SÜREKLİ FAZ KİPLEMESİ İÇİN DÜŞÜK KARMAŞIKLIĞA SAHİP ALICILAR

LOW COMPLEXITY RECEIVERS FOR CONTINUOUS PHASE MODULATION

CANSU ŞEN

Doç. Dr. Emre Aktaş Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim - Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı İçin Öngördüğü YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak hazırlanmıştır.

2017

CANSU ŞEN'in hazırladığı "Sürekli Faz Kiplemesi İçin Düşük Karmaşıklığa Sahip Alıcılar" adlı bu çalışma aşağıdaki jüri tarafından ELEKTRİK - ELEKTRONİK MÜHENDİS-LİĞİ ANABİLİM DALI'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ali Özgür Yılmaz Başkan

Doç Dr. Emre Aktaş

Danışman

Üye

Doç. Dr. A. Melda Yüksel Turgut Üye

Doç. Dr. Berkan Dülek

Üye

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tarafından YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Menemşe GÜMÜŞDERELİOĞLU

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Doç. Dr. Cenk Toker

YAYINLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kağıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanması zorunlu metinlerin yazılı izin alarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

Tezimin/Raporumun tamamı dünya çapında erişime açılabilir ve bir kısmı veya tamamının fotokopisi alınabilir.

(Bu seçenekle teziniz arama motorlarında indekslenebilecek, daha sonra tezinizin erişim statüsünün değiştirilmesini talep etseniz ve kütüphane bu talebinizi yerine getirse bile, tezinin arama motorlarının önbelleklerinde kalmaya devam edebilecektir.)

Tezimin/Raporumun tarihine kadar erişime açılmasını ve fotokopi alınmasını (İç Kapak, Özet, İçindekiler ve Kaynakça hariç) istemiyorum.

(Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım taktirde, tezimin/raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir, kaynak gösterilmek şartıyla bir kısmı ve ya tamamının fotokopisi alınabilir)

- Tezimin/Raporumun tarihine kadar erişime açılmasını istemiyorum, ancak kaynak gösterilmek şartıyla bir kısmı veya tamamının fotokopisinin alınmasını onaylıyorum.
- □ Serbest Seçenek/Yazarın Seçimi

19/07/2017

Cansu Şen

ETİK

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- = tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

21/06/2017

Cansu ŞEN

ÖZET

SÜREKLİ FAZ KİPLEMESİ İÇİN DÜŞÜK KARMAŞIKLIĞA SAHİP ALICILAR

CANSU ŞEN

Yüksek Lisans, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü Tez Danışmanı: Doç. Dr. Emre Aktaş Haziran 2017, 60 sayfa

Sürekli Faz Kiplenimi (SFK) sabit zarfı ve spektral verimliliğinden dolayı pek çok güç ve bant kısıtlı haberleşme sisteminde tercih edilmiştir. Bu tez kapsamında, sürekli faz kiplemesinde sinyal tasarımı ve alıcı yapılarında kullanılan temel yöntemler analiz edilmektedir. Sürekli faz kiplemesinde sinyal hafızaya sahip olduğu için basit alıcı yapıları kullanmak mümkün olmamaktadır. Sağladığı üstün spektral verimliliğe rağmen SFK'nın çok yollu frekans seçici kanallar üzerinden en büyük olabilirlik kestirimi süper kafes üzerinde yürütülen yoğun işlemlere dayanmaktadır. Bu kafes kiplenim ve çok yollu kanal hafızalarının birleşimini göz önüne alır. Bu durum alıcıda pratik boyutların üstünde işlemsel hacime neden olabilmektedir. Durum azaltılmış kafes araştırma algoritmalarının kullanımı bu karmaşıklığı belli bir ölçüde azaltmakla birlikte uzun kanal dürtü yanıtları söz konusu olduğunda problem devam etmektedir. Bu tezde SFK'nın Laurent gösterimi ile elde edilen optimum en büyük olabilirlik alıcı yapısı Viterbi algoritması kullanılarak incelenmiştir. Ayrıca donanım gereksinimlerini azaltan ve optimuma yakın performansa sahip Walsh sinyal uzayındaki SFK sinyalinin ayrışımı analiz edilmiştir. Alıcıdaki karmaşıklığın azaltılması amacıyla hem Laurent ayrışımı tabanlı hem de Walsh sinyal uzayında olası alt-optimal alıcı yapıları incelenmiş ve eklemeli beyaz Gauss gürültü altında MATLAB benzetimleri kullanılarak sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Sürekli Faz Kiplemesi, En Büyük Olabilirlik Dizi Kestirim (EBODK) Alıcısı, Viterbi Algoritması, Laurent Ayrışımı, Walsh Sinyal Uzayı Alıcısı

ABSTRACT

LOW COMPLEXITY RECEIVERS FOR CONTINUOUS PHASE MODULATION

CANSU ŞEN

Master of Science, Department of Electrical and Electronics Engineering

Supervisor: Doç. Dr. Emre Aktaş

June 2017, 60 pages

Continuous Phase Modulation (CPM) is preferred in numerous power and band-limited communication systems for its constant envelope and spectral effciency. Despite its highly attractive spectral properties, maximum-likelihood detection of CPM over the frequency-selective multipath fading channels can bring impractical complexity issues because of the intensive search over a single super trellis which combines the effects of the modulation and the multipath channel. Application of the reduced-state trellis search algorithms results in lower complexity but the computational load could still be prohibitively large to obtain high performance in long channel impulse responses. This thesis investigates practical implementations of a maximum likelihood sequence estimator (MLSE) receiver for CPM based on Laurent decomposition using Viterbi algorithm. On the other hand, the decomposition of the CPM signal in the Walsh signal space that brings the less hardware requirement is investigated. For both of the receiver structure, some suboptimal versions are proposed to reduce the receiver complexity and the performance comparison is done for additive white Gaussian noise channels via MATLAB simulation.

Keywords: Continuous Phase Modulation, Maksimum Likelihood Sequence Estimator (MLSE) Receiver, Viterbi Algorithm, Laurent Decomposition, Walsh Signal Space Receiver

TEŞEKKÜR

İlk olarak çalışmalarım ve araştırmalarım boyunca sağladığı değerli görüş ve yardımlarından dolayı tez danışmanım Doç. Dr. Emre Aktaş'a,

Bilgi ve deneyimlerini paylaşarak önemli katkı sağlayan değerli jüri üyelerine,

Kazandırdıkları farklı bakış açıları ve içtenlikle gösterdikleri destek için iş arkadaşlarıma, özellikle Soner Yeşil ve Mustafa Kesal'a,

Öğrenmeye başladığım ilk andan itibaren sonsuz sevgileri ile önce yaşamayı sonrasında başarmayı sevdiren sevgili annem ve ilköğretmenim babama,

En özel olarak da her zaman yanımda olan, sabır ve özveriyle beni daima destekleyen canım ablam Pınar Şen Aktaş'a, bana inandığı, hayatımı çok daha anlamlı ve renkli süprizlerle dolu kıldığı için teşekkür ederim.

Ve son olarak ailemize katıldığı andan itibaren ilgisi, hosgörüsü, sevgisi ile hayatımızı zenginleştiren Tuğcan Aktaş'a verdiği faydalı ipuçları, hiçbir zaman bitmeyeceğini bildiğim desteği için teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

Saufa	
Javia	

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	iv
ÇİZELGELER	vi
ŞEKİLLER	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR	ix
SÖZLÜK DİZİNİ	xiii
1. GİRİŞ	1
2. FAZDA İLETİM ANALİZİ VE SFK SİNYAL MODELİ	4
2.1. Sürekli Faz Kiplenimi	4
2.1.1. Kısmi ve Tam Yanıt SFK	5
2.1.2. Sürekli Faz Sayısal Frekans Kiplenimi	7
2.1.3. En Az Kaydırma Kiplenimi ve Gauss En Az Kaydırma Kiplenimi	9
2.1.4. Uyumlandırılmış SFK	10
2.1.5. En Çok Kullanılan SFK Darbe Şekilleri	10
2.2. SFK Sinyallerinin Performansı ve En Kısa Öklid Uzaklığının Sınırları	12
3. TOPLANIR BEYAZ GAUSS GÜRÜLTÜLÜ KANALDA OPTİMAL ALICI YAPISI	17
3.1. En Büyük Olabilirlik Dizi Kestirim Alıcısı	17
3.2. SFK'da Kafes Yapısı ve Karşılık Gelen Viterbi Algoritması	18
3.3. İndirgenmiş Kafes ile Alt-Optimal Alıcı Yapısı	21
4. LAURENT GÖSTERİMİNE DAYALI VİTERBİ ALICI YAPISI	23
4.1. Laurent Serisi	23
4.2. Laurent Ayrışımı	23
4.3. Laurent Ayrışımına Uygun Optimum En Büyük Olabilirlik Dizi Kestirimi	27

4.4. Laurent Ayrışımında Kullanılan En Uygun Viterbi Alıcısı	29
4.5. Laurent Ayrışımı ile Alt-Optimal Alıcı Yapıları	30
4.5.1. İndirgenmiş Kafes ile Alt-Optimal Alıcı Yapısı	31
4.5.2. Daraltılmış Sinyal Uzayında Çalışan Laurent Alt-Optimal Alıcı Yapısı	32
5. WALSH SİNYAL UZAYINDA SFK ALICI YAPISI	34
5.1. Walsh Sinyal Uzayı ile Optimal SFK Alıcısı	34
5.2. Walsh Sinyal Uzayı ile Alt-optimal SFK Alıcısı	37
5.2.1. İndirgenmiş Kafes ile Walsh Sinyal Uzayı Alt-Optimal Alıcı Yapısı	39
6. BENZETİM BULGULARI	41
7. SFK ALICISI İÇİN ÖNERİLEN DİĞER TASARIMLAR	51
7.1. Rimoldi Ayrışımı	51
7.2. Mengali & Modelli Ayrışımı	51
7.3. Huber ve Liu	52
7.4. Simmons	53
8. SONUÇ	54
KAYNAKLAR	56
ÖZGEÇMİŞ	59

ÇİZELGELER

	Sayfa
ÇİZELGE 2.1.En Çok Kullanılan SFK Darbe Şekilleri	. 12
\mathcal{F} IZELGE 5.1. $\boldsymbol{B} = 2$ için $\boldsymbol{w}_{j}^{(m)}$ değerleri	. 39
\mathcal{F} IZELGE 5.2. $\boldsymbol{B} = 4$ için $\boldsymbol{w}_{j}^{(m)}$ değerleri	. 39
ÇİZELGE 6.1. $M = 2, h = 1/2$ ve $E_s/N_0 = 10 dB$ için hata performansı ve	
KARMAŞIKLIK KIYASLAMASI	. 46
ÇİZELGE 6.2. $M = 2, h = 3/4$ ve Bît hata oranı 10^{-4} için performans ve	
KARMAŞIKLIK KIYASLAMASI	. 46
ÇİZELGE 6.3. $M = 4$, $h = 3/4$ ve Bît hata oranı 10^{-4} için performans ve	
KARMAŞIKLIK KIYASLAMASI	. 50

ŞEKİLLER

Şekil	2.1.	Tam Yanıt SFK İçin Darbe Şekilleri	6
Şekil	2.2.	Kısmi Yanıt SFK İçin Darbe Şekilleri	6
Şekil	2.3.	Örnek İkili Tam Yanıt Sürekli Faz Kiplenimi İçin Faz Gezingesi	7
Şekil	2.4.	Bant-Geçiren Sayısal Frekans Kiplenim Sinyali	8
Şekil	2.5.	Süreksiz Faz Sayısal Frekans Kiplenimi	8
Şekil	2.6.	Sürekli Faz Sayısal Frekans Kiplenimi	9
Şekil	2.7.	L=1 için LRC Darbe Şekilleri	11
Şekil	2.8.	L=2 için LRC Darbe Şekilleri	11
Şekil	2.9.	GEAKK İçin Darbe Şekilleri	12
Şekil	2.10.	En kısa uzaklığının kipleme indeksine göre değişimi	16
Şekil	3.1.	SFK İçin Optimum Alıcı Yapısı	20
Şekil	4.1.	z Düzleminde Birim Çembere Göre İnceleme	24
Şekil	4.2.	GEAKK $L = 3$, $BT = 0.3$, $h = 0.5$ için Laurent Sinyal Bileşenleri	26
Şekil	4.3.	Laurent Gösteriminde İkili SFK Kiplemesi için Optimum MLSE Alıcısı	30
Şekil	5.1.	Walsh Fonksiyonlarının İlk Dört Tanesi	35
Şekil	5.2.	Walsh Yönteminde Kullanılan Alıcı Yapısı	39
Şekil	6.1.	M = 2, $h = 1/2$ için SFK'nın Geleneksel Optimal Alıcı Performansı: tüm kafes ve indirgenmiş kafes üzerinde çalışan Viterbi algoritmaları karşılaştırması	42
Şekil	6.2.	Laurent Tabanlı Alıcı Performansları: optimal ve alt-optimal karşılaştırması $(h = 1/2, M = 2)$	44
Şekil	6.3.	Walsh Sinyal Uzayı Alıcı Performansları: optimal ve alt-optimal karşılaştırması ($m{h}=1/2)$	45
Şekil	6.4.	M = 2, $h = 3/4$ için Laurent ve Walsh Tabanlı Alıcı Performansları: optimal ve alt-optimal karşılaştırması	47
Şekil	6.5.	h=1/4 için Laurent ve Walsh Tabanlı Alıcı Performansları: optimal ve alt-optimal karşılaştırması	48

Şekil 6.6. h=3/4 için Optimal ve Walsh Tabanlı Alıcı Performansları Karşılaştırması ... 49

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

A_c	Taşıyıcı Frekansın Kipleme Sinyal Seviyesi
a _{k,n}	SFK Sözde Sembolleri
α	İletilen Bilgi Sembolleri Dizisi
α_n	n Anına Kadar İletilen Bilgi Sembolleri Dizisi
\hat{lpha}	Kestirim Sembol Dizisi
В	Walsh Darbe Genlik Kiplenim Sinyali Sayısı
BT	Zaman Sıklık Bantları Çarpımları
$\beta_{k,j}$	k İndisinin İkili Gösteriminde Kullanılan Bitler
$c_k(t)$	Laurent Sinyal Bileşenleri
d_{ij}^2	İki Sinyal Arasındaki Öklid Uzunluğu
E	Sembol Enerjisi
D _f	Frekans Kiplemesi Kazanç Sabiti
\mathcal{E}_{b}	Bit Enerjisi
f _c	Taşıyıcı Frekans
$g_k(t)$	Ayrışım Darbeleri
$\boldsymbol{g}(t)$	Frekans Yanıt Fonksiyonu
h	Kipleme İndeksi
ĵ	Kestirilen Dizi
К	Laurent Darbe Genlik Kiplenim Sinyali Sayısı
<i></i> К	Laurent Tabanlı Alt-optimum Alıcı İçin Kabul Edilen Ayrışım Boyutu
$K_{\delta_{min}}$	En Kısa Uzunluğa Sahip Yolların Sayısı
L	Darbe Uzunluğu
$L_n(\alpha_n)$	n Anındaki Kestirim (Dal) Metriği
М	Alfabe Büyüklüğü
<i>m</i> (<i>t</i>)	Taban Bant Sayısal Sinyali

Ν	Blok Uzunluğu
<i>n</i> (<i>t</i>)	Tabanbantta Karmaşık Sıfır Ortalamalı Beyaz Gauss Gürültü Fonksiyonu
P_M	Hata Oranı Performansı
R _u	Laurent Sinyal Bileşenleri Arasındaki Çapraz İlinti Fonksiyonu
<i>r</i> (<i>t</i>)	Alıcıda İşlenecek Olan Tabanbant Sinyali
$\mathbf{s}(t)$	SFK Sinyali
$\mathbf{s}_{b}(t, oldsymbol{lpha})$	SFK Sinyalinin Karmaşık Zarfı
Т	Sinyalleme Periyodu
q(t)	Faz Yanıt Fonksiyonu
α_n	n Anında İletilen Bilgi Sembolü
ϕ_{c}	Taşıyıcı Faz
θ_n	Geçmişe Ait Faz Bilgisi
$\phi(t; oldsymbol{lpha})$	Faz Gezingesi
$\delta^2_{\it min}$	SFK Performansı
$\sigma(\mathbf{n})$	n Anındaki Kafes Evresi
$\tilde{\sigma}(\mathbf{n})$	İndirgenmiş Kafes Evresi
γ_n	Viterbi Algoritmasında Maksimize Edilecek Metrik Sembolü
$\tilde{\gamma}_{n}$	İndirgenmiş Viterbi Algoritmasında Maksimize Edilecek Metrik Sembolü
W _c	Radyan Taşıyıcı Frekansı, $2\pi f_c$
$w_j(t)$	Walsh Fonksiyonları
ξ	Fark Dizisi
$\mathbf{y}(t)$	Bant-geçiren Alınan Sinyali
Ζ	PAM Bileşenlerinin Sayısı

Kısaltmalar

AM	Amplitude Modulation
BER	Bit Error Rate

BHO	Bit Hata Oranı
BPSK	Binary Phase Shifting Keying
DECT	Digital Enhanced Cordless Telecommunications
EAKK	En Az Kaydırma Kiplenimi
EBODK	En Büyük Olabilirlik Dizi Kestirimi
EGPRS	Enhanced General Packet Radio Service
FSK	Frequency Shift Keying
GEAKK	Gauss En Az Kaydırma Kiplenimi
GMSK	Gauss Minimum Shift Keying
GPRS	General Packet Radio Service
GSM	Mobil İletişimi İçin Global Sistemler
GTFM	Generalized Tamed Frequency Modulation
H – CPM	Harmonized Continuous Phase Modulation
IPB	Input Power Backoff
ISI	Intersymbol Interference
İFKA	İkili Faz Kaydırma Anahtarlama
KY – SFK	Kısmi Yanıt Sürekli Faz Kiplemesi
LRC	Length Raised Cosine
LREC	Length Rectangular
MAP	Maksimum a Posteriori Probability
MLSE	Maksimum Likelihood Sequence Estimator
MMSE	Minimum Mean Square Error
MSK	Minimum Shift Keying
PAM	Pulse Amplitude Modulation
PAPR	Peak to Average Power Ratio
PSK	Phase Shift Keying
SFK	Sürekli Faz Kiplemesi

SFSFK	Sürekli Faz Sayısal Frekans Kiplenimi
SGKH	Sayısal Güçlendirilmiş Kablosuz Haberleşme
SGO	Sinyal Gürültü Oranı
SNR	Signal to Noise Ratio
SOQPSK	Shaped Offset Quadrature Phase Shift Keying
TBGG	Toplanır Beyaz Gauss Gürültü
TFM	Tamed Frequency Modulation
TY – SFK	Tam Yanıt Sürekli Faz Kiplemesi
U – SFK	Uyumlandırılmış Sürekli Faz Kiplemesi

SÖZLÜK DİZİNİ

Altdizi	:	Subsequence
Aly-optimal	:	Suboptimal
Anabant Eșdeğeri	:	Baseband Equivalent
Ayrışım	:	Decomposition
Bellek	:	Memory
Çok Seviyeli Kipleme	:	Multilevel Modulation
Dal	:	Branch
Darbe Biçimlendirici	:	Pulse Shaping
Darbe Şekli	:	Pulse Shape
Emniyet Telsiz Sistemleri	:	Safety Radio Systems
En Büyük Olabilirlik Alıcısı	:	Maximum Likelihood Receiver
Evreuyumlu Alıcı	:	Coherent Receiver
Faz Gezingesi	:	Phase Trajectory
Genlik Kiplenim Sinyali	:	Pulse Amplitude Modulation
Girișim	:	Interference
İkili	:	Binary
İşaret Gürültü Oranı	:	Signal to Noise Ratio
Kafes Grafiği	:	Trellis Diagram
Kazanç	:	Gain
Kestirici	:	Estimator
Kısmi Yanıt	:	Partial Response
Ödünleşme	:	Trade Off
Öklid Uzunluğu	:	Euclidean Distance
Örnekleme	:	Sampling
Örtüşmek	:	Overlap
Sabit Zarf	:	Constant Envelope
Salınım	:	Oscillation
Sayısal Frekans Kiplenimi	:	Frequency Shift Keying
Sayısal Güçlendirilmiş Kablosuz Haberleşme	:	Digital Enhanced Cordless Telecommunication
Sayısal Hücresel Haberleşme Sistemleri	:	Digital Cellular Telecommunications Systems

Sonlu Evre Makinası

Sözde

Sürekli Faz Kiplemesi

Tabanbant Sinyali

Tam Yanıt

Taşıyıcı Frekans

Tekrarlamalı

Tepesi Kesik

Toplanır Beyaz Gauss Gürültüsü

Uyumlu Süzgeç

Uyumlandırılmış

Üstdüşüm

Yan Lob

Yükselmiş

- : Zero Mean
- : Finite State Machine
- : Pseudo
- : Continuous Phase Modulation
- : Baseband Signal
- : Full Response
- : Carrier Frequency
- : Recursive
- : Truncated
- : Additive White Gaussian Noise
- : Matched Filter
- : Harmonized
- : Süperposition
- : Side Lobe
- : Raised

1. GİRİŞ

Sürekli Faz Kiplenimi (SFK), yüksek spektral verimliliğin yanısıra kusursuz güç verimliliğine sahip dalga şekillerinin sayısal iletişimde kullanılmasını sağlayan bir kipleme yöntemidir [1][2]. SFK'nın temel özelliği olan faz sürekliliği, bant-dışı sinyal gücünü azaltarak yüksek spektral verimlilik, diğer bir deyişle, kullanılan bant genişliğinden kazanç sağlar. Diğer yandan, SFK iletiminde tipik olarak kullanılan sabit radyo frekansı (RF) zarfı, pek çok güç kısıtlı iletişim sisteminde tercih sebebidir.

SFK'nın sahip olduğu dar ana bant ve hızlı sönümlenen yan bantlar, sabit RF zarfı, ve içeriğinde bulunan kiplenim belleğinin tekrarlanan faz kodlama özelliğine sahip olması, SFK'nın özellikle batarya verimliliğinin ön planda olduğu iletişim sistemlerinde tercih edilmesine yol açmaktadır. Karşılaştırma yapmak gerekirse, doğrusal ve belleği olmayan diğer sayısal kiplenim tekniklerinde (örneğin, AM, PSK), keskin faz değişimlerinin neden olduğu geniş spektrumları sınırlamak için bant sınırlayıcı süzgeçlerin kullanımı gerekmektedir. Bu süzgeçlerin kullanımı ise RF zarflarında yüksek salınımlara ve bunun sonucunda iletimde tepe gücün ortalama güce oranının yükselmesine neden olmaktadır. Literatürde, PAPR (peak to average power ratio) problemi olarak bilinen bu durum, uydu ve gezgin radyo haberleşmesi başta olmak üzere batarya verimliliğinin en önemli sistem gereksinimi olduğu haberleşme senaryolarınlarda göndermeç gücünün düşürülmesi gibi istenemeyen bir etkiye yol açmaktadır. Dolayısıyla, SFK kullanan sistemler ile sağlanan iletim gücü artışları hata performansı yönünden bu sistemleri avantajlı kılacaktır.

SFK tipi dalga biçimlerinin oluşturulmasındaki öngörü, sabit zarflı sayısal kiplemelerin bant genişliğinin bilgi taşıyan faz çeşitliliği düşünülerek azaltılabileceğine dayanmaktadır. SFK için bu işlem, filtre kullanılarak fazın şekillenmesiyle yapılır [3]. Basit AM ve PSK sistemlerden farklı olarak istemli olarak yaratılmış bir girişim örüntüsü temel alınır. Bu ise SFK iletiminde bir bellek (geçmişe bağımlılık) kullanılmasını gerektirir. SFK iletiminin özünde olan bellek sebebiyle, iletim sonlu evre makinasıyla ya da kafes şemasıyla gösterilebilir. Kafes grafiğinin kullanılması SFK sinyallerinin kod çözme işlemlerinde fayda sağlar. Kod çözme karmaşıklığı kafes grafiğindeki evre sayısına, evre sayısı da kipleme indisine (h), giriş sinyalinin boyutuna, kipleme belleğine bağlıdır.

SFK'nın en çok bilinen şemaları, darbe uzunluklu yükselmiş cosinüs (LRC), ehlileştirilmiş frekans

kiplemesi (TFM), genelleştilmiş TFM (GTFM), ez az kaydırmalı kiplenim (EAKK) ve Gauss MSK (GEAKK) dir. Gauss en az kaydırmalı kiplenim (GMSK) tekniği, sayısal artırılmış kablosuz haberleşme (DECT) ve mobil iletişimi için global sistemler (GSM) standartlarında özelleşmiştir. Ayrıca 2.5 nesil (2.5N) için genel paket radyo servis (GPRS) ve 2.75 nesil (2.75N) için gelişmiş GPRS (EGPRS) sistemlerinde kullanılır [4].

SFK 'nın tüm kullanışlı özelliklerine rağmen, optimum bir SFK modeminin tasarımı yüksek bir hesapsal karmaşıklık gerektirmektedir. SFK'nın serbest parametresi olan *M* alfabe büyüklüğünü temsil eder. *M*'nin artması sinyal gürültü oranının (SNR) yüksek olduğu durumdaki sembol hata olasılığı ile spektrum arasında ödünleşmeye (trade off) sebep olur. Anlık frekansın sembol aralıklarında sabit olmadığı sistemlerdeki modulasyon indisleri için bu ödünleşme meydana gelir [1].

Optimum SFK modeminin gerektirdiği bu yüksek karmaşıklık, bazı basitleştirme çalışmalarının ortaya çıkmasına sebep olmuştur. Bu çalışmalardan literatürde en yaygın olarak kullanılanları Rimoldi [3] ve Laurent [5] tarafından geliştirilmiş olan yöntemlerdir.

Bu tez çalışmasındaki amaç Sürekli Faz Kiplemesinde sinyal tasarımı ve alıcı yapılarında kullanılan temel yöntemleri ortaya çıkarmaktır. SFK iletimde, sinyal hafızaya sahip olduğu için basit alıcı yapıları kullanmak uygun olmamaktadır. Uygun olan alıcılar da yüksek karmaşıklığa sahiptir. Bu çalışmada Laurent tarafından geliştirilen basitleştirme yöntemleri temel alınarak, optimum en büyük olabilirlik alıcı yapısı elde edilmiştir. Dizi evrelerinin olabilirlik kestiriminde Viterbi algoritması kullanılmıştır ve alıcıdaki karmaşıklığın azaltılması MATLAB benzetimleriyle incelenmiştir. Ayrıca Walsh sinyal uzayındaki SFK sinyalinin ayrışımı temel alınarak modellenen ve yarı-optimum sonuç veren alıcı yapısı analiz edilmiştir. Hata performansı Laurent yöntemiyle edinilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Tez çalışmasının ikinci bölümünde, bilginin fazda sürekli ve süreksiz iletimi gösterilip, SFK sinyal modeli detaylı bir şekilde tanıtılarak SFK çeşitleri hakkında bilgi verilmiştir. En çok kullanılan SFK çeşitlerinden olan En Az Kaydırma Kiplenimi (EAKK) ve Gauss En Az Kaydırma Kiplenimi (GEAKK) açıklanıp ve SFK ile ilişkisi anlatılmıştır. Ayrıca Öklit uzaklığına göre, en kısa uzunluğun alt ve üst sınırları belirtilmiştir.

Üçüncü bölümde, Viterbi algoritmasına dayalı optimum evreuyumlu alıcı yapısı incelenmiştir.

Dördüncü bölümde, Laurent gösterimine bağlı kalınarak optimum en büyük olabilirlik alıcı yapısı modellenmiştir.

Beşinci bölümde, Walsh sinyal uzayındaki SFK sinyalinin ayrışımı temel alınarak optimum performansa yakın sonuç veren alıcı modeli analiz edilmiştir.

Altıncı bölümde, sinyal gürültü oranı (SGO) cinsinden alıcı performancı incelenmiş ve farklı SGO değerleri için uyumlu filtreden geçirilip örneklenen sinyalin dağılımı gösterilmiştir. Laurent ayrışım sonuçları ile Walsh sinyal uzayında elde edilen sonuçlar teorik değerlerle karşılaştırılmıştır.

Yedinci bölümde, bu tezde yapılan çalışmalara benzer alıcı yapıları için önerilen yöntemlerden bahsedilerek ileride yapılabilecek olası çalışmalara değinilmiştir.

Sekizinci bölümde alıcı yapıları için edinilen benzetim sonuçları yorumlanarak, hata performansları değerlendirilmiştir. Ayrıca gelecekteki çalışmalar için öneriler sunulmuştur.

2. FAZDA İLETİM ANALİZİ VE SFK SİNYAL MODELİ

Bu bölümde sürekli faz kiplemesinin (SFK) sinyal yapısı tanımlanıp, kısmi ve tam yanıt SFK modelleri hakkında bilgi verilmiştir. Ayrıca iletişim sistemlerinde sıklıkla kullanılan SFK darbe şekilleri anlatılmıştır.

2.1 Sürekli Faz Kiplenimi

SFK yönteminde, bilgi iletimi faz üzerinden yapıldığından, radyo frekans sinyal zarfı sabittir ve faz sürekli biçimde değişir. Bütün SFK sinyalleri için sinyal modeli

$$\mathbf{s}(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[\mathbf{w}_c t + 2\pi \sum_{i=0}^{n} \alpha_i h_i \mathbf{q}(t - iT)], \qquad \mathbf{n} T < t < (n+1)T$$
(2.1)

şeklinde yazılabilir [6]. Denklem (2.1)'de, α_n kiplenim girişine sunulan M ögeli veri sembollerini gösterirken, h_i , q_t ve L sırasıyla kipleme indeksini, faz yanıt fonksiyonunu ve sembol süresinin bir tam katı olmak üzere darbe uzunluğunu temsil eder. SFK sinyalleri faz yanıt fonksiyonu olan q_t ya da onun türevi olan frekans yanıt fonksiyonu (g(t)) ile ifade edilir ve aralarındaki bağıntı

$$q(t) = \int_{-\infty}^{t} g(\tau) d\tau.$$
 (2.2)

denklemiyle tanımlanır. Tüm SFK sinyalleri için tanımlanan denklem (2.1)'deki genel formül iletilen sinyal için özelleştirilip daha yakından incelendiğinde iletilen veri sembol dizisi α için, SFK sinyali

$$\mathbf{s}(t, \alpha) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[2\pi f_c t + \phi(t, \alpha) + \phi_0].$$
(2.3)

şeklindedir. Denklem (2.1)'de f_c ve ϕ_0 sırasıyla radyo dalgasının taşıyıcı frekasını ve sabit evre (faz) kaymasını gösterir. ϕ_0 evre uyumlu iletimde genellikle sıfır kabul edilir [1]. $\phi(t, \alpha)$ ise veri sembollerini taşıyan faz içeriğini gösterirken

$$\phi(t, \alpha) = 2\pi \sum_{i} \alpha_{i} h_{\underline{i}} q(t - iT)$$
(2.4)

denklemiyle ifade edilir. Burada <u>i</u>

$$\underline{i} = i \mod (H). \tag{2.5}$$

olarak tanımlanır. Yani, gerçel kipleme indekslerinin dizisi ..., h_{-2} , h_{-1} , h_0 , h_1 , h_2 , ... dir ve denklem (2.4)'deki altı çizili index, *i*'nin *H*'ye göre modu alınmış halidir. Bu da ..., h_0 , h_1 , h_2 , ..., h_{H-1} , h_0 , h_1 , h_2 , ... gibi sadece *H* farklı sabitin periyodik olarak kullanıldığını gösterir. H = 1 olduğunda, sadece bir kipleme indeksi h_0 vardır ve *h* ile gösterilir. H > 1 olduğunda ise çoklu-h olarak adlandırılır, *H* genellikle küçük pozitif değerler alır. Veri sembolleri dizisi $\alpha = ..., \alpha_{-2}, \alpha_{-1},$ α_0 , α_1 , α_2 , ...'nın birbirinden bağımsız ve *M* öğeli alfabeden eşit olasılıkla rastgele seçildiği varsayılır. Bir başka deyişle, sembollerin her biri 1/M eşit olasılığıyla *M* öğeli alfabeden

$$\alpha_i \in \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm (M-1)\}, \qquad i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$
 (2.6)

değerlerini alır. Genellikle *M*'nin 2'nin kuvveti olduğu varsayılır ama bu gerekli değildir. Frekans darbe fonksiyonu g(t) sürekli olup (0, LT) aralığında tanımlanır ve $\int_{-\infty}^{+\infty} g(t) dt = 1/2$ ifadesini sağlayacak şekilde normalize edilir. Bu yüzden q(t) fonksiyonu t > LT için sabit olup

$$\boldsymbol{q}(t) = \int_{0}^{t} \boldsymbol{g}(\tau) \boldsymbol{d}\tau = \begin{cases} 0 & t < 0, \\ \frac{1}{2} & t \ge LT \end{cases}$$
(2.7)

olarak tanımlanır. q(t) fonksiyonuna dikkat edilirse, t anındaki faz yanıtı en son gönderilmiş olan L tane sembol üzerinden faz iletimini etkiler, bu da L > 1 olduğu durumda belleğe sahip bir iletim yapmak anlamına gelmektedir. Denklem 2.7'de gösterildiği üzere, g(t) hiç dürtü ya da kesiklik olmadan sürekli darbe şekline sahip olduğundan, SFK sinyalinde faz $\phi(t, \alpha)$ süreklidir. Ayrıca, denklem (2.1)'de görüldüğü gibi SFK sinyalinin zarfı doğası gereği sabittir ve $\sqrt{2E/T}$ 'dir.

2.1.1 Kısmi ve Tam Yanıt SFK

SFK'nın asıl formu darbe uzunluğuna (*L*), kipleme indeksine (*h_k*), veri sembollerinin alfabe boyutuna (*M*) ve frekans darbe fonksiyonuna (*g*(*t*)) bağlıdır. *L* = 1 olduğunda frekans darbesi sadece bir sembol aralığını kapsar ve tam yanıt SFK (TY-SFK) olarak adlandırılır. Tam yanıt SFK için Şekil 2.1'deki frekans darbe fonksiyonu örnek olarak gösterilmiştir ve burada faz yanıt darbe fonksiyonu [1]

$$q(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ \frac{t}{2T}, & 0 \le t \le T \\ \frac{1}{2}, & t \ge T \end{cases}$$
(2.8)

olarak elde edilir. Faz gezingesi Şekil 2.3'te gösterilen bu örnek TY-SFK gibi 2.8 nolu denklem ile her sembol aralığındaki doğrusal faz gezingesi uyumludur. Bu kipleme tasarısı tam yanıt için olsa da herhangi bir belirli sembol aralığındaki faz önceki veri sembollerine bağlıdır.



a. Tam Yanıt Frekans Darbesi

b. Tam Yanıt Faz Darbesi

 $\rightarrow t$

Şekil 2.1. Tam Yanıt SFK İçin Darbe Şekilleri



Şekil 2.2. Kısmi Yanıt SFK İçin Darbe Şekilleri

L > 1 olduğunda frekans darbesi birden fazla aralığı içerir ve frekans darbeleri (g(t)) verilen bir sembol süresince örtüşür. Yani, özel bir veri sembolü birkaç veri sembol aralığında kısmi olarak görünür ve bu nedenle Kısmi Yanıt SFK (KY-SFK) olarak adlandırılır. Ardışıl veri sembolleri birbiri üzerine örtüştüğü için, kipleme şemasına bellek eklenir ve bu nedenle TY-SFK'ya göre daha karmaşık alıcı yapıları gerektirir. Fakat, faz üzerinde daha pürüzsüz bir geçiş sağladığından, daha verimli bir spektrum kullanımı sağlar. Bu nedenle de literaturde düşük karmaşıklığa sahip alıcı yapıları ile hata performasından ödün vermeden gerçeklenebilecek KY-SFK sistemleri



Şekil 2.3. Örnek İkili Tam Yanıt Sürekli Faz Kiplenimi İçin Faz Gezingesi

önemli yer kaplar [6]. Örnek olarak Şekil 2.1 ve Şekil 2.2'de sırasıyla tam yanıt SFK ve kısmı yanıt SFK için örnek frekans darbe ve faz darbe şekilleri gösterilmektedir.

2.1.2 Sürekli Faz Sayısal Frekans Kiplenimi

Sayısal Frekans Kiplenimi (frequency shift keying), bilginin taşıyıcı sinüsoidal frekansın üzerindeki değişimlerle iletildiği bir kipleme şeklidir. Sayısal Frekans Kipleniminde sinyal teorik olarak birbirinden bağımsız osilatörler arasında anahtarlama ile üretilebilir. Bu durumda genel olarak iki osilator farklı fazlarda olacağından iletilen sinyalin fazı da süreksiz olacaktır. Örnek olarak, ikili sürekli faz sayısal frekans kiplenimi örnek verilebilir. Bu örnekte, işaret ve boşluk frekansı olan iki frekans seçilir ve Şekil 2.4'deki gibi 1 sembolü için işaret frekansı, 0 sembolü için boşluk frekansı üzerinde iletim yapılır.

Verici çıkış hattı Şekil 2.5'te gösterildiği gibi iki farklı osilatör arasında anahtarlandığında, kip-



Şekil 2.4. Bant-Geçiren Sayısal Frekans Kiplenim Sinyali

lenim sinyali t zaman aralığında

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{A}_{c} \mathbf{cos}[\mathbf{w}_{c}t + \phi(t)] = \begin{cases} \mathbf{A}_{c} \mathbf{cos}(\mathbf{w}_{1}t + \phi_{1}), & 1 \text{ gönderildiğinde} \\ \mathbf{A}_{c} \mathbf{cos}(\mathbf{w}_{2}t + \phi_{2}), & 0 \text{ gönderildiğinde} \end{cases}$$
(2.9)

olarak gösterilir [7]. f_1 işaret frekansı, f_2 aralık frekansı olarak adlandırılırken, ϕ_1 ve ϕ_2 'de iki osilatörün başlangıç fazlarıdır. Buradan anlaşıldığı gibi anahtarlama zamanlarında $\phi(t)$ süreksiz olmakta ve gönderilen sinyalin genliğinde ani değişimlere yol açmaktadır. Bu nedenle bu yöntem pratikte kullanılmaz.



Şekil 2.5. Süreksiz Faz Sayısal Frekans Kiplenimi

Bunun yerine, pratikte tek bir osilatör ile elde edilebilecek sürekli faz sayısal frekans kiplenimi

kullanılır. Bu yöntem Şekil 2.6'da gösterildiği gibi veri sinyalinin frekans modülatöre beslenmesiyle elde edilir. Modülatör çıkşındaki Sayısal Faz Kiplenim sinyali,



Şekil 2.6. Sürekli Faz Sayısal Frekans Kiplenimi

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{A}_{c} \cos[\mathbf{w}_{c}t + \mathbf{D}_{f} \int_{-\infty}^{t} \mathbf{m}(\lambda) d\lambda]$$
(2.10)

ya da

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{Re}\{\mathbf{s}_b(t)\mathbf{e}^{j\mathbf{w}_c t}\}\tag{2.11}$$

denklemleriyle gösterilir [7]. Burada $s_b(t)$, s(t)'nin karmaşık zarfı olup

$$\mathbf{s}_{b}(t) = \mathbf{A}_{c} \mathbf{e}^{j\phi(t)} \tag{2.12}$$

olarak yazılabilir ve

$$\phi(t) = D_f \int_{-\infty}^t m(\lambda) d\lambda$$
(2.13)

şeklinde ifade edilir. Sayısal frekans kipleniminde m(t) taban bant sayısal sinyalidir, anahtarlama zamanlarında m(t) süreksiz olmasına rağmen faz fonksiyonu $\phi(t)$ süreklidir çünkü $\phi(t)$, m(t)'nin integraliyle orantılıdır. Bu nedenle de SFSFK yönteminde sinyalin fazı mecburi olarak süreklidir [8] ve bu nedenle sürekli faz sayısal frekans kiplenimi, SFK'nin özel bir alt durumu olarak düşünülebilir.

2.1.3 En Az Kaydırma Kiplenimi ve Gauss En Az Kaydırma Kiplenimi

En Az Kaydırma Kiplenimi (EAKK) ve Gauss En Az Kaydırma Kiplenimi (GEAKK) kablosuz haberleşmede SFK sistemlerinde kullanılan en kapsamlı kipleme yöntemleridir. EAKK tam yanıt SFK'nın özel bir tipidir ve genelde Sayısal Güçlendirilmiş Kablosuz Haberleşme (SGKH) sistemlerinde 1.8GHz de bina içi ortamda kullanılır [9]. GEAKK, EAKK'nın bir çeşidi olarak mobil iletişim için global sistemin (GSM) bel kemiğidir [10] ve cep telefonu sistemlerinin yanında kablosuz yerel ağ uygulamaları, bluetooth gibi diğer sistemlerde de kullanılır. EAKK ve GEAKK, kipleme indeksinin 1/2 olduğu durumda ikili tam yanıt SFK'nın formlarıdır ancak GEAKK kiplemeden önce veri dizisini şekillendirmek için tanımlı bant genişliğine sahip ek Gauss süzgeci kullanır. Bu süzgeç faz iletimlerini yumuşak geçişli yaparken, daha az ikincil kulağa sahip olduğu için EAKK'dan daha iyi spektral verimlilik sağlar ancak simgeler arası girişim artar [11]. GEAKK'nın diğer eksikliği girişim arttığı için daha karmaşık alıcı yapısına ihtiyaç duymasıdır. Yine de pratikte EAKK ve GEAKK için en uygun alıcı modelini gerçekleştirmek kolaydır çünkü alıcı sadece iki tane uyumlu süzgece ihtiyaç duyar. Bu süzgeçleri en makul sayıda kafes evresi kullanan yolları seçen ve her sembol aralığı gecikmesinden sonra bir veri sembolünü çözen en büyük olabilirlik kestiricisi takip eder [3].

SFK'nın diğer güçlü tasarımları ikili olmayan kısmi yanıt SFK ve değişken kipleme indeksine sahip, uyumlu süzgeç grubuna ihtiyaç duyarak fazla sayıda kafes evresinden geçen yolları seçen kestiriciye sahip çeşitleridir. Süzgeç grubunun büyüklüğüyle ve kafes evrelerinin fazlalığıyla karmaşıklık artar ve bu da pratik olarak gerçeklenmesini zorlaştırır. Bu nedenle EAKK ve GEAKK pratikte en çok kullanılan SFK çeşitleridir.

2.1.4 Uyumlandırılmış SFK

Uyumlandırılmış SFK (Harmonized CPM), GEAKK'dan farklı darbe biçimlendirici süzgeç kullanan kısmi yanıt SFK'dır [12]. GEAKK'ya benzer olarak uyumlandırılmış SFK'da EAKK'dan daha az yan lob olduğundan daha yoğun spektruma sahiptir[13]. Bu aynı sinyal gürültü oranında bit hata oranını arttırmadan kısmi yanıt sinyalleri kullanıp kiplemeye ek bellek tanıtılarak sağlanır [14]. Ayrıca U-SFK (H-CPM) korelasyon uzunluğu daha fazla olan darbe şekillendirici süzgeç kullanır böylece komşu kanal girişimi önlenir ve GEAKK'dan daha iyi bant genişliği verimliliği sağlanır [15]. Bu sebeple emniyet telsiz sistemleri gibi dar bant teknolojisi kullanan spektral verimliliğin kritik olduğu durumlarda U-SFK iyi bir seçenektir ancak karmaşıklığı yüksek alıcı yapısına ihtiyaç duyar.

2.1.5 En Çok Kullanılan SFK Darbe Şekilleri

SFK darbe şekillerinden en popüler olanları ÇİZELGE 2.1'de gösterilmiştir. ÇİZELGE 2.1'de *B* parametresi GEAKK darbesinin 3*dB* bant genişliğini sembolize eder. LREC, *L* pozitif tamsayı

olmak üzere *LT* süresinde oluşan dikdörtgen darbeyi göstermektedir. L = 1 olduğundaki sürekli faz sayısal frekans kiplenim (SFSFK) sinyali Şekil 2.1'deki frekans ve faz darbesiyle, L = 2 için LREC darbesi de Şekil 2.2'deki gibi gösterilir. LRC, *LT* süresindeki yükseltilmiş kosinüs darbesini ifade eder. Bu darbeler L = 1 için Şekil 2.7'de ve L = 2 için Şekil 2.8'de gösterilmiştir. L > 1olduğu durumda g(t) darbesi tarafından SFK sinyaline ek bellek tanıtılır [8].





b. Tam Yanıt Faz Darbesi

Şekil 2.7. L=1 için LRC Darbe Şekilleri



a. Kısmi Yanıt Frekans Darbesi

b. Kısmi Yanıt Faz Darbesi

Şekil 2.8. L=2 için LRC Darbe Şekilleri

Şekil 2.9'da zaman sıklık bantları çarpımı olan BT 'nin 0.1'den 1'e değişen değerleri için GEAKK darbeleri gösterilmektedir. Bu şekilde darbenin bant genişliği azalırken darbe süresinin arttığı gözlenmektedir, pratik uygulamalarda sabit sürelerde darbenin genellikle tepesi kesiktir. Küresel mobil iletişim (GSM) diye adlandırılan Avrupa sayısal hücresel haberleşme sistemlerinde GEAKK ile BT = 0.3 kullanılır. Şekil 2.9'da BT = 0.3 için |t| = 1.5T'de GEAKK darbesinin tepesinin kesik olduğu, t > 1.5T'de ise diğerlerine oranla daha az hata oluştuğu gözlenir [8].

$$\begin{array}{ll} \mathsf{LREC} & \boldsymbol{g}(t) = \begin{cases} \displaystyle \frac{1}{2LT} & 0 \leq t \leq LT \\ 0 & \textit{aksihalde} \end{cases} \\ \\ \mathsf{LRC} & \boldsymbol{g}(t) = \begin{cases} \displaystyle \frac{1}{2LT}(1 - \cos\frac{2\pi t}{LT}) & 0 \leq t \leq LT \\ 0 & \textit{aksihalde} \end{cases} \\ \\ \mathsf{GEAKK} & \boldsymbol{g}(t) = \frac{\mathsf{Q}(2\pi \mathsf{B}(t - \frac{T}{2})) - \mathsf{Q}(2\pi \mathsf{B}(t + \frac{T}{2}))}{\sqrt{\ln 2}} \end{array}$$





Şekil 2.9. GEAKK İçin Darbe Şekilleri

2.2 SFK Sinyallerinin Performansı ve En Kısa Öklid Uzaklığının Sınırları

Bu bölümde Sürekli Faz Kiplemesi ve Sürekli Faz Sayısal Frekans Kiplenim sinyalleri için farklı numerik integral alma yöntemleri kullanılarak Öklid sınırlarının hesaplanması anlatılmıştır. En

kısa Öklid uzaklığının kipleme indeksine göre değişimi gözlenmiştir.

Öklid uzaklığı kod kelimelerinin ya da hata durumlarının sinyal aralığındaki en kısa uzaklığına denir. Bu uzaklık t = 0 anında bir düğümden ayrılan ve bir süre sonra aynı düğüme gelen kafes yolları arasındaki uzaklıktır. Herhangi iki kafes düğümünün birbirlerine olan uzaklığı ne kadar fazla olursa ilgili kod kelimelerinin birbine karışma ve dolayısıyla hataya neden olma olasılığı o kadar az olur. Bu sebeple sistemlerin toplanır beyaz Gauss gürültüsü olan kanallarda iyi performans elde etmesi için Öklid uzaklığı en büyük değerine ulaştırılarak tasarlanır. SFK sinyallerinin performans hesaplamasında en büyük olabilirlik dizi algılayıcısı için en kısa Öklid uzaklığı bilinmelidir.

Taşıyıcı faz $\phi(t; \alpha)$ iken iletilen SFK sinyali

$$\mathbf{s}(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{T}} \cos[2\pi f_c t + \phi(t; \alpha)]$$
(2.14)

denklemiyle ifade edilir. $s_i(t)$ ve $s_j(t)$ sinyalleri ile uyumlu iki faz gezingesinin $\phi(t; \alpha_i)$, $\phi(t; \alpha_j)$ olduğu varsayılırsa α_i ve α_j dizilerinin ilk sembolleri farklı olmalıdır. Sembol oranı 1/T iken NT aralığında iki sinyal arasındaki Öklid uzaklığı

$$\begin{aligned} d_{ij}^{2} &= \int_{0}^{NT} [s_{i}(t) - s_{j}(t)]^{2} dt \\ &= \int_{0}^{NT} s_{i}^{2}(t) dt + \int_{0}^{NT} s_{j}^{2}(t) dt - 2 \int_{0}^{NT} s_{i}(t) s_{j}(t) dt \\ &= 2N\mathcal{E} - 2 \frac{2\mathcal{E}}{T} \int_{0}^{NT} \cos[w_{c}t + \phi(t;\alpha_{i})] \cos[w_{c}t + \phi(t;\alpha_{j})] dt \end{aligned}$$
(2.15)
$$&= 2N\mathcal{E} - \frac{2\mathcal{E}}{T} \int_{0}^{NT} \cos[\phi(t;\alpha_{i}) - \phi(t;\alpha_{j})] dt \\ &= \frac{2\mathcal{E}}{T} \int_{0}^{NT} \{1 - \cos[\phi(t;\alpha_{i}) - \phi(t;\alpha_{j})]\} dt \end{aligned}$$

denklemleriyle ifade edilir [8]. Denklem (2.15)'e göre Öklid uzaklığı kafes şemasındaki yolların arasındaki faz farkıyla ilgilidir. d_{ij}^2 bit enerjisi cinsinden

$$\boldsymbol{d}_{ij}^2 = 2\mathcal{E}_b \delta_{ij}^2 \tag{2.16}$$

şeklinde gösterilirse $\mathcal{E} = \mathcal{E}_b log_2 M$ olduğu için (2.15) eşitliği

$$\delta_{ij}^{2} = \frac{\log_{2}M}{T} \int_{0}^{NT} \{1 - \cos[\phi(t; \alpha_{i}) - \phi(t; \alpha_{j})]\} dt$$
(2.17)

olarak hesaplanır. $\phi(t; \alpha_i) - \phi(t; \alpha_j) = \phi(t; \alpha_i - \alpha_j)$ iken $\xi = \alpha_i - \alpha_j$ eşitliği kullanılarak denklem (2.17)

$$\delta_{ij}^2 = \frac{\log_2 M}{T} \int_0^{NT} [1 - \cos\phi(t;\xi)] dt$$
(2.18)

olarak ifade edilirken ξ , $0, \pm 2, \pm 4, ..., \pm 2(M-1)$ değerlerini alabilir ancak $\xi_0 \neq 0$ olmalıdır.

SFK'nın hata oranı performansı en kısa Öklid uzaklığı ile ilgili terim tarafından belirlenirken

$$P_{M} = K_{\delta_{min}} Q\left(\frac{\sqrt{\mathcal{E}_{b}}}{N_{0}} \delta_{min}^{2}\right)$$
(2.19)

 $K_{\delta_{\min}}$ en kısa uzunluğa sahip yolların sayısını gösterirken δ_{\min}^2 ,

$$\delta_{\min}^{2} = \lim_{N \to \infty} \min_{i,j} \delta_{i,j}^{2}$$
$$= \lim_{N \to \infty} \min_{i,j} \left\{ \frac{\log_{2} M}{T} \int_{0}^{NT} [1 - \cos\phi(t; \alpha_{i} - \alpha_{j})] dt \right\}$$
(2.20)

şeklinde yazılabilir [8]. δ_{min}^2 , SFK performansını simgelediğinden alfabe büyüklüğündeki M, kipleme indeksindeki h ve kısmi yanıt SFK'da iletilen darbe uzunluğundaki değişimlerin δ_{min}^2 'e etkileri incelenmelidir.

Tam yanıt (L = 1) SFK'da M = 2 olduğu durumda

$$\boldsymbol{\alpha}_{i} = +1, -1, \alpha_{2}, \alpha_{3}$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{i} = -1, +1, \alpha_{2}, \alpha_{3}$$
(2.21)

eşitliklerindeki gibi veri dizileri k = 0, 1 için farklıyken, $k \ge 2$ 'den itibaren aynıdır, bu sebeple ikinci sembolden sonra faz gezingeleri birleşir. Fark dizisi de

$$\xi = \{2, -2, 0, 0, ...\}$$
(2.22)

denklemine karşılık gelir. Bu dizi için Öklid uzaklığı denklem (2.18)'den kolaylıkla hesaplanır ve δ_{min}^2 için üst sınır sağlanır. M = 2'de SFSFK için bu üst sınır

$$d_{\mathcal{B}}^{2}(h) = 2\left(1 - \frac{\sin 2\pi h}{2\pi h}\right), \qquad M = 2$$
(2.23)

denklemiyle hesaplanır.

Örneğin EAKK'ye karşılık gelen h = 1/2 olduğu durumda üst sınır $d_B^2(1/2) = 2$ sağlanır $\delta_{\min}^2(1/2) \le 2$ denklemi elde edilir.

Tam yanıt SFK'de M > 2 ise faz gezingeleri t = 2T'de birleşir ve $\alpha = \pm 2, \pm 4, ..., \pm 2(M-1)$ iken faz farkı dizisi $\xi = \{\alpha, -\alpha, 0, 0, ...\}$ olarak hesaba katıldığında δ_{min}^2 için üst sınır elde edilir. M'li SFSFK için bu dizinin üst sınırı

$$d_{B}^{2}(h) = \min_{1 \le k \le M-1} \left\{ (2\log_{2}M) \left(1 - \frac{\sin 2k\pi h}{2k\pi h} \right) \right\}$$
(2.24)

olarak ifade edilir. Üst sınır d_B^2 'nin kipleme indeksi h'nin fonksiyonu olarak tam yanıt SFK için diktörtgensel darbeler ile gösterimi Aulin ve Sundberg tarafından 1984'te yayınlanmıştır. M = 2, 4, 8, 16 için $d_B^2(h)$ 'nin h'ye göre olan grafiği Riemann toplam yaklaşımıyla Şekil 2.10 'deki gibi elde edilmiş ve iki grafiğin birbine benzer olduğu gözlenmiştir. Bu grafiklerden anlaşılacağı gibi alfabe büyüklüğü olan M arttıkça performansta yüksek kazanç elde edilebilir. Ancak $\delta_{min}^2(h) \leq d_B^2(h)$ olduğu için tüm h değerlerinde üst sınıra ulaşılamayabilir.



Şekil 2.10. En kısa uzaklığının kipleme indeksine göre değişimi

3. TOPLANIR BEYAZ GAUSS GÜRÜLTÜLÜ KANALDA OPTİMAL ALICI YAPISI

Bu tezin amacı SFK alıcılarını gerçeklemede karşılaşılan zorlukları kolaylaştıran temel alıcı yapılarını incelemektir. Bu bölüm Viterbi algortimasına dayalı optimum alıcı yapısını içermektedir. Toplanır beyaz Gauss gürültülü kanalda, genel SFK sinyalleri için en uygun evreuyumlu alıcı en büyük olabilirlik dizi kestirim alıcısıdır.

3.1 En Büyük Olabilirlik Dizi Kestirim Alıcısı

SFK sinyallerinin belleğe sahip yapısı, bu sinyalleri güç ve bant genişliği bakımından daha etkili yaparken alıcı tarafında veri sembollerini çözme işlemini zorlaştırmaktadır. PSK kiplemesinin tersine SFK sinyalleri ile iletilen veri sembolü sadece sinyalin gözlemlendiği sembol aralığında alıgılanmaz. En uygun SFK sezicisi alınan sinyaller için karar verirken birbirini izleyen birkaç sinyal aralığını ve tüm sinyal dizisini baz alır. Bellekli sistemlerde kipleme sezimi yapılırken en yüksek sonsal olasılık (MAP) yöntemi de kullanılabilir, ancak alınan veri dizisinin tüm sembolleri baz alınarak karar verilir [16]. Diğer yaygın olarak kullanılan yöntem de en büyük olabilirlik dizi kestirimi (EBODK)'dir, bu algoritma daha az karmaşıklığa sahip olduğu için bu tezde EBODK kullanımı tercih edilmiştir.

EBODK alıcısı iletilen tüm olası veri dizilerinden olabilirlik fonksiyonunu en büyük değerine ulaştıran $\alpha = (..., \alpha_1, \alpha_2, ...)$ dizisini seçer. Bu yöntem toplanır beyaz Gauss gürültülü kanalda alınan sinyal y(t) ve iletilen sinyal $s(t, \alpha)$ arasındaki Öklid uzunluğunu en aza indiren α dizisini bularak basitleştirilebilir [17]. Matematiksel olarak ifade etmek istersek, EBODK alıcısında kestirim sonucu

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \underset{\boldsymbol{\alpha}}{\operatorname{argmin}} \int_{-\infty}^{\infty} [\boldsymbol{y}(t) - \boldsymbol{s}(t, \hat{\boldsymbol{\alpha}})]^2 dt$$
(3.1)

$$= \underset{\alpha}{\operatorname{argmin}} \int_{-\infty}^{\infty} y^{2}(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} s^{2}(t, \alpha) dt - 2 \int_{-\infty}^{\infty} y(t) s(t, \alpha) dt$$
(3.2)

olarak ifade edilir. Denklem (3.2)'deki ilk iki terim sabit olduğundan (3.1)'i en aza indirmek için alınan sinyal y(t) ile sinyal terimi $s(t, \alpha)$ arasındaki ilintiyi maksimize eden sembol dizisini hesaplamak yeterlidir. Bu durumda, kestirim sembol dizisi

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \operatorname*{argmax}_{\boldsymbol{\alpha}} \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{y}(t) \boldsymbol{s}(t, \boldsymbol{\alpha}) dt$$
(3.3)

olarak hesaplanabilir. Burada anlatım basitliği için maksimize edilecek ifadeyi $L(\alpha)$ olarak tanımlarsak,

$$L(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) s(t, \alpha) dt, \qquad (3.4)$$

kestirim $L(\alpha)$ metriğini en yüksek değerine ulaştıran α dizisi olacaktır. Fakat, veri dizisi uzun olduğunda olası tüm α değerleri için olasılık fonksiyonunu hesaplamak pratik olmamaktadır. Çünkü olası α dizilerinin sayısı dizi uzunluğu ile üstel olarak artmaktadır. Bu nedenle $s(t, \alpha)$ sinyaline kafes yapısı uygulanır ve basitleştirmek için en etkili method olan Viterbi algoritması kullanılır [6] [8]. Böylece yeni bir sinyal alındığında belirli sayıda dizi hariç tutularak sadeleştirme yapılmış olur. Bu algoritma ilerideki inceleme için her aralığın sonunda kafes fazı sayısına eşit sabit sayıda diziyi tutar. Önümüzdeki kısımda SFK sinyalinin kafes yapısı ve ardından bu kafes yapısına karşılık gelen Viterbi algoritmasının detaylarını inceleyeceğiz.

3.2 SFK'da Kafes Yapısı ve Karşılık Gelen Viterbi Algoritması

EBODK, denklem (3.4)'te verilen metriği maksimize eden diziyi hesaplar. Kafes yapısını algoritmaya yansıtmadan önce denklem (3.3)'ü sembol aralıkları üzerinden bir toplama işlemi olarak yazabiliriz. Eğer α dizisinin n. ana kadar olan kısmını $\alpha_n = (\dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n)$ ile gösterip, metrik $L(\alpha)$ 'daki integrantın n. sembol aralığına denk gelen kısmını $L_n(\alpha_n)$ olarak adlandırırsak

$$L_n(\alpha_n) \triangleq \int_{nT}^{(n+1)T} \mathbf{y}(t) \mathbf{s}(t, \alpha_n) dt,$$

kestirim sonucunu

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \operatorname*{argmax}_{\boldsymbol{\alpha}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} L_n(\boldsymbol{\alpha}_n)$$

şeklinde yeniden yazabiliriz.

Şimdi SFK sinyalinin özelliklerine odaklanalım. Önceki kısımlarda anlatıldığı gibi, SFK sinyali fazından belirlenir. Denklem (2.7) ve (2.4) kullanılarak, *n*. sembol aralığına denk gelen fazı

$$\phi(t, \boldsymbol{\alpha}_n) = \theta_n + 2\pi \sum_{i=n-L+1}^n \alpha_i h_i \boldsymbol{q}(t - iT), \qquad nT \le t < (n+1)T$$
(3.5)
olarak yazabiliriz. Burada, θ_n terimi (n-L)'ninci ana kadar olan toplam faz bilgisini göstermekte olup

$$\theta_n \triangleq \pi \sum_{i=-\infty}^{n-L} \alpha_i h_i \tag{3.6}$$

olarak tanımlanır. Buradan çıkarılacak sonuç, n. sembol süresince iletilen SFK sinyali

$$\sigma(\mathbf{n}) = \{\theta_{\mathbf{n}}; \alpha_{\mathbf{n}-\mathbf{L}+1}, \dots, \alpha_{\mathbf{n}-2}, \alpha_{\mathbf{n}-1}\}$$
(3.7)

tarafından belirlenir. Bu nedenle eğer θ_n 'nin her sembol aralığında sınırlı sayıda değeri varsa SFK şeması kafes yapısına sahiptir. Genel olarak θ_n 'nin p değer aldığını varsayalım. (Örneğin, bu çalışma kapsamında en çok kullanılan SFK yöntemlerinden biri olan GMSK sinyali ve h = 1/2için $\theta_n \in \{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2\}$, yani p = 4 olmaktadır). Bu durumda, SFK'nın kafes şemasında her örnek dizi α_n , belirli bir kafes evresiyle $\sigma(n)$ ve o anki α_n verisiyle sonuçlanır.

Bu gözlemlerimiz ışığında, EBODK SFK alıcısının Viterbi algoritması ile nasıl elde edileceğine bakalım. EBODK'nin, her aralıkta $L_n(\alpha_n)$ değerlerini hesaplaması gerekir ki $L_n(\alpha_n)$ 'nın hesaplanması pratik olarak tabanbatta daha kolaydır. Karşılık gelen tabanbant işlemine bakarsak,

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \operatorname*{argmax}_{\boldsymbol{\alpha}} \sum_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{n}}(\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{n}), \boldsymbol{\alpha}_{\boldsymbol{n}})$$
(3.8)

olup, $L_n(\sigma(n), \alpha_n)$

$$L_n(\sigma(n), \alpha_n) = Re\left\{\int_{nT}^{(n+1)T} r(t)^* e^{j\phi(t,\alpha_n)} dt\right\}$$
(3.9)

şeklinde tanımlanmıştır. Denklem (3.9)'daki r(t), y(t)'nin karmaşık zarfıdır ve $r(t)^*$ onun karmaşık eşleniğini göstermektedir. Dikkat edilirse, maksimize etme işleminde sabit olan $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2E}{T}}$ terimi sonucu değiştirmeyeceğinden çıkarılmıştır.

Yeni tanımlayacağımız terim

$$\boldsymbol{\alpha}_{L}(\boldsymbol{n}) \triangleq (\alpha_{\boldsymbol{n}-L+1}, ..., \alpha_{\boldsymbol{n}-1}, \alpha_{\boldsymbol{n}})$$
(3.10)

olarak n. andan geriye doğru son L sembolü göstersin. Fonksiyon h'yi ise

$$h(t, \alpha_L(n)) = \exp\left(j2\pi \sum_{i=n-L+1}^n h_i \alpha_i q(t-iT)\right)$$
(3.11)

olarak tanımlayalım. Şimdi, denklem (3.5)'i (3.9)'da yerine koyarsak,

$$L_{n}(\sigma(n),\alpha_{n}) = \operatorname{Re}\left\{ e^{j\theta_{n}} \int_{nT}^{(n+1)T} r(t)^{*}h(t,\alpha_{L}(n))dt \right\}$$
(3.12)

elde ederiz.

Denklem (3.12) temel alınarak oluşturulan EBODK alıcı yapısı Şekil 3.1'de gösterilmiştir. Bu yapı M^L tane karmaşık uyumlu süzgece gereksinim duyar. Tabanbanttaki gözlem bu süzgeçlerden geçirilerek her sembol aralığının sonunda örneklenir. Dal metriği L_n bu örneklerden hesaplanabilir. Şekil 3.1'deki süzgeçlerin her biri M^L farklı $\alpha_L(0)$ dizisine karşılık gelir ve dürtü yanıtı $h_m(t), m = 1, ..., M^L$ olarak

$$h_m(t) = \exp\left(j2\pi \sum_{i=-L+1}^{0} h_i \alpha_i q\left((1-i)T - t\right)\right)$$
(3.13)

denklemiyle hesaplanır.



Şekil 3.1. SFK İçin Optimum Alıcı Yapısı

Şekil 3.1'i pratikte gerçeklemek için, $4M^L$ gerçel uyumlu süzgeçe ihtiyaç vardır: pratikte alınan tabanbant sinyalinin gerçel ve karmaşık kısmı, her bir süzgecin gerçel ve karmaşık kısımları için oluşturulan 2 adet gerçel filtreden geçirilmelidir, bu da gerçel süzgeç sayısını $4M^L$ 'ye çıkarır. Ancak her $\alpha_L(0)$ dizisi zıt işaretli eşine de sahip olduğu için gerçekte sadece $2M^L$ tane uyumlu süzgece ihtiyaç vardır. Süzgeç sayısı ve yapısı alıcı tasarlanırken donanım kolaylığı açısından önem taşır. Bu nedenle bundan sonraki kısımlarda anlatılan alıcı yapılarında da bu konuya değineceğiz. Karmaşık süzgeçten gerçel süzgece geçerkenki 2 katlık artış tüm sistemlerde var olduğundan, genellemeyi kaybetmeden karşılaştırmalar karmaşık süzgeç sayısı cinsinden verilecektir. Alıcı karmaşıklığını arttıran diğer önemli husus ise Viterbi algoritmasındaki evre sayısıdır. θ_n 'nin p farklı değer alabileceği göz önünde bulundurulursa, Viterbi algoritmasında pM^{L-1} adet kafes evresi bulunduğu ve her adımda pM^L adet metrik hesaplaması yapıldığı görülür.

SFK için Şekil 3.1'den daha uygun alıcı yapıları mevcuttur. Örneğin EAKK, biçimli ofset dördün evre kaydırmalı kiplenim (SOQPSK) olarak gösterilebilir ve alıcıda iki tane uyumlu süzgeç kullanılarak modellenebilir [18]. Alıcının bir sembol gecikmesinde sıfır bir kararı verdiği bu tarz yapılar EAKK tipi alıcılar olarak adlandırılır. İkili olmayan kısmi yanıt SFK için Şekil 3.1 en genel optimum alıcı yapısıdır.

Alıcı modelinin gerçekleme karmaşıklığı uyumlu süzgeç grubunun boyutuna ve kafes fazlarının sayısına bağlıdır. Bu alandaki çalışmalar bu bağlamda ikiye ayrılır. Özellikle ikili olmayan kısmi yanıt SFK ve çoklu-h SFK yapıları fazla sayıda kafes fazına sahiptir. Son yıllarda yüksek hızlı sinyal işlemcilerin boyutu ve maliyeti azaldığı için kafes kod çözücülerin karmaşıklık hesaplamalarındaki araştırmalar daha az ciddiyetle gerçekleşmiştir. Bunun yanında kafes boyutu ne olursa olsun kod çözücüde bunun küçük bir kısmıyla ilgilenilir. En azından iyi bir kanalda, Viterbi algoritmasının hata performansını elde etmek için kafes kod çözücünün tüm kafesi incelemesine gerek yoktur. Literatürde indirgenmiş-faz kafes kod çözme [6][19][20] ve indirgenmiş-arama kod çözme [21][22] gibi yöntemler bulunmaktadır. İndirgenmiş-faz yaklaşımı kafesi bölümlerini birlikte düşünürken indirgenmiş-arama ise iyi kod çözümü için orijinal kafesi tutar ancak sadece küçük bir alanı üzerinde arama yapılır. Diğer bir araştırma alanı ise süzgeç gruplarının boyutunu azaltmak üzerine alt-optimum alıcılara yönlenmiştir.

3.3 Indirgenmiş Kafes ile Alt-Optimal Alıcı Yapısı

Bu kısımda, EBODK alıcısı için oluşturulan kafesteki evre sayısını pM^{L-1} 'den M^{L-1} 'ye indiren alt-optimal bir algoritmadan bahsedeceğiz. Denklem (3.8) ve (3.12)'e dönersek, Viterbi algoritması m anında $\sigma(m+1)$ evresi için

$$\gamma_m(\sigma(m+1)) = \sum_{n=-\infty}^m L_n(\sigma(n), \alpha_n)$$

metriğini maksimize eder. Bu da kafes yapısından dolayı

$$\gamma_{m}(\sigma(m+1)) = \max[\gamma_{m-1}(\sigma(m)) + \mathcal{L}_{m}(\sigma(m), \alpha_{m})]$$

işlemine karşılık gelir ki, burada maksimizasyon operasyonu bir sonraki anda $\sigma(m+1)$ evresine ulaşabilecek ($\sigma(m), \alpha_m$) ikilileri üzerinden yapılır. Kafes sayısını azaltmak için, geçmişe ait faz bilgisini taşıyan θ_m değerini kafes evrelerinden çıkaralım ve onu maksimizasyon değişkeni olarak düşünelim. Yani, yeni kafes yapısında evreler

$$\tilde{\sigma}(\mathbf{m}) = \{\alpha_{\mathbf{m}-\mathbf{L}+1}, \dots, \alpha_{\mathbf{m}-1}\}$$

olsun. Bu durumda θ_m de

$$\theta_m = \theta_{m-1} + \pi h_{m-L} \alpha_{m-L}$$

olarak güncellenebilir. Viterbi üzerinde maksimize edilecek yeni metrik ise

$$\tilde{\gamma}_{m}(\tilde{\sigma}(m+1)) = \tilde{\gamma}_{m-1}(\tilde{\sigma}(m)) + \operatorname{Re}\left\{ e^{j\theta_{m}} \int_{mT}^{(m+1)T} r(t)^{*}h(t, \alpha_{L}(m))dt \right\}$$
(3.14)

olarak tanımlanır. Bir başka deyişle, m anında verilen bir evre için, o evreye bir önceki zamandan gelebilecek evreler üzerinden (3.14) maksimize edilir ve m - 1 anından bu metriği maksimize eden evre seçilerek θ_m güncellenir.

Bu evre sayısı indirgenmiş Viterbi algoritması aslında optimal olan büyük kafes üzerinde, m anında sembolleri aynı olan evreler arasından faz değeri $\gamma_m(\sigma(m+1))$ metriğini maksimize edecek olanı seçip diğerlerini yok saymakla eşdeğerdir. Her iki yoldan da görülmektedir ki bu alt-optimal alıcı yapısında kod çözme işleminin karmaşıklığı M^{L-1} 'e düşmüştür. Yani p oranında bir azalma söz konusudur. Not olarak, burada süzgeç sayısında bir değişiklik yapılmamıştır.

Bu tezin 4. bölümünde Laurent ve 5. bölümünde Walsh tarafından uyumlu süzgeç sayılarını azaltmak için geliştirilen yöntemler incelenmiştir. Her iki bölümde de karşılık gelen indirgenmiş faz kafes kod çözücü algoritmalarını içeren alt-optimal alıcı yapıları anlatılmıştır. 6. bölümde ise benzetim sonuçları üzerinden hata performansları karşılaştırılmıştır.

4. LAURENT GÖSTERİMİNE DAYALI VİTERBİ ALICI YAPISI

En uygun SFK alıcısı tasarımının gerektirdiği yüksek karmaşıklık, bazı basitleştirme çalışmalarının ortaya çıkmasına sebep olmuştur. Bu çalışmalardan literatürde en yaygın olarak kullanılanları Rimoldi [3] ve Laurent [5] tarafından geliştirilmiş olan yöntemlerdir. Laurent ayrışımı, bir SFK sinyalinin çeşitli darbe genlik kiplenim (PAM) sinyallerinin toplamı olarak yazılabileceiğini gösterir. Bu bölümde önce SFK'nın Laurent ayrışımı ve ardından bu gösterim ile elde edilen optimum en büyük olabilirlik alıcı yapısı incelenmiştir.

4.1 Laurent Serisi

Laurent serisi f(z) karmaşık fonksiyonunun seri olarak gösterimini ifade eder. f(z)'yi negatif olmayan kuvvetli terimlerin serisi olarak belirten Taylor serisinden farklı olarak, Laurent serisi negatif kuvvetli terimleri de içerir. Bunun sonucu olarak Laurent serisi Taylor açılımının mümkün olmadığı yerlerde kullanılabilir. Laurent serisini hesaplamak için

$$\frac{1}{1-z} = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} z^n, & |z| < 1, \\ -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{z^n}, & |z| > 1 \end{cases}$$
(4.1)

geometrik serisi kullanılır.

Burada $f(z) = \frac{1}{1-z}$, z = 1 noktası haricindeki her yerde analitiktir. Denklem 4.1'deki f açılımında Şekil 4.1'de gösterildiği gibi merkezi z = 0, yarıçapı 1 olan dairede |z| < 1 daire içindeki alanı, |z| > 1 ise dairenin dışındaki alanı ifade eder.

4.2 Laurent Ayrışımı

Denklem (2.1)'de verilen SFK sinyali, gönderilen sembol dizisi α için

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{R}\mathbf{e}[\mathbf{s}_{b}(t,\alpha)\mathbf{e}^{j2\pi f_{c}t}], \qquad t \ge 0$$
(4.2)

olarak da ifade edilebilir. Burada $s_b(t)$ SFK sinyalinin karmaşık zarfı olarak adlandırılır ve

$$\mathbf{s}_{\mathbf{b}}(t, \boldsymbol{\alpha}) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \mathbf{e}^{j[\phi(t; \boldsymbol{\alpha}) + \phi_0]}, \qquad t \ge 0$$
(4.3)

olarak yazılabilir. Anlatım bütünlüğü açısından hatırlatmak gerekirse, E sembol enerjisini, f_c taşıyıcı frekansını, T sinyalleme periyodunu simgelerken ϕ_c taşıyıcı fazını göstermektedir ve evre uyumlu alıcı tarafında mukemmel bilindiği varsayımı altında 0 kabul edilir.



Şekil 4.1. z Düzleminde Birim Çembere Göre İnceleme

Bu kısımda ikili (M = 2) SFK sinyallerinin Laurent ayrışımı incelenecektir [5]. Bu ayrışımı daha yüksek alfabe boyutuna genelleştiren çalışmalar mevcuttur [23]. Fakat bu çalışmada basitlik açısından ikili sistemler ele alınmıştır. Laurent ayrışımı sabit kipleme indeksine sahip SFK sinyalleri için önerilmiştir. Bu varsayımlar altında, SFK sinyali fazı N blok uzunluğunda bir veri gönderimi için, yani $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, ..., \alpha_{N-1})$ olduğunda,

$$\phi(\boldsymbol{t};\boldsymbol{\alpha}) = 2\pi \boldsymbol{h} \sum_{i=0}^{N-1} \alpha_i \boldsymbol{q}(\boldsymbol{t} - i\boldsymbol{T}), \qquad \boldsymbol{t} \ge 0$$
(4.4)

şeklinde yazılabilir. Kipleme indeksi h'nin rasyonel bir sayı olduğu ve genel olarak herhangi tamsayılar p ve k için 2k/p şeklinde yazılabildiği varsayılır.

Laurent gösterimine göre [5] denklem (4.3) ile verilen karmaşık tabanbant sinyali $S_b(t, \alpha)$, $K = 2^{L-1}$ adet darbe genlik kiplenim sinyalinin toplamı olarak

$$\mathbf{s}_{b}(t,\alpha) = \sqrt{\frac{2E_{b}}{T}} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} [\mathbf{e}^{j\pi h \mathbf{a}_{k,n}}] \mathbf{c}_{k}(t-nT), \qquad t \in [LT, NT]$$
(4.5)

şeklinde yazılabilir. Bu ayrışımdaki $a_{k,n}$ değerleri sözde SFK sembollerini ifade eder. $a_{k,n}$ değerlerini ifade edebilmek için $\beta_{k,j}$ terimleri kullanılır ki $\{0, 1\}$ değerlerini alan bu terimler k indisinin ikili gösteriminde kullanılan bitleri temsil ederler. Yani,

$$\mathbf{k} = \sum_{j=1}^{L-1} 2^{j-1} \beta_{\mathbf{k},j} \qquad , \mathbf{k} \in [0, \mathbf{K} - 1]$$
(4.6)

denklemleri üzerinden $\beta_{k,j}$ terimleri hesaplanır ve bu terimler kullanılarak $a_{k,n}$ sembolleri k =

0, 1, ..., K - 1 ve n = 0, 1, ..., N - 1 için

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a}_{k,n} &= \sum_{i=0}^{n} \alpha_{i} - \sum_{j=1}^{L-1} \alpha_{n-j} \beta_{k,j} \\ &= \boldsymbol{a}_{0,n} - \sum_{j=1}^{L-1} \alpha_{n-j} \beta_{k,j} \\ &= \boldsymbol{a}_{0,n-L} + \sum_{j=1}^{L-1} \alpha_{n-j} (1 - \beta_{k,j}) + \alpha_{n}. \end{aligned}$$
(4.7)

olarak elde edilir [24]. Laurent sinyal bileşenleri olarak adlandırılan $c_k(t)$ sinyalleri

$$c_k(t) = z_0(t) \prod_{j=1}^{L-1} z_{j+L\beta_{k,j}}(t)$$
, $k \in [0, K-1]$ (4.8)

eşitliğiyle tanımlanır. Denklem (4.8)'deki $z_j(t)$ sinyalleri faz fonksiyonu $\phi(t) = 2\pi h q(t)$, kipleme indeksi h ve faz darbe uzunluğu L tarafından belirlenir ve

$$z_j(t) = \frac{\sin(\Psi(t+jT))}{\sin(\pi h)} = z_0(t+jT), \quad j = 0, 1, \dots, L-1$$
(4.9)

$$\Psi(t) = \begin{cases} \phi(t) & t \in [0 \ LT) \\ \pi h - \phi(t - LT) & t \in [LT \ 2LT] \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$
(4.10)

olarak ifade edilir [5].

Örnek 1: GEAKK tipi SFK için Laurent ayrışımı

Benzetim sonuçlarında da kullanılan GEAKK sinyal parametreleri L = 3, BT = 0.3 ve h = 0.5olan durumu inceleyelim. Bu parametreler ışığında, $K = 2^{L-1} = 4$ olacağından Laurent ayrışımında 4 sinyal bileşeni bulunacaktır. Önce ara terimler olan $\beta_{k,j}$ değerlerini hesaplayalım. Her bir $K \in \{0, 1, 2, 3\}$ değeri denklem (4.6)'deki gibi $\beta_{k,j}$ 'ler ($j \in \{1, 2\}$) üzerinden yazıldığında,

$$k = 0 \Rightarrow \beta_{0,1} + 2\beta_{0,2} = 0$$

$$k = 1 \Rightarrow \beta_{1,1} + 2\beta_{1,2} = 1$$

$$k = 2 \Rightarrow \beta_{2,1} + 2\beta_{2,2} = 2$$

$$k = 3 \Rightarrow \beta_{3,1} + 2\beta_{3,2} = 3$$



Şekil 4.2. GEAKK L = 3, BT = 0.3, h = 0.5 için Laurent Sinyal Bileşenleri

 $\beta_{k,j}$ değerleri

$$\beta_{0,1} = 0, \beta_{0,2} = 0$$

$$\beta_{1,1} = 1, \beta_{1,2} = 0$$

$$\beta_{2,1} = 0, \beta_{2,2} = 1$$

$$\beta_{3,1} = 1, \beta_{3,2} = 1$$

olarak elde edilir. Bu parametreler (4.8) denkleminde yerine konulduğunda $c_k(t)$ sinyalleri elde edilmiş ve Şekil 4.2.ile gösterilmiştir. Görüldüğü üzere, verici gücünün büyük kısmı $c_0(t)$ sinyali üzerinde gönderilmektedir ve $c_k(t)$ üzerinde gönderilen güç k arttıkça azalmaktadır. Bu gözlem ilerideki kısımlarda alt-optimal alıcı yapıları önerme konusunda önem kazanacaktır. Laurent gösteriminde bulunan sözde sembol $a_{k,n}$ 'ler ise denklem (4.7)'de, $\beta_{k,j}$ değerlerinin yerine konulmasıyla

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{0,n} &= \mathbf{a}_{0,n-3} + \alpha_{n-1}(1 - \beta_{0,1}) + \alpha_{n-2}(1 - \beta_{0,2}) + \alpha_n \\ &= \mathbf{a}_{0,n-3} + \alpha_{n-1} + \alpha_{n-2} + \alpha_n \\ \mathbf{a}_{1,n} &= \mathbf{a}_{0,n-3} + \alpha_{n-1}(1 - \beta_{1,1}) + \alpha_{n-2}(1 - \beta_{1,2}) + \alpha_n \\ &= \mathbf{a}_{0,n-3} + \alpha_{n-2} + \alpha_n \\ \mathbf{a}_{2,n} &= \mathbf{a}_{0,n-3} + \alpha_{n-1}(1 - \beta_{2,1}) + \alpha_{n-2}(1 - \beta_{2,2}) + \alpha_n \\ &= \mathbf{a}_{0,n-3} + \alpha_{n-1} + \alpha_n \\ \mathbf{a}_{3,n} &= \mathbf{a}_{0,n-3} + \alpha_{n-1}(1 - \beta_{3,1}) + \alpha_{n-2}(1 - \beta_{3,2}) + \alpha_n \\ &= \mathbf{a}_{0,n-3} + \alpha_n \end{aligned}$$

denklemleri elde edilir.

4.3 Laurent Ayrışımına Uygun Optimum En Büyük Olabilirlik Dizi Kestirimi

Bir önceki bölümde SFK sinyalinin toplanır beyaz Gauss gürültü altında optimum en büyük olabilirlik kestirimi yapan alıcı yapısı incelenmişti. Bu bölümde aynı optimum kestirim Laurent ayrışımı bakış açısıyla yeniden incelenecek ve daha basit bir alıcı yapısı anlatılacaktır.

Öncelikle, evreuyumlu alıcıda tabanbantta işlenecek olan sinyal r(t)

$$r(t) = \mathbf{s}_b(t, I) + \mathbf{n}(t), \qquad t \in [LT, NT]$$

$$(4.11)$$

olarak yazılabilir. Burada n(t) karmaşık sıfır ortalamalı beyaz Gauss gürültü sürecinin ifade etmektedir. Bölüm 3'te anlatıldığı gibi, EBODK

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \operatorname*{argmax}_{\boldsymbol{\alpha}} \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{Re} \left\{ \boldsymbol{r}(t) \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{b}}(t, \boldsymbol{\alpha})^* \boldsymbol{d}t \right\}$$
(4.12)

olarak ifade edilir. Bölüm 3'ten farklı olarak, burada Laurent ayrışımını kullanarak değişkenleri düzenleyeceğiz. Denklem (4.5) kullanılarak (4.12) yeniden yazılıp düzenlendiğinde

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \operatorname*{argmax}_{\boldsymbol{\alpha}} \Lambda(\boldsymbol{\alpha}),$$
 (4.13)

$$\Lambda(\boldsymbol{\alpha}) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \int_{LT}^{NT} Re \left\{ r(t) \left[\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\pi h a_{k,n}} c_k(t - NT) \right]^* \right\} dt$$
(4.14)

elde edilir. Bu ifadeyi sadeleştirmek için toplam sembolleri ile integralin yerini değiştirebiliriz. Önce alıcı tarafında oluşan sinyalin Laurent sinyal bileşenleri ($c_k(t)$ sinyalleri) ile ilintilendirilmesi sonucu elde edilen $r_{k,n}$ örneklerini matematiksel olarak

$$\begin{aligned} r_{k,n} &\triangleq [r(t) * c_k^*(-t)]|_{t=nT} = \int r(t) c_k^*(t-nT) dt \\ &= \sqrt{\frac{2E}{T}} \sum_{p=0}^{K-1} \sum_{s=0}^{N-1} e^{j\pi h a_{p,s}} \int c_p(t-sT) c_k^*(t-nt) + n_{k,n} \\ &= \sqrt{\frac{2E}{T}} \sum_{p=0}^{K-1} \sum_{s=0}^{N-1} e^{j\pi h a_{p,s}} \mathcal{R}_{s-n}^{(p,k)} + n_{k,n}. \end{aligned}$$

$$(4.15)$$

şeklinde tanımlayalım. Denklem (4.15)'te verilen R_u , Laurent sinyal bileşenleri olan $c_k(t)$ sinyalleri arasındaki çapraz ilinti fonksiyonu olup,

$$R_u^{(p,k)} = \int c_p(t-uT)c_k^*(t)dt \qquad (4.16)$$

olarak ifade edilir. Ayrıca, $n_{k,n}$ Laurent sinyalleri ile filtrelenmiş gürültü örneklerini temsil eder ve

$$n_{k,n} = \int n(t) c_k^*(t - nT) dt \qquad (4.17)$$

şeklinde yazılabilir. Böylece, maksimize edilecek olan $\Lambda(\alpha)$ metriğini

$$\Lambda(\boldsymbol{\alpha}) = \sqrt{\frac{2\boldsymbol{E}}{T}} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} \boldsymbol{R} \boldsymbol{e} \left\{ \boldsymbol{r}_{k,n} \boldsymbol{e}^{-j\pi h \boldsymbol{a}_{k,n}} \right\} d\boldsymbol{t}$$

olarak ifade edebiliriz. Eğer $\alpha_n = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n)$ ise ve yan değişken

$$\lambda(\boldsymbol{\alpha}_n) \triangleq \sum_{k=0}^{K-1} r_{k,n} [\boldsymbol{e}^{-j\pi h \boldsymbol{a}_{k,n}}]$$
(4.18)

tanımlarsak, maksimize edilecek olan metrik

$$\Lambda(\boldsymbol{\alpha}) = \sqrt{\frac{2\boldsymbol{E}}{T}} \sum_{n=0}^{N-1} \boldsymbol{Re}\{\lambda(\boldsymbol{\alpha}_n)\}$$

şeklinde ifade edilebilir. Denklem (4.18)'de yer alan $\{a_{k,n}\}$ sözde sembolleri, denklem (4.7) yardımıyla ilgilenilen sembol dizisi α kullanılarak hesaplanır.

Bir sonraki kısımda, denklem (4.13) ile verilen maksimizasyon işlemini Viterbi algoritması yardımıyla görece basit bir şekilde gerçekleştirmek incelenecektir. Not: Sadece Laurent ayrışımı kullanan kısımlarda, Matlab ortamında gerçeklenmesi için $r_{k,n}$ değerleri denklem (4.15)'e göre oluşturulmuştur. Alıcı tarafında örneklemeden sonra elde edilecek sinyalin oluşturulması için olası $R_u^{p,k}$ değerleri önceden hesaplanıp kaydedilmektedir. Böylece $\{0, 1\}$ kümesinden eşit olasılıkla seçilen bilgi sinyali $a_{p,s}$ 'ler yardımı ile örnekleme sonucu elde edilecek $r_{k,n}$ sinyalinin bilgi taşıyan ilk kısmına ulaşılmaktadır. Gürültü sinyali ile ilgili $n_{k,n}$ terimi ise beyaz Gauss sinyal olan n(t)'nin c_k fonksiyonları ile filtrelenip örneklenmesi sonucu (4.17) numaralı denklem kullanılarak elde edilmektedir.

4.4 Laurent Ayrışımında Kullanılan En Uygun Viterbi Alıcısı

Bir önceki kısımda elde edilen denklem (4.14)-(4.18) ile başlayarak Viterbi algoritmasının evrelerini ve metrik hesaplamalarını detaylandıracağız. Denklem (4.18) ile verilen $\lambda(\alpha_n)$, denklem (4.7) kullanılarak

$$\lambda(\boldsymbol{\alpha}_{n}) = \sum_{k=0}^{K-1} r_{k,n} e^{-j\pi h \hat{\boldsymbol{a}}_{k,n}}$$

$$= \sum_{k=0}^{K-1} r_{k,n} e^{-j\pi h \left[\sum_{i=0}^{n-L} \alpha_{i} + \sum_{j=1}^{L-1} \alpha_{n-j}(1-\beta_{k,j}) + \alpha_{n}\right]}$$
(4.19)

şeklinde yeniden yazılabilir. Bölüm 3'teki ile benzer bir yol izleyerek, birikmiş faz bilgisi

$$\theta_n = \pi h \sum_{i=0}^{n-L} \alpha_i$$

olarak tanımlanır. Kipleme indeksi üzerindeki varsayım $(2i/p \text{ formunda bir rasyonel sayı olduğu varsayımı}) \theta_n'nin her sembol aralığında sınırlı sayıda değeri olacağını garantiler. Aslında burada <math>\theta_n$ 'nin $\theta_n \in \{0, 2\pi \frac{1}{p}, 2\pi \frac{2}{p}, \dots, 2\pi \frac{p-1}{p}\}$ olmak üzere p farklı değer alabileceği görülmektedir.

Bu durumda, n. sembol süresince iletilen SFK sinyali

$$\sigma(\mathbf{n}) = \{\theta_{\mathbf{n}}; \alpha_{\mathbf{n}-\mathbf{L}+1}, \dots, \alpha_{\mathbf{n}-2}, \alpha_{\mathbf{n}-1}\}$$
(4.20)

ile α_n sembolü tarafından belirlenir ve bu nedenle SFK'nın kafes şemasında her örnek dizi α_n , belirli bir kafes evresiyle $\sigma(n)$ ve o anki α_n verisiyle sonuçlanır. Viterbi algoritmasında güncellemelerde kullanılacak olan dal metrik $\lambda(\alpha_n)$ olup, bu da sadece $\sigma(n)$ ve α_n ikilisine bağlı şekilde yazılabilir. Bir başka deyişle Viterbi algoritmasındaki dal metrik

$$L(\sigma(\mathbf{n}),\alpha_{\mathbf{n}}) = \sum_{k=0}^{K-1} r_{k,\mathbf{n}} \mathbf{e}^{-j\theta_{\mathbf{n}}} \mathbf{e}^{-j\pi \mathbf{n} \left[\sum_{j=1}^{L-1} \alpha_{\mathbf{n}-j}(1-\beta_{k,j})+\alpha_{\mathbf{n}}\right]}.$$
(4.21)

olarak yazılabilir.

Sonuç olarak, (4.12)-(4.21) arasında verilen denklemlerden de anlaşılacağı üzere, optimum alıcı yapısı Şekil 4.3'de verildiği gibi alınan sinyalin $c_0(t), c_1(t), \dots, c_{K-1}(t)$ fonksiyonları ile ilintilendirilip örneklenen kısımları üzerinde ortak Viterbi algoritması kullanılarak oluşturulmaktadır. Viterbi algoritmasında $\sigma(n)$ (n-1) anındaki evreyi temsil eder ve her yeni adımda metrik değeri $L(\sigma(n), \alpha_n)$ örneklenmiş gözlemler yardımıyla hesaplanır.



Şekil 4.3. Laurent Gösteriminde İkili SFK Kiplemesi için Optimum MLSE Alıcısı

Viterbi algoritmasına baktığımızda, Laurent ayrışımı kullanılmayan durumla aynı sayıda evreye $(p2^{L-1})$ ve dolayısıyla aynı karmaşıklığa sahip olduğunu görüyoruz. Fakat, Viterbi öncesinde gereken karmaşık süzgeç sayısı Laurent ayrışımı kullanılmayan geleneksel alıcı yapısında 2^{L} iken, Laurent ayrışımı kullanılan durumda $K = 2^{L-1}$ olmaktadır. Laurent ayrışımı ile birlikte optimal Viterbi alıcısı kullanıldığında avantaj sadece süzgeç sayısında yarıya düşüş olarak gözlenmektedir. Bu ayrışımın asıl avantajı alt-optimal yöntemlerin anlatıldığı bir sonraki kısımda ortaya çıkmaktadır.

4.5 Laurent Ayrışımı ile Alt-Optimal Alıcı Yapıları

Laurent ayrışımı ile karmaşıklığı düşürecek iki çeşit alt-optimal alıcı yapısı düşünülebilir. Bunlardan ilki indirgenmiş kafes yapısı üzerinde Viterbi algoritması çalıştırmak, diğeri ise Laurent ayrışımındaki en yüksek güce sahip belli sayıda sinyal bileşeni üzerinden kestirim yapmak. İkinci yöntem hem süzgeç sayısında hem de kafes boyutunda küçülme sağlayacağından önem taşımaktadır. Ayrıca her iki yöntemi birlikte kullanmak da olası performans kayıplarını göz önünde bulundurmak suretiyle mümkündür.

4.5.1 İndirgenmiş Kafes ile Alt-Optimal Alıcı Yapısı

Bu kısımda Bölüm 3.3'te sunulan kafes küçültme fikrinin Laurent ayrışımı kullanılan yapılarda da uygulanabileceğini göstereceğiz. Birikmiş faz θ_n parametresini evre değişkenleri arasından çıkarıp, her adımda güncellenecek bir yan metrik olarak görmek evre sayısında p oranında bir düşüş sağlayacaktır.

Anlatım bütünlüğü açısından açıkça ifade etmek gerekirse, Laurent ayrışımı altında optimum EBODK alıcısında Viterbi algoritması m anında $\sigma(m+1)$ evresi için

$$\gamma_{m}(\sigma(m+1)) = \sum_{n=0}^{m} L_{n}(\sigma(n), \alpha_{n})$$

metriğini maksimize eder ki buradaki dal metriği $L_n(\sigma(n), \alpha_n)$ denklem (4.21) ile verilmiştir. Şuna dikkat edilmelidir ki bu kısımda anlatılan işlemlerin Bölüm 3'ten tek farkı dal metriğinin farklı olmasıdır. Dal metriğindeki bu farklılık Laurent gösteriminden kaynaklanmaktadır. Kafes yapısından dolayı

$$\gamma_{m}(\sigma(m+1)) = \max[\gamma_{m-1}(\sigma(m)) + \mathcal{L}_{m}(\sigma(m), \alpha_{m})]$$

işlemine karşılık gelir ki, burada maksimizasyon operasyonu bir sonraki anda $\sigma(m+1)$ evresine ulaşabilecek ($\sigma(m), \alpha_m$) ikilileri üzerinden yapılır. Kafes sayısını azaltmak için, geçmişe ait faz bilgisini taşıyan θ_m değerini kafes evrelerinden çıkaralım ve onu maksimizasyon değişkeni olarak düşünelim. Yani, yeni kafes yapısında evreler

$$\tilde{\sigma}(\mathbf{m}) = \{\alpha_{\mathbf{m}-\mathbf{L}+1}, \dots, \alpha_{\mathbf{m}-1}\}$$

olsun. Her yeni adımda ve evrede ana metrik $\gamma_m(\sigma(m+1))$ ile birlikte yan metrik θ_m de

$$\theta_m = \theta_{m-1} + \pi h \alpha_{m-L}$$

üzerinden güncellenir. Viterbi üzerinde maksimize edilecek yeni metrik ise

$$\tilde{\gamma}_{m}(\tilde{\sigma}(m+1)) = \tilde{\gamma}_{m-1}(\tilde{\sigma}(m)) + \operatorname{Re}\left\{\sum_{k=0}^{K-1} r_{k,n} e^{-j\theta_{m}} e^{-j\pi h \left[\sum_{j=1}^{L-1} \alpha_{m-j}(1-\beta_{k,j}) + \alpha_{m}\right]}\right\}$$
(4.22)

olarak tanımlanır. Bir başka deyişle, m anında verilen bir evre için, o evreye bir önceki zamandan gelebilecek evreler üzerinden (4.22) maksimize edilir ve m-1 anından bu metriği maksimize eden evre seçilerek θ_m güncellenir.

4.5.2 Daraltılmış Sinyal Uzayında Çalışan Laurent Alt-Optimal Alıcı Yapısı

Bu kısımda Laurent ayrışımında belirli sayıda sinyal bileşeni kullanarak tabanbant SFK sinyalini yaklaşıklamak suretiyle düşük karmaşıklığa sahip bir alıcı yapısı anlatılacaktır.

Tabanbant SFK sinyali $\tilde{K} = 2^{L-i-1} < K = 2^{L-1}$ (i > 0) sinyal bileşeni ile yaklaşıklanıp, Laurent alıcı yapısı \tilde{K} değeri için gerçeklenir. Yani, alıcı tarafında \tilde{K} adet süzgeçten geçen sinyal örneklenerek

$$r_{k,n} = [r(t) * c_k^*(-t)]|_{t=nT} = \int r(t) c_k^*(t - nT) dt, \quad k = 0, 1, \dots, \tilde{K} - 1$$

elde edilir. Viterbi algoritmasında da

$$\Lambda(\boldsymbol{\alpha}) = \sqrt{\frac{2\boldsymbol{E}}{T}} \sum_{k=0}^{\tilde{\kappa}-1} \sum_{n=0}^{N-1} \boldsymbol{R} \boldsymbol{e} \left\{ \boldsymbol{r}_{k,n} \boldsymbol{e}^{-j\pi h \boldsymbol{a}_{k,n}} \right\}$$

maksimize edilmeye çalışılır. Ayrıca, buradaki sözde sembol $a_{k,n}$ 'ler de

$$\mathbf{a}_{k,n} = \sum_{j=0}^{n} \alpha_j - \sum_{j=1}^{L-i-1} \alpha_{n-j} \beta_{k,j}$$

= $\mathbf{a}_{0,n} - \sum_{j=1}^{L-i-1} \alpha_{n-j} \beta_{k,j}$
= $\mathbf{a}_{0,n-L} + \sum_{j=1}^{L-i-1} \alpha_{n-j} (1 - \beta_{k,j}) + \alpha_n$

olarak tanımlanacağından, Viterbi algoritmasındaki evre sayısı da $p2^{L-i-1}$ 'e düşer. Yani karmaşıklık toplamda 2^i oranında düşer. Hem süzgeç sayısında hem de evre sayısında azalma sağladığından bu yöntem Laurent ayrışımının temel avantajlarından biri olarak görülür. Özellikle Örnek 1'deki gibi, Laurent ayrışımı sonrasında iletilen gücün çoğunun belli başlı bir veya birkaç tane sinyal bileşeninde toplandığı durumlarda bu tarz bir alt-optimal alıcı performans kaybı yok denecek kadar az olacak şekilde çalışacaktır. Bölüm 6'da benzetim sonuçları sunulurken bu tip performans-karmaşıklık ödünleşimleri incelenecektir.

Örnek 2: GEAKK tipi SFK için alt-optimal Laurent ayrışımı

Örnek 1'de verilen GEAKK için Laurent ayrışımında sinyal gücünün çoğunun (yüzde 99'undan daha fazlasının) $c_0(t)$ sinyali üzerinde toplandığı görülmektedir. Bu durumda aynı GEAKK sinyalini $\tilde{K} = 1$ sinyal bileşeni ile ($c_0(t)$) ile yaklaşıklayarak karşılık gelen alıcı yapısını düşünelim. Bu durumda alıcı tarafında

$$r_{0,n} = [r(t) * c_0^*(-t)]|_{t=nT} = \int r(t)c_0^*(t-nT)dt$$

olarak elde edilir. Viterbi algoritmasında ise

$$\Lambda(\boldsymbol{\alpha}) = \sqrt{\frac{2\boldsymbol{E}}{T}} \sum_{n=0}^{N-1} \boldsymbol{R}\boldsymbol{e} \left\{ \boldsymbol{r}_{0,n} \boldsymbol{e}^{-j\pi h \boldsymbol{a}_{0,n}} \right\}$$

maksimize edilmeye çalışılır. Ayrıca, buradaki sözde sembol $a_{0,n}$

$$\boldsymbol{a}_{0,\boldsymbol{n}} = \sum_{j=0}^{\boldsymbol{n}} \alpha_j$$

olacağından, Viterbi algoritması

$$\Lambda(\boldsymbol{\alpha}) = \sqrt{\frac{2\boldsymbol{E}}{T}} \sum_{n=0}^{N-1} \boldsymbol{R}\boldsymbol{e} \left\{ \boldsymbol{r}_{0,n} \boldsymbol{e}^{-j\pi\hbar\sum_{j=0}^{n} \alpha_j} \right\}$$

değerini maksimize eden α dizisini bulmaya çalışır. Eğer geçmiş faz $\theta_n = \pi h \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i$ olarak tanımlanırsa, Viterbideki evreler sadece $\sigma(n) = \theta_n$ olarak yazılabilir. θ_n her adımda sadece p farklı değer alacağından, Viterbi'de p evre bulunacaktır.

Bu yaklaşıklama üzerine, Bölüm 4.5.1'deki kafes indirgeme methodu uygulanırsa Viterbi algoritmasındaki evre sayısı 0'a indirilebilir. Yani, alıcıda her n anında n - 1 anındaki geçmiş faz kestirimi ve gelen $r_{0,n}$ örneği ile $\hat{\alpha}_n$ 'e karar verilir. Bu tip bir alıcının karmaşıklığı donanımda 1 adet karmaşık süzgece ve örneklerden kestirim için 2 metrik hesaplanmasına kadar düşer. Bölüm 6 ile bu tip alt-optimal alıcıların performansları ve karmaşıklıkları karşılaştırılacaktır.

5. WALSH SİNYAL UZAYINDA SFK ALICI YAPISI

Bu kısımda Walsh sinyal uzayındaki SFK sinyalinin ayrışımı temel alınarak donanım gereksinimlerini en aza düşüren ve optimuma yakın perfomansa sahip olan alıcı modeli incelenmiştir.

Bir sinyal uzayı alıcısı, alınan sinyalin iletilen sinyal uzayına izdüşümlerini kullanarak yeterli istatistik bilgisini üretir. Optimal alıcı için alıcı sinyal uzayının verici sinyal uzayını kapsaması gerekir. Aksi takdirde, iletilen sinyalin bir kısmı alıcı uzayının dışında kalır ve bu kısma harcanan enerji boşa gitmiş olur. Bu da performans kayıplarına yol açar. Sinyal uzay alıcı yapısını basitleştirmek için alıcı sinyal uzayının, verici sinyal uzayının bir alt kümesini kapsaması hedeflenir. Buradaki amaç, verici sinyal uzayının kendisini yaklaşık olarak temsil edecek bir alt kümesini bulmak ve böylece ihmal edilebilecek performans kayıpları ile alıcı sinyal uzayının boyutunun küçülmesini sağlamaktır. Alıcı sinyal uzayını boyutunun küçülmesi uyumlu süzgeç sayısının azalması anlamına geldiğinden, böyle bir alt-optimal alıcı yapısı donanım gereksinimlerini azaltır [25].

Walsh sinyalleri birbirine dik olup, karmaşık sinyal uzayı (ki bu uzay tüm SFK sinyallerini içerir) için taban sinyal kümesi görevi görürler. Bu nedenle ilk B tane Walsh sinyali kullanarak bir alt-optimal sinyal uzay alıcısı tasarlanabilir. B sayısı arttıkça, karmaşık sinyal uzayı daha iyi temsil edileceğinden, performans optimale yaklaşır [26][27]. Fakat sonsuza doğru giden B için, B sayıda alt aralık örneği ihtiyacı olduğundan, alıcı yapısını pratikte optimal olarak gerçeklemek mümkün değildir [28]. Burada ilginç olan soru ne kadar küçük sayıda Walsh sinyali ile istenilen performansın elde edileceğidir [26]. Benzetim sonuçlarında gözleneceği gibi, oldukça düşük Bdeğerleri için dahi istenenen performansa yaklaşıldığından adına alt-optimal alıcı denilmiştir. Walsh alıcısının diğer avantajı da tüm kipleme çeşitleri (alfabe boyutu M) için alıcının önucunun aynı olmasıdır [29].

5.1 Walsh Sinyal Uzayı ile Optimal SFK Alıcısı

Uyumlu süzgeç grubunun boyutunu azaltmak, orijinale yakın ancak daha küçük boyutta bir verici altuzay oluşturmakla mümkün olabilir. Alıcı tasarımına geçmeden önce karmaşık sinyal uzayının taban fonksiyonları olan Walsh fonksiyonlarını tanıtalım. $w_j(t)$, j = 0, 1, 2, ..., [0 T]aralığında tanımlanan Walsh fonksiyonlarını belirtirken, j_d ise indeks j'nin ikili sistemde yazıldığında 2^d basamağındaki katsayısını

$$j = \sum_{d=0}^{D-1} j_d 2^d, \qquad j_d \in \{0, 1\}.$$

denklemiyle ifade eder. Bu durumda, Walsh fonksiyonları

$$w_{j}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T}} \prod_{d=0}^{D-1} sgn\left(\cos\left(j_{d}2^{d}\pi\frac{t}{T}\right)\right), & 0 \le t \le T \\ 0, & \text{aksi takdirde} \end{cases}$$

olarak tanımlanır [30]. Burada sgn(x) fonksiyonu işaret fonksiyonunu göstermekte olup $x \ge 0$ için sgn(x) = 1 ve x < 0 için sgn(x) = 0 olarak ifade edilir. Walsh fonksiyonları basamaklı yapıda olup, örnek olarak ilk dört tanesi Şekil 5.1'de verilmektedir.



Şekil 5.1. Walsh Fonksiyonlarının İlk Dört Tanesi

Walsh fonksiyonları temel alınarak optimum sinyal uzayı alıcısını anlamak için Bölüm 3'te verilen

EBODK ifadesini hatırlayalım. lpha olası veri dizisini gösterirse, SFK için EBODK

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \operatorname*{argmax}_{\boldsymbol{\alpha}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \boldsymbol{R}\boldsymbol{e} \left\{ \int_{nT}^{(n+1)T} \boldsymbol{r}(t) \boldsymbol{s}_{b}(t, \boldsymbol{\alpha}_{n})^{*} \boldsymbol{d}t \right\}$$
(5.1)

olarak yazılır. Burada r(t) ve $s_b(t, \alpha_n)$ sinyallerini [nT (n+1)T] aralığında Walsh fonksiyonlarının doğrusal kombinasyonları cinsinden yazabiliriz. Tabanbantta alınan sinyal r(t)'nin ve SFK sinyali $s_b(t, \alpha_n)$ 'nin [nT (n+1)T] aralığında $w_j(t)$ üzerine izdüşümü sırası ile $r^{(j,n)}$ ve $s_b^{(j,n)}(\alpha_n)$ ile gösterilsin. Bu durumda

$$r(t) = \sum_{j=0}^{\infty} r^{(j,n)} w_j(t - nT), \quad t \in [nT \ (n+1)T]$$
(5.2)

$$r^{(j,n)} = \int_{nT}^{(n+1)T} r(t) w_j(t - nT) dt$$
(5.3)

ve

$$s_b(t, \alpha_n) = \sum_{j=0}^{\infty} s_b^{(j,n)}(\alpha_n) w_j(t-nT), \quad t \in [nT \ (n+1)T]$$
(5.4)

$$\mathbf{s}_{b}^{(j,n)}(\boldsymbol{\alpha}_{n}) = \int_{nT}^{(n+1)T} \mathbf{s}_{b}(t,\boldsymbol{\alpha}_{n}) \mathbf{w}_{j}(t-nT) dt$$
(5.5)

olarak ifade edilebilir. Bunu, alınan ve iletilen sinyallerin bir nevi Walsh fonksiyonları üzerine ayrışımı olarak düşünebiliriz. Bu ayrışım denklem (5.1) ile birleştirildiğinde, Walsh fonksiyonlarının birbirine dik olduğunu da düşünerek

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \operatorname*{argmax}_{\boldsymbol{\alpha}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} R\boldsymbol{e} \left\{ \boldsymbol{r}^{(j,n)} (\boldsymbol{s}_{b}^{(j,n)} (\boldsymbol{\alpha}_{n}))^{*} \right\}$$
(5.6)

olarak yazılabilir [31]. Burada Walsh fonksiyonlarının tamamı kullanıldığından, (5.1) ve (5.6) birbirinin eşdeğeridir ve optimal EBODK sonucunu ifade eder. Ayrıca [nT (n+1)T] aralığında $s_b(t, \alpha_n)$ geçmiş faz ve son L sinyale bağlıdır. Yani, geçmiş faz θ_n 'i

$$\theta_n \triangleq \pi \sum_{i=-\infty}^{n-L} \alpha_i h_i$$

olarak ve *n* anındaki evreyi

$$\sigma(\mathbf{n}) = \{\theta_{\mathbf{n}}; \alpha_{\mathbf{n}-\mathbf{L}+1}, ..., \alpha_{\mathbf{n}-2}, \alpha_{\mathbf{n}-1}\}$$

olarak ifade edersek $s_{b}^{(j,n)}(\alpha_{n})$ sadece $\sigma(n)$ evresine ve o anki α_{n} değeri ile belirlendiğinden

$$\mathbf{s}_{b}^{(j,n)}(\boldsymbol{\alpha}_{n}) = \mathbf{s}_{b}^{(j,n)}(\boldsymbol{\sigma}(n), \boldsymbol{\alpha}_{n})$$

şeklinde yazılabilir. Buradan anlaşılacağı üzere, Viterbi evreleri 3. bölümdeki alıcı yapısı ile tamamen aynıdır. Fakat dal metrikleri birbirinden farklıdır ve optimal Walsh sinyal uzayı alıcısında dal metriği

$$L_{n}(\sigma(\mathbf{n}),\alpha_{\mathbf{n}}) = \sum_{j=0}^{\infty} Re\left\{ r^{(j,\mathbf{n})}(\mathbf{s}_{b}^{(j,\mathbf{n})}(\sigma(\mathbf{n}),\alpha_{\mathbf{n}}))^{*} \right\}$$

olarak ifade edilir. Daha önce de belirtildiği gibi, sonsuz sayıda Walsh fonksiyonunu pratik olarak gerçeklemek mümkün değildir. Bu da bizi asıl üzerinde durmak istediğimiz konu olan alt-optimal Walsh sinyal uzayı alıcı yapısına getirir.

5.2 Walsh Sinyal Uzayı ile Alt-optimal SFK Alıcısı

Alıcı sinyal uzayının boyutu süzgeç grubunun büyüklüğünü belirlediği için, küçültülmüş boyutlu verici altuzayı oluşturarak süzgeç grubu büyüklüğünü azaltmak hedeflenir. Alıcı sinyal uzayı oluşturabilmek için bu altuzay kullanılabilir, daha basit alıcı yapısı elde edilebilir. Bu altuzay orijinale çok yakın olduğunda, hata performansının optimum alıcının performansına çok yaklaşması beklenir. Bu doğrultuda, Walsh fonksiyonlarının belirli sayıda (*B*) alt kümesi karmaşık sinyalleri yaklaşıklamak için kullanılarak, bir önceki kısımda anlatılan alıcı yapısı pratik olarak gerçeklenebilir [32]. Daha önemlisi, Walsh fonksiyonlarının basit basamaklı yapıda olması ön alıcıda uyumlu süzgeç kullanılmayan [33], kafes fazı sayısının artmadığı [34] tasarımlarla özdeş yapıda olmasıdır. Bu yöntemle donanım karmaşıklığı (ön alıcıdaki süzgeç sayısı) çarpıcı şekilde azaltılabilir. Donanım karmaşıklığı her sembol aralığındaki örnekleme oranına ve alıcı uzayın boyutuna bağlı olarak değişir. Fakat Viterbi algoritmasında kullanılacak olan kafes yapısı optimal alıcı yapısında kullanılan kafes yapısı ile aynı sayıda (pM^{L-1}) evreye sahiptir. Yani Walsh sinyal uzayı alıcı yapısının amacı Viterbi algoritmasının karmaşıklığına herhangi bir azaltma getirmek değil, öncesindeki süzgeçleme işlemini ortadan kaldırmaktır.

İlk **B** adet Walsh fonksiyonu kullanırsak, denklem (5.2) ve (5.4)

$$r(t) = \sum_{j=0}^{W-1} r^{(j,n)} w_j(t - nT), \quad t \in [nT \ (n+1)T]$$
$$s_b(t, \alpha_n) = \sum_{j=0}^{W-1} s_b^{(j,n)}(\alpha_n) w_j(t - nT), \quad t \in [nT \ (n+1)T]$$

olarak ifade edilebilir. Burada $r^{(j,n)}$ ve $s_b^{(j,n)}(\alpha_n)$ sırasıyla denklem (5.3) ve (5.5) kullanılarak j = 0, 1, ..., B-1 için hesaplanır. Benzer şekilde (5.6) düzenlenerek alt-optimal kestirim sonucu

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \operatorname*{argmax}_{\boldsymbol{\alpha}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{j=0}^{B-1} R\boldsymbol{e} \left\{ \boldsymbol{r}^{(j,n)} (\boldsymbol{s}_{b}^{(j,n)} (\boldsymbol{\alpha}_{n}))^{*} \right\}$$
(5.7)

olarak yazılabilir. θ_n ve $\sigma(n)$ Kısım 5.1'deki gibi tanımlandığında, Viterbide kullanılacak dal metriği

$$L_n(\sigma(\mathbf{n}), \alpha_n) = \sum_{j=0}^{B-1} \operatorname{Re}\left\{ r^{(j,n)}(\mathbf{s}_b^{(j,n)}(\sigma(\mathbf{n}), \alpha_n))^* \right\}$$
(5.8)

olacaktır.

B'nin yeterince büyük olduğu her durumda yarı-optimum performansa ulaşılacağı kesindir, yani alıcı uzayı verici uzaya çok yaklaşır ve denklem 5.7'ye karşılık gelen Viterbi algoritması ayırt edilmesi olanaksız performans kaybıyla kullabılabilir.

Denklem 5.8'de görüldüğü gibi alıcının her aralıkta $r^{(j,n)}$ ve $s_b^{(j,n)}(\sigma(n), \alpha_n)$ değerlerini üretmesi gerekir. Burada $s_b^{(j,n)}(\sigma(n), \alpha_n)$ değerleri alınan sinyale bağlı olmayıp, olası $(\sigma(n), \alpha_n)$ ikilileri için önceden hesaplanarak hafızada saklanabilir. Fakat $r^{(j,n)}$ alınan sinyale göre değişkenlik gösterir ve her aralıkta hesaplanması beklenir. Yine de Walsh fonksiyonlarının basamaklı yapısı kullanılarak bu hesaplama alınan sinyalin alt aralıklarda integralini alma ve basit toplama/çıkarma işlemlerine dönüşür. Daha açıkça ifade etmek gerekirse, ilk *B* adet Walsh fonksiyonunun T/B'lik alt aralıklarda sabit olduğu görülür. $w_j(t)$ 'nin [(nT+mT/B) (nT+(m+1)T/B)] aralığındaki işareti $w_i^{(m)}$ olsun. Öyleyse $w_i^{(m)}$ 'yi

$$w_j^{(m)} = \prod_{d=0}^{D-1} sgn\left(\cos\left(j_d 2^d \pi \frac{t}{T}\right)\right)$$

şeklinde ifade edebiliriz. Bu gözlemler doğrultusunda $r^{(j,n)}$

$$r^{(j,n)} = \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{m=0}^{B-1} w_j^{(m)} \int_{nT+mT/B}^{nT+(m+1)T/B} r(t) dt$$
(5.9)

olarak yazılabilir. Buradaki işlemin basitliğini göstermek ve örnek vermek için $w_j^{(m)}$ 'in farklı B değerleri için aldığı değerler ÇİZELGE 5.1 ve ÇİZELGE 5.2'de gösterilmiştir.

Denklem (5.9)'dan anlaşılacağı gibi alıcının sadece bir adet basit integral ve döküm süzgecine (integrate and dump filter) ihtiyacı vardır. Bu süzgeci m = 0, ..., B - 1 değerleri için t =

ÇİZELGE 5.1. B = 2 için $w_j^{(m)}$ değerleri

	m=0	m=1
j=0	1	1
j=1	1	-1

ÇİZELGE 5.2. B = 4 için $w_j^{(m)}$ değerleri

	m=0	m=1	m=2	m=3
j=0	1	1	1	1
j=1	1	1	-1	-1
j=2	1	-1	-1	1
j=3	1	-1	1	-1

nT + (m + 1)T/B anlarında örnek alan örnekleyiciler takip eder. Örnekler Viterbi alıcısında işlendikten sonra kestirim sonucu elde edilir. Bu işlemlerin gösterildiği alıcı yapısı Şekil 5.2'de sunulmuştur.



Şekil 5.2. Walsh Yönteminde Kullanılan Alıcı Yapısı

5.2.1 İndirgenmiş Kafes ile Walsh Sinyal Uzayı Alt-Optimal Alıcı Yapısı

SFK sinyalinin faz üzerinde toplanarak iletim yapan yapısı sebebiyle, buraya kadar incelenen SFK alıcı yapılarında Viterbi alıcısının yapı olarak birbirine çok benzediği anlaşılmaktadır. Bu nedenle, benzer bir kafes boyutu indirgeme işlemi Walsh sinyal uzayında da düşünülebilir. Bir kez de Kısım 5 ile anlatılan Walsh sinyal uzayı alıcı yapısı için ifade etmek gerekirse, birikmiş faz θ_n parametresini evre değişkenleri arasından çıkarıp, her adımda güncellenecek bir yan metrik olarak görmek evre sayısında p oranında bir düşüş sağlayacaktır. Kısım 5'de anlatılan pratik Walsh sinyal uzayı alıcısında Viterbi algoritması m anında $\sigma(m+1)$ evresi için

$$\gamma_{m}(\sigma(m+1)) = \sum_{n=0}^{m} L_{n}(\sigma(n), \alpha_{n})$$

metriğini maksimize eder ki buradaki dal metriği $L_n(\sigma(n), \alpha_n)$ denklem (5.8) ile verilmiştir. Kafes yapısından dolayı

$$\gamma_{m}(\sigma(m+1)) = \max[\gamma_{m-1}(\sigma(m)) + \mathcal{L}_{m}(\sigma(m), \alpha_{m})]$$

işlemine karşılık gelir ki, burada maksimizasyon operasyonu bir sonraki anda $\sigma(m+1)$ evresine ulaşabilecek ($\sigma(m), \alpha_m$) ikilileri üzerinden yapılır. Kafes sayısını azaltmak için, geçmişe ait faz bilgisini taşıyan θ_m değerini kafes evrelerinden çıkaralım ve onu maksimizasyon değişkeni olarak düşünelim. Yani, yeni kafes yapısında evreler

$$\tilde{\sigma}(\mathbf{m}) = \{\alpha_{\mathbf{m}-\mathbf{L}+1}, \dots, \alpha_{\mathbf{m}-1}\}$$

olsun. Her yeni adımda ve evrede ana metrik $\gamma_m(\sigma(m+1))$ ile birlikte yan metrik θ_m de

$$\theta_m = \theta_{m-1} + \pi h \alpha_{m-L}$$

üzerinden güncellenir. Denklem (5.5)'e bakıldığında,

$$\mathbf{s}_{b}^{(j,m)}(\sigma(m),\alpha_{m}) = \int_{mT}^{(m+1)T} \mathbf{s}_{b}(t,\alpha_{m}) \mathbf{w}_{j}(t-mT) dt$$
$$= \mathbf{e}^{j\pi\hbar\theta_{m}} \int_{mT}^{(m+1)T} \mathbf{e}^{j\pi\hbar[\sum_{i=m-L+1}^{m}\alpha_{i}\mathbf{q}(t-iT)]} \mathbf{w}_{j}(t-mT) dt$$

olduğu görülür. Bu nedenle, $\tilde{\mathbf{s}}_{b}^{(j,m)}$

$$\tilde{\mathbf{s}}_{b}^{(j,m)}(\tilde{\sigma}(m),\alpha_{m}) = \int_{mT}^{(m+1)T} e^{j\pi h \left[\sum_{i=m-L+1}^{m} \alpha_{i}q(t-iT)\right]} \mathbf{w}_{j}(t-mT) dt$$

olarak tanımlandığında, Viterbi üzerinde maksimize edilecek ana metrik

$$\tilde{\gamma}_{m}(\tilde{\sigma}(m+1)) = \tilde{\gamma}_{m-1}(\tilde{\sigma}(m)) + \operatorname{Re}\left\{\sum_{j=0}^{B-1} r^{(j,m)} e^{-j\theta_{m}}(\tilde{s}_{b}^{(j,m)}(\tilde{\sigma}(m),\alpha_{m}))^{*}\right\}$$
(5.10)

denklemiyle ifade edilir. Bir başka deyişle, her m anında, verilen bir evre için o evreye bir önceki zamandan gelebilecek evreler üzerinden (5.10) maksimize edilir ve m - 1 anından bu metriği maksimize eden evre seçilerek θ_m güncellenir.

6. BENZETİM BULGULARI

Bu bölümde, Bölüm 3-5 arasında anlatılan SFK alıcı yapılarının beyaz toplamalı Gauss gürültü altında karşılaştırmalı performansları benzetim sonuçları üzerinden incelenmiştir. Benzetim sonuçları Matlab ortamında gerçeklenip, ilgilenilen alıcı yapısının bit hata oranları Monte Carlo yöntemi ile çoklanan gerçeklemeler üzerinden ortalama alarak hesaplanmıştır. Literatürde sıklıkla kullanıldığı üzere, sinyal gücünün gürültü gücüne oranı E_s/N_0 cinsinden düşünülmüş, performans metriği olarak bit hata oranının değişen E_s/N_0 değerleri için grafikleri üzerinden karşılaştırmalar sunulmuştur. Gürültünün beyaz Gauss olduğu ve spektral güç yoğunluğunun N0/2 olduğu kabul edilmiştir.

Benzetim sonuçlarına geçmeden önce tüm sonuçlarda ortak olarak kullanılan parametreleri verelim. Sonuçlar, literatürde sık ilgilenilen GEAKK için elde edilmiş olup, darbe uzunluğu L = 3 olarak seçilmiş olup, çeşitli kipleme indeksleri için başarım sonuçları elde edilmiştir. Basitlik açısından ikili iletim, yani M = 2 alınan sonuçlara ağırlık verilmiş, son olarak M = 4için de performans kıyaslamaları sunulmuştur. Bir iletim paketi 1000 sembolden oluşmaktadır, M = 2 alınan durumlarda bir paket içerisinde 1000 bit iletilmektedir. Monte Carlo benzetimleri, en az 200 paket hatası toplana veya 10000 paket gönderilene kadar devam ettirilmiştir.

Öncelikle ikili alfabe (M = 2) ve h = 1/2 için optimal SFK alıcı yapısının performansını inceleyelim. Şekil 6.1'de mavi eğri ile, Bölüm 3.1'de anlatılan $M^L = 8$ adet karmaşık uyumlu süzgeç ve ardından $4M^{L-1} = 16$ evre üzerinde çalışan Viterbi algoritmasının performansı gösterilmektedir. Aynı grafikte, çarpı işaretli kesikli kırmızı eğri Bölüm 3.2'de anlatılan indirgenmiş kafes üzerinde çalışan Viterbi algoritmasının performansını göstermektedir. Bu iki performansın birbirine çok yakın olduğu gözlenmektedir. İndirgenmiş kafes yapısı, aşağı yukarı aynı performansı sağlarken, karmaşıklıkta da oransal olarak 4 katlık bir azalma sağlamaktadır. Önemli bir diğer nokta da SFK optimal alıcı performansını, genlikte iletim yapan ikili faz kaydırma anahtarlaması yöntemi (İFKA) ile kıyaslamaktır. Bahsedilen bu ikinci yöntemin teorik performansı

$$BER(BPSK) = Q(\sqrt{2E_s/N_0})$$
(6.1)

eğrisi ile gösterilir [8]. Denklem 6.1'de kullanılan fonksiyon Q(.), Gaussian dağılımının kuyruk kısmının altında kalan alanı veren q-fonksiyonunu göstermektedir. Şekil 6.1'de verilen yuvarlak işaretli yeşil eğri bu performansı temsil etmektedir. Grafikten anlaşıldığı gibi, SFK (indirgenmiş Viterbi uygulanan) aynı performansı yakalamak için 10⁻⁵ hata oranında yaklaşık 0.7 dB daha fazla enerjiye ihtiyaç duyar. Bunu spektrum verimliliği ile hata performansı arasında bir ödünleşim olarak görebiliriz. İFKA, veriyi 180 derecelik ani faz atlamaları ile gönderdiğinden, spektrum verimliliği açısından SFK'ya göre oldukça dezavantajlıdır. Çünkü, SFK sürekli faz özelliği sayesinde, dar bir bandı verimli olarak kullanmayı sağlar. Spektrum verimliliği sağlayan SFK'nın, öbür yandan, aynı sembol enerjisi altında bakıldığında hata performansı İFKA'ya göre biraz daha kötüdür. Yani, hem spektrum verimliliği, hem hata performansı olarak düşündüğümüzde, iki yöntem arasında bir denge olduğunu görüyoruz.



Şekil 6.1. M = 2, h = 1/2 için SFK'nın Geleneksel Optimal Alıcı Performansı: tüm kafes ve indirgenmiş kafes üzerinde çalışan Viterbi algoritmaları karşılaştırması

Şimdi de aynı senaryo için Bölüm 4'te ele alınan Laurent tabanlı optimal EBODK alıcısını ve yine Laurent tabanlı alt-optimal alıcıların performanslarına bakalım. Şekil 6.2'de Bölüm 4.4'te anlatılan Laurent tabanlı optimal EBODK alıcısı performansı yuvarlak yeşil işaret ile gösterilmektedir. Bu alıcı için Laurent ayrışımında $K = 2^{L-1} = 4$ adet sinyal bulunmaktadır. Bölüm 4.4'te anlatıldığı gibi bu alıcı geleneksel optimal SFK alıcısı ile birebir aynı performansa sahiptir, her ikisi de SFK için optimal alıcıdır. Yalnızca, Laurent ayrışımı kullanıldığı durumda ön alıcıdaki süzgecler farklıdır ve hatta sügec sayısı da 4'e indirilmistir. Yani yesil yuvarlak isaret ile gösterilen optimal Laurent tabanlı alıcıda 4 adet süzgeç bulunmaktadır ve ardından gelen Viterbi algoritması $4M^{L-1} = 16$ evre üzerinde çalışmaktadır. Karşılaştırma açısından Şekil 6.1'de mavi eğri ile verilen geleneksel optimal alıcı yapısı da Şekil 6.2'ye eklenmiştir. Bu iki eğriyi kıyasladığımızda her iki alıcının da aynı performansı yakaladığını görebiliriz. Şekil 6.2'de çarpı işaretli kesikli kırmızı eğri, Bölüm 4.5.1'de anlatılan indirgenmiş kafes yöntemi ile çalıştırılan 4 evreli Viterbi algoritmasının performansını göstermektedir. Burada Laurent ayrışımında herhangi bir yaklaşıklama yapılmamış olup, ön alıcıda K = 4 süzgeç bulunduğu durum incelenmiştir. Benzer şekilde bunun da optimal alıcı performansına oldukça yakın çalıştığını gözlemlemek mümkündür. Yıldız işaretli pembe eğri ise Laurent ayrışımını K = 1 ile yaklaşık olarak kullanarak elde edilen alt-optimal alıcının, aynı zamanda indirgenmiş kafes üzerinde evresiz şekilde çalıştırılmasının sonucu elde edilen performanstır. Burada iki alt-optimal teknik birlikte kullanılarak pratik açıdan oldukça elverişli bir alıcı yapısı ortaya konmaya çalışılmıştır. Ön alıcıda sadece 1 adet süzgeç (Laurent ayrışımındaki $c_0(t)$ sinyali) kullanan bu alıcı, ardından herhangi bir kafes yapısı olmaksızın gelen veriye ve güncellenen faz bilgisine göre anında karar alan bir algoritma ile çalışmaktadır. Örneğin 16 evreli Viterbi algoritmasını kullanan optimal alıcıda her adımda 32 adet metrik hesaplanırken, evresiz olan bu alt-optimal alıcıda ise sadece 2 adet metrik hesaplanması yeterlidir. Performans karşılaştırması yaptığımızda ise, bu pratik alt-optimal algoritmanın 10^{-5} hata oranında yaklaşık 0.5 dB bir fark ile optimal performansı takip ettiğini görüyoruz.

Yine aynı senaryo altında, donanım gereksinimleri ön planda olan sistemler için önerilen Bölüm 5'te anlatılan Walsh uzayı alt-optimal alıcısının performansını inceleyeceğiz. Bölüm 5.2'de anlatılan Walsh sinyal uzayı üzerine bir ayrışım sonucu elde edilen alt-optimal alıcı, hem Bölüm 5.2'nin ilk bölümünde geçen standart Viterbi algoritması ile hem de Bölüm 5.2.1'de anlatılan indirgenmiş Viterbi algoritması ile çalıştırılmış ve sonuçları kıyaslamalı olarak Şekil 6.3 ile sunulmuştur. Burada yuvarlak yeşil işaret ile gösterilen B = 2 adet Walsh fonksiyonu ile yaklaşık olarak elde edilen alt-optimal alıcı ardından standart 16 evreli Viterbi alıcısının çalıştırılması sonucu elde edilmiştir. Aynı Walsh fonksiyonlarını kullanarak Bölüm 5.2.1 ile anlatılan indirgenmiş Viterbi alıcısı 4 evre ile çalıştırılmış ve elde edilen performans çarpı işaretli kırmızı kesikli çizgi ile gösterilmiştir. Kıyaslama amaçlı, geleneksel optimal SFK alıcısı da mavi eğri ile sunulmuştur.



Şekil 6.2. Laurent Tabanlı Alıcı Performansları: optimal ve alt-optimal karşılaştırması (h = 1/2, M = 2)

Şekil 6.3 üzerinden görüleceği gibi, her iki alt-optimal alıcı da optimal alıcı yapısınınkine çok yakın bir performans elde etmiştir. Bu sonuçlar doğrultusunda, Walsh sinyali alt-optimal alıcı yapısı incelenen GEAKK örneği için, donanımda sadece bir integral ve döküm süzgeci ardından 2 kat yüksek örnekleme ile performans olarak tercih edilebilecek oldukça pratik bir alıcı yapısı sağlamaktadır.

h = 1/2 için elde edilen sonuçlar donanımsal zorluk, evre sayısı ve performans açısından 10dB E_s/N_0 için karşılaştırılması ÇİZELGE 6.1 ile sunulmuştur.

Ayrıca, GEAKK örneğinde kipleme indeksini h = 3/4, darbe uzunluğunu L = 3 ve alfabe boyutunu 2 olarak seçerek Laurent ve Walsh tabanlı alıcı yapıları için benzetim yapılmıştır. Fazın



Şekil 6.3. Walsh Sinyal Uzayı Alıcı Performansları: optimal ve alt-optimal karşılaştırması (h = 1/2)

alabileceği değerler $\theta_n = \{0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi, 5\pi/4, 3\pi/2, 7\pi/4\}$ olarak 8 tanedir. Şekil 6.4'te kırmızı kesikli eğri ile 32 evreli optimal Viterbi uygulanan Laurent ayrışımı gösterilmiştir. Kırmızı yuvarlak işaretle gösterilen grafik K = 1 için olup kafes evresi 8 dir, yani indirgenme yapılmamış olup faz kafes evresinden çıkartılmamıştır. Sadece daraltılmış Laurent ayrışımı kullanıldığından evre sayısı $pM^{L-1} = 8 * 2^2 = 32$ 'den $pM^{L-i-1} = 8 * 2^0 = 8$ 'e 2ⁱ oranında azalmaktadır (i = 2). Bunun üzerine bir de kafes indirgemesi yapıldığında kırmızı kesikli çizgi ve dörtgen işareti ile gösterilen hafızasız alıcı yapısının benzetim sonucu elde edilir. Bu alıcının hata performansının diğerlerinden kötü olduğu gözlemlenmektedir. Mavi kare işaretiyle çizilen eğri B = 4 Walsh sinyali üzerine 32 evreli Viterbi algoritması mavi çarpı işaretiyle çizilen eğri ise B = 2 Walsh sinyali üzerine 32 evreli Viterbi algoritması çalıştırılan alıcı yapısı içindir. Burada mavi yıldız işaretli eğri B = 2 Walsh sinyali üzerine indirgenmiş Viterbi algoritması uygulanan alıcı yapısını temsil eder. Şekil 6.4'ten görüldüğü üzere evre sayısı azaldıkça hata performansı kötüleşmekte-

ÇİZELGE 6.1. M = 2, h = 1/2 ve $E_s/N_0 = 10 dB$ için hata performansı ve karmaşıklık kiyaslaması

	Süzgeç Say.	Evre Say.	Metrik Say.	BER
Geleneksel optimal	8	16	32	1.06e-5
Laurent optimal $(\mathbf{K} = 4)$	4	16	32	1.22e-5
Laurent alt-optimal $(\mathbf{K} = 4)$	4	4	8	1.7e-5
Laurent alt-optimal $(\mathbf{K} = 1)$	1	-	2	3.52e-5
Walsh alt-optimal $(\boldsymbol{B}=2)$	1	16	32	1.5e-5
Walsh alt-optimal $(\mathbf{B}=2)$	1	4	8	1.8e-5

ÇİZELGE 6.2. M = 2, h = 3/4 ve Bit hata oranı 10^{-4} İçin performans ve karmaşıklık kiyaslaması

	Karmaşık süzgeç say.	Evre say.	Metrik say.	$E_{\rm s}/N_0~({\rm dB})$
Laurent optimal ($\mathcal{K} = 4$)	4	32	64	6.855
Laurent alt-optimal $(\mathbf{K} = 1)$	1	8	16	7.851
Laurent alt-optimal $(\mathbf{K} = 1)$	1	-	2	19.72
Walsh alt-optimal $(\mathbf{B} = 2)$	1	32	64	6.984
Walsh alt-optimal $(\mathbf{B}=2)$	1	4	8	8.423

dir. Ayrıca seçilen senaryo altında Walsh tabanlı alıcı yapılarından tam dolulukla çalışan Viterbi için, B = 2 adet Walsh sinyalinin yeterince iyi performans verdiği görülmektedir. Burada dikkat çeken başka önemli bir nokta da, düşük karmaşıklığa sahip Laurent veya Walsh tabanlı alıcı yapılarının performans kayıplarıdır. Düşük karmaşıklığa sahip yöntemler h = 1/2 için optimuma yakın sonuçlar verirken, h = 3/4 iken yeterince iyi performansa sahip olmayabilirler. Bunun sebebi, optimal Viterbi algoritmasındaki evre sayısının h = 3/4 için h = 1/2'ye göre daha fazla olmasıdır. Yani düşük karmaşıklığa sahip Viterbi algoritması h = 3/4 için h = 1/2'ye oranla daha fazla indirgenmiştir.

h = 3/4 için elde edilen sonuçlar donanımsal zorluk, evre sayısı ve performans açısından 10^{-4} hata oranı için karşılaştırılması ÇİZELGE 6.2 ile sunulmuştur.

Performans sonuçları arasında daha iyi bir ilinti kurabilmek amacı ile aynı senaryo altında fakat bu kez h = 1/4 durumu için karşılaştırmalı başarım sonuçları elde edilmiş ve Şekil 6.5 ile sunulmuştur. Fazın alabileceği değerler $\theta_n = \{0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi, 5\pi/4, 3\pi/2, 7\pi/4\}$ olarak



Şekil 6.4. M = 2, h = 3/4 için Laurent ve Walsh Tabanlı Alıcı Performansları: optimal ve alt-optimal karşılaştırması

8 tanedir. Bu nedenle optimal Viterbi algoritmasındaki evre sayısı h = 3/4 ile aynıdır. Fakat başarım sonuçlarında Laurent veya Walsh tabanlı ve düşük karmaşıklığa sahip alıcı yapılarının da optimale çok yakın performans elde edebildikleri görülmektedir. Bunun bir sebebi olarak h = 1/4ve h = 3/4 değerlerinin birbirinden oldukça farklı en küçük Öklit uzaklığına sahip olmaları akla gelmektedir. Bu konu, daha net sonuçlar çıkarmak için üzerine gidilebilecek gelecek çalışma konularından biri olarak düşünülmektedir.

Son olarak spektral verimliliği daha yüksek bir senaryo incelenmiştir. 4-lü alfabe $\{-3, -1, 1, 3\}$ altında, h = 3/4 için geleneksel optimal alıcı ve Walsh tabanlı alıcı yapılarının başarım kıyaslamaları Şekil 6.6 ile sunulmuştur. Fazın alabileceği değerler $\theta_n = \{0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi, 5\pi/4, 3\pi/2, 7\pi/4\}$ olarak 8 tanedir. Alfabe boyutu 4'e çıktığı için, geleneksel optimal alıcı yapısında



Şekil 6.5. h=1/4 için Laurent ve Walsh Tabanlı Alıcı Performansları: optimal ve alt-optimal karşılaştırması

evre sayısı $pM^{L-1} = 8 * 4^2 = 128$ olarak hesaplanabilir. Bu tezde anlatılan Laurent ayrışımı sadece ikili iletim sistemleri için geçerli olduğundan, bu yöntemin başarım sonuçları gösterilmemektedir. Fakat literatürde Laurent ayrışımının daha büyük alfabe boyutları için genişletilmiş versiyonlarını bulmak mümkündür [23]. Şekil 6.6 üzerinde görüldüğü gibi, alfabe boyutu büyüdüğünde (kipleme indeksine de bağlı olarak) seçilen Walsh sinyal sayısı performansı oldukça etkilemektedir. Örneğin B = 2 Walsh sinyali kullanıldığında, Viterbi algoritması tam dolulukta çalıştırılsa dahi 4.5 dB'lik bir kayıp olduğu gözlenmektedir. Fakat B = 4 ve tam dolulukta çalıştırılsa viterbi algoritması, optimal alıcı yapısına 0.5 dB'nin altında bir yakınlıkta başarım elde etmektedir. İndirgenmiş Viterbi algoritması ise, hem B = 2 hem de B = 4 durumu için, karşılık gelen tam dolulukta çalıştırılan Viterbi algoritmalarına göre 1 dB'lik bir kayıp ile başarım

sergilemiştir.



Şekil 6.6. h=3/4 için Optimal ve Walsh Tabanlı Alıcı Performansları Karşılaştırması

M = 4 ve h = 3/4 için elde edilen bu sonuçlar donanımsal zorluk, evre sayısı ve performans açısından 10^{-4} hata oranı için karşılaştırılması ÇİZELGE 6.3 ile sunulmuştur. Aradaki farkları bu tablo üzerinden de doğrulayabiliriz. B = 2 ve B = 4 arasında donanımsal yönden, filtre sayısı açısından bir fark yoktur, fakat B = 4 durumundaki integral ve döküm süzgeci çıkışındaki örnekleme hızı B = 2 durumunun 2 katı kadardır. Bu da tabloda direk farkedilmese de, donanımsal bir zorluk getirmektedir. Fakat B = 4 ile yalnızca örnekleme hızın 2 katına çıkararak, performans yönünden 4 dB'nin üzerinde bir kazanç sağlamak mümkündür.

ÇİZELGE 6.3. M = 4, h = 3/4 ve Bit hata oranı 10^{-4} için performans ve karmaşıklık kiyaslaması

	Süzgeç Say.	Evre Say.	Metrik Say.	$E_{\rm s}/N_0~({\rm dB})$
Geleneksel optimal	64	128	512	8.3
Walsh alt-optimal $(\boldsymbol{B}=2)$	1	16	64	14
Walsh alt-optimal $(\boldsymbol{B}=2)$	1	128	512	13
Walsh alt-optimal $(\mathbf{B} = 4)$	1	16	64	9.6
Walsh alt-optimal $(\mathbf{B} = 4)$	1	128	512	8.7

7. SFK ALICISI İÇİN ÖNERİLEN DİĞER TASARIMLAR

7.1 Rimoldi Ayrışımı

Rimoldi ayrışımında, orijinal SFK fazında bazı değişiklikler yapılarak SFK'nın faz evrimi bir sonlu zaman makinesi ile yeniden formüle edilmiştir. Bu formülasyonla, SFK'nın faz kafesinin her defasında yeniden çıkarılması yerine bunun otomatik olarak yapılması sağlanmış, böylece pratik modemlerin tasarımı hızlanmıştır. Ancak Rimoldi ayrışımı, bir SFK alıcısının karmaşıklığında azalma sağlamamaktadır. Orijinal SFK fazına dayalı optimum bir SFK kip çözücüsü [14] ve Rimoldi ayrışımına dayalı bir kip çözücü için alıcıda $S = pM^{L-1}$ durumlu bir sonlu zaman makinesinin kullanılması gerekmektedir [3].

Laurent ayrışımının [5] matematiksel içeriği Rimoldi ayrışımına göre daha karmaşık olmasına rağmen SFK modem tasarımında hesapsal karmaşıklığın azaltılmasına olanak sağlayan bir yapıdadır. Laurent tarafından geliştirilen ayrışım tekniği, ikilik bir SFK anabant eşdeğerinin sonlu sayıda darbe genlik kiplenimli (PAM) bileşeninin bir üstdüşümü (süperpozisyonu) olarak ifade edilmesini sağlar.

7.2 Mengali & Modelli Ayrışımı

Mengali & Morelli [35] Laurent ayrışımını tüm alfabe uzunlukları için genelleştirmiştir. Laurent ayrışımı çok seviyeli kiplemeye uygulanırken M'li veri dizisi $\{\alpha_i\}$, ikilik altdizi cinsinden yazılarak çok seviyeli sinyaller ikilik SFK dalga şekillerinin çarpımı olarak gösterilebilir. Her dalga şekline Laurent ayrışımı uygulandığında istenilen sonuca ulaşılır.

Mengali & Morelli tekniğinin ana fikri, M uzunluklu alfabeye sahip bir SFK dalgasının anabant eşdeğerini, $\lceil log_2 M \rceil$ adet ikilik SFK anabant sinyalinin çarpımı olarak ifade etmeye dayalıdır. Mengali & Morelli tarafından sunulan genelleştirilmiş Laurent ayrışımı, tüm alfabe uzunlukları için bir SFK dalgasının anabant eşdeğerininin

$$\mathbf{s}(t,\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n} \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{k,n} \mathbf{g}_{k}(t-nT), \qquad \mathbf{Z} = \mathbf{Q}^{P}(2^{P}-1)$$
(7.1)

denklemiyle elde edilmesini sağlar [36]. (7.1)'de görülen Z, Laurent ayrışımıyla elde edilen PAM

bileşenlerinin sayısını, $\hat{\alpha}_{k,n}$ SFK sözde (pseudo) sembollerini, $g_k(t)$ ise ayrışım darbelerini temsil etmektedir. α , kiplenim girişine sunulan sembollerinden (α_n) oluşan dizini temsil etmektedir. $\alpha_{k,n}$ ve $g_k(t)$ ikilik SFK'da [5] görece kolay hesaplanabilirken yüksek dereceli SFK'da bu terimlerin hesaplanabilmesi için [35]'de sunulduğu gibi daha uzun işlem adımları gerekmektedir.

Denklem 7.1'deki PAM bileşenlerinin sayısı Z;

$$\mathbf{Q} \triangleq 2^{L-1} \tag{7.2}$$

$$\boldsymbol{P} \triangleq \lceil \boldsymbol{log}_2 \boldsymbol{M} \rceil \tag{7.3}$$

$$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{Q}^{\boldsymbol{P}}(\boldsymbol{M} - 1) \tag{7.4}$$

tanımlamalarıyla elde edilir.

Laurent ve M&M tarafından gerçekleştirilen ayrışımda ortaya çıkan PAM bileşenlerinin sayısı birçok pratik durum için çok yüksek olabilir. Örneğin M = 4, h = 1/4, 3RC SFK için N = 48 adet PAM terimi mevcuttur. Bu da PAM bileşenlerinin sayısının bir çeşit yaklaşıklık kullanılarak azaltılmasını gerekli kılar. PAM bileşen sayısının azaltılmasıyla elde edilen herhangi bir sadeleştirme tekniği için yaklaşık Laurent ayrışımına dayalı SFK anabant eşdeğeri

$$\hat{\mathbf{s}}(t,\alpha) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n} \alpha_{k,n} \mathbf{g}_{k}^{mmse}(t-nT)$$
(7.5)

denklemiyle genellenebilir. Karesel ortalama yaklaşıklığın kullanıldığı düşünülerek denklem (7.5)'deki ifade de darbe fonksiyonları $g_k^{mmse}(t)$ ile gösterilmiştir. Karesel ortalama yaklaşıklığı ölçütüne göre optimum Laurent ayrışım darbelerinin hesaplanması ise yine ikilik SFK [5] için görece olarak kolay, yüksek dereceli SFK [35] için ise çok daha uzun işlemler gerektirmektedir.

7.3 Huber ve Liu

Huber ve Liu [34], kipleme indeksi *h*'nin çok küçük değerlerindeki (tekli-h) SFK modeli için boyutu 3 olan bir altuzay önermiştir. Doğuray (basis) fonksiyonları Gram-Schmidt yöntemiyle

bulunabilir. Önerilen yöntemde boyut azaltıldığı için meydane gelen kayıp fazla değildir ve h'nin çok küçük değerleri için 0'a yakınsar. Sadece altı tane uyumlu süzgece ihtiyaç duyulan tasarımda alıcıdaki karmaşıklığı oldukça azaltan bir çözüm sunulmuştur. Ayrıca, bellek evrelerinin sayısı azaltılarak da işlenmemiş simgeler arası karışmayı (ISI) en aza indirmek hedeflenmiştir.

Huber ve Liu'nun sunduğu alıcıdaki hata olasılığını en aza indirerek optimize edilen bir alıcı yapısı Palenius ve Svensson tarafından sunulmuştur [37].

7.4 Simmons

Simmons yönteminde zaman ayarlamalı *sinc* fonksiyonlarının doğuray seti ile bir altuzay benimsenir, bu sebeple uyumlu süzgeçler örnekleyicilerin takip ettiği iki tane alçak geçiren süzgeçle değiştirilir. Kafes evrelerinin sayısını basitleştirirken oluşan problem simgelerarası karışma sebebiyle artmaktadır. Bu artış alçak geçiren süzgeçlerin bantgenişliğine bağlıdır. Viterbi algoritmasının metriği sadece SFK modeline değil aynı zamanda alıcı yapısını daha karmaşık yapan alçak geçiren süzgeçlere bağlıdır.

Farklı SFK tasarımları için, yani farklı q(t), M, L ve $\{h_j\}$ değerlerinde tekli-h ya da çoklu-h için optimum ve alt-optimum alıcıların gerçeklemesinde her farklı model için özel bir tasarım gerekir. Önerilen altoptimum alıcılar ise tüm SFK modellerinde benzer yapıya sahiptir. İletilen sinyalin faz darbesine merdiven faz darbesi ile yaklaşılır ve Walsh yöntemi ile benzer alıcı yapısı elde edilir. Ancak özellikle küçük h değerlerinde Walsh yöntemi daha iyi performansa sahiptir.

8. SONUÇ

Bu tez çalışmasında Sürekli Faz Kiplemesinde sinyal tasarımı ve alıcı yapılarında kullanılan temel yöntemler incelenmiştir. Yüksek karmaşıklığa sahip alıcı yapılarını basitleştirmek için geliştirilen Laurent yöntemi temel alınarak optimum en büyük olabilirlik alıcısı elde edilmiştir. Ayrıca Walsh sinyal uzayındaki SFK sinyalinin ayrışımı temel alınarak modellenen ve yarı-optimum sonuç veren alıcı yapısı analiz edilmiştir. Dizi evrelerinin olabilirlik kestiriminde Viterbi algoritması kullanılmıştır ve alıcıdaki karmaşıklığın azaltılması MATLAB benzetimleriyle incelenmiştir. İlgilenilen alıcı yapısının bit hata oranları Monte Carlo yöntemi ile çoklanan gerçeklemeler üzerinden ortalama alarak hesaplanmıştır. Beyaz toplamalı Gauss gürültü altında iki farklı yöntemin hata performansı karşılaştırılmıştır.

Çalışmalar literatürde sık ilgilenilen GEAKK için yapılmıştır ve darbe uzunluğu L = 3 için çeşitli kipleme indeksleri üzerinden performans incelenmiştir. Laurent ve Walsh tabanlı alt optimal alıcı yapıları arasındaki başarım farklarının seçilen kipleme indeksine bağlı olduğu gözlemlenmiştir. Örneğin, düşük kipleme indeksleri için oldukça düşük karmaşıklığa sahip, daraltılmış sinyal uzayında yaklaşıklanan Laurent tabanlı alıcı yapısını izleyen indirgenmiş Viterbi algoritması bile optimal alıcı yapısına yakın başarım elde ederken, bu fark h = 3/4'e çıktığında oldukça artmaktadır.

Ayrıca benzer sonuçlar, donanım gereksinimleri ön planda olan sistemler için önerilen Walsh uzayı alt-optimal alıcısı için de gözlenmiştir. Seçilecek Walsh dizi sayısı arttıkça performans optimale yaklaşmaktadır. Kipleme indeksi h = 1/2 veya 1/4 için M = 2 alfabe boyutu altında, 2 adet Walsh sinyali üzerinden yaklaşıklanan alıcı yapısı indirgenmiş Viterbi algoritması ile dahi optimale çok yakın başarım sergilerken, h = 3/4 ve M = 4 büyüklüğünde alfabe için aynı alıcı yapısının performans kayıpları verdiği gözlemlenmiştir. Fakat bu zor senaryolarda, daha fazla sayıda (örneğin 4 adet) Walsh sinyali kullanıldığında performans kayıpları önemli ölçüde azalmaktadır.

Bir başka sonuç da, Viterbi algoritmasındaki evre sayısı indirgendikçe hata performansının kötüleşmesidir. Fakat yine seçilen senaryoya göre performans kayıpları önemsiz derecede küçük kalabilir. Örneğin, düşük karmaşıklığa sahip alıcılar h = 1/2 için optimuma yakın çıktılar verirken h = 3/4 için (özellikle belleksiz olan) yeterince iyi performansa sahip değillerdir. Bunun
sebebi, h = 3/4 için optimal evre sayısının h = 1/2 için gereken evre sayısından daha fazla olması, yani indirgenme oranının h = 3/4 için daha yüksek olmasıdır.

Özet olarak, optimal ve incelenen alt optimal alıcı yapılarının başarımları arasındaki fark, seçilen senaryoya özellikle de kipleme indeksi ve alfabe boyutuna bağlıdır. Gelecek çalışma konuları olarak, performans farkları ve bağlı oldukları senaryo özellikleri hakkında daha detaylı bir çalışma yapılabilir. Bu tezde yapılan çalışma yüksek alfabe boyutları, farklı SFK sinyalleri ve farklı kipleme indeksi değerleri için tekrarlanabilir. Alıcıdaki karmaşıklığı azaltmak için alternatif yöntemler incelenebilir. Ayrıca donanımda gerçeklenerek kaynak kullanımı ve veri hacmi analizi yapılması faydalı olacaktır.

KAYNAKLAR

- T. Aulin and C. Sundberg, "Continuous phase modulation part 1: Full response signaling," IEEE Transactions on Communications, vol. 29, pp. 196–209, March 1981.
- [2] C. E. Sundberg, "Continuous phase modulation," *IEEE Communications Magazine*, vol. 24, pp. 25–38, April 1986.
- [3] B. E. Rimoldi, "A decomposition approach to cpm," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 34, pp. 260–270, Mar 1988.
- [4] B. Özgül, Advanced Tranceiver Design For Continuos Phase Modulation. PhD thesis, Boğaziçi University, 2008.
- [5] P. Laurent, "Exact and approximate construction of digital phase modulations by superposition of amplitude modulated pulses (amp)," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 34, pp. 150–160, Feb 1986.
- [6] J. Anderson, T. Aulin, and C. Sundberg, *Digital Phase Modulation*. Applications of Communications Theory, Springer US, 1986.
- [7] L. Couch, *Digital and Analog Communication Systems*. Prentice-Hall international editions, Pearson, 2013.
- [8] M. Salehi and J. Proakis, *Digital Communications*. McGraw-Hill Education, 2007.
- [9] A. F. Molisch, J. Fuhl, and P. Proksch, "Bit error probability of msk modulation with switched diversity in a mobile-radio channel with two independently-fading paths," in *Proceedings of 6th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, vol. 3, pp. 1223–, Sept 1995.
- [10] J. Anderson, C. E. Sundberg, T. Aulin, and N. Rydbeck, "Power-bandwidth performance of smoothed phase modulation codes," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 29, pp. 187–195, March 1981.
- [11] M. Alencar and V. da Rocha, *Communication Systems*. Springer US, 2005.
- [12] B.-S. Feng, "A strategy to reduce the detection complexity of nonlinear continuous-phase modulation signals," *M.E. Thesis, Chung Yuan Christian University*, 2006.
- [13] L. Zhou, "Low complexity psp-mlse receiver for h-cpm with receive diversity," Master Thesis, University of Canterbury, May 2009.
- [14] T. Aulin, N. Rydbeck, and C. E. Sundberg, "Continuous phase modulation part 2: Partial response signaling," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 29, pp. 210–225, March 1981.
- [15] M. Kalkan, "Cpm performance with diversity in mobile radio," in *Electrotechnical Confe*rence, 1994. Proceedings., 7th Mediterranean, pp. 32–34 vol.1, Apr 1994.

- [16] A. Barbieri and G. Colavolpe, "Simplified soft-output detection of cpm signals over coherent and phase noise channels," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 6, pp. 2486–2496, July 2007.
- [17] H. L. V. Trees, Detection, Estimation, and Modulation Theory-Part 1. 1968.
- [18] S. Pasupathy, "Minimum shift keying: A spectrally efficient modulation," IEEE Communications Magazine, vol. 17, pp. 14–22, July 1979.
- [19] M. V. Eyuboglu and S. U. H. Qureshi, "Reduced-state sequence estimation for coded modulation of intersymbol interference channels," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 7, pp. 989–995, Aug 1989.
- [20] A. Svensson, "Reduced state sequence detection of partial response continuous phase modulation," *IEE Proceedings I - Communications, Speech and Vision*, vol. 138, pp. 256–268, Aug 1991.
- [21] J. B. Anderson, "Limited search trellis decoding of convolutional codes," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 35, pp. 944–955, Sep 1989.
- [22] S. Simmons and P. Wittke, "Low complexity decoders for constant envelope digital modulations," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 31, pp. 1273–1280, December 1983.
- [23] M. Figuera and J. V. Krogmeier, "Optimum and suboptimum receivers for m-ary cpm signals based upon the laurent representation," in *Proceedings IEEE 56th Vehicular Technology Conference*, vol. 4, pp. 2268–2272 vol.4, 2002.
- [24] P. A. Murphy and G. E. Ford, "Cochannel receivers for cpm signals based upon the laurent representation," CIPIC Center for Image Processing and Integrated Computing University of California.
- [25] W. Tang and E. Shwedyk, "A quasi-optimum receiver for continuous phase modulation," IEEE Transactions on Communications, vol. 48, pp. 1087–1090, Jul 2000.
- [26] C. Brown and P. Vigneron, "Equalisation for continuous phase modulation using basis functions," in SPIE Defense, Security, and Sensing, pp. 806109–806109, International Society for Optics and Photonics, 2011.
- [27] C. Brown and P. J. Vigneron, "Complexity reduction for continuous phase modulation using basis functions," in *MILCOM 2009 - 2009 IEEE Military Communications Conference*, pp. 1–7, Oct 2009.
- [28] W. Tang and E. Shwedyk, "A cpm receiver based on the walsh signal space," in IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers, and Signal Processing. Proceedings, pp. 203–206, May 1995.

- [29] F. A. T. B. N. Monteiro and A. J. C. B. Rodrigues, "Cpm reception combining complexity reduction techniques for schemes on minimum euclidian distance upper bound and msk," in *International Symposium onInformation Theory, 2004. ISIT 2004. Proceedings.*, pp. 218–, June 2004.
- [30] W. Tang, "A receiver for continuous phase modulation in walsh signal space," Degree of Doctor of Philosophy, Department of Electrical and Computer Engineering University of Manitoba WiMipeg, Manitoba Canada, September 1998.
- [31] F. A. Monteiro and A. J. Rodrigues, "Limits for cpm signals representation by walsh functions," in 7th European Conference on Wireless Technology, 2004., pp. 33–36, Oct 2004.
- [32] L. E. Franks, "Signal theory," Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1969.
- [33] S. J. Simmons, "Simplified coherent detection of cpm," IEEE Transactions on Communications, vol. 43, pp. 726–728, Feb 1995.
- [34] J. Huber and W. Liu, "An alternative approach to reduced-complexity cpm-receivers," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 7, pp. 1437–1449, Dec 1989.
- [35] U. Mengali and M. Morelli, "Decomposition of m-ary cpm signals into pam waveforms," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 41, pp. 1265–1275, Sep 1995.
- [36] A. Cero, D. Fertonani, G. Colavolpe, and M. P. Wylie-Green, "On reduced-complexity softoutput detection of continuous phase modulations," in VTC Spring 2008 - IEEE Vehicular Technology Conference, pp. 1092–1096, May 2008.
- [37] T. Palenius and A. Svensson, "Reduced complexity detectors for continuous phase modulation based on a signal space approach," *European Transactions on Telecommunications*, vol. 4, no. 3, pp. 285–297, 1993.

ÖZGEÇMİŞ

Kimlik Bilgileri

Adı Soyadı: Cansu ŞEN Doğum Yeri: Balıkesir Medeni Hali: Bekar E-posta: cansusen@aselsan.com.tr Adresi: Bağlıca Mahallesi, Kepir Cad. No:32/7 Ozan City D1 Blok Daire:37 Etimesgut/ANKARA

Eğitim

Lise: Sırrı Yırcalı Anadolu Lisesi, BALIKESİR Lisans: Hacettepe Üniversitesi Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, ANKARA Yüksek Lisans: Hacettepe Üniversitesi Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, ANKARA

Yabancı Dil ve Düzeyi

İngilizce : İleri düzey

İş Deneyimi

Ocak 2014-...: Tasarım Mühendisi, ASELSAN A.Ş., ANKARA

Deneyim Alanları

FPGA Tasarım ve Gerçekleme, Algoritma Geliştirme

Tezden Üretilmiş Projeler ve Bütçesi

_

Tezden Üretilmiş Yayınlar

_

Tezden Üretilmiş Tebliğ ve/veya Poster Sunumu ile Katıldığı Toplantılar

_



HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLER ENSTİTÜSÜ ELEKTRİK ve ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tarih:19/07/2017

Tez Başlığı / Konusu: Sürekli Faz Kiplemesi İçin Düşük Karmaşıklığa Sahip Alıcılar

Yukarıda başlığı/konusu gösterilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 60 sayfalık kısmına ilişkin, 18/07/2017 tarihinde şahsım/tez danışmanım tarafından *Turnitin* adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı %7 'dir.

Uygulanan filtrelemeler:

- 1- Kaynakça hariç
- 2- Alıntılar hariç/dâhil
- 3- 5 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orjinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

		Tarih ve İmza
Adı Soyadı:	Cansu Şen	19.07.2017
Öğrenci No:	N13129535	Czen
Anabilim Dalı:	Elektrik ve Elektronik Mühendisliği	
Programi:	Yüksek Lisans	
Statüsü:	🛛 Y.Lisans 🗌 Doktora 🗌 Bütünleşik I	Dr.
DANIŞMAN ONAYI		
	UYGUNDUR.	
	Dac, Dr. Emre Aktas (Unvan, Ad Soyad, İmza)	