

**KOŞULLU OTOREGRESİF MEKÂNSAL - ZAMANSAL
MODELLER İLE YABANCI DİL SINAVI PUANLARININ
İSTATİSTİKSEL ANALİZİ**

**STATISTICAL ANALYSIS OF FOREIGN LANGUAGE
TEST SCORES WITH CONDITIONAL
AUTOREGRESSIVE SPATIAL-TEMPORAL MODELS**

SERCAN DİNARCAN

DR. ÖĞRETİM ÜYESİ CEREN EDA CAN

Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin
İstatistik Anabilim Dalı için Öngördüğü
YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak hazırlanmıştır.

2024

*Sevgili eşim Gözde ve
canım kızım İpek'e...*

ÖZET

KOŞULLU OTOREGRESİF MEKÂNSAL – ZAMANSAL MODELLER İLE YABANCI DİL SINAVI PUANLARININ İSTATİSTİKSEL ANALİZİ

Sercan DİNARCAN

Yüksek Lisans, İstatistik Bölümü

Tez Danışmanı: Dr. Öğretim Üyesi Ceren Eda CAN

Mayıs 2024, 68 sayfa

Mekânsal-zamansal veri, belirli koordinat değerlerine ve bu koordinat değerleri için de belirli bir coğrafi referans sistemine sahip olan, belirli bir zamanda ya da zaman diliminde meydana gelen gözlemlerden oluşmaktadır. Bu verinin en önemli özelliği, coğrafi olarak yakın birimlerden yakın zamanlarda toplanan gözlemlerin, daha uzak birimlerden ve zamanlardan toplananlara göre daha benzer olma eğiliminde olmasıdır. Verideki mekânsal ve zamansal benzerlikler, değişkenlerde doğal olarak mekânsal-zamansal ilişkilere yol açmaktadır. Bu nedenle, mekânsal-zamansal veriler modellenirken, gözlemleri meydana getiren birimlerin mekânsal konumları ile bu birimlere ilişkin gözlemlerin zamansal değişimleri ve bunların birbiriyle olan karşılıklı ilişkileri de kullanılmalıdır. Mekânsal-zamansal veriler Genelleştirilmiş Doğrusal Modeller (GDM) gibi modeller ile modellendiğinde, elde edilen artıklar mekânsal ve zamansal otokorelasyon içermektedir. Bu durum model varsayımlarının bozulmasına neden olmaktadır. Mekânsal-zamansal modeller artıklardaki mekânsal ve zamansal otokorelasyonu arındırmaktadır ve böylece kararlı modeller oluşturulmaktadır. Bu tez çalışmasında, 2015-2020 yılları arasında yapılmış olan Yabancı Dil Bilgisi Seviye

Tespit Sınavı (YDS) puanlarındaki mekânsal-zamansal etkilerin, benzerliklerin, değişkenliklerin tespit edilmesi ve başarıya etki eden faktörlerin ortaya çıkartılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda, YDS puan ortalamaları Türkiye'nin mülki idare bölünüş sınırlarının oluşturduğu en büyük mekânsal birim olan iller bazında ele alınarak mekânsal-zamansal modeller ile modellenmiştir. Moran'ın I testi, YDS il puan ortalamalarının mekânsal otokorelasyona sahip olduğunu göstermiştir. Verideki mekânsal-zamansal benzerlikler ve farklılıklar çeşitli haritalandırma teknikleri kullanılarak görsel olarak sunulmuştur. YDS puanlarını etkileyebileceği düşünülen faktörler modele dâhil edilmiş ve bu faktörlerin YDS il başarısına etkileri değerlendirilmiştir. Bu çalışmada, koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modeller kullanılmıştır. Bu modeller, genelleştirilmiş doğrusal modellere mekânsal-zamansal rasgele etkilerin eklenmesiyle oluşturulan genelleştirilmiş doğrusal karma modellerdir. Mekânsal-zamansal rasgele etkiler, farklı formlarda tanımlanabilmektedirler ve formlarına uygun olarak koşullu otoregresif önsel dağılımlara sahiptirler. Rasgele etkilerin formlarına bağlı olarak oluşturulan genelleştirilmiş doğrusal karma modeller, Bayesci yaklaşım kullanılarak hiyerarşik yapıda modellenmektedir. Bu tez çalışması, YDS verisinin mekânsal-zamansal modeller ile istatistiksel olarak analiz edildiği ilk çalışmadır. Tezde incelenen koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modellerin YDS verisine uygulanmasında açık kaynak kodlu R programındaki CARBayesST paketi (sürüm: 3.2.1) kullanılmıştır. Sapma bilgi kriteri gibi modele uyum kriterlerinden yararlanarak en iyi model seçilmiştir. Tüm yıllar için illerin YDS puan ortalamaları en iyi model üzerinden tahmin edilmiştir ve YDS puan ortalamalarının tahminleri haritalandırma teknikleri kullanılarak sunulmuştur. En yüksek ve en düşük başarılı iller belirlenmiştir. Modelleme sonuçları ve YDS üzerindeki mekânsal-zamansal etkiler detaylı olarak tartışılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Mekânsal-Zamansal Modeller, Bayesci Hiyerarşik Modelleme, Koşullu Otoregresif Önseller, Mekânsal Otokorelasyon, Alansal Birim Haritalandırma, YDS.

ABSTRACT

STATISTICAL ANALYSIS OF FOREIGN LANGUAGE TEST SCORES WITH CONDITIONAL AUTOREGRESSIVE SPATIAL-TEMPORAL MODELS

Sercan DİNARCAN

Master, Department of Statistics

Supervisor: Asst. Prof. Dr. Ceren Eda CAN

May 2024, 68 pages

Spatial-temporal data consist of observations occurring at a specific time or time period, with specific coordinate values and a specific geographic reference system for these coordinate values. The most important feature of this data is that observations collected at close times from geographically close units tend to be more similar than those collected at more distant units and times. Spatial and temporal similarities in the data naturally lead to spatial-temporal relationships in the variables. Therefore, when modeling spatial-temporal data, the spatial locations of the units that generate the observations, the temporal variations in the observations of these units, and their interrelationships to each other should be used. When spatial-temporal data are modelled with models such as Generalized Linear Models (GLM), the residuals contain spatial and temporal autocorrelation. This leads to the violation of the model assumptions. Spatial-temporal models remove the spatial and temporal autocorrelation in the residuals and then stable models are built. In this thesis, it is aimed to determine the spatial-temporal effects, similarities and variations in the scores of the Foreign Language Test (FLT) conducted between 2015 and 2020 and to reveal the factors

affecting the success. To achieve this aim, the averages of the FLT scores were modelled with spatial-temporal models on the basis of provinces of Turkey, which are the largest spatial unit formed by the administrative divisions of Turkey. Moran's I test showed that the averages of the FLT provincial scores have spatial autocorrelation. Spatial-temporal similarities and differences in the data were presented visually using various mapping techniques. Factors that are considered to affect FLT scores were included in the model and the impacts of these factors on FLT provincial success were evaluated. In this study, conditional autoregressive spatial-temporal models are employed. These models are generalised linear mixed models, which are developed by adding spatial-temporal random effects to generalised linear models. Spatial-temporal random effects can be defined in different forms and have conditional autoregressive prior distributions in accordance with their forms. Generalised linear mixed models based on the forms of random effects are modelled hierarchically using a Bayesian approach. This thesis is the first study in which FLT data were analyzed statistically with spatial-temporal models. In order to apply the conditional autoregressive spatial-temporal models analyzed in this thesis to the FLT data, the CARBayesST package (version: 3.2.1) in the open-source R programme was used. The best fitting model was selected by using the model fit criteria such as the deviation information criterion. The averages of FLT scores of the provinces for all years were estimated using the best fitting model, and the estimated averages of FLT scores were presented using mapping techniques. The most and least successful provinces were determined. Modeling results and spatial-temporal effects on FLT were discussed in detail.

Keywords: Spatial-Temporal Models, Bayesian Hierarchical Modelling, Conditional Autoregressive Priors, Spatial Autocorrelation, Areal Unit Mapping, FLT.

TEŞEKKÜR

Tez çalıőmam boyunca, tez konusunun belirlenmesinden sonuçlandırılmasına kadar geçen süreçte göstermiő olduğu sabır, ilgi ve rehberlik için danıőmanım Dr. Öğretim Üyesi Ceren Eda CAN'a çok teşekkür ederim.

Bu süreçte bana her türlü desteği veren, bana her daim inanan, sabır ve anlayıő gösteren aileme minnettarım.

Beraber kep atma hayaliyle bu yola tekrar çıkmamı sağlayan çokça vaktinden almak zorunda kaldığım canım kızım İpek DİNARCAN'a ve sürecin her aőamasında desteğini en derinden hissettirdiği, umutsuzluk anlarında beni yılmadan desteklediği için eőim Gözde Nur DİNARCAN'a sonsuz teşekkür ederim. Sizlerin desteği olmadan bu zorlu süreci atlatamazdım.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	iii
TEŞEKKÜR.....	v
İÇİNDEKİLER.....	vi
ÇİZELGELER.....	viii
ŞEKİLLER.....	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xi
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Mekânsal Veri.....	4
1.2. Mekânsal-Zamansal Veri.....	10
1.3. Mekânsal ve Mekânsal-Zamansal Verilerin Görselleştirilmesi.....	11
1.3.1. Koroplet Haritası.....	11
1.3.2. Isı Haritası.....	12
1.3.3. Altıgen Bölme Haritası.....	13
1.3.4. Nokta Haritası.....	15
1.3.5. Küme Haritası.....	16
1.3.6. Kabarcık Haritası.....	17
1.3.7. Kartogram Haritası.....	18
1.3.8. Hovmöller Diyagramı.....	19
1.3.9. Çok Panelli Grafikler.....	20
1.3.10. Mekân-Zaman Küpü.....	21
2. KOŞULLU OTOREGRESİF MEKÂNSAL-ZAMANSAL MODELLER.....	23
2.1. Mekânsal Otokorelasyonlu Doğrusal Zaman Trendleri Modeli.....	25
2.2. Mekânsal-Zamansal Otokorelasyonlu Otoregresif Model.....	27

2.3. Mekânsal-Zamansal Otokorelasyonlu ANOVA Tipi Model.....	29
2.4. Mekânsal-Zamansal Otokorelasyonlu Uyarlanabilir Otoregresif Model	30
2.5. Modellerin Anlamlılığının Test Edilmesi ve En iyi Modele Karar Verilmesi...32	
3. UYGULAMA.....	35
3.1. Veri Tanıtımı.....	36
3.2. Veri Görselleştirme.....	37
3.3. Koşullu Otoregresif Mekânsal-Zamansal Modellerin Uygulanması.....	45
4. SONUÇ.....	60
KAYNAKLAR.....	63
ÖZGEÇMİŞ.....	H

ata! Yer işareti tanımlanmamış.

ÇİZELGELER

Çizelge 3.1.	Diploma Dereceleri ve Bunların Kazanılması için Gereken Yıl Sayıları.	37
Çizelge 3.2.	Her bir yıl için YDS il puan ortalamalarının tanımlayıcı istatistikleri.	39
Çizelge 3.3.	Bağımlı değişkenin değerleri için Moran'ın I testi sonuçları.	48
Çizelge 3.4.	GDM artıkları için Moran'ın I testi sonuçları.	49
Çizelge 3.5.	Koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modeller için analiz sonuçları.	51
Çizelge 3.6.	Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modeli için parametre tahminleri ve Geweke Z-skoru değerler.	52
Çizelge 3.7.	Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modelinin artıkları için Moran'ın I testi sonuçları.	54

ŞEKİLLER

Şekil 1.1.	Haritalandırmada kullanılan katmanlar -----	6
Şekil 1.2.	Mekânsal otokorelasyon türlerine örnekler-----	7
Şekil 1.3.	Koroplet harita örneği -----	12
Şekil 1.4.	Avrupa, Asya ve Afrika'nın bir kısmını gösteren koşu yoğunluk haritası -----	13
Şekil 1.5.	Asya'da GSYH'yi gösteren bir altıgen bölme harita örneği -----	15
Şekil 1.6.	Avrupa, Asya ve Afrika'nın bir kısmını gösteren 1000 ve üzeri insan yaşayan yerleşim birimlerine ait nokta haritası örneği-----	16
Şekil 1.7.	Hindistan'da bir bölgede yaşayan hane halkının küme haritası ile gösterilmesi-----	17
Şekil 1.8.	1990 ve 2023 yıllarına ait çalışabilir nüfus ve 2050 yılına ait çalışabilir nüfus projeksiyonu -----	18
Şekil 1.9.	2018 yılında ülkelerin en fazla tercih edilen lisans programları-----	19
Şekil 1.10.	Belirli zaman diliminde 12 rüzgar istasyonundan alınan günlük ortalama rüzgar hızı verisi-----	20
Şekil 1.11.	1970-1986 yılları arasında Amerika Birleşik Devletleri'nde Eyalet başına işsizlik oranı-----	21
Şekil 1.12.	Mekân-zaman küpü örneği-----	22
Şekil 3.1.	2015-2020 yılları için YDS il puan ortalamalarının dağılımı-----	38
Şekil 3.2.	2015-2020 yılları arasındaki YDS il puan ortalamaları-----	40
Şekil 3.3.	2015-2020 yılları için illerde YDS'ye giren toplam aday sayısı -----	40
Şekil 3.4.	2015-2020 yılları için illerde YDS'ye giren adayların yaş ortalaması---	41
Şekil 3.5.	2015-2020 yılları için illerde son 5 yıl içerisinde adayların ortalama sınava katılma sayısı-----	42
Şekil 3.6.	2015-2020 yılları için illerin eğitim endeksi -----	43

Şekil 3.7.	2015-2020 yılları için illerde kişi başına düşen GSYH (TL) -----	44
Şekil 3.8.	Değişkenler arasındaki ilişkiler, değişkenlerin dağılımları ve saçılım grafikleri -----	46
Şekil 3.9.	Değişkenler için Spearman'ın sıra farkları korelasyon katsayıları -----	47
Şekil 3.10.	Yıllara göre puan dağılımları -----	48
Şekil 3.12.	Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modelinin artıklarının dağılımı -----	55
Şekil 3.13.	2015 yılı için YDS il puan ortalamalarının tahminleri -----	56
Şekil 3.14.	2016 yılı için YDS il puan ortalamalarının tahminleri -----	57
Şekil 3.15.	2017 yılı için YDS il puan ortalamalarının tahminleri -----	57
Şekil 3.16.	2018 yılı için YDS il puan ortalamalarının tahminleri -----	58
Şekil 3.17.	2019 yılı için YDS il puan ortalamalarının tahminleri -----	59
Şekil 3.18.	2020 yılı için YDS il puan ortalamalarının tahminleri -----	59

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

$g(\cdot)$	Bağ Fonksiyonu
O	Offset Terimi
ψ	Rasgele Etki
W	Komşuluk matrisi
I	Moran'ın I Endeksi
ρ_S	Mekânsal Otokorelasyon Parametresi
$\rho_T, \rho_{T_1}, \rho_{T_2}$	Zamansal Otokorelasyon Parametreleri
ν^2, τ^2	Varyans Parametreleri

Kısaltmalar

GDM	Genelleştirilmiş Doğrusal Model
GDKM	Genelleştirilmiş Doğrusal Karma Model
MCMC	Markov Chain Monte Carlo (Markov Zinciri Monte Carlo)
ÖSYM	Ölçme, Seçme ve Yerleştirme Merkezi
YDS	Yabancı Dil Bilgisi Seviye Tespit Sınavı
FLT	Foreign Language Test
AR	Autoregressive (Oto regresif)
AR(1)	Birinci Dereceden Oto regresif
AR(2)	İkinci Dereceden Oto regresif
DIC	Deviance Information Criterion
WAIC	Watanabe-Akaike Information Criterion
LMPL	Log Marginal Predictive Likelihood
LL	Log-likelihood
HKO	Hata Kareler Ortalaması
ÖSYM	Ölçme Seçme ve Yerleştirme Merkezi
YDS	Yabancı Dil Bilgisi Seviye Tespit Sınavı
MZVA	Mekânsal-zamansal Veri Analizi
CBS	Coğrafi Bilgi Sistemleri
CBB	Coğrafi Bilgi Bilimi
GSYH	Gayri Safi Yurtiçi Hasıla
ESRI	Environmental Systems Research Institute
TÜİK	Türkiye İstatistik Kurumu
SEGE	Sosyo-Ekonomik Gelişmişlik Sıralaması Araştırması

1. GİRİŞ

Belli bir coğrafi bölgede bulunan birimlerin birden çok zaman periyodunda ürettiği gözlemler mekânsal-zamansal veriyi oluşturmaktadır. Bu türden verilerin en önemli özelliği, coğrafi olarak yakın birimlerden ve zamansal olarak yakın zaman dilimlerinde toplanan gözlemlerin, birbirinden daha uzak birimlerden ve zaman dilimlerinde toplanan gözlemlere göre daha benzer yapıda olma eğiliminde olmalarıdır. Bu eğilim, birimlerin ürettiği gözlemler arasında bir bağımlılık yapısı oluşturarak mekânsal-zamansal otokorelasyonu meydana getirmektedir. Zamansal otokorelasyon, büyük ölçüde verinin aynı kitleden ardışık zamanlarda toplanması nedeniyle ortaya çıkarken, mekânsal otokorelasyon ise mekânsal birimlerin komşuluk etkileri, bu birimlerin oluşturduğu gruplanma etkileri ile bağımlı değişkende mekânsal örüntü oluşturan bağımsız değişkenlerin modellemeye katılmaması nedeniyle ortaya çıkabilmektedir. Bu türden veriler Genelleştirilmiş Doğrusal Modeller (GDM) gibi modellerle istatistiksel olarak modellendiğinde verinin içerdiği mekânsal-zamansal otokorelasyon artıklara karışmaktadır ve otokorelasyon problemi meydana gelmektedir. Otokorelasyon problemi, model parametrelerine ait varyansların küçük ve parametrelere ilişkin güven aralıklarının da olması gerekenden çok farklı olmasına neden olmaktadır. Bu durumda, yapılacak tahminler gerçekçi olmayacaktır. Mekânsal-zamansal otokorelasyonun artıklara karışmasını engellemek amacıyla, birimlerin mekânsal konumları, zaman içerisindeki değişimleri ve mekânsal-zamansal etkileşim bilgisinin de modellemeye katılması gerekmektedir. Bu amaçla, GDM'ye mekânsal-zamansal rasgele etkiler eklenmekte ve genelleştirilmiş doğrusal karma modeller (GDKM) oluşturulmaktadır. Bu modeller, mekânsal-zamansal modellerdir. GDM'ye eklenen rasgele etkiler sayesinde belirli bir coğrafi bölgede tanımlanan birimlerin incelenen özellikleri bakımından içerdikleri mekânsal-zamansal benzerlikler, değişimler ve kümelenmeler tanımlanarak veride saklı kalan örüntüler ortaya çıkarılmaktadır. Veri setinden çıkarılması istenen özelliklere göre GDKM'de rasgele etkiler farklı formlarda tanımlanabilir. Tanımlanan her bir form farklı bir model oluşturmaktadır. Rasgele etkiler formlarına uygun olarak koşullu otoregresif önsel dağılımlara sahiptirler. Bu nedenle, bu modellere koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modeller denilmektedir. Koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modeller, birbiriyle örtüşmeyen ve sınırları belli olan alansal birimlerden ardışık birden çok zaman diliminde toplanan mekânsal-zamansal verilere uygulanacak şekilde hiyerarşik bir yapıda kurulmuştur. Bu nedenle, istatistiksel modelleme Bayesci yaklaşım altında Markov

Zinciri Monte Carlo (MCMC: Markov Chain Monte Carlo) yöntemleri kullanılarak gerçekleştirilmektedir.

Günümüzde ekonomi, eğitim, turizm, çevre ve doğa bilimleri, epidemiyoloji, afet ve acil durum yönetimi, trafik yönetimi, sosyal ağ analizi ve sosyal bilimler gibi alanlarda mekânsal-zamansal veriler oldukça yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Mekâna ve zamana bağlı verilerin analizi, özellikle son yıllarda bilgisayar sistemlerinin ve yazılımlarının gelişmesi, bilgi toplamanın kolaylaşmasıyla birlikte araştırmacıların çalışmalarının yoğunlaştığı bir alan olmuştur. Mekânsal-zamansal veri analizi (MZVA) ile ilgili yapılmış çalışmaların bazıları aşağıda verilmiştir:

Epidemiyolojide hastalık haritalamasında ve risk tahmini için MVZA kullanılmıştır. Burgos ve Beneito [1], Quilez ve Munoz [2], Adin ve ark. [3], Li ve ark. [4], Lawson [5], Robertson ve ark. [6] bu alanda çalışmalar yapmışlardır. Doğa olayları, afet ve acil durum konuları ile ilgili Ebrahimian ve Jalayer [7], Wang ve ark. [8], Lee ve ark. [9] literatüre katkı sağlamışlardır. Trafik analizi ve yönetimi konusunda Wang ve ark. [10], Ermagun ve Levinson [11], Bil ve ark. [12] çalışmalar yapmışlardır. Eğitim alanında Ansong ve ark. [13] çalışması örnek gösterilebilir. Sosyal ağ analizi ve yönetimi konusunda Cao ve ark. [14], Gruebner ve ark. [15] çalışmalar yapmışlardır. Turizm konusunda Jin ve ark. [16] ve Mou ve ark. [17] çalışmalar yapmışlardır. Ayrıca, son yıllarda Türkiye’de yapılan mekânsal ve mekânsal-zamansal veri analizini konu alan tezlerden bazıları, Şimşek [18], Yıldırım [19], Bakacak [20], Zuhail [21] ve Neşe [22] tarafından hazırlanmıştır.

Bu tez çalışmasında; Ölçme, Seçme ve Yerleştirme Merkezi (ÖSYM) tarafından yılda iki defa düzenlenmekte olan Yabancı Dil Bilgisi Seviye Tespit Sınavı (YDS)’nda kişilerin aldıkları puanlardaki mekânsal-zamansal etkiler tespit edilerek, puanlardaki mekânsal ve zamansal trendlerin tanımlanması, mekân ve zaman etkileşiminden doğan örüntülerin ortaya çıkartılması hedeflenmektedir. Bu amaçla; 2015-2020 yılları arasında YDS puanlarının ortalaması, Türkiye’nin mülki idare bölünüş sınırlarının oluşturduğu en büyük mekânsal birim olan iller bazında, koşullu otonom mekânsal-zamansal modeller kullanılarak modellenmektedir. Bu tez çalışması, literatürde YDS verisinin mekânsal-zamansal modeller ile istatistiksel olarak analiz edildiği ilk çalışmadır.

YDS'nin yapıldığı ilin konumu ve komşu illerle ilişkisi, sosyo-ekonomik ve sosyo-kültürel durumu ve zaman faktörü düşünüldüğünde YDS puanlarının mekâna ve zamana göre değişim göstermesi ve mekânsal-zamansal otokorelasyon içermesi kaçınılmazdır. Araştırmacılar, sınav katılımcıları, politika yapıcılar ve yerel yönetimler açısından, sınavın yapıldığı illerde YDS puanlarının mekâna ve zamana bağlı olarak gösterdiği değişimin belirlenmesi, sınav başarısına etki eden çevresel veya sosyal faktörlerin ortaya çıkartılması çok önemlidir. Bu nedenle, verilen bir zaman aralığında illerdeki YDS puanlarının, artıklarda mekânsal-zamansal otokorelasyonun birikmesine neden olan genelleştirilmiş doğrusal modeller yerine, mekânsal-zamansal modellerle istatistiksel olarak analiz edilmesi gerekmektedir. Bu tez çalışmasında incelenen modellerin, yapılan analizlerin ve elde edilen sonuçların, araştırmacılar için kaynak niteliğinde olması ve daha sonra yapılacak olan çalışmalara yol göstermesi hedeflenmektedir.

Çalışmada yapılan mekânsal-zamansal modellemede bağımlı değişken, 2015-2020 yılları arasında her bir ilde yılda iki defa yapılan YDS'nin puan ortalamasıdır; bağımsız değişkenler ise illerde sınava katılan aday sayısı, sınava katılanların yaş ortalaması, son 5 yılda sınava katılım sayıları, eğitim endeksi ve il gayri safi yurtiçi hasıla olarak alınmıştır. İllerin YDS başarısına etki eden çok sayıda değişken olmasına karşın, tezde en çok etkili olduğu düşünülen 5 değişken kullanılmıştır. Gelecek çalışmalarda daha fazla sayıda bağımsız değişken seçilebilir. Analizde kullanılan veri setinin tamamı il bazında 2015-2020 yılları için elde edilmiştir. Koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modellerin YDS verisine uygulanmasında açık kaynak kodlu R (sürüm: 4.1.3) programındaki CARBayesST paketi (sürüm: 3.2.1) kullanılmıştır. Model uyum kriterleri dikkate alınarak en iyi modele karar verilmiş ve 2015-2020 yılları için illerdeki YDS puanlarının ortalamaları tahmin edilmiştir. İllerin YDS puan ortalamalarının tahminleri her bir yıl için haritalandırılarak değerlendirilmiştir.

Tezin ilk bölümünde, mekânsal veri ve mekânsal-zamansal verinin tanımı verilmiştir. Mekânsal otokorelasyon incelenmiştir. Daha sonra, mekânsal veri ve mekânsal-zamansal verinin görselleştirilmesinde kullanılan haritalandırma teknikleri anlatılmıştır. İkinci bölümde, R programında CARBayesST paketi içerisinde yer alan ve tezde YDS verisinin istatistiksel modellenmesinde kullanılan koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modeller anlatılmıştır. Bu modeller, mekânsal otokorelasyonlu doğrusal zaman trendleri modeli, mekânsal-zamansal otokorelasyonlu birinci dereceden otoregresif (AR(1)) model,

mekânsal-zamansal otokorelasyonlu ikinci dereceden otoregresif (AR(2)) model, mekânsal-zamansal otokorelasyonlu ANOVA tipi model ve mekânsal-zamansal otokorelasyonlu uyarlanabilir otoregresif modeldir. Üçüncü bölümde, ilk olarak YDS verisi tanıtılmış bağımlı ve bağımsız değişkenler detaylı açıklanmıştır. Modelleme öncesinde tanımlayıcı istatistiklerden ve haritalandırma tekniklerinden yararlanarak YDS verisi mekânsal-zamansal olarak özetlenmiştir. Sonrasında, YDS verisinin neden GDM ile modellenemeyeceği incelenmiştir ve YDS verisi için mekânsal-zamansal modellemeye duyulan gereksinim açıklanmıştır. Bu gereksinim sonucunda ikinci bölümde anlatılan koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modeller Bayesci yaklaşım altında YDS verisine uygulanmıştır. Yapılan istatistiksel analizler sonucunda, model uyum kriterleri üzerinden en iyi model seçilmiştir. Seçilen modelde istatistiksel olarak anlamlı olan bağımsız değişkenler belirtilmiştir ve bu değişkenlere ilişkin yorumlamalar yapılmıştır. Ardından, en iyi model kullanılarak her bir yıl için illerin YDS puan ortalamaları tahmin edilmiştir. YDS puan ortalamalarının tahminleri haritalandırma teknikleri ile görsel olarak sunulmuştur ve bu haritalar üzerinden illerin YDS başarıları yorumlanmıştır. Dördüncü bölümde ise tez çalışmasında elde edilen sonuçlar özetlenmiştir ve sonrasında yapılabilecek çalışmalar belirtilmiştir.

1.1. Mekânsal Veri

Tipik bir veri seti, coğrafi konumdan bağımsız olarak sadece içerdiği özniteliklere ilişkin ölçümlerden oluşmaktadır. Bu veri setinde, ölçümler belli bir coğrafi konuma sahip olmadığından mekânsal olmayan veri olarak adlandırılmaktadır. Özniteliklere ilişkin ölçümlerin belli bir coğrafi konuma sahip olduğu ve bu coğrafi konum bilgisini de içeren veri setine ise mekânsal veri denilmektedir.

Mekânsal veriler, çevre, halk sağlığı, ekoloji, tarım, kentsel tasarım, ekonomi ve sosyoloji gibi çok çeşitli alanlarda karar vermeyi desteklemek amacıyla kullanılmaktadır. Bu veriler çeşitli kaynaklardan elde edilmektedir ve dolayısıyla farklı biçimlere sahiptirler. Örneğin; arazi kullanımı ve çevresel olaylar gibi uzaktan algılama verileri, Dünya'nın yörüngesindeki uydular ve diğer uzaktan algılama araçları kullanılarak elde edilmektedir. Belirli yerlerde bulunan izleme istasyonları, sıcaklık, yağış ve hava kirliliği gibi çeşitli çevresel ve iklimsel değişkenler hakkında ayrıntılı bilgi sağlamaktadır. Anketler farklı sosyal, ekonomik ve sağlıkla ilgili konularda veri elde etmek için kullanılmaktadır.

Mekânsal veriler, ayrıca bireylerin konumu ve faaliyetleri hakkında bilgi sağlayabilen cep telefonu kullanımı ve sosyal medyadan da elde edilebilmektedir [25].

Tüm mekânsal veri türleri, iki ana kategoriye ayrılmaktadır. Bu kategoriler, vektör ve raster verilerdir. Bu veriler, aşağıda detaylı olarak anlatılmaktadır [25]:

1. **Vektör Veriler:** Noktaları, çizgileri ve alanları temsil etmek için kullanılmaktadır.
 - a. **Nokta Verileri:** Genellikle sıfır boyuta sahip veri noktasını temsil etmektedir. Bu noktaların uzunluğu veya alanı ölçülemez. Verideki gözlemler, bu noktaların coğrafi konumu ile gösterilmektedir. Bu tür mekânsal verilere, hastanelerin, izleme istasyonlarının, restoranların, belediyelerin ve okulların konumlarını nokta olarak gösteren veriler örnek olabilir.
 - b. **Çizgi Verileri:** Nehirler, yollar, sokaklar veya demiryolu hatları gibi doğrusal özellikleri temsil etmektedir ve yalnızca uzunluğu kaydetmektedir. Bu tür verilerde, düz çizgiler, kesikli çizgiler, çeşitli renklerde ve kalınlıklardaki çizgiler, haritalardaki farklı çizgisel birimleri ayırt etmek için kullanılmaktadır.
 - c. **Alansal Verileri:** Genellikle iller, ormanlar veya göller gibi kapalı şekillerle tanımlanan alanları temsil etmektedir. İki boyutludur ve coğrafi birimlerin alanı ve çevresi hakkında bilgi verebilir. Çeşitli renkler veya örüntüler kullanılarak, farklı alansal birimler ayırt edebilir.
2. **Raster Verileri:** Çalışma bölgesini, hücre (veya piksel) olarak adlandırılan aynı boyuttaki dikdörtgenlere bölen ve bu hücrelerin (veya piksellerin) her biri için bir veya daha fazla değer depolayabilen mekânsal veridir. Raster veriler, yükseklik, sıcaklık veya hava kirliliği değerleri gibi mekânsal olarak sürekli olguları temsil etmek için kullanılmaktadır. Uydu görüntüleri, topografik haritalar ve hava fotoğrafları raster verilere örnek olarak verilebilir.

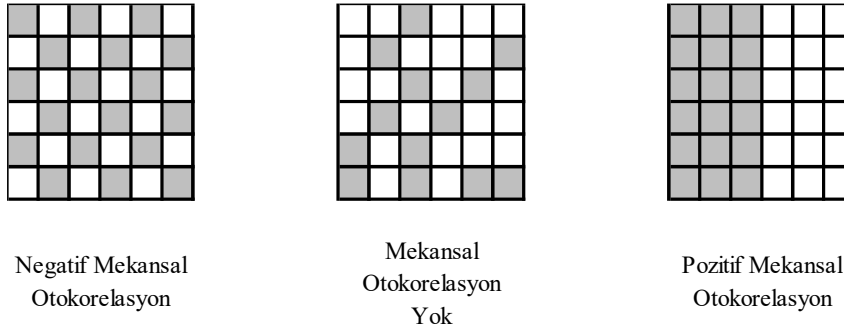
Mekânsal veri türleri aşağıda görsel olarak verilmektedir [29]:



Şekil 1.1. Haritalandırmada kullanılan katmanlar

Bu tez çalışmasında, vektör veri türlerinden alansal veri üzerinden istatistiksel modelleme yapılmaktadır. Vektör verilerin depolanması için genellikle şekil dosyası (shapefile) adı verilen bir veri depolama formatı kullanılmaktadır. Bu nedenle, tez çalışmasında alansal veriye ilişkin şekil dosyasından yararlanılmaktadır. Bir şekil dosyası, birden çok dosyadan oluşmaktadır. Bu dosyalardan, “.shp”, “.shx” ve “.dbf” uzantılı olanları zorunludur. “.shp” (geometri) uzantılı dosya, vektör verinin türüne göre coğrafi birimlerin geometrik şekillerinin bilgisini içermektedir. “.shx” (indeks) uzantılı dosya, “.shp” dosyasındaki geometrik şekillerin her birinin yerini belirleyen indeks değerlerini içermektedir. Bu indeks değerleri kullanılarak, “.shp” dosyasında ileri ve geri arama yapılmaktadır. “.dbf” (öznitelik) uzantılı dosya ise coğrafi birimlerin özniteliklerini depolamaktadır. Diğer dosyalar arasında coğrafi projeksiyonu tanımlayan ve düz bir metin dosyası olan “.prj” uzantılı dosya; coğrafi birimlerin her birine ait mekânsal indeksleri içeren “.sbn” ve “.sbx” uzantılı dosyalar; XML formatında mekânsal meta veriler içeren “.shp.xml” uzantılı dosya yer almaktadır. Bir şekil dosyası ile çalışırken, şekil dosyasını oluşturan tüm dosyaların bulunması önemlidir [25].

Mekânsal verileri, mekânsal olmayan verilerden farklı ve özel kılan iki önemli özellik mekânsal heterojenlik ve mekânsal otokorelasyondur. Mekânsal heterojenlik coğrafi süreçlerin durağan olmamasını ifade etmektedir, yani süreçler yerel olarak değişebilir ve her mekânsal konumda aynı olmak zorunda değildir. Mekânsal otokorelasyon ise bir coğrafi bölgede belirli konumlara ilişkin ölçümlerin birbiriyle ilişkili olma eğilimidir [23]. Dolayısıyla, mekânsal otokorelasyon, bir özneliğe ya da değişkene ilişkin ölçümlerin belirli bir coğrafi bölge boyunca kendisiyle ne ölçüde ilişkili olduğunu tanımlamak için kullanılmaktadır. Bu kavram, Tobler'e göre coğrafyanın temel yasası olan "her şey diğer her şeyle ilişkilidir, ancak yakın şeyler uzak şeylerden daha fazla ilişkilidir" ifadesi ile yakından ilgilidir [24]. Bu ifade, mekânsal bağımlılık ve mekânsal otokorelasyon kavramlarının temelini oluşturmaktadır. Veride benzer değerlere sahip gözlemler, mekânsal olarak birbirine daha yakın olduğunda (yani kümелendiğinde), pozitif mekânsal otokorelasyon ortaya çıkmaktadır. Farklı değerlere sahip gözlemler, mekânsal olarak birbirine daha yakın olduğunda (yani dağınık olduğunda), negatif mekânsal otokorelasyon ortaya çıkmaktadır. Gözlemler, benzer ya da farklı olmalarından bağımsız olarak tamamen rasgele dağılması durumunda ise mekânsal otokorelasyon yoktur. Farklı mekânsal otokorelasyon türlerini gösteren üç mekânsal alan, Şekil 1.2'de verilmektedir [25].



Şekil 1.2. Mekânsal otokorelasyon türlerine örnekler

Mekânsal otokorelasyon, benzer gözlemlerin belirli bir mekânsal alan üzerinde birbirlerine yakın olma derecesini özetleyen endeksler kullanılarak değerlendirilmektedir. Mekânsal otokorelasyonun değerlendirilmesinde, iki yöntem yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu yöntemlerden ilki, Moran'ın I endeksi [26]; ikincisi ise Geary'nin C oranıdır [27]. Bu tez çalışmasında, alansal veri istatistiksel olarak modellenirken, mekânsal otokorelasyonun ölçülmesinde Moran'ın I endeksinden

yararlanılmaktadır. Alansal veri için Moran'ın I endeksi aşağıda verilen formülle hesaplanmaktadır [25, 28]:

$$I = \frac{K \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K w_{ij} (Y_i - \bar{Y})(Y_j - \bar{Y})}{\left(\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K w_{ij} \right) \left(\sum_{i=1}^K (Y_i - \bar{Y})^2 \right)} \quad (1.1)$$

Burada, K , alansal birim sayısıdır; Y_i , ilgilenilen değişkenin i -nci alansal birimdeki değeridir ve \bar{Y} , tüm değerlerin ortalamasıdır. w_{ij} , i ve j alansal birimleri arasındaki mekânsal yakınlığı ifade eden mekânsal ağırlıklardır. Mekânsal ağırlıklar, $\mathbf{W} = [w_{kj}]_{K \times K}$ komşuluk matrisi ile gösterilmektedir. Mekânsal otokorelasyon bilgisini taşıyan \mathbf{W} komşuluk matrisi, simetriktir ve negatif olmayan bir matristir. Komşuluk matrisi, birçok farklı yöntemle oluşturulabilmektedir. Literatürde kullanılan en temel yöntemde, i -nci ve j -inci alansal birim ortak bir sınıra sahip ise $w_{ij} = 1$ 'dir; diğer durumlarda ise $w_{ij} = 0$ 'dir. Ayrıca, bir alansal birim kendine komşu olamaz, yani $w_{ii} = 0$ 'dir. İkinci bir yöntemde, birbirlerine belirli bir uzaklıkta bulunan tüm i -nci ve j -inci alansal birimler için $w_{ij} = 1$ 'dir; diğer durumlarda $w_{ij} = 0$ 'dir. Üçüncü bir yöntemde, j -nci alansal birimi, i -nci alansal birimin k en yakın komşusundan birisi ise $w_{ij} = 1$ 'dir; diğer durumlarda $w_{ij} = 0$ 'dir. Başka bir yöntemde ise w_{ij} ağırlıkları, alanlar arasındaki uzaklıkların tersi olarak da tanımlanmaktadır [25].

Moran'ın I endeksi, genellikle -1 ile 1 arasında değişen değerler almaktadır. Her alansal birimin komşularıyla ne kadar benzer değerler aldığını ölçen Moran'ın I endeksi kullanılarak mekânsal otokorelasyonun varlığı test edilebilir. Moran'ın I endeksi, asimptotik olarak normal dağılıma sahiptir. Ortalaması, $E[I] = -1/(n-1)$ 'dir. Varyansı ise aşağıda verilmektedir [25, 28]:

$$V(I) = \frac{n^2(n-1)S_1 - n(n-1)S_2 - 2S_0^2}{(n+1)(n-1)^2S_0^2} \quad (1.2)$$

Burada,

$$\begin{aligned} S_0 &= \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K w_{ij} \\ S_1 &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K (w_{ij} + w_{ji})^2 \\ S_2 &= \sum_{k=1}^K \left(\sum_{j=1}^K w_{kj} + \sum_{i=1}^K w_{ik} \right)^2 \end{aligned} \quad (1.3)$$

olarak tanımlanmaktadır. Moran'ın I endeksinin hesaplanan değeri ile beklenen değeri karşılaştırılarak, mekânsal otokorelasyon yorumlanabilir [25, 28]. $I > E(I)$ durumu, pozitif mekânsal otokorelasyona veya kümelenmeye işaret etmektedir. Bu durum, komşu alansal birimler benzer değerlere sahip olma eğiliminde olduğunda ortaya çıkmaktadır. $I > E(I)$ durumu, negatif mekânsal otokorelasyon veya belli bir düzende dağılıma işaret etmektedir. Bu durum, birbirine yakın olan alansal birimler farklı değerlere sahip olma eğiliminde olduğunda ortaya çıkmaktadır. $I \approx E(I)$ durumu ise alansal birimlerin aldığı değerlerin rasgele ortaya çıktığına ve alansal birimlerin aldığı değerlerin mekânsal bir örüntü oluşturmadığına işaret etmektedir. Yapılan bu yorumların istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığının kontrolü, Moran'ın I testi ile yapılmaktadır. İlgili hipotez testi aşağıdaki gibidir [25, 28]:

$$\begin{aligned} H_0 & : \text{Mekânsal otokorelasyon yoktur. } (I = E(I)) \\ H_1 & : \text{Mekânsal otokorelasyon vardır. } (I \neq E(I)) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Alansal birimlerin sayısı (K) yeteri derecede fazla olduğunda, Moran'ın I endeksi normal dağılıma sahiptir. Dolayısıyla, Eşitlik 1.4'te verilen çift yönlü hipotez testinin gerçekleştirilmesinde aşağıda verilen Z_I test istatistiği kullanılmaktadır [25, 28]:

$$Z_I = \frac{I - E(I)}{\sqrt{V(I)}} \quad (1.5)$$

$|Z_I| \geq Z_{\alpha/2}$ ise $\%100 \times (1 - \alpha)$ güven düzeyinde H_0 hipotezi reddedilmektedir. $Z_{\alpha/2}$ değeri, normal dağılımdan hesaplanan kritik değerdir. H_0 'ın reddilmesi durumunda, incelenen değişkenin aldığı değerlerin mekânsal dağılımının raslantısal olmadığı $\%100 \times (1 - \alpha)$ güven düzeyinde söylenebilir, yani mekânsal otokorelasyon vardır. H_0 hipotezinin reddilemediği durumda ise incelenen mekânsal dağılımın raslantısal olduğu $\%100 \times (1 - \alpha)$ güven düzeyinde söylenebilir, yani mekânsal otokorelasyon yoktur. Eşitlik 1.4'te verilen hipotezler yerine aşağıdaki hipotezler de kurulabilmektedir [25]:

$$\begin{aligned} H_0 & : I \leq E(I) \\ H_1 & : I > E(I) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Burada, H_0 hipotezi mekânsal otokorelasyonun olmadığını veya negatif mekânsal otokorelasyonun olduğunu ifade ederken; H_1 hipotezi pozitif mekânsal otokorelasyonun olduğunu ifade etmektedir. Eşitlik 1.6’da verilen tek yönlü hipotez testinin $\%100 \times (1 - \alpha)$ güven düzeyinde gerçekleştirilebilmesi için Z_α kritik değeri kullanılmaktadır. $Z_I \geq Z_\alpha$ ise $\%100 \times (1 - \alpha)$ güven düzeyinde H_0 hipotezi reddedilmektedir ve pozitif mekânsal otokorelasyon olduğu söylenebilir.

1.2. Mekânsal-Zamansal Veri

Bir veri setinin özniteliklerine ilişkin ölçümler hem belirli bir coğrafi konuma bağlı olduğunda hem de belirli bir zaman dilimi boyunca elde edildiğinde, mekânsal-zamansal veri oluşmaktadır. Burada, 2020 yılı içerisinde her ay Amerika Birleşik Devletleri (ABD)’nin eyaletlerinde meydana gelen araba kazalarının sayısı mekânsal-zamansal alansal veriye örnek olarak verilebilir. 2000-2020 yılları arasında her yıl dünyada meydana gelen depremler ise mekânsal-zamansal noktasal veriye örnek olarak verilebilir. Belirli bir günün her saatinde Almanya’da bulunan 100 izleme istasyonunda ölçülen hava kirliliği seviyeleri de mekânsal-zamansal veriye örnektir [25]. Daha geniş kapsamda mekânsal- zamansal veri türlerine aşağıdaki örnekler verilebilir:

1. **GPS Konum Verileri:** GPS cihazlarından veya akıllı telefonlardan toplanan veriler, bir kullanıcının konumunu belirli bir zamanda göstermektedir. Bu tür veriler, yerel hareket analizi, trafik yönetimi ve konum tabanlı hizmetler için kullanılabilir.
2. **Hava Durumu Verileri:** Hava durumu istasyonlarından toplanan veriler, belirli bir coğrafi konumda belirli bir zamanda hava durumunu tanımlamaktadır. Bu veriler, hava tahmininde, doğal afetlerin izlenmesinde ve tarımda kullanılabilir.
3. **Trafik Kamerası Görüntüleri:** Trafik kameralarından elde edilen görüntüler, belirli bir yerde ve zamanda trafik yoğunluğunu, araç hareketlerini ve yol durumunu göstermektedir. Bu veriler, trafik akışını yönetmek, güvenlik analizi yapmak ve yolların bakımı için kullanılabilir.
4. **Sosyal Medya Konum Etiketleri:** Sosyal medya platformlarında kullanıcılar tarafından paylaşılan gönderilerdeki konum etiketleri, belirli bir yerde ve zamanda gerçekleşen etkinlikleri gösterebilir. Bu veriler, olay analizi, trendleri belirleme ve kriz yönetimi gibi alanlarda kullanılabilir.

5. **Çevresel Sensör Verileri:** Sensör ağlarından elde edilen veriler, belirli bir coğrafi alandaki çevresel koşulları ve değişiklikleri izlemek için kullanılmaktadır. Örneğin, su seviyeleri, hava kalitesi, toprak nem içeriği gibi veriler, çevresel izleme ve doğal felaketlerin izlenmesinde kullanılabilir.
6. **İnternet Trafik Verileri:** İnternet servis sağlayıcılarından toplanan veriler, belirli bir coğrafi bölgedeki internet trafiğini ve kullanım desenlerini göstermektedir. Bu veriler, ağ performansı analizi, internet altyapısı planlaması ve güvenlik tehditlerinin tespiti için kullanılabilir.

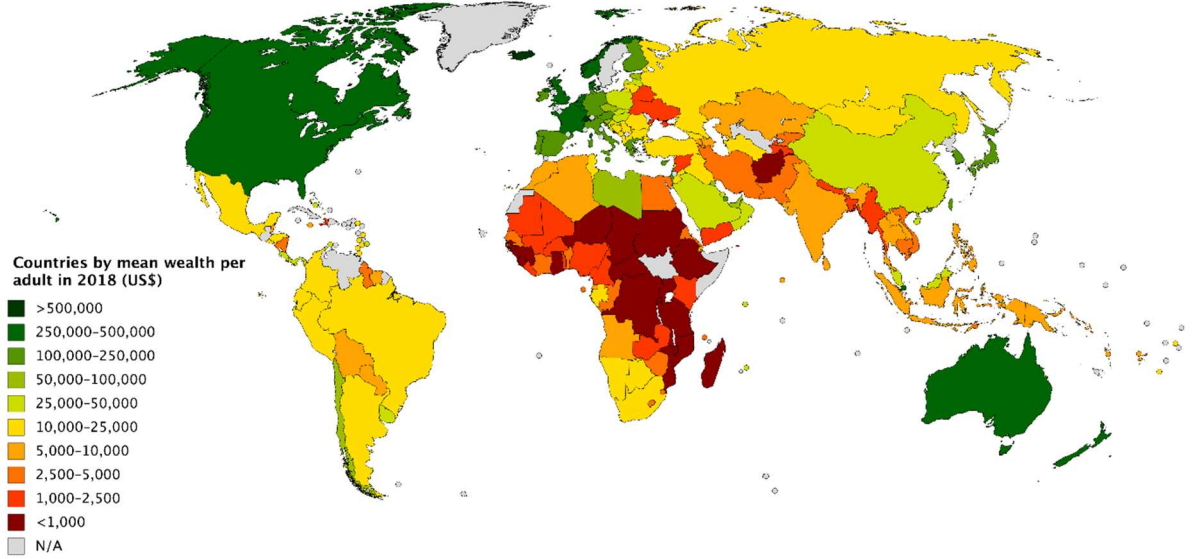
1.3. Mekânsal ve Mekânsal-Zamansal Verilerin Görselleştirilmesi

Günümüzde, çok çeşitli alanlarda çalışan araştırmacılar ve kullanıcılar için büyük miktarlarda çok sayıda toplanmış mekânsal veya mekânsal-zamansal veri bulunmaktadır. Toplanan bu tür ham veriler, ilk olarak bir ön işleme sürecinden geçirilerek temizlenmekte ve düzenlenmektedir. Böylece, bu verilerden doğru bilgiler çıkarılabilmektedir. Mekânsal ve mekânsal-zamansal verilerin analizi, araştırmacıların ve veri analistlerinin modelleme, hesaplama ve programlama becerilerinin çok iyi olmasını gerektirmektedir. Bu tür verilerin öncelikle görselleştirilerek grafiksel olarak sunulması, veri analistlerinin veriyi daha kolay yorumlamasını ve analiz etmesini sağlamaktadır. Mekânsal ve mekânsal-zamansal veriyi görselleştirmede kullanılan en yaygın yöntem, haritalandırmadır. Veri analistleri haritalar aracılığıyla görselleştirilen verideki ilgi alanlarını keşfederek daha ileri düzeyde analizlere başvurmaktadır. Mekânsal ve mekânsal-zamansal veriler, veri tipine bağlı olarak farklı harita türleri aracılığıyla kolayca görselleştirilmektedir. Bu tür verilerin görselleştirilmesinde çeşitli araçlar ve uygulamalar geliştirilmiştir ve bunlar yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Günümüzde kullanılan bazı harita tabanlı görselleştirme teknikleri aşağıda verilmektedir [30].

1.3.1. Koropleth Haritası

Koropleth haritası (Choropleth map), vektör veri türlerinden biri olan alansal veri için kullanılmaktadır. Haritadaki alansal birimler, ilgilenilen değişkenin aldığı değerlere göre farklı renklendirmeler, gölgelendirmeler veya desen dolguları kullanılarak gösterilmektedir. Her renk, gölgelendirme veya desen dolgusu, ilgili değişkenin alabileceği farklı bir değer aralığına karşılık gelmektedir. Bu harita türü genellikle,

demografik değişkenler, ekonomik göstergeler ve sağlık istatistikleri için kullanılmaktadır. Şekil 1.3, koroplet haritasına bir örnektir [31].



Şekil 1.3. Koroplet harita örneği

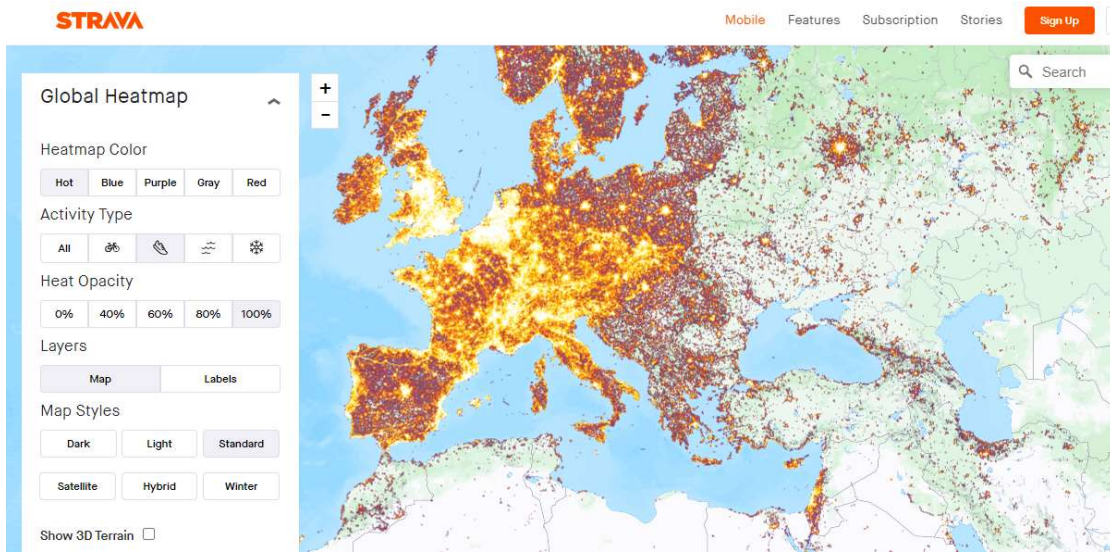
Örneğin, Türkiye'nin iller haritasında, nüfus yoğunluğu, kadınların işgücüne katılım oranı, kişi başına düşen milli gelir, genel seçim oy yüzdeleri gibi değişkenlerin il bazında aldığı değerler için koroplet haritası oluşturulabilir. Haritada koyu tonlu alanların yüksek değerlere sahip alanları göstermesi durumunda, açık tonlu alanlar düşük değerlere sahip alanları gösterecektir.

Koroplet haritasında renkler, gölgelendirmeler ve desen dolguları önceden düzenlenmiş bir sınıflandırmaya göre seçilmektedir. Dolayısıyla, alansal birimlere ilişkin gerçek değerler bu renklendirmeler üzerinden okunamaz. Bunun yerine, her aralığın farklı bir renge, gölgeye veya desene atandığı değer aralıkları görülmektedir. Ayrıca, Koroplet haritasında değerlerine göre çok daha büyük olan alansal birimler haritada öne çıkarak bazen haritanın odak noktası olabilmektedir. Bu durum nispeten daha küçük olan alansal birimlerin öneminin göz ardı edilmesine yol açabilmektedir.

1.3.2. Isı Haritası

Isı haritası (heat map), büyük boyutlarda ve sürekli olan mekânsal verilerin görselleştirilmesinde kullanılmaktadır. Sürekli mekânsal verideki tüm değerler, bir renk

spektrumu kullanılarak haritaya renklerle aktarılmaktadır. Isı haritasındaki renk değişiklikleri koroplet haritasından farklıdır. Koroplet haritasında renk değişikliği sadece alansal birimlerin sınırlarında gerçekleşebilirken, ısı haritasındaki renk değişiklikleri sürekli bir yapıda gerçekleşmektedir. Isı haritalarında renklerin aşırı kullanımı görselleştirmenin okunabilirliğini olumsuz yönde etkileyebilmektedir. Ayrıca, uygun bir renk paletini seçmek, verinin haritada etkili ve doğru bir şekilde görselleştirilmesinde çok önemlidir. Verideki yüksek değerlerin sıcak renklerle (kırmızı-sarı-turuncu-krem/bej); düşük değerlerin ise soğuk renklerle (mavi-yeşil-gri tonları) gösterilmesi uygundur. Şekil 1.4'te ısı haritasına bir örnek verilmiştir [32].



Şekil 1.4. Avrupa, Asya ve Afrika'nın bir kısmını gösteren koşu yoğunluk haritası

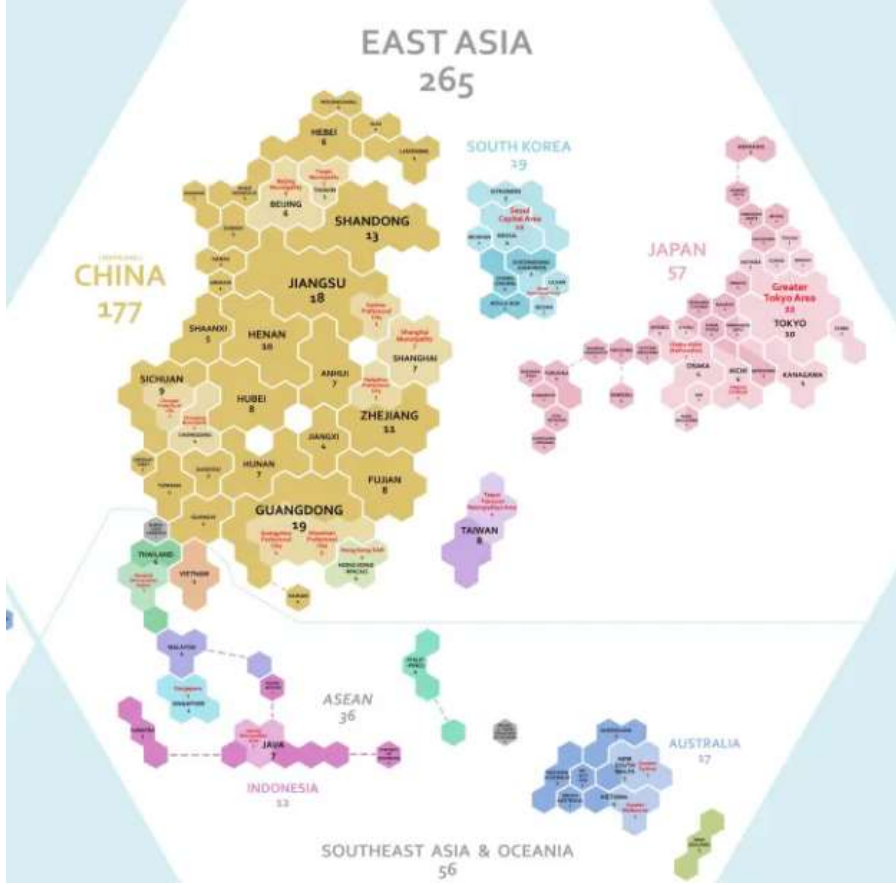
Ayrıca; bir şehirdeki hava sıcaklığı, suç oranları, trafik yoğunluğu, internet sitesi kullanıcı davranışı veya müşteri alışveriş yoğunluğu ısı haritalarıyla gösterilebilir. Sıcaklığın gösterildiği bir ısı haritasında, yüksek sıcaklıklar kırmızı veya turuncu renklerle temsil edilirken, düşük sıcaklıklar ise mavi veya yeşil renklerle gösterilmektedir.

1.3.3. Altıgen Bölme Haritası

Altıgen bölme haritası (hexagonal binning map), vektörel veri türlerinden nokta verinin görselleştirilmesinde kullanılmaktadır. Büyük boyutlardaki nokta veriler haritalandırıldığında, çok sayıda nokta üst üste gelerek haritanın okunabilirliği bozulmaktadır. Bu durumda, noktaların mekânsal dağılımının değerlendirilebilmesi ve mekânsal örüntülerin ortaya çıkarılabilmesi amacıyla harita altıgen, kare veya daire gibi

alansal bölmelere ayrılmaktadır. İki boyutlu bir düzlemi bölmelere ayırmak için kare veya daire yerine altıgenin tercih edilmesinin birçok nedeni vardır. Bunlardan en önemlisi, kare ve dairenin aksine altıgenlerle sürekli yapıda ızgaralar, yani bölmeler, oluşturulabilmektedir. Ayrıca, altıgenler, kareden daha çok daireye benzemektedir. Bu özelliğiyle, altıgen bir bölme merkezi etrafında kareye kıyasla daha çok noktayı içerebilmektedir. Bir altıgenin kenar sınırlarında kareye kıyasla daha fazla komşusu vardır. Böylece, nokta verideki örüntüler altıgen bölmelerde daha kolay görülebilmektedir. Altıgen bölme haritası için tek dezavantaj, altıgen bölmelerin tekrar ölçeklendirmek istendiğinde, kolayca alt bölümlere ayrılamamasıdır. Altıgenlerin aksine, kare bölmeler birbirine eşit 4 küçük kareye bölünerek kolayca alt bölmelere ayrılabilirler.

Altıgen bölme haritasında, noktalar bir ızgara yapısı oluşturacak şekilde altıgenlere bölünmektedir. Noktaların dağılımı (altıgen başına düşen nokta sayısı), altıgenlerin rengi kullanılarak görüntülenmektedir. Oluşturulan altıgenler için koroplet haritasındaki gibi farklı renkler ve gölgelendirmeler kullanılabilir. Altıgen bölme haritası, taksilerin müşterilerini aldıkları konumları, uber müşterilerini, amazon teslimat konumlarını, seçim sonuçlarını göstermek için kullanılabilir. Şekil 1.5'te altıgen bölme haritasına bir örnek verilmiştir [33].



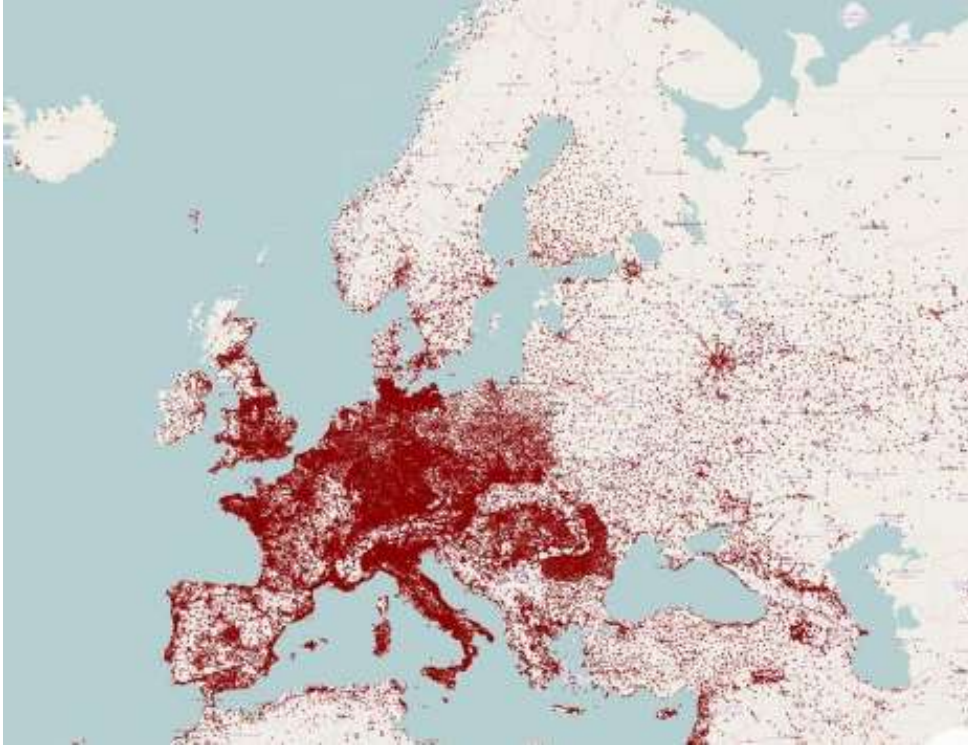
Şekil 1.5. Asya’da GSYH’yi gösteren bir altıgen bölme harita örneği

1.3.4. Nokta Haritası

Nokta haritası (dot map), vektör bir veri türü olan nokta veri için kullanılmaktadır. Verideki değerler haritada noktalar ile gösterilerek verinin belirli bir coğrafi bölgede mekânsal dağılımı görüntülenmektedir. Haritadaki noktalar, eşit boyuttadır ve değerlerin elde edildiği coğrafi konuma yerleştirilmektedir. Haritada noktaların farklı coğrafi konumlara dağılması nedeniyle, mekânsal dağılımların ve örüntülerin görüntülenmesinde nokta haritaları çok başarılıdır. Haritada fazla sayıda nokta bulunan bölgeler yüksek yoğunluğu gösterirken; az sayıda nokta bulunan bölgeler ise düşük yoğunluğu göstermektedir.

Nokta haritaları, özellikle belirli bir konumda bulunan ya da gerçekleşen belirli bir türdeki şeyin haritada gösterilmesinde kullanılmaktadır. Örneğin, nüfusun, mandıraların, alışveriş merkezlerinin, restoranların, okulların, üniversitelerin, bir yerdeki müşteri yoğunluğunun ve maden ocaklarının mekânsal dağılımına ilişkin veriler nokta haritalar

kullanılarak iyi bir şekilde gösterilmektedir. Ayrıca, trafik kazalarının, taşıt yoğunluğunun, hayvan ve bitki türlerinin yayılımının ve yaşam alanlarının, kiralık veya satılık gayrimenkullerin coğrafi dağılımını analiz etmek için de kullanılabilir. Şekil 1.6'da nokta haritasına bir örnek verilmiştir [34].

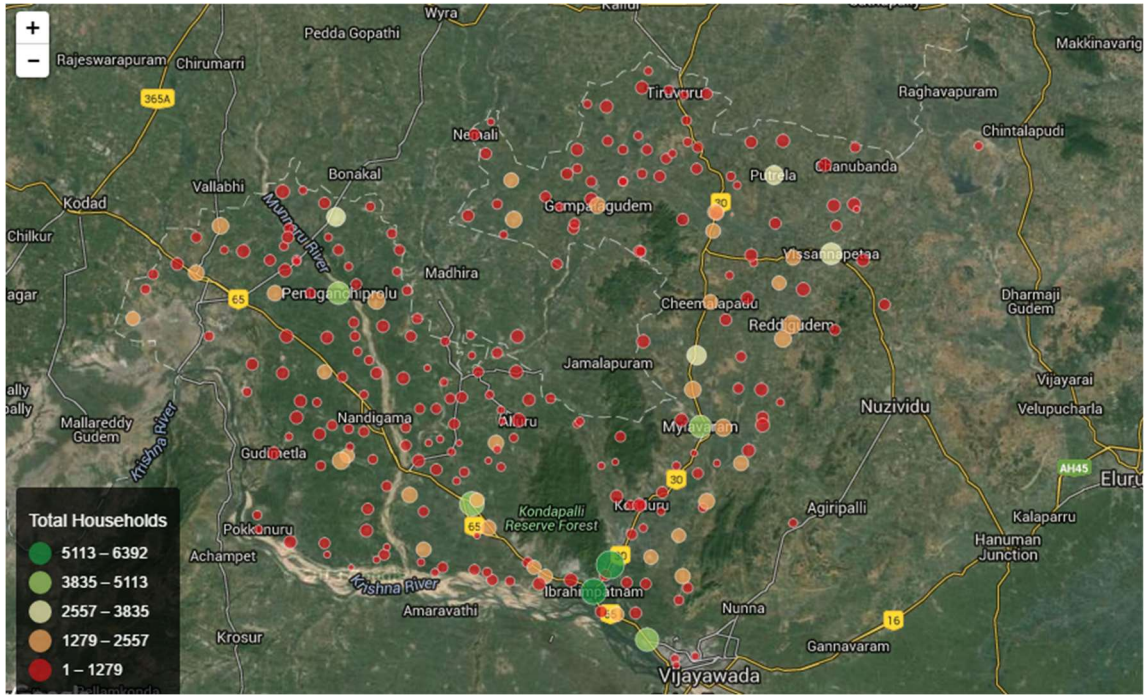


Şekil 1.6. Avrupa, Asya ve Afrika'nın bir kısmını gösteren 1000 ve üzeri insan yaşayan yerleşim birimlerine ait nokta haritası örneği

1.3.5. Küme Haritası

Küme haritası (cluster map), bir vektör veri türü olan nokta verilerin mekânsal yoğunluğunu ve kümelenmelerini görselleştirmek için kullanılmaktadır. Küme haritaları, haritada belli bölgelerde gözlemlenen çok sayıda çakışan veri noktasının yarattığı karmaşayı azaltmaya yardımcı olmaktadır. Noktalar buldukları konumlardaki yoğunluklarına bağlı olarak kümelendirilmektedir ve bu kümelenmeler dairelerle temsil edilmektedir. Her bir dairenin büyüklüğü ilgili kümedeki nokta yoğunluğunu; rengi ise ait olduğu kümeyi temsil etmektedir. Küme haritaları, özellikle demografik araştırmalarda nüfus yoğunluğunun, işletmelerde satış noktaları ve müşteri yoğunluğunun, sağlık araştırmalarında hastalık vakalarının ve sağlık hizmeti noktalarının

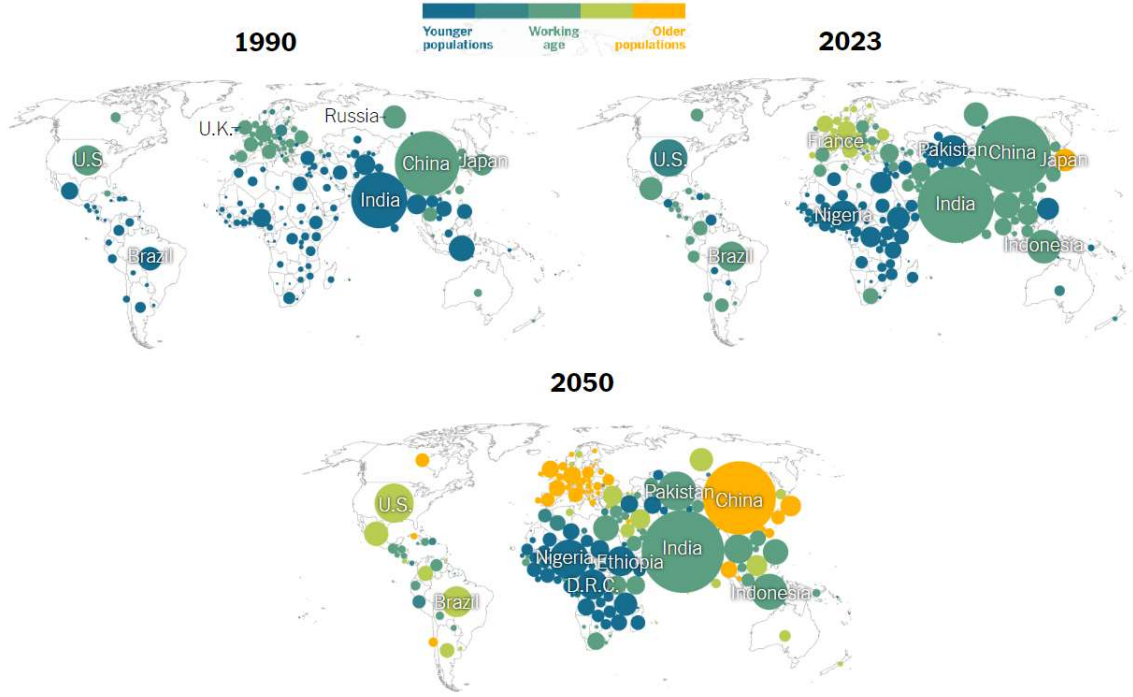
mekânsal dağılımını ve kümelenme yapılarının gösterilmesinde sıklıkla kullanılmaktadır. Şekil 1.7’de küme haritasına bir örnek verilmiştir [35].



Şekil 1.7. Hindistan’da bir bölgede yaşayan hane halkının küme haritası ile gösterilmesi

1.3.6. Kabarcık Haritası

Kabarcık haritası (bubble map), veriyi üreten birimlerin belirli bir özneliğinin kabarcıklarla temsil edildiği haritalandırma tekniğidir. Kabarcığın boyutu, özneliğin aldığı değerin büyüklüğünü göstermektedir. Kabarcıklar, veri kaynağının coğrafi koordinatlarına göre haritada yer almaktadır. Kabarcıklar için çeşitli renklendirmeler yapılarak incelenen özneliğe ilişkin farklı bilgiler de sunulabilmektedir. Renklendirme yapıldığında, haritaya renk değişimini açıklayan bir lejant konulması gerekmektedir. Böylece, kabarcık haritasını kullanan bir kişi aynı anda kabarcıkların konumunu, boyutunu ve rengini kullanarak veriyi yorumlayabilmektedir. Kabarcık haritası, okunması kolay bir haritadır. Fakat, verinin değişim aralığı çok büyük olduğunda, büyük boyutlardaki kabarcıklar hem diğer kabarcıklarla çakışabilmekte hem de haritadaki coğrafi alanı maskeleyebilmektedir. Bu durum, haritanın okunabilirliğini bozmaktadır. Ayrıca, çok sayıda küçük coğrafi bölgeyi içeren kabarcık haritaları oluşturulurken, kabarcıkların aşırı kalabalık olmaması haritanın okunabilirliği bakımından çok önemlidir. Şekil 1.8’de kabarcık haritasına bir örnek verilmiştir [36].

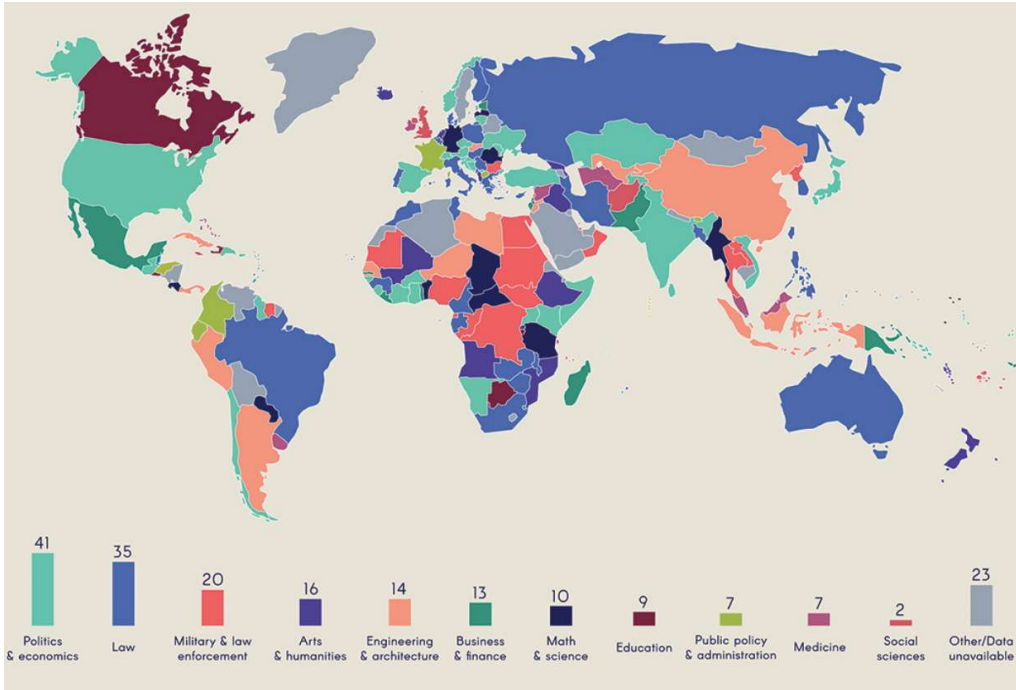


Şekil 1.8. 1990 ve 2023 yıllarına ait çalışabilir nüfus ve 2050 yılına ait çalışabilir nüfus projeksiyonu

1.3.7. Kartogram Haritası

Kartogram haritası, vektör veri türlerinden alansal verinin görselleştirilmesinde kullanılmaktadır. İlgilenilen alansal birimler (kıtalar, ülkeler, iller, ilçeler, bölgeler), belirli bir özniteliğe göre haritalandırılmaktadır. Örneğin, nüfus yoğunluğu, gelir, belirli bir hastalığa ilişkin vaka sayısı, oy sayısı gibi alansal verilerin dağılımını göstermede güçlü bir haritalandırma tekniğidir. Kartogram haritaları, özellikle görsel olarak verideki büyük farklılıkları vurgulamak veya coğrafi alanların önemli özelliklerini belirginleştirmek için kullanılmaktadır. İncelenen özniteliğe ilişkin bilgileri net bir şekilde aktarmak için kartogram haritalarında coğrafi alanların gerçek boyutu ve şekli bozulabilmektedir. Örneğin, bir nüfus kartogram haritasında her alansal birimin nüfus yoğunluğunu temsil etmek için alan büyüklükleri değiştirilebilmektedir. Bu şekilde, daha fazla nüfusa sahip alansal birimler daha büyük gösterilirken, daha az nüfusa sahip alansal birimler ise daha küçük gösterilebilir. Kartogram haritalarının gerçek boyutunun ve şeklinin değiştirilmesi durumunda, dikkatli kullanılmalıdır. Çünkü harita kullanıcılarının kartogramda gösterilen coğrafi olarak bozulmuş versiyonu yorumlayabilmesi için gerçek arazi alanının da bilinmesi gerekmektedir. Bu durumda, kartogramı vermeden

önce gerçek haritanın gösterilmesi uygun olacaktır. Kartogram haritasının renklendirilmesinde, genellikle incelenen özneliğe ilişkin değerlerin belirli aralıklara ayrıldığı renk skalaları kullanılarak yapılmaktadır. Renk skalası, tek bir rengin farklı tonlarından oluşabileceği gibi farklı renklerden de oluşabilmektedir. Haritada renk skalası, belirli bir veri değerine sahip alanları vurgulamak için kullanılmaktadır ve bir renk eşleme şemasına göre ölçeklendirilmektedir. Örneğin, bir nüfus kartogram haritasında, düşük nüfus yoğunluğuna sahip alanlar için açık renkler (örneğin, sarı veya yeşil tonları) kullanılırken, yüksek nüfus yoğunluğuna sahip alanlar için daha koyu renkler (örneğin, kırmızı veya mor tonları) kullanılabilir. Şekil 1.9’da kartogram haritasına bir örnek verilmiştir [37].

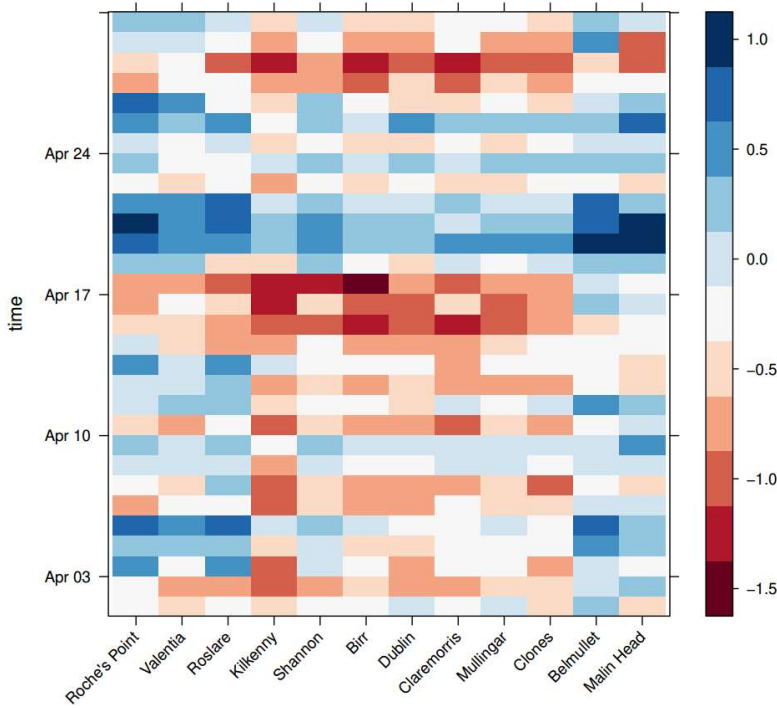


Şekil 1.9. 2018 yılında ülkelerin en fazla tercih edilen lisans programları

1.3.8. Hovmöller Diyagramı

Hovmöller diyagramı (Hovmöller diagram), mekânsal-zamansal verilerin görselleştirilmesinde kullanılmaktadır. Verideki mekânsal bilgi x eksenini; zamansal bilgi ise y eksenini aracılığıyla gösterilmektedir. Hovmöller diyagramında, belirli bir mekânda zamansal; belirli bir zamanda ise mekânsal benzerlikler ve farklılıklar tespit edilebilirken, mekânsal komşuluklara ve mekânsal otokorelasyona ilişkin bilgi sağlanmamaktadır. Dolayısıyla, kullanıcının odak noktası sadece mekân-zaman kesiti ise bu diyagram

kullanılabilir [38]. Hovmöller diyagramı, özellikle meteoroloji ve iklim bilimi alanında atmosferik değişimlerin, rüzgar, sıcaklık, basınç gibi değişkenlerin zamansal hareketini ve yayılımını incelemek için kullanılmaktadır. Okyanus bilimi alanında, okyanus akıntıları ve sıcaklıkların zamana bağlı değişimini gösterebilmektedir. Tarım ve su kaynaklarının yönetiminde, yağış ve su kaynaklarının zamana bağlı değişimini analiz etmek için de kullanılmaktadır. Şekil 1.10'da Hovmöller diyagramına bir örnek verilmiştir [38].

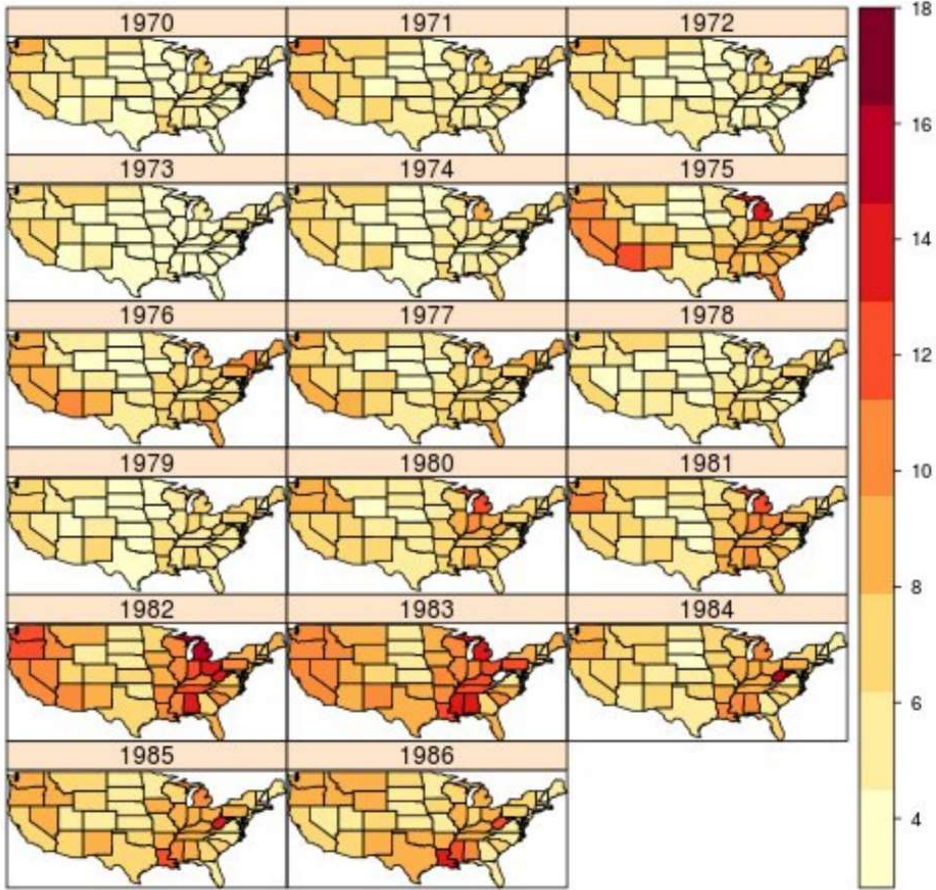


Şekil 1.10. Belirli zaman diliminde 12 rüzgar istasyonundan alınan günlük ortalama rüzgar hızı verisi

1.3.9. Çok Panelli Grafikler

Çok panelli grafik (multi-panel plot), mekânsal-zamansal verilerin görselleştirilmesinde kullanılmaktadır. Bu grafikte, her zaman dilimi için ilgili harita ayrı bir panelde çizilmektedir ve bu paneller tek bir grafikte birlikte sunulmaktadır. Her panelin üzerindeki şerit ilgili panelin ne hakkında olduğunu göstermektedir. Paneller, x- ve y-eksenlerini paylaşmaktadır ve ortak bir lejant kullanılmaktadır. Çok panelli grafikler, mekânsal-zamansal verideki birden fazla özneteliğin aynı anda görselleştirilmesinde de kullanılabilir. Böyle bir grafikte, x-ekseni zaman dilimini, y-ekseni incelenen özneteliklerin değerlerini, her bir panel bir mekânı ve her bir renk ise farklı bir özneteliği

göstermektedir. Ayrıca, tercihen bu grafikte her bir panel bir özneteliği, her bir renk ise farklı bir mekânı da gösterebilmektedir [38]. Şekil 1.11’de çok panelli grafiğe bir örnek verilmiştir [38].



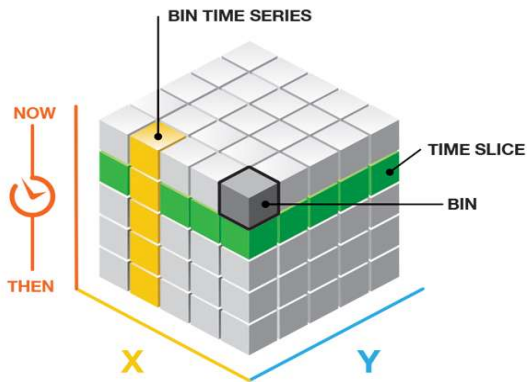
Şekil 1.11. 1970-1986 yılları arasında Amerika Birleşik Devletleri’nde Eyalet başına işsizlik oranı

1.3.10. Mekân-Zaman Küpü

ESRI (Environmental Systems Research Institute) tarafından sunulan mekân-zaman küpü (space-time cube), çeşitli coğrafi verilerin zamansal değişimini görselleştirmek için kullanılmaktadır. Mekân-zaman küpünde hem mekânsal hem de zamansal boyutları birleştiren üç boyutlu bir veri yapısı mevcuttur. Bu yapı, kullanıcılara coğrafi verilerin zamansal ve mekânsal ilişkilerini daha iyi anlamalarına, keşfetmelerine ve veriyi daha derinlemesine analiz etmelerine olanak sağlamaktadır. Mekân-zaman küpünde her boyut bir eksenle gösterilmektedir. Eksenlerden biri, zamanı temsil etmektedir. Zaman ekseninde, zaman dilimleri (örneğin, günler, haftalar, aylar, yıllar) belirtilmektedir. Diğer

iki eksen ise coğrafi mekânı temsil etmektedir. Mekân eksenlerinde, coğrafi konumlar (örneğin, enlem ve boylam koordinatları) bulunmaktadır. Mekân-zaman küpü kullanıcıları, belirli bir zaman dilimini seçerek grafiği bu zaman dilimine göre filtreleyebilmektedir. Böylece, kullanıcılar zaman dilimleri içerisindeki coğrafi desenleri, mekânsal ilişkileri ve trendleri daha iyi anlamak için grafiği etkileşimli olarak kullanabilmektedir. Kullanıcılar, aynı zamanda belirli bir coğrafi birimi seçerek de grafiği bu birime göre filtreleyebilmektedir. Bunlara ek olarak, mekân-zaman küpü, seçilen zaman dilimi ve coğrafi bölgeye göre belirli bir veri türünü görselleştirebilmektedir.

ESRI terminolojisinde, mekân-zaman küpünün temel birimi “*kutu (bin)*” olarak adlandırılmaktadır. Her bir kutu, belirli bir coğrafi konum (x,y) ve zaman diliminin (t) birleşimidir. Her kutunun mekânda (x,y) ve zamanda (t) sabit bir konumu vardır. Aynı mekânı (x,y) kapsayan kutular aynı konuma sahiptir. Aynı zamanı (t) kapsayan kutular aynı zaman dilimine sahiptir. Mekân-zaman küpünde herhangi bir zaman dilimi için tüm coğrafi konumlara ilişkin bilgilerin oluşturduğu yapıya, bir zaman kesiti (time slice) olarak adlandırılmaktadır. Belirli bir coğrafi konumda, tüm zaman dilimlerine ilişkin bilgilerin oluşturduğu yapıya ise zaman serisi kutusu (bin time series) denilmektedir [39]. Şekil 1.12’de mekân-zaman küpündeki kutu, zaman kesiti ve zaman serisi kutusu kavramları gösterilmektedir [39].



Şekil 1.12. Mekân-zaman küpü örneği

2. KOŞULLU OTOREGRESİF MEKÂNSAL-ZAMANSAL MODELLER

Mekânsal-zamansal veri setleri GDM ile istatistiksel olarak modellendiğinde, modelleme sonrasında elde edilen artıklar mekânsal-zamansal otokorelasyon içermektedir. Bu durum, otokorelasyon problemini meydana getirmektedir. Otokorelasyon problemi, model parametrelerinin varyanslarını küçültür ve parametrelere ilişkin güven aralıklarını daraltır. t ve F test istatistiklerinin değeri olması gerekenden büyük çıkar ve anlamsız bir parametrenin anlamlı olma olasılığı artar. Bu durumda, modelleme sonucunda elde edilen tahmin ve öngörüler gerçeği yansıtmayacaktır ve dolayısıyla güvenilir olmayacaktır. Bu tür verilerde mekânsal-zamansal otokorelasyonu modellemeye katan ve böylece bu otokorelasyonu artıklardan arındıran mekânsal-zamansal modeller kullanılmalıdır. Bu modellerde mekânsal-zamansal veriyi oluşturan birimlerin mekânsal konumlarının bilgisi, birimlerin diğer birimlerle komşuluk ve mekânsal kümelenme etkileri, değişkenlerdeki mekânsal ve zamansal etkiler, mekân ve zaman etkileşimi de istatistiksel modellemeye katılarak gerçekçi ve güvenilir tahminler elde edilmektedir.

Bu tezde kullanılan mekânsal-zamansal modeller, GDM'ye mekânsal-zamansal otokorelasyonu açıklayan rasgele etkilerin eklenmesiyle oluşturulan GDKM'lerdir. Belirli bir coğrafi bölgede tanımlanan birimlerin ürettiği mekânsal-zamansal veri, bu birimlerin incelendikleri özellikler bakımından farklı yapılarda mekânsal-zamansal otokorelasyon içerebilmektedir. Bu nedenle, rasgele etkiler verideki mekânsal-zamansal otokorelasyonun yapısına uygun olarak farklı formlarda tanımlanabilirler. Tanımlanan formların her biri, farklı bir model oluşturacaktır. Rasgele etkiler formlarına uygun olarak koşullu otoregresif dağılımlara sahiptirler. Bu nedenle, oluşturulan tüm modeller, koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modeller olarak adlandırılmaktadır. Koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modeller, Bayesci hiyerarşik modellerdir ve dolayısıyla tüm istatistiksel çıkarımlar Bayesci yaklaşım altında MCMC yöntemleri kullanılarak yapılmaktadır.

Bu bölümde, YDS verisinin mekânsal-zamansal modellenmesinde kullanılan koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modeller anlatılmıştır. İlk olarak modelin genel yapısı verilmiştir. Sonrasında, belirli formlarda tanımlanmış rasgele etkiler incelenmiştir ve bu formların oluşturduğu koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modeller açıklanmıştır.

Son olarak, incelenen modeller arasından veriyi en iyi açıklayan modelin seçilmesinde kullanılacak model uyum kriterleri hakkında bilgi verilmiştir.

Bir coğrafi bölgenin birbiriyle örtüşmeyen $(S_1, S_2, S_3, \dots, S_K)$ olmak üzere K tane alansal birimden oluştuğu ve her bir k -nıncı ($k=1,2,3, \dots, K$) alansal birimden t ($t=1,2,3, \dots, N$) ardışık zaman dilimlerinde verilerin toplandığı varsayalım. Modelde bağımlı değişkenin aldığı tüm değerler, $\mathbf{Y} = (\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \mathbf{Y}_3, \dots, \mathbf{Y}_N)_{K \times N}$ matrisiyle gösterilmektedir. Burada, $t=1,2,3, \dots, N$ için $\mathbf{Y}_t = (\mathbf{Y}_{1t}, \mathbf{Y}_{2t}, \mathbf{Y}_{3t}, \dots, \mathbf{Y}_{Kt})_{K \times 1}$ 'dir ve bu vektör $(S_1, S_2, S_3, \dots, S_K)$ alansal birimlerin herhangi bir t zaman diliminde bağımlı değişken değerini göstermektedir. Koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modellerin genel yapısı aşağıda verilmiştir:

$$Y_{kt} | \mu_{kt} \sim f(y_{kt} | \mu_{kt}, v^2) \quad , k = 1, 2, 3, \dots, K \quad , t = 1, 2, 3, \dots, N$$

$$g(\mu_{kt}) = \mathbf{x}_{kt}^T \boldsymbol{\beta} + O_{kt} + \psi_{kt} \quad (2.1)$$

$$\boldsymbol{\beta} \sim N(\boldsymbol{\mu}_\beta, \boldsymbol{\Sigma}_\beta) \quad (2.2)$$

Burada, Y_{kt} değeri, k -nıncı alansal birimin t zaman dilimindeki bağımlı değişken değeridir. $g(\cdot)$ bağ fonksiyonudur. Bağ fonksiyonu, bağımlı değişkenin dağılım varsayımına göre farklılık göstermektedir. Tez çalışmada, bağımlı değişken 2015-2020 yılları arasında illerin YDS puan ortalamalarıdır. Bu nedenle, incelenecek mekânsal-zamansal modellerde bağımlı değişkenin aldığı değerlerin Normal dağılım ailesinden geldiği kabul edilmiştir. Normal dağılım için bağ fonksiyonu aşağıdaki gibi oluşturulacaktır:

$$\text{Normal Dağılım: } Y_{kt} \sim N(\mu_{kt}, v^2) \quad \text{ve} \quad \mu_{kt} = \mathbf{x}_{kt}^T \boldsymbol{\beta} + O_{kt} + \psi_{kt} \quad (2.3)$$

v^2 , bağımlı değişkenin değerlerine ilişkin varyanstır. $v^2 \sim \text{Ters} - \text{Gamma}(a, b)$ önsel dağılıma sahiptir. $a = 1$ ve $b = 0,01$ olarak alınabilir. $\mathbf{x}_{kt} = (x_{kt1}, \dots, x_{ktp})$ vektörü, S_k alansal birimin t zaman dilimindeki p adet bağımsız değişken değerini göstermektedir. $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_p)$ vektörü, p adet bağımsız değişkene ait regresyon parametreleridir. Regresyon parametrelerinin önsel dağılımı olarak çok değişkenli Normal dağılım alınmaktadır. Bu dağılımın ortalaması $\boldsymbol{\mu}_\beta$ 'dir ve varyans-kovaryans matrisi de $\boldsymbol{\Sigma}_\beta$ olan bir köşegen matristir. $\mathbf{O} = (\mathbf{O}_1, \mathbf{O}_2, \mathbf{O}_3, \dots, \mathbf{O}_N)_{K \times N}$ matrisi, offset terimini

göstermektedir. Burada, $t=1,2,3,\dots,N$ için $\mathbf{O}_t = (\mathbf{O}_{1t}, \mathbf{O}_{2t}, \mathbf{O}_{3t}, \dots, \mathbf{O}_{Kt})_{K \times 1}$ 'dir ve bu vektör tüm alansal birimlerin herhangi bir t zaman diliminde offset değerlerini göstermektedir. Offset terimi \mathbf{O} , bağımlı değişkenin doğrusal tahmin edicisine eklenen yapısal bir tahmin edicidir. Offset değerleri, model tarafından tahmin edilmez ve modelde isteğe bağlı olarak yer almaktadır. Modelleme öncesinde, bağ fonksiyonuna göre offset değerleri atanır. Rasgele etkiler ise $\boldsymbol{\psi} = (\boldsymbol{\psi}_1, \boldsymbol{\psi}_2, \boldsymbol{\psi}_3, \dots, \boldsymbol{\psi}_N)_{K \times N}$ matrisi ile gösterilmektedir. Burada, $t=1,2,3,\dots,N$ için $\boldsymbol{\psi}_t = (\boldsymbol{\psi}_{1t}, \boldsymbol{\psi}_{2t}, \boldsymbol{\psi}_{3t}, \dots, \boldsymbol{\psi}_{Kt})_{K \times 1}$ 'dir. $\boldsymbol{\psi}_{kt}$, S_k alansal birimin t zaman dilimindeki mekânsal-zamansal otokorelasyonunu modelleyen rasgele etkidir.

Mekân-zamansal otokorelasyonun açıklanmasında kullanılan $\boldsymbol{\psi}_{kt}$ rasgele etkilerin koşullu otoregresif modellenmesi için literatürde bir çok farklı yaklaşım önerilmiştir. Bu yaklaşımlardan birçoğu, Bernardinelli ve ark. [40], Leroux ve ark. [41], Knorr-Held [42], Napier ve ark. [43], Napier ve ark. [44], Rushworth ve ark. [45], Rushworth ve ark. [46], Lee ve Lawson [47] çalışmalarında tanıtılmıştır.

Bu tez kapsamında kullanılan koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modeller aşağıda açıklanmaktadır.

2.1. Mekânsal Otokorelasyonlu Doğrusal Zaman Trendleri Modeli

Bu modelde, her bir S_k ($k = 1,2,3, \dots, K$) alansal birimin mekânsal olarak değişkenlik gösteren doğrusal zaman trendine sahip olduğu varsayılmaktadır. Bu yaklaşım, Bernardinelli ve ark. [40] tarafından önerilen yaklaşımın bir modifikasyonudur. Mekânsal otokorelasyonlu doğrusal zaman trendleri modelinde temel amaç, bağımlı değişkenin değerlerinde zaman içerisinde artan ya da azalan doğrusal zaman trendleri sergileyen alansal birimleri tahmin etmektir. Modeldeki rasgele etkiler, Lee ve ark. [48] tarafından aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$\begin{aligned}
\psi_{kt} &= \beta_1 + \phi_k + (\alpha + \delta_k) \frac{(t-\bar{t})}{N} \\
\phi_k | \boldsymbol{\phi}_{-k}, \mathbf{W} &\sim N \left(\frac{\rho_{int} \sum_{j=1}^K w_{kj} \phi_j}{\rho_{int} \sum_{j=1}^K w_{kj+1} - \rho_{int}}, \frac{\tau_{int}^2}{\rho_{int} \sum_{j=1}^K w_{kj+1} - \rho_{int}} \right) \\
\delta_k | \boldsymbol{\delta}_{-k}, \mathbf{W} &\sim N \left(\frac{\rho_{slo} \sum_{j=1}^K w_{kj} \delta_j}{\rho_{slo} \sum_{j=1}^K w_{kj+1} - \rho_{slo}}, \frac{\tau_{slo}^2}{\rho_{slo} \sum_{j=1}^K w_{kj+1} - \rho_{slo}} \right) \\
\rho_{int}, \rho_{slo} &\sim \text{Tekbiçimli}(0,1) \\
\tau_{int}^2, \tau_{slo}^2 &\sim \text{Ters - Gamma}(a, b) \\
\alpha &\sim N(\mu_\alpha, \sigma_\alpha^2)
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Burada, $\boldsymbol{\phi}_{-k} = (\phi_1, \dots, \phi_{k-1}, \phi_{k+1}, \dots, \phi_K)$, $\boldsymbol{\delta}_{-k} = (\delta_1, \dots, \delta_{k-1}, \delta_{k+1}, \dots, \delta_K)$ ve $\bar{t} = (1/N) \sum_{t=1}^N t$ olarak tanımlanmıştır. Eşitlik 2.4'te verilen rasgele etkide yer alan $\boldsymbol{\phi} = (\phi_1, \dots, \phi_K)$ ve $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1, \dots, \delta_K)$ terimleri, mekânsal otokorelasyonu açıklayacak şekilde modellenmektedir. Bunun için $\mathbf{W} = [w_{kj}]_{K \times K}$ komşuluk matrisi kullanılmaktadır. \mathbf{W} komşuluk matrisi, simetriktir ve negatif olmayan bir matristir. Bu matrisin elemanlarından biri olan w_{kj} , S_k ve S_j alansal birimleri arasındaki mekânsal yakınlığı gösteren bir niceliktir. Bu değerın sifira yakın ve küçük olması alansal birimlerin mekânsal olarak yakın olmadıklarını, büyük olması ise alansal birimlerin mekânsal olarak yakın olduklarını ifade etmektedir. Mekânsal otokorelasyon bilgisini taşıyan komşuluk matrisi birçok farklı yöntemle oluşturulabilir. Literatürde kullanılan en temel yöntemde S_k ve S_j alansal birimleri ortak bir sınıra sahip ise $w_{kj} = 1$; S_k ve S_j alansal birimlerinin ortak bir sınırı yok ise $w_{kj} = 0$ olarak belirlenir. Ayrıca, bir alansal birim kendine komşu olamaz. Yani, $w_{kk} = 0$ olarak alınır. Eşitlik 2.4'te tanımlanan rasgele etkideki $((t - \bar{t})/N)$ terimi, doğrusal yapıdaki zaman trendini modellemektedir. ψ_{kt} rasgele etkisi, mekânsal olarak değişen bir sabit terimden $(\beta_1 + \phi_k)$ ve yine mekânsal olarak değişen bir eğime $(\alpha + \delta_k)$ sahip olan doğrusal yapıdaki zaman trendinden oluşmaktadır. ψ_{kt} 'nin sabit terimindeki mekânsal otokorelasyon ϕ_k parametresiyle; eğimdeki mekânsal otokorelasyon ise δ_k parametresiyle açıklanmaktadır. ϕ_k ve δ_k parametreleri, mekânsal otokorelasyonu açıklayacak şekilde Leroux ve ark. [41] tarafından önerilen ve Eşitlik 2.4'te verilen koşullu otoregresif önsel dağılımlar kullanılarak modellenmektedir. Koşullu otoregresif önsel dağılımlar kullanılarak modellenen $\boldsymbol{\phi} = (\phi_1, \dots, \phi_K)$ ve $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1, \dots, \delta_K)$ parametreleri ortalama etrafında simetrik dağılmaktadırlar. $\sum_{k=1}^K \phi_k = \sum_{k=1}^K \delta_k = 0$ 'dır. ρ_{int} ve ρ_{slo} , sırasıyla rasgele etkinin sabit terimindeki (int: intercept)

ve doğrusal zaman trendinin eğimindeki (slo: slope) mekânsal bağımlılık parametreleridir ve $[0,1]$ aralığında tekbiçimli önsel dağılıma sahiptirler. Bu parametrelerin bire yaklaşması güçlü mekânsal ilişkiyi gösterirken, sıfıra yaklaşması mekânsal bağımsızlığı ifade etmektedir. Mekânsal bağımlılık parametreleri, modelden tahmin edilebileceği gibi bu parametrelere modelleme yapan kişi tarafından $[0,1]$ aralığında değerler de atanabilir. τ_{int}^2 ve τ_{slo}^2 , sırasıyla rasgele etkinin sabit terimindeki ϕ_k ve doğrusal zaman trendinin eğimindeki δ_k parametrelerinin koşullu otoregresif önsel dağılımlarındaki ölçek parametreleridir. Bu parametreler, Normal dağılımın varyansının Bayesci tahmininde eşlenik önsel olarak kullanılan ters-gamma dağılımına sahiptirler. Genel eğim parametresi α ise Normal dağılıma sahiptir. Bu dağılımlarda kullanılan hiperparametreler, modellemeyi yapan kişi tarafından belirlenebileceği gibi Lee ve ark. [48] tarafından $a = 1$, $b = 0,01$, $\mu_\alpha = 0$, $\sigma_\alpha^2 = 1000$ olarak alınması önerilmiştir. Önerilen bu değerler kullanıldığında, hiperparametreler bilgi içermeyen önsel dağılımlara sahip olmaktadır.

Mekânsal otokorelasyonlu doğrusal zaman trendleri modeli, mekânsal olarak değişkenlik gösteren eğrisel yapıda zaman trendleri içeren verilerin modellenmesinde yetersiz kalacaktır. Bu durumda, aşağıda anlatılan modeller kullanılabilir.

2.2. Mekânsal-Zamansal Otokorelasyonlu Otoregresif Model

Bu modelin iki versiyonu vardır. Bunlar, mekânsal-zamansal otokorelasyonu açıklayan rasgele etkilerin çok değişkenli birinci veya ikinci dereceden otoregresif bir süreci takip etmesi sonucu oluşmaktadır. Rasgele etkiler, çok değişkenli birinci dereceden otoregresif bir süreci izliyor ise mekânsal-zamansal otokorelasyonlu birinci dereceden otoregresif, AR(1), model; ikinci dereceden otoregresif bir süreci izliyor ise mekânsal-zamansal otokorelasyonlu ikinci dereceden otoregresif, AR(2), model meydana gelmektedir. Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(1) modeli, Rushworth ve ark. [45] tarafından önerilmiştir. Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modeli ise Lee ve ark. [48] tarafından önerilmiştir. Bu modellerde temel amaç, bağımlı değişkendeki mekânsal örüntülerin zaman içerisindeki değişimini tahmin etmektir. Modellerdeki rasgele etkiler aşağıda verilmiştir.

Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(1) modeli için rasgele etkiler [45]:

$$\begin{aligned}
\psi_{kt} &= \phi_{kt} \\
\phi_t | \phi_{t-1} &\sim N(\rho_T \phi_{t-1}, \tau^2 \mathbf{Q}(\mathbf{W}, \rho_S)^{-1}), \quad t = 2, \dots, N \\
\phi_1 &\sim N(0, \tau^2 \mathbf{Q}(\mathbf{W}, \rho_S)^{-1}) \\
\tau^2 &\sim \text{Ters - Gamma}(a, b) \\
\rho_S, \rho_T &\sim \text{Tekbiçimli}(0, 1)
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modeli için rasgele etkiler [48]:

$$\begin{aligned}
\psi_{kt} &= \phi_{kt} \\
\phi_t | \phi_{t-1}, \phi_{t-2} &\sim N(\rho_{T_1} \phi_{t-1} + \rho_{T_2} \phi_{t-2}, \tau^2 \mathbf{Q}(\mathbf{W}, \rho_S)^{-1}), \quad t = 3, \dots, N \\
\phi_1, \phi_2 &\sim N(\mathbf{0}, \tau^2 \mathbf{Q}(\mathbf{W}, \rho_S)^{-1}) \\
\tau^2 &\sim \text{Ters - Gamma}(a, b) \\
\rho_S &\sim \text{Tekbiçimli}(0, 1) \\
f(\rho_{T_1}, \rho_{T_2}) &\propto 1
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Modellerde $\phi_t = (\phi_{1t}, \dots, \phi_{kt})$ vektörü, t zaman periyodunda tüm alansal birimler için rasgele etkileri içeren rasgele etkiler vektörüdür. \mathbf{W} , alansal birimler arasındaki komşuluk matrisidir. Rasgele etkilerde zamansal otokorelasyon otoregresif süreçlerin ortalamaları aracılığıyla kontrol edilmektedir. Bu işlem, AR(1) modelinde ρ_T parametresiyle; AR(2) modelinde ise ρ_{T_1} ve ρ_{T_2} parametreleriyle gerçekleştirilmektedir. Her iki modeldeki mekânsal otokorelasyon ise kovaryans matrisi, $\tau^2 \mathbf{Q}(\mathbf{W}, \rho_S)^{-1}$, aracılığıyla kontrol edilmektedir. Bu işlem, ρ_S parametresi ve \mathbf{W} komşuluk matrisiyle gerçekleştirilmektedir. ρ_S 'nin 0'a yakın bir değer alması mekânsal bağımsızlığı ya da zayıf mekânsal otokorelasyonu; 1'e yakın olması ise güçlü mekânsal otokorelasyonu göstermektedir. Aynı şekilde, ρ_T , ρ_{T_1} ve ρ_{T_2} parametrelerinin de 0'a yakın bir değer alması zamansal bağımsızlığı ya da zayıf zamansal otokorelasyonu; 1'e yakın olması ise güçlü zamansal otokorelasyonu göstermektedir. Otokorelasyon parametreleri modelden tahmin edilebileceği gibi modelleme yapan kişi tarafından bu parametrelere $[0, 1]$ aralığında değerler de atanabilmektedir. $\mathbf{Q}(\mathbf{W}, \rho_S)$, kesinlik matrisidir. Kesinlik matrisindeki her bir eleman, diğer alansal birimler sabit tutulduğunda, iki alansal birim arasındaki kısmi mekânsal ilişki hakkında bilgi taşımaktadır. Diğer bir ifadeyle, alansal birimler arasındaki koşullu bağımsızlık yapısını ortaya çıkarmaktadır. Kesinlik matrisi, Leroux ve ark. [41] tarafından aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\mathbf{Q}(\mathbf{W}, \rho_S) = \rho_S(\text{diag}(\mathbf{W}\mathbf{1}) - \mathbf{W}) + (1 - \rho_S)\mathbf{I} \tag{2.7}$$

Burada, $\mathbf{1}$, $K \times 1$ boyutlu birlerden oluşan bir vektördür ve \mathbf{I} , $K \times K$ boyutlu birim matristir. Rasgele etkilerin kovaryans matrisinde yer alan τ^2 ise otoregresif süreçlerin varyans parametresidir ve eşlenik bir önsel olan ters-gama dağılımına uymaktadır. Lee ve ark. [48] tarafından hiperparametrelerin $a = 1$ ve $b = 0,01$ olarak alınması önerilmiştir.

2.3. Mekânsal-Zamansal Otokorelasyonlu ANOVA Tipi Model

Bu model, verideki mekânsal-zamansal değişkenliği üç bileşene ayırmaktadır. Bu bileşenler, (i) tüm zaman dilimlerinde aynı olan mekânsal ana etki; (ii) tüm alansal birimlerde aynı olan zamansal ana etki ve (iii) birbirinden bağımsız olan mekân-zaman etkileşimidir. Rasgele etkiler, bu üç bileşenden oluşmaktadır. İki-yönlü varyans analizine (ANOVA) benzer bir yapı oluşturması nedeniyle, bu model mekânsal-zamansal otokorelasyonlu ANOVA tipi model olarak adlandırılmaktadır. Bu modeldeki yaklaşım, Knorr-Held [42] tarafından önerilen yaklaşımın bir modifikasyonudur. Bu modelde temel amaç, bağımlı değişkendeki zaman trendlerini ve mekânsal örüntüleri ortaya çıkarmaktır. Modeldeki rasgele etkiler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır [48]:

$$\begin{aligned}
\psi_{kt} &= \phi_k + \delta_t + \gamma_{kt} \\
\phi_k | \phi_{-k}, \mathbf{W} &\sim N \left(\frac{\rho_S \sum_{j=1}^K w_{kj} \phi_j}{\rho_S \sum_{j=1}^K w_{kj+1-\rho_S}}, \frac{\tau_S^2}{\rho_S \sum_{j=1}^K w_{kj+1-\rho_S}} \right) \\
\delta_t | \delta_{-t}, \mathbf{D} &\sim N \left(\frac{\rho_T \sum_{j=1}^N d_{tj} \delta_j}{\rho_T \sum_{j=1}^N d_{tj+1-\rho_T}}, \frac{\tau_T^2}{\rho_T \sum_{j=1}^N d_{tj+1-\rho_T}} \right) \\
\gamma_{kt} &\sim N(0, \tau_I^2) \\
\tau_S^2, \tau_T^2, \tau_I^2 &\sim \text{Ters - Gamma}(a, b) \\
\rho_S, \rho_T &\sim \text{Tekbiçimli}(0,1)
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Burada, ψ_{kt} rasgele etkisinde yer alan ϕ_k ve δ_t bileşenleri, sırasıyla mekânsal ve zamansal otokorelasyonu; γ_{kt} bileşeni ise mekân-zaman etkileşimini açıklamaktadır. Birbiriyle ilişkili mekânsal etkiler, $\boldsymbol{\phi} = (\phi_1, \dots, \phi_K)$ vektörüyle; birbiriyle ilişkili zamansal etkiler $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1, \dots, \delta_N)$, vektörüyle; birbirinden bağımsız olan mekân-zaman etkileşimleri ise $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_{11}, \dots, \gamma_{KN})$ vektörüyle temsil edilmektedir. $\boldsymbol{\phi}_{-k} = (\phi_1, \dots, \phi_{k-1}, \phi_{k+1}, \dots, \phi_K)$ ve $\boldsymbol{\delta}_{-t} = (\delta_1, \dots, \delta_{t-1}, \delta_{t+1}, \dots, \delta_N)$ 'dir. $\boldsymbol{\phi} = (\phi_1, \dots, \phi_K)$ ve $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1, \dots, \delta_N)$ etkileri; $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_{11}, \dots, \gamma_{KN})$ etkileşimleri ortalama etrafında simetrik dağılmaktadırlar. $\sum_{k=1}^K \phi_k = \sum_{t=1}^N \delta_t = \sum_{t=1}^N \sum_{k=1}^K \gamma_{kt} = 0$ 'dır. $\mathbf{W} = [w_{kj}]_{K \times K}$, alansal

birimler arasındaki komşuluk matrisi; $\mathbf{D} = [d_{tj}]_{N \times N}$ ise $N \times N$ boyutlu zamansal komşuluk matrisidir. t -ninci ve j -ninci zaman dilimleri ardışık, yani $|j - t| = 1$, ise $d_{tj} = 1$ 'dir. t -ninci ve j -ninci zaman dilimleri ardışık değil, yani $|j - t| > 1$, ise $d_{tj} = 0$ 'dır. Bu modelde istenilirse mekân-zaman etkileşimini açıklayan bileşen modelden kaldırılabilir. Eşitlik 2.8'de ϕ_k ve δ_t için verilen koşullu otoregresif önsel dağılımlar, Leroux ve ark. [41] tarafından önerilmiştir. ρ_S ve ρ_T parametreleri, sırayla mekânsal ve zamansal otokorelasyonun düzeyini belirlemektedir. Sıfıra yakın değerler bağımsızlığı gösterirken, bire yakın değerler güçlü otokorelasyonu göstermektedir. τ_S^2 , τ_T^2 ve τ_I^2 varyans parametreleri, sırasıyla mekânsal etki, zamansal etki ve mekân-zaman etkileşimine ilişkindir. Varyans parametreleri için eşlenik bir önsel olan ters-gamma dağılım varsayımı yapılmıştır ve Lee ve ark. [48] tarafından hiperparametrelerin $\alpha = 1$ ve $b = 0,01$ olarak alınması önerilmiştir.

2.4. Mekânsal-Zamansal Otokorelasyonlu Uyarlanabilir Otoregresif Model

Yukarıda verilen modellerin hepsinde birbirine komşu olan alansal birimler arasında aynı derecede mekânsal otokorelasyon olduğu varsayılmaktadır. Bazı durumlarda bu varsayım gerçekçi bir yaklaşım olmamaktadır. Çünkü, veriden kaynaklı olarak üzerinde çalışılan coğrafi bölgede birbirine komşu alansal birimlerden bazıları arasında güçlü bir mekânsal bağımlılık varken, bazıları arasında daha zayıf bir mekânsal bağımlılık olabilmektedir. Bu durumda, alansal birimler arasında değişen mekânsal bağımlılıklar gözlemlenmektedir. Bu modelde, çalışılan coğrafi bölgede alansal birimler arasındaki mekânsal otokorelasyonun heterojen bir yapıya sahip olduğu ve çalışma alanının bazı bölgelerinde güçlü mekânsal bağımlılık, bazılarında ise zayıf mekânsal bağımlılık olabileceği varsayılmaktadır. Bu model, Rushworth ve ark. [46] tarafından önerilmiş olup, Rushworth ve ark. [45] tarafından önerilen mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(1) modelinin geliştirilmiş halidir. Bu modeldeki temel amaç, veri kaynaklı olarak alansal birimlerde gözlemlenen yerel mekânsal bağımlılık bilgisini de modellemeye katarak bağımlı değişkendeki mekânsal—zamansal otokorelasyonun açıklanmasıdır. Mekânsal bağımlılık yapısının alansal birimler için yerel olarak uyarlanması nedeniyle, bu modele mekânsal-zamansal otokorelasyonlu uyarlanabilir otoregresif model denilmektedir. Modeldeki rasgele etkilerin yapısı, mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(1) modeli ile aynıdır ve Rushworth ve ark. [46] tarafından aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\begin{aligned}
\psi_{kt} &= \phi_{kt} \\
\phi_t | \phi_{t-1} &\sim N(\rho_T \phi_{t-1}, \tau^2 \mathbf{Q}(\mathbf{W}, \rho_S)^{-1}), \quad t = 2, \dots, N \\
\phi_1 &\sim N(0, \tau^2 \mathbf{Q}(\mathbf{W}, \rho_S)^{-1}) \\
\tau^2 &\sim \text{Ters - Gamma}(a, b) \\
\rho_S, \rho_T &\sim \text{Tekbiçimli}(0,1)
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(1) modelindeki rastgele etkiler, ρ_S tarafından kontrol edilen tek bir mekânsal bağımlılık düzeyine sahiptir. ρ_S bire yakın ise ortak sınıra sahip olan tüm komşu alansal birim çiftleri ($w_{kj} = 1$ olan) güçlü bir şekilde otokorelasyonlu rasgele etkilere sahip olurken, ρ_S sifıra yakın ise hiçbir yerde böyle bir mekânsal bağımlılık olmayacaktır. Ancak, gerçek veri değişen mekânsal bağımlılıklar sergileyebilir, çünkü ortak sınırı olan komşu iki alansal birim bire yakın bir ρ_S değerine işaret eden benzer değerlere sahip olabilirken, ortak sınırı olan başka bir komşu çift sifıra yakın bir ρ_S değerine işaret eden çok farklı değerlere sahip olabilir. Bu nedenle, mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(1) modelinden farklı olarak bu modelde, \mathbf{W} komşuluk matrisinin sıfırdan farklı elemanları bilinmeyen parametreler olarak kabul edilmektedir ve tahmin edilmektedir. Böylece, mekânsal olarak komşu rasgele etkiler arasında yerleşmiş bir mekânsal otokorelasyona izin verilmektedir. \mathbf{W} matrisinde, sıfırdan farklı olan ve ortak sınırı olan alansal birimlere karşılık gelen elemanlara 1 değeri verilmektense, bu elemanlar birim aralıkta değer alan bir raslantı değişkeni olarak modellenmektedirler. Ortak sınırı olmayan alansal birimlere karşılık gelen \mathbf{W} 'nin kalan elemanlarına ise 0 değeri verilmektedir. \mathbf{W} matrisinde ortak sınırı olan alansal birimlere karşılık gelen tüm elemanlar $\mathbf{w}^+ = \{w_{kj} | k \sim j\}$ vektörü ile gösterilmektedir. Burada, $k \sim j$ gösterimi k-inci ile j-inci alansal birimlerin paylaştıkları ortak bir sınırı olduğunu ifade etmektedir. w_{kj} , komşuluk parametresi olarak adlandırılır. $w_{kj} \in \mathbf{w}^+$ elemanı sıfır ya da sifıra yakın bir değer olarak tahmin edilirse, ϕ_{kt} ve ϕ_{jt} rasgele etkileri t zaman dilimlerinin tamamında koşullu olarak (diğer tüm rasgele etkiler bilindiğinde) birbirinden bağımsız olduğu sonucuna varılmaktadır. w_{kj} elemanı bire yakın bir değer olarak tahmin edildiğinde, ϕ_{kt} ve ϕ_{jt} rasgele etkileri birbiriyle ilişkili olduğu sonucuna varılmaktadır. \mathbf{w}^+ vektöründeki komşuluk parametreleri (0,1) aralığında modellenir. Bunun için, komşuluk parametrelerine logit dönüşüm uygulanır. Komşuluk parametrelerinin logit dönüşümü, $\mathbf{v}^+ = \log(\mathbf{w}^+ / (1 - \mathbf{w}^+))$ ' dir. Logit dönüşümden geri dönüşüm ise $\mathbf{w}^+ = \exp(\mathbf{v}^+) / (1 + \exp(\mathbf{v}^+))$ şeklinde yapılmaktadır. Logit dönüşümün önsel dağılımı için

çok değişkenli Normal dağılım kullanılmaktadır. Bu dağılım, Rushworth ve ark. [46] tarafından aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\begin{aligned}
f(\mathbf{v}^+|\zeta^2, \rho, \mu) &\propto \exp\left[-\frac{1}{2\zeta^2}(\rho \sum_{ik \sim rs} (v_{ik} - v_{rs})^2 + (1 - \rho) \sum_{v_{ik} \in \mathbf{v}^+} (v_{ik} - \mu)^2)\right] \\
\zeta^2 &\sim \text{Ters} - \text{Gamma}(a, b) \\
\rho &\sim \text{Tekbiçimli}(0,1)
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Dağılım sabit bir μ beklenen değere ve ζ^2 varyans parametresine sahiptir. ζ^2 varyans parametresinin önsel dağılımı için hiperparametreler, Rushworth ve ark. [46] tarafından $a = 0,001$ ve $b = 0,001$ olarak verilmiştir. $ik \sim rs$ gösterimi, (i,k) alansal birimleri ile (r,s) alansal birimlerinin ortak bir sınır paylaştıklarını ifade etmektedir. Bu durumda, $v_{ik}, v_{rs} \in \mathbf{v}^+$ parametreleri, bitişik parametreler olarak tanımlanmaktadır. Eşitlik 2.10'da verilen dağılımda ρ parametresi, mekânsal olarak kümelenmiş ortak bir sınırı paylaşan alansal birimler arasında mekânsal ilişkinin ne ölçüde değişkenlik göstereceğini kontrol etmektedir. $\rho \approx 1$ olduğunda, (i,k) alansal birimler arasındaki mekânsal ilişkinin varlığını kontrol eden v_{ik} raslantı değişkeni, mekânsal olarak bitişik parametre v_{rs} 'ye doğru düzleştirilmektedir. Bu düzleştirme işlemi, $\sum_{ik \sim rs} (v_{ik} - v_{rs})^2$ ceza terimi ile gerçeleştirilmektedir. $\rho \approx 0$ olduğunda, v_{ik} raslantı değişkeni $\sum_{v_{ik} \in \mathbf{v}^+} (v_{ik} - \mu)^2$ ceza terimi kullanılarak mekânsal olmayan bir şekilde μ ortalamaya doğru düzleştirilmektedir. Ayrıca, logit dönüşümün sebep olabileceği sayısal problemleri engellemek adına her $v_{ik} \in \mathbf{v}^+$ için örnekleme uzayı, [-15,15] aralığında sınırlandırılmaktadır. Böylece, v_{ik} değerleri (0,1) aralığında elde edilmektedir [46].

2.5. Modellerin Anlamlılığının Test Edilmesi ve En iyi Modele Karar Verilmesi

Yukarıda anlatılan koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modeller, Bayesci yaklaşım altında MCMC yöntemlerinden yararlanılarak çözümlenmektedir. Her bir model için MCMC yöntemlerinin uygulanması öncesinde, model parametrelerine ilişkin uygun başlangıç değerlerine karar verilmelidir. Ayrıca, model parametreleri için üretilecek zincirlerde başlangıç değerlerinin etkilerinin yok edildiği (burn-in) iterasyon sayısına ve üretilecek zincirlerin uzunluğunu belirten toplam iterasyon sayısına da karar verilmelidir. Daha sonra modelin Bayesci çözümlenmesi yapılarak modeldeki tüm parametreler için zincirler üretilmelidir ve üretilen bu zincirlerin parametrelerin hedef dağılımlarına yakınsayıp yakınsamadıkları kontrol edilmelidir. Bu kontrol, Geweke'nin yakınsaklık testi kullanılarak yapılmaktadır.

Geweke'nin yakınsaklık testinde, MCMC yönteminden üretilen zincirin baştan %10'u ve sondan %50'si genişliğinde örneklem değerleri alınarak bu iki örneklemin ortalamaları, varyansların eşit olmadığı varsayımı altında karşılaştırılmaktadır [49]. Ortalamalar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık olmaması, zincirin hedef dağılıma yakınsadığı anlamına gelmektedir. Bu durumda, üretilen zincirdeki değerlerin hedef dağılımdan çekildiği sonucu çıkarılmaktadır ve model parametre tahminleri güvenilirdir. Geweke'nin yakınsaklık testinde kullanılan test istatistiğine, Geweke Z-skoru denilmektedir. İlgilenilen bir θ parametresi için üretilen zincir $\{\theta_t; t = 1, 2, 3, \dots, N\}$ olsun. N , üretilen zincirin büyüklüğüdür. Geweke Z-skorunun elde edilmesi için zincirin başından ve sonundan alınan örneklemelerin ortalamaları hesaplanmaktadır. $A = \{t: 1 \leq t \leq n_A\}$ ve $B = \{t: n^* \leq t \leq N\}$ olarak tanımlansın. Burada, $1 < n_A < n^* < N$ ve $(n_A + n_B) < N$ 'dir. $n_A, n_B \rightarrow +\infty$ ise Geweke Z-skoru standart normal dağılıma sahiptir. A ve B örneklemeleri için ortalamalar aşağıdaki gibi elde edilmektedir [50]:

$$\begin{aligned}\bar{\theta}_A &= \frac{1}{n_A} \sum_{t \in A} \theta_t \\ \bar{\theta}_B &= \frac{1}{N - n^* + 1} \sum_{t \in B} \theta_t\end{aligned}\tag{2.11}$$

Geweke'nin yakınsaklık testi için hipotezler aşağıda verilmektedir:

$$\begin{aligned}H_0 &: \bar{\theta}_A = \bar{\theta}_B \\ H_1 &: \bar{\theta}_A \neq \bar{\theta}_B\end{aligned}\tag{2.12}$$

Geweke Z-skoru aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır [50]:

$$Z_G = \frac{\bar{\theta}_A - \bar{\theta}_B}{\sqrt{\frac{1}{n_A} \times \hat{S}_\theta^A(0) + \frac{1}{n_B} \times \hat{S}_\theta^B(0)}}\tag{2.13}$$

Burada, $(\hat{S}_\theta^A(0)/n_A)$ ve $(\hat{S}_\theta^B(0)/n_B)$ varyansları, sırasıyla $\bar{\theta}_A$ ve $\bar{\theta}_B$ örneklem ortalamalarının asimptotik varyanslarıdır. $|Z_G| \geq Z_{\alpha/2}$ ise ortalamalar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğu $\%100 \times (1 - \alpha)$ güven düzeyinde söylenebilir. Diğer bir ifadeyle, üretilen zincirin hedef dağılıma yakınsamadığı $\%100 \times (1 - \alpha)$ güven düzeyinde söylenebilir [50].

Model parametrelerinin her biri için yapılan Geweke'nin yakınsaklık testi sonucunda, zincirler hedef dağılımlarına yakınsamalıdır. Yakınsamanın sağlanması durumunda, üretilen zincirler üzerinden elde edilen parametre tahminleri güvenilirdir. Dolayısıyla, yakınsama sonrasında zincirler üzerinden model parametreleri tahmin edilmektedir. Her bir zincirin ortanca değeri, ilgili olduğu parametrenin tahminini vermektedir.

İncelenen tüm modellerin Bayesci çözümlemesi yapılarak model parametrelerinin tahmin edilmesi sonra, hangi modelin mekânsal-zamansal veriye en uygun olduğunun karar verilmesi gerekmektedir. Bu aşamada, model uyum kriterlerinden yararlanılmaktadır. Bu tez çalışmasında, Sapma Bilgi Kriteri (DIC: Deviance Information Criterion) [54], Watanabe-Akaike Bilgi Kriteri (WAIC: Watanabe-Akaike Information Criterion) [55], Log Marjinal Tahmini Olabilirlik değeri (LMPL: the Log Marginal Predictive Likelihood) [56], log-olabilirlik değeri (LL: loglikelihood), hata kareler ortalaması (HKO) model uyum kriterleri olarak kullanılmaktadır. Karşılaştırılan modellerde DIC, WAIC ve HKO değerleri en küçük olan, ancak LMPL ve LL değerleri ise en büyük olan model en iyi model olarak seçilmektedir [48].

3. UYGULAMA

Bu bölümde, 2015-2020 yılları arasında ÖSYM tarafından düzenlenen YDS'nin iller bazında puan ortalamaları koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modeller ile Bayesci yaklaşım altında MCMC yöntemlerinden yararlanılarak istatistiksel olarak modellenmektedir. YDS başarısının, illerin coğrafi konumlarına, komşu illerle olan etkileşimlerine, sosyo-ekonomik ve sosyo kültürel durumlarına ve zamana bağlı olarak değişkenlik göstermesi kaçınılmazdır. Bu nedenle, YDS il puan ortalamaları istatistiksel olarak modellenirken, modele bağımsız değişkenlerin etkileri ile birlikte verinin içerdiği mekânsal-zamansal otokorelasyonunun etkisinin de katılması gerekmektedir. Böylece, YDS puan ortalamalarındaki mekânsal-zamansal değişkenlikler ve örüntüler tespit edilerek, daha güvenilir ve gerçekçi tahminlere ulaşılabilecektir. Çalışmada kullanılan YDS verisi, iller bazında 2015-2020 yılları için oluşturulmuştur. Mekânsal-zamansal modellemede kullanılacak olan 81 ilin mekânsal bilgilerini içeren Türkiye'nin mülki idare sınırlarının şekil dosyası (shapefiles), T.C. Millî Savunma Bakanlığı Harita Genel Müdürlüğü'nün internet sitesinden temin edilmiştir [58]. Bu dosya, her biri belli bir amaca hizmet eden farklı uzantılı dosyalardan oluşmaktadır. Bu çalışmada, “.shp”, “.dbf” ve “.shx” uzantılı şekil dosyaları kullanılmıştır. “Turkey.shp” dosyası, illerin geometrik şekil bilgilerini; “Turkey.dbf” dosyası, illere ilişkin öznitelik bilgilerini; “Turkey.shx” dosyası, illerin geometrik şekillerine ilişkin indeks bilgisini içermektedir. Şekil dosyalarındaki bilgiler ile YDS verisinin eşleştirilmesinde ise il plaka kodları kullanılmıştır.

Mekânsal-zamansal modelleme öncesinde ilk olarak YDS verisindeki değişkenler aşağıda tanımlanmaktadır. Sonrasında, YDS verisi Bölüm 1.3'te verilen haritalandırma tekniklerinden yararlanılarak görselleştirilmekte ve her bir yıl için tanımlayıcı istatistikler hesaplanarak özetlenmektedir. Daha sonrasında, YDS verisi için mekânsal-zamansal modellemenin neden gerekli olduğu incelenmektedir ve Bölüm 2'de yer alan mekânsal-zamansal modeller veriye uygulanmaktadır. Ardından, Bölüm 2.5'te bahsedilen modele uyum kriterleri kullanılarak YDS verisini en iyi açıklayan model seçilmektedir. En iyi model üzerinden parametre tahminleri verilerek, bağımsız değişkenlerin anlamlılığı ve YDS il başarısı üzerindeki etkileri tartışılmaktadır. Son olarak, seçilen model üzerinden illerin YDS puan ortalamaları tahmin edilerek haritalandırılmaktadır ve sonuçlar yorumlanmaktadır.

3.1. Veri Tanıtımı

Bu çalışmada kullanılan bağımlı değişken (Y) ve bağımsız değişkenler (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) aşağıda verilmektedir.

- ***YDS İl Puan Ortalaması (Y)***

2015-2020 yılları arasında adayların il bazında sınav puanlarının ortalaması ÖSYM Başkanlığından elde edilmiştir. Sınav yılda iki defa yapıldığı için her bir ilde ilgili yıl için YDS-1 ve YDS-2’de alınan puanların ortalamaları kullanılmaktadır. Adaylara sınavda 80 soru sorulmaktadır. Sınavın değerlendirilmesinde sadece doğru cevaplar dikkate alınmaktadır, yanlış cevaplar dikkate alınmamaktadır. Doğru cevap sayıları toplanarak 100 puan üzerinden YDS puanları hesaplanmaktadır.

- ***Aday Sayısı (X_1)***

2015-2020 yılları arasında her bir ilde YDS’ye giren toplam aday sayısıdır. Bu veri ÖSYM’den elde edilmiştir. Aday sayısının fazla olduğu illerde dil sınavına hazırlanma imkânları da daha fazla olacağından, aday sayısı arttıkça YDS’deki il başarısının yüksek olması beklenmektedir.

- ***Yaş Ortalaması (X_2)***

2015-2020 yılları arasında her bir ilde sınava giren adayların yaş ortalamasıdır. Bu veri ÖSYM’den elde edilmiştir. Adayların yaşları arttıkça yabancı dil bilgi birikimlerinin de artacağı düşünüldüğünde, illerde sınava giren adayların yaş ortalaması arttıkça YDS puanlarının da artması beklenmektedir.

- ***Ortalama Sınava Girme Sayısı (X_3)***

2015-2020 yılları arasında her bir ilde ilgili olduğu yıl itibariyle son 5 yıl içerisinde adayların sınava girme sayılarının ortalamasıdır. Bu veri ÖSYM’den elde edilmiştir. Adayların sınava girme sayısı arttıkça, sınav deneyimleri ve bilgi birikimleri artacağından sınavdaki başarılarının da artması beklenmektedir.

- ***Eğitim Endeksi (X_4)***

2015-2020 yılları arasında her bir ilin eğitim endeksidir. Eğitim endeksi, Pazarlıoğlu [51] tarafından önerilen yöntemden yararlanılarak hesaplanmıştır. Bu yöntemde kullanılan eğitim endeksi formülü aşağıda verilmektedir [51]:

$$I_{kt} = \frac{\sum_{i=1}^8 E_i P_i}{\substack{k\text{-in ilin} \\ t \text{ zaman dilimindek} \\ \text{toplam nüfusu}}} , k = 1,2,3, \dots, K , t = 1,2,3, \dots, N \quad (3.1)$$

Burada, I_{kt} , k -nıncı ilin t zaman dilimindeki eğitim endeksi değeridir. E_i , kazanılan diploma derecesi için harcanan yıl sayısını; P_i ise ilgili diploma derecesine sahip kişi sayısını göstermektedir. Diploma derecesi için harcanan yıl sayıları, Çatalbaş ve Yazar [52] tarafından Çizelge 3.1'deki gibi verilmektedir. Burada, harcanan yıllar birikimli yıllardır. Örneğin, doktora derecesine sahip bir kişi eğitimi için toplam 22 yıl harcamıştır.

Çizelge 3.1. Diploma Dereceleri ve Bunların Kazanılması için Gereken Yıl Sayıları

i	Mezuniyet Durumu	Harcanan Yıl
1	Okuma yazma bilmeyen	0
2	Bir öğretim kurumundan mezun olmayan	2
3	İlkokul mezunu	4
4	Ortaokul mezunu	8
5	Lise mezunu	12
6	Lisans mezunu	16
7	Yüksek lisans mezunu	12
8	Doktora mezunu	22

Eğitim endeksinin hesaplanmasında kullanılan veri, Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK) tarafından yayınlanan Ulusal Eğitim İstatistikleri, 2022 bülteninden elde edilmiştir [59]. Bir ilin eğitim endeksi değeri arttıkça, o ilin eğitim düzeyi de yükselmektedir. Buna bağlı olarak, YDS il başarısının da artması beklenmektedir.

- **Kişi başına Düşen Gayri Safi Yurtiçi Hasıla (X_5)**

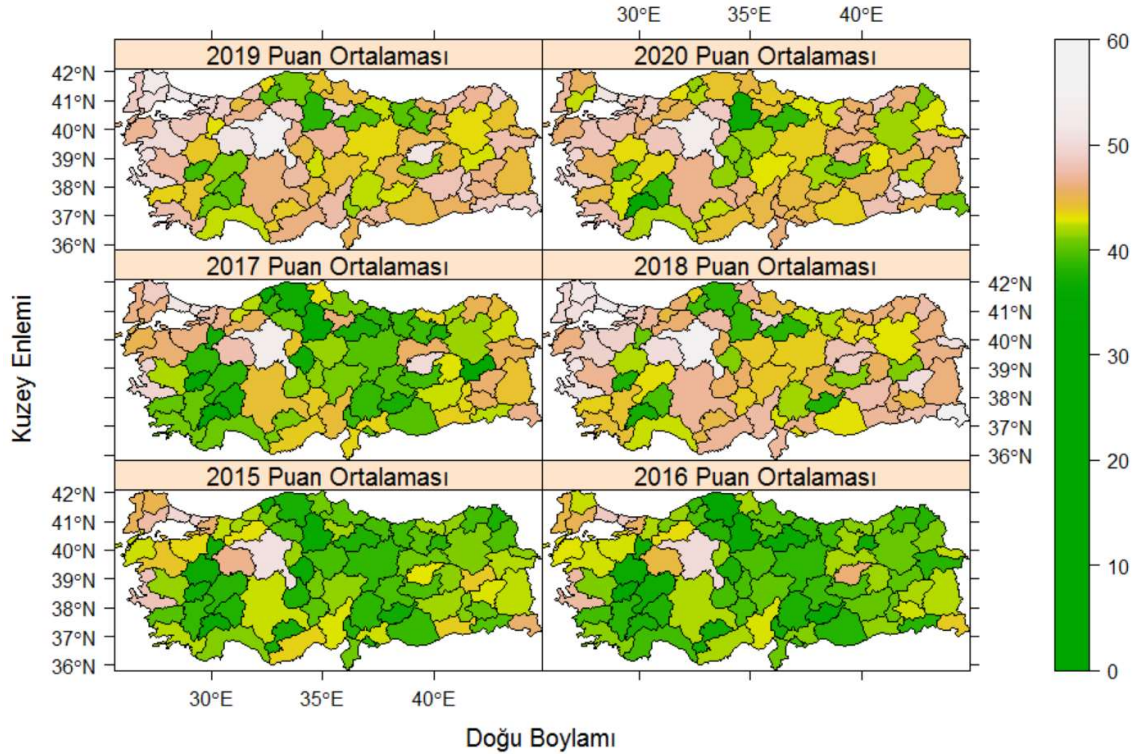
2015-2020 yılları arasında her bir ilde kişi başına düşen gayrisafi yurtiçi hasıla (GSYH)'dır. Bu veri, TÜİK tarafından yayınlanan İl Bazında Gayrisafi Yurt İçi Hasıla (TL), 2022 bülteninden elde edilmiştir [53]. GSYH illerdeki bireysel refahı göstermektedir. GSYH arttıkça YDS puanının da artması beklenir.

3.2. Veri Görselleştirme

Burada, çok panelli grafikten ve kabarcık haritasından yararlanılarak YDS verisi haritalandırılmaktadır. İlk olarak bağımlı değişken (Y) ve sonrasında sırayla bağımsız

değişkenler (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) görselleştirilmektedir. Ayrıca, her bir yıl için YDS il puan ortalamalarının tanımlayıcı istatistikleri verilmektedir. Çizilen haritalar, hesaplanan konum ve değişim ölçüleri üzerinden YDS verisi özetlenmektedir.

2015-2020 yılları arasında YDS puan ortalamalarının iller bazında mekânsal dağılımları, Şekil 3.1’de verilmektedir.



Şekil 3.1. 2015-2020 yılları için YDS il puan ortalamalarının dağılımı

Şekil 3.1’de mekânsal dağılımlar incelendiğinde, Türkiye genelinde 2015 yılından 2020 yılına illerin YDS puan ortalamalarının yükseldiği görülmektedir. Özellikle, 2015 yılındaki YDS il başarıları diğer yıllara kıyasla çok daha düşükken, 2016 yılı itibariyle illerin YDS başarılarında belirgin bir artış olmuştur. Sadece, 2020 yılında bir önceki yıla kıyasla bazı illerin YDS başarısının düştüğü görülmektedir. Bu durum, Covid-19 pandemisinin bu illerin YDS başarısını olumsuz etkilediğini düşündürmektedir. Ayrıca, tüm yıllarda Ankara, İstanbul ve İzmir’in il puan ortalamalarının diğer illere kıyasla daha yüksek olduğu görülmektedir. Bu iller, 2017 yılında yayınlanan Sosyo-Ekonomik Gelişmişlik Sıralaması Araştırması (SEGE) raporuna göre Türkiye’nin en gelişmiş ilk üç ilidir [57]. Dolayısıyla, illerin gelişmişlik düzeylerinin YDS başarılarında etkili olduğu düşünülebilir. Diğer taraftan, tüm yıllarda YDS puan ortalamalarının en düşük olduğu

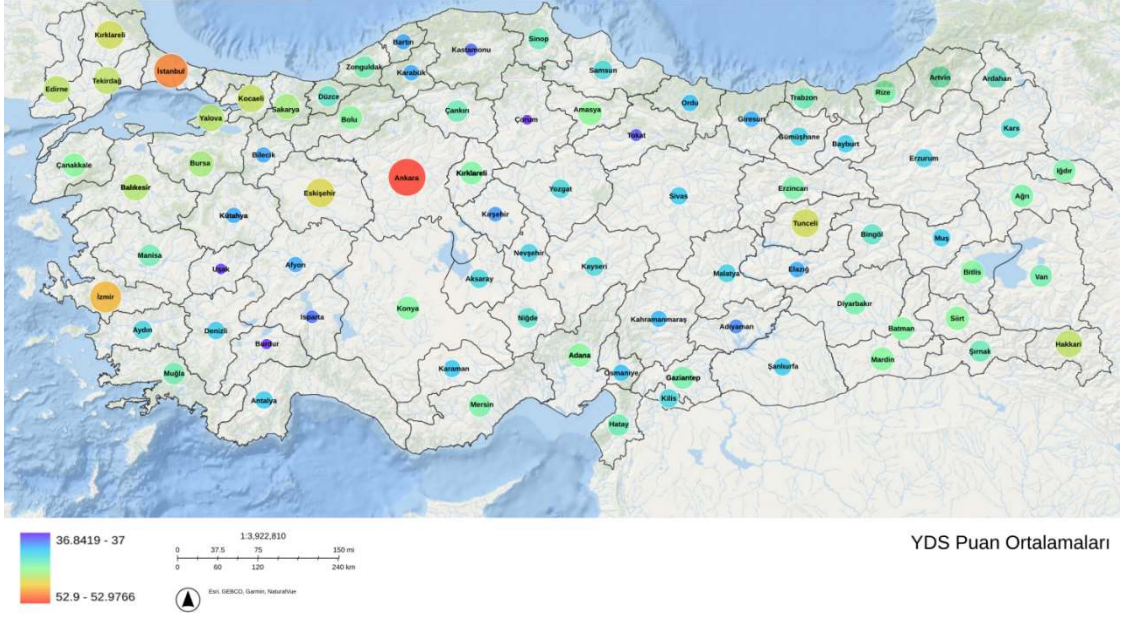
iller ise Çorum, Burdur, Uşak, Tokat, Kastamonu ve Isparta olarak sıralanmaktadır. Burada, Çorum ile Kastamonu'nun, Burdur ile Isparta'nın komşu iller olduğu; Tokat'ın Çorum'a yakın, Uşak'ın ise Burdur ve Isparta'ya yakın olduğu dikkat çekmektedir. Haritada Siirt ili YDS başarısının da 2015 yılı sonrasında dikkate değer bir yükseliş gösterdiği görülmektedir.

Her bir yıl için illerin YDS puan ortalamaları üzerinden hesaplanan tanımlayıcı istatistikler Çizelge 3.2'de verilmektedir. Bu çizelgede puan ortalamalarının en düşük olduğu yıl 2016 (40,43 puan ortalamayla); en yüksek olduğu yıl ise 2019 (45,55 puan ortalamayla)'dur. Tüm yıllar için en küçük ve en büyük puan değerlerine bakıldığında, 2015-2020 yılları arasında puan ortalamalarının 33,26 ile 55,53 arasında değiştiği görülmektedir. Ayrıca, değişim katsayılarına bakıldığında, 2017 yılında illerin YDS puan ortalamaları arasındaki farklılıkların diğer yıllara kıyasla daha fazla olduğu söylenebilir.

Çizelge 3.2. Her bir yıl için YDS il puan ortalamalarının tanımlayıcı istatistikleri

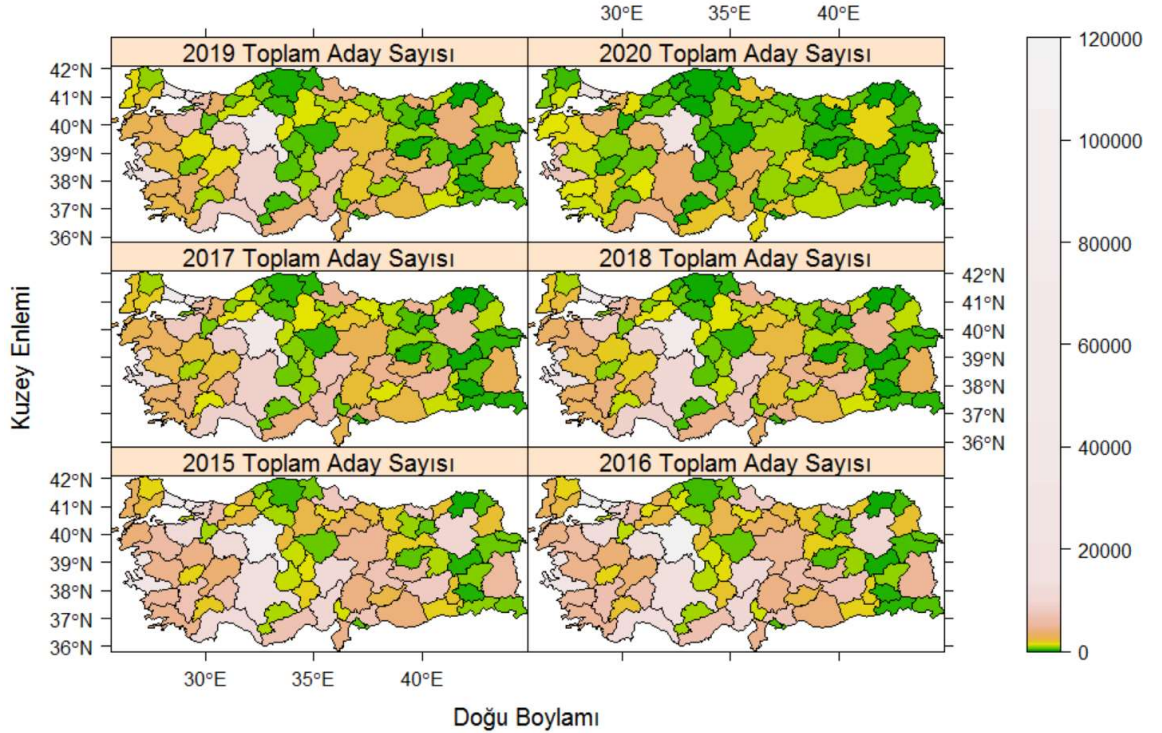
Yıllar	Ortalama	Standart Sapma	Değişim Katsayısı	En Küçük	Birinci Çeyrek	Ortanca	Üçüncü Çeyrek	En Büyük
2015	41,00	3,03	7,39	36,21	38,84	40,92	42,52	50,70
2016	40,43	2,94	7,27	33,26	38,23	40,21	42,14	49,96
2017	42,27	3,89	9,20	34,34	39,23	42,34	45,11	53,88
2018	45,26	3,78	8,35	37,32	43,05	45,42	47,28	55,53
2019	45,55	3,47	7,61	38,38	43,27	45,34	47,91	54,79
2020	44,57	3,18	7,13	35,54	42,55	44,82	46,46	53,13

Her bir ilin 2015-2020 yılları arasındaki YDS puan ortalamalarının ortalaması alınarak, tüm illerin altı yıldaki puan ortalamaları elde edilmiştir. Bu puan ortalamalarının kabarcık haritası Şekil 3.2'de verilmektedir. Kabarcık haritasında sunulan altı yılın puan ortalamalarına bakıldığında, 2015-2020 yılları arasında YDS'de en yüksek başarıyı sırasıyla Ankara, İstanbul ve İzmir illeri; en düşük başarıyı ise Çorum, Burdur, Uşak ve Tokat illeri göstermektedir. Marmara bölgesindeki iller diğer bölgelere kıyasla daha başarılıdır. Ayrıca, Doğu Anadolu bölgesinde yer alan Tunceli ve Hakkâri illerinin YDS başarısı, Doğu Anadolu, Güneydoğu Anadolu ve Karadeniz bölgelerindeki illere göre daha yüksektir.



Şekil 3.2. 2015-2020 yılları arasındaki YDS il puan ortalamaları

2015-2020 yılları arasında YDS'ye katılan toplam aday sayılarının iller bazında mekânsal dağılımı, Şekil 3.3'te verilmektedir.

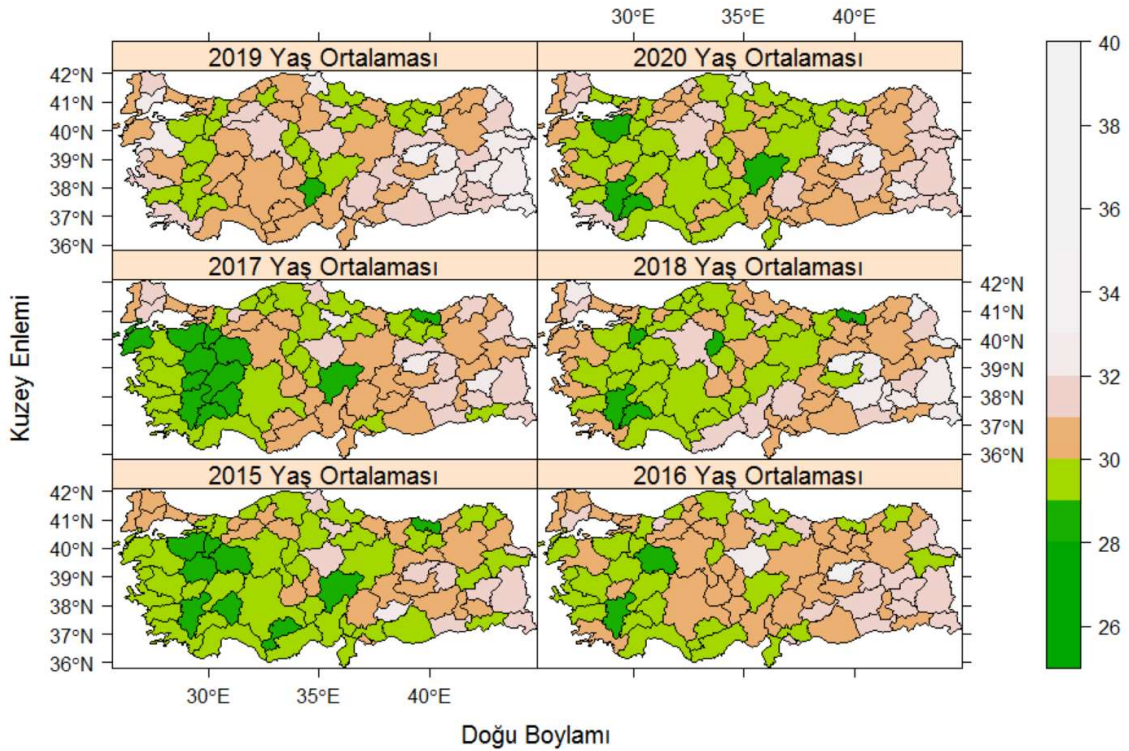


Şekil 3.3. 2015-2020 yılları için illerde YDS'ye giren toplam aday sayısı

Şekil 3.3'te mekânsal dağılımlar incelendiğinde, yıllar geçtikçe il bazında aday sayılarının düştüğü görülmektedir. Burada, 20 Eylül 2014 tarihinde ilk defa düzenlenen

elektronik Yabancı Dil Sınavının yıllar içerisinde kapasite artışıyla birlikte yaygın hale gelmesi ve ilk defa 05 Mart 2017 tarihinde düzenlenen Yükseköğretim Kurumları Yabancı Dil Sınavı'na katılan adayların YDS dışında alternatif sınavlara katılabilmeleri sebebiyle, YDS'ye katılan aday sayısının azalmış olabileceği değerlendirilmiştir. Çok panelli grafikte Türkiye genelinde yıllar geçtikçe aday sayısında belirgin bir düşüş görülmesine karşın, Ankara, İstanbul ve İzmir şehirlerindeki katılım durumunun çok fazla değişmediği görülmektedir. Tüm yıllar için YDS'ye en fazla katılım olan iller; Ankara, İstanbul ve İzmir'dir. Ayrıca, Artvin, Siirt, Muş, Kastamonu ve Tunceli illerindeki toplam katılım sayılarının tüm yıllarda diğer illere kıyasla daha düşük olduğu grafikte görülmektedir.

2015-2020 yılları arasında YDS'ye giren adayların yaş ortalamalarının iller bazında mekânsal dağılımı, Şekil 3.4'te verilmektedir.

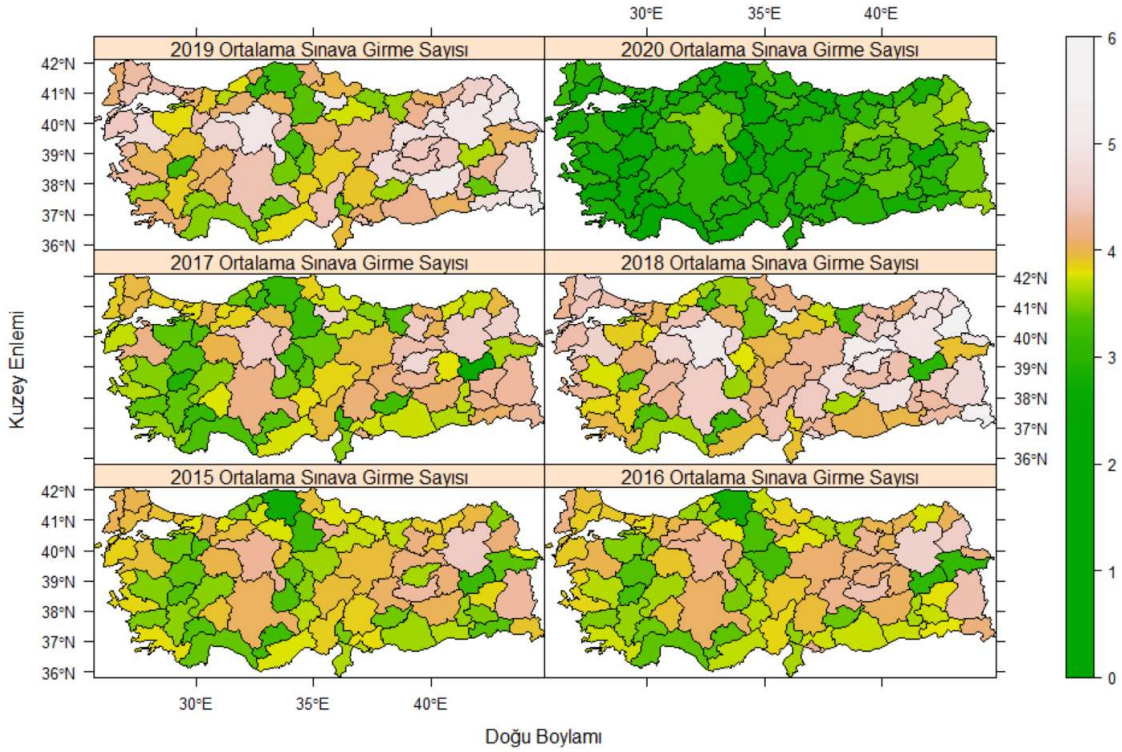


Şekil 3.4. 2015-2020 yılları için illerde YDS'ye giren adayların yaş ortalaması

Şekil 3.4'te mekânsal dağılımlar incelendiğinde, genel olarak Türkiye'nin batısındaki illerde YDS'ye giren adayların, doğusundaki illerde YDS'ye giren adaylara kıyasla yaş ortalamasının daha düşük olduğu görülmektedir. Tüm yıllarda, genellikle Tunceli, Bingöl, Diyarbakır, Van, Siirt ve Hakkâri illerinde YDS'ye giren adayların yaşlarının

ortalamasının diğer illerdeki adaylara kıyasla daha büyük olduğu; Bursa, Kütahya, Bilecik, Eskişehir, Denizli ve Burdur illerindeki adayların yaş ortalamalarının ise diğer illerdeki adaylara kıyasla daha küçük olduğu görülmektedir.

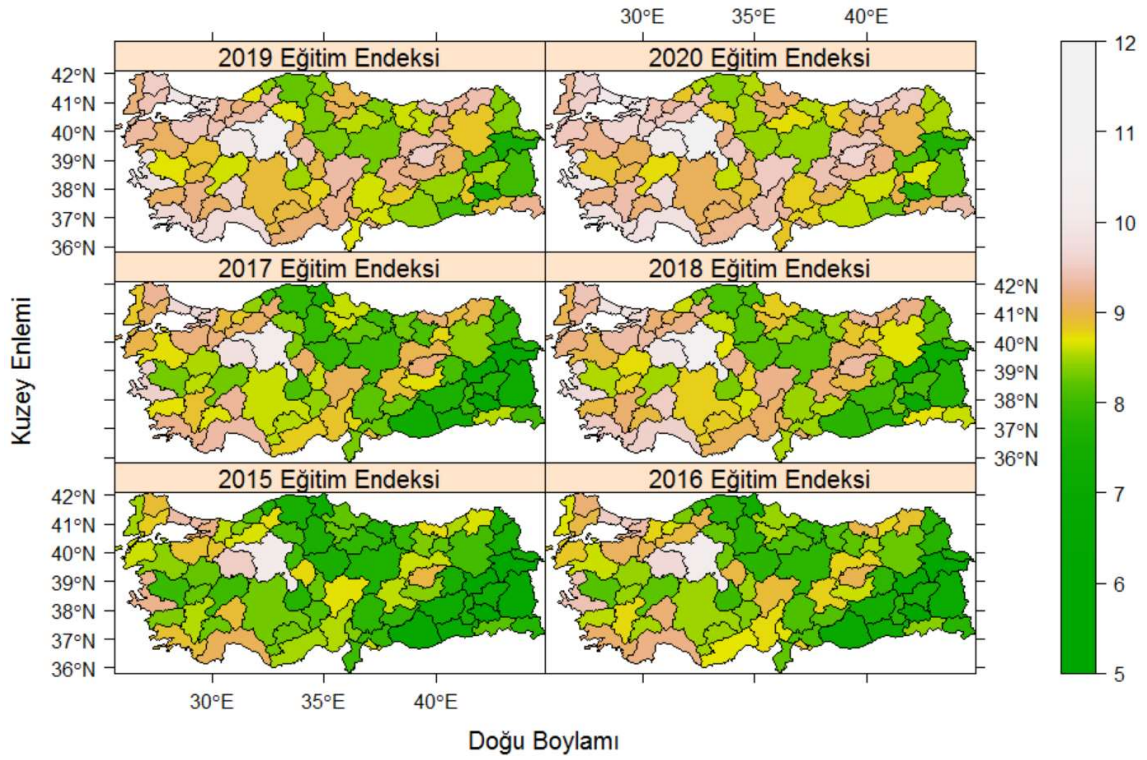
2015-2020 yılları için adayların son 5 yıl içerisinde ortalama YDS'ye katılma sayılarının iller bazında mekânsal dağılımları, Şekil 3.5'te verilmektedir:



Şekil 3.5. 2015-2020 yılları için illerde son 5 yıl içerisinde adayların ortalama sınava katılma sayısı

Şekil 3.5'te mekânsal dağılımlar incelendiğinde, yıllar geçtikçe illerde adayların YDS'ye daha az katılma eğiliminde olduğu görülmektedir. Adayların son 5 yılda ortalama sınava katılma sayıları; 2015, 2016 ve 2017 yıllarında benzer bir mekânsal dağılım gösterirken, 2018 yılı itibariyle bu değerler düşüşe geçmiştir. Özellikle, 2020 yılında tüm illerde adayların son 5 yılda ortalama sınava girme sayılarının diğer yıllara kıyasla belirgin bir şekilde azaldığı görülmektedir.

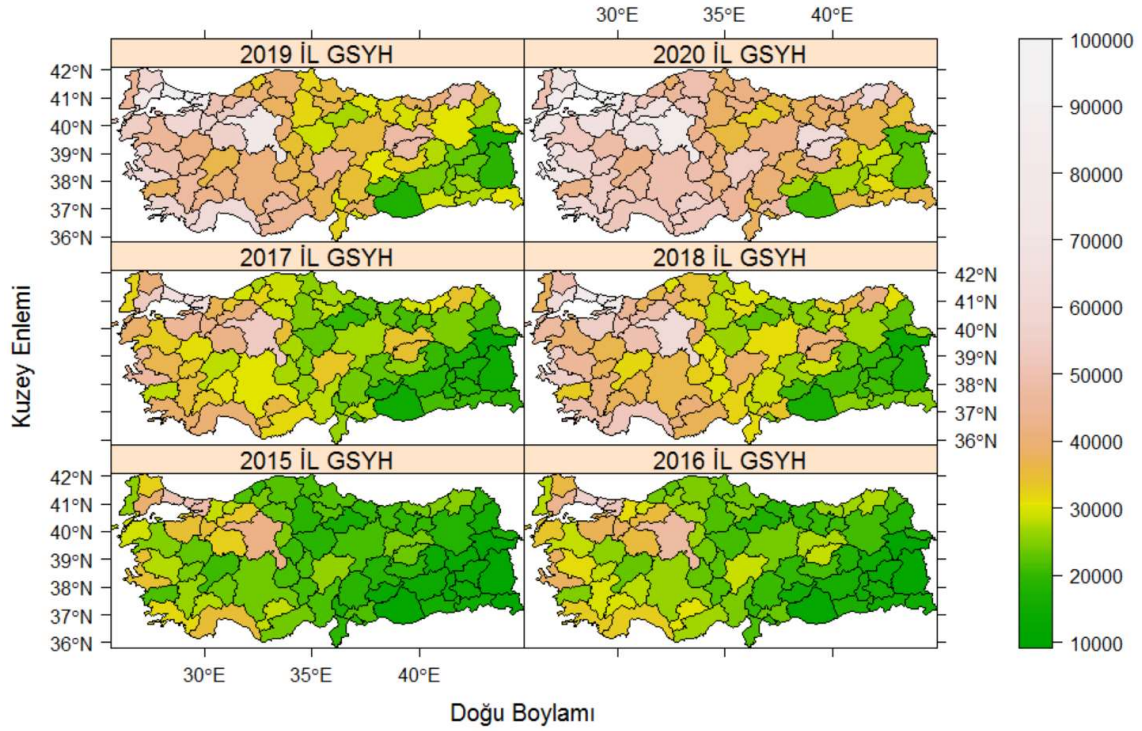
2015-2020 yılları için illerin eğitim endeksi değerlerinin mekânsal dağılımları, Şekil 3.6'da verilmektedir.



Şekil 3.6. 2015-2020 yılları için illerin eğitim endeksi

Şekil 3.6'da mekânsal dağılımlar incelendiğinde, Türkiye genelinde illerin eğitim endeksi değerlerinin yıllar geçtikçe arttığı, dolayısıyla eğitim düzeyinin de yükseldiği sonucu çıkarılmaktadır. Türkiye'nin özellikle batısındaki illerin eğitim düzeyinde, doğrusundaki illere kıyasla daha belirgin bir yükseliş görülmektedir. Tüm yıllarda Ankara, Eskişehir, İstanbul ve İzmir'in eğitim endeksi değerlerinin diğer illere göre daha yüksek olduğu; Ağrı, Siirt, Muş ve Van illerinin eğitim endeksi değerlerinin ise daha düşük olduğu görülmektedir. Ankara, İstanbul ve İzmir'in Türkiye'nin en gelişmiş iller olması; Eskişehir'in ise öğrenci nüfusunun yoğun olduğu bir il olması nedeniyle eğitim endeksinin bu illerde yüksek çıkması beklenen bir durumdur. Bunun sonucu olarak, bu illerin YDS'deki başarısının da yüksek olması beklenmektedir.

2015-2020 yılları için illerde kişi başına düşen GSYH'nın mekânsal dağılımı, Şekil 3.7'de verilmektedir.



Şekil 3.7. 2015-2020 yılları için illerde kişi başına düşen GSYH (TL)

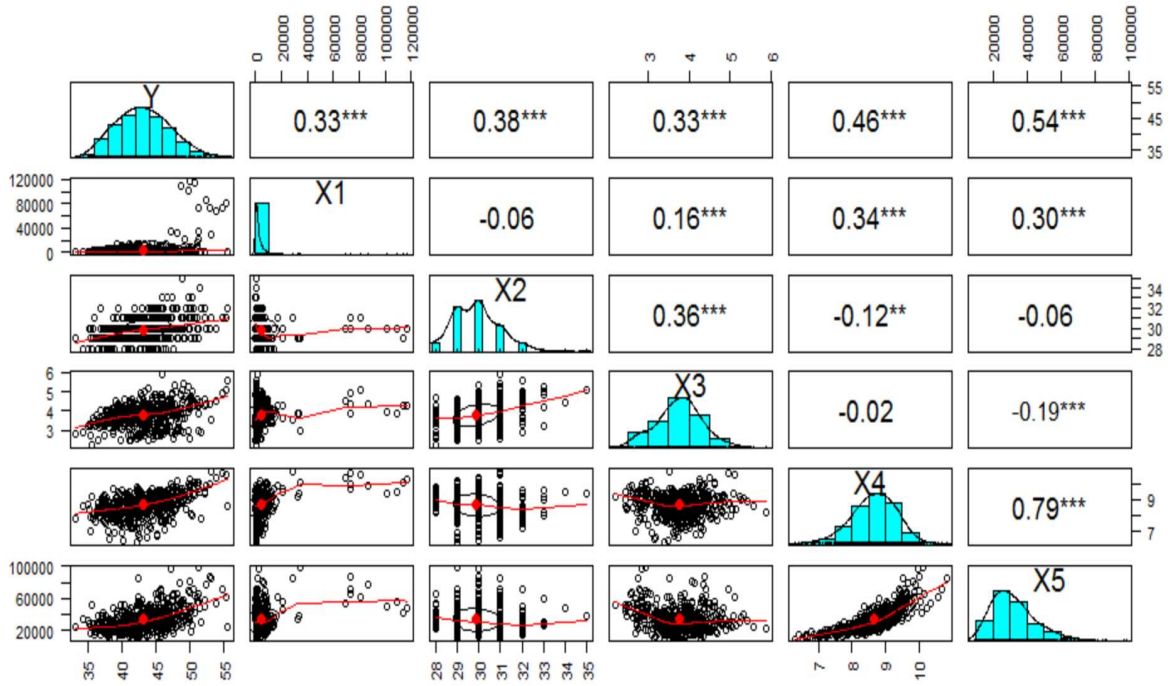
Şekil 3.7’de mekânsal dağılımlar incelendiğinde, Türkiye genelinde il GSYH değerlerinin yıllar geçtikçe arttığı görülmektedir. İl GSYH değerlerindeki artış, Doğu Anadolu Bölgesi ve Güney Doğu Anadolu Bölgesi illerinde tüm yıllarda diğer illere kıyasla daha düşük kalmıştır. Ayrıca, Şanlıurfa, Ağrı ve Van illeri, tüm yıllarda en düşük GSYH değerine sahip olan illerdir. Diğer taraftan, İstanbul, Kocaeli, Ankara ve Tekirdağ illeri ise tüm yıllarda en yüksek GSYH değerine sahip olan illerdir. İstanbul, Kocaeli ve Tekirdağ illerinin Marmara Bölgesinin önemli ticaret ve sanayi merkezlerini içermesi; Ankara’nın ise başkent olmasının getirdiği olanaklar bu illerin GSYH değerlerinin artmasında önemli bir rol oynamaktadır. İl GSYH değerleri arttıkça, adayların YDS başarılarının da arttırması beklenmektedir. Şekil 3.1’de YDS il puan ortalamalarının mekânsal dağılımı da bunu desteklemektedir.

Yukarıdaki bölümlerde, uygulamada kullanılan YDS verisetini oluşturan bağımlı ve bağımsız değişkenler tanıtılmış ve çok panelli grafikler aracılığıyla değişkenler görselleştirilerek detaylı olarak incelenmiştir. Bir sonraki bölümde, uygulamada kullanılan YDS verisetinin Bayesci yaklaşım altında mekânsal-zamansal modellenmesi yapılmaktadır.

3.3. Koşullu Otoregresif Mekânsal-Zamansal Modellerin Uygulanması

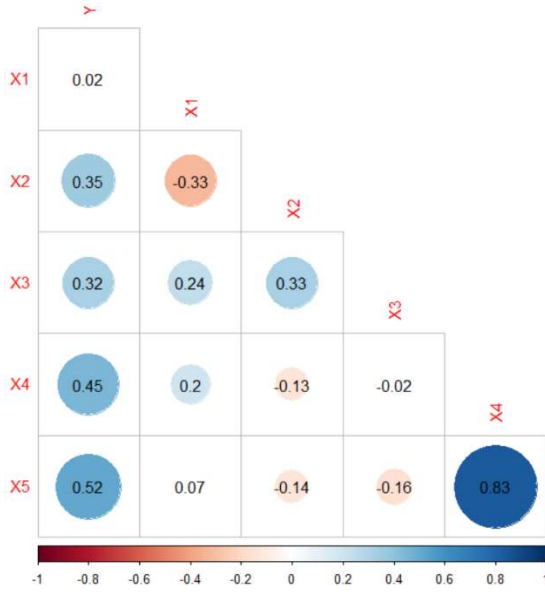
Bu bölümde, öncelikle YDS verisini oluşturan değişkenler arasındaki ilişkiler incelenmektedir. Ardından, bağımlı değişkendeki mekânsal otokorelasyon ve zamansal değişkenlikler ele alınarak YDS verisi için GDM yerine neden mekânsal-zamansal modellerin tercih edildiği detaylı açıklanmaktadır. Sonrasında ise YDS verisi koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modeller kullanılarak Bayesci yaklaşım altında MCMC yöntemleri ile modellenmektedir.

İlk olarak değişkenler arasındaki ilişkiler incelenir. Şekil 3.8’de değişkenlerin dağılımları, bağımlı değişken (Y) ile bağımsız değişkenlerin (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) saçılım grafikleri ve değişkenler arasındaki ilişkiler yer almaktadır. Burada, Pearson’ın momentler çarpımı korelasyon katsayı değerleri (r) verilmektedir. İlişki grafiğinde işaretli katsayılar, %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Y ile tüm bağımsız değişkenler arasında istatistiksel olarak anlamlı, pozitif yönde, doğrusal bir ilişki olduğu %95 güven düzeyinde söylenebilir. Y ’nin en kuvvetli ilişkide olduğu iki değişken sırasıyla, il GSYH ($r = 0,54; p < 0.05$) ve eğitim endeksi ($r = 0,46; p < 0.05$)’dir. Y ile diğer bağımsız değişkenler arasında ise yaklaşık olarak aynı düzeyde doğrusal bir ilişki vardır. Mekânsal-zamansal modellerde istatistiksel modellemenin gerçekleştirilebilmesi için bağımlı değişken ile bağımsız değişkenler arasındaki istatistiksel olarak anlamlı ilişkilerin çok kuvvetli düzeyde olması beklenmemektedir. Rasgele etkilerle birlikte mekânsal-zamansal otokorelasyonda modele katılacağından, ilişkilerin orta düzeyde olması yeterlidir. Bağımsız değişkenlerin birbirleriyle olan ilişkilerine bakıldığında ise X_4 ile X_5 arasında istatistiksel olarak anlamlı olan %79’luk kuvvetli bir doğrusal ilişki olduğu görülmektedir. Ayrıca, X_4 ile X_5 arasındaki ilişki kadar kuvvetli olmasa da bazı bağımsız değişkenler arasında da istatistiksel olarak anlamlı ilişkiler vardır. Bu durum, modellemede çoklu bağlantı problemini oluşturabilir. Bağımlı değişkenin bağımsız değişkenlerle saçılım grafiklerine bakıldığında ise Y ’nin X_3, X_4 ve X_5 ile eğrisel bir ilişkide olduğu görülmektedir. Şekil 3.8’de Y ile X_2 ’ye ilişkin saçılım grafiğindeki yapı, X_2 ’nin tamsayı değerler alması nedeniyle oluşmaktadır. Ayrıca, Y ’nin X_1 ile saçılım grafiğine bakıldığında, bu iki değişkenin arasında aslında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olmadığı düşünülebilir. Tüm değişkenler için normallik varsayımının sağlanmaması ve özellikle Y ile X_1 ’in saçılım grafiğindeki noktaların dağılımı nedeniyle, Spearman’ın sıra farkları korelasyon katsayıları da hesaplanmalıdır.



Şekil 3.8. Değişkenler arasındaki ilişkiler, değişkenlerin dağılımları ve saçılım grafikleri

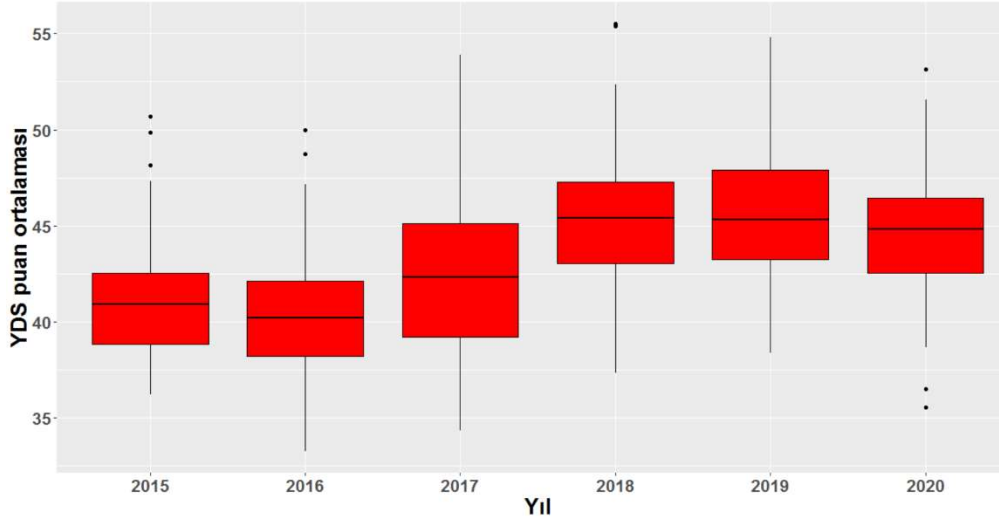
Bağımlı ve bağımsız değişkenler için Spearman'ın sıra farkları korelasyon katsayıları (r_s) hesaplanmıştır. Elde edilen korelasyon matrisi grafiksel olarak Şekil 3.9'da verilmektedir. Grafikteki sayılar, değişkenler arasındaki Spearman'ın sıra farkları korelasyon katsayılarıdır. %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olan tüm katsayılar daire içerisinde verilmektedir. Daire içerisinde gösterilmeyen katsayılar istatistiksel olarak anlamlı değildir. Ayrıca, dairelerin rengi, değişkenler arasındaki pozitif ya da negatif yöndeki ilişkiyi; büyüklüğü ve renklerinin tonlaması ise korelasyon katsayılarının büyüklüğünü ifade etmektedir. Örneğin, koyu tonda mavi renkler, kuvvetli pozitif yönlü ilişkiyi; açık tonlu mavi renkler ise zayıf pozitif yönlü ilişkiyi göstermektedir. Burada, Pearson korelasyon katsayısından farklı olarak, Y ile X_1 arasındaki ilişkinin %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamsız olduğu görülmektedir ($r_s = 0,02$, $p = 0,5901$). Y ile diğer bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiler ise %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır ($p < 0,05$). Ayrıca, X_4 ile X_5 için hesaplanan Spearman'ın sıra farkları korelasyon katsayısı ($r_s = 0,83$, $p < 0,0001$), Pearson korelasyon katsayısından ($r = 0,79$, $p < 0,0001$) daha yüksektir. Bu durumun etkileri, koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modelleme sonrasında tartışılmaktadır.



Şekil 3.9. Değişkenler için Spearman'ın sıra farkları korelasyon katsayıları

YDS il puan ortalamalarındaki zamansal değişkenliği görebilmek için 2015-2020 yılları için YDS il puan ortalamalarının kutu çizgi grafikleri Şekil 3.10'da verilmektedir. Burada 2015 ve 2016 yıllarındaki YDS il puan ortalamalarının diğer yıllara kıyasla daha düşük bir seviyede olduğu görülmektedir. 2017 yılı itibariyle YDS il puan ortalamaları yükselmektedir. Ayrıca, Şekil 3.10'da 2017 yılında illerin puan ortalamaları arasındaki farklılıkların diğer yıllara kıyasla daha fazla olduğu görülmektedir. Bu durum, Çizelge 3.2'de 2017 yılı için verilen değişim katsayısını da doğrulamaktadır.

2018, 2019 ve 2020 yıllarında YDS puan ortalamaları birbirine yakın olmakla birlikte diğer yıllara göre daha yüksek seviyededir. Kutu çizgi grafiklerinde, ortanca değerlerde seviye değişimi vardır. Bu durum, bağımlı değişkendeki zamansal değişkenliği göstermektedir. Kutu çizgi grafiklerindeki aykırı değerler incelendiğinde, 2015 yılında Ankara (50,69 puan), İstanbul (49,85 puan) ve İzmir (48,17 puan) illerinin YDS puan ortalamaları, üst aykırı değerlerdir. 2016 yılında Ankara (49,96 puan) ve İstanbul (48,72 puan) illerinin YDS puan ortalamaları, üst aykırı değerlerdir. 2017 ve 2019 yıllarında aykırı değer yoktur. 2018 yılında Hakkâri ilinin YDS puan ortalaması (55,53 puan), üst aykırı değerdir. 2020 yılında ise Burdur (35,54 puan) ve Çorum (36,51 puan) illerinin YDS puan ortalamaları, alt aykırı değerken; Ankara (53,13 puan) ilinin YDS puan ortalaması, üst aykırı değerdir.



Şekil 3.10. Yıllara göre puan dağılımları

Mekânsal-zamansal modelleme için bağımlı değişkende mekânsal otokorelasyon olmalıdır. Bağımlı değişkendeki mekânsal otokorelasyonu tespit etmek amacıyla, her bir yıl için YDS il puan ortalamalarına Moran'ın I testi uygulanmaktadır. Moran'ın I testi için ilgili hipotez aşağıda verilmektedir:

H_0 : İllere göre YDS puan ortalamaları arasında mekânsal otokorelasyon yoktur.

H_1 : İller göre YDS puan ortalamaları arasında mekânsal otokorelasyon vardır.

Her bir yıl için yapılan Moran'ın I testine ilişkin sonuçlar Çizelge 3.3'te verilmektedir. $p \leq \alpha$ ise H_0 hipotezi $100 \times (1 - \alpha)$ güven düzeyinde reddedilir. Çizelge 3.3'te tüm yıllarda $p \leq 0,05$ 'tir. Bu durumda, tüm yıllarda illere göre YDS puan ortalamaları arasında mekânsal otokorelasyon olduğu %95 güven düzeyinde söylenebilir.

Çizelge 3.3. Bağımlı değişkenin değerleri için Moran'ın I testi sonuçları

Yıl	Moran'ın I İstatistiği	p-değeri
2015	0,22936	0,0012*
2016	0,22915	0,0006*
2017	0,23059	0,0006*
2018	0,17581	0,0048*
2019	0,21314	0,0012*
2020	0,19642	0,0026*

* $p \leq 0,05$ ise mekânsal otokorelasyon anlamlıdır.

YDS verisi GDM ile modellendiğinde, bağımlı değişkenin içerdiği mekânsal otokorelasyon artıklarda birikmektedir. Bu durum, artıklarda otokorelasyon problemine yol açmaktadır. Bu problemi ortadan kaldırmak amacıyla, mekânsal-zamansal modeller kullanılmalıdır. Yukarıda tüm yıllar için bağımlı değişken üzerinden yapılan Moran'ın I testi, mekânsal otokorelasyonun istatistiksel olarak anlamlı olduğunu göstermektedir. Bu noktada, YDS verisinin istatistiksel modellenmesinde mekânsal-zamansal modellerin gerekliliğini görmek amacıyla, her bir yıl için YDS verisine GDM uygulanmıştır. Her bir yıl için uygulanan GDM sonucunda elde edilen artıklara Moran'ın I testi yapılarak, artıkların mekânsal otokorelasyon içerip içermediği kontrol edilmektedir. İlgili hipotez aşağıda verilmektedir:

H_0 : Artıklarda mekânsal otokorelasyon yoktur.

H_1 : Artıklarda mekânsal otokorelasyon vardır.

Moran'ın I testi sonuçları Çizelge 3.4'te verilmektedir. 2018 yılı hariç tüm yıllar için $p \leq 0,05$ 'tir. Bu durumda, 2018 yılı hariç tüm yıllar için GDM artıklarında mekânsal otokorelasyon olduğu %95 güven düzeyinde söylenebilir.

Çizelge 3.4. GDM artıkları için Moran'ın I testi sonuçları

Yıl	Moran'ın I İstatistiği	p-değeri
2015	0,2257	0,0009*
2016	0,17906	0,005*
2017	0,14524	0,0147*
2018	0,076529	0,0911
2019	0,13775	0,0202*
2020	0,19583	0,0029*

* $p \leq 0,05$ ise mekânsal otokorelasyon anlamlıdır.

Burada, bağımlı değişkende mekânsal otokorelasyon olması ve bağımlı değişkendeki mekânsal otokorelasyon bilgisinin GDM ile modele katılamaması sonucu artıklarda birikmesi nedeniyle, GDM yetersiz kalmaktadır. GDM yerine mekânsal modellerin kullanılması uygundur. Ayrıca, Şekil 3.10'daki kutu çizgi grafiklerinde YDS il puan ortalamalarında zamansal değişkenlik olduğu görülmektedir. Sonuç olarak, YDS verisinin istatistiksel modellenmesinde mekânsal-zamansal modellerin kullanılması gerekmektedir.

Aşağıda Bölüm 2’de anlatılan koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modeller, YDS verisine Bayesci yaklaşım altında MCMC yöntemlerinden yararlanılarak uygulanmıştır. Bayesci çözümlemede her bir model için ilgili tüm parametreler hedef dağılımlarına yakınsayana kadar iterasyonlara devam edilmiştir. Model parametrelerinin başlangıç değerlerinin etkisini yok etmek için zincirlerden belli sayıda iterasyon atılmıştır (burn-in). Ayrıca, zincirlerde bağımlılık yapısının oluşmasını engellemek için seyreltme (thinning) de yapılmıştır. Bayesci çözümlemede MCMC yöntemleri uygulanırken model parametreleri için üretilen zincirlerin gösterdiği davranışa ve hedef dağılımlarına yakınsama durumlarına dayanarak, toplam iterasyon sayısına, seyreltme sayısına ve parametrelerin başlangıç değerlerinin etkilerinin arındırıldığı iterasyon sayısına karar verilmiştir. Yakınsaklığın kontrolünde, Bölüm 2.5’te anlatılan Geweke’nin yakınsaklık testi kullanılmıştır. Tüm model parametreleri için Geweke Z-skoru değeri -1,96 ile 1,96 arasında olana kadar iterasyonlara devam edilmiştir. Herhangi bir Geweke Z-skoru değeri -1,96 ile 1,96 arasında olduğunda, ilgili parametre için üretilen zincirin hedef dağılımına ulaştığı %95 güven düzeyinde söylenebilir. Tüm parametreler için yakınsama sağlandığı noktada model parametrelerinin tahminleri elde edilmiştir. Bunun için, her bir parametre için üretilen zincirin ortanca değeri hesaplanarak ilgili parametrenin tahmini olarak alınmıştır.

Modelleme sonuçları Çizelge 3.5’te özetlenmektedir. Her bir model için gerçekleştirilen toplam iterasyon sayıları, zincirden atılan (burn-in) iterasyon sayıları ve zincirlerin seyreltme (thinning) sayıları verilmektedir. Ayrıca, her bir model için Bölüm 2.5’te bahsedilen model uyum kriterlerine ilişkin hesaplanan değerler verilmektedir. DIC, WAIC ve HKO için en küçük değere sahip olan model; LMPL ve LL için ise en büyük değere sahip olan model seçilmelidir.

Çizelge 3.5. Koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modeller için analiz sonuçları

	Mekânsal Otokorelasyonlu Doğrusal Zaman Trendleri Modeli	Mekânsal-Zamansal Otokorelasyonlu AR(1) Modeli	Mekânsal-Zamansal Otokorelasyonlu AR(2) Modeli	Mekânsal-Zamansal Otokorelasyonlu ANOVA Tipi Model	Mekânsal-Zamansal Otokorelasyonlu Uyarlanabilir Otokoregresif Model
Toplam iterasyon sayısı	260000	340000	680000	890000	800000
Atılan iterasyon sayısı	60000	60000	80000	90000	150000
Seyreltme sayısı	400	540	1200	1600	1300
DIC	1981,001	1146,150	-556,750	1900,438	434,363
WAIC	1988,130	1389,793	198,396	1908,406	1111,297
LMPL	-995,751	-798,943	-232,078	-955,304	-632,597
LL	-913,022000	-427,639	154,298	869,927	-248,658
HKO	2,473	0,196800	0,002540	2,069800	0,060333

Çizelge 3.5'te yer alan model uyum kriterleri incelendiğinde, YDS verisine en uygun modelin mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modeli olduğu görülmektedir. Bu modelin, DIC, WAIC ve HKO değerleri diğer modellerinkinden daha küçüktür; LMPL değeri ise diğer modellerinkinden daha büyüktür. Sadece, log-olabilirlik (LL) değerinin en büyük olduğu model, mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modelidir. LL değeri dışındaki tüm model uyum kriterleri için en uygun model koşulunun sağlanması nedeniyle, mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modeli en iyi model olarak seçilmektedir. Bu modelin Bayesci çözümlenmesinde, 680000 iterasyon yapılmıştır, parametrelerin başlangıç değer etkilerinin yok edilmesi için ilk 80000 iterasyon atılmıştır ve üretilen zincirlerdeki bağımlılık yapısını ortadan kaldırmak amacıyla her 1200'üncü değer hariç diğer değerler zincirden atılarak seyreltme yapılmıştır. Geriye kalan 500 iterasyon üzerinden model parametreleri tahmin edilmiştir.

Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modeli için parametre tahminleri, %95 Bayes güven aralıkları ve Geweke Z-skoru değerleri Çizelge 3.6'da verilmektedir. Tüm model parametreleri için Geweke Z-skoru değerleri, -1,96 ile 1,96 arasındadır. Dolayısıyla, model parametrelerine ilişkin zincirler %95 güven düzeyinde hedef dağılımlarına yakınsamıştır ve bu zincirler üzerinden model parametreleri güvenle tahmin edilebilir. Her bir parametre için üretilen zincirin ortanca değeri, o parametrenin tahmin değerini

vermektedir. Çizelge 3.6'da ortanca sütununda mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modelinin parametrelerine ilişkin tahmin değerleri yer almaktadır. Bağımsız değişkenlere ilişkin regresyon parametrelerinin tahmin değerleri pozitifdir. Bu durum, bağımlı değişkenin bağımsız değişkenlerin hepsiyle pozitif yönde ilişkili olduğunu göstermektedir. Şekil 3.8 ve Şekil 3.9'da verilen korelasyon katsayıları da bu durumu doğrulamaktadır.

Çizelge 3.6. Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modeli için parametre tahminleri ve Geweke Z-skoru değerleri

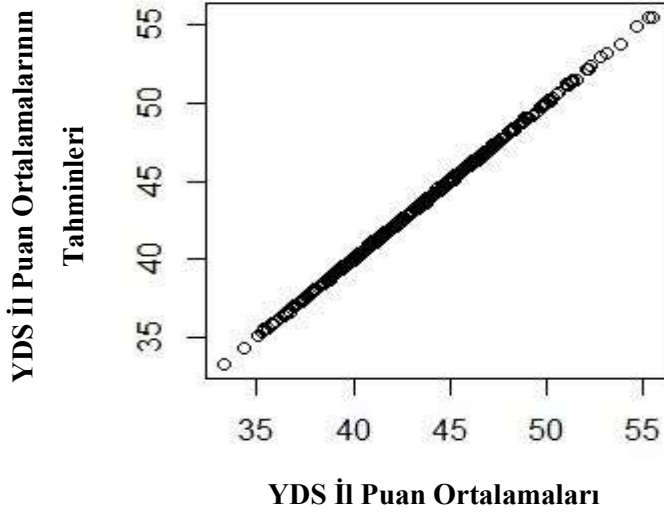
Model Parametreleri	Ortanca	%95 Bayes Güven Aralığı		Geweke Z-Skoru
		Alt Sınır	Üst Sınır	
β_0	9,9177	0,078	18,9864	0
β_1	0	0	0,0001	0,8
β_2	0,5521	0,2772	0,8059	0,3
β_3	2,5691	1,9778	3,1597	0,8
β_4	0,2635	-0,3664	0,8875	-0,3
β_5	0,0001	0,0001	0,0002	-1,7
τ^2	10,2005	7,923	12,9045	1,5
ν^2	0,0181	0,0028	0,7631	1
ρ_S	0,5208	0,3533	0,7776	1
ρ_{T_1}	0,5858	0,4543	0,7371	-0,8
ρ_{T_2}	0,1807	0,0343	0,3187	-0,2

Parametrelerin istatistiksel olarak anlamlılığının test edilmesinde Bayes güven aralıkları kullanılmaktadır. %95 Bayes güven aralığının 0 değerini içermesi durumunda, ilgili parametre %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı değildir. Çizelge 3.6'da bağımsız değişkenlere ilişkin regresyon parametrelerinin %95 Bayes güven aralıklarına bakıldığında, β_1 ve β_4 regresyon parametreleri %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı değildir. Çünkü, β_1 ve β_4 'ün %95 Bayes güven aralıkları 0 değerini içermektedir. β_0 (sabit terim), β_2 , β_3 ve β_5 regresyon parametreleri ise %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Çünkü, β_0 , β_2 , β_3 ve β_5 'in %95 Bayes güven aralıkları 0 değerini içermemektedir. Sonuç olarak, bağımlı değişkendeki toplam değişkenliğin açıklanmasında yaş ortalaması (X_2), son 5 yılda ortalama sınava girme sayısı (X_3) ve kişi başına düşen il GSYH (X_5) bağımsız değişkenleri, %95 güven düzeyinde istatistiksel

olarak anlamlı bulunmuştur. Bu bağımsız değişkenlere karşın, aday sayısı (X_1) ve eğitim endeksi (X_4) bağımsız değişkenleri, %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır. Y ile X_1 arasındaki ilişkiyi gösteren Spearman'ın sıra farkları korelasyon katsayısının sıfıra çok yakın olması ve istatistiksel olarak anlamlı olmaması sonucu, X_1 bağımsız değişkeni modelde istatistiksel olarak anlamlı değildir. Y ile X_4 arasında kuvvetli pozitif yönde istatistiksel olarak anlamlı bir doğrusal ilişki olması nedeniyle, X_4 değişkeni modelde anlamlı çıkması gerekmektedir. Fakat, X_4 ile X_5 bağımsız değişkenleri arasındaki kuvvetli ve istatistiksel olarak anlamlı bir doğrusal ilişki olması sonucu, X_4 'ün modele katkısı X_5 tarafından maskelenmektedir. Bu durumda, X_1 değişkeninin modelden çıkartılması, daha sonra X_4 ve X_5 bağımsız değişkenlerinin ayrı ayrı modele katılarak modelleme sonuçlarının karşılaştırılması ve model uyum kriterlerine göre en iyi modele karar verilerek bu model üzerinden tahminler yapılması uygundur. Tez çalışmasında bu işlemler gelecek çalışmalara bırakılmıştır ve mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modeli üzerinden bağımlı değişkene ilişkin tahminler elde edilmiştir.

Çizelge 3.6'da mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modelindeki mekânsal otokorelasyon parametresi (ρ_S), zamansal otokorelasyon parametreleri (ρ_{T_1} ve ρ_{T_2}) ve varyans parametreleri (τ^2 ve ν^2) için %95 Bayes güven aralıklarına bakıldığında, hiçbiri 0 değerini içermemektedir. Dolayısıyla, bu parametrelerin hepsi %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. ρ_S , ρ_{T_1} ve ρ_{T_2} parametrelerinin anlamlı olması, YDS verisinde mekânsal ve zamansal otokorelasyonların da anlamlı olması demektir.

Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modelinin YDS verisini modellemedeki başarısını görmek amacıyla, bağımlı değişkenin tahminleri ile gerçek değerlerinin birlikte grafiği Şekil 3.11'de verilmektedir. Şekil 3.11'de yer alan noktalar 45° bir doğru üzerinde yığıldığından dolayı, YDS il puan ortalamalarının tahminleri ile gerçek değerleri uyumludur. Buradan modelin iyi sonuç verdiği çıkarımı yapılabilir.



Şekil 3.11. Tahmin değerlerine karşı gerçek değerlerin grafiği

Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modelinden elde edilen artıkların mekânsal otokorelasyon içermemesi ve birbirinden bağımsız olması gerekmektedir. Bu nedenle, ilk olarak Moran'ın I testi kullanılarak mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modelinden elde edilen artıklarda mekânsal otokorelasyon olup olmadığı tespit edilmektedir. Her bir yıl için artıklara Moran'ın I testi uygulanmıştır. İlgili hipotez aşağıda verilmektedir:

H_0 : Artıklarda mekânsal otokorelasyon yoktur.

H_1 : Artıklarda mekânsal otokorelasyon vardır.

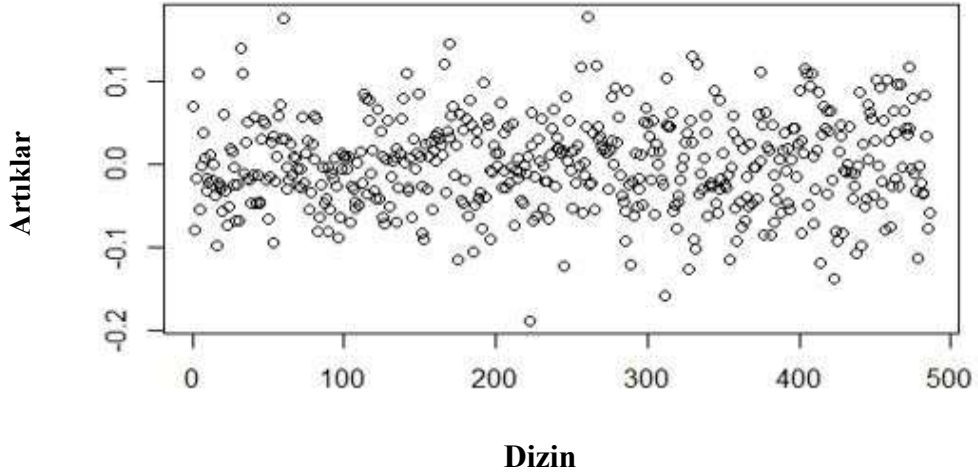
Çizelge 3.7'de verilen test sonuçlarına bakıldığında, tüm yıllar için $p > 0,05$ 'tir. Bu durumda, tüm yıllar için artıklarda mekânsal otokorelasyonun olmadığı %95 güven düzeyinde söylenebilir.

Çizelge 3.7. Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modelinin artıkları için Moran'ın I testi sonuçları

Yıl	Moran'ın I İstatistiği	p-değeri
2015	-0,14113	0,9801
2016	-0,14837	0,9835
2017	-0,22755	0,9999
2018	-0,24041	0,9999
2019	-0,22437	0,9995
2020	-0,2267	0,9996

* $p \leq 0,05$ ise mekânsal otokorelasyon anlamlıdır.

Artıkların birbirinden bağımsız olduğunu görsel olarak incelemek amacıyla, artıkların grafiği oluşturularak Şekil 3.12’de verilmiştir. Şekil 3.12’de artıklar rasgele dağılmaktadır. Dolayısıyla, artıklar birbirinden bağımsızdır.

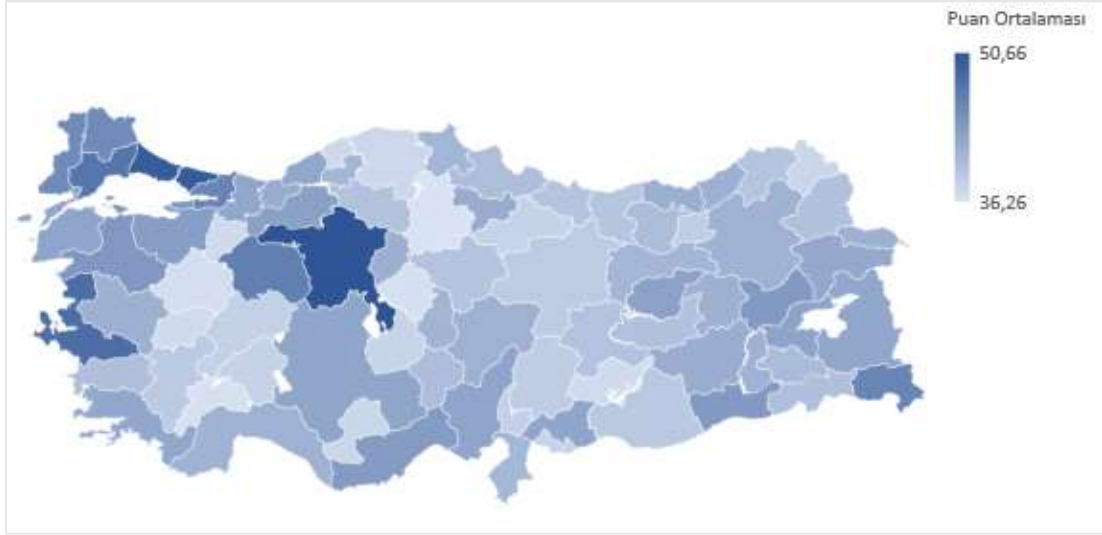


Şekil 3.12. Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modelinin artıklarının dağılımı

Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modelinden elde edilen YDS il puan ortalamalarının tahminleri her bir yıl için haritalandırılarak aşağıda sırayla verilmektedir. Burada, haritalandırma tekniklerinden biri olan kartogram haritası kullanılmaktadır. YDS il puan ortalamalarının tahminleri için oluşturulan kartogram haritalarında ana renk olarak mavi renk seçilmiştir. Kartogram haritalarında mavi rengin tonu koyulaştıkça YDS il puan ortalaması artmaktadır; mavi rengin tonu açıldıkça YDS il puan ortalaması azalmaktadır. Modelin HKO değeri (HKO: 0,002540) çok küçük olması nedeniyle, YDS il puan ortalamalarının tahmin değerleri için oluşturulan kartogram haritaları, gerçek değerler için oluşturulan ve Şekil 3.1’de sunulan çok panelli grafikteki haritalarla benzer bir yapıya sahiptir.

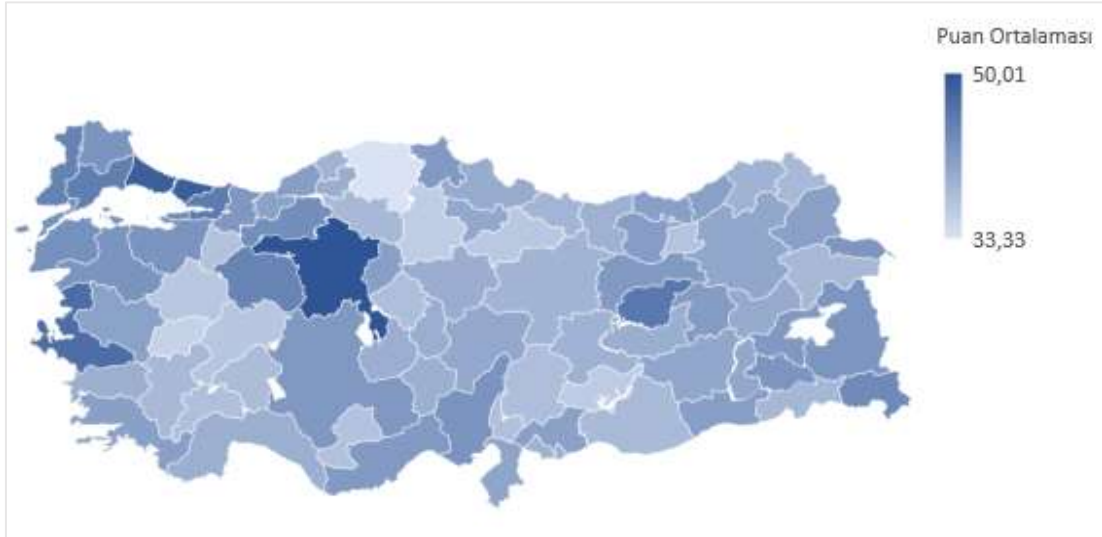
Şekil 3.13’te 2015 yılı için yapılan tahminler yer almaktadır. Bu tahminlere göre, 2015 yılında YDS’de puan ortalaması en yüksek olan iller Ankara (50,66 puan), İstanbul (49,87 puan), İzmir (48,11 puan), Tekirdağ (47,28 puan) ve Eskişehir (46,29 puan) ’dir. YDS puan ortalaması en düşük olan iller ise Çorum (36,26 puan), Burdur (36,42 puan), Kırşehir (36,55 puan), Kütahya (36,62 puan) ve Uşak (37,04 puan)’tır. Kartogram haritasında, YDS başarısının Marmara bölgesinde Türkiye’nin diğer coğrafi bölgelerine

kıyasla daha yüksek olduğu görülmektedir. Ayrıca, Doğu Anadolu bölgesinin güneydoğu ucunda yer alan Hakkâri (45,69 puan) ilinin, YDS’de Türkiye’nin doğu kesimindeki illerden daha başarılı olduğu görülmektedir.



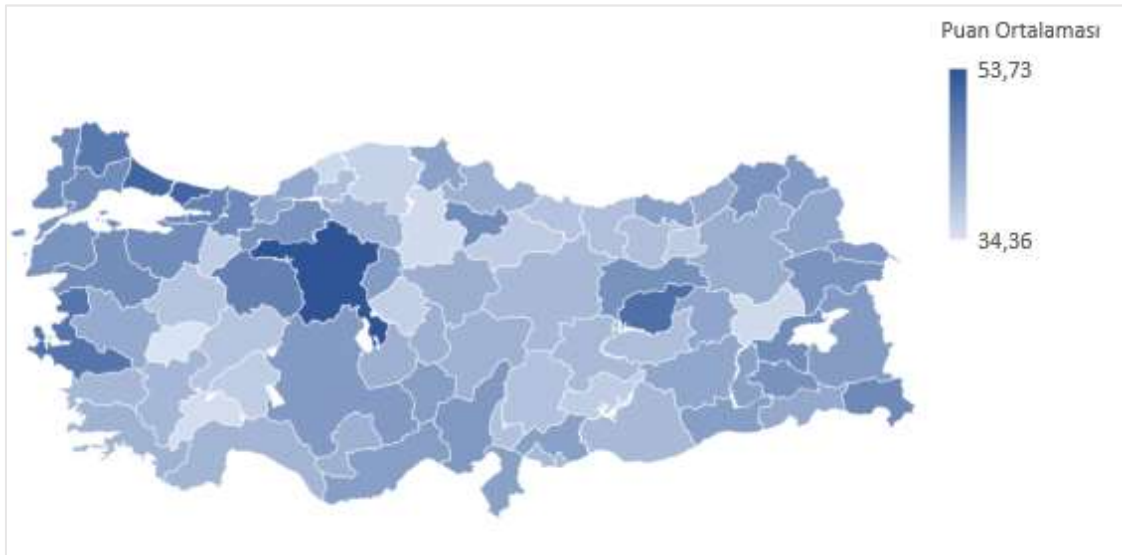
Şekil 3.13. 2015 yılı için YDS il puan ortalamalarının tahminleri

Şekil 3.14’te 2016 yılı için yapılan tahminler yer almaktadır. Bu tahminlere bakıldığında, 2016 yılında YDS’de puan ortalaması en yüksek olan iller Ankara (50,01 puan), İstanbul (48,76 puan), İzmir (47,07 puan), Tunceli (45,81 puan) ve Kocaeli (45,37 puan)’dır. YDS puan ortalaması en düşük olan iller ise Kastamonu (33,33 puan). Uşak (35,32 puan), Çorum (35,83 puan), Adıyaman (36,10 puan) ve Tokat (36,42 puan)’tır. Ayrıca, Doğu Anadolu bölgesinde yer alan Tunceli ili, bir önceki yıla kıyasla YDS başarısını arttırarak, illerin başarı sıralamasında ilk 5’e girmiştir.



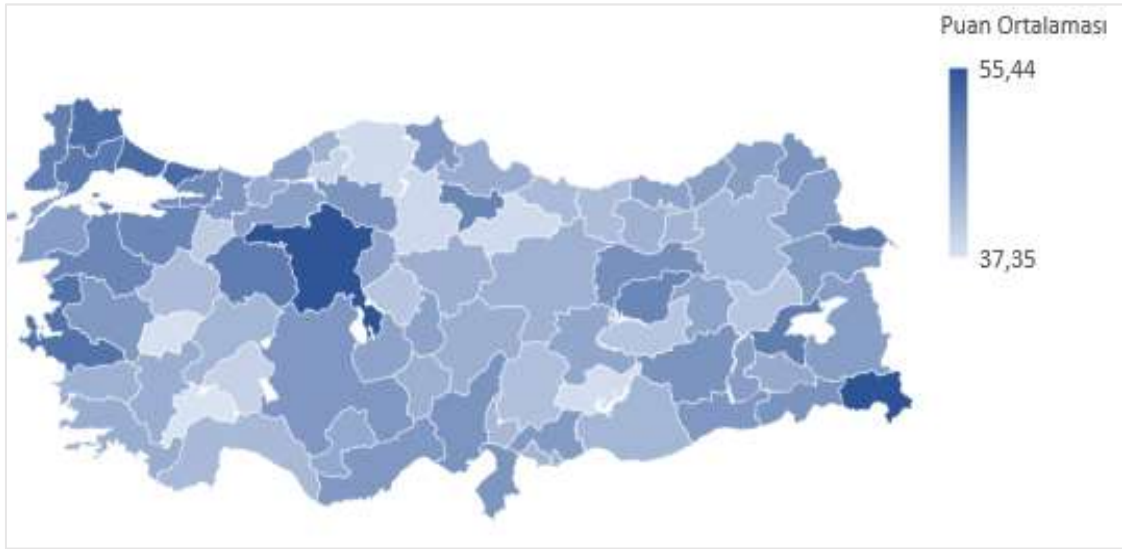
Şekil 3.14. 2016 yılı için YDS il puan ortalamalarının tahminleri

Şekil 3.15'te 2017 yılı için yapılan tahminler yer almaktadır. Bu tahminlere bakıldığında, 2017 yılında YDS'de puan ortalaması en yüksek olan iller Ankara (53,73 puan), İstanbul (51,29 puan), Tunceli (49,99 puan), İzmir (49,20 puan) ve Kırklareli (48,71 puan)'dır. YDS puan ortalaması en düşük olan iller ise Uşak (34,36 puan), Burdur (35,14 puan), Çorum (35,44 puan), Muş (35,57 puan) ve Bartın (35,90 puan)'dır. Tunceli ili yine bir önceki yıla göre YDS başarısını yükseltmiştir ve özellikle Türkiye'nin doğu kesimindeki iller arasında YDS'de en başarılı il olmuştur.



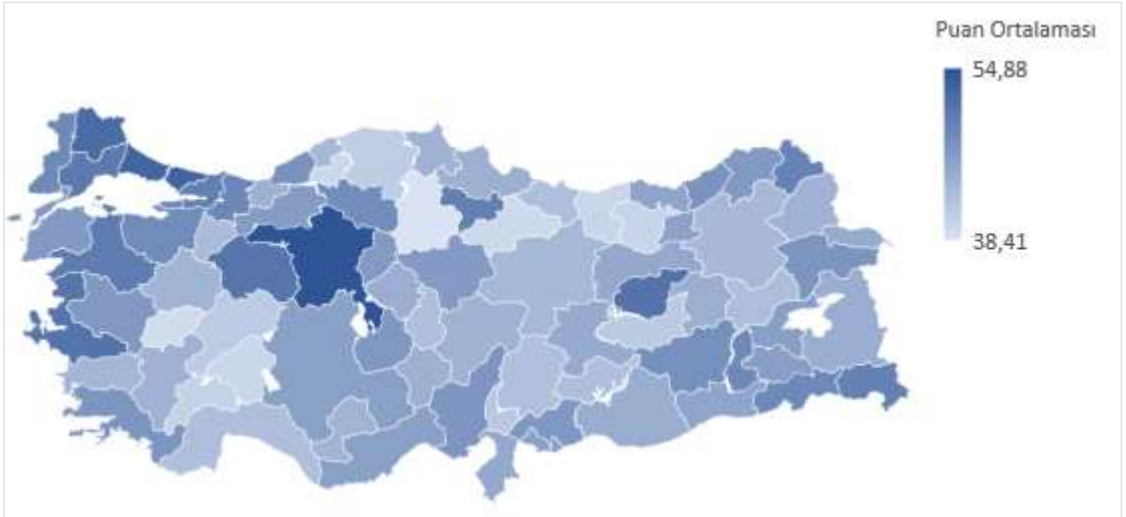
Şekil 3.15. 2017 yılı için YDS il puan ortalamalarının tahminleri

Şekil 3.16’da 2018 yılı için yapılan tahminler yer almaktadır. Bu tahminlere göre, 2018 yılında YDS’de puan ortalaması en yüksek olan iller Hakkâri (55,44 puan), Ankara (55,41 puan), İstanbul (52,40 puan), Kırklareli (52,12 puan) ve İzmir (51,40 puan)’dır. YDS puan ortalaması en düşük olan iller ise Burdur (37,35 puan), Uşak (37,69 puan), Adıyaman (38,11 puan), Tokat (38,37 puan) ve Kastamonu (38,38 puan)’dur. Kartogram haritasındaki tahminlerin dağılım genişliğine bakıldığında, 2018 yılında Türkiye genelinde YDS il puan ortalamalarının yükseldiği görülmektedir. Ayrıca, haritada Hakkari’nin YDS’de en başarılı il olması ve Hakkari’nin aksine komşu illerinin YDS puan ortalamasının görece daha düşük olması dikkat çekmektedir.



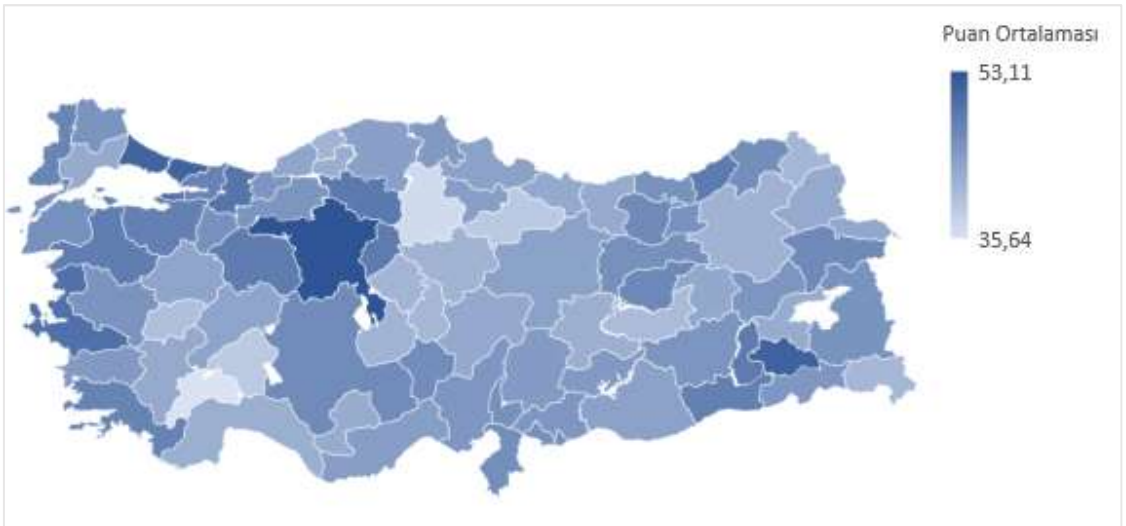
Şekil 3.16. 2018 yılı için YDS puan ortalamalarının tahminleri

Şekil 3.17’de 2019 yılı için yapılan tahminler yer almaktadır. Bu tahminlere bakıldığında, 2019 yılında YDS’de puan ortalaması en yüksek olan iller Ankara (54,88 puan), İstanbul (52,92 puan), Kırklareli (52,15 puan), Tunceli (51,31 puan) ve İzmir (51,17 puan)’dır. YDS puan ortalaması en düşük olan iller ise Çorum (38,41 puan), Uşak (39,19 puan), Tokat (39,63 puan), Karabük (39,74 puan) ve Isparta (39,97 puan)’dır.



Şekil 3.17. 2019 yılı için YDS il puan ortalamalarının tahminleri

Şekil 3.18’de 2020 yılı için yapılan tahminler yer almaktadır. Bu tahminlere bakıldığında, 2020 yılında YDS’de puan ortalaması en yüksek olan iller Ankara (53,11 puan), Siirt (51,46 puan), İstanbul (51,14 puan), Yalova (49,88 puan) ve İzmir (49,70 puan)’dır. YDS puan ortalaması en düşük olan iller ise Burdur (35,64 puan), Çorum (36,59 puan), Isparta (38,73 puan), Tokat (38,76 puan) ve Uşak (39,94 puan)’tır.



Şekil 3.18. 2020 yılı için YDS il puan ortalamalarının tahminleri

4. SONUÇ

Bu çalışmada, ÖSYM tarafından yılda iki defa düzenlenen YDS’de adayların aldıkları puanlardaki mekânsal-zamansal etkilerin tespit edilmesi, bu etkilerin oluşturduğu trendlerin belirlenmesi, mekân ve zaman etkileşiminden doğan örüntülerin ortaya çıkartılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda, 2015-2020 yılları arasında illerin YDS puan ortalamaları koşullu otoregresif mekânsal-zamansal modeller ile Bayesci yaklaşım altında MCMC yöntemleri kullanılarak istatistiksel olarak modellenmiştir. Bu tez çalışması, literatürde YDS verisinin mekânsal-zamansal modeller ile istatistiksel olarak analiz edildiği ilk çalışmadır. Mekânsal-zamansal modeller sayesinde, bağımlı değişkendeki mekânsal-zamansal otokorelasyon bilgisi de modellemeye katılarak artıklarda birikmesi engellenmektedir. Bu durumda, model parametrelerinin tahminleri tutarlı ve güvenilir olmakla birlikte, mekânsal-zamansal otokorelasyon içeren bağımlı değişkenin model üzerinden elde edilen tahminleri ve öngörülerini de gerçeği yansıtmaktadır. Çalışmada, 2015-2020 yılları arasındaki YDS il puan ortalamalarını açıklamak amacıyla, her bir yılda illerde YDS’ye giren toplam aday sayısı, sınava giren adayların yaş ortalaması, ilgili yıl itibariyle adayların son 5 yılda ortalama sınava girme sayısı, illerin eğitim endeksi ve kişi başına düşen il GSYH bağımsız değişkenlerinden yararlanılmıştır. YDS verisine uygulanan mekânsal-zamansal modeller, mekânsal otokorelasyonlu doğrusal zaman trendleri modeli, mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(1) modeli, mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modeli, mekânsal-zamansal otokorelasyonlu ANOVA tipi model ve mekânsal-zamansal otokorelasyonlu uyarlanabilir otoregresif modeldir. Bu modeller açık kaynak kodlu R (sürüm: 4.1.3) programında yer alan CARBayesST paketinden (sürüm: 3.2.1) yararlanılarak YDS verisine uygulanmıştır. Modellerin Bayesci çözümlenmesinde, her bir modeldeki parameteler için üretilen zincirlerin hedef dağılımlarına yakınsaması sağlanana kadar iterasyonlara devam edilmiştir. Üretilen zincirlerden başlangıç değer etkilerinin arındırılması amacıyla başlangıçtaki belli sayıda iterasyon modellemeden atılmıştır. Ayrıca, zincirlerdeki bağımlılık yapısının yok edilmesi için zincirlerde seyreltme de yapılmıştır. Zincirlerin hedef dağılımlarına yakınsamalarının kontrolünde ise Geweke’nin yakınsaklık testi kullanılmıştır. Tüm modellerin Bayesci çözümlenmesi sonrasında, model uyum kriterlerine bakılarak YDS verisine en uygun model seçilmiştir. Çalışmada, mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modeli YDS verisine en uygun model olarak bulunmuştur. Bu modelde, verideki mekânsal-zamansal değişkenliğin

açıklanmasında kullanılan rasgele etkilerin ikinci dereceden otoregresif bir süreç izlediği varsayılmaktadır. Dolayısıyla, mekânsal bağımlılık ile ikinci dereceden zamansal bağımlılık yapısı birlikte modellenmektedir. Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modeli analiz sonuçlarına bakıldığında, tüm bağımsız değişkenlere ilişkin regresyon parametreleri pozitif değerlidir. Bu durum, bağımlı değişkenin bağımsız değişkenlerle pozitif yönde ilişkili olduğunu göstermiştir. Regresyon parametrelerinin anlamlılığı incelendiğinde, illerde sınava giren toplam aday sayısı ve illerin eğitim endeksi değişkenleri %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır. Diğer bağımsız değişkenler, istatistiksel olarak anlamlıdır. Ayrıca, mekânsal bağımlılık ve zamansal bağımlılık parametreleri de %95 güven düzeyinde anlamlı bulunmuştur. Modelleme öncesinde bağımlı değişken ile bağımsız değişkenler arasındaki ilişki yapısı incelendiğinde, YDS il puan ortalamaları ile illerde sınava giren toplam aday sayısı için hesaplanan Spearman'ın sıra farkları korelasyon katsayısı %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır. Bu durum, mekânsal-zamansal modellemede bu bağımsız değişkene ilişkin regresyon parametresinin istatistiksel olarak anlamsız çıkmasına neden olmuştur. Gelecek çalışmalarda bu değişkenin modelden çıkarılarak analizlerin tekrardan yapılması önerilmektedir. Ayrıca, eğitim endeksi bağımsız değişkeni ile il GSYH bağımsız değişkeni arasında kuvvetli ve pozitif yönde %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki tespit edilmiştir. Bu değişkenler arasındaki ilişki, eğitim endeksi değişkeninin modeldeki etkisini maskeleyerek anlamsız çıkmasına neden olmuştur. Gelecek çalışmalarda eğitim endeksi ve il GSYH bağımsız değişkenleri ayrı ayrı modele alınmalıdır ve sonrasında model uyum kriterlerinden yararlanılarak hangisinin olduğu modelin en iyi model olduğuna karar verilmelidir. Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modelinden elde edilen artıklara Moran'ın I testi yapılmıştır ve artıkların mekânsal otokorelasyon içermediği %95 güven düzeyinde tespit edilmiştir. Modelin HKO değeri çok küçük olması nedeniyle, YDS il puan ortalamalarının gerçek değerleri ile tahmin değerleri birbirine çok yakındır. Yapılan haritalandırmalarda bu değerlerin her bir yıl için benzer bir mekânsal dağılıma sahip olduğu da görülmüştür. Mekânsal-zamansal otokorelasyonlu AR(2) modeli üzerinden elde edilen YDS il puan ortalamalarının tahmin değerleri dikkate alındığında aşağıdaki sonuçlar dikkat çekmektedir:

- 2015-2020 yıllarında YDS'de genel olarak en yüksek başarı gösteren iller Ankara, İstanbul ve İzmir'dir.

- 2015-2020 yıllarında YDS’de genel olarak en düşük başarı gösteren iller Çorum, Burdur ve Uşak’tır.
- Marmara bölgesi, Türkiye’nin diğer coğrafi bölgelerine kıyasla YDS’de çok daha başarılıdır. Bu bölgede yer alan iller arasında YDS başarıları en düşük olanlar, Bilecik ve Çanakkale illeridir.
- Doğu Anadolu bölgesindeki Tunceli ve Hakkâri illeri, Türkiye’nin doğu kesimindeki diğer illere kıyasla YDS’de daha başarılıdır. Sadece 2020 yılında Hakkâri ili YDS’de en düşük başarı gösteren 10 il içerisinde yer almıştır
- İç Anadolu bölgesinde, Ankara ilinden sonra Eskişehir ilinin YDS’deki başarıları en yüksektir. Eskişehir, illerin YDS başarı sıralamasında tüm yıllarda ilk 10’da yer almıştır.
- 2017 yılında diğer yıllara kıyasla YDS il puan ortalamaları daha heterojen bir mekânsal dağılım göstermiştir.

Gelecek çalışmalarda, bu tezde kullanılan mekânsal-zamansal modeller belirlenen zaman dilimlerinde farklı sınav puanlarına uygulanabilir. Sınav puanlarını etkileyen farklı bağımsız değişkenler modellemeye katılabilir. Ayrıca, GDM’ye eklenen rasgele etkiler farklı formlarda tanımlanarak yeni modeller oluşturulabilir. Oluşturulan bu modeller ile YDS verisinin içerdiği mekânsal-zamansal örüntüler daha başarılı bir şekilde ortaya çıkarılabilir. Son olarak, mekânsal bağımlılık bilgisini taşıyan komşuluk matrisinin oluşturulmasında yeni bir kural geliştirilebilir. Geliştirilen bu komşuluk matrisi, literatürde mevcut olan modellerde kullanılarak modellerin tahmin becerileri iyileştirilebilir.

KAYNAKLAR

- [1] M. A. Martinez-Beneito, A. Lopez-Quilez, P. Botella-Rocamora, An Autoregressive Approach To Spatio-Temporal Disease Mapping: *Statistics in Medicine*, 27 (2008) 15.
- [2] A. Lopez-Quilez, F. Munoz, Review of Spatio-Temporal Models For Disease Mapping, 2009.
- [3] A. Adin, T. Goicoa, M. D. Ugarte, Online relative risks/rates estimation in spatial and spatio-temporal disease mapping, Spain, 2019.
- [4] M. Li, X. Shi, X. Li, W. Ma, J. He, T. Liu, Epidemic Forest: A Spatiotemporal Model for Communicable Diseases, *Annals of the American Association of Geographers*, 109 (2019) 3.
- [5] A.B. Lawson, W. J. Browne, C.L.V. Rodeiro, *Disease Mapping with WinBUGS and MlwiN*, Wiley, Chichester, 2003.
- [6] D. Lee, C. Robertson, D. Marques, Quantifying The Small-Area Spatio-Temporal Dynamics of the Covid-19 Pandemic in Scotland During A Period with Limited Testing Capacity, *Spatial Statistics*, 49 (2022) 100508.
- [7] H. Ebrahimian, F. Jalayer, Robust seismicity forecasting based on Bayesian parameter estimation for epidemiological spatio-temporal aftershock clustering models. *Sci Rep* 7, 9803 (2017).
- [8] X. Wang, J. Xia, B. Dong, M. Zhou, Spatiotemporal distribution of flood disasters in Asia and influencing factors in 1980–2019, *Natural Hazards*, 108 (2021) 2721–2738.
- [9] D. Lee, S. Mukhopadhyay, A. Rushworth, A. Sahu, A rigorous statistical framework for spatio-temporal pollution prediction and estimation of its long-term impact on health, *Biostatistics*, 18 (2017) 370–385.
- [10] X. Wang, Z. Zhou, F. Xiao, K. Xing, Z. Yang, Y. Liu, C. Peng, Spatio-temporal analysis and prediction of cellular traffic in metropolis, *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 18 (2019) 9.
- [11] A. Ermagun, D. Levinson, Spatiotemporal Traffic Forecasting: Review and Proposed Directions, *Transport Reviews*, Taylor & Francis Journals, 38 (2018) 6.
- [12] M. Bíl, R. Andrášik, M. Duřa, J. Sedoník, On reliable identification of factors influencing wildlife-vehicle collisions along roads, *J Environ Manage*, 237 (2019) 297-304.
- [13] D. Ansong, E. Ansong, A. Ampomah, S. Afranie, A spatio-temporal analysis of academic performance at the Basic Education Certificate Examination in Ghana, *Applied Geography*, 65 (2015) 12.

- [14] G. Cao, S. Wang, A. Padmanabhan, A scalable framework for spatiotemporal analysis of location-based social media data”, *Computers, Environment and Urban Systems*, 51 (2015) 70-82.
- [15] O. Gruebner, S.R. Lowe, M. Sykora, K. Shankardass, S.V. Subramanian, S. Galea, Spatio-Temporal Distribution of Negative Emotions in New York City After a Natural Disaster as Seen in Social Media, *Int J Environ Res Public Health*, 15 (2018) 10.
- [16] C. Jina, J. Xud, Z. Huanga, Spatiotemporal analysis of regional tourism development: A semiparametric Geographically Weighted Regression model approach. *Habitat International*, 87 (2019) 1-10.
- [17] N. Mou, R. Yuan, T. Yang, H. Zhangb, J. Tang, T. Makkonen, Exploring spatio-temporal changes of city inbound tourism flow: The case of Shanghai, China, *Tourism Management*, 76 (2020) 103955.
- [18] G. Şimşek, Optimal Bitkisel Ürün Verim Sigortası Analizinde Mekânsal-Zamansal Bağımlılık ve Asimetrik Bilgi Etkileri, Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2020.
- [19] S. Kılıç-Yıldırım, Examination of Infant Mortality Risk in Turkey with Spatio-Temporal Bayesian Models, Doctor of Philosophy Thesis, Hacettepe University Graduate School of Health Sciences, Ankara, 2020.
- [20] L. Bakacak, Genelleştirilmiş Doğrusal Mekânsal Modellere Koşullu Otoregresif Model Yaklaşımı, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2018.
- [21] Z. F. Karataş, Forecasting of spatial distribution of earthquake by using Bayesian analysis for İstanbul, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2022.
- [22] N. Aral, M. Aytaç, Türkiye’de İşsizliğin Mekânsal Analizi, *Marmara Üniversitesi Öneri Dergisi*, 49 (2018) 1-20.
- [23] U. Demšar, P. Harris, C. Brunson, S. Fotheringham, S. McLoone, Principal Component Analysis on Spatial Data: An Overview, *Annals of the Association of American Geographers*, 103(2013)106-128.
- [24] W. R. Tobler, A Computer Movie Simulating Urban Growth in the Detroit Region. *Economic Geography*, 46 (1970) 234–240.
- [25] P. Moraga, *Spatial Statistics for Data Science: Theory and Practice with R*, Chapman & Hall/CRC Press, Boca Raton, FL, 2024.
- [26] P. A. P. Moran, Notes on Continuous Stochastic Phenomena. *Biometrika*, 37 (1950) 17–23.
- [27] R. C. Geary, The Contiguity Ratio and Statistical Mapping. *The Incorporated Statistician*, 5 (1954) 115–146.

- [28] K. M, Çubukçu, Planlamada ve Coğrafyada Temel İstatistik ve Mekânsal İstatistik, Nobel Akademik Yayıncılık, **2020**.
- [29] R. Mohammad, A. Munirah, A Decision Support System to Deal with Contemporary Issues of Climate Change Induced Vulnerability and Human Security in Malaysia, *Asian Journal of Environment and Disaster Management*, 5(2013)275-286.
- [30] M. Shaito, R. Elmasri, Map Visualization using Spatial and Spatio-Temporal Data: Application to COVID-19 Data, PETRA '21: Proceedings of the 14th Pervasive Technologies Related to Assistive Environments Conference, Corfu, 284–291, **2021**.
- [31] Anonim, Countries by mean wealth per adult in 2018, https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/9c/Countries_by_mean_wealth_per_adult_in_2018.png (Erişim tarihi: **14 Mart 2024**).
- [32] Anonim, Global Heatmap, <https://www.strava.com/heatmap#4.00/16.44600/45.28983/hot/run> (Erişim tarihi: **10 Mart 2024**).
- [33] Anonim, These 1,000 hexagons 65how how global wealth is distributed, <https://bigthink.com/strange-maps/gdp-map/> (Erişim tarihi: **1 Nisan 2024**).
- [34] Anonim, Pinterest, <https://tr.pinterest.com/pin/363243526177065147> (Erişim tarihi: **1 Nisan 2024**).
- [35] Anonim, 7 Techniques to Visualize Geospatial Data, <https://humansofdata.atlan.com/2016/10/7-techniques-to-visualize-geospatial-data/> (Erişim tarihi: **11 Mart 2024**).
- [36] Anonim, What's Going On in This Graph? | Global Demographics, <https://www.nytimes.com/2023/09/14/learning/whats-going-on-in-this-graph-sept-20-2023.html> (Erişim tarihi: **17 Nisan 2024**).
- [37] Anonim, <https://vividmaps.com/wp-content/uploads/2018/07/world-leader-education.jpg> (Erişim tarihi: **17 Nisan 2024**).
- [38] E. Pebesma, spacetime: Spatio-Temporal Data in R, *Journal of Statistical Software*, 51 (2012) 7.
- [39] E. Pebesma, spacetime and spacetime cubes, <https://cran.r-project.org/web/packages/sfdep/vignettes/spacetime-s3.html>, (Erişim tarihi: **10 Mart 2024**).
- [40] L. Bernardinelli, D. Clayton, C. Pascutto, C. Montomoli, M. Ghislandi, M. Songini, Bayesian Analysis of Space-Time Variation in Disease Risk, *Statistics in Medicine*, 14 (1995) 2433–2443.
- [41] B.G. Leroux, X. Lei, X. N. Breslow, *Statistical Models in Epidemiology, the Environment, and Clinical Trials*, chapter Estimation of Disease Rates in Small

- Areas: A new Mixed Model for Spatial Dependence, Springer-Verlag, New York, 179–191, **2000**.
- [42] L. Knorr-Held, Bayesian Modelling of Inseparable Space-Time Variation in Disease Risk, *Statistics in Medicine*, 19 (**2000**) 2555–2567.
- [43] G. Napier, D. Lee, C. Robertson, A. Lawson, K. Pollock, A Model to Estimate the Impact of Changes in MMR Vaccination Uptake on Inequalities in Measles Susceptibility in Scotland, *Statistical Methods in Medical Research*, 25 (**2016**) 1185–1200.
- [44] G. Napier, D. Lee, C. Robertson, A. Lawson, A Bayesian space–time model for clustering areal units based on their disease trends, *Biostatistics*, 20 (**2019**) 681–697.
- [45] A. Rushworth, D. Lee, R. Mitchell, A Spatio-Temporal Model for Estimating the LongTerm Effects of Air Pollution on Respiratory Hospital Admissions in Greater London, *Spatial and Spatio-temporal Epidemiology*, 10 (**2014**) 29–38.
- [46] A. Rushworth, D. Lee, C. Sarran, An Adaptive Spatio-Temporal Smoothing Model for Estimating Trends and Step Changes in Disease Risk, *Journal of the Royal Statistical Society C*, 66 (**2017**) 141–157.
- [47] D. Lee, A. Lawson, Quantifying the Spatial Inequality and Temporal Trends in Maternal Smoking Rates in Glasgow, *Annals of Applied Statistics*, 10 (**2016**) 1427–1446.
- [48] D. Lee, A. Rushworth, G. Napier, G. Spatio-Temporal Areal Unit Modeling in R with Conditional Autoregressive Priors Using the CARBayesST Package, *Journal of Statistical Software*, 84 (**2018**) 1–39.
- [49] I. Ntzoufras, *Bayesian Modeling Using WinBugs*, John Wiley & Sons, **2009**.
- [50] K. Sahlin, *Estimating convergence of Markov chain Monte Carlo simulations*, Mathematical Statistics Stockholm University, **2011**.
- [51] M.V. Pazarlıoğlu, 1980-1990 döneminde Türkiye’de iç göç üzerine ekonometrik model çalışması, Çukurova Üniversitesi 5. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, Adana, 2019, p. 19-22.
- [52] G. Karpat-Çatalbaş, Ö. Yazar, Türkiye’deki Bölgeler Arası İç Göçü Etkileyen Faktörlerin Panel Veri Analizi ile Belirlenmesi, *Alphanumeric Journal*, 3 (**2015**) 99-117.
- [53] Anonim, Ulusal Hesaplar, <https://data.tuik.gov.tr/Kategori/GetKategori?p=Ulusal-Hesaplar-113>, (Erişim tarihi: **10 Şubat 2024**).
- [54] D. Spiegelhalter, N. Best, B. Carlin, A. Van der Linde, Bayesian measures of model complexity and fit, *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, 64 (**2002**) 583–639.

- [55] S. Watanabe, Asymptotic equivalence of the Bayes cross validation and widely applicable information criterion in singular learning theory, *Journal of Machine Learning Research*, 11 (2010) 3571–3594.
- [56] P. Congdon, *Bayesian models for categorical data*, 1st edition, John Wiley & Sons, 2005.
- [57] Anonim, İl SEGE Raporları, <https://www.sanayi.gov.tr/merkez-birimi/b94224510b7b/sege/il-sege-raporlari>, (Erişim tarihi: **24 Nisan 2024**).
- [58] Anonim, Raster Haritalar, <https://www.harita.gov.tr/urunler/raster-haritalar/13>, (Erişim tarihi: **12 Ocak 2023**).
- [59] Anonim, Ulusal Eğitim İstatistikleri, <https://data.tuik.gov.tr/Bulten/Index?p=National-Education-Statistics-2022-49756>, (Erişim tarihi: **12 Şubat 2024**).