

**T.C.  
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ  
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**TEK YÖNLÜ BAĞIMSIZ GRUP TASARIMI İÇİN  
VARYANS HOMOJENLİĞİ TESTLERİ**

**Gözde COŞAR**

**Biyoistatistik Programı  
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ANKARA**

**2024**



**T.C.  
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ  
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**TEK YÖNLÜ BAĞIMSIZ GRUP TASARIMI İÇİN  
VARYANS HOMOJENLİĞİ TESTLERİ**

**Gözde COŞAR**

**Biyoistatistik Programı  
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**TEZ DANIŞMANI  
Doç. Dr. Osman DAĞ**

**ANKARA  
2024**

**TEK YÖNLÜ BAĞIMSIZ GRUP TASARIM İÇİN VARYANS HOMOJENLİĞİ TESTLERİ****Öğrenci: Gözde COŞAR****Danışman: Doç. Dr. Osman DAĞ**

Bu tez çalışması 5/6/2024 tarihinde jürimiz tarafından "Biyostatistik Programı" nda yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

**Jüri Başkanı:****Prof. Dr. Yasemin YAVUZ***Ankara Üniversitesi***Tez Danışmanı:****Doç. Dr. Osman DAĞ***Hacettepe Üniversitesi***Üye:****Prof. Dr. Jale KARAKAYA KARABULUT***Hacettepe Üniversitesi*

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri tarafından uygun bulunmuştur.

04 Temmuz 2024

**Prof. Dr. Müge YEMİŞÇİ ÖZKAN****Enstitü Müdürü**

## YAYIMLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kağıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

Yükseköğretim Kurulu tarafından yayınlanan “**Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge**” kapsamında tezim aşağıda belirtilen koşullar haricince YÖK Ulusal Tez Merkezi / H.Ü. Kütüphaneleri Açık Erişim Sisteminde erişime açılır.

- Enstitü/Fakülte yönetim kurulu kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren 2 yıl ertelenmiştir. <sup>(1)</sup>
- Enstitü / Fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren 6 ay ertelenmiştir. <sup>(2)</sup>
- Tezimle ilgili gizlilik kararı verilmiştir. <sup>(3)</sup>

.../.../.....

Gözde COŞAR

i

<sup>1</sup>” *Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge*”

- (1) *Madde 6. 1. Lisansüstü teze ilgili patent başvurusu yapılması veya patent alma sürecinin devam etmesi durumunda, tez danışmanın önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu iki yıl süre ile tezin erişime açılmasının ertelenmesine karar verebilir.*
- (2) *Madde 6. 2. Yeni teknik, materyal ve metotların kullanıldığı, henüz makaleye dönüşmemiş veya patent gibi yöntemlerle korunmamış ve internette paylaşılması durumunda 3. şahıslara veya kurumlara haksız kazanç imkanı oluşturabilecek bilgi ve bulguları içeren tezler hakkında tez danışmanın önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile altı ayı aşmamak üzere tezin erişime açılması engellenebilir.*
- (3) *Madde 7. 1. Ulusal çıkarları veya güvenliği ilgilendiren, emniyet, istihbarat, savunma ve güvenlik, sağlık vb. konulara ilişkin lisansüstü tezlerle ilgili gizlilik kararı, tezin yapıldığı kurum tarafından verilir \*. Kurum ve kuruluşlarla yapılan işbirliği protokolü çerçevesinde hazırlanan lisansüstü tezlere ilişkin gizlilik kararı ise, ilgili kurum ve kuruluşun önerisi ile enstitü veya fakültenin uygun görüşü üzerine üniversite yönetim kurulu tarafından verilir. Gizlilik kararı verilen tezler Yükseköğretim Kuruluna bildirilir.*  
*Madde 7.2. Gizlilik kararı verilen tezler gizlilik süresince enstitü veya fakülte tarafından gizlilik kuralları çerçevesinde muhafaza edilir, gizlilik kararının kaldırılması halinde Tez Otomasyon Sistemine yüklenir.*

\* Tez danışmanın önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu tarafından karar verilir.

## ETİK BEYAN

Bu çalışmadaki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu, kullandığım verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı, yararlandığım kaynaklara bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu, tezimin kaynak gösterilen durumlar dışında zgn olduğunu, Tez Danışmanının Doç. Dr. Osman DAĞ danışmanlığında tarafımdan üretildiğini ve Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Yönergesine göre yazıldığını beyan ederim.

**Gözde COşAR**

## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimimde ve tez dönemimde deneyimi ve ilham veren önderliği ile kıymetli bir rehberlik kaynağı olan, sabırla yönlendiren, motivasyonumu her zaman yüksek tutan, bilgi birikimiyle yol gösteren danışman hocam Doç. Dr. Osman DAĞ'a,

Eğitim sürecime vizyoner ve özverili bir eğitim anlayışıyla katkı sunan Hacettepe Üniversitesi Biyoistatistik Anabilim Dalı ailesine,

Hayatımın en değerli hazinesi annem Gülay VURAL'a, gücünü her zaman yanımda hissettiğim öğüt dolu limanım babam Yavuz VURAL'a, benim için sınırsız sevgi olan kardeşim Yiğit Arda VURAL'a ve bu yolculukta her an yanımda olan yol arkadaşım, eşim Alihan COŞAR'a,

Teşekkür ederim.

## ÖZET

**Coşar, G., Tek Yönlü Bağımsız Grup Tasarımı İçin Varyans Homojenliği Testleri, Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Biyoistatistik Programı Yüksek Lisans Tezi, Ankara, 2024.** Bu tez çalışmasında, dağılımların yaygınlıklarının karşılaştırmasında kullanılan varyans ölçüsünün homojenliğini test etmek amacıyla kullanılan toplamda 20 farklı varyans homojenliği test yöntemine ilişkin, Monte Carlo benzetim çalışması yaklaşımıyla Tip I Hata oranları ve güç değerleri hesaplanarak karşılaştırma yapılmıştır. Çalışmada, dengeli ve dengesiz örneklem büyüklüklerinde normal, negatif çarpık ve pozitif çarpık dağılımlar için benzetim çalışması yapılarak Tip I Hata oranları ve güç değerleri hesaplanmıştır. Ayrıca çalışma kapsamına dahil edilen 20 teste ilişkin fonksiyonlar oluşturularak, R programında açık kaynak olarak kullanıcılara sunulan ve sadece varyans homojenliği testlerinin yer adlığı *vartest* isimli kütüphane oluşturulmuştur. Literatürde sadece varyans homojenliği testlerinin uygulanmasına yönelik bir kütüphane bulunmadığından, oluşturulan kütüphane ile kullanıcılara erişim kolaylığı sağlanması düşünülmüştür. Gerçek veri seti üzerinde *vartest* kütüphanesi içerisinde yer alan testler ile varyans homojenliği analiz edilmiştir. Çalışma kapsamında elde edilen bulgular sonucunda, normal dağılan veriler için Bartlett, Değiştirilmiş Z Varyans, Levene 2 ve Z Varyans, normal dağılmayan veriler için Capon ve Klotz testlerinin kullanımı önerilmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Tek yönlü bağımsız grup tasarımı, Varyans homojenliği, Tip I Hata, güç, Monte Carlo benzetim.



## ABSTRACT

**Coşar, G., Variance Homogeneity Tests for One-Way Independent Group Design, Hacettepe University Graduate School of Health Sciences Master Thesis in Biostatistics, Ankara, 2024.** In this thesis, a comparison of Type I error rates and power values for 20 different variance homogeneity test methods was conducted using a Monte Carlo simulation approach. This was done to assess the homogeneity of the variance measures used in comparing distributions. The study computed Type I error rates and power values for normal, negatively skewed, and positively skewed distributions under both equal and unequal sample sizes through simulation. Additionally, functions for the 20 included tests were developed, resulting in the creation of the "vartest" package in the R programming language. This package, which focuses exclusively on variance homogeneity tests, is made available as an open-source tool for users. Given the absence of a library solely dedicated to the application of variance homogeneity tests in the literature, this package aims to facilitate user access. The variance homogeneity of a real dataset was analyzed using the tests included in the vartest package. Based on the findings of the study, it is recommended to use Bartlett, Modified Z Variance, Levene 2, and Z Variance tests for normally distributed data and Capon and Klotz tests for non-normally distributed data.

**Keywords:** One-way independent group design, Homogeneity of variance, Type I Error, Statistical power, Statistical simulation.

## İÇİNDEKİLER

ONAY SAYFASI	iii
YAYIMLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI	iv
ETİK BEYAN	v
TEŞEKKÜR	vi
ÖZET	vii
ABSTRACT	viii
İÇİNDEKİLER	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR	xii
ŞEKİLLER	xiv
TABLolar	xvi
<b>1.GİRİŞ</b>	1
<b>2. GENEL BİLGİLER</b>	4
<b>3. GEREÇ VE YÖNTEM</b>	10
3.1. Parametrik Varyans Homojenlik Testleri	10
3.1.1. Bartlett Testi	10
3.1.2. Cochran C Testi	10
3.1.3. Değiştirilmiş Z Varyans Testi	11
3.1.4. Fisher F Testi	12
3.1.5. G Test	12
3.1.6. Hartley Testi	13
3.1.7. Levene Testi	13
3.1.8. O'Brien Testi	14
3.1.9. Z Varyans Testi	14
3.2. Parametrik Olmayan Varyans Homojenlik Testleri	15

3.2.1. Ansari Bradley Testi	16
3.2.2. Capon Testi	16
3.2.3. David Barton Testi	16
3.2.4. Duran Testi	17
3.2.5. Düzeltilmiş Taha Testi	17
3.2.6. Fligner Killeen Testi	17
3.2.7. Klotz Testi	18
3.2.8. Mood Test	18
3.2.9. Siegel Tukey Testi	18
3.2.10. Taha Testi	19
3.2.11. Talwar Gentle Testi	19
3.3. R Programında Varyans Homojenlik Testlerine İlişkin Kütüphaneler	19
<b>4. R PAKETİ İLE UYGULAMA</b>	<b>21</b>
4.1. Normal Dağılan Veride Varyans Homojenlik Testleri	21
4.1.1. Bartlett Testi	23
4.1.2. Cochran C Testi	23
4.1.3. Değiştirilmiş Z Varyans Testi	24
4.1.4. Fisher F Testi	24
4.1.5. G Testi	25
4.1.6. Hartley Testi	25
4.1.7. Levene Testi	27
4.1.8. O'Brien Testi	29
4.1.9. Z Varyans Testi	30
4.1.10. Ansari Bradley Testi	31
4.1.11. Capon Testi	31
4.1.12. David Barton Testi	32

4.1.13. Duran Testi	32
4.1.14. Düzeltilmiş Taha Testi	33
4.1.15. Fligner Killeen Testi	33
4.1.16. Klotz Testi	34
4.1.17. Mood Testi	34
4.1.18. Siegel Tukey Testi	35
4.1.19. Taha Testi	35
4.1.20. Talwar Gentle Testi	36
4.2. Normal Dağılmayan Veride Varyans Homojenlik Testleri	36
<b>5. BULGULAR</b>	40
5.1. Varyans Homojenliği Test İstatistiklerinin Tip I Hata Oranları	40
5.2. Varyans Homojenliği Test İstatistiklerinin Güç Değerleri	43
5.3. Tip I Hata ve Güç Değerlerinin Birlikte İncelenmesi	49
<b>6. TARTIŞMA VE SONUÇ</b>	52
<b>7. KAYNAKLAR</b>	54
<b>8. EKLER</b>	57
<b>EK-1:</b> Farklı Koşullar Altında Testlerin Tip I Hata Oranları ve Güç Değerleri	57
<b>EK-2:</b> Tez Çalışması Orijinallik Raporu	70
<b>EK-3:</b> Dijital Makbuz	71
<b>9. ÖZGEÇMİŞ</b>	72

## SİMGELER VE KISALTMALAR

<b>A</b>	Ansari Bradley testi
<b>B</b>	Bartlett testi
<b>CH</b>	Cochran C testi
<b>CP</b>	Capon testi
<b>D</b>	Duran testi
<b>DB</b>	David Barton testi
<b>F</b>	Fisher F testi
<b>FK</b>	Fligner Killeen testi
<b>G</b>	G testi
<b>H<sub>1</sub></b>	Hartley testi (ortalama)
<b>H<sub>2</sub></b>	Hartley testi (harmonik ortalama)
<b>H<sub>3</sub></b>	Hartley testi (maksimum grup gözlem sayısı)
<b>H<sub>4</sub></b>	Hartley testi (minimum grup varyansı)
<b>K</b>	Klotz testi
<b>L<sub>1</sub></b>	Levene testi (mutlak sapma ve ortalama)
<b>L<sub>2</sub></b>	Levene testi (karesel sapma ve ortalama)
<b>L<sub>3</sub></b>	Levene testi (mutlak sapma ve ortanca)
<b>L<sub>4</sub></b>	Levene testi (karesel sapma ve ortanca)
<b>L<sub>5</sub></b>	Levene testi (mutlak sapma ve kırılmış ortalama)
<b>L<sub>6</sub></b>	Levene testi (karesel sapma ve kırılmış ortalama)
<b>M</b>	Mood testi
<b>O<sub>1</sub></b>	O'Brien testi (ortalama)
<b>O<sub>2</sub></b>	O'Brien testi (ortanca)
<b>O<sub>3</sub></b>	O'Brien testi (kırılmış ortalama)
<b>ST</b>	Siegel Tukey testi
<b>T</b>	Taha testi
<b>T<sub>adj</sub></b>	Düzeltilmiş Taha testi
<b>TG</b>	Talwar Gentle testi
<b>Z</b>	Z Varyans testi
<b>Z<sub>mod</sub></b>	Değiştirilmiş Z Varyans testi

$\chi^2$	Ki kare dağılımı
$\gamma=0$	Normal dağılım
$\gamma=-0.5$	-0.5 parametrelili negatif çarpık dağılım
$\gamma=0.5$	0.5 parametrelili pozitif çarpık dağılım
$\gamma=-1$	-1 parametrelili negatif çarpık dağılım
$\gamma=1$	1 parametrelili pozitif çarpık dağılım
$\alpha$	Tip I Hata oranı
$1-\beta$	Güç değeri

## ŞEKİLLER

Şekil		Sayfa
2.1.	Varyans Homojenlik Testlerinin Kronolojik Sırası.	8
3.1.	Siegel Tukey $a_N, i$ Sıralama Skorları	18
8.1.	Parametrik Testlerin Tip I Hata Değerleri ( $n_1, n_2, n_3=6, 9, 15$ ve $10, 10, 10$ ).	61
8.2.	Parametrik Olmayan Testlerin Tip I Hata Değerleri ( $n_1, n_2, n_3=6, 9, 15$ ve $10, 10, 10$ ).	61
8.3.	Parametrik Testlerin Güç 1 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3=6, 9, 15$ ve $10, 10, 10$ ).	62
8.4.	Parametrik Olmayan Testlerin Güç 1 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3=6, 9, 15$ ve $10, 10, 10$ ).	62
8.5.	Parametrik Testlerin Güç 2 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3=6, 9, 15$ ve $10, 10, 10$ ).	63
8.6.	Parametrik Olmayan Testlerin Güç 2 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3=6, 9, 15$ ve $10, 10, 10$ ).	63
8.7.	Parametrik Testlerin Tip I Hata Değerleri ( $n_1, n_2, n_3=18, 27, 45$ ve $30, 30, 30$ ).	64
8.8.	Parametrik Olmayan Testlerin Tip I Hata Değerleri ( $n_1, n_2, n_3=18, 27, 45$ ve $30, 30, 30$ ).	64
8.9.	Parametrik Testlerin Güç 1 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3=18, 27, 45$ ve $30, 30, 30$ ).	65
8.10.	Parametrik Olmayan Testlerin Güç 1 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3=18, 27, 45$ ve $30, 30, 30$ ).	65
8.11.	Parametrik Testlerin Güç 2 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3=18, 27, 45$ ve $30, 30, 30$ ).	66
8.12.	Parametrik Olmayan Testlerin Güç 2 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3=18, 27, 45$ ve $30, 30, 30$ ).	66

<b>8.13.</b>	Parametrik Testlerin Tip I Hata Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 60, 90, 150$ ve $100, 100, 100$ ).	67
<b>8.14.</b>	Parametrik Olmayan Testlerin Tip I Hata Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 60, 90, 150$ ve $100, 100, 100$ ).	67
<b>8.15.</b>	Parametrik Testlerin Güç 1 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 60, 90, 150$ ve $100, 100, 100$ ).	68
<b>8.16.</b>	Parametrik Olmayan Testlerin Güç 1 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 60, 90, 150$ ve $100, 100, 100$ ).	68
<b>8.17.</b>	Parametrik Testlerin Güç 2 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 60, 90, 150$ ve $100, 100, 100$ ).	69
<b>8.18.</b>	Parametrik Olmayan Testlerin Güç 2 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 60, 90, 150$ ve $100, 100, 100$ ).	69



**TABLolar**

<b>Tablo</b>		<b>Sayfa</b>
<b>3.2.</b>	Varyans Homojenlik Testlerini İçeren R Paketlerinin Karşılaştırılması.	20
<b>4.1.</b>	Varyans Homojenlik Testleri Analiz Sonuçları.	39
<b>5.1.</b>	Farklı Koşullarda Tip I Hata Oranları ( $\sigma_1^2 = 1, \sigma_2^2 = 1, \sigma_3^2 = 1$ ).	42
<b>5.2.</b>	Farklı Koşullarda Güç Değerleri ( $\sigma_1^2 = 1, \sigma_2^2 = 2, \sigma_3^2 = 4$ ).	45
<b>5.3.</b>	Farklı Koşullarda Güç Değerleri ( $\sigma_1^2 = 1, \sigma_2^2 = \sqrt{2}, \sigma_3^2 = 2$ ).	48
<b>8.1.</b>	Testlerin Tip I Hata ve Güç Değerlerine İlişkin Benzetim Sonuçları.	57

## 1.GİRİŞ

Tek yönlü bağımsız grup tasarımları,  $k$  bağımsız gruptan elde edilen verilerin grup ortalamalarının benzerlikleri ya da farklılıkları hakkında çıkarım yapmak amacıyla istatistiksel testler uygulamak için oluşturulan deneysel tasarım modelidir. Bağımsız grup tasarımlarında tek yönlü testler, sağlık bilimleri, tarım üretim sistemleri, biyoloji, kalite kontrol, mühendislik, sosyal bilimler vb. alanlardaki deneylerde en sık kullanılan istatistiksel yöntemlerdir.

Tek yönlü bağımsız grup tasarımları üzerinde uygulanan istatistiksel testlerden en yaygın olarak kullanıldığı bilinen yöntemlerden biri, Tek Yönlü Varyans Analizi (ANOVA) yöntemidir. ANOVA,  $k$  bağımsız grubun ortalamaları arasında fark olup olmadığını test etmek için kullanılır. Testin uygulanabilmesi için temelde üç varsayım mevcuttur. Karşılaştırılacak grupların çekildiği evrenler normal dağılım göstermeli, karşılaştırılacak grupların evren varyansları homojen olmalı ve gruplar birbirinden bağımsız olmalıdır (1). Gerçek veride bu varsayımların aynı anda sağlanması her zaman mümkün olmayabilir. Bu varsayımların sağlanmadığı durumlarda Welch F, Alexander Govern, Brown Forsythe, Kruskal Wallis gibi alternatif testlerin kullanımı gerekmektedir (2). Dolayısıyla uygun testi belirleyebilmek adına varyans homojenliği önemli bir varsayım olmaktadır.

Varyans homojenliği, grupların çekildiği evrenlerin, bir yaygınlık ölçüsü olan varyanslarının benzer olup olmadığını test eder.  $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_k^2$ ,  $k$  gruba ilişkin evrenden alınan varyanslar olmak üzere, varyansların homojenliğini test etmek için yokluk hipotezi  $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \dots = \sigma_k^2$  şeklinde oluşturulur (3). Yokluk hipotezinde grup varyanslarının benzer olduğu ifade edilirken, alternatif hipotezde en az bir grubun varyansının diğerlerinden farklı olduğu ifade edilir.

Çalışma kapsamında 9'u parametrik ve 11'i parametrik olmayan, toplamda 20 varyans homojenlik testi, grup sayısının 2 ve üzeri olması durumlarında grup varyanslarının homojenliğini test etmek için incelenmiştir. İncelenen parametrik testler Bartlett (4), Cochran C (5), Değiştirilmiş Z Varyans (6) , Fisher F (7), G (8), Hartley (9), Levene (10), O'Brien (11) ve Z Varyans (12) testleri, parametrik olmayan testler Ansari Bradley (13), Capon (14), David Barton (15), Duran (16), Düzeltmiş

Taha (17), Fligner Killeen (17), Klotz (18), Mood (19), Siegel Tukey (20), Taha (21) ve Talwar Gentle (22) testleridir. Grup varyanslarının homojenliği test etmek amacıyla test istatistik değeri hesaplanarak ilgili istatistiğin tablo değeri ile karşılaştırılır. Bartlett (4), Ansari Bradley (13), Capon (14), David Barton (15), Duran (16), Düzeltilmiş Taha (17), Fligner Killeen (17), Klotz (18), Mood (19), Siegel Tukey (20), Taha (21) ve Talwar Gentle (22) testleri  $\chi^2$  dağılımına sahipken, Cochran C (5), Değiştirilmiş Z Varyans (6), Fisher F (7), G (8), Hartley (9), Levene (10), O'Brien (11) ve Z Varyans (12) testleri  $F$  dağılımına sahiptir. Bahsi geçen testlerin test istatistiği değerlerinin hesaplanmasına ilişkin formüller Gereç ve Yöntem bölümünde detaylı olarak sunulmuştur.

Testlere ilişkin hesaplama formülleri R programında fonksiyon olarak oluşturulmuştur. Oluşturulan fonksiyonlar R kütüphanesinde *vartest* paketi ile kullanıcılara açık kaynak olarak sunulmuştur. R kütüphanesinde varyansların homojenliğini test etmek için farklı paketler altında fonksiyonlar yer almaktadır. Ancak bu testlerin bir arada toplandığı bir R paketine rastlanılmamıştır. Bu nedenle varyans homojenlik testlerinin bir arada yer aldığı *vartest* paketi, sadece varyans homojenliğinin test edilmesi ve kullanıcılara erişim kolaylığı sağlanması amaçlanarak oluşturulmuş.

R için geliştirilen *vartest* paketinde yer alan 20 varyans homojenlik testinin, gerçek veri seti üzerinde uygulaması, bağımsız değişkenin grup sayısının 3 olduğu ve bağımlı değişkenin sürekli yapıda olduğu normal dağılıma uygun olan ve olmayan iki farklı veri seti üzerinde uygulanarak analiz sonuçları incelenmiştir.

Varyans homojenlik testlerinin performans değerlendirmesi, Monte Carlo benzetim çalışması yapılarak elde edilen Tip I Hata oranlarının ve güç değerlerinin karşılaştırılmasıyla gerçekleştirilmiştir. Eşit ve farklı varyans koşulu altında denemeler gerçekleştirilmiştir. Grup sayısı 3 olarak alınmış, örneklem büyüklüklerinin dengeli ya da dengesiz olması durumuna göre normal ( $\gamma=0$ ), negatif çarpık ( $\gamma=-0.5$  ve  $\gamma=-1$ ) ve pozitif çarpık ( $\gamma=0.5$  ve  $\gamma=1$ ) dağılımlar için oluşturulan senaryolar 10000 kez tekrarlanarak analizler gerçekleştirilmiştir.

Çalışmanın ikinci bölümü olan Genel Bilgiler bölümünde testlerin tarihçesinden, gelişiminden ve uygulama alanlarından bahsedilmiştir. Üçüncü bölüm olan Gereç ve Yöntem bölümünde çalışma kapsamında incelenen 20 test açıklanmış ve hesaplama formülleri anlatılmıştır. Dördüncü bölümde, R Paketi ile Uygulama başlığı altında *vartest* paketi ve gerçek veri üzerinde yapılan uygulamalara yer verilmiştir. Beşinci bölümde Bulgular başlığı altında Monte Carlo benzetim çalışması gerçekleştirilmiştir. Son olarak çalışma sonuçları Tartışma ve Sonuç bölümünde değerlendirilmiştir.

## 2. GENEL BİLGİLER

Varyans homojenliği kavramına, istatistik biliminde teorik bir temel olarak Ronald A. Fisher'in çalışmalarında rastlanılmaktadır. Cochran (7), varyans analizi konusunda ilk makalenin 1923 yılında Fisher ve Mackenzie tarafından yayınladığını ve varyansların homojenliği testinin  $F$  testi adıyla anıldığını söylemiştir.

Grup varyanslarının homojenliğinin test edilmesinde sık kullanılan Bartlett testi, 1937 yılında Bartlett tarafından önerilmiştir (4). Gruplardaki örnek büyüklüğünün dengeli olma koşulu yoktur. Normal dağılımından sapmalara karşı duyarlı olan bu testte örnek büyüklüğü küçüldükçe, testin istatistiksel gücünün düştüğü gözlemlenmiştir (23).

Cochran C testi 1941 yılında Cochran tarafından önerilmiştir (5). Test istatistiği, grup varyanslarından en büyüğünün toplam varyansa oranlanmasıyla hesaplanır. Cochran C testinin uygulanabilmesi için gruplardaki örneklem büyüklüğünün dengeli olması ön koşulu vardır, ancak grupların örneklem büyüklüğüne ilişkin dengesiz bir tasarım durumu olduğunda serbestlik derecesinin hesaplanabilmesi, grup gözlem değerlerinin aritmetik ortalaması alınarak mümkün olmakla birlikte, bu çalışmada da aritmetik ortalama hesabı dahil edilmiştir (24).

$F_{MAX}$  testi olarak da anılan Hartley testi, 1950 yılında Hartley tarafından geliştirilmiştir (9). Cochran C testinde olduğu gibi, testin uygulanmasında grupların örnek büyüklüklerinin dengeli olma koşulu vardır. Ancak, dengesiz bir tasarımda serbestlik derecelerinin hesaplanabilmesi için, en büyük grubun gözlem sayısı, en küçük grubun gözlem sayısı, grup gözlem sayılarının harmonik ortalaması veya grup gözlem sayılarının aritmetik ortalaması olmak üzere bu dört değerden herhangi biri kullanılabilir (25,26). Bu çalışma kapsamında bahsedilen dört değer, *vartest* paketinde yer alan Hartley's Maximum F-Ratio testinin fonksiyonuna dahil edilmiştir.

Gözlem değerlerinin sıralanmasıyla elde edilen sıra istatistiği temeline dayanan Mood testi, 1954 yılında Mood tarafından önerilmiştir (19). Grupların ortanca değerlerini kullanarak, grup varyanslarının homojenliğini test eder. Sıra skorları hesaplanırken sıra değerinden ortanca değerinin çıkarılıp karesinin alınmasıyla,

gözlem değerlerinin oluşturduğu negatif ve pozitif sapmaların dengesi sağlanmaktadır (27). İlk olarak iki grubun ortanca değerlerinin karşılaştırmasında kullanılan bu testin, daha sonraki yıllarda Conover ve ark. (28) tarafından k grubun ortancalarının karşılaştırılmasında kullanılan genelleştirilmiş bir formu bulunmaktadır. Bu çalışma kapsamında yapılan ilgili testin fonksiyonunda grup örneklem büyüklüğünün iki veya daha fazla olması durumunda hesaplama yapılabilmektedir.

İlk olarak 1957 yılında Freund ve Ansari (13) tarafından geliştirilen, literatürde Ansari Bradley testi adıyla anılan testin, 1958 yılında David ve Barton ile 1960 yılında Ansari ve Bradley tarafından önerilen çeşitli varyasyonları bulunmaktadır. Sıra istatistiği temeline dayalı Ansari Bradley testinin sıra skorları, dışarıdan merkeze doğru artan ve merkezden dışarı doğru azalan üçgen bir dizilimde önerilmiştir. Sıra skorlarının dışarıdan merkeze doğru azalan ve merkezden dışarı doğru artan üçgen dizilimle önerildiği David Barton testinin, Ansari Bradley testi ile eş değer güce sahip olduğu belirtilmiştir (27). Bu iki testin önerildiği yıllarda, Siegel ve Tukey (20) tarafından 1960 yılında tanıtılan Siegel Tukey testi için sıra skorları, uçlarda küçük ve merkeze doğru büyümekte olan bir dizilimde oluşturulmuştur. Uygulamada Ansari Bradley ve David Barton testinin sonuçları eşit, Siegel Tukey testi sonuçlarının da bu iki teste çok yakın olduğu görülmüştür. Conover ve ark. (28), bahsi geçen üç testin aynı olduğunu söyleyerek, yaptıkları çalışmada sadece Ansari Bradley test sonuçlarını değerlendirmiş, David Barton ve Siegel Tukey testlerine ilişkin analiz sonuçlarını değerlendirmemişlerdir. Bu çalışma kapsamında, üç teste de *vartest* paketinde ayrı ayrı yer verilmiş olup, gerçek veri seti ile yapılan uygulamada analiz sonuçları incelenmiştir.

1960 yılında Levene (10) tarafından geliştirilen, varyans homojenliğinin test edilmesinde yaygın olarak kullanılan Levene testinin, gruplardaki gözlem sayılarının eşit olmadığında kullanılması önerilmiştir. Testin hesaplanmasında birbirine benzer mantıkla, mutlak sapma ve karesel sapma olarak iki farklı yöntem geliştirilmiştir. Mutlak sapma yönteminde her bir gözlem değerinden ait olduğu grubun ortalama değeri çıkarılıp mutlak değerinin alınmasıyla hesaplama yapılırken, karesel sapma yönteminde gözlem değerinin ait olduğu grubun ortalama değerinden farkının karesi elde edilerek hesaplama yapılmaktadır. Normal dağılıma uygun olmayan verilerde,

Levene testinin Tip I Hatasının yüksek olduğu belirtilmiştir (29). 1974 yılında Brown ve Forsythe tarafından Levene testinin düzeltilmiş iki farklı varyasyonunu önerilmiştir. Literatürde Brown Forsythe testi olarak anılan birinci varyasyonda grup ortalaması yerine ortanca değeri kullanılarak, ikinci varyasyon olan Düzeltilmiş Levene testinde ise ilk varyasyondan farklı olarak ortanca değeri yerine kırılmış ortalama kullanılarak mutlak sapmalar veya karesel sapmalar hesaplanmaktadır (24). Çalışma kapsamında oluşturulan *vartest* paketinde Levene testi için mutlak sapma ve karesel sapma yöntemleri ile hesaplama yapılmaktadır. Ayrıca Brown Forsythe tarafından geliştirilen, grup ortalaması yerine ortanca değeri ve kırılmış ortalama değerlerinin yer aldığı varyasyonlara ilişkin hesaplamalar da *vartest* paketine dahil edilmiştir.

Capon testi, sıralama skorlarının standart normal dağılıma göre normalize edilmiş değerlerini kullanarak optimum güce sahip puanların hesaplandığı, sıra istatistiği temeline dayalı 1961 yılında Capon tarafından geliştirilen varyans homojenlik testidir. Capon testine asimptotik olarak eş değer olan ve Capon'a yakın bir tarihte önerilen Klotz testi, 1962 yılında Klotz (18), tarafından geliştirilmiş olup, sıra skorlarının hesaplanmasında standart normal dağılım fonksiyonu kullanılmaktadır.

Taha, 1964 yılında Taha testini geliştirirken, sıra skorlarının hesaplanmasında sıra değerlerinin yerine, değerlerin karelerini kullanma fikrini önermiştir. Literatürde kareli sıralar testi olarak da adlandırılan bu teste benzer bir yaklaşımla 1971 yılından Duran (16) tarafından farklı bir varyasyon önerilmiştir. Duran testi olarak bilinen bu testte, Taha testinden farklı olarak sıra skorları hesaplanırken, gözlem değerlerinin mutlak değerlerinin karesi alınarak hesaplama yapılmaktadır. Bu iki test gözlem değerleri pozitif olduğunda aynı sonuçları vermekte, fakat gözlemlerde negatif değer olduğunda Duran testindeki mutlak hesaplardan dolayı sonuçlar farklılaşmaktadır. Daha sonraki yıllarda, bu iki teste alternatif olarak Fligner ve Killeen tarafından Düzeltilmiş Taha testi önerilmiştir. Fligner ve Killeen (17), 1976 yılında yaptığı çalışmada, gözlem değerlerinden grup ortancalarının farklarının mutlak değerlerine sıra değeri atamış ve bu değerlerin karesini alarak sıra skorlarını hesaplamışlardır.

Overall ve Woodward 1974 yılında, temeli Fisher ve Yates'in 1963 yılında yapılan çalışmasına dayanarak Z Varyans testini önermiştir. Bu test normal dağılıma uygun verilerde güçlü sonuçlar vermektedir. Ancak örneklem dağılımlarının leptokurtik derecede basık veya çarpık bir dağılıma sahip olması, testin Tip I Hatasının artmasına neden olmaktadır (12). Leptokurtik veya çarpık dağılım olduğunda, Tip I Hatayı azaltmak için Overall ve Woodward 1976 yılında Değiştirilmiş Z Varyans yaklaşımı ile yeni bir test önermişlerdir. Değiştirilmiş Z Varyans testinde grup varyanslarının homojenliğini test etmek amacıyla, regresyon kullanarak örneklem büyüklüğü, çarpıklık ve basıklık değerlerine dayanan bir c değeri hesaplanmaktadır (6).

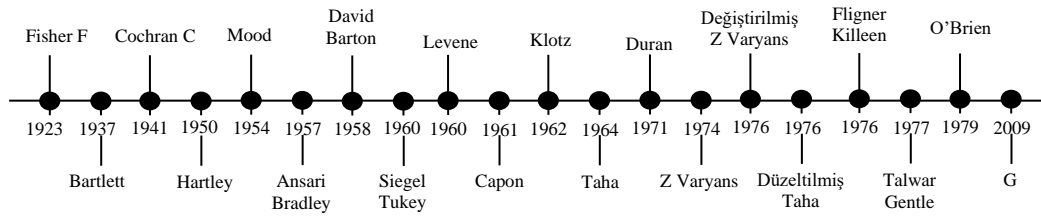
Fligner Killeen testi standart normal dağılım fonksiyonu kullanılarak sıralama skorlarının hesaplandığı, Fligner ve Killeen tarafından 1976 yılında geliştirilen parametrik olmayan varyans homojenlik testidir. Fligner ve Killeen yaptığı çalışmada, Ansari Bradley, Mood ve Klotz testlerine benzer olarak lineer sıra istatistiği temeline dayalı olarak önerdikleri bu testte, küçük örneklem grubunda uygulandığında testin gücünün yüksek olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca dengeli örneklem büyüklüğünde testin kullanımının uygun olduğunu, dengesiz örnek büyüklüğünde ise tutarlı sonuçların elde edileceğini önermişlerdir (17). Fligner Killeen testine yakın tarihte geliştirilen, sıra istatistiği temeline dayalı bir başka varyans homojenlik testi de Talwar Gentle testidir. Bu test, 1977 yılında Talwar ve Gentle tarafından önerilmiştir. Talwar ve Gentle yaptıkları Monte Carlo benzetim çalışmasında, dengeli ve dengesiz örneklem büyüklüklerine sahip çeşitli dağılımlar üzerinde geliştirdikleri testin gücüne ilişkin çıkarımlar yapmışlardır. Sonuç olarak normal ve uniform dağılımda testin gücünün yüksek olduğunu belirtmişlerdir (22).

O'Brien testi, gözlem değerlerinin dönüştürülerek, test istatistiğinin hesaplanmasında ortalama, kırılmış ortalama veya ortanca değerlerinin kullanıldığı O'Brien tarafından 1979 yılında geliştirilen parametrik varyans homojenlik testidir (11). Abdi (30), çalışmasında O'Brien testinin diğer testlere göre esnek ve standart varyans analizi tasarımlarıyla uyumlu olduğunu, ayrıca bu testin Tip I ve Tip II hatalarını en aza indirdiği için optimal bir test olduğunu belirtmiştir.



G testi, 2009 yılında Cochran C testinin genelleştirilmiş bir varyasyonu olarak 't Lam tarafından önerilen parametrik varyans homojenlik testidir. 't Lam yaptığı çalışmada, grup varyanslarına ilişkin aykırı değerler olduğunda Cochran C testinin yeteriz olduğunu savunmuş, alternatif olarak G testini önermiştir. G testinin düşük varyanslardan kaynaklanan etkilerini tespit etmede Cochran C testine göre etkili olduğunu belirtmiştir (8).

Yukarıda açıklanan ve çalışma kapsamında incelenen 20 farklı varyans homojenlik testine ait kronolojik bilgileri Şekil 2.1.'de gösterilmiştir.



**Şekil 2.1.** Varyans Homojenlik Testlerinin Kronolojik Sırası.

Varyans homojenliğini test etmeye yönelik literatürde çok sayıda test geliştirilmiştir. Farklı koşullarda hangi varyans homojenlik testinin kullanılacağına karar vermek amacıyla, çeşitli araştırmacılar tarafından varyans homojenlik testleri Tip I Hata ve istatistiksel güç bakımından incelenmiştir.

Wang ve ark. (24), 2017 yılında yaptıkları bir çalışmada, ANOVA modellerinde varyansın homojenliği varsayımı için normal dağılıma sahip olan ve olmayan dağılımlarda 14 parametrik varyans homojenlik testinin performansını I. Tür Hata ( $\alpha$ ) ve testin gücü ( $1-\beta$ ) açısından değerlendirmişlerdir. Çalışma temelde, farklı koşullar altında varyans homojenlik testlerinin I. Tür Hata oranları ve istatistiksel güçlerinin yeterliliklerinin incelenmesi ile aynı koşullar altında varyans homojenlik testlerinin, I. Tür Hata oranlarının ve istatistiksel güçlerinin karşılaştırılmasına yönelik iki varsayımı incelemiştir.

Benzer bir çalışma 2012 yılında Gorbunova ve Lemeshko tarafından gerçekleştirilmiştir. Gorbunova ve Lemeshko (3), varyansların benzer olduğu hipotezini test etmek için kullanılacak birçok test olduğunu, parametrik testlerin

normal dağılımdan sapmalara karşı duyarlı olduğunu ancak parametrik olmayan yöntemlere göre daha güçlü olduklarını belirtmişlerdir. Parametrik varyans homojenlik testlerinin uygulanabilmesi için temel varsayım örneklerin normal dağılıma sahip olmasıdır. Bu varsayımın her zaman sağlanamaması, elde edilen sonuçların geçerliliği hakkında yanılığa düşülmesine neden olur. Bu çalışmada, parametrik yöntemlerden Bartlett (4), Cochran C (5), Değiştirilmiş Z Varyans (6), Fisher F (7), G (8), Hartley (9), Levene (10), O'Brien (11) ve Z Varyans (12) testleri, parametrik olmayan yöntemlerden Ansari Bradley (13), Capon (14), David Barton (15), Duran (16), Düzeltilmiş Taha (17), Fligner Killeen (17), Klotz (18), Mood (19), Siegel Tukey (20), Taha (21) ve Talwar Gentle (22) testleri ele alınmıştır.

### 3. GEREÇ VE YÖNTEM

#### 3.1. Parametrik Varyans Homojenlik Testleri

$i = 1, 2, \dots, k$  ve  $j = 1, 2, \dots, n_i$  için, ortalamaları  $\mu_i$  ve varyansları  $\sigma_i^2$  olan, evrenden alınan  $n_i$  büyüklüğünde bağımsız rastgele örnekler ( $X_{ij}$ ) olsun.  $X_{ij}$ 'lerin normal dağıldığı durumlarda parametrik varyans homojenlik testleri uygulanmaktadır. Varyans homojenliğinin test edilmesinde literatürde çok sayıda test vardır. Bunlardan bazıları bu bölümde açıklanmıştır.

##### 3.1.1. Bartlett Testi

Bartlett testinin test istatistiği değeri Formül 3.1. kullanılarak hesaplanır:

$$\chi^2 = \frac{(N - k) \log \left[ \frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) S_i^2}{(N - k)} \right] - \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \log(S_i^2)}{1 + \frac{\left( \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i - 1} \right) - \frac{1}{(N - k)}}{3(k - 1)}} \quad (3.1.)$$

Bartlett testi  $k - 1$  serbestlik dereceli  $\chi^2$  dağılımına sahiptir. Formülde yer alan  $n_i$   $i$ . grubun gözlem sayısı,  $k$  grup sayısı,  $N$  toplam gözlem sayısı,  $S_i^2$ ,  $i$ . grubun varyansıdır. Lee ve ark. (31), Bartlett testinin normallikten sapmalara karşı daha az duyarlı olmasından dolayı, bu durumlarda Levene, Brown Forsythe ve O'Brien testlerinin kullanılmasını önermişlerdir.

##### 3.1.2. Cochran C Testi

Cochran C testinin test istatistiği değeri en büyük grubun varyansının grup varyanslarının toplamına bölünmesiyle, Formül 3.2. kullanılarak elde edilir:

$$C = \frac{S_{max}^2}{\sum_{i=1}^k S_i^2} \quad (3.2.)$$

Test istatistiğinde yer alan  $S_{max}^2$  en büyük grup varyansı,  $k$  grup sayısı,  $S_i^2$ ,  $i$ . grubun varyansıdır. Cochran Kritik C değeri Formül 3.3. ile hesaplanır:

$$Kritik C = \frac{1}{1 + \frac{k-1}{F_{\frac{\alpha}{k}, (ni-1), (k-1)(ni-1)}}} \quad (3.3.)$$

$F$  dağılımı,  $\alpha/k$  ile  $n_i - 1$  ve  $(k - 1)(n_i - 1)$  serbestlik derecelerine sahiptir. Formülde yer alan  $n_i$   $i$ . grubun gözlem sayısı ve  $k$  grup sayısıdır. Test istatistiği kritik değerden büyük olduğunda yokluk hipotezi reddedilir. Grupların örneklem büyüklüğü dengesiz bir tasarımda olduğunda, serbestlik derecesini belirlemek üzere  $n_i$ 'lerin aritmetik ortalaması kullanılabilir (24).

### 3.1.3. Değiştirilmiş Z Varyans Testi

Z Varyans testinin, normal dağılımdan sapmalara karşı oldukça duyarlı olduğu belirtilmiş ve örneklerin normal dağılımdan saptığı durumlarda  $Z_i$  değerlerinin tutarlı kalmasını sağlayan uygun bir  $c$  değeri belirlemek için çeşitli çalışmalar yürütülmüştür (6). Değiştirilmiş Z Varyans testinde, örneklem büyüklüğü, çarpıklık ve basıklık gibi faktörlerden türetilen bir  $c$  değeri, varyans homojenliğini incelemek için formüle edilmiştir. Yeni  $c$  değeri Formül 3.4. kullanılarak hesaplanır:

$$c_i = 2.0 \left( \frac{2.9 + \frac{0.2}{n_i}}{\bar{K}} \right)^{\frac{1.6(n_i - 1.8K_i + 14.7)}{n_i}} \quad (3.4.)$$

Formülde yer alan  $\bar{K}$  tüm örnekler için basıklık değerlerinin ortalaması,  $K_i$   $i$ . grubun basıklık değeri,  $n_i$   $i$ . grubun gözlem sayısıdır. Basıklık değerinin hesaplanmasında kullanılan  $\bar{X}_i$   $i$ . grubun ortalaması,  $S_i^2$   $i$ . grubun varyansı olup, basıklık değerine ilişkin hesaplamalar Formül 3.5. ve 3.6.'da gösterilmiştir:

$$K_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (G_{ij})^4}{n_i - 2} \quad (3.5.)$$

$$G_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_i}{\sqrt{\frac{n_i - 1}{n_i} S_i^2}} \quad (3.6.)$$

### 3.1.4. Fisher F Testi

Fisher F Testi,  $n_1$  ve  $n_2$  örneklem büyüklüğüne sahip iki grup için uygulanan varyans homojenlik testidir (3). Test istatistiği Formül 3.7. kullanılarak hesaplanır:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad (3.7.)$$

Test istatistiği  $n_1 - 1$  ve  $n_2 - 1$  serbestlik dereceli F dağılımına sahiptir.  $S_1^2$  ve  $S_2^2$  grup varyanslarıdır. Fisher F testi  $k$  grup için uygulandığında, test istatistiği değeri büyük varyansın küçük varyansa bölünmesiyle elde edilir. Bu durumda  $n_1$  değeri büyük varyanslı grubun,  $n_2$  değeri ise küçük varyanslı grubun gözlem sayısıdır.

### 3.1.5. G Test

G testinin test istatistiği hesaplanırken, en büyük varyans ile serbestlik derecesinin çarpımının, her bir varyans ile serbestlik derecesinin çarpımlarının toplamına oranı kullanılır (8). Test istatistiği değeri kritik değerden büyük olduğunda yokluk hipotezi reddedilir. Test istatistiği Formül 3.8. kullanılarak hesaplanır:

$$G = \frac{V_{max} S_{max}^2}{\sum V_i S_i^2} \quad (3.8.)$$

$V_{max}$  büyük varyanslı grubun serbestlik derecesi,  $S_{max}^2$  varyansı en büyük olan grup,  $V_i$   $i$ . grubun serbestlik derecesi ve  $S_i^2$   $i$ . grubun varyansıdır. Kritik G değeri, Formül 3.9. kullanılarak elde edilir:

$$Kritik G = \frac{1}{1 + \frac{V_{pool}/V_{max} - 1}{F_{\frac{\alpha}{k}, (\bar{n}_i - 1), (k-1)(\bar{n}_i - 1)}}} \quad (3.9.)$$

$k$  grup sayısı,  $\bar{n}_i$  her grubun gözlem sayısının ortalaması,  $V_{pool} = \sum_{i=1}^k V_i$ ,  $F$  dağılımı  $\alpha/k$  ile  $\bar{n}_i - 1$  ve  $(k - 1)(\bar{n}_i - 1)$  serbestlik derecelerine sahiptir.

### 3.1.6. Hartley Testi

Hartley testinin test istatistiği, en büyük grubun varyansının en küçük grubun varyansına bölünmesiyle, Formül 3.10. kullanılarak hesaplanır:

$$F_{max} = \frac{S_{max}^2}{S_{min}^2} \quad (3.10.)$$

Formülde yer alan  $S_{max}^2$  en büyük grubun varyansı ve  $S_{min}^2$  en küçük grubun varyansıdır. Kritik F değerine,  $k$  grupta,  $n_i - 1$  serbestlik dereceli, literatürde yer alan Hartley tablosundan bakılır. Burada yer alan  $n_i$  değeri en küçük varyanslı grubun gözlem sayısıdır. Grupların örneklem büyüklüğü dengesiz olduğunda Hartley testi kesin sonuçlar vermeyebilir (25). Bhandary ve Dai (26)'ye göre grupların örneklem büyüklüğü dengesiz bir tasarımda olduğunda, serbestlik derecesini hesaplarken maksimum veya minimum  $n_i$  kullanılabilir. Nguyen ve Pham (25)'a göre ise serbestlik dereceleri için  $n_i$ 'nin aritmetik veya harmonik ortalamaları kullanılabilir. Eğer test istatistiği değeri kritik değerden büyükse yokluk hipotezi reddedilir (3). Her grubun normal dağılması ve örneklem büyüklüğünün dengeli olması Hartley testinin temel varsayımlarıdır.

### 3.1.7. Levene Testi

Levene testinin test istatistiği değeri Formül 3.11. kullanılarak hesaplanır:

$$L = \frac{(N - k) \sum_{i=1}^k n_i (\bar{Z}_i - \bar{Z}_{..})^2}{(k - 1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Z_{ij} - \bar{Z}_i)^2} \quad (3.11.)$$

Levene testi,  $(k - 1)$  ve  $(N - k)$  serbestlik dereceli  $F$  dağılımına sahiptir. Formülde yer alan  $n_i$   $i$ . grubun gözlem sayısı,  $k$  grup sayısı,  $N$  toplam gözlem sayısıdır.  $\bar{Z}_i$  her  $i$ . grubun  $Z_{ij}$  değerlerinin ortalaması,  $\bar{Z}_{..}$  ise  $Z_{ij}$  değerlerinin ortalamasıdır.  $Z_{ij}$  değerleri  $Z_{ij} = |X_{ij} - \bar{X}_i|$  veya  $Z_{ij} = (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$  olarak hesaplanır.  $Z_{ij}$  değerleri hesaplanırken  $\bar{X}_i$  yerine ortanca veya kırpılmış ortalama değerleri de kullanılabilir.

$Z_{ij}$  hesaplanırken ortalama yerine ortanca kullanıldığında, test Brown Forsythe testi olarak adlandırılır. Brown ve Forsythe (1974) tarafından geliştirilen bu test, evren dağılımı çarpık olduğundan Levene testinden daha güçlü sonuçlar vermektedir (24).

### 3.1.8. O'Brien Testi

O'Brien testinin test istatistiğini hesaplamak için ilk olarak  $X_{ij}$  değerlerinin dönüştürülmesiyle, Formül 3.12. kullanılarak  $V_{ij}$  değerleri elde edilir:

$$V_{ij} = \frac{(n_i - 1.5)n_i(X_{ij} - \bar{X}_i)^2 - 0.5S_i^2(n_i - 1)}{(n_i - 1)(n_i - 2)} \quad (3.12.)$$

Formülde  $S_i^2$   $i$ . grubun varyansı,  $n_i$   $i$ . grubun gözlem sayısıdır.  $\bar{X}_i$   $i$ . grubun ortalaması olup, kırılmış ortalama veya ortanca olarak da kullanılabilir. Test istatistiği Formül 3.13. kullanılarak hesaplanır:

$$OB = \frac{(N - k) \sum_{i=1}^k n_i (\bar{V}_i - \bar{V})^2}{(k - 1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (V_{ij} - \bar{V}_i)^2} \quad (3.13.)$$

O'Brien testi  $k - 1$  ve  $N - k$  serbestlik dereceli  $F$  dağılımına sahiptir.  $k$  grup sayısı,  $N$  toplam gözlem sayısıdır  $\bar{V}_i$  ve  $\bar{V}$  Formül 3.14. ve 3.15. ile elde edilir:

$$\bar{V}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} V_{ij}}{n_i} = S_i^2 \quad (3.14.)$$

$$\bar{V} = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} V_{ij}}{N} \quad (3.15.)$$

### 3.1.9. Z Varyans Testi

Overall ve Woodward (12), Z Varyans testinin normal dağılım gösteren veriler için çok iyi performans gösterdiğini bulmuştur. Bu test, büyük serbestlik dereceli ki kare istatistiklerini standart normal dağılımın z skorlarına dönüştürür. Test istatistiği Formül 3.16., z skorları dönüşüm hesaplamaları Formül 3.17., 3.18. ve 3.19. kullanılarak hesaplanır:

$$V = \frac{\sum_{i=1}^k Z_i^2}{k-1} \quad (3.16.)$$

$$Z_i = \sqrt{\frac{c_i(n_i - 1)S_i^2}{HKO}} - \sqrt{c_i(n_i - 1) - \frac{c_i}{2}} \quad (3.17.)$$

$$c_i = 2 + \frac{1}{n_i} \quad (3.18.)$$

$$HKO = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{N - k} \quad (3.19.)$$

Formülde yer alan  $n_i$   $i$ . grubun gözlem sayısı,  $k$  grup sayısı,  $N$  toplam gözlem sayısı,  $\bar{X}_i$   $i$ . grubun ortalaması,  $S_i^2$   $i$ . grubun varyansıdır. Örneklem normal dağılıma sahip ve yokluk hipotezi doğru olduğunda, test istatistiği örneklem büyüklüğüne bağlı olmaz ve yaklaşık olarak  $(k-1)$ ,  $\infty$  serbestlik dereceli  $F$  dağılımına sahiptir (3).

### 3.2. Parametrik Olmayan Varyans Homojenlik Testleri

$i = 1, 2, \dots, k$  ve  $j = 1, 2, \dots, n_i$  için, ortalamaları  $\mu_i$  ve varyansları  $\sigma_i^2$  olan, evrenden alınan  $n_i$  büyüklüğünde bağımsız rastgele örnekler  $(X_{ij})$  olsun.  $X_{ij}$ 'lerin normal dağıldığı durumda varyansların homojen olduğu hipotezi parametrik varyans homojenlik testleri ile test edilirken, normal dağılmadığı durumda varyans homojenliği için parametrik olmayan varyans homojenlik testleri uygulanmaktadır. Parametrik olmayan varyans homojenlik test türlerinin temelinde değişkenler sıralanarak analiz edilir. Farklı yöntemler ile  $a_{N,i}$  sıralama skorları hesaplanmakta olup, ki kare testi ile Formül 3.20. kullanarak test istatistiği değerleri elde edilir:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{A}_i - \bar{a})^2 / V^2 \quad (3.20.)$$

Formülde yer alan  $N$  ise gözlem sayısını  $\bar{A}_i$   $i$ . grubun sıralama skorlarının ortalama değeri,  $\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^n a_{N,i}}{N}$  genel ortalama ve  $V^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (a_{N,i} - \bar{a})^2}{N-1}$  varyans kullanılarak ki kare test istatistik değerine ulaşılır. Elde edilen test istatistiği,  $k - 1$  serbestlik dereceli ki kare dağılım tablosundaki değer ile karşılaştırılır.



### 3.2.1. Ansari Bradley Testi

Ansari Bradley testinin sıralama skorları, üçgen şekline benzer. Dışarıdan içeri doğru artarak devam eden, merkezi noktada tekrar azalan bir dizilime sahiptir. Formül 3.21. kullanılarak hesaplanır:

$$a_{N,i} = \frac{N+1}{2} - \left| i - \frac{N+1}{2} \right| = 1,2,3 \dots, 3,2,1 \quad (3.21.)$$

Formülde yer alan  $i$  sıra numaralarını,  $N$  ise gözlem sayısını tanımlamaktadır.

### 3.2.2. Capon Testi

Capon testi, skorların standart normal dağılıma göre normalize edilmiş değerlerini kullanarak optimum güce sahip puanlar hesaplar. Conover ve ark. (28)'a göre alternatif sıra testleri arasında en güçlü testtir. Capon testinin sıralama skorları, Formül 3.22. kullanılarak hesaplanır:

$$a_{N,i} = [E(Z_{N,i})]^2 \quad (3.22.)$$

$Z_{N,i}$ ,  $N$  büyüklüğündeki örneklemin  $i$ . sıra numaralarının standart normal dağılıma göre normalize edilmiş değerleridir.

### 3.2.3. David Barton Testi

David Barton testinin sıralama skorları, dışarıdan içeri doğru azalarak devam eden, merkezi noktada tekrar artan bir dizilime sahiptir. Gibbons ve Chakraborti (27), David Barton testinin Ansari Bradley testi ile temelde eş değer olduğunu belirtmişlerdir. David Barton testinin sıralama skorları, Formül 3.23. kullanılarak hesaplanır:

$$a_{N,i} = \left| i - \frac{N+1}{2} \right| + \frac{1}{2 - N \pmod{2}} = \dots, 3,2,1,1,2,3, \dots \quad (3.23.)$$

Formülde yer alan  $i$  sıra numaralarını,  $N$  ise gözlem sayısını tanımlamaktadır.

### 3.2.4. Duran Testi

Taha testine benzer bir yaklaşımla, kareli sıralar testinin bir varyasyonu önerilmiştir (32). Sıralama skorları,  $X_{ij}$ 'lerin mutlak değerlerinin sıralanmasıyla elde edilen skorların karesi alınarak Formül 3.24.'te gösterildiği gibi hesaplanır:

$$a_{N,i} = i^2 \quad (3.24.)$$

Formülde yer alan  $i$  sıra numaralarını tanımlamaktadır.

### 3.2.5. Düzeltilmiş Taha Testi

Taha ve Duran testlerine alternatif yaklaşımla önerilen Düzeltilmiş Taha testinin sıralama skorları, gözlem değerlerinden grup ortancalarının çıkarılmasıyla  $|X_{ij} - \tilde{X}_i|$  elde edilen skorların karesi alınarak, Formül 3.25.'te gösterildiği gibi hesaplanır:

$$a_{N,i} = i^2 \quad (3.25.)$$

Formülde yer alan  $i$  sıra numaralarını,  $N$  ise gözlem sayısını tanımlamaktadır.

### 3.2.6. Fligner Killeen Testi

Fligner Killeen testi sıralama skorları, Talwar Gentle testine benzer biçimde standart normal dağılım fonksiyonu ( $\Phi(x)$ ) kullanılarak hesaplanır. Sıra numaraları, gözlem değerlerinin grup ortancalarından farkının mutlak değerlerinin sıralanmasıyla elde edilir. Fligner Killeen testinin sıralama skorları, Formül 3.26. kullanılarak hesaplanır:

$$a_{N,i} = \Phi^{-1} \left( \frac{1}{2} + \frac{i}{2(N+1)} \right) \quad (3.26.)$$

Formülde yer alan  $i$  sıra numaralarını,  $N$  ise gözlem sayısını tanımlamaktadır.

### 3.2.7. Klotz Testi

Klotz testi, standart normal dağılım fonksiyonu ( $\Phi(x)$ ) kullanılarak sıralama skorlarının hesaplandığı, Klotz tarafından 1962 yılında geliştirilen parametrik olmayan varyans homojenlik testidir. Conover ve ark. (28) tarafından küçük örneklem boyutları için daha az güce sahip olduğunu ve Capon testi ile asimptotik olarak eş değer olduğunu belirtmişlerdir. Klotz testinin sıralama skorları, Formül 3.27. kullanılarak hesaplanır:

$$a_{N,i} = \left[ \Phi^{-1} \left( \frac{i}{N+1} \right) \right]^2 \quad (3.27.)$$

Formülde yer alan  $i$  sıra numaralarını,  $N$  ise gözlem sayısını tanımlamaktadır.

### 3.2.8. Mood Test

Mood testi, bağımsız iki örnek dağılımlarının yokluk hipotezi altında benzer olduğu varsayımını kontrol etmek için geliştirilmiştir.  $k$  bağımsız örnek grubu üzerinde uygulanabilmesi Conover ve ark. (28) tarafından genelleştirilmiştir. Sıralama skorları Formül 3.28. kullanılarak elde edilir:

$$a_{N,i} = \left( i - \frac{N+1}{2} \right)^2 = \dots, 9, 4, 1, 0, 1, 4, 9, \dots \quad (3.28.)$$

Formülde yer alan  $i$  sıra numaralarını,  $N$  ise gözlem sayısını tanımlamaktadır.

### 3.2.9. Siegel Tukey Testi

Siegel Tukey testinin sıralama skorları uçlarda küçük olup, merkeze doğru büyümekte olan bir dizilime sahiptir.  $N$  gözlem sayısı çift ise  $i$  sıra numarasına göre  $a_{N,i}$  sıralama skorları Şekil 3.1.'de gösterilmiştir.

$i$	1	2	3	4	5	...	$N/2$	...	$N-4$	$N-3$	$N-2$	$N-1$	$N$
$a_{N,i}$	1	4	5	8	9	...	$N$	...	10	7	6	3	2

Şekil 3.1. Siegel Tukey  $a_{N,i}$  Sıralama Skorları (27).

Eğer  $N$  gözlem sayısı tekse, dizilimin ortasındaki gözlem atılır ve azaltılmış  $N$  gözlem için  $a_{N,i}$  sıralama skorları Şekil 3.1.'de gösterildiği gibi hesaplanır. Siegel Tukey testinin sıralama skorları, Formül 3.29. kullanılarak hesaplanır:

$$a_{N,i} = \begin{cases} 2i & , i \text{ çift sayı ve } 1 < i \leq N/2 \text{ ise} \\ 2i - 1 & , i \text{ tek sayı ve } 1 \leq i \leq N/2 \\ 2(N - i) + 2 & , i \text{ çift sayı ve } N/2 < i \leq N \text{ ise} \\ 2(N - i) + 1 & , i \text{ çift sayı ve } N/2 < i < N \text{ ise} \end{cases} \quad (3.29.)$$

### 3.2.10. Taha Testi

Conover ve Iman (32)'a göre Taha testi literatürde kareli sıralar testi olarak da adlandırılır. Sıralama skorları,  $X_{ij}$ 'lerin sıralanmasıyla elde edilen skorların karesi alınarak Formül 3.30.'da gösterildiği gibi hesaplanır:

$$a_{N,i} = i^2 \quad (3.30.)$$

Formülde yer alan  $i$  sıra numaralarını,  $N$  ise gözlem sayısını tanımlamaktadır.

### 3.2.11. Talwar Gentle Testi

Talwar ve Gentle testinin sıralama skorlarının hesaplanmasında, gözlem değerlerinden grup ortancalarının çıkarılmasıyla  $|X_{ij} - \bar{X}_i|$  elde edilen skorların sıralanır. Formül 3.31.'de gösterildiği gibi hesaplanır:

$$a_{N,i} = i \quad (3.31.)$$

Formülde yer alan  $i$  sıra numaralarını,  $N$  ise gözlem sayısını tanımlamaktadır.

## 3.3. R Programında Varyans Homojenlik Testlerine İlişkin Kütüphaneler

R programında, literatürde kullanılan varyans homojenlik testlerini analiz etmek için farklı kütüphaneler ve kütüphaneler içinde çeşitlenmiş fonksiyonlar, araştırmacılar tarafından sunulmuştur. *Stats* paketi, R'in çekirdek ekibi ve uluslararası düzeyde katkıda bulunanlar tarafından geliştirilerek çeşitli istatistiksel analizler yapan, rastgele sayılar üreten ve Bartlett, Fisher F, Ansari Bradley, Fligner Killeen ve Siegel Tukey varyans homojenlik testleri hesaplamalarının yer aldığı, çok sayıda fonksiyon

içeren paket olarak sunulmuştur (33). Neto ve Camargo (34) tarafından geliştirilen *GAD* paketi, normal dağılan veri olması koşulunda karışık desen ANOVA modellerini analiz eden fonksiyonlara sahip olup, ek olarak varyans homojenliği için Cochran C testini bulundurmaktadır. Hothorn ve ark. (35) tarafından geliştirilen *coin* paketinde, iki örneklem ve k örneklem grubunda varyans homojenliğini test etmek için Ansari Bradley, Fligner Killeen, Klotz, Mood ve Taha testleri yer almaktadır. Pohlert (36) tarafından geliştirilen *PMCMRplus* paketinde parametrik olan ve olmayan çoklu karşılaştırma testlerinin yanı sıra, Cochran C, Hartley ve Siegel Tukey varyans homojenlik testlerine ilişkin hesaplamalar yer almaktadır. Signorell ve ark. (37) tarafından geliştirilen *DescTools* paketinde, tanımlayıcı istatistiklerin hesaplanması, görsel grafiklerin elde edilmesi sonuçların raporlanmasından oluşan birçok fonksiyon yer almakta olup, varyans homojenliği için Fisher F, Levene ve Siegel Tukey testlerini sunmaktadır. Çalışma kapsamında oluşturulan *vartest* kütüphanesinde 20 farklı varyans homojenlik testine ilişkin fonksiyonlar oluşturulmuştur. Tablo 3.2.'de yukarıda açıklanan R paketlerinde ve *vartest* paketinde yer alan varyans homojenlik testleri yer almaktadır.

**Tablo 3.2.** Varyans Homojenlik Testlerini İçeren R Paketlerinin Karşılaştırılması.

Test Türü	Testin Adı	stats	GAD	coin	PMCMRplus	DescTools	vartest
Parametrik Varyans Homojenlik Testleri	Bartlett	✓					✓
	Cochran C		✓		✓		✓
	Değiştirilmiş Z Varyans						✓
	Fisher F	✓				✓	✓
	G						✓
	Hartley				✓		✓
	Levene					✓	✓
	O'Brien Z Varyans						✓
Parametrik Olmayan Varyans Homojenlik Testleri	Ansari Bradley	✓		✓			✓
	Capon						✓
	David Barton						✓
	Duran						✓
	Düzeltilmiş Taha						✓
	Fligner Killeen	✓		✓			✓
	Klotz			✓			✓
	Mood	✓		✓			✓
	Siegel Tukey				✓	✓	✓
	Taha			✓			✓
	Talwar Gentle						✓

## 4. R PAKETİ İLE UYGULAMA

Bu bölümde, R için geliştirilen *vartest* paketinde yer alan 9'u parametrik ve 11'i parametrik olmayan toplamda 20 varyans homojenlik testinin, gerçek veri seti üzerinde uygulanmasına ilişkin elde edilen analiz sonuçları değerlendirilecektir. Analizler için, normal dağılıma sahip olan ve olmayan iki farklı türde veri seti elde edilmiştir. Her iki veri seti de hem parametrik hem de parametrik olmayan varyans homojenlik testleri için analiz edilmiştir. Yapılan analizlerin çalışmanın kapsamına uygun olması açısından, bağımsız değişkenin grup sayısının 3 olduğu ve bağımlı değişkenin sürekli yapıda olduğu değişkenler üzerinde analizler uygulanmıştır.

### 4.1. Normal Dağılan Veride Varyans Homojenlik Testleri

Kullanılan veri seti MASS kütüphanesi (38) içinde yer alan *birthwt* veri setidir. Hosmer ve Lemeshow, ABD'nin Massachusetts eyaletinde bulunan bir tıp merkezinin kadın doğum kliniğinde görülen 189 doğuma ilişkin bilgileri içeren veri seti sunmuştur. Ana teması, bebek ölümleri ve doğum kusurları oranlarını artıran düşük doğum ağırlığına etki eden faktörleri incelemek olan veri setinde, 189 gözlem ve 10 değişken bulunmaktadır. Çalışma için seçilen *birthwt* veri setinde, anne ırkına (race) göre bebeğin doğum ağırlığı (bwt) değerlerine ilişkin varyansların homojenliği test edilmiştir. Anne ırkında yer alan 3 bağımsız grubun örneklem büyüklüğü ( $n_1=26$ ,  $n_2=67$ ,  $n_3=96$ ) olarak dengesiz tasarımda olup, bebeğin doğum ağırlığı normal ( $\gamma=0$ ) dağılıma sahiptir.

Literatürde, annenin ırkı ile bebeğin doğum ağırlığı arasında bir ilişki olduğu varsayımıyla yapılmış çalışmalar yer almaktadır. Kadınların ırklarına göre farklılaşan sosyoekonomik ve psikososyal durumların ve siyahi kadınlarda sık rastlanan hipertansiyon vb. rahatsızlıkların, bebek doğum ağırlığını etkilediği öne sürülmüştür (39). Benzer bir çalışma, siyahi kadınların diğer ırklara göre düşük doğum ağırlığında bebek dünyaya getirdiğini doğrularken, tek etkenin genetik faktörler olmadığını; diğer sosyoekonomik faktörlerin de doğum ağırlığı üzerinde etkili olduğunu söylemiştir (40).

*Birthwt* veri setinde yer alan 10 değişkene ait bilgiler aşağıda gösterilmiştir.

- Low: Doğum ağırlığının 2,5 kg'dan az olmasının göstergesi.
- Age: Annenin yaşı.
- Lwt: Annenin son adet dönemindeki kilosu (lb).
- Race: Annenin ırkı (1= beyaz, 2= siyahi, 3= diğer).
- Smoke: gebelik sırasında sigara içme durumu (0= içmiyor, 1= içiyor).
- Ptl: Önceki gebeliklerinde prematüre doğum sayısı.
- Ht: Hipertansiyon tanısı (0= hayır, 1=evet).
- Ui: Uterin irritabilite varlığı (0= hayır, 1=evet).
- Ftv: İlk trimesterdeki doktor ziyareti sayısı.
- Bwt: Doğum ağırlığı (g).

```
library(MASS)
head(birthwt)
```

```
##      low age lwt race smoke ptl ht ui ftv  bwt
## 85    0  19 182    2     0  0  0  1   0 2523
## 86    0  33 155    3     0  0  0  0   3 2551
## 87    0  20 105    1     1  0  0  0   1 2557
## 88    0  21 108    1     1  0  0  1   2 2594
## 89    0  18 107    1     1  0  0  1   0 2600
## 91    0  21 124    3     0  0  0  0   0 2622
```

Normal dağılıma sahip olan veri seti için uygulanan analiz sonuçları aşağıda her test için ayrı ayrı incelenmiş olup, normal dağılıma sahip olmayan veri seti ile yapılan analiz sonuçları da birleştirilerek, test istatistiği ve p değerleri Tablo 4.1.'de özetlenmiştir. Sonuçlar incelendiğinde Düzeltilmiş Taha, Ansari Bradley, Bartlett, Capon, Cochran C, David Barton, Fisher F, Fligner Killeen, G, Hartley, Klotz, Levene, Mood, Değiştirilmiş Z Varyans, O'Brien, Siegel Tukey, Talwar Gentle ve Z Varyans testlerinde grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür ( $p \geq 0,05$ ). Duran ve Taha testlerinde ise grup varyanslarının homojen olmadığı test edilmiştir ( $p < 0,05$ ).

Varyansların homojen olmadığı sonuçlarını veren Duran ve Taha testi, benzer yaklaşımlar kullanılarak önerilmiştir. Taha testinin sıralama skorları,  $X_{ij}$ 'lerin sıralanmasıyla elde edilen skorların karesi alınarak bulunurken, benzer yaklaşımla geliştirilen Duran testinin sıralama skorları,  $X_{ij}$ 'lerin mutlak değerlerinin sıralanmasıyla elde edilen skorların karesi alınarak bulunur. Veri setinde bebeğin doğum ağırlığı değerlerinde negatif gözlem bulunmadığından, analiz sonuçları Taha ve Duran testleri için eşit bulunmuştur. Bu iki teste alternatif olarak önerilen Düzeltilmiş Taha testinde,  $X_{ij}$  gözlem değerlerinden grup ortancalarının çıkarılıp mutlak değerlerinin alınmasıyla elde edilen skorların karesi alınarak sıralama skorları hesaplanmaktadır. Düzeltilmiş Taha testinde yapılan bu düzeltme, Duran ve Taha testinde homojen olmadığı analiz edilen grup varyanslarının, homojen olmasını sağlamıştır.

#### 4.1.1. Bartlett Testi

Bartlett testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde `bartletts.test` fonksiyonunda sunulmuştur.

```
bartletts.test(bwt ~ race_factor, data = birthwt)
##
## Bartlett's Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 0.6595234
## df       : 2
## p.value  : 0.7190951
##
## Result   : Variances are homogeneous.
## -----
```

$\chi^2$  dağılımına sahip olan Bartlett testinin analiz sonuçları incelendiğinde grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür. ( $\chi_B^2 = 0.6595234$ ,  $p = 0.7190951$ )

#### 4.1.2. Cochran C Testi

Cochran C testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde `cochrans.test` fonksiyonunda sunulmuştur.



```
cochrans.test(bwt ~ race_factor, data = birthwt)
```

```
##
## Cochran's C Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 0.3630633
## num df : 62
## denom df : 124
## p.value : 0.8001893
##
## Result : Variances are homogeneous.
## -----
```

$F$  dağılımına sahip olan Cochran C testinin analiz sonuçları incelendiğinde grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür. ( $F_{CH} = 0.3630633$ ,  $p = 0.8001893$ )

#### 4.1.3. Değiştirilmiş Z Varyans Testi

Değiştirilmiş Z Varyans testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde *mzv.test* fonksiyonunda sunulmuştur.

```
mzv.test(bwt ~ race_factor, data = birthwt)
```

```
##
## Modified Z Variance Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 0.2763704
## num df : 2
## denom df : Inf
## p.value : 0.7585319
##
## Result : Variances are homogeneous.
## -----
```

$F$  dağılımına sahip olan Değiştirilmiş Z Varyans testinin analiz sonuçları incelendiğinde grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür. ( $F_{Z_{mod}} = 0.2763704$ ,  $p = 0.7585319$ )

#### 4.1.4. Fisher F Testi

Fisher F testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde *f.test* fonksiyonunda sunulmuştur.

```
f.test(bwt ~ race_factor, data = birthwt)
```

```
##
## Fisher's Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 1.298838
## df1      : 95
## df2      : 25
## p.value  : 0.2310525
##
## Result   : Variances are homogeneous.
## -----
```

$F$  dağılımına sahip olan Fisher F testinin analiz sonuçları incelendiğinde grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür. ( $F_F = 1.298838$ ,  $p=0.2310525$ )

#### 4.1.5. G Testi

G testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde *g.test* fonksiyonunda sunulmuştur.

```
g.test(bwt ~ race_factor, data = birthwt)
```

```
##
## G Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 0.5300753
## num df   : 62
## denom df : 124
## p.value  : 1.000
##
## Result   : Variances are homogeneous.
## -----
```

$F$  dağılımına sahip olan G testinin analiz sonuçları incelendiğinde grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür. ( $F_G = 0.5300753$ ,  $p=1.000$ )

#### 4.1.6. Hartley Testi

Hartley testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde *hartley.test* fonksiyonunda, serbestlik derecesinin hesaplanmasında kullanılan 4 farklı varyasyonu ile sunulmuştur.

```
hartley.test(bwt ~ race_factor, size= "mean", data = birthwt)
##
## Hartley's Maximum F-Ratio Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 1.298838
## df       : 62
## p.value  : 0.5612848
##
## Result   : Variances are homogeneous.
## -----

hartley.test(bwt ~ race_factor, size= "harmonic", data = birthwt)
##
## Hartley's Maximum F-Ratio Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 1.298838
## df       : 46.01931
## p.value  : 0.6520248
##
## Result   : Variances are homogeneous.
## -----

hartley.test(bwt ~ race_factor, size= "maxn", data = birthwt)
##
## Hartley's Maximum F-Ratio Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 1.298838
## df       : 95
## p.value  : 0.4122758
##
## Result   : Variances are homogeneous.
## -----

hartley.test(bwt ~ race_factor, size= "minvar", data = birthwt)
##
## Hartley's Maximum F-Ratio Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 1.298838
## df       : 25
## p.value  : 0.7939508
##
```

```
## Result      : Variances are homogeneous.
## -----
```

$F$  dağılımına sahip olan Hartley testinin varyasyonlarına ilişkin analiz sonuçları incelendiğinde, ortalama kullanılan varyasyon için ( $F_{H_1} = 1.298838$ ,  $p = 0.5612848$ ), harmonik ortalama kullanılan varyasyon için ( $F_{H_2} = 1.298838$ ,  $p = 0.6520248$ ), maksimum grup gözlem sayısı kullanılan varyasyon için ( $F_{H_3} = 1.298838$ ,  $p = 0.4122758$ ) ve minimum grup varyansı kullanılan varyasyon için ( $F_{H_4} = 1.298838$ ,  $p = 0.7939508$ ) grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür.

#### 4.1.7. Levene Testi

Levene testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde `levene.test` fonksiyonunda, test istatistiği değerinin hesaplanmasında kullanılan 6 farklı varyasyonu ile sunulmuştur.

```
levene.test(bwt ~ race_factor, center = "mean", deviation = "absolute", data = birthwt)
```

```
##
## Levene's Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 0.4471712
## num df    : 2
## denom df  : 186
## p.value   : 0.64012
##
## Result    : Variances are homogeneous.
## -----
```

```
levene.test(bwt ~ race_factor, center = "mean", deviation = "squared", data = birthwt)
```

```
##
## Levene's Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 0.4044522
## num df    : 2
## denom df  : 186
## p.value   : 0.6679277
##
```

```

##      Result      : Variances are homogeneous.
## -----

levene.test(bwt ~ race_factor, center = "median", deviation = "absolute", data = birthwt)

##
##      Levene's Test (alpha = 0.05)
## -----
##      data : bwt and race_factor
##
##      statistic   : 0.4684295
##      num df      : 2
##      denom df    : 186
##      p.value     : 0.6267211
##
##      Result      : Variances are homogeneous.
## -----

levene.test(bwt ~ race_factor, center = "median", deviation = "squared", data = birthwt)

##
##      Levene's Test (alpha = 0.05)
## -----
##      data : bwt and race_factor
##
##      statistic   : 0.3051628
##      num df      : 2
##      denom df    : 186
##      p.value     : 0.7373717
##
##      Result      : Variances are homogeneous.
## -----

levene.test(bwt ~ race_factor, center = "trim.mean", deviation = "absolute", data = birthwt)

##
##      Levene's Test (alpha = 0.05)
## -----
##      data : bwt and race_factor
##
##      statistic   : 0.4715629
##      num df      : 2
##      denom df    : 186
##      p.value     : 0.6247702
##
##      Result      : Variances are homogeneous.
## -----

levene.test(bwt ~ race_factor, center = "trim.mean", deviation = "squared", data = birthwt)

```

```
##
##  Levene's Test (alpha = 0.05)
## -----
##  data : bwt and race_factor
##
##  statistic   : 0.3977118
##  num df      : 2
##  denom df    : 186
##  p.value     : 0.6724256
##
##  Result      : Variances are homogeneous.
## -----
```

$F$  dağılımına sahip olan Levene testinin varyasyonlarına ilişkin analiz sonuçları incelendiğinde, mutlak sapma ve ortalama kullanılan varyasyon için ( $F_{L_1} = 0.4471712$ ,  $p=0.64012$ ), karesel sapma ve ortalama kullanılan varyasyon için ( $F_{L_2} = 0.4044522$ ,  $p=0.6679277$ ), mutlak sapma ve ortanca kullanılan varyasyon için ( $F_{L_3} = 0.4684295$ ,  $p=0.6267211$ ), karesel sapma ve ortanca kullanılan varyasyon için ( $F_{L_4} = 0.3051628$ ,  $p=0.7373717$ ), mutlak sapma ve kırılmış ortalama kullanılan varyasyon için ( $F_{L_5} = 0.4715629$ ,  $p=0.6247702$ ), karesel sapma ve kırılmış ortalama kullanılan varyasyon için ( $F_{L_6} = 0.3977118$ ,  $p=0.6724256$ ) grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür.

#### 4.1.8. O'Brien Testi

O'Brien testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde `obrien.test` fonksiyonunda, test istatistiği değerinin hesaplanmasında kullanılan 3 farklı varyasyonu ile sunulmuştur.

```
obrien.test(bwt ~ race_factor, center = "mean", data = birthwt)
##
##  O'Brien Test (alpha = 0.05)
## -----
##  data : bwt and race_factor
##
##  statistic   : 0.3315389
##  num df      : 2
##  denom df    : 186
##  p.value     : 0.7182416
##
##  Result      : Variances are homogeneous.
## -----
```

```

obrien.test(bwt ~ race_factor, center = "median", data = birthwt)

##
##  O'Brien Test (alpha = 0.05)
## -----
##  data : bwt and race_factor
##
##  statistic   : 0.2395489
##  num df      : 2
##  denom df    : 186
##  p.value     : 0.7872252
##
##  Result      : Variances are homogeneous.
## -----

obrien.test(bwt ~ race_factor, center = "trim.mean", data = birthwt
)

##
##  O'Brien Test (alpha = 0.05)
## -----
##  data : bwt and race_factor
##
##  statistic   : 0.3268825
##  num df      : 2
##  denom df    : 186
##  p.value     : 0.7215819
##
##  Result      : Variances are homogeneous.
## -----

```

$F$  dağılımına sahip olan O'Brien testinin varyasyonlarına ilişkin analiz sonuçları incelendiğinde, ortalama kullanılan varyasyon için ( $F_{O_1} = 0.3315389$ ,  $p = 0.7182416$ ), ortanca kullanılan varyasyon için ( $F_{O_2} = 0.2395489$ ,  $p = 0.7872252$ ) ve kırılmış ortalama kullanılan varyasyon için ( $F_{O_3} = 0.3268825$ ,  $p = 0.7215819$ ) grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür.

#### 4.1.9. Z Varyans Testi

Z Varyans testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde *zv.test* fonksiyonunda sunulmuştur.

```

zv.test(bwt ~ race_factor, data = birthwt)

##
##  Z Variance Test (alpha = 0.05)
## -----
##  data : bwt and race_factor

```

```
##
##  statistic : 0.2928485
##  num df    : 2
##  denom df  : Inf
##  p.value   : 0.7461352
##
##  Result    : Variances are homogeneous.
## -----
```

$F$  dağılımına sahip olan  $Z$  Varyans testinin analiz sonuçları incelendiğinde grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür. ( $F_G = 0.2928485$ ,  $p=0.7461352$ )

#### 4.1.10. Ansari Bradley Testi

Ansari Bradley testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde *ansari.test* fonksiyonunda sunulmuştur.

```
ansari.test(bwt ~ race_factor, data = birthwt)
##
##  Ansari Bradley Test (alpha = 0.05)
## -----
##  data : bwt and race_factor
##
##  statistic : 1.299316
##  df        : 2
##  p.value   : 0.5222245
##
##  Result    : Variances are homogeneous.
## -----
```

$\chi^2$  dağılımına sahip olan Ansari Bradley testinin analiz sonuçları incelendiğinde grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür. ( $\chi_A^2 = 1.299316$ ,  $p=0.5222245$ )

#### 4.1.11. Capon Testi

Capon testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde *capon.test* fonksiyonunda sunulmuştur.

```
capon.test(bwt ~ race_factor, data = birthwt)
##
##  Capon Test (alpha = 0.05)
## -----
##  data : bwt and race_factor
```



```
##
##  statistic   : 1.217341
##  df          : 2
##  p.value     : 0.5440736
##
##  Result      : Variances are homogeneous.
## -----
```

$\chi^2$  dağılımına sahip olan Capon testinin analiz sonuçları incelendiğinde grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür. ( $\chi_{CP}^2 = 1.217341$ ,  $p=0.5440736$ )

#### 4.1.12. David Barton Testi

David Barton testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde `david.barton.test` fonksiyonunda sunulmuştur.

```
david.barton.test(bwt ~ race_factor, data = birthwt)
##
##  David Barton Test (alpha = 0.05)
## -----
##  data : bwt and race_factor
##
##  statistic   : 1.299316
##  df          : 2
##  p.value     : 0.5222245
##
##  Result      : Variances are homogeneous.
## -----
```

$\chi^2$  dağılımına sahip olan David Barton testinin analiz sonuçları incelendiğinde grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür. ( $\chi_{DB}^2 = 1.299316$ ,  $p=0.5222245$ )

#### 4.1.13. Duran Testi

Duran testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde `duran.test` fonksiyonunda sunulmuştur.

```
duran.test(bwt ~ race_factor, data = birthwt)
##
##  Duran Test (alpha = 0.05)
## -----
##  data : bwt and race_factor
##
##  statistic   : 9.561985
##  df          : 2
```

```
## p.value : 0.008387672
##
## Result : Variances are not homogeneous.
## -----
```

$\chi^2$  dağılımına sahip olan Duran testinin analiz sonuçları incelendiğinde grup varyanslarının homojen olmadığı görülmüştür. ( $\chi_D^2 = 9.561985$ ,  $p = 0.008387672$ )

#### 4.1.14. Düzeltilmiş Taha Testi

Düzeltilmiş Taha testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde `adjusted.taha.test` fonksiyonunda sunulmuştur.

```
adjusted.taha.test(bwt ~ race_factor, data = birthwt)
##
## Adjusted Taha Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 1.319696
## df : 2
## p.value : 0.5169299
##
## Result : Variances are homogeneous.
## -----
```

$\chi^2$  dağılımına sahip olan Düzeltilmiş Taha testinin analiz sonuçları incelendiğinde grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür. ( $\chi_{Tadj}^2 = 1.319696$ ,  $p = 0.5169299$ )

#### 4.1.15. Fligner Killeen Testi

Fligner Killeen testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde `fk.test` fonksiyonunda sunulmuştur.

```
fk.test(bwt ~ race_factor, data = birthwt)
##
## Fligner-Killeen Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 1.00863
## df : 2
## p.value : 0.6039191
```

```
##
## Result      : Variances are homogeneous.
## -----
```

$\chi^2$  dağılımına sahip olan Fligner Killeen testinin analiz sonuçları incelendiğinde grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür. ( $\chi_{FK}^2 = 1.00863$ ,  $p = 0.6039191$ )

#### 4.1.16. Klotz Testi

Klotz testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde *klotz.test* fonksiyonunda sunulmuştur.

```
klotz.test(bwt ~ race_factor, data = birthwt)

##
## Klotz Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 1.15597
## df        : 2
## p.value   : 0.5610277
##
## Result    : Variances are homogeneous.
## -----
```

$\chi^2$  dağılımına sahip olan Klotz testinin analiz sonuçları incelendiğinde grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür. ( $\chi_K^2 = 1.15597$ ,  $p = 0.5610277$ )

#### 4.1.17. Mood Testi

Mood testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde *mood.test* fonksiyonunda sunulmuştur.

```
mood.test(bwt ~ race_factor, data = birthwt)

##
## Mood Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 1.307622
## df        : 2
## p.value   : 0.5200599
##
```

```
## Result      : Variances are homogeneous.
## -----
```

$\chi^2$  dağılımına sahip olan Mood testinin analiz sonuçları incelendiğinde grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür. ( $\chi_M^2 = 1.307622$ ,  $p=0.5200599$ )

#### 4.1.18. Siegel Tukey Testi

Siegel Tukey testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde *siegel.tukey.test* fonksiyonunda sunulmuştur.

```
siegel.tukey.test(bwt ~ race_factor, data = birthwt)
```

```
##
## Siegel Tukey Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 1.403636
## df       : 2
## p.value  : 0.4956833
##
## Result   : Variances are homogeneous.
## -----
```

$\chi^2$  dağılımına sahip olan Siegel Tukey testinin analiz sonuçları incelendiğinde grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür. ( $\chi_{ST}^2 = 1.403636$ ,  $p=0.4956833$ )

#### 4.1.19. Taha Testi

Taha testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde *taha.test* fonksiyonunda sunulmuştur.

```
taha.test(bwt ~ race_factor, data = birthwt)
```

```
##
## Taha Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 9.561985
## df       : 2
## p.value  : 0.008387672
##
## Result   : Variances are not homogeneous.
## -----
```

$\chi^2$  dağılımına sahip olan Taha testinin analiz sonuçları incelendiğinde grup varyanslarının homojen olmadığı görülmüştür. ( $\chi^2_T = 9.561985$ ,  $p=0.008387672$ )

#### 4.1.20. Talwar Gentle Testi

Talwar Gentle testi varyans homojenliğini test etmek amacıyla *vartest* paketi içerisinde *talwar.gentle.test* fonksiyonunda sunulmuştur.

```
talwar.gentle.test(bwt ~ race_factor, data = birthwt)
##
## Talwar and Gentle Test (alpha = 0.05)
## -----
## data : bwt and race_factor
##
## statistic : 1.089686
## df : 2
## p.value : 0.5799329
##
## Result : Variances are homogeneous.
## -----
```

$\chi^2$  dağılımına sahip olan Talwar Gentle testinin analiz sonuçları incelendiğinde grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür. ( $\chi^2_{TG} = 1.089686$ ,  $p=0.5799329$ )

#### 4.2. Normal Dağılmayan Veride Varyans Homojenlik Testleri

Kullanılan veri seti *gamlss.data* (41) kütüphanesi içinde yer alan *plasma* veri setidir. Veri seti, Amerika'da 1761 hastadan alınan beta krotin ve retinol düzeylerinin kandaki değerlerinin belirlenmesine ilişkin yapılan çalışmadan esinlenerek Harrell tarafından tasarlanmıştır (42). Harrell'in tasarladığı veri setinde 315 gözlem ve 14 değişken bulunmaktadır. *Plasma* veri setinde, vitamin kullanımına (*vituse*) göre kandaki beta karoten (*betaplasma*) miktarlarına ilişkin varyansların homojenliği test edilmiştir. Vitamin kullanımı değişkeninde yer alan 3 bağımsız grubun örneklem büyüklüğü ( $n_1=82$ ,  $n_2=111$ ,  $n_3=122$ ) olarak dengesiz tasarımda olup, beta karoten miktarı pozitif çarpık ( $\gamma=3.56$ ) dağılıma sahiptir.

Literatürde, birçok hastalığa karşı antioksidan özelliği taşıyan beta karotenin, A vitamini kullanımı ile pozitif ilişkisi olduğu çalışmalar yer almaktadır. 1997 yılında yapılan beta karoten miktarının insan sağlığı üzerinde etkisinin araştırıldığı bir

çalışmada, A vitamini alımının insan sağlığı açısından hayati öneme sahip olduğu ve vitamin alımının beta karoten ile pozitif ilişkisi olduğu belirtilmiştir (43). Bir başka çalışma, hamile ve emzirme döneminde olan kadınlar üzerinde yapılmış olup, A vitamini alımının ve beta karoten miktarının önemini vurgulamıştır (44).

*Plasma* veri setinde yer alan 14 değişkene ait bilgiler aşağıda gösterilmiştir.

- Age: Hastanın yaşı.
- Sex: Hastanın cinsiyeti (1= erkek, 2= kadın).
- Smokstat: Sigara içme durumu (1= hiçbir zaman, 2= bırakmış, 3= içiyor).
- BMI: Vücut kitle indeksi.
- Vituse: Vitamin kullanımı (1=evet, sık, 2=evet, sık değil, 3=hayır).
- Calories: Günlük alınan kalori miktarı.
- Fat: Günlük alınan yağ miktarı (g).
- Fiber: Günlük alınan lif miktarı (g).
- Alcohol: Haftalık alınan alkol miktarı (l).
- Cholesterol: Günlük alınan kolestrol miktarı (mg).
- Betadiet: Diyetle alınan betakaroten miktarı (mcg).
- Retdiet: Diyetle alınan retinol miktarı (mcg).
- Betaplasma: Kandaki beta karoten miktarı (ng/ml).
- Retplasma: Kandaki retinol miktarı (ng/ml).

```
library(gamlss.data)
head(plasma)
##   age sex smokstat      bmi vituse calories  fat fiber alcohol
## 1  64  2         2 21.48380      1  1298.8 57.0  6.3    0.0
## 2  76  2         1 23.87631      1  1032.5 50.1 15.8    0.0
```

## 3	38	2	2	20.01080	2	2372.3	83.6	19.1	14.1
## 4	40	2	2	25.14062	3	2449.5	97.5	26.5	0.5
## 5	72	2	1	20.98504	1	1952.1	82.6	16.2	0.0
## 6	40	2	2	27.52136	3	1366.9	56.0	9.6	1.3
##	cholesterol	betadiet	retdiet	betaplasma	retplasma				
## 1	170.3	1945	890	200	915				
## 2	75.8	2653	451	124	727				
## 3	257.9	6321	660	328	721				
## 4	332.6	1061	864	153	615				
## 5	170.8	2863	1209	92	799				
## 6	154.6	1729	1439	148	654				

Analiz sonuçlarına ilişkin test istatistiği ve p değerleri Tablo 4.1.'de özetlenmiştir. Sonuçlar incelendiğinde Ansari Bradley, David Barton ve Siegel Tukey testlerinde grup varyanslarının homojen olduğu görülmüştür ( $p \geq 0,05$ ). Düzeltilmiş Taha, Bartlett, Capon, Cochran C, Fisher F, Fligner Killeen, Hartley, Klotz, Levene, Mood, Değiştirilmiş Z Varyans, O'Brien, Talwar Gentle ve Z Varyans Duran, G ve Taha testlerinde ise grup varyanslarının homojen olmadığı test edilmiştir ( $p < 0,05$ ).

Varyansların homojen olmadığı sonuçlarını test eden Ansari Bradley ve David Barton testlerinin eş değer testler olduğu belirtilmiştir (27). Ansari Bradley testinin sıralama skorları dışarıdan içeri doğru artarak devam eden merkezi noktada tekrar azalan bir dizilime sahipken, David Barton testi ise dışarıdan içeri doğru azalarak devam eden, merkezi noktada tekrar artan bir dizilime sahiptir. Bu nedenle, varyans homojenliği test sonuçları her iki test için de eşit bulunmuştur. Siegel Tukey testi sonuçlarında ise Ansari Bradley ve David Barton testi sonuçlarına yakın değerler hesaplanmıştır. Conover ve ark. (28) tarafından yapılan çalışmada, David Barton ve Siegel Tukey testlerinin temelde Ansari Bradley testi ile benzer sonuçlar vereceği savunulmuş olup, çalışmada sadece Ansari Bradley testi incelenmiştir.

**Tablo 4.1.** Varyans Homojenlik Testleri Analiz Sonuçları.

Testin Adı	Veri Seti			
	Birthwt		Plasma	
	İstatistik	p	İstatistik	p
Bartlett	0,660	0,719	101,134	0,000
Cochran C	0,363	0,800	0,672	0,000
Değiştirilmiş Z Varyans	0,276	0,759	5,256	0,005
Fisher F	1,299	0,231	7,071	0,000
G	0,530	1,000	0,735	0,000
Hartley				
Hartley 1	1,299	0,561	7,071	0,000
Hartley 2	1,299	0,652	7,071	0,000
Hartley 3	1,299	0,412	7,071	0,000
Hartley 4	1,299	0,794	7,071	0,000
Levene				
Levene 1	0,447	0,640	13,760	0,000
Levene 2	0,404	0,668	4,765	0,009
Levene 3	0,468	0,627	8,380	0,000
Levene 4	0,305	0,737	4,383	0,013
Levene 5	0,472	0,625	8,956	0,000
Levene 6	0,398	0,672	4,286	0,015
O'Brien				
O'Brien 1	0,332	0,718	4,715	0,010
O'Brien 2	0,240	0,787	4,341	0,014
O'Brien 3	0,327	0,722	4,243	0,015
Z Varyans	0,293	0,746	45,751	0,000
Ansari Bradley	1,299	0,522	5,840	0,054
Capon	1,217	0,544	8,049	0,018
David Barton	1,299	0,522	5,840	0,054
Duran	9,562	0,008	20,566	0,000
Düzeltilmiş Taha	1,320	0,517	23,799	0,000
Fligner Killeen	1,009	0,604	23,096	0,000
Klotz	1,156	0,561	7,872	0,020
Mood	1,308	0,520	6,986	0,030
Siegel Tukey	1,404	0,496	5,885	0,053
Taha	9,562	0,008	20,566	0,000
Talwar Gentle	1,090	0,580	21,646	0,000

Çalışmanın Bulgular bölümünde yapılan benzetim çalışması sonucunda, bağımlı değişkenin normal dağıldığı ve bağımsız değişkenin dengesiz örneklem büyüklüğünde olduğu *birthwt* veri seti için kullanılması uygun bulunan testler Bartlett, Değiştirilmiş Z Varyans, Levene 2 ve Z Varyans testleridir. Bağımlı değişkenin pozitif çarpık olduğu ve bağımsız değişkenin dengesiz örneklem büyüklüğünde olduğu *plasma* veri seti için kullanılması uygun bulunan testler Capon ve Klotz testleridir.



## 5. BULGULAR

Bu bölümde, çalışma kapsamında incelenen testlerin Tip I Hata oranları ve güçleri, R programı kullanılarak farklı senaryolar altında Monte Carlo benzetim çalışması yapılarak karşılaştırılmıştır.

### 5.1. Varyans Homojenliği Test İstatistiklerinin Tip I Hata Oranları

Gerçekte doğru olan  $H_0$  hipotezinin reddedilme olasılığını belirten Tip I Hata oranlarının hesaplanmasında, varyansların eşitliği grup varyanslarının 1,1,1 olarak belirlendiği koşul altında 30 farklı senaryo gerçekleştirilmiştir. Grup sayısı 3 olarak alınmıştır. Her bir grupta dengeli ya da dengesiz örneklem büyüklükleri kullanılarak, normal ( $\gamma=0$ ), negatif çarpık ( $\gamma=-0.5$  ve  $\gamma=-1$ ) ve pozitif çarpık ( $\gamma=0.5$  ve  $\gamma=1$ ) dağılımlar için oluşturulan varyasyonlar 10000 kez tekrarlanmış,  $\alpha=0.05$  hata düzeyinde Tip I Hata oranları hesaplanmıştır.

Monte Carlo benzetim çalışması sonucunda elde edilen Tip I Hata oranları Tablo 5.1.'de yer almıştır. Analiz sonuçları incelendiğinde Ansari Bradley, Capon, Duran, David Barton, Klotz, Levene 3, Levene 4, Levene 6, Mood, O'Brien 1, O'Brien 2, O'Brien 3, Siegel Tukey ve Taha testlerinin Tip I Hata oranları normal ve çarpık dağılımlarda, tüm örneklem büyüklüğü senaryolarında %5 civarında hesaplanmış olup birbirine yakın sonuçlar vermiştir. Düzeltilmiş Taha ve Talwar Gentle testlerinin normal ( $\gamma=0$ ), pozitif çarpık ( $\gamma=0.05$ ) ve negatif çarpık ( $\gamma=-0.05$ ) dağılımlarda hata oranlarının bu testlere yakın olduğu görülmüştür. Ancak, örneklem büyüklüğü ve çarpıklık artması Düzeltilmiş Taha ve Talwar Gentle testlerinin Tip I Hata oranlarını artırmıştır.

Levene testlerine ait analiz sonuçları incelendiğinde, Levene 2 ve Levene 5 testlerinin normal dağılımda ( $\gamma=0$ ) Tip I Hata oranları beklenildiği gibi hesaplanmıştır. Ancak normal dağılımdan uzaklaştıkça bu testlerin Tip I Hata oranların da arttığı görülmüştür. Levene 3, Levene 4 ve Levene 6 testlerinin ise dağılım çarpıklığından etkilenmediği ve Tip I Hata oranlarının %5'ten düşük olduğu görülmüştür. Levene 1 testinde ise sadece örneklem büyüklüğünün büyük ve dengeli ( $n_1=100$ ,  $n_2=100$ ,  $n_3=100$ ) olduğu durumda Tip I Hata oranı %5 değerinde hesaplanmıştır.

Fligner Killeen testi sonuçları incelendiğinde, normal dağılım ( $\gamma=0$ ), pozitif çarpık ( $\gamma=0.05$ ) ve negatif çarpık ( $\gamma=-0.05$ ) dağılımlarda Tip I Hata oranlarının %5'ten düşük olduğu görülmüştür. Ancak pozitif ( $\gamma=1$ ) ve negatif ( $\gamma=-1$ ) çarpık dağılımlarda örneklem büyüklüğü arttıkça Tip I Hata oranının yükseldiği gözlemlenmiştir.

Z Varyans testinde, normal dağılım ( $\gamma=0$ ) koşulu altında tüm örneklem büyüklüğü senaryolarında Tip I Hata oranları düşük sonuçlar vermiştir. Normal dağılımdan uzaklaştıkça Tip I Hata oranının da arttığı gözlemlenmiştir. Değiştirilmiş Z Varyans testinde ise dağılım koşulundan bağımsız olarak, örneklem büyüklüğü arttıkça Tip I Hata oranlarında düşüş gözlemlenmiştir. Analiz sonucunda tüm dağılımlar için sadece ( $n_1=60$ ,  $n_2= 90$ ,  $n_3= 150$ ) ve ( $n_1=100$ ,  $n_2= 100$ ,  $n_3= 100$ ) örneklem büyüklüklerinde Tip I Hata oranları %5'ten düşük hesaplanmıştır.

Normal dağılım ( $\gamma=0$ ) koşulu altında, Bartlett testinin Tip I Hata oranları tüm örneklem büyüklüğü senaryolarında beklenen sonucu vermiştir. Cochran C ve G testlerinde ise dengeli örneklem büyüklüğünde Tip I Hata oranları %5'in altında bulunurken, dengesiz tasarımda hata oranlarının yükseldiği görülmüştür. Ayrıca tüm dağılımlar için dengeli örneklem büyüklüğünde Cochran ve G testlerinin dengeli Tip I Hata oranlarına sahip olduğu gözlemlenmiştir. Bu üç testin normal dağılımdan uzaklaştıkça Tip I Hata oranlarının yükseldiği görülmüştür.

Hartley testi sonuçları incelendiğinde, normal dağılım ( $\gamma=0$ ) koşulu altında dengeli örneklem büyüklüklerinde Tip I Hata oranlarının %5'e yakın olduğu görülmüştür. Bu senaryo dışında, tüm dağılımlar ve örneklem büyüklükleri için Tip I Hata oranlarının yükseldiği analiz edilmiştir. Ayrıca tüm dağılımlar için dengeli örneklem büyüklüğünde Hartley 1, Hartley 2, Hartley 3 ve Hartley 4 testlerinin eşit Tip I Hata oranlarına sahip olduğu gözlemlenmiştir. Dengesiz tasarımlar için Hartley 2 testinin Tip I Hata oranının diğer testlere göre düşük olduğu görülmüştür.

Yapılan analiz sonucunda en yüksek Tip I Hata oranının Fisher F testine ait olduğu görülmüştür. Tüm dağılım ve örneklem büyüklüğü senaryolarında Fisher F testinin Tip I Hata oranları %21.1 ile %35.7 arasında hesaplanmıştır.



## 5.2. Varyans Homojenliği Test İstatistiklerinin Güç Değerleri

Gerçekte yanlış olan  $H_0$  hipotezinin reddedilme olasılığını belirten testin gücünün hesaplanmasında, grup varyanslarının 1, 2, 4 ve  $1, \sqrt{2}, 2$  olarak belirlendiği durumlar için 60 farklı senaryo gerçekleştirilerek güç değerleri elde edilmiştir. Grup sayısı 3 olarak alınmıştır. Her bir grupta dengeli ya da dengesiz örneklem büyüklükleri kullanılarak, normal ( $\gamma=0$ ), negatif çarpık ( $\gamma=-0.5$  ve  $\gamma=-1$ ) ve pozitif çarpık ( $\gamma=0.5$  ve  $\gamma=1$ ) dağılımlar için oluşturulan varyasyonlar 10000 kez tekrarlanmış,  $\alpha=0.05$  hata düzeyinde testin gücü hesaplanmıştır.

Grup varyanslarının 1, 2, 4 olduğu durumda gerçekleştirilen Monte Carlo benzetim çalışması sonucunda elde edilen güç değerleri Tablo 5.2.'de yer almıştır. Analiz sonuçları incelendiğinde Ansari Bradley, Bartlett, Cochran C, Capon, Duran, David Barton, Fisher F, Fligner Killeen, G. Klotz, Mood, Siegel Tukey, Düzeltilmiş Taha, Talwar Gentle, Z Varyans ve Değiştirilmiş Z Varyans testleri için tüm dağılımlarda küçük örneklem büyüklüğü senaryosunda güç değerlerinin düşük, örneklem büyüklüğünün arttığı senaryolarda ise güç değerlerinin yüksek olduğu belirlenmiştir. Fisher F testinde ise küçük örneklem büyüklüğünde elde edilen güç değerleri yukarıdaki testlere göre yüksek bulunmuştur. Z Varyans testinin tüm dağılım koşullarında Değiştirilmiş Z Varyans testine göre daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu görülmüştür. Ayrıca tüm dağılımlar için dengeli örneklem büyüklüğünde Cochran C ve G testlerinin eşit güç değerlerine sahip olduğu gözlemlenmiştir.

Hartley testi sonuçları incelendiğinde, tüm dağılımlarda küçük ve dengesiz örneklem büyüklüğü için yapılan denemelerde Hartley 3 testinin Hartley 1, Hartley 2 ve Hartley 4 testlerine göre güç değerlerinin yüksek olduğu görülmüştür. Ayrıca tüm dağılımlar için dengeli örneklem büyüklüğünde Hartley 1, Hartley 2, Hartley 3 ve Hartley 4 testlerinin eşit güç değerlerine sahip olduğu gözlemlenmiştir.

Levene testlerinde küçük örneklem büyüklüğünde testin gücünün düşük olduğu, örneklem büyüklüğü arttıkça güç değerlerinin yükseldiği analiz edilmiştir. Ancak, Levene 4 ve Levene 6 testlerinde dengesiz örneklem büyüklüğünde ( $n_1=18$ ,  $n_2= 27$ ,  $n_3= 45$ ) pozitif ve negatif çarpık ( $\gamma=1$  ve  $\gamma=-1$ ) dağılımlarda diğer Levene

testlerine göre güç değerlerinin düştüğü gözlemlenmiştir. O'Brien testleri için de benzer durum görölmüştür. O'Brien 2 ve O'Brien 3 testlerinde dengesiz örneklem büyüklüğünde ( $n_1=18$ ,  $n_2= 27$ ,  $n_3= 45$ ) pozitif ve negatif çarpık ( $\gamma=1$  ve  $\gamma=-1$ ) dağılımlarda diğer O'Brien 1 testine göre güç değerlerinin düştüğü analiz edilmiştir.

En düşük güç değerleri Taha testinde hesaplanmıştır. Taha testinde normal ( $\gamma=0$ ), negatif çarpık ( $\gamma=-0.5$ ) ve pozitif çarpık ( $\gamma=1$  ve  $\gamma=0.5$ ) dağılımlar için güç değerleri %3.2 ile %40.7 arasında hesaplanmış, ancak negatif çarpık ( $\gamma=-1$ ) dağılım için büyük örneklem büyüklüğünde testin gücü %73.6 ve %78.7 değerlerine yükselmiştir.



Benzetim çalışmasında varyans değerleri 1,2,4 olarak alındığında, büyük örneklem senaryosunda testlerin güç değerlerini karşılaştırmak için ayırt edici değerler bulunamamıştır. Bu nedenle, yaygınlığın daraltılarak, grup varyanslarının  $1, \sqrt{2}, 2$  olduğu durum için testlerin güç değerleri tekrar hesaplanmıştır. Analiz sonucunda elde edilen güç değerleri Tablo 5.3.'te yer almıştır.

Analiz sonuçları incelendiğinde Fligner Killeen, Taha, Düzeltilmiş Taha ve Talwar Gentle testlerinin tüm dağılımlar ve örneklem büyüklüğü senaryoları için güç değerleri %80'in altında hesaplanmıştır. G ve Değiştirilmiş Z Varyans testlerinde ise sadece normal dağılım ( $\gamma=0$ ) koşulunda örneklem büyüklüğünün ( $n_1=100, n_2= 100, n_3= 100$ ) olduğu durumda testin gücü %80'in üzerinde hesaplanmıştır.

Örneklem büyüklüğünün ( $n_1=6, n_2= 9, n_3= 15$ ), ( $n_1=10, n_2= 10, n_3= 10$ ), ( $n_1=18, n_2= 27, n_3= 45$ ), ( $n_1=30, n_2= 30, n_3= 30$ ) olduğu durum için tüm dağılımlarda testlerin güç değerleri %80'in altında hesaplanarak beklenen sonuçlarda elde edilememiştir.

Ansari Bradley, Duran, David Barton, Mood ve Siegel Tukey testlerinde pozitif ve negatif çarpık dağılımlarda ( $\gamma=1$  ve  $\gamma=-1$ ), örneklem büyüklüğünün dengeli ( $n_1=100, n_2= 100, n_3= 100$ ) ve dengesiz ( $n_1=60, n_2= 90, n_3= 150$ ) olduğu durumlar için güç değerleri %80'in üzerinde hesaplanmıştır. Bu testler için genel olarak bakıldığında, normal dağılımdan uzaklaştıkça örneklem büyüklüğündeki artışa bağlı olarak güç değerlerinin arttığı görülmüştür.

Hartley testi sonuçları incelendiğinde, tüm dağılımlarda küçük ve dengesiz örneklem büyüklüğü için yapılan denemelerde Hartley 3 testinin Hartley 1, Hartley 2 ve Hartley 4 testlerine göre güç değerlerinin yüksek olduğu görülmüştür. Örneklem büyüklüğünün artması, dengesiz tasarım ( $n_1=60, n_2= 90, n_3= 150$ ) için Hartley 1, Hartley 2 ve Hartley 3 testlerinin güç değerlerini %80'in üzerine yükseltmiştir. Ancak, bu durumda Hartley 4 testinin güç değerleri %68.6 ile %69.2 arasında kalarak beklenen sonuçlarda elde edilememiştir. Ayrıca tüm dağılımlar için dengeli örneklem büyüklüğünde Hartley 1, Hartley 2, Hartley 3 ve Hartley 4 testlerinin eşit güç değerlerine sahip olduğu gözlemlenmiştir.

Levene testleri incelendiğinde, normal dağılım ( $\gamma=0$ ) koşulu altında örneklem büyüklüğünün dengeli ( $n_1=100$ ,  $n_2= 100$ ,  $n_3= 100$ ) olduğu durumda tüm Levene testlerinin güç değerleri %80'in üzerinde hesaplanmıştır. Bu örneklem büyüklüğü için, normal dağılımdan uzaklaştıkça Levene 1 testinin güç değeri %80'in üzerinde hesaplanarak diğer testlere göre yüksek bulunmuştur. Levene 1 testine ek olarak sadece Levene 2 testinin pozitif çarpık dağılımda ( $\gamma=0.5$ ) %80.5 güç değerine ulaştığı görülmüştür.

O'Brien testleri incelendiğinde, normal dağılım ( $\gamma=0$ ) koşulu altında örneklem büyüklüğünün dengeli ( $n_1=100$ ,  $n_2= 100$ ,  $n_3= 100$ ) olduğu durumda tüm O'Brien testlerinin güç değerleri %80'in üzerinde hesaplanmıştır. Ek olarak O'Brien 1 testinin güç değeri bu örneklem büyüklüğü için, pozitif çarpık dağılımda ( $\gamma=0.5$ ) %80.2 olarak hesaplanmıştır.

Barlett, Fisher F ve Z Varyans testlerinin güç değerleri, tüm dağılımlar altında, örneklem büyüklüğünün dengeli ( $n_1=100$ ,  $n_2= 100$ ,  $n_3= 100$ ) ve dengesiz ( $n_1=60$ ,  $n_2= 90$ ,  $n_3= 150$ ) olduğu durumlarda %80'in üzerinde hesaplanmıştır. Capon ve Klotz testleri için pozitif ve negatif çarpık dağılımlarda ( $\gamma=1$  ve  $\gamma=-1$ ) yukarıdaki örneklem büyüklüğünde hesaplanan sonuçlar ile benzer güç değerleri elde edilmiştir. Ancak Capon ve Klotz testlerinin güç değerleri, normal ( $\gamma=0$ ), pozitif ( $\gamma=0.5$ ) ve negatif ( $\gamma=-0.5$ ) çarpık dağılım koşulları altında sadece örneklem büyüklüğünün dengeli ( $n_1=100$ ,  $n_2= 100$ ,  $n_3= 100$ ) olduğu durum için %80'in üzerinde hesaplanmıştır.

Cochran C testinde pozitif ve negatif çarpık dağılımlarda ( $\gamma=1$  ve  $\gamma=-1$ ) güç değerleri beklenen sonucu vermemiştir. Dağılımın ( $\gamma=0.5$  ve  $\gamma=-0.5$ ) durumları için, dengesiz tasarımda ( $n_1=60$ ,  $n_2= 90$ ,  $n_3= 150$ ) %80'in üzerinde hesaplanmıştır. Normal dağılım ( $\gamma=0$ ) koşulunda örneklem büyüklüğünün dengeli ( $n_1=100$ ,  $n_2= 100$ ,  $n_3= 100$ ) ve dengesiz ( $n_1=60$ ,  $n_2= 90$ ,  $n_3= 150$ ) olduğu durumlar için güç değerlerinin %80'in üzerinde olduğu görülmüştür.





### 5.3. Tip I Hata ve Güç Değerlerinin Birlikte İncelenmesi

Normal dağılımda ( $\gamma=0$ ) yapılan analizlerde, dengeli örneklem büyüklüğünde ( $n_1=100, n_2= 100, n_3= 100$ ) Bartlett, Capon, Cochran C, G, Klotz, Levene 1, Levene 2, Levene 3, Levene 4, Levene 5, Levene 6, O'Brien 1, O'Brien 2, O'Brien 3, Z Varyans ve Değiştirilmiş Z Varyans testlerinin Tip I Hata oranının %5'ten düşük ve grup varyanslarının 1, 2, 4 ve  $1, \sqrt{2}, 2$  olarak belirlendiği durumlar için güç değerlerinin %80'den yüksek olduğu hesaplanmıştır. Örneklem büyüklüğünün dengesiz tasarımında ise ( $n_1=60, n_2= 90, n_3= 150$ ) sadece Bartlett, Z Varyans ve Değiştirilmiş Z Varyans testlerinin Tip I Hatası ve gücü beklenen sonucu vermiştir.

Örneklem büyüklüğü daha küçük bir değer alındığında, dengeli örneklem büyüklüğü için ( $n_1=30, n_2= 30, n_3= 30$ ) Capon, Cochran C, Duran, G, Klotz, Levene 2, Levene 3, Levene 4, Levene 5, Levene 6, O'Brien 1, O'Brien 2 ve O'Brien 3 testlerinin Tip I Hata oranları %5'ten düşük, grup varyanslarının 1, 2, 4 olduğu durum için güç değerleri %80'den yüksek hesaplanmıştır. Dengesiz tasarımında ( $n_1=18, n_2= 27, n_3= 45$ ) grup varyanslarının 1, 2, 4 durumu için sadece Bartlett ve Z Varyans testlerinin beklenen sonucu verdiği görülmüştür. Ancak grup varyanslarının  $1, \sqrt{2}, 2$  olarak belirlendiği koşulda bu testlerin güç değerlerinin %20 oranlarına kadar düştüğü gözlemlenmiştir.

Pozitif çarpık dağılımda ( $\gamma=0.5$ ) yapılan analizlerde, örneklem büyüklüğünün dengeli ( $n_1=100, n_2= 100, n_3= 100$ ) olduğu durumda Capon, Klotz, Levene 2 ve O'Brien 1 testlerinin Tip I Hata oranının %5'ten düşük, grup varyanslarının 1, 2, 4 ve  $1, \sqrt{2}, 2$  olarak belirlendiği durumlarda güç değerinin %80'den yüksek olduğu hesaplanmıştır. Tip I Hata oranının %5'ten düşük ve grup varyanslarının aynı koşulu altında, dengesiz tasarım ( $n_1=60, n_2= 90, n_3= 150$ ) için sadece Klotz testinin güç değeri %80'in üzerinde hesaplanmıştır.

Örneklem büyüklüğü daha küçük bir değer alındığında, dengeli örneklem büyüklüğü için ( $n_1=30, n_2= 30, n_3= 30$ ) Capon, Duran, Klotz, Levene 2, Levene 5 ve Mood testlerinin Tip I Hata oranları %5'ten düşük, grup varyanslarının 1, 2, 4 olduğu

durum için güç değerleri %80'den yüksek hesaplanmıştır. Ancak grup varyanslarının 1,  $\sqrt{2}$ , 2 olduğu durum için güç değerlerinin düştüğü gözlemlenmiştir.

Negatif çarpık dağılımda ( $\gamma=-0.5$ ) yapılan analizlerde, dengeli ( $n_1=100, n_2=100, n_3=100$ ) ve dengesiz ( $n_1=60, n_2=90, n_3=150$ ) örneklem büyüklüklerinde Ansari Bradley, David Barton, Fligner Killeen, Levene 3, Levene 4, Levene 6, O'Brien 2, O'Brien 3 ve Siegel Tukey testlerinin Tip I Hata oranının %5'ten düşük ve grup varyanslarının 1, 2, 4 olarak belirlendiği durum için güç değerlerinin %80'den yüksek olduğu hesaplanmıştır.

Örneklem büyüklüğü daha küçük bir değer alındığında, dengeli örneklem büyüklüğü için ( $n_1=30, n_2=30, n_3=30$ ) Capon, Duran, Klotz, Levene 5 ve Mood testlerinin Tip I Hata oranları %5'ten düşük, grup varyanslarının 1, 2, 4 olduğu durum için güç değerleri %80'den yüksek hesaplanmıştır. Ancak grup varyanslarının 1,  $\sqrt{2}$ , 2 olduğu durum için güç değerlerinin düştüğü gözlemlenmiştir.

Pozitif çarpık dağılımda ( $\gamma=1$ ) yapılan analizlerde, dengeli örneklem büyüklüğünde ( $n_1=100, n_2=100, n_3=100$ ) Ansari Bradley, Capon, Duran, David Barton, Klotz, Mood ve Siegel Tukey testlerinin Tip I Hata oranının %5'ten düşük ve grup varyanslarının 1, 2, 4 ve 1,  $\sqrt{2}$ , 2 olarak belirlendiği durumlarda güç değerinin %80'den yüksek olduğu hesaplanmıştır.

Örneklem büyüklüğü daha küçük bir değer alındığında, dengeli ( $n_1=30, n_2=30, n_3=30$ ) ve dengesiz ( $n_1=18, n_2=27, n_3=45$ ) örneklem büyüklükleri için Ansari Bradley, Capon, Duran, David Barton, Klotz, Mood ve Siegel Tukey testlerinin Tip I Hata oranları %5'ten düşük, grup varyanslarının 1, 2, 4 olduğu durum için güç değerleri %80'den yüksek hesaplanmıştır.

Negatif çarpık dağılımda ( $\gamma=-1$ ) yapılan analizlerde, Tip I Hata oranlarının %5'ten düşük olduğu testler arasında, grup varyanslarının 1, 2, 4 ve 1,  $\sqrt{2}$ , 2 olarak belirlendiği durumlarda dengeli tasarımda ( $n_1=100, n_2=100, n_3=100$ ) Capon, Duran ve Klotz testlerinin, dengesiz tasarımda ( $n_1=60, n_2=90, n_3=150$ ) Ansari Bradley, Capon, David Barton, Klotz ve Siegel Tukey testlerinin güç değerleri %80'den yüksek hesaplanmıştır.

Örneklem büyüklüğü daha küçük bir değer alındığında, dengeli ( $n_1=30, n_2= 30, n_3= 30$ ) ve dengesiz ( $n_1=18, n_2= 27, n_3= 45$ ) örneklem büyüklükleri için Ansari Bradley, Capon, Duran, David Barton, Klotz, Mood ve Siegel Tukey testlerinin Tip I Hata oranları %5'ten düşük, grup varyanslarının 1,2,4 olduğu durum için güç değerleri %80'den yüksek hesaplanmıştır.

Örneklem büyüklüğü çok daha küçük bir değer alındığında, dengeli ( $n_1=10, n_2= 10, n_3= 10$ ) ve dengesiz ( $n_1=6, n_2= 9, n_3= 15$ ) örneklem büyüklükleri için Tip I Hata oranları düşük veya güç değerlerinin yüksek olduğu testler görülmüş, ancak tüm testler için bu örneklem büyüklüklerinde hata oranlarının ve güç değerlerinin aynı senaryo altında istenilen sonuçlarda olmadığı belirlenmiştir.

## 6. TARTIŞMA VE SONUÇ

Testlere ilişkin normal ve çarpık dağılımlarda farklı koşullar altında gerçekleştirilen benzetim çalışması analiz sonuçları Tablo 8.1.'de, Tip I Hata oranları ve güç değerleri bir arada yer alarak gösterilmektedir (Bkz. Ek 1).

Elde edilen bilgiler doğrultusunda normal dağılıma sahip verilerde, gruplara ilişkin örneklem büyüklüğünün eşitliğine bakılmaksızın gerçekleştirilecek varyans homojenliği analizleri için Bartlett, Değiştirilmiş Z Varyans, Levene 2 ve Z Varyans testlerinin kullanımı önerilmektedir. Örneklem büyüklüğünün dengeli olmasında ise Cochran C, G ve O'Brien testlerinin de iyi performansa sahip olduğu görülmektedir. Benzer şekilde, Wang ve ark. (24) yaptıkları çalışmada dengeli ve dengesiz tasarımlar için Bartlett, Cochran C ve Z Varyans testlerinin normal dağılım koşulunda Tip I Hata ve güç bakımından iyi performans gösterdiğini belirtilmiş olup, varyans homojenliğinin test edilmesinde bu üç testin kullanımını önermişlerdir.

Normal dağılımdan uzaklaştıkça Capon ve Klotz testlerinin performanslarının öne çıktığı görülmektedir. Bu testler, dağılım çarpıklığından ve örneklem dengesizliğinden etkilenmeksizin iyi performans göstermiş olup, normal dağılmayan veriler üzerinde uygulanacak analizlerde önerilmektedir. Çarpıklık değeri arttıkça Ansari Bradley, David Barton, Duran, Mood ve Siegel Tukey testlerinin de performanslarının arttığı görülmüştür. Conover ve ark. (28) yaptıkları çalışmada Ansari Bradley ve David Barton testlerinin eşit, Siegel Tukey testinin ise bu testlere çok yakın olduğunu belirtmiştir. Yaptığımız çalışmada Ansari Bradley ile David Barton testleri Tip I Hata ve güç bakımından eşit bulunmuş, Siegel Tukey testi ise bu testlere yakın sonuçlar vermiştir.

Fisher F, Hartley ve Taha testlerinin tüm koşullarda düşük performans gösterdiği görülmüştür. Taha testi ile Taha testinin temeline dayanarak geliştirilen Duran ve Düzeltmiş Taha testleri birlikte incelendiğinde, özellikle çarpık dağılımlarda Duran testinin Düzeltmiş Taha testine göre iyi performans gösterdiği gözlemlenmiştir. Taha testi ise bu üç test arasında en düşük performans gösteren test olarak belirlenmiştir.

Normal dağılım koşulunda Z Varyans testinin Değiştirilmiş Z Varyans testine göre iyi sonuçlar verdiği, ancak çarpık dağılımda Değiştirilmiş Z Varyans testi sonuçlarının Z Varyans testine göre performansının yükseldiği görülmüştür. Lee ve ark. (31) yaptıkları çalışmada, normal ve çarpık dağılımlarda dengeli örneklem büyüklüğü için sırasıyla Değiştirilmiş Z Varyans, Levene 3, Levene 1 ve Z Varyans testlerini en iyi performans gösteren testler olarak belirlemiştir. Yaptığımız çalışmada, Değiştirilmiş Z Varyans ile Z Varyans testlerinin performansı yukarıdaki çalışmaya benzer olarak yüksek bulunmuştur. Farklı olarak Levene 2 testinin performansı, Levene 1 ve Levene 3 testlerinin performansına göre yüksek bulunmuştur.

Bu tez çalışması kapsamında gerçekleştirilen benzetim çalışması sonucunda, normal dağılan veriler için Bartlett, Değiştirilmiş Z Varyans, Levene 2 ve Z Varyans, normal dağılmayan veriler için Capon ve Klotz testlerinin kullanımı önerilmektedir. Literatürde yapılan çalışmalar ve bizim çalışmamıza bakıldığında tüm dağılım koşulları ve örneklem büyüklükleri için iyi performans gösteren test bulunmamaktadır (45). Araştırmacılar, verilerinin dağılımı ve gruplardaki örneklem tasarımı kriterlerine dikkat ederek yapacakları analizler için uygun varyans homojenlik testlerini belirlemelidir.

Çalışmamızda temelde 20 test başlığı altında, Hartley, Levene ve O'Brien testlerinin varyasyonları ile birlikte toplamda 30 farklı varyans homojenlik testi teorik olarak açıklanmış, gerçek veri üzerinde uygulaması yapılmış ve Monte Carlo benzetim çalışması ile testlerin performansları incelenmiştir. R programlama dilinde, sadece varyans homojenlik testlerinin yer aldığı *vartest* kütüphanesi geliştirilerek, açık kaynak olarak araştırmacılara sunulmuştur. Geliştirilen *vartest* kütüphanesi, yalnızca varyans homojenlik testlerini içeren ilk kütüphane olarak literatüre katkı sunmaktadır. Ayrıca bu kütüphane ile araştırmacılara erişim kolaylığı sağlanması düşünülmektedir. Gelecekte farklı varyans homojenliği testlerinin Tip I Hata ve güç bakımından çeşitli varyans, dağılım ve örneklem büyüklüğü senaryolarında performansları incelenebilir.

## 7. KAYNAKLAR

1. Reha A. Uygulamalı İstatistik ve Geçerlilik-Güvenirlilik. 6th ed. Ankara: Detay Yayıncılık; 2020. 309–310 p.
2. Dag O, Anıl D, Konar NM. onewaytests: An R Package for One-Way Tests in Independent Groups Designs. *R Journal*. 2018;10(1):175–99.
3. Gorbunova AA, Lemeshko BY. Application of Parametric Homogeneity of Variances Tests under Violation of Classical Assumption [Poster]. 2nd Stochastic Modeling Techniques and Data Analysis International Conference. Crete, Greece; 2012 Jun.
4. Bartlett MS. Properties of Sufficiency and Statistical Tests. *Proceedings of the Royal Society of London Series A, Mathematical and Physical Sciences*. 1937;160(901):268–82.
5. Cochran W. The Distribution of the Largest of a set of Estimated Variances as a Fraction of Their Total. *Ann Eugen*. 1941;11(1):47–52.
6. Overall JE, Woodward JA. A Robust and Powerful Test for Heterogeneity of Variance. [Austin, Amerika Birleşik Devletleri]: University of Texas Medical Branch; 1976.
7. Cochran WG. Fisher and the Analysis of Variance [Poster] R.A. Fisher: An Appreciation. *Lecture Notes in Statistics*. New York, ABD; 1980.
8. 't Lam RUE. Scrutiny of variance results for outliers: Cochran's test optimized. *Anal Chim Acta*. 2010;659(1–2):68–84.
9. Hartley H0. The Maximum F-Ratio as a Short-Cut Test for Heterogeneity of Variance. *Biometrika*. 1950;37:308–12.
10. Levene H. Robust Tests for Equality of Variances. In: Okin I ve ark., editor. *Contributions to Probability and Statistics: Essays in Honor of Harold Hotelling*. Palo Alto: Stanford University Press; 1960. p. 278–92.
11. O'Brien RG. A General ANOVA Method for Robust Tests of Additive Models for Variances. *J Am Stat Assoc*. 1979;74(368):877–80.
12. Overall JE, Woodward JA. A Simple Test for Heterogeneity of Variance in Complex Factorial Designs. *Psychometrika*. 1974;39(3).
13. Freund JE, Ansari AR. Two-Way Rank Sum Test for Variances. *Technical Report No. 34*. Blacksburg, Virginia; 1957.
14. Capon J. Asymptotic Efficiency of Certain Locally Most Powerful Ranks Tests. *The Annals of Mathematical Statistics*. 1961;32(1):88–100.
15. Barton DE, David FN. A Test for Birth Order Effect. *Ann Hum Genet*. 1958;22(3):250–7.
16. Duran BS. Comparison of Some Two-Sample Nonparametric Tests for Scale. *Annals of Mathematical Statistics*. 1971;42(1783).
17. Fligner MA, Killeen TJ. Distribution-Free Two-Sample Tests for Scale. *J Am Stat Assoc*. 1976;71(353):210–3.

18. Klotz J. Nonparametric Tests for Scale. *The Annals of Mathematical Statistics*. 1962;33(2):498–512.
19. Mood AM. On The Asymptotic Efficiency of Certain Nonparametric Two-Sample Tests. *The Annals of Mathematical Statistics*. 1954;25(3):514–22.
20. Siegel S, Tukey JW. A Nonparametric Sum of Ranks Procedure for Relative Spread in Unpaired Samples. *J Am Stat Assoc*. 1960;55(291):429–45.
21. Taha MAH. Rank Test for Scale Parameter for Asymmetrical One-Sided Distributions. *Annales de l'ISUP*. 1964;13(3):169–80.
22. Talwar PP, Gentle JE. A Robust Test for the Homogeneity of Scales. *Commun Stat Theory Methods*. 1977;6(4):363–9.
23. Zar JH. *Biostatistical Analysis*. 5th ed. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, an imprint of Pearson; 2010. 220–221 p.
24. Wang Y, Gil PR, Chen YH, Kromrey JD, Kim ES, Pham T, et al. Comparing the Performance of Approaches for Testing the Homogeneity of Variance Assumption in One-Factor ANOVA Models. *Educ Psychol Meas*. 2017;77(2):305–29.
25. Li I, Chen YH, Wang Y, Gil PR, Phan T, Nguyen D, et al. A SAS Macro for Testing Homogeneity of Variance in One-Factor ANOVA Models (SAS). *Journal of Modern Applied Statistical Methods*. 2017;16(2):506–39.
26. Bhandary M, Dai H. An Alternative Test for the Equality of Variances for Several Populations When the Underlying Distributions are Normal. *Commun Stat Simul Comput*. 2008;38(1):109–17.
27. Gibbons JD, Chakraborti S. *Nonparametric Statistical Inference*. Tuscaloosa, ABD: CRC Press; 2011. 311–340 p.
28. Conover WJ, Johnson ME, Johnson MM. American Society for Quality A Comparative Study of Tests for Homogeneity of Variances, with Applications to the Outer Continental Shelf Bidding Data. *Technometrics*. 1981;23(4):351–61.
29. Zhang S. *Fourteen Homogeneity of Variance Tests: When and How To Use Them*. San Diego, California; 1998.
30. Abdi H. O'Brien Test for Homogeneity of Variance. In: Salkind N, editor. *Encyclopedia of Measurement and Statistics*. Richardson, Texas: Thousand Oaks (CA): Sage; 2007. p. 1–2.
31. Lee HB, Katz GS, Restori AF. A Monte Carlo Study of Seven Homogeneity of Variance Tests. *J Math Stat*. 2010;6(3):359–66.
32. Conover WJ, Iman RL. Some Exact Tables for the Squared Ranks Test. 1978;7(5):491–513.
33. R Core Team and contributors worldwide. R Package “stats”. The R Stats Package. <https://cran.r-project.org/>. 2024;4.5.0.
34. Neto LS, Camargo MG. R Package “GAD”. GAD: Analysis of Variance from General Principles. <https://cran.r-project.org/>. 2011;1.1.1.



35. Hothorn T, Winell H, Hornik K, Wiel MA, Zeileis A. R Package “coin”. Conditional Inference Procedures in a Permutation Test Framework. <https://cran.r-project.org/>. 2023;1.4-3.
36. Thorsten P. R Package “PMCMRplus”. Calculate Pairwise Multiple Comparisons of Mean Rank Sums Extended. <https://cran.r-project.org/>. 2023;1.9.10.
37. Signorell A, Aho K, Alfons A, Anderegg N, Aragon T, Arachchige C, et al. R Package “DescTools”. Tools for Descriptive Statistics. <https://cran.r-project.org/>. 2024;0.99.54.
38. Ripley B, Venables B, Bates DM, Hornik K, Gebhardt A, Firth D. R Package “MASS”. Support Functions and Datasets for Venables and Ripley’s MASS. <https://cran.r-project.org/>. 2024;7.3-60.0.1.
39. Shiono PH, Klebanoff MA, Graubard BI, Berendes HW, Rhoads GG. Birth Weight among Women of Different Ethnic Groups. *Obstet Gynecol Surv.* 1986;41(6):348–9.
40. Fang J, Madhavan S, Alderman MH. Low Birth Weight: Race and Maternal Nativity— Impact of Community Income. *Pediatrics.* 1999;103(1):1–6.
41. Stasinopoulos M, Rigby B, Bastiani F. R Package “gamlss.data”. Data for Generalised Additive Models for Location Scale and Shape. <https://cran.r-project.org/>. 2024;6.0-6.
42. Nierenberg DW, Stukel TA, Baron JA, Dain BJ, Greenberg ER, and The Skin Cancer Prevention Study Group. Determinants of Plasma Levels of Beta-Carotene and Retinol. *Am J Epidemiol.* 1989;130(3):511–2.
43. Burri BJ. Beta-Carotene and Human Health : A Review of Current Research. *Nutrition Research.* 1997;17(3):547–80.
44. Strobel M, Tinz J, Biesalski HK. The Importance of  $\beta$ -Carotene as a Source of Vitamin A with Special Regard to Pregnant and Breastfeeding Women. *Eur J Nutr.* 2007;46(1):1–20.
45. Abdullah NF, Muda N. An Overview of Homogeneity of Variance Tests on Various Conditions Based on Type 1 Error Rate and Power of a Test. *Journal of Quality Measurement and Analysis JQMA.* 18(3):2022.

## 8. EKLER

### EK-1: Farklı Koşullar Altında Testlerin Tip I Hata Oranları ve Güç Değerleri

**Tablo 8.1.** Testlerin Tip I Hata ve Güç Değerlerine İlişkin Benzetim Sonuçları.

	$n_1, n_2, n_3$	A			B			CH			CP			D			DB			F		
		Hata	Güç1	Güç2	Hata	Güç1	Güç2	Hata	Güç1	Güç2	Hata	Güç1	Güç2	Hata	Güç1	Güç2	Hata	Güç1	Güç2	Hata	Güç1	Güç2
$\nu = 0$	6,9,15	0,048	0,189	0,076	0,047	0,324	0,112	0,070	0,379	0,137	0,039	0,119	0,039	0,044	0,206	0,072	0,048	0,189	0,076	0,211	0,574	0,303
	10,10,10	0,051	0,229	0,088	0,049	0,405	0,126	0,049	0,365	0,131	0,039	0,247	0,087	0,048	0,294	0,103	0,051	0,229	0,088	0,223	0,709	0,381
	18,27,45	0,053	0,656	0,200	0,050	0,880	0,315	0,071	0,857	0,323	0,047	0,724	0,202	0,051	0,757	0,230	0,053	0,656	0,200	0,221	0,969	0,579
	30,30,30	0,049	0,703	0,229	0,051	0,915	0,354	0,050	0,828	0,317	0,046	0,849	0,301	0,048	0,810	0,275	0,049	0,703	0,229	0,223	0,984	0,654
	60,90,150	0,050	0,997	0,610	0,049	1,000	0,838	0,071	1,000	0,818	0,047	1,000	0,777	0,051	1,000	0,715	0,050	0,997	0,610	0,221	1,000	0,956
100,100,100	0,051	0,998	0,661	0,050	1,000	0,880	0,048	1,000	0,800	0,047	1,000	0,853	0,049	1,000	0,764	0,051	0,998	0,661	0,218	1,000	0,973	
$\nu = 0,5$	6,9,15	0,047	0,202	0,083	0,068	0,342	0,132	0,096	0,386	0,159	0,044	0,130	0,041	0,046	0,218	0,074	0,047	0,202	0,083	0,245	0,584	0,327
	10,10,10	0,044	0,242	0,092	0,069	0,422	0,153	0,069	0,368	0,146	0,037	0,256	0,087	0,048	0,306	0,109	0,044	0,242	0,092	0,263	0,708	0,407
	18,27,45	0,050	0,676	0,206	0,080	0,871	0,342	0,098	0,841	0,348	0,046	0,750	0,212	0,049	0,757	0,237	0,050	0,676	0,206	0,264	0,964	0,609
	30,30,30	0,051	0,726	0,235	0,072	0,906	0,380	0,070	0,809	0,331	0,044	0,855	0,307	0,048	0,816	0,278	0,051	0,726	0,235	0,274	0,978	0,669
	60,90,150	0,051	0,998	0,643	0,076	1,000	0,833	0,094	1,000	0,806	0,045	1,000	0,798	0,052	1,000	0,722	0,051	0,998	0,643	0,270	1,000	0,947
100,100,100	0,051	0,999	0,681	0,075	1,000	0,866	0,073	1,000	0,779	0,049	1,000	0,868	0,052	1,000	0,770	0,051	0,999	0,681	0,281	1,000	0,964	
$\nu = -0,5$	6,9,15	0,046	0,204	0,080	0,064	0,343	0,127	0,095	0,387	0,158	0,039	0,123	0,042	0,042	0,218	0,075	0,046	0,204	0,080	0,238	0,589	0,332
	10,10,10	0,045	0,248	0,094	0,065	0,415	0,147	0,067	0,373	0,147	0,034	0,258	0,089	0,044	0,308	0,106	0,045	0,248	0,094	0,259	0,714	0,403
	18,27,45	0,049	0,675	0,205	0,077	0,874	0,346	0,099	0,844	0,344	0,049	0,750	0,203	0,047	0,763	0,231	0,049	0,675	0,205	0,271	0,965	0,610
	30,30,30	0,047	0,719	0,237	0,073	0,908	0,383	0,070	0,811	0,331	0,044	0,858	0,313	0,044	0,811	0,278	0,047	0,719	0,237	0,269	0,980	0,665
	60,90,150	0,049	0,998	0,632	0,080	1,000	0,826	0,101	1,000	0,802	0,050	1,000	0,790	0,048	0,999	0,714	0,049	0,998	0,632	0,276	1,000	0,942
100,100,100	0,050	0,998	0,674	0,081	1,000	0,864	0,078	1,000	0,774	0,051	1,000	0,866	0,051	1,000	0,761	0,050	0,998	0,674	0,285	1,000	0,963	
$\nu = 1$	6,9,15	0,046	0,272	0,098	0,097	0,375	0,166	0,130	0,404	0,189	0,039	0,198	0,058	0,043	0,279	0,087	0,046	0,272	0,098	0,303	0,609	0,376
	10,10,10	0,047	0,332	0,125	0,107	0,444	0,186	0,098	0,391	0,177	0,037	0,373	0,140	0,047	0,388	0,133	0,047	0,332	0,125	0,323	0,714	0,447
	18,27,45	0,048	0,827	0,315	0,109	0,866	0,378	0,131	0,828	0,367	0,045	0,908	0,404	0,049	0,859	0,315	0,048	0,827	0,315	0,320	0,958	0,624
	30,30,30	0,049	0,857	0,355	0,113	0,892	0,409	0,104	0,788	0,352	0,046	0,958	0,558	0,047	0,896	0,376	0,049	0,857	0,355	0,340	0,970	0,679
	60,90,150	0,052	1,000	0,847	0,122	1,000	0,824	0,141	1,000	0,789	0,054	1,000	0,980	0,052	1,000	0,856	0,052	1,000	0,847	0,335	1,000	0,933
100,100,100	0,050	1,000	0,874	0,124	1,000	0,849	0,113	0,998	0,762	0,047	1,000	0,992	0,050	1,000	0,885	0,050	1,000	0,874	0,356	1,000	0,951	
$\nu = -1$	6,9,15	0,044	0,278	0,098	0,097	0,376	0,164	0,131	0,399	0,188	0,040	0,198	0,063	0,044	0,285	0,087	0,044	0,278	0,098	0,300	0,611	0,377
	10,10,10	0,048	0,327	0,124	0,102	0,445	0,184	0,099	0,391	0,177	0,036	0,372	0,138	0,049	0,387	0,132	0,048	0,327	0,124	0,324	0,713	0,443
	18,27,45	0,047	0,825	0,310	0,110	0,864	0,380	0,130	0,829	0,370	0,044	0,909	0,402	0,046	0,860	0,314	0,047	0,825	0,310	0,323	0,958	0,622
	30,30,30	0,047	0,856	0,353	0,116	0,893	0,409	0,103	0,789	0,353	0,045	0,958	0,553	0,048	0,897	0,371	0,047	0,856	0,353	0,338	0,972	0,678
	60,90,150	0,049	1,000	0,845	0,121	1,000	0,823	0,140	1,000	0,790	0,048	1,000	0,980	0,052	1,000	0,855	0,049	1,000	0,845	0,339	1,000	0,934
100,100,100	0,052	1,000	0,867	0,123	1,000	0,844	0,116	0,999	0,758	0,050	1,000	0,993	0,050	1,000	0,884	0,052	1,000	0,867	0,357	1,000	0,952	

A: Ansari Bradley, B: Bartlett, CH: Cochran C, CP: Capon, D: Duran, DB: David Barton, F: Fisher F

**Tablo 8.1.** Testlerin Tip I Hata ve Güç Değerlerine İlişkin Benzetim Sonuçları (Devamı).

Dağılım	$n_1, n_2, n_3$	H																				
		FK			G			H <sub>1</sub>			H <sub>2</sub>			H <sub>3</sub>			H <sub>4</sub>			K		
		Hata	Güç1	Güç2	Hata	Güç1	Güç2	Hata	Güç1	Güç2	Hata	Güç1	Güç2	Hata	Güç1	Güç2	Hata	Güç1	Güç2	Hata	Güç1	Güç2
$\gamma = 0$	6,9,15	0,022	0,134	0,043	0,063	0,326	0,118	0,090	0,459	0,192	0,046	0,321	0,115	0,210	0,658	0,361	0,058	0,187	0,070	0,039	0,133	0,044
	10,10,10	0,032	0,199	0,070	0,049	0,365	0,131	0,051	0,392	0,122	0,051	0,392	0,122	0,051	0,392	0,122	0,051	0,392	0,122	0,041	0,258	0,090
	18,27,45	0,039	0,749	0,230	0,065	0,792	0,280	0,078	0,923	0,393	0,054	0,887	0,323	0,186	0,971	0,576	0,064	0,747	0,186	0,047	0,739	0,210
	30,30,30	0,039	0,788	0,257	0,050	0,828	0,317	0,052	0,917	0,350	0,052	0,917	0,350	0,052	0,917	0,350	0,052	0,917	0,350	0,047	0,851	0,303
	60,90,150	0,047	1,000	0,759	0,065	1,000	0,746	0,078	1,000	0,874	0,054	1,000	0,835	0,179	1,000	0,949	0,065	1,000	0,686	0,047	1,000	0,780
100,100,100	0,045	1,000	0,797	0,048	1,000	0,800	0,051	1,000	0,877	0,051	1,000	0,877	0,051	1,000	0,877	0,051	1,000	0,877	0,047	1,000	0,854	
$\gamma = 0,5$	6,9,15	0,025	0,142	0,049	0,087	0,342	0,138	0,110	0,467	0,214	0,059	0,337	0,132	0,246	0,660	0,379	0,081	0,204	0,086	0,044	0,146	0,048
	10,10,10	0,033	0,203	0,070	0,069	0,368	0,146	0,069	0,406	0,148	0,069	0,406	0,148	0,069	0,406	0,148	0,069	0,406	0,148	0,038	0,266	0,090
	18,27,45	0,042	0,718	0,225	0,089	0,777	0,301	0,113	0,914	0,423	0,082	0,880	0,353	0,228	0,966	0,604	0,091	0,748	0,214	0,047	0,761	0,219
	30,30,30	0,041	0,765	0,239	0,070	0,809	0,331	0,071	0,906	0,372	0,071	0,906	0,372	0,071	0,906	0,372	0,071	0,906	0,372	0,044	0,858	0,312
	60,90,150	0,048	1,000	0,724	0,087	0,999	0,738	0,106	1,000	0,866	0,078	1,000	0,827	0,224	1,000	0,939	0,091	1,000	0,686	0,045	1,000	0,800
100,100,100	0,049	1,000	0,758	0,073	1,000	0,779	0,075	1,000	0,864	0,075	1,000	0,864	0,075	1,000	0,864	0,075	1,000	0,864	0,050	1,000	0,868	
$\gamma = -0,5$	6,9,15	0,023	0,140	0,047	0,086	0,343	0,139	0,107	0,474	0,215	0,058	0,340	0,134	0,238	0,673	0,384	0,076	0,206	0,078	0,041	0,139	0,048
	10,10,10	0,033	0,204	0,070	0,067	0,373	0,147	0,064	0,399	0,139	0,064	0,399	0,139	0,064	0,399	0,139	0,064	0,399	0,139	0,037	0,270	0,094
	18,27,45	0,042	0,724	0,224	0,091	0,782	0,291	0,111	0,912	0,427	0,079	0,882	0,360	0,229	0,967	0,604	0,089	0,753	0,215	0,049	0,763	0,214
	30,30,30	0,041	0,761	0,241	0,070	0,811	0,331	0,074	0,907	0,377	0,074	0,907	0,377	0,074	0,907	0,377	0,074	0,907	0,377	0,045	0,859	0,315
	60,90,150	0,048	1,000	0,716	0,095	0,999	0,734	0,109	1,000	0,857	0,079	1,000	0,820	0,228	1,000	0,932	0,098	1,000	0,688	0,050	1,000	0,793
100,100,100	0,048	1,000	0,756	0,078	1,000	0,774	0,080	1,000	0,861	0,080	1,000	0,861	0,080	1,000	0,861	0,080	1,000	0,861	0,051	1,000	0,865	
$\gamma = 1$	6,9,15	0,032	0,149	0,057	0,124	0,355	0,165	0,145	0,495	0,253	0,085	0,372	0,168	0,295	0,679	0,427	0,107	0,241	0,114	0,039	0,218	0,066
	10,10,10	0,043	0,213	0,084	0,098	0,391	0,177	0,102	0,432	0,181	0,102	0,432	0,181	0,102	0,432	0,181	0,102	0,432	0,181	0,039	0,387	0,145
	18,27,45	0,050	0,713	0,234	0,123	0,763	0,318	0,151	0,903	0,454	0,112	0,869	0,385	0,280	0,961	0,618	0,117	0,747	0,257	0,046	0,916	0,415
	30,30,30	0,054	0,739	0,250	0,104	0,788	0,352	0,111	0,890	0,405	0,111	0,890	0,405	0,111	0,890	0,405	0,111	0,890	0,405	0,047	0,960	0,558
	60,90,150	0,070	0,999	0,722	0,132	0,997	0,715	0,159	1,000	0,850	0,122	1,000	0,816	0,288	1,000	0,925	0,132	0,999	0,692	0,054	1,000	0,981
100,100,100	0,067	0,999	0,742	0,113	0,998	0,762	0,121	1,000	0,845	0,121	1,000	0,845	0,121	1,000	0,845	0,121	1,000	0,845	0,048	1,000	0,992	
$\gamma = -1$	6,9,15	0,032	0,147	0,055	0,121	0,356	0,164	0,145	0,498	0,257	0,082	0,375	0,165	0,291	0,682	0,428	0,104	0,242	0,110	0,040	0,217	0,069
	10,10,10	0,043	0,218	0,085	0,099	0,391	0,177	0,100	0,428	0,181	0,100	0,428	0,181	0,100	0,428	0,181	0,100	0,428	0,181	0,038	0,384	0,142
	18,27,45	0,050	0,713	0,231	0,123	0,763	0,319	0,153	0,904	0,454	0,111	0,870	0,385	0,284	0,958	0,618	0,121	0,750	0,255	0,046	0,915	0,412
	30,30,30	0,056	0,740	0,247	0,103	0,789	0,353	0,114	0,890	0,405	0,114	0,890	0,405	0,114	0,890	0,405	0,114	0,890	0,405	0,046	0,960	0,552
	60,90,150	0,072	0,999	0,717	0,130	0,997	0,717	0,158	1,000	0,850	0,122	1,000	0,814	0,289	1,000	0,925	0,138	0,999	0,691	0,050	1,000	0,980
100,100,100	0,068	0,999	0,741	0,116	0,999	0,758	0,121	1,000	0,842	0,121	1,000	0,842	0,121	1,000	0,842	0,121	1,000	0,842	0,050	1,000	0,993	

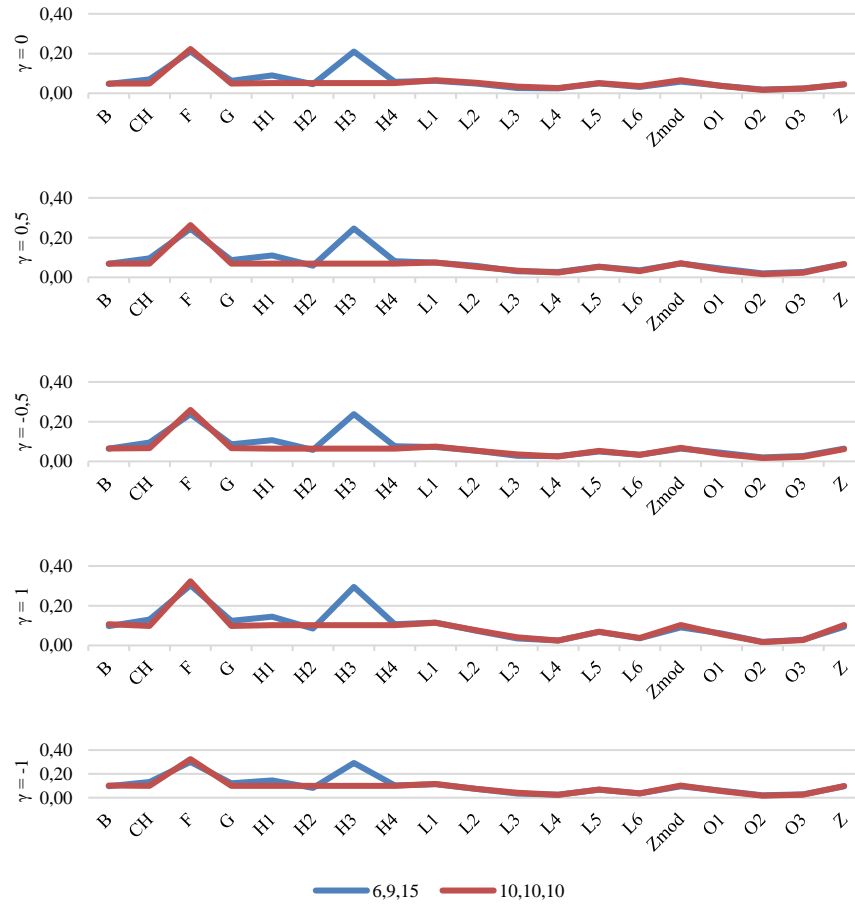
FK: Fligner Killeen, G: G Testi, H<sub>1</sub>: Hartley (ortalama), H<sub>2</sub>: Hartley (Harmonik ortalama), H<sub>3</sub>: Hartley (maks. grup gözlem sayısı), H<sub>4</sub>: Hartley (min. grup varyansı) K: Klotz

**Tablo 8.1.** Testlerin Tip I Hata ve Güç Değerlerine İlişkin Benzetim Sonuçları (Devamı).

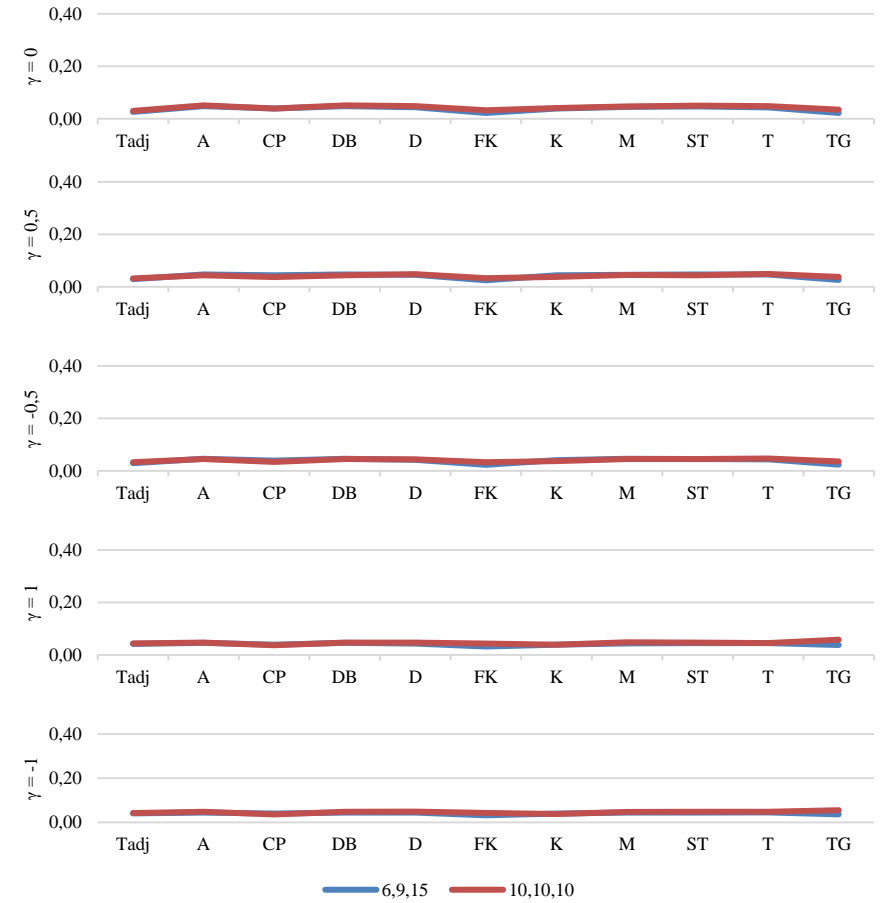
Dağılım	$n_1, n_2, n_3$	L																		M		
		L <sub>1</sub>			L <sub>2</sub>			L <sub>3</sub>			L <sub>4</sub>			L <sub>5</sub>			L <sub>6</sub>			Hata	Güç1	Güç2
		Hata	Güç1	Güç2	Hata	Güç1	Güç2	Hata	Güç1	Güç2	Hata	Güç1	Güç2	Hata	Güç1	Güç2	Hata	Güç1	Güç2			
$\gamma = 0$	6,9,15	0,063	0,254	0,107	0,049	0,135	0,054	0,026	0,152	0,050	0,025	0,081	0,028	0,050	0,222	0,087	0,032	0,098	0,037	0,045	0,184	0,067
	10,10,10	0,066	0,338	0,133	0,053	0,278	0,110	0,034	0,226	0,076	0,026	0,180	0,062	0,051	0,290	0,106	0,036	0,211	0,077	0,047	0,267	0,097
	18,27,45	0,056	0,797	0,268	0,049	0,728	0,219	0,040	0,770	0,237	0,042	0,685	0,186	0,050	0,788	0,258	0,042	0,698	0,195	0,050	0,733	0,222
	30,30,30	0,053	0,858	0,314	0,050	0,858	0,316	0,040	0,826	0,274	0,043	0,832	0,287	0,048	0,844	0,298	0,042	0,834	0,291	0,048	0,792	0,266
	60,90,150	0,053	1,000	0,774	0,049	1,000	0,797	0,048	1,000	0,770	0,047	1,000	0,779	0,051	1,000	0,773	0,046	1,000	0,788	0,052	1,000	0,710
100,100,100	0,050	1,000	0,824	0,049	1,000	0,862	0,045	1,000	0,813	0,047	1,000	0,855	0,047	1,000	0,818	0,047	1,000	0,856	0,049	1,000	0,758	
$\gamma = 0,5$	6,9,15	0,074	0,267	0,115	0,058	0,137	0,059	0,030	0,152	0,054	0,027	0,079	0,030	0,054	0,221	0,088	0,035	0,098	0,039	0,046	0,196	0,070
	10,10,10	0,075	0,354	0,145	0,053	0,273	0,112	0,034	0,223	0,074	0,024	0,168	0,060	0,053	0,290	0,110	0,031	0,196	0,075	0,045	0,277	0,099
	18,27,45	0,068	0,779	0,276	0,050	0,650	0,196	0,044	0,729	0,227	0,037	0,572	0,148	0,053	0,752	0,249	0,037	0,589	0,158	0,050	0,751	0,236
	30,30,30	0,062	0,845	0,314	0,049	0,800	0,285	0,041	0,794	0,250	0,035	0,741	0,229	0,049	0,816	0,277	0,037	0,750	0,235	0,048	0,812	0,281
	60,90,150	0,064	1,000	0,760	0,049	1,000	0,722	0,049	1,000	0,737	0,042	0,999	0,672	0,053	1,000	0,743	0,042	0,999	0,681	0,051	1,000	0,735
100,100,100	0,062	1,000	0,807	0,049	1,000	0,805	0,048	1,000	0,779	0,040	1,000	0,769	0,052	1,000	0,788	0,040	1,000	0,774	0,051	1,000	0,782	
$\gamma = -0,5$	6,9,15	0,072	0,271	0,115	0,054	0,132	0,057	0,028	0,149	0,051	0,026	0,070	0,028	0,050	0,222	0,090	0,034	0,092	0,035	0,046	0,197	0,071
	10,10,10	0,075	0,355	0,142	0,054	0,265	0,110	0,035	0,223	0,076	0,025	0,161	0,057	0,053	0,289	0,107	0,033	0,191	0,073	0,045	0,282	0,102
	18,27,45	0,068	0,781	0,274	0,052	0,648	0,189	0,044	0,736	0,221	0,039	0,565	0,140	0,055	0,756	0,243	0,040	0,582	0,151	0,048	0,753	0,230
	30,30,30	0,061	0,844	0,320	0,049	0,797	0,284	0,041	0,795	0,253	0,036	0,743	0,229	0,048	0,817	0,280	0,038	0,751	0,234	0,046	0,805	0,277
	60,90,150	0,062	1,000	0,752	0,051	1,000	0,718	0,047	1,000	0,729	0,045	0,999	0,668	0,050	1,000	0,735	0,044	0,999	0,677	0,046	1,000	0,725
100,100,100	0,063	1,000	0,802	0,052	1,000	0,798	0,048	1,000	0,776	0,043	1,000	0,760	0,052	1,000	0,785	0,044	1,000	0,767	0,052	1,000	0,775	
$\gamma = 1$	6,9,15	0,115	0,320	0,158	0,074	0,146	0,070	0,035	0,139	0,052	0,025	0,059	0,028	0,068	0,222	0,098	0,036	0,081	0,035	0,044	0,283	0,093
	10,10,10	0,114	0,399	0,190	0,076	0,277	0,131	0,041	0,215	0,082	0,025	0,136	0,050	0,069	0,290	0,125	0,038	0,170	0,069	0,048	0,392	0,144
	18,27,45	0,099	0,805	0,320	0,053	0,551	0,168	0,040	0,679	0,199	0,026	0,363	0,082	0,053	0,715	0,229	0,027	0,389	0,092	0,049	0,903	0,384
	30,30,30	0,103	0,848	0,367	0,057	0,714	0,254	0,043	0,743	0,234	0,027	0,568	0,156	0,058	0,775	0,269	0,028	0,585	0,166	0,049	0,930	0,457
	60,90,150	0,102	0,999	0,778	0,052	0,997	0,619	0,052	0,999	0,685	0,035	0,989	0,481	0,059	0,999	0,703	0,033	0,991	0,496	0,051	1,000	0,937
100,100,100	0,103	1,000	0,808	0,051	0,999	0,709	0,048	1,000	0,722	0,033	0,998	0,600	0,057	1,000	0,741	0,032	0,998	0,611	0,050	1,000	0,955	
$\gamma = -1$	6,9,15	0,113	0,318	0,156	0,074	0,145	0,069	0,035	0,139	0,052	0,025	0,061	0,026	0,067	0,220	0,097	0,036	0,079	0,037	0,044	0,280	0,094
	10,10,10	0,116	0,398	0,193	0,074	0,275	0,131	0,041	0,213	0,080	0,024	0,135	0,050	0,069	0,290	0,123	0,036	0,172	0,070	0,047	0,390	0,147
	18,27,45	0,098	0,804	0,318	0,053	0,548	0,165	0,041	0,677	0,197	0,027	0,364	0,081	0,055	0,712	0,228	0,027	0,387	0,090	0,047	0,905	0,384
	30,30,30	0,101	0,849	0,364	0,059	0,714	0,255	0,044	0,742	0,231	0,028	0,565	0,157	0,058	0,777	0,268	0,028	0,585	0,164	0,047	0,933	0,454
	60,90,150	0,103	0,999	0,774	0,052	0,996	0,619	0,051	0,999	0,680	0,034	0,989	0,478	0,060	0,999	0,699	0,032	0,992	0,493	0,051	1,000	0,938
100,100,100	0,102	1,000	0,807	0,053	0,999	0,710	0,049	1,000	0,722	0,034	0,998	0,601	0,057	1,000	0,740	0,033	0,999	0,610	0,052	1,000	0,951	

L<sub>1</sub>: Levene (mutlak sapma ve ortalama), L<sub>2</sub>: Levene (karesel sapma ve ortalama), L<sub>3</sub>: Levene (mutlak sapma ve ortanca), L<sub>4</sub>: Levene (karesel sapma ve ortanca), L<sub>5</sub>: Levene (mutlak sapma ve kırılmış ortalama), L<sub>6</sub>: Levene (karesel sapma ve kırılmış ortalama) M: Mood

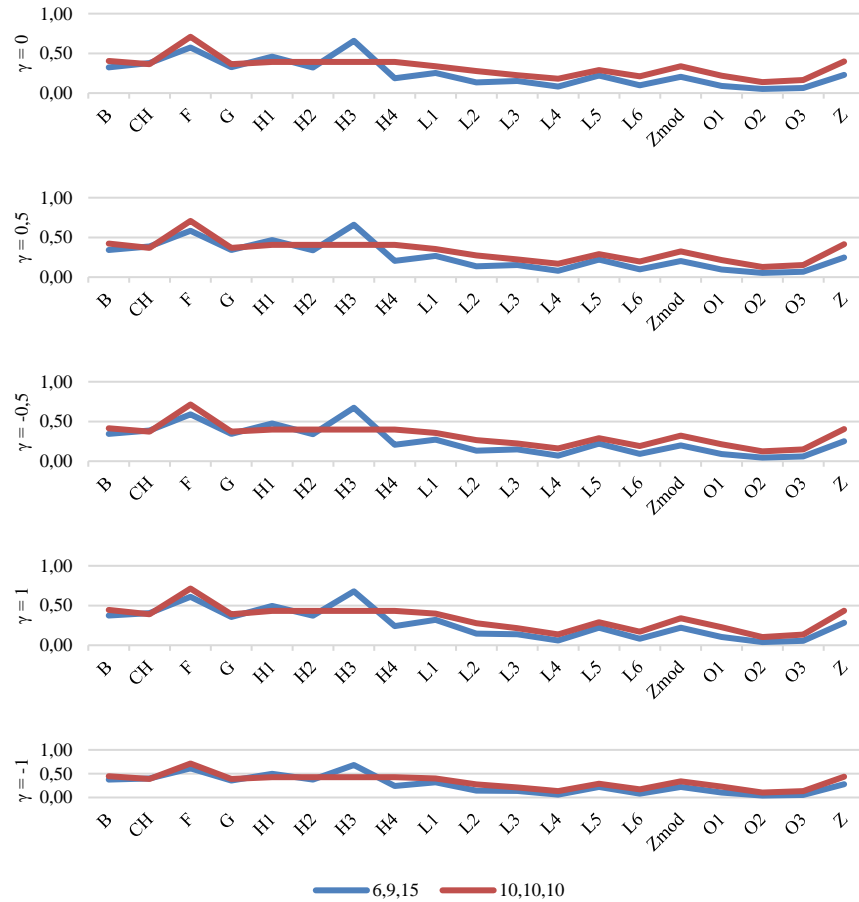




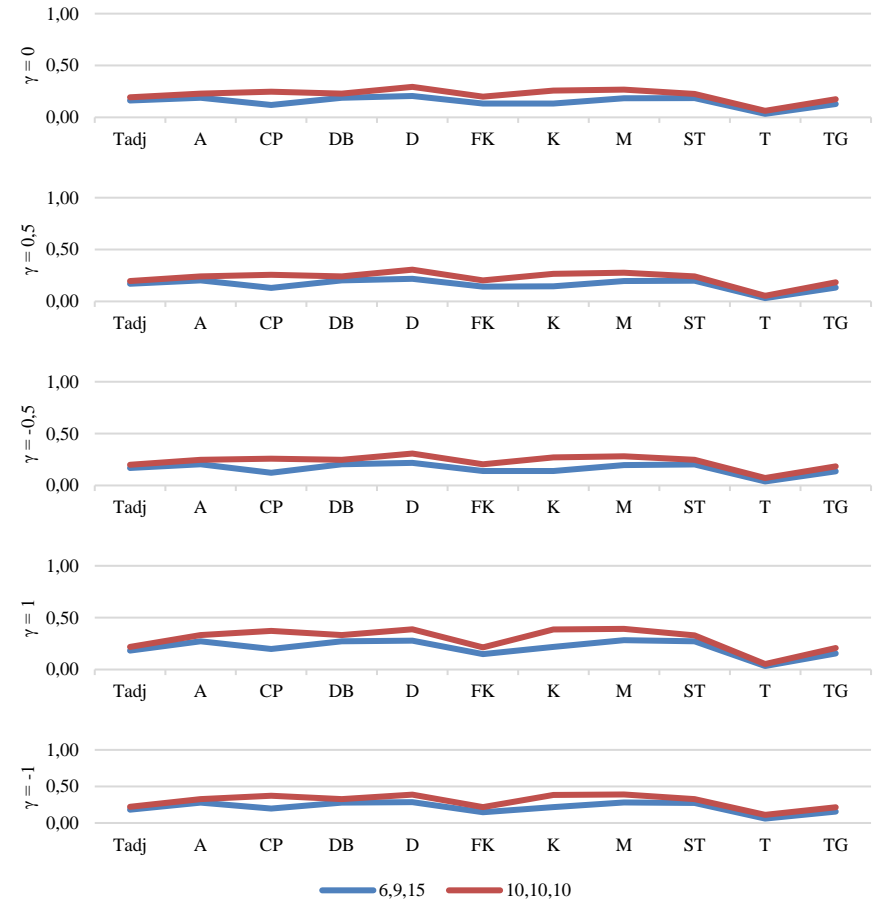
Şekil 8.1. Parametrik Testlerin Tip I Hata Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 6, 9, 15$  ve  $10, 10, 10$ ).



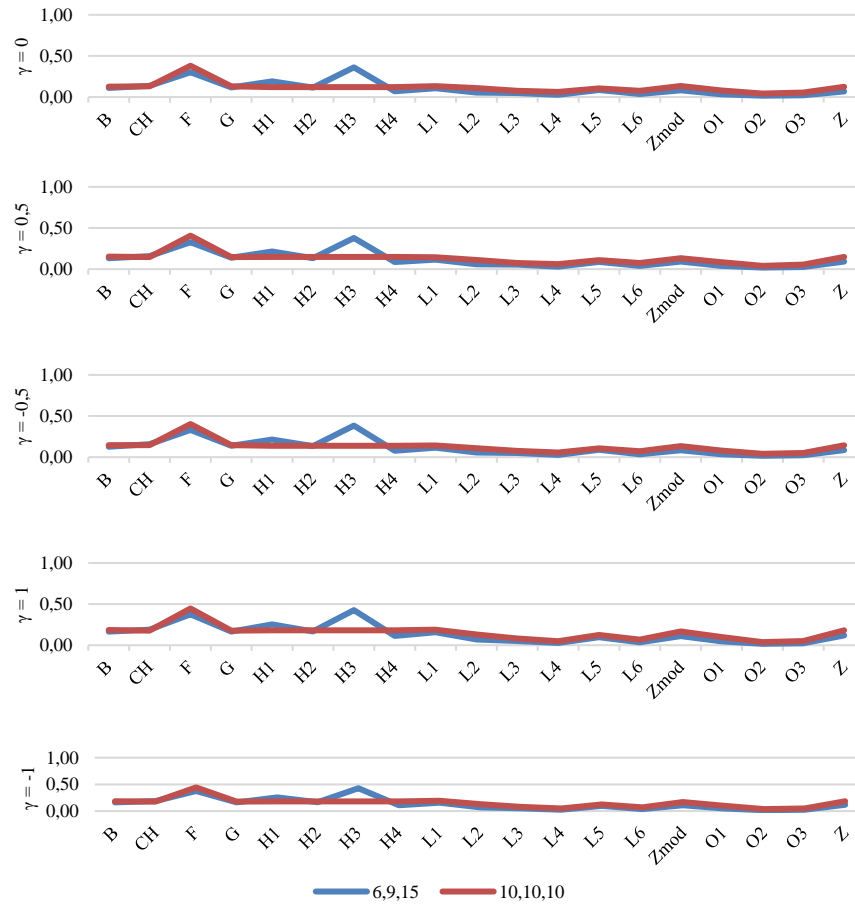
Şekil 8.2. Parametrik Olmayan Testlerin Tip I Hata Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 6, 9, 15$  ve  $10, 10, 10$ ).



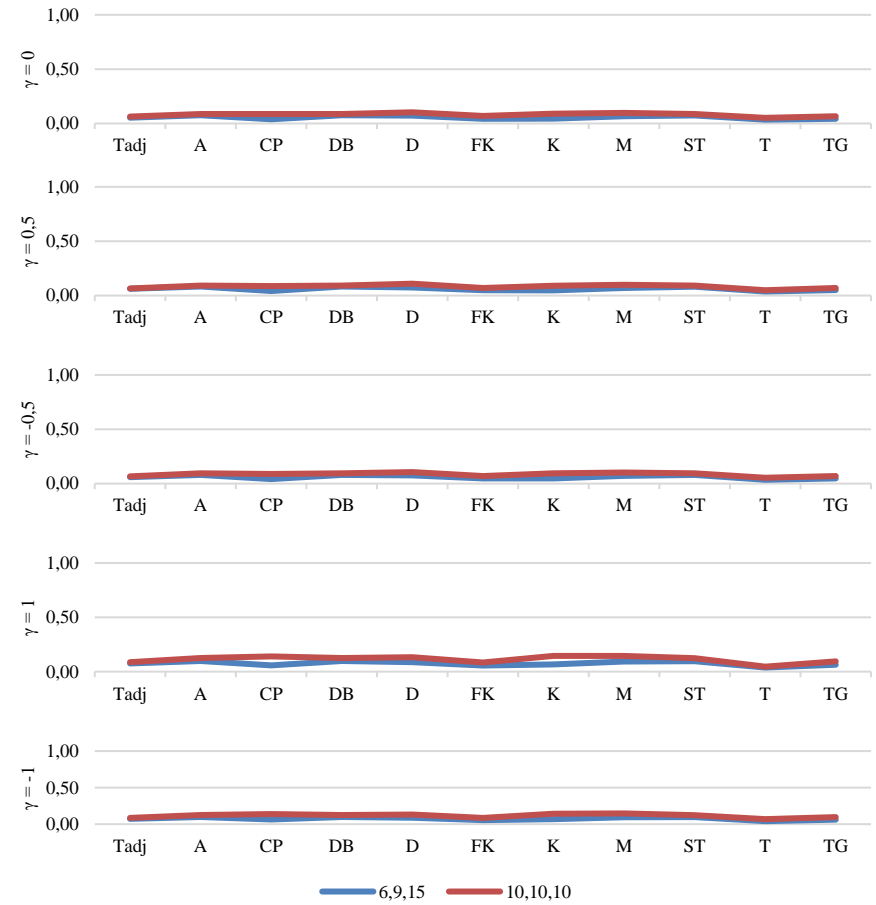
**Şekil 8.3.** Parametrik Testlerin Güç 1 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3=6,9,15$  ve  $10,10,10$ ).



**Şekil 8.4.** Parametrik Olmayan Testlerin Güç 1 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3=6,9,15$  ve  $10,10,10$ ).

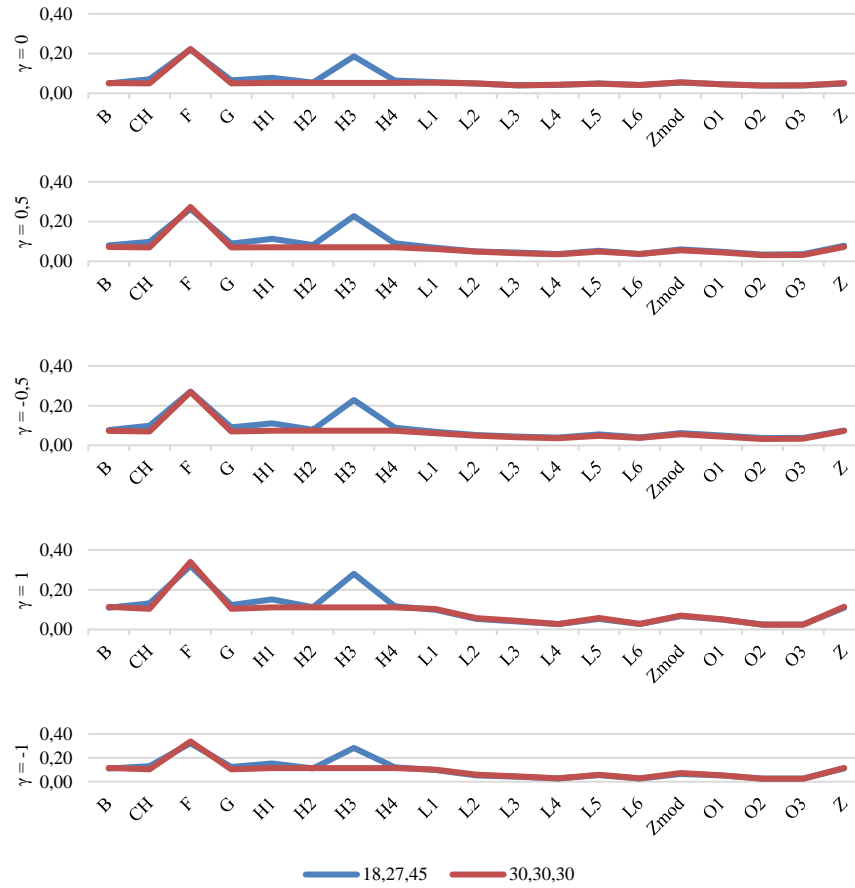


**Şekil 8.5.** Parametrik Testlerin Güç 2 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 6, 9, 15$  ve  $10, 10, 10$ ).

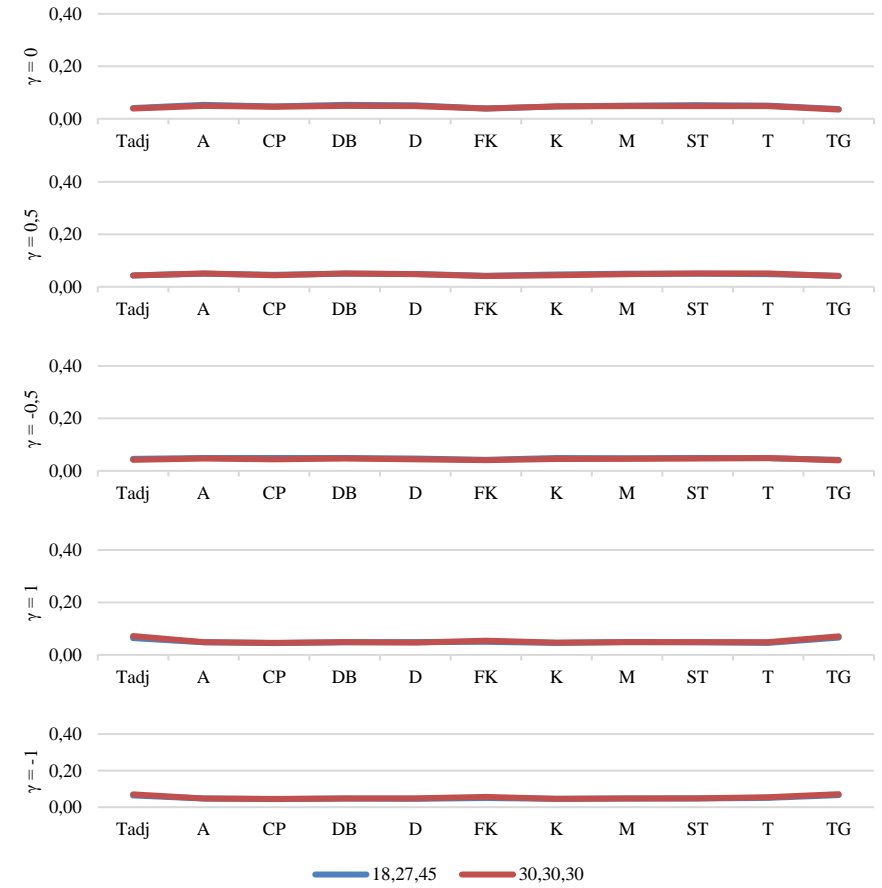


**Şekil 8.6.** Parametrik Olmayan Testlerin Güç 2 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 6, 9, 15$  ve  $10, 10, 10$ ).

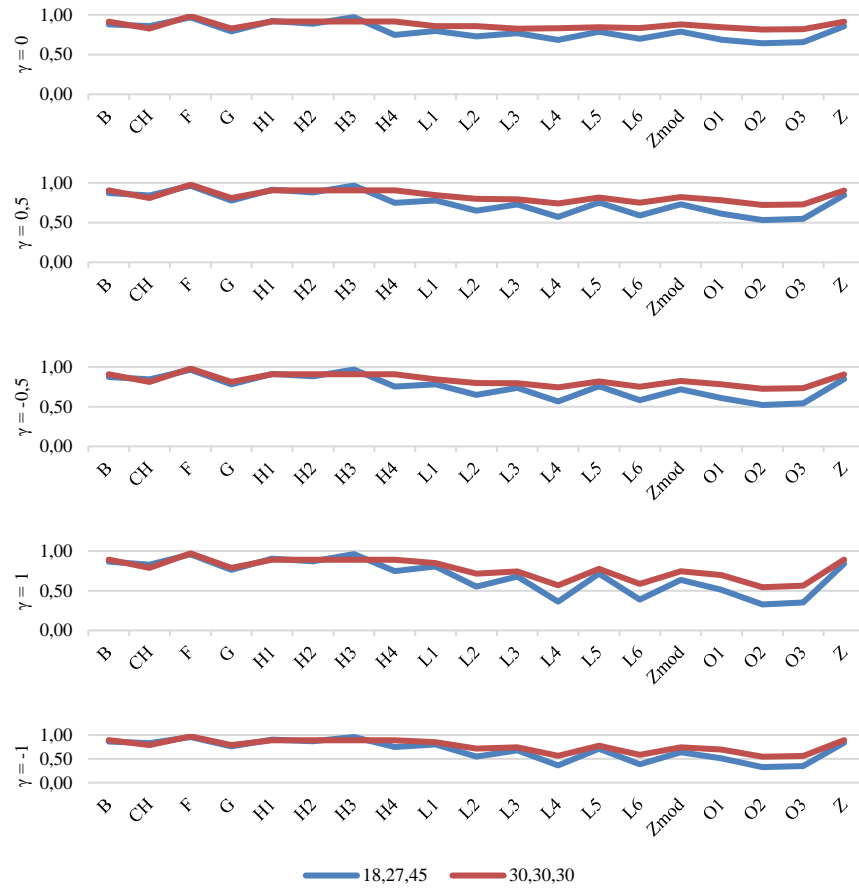




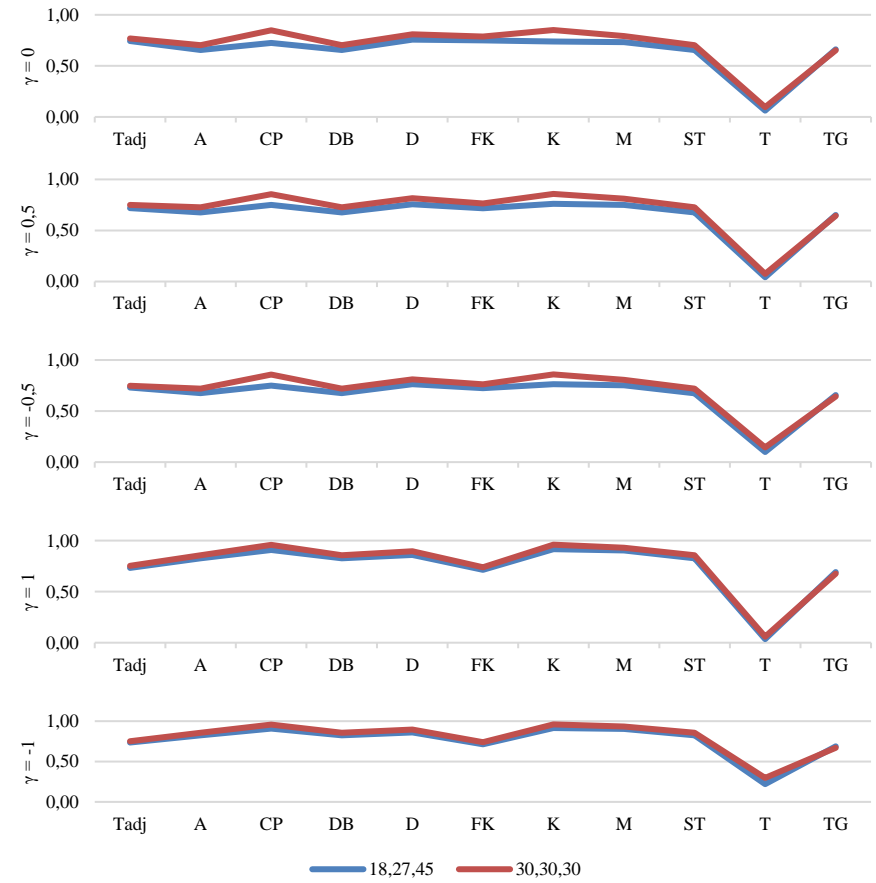
Şekil 8.7. Parametrik Testlerin Tip I Hata Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 18, 27, 45$  ve  $30, 30, 30$ ).



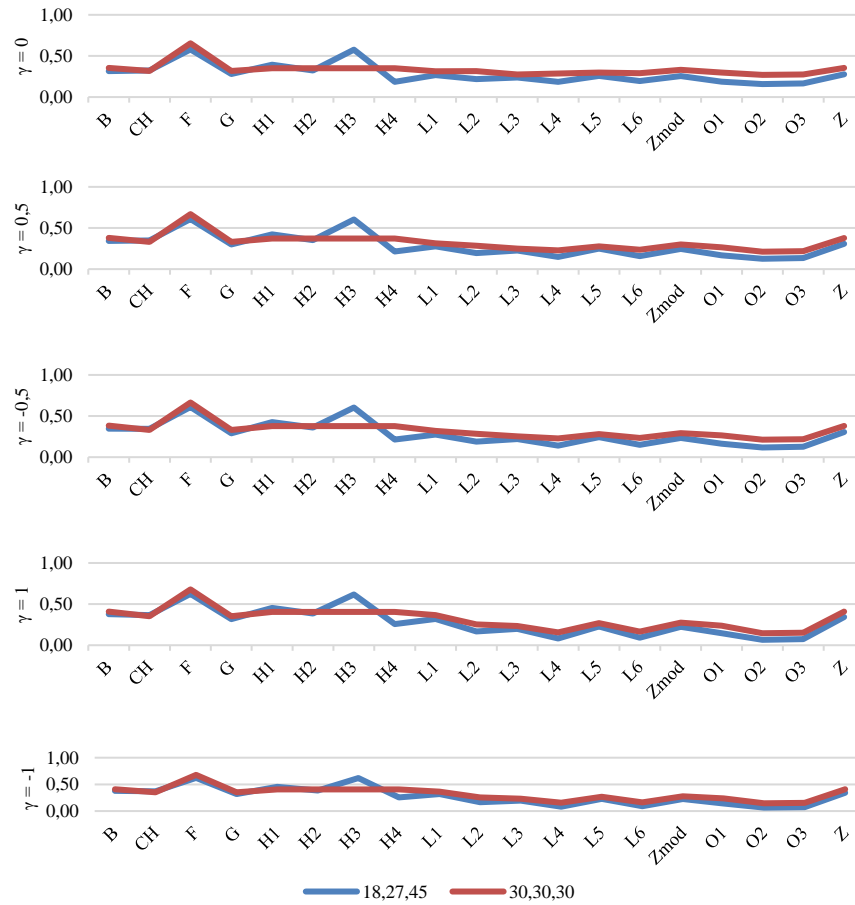
Şekil 8.8. Parametrik Olmayan Testlerin Tip I Hata Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 18, 27, 45$  ve  $30, 30, 30$ ).



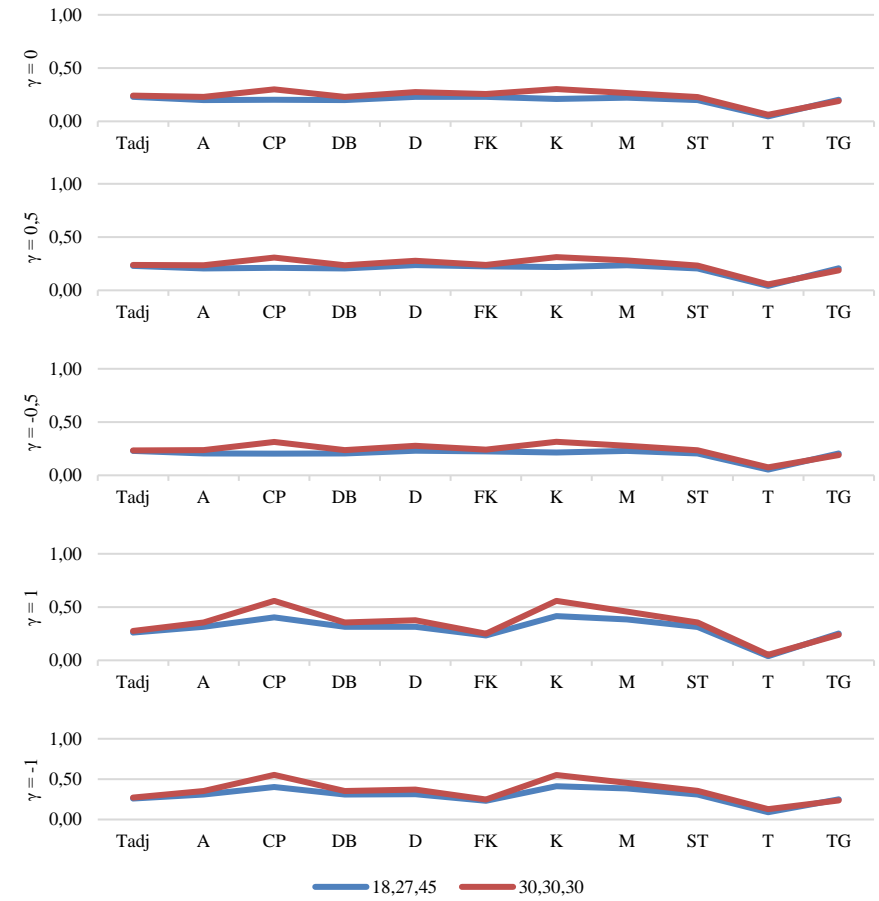
**Şekil 8.9.** Parametrik Testlerin Güç 1 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 18, 27, 45$  ve  $30, 30, 30$ ).



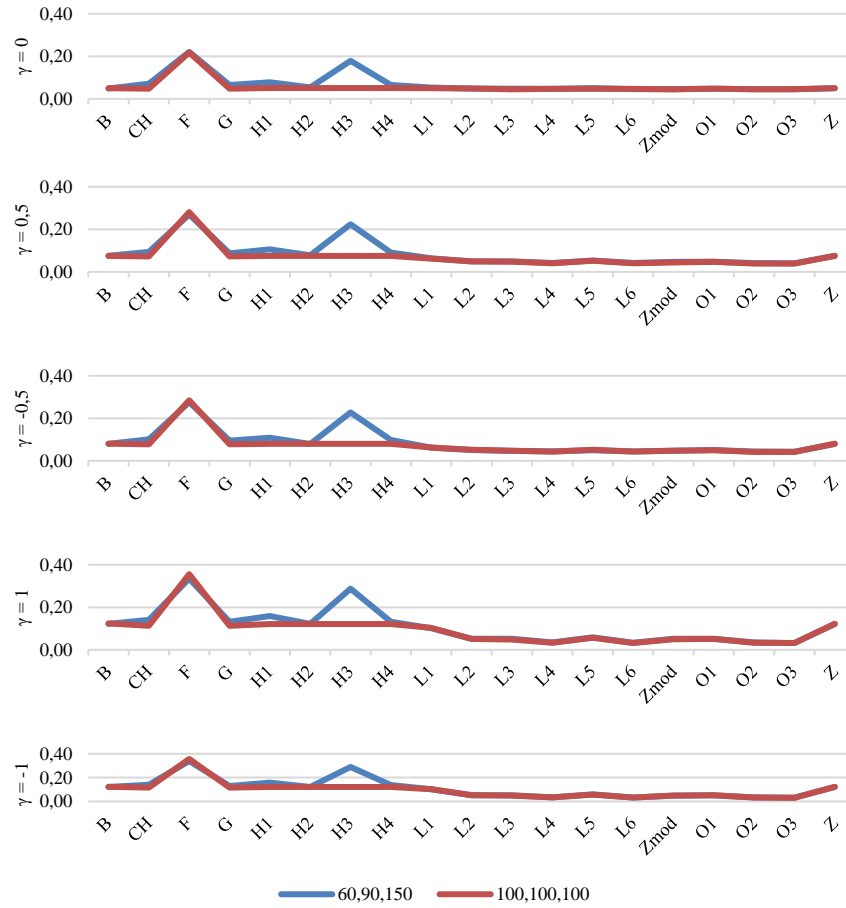
**Şekil 8.10.** Parametrik Olmayan Testlerin Güç 1 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 18, 27, 45$  ve  $30, 30, 30$ ).



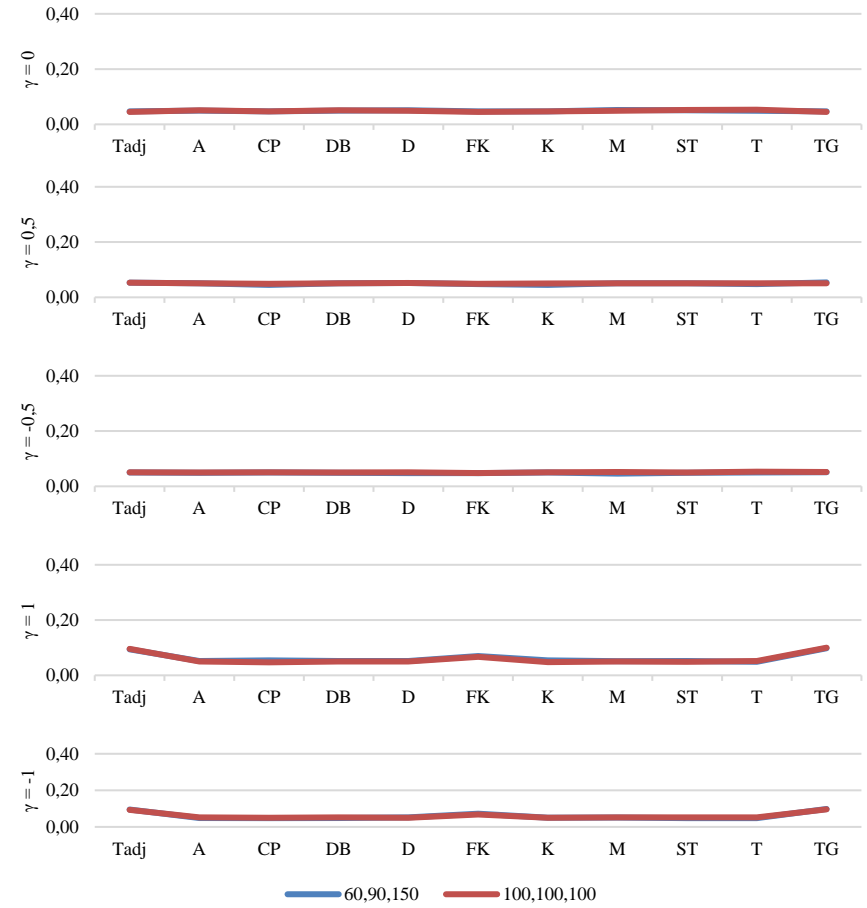
**Şekil 8.11.** Parametrik Testlerin Güç 2 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 18, 27, 45$  ve  $30, 30, 30$ ).



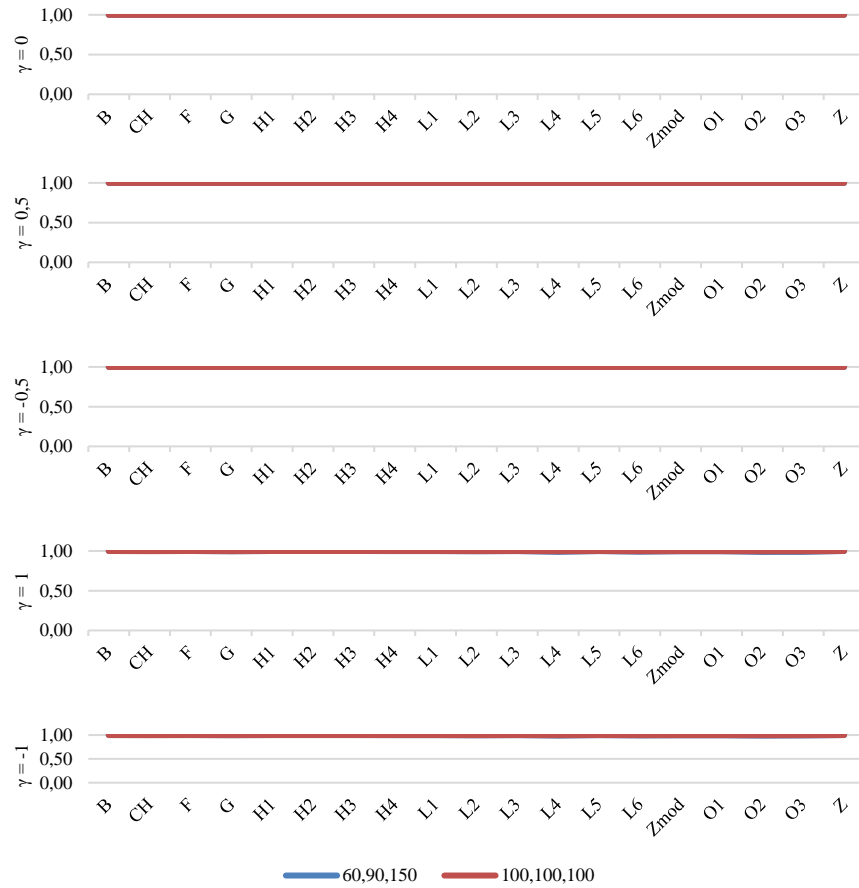
**Şekil 8.12.** Parametrik Olmayan Testlerin Güç 2 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 18, 27, 45$  ve  $30, 30, 30$ ).



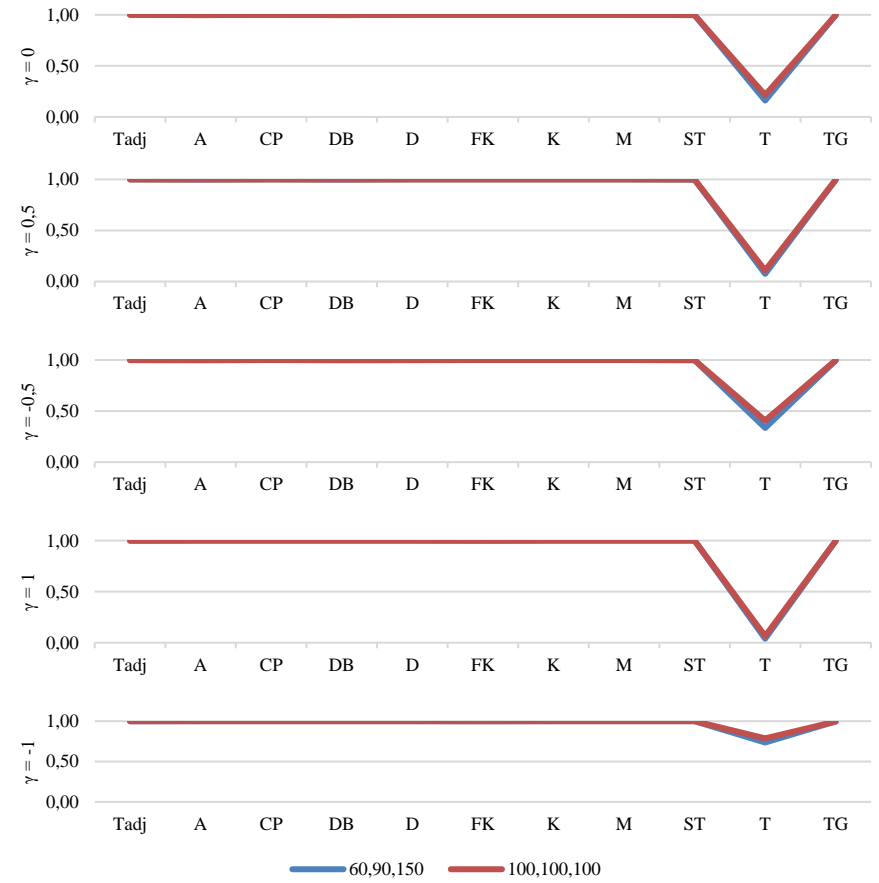
**Şekil 8.13.** Parametrik Testlerin Tip I Hata Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 60, 90, 150$  ve  $100, 100, 100$ ).



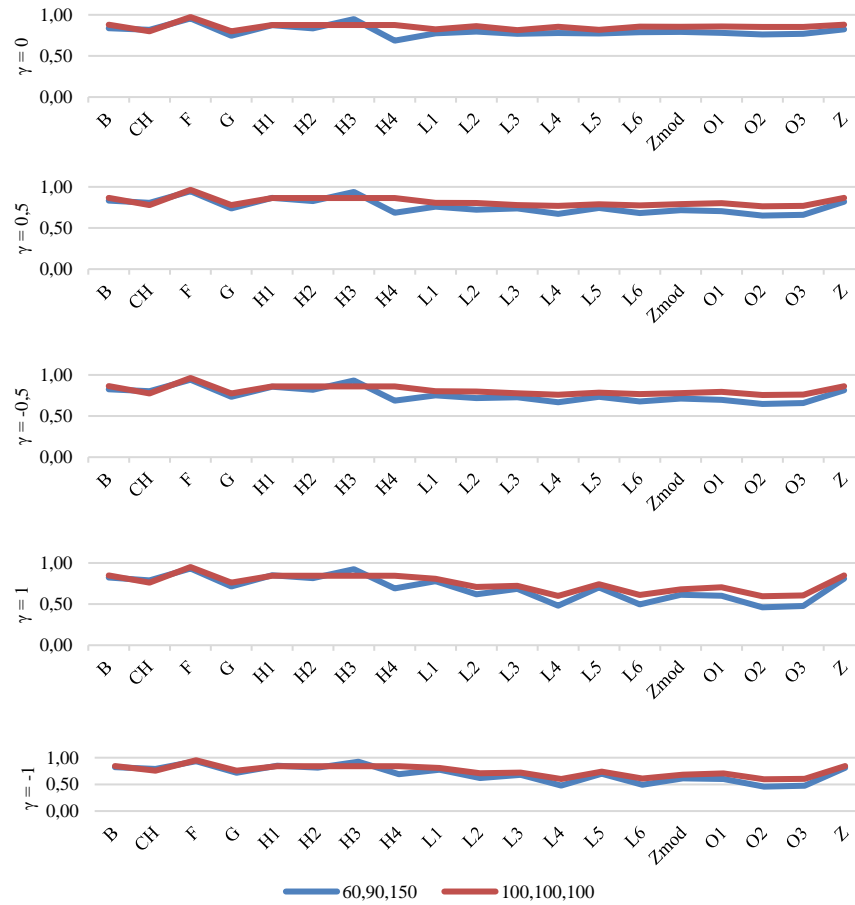
**Şekil 8.14.** Parametrik Olmayan Testlerin Tip I Hata Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 60, 90, 150$  ve  $100, 100, 100$ ).



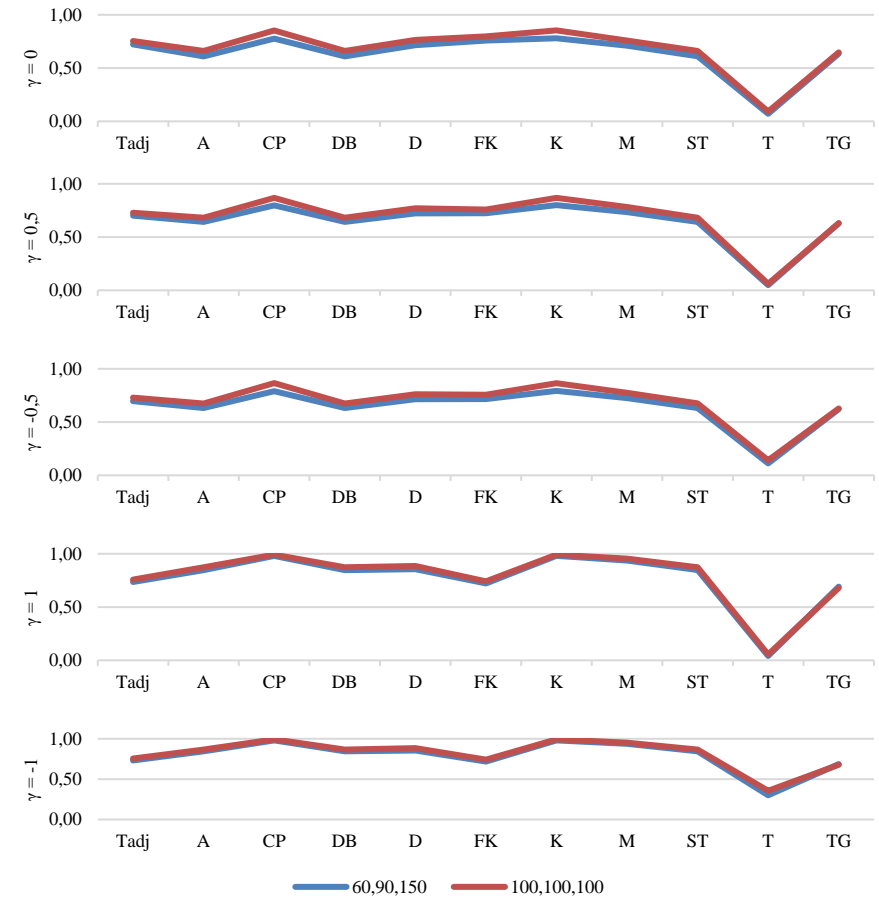
**Şekil 8.15.** Parametrik Testlerin Güç 1 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 60, 90, 150$  ve  $100, 100, 100$ ).



**Şekil 8.16.** Parametrik Olmayan Testlerin Güç 1 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 60, 90, 150$  ve  $100, 100, 100$ ).



**Şekil 8.17.** Parametrik Testlerin Güç 2 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 60, 90, 150$  ve  $100, 100, 100$ ).



**Şekil 8.18.** Parametrik Olmayan Testlerin Güç 2 Değerleri ( $n_1, n_2, n_3 = 60, 90, 150$  ve  $100, 100, 100$ ).

## EK-2: Tez Çalışması Orijinallik Raporu

### Gözde Coşar Yüksek Lisans Tezi

#### ORJİNALLİK RAPORU

%**8**

BENZERLİK ENDEKSİ

%**7**

İNTERNET KAYNAKLARI

%**6**

YAYINLAR

%**5**

ÖĞRENCİ ÖDEVLERİ

#### BİRİNCİL KAYNAKLAR

<b>1</b>	<a href="http://openaccess.hacettepe.edu.tr">openaccess.hacettepe.edu.tr</a> İnternet Kaynağı	% <b>2</b>
<b>2</b>	Submitted to Hacettepe University Öğrenci Ödevi	<% <b>1</b>
<b>3</b>	<a href="http://kups.ub.uni-koeln.de">kups.ub.uni-koeln.de</a> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>
<b>4</b>	<a href="http://rstudio-pubs-static.s3.amazonaws.com">rstudio-pubs-static.s3.amazonaws.com</a> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>
<b>5</b>	<a href="http://www.frontiersin.org">www.frontiersin.org</a> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>
<b>6</b>	William Jay Conover, Armando Jesús Guerrero-Serrano, Víctor Gustavo Tercero-Gómez. "An update on 'a comparative study of tests for homogeneity of variance'", Journal of Statistical Computation and Simulation, 2018 Yayın	<% <b>1</b>
<b>7</b>	<a href="http://www.tci-thaijo.org">www.tci-thaijo.org</a> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>
<b>8</b>	<a href="http://acikbilim.yok.gov.tr">acikbilim.yok.gov.tr</a> İnternet Kaynağı	

**EK-3: Dijital Makbuz**

## Digital Receipt

This receipt acknowledges that Turnitin received your paper. Below you will find the receipt information regarding your submission.

The first page of your submissions is displayed below.

Submission author: Gözde Coşar  
Assignment title: Gözde Coşar Yüksek Lisans Tezi  
Submission title: Gözde Coşar Yüksek Lisans Tezi  
File name: G\_zde\_Co\_ar-Tez.pdf  
File size: 1.92M  
Page count: 73  
Word count: 25,503  
Character count: 113,641  
Submission date: 28-Apr-2024 02:17AM (UTC+0300)  
Submission ID: 2363788379





## 9. ÖZGEÇMİŞ