HKO küçük olan tahmin edici kitle parametresi etrafında yoğun bir dağılım gösterir. Matematiksel olarak HKO,

$$HKO(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - \theta)^2 \tag{1.3}$$

biçiminde gösterilir.

HKO, tahmin edicilerin birbirine göre göreli etkinliğinin hesaplanmasında da kullanılır. HKO küçük olan tahmin edici daha etkindir. $\hat{\theta}_1$ ve $\hat{\theta}_2$ iki tahmin edici olsun. $\hat{\theta}_1$' nın $\hat{\theta}_2$' ya göreli etkinliği (GE),

$$GE = \frac{HKO(\hat{\theta}_1)}{HKO(\hat{\theta}_2)} \tag{1.4}$$

biçiminde ifade edilir [2].

İstatistiksel araştırmalarda kitle parametrelerinin tahmini için kullanılan tahmin edicilerin etkinliğini arttırmak için yardımcı değişken bilgisi kullanılır. Çünkü yardımcı değişken ilgilenilen değişken ile ilişkili olduğu için bazı koşullarda yardımcı değişken bilgisi kullanarak elde edilen tahmin ediciler klasik tahmin edicilere göre daha etkin tahminler vermektedir.

Tahmin edicilerin etkinliği örneklem seçim işleminde kullanılan örnekleme yöntemleri ile ilişkilidir. Kitlenin özelliklerine göre hangi örnekleme yönteminin kullanılacağı belirlenir. En temel örnekleme yöntemi Basit Rastgele Örnekleme (BRÖ)' dir. BRÖ yöntemi genellikle kitle çok büyük olmadığında ve maliyet düşük olduğu için tercih edilir. Kitlenin çok büyük olduğu durumlarda veya yüksek maliyet olduğu durumda farklı örnekleme yöntemleri geliştirilmiştir. Bu örnekleme yöntemlerinden bir tanesi sıralı küme örneklemesi yöntemidir.

Tarım, ormancılık, çevre, ekoloji ve tıp alanlarında kitle birimine ilişkin bir değişkenin ölçülmesinin çok zor ya da aşırı maliyetli olduğu ama birimlerin ilgilenilen değişken bakımından sıralanmasının görsel yolla veya çok fazla maliyet gerektirmeyen bir yöntemle yapılmasının mümkün olduğu durumlar ortaya çıkabilir. Bu gibi durumlarda BRÖ' ye alternatif olarak McIntrye tarafından Sıralı Küme Örneklemesi (SKÖ) önerilmiştir [3].

SKÖ yöntemi en az örneklem büyüklüğü ile kitleyi en iyi temsil edecek örneklem büyüklüğünü bulmada kolaylık sağlar. SKÖ yönteminde örneklem seçme işlemi iki aşamadan oluşmaktadır. Öyle ki N büyüklüğünde bir kitleden seçilen önce m^2 birim bir örneklem seçilir sonra seçilen bu örneklem sıralama teknikleri kullanarak kümelere ayrılır ve m büyüklüğünde sıralı küme örneklemi elde edilir. İstenilen örneklem büyüklüğüne örneklem seçimi r kez tekrar edilir. Sıralama ilgilenilen veya ilgilenilen değişkenle ilişkili kolay sıralanabilen yardımcı değişken üzerinden de yapılabilir. İstenilen örneklem büyüklüğüne göre örneklem seçimi r kez tekrar edilir.

SKÖ tasarımının kuramsal yapısı Takahasi ve Wakimoto tarafından ortaya konmuştur. Takahasi ve Wakimoto SKÖ kullanarak elde edilen örneklem ortalamasının BRÖ' ye göre daha küçük varyansa sahip olduğunu göstermişlerdir [4]. Dell ve Clutter, SKÖ ile elde edilen tahmin edicisinin kitle ortalamasının yansız bir tahmin edicisi olduğunu göstermiştir [5].

Stokes bir yardımcı değişken ile SKÖ' yü incelemiştir [6]. Stokes SKÖ ile edilen kitle ortalamasının varyansını incelemiştir [7].

Bahl ve Tuteja, oransal ve çarpımsal üstel tahmin edicileri önermişlerdir [8]. Shen, SKÖ' ni çeşitli dağılımlar altında, dağılım parametrelerinin etkin tahminlerini elde etmek amacıyla da kullanmıştır [9]. Samawi ve Muttlak, SKÖ' de oransal tahmin edicileri önermişlerdir. SKÖ' de elde edilen tahminlerin BRÖ' deki tahminlere göre daha etkin olduğunu göstermişlerdir [10].

Sıralamadaki hata miktarını azaltmak ve tek modlu simetrik dağılımlar için etkinliği arttırmak üzere oluşturulan kümelerden medyan değerlerinin seçilmesine dayanan Medyan Sıralı Küme Örneklemesi (MSKÖ) Muttlak tarafından önerilmiştir [11].

Yu ve Lam, SKÖ' de regresyon tahmin edicilerini önermişlerdir [12]. Muttlak, yardımcı değişken bilgisi kullanarak MSKÖ tahmin edicilerini, SKÖ tahmin edicileri ve regresyon tahmin edicileri ile karşılaştırmıştır [13]. Patil vd. SKÖ' yü ayrıntılı olarak inceleyip, konu ile ilgili çalışmaları özetlemişlerdir [14]. Samawi ve Muttlak, MKSÖ' de oransal tahminleri önermiştir [15]. Muttlak, Uç ve MSKÖ' de regresyon tahmin edicilerini incelemiştir [16].

Ünyazıcı, bir uygulama üzerinden çeşitli SKÖ yöntemlerini incelemiştir [17]. Muttlak, modifiye edilmiş SKÖ' ni önermiştir [18]. Kadılar ve Çıngı, BRÖ' de oransal tahmin edicileri önermişlerdir [19]. Özdemir, SKÖ' de regresyon modelini incelemiş ve parametre tahminlerinin etkisini araştırmıştır [20]. Özdemir, yardımcı değişken kullanarak SKÖ' de kitle ortalamasının tahminini incelemiştir [21]. Kadılar, Ünyazıcı ve Çıngı SKÖ' de kitle ortalamasının oransal tahmin edicilerini incelemişlerdir [22]. Akıncı, SKÖ tasarımlarının çeşitli dağılımlar altında etkinliklerini incelemiştir [23]. Akıncı ve Özdemir, çok aşamalı SKÖ tasarımlarının etkinliklerini incelemiştir [24].

Al-Omari, yardımcı değişken birinci ve üçüncü çeyrek değer bilgisi kullanıldığında BRÖ ve MSKÖ' de kitle ortalamasının çeşitli oransal tahmin edicilerini önermiştir [25].

Koyuncu, yardımcı değişken bilgisi kullanıldığında kitle ortalamasının etkili tahmin edicilerini önermiştir [26]. Al-Omari vd. BRÖ ve SKÖ' de ortalamanın yeni oransal tahmin edicilerini önermişlerdir [27].

Koyuncu vd. duyarlı değişkenler için ortalamanın üstel tip tahmin edicilerini önermişlerdir [28]. Zamanzade ve Al-Omari, kitle ortalaması ve varyansı için yeni bir SKÖ önermişlerdir [29]. Koyuncu, MSKÖ' de oransal ve üstel tip tahmin edici ailesi önermiştir [30]. Koyuncu, MSKÖ ve neoterik SKÖ' de kitle ortalamasının geliştirilmiş tahmin edicilerini önermiştir [31]. Esen, SKÖ yöntemlerini kullanarak oransal tahmin yöntemlerini incelemiştir [32].

Bu tez çalışmasında BRÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemlerinde kitle ortalamasının klasik, oransal, regresyon, regresyon-oransal ve üstel tahmin edicileri incelenmiştir. Bu yöntemlerde kullanılan tahmin ediciler ve HKO formülleri verilmiştir. Amaç bu örnekleme yöntemlerinde yukarıda belirtilen tahmin edicilerin etkinliklerini karşılaştırmaktır. Tahmin ediciler tercih edilirken, örnekleme yöntemlerini de karşılaştırabilmek için üç örnekleme yönteminde de bulunan beşer tahmin edici tercih edilmiştir. Bu tahmin edicilere ek olarak sadece MSKÖ' de bulundan regresyon-oransal ve üstel tip dört tahmin edici de çalışma kapsamında incelenmiştir. Tahmin ediciler genel olarak yardımcı değişken bilgisi kullanarak elde edilen tahmin edicilerdir. Klasik tahmin edicileri çalışmaya dahil etme amacımız yardımcı değişken bilgisi kullanılması durumunda etkinliklerin ne şekilde değişebileceğini görmektir. Bu karşılaştırmalar örneklem büyüklüklerine göre değişeceği için farklı örneklem büyüklüklerinde sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca MSKÖ' de sonuçlar örneklem büyüklüğünün tek ve çift olmasına gore değişeceği için bu hususta dikkate alınmıştır.

Ayrıca sıralamanın hangi değişken üzerinden yapıldığı da sonuçları etkileyeceğinden hem ilgilenilen değişken hem de yardımcı değişkenler üzerinden sıralama yapılması durumunda sonuçlar incelenmiştir. İlgilenilen değişken ile yardımcı değişken arasındaki korelasyonun farkını görebilmek içinde hem yüksek hem de düşük ilişkili iki yardımcı değişken ele alınarak sonuçlar elde edilmiştir.

Tezin ikinci, üçüncü ve dördüncü bölümlerinde örnekleme yöntemleri detaylı olarak anlatılmıştır.

Beşinci bölümde ise benzetim çalışması yapılarak gerçek bir veri seti üzerinden kitlenin ortalama tahminlerinin HKO' ları elde edilmiş ve göreli etkinlik değerleri hesaplanmıştır.

Altıncı bölümde sonuç ve öneriler ile elde edilen sonuçlar özetlenmiştir.

2. BASİT RASTGELE ÖRNEKLEME

BRÖ, N büyüklüğünde birimden oluşan kitlede her bir örneklem birimine eşit seçilme olasılığı tanınarak bağımsız olarak seçilecek n birimlik bütün örneklemlerin seçilme olasılıklarının aynı olduğu bir örnekleme yöntemidir. BRÖ' de birimler yerine koyarak veya yerine koymadan iki şekilde seçilebilir. Genellikle kitlenin homojen ve çok büyük olmadığı durumlarda kullanılır. BRÖ en temel örnekleme yöntemidir. Diğer tüm örnekleme yöntemlerinin de temeli basit rastgele örneklemeye dayanır. Çalışma kapsamında BRÖ yönteminde kullanılan tahmin ediciler bu bölümde ele alınmıştır.

2.1. Basit Rastgele Örnekleme Klasik Tahmin Edicisi

Kitle ortalamasının klasik tahmin edicisi,

$$\bar{y}_{BRÖ} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n} \tag{2.1}$$

biçimindedir [1].

Tahmin edicinin varyansı düzeltme terimi $(1-n/N)$ ihmal edildiğinde,

$$Var\left(\bar{y}_{BRÖ}\right) = \frac{\sigma_Y^2}{n} \tag{2.2}$$

biçimindedir [1].

Eşitlik (2.3)' te

$$\sigma_Y^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(Y_i - \bar{Y}\right)^2$$

biçiminde tanımlanır.

2.2. Basit Rastgele Örnekleme Oransal Tahmin Edicisi

Araştırmalarda yardımcı değişkene ait bilgi bulunduğunda daha duyarlı tahminler elde etmek için oransal tahmin edicilerden yararlanırız. Oransal tahmin ediciler yardımcı değişken ile ilgilenilen değişken arasındaki ilişki pozitif olduğu ve bu ilişkiyi gösteren doğru orijinden geçiyor ise parametre tahminlerinde en sık kullanılan yöntemlerden biridir. X yardımcı değişkeninin örneklem ortalaması, $\bar{x}_{BRÖ} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ olarak verilsin. Kitle ortalamasının oransal tahmin edicisi,

$$\bar{y}_{BRÖ\_Oransal} = \frac{\bar{y}_{BRÖ}}{\bar{x}_{BRÖ}} \bar{X} \tag{2.3}$$

biçimindedir [1].

Tahmin edicinin HKO' nı fark yöntemiyle bulabilmek için aşağıdaki eşitlikler tanımlanabilir.

$$e_0 = \frac{\bar{y}_{BRÖ} - \bar{Y}}{\bar{Y}} \Rightarrow \bar{y}_{BRÖ} = \bar{Y}\left(1+e_0\right) \tag{2.4}$$

$$e_1 = \frac{\bar{x}_{BRÖ} - \bar{X}}{\bar{X}} \Rightarrow \bar{x}_{BRÖ} = \bar{X}(1+e_1) \tag{2.5}$$

Beklenen değerler,

$$E(e_0) = E(e_1) = 0 \tag{2.6}$$

$$E\left(e_0^2\right) = \frac{E\left(\bar{y}_{BRÖ} - \bar{Y}\right)^2}{\bar{Y}^2} = \frac{Var\left(\bar{y}_{BRÖ}\right)}{\bar{Y}^2} = \frac{\sigma_y^2}{n\bar{Y}^2} \tag{2.7}$$

$$E\left(e_1^2\right) = \frac{E\left(\bar{x}_{BRÖ} - \bar{X}\right)^2}{\bar{X}^2} = \frac{Var\left(\bar{x}_{BRÖ}\right)}{\bar{X}^2} = \frac{\sigma_x^2}{n\bar{X}^2} \tag{2.8}$$

$$E\left(e_0 e_1\right) = E\left(\left(\frac{\bar{x}_{BRÖ} - \bar{X}}{\bar{X}}\right)\left(\frac{\bar{y}_{BRÖ} - \bar{Y}}{\bar{Y}}\right)\right) = \frac{1}{n\bar{X}\bar{Y}}\sigma_{XY} \tag{2.9}$$

biçiminde elde edilir.

Eşitlik (2.3), e' li terimler cinsinden yazıldığında,

$$\bar{y}_{BRÖ\_Oransal} = \bar{Y}\left(1+e_0\right)(1+e_1)^{-1} \tag{2.10}$$

biçiminde elde edilir.

$\left(1+e_1\right)^{-1}$ terimi örneklem büyüklüğü n yeterince büyük olarak alındığında, $\left|e_0\right|<1$ ve $\left|e_1\right|<1$ varsayımı yapıldığında, MacLaurin serisi kullanarak açılabilir.

Buradan, $(1+e_1)^{-1}$' in açılımı,

$$(1+e_1)^{-1} = 1 - e_1 + e_1^2 - e_1^3 + \ldots \tag{2.11}$$

biçimindedir. Eşitlik (2.11)' de ikinci dereceden büyük terimler ihmal edilirse,

$$\bar{y}_{BRÖ\_Oransal} - \bar{Y} \cong \bar{Y}\left(-e_1 + e_1^2 + e_0 - e_0 e_1\right) \tag{2.12}$$

biçiminde elde edilir.

Eşitlik (2.12)' de her iki tarafın sırasıyla karesi ve beklenen değeri alındığında ve e ' li terimlerin beklenen değerleri yerine konulup gerekli düzenlemeler yapıldığında ve DT ihmal edildiğinde tahmin edicinin HKO yaklaşık olarak,

$$HKO\left(\bar{y}_{BRÖ\_Oransal}\right) \cong \left(R^2 \frac{\sigma_x^2}{n} + \frac{\sigma_y^2}{n} - \frac{2R\sigma_{XY}}{n}\right) \tag{2.13}$$

biçiminde elde edilir.

Eşitlik (2.13)' te σ_X^2 , X değişkeninin kitle varyansıdır. $R = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}}$ kitle oranı ve σ_{XY} ; X ve Y' nin kovaryansıdır [1].

2.3. Al-Omari vd. 2013 Tahmin Edicisi I

Al-Omari vd. BRÖ' de birinci çeyrek değer bilgisini kullanarak oransal tahmin ediciyi,

$$\bar{y}_{BRÖ\_q_1} = \bar{y}_{BRÖ} \frac{\bar{X} + q_1}{\bar{x}_{BRÖ} + q_1} \tag{2.14}$$

biçiminde önermişlerdir [27].

Eşitlik (2.14), e ' li terimler cinsinden yazılıp gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$\bar{y}_{BRÖ\_q_1} - \bar{Y} = \bar{Y}(-\psi_1 e_1 + \psi_1^2 e_1^2 + e_0 - \psi_1 e_0 e_1) \tag{2.15}$$

biçiminde elde edilir. Eşitlik (2.15)' te,

$$\psi_1 = \frac{\bar{X}}{\bar{X} + q_1}$$

biçiminde ifade edilir.

e' li terimlerin beklenen değerleri yerine konulup gerekli düzenlemeler yapıldığında ve DT ihmal edildiğinde tahmin edicinin HKO yaklaşık olarak,

$$HKO\left(\bar{y}_{BRÖ\_q_1}\right) \cong R^2\psi_1^2 \frac{\sigma_x^2}{n} + \frac{\sigma_y^2}{n} - 2R\psi_1 \frac{\sigma_{XY}}{n} \tag{2.16}$$

biçiminde elde edilir [27].

2.4. Al-Omari vd. 2013 Tahmin Edicisi II

Al-Omari vd. BRÖ' de üçüncü çeyrek değer bilgisini kullanarak oransal tahmin ediciyi,

$$\bar{y}_{BRÖ\_q_3} = \bar{y}_{BRÖ} \frac{\bar{X} + q_3}{\bar{x}_{BRÖ} + q_3} \tag{2.17}$$

biçiminde önermişlerdir [27].

Eşitlik (2.17)' de, e' li terimler cinsinden yazılıp gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra e' li terimlerin beklenen değerleri yazıldığında tahmin edicinin HKO yaklaşık olarak,

$$HKO\left(\bar{y}_{BRÖ\_q_3}\right) \cong R^2\psi_3^2 \frac{\sigma_x^2}{n} + \frac{\sigma_y^2}{n} - 2R\psi_3 \frac{\sigma_{XY}}{n} \tag{2.18}$$

biçiminde elde edilir [27].

Eşitlik (2.18)' de,

$$\psi_3 = \frac{\bar{X}}{\bar{X} + q_3}$$

olarak tanımlanır.

2.5. Basit Rastgele Örnekleme Regresyon Tahmin Edicisi

Duyarlı tahminler elde etmek için kullanılan bir diğer bir tahmin yöntemi regresyon tahmindir. İki değişken arasında doğrusal ilişki orijinden geçmeyen bir doğru ile ifade ediliyorsa regresyon tahmin edicisi daha duyarlı sonuçlar elde etmek için kullanılır. Regresyon tahmin edicileri oransal tahmin edicilere göre daha etkin olmasına rağmen daha az kullanılmasının sebebi regresyon katsayısının her durumda elde edilememesidir.

Kitle ortalamasının tahmin edicisi,

$$\bar{y}_{BRÖ\_REG} = \bar{y}_{BRÖ} + b_{BRÖ}(\bar{X} - \bar{x}_{BRÖ}) \tag{2.19}$$

biçimindedir [1].

Tahmin edicinin varyansı,

$$Var(\bar{y}_{BRÖ\_REG}) = \frac{1}{n}(\sigma_Y^2 - 2b_{BRÖ}\sigma_{YX} + b_{BRÖ}^2\sigma_X^2) \tag{2.20}$$

biçiminde elde edilir [1].

Eşitlik (2.20)' deki değeri varyans değerini minumum yapan değer regresyon katsayısıdır ve $b_{BRÖ}^* = \beta = \rho\frac{\sigma_Y}{\sigma_X} = \frac{\sigma_{YX}}{\sigma_X^2}$ biçiminde tanımlanır.

3. SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ

Araştırmalarda örneklem seçim işlemi önemli bir yer tutar. Araştırmacılar her zaman büyük örneklem büyüklükleri ile çalışmak isterler. Ancak büyük örneklemler ile çalışmak zaman, işgücü ve yüksek bütçe gerektirir. Bazı durumlarda ilgilenilen değişkenin ölçülmesi zor veya pahalı olduğu durumlarla karşılaşılabilir. Bu durumda en az örneklem büyüklüğü ile kitleyi temsil edecek bir örnekleme tasarımına ihtiyaç vardır. Bu ihtiyacı karşılamak üzere McIntrye, SKÖ tasarımını önermiştir [3]. SKÖ tasarımı birimlerin ilgilenilen değişken bakımından ölçülmesinin zor, ancak görsel olarak veya fazla maliyet gerektirmeyen yöntemlerle sıralanmasının kolay olduğu tıp, biyoloji, tarım ve çevre bilimi gibi alanlarda kullanılır. SKÖ yönteminde sıralama işlemi genellikle ilgilenilen değişken yerine onunla ilişkili ve ilgilenilen değişkene göre sıralanması daha kolay olan yardımcı değişken üzerinden yapılır. Yardımcı değişkene ait bilgiler de mevcut olduğu için SKÖ yönteminde de oransal ve regresyon tahminleri elde edilebilir. SKÖ yönteminin en önemli özelliği kitle parametresinin yansız ve duyarlı bir tahmin edicisinin en düşük maliyetle elde edilebilmesidir. Ayrıca sonsuz büyüklükteki kitlelerde uygulanması ve örnekleme seçilen tüm birimlerin ölçülmesine gerek olmaması diğer avantajlarıdır. Ancak sıralamanın araştırmacının kişisel kararlarına bağlı olarak yapılması hatalara yol açabilmektedir. Bu sebeple örneklem seçim işleminde küme büyüklüğünün beşten büyük olmaması tercih edilir. SKÖ tasarımında örneklem aşağıdaki biçimde elde edilir.

3.1. Sıralı Küme Örneklemesinde Tek Değişkenli Olması Durumunda Örneklem Seçimi

1. İlgili kitleden m^2 birimlik rastgele bir örneklem seçilir. Her biri m büyüklüğünde m kümeye rastgele olarak paylaştırılır.

2. Kümelerdeki birimler ilgilenilen değişken bakımından kendi içinde hassas ölçüm yapılmadan ucuz ve kolay bir ölçümle küçükten büyüğe doğru sıralanır.

3. Birimleri kendi içinde sıralanan kümelerin birincisinden ilk sıradaki birim, ikinci kümeden ikinci sıradaki birim ve bu şekilde devam edilerek m. kümeden m. sıradaki birim seçilir.

4. Seçilen birimler ilgilenilen değişken bakımından istenilen hassaslıktaki bir ölçümle ölçülür ve m büyüklüğünde sıralı küme örneği elde edilir. Bu işlem istenilen n=m*r örneklem büyüklüğü elde edilinceye kadar r kez tekrarlanır [32].

Örneğin r=1 tekrar durumunda m büyüklüğünde SKÖ ile elde edilen örneklem birimleri Çizelge 3.1.' deki gibi gösterilmektedir . Çizelge 3.1.' de,

$Y_{i1}, Y_{i2}, \ldots, Y_{im}$: i. küme için kitleden rastgele seçilen örneklem birimini ifade eder. i=1,2,…,m

$Y_{i[1]}, Y_{i[2]}, \ldots, Y_{i[m]}$: i. kümedeki sıralanmış örneklem birimlerini ifade eder. i=1,2,…,m

$Y_{[i]}$: m büyüklüğünde sıralı küme örnekleminde i. kümedeki i. örnekleme birimini ifade eder [32]. r tekrar olması durumunda ise,

$Y_{[i]j}$: j. tekrarda sıralı küme örnekleminde i. kümedeki i. örneklem birimini ifade eder.

Çizelge 3.1. Tek değişkenli olması durumunda m büyüklüğünde sıralı küme örnekleminin elde edilişi

Kitleden seçilen örneklem birimleri	Küme 1 Y_{11} Y_{12} …… Y_{1m} 2 Y_{21} Y_{22} …… Y_{2m} . --------------------------- . --------------------------- m Y_{m1} Y_{m2} …… Y_{mm}
Sıralanan Örneklem Birimleri	Küme 1 $Y_{1[1]}$ $Y_{1[2]}$ … $Y_{1[m]}$ 2 $Y_{2[1]}$ $Y_{2[2]}$ … $Y_{2[m]}$. --------------------------- . --------------------------- m $Y_{m[1]}$ $Y_{m[2]}$ … $Y_{m[m]}$
Örnekleme Alınan Birimler	Küme 1 $Y_{[1]}$ *********** 2 ***$Y_{[2]}$ ******** . --------------------------- . --------------------------- m ************ $Y_{[m]}$

3.2. Sıralı Küme Örneklemesinde İki Değişkenli Olması Durumunda Örneklem Seçimi

İlgilenilen değişkene göre daha kolay sıralanabilen ve ilgilenilen değişkenle ilişkili bir yardımcı değişken olması durumunda bu yardımcı değişken üzerinden yapılan sıralama mükemmeldir. Bu çalışmada X yardımcı değişkeni üzerinden sıralama yapılması durumunda elde edilen örneklem birimleri şekillerde gösterilmiştir. Öncelikle kitleden alınan m^2 tane birim (ilgilenilen ve yardımcı değişken birlikte olmak üzere) X yardımcı değişkenine göre sıralanır. Sonra birimleri kendi içinde sıralanan kümelerin birincisinden ilk sıradaki birim, ikinci kümeden ikinci sıradaki birim ve bu şekilde devam edilerek m. kümeden m. sıradaki birim seçilir. Bu işlem istenilen örneklem büyüklüğü elde edilene kadar r kez tekrar edilebilir. Böylece n=m*r büyüklükte iki değişkenli sıralı küme örneklemi elde edilir [32].

İki değişkenli olması durumunda ve r=1 tekrar durumunda yardımcı değişkene göre sıralama yapıldığında SKÖ ile elde edilen örneklem birimleri Çizelge 3. 2. ' deki gibidir.

Çizelge 3.2. Yardımcı değişkene göre sıralama ve iki değişkenli olması durumunda m büyüklüğünde sıralı küme örnekleminin elde edilişi

Kitleden seçilen örneklem birimleri	Küme 1 (Y_{11},X_{11}) (Y_{12},X_{12}) … (Y_{1m},X_{1m}) 2 (Y_{21},X_{21}) (Y_{22},X_{22}) … (Y_{2m},X_{2m}) . . . . m (Y_{m1},X_{m1}) (Y_{m2},X_{m2})… (Y_{mm},X_{mm})
Sıralanan Örneklem Birimleri	Küme 1 $(Y^1_{[1]},X^1_{(1)})$ $(Y^1_{[2]},X^1_{(2)})$ … $(Y^1_{[m]},X^1_{(m)})$ 2 $(Y^2_{[1]},X^2_{(1)})$ $(Y^2_{[2]},X^2_{(2)})$ … $(Y^2_{[m]},X^2_{(m)})$ . . . . m $(Y^m_{[1]},X^m_{(1)})$ $(Y^m_{[2]},X^m_{(2)})$ …. $(Y^m_{[m]},X^m_{(m)})$
Örnekleme Alınan Birimler	Küme 1 $(Y_{[1]},X_{(1)})$***************** 2 ******** $(Y_{[2]},X_{(2)})$*** ****** . . . . m ******************** $(Y_{[m]},X_{(m)})$

Çizelge 3.2.' de, i=1,2,…,m olmak üzere, $\{(Y_{i1},X_{i1}),(Y_{i2},X_{i2}),\ldots,(Y_{im},X_{im})\}$, i. küme için kitleden rastgele olarak seçilen örneklem birimlerini ifade ederken $\{(Y^i_{[1]},X^i_{(1)}),(Y^i_{[2]},X^i_{(2)}),\ldots,(Y^i_{[m]},X^i_{(m)})\}$, i. küme için X değişkenine göre sıralanmış örneklem birimlerini ifade eder. Burada, () sembolü ait olduğu değişkene göre yapılan sıralamanın mükemmel olduğunu ifade ederken, [ ] sembolü ait olduğu değişkene göre yapılan sıralamanın hatalı olduğunu belirtir. $Y_{[i]},X_{(i)}$ ise m büyüklüğünde sıralı küme örnekleminde i. kümedeki i. örneklem birimini ifade eder. Y değişkenine göre ölçülecek birimler öncelikle X değişkenine göre sıralandığından Y değişkeni için sıralama X değişkenine göre oluşacaktır. Bu durumda $X_{(i)}$, X değişkenine ilişkin i. kümedeki i. sıra istatistiğini ifade ederken, $Y_{[i]}$ ise i.kümedeki i. indirgenmiş sıra istatistiğini ifade eder [32]. r tekrar olması durumunda ise gösterim şu şekildedir.

$Y_{[i]j}, X_{(i)j}$: j. tekrarda i.örneklemdeki i. sıralı istatistiği ifade eder. i=1,2,…,m; j=1,2,…,r

Çalışma kapsamında SKÖ yönteminde kullanılan tahmin ediciler aşağıda verilmiştir.

3.3. Sıralı Küme Örneklemesinde Tahmin Ediciler

SKÖ yönteminde de yardımcı değişkene ait bilgiler mevcut olduğu için klasik tahmin edicilerin yanı sıra oransal ve regresyon tahmin edicileri de elde edilmektedir.

3.3.1. Sıralı Küme Örneklemesi Klasik Tahmin Edicisi

SKÖ kitle ortalamasının klasik tahmin edicisi,

$$\bar{y}_{SKÖ} = \frac{1}{rm}\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m} Y_{[i]j} \tag{3.1}$$

biçiminde elde etmişlerdir [4].

Tahmin edicinin varyansı,

$$Var\left(\bar{y}_{SKÖ}\right) = Var\left(\frac{1}{rm}\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m} Y_{[i]j}\right)$$

$$= \frac{1}{r^2m^2}\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m} Var\left(Y_{[i]j}\right)$$

$$= \frac{1}{r^2m^2} r\sum_{i=1}^{m} Var\left(Y_{[i]}\right)$$

$$Var\left(\bar{y}_{SKÖ}\right) = \frac{1}{rm^2}\sum_{i=1}^{m}\sigma^2_{Y_{[i]}} \tag{3.2}$$

biçimindedir [4]. Eşitlik (3.2)' de

$$\sigma^2_{Y_{[i]}} = E\left[\left(Y_{[i]} - E\left(Y_{[i]}\right)\right)^2\right]$$

olarak ifade edilir.

3.3.2. Sıralı Küme Örneklemesi Oransal Tahmin Edicisi

SKÖ kitle ortalamasının oransal tahmin edicisi,

$$\bar{y}_{SKÖ\_Oransal} = \frac{\bar{y}_{SKÖ}}{\bar{x}_{SKÖ}} \bar{X} \tag{3.3}$$

biçimindedir [10].

Eşitlik (3.3)' te $\bar{x}_{SKÖ}$, SKÖ' de X yardımcı değişkeninin örneklem ortalamasıdır ve

$$\bar{x}_{SKÖ} = \frac{1}{mr} \sum_{j=1}^{r} \sum_{i=1}^{m} X_{(i)j} \tag{3.4}$$

biçiminde ifade edilir.

Eşitlik (3.4)' teki tahmin edicinin varyansı Eşitlik (3.2)' nin elde edilmesinde kullanılan adımlar uygulandığında,

$$Var\left(\bar{x}_{SKÖ}\right) = \frac{1}{m^2 r} \sum_{i=1}^{m} \sigma^2_{X_{(i)}} \tag{3.5}$$

biçiminde elde edilir.

Eşitlik (3.5)' te, $\sigma^2_{X_{(i)}} = E\left[\left(X_{(i)} - E\left(X_{(i)}\right)\right)^2\right]$ biçiminde ifade edilir.

Eşitlik (3.3)' teki tahmin edicinin HKO teorik olarak bulabilmek için aşağıdaki eşitlikler tanımlanabilir.

$$\delta_0 = \frac{\bar{y}_{SKÖ} - \bar{Y}}{\bar{Y}} \Rightarrow \bar{y}_{SKÖ} = \bar{Y}\left(1 + \delta_0\right) \tag{3.6}$$

$$\delta_1 = \frac{\bar{x}_{SKÖ} - \bar{X}}{\bar{X}} \Rightarrow \bar{x}_{SKÖ} = \bar{X}(1 + \delta_1) \tag{3.7}$$

$$E\left(\delta_0^2\right) = E\left(\frac{\left(\bar{y}_{SKÖ} - \bar{Y}\right)^2}{\bar{Y}^2}\right) = \frac{1}{\bar{Y}^2} Var\left(\bar{y}_{SKÖ}\right) = \frac{1}{rm^2\bar{Y}^2} \sum_{i=1}^{m} \sigma^2_{Y_{[i]}} \tag{3.8}$$

$$E\left(\delta_1^2\right) = E\left(\frac{\left(\bar{x}_{SKÖ} - \bar{X}\right)^2}{\bar{X}^2}\right) = \frac{1}{\bar{X}^2} Var\left(\bar{x}_{SKÖ}\right) = \frac{1}{m^2 r\bar{X}^2} \sum_{i=1}^{m} \sigma^2_{X_{(i)}} \tag{3.9}$$

$$E\left(\delta_0\delta_1\right)=E\left(\left(\frac{\bar{y}_{SKÖ}-\bar{Y}}{\bar{Y}}\right)\left(\frac{\bar{x}_{SKÖ}-\bar{X}}{\bar{X}}\right)\right)=\frac{1}{\overline{YX}}E\left(\left(\bar{y}_{SKÖ}-\bar{Y}\right)\left(\bar{x}_{SKÖ}-\bar{X}\right)\right)$$
$$=\frac{1}{\overline{YX}}Kov\left(\bar{y}_{SKÖ},\bar{x}_{SKÖ}\right)=\frac{1}{m^2r\overline{YX}}\sum_{i=1}^{m}\sigma_{XY_{(i)}} \tag{3.10}$$

Eşitlik (3.3)' te, δ ' lu terimlerin değerleri yerine konulup gerekli düzenlemeler yapıldığında ve δ ' lu terimlerin beklenen değerleri yerine yazıldığında tahmin edicinin HKO yaklaşık olarak,

$$HKO\left(\bar{y}_{SKÖ\_Oransal}\right)\cong\frac{1}{m^2r}\left(R^2\sum_{i=1}^{m}\sigma^2_{X_{(i)}}+\sum_{i=1}^{m}\sigma^2_{Y_{[i]}}-2R\sum_{i=1}^{m}\sigma_{XY_{(i)}}\right) \tag{3.11}$$

biçiminde elde edilir [10].

3.3.3. Al-Omari vd. 2013 Tahmin Edicisi III

Al-Omari vd. SKÖ' de birinci çeyrek değer bilgisini kullanarak oransal tahmin ediciyi,

$$\bar{y}_{SKÖ\_q_1}=\bar{y}_{SKÖ}\frac{\bar{X}+q_1}{\bar{x}_{SKÖ}+q_1} \tag{3.12}$$

biçiminde önermişlerdir [27].

Tahmin edicinin HKO δ' lu terimler yerine konulup gerekli işlemler yapıldığında,

$$\bar{y}_{SKÖ\_q_1}-\bar{Y}=\bar{Y}(-\psi_1\delta_1+\psi_1^2\delta_1^2+\delta_0-\psi_1\delta_0\delta_1) \tag{3.13}$$

biçiminde elde edilir. Bu ifadenin sırasıyla karesi ve beklenen değeri alındığında tahmin edicinin HKO yaklaşık olarak,

$$HKO\left(\bar{y}_{SKÖ\_q_1}\right)\cong\frac{1}{m^2r}\left[R^2\psi_1^2\sum_{i=1}^{m}\sigma^2_{X_{(i)}}+\sum_{i=1}^{m}\sigma^2_{Y_{[i]}}-2\psi_1R\sum_{i=1}^{m}\sigma_{XY_{(i)}}\right] \tag{3.14}$$

biçiminde elde edilir [27].

3.3.4. Al-Omari vd. 2013 Tahmin Edicisi IV

Al-Omari vd. SKÖ' de üçüncü çeyrek değer bilgisini kullanarak oransal tahmin ediciyi,

$$\bar{y}_{SKÖ\_q_3}=\bar{y}_{SKÖ}\frac{\bar{X}+q_3}{\bar{x}_{SKÖ}+q_3} \tag{3.15}$$

biçiminde önermişlerdir [27]. Tahmin edicinin HKO δ ’ lu terimler yerine konulduğunda ve gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$\bar{y}_{SKÖ\_q_3} - \bar{Y} = \bar{Y}(-\psi_3\delta_1 + \psi_3^2\delta_1^2 + \delta_0 - \psi_3\delta_0\delta_1) \tag{3.16}$$

şekline dönüşür. Bu ifadenin sırasıyla karesi ve beklenen değeri alındığında tahmin edicinin HKO yaklaşık olarak,

$$HKO\left(\bar{y}_{SKÖ\_q_3}\right) \cong \frac{1}{m^2 r}\left[R^2\psi_3^2\sum_{i=1}^{m}\sigma_{X_{(i)}}^2 + \sum_{i=1}^{m}\sigma_{Y_{[i]}}^2 - 2\psi_3 R\sum_{i=1}^{m}\sigma_{XY_{(i)}}\right] \tag{3.17}$$

biçiminde elde edilir [27].

3.3.5. Sıralı Küme Örneklemesi Regresyon Tahmin Edicisi

SKÖ kitle ortalamasının regresyon tahmin edicisi,

$$\bar{y}_{SKÖ\_REG} = \bar{y}_{SKÖ} + b_{SKÖ}(\bar{X} - \bar{x}_{SKÖ}) \tag{3.18}$$

biçimindedir [12]. Eşitlik (3.18)’ de, $b_{SKÖ}$ sabit bir katsayıdır.

Tahmin edicinin varyansı,

$$Var(\bar{y}_{SKÖ}) = b_{SKÖ}^2\frac{1}{m^2 r}\sum_{i=1}^{m}\sigma_{X_{(i)}}^2 - 2b_{SKÖ}\rho\frac{\sigma_Y}{\sigma_X}\frac{1}{m^2 r}\sum_{i=1}^{m}\sigma_{X_{(i)}}^2 + \frac{1}{rm^2}\sum_{i=1}^{m}\sigma_{Y_{[i]}}^2 \tag{3.19}$$

biçimindedir [12]. Eşitlik (3.19)’ u minumum yapan $b_{SKÖ}$ değeri bilinmediğinden tahmini $b_{SKÖ}^*$,

$$b_{SKÖ}^* = \frac{\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m}(X_{(i)j} - \bar{x}_{SKÖ})(Y_{[i]j} - \bar{y}_{SKÖ})}{\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m}(X_{(i)j} - \bar{x}_{SKÖ})^2}$$

biçiminde tanımlanır [12].

4. MEDYAN SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ

Literatürde SKÖ' ye alternatif olarak birçok SKÖ tasarımı önerilmiştir. Bunlardan biri de Muttlak [11] tarafından önerilen her bir kümedeki medyan değerlerinin seçimine dayanan MSKÖ yöntemidir. Böylece sıralamadaki hata miktarı da azalmaktadır. Küme büyüklüğü m' nin tek ve çift olmasına göre örnekleme alınacak birimler farklılık gösterir. MSKÖ yöntemi tek modlu simetrik dağılımlarda iyi sonuçlar vermektedir.

4.1. Medyan Sıralı Küme Örneklemesinde Tek Değişkenli Olması Durumunda Örneklem Seçimi

MSKÖ tasarımında örneklem aşağıda verilen adımlar kullanarak elde edilir:

1. İlgili kitleden m^2 birimlik rastgele bir örneklem seçilir. Seçilen örneklem her biri m büyüklüğünde m kümeye rastgele olarak paylaştırılır.

2. Kümelerdeki birimler ilgilenilen değişken bakımından kendi içinde hassas ölçüm yapılmadan ucuz ve kolay bir biçimde küçükten büyüğe doğru sıralanır.

3. Eğer m tek ise her bir kümeden ((m+1)/2). en küçük sıradaki birimler yani medyan değerleri örnekleme alınır.

4. Eğer m çift ise ilk (m/2) kümeden (m/2). sıradaki birimler, diğer (m/2). kümeden ise ((m+2)/2). birimler örnekleme alınır.

5. Süreç istenilen n=m*r büyüklüğünde bir örneklem elde edilinceye kadar r kez tekrar edilir.

Y_{ii}: Kitleden rastgele örnekleme seçilen i. kümedeki i. birimi ifade etmektedir. (i=1,2,…,m).

$Y_{i[k]}$: i. küme k. sıralı istatistiği belirtir. i,k= 1,2,…,m

Küme büyüklüğü m tek olduğunda örnekleme alınan birimler $Y_{i[\frac{m+1}{2}]}$ iken, m çift olduğunda ilk m/2 küme için $Y_{i[\frac{m}{2}]}$, diğer m/2 küme için $Y_{i[\frac{m+2}{2}]}$ ' dir. Burada k=((m+1)/2),(m/2),((m+2)/2)' dir [32].

Örneklem büyüklüğü tek ve çift olması durumunda örnekleme seçilecek birimler Çizelge 4.1.' de verilmiştir.

Çizelge 4.1. Tek değişkenli olması durumunda m büyüklüğünde medyan sıralı küme örnekleminin elde edilişi

Kitleden seçilen örneklem birimleri	<u>Küme</u> 1 Y_{11} Y_{12} …... Y_{1m} 2 Y_{21} Y_{22} …... Y_{2m} . ... m Y_{m1} Y_{m2} …... Y_{mm}
Sıralanan Örneklem Birimleri	<u>Küme</u> 1 $Y_{1[1]}$ $Y_{1[2]}$ … $Y_{1[m]}$ 2 $Y_{2[1]}$ $Y_{2[2]}$ … $Y_{2[m]}$ . ... m $Y_{m[1]}$ $Y_{m[2]}$ ... $Y_{m[m]}$
m <u>tek olduğunda</u> örnekleme alınan birimler <u>Küme</u> 1 $****** \left(Y_{1[\frac{m+1}{2}]} \right) ******$ 2 $****** \left(Y_{2[\frac{m+1}{2}]} \right) ******$ . . . . m $****** \left(Y_{m[\frac{m+1}{2}]} \right) ******$	m <u>çift olduğunda</u> örnekleme alınan birimler <u>Küme</u> 1 $**** \left(Y_{1[\frac{m}{2}]} \right) ********$ 2 $**** \left(Y_{2[\frac{m}{2}]} \right) ********$ . . . . $\frac{m}{2}$ $**** \left(Y_{\frac{m}{2}[\frac{m}{2}]} \right) ********$ $\frac{m+2}{2}$ $********** \left(Y_{\frac{m+2}{2}[\frac{m+2}{2}]} \right) **$ . . . . $m-1$ $********** \left(Y_{m-1[\frac{m+2}{2}]} \right) ***$ m $********** \left(Y_{m[\frac{m+2}{2}]} \right) ****$

4.2. Medyan Sıralı Küme Örneklemesinde İki Değişkenli Olması Durumunda Örneklem Seçimi

Burada da örneklem seçim işlemi SKÖ' de iki değişkenli olması durumundaki gibidir. Ancak örneklem büyüklüğü tek ve çift olmasına göre örnekleme seçilecek birimler farklılık göstermektedir.

Çizelge 4.2.' de, i=1,2,…,m olmak üzere, $\{(Y_{i1}, X_{i1}),(Y_{i2}, X_{i2}),\ldots,(Y_{im}, X_{im})\}$, i. küme için kitleden rastgele olarak seçilen örneklem birimlerini ifade ederken, $Y_{i[k]}, X_{i(k)}$, X değişkeni için i. küme k. sıralı istatistiği ifade ederken Y değişkeni için i. küme k. indirgenmiş sıralı istatistiği ifade eder. r=1 tekrar durumunda örnekleme seçilen birimler ise küme büyüklüğü tek olduğunda $Y_{i[\frac{m+1}{2}]}, X_{i(\frac{m+1}{2})}$ iken, küme büyüklüğü çift olduğunda ilk m/2 küme için $Y_{i[\frac{m}{2}]}, X_{i(\frac{m}{2})}$ iken, diğer m/2 küme için $Y_{i[\frac{m+2}{2}]}, X_{i(\frac{m+2}{2})}$ olarak ifade edilir. r tekrar olması durumunda ise gösterim şu şekildedir.

$Y_{i[k]j}, X_{i(k)j}$, j. tekrarda i. küme k. sıralı istatistiktir. $j=1,2,\ldots,r \;\; i=1,2,\ldots,\mathrm{m}$,

Örneklem büyüklüğü tek ve çift olması durumunda örnekleme seçilecek birimler Çizelge 4.2.' de verilmiştir [32].

Çizelge 4.2. Yardımcı değişkene göre sıralama ve iki değişkenli olması durumunda m büyüklüğünde medyan sıralı küme örnekleminin elde edilişi

Kitleden seçilen örneklem birimleri	Küme 1 $(Y_{11},X_{11})\ (Y_{12},X_{12})\ \dots(Y_{1m},X_{1m})$ 2 $(Y_{21},X_{21})\ (Y_{22},X_{22})\ \dots(Y_{2m},X_{2m})$ . . . . m $(Y_{m1},X_{m1})\ (Y_{m2},X_{m2})\dots(Y_{mm},X_{mm})$
Sıralanan Örneklem Birimleri	Küme 1 $(\mathrm{Y}_{1[1]},X_{1(1)})\ (\mathrm{Y}_{1[2]},X_{1(2)})\ \dots(\mathrm{Y}_{1[m]},X_{1(m)})$ 2 $(\mathrm{Y}_{2[1]},X_{2(1)})\ (\mathrm{Y}_{2[2]},X_{2(2)})\dots(\mathrm{Y}_{m[m]},X_{m(m)})$ . . . . m $(\mathrm{Y}_{m[1]},X_{m(1)})\ (\mathrm{Y}_{m[2]},X_{m(2)})\ ...(\mathrm{Y}_{m[m]},X_{m(m)})$
m tek olduğunda örnekleme alınan birimler Küme 1 $******\left(Y_{1[\frac{m+1}{2}]},X_{1(\frac{m+1}{2})}\right)******$ 2 $******\left(Y_{2[\frac{m+1}{2}]},X_{2(\frac{m+1}{2})}\right)******$ . . . . m $*******\left(Y_{m[\frac{m+1}{2}]},X_{m(\frac{m+1}{2})}\right)******$	m çift olduğunda örnekleme alınan birimler Küme 1 $****\left(Y_{1[\frac{m}{2}]},X_{1(\frac{m}{2})}\right)********$ 2 $****\left(Y_{2[\frac{m}{2}]},X_{2(\frac{m}{2})}\right)********$ . . . . $\frac{m}{2}$ $****\left(Y_{\frac{m}{2}[\frac{m}{2}]},X_{\frac{m}{2}(\frac{m}{2})}\right)********$ $\frac{m+2}{2}$ $********\left(Y_{\frac{m+2}{2}[\frac{m+2}{2}]},X_{\frac{m+2}{2}(\frac{m+2}{2})}\right)****$ . . . . $m-1$ $********\left(Y_{m-1[\frac{m+2}{2}]},X_{m-1(\frac{m+2}{2})}\right)****$ m $********\left(Y_{m[\frac{m+2}{2}]},X_{m(\frac{m+2}{2})}\right)****$

Çalışma kapsamında MSKÖ yönteminde kullanılan tahmin ediciler aşağıda verilmiştir.

4.3. Medyan Sıralı Küme Örneklemesi Tahmin Edicileri

MSKÖ yönteminde de yardımcı değişkene ait bilgiler var olduğu için yine oransal ve regresyon tahmin edicileri kolaylıkla elde edilebilmektedir. Ayrıca Koyuncu regresyon-oransal tip ve üstel tip tahmin edici ailesinde elde edilen dört adet tahmin edici verilmiştir [30].

4.3.1. Medyan Sıralı Küme Örneklemesi Klasik Tahmin Edicisi

MSKÖ' de kitle ortalamasının tahmin edicileri n örneklem büyüklüğünün tek ve çift olmasına göre değişir. Muttlak tarafından verilen örneklem büyüklüğü n tek olduğunda MSKÖ kitle ortalaması klasik tahmin edicisini,

$$\bar{y}_{MSKÖ(\mathrm{T})} = \frac{1}{mr}\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m} Y_{i[\frac{m+1}{2}]j} \tag{4.1}$$

biçiminde elde etmişlerdir [11].

Eşitlik (4.1)' deki tahmin edicinin varyansı,

$$Var(\bar{y}_{MSKÖ(\mathrm{T})}) = Var\left(\frac{1}{mr}\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m} Y_{i[\frac{m+1}{2}]j}\right)$$

$$= \frac{1}{m^2r^2}\left[\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m} Var(\mathrm{Y}_{i[\frac{m+1}{2}]j}\right]$$

$$= \frac{1}{m^2r^2}\, r\sum_{i=1}^{m} \sigma^2_{Y_{i\left[\frac{m+1}{2}\right]}}$$

$$= \frac{1}{m^2r}\sum_{i=1}^{m} \sigma^2_{Y_{i[\frac{m+1}{2}]}}$$

$$= \frac{1}{m^2r}\, m\sigma^2_{Y_{[\frac{m+1}{2}]}}$$

$$Var(\bar{y}_{MSKÖ(\mathrm{T})}) = \frac{1}{mr}\sigma^2_{Y_{[\frac{m+1}{2}]}} \tag{4.2}$$

biçiminde elde edilir [11].

Eşitlik (4.2)' de,

$$\sigma^2_{Y_{\left[\frac{m+1}{2}\right]}} = E\left[\left(Y_{i\left[\frac{m+1}{2}\right]} - E\left(Y_{i\left[\frac{m+1}{2}\right]}\right)\right)^2\right]$$

olarak ifade edilir.

Muttlak örneklem büyüklüğü n çift olduğunda MSKÖ kitle ortalaması klasik tahmin edicisini,

$$\bar{y}_{MSKÖ(Ç)} = \frac{1}{mr}\sum_{j=1}^{r}\left[\sum_{i=1}^{m/2} Y_{i[\frac{m}{2}]j} + \sum_{i=\frac{m+2}{2}}^{m} Y_{i[\frac{m+2}{2}]j}\right] \tag{4.3}$$

biçiminde elde etmişlerdir [11].

Tahmin edicinin varyansı Eşitlik (4.3)'e, Eşitlik (4.2)' nin elde edilmesinde kullanılan adımlar uygulandığında,

$$Var(\bar{y}_{MSKÖ(Ç)}) = \frac{1}{2mr}\left[\sigma^2_{Y_{\left[\frac{m}{2}\right]}} + \sigma^2_{Y_{\left[\frac{m+2}{2}\right]}}\right] \tag{4.4}$$

biçiminde elde edilir [11].

4.3.2. Medyan Sıralı Küme Örneklemesi Oransal Tahmin Edicisi

MSKÖ tek örneklem büyüklüğünde kitle ortalamasının oransal tahmin edicisi,

$$\bar{y}_{MSKÖ(T)\_Oransal} = \frac{\bar{y}_{MSKÖ(T)}}{\bar{x}_{MSKÖ(T)}}\bar{X} \tag{4.5}$$

biçimindedir [15]. Eşitlik (4.5)' te $\bar{x}_{MSKÖ(\mathrm{T})}$, MSKÖ' de X yardımcı değişkeninin örneklem ortalamasıdır ve,

$$\bar{x}_{MSKÖ(\mathrm{T})} = \frac{1}{mr}\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m} X_{i(\frac{m+1}{2})j} \tag{4.6}$$

biçiminde ifade edilir.

Eşitlik (4.6)' da verilen tahmin edicinin varyansı Eşitlik (4.2)' nin elde edilmesinde kullanılan adımlar uygulandığında,

$$Var(\bar{x}_{MSKÖ(\mathrm{T})}) = \frac{1}{m^2 r} m\sigma^2_{X_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}} \tag{4.7}$$

biçiminde elde edilir.

Eşitlik (4.5)' teki tahmin edicinin varyansını elde etmek için şu eşitlikleri tanımlayabiliriz.

$$\varepsilon_0 = \frac{\bar{y}_{MSKÖ} - \bar{Y}}{\bar{Y}} \tag{4.8}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\bar{x}_{MSKÖ} - \bar{X}}{\bar{X}} \tag{4.9}$$

$$E\left(\varepsilon^2_{0(T)}\right) = \frac{1}{mr\bar{Y}^2} \sigma^2_{Y_{\left[\frac{m+1}{2}\right]}} \tag{4.10}$$

$$E\left(\varepsilon^2_{1(T)}\right) = \frac{1}{mr\bar{X}^2} \sigma^2_{X_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}} \tag{4.11}$$

$$E\left(\varepsilon_{0(T)}\varepsilon_{1(T)}\right) = \frac{1}{mr\bar{Y}\bar{X}} \sigma_{XY_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}} \tag{4.12}$$

Eşitlik (4.5), ε ' lu terimlerin değerleri yerine konulup gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$\bar{y}_{MSKÖ(T)\_\mathrm{O}ransal} - \bar{Y} \cong \bar{Y}\left(-\varepsilon_{1(T)} + \varepsilon^2_{1(T)} + \varepsilon_{0(T)} - \varepsilon_{0(T)}\varepsilon_{1(T)}\right) \tag{4.13}$$

biçimine dönüşür.

Eşitlik (4.13)' te her iki tarafın sırasıyla karesi ve beklenen değeri alınıp, ε ' lu terimlerin beklenen değerleri yerine konulduğunda Eşitlik (4.5)' teki tahmin edicinin HKO yaklaşık olarak,

$$HKO\left(\bar{y}_{MSKÖ(T)\_\mathrm{O}ransal}\right) \cong \frac{1}{mr}\left(R^2\sigma^2_{X_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}} + \sigma^2_{Y_{\left[\frac{m+1}{2}\right]}} - 2R\sigma_{XY_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}}\right) \tag{4.14}$$

biçiminde elde edilir [15].

MSKÖ' de örneklem büyüklüğü çift olduğunda kitle ortalamasının klasik oransal tahmin edicisi,

$$\bar{y}_{MSKÖÇ\_Oransal} = \frac{\bar{y}_{MRSSÇ}}{\bar{x}_{MRSSÇ}} \bar{X} \tag{4.15}$$

biçimindedir [15]. Eşitlik (4.15)' te $\bar{x}_{MSKÖ(Ç)}$ yardımcı değişken,

$$\bar{x}_{MSKÖ(Ç)} = \frac{1}{mr} \sum_{j=1}^{r} \left[\sum_{i=1}^{m/2} X_{i(\frac{m}{2})j} + \sum_{i=\frac{m+2}{2}}^{m} X_{i(\frac{m+2}{2})j} \right] \tag{4.16}$$

biçimindedir ve varyansı, Eşitlik (4.2)' nin elde edilmesinde kullanılan adımlar uygulandığında,

$$Var(\bar{x}_{MSKÖ(Ç)}) = \frac{1}{2mr} \left[\sigma^2_{X_{\left(\frac{m}{2}\right)}} + \sigma^2_{Y_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}} \right] \tag{4.17}$$

biçiminde elde edilir.

Eşitlik (4.15)' te tanımlanan tahmin edicinin varyansını elde edebilmek için şu eşitlikleri tanımlamalıyız.

$$E\left(\varepsilon^2_{1(Ç)}\right) = \frac{1}{2mr\bar{X}^2} \left(\sigma^2_{X_{\left(\frac{m}{2}\right)}} + \sigma^2_{X_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}} \right) \tag{4.18}$$

$$E\left(\varepsilon^2_{0(Ç)}\right) = \frac{1}{2mr\bar{Y}^2} \left(\sigma^2_{Y_{\left[\frac{m}{2}\right]}} + \sigma^2_{Y_{\left[\frac{m+2}{2}\right]}} \right) \tag{4.19}$$

$$E\left(\varepsilon_{0(Ç)}\varepsilon_{1(Ç)}\right) = \frac{1}{2mr\bar{X}\bar{Y}} \left(\sigma_{YX_{\left(\frac{m}{2}\right)}} + \sigma_{YX_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}} \right) \tag{4.20}$$

Eşitlik (4.15)' te ε ' lu terimlerin değerleri yerine konulup gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$\bar{y}_{MSKÖ(Ç)\_Oransal} - \bar{Y} \cong \bar{Y} \left(-\varepsilon_{1(Ç)} + \varepsilon^2_{1(Ç)} + \varepsilon_{0(Ç)} - \varepsilon_{0(Ç)}\varepsilon_{1(Ç)} \right) \tag{4.21}$$

biçiminde elde edilir.

Eşitlik (4.21)’ in sırasıyla karesi ve beklenen değeri alınıp, ε’ lu terimlerin beklenen değerleri yerine konulduğunda Eşitlik (4.15)’ teki tahmin edicinin HKO yaklaşık olarak,

$$HKO\left(\bar{y}_{MSKÖ(Ç)\_Oransal}\right) \cong \frac{1}{2mr}\left(R^2\left(\sigma^2_{X_{\left(\frac{m}{2}\right)}}+\sigma^2_{X_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}}\right)+\left(\sigma^2_{Y_{\left[\frac{m}{2}\right]}}+\sigma^2_{Y_{\left[\frac{m+2}{2}\right]}}\right)-2R\left(\sigma_{YX_{\left(\frac{m}{2}\right)}}+\sigma_{YX_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}}\right)\right) \qquad (4.22)$$

biçiminde elde edilir [15].

4.3.3. Al-Omari Tahmin Edicisi I

Al-Omari örneklem büyüklüğü n tek olduğunda yardımcı değişken birinci çeyrek değer bilgisi kullanarak MSKÖ’ de kitle ortalamasının tahmin edicisini,

$$\bar{y}_{MSKÖ(T)\_q_1} = \bar{y}_{MSKÖ(T)}\,\frac{\bar{X}+q_1}{\bar{x}_{MSKÖ(T)}+q_1} \qquad (4.23)$$

biçiminde elde etmiştir [25].

Eşitlik (4.23)’ teki tahmin edicinin varyansını elde etmek için Eşitlik (4.23)’ te ε’ lu terimlerin değerleri yerine konulup gerekli işlemler yapıldığında Eşitlik (4.23),

$$\bar{y}_{MSKÖ(T)\_q_1} - \bar{Y} = \bar{Y}\,(-\psi_1\varepsilon_1 + \psi_1^2\varepsilon_1^2 + \varepsilon_0 - \psi_1\varepsilon_0\varepsilon_1) \qquad (4.24)$$

biçimine dönüşür.

Eşitlik (4.24)’ ün sırasıyla karesi ve beklenen değeri alınıp, ε’ lu terimlerin beklenen değerleri yerine konulduğunda Eşitlik (4.23)’ teki tahmin edicinin HKO yaklaşık olarak,

$$HKO\left(\bar{y}_{MSKÖ(T)\_q_1}\right) \cong \frac{1}{mr}\left[R^2\psi_1^2\sigma^2_{X_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}}+\sigma^2_{Y_{\left[\frac{m+1}{2}\right]}}-2R\psi_1\sigma_{XY_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}}\right] \qquad (4.25)$$

biçiminde elde edilir [25].

Al-Omari örneklem büyüklüğü n çift olduğunda yardımcı değişken birinci çeyrek değer bilgisi kullanarak MSKÖ’ de kitle ortalamasının tahmin edicisini,

$$\bar{y}_{MSKÖÇ\_q_1} = \bar{y}_{MSKÖÇ}\,\frac{\bar{X}+q_1}{\bar{x}_{MSKÖÇ}+q_1} \qquad (4.26)$$

biçiminde elde etmiştir [25]. Eşitlik (4.26)’ daki tahmin edicinin HKO’ nı elde etmek için ε’ lu terimlerin değerleri yerine konulup gerekli düzenlemeler yapıldığında

Eşitlik (4.26),

$$\bar{y}_{MSKÖ(Ç)\_q_1} - \bar{Y} \cong \bar{Y}\left(-\varepsilon_{1(Ç)} + \varepsilon_{1(Ç)}^2 + \varepsilon_{0(Ç)} - \varepsilon_{0(Ç)}\varepsilon_{1(Ç)}\right) \tag{4.27}$$

biçimine dönüşür. Eşitlik (4.27)' nin sırasıyla karesi ve beklenen değeri alınıp, ε' lu terimlerin beklenen değerleri yerine konulduğunda Eşitlik (4.26)' daki tahmin edicinin HKO yaklaşık olarak,

$$HKO\left(\bar{y}_{MSKÖ(Ç)\_q_1}\right) \cong \frac{1}{2mr}\left[R^2\psi_1^2\left(\sigma^2_{X_{\left(\frac{m}{2}\right)}} + \sigma^2_{X_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}}\right) + \left(\sigma^2_{Y_{\left[\frac{m}{2}\right]}} + \sigma^2_{Y_{\left[\frac{m+2}{2}\right]}}\right) - 2\psi_1 R\left(\sigma_{YX_{\left(\frac{m}{2}\right)}} + \sigma_{YX_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}}\right)\right] \tag{4.28}$$

biçiminde elde edilir [25].

4.3.4. Al-Omari Tahmin Edicisi II

Al-Omari örneklem büyüklüğü n tek olduğunda yardımcı değişken üçüncü çeyrek değer bilgisi kullanarak MSKÖ' de kitle ortalamasının tahmin edicisini,

$$\bar{y}_{MSKÖT\_q_3} = \bar{y}_{MSKÖT}\frac{\bar{X} + q_3}{\bar{x}_{MSKÖT} + q_3} \tag{4.29}$$

biçiminde elde etmiştir [25].

Eşitlik (4.29)' daki tahmin edicinin HKO' nı elde etmek için Eşitlik (4.29)' da ε' lu terimlerin değerleri yerine konulup gerekli düzenlemeler yapıldığında Eşitlik (4.29),

$$\bar{y}_{MSKÖ(T)\_q_3} - \bar{Y} = \bar{Y}(-\psi_3\varepsilon_1 + \psi_3^2\varepsilon_1^2 + \varepsilon_0 - \psi_3\varepsilon_0\varepsilon_1) \tag{4.30}$$

biçimine dönüşür. Eşitlik (4.30)' un sırasıyla beklenen değeri ve karesi alınıp ε' lu terimlerin beklenen değerleri yerine konulduğunda tahmin edicinin HKO yaklaşık olarak,

$$HKO\left(\bar{y}_{MSKÖ(T)\_q_3}\right) \cong \frac{1}{mr}\left[R^2\psi_3^2\sigma^2_{X_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}} + \sigma^2_{Y_{\left[\frac{m+1}{2}\right]}} - 2R\psi_3\sigma_{XY_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}}\right] \tag{4.31}$$

biçiminde elde edilir.

Al-Omari [25] örneklem büyüklüğü n çift olduğunda yardımcı değişken üçüncü çeyrek değer bilgisi kullanarak MSKÖ' de kitle ortalamasının tahmin edicisini,

$$\bar{y}_{MSKÖÇ\_q_3} = \bar{y}_{MSKÖÇ}\frac{\bar{X} + q_3}{\bar{x}_{MSKÖÇ} + q_3} \tag{4.32}$$

biçiminde elde etmişlerdir. Eşitlik (4.32)' deki tahmin edicinin HKO' nı elde etmek için Eşitlik (4.32)' de ε' lu terimlerin değerleri yerine konulup gerekli düzenlemeler yapıldığında Eşitlik (4.32),

$$\bar{y}_{MSK\ddot{O}(\c{C})\_q_3} - \bar{Y} \cong \bar{Y}\left(-\varepsilon_{1(\c{C})} + \varepsilon_{1(\c{C})}^2 + \varepsilon_{0(\c{C})} - \varepsilon_{0(\c{C})}\varepsilon_{1(\c{C})}\right) \qquad (4.33)$$

biçimine dönüşür. Eşitlik (4.33)' ün sırasıyla karesi ve beklenen değeri alınıp, ε' lu terimlerin beklenen değerleri yerine konulduğunda Eşitlik (4.32)' deki tahmin edicinin HKO yaklaşık olarak,

$$HKO\left(\bar{y}_{MSK\ddot{O}(\c{C})\_q_3}\right) \cong \frac{1}{2mr}\left[R^2\psi_3^2\left(\sigma_{X_{\left(\frac{m}{2}\right)}}^2 + \sigma_{X_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}}^2\right) + \left(\sigma_{Y_{\left[\frac{m}{2}\right]}}^2 + \sigma_{Y_{\left[\frac{m+2}{2}\right]}}^2\right) - 2\psi_3 R\left(\sigma_{YX_{\left(\frac{m}{2}\right)}} + \sigma_{YX_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}}\right)\right] \qquad (4.34)$$

biçiminde elde edilir [25].

4.3.5. Medyan Sıralı Küme Örneklemesi Regresyon Tahmin Edicisi

Kitle ortalamasının tahmin edicisi,

$$\bar{y}_{MSK\ddot{O}\_REG} = \bar{y}_{MSK\ddot{O}} + b_{XY_{(j)}}(\bar{X} - \bar{x}_{MSK\ddot{O}}) \qquad (4.35)$$

biçiminde ifade edilir [30].

Eşitlik (4.35)' te,

$$b_{XY_{(j)}} \cong \begin{cases} \dfrac{\rho_{XY_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}}\sigma_{Y_{\left[\frac{m+1}{2}\right]}}}{\sigma_{X_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}}}, & m\, tek\, ise \\ \dfrac{\left(\rho_{XY_{\left(\frac{n}{2}\right)}} + \rho_{XY_{\left(\frac{n+2}{2}\right)}}\right)\left(\sigma_{Y_{\left[\frac{n}{2}\right]}} + \sigma_{Y_{\left[\frac{n+2}{2}\right]}}\right)}{\left(\sigma_{X_{\left(\frac{n}{2}\right)}} + \sigma_{X_{\left(\frac{n+2}{2}\right)}}\right)}, & m\, \c{c}ift\, ise \end{cases}$$

$$\sigma_{XY_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}} = \rho_{XY_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}}\sigma_{X_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}}\sigma_{Y_{\left[\frac{n+1}{2}\right]}}$$

$$\left(\sigma_{XY_{\left(\frac{n}{2}\right)}} + \sigma_{XY_{\left(\frac{n+2}{2}\right)}}\right) = \left(\rho_{XY_{\left(\frac{n}{2}\right)}} + \rho_{XY_{\left(\frac{n+2}{2}\right)}}\right)\left(\sigma_{X_{\left(\frac{n}{2}\right)}} + \sigma_{X_{\left(\frac{n+2}{2}\right)}}\right)\left(\sigma_{Y_{\left[\frac{n}{2}\right]}} + \sigma_{Y_{\left[\frac{n+2}{2}\right]}}\right)$$

biçiminde tanımlanır. Burada, j= T, Ç örneklem sayılarının tek ve çift olmasını göstermektedir.

Eşitlik (4.35)' teki tahmin edicinin HKO yaklaşık olarak,

$$MSE(\bar{y}_{reg(j)}) \cong \begin{cases} \dfrac{1}{n}\sigma^2_{Y_{\left[\frac{n+1}{2}\right]}}\left(1-\rho^2_{XY_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}}\right), \; m\,tek\,ise \\ \dfrac{1}{2n}\left(\sigma^2_{Y_{\left[\frac{n}{2}\right]}}+\sigma^2_{Y_{\left[\frac{n+2}{2}\right]}}\right)\left(1-\left(\rho^2_{XY_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}}+\rho^2_{XY_{\left(\frac{n+2}{2}\right)}}\right)\right), \; m\,çift\,ise \end{cases} \tag{4.36}$$

biçimindedir [30].

4.3.6. Medyan Sıralı Küme Örneklemesinde Regresyon-Oransal Tahmin Edici Ailesi

Koyuncu tarafından önerilen regresyon-oransal tahmin edici ailesi,

$$\bar{y}_{Nk(M)} = \left[k_{1(j)}\bar{y}_{MSKÖ(j)} + k_{2(j)}\left(\bar{X} - \bar{x}_{MSKÖ(j)}\right)\right]\left(\frac{\bar{X}+q_k}{\bar{x}_{MSKÖ(j)}+q_k}\right) \tag{4.37}$$

biçimindedir [30].

Eşitlik (4.37)' de, $q_k,\, k=1,3$ olmak üzere yardımcı değişkene ilişkin birinci ve üçüncü çeyrek değeri göstermektedir. $k_{1(j)}$ ve $k_{2(j)}$ sabitlerdir. Bu tahmin edici ailesinden elde edilen bazı tahmin ediciler Çizelge 4.3.' te verilmiştir.

Çizelge 4.3. $\bar{y}_{Nk(M)}$ tahmin edici ailesinden üretilen bazı tahmin ediciler

Tahmin Edici	**q_k**	**Tahmin edici denklemi**
$\bar{y}_{Nk(M)1}$	k=1	$\bar{y}_{Nk(M)} = \left[k_{1(j)}\bar{y}_{MSKÖ(j)} + k_{2(j)}(\bar{X} - \bar{x}_{MSKÖ(j)})\right]\left(\frac{\bar{X}+q_1}{\bar{x}_{MSKÖ(j)}+q_1}\right)$
$\bar{y}_{Nk(M)2}$	k=3	$\bar{y}_{Nk(M)} = \left[k_{1(j)}\bar{y}_{MSKÖ(j)} + k_{2(j)}(\bar{X} - \bar{x}_{MSKÖ(j)})\right]\left(\frac{\bar{X}+q_3}{\bar{x}_{MSKÖ(j)}+q_3}\right)$

Eşitlik (4.37)' deki tahmin edicilerin HKO' nı elde etmek için şu eşitlikleri tanımlamalıyız.

$$\bar{x}_{MSKÖ(j)} = \bar{X}\left(1+\varepsilon_{1(j)}\right) \tag{4.38}$$

$$\bar{y}_{MSKÖ(j)} = \bar{Y}\left(1+\varepsilon_{0(j)}\right) \tag{4.39}$$

Eşitlik (4.37)' de, Eşitlik (4.38) ve Eşitlik (4.39)' daki değerler yerine konulup gerekli işlemler yapıldığında,

$$\bar{y}_{Nk(M)} - \bar{Y} = \begin{bmatrix} \left(k_{1(j)} - 1\right)\bar{Y} + k_{1(j)}\bar{Y}\varepsilon_{0(j)} - k_{2(j)}\bar{X}\varepsilon_{1(j)} - k_{1(j)}\bar{Y}\psi\varepsilon_{1(j)} \\ -k_{1(j)}\bar{Y}\psi\varepsilon_{0(j)}\varepsilon_{1(j)} + k_{2(j)}\psi\bar{X}\varepsilon_{1(j)}^2 + k_{1(j)}\psi^2\bar{Y}\varepsilon_{1(j)}^2 \end{bmatrix} \tag{4.40}$$

biçimine dönüşür. Eşitlik (4.40)' ın sırasıyla karesi ve beklenen değeri alınıp,

$k_{1(T)}^*$, $k_{1(Ç)}^*$, $k_{2(T)}^*$ ve $k_{2(Ç)}^*$

değerlerini yerine koyduğumuzda m' nin tek ve çift olmasına göre tahmin edicilerin HKO yaklaşık olarak,

$$HKO_{\min}\left(\bar{y}_{Nk(M)}\right) \cong \begin{cases} \left(1 - \dfrac{\psi^2}{m\bar{X}^2}\sigma_{X_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}}^2\right)\left[\dfrac{HKO\left(\bar{y}_{reg(T)}\right)}{1 - \dfrac{\psi^2}{m\bar{X}^2}\sigma_{X_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}}^2 + \dfrac{1}{\bar{Y}^2}HKO\left(\bar{y}_{reg(T)}\right)}\right], m\ tek\ ise \\ \left(1 - \dfrac{\psi^2}{m\bar{X}^2}\left(\sigma_{X_{\left(\frac{m}{2}\right)}}^2 + \sigma_{X_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}}^2\right)\right)\left[\dfrac{HKO\left(\bar{y}_{reg(Ç)}\right)}{1 - \dfrac{\psi^2}{2m\bar{X}^2}\left(\sigma_{X_{\left(\frac{m}{2}\right)}}^2 + \sigma_{X_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}}^2\right) + \dfrac{1}{\bar{Y}^2}HKO\left(\bar{y}_{reg(Ç)}\right)}\right], m\ çift\ ise \end{cases} \tag{4.41}$$

biçiminde elde edilir [30].

Eşitlik (4.41)' de, $\psi = \dfrac{\bar{X}}{\bar{X} + q_k}$ olarak elde edilir.

$k_{1(T)}^*$, $k_{1(Ç)}^*$, $k_{2(T)}^*$ ve $k_{2(Ç)}^*$ ise sırasıyla örneklem büyüklüğünün tek ve çift olmasına göre $\bar{y}_{Nk(M)}$ tahmin edicisinin HKO' nı minumum yapan değerlerdir ve aşağıdaki gibi elde edilirler [30].

$$k_{1(T)}^* = \frac{1 - \psi^2 \dfrac{1}{m\bar{X}^2}\sigma_{X_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}}^2}{1 - \psi^2 \dfrac{1}{m\bar{X}^2}\sigma_{X_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}}^2 + \dfrac{1}{\bar{Y}^2}HKO\left(\bar{y}_{reg(T)}\right)} \tag{4.42}$$

$$k_{1(Ç)}^* = \frac{1 - \psi^2 \dfrac{1}{2m\bar{X}^2}\left(\sigma_{X_{\left(\frac{m}{2}\right)}}^2 + \sigma_{X_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}}^2\right)}{1 - \psi^2 \dfrac{1}{2m\bar{X}^2}\left(\sigma_{X_{\left(\frac{m}{2}\right)}}^2 + \sigma_{X_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}}^2\right) + \dfrac{1}{\bar{Y}^2}HKO\left(\bar{y}_{reg(Ç)}\right)} \tag{4.43}$$

$$k_{2(T)}^{*}=\frac{\bar{Y}}{\bar{X}}\left(\psi+\frac{\left(\frac{1}{\bar{Y}\bar{X}}\sigma_{XY_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}}-2\psi\frac{1}{\bar{X}^{2}}\sigma_{X_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}}^{2}\right)\left(1-\psi^{2}\frac{1}{n\bar{X}^{2}}\sigma_{X_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}}^{2}\right)}{\frac{1}{\bar{X}^{2}}\sigma_{X_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}}^{2}\left(\left(1-\psi^{2}\frac{1}{n\bar{X}^{2}}\sigma_{X_{\left(\frac{m+1}{2}\right)}}^{2}\right)+\frac{1}{\bar{Y}^{2}}HKO\left(\bar{y}_{reg(T)}\right)\right)}\right) \tag{4.44}$$

$$k_{2(Ç)}^{*}=\frac{\bar{Y}}{\bar{X}}\left(\psi+\frac{\left(\frac{1}{\bar{Y}\bar{X}}\left(\sigma_{XY_{\left(\frac{m}{2}\right)}}+\sigma_{XY_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}}\right)-2\psi\frac{1}{\bar{X}^{2}}\left(\sigma_{X_{\left(\frac{m}{2}\right)}}^{2}+\sigma_{X_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}}^{2}\right)\right)\left(1-\psi^{2}\frac{1}{2n\bar{X}^{2}}\left(\sigma_{X_{\left(\frac{m}{2}\right)}}^{2}+\sigma_{X_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}}^{2}\right)\right)}{\frac{1}{\bar{X}^{2}}\left(\sigma_{X_{\left(\frac{m}{2}\right)}}^{2}+\sigma_{X_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}}^{2}\right)\left(\left(1-\psi^{2}\frac{1}{2n\bar{X}^{2}}\left(\sigma_{X_{\left(\frac{m}{2}\right)}}^{2}+\sigma_{X_{\left(\frac{m+2}{2}\right)}}^{2}\right)\right)+\frac{1}{\bar{Y}^{2}}HKO\left(\bar{y}_{reg(Ç)}\right)\right)}\right) \tag{4.45}$$

4.3.7. Medyan Sıralı Küme Örneklemesinde Üstel Tahmin Edici Ailesi

Koyuncu tarafından önerilen üstel tahmin edici ailesi,

$$\bar{y}_{Kk(M)}=\left[w_{1(j)}\bar{y}_{MSKÖ(j)}+w_{2(j)}(\bar{x}_{MSKÖ(j)}/\bar{X})^{\gamma}\right]\exp\left(\frac{\bar{X}-\bar{x}_{MSKÖ(j)}}{\bar{X}+\bar{x}_{MSKÖ(j)}+2q_{k}}\right) \tag{4.46}$$

biçimindedir [30].

Eşitlik (4.46)' da $w_{1(j)}$ ve $w_{2(j)}$ sabitlerdir. Tahmin edici ailesinden elde edilen bazı tahmin ediciler Çizelge 4.4.' te verilmiştir.

Çizelge 4.4. $\bar{y}_{Kk(M)}$ tahmin edici ailesinden üretilen bazı tahmin ediciler

Tahmin Edici	q_k	γ	Tahmin Edici Denklemi
$\bar{y}_{Kk(M)1}$	k=1	1	$\bar{y}_{Kk(M)}=\left[w_{1(j)}\bar{y}_{MSKÖ(j)}+w_{2(j)}(\bar{x}_{MSKÖ(j)}/\bar{X})\right]\exp\left(\frac{\bar{X}-\bar{x}_{MSKÖ(j)}}{\bar{X}+\bar{x}_{MSKÖ(j)}+2q_{1}}\right)$
$\bar{y}_{Kk(M)2}$	k=3	1	$\bar{y}_{Kk(M)}=\left[w_{1(j)}\bar{y}_{MSKÖ(j)}+w_{2(j)}(\bar{x}_{MSKÖ(j)}/\bar{X})\right]\exp\left(\frac{\bar{X}-\bar{x}_{MSKÖ(j)}}{\bar{X}+\bar{x}_{MSKÖ(j)}+2q_{3}}\right)$

Eşitlik (4.46)' da verilen tahmin edicinin HKO' nı bulmak için Eşitlik (4.46)' da, Eşitlik(4.38) ve Eşitlik (4.39) değerler yerine konulup gerekli işlemler yapıldığında,

$$\bar{y}_{Kk(M)} - \bar{Y} = \begin{bmatrix} \left(w_{1(j)}-1\right)\bar{Y} + w_{1(j)}\bar{Y}\varepsilon_{0(j)} + w_{2(j)} + w_{2(j)}\gamma\varepsilon_{1(j)} + w_{2(j)}\dfrac{\gamma(\gamma-1)}{2}\varepsilon_{1(j)}^2 \\ -\dfrac{1}{2}\psi\varepsilon_{1(j)}w_{1(j)}\bar{Y} + -\dfrac{1}{2}\psi\varepsilon_{1(j)}w_{1(j)}\bar{Y}\varepsilon_{0(j)} + -\dfrac{1}{2}\psi\varepsilon_{1(j)}w_{2(j)} \\ + -\dfrac{1}{2}\psi\varepsilon_{1(j)}w_{2(j)}\gamma\varepsilon_{1(j)} + -\dfrac{1}{2}\psi\varepsilon_{1(j)}w_{2(j)}\dfrac{\gamma(\gamma-1)}{2}\varepsilon_{1(j)}^2 + \dfrac{3}{8}\psi^2\varepsilon_{1(j)}^2 w_{1(j)}\bar{Y} \\ + \dfrac{3}{8}\psi^2\varepsilon_{1(j)}^2 w_{1(j)}\bar{Y}\varepsilon_{0(j)} + \dfrac{3}{8}\psi^2\varepsilon_{1(j)}^2 w_{2(j)} + \dfrac{3}{8}\psi^2\varepsilon_{1(j)}^2 w_{2(j)}\gamma\varepsilon_{1(j)} \\ + \dfrac{3}{8}\psi^2\varepsilon_{1(j)}^2 w_{2(j)}\dfrac{\gamma(\gamma-1)}{2}\varepsilon_{1(j)}^2 \end{bmatrix} \tag{4.47}$$

biçiminde elde edilir. Eşitlik (4.47)' in sırasıyla karesi ve beklenen değeri alınıp gerekli düzenlemeler yapıldığında tahmin edicinin HKO,

$$HKO\left(\bar{y}_{Kk(M)}\right) = \left[\bar{Y}^2 + w_{1(j)}^2\bar{Y}^2 A_{(j)} + w_{2(j)}^2 B_j + w_{1(j)}\bar{Y}^2 + D_j + w_{2(j)}\bar{Y} + G_{(j)} + w_{1(j)}w_{2(j)}\bar{Y}F_j\right] \tag{4.48}$$

şeklinde elde edilir. Eşitlik (4.48)' de,

$$A_{(j)} = 1 + E\left(\varepsilon_{0(j)}^2\right) + \psi^2 E\left(\varepsilon_{1(j)}^2\right) - 2\psi E\left(\varepsilon_{0(j)}\varepsilon_{1(j)}\right)$$

$$B_{(j)} = 1 + \left(\gamma^2 + \psi^2 + \gamma\left(\gamma-1\right) - 2\gamma\psi\right)E\left(\varepsilon_{1(j)}^2\right)$$

$$D_{(j)} = -2 + \psi E\left(\varepsilon_{0(j)}\varepsilon_{1(j)}\right) - \frac{3}{4}\psi^2 E\left(\varepsilon_{1(j)}^2\right)$$

$$G_{(j)} = -2 + \left(\psi\gamma - \gamma\left(\gamma-1\right) - \frac{3}{4}\psi^2\right)E\left(\varepsilon_{1(j)}^2\right)$$

$$F_{(j)} = 2 + \left(\gamma\left(\gamma-1\right) - 2\gamma\psi + 2\psi^2\right)E\left(\varepsilon_{1(j)}^2\right) + 2\left(\gamma-\psi\right)E\left(\varepsilon_{0(j)}\varepsilon_{1(j)}\right)$$

$$w_{1(j)} = \frac{F_{(j)}G_{(j)} - 2B_{(j)}D_{(j)}}{4B_{(j)}A_{(j)} - F_{(j)}^2}, \quad w_{2(j)} = \bar{Y}\frac{D_{(j)}F_{(j)} - 2A_{(j)}G_{(j)}}{4B_{(j)}A_{(j)} - F_{(j)}^2}$$

biçiminde tanımlanır [30].

Optimum değerler Eşitlik (4.48)' da yerine yazıldığında minimum HKO

$$HKO_{\min}\left(\bar{y}_{Kk(M)}\right) = \bar{Y}^2\left[1 - \frac{B_{(j)}D_{(j)}^2 + A_{(j)}G_{(j)}^2 - D_{(j)}F_{(j)}G_{(j)}}{4B_{(j)}A_{(j)} - F_{(j)}^2}\right] \tag{4.49}$$

biçiminde elde edilir.

5. BENZETİM ÇALIŞMASI

Ankara ilindeki hava kalitesini incelemek amacıyla il sınırları içerisinde bulunan hava kalite istasyonlarından 20.08.2017-20.02.2018 tarihleri arasında elde edilen 1290 adet veri analiz edilmiştir. Hava, yaşamımızın en önemli kaynağıdır. Hava kalitesi, yaşadığımız havayı dolayısıyla hayatımızın kalitesini direkt etkiler. Hava kalitesi ile ilgili bilgiler kolay ve anlaşılabilir olmalıdır. Hava kalitesi ve hava kirliliği hakkında halkın bilgilendirilmesi gerekliliği ve insanların sağlıklarını nasıl koruyacaklarını öğrenmeleri için hesaplanan hava kalitesi indeksi (HKİ) verilmelidir. HKİ amacı bilgilerin halka kolay ve anlaşır olarak ulaştırılmasıdır. HKİ, hava kalitesinin günlük olarak rapor edilmesi için kullanılan bir indekstir. Yaşadığımız bölgenin havasının ne kadar temiz veya kirli olduğu ve ne tür sağlık etkilerinin oluşabileceği konusunda bilgiler verir. HKİ, farklı hava kalitesi ile birlikte genel halk sağlığı üzerine etkisini, hava kirliliği seviyesini, sağlıksız seviyeye yükseldiğinde alınması gereken kademeleri de belirler. Beş temel kirletici için HKİ hesaplanmaktadır. Bunlar; partikül maddeler (PM10), karbon monoksit (CO), kükürt dioksit (SO2), azot dioksit (NO_2) ve ozon (O_3) dur. Çizelge 5.1.' de bu kirletici değerlerine göre HKİ değerleri ve kategorileri yer almaktadır. HKİ değerinin düştüğü aralığa göre hava kalitesinin iyi, orta, kötü v.d. olduğu belirlenebilir [33].

Çizelge 5.1. Ulusal hava kalitesi indeksi kesme noktaları

İndeks	HKİ	SO_2 [µg/m³]	NO_2 [µg/m³]	CO [µg/m³]	O_3 [µg/m³]	PM10 [µg/m³]
		1 Sa. Ort.	1 Sa. Ort.	8 Sa. Ort.	8 Sa. Ort.	24 Sa. Ort.
İyi	0 – 50	0-100	0-100	0-5500	0-120	0-50
Orta	51 – 100	101-250	101-200	5501-10000	121-160	51-100
Hassas	101 – 150	251-500	201-500	10001-16000	161-180	101-260
Sağlıksız	151 – 200	501-850	501-1000	16001-24000	181-240	261-400
Kötü	201 – 300	851-1100	1001-2000	24001-32000	241-700	401-520
Tehlikeli	301 – 500	>1101	>2001	>32001	>701	>521

Beş temel kirletici arasında hava kalitesinin belirlemede kullanılan en temel değişken partiküler madde (PM10)' dir. Partiküler maddeler organik ve inorganik maddelerin karışımından oluşan ve havada katı, sıvı veya her iki durumda da askıda kalabilen maddelerdir. Bu maddeler partikül büyüklüğü denilen aerodinamik çaplarına göre tanımlanmaktadır. Çapları on mikrondan daha küçük olan partikül maddelere PM10 denilmektedir. Hava kalitesini belirlemede en temel kirletici olarak PM10 değişkeninin kullanılmasının nedeni bu kirleticinin insan sağlını olumsuz etkilemesi yanında iklim değişikliği üzerinde de tehlikeli etkiler yapmasıdır [34]. Bu sebeple çalışmada hava kalite indeksi değerini belirlemek için ilgilenilen değişken olarak PM10 alınmıştır. Ancak PM10 değişkeni ölçülmesi zor bir değişken olduğu için bu değişken ile ilişkili olan ve ölçülmesi daha kolay olan yardımcı değişkenler kullanılmıştır. Burada yardımcı değişkenler olarak, PM10 ile yüksek ilişkili azot monoksit (NO) ve düşük ilişkili azot dioksit (NO2) değişkenleri kullanılmıştır. Yardımcı değişkenlerin belirlenmesinde temel sebep bu değişkenlerin PM10 ile ilişkili olması ve Ankara'da bulunan hava kalite istasyonlarında 20.08.2017 - 20.02.2018 tarihleri arasında ölçülebilmiş olmalarıdır. Diğer kirletici değişkenler ise bazı istasyonlarda hiç ölçülmemiş veya belli dönemlerde kısmi olarak ölçülmüştür.

5.1. Kitlelere Ait Tanımlayıcı İstatistikler

Çizelge 5.2. Yardımcı değişken NO olarak alındığında elde edilen tanımlayıcı istatistikler

$N = 1290$	$S_{xy} = 1890.779$
$\bar{Y} = 81.5752$	$\bar{X} = 66.8171$
$S_y^2 = 2093.418$	$S_x^2 = 3470.084$
$\rho_{xy} = 0.7015$	$\beta_{xy} = 0.5449$
$q_{3(x)} = 92$	$q_{1(x)} = 24$

Çizelge 5.3. Yardımcı değişken NO2 olarak alındığında elde edilen tanımlayıcı istatistikler

$S_{zy} = 518.8733$	$\bar{Z} = 55.9465$
$S_z^2 = 578.7551$	$\beta_{zy} = 0.8965$
$\rho_{zy} = 0.4714$	$q_{1(z)} = 38$
$q_{3(z)} = 70$	

Ayrıca PM10, NO ve NO2 değişkenlerinin dağılımı incelendiğinde değişken kümelerinin tek moda sahip olduğunu söyleyebiliriz.

Bu tez kapsamında BRÖ, SKÖ ve MSKÖ' de literatürde var olan tahmin edicilerin etkinliklerini araştırmak amacıyla benzetim çalışması yapılmıştır.

Benzetim çalışması "R i386 3.4.4" programında "seed=300" değeri kullanarak yapılmıştır. Benzetim çalışması aşağıdaki adımlar izlenerek gerçekleştirilmiştir:

Adım1: İlgilenilen değişken ve bir yardımcı değişken içeren gerçek veri setine ait kitle parametreleri elde edilmiştir.

Adım2: Monte Carlo similasyonunda yerine koyarak örnekleme yöntemi ve tekrar sayısı 100.000 alınarak BRÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemlerine göre rastgele örneklemler seçilmiştir.

Adım3: Farklı yöntemlerle seçilen örneklemlerden tez kapsamında incelenen tahmin ediciler kullanarak kitle ortalaması tahmin edilmiştir.

Adım4: Bu tahmin ediciler için hata kareler ortalaması değerleri hesaplanmıştır.

Yukarıdaki adımlar iki veri kümesi için tekrarlanmıştır.

Kitle I: İlgilenilen değişken PM10 yardımcı değişken azot monoksit

Kitle II: İlgilenilen değişken PM10 yardımcı değişken azot dioksit

Çalışma kapsamında her iki kitle için hem ilgilenilen değişken hem de yardımcı değişkene göre sıralama yapılmıştır. Ayrıca Y değişkeni ile yüksek ilişkili NO yardımcı değişkeni ve Y değişkeni ile düşük ilişkili NO2 değişkenine göre sonuçlar elde edilmiştir.

Örneklem büyüklüğünün tek ve çift olması durumunda tahmin edicilerin etkinliği değişeceğinden benzetim çalışmasında örneklem büyüklüğü 4,5,6,7 ve 8 olarak belirlenmiş ve elde edilen sonuçlar Çizelge 5.5., Çizelge 5.6., Çizelge 5.7. ve Çizelge 5.8.' de verilmiştir. Çalışmamızda HKO değerleri,

$$HKO(\bar{y}_{(\alpha)}) = \frac{\sum_{j=1}^{100000}\left[\bar{y}_{(\alpha)} - \bar{Y}\right]}{100000}$$

eşitliğinden elde edilmiştir.

Çizelgelerde, *: en küçük HKO değerine sahip tahmin ediciyi göstermektedir.

GE değerleri ise,

$$GE = \frac{HKO(\bar{y}_{(S)})}{HKO(\bar{y}_{(\alpha)})} x100$$

$$\bar{y}_{(S)} : \bar{y}_{BRÖ}, \bar{y}_{BRÖ\_Oransal}, \bar{y}_{REG\_BRÖ}, \bar{y}_{Kk(M)2}, \bar{y}_{Nk(M)1}$$

$$\bar{y}_{(\alpha)} : \bar{y}_{BRÖ}, \bar{y}_{SKÖ}, \bar{y}_{MSKÖ}, \bar{y}_{BRÖ\_Oransal}, \bar{y}_{SKÖ\_Oransal}, \bar{y}_{MSKÖ\_Oransal}, \bar{y}_{BRÖ\_q1}, \bar{y}_{SKÖ\_q1}, \bar{y}_{MSKÖ\_q1}, \bar{y}_{BRÖ\_q3}, \bar{y}_{SKÖ\_q3}, \bar{y}_{MSKÖ\_q3}, \bar{y}_{BRÖ\_REG}, \bar{y}_{SKÖ\_REG}, \bar{y}_{MSKÖ\_REG}, \bar{y}_{Kk(M)1}, \bar{y}_{Kk(M)2}, \bar{y}_{Nk(M)1}, \bar{y}_{Nk(M)2}$$

eşitliğinden hesaplanmıştır.

Çalışmada örnekleme yöntemlerinde ortalama tahmini için verilen tahmin ediciler Çizelge 5.4.' te özetlenmiştir.

Çizelge 5.4. Çalışmada kullanılan tahmin ediciler

Tahmin Edici	Formülü
BRÖ Klasik Tahmin Edicisi	$\bar{y}_{BRÖ} = \sum_{i=1}^{n} y_i / n$
BRÖ Oransal Tahmin Edicisi	$\bar{y}_{BRÖ\_Oransal} = \frac{\bar{y}_{BRÖ}}{\bar{x}_{BRÖ}} \bar{X}$
Al-Omari vd. [24] Tahmin Edicisi I	$\bar{y}_{BRÖ\_q_1} = \bar{y}_{BRÖ} \frac{\bar{X} + q_1}{\bar{x}_{BRÖ} + q_1}$
Al-Omari vd. [24] Tahmin Edicisi II	$\bar{y}_{BRÖ\_q_3} = \bar{y}_{BRÖ} \frac{\bar{X} + q_3}{\bar{x}_{BRÖ} + q_3}$
BRÖ Regresyon Tahmin Edicisi	$\bar{y}_{BRÖ\_REG} = \bar{y}_{BRÖ} + b_{BRÖ}(\bar{X} - \bar{x}_{BRÖ})$
SKÖ Klasik Tahmin Edicisi Takahasi ve Wakimoto [4]	$\bar{y}_{SKÖ} = \frac{1}{rm} \sum_{j=1}^{r} \sum_{i=1}^{m} Y_{[i]j}$
SKÖ Oransal Tahmin Edicisi	$\bar{y}_{SKÖ\_Oransal} = \frac{\bar{y}_{SKÖ}}{\bar{x}_{SKÖ}} \bar{X}$
Al-Omari vd. [24] Tahmin Edicisi III	$\bar{y}_{SKÖ\_q_1} = \bar{y}_{SKÖ} \frac{\bar{X} + q_1}{\bar{x}_{SKÖ} + q_1}$
Al-Omari vd. [24] Tahmin Edicisi IV	$\bar{y}_{SKÖ\_q_3} = \bar{y}_{SKÖ} \frac{\bar{X} + q_3}{\bar{x}_{SKÖ} + q_3}$
SKÖ Regresyon Tahmin Edicisi	$\bar{y}_{SKÖ\_REG} = \bar{y}_{SKÖ} + b_{SKÖ}(\bar{X} - \bar{x}_{SKÖ})$
MSKÖ Klasik Tahmin Edicisi (n tek olduğunda) Muttlak [11] Tahmin Edicisi	$\bar{y}_{MSKÖT} = \frac{1}{n} [\sum_{i=1}^{n} (Y_{i[\frac{n+1}{2}, n]})]$
MSKÖ Klasik Tahmin Edicisi (n çift olduğunda) Muttlak [11] Tahmin Edicisi	$\bar{y}_{MSKÖÇ} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^{n/2} Y_{i[\frac{n}{2}]} + \sum_{i=\frac{n+2}{2}}^{n} Y_{i[\frac{n+2}{2}]} \right)$
MSKÖ Oransal Tahmin Edicisi (n tek olduğunda)	$\bar{y}_{MSKÖT\_Oransal} = \frac{\bar{y}_{MSKÖT}}{\bar{x}_{MSKÖT}} \bar{X}$
MSKÖ Oransal Tahmin Edicisi (n çift olduğunda)	$\bar{y}_{MSKÖÇ\_Oransal} = \frac{\bar{y}_{MSKÖÇ}}{\bar{x}_{MSKÖÇ}} \bar{X}$
MSKÖ (n tek olduğunda) Al-Omari [22] Tahmin Edicisi I	$\bar{y}_{MSKÖT\_q_1} = \bar{y}_{MSKÖT} \frac{\bar{X} + q_1}{\bar{x}_{MSKÖT} + q_1}$

MSKÖ (n çift olduğunda) Al-Omari [22] Tahmin Edicisi I	$\bar{y}_{MSKÖÇ\_q_1} = \bar{y}_{MSKÖÇ} \dfrac{\bar{X}+q_1}{\bar{x}_{MSKÖÇ}+q_1}$
MSKÖ (n tek olduğunda) Al-Omari [22] Tahmin Edicisi II	$\bar{y}_{MSKÖT\_q_3} = \bar{y}_{MSKÖT} \dfrac{\bar{X}+q_3}{\bar{x}_{MSKÖT}+q_3}$
MSKÖ (n çift olduğunda) Al-Omari [22] Tahmin Edicisi II	$\bar{y}_{MSKÖÇ\_q_3} = \bar{y}_{MSKÖÇ} \dfrac{\bar{X}+q_3}{\bar{x}_{MSKÖÇ}+q_3}$
MSKÖ Regresyon Tahmin Edicisi [27]	$\bar{y}_{MSKÖ\_REG} = \bar{y}_{MSKÖ} + b_{XY_{(j)}}(\bar{X}-\bar{x}_{MSKÖ})$
Koyuncu [27] Regresyon-Oransal Tip Tahmin Edicisi (I)	$\bar{y}_{Nk(M)} = [k_{1(j)}\bar{y}_{MSKÖ(j)} + k_{2(j)}(\bar{X}-\bar{x}_{MSKÖ(j)})](\dfrac{\bar{X}+q_1}{\bar{x}_{MSKÖ(j)}+q_1})$
Koyuncu [27] Regresyon-Oransal Tip Tahmin Edicisi (II)	$\bar{y}_{Nk(M)} = [k_{1(j)}\bar{y}_{MSKÖ(j)} + k_{2(j)}(\bar{X}-\bar{x}_{MSKÖ(j)})](\dfrac{\bar{X}+q_3}{\bar{x}_{MSKÖ(j)}+q_3})$
Koyuncu [27] Üstel Tip Tahmin Edicisi (I)	$\bar{y}_{Kk(M)} = [w_{1(j)}\bar{y}_{MSKÖ(j)} + w_{2(j)}(\bar{x}_{MSKÖ(j)}/\bar{X})]\exp(\dfrac{\bar{X}-\bar{x}_{MSKÖ(j)}}{\bar{X}+\bar{x}_{MSKÖ(j)}+2q_1})$
Koyuncu [27] Üstel Tip Tahmin Edicisi (II)	$\bar{y}_{Kk(M)} = [w_{1(j)}\bar{y}_{MSKÖ(j)} + w_{2(j)}(\bar{x}_{MSKÖ(j)}/\bar{X})]\exp(\dfrac{\bar{X}-\bar{x}_{MSKÖ(j)}}{\bar{X}+\bar{x}_{MSKÖ(j)}+2q_3})$

Kitle I için elde edilen sonuçlar Çizelge 5.5. ve Çizelge 5.6.' da verilmiştir.

Çizelge 5.5. Kitle I için ilgilenilen değişkene göre sıralama yapılması durumunda HKO ve GE değerleri

Klasik Tahmin Edici Değerleri						
Tahmin Edici		**n=4**	**n=5**	**n=6**	**n=7**	**n=8**
$\bar{y}_{BRÖ}$	HKO	519.3624	414.6798	347.1021	296.7498	260.4635
	GE	100	100	100	100	100
$\bar{y}_{SKÖ}$	HKO	231.6501	158.0454	115.1447	87.19621	69.0318
	GE	224.3289	268.8663	312.9462	348.1373	383.696
$\bar{y}_{MSKÖ}$	HKO	182.1231	165.7461	117.5052	115.9674	95.5595
	GE	281.0768	255.4105	304.4231	261.7005	277.6397
	Oransal Tahmin Edici Değerleri					
$\bar{y}_{BRÖ\_Oransal}$	HKO	1414.454	943.869	707.5005	557.258	467.8934
	GE	100	100	100	100	100
$\bar{y}_{SKÖ\_Oransal}$	HKO	1419.553	966.1192	699.9086	560.938	464.7453
	GE	99.64083	97.69695	101.0846	99.34395	100.6774
$\bar{y}_{MSKÖ\_Oransal}$	HKO	356.1754	622.0452	195.2522	373.7289	135.3887
	GE	397.123	151.7364	362.3519	149.1076	345.5926
$\bar{y}_{BRÖ\_q_1}$	HKO	469.7063	356.5441	289.3445	241.458	209.1145
	GE	301.1359	264.7271	244.5184	230.7888	223.7498
$\bar{y}_{SKÖ\_q_1}$	HKO	487.3596	369.7137	293.3571	244.9819	209.9673
	GE	290.2281	255.2973	241.1738	227.4691	222.8411
$\bar{y}_{MSKÖ\_q_1}$	HKO	147.9173	223.8341	88.4963	149.6187	64.5820
	GE	956.2468	421.6824	799.4685	372.4521	724.4945
$\bar{y}_{BRÖ\_q_3}$	HKO	481.5094	411.8149	372.5567	348.3575	334.7872
	GE	176.4616	183.5183	182.9331	185.7	190.2587
$\bar{y}_{SKÖ\_q_3}$	HKO	203.6548	150.9363	119.1530	97.0984	82.2879
	GE	694.5352	625.3425	593.7750	573.9103	568.6049
$\bar{y}_{MSKÖ\_q_3}$	HKO	99.6058	112.6712	63.5902	77.8115	50.3561
	GE	1420.051	837.7196	1112.5920	716.1640	929.1677
	Regresyon Tahmin Edici Değerleri					
$\bar{y}_{BRÖ\_REG}$	HKO	265.8267	210.9228	177.3044	150.8830	132.3449
	GE	100	100	100	100	100
$\bar{y}_{SKÖ\_REG}$	HKO	190.7481	145.1344	117.3654	97.2288	83.0726
	GE	279.558	292.1731	299.0751	317.7699	318.3955
$\bar{y}_{MSKÖ\_REG}$	HKO	92.1662	110.3462	59.4383	78.0378	47.2784*
	GE	569.1108	382.4765	587.7631	379.0537	561.2509
	MSKÖ' de Üstel Tip Tahmin Edici Ailesi					
$\bar{y}_{Kk(M)1}$	HKO	92.6206	86.0392	62.5199	60.6241	50.7868
	GE	156.2941	157.7044	158.9012	160.2193	159.6765
$\bar{y}_{Kk(M)2}$	HKO	144.7606	135.6876	99.3449	97.1315	81.0946
	GE	100	100	100	100	100
	MSKÖ' de Regresyon Tip Tahmin Edici Ailesi					
$\bar{y}_{Nk(M)1}$	HKO	127.1118	143.6931	83.4114	98.5036	65.6462
	GE	100	100	100	100	100
$\bar{y}_{Nk(M)2}$	HKO	116.4422	131.4957	78.5893	93.42574	62.7295
	GE	109.163	109.2758	106.1358	105.4352	104.6497

Çizelge 5.5.’ ten elde edilen sonuçlar:

Çizelge 5.5.’ te BRÖ klasik tahminlerinin, BRÖ klasik oransal tahminlerden daha iyi sonuç vermesinin sebebi $\rho > \frac{1}{2}\frac{S_x/\bar{X}}{S_y/\bar{Y}}$ koşulunun sağlanmamasıdır.

BRÖ, SKÖ ve MSKÖ’ de klasik tahmin edici HKO değerleri ele alındığında n=4 örneklem büyüklüğünde klasik MSKÖ tahmin edicisi etkin iken, diğer örneklem büyüklüklerinde ise klasik SKÖ tahmin edicisi daha etkindir. Klasik tahmin ediciler arasında en düşük HKO ve en yüksek GE sahip tahmin edici n=8 büyüklüğünde SKÖ tahmin edicisidir. Örneklem büyüklüğü arttıkça HKO değerleri azalmakta ve GE değerleri artmaktadır. $\left(HKO\left(\bar{y}_{SKÖ}\right) = 69.0318, GE(\bar{y}_{SKÖ}) = 383.6960\right)$

BRÖ, SKÖ ve MSKÖ’ de oransal tahmin edici HKO değerleri ele alındığında tüm örneklem büyüklüğü değerlerinde oransal MSKÖ tahmin edicileri etkin bulunmuştur. BRÖ, SKÖ ve MSKÖ’ de birinci çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal tahmin edici HKO değerleri incelendiğinde tüm örneklem büyüklüklerinde birinci çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal MSKÖ tahmin edicileri etkin bulunmuştur. BRÖ, SKÖ ve MSKÖ’ de üçüncü çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal tahmin edici HKO değerleri incelendiğinde tüm örneklem büyüklüklerinde üçüncü çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal MSKÖ tahmin edicileri etkin bulunmuştur. Oransal tahmin ediciler içerisinde HKO en düşük ve GE değeri en yüksek tahmin edici n=8 büyüklüğünde üçüncü çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal MSKÖ tahmin edicisidir. $\left(HKO\left(\bar{y}_{MSKÖ\_q_3}\right) = 50.3561, GE(\bar{y}_{MSKÖ\_q_3}) = 929.1677\right)$

BRÖ, SKÖ ve MSKÖ’ de regresyon tahmin edicisi HKO değerleri incelendiğinde tüm örneklem büyüklüklerinde MSKÖ regresyon tahmin edicileri etkin bulunmuştur. Regresyon tahmin edicileri arasında en düşük HKO ve en yüksek GE değeri MSKÖ regresyon tahmin edicisinde elde edilmiştir.

$$\left(HKO\left(\bar{y}_{MSKÖ\_REG}\right) = 47.2784, GE(\bar{y}_{MSKÖ\_REG}) = 561.2509\right)$$

Koyuncu [27] $\bar{y}_{Kk(M)}$ tahmin edici ailesinden elde edilen $\bar{y}_{Kk(M)1}$ tahmin edicisi $\bar{y}_{Kk(M)2}$ tahmin edicisine göre daha etkindir.

$$\left(HKO\left(\bar{y}_{Kk(M)1}\right) = 50.7868, GE(\bar{y}_{Kk(M)1}) = 159.6765\right)$$

Koyuncu [27] $\bar{y}_{Nk(M)}$ tahmin edici ailesinden elde edilen $\bar{y}_{Nk(M)2}$ tahmin edicisi $\bar{y}_{Nk(M)1}$ tahmin edicisine göre daha etkindir.

$$\left(HKO\left(\bar{y}_{Nk(M)2}\right) = 62.7295, GE(\bar{y}_{Nk(M)2}) = 104.6497\right)$$

Kitle I için ilgilenilen değişkene göre sıralama yapılması durumunda örneklem büyüklüğü tek olduğunda en küçük HKO' na sahip tahmin edici $\bar{y}_{Kk(M)1}$ iken örneklem büyüklüğü çift olduğunda MSKÖ' de regresyon tahmin edicisidir.

($HKO(\bar{Y}_{MSKÖ\_REG}) = 47.27$)

Çizelge 5.6. Kitle I için yardımcı değişkene göre sıralama yapılması durumunda elde edilen HKO ve GE değerleri

Klasik Tahmin Edici Değerleri						
Tahmin Edici		**n=4**	**n=5**	**n=6**	**n=7**	**n=8**
$\bar{y}_{BRÖ}$	HKO	519.3624	414.6798	347.1021	296.7498	260.4635
	GE	100	100	100	100	100
$\bar{y}_{SKÖ}$	HKO	379.5868	289.2565	233.9356	193.7563	167.2345
	GE	136.8231	143.3606	148.3751	153.1562	155.7475
$\bar{y}_{MSKÖ}$	HKO	219.8143	288.7243	141.1842	201.2336	105.5155
	GE	236.2733	143.6248	245.8506	147.4653	246.8487
	Oransal Tahmin Edici Değerleri					
$\bar{y}_{BRÖ\_Oransal}$	HKO	1414.454	943.869	707.5005	557.258	467.8934
	GE	100	100	100	100	100
$\bar{y}_{SKÖ\_Oransal}$	HKO	618.5062	430.2476	323.9351	262.4493	218.1455
	GE	228.6888	219.3781	218.4081	212.3297	214.4869
$\bar{y}_{MSKÖ\_Oransal}$	HKO	550.9425	743.1854	413.7544	561.654	371.5277
	GE	256.7336	127.0032	170.9953	99.2173	125.9377
$\bar{y}_{BRÖ\_q_1}$	HKO	469.7063	356.5441	289.3445	241.458	209.1145
	GE	301.1359	264.7271	244.5184	230.7888	223.7498
$\bar{y}_{SKÖ\_q_1}$	HKO	359.5117	276.3821	220.9594	185.132	158.967
	GE	393.4377	341.5088	320.1948	301.0058	294.3336
$\bar{y}_{MSKÖ\_q_1}$	HKO	251.8729	395.202	195.8227	305.493	174.3611
	GE	561.5747	238.8320	361.2965	182.4127	268.3473
$\bar{y}_{BRÖ\_q_3}$	HKO	293.7542	229.1974	189.9041	159.9673	139.7584
	GE	481.5094	411.8149	372.5567	348.3575	334.7872
$\bar{y}_{SKÖ\_q_3}$	HKO	274.2462	218.4299	180.0823	152.8076	133.7219
	GE	515.7607	432.1153	392.8761	364.6795	349.9003
$\bar{y}_{MSKÖ\_q_3}$	HKO	159.0865	263.5139	111.4625	192.6824	88.06635
	GE	889.1105	358.1857	634.7433	289.2106	531.2964
	Regresyon Tahmin Edici Değerleri					
$\bar{y}_{BRÖ\_REG}$	HKO	265.8267	210.9228	177.3044	150.883	132.3449
	GE	100	100	100	100	100
$\bar{y}_{SKÖ\_REG}$	HKO	263.0799	211.9166	176.5639	150.3947	132.0407
	GE	101.0441	99.5310	100.4194	100.3246	100.2303
$\bar{y}_{MSKÖ\_REG}$	HKO	137.7647	222.8326	95.9999	163.4398	76.11621
	GE	192.9571	94.6552	184.6921	92.3171	173.8721
	MSKÖ'de Üstel Tip Tahmin Edici Ailesi					
$\bar{y}_{Kk(M)1}$	HKO	108.8895	148.6167	71.2247	104.0017	52.8138*
	GE	151.3131	147.1672	152.4166	148.2250	152.9689
$\bar{y}_{Kk(M)2}$	HKO	164.7641	218.7151	108.5583	154.1566	80.7887
	GE	100	100	100	100	100

	MSKÖ' de Regresyon Tip Tahmin Edici Ailesi					
$\bar{y}_{Nk(M)1}$	HKO	170.3648	287.6347	118.1403	210.6730	93.7840
	GE	100	100	100	100	100
$\bar{y}_{Nk(M)2}$	HKO	146.8154	242.7900	101.7422	179.4261	80.4789
	GE	116.0402	118.4705	116.1173	117.4149	116.5325

Çizelge 5.6.' dan elde edilen sonuçlar:

BRÖ, SKÖ ve MSKÖ' de klasik tahmin edici HKO değerleri ele alındığında n=7 örneklem büyüklüğünde klasik SKÖ tahmin edicisi etkin iken diğer örneklem büyüklüklerinde klasik MSKÖ tahmin edicisi etkindir. Klasik tahmin ediciler arasında en düşük HKO ve en yüksek GE sahip tahmin edici n=8 büyüklüğünde MSKÖ tahmin edicisidir. $\left(HKO\left(\bar{y}_{MSKÖ}\right)=105.5155, GE(\bar{y}_{MSKÖ})=246.8487\right)$

BRÖ, SKÖ ve MSKÖ' de oransal tahmin edici HKO değerleri ele alındığında n=4 örneklem büyüklüğünde oransal MSKÖ tahmin edicileri etkin iken diğer örneklem büyüklüklerinde oransal SKÖ etkindir ve örneklem büyüklüğü arttıkça etkinlik artmaktadır. BRÖ, SKÖ ve MSKÖ' de birinci çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal tahmin edici HKO değerleri incelendiğinde n=4,6 örneklem büyüklüklerinde birinci çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal MSKÖ tahmin edicileri etkin iken n=5, 7, 8 örneklem büyüklüklerinde birinci çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal SKÖ tahmin edicileri etkin bulunmuştur. BRÖ, SKÖ ve MSKÖ' de üçüncü çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal tahmin edici HKO değerleri incelendiğinde çift örneklem büyüklüklerinde üçüncü çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal MSKÖ tahmin edicileri etkin iken tek örneklem büyüklüklerinde üçüncü çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal SKÖ tahmin edicileri etkin bulunmuştur. Oransal tahmin ediciler içerisinde HKO en düşük ve GE değeri en yüksek tahmin edici n=8 örneklem büyüklüğünde üçüncü çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal MSKÖ tahmin edicisidir.

$$\left(HKO\left(\bar{y}_{MSKÖ\_q_3}\right)=88.0663, GE(\bar{y}_{MSKÖ\_q_3})=531.2964\right)$$

BRÖ, SKÖ ve MSKÖ' de regresyon tahmin edicisi HKO değerleri incelendiğinde n=5 örneklem büyüklüğünde BRÖ regresyon tahmin edicisi, n=7 örneklem büyüklüğünde SKÖ regresyon tahmin edicisi etkin iken çift örneklem büyüklüklerinde MSKÖ regresyon tahmin edicisi etkin bulunmuştur. Regresyon tahmin edicileri arasında en düşük HKO ve en yüksek GE değeri MSKÖ regresyon tahmin edicisinde elde edilmiştir.

$$\left(HKO\left(\bar{y}_{MSKÖ\_REG}\right)=76.1162, GE(\bar{y}_{MSKÖ\_REG})=173.8721\right)$$

Koyuncu üstel tahmin edici ailesinden elde edilen iki tahmin ediciden tüm örneklem büyüklüklerinde $\bar{y}_{Kk(M)1}$ tahmin edicisi $\bar{y}_{Kk(M)2}$ tahmin edicisine göre daha etkindir. $\left(HKO\left(\bar{y}_{Kk(M)1}\right)=52,8138, GE(\bar{y}_{Kk(M)1})=152,9689\right)$. Koyuncu regresyon-oransal tahmin edici ailesinden elde edilen iki tahmin ediciden tüm örneklem büyüklükleri dikkate alındığında $\bar{y}_{Nk(M)1}$ tahmin edicisi $\bar{y}_{Nk(M)2}$ tahmin edicisine daha etkindir. $\left(HKO\left(\bar{y}_{Nk(M)2}\right)=80.4789, GE(\bar{y}_{Nk(M)2})=116.5325\right)$

Kitle I için yardımcı değişkene göre sıralama yapılması durumunda en küçük HKO' na sahip tahmin edici n=8 örneklem büyüklüğünde $\bar{y}_{Kk(M)1}$ tahmin edicisidir.

Kitle II için elde edilen sonuçlar Çizelge 5.7. ve Çizelge 5.8.' de verilmiştir

Çizelge 5.7. Kitle II için ilgilenilen değişkene göre sıralama yapıldığında elde edilen HKO ve GE değerleri

		Klasik Tahmin Edici Değerleri				
Tahmin Edici		**n=4**	**n=5**	**n=6**	**n=7**	**n=8**
$\bar{y}_{BRÖ}$	HKO	519.3624	414.6798	347.1021	296.7498	260.4635
	GE	100	100	100	100	100
$\bar{y}_{SKÖ}$	HKO	231.6501	158.0454	115.1447	87.1962	69.0318
	GE	224.3289	268.8663	312.9462	348.1373	383.696
$\bar{y}_{MSKÖ}$	HKO	182.1231	165.7461	117.5052	115.9674	95.5595
	GE	281.0768	255.4105	304.4231	261.7005	277.6397
	Oransal Tahmin Edici Değerleri					
$\bar{y}_{BRÖ\_Oransal}$	HKO	517.5411	403.1532	331.8522	278.3772	241.4696
	GE	100	100	100	100	100
$\bar{y}_{SKÖ\_Oransal}$	HKO	411.9808	300.6722	239.5526	194.3542	165.2303
	GE	125.6226	134.084	138.53	143.2319	146.1412
$\bar{y}_{MSKÖ\_Oransal}$	HKO	186.1123	236.8190	131.8249	173.8269	115.4021
	GE	278.08	170.2368	251.7371	160.1462	209.2419
$\bar{y}_{BRÖ\_q_1}$	HKO	421.4153	333.5613	278.8834	236.4381	206.8239
	GE	122.8102	120.8633	118.9932	117.7379	116.7513
$\bar{y}_{SKÖ\_q_1}$	HKO	245.7154	175.5558	135.8847	107.7611	89.5896
	GE	210.6262	229.644	244.216	258.3281	269.528
$\bar{y}_{MSKÖ\_q_1}$	HKO	156.8338	168.5901	111.156	126.2637	97.4064
	GE	329.9934	239.1322	298.5464	220.473	247.899
$\bar{y}_{BRÖ\_q_3}$	HKO	422.0294	335.1559	280.7932	238.7016	209.2053
	GE	122.6315	120.2883	118.1838	116.6214	115.4223
$\bar{y}_{SKÖ\_q_3}$	HKO	221.111	155.2923	117.8833	91.9475	75.2582
	GE	234.0639	259.6093	281.5092	302.7566	320.8545
$\bar{y}_{MSKÖ\_q_3}$	HKO	155.8875	158.2505	108.6867	117.4675	94.1611
	GE	331.9966	254.7564	305.3292	236.9824	256.4428
	Regresyon Tahmin Edici Değerleri					
$\bar{y}_{BRÖ\_REG}$	HKO	404.6835	322.0588	271.2039	231.0413	202.3108
	GE	100	100	100	100	100
$\bar{y}_{SKÖ\_REG}$	HKO	236.2919	170.8522	133.4283	106.933	89.1496
	GE	171.2642	188.5014	203.2581	216.0618	226.934
$\bar{y}_{MSKÖ\_REG}$	HKO	158.6886	180.5334	115.4959	138.6165	102.3931
	GE	255.0174	178.3929	234.8169	166.6766	197.5825

	MSKÖ' de Üstel Tip Tahmin Edici Ailesi					
$\bar{y}_{Kk(M)1}$	HKO	55.4458	67.6295	33.4157	45.5793	23.5588*
	GE	123.1222	122.2564	123.4344	122.55	123.6213
$\bar{y}_{Kk(M)2}$	HKO	68.2646	82.6814	41.2465	55.8619	29.1237
	GE	100	100	100	100	100
	MSKÖ' de Regresyon Tip Tahmin Edici Ailesi					
$\bar{y}_{Nk(M)1}$	HKO	207.3366	218.9977	155.0481	167.4045	133.8565
	GE	100.25	100.4701	100.2686	101.0842	100.5492
$\bar{y}_{Nk(M)2}$	HKO	206.752	220.0274	155.4646	169.2195	134.5917
	GE	100	100	100	100	100

Çizelge 5.7.' den elde edilen sonuçlar:

BRÖ, SKÖ ve MSKÖ' de klasik tahmin edici HKO değerleri ele alındığında n=4 örneklem büyüklüğünde klasik MSKÖ tahmin edicisi etkin iken, diğer örneklem büyüklüklerinde ise klasik SKÖ tahmin edicisi daha etkindir. Klasik tahmin ediciler arasında en düşük HKO ve en yüksek GE sahip tahmin edici n=8 örneklem büyüklüğünde SKÖ tahmin edicisidir.

$$\left(HKO\left(\bar{y}_{SKÖ}\right)=69.0318, GE(\bar{y}_{SKÖ})=383.6960\right)$$

BRÖ, SKÖ ve MSKÖ' de oransal tahmin edici HKO değerleri ele alındığında tüm örneklem büyüklüklerinde klasik oransal MSKÖ tahmin edicileri etkin olarak bulunmuştur. BRÖ, SKÖ ve MSKÖ' de birinci çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal tahmin edici HKO değerleri incelendiğinde n=4,5,6 örneklem büyüklüklerinde birinci çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal MSKÖ tahmin edicileri etkin iken n=7,8 örneklem büyüklüklerinde birinci çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal SKÖ tahmin edicileri etkin bulunmuştur. BRÖ, SKÖ ve MSKÖ' de üçüncü çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal tahmin edici HKO değerleri incelendiğinde n=4,6 örneklem büyüklüklerinde üçüncü çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal MSKÖ tahmin edicileri etkin iken n=5,7,8 örneklem büyüklüklerinde üçüncü çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal SKÖ tahmin edicileri etkin bulunmuştur. Oransal tahmin ediciler içerisinde HKO en düşük ve GE değeri en yüksek tahmin edici n=8 örneklem büyüklüğünde üçüncü çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal SKÖ tahmin edicisidir.

$$\left(HKO\left(\bar{y}_{SKÖ\_q_3}\right)=75.2582, GE(\bar{y}_{SKÖ\_q_3})=320.8545\right)$$

BRÖ, SKÖ ve MSKÖ' de regresyon tahmin edicisi HKO değerleri incelendiğinde n=4,6 örneklem büyüklüklerinde MSKÖ regresyon tahmin edicileri etkin iken n=5,7,8 örneklem büyüklüklerinde SKÖ regresyon tahmin edicileri etkin bulunmuştur. Regresyon tahmin edicileri arasında en düşük HKO ve en yüksek GE değeri MSKÖ regresyon tahmin edicisinde elde edilmiştir.

$\left(HKO\left(\bar{y}_{SKÖ\_REG} \right) = 89.1496, GE(\bar{y}_{SKÖ\_REG}) = 226.9340 \right)$

Koyuncu üstel tahmin edici ailesinden elde edilen iki tahmin ediciden tüm örneklem büyüklüklerinde $\bar{y}_{Kk(M)1}$ tahmin edicisi $\bar{y}_{Kk(M)2}$ tahmin edicisinden daha etkindir. $\left(HKO\left(\bar{y}_{Kk(M)1} \right) = 23.5588, GE(\bar{y}_{Kk(M)1}) = 123.6213 \right)$.

Koyuncu regresyon-oransal tahmin edici ailesinden elde edilen iki tahmin ediciden n= 4 örneklem büyüklüğünde $\bar{y}_{Nk(M)2}$ tahmin edicisi etkin iken diğer örneklem büyüklüklerinde $\bar{y}_{Nk(M)1}$ tahmin edicisi daha etkindir.

$\left(HKO\left(\bar{y}_{Nk(M)2} \right) = 133.8565, GE(\bar{y}_{Nk(M)2}) = 100.5492 \right)$

Kitle II için ilgilenilen değişkene göre sıralama yapılması durumunda en küçük HKO' na sahip tahmin edici n=8 örneklem büyüklüğünde $\bar{y}_{Kk(M)1}$ tahmin edicisidir.

Çizelge 5.8. Kitle II için yardımcı değişkene göre sıralama yapıldığında elde edilen HKO ve GE değerleri

		Klasik Tahmin Edici Değerleri				
Tahmin Edici		**n=4**	**n=5**	**n=6**	**n=7**	**n=8**
$\bar{y}_{BRÖ}$	HKO	519.3624	414.6798	347.1021	296.7498	260.4635
	GE	100	100	100	100	100
$\bar{y}_{SKÖ}$	HKO	456.254	359.7005	295.9411	250.2952	219.3301
	GE	113.8319	115.2847	117.2876	118.5599	118.7541
$\bar{y}_{MSKÖ}$	HKO	232.9267	328.8903	151.3839	232.8118	118.7041
	GE	222.9725	126.0845	229.2861	127.4634	219.4226
		Oransal Tahmin Edici Değerleri				
$\bar{y}_{BRÖ\_Oransal}$	HKO	517.5411	403.1532	331.8522	278.3772	241.4696
	GE	100	100	100	100	100
$\bar{y}_{SKÖ\_Oransal}$	HKO	450.0091	353.0186	289.6295	245.3617	213.3962
	GE	115.0068	114.2017	114.5782	113.4559	113.1555
$\bar{y}_{MSKÖ\_Oransal}$	HKO	229.2048	333.912	138.7276	221.8929	98.3639
	GE	225.7985	120.7363	239.2113	125.4556	245.486
$\bar{y}_{BRÖ\_q_1}$	HKO	421.4153	333.5613	278.8834	236.4381	206.8239
	GE	122.8103	120.8633	118.9932	117.7379	116.7513
$\bar{y}_{SKÖ\_q_1}$	HKO	411.8310	329.3364	273.2495	232.9634	204.6513
	GE	125.6683	122.4138	121.4466	119.494	117.9908
$\bar{y}_{MSKÖ\_q_1}$	HKO	203.5258	308.4888	129.99	213.4201	97.3481
	GE	254.2877	130.6865	255.2905	130.4363	248.0475
$\bar{y}_{BRÖ\_q_3}$	HKO	422.0294	335.1559	280.7932	238.7016	209.2053
	GE	122.6315	120.2882	118.1839	116.6214	115.4223
$\bar{y}_{SKÖ\_q_3}$	HKO	412.0848	329.7812	273.7533	233.3527	205.2651
	GE	125.5909	122.2487	121.2231	119.2946	117.6379
$\bar{y}_{MSKÖ\_q_3}$	HKO	204.3672	308.0661	132.0605	215.2302	100.5174
	GE	253.2408	130.8658	251.2881	129.3393	240.2267

	Regresyon Tahmin Edici Değerleri					
$\overline{y}_{BRÖ\_REG}$	HKO	404.6835	322.0588	271.2039	231.0413	202.3108
	GE	100	100	100	100	100
$\overline{y}_{SKÖ\_REG}$	HKO	404.8116	325.4325	271.0757	231.3802	203.7891
	GE	99.9683	98.9633	100.0473	99.85351	99.27456
$\overline{y}_{MSKÖ\_REG}$	HKO	192.6683	289.0500	122.2985	200.1790	91.1642
	GE	210.0415	111.4197	221.7557	115.4173	221.9191
	MSKÖ' de Üstel Tip Tahmin Edici Ailesi					
$\overline{y}_{Kk(M)1}$	HKO	50.7189	49.3919	31.9478	33.9934	24.9448*
	GE	124.4169	124.2146	125.3122	124.8042	125.6277
$\overline{y}_{Kk(M)2}$	HKO	63.1029	61.3520	40.0345	42.4252	31.3376
	GE	100	100	100	100	100
	MSKÖ' de Regresyon Tip Tahmin Edici Ailesi					
$\overline{y}_{Nk(M)1}$	HKO	207.0049	304.8384	138.681	218.4328	108.0846
	GE	100	100	100	100	100
$\overline{y}_{Nk(M)2}$	HKO	204.1219	299.825	136.8103	215.1634	106.6433
	GE	101.4124	101.6721	101.3674	101.5195	101.3515

Çizelge 5. 8.' den elde edilen sonuçlar:

BRÖ, SKÖ ve MSKÖ' de klasik basit tahmin edici HKO değerleri ele alındığında tüm örneklem büyüklüklerinde klasik basit MSKÖ tahmin edicisi etkin bulunmuştur. Klasik tahmin ediciler arasında en düşük HKO ve en yüksek GE sahip tahmin edici n=8 örneklem büyüklüğünde MSKÖ tahmin edicisidir.

$$\left(HKO\left(\overline{y}_{MSKÖ}\right)=118.7041, GE(\overline{y}_{MSKÖ})=219.4226\right)$$

BRÖ, SKÖ ve MSKÖ' de klasik oransal tahmin edici HKO değerleri ele alındığında tüm örneklem büyüklüklerinde klasik oransal MSKÖ tahmin edicileri etkin olarak bulunmuştur. BRÖ, SKÖ ve MSKÖ' de birinci çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal tahmin edici HKO değerleri incelendiğinde tüm örneklem büyüklüklerinde birinci çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal MSKÖ tahmin edicileri etkin bulunmuştur. BRÖ, SKÖ ve MSKÖ' de üçüncü çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal tahmin edici HKO değerleri incelendiğinde tüm örneklem büyüklüklerinde üçüncü çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal MSKÖ tahmin edicileri etkin olarak bulunmuştur. Oransal tahmin ediciler içerisinde HKO en düşük ve GE değeri en yüksek tahmin edici n=8 örneklem büyüklüğünde üçüncü çeyrek yüzdelikler kullanarak elde edilen oransal SKÖ tahmin edicisidir.

$$\left(HKO\left(\overline{y}_{MSKÖ\_q_3}\right)=97.3481, GE(\overline{y}_{MSKÖ\_q_3})=248.0475\right)$$

BRÖ, SKÖ ve MSKÖ' de regresyon tahmin edicisi HKO değerleri incelendiğinde tüm örneklem büyüklüklerinde MSKÖ regresyon tahmin edicileri etkin olarak bulunmuştur. Regresyon tahmin edicileri arasında en düşük HKO ve en yüksek GE değeri MSKÖ regresyon tahmin edicisinde elde edilmiştir.

$$\left(HKO\left(\bar{y}_{MSKÖ\_REG}\right) = 91.1642, GE(\bar{y}_{MSKÖ\_REG}) = 221.9191\right)$$

Koyuncu üstel tahmin edici ailesinden elde edilen iki tahmin ediciden tüm örneklem büyüklüklerinde $\bar{y}_{Kk(M)1}$ tahmin edicisi $\bar{y}_{Kk(M)2}$ tahmin edicisinden daha etkindir. $\left(HKO\left(\bar{y}_{Kk(M)1}\right) = 24.9448, GE(\bar{y}_{Kk(M)1}) = 125.6277\right)$. Koyuncu regresyon-oransal tahmin edici ailesinden elde edilen iki tahmin ediciden tüm örneklem büyüklüklerinde $\bar{y}_{Nk(M)2}$ tahmin edicisi $\bar{y}_{Nk(M)1}$ tahmin edicisine göre daha etkindir.

$$\left(HKO\left(\bar{y}_{Nk(M)2}\right) = 133.8565, GE(\bar{y}_{Nk(M)2}) = 100.5492\right)$$

Kitle II için yardımcı değişkene göre sıralama yapılması durumunda en küçük HKO' na sahip tahmin edici n=8 örneklem büyüklüğünde $\bar{y}_{Kk(M)1}$ tahmin edicisidir.

Çizelgeler genel olarak incelendiğinde Y değişkenine göre sıralamanın yapıldığı durumlarda HKO değerleri X değişkenine göre sıralama yapıldığı durumdan daha küçük çıkmaktadır.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Çalışma kapsamında BRÖ, SKÖ ve MSKÖ yöntemlerinin kitle ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri karşılaştırılmıştır. Bu yöntemlerde kullanılan klasik tahmin ediciler, yardımcı değişken bilgisi kullanarak elde edilen oransal tahmin ediciler, regresyon tahmin edicileri ve bazı özel regresyon-oransal ve üstel tipi tahmin ediciler incelenmiştir. İlk olarak tahmin edici türleri hakkında bilgi verilmiş olup, sonrasında örnekleme yöntemleri tanıtılarak özellikle SKÖ ve MSKÖ yöntemlerinde örneklem seçim yöntemleri her bir yöntem için detaylı olarak anlatılmış ve seçilen örneklem birimleri şekillerle gösterilmiştir.

İlgilenilen değişken ile yardımcı değişken arasındaki ilişkiye göre sonuçların değişeceği göz önünde bulundurularak iki yardımcı değişken üzerinde de sonuçlar elde edilip yorumlanmıştır.

Ayrıca sıralamanın hangi değişken üzerinden yapılması da sonuçları değiştireceğinden hem ilgilenilen değişken üzerinden hem de yardımcı değişken üzerinden sıralama yapılarak sonuçlar incelenmiştir.

Çalışma kapsamındaki tahmin edicilere ait HKO ve GE değerleri, HKİ veri kümesi üzerinden benzetim çalışması yapılarak elde edilip tahmin edicilerin etkinlikleri karşılaştırılmıştır. Benzetim çalışmasında örneklem büyüklüğünün hem tek hem de çift olması durumunda sonuçlar elde edilmiştir.

Bu veri kümesi için elde edilen tüm sonuçlar incelendiğinde MKSÖ yönteminin BRÖ ve SKÖ yöntemine göre genel olarak daha etkin sonuçlar verdiğini söyleyebiliriz. Bu örnekleme yöntemlerinde incelenen on dokuz tahmin ediciden en iyi yani en düşük HKO sahip tahmin edicinin MSKÖ' de önerilen üstel tip tahmin edici ailesine ait birinci çeyrek değer bilgisi kullanarak elde edilen tahmin edici olduğu görülmüştür.

KAYNAKLAR

[1] Çıngı, H., *Örnekleme Kuramı*, 3. Baskı, Bizim Büro Basımevi, Ankara, **2009.**

[2] Singh, S., *Advanced Sampling Theory with Applications: How Michael "selected" Amy*, Springer Science & Business Media, **2003.**

[3] McIntyre, G. A., A method of unbiased selective sampling, using ranked sets, *Australian Journal of Agricultural Research*, 3, 385-390, **1952.**

[4] Takahashi, K., Wakimoto, K., On unbiased estimates of the population mean based on the sample stratified by means of ordering, *Ann. Inst. Statist. Math.,* 20, 1–31, **1968.**

[5] Dell, T.R., Clutter, J.L., Ranked set sampling theory with order statistics background, *Biometrics*, 28, 545-555, **1972.**

[6] Lynne Stokes, S., Ranked set sampling with concomitant variables, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, *6*(12), 1207-1211, **1977.**

[7] Stokes, S.L., Estimation of variance using judgment ordered ranked set samples, *Biometrics,* 36, 35–42, **1980.**

[8] Bahl, S., Tuteja, R.K., Ratio and product exponential estimators, *Journal of Information and Optimization Sciences,* 12(1), 159-164, **1991.**

[9] Shen, W.H., Use OE ranked set sampling for test of a normal mean, *Calcutta Statistical Association Bulletin*, 44(3-4), 183-194, **1994.**

[10] Samawi, H.M., Muttlak, H.A., Estimation of ratio using rank set sampling, *The Biometrical Journal*, 36, 753–764, **1996.**

[11] Muttlak, H.A., Median ranked set sampling, *Journal of Applied Statistical Science,* 6, 91-98, **1997**.

[12] Yu, P. L.H., Lam, K., Regression estimator in ranked set sampling, *Biometrics*, 53, 1070-1080, **1997.**

[13] Muttlak, H.A., Median ranked set sampling with concomitant variables and a comparison with ranked set sampling and regression estimators, *Environmetrics*, 9, 225-267, **1998.**

[14] Patil, G.P., Sinha, A.K., Taillie, C., Ranked set sampling: a bibliography, *Environmental and Ecological Statistics*, 6, 91-98, **1999.**

[15] Samawi, H. M., & Muttlak, H. A., On ratio estimation using median ranked set sampling, *Journal of Applied Statistical Science*, *10*(2), 89-98, **2001.**

[16] Muttlak, H.A., Regression estimators in extreme and median ranked set sampling, *Journal of Applied Statistics*, 28, 91-98, **2001.**

[17] Ünyazıcı Y., Çeşitli sıralı küme örneklemesi yöntemleri ve uygulama, Hacettepe Üniversitesi, İstatistik Bölümü, İstatistik Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi, **2002.**

[18] Muttlak H.A., Modified ranked set sampling methods, *Pakistan Journal of Statistics*, 19(3), 315-323, **2003.**

[19] Kadilar, C., Cingi, H., Ratio estimators in simple random sampling, *Applied Mathematics and Computation*, 151, 893–902, **2004.**

[20] Özdemir, Y. A., Sıralı küme örneklemesiyle doğrusal regresyon modelinde parametre tahminlerinin incelenmesi, Gazi Üniversitesi, İstatistik Bölümü, İstatistik Anabilim Dalı, Doktora Tezi, **2005.**

[21] Özdemir, Y. A., Sıralı küme örneklemesinde yardımcı değişken kullanılarak yığın ortalamasının tahmini, İstatistik Araştırma Dergisi, 4, 1-13, **2005.**

[22] Kadılar C., Ünyazici Y., Çıngı H., Ratio estimator for the population mean using ranked set sampling, *Statistical Papers*, 50, 301-309, **2009.**

[23] Akıncı, N., Sıralı küme örneklemesi tasarımlarının çeşitli dağılımlar altında etkinliklerinin incelenmesi, Gazi Üniversitesi, İstatistik Bölümü, İstatistik Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi, **2010.**

[24] Akıncı, N., Özdemir, Y. A., Çok aşamalı sıralı küme örneklemesi tasarımlarının etkinlikleri üzerine bir çalışma, TRT Genel Müdürlüğü Reklam Tasarım Tanıtım Dairesi Başkanlığı, Ankara, **2011.**

[25] Al-Omari, A.I., Ratio estimation of the population mean using auxiliary information in simple random sampling and median ranked set sampling, *Statistics and Probability Letters*, 82, 1883-1890, **2012.**

[26] Koyuncu, N., Effcient estimators of population mean using auxiliary attributes, *Applied Mathematics Computation,* 218, 10900-10905, **2012**.

[27] Al-Omari, A.I., Jemain, A.A., Ibrahim, K., New ratio estimators of the mean using simple random sampling and ranked set sampling methods, *Investigación Operacional*, *30*(2), 97-108, **2013.**

[28] Koyuncu, N., Gupta, S., Sousa, R., Exponential type estimators of the mean of a sensitive variable in the presence of non-sensitive auxiliary information, *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 43, 1583-1594, **2014.**

[29] Zamanzade, E., Al-Omari, A.I., New ranked set sampling for estimating the population mean and variance, *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, 45(6), 1891-1905, **2016.**

[30] Koyuncu,N., New difference-cum-ratio and exponential type estimators in median ranked set sampling, *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, 45(1), 207-225, **2016.**

[31] Koyuncu, N., Improved ratio estimation of population mean under median and neoteric ranked set sampling, *AIP Conference Proceedings*, 1863, 1, 120004, **2017.**

[32] Esen, M., Sıralı küme örneklemesi kullanarak oransal tahmin yöntemlerinin incelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, **2017**.

[33] Havaizleme,Havakaliteindeksi, http://mthm.havaizleme.gov.tr/secure/HAVA-%20KAL%DDTES%DD%20%DDNDEKS%DD.html (Eylül, 2018)

[34] Eurolab, PartikülerMadde(PM10)ölçümü, https://www.laboratuvar.com/cevreanalizleri/imisyon-analizleri/partikuler-madde-pm10-olcumu.html(Eylül, 2018)

ÖZGEÇMİŞ

Kimlik Bilgileri

Adı Soyadı : Toy İSKİT

Doğum Yeri : Nevşehir/Türkiye

Medeni Hali : Bekar

E-posta : toy_iskit_@hotmail.com

Adresi : Karaelmas Cad. 32/17 İncirli/Keçiören/Ankara

Eğitim

Lise : 2002-2005 Hacıbektaş Çok Programlı Lisesi

Lisans : 2008-2013 Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü

Yüksek Lisans : 2014-2018 Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü

Yabancı Dil ve Düzeyi

İngilizce : 62.5 (YDS)

İş Deneyimi :

2016-... Akbank T.A.Ş

Deneyim Alanları

-

Tezden Üretilmiş Projeler ve Bütçesi

-

Tezden Üretilmiş Yayınlar

-

Tezden Üretilmiş Tebliğ ve/veya Poster Sunumu ile Katıldığı Toplantılar

-

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/~~DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI~~ ORJİNALLİK RAPORU

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tarih: 08/10/2018

Tez Başlığı / Konusu: Medyan Sıralı Küme Örneklemesi Yönteminde Kitle Ortalamasının Tahmini

Yukarıda başlığı/konusu gösterilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 52 sayfalık kısmına ilişkin, 08/10/2018 tarihinde ~~şahsım/~~tez danışmanım tarafından *Turnitin* adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 9' dur.

Uygulanan filtrelemeler:

1- Kaynakça hariç
2- Alıntılar hariç~~/dâhil~~
3- 5 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orjinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Tarih ve İmza
08.10.2018

Adı Soyadı: Tay İSKİT
Öğrenci No: N13121002
Anabilim Dalı: İstatistik
Programı: Tezli Yüksek Lisans
Statüsü: ☒ Y.Lisans ☐ Doktora ☐ Bütünleşik Dr.

DANIŞMAN ONAYI

UYGUNDUR.

Doç.Dr. Nursel Koyuncu
(Unvan, Ad Soyad, İmza)