



# HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Programı

## ÖĞRETMEN ADAYLARININ MODEL OLUŞTURMA ETKİNLİKLERİ SÜRECİNDEKİ ARGÜMANTASYON KALİTELERİNİN İNCELENMESİ

Elif ÇELENK

Yüksek Lisans Tezi

Ankara, 2024

Liderlik, araştırma, inovasyon, kaliteli eğitim ve değişim ile

*Daha ileriye ... En iyiye ...*



Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Programı

ÖĞRETMEN ADAYLARININ MODEL OLUŞTURMA ETKİNLİKLERİ SÜRECİNDEKİ  
ARGÜMANTASYON KALİTELERİNİN İNCELENMESİ

INVESTIGATION OF PRE-SERVICE TEACHERS' ARGUMENTATION QUALITY IN  
MODEL ELICITING ACTIVITIES

Elif ÇELENK

Yüksek Lisans Tezi

Ankara, 2024



## Öz

Bu çalışmada amaç, ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının model oluşturma etkinlikleri sürecinde ürettikleri argümanları Toulmin modeline göre inceleyerek süreç boyunca argümantasyon kalitelerini gözlemektir. Çalışmada nitel araştırma yaklaşımı temel alınmış ve öğretim deneyi uygulanmıştır. Katılımcılar Ankara'daki bir devlet üniversitesinin Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü'nde matematik öğretmenliği programının, üçüncü ve dördüncü sınıfa devam etmekte olan altı öğretmen adaydır. Çalışma boyunca öğretmen adaylarına dört ayrı oturumda model oluşturma etkinlikleri uygulanmış ve bu etkinlikler süresince tartışmaları ve ortaya çıkardıkları modeller Toulmin Modeli'nin bileşenlerine göre incelenerek argümantasyon kaliteleri belirlenmiştir. Argümantasyon kalitelerinin belirlenmesinde, Cho ve Jonassen (2002) tarafından oluşturulan ve Güç ve Kuleyin (2021) tarafından Türkçe'ye uyarlanan Argümantasyon Kalitesini Değerlendirme Rubriği (AKDR) kullanılmıştır. Araştırmanın verileri yazılı uygulama, gözlem ve bireysel görüşme yoluyla toplanmıştır. Öğretme deneyi uygulamasındaki oturumların video kaydı, bireysel görüşmelerin ses kaydı, öğrencilere ait çalışma kâğıtları ve araştırmacıya ait gözlem notları şeklindeki araştırma verileri betimsel olarak analiz edilerek öğretmen adaylarının argümantasyon kalitesindeki değişim incelenmiştir. Öğretim deneyindeki model oluşturma etkinlikleri sürecinde grup çalışmalarına ağırlık verilmiştir. AKDR puanlarına göre bir gruptaki öğretmen adaylarının argümantasyon kalitesinde gelişim görülmüştür. Diğer grupta ise yapılan bireysel görüşmelerden elde edilen verilere dayanılarak öğretmen adaylarının argümantasyon kalitesinde ilerleme olduğu söylenebilir.

**Anahtar Kelimeler:** Argümantasyon Kalitesi, Toulmin Modeli, Model Oluşturma Etkinliği, Matematik Eğitimi, Öğretmen Adayları, Öğretim Deneyi

### **Abstract**

The aim of this study is to examine the arguments produced by pre-service secondary mathematics teachers during the model eliciting activities according to the Toulmin model and to observe their argumentation quality throughout the process. The study was based on qualitative research approach and the teaching experiment was applied. The participants consisted of six pre-service mathematics teachers. During the study, model eliciting activities were applied to the pre-service teachers in four separate sessions and their argumentation quality was determined by analyzing their discussions and the models they produced during these activities according to the components of the Toulmin Model. The Argumentation Quality Assessment Rubric created by Cho and Jonassen (2002) and adapted into Turkish by Güç and Kuleyin (2021) was used to determine the argumentation quality. The data of the study were collected through written application, observation, and individual interview. Video recordings, audio recordings, worksheets and the researcher's observation notes were analyzed and the change in the argumentation quality of the pre-service teachers was observed. Thanks to the teaching experiment, group work was increased in the process of model eliciting activities. According to the AQAR scores, an improvement was observed in the argumentation quality of pre-service teachers in one group. In the other group, based on the data obtained from the individual interviews, it can be said that there is an improvement in the quality of argumentation of pre-service teachers.

**Keywords:** Argumentation Quality, Toulmin Model, Model Eliciting Activity, Mathematics Education, Pre-service Teachers, Teaching Experiment

## **Teşekkür**

Bu çalışmayı yürütmemde bana yardımcı olan danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Meltem SARI UZUN'a, dersini alarak matematiksel modelleme etkinliklerini tanıma fırsatı bulduğum Prof. Dr. Şenol DOST'a, süreçte bilgisine başvurduğum Doç. Dr. Selin URHAN'a, lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca bilgisiyle bana ışık tutan tüm Hacettepe Üniversitesi öğretim üyelerine teşekkür ederim.

## İçindekiler

Kabul ve Onay .....	ii
Öz.....	iii
Abstract.....	iv
Teşekkür .....	v
Tablolar Dizini .....	viii
Şekiller Dizini .....	ix
Simgeler ve Kısaltmalar Dizini .....	xi
Bölüm 1 Giriş .....	1
Problem Durumu .....	4
Araştırmanın Amacı ve Önemi.....	5
Araştırma Problemi .....	6
Alt Problemler.....	6
Sayıtlılar.....	7
Sınırlılıklar.....	7
Tanımlar .....	7
Bölüm 2 Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar.....	9
Toulmin Modeli.....	9
Model Oluşturma Etkinlikleri .....	11
Argümantasyon veya Model Oluşturma Etkinlikleri ile İlgili Çalışmalar .....	13
Bölüm 3 Yöntem .....	20
Araştırmanın Türü .....	20
Araştırmanın Katılımcıları .....	21
Veri Toplama Süreci.....	22
Veri Toplama Araçları .....	25
Model Oluşturma Etkinliklerine Ait Çalışma Kağıtları .....	25
Yapılan Bireysel Görüşmelerin Ses Kaydı .....	33



Verilerin Analizi.....	33
Bölüm 4 Bulgular, Yorumlar ve Tartışma.....	39
Model Oluşturma Etkinlikleri ve Argümantasyon Kalitesi .....	40
Birinci Model Oluşturma Etkinliği Sürecindeki Argümantasyon Kalitesi .....	40
İkinci Model Oluşturma Etkinliği Sürecindeki Argümantasyon Kalitesi.....	52
Üçüncü Model Oluşturma Etkinliği Sürecindeki Argümantasyon Kalitesi .....	65
Dördüncü Model Oluşturma Etkinliği Sürecindeki Argümantasyon Kalitesi .....	74
Bireysel Görüşmeler ve Argümantasyon Kalitesi.....	84
AKDR ile Bireysel Görüşmelerin Entegrasyonu ve Argümantasyon Kalitesi .....	88
Bölüm 5 Sonuç ve Tartışma.....	90
Bölüm 6 Öneriler.....	97
Kaynaklar .....	99
EK-A: Araştırma Etik Komisyonu Onay Bildirimi .....	107
EK-B: Etik Beyanı .....	108
EK-C: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu .....	109
EK-Ç: Thesis/Dissertation Originality Report.....	110
EK-D: Yayımlama ve Fikrî Mülkiyet Hakları Beyanı .....	111

## Tablolar Dizini

<b>Tablo 1</b> <i>Uygulamanın Yapısı ve Zaman Çizelgesi</i> .....	22
<b>Tablo 2</b> <i>Analiz 1 ve Analiz 2 Derslerinin İçeriği</i> .....	26
<b>Tablo 3</b> <i>Modelleme Etkinliklerinin Kazanımları ve Kaynakları</i> .....	26
<b>Tablo 4</b> <i>Güç ve Kuleyin (2021) Argümantasyon Kalitesi Değerlendirme Rubriği</i> .36	
<b>Tablo 5</b> <i>Argümantasyon Kalitesi İçin Öğrenci Yeterlilik Düzeyi Kategorileri</i> .....	38
<b>Tablo 6</b> <i>Birinci Model Oluşturma Etkinliği Birinci Grubun AKDR'ye Göre Yeterlik Düzeyinin Belirlenmesi</i> .....	45
<b>Tablo 7</b> <i>Birinci Model Oluşturma Etkinliği İkinci Grubun AKDR'ye Göre Yeterlik Düzeyinin Belirlenmesi</i> .....	51
<b>Tablo 8</b> <i>İkinci Model Oluşturma Etkinliği Birinci Grubun AKDR'ye Göre Yeterlik Düzeyinin Belirlenmesi</i> .....	57
<b>Tablo 9</b> <i>İkinci Model Oluşturma Etkinliği İkinci Grubun AKDR'ye Göre Yeterlik Düzeyinin Belirlenmesi</i> .....	63
<b>Tablo 10</b> <i>Üçüncü Model Oluşturma Etkinliği Birinci Grubun AKDR'ye Göre Yeterlik Düzeyinin Belirlenmesi</i> .....	69
<b>Tablo 11</b> <i>Üçüncü Model Oluşturma Etkinliği İkinci Grubun AKDR'ye Göre Yeterlik Düzeyinin Belirlenmesi</i> .....	73
<b>Tablo 12</b> <i>Dördüncü Model Oluşturma Etkinliği Birinci Grubun AKDR'ye Göre Yeterlik Düzeyinin Belirlenmesi</i> .....	78
<b>Tablo 13</b> <i>Dördüncü Model Oluşturma Etkinliği İkinci Grubun AKDR'ye Göre Yeterlik Düzeyinin Belirlenmesi</i> .....	81
<b>Tablo 14</b> <i>Birinci Grubun Toulmin Bileşenleri Puanları</i> .....	88
<b>Tablo 15</b> <i>İkinci Grubun Toulmin Bileşenleri Puanları</i> .....	89
<b>Tablo 16</b> <i>Grupların AKDR Puan Tablosu</i> .....	90

## Şekiller Dizini

<b>Şekil 1</b> <i>Toulmin Modelinin Yardımcı Bileşenleri ve Örnek (Toulmin, 2003)</i> .....	10
<b>Şekil 2</b> <i>Modelleme Döngüsü (Blum, 2011)</i> .....	11
<b>Şekil 3</b> <i>Veri Toplama Sürecinin Aşamaları</i> .....	23
<b>Şekil 4</b> <i>Birinci Model Oluşturma Etkinliği</i> .....	28
<b>Şekil 5</b> <i>İkinci Model Oluşturma Etkinliği</i> .....	29
<b>Şekil 6</b> <i>Üçüncü Model Oluşturma Etkinliği</i> .....	30
<b>Şekil 7</b> <i>Dördüncü Model Oluşturma Etkinliği</i> .....	31
<b>Şekil 8</b> <i>Toulmin Modeli Şema Örneği</i> .....	34
<b>Şekil 9</b> <i>Öğretmen Adayı A'nın Bireysel Çalışması</i> .....	40
<b>Şekil 10</b> <i>Öğretmen Adayı B' nin Bireysel Çalışması</i> .....	41
<b>Şekil 11</b> <i>Öğretmen Adayı C' nin Bireysel Çalışması</i> .....	41
<b>Şekil 12</b> <i>Birinci Model Oluşturma Etkinliği Birinci Grubun Modelinin Toulmin Şeması</i> .....	44
<b>Şekil 13</b> <i>Öğretmen Adayı D' nin Bireysel Çalışması</i> .....	46
<b>Şekil 14</b> <i>Öğretmen Adayı E'nin Bireysel Çalışması</i> .....	46
<b>Şekil 15</b> <i>Öğretmen Adayı F'nin Bireysel Çalışması</i> .....	47
<b>Şekil 16</b> <i>Birinci Model Oluşturma Etkinliği İkinci Grubun Modelinin Toulmin Şeması</i> .....	50
<b>Şekil 17</b> <i>Birinci Gruptaki Üç Öğretmen Adayının Bireysel Çalışma Kağıtlarındaki Şemalar</i> .....	53
<b>Şekil 18</b> <i>İkinci Model Oluşturma Etkinliği Birinci Grubun Modelinin Toulmin Şeması</i> .....	56
<b>Şekil 19</b> <i>İkinci Gruptaki Üç Öğretmen Adayının Bireysel Çalışma Kağıtlarındaki Şemalar</i> .....	58
<b>Şekil 20</b> <i>D31 İfadesinde Bahsedilen İşlemler</i> .....	60
<b>Şekil 21</b> <i>D36 İfadesinde Bahsedilen Grafik</i> .....	61
<b>Şekil 22</b> <i>D42 İfadesinde Bahsedilen İşlemler</i> .....	62
<b>Şekil 23</b> <i>İkinci Model Oluşturma Etkinliği İkinci Grubun Modelinin Toulmin Şeması</i> .....	63
<b>Şekil 24</b> <i>Üçüncü Model Oluşturma Etkinliği Birinci Grubun Modelinin Toulmin Şeması</i> .....	68
<b>Şekil 25</b> <i>F10 İfadesinde Bahsedilen İşlemler</i> .....	71

<b>Şekil 26</b> Üçüncü Model Oluşturma Etkinliği İkinci Grubun Modelinin Toulmin Şeması .....	72
<b>Şekil 27</b> B5 İfadesinde Bahsedilen İşlemler .....	77
<b>Şekil 28</b> Dördüncü Model Oluşturma Etkinliği Birinci Grubun Modelinin Toulmin Şeması .....	78
<b>Şekil 29</b> F11 İfadesinde Bahsedilen İşlemler .....	80
<b>Şekil 30</b> Dördüncü Model Oluşturma Etkinliği İkinci Grubun Modelinin Toulmin Şeması .....	80

## Simgeler ve Kısaltmalar Dizini

**AKDR:** Argümantasyon Kalitesi Değerlendirme Rubriği

**ATOÖ:** Argümantasyon Tabanlı Olasılık Öğretimi

**MEB:** Millî Eğitim Bakanlığı

**MOE:** Model Oluşturma Etkinliği

**NCTM:** National Council of Teacher of Mathematics

**OA** Ortaklaşa Argümantasyon

**TAM:** Toulmin Argümantasyon Modeli

## Bölüm 1

### Giriş

İçinde bulunduğumuz 21. yüzyılda bilgi ve teknolojinin hızlı gelişimine ayak uydurmak ve çağın gerektirdiği donanımda bireyler yetiştirebilmek adına eğitim ve öğretim programlarına yeni yeterlikler ve beceriler eklenmektedir. Ülkemizde Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) tarafından hazırlanan ulusal öğretim programlarında bir öğrencinin sahip olması gereken becerilerden bazıları yaratıcılık, problem çözme, öğrenmeyi öğrenme, iletişim, takım çalışması, bilgi ve teknoloji okuryazarlığı olarak belirtilmektedir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Özellikle matematik öğretim programlarında matematiksel yeterlik ve beceriler arasında modelleme, problem çözme, matematiksel iletişim, matematiksel akıl yürütme ve ispat, ilişkilendirme gibi beceriler vurgulanmaktadır (MEB, 2011; 2018) Uluslararası öğretim programlarına bakıldığında da benzer beceriler göze çarpmaktadır. Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi'ne göre (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000), matematik eğitim ve öğretim sürecinde günlük hayat problemlerini çözme, akıl yürütme ve kanıt yapma, iletişim kurma, kavramları sembollerle gösterme, matematiği günlük hayatla ilişkilendirme gibi becerilerin öğrencilere kazandırılması hedeflenmektedir. Bu becerilerden iletişim becerisi matematiksel fikirleri ve durumları açıklayabilmeyi ve doğruluğunu gösterebilmeyi; akıl yürütme becerisi öğrencilerin kendilerinin matematiksel düşünce üretebilmelerini ve problemlerin çözüm sürecini açıklamalarını; modelleme ise matematiksel düşünme yollarını kullanarak gerçek hayat problemlerinin çözümüne ulaşacak matematiksel modeller kurabilmeyi içermektedir (MEB, 2018). Tüm bu hedefler ve beceriler akla argümantasyonu getirmektedir.

Sınıf ortamında sosyal bağlamda bir öğrenme mevcut olduğundan öğretmenler ve öğrenciler tarafından ortaya atılan her bir düşünce diğerleri tarafından sorgulanır ve bunlara yanıt olarak matematiksel gerekçeler sunularak süreç devam eder (Cobb ve diğerleri, 1992). Bir ifadenin doğruluğunu ya da yanlışlığını göstermek için hipotez üretme, fikir yürütme, sezgilerini kullanma süreci argümantasyon olarak tanımlanır (Güneş, 2013).

Argümantasyon, görüş birliği sağlamak adına bir düşünceyi savunmak ya da reddetmek için dili kullanma işlemidir (Cobb ve diğerleri, 1992). Son dönem argümantasyon çalışmalarında Toulmin Modeli, Pragma-Diyalektik Yaklaşım, Pratik Argüman Modeli, Argüman Kaynakları Modeli olmak üzere dört farklı model kullanılmıştır ve Toulmin Modeli bu modeller arasında yapıtaşını niteliğindedir (Üzelgün & Rahmi, 2020).

Toulmin modeline göre argümantasyon, gerekçeler (W) doğrultusunda elde edilen verilerden (D) bir iddianın (C) türetilmesi sürecidir ve bu süreç, İddia (C), Veri (D), Gerekçe (W) temel birleşenleriyle Destekleyen (B), Niteleyen (Q), Çürüten (R) yan birleşenlerini içermektedir (Toulmin, 2003; Toulmin,1984). Toulmin modeli, argümanların yapılandırılmasında önemli bir rehber olarak görülebilir. Matematik eğitiminde argümantasyonun, matematiksel modelleme, bir matematik konusunu öğrenme, kanıt yapma, matematiğe karşı bir anlam ve anlayış geliştirme gibi konularla olan ilişkisi incelenmiştir (Güç & Kuleyin, 2021; Doruk ve diğerleri, 2018; Bülbül & Urhan, 2016; Schwarz ve diğerleri, 2010; Pedomonte, 2001). Matematiğin karakteristik içeriğinin matematiksel kanıtlar olması ve kanıt düzeninin eleştirilere, argümanlara ilham vermesi nedeniyle Toulmin modeli matematik alanında işlev görmektedir (Aberdien, 2005).

Matematiksel modelleme, gerçek dünyadaki problemleri temsil etmek, analiz etmek ve çözmek için matematiksel kavramları ve teknikleri kullanma sürecidir (Lesh & Doerr, 2003). Gerçek dünya ile matematik dünyası arasında gerçekleşen bu süreçte, problemi anlama, sadeleştirme (basitleştirme), matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama gibi aşamaların olduğu görülmektedir (Blum, 2011; Ferri, 2006). Bu aşamaları iyi bir şekilde yürütmek için problem çözme, plan yapma, eleştirel bakma, argüman üretme, iletişim ve tartışma yürütecek sosyal yeterlikte olma gibi becerilerin bulunması önemlidir (Blum, 2011; Ferri, 2006; Kaiser, 2007).

Model oluşturma süreci, bir modelin geliştirilmesinden farklı modellerin değerlendirilmesine kadar her aşamada etkileşimli akıl yürütme ve ikna edici argümanlarla ilerleyen tartışma odaklı bir eylemdir (Passmore & Svoboda, 2012; Lesh & Doerr, 2003).

Argümantasyon, akıl yürütmeye yapılan çıkarımlar konusunda kişinin kendisini ve karşısındakini ikna etme amacı gütmektedir (Krummheuer, 1995). Argümanın varlığı modelleme döngüsü boyunca gözlemlenmektedir. Örneğin; Toulmin argümantasyon modelindeki veri (D) ve iddia (C) bileşenleri model oluşturma eyleminin başlangıç ve bitiş noktasına denk gelmektedir (Dede, 2019). O halde, model oluşturma etkinlikleri, argümantasyonun eklenebileceği ve bu sayede daha üretken süreçlerin yaşanabileceği bir yapı olarak görülebilir.

Model oluşturma etkinlikleri veya argümantasyon, bireylerin zihinsel çabalarından ziyade grup içi etkileşimlerle daha anlamlı hale gelmektedir; bu sosyal bağlam, bireylerin karmaşık bilişsel süreçleri daha verimli işlemesine olanak tanımaktadır (Stillman ve diğerleri, 2013; Doruk & Umay, 2011; Eraslan, 2011; Blum, 2011; Lesh & Doerr, 2003). Grup çalışmaları, model oluşturma etkinliklerini daha etkili ve yönetilebilir hale getirebilir. Bu etkinlikler sırasında grup üyeleri, iş birliği yapmaktadır; yazılı ve sözlü iletişim kanalları aracılığıyla kararlarını, yöntemlerini ve sonuçlarını ortaklaşa açıklamaktadır ve savunmaktadır (English & Watters, 2004). Böyle bir ortam, model oluşturma karmaşıklığını azaltarak, sürecin daha anlaşılabilir ve uygulanabilir olmasına imkân tanıyabilir.

Model oluşturma etkinlikleri, geleneksel yöntemlerin problem çözme ve muhakeme becerisini geliştirmede yaşadığı eksikliği gidermektedir ve matematiksel bilgiyi edinme, matematiksel düşünme, muhakeme ve akıl yürütme gibi becerilerin gelişimine imkân tanımaktadır (Kertil, 2008; Alexandre & Erduran, 2007). Model oluşturma etkinliklerinde gerçekleşen bilişsel işlemlerin analizi, süreç boyunca zihinde olup bitenleri tanımlamak ve yorumlamak için gereklidir (Dede, 2019). Model oluşturma sürecinin dinamik doğasından dolayı modellemenin tüm aşamalarında argümantasyon becerilerinin önemli bir rolü vardır (Mendonça & Justi, 2013). Model oluşturma etkinliği sırasında ortaya atılan iddianın, veri, gerekçe, destekleyen, çürüten bileşenleriyle nitelikli bir şekilde tanımlanması argümantasyonun kalitesini belirlemektedir (Erduran ve diğerleri, 2004). Modelleme



döngüsü içerisinde oluşturulan argümanların kalitesi model oluşturma süreci dikkate alınarak yorumlanmaktadır (Dede, 2019).

Model oluşturma etkinlikleri ile argümantasyon arasındaki ilişkinin ve 21. yüzyıl becerileri dikkate alındığında model oluşturma etkinlikleri sürecinde ortaya çıkan argümanların niteliğinin incelenmesi, bu becerilerin nasıl kazandırılacağı ve geliştirileceği açısından fikir verebilmesi adına önemlidir.

### **Problem Durumu**

Bu çalışmanın problem durumu, “Öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri sürecindeki argümantasyon kaliteleri nasıldır?” olarak belirlenmiştir.

Matematiksel modelleme etkinlikleri uygulamalarında iddiaları gerekçelerle birlikte tartışarak karar alınmaya çalışılan süreçte argümanların aktif bir şekilde formüle edildiği ve desteklendiği görülmektedir (Dede, 2019). Yapılan çalışmalar, matematik, fen, sosyoloji ve psikoloji gibi alanlarda yeterli sayıda ve nitelikte argüman üretilmediğini göstermektedir (Anıl ve diğerleri, 2015; Crowell & Kuhn, 2012; McNeill ve diğerleri, 2006; Sandoval & Millwood, 2005; Jemenez ve diğerleri, 2000). Model oluşturma sürecinde yer alan öğrencilerin, iddialarını doğrulaması veya geriye dönük çalışarak yaptıklarının doğruluğunu kontrol etmesi ürettikleri argümanların kalitesini artırmasına destek olur (Güç & Kuleyin, 2021). Bu durumda, Blum (2011) tarafından tanımlanan modelleme döngüsündeki düzenleme, basitleştirme, matematikleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama, doğrulama, sonucu açıklama adımlarının argümanların üretilmesine ve bu argümanların niteliğinin geliştirilmesine olanak tanıdığı söylenebilir.

İyi yapılandırılmamış problemlerin, farklı çözümlere fırsat veren yapısı, argümantasyon kalitesini olumlu etkilemektedir (Cho & Jonassen, 2002). Model oluşturma etkinlikleri, her öğrenciye kendi perspektifinden modeller oluşturma fırsatı tanırken, bu süreçte ortaya çıkan farklı çözüm yolları, farklı argümanların üretilmesini sağlayabilir. Bu argümanların içindeki çürütenler veya destekleyenler iddiaların geçerliğini ve niteliğini

belirlemektedir (Dede, 2019). Model oluşturma etkinliklerinin öğretim ortamında uygulanmasının, öğrencilerin argümantasyon becerilerinin gözlemlenmesine ve bu süreçte argümantasyon kalitelerinin arttırılmasına imkân sağlayabileceği söylenmektedir (Güç & Kuleyin, 2021). Bu bilgiler doğrultusunda, model oluşturma etkinlikleri içeren bir öğretim ortamının tasarlanmasına ve bu süreçte öğretmen adaylarının argümantasyon kalitelerinin incelenmesine karar verilmiştir.

### **Araştırmanın Amacı ve Önemi**

Bu çalışmanın amacı, model oluşturma etkinlikleri sürecinde ortaya çıkan argümanların kalitelerinin incelenmesidir.

Model oluşturma etkinlikleri, gerçek hayat durumlarını matematikle ilişkilendirirken, bu bilgiyi toplumsal meseleleri çözmek için kullanır; bu da öğrencilere matematiği eleştirel bir perspektifle değerlendirme ve kullanma becerisi kazandırmaktadır (Skovsmose, 1994). Süreç boyunca, anlamlandırma, ifade etme ve ikna etme eylemleri gözlemlenmektedir (Passmore & Svobodo, 2012). Anlam verme ve belirli bir anlayış geliştirme argümantasyonların varlığı ile sağlanmaktadır (Schwarz ve diğerleri, 2010). Argümantasyon, sunulan gerekçelere uygun olarak oluşturulan veriden bir iddiaya varılması sürecidir (Aberdein, 2005). Modele ulaşmak için belli bir kurala uyma zorunluluğu yoktur, çözüme ulaşmak için verilen ile hedef arasında birden fazla deneme yanılma vardır (Lesh & Doerr, 2003). Deneme yanılma sürecinde çok fazla sayıda düşünce ortaya çıkabilir. Bu düşüncelerden hangisinin özümsemiği ya da reddedildiği muhakeme yapılarak, yani argümantasyon ile belirlenmektedir (van Eemeren ve diğerleri, 1996). Argümanları, sezgisel olarak iyi ya da kötü şeklinde değerlendirmek doğru değildir, mantıksal geçerliliğin olması durumunda argümantasyon niteliklidir (Hahn, 2020). Model oluşturma etkinliklerinde argümanların kalitesi, modelin başarısı için önem taşıdığından argümanların kalitelerinin incelenmesi ve nitelikli argümanların nasıl sağlanacağı önemli bir konu olarak görülebilir.

Simon vd. (1995) tarafından yapılan çalışmada, öğretmenlerin ders hedefleri ve etkinlikleri hakkında bilgi sahibi olması, öğrencilerin nasıl öğrendiğine dair tahminleri, ders planlama sürecinin bir parçası olarak belirtilmiştir. Modellemenin dinamik yapısı gereği, öğrenciler tartışmaların olduğu ve farklı bakış açıların ortaya çıktığı bir süreç içerisinde ve öğretmenin rolü öğrencileri tartışmaya dayalı durumlara teşvik etmektir (Mendonça & Justi, 2013). Öğretmenin süreçteki yönlendirici ve kolaylaştırıcı rolü öğrencilerin odaklanması ve tartışmalarını yürütmesi için çok önemlidir (Passmore & Svobodo, 2012). O halde, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme etkinliklerine aşina olmaları ve model oluştururken olabildiğince kaliteli argümanlar sunmaları önemli bir beceri olarak görülebilir. Bu nedenle, bu çalışmada ortaöğretim matematik öğretmenleri adaylarının model oluşturma etkinliklerinde ürettikleri argümanları Toulmin modeline göre inceleyerek süreç boyunca argümantasyon kalitelerinin incelenmesi amaçlanmıştır.

MEB (2018) programı incelendiğinde, kümeler, üçgen, veri, fonksiyonlar, uzay geometri, trigonometri, çember ve daire, olasılık, üstel ve logaritmik fonksiyonlar, integral gibi alt öğrenme alanlarında gerçek hayat problemleriyle ilişkilendirme kazanımlarının yer aldığı görülmektedir. Geleceğin öğretmeni olacak olan öğretmen adaylarının, öğrencilerin bu kazanımları gerçekleştirmelerinde yol gösterebilmeleri için kendilerinin bu konuda yetkin ve donanımlı olmaları beklenir. Yine öğretim programının genel yapısına bakıldığında akıl yürütme, iletişim, ilişkilendirme gibi argümantasyon sürecinde de aktif hale gelen beceriler göze çarpmaktadır (MEB, 2018). Dolayısıyla, öğretmenlerin ürettikleri argümanların kalitelerinin incelenmesi ve geliştirilmesi önemli bir konu olarak görülebilir.

### **Araştırma Problemi**

Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının, model oluşturma etkinliklerindeki argümantasyon kaliteleri nasıldır?

### **Alt Problemler**

Çalışmada,

1. Öğretmen adaylarının modeloluşturma etkinliklerindeki argümantasyon süreçlerinde neler gözlemlenmiştir?
2. İlk model oluşturma etkinliğinden son model oluşturma etkinliğine doğru öğretmen adaylarının argümantasyon kalitesinde bir farklılaşma olmuş mudur?
3. Model oluşturma etkinliklerinin uygulanma biçiminin argümantasyon sürecine etkisi olmuş mudur?
4. Öğretmen adaylarının model oluşturma sürecine ve bu süreçte kendi argümantasyon becerilerine ilişkin görüşleri nelerdir?

sorularına yanıt aranmaktadır.

### **Sayıtlılar**

1. Çalışma grubundaki öğretmen adaylarının lisans eğitimlerinin birinci ve ikinci yarıyılında alıp başarılı oldukları analiz dersleri kapsamındaki bilgi ve becerilere sahip oldukları varsayılmıştır.
2. Yapılan görüşmelerde öğretmen adaylarının soruları içtenlikle yanıtladıkları varsayılmıştır.

### **Sınırlılıklar**

1. Çalışmanın bulguları uygulama grubunda yer alan altı öğretmen adayı ile sınırlıdır.
2. Çalışmadaki modelleme oluşturma etkinliklerindeki argümantasyon süreci, uygulamada kullanılan dört matematiksel modelleme etkinliği ile sınırlıdır.

### **Tanımlar**

**Argüman:** Bir iddiaya karşı kanıtlar ve karşıt iddialar çerçevesinde sunulan nedenlerdir (Kuhn & Udell, 2003)

**Argümantasyon:** İleri sürülen bir iddianın veri, gerekçe, destekleyen, çürüten, niteleyen bileşenleri doğrultusunda oluşturulduğu süreçtir. (Toulmin, 2003).

**Argümantasyon Kalitesi:** Argümantasyon sürecinde kullanılan Toulmin bileşenlerinin niteliğini ve bu bileşenlerin argümanın sağlamlığındaki etkisini belirtir (Cho & Jonassen, 2002).

**Gerçek Hayat Problemleri:** Gerçek hayatta yaşanan olayları matematiksel kavramlar ve işlemlerle çözmeyi gerektiren problemlerdir (Larina, 2016).

**Matematiksel Model:** Gerçek hayat problemine yapılan matematiksel işlemler sonucunda üretilen matematiksel sonuçtur (Polak, 2007).

**Matematiksel Modelleme:** Matematiksel modelin oluşturulduğu süreçtir (Polak, 2007).

## Bölüm 2

### Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar

#### Toulmin Modeli

Toulmin (1984), dilin sebep sunma ihtiyacı hissetmeden bir enstrüman gibi kullanıldığını ya da tartışmaları yürütmede argümanlar sunmak için kullanıldığını söylemiştir. Örneğin; birini sevmemizin bir nedeni olmak zorunda değildir, o kişi ile olmak bize yetiyorsa sevgiye gerekçe bulmak gerekmez. Ancak, toplum bazı durumlarda ortaya atılan herhangi bir inanç, fikir için ikna edilmeyi, nedenler sunulmasını bekleyebilir. Sunulan nedenler kimi zaman açık bir şekilde kabul edilebilir ya da reddedilebilir, bazı durumlarda ise fikir ile ilgili kesin bir hüküm verilmesini sağlamayıp yeni düşünceleri geliştirmede eleştirel bir bakış sunabilir. Bu ihtiyaç doğrultusunda sorgulama, akıl yürütme işlemlerinin görülmesiyle argümantasyon süreci başlar ve bu süreç tüm alanlarda kullanılacak bir temel analiz modeli üzerinden anlatılabilir.

Toulmin (2003), iddiayı açıklamak için sadece verinin sunulmasını yeterli bulmayıp daha açık ve ikna edici olmak adına aşamaların genişletilmesinin önemli olduğunu söylemiştir ve altı bileşenden oluşan bir model sunmuştur. Bunlar, Sonuç / İddia (Claim: C), Veri (Data: D), Gerekçe (Warrant: W) temel bileşenleri ile Niteleyen (Qualifiers: Q), Çürüten (Rebuttals: R), Destekleyen (Backing: B) ara bileşenleridir.

Toulmin (1984; 2003)' e göre bu kavramlar şu şekilde tanımlanmıştır. Veri bileşeni bu kaynakların ilkinde Ground olarak, ikincisinde Data olarak isimlendirilmiştir. Toulmin (2003) kaynağının daha güncel olması nedeniyle bu kavram için Veri (Data) ismi kullanılmıştır.

**Sonuç / İddia (Claim: C):** Ulaşmak istenilen hedeftir, keşfedilecek olan şeydir.

**Veri (Data: D):** İddianın temelini oluşturur. Sonuç çıkarma imkânı sunar. Gerekçelerden yola çıkılarak ortaya atılır.

**Gerekçe (Warrant: W):** Veri ile iddia arasındaki ilişkinin güvenilir olmasını sağlar. Verinin oluşumunu anlatan bir reçete gibi düşünülebilir.

**Niteleyen/ Qualifiers (Q):** İddianın gücünü, sınırlılıklarını ifade eder. İddiayı zarflarla nitelendirir. Örneğin; iddia kesinlikle doğru ise mutlaka zarfı, istisnalara bağlı ise muhtemelen zarfı kullanılabilir.

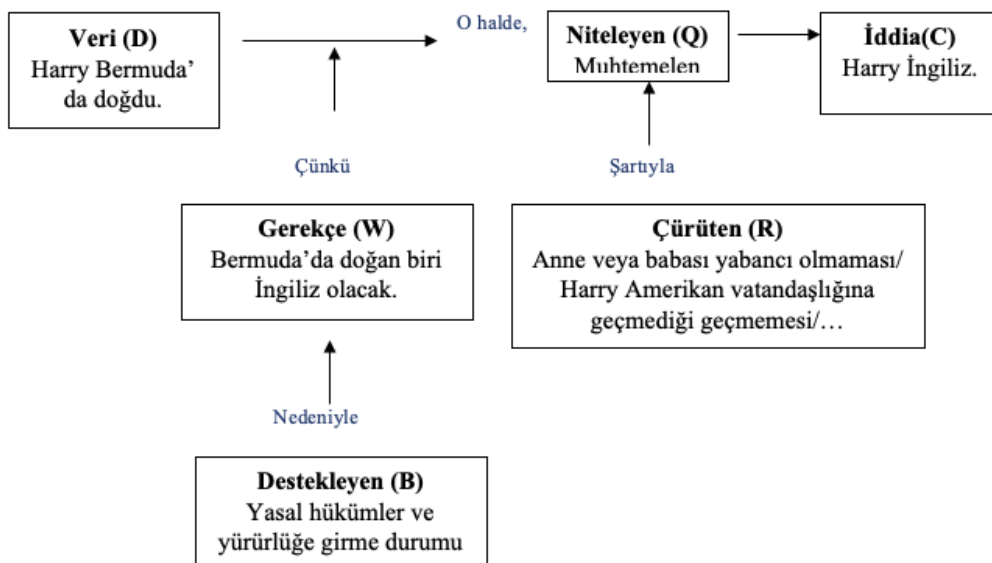
**Çürüten/Rebuttals (R):** İddianın sınırlılıklarını belirtir. İddiayı destekleyen argümanların gücünü zayıflatır. İstisnai koşulları belirtir.

**Destekleyen/Backing (B):** Gerekçeleri destekleyen nedenlerdir. Bir gerekçeye yönelmeyi ve bu gerekçe doğrultusunda çalışmayı sağlayan adımdır.

O halde, iddia ile veri arasında mutlak bir ayrım olduğu; verilerin iddiaya sağladığı gücün gerekçe, destekleyen, çürüten doğrultusunda belirlendiği; bu gücü anlatmak adına niteleyen kullanmanın önemli olduğu; destekleyenin, gerekçenin, verinin sırasıyla biri diğerini destekleyen basamaklar olduğu; çürütenin istisnai koşulları belirttiği çıkarımı yapılabilir. Bileşenlerin daha iyi anlaşılması adına Toulmin (2003) tarafından yapılan çalışmadan alınan bir örnek Şekil 1’de paylaşılmıştır.

## Şekil 1

*Toulmin Modelinin Yardımcı Bileşenleri ve Örnek (Toulmin, 2003)*



## **Model Oluşturma Etkinlikleri**

Lesh ve Doerr (2003) tarafından yapılan çalışmaya göre model, günlük deneyimleri ve karmaşık sistemleri açıklamak, tanımlamak, inşa etmek için temsillerin kullanılarak anlamlı yolların geliştirildiği bir sistemdir. Bu karmaşık sistemlerle etkileşime girilerek, problem çözme araçları kullanılarak matematiksel bilgi ve anlayış geliştirilebilir. Bu sistem basit cevapların ötesine geçen güçlü, paylaşılabilir, yeniden kullanılabilir modeller üretimini ve bu modelleri rafine etme, gözden geçirme ve test etme döngüsünü içerir ve bu şekilde modeli üretirken içinde bulunan modelleme sürecinde derin ve st düzey bir anlayış ortaya çıkar (Lesh & Doerr, 2003).

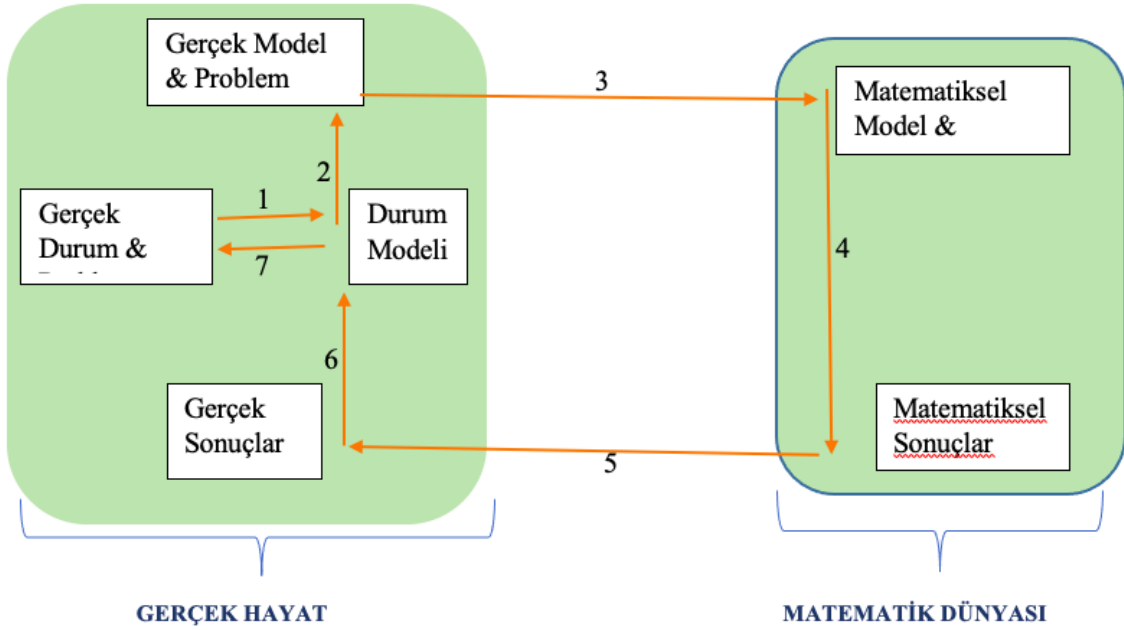
Model oluşturma etkinlikleri, günlük hayatta problem olarak gördüğümüz bir durum için var olan bilgilerin analizi sonucunda nelerin ne şekilde işimize yarayacağını belirleyerek elde edilen sonucu matematik diline transfer edip gerçek hayatla uyumluluğunu test edebileceğimiz bir model olarak tanımlanmıştır (Pollak, 2007).

Bu tanımdan yola çıkararak model oluşturma etkinliklerinde gerçek dünya ile matematik dünyası arasında bir döngü olduğunu söyleyebiliriz. Bu döngü, Blum (2011) tarafından yapılan çalışmada şekil 2'deki şemada gösterilen yedi adımla tamamlanmıştır.

## **şekil 2**

*Modelleme Döngüsü (Blum, 2011)*





**1) Düzenleme (Constructing):** Durumun zihinsel bir modeli oluşur.

**2) Basitleştirme/Yapılandırma (Simplifying/Structuring):** Zihinsel model basitleştirilir ve yapılandırılır.

**3) Matematikleştirme (Mathematising):** Zihinde yapılandırılan model matematik diline aktarılır.

**4) Matematiksel çalışma (Working mathematically):** Matematiksel olarak işlemler yapılır ve matematiksel model oluşturulur.

**5) Yorumlama (Interpreting):** Elde edilen matematiksel sonuç gerçek dünyaya transfer edilir.

**6) Doğrulama (Validating):** Sonucun doğruluğu test edilir ve modelin kullanılacağına ya da güncellenip yeni bir model oluşturulacağına karar verilir.

**7) Sonucu Açıklama (Exposing):** Ortaya çıkan model, sonuç sunulur.

O halde süreci şu şekilde özetleyebiliriz: Gerçek hayatta karşılaşılan durum basitleştirilip, idealize edilerek daha kesin hale getirilir ve problem durum modeline dönüşür. Durum modelindeki veriler matematiksel bir dille ifade edilir ve model üzerinde hesaplama yapma, somut örnekler kullanma gibi matematiksel işlemler yapılarak matematiksel modele

ulaşılır. Elde edilen model gerçek dünya problemine aktarılır ve amaca hizmet edip etmediği yorumlanıp doğrulanır. Uyumsuzluk sonucunda döngü farklı yaklaşımlarla tekrar edilir.

Model oluşturma etkinlikleri modellerin oluşturulmasına fırsat verecek şekilde tasarlanmalıdır. Model oluşturma etkinliklerinin sağlaması gereken altı prensip aşağıda verilmiştir (Lesh ve diğerleri, 2000).

Gerçeklik prensibi; gerçek hayatta karşılaşılabilecek bir problem olmalıdır.

Model oluşturma prensibi; gerçek hayat problemi matematikleştirmeye uygun olmalıdır.

Öz değerlendirme prensibi; çözücü çözümlerini, sonuçlarını kendi kendine değerlendirmeye yönlendirmelidir.

Yapı Belgelendirme (Model dökümantasyon) prensibi; çözücünün amacını ortaya çıkarmak için yazılı belge sunma, raporlaştırma gibi faaliyetler içermelidir.

Model genelleme prensibi; model başka durumlarda kullanılabilir olmalıdır.

Etkili prototip prensibi; karmaşık prosedür içermemeli, ilerleyen zamanlarda dahi hatırlanabilir olmalıdır.

### **Argümantasyon veya Model Oluşturma Etkinlikleri ile İlgili Çalışmalar**

Adal (2023) tarafından yapılan çalışma, Türkiye'de matematik eğitimi alanında Toulmin Argümantasyon Modeli (TAM) kullanılarak yapılan lisansüstü tezleri incelemeyi amaçlamaktadır. Bu çalışma, belirlenen kriterlere uygun 23 tezi kapsayan 12 yıllık bir süreyi analiz etmektedir. Çalışmada, Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanında erişilebilir olan tezler, doküman analizi yöntemi ile incelenmiştir. Bulgular, TAM kullanımının matematik eğitimi alanında artan bir eğilim gösterdiğini ve bu çalışmaların çoğunlukla Türkçe olarak yapıldığını ortaya koymaktadır. Araştırma, matematik eğitiminde TAM odaklı çalışmalara yol göstermeyi hedeflemekte ve bu alandaki boşlukların farklı çalışma grupları ile doldurulmasını teşvik etmeyi amaçlamaktadır.

Karahan ve Ergene (2023) tarafından yapılan çalışmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının Bitkisel Ürün Sigortası modelleme etkinliğine ilişkin modelleme süreçlerini ve sürece yönelik görüşlerini incelemektir. Araştırma, durum çalışması deseni kullanılarak 46 ilköğretim matematik öğretmeni adayı üzerinde gerçekleştirilmiştir. Bulgular, öğretmen adaylarının modelleme süreçlerinde "kısmen uygun yaklaşım" sergilediklerini ve çözümü doğrulama basamağında zorlandıklarını göstermektedir. Sonuç olarak, öğretmen adaylarının modelleme etkinliklerinde daha fazla deneyim kazanmalarının gerekliliği vurgulanmıştır.

Güngör ve Karakuş (2021) tarafından yapılan çalışmada, 2013-2021 yılları arasında Türkiye'de matematik eğitiminde argümantasyon konusunda yapılan lisansüstü tezlerin eğilimleri incelenmiştir. Araştırmacılar, bu dönemde tamamlanan Türkçe ve İngilizce tezleri analiz etmişlerdir. Çalışmanın bulguları, argümantasyon konusunda artan bir araştırma ilgisini ve bu alanda çeşitli yaklaşımların benimsendiğini göstermektedir. Karma yöntemin, lisans düzeyinde örneklemin, anket, tutum, kişilik testleriyle veri toplamanın ve betimsel ya da içerik analizinin daha sık kullanıldığı görülmüştür. Sonuç olarak, bu tezlerin matematik eğitimi alanındaki argümantasyon pratiğine ve teorik anlayışına önemli katkılarda bulunduğu belirtilmiştir.

Kaygısız (2022) tarafından yapılan çalışmanın amacı, ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerinin gelişimini, özel olarak tasarlanmış öğrenme ortamlarında uygulanan model oluşturma etkinlikleri (MOE) aracılığıyla incelemektir. Konya'daki bir devlet ilkokulunda 33 öğrenci üzerinde gerçekleştirilen bu nitel araştırma, dokuz haftalık bir öğretim deneyini içermektedir. Bulgular, öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerinin farklı düzeylerde geliştiğini ve bu gelişimin çeşitli etkinlikler ve öğrencilerin önceki deneyimleriyle ilişkili olduğunu göstermektedir.

Güç ve Kuleyin (2021) tarafından yapılan çalışmanın amacı, argümantasyon kalitesinin matematiksel modelleme sürecine nasıl yansıdığını incelemektir. Araştırma, bir devlet okulunun 6. sınıfındaki 19 öğrenci ile yürütülen bir durum çalışmasıdır. Veriler,

öğrencilerin grup olarak yaptıkları model oluşturma etkinliklerinden elde edilmiş video kayıtları ve yazılı yanıtlar üzerinden toplanmıştır. Bulgular, argümantasyon kalitesinin matematiksel modelleme yeterliklerini olumlu şekilde etkilediğini göstermektedir. Bu sonuçlar, eğitim alanında argümantasyon ve modellemenin önemini vurgulamaktadır.

Bilgili vd. (2020) tarafından yapılan çalışmanın amacı, matematik öğretmenleri tarafından oluşturulan matematiksel modelleme etkinliklerinin uygunluğunu ve çözüm süreçlerini değerlendirmektir. Araştırma, 17 matematik öğretmeni ile yapılmış olup, bu öğretmenlere matematiksel modelleme eğitimi verilmiş ve etkinlik oluşturmaları istenmiştir. Bulgular, öğretmenlerin "yapı belgelendirme" ve "model genelleme" prensipleri konusunda eksiklikler gösterdiğini ortaya koymuştur. Sonuç olarak, çalışma matematiksel modelleme eğitiminin öğretmenlerin bu alandaki yeterliliklerini artırmada önemli olduğunu vurgulamaktadır.

İncikabı ve Biber (2020) tarafından yapılan çalışmanın amacı, ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematiksel model oluşturma etkinliklerine yönelik değerlendirmelerini incelemektir. 2019-2020 akademik yılında gerçekleştirilen araştırma, 15 matematik öğretmeni adayı ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak matematiksel modelleme eğitimi değerlendirme anketi kullanılmıştır. Bulgular, öğretmen adaylarının genellikle eğitimi yararlı bulduklarını ve model oluşturma etkinliklerini olumlu karşıladıklarını göstermektedir. Öğretmen adayları, bu sürecin üst düzey düşünme becerilerine katkı sağladığını belirtmişlerdir. Ancak, sınıf içinde uygulanmasının zaman alıcı olabileceği ve müfredat baskısı altında zorluklar yaratabileceği ifade edilmiştir. Araştırma sonucunda, matematiksel modelleme eğitiminin öğretmen adaylarının profesyonel gelişimine katkıda bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Hahn (2020) tarafından yapılan çalışma, argümanların gücünün gerçeklikle olan ilişkisinin ölçülmesini ve sadece ikna ediciliğini değil, objektif bir gerçeklikle ilişkisinin takip edilip edilemeyeceğini incelemektedir. Bu çalışma, argüman kalitesinin nasıl ölçülebileceğine ve bazı argümanların diğerlerinden daha iyi olması gerektiğine dair anlamlı

bağlantıların sağlanmasına yönelik son gelişmeleri ele almaktadır. Bulgular, argüman kalitesinin objektif ölçümlerle değerlendirilebileceğini ve bazı argümanların diğerlerine göre daha güçlü olduğunu göstermektedir. Sonuç olarak, bu çalışma, argüman kalitesinin değerlendirilmesinde kullanılabilecek yeni ölçüm yöntemleri ve normlar sunmaktadır.

Magalhaes (2020) tarafından yapılan "Toulmin Modeli Kullanarak Argüman Geliştirmeyi Öğretme" isimli çalışma, işletme iletişimi öğrencilerinin argüman geliştirme becerilerini artırmayı amaçlamaktadır. Çalışma, öğrencilere Toulmin modelini kullanarak argüman oluşturmayı öğretmeyi ve bu becerilerin işletme alanında nasıl uygulanabileceğini göstermeyi hedefler. Araştırma sonuçları, Toulmin modeli eğitiminin öğrencilerin argüman geliştirme yeteneklerini önemli ölçüde iyileştirdiğini göstermiştir. Sonuç olarak, bu metodun, özellikle işletme iletişimi alanında, etkili bir argüman geliştirme aracı olduğu belirtilmektedir.

Gulkilik vd. (2019) tarafından yapılan çalışmanın amacı, matematikte argüman ve ispat arasındaki ilişkiyi temsilci perspektiften incelemektir. Altı lisansüstü matematik öğretmeni üzerinde yapılan görev tabanlı mülakatlarla, geometrik yer problemleri üzerinde çalışılmıştır. Toulmin modeli kullanılarak argüman ve ispat süreçlerinde üretilen matematiksel argümanlar incelenmiştir. Bulgular, öğrencilerin abdüktif ve indüktif argümanları, sözel, görsel ve cebirsel temsilleri kullanarak ispatlarda tümdengelimle dönüştürebildiklerini göstermektedir. Çalışma, matematiksel argüman ve ispat süreçlerinde temsilin önemli bir rol oynadığını vurgulamaktadır.

Dede (2018) tarafından yapılan çalışma, matematik eğitimi alanında ortaklaşa argümantasyonun (OA) incelenmesini amaçlamaktadır. Bu derleme çalışması, Toulmin'in argümantasyon şemasını temel alarak, farklı matematik eğitimi çalışmalarındaki argüman süreçlerini incelemektedir. Araştırma, öğretmen ve öğrenci söylemlerine dayalı olarak gerçekleştirilen 14 farklı çalışmayı analiz etmiş ve bu çalışmaların argümantasyon bileşenlerini kullanma biçimlerini ortaya koymuştur. Çalışmanın bulguları, OA alanındaki mevcut araştırmaların sınırlılıklarını göstererek, ulusal ve uluslararası alanda daha fazla çalışma yapılmasının önemini vurgulamaktadır.

Doruk vd. (2018) tarafından yapılan çalışma, argümantasyon tabanlı olasılık öğretiminin (ATOÖ) 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel üstbiliş farkındalıklarına ve olasılıksal muhakeme becerilerine etkisini araştırmışlardır. Karadeniz Bölgesi'nde bir devlet ortaokulunda 51 öğrenciyle yürütülen bu çalışmada, yarı deneysel bir yöntemle deney ve kontrol grupları oluşturulmuştur. Bulgular, ATOÖ'nin olasılıksal muhakeme becerilerini artırdığını ancak matematiksel üstbiliş farkındalığı üzerinde anlamlı bir etkisi olmadığını göstermektedir. Öğrencilerin argüman kalitesi ve ATOÖ'ye yönelik olumlu görüşleri de çalışmanın önemli bulgularındandır.

Mendonça ve Justi (2013) tarafından yapılan çalışmada, modelleme süreci ve argümantasyon arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışma, Brezilya'da bir lisedeki kimya dersinde yürütülmüş olup, öğrencilerden iyonik bağlar ve moleküler etkileşimler üzerine modelleme tabanlı öğretim aktiviteleri sırasında toplanan veriler üzerinden analiz edilmiştir. Bulgular, argümantasyon süreçlerinin, öğrencilerin modelleme aşamalarında anlam oluşturma, ifade etme ve ikna etme amaçlarıyla ilişkilendirildiğini göstermektedir. Araştırma, modelleme sürecinin öğrencilerin bilimsel düşünme ve problem çözme becerilerinin gelişimine katkıda bulunduğunu ortaya koymaktadır.

Dündar vd. (2012) tarafından yapılan çalışma, matematiksel modellemenin eğitimdeki uygulamalarını ve bu süreçteki öğrenci katılımını ele almakta, modellemenin eğitimdeki yerini ve önemini vurgulamaktadır. Bulgular, matematiksel modellemenin öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmede ve gerçek dünya problemlerine uygulamada önemli bir rol oynadığını göstermektedir. Bu çalışma, matematik eğitimi alanında daha fazla araştırma yapılmasına zemin hazırlamayı amaçlamaktadır.

Passmore ve Svoboda'nın (2012) tarafından yapılan çalışmanın amacı, bilimsel modelleme ve argümantasyon arasındaki ilişkiyi inceleyerek, öğrencilerin bilim eğitiminde modelleme ve argüman oluşturma süreçlerine katılımlarını arttırmaktır. Araştırma, çeşitli sınıf ortamlarında yapılan gözlemler ve öğrenci etkileşimlerine dayanmaktadır. Bulgular, öğrencilerin bilimsel süreçlere katılımının ve bilimsel düşünme becerilerinin geliştirilmesinin,

modelleme ve argümantasyona dayalı etkinliklerle desteklenebileceğini göstermektedir. Araştırma, öğrencilerin bilimsel süreçlerdeki modelleme ve argümantasyonun önemini anlamalarına yardımcı olacak eğitim yöntemlerinin geliştirilmesine katkı sağlamaktadır.

Dawson ve Venville (2009) tarafından yapılan çalışmanın amacı, Avustralyalı lise öğrencilerinin biyoteknoloji konusundaki informal akıl yürütme ve tartışma becerilerini incelemektir. Araştırma, altı liseden 30 öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlar üzerine kuruludur. Bulgular, öğrencilerin çoğunlukla basit ya da hiç veri kullanmadan, duygusal ve sezgisel argümanlara dayanarak akıl yürüttüklerini ortaya koymaktadır. Sonuç olarak, bilimsel okuryazarlık ve sosyo-bilimsel konularda akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi için eğitim metodolojilerinin önemi vurgulanmaktadır.

Aberdein (2005) tarafından yapılan çalışmanın amacı, argüman yapısı modelini matematik argümanlarına uygulamak ve bu modelin matematiksel ispatlara nasıl katkıda bulunabileceğini araştırmaktır. Aberdein, Toulmin'in modelini hem "düzenli" hem de "kritik" matematik argümanlarına uygulayarak, bu modelin matematiksel ispatların yapısını temsil etmede nasıl kullanılabileceğini gösterir. Bulgular, Toulmin'in modelinin matematiksel ispatların anlaşılmasına ve analizine katkı sağladığını, özellikle de matematiksel argümanların çeşitli yönlerini daha iyi açığa çıkarmada faydalı olduğunu göstermektedir. Sonuç olarak, Aberdein, Toulmin'in argüman yapısı modelinin matematiksel ispatlar üzerine yeni perspektifler sunabileceğini ve matematikteki formal mantık yaklaşımlarına alternatif bir yöntem sağlayabileceğini öne sürmektedir.

Erduran vd. (2004) tarafından yapılan çalışma, Toulmin'in Argüman Modeli kullanılarak bilim derslerindeki tartışma söylemlerinin analizini geliştirmeyi amaçlamaktadır. Araştırma, Birleşik Krallık'taki ortaokul öğretmenleriyle iş birliği yaparak, derslerde argüman kullanımını artırmayı ve argüman kalitesini iyileştirmeyi hedefleyen bir projenin bir parçasıdır. Çalışma, öğrenci tartışmalarını Toulmin Argümantasyon Modeli ile analiz ederek, öğretmenlerin ve öğrencilerin tartışma ve argüman kalitesini nasıl geliştirdiklerini incelemiştir. Bulgular, Toulmin Argümantasyon Modelinin sınıf içi tartışmalarda argüman

kalitesinin ve miktarının ölçümünde etkili bir araç olduğunu göstermektedir. Bu çalışma, bilim eğitiminde argümanın önemini ve etkili kullanımını vurgulamaktadır.

Kuhn ve Udell (2003) tarafından yapılan çalışmada, 13-14 yaşlarındaki akademik olarak risk altındaki öğrencilerin tartışma becerilerini geliştirmeyi amaçlamaktadırlar. Çalışma, New York Şehri'ndeki düşük performanslı iki ortaokulda eğitim gören 34 öğrenciyi kapsamaktadır.. Öğrenciler, 16 oturum süresince tartışma becerilerini geliştiren çeşitli etkinliklere katılmışlardır. Etkinlikler arasında tartışma, karşı argüman üretme ve bu argümanları değerlendirme bulunmaktadır. Bulgular, tartışma ve karşı argüman üretme becerilerinin geliştiğini göstermiştir. Özellikle karşı argüman üretme ve bunlara yanıt verme konusunda önemli ilerlemeler kaydedilmiştir. Bu çalışma, zorlu ortamlarda dahi tartışma becerilerinin geliştirilebileceğini ortaya koymaktadır.

Cho ve Jonassen (2002) tarafından yapılan çalışma, çevrimiçi argümantasyon iskelelerinin (tartışmaları destekleme için araçların sunulduğu bir yapı) üniversite öğrencilerinin tartışma ve problem çözme becerileri üzerindeki etkisini incelemektedir. Araştırmada, ekonomi dersine kayıtlı öğrenciler arasında yapılan grup çalışmalarında, Belvedere iskelesi kullanımının öğrencilerin argüman kalitesini ve miktarını artırdığı bulunmuştur. Ayrıca, yapısal olarak farklı problemlerin öğrenci tartışmalarına etkisi ve iskele destekli tartışmaların bireysel problem çözme performansına olumlu etkileri de araştırılmıştır. Çalışma, argümantasyon iskelelerinin özellikle yapısı belirsiz problemler bağlamında öğrencilerin becerilerini geliştirebileceği sonucuna ulaşmıştır.



### **Bölüm 3**

#### **Yöntem**

Bu bölümde araştırmanın türü, katılımcılar, veri toplama süreci, veri toplama araçları ve verilerin analizi konularından bahsedilecektir.

#### **Araştırmanın Türü**

Bu çalışmada nitel yöntem kullanılmıştır. Nitel araştırma, insan davranışlarını, algılarını doğal ortamlarında röportaj, gözlemler, metin analizleri gibi sayısal olmayan verilerle derinlemesine anlamayı amaçlamaktadır (Peshkin, 1993). Bu tanım doğrultusunda nitel çalışmalarda, sayıların gücünden çok sözcüklerin gücünün kullanıldığı, katılımcıların görüşlerinin ortaya çıkması için sürecin detaylı gözlemlendiği ve katılımcılarla görüşmelerin yapıldığı söylenebilir. Bu çalışmada, dört model oluşturma etkinliğindeki argümanların inceleneceği öğrenme ortamı, çalışma kağıtları, video kayıtları, araştırmacı gözlemleri ile desteklenerek veri toplamaya uygun olarak tasarlanmıştır ve öğretmen adaylarının argümantasyon kaliteleri hakkındaki düşüncelerini tespit etmek amacıyla öğretmen adaylarıyla bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmada model oluşturma etkinlikleri sürecindeki argümantasyon kalitesi incelenirken dört model oluşturma etkinliği için dört ayrı oturum düzenlenmiştir. Bu oturumlarda araştırmacı tarafından süreç boyunca öğrencilerin birbirleriyle etkileşimi, model oluşturma etkinliklerindeki yaklaşımları ve argümantasyon kalitelerindeki değişimler gözlemlenmiş ve bu gözlemler dikkate alınarak her oturum için düzenlemeler yapılmıştır. Bu yüzden çalışmada öğretim deneyi yönteminin kullanılması uygun görülmüştür. Öğretim deneyi, öğrencilerin var olan bilgi ve düşüncelerini anlamakla sınırlı olan klinik görüşme yönteminin evrilmesiyle oluşmuştur (Confrey, 2006). Öğretim deneyi, gelişime yönelik hipotezlerin kurulması, hipotezler doğrultusunda öğretim sürecinin planlanması, öğretimin gerçekleşmesi ve verilerin toplanması, hipotezlerin ve çıkarımların değerlendirilmesi şeklinde ilerleyip yapılandırmacı yaklaşımdaki gibi öğrencinin aktif bir şekilde sürece

katılacağı, süreç boyunca gelişmelerin gözlemleneceği, süreç içerisinde ihtiyaçlar, eksiklikler doğrultusunda değişikliklerin yapılabileceği bir tasarımdır (Steffe & Thompson, 2000). Yani, öğretim deneyi, süreç devam ederken sürece yönelik analizler yapılmasıyla sürecin daha gelişmiş bir şekilde tekrar oluşturulmasıdır (Simon, 2000). Bunun yanında, model oluşturma etkinliklerinde öğretmenlerin, öğrenci becerilerini ortaya çıkaracak şekilde öğrenme ortamını düzenleme rolü vardır (Passmore & Svobodo, 2012). Bu nedenle, araştırmacı, bu çalışmada uygulanan dört model oluşturma etkinliğine ait öğrenme ortamlarını süreç içerisinde yaptığı gözlemler ve değerlendirmeler doğrultusunda güncellemiştir. İlk model oluşturma etkinliğinden son model oluşturma etkinliğine doğru grup içi ve gruplar arası etkileşim artırılmıştır

### **Araştırmanın Katılımcıları**

Bu çalışmada yer alacak katılımcıların model oluşturma etkinlikleri hakkında bilgi sahibi olmaları ve belli özellikleri sağlamaları istendiğinden katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir.

Amaçlı örnekleme, araştırma yapılacak konuda bilgi bakımından zengin ve özgün özellikleri olan katılımcıların seçilme yöntemidir ve bu yöntem araştırmacılara karmaşık veya derin konuları anlama ve daha kapsamlı sonuçlar elde etme fırsatı vermektedir (Pelinkas ve diğerleri, 2013). Katılımcılar, Ankara'daki bir devlet üniversitesinin matematik öğretmenliği programında, üçüncü ve dördüncü sınıfa devam etmekte olan öğretmen adaylarından oluşmaktadır. Çalışmada ikisi 4. sınıf, dördü 3. sınıf öğrencisi olan toplam 6 öğretmen adayı yer almaktadır. Matematik öğretmenliği lisans programının 6. yarıyılında Matematiksel Modelleme dersi yer almaktadır. Çalışma akademik dönem sonu itibarıyla yürütüldüğünden çalışmaya katılan öğretmen adaylarından dördü bu dersi tamamlamak üzereyken ikisi bu dersi önceki dönemde başarıyla tamamlamıştır. Yani, katılımcılar model oluşturma etkinlikleri konusunda bilgi sahibidir ve model oluşturmayı derslerinde deneyimlemişlerdir. Bu sayede süreç boyunca katılımcılardan daha doğru ve kapsamlı bilgi

toplanaabileceği düşünölmüştür. Nitel araştırmalarda, katılımcıların deneyimleri ve görüşleri araştırmanın temel veri kaynağı olduğundan katılımcıların konu hakkında bilgi sahibi olması önemli bir unsurdur (Pelinkas ve diğeri, 2013). Süreçte aktif katılımın sağlanması amacıyla gönüllü olan öğretmen adayları arasından belirlenen koşulları sağlayan altı öğretmen adayı seçilmiştir. Bu koşullardan ilki; Analiz 1 ve Analiz 2 derslerini başarıyla tamamlamış olmasıdır. Çünkü model oluşturma etkinlikleri bu derslerin kazanımlarını içerecek şekilde belirlenmiştir. İkincisi; model oluşturma etkinlikleri hakkında bilgi sahibi olmanın süreçte daha aktif olmayı sağlayacağı düşüncesiyle Matematiksel Modelleme dersini şu anda alıyor ya da tamamlamış olmasıdır. Sonuncusu; argümantasyon kalitesi değerlendirileceğinden sağlıklı veri toplamak adına katılımcıların olabildiğince yüksek oranda iletişim kurması önemli olduğundan öğretmen adaylarının kendini ifade etme becerilerinin yüksek olmasına dikkat edilmiştir. Buna ilişkin olarak öğretmen adaylarının daha önceden dersine girmiş ve onları tanıyan bir ders sorumlusunun görüşlerine başvurulmuştur.

### **Veri Toplama Süreci**

Veri toplama sürecinde birden fazla yöntem kullanılmıştır. Verilerin toplanması en temelde model oluşturma etkinliklerini içeren çalışma kağıtları ve bireysel görüşmelerle sağlanmıştır. Uygulamanın yapısı ve zaman çizelgesi Tablo 1' de verilmiştir.

**Tablo 1**

#### *Uygulamanın Yapısı ve Zaman Çizelgesi*

Uygulamalar	Oturumun Yapısı	Zaman
Uygulama 1	Bireysel Çalışma + Grup İçi Çalışma	1. Hafta
Uygulama 2	Grup İçi Çalışma	2. Hafta
Uygulama 3	Grup İçi Çalışma + Grup Sunumları	3. Hafta
Uygulama 4	Grup İçi Çalışma + Gruplar Arası Çalışma + Grup Sunumları	4. Hafta
Uygulama 5	Bireysel Görüşme	5. Hafta

Grup çalışmalarında her bir öğretmen adayının kendi fikrini sunmasının diğerlerinin fikirlerini geliştirmesine, bildiği ancak aklına gelmeyen matematiksel bilgilerin hatırlanmasına, eleştirel bir bakış açısı geliştirmesine ve argümantasyon becerisinin farkına varılmasına olumlu yansıtacağı düşünülmüştür. Bu nedenle, verilen dört model oluşturma etkinliğinin uygulama planı bireyselden grup çalışmasına veya grup içinden gruplar arasına doğru düzenlenmiştir.

Öğrencilerin model oluşturma süreci, model oluşturma etkinliklerini içeren çalışma kağıtları, öğretim deneyi boyunca alınan video kaydı ve araştırmacı gözlemleri ile takip edilmiştir. Bireysel görüşmelerin ise ses kaydı alınmıştır. Bu süreçteki verileri toplama işlemi Şekil 3' de verilmiştir.

### Şekil 3

#### *Veri Toplama Sürecinin Aşamaları*



Model oluşturma etkinlikleri yapıları itibari ile zaman alıcı olabileceklerinden altı öğretmen adayına dört farklı oturumda uygulanmıştır. Oturumlar peş peşe değil, araştırmacı ve katılımcı uygunluğu gözetilerek belirli zaman aralıkları ile gerçekleştirilmiştir. Bu sayede katılımcıların daha verimli çalışacağı varsayılmıştır. Ortalama olarak her bir oturumdaki etkinlik için bir buçuk iki saat arasında zaman verilmiştir. Süre konusunda katı olunmamış öğretmen adaylarının ihtiyacına göre esnek davranılmıştır. Altı öğretmen adayı üçer kişilik iki grup halinde çalışmışlardır. Bu oturumlardan ilkinde öğretmen adayları öncelikle bireysel çalışmışlardır daha sonra üçerli olarak iki grup halinde bir araya gelerek çalışmışlardır. İkinci oturumdaki etkinlik boyunca öğretmen adayları iki gruba ayrılarak çalışmışlardır. Üçüncü modelleme etkinliğinin uygulandığı oturumda her grup kendi içinde çalışarak bir model üretmiş ve sonrasında gruplar birleşerek birbirlerine modellerini sunmuşlardır. Son oturumdaki modelleme etkinliği ise dört aşamada gerçekleştirilmiştir. Bu aşamalardan

ilkinde gruplar kendi içinde çalışmıştır, ikinci aşamada gruplar birleşmiş ve yaptıkları çalışmaları birbirlerine aktarmışlardır. Üçüncü aşamada gruplar ayrılarak kendi çalışmalarına devam etmiş ve son aşamada ise gruplar birleşerek birbirlerine modellerini sunmuşlardır. Verilen model oluşturma etkinliği oturum tasarımına bağlı olarak her bir katılımcının bireysel olarak çalışmasına ve grubu ile çalışmasına olanak sağlanmıştır. Öğretmen adaylarına bireysel ve grup olarak çalışmaları için çalışma kağıtları verilmiştir. Çalışma kağıtları her oturumun sonunda toplanmıştır ve çalışma kağıtlarında yapılan işlemler video kaydına alınmıştır.

Oturum süreci araştırmacı tarafından gözlenerek argümanlara ve modellere ilişkin notlar tutulmuştur. Model oluşturma etkinliklerinde öğrenciler için öğrenme ortamını öğretmen tasarlamalıdır (Blum 1991). Araştırmacı notları doğrultusunda süreç daha iyi analiz edilmiştir ve yapılan gözlemlere bağlı olarak bir sonraki oturumun yapısı öğretmen adaylarının argüman üretimini destekleyecek biçimde araştırmacı tarafından şekillendirilmiştir.

Literatüre bakıldığında, grup içi etkileşimlerin model oluşturma etkinliklerine çok daha farklı boyutta bakma imkânı tanıdığı ve işbirlikli öğrenmenin argümantasyon becerisini geliştirdiği belirtilmiştir (Eraslan, 2011; Kutluca & Aydın, 2017). Bu nedenle, bu çalışmada model oluşturma etkinliklerinde grup çalışmalarının yoğunlaştırılması yönünde adım atılmıştır. Çalışmada öğretim deneyi kullanılması, süreçteki gelişmeleri takip ederek, gelişmeleri destekleyecek şekilde öğretim bölümleri tasarlanmasına olanak tanımıştır (Steffe, 1991). Model oluşturma etkinliklerinin ilkinde öğretmen adayları ilk 20 dakika bireysel olarak çalışmışlardır ve kalan sürede grup olarak çalışmalarını sürdürmüşlerdir. Doğrudan bireysel olarak çalışmaya başlanmasının grup olarak model üretme aşamasına geçişi geciktirdiği gözlemlenmiştir. Bu nedenle, ikinci model oluşturma etkinliğine doğrudan grup halinde başlanmıştır ve öğretmen adayları ortak model oluşturmak için daha hızlı bir şekilde argümanlar üretmişlerdir. Ancak, oluşturdukları modellerdeki eksiklikleri tam olarak analiz edemedikleri gözlemlendiğinden üçüncü model oluşturma etkinliğinde grupların

birbirlerine modellerini sunmaları istenmiştir. Sunumlar sayesinde, öğretmen adayları eksiklerini fark etmişlerdir. Öğretmen adaylarının hatalarını düzeltmelerine fırsat tanımak adına son model oluşturma etkinliğinde, sunum sonrasında her iki gruptan, grup içi çalışmalarına devam ederek modellerinin son halini oluşturmaları istenmiştir. Öğrenme ortamında yapılan bu düzenlemelerle öğretmen adaylarının, süreç boyunca daha fazla argüman ile karşılaşmaları amaçlanmıştır. Model oluşturma etkinliklerinde bulunulan varsayımlar, argümanları desteklemek için gerekçelerin veya iddianın gücünü belirtmek için çürütücülerin çıkış noktasıdır (Dede, 2019). Kolektif tartışmalarda, grup içerisinde problem ile ilgili temsilleri karşılaştırma, çeşitli temsilleri birbirine açıklama ve kabul ettirme söz konusudur (Brown, 1994). Bu sebeple, eleştirel düşünme ve akli yürütme ile grup içi ve gruplar arası tartışma ortamlarında, ortaya atılan farklı argümanlarla, öğretmen adaylarının modellerindeki eksiklikleri fark etmeleri ve daha doğru argümanlarla sürece devam etmeleri hedeflenmiştir. Bu değişikliklerle, öğretmen adaylarının argümantasyon kalitelerinin gelişmesi beklenmiştir.

Dört oturum tamamlandıktan sonra öğretmen adaylarının argümantasyon kalitelerine ait görüşlerini öğrenmek için bireysel görüşmeler yapılmıştır ve bu görüşmelerin ses kaydı alınmıştır. Süreç boyunca öğretmen adayları merkezde yer almıştır ve araştırmacı daha pasif, gözlem yapan konumunda kalmıştır.

### **Veri Toplama Araçları**

Veriler, katılımcılar tarafından kullanılan matematiksel modelleme etkinliklerinin yer aldığı çalışma kâğıtları, sürecin video kayıtları, her oturumda süreç ile ilgili araştırmacının gözlemleri ve öğretmen adaylarıyla yapılan bireysel görüşmelerin ses kayıtları aracılığı ile toplanmıştır.

### ***Model Oluşturma Etkinliklerine Ait Çalışma Kağıtları***

Öğretmen adaylarının bilgi eksikliğinden kaynaklı olarak veri kaybı yaşamamak adına dağıtılan çalışma kâğıtlarındaki problem durumları öğretmen adaylarının lisans

eğitiminden Analiz 1 ve Analiz 2 derslerinin kazanımlarını kullanmalarına fırsat verecek şekilde seçilmiştir. Bu iki dersin kazanımı Tablo 2’de verilmiştir.

**Tablo 2**

*Analiz 1 ve Analiz 2 Derslerinin İçeriği*

Analiz 1	Analiz 2
Kümeler ve sayı sistemleri.	Belirsiz integral kavramı
Bağıntı, fonksiyon ve grafik çizimleri	İntegralleme yöntemleri
Limit, süreklilik ve ilgili önermeler	Riemann toplamı
Türev kavramı, türevin cebirsel özellikleri	Belirli integral kavramı ve özellikleri
Türev alma kuralları ve uygulamaları	Belirli integral uygulamaları
Türevle ilgili önermeler	Has olmayan integraller ve yakınsaklıkları
L' Hospital kuralı ve uygulamaları	Dizi kavramı ve yakınsaklık
Grafik Çizimleri	Seri kavramı ve yakınsaklık

Seçilen model oluşturma etkinliklerinin iki tanesi araştırmacı tarafından oluşturulurken diğer ikisi literatürde var olan problemlerden seçilmiştir. Model oluşturma etkinliklerinin kaynakları ve ilgili oldukları konu alanı Tablo 3’te verilmiştir. Araştırmacı, yüksek lisans eğitiminde model oluşturma etkinlikleri ile ilgili bir dönemlik ders almıştır ve çalışmada kullanılan problemlerden birini bu ders kapsamında oluşturmuştur.

**Tablo 3**

*Modelleme Etkinliklerinin Kazanımları ve Kaynakları*

Etkinlikler	Problemin Adı	Kazanım	Kaynak
Uygulama 1	Yeni Gangster	Fonksiyon	Araştırmacı
Uygulama 2	Sabit Trafik	Limit	Sezen Yüksel vd., 2019
Uygulama 3	Boru Hattı Problemi	Türev	Sezen Yüksel vd., 2019
Uygulama 4	Halk Oyunları Koreografisi	İntegral	Araştırmacı

Bu içerikler kapsamında Lesh vd. (2000)' nin belirlemiş oldukları model oluşturmanın altı prensibine göre hazırlanan dört matematiksel modelleme etkinliği hakkında uzman görüşü alınmıştır. Model oluşturmanın altı prensibine ve problemin öğretmen adaylarının seviyesine uygunluğu, problemin açıklığı ve anlaşılabilirliği hakkında üç öğretim üyesi görüşlerini bildirmişlerdir. Öğretim üyeleri, eğitim fakültesi matematik öğretmenliği programında görev yapmakta olan ve matematiksel modelleme üzerine kapsamlı çalışmalar yapan akademisyenlerdir. Bunun yanında öğretim üyelerinden biri lisans düzeyinde Analiz 1 ve Analiz 2 derslerini vermektedir. Bu bakımdan problem durumlar matematiksel modelleme prensiplerine uygun olmalarının yanında matematiksel açıdan da değerlendirilmişlerdir. Bu görüşler doğrultusunda problem durumların daha anlaşılır olmasını sağlayacak bazı yazım düzeltmeleri yapılmıştır. Uzmanlar modelleme problemlerinin yeterli ve amaca uygun olduklarını belirtmişlerdir.

Çalışmada altı öğretmen adayı üçer kişilik iki gruba ayrılmıştır. Gruplar ortak paylaşımlar dışında farklı iki odada çalışmıştır. İki grubun çalışmalarını kayıt altına almak için iki farklı kamera eş zamanlı olarak kullanılmıştır. Grupların ortak çalışmaları ise tek bir kamera ile kayıt altına alınmıştır. Cobb ve Steffe (1983) tarafından yapılan çalışmaya göre, öğretim deneyi sürecinin kayıt altına alınması araştırmacının alan uzmanlarıyla öğrencinin eylemlerini tartışmasına, süreci analiz etmesine imkân tanımaktadır. Toplanan verilerin daha anlamlı olması adına kameraların konumlandırılması, öğretmen adaylarının seslerini kaydetmekle kalmayıp, aynı zamanda çalışma kağıtlarını net görecektir biçimde ayarlanmıştır.

Araştırmacı süreç boyunca öğretmen adaylarıyla temas halinde olmuştur. Öğretmen adaylarının argümanlarını nasıl ürettikleri ile ilgili notlar tutmuştur. Araştırmacı süreç içerisinde argüman üretimine dair olumlu ve olumsuz etkenleri gözlemleyerek bir sonraki model oluşturma etkinliğini daha fazla kaliteli argümanlar üretmeye fırsat verecek şekilde tasarlamıştır.



**Birinci Model Oluşturma Etkinliği.** Aşağıdaki Şekil 4'te model oluşturma etkinliğinkilerinden ilki verilmiştir.

## Şekil 4

### *Birinci Model Oluşturma Etkinliği*

#### OTURUM 1:

Bu oturumdaki etkinlikte ilk 20 dakika bireysel olarak çalışınız ve sonrasında kendi grubunuzdakilerle birleşerek çalışmayı ortak yürütünüz. Bireysel deneyimlerinizi bu şekilde grup arkadaşlarınıza aktarınız ve tartışmalar sonucunda ortak bir çözüme varınız.

#### Yeni Gangster

Bu hafta ülkemizde yaşanan banka soygununda çalınan para miktarı, hırsızın şık giyimi ve kullandığı 'işçinin emeği teri soğumadan ödenmeli' sözleri akıllara Türkiye'nin ilk banka soygununu yapan Gangster Necdet ELMAS'ı getirdi.



Toplamda çalınan paranın 7 milyon olduğu biliniyor. İlk olarak, Yeni Gangster'in Gangster Necdet gibi soygunu tek başına yaptığı düşünülür. Ancak, banka müdürü, çalınan banknotların çoğunun 10'lu, 20'li ve 50'li olduğunu söyledi. Haber kanalları bu açıklamayla bunun kulağa bir kişinin taşıyabileceğinden daha fazla para gibi geldiğini düşünmeye başladı. Sen ne düşünüyorsun?

Haber ekiplerinin bir kişinin 7 milyonu küçük banknotlar halinde taşımasının ne kadar zor olacağını belirlemek için yardıma ihtiyacı var. Bir kişinin parayı bu şekilde taşımasının mümkün olup olmadığını araştırınız. Haber kanalları için bulgularınızı açıklayan bir rapor hazırlayınız. Raporunuz, haber kanallarındaki araştırmacı muhabirlerin durumu anlamasına ve bu geceki yayın için daha iyi plan yapılmasına yardımcı olmalıdır.

Bu model oluşturma etkinliği fonksiyon kavramını kullanmaya imkân tanımak amacıyla araştırmacı tarafından yazılmıştır. Öğretmen adayları çalışmayı ilk 20 dakika bireysel yürüttükten sonra üçer kişilik iki ayrı grup olarak çalışmaya devam etmişlerdir. Süreç sonunda her iki grup birer tane model oluşturmuştur.

**İkinci Model Oluşturma Etkinliği.** Aşağıdaki Şekil 5'te model oluşturma etkinliklerinden ikincisi verilmiştir.

## Şekil 5

### *İkinci Model Oluşturma Etkinliği*

#### **OTURUM 2:**

Bu oturumdaki etkinliğe, grup olarak bir cevap üretmeye çalışınız. Burada grup olarak kendi içinizde yaptığınız tartışmaların niteliği sonuca varmak adına önemli olacaktır.

#### **Sabit Trafik**



Bir otopan düşünün ki tüm araçlar aynı uzunlukta ve aynı hızda (80 km/sa), takip mesafesi de hızının yarısına eşit olduğuna göre takip mesafesi de aynıdır. Çok cazip görünen bu trafikte yolunda gitmeyen bir şeyler var çünkü araçlar bir türlü ilerlememektedir. Sonradan anlaşıldığı üzere yolun ilerisinde meydana gelen bir kaza nedeniyle kazayı gören araçlar hızlarını azaltmakta ve giderek yavaşladıkları için bir yerden sonra araçlar durma noktasına gelmektedirler. Meydana gelen kazada kalas yüklü bir tır devrilmiş ve kalaslar yola saçıldığı için tüm şeritlerde bulunan sürücüler dikkatli geçmek için yavaşlamak zorunda kalmışlardır. Durumu fark eden her bir sürücü, frene basarak hızının %5'i kadar yavaşlamıştır. Öndeki aracın frene bastığını fark eden diğer sürücüler takip mesafesini koruyabilmek adına daha kuvvetlice frene basmış ve her bir araç kendinden önceki aracın yeni hızından %10 yavaş hale gelmiştir. Kaza yerinin hemen yanında bulunan benzinliğe giderek benzin almak isteyen bir sürücünün, benzinliğe ne kadar mesafenin kaldığını hesaplayabilmesi için kaza yeri ile arasında kaç araç olduğunu bulması gerekir. Buna göre hiç hareket etmeyen bir aracın, kaza yeri ile arasında kaç araç olabileceğine dair bir model oluşturunuz.

Bu model oluşturma etkinliği limit kavramını kullanmaya imkân tanımak amacıyla literatürde var olan bir kaynaktan (Sezen Yüksel vd., 2019) seçilmiştir. Öğretmen adayları doğrudan üçer kişilik iki grup halinde çalışmaya başlanmıştır ve süreç grup çalışması ile devam ettirilmiştir. Süreç sonunda her iki grup birer tane model oluşturmuştur.

**Üçüncü Model Oluşturma Etkinliği.** Aşağıdaki Şekil 6'da model oluşturma etkinliğinkilerinden üçüncüsü verilmiştir.

## Şekil 6

### *Üçüncü Model Oluşturma Etkinliği*

#### **OTURUM 3:**

Bu etkinlikte önce grubunuz ile bir model oluşturunuz. Daha sonra oluşturulan modellerin sunulması amacı ile diğer grupla birleşiniz.

#### **Boru Hattı Problemi**

Bir petrol firmasının satış departmanında matematikçi olarak çalışıyorsunuz. Firmanız yeni bir arazi üzerinde bir tesis inşa etmeyi planlıyor. Bu arazide petrolün çıkarıldığı yer ile tankerlere yükleme noktası farklı konumlardadır. Aradaki bağıntıyı sağlamak için bir boru hattı döşenmesine karar veriliyor. Boru hattı yer üstünden veya yer altından geçebilir ancak, fiziksel özellikleri aynı olan bu boruların tek farkı yer altından geçirilen boruların ekstra koruma maddesiyle kaplı olmasıdır. Bu yüzden bu boruların fiyatı da farklıdır ve fiyat farkına sebep olan kullanılan ekstra malzemedir. Sizin departmanınız bu projede esas maliyeti belirlemekle yükümlüdür. Projede size verilen görev petrolün çıkarıldığı yerden tankerlere yükleme noktasına, boru vasıtasıyla iletiminin en uygun maliyetle nasıl yapılacağını belirlemektir.

Söz konusu yeni arazi kare şeklinde olup arazinin bir köşesinden petrol çıkarımı yapılıyor. Bu köşenin çaprazında bulunan diğer köşesinde ise tankerlerle dolun sağlanıyor. Petrol çıkarılan yerden tankerlere dolun noktasına yapılacak borular arazi alanı içerisinde geçirecek ise yeraltından, arazi sınırlarından geçirecek ise yerüstünden olmalıdır.

Boru alacağınız firma size yeraltından geçen boru için kilometre (km) başına 25000 TL fiyat vermiştir. Yerüstünden geçen boru ise

$$k \cdot 25000 \text{ TL}, 0 \leq k \leq 1$$

Bilgisine sahipsiniz. Bu bilgilerle çalıştığınız firma sizden uygun maliyetli boru hattı için bir sunum beklemektedir. Yapmanız gereken farklı k değerleri için bir maliyet raporu hazırlamak olacaktır."

Bu model oluşturma etkinliği türev kavramını kullanmaya imkân tanımak amacıyla literatürde var olan bir kaynaktan (Yüksel vd., 2019) seçilmiştir. Öğretmen adayları doğrudan grup olarak çalışmaya başlamışlardır ve her iki grup birer tane model oluşturmuştur. Sürecin sonunda, gruplar bir araya gelerek modellerini sunmuştur.

**Dördüncü Model Oluşturma Etkinliği.** Aşağıdaki Şekil 7’de model oluşturma etkinliklerinden dördüncüsü verilmiştir.

## Şekil 7

### *Dördüncü Model Oluşturma Etkinliği*

#### **OTURUM 4:**

Bu oturumdaki etkinlikte ilk 30 dakika kendi grubunuzla çalışınız. Sonraki 20 dakikada diğer grupla birleşerek düşüncelerinizi paylaşınız. Bu buluşma sonrasında kendi grubunuzla birlikte modelinizi tamamlayınız. Son olarak modellerin sunumu için diğer grupla birleşiniz.

Modellerinizi eleştirel bir bakış açısı ile tartışınız.

Halk Oyunları Koreografisi

\*Dansta hareket, bir enerji uygulanarak vücudun hareket edebilen herhangi bir parçasının dikey, yatay veya herhangi bir yöne taşınmasıdır. Taşınma ifadesi, vücudun tamamının veya el, kol, bacak, ayak gibi vücut parçalarının bir pozisyondan başka bir pozisyona gelmesi halini ifade etmektedir. Hareket doğrusal veya eğrisel hareket olmak üzere iki temel tip altında sınıflandırılır. Doğrusal hareket; bir doğru üzerinde meydana gelen harekettir. Hareket sırasında hareket eden vücudun veya objenin bütün parçaları aynı zaman birimi içerisinde, aynı yönde ve eşit miktarda yol kat ederlerse, hareket düzgün doğrusal hareket adını alır. Eğrisel hareket ise bir eğri (daireesel ya da parabolik) üzerinde meydana gelen hareket olarak tanımlanır.

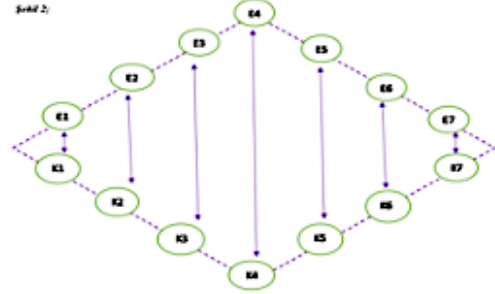
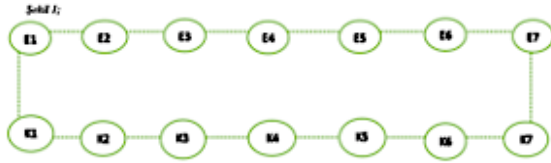
Ezgi bu sene kazandığı üniversitenin Türk Halk Bilimi Topluluğu’na üye olmuş ve topluluk olarak Karadeniz tanıtım gününde yapacakları dans gösterisi için koreografi hazırlamışlardır. Bu koreografinin son sahnesi Şekil 1’ deki gibiyken daha sonra farklı bir bölüm ekleyerek son figürü değiştirmişlerdir. Bu değişimle, Şekil 1’ deki gibi dizilmiş olan kişiler hareket ederek Şekil 2’ yi oluşturacaktır. Bu şeklin oluşumu ile ilgili dikkat edilmesi gerekenler aşağıda verilmiştir.

E ile erkekler K ile kadınlar simgelenmiştir. Yan yana olan iki kişi arasındaki mesafeler birbirine eşittir.

Soldan veya sağdan sayıldığında sıra numaraları aynı olanlar aynı hareketi yapacaktır. Örneğin E1 ve K1 soldan 1.sırada, E7 ve K7 sağdan 1.sıradadır. O halde içeri yönde adımlama yapılacaksa bu dördü de içeri yönde adımlama yapacaktır.

Burada hareket edecek her birey harekete aynı anda başlayacak ve hareketi aynı anda sonlandıracaktır.

Sağa, sola ve çapraza adımlama yapılmayacaktır.



Gösterinin son sahnesinde kişilerin arasında kalan alanı kaplayacak şekilde açacakları bayrağı topluluğun giysilik alt biriminde görevli olan terzi elinde olan kumaş parçalarını birleştirerek oluşturacaktır. Şekil 1 için yeterli olacak parçalar önceden ayarlanmış ancak bu parçaların Şekil 2 için yeterli olup olmayacağı sorunu ortaya çıkmıştır.

#### Hazırlık Sorusu:

Şekil 2' yi oluşturmak için kişilerin hareket ve konumları için ne söylenebilir?

Gösterinin son sahnesinde kişilerin arasında kalan alanı kaplayacak şekilde açacakları bayrağı topluluğun giysilik alt biriminde görevli olan terzi elinde olan kumaş parçalarını birleştirerek oluşturacaktır. Şekil 1 için yeterli olacak parçalar önceden ayarlanmış ancak bu parçaların Şekil 2 için yeterli olup olmayacağı sorunu ortaya çıkmıştır.

Ezgi Şekil 2 için önceden ayırdıkları parçaların yeterli olacağını savunurken Kerem yeterli olmayacağını söylemektedir. Bu iki kişiden hangisinin haklı olduğunu (ya da olmadığını) gösteren bir model oluşturunuz. Topluluğun giysilik alt birimini bu konuda bilgilendirmek için modelinizi içeren bir rapor hazırlayınız.

Bu model oluşturma etkinliği integral kavramını kullanmaya imkân tanımak amacıyla araştırmacı tarafından yazılmıştır. Öğretmen adayları üçer kişilik iki grup halinde süreci ilerletmiştir. İlk başta gruplar kendi içinde çalışmıştır, ikinci olarak gruplar yaptıkları çalışmalarını paylaşmak için birleşmiştir, yapılan paylaşımlar sonrasında her iki grup modelini oluşturmak için kendi içinde çalışmaya devam etmiştir ve en son gruplar oluşturdukları modeli sunmak için bir araya gelmiştir.

### **Yapılan Bireysel Görüşmelerin Ses Kaydı**

Yapılan dört model oluşturma etkinliği sonrasında öğretmen adayları ile model oluşturma etkinlikleri ve argümantasyon becerisi hakkında bireysel görüşmeler yapılmıştır.

Öğretmen adayları ile yapılan görüşmelerde beş farklı soru sorulmuştur. Öğretmen adaylarının kendilerini süreç içine ne oranda kattıkları (model oluşturma etkinlikleri ile uğraşma istekleri) argümanlarını etkileyebilir düşüncesi ile 'Çalışma sürecine ait genel izlenimlerini paylaşır mısınız?' sorusu; model oluşturma etkinliklerinin argüman üretmelerini nasıl etkilediği hakkında bilgi edinmek için 'Her bir uygulamayı kendi içinde değerlendirir misiniz?' sorusu; oluşturulan model, üretilen argümanlar, kullanılan beceriler (akıl yürütme, eleştirel akma vb.) hakkında bilgi edinmek amacıyla 'İlk etkinlikten son etkinliğe doğru baktığında kendinde ne gibi gelişimler gözlemlediniz?' sorusu; argümantasyon kalitelerindeki değişimi nasıl değerlendirdiklerini öğrenmek için 'Argümantasyon becerilerinin geliştiğini düşünüyor musunuz?' sorusu; model oluşturma etkinlikleriyle argümantasyon arasındaki ilişkinin doğurduğu sonuçlar nedeniyle öğretmen adaylarını meslek hayatlarında model oluşturma etkinliklerini uygulamaya yönelik eğilimleri incelenmek için 'Meslek hayatında derslerinde model oluşturma etkinliklerini kullanır mısınız?' sorusu yöneltilmiştir.

### **Verilerin Analizi**

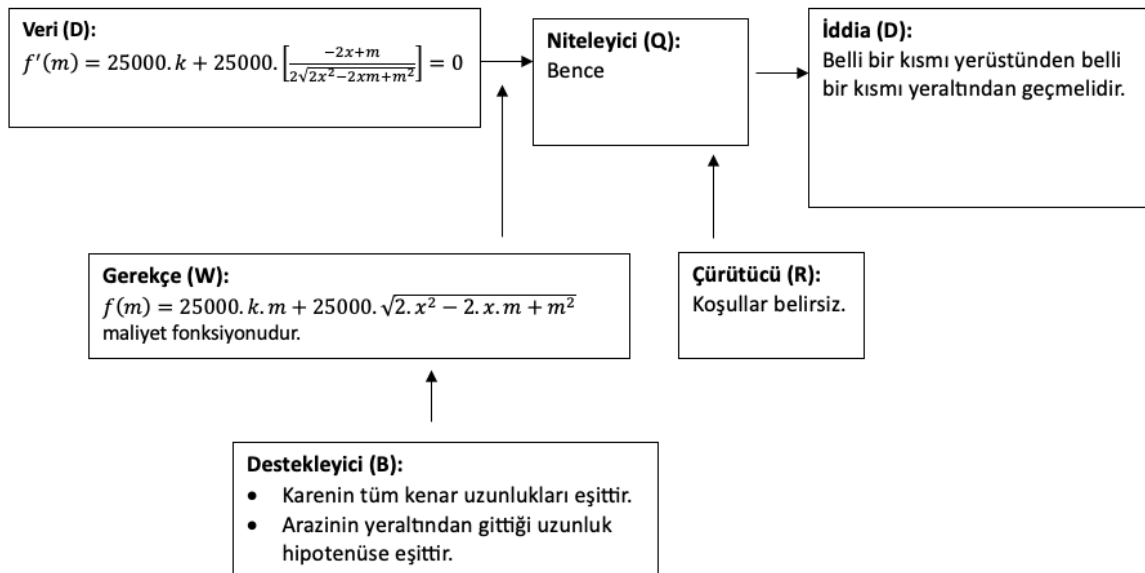
Öğretmen adaylarının model oluşturma etkinliklerindeki diyalogları ve bireysel görüşmede verdikleri cevaplar betimsel olarak analiz edilmiştir. Betimsel analizde, veriler, daha önceden belirlenen kavramsal çerçevelere ve temalara göre yorumlanmaktadır, bireylerin görüşlerini çarpıcı bir biçimde yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara yer verilmektedir, elde edilen bulgular okuyucuya özetlenmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2003).

Süreç içinde model oluşturma etkinliklerine birçok farklı yönden yaklaşmıştır ve öğretmen adayları süreç sonunda kendi grupları adına tek bir modelde karar kılmışlardır. Her iki grup, dört model oluşturma etkinliğinin her biri için birer tane model oluşturmuştur. Toplamda 8 tane farklı model oluşturulmuştur ve bu modellerin her biri araştırmacı

tarafından Toulmin şemasına aktarılmıştır. Öğretmen adayları tarafından oluşturulan bir modelde varılan sonuç iddia, bu sonucun arkasında yatan en kapsamlı neden veri, verinin şekillenmesine yardımcı olan ifade gerekçe, gerekçeyi biçimlendiren ifade destekleyen, istisnaları belirten ifade çürüten, iddiayı niteleyen ifade niteleyici olarak alınmıştır. Araştırmacı oluşturulan modelleri Toulmin şemasına aktarıırken süreci baştan sona tekrar tekrar incelemiş ve analiz etmiştir. Bu tekrarlar sonucunda Toulmin şemalarının son hallerini oluşturmuştur. Araştırmacı, model oluşturma ve Toulmin argümantasyon modeli konusunda çalışmaları olan bir akademisyenden de bu işlemi yapmasını istemiştir. Araştırmacı ve akademisyen birbirlerinden bağımsız olarak grupların oluşturduğu modelleri Toulmin şemasına aktarmışlardır. Araştırmacı ile akademisyen oluşturdukları şemaları karşılaştırarak ortak bir karara varmışlardır. Burada yapılan işlemlerin anlaşılması adına öğretmen adaylarına uygulanan “Boru Hattı Problemi” Şekil 8’ de örnek olarak sunulmuştur.

### Şekil 8

#### Toulmin Modeli Şema Örneği



Bu örnekte karenin kenar uzunluklarının eşit olması ve yeraltından gidilen mesafe için hipotenüs kullanılması gerekçede verilen maliyet fonksiyonunun çıkış noktası olup destekleyen olarak alınmıştır. Maliyet fonksiyonun türevini alarak maliyetin en düşük değeri

bulunmak istenmiştir. Yani gerekçedeki maliyet fonksiyonundan türevin kullanıldığı bir veri elde edilmiştir. Bu veri doğrultusunda borunun belli bir kısmının yerüstünden diğer kısmının ise yeraltından döşeneceği kararı iddia olarak alınmıştır. Koşulların tam olarak belirlenmemesi varılan sonucu değiştirebileceği için bu durum çürüten olarak alınmıştır. Çürütenden ve yapılan işlemlerden kaynaklı olarak iddiada kesinlik belirtilememiş olup “bence” niteleyeni ile iddianın gücü belirtilmiştir. Ek olarak, öğretmen adayları tarafından oluşturulan modellerdeki niteleyiciler Inglis vd., (2007) tarafından yapılan çalışmada belirtilen içerik niteleyicileri (her zaman, asla, kesinlikle, muhtemelen) ve yapısal niteleyiciler (zorunlu, bu nedenle, sonuç olarak) doğrultusunda belirlenmiştir.

Oluşturulan Toulmin şemasındaki bileşenler, Cho ve Jonassen (2002) tarafından yapılan çalışmada yer alan, Güç ve Kuleyin (2021) tarafından genişletilen Argümantasyon Kalitesi Değerlendirme Rubriği (AKDR) doğrultusunda incelenmiştir. Öğretmen adaylarının sundukları model doğrultusunda oluşturulan şemada yer alan her bileşen, gözlem notları, video kayıtları, görüşme kayıtları, çalışma kağıtları doğrultusunda değerlendirilmiştir. Araştırmacı puanlamaları yaparken rubrikte yer alan ölçütleri matematiksel olarak yorumlamıştır. Örneğin; iddianın açık ve tam genellenebilir olması ifadesi için matematiksel kanıtlara ve teoremlere yer verilerek probleme birçok açıdan çözüm sunulmasına ya da destekleyicilerin doğru ve ilişkili gerekçe kaynakları sunması ifadesi için şekil, tablo, grafik gibi temsillerin kullanımına bakılmıştır. Yine, araştırmacı puanlama yaparken süreci çok kez baştan sona analiz etmiştir. Araştırmacı, aynı akademisyenden oluşturduğu şemaya göre rubrik doğrultusunda puanlama yapmasını istemiştir. Araştırmacı ve akademisyen birbirinden bağımsız olarak puanlamalarını yapmışlardır. Rubrik bağlamında yapılan puanlamalar karşılaştırılarak ortak bir karar verilmiştir.

Cho ve Jonassen (2002) çalışmasındaki rubrik ile Güç ve Kuleyin (2021) rubriği arasında bazı farklılıklar vardır. Cho ve Jonassen (2002) çalışmasındaki rubrik niteleyen bileşeni içermeyip diğer beş bileşen içermektedir. Toulmin (2003) çalışmasında niteleyen bileşenin iddianın gücünü belirlediği söylenmiştir. Bu nedenle niteleyen bileşeni ile altı



bileşen içeren Güç ve Kuleyin (2021) çalışmasındaki rubriğin kullanılmasına karar verilmiştir.

Cho ve Jonassen (2002) tüm bileşenleri 0-2-4-6 olarak puanlandırırken Güç ve Kuleyin (2021) temel bileşenleri 0-2-4-6, yardımcı bileşenleri ise 0, 1, 2, 3 olarak puanlandırmıştır. Temel ve yardımcı bileşenler puan değerleri farklı olsa da dört düzey üzerinden puanlandığı için bu farklılığın radikal bir değişime neden olmayacağı düşünüldü. Güç ve Kuleyin puanlama düzeyleri üzerinden çalışılmıştır. Bu sebeple AKDR'den en az 0 puan, en çok 27 puan alınabilmektedir. Argümantasyon Kalitesi Değerlendirme Rubriği Tablo 4'te verilmiştir.

#### **Tablo 4**

##### *Güç ve Kuleyin (2021) Argümantasyon Kalitesi Değerlendirme Rubriği*

İddialar	
Kalite	Ölçüt
6	Önermelerle ilgili açık ve tam genellemelerde bulunur.
4	Önermelerle ilgili genellemeleri belirtir, ancak iddialar tam değildir. Katılımcının amacını anlamak için yeterli bilgi mevcut olmasına rağmen birçok şey hakkında karar verme kısmı araştırmacıya bırakılmıştır.
2	Önermelerle ilgili genellemeler yapar, ancak iddiaların özgünlüğü yoktur veya net olmayan kaynaklar sunar. İddianın etkisini değerlendirmek amacıyla karar verme kısmı araştırmacıya bırakılmıştır.
0	Önermelerle ilgili iddiada bulunmamış ya da belirsiz ifadeler kullanmıştır.
Veriler	
Kalite	Ölçüt
6	Destekleyici veriler eksiksiz, doğru ve iddiayla ilgilidir.
4	Sunulan veriler iddiayla ilgili fakat tam değil. Katılımcı verilerden çıkarımda bulunması için araştırmacıya çok şey bırakır. Araştırmacının verilerin güvenilirliğini kanıt olarak belirleyebilmesine olanak sağlayacak şekilde, destekleyici kullanmadan verileri sunmuş

olabilir. Katılımcı, araştırmacının iddiaların önemini belirlemesine izin verecek kadar eksik olmayan veriler sunabilir.

- 2 Veriler veya kanıt zayıf, hatalı veya eksik. Örneğin, a) bir ilkeyi o ilkenin doğruluğunu tespit etmeden kullanma girişimi b) Genellenebilir olmayan kişisel deneyim örneklerinin kullanımı c) Hiçbir destekleyici kullanmadan verilerin sunulması ve d) açıkça taraflı veya eski materyal kullanımı
- 0 Hiçbir destekleyici veri sunulmamış veya iddia ile ilgili olmayan veriler kullanmıştır.

---

*Gerekçe*

---

Kalite	Ölçüt
6	İddiayı nasıl desteklediğini gösterecek şekilde verileri açıklar.
4	Verileri bir şekilde açıklar fakat açıklama spesifik olarak iddia ile bağlantılı değildir.
2	Veriler ile iddia arasında bağlantı kurmanın gerekliliğini kabul eder ve verileri detaylandırır fakat bağlantı kurmayı başaramaz. Veya çoğu kural ve ilke geçerli veya ilgili değildir.
0	Hiçbir kural veya ilke sunulmamıştır.

---

*Destekleyiciler*

---

Kalite	Ölçüt
3	Doğru, ilişkili ve spesifik gerekçe kaynakları sunar
2	Doğru ve ilişkili gerekçe kaynakları sunar fakat kaynaklar çok geneldir, spesifik değildir.
1	Doğrudan konuya yönelik olmayan, ilişkisiz gerekçe kaynakları sunar.
0	Gerekçe kaynakları sunulmamıştır.

---

*Niteleyiciler*

---

Kalite	Ölçüt
3	Niteleyicilerin ve niteleyici iddiaların sistematik bir tanımını yapar.
2	Niteleyici iddiaların bir tanımını vardır, ancak belli değildir.
1	Bazı niteleyici iddialar var ancak kesin değil.
0	Hiçbir niteleyici kullanılmamıştır.

---

*Çürütücüler*

---

Kalite	Ölçüt
3	Çözüm sınırlılıklarının eksiksiz ve sistematik tanımlarını belirtir.
2	Çözüm sınırlılıklarını tanımlar fakat sınırlamalar yeterli değildir.

- 1 Çözüm ile ilgili çok az sınırlama sunar fakat sınırlamalar detaylandırılmamıştır.
- 0 Çözüm ile ilgili hiçbir sınırlama tanımlanmamıştır.

Bu rubrik doğrultusunda yapılan puanlamaların toplamı argümantasyon kalitesi için yeterlilik düzeyinin hangi kategoride olduğunu belirtmiştir. Orijinal çalışmadan farklı olarak bu çalışmada 7-13 puan için "Bir ölçüde argümantasyon kalitesine sahip" ifadesi yerine anlaşılabilirliği arttırmak amacıyla "Yetersiz argümantasyon kalitesine sahip" ifadesi tercih edilmiştir. Bu yeterlilik düzeyi kategorileri Tablo 5'te verilmiştir.

**Tablo 5**

*Argümantasyon Kalitesi İçin Öğrenci Yeterlilik Düzeyi Kategorileri*

Puan	Kategori
0 – 6	Argümantasyon kalitesine sahip değil.
7 – 13	Yetersiz argümantasyon kalitesine sahip.
14 – 23	Kabul edilebilir ölçüde argümantasyon kalitesine sahip.
24 – 27	İyi derecede argümantasyon kalitesine sahip.

Öğretmen adaylarının çalışmaları AKDR ile analiz edilirken veri toplama araçları birbirinden bağımsız olarak değil bir bütün olarak değerlendirilmiştir. Grupların süreç sonunda sunduğu modelde AKDR'de yer alan düzeylere ait ifadelere rastlandığında grubun çalışması o basamağa kodlanmıştır. Örneğin grubun sonuç olarak sunduğu son ifade "iddia" kodu altında kodlanmıştır. Argümantasyon süreci dinamiklidir. Bu bağlamda matematiksel modelleme süreci tamamlandığında, süreç içindeki diğer diyaloglar ve araştırmacı gözlemi dikkate alınarak grubun nihai düzeyi belirlenmiştir.

## Bölüm 4

### Bulgular, Yorumlar ve Tartışma

Bu bölümde öğretmen adaylarına uygulanan dört model oluşturma etkinliğinin bulgularına yer verilmiştir.

İlk olarak model oluşturma etkinliklerine ait bulgular, birinci ve ikinci grubun modeli oluşturmaları ve argümantasyon kalitesi adına önemli görülen diyalogların verilmesi, oluşturulan modelin Toulmin şemasına aktarılması ve argümantasyon kalitesinin puanlanması şeklinde sunulmuştur. İkinci olarak bireysel görüşmelere ait bulgular, öğretmen adaylarının sorulan sorulara verdikleri bazı yanıtların paylaşımıyla sağlanmıştır. Son olarak, süreç boyunca her iki grubun Toulmin bileşenlerindeki değişimler AKDR puanları ile bireysel görüşmeleri entegre edilmesiyle verilmiştir.

Alt problemlerden model oluşturma etkinlikleri ile argümantasyonların birbirini nasıl şekillendirdiği her bir model oluşturma etkinliğine ait bulgularda görülmektedir. Öğretmen adaylarının argümantasyon becerilerine yönelik düşünceleri bireysel görüşmelere ait bulgularda belirtilmiştir. Sürecin başından sonuna öğretmen adaylarının argümantasyon kalitesinde bir farklılaşma olup olmadığı ve her bir model oluşturma etkinliği sonrası öğrenme ortamlarının güncellenmesinin argümantasyon kalitesine etkisinin olup olmadığı dört model oluşturma etkinliğine ve bireysel görüşmelere ait bulgular verildikten sonra belirtilmiştir.

Öğretmen adaylarına ait diyalogların puanlama üzerinde etkisi olan kısımlarından bazıları doğrudan alıntılanarak paylaşılmıştır. Öğretmen adayları A, B, C, D, E, F harfleri ile isimlendirilmiştir. Öğretmen adaylarının söyledikleri ifadeleri sıralamak amacıyla diyaloglar bu harflerle numaralandırılmıştır (Örneğin; A<sub>4</sub>; A kişinin 4. ifadesi demektir). Gruplar bir araya geldiğinde her gruptan bir sözcü seçilmiştir ve bu sözcü grubun çalışmalarını diğer gruba aktarmıştır. Gruplar birleşip düşüncelerini paylaştığında veya sunum yaptığında konuşan öğretmen adayının ifadesi öğretmen adayı hangi gruptaysa o gruba atanmıştır.

Yani iki grubun bir araya geldiği aşamalarda diyaloglar Grup 1 ve Grup 2 olarak iki kategoriye ayrılmıştır.

### **Model Oluşturma Etkinlikleri ve Argümantasyon Kalitesi**

Burada uygulanan dört model oluşturma etkinliği sürecinde öğretmen adaylarının ifadelerine, araştırmacı tarafından oluşturulan Toulmin şemasına ve AKDR puanlamasına yer verilmiştir.

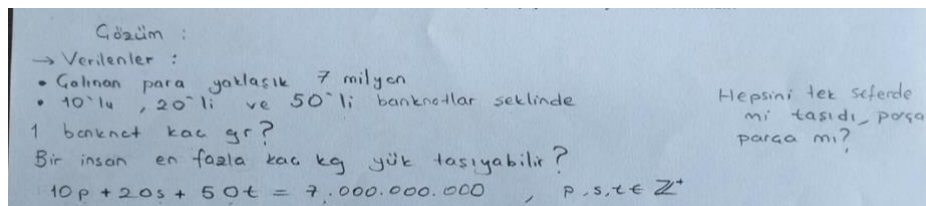
#### ***Birinci Model Oluşturma Etkinliği Sürecindeki Argümantasyon Kalitesi***

Bu model oluşturma etkinliğinde 'Yeni Gangster' problemi uygulanmıştır. Öğretmen adayları ilk 20 dakika bireysel olarak çalışılmıştır ve sonrasında her öğretmen adayı grubuyla bir araya gelerek çalışmayı ortak yürütmüştür. Bu süreçte öğretmen adaylarının bireysel çalışmalarda belirli bir yere kadar ilerlediği ancak sonrasında fikirlerini geliştirmekte zorlandığı gözlenmiştir. Grup çalışmasında ise öğretmen adaylarının ilk önce hangi stratejiden başlanacağı konusunda karar vermekte zorlandıkları görülmüştür. Sonrasında birbirlerinin fikirlerini destekleyerek ya da çürüterek model oluşturmuşlardır.

İlk olarak birinci gruptaki üç öğretmen adayının bireysel çalışma sonucu yazdıklarına ve sonrasında grup olarak etkinlik üzerinde yaptıkları tartışmalardan ortaya çıkan diyaloglara ilişkin doğrudan alıntılara aşağıda yer verilmiştir. Gruptaki her bir öğretmen adayının bireysel çalışmasına bakıldığında model oluşturma etkinliğini ele alışlarında farklı yaklaşımlarının olduğu görülmüştür. Aşağıda verilen Şekil 9, Şekil 10 ve Şekil 11 birinci gruptaki öğretmen adaylarının bireysel çalışmalarını göstermektedir.

### **Şekil 9**

#### ***Öğretmen Adayı A'nın Bireysel Çalışması***



Öğretmen adayı A, bir insanın taşıyabileceği ağırlığı belirleme üzerine yoğunlaşmıştır. Bunun için bir banknotun ağırlığının ne olacağını ve 10'lu, 20'li, 50'li banknotların adetleri üzerinden yedi milyonu elde edeceği bir denklem bulmaya çalışmıştır.

### Şekil 10

#### Öğretmen Adayı B' nin Bireysel Çalışması

Para : 7.000.000

10	20	50	Diger
700.000	350.000	140.000	

Neceket ağırlı parayı tek başına taşıyabiliriz. Ama banknotların değeri fazla olabilir. Eğer 200 liva 100 lül banknotlarla toplamıssa en az 35.000 en fazla 70.000 banknot taşıyabiliriz. O zaman 1 kişinin taşıyabileceği banknot sayısına x dersek  $35.000 \leq x \leq 70.000$  dur.

Yeni sorgunumuz için hepsi 10 lül banknotlar olursa 700.000, 50 lül banknotlar olursa 140.000 banknot taşıyabiliriz. Yani yeni sorgunumuzda y derse  $140.000 \leq y \leq 700.000$  arasında dur. O zaman 1 kişi  $35.000 - 70.000$  arasında banknot taşıyabiliriz.

Öğretmen adayı B, gerçek hayatta yaşanmış olan olay ile kıyaslama yapma üzerine yoğunlaşmıştır. Üç banknot türünden sadece bir tanesini kullanarak 7 milyonu elde etmek için kaç tane banknota ihtiyaç olduğunu hesaplamıştır. Yaptığı işlemler doğrultusunda 1 kişinin 35000 ile 70000 arasında banknot taşıyacağını bulmuştur.

### Şekil 11

#### Öğretmen Adayı C' nin Bireysel Çalışması

$x \rightarrow 10$     $y \rightarrow 20$     $z \rightarrow 50$

1 adet 100 ₺ → 1,13 gr   1 adet 50 ₺ → 0,93 gr

1 milyon → 200 ₺'lik banknotlardan oluşuyor → 5,5 kg

1 adet 200 ₺ → 1,13 gr   1 adet 50 ₺ → 0,93 gr

200 100 50 20 10  
↓ ↓ ↓ ↓ ↓  
1,13 1,11 0,93 0,9 0,75 olsun  
→ 0,02   → 0,12   → 0,15

$10x + 20y + 50z = 7.000.000$  ₺

$10.700.000 = 7000000$     $10x < \dots < 50z$

$10x = 7000000$   
 $x \rightarrow 10$   
 $7000000 \times 0,25$

$100000 \cdot 0,25$

$\frac{55}{385}$

$200 \rightarrow 10 \rightarrow 20$

$\frac{1100}{220}$     $\frac{5000}{20}$   
 $\frac{100000}{100000}$

Öğretmen adayı C, banknotların birim ağırlığını belirleme üzerine yoğunlaşmıştır. Banknotların ağırlığını 1 milyon üzerinden hesaplamıştır. 10'lu, 20'li, 50'li banknotların adetleri üzerinden yedi milyonu elde edeceği bir denklem yazmıştır.

Öğretmen adayları ortak çalışmada ilk etapta soygunun kaç kişi tarafından yapıldığına dair iddia sunmayıp verileri analiz etmişlerdir. Banknot adeti ile ağırlığı ve bir insanın taşıyabileceği ağırlık üzerinden ilerlemeye karar vermişlerdir. Modeli oluşturmak için gruptaki her öğretmen adayının yaklaşımından faydalanmışlardır. Süreçte öğretmen adayları arasında geçen tartışmalara ait diyaloglardan bazıları verilmiştir.

$$A_1: 10p+20s+50t=7000000000, (p, s, t \in \mathbb{Z})$$

Bu ifadede öğretmen adaylarının denklem kurarak matematikleştirmeye adım attıkları görülmektedir. Denklemde yer verilen değişkenlerin belli bir sayı kümesine sınırlandırılmasıyla denklem daha sade bir hal almıştır.

*B<sub>2</sub>: Hepsi 10' luk olursa 700.000 tane banknot taşır; hepsi 50'lik olursa 140.000 tane banknot taşır. O halde 10,20,50 banknotları için banknot sayısına y dersek; 140.000<y<700.000 olur. 100 ve 200 olsa minimum 35.000 tane banknot olurken maksimum 70.000tane olur. Banknot sayısına x dersek; 35000<x<70000 dir. Eski gangsterin taşıdığı parayı bugüne göre hesaplırsak 35000-70000 olur. O halde bir kişi 35000 ile 70000 arası taşıyabilir.*

Bu ifadede öğretmen adayının gerçek hayatta yaşanmış eski bir olaydan çıkarım yaparken o yıla ait banknotlar ile şu an kullanımda olanları aynı kabul ettiği görülmüştür. Örneğin günümüzde olmayan ancak o dönem olan 500'lük bir banknot vardır. Bu göz ardı edilmiştir.

*C<sub>2</sub>: Dünya sağlık örgütü bir insanın tek seferde 25 kg taşıyabileceğini 50 kg kaldıracabileceğini söylemiş.*

Süreç boyunca kaynak kullanımı serbest olduğundan öğretmen adayları bu bilgiye internette ulaşmışlardır. Öğretmen adayının bilgiyi aldığı kaynağı belirtmesi grup arkadaşları tarafından bilginin kabul edilmesini sağlamıştır.

*B<sub>3</sub>: Taşıyabileceğini, 25 kg alalım.*

*A<sub>3</sub>: 25 kg'yi ben de taşıyım, ağırlığı az buldum.*

*B<sub>4</sub>: 25 kg taşımak kolay değil.*

*C<sub>3</sub>: İki eline de 5 litre su aldığını düşün zor oluyor. Bir de ortalama diyoruz zaten. Bence 25 ideal.*

*B<sub>5</sub>: O halde gangster 25 kg' yi çok rahat taşır.*

Bu diyalogda öğretmen adayları günlük yaşam deneyimleri ile internet üzerinden ulaşılmış oldukları bilginin uyuşup uyuşmadığını tartışmışlardır. Tartışma sonucunda 25 kg ağırlığın uygun olduğuna karar vererek bu bilgi üzerinden çalışmaya devam etmişlerdir. Bu bilgiyi Toulmin bileşenlerinden olan veri bileşeninin desteklemek veya oluşturmak için kullanmışlardır.

*C<sub>4</sub>: Hepsi 200 banknot olsa 1 milyon 200'lik 5,5 kg ise 7 milyon 200'lük 38,5 kg dir. Bu durumda ikinci bir kişi gerekir. 10-20-50 olunca ağırlığı 38,5 ten daha mı az olurdu? 20'li banknot ağırlıklarını bulamadık ama diğer banknotlarla aralarında bir oran kurarak tahmini değerler yazarız.*

*C<sub>6</sub>: 10'luk 0,75 ve 20'lik 0,80 olsun. Tahmini değer alalım. 10 ve 20 biraz daha yakın. 50 ve 100 gibi uzak değil, buradan yola çıktık. Diğerleriyle aralarındaki fark fazla olduğundan 20'lik 0,90 ve 10'luk 0,85 olsun. Yapılan işlemler sonucunda bir kişinin taşıyamayacağı sonucuna varılır.*

Ağırlığı ile ilgili bilgi sahibi olunmayan banknotların ağırlığı oran kullanılarak hesaplanmıştır. Oranların doğruluğu tartışmalı olsa da problem bilinmeyenlere belli bir mantık çerçevesinde değer atanması ile daha sade bir hal almıştır.

*B<sub>7</sub>: 200'lüğü biliyoruz bu 200' ü 20'likten elde etmeye çalışsak. Ağırlıklar için tam değer değil de aralık bulsak yeterli. Üç bilinmeyen kullanmaktansa minimum ve maksimum bularak ilerlemek daha iyi.*

*C<sub>8</sub>: Çoğunluk 10-20-50 dediği için diğerlerini göz ardı edebiliriz.*



$B_9$ :  $525 > 25x > 138,6$  dir.

$B_{10}$ : Eşitlik de vardır. Kişi aralığı en az 6 en fazla 21 dir.

Diyaloglara bakıldığında öğretmen adaylarının banknot sayısını sınırlamak ve ifadeyi sadeleştirmek amacıyla sadece 10'luk – 20'lik – 50'lik banknotlarla çalışmışlardır. Tartışmalar sonucunda eşitsizlik yazıp sözel ifadeyi matematiksel olarak ifade ederek daha sade bir görüntü elde edilmiştir ve eşitsizlik doğru yazılarak kişi sayısının maksimum ve minimum değerleri belirlenmiştir.

$B_{11}$ : Bu eşitsizlik sadece 7 milyon için çözümü genel yazalım.

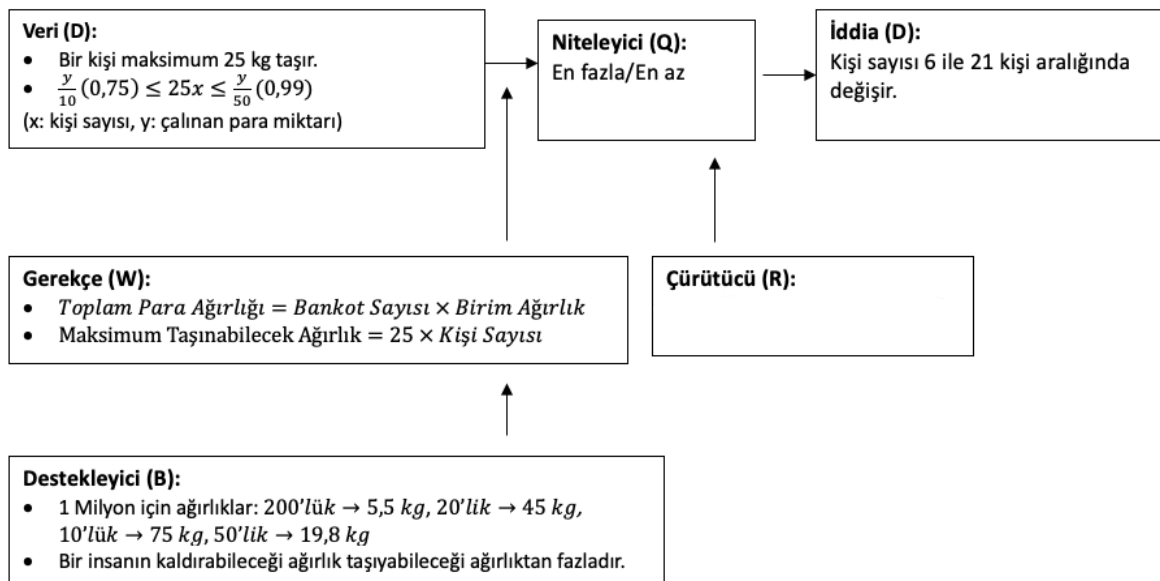
$B_{12}$ : Sadece 7 milyon için değil daha da genelleriz.

Model oluşturma etkinliklerinde model genelleme prensibi gereği modelin genellenebilir ve benzer başka durumlarda kullanılabilir olması önemli olduğundan modeli sadece 7 milyon için değil tüm para değerleri için oluşturmuşlardır.

Birinci grubun oluşturduğu model araştırmacı tarafından Toulmin'e göre analiz edilmiş ve Toulmin'in bileşen tanımları dikkate alınarak Şekil 12'de şemaya aktarılmıştır.

## Şekil 12

### Birinci Model Oluşturma Etkinliği Birinci Grubun Modelinin Toulmin Şeması



Toulmin'in bileşenlerine göre şema (Şekil 12) oluşturulduktan sonra bileşenlerin puanlanması yapılmış ve aşağıdaki tabloda (Tablo 6) her bir bileşene verilen puan ve puanın gerekçesi belirtilmiştir.

**Tablo 6**

*Birinci Model Oluşturma Etkinliği Birinci Grubun AKDR'ye Göre Yeterlik Düzeyinin Belirlenmesi*

Tür	Değerlendirme	Kalite
İddia	Bir genelleme sunmuştur. Soygunun tek kişi tarafından yapılmadığı kesin olarak sunulsa da iddianın kişi sayısını belirlemede etkili olup olmadığı tartışmaya açıktır.	2
Veri	Hepsinin 10 ya da 50 kabul edilmesi ağırlık konusunda kesin bir sınırlama vermeyebilir. 7 milyonun tamamını 10'luk yaptığımız ağırlık tamamını 200'lük yaptığımız ağırlığın yaklaşık 14 katıdır. Hepsinin 10'luk olduğu durum bir kısmının 10'luk kalanının 200'lük olduğu duruma göre daha ağır olabilir. O halde, ihtiyaç duyulan en az sayıdaki kişi için 6 demek veya benzer olarak en fazla kişi için 21 demek yeterince sınırlayıcı değildir. Sonuç olarak verilerin zayıf ve eksik olduğunu söyleyebiliriz.	2
Gerekçe	İddia ve veri arasında ilişki kurmayı sağlıyor. Ancak tek tip banknottan ilerlenmesi doğru kuralı bulmayı engelliyor.	2
Destekleyici	İlişkili kaynaklar sunuyor ancak bulduğu ağırlıkları kendi kurduğu oranla bulması doğruluğu hakkında şüphelere neden olabilir.	1
Niteleyici	Neden en fazla ya da en az olduğunu yaptığı işlemlerle sistematik olarak açıklamıştır.	3
Çürütücü	Çürütücü sunulmamıştır.	0
Toplam	Yetersiz argümantasyon kalitesine sahiptir.	10

Elde edilen toplam puana göre birinci grubun argümantasyon kalitesi yetersiz argümantasyon kalitesine sahip olarak belirlenmiştir.

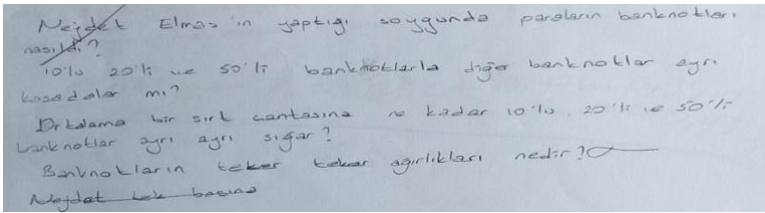
Öğretmen adayları başlangıçta verilen problem yerine gazete haberine daha çok yoğunlaşmışlardır. Bu durum problemi anlamalarını ve düşüncelerini toparlayarak işlemleri ilerletmelerini zorlaştırmıştır. Ancak, birlikte tartışarak model oluşturma etkinliklerinin gerektirdiği gibi genel bir çözüme ulaşma yönünde ilerlemişlerdir.

Öğretmen adayları etkinliğe bireysel çalışarak başladıkları için başlangıçta kendi yaklaşımları dışındaki fikirleri kabul etmekte zorlanmışlardır. Ancak grup tartışması başladıktan sonra argümanlarla modeli son haline getirmişlerdir. Model oluşturmak için kullandıkları her bir ifade yeni bir tartışma konusu oluşturmuştur. Yani, çalışmada herkesin fikri dikkate alınmış, birlikte tartışılmış ve grup tarafından stratejilerin tamamı değerlendirildikten sonra sonuca ulaşılmıştır.

İlk olarak ikinci gruptaki üç öğretmen adayının bireysel çalışma sonucu yazdıklarına ve sonrasında grup olarak etkinlik üzerinde yaptıkları tartışmalardan ortaya çıkan diyaloglara ilişkin doğrudan alıntılara aşağıda yer verilmiştir. Gruptaki her bir öğretmen adayının bireysel çalışmasına bakıldığında model oluşturma etkinliğini ele alışlarında farklı yaklaşımlarının olduğu görülmüştür. Aşağıda verilen Şekil 13, Şekil 14 ve Şekil 15 ikinci gruptaki öğretmen adaylarının bireysel çalışmalarını göstermektedir.

### Şekil 13

#### Öğretmen Adayı D' nin Bireysel Çalışması



Öğretmen adayı D, bir çantaya ne kadar banknot sığacağı yani banknot hacmi üzerine yoğunlaşmıştır. Bununla beraber, farklı banknot türlerinin aynı kasada olup olmadığını ve banknotların teker teker ağırlıklarının ne olacağını sorgulamıştır.

### Şekil 14

#### Öğretmen Adayı E'nin Bireysel Çalışması

1.  $10a + 20b + 50c = 7000000$

$100d + 200e$

Eğer 50 liralıklardan olursa (Vorsayım)  
200 liralik 1 milyon TL'lik banknot 5,5 kg

1000 adet 200 liralik banknot → 1130 gr  
 " " 100 " " → 1110 gr  
 " " 50 " " → 990 gr  
 " " 20 liralik bank. → 970 gr

Yapılan arırtırmalar sonucunda 50 liralıklarla  
ağırlık 594 kilogram olacaktır.

(50 milyon lira için)  
⇒ milyon lira için 13,6 kg

ILO'nun yönetmeliğine göre bir insan max. 55 kg  
yük kaldırabilir.

Dolayısıyla  $\frac{13,6}{55} \approx 2,52$  olduğundan en az  
3 kişiye ihtiyaç vardır.

150000 adet  
200 liralik banknotlarla 30 milyon lira → 169,5 kg  
 337 kg  
 300000 adet  
 594 kg  
 300000 adet  
 100000 adet

300 → 170 kg  
 150 → 500.000 adet  
 100 → 1000.000 adet

Öğretmen adayı E, bir kişinin taşıyabileceği banknot ağırlığı üzerine yoğunlaşmıştır. Para miktarını 1 milyon olarak banknot ağırlıkları ile ilgili fikir edinmiştir. En fazla sayıda bulunan 10'lu, 20'li, 50'li banknotların adetleri üzerinden yedi milyonu elde edeceği bir denklem bulmaya çalışmıştır. Öğretmen adayı E, diğerlerinden farklı olarak soygunu 3 kişinin gerçekleştirdiğini söyleyerek tahmini bir kişi sayısı da vermiştir.

### Şekil 15

#### Öğretmen Adayı F'nin Bireysel Çalışması

Toplam alınan para : 7 milyon TL

Alınan 10'lu banknot sayısı : a  
 " 20'li " " : b  
 " 50'li " " : c  
 " 100'li " " : d  
 " 200'li " " : e olsun.

$a + b + c > d + e + f$

$10a + 20b + 50c + 100d + 200e = 7.000.000$

Bir insanın taşıyabileceği banknot sayısının y olduğunu varsayarsak.

Öğretmen adayı F, bir insanın taşıyabileceği banknot sayısı üzerine yoğunlaşmıştır ve 10'lu, 20'li, 50'li banknotların adetleri üzerinden yedi milyonu elde edeceği bir denklem bulmaya çalışmıştır.

Öğretmen adaylarının ortak çalışmasında soygunun tek bir kişi tarafından yapılamayacağı iddiası baskındır ancak öğretmen adayları soygunun kaç kişi tarafından yapıldığı ile ilgili net bir kişi sayısı belirtmemişlerdir. Süreç içerisinde hacim üzerinden kişi sayısının belirlenebileceği konuşulmuştur ama öğretmen adayları banknot ağırlığı üzerinden kişi sayısını belirlemeyi tercih etmişlerdir. Modeli oluşturmak için gruptaki herkesin yaklaşımı değerlendirilmiştir ama hacim fikri çözümü desteklese de öğretmen adayları çok fazla detaylarda boğulmamak için bu yöntemi model oluşturmada kullanmamışlardır. Gruba ait diyaloglardan puanlama üzerinde etkisi olan bazı diyaloglar paylaşılmıştır.

*E<sub>1</sub>: Tamamının 50'li banknotundan oluşacağını varsaydım. Yapılan araştırmalara göre 30 milyonu 50 liralara oluşturursam ağırlık 594 kilogram oluyor. O halde, 7 milyon için 138,6 kg dir. Bir insan maksimum 55 kilogram kaldırırsa 3 kişiye ihtiyaç var.*

Öğretmen adayları kaynak kullanımı serbest olduğu için bu bilgiye internet üzerinden ulaşılmışlardır fakat bilginin kaynağını ilk etapta belirtmemişlerdir. Birinci grup paranın banka dışına taşınması gerektiği için bir insanın taşıyacağı ağırlığı (25 kg) işlemlerinde kullanmıştır fakat ikinci grup bir insanın kaldırabileceği ağırlık (50 kg) ile çalışmıştır.

*F<sub>1</sub>: Ben kilo olarak düşündüm. a, b, c, d, e sırasıyla 10'luk, 20'lik, 50'lik, 100'lük, 200'lük banknotların adeti olsun.*

*a + b + c > d + e olmak üzere  $10a + 20b + 50c + 100d + 200e = 7$  milyon*

*olsun ve bir insan en fazla y kadar ağırlık taşısin.*

Öğretmen adayları sözlü olarak ifade ettiklerini denkleme aktarılmışlardır. Yani matematikleştirme işlemi başlamıştır. Kullanılan denklem ile sözlü ifadeler daha sade ve net bir şekilde sunulmuştur. Öğretmen adayları kullanılan harflerin hangi sayı kümesine ait olduğu belirtmemişlerdir.

*E<sub>2</sub>: Hacmi nasıl katarız?*

*D<sub>4</sub>: Hacim aynı çünkü eşit adette var. Atıyorum 100 tane 10'lu banknot bir çantaya sığar, 20'lilerin 100 tanesi de bir çantaya sığar ama iki çanta arasında para miktarı aynı değil. İki*

*kat fark var. Necdet elmasa benzetilmiş, bunu tek başına yaparken hangi banknotları aldı. O da tüm banknotlardan aldı yoksa sadece 50'li mi aldı? Sadece 50'li alırsa tek başına yapmış olabilir.*

Öğretmen adayları çözüme hizmet edebilir düşüncesi ile banknotların kaplayacağı hacmi de düşünmüşlerdir. Ancak probleme hem ağırlık hem de hacim olarak iki farklı şekilde bakmak öğretmen adaylarını zorlamıştır. Bu nedenle daha sade ve basit olması için tek bir yöntemle ilerlemişlerdir ve hacim ile ilgili kısmı modelde kullanmamışlardır.

*E<sub>4</sub>: Onun zamanında hangi banknotlar vardı diye bakalım. Hangi yılda çalmış?*

*D<sub>5</sub>: Soygunun hangi yılda olduğu yazmıyor, doğum yılı var, 1961 yılı.*

*E<sub>5</sub>: 30 yaşında yapmış olsa 1980-1990 arası olur .5-10-20-50-100-500-1000 banknotları varmış.*

Problemdeki gazete haberinde soygun tarihi 1961 olarak verilmiştir. Öğretmen adayları bu tarihi Necdet Elmas' ın (gerçek soygunu yapan kişi) doğum tarihi olarak almışlardır ve soygun tarihini kendi varsayımlarına göre belirlemişlerdir. Ancak, öğretmen adayları gazetede olayın gerçekleştiği yıla ait banknot türleri ile günümüzdeki banknot türlerinin farklı olabileceğini düşünerek yaşanmış bir olaya ait bilgilerin probleme transferini sağlamışlardır.

*D<sub>6</sub>: Necdet 165 bin gibi bir para çalmış o halde tek başına çok rahat çalabilir. 1000'lik banknotlardan 165 tane alması yeterli. O halde, şimdiki tek başına çalmış olamaz. Bu sorumuz elendi.*

Öğretmen adayları kişi sayısını net olarak belirleyememelerine rağmen soygunun tek bir kişi tarafından yapılmadığını belirlemişlerdir. Burada problemin parçalara ayrıldığı ve bir parçasının cevaplandığı görülmüştür.

*E<sub>9</sub>: Para tek bir banknot tipinden oluşsaydı, örneğin; hepsi 5'lik olsaydı, kaç kişi taşıyabilirdi diye hesaplayabiliriz.*

*E<sub>10</sub>: Her biri için hesaplayalım:*

*“5→24 kişi; 10→13 kişi; 20→7 kişi; 50→5 kişi; 100→2 kişi; 200→ 1 kişi”*

*D<sub>10</sub>: Kişi sayısına göre gidelim. Bir kişi olsa tek başına 20-50-100 taşıyamaz, tek bir kişi için paranın sadece 200'lü banknotlardan oluşması lazım. Bu nedenle tek kişi elendi. 2 kişi için 10-20-50 taşıyamaz; 3 kişi için sadece 50'li taşıyabilir, bu da elendi; 4 kişi için bakalım. Bu şekilde yaparsak sonsuza kadar gideriz.*

*E<sub>13</sub>: Sadece 50'lik 3 kişi, sadece 10' luk 13 kişi dir. 50-20-10 fazla sayıda var ama sadece bunlardan değil diğer banknotlardan da olacak yani bunların ortalaması için 7 kişi (20'li banknottaki kişi sayısı) diyebiliriz.*

Öğretmen adayları sadece tek tip banknotun kullanıldığı durumlara bakarak kişi sayısı hakkında basitçe yorum yapmayı amaçlamışlardır. E<sub>13</sub> ifadesi ile bunun çok doğru bir yaklaşım olmadığına dikkat çekilmiştir. Benzer düşünce diğer grupta da kullanılmıştır ve birinci grup E<sub>13</sub>' ün bahsettiği durumu ihmal etmiştir.

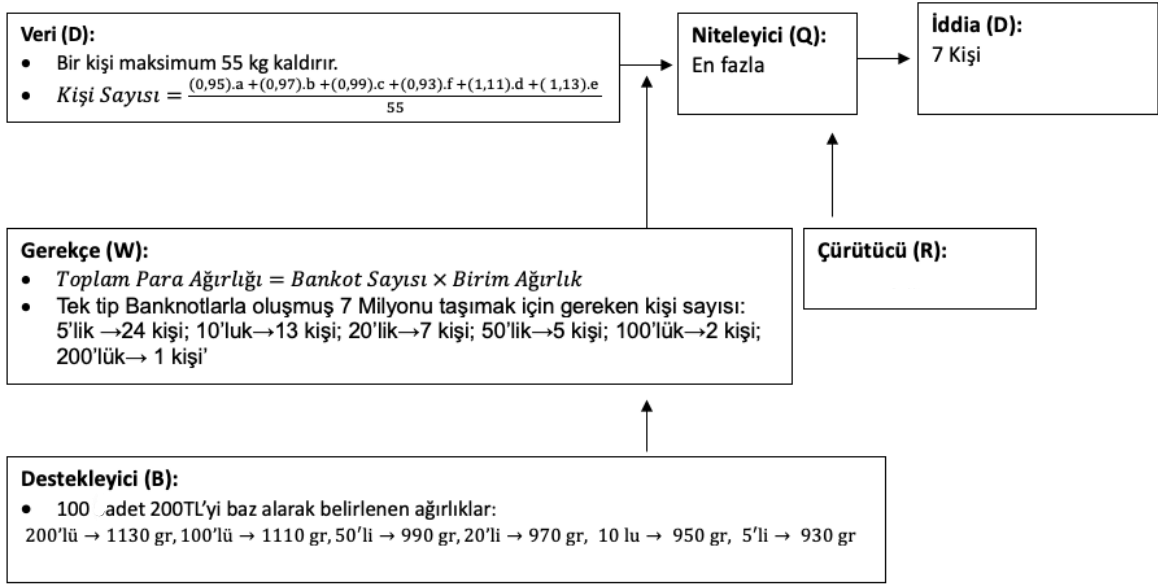
*D<sub>14</sub>: Banknotun daha çok 50-20-10' dan oluşuyor ise 13+7+3=23 kişi, 23/3=7,6. O zaman ortalama 7 kişi ile 10'lu-20'li-50'li banknot alabiliyor. Bu demek oluyor ki en fazla 7 kişiye ihtiyacı var. Yani 7 diyebiliriz.*

Öğretmen adayları 7 milyonu kaç kişinin taşıyacağını bulmak için tek bir banknot tipi kullanılarak oluşturulan 7 milyonu taşımak için gerekli olan kişi sayılarını toplayıp 3'e bölmüşlerdir. Problemden 50'li, 20' li, 10' lu banknotların çoğunluğu oluşturduğu belirtilmiştir ama 13, 7, 3 kişi sayılarının ortalaması alınırken bu göz ardı edilmiştir.

İkinci grubun oluşturduğu model araştırmacı tarafından Toulmin'e göre analiz edilmiş ve Toulmin'in bileşen tanımları dikkate alınarak Şekil 16'da şemaya aktarılmıştır.

## **Şekil 16**

*Birinci Model Oluşturma Etkinliği İkinci Grubun Modelinin Toulmin Şeması*



Toulmin'in bileşenlerine göre şema (Şekil 16) oluşturulduktan sonra bileşenlerin puanlanması yapılmış ve aşağıdaki tabloda (Tablo 7) her bir bileşene verilen puan ve puanın gerekçesi belirtilmiştir. Elde edilen toplam puana göre ikinci grubun argümantasyon kalitesi yetersiz argümantasyon kalitesine sahip olarak belirlenmiştir.

**Tablo 7**

Birinci Model Oluşturma Etkinliği İkinci Grubun AKDR'ye Göre Yeterlik Düzeyinin Belirlenmesi

Tür	Değerlendirme	Kalite
İddia	Bir genelleme sunmuştur. Tek kişinin yapamayacağını diyalogda belirtildi. Üsten sınırı koyarken düşüncesi doğru bir şekilde ilerlemektedir ancak 7 sayısını bulurken yaptığı işlem bu düşünceye uygun değildir. Amacını anlamamız için yeterli bilgi olmasına rağmen sonuç yeterli değildir.	2
Veri	Kaldırılan ağırlıktan ziyade taşınan ağırlık önemlidir. Ağırlığı 55 almaları hatalı bir veri olarak kabul edilebilir.	2
Gerekeçe	İddia ve veri arasında ilişki kurmayı sağlıyor. Tek tip banknotlara ait verileri kullanıyorlar ancak tek tip banknot üzerinden işlem yapmamaları gerektiğinin farkındalar. Diyaloglarda yapılan aritmetik ortalama hesabıyla sayının 20'li banknotlarla	2



oluşturulan 7 milyonu taşıyan kişi sayısına denk geldiğini görüyorlar.

Destekleyici	İlişkili kaynaklar sunuyor ancak bazı banknot ağırlıklarını kendi kurduğu oranla bulması doğruluğu hakkında şüphelere neden olabilir.	1
Niteleyici	Neden en fazla olduğunu yaptığı işlemlerle sistematik olarak açıklamıştır.	3
Çürütücü	Çürütücü sunulmamıştır.	0
Toplam	Yetersiz argümantasyon kalitesine sahiptir.	10

Öğretmen adayları bireysel çalışmalarda sunulan iki farklı durum nedeniyle ilk başta hacimden mi yoksa ağırlıktan mı ilerleyecekleri konusunda tam bir uzlaşma sağlayamamışlardır. Problem içerisinde fazla sayı olması (banknot türleri) ve hem ağırlığı hem de hacmi düşünülmesi öğretmen adaylarını bilişsel olarak zorlamıştır. Bunu önlemek için aritmetik işlemler ile elde ettikleri sonuçlardan bir kural oluşturmaya çalışmışlardır. Genellenebilirliği sağlamak için denklem kurmaları gerektiğinin fark etmişlerdir. Öğretmen adayları fazla detay düşünmenin genel bir çözüm bulmada artıları olduğu kadar sadeleştirmeyi önlediği için sonuca ulaşmada bazı engeller oluşturabileceğini görmüşlerdir.

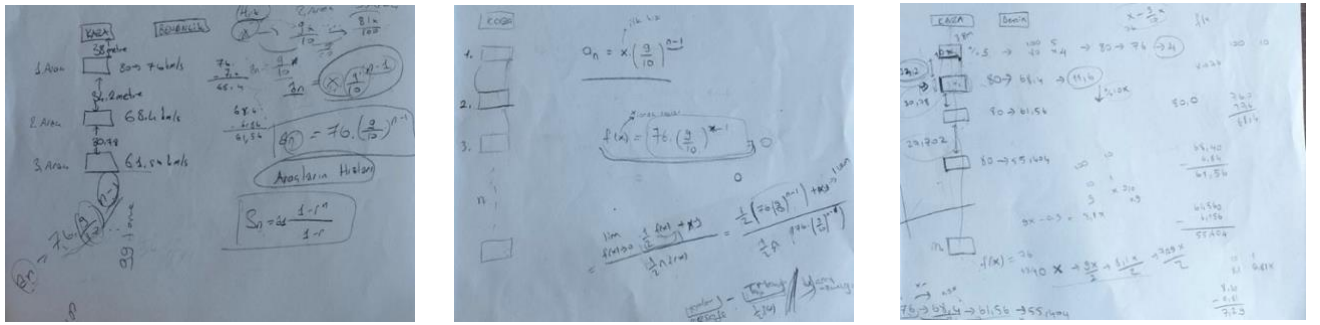
### ***İkinci Model Oluşturma Etkinliği Sürecindeki Argümantasyon Kalitesi***

Bu model oluşturma etkinliğinde 'Sabit Trafik' problemi uygulanmıştır. Öğretmen adayları doğrudan grup çalışmasına başlamışlardır ve tartışmalar sonucunda bir model ortaya çıkarmışlardır. Öğretmen adaylarına grup olarak ortak karar aldıkları durumları yazmaları için grup çalışma kâğıdı ve grup içi görevlendirmeler doğrultusunda bireysel olarak daha rahat işlem yapmalarının için bireysel çalışma kâğıdı verilmiştir. Grup olarak sürece başladıkları için ilk oturumdaki uygulamaya göre ortak bir strateji geliştirirken daha rahat ilerledikleri görülmüştür. Ortak strateji belirleyerek ilerlemeleri model oluşturma etkinlikleri sürecine daha çabuk geçmelerini sağlamıştır.

İlk olarak, birinci gruba ait tartışma sürecinin bulguları paylaşılmıştır. Şekil 17'de öğretmen adaylarının üçünün de sözel olarak yaptıkları paylaşımlar sonucunda bireysel çalışma kağıtlarına neredeyse aynı şemayı çizdikleri görülmektedir. Öğretmen adaylarının grup çalışması ile başlamaları ilk etkinliğe göre birbirini daha kolay anlamalarını ve süreci daha verimli yürütmelerini sağlamıştır.

### Şekil 17

#### Birinci Gruptaki Üç Öğretmen Adayının Bireysel Çalışma Kağıtlarındaki Şemalar



Öğretmen adaylarının üçü de dikey yönde benze şemalar oluşturmuşlardır. Birinci gruptaki öğretmen adaylarına ait diyaloglar aşağıda paylaşılmıştır.

*B<sub>2</sub>: İlk başta iki araç arası mesafe 40 km, bu biraz fazla değil mi? İnternette bakacağım.*

*A<sub>1</sub>: Hız azalması 5-10-15 diye mi olacak?*

*A<sub>2</sub>: Limit yapabiliriz. Ben %5' i anlamadım, her araç %5 diyor, sonra %10 diyor.*

*A<sub>3</sub>: Her sürücü frene basarak hızının %5 i kadar yavaşlamıştır, diyor.*

*A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, B<sub>2</sub> ifadeleri problemin anlaşılmadığını göstermektedir. Mesafenin metre olarak verilmesine rağmen B<sub>2</sub> mesafeyi kilometre olarak düşünmüştür. Hızlardaki değişimin ilk gören araçların hızının %5 diğer araçların hızının önündeki aracın hızının %10 kadar değişeceğini öğretmen adayı A'nın tam olarak anlayamadığı görülmektedir.*

*C<sub>8</sub>: Durumu fark eden her bir sürücü diyor. Hepsi 76 oluyor.*

*B<sub>6</sub>: Ama en arkadaki araç nasıl fark etsin ki kazayı.*

*B<sub>8</sub>: En öndeki sırayı görüyor kabul edeceğiz.*

*A<sub>5</sub>: Ben tek sıra gibi düşündüm.*

Verilen diyalogda öğretmen adaylarının kazayı hangi araçların gördüğüne dair tartıştıkları görülmektedir. Soruda kazayı sadece ilk sırada olanların gördüğü belirtilebilirdi ancak model oluşturma etkinlikleri iyi tanımlanmış olmak zorunda değildir. Bu sınırlama belirtilmediği halde model oluşturma etkinliklerinin sağladığı esneklik nedeniyle kazayı sadece ilk sırada olan araçların gördüğü varsayımı yapılmıştır ve bu varsayım problemi daha sade bir hale getirmiştir.

*B<sub>10</sub>: Mesafe azaldıkça hız da azalıyor. En son aracın hızı sıfırlandığında ilk araçla arasındaki mesafeyi bulabiliriz. Ama mesafeyi nasıl yapacağımızı bilmiyorum.*

*C<sub>11</sub>: Hızlarının %10 unu alıp sonra bunun yarısını alıp mesafesini bulacağız. Öndeki aracın hızına  $10x$  dersek bir sonrakinin hızı  $9x$  olacak, takip mesafesi  $9x/2$  olacak.  $10'$  da  $1$  ise  $9'$  da  $9/10$  azalır. Bir sonrakinin mesafesi  $i (8,1)x/2$  olur. Bu şekilde gidiyor, nasıl genelleylim?*

*B<sub>11</sub>: Grafik çizip alandan yapsak. Ama fonksiyonu bilmiyoruz, çizemeyiz.*

*A<sub>8</sub>: Doğrusal ilerlemiyor, keşke doğrusal ilerlese.*

*B<sub>13</sub>: Hız veya mesafe hiç sıfır olmaz. Limit ile bulabiliriz. Ancak fonksiyonu elde edemediğimiz için limit alamıyoruz. Bir örüntü vs. bulamadık.*

Öğretmen adaylarının diyaloglarına bakıldığında mesafeyi veren bir fonksiyon bulmakta zorlandıkları görülmektedir. İlişkiyi buldukları ancak fonksiyonun doğrusal olmamasından dolayı yorumlamakta zorlandıkları görülmektedir. Öğretmen adaylarını zorlayan diğer bir durumun ise rasyonel sayılar ile işlem yapmak olmuştur. Bu diyaloglarda *B<sub>13</sub>* ifadesindeki hızın ve mesafenin sıfıra eşit olamayacağı ama yaklaşacağı düşüncesi ile limit üzerinden ilerleneceğinin fark edilmiştir.

*C<sub>15</sub>: İlk baştaki 76 hızına  $x$  diyelim. Hızlar sırasıyla 76, 68.4, 61.56, 55.404, ..., %10 azalıyor, yani  $x - x \cdot (10/100)$  deriz.*

Öğretmen adaylarının genel bir kural bulmakta zorlanmalarının bir nedeni hızları, 76 sayısına bağlı olarak aritmetik işlemlerle bulmuş olmalarıdır. *C<sub>15</sub>*'te belirtildiği gibi 76 gibi

belli bir sayı yerine ilk aracın hızının bir bilinmeyenle ifade edilmesi genel bir bağıntı yazmaya geçişi kolaylaştırmıştır.

*B<sub>14</sub>:  $9x/10$  aslında*

*C<sub>16</sub>: doğru.  $x$  yerine değer verdiğimizde araç hızları 76,68,4, .... olur.*

*B<sub>14</sub>: Hepsi  $x$  'in  $9/10$  katı değil mi?*

*C<sub>17</sub>:  $x - 9x/10$  olmaz mı?*

*B<sub>15</sub>: %10 azaltılmışını istiyoruz direkt  $9x/10$  deriz. Senin yaptığın ne kadar azaldığını veriyor.*

Öğretmen adaylarının ifadelerine bakıldığında yine kesirli ifadelerde yaşadıkları sıkıntıdan dolayı problemi cebirsel olarak ifade etmekte zorlandıkları görülmüştür.

*C<sub>21</sub>:  $9x/20$  (ilk ikisi arası mesafe) +  $my$ (toplam araç uzunluğu). Bir aracın uzunluğuna internetten bakıp  $y$  değerini belirleyebiliriz.*

*A<sub>11</sub>: Mesafe buluyoruz. Araç sayısı değil. Bizim mesafeye ihtiyacımız yok ki şu an, bir aracın ortalama uzunluğuna da gerek yok.*

Probleme bakıldığında  $A_{11}$  ' in dediği gibi araç sayısını bulmaları istenmiştir. Ancak şu ana kadar yaptıkları çözümde araçlar arası mesafe ile araç uzunlukları toplanarak kazaya olan uzaklık hesaplanmıştır. Uzaklığı bulmak için oluşturdukları denklemde araç sayısı, bir aracın uzunluğu, araç hızı olmak üzere üç bilinmeyen olması işlemlerin takibini zorlaştırmıştır.

*B<sub>18</sub>: Bu geometrik dizi. Kat kat gidiyor,  $a_n = x \cdot (9/10)^{(n-1)}$  dir. Kuvveti  $n - 1$  alacağız, örneğin; 5. aracı bulmak için kuvveti 4 almak gerekiyor.*

*B<sub>21</sub>:  $a_n$  değilde  $f(x)$  olarak ifade edebiliriz.  $f(x) = 76 \cdot (9/10)^{(x-1)}$  dir.*

*B<sub>22</sub>:  $S_n = (1 - r^n)/(1 - r)$  formülünden yola çıkacağız.  $n$  tane aracın toplam hızını veriyor, bu işime yaramaz. Geometrik dizinin grafiğini çizemeyiz diye düşünüyorum.*

Bu diyaloglar öğretmen adaylarının geometrik diziyi fark ettiğini fakat bu dizinin grafiğini çizmekte zorlandıklarını göstermektedir.

$C_{33}$ :  $f(x) \rightarrow 0$  iken  $f(x) = 76 \cdot (9/20)^{(x-1)}$  ifadesi bizim neyimiz olacak.

$B_{25}$ : Mesela 3. aracın hızı  $76 \cdot (\frac{81}{100})$  ve önümde 2 araç var, 50. araç için yapalım. 50. aracın hızı 0,435 geldi. Önünde 49 araç var, 100 araca da bakabiliriz o da sifıra yakın gelecek.

$C_{35}$ :  $x$  bizim araç sayımız, mesela 50. aracın hızını bulmuş oluyoruz. Bunların 0'a yaklaştığını gördük, bu çok genel oldu. Belli bir araç var, biz kendi kafamıza göre araç sayısı söyleyemeyiz.

$A_{18}$ : İşlemler olmadan toplam aracın 1 eksiği olduğunu zaten biliyoruz.

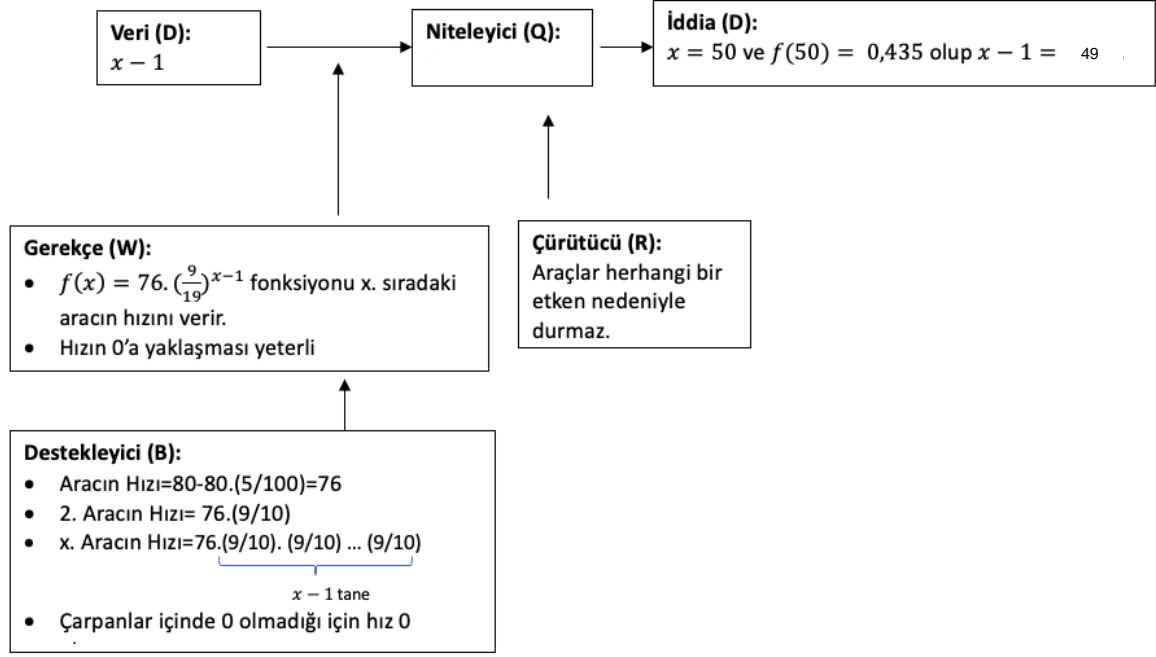
$B_{29}$ : Bunu formüle ifade edebiliyoruz ve formülden de görebiliyorum. Formüldeki  $x$  değerinin 1 eksiği cevabım.

Öğretmen adayı  $A_{18}$  ifadesine bakıldığında modellemenin günlük dilden matematiksel dile geçişi görülmüştür. Öğretmen adayları  $f(x)$  hız fonksiyonunu sifıra eşitleyen  $x$  değerinin hangi aracın durduğunu ve  $x - 1$  değerinin ise duran aracın önünde kaç araç sayısını vereceğini bulmuşlardır. Hızı sifıra yaklaşan araç bulunduktan sonra öndeki araç sayısının aşikâr olması ve kural olmadan bu çıkarımın yapılabilmesi diğer iki öğretmen adayını çözümlerle ilgili şüpheye düşürmüştür. Ancak  $B_{29}$  ifadesinde görüldüğü gibi modellemede günlük hayat problemlerini matematiksel dile ifade edebiliyor olmak bu şüpheyi ortadan kaldırmıştır.

Birinci grubun tartışmalar sonucunda oluşturduğu model araştırmacı tarafından Toulmin modeline göre analiz edilmiş ve Şekil 18' de şemaya aktarılmıştır. Bu şemadaki ifadeler Toulmin'in bileşen tanımları dikkate alınarak yerleştirilmiştir.

## Şekil 18

*İkinci Model Oluşturma Etkinliği Birinci Grubun Modelinin Toulmin Şeması*



Toulmin'in bileşenlerine göre şema (Şekil 18) oluşturulduktan sonra bileşenlerin puanlanması yapılmış ve aşağıdaki tabloda (Tablo 8) her bir bileşene verilen puan ve puanın gerekçesi belirtilmiştir.

**Tablo 8**

*İkinci Model Oluşturma Etkinliği Birinci Grubun AKDR'ye Göre Yeterlik Düzeyinin Belirlenmesi*

Tür	Değerlendirme	Kalite
İddia	Raporda belirtilmese de sözel olarak cevabı söylüyorlar bu nedenle açık ve tam bir genelleme mevcuttur.	6
Veri	Veriler iddia ile ilgili ve doğrudur.	6
Gerekçe	İddiayı nasıl desteklediği açıktır.	6
Destekleyici	Destekleyiciler sayesinde doğru ilişki kurulmuştur.	3
Niteleyici	Niteleyici kullanılmamıştır.	0
Çürütücü	Hızın sıfır olmamasına dair sınırlılığı tanımlar.	3
Toplam	İyi derecede argümantasyon kalitesine sahiptir.	24

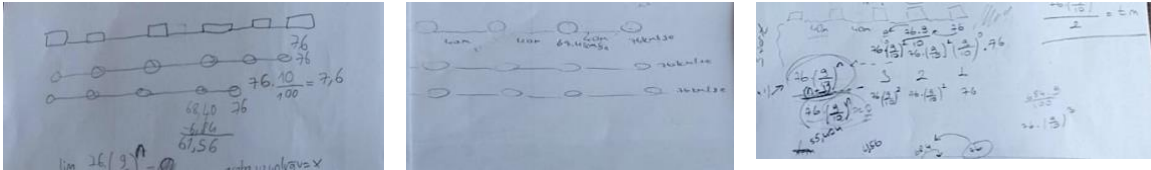
Elde edilen toplam puana göre birinci grubun argümantasyon kalitesi iyi derecede argümantasyon kalitesine sahip olarak belirlenmiştir.

Bu etkinlikte öğretmen adayları hızların yüzdeliklerini almada, araç hızlarını belirlemede, 9/10'un kuvvetlerini alma konusunda çok fazla kafa karışıklığı yaşamışlardır. Mesafe ve hız bulurken araç sayısını bulmaları gerektiğini unutup karışık bir denklem elde etmişlerdir. Bu değerleri bulduktan sonra araç sayısına odaklanmadıklarını fark etmişlerdir ve çözümlerini güncellemişlerdir. İlk çözümde değişken ve belirsiz sayısının çok olması modelin etkili bir prototip sunmalarını engellemiştir. Kabul ettikleri son çözüm daha yalın ve anlaşılır olduğundan model oluşturmanın etkili prototip prensibine daha uygundur.

İkinci olarak, ikinci gruba ait tartışma sürecinin bulguları paylaşılmıştır. Şekil 19'da öğretmen adaylarının üçünün de sözel olarak yaptıkları paylaşımlar sonucunda bireysel çalışma kağıtlarına neredeyse aynı şemayı çizdikleri görülmektedir. Öğretmen adaylarının grup çalışması ile başlamaları ilk etkinliğe göre birbirini daha kolay anlamalarını ve süreci daha verimli yürütmelerini sağlamıştır.

## Şekil 19

### İkinci Gruptaki Üç Öğretmen Adayının Bireysel Çalışma Kağıtlarındaki Şemalar



Öğretmen adaylarının üçü de yatay yönde benzer şemalar oluşturmuşlardır. İkinci gruptaki öğretmen adaylarına ait diyaloglar aşağıda paylaşılmıştır.

*D<sub>4</sub>: Şimdi otoban olduğuna göre otobanların 3 şeritli olduğunu varsayalım. Şöyle diyor, durumu fark eden her bir sürücü frene basarak %5 i kadar yavaşlamıştır. En öndekiler değil yani. Burada kaza olduğunu fark eden sürücüler %5 yavaşlıyor. Kaza olduğunu fark etmeyip sadece öndeki aracın yavaşladığını fark eden sürücüler %10 yavaşlıyor.*

*E<sub>2</sub>: Fark edenler hangileri olabilir?*

*D<sub>5</sub>: Ne kadarlık mesafeden kaza görünüyor? Yani kaç araç arabadan sonra görünüyor?*

*D<sub>8</sub>: İlk önündeki yavaşlayan. Tamam, en öndekinin hızına 76 dersek ve durumu fark eden her sürücü dediğine göre bir arkadaki de %5 olur çünkü o da durumu fark edebilir.*

*F<sub>6</sub>: Bu şekilde mi diyeceğiz yoksa önünde bir araç olduğu için kazayı görmüyor mu diyeceğiz?*

*D<sub>9</sub>: Sadece en öndeki araçları %5 varsayalım, bunların hızı 76 olsun.*

Öğretmen adaylarının ifadelerine bakıldığında kazayı hangi araçların gördüğüne dair bir tartışma vardır. Tartışma sonucunda sadece ilk sırada olanların gördüğü varsayılmıştır.

*D<sub>10</sub>: Hesaplamayalım,  $[76 \cdot (10/100)] \cdot (10/100) \dots$  diye gider. Yani,  $1/10'$  u kadar azalacak, yeni hız öndekinin  $9/10$  kadarı olacak.  $76 \cdot (10/100)^n$  deyip,  $n$ . sıradaki araç diyebiliriz. Ama hayır,  $n - 1$  dememiz lazım.*

*D<sub>11</sub>: Kolay olması için  $(n+1)$ . araç olsun ve kuvveti  $n$  alalım.*

Bu iki ifadeye bakıldığında araçların hızını veren bir denklem oluşturulmuştur. Denklemin daha basit ve anlaşılır görünmesi adına kuvvet  $n$  olarak alınmıştır.

*E<sub>6</sub>: Limit mi alacağız?*

*E<sub>7</sub>: Evet,  $n$  sonsuza gider.*

*D<sub>15</sub>: O zaman cevap sonsuz olur, yani bunu yapamayız. Ancak limitten ilerleyeceğiz yine de.*

*E<sub>8</sub>: Payda daha hızlı büyüyor ya sıfır oluyor işte, sayı bölü sonsuz sıfır*

*E<sub>9</sub>: Ama payda daha hızlı büyüyor.*

*D<sub>17</sub>: Aynen, o zaman sifıra yaklaşması için  $n$  sonsuz olmalı. Sonsuz olamaz çünkü kaçınıcı sırada olduğunu bulmamız lazım.*

Öğretmen adayları limit üzerinden ilerleyeceklerini düşünmüşlerdir ancak limitini alacakları hız denkleminde hangi değişkenin hangi değere yaklaşacağı konusunda kafa karışıklığı yaşamışlardır. Burada hızın sifıra yaklaşması için araç sayısının sonsuz olması



gerektiğini fark etmişlerdir fakat araç sayısını belirlemeleri gerektiğinden  $n$  değerinin sonsuza gidip gitmeyeceği konusunda emin olamamışlardır.

*D<sub>18</sub>: Adım adım gidelim. İlk önce mesafe bulalım.  $n$ . sıradaki aracın hızını bulabiliyoruz, şimdi  $n$ . sıradakinin mesafesini bulalım.*

Bu ifade ile problemi parçalara ayırdıkları görülmüştür. İkinci grup çalışmalarında problemi parçalayıp adım adım gitmeyi tercih etmiştir. Bu da problemle ilgili çözümler üretmelerini kolaylaştırmıştır.

*D<sub>21</sub>: Aradaki mesafeleri ilk duruma göre mi yavaşladıktan sonrakine göre mi alacağız? Takip mesafesinin hızın yarısı olduğunu biliyoruz. O zaman  $\sum_1^n 76 \cdot (9/10)^n / 2$  ifadesine takip mesafesi diyebiliriz. Toplamla yapacağız.*

Öğretmen adayları bu toplamı bulmak için fazla sayıda bilinmeyenle işlem yapmış ve bu bilinmeyenlerle sürecin daha yavaş ilerlediği gözlenmiştir.

*D<sub>25</sub>: Takip mesafelerini önceden hesaplamıştık, toplam formülünün ne olduğunu yazıp sonra bakalım.  $n + 1$ . aracın kazaya olan mesafesinin formülü  $[\sum_1^n 76 \cdot (9/10)^n / 2] + n \cdot x$  dir.*

*F<sub>14</sub>:  $n = 1$  dersek sağlıyor.*

*D<sub>27</sub>: Başardık, hadi  $n = 2$  için de sağlıyor.*

*D<sub>28</sub>: 1'den başlatıyoruz. Sıfır dersek 1. aracın önündeki mesafeyi buluyoruz. Biz 1. aracın önündeki mesafeyi hiç bulmadık. 1 ve 2 için sağlıyor,  $n$ . için de sağladığını söylüyoruz.*

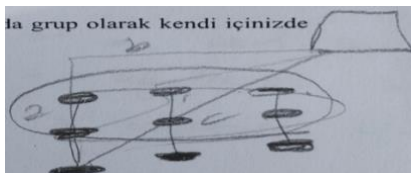
*E<sub>17</sub>: Kaç araç olduğunu bulmak için 3 ile çarpmak gerekmez mi? 3 şerit kabul ettik.*

*F<sub>17</sub>: Tek şeritte çalıştığımızı mı varsayacağız?*

*D<sub>31</sub>: Bence tek şerit olsun çünkü önemli olan mesafe diğer türlü mesafe  $a^2 + b^2 = c^2$  oluyor.*

## Şekil 20

*D<sub>31</sub> İfadesinde Bahsedilen İşlemler*



Öğretmen adaylarının öndeki araç sayısını bulmaktan çok mesafe bulmaya odaklandıkları görülmüştür. Bu nedenle  $D_{25}$ 'te oluşturulan kuralda var olan  $n.x$  ifadesi çözüme ulaşmayı zorlaştırmıştır. Öğretmen adaylarının buldukları kuralın doğruluğunu test etmeleri ise en doğru çözümü bulmak adına yapılan bir işlem olarak görülmüştür.

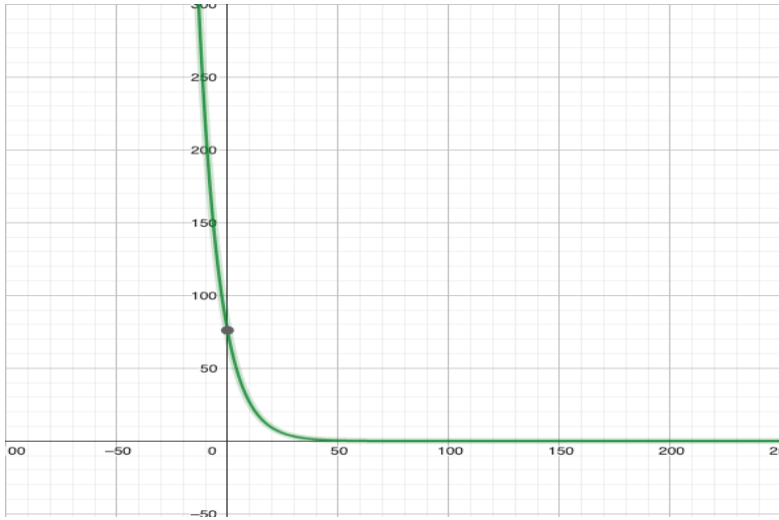
$F_{18}$ : Hiç hareket etmeyen araçla kaza yeri arasında kaç araç olacağını veren bir model oluşturunuz diyor. Biz bunu oluşturmadık mı?

$D_{35}$ : Ama bir aracın hiç hareket etmeme ihtimali %0 dır. Matematiksel bir problem vardı. Tavşan gidiyor ben de ilerliyorum ama ben onun hızının yarısı kadar gidiyorum. Ben onu hiç geçemem. Hiç geçemeyeceğim için de sürekli hareket halinde olmam gerekiyor. Hiçbir zaman aynı hızda olamayacağım için (silgi alıp silgiyi araba yapıp görselleştirmiştir.) Öndeki araca hiç çarpmam, hızının yarısı kadar giderim.

$D_{36}$ : Geogebra açabiliriz. Hız denklemini çizeceğim. Grafik x eksenini kesmiyor.

## Şekil 21

$D_{36}$  İfadesinde Bahsedilen Grafik



$D_{37}$ : Araçlar durmuyor ki sadece yavaşlıyor. Sürekli güncel hızının %5 i kadar yavaşlamıyor. Bir kere yavaşlıyor sonra aynı hızla devam ediyor.

Öğretmen adayları önceden hatırladıkları Zeno Paradoksu bilgileri ile soruyu yorumlamaya çalışmışlardır. Sözel olarak ve matematiksel olarak açıklamaya çalıştıkları sonsuzluk ile ilgili durumu Geogebra yazılımını kullanarak grafik ile gözlemlemişlerdir.

$E_{18}$ : Her iki tarafı da  $e$  üzeri olarak yazsak  $n$ 'yi bulabiliriz.

$F_{22}$ :  $\ln$ 'nini almıyor muyuz?

$D_{39}$ : O zaman bunun yaklaşık değerini bulalım. Geogebra bu değeri 41,1 olarak hesaplıyor.

$D_{40}$ : 42. aracın hızı 0 diyebiliriz.

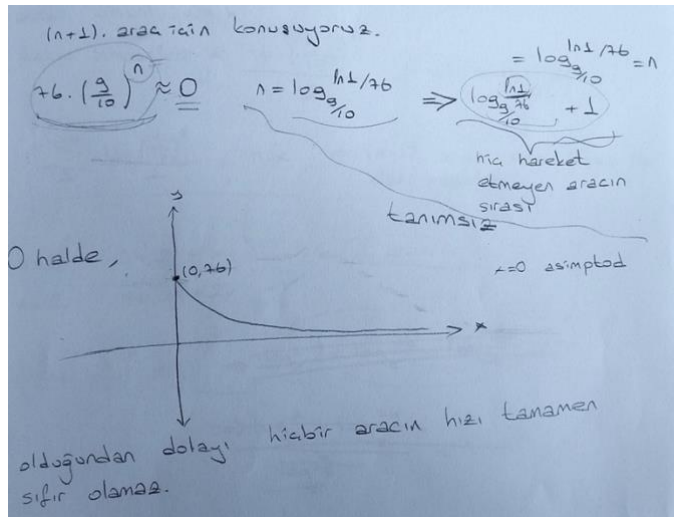
$E_{21}$ : Her iki tarafın  $\ln$ 'ini alırken hata yaptık.  $\ln 0$  olması sıkıntı gibi.

$D_{41}$ : Hiçbir şeye eşit değil, tanımsız bir değer. Hesaplayınca sonsuz geliyor.

$D_{42}$ : Hemen hemen 0 yapacak  $n$  değerini arıyoruz. Geogebra hız hiç 0 olmuyor.  $x = 0$  asimptotu var. İfadenin limiti de sonsuza gidiyor.

## Şekil 22

### $D_{42}$ İfadesinde Bahsedilen İşlemler

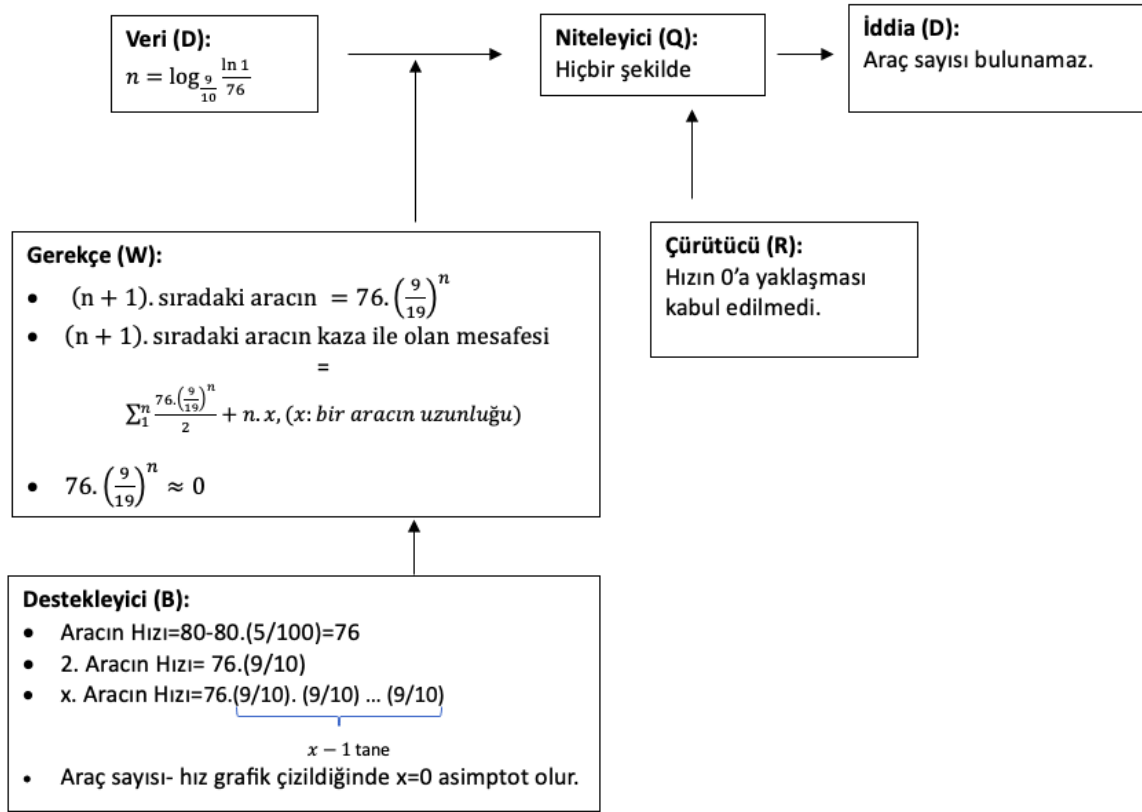


Öğretmen adayları logaritma ile ilgili yapılan işlemlerde bilgilerinin doğruluğundan tam olarak emin olamamışlardır, sık sık hatalar yapmışlardır ve çözüme ulaşamadıklarında işlemlerde bir sorun olduğunu fark etmişlerdir.  $D_{42}$  ifadesinden, grafiğin bu süreçte de öğretmen adaylarına işlemlerini anlamlandırmada yardımcı olduğu görülmüştür. Ancak hızı sıfıra yaklaştıran herhangi bir değerın çözüm olarak alınabileceği çıkarımı yapılamamıştır.

İkinci grubun tartışmalar sonucunda oluşturduğu model araştırmacı tarafından analiz edilerek Şekil 23'te Toulmin şemasına aktarılmıştır. Bu şemadaki ifadeler Toulmin'in bileşen tanımları dikkate alınarak yerleştirilmiştir.

### Şekil 23

#### İkinci Model Oluşturma Etkinliği İkinci Grubun Modelinin Toulmin Şeması



Toulmin'in bileşenlerine göre şema (Şekil 23) oluşturulduktan sonra bileşenlerin puanlanması yapılmış ve aşağıdaki tabloda (Tablo 9) her bir bileşene verilen puan ve puanın gerekçesi belirtilmiştir. Elde edilen toplam puana göre birinci grubun argümantasyon kalitesi kabul edilebilir ölçüde argümantasyon kalitesine sahip olarak belirlenmiştir.

### Tablo 9

#### İkinci Model Oluşturma Etkinliği İkinci Grubun AKDR'ye Göre Yeterlik Düzeyinin

#### Belirlenmesi

Tür	Değerlendirme	Kalite
İddia	$D_{40}$ ifadesinde sözü geçmesine rağmen genelleme yapabilmek adına önermeler tam anlamıyla yorumlanamamış, yani	2

---

	sunulan iddia bu problemle ilgilenen herhangi bir ilgiliye yardımcı olacak düzeyde değildir.	
Veri	Veriler iddia ile ilgili ve doğrudur. Ancak n değerinin en başından beri sonsuz çıkacağına odaklandıkları için probleme tek bir yönden yaklaşıldığı söylenebilir. Gerekçede hızın sıfıra yaklaşmasından söz ederken veride hızı tam sıfır olarak görmek istiyorlar.	2
Gerekçe	Gerekçelerin iddiayı nasıl desteklediği açıktır. Ancak hızın sıfıra yaklaşması durumu iddia ile uyuşmuyor.	4
Destekleyici	Destekleyiciler sayesinde doğru ilişki kurulmuştur.	3
Niteleyici	N değerini sonsuz bularak niteleyiciyi açıklamıştır.	3
Çürütücü	Hızın sıfıra yaklaşmasını değil sıfır olmasının önemli olduğunu dile getirdiler. Oysaki gerekçede sıfıra yaklaşmasından yola çıkılmıştı. Bu nedenle sınırlama yeterli görülmemiştir.	2
Toplam	Kabul edilebilir ölçüde argümantasyon kalitesine sahiptir.	16

---

İkinci grup diğer gruba oranla problemi anlamakta daha çok zorlanmıştır ve problem tekrar tekrar okumuştur. Problemi mesafe ve hız hesabı olarak ikiye bölünmüştür ve hız ile mesafe arasında ilişki kurulmuştur. Öğretmen adayları, logaritma hesabı yaparken internet ve Geogebra yazılımını kullanmışlardır. En nihayetinde doğru çıkarımda bulunarak hızın 0 olmayacağını söylemişlerdir. Diğer bir ifade ile fonksiyonun limitini yorumlamalarına rağmen 0' a çok yakın olan herhangi bir değeri iddia olarak sunamamışlardır. Tek bir değeri iddia olarak sunmamalarında modellemede birden fazla doğru çözümün olabileceğinin göz ardı edilmesi neden olmuş olabilir. Ek olarak, birinci grup daha çok aritmetik işlemler yaparken bu grupta cebirsel ifadelerin daha sık kullanıldığını görülmüştür. Bu nedenle, ikinci grup matematiksel olarak daha genel ve ikna edici veri, gerekçe, destekleyen sunmuştur. Ancak, bunlarla iddia arasında geçiş sağlanamadığından argümanları zayıf kalmıştır.

### **Üçüncü Model Oluşturma Etkinliği Sürecindeki Argümantasyon Kalitesi**

Bu model oluşturma etkinliğinde 'Boru Hattı Problemi' problemi uygulanmıştır. Öğretmen adayları grup olarak çalışmışlardır ve her grup bir model oluşturmuştur. Gruplar modellerini oluşturduktan sonra modellerini sunmak amacıyla bir araya gelmiştir.

Bu oturumdaki model oluşturma etkinliğinde öğretmen adayları iki grup halinde çalışarak her bir grup kendisine ait ortak bir model oluşturmuştur ve sonrasında oluşturdukları modeli diğer gruba sunmuşlardır. Sunumlar sırasında öğretmen adayları birbirlerinin modeli ve düşünceleri hakkında değerlendirmelerde bulunmuşlardır ve fikirlerini tartışmışlardır. Bu oturum öğretmen adaylarının birbirlerinin modellerini değerlendirmeleri ve kendilerine yöneltilen eleştiriler sonucunda ortaya çıkan modeli nasıl geliştirebilecekleri konusunda öz değerlendirme yapmalarına fırsat verecek şekilde düzenlenmiştir. Öğretmen adayları bu oturumdaki model oluşturma etkinliğinde farklı modelleri inceleme olanağı bulmuşlardır, kendi modellerindeki eksiklikleri belirlemiş ve neden sonuç ilişkileri kurma konusunda farkındalıkları artmıştır.

İlk olarak birinci gruptaki üç öğretmen adayına ait bulgular paylaşılmıştır. Öğretmen adaylarına ait diyaloglar dikkatlice incelenmiştir ve oluşturdukları modeli diğer gruba sunarken birbirlerine yönelttikleri eleştirilere yer verilmiştir. İkinci oturumdaki model oluşturma etkinliğinden farklı olarak bu etkinlikte yapılan eleştiriler öğretmen adaylarının modellerindeki eksik yönler hakkında farkındalıklarının oluşmasını sağlamıştır. Aşağıda öğretmen adaylarının minimum maliyeti bulmak adına gerçekleştirdikleri diyaloglara yer verilmiştir.

*B<sub>3</sub>: En uygun maliyet dediği için türevdeki max-min problemleri gibi mi düşüneceğiz.*

*C<sub>2</sub>: Anladım dediğini, x şu değerden küçük olursa içeriden şu değerden büyük olursa dışarıdan gibi.*

Bu ifadeyi kullanan öğretmen adayları analiz dersinde karşılaştıkları problemlerle model oluşturma etkinliğinde verilen problem durum arasında bir benzerlik, ilişki

yakalamışlardır. Bu ilişkiyi kurmaları, geçmiş bir bilgi ile problemi ilişkilendirmeleri problemi daha basit bir şekilde algılamalarını sağlamıştır.

*B<sub>4</sub>: Belli bir yeri üstten diğeri alttan da olabilir.*

*C<sub>3</sub>: Minimumu bulmaya çalışıyoruz. Minimum olması hipotenüs demek.*

*B<sub>5</sub> Maliyeti farklı. Yol olarak hipotenüs minimum ama maliyete bakmamız lazım.*

*C<sub>4</sub>: Maliyette yola bağlı.*

*B<sub>6</sub>: Evet ama birinin maliyeti 25000 diğerkini 50000 oluyor.*

*C<sub>5</sub>: Soruda tamamı yeraltından ya da tamamı yerüstünden demiyor.*

*C<sub>6</sub>: 3. durum için  $25000 \cdot k \cdot m + 25000\sqrt{2 \cdot x^2 - 2 \cdot x \cdot m + m^2}$  olur.*

Öğretmen adayları üçüncü bir durumun daha olduğunu düşünmüşlerdir, tartışmalar sonucunda maliyetin az olması için sadece yola bakmanın yeterli olmadığına malzemelerin maliyetinin de etkili olacağına karar vermişlerdir. Yani, sadece yer üstünden, sadece yer altından ve m kadar mesafeyi yer üstünden kalanını yer altından döşemek olmak üzere üç durumdan bahsetmişlerdir.

*A<sub>3</sub>: O zaman  $x$ 'e göre mi türev alacağız.  $\frac{4x-2m}{2\sqrt{2 \cdot x^2 - 2 \cdot x \cdot m + m^2}} = 0$  ve  $m = 2x$  olur ve bu çelişkidir.*

*C<sub>7</sub>:  $m$ 'ye göre türev alalım.  $25000k + 25000 \frac{-2x+2m}{2\sqrt{2 \cdot x^2 - 2 \cdot x \cdot m + m^2}}$  olup*

*$0 \leq k = \frac{x-m}{\sqrt{2 \cdot x^2 - 2 \cdot x \cdot m + m^2}} \leq 1$  olur. Bu şekilde  $k$ 'ya değer vererek  $m$  değerini bulabiliriz.*

*B<sub>9</sub>:  $m$ 'ye değer vermek, için  $x$ 'e değer vermek gerekir.*

Öğretmen adayları hangi değişkene bağlı olarak türev alacaklarını deneyerek bulmaya çalışmışlardır. Kullanılan m ve x değerlerini karenin kenar uzunluğu için kullanmışlardır. Burada iki farklı bilinmeyenin olması türev alma konusunda kafa karışıklığına neden olmuştur. Ek olarak C<sub>7</sub> ifadesinde türev alınırken hata yapılmıştır. Burada  $2 \cdot x^2$  ifadesinin m'ye göre türevi 0 olması gerekirken 2x olarak alınmıştır.

*B<sub>12</sub>: Tamamen yerüstünden gidince 50000k masraf oluyor. O yüzden bir yerde yeraltında gitmeliyim. Biz k'ye bağlı bir fonksiyon sunabiliriz.  $25000 \cdot k \cdot m + 25000\sqrt{2 \cdot x^2 - 2 \cdot x \cdot m + m^2}$  ifadesini sunabiliriz.  $0 \leq k = \frac{x-m}{\sqrt{2 \cdot x^2 - 2 \cdot x \cdot m + m^2}} \leq 1$  dir. Bir şekilde, belli miktar yerüstünden belli bir miktar yeraltından gitmesi gerekecek.*

Öğretmen adayları bir iddiada bulunmuşlardır. Bu iddia yerüstü ve yer altını kendi içlerinde kıyaslayarak sunmuşlardır. Bu iki durum üçüncü durumla yani belli bir miktar yer üstünden belli bir miktar yer altından gidilmesi ile kıyaslanmamıştır. Dolayısıyla öğretmen adayları iddiayı okuyucunun kafasında soru işaretlerini giderecek nitelikte sunmamışlardır.

Her grup kendi model oluşturma sürecini tamamladıktan sonra iki grup birleşmiştir. Birinci gruba yöneltilen eleştiriler ve birinci grubun eleştirilere karşı verdiği yanıtlar aşağıda verilmiştir.

*Grup 2: Neden m'ye göre türev aldınız? Maliyeti k belirliyor neden k'ya göre almadınız?*

*Grup 1: Gidilen yol uzunluğu maliyeti etkiliyor, ne kadar yerüstü ve yeraltı ilerlediğimizi m veriyor. Bu nedenle yol üzerinden türev hesapladık. x'e göre de aldık ancak çelişki elde ettik ve m'ye göre türev aldık.*

*Grup 2: k değerinin 0 – 1 arasında olduğunu soru veriyor. Siz  $(x - m)/\sqrt{x^2 - 2 \cdot x \cdot m + m^2}$  ifadesini nasıl 0 – 1 aralığında diyorsunuz?*

*Grup 1:  $k = (x - m)/\sqrt{x^2 - 2 \cdot x \cdot m + m^2}$  olduğu için söyleyebiliriz.*

*Grup 2: Belki bu ifadeyi 0 yapan değer -1, uzunlukların negatif çıkmamasını nasıl garantilediniz?*

*Grup 1: Birbirine eş olan ifadeler ve dolayısıyla 0 – 1 aralığında yer alırlar?*

*Grup 2: Neden m değerinin minimum ve maksimum değerlerini buluyorsunuz, k'nın minimum ve maksimum değerlerini bulmanız gerekmez mi?*

*Grup 1: k'nın minimum ve maksimum değerleri problemde verilmiş.*

*Grup 2: Yerüstü maliyetini bulabilmek için k değeri ile ilgili sınırlamalar yapmalıyız. Bunu yaptıktan sonra maliyetleri yorumlayabiliriz.*



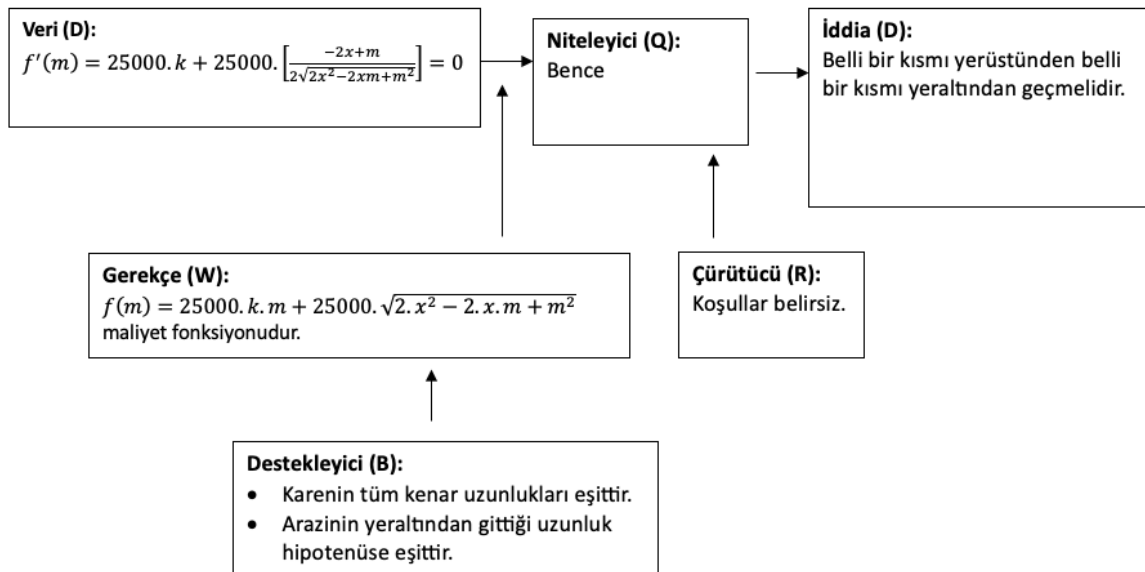
Grup 1: Biz zaten bu eksikliğin farkındayız.

İkinci grup, k değeri üzerinden işlemlerini ilerlettiği için diğer grubun m üzerinden işlemlerini ilerletmesi onlara anlamlı gelmemiştir. Birinci grubun temel problemi k değeri üzerinden bir sınırlandırma yapmaması olarak görülmüştür. İkinci grup maliyeti etkileyen en önemli unsurlardan birini problemde verilen k değeri olarak görmüştür. Bu nedenle ikinci gruptaki öğretmen adayları modeli oluştururken k için değer aralıklarının belirlenmesi gerektiğini savunmuşlardır.

Birinci grubun grup içi tartışmalar sonucunda oluşturduğu model araştırmacı tarafından Toulmin'e göre analiz edilmiş ve Toulmin'in bileşen tanımları dikkate alınarak Şekil 24'te şemaya aktarılmıştır.

## Şekil 24

Üçüncü Model Oluşturma Etkinliği İrinci Grubun Modelinin Toulmin Şeması



Toulmin'in bileşenlerine göre şema (Şekil 24) oluşturulduktan sonra bileşenlerin puanlanması yapılmış ve aşağıdaki tabloda (Tablo 10) her bir bileşene verilen puan ve puanın gerekçesi belirtilmiştir.

**Tablo 10**

*Üçüncü Model Oluşturma Etkinliği Birinci Grubun AKDR'ye Göre Yeterlik Düzeyinin Belirlenmesi*

Tür	Değerlendirme	Kalite
İddia	Diyaloglarda 3 farklı durumun varlığından söz ediliyor. İlk iki durumu üçüncü durumla kıyaslayamamalarına rağmen her koşulda üçüncü durumun daha az maliyetli olduğunu söylüyorlar.	2
Veri	Maliyetin maksimum ve minimum olduğu değerleri bularak yorum yapmayı amaçlıyorlar. Ancak iddiayı sunmaları için yeterli değil.	2
Gerekçe	Maliyet fonksiyonunu oluşturuyorlar ama iddiayı sunarken ne gibi bir işlevi olduğu belirsiz.	2
Destekleyici	Destekleyici olarak sunduğu ifadeler sadece karenin özellikleriyle sınırlı kalmıştır. Belirttiği iddiayı söylemesi için gerekçeyi yeterince ve spesifik olarak destekleyememiştir.	2
Niteleyici	Sezgilerine dayalı olarak hareket ediyor. Herhangi bir tanım veya kesinlik yok.	1
Çürütücü	Sadece koşulların belirsiz olduğu söyleniyor, koşulların detayları belirtilmiyor.	1
Toplam	Yetersiz argümantasyon kalitesine sahip.	10

Elde edilen toplam puana göre birinci grubun argümantasyon kalitesi yetersiz argümantasyon kalitesine sahip olarak belirlenmiştir.

Öğretmen adayları boruların tamamının yer üstünden ya da yer altından geçmesi durumlarını rahat bir şekilde değerlendirmişlerdir. Öğretmen adayları işlemlerini ilerleterek k değerini x ve m türünden yazmışlardır ama bu eşitliği bulmak üçüncü durumun daha az maliyetli olduğunu kanıtlar nitelikte görülmemiştir. Öğretmen adayları türev alırken ve kök

bulmak için diskriminant kullanırken zorlanmışlardır. Buradaki zorluk birden fazla değişken olmasından kaynaklanmıştır.

İkinci olarak ikinci gruptaki üç öğretmen adayına ait bulgular paylaşılmıştır. Öğretmen adaylarına ait diyaloglar incelenmiştir ve yapılan sunum sırasında yöneltilen eleştirilere yer verilmiştir.

*E<sub>3</sub>: İki yolu toplayıp türevini sıfıra eşitleyeceğiz.*

Öğretmen adayları analiz dersinde görülen türev konusunun bir fonksiyonun maksimum ve minimum değerlerini bulmada kullanıldığı bilgisini kullanmayı planlamışlardır.

*E<sub>4</sub>: Bir kısmını üstten bir kısmını alttan olabilir.*

*F<sub>3</sub>: Yol uzamış olur.*

*D<sub>5</sub>: Tam tersi mantıklı yer üstünden başlayıp sonra yer altından olabilir.*

*E<sub>6</sub>: Karenin bir kenarı a olsun, k zaten sabit. Toplam maliyet 2.a.k.250000 +  $\sqrt{a}$ .25000 olup türev için  $0 = 50000k + \frac{1}{\sqrt{a}}.12500$  olmalıdır.*

Yapılan tartışmalar sonucunda öğretmen adayları sadece yer üstünden, sadece yer altından ve hem yer altından hem de yer üstünden olmak üzere üç farklı durumun olacağını bulmuşlardır. Bu üç durumu da değerlendirmek adına *E<sub>6</sub>* ifadesinde belirtilen genel denklem üzerinden ilerleme kararı almışlardır.

*D<sub>11</sub>: Bence üç durum için tek tek bakalım. Karenin bir kenarı m ve köşegeni  $m\sqrt{2}$  olsun. Sadece yeraltı için  $25000.\sqrt{2}.m$ , sadece yerüstü için  $2m.25000$  maliyet olur.  $0 \leq$  yerüstü maliyet  $= k.2m.25000 \leq 2m.25000$  ve  $k = 1$  ise yeraltından döşetmek mantıklı,  $k=1/\sqrt{2}$  ise  $2m.25000.1/\sqrt{2} = \sqrt{2}.m.25000$  olur ve yerüstü ile yeraltı maliyetleri eşit olur. O halde,  $k < 1/\sqrt{2}$  ise, yerüstünden gitmek mantıklı.*

Öğretmen adayları yapılan işlemlerde k için atanan değerlere bağlı olarak hangi durumun daha ekonomik olduğu tartışılmışlardır.

*E<sub>14</sub>: Belli miktar yerüstünden geldikten sonra 45 derece açı yaparak yer altından gitsin sonra tekrar yerüstünden geçsin. Yeraltının maliyeti fazla olduğu için belli mi miktarları altından*

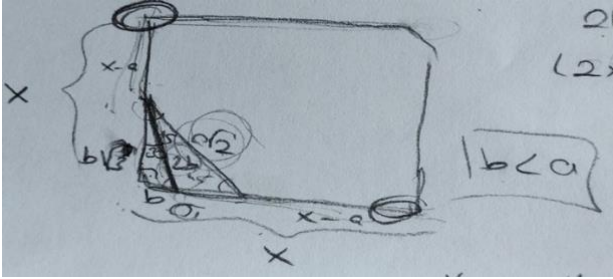
gidip sonra geri üstüne çıksın diye düşündüm ve 45 derecelik açı ile gitsin diye düşündüm. Ancak onu nasıl mantıklı açıklayacağız bilemiyorum.

$D_{14}$ : Kısayol 45 derecelik açıyla olan oluyor, doğru. Ben ikna oldum.

$F_{10}$ : 45'ten daha küçük olarak ilerleyecek olursak daha kısa olur. Şekilden görebiliriz.

## Şekil 25

### $F_{10}$ İfadesinde Bahsedilen İşlemler



Öğretmen adayları açının  $45^\circ$  seçilerek hipotenüs uzunluğunu en kısa olacağı düşüncesini şekil üzerinden çizim yaparak çürütmüşlerdir. İşlemlerle daha uzun bir şekilde göstermektense şekil üzerine çizim yaparak açının  $45^\circ$  olma zorunluluğu olmadığı sonucuna varılmıştır.

$F_{12}$ : Türevle yapalım mı?

$D_{16}$ : Neyin türevini neye göre alacağız?

$E_{17}$ :  $y'$  yi  $x$  cinsinden yazsak.

$D_{17}$ : İkisinin yolları farklı nasıl yazacağız

$E_{18}$ : Varsayımlarda bulursak, aynı olduğunu varsayarak

$F_{13}$ : Aynı alırsak zaten 45-45-90 açılarını kullanıyoruz.

$D_{18}$ : O zaman,  $\frac{18x^2}{91} > 2x^2$  ve bu yanlıştır. O halde  $k < \frac{1}{\sqrt{2}}$  demeliyiz.

$D_{19}$ :  $k = 0$  olunca maliyet 0 geliyor.  $k = 1$  olunca  $x + y > x^2 + y^2$  oluyor. Bu çelişkidir.  $k > 1/\sqrt{2}$  olunca yeraltı mantıklıdır.  $k < 1/\sqrt{2}$  olunca yerüstü ya da belli miktar yerüstü belli miktar yeraltı olmalı. Ancak bu ayrımı belirleyemiyoruz.

İkinci gruptaki öğretmen adaylarının da türev almakta zorlandığı görülmüştür. Buradaki zorluk iki farklı değişken olmasından kaynaklanmıştır.  $E_{18}$  ifadesinde varsayımda bulunma fikri ile öğretmen adayları  $k$  değeri için bir sınır belirlemiştir.

Her grup model oluşturma sürecini tamamladıktan sonra iki grup birleşmiştir. İkinci gruba yöneltilen eleştiriler ve ikinci grubun eleştirilere karşı verdiği cevaplar aşağıda verilmiştir.

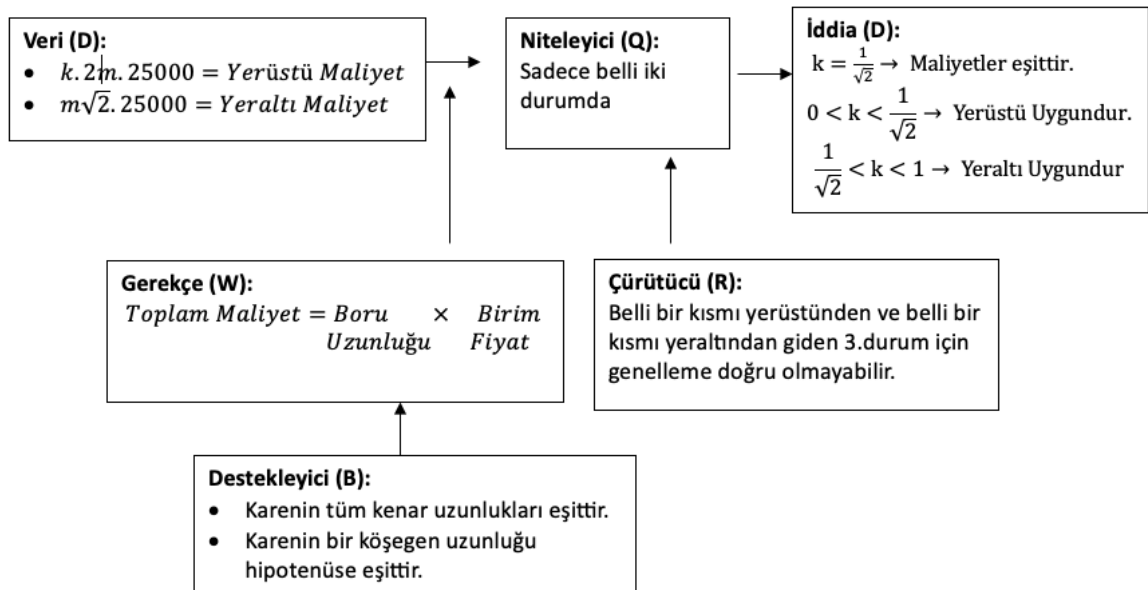
*Grup 1:  $k$  değerlerini siz sınırlayabilmişsiniz. Bu sınır değerlerini kullanarak integral hesaplayabiliriz. Boru uzunluğu ve yol grafiği oluştursak ve altta kalan alan bize maliyeti verse.*

*Grup 1: Kenar uzunluğunu bildiğimiz herhangi bir kare seçsek ve değişken sayımızı azaltsak daha iyi olabilir. Çok fazla bilinmeyen var. Bizde de iki değişken vardı ama biz  $x$  ve  $m$  değerini ilişkilendirdik. Siz de bu tarz bir şey yaparsanız rahat olabilirdi.*

İkinci grubun grup içi tartışmalar sonucunda oluşturduğu model araştırmacı tarafından Toulmin'e göre analiz edilmiş ve Toulmin'in bileşen tanımları dikkate alınarak Şekil 26'da şemaya aktarılmıştır.

## Şekil 26

### Üçüncü Model Oluşturma Etkinliği İkinci Grubun Modelinin Toulmin Şeması



Toulmin'in bileşenlerine göre şema (Şekil 26) oluşturulduktan sonra bileşenlerin puanlanması yapılmış ve aşağıdaki tabloda (Tablo 11) her bir bileşene verilen puan ve puanın gerekçesi belirtilmiştir. Elde edilen toplam puana göre ikinci grubun argümantasyon kalitesi iyi derecede argümantasyon kalitesine sahip olarak belirlenmiştir.

**Tablo 11**

*Üçüncü Model Oluşturma Etkinliği İkinci Grubun AKDR'ye Göre Yeterlik Düzeyinin Belirlenmesi*

Tür	Değerlendirme	Kalite
İddia	Belirttiği koşullar altında genellemelerde bulunmuştur.	6
Veri	Verilerden yola çıkılarak $k$ için $\frac{1}{\sqrt{2}}$ kritik değeri bulunmuştur ve bu, iddiayı desteklemektedir. Ancak iddiada belirtilen aralıklar için tek bir sayı seçilerek sonuç doğru kabul edilmiştir. Bu aralıklardaki diğer değerler için okuyucunun çıkarım yapması gerekebilir.	4
Gerekçe	Hem veri hem iddia ile ilişkilidir.	6
Destekleyici	Destekleyici olarak sunduğu ifadeler gerekçenin veri ve iddia arasında köprü olması için yeterlidir.	3
Niteleyici	Niteleyici süreci tanımlamaktadır.	3
Çürütücü	$0 \leq k < \frac{1}{\sqrt{2}}$ için yeraltını seçmeyeceklerini ancak yer üstü ile 3.durumu kıyaslayamayacaklarını işlemler gereği göstermişlerdir.	3
Toplam	İyi derecede argümantasyon kalitesine sahip	25

Öğretmen adayları boruların tamamının yer üstünden ya da yer altından geçmesi durumlarını rahat bir şekilde değerlendirmişlerdir. Son durumu diğer iki durumla kıyaslayabilmek için  $k$ 'ya bazı değerler vererek işlem sonuçlarına göre değerlendirmelerde bulunmuşlardır. Bu değerlere bakarak tamamının yerüstü olması ve yerüstü ile yeraltının

birlikte olması durumunu tam olarak kıyaslayamamışlardır. Buna rağmen k için uygun sınırlamalar bulmuşlardır.

### ***Dördüncü Model Oluşturma Etkinliği Sürecindeki Argümantasyon Kalitesi***

Bu model oluşturma etkinliğinde 'Halk Oyunları Koreografisi' problemi uygulanmıştır. Öğretmen adayları grup çalışması, iki grubun birleşmesi, grupların ayrılması ve grupların tekrar birleşmesi şeklinde dört aşamalı bir çalışma yürütmüşlerdir

Bu etkinlikte öğretmen adayları ilk 30 dakika iki ayrı grup halinde çalışmışlardır. Grup olarak yaptıklarını ve düşüncelerini paylaşmak için sonrasında 6 öğretmen adayı bir araya gelmişlerdir. Öğretmen adayları 20 dakika boyunca birlikte fikirlerini tartışmışlardır sonra topluca tartışarak geliştirdikleri fikirleri ve edindikleri bilgileri kullanarak modellerini tamamlamak amacıyla tekrar üçer kişilik iki gruba ayrılarak kendi gruplarında çalışmaya devam etmişlerdir. Son olarak, gruplar modellerini tamamladıktan sonra oluşturdukları modelleri sunmak ve birbirlerinin modellerini değerlendirmek amacıyla 6 öğretmen adayı yeniden birleşmiştir. Son birleşmede yapılan tartışmalar sonucunda öğretmen adayları ikinci grubun oluşturduğu modeli birinci grubun modeline göre daha etkili bulmuşlardır.

Bu etkinliğin bulguları, sürecin daha anlaşılır olması amacıyla birinci grubun 30 dakikalık grup çalışması, ikinci grubun 30 dakikalık grup çalışması, 20 dakikalık gruplar arası paylaşım, gruplar ayrıldıktan sonra birinci grubun kendi içinde çalışması, ikinci grubun kendi içinde çalışması ve grupların birbirlerine modellerini sunmaları ve değerlendirmeleri şeklindeki sırayla sunulacaktır.

Birinci gruptaki öğretmen adaylarının kendi grupları içindeki 30 dakikalık çalışma sürecine ait bulgular aşağıda yer almaktadır.

*B<sub>1</sub>: Eşkenar dörtgen daha genel olduğundan eşkenar dörtgen kabul edelim. Alandan ilerleyerek çözüme gideceğiz, köşegenlerin çarpımının yarısı olduğundan Alan =  $\frac{e.f}{2}$  dir.*

Öğretmen adayları halk oyununda karşılıklı olan kişilerin aynı hareketi yapacağından dolayı Şekil 2'de oluşan şeklin kenar uzunluklarının aynı olduğunu ve şeklin

kare veya eşkenar dörtgen olduğunu söylemişlerdir. Kare, eşkenarın özelliklerini sağladığı için şekil eşkenar dörtgen olarak kabul edilmiştir.

*A<sub>2</sub>: Karşılıklı olan kişiler aynı hareketi yapacak. Hepsi içeri yönlü hareket edebilir.*

*B<sub>2</sub>: Bu durumda en çok yaklaşan E1 – K1 olur. E4 – K4 arasındaki mesafeyi değiştirmesek Şekil 2'deki köşegen uzunlukları Şekil 1'deki kenar uzunluklarına eşittir. Yani  $e = 2y$  ve  $f = 6x$  olur. Bu durumda eşkenar dörtgenin alanı dikdörtgenin alanının yarısı olur.*

*C<sub>3</sub>: Bu durumda kumaş yeter. E4 – K4 hareket etse, içe doğru hareket edecek. Bu durumda köşegen uzunluğu  $e, 2y'$  den küçük olur. Bu durumda da kumaş yetmiş olur.*

Birinci grup halk oyunundaki iki farklı koreografi için oluşan iki farklı geometrik şeklin alanlarını kıyaslamıştır. Öğretmen adayları dikdörtgenden eşkenar dörtgene geçiş yaparken içeri yönde yapılan adımlamalarla alanın küçüldüğünü böylece kumaşın yeteceğini düşünmüşlerdir.

İkinci gruptaki öğretmen adaylarının kendi grupları ile 30 dakikalık çalışma sürecine ait bulgular aşağıda verilmiştir.

*F<sub>1</sub>: Şekilde 1'de E1 – K1 arası  $2x$  ise Şekil 2' de bu mesafe  $x$  olacak.*

*E<sub>1</sub>: Kişiler arası mesafe eşit olduğundan Şekil 2' de uçtaki kişiler arası mesafe  $x$  iken bir yanındakilerin aralarındaki mesafe  $2x$  olmaz mı?*

*F<sub>3</sub>: Evet doğru, doğrusallar. Thales yapacağız. Şekil 1' in alanı  $24 \cdot x^2$  gelir.*

Öğretmen adayları aynı sırada yer alan karşı cinsler arasındaki uzaklıklar arasında bir oran olduğunu Thales yardımı ile göstermiştir.

*D<sub>8</sub>: Şekil 1 ve Şekil 2 kesişiminin dışında kalan üçgenlerin alanlarını hesaplarsak ve kıyaslarsak sonuca varabiliriz. Uçtakiler  $x/2$  hareket ederse E2 – K2 ve E6 – K6 sabit kalacak dedik. Uçtakiler  $x/2$  den daha az giderse E2 – K2 ve E6 – K6 hareket etmek zorunda kalır. Yani, E2 – K2 ve E6 – K6 sabit kalmak zorunda değil ama biz öyle varsaydık.*

*E<sub>4</sub>: Kumaş yetmez, alanlar farkına bakınca kumaşın yetmeyeceğini buldum.  $30 \cdot x^2 - 24 \cdot x^2 > 0$  dir.*



İkinci grup halk oyunundaki iki farklı koreografi için oluşan iki farklı geometrik şeklin alanlarını kıyaslamıştır. Şekil 1'deki dikdörtgenin üzerine Şekil 2'deki eşkenar dörtgeni yerleştirerek kesişim bölgeleri dışında kalan alanları hesaplamışlardır. Dikdörtgenden eşkenar dörtgene geçiş yaparken alanın arttığını görmüşlerdir. Koreografiyi oluşturan kişilerden bazılarını dışarı yönde hareket ettirmeleri alanın artmasını sağlamıştır. Bu nedenle, kumaşın yetmeyeceğini düşünmüşlerdir.

Her iki grupta bulunan 6 öğretmen adayı bir araya gelerek kendi grupları içinde geliştirdikleri düşünceleri tartışmışlardır ve bu süreçte aşağıdaki diyaloglar ortaya çıkmıştır. Her gruptan bir sözcü seçilmiştir ve bu sözcülerin öncülüğünde tartışılmıştır. Öğretmen adaylarının kullandığı ifadeler öğretmen adayı hangi gruptaysa o gruba dahil edilmiştir. Yani, diyaloglar Grup 1 ve Grup 2 şeklinde isimlendirilmiştir.

*Grup 1: Biz E4, K4 sabit olacak ve diğerleri içeri hareket edecek şekilde düşündük. Bu durumda kumaş yetmiş oluyor.*

*Grup 2: Belli kişileri içeri belli kişileri dışarı yönde hareket ettirdik ve E2, K2, E6, K6 kişilerini hareket ettirmedik. Şekil 2'nin alanı Şekil 1'in alanından büyük olduğu için kumaş yetmez.*

*Grup 1: Sizin çözüme benzer olarak, E1, K1, E7, K7 sabit tutulup diğer kişiler dışarı çıkabilir. Bu şekilde kumaş yetmez. Uzaklaşırsa kumaş yetmiyor, yaklaşırsa kumaş yetiyor.*

*Grup 2: Peki E3, K3, E5, K5 sabit tutarsak Şekil 1 alanı Şekil 2 alanına eş gelebilir mi?*

*Grup 1: Sabit tutacağımız kişi veya hareket ettireceğimiz kişiler için çok fazla seçenek var.*

*Grup 2: O nedenle kendimiz koşul koyarak ilerliyoruz.*

*Grup 1: Kendi koşullarımız için iki cevap doğru oluyor. Daha genel bir çözüm bulmalıyız.*

Öğretmen adayları kumaşın yettiği ve kumaşın yetmediği iki farklı durumu olduğunu görmüşlerdir. Grupların her ikisi de modellerinin eksik olduğunu ve düşünmeleri gereken çok fazla koşulun olduğunu anlamıştır. Öğretmen adayları olabildiğince çok sayıda koşulu kapsayan daha genel bir çözüm bulmaları gerektiğini fark etmişlerdir.

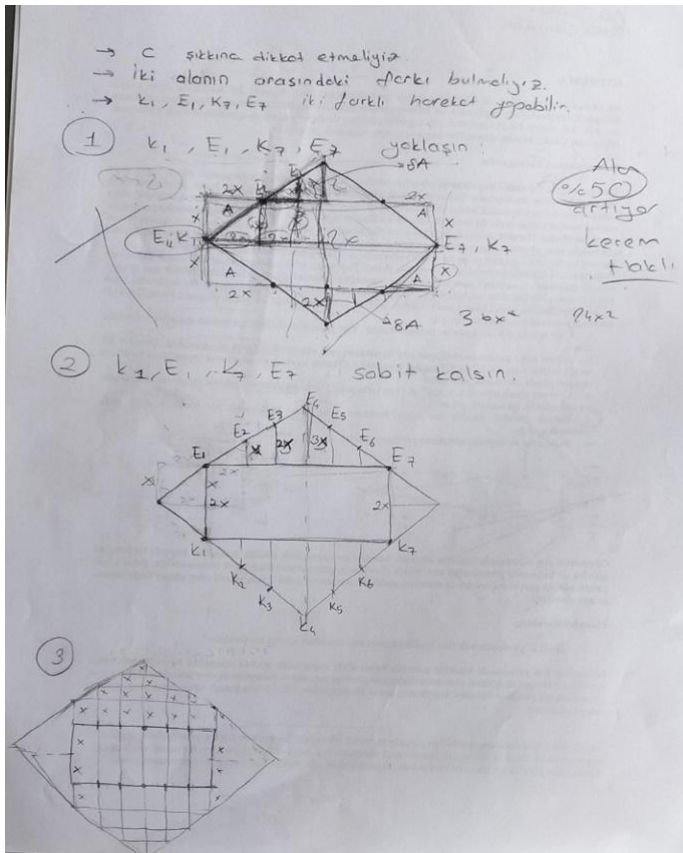
Tüm öğretmen adayları birlikte tartıştıktan sonra tekrar kendi gruplarına dönerek iki gruba ayrılmış ve grupça oluşturmaya çalıştıkları modeli, birlikte tartışma sonucu edindikleri fikirler doğrultusunda geliştirmeye çalışmışlardır. Bu süreçte birinci grupta ortaya çıkan diyaloglar aşağıda verilmektedir.

*B<sub>3</sub>: Alan hesabı ve farklı bir yaklaşım gördük. Bu iyi oldu. Onların düşündüğü gibi de bakalım. Üç durum için düşünelim. E1, K1, E7, K7 kişilerinin 1) yaklaşma, 2) sabit kalma, 3) uzaklaşma durumlarını inceleyelim.*

*B<sub>5</sub>: 1. durumda Şekil 2'de köşegen uzunluklarını  $6x$  bulduk ve alan  $36 \cdot x^2$  olur. Şekil 1'in alanı  $24 \cdot x^2$  olduğundan alanda %50 artış var. Diğer durumlara baktığımızda alanın arttığını söyleriz. Kumaş yetmez.*

## Şekil 27

### B<sub>5</sub> İfadesinde Bahsedilen İşlemler



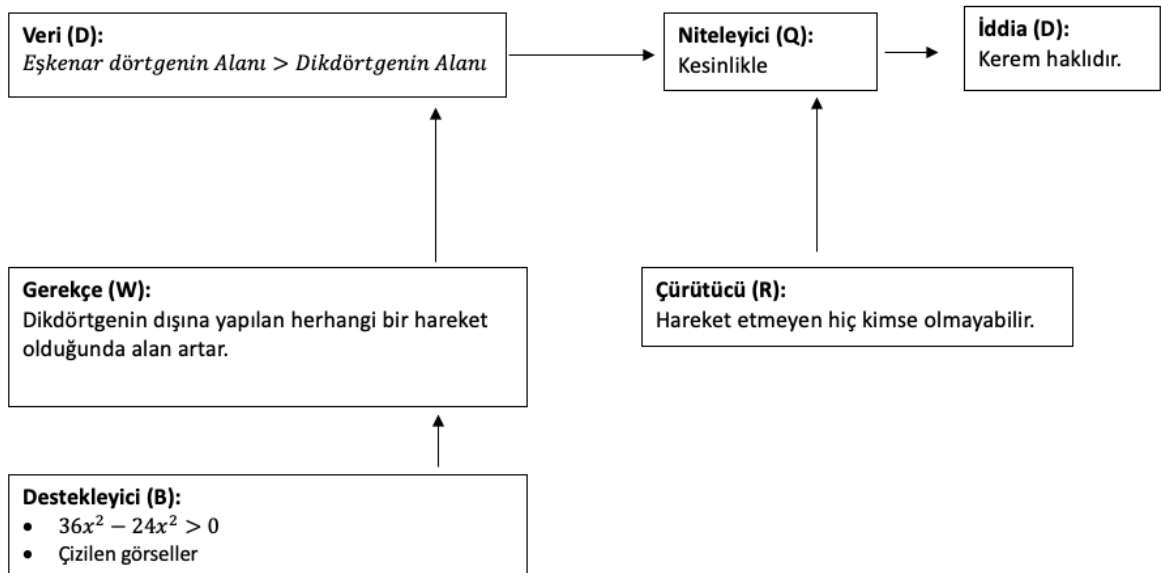
Birinci gruptaki öğretmen adayları diğer grupla tartıştıktan sonra farklı durumları incelemeleri gerektiğini anlamışlardır. Koreografiyi oluşturan ve sıranın ucunda bulunan

kişilerin hareketini 3 farklı durumda incelemişlerdir fakat bu kişiler dışında kalanları dışarı yönlü hareket ettirdikleri için alanın her durumda artacağını düşünmüşlerdir. Öğretmen adayları grupların birleşmesinden önce alanın küçüldüğü ve kumaşın yettiği bir durum bulmuşlardır. Ancak, sonrasında oluşturdukları modelde bu durumu göz ardı etmişlerdir.

Grup 1'in tartışmalar sonucu oluşturduğu model araştırmacı tarafından Toulmin'e göre analiz edilmiş ve Toulmin'in bileşen tanımları dikkate alınarak Şekil 28'de şemaya aktarılmıştır.

### Şekil 28

*Dördüncü Model Oluşturma Etkinliği Birinci Grubun Modelinin Toulmin Şeması*



Toulmin'in bileşenlerine göre şema (Şekil 28) oluşturulduktan sonra bileşenlerin puanlanması yapılmış ve aşağıdaki tabloda (Tablo 12) her bir bileşene verilen puan ve puanın gerekçesi belirtilmiştir. Elde edilen toplam puana göre birinci grubun argümantasyon kalitesi yetersiz argümantasyon kalitesine sahip olarak belirlenmiştir.

**Tablo 12**

*Dördüncü Model Oluşturma Etkinliği Birinci Grubun AKDR'ye Göre Yeterlik Düzeyinin Belirlenmesi*

Tür	Değerlendirme	Kalite
-----	---------------	--------

İddia	İddianın doğrululuğunu anlamak için görseller çizilmiştir ama bunu destekleyecek işlemlere yeterince yer verilmediğinden karar kısmı araştırmacı tarafından sorgulanmaktadır. Diğer grubun çözümünden etkilendikleri için iddiayı sunarken özgünlükleri yoktur.	2
Veri	Alanın büyümesi ile ilgili sınırlı işlem yapılmıştır. Veriyi eksik kabul edebiliriz. Alanın büyümesine odaklandıkları için E2-K2 kişilerini sabit tutuyorlar. Tek yönlü bir yaklaşım var diyebiliriz.	2
Gerekçe	İddia ile alakalıdır ancak yeterince detaylı olmadığı için verinin eksik olmasına neden olmuştur. Destekleyici görseller dışında veri ile iddia arasında nasıl bir bağlantı olduğu net olarak sunulmamıştır.	4
Destekleyici	Bulunan alan farkı ve çizimler doğrudan gerekçe ile ilgilidir ancak özellikle çizimlerden üçüncüsünü destekleyen hiçbir işlem vs. yoktur.	2
Niteleyici	Kullandığı niteleyicinin uygun olmadığını çürütücüdeki ifadeden söyleyebiliriz. Sadece belli kişilerin sabit olduğu durumlarda geçerli olduğu için kesinlikle ifadesi uygun değildir.	1
Çürütücü	Sabit kalan herhangi birinin olmamasının sonucu değiştirebileceği dile getiriliyor ancak sistematik bir tanımlama söz konusu değil. Bunu sistematik olarak tanımlasalar dı modelde değişim söz konusu olurdu.	1
Toplam	Yetersiz argümantasyon kalitesine sahip.	12

Gruplar ayrıldıktan sonra ikinci gruptaki öğretmen adaylarının yürüttüğü sürece ait diyaloglar aşağıda yer almaktadır.

*F<sub>10</sub>: İçeri yöndeki hareketi biz düşünmemiştik. Bu durumu da değerlendirmeliyiz.*

*D<sub>11</sub>: 32. a. x<sup>2</sup> eşkenar dörtgenin yarısının alanı, tamamı 64. a. x<sup>2</sup> olur. Bu durumda a = 3/8 olur. Yani E1 ve K1 3x/8 oranında içeri girdiğinde aralarındaki mesafe 5x/8 olup alanlar eş*

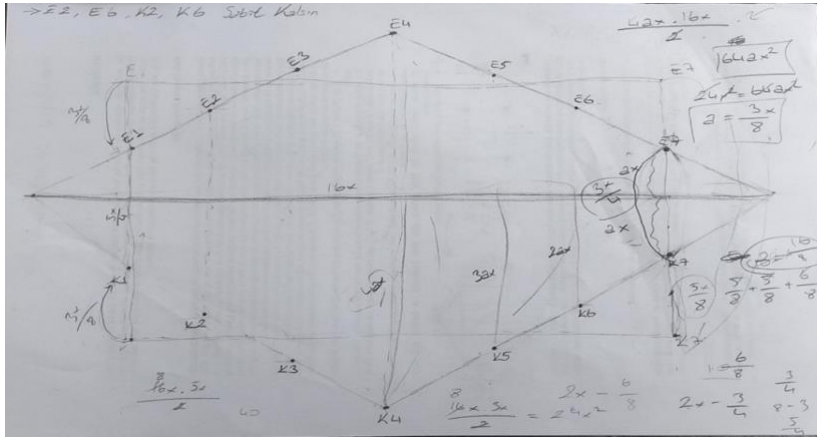
gelir ve kumaş yeter. Aralarındaki mesafe  $5x/8$  den fazlaysa alan büyür ve kumaş yetmez.

Aralarındaki mesafe  $5x/8$  den azsa alan küçülür ve kumaş yeter.

$F_{11}$ : O zaman hiçbir kişiyi sabit tutmadan çözüm bulduk.

## Şekil 29

### $F_{11}$ İfadesinde Bahsedilen İşlemler

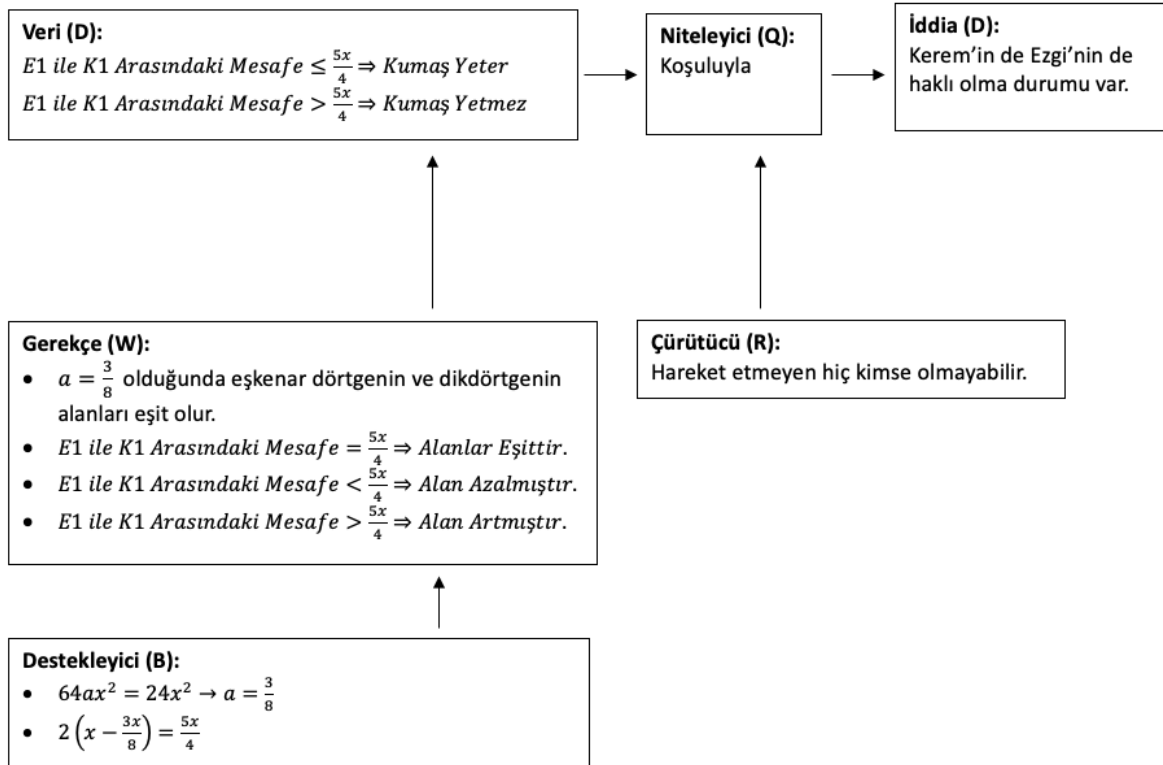


İkinci gruptaki öğretmen adayları diğer grupla birlikte tartışma sonrasında farklı durumları incelemeleri gerektiğini anlamışlardır. Başlangıçta koreografide dışarı yönde hareket ettirdikleri kişilerin içeri yönde de hareket edeceğini ve kumaşın bu durumda yetmeyeceğini görmüşlerdir. Genel bir çözüm bulmak için dikdörtgenin alanı ile eşkenar dörtgenin alanını eşit yapan  $a$  değerini  $x$  cinsinden bulmuşlardır. Öğretmen adayları kumaşın yeteceği ve yetmeyeceği koşulları belirlemiştir.

Grup 2'nin tartışmalar sonucunda oluşturduğu model araştırmacı tarafından Toulmin'e göre analiz edilmiş ve Toulmin'in bileşen tanımları dikkate alınarak Şekil 30'ta şemaya aktarılmıştır.

## Şekil 30

### Dördüncü Model Oluşturma Etkinliği İkinci Grubun Modelinin Toulmin Şeması



Toulmin'in bileşenlerine göre şema (Şekil 30) oluşturulduktan sonra bileşenlerin puanlanması yapılmış ve aşağıdaki tabloda (Tablo 13) her bir bileşene verilen puan ve puanın gerekçesi belirtilmiştir. Elde edilen toplam puana göre ikinci grubun argümantasyon kalitesi iyi derecede argümantasyon kalitesine sahip olarak belirlenmiştir.

**Tablo 13**

*Dördüncü Model Oluşturma Etkinliği İkinci Grubun AKDR'ye Göre Yeterlik Düzeyinin Belirlenmesi*

Tür	Değerlendirme	Kalite
İddia	Her iki kişinin de haklı olabileceği iddiasını açık bir şekilde ifade etmiştir.	6
Veri	Kumaşın yetip yetmeyeceğini kişilerin birbirine yaklaşma mesafesine göre belirlemiştir. Mesafeye ait durumları doğru bir şekilde ifade etmiştir.	6
Gerekçe	Alan ile ilgili bulduğu sonuçlar hem veri hem iddia ile ilişkilidir.	6

Destekleyici	a değeri ve mesafe için bulunan kritik noktalar gerekçenin doğru bir şekilde oluşturulmasına olanak tanımıştır.	3
Niteleyici	Niteleyici süreci tanımlamaktadır.	3
Çürütücü	Sabit kalma zorunluluğu olan herhangi birilerinin (Grup 1'in çözümündeki gibi) olmadığını düşünerek daha genel çözüm üreteceklerini söylediler. Sadece sabit olma zorunluluğu olursa çözüm tekrar incelenebilir.	3
Toplam	İyi derecede argümantasyon kalitesine sahip	27

Son olarak grupların bir araya gelerek modellerini birbirlerine sundukları sürece ait tartışma ve diyaloglar verilecektir. Her iki grupta bulunan 6 öğretmen adayı bir araya gelerek grupların sözcüleri önderliğinde ortaya çıkardıkları modellere ilişkin değerlendirme ve eleştirilerde bulunmuşlardır. Öğretmen adaylarının kullandığı ifadeler öğretmen adayı hangi gruptaysa o gruba dahil edilmiştir. Yani, diyaloglar Grup 1 ve Grup 2 şeklinde isimlendirilmiştir.

*Grup 1: Biz hem yan yana hem de karşılıklı olanlar arasındaki mesafeyi  $2x$  olarak kabul ettik. Karşılıklı olanlar arasındaki mesafeyi değiştirdik ancak ilk durumda yan yana olanların mesafesini hala  $2x$  olarak aldık.  $E2, K2, E6, K6$  sabit,  $E1, K1, E7, K7$  içeri gittiğinde diğerleri dışarı hareket etsin dedik ve alanı %50 artmış bulduk.  $E1, K1, E7, K7$  sabit kaldığında alan yine %50 arttı.  $E1, K1, E7, K7$  dışarı hareket ettiğinde alan zaten büyüyor. Bu nedenle kerem hep haklı.*

*Grup 2: 1. durumda  $E2$ 'yi sabit bırakmazsanız ve dışarı ya da içeri hareket ettirseniz bu çözüm geçersiz olabilir.*

*Grup 1: Bu şekilde yapınca doğrusallık korunuyor mu?*

*Grup 2: Doğrusallık korunur ancak eğim farklı olur.*

*Grup 1: Evet, bizim çözümlerimizde eksikler var.*

*Grup 2: Şekilleri keyfi çizdik, yani kişilerin konumları çizimden farklı olabilir, şekle aldanmayalım. Biz doğrusallığı koruyarak kişilerin dikdörtgene olan uzaklıklarını belirledik. Burada mesafeleri tam olarak bilmediğimiz için  $a$  değişkenine bağlı yazdık. Bu şekilde iki şeklin alanını eşleyerek alanları eşit yapan  $a$  değerini bulduk. Aralarındaki mesafe  $5x/4$ 'ten fazla ise kumaş yetmez, diğer türlü kumaş yeter.*

*Grup 1: Sizin çözümünüz daha doğru geldi, biz size göre fazla özel koşul koymuşuz.*

Birinci gruptaki öğretmen adayları kendi grupları içinde ilk çalıştıklarında alanın küçüldüğü özel durumu, ikinci gruptaki öğretmen adayları ise alanın büyüdüğü özel durumu düşünmüşlerdir. Grupların ilk bir araya gelmesi ve tartışması sonrasında iki grup da genel bir çözüm önerisi sunamadıklarını, koydukları koşulların sınırlayıcı olduğunu fark etmişlerdir. Birinci grup kendi gruplarına döndükten sonra belirli kişilerin hareketindeki 3 durumu (sabit kalma, yaklaşma, uzaklaşma) incelemiştir. İkinci grup ise, düşünceleri gereken 3 durum (alan büyüyebilir, küçülebilir, değişmeyebilir) üzerinde çalışmalarını yürütmüştür.

Gruplar ayrıldıktan sonra, birinci grup belirli kişiler üzerinden durumları incelemiştir. Öğretmen adayları bu özel koşulda Kerem'i haklı bulmuşlardır. Birlikte çalışma öncesi kumaşın yeteceği bir durum gözlemlemişlerdir, buna rağmen sonuçta ikinci grubun ilk birleşimde sunduğu gibi kumaşın yetmeyeceği kararına varmışlardır. Birinci grubun işlemlerini daha ikna edici buldukları için sadece alanın artacağı duruma yoğunlaşmışlardır.

Gruplar ayrıldıktan sonra ikinci grup farklı 3 durumu da kapsayacak şekilde koşul sayısını azaltarak bir model oluşturmuştur.

Problemde yan yana ve karşılıklı olma durumlarından bahsedilmiştir. Yan yana olan kişiler arasındaki mesafelerin eş olduğu problemde verilmiştir ancak karşılıklı olan kişiler arasındaki mesafenin yan yana olanlar arasındaki mesafeye eşitliği hakkında bir bilgi verilmemiştir. İlk önce iki grup da karşılıklı kişiler arasındaki mesafenin yan yana olanlar arasındaki mesafeye eş olduğunu kabul etmiştir. İlerleyen aşamalarda ikinci grup daha



genel bir çözüm bulmak için yan yana olanlar arasındaki mesafeye farklı bir değişken atamıştır.

Birinci gruptaki öğretmen adayları E2'yi hareket ettirdiklerinde doğrusallığın bozulacağını düşünmüşlerdir. İkinci gruptaki öğretmen adayları ise E2'yi hareket ettirdiklerinde doğrusallığın bozulmayacağını sadece doğrunun eğiminin değişeceğini söylemişlerdir.

Özetle, bu uygulama sürecinde öğretmen adaylarının fikirlerini paylaşmaları, gruplarda daha genel bir çözüm sunmalarına yönelik farkındalık oluşturmuştur. Öğretmen adayları birinci grubun belirlediği şartlar nedeniyle geçerliliği sınırlı olan bir model sunduğunu ikinci grubun ise tüm durumları kapsayan daha genel bir model oluşturduğunu söylemişlerdir.

### **Bireysel Görüşmeler ve Argümantasyon Kalitesi**

Uygulama sürecinin sonunda yapılan bireysel görüşmelerde öğretmen adaylarına süreç hakkında bazı sorular sorulmuştur. Bu sorular verilen cevaplar doğrultusunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Ayrıca öğreten adaylarına ait cevaplardan bazıları doğrudan alıntı olarak verilmiştir. Bireysel görüşmeler ait detaylı bilgiler EK 2' de verilmiştir.

Öğretmen adaylarının “Çalışma sürecine ait genel izlenimini paylaşır mısınız?” sorusuna verdikleri cevaplardan bazılarına yer verilmiştir.

*B: İki grubun birleştiği kısımlar, tartışma ortamı zevkliydi.*

*D: Problemleri okumak uzun sürüyordu, gözümüz korkuyordu ama okuduktan sonra fikir üretebiliyorduk. Eğlenceli geçti ama matematiğe ilgisi düşük olanlar zevk almayabilir.*

*E: Problemler ve grup çalışmaları problem çözme ve eleştirel bakma becerilerimi geliştirdi. Sonraki zamanlarda etkisini hissedeceğimi düşünüyorum.*

*F: Günlük hayatla ilişkilendirmek, istediğimiz kaynağı kullanmak güzeldi.*

Öğretmen adayları problemlerin uzun olmasını korkutucu bulmalarına karşı sürecin eğlenceli geçtiğini iletmişlerdir. Günlük hayat problemlerine eleştirel bakma ve grup olarak çalışma öğretmen adaylarının model oluşturma etkinliklerine ilgisini canlı tutmuştur. Öğretmen adaylarından E isimli öğretmen adayı eleştirel bakış açısı geliştirme ve problem çözme becerilerinde gelişme hissetmiştir. Ancak bu gelişmenin olumlu katkılarını zaman içerisinde göreceğini düşünmüştür. Öğretmen adayları temel olarak matematiksel bilgiler ile günlük yaşam problemlerini harmanlayarak yorumlar üretirken ve bunu özellikle grup halinde yaparken kendilerini süreç içinde aktif ve verimli hissettiklerini söylemişlerdir. Deren isimli öğretmen adayı matematiğe ilgisi düşük olan kişiler için matematiksel model oluşturma etkinliklerinin sıkıcı olabileceğini söylemiştir.

Öğretmen adaylarının “Her bir uygulamayı kendi içinde değerlendirir misin?” sorusuna verdikleri cevaplardan bazılarına yer verilmiştir.

*C: 1. Etkinlikteki gibi bireysel başlamalıyız sonra grupta hatta diğer grupta birlikte süreci yürütmeliyiz. Fikrimiz olmasa bile gruptan birisi bir fikir söylediğinde o fikirden yola çıkarak yeni fikirler üretebiliriz. Diğer grupta birleşip eleştiriler sununca farklı bakış açıları geliştirebiliriz.*

*D: 1.etkinlik ve 3.etkinlik çok fazla ögeyi düşünmeyi gerektiriyordu, bu nedenle zordu.*

*E: Diğer grupta kendi modelimizi sunacak olmak bizi olumlu anlamda tetikledi, yarışma havası vardı. Herkesin fikrini duymak, farklı çözümler görmek anlamlıydı.*

Öğretmen adayları bireysel okuma yaparak soruyu anladıktan sonra grupta çalışmanın fikir üretmeyi veya fikirlerin doğruluğunu/yanlışlığını test etmeyi kolaylaştırdığını söylemişlerdir. İki grubun birbirleri ile etkileşim halinde olması öğretmen adayları için güzel bir rekabet ortamı yaratmıştır ve öğretmen adaylarının farklı fikirleri görmesi kendi modellerindeki eksikleri anlamalarını sağlamıştır. Ek olarak öğretmen adayları belirsiz olan durum sayısı arttıkça problemin anlaşılmasının zorlaştığını iletmişlerdir. Yani, model oluşturma etkinliklerinin yapısının ve öğretim ortamının argüman geliştirmelerini olumlu ya da olumsuz etkilediğini söylemişlerdir.

Öğretmen adaylarının “İlk etkinlikten son etkinliğe doğru baktığında kendinde gözlemlediğin değişimler var mı?” sorusuna verdikleri cevaplardan bazılarına yer verilmiştir.

*A: Ben modellemenin bireysel olacağı düşüncesindeydim, grupta yapılabildiğini gördüm. Böyle bir sürecin nasıl ilerleyeceğine dair fikrim oluştu.*

*B: İlk etkinlikte TYT mantığında çözüm üretme eğilimindeydim. Sonraki etkinliklerde farklı açılardan soruları değerlendirmem gerektiğini anladım. Problemlere daha geniş çaplı baktım.*

*D: İlk başta aşırı ince detaylara takılarak genel çerçeveyi unuttum.*

*E: Akıl yürüterek zihnimizi zorladık illaki olumlu bir yansıma olacaktır, bunu ilerleyen zamanlarda gözlemleyebilirim.*

*F: Problemi analiz etmeyi öğrendim. Eleştirel bakma becerimde gelişti.*

Model oluşturma etkinlikleriyle sadece bireysel olarak değil grup olarak ilgilenilebileceğini görmek, model oluşturma etkinliklerine alışıla gelmiş sorular gibi değil daha geniş bakmak gerektiğini ancak detaylarda da çok boğulmamak gerektiğini fark etmek, akıl yürütmenin ve problemi analiz etmenin önemini anlamak öğretmen adaylarının kendilerinde gözlemlediği gelişimler olarak belirtilmiştir. E isimli öğretmen adayı süreç boyunca akıl yürütme eylemi içerisinde oldukları için gelişmenin muhakkak olacağına ama bu gelişmeleri ilerleyen dönemlerde gözlemleyebileceğini iletmiştir.

Öğretmen adaylarının “Argümantasyon becerinin geliştiğini düşünüyor musun?” sorusuna verdikleri cevaplardan bazılarına yer verilmiştir.

*A: Problem çözme süreçlerinden geçtik ve iş birliği ile çalıştık bunların argümantasyon becerimi olumlu etkileyeceğini düşünüyorum.*

*B: Model oluşturmakta zorlandık. Çözüm üretmesem de geliştiğimi düşünüyorum. Problemlere ilk günkü gibi yaklaşmam.*

*D: Diğer gruba modelimizi sunarken kabul ettirme isteği olduğu için sunumdan önce çok fazla düşünüp işlemlerimizi yaptık.*

*E: Matematiksel ispat yaparken bu gelişmenin olumlu yansımaları görebilirim. Ancak şu an için ne oranda geliştiğimi tam olarak bilemiyorum.*

Öğretmen adayları ilk etkinlikten son etkinliğe doğru süreç boyunca argümantasyon kalitelerinin arttığını hissetmişlerdir. A isimli öğretmen adayı problem çözme becerilerini kullanmaları ve iş birliği içinde çalışmalarını sayesinde argümantasyon becerilerinin olumlu yönde etkilendiğini iletmiştir. B isimli öğretmen adayı etkili bir model oluşturamamalarına rağmen model oluşturma etkinliklerinde ürettiği argümanlarda gelişme olduğunu söylemiştir. D isimli öğretmen adayı karşı grubu ikna etmek için problem üzerine çok fazla düşündüklerini, kendi modellerinin kabul edilmesi için modeli işlemlerle desteklediklerini diğer bir ifade ile daha güçlü argümanlar sunmaya çalıştıklarını söylemiştir. E isimli öğretmen adayı ise ne oranda geliştiğini matematiksel ispat yapma sürecine girdiğinde gözlemleyebileceğini iletmiştir.

Öğretmen adaylarının “Mesleğe başladığında kendi derslerinde model oluşturma etkinlikleri uygulaması yapmak ister misin?” sorusuna verdikleri cevaplardan bazılarına yer verilmiştir.

*A: Zor bir süreç olduğu için sürekli uygulanması durumunda öğrenciler dersten soğuyabilir.*

*B: Bu tarz etkinliklerle öğrencilerden farklı bakış açıları görürüm ve bu da beni geliştirir.*

*C: Öğrencilerde benim gibi modellemede edindikleri becerileri diğer derslerinde kullanabilir.*

*D: Öğrenciler problemlere birden fazla çözüm önerisi ile bakılabileceğini görebilir. Öğrencilere amacın kısa çözüm ya da uzun çözüm bulmaktan ziyade soruyu anlamak olduğu kavratılabilir.*

Öğretmen adayları model oluşturma etkinliklerinde edinilen becerilerin başka alanlarda kullanılabilir olması, sürecin keyifli geçmesi, bir problemin çok yönlü ele alınması, amacın her zaman problemlere kısa çözüm bulmak olmayıp asıl önemli olanın okuduğunu anlayarak probleme karşı anlamlı bir yaklaşım geliştirmek olduğunu göstermesi gibi nedenlerden dolayı derslerde kullanacaklarını söylemişlerdir. Model oluşturma etkinliklerinin uygulanma sürecinin uzun ve zor olması A isimli öğretmen adayı tarafından

matematiksel model oluşturma etkinliklerinin derslerde kullanımına engel olarak görülmüştür.

### **AKDR ile Bireysel Görüşmelerin Entegrasyonu ve Argümantasyon Kalitesi**

Öğretmen adaylarının argümantasyon kalitelerinde ilk model oluşturma etkinliğinden son model oluşturma etkinliğine doğru bir gelişme olup olmadığı ve süreç boyunca öğrenme ortamlarındaki değişikliğin argümantasyon kalitesini etkileyip etkilemediği incelenmiştir. Tüm model oluşturma etkinlikleri sürecinde birinci grubun ve ikinci grubun Toulmin bileşenlerine ait puanlar Tablo 14' te ve Tablo 15' te verilmiştir.

**Tablo 14**

*Birinci Grubun Toulmin Bileşenleri Puanları*

Bileşimler	MOE 1	MOE 2	MOE 3	MOE 4
İddia	2	6	2	2
Veri	2	6	2	2
Gerekçe	2	6	2	4
Destekleyen	1	3	2	2
Niteleyen	3	0	1	1
Çürüten	0	3	1	1
Toplam	10	24	10	12

Çalışmada kullanılan AKDR doğrultusunda argümantasyon kalitesi yeterlilik düzeyleri, argümantasyon kalitesine sahip değil (0-6 puan), yetersiz argümantasyon kalitesine sahip (7-13 puan), kabul edilebilir ölçüde argümantasyon kalitesine sahip (14-23 puan) ve iyi derecede argümantasyon kalitesine sahip (24-27 puan) olmak üzere dört seviyeye ayrılmıştır. Tablo 14 incelendiğinde birinci grubun MOE 2 dışındaki diğer etkinliklerde argümantasyon kalitesi aynı ve yetersiz argümantasyon kalitesine sahip olarak çıkmıştır. İddia, veri, çürüten bileşenlerinde MOE 2 hariç bir değişim yaşanmamıştır.

Destekleyen bileşeninde maksimum 2 puanlık bir değişim olmuştur ve niteleyen bileşeninde bir düşüş olmuştur. İlk model oluşturma etkinliğinden son model oluşturma etkinliğine doğru bakıldığında argümantasyon kalitesi puanlarında düzenli bir artış görülmemiştir. Bireysel görüşmeler sırasında, birinci grup öğretmen adayları çözüm üretme ve model oluşturma konusunda zorlandıklarını belirtmişlerdir ancak yine de süreç boyunca kazandıkları beceriler ve grup çalışmaları sayesinde argümantasyon kalitelerinde bir artış gözlemlediklerini ifade etmişlerdir.

**Tablo 15**

*İkinci Grubun Toulmin Bileşenleri Puanları*

Bileşenler	MOE 1	MOE 2	MOE 3	MOE 4
İddia	2	2	6	6
Veri	2	2	4	6
Gerekçe	2	4	5	6
Destekleyen	1	3	3	3
Niteleyen	3	3	3	3
Çürüten	0	2	3	3
Toplam	10	16	25	27

Tablo 15 incelendiğinde ikinci grubun Toulmin bileşenlerinin puanlarında birinci model oluşturma etkinliğinden son model oluşturma etkinliğine doğru bir artış gözlemlenmiştir. Toplam puanlara bakıldığında MOE 1' de yetersiz argümantasyon kalitesine sahip; MOE 2'de kabul edilebilir ölçüde argümantasyon kalitesine sahip; MOE 3'te ve MOE' te iyi derecede argümantasyon kalitesine sahip olduğu görülmüştür. İkinci gruptaki öğretmen adayları ile yapılan bireysel görüşmelere bakıldığında model oluşturma etkinliklerinin içeriği ve öğrenme ortamına gruplar arası çalışmanın eklenmesi öğretmen adaylarının argümantasyon kalitesini arttırmıştır.

## Bölüm 5

### Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada 4 farklı model oluşturma etkinliği uygulaması yapılmıştır. Öğretmen adayları uygulamadaki problemlere farklı yönlerden bakmışlardır ve ortaya atılan fikirlerin doğruluğunu tartışmışlardır. Tartışma sırasında bazen zayıf bazen güçlü argümanlar sunmuşlardır. Gruplar her bir uygulama sonunda bir model oluşturmuştur. Oluşturulan modeller Toulmin (2003) çalışmasındaki bileşenlerine göre şemaya aktarılmıştır. Süreç içindeki diyaloglar ve gözlemler göz önüne alınarak AKDR doğrultusunda gruplar puanlanmıştır. Aşağıdaki Tablo 16' da grupların her bir uygulamadan aldığı puanlar verilmiştir.

**Tablo 16**

*Grupların AKDR Puan Tablosu*

Uygulamalar	Grup 1 Puanı	Grup 2 Puanı
Uygulama 1	10 Yetersiz Argümantasyon Kalitesi	10 Yetersiz Argümantasyon Kalitesi
Uygulama 2	24 İyi derecede argümantasyon kalitesi	16 Kabul edilebilir ölçüde argümantasyon kalitesi
Uygulama 3	10 Yetersiz argümantasyon kalitesi	25 İyi derecede argümantasyon kalitesi
Uygulama 4	12 Yetersiz argümantasyon kalitesi	27 İyi derecede argümantasyon kalitesi

İlk olarak bu puanlar doğrultusunda grupların argümantasyon süreçleri değerlendirilmiş ve her bir modelleme etkinliğinin uygulama sürecine ait bulgulardan elde edilen sonuçlar tartışılmıştır.

Birinci uygulamada öğretmen adayları başlangıçta bireysel olarak çalışmış sonrasında üçer kişilik iki gruba ayrılarak gruplar kendi içinde çalışmaya devam etmişlerdir. Grup çalışmasında öğretmen adayları bireysel olarak farklı fikirler geliştirdikleri için ortak karar alırken ve birbirlerinin fikirlerini anlamaya çalışırken zorlanmışlardır. Ancak tartışmalar ilerledikçe grupça ortak kararlar alabilmiş ve birlikte yeni fikirler geliştirmişlerdir. Chin ve Osborne (2010) yaptığı çalışmada argümantasyonu, işbirlikçi grup tartışmalarının olduğu, iddiaların kritik edilerek güncellendiği bir süreç olarak tanımlamıştır. Bu tanım doğrultusunda, grup tartışmalarıyla öğretmen adaylarının argüman üretmelerinin desteklendiği, birlikte tartışarak argümanlarını güncelledikleri ve argümantasyon süreçlerinin gelişmesine imkân verildiği söylenebilir.

İkinci oturumdaki modelleme etkinliği uygulanırken öğretmen adayları doğrudan grup halinde çalışmaya başlamışlardır. Bu sayede ortak karar almada ve birlikte fikir üretmede ilk uygulamaya göre daha hızlı ilerleme göstermişlerdir. Bu uygulamada öğretmen adaylarının problemi anlamak için verilen problem durumunu tekrar tekrar okuma eğiliminde oldukları ancak grup olarak çalıştıklarından anlaşılmayan durumların tartışmalar sonucunda daha hızlı bir şekilde anlaşılır hale geldiği gözlemlenmiştir. Birinci gruptaki öğretmen adayları daha önce bu uygulamadaki modelleme etkinliğine benzeyen bir problem durumuyla karşılaştıkları için problemi daha rahat anlamışlardır ve aritmetik işlemler yaparak güçlü argümanlar sunmuşlardır. Burada Polya (1978) tarafından yapılan çalışmada bahsedildiği gibi geçmiş öğrenmelerin problem çözme üzerindeki olumlu etkisi görülmüştür. İkinci grup ise daha çok cebirsel ifadeler kullanarak işlemler yapmıştır. Lian ve Idris (2006) aritmetik düşüncenin genellenmesi ile cebirsel ifadelerin oluştuğunu ve bunun kolay bir işlem olmadığını söylemişlerdir. İkinci grup daha zor olmasına rağmen Dede ve Argün (2003)'ün bahsettiği gibi cebiri problem çözme aracı olarak doğru bir şekilde



kullanmış ancak modelin etkili bir prototip olmasını sağlayacak kadar yeterli düzeyde argüman belirtememiştir. Aydın ve Güç (2015) çalışmalarında öğrencilerdeki işlem ve sonuç bulma alışkanlığı nedeniyle bulunan sonuçlar üzerinde yeterince düşünülüp tartışılmadığını belirtmişlerdir. İkinci gruptaki öğretmen adayları da limit işleminin sonucunu bulmaya odaklanmışlardır ve alıştıkları şekilde net bir sonuç bulamadıkları için işlemleri yorumlayamamışlardır. Dolayısıyla modeli oluşturmak için yeterli düzeyde argüman sunamamışlardır.

Üçüncü oturumdaki uygulamada grupların modellerini birbirlerine sunmaları, öğretmen adaylarına diğer grubun ürettiği argümanları inceleme şansı vermiştir. Swan (2006) tarafından yapılan çalışmaya göre, öğrencilerin birbirlerine meydan okuyup fikirlerini tartışmaları, birbirlerine buldukları sonuçları sunmaları, birbirlerine sorular yöneltmeleri ve birbirlerine açıklama yapmaları işbirlikçi grup çalışmaları ile sağlanmaktadır. Bu şekilde grup çalışmaları yapıldığında grupların ortak hedefleri ve sorumlulukları öğrencileri eleştirel ve yapıcı tartışmalara teşvik etmektedir. Öğretmen adayları üçüncü etkinlikte diğer gruba sunum yapacakları için güzel bir rekabet ortamı oluşturduğunu ifade etmişlerdir. Öğretmen adayları diğer grupla rekabet duygusuna girdikleri için de kendi grupları ile olabildiğince güçlü argümanlar üretmeye çalışmışlardır. Gruplar modellerini sunarken birbirlerinin argümanlarında var olan güçlü ve zayıf yönleri belirtmişlerdir. Birinci gruptaki öğretmen adayları diğer grup tarafından yapılan eleştiriye kabul etmişlerdir ve argümanlarının zayıf olduğunun farkında olduklarını söylemişlerdir. Özellikle gruplar birbirlerine sunum yaptıktan sonra ikinci grubun daha güçlü argümanlar sunması, birinci gruptaki öğretmen adaylarının argümanlarındaki eksik yönleri görmelerini ve kendi argümanlarının neden zayıf olarak değerlendirildiğini daha iyi anlamalarını sağlamıştır.

Dördüncü oturumdaki uygulamada, her iki grup kendi içinde çalıştıktan sonra her ilk olarak düşüncelerini paylaşmak için bir araya geldiğinde modellerini sadece belirli koşullara bağlı olarak üretmeye çalıştıklarını fark etmişlerdir. Gruplar farklı koşulları dahil edip daha genel bir çözüm bulmayı amaçlayarak grup içi çalışmalarını yapmak üzere ayrılmıştır.

Birinci grup, diğer grupla düşüncelerini paylaşmadan önce ileri sürdüğü fikrinden vazgeçip probleme sadece tek bir yönden bakmıştır. Birinci gruptaki öğretmen adayları sadece kumaşın yetmeyeceği durum için bir çözüm bulmalarından dolayı genel bir model oluşturamamışlardır. Bunun sebeplerinden biri gruplar birleştğinde ikinci grubun daha başarılı argümanlar sunması nedeniyle birinci grubun ikinci grubun fikrini doğru kabul edip kendi fikirlerinden vazgeçmesi olarak görülmüştür. İkinci grup ise model genelleme prensibine uygun olarak genel bir model sunmuştur. İkinci grubun süreç boyunca olabildiğince genel bir model oluşturmak için çalıştığı görülmüştür. İkinci grup genel bir model yazma yönünde argümanlar oluşturmaya çalışmıştır ve oluşturdukları bu argümanlar sayesinde etkili ve genel bir model sunmuşlardır. Yani model genelleme prensibi ile argümantasyon kalitesinin birbiriyle bağlantılı olduğu söylenebilir. Lesh ve Lehrer (2003) çalışmalarında modellemenin önemli genellemeler ve aktarılabilirlik biçimleri içermesi gerektiğini söylemişlerdir. Yani bir modelin paylaşılabilir ve yeniden kullanılabilir olması önemli olduğundan ikinci grubun genel bir model yazmasının argümantasyon süreçlerinin geliştiğinin bir göstergesi olarak görülebilir.

Tablodaki değerlere bakıldığında birinci grup için puanlarda anlamlı bir değişim söz konusu değilken ikinci grupta biraz daha belirgin bir değişim görülmüştür. Ancak yapılan bireysel görüşmelerde öğretmen adaylarının, kendi argümantasyon kalitelerinde gelişme hissettiklerini belirtmeleri ve araştırmacının süreç boyunca öğretmen adaylarının argüman sunarken daha iyi sebep sonuç ilişkisi kurmaya çalışma davranışlarını gözlemlemesi nedeniyle öğretmen adaylarının argümantasyon süreçlerinde gelişme olduğu ve argümantasyon kalitesinin arttığı söylenebilir.

Lesh ve Lehrer (2003) çalışmalarında matematiksel düşünmenin sadece hesaplama yapma olmayıp durumları, matematiksel olarak yorumlayabilmek de olduğunu söylemişlerdir. Öğretmen adayları kimi zaman matematiksel işlemlerde zorluklar yaşamışlar ve iyi bir model oluşturamamışlardır ama gerçek hayat problemini matematiksel olarak yorumlayabilmişlerdir. Blum ve Leiß (2007) şekil çizmenin, matematikleştirmenin, problemi

daha anlaşılır ve basit hale getirdiğini söylemişlerdir. Öğretmen adayları modellerini oluştururken problemi daha iyi anlamak adına problemdeki verilenleri ve istenenleri şekiller (Şekil 20, Şekil 29, vb.) çizerek anlamlandırmışlardır. Bu şekilleri kendi zihinlerindeki durum modelini aktarmak veya matematikleştirme aşamasında problemi basitleştirmek için kullanmışlardır. O halde, bu çalışmada, öğretmen adayları matematiksel işlemleri iletmekte zorlanıp etkili bir model oluşturamaları da kullandıkları gösterimlerin yardımıyla argümanlarını oluşturmak veya desteklemek için hangi matematiksel işlemlerin yapılacağına karar vermeleri, matematiksel düşünme yaparak gerçek hayat durumunu matematik dünyasına aktardıklarını göstermiştir. Lesh ve Lehrer (2003) tarafından yapılan çalışmaya göre, matematiksel bilgi ve yeterlilik durumlarının matematiksel olarak yorumlamakla ilgili olması, çalışmada öğretmen adaylarının argümantasyon kalitelerindeki artışın nicel olarak belirgin olmamasına karşın öğretmen adaylarının geliştiklerini ifade etmelerini ve araştırmacının süreç boyunca öğretmen adaylarının daha iyi sebep sonuç ilişkisi kurduğu yönündeki gözlemlerini açıklayabilir.

Blum ve Leiß (2007) çalışmalarında matematiksel modelleme etkinliklerinde metin kısmının okunmasını ve sorunun algılanmasını öğrenciler için bir engel olarak tanımlamışlardır. Bu çalışmada da öğretmen adayları matematiksel modelleme etkinliklerini uzun ve anlaşılması zor bulmuşlardır. Bu durumdan kaynaklı olarak bazı bilişsel zorluklar yaşamışlardır. Yine, Blum ve Leiß (2007) çalışmalarında matematikleştirme aşamasında bilişsel zorluklar yaşanabileceğini ve bu zorlukların geriye dönük doğrulamayı, çözümü iyileştirme çabasını azaltabileceğini söylenmişlerdir. Bu çalışmada öğretim deneyi aracılığıyla grup içi veya gruplar arası çalışma yoğunluğu arttırıldığında yaşanan bilişsel zorluklarla grup olarak mücadele edilmiştir. Öğretmen adayı geriye dönük çalışmak veya çözümü iyileştirmek istemese de içinde bulunduğu grup dinamiği veya diğer grubun eleştirileri bu şekilde davranmasını engelleyip çalışmaya devam edilmesi konusunda teşvik edici olmuştur. Oluşan tartışma ortamlarında çözümü iyileştirmek adına yeni argümanlar

sunulmuştur, gerekirse var olan bir argüman çürütülmüştür ve başka bir argümanla devam edilmiştir.

Öğretmen adayları matematiksel modelleme etkinliklerinin zor yapısına rağmen gelecekteki meslek hayatlarında bu etkinlikleri kullanmak istediklerini söylemişlerdir. Lesh ve Lehrer (2003) matematiksel modelleme etkinliklerinin disiplinler arası alanlar yarattığını ve gerçek hayattaki benzer durumların simülasyonu olduğunu söylemişlerdir. Bu çalışmada öğretmen adaylarına göre modelleme etkinliklerinde edinilen becerilerin başka alanlarda kullanılabilir olması, bir problemin çok yönlü ele alınması öğretmen adaylarının matematiksel modelleme etkinliklerinin derslerde uygulanması yönünde olumlu tutum göstermelerini sağlamıştır. Lesh ve Lehrer (2003) matematiksel modelleme etkinliklerinde öğrencilerin mevcut düşünme biçimlerini ifade ettiklerini, öğretmenlere öğrencilerin düşünme süreçlerini görme ve anlama imkânı verdiğini söylemişlerdir. Öğretmen adayı B matematiksel modelleme etkinliklerini dersinde uygularsa öğrencilerin sunduğu farklı bakış açılarını göreceğini ve bunun kendisini geliştireceğini söylemiştir. O halde, matematiksel modelleme etkinliklerinde öğretmenler öğrencilerin öğrenme şekli hakkında bilgi edinerek mesleki anlamda kendilerini geliştirebilirler.

Bu çalışma süreci sonunda varılan genel sonuçlar şu şekilde ifade edilebilir. Model oluşturma etkinliklerinin yapısı gereği model oluşturma sürecinde argümantasyon etkinlikleriyle karşılaşılmıştır (Dede, 2019; Passmore & Svoboda, 2012; Mendonça & Justi, 2013). Yapılan çalışmalarda kolektif tartışmaların, grup çalışmalarının argümantasyon becerilerini arttırmada önemli bir rol oynadığı görülmüştür (Passmore & Svoboda, 2012; Dede, 2019; Ulusoy ve diğerleri, 2023). Model oluşturma etkinliklerinde grup halinde çalışıldığında ortaya çıkan çok yönlü düşünme grup üyelerinin bilişsel ve sosyal süreçlerini desteklemiştir (Sevinç & Melek, 2020). Ek olarak, matematiksel argümantasyon ve ispatta görülen rasyonel gerekçelendirmelerle karşıdakini ikna etme amacı ortaya çıkmıştır (Pedemonte, 2001). Öğretmen adayları kendi gruplarını ve karşı grubu ikna etmek için matematiksel işlemler yaparak güçlü argümanlar sunmaya çalışmışlardır. Öğretmen

adaylarının bireysel çalışma yerine grup ile çalışması, diğer grupla birleşerek birbirlerine eleştiriler sunması argümantasyon becerilerinin gelişimine olanak tanımıştır.

Matematiksel modelleme etkinlikleri gerçek hayat problemlerini içerir. Pretz vd. (2003), gerçek hayat problemlerini yarı yapılandırılmış, eksik bilgi ve kabuller içeren, tek bir yolla çözülmeyen, içindeki matematiksel bilgiyi açıkça belirtmeyen problemler olarak tanımlamıştır. Bu çalışmada problemlerle uğraşan grup üyelerinin hepsi aynı çözümü bulduysa bulunan çözüm uygun kabul edilmiş fakat farklı çözümler varsa bu çözümlerden hangisinin gerçek hayata daha uygun ve genellenebilir olduğu muhakeme edilmiştir (Ulusoy ve diğerleri, 2023). Matematiksel modelleme etkinliklerinde problem tanımlandıktan ve bir hipotez geliştirildikten sonra problemin matematiksel olarak formüle edildiği açık bir şekilde gözlemlenmiştir. Matematiksel modelleme etkinliklerindeki argüman kalitelerinin üst düzeyde olması için Kuhn ve Udell (2003) çalışmalarında bahsedildiği gibi işbirlikçi ortam etkili bir eğitim zemini oluşturmuştur. Kuhn ve Udell (2003) bu çalışmada bireysel çalışmadan ziyade akran tartışmalarının, karşılıklı diyalogların olduğu bir ortamda, iddialarda ve söylemlerde daha belirgin bir gelişmenin olduğunu belirlemişlerdir. Steen ve Forman (2001), öğretmenin öğrencinin merkezde olduğu aktif bir eğitim sürecini benimsemesi gerektiğini iletmiştir. O halde, geleceğin öğretmenleri olan öğretmen adaylarının bu araştırmalarda belirtilen eğitim ortamlarını oluşturacak yetkinliğe sahip olmalarını sağlayacak şekilde yetiştirilmeleri önemlidir. Bu çalışmada, matematiksel modelleme etkinlikleri ile daha çok grup çalışmaları içerecek şekilde düzenlenen öğrenme ortamlarında matematik öğretmen adaylarının argümantasyon kalitelerindeki değişim gözlenmiştir. Süreç içerisinde öğretmen adaylarının, argümantasyon kalitelerinden, yaşadıkları olumlu ya da olumsuz durumlardan bahsedilmiştir ve bu bulguların gelecek çalışmalara yön göstereceği düşünülmüştür.

## Bölüm 6

### Öneriler

1. Çalışma 6 öğretmen adayı ile sınırlı tutulmuştur. Benzer çalışmalar daha geniş bir grupta yürütülebilir.

2. Çalışma dört matematiksel modelleme etkinliği ve bir bireysel görüşme ile sınırlandırılmıştır. Çalışmalarda daha fazla sayıda modelleme etkinlikleri uygulanabilir ve her etkinliğin bitiminde bireysel görüşme yapılabilir. Bu sayede öğrenme ortamları daha etkili bir şekilde tasarlanabilir.

3. Çalışmada kullanılan matematiksel modelleme etkinlikleri Analiz dersinin farklı kazanımlarına yönelik seçilmiştir. Bu etkinlikler belli bir kazanım doğrultusunda seçilirse matematiksel modelleme etkinliklerinin zorluk olarak denk olması sağlanabilir.

4. Öğretmen adaylarının argümantasyon hakkında yeterli düzeyde bilgileri olmadığından öğretmen adaylarından sadece modeli oluşturmaları istenmiştir. Çalışmalarda öğretmen adayları argümantasyon hakkında bilgilendirilerek oluşturdukları model doğrultusunda Toulmin şemasını oluşturmaları istenebilir. Bu sayede öğretmen adayları hangi bileşeni geliştirmede eksik oldukları fark edebilirler ve bu yönde çalışabilirler.

5. Öğretmen adaylarının argümantasyon kalitesini belirlemek amacı ile kullanılan rubrik zenginleştirilebilir. Toulmin bileşenlerine ait ifadelere matematiksel olarak ne ifade ettiğini belirten açıklamalar eklenebilir. Bu sayede, araştırmacılar ve okuyucular için rubriğin kullanıldığı çalışmalar daha anlamlı hale gelebilir. Örneğin; rubrikte yer alan,

- İddianın açık ve tam genellenebilir olması ifadesi; matematiksel kanıtlara ve teoremlere yer verilerek probleme birçok açıdan çözüm sunar açıklamasıyla,

- Verilerin eksiksiz, hatasız olması ifadesi; terim ve sembollerin yerinde kullanarak matematiksel ifadeleri ve hesapları doğru kullanır açıklamasıyla,

- Gereçlerin spesifik olarak iddiayı desteklemesi ifadesi; işlemlerini hatasız yapar ve işlemler sonucunda elde edilen değerleri tanımlar açıklamasıyla,

- Destekleyicilerin doğru ve ilişkili gerekçe kaynakları sunması ifadesi; şekiller, tablolar, grafikler gibi gösterimleri kullanır açıklamasıyla, desteklenebilir.

## Kaynaklar

- Aberdein, A. (2005). The uses of argument in mathematics. *Argumentation*, 19, 287-301.
- Adal, A. A. (2023). An Analysis of Postgraduate Theses Using Toulmin Argumentation Model in the Field of Mathematics Education in Turkey. *International Journal of Field Education*, 9(1), 16-37.
- Anıl, D., Özer Özkan, Y., & Demir, E. (2015). PISA 2012 araştırması ulusal nihai rapor. *Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı OSDGM*.
- Aydin Güç, F. (2015). Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesi.
- Bilgili, S., Öndeş, R. N., & Çiltaş, A. (2020). Matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme etkinliklerini oluşturma ve çözme süreçlerinin incelenmesi. *The Journal of Limitless Education and Research*, 5(1), 90-108.
- Blum, W. (1991). Applications and modelling in mathematics teaching.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). Deal with modelling problems. *Mathematical modelling: Education, engineering and economics-ICTMA*, 12, 222.
- Blum, A. (2011). Drought Resistance—Is It Really a Complex Trait? *Functional Plant Biology*, 38(10), 753-757.
- Brown, R. A. J. (1994). Collective mathematical thinking in the primary classroom: A conceptual and empirical analysis within a sociocultural framework. Bachelor of Educational Studies (Hons.) thesis, University of Queensland, Brisbane, Australia.
- Bülbül, A., & Urhan, S. (2016). Argümantasyon ve matematiksel kanıt süreçleri arasındaki ilişkiler. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*



- Chin, C., & Osborne, J. (2010). Öğrencilerin; Sorular ve söylemsel etkileşim: Bilimde işbirlikçi grup tartışmaları sırasında bunların tartışma üzerindeki etkisi. *Fen Öğretimi Araştırma Dergisi*, 47(7), 883- 908.
- Cho, K. L., & Jonassen, D. H. (2002). The Effects of Argumentation Scaffolds on Argumentation And Problem Solving. *Educational Technology Research and Development*, 50(3), 5.
- Cobb, P. Wood, T. Yackel, E., & Mcneal, B. (1992). Characteristics Of Classroom Mathematics Traditions: An İnteractional Analysis. *American Educational Research Journal*, 29(3), 573-604.
- Confrey, J. (2006). The Evolution of Design Studies as Methodology The Cambridge Handbook Of The Learning Sciences Ed Sawyer K.
- Crowell, A., & Kuhn, D. (2012). Developing dialogic argumentation skills: A three-year intervention study. *Journal of Cognition and Development*, 15(2), 363- 381.
- Dawson, V., & Venville, G. J. (2009). High-school Students' Informal Reasoning and Argumentation about Biotechnology: An indicator of scientific literacy? *International Journal of Science Education*, 31(11), 1421-1445.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, Öğrencilere Niçin Zor Gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim*
- Dede, A. T. (2018). Matematik eğitimi alanındaki ortaklaşa argümantasyon çalışmalarının incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 9(3), 636-661.
- Dede, A. T. (2019). Arguments Constructed Within the Mathematical Modelling Cycle. *International Journal of Mathematical Education İn Science And Technology*, 50(2), 292-314.
- Doruk, K. B., & Umay, A. (2011). Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi.

- Doruk, M., Duran, M., & Kaplan, A. (2018). Argümantasyon tabanlı olasılık öğretiminin ortaokul öğrencilerinin matematiksel üstbiliş farkındalıklarına ve olasılıksal muhakeme becerilerine etkisinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 12(1), 83-121.
- English, L. D., & Watters, J. J. (2004). Mathematical Modelling with Young Children. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Eraslan, A. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bunların matematik öğrenimine etkisi hakkındaki görüşleri. *İlköğretim Online*, 10(1), 365-377.
- Erduran, S., Simon, S., & Osborne, J. (2004). TAPping into argumentation: Developments in the application of Toulmin's argument pattern for studying science discourse. *Science education*, 88(6), 915-933.
- Ferri, R. B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 86-95.
- Güç, F. A., & Kuleyin, H. (2021). Argümantasyon Kalitesinin Matematiksel Modelleme Sürecine Yansıması. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(1), 222- 262.
- Güneş, S. (2013). Matematik Eğitiminde Argümantasyon ve Kanıt Süreçlerinin Analizi ve Karşılaştırılması.
- Güngör, E., & Karakuş, F. (2021, Ekim). 2013-2021 Yılları Arasında Matematik Eğitiminde Argümantasyon Konusunda Yapılmış Lisansüstü Tezlerin Eğilimleri. In Turkish Computer & Mathematics Education Symposium (P. 145).
- Gokkurt, B., Dundar, S., Soylu, Y., & Akgun, L. (2012). The Effects of Learning Together Technique Which is based on Cooperative Learning on Students' Achievement in Mathematics Class. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 46, 3431-3434.

- Gulkilik, H., Kaplan, H. A., & Emul, N. (2019). Investigating the relationship between argumentation and proof from a representational perspective. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 20(2), 131-148.
- Hahn, U. (2020). Argument quality in real world argumentation. *Trends in Cognitive Sciences*, 24(5), 363-374.
- İncikabı, S., & Biber, A. Ç. (2020). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme farkındalıklarının araştırılması. *Türk Akademik Yayınlar Dergisi (TAY Journal)*, 4(1), 55-72.
- Inglis, M., Mejia-Ramos, J. P., & Simpson, A. (2007). Modelling Mathematical Argumentation: The Importance Of Qualification. *Educational Studies In Mathematics*, 66(1), 3-21.
- Jiménez-Aleixandre, M. P., Bugallo Rodríguez, A., & Duschl, R. A. (2000). "Doing the lesson" or "doing science": Argument in high school genetics. *Science education*, 84(6), 757-792.
- Jiménez-Aleixandre, M. P., & Erduran, S. (2007). Argumentation in science education: An overview. *Argumentation in science education: Perspectives from classroom-based research*, 3-27.
- Kaiser, G., & Maaß, K. (2007). Modelling in lower secondary mathematics classroom—problems and opportunities. *In Modelling and applications in mathematics education (pp. 99-108)*. Springer.
- Karahan, M., & Ergene, Ö. (2023). Bitkisel Ürün Sigortası Modelleme Etkinliği Bağlamında Matematik Öğretmen Adaylarının Modelleme Süreçlerinin İncelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(1), 1-22.
- Kaygısız, I. (2022). İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin İncelenmesi: Bir Öğretim Deneyi (Doctoral dissertation, Anadolu University (Turkey)).

- Kertil, M. (2008). Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi (Doctoral dissertation, Marmara Üniversitesi (Turkey)).
- Krummheuer G. The ethnography of argumentation. In: Cobb P, Bakersfield H, editors. Emergence of mathematical meaning. Hillsdale (NJ): *Lawrence Erlbaum*; 1995, 229–269.
- Kuhn, D., & Udell, W. (2003). The development of argument skills. *Child development*, 74(5), 1245-1260.
- Kutluca, A. Y., & Aydın, A. (2017). Fen Bilimleri öğretmen adaylarının sosyobilimsel argümantasyon kalitelerinin incelenmesi: Konu bağlamının etkisi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 11(1), 458-480.
- Larina, G. (2016). Analysis of real-world math problems: theoretical model and classroom applications. *Вопросы образования*, (3 (eng)), 112-125.
- Lehrer, R., & Lesh, R. (2003). Mathematical learning. *Handbook of psychology*, 357-391.
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. R. (2000). Principles for Developing Thought-Revealing Activities for Students and Teachers. Students Who Are Superior Problem Solvers. *Science Education*, 64(2), 203-11.
- Lesh, R. E., & Doerr, H. M. (2003). Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching.
- Lian, L. H., & Idris, N. (2006). Assessing algebraic solving ability of form four students. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 1(1), 55-76.
- Magalhães, A. L. (2020). Teaching how to develop an argument using the Toulmin model. *International Journal of Multidisciplinary and Current Educational Research*, 2(3), 1-7.

- Mendonça, P. C. C., & Justi, R. (2013). The relationships between modelling and argumentation from the perspective of the model of modelling diagram. *International Journal of Science Education, 35(14)*, 2407-2434.
- Mcneill, K. L., Lizotte, D. J., Krajcik, J., & Marx, R. W. (2006). Supporting Students' Construction of Scientific Explanations By Fading Scaffolds In Instructional Materials. *The Journal of The Learning Sciences, 15(2)*, 153-191.
- Millî Eğitim Bakanlığı (2018). Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10, 11 VE 12. sınıflar) Öğretim Programı, Ankara. *Millî Eğitim Basım Evi*
- NCTM, Æ. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. <https://www.nctm.org/> adresinden 24.12.2023 tarihinde alınmıştır.
- Passmore, C. M., & Svoboda, J. (2012). Exploring opportunities for argumentation in modelling classrooms. *International Journal of Science Education, 34(10)*, 1535-1554.
- Pedemonte, B. (2001). Some cognitive aspects of the relationships between argumentation and proof in mathematics. *Proceedings of the PME 25, 4*, 33-40.
- Peshkin, A. (1993). The goodness of qualitative research. *Educational researcher, 22(2)*, 23-29.
- Pollak, H. (2007). Mathematical modelling—A conversation with Henry Pollak. Modelling and Applications in Mathematics Education: *The 14 th ICMI Study*, 109-120.
- Polya, G. (1978). Guessing and proving. *The Two-Year College Mathematics Journal, 9(1)*, 21-27.
- Pretz, J. E., Naples, A. J., & Sternberg, R. J. (2003). Recognizing, defining, and representing problems. *The psychology of problem solving, 30(3)*, 3-30.

- Sandoval, W. A., & Millwood, K. A. (2005). The Quality of Students' Use of Evidence In Written Scientific Explanations. *Cognition And Instruction*, 23(1), 23-55.
- Sevinç, Ş., & Melek, Z. (2020). Modelleme etkinliğinde matematik öğretmen adaylarının bireysel ve grup gelişiminin incelenmesi. *Başkent University Journal of Education*, 7(1), 1-19.
- Sezen Yüksel, N., Sağlam Kaya, Y., Urhan, S., & Şefik, Ö. (2019). Matematik Eğitiminde Modelleme Etkinlikleri.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for research in mathematics education*, 26(2), 114-145.
- Simon, M. (2000). Research on mathematics teacher development: The teacher development experiment. In A. Kelly, & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 335-359). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Skovsmose, O. (1994). Towards a critical mathematics education. *Educational studies in mathematics*, 27(1), 35-57.
- Steen, L. A., & Forman, L. S. (2001). Why Math. Applications in Science, Engineering and Technological Programs. Research Brief, American Association of Community Colleges.
- Steffe, L. P., & Thomson, P. (2000). Teaching experiments methodology: Underlying principles and essential characteristics. *Research Design in Mathematics and Science Education*, Hillsdale, Nj: Laurence Erlbaum.
- Stillman, G. A., Brown, J. P., Faragher, R., Geiger, V., & Galbraith, P. (2013). The role of textbooks in developing a socio-critical perspective on mathematical modelling in secondary classrooms. *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice*, 361-371.

- Schwarz, B. B., Hershkowitz, R., & Prusak, N. (2010). Argumentation and mathematics. Educational dialogues: *Understanding and promoting productive interaction*, 115, 141.
- Steffe, L. P. (1991). The constructivist teaching experiment: Implication and illustrations.
- Swan, M. (2006). Collaborative learning in mathematics. *A Challenge to our Beliefs*, 162-176.
- Toulmin, S. R., & Rieke, R. Janik (1984) An Introduction to Reasoning. *Macmillan*, 1984
- Üzelgün, M. A., & Oruç R. (2020). Argüman Analizinde Dört Yaklaşım: Toulmin Modeli, Pragma-Diyalektik, Politik Söylem Analizi ve Argüman Kaynakları Modelinin Bir Karşılaştırması. *Connectist: Istanbul University Journal Of Communication Sciences*, (59), 265-297.
- Ulusoy, F., Bingöl, S. N., & Olgun, N. Matematik Öğretmeni Adaylarının Bireysel ve Grup İle Matematiksel Modelleme Süreçlerindeki Çözüm Yaklaşımları Arasındaki Etkileşimler. *Trakya Eğitim Dergisi*, 14(1), 408-426.
- Van Der Heijden, P. A. A., Bloemen, P. J. H., Gaines, J. M., Van Eemeren, J. T. W. M., Wolf, R. M., Van Der Zaag, P. J., & De Jonge, W. J. M. (1996). Magnetic Interface Anisotropy Of MBE-Grown Ultra-Thin (001) Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub> Layers. *Journal Of Magnetism and Magnetic Materials*, 159(3), L293-L298.
- Yıldırım, A., Şimşek, H., & Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri, S. (2003). Yayıncılık. Baskı, Ankara.

## EK-A: Araştırma Etik Komisyonu Onay Bildirimi

Tarih: 30/03/2022  
 Sayı: E-35853172-300-00002111446  
 00002111446



T.C.  
 HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ  
 Rektörlük

Sayı : E-35853172-300-00002111446  
 Konu : Elif ÇELENK hk. (Etik Komisyon İzni)

30.03.2022

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 03.03.2022 tarihli ve E-51944218-300-00002071191 sayılı yazımız.

Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans programı öğrencilerinden Elif ÇELENK'in, Dr. Öğr. üyesi Meltem SARI UZUN danışmanlığında yürüttüğü "Matematiksel Modelleme Etkinliklerinde Argümantasyon Kalitesinin İncelenmesi" başlıklı tez çalışması Üniversitemiz Senatosu Etik Komisyonunun 22 Mart 2022 tarihinde yapmış olduğu toplantıda incelenmiş olup, etik açıdan uygun bulunmuştur.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof. Dr. Vural GÖKMEN  
 Rektör Yardımcısı

**Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.**

Belge Doğrulama Kodu: 5F9EB91E-2A13-4430-9E9B-AA7BF65421A4

Belge Doğrulama Adresi: <https://www.turkiye.gov.tr/im-ebys>

Adres: Hacettepe Üniversitesi Rektörlük 06100 Sıhhiye-Ankara

Bilgi için: Duygu Didem İLERİ

E-posta: yazim@hacettepe.edu.tr İnternet Adresi: www.hacettepe.edu.tr Elektronik

Memur

Ağ: www.hacettepe.edu.tr

Telefon: .

Telefon: 0 (312) 305 3001-3002 Faks: 0 (312) 311 9992

Kep: hacettepeuniversitesi@hs01.kep.tr





**EK-B: Etik Beyanı**

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada,

- \* tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- \* görsel, işitsel ve yazılı bütün bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- \* başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- \* atıfta bulunduğum eserlerin bütününe kaynak olarak gösterdiğimi,
- \* kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- \* bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

12/03/2024

Elif ÇELENK

**EK-C: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu**

12/03/2024

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ  
Eğitim Bilimleri Enstitüsü  
Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı Başkanlığına,

Tez Başlığı: Öğretmen Adaylarının Model Oluşturma Etkinlikleri Sürecindeki Argümantasyon Kalitelerinin İncelenmesi

Yukarıda başlığı verilen tez çalışmamın tamamı (kapak sayfası, özetler, ana bölümler, kaynakça) aşağıdaki filtreler kullanılarak **Turnitin** adlı intihal programı aracılığı ile kontrol edilmiştir. Kontrol sonucunda aşağıdaki veriler elde edilmiştir:

Rapor Tarihi	Sayfa Sayısı	Karakter Sayısı	Savunma Tarihi	Benzerlik Oranı	Gönderim Numarası
06/03 /2024	120	164422	17/01 /2024	%7	2313209983

Uygulanan filtreler:

- Kaynaklar hariç
- Alıntılar dâhil
- 5 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esaslarını inceledim ve çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan eder, gereğini saygılarımla arz ederim.

**Ad Soyadı:** Elif ÇELENK

**Öğrenci No.:** N20135514

**Ana Bilim Dalı:** Matematik ve Fen Bilimleri

İmza

**Programı:** Matematik Eğitimi

**Statüsü:**  Y.Lisans  Doktora  Bütünleşik Dr.

**DANIŞMAN ONAYI**

UYGUNDUR.

(Dr.Öğr.Üyesi, Meltem SARI)

## EK-Ç: Thesis/Dissertation Originality Report

12/03/2024

HACETTEPE UNIVERSITY  
Graduate School of Educational Sciences  
To The Department of Mathematics and Science

Thesis Title: Investigation of Pre-service Teacher' Argumentation Quality in Model Eliciting Activities

The whole thesis that includes the *title page, introduction, main chapters, conclusions and bibliography section* is checked by using **Turnitin** plagiarism detection software take into the consideration requested filtering options. According to the originality report obtained data are as below.

Time Submitted	Page Count	Character Count	Date of Thesis Defense	Similarity Index	Submission ID
06/03/2024	120	164422	17/01 /2024	%7	2313209983

Filtering options applied:

1. Bibliography excluded
2. Quotes included
3. Match size up to 5 words excluded

I declare that I have carefully read Hacettepe University Graduate School of Educational Sciences Guidelines for Obtaining and Using Thesis Originality Reports; that according to the maximum similarity index values specified in the Guidelines, my thesis does not include any form of plagiarism; that in any future detection of possible infringement of the regulations I accept all legal responsibility; and that all the information I have provided is correct to the best of my knowledge.

I respectfully submit this for approval.

**Name Lastname:** Elif ÇELENK

**Student No.:** N20135514

**Department:** Mathematics and Science

**Program:** Mathematics Education

**Status:**  Masters  Ph.D.  Integrated Ph.D.

Signature

### ADVISOR APPROVAL

APPROVED  
(Dr.Öğr.Üyesi, Meltem SARI)

## EK-D: Yayınlama ve Fikrî Mülkiyet Hakları Beyanı

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kâğıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

Yükseköğretim Kurulu tarafından yayınlanan "**Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge**" kapsamında tezim aşağıda belirtilen koşullar haricince YÖK Ulusal Tez Merkezi / H.Ü. Kütüphaneleri Açık Erişim Sisteminde erişime açılır.

- Enstitü/Fakülte yönetim kurulu kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihinden itibaren 2 yıl ertelenmiştir. <sup>(1)</sup>
- Enstitü/Fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihinden itibaren ... ay ertelenmiştir. <sup>(2)</sup>
- Tezimle ilgili gizlilik kararı verilmiştir. <sup>(3)</sup>

12/03 /2024

(imza)

Elif ÇELENK

---

"Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge"

- (1) Madde 6. 1. Lisansüstü teze ilgili patent başvurusu yapılması veya patent alma sürecinin devam etmesi durumunda, tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu iki yıl süre ile tezini erişime açılmasının ertelenmesine karar verebilir.
- (2) Madde 6.2. Yeni teknik, materyal ve metotların kullanıldığı, henüz makaleye dönüşmemiş veya patent gibi yöntemlerle korunmamış ve internette paylaşılması durumunda 3 şahıslara veya kurumlara haksız kazanç; imkânı oluşturabilecek bilgi ve bulguları içeren tezler hakkında tez danışmanın önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile altı ay aşmamak üzere tezin erişime açılması engellenebilir.
- (3) Madde 7. 1. Ulusal çıkarları veya güvenliği ilgilendiren, emniyet, istihbarat, savunma ve güvenlik, sağlık vb. konulara ilişkin lisansüstü tezlerle ilgili gizlilik kararı, tezin yapıldığı kurum tarafından verilir\*. Kurum ve kuruluşlarla yapılan işbirliği protokolü çerçevesinde hazırlanan lisansüstü tezlere ilişkin gizlilik kararı ise, ilgili kurum ve kuruluşun önerisi ile enstitü veya fakültenin uygun görüşü üzerine üniversite yönetim kurulu tarafından verilir. Gizlilik kararı verilen tezler Yükseköğretim Kuruluna bildirilir.  
Madde 7.2. Gizlilik kararı verilen tezler gizlilik süresince enstitü veya fakülte tarafından gizlilik kuralları çerçevesinde muhafaza edilir, gizlilik kararının kaldırılması halinde Tez Otomasyon Sistemine yüklenir  
\*Tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu tarafından karar verilir.

