Liderlik, araştırma, inovasyon, kaliteli eğitim ve değişim ile

Daha ileriye... En İyiye...

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İlköğretim Ana Bilim Dalı

PROBLEM KURMA YAKLAŞIMIYLA DESTEKLENEN BİR MATEMATİK SINIFINDA ÖĞRENCİLERİN CEBİR ÖĞRENMELERİNİN VE PROBLEM KURMA BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

INVESTIGATION OF STUDENTS’ ALGEBRA LEARNING AND PROBLEM POSING SKILLS IN A MATHEMATICS CLASSROOM SUPPORTED BY PROBLEM POSING APPROACH

Katibe GİZEM KARAASLAN

Doktora Tezi

Ankara, 2018

Öz

Bu araştırmada, problem kurma destekli yürütülen doğrusal denklemler dersleri sonrasında, 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel bilgi ve süreç becerilerini belirlemek, öğrencilerin kurdukları problemlerin niteliklerini ve problem kurarken kullandıkları stratejileri ortaya koymak amaçlanmıştır. Araştırma bir durum çalışmasıdır. 20 öğrenciyle yürütülen araştırma kapsamında 7. sınıf doğrusal denklemlerle ilgili matematik dersleri problem kurmayla desteklenerek yürütülmüştür. Ders planları doğrusal denklemler konusuna yönelik 3 kazanım baz alınarak problem kurma temelinde hazırlanmış ve uygulanmıştır. Dersler sırasında uygulanan 13 problem kurma görevi, dersler sonunda her kazanım için uygulanan problem kurma görevleri ve bunlarla birlikte gerçekleştirilen klinik mülakatlar, araştırmanın veri toplama araçlarını oluşturmaktadır. Öğrencilerin matematiksel bilgi ve süreç becerilerini, kullandıkları problem kurma stratejilerini belirlemek için içerik analizinden faydalanılmıştır. Problem niteliklerinin belirlenmesi amacıyla problem kurmayı değerlendirme rubriği oluşturulmuştur. Rubrik, problemin anlaşılırlığı, matematiksel açıdan doğruluğu, bağlamsal özgünlük, matematiksel ilişkiler açısından özgünlük, karmaşıklık düzeyi ve koşullara uygunluk niteliklerinden oluşmaktadır. Problem niteliklerinin kazanım bazında ve problem kurma görevleri türlerine göre farklılık gösterip göstermediği araştırmak için non-parametrik testlerden Friedman testi ve Wilcoxon işaretli sıralar testinden yararlanılmıştır. Öğrencilerin bir kısmının doğrusal denklemler konusunda yeterli bilgiye sahip oldukları ancak bazı öğrencilerin kavramsal bilgi eksiklikleri olduğu, bazı becerilerin istenen düzeyde olmadığı görülmüştür. Öğrencilerin bağlamsal özgünlük, matematiksel ilişkiler açısından özgünlük, karmaşıklık düzeyi niteliklerindeki puanlarının arttığı görülmüştür. Kullanılan problem kurma stratejileri; problem kurma görevine bağlı kalma, bağlam oluşturma, matematik konularına odaklanma, duygusal yaklaşım, ilişkisiz yapı entegre etme, soru kalıplarına bağlı kalma ve zorluğa odaklanma olarak belirlenmiştir. Problem kurmanın derslere uzun süreli entegre edilmesinin, öğrencilerin matematiksel bilgi ve becerilerinin gelişiminde, problem niteliklerinin geliştirilmesinde ve kullandıkları stratejilerde etkili olabileceği düşünülmektedir.

Anahtar sözcükler: problem kurma, doğrusal denklemler, matematiksel süreç becerileri

Abstract

The aim of this research is to determine the mathematical knowledge, process skills, problem qualities and problem posing strategies of students following the linear equations course supported by problem posing approach. This case study was conducted in seventh grade mathematical course related with linear equations topic with 20 students. 13 problem posing tasks during the course, 3 problem posing tasks for each learning outcome at the end of the course and clinical interviews were used as data collecting tools. Content analyse was used to determine students' mathematical knowledge and process skills, problem posing strategies. Problem posing evaluation rubric was developed to evaluate the problem qualities. Rubric consists of; clarity, mathematical accuracy, contextual originality, originality in terms of mathematical relationships, complexity level and pertinence to situation qualifications. Statistical tests were used to investigate whether the problem qualities differed on learning outcome and type of problem posing task. According to results, it was obtained that some of the students have sufficient knowledge, but besides this some of them had lack of conceptual knowledge and there was certain unsatisfactory skills among students. Problem posing points in contextual originality, originality in terms of mathematical relationships and complexity level qualifications increased significantly. Problem posing strategies were defined as; dependence to problem posing task, forming context, focusing on mathematical topics, emotional approach, integrating unrelated structure, adhering to question template and focusing on difficulty. As a conclusion, integrating problem posing approach into the lecture can be an effective way to improve mathematical knowledge, skills and problem qualifications.

Keywords: problem posing, linear equations, mathematical process skills

Teşekkür

Araştırma sürecim boyunca bana destek olan, ayrıntılı dönütleriyle ve önerileriyle çalışmama emek veren, değerli danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Z. Sonay AY'a çok teşekkür ederim.

Tez izleme komitesinde yer alarak bana zaman ayıran, görüş ve önerileriyle tezime katkı sağlayan sevgili hocalarım Prof. Dr. Safure BULUT'a ve Doç. Dr. İ. Elif Yetkin ÖZDEMİR'e; tez jürimde yer alarak önerileriyle tezimi zenginleştirmeme katkı sağlayan değerli hocalarım Doç. Dr. Didem AKYÜZ'e ve Dr. Öğr. Üyesi Mesture KAYHAN ALTAY'a çok teşekkür ederim.

Hayatım boyunca her zaman arkamda olduğunu hissettiğim, bana güven ve huzur veren fedakar anneme; aynı zamanda en yakın arkadaşım olan canım kardeşime; bugünlere gelebilmem için hayatı boyunca bana en büyük desteği veren ama şu anda aramızda olmayan canım babama; bu zorlu süreçte bana gösterdiği sabır ve anlayış için sevgili eşim Gökhan KARAASLAN'a; doktora eğitimim sırasında hayatıma giren, gülüşüyle günümü aydınlatan ve bana tüm sıkıntılarımı unutturan canım kızım Ladin KARAASLAN'a; zor zamanlarımda sıcak sohbetleriyle beni umutlandıran ve aynı zamanda akademik desteklerini esirgemeyen sevgili arkadaşlarıma çok teşekkür ederim.

İçindekiler

Tablolar Dizini

Şekiller Dizini

Simgeler ve Kısaltmalar Dizini

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: Naitonal Council of Teachers of Mathematics

Bölüm 1
Giriş

Bu bölümde problem durumu, araştırmanın amacı, problem ve alt problemler, araştırmanın önemi, sayıltılar ve tanımlar üzerinde durulacaktır.

Problem Durumu

Problem kurma, matematik araştırmaları ve bilimsel keşifler için oldukça önemli bir zihinsel aktivitedir (Silver & Cai, 2005). Problem kurma, yeni problemler ortaya koyma veya verilen bir problemin yeniden düzenlenmesi, bir durumdan yola çıkılarak çeşitli matematiksel problemler ortaya koyulması şeklinde tanımlanabilir (Silver, 1993; Leung, 1993). Einstein, Darwin ve Werthemier gibi önde gelen bilim adamlarınca da vurgulanan problem kurmanın, matematiksel veya bilimsel sorgulama için, en az problem çözebilmek kadar önemli olduğu belirtilmiştir (Silver & Cai, 2005; Stoyanova, 2003). Matematik eğitiminde problem çözmenin okul müfderatlarına entegre edilmesinin ve problem çözme becerisinin hem matematik hem de diğer disiplinler açısından avantajlarının ortaya koyulmasının uzun bir geçmişi bulunmaktadır, ancak problem kurma için gerçekleştirilen araştırmaların problem çözmeye göre daha yeni olduğu belirtilmektedir (Cai, Hwang, Jiang & Silber, 2015).

Problem kurmanın yaratıcılık, problem çözme becerisi, tutumu geliştirdiği; matematiksel kavramların anlaşılması, matematiksel düşünmenin geliştirilmesi anlamında katkılar sağladığı ortaya koyulmuştur (English, 1997; Cai & Hwang, 2002; Silver, 2013; Silver & Cai, 1996; Van Harpen & Sriraman, 2013). Öğrencilerin çeşitli becerilerini geliştirmek ve öğrenmelerini desteklemek açısından etkili olan problem kurmanın, öğretmenler için de önemli olduğu belirtilmiştir. Öğretmenlerin problem kurma görevlerini, öğrencilerin matematiksel anlamalarını ortaya koymak için kullanabileceği ve öğretimini bu yönde tasarlayabileceği çeşitli araştırmalarda vurgulanmıştır (Leung, 2013; Cai vd., 2015). Son yıllarda farklı sınıf seviyelerinde formal öğretime problem kurmanın entegre edilmesi bir çok eğitimci ve araştırmacı tarafından önerilmektedir (Singer, Ellerton & Cai, 2013).

Çeşitli ülkelerin matematik müfredatlarında da problem kurmanın öneminden bahsedilmekte ve öğretime entegresi vurgulanmaktadır (Silver, 2013).

Örneğin Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri konseyi (Naitonal Council of Teachers of Mathematics, [NCTM], 2000) standartlarında matematik derslerinde problem kurma etkinliklerin artırılması gerektiği vurgusu yapılmıştır. Benzer şekilde Avusturalya Okulları için Ulusal Matematik Bildirisi'nde (The National Statement on Mathematics for Austuralian Schools) de matematik derslerinde açık uçlu problemlerin kullanılması üzerinde durulmuş, öğrencilerin kendi problemlerini kurmalarının ve kendi problemlerine cevap oluşturmalarının beklendiği belirtilmiştir (Silver, 2013). Bu araştırmada potansiyel katkıları göz önünde bulundurularak problem kurmanın, öğretim programına uygun olarak cebir derslerine entegre edilmesi incelenmiştir.

Matematiğin en eski ve önemli çalışma alanlarından biri olan cebirin tek bir tanımını yapmak zor olsa da Harezmî'den Euler'e kadar olan süreçte cebir, prosedürler ve simgeler olarak düşünülmüştür (Kieran, 2007, s.707). Cebir "*genellemeleri ve bu genellemelerin artan şekildeki formel bir dille ifadesini içerir; aritmetikte, modelleme durumlarında geometride ve neredeyse ortaokulda yer alabilecek tüm geometride genelleme işte bu formel dille başlar*" (Kaput, 1999; aktaran Van de Walle, Karp & Williams, 2012, s.255). Kieran'a (1992) göre ise cebir sembolleri ve sayıları kullanarak ilişkileri genelleştirilmeyi, denklemlerin oluşturulmasını ve bunlarla çeşitli hesaplamalar yapılabilmesine olanak veren bir matematik dalıdır. En genel anlamda kendine özgü özellikleri olan ve bir dil (Usiskin 1997; aktaran Çelik & Güneş, 2013) olarak tanımlanan cebirin temelini "*bilinmeyenlerin sembollerle ifade edilerek denklem kurulup çözülmesi*" veya "*bilinmeyenlerin birbirleriyle ilişkilerinin belirlenmesi*" fikri oluşturmaktadır (Argün, Arıkan, Bulut & Halıcıoğlu, 2014, s.67).

Okul matematiği açısından bakıldığında da cebirin oldukça önemli bir yeri olduğu görülmektedir. Cebir, bir öğrenme alanı olarak ülkemizin matematik müfredatında yer almaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013; 2018). Bu araştırmanın gerçekleştirildiği süreçte uygulanmakta olan programa göre, cebir öğrenme alanına yönelik kazanımlar programda 6. sınıftan itibaren yer almaktadır. 6. sınıf seviyesinde cebirsel ifadelerin anlamlandırılması ve bunlarla işlem yapılmasına odaklanılmaktadır. 7. sınıf seviyesinde ise iki alt öğrenme alanı yer almaktadır bunlar eşitlik ve denklem ile doğrusal denklemlerdir. (MEB, 2013). 8. sınıfta cebir daha genişçe ele alınmakta olup cebirsel ifadeler ve özdeşlikler, doğrusal denklemler, denklem sistemleri ve eşitsizlikler konularına yer verilmektedir (MEB, 2013).

Kapsadığı bu önemli konularla matematiğin temeli olduğu vurgulanan cebirin, yapılan birçok araştırmada oldukça zorlanılan bir konu olduğu da ortaya koyulmuştur (Hersovics & Linchevski, 1994; Erbaş, Çetinkaya & Ersoy, 2009; Tekay & Doğan, 2014). Alan taramasıyla, değişken kavramının anlaşılmasıyla ilgili zorluklar (Stacey & Macgregor, 1997), eşitlik kavramıyla ilgili zorluklar (Akkaya & Durmuş, 2006; Kieran, 1992), koordinat sistemi, doğrusal denklemler ve temsiller arası geçişlerle ilgili zorluklar (Hattikudur vd., 2012; Knuth, 2000) gibi cebirin farklı boyutlarıyla ilgili birçok zorlukla karşılaşıldığı belirlenmiştir. Bu çalışmada ise cebirin alt öğrenme alanlarından biri olan doğrusal denklemler konusuna odaklanılmıştır.

Cebir öğrenme alanına yönelik birçok araştırma sonuçları, öğrencilerin koordinat sistemi ve doğrusal denklem konularını anlamlandırmakta zorlandıkları ve bazı kavram yanılgılarına sahip olduklarını ortaya koymuştur (Birgin, 2006; Çelik & Güneş, 2013; Erbaş, Çetinkaya & Ersoy, 2009; Sezgin-Memnun, 2012). Koordinat sistemi ve doğrusal denklemler konularını da içeren cebir ve geometri öğretimini iyileştirmek ve zorlukları ortadan kaldırmak için çalışmalar yapılmasının gerekliliği de yine birçok araştırmada vurgulanmıştır (Birgin, Kutluca & Gürbüz, 2008; Erbaş, Çetinkaya & Ersoy, 2009; Sezgin-Memnun, 2012; Yenilmez & Teke, 2008; Yenilmez & Yaşa, 2008). Özellikle koordinat sistemi ve doğrusal ilişki konularının anlaşılmasının analitik geometri ve değişkenler arasındaki ilişkinin bir ifadesi olan fonksiyon konusuna temel oluşturmaktadır. Dolayısıyla ortaokulda koordinat sistemi ve doğrusal denklem konularının anlaşılamamasının lise matematik müfredatındaki bazı konularla ilgili (fonksiyonlar, karmaşık sayılar, limit, türev, integral gibi) yanlış anlaşılmalara sebep olabileceği belirtilmiştir (Birgin & Kutluca, 2006; Turanlı, Keçeli & Türker, 2007).

20. yüzyılın ilk yarısına kadar olan süreçte cebir öğretimine ilişkin araştırmalar daha çok çeşitli lineer denklemlerin çözümü, alıştırmanın rolü ve öğrencilerin algoritmalarda yaptıkları hatalar üzerine gerçekleştirilmiştir. 1970'lerden sonra olan çalışmalarda ise daha çok cebiri anlamlandırma üzerine odaklanılmıştır (Kieran, 2007, s.707). Konu alanlarına bakış açısının yanında genel olarak matematik bilmenin ve matematikte yeterli olmanın ne demek

olduğuna ilişkin görüşler de zamanla değişmiştir. Amerika Birleşik Devletleri'nin Ulusal Araştırma Komisyonu (National Research Council, [NRC]) tarafından 2001 yılında yayınlanmış olan raporda (*Adding It Up*) matematikte yeterli olma, işlemsel akıcılık (procedurel fluency), kavramsal anlama (conceptual understanding), stratejik yeterlilik (strategic competence), verimli eğilim (productive disposition) ve uyarlanabilir muhakeme (adaptive reasoning) olmak üzere beş unsurla tanımlanmıştır. Bu beş unsurun halatı oluşturan birer parça gibi bağlı ve iç içe geçmiş olduğu vurgulanmıştır (NRC, 2001, s.5). Dolayısıyla cebir bilmenin cebirsel bir yapıda gereken prosedürleri yürütebilmenin yanında, bu yapının kavramsal olarak ne ifade ettiğini bilmek, prosedürleri stratejik olarak etkili bir şekilde yürütebilmek ve gerekli koşullara uyarlayabilmek, bunu yanında cebirin yararlılığı hakkında olumlu düşüncelere sahip olup kendini cebirde yeterli görebilmeyi gerektirdiği düşünülebilir.

Ülkemizde ortaokul matematik dersi öğretim programında, öğrencilere öğrenim hayatlarının devamında ve gerçek hayatta ihtiyaç duyabilecekleri matematiğe özel bilgi, beceri ve tutumları edindirilebilmesinin amaçlandığı vurgulanmıştır (MEB, 2013, s.I). Adding It Up Raporuna (NRC, 2001, s.5) benzer olarak, programda "*Öğretim programı kavramsal öğrenmeyi, işlemlerde akıcı olmayı, matematik bilgileriyle iletişim kurmayı teşvik ederken, öğrencilerin matematiğe değer vermelerine ve problem çözme becerilerinin gelişimine vurgu yapmaktadır. Ayrıca öğrencilerin somut deneyimler yardımıyla matematiksel anlamlar oluşturmalarına, soyutlama ve ilişkilendirme yapmalarına önem vermektedir (MEB, 2013, s.I).*" ifadeleri yer almaktadır.

Bunun yanında hem ülkemiz öğretim programında hem de Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri konseyi (Naitonal Council of Teachers of Mathematics, [NCTM], 2000) standartlarında öğrencilere temel matematik kavramlarının yanında temel becerilerinin de kazandırılmasına vurgu yapmıştır. Bu beceriler ülkemiz öğretim programında problem çözme, matematiksel süreç becerileri (iletişim, akıl yürütme, ilişkilendirme), duyuşsal beceriler, psikomotor beceriler ve bilgi ve iletişim teknoloji olarak yer almaktadır (MEB, 2013, s.III). NCTM (2000, s.29) ise beş süreç standardını problem çözme, akıl yürütme ve ispat, iletişim, ilişkilendirme, temsil olarak ifade etmiştir. Kazanımlara yönelik öğretim gerçekleştirilirken bahsedilen bu temel becerilerin geliştirilmesine de dikkat edilmesi gerektiği belirtilmiştir (MEB, 2013).

Verilen önemin gittikçe arttığı problem çözme matematiği öğrenmenin yalnızca amacı değil, aynı zamanda aracıdır (NCTM, 2000, s. 32). Ülkemizdeki öğretim programında da önemli bir yer tutan problem çözmenin hem temel bir beceri olarak düşünülmesi hem de zaman zaman bir öğretim ve öğrenme yaklaşımı olarak ele alınması önerilmektedir (MEB, 2013, s.III). Ülkemizde problem çözme ile ilgili yapılan çalışmaların bir kısmı bu becerinin ölçülmesini ve geliştirilmesine yönelik uygulamaları içermektedir (Özalkan 2010; Uysal, 2007; Yaşa, 2010). Araştırmaların bir kısmında ise problem çözme süreçlerinde strateji öğretimi veya kullanılan stratejiler ve adımlarının ortaya koyulması amaçlanmıştır (Altun & Arslan, 2006; Töre, 2007; Yazgan & Bintaş, 2005; Yıldızlar, 2001). Çalışmaların bir kısmında ise problem çözme ile birlikte problem kurma yaklaşımı öne çıkmaktadır (Akay, 2006; Canköy & Darbaz, 2010; Dede & Yaman, 2005; Gökkurt, Örnek, Hayat & Soylu, 2015; Salman, 2012; Zehir, 2013).

Araştırmalar problem kurma çalışmalarının esnek düşünebilmeyi sağladığını ve problem çözmeyi olumlu yönde etkilediğini, matematiksel kavramları anlama ve yorumlamaya fırsat sağladığını ortaya koymuştur (Akkan Çakıroğlu & Güven, 2009; Akay, Soybaş & Argün, 2006, Gonzales, 1998; English, 1997). Alan taramasında cebir konusuna yönelik problem kurma çalışmalarına (Akkan, Çakıroğlu & Güven, 2009), rastlansa da problem kurma destekli doğrusal denklemlerin öğretilmesi ve doğrusal denklemler konusu hakkındaki bilgilerin kurulan problemlerle ortaya koyulması üzerine yoğunlaşan bir çalışmaya rastlanmamıştır.

Bu çalışmada öğretim programında yer verilen problem kurmanın doğrusal denklemler konusunun anlaşılması ve yorumlanması açısından muhtemel katkıları göz önünde bulundurularak 7. sınıf doğrusal denklemler derslerinin ders içerikleri problem kurma yaklaşımıyla desteklenerek hazırlanmıştır. Bu yolla yapılan öğretim sırasında öğrencilerin derslerde kurdukları problemlerin nitelikleri, problem kurarken kullandıkları stratejiler incelenmiştir. Öğretim sonrasında ise öğrencilerin matematiksel bilgi ve matematiksel süreç becerileri kurdukları problemler aracılığıyla incelenmiştir.

Araştırmanın Amacı

Bu araştırmada problem kurma destekli yürütülen doğrusal denklemler dersleri sonrasında öğrencilerin matematiksel bilgileri ve matematiksel süreç becerilerinin ortaya koyulması, dersler sırasında öğrenciler tarafından kurulan problemlerin niteliklerinin belirlenmesi ve öğrencilerin problem kurarken kullandıkları stratejilerin ortaya koyulması amaçlanmıştır.

Araştırmanın Önemi

Cebir matematikte ve diğer bilim dallarında ortak bir dil rolü üstlenmekte, çeşitli bilim alanlarındaki problemlerin çözümünden günlük hayattaki problemlerin çözümüne kadar birçok yerde cebirden faydalanılmaktadır (Dede, Yalın & Akgün, 2008; Erbaş, Çetinkaya & Ersoy, 2002). Literatürde cebir öğretimine ilişkin pek çok araştırma bulunmaktadır. Bunların bir kısmında öğrencilerin cebir konusuyla ilgili yanılgıları ve öğrencilerin zorlandıkları noktalar ortaya koyulmuştur (Akkaya & Durmuş, 2006; Dede, Yalın & Argün, 2002; Erek, 2008; Hattikudur vd., 2012; Knuth vd. 2005; McGrecor & Stacey, 1997). Öğrencilerin yaşadıkları zorlukların bazılarının ise ortaokul matematik öğretim programı 7. sınıf seviyesinde yer alan, doğrusal denklemler alt öğrenme alanında içerilen koordinat sistemi, doğrusal ilişki, temsiller arası geçişler ve doğrusal denklem grafiğinin çizimine yönelik olduğu görülmektedir (Brenner vd., 1997; Hattikudur vd., 2012; Tekay & Doğan, 2009). Belirtilen doğrusal denklemler alt öğrenme alanında içerilen konuların sonraki öğrenmeler için oldukça önemli olan konuları içerdiği görülmektedir. Doğrusal alt öğrenme alanında içerilen konuların temeli olan farklı temsillerin kullanımı ve ilişkilendirilmesinin önemli temel konular olarak görülmektedir. Leinhardt, Zaslavsky ve Stein (1990), bir fonksiyonun cebirsel ve grafik temsille gösterilmesiyle yapılan uygulamaların, matematik öğretimi için kritik bir an olduğu ve bir öğrencinin bir matematiksel ilişkileri genişletmek ve anlamak için sembolik sistemi kullanmasının ilk adımlarından biri olduğunu vurgulamışlardır.

Yapılan çalışmalarda koordinat sistemi konusundaki zorlukların, lise müfredatında yer alan karmaşık sayılarla alakalı zorlukların (Çelik & Özdemir, 2011), değişkenler arasındaki ilişkinin anlaşılamamasının, fonksiyonel düşünme ve fonksiyon kavramına ilişkin zorluklara yol açabileceği çeşitli araştırmada vurgulanmıştır (Birgin & Kutluca, 2006; Turanlı, Keçeli & Türker, 2007; Vollrath, 1986). Görüldüğü gibi doğrusal denklemler konusu öğrencilerin ileriki matematik konu ve kavramlarını öğrenmeleri için bir temel oluşturmaktadır.

Bu araştırma kapsamında doğrusal denklemler konusu, öğrencilerin muhakeme becerilerinin gelişmesine ve temel kavramları anlamlandırmaya katkısı olduğu belirtilen problem kurma yöntemiyle desteklenerek gerçekleştirilmiştir (Akay, Soybaş & Argün, 2006; Silver, 1994). Ülkemizde problem kurma ile ilgili çalışmaların çoğu öğrenci ve öğretmen adaylarının problem kurma becerisini ölçmeye ve geliştirmeye yöneliktir (Akkan, Çakıroğlu & Güven, 2009; Dede & Yaman, 2005; Korkmaz & Gür, 2006; Salman, 2012;). Daha az sayıdaki çalışma ise problem kurma yöntemiyle gerçekleştirilen derslerin öğrencilerin konu alanlarındaki başarıya etkisini incelemiştir (Akay, 2006; Toluk-Uçar, 2009). Problem kurma ile ilgili yapılan diğer çalışmalar ise kurulan problemlerden yola çıkarak matematiksel kavramların nasıl anlaşıldığını ortaya koymaktadır (Işık, 2011; Işık & Kar, 2012; Zembat, 2007). Ancak incelenen çalışmalarda yurt içinde doğrusal denklemler konusunun öğretimine ilişkin problem kurma yaklaşımıyla yürütülen ders uygulamalarına rastlanmamıştır.

Son yıllarda problem kurmanın öğretime entegrasyonunun önemli olduğu ve ölçme ve değerlendirmenin bir bileşeni olarak da tartışıldığı görülmektedir (Cai vd, 2013). Silver ve Cai (2005), problem kurma aktivitelerinin öğretim bir parçası olarak ele alması durumunda, problem kurmanın aynı zamanda öğrencilerin anlamalarını ve yeterliliklerini ortaya koyma anlamında sınıf içi ölçmeye de dâhil edilmesi gerektiğini vurgulamışlardır.

Ancak problem kurmanın derslere entegre edilmesine rağmen, hala problem kurmanın ölçme aracı olarak nasıl kullanılabileceğiyle ilgili çok fazla şey bilinmemektedir. Ayrıca her ne kadar teorik anlamda problem kurmanın öğrenci öğrenme çıktılarını ölçmede uygun olduğu söylenebilse de işe yarar bilgiler elde edilmesi için öğrencilerin problem kurmayla ilgili daha fazla deneyime ihtiyacı olduğu düşünülmektedir (Cai vd., 2013; Cai vd., 2015). Bu araştırmanın bir boyutunda problem kurma destekli yürütülen 7. sınıf cebir derslerinde, öğrencilerin doğrusal denklemler alt öğrenme alanına ilişkin kazanımlara ulaşma durumları kurdukları problemlerden yola çıkılarak incelenmiştir. Diğer taraftan öğrencilerin ders süresince kurdukları problemlerin nitelikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin problem kurarken kullandıkları problem kurma stratejileri ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Bu anlamda çalışmanın problem kurma alanındaki literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Araştırma Problemi

Bu araştırmanın problemleri ve bu problemlerle ilişkili alt problemler aşağıda ifade edilmiştir.

1. Öğrencilerin problem kurma destekli yürütülen doğrusal denklemler dersleri sonrasında matematiksel bilgi ve matematiksel süreç becerileri nasıldır?
    - Öğrencilerin koordinat sistemi konusuna ilişkin matematiksel bilgi ve matematiksel süreç becerileri nasıldır?
    - Öğrencilerin doğrusal ilişki konusuna ilişkin matematiksel bilgi ve matematiksel süreç becerileri nasıldır?
    - Öğrencilerin doğrusal denklem grafikleri konusuna ilişkin matematiksel bilgi ve matematiksel süreç becerileri nasıldır?
2. Öğrencilerin problem kurma destekli yürütülen doğrusal denklemler derslerinde kurdukları problemlerin nitelikleri nasıldır?
3. Problem niteliklerinden alınan ortalama puanlar, kazanımlar bazında nasıl farklılaşmaktadır?
4. Problem niteliklerinden alınan ortalama puanlar, problem kurma görev türleri açısından nasıl farklılaşmaktadır?
5. Öğrencilerin kullandıkları problem kurma stratejileri nelerdir?
    - Koordinat sistemi konusuna yönelik kurulan problemlerde kullanılan stratejiler nelerdir?
    - Doğrusal ilişki konusuna yönelik kurulan problemlerde kullanılan stratejiler nelerdir?
    - Doğrusal denklem grafikleri konusuna yönelik kurulan problemlerde kullanılan stratejiler nelerdir?

Sayıltılar

Araştırmanın sayıltıları şunlardır:

- Araştırmacının dersler sürecinde sınıfta yer alması, öğretmen ve öğrencileri olumlu veya olumsuz olarak etkilememiştir.
- Araştırmanın görüşme sürecinde öğrenciler konu ile ilgili bilgi, beceri ve kullandıkları stratejileri doğru ve açık bir şekilde ifade etmişlerdir.
- Veri toplama sürecince öğrenciler arasında etkileşim olmamıştır.

Sınırlılıklar

Bu araştırmanın sınırlılıkları şunlardır:

- Öğrencilerin matematiksel bilgi ve becerileri; kurdukları problemlerin nitelikleri ve kullandıkları problem kurma stratejileri yalnızca doğrusal denklemler konusuyla sınırlıdır.
- Problem kurma destekli öğretim süreci, doğrusal denklemler konusu için öngörülen 12 saat ile sınırlıdır.
- Öğrencilerin matematiksel bilgi ve becerilerinin ortaya koyulması kullanılan problem kurma görevleri ve gerçekleştirilen klinik mülakatlardan elde edilen verilerle ortaya koyulmuştur. Problem nitelikleri, ders sırasında kullanılan 13 problem kurma göreviyle belirlenmiştir. Problem kurma stratejileri hakkında elde edilen bulgular görüşmelerden elde edilen verilerle sınırlıdır.

Tanımlar

Problem: Bir bireyin veya bir grubunun karşısına çıkan, çözüm gerektiren ve çözüme giden açık bir yolun görünmediği durumdur (Krullik & Rudnik, 1989; Akt. Polat, 2009).

Problem kurma: Matematiksel deneyime dayanan somut durumların kişisel olarak yorumlanarak, bunların anlamlı bir matematiksel problem olarak formüle etmesidir (Stoyanova & Ellerton, 1996).

Problem kurma görevi: Öğrencilerin problem kurarken uymaları istenen matematiksel durumların belirtildiği problem çalışmalarıdır.

Problem kurmayı değerlendirme rubriği: Öğrencilerin uygulama süresince kurdukları problemlerin değerlendirilmesinde kullanılan ve araştırma kapsamında oluşturulan rubriktir.

Problem niteliği: Problemlerin değerlendirilmesi için bu araştırmada dikkate alınan problem problemin anlaşılırlığı, matematiksel açıdan doğruluk, bağlamsal özgünlük, matematiksel açıdan özgünlük, karmaşıklık düzeyi ve koşullar uygunluk özellikleridir.

Problemin anlaşılırlığı: Problemin dilsel açıdan anlaşılırlığı değerlendirildiği niteliktir.

Matematiksel açıdan doğruluk: Problemde içerilen matematiksel bilgi ve becerilerin doğruluğunun değerlendirildiği niteliktir.

Bağlamsal özgünlük: Problemde içerilen bağlamın özgünlüğünün değerlendirildiği niteliktir.

Matematiksel açıdan özgünlük: Problemin içerdiği matematiksel ilişkilerin özgünlüğünün değerlendirildiği niteliktir.

Problemin karmaşıklık düzeyi: Problemin içerdiği matematiksel ilişkilerin karmaşıklığının, problemin çözümünde gereken bilişsel gereksinimlerin değerlendirildiği problem niteliğidir (Kwek & Lye, 2008).

Koşullara uygunluk: Kurulan problemde, problem kurma görevinde yer alan koşulların sağlanması durumunun değerlendirildiği problem niteliğidir.

Bölüm 2
Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar

Araştırmanın Kuramsal Temeli

Bu bölümde araştırmanın kuramsal temelleri ortaya konularak literatürde ilgili temellerle ilgili yapılmış çalışmalar incelenecektir.

Cebir. Cebir, matematiğin en eski ve önemli çalışma alanlarından biridir (Kieran, 2004). Cebir; Harezmî ve onu 9. yüzyılda onu takip eden Arap matematikçiler tarafından denklem çözümü olarak kısıtlı bir anlamda düşünülmüştür ve ilerleyen 11 yüzyıl boyunca cebirle ilgili kısıtlı olan bu görüşün çok fazla genişlemediği görülmüştür (Kieran, 2004). Ancak aşağıda yer verilen tanımlar incelendiğinde günümüzde cebire daha geniş bir açıdan bakıldığı görülmektedir.

Literatürde cebire ait birçok tanım bulunmaktadır. Cebir en genel anlamda kendine has özellikleri bulunan bir dil şeklinde tanımlanmıştır (Usiskin'den aktaran Çelik & Güneş, 2013). Cebir, genelleştirilmiş aritmetik veya aritmetiğin genelleştirilmesi için ihtiyaç duyulan dil şeklinde de ifade edilmiştir (Vance, 1998). Kaput (1998) ise cebirin "genellemeleri ve genellemelerin formel dille ifade edilmesini" içerdiğini belirtmiştir. Kieran'a (1992) göre ise cebir, sembollerin ve sayıların kullanılmasıyla var olan ilişkilerin genelleştirilmiş denklemlere dönüştürüldüğü, sembollerin yalnızca nicelikleri temsil etmek yerine aynı zamanda bu sembollerle çeşitli hesaplamalar yapabilmenin mümkün olduğu matematik dalıdır. Cebir; bilinmeyen çeşitli sayı değerlerinin, harflerle sembolize edilerek çeşitli denklemler aracılığıyla bulunması veya bilinmeyenlerin arasındaki ilişkilerin ortaya koyulması temeline dayanmaktadır (Argün vd., 2014, s.67). Cebire ilişkin bu tanımlamalar, cebirin sembollerle ifade edilen ve kendi kuralları olan bir dil olduğunu ve matematiğin genelleştirilmesindeki önemini ortaya koymaktadır.

Cebire ait farklı tanımlar bulunduğu gibi, cebirin farklı şekillerde sınıflandırıldığı da göze çarpmaktadır. Örneğin Usiskin cebiri dört kategoride ele almaktadır (Usiskin'den aktaran Kieran, 2004). Bunlar; genelleştirilmiş aritmetik olarak cebir, belirli bir problemi çözme için kullanılan prosedürler olarak cebir, nicelikler arasındaki ilişkilerin çalışılması olarak cebir ve belirli matematiksel yapıların çalışıldığı (grup, halka vektöre uzayı gibi) cebir şeklindedir. Kaput (1995) ise cebiri 5 farklı kategori ışığında ele almıştır. Bunlar; genelleme ve formülize etme, matematiksel yapıların çalışılması, dil-gösterim (syntactically guided manipulations), fonksiyonların, ilişkilerin çalışılması ve bir modelleme dili olarak cebir şeklindedir (Kaput 1995'ten aktaran Kieran, 2004). Okul matematiği ışığında ele alınacak olursa cebir, "bir veya daha fazla değişkenli polinom denklemlerinin çözümlerini, fonksiyonlar ve fonksiyonların grafiklerinin temel özelliklerini içerir" (Argün vd., 2014, s.69).

Okul müfredatlarına bakıldığında cebirin matematiğin öğrenme alanlarından biri olduğu görülmektedir (NCTM, 2000; MEB, 2013). NCTM'de 6-8. sınıflardaki öğrencilerin, genel olarak "örüntüleri, ilişkileri ve fonksiyonları anlama; matematiksel durumları ve yapıları cebirsel semboller kullanarak temsil etme ve analiz etme; nicel ilişkileri anlama ve matematiksel modeller kullanarak temsil etme; farklı bağlamlardaki değişikleri analiz etme" standartlarını sağlamış olması beklenmektedir (NCTM, 2000, s.222). 6-8 sınıf seviyeleri için kazandırılması öngörülen beceriler daha ayrıntılı incelenecek olursa öğrencilerden beklenenler aşağıda yer almaktadır. Öğrencilerin;

- Örüntüleri, ilişkileri farklı temsil çeşitleriyle ifade edebilme
- Tablo, grafik, sözel ifade, sembolik gösterimle (denklem oluşturma) ilişkileri temsil etmeleri bunlarla ilgili çıkarımlar ve genellemeler yapabilme
- İlişkileri farklı temsillerle gösterip, bunları birbirleriyle ilişkilendirme, karşılaştırmalar yapabilme
- Değişkenlerin farklı kullanımlarını kavramsal olarak anlama
- Sembolleri kullanarak matematiksel durumları ifade etme ve bu yolla çözüme ulaşabilme
- Doğrusal ilişkideki değişimin doğasını grafikler kullanarak analiz edebilme ve
- Problemleri grafik, tablo ve sembollerle ifade edilerek çözüm üretmelerinin beklendiği görülmektedir (NCTM, 2000).

Benzer noktalara ülkemiz öğretim programında da yer verildiği görülmektedir. Bu araştırmanın pilot ve asıl uygulama sürecinin gerçekleştirildiği

2015-2016 ve 2016-2017 eğitim öğretim yıllarında geçerli olan ortaokul matematik öğretim programında, cebir öğrenme alanına yönelik kazanımlar 6, 7 ve 8. sınıfta yer almaktadır. 6. sınıfta öğrencilerin aritmetik dizilerde istenilen terimi bulmaları, cebirsel ifadeleri anlamlandırmaları ve cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapmaları beklenmektedir. 7. ise sınıfta “eşitlik ve denklemler” ve “doğrusal denklemler” alt öğrenme alanları bulunmaktadır. Öğretim programında 7. sınıf doğrusal denklemler alt öğrenme alanına yönelik “koordinat sistemi özellikleri ile tanınır, aralarında doğrusal ilişki bulunan değişkenler farklı ortamlarda incelenir ve doğrusal denklemlerin grafikleri çizilir” genel açıklamaları yer almaktadır (MEB, 2013, s. IX). 8. sınıfta bu öğrenme alanına daha geniş yer verilmiş olup, öğrencilerden cebirsel ifadeleri ve özdeşlikleri anlamaları ve cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırmaları beklendiği ifade edilmiştir (MEB, 2013, s.IX). 2018 yılında matematik öğretim programı güncellenmiş, öğretilmesi hedeflenen cebir içeriğinin genel olarak aynı olduğu, ancak kazanımların yer aldığı sınıf seviyelerinin değiştiği görülmüştür. Bu araştırmanın uygulama sürecinde 7. sınıfta yer alan doğrusal denklemler alt öğrenme alanına ait kazanımların yeni öğretim programında 8. sınıf seviyesinde yer aldığı görülmektedir (MEB, 2018).

Matematik öğretiminde çoklu temsillerin kullanılmasının ve bunlar arasında geçişler yapılabilmenin oldukça önemli bir yeri olduğu birçok araştırmada vurgulanmıştır (Ainsworth, 2006; Zachariades, Christou & Papageorgiou, 2002; Elia & Spyrou, 2006; Kar, 2016; Knuth, 2000). Çünkü kavramlarının anlaşılabilir olmasında, kavramın farklı biçimde temsil edilebilmesi ve bu temsiller arasında ilişkiler kurulabilmesi önemli bir role sahiptir (NCTM, 2000). Özellikle ortaokul matematiğinde, cebir öğretimi için doğrusal ilişkinin anlaşılmasına ve bunların farklı temsillerine vurgu yapılmasının ve geçişlerin sağlanmasının önemi de çeşitli araştırmacılar tarafından vurgulanmıştır (Lacampagne, Blair & Kaput, 1995).

Bu araştırmada cebir okul matematiği bağlamında ele alınmıştır. MEB (2013) öğretim programında 7. sınıfta içerilen doğrusal denklemler alt öğrenme alanına odaklanılmıştır. Bu öğrenme alanının gereklilikleri olan ve önemi çokça vurgulanan koordinat sitemi, doğrusal ilişki ve doğrusal ilişkinin çoklu temsilleri, bu temsiller arasında geçişler ve doğru grafiklerinin çizimi konularında öğrencilerin sahip oldukları bilgi ve beceriler detaylı bir şekilde incelenmiştir.

Problem. Schoenfeld (1992) problem ve problem çözmenin birçok tanımı bulunduğunu ve yıllara göre kimi zaman birbiriyle tutarlı olmayan anlamları olduğunu bu nedenle literatürü yorumlamanın zor olduğunu ifade etmiştir. Problemin en genel anlamlarından biri John Dewey tarafından “insan zihnini karıştıran, ona meydan okuyan ve inancı belirsizleştiren her şey” olarak ifade edilmiştir (1910, Akt. Ergün, 2010). Polya’ya (1962) göre problem çözüm yolu bilinmeyen, ancak kişinin çözme ihtiyacı duyduğu durumdur. Problem, belirli bir sonuca ulaşmak için uygun olan eylemi bilinçli bir şekilde aramak, ancak istenen sonuca ulaşamamaktır (Polya, 1962). Polya (1945), problem çözme sürecini problemi anlama, plan hazırlama, planı uygulama ve geriye bakma olmak üzere dört adımla ifade etmiştir.

Schoenfeld (1992) ise problemin temel olarak iki anlamından söz etmiştir. Bunlardan birincisi matematikte yapılması gereken şey, diğeri ise zor veya kafa karıştırıcı soru anlamıdır. İlk anlamın geleneksel olarak matematik öğretiminde kullanılan anlamı olduğu ifade edilmiştir. Jonassen (2000) problemi geniş bir açıdan ele almış ve Shoelfeld’e (1992) benzer şekilde problemin iki temel özelliğinden bahsetmiştir. Bunlardan biri problemin belirli durumlar için bilinmeyenlerin varlığıdır. Burada durumlar algoritmik matematik problemlerinden karmaşık sosyal problemlere kadar değişiklik gösterebilir. Problemin ikinci temek özelliği kişilerin problemi çözmeye değer bulması gerekliliğidir. Problemi çözmek veya cevap bulmak bazı sosyal, kültürel veya entelektüel bir değer içermelidir. Bu süreçte bilinmeyenin bulunması ise problem çözme süreci anlamına gelmektedir.

Umay (2007) ise problemi, çözümün açık bir şekilde belli olmadığı, kişinin kendinden bir şeyler ekleyerek çözüm üretmesini gerekli kılan bir durum olarak tanımlamıştır. Matematiksel problemin diğer problemlerden farkı ise, problemin çözümünde matematiksel düşünmenin kullanılması gerekliliğidir. Detaylandırılacak olursa matematiksel bir problemin çözümünün matematiksel gerçeklere dayanması, çözümün gerekçelendirilebilmesi, akıl yürütmelerle sonuç hakkında tahminlerin yürütülebilmesi ve de aynı şartlar altında aynı sonuca varılması gerekmektedir (Umay, 2007).

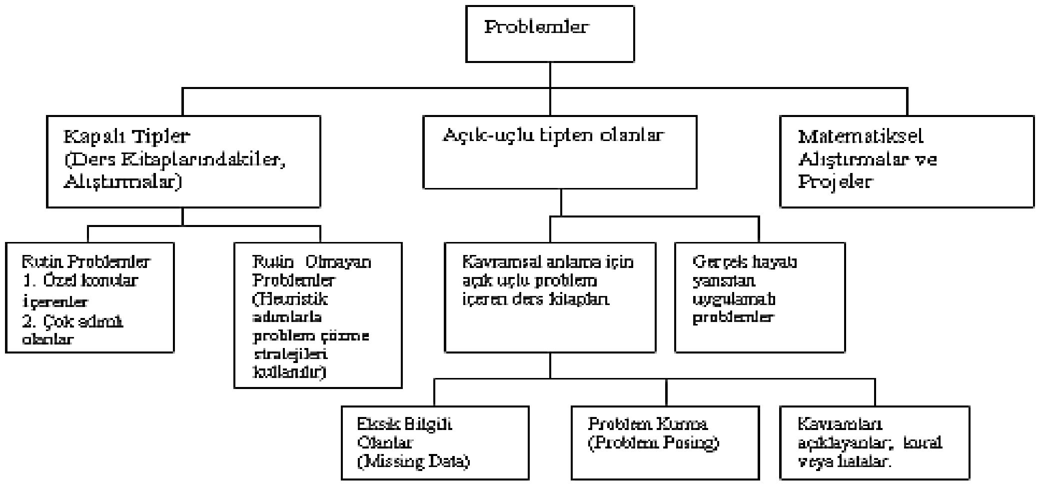
Problemin bir başka tanımı da Blum ve Niss (1991) tarafından şu şekilde yapılmıştır; problem kişiyi zorlayıcı, cevabı vermek için gereken hazır algoritmayı, yöntemleri veya prosedürleri bilmediği, belirli açık durumlardır. Problem çözme ise basitçe, problem çözümü sırasında gerçekleşen tüm süreçleri ifade etmektedir.

Krulik ve Rudnick'e (1989) göre ise problem, niceliksel olsun veya olmasın, bir bireyin veya bir grubunun karşısına çıkan, çözüm gerektiren ve çözüme giden açık bir yolun görünmediği durumdur (Akt. Polat, 2009). Krulik ve Rudnik (1982), soru, alıştırma ve problem kelimelerinin birbirlerinin yerine kullanıldığını, ancak bunların aynı şey olmadığını ifade etmişlerdir. Örnek vererek basit bir çarpma işleminin, öğretmen adayları için sadece hatırlamayı gerektiren bir soru olabilirken, çarpmayı öğrenmiş belli bir düzeydeki ilkokul öğrencileri için alıştırma, çarpmayı henüz öğrenmemiş bir ilkokul öğrencisi içinse problem oluşturduğunu belirmişlerdir. Bir durum bir birey için önce problem ifade ederken, birey matematiksel olarak geliştikçe aynı durum o birey için bir alıştırma veya soru anlamına gelmektedir. Sonuç olarak bir matematiksel durumun kişinin matematiksel gelişimine göre problem olup olmayacağının değişebileceğini ifade ettikleri görülmektedir.

Problemin Dewey (1910)'in tanımladığı gibi oldukça genel anlamlarda kullanıldığı gibi Shoenfeld'in (1992) belirttiği ikinci anlamdaki gibi matematik öğretimi bağlamında daha sınırlı olarak da ele alındığı görülmektedir. Alanyazındaki çeşitli problem tanımları incelendiğinde bu tanımların bazı ortak noktaları olduğu görülmektedir. Bunlar şu şekilde özetlenebilir: (1) Bir problem bir kişi için problemken başka bir birey için problem sayılmayabilir, (2) Bir durumun problem olması için, bireyin karşılaştığı bu durumda bir rahatsızlık hissetmesi, bu durumu çözmek istemesi ve bireyin aynı durumla daha önce karşılaşılmamış olması gerekmektedir (Baykul, 2009).

Alanyazın incelendiğinde problem durumlarının çok çeşitli şekillerde sınıflandırıldığı görülmektedir. Blum ve Niss (1991) matematik problemlerini uygulamalı matematik problemleri ve teorik (pure) matematik problemleri olmak üzere iki kategoride incelemişlerdir. Buna göre uygulamalı matematik problemleri soruların ve durumların gerçek yaşama ait olduğu ve çözümünde matematiksel kavramlar, yöntemler ve sonuçların kullanıldığı problemlerdir. Burada gerçek yaşamla matematik disiplini dışındaki herşey, günlük yaşam kastedilmektedir. Teorik matematik problemleri ise, tamamen matematik dünyası içine gömülü durumları tanımlamaktadır.

Problemler, çözümünün tek olup olmamasından yola çıkılarak iyi yapılandırılmış veya iyi yapılandırılmamış problem şeklinde sınıflandırılabilirler. Bu sınıflandırmaya göre iyi yapılandırılmış problemlerin tek bir cevabı bulunmakta ve belirli stratejilerle doğru çözüme ulaşılmaktadır. İyi yapılandırılmamış problemler ise genellikle günlük yaşamda karşılaşılan ve farklı çözümlerin olabildiği problem durumlarını içermektedir (Akay, 2006). Foong (1990) ise matematik derslerinde kullanılan problemleri açık uçlu ve kapalı tipteki problemler olarak sınıflandırmıştır. Açık uçlu problemler birden çok çözüm yolunun olabildiği problemlerdir ve tek bir cevabı olmak zorunda değildir. Genellikle eksik verilerin olduğu bu problemlerde çözüm için çeşitli kabuller gerekmektedir. Bu nedenle iyi yapılandırılmamış problem türüne girmektedirler. Kapalı tipteki problem ise belirli çözüm yollarının olduğu rutin ve rutin olmayan problemleri içermektedir. Bu tipteki problemlerde çözüme ulaşılabilmesi için gereken veriler problem içinde yer aldığından iyi yapılandırılmış problem türüne girmektedir (Foong'dan aktaran Akay vd., 2006). Rutin problemler genellikle dört işlem becerilerinin kullanılmasını gerektiren, bunların doğru kullanılmasıyla çözülebilen problemlerken, rutin olmayanlar problemler ise çözüm yolunun veya stratejisinin açıkça bilinmediği problemlerdir (Altun, 2009). Foong'un (1990; Akt. Akay, 2006) yaptığı sınıflandırmaya ait şema şekilde yer almaktadır.



Şekil 1. Matematiksel problemlerin sınıflandırılması

Sonuç olarak problemlerin farklı çeşitlerinin farklı amaçlarla öğretime entegre edildiği görülmektedir. Bu araştırmada da, öğrencilerin oluşturdukları sorular, 7. sınıf seviyesi için doğrusal denklemler konusuyla yeni tanışan bir öğrenci için problem olup olmama durumu göz önünde bulundurularak değerlendirilmiştir. Öğrencilerin oluşturdukları problemler, öğrencilerin anlamalarını konu hakkındaki bilgi ve becerilerini, problem kurma becerilerini ortaya koymak amacıyla kullanılmıştır.

Problem Kurma. Problem kurma farklı araştırmacılar tarafından çeşitli şekillerde tanımlanmıştır. Duncer (1945) verilen bir durumun yeniden formüle edilmesi veya yeni bir problem yaratma olarak ifade etmiştir (Duncer'dan aktaran Stoyanova, 2003). Leung (1993), problem kurmayı verilen bir durumdan bir dizi matematiksel problem formüle etme olarak tanımlamıştır. Silver (1993) ise problem kurmanın hem yeni bir problem meydana getirme hem de verilen problemlerin yeniden formüle edilmesi anlamlarında olduğunu belirtmiştir. Buna göre problem kurma problemin çözümü öncesinde, çözüm esnasında veya çözüm sonrasında gerçekleşebilir.

Silver'a (1993) göre problemi yeniden formüle etme genellikle zor problemlerde ortaya çıkan, verilen problemi daha çözülebilir hale getiren problemler oluşturmaya işaret eder. Problem kurma Silver'a (1993) kimi zaman plan yapma, kimi zamansa geriye bakma adımlarında ortaya çıkabilir. Bu da genellikle Polya'nın (1945) problem çözme aşamalarından plan yapma süreci içerisinde yer alır.

Problemi yeniden formüle etme türünde problem kurmak için sorulacak işlevsel soruyu Silver (1993) şu şekilde ifade etmiştir "bu problemi nasıl formüle edebilmeliyim ki, problem çözülebilsin".

Problem kurmanın her zaman karmaşık bir problemin çözüm sürecinde ortaya çıkmadığı durumlar da söz konusudur. Bazen problem herhangi bir uydurma veya gerçek durumdan yola çıkılarak oluşturulur; bazen de Polya'nın problem çözme basamaklarından geriye bakma adımındaki kısımda, problem koşullarının değiştirilmesiyle oluşturulur (Silver, 1993).

Stoyanova ve Ellerton (1996) ise problem kurmayı matematiksel deneyime dayanan somut durumların yorumlanması ve bunları anlamlı bir matematiksel problem olarak formüle etme olarak tanımlamıştır. Bu tanımın problem kurmayı okul matematiği bağlamında, matematik öğretiminin amaçlarına uygun olarak ele almaya uygun bir anlam içerdiği vurgulanmıştır. Bu çalışmada da problem kurma Stoyanova ve Ellerton (1996)'un belirttiği anlamda kullanılacaktır.

Problem kurma, öğrencilerin matematiği anlamalarındaki ayrıntıları ortaya koymak için kullanılmaktadır (Stoyanova, 2003). Kilpatrick'e (1987) göre problem kurma hem bir amaç hem de bir öğretim aracı olarak görülebilir. Problem kurmanın, öğrencilerin problem çözme performansını geliştirmek amacıyla savunulmasının yeni bir fikir olmadığı belirtilmiştir (Silver, 1993). Daha eski problem kurma çalışmalarında da öğrencilerin kendi problemlerini kurmalarının aritmetik kavramları uygulamaları ve problem çözme becerilerini geliştirdiği belirtilmiştir (Connor & Hawking'den aktaran Silver, 1993; Koenker'den aktaran Silver, 1993). Genelde müfredat ve derslerde problem kurma, daha iyi problem çözebilmedeki potansiyel etkileri göz önünde bulundurularak vurgulanmaktadır (Silver, 1993). Literatürde problem kurma ile problem çözmenin yakından ilişkili olduğunu gösteren, problem çözme becerisine katkılarını ortaya koyan çeşitli çalışmalar bulunmaktadır (Silver & Cai, 1996). Ancak problem kurmanın matematik öğretimindeki olumlu etkileri yalnızca problem çözme becerisine olan katkısıyla sınırlı değildir.

Problem kurmaya birçok ülkenin öğretim programında yer verildiği görülmektedir. Örneğin NCTM tarafından problem çözmenin yanında öğrencilerin kendi problemlerini oluşturma aktivitelerinin dahil edilmesi şiddetle önerilmektedir (NCTM'den aktaran English, 1998). Çin Halk Cumhuriyeti'nin Uusal Matematik Müfredat Standartları (National Curriculum Standarts on Mathematics) da öğrencilerin matematiksel problemleri anlamasına ve kurmasına, temel bilgi ve becerilerini uygulayarak problemi çözmesinin önemine vurgu yapmıştır (Ministry of Education of Peoples' Republic of China (NCSR'den aktaran Bonotto & Santo, 2015), benzer şekilde İtalyan Eğitim Bakanlığı (Italian Ministry of Education) da matematik müfredatinda problem kurmaya yer vermiştir (Bonotto & Santo, 2015).

Araştırmalar problem kurmanın farklı amaçlarla da öğretime entegre edildiğini göstermektedir. Öğrencilerin kurdukları problemleri incelemek öğrencilerin matematiksel fikirleri anlamaları ve matematiğin doğası hakkındaki algılarına yönelik bilgi edinmemizi sağlar (Ellerton & Clarkson'dan aktaran

Klaassen & Doorman, 2015). Kurulan problemler öğrencilerin matematiksel anlamalarını, matematiksel becerilerini ve inançlarını yansıtmakta, böylece öğretmenlere öğrencilerin matematiksel kavram ve süreçleriyle ilgili önemli bilgiler sunmaktadır (Toluk- Uçar, 2009).

Problem kurma çalışmaları geniş bir yelpazede bulunmaktadır (Silver,2013). Bazı çalışmalar kurulan problemleri matematiksel olarak doğru/anlamlı olup olmamasına göre analiz etmekte (Akay, Soybaş & Argün, 2006; English, 1998; Silver & Cai, 1996) kimisi ise problem kurma becerisi ile problem çözme becerileri, tutum, yaratıcılık arasındaki ilişkileri incelemektedirler (Arıkan & Ünal, 2015; Cai & Hwang, 2002; Perez'den aktaran Silver, 1993). Bazı çalışmalarda ise kurulan problemlerden yola çıkarak öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırmalarına ve yaşanılan zorluklara odaklanılmaktadır (Işık & Kar, 2012; Toluk-Uçar, 2009). Görüldüğü gibi problem kurma çalışmaları sınıf içi etkileşim için önemli bir hal almış, farklı amaçlarla öğretime entegre edilmiştir. Problem kurmanın derslere entegrasyonuna ilginin oldukça çok olmasına rağmen, öğrencilerin kendi problemlerini yaratmadaki bilişsel süreçleri ve problem kurmanın ölçme aracı olarak kullanılabilme yolları hakkında daha az çalışma bulunduğu belirtilmiştir (Cai vd., 2013). Bu çalışmada problem kurma doğrusal denklemler konusuna yönelik öğretim sürecine entegre edilecek ve öğrencilerin doğrusal denklemler konusuna yönelik kazanımlara ulaşma durumlar kurulan problemler aracılığıyla incelenecektir. Öğrencilerin kurdukları problemlerin niteliklerinin incelenmesi bu araştırmanın ikinci problemini oluşturmaktadır. Bu araştırmanın hem kurulan problemlerin niteliklerinin incelemesi hem de problem kurmayı ölçme değerlendirme aracı olarak ele alması bakımından literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Problem kurma aktivitelerinin sınıflandırılması. Farklı perspektiflerden ele alınan problem kurma aktivitelerine yönelik yaygın kullanılan sınıflamalardan biri de bu Stoyanova ve Ellerton'a (1996) aittir. Stoyanova ve Ellerton problem kurma aktivitelerini serbest (free problem posing), yarı yapılandırılmış problem kurma (semi-structured problem posing) ve yapılandırılmış (structured problem posing) olarak gruplamışlardır. Bu teorik çerçeveye göre serbest problem kurma etkinliğinde öğrencilerden "bir matematiksel hesaplama problemi", "zor olduğunu düşündükleri bir problem" gibi genel bir durum için problem kurmaları istenir. Yarı-yapılandırılmış problem çözme durumlarında öğrencilere tam olarak tamamlanmamış bir problem durumu verilir. Örneğin bir denklem veya bir şekle göre problem oluşturulur. Yapılandırılmış aktivitelerde ise iyi yapılandırılmış bir problem ve bir problem çözümü verilerek bu duruma yönelik yeni bir problem oluşturulması istenir (Stoyonova, 2003). Bu araştırmada doğrusal denklemler derslerinde kullanılan problem kurma çalışmaları her üç türü de içermektedir.

Silver (1993) ise problem kurma aktivitelerini, problem çözme sürecinde problem kurmanın yer aldığı aşamadan yola çıkarak sınıflandırmıştır. Problem kurmanın problem çözümünden önce, problem çözümü sırasında ve de problemi çözdükten sonra gerçekleşebileceğini belirtmiştir. Buna göre zor bir problemin çözümü sırasında veya çözümüne başlanmadan önce problem kurma verilen bir problemin daha basite indirgenmesiyle gerçekleşebilir. Problem çözümü öncesi problem kurma amacın problem çözme olmadığı, yalnızca verilen bir durumdan problem oluşturma durumudur. Problem kurma bazen de belirli bir problemi çözdükten sonra gerçekleşir. Problem koşullarının değiştirilmesiyle verilen problemin alternatifleri ortaya koyulabilir. Silver (1993) bu tarz problem kurmanın Polya'nın (1945) problem çözme adımlarından geriye bakma adımıyla ilişkili olduğunu belirtmiştir.

Problem kurma çalışmaları incelendiğinde bu etkinliklerin genelde Stoyanova ve Ellerton'un (1996) belirttiği şekilde sınıflandırıldığı görülmüştür (Abu-Elwan, 1999; Bonotto, 2013; Çetinkaya, 2017; Kılıç, 2013; Van Harpen & Presmeg, 2013). Bu araştırmada da problem kurma görevleri türleri bu sınıflamadan yararlanılarak belirlenmiştir.

Problem kurma ve ölçme değerlendirme. Yapılan araştırmaların bir kısmı, problem kurmanın problem çözme becerisine, matematiğe yönelik tutuma, öz-yeterlik algısına, matematiksel kavramları anlamaya olumlu etkilerini ortaya koymaktadır (Akay, 2006; Akay & Boz, 2010; English, 1997; Lavy & Shriki; 2007). Birçok olumlu etkisi gözlenen problem kurma aktivitelerinin ders içeriklerinde yer alması gerektiği çeşitli çalışmalarda vurgulanmaktadır (English, 1997; Grundmeier, 2003). Öğrencilerin problem kurma ve keşfetme yeteneklerinin ve günlük yaşam deneyimlerini matematikselleştirebilme becerisinin geliştirilmesinin tüm sınıf seviyelerinde matematik derslerinin hayati bir bileşeni olduğu ifade edilmiştir (Stoyanova, 2003).

Problem kurmanın derslere entegresiyle ve öğretimin bir parçası olarak görülmesiyle, problem kurmanın değerlendirme anlamında da kullanılması ve nasıl kullanılacağı tartışılmaya başlanmıştır (Silver, 2013). Problem kurmanın sınıf içi aktiviteleri desteklemek amacıyla öğretimsel bir yaklaşımla ele alınması ve çeşitli yönleri ile problem çözmeyle ilişkilerin ortaya koyulmasına ilişkin çalışmalarda bir ilerleme olduğunu belirtilmiş, ancak problem kurma ve ölçme ilişkisine daha az önem gösterildiği ifade edilmiştir (Silver & Cai, 2005). Eğer problem kurma aktiviteleri öğretim programına uygun derslerin düzenli bir parçası ise, ya da öğretimin düzenli bir parçası olmasa bile problem kurmanın derste kavramları, becerileri öğretmek için kullanıldığı durumlar bulunmaktaysa, bu kavram ve becerilerin değerlendirilmesinde problem kurma aktivitelerini kullanmak mantıklı görülmektedir (Cai vd., 2013).

Silver ve Cai (2005) problem kurma ve ölçme konusunu *problem kurma ile ölçme* (assesment with problem posing) ve *problem kurmanın ölçülmesi* (assesment of problem posing) olarak ayrı ayrı ele almışlardır. Bir öğretmen derste önemli konu kavram ve becerilerin öğretilmesinde çeşitli problem kurma aktivitelerine yer verebilir. Silver & Cai'nin (2005; s.130) örnek verdiği problem kurma görevinde 540'ın 40'a bölünmesini gerektiren farklı problemler kurulması ve çözülmesi istenmiştir. Ancak iki problemin ancak farklı cevapları olduğunda farklı sayılacağı vurgulanmıştır. Bu şekildeki bir problem kurma görevinde öğrenciler bu durumu sağlayan çeşitli problemler kurabilirler. Örnek problemler şu şekildedir:

- 540 tane Cd var ve her kutu 40 tane alabiliyor en az kaç kutuya ihtiyaç vardır olur?
- 540 tane Cd var ve her kutu en fazla 40 tane alabiliyor, kaç kutu tamamen dolar?

Silver & Cai (2005) bu problem kurma görevinin bölme konusunun farklı problem durumlarında nasıl uygulanacağının anlaşılıp anlaşılmadığını ölçmek için iyi bir araç olacağını vurgulamışlardır. Burada söz konusu olan *problem kurma ile ölçmedir*. Son yıllarda problem kurmayı bahsedildiği gibi matematiksel bilgilerin ve hatalı anlayışların ortaya çıkarılması amacıyla kullanan çeşitli çalışmalar yapıldığı görülmektedir (Toluk- Uçar, 2009; Lavy & Shriki, 2010, Koichu vd. ,2013; Lin, 2004). Bu çalışmaların sonuçlarında da problem kurmanın derslere entegresinin öğrencilerin matematiksel anlamalarını ortaya koyması bakımında oldukça önemli bir yere sahip olduğu vurgulanmaktadır.

Gerçekleştirilen öğretimde problem kurma dersin çıktısı ise burada problem kurmanın ölçülmesinden söz edilebilir (Silver & Cai, 2005). Bunun için kullanılan örnek problem kurma görevi ise şu şekildedir: "Ann'in 34 bilyesi, Billy'nin 27 bilyesi ve Chris'in 23 bilyesi bulunmaktadır. Bu bilgileri kullanarak yazabildiğiniz kadar problem yazıp çözünüz." Problem durumu yer almaktadır. Böyle bir problem kurma görevi için öğrencilerin birçok problem yazabileceği, öğretmenin kurulan problemlerin sayısı, çözülebilen problemlerin sayısı veya çözümün doğruluğu gibi çok farklı şekillerde bu problemleri değerlendirebileceği belirtilmiştir. Burada söz konusu olan *problem kurmanın ölçülmesidir* (Silver & Cai, 2005).

Problem kurma aktivitelerinden edinilen bilgi öğretmene öğrencilerin güçlü oldukları yönler ve matematiksel gelişmeleri hakkında bilgi verecek olup bu bilgilerden elde edilen dönütlere göre etkili düzeltme yapıldığında hedeflenen biçimlendirici ölçme değerlendirme gerçekleşir (Kwek, 2015).

Bu araştırmanın birinci araştırma problemini problem kurmayla desteklenen öğretim sonrasında öğrencilerin matematiksel bilgi ve becerilerinin ortaya koyulması oluşturmaktadır. Bu araştırma problemi için öğrencilerin *problem kurmayla ölçülmesi* söz konusudur. Araştırmanın ikinci problemi öğrencilerin kurdukları problemlerin incelenmesidir. İkinci araştırma problemi içinse *problem kurmanın ölçülmesi* söz konusudur. Bu araştırmada problem kurma ölçme anlamında her iki yaklaşımla da ele alınmıştır.

***Kurulan problemlerin değerlendirilme ölçütleri*.** Problem kurman görevlerinin açık uçlu olmaları sebebiyle, öğrencilerin bu problem kurma görevlerine oldukça fazla çeşitlilikte problemler oluşturması mümkündür. Bu çeşitlilik öğretim açısından hedeflenen bir durum olsa da, ölçme açısından çeşitli zorlukları da beraberinde getirmektedir (Silver & Cai, 2005). Burada sınıf içinde problem kurmayı kullanan bir öğretmenin, hangi ölçütlere göre bir değerlendirme yapacağı problemi ortaya çıkmaktadır. Bunu için Kwek (2015) öğretmenlerin karar vermeden önce öğretim hedeflerini ve problem kurma görevlerinin istenen bu hedeflere dair kanıt sunabilme potansiyellerini göz önünde bulundurmaları gerektiğini belirtmiştir. Öğretim hedeflerine uygun olan görevlerin özellikleri, öğretmenlerin öğrencileri değerlendirme kriterlerini belirlemek için öğretmene fikir sunar. Yani problem kurma görevlerinin değerlendirilmesi için kriterlerin belirlenmesinde problem kurma görevinin özelliklerinin önemli olduğu vurgulanmıştır. Silver ve Cai (2005) birçok problem kurma görevinin değerlendirilmesinde kullanılan üç temel kriterden söz etmiştir. Bunlar *nicelik, orijinallik* ve *karmaşıklıktır.*

Nicelik; problem kurma görevine uygun olarak doğru kurulan problemlerin sayısını ifade etmektedir. Burada öğretmen öğrencinin doru olarak kurduğu problemlerin sayısını dikkate alabileceği gibi, birbirinden farklı olan doğru cevapların sayısını da dikkate alabilir. Akıcı bir şekilde çok sayıda cevap oluşturma yaratıcılığın bir ölçüsü olarak da ele alınmıştır (Guilford'dan aktaran Silver & Cai, 2005).

Problem kurma görevleri yaratıcılığı ölçmek amacıyla kullanıldığında, *orijinallik* boyutu bir başka değerlendirme kriteri olarak karşımıza çıkmaktadır. Özellikle çok sayıda kişilere uygulanan problem kurma görevlerinde, kişiler tarafından verilen tipik cevaplardan farklı olan cevap orijinal olarak değerlendirilmektedir (Silver & Cai, 2005).

Bir başka değerlendirme kriteri de *karmaşıklık*tır. Silver ve Cai (2005) karmaşıklığın birçok yönden ele alınabilecek bir kriter olduğunu belirtmişlerdir. Karmaşıklığı değerlendirmenin bir yolu öğrencilerin kurdukları problemlerin içinde yer alan matematiksel ilişkilerin kapsamını incelemek olabilir. Örneğin Kwek ve Lye (2008), problemin içerdiği matematiksel ilişkiler açısından karmaşıklığı ele almışlardır. Düşük karmaşıklıktaki problemler, önceden öğrenilen bilgileri hatırlamaya ve tanımaya yönelik problemlerdir. Orta karmaşıklıkta problemlerin cevapları düşük karmaşıklık düzeyine göre daha esnek düşünmeyi gerektirir ve problemler genellikle birden çok adım içerir. Yüksek karmaşıklık düzeyinde ise problemler daha fazla soyut akıl yürütme, yaratıcı düşünme, ilişkilendirme ve analiz etme becerilerini gerektirir.

Karmaşıklığın başka bir yolu da problemlerin zorluk düzeyinin değerlendirilmesi olabilir (Silver & Cai, 2005). Karmaşıklık dilsel açıdan da ele alınabilir. Problemin dilsel açıdan karmaşıklığını kriter olarak kabul eden çalışmalardan bazılarına örnek olarak Silver ve Cai (1996), Işık ve Kar (2011) verilebilir.

Çok sık kullanılan nicelik, orijinallik ve karmaşıklık kriterleri dışında da oluşturulan başka değerlendirme kriterlerine rastlanmaktadır. Örneğin Vacc (1993), oluşturulan sorunun türünü değerlendirmiş, Canköy (2014), problemin çözülebilirliğini, mantıklılığını ve yapısını değerlendirmiştir. Kaba & Şengül (2016), problemin dil ve anlatımı, problemin matematik ilkeleriyle uyumu, problemin türü/yapısı ve problemin çözülebilirliğini ele almıştır. Literatürde yer alan problem değerlendirme kriterlerinin bir kısmı aşağıda yer alan tabloda özetlemiştir.

Tablo 1

Literatürde yer alan problem değerlendirme kriterleri

Araştırmacılar	Yıl	Problem Nitelikleri
Kaba ve Şengül	2016	Problem metni (dil ve anlatım) Problemin matematik ilkeleriyle uyumu Sorunun türü/yapısı Problemin çözülebilirliği
Bonotto ve Santo	2015	Esneklik Akıcılık Orijinallik
Canköy	2014	Problemin çözülebilirliği Mantıklılık Matematiksel yapı
Kwek ve Lye	2008	Matematiksel Karmaşıklık
Silver ve Cai	2005	Nicelik (Kurulan problem sayısı) Orijinallik Matematiksel Karmaşıklık
Silver ve Cai	1996	Matematiksel soru olup olmaması Çözülebilirlik Matematiksel Karmaşıklık Dilsel Karmaşıklık
Vacc	1993	Sorunun türü/yapısı

Bu araştırmada ise problem kurma görevlerinin yapısına bağlı olarak değerlendirme kriterleri; *problemin anlaşılırlığı, matematiksel açıdan doğruluğu,* *bağlamsal açıdan özgünlüğü, matematiksel ilişkiler açısından özgünlüğü, problem kurma görevinde verilen koşullara uygunluğu* ve *karmaşıklık düzeyi* olarak belirlenmiştir. Bu değerlendirme kriterlerini ifade etmek için bu çalışmada problem niteliği ifadesi kullanılmıştır.

Matematiksel süreç becerileri. Son yıllarda matematiksel bilgiye verilen önemin yanında matematiksel becerilere verilen önemin arttığı dikkat çekmektedir. Ülkemizde Ortaokul Matematik dersi programında (MEB, 2013) ve NCTM standartlarında (NCTM, 2000) becerilere genişçe yer verilmiştir. Ülkemiz öğretim programında yer verilen temel beceriler problem çözme, matematiksel süreç beceriler (iletişim, akıl yürütme, ilişkilendirme), duyuşsal beceriler, psikomotor beceriler ve bilgi ve iletişim teknolojilerine ait becerilerdir. Bu araştırma kapsamında öğrencilerin matematiksel süreç becerileri de incelenmiştir.

İletişim; matematiksel düşünceleri anlayabilmenin ve paylaşabilmenin etkili bir yolu olup matematik ve matematik eğitiminin önemli bir parçası olduğu vurgulanmıştır (NCTM, 2000; Umay, 2007). Ancak matematik genellikle sembollerle ilişkili görüldüğünden, sözel veya yazılı olarak matematiksel iletişim kurabilmenin matematik eğitiminin önemli bir parçası olduğu genellikle düşünülmez (NCTM, 2000).

Matematiğin kendisi evrensel bir dildir. Matematiğin kendine özgü sembolleri ve terminolojisi bulunmaktadır. Öğrencilerin de bu matematik dilini doğru ve etkili bir şekilde kullanmaları hedeflenmektedir (MEB, 2013). Öğrencilerin kendi fikirlerini geliştirebilecekleri en iyi yol, bir fikri başkalarına aktarma ve doğru bir şekilde ifade etmeye çalışmalarıdır (Van de Walle vd., 2012). Öğrencilerin kendi düşüncelerinin doğrulamak için gerçekleştirdikleri tartışmalar sırasında akranlarını farklı bakış açılarına ikna etmeye çalışmalarının, onların kendi matematiksel anlamalarını da derinleştireceği belirtilmiştir (Hatano & Inagaki'den aktaran NCTM, 2000). Ortaokul Matematik Öğretim Programında iletişim becerilerine dair bazı göstergeleri aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir.

- "Matematiğin kendine özgü sembolleri ve terminolojisi olan bir dil olduğunu fark etme
- Matematiğin sembol ve terimlerini etkili ve doğru kullanma

- Matematiksel dili matematiğin kendi içinde, farklı disiplinlerde ve yaşantısında uygun ve etkili bir biçimde kullanma
- Somut model, şekil, resim, grafik, tablo, sembol vb. farklı temsil biçimlerini kullanarak matematiksel düşünceleri ifade etme
- Matematiksel düşünceleri sözlü ve yazılı ifade etme
- Günlük dili, matematiksel dil ve sembollerle; matematiksel dili, günlük dil ve sembollerle ilişkilendirme
- Matematiksel düşüncelerin doğruluğunu ve anlamını yorumlama" (MEB, 2013, s.V)

Görüldüğü gibi matematiksel iletişim becerisi; matematiksel fikirlerin yazılı, sözlü, farklı temsil biçimleriyle, günlük dille ifade edilmesini içermektedir. Öğretim sırasında öğrenciler genellikle matematiksel iletişim kurmaya ihtiyaç duymasalar da, öğretmenlerin öğrencilerin nasıl iletişim kurulacağını öğrenmelerine yardımcı olması gerekmektedir (Cobb, Wood, and Yackel 1994; Akt. NCTM, 2000).

Akıl yürütme de matematiksel süreç becerileri arasında yer almaktadır. Akıl yürütme becerisi, NCTM (2000) standartları içinde "akıl yürütme ve ispat" standartı olarak ele alınmaktadır. Matematiği anlayabilmenin esası akıl yürütmedir (Umay, 2007). Akıl yürütme becerisi "*eldeki bilgilerden hareketle matematiğin kendine özgü araçlarının (semboller, tanımlar, ilişkiler vb.) ve düşünme tekniklerini (tümevarım, tümdengelim, karşılaştırma, genelleme vb.) kullanarak yeni bilgiler elde etme süreci*" şeklinde tanımlanmaktadır (MEB, 2013, s.V). Akıl yürütme matematiği anlayabilmek için bir gerekliliktir (NCTM, 2000). NCTM (2000), akıl yürütme ve ispat standardına yönelik olarak, öğretim programlarının öğrencilere akıl yürütme ve ispatın matematiğin temeli olduğunu fark ettirme; matematiksel bağlantıları fark etme ve bağlantı kurma; matematiksel argümanlar ispatlar geliştirme ve değerlendirme, çeşitli akıl yürütme ve ispat süreçlerini seçme ve kullanmanın sağlanması gerektiğini belirtmiştir. Akıl yürütme becerisinin bazı göstergeleri öğretim programında aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir (MEB, 2013);

- "Çıkarımların doğruluğunu ve geçerliliğini savunma
- Mantıklı genellemelerde ve çıkarımlarda bulunma

- Bir matematiksel durumu analiz ederken matematiksel örüntü ve ilişkileri açıklama ve kullanma
- Yuvarlama, uygun sayıları gruplandırma, ilk veya son basamakları kullanma gibi stratejileri veya kendi geliştirdikleri stratejileri kullanarak işlem ve ölçümlerin sonucuna dair tahminlerde bulunma
- Belirli bir referans noktasını dikkate alarak ölçmeye ilişkin tahminde bulunma”

Akıl yürütme becerisi genellemede bulunma, çıkarımlar yapma ve geçerliği savunma gibi ispatla ilgili bileşenleri içerdiğinden sadece belirli konularda içerilen bir beceri gibi düşünülmemelidir; akıl yürütme ve ispat öğrencilerin matematik yapma sürecinde, okul öncesinden 12. sınıfa kadar, devamlı olarak yer alması gereken bir beceridir (NCTM, 2000).

Matematik kendi içinde bir anlam bütünlüğü olan ilişkiler ağıdır (MEB, 2013). Bir başka matematiksel süreç becerisi olan *ilişkilendirmeye* iki açıdan bakılabilir. Birincisi matematiksel düşünceler ve bunlar arasındaki ilişkilerin geliştirilmesini içerir (Van de Walle vd., 2012). Matematiğin kendi içinde, işlemler ve bunların altında yatan kavramlarla ilişkilendirilmesi matematiğin daha anlamlı bir şekilde öğrenilmesini sağlayacaktır (MEB, 2013, s. V). Diğer açıdan bakıldığında matematik gerçek dünya ile ve diğer disiplinlerle olan çeşitli ilişkileri içerir. Öğrencilerin matematiğin gerçek yaşamdaki ve diğer disiplinlerdeki uygulamalarına entegre edilmesi önerilmektedir. (Van de Walle vd., 2012). Bunların yanında farklı temsil biçimlerinin birbirleriyle ilişkilendirmesine yönelik öğretim ortamlarının hazırlanması da gerekmektedir (MEB, 2013, s. VI).

İlişkilendirme becerisinin, yeni kavramların öğrenilmesi için oldukça önemli bir beceri olduğu birçok çalışmada vurgulanmıştır (Bosse, 2003; Eli, 2009; Mousley, 2004; Özgen, 2013). Mousley (2004), ilişkilendirmenin özellikle yeni kavramların öğrenilmesi üzerindeki etkisini vurgulamış ve yaygın olarak kullanılan üç farklı tür ilişkilendirmeden bahsetmiştir. Bunlar i) öğrenen kişinin yeni bilgisiyle eski bilgisi arasındaki ilişkilendirme; ii) farklı matematiksel düşünceler ve temsiller arasındaki ilişkilendirme, iii) öğretmen ve öğrencilerin okul matematiğindeki kavramlar ile günlük yaşamdaki matematiksel durumların ilişkilendirilmesidir.

Öğretim programımızda yer alan matematiksel ilişkilendirme becerisinin bazı göstergeleri ise şöyledir:

- “Kavramlar ve işlemler arasında ilişki kurma
- Matematiksel kavram ve kuralları farklı temsil biçimleriyle gösterme
- Matematiksel kavram ve kuralların farklı temsil biçimlerini birbiriyle ilişkilendirme ve birbirine dönüştürme
- Farklı matematik kavramlarını birbiriyle ilişkilendirme
- Matematiği diğer derslerde ve günlük yaşamda karşılaşılan konu ve durumlarla ilişkilendirme” (MEB, 2013, s.VI.).

İlişkilendirme matematiksel düşünmenin en temel ögelerinden biridir (Umay, 2007). Öğrencilerin ilişkilendirme yapabilmeleri, onları okul matematiğini diğer matematikten ayrı tutmasını engeller. Öğrencilerin okul dışında edindikleri deneyimlerle okulda öğrendikleri formal matematik arasında bağ kurmalarına yardımcı olur ve matematiği anlamlı bir bütün olarak görmelerini sağlar (NCTM, 2000).

Özetlenecek olursa, matematiksel bilginin yanında iletişim, ilişkilendirme ve akıl yürütme becerilerinin de önemli olduğu ve bu becerilerin geliştirilmesi gerektiği çeşitli çalışmalarda vurgulanmıştır (Mosse, 2004; Özgen, 2012; Umay, 2007; Van de Walle vd. 2012). Aynı zamanda ülkemiz öğretim programında da bu becerilere önem verildiği vurgulanmış ve bu becerilerin çeşitli göstergelerine yer verilmiştir (MEB, 2005; 2013). Bu araştırmada da öğrencilerin yalnızca bilgilerinin değil, önemi vurgulanan matematiksel becerilerinin de ortaya koyulması ve değerlendirilmesi amaçlanmıştır.

İlgili Araştırmalar

Bu bölümde araştırmanın odağı olan doğrusal denklemler konusunda yapılan araştırmalar, matematiksel bilgi ve becerilerin ortaya koyulmasında problem kurmayı kullanan çalışmalar ve problem kurmayı değerlendirmeyle alakalı araştırmalara dair çeşitli çalışmalara yer verilmiştir.

Doğrusal denklemler konusunda yapılan araştırmalar. Literatür incelendiğinde cebir alanında yapılan birçok araştırma bulunduğu görülmektedir.

Bu çalışmada doğrusal denklemler alt öğrenme alanındaki kazanımlara odaklanıldığından, benzer şekilde koordinat sistemi, doğrusal ilişki, doğrusal ilişkinin farklı temsillerini ve doğrusal denklem grafiğinin oluşturulmasını ele alan çalışmalardan bir kısmına detaylı bir şekilde yer verilmiştir.

Doğrusal ilişkinin farklı gösterimlerini ele alan çalışmalardan önce doğrusallığı inceleyen çalışmalara (De Bock vd. 2002; Bike-Kalkan, 2014) yer verilmiştir. Ardından farklı temsiller ve bu temsiller arasında geçişleri inceleyen çalışmalar (Brenner vd., 1997; Gürbüz & Şahin, 2015; Sert, 2007), daha sonra da doğrusal denklem grafiklerine odaklanan çalışmalar (Tekay & Doğan, 2015; Hattikudur vd., 2012) ele alınmıştır.

De Bock ve diğerlerinin (2002) çalışmasında 12-16 yaş arası öğrencilerin hatalı doğrusal akıl yürütmelerinin (improper linear reasoning) altında yatan düşünsel sürecin analiz edinmesini ve bu sürecin matematiksel kavram, inanç ve alışkanlıklardan nasıl etkilendiğinin belirlenmesi amaçlamıştır. Bu doğrultuda 12-13 yaş grubu (n=20) ve 15-16 yaş grubu (n=20) öğrenciler araştırmanın katılımcılarını oluşturmuş, öğrencilerle yarı-yapılandırılmış detaylı görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırma katılımcıları orta büyüklükte bir Flaman yerleşim yerinde bulunan yatılı okul öğrencilerinden oluşmuştur. Araştırmada 5 aşamadan oluşan görüşmeler sırasında öğrencilerin çözüm süreçleri, araştırmacı tarafından hazırlanan bir doğrusal olmayan uygulama problemiyle ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. İlk aşamada problem öğrencilere verilmiş, diğer aşamalarda ise öğrencilere problemin çözümü için farklı düzeylerde yardım sağlanmıştır. Görüşmeler, öğrencilerin problemin doğrusal olmayan doğasını keşfetmeleri ve doğru cevabı bulmalarıyla sonlandırılmıştır. Öğrencilere sunulan yardımlar doğrusallık hatasına (linearity trap) düşen öğrencilerin yaşadıkları bilişsel karmaşanın önüne geçilmesi amacıyla gerçekleştirilmiştir. Bununla beraber öğrencilerin yardımlar karşısında nasıl reaksiyon gösterdikleri de incelenmiştir. Araştırma sonucuna göre bazı öğrencilerin, niceliklerin (quantities) her zaman orantı ile ilişki olduğuna inansalar da doğrusallığı hatalı kullanımlarının genellikle bazı matematiksel kavramları, alışkanlık ve inançlardan ileri gelen yüzeysel veya sezgisel akıl yürütmeden kaynaklandığı görülmüştür. Görüşmeler sonucunda, iki boyutlu şekillerin genişletilmesi gibi doğrusal olmayan sözel problemlerin çözümünde, doğrusal olmayan modele karşı çok güçlü bir eğilim gösterdiklerini doğrulamıştır. Araştırmanın bir diğer bulgusunda ise öğrencilerin geometri konusunda eksik bilgilerinden dolayı sıkıntı yaşadıkları ortaya konulmuştur. Bu eksiklikler özellikle şekillerin uzunluk ve alanlarıyla ilgili benzerlik konusu üzerinde yoğunlaşmıştır. Sonuç olarak De Bock ve diğerlerinin (2002) çalışmasında da öğrencilerin doğrusallıkla ilgili hatalı yaklaşımları bulunduğu ortaya koyulmuştur.

Doğrusallığın kavramsal olarak nasıl algılandığını inceleyen başka bir çalışmada Bike-Kalkan'ın (2014), araştırmasında öğrencilerin doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına ilişkin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme düzeyleri ve doğrusal ilişki ve eğim kavramlarına ilişkin sahip oldukları kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapılarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Karma desende gerçekleştirilen araştırmaya 103 sekizinci sınıf öğrencisi katılmış, veriler araştırmacı tarafından hazırlanan ve 12 sorudan oluşan açık uçlu cebir testi ve klinik görüşmeler ile toplanmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin çoğunun doğrusal ilişki, doğrunun grafiği ve eğimi hakkında zorluk yaşadıkları ve kavram yanılgılarına sahip oldukları, kavramları daha çok işlemsel boyutta algıladıkları ve benimsedikleri kavramların çoğunun ise ezber bilgi olduğu sonucu ortaya çıkmıştır. Bunun yanında öğrencilerin genel olarak eğim, doğrusallık ve doğrusal ilişki kavramlarına ilişkin yeterli argüman geliştiremedikleri, ortaya attıkları argümanları da yeterince destekleyemedikleri bunlara bağlı olarak da sağlıklı bir cebirsel muhakeme yapamadıkları görülmüştür.

Sonuç olarak doğrusallığın anlaşılmasında bazı sorunlar olduğu, öğrencilerin doğrusal olmayan durumları doğrusal gibi yorumlama yaklaşımları bulunduğu (De Bock vd., 2002), doğrusal ilişki, doğrusal denklemin grafiği ve eğim hakkında zorlandıkları ve doğrusal ilişki olduğuna dair argümanlar geliştirmekte zorlandıkları görülmüştür (Bike-Kalkan, 2014).

Farklı temsillerin kullanılmasıyla ilgili bir çalışma Brenner ve diğerleri (1997) tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmanın temel çıkış noktasını, ortaokul matematik müfredatında yer alan problem temsil becerilerinin lise matematiğine başarılı bir geçiş sağlanabilmesi konusundaki önemi oluşturmaktadır. Ortaokul düzeyinde öğrencilerin aritmetik düşünmeden cebirsel düşünmeye geçişleri teşvik edilmesi gerektiği vurgulanmıştır. Bu bağlamda ortaokul müfredatında problem temsil becerilerinin yer alması önemli olup, araştırmada ortaokul matematik alanında temel bir yeri olan fonksiyonlar konusu ele alınmıştır. Çalışmada fonksiyonlarla ilgili çoklu temsillerin yaratılması ve ilişkilendirilmesi amaçlanmıştır. Araştırma katılımcılarını 3 ortaokulda yer alan 6 cebir öncesi (prealgebra) sınıfı oluşturmuştur. 128 yedinci ve sekizinci sınıf öğrencisi analize dâhil edilmiş, yarı deneysel araştırmaya katılan öğrencilerden 72'si, 3 farklı sınıfta fonksiyonlar ünitesine bağlı temsillerin olduğu deney grubunda yer almış, diğer 3 sınıftaki 56 öğrenci de aynı öğretmenlerin görev aldığı ve geleneksel cebir ders kitabının kullanıldığı kontrol grubunda yer almıştır. Süreç öncesinde tüm öğrenciler gerekli cebirsel becerileri yansıtan cebire giriş konusuna bitirmişlerdir. Araştırmada cebir öncesi dönemde yer alan öğrenciler problemlerin çoklu gösterimle sunulduğu, öğrenmeyi anlamlı tematik bir bağlamla ve problem çözme sürecini işbirlikli gruplar ile desteklemeye çalışan bir ünite yardımıyla fonksiyonlar konusunu öğrenmişlerdir. Son test sonuçları deney grubunun sözel fonksiyon problemlerinin çözümü ve sunulması konularında daha başarılı olduğunu göstermektedir. Ayrıca sözel problemleri tablo ve grafiklere dökme gibi problem temsillerinde de uygulama grubunun daha başarılı olduğu görülmüştür. Test puanlarından ve öğrenciler tarafından oluşturulan problem temsilleri incelendiğinde, deney grubundaki öğrencilerin, sunulan problemlerde yer alan fonksiyonel ilişkileri daha iyi anladığı tespit edilmiştir. Problem oluşturmaları istendiğinde, öğrencilerin birçoğunun problemlerde doğrusal ilişkileri temsil eden kendilerine özgü çeşitli bakış açıları sundukları görülmüştür.

Gürbüz ve Şahin'in (2015), öğrencilerin "cebir öğrenme alanında çoklu temsiller (sözel, tablo, denklem ve grafik) arasındaki geçiş becerilerini" ortaya koymayı amaçlayan çalışmalarında ilköğretim 8. sınıf düzeyinde 4 öğrenci (3 kız, 1 erkek) yer almıştır. Araştırma bir durum çalışması olup, araştırmaya katılan öğrenciler okuduğunu anlayabilen ve matematik başarısı iyi olan öğrenciler arasından seçilmiştir. Bunun nedeni olarak da "çoklu temsiller arasında geçiş yapabilmek daha üst düzey bilişsel bir faaliyet" olması gösterilmiştir. Araştırmanın veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilmiş "Çoklu Temsillerde Transfer Testi (ÇTTT)" kullanılmış ve yarı-yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. ÇTTT 12 sorudan oluşmaktadır. ÇTTT soruları, "öğrencilerin aynı verilerin farklı temsilleri arasındaki ilişkiyi görebilmelerini sağlamak amacıyla çiçek, havuz, kitap ve dörtgen problemi olarak isimlendirilen 4 temel problem (sözel, tablo, denklem ve grafik) üzerine kurulmuştur". Araştırmada elde edilen genel bulgulara göre öğrencilerin temsiller arasındaki geçiş becerilerinin istenilen düzeyde olmadığı görülmüştür. Bu çalışma araştırmaya katılan öğrencilerin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerilerinin temsil türlerine göre farklılık gösterdiğini, öğrencilerin aynı verilerin farklı temsilleri arasındaki ilişkiyi görmekte zorlandıklarını, derste sıkça karşılaştıkları temsil türlerini kullanma eğiliminde olduklarını ve düşündüklerini yazılı olarak ifade etmekte zorluk yaşadıklarını ortaya koymuştur. Bulgular daha detaylı ele alınacak olursa; Öğrencilerin en çok zorlandıkları durumun sözel, tablo ve denklem temsil türlerinden grafiğe geçiş olduğu, aksine sözel, denklem ve grafik temsil türlerinden tabloya geçişte ise zorlanmadıkları ortaya koyulmuştur. Öğrencilerin farklı temsillerden grafiğe geçişleri esnasında farklı zorluklar yaşadıkları görülmüştür. Öğrencilerin doğru grafik türünü seçemedikleri, grafiğin başlangıç noktasının belirleyemedikleri, yatay ve dikey eksenlere sayıların uygun şekilde yerleştiremedikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin grafik oluştururken, orijinden pozitif yönde uzaklaşıldıkça sayıların artması gerekliliğinin göz ardı edildiği görüşmüştür. Birimler arasındaki uzaklığın dikkate alınmadığı, sayıların eşit aralıklarla eksenlere yerleştirildiği ve bunun yanlış grafikler çizilmesine sebep olduğu ortaya koyulmuştur.

Sert'in (2007), "sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir kavramlarının çoklu temsil biçimleri (grafik, tablo, denklem, sözlü anlatım) arasında dönüşüm yapma becerilerini belirlemeyi" amaçlayan çalışmasında 705 öğrenci çalışmanın örneklemini oluşturmuştur. Araştırmada veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından hazırlanan "Cebirsel Kavramların Farklı Temsil Biçimleri Arasında Dönüşüm Yapma" testi kullanılmıştır. Test 12 maddeden oluşmuştur. Bu testin sonuçlarına göre; 8. sınıf öğrencilerin cebir kavramlarını farklı temsillere (Sözel, denklem, tablo, grafik) dönüştürmede düşük beceriye sahip oldukları ortaya koyulmuştur. Cinsiyet değişkeni açısından bakıldığında, test ortalamaları arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır. En çok zorlanılan durumun diğer temsil türlerinden (denklem, tablo, grafik); sözlü anlatıma yapılan dönüşümler olduğu ve en zorlanılmayan dönüşümlerin ise diğer temsil biçimlerinden (sözlü anlatım, denklem, grafik); tabloya yapılan dönüşümler olduğu belirlenmiştir.

Doğrusal denklem grafiklerinin oluşturmasını detaylıca inceleyen çalışmalardan biri ise Hattikudur ve diğerleri (2012) tarafından gerçekleştirilmiştir. Hattikudur ve diğerleri (2012), özellikle öğrencilerin eğim ve y ekseni grafiği çiziminin bağlı zorluklarına odaklanarak, doğrusal fonksiyonların grafiklerinin oluşturulması süreçlerini incelemektedir. Bu bağlamda 6. sınıfların formal konu öğretimi sonrası konuya ilişkin cevapları, 7. ve 8. sınıfların öğrenme performansları, öğretimin anlamayı nasıl şekillendirdiğine ilişkin ipuçları vermiştir. Araştırmada, öğrencilerin, sözel olarak ifade edilen doğrusal fonksiyonların eğim ve y ekseni grafiklerinin çizimlerine ait performansları; grafikler ve niceliksel özellikler, grafikler ve niteliksel özellikler için ayrı ayrı ölçülmüştür. Öğrencilerin niteliksel özelliklere sahip grafiklerde, y eksenini grafiği çiziminde eğime göre daha fazla zorlandıkları gözlenmiştir. Araştırma bulgularına göre özellikle niteliksel bağlamlarda y ekseni değerleri, öğrencilerin bu değerleri doğrusal ilişkiler şeklinde kavramsallaştırabilmeleri konusunda zorlayıcıdır. Hataların ise içeriklere göre farklılaştığı belirlenmiştir. Ayrıca bir diğer araştırma bulgusu, öğrencilerin eğimle ilgili grafik bilgilerini farklı problem türleri arasında transfer edemediklerini, öğrencilerin eğim ve oran değişimi arasında ilişki kuramadıklarını ortaya koymaktadır.

Doğrusal denklem grafiklerini inceleyen ve yurt içinde gerçekleştirilen bir başka çalışma ise Tekay ve Doğan (2015) tarafından gerçekleştirilmiştir. Tekay ve Doğan'ın (2015) çalışmalarında genel amaç, ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemlerin grafikleri konusundaki başarılarının belirlenmesidir. Çalışma, Karadeniz Bölgesi'nde üç farklı okulda toplam 76 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın ölçme aracını, araştırmacılar tarafından oluşturulmuş ve "doğrusal denklemlerin grafiği" konusu bağlamında hazırlanmış 13 sorudan oluşan bir test oluşturmuştur. Bu soruların 11'i çoktan seçmeli, 2'si açık uçludur. Teste verilen cevaplar analiz edilmiş, "öğrencilerin hangi soru tiplerinde başarılı oldukları, hangilerinde de güçlükler yaşadıkları" ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Araştırma bulgularına göre; "$ax+c=0$" ve "$by+c=0$" şeklindeki doğrusal denklemlerin grafiklerini çizebilme durumunu ortaya koyan sorularda öğrencilerin başarılı olduklarını gözlemlemişlerdir. $ax+c=0$ ve $by+c=0$ şeklindeki tek değişkenli Denklemlerin cebirsel gösteriminde öğrencilerin daha başarılı olduğu belirlenmiştir. $ax+by+c=0$ gösteriminde öğrencilerin zorlandıkları ortaya koyulmuştur. Öğrencilerin, doğrusal denklemlere ait değer tablolarını oluşturmada sorun yaşadıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin doğrusal denklemin grafiğinin x eksenini ve y eksenini kestiği noktaların koordinatlarını belirleyebilmeleriyle ilgili araştırma sorusuna yönelik sorularda öğrencilerin başarısız oldukları ortaya koyulmuştur. Öğrencilerin koordinatı verilen bir noktayı kartezyen koordinat düzleminde gösterebilmeleri ve verilen bir noktanın denklemleri verilen doğrulardan hangisi üzerinde olduğunu belirleyebilmeleriyle ilgili araştırma sorusuna yönelik sorularda, çok başarılı olamadıkları görülmüştür. Noktanın hangi doğru üzerinde olduğunu bulmayla ilgili soruların boş bırakıldığı belirlenmiştir. Öğrencilerin, cebirsel temsilden, grafik temsile geçişi sağlamada daha başarılı oldukları belirlenmiştir.

Farklı temsillerin birbirleriyle ilişkilendirilmesini ve denklem grafiğinin çizilmesini ele alan araştırmaların sonuçları incelendiğinde, farklı temsillerin öğretimde kullanılmasının öğrencilerin başarılarını olumlu yönde etkilediği (Brenner vd, 1997), doğrusal denklemlerin farklı temsilleri arasında geçişler yaparken bazı temsiler arasındaki geçişlerde diğerlerine göre daha zorlanıldığı görülmektedir (Gürbüz & Şahin, 2015; Sert, 2007; Tekay & Doğan, 2015). Doğrusal denklem grafiği oluşturulurken öğrencilerin birtakım sorunlar yaşadığı da görülmektedir (Hattikudur vd., 2012; Gürbüz & Şahin, 2015; Tekay & Doğan, 2015).

Matematiksel bilgileri ortaya çıkarmak için problem kurma. Literatür incelendiğinde problem kurmayı içeren çeşitli araştırma konuları görülmektedir. Bu araştırmaların bir kısmı problem kurmanın başarı, problem çözme ve yaratıcılık gibi bazı becerilerle ilişkisini ele almıştır (Akay & Boz, 2010; Cai & Hwang, 2002; Canköy & Darbaz, 2010; English, 1997; Yuan & Presmeg, 2010). Problem kurma çalışmalarının bir kısmında matematiksel bilgi, beceri ve öğrencilerin matematiksel kavramları nasıl anladıklarının, matematiksel düşüncelerinin ortaya koyulması amaçlanmıştır. Bu bölümde matematiksel anlamaları ve düşünceleri, matematiksel bilgi ve bazı becerileri kurulan problemlerle ortaya koyan çalışmalara yer verilmiştir.

Koichu, Harel & Manaster (2013) matematik öğretmenlerinin kesirlerde bölmeyle ilgili problem kurarken yaşadıkları zorlukları ve öğretmenlerin düşünme yollarını ortaya koyan bir araştırma yapmışlardır. Yirmi dört matematik öğretmeniyle yürütülen bu araştırmada öğretmenlerden çözümü 4/5 : 2/3 işlemini gerektiren sözel bir problem kurmaları istenmiştir. Veriler öğretmenlerden sözlü olarak elde edilmiş, görüşme sırasında notlar alınmış ve konuşmalar kaydedilmiş, ardından kayıtlar transkript edilmiştir. Veriler nitel olarak analiz edilmiştir. Analiz sırasında kurulan problemlerin yapısını ve problem oluşturulurken kullanılan düşünme yolları belirlemeye odaklanılmıştır. Oluşturulan problemler incelenerek dört kategori belirlenmiştir. Bunlar verilen her iki sayının da (4/5 ve 2/3) problem ifadesinde tam ve açıkça belirtilmiş olduğu problemler, verilen sayılardan en az birinin bir niceliğin ölçüsü olarak ifade edildiği problemler, sayılardan birinin cevap olarak içerildiği problemler, 4/5'in 2/3'le kolayca bölünmesini içeren problemlerdir. Araştırma sonucunda başarılı problem kurabilmenin, verilen kesirlerin işlemci olarak algılanmasıyla ilişkili olduğu, başarısız problemlerin de kesirlerde bölme işleminin tam sayılarda bölme işlemi gibi algılanmasıyla ilgili olduğu görülmüştür. Araştırma sonucunda öğretmenlerin kesir kavramıyla ilgili yaşadıkları zorluklar farklı bir açıdan ortaya koyulmuştur.

Cai ve diğerleri. (2013), problem kurmayı kullanarak ortaokul öğretim programının lisedeki öğrenmelere etkisini ölçmek istemişlerdir. Bu araştırmanın LieCal (cebir öğretiminde müfredat etkisi) isimli daha geniş çaplı bir projenin bir bölümü olduğu belirtilmiştir. Bu boylamsal çalışma kapsamında standart temelli bir öğretim programı ile daha geleneksel bir öğretim programının öğrencilerin cebir öğrenmeleri üzerindeki etkileri, benzerlikleri ve farklılıklarını belirlemek amaçlanmıştır. Bu çalışmada ise müfredat etkisini ölçmede problem kurmanın bir araç olarak nasıl kullanılabileceğinin ortaya koyulması amaçlanmıştır. Araştırmaya 243 standart temelli müfredatla öğrenim görmüş öğrenci ile 147 geleneksel müfredatla öğrenim görmüş öğrenci katılmıştır. Araştırmada kullanılan problem kurma görevi iki bölümden oluşmaktadır. Birinci görevde denklem sistemi verilmiş ve bunu çözerek x ve y değerlerinin bulunması istenmiştir, ardından bu denklem sistemine uygun problem kurulması istenmiştir. İkinci görevde ise bir grafik verilerek bu grafiğe uygun denklemi yazmaları istenmiş, görevin devamında öğrencilerin bu grafiğe uygun bir gerçek yaşama durumu oluşturmaları istenmiştir. Araştırma sonunda öğrencilerin %22 sinin denklem sistemini çözebildiği ve yalnızca %19'unun grafiğe uygun denklemi yazabildiği görülmüştür. Öğrencilerin yalnızca %6.2'si denklem sistemine uygun problem, %16.6'sı ise grafiğe uygun problem durumu yazabilmişlerdir. Kurulan problemlerin problemde verilen koşulları sağlama durumları incelendiğinde ise denklem sistemleri için sadece %143 'ü, grafik görevi içinse %18.3'ünün en azından bir koşulu sağladığı belirtilmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin problem kurmayla daha fazla deneyim yaşamaları sonucunda problem kurmayla ölçme ve değerlendirmenin daha doğru sonuçlar verebileceği vurgulanmıştır. Standartları baz alan öğretim programıyla öğrenim gören öğrencilerin geleneksel müfredatla öğrenim gören öğrencilerle aynı veya daha iyi performans sağladıkları görülmüştür. Bu çalışma sonucunda öğrenci öğrenmelerindeki müfredat etkisini problem kurma ile ölçmenin uygulanabilirliği ve geçerliğini ortaya koyulmuştur.

Işık & Kar (2012) 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine yönelik kurulan problemlerde karşılaşılan güçlükleri belirlemişlerdir. 210 öğrenciyle yürütülen çalışmada basit ve tam sayılı kesirleri içeren ve Kesirlerde toplama işlemine yönelik beş maddeden oluşan Problem Kurma Testi veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Öğrencilerin kurdukları problemlerde; toplanan ikinci kesri bütünün kalanı üzerinden ifade etme, parça-bütün ilişkisini kuramama, işlem sonucuna doğal sayı anlamı yükleme, birim kargaşası, toplanan kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme, işlemi soru köküne yansıtamama ve tamsayılı kesirlerin tam kısımlarına anlam yükleyememe şeklinde yedi güçlük tespit edilmiştir. En fazla güçlüğün sonucun tamsayılı kesir olduğu iki basit kesrin toplamına yönelik kurulan problemlerde görüldüğü ve en az güçlüğün ise sonucun basit kesir olduğu iki basit kesrin toplamına yönelik problemlerin kurulmasında olduğu tespit edilmiştir**.**

Bir başka çalışmada Lavy ve Shriki (2010) matematik öğretmeni adaylarının matematiksel bilgilerine ilişkin değişiklikleri keşfetmeyi amaçlamışlardır. Çalışma 25 matematik öğretmen adayıyla yürütülmüştür. Dinamik geometri yazılımları kullanılarak gerçekleştirilen öğretime problem kurma aktiviteleri entegre edilmiştir. Geometri konularına yönelik bu problem kurma çalışmalarında Brown ve Walter (1969) tarafından önerilen “olmaz ise ne olur” stratejisinden yararlanılmıştır. Daha kapsamlı bir araştırmanın parçası olan bu araştırmada kullanılan veri toplama aracını ağırlıklı olarak portfolyolar oluşturmuştur. Öğretmen adayları kendi gelişim süreçlerini anlattıkları portfolyo örneklerini haftalık olarak araştırmacılarla paylaşmışlardır. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının matematiksel bilgi ve meta-matematiksel bilgileriyle ilgili bazı sonuçlar elde edilmiştir. Öğretmen adaylarının matematiksel bilgileriyle ilgili olarak geometrik kavram ve nesne tanımlarıyla ilgili formal bilgilerinin ve bu tanımlar arasındaki ilişkilerle ilgili daha derin bir anlayışa sahip oldukları görülmüştür. Meta-matematiksel bilgileri açısından ise, öğretmen adaylarının matematiksel durumların geçerliliğin sağlanması, problemde verilenlerin nasıl belirleneceği ve bu verilenlerin nasıl bir araya getirilerek uygun bir matematiksel durum oluşturulabileceğinin belirlenmesi, matematiksel ispatın matematik yapmadaki önemi ve yeri konularındaki bilgilerinin gelişim gösterdiği görülmüştür. Sonuç olarak bu araştırmada kurulan problemler aracılığıyla öğretmen adaylarının geometrik kavramlar ve matematiksel süreçleri ile alakalı derin bilgilere ulaşıldığı görülmektedir.

Işık (2011) da öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizini yapmayı amaçlamıştır. Öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik kavramsal düşünce yapıları kurdukları problemler üzerinden irdelenmiştir. Çalışmada betimsel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Çalışmaya 2007-2008 öğretim yılında İlköğretim Matematik Öğretmenliği son sınıfta öğrenim gören 127 öğretmen adayı katılmıştır. Verilerin toplanması için 4 çarpma ve 4 bölme işlemi içeren 8 maddeden oluşan Problem Kurma Testi'nden yararlanılmıştır. Bu testte katılımcılardan maddede verilen problemin çözümüne yönelik problem kurmaları istenmiştir. Verilerin analizi için kesirlere yüklenen anlam ve problemin tamamına yüklenen anlamlar kodlanarak sınıflandırılmıştır. Bu sınıflamalara ilişkin frekans tabloları oluşturulmuştur. Öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma işleminde işlem ve sayılara anlam yüklemede genel olarak başarılı oldukları ancak bölme işleminde işlem ve sayılara anlam yüklemede sıkıntılar yaşandığı bulunmuştur. Çarpma işleminde doğal sayı ile kesrin çarpımında tekrarlı toplama anlamında problem kurdukları, tam sayılı kesirle ilgili problem çözmede zorlandıkları görülmüştür. Bölme işleminde problem cümlelerinde "eşit paylaşım" anlamına yoğunlaşıldığı ve bölünenin doğal sayı olması durumunda sıklıkla "ölçme" anlamını yansıtan problemler kurulduğu görülmüştür.

Lin (2004) ise öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel anlamalarını ölçmek amacıyla problem kurma görevleri geliştirmelerini desteklemek için bir çalışma gerçekleştirmiştir. Bu çalışmada yedi sınıf öğretmeni ve araştırmacı işbirlikli olarak çalışmış ve ölçme bileşenlerinin öğretime entegre edilmesi için okul tabanlı bir ölçme takımı oluşturmuşlardır. Öğrenci anlamaları hakkındaki veriler sınıf gözlemleri, problem kurma görevleri, görevlere öğrenciler tarafından verilen cevaplar ve düzenli yapılan haftalık toplantıların ses kayıtlarının çözümlenmesinden elde edilmiştir. Öğretmenler sayı cümlesi, çizim veya resim gösterimler, matematiksel dille verilen ifadeler ve öğrencilerin çözüm yollarından yola çıkarak dört farklı kategoride problem kurmuşlardır. Yapılan araştırmada, öğretmenlerin matematiksel öğrenmelerin doğal bir parçası olarak problem kurmanın kullanıldığı bir öğrenme ortamı yaratmaları anlamında desteklendiği belirtilmiştir. Öğretmenler açısından bakıldığında problem kurma görevlerinin öğrencilerin matematiksel anlamalarını nasıl yapılandırdıklarına ortaya koyması bakımından oldukça etkili bir ölçme aracı olduğu vurgulanmıştır.

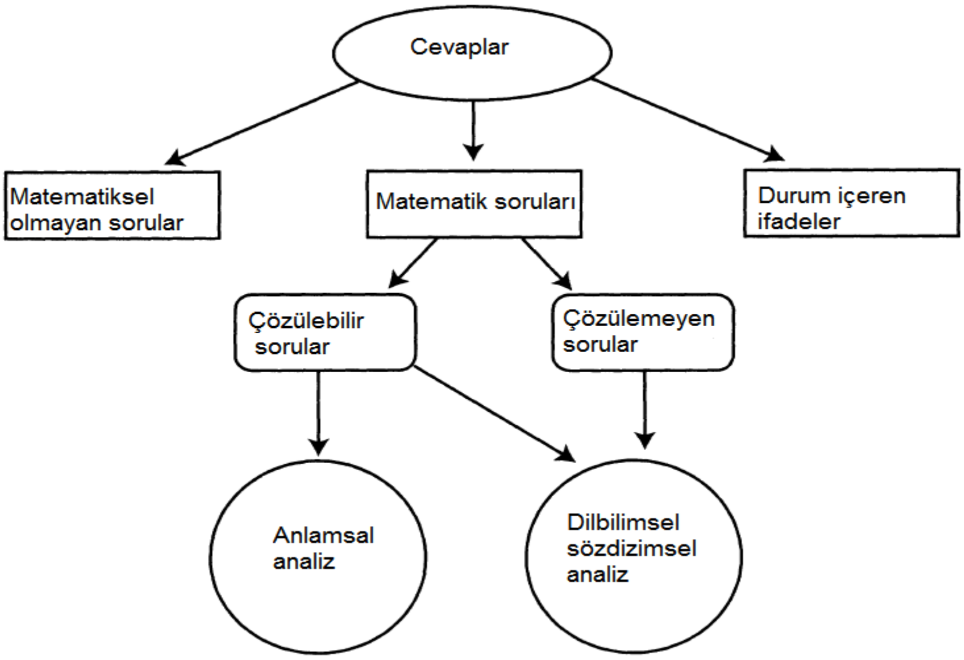
Cai (2003), Singapur'da farklı başarı düzeylerinde yer alan okullarda öğrenim gören öğrencilerle bir araştırma gerçekleştirmiştir. Bu araştırmada öğrencilerin problem çözmeleri ve problem kurmaları sırasındaki matematiksel düşünmelerini ortaya koymak amaçlanmıştır. Araştırmanın katılımcılarını 155 tane dördüncü sınıfa devam eden 155, beşinci sınıfa devam eden 167 ve altıncı sınıfa devam eden 150 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırma sonucunda öğrencilerin uygun problem çözme stratejilerini seçebildikleri ve çözümlerine uygun temsilleri kullanarak çözümlerini açıklayabildikleri görülmüştür. Öğrencilerin birçoğunun problem kurma görevinde verilen şekil örüntüsüne uygun olarak problem kurabildikleri görülmüştür. Dördüncü ve 5. sınıf öğrencileri arasında problem çözme ve problem kurma açısından 5. sınıf lehine anlamlı bir farklılık bulunurken 5 ve 6. sınıflar arasında anlamlı bir farklılık bulunmamıştır.

Yapılan çalışmalar farklı yaş gruplarındaki öğrencilerin matematiksel anlamalarını ortaya koymak için problem kurmanın oldukça etkili olduğunu ortaya koymaktadır. Kurulan problemlerin değerlendirilmesiyle kişilerin matematiksel kavramlara yönelik matematiksel anlayışlarının derinlemesine ortaya koyulabildiği, düşünme yollarının gözlenebildiği, kavramlara yönelik hatalı ve eksik anlayışların belirlenebildiği görülmektedir (Cai vd. 2013; Işık & Kar, 2012; Işık, 2011; Lavy & Shiriki, 2010; Lin, 2004; Koichu, Harel & Manaster, 2013).

Kurulan problemlerin değerlendirilmesi ve rubrik geliştirme araştırmaları. Problem kurma araştırmalarının bir kısmında öğretmenler, öğrenciler ya da öğretmen adayları tarafından kurulan problemler araştırmacıların oluşturdukları çeşitli sınıflamalara göre analiz etmişlerdir (Canköy, 2014; Crespo & Sinclair, 2008; Silver & Cai, 1996; Kaba & Şengül, 2016; Kwek & Lye, 2008; Vacc, 1993).

Vacc (1993) sınıf içi tartışma ortamına ve sorulan soruların önemine vurgu yapmıştır. Bu araştırmada matematik eğitimcilerine verilen çeşitli şekilleri içeren bir çalışma kâğıdı verilerek, öğretmenlerden öğrencilerin bu şekilleri kullanabilecekleri soruların listesini yapmaları istenmiştir. Vacc (1993) öğretmenlerin sorularını sınıflarken Barnes'ın (1990) kullandığı sınıflandırmadan yola çıkmıştır. Buna göre olgusal sorular (Factual questions), nedensel sorular (reasoning questions) ve açık uçlu sorular (open questions not calling for reasons) şeklinde sınıflandırmıştır. Olgusal sorular *"B, D ve S şekillerinin adı nedir?"* gibi doğrudan bilginin hatırlanmasını içeren sorulardır. Nedensel sorular ise kapalı nedensel-hatırlanan diziler (closed reasoning-recalled sequences), kapalı nedensel-hatırlanmayan (closed reasoning-not recalled), açık nedensel sorular (open reasning) ve gözlem (observation) şeklinde gruplandırılmıştır. Kapalı nedensel-hatırlanan diziler kategorsine örnek olarak "*G şeklini ölçme birimi olarak kullanarak U şeklindeki bir zemini kaplayan kaç halıya ihtiyaç duyarsınız?*"; kapalı nedensel-hatırlanmayan kategorisine örnek olarak "*hangi 5 şeklin yalnızca bir kenarları diğer şeklin bir kenarına değdirerek U şekliyle aynı şekilde ve aynı büyüklükte bir şekil elde edebilirsiniz";* açık nedensel sorulara örnek olarak " neden J, K ve L şekilleri üçgen değildir?"; gözlem sorularına örnek olarak ise "*L, T ve U şekillerinden hangi ikisi daha çok benzerdir?"* verilmektedir. Açık uçlu sorular kategorisinde ise birden fazla cevabı olabilen sorular yer almaktadır, örneğin *"E şekli O şekline nasıl benzer?"* şeklinde sorulardır. Bu çalışmada soruların sınıflanmasında, soruların bilgiyi nasıl kullandığına göre sınıfladığı görülmektedir. Örneğin sadece önceki öğrenmelerin hatırlanmasını içeren problemler olgusal, önceki bilgilerin yeniden yapılandırılmasını içerenler nedensel, farklı kabul edilebilir cevapları içeren ve yeni kavramların tanıştırılmasına olanak tanıyan sorular ise açık uçlu şeklinde sınıflandırılmıştır.

Silver ve Cai (1996), 6. ve 7. sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği çalışmada öğrencilere sözel bir durum vererek bu durumu içeren çeşitli aritmetik problemleri kurmalarını istemişlerdir. Öğrencilerin kurdukları problemler ise dilsel, matematiksel çözülebilirlik ve oluşturulan problemin zorluğu açısından analiz edilmiştir. Araştırmacıların problemlerin analizinde kullandıkları şema Şekil 2' de yer almaktadır.



Şekil 2. Analiz şeması

Silver & Cai (1996) öğrencilerin kurdukları problemleri öncelikle matematiksel bir soru olup olmadığını incelemişlerdir. Eğer kurulan problem gerçekten matematiksel bir problem ise bir sonraki adımda problemlerin çözülebilir ve çözülemez olan sorular şeklinde kategorize etmişlerdir. Kurulan problemleri çözmek için eğer problemde yeterli bilgi bulunmuyorsa bu sorular çözülemeyen sorular kategorisinde ele alınmıştır. Son aşamada ise problemlerin zorluğu için çözülebilir sorular için anlamsal ve dilbilimsel bir analiz yapılmıştır. Çözülemeyen sorular için de dilbilimsel analiz yapılmıştır. Dilbilimsel analizde araştırmacılar Mayer, Lewis ve Hegart (aktaran Silver & Cai, 1996) tarafından problem zorluğunu dilbilimsel açıdan değerlendirmek için kullanılan kategorizasyonu, yani problemlerin ödev (görev), ilişkisel veya koşullu olma durumlarını incelenmiştir. Silver ve Cai (1996; s.525) çalışmalarında kullandıkları problem kurma görevi şu şekildedir: Jerome, Eliot Ve Arturo bir geziden dönmektedirler. Arturo, Eliot'ten 80 mil daha fazla araba sürmüştür. Eliot Jerome'nin sürdüğü yolun iki katı kadar araba sürmüştür. Jerome 50 mil araba sürmüştür. Bu durumdan yola çıkarak öğrencilerin problemler oluşturmaları istenmiştir. Ödev niteliğindeki problemler; hepsi birden kaç mil araba sürmüşlerdir, şeklinde olan problemlerdir. İlişkisel olanlar ise birbirine bağlı durumları içerir, örneğin; Arturo Jerome'den kaç mil daha fazla araba sürmüştür, şeklindeki problem ilişkisel kategorisindedir. Koşullu durumlarda ise problem içinde bir koşulu barındırır, “Eğer Arturo elliot’tan 80 mil fazla araba sürdüyse, Arturo kaç mil araba sürmüştür” şeklinde bir problem koşullu duruma örnektir.

Kurulan problemlerin ödev, ilişkisel ve koşullu şeklinde sınıflandırılma Silver & Cai’nin (1996) araştırmasında kullandığı problem kurma görevini kullanan Crespo & Sincleir’in (2008) çalışmasında da görülmüştür. Crespo & Sincleir araştırmalarını 22 öğretmen adayıyla gerçekleştirmiş olup literatürdeki bazı problem kurma görevlerini (Vacc, 1993; Silver & Cai, 1996) kullanarak öğretmen adaylarından problem kurmalarını istemişlerdir. Crespo ve Sincleir (2008) öğretmen adaylarının Silver ve Cai (1996) tarafından kullanılan göreve verilen yanıtların ortaokul öğrencilerinden pek farklı olmadığını, genellikle ödev daha sonra ilişkisel ve daha az koşullu problem kurdukları sonucuna ulaşmıştır. Aynı zamanda Vacc’ın (1993) kullandığı benzer diğer görevden elde edilen bulguların da Vacc’ın (1993) çalışmasındaki öğretmenlerle benzer olduğu belirtilmiştir. Crespo ve Sincleir (2008) bu bulgulardan yola çıkarak öğretmen adaylarından ortaokul öğrencilerinden ve öğretmenlerden elde edilen bulgularının benzer olduğunu bu buna göre kurulan problemlerin çözümünde olgusal, basit ve düşük seviyede bilişsel yük gerektirdiğini belirtmişlerdir. Bu noktadan hareketle çalışmalarının sonraki kısımlarında iyi bir matematiksel problemin ne olduğunu tartışmışlardır. Grup görüşmeleri ve tartışmalarıyla kurdukları problemlere farklı açılardan yaklaşmışlardır. İlk görüşmede bir grup öğrenci ilki gibi doğal şekilde problem kurarken diğer grup matematiksel durumların keşfine yönelik problem kurmaya açıkça yönlendirilmiştir ve öğretmen adayları kendi problemlerini değerlendirmişlerdir. İkinci görüşmede öğretmen adayları bir matematiksel problemi neyin ilginç yapacağını tartışmışlardır. Bir problemin matematiksel değerini ölçen kriterlerin tartışılması bir yiyeceğin besleyici (nutrious) ve lezzetli (tasty) olmaları metaforları üzerinden yapılmıştır. Nasıl bir yiyecek faydalı olup lezzetli olmayabilir veya lezzetli olup faydalı olmayabilirse örneğin bir olgusal problemin de faydalı ancak lezzetli olmadığından yola çıkılarak problemlerin özellikleri tartışılmıştır. Son olarak öğretmen adayları yeniden problem kurup kendi kurdukları problemleri değerlendirmişlerdir. Burada öğretmen adayları sınıf tartışmalarında ortaya çıkan estetik kriterlerini (şaşırtıcı (surprize), yenilikçi/orijinal (novelty), verimlilik (fritfulness)) kullanmışlardır. Bu araştırma problem kurma sürecinde keşif/incelemeye (exploration) ve problemlerin estetik yönüne vurgu yapmaktadır. Yine çalışmada öğretmen adaylarının problemleri değerlendirirken ve kategorize ederken oldukça zorlandıkları vurgulanmıştır. Araştırmacılar daha geniş kapsamlı problemlere yönelik değerlendirme ve kategorize şemalarına ihtiyaç olduğunu belirtmişler ve problemlerin estetik yönünün de dikkate alınabileceğini ifade etmişlerdir (Crespo & Sinclair, 2008).

Özgen ve diğerlerinin (2017) çalışmasında, sekizinci sınıf öğrencilerinin farklı problem kurma durumlarındaki becerileri, bu becerilerin cinsiyet, genel akademik başarı ve matematik dersi başarısı değişkenlerine göre farklılaşıp farklılaşmadığı ve problem çözme tutumları incelenmiştir. Araştırmada ilköğretim 8. sınıf düzeyinde 166 öğrenci yer almıştır. Araştırmanın veri toplama araçlarını araştırmacılar tarafından geliştirilen, serbest, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış problem kurma etkinliklerini içeren toplam 6 açık uçlu sorudan oluşan Problem Kurma Testi ve Çanakçı (2008'dan aktaran Özgen vd., 2017) tarafından geliştirilen Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği oluşturmuştur. Araştırma sonuçlarına göre sekizinci sınıf öğrencileri problem kurmada zorluklar yaşamaktadır. Öğrencilerin problem kurma becerileri cinsiyete göre anlamlı farklılık göstermemektedir. Bununla beraber öğrencilerin problem kurma becerileri genel akademik başarılarına ve matematik dersi başarılarına göre anlamlı düzeyde farklılık göstermiştir. Bir diğer araştırma bulgusu ise, öğrencilerin problem kurma becerileri ve problem çözmeye yönelik tutumları arasında anlamlı bir ilişki gözlenmesidir.

Öğrencilerin kurdukları problemlerin niteliğini tartışan bir başka çalışma da Canköy (2014) tarafından gerçekleştirilmiştir. Araştırma 5. sınıf öğrencilerinin serbest problem kurma durumlarına kurdukları problemlerin niteliğine öğretimsel bir yaklaşım katkılarına odaklanılmıştır. Bu araştırmada birbirine geçmiş problem kurma derslerinin öğrencilerin problem kurmalarını geliştirip geliştirmediği incelenmiştir. Deney grubuna uygulanan birbirine geçmiş problem kurma derslerinin tasarımı şu şekildedir: Öğretmen öncelikle tahtaya bazı kelime veya sayılar yazar. Daha sonra bir öğrenci en fazla iki kelime veya sayı ekleyerek bir problem oluşturmaya çalışır. Eğer problem için veriler yeterliyse çözüme geçilir ve sonuç tartışılır. Yeterli değilse öğretmen potansiyel problemin niteliğini hesaba katarak öğrencilerin doğru bir problem geliştirmelerine yardımcı olacak bir tartışma yürütür. Daha sonra yeniden bir öğrenci tahtaya çıkar ve problem için kelime veya ekler. Süreç bu şekilde devam eder. Kontrol grubuna ise 4 adımlı problem çözeme basamakları tanıtılmış ve derslerde kitaplardaki ölçme ve doğal sayılar konularındaki problemler öğretmen ve öğrenci tarafından bu şekilde çözülmüştür. Ardından öğrencilerden bu konulara yönelik serbest problem kurmaları istenmiştir. Daha sonra öğretmen sınıfta bu problemlerden rastgele seçerek soruların niteliğini ve çözülebilirliğini tartışmıştır. Bu araştırmada problemlerin niteliğinin göstergeleri matematiksel çözülebilirlik, mantıklılık ve matematiksel yapı olarak ele alınmıştır. Buna göre araştırmada uygulanan sınıflamaya ilişkin tablo aşağıda yer almaktadır (Canköy, 2014).

Tablo 2

Problem Niteliğinin Göstergeleri

Kategori	Alt Kategori	Açıklama
Çözülebilirlik	Çözülebilir	Problemde verilen bilgiler problemi çözüp cevabı bulmak için yeterlidir
	Çözülemez	Problemde verilen bilgiler problemi çözüp cevabı bulmak için yeterli değildir
Mantıklılık (reasonable)	Mantıklılık	Problemde verilen bilgiler ve bulunan cevap gerçekçi ve gerçek yaşamda uygulanabilirdir.
	Mantıksızlık	Problemde verilen bilgiler ve bulunan cevap gerçekçi değildir ve gerçek yaşamda uygulanamazdır.
Matematiksel yapı	Sonucun bilinmediği	Problem sonucun bilinmediği bir matematiksel yapıya sahiptir.
	Başlangıcın bilinmediği	Problem bilinmeyenlerle başlar

Bu araştırmanın sonucunda deney grubundaki öğrencilerin tüm kategorilere göre problem kurma performansının arttığı ve bu öğrencilerin kontrol grubuna göre daha yüksek oranda çözülebilir, mantıklı ve başlangıcın bilinmediği problemler kurabildiği gözlenmiştir (Canköy, 2014). Canköy (2014) problemin niteliğini açıklarken, problemin çözülebilir olmasının önemli olduğunu ancak her zaman tam bir anlamanın göstergesi olmadığını ifade etmiştir. Bu nedenle problemin mantıklılığının (reasonable) da önemli olduğunu, yani gerçek yaşam bağlamına uygun olup olmamasını da dikkate aldığını belirtmiştir. Literatürde (Koedinger & Nathan, 2004'den aktaran Canköy, 2014), başlangıcı bilinmeyen problem çözmenin daha zor olduğu belirtilerek, problemde bilinmeyenin durumunun (sonucun bilinmediği ve başlangıcın bilinmediği durumlar) problemin çözmenin zorluğunun bir göstergesi olduğu vurgulanmıştır. Bu nedenle Canköy (2014) matematiksel yapı kategorisinde elen alınan bilinmeyenin durumunun problemin niteliğinin göstergelerinden bir olarak belirlendiğini ifade etmiştir.

Kaba ve Şengül (2016) ise kurulan problemlerin değerlendirilmesi için bir rubrik geliştirmişlerdir. Bu araştırmanın çalışma grubunu 7. sınıfta öğrenim gören 29 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmanın veri kaynaklarını çalışma kağıtları, sınıf tartışmaları ve literatürdeki ilgili çalışmalar oluşturmuştur. Araştırmada oluşturulan rubriğin taslak halinde problemin zorluk derecesi ve problemin orijinalliğiyle ilgili boyutlar yer almaktayken son halinde bu boyutlar çıkarılmıştır. Problemin zorluğunun çıkarılma gerekçesi, kurulan problemlerin maksimum 2 veya 3 adımda çözülüyor olması ve de öğrencilerin problemleri çözerken zorlanmamaları olarak belirtilmiştir. Problemin orijinalliği boyutu ise öğrencilerden orijinal problem kurmaları istendiğinde, orijinal problem kurmak kaygısıyla gerçek yaşamdan oldukça uzak problem kuruyor olmaları gerekçesiyle rubriğin son halinde yer almamıştır. Rubriğin son halinde yer alan boyutlar problem metni, problemin matematik ilkeleriyle uyumu, problemin tipi(yapısı), problemin çözülebilirliğidir. Problem oluşturmayı değerlendirme rubriği şekilde yer almaktadır. Bu rubriğe göre; problem metni açık ve anlaşılır değilse 1 puan, problem metni kısmen anlaşılırsa 2 puan, problem metni anlaşılır fakat istenen belli değilse 3 puan, problem metni açık ve anlaşılır ise 4 puan alınmaktadır. Problem matematik ilkeleriyle uyumlu değilse 0 puan, problemde yanlış kavram kullanımı var ama kısmen uygun ise 1 puan, problem matematik ilkelerine uygun ancak gerçek yaşama uygun değilse 2 puan, problem hem gerçek yaşama hem de matematik ilkelerine uygunsa 3 puanla değerlendirilmektedir. Problem türü boyutunda; eğer basit alıştırma türündeyse 1 puan, alıştırma türündeyse 2 puan, basit normal sözel problem türündeyse 3 puan ve normal sözel problem türündeyse 4 puan olarak değerlendirilmiştir. Problemin çözülebilirliği boyutunda ise problemdeki veriler çözüm için yeterli değilse 0 puan, veriler yeterli ancak karmaşık olduğu için çözülemiyor ise 1 puan, problem çözülebilir ancak veriler hatalı/eksik ise 2 puan, veriler yeterli tam ve uygun ise 3 puanla değerlendirilmiştir. Oluşturulan rubrikte problem metni katsayısı 7, problemin matematik ilkeleriyle uyumu boyutunun katsayısı 8, problemin türü boyutunun katsayısı 6, problemin çözülebilirliği boyutunun katsayısı ise 8 olarak belirlenmiştir. Problemin matematik ilkeleriyle uyumu ve çözülebilirliği boyutundan 0 puan alan problemlerin değerlendirmeye alınmayacağı belirtilmiştir. Her bir boyuttan alınan puanların belirtilen katsayılarla ile çarpılıp toplanılmasıyla toplan puan elde edilmektedir.

Kwek & Lye (2008) problem kurma görevlerini bir ölçme aracı olarak kullanarak öğrencilerin düşünme süreçleri, anlamaları ve becerilerini keşfetmeyi amaçlayan bir eylem araştırması gerçekleştirmişlerdir. Ortaokul seviyesindeki 120 üstün yetenekli öğrenci ile çalışmışlardır. Öğrencilerin performansları problem karmaşıklığı ışığında analiz edilerek değerlendirilmiştir. Bu çalışmada matematiksel karmaşıklık ele alınıştır. Matematiksel karmaşıklık görevin bilişsel gereksinimlerini ifade etmekte olup; düşük, orta ve yüksek olarak kategorize edilmiştir. Her karmaşıklık seviyesi akıl yürütme, prosedürleri yürütme, kavramları anlama ve problem çözme matematik bilme ve yapmanın farklı yönlerini içermektedir. *Düşük karmaşıklık* seviyesindeki bir yanıt, öğrencinin bir özelliği hatırlamasını içerebilir. Tipik olarak problem çözen kişinin bu da genellikle mekanik olarak prosedürleri yürütmesi gerekmektedir. Yaratıcı bir çözüm için çok az bir alan vardır. Bu kategorideki problemler genellikle;

- Bir kuralı, terimi veya özelliği tanıma veya hatırlama;
- Bir toplam, fark, çarpım veya bölümü hesaplama;
- Belirli bir prosedürü yürütme;
- Tek adımlı bir sözel problemi çözme;
- Bir grafikten, tablodan veya şekilden bir bilgiye ulaşma şeklinde olabilir.

Orta seviyede ise, öğrencinin iki özellik arasında ilişki kurmasını içerebilir. Orta karmaşıklık dizeyinde düşük karmaşıklık düzeyine göre daha çok esnek bir düşünme ve alternatifler arasından bir şeyleri seçmeyi içerir. Bu soruların cevapları geleneksel yaklaşımın ötesine geçmeyi veya çoklu adımları gerektirir. Problemi çözen kişiden ne yapılacağına karar vermesi, problem çözme stratejilerinin ve akıl yürütmenin informal metotlarını uygulaması beklenmektedir. Orta karmaşıklıktaki problemler genellikle aşağıdaki şekilde olabilir;

- Bir durumu matematiksel olarak birden fazla şekilde temsil etme
- Bir çözüm sürecindeki adımlar için bir doğrulama sağlamak
- Görsel bir temsili yorumlama
- Çok adımlı bir problemi çözme
- Bir örüntüyü genişletme
- Bir grafikten, tablodan ve şekilden bilgi elde ederek bunu problem içinde kullanma

Yüksek seviyede ise, öğrencinin matematiksel bir modeldeki varsayımları analiz etmesini içerebilir. Bu düzeyde, problem çözücüden yoğun talepte bulunulur. Problem daha fazla soyut akıl yürütme, yaratıcı düşünce, planlama, doğrulama, analiz ile ilişkilendirilmelidir. Bu kategorideki tatmin edici cevap problem çözücünün soyut ve sofistike (çok yönlü) düşünmesini gerektirmektedir. Bu kategorideki problemler aşağıdaki şekilde olabilir.

- Bu problemi çözmek için nasıl farklı gösterimler kullanılabilir, tanımlayın
- Çoklu adımları ve çoklu karar verme noktalarını içeren bir prosedür sergileme
- Bir örüntüyü genelleme
- Birden fazla yolla bir problem çözme
- Bir problemin çözümün açıkla ve doğrulama

Araştırma sonucunda problem kurma görevlerinin yalnızca öğrencilerin ne bildiklerini ve de matematiksel bilgileriyle neler yapabildiklerini ortaya koymak için bir fırsat olmadığı, aynı zamanda öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel öğrenmeleri ve düşünmeleri arasındaki ilişkileri gözlemlemeye imkan verdiği belirtilmiştir.

Yukarıda bahsedilen çalışmalarda kurulan problemlerin analizinde görevlerin yapısına göre amaca göre farklı analiz şemalarından yararlanıldığı görülmektedir. Bu araştırmaların çeşitli öğrenme alanlarına yönelik örneğin;

geometri (Crespo & Sincleir, 2008; Vacc,1993) ve sayılar konularını içerdiği (Canköy, 2014; Crespo & Sincleir, 2008; Silver & Cai, 1996), sözel problem kurma durumlarını incelediği görülmüştür. Ayrıca kurulan problemlerin niteliği incelenirken kullanılan problem kurma görevlerinde genel olarak problem kurma becerisini ortaya çıkarmanın ön planda olduğu görülmektedir. Bu nedenle kullanılan analiz şemalarının benzer konulara ve benzer amaçlarla kullanımının daha uygun olacağı düşünülmektedir.

Bölüm 3
Yöntem

Bu bölümde araştırmanın türü, çalışma grubu, veri toplama araçları, araştırmanın uygulama süreci ve veri analiz yöntemleri olmak üzere araştırmanın yöntemi ele alınacaktır.

Araştırmanın Türü

Öğrencilerin problem kurma destekli yürütülen derslerde doğrusal denklemler konusuna ilişkin kurdukları problemlerin, matematiksel bilgi ve becerilerin ayrıntılı olarak incelenmesini ele alan bu araştırma bir durum çalışmasıdır.

Durum çalışması ise, “sınırlı” bir durumun veya durumların ayrıntılı tanımlanması ve incelenmesi (Merriam, 2009), bunu yaparken çeşitli kaynaklardan toplanan detayları verileri kullanılması ve durumun veya durumların temalar oluşturularak rapor edilmesi sürecidir (Creswell, 2007). Durum çalışmalarının asıl amacını bütünsel bir betimleme ve açıklama oluşturmaktadır (Merriam, 2009). Bir durum çalışması olarak tasarlanan bu araştırmanın sınırlarını oluşturan ögeler şu şekildedir; bu araştırma kurma destekli yürütülen doğrusal denklemler dersleri ile bu derslerin uygulandığı sınıfta bulunan 7. sınıf öğrencileri ile sınırlıdır.

Araştırmanın Katılımcıları ve Ortam

Araştırmanın katılımcılarını belirlemek için çok yönlü bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların çalışılmasına imkan sağlayan amaçlı örnekleme yöntemlerinden yararlanılmıştır. Ortalama durumları çalışmak amacıyla, tipik durum örneklemesine göre Akdeniz bölgesinde yer alan bir ilde, başarı sıralamasında ortalamalarda yer alan bir okulda öğrenim gören yedinci sınıf öğrenci ile uygulama gerçekleştirilmiştir. Bunun için ilde yer alan ve başarı durumları ortalama grupta yer alan okulların matematik öğretmenleri ile görüşmeler gerçekleştirilmiş ve araştırmaya katılmaya gönüllü olan bir öğretmenin sınıfı araştırmaya dâhil edilmiştir. Araştırmanın yürütülmesi için alınan izinler Ek-I ve Ek-İ’de yer almaktadır. Araştırmaya katılmayı kabul eden öğretmen, 8 yıllık öğretmenlik tecrübesi bulunan, çeşitli proje yarışmalarından dereceler almış, yenilikleri uygulamaya açık ve öğrenciler tarafından oldukça sevilen bir öğretmendir. Araştırma kapsamında uygulamanın gerçekleştirildiği okulun türü imam hatip ortaokulu olup, dersler ilgili öğretmenin sınıfında bulunan 20 kız öğrenciyle yürütülmüştür.

Öğrencilerin ders aralarında sınıfta kalıp çeşitli matematik oyunları oynadığı, araştırmacı notlarında da yer edinmiş bir tespittir. Sınıfın genel matematik başarısı orta düzeydedir. Dersi yürüten öğretmenin yeniliklere ve gelişime oldukça açık bir öğretmen olduğu, böylelikle öğrencilerin matematiğe karşı tutum ve ilgilerini pozitif olarak etkilemiş olduğu düşünülmüştür. Ders 20 öğrenciyle yürütülmüş olsa da birinci ve üçüncü araştırma problemi için görüşmeler, yalnızca görüşme yapmayı kabul eden 12 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin bir kısmının görüşmeler sırasında devamsızlık yapmaları nedeniyle bazı görüşmeler gerçekleştirilememiştir. Katılımcıların bir kısmı ise kamera kaydına alınma kaygısından dolayı görüşme yapmayı kabul etmemiştir. Görüşmeyi kabul eden öğrenciler Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö18 olarak kodlanmıştır.

Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmalarda araştırmacı katılımcı bir rol üstlendiğinden çalışılan durumun araştırmacıdan bağımsız düşünülmesi olanaksızdır ve ne yaptığı, nasıl yaptığı ve durumlara nasıl anlam verdiğini açıkça ortaya koymalıdır (Fraenkel & Wallen, 2006; Yıldırım & Şimşek, 2008). Bu araştırma sürecinde problem kurma destekli ders içerikleri araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Gerekli izinler alındıktan sonra belirlenen örnekleme yöntemine göre seçilen okullardaki öğretmenlerle görüşülmüş ve gönüllü olan bir öğretmenin sınıfında uygulama gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin araştırmacıya alışması için uygulama yapılacak doğrusal denklemler dersleri öncesinde araştırmacı derslere gözlemci olarak katılmaya başlamıştır. Bu süreçte araştırmacı, öğretmenle devamlı işbirliği içinde olmuş ve doğrusal denklemler ders planlarının hazırlanması, yürütülmesi ve güncellenmesi sırasında fikir alış verişinde bulunulmuştur. Araştırmacı uygulama yapılacak dersler öncesinde problem kurmayı tanıtmış ve bir ders saati süresince öğrencilerle problem kurma çalışmaları gerçekleştirmiştir. Ancak dersin uygulama süresince araştırmacı derslerde herhangi bir müdahalede bulunmadan, katılımsız gözlemci olarak yer almıştır. Doğrusal denklem dersleri sonunda ise klinik mülakatlar araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir.

Uygulama Süreci

Bu araştırmanın odağı olan doğrusal denklemler konusunun öğretimi araştırmacı tarafından hazırlanan problem kurma destekli öğretim materyalleri ile gerçekleştirilmiştir. Asıl uygulama öncesinde, 2015-2016 bahar yarıyılında Seçmeli Matematik derslerinde pilot uygulamalar gerçekleştirilmiştir.

Pilot uygulamada ders işlenişi, öğrenci seviyesi ve problem kurma yaklaşımıyla hazırlanan ders içerikleri ve problem kurma görevlerinin uygunluğu hakkında fikir edinilmiştir. Ardından asıl uygulama için gerekli düzeltmeler ve hazırlıklar yapılarak 2016-2017 güz yarıyılında Aralık ve Ocak aylarında 12 saatlik uygulama gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı öğrencilerin kendisine alışmasını sağlamak amacıyla uygulamanın gerçekleştirilmesi planlanan Aralık ve Ocak aylarından önce iki hafta yani yaklaşık 10 saat derslere gözlemci olarak katılarak öğrencilerin araştırmacıya alışmasını sağlamıştır. Araştırmanın uygulama takvimi Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3

Uygulama Süreci

Dönem			Tarih	Veri Toplama Aşamaları
2015-2016	Bahar Dönemi	(Pilot Uygulama)	Nisan 2016	Öğrencilerin alışmasını sağlamak için derse gözlemci olarak katılma (5 saat)
			Mayıs 2016	Problem çözme ve kurma yaklaşımıyla yapılandırılan ders içeriğinin pilot uygulaması (12saat)
			Mayıs 2016 – Haziran 2016	Pilot görüşmelerin gerçekleştirilmesi
2016-2017	Güz Dönemi	(Asıl Uygulama)	Aralık 2016	Öğrencilerin alışmasını sağlamak için derse gözlemci olarak katılma (10 saat)
			Aralık 2016 - Ocak 2017	Doğrusal denklemler konusuna yönelik problem kurma destekli derslerin uygulanması (12 saat)
			Ocak 2017	Öğrencilerle görüşmelerin gerçekleştirilmesi

Öğretim materyallerinin oluşturulma süreci, pilot uygulamalar ve elde edilen verilerden hareketle asıl uygulama süreci için geçekleştirilen değişiklikler aşağıda detaylıca ele alınmıştır.

Öğretim materyallerinin oluşturulma süreci ve dikkat edilen unsurlar. Ders içerikleri; öğretim programı, MEB tarafından onaylı ders kitapları ve ilgili alanyazın taranarak oluşturulmuştur. Oluşturulan içeriklerin öğretim programındaki kazanımlara uygunluğu, öğrenci seviyesine uygunluğu ve tercih edilen problem kurma yaklaşımına uygunluğu açısından matematik eğitimi alanı uzmanlarının görüşüne başvurulmuştur. Bunun yanında ders içerikleri ve uygulamada karşılaşılabilecek sıkıntılar, çalışma kâğıtlarını uygulama için gereken süre gibi uygulamaya yönelik açılardan uygulama yapılan sınıfın matematik öğretmenin görüşlerine başvurulmuş ve çeşitli düzenlemeler yapılmıştır.

Bu çalışmada öğretim programında belirtilen kazanım ve becerileri destekleyecek şekilde 7. sınıf doğrusal denklemler alt öğrenme alanına ilişkin ders içerikleri oluşturulmuş. Öğretim programında (MEB, 2013) problem çözme, matematiksel süreç becerilerini (iletişim akıl yürütme, ilişkilendirme) geliştirmeye yönelik olmasına özen gösterilmiştir.

Ders içerikleri araştırmacı tarafından doğrusal denklemler konusunun yer aldığı matematik öğretimine ilişkin kitaplar ve akademik çalışmalar, 7. sınıf matematik ders kitapları, matematik öğretimi alanı uzmanlarının görüşleri, uygulama yapılacak sınıfın matematik öğretmenin görüşleri ile desteklenerek oluşturulmuştur.

Öğretim programında belirtildiği gibi öğrencilerin derse aktif atılımlarının sağlayacak, kendi sahip oldukları bilgi ve becerileri yeni durumlara uyarlamalarına teşvik ederek eski bilgileriyle yeni bilgilerini ilişkilendirmeyi sağlayacak öğrenme ortamı oluşturulması amaçlanmıştır (MEB, 2013). Ders içeriklerinin, öğretim programında belirtilen becerilerin geliştirmeye yönelik olmasına dikkat edilmiştir. Ders içeriğini oluştururken kazanıma yönelik matematik tarihinden örneklerden (Ör; ders içeriği s.1), ilgi çekici problemlerden yararlanılmıştır. Giriş problemlerinin öğrencinin ilgisini çekecek mevcut bilgileriyle bir kısmını çözebileceği ancak yeni öğretilmesi hedeflenen kazanımdaki kavramlara yönelik ihtiyaç oluşturacak nitelikte olmasına özen gösterilmiştir. Öğrencilerin aktif olmasının amaçlanması dersin tamamen öğrenci kontrolünde gelişmesi anlamında gelmemektedir. Tasarlanan derslerde öğrencinin kendi bilgisini oluşturması amaçlanmış olup bu yönlendirmeleri öğretmenin yapması planlanmıştır. Hedeflenen kazanımlarda yer alan tüm terim, bilgi ve kavramları öğrencinin kendisinin keşfetmesi pek mümkün olmamaktadır. Bu nedenle ders içeriklerinde öncelikle öğrencilere merak uyandırılacak şekilde giriş yapılmış, temel terim ve bilgilerin gerektiği kadar öğretilmesinden sonra ihtiyaç olduğu durumlarda alıştırmalardan yararlanılmış, matematiksel kavramların keşfi ve birbirleriyle ilişkilendirilebilmesi için problem çalışmalarından yararlanılmıştır.

Kazanımlara yönelik derslerin ilk kısımlarında yararlanılan problem kurma çalışmaları genellikle yapılandırılmış problem kurma türündedir. Yapılandırılmış problem kurma durumu iyi yapılandırılmış bir problem veya problem çözümü verilerek verilen problem veya çözümle ilgili yeni problemler üretmeyi içerir (Stoyanova, 2003). Literatürde yapılandırılmış problem kurma etkinliklerinde kullanılabilecek birçok stratejiden bahsedilmektedir. Bunlar a) bilinmeyeni değiştirmeyip kalan diğer durumları değiştirme (verileri ve koşulları), b) verileri aynı tutup kalanları değiştirme (bilinmeyeni ve koşulları), c) bilinmeyeni ve verileri değiştirme olarak belirtmiştir (Polya'dan aktaran Stoyanova, 2003). Brown & Walter (1983), çözülmüş bir problemi kullanan öğretimsel problem kurma yaklaşımı tasarlamışlardır. Buna göre problem koşulları veya orijinal problemin amacı için "…olur ise ne olur?", "… olmaz ise ne olur" soruları sistematik varyasyonlar şeklinde sorulur. Bu çalışmadaki yapılandırılmış problem kurma etkinliklerinde genel amaç yeni öğrenilen bilgilerin pekiştirilmesi ve hangi bağlamlarda bu matematiksel kavramlara ihtiyaç duyulduğunun anlaşılmasıdır. Öğrencilerin problem kurmaya başlaması için ve problemin yapısını anlaşılması amacıyla da bu tür etkinliklerin yararlı olacağı belirtilmiştir (Stoyanova, 2003). Sonraki süreçte problem kurmayı müfredat etkisini ölçme ve değerlendirme, kavramların nasıl anlaşıldığını ortaya çıkarma gibi farklı amaçlarla kullanabilmek için önce öğrencilerin problem kurma çalışmalarına aşina olmasını sağlamak gerekmektedir. Bu nedenle ilk önce yapılandırılmış problem kurma etkinliklerinden faydalanılmış, ancak bu problem kurma görevleri ikinci araştırma problemi için değerlendirmeye alınmamıştır.

Derslerin sonlarına doğru kurulması istenen problemler genellikle yarı yapılandırılmış ve serbest problem kurma türündedir. Problem kurmanın öğrencilerin matematiksel kavramlarını nasıl anladığını ve süreçlerini görmek açısından önemli olduğu bilinmektedir (Toluk-Uçar, 2009; English, 1997). Matematik eğitiminde problem kurmanın ölçme-değerlendirme anlamında nasıl kullanıldığı ve kullanılabileceğine ilişkin çalışmalar yapılmasının gerekliliği vurgulanmıştır (Silver, 2013). Yarı yapılandırılmış ve serbest problemlerin veri toplama aracı olarak kullanılmasıyla, öğretim süresince öğrencinin ilgili kazanım için kurduğu problemlerin niteliklerini belirlemek amaçlanmıştır. Ders sonunda uygulanan klinik mülakat problem kurma görevleriyle ise, öğrencilerin yeni öğrendikleri kazanımdaki matematiksel bilgilere ulaşma durumları, bilgi ve beceriyle gerçek yaşamla ilişkilendirme durumları, matematiksel dili kullanma durumları, temsilleri nasıl kullandığı ortaya çıkarılmak istenmiştir.

Ders içeriklerinin oluşturulması sürecinde, pilot uygulamalar oldukça etkili olmuştur. Pilot uygulamalar sırasında her kazanım için gerçekleştirilen öğretim sonrasında tüm ders içerikleri yeniden revize edilmiştir. Bu revize işlemleri ders uygulamaları devam ederken süreç içerisinde gerçekleştirilmiştir. Örneğin, koordinat sistemi konusuyla alakalı öğretim gerçekleştirilmiş, araştırmacının gözlemleri ve dersin öğretmeniyle gerçekleştirilen fikir alışverişi doğrultusunda hem koordinat sistemi hem de sonraki konular olan doğrusal ilişki ve denklem grafiklerinin çizilmesi konusundaki ders içerikleri revize edilmiştir. Bu süreçte gerçekleştirilen düzenlemeler; öğrencilerin zorlandıkları noktalar göz önünde bulundurularak çeşitli açıklamaların eklenmesi, problem kurma görevlerine ayrılan süreyle ilgili düzenlemeler, ders içerikleri dilsel açıdan düzenlenmesi, bazı problemlerin eklenmesi veya çıkartılması gibi durumları içermektedir. Düzenlemeler gerçekleştirildikten sonra, içeriklerin revize edilmiş hali öğretmene ulaştırılmış bir sonraki matematik dersinde konuya revize edilmiş içeriklerle devam edilmiştir. Koordinat sistemi konusundan sonra doğrusal ilişki konusuna geçilmiş ve benzer şekilde uygulama sonunda tüm ders içerikleri revize edilmiştir. Ders içeriklerinin oluşturulma ve pilot uygulamalarla geliştirilmesi sürecini özetleyen tablo aşağıdaki gibidir.

Tablo 4

Ders İçeriklerinin Oluşturulma ve Pilot Uygulamalarla Güncellenmesi Durumu

Ders İçeriklerinin Oluşturulma Aşamaları	Tarih
Ders içeriklerinin araştırmacı tarafından ilgili literatür, tezler, matematik öğretimine yönelik akademik kitaplar, 7. sınıf matematik ders kitaplarından yararlanılarak oluşturulması	Şubat 2016
Oluşturulan içeriklerin matematik eğitimi uzmanları görüşleri doğrultusunda güncellenmesi	Mart 2016
Pilot uygulamaların gerçekleşmesi 1. kazanıma ilişkin uygulamanın gerçekleştirilmesinden sonra 1., 2. ve 3. kazanıma yönelik ders içerikleri revize edilmiştir. 2. kazanıma ilişkin uygulamanın gerçekleştirilmesinden sonra 1., 2. ve 3. kazanıma yönelik ders içerikleri revize edilmiştir. 3. kazanıma ilişkin uygulamanın gerçekleştirilmesinden sonra 1., 2. ve 3. kazanıma yönelik ders içerikleri revize edilmiştir. Pilot uygulamadan elde edilen verilerin analizi sonucu elde edilen bilgiler ışığında ders içeriklerine son halinin verilmesi	Nisan-Mayıs 2016

Pilot uygulama süreci ve uygulama sonuçları aşağıda detaylıca yer almaktadır.

Pilot Uygulamalar. Oluşturulan ders içerikleri uygulama yapılacak sınıfın öğretmenine 2 hafta önceden ulaştırılmış, öğretmenin de içeriği incelemesi ve sınıfta uygulayacak şekilde kendini hazırlaması sağlanmıştır. Pilot uygulamalar 2015-2016 eğitim öğretim yılında Nisan-Mayıs aylarında 7. sınıf öğrencilerinin seçmeli matematik ders saatlerinde gerçekleştirilmiştir. Uygulamaların başlamasından 2 hafta önce öğrencilerin araştırmacıya alışmasını sağlamak amacıyla araştırmacı derslere gözlemci olarak katılmaya başlamıştır. Bu derslerde kamera kaydı alınmamış ancak öğrencilerin kameralı bir ortamda ders işlemesine alışmasını sağlamak için sınıfa kamera getirilmiştir. Pilot uygulamalar başlayınca dersler kayıt altına alınmış, kamera öğretmeni ve tahtayı görecek şekilde ayarlanmıştır.

Doğrusal denklemler konusunun problem kurma destekli anlatılmasından önce öğrencilere problem kurmanın ne olduğundan bahsedilmiş, farklı problem kurma çeşitleri olduğu bundan sonraki derslerinde problem çözmenin yanında kendilerinden problem kurulmasının bekleneceği belirtilmiştir. Öğrencilerin yaratıcılıklarını sınırlamaması, farklı problem kurma stratejilerine açık olmaları ve sürekli benzer şekilde problem kurmaya uğraşmamaları için örnek verilmemiş, öğrencilerin ilerleyen derslerde problemleri kurmaya başlamalarıyla birlikte problem kurmayı daha iyi anlayacakları düşünülmüştür. Pilot uygulamalar sonucu yapılan değişiklikler konu başlıkları altında verilmiştir.

Koordinat sistemi. Koordinat sistemi konusunda gerçekleştirilen öğretim ilk uygulamaları oluşturmaktadır. Öğrencilerin problem kurmanın ne olduğunu tam olarak anlayamadıkları ve sürekli sorular sordukları gözlemlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin birbirlerinden çok fazla etkilendiği gözlenmiştir. Bu dersler sırasında araştırmacı tarafından tutulan gözlem notları aşağıdaki şekildedir:

- Ders başlangıcında problem kurmanın öneminden ne tür problemler kurulabileceği ile daha fazla açıklama yapılmalıdır. Yaratıcılığa vurgu yapılmalıdır. Problemi oluştururken ne gibi yollara başvurulabileceği (bağlamı değiştirebilecekleri, verileri değiştirebilecekleri veya isteneni değiştirebilecekleri) açıklanmalıdır.
- Problem kurarken öğrencilerin birbirlerini etkilememeleri gerektiği vurgulanmalıdır. Birbirlerinden etkilenmelerini en aza indirmek için mümkünse herkes, değilse çoğunluk etkinliği tamamlayana kadar beklenebilir.
- Öğrenciler etkinliği tamamlayınca bir kişinin problemi sınıfta tartışılabilir. Burada öğrencinin problemi kurarken neleri değiştirdiği veya eklediği ve hangi matematiksel kavramları kullandığı vurgulanmalıdır.
- Öğrenci günlüklerinin nasıl yazılması gerektiği anlatılmalıdır.

Bu gözlem notları içerikten çok daha çok derslerin yürütülmesi ve etkinliklerin yönetilmesiyle alakalı olduğundan dersleri yürüten öğretmenle bu gözlemler paylaşılmıştır. Dersin içeriğinde ise anlatım ve dille ilgili düzeltmeler gerçekleştirilmiştir.

Koordinat sistemi problem kurma çalışmasıyla ilgili pilot klinik mülakatlar. “Koordinat sistemini özellikleriyle tanır ve sıralı ikilileri gösterir” kazanımıyla alakalı problem kurma görevinin uygulanması ve gerçekleştirilen klinik mülakatlar sonucu çeşitli düzenlemelerin yapılmasına ihtiyaç olduğu gözlenmiştir. Öğrenciler, problem kurma görevinde koordinat sistemini yerleştirdikten sonra problemi kurmuşlardır. Ancak kurdukları problemlerde, çizimlerinin sordukları sorunun içinde mi yoksa cevabında olması gerektiğiyle ilgili yanlış anlamalar görülmektedir. Örneğin, bazı öğrenciler kurdukları problemlerde A ve B noktasının koordinatlarını verip yerlerinin belirlenmesini istemektedir. Ancak problem kurarken yaptıkları çizimlerde A ve B noktasının yeri belirlidir. Bu nedenlerle soruya “Oluşturduğunuz bu çizimi problem içinde kullanınız” açıklaması eklenmiştir. Koordinat sistemi konusundaki problem kurma görevinin pilot uygulama sonrası güncellenmiş hali Ek B’de yer almaktadır.

Doğrusal ilişki. Doğrusal ilişki konularının işlenmesinden önce önceki uygulamalarda gözlemlenen eksiklikleri düzeltmek ve yanlış anlamaları gidermek için problem kurmayla ilgili açıklamalar yapılmıştır. Öğrencilerin problem kurarken neyi değiştirmeleri gerektiğini bilmedikleri gözlenmiştir. Bunun üzerine sorudaki koşullara uymak kaydıyla neyi değiştireceklerinin kendilerine bırakılmış olduğu, soruda verilen koşulları sağlayan herhangi bir problem kurabilecekleri açıklanmıştır. Dersler sırasında tutulan gözlem notları aşağıdaki şekildedir.

- Bazı öğrencilerin yapılandırılmış ve yarı-yapılandırılmış problem kurma etkinliklerinde bile her şeyi değiştirdikleri (istenen koşulları dahi) gözlenmiştir.
- Ders öncesinde öğretmenle yapılan fikir alışverişi sonucu öğrencilerin birbirlerinden etkilenmemeleri için tüm sınıf bitirene kadar beklemenin uygun olabileceği konuşulmuş ancak bu şekilde yapılan uygulamada ise daha hızlı olan öğrencilerin dersten koptukları ve sıkıldıkları gözlenmiştir. Bu sebeple sınıfın ortalama öğrencileri bitirdikten sonra derse devam edilmesinin daha uygun olacağına karar verilmiştir. İlerleyen derslerde öğretmen bir sonraki problem çalışmasına geçmek için sınıfı gözlemleyerek karar vermesinin daha uygun olacağı düşünülmüştür.
- Öğrencilerden bazılarının oluşturdukları problemlerin sınıfta tartışılması sırasında diğer öğrencilerin kendi problemlerini sildikleri ve arkadaşlarının yazdığı problemi kendi notlarına yazdıkları görülmüştür.
- Öğrencilerin bir kısmı ders sırasında istenen doğrusal ilişkiyi cebirsel olarak ifade edebildikleri ve tablo ile gösterdikleri ancak problem kuramadıklarını söylemeleri dikkat çekmiştir.
- Hazırlanan ilk ders içeriklerinde geogebra programıyla yapılan uygulamalara da yer verilmiştir. Öğrenciler ders aralarında akıllı tahtada

uygulamayı açıp üzerinde çeşitli denemeler yapmışlardır. Ancak yine de derste geogebranın etkili kullanılamadığı durumlarda öğrencilerin dersten koptukları ve dersi yavaşlattığı görülmüştür. Bu nedenle bilgisayar destekli uygulamalara yer verilmesi sırasında öğrencilerin problem kurma amacının dışına çıkabileceği için uygun olmadığı düşünülmüştür.

Bu uygulamalar sonrasında dille ilgili bazı düzenlemeler gerçekleştirilmiş, problem çalışması 2 yeniden düzenlenmiş, *problem çalışması 4 ve 6'*ya ise zaman yetmemesi durumunda asıl uygulamada yer verilmemesi planlanmıştır.

Bir sonraki konuya ilişkin pilot uygulamalar gerçekleştirilirken aşağıda belirtilen hususlara dikkat edilmesi planlanmıştır.

- Etkinlikler için gereken sürenin ayarlanmasının sınıfın öğretmenine bırakılmasının uygun olduğu görülmüştür.
- Öğretmenle geogebranın etkili kullanımı hakkında görüşülmesine karar verilmiştir. Asıl uygulamalara kadar öğretmenin derslerde geogebra kullanıp kullanmadığı gözlenmesine, asıl uygulamalarda süreci olumsuz etkileyeceği düşünülürse geogebra kullanımına yer verilmemesinin uygun olacağı düşünülmüştür.
- Her bir problem kurma etkinliği sonrası öğrencilerin kurdukları problemler tartışılacak ancak öğrencilerin kendi yazdıkları problemi silmemeleri eğer isterlerse altına yenisini eklemelerinin belirtilmesinin uygun olduğu düşünülmüştür.

Doğrusal ilişki problem kurma çalışmasıyla ilgili pilot klinik mülakatlar. Öğrencilerin problem kurma görevini tam olarak anlayamadıkları, farklı gösterim biçimlerini oluşturdukları ancak bunları probleme yerleştiremedikleri görülmüştür. Bu problem kurma görevinde öğrencilerin farklı gösterim çeşitlerini kullanmalarını sağlamak için birden çok problem kurmaları istenmişti. Ancak pilot klinik mülakatlarda bu durumun tam olarak anlaşılamadığı bazı öğrencilerin 1'er problem oluşturduğu, diğer öğrencilerin de farklı bağlamlar kullanarak problem oluşturduğu gözlenmiştir. Bu nedenler problem kurma görevi aşağıdaki şekilde düzenlenmiştir.

"Bir araştırmacı yeni doğan bir balinanın kütlesini her ay ölçmektedir. Bu yavru balina doğduğunda 3 kg.'dır ve büyüdüğü her ayın sonunda 3,5 kg. daha almaktadır (Sezgin Memnun, 2011)."

Yukarıda verilen doğrusal ilişkiyi kullanan bir problem kurunuz.

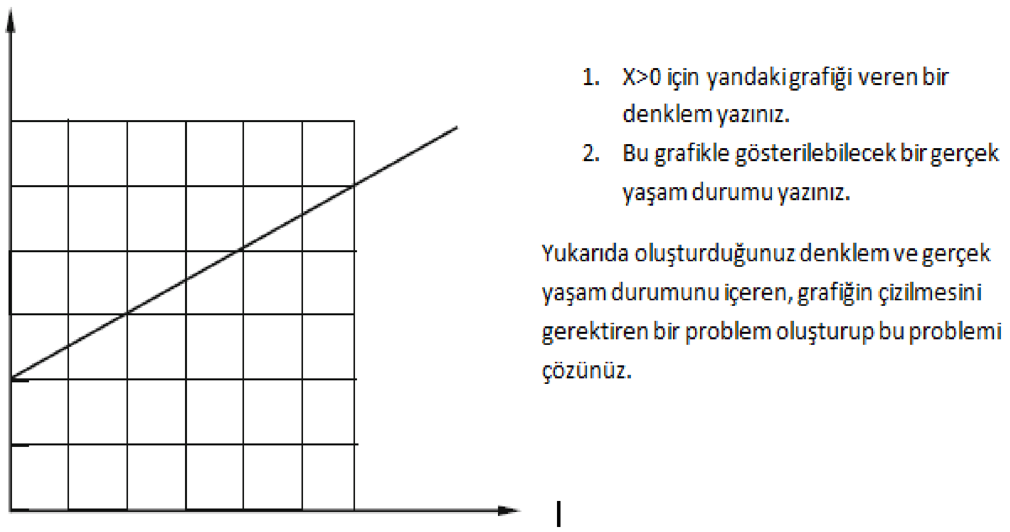
- *Problem içinde ve çözümünde mümkün olan farklı gösterim çeşitlerini (tablo, grafik, cebirsel ifade) kullanmayı sağlayacak ve farklı gösterim şekilleri arasında geçiş yapmayı sağlayacak problemler kurunuz.*
- *Kurduğunuz problemi çözünüz.*

Doğrusal denklem grafiklerinin çizimi. Doğrusal denklem grafiklerinin çizimi konusunun işlenmesi sırasında tutulan gözlem notları aşağıdaki şekildedir:

- Öğrenciler denklem grafiğini çizerken bağlama hiç dikkat etmeden x=0 için y değerini ve *y=0* için x değerini bulup, bu yolla bir grafik oluşturdukları gözlenmiştir. Bu durumda öğrencilerin oluşturdukları grafikler bağlamdan bağımsız olmaktadır. Örneğin problem çalışması 1'de konuşulan dakika ve ödenen ücret ilişkisini gösteren *(y=0,5x+4)* grafik çizilmesi istenmektedir. Öğrenciler değişkenlerin ne ifade ettiğini düşünmeden değişkenlere sırasıyla 0 değerini vererek iki tane sıralı ikili bulup grafiği bu noktalardan geçerek oluşturmaktadırlar.
- Doğrusal denklemin grafiğini çizerken kendi çizdikleri dışında değerler verildiyse grafiklerinin doğruluğundan emin olmadıkları gözlenmiştir. Örneğin bazı öğrencilerin doğrunun eksenleri kestiği noktalardan hareketle grafiği çizdiği görülmüştür. Öğretmen cevabı doğrunun x>0 için olan kısmını çizerek gösterdiğinde ikisinin aynı cevap olduğundan emin olamadıkları görülmüştür.
- Problem kurma çalışmalarında koordinat sisteminde sayı değerleri olduğunda (problem çalışması 2) öğrencilerin kısıtlandığı gözlenmiştir. Doğrunun grafiği verilip sayısal değerler konusunda serbest bırakılırlarsa öğrenciler daha rahat problem kurabilmektedirler.

Yukarıdaki notlar dikkate alınarak ders notlarında düzenlemeler yapılmıştır. Öğrencilerin bağlama dikkat etmeden x ve y'e 0 vererek grafik çizme eğilimleri ve doğrusal denklem grafiğinde doğrunun belli bir aralığını çizdiklerinin farkında olmadıkları gözlemleri sınıfın öğretmeniyle paylaşılmıştır.

Doğrusal denklem grafikleri problem kurma çalışmasıyla ilgili pilot klinik mülakatlar. Doğrusal denklem grafiğiyle ilgili gerçekleştirilen klinik mülakatlarda, etkinlikte yer alan grafikte sayısal değerlerin yer almamasının öğrencilerin daha rahat problem kurmalarını sağladığı gözlenmiştir. Öğrenciler kullanacakları bağlama uygun sayısal verileri tercih etmişler, aynı zamanda grafik bilgileriyle ilgili anlamalar da (aralıkların eşit olmasını bilmesi gibi) ortaya çıkmıştır. Problem kurma görevinde öğrencilerin grafiğe uygun denklemi oluşturmaları, gerçek yaşam durumunu oluşturmaları ve buna uygun bir problem kurmaları istenmiştir. Ancak öğrencilerin bunları birbirinden bağımsız olarak algıladıkları, denklem ve gerçek yaşam durumu oluşturmalarına rağmen yeniden başka durumlar arayıp problemde bunu kullanmaya çalıştıkları görülmüştür. Bunun üzerine klinik mülakatlarda kullanılan problem kurma görevi aşağıdaki şekilde değiştirilmiştir.



Şekil 3. Klinik mülakatlarda kullanılan problem kurma görevi

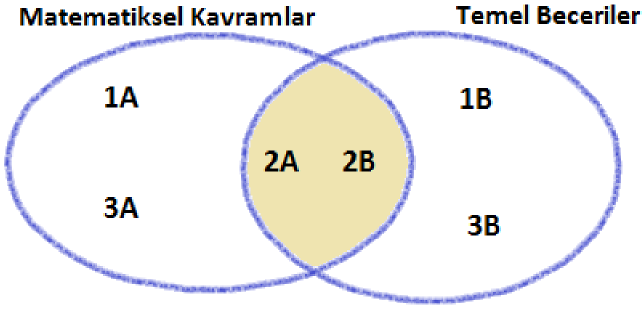
Pilot verilerin analizi. Bu araştırmada öğrencilerin kazanımlara ulaşma durumlarının incelenmesi amaçlanmaktadır. Her bir öğrenciyle yapılan klinik mülakat ve öğrencilerin problem kurma görevlerini içeren dokümanlar, ayrı ayrı incelenmiş ve öğretim programında yer alan kazanımlar ve matematiksel süreç becerileri ile uygulama gözlemlerinden hareket edilerek kodlar oluşturulmuştur. Pilot uygulama sonrası oraya çıkan tema ve kodlara ilişkin tablolar kazanım bazında verilecektir. Kodların ve temaların hangi kazanıma ait olduğunu belirtmek için kullanılacak numaralandırma aşağıdaki Tablo 5'de yer almaktadır.

Tablo 5

Kazanımlar

Kazanım Numarası	Kazanımı belirtmek için kullanılacak kısa isim	Kazanım
1	Koordinat sistemi	Koordinat sistemini özellikleriyle tanır ve sıralı ikilileri gösterir.
2	Doğrusal ilişki	Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo, grafik ve denklemle ifade eder.
3	Doğrusal denklem grafiği	Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer.

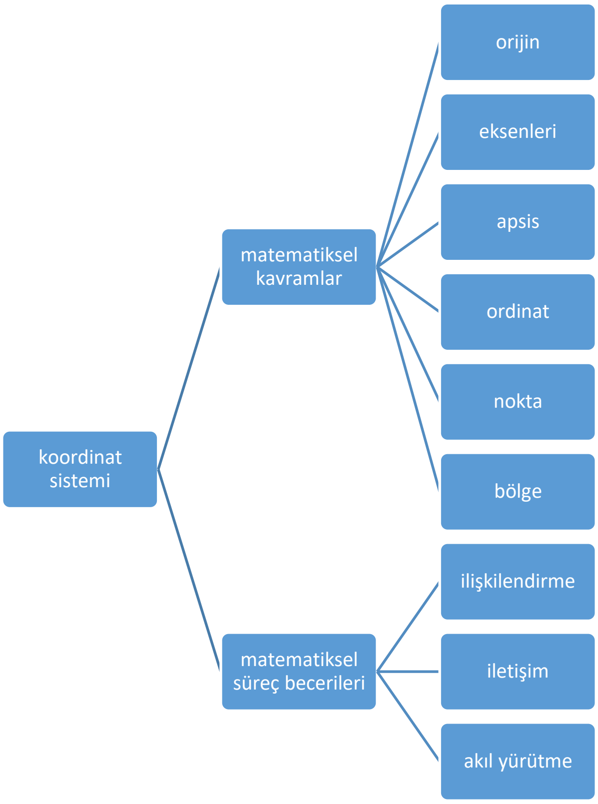
Pilot verilerin analizi sonucu kodlar matematiksel kavramlar ve temel beceriler olmak üzere 2 tema altında toplanmıştır. Matematiksel Bilgiler A ile, Matematiksel Süreç Becerileri B ile ifade edilmiştir. Örneğin, kazanım 1 için Matematiksel Bilgilere ilişkin kodlar 1A ile ifade edilmektedir. Ortaya çıkan bileşenler kazanım bazında ayrı ayrı açıklanmıştır. 1. ve 3. kazanımda matematiksel kavram bilgisi ve temel beceriler temaları rahatça ayırt edilebilmektedir. Ancak 2. kazanım "aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine göre nasıl değiştiğini tablo, grafik ve denklemle ifade eder" şeklinde olup, analizlerin gerçekleştirilmesi sırasında matematiksel bilgi ve matematiksel süreç becerileri olarak ayrılmasında zorlanıldığı görülmüştür. Bunun sebebi kazanımda belirtilen tablo, grafik ve denklem yazmanın matematiksel bilgiyi içermesi ama problem kurma görevinde verilen sözel ifadeden bu gösterim şekillerini oluşturmanın aynı zamanda temsiller arası ilişki kurmayı içermesi yani ilişkilendirme bileşeni altında yer almasıdır. Analiz şeması oluşturulurken yaşanan bu zorluk aşağıdaki şekille ifade edilmiştir.



Şekil 4. Analiz şeması oluştururken yaşanan zorluk

Veri analizinin güvenirliğini sağlamak için hangi durumlarda hangi kodların kodlandığını ifade eden durumlar yani kazanım bileşenleri her kazanım için ayrıca tablolarda (Tablo 6, Tablo 7 ve Tablo 8) sunulmuştur.

Koordinat sistemi. Koordinat sistemi konusunda ortaya çıkan matematiksel bilgi bileşenleri ve temalar Şekil 5'te verilmiştir.



Şekil 5. Kazanımın tema ve kodlarını gösteren şema

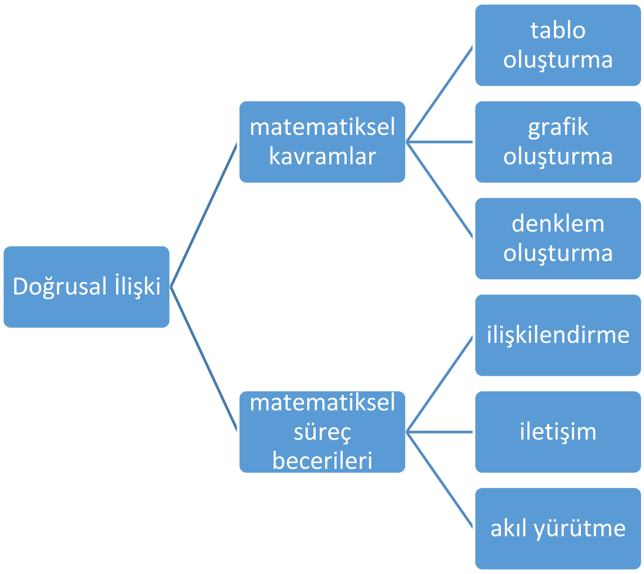
Tablo 6'da kazanım bileşenlerinin hangi durumlarda kodlandığını gösteren bulgular verilmiştir.

Tablo 6

Kazanımın Kod Göstergeleri

Kod No.		Kazanım Bileşenleri	Kazanım Bileşenleriyle İlgili Bulgular
1A	Matematiksel Kavram	Orijin	Orijini (0,0) noktası olarak gösterme veya ifade etme.
			Orijini x ve y ekseninin kesişim noktası olduğunu gösterme veya ifade etme
		Eksenler	X ve y eksenini yerleştirebilme
			Eksen üzerindeki değerlerin pozitif negatif olma durumlarını belirtme
		Apsis	Bir noktanın apsisini belirtmesi veya göstermesi
		Ordinat	Bir noktanın ordinatını belirtmesi veya gösterme
		Nokta	Noktayı sıralı ikili olarak ifade edebilme
			Noktayı kavramsal olarak anlayabilme
		Bölge	Noktaları yerleştirdiği bölgelerde apsis ve ordinatın negatif mi pozitif mi olduğunu bilme
1B	Temel Beceriler	İlişkilendirme	Gerçek yaşam durumuyla ilişkilendirme
			Diğer matematik kavramlarıyla ilişkilendirme
		İletişim	• Matematiksel sembolleri kullanabilme
			• Matematiksel terimleri kullanabilme
		Akıl yürütme	• Çıkarımlarda ve genellemelerde bulunma
			• Hatalı akıl yürütme

Doğrusal İlişki. Analiz şemaları oluşturulurken 2a ve 2b temalarının birbirinden ayırt edilmesinde yaşanan zorluk şekil 4'te ifade edilmiştir. Matematiksel kavram bilgisi altında yer alan kodlar o bilginin olup olmamasıyla alakalıdır. Örneğin, öğrencinin grafiği oluşturamadığı ve koordinat sisteminde noktaları belirlemeden herhangi bir doğru çizmiş olduğu durum 2A temasındaki grafik oluşturma temasıyla alakalıdır. Ancak öğrencinin problem kurma görevinde verilen sözel durumdan yola çıkıp grafiği çizmesi ise sözel temsilden grafik temsile geçişi yani temsiller arası geçişi ilişkilendirme kodu altında kodlanmıştır. Kodları ve şemaları gösteren şema Şekil 6' da verilmiştir.



Şekil 6. Doğrusal ilişki tema ve kodları

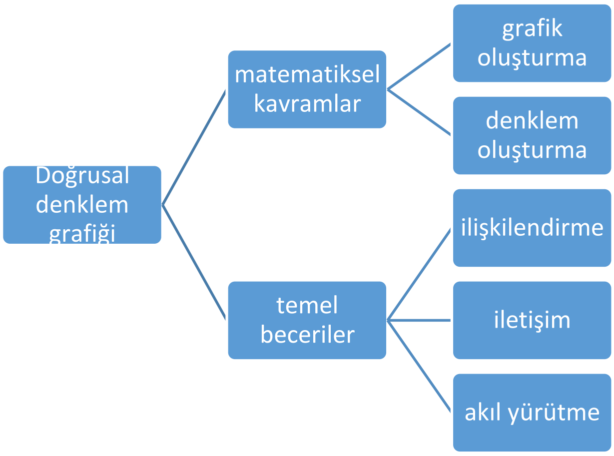
Doğrusal ilişki kazanımına yönelik ortaya çıkan tema ve kodlar ile bu kodların göstergeleri Tablo 7'de belirtilmiştir.

Tablo 7

Kazanımın Kod Göstergeleri

Kod No.		Kazanım Bileşenleri	Kazanım Bileşenleriyle İlgili Bulgular
2A	Matematiksel Kavram	Tablo oluşturma	Değişkenlerin aldığı değerleri tabloda gösterebilme
		Grafik oluşturma	Doğrusal ilişkiyi grafik üzerinde doğru bir şekilde gösterme
		Denklem oluşturma	Y=ax+b doğrusal denklemindeki a ve b'yi belirleyebilme
2B	Temel Beceriler	İlişkilendirme	Farklı matematik kavramları ve disiplinle ilişkilendirme
			Farklı temsilleri birbirleriyle ilişkilendirme
		İletişim	Matematiksel sembolleri ve terimleri etkili kullanabilme
			Günlük dili matematiksel olarak yorumlama
		Akıl yürütme	Matematiksel ilişki ve örüntüleri açıklama ve kullanma
			Çıkarımlarda ve genellemelerde bulunma

Doğrusal denklem grafikleri. Doğrusal denklem grafiklerinin çizilmesine yönelik bulgulara yönelik oluşturulan tema ve kazanım bileşenlerini gösteren şema şekilde verilmiştir.



Şekil 7. Doğrusal denklem grafiği tema ve kodlarını gösteren şema

Doğrusal denklem grafiği kodlarının hangi durumlarda kodlanacağını belirten kod göstergeleri Tablo 8'de yer almaktadır.

Tablo 8

Doğrusal Denklem Grafiği Kod Göstergeleri

Kod No.	Temalar	Kazanım Bileşenleri	Kazanım Bileşenleriyle İlgili Bulgular
3A	Matematiksel kavramlar	Grafik oluşturma	Doğru denklemini oluşturmak için noktalara sayısal değer verebilme (eşit aralıklı olduğuna dikkat etme)
			Doğru grafiğinin belli bir değerden başlayıp arttığını anlayabilme
		Denklem oluşturma	Y=ax+b (a,b ϵR) doğrusal denklemindeki a ve b'yi belirleyebilme
3B	Temel Beceriler	İlişkilendirme	Temsiller arasında geçiş, grafik temsilden diğer temsillere geçiş
			Grafik temsili gerçek yaşamla ilişkilendirme
		İletişim	Matematiksel sembolleri ve terimleri kullanabilme
			Matematiksel düşünceleri sözlü ve yazılı ifade etme
		Akıl yürütme	Çıkarımlarda ve genellemelerde bulunma
			Çıkarımların doğruluğunu savunma

Pilot uygulamalar sonucu ortaya çıkan kodlar Tablo 6, Tablo7 ve Tablo 8'te belirtilmiş olup asıl uygulamadan sonra analiz şeması netleşmiştir.

Asıl Uygulama. Hazırlanan ders içeriklerine pilot uygulamalar sonunda son hali verilmiştir. Ders içerikleri Ek A'de yer almaktadır. Uygulamalar 2016-2017 güz döneminde gerçekleşmiştir. Uygulamalar öncesinde, problem kurmanın ne olduğu ve problem kurmayla nelerin amaçlandığı araştırmacı tarafından öğrencilere açıklanmıştır. Bir ders süresince örnek problem kurma çalışmaları yapılmıştır. Doğrusal denklemler konusunun öğretimi ise, sınıfın asıl öğretmeni tarafından gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı uygulama süresince derslere gözlemci olarak katılmış, ancak dersin işlenişine hiçbir müdahalede bulunmamıştır. Dersin uygulanışı sırasında öğretmenin sınıfa yöneltebileceği sorular, süreci nasıl yöneteceğiyle ilgili bilgiler, problemlerle nelerin amaçlandığı ders içeriğinde ayrıntılı olarak anlatılmıştır. Öğretmen, dersleri ders içeriğindeki talimatlar doğrultusunda gerçekleştirmiştir. Bir örnekle açıklanacak olursa, ders içeriklerinde koordinat sistemi konusu için Descartes'e yer vererek ilgi çekici bir giriş yapılması planlanmıştır. Öğrencilerin dikey ve yatay eksen bilgisine ihtiyaç hissetmesi için öğretmenin öğrencilere sorabileceği sorulara da ders içeriğinde detaylıca yer verilmiştir. Dersin her bir bölümünde hangi becerilerin geliştirilmesinin amaçlandığı, problem kurma görevi yer alıyorsa bunun hangi türde bir problem kurma görevi olduğuyla ilgili bilgiler de ders içeriğinde yer almaktadır. Problem kurma görevleri kazanımlara uygun olarak ders içeriğine entegre edilmiş, problem kurma görevleriyle öğrencilerin kazanımların gerektirdiği matematiksel bilgi ve becerilere ulaşması hedeflenmiştir.

Öğrencilere uygulanan problem kurma görevlerinin kazanımlara göre dağılımı Tablo 9'de verilmiştir. Problem kodu, problemin ders içeriğinde hangi kazanım içinde yer aldığına ve ders sırasında uygulanan problem çözme ve kurma etkinliklerinde kaçıncı problem çalışması olarak yer aldığını belirtmektedir. Örneğin k4 ile, "koordinat sistemini tanır ve sıralı ikilileri gösterir" kazanımına ilişkin ders içeriklerindeki 4. problem çalışması ifade edilmektedir. Stoyanova ve Ellerton'un (1996) problem kurma görevlerini serbest (yapılandırılmamış), yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış şeklinde sınıflamaları göz önüne alınarak problem kurma görevlerinin yapısı belirtilmiştir.

Tablo 9

Problem Kurma Görevlerinin Yapısı

Problem No.	Problemin Kodu	Problem Kurma Görevinin Yapısı	İlgili Kazanım
1	k4	yarı-yapılandırılmış	Koordinat sistemini tanı ve sıralı ikilileri gösterir.
2	k5	serbest	
3	d1	yarı-yapılandırılmış	Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo, grafik ve denklemle ifade eder.
4	d2	yarı-yapılandırılmış	
5	d4	yarı-yapılandırılmış	
6	d5	yarı-yapılandırılmış	
7	d7	yarı-yapılandırılmış	
8	d8	serbest	
9	g2	yarı-yapılandırılmış	Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer.
10	g3	yarı-yapılandırılmış	
11	g4	yarı-yapılandırılmış	
12	g6	serbest	
13	g7	yarı-yapılandırılmış	

Veri Toplama Araçları

Bu araştırma kapsamında doğrusal denklemler dersleri problem kurma yaklaşımıyla desteklenerek hazırlanmıştır. Öğretim materyalleri içinde yer alan problem kurma görevleri, problem kurma görevlerini değerlendirmek için oluşturulan problem kurmayı değerlendirme rubriği, dersler sonunda uygulanan problem kurma görevleri ve klinik mülakatlar bu araştırmanın veri kaynaklarını oluşturmaktadır. Öğretim materyallerinin hazırlanması, problem kurma görevlerinin hazırlanması, problem kurmayı değerlendirme rubriğinin oluşturulması süreci aşağıda detaylı olarak ele alınmıştır.

Problem kurma görevleri. Bu araştırmada kullanılan veri toplama araçlarından biri problem kurma görevleridir. Ders içeriklerine entegre edilen problem kurma görevleri, öğrencilere çalışma yaprakları şeklinde dağıtılmıştır.

Çalışma yaprakları şeklinde öğrencilere dağıtılan problem kurma görevleri, öğrencilerin kazanımlara uygun olarak konuyla ilgili problem kurulmasını gerektirecek şekilde tasarlanmıştır. Dersin uygulanması sırasında çalışma yaprakları öğrencilere dağıtılmış ve ders süresi içerisinde doldurulması sağlanmıştır. Öğrencilere verilen çalışma kağıtları ek D'de yer alan ders içeriklerinde bulunan problem kurma görevlerinden oluşmaktadır.

Klinik mülakatlar. Bu araştırmada doğrusal denklemler konularına yönelik bilgi ve becerilerini ortaya çıkarmak ve kullanılan problem kurma stratejilerini belirlemek amacıyla problem kurma görevleri üzerinden klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Klinik mülakatlar, öğrencilerin fikirlerindeki zenginliği keşfetme ve öğrencilerin bilişsel becerilerini değerlendirmek amacıyla kullanılan esnek soru sorma metodudur (Baki, Karataş & Güven, 2002). Bu araştırmada öğrencilerin bilgi ve becerilerini ortaya koymak amaçlandığından klinik mülakat yönteminin etkili olacağı düşünülmüştür. Çünkü, klinik mülakat yönteminin öğrencilerin hataları, bilgi ve becerileriyle ilgili fikir verdiği, özellikle matematiksel becerileri değerlendirmede diğer yöntemlerden üstün olduğu düşünülmektedir (Baki vd., 2002). Öğrencilere *"Bu problemi nasıl kurdun?", "Nasıl bir yol izledin?", "Neden bu şekilde bir yol izledin?"* gibi sorular sorulmuş, öğrencinin problem kurarken ortaya koydukları matematiksel bilgi beceri ve kullandıkları stratejiler ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Klinik mülakatlarda kullanılan problem kurma görevleri Ek-B'de yer almaktadır.

Klinik mülakat problem kurma görevlerinin oluşturulması. Öğretmenler ölçme değerlendirme görevlerine karar verirken öncelikle öğretimsel amaçları göz önünde bulundurmalıdırlar ve bu amaçlara ulaşılıp ulaşılmadığını gösteren kanıtları sağlayabilecek görevler belirlemelidirler (Kwek, 2013). Bu araştırmada da ölçme değerlendirme amacıyla kullanılacak problem kurma görevleri belirlenirken öncelikle kazanımları ortaya çıkarmadaki potansiyeli dikkate alınmıştır. Belirlenen problem kurma görevleriyle ilgili uzman görüşleri alınmıştır. Uygun olduğu düşünülen problem kurma görevleriyle ilgili pilot klinik mülakatlar gerçekleştirildikten sonra problem kurma görevlerine son şekli verilmiştir.

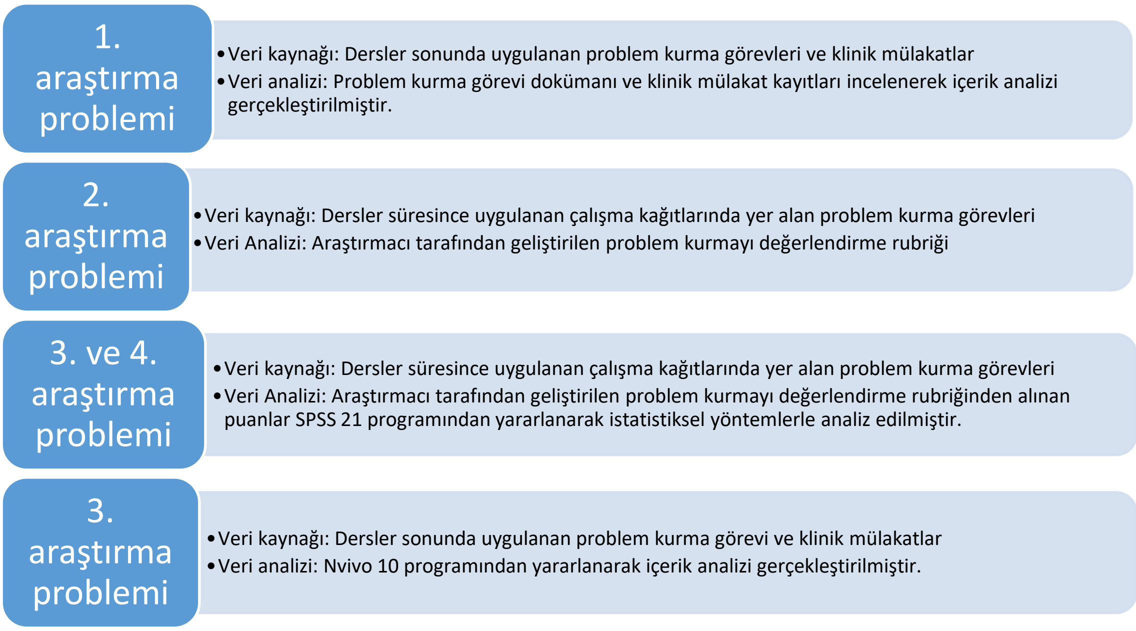
1. Görev. Doğrusal denklemler konusunun ilk kazanımı "Koordinat sistemini özellikleriyle tanır ve sıralı ikilileri gösterir" olduğundan görevin öncelikle koordinat sistemi konusunda yer alan temel kavramları kullanmasını gerektirmesine dikkat edilmiştir. Bu kazanıma yönelik yapılan öğretimde kartezyen koordinat sisteminde noktaların belirlenmesi, bölgelerin özelliklerinin bilinmesi sağlanmaktadır (MEB, 2011; Bağcı, 2015; Baykul, 2009). Bu yüzden kartezyen koordinat sistemine yönelik görevde öğrencilerin bu bilgilerini kullanılmasına olanak verilmelidir. Öğrencilere koordinat sistemini hazır olarak vermek yerine kendilerinin oluşturması istenmiştir. Bu sayede kartezyen koordinat sistemine ilişkin temel bilgileri (x ekseni ve y ekseninin dik kesişmesi) bilip bilmediklerini görmek amaçlanmıştır. Yine kartezyen koordinat sisteminde noktalar vermek yerine düzlemde noktalar verilip kartezyen koordinat sistemini öğrencilerin yerleştirmesine bağlı olarak farklı sıralı ikilileri alabilecek 2 nokta verilmiştir. Bu sayede öğrencilerin karmaşık ve özgün problemler kurmalarına imkân tanınmıştır. Ön çalışmalar sonucu öğrencilerden gelen dönütlere göre öğrencilerin yeni nokta ekleyebilmeleri veya noktaların eksenler üzerinde olup olmama konusunda özgür oldukları belirtilmiştir. Oluşturulan görev kavramlara ulaşma durumlarının yanında öğrencilerin matematiksel iletişim becerileri, akıl yürütme ve ilişkilendirme becerilerinin ortaya çıkmasına da imkân vermektedir. Yapılan pilot çalışmalardan elde edilen bulgularla bu becerilerin bu görevlerle ortaya çıkarılabileceği de desteklenmiş, pilot çalışmadan elde edilen verilere göre koordinat sistemiyle ilgili problem kurma görevine son hali verilmiştir.

2. Görev. Doğrusal denklemler konusunun ikinci kazanımı “Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo, grafik ve denklemle ifade eder.” şeklindedir. Bu kazanıma uygun problem kurma etkinliğinde, doğrusal ilişkinin farklı temsillerle gösterilebilmesi gerektiği düşünülmüştür. Bu görevi oluştururken doğrusal denklemler konusunda yapılan çeşitli araştırmalar incelenmiş ve Sezgin-Memnun’un (2011) tez çalışmasında kullandığı “*Bir araştırmacı yeni doğan bir balinanın kütlesini her ay ölçmektedir. Bu yavru balina doğduğunda 3 kg.’dır ve büyüdüğü her ayın sonunda 3,5 kg. daha almaktadır.”* şeklinde belirtilen doğrusal ilişkiyi kullanmaya karar verilmiştir. Öğrencilerin verilen doğrusal ilişkiyi kullanan ve farklı temsilleri içeren problemler oluşturmaları istenmiştir. Bu görevde öğrenciler tercih ettikleri temsilleri probleminin içinde ve çözümünde kullanmak üzere serbest bırakılmıştır. Gerçekleştirilen pilot klinik mülakatlar sonucunda problem kurma görevi yeniden düzenlenmiş ve son halini almıştır.

3. Görev. Doğrusal denklemler konusunun üçüncü kazanımı “Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer.” şeklindedir. Bu görevde öğrencinin denkleme uygun grafik çizebilmesi ve grafiğe uygun denklemi yazabilmesi, bunu gerçek yaşamla ilişkilendirebilmesi amaçlanmıştır. Bu kazanıma uygun olan problem kurma görevi Cai ve diğerleri (2013) tarafından öğrencinin doğrusal denklem ve grafikleri arasındaki ilişkiyi anlamlandırması, doğrusal ilişkiyi gerçek yaşamla ilişkilendirebilme durumlarını, x ve y arasındaki fonksiyonel ilişkiyi bilmelerini, fonksiyondaki x ve y değişkenlerini anlamlandırabilmesini, doğru grafiğinin y eksenini kesmesinin ne anlama geldiğini bildiğini ölçmek için kullandığı “grafik görevi” olarak belirlenmiştir. Pilot klinik mülakatlar sonrası problem kurma görevi son halini almıştır.

Verilerin Analizi

Bu araştırmada öğrencilerin problem kurma destekli yürütülen doğrusal denklemler dersleri sonrasında öğrencilerin matematiksel bilgi ve süreç becerileri, dersler sırasında kurulan problemlerin nitelikleri ve problem kurma stratejilerini ortaya koymak amaçlanmıştır. Bu araştırmanın amacı doğrultusunda elde edilen verilerin analizinde hem nitel hem nicel yöntemlerden yararlanılmıştır. Araştırmada öğrencilerin bilgi ve matematiksel süreç becerilerini ortaya koymak için içerik analizi, kurulan problemlerin nitelikleriyle alakalı ilişkileri belirlemek için istatistiksel yöntemler ve problem kurma stratejilerini belirlemek içinse içerik analizine başvurulmuştur. Araştırmanın üç ve dördüncü probleminin analizinde SPSS 21 programından yararlanılarak, araştırma problemine bağlı olarak, uygulama gerçekleştirilen grup 20 kişi olup normallik koşullarını sağlamadığı için non-parametrik testlerden Friedman testi ve Wilcoxon işaretli sıralar testine başvurulmuştur. Beşinci araştırma problemi içinse Nvivo 10 nitel analiz programından yararlanılmıştır. Araştırma problemleri, veri toplama araçları ve verilerin analizi arasındaki ilişki şekil 8’ de yer alan şema ile özetlenmiştir.



Şekil 8. Araştırma problemleri, veri toplama araçları ve verilerin analizi arasındaki ilişki

İçerik analizinde verilerden birbirlerine benzeyen ve ilişkili olanları kavramlar ve temalar altında toplamak ve bunların okuyucu tarafından anlaşılır hale getirmek amaçlanır (Yıldırım & Şimşek, 2008). Yıldırım & Şimşek (2008), dört aşamada gerçekleştirilen bu analizin adımları şöyle özetlemektedir: İlk aşamada veriler kodlanır, daha sonra kategoriler (temalar) oluşturulur, veriler kodlara ve temalara göre düzenlenenerek tanımlanır ve yorumlanır. İlk aşamada veriler genel bir çerçeve içinde yapılan kodlama ile kodlanacaktır. İkinci aşamada kodların birbiriyle ilişkili olmaları, benzerlik ve farklılıkları dikkate alınarak, ortaya çıkan kodlardan verileri genel anlamda açıklayabilen ve altında bu kodları toplayabilen temalar oluşturulmuştur. İçerik analizinin üçüncü aşamasında, her bir öğrencinin düşüncesi, orijinal haliyle ilgili olan kategorilere yerleştirilmiştir. Dördüncü aşamada ise detaylı olarak bulgular araştırmacı tarafından yorumlanmıştır. Böylece öğrencilerin doğrusal denklemler öğrenme alanındaki matematiksel bilgi bileşenlerini ve matematiksel becerilerinin nasıl olduğu kavramını bütüncül olarak resmedilmeye çalışılmıştır.

Problem kurmayı değerlendirme rubriği. Öğrencilerin kurdukları problemlerin niteliklerini belirlemek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Kurulan problemlerin niteliklerini belirleme rubriği altı boyuttan oluşmaktadır. Bu boyutlar problemin anlaşılırlığı, matematiksel açıdan doğruluğu, bağlamsal özgünlük, matematiksel ilişkiler açısından özgünlük, problemin karmaşıklık düzeyi ve problemin koşullara uygunluğudur. Problem puanlarıyla ilgili güvenirliğin belirlenmesi amacıyla, araştırmacı ve matematik eğitiminde doktora yapan bir matematik öğretmeni tarafından puanlama gerçekleştirilmiş ve güvenirlik katsayısı ($Güvenirlik\ katsayısı = \frac{görüş\ birliği}{görüş\ birliği + görüş\ ayrılığı}$) formülü uygulanarak r=0,91 olarak bulunmuştur.

Tablo 10

Uzlaşı Düzeylerinin Değerlendirilmesi

Kappa	Uzlaşı
< 0	Şans uzlaşısından bile düşük uzlaşı (sistematik zıtlık)
0.01–0.20	Zayıf uzlaşı
0.21– 0.40	Önemsiz uzlaşı
0.41–0.60	Orta dereceli uzlaşı
0.61–0.80	Önemli /Tatmin edici uzlaşı
0.81–0.99	Mükemmele yakın uzlaşı (almost perfect)

Problem nitelikleri puanlarının güvenirliğinin katsayısı 0,92 olarak hesaplanmıştır, bu değere göre uzman görüşleri arasında Tablo 10'da belirtilen ölçütlere göre mükemmele yakın uzlaşı olduğunu göstermektedir (Landis & Koch, 1977). Görüş ayrılığı bulunan problemler uzmanlar tarafından yeniden tartışılarak görüş birliğine varılmış, problem nitelikleri puanı buna göre hesaplanmıştır.

Rubriğin geliştirilme süreci. Araştırmanın ikinci problemi olan *"Öğrencilerin problem nitelikleri nasıldır?"* sorusuna yanıt aramak için, araştırmacı tarafından problem kurmayı değerlendirme rubriği geliştirilmiştir. Geliştirme aşamasında, literatürde yer alan problem nitelikleri incelenmiş, araştırmanın amacına uygun olacak şekilde uzman görüşü alınarak bu araştırmada kullanılacak boyutlar belirlenmiştir. Rubriğin geliştirilme sürecinde görüş alınan uzmanlar 8 matematik eğitimcisinden oluşmaktadır. Andrade'nin (2000) belirttiği rubrik geliştirme aşamaları dikkate alınarak aşağıdaki adımlar takip edilmiştir.

- Öncelikle öğrencilerin oluşturdukları problemler incelenmiş, en iyi ve en kötü performanslar belirlenmiştir.

- Problemlerin neye göre en iyi ve en kötü olarak belirlendiği, yani problemlerin hangi ölçütlere göre değerlendirildiği listelenmiştir. Bu ölçütler bu araştırma bağlamında problem niteliklerini ifade etmektedir. Problem nitelikleri belirlenirken, literatürde yer alan problem nitelikleri de gözünde bulundurulmuştur.
- Birbirini içeren problem nitelikleri ayıklanmıştır.
- Kurulan problemlerden yola çıkılarak problem niteliklerinin dereceleri 0,1,2,3 olacak şekilde hangi durumlarda hangi derecenin kodlanacağı uzmanlarla birlikte belirlenmiştir.
- Hazırlanan taslak rubriğe uygun olarak değerlendirmeler gerçekleştirilmiştir.
- Uygulamadaki ihtiyaçlar göz önünde bulundurularak ve uzman görüşleri eşliğinde taslak rubrik yeniden düzenlenmiştir.
- Son halini alan rubrik uzmanlara gönderilmiştir. Belirlenen problem nitelikleri ve hangi durumlarda hangi derecenin kodlanacağına dair açıklamaların uygun olduğuyla ilgili görüş birliği sağlanmıştır.

Problem Niteliklerinin Belirlenmesi. Literatür incelendiğinde problem kurmayı değerlendiren araştırmalarda, araştırmaların amaçlarına göre, farklı niteliklerin dikkate alındığı görülmektedir. Literatürde yer alan bazı nitelikler; problemin dil ve anlatımı (Kaba & Şengül, 2016), problemin türü/yapısı /soru türü (Kaba & Şengül, 2016; Vacc, 1993, Silver & Cai, 2005), problemin matematik ilkeleriyle uyumu (Kaba & Şengül, 2016), problemin çözülebilirliği (Kaba & Şengül, 2016; Canköy, 2014; Silver & Cai,1996), problemin matematiksel yapısı (Canköy, 2014; Silver & Cai,1996), Problemin orijinalliği (Bonotto & Santo, 2015; Silver & Cai,1996), Matematiksel karmaşıklığı (Kwek & Lye, 2008; Silver & Cai,1996 Silver & Cai,2005), esneklik (Bonotto & Santo, 2015), akıcılık/ nicelik/kurulan problem sayısıdır (Silver & Cai, 2005; Bonotto & Santo, 2015). Bu araştırmada kurulan problemlerin değerlendirilmesinde hangi boyutların ele alındığı ve dikkat edilen noktalar aşağıda anlatılmaktadır:

- Boş veya eksik bırakılan problem kurma görevleri değerlendirmeye alınmamıştır.

- Öncelikle, problemin anlaşılır olması gerektiği konusunda uzmanlarla görüş birliğine varılmıştır. Problemin ifadesi anlaşılır değilse 0 puan, dilsel olarak anlaşılamamakta ancak öğrencinin problem kurma görevi bir bütün olarak incelendiğinde anlaşılmaktaysa 1 puan, problem ifadesi genel olarak anlaşılmakta ancak bazı dilsel sıkıntılar bulunmaktaysa 2 puan, problem tamamen anlaşılır ve net ise 3 puanla değerlendirilmiştir.
- Kurulan problemin matematiksel açıdan doğru olup olmaması, problemin iyi olup olmadığını değerlendirmek açısından önemli görülmüştür. Problemde matematiksel açıdan tamamen hatalı anlayışlar bulunmaktaysa 0 puan, sistematik olmayan birtakım hatalar bulunmaktaysa 1 puan, problemde eksik veya gereksiz matematiksel ifadeler bulunsa da genel olarak belli bir matematiksel fikri temsil ettiği anlaşılmaktaysa 2 puan, problem matematiksel açıdan tamamen doğru ise 3 puanla değerlendirilmiştir.
- Problemin yaratıcılığı boyutu değerlendirilmek istenmiştir. Yapılan literatür taraması sonucunda yaratıcılığın genellikle esneklik, akıcılık, orijinallik boyutlarıyla ele alındığı görülmüştür (Bonotto & Santo; Van Harpen & Sriraman, 2013; Leikin & Lev, 2009). Ancak bu araştırmada kullanılan problem kurma görevleriyle bir yandan kazanımlara ulaşılmasını sağlamak amaçlandığından, problem kurma görevleri ders içeriklerini destekleyecek şekilde hazırlanmıştır. Esneklik ve akıcılığı ölçmek için kullanılan problem kurma görevlerinde öğrencilere bir görev verilip belli bir süre verilerek kurabildikleri kadar çeşitli problem kurmaları beklenmektedir. Böylece öğrencilerin ne kadar çok problem kurabildiği ve aynı görev için ne kadar farklı problemler kurabildiklerini gözlemleme şansı olmaktadır. Ancak bu araştırmada kullanılan problem kurma görevlerinin amacı ve yapısı esneklik ve akıcılığı ortaya çıkaracak yapıda değildir. Fakat yaratıcılığın orijinallik boyutunun kurulan problemlerin değerlendirilmesinde önemli bir nitelik olduğu konusunda uzmanlarla görüş birliğine varılmıştır. İlgili literatür incelendiğinde çok sayıda katılımcının yer aldığı araştırmalarda orijinalliğin özgünlük anlamında, tüm problemlerin %10’nundan daha az kişinin oluşturduğu problemlerle benzer yapıda olanların özgün olarak değerlendirildiği görülmüştür (Yuan, 2009; Yuan & Presmeg, 2010; Van Harpen & Sririaman, 2013). Bu araştırmada ise özgünlük problemde kullanılan bağlamlar ve matematiksel ilişkiler açısından ele alınmıştır.

Uygulama gerçekleştirilen öğrenci sayısı ve kurulan problemlerin sayısı bahsedilen çalışmalarda olduğu gibi yüksek olmadığından özgünlüğün belirlenmesi için MEB tarafından onaylı olan 2017-2018 yılında kullanımda bulunan ders kitapları ve yardımcı kitaplar incelenmiş, doğrusal denklemler alt öğrenme alanında sıklıkla kullanılan problem bağlamları ve matematiksel ilişkiler ortaya koyulmuştur. Koordinat sistemi konusunda en sık kullanılan ve 0 puanla değerlendirilen bağlamlar; sinema ve sınıftaki sıraların düzeni, 1 puanla değerlendirilen bağlamlar evlerin konumu veya arabaların konumunu içermektedir. Doğrusal ilişki ve denklem grafiği konusu için; yol-zaman ve boy-zaman ilişkisini kullan problemler 0 puanla değerlendirilmiş, para-zaman, sayfa-sayısı zaman bağlamları 1 puanla değerlendirilmiştir. Kurulan problemlerde, sık kullanıldığı görülen bağlamlara katkılarda bulunulduğu görülmekteyse 2 puan, tamamen özgün bir bağlam kullanıldıysa 3 puanla değerlendirilmiştir. Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük için 0 puan alan problemler koordinat sistemi için; noktalar arasındaki uzaklıklar, noktaların belli birimlerde kaydırılarak yeni noktaların koordinatlarının sorulması gibi durumları içermektedir. Doğrusal ilişki ve denklem grafiği içinse, değişkenlerden birinin verilip diğerinin sorulması 0 puanla değerlendirilmiştir. Koordinat sistemi için 1 puan alan problemler, problemde bölgeler oluşturup çevre ve alanın sorulduğu problemlerdir. Doğrusal ilişki ve denklem grafikleri içinse ilişkinin tablo, grafik ve denklemle ifade edilmesinin istenmesi 1 puanla değerlendirilmiştir. Belirlenen matematiksel ilişkilere katkılarda bulunulduysa 2 puan, doğrusal denklemler konusunda kullanıldığına rastlanmayan bir matematiksel duruma yer verildiyse 3 puanla değerlendirilmiştir. Öğrencilerin problemleri bağlamsal ve matematiksel ilişkiler açısından özgünlük belirlenen bu kategorilere göre değerlendirilmiştir. Ders kitaplarından yararlanılarak belirlenen bu bağlam ve matematiksel ilişkilerin neler olduğuna rubrik içerisinde de yer verilerek, görüş alınacak uzmanların objektif bir değerlendirme yapılmasını sağlamak amaçlanmıştır.

- Problemin karmaşıklık düzeyi, problemde kullanılan matematiksel ilişkilerin, problem kurma görevinin gerektirdiği bilişsel düzeyin değerlendirildiği bir boyuttur. Kurulan problemlerin değerlendirilmesinde önemli bir kriter olduğuna karar verilmiştir. Doğrudan bilgini hatırlanmasını gerektiren bir problemse 0 puan, genellikle tek adımda çözülebilen ve prosedürlerin yürütülmesi gibi düşük karmaşıklık düzeyinde bir problem ise 1 puan, genellikle birden fazla adımla çözülebilen ve düşük karmaşıklık düzeyine göre biraz daha fazla esnek düşünmeyi gerektiren bir problem ise 2 puan, daha fazla akıl yürütme gerektiren ve çoklu karar verme adımlarını içeren karmaşık yapıda bir problem ise 3 puanla değerlendirilmiştir.

- Bu araştırma kapsamında 7. sınıfların doğrusal denklemler dersleri problem kurma destekli öğretim materyalleri ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin kazanımlara ulaşmasında problem kurma aynı zamanda bir araç görevi görmüştür. Bu nedenle problem kurma görevleri öğrencilerin kazanımlara ulaşmasını destekleyecek şekilde hazırlanmıştır. Öğrencilerin bu kazanımlara ulaşması için, verilen problem kurma görevlerindeki koşulları yerine getirmeleri gerekmektedir. Dolayısıyla problem kurma görevlerinde verilen koşullara uygun problem kurabilmenin de değerlendirmesi gerektiğine karar verilmiştir. Eğer problem, görevde yer alan hiçbir koşulu sağlamıyorsa 0 puan, koşulların yalnızca bir kısmını sağlıyorsa 1 puan, koşulların çoğunu sağlıyorsa 2 puan, koşulların tamamını sağlıyorsa 3 puanla değerlendirilmiştir.

Problem kurmayı değerlendirme boyutları belirlendikten sonra, hangi puanın verileceğine dair kriterler detaylı bir şekilde belirlenmiştir. Bunun için öncelikle öğrenci cevapları incelenmiş, cevaplar her problem niteliği için kendi içinde 0,1,2,3 şeklinde kategorilendirilmiş ve bu kategorideki cevapların ortak özellikleri belirlenmiştir. Rubriğin taslak hali uzmanlara gönderilmiş, uzmanlardan gelen dönütler dikkate alınarak düzeltmeler yapılmış ve yeniden uzmanlara gönderilmiştir. Rubriğin tüm boyutlarının uygunluğuyla ilgili görüş birliği sağlanmıştır. Problemlerin değerlendirilmesinde kullanılan rubrik ve verilen puanların ne anlama geldiği Ek-C'de ayrıntılı olarak yer almaktadır.

Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Temel varsayımlarının farklılığından ötürü, nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirliği sağlamak için nicel araştırmalarda olduğu gibi ayrıntılı olarak belirlenmiş belirli tanımlar, testler veya yöntemler bulunmamaktadır. Bunun yerine geçerlik ve güvenirlikle ilgili almaları gereken önlemler ve stratejiler bulunmaktadır

(Yıldırım & Şimşek, 2008). Genel anlamda geçerlik araştırma sonuçlarının doğruluğuna ilişkindir. İç geçerlik, araştırma sonuçlarının gerçek durumu yansıtıp yansıtmadığı ve elde edilen bulguların gerçekten anlatıldığı gibi olup olmadığıyla ilgili bir durumdur (Merriam, 2009; Miles & Huberman'den aktaran Yıldırım & Şimşek, 2008). İç geçerliği sağlamak için araştırmacının elde ettiği sonuçlara nasıl ulaştığını açıkça belirtmesi ve kendi çıkarımlarıyla ilgili kanıtları diğer kişilerin anlayabileceği şekilde sunması gerekmektedir (Yin, 2003). Nitel araştırmalarda iç geçerlik için kimi araştırmacılar tarafından inandırıcılık kavramı kullanılır ve inandırıcılığı sağlamak için kullanılan çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Bu yöntemler; uzun süreli etkileşim, derin odaklı veri toplama, veri çeşitlemesi, uzman incelemesi ve katılımcı teyididir (Erlandson vd, 1993'den aktaran Yıldırım & Şimşek, 2008). Bu araştırmada inandırıcılığı sağlamak amacıyla, farklı veri kaynaklarından veriler toplanmış yani veri çeşitlemesinden faydalanılmıştır. Bu araştırma sürecinde veriler klinik görüşme ve problem kurma görevleri üzerinden doküman incelemesi yöntemleriyle toplanmıştır. Veri kaynakları ile uzun süreli etkileşim gerçekleştirilmiştir. Ayrıca elde edilen verilerin analizinde bir başka uzmandan görüş alınarak araştırmanın niteliğinin artırılması amaçlanmıştır.

Dış geçerlik bir çalışmanın sonuçlarının genellenebilirliği ile ilgilidir. Ancak bu genellenebilirlik nicel araştırmalardan farklı olarak örneklemden elde edilen sonucu evrene genellemek amacını içermez. Bunun yerine benzer durumlara ve ortamlara, deneyimler veya örnekler genellenebilir (Fraenkel & Wallen, 2006). Dış geçerlik, nitel araştırmalarda bazı araştırmacılar tarafından aktarılabilirlik olarak ele alınır ve bunu sağlamak için amaçlı örnekleme ve ayrıntılı betimleme yöntemlerinden yararlanılır (Erlandson vd, 1993; Akt. Yıldırım & Şimşek, 2008). Bu araştırmada aktarılabilirliği sağlamak için dikkat edilen bazı noktalar bulunmaktadır. Araştırma örneklemi ve süreçleri ayrıntılı olarak tanımlanmıştır. Ders içeriklerinin hazırlanması, pilot uygulamaların gerçekleştirilmesi, pilot uygulamalardan elde edilen sonuçlardan yola çıkılarak veri toplama araçlarının revize edilmesi, rubriğin oluşturulma adımlarına detaylıca yer verilmiştir. Bulguların elde edilmesi süreçleri de ayrıntılı bir biçimde anlatılmıştır. Araştırmacının konumunun tanımlanması, araştırmacının rolü başlığı altında açıklanmıştır. Bu sayede çalışmayı okuyan kişinin, ulaşılan bulguların kendi içinde bulunduğu duruma uygulanıp uygulanmayacağına karar verebilmesine imkan tanınmıştır.

Güvenirlik araştırma sonuçlarının inandırıcılığı ile ilgilidir ancak nitel araştırmalara daha farklı yorumlanmaktadır. İç güvenirlik tutarlılık, dış güvenirlik ise teyit edilebilirlik olarak düşünülmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2008). Bu araştırmada tüm süreçlerde, verilerin toplanması, analizi ve yorumlanması süreçlerinde tutarlı olunması sağlanmaya çalışılmıştır. Dış güvenirlik için ise araştırma teyit incelemesine olanak vermesi açısından ulaşılan yargılar ve yorumların ham verilerle (öğrenci notları veya öğrencilerin sözel ifadeleri gibi) karşılaştırılmasına olanak verecek şekilde sunulmuştur. Birinci ve üçüncü araştırma problemleri için gerçekleştirilen içerik analizinde araştırmacı dışında bir uzman daha kodlamaları gerçekleştirmiş, farklılıklar üzerinde görüş birliği sağlanmıştır. İkinci araştırma problemi kapsamında öğrencilerin problem nitelikleri puanları belirlenirken yine araştırmacı dışında bir başka uzman tarafından değerlendirme gerçekleştirilmiş, uzlaşı katsayısı 0,92 olarak bulunmuştur.

Bölüm 4

Bulgular ve Yorumlar

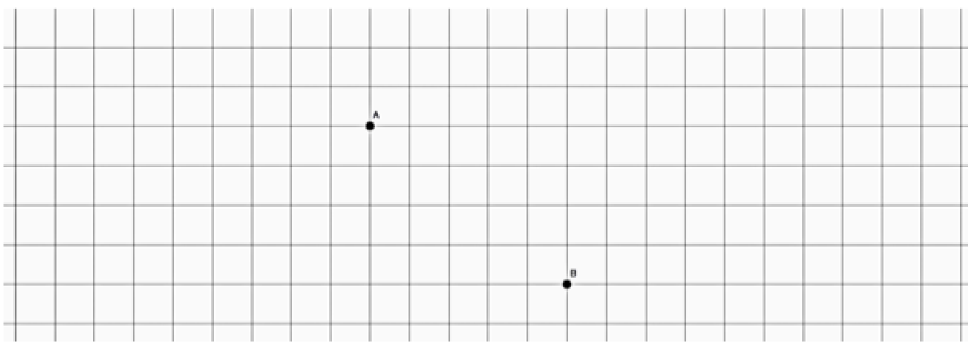
Bu bölümde bulgular her bir araştırma problemine yönelik olarak verilmiştir. Birinci araştırma problemi ve bu probleme ait alt araştırma problemleri için elde edilen bulgular aşağıda sunulmuştur Araştırmanın özelliğine uygun bir şekilde oluşturulacak alt başlıklar yazara bırakılmıştır.

Öğrencilerin Problem Kurma Destekli Yürütülen Doğrusal Denklemler Dersleri Sonrasında Matematiksel Bilgi ve Matematiksel Süreç Becerileri Nasıldır Araştırma Problemine Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Koordinat sistemi konusuna ilişkin matematiksel bilgi ve matematiksel süreç becerileri nasıldır. Bu araştırma problemine yanıt aramak için, problem kurma destekli olarak yürütülen doğrusal denklemler dersleri sonunda uygulanan problem kurma görevlerinden ve bu görevlerle ilgili gerçekleştirilen klinik mülakatlardan yola çıkılmıştır. Öğrencilerin “Koordinat sistemini özellikleriyle tanır ve sıralı ikilileri gösterir” kazanımına ilişkin matematiksel bilgi ve matematiksel süreç becerilerinin ortaya koyulması için kullanılan problem kurma görevi Şekil 9’ da yer almaktadır.

Kartezyen koordinat sistemini aşağıda verilen düzleme istediğiniz gibi yerleştiriniz. Verilen A ve B noktalarını <u>*problem içinde*</u> kullanarak bir problem tasarlayınız ve oluşturduğunuz problemi çözünüz.

- *Eksenleri istediğiniz gibi yerleştirebilirsiniz. Eksenlerin problemde kullandığınız noktaların üzerine gelip gelmemesi tamamen size bırakılmıştır.*
- *İsterseniz A ve B noktaları dışında yeni noktalar ekleyebilir ve problemi buna göre kurabilirsiniz.*



Şekil 9. Koordinat sistemi konusuna yönelik matematiksel bilgi ve matematiksel süreç becerilerinin ortaya koyulması için kullanılan problem kurma görevi

Şekil 9'da görülen ve Ek-B'de ayrıntılı olarak yer alan problem kurma görevi incelendiğinde; öğrencilerin problem durumunda verilen A ve B noktalarını kullanarak bir problem kurmaları ve çözmeleri beklenmektedir.

Elde edilen verilerin analizi için araştırmacı tarafından, "koordinat sistemini özellikleriyle tanır ve sıralı ikilileri gösterir" kazanımına ilişkin "eksen, bölge, apsis, ordinat, nokta ve bölge" kazanım bileşenleri oluşturulmuştur. Matematiksel süreç becerileri ile ilgili olarak akıl yürütme, ilişkilendirme ve iletişim bileşenlerine dair bulgulara rastlanmıştır.

"Koordinat sistemini özellikleriyle tanır ve sıralı ikilileri gösterir" kazanım bileşenlerine dair elde edilen bulgular Tablo 11'de özetlenmiştir.

Tablo 11

Koordinat Sistemi Konusuna İlişkin Matematiksel Bilgi ve Matematiksel Süreç Becerileri

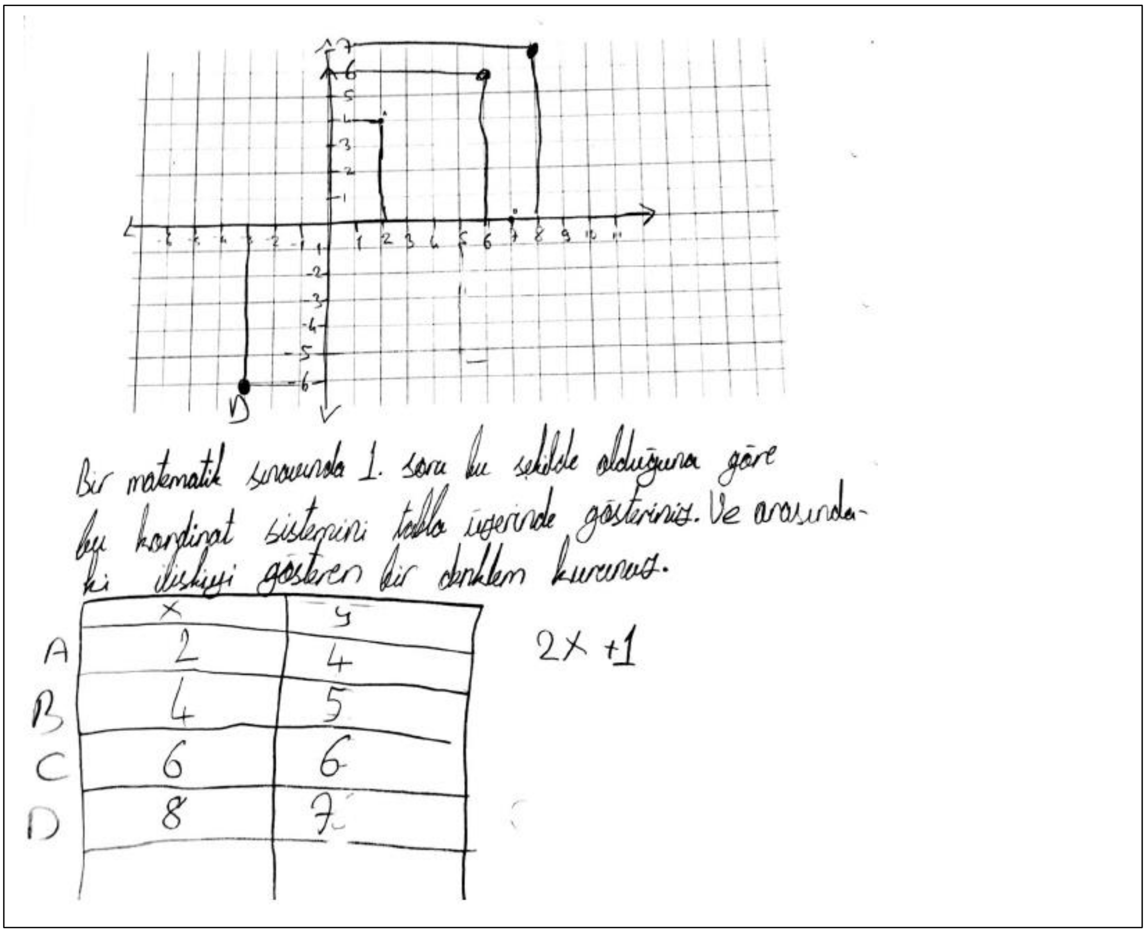
	Kazanım Bileşenleri	Kazanım Bileşenleriyle İlgili Bulgular	Öğrenciler
Matematiksel Bilgi	Eksenler	Eksenleri dik kesiştirme	(Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö18)
		Eksen üzerindeki değerlerin pozitif negatif olma durumlarını doğru şekilde belirtme	(Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö18)
	Apsis ve ordinat	Apsis ve ordinat terimlerini kullanarak bir noktanın apsis ve ordinatını belirtme, gösterme	(Ö4)
	Nokta	Noktayı sıralı ikili olarak doğru ifade edebilme	(Ö1, Ö2, Ö3, Ö4,Ö5, Ö6, Ö7,Ö10,Ö12)
		Koordinat sisteminde yer alan bir noktanın kavramsal olarak ne anlama geldiğinin anlaşılmaması	(Ö2, Ö7, Ö12)
	Bölge	Bölgelerin isimlerini bilme	(Ö4, Ö5, Ö6, Ö10)
		Noktaları yerleştirdiği bölgelerde apsis ve ordinatın negatif mi pozitif mi olduğunu bilme	(Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö11, Ö18)
Matematiksel Süreç Becerileri	İlişkilendirme	Gerçek yaşam durumuyla ilişkilendirme	
		• Konumlarla ilişkilendirme	(Ö3, Ö6, Ö10, Ö12)
		• Sınırlı bir bölge ile ilişkilendirme	(Ö2, Ö5, Ö18)

	Diğer matematik kavramlarıyla ilişkilendirme	
	• Geometrideki alan hesaplarıyla ilişkilendirme	(Ö1, Ö2, Ö5, Ö7, Ö18)
	• Geometrideki çevre hesaplarıyla ilişkilendirme	(Ö18)
	Farklı temsil biçimlerini kullanma, birbirleriyle ilişkilendirme ve dönüştürme	
	• Matematiksel bir durumu farklı temsil çeşitleriyle (tablo, grafik ve denklem gibi) ifade etme	(Ö9)
İletişim	Matematiksel sembollerin ve terimlerin kullanımı	
	• Noktaları (a,b) şeklinde doğru bir gösterimle ifade etme	(Ö1, Ö3, Ö5, Ö10, Ö11)
	• Problemler içinde dikdörtgen, kare, apsis, ordinat, bölge kavram ve terim isimlerinin yerinde kullanılamaması	(Ö1, Ö12, Ö4)
	Matematiksel düşünceleri sözlü ve yazılı ifade etme	
	• Matematiksel düşünceleri sözlü biçimde anlaşılır olarak ifade etme	(Ö3, Ö4, Ö5)
	• Matematiksel düşüncelerini sözlü biçimde anlaşılır olarak ifade edememe	(Ö1, Ö2, Ö6, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö18)
	• Matematiksel düşüncelerini yazılı olarak anlaşılır biçimde ifade edebilme	(Ö3, Ö4, Ö5, Ö10)
	• Matematiksel düşüncelerini yazılı olarak anlaşılır biçimde ifade edememe	(Ö1, Ö2, Ö6, Ö9, Ö11, Ö12, Ö18)
Akıl yürütme	Mantıklı çıkarımlarda ve genellemelerde bulunma	
	• Problem içinde çeşitli matematiksel örüntüler, ilişkiler oluşturma ve bunlarla ilgili çıkarımda bulunarak problemde kullanma	(Ö1, Ö5,Ö6)
	• Problemde kullandıkları çıkarımları nedenleriyle açıklama	(Ö1, Ö5, Ö6)

Hatalı akıl yürütme	
• Alan oluştururken hatalı akıl yürütme	(Ö2, Ö7, Ö18)
• Problemin net olarak ifade edilememesi, problem ile problem çözümünün iç içe girmesi, ayırt edilememesi	(Ö11)
• Denklem oluştururken hatalı akıl yürütme	(Ö9)
• İki nokta arasındaki uzaklığı bulurken hatalı akıl yürütme	(Ö10)

Matematiksel bilgileri hakkındaki bulgular. Klinik mülakat gerçekleştirilen öğrencilerin tamamının koordinat eksenlerini dik olarak kesiştirdikleri ancak hiçbirisinin eksenlerin isimlerini soru çözümlerinde veya çizdikleri grafik üzerinde *x* ve *y* şeklinde belirtmedikleri belirlenmiştir. Bunun yanında, öğrencilerin tamamının koordinat eksenlerini doğru olarak çizerek, üzerindeki değerlerin pozitif veya negatif olma durumlarını doğru bir şekilde belirttikleri görülmektedir.

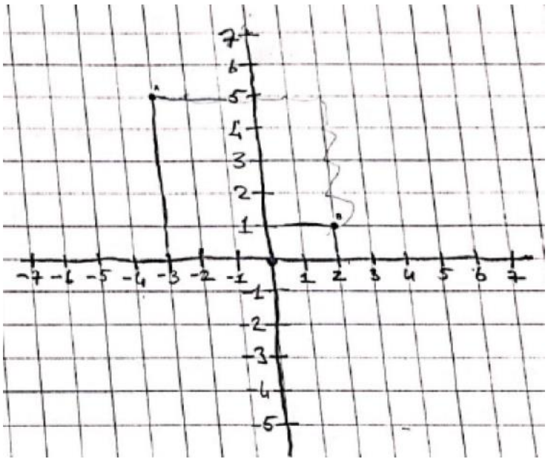
Öğrencilerin çoğunun (Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10, Ö12) noktayı sıralı ikili olarak ifade edebildikleri görülmüştür. Öğrenciler koordinat düzlemi üzerindeki noktaları problem içinde veya problemin grafiği üzerinde sıralı ikili olarak doğru şekilde yazabilmişlerdir. Ö11 problemde kullandığı iki noktanın bir tanesini (1. bölgede bulunan noktayı) doğru olarak belirtmiş, x ekseni üzerinde olan noktayı ise hatalı şekilde yazmıştır. Öğrencilerden Ö9 ise grafik üzerinde belirttiği noktaların bazılarını doğru şekilde sıralı ikili olarak yazabilse de problem çözümünde kullandığı tablo ile grafikte belirttiği nokta isimlerinin tutarsız olduğu gözlenmiştir. Ö9'un problemi Şekil 10'da yer almaktadır.



Şekil 10. Ö9'un koordinat sistemi konusunda kurduğu problem

Ö9'un grafiği üzerinde verdiği noktalarla tablodaki noktaların tutarlı olmadığı görülmektedir. Örneğin grafikte verdiği A (2,4) noktasını ve isim vermeden koordinat düzleminde belirlediği (6,6) ve (8,9) noktalarını tabloda ifade etmiştir. Ancak Ö9'un grafik üzerinde belirlediği noktaların isimlendirmesiyle tablodaki nokta isimlerinin tutarlı değildir. Gerçekleştirilen mülakatta öğrenci bu durumu "B'yi kendim yaptım" şeklinde ifade etmiştir. Yani öğrenci problemde verilen B noktası yerine kendince bir B başka bir noktası kullanmıştır, ancak grafikte bu B noktasına yer vermemiş, yalnızca tabloda belirtmiştir. Ö9'un koordinat düzlemi üzerinde verilen bir B noktasını yazmak yerine kendi belirlediği B noktasını tabloda göstermesi, noktanın kavramsal olarak ne anlam ifade ettiğini anlamamış olduğunu göstermektedir. Ö9, koordinat düzlemindeki B noktasını sıralı ikili olarak ifade etmemiş, aynı isimle farklı bir noktayı kullanmıştır. Ayrıca Ö9'un tablo oluştururken kendi kullandığı noktalara tabloda yer vermiş olması, ancak bu noktaların grafik üzerinde yer verdiği noktalarla uyuşmaması da dikkat çeken bir nokta olmuştur. Bu durum Ö9'un bir noktanın farklı temsillerini ilişkilendirerek yazmaya çalışmasından ziyade, farklı temsilleri kullanarak çeşitli noktaları ifade etmeye çalıştığını düşündürmektedir. İlişkilendirme becerisi açısından da ele alınacak olan bu durumun temelinde öğrencinin koordinat düzlemi üzerinde yer alan bir noktanın kavramsal olarak anlaşılamamasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

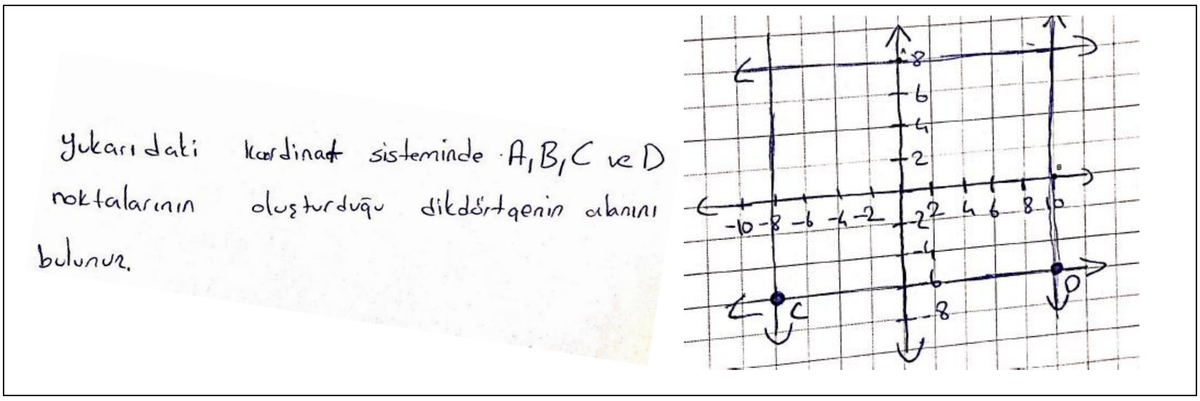
Öğrencilerin bazılarının noktayı doğru şekilde ifade edemediği ve sıralı ikili olarak yazmakta zorlandığı görülse de büyük çoğunluğu (Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10, Ö12) koordinat düzlemindeki noktaları doğru bir şekilde kullanabilmişlerdir. Örneğin aşağıdaki şekilde Ö3'ün çizdiği doğru grafik verilmektedir. Ö3, kurduğu problem içinde *"…ben A(-3,5) noktasındayım…"* ifadesine yer vermiş ve problemin çözümü için çizdiği grafikte bunu doğru olarak göstermiştir.



Şekil 11. Ö3'ün soru içinde kullandığı grafik

Öğrencilerden Ö2, Ö7 ve Ö12'nin noktaları sıralı ikili olarak yazabildikleri görülse de noktaları problem içinde kullanırken bazı sorunlar yaşadıkları fark edilmiştir.

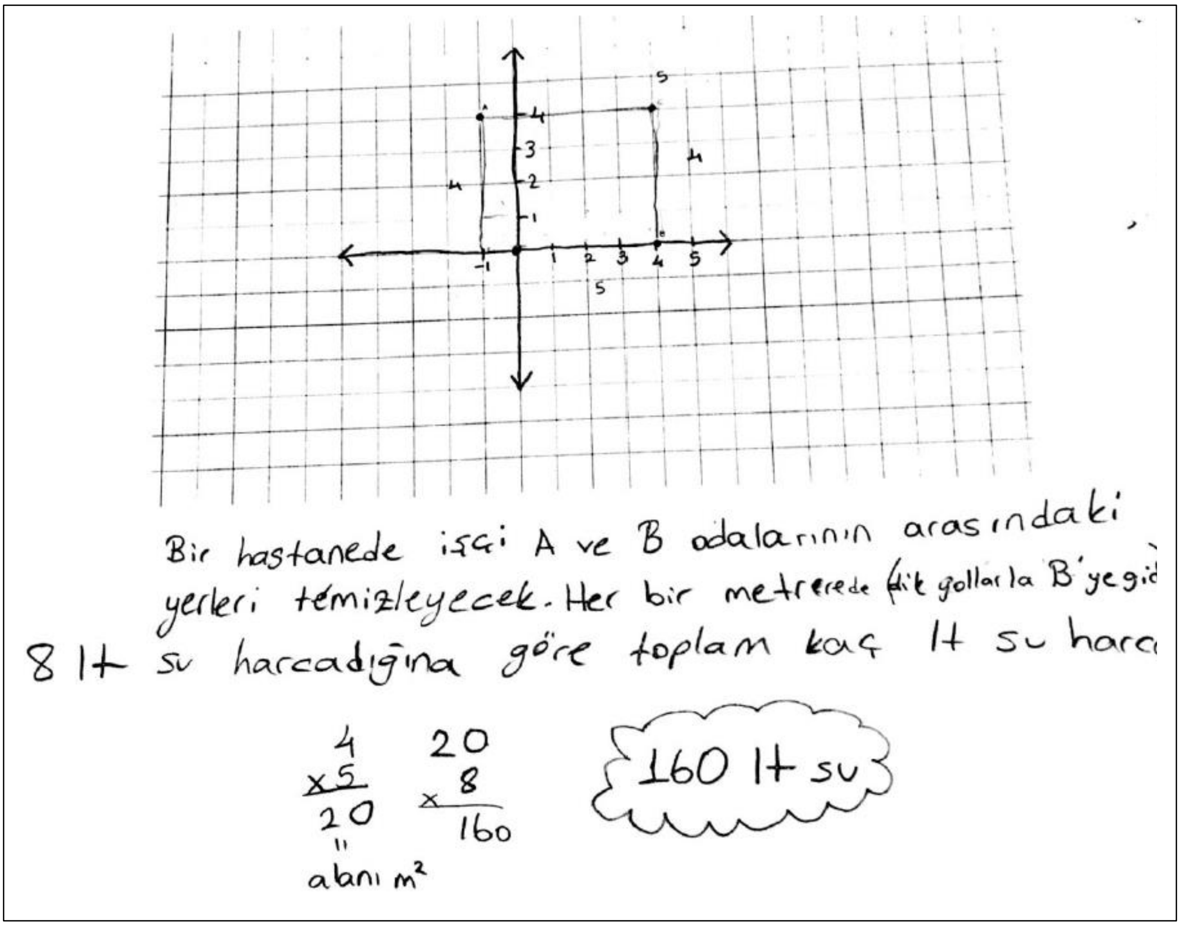
Ö2 ve Ö7'nin problem kurma görevi için oluşturdukları problemlerden ve klinik mülakatlardan elde edilen verilerden hareketle, bu öğrencilerin noktaların birleşmesiyle oluşan şeklin ne ifade ettiğini anlamadıkları görülmüştür. Ö2 ve Ö7 kurdukları problemlerde "alan" sormak istemişlerdir. Bu öğrencilerin problem durumda verilen noktaları kullanarak veya bunlara yeni noktalar ekleyerek bu noktaları köşe kabul eden kapalı bir şekil oluşturmaya çalıştıkları ve bu kapalı şeklin alanını sormak istedikleri anlaşılmaktadır. Bu amaçla, oluşturulacak şeklin köşe noktalarına soru içerisinde yer verilmesi gerekirken, öğrencilerin buna dikkat etmedikleri görülmüştür. Öğrencilerin problemleri dikkatli incelendiğinde köşe noktaları vermek yerine, alanını sormak istedikleri şeklin kenarları üzerinde yer alan herhangi bir noktaya yer verdikleri görülmüştür. Şekil 12'de Ö7'nin çizdiği grafik ve problem metninde bu durum görülmektedir.



Şekil 12. Ö7nin koordinat sistemi konusunda kurduğu hatalı problem

Şekil 12'de görüldüğü gibi Ö7 problemde verilen noktalarla bir dikdörtgenin köşelerini oluşturup alanını sormak istemiştir ancak burada öğrenci önce A (0,8) ve B (10,0) noktalarından geçen bir doğru çizerek kapalı alanı oluşturmuştur. Problem metninde ise A, B, C, D noktalarının oluşturduğu alanı sorduğunu belirtmiştir. Öğrenciyle yapılan görüşmeden anlaşıldığı gibi aslında öğrenci (-8,8), (10,8) ve C ve D noktalarının birleştirilmesiyle oluşan kapalı şeklin alanını sormak istemiştir. Dolayısıyla Ö7'nin noktanın kavramsal olarak ne anlama geldiğini bilemedikleri, ezbere dayanarak belli bir şekil oluşturup alanını sormak istedikleri düşünülmektedir.

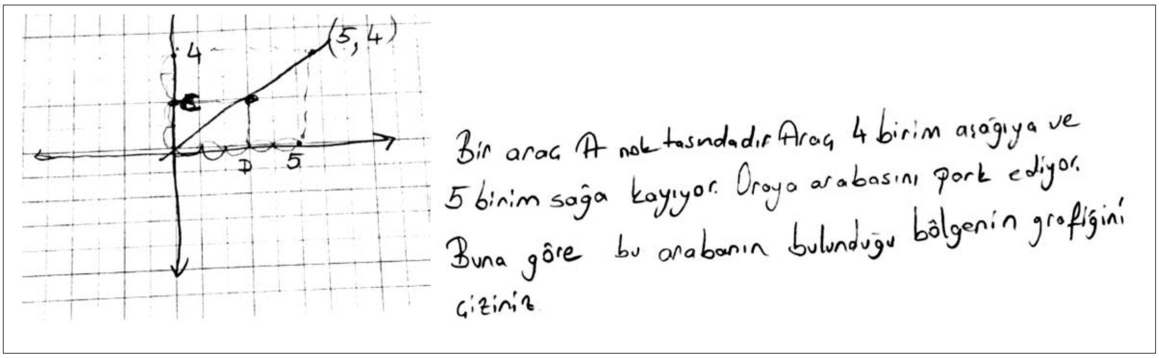
Ö2'nin ise kurduğu problemden ve grafik çiziminden ne sormak istediği anlaşılamamış, ancak yapılan görüşmelerden bir kapalı alan oluşturup alanı sormak istediği anlaşılmıştır. Ö2'in grafik çizimi ve kurduğu problem Şekil 13'te verilmiştir.



Şekil 13. Ö2'in koordinat sistemi konusunda kurduğu hatalı problem

Ö2 ile gerçekleştirilen görüşmeden ve öğrencinin problem çözümünden yola çıkarak, öğrencinin probleminde köşeleri A, B, (-1,0) ve (4,0) olan kapalı bölgenin alanını sormak istediği anlaşılmaktadır. Ancak bunu düzgün bir şekilde ifade edemediği görülmektedir. Çünkü öğrenci "A ve B odaları arasındaki yerler" ifadesiyle aslında A ve B noktalarından eksenlere dik olarak çizdiği doğru parçalarını da kullanarak şekil 13'te görülen grafik üzerinde kendi oluşturduğu dörtgenin alanını sormak istemektedir. Ancak iki noktanın arasında olan bir "alan" söz konusu olamayacağından, öğrencinin noktaların kavramsal olarak ne anlama geldiğini tam olarak anlayamadığı düşünülmüştür.

Ö12 ise noktaları doğru olarak belirlese de problem ifadesinden noktanın ne anlama geldiğini tam olarak anlayamadığı görülmüştür. Öğrencinin problemi şekil 14'te yer almaktadır.



Şekil 14. Ö12'nin koordinat sistemi konusunda kurduğu hatalı problem

Ö12 aracın bir nokta üzerinde bulunduğunu belirtmekte, aracın hareketi sonrasında yeni bulunduğu yerin noktasını sormak istediği anlaşılmaktadır. Ancak öğrenci nokta yerine bölge ifadesini kullanmıştır. Bunun üzerine klinik mülakatta öğrencinin dikkatsizliğinden kaynaklanan bir hata sonucunda bölge demiş olabileceği düşünülerek çeşitli sorular sorulmuş ancak herhangi bir açıklama yapamadığı görülmüştür. Öğrenciyle yapılan görüşmeden kısa bir diyalog aşağıda verilmiştir.

A: Bölgenin grafiğini çiziniz demişsin. Bölgenin grafiğini çiziniz ne demek?

Ö12: ya şöyle.. grafik böyle hani nasıl desem şey gibi, şu gibi yani bence öyle.

Bunun üzerine görüşmenin devamında araştırmacı emin olmak için tekrar bölgenin grafiğinin çizilebilip çizilemeyeceğini sormuştur

A: bulunduğu bölgenin grafiğini çiziniz demişsin, bir bölgenin grafiği çizilebilir mi?

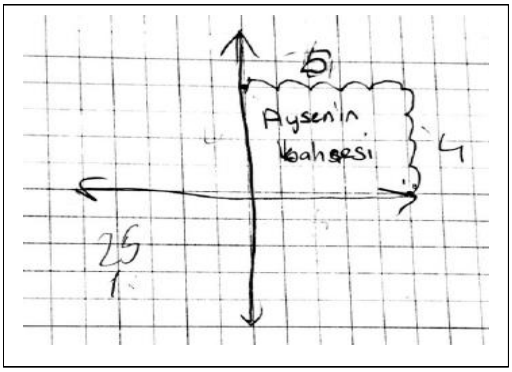
Ö12: çizilebilir.

A: bir bölgenin grafiği çizilebilir diyorsun.

Ö12: evet.

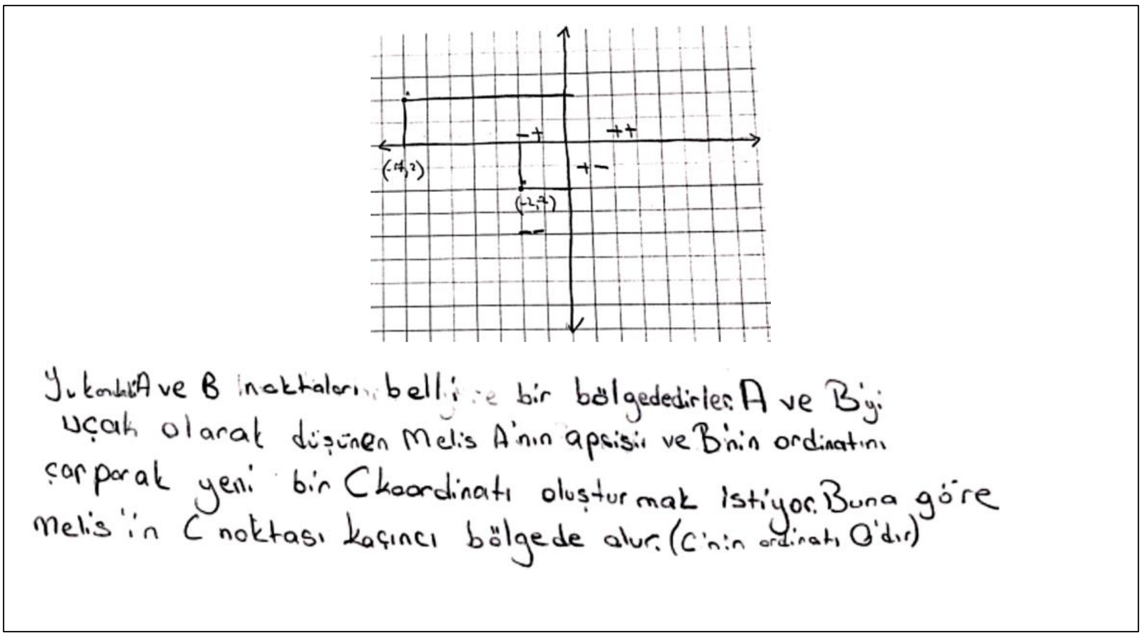
Ö12'nin probleminde aracın A(0,5) noktasından B(4,0) noktasına gittiğini düşündüğü görülmüş ancak problemin içerisinde ve çözümünde yer almayan (5,4) noktasını belirlediği dikkat çekmektedir. Öğrencinin noktaların yerlerini sıralı ikili olarak doğru olarak yazsa da problem içerisinde belirlediği noktaların ne anlama geldiğini ve nasıl kullandığını bilmediği anlaşılmaktadır. Yine öğrencinin grafik üzerinde bir noktayı belirtme yerine “bölgeyi çizme” ifadesini kullandığı, yani bölge terimini anlamına uygun kullanmadığı görülmüştür.

Ö18’in ise kurduğu problem bir bütün olarak incelendiğinde noktaları doğru yerleştirip yerleştiremediği hakkında herhangi bir bulgu elde edilememektedir. Ö18 şekilde verilen grafiği soru içinde kullanmış ancak A ve B noktalarının koordinatlarıyla ilgili herhangi bir ifadeye problem ifadesinde yer vermemiş, yapılan klinik mülakatta da A ve B’nin koordinatlarını açıklamamıştır.



Şekil 15. Ö18’in koordinat sistemi konusunda çizdiği grafik

Öğrencilerin çoğunun (Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö11, Ö18) noktaları yerleştirdikleri bölgelerde, noktaların apsis ve ordinatının pozitif mi negatif mi olduklarını bildikleri anlaşılmaktadır. Öğrencilerden Ö4, Ö5, Ö6, Ö10’nun problem içinde veya yapılan klinik mülakatlarda bölge isimlerini doğru şekilde kullandıkları yani bölgelerin isimlerini bildikleri görülmektedir. Ancak Ö4 her ne kadar bölge isimlerini ve bölgelerde yer alan noktaların apsis ve ordinatlarının negatif mi pozitif mi olduğunu doğru olarak biliyor olsa da eksen üzerindeki noktaların bölgeye dâhil olup olmadığı konusunda yanlış bilgiye sahip olduğu da görülmektedir. Ö4’ün problemi Şekil 16’da yer almaktadır.



Şekil 16. Ö4'ün koordinat sistemi konusunda kurduğu hatalı problem

Ö4 probleminde bölge özelliğini doğru şekilde belirlemiş ancak yeni oluşturduğu noktanın ordinatının 0 olacağı bilgisini vermesine yani bu noktanın *x* ekseni üzerinde olacağını belirtmesine rağmen, hangi bölgede olacağını sormuştur. Yapılan klinik mülakatta öğrencinin bu hatasının üzerine gidilmiştir. Ö4 ile araştırmacı arasında geçen kısa bir konuşma aşağıda yer almaktadır.

A: Nasıl buldun kaçıncı bölgede olduğunu?

Ö4: artı eksiye bakarak

A: artı eksiye bakarak buldun. Ne çıktı C noktasının koordinatları?

Ö4: (14,0)

A: (14,0) çıktı, nerde bu?

Ö: birinci bölgede.

A: Birinci bölgede. Kurduğun bu problem hakkında ne düşünüyorsun, nasıl bir problem kurdun?

Ö: Yani basit.

A: basit olduğunu düşünüyorsun.

Ö: evet

A: Peki herhangi yanlış bir şey var mı sence, doğru mu problemin?

Ö: Bence yok.

Ö4'ün açıklamalarından yaptıklarının doğru olduğunu düşündüğü görülmektedir.

Öğrencilerin koordinat düzlemiyle ilgili bilgileri incelendiğinde genel olarak çoğu öğrencinin noktayı sıralı ikili olarak ifadesinde sıkıntı yaşamıyor olmalarına rağmen, bazı öğrencilerin (Ö2, Ö7, Ö9, Ö12) noktanın kavramsal olarak ne ifade ettiğiyle ilgili sıkıntı yaşadıkları görülmektedir. Benzer şekilde öğrencilerin bölgenin özelliklerini ve isimlerini biliyor oldukları gözlenmiş, ancak Ö4'ün bölge isimlerini ve özelliklerin biliyor olmasına rağmen eksenlerin bölgeye dahil olup olmadığını bilemediği görülmüştür. Sonuç olarak bazı öğrencilerin işlemsel olarak bazı bilgilere sahip olmalarına rağmen kurdukları problemler ve klinik mülakatlar sonucunda kavramsal olarak bazı bilgi eksiklikleri olduğu ortaya koyulmuştur.

Matematiksel süreç becerileri ile ilgili bulgular. Öğrencilerin kurdukları problemler üzerinden yapılan klinik mülakatlardan yola çıkılarak ortaokul matematik dersi öğretim programında yer alan ve geliştirilmesi öngörülen matematiksel süreç becerileri olan iletişim, ilişkilendirme, akıl yürütme (MEB, 2013) ile ilgili bazı bulgular elde edilmiştir. Bunlardan iletişim becerisiyle ilgili olarak bu becerinin göstergelerinden biri olan sembol ve terimlerin etkili kullanılması konusunda bazı öğrencilerin sıkıntı yaşadıkları dikkat çekmektedir. Öğrencilerin bir kısmı (Ö1, Ö3, Ö5, Ö10, Ö11) noktayı ifade ederken doğru bir gösterim kullanırken, Ö6 noktayı belirtirken parantezleri kullanmamış "B=2,-1" şeklinde bir gösterim kullanmıştır.

Öğrencilerin kurdukları problemler incelendiğinde bazı matematiksel terimlerin ve kavramların isimlerinin hatalı kullanıldığı görülmektedir. Örneğin Ö1'in kurduğu problemde bir dikdörtgenin alanı sormak istediği anlaşılmaktadır, ancak Ö1 problem ifadesinde dikdörtgeni kastederek dikdörtgen yerine "dörtgen" ifadesini kullanmıştır. Klinik mülakatta da yine dikdörtgen ifadesini kimi yerde doğru kullandığı kimi yerde de dikdörtgen yerine yine dörtgen ve düzlem ifadesini kullandığı görülmüştür.

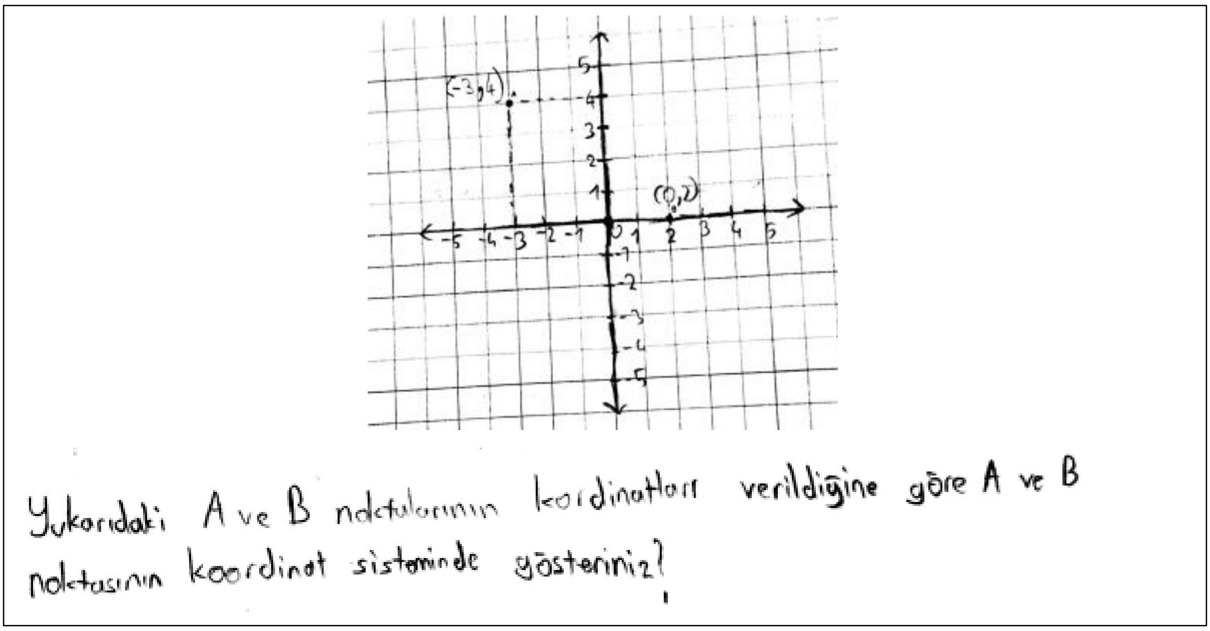
Ö1: Çünkü D noktası veya C noktasını sorabilirdim bir dörtgen yapmak daha mantıklı olur diye düşündüm. Veya dörtgen yapmak yerine mesela bunun *alanını da sorabilirdim. İşte yani biraz daha aklıma daha yatkın geldi onun koordinatını sormak.*

…

Ö1: Bakınca şey oluyor. Mesela şöyle ya. Bunu yukarı çıkaracağız A ya kadar (B noktasından y eksenine paralel A noktasını hizasına gelecek kadar bir doğru çizer parmağıyla) sonra da döndürmemiz gerekiyor (Parmağıyla bir dikdörtgen çizer). Yok o olmazsa bir düzlem olmuyor (dikdörtgeni kast ediyor). Yani tam burada olmazsa dikdörtgen diye bir şey olmaz.

Bazı öğrencilerin de bölge ifadesini yanlış anlamda kullandığı görülmüştür. Ö12 noktayı kastederek nokta yerine bölge ifadesini kullanmıştır. (Ö12'nin cevabı şekil 6'da yer almaktadır). Ö4 ise apsis ve ordinat terimlerine kurduğu problem içerisinde doğru şekilde yer veren tek öğrencidir. Ancak Ö4'ün de eksen üzerinde bulunan bir noktayı buldurmak amacıyla probleminde "hangi bölgededir" ifadesine yer vermesi bölge kelimesini doğru anlamda kullanmadığını göstermektedir. Sonuç olarak öğrencilerin bir kısmının terim ve sembolleri doğru bir şekilde kullanamadığı söylenebilir.

İletişim becerilerinin bir diğer göstergesi ise, öğretim programında da yer verildiği gibi, matematiksel düşüncelerin sözlü ve yazılı ifade edilebilmesidir (MEB, 2013). Ancak öğrencilerin büyük çoğunluğunun matematiksel düşüncelerinin sözlü ve yazılı ifadesinde sıkıntı yaşadıkları görülmektedir. Öğrencilerden Ö1, Ö2, Ö6, Ö9, Ö11, Ö12, Ö18'in, yani öğrencilerin yarısının, matematiksel düşüncelerini hem sözlü hem yazılı olarak net ve anlaşılır şekilde ifade edemedikleri görülmektedir. Örneğin Ö11'in oluşturduğu problem Şekil 17'de yer almaktadır.



Şekil 17. Ö11'in koordinat sistemi konusunda kurduğu hatalı problem

Ö11'in problemi anlaşılır değildir. Ö11'in problemi incelendiğinde noktaların koordinatlarını verip koordinat sisteminde gösterilmesini istemiş olabileceği ancak koordinatları problem içinde belirtmemiş eksik bilgi vermiş olabileceği düşünülebilir. Veya öğrenci problemi kurarken koordinat sistemini çizip üzerinde yer alan A ve B noktalarının koordinatlarının sıralı ikili olarak yazılmasını istemiş olabilir. Ancak öğrenciyle yapılan mülakatlarda öğrencinin aslında problemde anlaşılandan farklı bir şey yapmak istediğini söylemiştir.

Ö11: Ben bu problemi ilk önce böyle kendim bulmaya çalıştım aklımdan geçen bu sayılar. İşte koordinat sisteminde göstermek istedim yani koordinat sisteminin burada göstermesi daha mantıklıydı çünkü A ve B noktalarını vermiş o yüzden öyle geldi öyle yaptım.

A: Şimdi soru hangisi ben onu anlamadım. Koordinatları verildiğine göre demişsin soru yukarıdaki mi?

Ö11: Şunlar (koordinat sistemindeki A ve B noktasını gösterir)

A: Ama o zaman cevap neyi gösterecek? Cevap sorunun içinde gibi değil mi?

Ö11: İlk önce şurada cevabını gösterecek bende hani cevabını yapmıştım.

A: Hı orda koordinat yazmayacak mı?

Ö11: Koordinat sistemi…

A: Yani sorun ne şimdi tam olarak bana açıklar mısın?

Ö11: Normalde A noktasını verdim sadece ondan sonra ona göre bulmaya çalıştım aslında B noktasını öyle koordinat sistemini çizdim üstünde de.

A: Sorunda şey diyor ya yukarda A ve B noktalarının koordinatları verildiğine göre A ve B noktaların koordinat sisteminde gösteriniz. Sen o zaman koordinatları verip grafikte göstermesini mi istiyorsun?

Ö11: Grafikte değil aslında ama yani aslında şöyle yapacaktım ben A noktasını verecektim sadece ondan sonra ona göre bulacaktım koordinat sisteminde B noktasını o yüzden öyle. Yapamadım bilmiyorum.

Ö11'in araştırmacı ile olan diyaloğu ve oluşturduğu problemin yazılı dokümanı incelendiğinde, aklındaki matematiksel durum ve ifadeleri hem sözlü olarak hem de yazılı olarak ifade etmekte zorlandığı görülmektedir. Ö1, Ö2, Ö6, Ö7, Ö9, Ö12, Ö18'nın da benzer şekilde yazılı ifadelerinden problemde ne istenildiğinin anlaşılmadığı ve yapılan mülakatlarla sözlü olarak kendi düşüncelerini açıklamakta zorlandıkları anlaşılmaktadır. Örneğin Ö2 probleminde "A ve B odaları arasındaki yer" ifadesini kullanmış ancak bu ifadeyle köşelerinden ikisi A ve B noktası olacak şekilde grafik üzerine çizdiği bir dikdörtgeni kastetmiştir (Şekil 13). Ö7'nin ise şekilde yer alan problemin yazılı ifadesinden ne istediği anlaşılır değildir. Çünkü problem ifadesinde A, B, C ve D noktalarında oluşan dikdörtgenin alanı istenmekte, ancak problemin grafik çiziminde oluşturulmuş dikdörtgenin köşe noktalarının A, B, C, D noktaları olmadığı görülmektedir (Şekil 12).

Öğrencilerden yalnızca Ö4'ün probleminde matematiksel olarak hatalı bir durum söz konusu olsa da (eksen üzerindeki noktanın kaçıncı bölgede olduğunu sorması), aklındaki matematiksel durumu hem sözel hem de yazılı olarak anlaşılır şekilde ifade etmiştir. Ö3 ve Ö5'in de problemde yapmak istediklerini sözlü ve yazılı olarak ifade edebilmişlerdir.

Öğrencilerden Ö10'un ise kurduğu problem incelendiğinde yazılı ifadesinden ne sormak istediğinin anlaşıldığı görülmektedir. Ancak Ö10'un sözlü iletişim becerisinin zayıf olduğu, klinik mülakatta yaptıklarını sözlü olarak açıklamakta yetersiz kaldığı görülmektedir. Klinik mülakata öğrencinin problemini anlatması istendiğinde Ö10'nun verdiği cevap aşağıda yer almaktadır.

A: Anlatır mısın bana bu problemini?

Ö10: Şimdi burada zaten noktalar vardı işte buraya (koordinat sistemini eliyle gösterir) bir koordinat sistemi çizdim ondan sonra buraya onun koordinatlarını verdim ondan sonra onun işte buraya şeylerini verdim uzaklıklarını ondan sonra Ruhiyle A noktasındakini şey yaptım, verir, arasındaki fark.

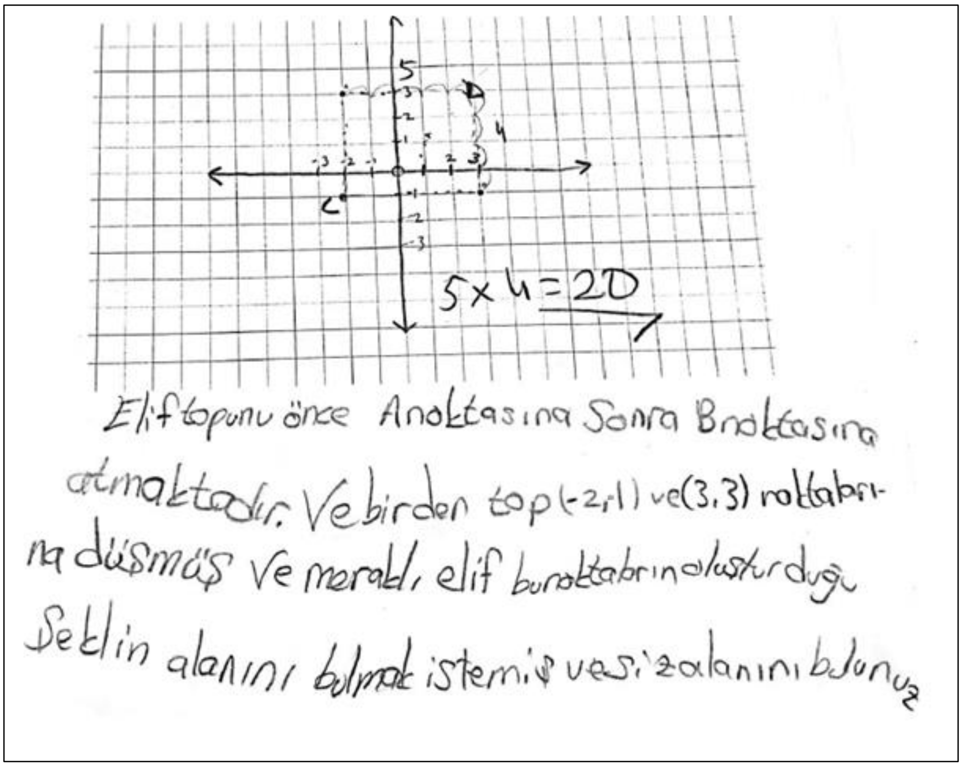
Ö10'un problemini sözlü olarak ifadesi incelendiğinde problemin anlaşılmadığı, sözlü ifade becerisinin çok da yeterli olmadığı görülmektedir.

Sonuç olarak koordinat sistemi konusunda, az sayıda öğrencini matematiksel fikirlerini sözlü ve yazılı olarak doğru ve anlaşılır şekilde ifade edebilirken, çoğunun sözlü ve/veya yazılı ifadesinin yeterli olmadığı görülmüştür. Az sayıda öğrencinin (Ö1, Ö4, Ö12) sembol ve terimleri hatalı kullandığı belirlenmiştir.

Ortaokul matematik dersi öğretim programında kazandırılması ve geliştirilmesi öngörülen bir diğer beceri de ilişkilendirme becerisidir. Bu araştırmanın bulgularında da rastlanan ilişkilendirme becerisinin göstergelerinden bazıları matematiği günlük yaşamla ilişkilendirme, farklı matematik konularını birbiriyle ilişkilendirme, farklı temsil biçimlerini birbirleriyle ilişkilendirme ve dönüştürmedir (MEB, 2013).

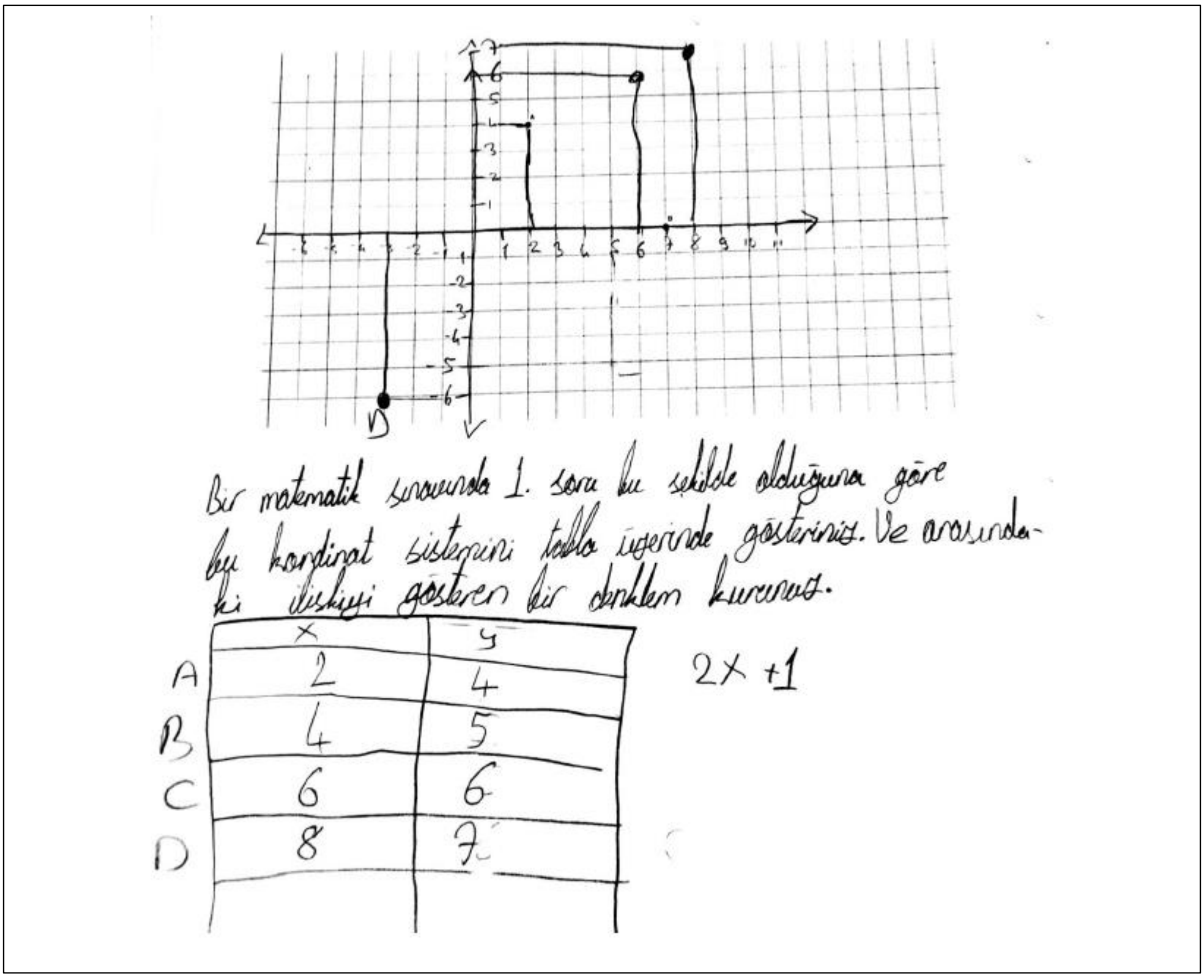
Öğrencilerin çoğunun (Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö10, Ö12, Ö18) oluşturdukları problemi günlük yaşamla ilişkilendirme çalıştıkları görülmüştür. Bu ilişkilendirme matematiksel konuya uygun olabilecek günlük yaşam bağlamlarının problem içinde kullanılması şeklinde gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin koordinat sistemi konusuna uygun olarak problemlerinde konumla ve sınırlı bölgeler belirleyip, bu alanlarla ilişkilendirilmiştir. Konumla ilişkili problemlerin evin konumu (Ö6), kişilerin konumları (Ö3, Ö10), arabanın konumu (Ö12) yer almıştır. Alanla ilgili olarak ise Ö18 bir bahçeyi, Ö2 temizlik yapılan bir bölgeyi, Ö5 ise bir çocuğun top attığı alanı problem bağlamında kullanmıştır.

Öğrencilerin kurdukları problemler farklı matematik konu ve kavramlarıyla ilişkili olup olmamaları açısından incelendiğinde bazı öğrencilerin alan ve çevreyi içeren problemler oluşturdukları görülmektedir. Öğrencilerin problemlerinde yukarıda bahsedildiği gibi kapalı alanların köşe noktalarını doğru olarak belirtmeme gibi matematiksel bazı hatalar olsa da Ö1, Ö2, Ö5 ve Ö7 problemlerinde belirledikleri sınırlı bölgelerin alanlarının hesaplanmasını, Ö18 ise belirlediği bölgenin hem alan hem de çevresinin hesaplanmasını istemektedir. Ö18’in problemi şekil 5’te yer almakta, Ö5’in problemi ise şekil 18’de görülmektedir.



Şekil 18. Ö5’in koordinat sistemi konusunda kurduğu problem

İlişkilendirme becerisinin bir diğer bileşeni olan farklı temsil çeşitlerini birbirleriyle ilişkilendirmeye ilişkin bulgulara Ö9’un probleminde rastlanmıştır. Ö9’un grafik ile tablo temsili ilişkilendirdiği, grafik üzerinde verilen noktaların tabloda belirtilmesini istediği anlaşılmaktadır. Ö9’un problemi Şekil 19’da yer almaktadır.



Şekil 19. Ö9'un koordinat sistemi konusunda kurduğu problem

Her ne kadar Ö9 matematiksel olarak hataları ve hatta doğrusal denklemleri oluşturmasıyla ilgili matematiksel hataları bulunsa da farklı temsilleri kullanmaya çalıştığı, grafik, tablo ve cebirsel temsile yer vermek istediği görülmektedir. Ancak öğrenci grafik temsilde yer alan noktalardan bağımsız olarak tablo değerlerini yazmış ve yine farklı bir ilişkiye ait doğrusal denklem oluşturmuştur. Ö9'un problemi incelendiğinde grafik üzerinde ve tabloda verdiği noktaların bir doğrusal ilişki oluşturmadığı görülmektedir. Bu nedenle doğrusal denklemi de yazması mümkün değildir. Öğrencinin konu ile ilgili bilgi eksiklikleri bulunmasının farklı temsilleri birbirine dönüştürmesinde ve ilişkilendirme gerçekleştirmesinde sorunlar yarattığı düşünülebilir.

Öğrencilerin koordinat sistemi konusunda kurdukları problemlerden yola çıkarak ilişkilendirme becerileri incelendiğinde birçok farklı ilişkilendirme örneğine rastlanmıştır. Kimi öğrenci matematiksel durumu gerçek yaşamla ilişkilendirmeye çalışmış, kimisi ise farklı matematik konu ve kavramlarıyla ilişkilendirme gerçekleştirmeye çalışmıştır. Öğrencilerin kurdukları problemlerde, kullanıldığına dair göstergelere en çok rastlanan becerinin ilişkilendirme becerisi olduğu görülmüştür.

Bir diğer süreç becerisi olan akıl yürütmeyle ilgili olarak, öğrencilerin akıl yürütme becerileri hakkında yine kurdukları problemlerden ve klinik mülakatlardan yola çıkarak bulgular elde edilmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin bir kısmının problemleri kurarken mantıklı çıkarımlarda bulunduklarına dair bulgular elde edilmiştir (Ö1, Ö5, Ö6). Örneğin Ö6, ikinci ve dördüncü bölgede bulunan A ve B noktalarının birinci bölgeye olan en kısa mesafelerini sormak istemiştir. Bunun için şöyle bir açıklamada bulunmuştur.

Ö6: Ayşe'nin birinci bölgeye gidebilmesi için ıı sağ tarafa 4 adım gitmesi lazım en az şuraya (koordinat düzleminde 1. Bölgeyi göstererek) gelmesi için Elif'in birinci noktaya gelmesi için yukarı.

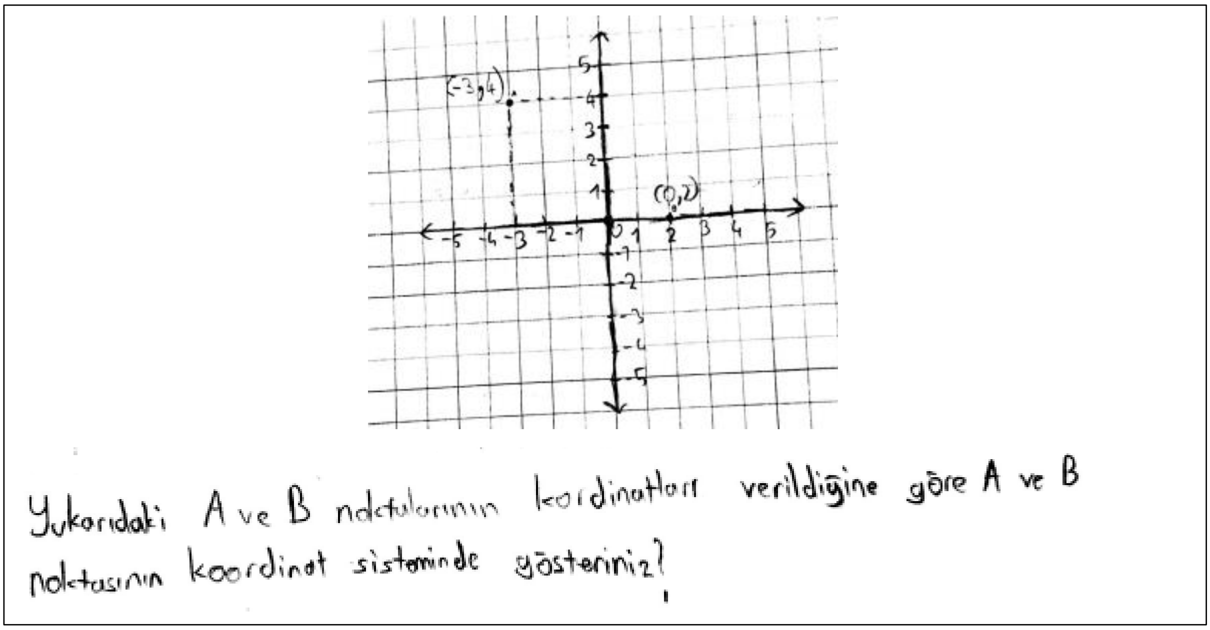
A: Birinci noktaya derken?

Ö6: Birinci bölgeye gelmesi için (1. Bölgeyi göstererek) ııı iki adım gitmesi lazım en az çünkü buraya gelirse x'in üzerinde olur o yüzden iki adım gitmesi lazım demiştim. Böyle bir problem kurmuştum.

Ö6'nın aynı zamanda çıkarımların nedenlerini açıklayabildiği görülmektedir. Benzer şekilde Ö1 ve Ö5'in de bir matematiksel örüntü veya ilişki oluşturdukları, bu ilişkileri açıkladıkları ve kullandıkları, çıkarımlarını açıklayabildikleri anlaşılmaktadır. Örneğin Ö1 bir dikdörtgen oluşturmak için üç nokta verip dördüncü noktayı buldurmaya çalışmıştır. Benzer şekilde Ö5 de bir dikdörtgen oluşturacak şekilde problem kurma görevinde verilen iki nokta dışında iki nokta daha eklemiştir.

Bazı öğrencilerin (Ö2, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö18) problemleri oluşturma sürecinde bazı kısımlarda hatalı şekilde akıl yürüttüklerine dair bulgulara rastlanmıştır. Öğrencilerden Ö2, Ö7 ve Ö18'in alan oluşturma sürecinde hatalı akıl yürüttükleri gözlenmiştir. Örneğin Ö2, belli iki nokta arasındaki alandan bahsetmiş ancak aslında iki köşesi belirttiği A ve B noktaları olan bir dikdörtgenin alanını sormak istemiştir. Ö7 de alan oluşturup sormak istemiş ancak belirttiği A, B, C, D noktalarının dikdörtgenin köşe noktaları olması gerektiğini düşünememiştir. Ö18 de alan için gereken köşe noktalarını doğru şekilde ifade edememiştir. Burada nokta kavramının tam anlaşılamamasının söz konusu olduğu ve bunun yanında hatalı bir akıl yürütme süreci gerçekleştiği görülmektedir.

Ö11 ise problemi net olarak ifade edememiş, noktaların problemin içinde mi çözümünde mi kullandığı anlaşılamamıştır. Şekil 20'ea görüldüğü gibi Ö11 probleminde koordinat sistemi üzerinde A (-3,4) ve B (2,0) noktalarını göstermiş, problem ifadesinde ise *"A ve B noktalarının koordinatları verildiğine göre A ve B noktasını koordinat sisteminde gösteriniz"* demiştir. Ö11, A ve B noktalarının koordinat sisteminin üzerinde grafikte mi verildiği problemin içinde sıralı ikili olarak mı verilmek istendiği belli değildir. Yani problemde verilenler ve istenen net olarak ifade edilemediğinden Ö11'in problemini kurarken hatalı bir akıl yürütmede bulunduğu söylenebilir.



Şekil 20. Ö11'in kurduğu problem

Ö9'un ise denklem oluşturma sürecinde kusurlu akıl yürütmede bulunduğu gözlenmiştir. Ö9'un şekil 19'da verilen problemini oluşturma aşamalarındaki akıl yürütme süreci incelendiğinde tablo değerlerinden yola çıkarak doğrusal ilişkinin cebirsel ifadesini yazmak istediği, ancak bunun için hatalı bir genellemede bulunduğu görülmüştür. Ö9 kurduğu denklemi açıklarken tablodaki değerlerden yola çıkarak ax+b=y (a,b ϵ R) denklemini oluşturmaya çalışmış *x* değerlerindeki artış miktarını *x*'in katsayısı yani a, *y* değerlerdeki artış miktarını da sabit terim yani b olarak belirlediği görülmüştür. Öğrencinin açıklaması aşağıdaki şekildedir:

Ö9: Şimdi ilk önce bunu buldum. Bunu yerleştirdim kendim, sonra bunların arasındaki mesela kendim denklemini kurdum yani.

A: Hımm bu noktalar bu denklemi sağlamıyor mu? Denklemin neresinde bu noktalar?

Ö9: Mesela bu (2,4) se mesela C (6,6) yani bir arasındaki bir kural var kuralı anlatmak istedim burada.

A: Nasıl bir kural var aralarında?

Ö9: 2x+1. x, 2 artarken; y, 1 artıyor her seferinde.

A: 2x+1 ile bunu mu kastetmek istedin?

Ö9: Evet.

Ö9'un Şekil19'da görüldüğü ve öğrencinin sözlü ifadesinden de anlaşıldığı gibi kurduğu problemde hatalı bir akıl yürütme gerçekleştirdiği görülmektedir.

Ö10 da hatalı olarak iki nokta arasındaki uzaklığı bulurken noktaları birleştiren bir doğru parçası çizmiş, problem kurma görevinde verilen kareli kâğıt üzerinde oluşturduğu bu doğru parçasının kaç tane karenin köşesinden geçtiğini saymıştır. Ö10 ile araştırmacı arasındaki diyalog aşağıda yer almaktadır.

A: Anlatır mısın bana bu problemini?

Ö10: Şimdi burada zaten noktalar vardı işte buraya bir koordinat sistemi çizdim ondan sonra buraya onun koordinatlarını verdim ondan sonra onun işte buraya şeylerini verdim uzaklıklarını ondan sonra Ruhiyle A noktasındakini şey yaptım, verir, arasındaki fark.

A: Farkı nasıl buldun?

Ö10: Arasındaki şeyi saydım.

A: Neyi saydın?

Ö10: Şu karelerin birleştiği yerleri.

Ö10'nun sözlü ifadelerinden de anlaşıldığı gibi matematiksel olarak hatalı bir yürütme gerçekleştirdiği görülmektedir. Genel olarak öğrencilerin yarısının (Ö2, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö18) problemin oluşturması sürecindeki bazı aşamalarda hatalı akıl yürütme yaklaşımları olduğu görülmüştür.

Öğrencilerin koordinat sistemiyle ilgili kurdukları problemlerden yola çıkılarak matematiksel bilgi ve süreç becerileri hakkında elde edilen bulgular özetlenecek olursa; öğrencilerin eksen kazanım bileşenine dair bilgilerinin yeterli olduğu görülmüştür. Noktayla ilgili olarak birkaç durum dışında öğrencilerinin çoğunun noktayı doğru şekilde ifade edebildiği görülmüştür. Ancak bazı öğrencilerin noktayı doğru ifade edebilmelerine rağmen kurdukları problemlerde noktayı kavramsal olarak anlayamadıkları dikkat çekmiştir. Bu anlamda problem kurmanın öğrencilerin kavramsal olarak zorlandıkları durumları da ortaya koyduğu görülmüştür. Bölge kazanım bileşeni ile ilgili olarak çoğu öğrencinin doğru bilgiye sahip olduğu görülse de bir öğrencinin eksenlerin bölgeye dâhil olup olmamasıyla ilgili kavramsal olarak anlayamadığı durumlar olduğu gözlenmiştir. Matematiksel süreç becerilerine bakıldığında öğrencilerin yalnızca bir kısmının sözlü ve yazılı ifadelerinin yeterli olduğu görülmüştür. Bazı öğrencilerin sembolleri doğru kullanmadığı ve terimleri yerinde kullanamadığı gözlenmiştir. Öğrencilerin matematiksel süreç becerilerinden ilişkilendirme becerisine dair birçok farklı bulguya rastlanmıştır. Öğrencilerin bir kısmı koordinat sistemini farklı matematik konu ve kavramlarıyla ilişkilendirmiş, bir kısmı günlük yaşamla ilişkilendirmiş bir kısmı da farklı temsilleri konu içinde kullanmaya çalışmıştır. Ancak bazı öğrencilerin hatalı akıl yürütmelerde bulunulduğu da ortaya koyulmuştur.

Problem kurmanın özellikle matematiksel süreç becerilerini ortaya koymak için iyi bir araç olduğu gözlenmiştir. Çünkü problem kurma ile öğrencilere koordinat sistemi konusunda verilen problem durumunu, koordinat sistemi konusuna yönelik kazanım bileşenlerini farklı matematiksel konu ve kavramlarla, gerçek yaşamla, farklı temsillerle ilişkilendirme fırsatı tanınmış, matematiksel fikirleri okuyup anlayıp uygun şekilde bir yorum katmaları yani iletişim becerilerini harekete geçirmeleri beklenmiştir. Elde edilen verilerden hareketle öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinin harekete geçirildiği ve her ne kadar öğrencilerin iletişim becerileri yeterli görülmese de iletişim becerilerinin harekete geçirilmesinin sağlandığı söylenebilmektedir. Koordinat sistemi konusunun gerektirdiği matematiksel bilgileri kullanıp, bunlara uygun çıkarımlarda ve genellemelerde bulunmaları bunları uygun şekilde problem durumlarına entegre etmeleri sağlanmıştır. Aynı zamanda elde edilen bulgulardan hareketle öğrencilerin sahip oldukları hatalı akıl yürütmelerin ortaya koyulmasında da problem kurmanın etkili bir araç olduğu görülmüştür.

Öğrencilerin doğrusal ilişki konusuna ilişkin matematiksel bilgi ve matematiksel süreç becerileri nasıldır araştırma problemi hakkındaki bulgular. Dersler sonunda uygulanan problem kurma görevlerinden ve bu görevlerle ilgili gerçekleştirilen klinik mülakatlardan yola çıkılarak öğrencilerin "Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo, grafik ve denklemle ifade eder" kazanımına ilişkin matematiksel bilgi ve matematiksel süreç becerileri incelenmiştir. Bu kazanıma ilişkin verilerin elde edilmesinde kullanılan problem kurma görevi Şekil 21'de yer almaktadır.

"Bir araştırmacı yeni doğan bir balinanın kütlesini her ay ölçmektedir. Bu yavru balina doğduğunda 3 kg.'dır ve büyüdüğü her ayın sonunda 3,5 kg. daha almaktadır."

Yukarıda verilen doğrusal ilişkiyi kullanan bir problem kurunuz.

- Problem içinde ve çözümünde mümkün olan farklı gösterim çeşitlerini (tablo, grafik, cebirsel ifade) kullanmayı sağlayacak ve farklı gösterim şekilleri arasında geçiş yapmayı sağlayacak bir problem kurunuz.
- Kurduğunuz problemi çözünüz.

Şekil 21. Doğrusal İlişki Konusuna İlişkin Matematiksel Bilgi ve Matematiksel Süreç Becerilerinin Ortaya Koyulması İçin Kullanılan Problem Kurma Görevi

Uygulamalar sonucunda tablo oluşturma, grafik oluşturma, denklem oluşturma ve doğrusal ilişki, matematiksel bilgi bileşenleri olarak belirlenmiştir. süreç becerileriyle ilgili olarak iletişim, ilişkilendirme ve akıl yürütme bileşenleri ortaya çıkmıştır. Bulgular kısaca aşağıdaki Tablo 12'de özetlenmiştir.

Tablo 12

Doğrusal İlişki Konusuna İlişkin Matematiksel Bilgi ve Matematiksel Süreç Becerileri

	Kazanım Bileşenleri	Kazanım Bileşenleriyle İlgili Bulgular	Öğrenciler
Matematiksel Bilgi	Doğrusal ilişki	Değişkenlerin birbirlerine bağlı değişimini anlama	(Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10, Ö11)
	Tablo oluşturma	Değişkenler arasındaki ilişkiyi tablo yardımıyla doğru bir şekilde gösterme	(Ö2, Ö3, Ö6, Ö11)
		Değişkenler arasındaki ilişkiyi tablo yardımıyla hatalı bir şekilde gösterme	(Ö7, Ö12)
	Grafik oluşturma	Doğrusal ilişkiyi grafik üzerinde doğru bir şekilde gösterme	(Ö5)
		Doğrusal ilişkiyi grafik üzerinde hatalı bir şekilde gösterme	(Ö10, Ö11)
	Denklemi yazma	Doğrusal ilişkiyi cebirsel olarak doğru ifade edebilme	(Ö5)
Matematiksel Süreç Becerileri	İlişkilendirme	Problem kurma görevinde verilen problem durumunu başka bir problem durumuyla ilişkilendirme	(Ö2, Ö3)
		Diğer matematik kavramlarıyla veya başka disiplinlerle ilişkilendirme	
		• Aritmetik ortalama	(Ö7)
		• Kütle ile ağırlığı ilişkilendirme	(Ö18)
		Farklı temsil biçimlerini birbirleriyle ilişkilendirme ve dönüştürme	
		• Birden fazla temsili kullanma	(Ö5, Ö11)
		• Kullanılan temsil çeşitlerini probleme entegre edebilme	(Ö5, Ö11, Ö12)
	İletişim	Matematiksel sembollerin ve terimlerin kullanımı	
		• Tablo, grafik ve cebirsel ifadeyi uygun şekilde gösterebilme	(Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö11)

Akıl yürütme	Matematiksel düşünceleri sözlü ve yazılı ifade etme	
	• Matematiksel düşünceleri sözlü biçimde anlaşılır olarak ifade etme	(Ö2, Ö5, Ö6)
	• Matematiksel düşüncelerini sözlü biçimde anlaşılır olarak ifade edememe	(Ö3, Ö7, Ö10, Ö11)
	• Matematiksel düşüncelerini yazılı olarak anlaşılır biçimde ifade edebilme	(Ö2)
	• Matematiksel düşüncelerini yazılı olarak anlaşılır biçimde ifade edememe	(Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10, Ö11)
	Günlük dili matematiksel dil ve sembollerle yorumlama	
	• Günlük dili matematiksel olarak doğru yorumlama	(Ö2, Ö3, Ö6, Ö11)
	• Günlük dili matematiksel olarak hatalı yorumlama	(Ö1, Ö7, Ö9, Ö12, Ö18)
	Mantıklı çıkarımlarda ve genellemelerde bulunma	
	• Genellemede bulunarak denklem oluşturma	(Ö5)
	• Problem durumuyla ilgili çıkarımlarda bulunma	(Ö2)
	Matematiksel ilişki ve örüntüleri açıklama ve kullanma	
	• Doğrusal ilişkiyi anlayıp açıklama ve problemde kullanma	(Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7
	Hatalı akıl yürütme	
	• Grafik çizimleriyle ilgili hatalı akıl yürütme	(Ö10, Ö11)

Matematiksel bilgiler hakkındaki bulgular. Öğrencilerin çoğunun (Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10, Ö11) matematiksel açıdan doğru problem kurdukları ve doğrusal ilişkiyi, değişkenlerin birbirlerine bağlı değişimini anladıkları görülmektedir. Ö4 ve Ö12 ise matematiksel olarak hatalı problemler oluşturmuşlardır. Öğrencilerden Ö1, Ö9 ve Ö18 problem durumunda verilen ifadeyi yanlış anlamışlardır.

Problem durumunda, bir balinanın doğduğunda 3 kg. olduğu ve her ay 3,5 kg. aldığı bilgisi verilmiştir. Problem kurma görevinde ise verilen bu doğrusal ilişkiyi ve farklı temsilleri kullanmayı gerektiren bir problem kurmaları istenmiştir. Öğrencilerden Ö1, Ö9 ve Ö18 balinanın her ay 0,5 kg. aldığını, birinci ayın sonunda 3,5 kg. olduğunu düşünerek problemlerini kurmuşlardır. Ancak Ö1, Ö9 ve Ö18'in bu hataya sahip olmaları dışında doğrusal ilişkinin, yani değişkenlerin birbirlerine göre değişimlerinin farkında oldukları görülmüştür. Ö1 hem problem durumunu kendi anladığı şekilde yorumlayarak problem ifadesinde ve cevabında (yani her ay 0,5 kg aldığını düşünerek) tablo ve grafikle doğru bir şekilde ifade edebilmiştir. Ö1 ile yapılan klinik mülakatta öğrencinin problem durumunu yanlış anladığı belirtilmiş, öğrenci ise durumunun nedenini aşağıdaki şekilde açıklamıştır.

A: Tamam bu problemi kurarken nasıl bir yol izledin? Neler yaptın anlat bana

Ö: İlk önce bizde ilişkiyi gösteren şeye baktım yani şu ilişkiyi gösteren probleme baktım ondan sonra ona göre bir şeyler düşündüm yani aralarındaki ilişkiyi fark etmeye başladım her ay boyu- boyu- , her ay boyunca ıı buçuk kilo alıyorsa yani her ay buçuk alıyorsa 3,5 oluyor sonra da şey-

A: Her ay 3,5 alıyor

Ö: Evet 3,5. hayır 3 , 3,5.

A: Bu doğduğunda 3 kg her ayın sonunda 3,5 kg daha alıyor

Ö: Ben onu yanlış yapmışım

A: Sen nasıl anlamıştın?

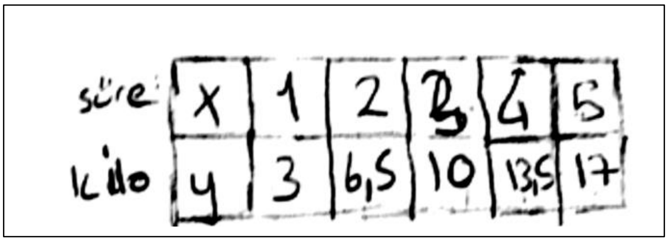
Ö: Hani 3'ten 3,5'e 3,5 kg alınca biraz fazla gelmiş

Benzer şekilde balinanın her ay 0,5 kg aldığını düşünülürse, Ö9'un problemi grafikle doğru bir şekilde ifade edebildiği görülmektedir. Ö1 ve Ö9'un problemindeki sayısal değerlerin, problem kurma görevinde belirtilenden farklı olduğu görülmüş yani iletişim becerileriyle alakalı olarak okuduklarını anlamalarıyla ilgili sorun yaşadıkları görülmüştür. Ancak, her ne kadar iletişim becerileriyle ilgili sorun yaşasalar da kabul edilen sayısal verilere göre Ö1'in değişkenler arasındaki ilişkiyi tablo ve grafik ile gösterebildikleri, Ö9 ve Ö18'in grafik oluşturma bilgilerine sahip olduğu görülebilmektedir. Bu hatalı anlayış dışında Ö18'in kurduğu problemde matematik konularını bir yandan fen dersinde gördüğü bilgilerle ilişkilendirdiği, kütlesi verilen balinanın ağırlığını Newton cinsine çevirdiği görülmektedir. Ö18 probleminde ondalık sayılardan kurtulmak için bunu yaptığını belirtmektedir.

Ö18: Ben fen dersinde öğrendiğim Newton'u katmak istedim işin içine çünkü virgüllü oluyordu sizin dediğinizde çünkü zor geldi bana virgüller o yüzden Newton u katarsam düzlüyordum sayıları o yüzden işin içine Newton'u kattım yani ağırlığı kattım siz kütleyi vermişsiniz ben ağırlığı kattım işin içine 30 çıkıyor her ayda da 5 artıyor, onu gösteren tablo yaparken kafam biraz karıştı aslında ne yalan söyleyeyim biraz durdu gibi oldu ne yaptığımı anlamadım işte böyle bir tablo yapmak istedim burada ne diyor, kurunuz problemi çözünüz.

Problem kurma görevindeki sayısal değerleri doğru şekilde anlayan öğrencilerin cevapları incelendiğinde (Ö1, Ö9 ve Ö18 dışındaki öğrenciler), kurulan problemlerde öne çıkan gösterim çeşidinin tablo olduğu görülmektedir.

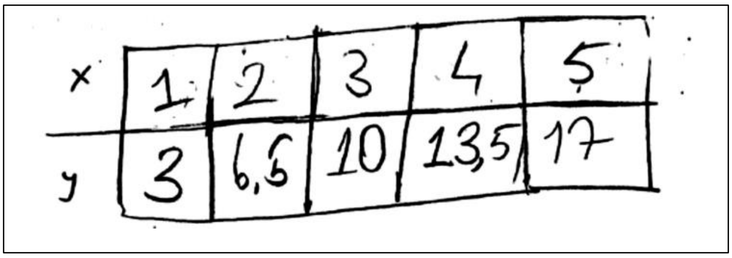
Ö2, Ö3, Ö6 ve Ö11 problemlerinde değişkenler arasındaki ilişkiyi tablo yardımıyla doğru bir şekilde göstermişlerdir. Ö7 ve Ö12 ise, tablo ile değişkenler arasındaki ilişkiyi göstermek istemiştir, ancak değişkenler arasındaki ilişkiyi yanlış bir şekilde göstermiştir. Ö7'nin oluşturduğu tablo şekil 22' de yer almaktadır.



süre	x	1	2	3	4	5
kilo	y	3	6,5	10	13,5	17

Şekil 22. Ö7'nin oluşturduğu tablo

Ö7'nin balinanın yeni doğduğunda 3kg. olan kütlesini, 1 ayın sonunda 3 kg. olduğu şeklinde aktardığı görülmektedir. Benzer şekilde Ö12'nin oluşturduğu tablo şekil 23 'de yer almaktadır.



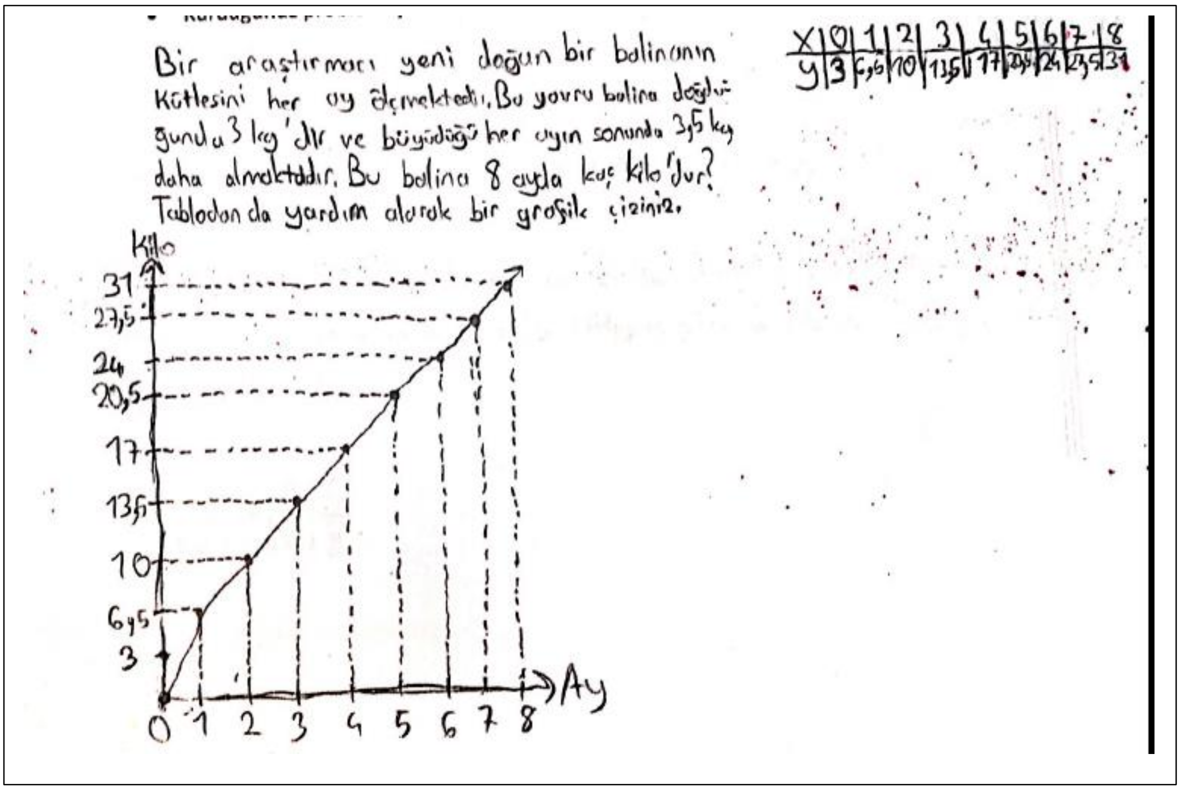
x	1	2	3	4	5
y	3	6,5	10	13,5	17

Şekil 23. Ö12'nin oluşturduğu tablo

Ö12 balinanın kütlesini tablo ile ifade ederken 1. ayın sonunda kütlesini 3 kg. olarak tabloya aktarmış, diğer ayların sonunda 3,5 kg. arttığını belirtmiştir. Ö7 ve Ö12 yeni balinanın yeni doğmuş olma durumunu başlangıç olarak kabul ederken hata yapmışlardır. Ö7 ve Ö12'nin tabloyu doğru oluşturamamasının altında günlük dili matematiksel olarak doğru yorumlayamıyor olmaları olabileceği düşünülmüştür.

Öğrencilerden yalnızca Ö5 probleminde doğrusal ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeye ve grafiğe doğru bir şekilde yer vermiştir. Cebirsel olarak doğrusal ilişkiyi gösteren başka bir öğrenci olmamıştır. Ö10 ve Ö11 ise problemlerinde grafik oluşturmaya çalışmışlardır ancak oluşturdukları grafiklerin matematiksel olarak hatalı oldukları görülmüştür.

Ö11'in kurduğu problem ve çözümü Şekil 24'te yer almaktadır.



Şekil 24. Ö11'in doğrusal ilişki konusunda kurduğu problem

Ö11 oluşturduğu problemde balinanın aylara göre kütlesindeki değişimi gösteren tabloyu doğru şekilde oluşturduğu görülmektedir. Probleminde tablodan yararlanarak grafiğin çizilmesini isteyen Ö11'in grafik oluşturmada sorun yaşadığı görülmektedir. Tabloya bakılırsa doğduğunda yani x'in 0 değerini aldığı durumda y'nin yani kütlenin 3 kg. olduğunu belirtmesine rağmen grafik çiziminde buna dikkat etmediği görülmektedir. Tabloda yer verdiği diğer noktaları koordinat sitemine doğru bir şekilde yerleştirdiği görülse de grafiğin doğrusallığı sağlamamasına rağmen (0,0) noktasından yani orijinden geçirerek bir doğru oluşturmaya çalıştığı görülmektedir. Gerçekleştirilen klinik mülakatta bunun üzerine gidilerek grafiği nasıl oluşturduğu sorulmuştur. Ö11 ile araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda yer almaktadır.

A: Grafiği nasıl çizdin?

Ö11: Grafiğini ilk önce sıfırdan başladığı için sıfırdan başladım

A: Ne sıfırdan başlıyor?

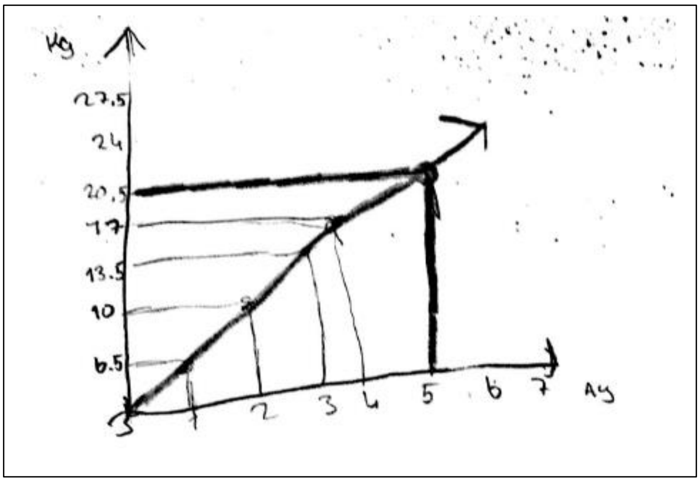
Ö11: Ne sıfırdan başlıyor çünkü doğduğu için yani.

A: Doğduğu için sıfır. Sıfır olan ne?

Ö11: Aslında… kafam karıştı orda da biraz belli 3 de olabilirdi fazla yapamadım orayı.

Ö11 grafiğin orijinden geçip geçmediğinden emin olmamasına rağmen gerçekleştirilen görüşmede hatasını düzeltemediği görülmektedir. Görüşmenin ilerleyen kısmında öğrenciye problemi kurarken nerede zorlandığı sorulmuş, "*……ıı şey şu sıfırlı şeyde (grafikte orijini gösterir) emin değildim çünkü.*" cevabı alınmıştır. Ö11'in doğrusal denklemin grafiğinin orijinden geçip geçmemesi konusunda emin olamadığı görülmektedir. Öğrencinin doğrusal ilişkiyi sağlayan noktaları tablo üzerinde doğru ifade etmesi ve grafik üzerinde orijin dışındaki tüm noktaları doğru bir şekilde yerleştirmesi göz önüne alındığında, yapılan hatanın kaynağının literatürde yer alan tüm doğrusal denklem grafiklerinin orijinden geçirmeye olan eğilim olduğu düşünülmektedir.

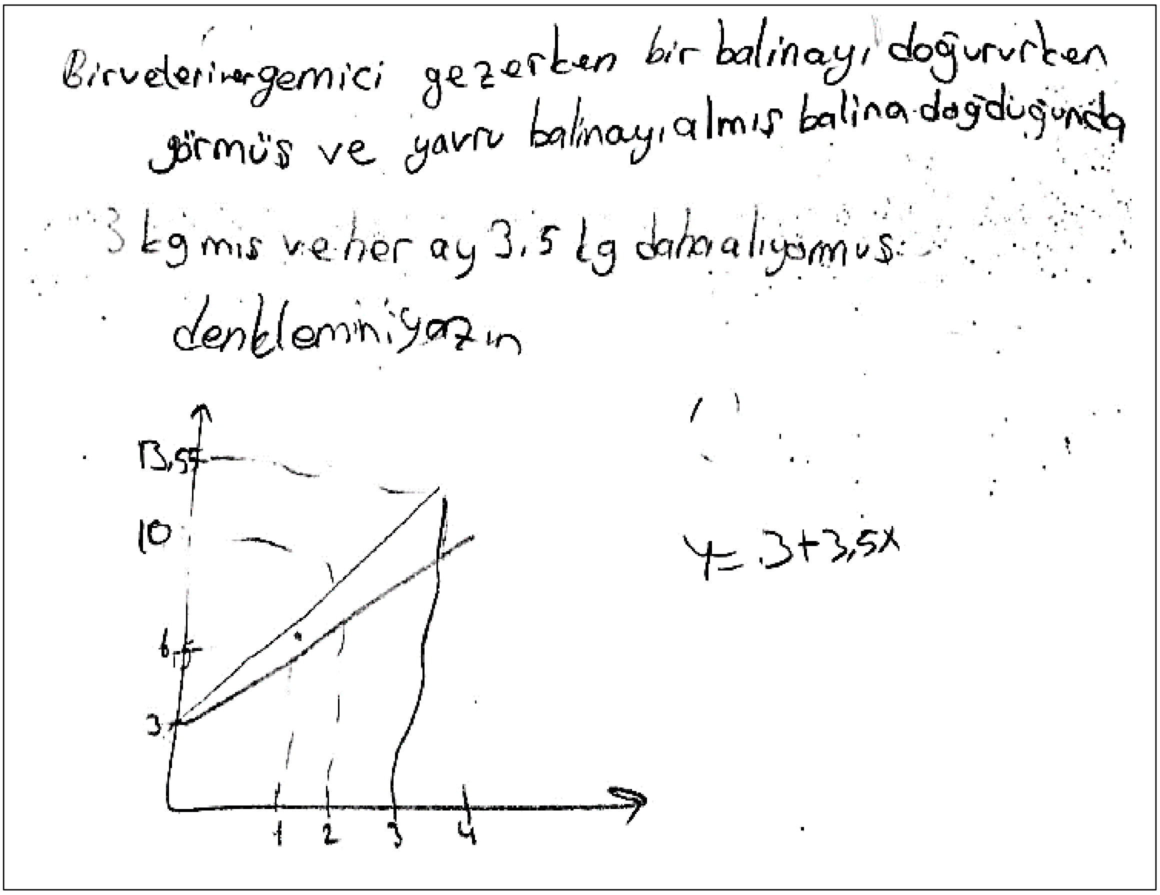
Ö10 ise koordinat sisteminde orijin yerine (0,3) noktasını yerleştirerek hatalı bir grafik oluşturmuştur. Ö10'nun hatalı grafik çizimine Şekil 25'te yer verilmiştir.



Şekil 25. Ö10’un grafik çizimi

Klinik mülakatta Ö10’a grafiği nasıl oluşturulduğu sorulmuş, öğrenci “*Üçten başlıyordu çünkü 3 kg doğmuş 3’e 3,5 ekledim sonra 6,5 a 3,5 ekledim.”* şeklinde kısa bir açıklama yapmıştır. Ö10’nun doğrusal ilişkiyi doğru şekilde anlamış olmasına rağmen grafiği oluşturmayla ilgili sıkıntı yaşıyor olduğu görülmektedir. Ö10’nun da grafiğin illaki eksenlerin kesişiminden yani orijinden geçmesi gerekiyor gibi bir algıyla hareket etmiş olabileceği, ancak (0,0) noktasının ilişkiyi sağlamamasından dolayı eksenlerin kesişimini (3,0) olarak yazarak grafiği yine de eksenlerin kesişiminden başlatmış olabileceği düşünülmüştür.

Doğrusal ilişkiyi cebirsel olarak ifade eden tek öğrenci Ö5’tir. Ö5 oluşturduğu problemde ve problemin çözümünde birden farklı temsil çeşidine yer vermiş, doğrusal ilişkiyi hem grafikle hem de denklemle ifade etmiştir. Ancak problemin içine grafik temsili yerleştiremediği görülmektedir. Yani Ö5’in problem durumunda çözümün grafikle ifade edilmesinin istenmediği veya probleminin içinde grafiğin yer almadığı görülmektedir. Ö5’in oluşturduğu problem ve çözümü şekil 26’dadır.



Şekil 26. Ö5'in doğrusal ilişki konusunda kurduğu problem ve çözümü

Ö5 doğrunun grafiğini noktalara pek özen göstermeden çizmiştir. Klinik mülakat sırasında grafiği düzeltmeye çalışmıştır. Çizdiği grafikteki doğruyu, doğrusal ilişkiyi sağlayan noktaların üzerine gelmesine dikkat ederek düzeltmiştir. Ö5'in cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde oluşturduğu görülmektedir. Öğrencinin denklemi nasıl yazdığı ve grafiği nasıl oluşturduğu sorulduğunda öğrenci aşağıdaki cevabı vermiştir.

Ö5: Önce tablo çiziyorum ama burada tablo çizmedim biraz basit bir denklem olduğu için tablo çizmeye gereksinim duymadım sonra bunu grafiğe döküyorum ve denklemini yazıyorum.

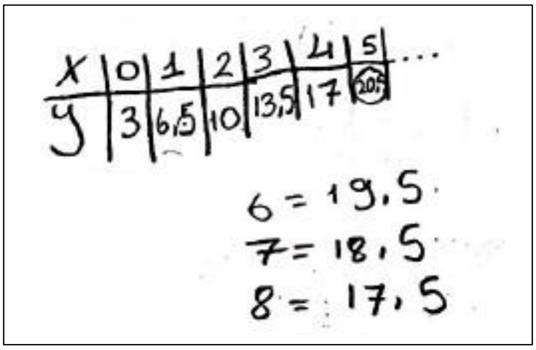
A: Grafikten yola çıkarak mı denklemi yazıyorsun?

Ö5: Evet. Yani direk denklemini de yazıyorum ama biraz daha açıklayıcı olsun diye grafiğini de çiziyorum.

Öğrencilerin doğrusal ilişkiye ait matematiksel bilgileri özetlenecek olursa, öğrencilerin çoğunlukla tablo temsili tercih ettikleri, daha az sayıda öğrencinin grafik temsili ve denklemi kullanmayı tercih ettiği ve bunları oluştururken de bazı hatalar yaptıkları görülmüştür. Tablo oluştururken yapılan hataların nedeninin verilen durumu matematiksel olarak doğru yorumlayamama olduğu düşünülmektedir. Grafik oluşturmayla ilgili hatalar ise öğrencilerin orijinin grafiğe dahil edilmesi konusundaki eğilimlerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu hatalar dışında, bazı öğrencilerin tablo, grafik ve denklemi doğru şekilde oluşturabiliyor oldukları da gözlenmiştir. Doğrusal ilişki konusunda kullanılan bu problem kurma görevinin öğrencilerin matematik konuları hakkındaki eğilimlerini ve algılarını ortaya koymada etkili olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin temsil tercihlerinin ortaya koyulmasında, bunlarla ilgili hataları ortaya koymada kurdukları problemlerin incelenmesinin etkili olduğu görülmektedir.

Matematiksel süreç becerileri hakkındaki bulgular. Öğrencilerin oluşturdukları problemlerden, problemlerin çözümlerinden ve gerçekleştirilen klinik mülakatlardan yola çıkarak iletişim becerilerine dair de bazı bulgular elde edilmiştir. Öğrencilerden Ö1, Ö9 ve Ö18'in okuduklarını anlamada sıkıntı yaşadıkları bu nedenle aylık 3,5 kg. olan artış miktarını 0,5 kg. olarak düşündükleri ve problemlerini buna göre oluşturdukları görülmüştür.

Öğrencilerin matematiksel sembolleri ve terimleri etkili kullanıp kullanmamaları durumu bu kazanım bağlamında tabloyu, grafiği veya cebirsel ifadeyi uygun bir şekilde yazıp yazmama şeklinde değerlendirilmiştir. Öğrencilerin problemleri incelendiğinde problem durumunu doğru şekilde anlayıp problem kuran öğrencilerden Ö2, Ö3, Ö6, Ö7 ve Ö11 tablo temsile yer verdikleri, tabloyu genelde uygun bir şekilde oluşturdukları görülmüştür. Ancak Ö2 tabloyu düzgün oluştursa da kendi probleminde 5 aydan sonra balinanın ayda 1 kg. verdiğini problem durumunda yer vermiştir. Çözümünde ise 6. aydan sonraki kısmı uygun bir şekilde göstermemiştir.



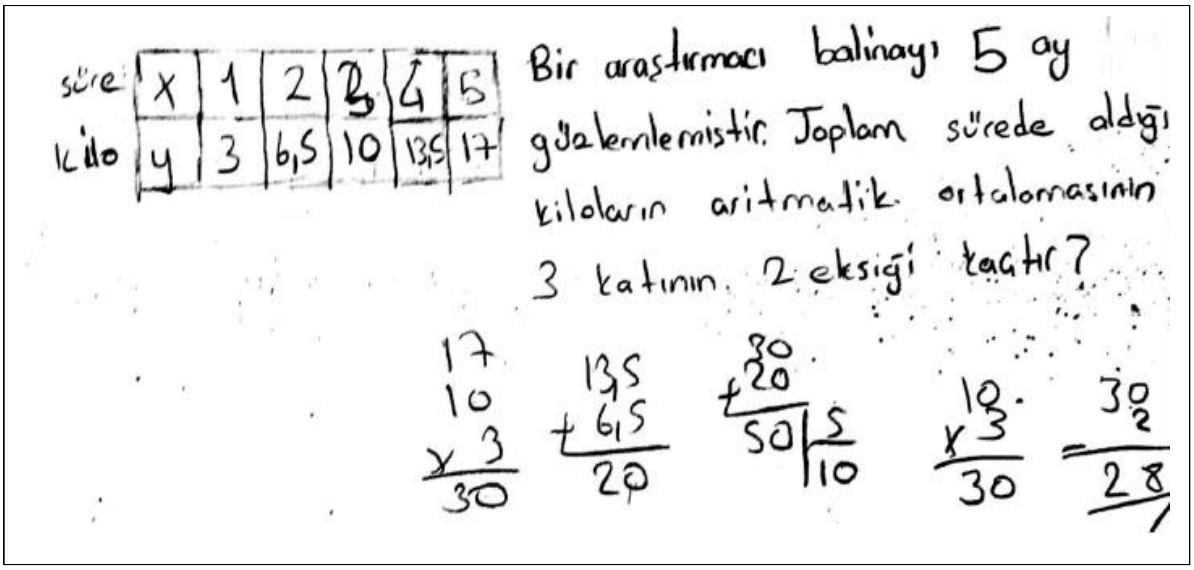
Şekil 27. Ö2'nin kurduğu problemde kullandığı tablo

Ö2’nin 6. aya kadar olan çözümü incelendiğinde tabloyu doğru oluşturabildiği görülmüştür. Ancak 6. aydan sonra standart tablo gösterimi bırakmıştır. Şekil 27’de görüldüğü gibi değişkenler arasına eşittir işaretini koyarak çözüme devam etmiş, matematiksel açıdan geçerli olan herkes tarafından anlaşılabilecek uygun bir gösterim gerçekleştirmemiştir.

Grafiği doğru bir şekilde oluşturan Ö5 ise grafik üzerinde eksen isimlerini belirtmemiştir ancak denklemi uygun bir şekilde yazabilmiştir (Şekil 26).

İletişim becerilerinin en önemli göstergelerinden biri olan matematiksel düşüncelerin sözlü ve yazılı ifadesi açısından öğrencilerin problemleri ve açıklamaları incelendiğinde genelde yetersiz oldukları görülmektedir. Öğrencilerden Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10, Ö11’in yazılı ifadelerinin yetersiz olduğu ancak bu öğrencilerden Ö5 ve Ö6’nın oluşturdukları problemleri ve matematiksel durumları sözel olarak ifade etme becerilerinin yeterli olduğu görülmektedir.

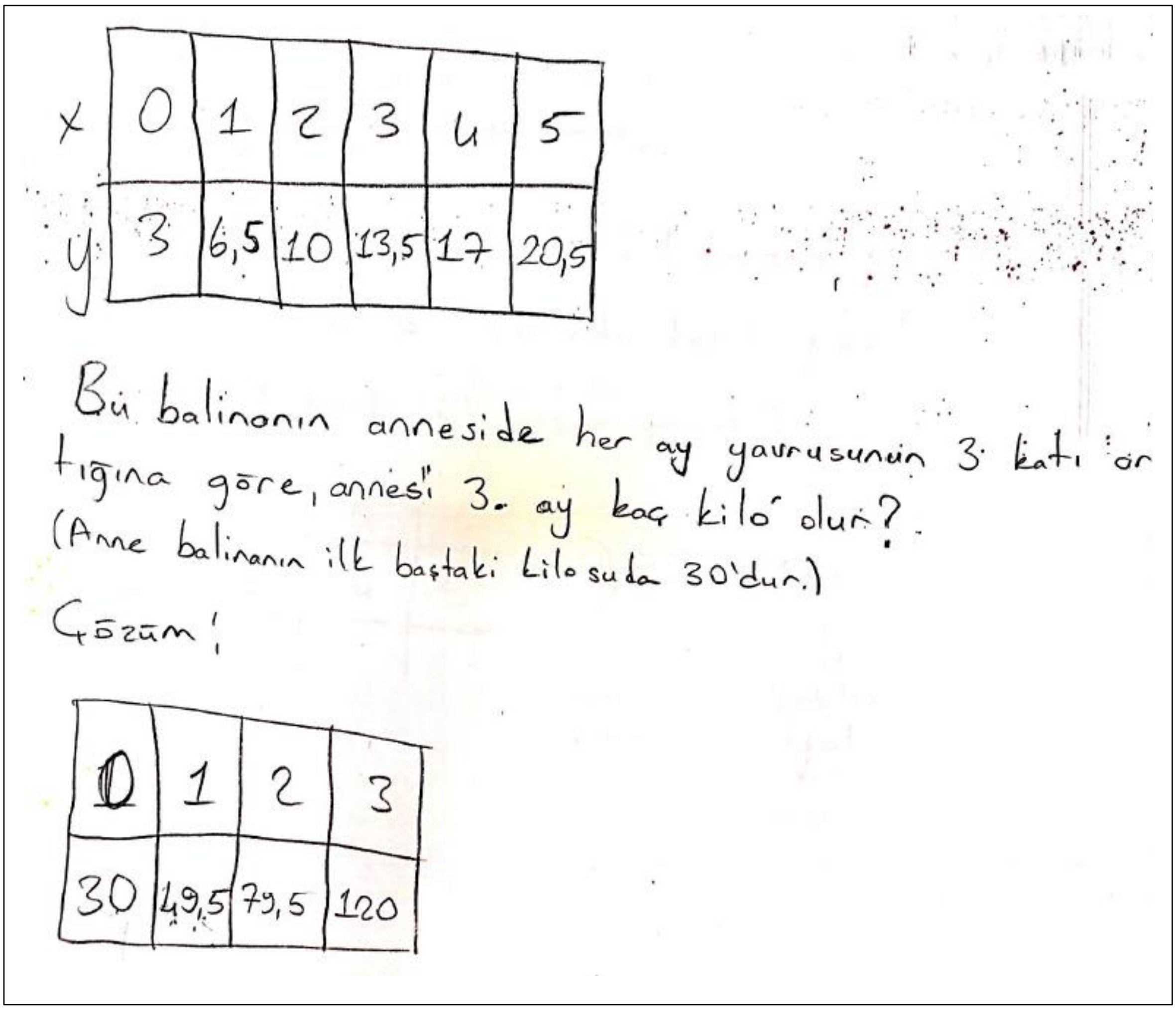
Bu öğrenciler (Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10, Ö11) problemlerinde tam olarak ne sormak istediklerini net olarak ortaya koyamamaktadırlar. Örneğin Şekil 26’da görüldüğü gibi Ö5 probleminde “… denklemini yazın” ifadesini kullanmış, ancak neyin denkleminin yazılacağını net olarak belirtmemiştir. Benzer şekilde Ö11 de Şekil 24’te görüldüğü gibi “tablodan yardım alarak bir grafik çizin” demiş, ancak hangi değişkenler arasındaki ilişkinin tablo ve grafikte gösterileceğini net olarak belirtmemiştir. Ö7’nin kurduğu problem şekilde yer almaktadır.



Şekil 28. Ö7’nın doğrusal ilişki konusunda kurduğu problem ve çözümü

Ö7'nin problemi incelendiğinde probleminde "toplam sürede aldığı kiloların aritmetik ortalamasının 3 katının 2 eksiği kaçtır" diye sorsa da çözümüne bakılınca 5 ay süresince her ay sonunda balinanın kütlesinin ölçüldüğü ve bu ölçümlerin aritmetik ortalamasının 3 katının 2 eksiğini sormak istediği anlaşılmaktadır. Ö7'nin de sormak istediği durumu yazılı bir şekilde ifade edebilme becerisinin yetersiz olduğu görülmektedir.

Ö3'ün problemi şekil 29'da yer almaktadır.



Şekil 29. Ö3'ün doğrusal ilişki konusunda kurduğu problem ve çözümü

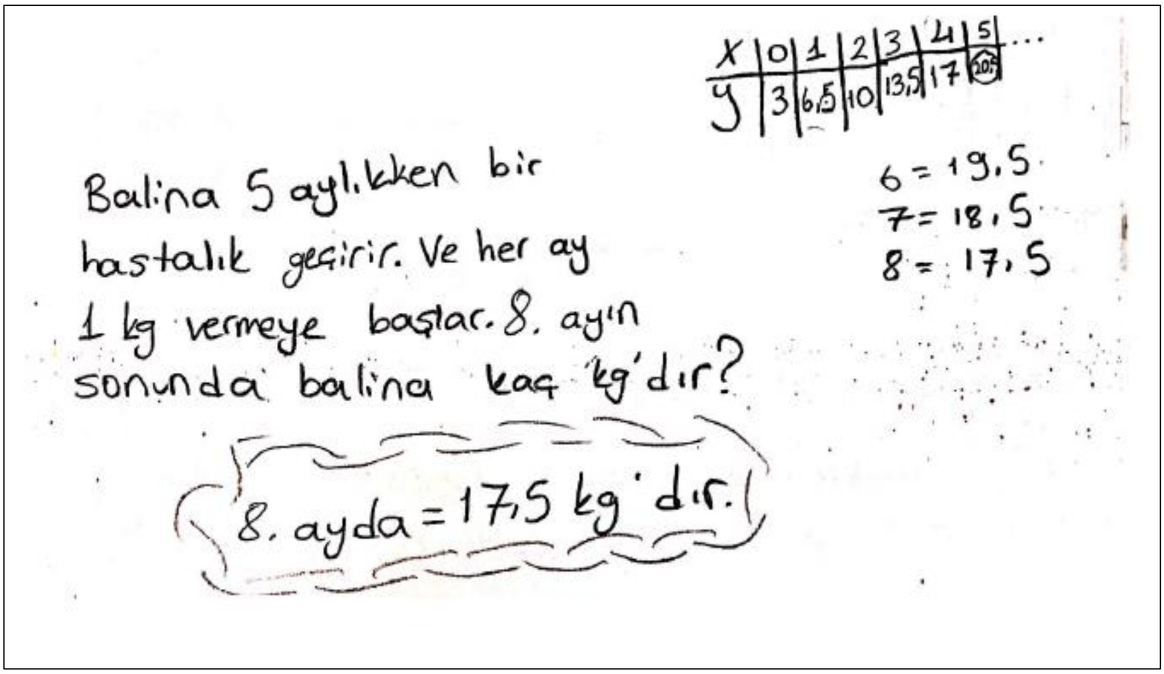
Şekil 29'da görüldüğü gibi, Ö3 probleminde anne balinanın kütlesindeki artışın ne olduğunu net olarak belirtmemiştir. Anne balinanın kütlesinin yavru balinanın kütlesindeki artışın 3 katı kadar mı olduğu yoksa yavru balinanın kütlesinin 3 katı kadar mı olduğu net değildir, ancak problemin çözümünden anlaşılmaktadır.

Öğrencilerden Ö5 ve Ö6'nın her ne kadar yazılı ifade becerilerinin yeterli olmadığı düşünülse de sözel olarak matematiksel durumları ve kurdukları problemleri anlaşılır biçimde açıklayabildikleri görülmektedir. Ö5'in açıklamasına aşağıda yer verilmiştir.

Ö5: Grafiği şu şekilde çizdim. Balina… yavru balina doğduğunda 3 kiloymuş onun için doğrusal denklem grafiğim 3'tden başladı, 0'dan değil. Her ay 3,5 kilogram daha alıyormuş. Bunlar (x eksenini göstererek) ayı gösteriyor yazmayı unutmuşum kenarlarına. Ay sayısıyla balinanın aldığı kilo kilogram doğru orantıyla gidiyor bunu belirtmek istemiştim.

Ö5 grafiği nasıl oluşturduğunu ayrıntılı olarak ifade edebilmiş, gerekçeleriyle açıklayabilmiştir.

Öğrencilerden Ö2'nin ise hem yazılı olan problem ifadesi anlaşılırdır hem sözel olarak da problemini açıklayabilmiştir. Ö2'nin problemi Şekil 30'da yer almaktadır.



Şekil 30. Ö2'nin doğrusal ilişki konusunda kurduğu problem ve çözümü

Ö2'nin yazılı problem ifadesi net olup, herkes tarafından aynı şekilde anlaşılabilirdir. Ancak Ö3, Ö7, Ö10 ve Ö11'in sözel açıklamalarda bulunamadıkları, sözel iletişim becerilerinin yetersiz olduğu görülmektedir.

Doğrusal ilişki konusunda veri toplama aracı olarak kullanılan problem kurma görevinde kazanımın amacına uygun olarak farklı temsilerin kullanılması, birbirleriyle ilişkilendirilmeleri istenmiştir. Öğrencilerin bu temsil çeşitlerinden ağırlıklı olarak tablo temsili kullandığı (Ö2,Ö3,Ö6,Ö7,Ö11), grafik temsili ve cebirsel ifadeyi doğru olarak yalnızca Ö5'in kullandığı görülmüştür. Öğrenciler her ne kadar sözel olarak verilen doğrusal ilişkiyi farklı gösterim çeşitleriyle ifade etmiş olsalar da genellikle bunu problemin içine veya çözümü entegre etmeden, sorudan bağımsız olarak kullandıkları görülmüştür. Matematiksel olarak doğru ve verilen problem kurma görevine uygun problemler oluşturan öğrencilerden Ö2, Ö3, Ö6, Ö7 tablo ile doğrusal ilişkiyi ifade etmişlerdir ancak problemlerinin içine entegre etmemişler veya çözümde tablo kullanımını gerektirecek herhangi bir yönlendirmede bulunmamışlardır (Bakınız, Şekil 27, 28, 29, 30). Matematiksel olarak hatalı problem kuran öğrencilerden Ö12 ve Ö11 ise problem durumlarında ve çözümlerinde kullanılması istenen gösterim çeşitlerini, kurdukları problem içine uygun şekilde entegre ederek ifade edebilmişlerdir. Örneğin Ö12 probleminde *"buna göre bu balina 5. Ayda kaç kg. varır. Tabloda gösteriniz*" şeklinde tablo gösterimine yer verilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Benzer şekilde Ö11 de probleminde *"tablodan yardım alarak bir grafik çizin"* ifadesine yer vererek temsiller arası geçişin yapılmasını istemiştir. Yalnızca Ö5 probleminde doğrusal ilişkinin cebirsel olarak ifade edilmesini istemiş ve ancak probleminin çözümünde aynı zamanda doğrusal denklemin grafiğini oluşturmuş, ancak probleminde bu geçişin sağlanmasını istediğine dair bir ifadeye yer vermemiştir.

Öğrencilerden Ö2 ve Ö3'ün verilen problem durumuna ek olarak başka problem durumları eklediği görülmektedir. Örneğin Ö2 balinanın 5. Aydan sonra ayda 1 kg. vermeye başladığını belirtmiş, Ö3 anne balinanın kütlesiyle yavru balinanın kütlesi arasında bir ilişki kurmuştur. Bazı öğrencilerin ise farklı matematik kavramlarıyla veya farklı disiplinlerle ilişkilendirme yaptıkları görülmüştür. Problem durumunu yanlış anlayıp, anladığı şekilde problem kuran Ö18 ise kütle ile ağırlığı ilişkilendirmiş, kg olan kütle birimini fen dersinden öğrendiği Newton'a yaklaşık olarak çevirerek problemini oluşturmuştur. Ö7 ise balinanın her ay sonundaki kütlelerinin aritmetik ortalamasını problem içinde kullanmıştır.

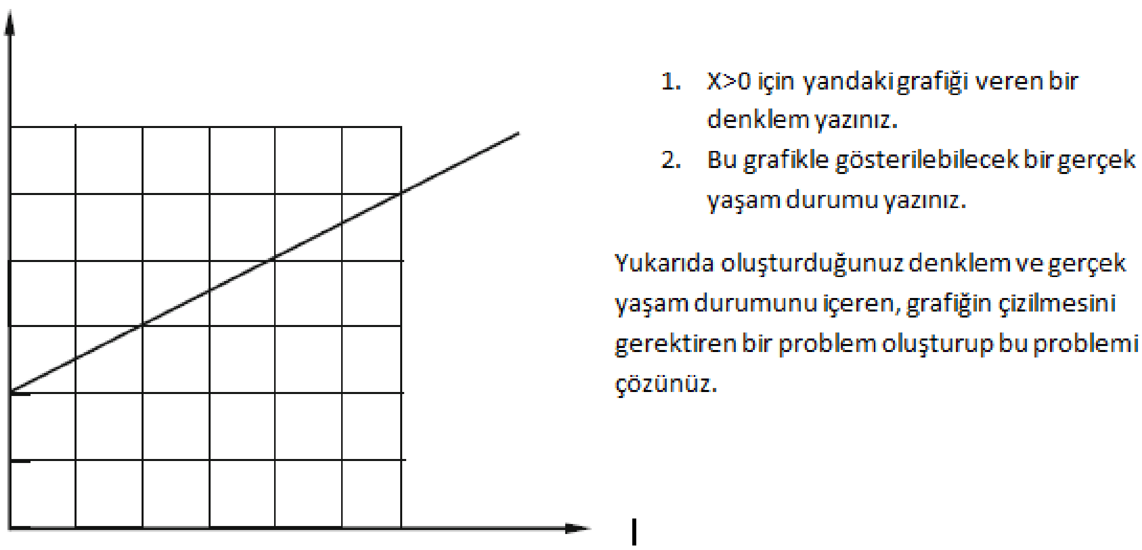
Akıl yürütme becerisinin göstergelerinden matematiksel ilişki ve örüntüleri açıklama ve kullanma uygun bir şekilde problem kuran tüm öğrencilerde (Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7) rastlanmıştır. Öğrenciler değişkenlerin birbirlerine bağlı değişimini anladıkları, buna uygun olarak tablo, grafik veya denklem oluşturdukları görülmektedir. Yalnızca tablo temsili kullanıp belirli aylarda kaç balinanın kütlesinin kaç Kg. olduğun soran öğrenciler (Ö3, Ö6, Ö7) için böyle bir şey söylenememektir ancak denklem oluşturan Ö5'in mantıklı genellemelerde bulunabildiği söylenebilir. Ö2 ile gerçekleştirilen klinik mülakatta, kendi problemiyle ilgili bazı çıkarımlarda bulunabildiği görülmüştür. Ö2 probleminde 5 aydan sonra balinanın her ay 1 kg. verdiğini söylemiş ve kendi problem durumuyla ilgili bazı çıkarımlarda bulunmuştur. Ö2 aşağıdaki açıklamayı yapmıştır.

Ö2: şimdi zaten doğrusal ilişkiyi verin dedim. Ben doğrusal ilişkiyi verdim. Ondan sonra 5. Aylıkken hastalık geçirip zayıflıyor. Zaten kilosu bitince de ölecek. Yani çünkü 1 kg 1 kg verince kilosu kalmayınca ölecek. Ne zaman ölür de diyebilirdim buna.

Problemleri kuran öğrencilerden bazılarının matematiksel olarak hatalı çözümleri olduğu, grafik çizimleriyle ilgili bazı hatalı akıl yürütmeleri bulunduğu görülmüştür. Bu öğrencilerin (Ö10, Ö11) grafiğin başlangıç noktalarıyla ilgili hatalı düşüncelere sahip oldukları görülmektedir. Ö10 açıklamasında grafiği 3'ten başlatma sebebini "*Üçten başlıyordu çünkü 3 kg doğmuş 3'e 3,5 ekledim sonra 6,5 a 3,5 ekledim."* şeklinde açıklamıştır. Ö11 ise doğduğunda 3 kg. olduğunun farkında olmasına rağmen doğrunun grafiğini orijinden başlayarak çizmiştir.

Öğrencilerin doğrusal ilişki konusunda kullandıkları matematiksel süreç berileriyle ilgili bulgular özetlenecek olursa; öğrencilerin bir kısmının iletişim becerilerinde eksiklikler olduğu görülmüştür. Ancak bazı öğrencilerin ise yazılı ve sözlü ifadelerinin yeterli düzeyde olduğu, matematiksel fikirlerini anlaşılır bir biçimde açıklayabildikleri görülmüştür. Öğrencilerin ilişkilendirme becerilerine dair bulguların umut verici olduğu düşünülmektedir. Çünkü öğrencilerin bir kısmının her ne kadar hatalı matematiksel bilgilere sahip oldukları görülse de, sık rastlanmayan ilişkilendirmelerde bulundukları gözlenmiştir. Problem kurmanın özellikle ilişkilendirme becerisini destekleme anlamında çok etkili olduğunu düşündürmüştür. Öğrencilerin farklı temsilleri kullanmaları, problem durumlarına farklı alanlarla ilgili veya farklı matematik konularıyla ilgili durumlar entegre etmeye çalışmaları, gerçek yaşam durumlarını matematiksel olarak uyarlamaya çalışmaları problem kurmanın ilişkilendirme becerisini desteklemek açısından faydalı olduğunu düşündürmektedir.

Öğrencilerin doğrusal denklem grafiği konusuna ilişkin matematiksel bilgi ve matematiksel süreç becerileri nasıldır araştırma problemi hakkındaki bulgular. Problem kurma destekli olarak yürütülen doğrusal denklemler dersleri sonunda uygulanan problem kurma görevlerinden ve bu görevlerle ilgili gerçekleştirilen klinik mülakatlardan yola çıkılarak öğrencilerin "Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer" kazanımına ilişkin matematiksel bilgi ve matematiksel süreç becerileri incelenmiştir. Bu kazanıma ilişkin verilerin elde edilmesinde kullanılan problem kurma görevi şekil.. de yer almaktadır.



Şekil 31. Doğrusal Denklem Grafiği Konusuna İlişkin Matematiksel Bilgi ve Matematiksel Süreç Becerilerinin Ortaya Koyulması İçin Kullanılan Problem Kurma Görevi

Şekil 31'de verilen problem kurma göreviyle öğrencilerin doğrusal denklem grafiğinden yola çıkarak gerçek yaşam durumu ve doğrusal denklemi oluşturmaları ve bu gerçek yaşam durumunu ve doğrusal denklemi kullanarak bir problem oluşturmaları beklenmektedir. Aslında bu problem kurma göreviyle kazanımda belirtilen doğrusal denklemlerden grafik temsile geçişin yanında grafik temsilden denklemin de oluşturulması beklenmektedir. Uygulama sonucunda grafik oluşturma, denklem oluşturma matematiksel bilgi bileşenleri belirlenmiştir.

Matematiksel süreç becerileriyle ilgili olarak iletişim, ilişkilendirme ve akıl yürütme bileşenleri ortaya çıkmıştır. Bulgular kısaca aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

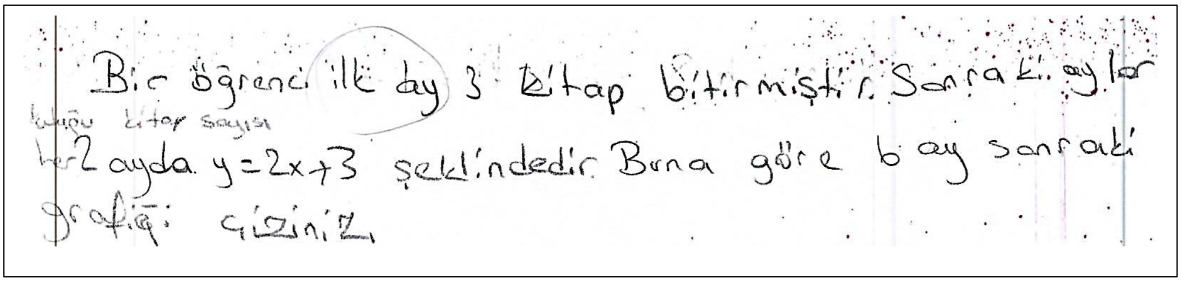
Tablo 13

Doğrusal Denklem Grafikleri Konusuna İlişkin Matematiksel Bilgi ve Matematiksel Süreç Becerileri

	Kazanım Bileşenleri	Kazanım Bileşenleriyle İlgili Bulgular	Öğrenciler
Matematiksel Bilgi	Grafik oluşturma	Doğru grafiğinin belli bir değerden başlayıp arttığını anlayabilme	Ö1,Ö2,Ö3,Ö5, Ö7,Ö9,Ö10,Ö11, Ö12,Ö18
		Doğru denklemini oluşturmak için grafik üzerindeki noktalara sayısal değer verirken eşit aralıklı olduğuna dikkat etme	Ö3,Ö6,Ö9,Ö10
	Denklemi yazma	y=ax+b (a,b ϵR) doğrusal denklemindeki a ve b'yi belirleyerek doğru denklemini yazabilme	Ö1,Ö2,Ö3,Ö7,Ö11, Ö12
Matematiksel Süreç Becerileri	İlişkilendirme	Temsiller arasında geçiş, grafik temsilden diğer temsillere geçiş	
		• Grafik temsilden tablo temsile geçiş	Ö1,Ö2,Ö3,Ö6,Ö7Ö9,Ö11
		• Grafik temsilden cebirsel ifadeye geçiş	Ö1,Ö2,Ö3,Ö7, Ö11,Ö12
		Grafik temsili gerçek yaşamla ilişkilendirme	
		• Boy ve zaman ilişkisi	Ö1, Ö9, Ö18
		• Borç ve zaman ilişkisi	Ö2
		• Yol ve zaman ilişkisi	Ö5
		• Yol ve harcanan benzin ilişkisi	Ö3
		• Okunan kitap sayısı ve zaman ilişkisi	Ö4
	İletişim	Matematiksel sembollerin ve terimlerin kullanımı	
		• Tablonun uygun gösterimle ifade edilmesi	Ö1,Ö2,Ö3,Ö6,Ö7, Ö9, Ö11
		• Denklemin uygun gösterimle ifade edilmesi	Ö2,Ö3,Ö7,Ö11
		• Grafiğin üzerinde eksen isimlerinin belirtilmesi	Ö3,Ö5,Ö11,Ö12

Akıl yürütme	Matematiksel düşünceleri sözlü ve yazılı ifade etme	
	• Matematiksel düşünceleri sözlü biçimde anlaşılır olarak ifade etme	Ö1,Ö3
	• Matematiksel düşüncelerini sözlü biçimde anlaşılır olarak ifade edememe	Ö4,Ö7,Ö9,Ö10, Ö12
	• Matematiksel düşüncelerini yazılı olarak anlaşılır biçimde ifade edebilme	Ö1, Ö3, Ö5, Ö6
	• Matematiksel düşüncelerini yazılı olarak anlaşılır biçimde ifade edememe	Ö4,Ö7,Ö9, Ö10,Ö12
	Mantıklı çıkarımlarda ve genellemelerde bulunma	
	• Grafikteki ilişkilerden yola çıkarak genel denklemi oluşturabilme	Ö1,Ö2,Ö3,Ö7, Ö11,Ö12
	• Grafikteki matematiksel ilişkiyi kullanarak tabloyu oluşturabilme	Ö6, Ö9
	• Grafik üzerindeki noktalara değer verirken esneklik gösterebilme	Ö2,Ö5,Ö12
	Çıkarımların doğruluğunu ve geçerliğini savunma	
	• Grafik üzerindeki noktalara verdiği sayısal değerlerin nedeni açıklayabilme	Ö1
	Hatalı akıl yürütme	
	• Eşit aralıklı olduğuna dikkat etmeden sayısal değer verme	Ö1
	• Değişim oranını hatalı olarak belirleme	Ö2,Ö4,Ö7

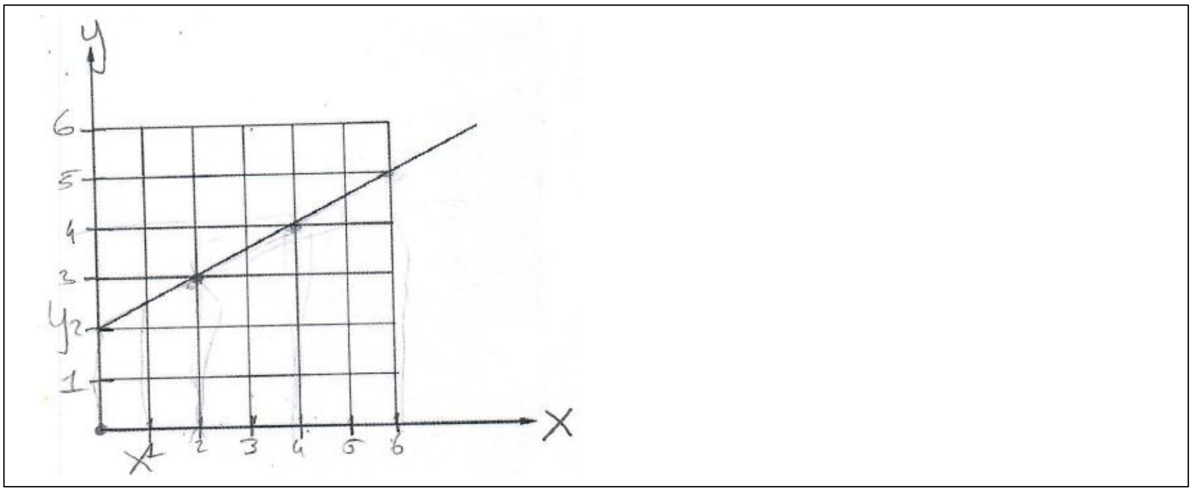
Matematiksel bilgileri hakkındaki bulgular. Öğrencilerin problem kurma görevinde istenen problemi oluşturabilmeleri için öncelikle verilen grafikte verilen doğrusal ilişkiyi anlayabilmeleri gerekmektedir. Koordinat sisteminin birinci bölgesinde verilen denklem grafiğinin değişkenlerden birinin 0 değerini aldığı durumda, diğer değişkenin 0 olmadığını fark etmeleri, doğru grafiğinin belirli bir pozitif değerden başlayıp doğrusal olarak arttığını anlayabilmeleri gerekmektedir. Öğrencilerin neredeyse tamamının (Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö7, Ö9, Ö10 Ö11, Ö12, Ö18) değişkenlerden birini *0* olduğu durumda diğer değişkenin *0*'dan farklı olma durumunu anlayabildiği görülmektedir. Yalnızca Ö4'ün problem ifadesinde başlangıç değerlerinin ne olduğunu anlama konusunda sıkıntı yaşadığı görülmektedir.


Bir öğrenci ilk ay 3 kitap bitirmiştir. Sonraki aylar okuduğu kitap sayısı her 2 ayda $y=2x+3$ şeklindedir. Buna göre 6 ay sonraki grafiği çiziniz.

Şekil 32. Ö4'ün doğrusal denklemlerin grafiği konusunda kurduğu problemin sözel ifadesi

Ö4 probleminde *"..ilk ay 3 kitap bitirmiştir*" ifadesine yer vermiştir. Burada x değişkeni (ay), 1 iken, y değişkeninin (okunan kitap sayısı) 3 olduğu belirtilmekte, ancak problem kurma görevinde istenen durumla bu durum örtüşmemektedir.

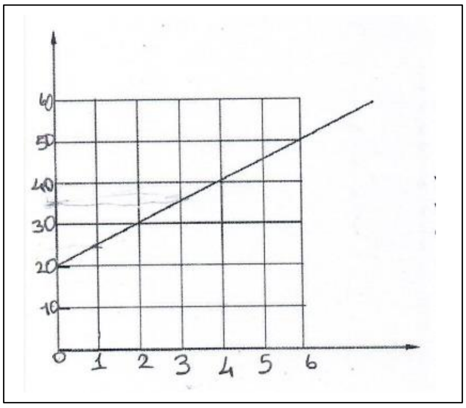
Doğrusal denklem grafiğini oluştururken, problem kurma görevinde verilen grafik üzerindeki noktaların eşit aralıklı olduklarının anlaşılabilmesi gerekmektedir. Öğrencilerin bir kısmı (Ö3, Ö6, Ö9, Ö10) eksenler üzerinde belirlenen noktalara sayısal değerler verirken, eşit aralıklı olma durumlarını göz önünde bulundurabilmişlerdir. Ö3'ün grafiği şekil 33'te yer almaktadır



Şekil 33. Ö3'ün doğrusal denklem grafikleri konusunda oluşturduğu grafik

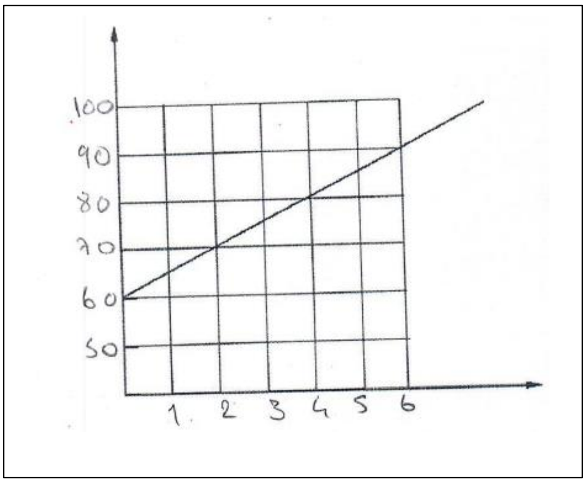
Ö3'ün eksenler üzerindeki noktalara sayısal değer verirken, noktaların eşit aralıklı olmalarına dikkat ettiği görülmektedir. Bu durum denklem grafiklerin çizilmesi için önemli olan bir unsurdur.

Ö2, Ö5, Ö12 ise x ekseni ve y ekseni üzerindeki noktalara kendi içlerinde eşit aralıklı olacak şekilde sayı değerleri vermişlerdir. Ö2'nin grafiği şekilde yer almaktadır.



Şekil 34. Ö2'nin doğrusal denklem grafikleri konusunda oluşturduğu grafik

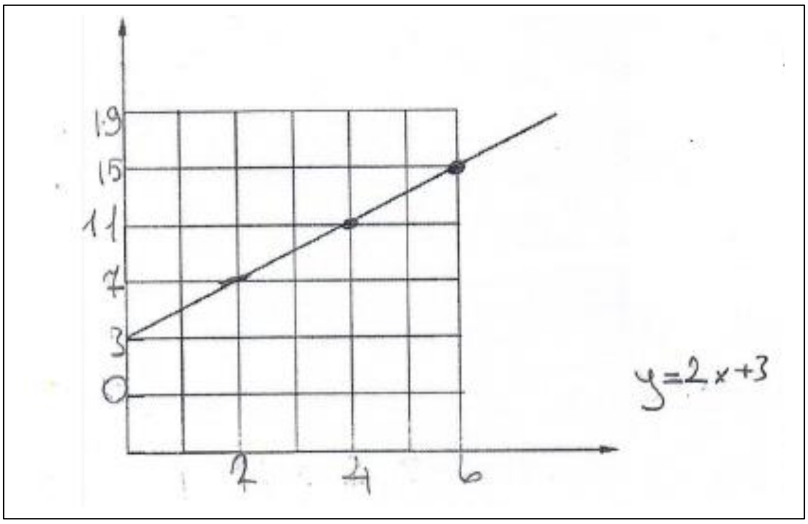
Ö1, Ö7, Ö11, Ö18 ise y eksenindeki belirli olan ilk nokta için bir başlangıç değeri verip devamında y ekseni üzerindeki noktaları eşit aralıklı olarak artırmışlardır. Bu öğrenciler x ve y eksenini kendi içlerinde eşit aralıklı olarak düşünmüşlerdir. Ö7'nin grafiği şekilde yer almaktadır. Öğrencilerin oluşturdukları gerçek yaşam durumunu düşünerek bu şekilde esnek düşünerek sayısal değer verebilmeleri aslında akıl yürütme becerilerinin de bir göstergesidir. Öğrencilerin farklı matematik konuları için kullandıkları yuvarlama, uygun sayıları gruplandırma, kendi stratejilerini kullanarak tahminlerde bulunma gibi akıl yürütme becerilerinin göstergeleriyle (MEB, 2013, s.V) benzer bir durum içermektedir. Öğrenciler bu konu için kendi problem durumlarına uygun olacak şekilde esneklik sağlayacak şekilde sayısal değerler vermişlerdir.



Şekil 35. Ö7'in doğrusal denklem grafikleri konusunda oluşturduğu grafik

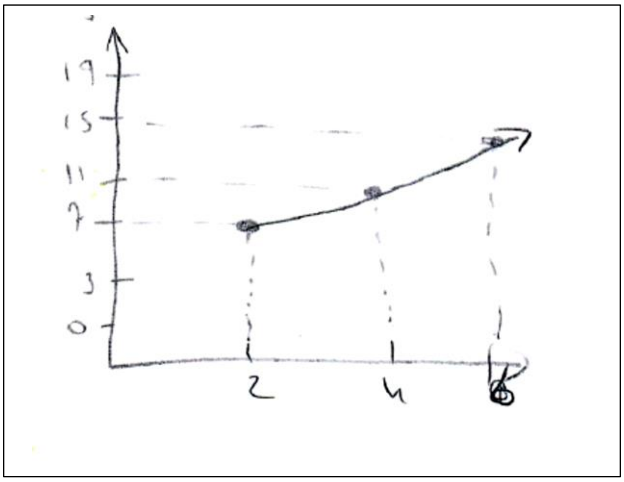
Şekil 35'te görüldüğü gibi Ö7, x değişkeninin 0 olduğu durumda y değişkeninin 60 değerini aldığını düşünmüştür. Ö7, y ekseni üzerindeki ilk sayısal değeri belirledikten sonra devamındaki noktaları belirlerken, noktalar arasındaki aralıkların eşit olduğuna dikkat etmiştir. *x* ekseni üzerindeki noktaları belirlerken de eşit aralıklı olduğuna dikkat ettiği görülmektedir.

Ö4'ün ise grafik üzerindeki noktalara sayısal değerler verirken çeşitli hatalar yaptığı, noktaların eşit aralıklı olduğuna dikkat etmediği görülmüştür. Ö4'ün grafiği Şekil 36'da yer almaktadır.



Şekil 36. Ö4'ün grafik üzerinde belirlediği değerler

Ö4'ün 0 değerini orijine değil de, y ekseni üzerindeki bir noktaya verdiği görülmüştür. Öğrenci probleminin devamında yeniden kendisi bir grafik oluşturmuş, bu grafiği oluştururken de aynı hatayı yapmıştır (şekil 37).

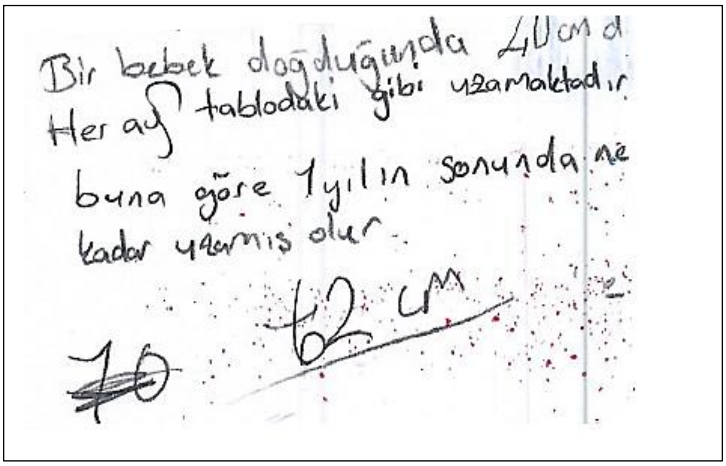


Şekil 37. Ö4'ün doğrusal denklem grafikleri konusunda kurduğu problemin çözümü

Ö4'ün grafiği sağlayan noktalardan hareketle denklemi doğru yazdığı görülse de, doğrusal denklemler konusu için temel olan bazı kavramlarla ilgili hatalı anlayışları görülmektedir. Ö4'ün orijini belirlemede hata yapmış olduğu, eksenlere sayısal değer verirken eşit aralıklı olma durumlarını göz önünde bulundurmadığı görülmektedir.

Sonuç olarak öğrencilerin bir kısmının denklem grafiği oluştururken eksen üzerine sayısal değerler verirken eşit aralıklı olma durumunu göz önünde bulundurmadıkları görülmüştür.

Problem kurma görevinde öğrencilere bir grafik verilmiş, bu grafiğe uygun doğrusal denklemi oluşturup problem içinde kullanmaları istenmiştir. Öğrencilerden Ö10 ve Ö18'in kurdukları problemlerde denklemi kullanmadıkları görülmüştür ayrıca gerçekleştirilen klinik mülakatlardan da bu denklemleri yazamadıkları anlaşılmıştır. Ö18'in oluşturduğu problem Şekil 38'de yer almaktadır.



Şekil 38. Ö18'in doğrusal denklem grafikleri konusunda kurduğu problem

Ö18 ile gerçekleştirilen klinik mülakatta, öğrenciye denklemi yazmadığı hatırlatılmış, öğrenci denklemi oluşturmaya çalışmış ancak başaramamıştır. Ö18 ile araştırmacı arasında aşağıdaki konuşma geçmiştir.

Ö18: Evet denklem yazmamışım. Denklem şöyle herhalde bir ayda bir ayın sonunda 42 artmış iki ayın sonunda 44, 46 örüntüyle gitmiş zaten . Bunun denklemi ne olurdu?...(düşünür).22 buldum 22 ile çarpılıyor herhalde hepsi şuan hayır bu çarpılıyor …

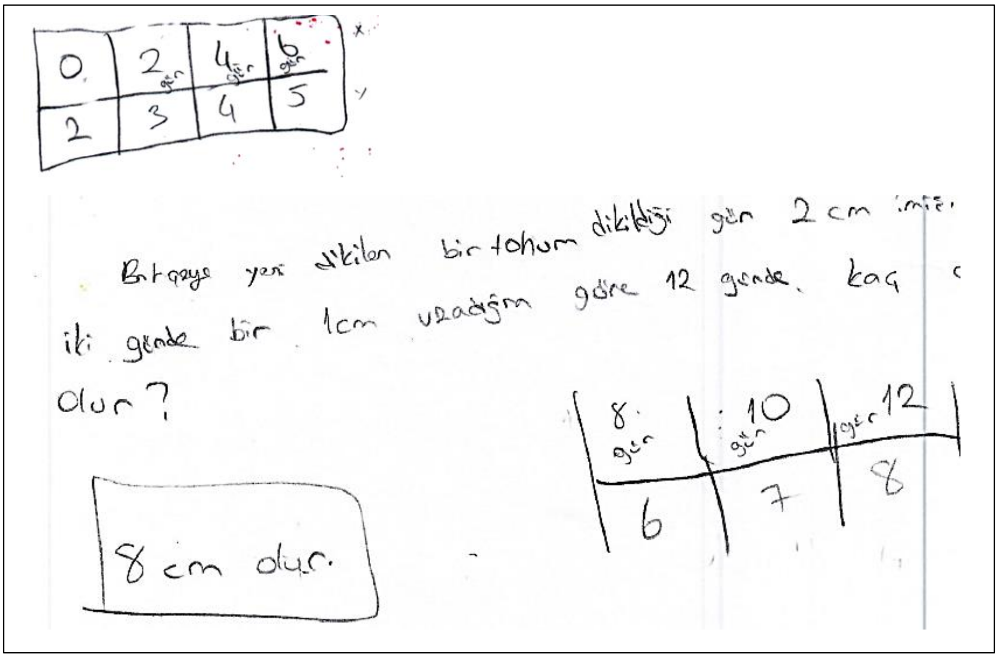
A: Buna uygun bir denklem yazabilir misin?

Ö18: Yazarım diyeceğim ama olmadı çünkü bunun yüzünden yazamıyorum (grafiği göstererek) 22 ile çarpınca bir tek bu sanırım bir daha bakayım ama bu da olmayabilir onu düşündüm. Bu nereye denk geliyor birinci aya bu denk geliyor 2. aya bu denk geliyor üçüncü aya bu denk geliyor dördüncü aya bu denk geliyor beşinci aya bu denk geliyor altıncı aya bu işte biraz bölmelerimde biraz sıkıntı olmuş ama. (grafik üstünde göstererek)

A: Denklem?

Ö18: Denklem yazamadım.

Ö1, Ö2, Ö3, Ö7, Ö11 ve Ö12'nin grafik üzerinde kendi verdikleri değerlere uygun olarak denklemi oluşturabildikleri yani y=ax+b (a,b ϵR) doğrusal denklemindeki a ve b'yi belirleyebildikleri görülmüştür. Ö5 kendi grafiğine uygun olarak doğrusal denklemdeki b sabitini doğru belirleyebilmiş ancak a katsayısını belirleyememiştir. Ö6 ise a katsayısını belirleyebilmiş, ancak b sabitini uygun bir şekilde yazamamıştır. Aslında Ö6'nın oluşturduğu problemden ve problem çözümünde kullandığı tablo değerlerinden başlangıç değeri hakkında fikir sahibi olduğu anlaşılmaktadır. Ancak klinik mülakatta öğrenciden denklemi oluşturması tekrardan istenmiş, fakat öğrencinin denklemi uygun şekilde yazamadığı görülmüştür. Ö6'nın problemi ve oluşturduğu tablolar Şekil 39'da yer almaktadır.



Şekil 39. Ö6'nın doğrusal denklem grafikleri konusunda kurduğu problem

Ö6 probleminde "..tohum dikildiği gün 2 cm.'dir" diye belirtmiş ve tablo değerlerini belirlerken başlangıç için 2 cm. olduğunu göz önünde bulundurmuştur. Ancak denklemi yazamamıştır.

A: Şimdi bu denklemi işin içine katacak olursan tekrar bir problem kurman istense senden kurabilir misin?

Ö6: Kurabilirim.

A: Bir deneyelim mi? Önce bir denklemini yazalım ya da yazdığın denkleme bir bakalım sonra denklemi işin içine katarak bir problem kurman istense nasıl bir problem kurardın bir deneyelim bence.

Ö6: Tamam.

A: Şuraya deneyebilirsin. Sesli söyleyebilirsin yani oralara çok şey yazmana gerek yok istersen.

Ö6:Ben şey yapardım. Bir bahçeye dikilen bir tohum dikildiği gün 2 cm miş. Her gün y=0,5x uzadığına göre 12. Gün kaç cm olur diye.

A: Her gün y=0,5x uzadığına göre. Burada x ve y neler?

Ö6: y uzadığı uzunluk x de gün.

A: Peki senin denklemin bu grafiği mi veriyor? Çünkü ben senden bu grafiği veren bir denklem yazmanı istemişim.

Ö6: Vermiyor sanırım.

A: Bu grafiği veren bir denklem yazabilir misin?

Ö6: Yazamam herhalde çünkü hani ben bir grafikte denklemi bulamıyorum hani denklemi verilmiş bir grafiği genelde yapabiliyorum.

A: Denklemi verilse grafiğini çizebiliyorsun ama grafik verilse denklemi yazamıyorsun

Ö6: Evet.

A: Bir denesen? Ne düşünüyorsun?

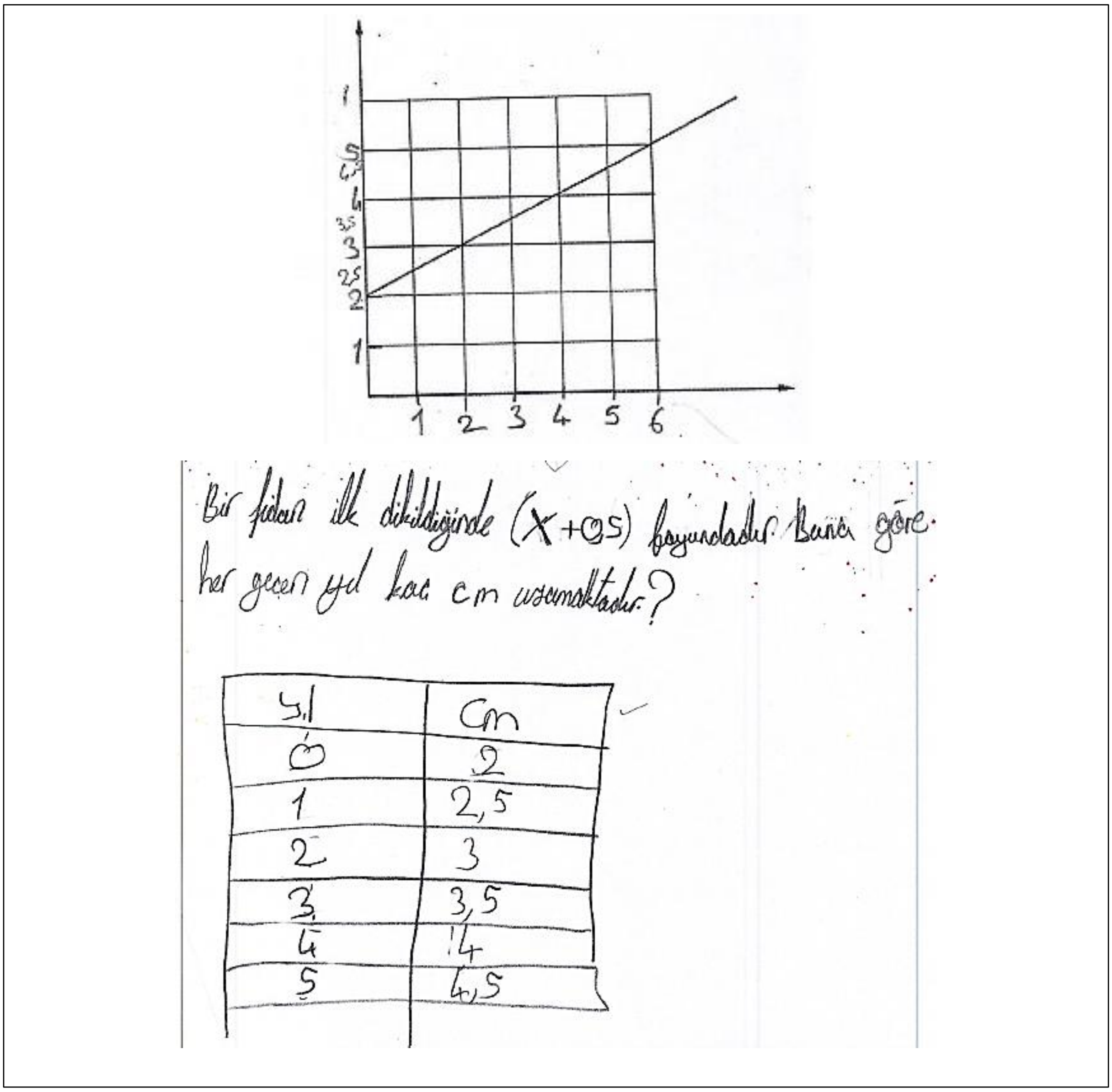
Ö6: Olmuyor sayılar yine birbirini vermiyor.

A: Ne düşündün az önce aklından neler geçti?

Ö6: Hani y eşittir hani 2x-1 olsa yine olmuyor çünkü hani 2 3 4 5 diye gidiyor burada(tabloyu gösterir)..yine fazla vermiş burada bir fazla, burada bir fazla, burada eşit az deyince olmuyor.

Ö6 değişim oranını yani x'in katsayısını belirleyebilmiş ancak sabit terimi denklem içine yerleştirememiştir. Ö6'nin mülakatta belirttiği gibi, verilen bir denklemin grafiğini oluşturabilmesine rağmen grafiğe uygun denklem yazmada zorlandığı görülmektedir. Bu durumda Ö6'nin temsililer arası geçişlerle ilgili olarak da grafik temsilden cebirsel ifadeye geçişte zorlandığı söylenebilmektedir.

Ö9 ise grafik üzerinde belirlediği noktalara uygun olan bir tablo oluşturmuş ancak denklemi bu grafiğe veya tabloya uygun oluşturamamıştır. Ö9'un oluşturduğu grafik, kurduğu problem ve problem çözümünde kullandığı tablo şekil 40'da yer almaktadır.



Şekil 40. Ö9'un doğrusal denklem grafikleri konusunda kurduğu problem

Ö9'la gerçekleştirilen klinik mülakatta denkleminden emin olmadığı görülmüştür. Ö9'un açıklamaları oluşturduğu problemle de tam olarak uyuşmamakta, ne demek istediği tam olarak anlaşılamamaktadır.

Ö9: Bir fidan ilk dikildiğinde x+0,5 boyundadır buna göre her geçen yıl kaç santimetre uzamaktadır. Yani bunu denklemini kurarken birazcık zorlandım ve olmadığını da düşünüyorum denkleminin aslında ben buna sayı vermiştim 2 vermiştim ilk dikildiğinde ilk 2 santimdi ve her geçen yıl 2 yarım santim uzuyordu.

Ö9’un açıklamalarına bakılırsa “*aslında ben buna sayı vermiştim 2 vermiştim ilk dikildiğinde ilk 2 santimdi ve her geçen yıl 2 yarım santim uzuyordu* “ ifadesinden, yazdığı denklem dışında, aklında cebirsel ifadesini yazdığı doğrusal ilişkiden başka doğrusal ilişkileri kafasından geçirdiği görülmektedir. Öğrencinin “*denklemini kurarken birazcık zorlandım ve olmadığını da düşünüyorum” ifadesinden* yazdığı denklemden emin olmadığı da anlaşılmaktadır. Ö9’un koordinat sistemi konusunda kurduğu problemde de görüldüğü gibi tablodan yola çıkarak denklem oluşturma ile ilgili bir yanılgıya sahip olduğu burada da görülmüştür. Ö9’un y=ax+b (a,b ϵR) doğrusal denklemindeki x değerlerindeki artış miktarını a katsayısı ve y değerlerindeki artış miktarını b katsayısı olarak düşündüğü burada da gözlenen bir durumdur. Ancak koordinat sistemi konusunda gözlenen bir diğer hatası olan grafikteki değerlerle tablo değerlerinin birbiriyle uyuşmaması bu problemde görülmemektedir. Ö9’un grafik temsilden tablo temsile geçişiyle ilgili hatalarını düzeltmiş olabileceği ancak hala denklem oluşturmada sıkıntı yaşadığı düşünülebilir.

Özetle doğrusal denklem grafikleri ile ilgili olarak, kimi öğrencilerin denklemden yola çıkarak grafiği oluşturmada zorlanmıyor olmalarına rağmen grafikten yola çıkarak denklem oluşturmada zorlandıkları görülmüştür. Ayrıca grafikten yola çıkarak denklem oluşturmaları sırasında bazı temel eksenler üzerindeki noktalara sayısal değer verirken eşit aralıklı olmalarına dikkat etmeme gibi bilgi eksikliklerine rastlanmaktadır. Öğrencilerin tabloyu grafiğe uygun olarak oluşturabildikleri görülmüştür. Öğrencilerin denklemden grafiğe geçiş yapabilseler bile grafikten denkleme geçişte daha çok zorlandıkları görülmüştür. Bunun sebebinin öğrencilerin denklemde grafiğe geçişte çeşitli prosedürleri takip ederek sonuca ulaşmış olmaları ancak grafikten denkleme geçerken böyle bir bilgiye sahip olmadıkları için daha çok zorlanmış olabilecekleri düşünülmektedir.

Matematiksel süreç becerileri hakkındaki bulgular. Doğrusal denklem grafikleri çizer kazanımına ulaşma durumlarını ortaya koymak için uygulanan problem kurma görevinde, öğrencilerin grafiği anlayıp yorumlayabilmeleri grafiği denklemle ifade edebilmeleri ve de uygun bir gerçek yaşam bağlamı oluşturmaları beklenmektedir. Problem kurma görevi ilişkilendirme becerisini ortaya çıkarak birçok bileşen içermektedir.

Ö1, Ö2, Ö3, Ö7 ve Ö11 grafik temsilden cebirsel ifadeye geçişi ve de tablo temsile geçişi uygun bir şekilde gerçekleştirebilmişlerdir. Öğrencilerin bir kısmının farklı temsiller arası geçişi hatasız bir şekilde oluşturabildiği görülmüştür.

Ö12 ise grafik temsilden yola çıkarak denklemi uygun şekilde oluşturmuştur. Ö6 ve Ö9 da grafik temsilden yola çıkıp hem denklemi hem de tabloyu oluşturmaya çalışmış, ancak tabloyu doğru oluştursa da denklemi uygun şekilde yazamamıştır. Ö5 grafikten yola çıkarak denklemi oluşturmaya çalışmış ancak uygun denklemi oluşturamamıştır. Ö4 ise daha önceden belirtildiği gibi grafiğe hatalı şekilde değerler vermiş hem de verdiği değerlere uygun olmayan bir denklem oluşturmuştur. Ö10 ise grafik temsilden yola çıkarak tablo temsili oluşturmaya çalışmış ancak hatalı bir tablo oluşturmuştur. Ö18 ise grafiğe değerler vermiş, bu değerlerle ilgili problem kurmuş ancak probleminde, problem kurma görevinde istenen denkleme yer vermemiş, başka bir temsille de ilişkilendirme gerçekleştirmemiştir. Özetle, öğrencilerin bir kısmının grafiği, denklem ve tablo arasında uygun geçişleri yapabildiği görülmüştür. Ancak bazı öğrencilerin özellikle denklemin ifadesini yazarken sıkıntı yaşadığı görülmüştür.

Öğrencilerin çoğunun grafikle en azından bir farklı temsili ilişkilendirebildikleri görülmektedir. Ancak öğrenciler uygun gerçek yaşam durumuyla ilişkilendirme yapmakta daha çok zorlanmışlardır. Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö9, Ö18 in oluşturdukları grafikle ilişkili mantıklı olabilecek gerçek yaşam durumlarına yer verdikleri görülmektedir. Bu öğrencilerden Ö1 ve Ö9'un fidanın boyu ve geçen zaman, Ö18'in bebeğin boyu ile geçen zaman, Ö2'nin kişinin borcu ve geçen zaman, Ö3'ün yol ile harcanan benzin, Ö5'in zaman ile gidilen yol arasındaki ilişkiyi kullandıkları görülmüştür.

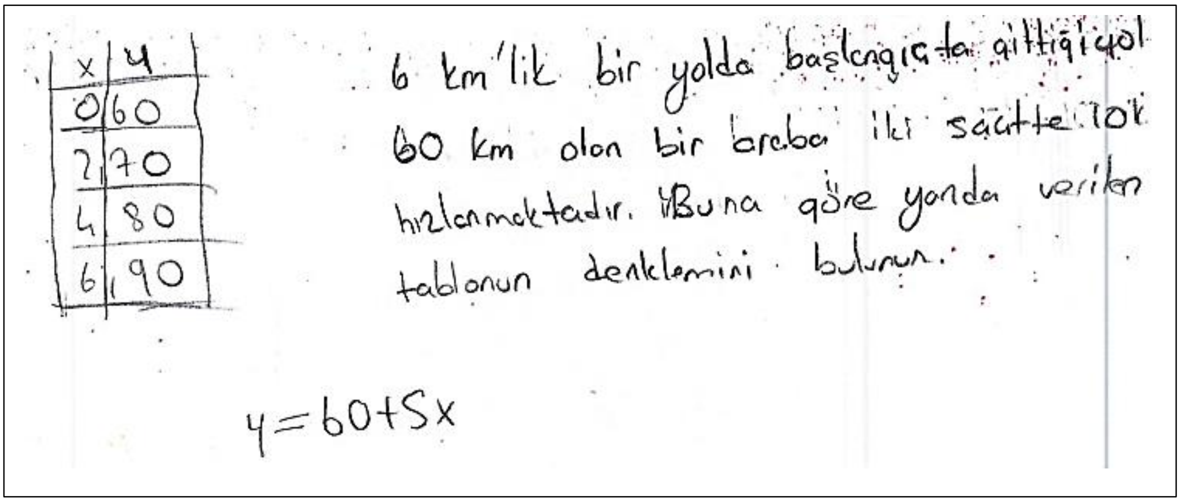
Bazı öğrencilerin ise gerçek yaşama tam olarak uygun olmayan çeşitli bağlamlar kullanmışlardır. Ö6 tohumun boyu ile geçen süre arasındaki ilişkiyi kullanmış olsa da burada tohum ile öğrencinin aslında tohum değil de 2 cm. uzunluğunda boyu olan bir bitkiyi, filizi kastettiği anlaşılmaktadır.

Ö11'nin gerçek yaşam durumları grafikle ilişkili olsa da mantıksal olarak uygun değildir. Ö11 bir bebeğin kalp atış sayısı ile geçen süre arasında bir ilişki kurmaya çalışmış, ancak matematiksel olarak değişkenlerden birinin 0 olma durumunda diğer değişkenin 0'dan farklı olma durumunu bebeğin kalbi doğduğunda 2 kez artmıştır diyerek mantıksal olarak uygun olmayan şekilde gerçek yaşamla ilişkilendirmeye çalışmıştır.

Ö4 ise grafiğe uygun olmayacak şekilde değerler vererek, yine bu değerlerle uyuşmayan bir denklem oluşturmuş ve gerçek yaşam durumunu ifade ederken de bağlam olarak doğrusal ilişkiyi göstermeye müsait olsa da denklem ve grafikle ilişkili olmayan bir gerçek yaşam durumuna yer vermiştir. Ö4 probleminde okunan kitap ayısı ile geçen zaman arasında bir ilişki kurmaya çalışmış ancak probleminde değişkenlerden biri 0'ken diğer değişkenin 0'dan farklı olma durumunu doğru yorumlayamadığı görülmüştür (Şekil 32). Ö4 "ilk ay 3 kitap bitirmiştir" ifadesine yer verdiği, yani grafikte verilen matematiksel durumu tam olarak yorumlayamadığı, bunu gerçek yaşamla tam olarak uygun şekilde ilişkilendiremediği görülmektedir.

Ö7 probleminde gidilen yol, geçen süre ve arabanın hızıyla alakalı bir bağlam kullanmaya çalışmıştır. Ancak her ne kadar oluşturduğu grafikteki sayı değerleriyle tablo değerleri ve oluşturduğu denklem arasında geçişler yapabilmiş olsa da problemin ifadesi anlaşılır değildir.

Ö7'nin grafiği şekil 36' da yer almaktadır. Oluşturduğu problem ve grafikten yola çıkarak oluşturduğu tablo Şekil 41' de gösterilmiştir.



x	y
0	60
2	70
4	80
6	90

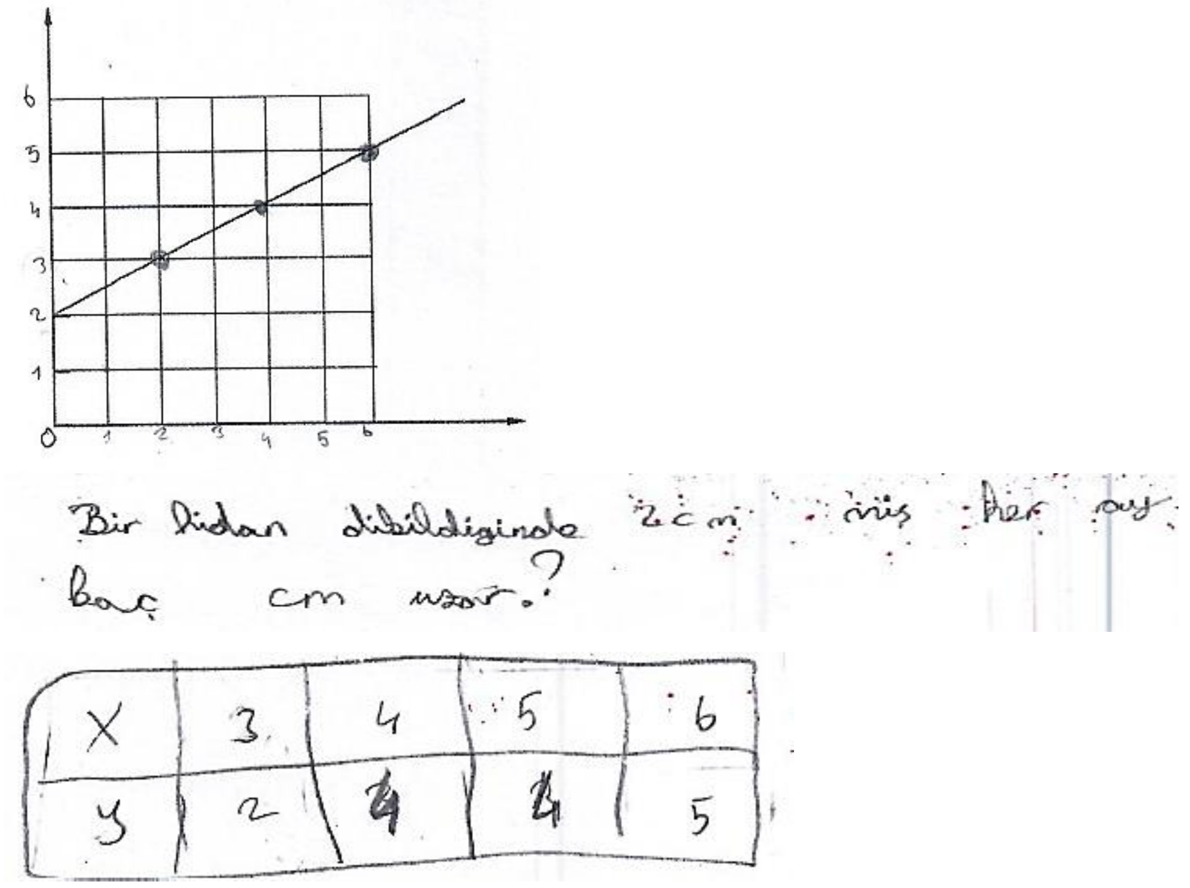
6 km'lik bir yolda başlangıçta gittiği yol 60 km olan bir araba iki saatte 10 k hızlanmaktadır. Buna göre yorda verilen tablonun denklemini bulunuz.

$y=60+5x$

Şekil 41. Ö7'nin doğrusal denklem grafikleri konusunda kurduğu problem

Şekil 36 ve şekil 41'e bakıldığında, Ö7'nin temsiller arası geçişi uygun şekilde gerçekleştirebildiği ancak matematiksel durumları günlük yaşamla ilişkilendirmekte sorun yaşadığı görülmektedir.

Ö10’nun grafiği, problem ifadesi ve oluşturduğu tablo Şekil 40’da verilmiştir.



Şekil 42. Ö10’un doğrusal denklem grafikleri konusunda kurduğu problem

Ö10’nun grafik üzerinde verdiği değerlerle tablo değerlerinin de uyumlu olmadığı görülmektedir. Öğrenci fidan-zaman ilişkisini kullanmak istemiştir. Ancak fidan boyu-zaman ilişkisi sık kullanılan bir bağlam olup, Ö10’nun bu bağlamı probleme entegre edebildiğine dair bir durum gözlenememektedir. Çünkü Ö10 gerçek yaşam durumuyla tabloyu ve ya grafikte ifade ettiği matematiksel durumu ilişkilendirebildiğine dair bir kanıt görülmemiştir.

Ö12’nin ise grafiğe verdiği değerlerle uyumlu bir denklem oluşturmuş olduğu görülmektedir, ancak matematiksel durumları gerçek yaşamla ilişkilendirememiştir. Ö12’nin oluşturduğu grafik ve denklemle problem ifadesinin hiçbir bağlantısı yoktur. Ö12 ile gerçekleştirilen klinik mülakatta da araştırmacı tarafından bu duruma dikkat çekilmiş, ancak Ö12 herhangi anlaşılır bir açıklama yapmamıştır. En sonunda öğrenciye bu grafikteki değerlerle problem ifadesi arasında ilişki kurulamadığını göstermek için sorular sorulmuştur.

Ö12: Iı bu problemi kurarken burada denklem ve gerçek yaşam durumu diyor ya ilk önce ben biraz yani uçtum ilk önce uzayla ilgili falan bir şeyler yazmıştım sonradan gerçek yaşam olduğu için değiştirdim problemimi yani kurduğunuz denklem diyor denklem oluşturdum ilk önce bu denkleme göre de problemimi kurdum. Evet, öyle yaptım

A: hmm denkleme göre problemini kurdun, problemini bir oku bakalım

Ö12: Bir yaşlı teyze her hafta ineğini bir kere sağıyor ama her seferinde süt 5 kilogram fazla geliyor buna göre bu teyzenin kaç kilogram süt sağar grafikte gösteriniz demişim şurada (grafiği göstererek)

A: Şimdi ben burada anlamadığım şey mesela buna uygun yazacağız ya 20 nerede bu sorunun neresinde?

Ö12: Ya hani burada yazmışım ben

A: Sorunun neresinde?

Ö12: Soruda yok ama hani grafikte var

A: Ama şimdi senin sorun hangisi?

Ö12: Bu (Yazdığı soruyu göstererek)

A: Bu dimi cevabın bu(Grafiği göstererek) çünkü grafikte gösteriniz demişsin sorun şu ineği bir kere sağıyor ama her seferinde süt 5 kilogram fazla geliyor

Ö12: Evet

A: Tamam 20 nerede?

Ö12: İşte ya (grafikteki 20'yi göstererek)

Ö12'nin kendini açıklayamadığı görülmüş, öğrencinin ilişkilendirme yapmasına yeniden fırsat tanınmak istenmiş, problemi yeniden kursa ne yapacağı sorulmuştur.

Ö12: Bu sefer de yine böyle bir şey kurardım ama hani biraz farklı olurdu

A: Nasıl olurdu?

Ö12: Mesela derdim bir araba sahibi her seferinde yani öyle yine derdim ama problem şeyini değiştirirdim, akışını

A: Akışını derken

Ö12: Yani sayıları her şeyi aynı mesela bir yaşlı teyze yerine bir araba sahibi falan derdim

A: Hikâyesini değiştirirdin?

Ö12: Evet

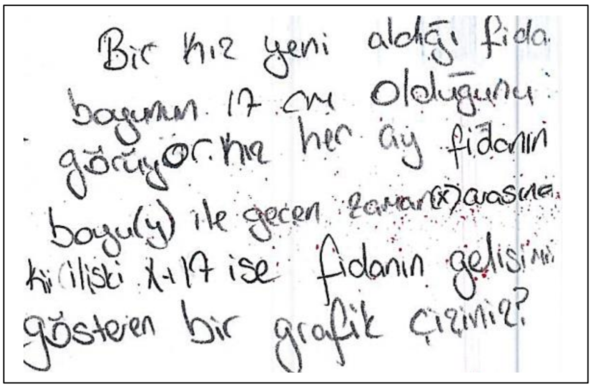
Görüldüğü gibi Ö12 denklem ve problem ifadesi arasında ilişkiyi kuramamış, gerçek yaşam durumunu değiştireceğini belirtmiş fakat matematiksel durumu gerçek yaşamla ilişkilendirememiştir.

Doğrusal denklem grafiklerinin oluşturulması konusunda verilen problem kurma görevine göre öğrencilerin denklemi, tabloyu ve grafiği uygun şekilde oluşturmaları beklenmektedir. Problem kurma görevi göz önünde bulundurularak düşünüldüğünde, iletişim becerilerinin göstergelerinden biri olan matematiksel sembolleri ve terimleri doğru kullanma verilen; denklem ifadesinin uygun şekilde yazılması, tablonun uygun şekilde oluşturulması ve grafiğin düzgün şekilde oluşturulması açısından değerlendirilmiştir.

Problemlerinin içinde ve çözümünde tablo temsili kullanan öğrencilerden Ö1, Ö2, Ö3, Ö6, Ö7, Ö9, Ö11'in tabloyu uygun şekilde oluşturdukları görülmüştür. Ö10 ise tabloyu matematiksel olarak hatalı bir şekilde oluşturmuştur. Ö10'un tabloda yer verdiği değerler doğru üzerinde yer alan sıralı ikilileri göstermemektedir.

Grafiğe göre doğru denklemini hatasız şekilde oluşturabilen öğrencilerden Ö2, Ö3, Ö7, Ö11'in doğru denklemini "y=ax+b" (a, b ϵR) şeklinde uygun bir biçimde yazdıkları görülmüştür. Ö12 ise grafiğe uygun ancak ilişkideki y değişkenini yazılı olarak belirtmeden yalnızca "20+5x" şeklinde grafiğine uygun denklemi yazmıştır, benzer biçimde Ö1 de y değişkenini belirtmeden denklemi "x+17" şeklinde ifade etmiştir.

Yalnızca Ö1, Ö3, Ö5 değişkenleri x ve y ekseni ile ilişkili olarak ifade etmiş, Ö3, Ö5, Ö11 ve Ö12 ise grafik üzerinde eksen isimlerini de belirtmiştir. Ö1'ün oluşturduğu problem şekil 43'te yer almaktadır.


Bir kız yeni aldığı fida
boyunun 17 cm olduğunu
görüyor. kız her ay fidanın
boyu(y) ile geçen zaman(x) arasında
ki ilişki x+17 ise fidanın gelişimini
gösteren bir grafik çiziniz?

Şekil 43. Ö1’in doğrusal denklem grafikleri konusunda kurduğu problem

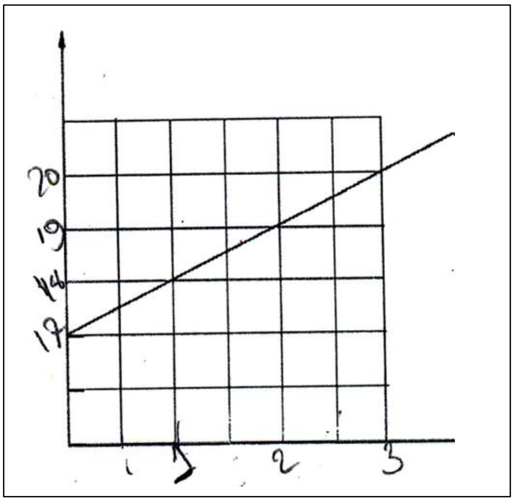
Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini sözlü ve yazılı ifade etmede çok da başarılı olmadıkları görülmektedir. Öğrencilerden yalnızca Ö1, Ö3, Ö6 İn problemleri tam olarak anlaşılmaktadır. Ö5 in denklemi grafikte belirttiği değerlere göre hatalı olsa da problemin yazılı ifadesinden ne istediği anlaşılmaktadır. Ö4, Ö7,Ö9,Ö10, Ö12’nin yazılı ifadelerinden ne sormak istedikleri anlaşılamamakta ve de sözlü açıklamalarının da yetersiz olduğu görülmektedir. Ö2, Ö11 ve Ö18’in ise yazılı ifadelerinde eksik veya fazla kelimeler kullanmalarına rağmen problemde ne sormak istedikleri anlaşılmaktadır.

Öğrencilere problemlerini açıklamaları istendiğinde Ö1 ve Ö3’ün problemlerini sözlü olarak anlaşılır şekilde ifade edebildikleri görülmüştür. Şekil 43’de problemi verilen Ö1’in problemi nasıl oluşturduğuna dair açıklaması aşağıdaki gibidir.

Ö1: Iıı mesela yükseldiği için ilk önce yükselen bir şey bulmaya çalıştım problemimde fidan, fidan seçtim fidanın boyunun 17 cm olduğunu düşündüm. Sonra da her ay uzadığı için şöyle (Grafiğin x eksenini göstererek) 1,2,3 diye yaptım hani aylarını gösterdim. Ondan sonra da ilk önce grafiği yani ilk önce grafiği yaptım ondan sonra problemi yazmaya başladım yani yükseldiği için öyle yaptım sonra cebirsel ifadeyi verdim problemde sonra da sonunda grafiği çizdirebilecek bir şey yaptım fidanın gelişimini gösteren bir grafik çiziniz dedim.

Ö1’in açıklamalarından öncelikle grafikteki artışı dikkate aldığı, değişkenlerden biri = iken diğer değişkenin 0’dan farklı bir değer aldığını göz önünde bulundurduğu, daha sonra buna uygun olan cebirsel ifadeyi yazmaya çalıştığı görülmektedir. Ö1'in kendi problemini oluşturma sürecini yani matematiksel düşüncelerini anlaşılır bir biçimde ifade edebilmiştir.

Öğrencilerden bir kısmını problemlerini oluşturma süreçlerinde veya problem çözümlerinde bazı uygun olmayan akıl yürütmelere sahip olduğu gözlenmiştir. Örneğin Ö2' nin grafiği Şekil 44'te yer almaktadır.



Şekil 44. Ö2'nin doğrusal denklem grafiği konusunda oluşturduğu grafik

Ö1 grafik üzerinde sayı değerlerini yerleştirirken y ekseni için 2 birimlik aralığa 17 sayı değerini vermiş, daha sonraki 1 birimlik aralıklarda kendi içinde eşit olarak artmasına dikkat etmiş olsa da 1'er 1'er artırmıştır.

Öğrencilerin bir kısmının (Ö2, Ö4, Ö7) grafikte verilen değişim oranının tam sayı olmamasından kaynaklanan hatalı akıl yürütmeleri olduğu gözlenmiştir. Öğrencilerin çoğu x eksenindeki 2 birimlik değişimin y eksenindeki 1 birimlik değişime denk olduğunu fark etmiş, ancak bir kısmı problem ifadelerine bunu yerleştirmekte zorlanmışlar ve bu yüzden denklem ifadesini yazmakta zorlanmışlardır. Örneğin Ö2 bu durumu probleminde " başta 20 tl borcu olan bir adamın her iki ayda borcu y=20+5x ilişkisiyle artmaktadır" şeklinde belirtmiştir. Ö2'nin oluşturduğu denklem grafiğine uygun olsa da problem ifadesinde bu değişim oranını uygun olmayan bir şekilde entegre etmeye çalışmıştır. Ö4 de (Şekil 32) problemine bu durumu "..2 ayda..", Ö7 de "…iki saatte…" şeklinde entegre etmek istemiş ancak hatalı ve anlaşılmayan bir problem durumu oluşturmuştur.

Denklemi oluşturdukları grafikten yola çıkarak uygun şekilde yazabilen öğrenciler Ö1, Ö2, Ö3, Ö7, Ö11, Ö12'nin verilen matematiksel ilişkileri kullanarak mantıklı genellemelerde bulundukları söylenebilmektedir. Benzer şekilde grafikten yola çıkan öğrencilerin bir kısmı (Ö6 ve Ö9) tabloyu uygun değerlerle oluşturdukları, matematiksel örüntüleri kullanabildikleri görülmektedir. Matematiksel düşüncelerini sözlü olarak ifade edebilmede çok başarılı olmadıklarından çıkarımların doğruluğunu ve geçerliğini savunma hakkında fazla bir bulgu elde edilememekle birlikte, problemini açıklayabilen Ö1'in yaptıklarını açıkladığını ve savunduğu görülebilmektedir. Örneğin Ö1'e neden y eksenine değer verirken 17 değerinden başladığı sorulmuş, Ö1 aşağıdaki açıklamayı yapmıştır.

A: Tamam, peki bu değerleri verirken ne düşündün, neden 17 mesela ?

Ö1: 17 yani düşününce mesela bir fidanın ortalama boyu yani 17 cm falandır yani 15 de olabilir ıı ondan sonra her ay arttığını düşünerek devam ettirdim.

Ö1'in gerçekte bir fidanın boyunun kaç cm. olacağını düşündüğü anlaşılmakta, öğrencinin problemde geçen 17cm. ifadesini gerekçelendirdiği görülmektedir.

Öğrencilerin bir kısmının ise (Ö2, Ö5, Ö12) esnek şekilde düşünebildikleri; eksenlere değer verirken kendi oluşturdukları problem durumuna uygun olacak şekilde eşit aralıkla değer verdikleri görülmüştür.

Öğrencilerin doğrusal denklem grafikleri konusunda kurdukları problemlerden yola çıkılarak matematiksel süreç becerileri incelendiğinde, öğrencilerin bazılarının başarılı bir şekilde temsillerin birbiriyle ilişkilendirebildikleri, uygun gerçek yaşam durumlarını kullanarak matematiksel verilerle bu durum arasında ilişki kurabildikleri gözlenmiştir. Öğrenciler en çok grafik temsilden yola çıkarak denklem oluştururken zorlanmışlardır. Bazı öğrencilerin ise kullandıkları gerçek yaşam durumunun matematiksel durumla bağdaşmadığı görülmüştür. İletişim becerilerine bakıldığında ise öğrencilerin bir kısmının hem uygun gösterimlere yer verdiği hem de sözlü ve yazılı ifadelerinin anlaşılır odluğu görülmüştür. Ancak yine de iletişim becerileri genelinde bakıldığında öğrencilerin birçoğunun açık ve anlaşılır şekilde düşüncelerini ifade etmede yeterli olmadığı görülmüştür. Akıl yürütme becerilerine bakıldığında, iletişim becerileri yeterli olmayan öğrencilerin çıkarımlara ve genellemelere ulaşması hakkında ayrıntılı bilgi edilememesine rağmen, bazı öğrencilerin uygun çıkarımlarda ve genellemelerde bulundukları gözlenmiştir. Yine bazı öğrencilerin esnek düşünebildikleri kullandıkları matematiksel ilişkileri açıklayabildikleri görülmüştür.

Tüm problem kurma görevleri bir bütün olarak değerlendirildiğin öğrencilerin bir kısının doğrusal denklemler konusunda temel olan bazı kazanım bileşenleri ile ilgili sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Az sayıda öğrencinin grafik çiziminde orijinle ilgili sıkıntılar yaşadıkları, eksenlere sayısal değer verirken eşit aralıklı olduğunu dikkate almadıkları gözlenmiştir. Bazı hatalarının tekrarlandığı görülmüş, bununa altında hatalı bir akıl yürütme süreci yattığı gözlenmiş ve Ö9'un denklem oluşturmayla ilgili bir kavram yanılgısı gözlenmiştir. Problem kurma görevlerinin öğrencilerin matematiksel becerilerini ortaya koymada ve uzun süreli kullanılmasıyla birlikte bu becerileri geliştirebilmesi açısından oldukça etkili olduğu düşünülmektedir. Çünkü öğrencilerin farklı matematiksel durumları anlayıp yorumlayabilmeleri onların matematiksel iletişim becerileriyle alakalıyken bu matematiksel duruma uygun gerçek yaşam durumu oluşturarak uygun matematiksel konuları kullanmaları ilişkilendirme becerileri açısından faydalı olabilmektedir. Problem durumundaki ilişkilerin uygun şekilde kullanılması ve bunlardan yola çıkılarak çeşitli doğrusal ilişkilerin oluşturulması veya bu ilişkilerin tablo, grafik, denklem gibi farklı şekillerde ifadesi de ilişkilendirme becerilerinin yanında akıl yürütme becerilerini desteklemektedir. Bu araştırmada problem kurma görevleriyle öğrencilerin matematiksel bilgilerinin ortaya koyulmasını yanında süreç becerinin ortaya koyulması açısından da etkili olduğu görülmektedir. Özellikle doğrusal denklemler konusu için önemli bir nokta olan farklı temsillerin kullanılması ve bu geçişlerin sağlanması açısından problem kurmanın etkili olduğu görülmüş, matematiksel beceriler açısından çok da yeterli olmayan öğrencilerin bile ilişkilendirme yapamaya gayret ettikleri gözlenmiştir.

Öğrencilerin Kurdukları Problemlerin Nitelikleri Nasıldır Araştırma Problemine Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Bu araştırmada öğrenciler tarafından kurulan 13 problem değerlendirmeye alınmıştır. Öğrencilerin oluşturdukları sorunun problem yapısında değilse veya eksik, boş bırakılmışsa o problem değerlendirmeye alınmamıştır. 20 öğrencinin kurduğu 13 problem için, problem kurma nitelikleri puanları Ek G'de ayrıntılı olarak yer almaktadır.

Öğrenciler cebir performans testinden aldıkları puanlar açısından sıralanmış, bu sıralamaya göre numaralandırılmışlardır. Örneğin, 1 numaralı öğrenci performans testinden en yüksek puanı alan öğrencidir. Bir öğrencinin problem niteliği puanı bir problem için en fazla 18 olabilirken, 13 problem kurma görevi için en fazla 234 puan olabilir.

Öğrencilerin problem kurma görevlerine verdikleri cevaplar ilk önce problem olup olmamalarına göre değerlendirilmiş, problem olmayanlar değerlendirmeye alınmamıştır. Problem kurma görevleri ve görevlerinin yapısı, oluşturulan sorulardan problem olmayanların sayısı ve hangi öğrencilerin problem oluşturamadıkları Tablo 14'te gösterilmiştir.

Tablo 14

Değerlendirmeye Alınmayan Cevaplar

Problem Kurma Görevi Kodu	Problem Olmayan Cevaplar	Öğrenciler
k4	2	Ö19, Ö20
k5	1	Ö18
d1	4	Ö10, Ö11, Ö15, Ö20
d2	7	Ö10, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20
d4	6	Ö9, Ö10, Ö14, Ö15, Ö17, Ö20
d5	2	Ö9, Ö20
d7	3	Ö2, Ö15, Ö20
d8	2	Ö15, Ö20
g2	2	Ö10, Ö19
g3	1	Ö15
g4	1	Ö19
g6	-	
g7	7	Ö10, Ö13, Ö14, Ö15, Ö18, Ö19, Ö20

Her bir öğrencinin 13 problem kurması beklenmektedir, uygulamaya katılan 20 öğrenci için sınıfta toplam 260 problem kurulmuş olması beklenmektedir. Ancak 38 problemin oluşturulamadığı, toplamda 222 problem kurulabildiği görülmüştür. Öğrencilerin tamamı g6 problem kurma görevleri için problem kurabilmişlerdir. En az problem kurulan görevler ise d2 ve g7'dir. d2 ve g7 problem kurma görevleri için 7'şer öğrencinin problem oluşturamadığı görülmüştür. d4 kodlu problem kurma görevine 6 öğrenci problem oluşturamamış, d1 kodlu göreve 4 öğrenci, d7 kodlu göreve 3 öğrenci; k4, d5, d8 ve g2 kodlu görevlere 2'şer öğrenci; k5, g3 ve g4 kodlu görevlere 1'er öğrenci problem oluşturamamıştır. d2, g7 ve d4 kodlu problem kurma görevleri için bu kadar çok öğrencinin problem oluşturamaması dikkat çeken bir noktadır. Bu problem kurma görevlerinin yapısı incelendiğinde her üçünün de yarı-yapılandırılmış problem kurma görevi olduğu dikkat çekmektedir.

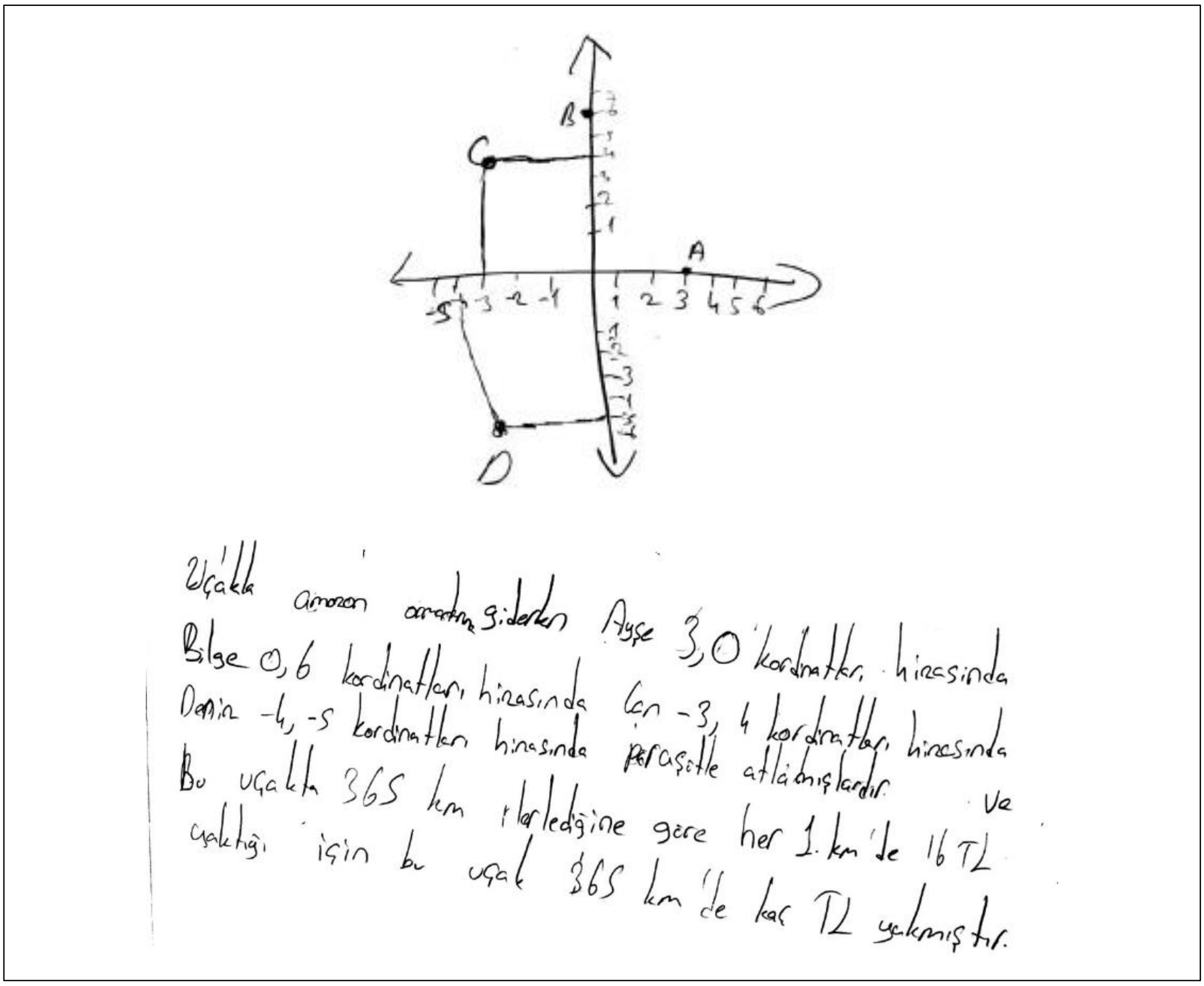
Öğrencilerin kurdukları problemlerin, problem niteliklerinden aldıkları puanlar açısından incelenmesi. Öğrencilerin kurduğu 222 problemden alınan puanlar problem nitelikleri bazında incelendiğinde Tablo 15' deki bulgular ortaya çıkmaktadır.

Tablo 15

Problem nitelikleri bazında alınan puanların dağılımını gösteren frekans tablosu

Puan	Problemin Anlaşılırlığı		Matematiksel Açıdan Doğruluk		Bağlamsal Özgünlük		Matematiksel İlişkiler Açısından Özgünlük		Karmaşıklık Düzeyi		Koşullara Uygunluk	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
0	5	% 2,3	56	%25,2	65	%29,3	31	%14	11	%5	24	%10,8
1	92	%41,4	31	%14	75	%33,8	165	%74,3	95	%42,8	60	%27
2	78	%35,1	49	%22,1	34	%15,3	22	%10	110	%49,5	42	%18,9
3	47	%21,1	86	%38,7	48	%21,6	4	%1,8	6	%2,7	96	%43,2

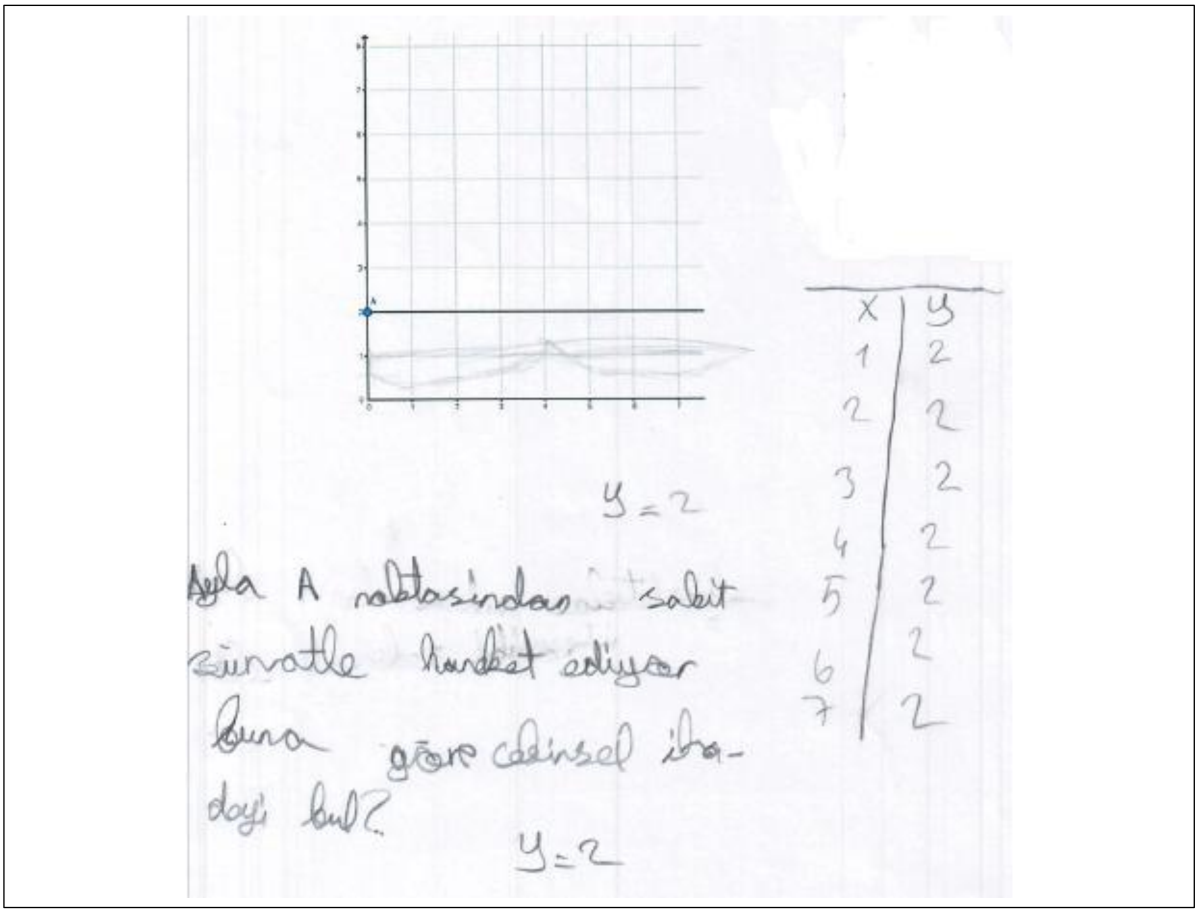
Problemin anlaşılırlığı niteliği için yalnızca 5 problem yani kurulan problemlerin %2,3'ü 0 puan olarak değerlendirilmiştir. Problemin ifadesinde gereksiz bilgilerin olduğu, problemin ifadesinin bütünlük taşımadığı yani problemin anlaşılır olmadığı durumlar 0 puanla değerlendirilmiştir. O puan alan bir problem örneği Şekil 45’te yer almaktadır.



Şekil 45. Problem anlaşılırlığı niteliğinden 0 puan alan problem örneği

Şekil 45’teki problem incelendiğinde problemin anlaşılır olmadığı görülmektedir. Problem ifadesinde kişilerin bulunduğu yerlerin koordinatları verilmiş, problemin devamında uçağın aldığı yol ile tükettiği yakıt ile ilgili bilgi vermiştir. Ancak bunlar birbirleriyle ilişkili değildir. Problemde birbirinden bağımsız bilgiler bulunmaktadır. Problem bir bütün olarak incelendiğinde verilenlerin neler olduğu veya neyin istendiği net değildir. Bu nedenle problem 0 puanla değerlendirilmiştir.

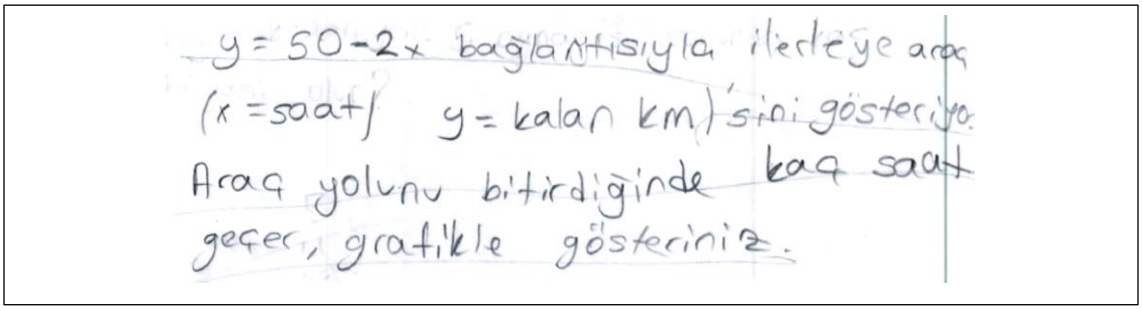
Problemin anlaşılırlığı niteliği için 92 problem (%41,4) 1 puanla, değerlendirilmiştir. Problemlerin %41,4’ünün 1 puan alması, çoğu problemin ancak öğrencinin problemin yanına aldığı notlar, grafik üzerindeki notları ve varsa problemin çözümü gibi problem dışındaki bilgilerle birlikte incelendiğinde anlaşılabildiğini göstermektedir. Problemin anlaşılırlığı niteliğinden 1 puan alan bir problem örneği şekil 46' da verilmiştir.



Şekil 46. Problemin anlaşılırlığı niteliğinden 1 puan alan problem örneği

Şekil 46'da verilen problem ifadesinde Ayla'nın A noktasından sabit süratle hareket ettiği bilgisi verilmiş ve cebirsel ifadesi istenmiştir. Problemin yanında yer alan grafik, tablo veya cebirsel ifadeden herhangi bir tanesi olmadan problem bir anlam ifade etmemektedir. Problem bu verilerle birlikte incelendiğinde grafikte yer alan durumun Ayla'nın zaman hız ilişkisine ait olduğunun söylenmek istediği ve bu duruma ait cebirsel ifadenin yazılmasının istendiği düşünülebilir. Ancak problem dilsel açıdan anlaşılır değildir.

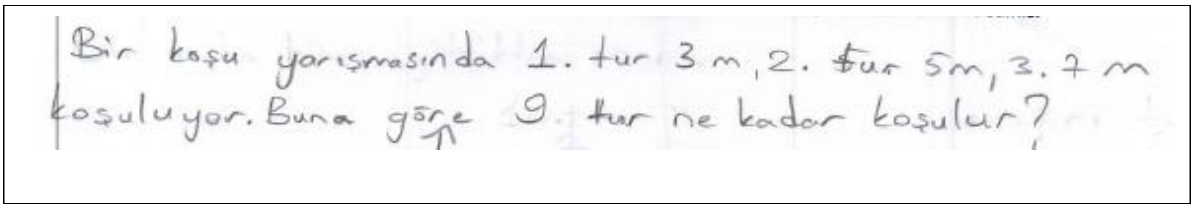
Problemlerin 78 tanesi (%35,1), 2 puanla değerlendirilmiştir. Yani problemlerin %34,7'sinde sorulmak istenen şeyin genel olarak anlaşıldığı ancak dilsel bazı sıkıntılar olduğu görülmektedir. Bu kategorideki problemler eklerin düzgün kullanılmaması, bazı sözcüklerin yanlış anlamda kullanılması (Ör, “ne kadardır” demek yerine “nedir” demek gibi) veya cümlenin ögelerinin eksik olması (Ör, denklemi yazın deyip, neyin denkleminin yazılacağının açıkça ifade edilmiş olmaması) gibi sıkıntılardan bir veya birkaçını içermektedir. 2 puan örnek bir problem şekilde yer almaktadır.


y = 50-2x bağlantısıyla ilerleye araç
(x = saat / y = kalan km)'sini gösteriyo.
Araç yolunu bitirdiğinde kaç saat
geçer, grafikle gösteriniz.

Şekil 47. Problemin anlaşılırlığı niteliğinden 2 puan alan problem örneği

Şekil 47’de verilen problemde, yol alan bir araçla ilgili olarak kalan yol ve geçen zaman arasındaki ilişki verilmiştir. Problemde ne istendiği anlaşılmakla birlikte dilsel olarak eklerin düzgün kullanmamasından kaynaklı bazı sorunlar gözlenmektedir. Bunun yanında problem ifadesinde “araç yolunu bitirdiğinde kaç saat geçer, grafikle gösterin” denmekte, ancak grafikle tam olarak neyin gösterilmesinin istendiği net bir şekilde belirtilmemektedir. Bu nedenle şekildeki problem 2 puanla değerlendirilmiştir.

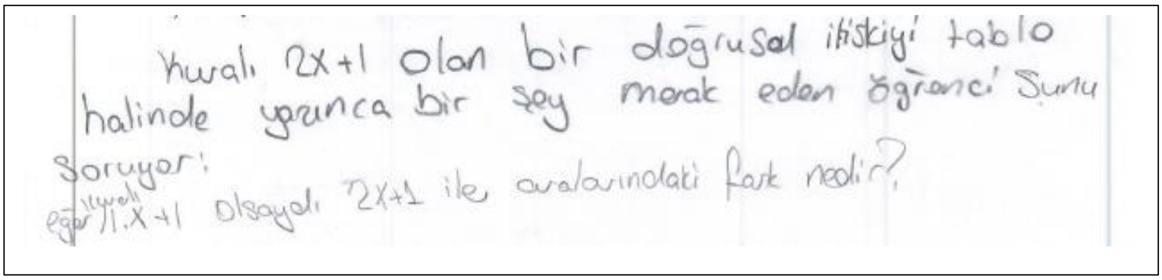
222 problemden yalnızca 47 problemin yani problemlerin yalnızca %21,1’inin ifadesi anlaşılır ve nettir. Anlaşılır bir problem örneği şekil 48’de yer almaktadır.


Bir koşu yarışmasında 1. tur 3 m, 2. tur 5m, 3. 7 m
koşuluyor. Buna göre 9. tur ne kadar koşulur?

Şekil 48. Problemin anlaşılırlığı niteliğinden 3 puan alan problem örneği

Şekil 48 de verilen problemde bir koşu yarışmasında ne kadar koşulduğuyla ilgili bazı bilgiler verilip, 9. turda ne kadar koşulmuş olacağı sorulmaktadır. Problem dilsel açıdan anlaşılır bulunmuş ve 3 puanla değerlendirilmiştir.

Problemlerin matematiksel açıdan doğruluğu incelendiğinde; 56 problem yani problemlerin %25,2'si matematiksel açıdan tamamen hatalı olan anlayışları içermektedir. Örneğin; bir problemde koordinat sistemindeki noktaların toplanabileceğinin düşünülmesi, koordinat sistemindeki noktanın sıralı ikili olduğunun anlaşılamamış olması, iki değişken arasındaki ilişkinin, birbirine bağlı değişimin anlamlandırılamamış olması gibi durumlar, matematiksel açıdan doğruluk niteliğinden 0 puanla değerlendirilen durumlardır. Şekil 49 da matematiksel açıdan doğruluk niteliğinden 0 puan alan örnek bir problem yer almaktadır.


Kuralı 2X+1 olan bir doğrusal ilişkiyi tablo halinde yazınca bir şey merak eden öğrenci şunu soruyor:
eğer kuralı 1.X+1 olsaydı 2X+1 ile aralarındaki fark nedir?

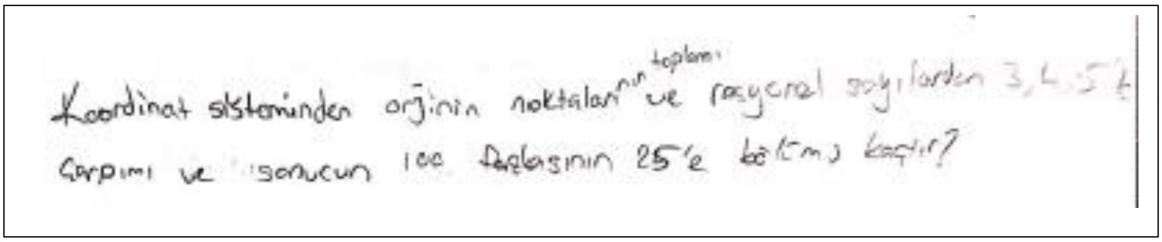
Şekil 49. Matematiksel açıdan doğruluk niteliğinden 0 puan alan problem örneği

Şekil 49'da verilen örnek problemde, iki farklı doğrusal ilişki arasındaki fark sorulmaktadır. Bu durum doğrusal ilişkideki birbirine bağlı değişimin anlaşılamadığını göstermektedir. Matematiksel olarak hatalı bir durum söz konusu olduğu için matematiksel açıdan doğruluk niteliği 0 puan olarak değerlendirilmiştir.

Problemlerin %14'ü yani 31 problem 1 puanla değerlendirilmiştir. 1 puanla değerlendirilen problemler sistematik olmayan hataları içermektedir. Bu kategorideki problemler şu durumlardan bir ve ya bir kaçını içermektedir:

- Tanımların yerinde kullanılamaması (koordinat sistemi, nokta, apsis, ordinat, eksen gibi matematiksel tanım ve ifadelerin yerinde kullanılamaması gibi)
- Problem oluşturulurken işlem hataları veya dikkatsizlikten kaynaklanan hatalar (doğrusal ilişki yani iki değişkenin birbirlerine bağlı değişimi kavramsal olarak anlaşılmış olması ancak işlem hatalarının bulunması gibi)
- Matematiksel gösterimlerin doğru kullanılmaması (sıralı ikilileri parantez olmadan belirtme gibi)

Şekil 50’ de 1 puan alan problem örneği yer almaktadır.


Koordinat sisteminden orjinin noktalarının toplamı ve rasyonel sayılardan 3,4,5'i
Çarpımı ve sonucun 100 fazlasının 25'e bölümü kaçtır?

Şekil 50. Matematiksel açıdan doğruluk niteliğinden 1 puan alan problem örneği

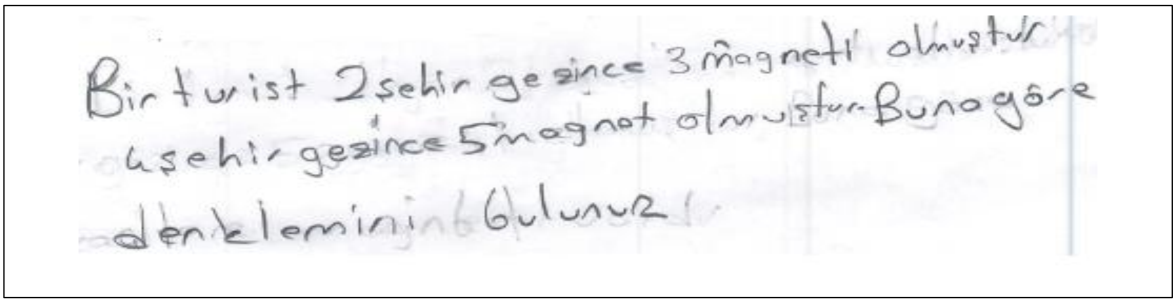
Şekil 50’deki problemde “orijinin noktalarının toplamı” ifadesi kullanılmıştır. Burada orijinin apsis ve ordinatının toplamının kast edildiği anlaşılmaktadır. Ancak öğrencinin problemde nokta ifadesini yerinde kullanamadığı görülmektedir. Bu nedenle 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Problemlerin %22,1’i, yani 49 problem 2 puanla değerlendirilmiştir. Matematiksel açıdan doğruluk niteliğinden 2 puan alan problemlerde, eksik veya gereksiz matematiksel ifadeler yer almaktadır. Ancak problemler bir bütün olarak ele alındığında matematiksel olarak belirli fikirleri temsil ettiği düşünülmektedir. Bu kategorideki problemler aşağıdaki durumlardan bir veya birkaçını içermektedir.

- Problemde değişkenlerin aldıkları değerleri birkaç sayı ile örneklendirilmiş ancak ilişkinin bu şekilde devam ettiğine veya doğrusal olduğuna dair bir ifadeye problemde yer verilmemiştir.
- Problemde söz edilen durumla veya değişkenler arasındaki ilişkiyle ilgili grafiğin çizilmesi veya tabloda gösterilmesinin istendiği anlaşılmakla birlikte, hangi değişkenler arasındaki ilişkinin gösterilmesinin istendiği veya hangi durumun koordinat düzleminde gösterilmesinin istendiği net bir şekilde ifade edilmemiştir.

Matematiksel açıdan doğruluk niteliğinde, problem içinde vurgulanması gereken kavramlara özel gerekliliklerin (Örneğin, doğrusal ilişki konusunda, ilişkinin belirtildiği gibi devam ettiğine dair bir vurgu olması gerektiği gibi) eksik olması durumunda bunun herhangi bir yanılgı veya eksik anlama sebebiyle olup olmadığı konusu üzerinde ayrıca durulması gerekmektedir. Ancak bu araştırma kapsamında gerçekleşen uygulamalarda öğrencilerin doğrusal ilişki vurgusunu yapmadıkları ve problem içinde belirtmedikleri, ancak doğrusal ilişkinin olduğunu varsayarak problemleri oluşturdukları gözlenmiştir.

Şekil 51'de matematiksel doğruluk niteliğinden 2 puan alan bir problem yer almaktadır.

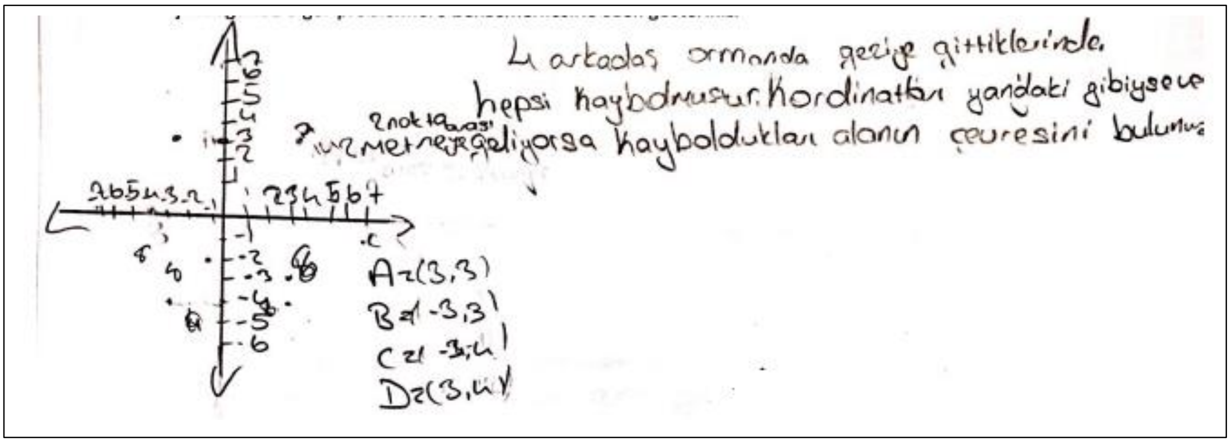


Şekil 51. Matematiksel açıdan doğruluk niteliğinden 2 puan alan problem örneği

Şekil 51'deki problemde matematiksel olarak ne istendiği genel anlamda anlaşılmaktadır. Problemde gezilen şehir sayısı ve şehre ait magnet sayısı arasındaki ilişki kullanılmak istenmiştir. Ancak değişkenler arasındaki ilişkinin doğrusal olduğuna dair herhangi bir ifade bulunmamaktadır. Ancak problemde doğrusal ilişki vurgusu yapılmamış olmasına rağmen ders sırasında gerçekleştirilen gözlemlerden de yola çıkılarak öğrencinin burada doğrusal bir ilişkiyi kast ettiği düşünülmüştür. Bununla birlikte denklemi oluşturulacak ilişkinin hangi değişkenler arasında olacağı da düzgün bir şekilde ifade edilmemiştir.

86 problemin 3 puanla değerlendirildiği yani problemlerin yalnızca %38,7'sinin içerdiği matematiksel bilgi, tanım, kavram ve sembollerin doğru olduğu görülmüştür.

Şekil 52'de 3 puan alan bir problem yer almaktadır.



Şekil 52. Matematiksel açıdan doğruluk niteliğinden 3 puan alan problem örneği

Şekil 52’teki problemde verilenler anlaşılmakta, matematiksel ilişkiler, tanımlar, kavramlar açısından herhangi bir sorun gözlenmemektedir. Bu nedenle 3 puanla değerlendirilmiştir.

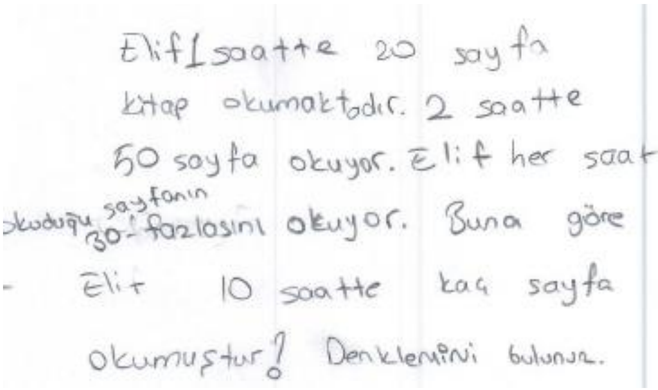
Problemler bağlamsal özgünlüğü açısından incelendiğinde 65 problemin (%29,3) özgün olmayan, derste görülen veya kitaplarda var olan ve çok sık kullanılan bağlamları kullandığı görülmüştür. Örneğin, koordinat sistemi için sınıftaki sıraların düzeni ve sinema bağlamının kullanılması, doğrusal ilişki için yol zaman, tüketilen yakıt miktarı ile zaman, bir fidanın boyu ile geçen zaman ilişkisinin kullanılması gibi durumlarda bu nitelikten 0 puan alınmıştır. Şekil.. de 0 puan alan bir problem yer almaktadır.

Bir seyirci sinemaya geldiğinde arkadaşı ona
bulun duğu yeri tarif etmiştir. Öncelikle seyircinin bulunduğu
yer (4,3)'tür. Arkadaşıda seyirci bulun duğu yerin 5 birim sağın
da ve 6 birim aşağısında olduğunu tarif etmiştir. Arkada-
şı nere dedir?

Şekil 53. Bağlamsal özgünlük niteliğinden 0 puan alan problem örneği

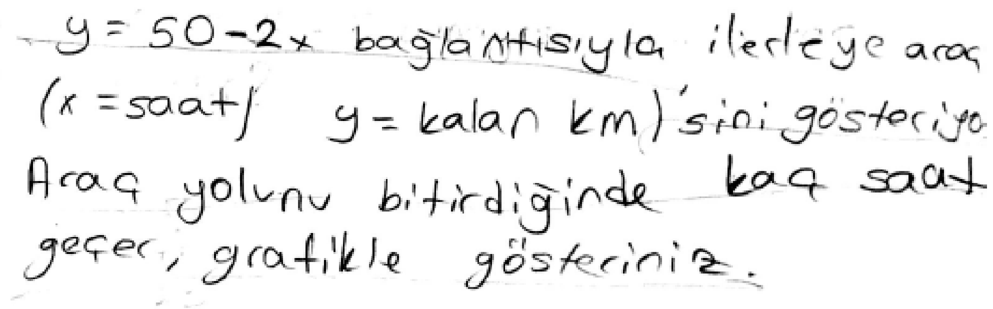
Şekil 53’teki problemde koordinat sistemi konusunda sıkça kullanılan sinema bağlamına yer verilmiştir. Bu nedenle bağlamsal özgünlük niteliği için 0 puanla değerlendirilmiştir.

Bağlamsal özgünlük niteliğinden 1 puan alan problemler kitaplarda karşılaşılabilen özgün sayılamayacak bağlamları içeren ve öğrencinin bağlama yaptığı herhangi bir katkının gözlenmediği problemlerdir. Örneğin; koordinat sistemi için sokaklardaki evlerin konumlarının veya otoparktaki arabaların konumlarının belirlenmesi; doğrusal ilişki ve denklem grafikleri için okunan sayfa sayısı ve geçen zaman, kumbaraya atılan para ile geçen zaman gibi bağlamların kullanılması durumlarında 1 puan alınmıştır. 75 problemde yani problemlerin % 33,8’inde bahsedilen bağlamlar kullanılmıştır. Şekil 54’teki problemde doğrusal ilişki konusunda birçok kitapta karşılaşılan sayfa sayısı zaman ilişkisi kullanılmaktadır.


Elif 1 saatte 20 sayfa
kitap okumaktadır. 2 saatte
50 sayfa okuyor. Elif her saat
okuduğu sayfanın 30 fazlasını okuyor. Buna göre
Elif 10 saatte kaç sayfa
okumuştur? Denklemini bulunuz.

Şekil 54. Bağlamsal özgünlük niteliğinden 1 puan alan problem örneği

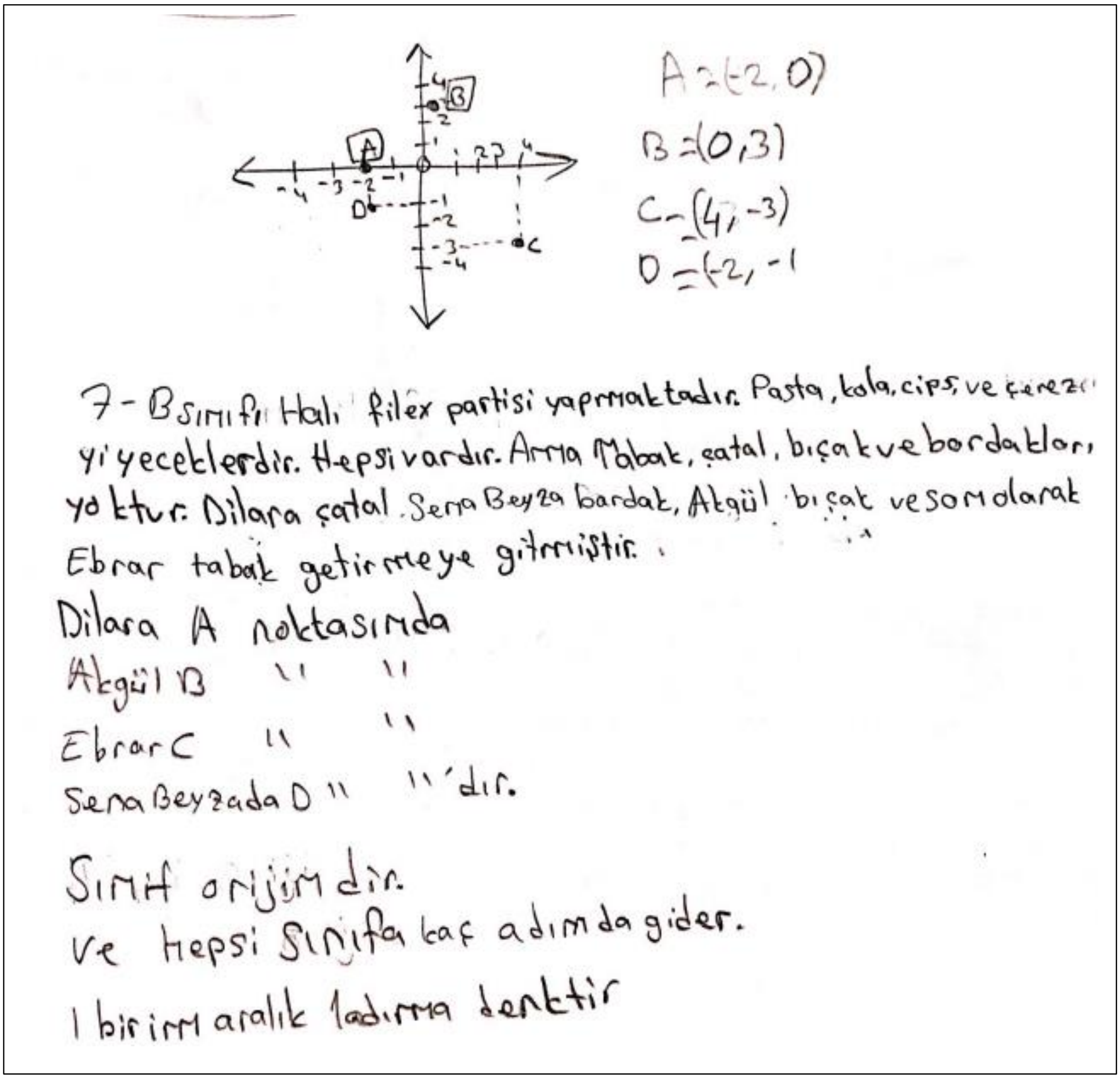
Eğer kurulan problemin bağlamsal özgünlük niteliğinden 2 puan alması; problem durumunda kitaplarda rastlanılabilecek bir bağlam söz konusudur ancak öğrenci de bağlama bazı özgün katkılarda bulunduğunu göstermektedir. Problemlerin %15,3'ü yani 34 problem bağlamsal özgünlük niteliğinden 2 puan almıştır. Şekil 55'te 2 puan alan bir problem yer almaktadır.


y = 50-2x bağlantısıyla ilerleye araç
(x = saat / y = kalan km)'sini gösteriyo
Araç yolunu bitirdiğinde kaç saat
geçer, grafikle gösteriniz.

Şekil 55. Bağlamsal özgünlük niteliğinden 2 puan alan problem örneği

Şekil 55'deki problemde bağlamsal olarak yol zaman ilişkisini kullanılmaktadır. Ancak genellikle alınan yol ve zaman ilişkisi kullanılırken, kurulan problemde kalan yol ve zaman ilişkisinin yer aldığı için, öğrencinin bağlama birtakım katkılarda bulunduğu düşünülmüş ve 2 puanla değerlendirilmiştir.

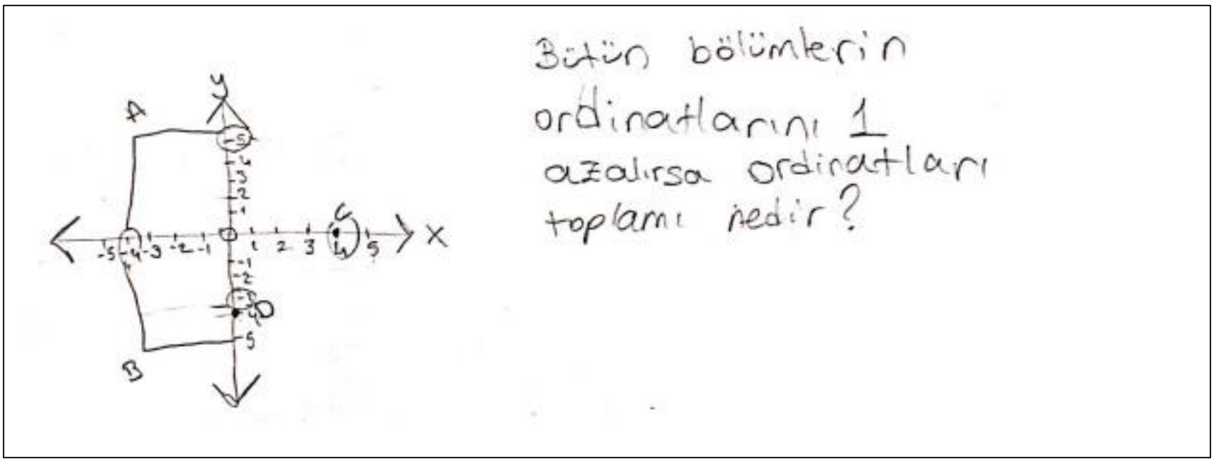
Problemlerin %21,6'i yani 48 problem ise bağlamsal açıdan özgün birer problem olarak değerlendirilmiştir. Bu problemler derste veya kitaplarda daha önce rastlanılmamış tamamen özgün bir bağlamsal durum içermektedir.



Şekil 56. Bağlamsal özgünlük niteliğinden 3 puan alan problem örneği

Şekil 56'da yer alan problemde tabak, çatal, bıçak ve bardağın konumları ile sınıfın konumu koordinat sistemi üzerindeki belli noktalarla ifade edilmeye çalışılmıştır. Kullanılan bağlam incelenen problemlere bağlamsal olarak benzememektedir, özgün bir bağlam olarak değerlendirilebilir. Oluşturulan problemde sınıfta daha önce öğrencilerin gerçekleştirdiği bir kutlamaya gönderme yapılmakta, öğrenci günlük yaşamdaki bu deneyimini problem bağlamına aktarmakta ve özgün bir problem durumu oluşturduğu görülmektedir.

Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğinde problemlerin %14’ünün yani 31 problemin 0 puanla değerlendirildiği görülmektedir. Bu nitelikten 0 puan alan problemler, derste yer verilen problemlerle ve kitaplarda sıkça yer alan problemlerle aynı matematiksel konu ve durumları içermektedir. Örneğin, koordinat sistemi üzerinde bir noktaların kaydırılarak yeni noktaların koordinatlarının sorulması, noktaların birbirlerine uzaklıklarının sorulması, doğrusal ilişkiyi sağlayan değişkenlerden birinin verilip diğerini istenmesi gibi ilişkiler içerilmektedir. Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğinden 0 puan alan bir problem şekilde yer almaktadır.

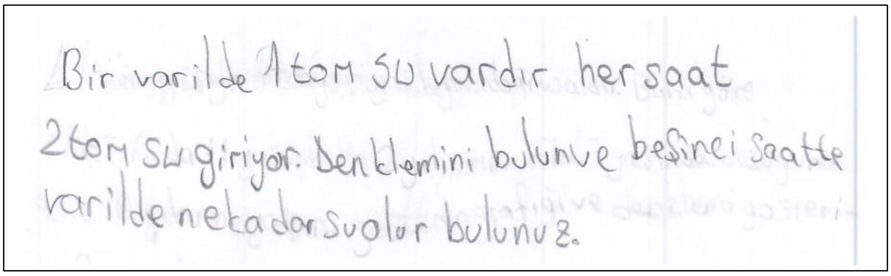


Şekil 57. Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğinden 0 puan alan problem örneği

Şekil 57’deki problemde noktaların belli birimde herhangi bir yönde kaydırılmasıyla ortaya çıkan yeni noktaların koordinatlarıyla ilgili bir durum sorulmaktadır. Noktaların belli bir yönde ve birimde kaydırılarak yeni noktaların sorulması, koordinat sistemi konusundaki problemlerde çok sık rastlanan bir matematiksel ilişkidir. Bu nedenle 0 puan olarak değerlendirilmiştir.

Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğinden problemlerin %74,3’ü yani toplamda 165 problem, 1 puanla değerlendirilmiştir. Problemlerin çoğunun bu kategoride yer alması dikkat çekmektedir. 1 puan alan problemler; kitaplarda yer alan doğrusal denklemler konusundaki problemlerde rastlanabilecek ve özgün sayılamayacak matematiksel konu ve durumları içermektedir. Örneğin, koordinat sistemi üzerinde belirli noktalarla kapalı alan oluşturup alanı, çevrenin sorulması;

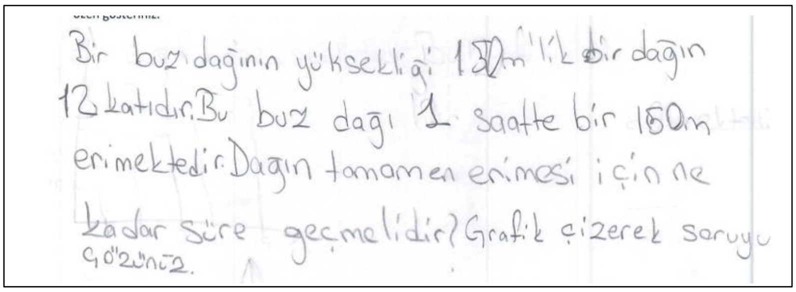
doğrusal ilişkinin grafiği, denklemi, tablosunun oluşturulmasının istenmesi gibi durumlar 1 puanla değerlendirilmiştir.


Bir varilde 1 ton su vardır her saat 2 ton su giriyor. Denklemini bulunve beşinci saatte varilde ne kadar su olur bulunuz.

Şekil 58. Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğinden 1 puan alan problem örneği

Şekildeki problemde zaman ve biriken su miktarı arasındaki doğrusal ilişkiye ait denklemin oluşturulması istenmiştir. Doğrusal ilişkinin denkleminin oluşturulması istendiği için matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliği açısından 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Problemlerin %10'u, toplamda 22 problem, matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğinde 2 puan almıştır. Eğer problem derste yer verilen problemlerle ve kitaplarda yer alan problemlerle benzer matematiksel konu ve durumları içermekte ama bu durumlara çeşitli katkılarda bulunulmuş ise 2 puan olarak değerlendirilmiştir. Örneğin, koordinat sistemi üzerinde belli noktalar verip birleştirilmesiyle oluşan kapalı şeklin alanını sormak yerine önce istenen kapalı şeklin oluşması için (örneğin bir dikdörtgen oluşması için) üç nokta verip dördüncü noktanın eklenmesini istemesi ve bu şekilde oluşacak dikdörtgenin alanının hesaplanmasının istenmesi gibi durumlarda bu nitelikten 2 puan alınmıştır.

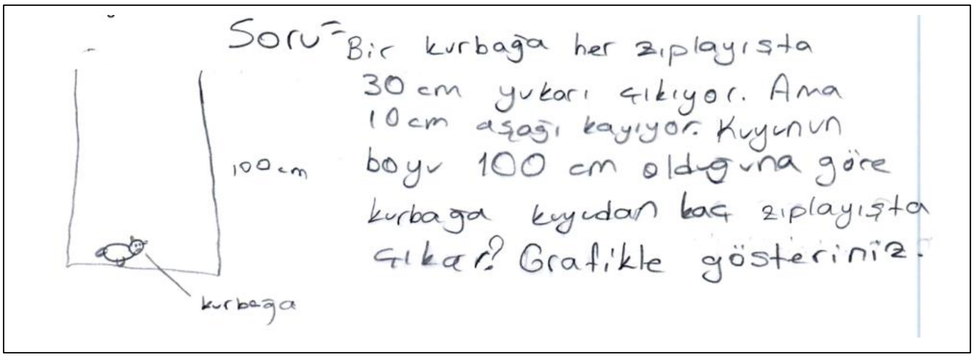

Bir buz dağının yüksekliği 150m'lik bir dağın 12 katıdır. Bu buz dağı 1 saatte bir 150m erimektedir. Dağın tamamen erimesi için ne kadar süre geçmelidir? Grafik çizerek soruyu çözünüz.

Şekil 59. Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğinden 2 puan alan problem örneği

Şekil 59’daki problemde doğrusal bir ilişki verilmiştir. Ancak bu doğrusal ilişki verilirken değişkenlerden biriyle alakalı bilgi doğrudan verilmemiş, bunun yerine matematiksel başka bir ilişkiyi kullanmayı gerektirecek şekilde yani buzdağının yüksekliğinin 150m’nin 12 katı olması şeklinde ifade edilmiştir.

Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğinde sadece 4 problemin yani problemlerin yalnızca %1,8’inin özgün olduğu görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel ilişkiler açısından özgün problemler kuramadıkları dikkat çeken bir noktadır.

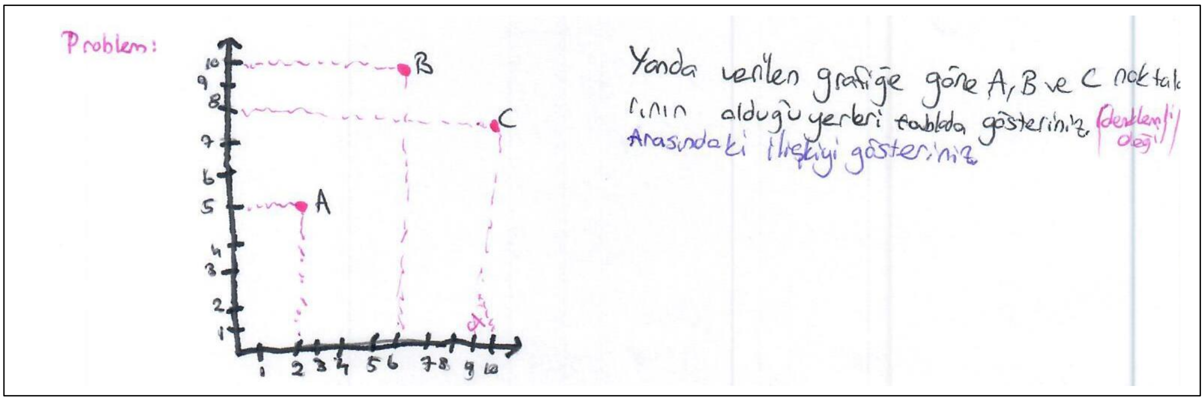
Derste veya kitaplarda doğrusal denklemler konusuyla birlikte kullanıldığına rastlanılmamış bir matematiksel konunun kullanılmasını gerektiren bir problem durumu söz konusuysa matematiksel ilişkiler açıdan özgünlüğü 3 puan olarak değerlendirilmiştir. Bu puanı alan problem, doğrusal denklemler konusunun gerektirdiği matematiksel durumlarla konu dışındaki daha önce derste gerçekleştirilen veya kitaplarda bir arada kullanıldığı görülmeyen başka matematik konularını da içeren bir problemdir.



Şekil 60. Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğinden 3 puan alan problem örneği

Şekil 60’taki problem doğrusal denklemler konusunda kullanılan matematiksel ilişkiler açısından diğerlerinden farklı bir yapıdadır. Problemde değişkenler doğrudan verilmemiştir. Değişkenlerin alacağı değerler farklı bir matematiksel ilişki ile belirtilmiştir. Bu nedenle problem matematiksel ilişkiler açısından özgün olarak yani 3 puanla değerlendirilmiştir. 222 problem içinde yalnızca 4 problemin matematiksel ilişkiler açısından özgün olduğu, daha önce doğrusal denklemler konusuyla bir arada kullanıldığına rastlanmayan matematiksel durumlarla ilişkilendirme gerçekleştirildiği görülmüştür.

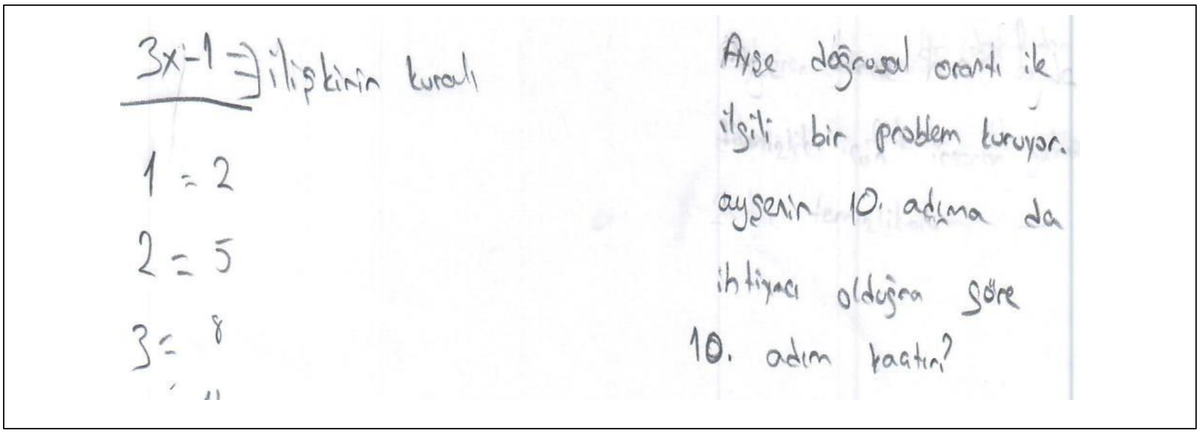
Problemlerin karmaşıklık düzeyi niteliğinde, 11 problem (%5) 0 puan almıştır. Doğrudan bilginin hatırlanmasını gerektiren, herhangi bir işlem gerektirmeyen türden problemler 0 puan olarak değerlendirilmiştir. Bir sıralı ikilinin koordinat sistemi üzerinde de gösterilmesi, bir doğrusal ilişkinin tablo veya grafik temsilini vererek değişkenlerden birinin aldığı değere göre, diğer değişkenin sorulması gibi problemler 0 puan alan problemlere örnek olarak verilebilir.



Şekil 61. Karmaşıklık düzeyi niteliğinden 0 puan alan problem örneği

Şekil 61’deki problemde koordinat düzleminde verilen noktaların tablo üzerinde gösterilmesi istenmektedir. Bu problem, doğrudan bilginin hatırlanmasını gerektiren bir problemdir.

Problemlerin % 42,8’i yani 95 problem ise düşük karmaşıklık düzeyindedir. Düşük karmaşıklıkta problemler 1 puan olarak değerlendirilmiştir. Bu kategorideki problemler bilginin hatırlanmasından biraz daha fazlasını gerektirir ancak genellikle prosedürlerin yürütülmesini ve tek adımlı problemleri içerir. Örneğin, iki nokta arasındaki uzaklığın sorulması, iki değişkene ait tablo değerleri verilen problemde bir sonraki sıralı ikilinin oluşturulması gibi; cebirsel ifadeyle verilen bir ilişkide değişkenlerden birinin aldığı değerin verilip diğerini sorulması gibi problemler bu kategoride değerlendirilmiştir. 1 puan alan problem örneği Şekil 62’de yer almaktadır.



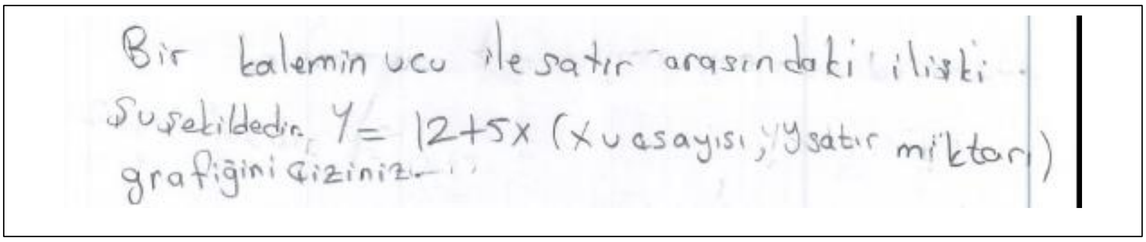
3x-1 ⇒ ilişkinin kuralı
1 = 2
2 = 5
3 = 8

Ayşe doğrusal orantı ile ilgili bir problem kuruyor. ayşenin 10. adıma da ihtiyacı olduğuna göre 10. adım kaçtır?

Şekil 62. Karmaşıklık düzeyi niteliğinden 1 puan alan problem örneği

Şekil 62' deki problemde bir doğrusal ilişkiye ait denklem verilmiş, bunla ilgili bazı değerler yazılmaya çalışılmıştır, 10 adım yani aslında değişkenlerden birinin (*x*) aldığı değer 10 olduğunda diğer değişkenin aldığı değer *(y)* sorulmak istenmiştir. Problem standart prosedürlerin yürütülmesini gerektiren ve tek adımda çözülebilecek bir problem olup 1 puanla değerlendirilmiştir.

Problemlerin %49,5'i orta karmaşıklıkta olup, 110 problem 2 puanla değerlendirilmiştir. Karmaşıklık düzeyi niteliğinden 2 puan alan problemler orta karmaşıklıktaki problemlerdir. Bu kategorideki problemler, düşük karmaşıklık düzeyine göre daha esnek düşünmeyi, problem çözen kişinin ne yapılacağına karar vermesini gerektiren, farklı temsillerden bilgileri elde ederek bunların kullanılmasını gerektiren problemlerdir. Genellikle birden fazla adımla çözülebilen problemlerdir. Birkaç nokta verip bunların birleştirilmesiyle oluşan kapalı şeklin alanının veya çevresinin hesaplanmasının istenmesi; bir doğrusal ilişkinin sözel olarak ifade edilip buna uygun cebirsel ifadenin veya grafiğinin oluşturulmasının istenmesi; doğrusal bir ilişkiye ait tablo değerlerinin verilip koordinat sisteminde grafiğinin gösterilmesinin istenmesi gibi problemler bu kategoride yer almaktadır.



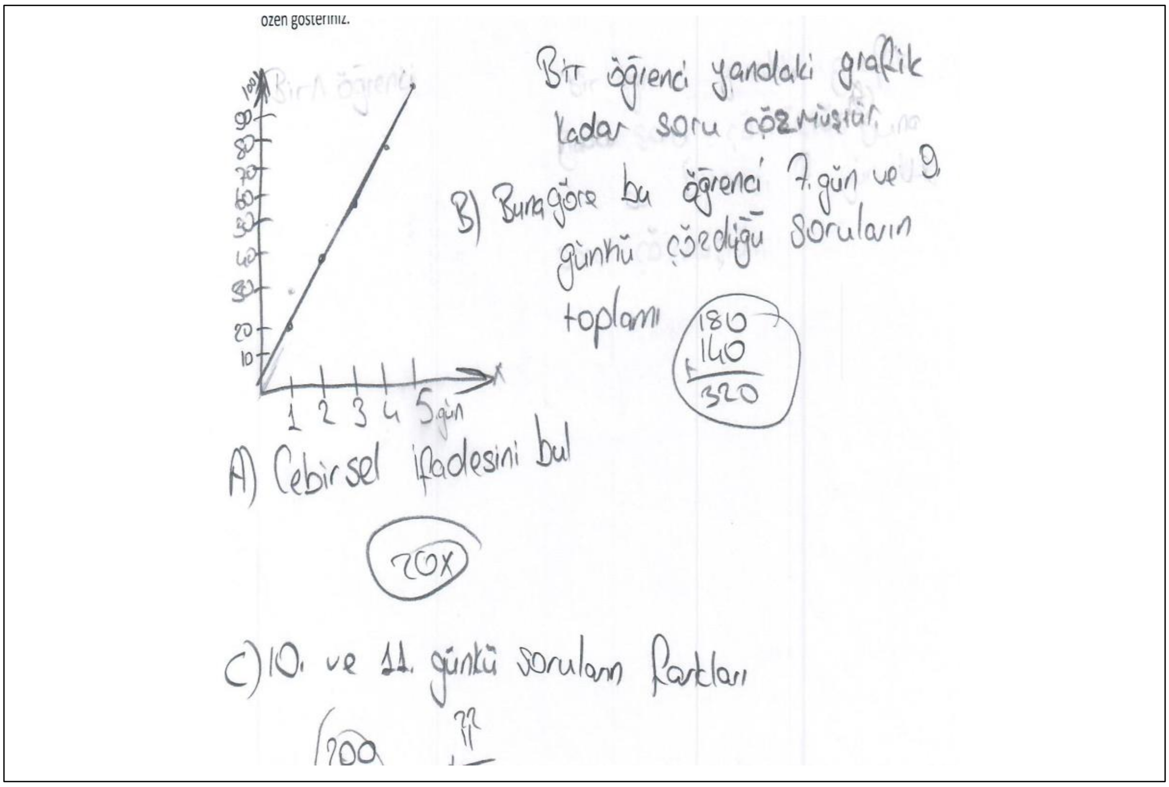
Bir kalemin ucu ile satır arasındaki ilişki şu şekildedir. Y= 12+5X (X ucasayısı, Y satır miktarı) grafiğini çiziniz.

Şekil 63. Karmaşıklık düzeyi niteliğinden 2 puan alan problem örneği

Şekil 63'teki problemde kalem ucu sayısı ile satır miktarı arasındaki doğrusal ilişkinin cebirsel ifadesi verilmiş, bundan yola çıkılarak grafiğin çizilmesi istenmiştir. Problem temsillerin birbirine dönüştürülmesini, cebirsel ifadeden grafik temsile geçişi gerektirmektedir. Bu nedenle karmaşıklık düzeyi niteliğinden 2 puan almıştır.

Yalnızca 6 problem, yani problemlerin %2,7'si karmaşıklık düzeyi niteliğinden 3 puan almışlardır. Öğrencilerin karmaşık problem kuramamaları da dikkat çeken bir başka bulgudur.

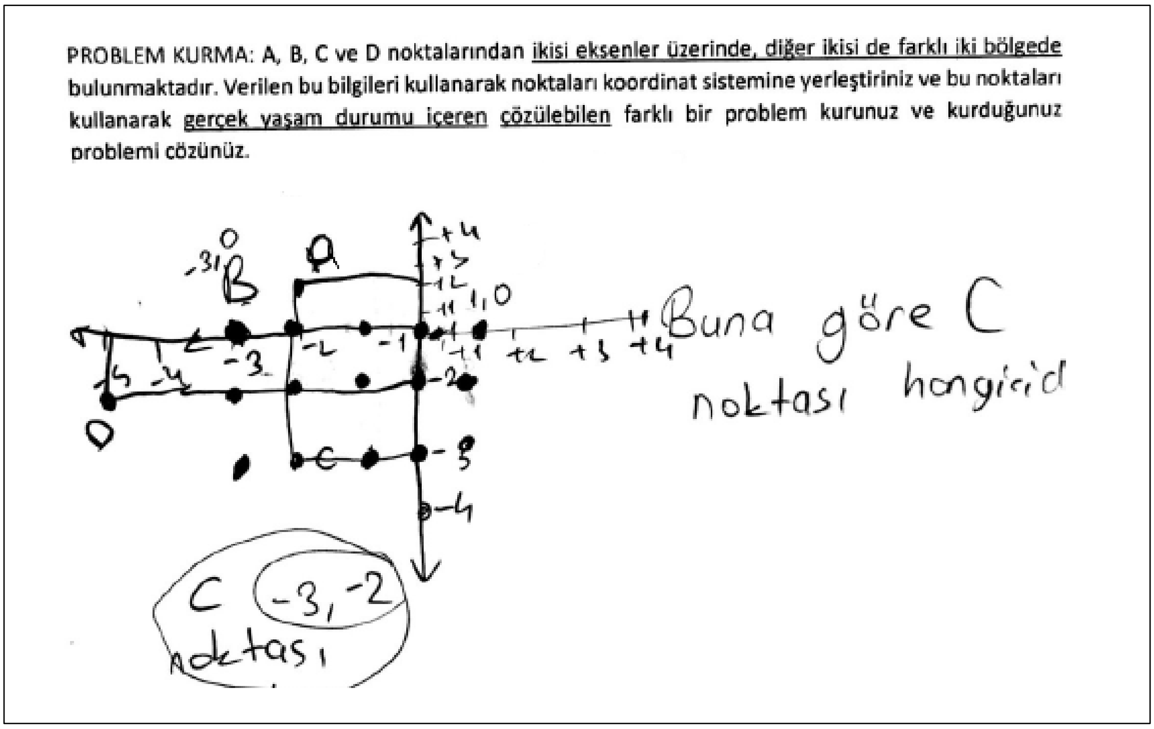
Karmaşık problemler daha fazla akıl yürütme gerektirir. Problemler çoklu adımları ve çoklu karar verme noktaları içerir. Örneğin koordinat sistemi üzerinde üç nokta verip, belirli koşullara göre dördüncü noktanın oluşturulmasının istenmesi ve bunun ardından bu noktaların birleşmesiyle oluşturulacak kapalı şeklin alanının sorulması durumda karmaşıklık düzeyi niteliğinden 3 puan alınmaktadır. Bir doğrusal ilişkiye ait tablo değerlerinin oluşturulmasının istenmesi, daha sonra bu değerlerden yola çıkarak başka bir ilişkinin oluşturulması gibi problemlerin de karmaşıklık düzeyi 3 puan olarak değerlendirilmektedir.



Şekil 64. Karmaşıklık düzeyi niteliğinden 3 puan alan problem örneği

Şekil 64'teki problemde birden fazla adım bulunmaktadır. Öncelikle grafikten yola çıkılarak doğrusal ilişkiye ait cebirsel ifadenin bulunması istenmektedir. Sorunun devamında da bazı günlerde çözülmüş olan soru sayılarının bulunması istenmektedir. Bunun için denklemden yola çıkılarak çözülen soru sayılarının hesaplanması gerekmekte, ardından istenen toplama veya çıkarma işleminin yapılması gerekmektedir. Bu nedenlerde bu problem karmaşıklık düzeyi niteliğinden 3 puan almıştır.

Öğrencilerin problem kurarken, öncelikli olarak belirtilen koşulları sağlamaya gayret etmeleri beklenmektedir. Ancak koşullara uygunluk niteliğinde 0 puan alan 24 problem (%10,8) bulunmaktadır. eğer bir problem, problem kurma yönergesinde belirtilen durumların hiç birini sağlamamaktaysa koşullara uygunluk niteliği için 0 puan olarak değerlendirilmiştir. Şekil 65'te örnek bir problem yer almaktadır.



Şekil 65. Koşullara uygunluk niteliğinden 0 puan alan problem örneği

Şekildeki problem kurma görevinde ikisi eksenler üzerinde ve ikisi farklı bölgelerde olan 4 noktanın ve de gerçek yaşam durumunun problem içinde kullanılması istenmektedir. Ancak oluşturulan problemde bu koşulların hiç biri sağlanamamış ve koşullar uygunluk niteliği için 0 puanla değerlendirilmiştir.

Problemlerin %27’si yani 60 problem koşullara uygunluk niteliğinden 1 puan almıştır.

Araştırmada kullanılan problem kurma görevleri 3 farklı kazanıma yönelik hazırlanmıştır. Aşağıda hangi durumlar için koşullara uygunluk niteliği 1 puan olarak değerlendirildiği konu bazında açıklanmıştır:

- Koordinat Sistemi

Noktaların belli koşulları sağlaması ve gerçek yaşam durumunun problemde kullanılmasının istendiği durumlarda; noktaların bir kısmı istenen özelliği sağlamamıştır ve gerçek yaşam durumu olarak yer verilen bağlam gerçek yaşamla uyumlu olabilecek nitelikte değildir.

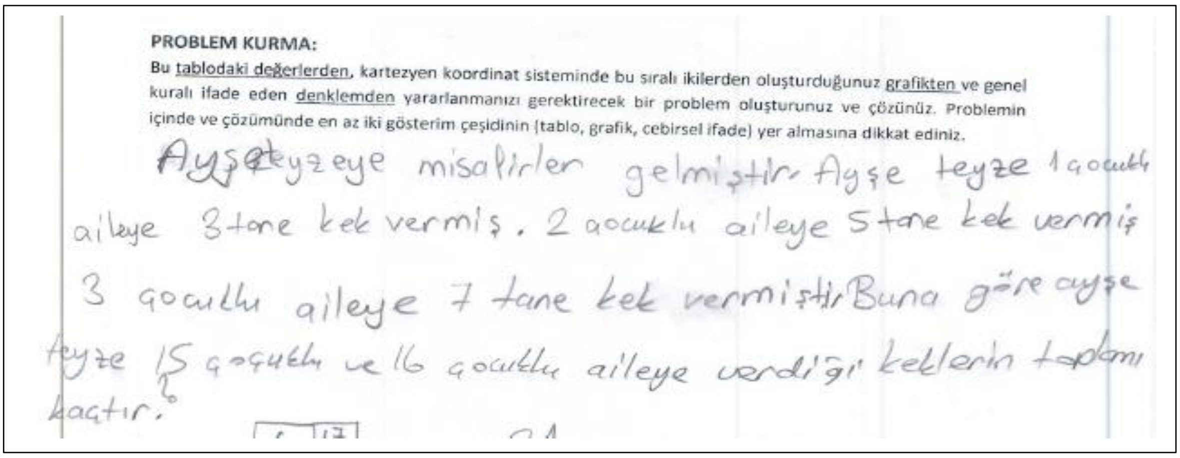
- Doğrusal İlişki

Problem durumunda veya çözümünde kullanılması istenen temsil çeşidinin belli olduğu ve buna ek olarak doğrusal ilişkiye ait farklı temsil çeşidinin kullanılmasının istendiği durumda; bu koşulların tamamının sağlanamamaktadır.

- *Doğrusal Denklem Grafikleri*

Problem durumunda veya çözümünde yer alması istenen temsil çeşidinin belli olduğu ve/veya gerçek yaşam durumunun kullanılmasının istendiği ve/veya denkleme ait özel koşullar istendiği durumda; bu koşulların tamamının sağlanamamaktadır. İlişki doğru belirlenmiş olsa da temsil çeşitleri istenen koşullara uygun değildir veya temsil çeşitleri uygun olsa da denklem özel koşulları sağlamamaktadır.

Şekil 66’ da koşullara uygunluk niteliğinden 1 puan alan bir örnek problem yer almaktadır.


PROBLEM KURMA:
Bu tablodaki değerlerden, kartezyen koordinat sisteminde bu sıralı ikilerden oluşturduğunuz grafikten ve genel kuralı ifade eden denklemden yararlanmanızı gerektirecek bir problem oluşturunuz ve çözünüz. Problemin içinde ve çözümünde en az iki gösterim çeşidinin (tablo, grafik, cebirsel ifade) yer almasına dikkat ediniz.

Ayşe teyzeye misafirler gelmiştir. Ayşe teyze 1 çocuklu aileye 3 tane kek vermiş. 2 çocuklu aileye 5 tane kek vermiş 3 çocuklu aileye 7 tane kek vermiştir. Buna göre ayşe teyze 15 çocuklu ve 16 çocuklu aileye verdiği keklerin toplamı kaçtır?

Şekil 66. Koşullara uygunluk niteliğinden 1 puan alan problem örneği

Şekildeki problem durumunda, problem kurma görevinin ilk aşamasında verilen tablodaki değerlerden yola çıkarak grafik oluşturulması istenmiştir. Problem kurma görevinde ise bu ilişkinin farklı temsilleri olan tablo, grafik, denklemden en az ikisini problem içinde veya çözümünde kullanılmasını gerektiren bir problem oluşturulması istenmiştir. Ancak aşağıdaki problemde ilişki, tablodan yola çıkılarak doğru belirlenmiş ancak problem içinde veya çözümünde farklı temsiller kullanılmamıştır. Bu nedenle problem, koşullara uygunluk niteliği açısından 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Problemlerin %18,9'u yani 42 problem koşullara uygunluk niteliğinden 2 puan almıştır.

Koşullara uygunluk problem niteliği için 2 puan alan durumlar şu şekildedir:

- Koordinat Sistemi

Noktaların belli koşulları sağlaması ve gerçek yaşam durumunun problemde kullanılmasının istendiği durumlarda Noktaların istenen özelliklerin sağlaması ve gerçek yaşam durumuna uygun problem kurulması koşullarının biri tam olarak yerine getirilememiştir.

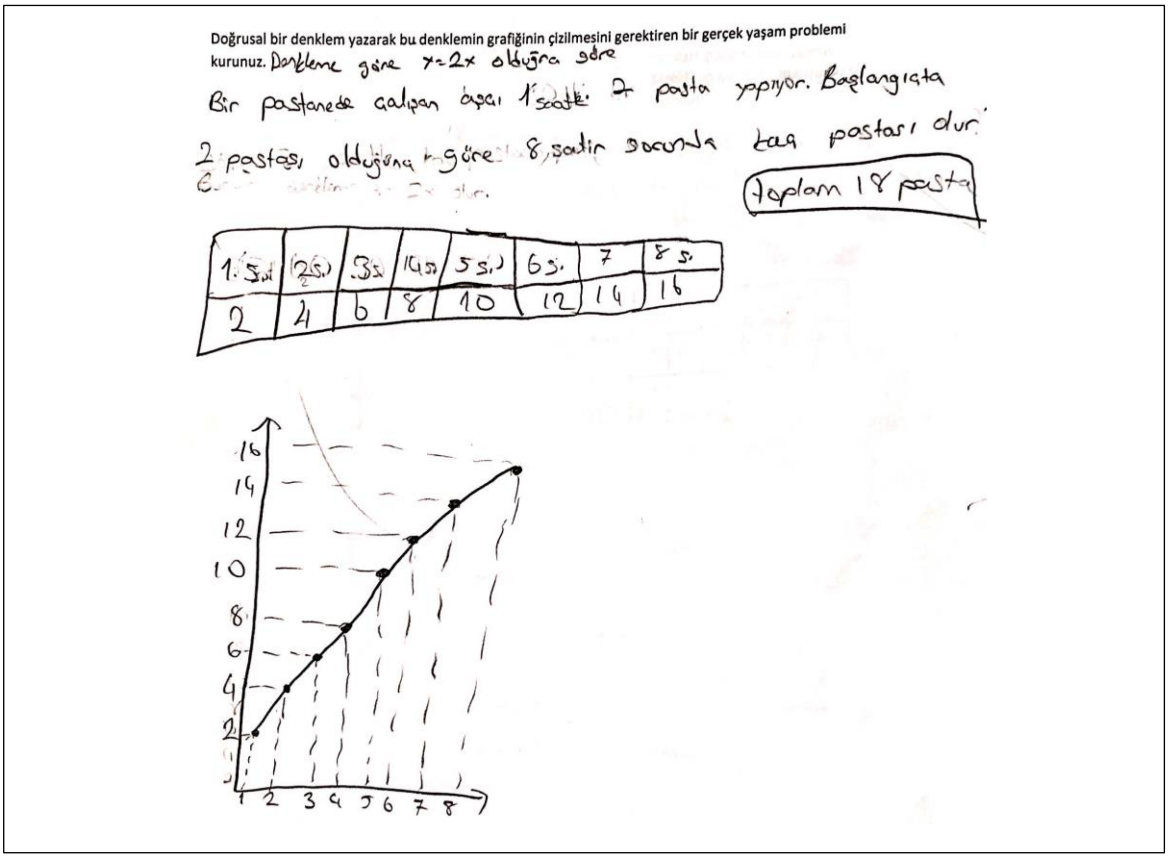
- Doğrusal İlişki

Problem durumunda veya çözümünde kullanılması istenen temsil çeşidinin belli olduğu ve buna ek olarak doğrusal ilişkiye ait farklı bir temsil çeşidinin kullanılmasının istendiği durumda; bu koşulların tamamının sağlanabilmesi ancak problem içine entegre edilememesi (örneğin öğrenci uygun farklı temsilleri oluşturabildiği görülmekte, ancak problem içine bu temsilleri entegre edememektedir)

- Doğrusal Denklem Grafikleri

Problem durumunda veya çözümünde yer alması istenen temsil çeşidinin belli olduğu ve/veya gerçek yaşam durumunun kullanılmasının istendiği ve/veya denkleme ait özel koşullar istendiği durumda; bu koşulların tamamının sağlanabilmesi ancak problem içine entegre edilememesi (örneğin istenen temsil çeşitlerinin oluşturabildiği anlaşılmakta ancak bunlar problem içine entegre edilememektedir veya gerçek yaşam durumu kullanılan matematiksel durum için uygun bir örnek oluşturmamaktadır)

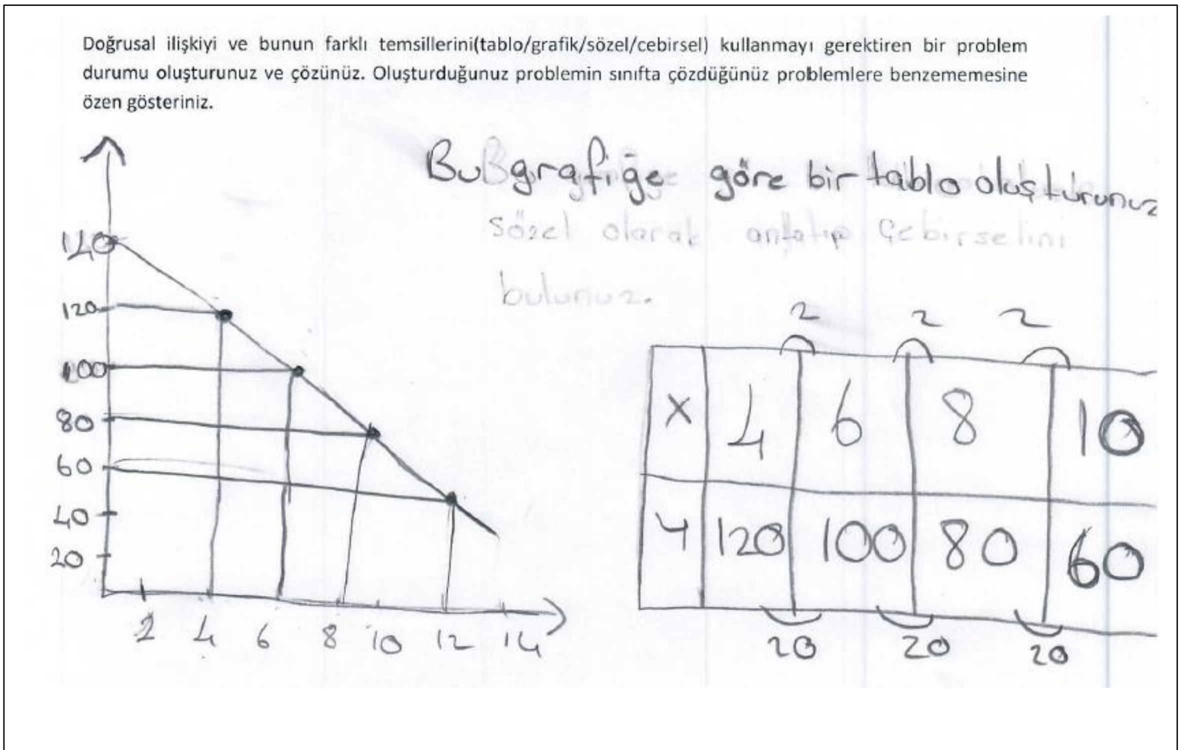
Şekil 67' de koşullara uygunluk niteliğinden 2 puan alan problem örneği yer almaktadır.



Şekil 67. Koşullara uygunluk niteliğinden 2 puan alan problem örneği

Şekildeki problem durumunda uygun sayılabilecek bir gerçek yaşam durumu kullanılmıştır. Bu problemde öğrenci problem kurma görevinde istenen doğrusal ilişkiyi denklemle ifade etmiş, buna uygun problem durumu oluşturmuştur. Öğrencinin kullandığı doğrusal ilişkiye ait grafiği oluşturabildiği de gözlenmektedir. Ancak problem kurma görevinde istenen koşullardan biri, problem çözümünde grafiğin çizilmesi gerekliliği olup öğrenci bu durumu problemine entegre edememiştir.

Koşullara uygunluk niteliği, alınan toplam puan ortalamaları incelendiğinde en yüksek ortalamaya sahip olan niteliktir. Ayrıca 3 puan alan problem sayısı en yüksek olan nitelik, koşullara uygunluk niteliğidir. Problemlerin %43,2’sinin yani 96 problemin problem kurma görevinde istenen tüm koşulları sağladığı belirlenmiştir. İstenen tüm koşulların sağlandığı durumlarda koşullara uygunluk problem niteliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 68. Koşullara uygunluk niteliğinden 3 puan alan problem örneği

Şekil 68’deki problem durumunda herhangi bir doğrusal ilişkiye ait tablo, grafik, sözel veya cebirsel temsillerin kullanılması istenmiştir. Herhangi bir temsil çeşidi veya sayısıyla ilgili bir kısıtlama bulunmamaktadır. Öğrenci probleminde doğrusal ilişkiyi bir grafikle ifade etmiş ve bunu sağlayan tablonun oluşturulmasını istemiştir. Koşulları sağlamış olduğu görülmektedir. Bu nedenle bu problemin koşullara uygunluk niteliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Çalışma grubunda yer alan bütün öğrencilerin tüm problem kurma görevleri için oluşturduğu problemlerin ayrıntılı analizi Ek G'de yer almaktadır.

Problem kurma nitelikleri puanları. Öğrencilerin kurdukları problemlerin değerlendirilmesi sonucu, her nitelikten aldıkları toplam puanlar ve belirlenen toplam problem nitelikleri puanları Tablo 16' da verilmiştir.

Tablo 16

Öğrencilerin Toplam Problem Nitelikleri Puanları

Öğrenci no	Problemin anlaşılırlığı	Matematiksel açıdan doğruluğu	Bağlamsal özgünlük	Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük	Koşullara uygunluk	Karmaşıklık düzeyi	Toplam Problem nitelikleri puanları
1	24	27	20	16	28	24	139
2	26	26	15	14	27	21	129
3	26	29	18	12	24	19	128
4	26	23	12	13	27	19	120
5	29	27	23	16	31	21	147
6	26	22	19	11	23	16	117
7	18	23	26	12	26	19	124
8	31	34	22	13	32	19	151
9	16	21	13	12	23	18	103
10	10	7	8	10	14	14	63
11	19	13	17	10	20	14	93
12	22	28	19	14	27	23	133
13	21	23	16	11	25	20	116
14	14	14	7	11	15	12	73
15	11	7	7	4	11	7	47
16	26	18	13	10	19	15	103
17	13	14	7	8	20	15	77
18	13	12	6	10	19	18	78
19	10	9	9	9	13	10	60
20	8	10	10	5	8	9	50

Ortalama Puan	19,5	19,45	14,5	11,05	21,6	16,65	102

Tablo 16' da verilen, öğrencilerin problem nitelikleri puanları incelendiğinde, en yüksek puanın Ö8'in en yüksek puanı aldığı ve alınan puanın 151 olduğu, en düşük puanı Ö15'in aldığı ve puanın 47 olduğu görülmüştür. Alınabilecek en yüksek puanın 234 olduğu düşünüldüğünde, en yüksek alan öğrencinin (151) bile çok başarılı olduğu söylenememektedir.

Öğrencilerin problem kurma nitelikleri puanlarına bakıldığında en yüksek ortalamaya sahip niteliğin koşullara uygunluk niteliği olduğu görülmektedir. Öğrencilerin problem kurma görevinde verilen koşulları yerine getirerek problem kurmaya çalıştıkları söylenebilir. Sonrasında, ortalaması yüksek olan nitelikten az olana doğru, problemin anlaşılırlığı, matematiksel açıdan doğruluğu, problemin karmaşıklık düzeyi, bağlamsal özgünlük ve matematiksel ilişkiler açısından özgünlük nitelikleri gelmektedir.

Öğrencilerin problemin anlaşılırlığı ve matematiksel açıdan doğruluğu niteliklerden aldıkları puanların ortalaması birbirine oldukça yakındır. Problem kurma görevlerinde problemin anlaşılırlığı niteliğinden alınan toplam puanların ortalaması 19,5 iken; matematiksel açıdan doğruluk niteliğinden alınan toplam puanların ortalaması 19,45'tir. Daha sonrasında 16,65 puan ortalamasıyla karmaşıklık düzeyi niteliği gelmektedir.

Bağlamsal özgünlük niteliğinden alınan puanların ortalaması 14,5 ve matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğinden alınan puan ortalaması 11,05'tir. En düşük ortalamaya sahip niteliklerin ikisi de özgünlükle ilgili nitelikler olması dikkat çekmektedir. Öğrencilerin problemleri ayrıntılı incelendiğinde genellikle kitaplarda gördükleri ve derslerde gördüklerine benzer problemler kurmaya çalıştıkları görülmüştür. Özellikle matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğinden alınan puanların oldukça düşük olduğu görülmektedir. Öğrencilerin çok az bir kısmı farklı matematiksel ilişkileri kullanmaya çalışmışlardır.

Problem nitelikleri puanlarının kazanımlar bazında incelenmesi. Öğrencilerin problem niteliklerinden aldıkları puanlar kazanımlar bazında da ayrınca incelenmiştir. Bulguların bu kısmında öncelikle kazanımlar bazında öğrencilerin aldıkları ortalama puanlara ve bunlarla ilgili bulgular yer verilmiş, ardından problem niteliklerinden alınan puanların ortalamalarının kazanımlara göre değişiklik gösterip göstermediği ortaya koyulmuştur. Koordinat sistemi konusundaki problem kurma görevlerinden alınan puanları gösteren Tablo 17'de verilmiştir.

Tablo 17

Öğrencilerin Koordinat Sistemi Konusunda Kurdukları Problemlerden Aldıkları Ortalama Puanlar

Öğrenci No.	Problemin anlaşılırlığı	Matematiksel açıdan doğruluğu	Bağlamsal özgünlük	Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük	Koşullara uygunluk	Karmaşıklık düzeyi	Toplam Problem nitelikleri puanları
1	1,50	3,00	1,00	0,50	2,00	1,50	9,50
2	1,50	1,00	0,50	0,00	2,50	1,00	6,50
3	2,00	1,50	0,50	0,00	2,50	1,00	7,50
4	2,00	3,00	0,50	0,00	3,00	1,00	9,50
5	3,00	3,00	1,50	1,00	3,00	1,50	13,00
6	2,00	1,00	1,50	0,00	3,00	1,00	8,50
7	1,50	1,50	2,00	0,00	2,50	1,00	8,50
8	2,00	3,00	1,00	1,50	2,50	1,50	11,50
9	1,00	0,50	1,00	1,00	2,00	1,50	7,00
10	2,00	2,50	0,00	2,00	2,50	2,00	11,00
11	1,50	1,00	0,50	0,00	2,50	0,50	6,00
12	2,00	2,50	1,50	0,50	2,00	1,00	9,50
13	2,50	3,00	0,50	0,00	3,00	2,00	11,00
14	2,50	2,00	0,00	1,50	3,00	1,00	10,00
15	1,00	0,50	0,00	0,00	3,00	0,50	5,00
16	1,00	0,00	0,50	0,00	2,00	1,00	4,50
17	1,00	0,00	0,00	0,00	2,00	1,00	4,00
18	0,50	0,00	0,50	0,50	1,50	0,50	3,50

19	0,50	0,00	0,00	0,00	1,50	0,50	2,50
20	0,50	0,00	0,00	0,50	1,50	1,00	3,50

Tablo 17 incelendiğinde 14 numaralı öğrencinin aldığı puan dikkat çekmektedir. Öğrencinin toplam problem niteliği puanı düşük olmasına rağmen koordinat sistemi konusundaki problem kurma niteliği puanının yüksek olduğu göze çarpmaktadır. Genel olarak bakıldığında toplam problem niteliği puanları yüksek olan öğrencilerden Ö8, Ö5, Ö1, Ö12'nin koordinat sistemi konusundaki problem nitelikleri puanlarının yüksek olduğu görülmektedir. Ancak toplam problem niteliği puanları yüksek olan Ö2 ve Ö3, Ö4 ve Ö7'nin koordinat sistemi konusundaki problem nitelikleri puanlarının daha düşük olduğu görülmektedir. Bu öğrencilerin matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğinden 0 puan almaları yani matematiksel ilişkiler açısından özgün problem kuramamaları dikkat çekmektedir.

Öğrencilerin doğrusal ilişki konusunda problem nitelikleri bazında aldıkları puanlar Tablo 18'de yer almaktadır.

Tablo 18

Öğrencilerin doğrusal ilişki konusunda kurdukları problemlerden aldıkları ortalama puanlar

Öğrenci NO.	Problemin anlaşılırlığı	Matematiksel açıdan doğruluğu	Bağlamsal özgünlük	Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük	Koşullara uygunluk	Karmaşıklık düzeyi	Toplam Problem nitelikleri puanları
1	1,83	1,50	1,33	1,67	2,00	1,67	10,00
2	1,67	1,50	1,00	1,33	1,83	1,67	9,00
3	2,17	2,33	1,33	1,17	1,50	1,33	9,83
4	2,00	1,50	0,83	1,33	2,00	1,50	9,17
5	1,83	1,33	1,00	1,33	2,00	1,33	8,83
6	1,33	1,50	0,50	1,00	1,83	1,00	7,17
7	1,17	1,17	1,33	1,17	2,00	1,50	8,33
8	2,50	2,33	1,17	0,83	2,83	1,33	11,00
9	1,00	1,33	0,67	0,83	1,50	1,00	6,33

10	0,50	0,17	0,33	0,50	0,67	0,67	2,83
11	1,00	1,00	0,50	0,83	1,33	1,00	5,67
12	1,17	2,00	0,83	1,33	2,67	2,00	10,00
13	1,33	1,50	1,33	1,00	1,83	1,17	8,17
14	0,50	1,33	0,00	0,50	0,33	0,67	3,33
15	0,50	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	1,33
16	1,83	1,83	0,67	0,83	1,67	1,17	8,33
17	1,17	1,50	0,00	0,50	2,00	1,00	6,17
18	0,83	0,67	0,50	0,83	1,67	1,50	6,00
19	1,17	1,33	0,83	1,17	1,00	1,00	6,50
20	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Öğrencilerin doğrusal denklemler konusuyla ilgili kurdukları problemlerin puanları incelendiğinde toplam problem niteliği puanı yüksek olan öğrencilerden Ö8, Ö5, Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö4'ün bu doğrusal ilişki konusunda kurdukları problemlerin puanlarının da yüksek olduğu görülmektedir. Burada dikkat çeken bir nokta Ö20'nin hiçbir problemi kuramamış olması, genelde problemleri eksik ve boş bırakmış olmasıdır. Ö20'nin koordinat sistemi konusunda aldığı puanların da düşük olduğu görülmektedir. Ö15'in de sınıf geneline bakıldığında doğrusal ilişki problemleri için en düşük puanlardan birini almış olması dikkat çekmektedir. Ö20 ve Ö15'in her ikisinin de koordinat sistemi konusunda aldıkları puanların da çok yüksek olmadığı görülmektedir. Ancak Ö20'nin doğrusal ilişki konusunda hiç problem kuramamış olması, Ö15'in aldığı puanın çok düşük olması alınan problem niteliği puanlarının konudan konuya değişebileceğini göstermektedir. Öğrencilerin tamamının bağlamsal ve matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğinden düşük puanlar aldıkları görülmektedir.

Öğrencilerin doğrusal denklemlerin grafiklerini çizme konusunda problem nitelikleri bazında aldıkları puanlar Tablo 19' da yer almaktadır.

Tablo 19

Öğrencilerin Doğrusal Denklem Grafikleri Konusunda Kurdukları Problemlerden Aldıkları Puanlar

Öğrenci NO.	Problemin anlaşılırlığı	Matematiksel açıdan doğruluğu	Bağlamsal özgünlük	Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük	Koşullara uygunluk	Karmaşıklık düzeyi	Toplam Problem nitelikleri puanları
1	2,00	2,40	2,00	1,00	2,40	2,20	12,00
2	2,60	3,00	1,60	1,20	2,20	1,80	12,40
3	1,80	2,40	1,80	1,00	2,00	1,80	10,80
4	2,00	1,60	1,20	1,00	1,80	1,60	9,20
5	2,40	2,60	2,80	1,20	2,60	2,00	13,60
6	2,80	2,20	2,60	1,00	1,20	1,60	11,40
7	1,60	2,60	2,80	1,00	1,80	1,60	11,40
8	2,40	2,80	2,60	1,00	2,00	1,60	12,40
9	1,60	2,40	1,40	1,00	2,00	1,80	10,20
10	0,60	0,20	1,20	0,60	1,00	1,20	4,80
11	2,00	1,00	2,60	1,00	1,40	1,40	9,40
12	2,20	2,20	2,20	1,00	1,40	1,80	10,80
13	1,60	1,60	1,40	1,00	1,60	1,80	9,00
14	1,20	0,40	1,40	1,00	1,40	1,20	6,60
15	1,20	1,00	1,20	0,60	0,80	1,00	5,80
16	2,60	1,40	1,60	1,00	1,00	1,20	8,80
17	0,80	1,00	1,40	1,00	0,80	1,40	6,40
18	1,40	1,60	0,40	0,80	1,20	1,60	7,00
19	0,40	0,20	0,80	0,40	0,80	0,60	3,20
20	1,40	2,00	2,00	0,80	1,00	1,40	8,60

Problem niteliği puanı yüksek olan öğrencilerden Ö1,Ö2, Ö3, Ö5, Ö8'in doğrusal denklem grafiklerinin çizimi konusunda aldıkları puanların da genelde yüksek olduğu görülmektedir. Burada da dikkat çeken öğrencilerden biri Ö20'dir. Ö20'nin doğrusal ilişki konusundaki problemleri oluşturamamasına rağmen doğrusal denklem grafikleriyle ilgili problemleri kurabilmiş olması dikkat çekmiştir. Öğrencilerin hepsinin matematiksel ilişkiler açısından özgünlük puanlarının düşük olduğu görülmüştür. Bağlamsal özgünlükten alınan puanların matematiksel ilişkiler açısından özgünlüğe göre daha yüksek olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin aldıkları toplam puanlar ve konu bazında aldıkları puanlar incelendiğinde dikkat çeken bulgular özetlenecek olursa; öğrencilerin doğrusal ilişki konusunda bağlamsal özgünlük ve matematiksel ilişkiler açısından özgünlük puanlarının düşük olduğu dikkat çekmiştir. Bazı öğrencilerin (Ö15 ve Ö20) doğrusal ilişki konusunda problem niteliği puanlarının oldukça düşük olması dikkat çekmektedir. Doğrusal denklem grafikleri konusunda matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğinden alınan puanlar oldukça düşüktür. Bağlamsal özgünlük puanlarının da düşük olmasına rağmen matematiksel ilişkiler açısından özgünlük puanlarına göre daha yüksek olduğu görülmüştür. Bu konulardaki problem kurma görevlerinin incelendiğinde yarı-yapılandırılmış problem kurma görevlerinin ağırlıkta olduğu görülmektedir. Dolayısıyla problem kurma görevlerinin özgünlükle alakalı nitelikler üzerinde etkili olmuş olabileceği göz önünde bulundurulmalıdır.

Problem Niteliklerinden Alınan Ortalama Puanların Kazanımlar Bazında Nasıl Farklılaşmaktadır Araştırma Problemine Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Öğrencilerin kurdukları problemlerden aldıkları toplam puanlar ve kazanımlar bazında almış oldukları ortalama puanlara Tablo 17, Tablo 18 ve Tablo 19'de yer verilmiştir. Bulguların bu kısmında problem niteliklerinden alınan ortalama puanların kazanımlar açısından farklılaşıp farklılaşmadığı incelenecektir.

Öğrencilerin her üç kazanıma ait aldıkları ortalama puanlar arasında fark olup olmadığını karşılaştırmak için bir gruba ait ikiden fazla ölçümün karşılaştırılmasında kullanılan non-parametrik istatistiksel test olan Friedman testi kullanılmıştır.

Problem nitelikleri için öğrencilerin aldıkları puan ortalamalarının kazanımlara göre farklılaşıp farklılaşmadığına ilişkin yapılan Friedman testi sonuçları Tablo 20'de yer almaktadır.

Tablo 20

Kazanımlar İçin Friedman Testi Sonuçları

	Kazanımlar	N	Sıra Ort.	Sd	χ^2	P
Problemin Anlaşılırlığı	Koordinat Sistemi	20	1,93	2	5,787	0,055
	Doğrusal İlişki	20	1,68			
	Denklem Grafiği	20	2,40			
Matematiksel Açıdan Doğruluğu	Koordinat Sistemi	20	1,98	2	4,880	0,087
	Doğrusal İlişki	20	1,68			
	Denklem Grafiği	20	2,35			
Bağlamsal Özgünlük	Koordinat Sistemi	20	1,43	2	24,080	0,000
	Doğrusal İlişki	20	1,73			
	Denklem Grafiği	20	2,85			
Matematiksel İlişkiler Açısından Özgünlük	Koordinat Sistemi	20	1,43	2	10,364	0,006
	Doğrusal İlişki	20	2,25			
	Denklem Grafiği	20	2,33			
Karmaşıklık düzeyi	Koordinat Sistemi	20	1,55	2	19,795	0,000
	Doğrusal İlişki	20	1,65			
	Denklem Grafiği	20	2,80			
Koşullara Uygunluk	Koordinat Sistemi	20	2,73	2	16,545	0,000
	Doğrusal İlişki	20	1,70			
	Denklem Grafiği	20	1,58			

Tablo 20' de görüldüğü gibi analiz sonuçlarına göre; problemin anlaşılırlığı niteliği için kazanımlara göre alınan ortalama puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olmadığı belirlenmiştir $(\chi^2 = 5{,}787,\ \mathrm{p}\ (0{,}055) > 0{,}05)$. Benzer şekilde matematiksel açıdan doğruluk niteliği için kazanımlara göre alınan ortalama puanlar arasında da istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık belirlenmemiştir $(\chi^2 = 4{,}880,\ \mathrm{p}(0{,}087) > 0{,}05)$. O halde öğrencilerin süreç içinde problemin anlaşılırlığı niteliğiyle ilgili bir değişimin sağlanamadığı söylenebilir. Uygulama süresinin çok uzun olmadığı, birinci kazanım için 3, doğrusal ilişki kazanımı için 5 ve denklem grafikleri kazanımı için 4 saatlik bir uygulama gerçekleştiği düşünülürse, öğrencilerin iletişim becerileriyle ilişkili olan problemin anlaşılırlığı niteliğinin geliştirilmesi için bu sürenin yeterli olmadığı düşünülebilir.

Öğrencilerin matematiksel açıdan doğruluk niteliğinde de anlamlı bir farklılık gözlenemediği görülmüştür. Sonuç olarak matematiksel açıdan doğruluk niteliğiyle ilgili öğrencilerin kurulan problemlerden alınan ortalama puanların farklılaşmadığı görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel bilgileriyle bağlantılı olan matematiksel açıdan doğruluk niteliğiyle ilgili olarak her kazanım için farklı matematiksel bilgilerin kullanıldığı da göz önünde bulundurulmalıdır. Örneğin koordinat sistemi konusu için nokta ve sıralı ikililerin yazılması, noktanın koordinat düzleminde gösterilmesi ile ilgili bilgilerin doğruluğu incelenirken doğrusal ilişki kazanımına gelindiğinde doğrusal ilişkinin farklı temsillerle uygun şekilde ifade edilebilmesi ve denklem grafiğinin çizimi içinse grafiğin oluşturulması konusundaki matematiksel bilgilerinin doğruluğu incelenmiştir. Dolayısıyla uygulama süresince öğrencilerin matematiksel açıdan doğruluk niteliğine ilişkin puanların artmış olması beklentisi bulunmamaktadır.

Tablo 20 incelendiğinde bağlamsal özgünlük niteliğiyle ilgili olarak öğrencilerin kazanımlar bazında aldıkları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık gözlenmiştir $(\chi^2 = 5{,}787,\ \mathrm{p} < 0{,}05)$. Hangi kazanımların ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık olduğunu belirlemek için, non-parametrik testlerden wilcoxon işaretli sıralar testi uygulanmıştır. Uygulanan testin sonuçları Tablo 21’de verilmiştir.

Tablo 21

Kazanımlara Göre Bağlamsal Özgünlük Puan Ortalamaları İçin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Sonuçları

Bağlamsal Özgünlük		n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Doğrusal İlişki- Koordinat Sistemi	Negatif Sıra	5	10	50	$-0{,}570^{b}$	0,568
	Pozitif Sıra	10	7	70		
	Eşit	5				
Denklem Grafiği- Koordinat Sistemi	Negatif Sıra	1	1	1	$-3{,}886^{b}$	0.000
	Pozitif Sıra	19	11	209		
	Eşit	-				
Denklem Grafiği – Doğrusal İlişki	Negatif Sıra	2	2	4	$-3{,}771^{b}$	0,000
	Pozitif Sıra	18	11,44	206		
	Eşit					

b negatif sıralar temeline göre düzenlenmiştir

Tablo 21’de bağlamsal özgünlük ortalama puanlar arasında fark olan kazanım çiftlerini belirlemek için yapılan Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları yer almaktadır. Bu sonuçlara göre doğrusal ilişki ve koordinat sistemi kazanımları arasında $(z = -0{,}570,\ \mathrm{p}(0{,}568) > 0,05)$ olduğundan istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık gözlenmemiştir. Denklem grafiği ve koordinat sistemi kazanımları için bağlamsal özgünlük puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığına bakıldığında ise denklem grafiği puanları lehine anlamlı bir farklılık gözlenmiştir $(z = -3{,}886,\ \mathrm{p} < 0{,}05)$. Yani doğrusal denklem grafikleri konusunda kurulan problemlerin koordinat sistemi konusunda kurulan problemlerden daha özgün oldukları söylenebilir. Denklem grafiği ve doğrusal ilişki bağlamsal özgünlük puanları arasındaki fark incelendiğinde ise doğrusal denklem grafikleri lehine anlamlı bir farklılık olduğu gözlenmektedir $(z = -3{,}771, \mathrm{p} < 0{,}05)$. Sonuç olarak öğrencilerin denklem grafiği konusunda kurdukları problemlerden aldıkları bağlamsal özgünlük puanlarının doğrusal ilişki ve koordinat sistemi kazanımlarından daha yüksek olduğu söylenebilir. Yani öğrenciler uygulamanın sonlarında yer alan kazanım için daha özgün problemler kurabilmişlerdir. Dolayısıyla öğrencilerin ders süreci boyunca problem kurmayla desteklenen bir öğretim almalarının, bağlamsal özgünlük niteliği açısından etkili olduğu söylenebilir.

Öğrencilerin matematiksel ilişkiler açısından özgünlük puanları arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığını gösteren Friedman testi sonuçlarına göre, matematiksel ilişkiler açısından özgünlük puan ortalamalarının kazanımlara göre farklılaştığı görülmektedir $(\chi^2 = 10{,}364,\ \mathrm{p} < 0{,}05)$. Hangi kazanımların matematiksel ilişkiler açısından özgünlük puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık olduğunu belirlemek için, non-parametrik testlerden Wilcoxon işaretli sıralar testi uygulanmıştır. Uygulanan testin sonuçları tablo 22'de verilmiştir.

Tablo 22

Kazanımlara Göre Matematiksel İlişkiler Açısından Özgünlük Puan Ortalamaları İçin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Sonuçları

Matematiksel İlişkiler Açısından Özgünlük		n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Doğrusal İlişki- Koordinat Sistemi	Negatif Sıra	5	9,20	46	$-2{,}207^{b}$	0,027
	Pozitif Sıra	15	10,93	164		
	Eşit	-				
Denklem Grafiği- Koordinat Sistemi	Negatif Sıra	3	10,67	32	$-2{,}560^{b}$	0,010
	Pozitif Sıra	16	9,88	158		
	Eşit	1				
Denklem Grafiği – Doğrusal İlişki	Negatif Sıra	9	8,78	79	$-0{,}284^{b}$	0,776
	Pozitif Sıra	9	10,22	92		
	Eşit	2				

b negatif sıralar temeline göre düzenlenmiştir

Tablo 22'de matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğine ilişkin hangi kazanımların ortalama puanları arasından anlamlı bir farklılık olduğunu belirlemek için yapılan Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları yer almaktadır. Bu sonuçlara göre doğrusal ilişki ve koordinat sistemi kazanımları arasında matematiksel ilişkiler açısından özgünlük ortalama puanları arasında doğrusal ilişki kazanımı lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık olduğu gözlenmiştir $(z = -2{,}207,\ \mathrm{p} < 0{,}05)$. Yani öğrencilerin doğrusal ilişki konusunda kurdukları problemlerin, koordinat sistemi konusunda kurdukları problemlere göre matematiksel ilişkiler açısından daha özgün problemler olduğu söylenebilir.

Denklem grafiği ve koordinat sistemi kazanımları arasında matematiksel ilişkiler açısından özgünlük ortalama puanları arasında ise denklem grafiği kazanımı lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık olduğu gözlenmiştir $(z = -2{,}560,\ \mathrm{p} < 0{,}05)$. Denklem grafiği konusunda kurulan problemlerin koordinat sistemi kazanımda kurulan problemlerden de matematiksel ilişkiler açısından daha özgün olduğu söylenebilir.

Denklem grafiği ve doğrusal ilişki kazanımları arasında matematiksel açıdan özgünlük ortalama puanları arasında ise $(z = -0{,}284,\ \mathrm{p}(0{,}776) > 0{,}05)$ olduğundan istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık görülememektedir.

Sonuç olarak doğrusal ilişki ve denklem grafiği kazanımında kurulan problemlerin koordinat sisteminde kurulan problemlerden matematiksel ilişkiler açısından daha özgün problemler olduğu görülmektedir. Denklem grafikleri kazanımı ile doğrusal ilişki kazanımına ilişkin puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık görülmemektedir. Ancak denklem grafiği puan ortalamalarının az da olsa doğrusal ilişki puan ortalamalarından daha yüksek olduğu da göz önünde bulundurulsa uygulama süresince, kazanımlar ilerledikçe öğrencilerin matematiksel ilişkiler açısından özgünlük puanlarında artış olduğu gözlemlenmiştir. Buna göre, gerçekleştirilen problem kurma destekli öğretimin, matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliği üzerinde olumlu etkileri olduğu söylenebilir.

Öğrencilerin karmaşıklık düzeyi problem niteliği puanları arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığını gösteren Friedman testi sonuçlarına göre, karmaşıklık düzeyi puan ortalamalarının kazanımlara göre farklılaştığı görülmektedir $(\chi^2 = 19{,}795,\ \mathrm{p} <\ 0{,}05)$. Hangi kazanımların matematiksel ilişkiler açısından özgünlük puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık olduğunu belirlemek için, non-parametrik testlerden Wilcoxon işaretli sıralar testi uygulanmıştır. Uygulanan testin sonuçları Tablo 23' te verilmiştir.

Tablo 23

Kazanımlara göre karmaşıklık düzeyi puan ortalamaları için Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Karmaşıklık Düzeyi		n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Doğrusal İlişki- Koordinat Sistemi	Negatif Sıra	8	9,38	75,00	$-0{,}459\ ^{b}$	0,646
	Pozitif Sıra	10	9,60	96,00		
	Eşit	2				
Denklem Grafiği- Koordinat Sistemi	Negatif Sıra	2	10,25	20,50	$-3{,}160\ ^{b}$	0,002
	Pozitif Sıra	18	10,53	189,50		
	Eşit	-				
Denklem Grafiği – Doğrusal İlişki	Negatif Sıra	2	7,50	15,00	$-3{,}363\ ^{b}$	0,001
	Pozitif Sıra	18	10,83	195,00		
	Eşit	-				

b negatif sıralar temeline göre düzenlenmiştir

Tablo 23'te karmaşıklık düzeyi niteliğine ilişkin hangi kazanımların ortalama puanları arasından anlamlı bir farklılık olduğunu belirlemek için yapılan Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları yer almaktadır. Bu sonuçlara göre doğrusal ilişki ve koordinat sistemi kazanımları arasında karmaşıklık düzeyi puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamaktadır $(z = -0{,}459,\ \mathrm{p}(0{,}646) > 0{,}05)$.

Denklem grafiği ve koordinat sistemi kazanımları arasında ortalama puanlar arasında karmaşıklık düzeyi niteliği için anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan Wilcoxon işaretli sıralar testi sonucuna göre denklem grafiği kazanımı lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık gözlenmiştir $(z = -3{,}160,\ \mathrm{p} < 0{,}05)$. Buna göre karmaşıklık düzeyi niteliği için denklem grafiği kazanıma ilişkin ortalama puanların daha yüksek olduğu söylenebilir.

Denklem grafiği ve doğrusal kazanımları arasında ortalama puanlar arasında karmaşıklık düzeyi niteliği için anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan Wilcoxon işaretli sıralar testi sonucuna de göre denklem grafiği kazanımı lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık gözlenmiştir $(z = -3{,}363\ \mathrm{p} < 0{,}05)$. O halde denklem grafiğin kazanıma ilişkin kurulan problemlerin karmaşıklık düzeyi niteliği puanlarının doğrusal ilişki kazanımlarına yönelik alınan ortalama puanlardan daha yüksek olduğu çıkarımında bulunulabilir.

Sonuç olarak denklem grafiği konusunda kurulan problemlerin, doğrusal ilişki ve koordinat sistemi kazanımlarına göre daha karmaşık olduğu söylenebilir. Her ne kadar doğrusal ilişki ve koordinat sistemi kazanımları için alınan ortalama puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık gözlenmemiş olsa da; doğrusal ilişki konusundaki ortalama puanın koordinat sistemine göre çok az da olsa yüksek olduğu görülmektedir. Bu durum göz önünde bulundurularak uygulama süresince öğrencilerin süreç içinde gittikçe daha karmaşık yapıda problemler kurdukları çıkarımı yapılabilir. Gerçekleştirilen problem kurma destekli öğretimin, kurulan problemlerin karmaşıklık düzeyi niteliği üzerinde olumlu yönde katkıları olduğu, öğrencilerin gittikçe daha karmaşık problemler kurabildikleri söylenebilir.

Öğrencilerin koşullara uygunluk problem niteliği puanları arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığını gösteren Friedman testi sonuçlarına göre, koşullara uygunluk puan ortalamalarının kazanımlara göre farklılaştığı görülmektedir $(\chi^2 = 16{,}545,\ \mathrm{p} < 0{,}05)$. Hangi kazanımların matematiksel ilişkiler açısından özgünlük puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık olduğunu belirlemek için, non-parametrik testlerden Wilcoxon işaretli sıralar testi uygulanmıştır. Uygulanan testin sonuçları Tablo 24’te verilmiştir.

Tablo 24

Kazanımlara Göre Koşullara Uygunluk Puan Ortalamaları İçin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Sonuçları

Koşullara Uygunluk		n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Doğrusal İlişki- Koordinat Sistemi	Negatif Sıra	15	10,67	160	$-3{,}250\ ^{b}$	0,001
	Pozitif Sıra	3	3,67	11,00		
	Eşit	2				
Denklem Grafiği- Koordinat Sistemi	Negatif Sıra	18	10,36	189,50	$-3{,}685\ ^{b}$	0,000
	Pozitif Sıra	1	3,50	3,50		
	Eşit	1				
Denklem Grafiği – Doğrusal İlişki	Negatif Sıra	10	10,65	106,50	$-0{,}056\ ^{b}$	0,995
	Pozitif Sıra	10	10,35	103,50		
	Eşit	0				

b pozitif sıralar temeline göre düzenlenmiştir

Tablo 24'te koşullara uygunluk niteliğine ilişkin hangi kazanımların ortalama puanları arasından anlamlı bir farklılık olduğunu belirlemek için yapılan Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları yer almaktadır. Bu sonuçlara göre doğrusal ilişki ve koordinat sistemi kazanımları arasında koşullara uygunluk puanları arasında koordinat sistemi kazanımı lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamaktadır $(z = -3{,}250,\ \mathrm{p} < 0{,}05)$. Dolayısıyla öğrencilerin koordinat sistemi konusunda kurdukları problemlerde doğrusal ilişki kazanımına ilişkin kurdukları problemlere göre, verilen koşulları daha çok göz önünde bulundurdukları söylenebilir.

Denklem grafiği ve koordinat sistemi kazanımları arasında ortalama puanlar arasında koşullara uygunluk niteliği için anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan wilcoxon işaretli sıralar testi sonucuna göre koordinat sistemi kazanımı lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık gözlenmiştir $(z =$

$-3{,}685,\ p < 0{,}05)$. Buna göre koşullara uygunluk niteliği için koordinat sistemi kazanıma ilişkin ortalama puanların daha yüksek olduğu söylenebilir.

Denklem grafiği ve doğrusal ilişki kazanımları arasında ortalama puanlar arasında koşullara uygunluk niteliği için anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan Wilcoxon işaretli sıralar testi sonucuna göre $(z = -0,056$, $p(0{,}995) > 0{,}05)$ olduğu için istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık gözlenmemiştir.

O halde sonuç olarak öğrencilerin ilk kazanım olan koordinat sistemi kazanımında kurdukları problemlerin koşullara daha uygun olduğu söylenebilir. Koordinat sistemi konusunda verilen problem kurma görevleri incelendiğinde doğrusal ilişki ve denklem grafikleri konusuna göre daha az koşulun bulunduğu görülmektedir. Doğrusal ilişki ve denklem grafikleri konusunda ise daha çok sayıda yarı-yapılandırılmış türde problem kurma görevi yer almaktadır, bu da problem kurma görevinde istenilen belli koşulların bulunduğunu göstermektedir. Kazanımdan çok kullanılan problem kurma görevlerinin türlerinin koşullara uygunluk niteliği puanlarını etkilemiş olabileceği düşünülmektedir.

Problem Niteliklerinden Alınan Ortalama Puanlar, Problem Kurma Görevi Türleri Açısından Nasıl Farklılaşmaktadır Araştırma Problemine Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Öğrencilerin kurmuş oldukları problemlerden almış oldukları problem nitelikleri puanlarının problem kurma görevine göre farklılaşıp farklılaşmadığı da incelenmiştir. Tablo 25'te öğrencilerin serbest problem kurma görevi olan k4-d8-g6 problemleri için almış oldukları ortalama puanlar yer almaktadır.

Tablo 25

Serbest Problem Kurma Görevi Olan K4-D8-G6 Problemleri İçin Ortalama Puanlar

Öğrenci NO.	Problemin anlaşılırlığı	Matematiksel açıdan doğruluğu	Bağlamsal özgünlük	Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük	Koşullara uygunluk	Karmaşıklık düzeyi	Toplam Problem nitelikleri puanları
1	2,00	2,67	2,33	1,33	3,00	2,33	13,67
2	2,00	2,33	1,33	1,67	2,67	2,00	12,00
3	2,00	3,00	1,33	1,00	2,00	1,67	11,00
4	1,67	3,00	0,67	1,00	2,33	1,67	10,33
5	2,33	3,00	1,67	1,33	3,00	2,00	13,33
6	1,67	1,67	2,00	0,67	2,33	1,33	9,67
7	1,00	2,00	2,33	1,00	2,00	1,67	10,00
8	2,33	3,00	2,00	1,67	2,67	2,33	14,00
9	1,33	1,33	0,67	0,67	2,33	1,67	8,00
10	1,67	1,00	1,00	1,33	2,33	1,67	9,00
11	1,67	1,67	1,33	0,67	2,67	1,00	9,00
12	1,33	1,67	1,00	1,33	2,33	2,00	9,67
13	2,67	3,00	1,67	0,67	3,00	2,00	13,00
14	1,33	1,33	0,67	1,67	2,33	1,33	8,67
15	0,67	0,33	0,00	0,33	1,33	0,67	3,33
16	1,67	1,33	1,00	0,67	1,67	1,33	7,67
17	1,33	1,00	0,67	0,67	2,67	1,67	8,00
18	0,67	1,00	0,33	0,67	1,33	1,33	5,33
19	1,33	1,00	1,33	1,00	2,33	1,00	8,00
20	0,67	0,67	0,67	0,67	1,33	1,33	5,33

Tablo 25'te öğrencilerin serbest problem kurma görevlerinden aldıkları problem nitelikleri puanlarının ortalamaları yer almaktadır. Tablo 26'da ise yarı-yapılandırılmış problem kurma görevlerinden problem nitelikleri bazında alınan puanların ortalamaları yer almaktadır.

Tablo 26

Yarı-Yapılandırılmış Problem Kurma Görevlerinden Problem Nitelikleri Bazında Alınan Puanların Ortalamaları

Öğrenci NO.	Problemin anlaşılırlığı	Matematiksel açıdan doğruluğu	Bağlamsal özgünlük	Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük	Koşullara uygunluk	Karmaşıklık düzeyi	Toplam Problem nitelikleri puanları
1	1,80	1,90	1,30	1,20	1,90	1,70	9,80
2	2,00	2,11	1,22	1,00	2,11	1,67	10,11
3	2,00	2,00	1,40	0,90	1,80	1,40	9,50
4	2,10	1,40	1,00	1,00	2,00	1,40	8,90
5	2,20	1,80	1,80	1,20	2,20	1,50	10,70
6	2,10	1,70	1,30	0,90	1,60	1,20	8,80
7	1,50	1,70	1,90	0,90	2,00	1,40	9,40
8	2,40	2,50	1,60	0,80	2,40	1,20	10,90
9	1,20	2,13	1,38	1,25	2,00	1,63	9,58
10	0,50	0,80	1,00	1,20	1,40	1,80	6,70
11	1,40	0,89	1,44	0,89	1,33	1,22	7,18
12	1,80	2,30	1,60	1,00	2,00	1,70	10,40
13	1,30	1,56	1,22	1,00	1,78	1,56	8,41
14	1,00	1,43	0,71	0,86	1,14	1,14	6,29
15	0,90	1,50	1,75	0,75	1,75	1,25	7,90
16	2,10	1,40	1,00	0,80	1,40	1,10	7,80
17	0,90	1,38	0,63	0,75	1,50	1,25	6,40
18	1,10	1,13	0,63	1,00	1,88	1,75	7,48
19	0,60	1,20	1,00	1,20	1,20	1,40	6,60
20	0,60	2,67	2,67	1,00	1,33	1,67	9,93

Tablo 25 ve Tablo 26 birlikte incelendiğinde dikkat çeken bir farklılık gözlenememektedir. Bu nedenle problem kurma görevleri türleri arasında problem nitelikleri bazında alınan ortalama puanlar arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını ortaya koymak amacıyla non-parametrik bir test olan Wilcoxon işaretli sıralar testi uygulanmıştır. Problemin anlaşılırlığı niteliği için gerçekleştirilen analizin sonuçları Tablo 27'te yer almaktadır.

Tablo 27

Problem Kurma Görevi Türlerine Göre Problemin Anlaşılırlığı Niteliği Puan Ortalamaları İçin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Sonuçları

Problemin Anlaşılırlığı		n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Yarı-yapılandırılmış PKG - Serbest PKG	Negatif Sıra	10	9,05	90,50	$-0{,}218^{b}$	0,827
	Pozitif Sıra	8	10,06	80,50		
	Eşit	2				

b pozitif sıralar temeline göre düzenlenmiştir

Tablo 27'da verilen problemin anlaşılırlığı niteliğinden alınan ortalama puanlar için yarı-yapılandırılmış ve serbest problem kurma görevleri arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan Wilcoxon işaretli sıralar testi sonucuna göre $(z = -0{,}218\ ,\ \mathrm{p}(0{,}827) >\ 0{,}05)$ olduğu için istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık gözlenmemiştir. O halde öğrencilerin kurdukları problemlerin anlaşılırlığının problem kurma görevinin yapısına göre anlamlı bir farklılık göstermediği, her iki türdeki problem kurma görevlerinde anlaşılırlık açısından birbirlerine yakın puanlar aldıkları söylenebilir.

Öğrencilerin problem kurma görevlerine göre matematiksel açıdan doğruluk niteliği için aldıkları puanların birbirinden farklı olup olmadığını ortaya koymak için gerçekleştirilen analiz sonuçları Tablo 28'de yer almaktadır.

Tablo 28

Problem Kurma Görevi Türlerine Göre Matematiksel Açıdan Doğruluk Niteliği Puan Ortalamaları İçin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Sonuçları

Matematiksel Açıdan doğruluğu		n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Yarı-yapılandırılmış PKG - Serbest PKG	Negatif Sıra	10	12,45	124,50	$-0{,}728^{b}$	0,467
	Pozitif Sıra	10	8,55	85,50		
	Eşit	-				

b pozitif sıralar temeline göre düzenlenmiştir

Tablo 28'de verilen matematiksel açıdan doğruluk niteliğinden alınan ortalama puanlar için yarı-yapılandırılmış ve serbest problem kurma görevleri arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan Wilcoxon işaretli sıralar testi sonucuna göre $(z = -0{,}728,\ \mathrm{p}(0{,}467) > 0{,}05)$ olduğu için istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık gözlenmemiştir. O halde öğrencilerin kurdukları problemlerin matematiksel açıdan doğruluğunun problem kurma görevinin yapısına göre anlamlı bir değişiklik göstermediği söylenebilir. Öğrencilerin her iki türdeki görevler için kurdukları problemlerin matematiksel açıdan doğruluk niteliği için birbirlerine benzer olduğu söylenebilir.

Öğrencilerin problem kurma görevlerine göre bağlamsal özgünlük niteliği için aldıkları puanların birbirinden farklı olup olmadığını ortaya koymak için gerçekleştirilen analiz sonuçları Tablo 29' da yer almaktadır.

Tablo 29

Problem Kurma Görevi Türlerine Göre Bağlamsal Özgünlük Niteliği Puan Ortalamaları İçin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Sonuçları

Bağlamsal Özgünlük		n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Yarı-yapılandırılmış PKG - Serbest PKG	Negatif Sıra	8	9,69	77,50	$-0{,}349^{c}$	0,727
	Pozitif Sıra	10	9,35	93,50		
	Eşit	2				

c negatif sıralar temeline göre düzenlenmiştir

Tablo 29'da görüldüğü gibi, bağlamsal özgünlük niteliğinden alınan ortalama puanlar için yarı-yapılandırılmış ve serbest problem kurma görevleri arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan Wilcoxon işaretli sıralar testi sonucuna göre $(z = -0{,}349,\ \mathrm{p}(0{,}727) > 0{,}05)$ olduğu için istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık gözlenmemiştir. Bu durumda, kurulan problemlerin bağlamsal özgünlüğünün problem kurma görevinin yapısına göre anlamlı bir değişiklik göstermediği söylenebilir. Öğrencilerin her iki türdeki görevler için kurdukları problemlerin benzer düzeyde bağlamsal açıdan özgünlüğünün benzer düzeyde olduğu söylenebilir.

Öğrencilerin problem kurma görevlerine göre matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliği için aldıkları puanların birbirinden farklı olup olmadığını ortaya koymak için gerçekleştirilen analiz sonuçları Tablo 30' da yer almaktadır.

Tablo 30

Problem Kurma Görevi Türlerine Göre Matematiksel İlişkiler Açısından Özgünlük Niteliği Puan Ortalamaları İçin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Sonuçları

Matematiksel İlişkiler Açısından Özgünlük		n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	**p**
Yarı-yapılandırılmış PKG - Serbest PKG	Negatif Sıra	9	9,78	88,00	$-0{,}282^{c}$	0,778
	Pozitif Sıra	10	10,20	102,00		
	Eşit	1				

c negatif sıralar temeline göre düzenlenmiştir

Tablo 30'da görüldüğü gibi, matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğinden alınan ortalama puanlar için yarı-yapılandırılmış ve serbest problem kurma görevleri arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan Wilcoxon işaretli sıralar testi sonucuna göre $(z = -0{,}282\,,\ \mathrm{p}(0{,}778) > 0{,}05)$ olduğu için istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık gözlenmemiştir. Bu durumda, kurulan problemlerin matematiksel açıdan özgünlüğünün de problem kurma görevinin yapısına göre anlamlı bir değişiklik göstermediği söylenebilir. Her ne kadar serbest problem kurma görevlerinde öğrencilerin sınırlandırılmamış olacakları için bağlamsal ve matematiksel ilişkiler açısından daha özgün problemler kurabileceği beklentisi olsa da elde edilen bulgular öğrencilerin her iki türdeki görevler için kurdukları problemlerin hem bağlamsal hem de matematiksel ilişkiler açısından özgünlüğün istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık göstermediği yönündedir.

Öğrencilerin problem kurma görevlerine göre karmaşıklık düzeyi niteliği için aldıkları puanların birbirinden farklı olup olmadığını ortaya koymak için gerçekleştirilen analiz sonuçları Tablo 31'de yer almaktadır.

Tablo 31

Problem Kurma Görevi Türlerine Göre Karmaşıklık Düzeyi Niteliği Puan Ortalamaları İçin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Sonuçları

Karmaşıklık Düzeyi		n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Yarı-yapılandırılmış PKG - Serbest PKG	Negatif Sıra	16	9,75	156,00	$-1{,}494^{b}$	0,135
	Pozitif Sıra	2	7,50	15,00		
	Eşit	2				

b pozitif sıralar temeline göre düzenlenmiştir

Karmaşıklık düzeyi için yapılan analizlerin sonucu tablo 29' da yer almaktadır. buna göre karmaşıklık düzeyi niteliğinden alınan ortalama puanlar için yarı-yapılandırılmış ve serbest problem kurma görevleri arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan Wilcoxon işaretli sıralar testi sonucuna göre $(z = -1{,}494\ ,\ \mathrm{p}(0{,}135) >\ 0{,}05)$ olduğu için istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık gözlenmemiştir. O halde her iki türdeki problem kurma görevleri için kurulan problemlerin karmaşıklık düzeyinin birbirlerine benzer olduğu söylenebilir.

Koşullara uygunluk niteliği için problem kurma görevlerinden alınan ortalama puanların, problem kurma görevinin türüne göre farklılaşıp farklılaşmadığını ortaya koymak amacıyla gerçekleştirilen analizlerin sonucu tablo 32' de yer almaktadır.

Tablo 32

Problem Kurma Görevi Türlerine Göre Koşullara Uygunluk Niteliği Puan Ortalamaları İçin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Sonuçları

Koşullara Uygunluk		n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Yarı-yapılandırılmış PKG - Serbest PKG	Negatif Sıra	14	10,36	145,00	$-3{,}072^{b}$	0,002
	Pozitif Sıra	6	10,83	65,00		
	Eşit	-				

b pozitif sıralar temeline göre düzenlenmiştir

Tablo 32'de görüldüğü gibi koşullara uygunluk niteliği için, öğrencilerin kurdukları problemlerden aldıkları puanların ortalamaları arasında problem kurma görevinin türüne anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan Wilcoxon işaretli sıralar testi sonucuna göre serbest problem kurma görevleri lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık gözlenmiştir $(z = -3{,}072,\ \mathrm{p} < 0{,}05)$. Buna göre koşullara uygunluk niteliği için serbest problem kurma görevlerinden alına ortalama puanların daha yüksek olduğu söylenebilir. Bu durum çok şaşırtıcı görünmemektedir. Çünkü yarı-yapılandırılmış problem kurma görevleri öğrencilerin belirli özellikleri sağlayan, verilen bir doğrusal ilişkiyi sağlayan, belirli temsilleri içermesi gereken, belirli noktaları problem içinde kullanmasını gerektiren problemler kurmasını istemektedir. Serbest problem kurma görevlerinde ise öğrencilere sadece konu verilermiş ve bir kısıtlama sağlanmamıştır. Bu nedenle serbest problem kurma görevlerinde öğrencilerin koşullara uygun problem kurma düzeyleri daha yüksek olmaktadır.

Öğrencilerin kazanımlara göre problem nitelikleri incelendiğinde ortaya koyulan bulgulardan biri, koordinat sistemi konusunda öğrencilerin koşullara uygunluk niteliği için aldıkları puanların daha yüksek olduğuydu. Elde edilen bu bulgu ile birlikte, serbest problem kurma görevlerinde koşullara uygunluk niteliği açısından daha yüksek ortalamalar alındığı bulgusu bir arada düşünülürse, koordinat sistemi lehine çıkan bu farkın sebebinin koordinat sistemi konusundaki problem kurma görevlerinin yapısından kaynaklandığı düşünülebilir.

Sonuç olarak, problem kurma görevlerinin türleri açısından problem nitelikleri incelendiğinde, anlamlı farklılığın yalnızca koşullara uygunluk niteliğinde ortaya çıktığı görülmektedir. Özgünlükle ilgili nitelikler olan bağlamsal özgünlük ve matematiksel ilişkiler açısından özgünlük için, serbest problem kurarken öğrencilerin kısıtlanmamış olacağı için daha özgün problem kurabilecekleri düşünülse de elde edilen bulgular anlamlı bir farklılığın olmadığını ortaya koymuştur.

Öğrencilerin Problem Kurma Stratejileri Nelerdir Araştırma Problemine Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Bu araştırmada 7. sınıf doğrusal denklemler konusu problem kurmayla desteklenerek yürütülmüştür. Uygulamanın gerçekleştiği sınıfta 20 öğrenci bulunmaktadır. Problem kurma destekli doğrusal denklemler dersleri sonrasında öğrencilerin kazanımlara ulaşma durumlarının belirlenmesi amacıyla her bir kazanım için problem kurma görevi verilmiş ve öğrencilerle klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Klinik mülakatlar, görüşmeyi kabul eden 12 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir.

Klinik mülakatlar kamera ile kaydedilmiş, görüşmeler daha sonra transkript edilmiştir. Öğrencilerin problem kurma stratejilerinin belirlenmesi için Nvivo 10 nitel veri analizi programından faydalanılmıştır.

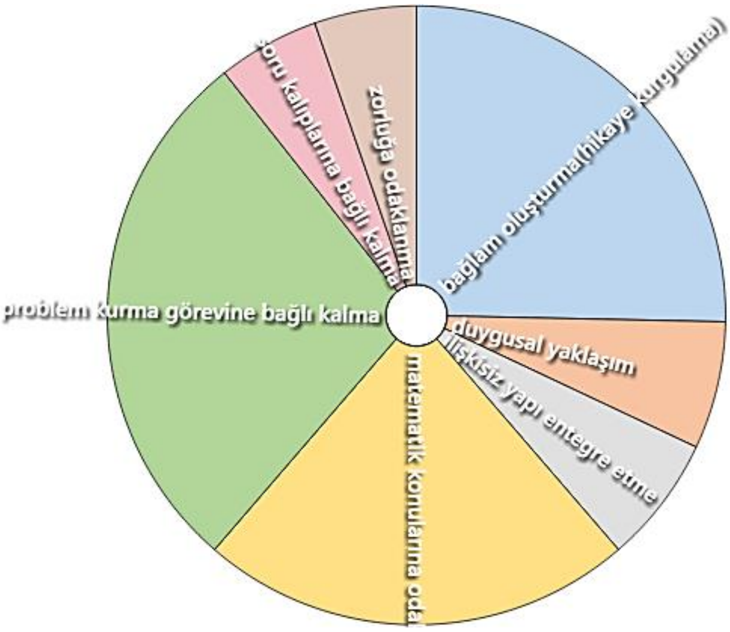
Öğrencilerin problem kurarken ne tür yollara başvurduklarının ortaya koyulması için öğrencilere *"bu problemi kurarken nasıl bir yol izledin?", "problemi nasıl kurduğunu anlatır mısın, bu problemi kurarken neler yaptın?"* gibi sorularla öğrencilerin problem kurarken neler yaptıklarının, ne tür yollar izlediklerinin ortaya koyulması amaçlanmıştır. Bu çalışmada da problem kurma stratejileri problem kurarken izlenilen yollar anlamında kullanılmıştır.

Yapılan analizler sonucu öğrencilerin kullandıkları stratejiler

- Problem kurma görevine bağlı kalma
- Matematik konularına odaklanma
- İlişkisiz yapı entegre etme
- Bağlam oluşturma (hikaye kurgulama)
- Zorluğa odaklanma
- Soru kalıplarına bağlı kalma
- Duygusal yaklaşım,

olarak belirlenmiştir.

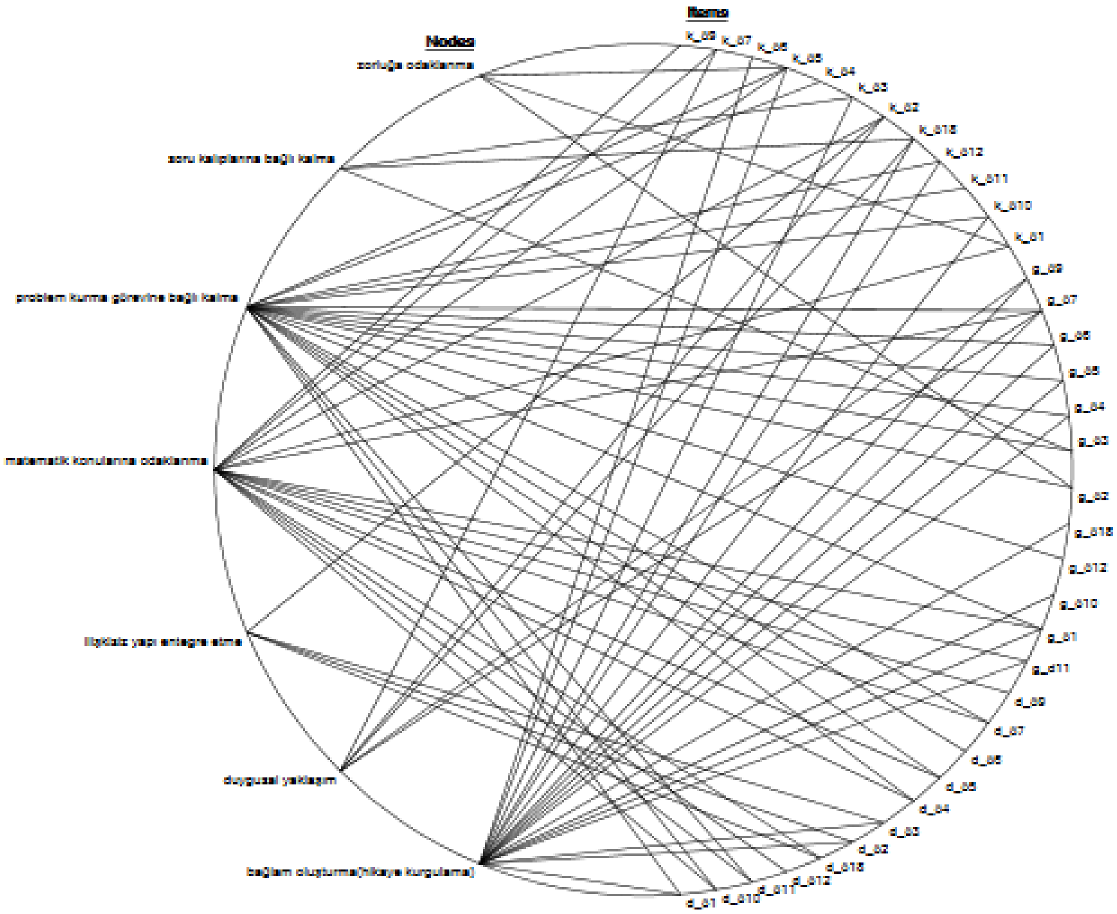
Her üç kazanıma ilişkin problem kurma görevlerinde kullanılan stratejiler ayrıntılı olarak incelenmiştir. Klinik mülakat gerçekleştirilen 3 problem kurma görevi için öğrenciler tarafından kullanılan stratejilerin kullanılma oranlarını gösteren şema şekil 69' da verilmiştir.



Şekil 69. Kullanılan problem kurma stratejilerin dağılımı

Öğrencilerin kullandıkları stratejiler sık olandan az olana doğru; problem kurma görevine bağlı kalma (f=20), bağlam oluşturma (f=18), matematik konularına odaklanma (f=16),duygusal yaklaşım (f=5), ilişkisiz yapı entegre etme (f=4), soru kalıplarına bağlı kalma (f=3) ve zorluğa odaklanma (f=3) şeklinde özetlenebilir. her üç problem birlikte değerlendirildiğinde Öğrencilerin en çok kullandıkları stratejinin problem kurma görevinin yapısına bağlı kalma olduğu görülmektedir. O halde öğrencilerin çoğunun problem oluştururken öncelikle problem kurma görevine odaklandıkları söylenebilir. Dolayısıyla burada problem kurma görevinin öğrencilerin problem kurmalarında oldukça etkili bir faktör olduğu çıkarımında da bulunulabilir. Öğrencilerin en sık kullandıkları diğer stratejinin bağlam oluşturma olduğu, yani uygun bir hikaye oluşturmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin diğer sık kullandıkları strateji ise matematik konularına odaklanmadır Yani öğrenciler sıkça problem kurarken matematik konularından hangilerini kullanacaklarına karar verip, ona uygun hareket etmektedirler. Daha az sayıda kullanılan stratejilerin ise sevdikleri/ sevmedikleri durumları içeren duygusal yaklaşım, farklı bir kurguyu probleme dahil etmeyi içeren ilişkisiz yapı entegre etme, zorluk durumlarını dikkate alındığı zorluğa odaklanma stratejisi ve daha önce karşılaşılan türde soruların oluşturulmaya çalışıldığı soru kalıplarına bağlı kalma stratejisidir.

Öğrencilerin kullandıkları stratejiler ve hangi problem kurma görevinde bu stratejileri kullandıkları şekil 70’ de verilen şema ile özetlenmiştir. Öğrencilerle gerçekleştirilen klinik mülakatlar kodlanırken koordinat sistemi konusu için “k”, doğrusal ilişki konusu için ”d” ve denklem grafiklerinin çizimi konusu için “g” şeklinde kodlama yapılmıştır. Örneğin “k_ö1” isimli dosya Ö1 ile koordinat sistemi konusunda gerçekleştirilen görüşmeyi ifade etmektedir.



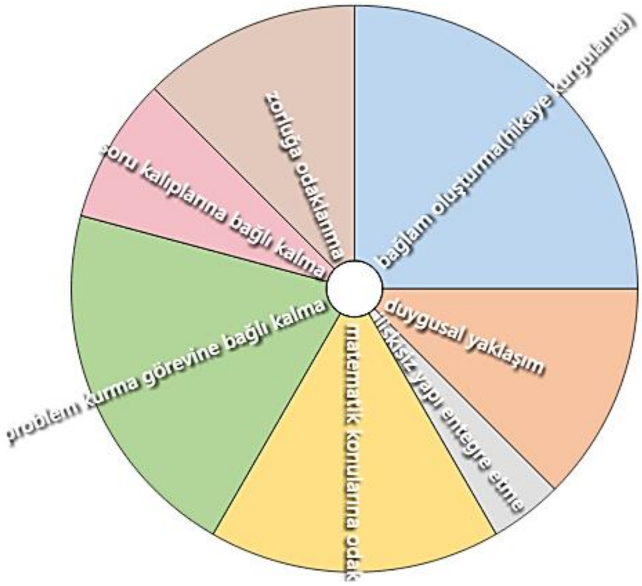
Şekil 70. Klinik mülakatlar ve problem kurma stratejileri arasındaki ilişki

Şekil 70’te verilen şema incelendiğinde öğrencilerin problemleri kurmak için birden çok stratejiyi aynı anda kullanmaları dikkat çekmektedir. Problem durumunun yapısına bağlı kalma, matematik konuların odaklanma, bağlam oluşturma stratejileri her üç problem kurma görevi için de kullanılan stratejilerdir. Ancak zorluğa odaklanma, ilişkisiz yapı entegre etme ve duygusal yaklaşım stratejilerinin bazı problem kurma görevinde kullanılan stratejiler olduğu görülmektedir. Öğrencilerin kullandıkları stratejilerin problem kurma görevine göre farklılaştığı görülmektedir. Örneğin Ö1 koordinat sistemi konusu için matematiksel konulara odaklanma ve zorluğa odaklanma stratejilerini kullanmış; doğrusal ilişki ve grafik çizme konularında kurduğu problemlerde bağlam oluşturma ve problem durumunun yapısına bağlı kalma stratejilerini kullanmıştır. Başka bir öğrenciden örnek verilecek olursa Ö3'ün koordinat sistemi konusu için bağlam oluşturma; doğrusal ilişki konusu için ilişkisiz yapı entegre etme ve bağlam oluşturma; doğrusal denklemlerin grafiğinin çizme konusunda ise soru kalıplarına bağlı kalma ve problem kurma görevinin yapısına bağlı kalma stratejilerini kullandığı görülmektedir. Öğrencilerin kullanmış oldukları stratejiler kazanımlar bazında detaylı olarak incelenmiştir.

Koordinat sistemini konusuna yönelik kurulan problemlerde kullanılan stratejiler nelerdir araştırma problemiyle ilgili bulgular ve yorumlar. Öğrencilerle gerçekleştirilen klinik mülakatlar sonucunda, öğrencilerin koordinat sistemi konusuna yönelik problemlerini kurmak için kullandıkları stratejilerin;

- Problem kurma görevine bağlı kalma
- Matematik konularına odaklanma
- İlişkisiz yapı entegre etme
- Bağlam oluşturma (Hikaye kurgulama)
- Zorluğa odaklanma
- Soru kalıplarına bağlı kalma
- Duygusal yaklaşım

olduğu belirlenmiştir. Kullanılan stratejilerin kullanılma sıklığını gösteren şema Şekil 71'de yer almaktadır.



Şekil 71. Koordinat sistemi konusunda kullanılan problem kurma stratejileri

Öğrencilerin problem oluştururken bu stratejilerin bir veya birkaçını birden kullandıkları gözlenmiştir. Öğrencilerin problem oluştururken en çok kullanılan stratejinin bağlam oluşturma (hikaye kurgulama) olduğu ve 6 öğrencinin bu stratejiye başvurduğu görülmüştür. Ardından en çok gözlenen strateji problem kurma görevine bağlı kalma olduğu belirlenmiş, bu stratejiye 5 öğrencinin başvurduğu görülmüştür. 4 öğrenci problem kurarken matematik konularından yola çıkmışlardır. Problem kurarken 3 öğrencinin duygusal bir yaklaşımla hareket ettikleri, sevdikleri için problemleri o şekilde kurduklarını belirttikleri görülmüştür. 2 öğrencinin problemlerinin zor/kolay olmalarını istedikleri için o yönde problem kurduklarını belirttikleri görülmüştür. Öğrencilerinden 1 tanesinin problem durumuna ilişkisiz bir yapı entegre ettiği, 2 tanesinin de soru kalıplarına bağlı kalarak kendi problemini oluşturduğu gözlenmiştir.

Öğrencilerinden bazıları problem kurarken birden fazla stratejiyi aynı anda kullanmış, bazılarının ise tek bir stratejiyi kullandıkları görülmektedir. Stratejilerin hangi öğrenciler tarafından kullanıldığını gösteren frekans tablosu aşağıda yer almaktadır.

Tablo 33

Öğrencilerin Kullandıkları Stratejiler

Kullanılan Strateji	Öğrenci	Öğrenci Sayısı
Bağlam Oluşturma	Ö3, Ö5, Ö6, Ö10, Ö12, Ö18	6
Problem Kurma Görevine Bağlı Kalma	Ö4, Ö5, Ö10, Ö11, Ö12	5
Matematik Konularına Odaklanma	Ö1, Ö2, Ö5, Ö7, Ö9	5
Duygusal Yaklaşım	Ö2, Ö7, Ö18	3
Zorluğa Odaklanma	Ö1, Ö5	2
Soru Kalıplarına Bağlı Kalma	Ö18, Ö9	2
İlişkisiz Yapı Entegre Etme	Ö2	1

Tablo 33 incelendiğinde en çok kullanılan stratejinin *bağlam oluşturma* olduğu görülmektedir. Bu stratejiyi kullanan öğrencilerin problemlerini kurmak için öncelikle birer hikaye kurgulamakta, buna uygun şekilde problem kurmaktadırlar. Öğrencilerin önce kişi, yer veya durum belirledikleri matematiksel problemi bunun üzerine oluşturdukları görülmektedir. Bu stratejiyi kullanan öğrencilerin bazılarının problemleriyle ilgili açıklamaları aşağıda verilmiştir.

Ö12: Bence burada bizi biraz serbest bırakmış ben de şöyle bir problem kurdum. Bir araç A noktasındadır. Araç 4 birim aşağıya ve 5 birim sağa kayıyor. Oraya arabasını park ediyor. Buna göre bu arabanın bulunduğu bölgenin grafiğini çiziniz demişim. Burada da çözümünü yapmışım.

Ö6: Ben şey yapmıştım Ayşe'nin evini A noktasında olarak 2. bölgede olduğunu Elif'in evini de B noktası 4. Bölgede olduğunu şey yapmıştım çünkü ikisi farklı bölgelerdeydi. Iı Ayşe'nin evinin birinci noktaya gelebilmesi için en az kaç adım gitmesi gerektiğini bulmaya çalışmıştım problemde.

Ö10: Ne yaptım, burada zaten koordinatlar verilmişti, onlara uygun isimler buldum. ondan sonra iki kişi daha buldum şuradakiyle şuradaki arasındaki şeyi buldum. (koordinat düzlemindeki noktaları gösterir).

Öğrencilerin problem kurarken bağlam oluşturmaya çalıştıkları görülmektedir. Ö12 verilen A noktasını bir aracın yeri olduğunu düşünerek hareket etmiş, Ö6 verilen noktaları kişilerin evlerinin konumu olarak düşünmüş, Ö10 da verilen noktaları kişilerin konumları olarak düşünmüş ve problemleri bu şekilde kurmuşlardır.

Problem kurarken öğrencilerin en çok kullandıkları stratejilerden bir diğerinin ise *problem kurma görevine bağlı kalma* olduğu görülmüştür. Bu problem kurma stratejisi Ö4, Ö5, Ö10, Ö11, Ö12 tarafından yani 5 öğrenci tarafından kullanılmıştır. Problem kurma görevlerinde verilen koşullara uyulması, öğrencilerden beklenen ve hatta kurdukları problemlerde olması beklenen niteliklerden biridir. Burada problem görevine bağlı kalma ile ifade edilmek istenen şey, problem durumunda verilenlere bağlı kalınarak problemi oluştururken problem kurma görevinin esas alınmasıdır. Bu stratejiyi kullanan öğrencilerden bazılarının açıklamalarında yer alan ifadelerden bazıları “bize bu noktalar verildiği için”, “bizden istenen bu olduğu için”, “problem kurma görevinde dediği için” gibi, problem kurarken görevde verilenlere odaklanıldığı görülmektedir.

Ö11: Ben bu problemi ilk önce böyle kendim bulmaya çalıştım aklımdan geçen bu sayılar…işte koordinat sisteminde göstermek istedim yani koordinat sisteminin burada göstermesi daha mantıklıydı çünkü A ve B noktalarını vermiş o yüzden öyle geldi öyle yaptım.

Ö12: Bu problemi kurarken zaten burada istediğiniz gibi yerleştirebilirsiniz dediği için ben o noktaları istediğim yere yerleştirdim yani yeni noktalar ekleyebilirsiniz dediği için ben de yeni noktalar ekledim. Yani cevabı (5,4) bulmuşum sanırım.

Ö4: Problem kurmamızı istemişsiniz problem kurmamızı istemeden önce bilgi vermişsiniz A, B ile ilgili ben de ona uygun bir koordinat sistemi çizdim böyle problem kurdum.

Ö5: mesela isterseniz A ve B noktaları dışında yeni noktalar ekleyebilirsiniz dedi ben ekledim. Eksenleri istediğiniz gibi yerleştirebilirsiniz dedi ben istediğim gibi yerleştirdim yani ona uyan bir problem yapmak istediğim için bu problemi yaptım.

Öğrencilerin açıklamaları incelendiğinde, kurdukları problemleri problem kurma görevinde istenen durumlarla ilişkilendirdikleri göze çarpmaktadır. Ö11’in “*A ve B noktalarını vermiş o yüzden öyle geldi öyle yaptım*” demesi, Ö4’ün *“problem kurmamızı istemeden önce bilgi vermişsiniz A, B ile ilgili ben de ona uygun bir* *koordinat sistemi çizdim"* ifadesi, Ö12'nin ve Ö4'ün benzer şekilde problem durumundaki "*istediğiniz gibi yerleştirebilirsiniz dediği için*" ifadeleri problem durumuna bağlı kaldıklarını göstermektedir.

Kullanılan bir başka strateji *matematik konularına odaklanma*dır. Bu stratejiyi kullanan öğrenciler (Ö1, Ö2, Ö5, Ö7, Ö9), problem kurarken kullanabilecekleri matematiksel konulara odaklanıp, o konulara yönelik problem oluşturmaktadırlar. Bu stratejiyi kullanan bazı öğrencilerin açıklamaları aşağıda yer almaktadır.

Ö2: Ben alanla ilgili yaptım. Yani metrekarede harcadığı su 8 ise toplam alanı verdim kaç litre su harcar dedim, öyle yaptım bunun alanı 20 metrekare. Her metrekarede 8 litre harcadığına göre 8 ile çarptım 160 litre su harcamış.

Ö7: İlk olarak aklıma bu geldi ve biraz daha alanla ilgili şeyleri sevdiğim için bunu yapmayı tercih ettim.

Ö2'nin ve Ö7'nin problemlerini açıklarken alanla ilişkilendirdiği görülmektedir. Her ikisi de benzer şekilde alanı problemlerinde kullanmak için bu şekilde problem kurduklarını açıklamışlardır.

Öğrencilerden 3 tanesinin (Ö2, Ö7, Ö18) problemlerini oluşturma gerekçelerinde duygusal yaklaşımlara yer verildiği görülmüştür. Bu öğrencilerin açıklamalarına aşağıda yer verilmiştir.

Ö18: Evet Ayşe'nin bahçesinin çevresiyle bahçesinin toplamını bulmasını istedim herhalde, değişik bir şey olmasını istedim.

Ö2:Çünkü hani sevdiğim bir problem türü.

Ö7: İlk olarak aklıma bu geldi ve biraz daha alanla ilgili şeyleri sevdiğim için bunu yapmayı tercih ettim.

Açıklamalar incelendiğinde Ö18 probleminin değişik bir şey olmasını istediği için; Ö2 sevdiği için, Ö7 ise aklına öyle geldiği ve sevdiği için problemleri o şekilde kurduklarını belirtmektedirler. Öğrencilerin problem kurarken seçikleri yolları duygusal yaklaşımları içerdiği görülmektedir.

Öğrencilerin bazılarının (Ö1 ve Ö5) problem kurarken, problemin zorluğuna odaklandığı görülmüştür. Ö5'in açıklaması şu şekildedir:

Ö5: alan kullandım çünkü belki problem bir tık daha zor olur diye düşündüm direk hani şu noktayı bulun desem daha kolay olurdu, bir tık daha zorlaşsın diye alanını istedim.

Ö5 problemin zor olmasını istediği için probleminde alanı kullandığını belirtmiştir. Ö1 ise probleminde dörtgen oluşturmuş, neden oluşturduğunu açıklarken ise "*biraz daha kolaydı"* şeklinde açıklamada bulunmuştur.

Ö9 ve Ö18'in problemlerini kurarken soru kalıplarına bağlı kaldıkları görülmektedir. Ö9 probleminde sinema bağlamı kullandığını açıklarken" koordinat sisteminin en iyi örneklerinden biri sinema" ifadesine yer vermiştir. Ö9'un kitaplarda çok sık rastlanan bir bağlama bağlı kaldığı görülmektedir. Ö18'in açıklaması ise aşağıda yer almaktadır.

Ö18: Bence şey çok basit olurdu belki başka bir şey kursam ve de böyle görünce hocanın dedikleri aklıma geldi böyle kareler sorarlar ya da üçgen olur üçgen çıkar dedi onun alanını falan sorarlar dedi. Ben de aklıma öyle geldi öyle sormak istedim. Alan olsun istedim işin içinde çevre olmasını istedim.

Ö18'in problemini oluştururken daha önce karşılaştığı problemlerden ve öğrenim hayatında karşılaştığı açıklamalardan yola çıktığı anlaşılmaktadır.

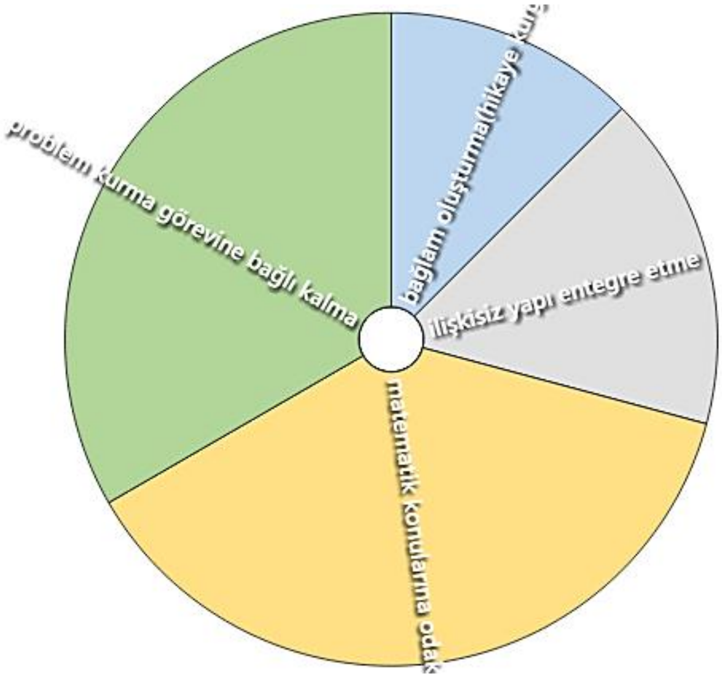
Problem oluştururken Ö2'nin ilişkisiz yapı entegre etme stratejisini kullandığı görülmüştür. Ö2 problem duruma çeşitli eklemelerde bulunarak problemini oluşturmuştur. Ö2 koordinat sistemi üzerinde belli bir alan oluşturmuş ve buraya "..*Yani metrekarede harcadığı su 8 ise toplam alanı verdim kaç litre su harcar dedim, öyle yaptım bunun alanı 20 metrekare. Her metrekarede 8 litre harcadığına göre 8 ile çarptım 160 litre su harcamış."* şeklinde bir bilgi entegre ederek problemini kurmuştur.

Öğrencilerin koordinat sistemi konusu çin kurdukları problemlerde kullandıkları stratejilerin de her üç problem birlikte değerlendirildiğinde tüm öğrencilerin kullandıkları stratejilerle paralel olduğu görülmektedir. Öğrencilerin birkaç stratejiyi aynı anda kullandıkları dikkat çekmiştir.

Doğrusal ilişki konusuna yönelik kurulan problemlerde kullanılan stratejiler nelerdir araştırma problemiyle ilgili bulgular ve yorumlar. Öğrencilerle gerçekleştirilen klinik mülakatlar sonucunda, öğrencilerin doğrusal ilişki konusuna yönelik problemlerini kurmak için kullandıkları stratejiler:

- Problem kurma görevine bağlı kalma,
- Bağlam oluşturma,
- İlişkisiz yapı entegre etme
- Matematik konularına odaklanma

olarak belirlenmiştir. Bu stratejilerin kullanılma sıklığını gösteren bir şema şekilde yer almaktadır.



Şekil 72. Doğrusal ilişki konusunda kullanılan problem kurma stratejileri

Öğrencilerin doğrusal ilişki konusunda problem oluştururken bu stratejilerin bir veya birkaçını birden kullandıkları görülmüştür. En çok kullanılan stratejinin matematik konularına odaklanma olduğu ve 9 öğrenci tarafından bu stratejinin kullanıldığı belirlenmiştir. 8 öğrenci problem durumunun yapısına bağlı kalma, 4 öğrenci ilişkisiz yapı entegre etme ve 3 öğrenci bağlam oluşturma stratejilerini kullanmıştır. Öğrencilerin bir kısmı aynı anda birden çok stratejiyi kullanmışlardır.

Kullanılan Stratejilerin hangi öğrenciler tarafından kullanıldığını gösteren frekans tablosu aşağıda yer almaktadır.

Tablo 34

Doğrusal İlişki Konusunda Öğrencilerin Kullandıkları Stratejiler

Kullanılan Strateji	Öğrenci	Öğrenci Sayısı
Matematik Konularına Odaklanma	Ö4, Ö5, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö18	8
Problem Kurma Görevine Bağlı Kalma	Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10, Ö11,	7
İlişkisiz Yapı Entegre Etme	Ö2, Ö3, Ö10, Ö18	4
Bağlam Oluşturma	Ö1, Ö2, Ö3	3

Tablo 34 incelendiğinde en çok kullanılan stratejinin *matematik konularına odaklanma* olduğu görülmektedir. Bu stratejiyi kullanan öğrencilerin, problemlerini kurarken hangi matematiksel konuları, ilişkileri problemlerine dahil edeceklerini düşündükleri görülmektedir. Doğrusal ilişki konusundaki problem kurma görevinde öğrencilerden farklı temsilleri kullanmaları istenmiştir. Öğrencilerin bazılarının problem oluştururken doğrudan hangi temsili kullanacaklarına odaklandıkları görülmektedir. Öğrencilerden Ö12'nin açıklaması aşağıda yer almaktadır.

Ö12: Ben bu problemimde tablo kullanmak istedim burada be- benim düşüncem burada yani bence bana tablo kullanmamı istemiş bence.

Ö12'nin problem kurarken tablo temsili kullanmaya odaklandığı görülmektedir. Matematik konularına odaklanma stratejisini kullanan öğrencilerin bir kısmının (Ö4, Ö5, Ö7, Ö10, Ö11) aynı zamanda problem durumunun yapısına bağlı kalma stratejilerini de kullandıkları görülmektedir. Öğrencilerden Ö5 ve Ö11'in açıklamaları aşağıda yer almaktadır.

Ö5: ıı zaten bana izlemem gereken yolu problem göstermiş yani yukarıda bu şekilde yap demiş bende yine aynı şeyden yazdım çünkü siz bu şekilde yapmamızı söylemiştiniz bunun denklemini istedim.

Ö7: Aritmetik ortalamayı içine kattım ve tablo içine kattım yukarıdaki verdiğiniz kısa problemin devamını oluşturdum

Ö11: Bunu aslında yukarıdakiyle de yaptım devamını getirdim sadece yani her bir şeyde her bir ayda 3,5 kilo alıyormuş zaten burada da dediğine göre ona göre bulmaya çalıştım grafik çizmeye çalıştım öyle. Tablo da yaptım

Ö5 ve Ö11'in açıklamaları incelendiğinde her ikisinin de bir temsil çeşitlerini kullanmaya odaklandığı görülmektedir. Ö5 denklemi kullanmayı tercih etmiş, Ö11 ise hem grafik hem de tablo oluşturulmasını problemine dahil etmiştir. Ö7 ise hem tablo temsili hem de aritmetik ortalama kavramını kurduğu probleme dahil etmek istemiştir. Ö5, Ö7 ve Ö11'in aynı zamanda "problem durumunun yapısına bağlı kaldıkları yaptıkları açıklamalardan anlaşılmaktadır Ö5'in *zaten bana izlemem gereken yolu problem göstermiş yani yukarıda bu şekilde yap demiş"* şeklindeki ifadesi*, Ö7'nin "yukarıdaki verdiğiniz kısa problemin devamını oluşturdum*" demesi ve Ö11'i*n "Bunu aslında yukarıdakiyle de yaptım devamını getirdim sadece"* ifadesi problem durumuna bağlı kaldıklarını göstermektedir.

Problem kurma yapısına bağlı kalma stratejisini kullanan 7 öğrenci (Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10, Ö11) olduğu görülmektedir. Bu stratejiyi kullanan öğrencilerden Ö6'nın açıklamaları aşağıda yer almaktadır.

Ö6: Çünkü hani yukarıda bilgi verilmiş balinanın her ay 3,5 kilo aldığı söyleniyor. Ben de böyle bir problem kurdum hani ilk aklıma bir yılda kaç kilo alır diye aklıma geldi.

Ö6 problem durumunun yapısına bağlı kalmış, problemi devam ettirerek bir yıl sonra balinanın kaç kilogram olacağını sormak istemiştir.

Ö2, Ö3, Ö10 ve Ö18 problemlerini kurarken *ilişkisiz yapı entegre etme* stratejilerinden yararlanmışlardır. Bu stratejiyi kullanan öğrencilerden Ö3'ün açıklamaları aşağıda yer almaktadır.

Ö3: Balina üzerinden zaten verilmiş hani onun üstünden yola çıkmak istemedim ek bilgi ekledim hani balinanın annesinden yola çıktım ııı balinanın ıı yavru balinanın kilosuyla doğru orantılı bir şey yaptım anne balinanın kilosunda öyle bir tablo yaptım yani….

Ö3: Ya bilmiyorum diğer sorularda genelde bundan yola çıkmıştım buna ek bilgi verip başka bir hani çözüm oluşturmayı denedim.

Ö3 problem kurarken ek bir bilgi vermiş, problemini kendi entegre ettiği bilgi ve problem kurma görevindeki bilgileri birleştirerek şekillendirmiştir. Ö2 de benzer şekilde probleme yeni bir bilgi entegre etmiştir, açıklamaları aşağıda yer almaktadır.

Ö2: Şimdi zaten doğrusal ilişkiyi verin dedim. Ben doğrusal ilişkiyi verdim. Ondan sonra 5. Aylıkken hastalık geçirip zayıflıyor. Zaten kilosu bitince de ölecek. Yani çünkü 1 kg 1 kg verince kilosu kalmayınca ölecek. Ne zaman ölür de diyebilirdim buna.

Ö2 ve Ö3'ün ilişkisiz yapı entegre ederken aynı zamanda yeni bağlamlar oluşturdukları görülmektedir. Ö3 probleminin bağlamına anne balinayı eklemiş, Ö2 ise balinanın bir süre sonra hastalık geçirdiğini kurgulamıştır. *Bağlam oluşturma stratejisini* kullanan bir diğer öğrenci ise Ö1'dir. Ö1'in açıklaması aşağıda yer almaktadır.

Ö1: Mesela bir tane şey verdim mesela araştırmacı yaptım hani araştırmacı demiştiniz balinayı araştırmasını devam- hani 5 kg olunca hani tam 5 kg olunca araştırmasını yapmak için bırakması gerekecek sonra hani araştırmacı buna göre araştırmacı doğduktan kaç ay sonra balinayı bıraktı.

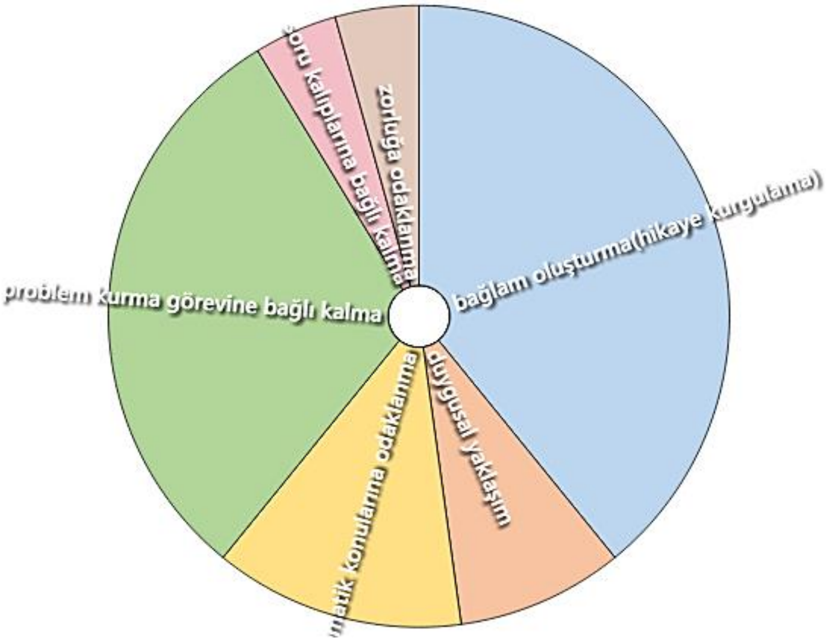
Ö1 ise problemini kurarken, araştırmacının balinayı 5 kg. olduğunda bırakacağını kurgulamıştır.

Doğrusal ilişki konusunda öğrencilerin problem kurarken birden fazla stratejiyi aynı anda kullanmaları dikkat çekmiştir. Ayrıca problem kurma görevinde istenen farklı temsilin kullanılması istendiğinden çoğu öğrencinin problem kurarken öncelikle bu temsil çeşidine odaklandığı yani matematiksel konulara odaklanma stratejisini kullandığı görülüştür. Dolayısıyla bu konuda kurulan problemlerde kullanılan stratejiler için problem kurma görevinin etkili olduğu düşünülmektedir. Bu problem kurma görevi için öğrencilerin duygusal yaklaşım, zorluğa odaklanma ve soru kalıplarına bağlı kalma stratejisini kullanmadıkları görülmüştür. Problem kurma görevleri açısından her üç probleme bakıldığında, her üçünde de öğrencilerin bu stratejilerden faydalanabileceği düşünülmektedir. Ancak görevde özellikle farklı temsil vurgunun olmasının öğrencilerin öncelikle matematik konularına odaklanma gibi stratejileri kullanmış olmalarına yönlendirmiş olabileceği düşünülmektedir. Ayrıca öğrenci sayısının çok fazla olmamasından dolayı da bu stratejilerin kullanımına rastlanılmamış olabileceği düşünülmektedir.

Doğrusal denklem grafikleri konusuna yönelik kurulan problemlerde kullanılan stratejiler nelerdir araştırma problemiyle ilgili bulgular ve yorumlar. Öğrencilerle gerçekleştirilen klinik mülakatlar sonucunda, öğrencilerin doğrusal ilişki konusuna yönelik problemlerini kurmak için kullandıkları stratejiler:

- Bağlam oluşturma,
- Problem kurma görevinin yapısına bağlı kalma,
- Matematik konularına odaklanma
- Duygusal yaklaşım
- Soru kalıplarına bağlı kalma
- Zorluğa odaklanma

olarak belirlenmiştir. Bu stratejilerin kullanılma sıklığını gösteren şema aşağıdaki şekilde yer almaktadır.



Şekil 73. Doğrusal denklem grafiklerinin çizimi konusunda kullanılan problem kurma stratejileri

Öğrencilerin doğrusal ilişki konusunda problem oluştururken bu stratejilerin bir veya bir kaçını birden kullandıkları görülmüştür. Bu problem kurma görevi için en çok kullanılan strateji bağlam oluşturma stratejisi olup 10 öğrencinin bu stratejiyi kullandıkları görülmüştür. 7 öğrenci problem durumunun yapısına bağlı kalma, 3 öğrenci matematik konularına odaklanma, 2 öğrenci duygusal yaklaşım, 2 öğrenci soru kalıplarına bağlı kalma ve 1 öğrenci zorluğa odaklanma stratejilerini kullanmıştır.

Tablo 35

Doğrusal Denklem Grafiklerinin Çizimi Konusunda Öğrencilerin Kullandıkları Stratejiler

Kullanılan Strateji	Öğrenci	Öğrenci Sayısı
Bağlam Oluşturma	Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö18,	9
Problem Kurma Görevine Bağlı Kalma	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö12	8
Matematik Konularına Odaklanma	Ö1, Ö7, Ö11	3
Duygusal Yaklaşım	Ö7, Ö9	2
Soru Kalıplarına Bağlı Kalma	Ö3	1
Zorluğa Odaklanma	Ö2	1

Tablo 35 incelendiğinde en çok kullanılan stratejinin *bağlam oluşturma* olduğu görülmektedir. Bu problem kurma görevinde öncelikle öğrencilerin grafiğe uygun bir gerçek yaşam durumu oluşturup bunu problemlerinde kullanmaları istenmiştir. Bu sebeple en çok kullanılan stratejinin bağlam oluşturma stratejisi olması beklenen bir bulgudur. Bağlam oluşturma stratejisi Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö18 tarafından kullanılmıştır. Bu stratejiyi kullandıklarını belirten öğrencilerden Ö5, Ö10 ve Ö18'in açıklamaları aşağıda yer almaktadır.

Ö5: Bu problemi oluştururken bir araç yaptım hani bir de şey demiştiniz gerçek yaşam durumu yazınız dediğiniz için biraz daha gerçek yaşama uygun yazmaya çalışmıştım. Bir denklem yazdım ve bu denkleme göre yol alan bir aracın 6. Gün kaç kilometre yol aldığını bulmalarını istedim yani bu şekilde bir yol izledim.

Ö10: Burada fidan dikildiğini söyledim…ilk dikildiğinde 2 cm miş, her ay kaç cm uzadığını gösterdim.

Ö18: Bu biraz basit oldu bence çok basit her bir bebek doğduğunda 40 cm.'miş biraz ufak yani hasta doğmuş yani her tabloda artmış yani aslında 50 *yazacaktım da 50 olmayınca ben 50 olmuyor yani…Buna göre bir yılın sonunda ne kadar uzamış olur ben bir de şu tabloyu gördüm yani.*

Öğrencilerin açıklamaları incelendiğinde Ö5'in bir aracın aldığı yol bağlamını, Ö10'nun bir fidanın ile boyu arasındaki ilişkiyi, Ö18'in ise bir bebeğin boyunu kurgulayarak problemlerini kurdukları görülmektedir.

Grafik çizme problem kurma görevinde en çok kullanılan stratejilerden biri ise problem durumunun yapısına bağlı kalma stratejisidir. Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö12 kurdukları problemleri açıklarken bu stratejiyi kullandıklarını belirten açıklamalarda bulunmuşlardır. Ö1 in açıklamasına aşağıda yer verilmiştir.

Ö1:Iıı mesela yükseldiği için ilk önce yükselen bir şey bulmaya çalıştım problemimde fidan, fidan seçtim fidanın boyunun 17 cm olduğunu düşündüm . Sonra da her ay uzadığı için şöyle (grafiğin x eksenini göstererek) 1,2,3 diye yaptım hani aylarını gösterdim . Ondan sonra da ilk önce grafiği yani ilk önce grafiği yaptım ondan sonra problemi yazmaya başladım yani yükseldiği için öyle yaptım sonra cebirsel ifadeyi verdim problemde sonra da sonunda grafiği çizdirebilecek bir şey yaptım fidanın gelişimini gösteren bir grafik çiziniz dedim.

Ö12: Bu problemi kurarken burada denklem ve gerçek yaşam durumu diyor ya ilk önce ben biraz yani uçtum ilk önce uzayla ilgili falan bir şeyler yazmıştım sonradan gerçek yaşam olduğu için değiştirdim problemimi yani kurduğunuz denklem diyor denklem oluşturdum ilk önce bu denkleme göre de problemimi kurdum. Evet, öyle yaptım

Ö2: Önce şöyle yaptım. Her iki ayda dedim. Çünkü mesela 1. Ayda tam göstermiyor her 2 ayda gösteriyor tam olduğunu. 2 ay dedim öyle olduğu için. 20+5x böyleymiş.

Ö1'in "*yükseldiği için önce yükselen bir şey bulmaya çalıştım*", Ö12'nin "*burada denklem ve gerçek yaşam durumu diyor*" şeklindeki açıklamalarından yola çıkarak problem durumunun yapısına bağı kalma stratejilerinin kullanıldığı belirlenmiştir. Ö2'nin ise grafiğe odaklandığı, verilen doğrunun üzerinde bulunan noktalara göre problemi kurmaya çalıştığı anlaşılmaktadır.

Öğrencilerden Ö1, Ö7 ve Ö11 problem kurarken matematik konularına odaklanma stratejisini de kullandıkları görülmektedir. Ö1'in "*cebirsel ifadeyi verdim problemde sonra da sonunda grafiği çizdirebilecek bir şey yaptım fidanın gelişimini* *gösteren bir grafik çiziniz dedim”* şeklindeki açıklamasından kurduğu problemde grafiğin çizilmesini istediği anlaşılmaktadır. Ö7’nin ve Ö11’in açıklamaları aşağıda yer almaktadır.

Ö11: Bu problemi şuradaki (grafikte gösterir) noktaları bulmaya çalışarak… Aslında şey grafiğin falan yaparken burada denklemini de bulmaya çalıştım. Çünkü yarar diye işe yarar diye kurdum. Tabloyu kurdum işte sonra bundan sonra…bebeğin kaç kere kalbi atmıştır dediğine göre böyle 1x+2 denklemi.

Ö11’in açıklamalarının çok anlaşılır olmadığı görülse de problem kurarken grafiğin denklemini bulmaya çalıştığı ve tabloyu oluşturduğunu belirtmesi matematik konularına odaklandığını göstermektedir.

Ö7: Burada ben önce arabadan yola çıkmak istedim çünkü kilometreli soruları seviyorum. Bir durum verdim burada yani bir şey açıklama verdim. Yandaki tablonun denklemini sordum ve yukarıdaki grafiğe uygun bir problem kurmayı tercih ettim, problem kurmaya çalıştım böyle.

Ö7’nin “*Yandaki tablonun denklemini sordum ve yukarıdaki grafiğe uygun bir problem kurmayı tercih ettim”* şeklindeki ifadesi matematik konularına odaklandığını göstermektedir. Ö7’nin farklı stratejileri birden kullanıldığı görülmektedir. Ö7 bağlam oluşturma, problem kurma yapısına bağlı kalma, matematik konularına odaklanma ve duygusal yaklaşım stratejilerini kullanmıştır.

Duygusal yaklaşım stratejisini Ö7 ve Ö9’un kullandığı görülmektedir. Ö7’nin “*çünkü kilometreli soruları seviyorum*” şeklindeki açıklaması, Ö9’un “birazcık süslemek istedim” ve “*birazcık değişiklik olsun diye*” şeklindeki açıklamaları duygusal yaklaşım stratejisinin kullanıldığını göstermektedir. Ö9’un problemi hakkındaki açıklaması aşağıda yer almaktadır.

Ö9: Birazcık süslemek istedim açıkçası ve burada şey diyordu mesela, yarım santim değil de ben onu kendim ekledim yani yarım santimi süslemek amacıyla ve birazcık değişiklik olsun diye.

Grafik çizme konusunda Ö3’ün problem kurarken problem durumunun yapısına bağlı kalma stratejisinin yanında *soru kalıplarına bağlı kalma* stratejisini de kullandığı görülmektedir.

Ö3: ıı genelde araba problemleri kurulur hani ben öyle düşünüyorum bunlarda. ıı bunda arabayı tercih ettim. Kilometre, litre cinsinden kurdum ilk baştaki litreyi vermek zorundaydım. Çünkü hani oradan başlamış sıfırdan başlamamış. O yüzden onu şey yaptım, onu belirttim orda. Sonra bilgileri verdim.

Ö3'ün genelde araba problemleri kurulur şeklindeki ifadesi üzerine görüşmenin devamında bunun nedeni sorulmuş, Ö3 "*ya ben öyle düşünüyorum. Çünkü grafiklerde hani litre kilometre cinsinden ya da böyle olmayıp(soruyu gösterir) kaç para tutar gibi sorular soruluyor çünkü."* şeklinde açıklama yapmıştır. Ö3'ün soru kalıplarına bağlı kaldığı görülmektedir.

Ö2'nin *zorluğa odaklanma* stratejisini kullandıkları görülmüştür. Ö2'nin problemi nasıl kurduğunu açıklaması istendiğinde "*bu biraz zor bir problem" ve "diğer problemlere göre farklı bir problem*" şeklinde açıklama yapması problemi kurarken zorluk durumuna odaklandığını göstermektedir.

Doğrusal denklem grafiğine ilişkin problem kurarken kullanılan stratejilerde en çok bağlam oluşturma stratejisinden faydalanılmasında yine problem kurma görevinin etkili olduğu düşünülmektedir. Problem kurma görevinde gerçek yaşamla ilişkilendirme istenilmesi öğrencileri ilk olarak bağlam oluşturmaya yönlendirmiş olabileceği düşünülebilir. Bu problem kurma görevinde hiçbir öğrencinin ilişkisiz yapı entegre etmeyi tercih etmediği de dikkat çeken bir diğer noktadır.

Bir bütün olarak değerlendirildiğinde genel olarak, öğrencilerin kullandıkları stratejilerin problem kurma görevinden etkilendiği düşünülmektedir. Her ne kadar üç problem kurma görevinin türü de yarı-yapılandırılmış problem kurma türünde olsa da, içerik açısından ve istenenler açısından birbirlerinden farklılaşmaktadırlar. Doğrusal ilişki konusundaki problem kurma görevinde farklı temsillerin kullanılmasının istenmesi nedeniyle çoğu öğrenci matematik konularına odaklanarak problem kurduğunu belirtmiş, dolayısıyla problem kurma görevinin içeriğinin ve istenenlerin kullanılan problem kurma stratejisini etkilediğini düşündürmüştür.

Koordinat sistemi konusundaki problem kurma görevi için daha çeşitli stratejilerin kullanıldığı görülmüştür. Doğrusal ilişki konusunda ise en az çeşitlilik görülmüştür. Bu durum problem kurma görevinin yapısından kaynaklanıyor olabileceği gibi yine konunun yapısıyla da alakalı olabileceği düşünülmelidir. Yine öğrenci sayısının çok fazla olmamasından dolayı da bazı görevlerde daha az çeşitliliğin ortaya çıkmasının da mümkün olduğu göz önünde bulundurulmalıdır.

Bölüm 5
Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu bölümde araştırmaya ilişkin sonuç, tartışma ve öneriler alt başlıklar altında ele alınacaktır.

Sonuç ve Tartışma

Öğrencilerin doğrusal denklemler konusundaki matematiksel bilgi ve becerileri incelendiğinde koordinat sistemi konusuyla ilgili olarak, öğrencilerin tamamının eksenlerle ilgili doğru bilgiye sahip olduğu gözlenmiştir. Öğrencilerin tamamı eksenleri dik kesiştirmiş ve eksenler üzerindeki değerlerin pozitif ve negatif olma durumlarını doğru şekilde ifade etmişlerdir. Ancak genel olarak öğrencilerin eksen isimlerini x ve y şeklinde ifade etmedikleri görülmüştür. Az sayıda öğrenci, bölge isimlerini problemlerinde veya klinik mülakatlarda kullanmıştır. Çoğu öğrenci noktayı sıralı ikili olarak doğru şekilde ifade etmiştir. Ancak bazı öğrencilerin problemleri incelendiğinde notayı sıralı ikili olarak doğru ifade edebilseler de problemlerinde kullandıkları noktaların tam olarak ne anlama geldiğini anlayamadıkları gözlenmiştir. Koordinat sistemi konusundaki bulgular değerlendirildiğinde, öğrencilerin genelde koordinat sistemi ve elemanlarına dair doğru bilgilere sahip olduğu görülmüştür. Bunun yanında, problem kurmanın öğrencilerin koordinat sistemi konusundaki hatalarını ve eksiklerini belirleme anlamında da etkili olduğu görülmüştür. Araştırmanın bulgularından hareketle, problem kurmanın Cai ve diğerlerinin (2013) de belirttiği gibi özellikle işlemsel bilgiden çok kavramsal bilgileri ortaya çıkarmak açısından ve öğrencilerin hataları belirlemek açısından etkili olduğu düşünülmektedir. Örneğin, bir öğrencinin bölge isimlerini doğru kullandığı, bölgede yer alan noktaların apsis ve ordinatlarının pozitif veya negatif olma durumlarını doğru belirlediği görülmüştür. Ancak öğrenci, x ekseni üzerindeki bir noktanın hangi bölgede bulunduğunun istendiği bir problem kurmuştur. Bu öğrencinin kurduğu problem içinde kullandığı diğer noktaların, kullandığı bölge isimlerinin doğru olması, dikkatsizlikten kaynaklanan bir hata yaptığını düşündürmüş, klinik mülakatta hatasının farkına varması beklenmiştir, ancak hata düzeltilememiştir. Dolayısıyla burada kavramsal olarak bilgi eksikliğinin bulunduğu ve bu eksikliğin kurulan problem aracılığıyla belirlenebildiği görülmektedir.

Kurdukları problemlerde birkaç öğrencinin, bazı noktaların koordinatlarını yazabiliyor olup, bazılarını yazamamaları dikkat çekmiştir. Noktayı yazamayan bu öğrencilerden birinin (Ö4), problemi incelendiğinde ve klinik mülakatlarda, aklında başka bir problem durumu olduğu, grafik üzerindeki noktaların isimlerine dikkat etmeden kendi aklında oluşturduğu doğrusal ilişkiye uygun olacak şekilde noktalar belirlediği için noktaları yazarken hata yaptığı düşünülmektedir. Öğrencinin "B'yi kendim yaptım" ifadesi problem durumunda verirken B'yi göz ardı ederek kendi aklındaki duruma uygun olacak şekilde bir sıralı ikili belirlediğini göstermektedir. Dolayısıyla noktanın ne anlama geldiğini kavramsal olarak anlamada da sıkıntı yaşadığı görülmektedir. Başka bir öğrencinin ise (Ö11) x ekseni üzerindeki noktayı hatalı olarak yazması, eksen üzerindeki noktaları yazmada sıkıntı yaşadığını düşündürmüştür. Bu araştırmada ortaya çıkan, koordinat düzlemi üzerinde noktaların belirlenmesi ile ilgili hataların literatürdeki başka çalışmalarda da ortaya çıktığı görülmektedir (Çelik & Özdemir, 2011; Işıksal & Aşkar, 2003; Tekin, Konyalıoğlu & Işık, 2009).

Işıksal ve Aşkar (2003), 7. sınıf öğrencilerinin verilen noktaları koordinat düzleminde gösterilmesiyle ilgili sıkıntı yaşadıklarını belirtmişlerdir. Ortaöğretim öğrencileriyle yürütülen başka bir çalışmada ise öğrencilerin lineer (doğrusal), parabolik, logaritmik, trigonometrik ve üstel fonksiyonların grafiklerini çizebilmeleri incelenmiştir (Tekin, Konyalıoğlu & Işık, 2009). Tekin, Konyalıoğlu ve Işık (2009)' un araştırma bulgularında verilen örnek problemlerde, öğrencilerin grafiği çizmek için bazı noktalar buldukları görülmektedir. Ancak bulunan ve eksen üzerinde olması gereken bazı noktaların doğru yerleştirilememesi dikkat çekmektedir. Çelik ve Özdemir'in (2011) lise öğrencileriyle yürüttüğü çalışmada öğrencilerin bazılarının kompleks düzlemde verilen noktanın koordinatlarını yazamadıklarını, bunun temelinde koordinat sistemi ve elemanlarının anlaşılamaması olduğunu belirtmişlerdir. Benzer şekilde kompleks düzlemde bazı öğrencilerin bölgeleri belirlemede sıkıntı yaşadıkları, bunların sebebinin koordinat düzlemindeki bölgeleri belirlemedeki sıkıntılar olabileceği vurgulanmıştır. Dolayısıyla öğrencilerin koordinat sistemi üzerindeki noktayı belirlemeyebilmeleri, noktaları doğru şekilde sıralı ikili olarak ifade edebilmeleri, daha ileri matematik konularını anlamaları bakımından önemlidir. Öğrencilerin daha sonraki öğrenme yaşantılarını olumlu yönde etkileyeceği için, bu eksikliklerin zamanında belirlenmesinin ve hataların düzeltilmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Problem kurmanın, öğrencilerin bu eksikliklerinin ortaya koyulmasında oldukça etkili olduğu düşünülmektedir.

Bazı problemlerde, öğrencilerin dörtgen oluşturup bunların alanını sormak istedikleri görülmüştür. Ancak öğrencilerin bu problem durumunu kullanmalarının sebebinin çeşitli kitaplarda sıkça karşılaştıkları bir problem türü olduğundan kaynaklandığı düşünülmektedir. Çünkü öğrencilerin bu problemleri anlayarak oluşturmadıkları gözlenmiştir. Problem kurarken çeşitli kalıplara bağlı kalındığı farklı araştırmalarda da gözlenen bir durumdur (Bonotto 2013; Çetinkaya, 2017; Kılıç, 2013). Bu öğrencilerin, kurdukları problemlerde dörtgenlerin köşe noktalarını belirtmeleri gerekirken, problemde yer verdikleri noktanın oluşturdukları dörtgenlerin köşe noktalarında olup olmadığına veya problemlerinde belirledikleri köşe noktaların soru içinde verilmesi gerektiğine dikkat etmedikleri görülmüştür. Dolayısıyla bazı öğrencilerin, noktanın koordinat sistemi üzerindeki sıralı ikililerin tek bir noktayı belirttiğini anlayamadıkları, kendi problemlerinde yer verdikleri noktalarla, aslında verdikleri noktalardan geçen doğruları kastetmek istedikleri görülmüştür.

Koordinat sistemi üzerinde verilen bir noktanın ne ifade ettiğinin tam olarak anlaşılamamasının veya bölgelerin özelliklerinin tam olarak bilinememesinin kompleks sayılar konusuyla ilgili kavramların anlaşılmasını da olumsuz etkileyebileceği düşünülmektedir. Çelik & Özdemir (2011), kompleks sayılarla ilgili kavram yanılgılarını ortaya koymuş, bu yanılgıların ve hataların altında öğrencilerin koordinat sistemi bilgilerinin yeterli olmamasının yer aldığını belirtmişlerdir. Öğrencilerin ilerideki matematik eğitimlerine olan etkileri göz önünde bulundurulduğunda, öğrencilerin matematiksel bilgi ve becerilerindeki eksikliklerin ortaya koyulmasının önemli olduğu düşünülmektedir. Bu eksikliklerin belirlenmesi için çeşitli ölçme ve değerlendirme yaklaşımları kullanılmakta, bunların çeşitliliği öğretmenlere öğrenciler hakkında daha detaylı bilgiler sunmasını sağlamaktadır. Bu araştırmada da öğrencilerin bilgi eksiklikleri kurdukları problemler aracılığıyla ortaya koyulmuştur. Yani problem kurmanın bir ölçme aracı olarak kullanılabileceği görülmektedir.

Öğrencilerin doğrusal ilişki konusuna dair matematiksel bilgileri doğrusal ilişki, tablo oluşturma, grafik oluşturma ve denklem oluşturma kazanım bileşenleri altında incelenmiştir. Öğrencilerden çoğunun doğrusal ilişkiyi, değişkenlerin birbirine bağlı değişimini doğru şekilde anladığına dair bulgulara rastlanmıştır. Tabloyu kullanan öğrencilerin değerler tablosunu genelde doğru bir şekilde oluşturabildikleri görülmüştür. Öğrencilerden yalnızca biri (Ö5), doğrusal ilişki konusuna yönelik problem kurma görevinde denklem oluşturmayı tercih etmiş ve doğru şekilde oluşturabilmiştir. Az sayıda öğrenci grafik oluşturmayı tercih etmiş, ancak bunlardan yalnızca biri grafiği de doğru bir şekilde oluşturmuştur. Doğrusal ilişkiyi göstermek için grafik ve denklem oluşturmanın daha az tercih edildiği, daha çok sayıda öğrencinin tablo oluşturmayı tercih ettiği görülmektedir.

Doğrusal ilişki konusunda, öncelikli olarak öğrencilerin değişkenlerin birbirine bağlı değişimini anlamaları beklenmektedir. Ancak öğrencilerin sadece bir kısmının değişkenlerin birbirine bağlı değişimini anladığına dair bulgulara rastlanmıştır. Öğrenciler açısından doğrusal ilişkinin ve değişkenlerin birbirine bağlı değişiminin anlaşılması zor olduğu farklı çalışmalarla da ortaya koyulmuştur. Doğrusal denklemlerle ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin doğrusal ilişki kavramını anlamakta zorlandıkları ve bu kavram hakkında çeşitli kavram yanılgılarına sahip oldukları (Bike-Kalkan, 2014; De Bock vd., 2002; Hadjimetriou & Williams, 2002), öğrencilerin değişkenlerin birbirine bağlı değişimini anlamakta sıkıntı yaşadıkları ortaya koyulmuştur (Tekay, 2012; Tekin, Konyalıoğlu & Işık, 2009). Öğrencilerin genel olarak zorluk yaşadıkları bilinen çeşitli konularda, problem kurma görevlerinin daha ayrıntılı yapılandırılarak bu kavramların öğretimi gerçekleştirilebilir. Bu araştırmada problem kurma görevleri derslerin içerisine entegre edilmiş olsa da, bazı öğrenciler için uygulamaların yeterli olmadığı görülmektedir. Dolayısıyla özellikle zorlanıldığı bilinen konular için veya sınıf içinde öğrencilerin hatalı anlayışlarının olduğu belirlenen konular için, problem kurma görevlerinin koşulları istenen konu ve kavramları kullanmayı gerektirecek şekilde düzenlenebilir. Bu şekilde hazırlanan problem kurma görevlerinin, öğrencilerin, ödev ve portfolyo dosyaları gibi, ders dışındaki çalışmalarında da yer alması sağlanabilir.

Doğrusal denklem grafiklerini çizilmesi kazanımına ilişkin matematiksel bilgileri incelendiğinde, öğrencilerin çoğunun doğrusal denklem grafikleri için verilen problem kurma görevinde grafiğin arttığını anlayabildikleri görülmüştür. Ancak öğrencilerin sadece bir kısmı grafiği oluşturmak için eksen üzerindeki noktalara değer verirken eşit aralıklı olmaları gerektiğini dikkate almıştır.

Öğrencilerin sadece yarısının denklemi doğru bir şekilde oluşturabildiği görülmüştür.

Öğrencilerin grafik oluştururken, eksen üzerindeki noktaların eşit aralıklı olmalarını dikkate almadıkları dikkat çeken bir hatadır. Bu hatanın doğrusal denklem grafiklerinin çizilmesini içeren başka çalışmalarda da ortaya çıktığı görülmüştür. 8. sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçişlerinin incelendiği bir çalışmada, öğrencilerin birimler arasındaki uzaklıklara dikkat etmeden sayıları yerleştirdikleri görülmüştür (Gürbüz & Şahin, 2015). Doğrusal denklemlerin grafikleri konusunda yapılan bir başka hata, değişim oranının belirlenmesinde yaşanmaktadır. 7. sınıf öğretim programında doğrusal denklemler alt öğrenme alanında “değişim oranı” kavramı geçmemektedir (MEB; 2015). Ancak bu kavram isim olarak geçmiyor olsa da, öğrencilerin doğrusal denklem grafiklerini oluştururken bu değişim oranından faydalanmaları gerekmektedir. Öğrencilerin değişim oranını belirlerken hata yapmaları, benzer araştırmalarda da ortaya çıkmıştır (Bike-Kalkan, 2014; Cai vd., 2013; Hattikudur vd, 2012).

Öğrencilerin koordinat sistemi konusunda kurdukları problemlerden yola çıkarak matematiksel süreç becerileri incelendiğinde; koordinat sistemi konusu için matematiksel iletişim becerilerinin çok yeterli olmadığı dikkat çekmektedir. Öğrencilerin sadece bir kısmı matematiksel düşüncelerini yazılı ve sözlü (olarak doğru şekilde ifade edebilmiştir. Noktanın “A(a,b)” şeklinde doğru bir gösterimle ifade edilmesi öğrencilerin yaklaşık yarısı tarafından; kavram ve terim isimlerinin yerinde kullanımı daha az sayıdaki öğrenci tarafından gerçekleştirilmiştir. Ancak bu araştırmada uygulanan problem kurma görevlerinde istenen koşullarda öğrencilerin herhangi bir kavram veya terimlerin kullanılmaya doğrudan yönlendirilmemektedir. Bu nedenle kavramların ve terimlerin az sayıdaki öğrenci tarafından kullanılmış olabileceği, öğrencilerin bir kısmının özellikle bu terim veya kavram isimlerini kullanmaya ihtiyaç duyamamış olabileceği de düşünülmektedir.

Koordinat sistemi konusunda kurulan problemler ilişkilendirme becerisi açısından incelendiğinde, öğrencilerin çoğunun probleminde doğru şekilde bazı ilişkilendirmeler yapabildiklerine dair bazı bulgular görülmüştür. Öğrencilerin çoğu koordinat sistemi konusunu gerçek yaşamla veya başka matematik konularıyla ilişkilendirebilmişlerdir. Öğrencilerin koordinat sistemi konusunda oluşturdukları problemlerde iletişim ve akıl yürütme becerilerine kıyasla ilişkilendirme becerilerine dair daha fazla bulguya rastlanmıştır.

Koordinat sistemine yönelik kurulan problemlerin bir kısmında ise hatalı akıl yürütmeler olduğu görülmüştür. Bazı problemlerde öğrenciler alanı oluştururken oluşturdukları dörtgenlerin köşe noktalarına yer vermeleri gerektiğini fark edememişlerdir, bir problemde iki nokta arasındaki uzaklığı bulurken hatalı bir akıl yürütme gözlenmiş, bazı problemlerde ise problemle çözümü iç içe geçmiş, problemde ne istendiği anlaşılamamıştır.

Bu araştırmada, doğrusal ilişki konusunda kullanılan problem kurma görevinde, öğrencilere doğrusal ilişkiyi içeren sözel bir durum verilmiştir. Öğrencilerin bu problem durumundan hareket ederek problem kurmaları istenmiş, öğrenciler istedikleri temsili kullanabilecek şekilde serbest bırakılmıştır. Öğrencilerin daha çok tablo temsili tercih ettiği görülmüştür. Bu araştırmada öğrencilerin verilen sözel durumu daha çok tablo temsile dönüştürmeyi tercih ettikleri görülmüştür. Literatürde yer alan başka araştırmalarda, öğrencilerin farklı temsil türlerinden tablo temsile dönüştürme becerilerinin diğer temsil türlerine göre daha yüksek olduğu gözlenmiştir (Gürbüz & Şahin, 2015; Sert, 2007).

Doğrusal ilişki konusuna ilişkin problem kurma görevine verilen cevaplarda, öğrencilerin yaklaşık yarısı günlük dili matematiksel olarak doğru yorumlayabilmiş, ancak az bir kısmı ise problem durumunu yanlış anlayıp problemi anladıkları duruma göre oluşturdukları görülmüştür. Yani bazı öğrencilerin, iletişim becerilerinin verilen günlük dili matematiksel olarak yorumlama anlamında yetersiz olduğu görülmüştür. Öğrencilerin bazılarının uygun matematiksel gösterimlerle tablo, grafik ve cebirsel ifadeyi oluşturabildiği görülmüştür. Az sayıda öğrencinin matematiksel fikirlerini anlaşılır şekilde ifade sözel ve yazılı olarak ifade edebildikleri görülmüştür. Sonuç olarak öğrencilerin çoğunluğun doğrusal ilişki konusunda, iletişim becerilerinin yeterli olmaması dikkat çekmektedir. Bu araştırmada dersler problem kurmayla desteklenerek yürütülmüş olsa da uygulama süresinin kısıtlı olduğu düşünülmektedir. Ayrıca öğrenciler uygulama süresince yeni konuları öğrendikleri de göz önünde bulundurulmalıdır. Dolayısıyla öğrencilerin aynı konu için çok fazla problem kurma deneyimleri olmadan yeni bir konu ve kavramları da öğrenmek zorunda kalmaktadır. Bu nedenle konu ve kavramlarla ilgili bilgi eksikliklerinin de öğrencilerin becerilerini etkiliyor olabileceği düşünülmektedir. Örneğin bir öğrenci doğrusal ilişki konusunda bazı eksik anlayışları bulunuyorsa, doğrusal ilişkiye yönelik iletişim becerilerinin de yeterli olamayabileceği düşünülmektedir.

Öğrencilerin sadece az bir kısmının kullandıkları doğrusal ilişkileri açıklayabildikleri görülmüştür. Öğrencilerin doğrusal ilişkiyi açıklamakta zorlanmaları başka çalışmalarda da rastlanılan bir bulgudur (Bike-Alkan, 2014; De Bock, 2002). Bike-Alkan (2014) öğrencilerin doğrusal ilişkiyle ilgili argüman geliştiremedikleri sonuçlarına ulaşmıştır. Hem bu çalışmada hem de başka çalışmalarda ortaya koyulduğu gibi öğrencilerin doğrusal ilişkileri açıklayamamalarına iletişim becerileri açısından bakıldığında, öğrencilerin matematiksel düşünceleri sözlü olarak ifade etmede yeterince başarılı olamadıkları söylenebilir. Sonuç olarak literatürde doğrusal ilişki konusunun anlaşılması zor bir konu olduğu görülmekte, yapılan problem kurma destekli öğretim sonucunda da aynı bulgular gözlemlenmektedir. Zorlanılan doğrusal ilişki konusunun öğretimine ilişkin daha fazla zaman ayrılmasının ve çeşitli problem kurma görevleriyle desteklenmesinin, konuya ilişkin bu zorlukların giderilmesinde etkili olabileceği düşünülmektedir.

Doğrusal ilişki konusunda yönelik kurulan problemler ilişkilendirme becerisi açısından incelendiğinde; bazı öğrencilerin doğrusal ilişki konusunu aritmetik ortalama ve fen bilimleri dersinde öğrenilen bilgilerle ilişkilendirmek istediği görülmüştür. Bazı öğrenciler problem durumuna yeni bir durum ekleyerek problemlerini oluşturmuşlardır. Öğrencilerin bir kısmının farklı temsilleri kullanarak problemlerine entegre ettikleri, az sayıdaki öğrencinin ise birden fazla temsili kullanmaya çalıştığı görülmüştür.

Doğrusal ilişki konusunda akıl yürütme becerisiyle ilgili olarak, öğrencilerin yarısının doğrusal ilişkiyi anlayıp açıkladığı ve problemlerinde kullandığı görülmüştür. Az sayıda öğrencilerin doğrusal ilişki konusunda problemle alakalı çıkarımlarda veya genellemelerde bulunabildiği görülmüştür. Bazı öğrenciler ise grafik çizimde hatalı akıl yürütmelerde bulunmuşlardır. Genel olarak öğrencilerin doğrusal ilişki konusunda gözlenebilen akıl yürütme becerilerinin çok yeterli olmadığı düşünülmektedir.

Öğrencilerin ilişkilendirme becerileri doğrusal denklem grafikleri konusu için incelendiğinde çoğu öğrencinin problem durumlarını günlük yaşamla ilişkilendirdiği, , grafik temsilden yola çıkarak tablo değerlerini oluşturabildikleri, grafik temsilden cebirsel ifadeye geçişin öğrencilerin yarısı tarafından gerçekleştirildiği belirlenmiştir. Yapılan çalışmalarda öğrencilerin grafik temsilden yola çıkarak denklem oluşturmakta zorlandıkları belirtilmiştir (Knuth, 2000; Tekay & Doğan, 2009). Knuth (2000) öğretim sırasında kullanılan görevlerin, farklı gösterim çeşitlerini birbirleriyle ilişkilendirmek için etkili olduğunu ancak bazen de kısıtlayıcı olduğunu vurgulamıştır. Genellikle verilen görevlerde, denklem gösterimden grafik gösterime bir geçişin sağlandığını bunun içinse öğrencilerin öncelikle tablo temsile dönüşüm yapıp ardından grafiğe geçildiğinden bahsetmiştir. Knuth (2000) araştırmasında grafik temsilin kullanıldığı görevler vererek, denklem temsile geçişin sağlamaya çalışmıştır. Bu çalışmada da benzer bulgular olduğu gözlenmiştir. Öğrenciler grafikten yola çıkarak, değişkenlerin aldıkları değerleri tablo ile ifade etmiş, tablo temsili oluşturan öğrencilerin bir kısmı da tablo değerlerinden cebirsel ifadeye geçiş yaparak denklemi doğru şekilde yazabilmişlerdir. Öğrencilerin bu dönüşüm sırasında tablo temsili ara bir adım gibi düşündükleri gözlenmiştir. Bu bulguya benzer gözlemler Gürbüz & Şahin (2015) tarafından da gözlenmiştir. Bu durumun nedenini ise tablo temsilin diğer temsillere göre prototip olmasıyla açıklanabilir. Bazı temsillerin prototip olması görüşüne göre, öğrenciler temsilleri birbirine dönüştürürken bazı temsillerle diğerleri arasında bir ilişki kuran prototip yani örnek kullanırlar (Gagatis, Christou & Elia, 2004). Bu çalışmada da öğrencilerin genel olarak prototip olarak tablo temsili kullandıkları gözlenmiştir.

İletişim becerileri açısından doğrusal denklem grafiğinin çizilmesi konusunda; grafik temsilden tablo temsile doğru bir şekilde geçiş yapan öğrencilerin tamamının tabloyu uygun gösterimle ifade ettiği söylenebilir. Denklemi doğru oluşturan öğrencilerin çoğu, denklemi uygun bir gösterimle oluşturmuşlardır. Matematiksel fikirlerin sözlü ve yazılı olarak anlaşılır şekilde ifade edilmesi, doğrusal denklem grafikleri konusu için de az sayıda öğrencinin tarafından gerçekleştirilmiştir.

Öğrencilerin yarısının grafikten yola çıkarak doğrusal denklemi uygun şekilde yazabilmeleri ve grafikteki matematiksel ilişkiyi kullanarak tabloyu oluşturabilmeleri mantıklı çıkarımlarda ve genellemelerde bulunabildiklerinin göstergelerinden biridir. Ancak öğrencilerin problem oluşturma süreçlerinin bazı aşamalarında hatalı akıl yürüttükleri de gözlenmiştir. Örneğin bazı öğrenciler eksen üzerindeki noktalara değer verirken noktaların eşit aralıklı olduğunu göz ardı etmişler, bazıları da değişim oranını hatalı olarak belirlemiştir. Noktaların eşit aralıklı olmalarına dikkat edilmemesi ve değişim oranının belirlenmesinde zorluklar yaşaması da literatürde karşılaşılan bir durumdur (Cai vd.,2013; Gürbüz & Şahin, 2015; Hattikudur vd, 2012). Sonuç olarak doğrusal denklem grafiklerinin çizilmesine yönelik kurulan problemlerin de öğrencilerin grafiklerin oluşturulmasıyla ilgili zorlukları, hataları ve düşünme süreçlerini ortaya koymada oldukça etkili olduğu düşünülmektedir.

Bu araştırmada öğrencilerin doğrusal denklemler konusunda kurdukları problemler bir bütün olarak değerlendirilmiştir. Yani araştırmanın analiz birimini sınıfta yer alan öğrencilerin tamamı oluşturmaktadır. Ancak bazı öğrencilerin kurdukları problemler bireysel olarak incelendiğinde bazı noktalar dikkat çekmiştir. Örneğin bir öğrencinin (Ö18) kurduğu problemlerde matematiksel bilgilerle ilgili çok fazla bulguya rastlamamaktadır. Öğrencinin problemleri matematiksel olarak hatalı olabilmektedir ancak ilişkilendirme becerisi açısından incelendiğinde diğer öğrencilere kıyasla farklı ilişkilendirmeler yapabilmesi dikkat çekmektedir. Ö18 koordinat sistemi konusunda kurduğu problemde kapalı bir alan oluşturup çevre ve alan sormak istemiş, doğrusal ilişki konusundaki probleminde fen bilimleri dersinde gördüğü konuları probleminde kullanmaya çalışmış ve kütle ile ağırlığı ilişkilendirmiş, doğrusal denklem grafiklerinde ise gerçek yaşam bağlamına uygun şekilde yer vermiştir. Dolayısıyla problem kurmanın matematiksel bilgileri yeterli olmayan öğrencilerde bile çeşitli becerilerinin gözlenmesi açısından etkili olduğu görülmektedir. Problem kurmanın, öğretmenlere standart bir ölçme değerlendirmeden farklı olarak, öğrencinin matematiksel anlamaları, becerileri, matematiğe karşı ilgileri, tutumları gibi çeşitli bilgiler sunduğu belirtilmektedir (Silver, 1993). Bu çalışmadan elde edilen bulgulardan hareketle, öğrencilerin matematiksel bilgilerini yanında bireysel olarak her bir öğrenciye dair özel matematiksel becerileri ve ilgileri hakkında da çeşitli bilgiler elde edilebileceği düşünülmektedir.

Dikkat çeken başka bir öğrencinin problemlerinde ise öğrencinin farklı temsilleri birbiriyle ilişkilendirmeye yönelik girişimlerde bulunduğu gözlenmiştir (Ö18). Öğrenci çoğunlukla tablo temsil ile grafik temsili doğru şekilde ilişkilendirmiştir ancak denklem oluşturma sürecinde hatalı akıl yürütme gözlenmiştir. Umay (2007) kusurlu akıl yürütmelerin incelenmesinin bizi kavram yanılgısına götürebileceğini belirtmiştir. Kavram yanılgısı sistematik hata üreten durumlardır (Zembat, 2008). Bu çalışmada da bu öğrencinin hatalı akıl yürütmesinin sorgulanmasıyla doğrusal denklemin cebirsel ifadesini oluşturmayla alakalı sistematik bir hata yapıyor olabileceği düşünülmüştür.

Ö9 tablo değerlerinden yola çıkarak; y=ax+b (a,b € R) şeklindeki bir doğrusal denklemi oluşturmak için kendince bir yöntem geliştirmiştir. x değerlerindeki artış miktarını belirleyip x'in katsayısı olarak yazmakta, y değerlerindeki artış miktarını gözlemleyip bunu b sabiti şeklinde yazmaktadır. Ö9'un her doğrusal denklem oluştururken aynı adımları takip etmesi sistematik bir biçimde hata yapmasını doğurmaktadır. Problem kurma yoluyla öğrencinin kavramlarla ilgili hatalı anlamalarının ortaya koyulabileceği birçok çalışmada vurgulandığı gibi (Işık & Kar, 2012; Toluk-Uçar, 2009; Koichu & diğ., 2013; Lavy & Shirik, 2010, Lin, 2004), bu çalışmada da gözlenmiştir.

Bu çalışmada doğrusal denklemler konusu, problem kurma yaklaşımıyla desteklenerek öğretilmiştir. Genel olarak problem kurma problem kurma yoluyla yapılan öğretimin sonucunda öğrencilerin doğrusal denklemler konularına dair doğru bilgilere sahip olduğu görülmektedir. Ancak bunun yanında bazı öğrencilerin hatalı anlayışları olduğu da gözlenmiştir. Ortaya çıkarılan bu hataların, literatürde farklı yöntemlerle ortaya koyulan hatalarla aynı olduğu gözlenmiştir.

Problem kurmanın derslere entegre edilmesiyle birlikte, problem kurmanın değerlendirme anlamında nasıl kullanılabileceğiyle ilgili çalışmalar yapılması gerekliliği birçok araştırmada vurgulanan bir noktadır (Cai ve diğ, 2013; Silver & Cai, 2005; Silver, 2013). Bu çalışmanın bir araştırma problemi kapsamında öğrencilerin matematik konu ve kavramlarına dair bilgi ve becerileri, hatalı anlayışları, eksiklikleri problem kurma yoluyla belirlenmiştir. Birinci araştırma probleminde, problem kurma, literatürde bahsedildiği gibi "problem kurmayla ölçme" (assesment with problem posing) anlamında kullanılmıştır (Silver & Cai, 2005). Bu anlamda koordinat sistemi konusu için problem kurmanın alternatif bir ölçme değerlendirme yaklaşımı olarak öğrenime entegre edilmesinin uygun ve uygulanabilir olduğunu düşündürmektedir. Bu çalışmada yararlanılan problem kurma görevlerinin ölçme anlamında çeşitliliği sağlaması açısından literatüre katkıda bulunabileceği düşünülmektedir.

Cebir konusuyla ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde farklı temsillerin birbirleriyle ilişkilendirilmesinin öneminin sıkça vurgulandığı görülmektedir (Brenner vd, 1997; Gürbüz & Şahin, 2015; Lacampagne, Blair & Kaput, 1995; Sert, 2007). Bu araştırmada da kullanılan problem kurma görevlerinin özellikle öğrencilerin ilişkilendirme becerilerini geliştirmeleri açısından oldukça önemli olduğu düşünülmektedir. Çünkü öğrencilere verilen problem kurma görevlerinde, öğrencilerden beklenen kazanımlar göz önünde bulundurularak öğrencilerin istenen yönde problem kurmaları sağlanabilir.

Bu araştırmada problem kurma öğrencilerin ilk kez öğrenecekleri bir konuya entegre edilmiş olması sebebiyle uygulanan öğretimin öncesinde herhangi bir başarı testi uygulayarak öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilgili bilgilerini karşılaştırmak mümkün olmamıştır. Araştırma deneysel bir desende tasarlanmamış ve dolayısıyla farklı bir metotla uygulanan derslerle karşılaştırma gerçekleştirilmemiştir. Araştırmada problem kurma yoluyla yapılan öğretimle öğrencilerin matematiksel kavramlara ve becerilere ulaşması hedeflenmiştir. Bu araştırmadan elde edilen bulgular yola çıkılarak, yapılan problem kurma destekli gerçekleştirilen doğrusal denklemler konusuna yönelik öğretimin, öğrencilere matematiksel bilgi ve beceri kazandırması anlamında genel anlamda etkili olduğu söylenebilir.

Bu araştırmada öğrencilerin, problem kurmayla ilk defa tanışıyor olmaları ve uygulama sürecinin kazanımların öğretilmesi için öngörülen toplam 12 saatle kısıtlı olduğu göz önünde bulundurulmalıdır. Öğrencilerin dersler süresince daha çok problem kurdukça, özellikle yetersiz oldukları gözlenen iletişim becerilerinin de gelişebileceği düşünülmektedir. Bu araştırma sürecinde, matematiksel bilgi açısından yetersiz olduğu gözlemlenen öğrencilerin bile problem kurma görevlerinin koşullarından dolayı çeşitli ilişkilendirmeler yapmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Özetle, bu araştırmanın problem kurmanın derslere entegre edilmesi, öğrencilerin bilgi ve becerilerinin geliştirilmesinde katkıları ve ayrıca öğrencilerin bilgi ve becerilerini ortaya koymak için sınıf içi ölçme ve değerlendirmede nasıl kullanılabileceği ve uygulanabilirliği hakkında literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Bu araştırmanın ikinci araştırma problemine yanıt aramak için, problem kurmayı değerlendirme rubriği oluşturulmuştur. Problem kurma literatürü incelenmiş, araştırmanın amacı ve kapsamı doğrultusunda uzman görüşleri alınmış ve problemin anlaşılırlığı, matematiksel açıdan doğruluğu, bağlamsal özgünlüğü, matematiksel ilişkiler açısından özgünlüğü, karmaşıklık düzeyi ve de koşullara uygunluğu nitelikleri problem kurmayı değerlendirme rubriğinde yer almıştır. Bu araştırma probleminde öğrencilerin kurdukları problemler değerlendirildiği için Silver & Cai (2005)'nin ifade ettiği gibi "problem kurmanın ölçülmesinin" (assesment of problem posing) gerçekleştirildiği söylenebilir.

Problem nitelikleri bazında alınan puanlar incelendiğinde bazı noktalar dikkat çekmiştir. Problemin anlaşılırlığı niteliğinden 3 puan alan 47 problem (%21,1) bulunmaktadır. Matematiksel açıdan tamamen doğru olan ise 87 problem (%38,7), bağlamsal özgünlük niteliğinden 3 puan alan yani özgün olarak değerlendirilen 48 problem (%21,6) olduğu görülmektedir. Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğinde, özgün olarak değerlendiren yalnızca 4 problem (%1,8) bulunmaktadır. Öğrenciler matematiksel açıdan özgün problem oluşturmada başarılı olamadıkları söylenebilir. Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliğinde kurulan problemlerin büyük çoğunluğu 1 puanla değerlendirilmiş, yani çoğunluğun kitaplarda rastlanabilecek matematiksel ilişkileri içeren problemler oluşturduğu görülmüştür. Karmaşıklık düzeyi niteliği açısından bakıldığında 6 problem nispeten daha fazla akıl yürütme gerektiren, çoklu adımları ve çoklu karar verme noktaları içeren problemler oldukları gözlenmiştir. Problemlerin çoğu orta karmaşıklıkta olup, 110 problem (%49,5) 2 puanla değerlendirilmiştir. Koşullara uygunluk niteliğinde ise 96 problemin (%43,2) koşulları tamamen sağladığı görülmüş, 24 problemin (%10,8) ise hiçbir koşulu tam olarak yerine getiremediği görülmüştür.

Özetlenecek olursa öğrencilerin problem niteliklerinden aldıkları puanlar incelendiğinde, öğrencilerin genel olarak problem kurmada çok da başarılı olmadıkları söylenebilir. Öğrenciler koşullara uygun problem kurmada nispeten daha başarılılardır. Ancak özellikle matematiksel ilişkiler açısından özgün problem oluşturma konusunda başarılı olamadıkları ortaya koyulmaktadır. Ayrıca öğrencilerin kazanımlar ilerledikçe yani uygulamanın süresi geçtikçe koşullara uygunluk niteliği dışındaki tüm problem nitelikleri açısından daha yüksek puanlar aldıkları görülmüştür. Problem kurma görevleri açısından incelendiği ise sadece koşullara uygunluk niteliği için serbest problem kurma durumlarının puan ortalamalarının daha yüksek olduğu gözlenmiştir.

Öğrencilerin problem kurma niteliklerinden aldıkları puanlar incelendiğinde, bu araştırmadan elde edilen sonuçlara paralel olarak öğrencilerin problem kurmada çok başarılı olamadıklarını belirten çeşitli çalışmalar bulunmaktadır (Özgen & diğ. 2017). Özgen ve diğ. 8. sınıflara uyguladıkları problem kurma testinde alınabilecek en yüksek puan 108 olduğunu ancak öğrencilerin problem kurma puanları ortalamasının 45,1 olduğunu belirtmişlerdir. Bu araştırmada ise alınabilecek en yüksek puanın 234, öğrencilerin ortalama puanın ise 102 olduğu belirlenmiştir. Araştırma sonuçlarının, her ne kadar problem kurma destekli öğretim gerçekleştirilmiş olsa da öğrencilerin problem kurma başarılarının literatürdeki çalışmalarla benzerlik gösterdiği görülmektedir. Ancak problem kurma destekli öğretim sürecinin daha uzun olmasının, öğrencilerin genel problem kurma başarılarını da arttıracağı düşünülmektedir.

Öğrencilerin problem niteliklerinden aldıkları toplam puanların ortalamaları incelendiğinde, sınıfa genelinde en yüksek ortalamaya sahip problem niteliğinin koşullara uygunluk olduğu görülmektedir. Koşullara uygunluk niteliğinden alınan ortalama puan 21,6 olarak hesaplanmıştır. Koşullara uygunluk niteliğinden sonra 19,5 puan ortalamasıyla problemin anlaşılırlığı ve 19,45 puan ortalamasıyla matematiksel açıdan doğruluğu problem nitelikleri gelmektedir. Problemin karmaşıklığı niteliğine ait puanların ortalaması 16,55 tir. En düşük ortalamaya sahip iki nitelik sırasıyla 14,5 puanıyla bağlamsal özgünlük ve 11,05 puanla matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliği gelmektedir. En düşük puana sahip iki nitelik de özgünlükle alakalı niteliklerdir.

Problemlerin anlaşılırlığı niteliğinde problemlerin sadece %21,1'inin anlaşılır olması, öğrencilerin genel anlamda dilsel açıdan anlaşılır problem kurmakta zorlandıklarını göstermektedir. 5. sınıf öğrencileriyle yapılan çalışmada Çetinkaya (2017) de öğrencilerin problemleri yazılı olarak ifade etmede çok da başarılı olmadıklarını belirtmiştir. Kwek ve Lye (2008) de öğrencilerin anlaşılır problem kurmakta zorlandıklarını belirtmişlerdir. Öğrencilerin anlaşılır problem kurmadaki sıkıntı yaşamaları diğer problem kurma çalışmalarında da rastlanan bir durum olduğu görülmektedir. Bu araştırmanın birinci probleminde öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin de çok yeterli olmadığı belirlenmiştir. Dolayısıyla, öğrencilerin kurdukları problemleri ifade etmedeki sıkıntılarının iletişim becerilerinin yeterli olmamasıyla ilişkili olabileceği düşünülmektedir.

Bir diğer dikkat çekici bulgu, öğrencilerin bağlamsal özgünlük ve matematiksel ilişkiler açısından özgünlük niteliklerine ait puanlarının ortalamasının diğer niteliklere göre düşük olmasıdır. Öğrencilerin çok az bir kısmı özgün sayılabilecek problemler oluşturmuşlardır. Literatürde problem kurma becerilerini orijinallik açısından ele alan çalışmalar incelendiğinde benzer sonuçlar görülmektedir. Bonotto (2013) da 10-11 yaşlarındaki öğrencilerle gerçekleştirdiği çalışmada, oluşturulan çoğu problemin ders kitaplarındakine benzer problemler olduklarını belirtmişlerdir. Korkmaz & Gür (2006) de öğretmen adaylarıyla yürüttükleri çalışmada öğretmen adaylarının problem kurarken ders kitaplarına bağlı kaldıklarını belirtmiştir. Çetinkaya (2017) ise 5. sınıf öğrencilerinin problem kurarken aynı bağlamları kullandıklarını ve akademik yaşantılarında görmüş oldukları problemlere benzer problemler kurduklarını ifade etmiştir. Dolayısıyla, problem kurarken ders kitaplarına bağlı kalmanın her yaş grubunda görülen bir durum olduğu düşünülebilir. Öğrencilerin bildikleri ve daha önce rastladıkları şekilde problem kurma eğilimleri olduğu, özgün sayılabilecek nitelikte problem oluşturmakta zorlandıkları düşünülmektedir.

Kurulan problemlerin matematiksel açıdan doğruluk niteliği incelendiğinde problemlerin %25,2'nin 0 puan aldığı yani rubrikte belirtildiği gibi tamamen hatalı anlayışları veya sistematik hataları içerdiği belirlenmiştir. Problemlerin %38,7'si, problem kurmayı değerlendirme rubriğinden 3 puan almış, yani matematiksel açıdan tamamen doğru olarak değerlendirilmiştir. Kurulan problemlerin sistematik olmayan hataları içermesi 1 puan olarak değerlendirilmiştir. Eğer bir problem bütün olarak ele aldığında belli bir matematiksel fikri temsil ettiği anlaşılıyor fakat tam olarak doğru şekilde ifade edilememişse (öğreğin doğrusal ilişki problemlerinde ilişkiyi sağlayan birkaç noktanın verilmiş olması ancak ilişkinin doğrusal olduğunun söylenmeden cebirsel ifadesinin istenmesi gibi.), eksik matematiksel ifadeler varsa 2 puan olarak değerlendirilmiştir. Bu çalışmada sınıf içindeki gözlemlerden de yararlanılarak öğrencilerin belli matematiksel fikirlere dair gerekliliklerin farkında oldukları ancak problem içinde belirtmedikleri görülmüştür. Ancak öğrencilerin bu matematiksel gerekliliklerin farkında olarak mı, yoksa olmadan mı problem kurduklarını anlamak, kurulan problemlerin yazılı dokümanların üzerinden her zaman mümkün olmayabilir. Özellikle doğrusallık konusunda bazı öğrencilerin çeşitli yanılgılara sahip olduğu çeşitli araştırmacılar tarafından ortaya koyulmuştur (De Bock, 2005; Hadjidemetriou & Williams, 2002; Leinhardt & diğ. 1990). Bu araştırmada öğrencilerin kurdukları tüm problemler için mülakat gerçekleştirmemiştir. Ancak öğrencilerin sorun yaşayabilecekleri düşünülen doğrusallık gibi konularda kurulan problemler için öğrencilerle mülakatlar gerçekleştirilmesi veya sınıf içi uygulamalarda öğrencilerin problemlerini açıklamalarının istenmesi, daha iyi bir değerlendirme yapılmasına olanak sağlayabilir. Problem kurma çalışmalarının bir kısmında kullanılan analiz şemalarında matematiksel olarak eksik hatalı/veri içeren problemlerin değerlendirmeye alınmadığı görülmüştür (Bonotto & Santo, 2015; Silver & Cai, 1996; Silver & Cai, 2005; Kwek & Lye, 2008). Kwek ve Lye'in (2008) üstün yetenekli 120 ortaokul öğrencileriyle yürüttükleri çalışmada Önce Silver & Cai(1996)'nin geliştirdiği şemayı kullanarak çözülemeyen problemleri ayırmışlar, çözülebilen problemlerin karmaşıklık düzeyiyle ilgili çeşitli analizler yapmışlardır. Ancak bahsedilen bu araştırmalarda özellikle dört işlemle hesap yapmayı gerektiren problemler incelendiğinde, eksik verilerle sonuca ulaşmanın mümkün olmadığı görülmektedir. Kwek ve Lye (2008) çözülemeyen problemlerin büyük bir kısmında anlaşılır olmayan bir anlatım olduğu, önemli varsayımların belirtilmediği ve aşırı derecede karmaşık cebirsel ifadeler bulunduğunu belirtmişlerdir. Bu araştırmada ise bazı kurulan problemlerin öğrencinin çizimleri, grafiği, çözümü bir bütün olarak ele alarak incelendiğinde ne istendiğiyle alakalı genel bir fikir oluştuğu görülmektedir. Örneğin, öğrenci, probleminde "orijinin noktalarının toplamı" ifadesini kullanmıştır. Burada öğrencinin orijinin apsis ve ordinat bileşenlerinin sayı değerlerinden bahsetmek istediği anlaşılmaktadır. Bu haliyle problem değerlendirmeye alınmıştır. 2 puanla değerlendirilen başka bir problemde ise, öğrenci değişkenler arasında doğrusal bir ilişki bulunduğunu belirtmemiş, ancak değişkenler arasında doğrusal ilişki olduğunu varsayarak bu ilişkinin cebirsel ifadesini istemişlerdir. Bu araştırmada bu problemler de değerlendirmeye dahil edilmiştir.

Problemin karmaşıklığı niteliği incelendiğinde 222 problemin 95 tanesi (%42,8) düşük karmaşıklık düzeyinde, 110 tanesi (%49,5) orta karmaşıklıkta olduğu belirlenmiştir. Sadece 6 problemin (%2,7) karmaşık yapıda olduğu, daha fazla akıl yürütme ve daha fazla karar verme adımları içerdiği görülmektedir. Benzer sonuçlar üstün yetenekli ortaokul öğrencileriyle yürütülen çalışmada da görülmüş, kurulan problemlerin yarısından fazlasının düşük karmaşıklıkta olduğu belirlenmiştir (Kwek & Lye, 2008). Problemlerin matematiksel karmaşıklığını inceleyen Silver ve Cai (1996) ise, problem kurma görevlerinde bir durum vermiş, buna göre öğrencilerin problemler oluşturmalarını istemiştir. Örneğin iki kişinin araba sürdüğü yoların mesafelerinin karşılaştırılması, veya iki kişinin toplam aldığı yolun sorulması gibi problemler kurulmuş ve bu problemlerin içerdiği ilişkilere göre karmaşıklığı değerlendirilmiştir. Görüldüğü gibi matematiksel karmaşıklığı değerlendirmenin de tek bir yolu bulunmamakta, problem kurma görevinin yapısına göre ortaya çıkan cevaplardan yola çıkılarak çeşitli değerlendirmelerde bulunulduğu görülmektedir. Bu araştırmada ise Kwek & Lye(2008)'in kullandığı karmaşıklık düzeyi rubriğinden yola çıkılarak problemin karmaşıklığı daha genel bir yapıda ele alınmıştır. Bu araştırmada oluşturulan rubriğin karmaşıklık niteliği boyutunun, tüm konularda kurulan problemler için uygun olabileceği düşünülmektedir.

Problemlerin koşullara uygunluğu incelendiğinde problemlerin bir kısmının hiçbir koşulu tam olarak sağlayamadıkları görülmüştür. Kurulan 222 problemden sadece 96'sı (%43,2) problem kurma görevinde verilen koşulları tam olarak sağlayabilmiştir. Koşullara uygunluk niteliğine benzer bir nitelik olan problemlerin kazanımlara uygunluğuyla alakalı bir nitelik Özgen ve diğ. (2017) çalışmalarında yer almıştır. Ancak problem kurma etkinliklerinin yapısı, cinsiyet değişkeni başarı değişkeni vb. ele alınarak analizler gerçekleştirilmiş, araştırmada nitelikler bazında herhangi bir analiz yapılmamıştır. Bu nedenle koşullara uygunluk bulgularıyla alakalı herhangi bir karşılaştırma yapılamamıştır.

Problem nitelikleri puanlarının ortalamaları kazanımlar bazında da incelenmiştir. Elde edilen sonuçlara göre problemin anlaşılırlığı ve matematiksel açıdan doğruluk niteliklerinin puan ortalamaları arasında, kazanımlara göre anlamlı bir farklılık bulunmamaktadır. Ancak tüm uygulamanın doğrusal denklemler alt öğrenme alanındaki 3 farklı kazanım grubu için toplamda 12 ders saatinin kapsadığı göz önünde bulundurulmalıdır. Matematiksel açıdan doğruluk açısından düşünüldüğünde her kazanımın farklı matematiksel gereklilikleri olduğu da göz önünde bulundurulmalıdır. Örneğin koordinat sistemi konusundaki matematiksel bilgiler sürecin sonuna doğru daha iyi anlaşılmış ola bile, bir sonraki kazanımda başka matematiksel konu ve yapılar problem kurma görevine dahil olmaktadır. Dolayısıyla uygulamanın problemin matematiksel açıdan doğruluk niteliği açısından katkı sunmadığını söylemek bu anlamda çok doğru olmayabilir. Daha uzun süreli uygulamaların bu niteliklere yönelik puanları olumlu yönde etkileyebileceği düşünülmektedir.

Diğer bir bulguya dayanarak, bağlamsal özgünlük, matematiksel ilişkiler açısından özgünlük, karmaşıklık düzeyi ve koşullara uygunluk nitelikleri için, puan ortalamalarının kazanımlara göre farklılaştığı belirlenmiştir. Hangi kazanımlar arasında farklılık olduğunu belirlemek için uygulanan wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçlarına göre bağlamsal özgünlük niteliği için doğrusal denklem grafikleri kazanımının ortalama puanları ile doğrusal ilişki ve koordinat sistemi konularındaki problemlerin ortalama puanları arasında, doğrusal denklem grafikleri lehine anlamlı bir farklılık gözlenmiştir. Doğrusal denklem grafikleri konusundaki problemlerin bağlamsal özgünlük niteliğinden aldıkları puanların ortalamasının, diğer kazanımlarda alınan ortalama puanlardan daha yüksek olduğu görülmektedir.

Matematiksel ilişkiler açısından özgünlük puanları incelendiğinde ise, doğrusal ilişki ve denklem grafiği kazanımında kurulan problemlerin koordinat sisteminde kurulan problemlerden matematiksel ilişkiler açısından daha özgün problemler olduğu görülmektedir. Denklem grafikleri kazanımı ile doğrusal ilişki kazanımına ilişkin puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık belirlenmese de denklem grafiği ortalama puanlarının az da olsa daha yüksek olduğu görülmüştür.

Karmaşıklık düzeyi puan ortalamaları incelendiğinde doğrusal ilişki ve koordinat sistemi kazanımları arasında anlamlı bir farklılık bulunmamaktadır. Her ne kadar doğrusal ilişki ve koordinat sistemi kazanımları için alınan ortalama puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık gözlenmemiş olsa da; doğrusal ilişki konusundaki ortalama puanın koordinat sistemine göre çok az da olsa yüksek olduğu görülmektedir. Denklem grafiği konusunda kurulan problemlerin ortalama puanları ile doğrusal ilişki ve koordinat sistemi konusunda kurulan problemler arasında denklem grafiği lehine anlamlı farklılık gözlenmiştir. Uygulama süresince öğrencilerin gittikçe daha karmaşık yapıda problemler kurdukları söylenebilir.

Koşullara uygunluk niteliğine ilişkin puan ortalamalar arasında anlamlı bir farklılığın olduğu görülmüştür. Doğrusal ilişki ve koordinat sistemi kazanımları arasında koşullara uygunluk puanları arasında koordinat sistemi kazanımı lehine; denklem grafiği ve koordinat sistemi kazanımları arasında koşullara uygunluk ortalama puanları arasında koordinat sistemi kazanımı lehine anlamlı bir farklık gözlenmiştir. Denklem grafiği ve doğrusal ilişki kazanımları arasında ortalama puanlar arasında koşullara uygunluk niteliği için anlamlı bir farklılık gözlenmemiştir.

Bağlamsal özgünlük, matematiksel ilişkiler açısından özgünlük, karmaşıklık düzeyi nitelikleri açısından bakıldığında, genel olarak uygulamanın sonlarında yer alan kazanımlara doğru bu niteliklerden alınan puanların artış gösterdiği söylenebilir. Dolayısıyla yapılan uygulamanın öğrencilerin kurdukları problemlerde bu niteliklerin geliştirmesi açısından olumlu katkılar sunduğu düşünülmektedir.

Koşullara uygunluk niteliği kazanımlar açısından değerlendirildiğinde ise, ilk kazanımın konusu olan koordinat sistemi konusunda kurulan problemlerin puan ortalamaları lehine anlamlı farklılık gözlenmiştir. Araştırmanın bir başka bulgusu da öğrencilerin serbest problem kurma etkinliklerinde koşullara uygunluk niteliğinden aldıkları puanların, yarı-yapılandırılmış problem kurma görevlerinden daha yüksek olmasıdır. Bu iki bulgu birlikte değerlendirildiğinde, koordinat sistemi konusunda yalnızca iki problemin yer alması ve bunlardan birinin serbest problem kurma etkinliği olmasının bu duruma sebep olduğu düşünülmektedir. Yine problem kurma görevleri incelendiğinde koordinat sistemi konusundaki problem kurma görevlerinde daha az koşulun bulunduğu görülmekte ve bu nedenle koordinat sistemi konusunda öğrencilerin koşullara daha uygun problem kurabildikleri düşünülmektedir.

Öğrencilerin 13 problem kurma görevi için toplamda 260 problem kurmaları beklenmektedir, ancak toplam 222 problem kurulabilmişlerdir. Problem kurulamama sayısı yüksek olan etkinliklerin hepsi yarı-yapılandırılmış türdeki etkinliklerdir. Bu araştırmada yarı-yapılandırılmış türdeki problem kurma görevlerinin öğrencileri belirli konu ve temsilleri kullanmaya yönelttiği için kısıtlandırmış olabileceği ve bu nedenle zorlanıp problemi boş bırakmış olabilecekleri düşünülmektedir.

Problem niteliklerinden alınan ortalama puanların problem kurma görevi türleri açısından (serbest ve yarı-yapılandırılmış) incelenmesi sonucunda ise problemin anlaşılırlığı, matematiksel açıdan doğruluk, bağlamsal özgünlük, matematiksel ilişkiler açısından özgünlük ve karmaşıklık düzeyi problem nitelikleri için anlamlı bir farklılık gözlenmemiştir. Yalnızca koşullara uygunluk niteliği için serbest problem kurma görevlerinden alınan ortalama puanları ile yarı-yapılandırılmış problem kurma görevleri arasında, serbest problem kurma görevi lehine anlamlı bir farklılık gözlenmiştir.

Farklı örneklem gruplarında gerçekleştirilen problem kurma çalışmalarında öğrencilerin problem kurma becerileri farklı yapıdaki problem kurma görevleri açısından incelenmiştir (Kırnap- Dönmez, 2014; Ngah ve diğ., 2016; Özgen & diğ., 2017; Salman, 2012). Bu araştırmada ise, öğrencilerin problem oluşturmada en çok zorlandıkları görevlerin yarı-yapılandırılmış türde olması dikkat çekmiştir. Ancak yapılan araştırmaların bir kısmında yapılandırılmamış problem kurma görevlerinde problem kurma becerilerinin daha düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Çetinkaya, 2017; Kırnap-Dönmez, 2014; Özgen & diğ.,2017) Kırnap-Dönmez (2014) öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin incelemiş, yapılandırılmış problem kurma görevlerinde oldukça başarılı olmalarına rağmen, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmamış problem kurma görevlerinde yeteri kadar başarılı olmadıkları belirtilmiştir. Özgen ve diğ. (2017) tarafından 8. sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerini ele alınmış, istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmasa da yapılandırılmamış etkinliklerde daha çok zorlanıldığı ortaya koyulmuştur. Ngah ve diğ. (2016) da ortaokul öğrencileriyle yürüttükleri çalışmada yapılandırılmamış problem kurma görevlerinin yarı yapılandırılmış ve yapılandırılmış problem kurma görevlerine göre daha zorlayıcı olduğunu belirtmişlerdir. Salman (2012) da 6. sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerinin farklı türdeki problem kurma görevlerine göre incelemiş; ancak her iki çalışmada da problem kurma görevlerinin yapıları açısından bir fark bulunamamıştır. Özgen ve diğ. (2017) yapılandırılmamış problem kurma görevlerindeki başarısızlığın sebebinin bu tür problem kurma etkinliklerinde öğrenciye örnek oluşturan herhangi bir durumun olmaması olabileceği belirtilmiştir. Ancak bu araştırmada ise, öğrencilere verilen yarı-yapılandırılmış problem kurma görevlerinde, değerlendirmeye alınamayan yani problem kurulamayan daha çok cevap olduğu gözlenmiştir. Bunun sebebinin, öğrencilerin yarı-yapılandırılmış problem kurma görevlerindeki koşulları yerine getirememesi, yani yarı-yapılandırılmış problem kurma görevlerinde öğrencilerin kısıtlanmış olması olduğu düşünülmektedir.

Bu araştırmada problem kurma etkinlikleri diğer araştırmalardan farklı bir şekilde, dersin içine entegre edilerek uygulanmıştır. Öğrencilerin problem kurma niteliklerinden aldıkları puanlar problem kurma görevinin türüne göre karşılaştırıldığında ise yalnızca koşullara uygunluk niteliği için anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır. Problemin anlaşılırlığı, matematiksel açıdan doğruluk, bağlamsal özgünlük, matematiksel ilişkiler açısından özgünlük ve karmaşıklık düzeyi için anlamlı bir fark bulunamamıştır. Bu bulgu bahsedilen literatürdeki diğer çalışmalardan Salman (2012) ile paralellik göstermektedir. Koşullara uygunluk niteliğinden alınan puanların serbest problem kurma görevi lehine anlamlı bir farklılık göstermesinin ise problem kurma görevinin yapısıyla alakalı olduğu düşünülmektedir. Serbest problem kurma görevinde öğrencilerden istenen daha az koşul bulunması sebebiyle öğrencilerin koşulları yerine getirmeleri daha mümkün olmakta, bu durumda daha yüksek puanlar almaktadırlar.

Öğrencilerin yarı-yapılandırılmış problem kurma durumlarında, verilen noktaları, grafiği, denklemi veya verilen bir doğrusal ilişkiyi içeren problem kurmaları beklenmekte, bu durumun öğrencileri sınırlandırmış olabileceği için bu tür problemlerde daha çok zorlanmış olabileceği düşünülmektedir. Yapılandırılmamış durumlarda daha serbest olabildikleri için doğrusal denklemler konusuyla ilgili matematiksel bilgilerini istedikleri yönde kullanarak problem oluşturabildikleri için daha az zorlandıkları düşünülebilir.

Özetle, literatürde öğrencilerin hangi tür problem kurma görevlerinde daha az veya daha çok başarı gösterdiklerine dair kesin bir şey söylemenin mümkün olmadığı görülmektedir. Bu çalışmalarda farklı matematik konularına yönelik problemlerin kurulmuş olduğu göz önünde bulundurulmalıdır. Farklı matematik konuları ve amaçlar için farklı problem kurma görevleri kullanıldığı ve dolayısıyla farklı sonuçların ortaya çıkmasının da mümkün olduğu dikkate alınmalıdır. Silver

(2013) da literatürde birçok farklı yaş grupları ve farklı matematik deneyimine sahip öğrencilerin farklı problem kurma görevinin yer aldığını ve birbirinden farklı amaçlarla kullanıldığı belirtmiş, bu durumun öğretmenlerin kendi sınıflarında uygulayabilecekleri görevleri seçerken çeşitli zorlanmalara yol açtığını söylemiştir. Aynı problem kurma görevlerinin kullanılması çeşitli karşılaştırmalar yapmak için literatür açısından faydalı olabileceği belirtilmiştir.

Problem kurma görevinin yapısına göre problem kurma nitelikleri değerlendirildiğinde öğrencilerin serbest problem kurma görevlerinde daha özgün problemler oluşturmaları beklense de özgünlükle alakalı nitelikler olan bağlamsal özgünlük ve matematiksel ilişkiler açısından özgünlük puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık gözlenmemiştir. Ancak serbest problem kurma görevlerinin sayısının yarı-yapılandırılmış problem kurma görevlerine göre daha az olduğu da göz önünde bulundurulmalıdır. Serbest problem kurma görevlerinin sayısının artırılması durumunun puan ortalamalarında değişikliğe sebep olabileceği, dolayısıyla problem kurma görevlerinin türüne göre alınan puanlar arasında anlamlı bir farklılık oluşturulabileceği de düşünülmesi gereken bir durumdur.

Bu araştırmanın bir başka probleminde ise öğrencilerin problem kurarken kullandıkları stratejiler incelenmiştir. Bu araştırmada problem kullanma stratejileri, literatürdeki bazı çalışmalara rastlandığı gibi, problem kurarken izlenen yollar anlamında ele alınmıştır (Kılıç, 2013). Öğrencilerin problem kurarken kullandıkları stratejiler incelendiğinde sık kullanılandan az kullanılana doğru problem kurma görevine bağlı kalma, bağlam oluşturma (hikaye kurgulama), matematik konularına odaklanma, duygusal yaklaşım, ilişkisiz yapı entegre etme, soru kalıplarına bağlı kalma ve zorluğa odaklanma stratejilerinin kullanıldığı görülmüştür.

Problem kurma stratejilerini ortaya koymak amacıyla kullanılan problem kurma görevlerinin her üçü de yarı-yapılandırılmış problem türündedir. Bu nedenle problem kurma görevinin türüne göre herhangi bir karşılaştırma yapmak mümkün olmamaktadır. Ancak öğrencilerin kullandıkları stratejilerin aynı problem kurma görevi türü içinde bile farklı kazanımlar için farklılaştığı görülmüştür.

Koordinat sistemi kazanımı için öğrencilerin kullandıkları stratejiler bağlam oluşturma, problem kurma görevine bağlı kalma, matematik konularına odaklanma, duygusal yaklaşım, zorluğa odaklanma, soru kalıplarına bağlı kalma ve ilişkisiz yapı entegre etme olarak belirlenmiştir. Doğrusal ilişki konusunda kullanılan stratejiler ise matematik konularına odaklanma, problem kurma görevine bağlı kalma, ilişkisiz yapı entegre etme, bağlam oluşturmadır. Doğrusal denklem grafikleri için ise bağlam oluşturma, problem kurma görevine bağlı kalma, matematik konularına odaklanma, duygusal yaklaşım, soru kalıplarına bağlı kalma, zorluğa odaklanma stratejilerinden faydalanılmıştır. Bu farklılığın kazanımlardan daha çok, problem kurma göreviyle alakalı olduğu düşünülmektedir. Her ne kadar her üç problem kurma görevi yarı-yapılandırılmış türde olsa da her birinin koşulları birbirinden farklıdır. Problem kurma görevinin içeriğinin öğrencilerin kullandıkları stratejileri etkilediği düşünülmektedir. Problem kurma görevine bağlı kalma stratejisinin en sık kullanılan stratejilerden biri olması, öğrencilerin problem kurma görevinden etkilendiklerini desteklemektedir.

Bu araştırmada ortaya çıkan problem kurma stratejilerinden problem kurma görevine bağlı kalma, duygusal yaklaşım, soru kalıplarına bağlı kalma, zorluğa odaklanma, bağlam oluşturma, duygusal yaklaşım stratejilerinin Kılıç'ın (2013) öğretmen adaylarıyla gerçekleştirdiği çalışılmasında da oraya çıktığı görülmektedir. Ancak Kılıç'ın (2013) çalışmanın öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilmesinden dolayı, bu stratejilerin yanında öğrencinin izleyeceği adımları düşünme gibi farklı stratejilerin olduğu da görülmektedir.

Bu durumda farklı konularda veya farklı yaş gruplarında gerçekleştiren problem kurma görevlerinde ortak olarak kullanılan bazı stratejiler olduğu söylenebilir. Ancak konulara göre ve problem kurma görevinin türüne göre farklı stratejilerin kullanıldığı da görülmektedir. Örneğin yapılandırılmış problem kurma görevlerinde "olmaz ise ne olur" stratejisini kullanarak, verilen problem durumuna bu soruları sorarak problemi yeniden oluşturulmasının sağlandığı çalışmalar görülmektedir (Abu-Elwan, 2002; English, 1997; Turhan, 2011;).

Öğrencilerin verilen bir problem kurma görevi için, genellikle birden fazla problem kurma stratejisini aynı anda kullandıkları görülmüştür. Birden çok stratejinin kullanılması başka çalışmalarda da gözlenmiştir (Kılıç, 2013; Stoyanova, 2005). Stoyanova'nın (2005), 8 ve 9 yaşındaki öğrencilerle gerçekleştirdiği çalışmada ise, öğrencilere aritmetik bir çözümün bulunduğu cevap verilerek buna uygun problem kurmaları istenmiş ve öğrencilerin kullandıkları stratejiler incelenmiştir. Burada ise her ne kadar konu alanı farklı olsa ve ortaya çıkan stratejiler farklı olsa da öğrencilerin bazılarının birkaç stratejiyi birden kullandıkları gözlenmiştir.

Bu araştırmada dikkat çeken bir başka nokta ilişkisiz yapı entegre etme stratejisiyle alakalıdır. Bu strateji, sözel bir şekilde verilen problem kurma görevi olan doğrusal ilişki konusunda dört öğrenci tarafından tercih edilirken, grafikle verilen problem durumları olan koordinat sistemi konusunda bir öğrenci tarafından kullanılmış ve doğrusal denklem grafikleri konusunda ise hiçbir öğrenci tarafından kullanılmamıştır. Bu araştırmada problem kurma görevlerinin temsil biçimlerine yönelik bir problem belirlenmediğinden, problem kurma görevleri bu farklılığı ortaya koyacak nitelikte hazırlanmamış ve bu yönde herhangi bir veri elde edilmemiştir. Dolayısıyla böyle bir çıkarımda bulunmak için yeterli veri yoktur ancak ortaya çıkan bu sonucun sebebinin problemin temsiliyle ilgili olup olmadığının araştırmaya değer bir konu olduğu düşünülmektedir

Özetle, bu araştırmada kullanılan kadar problem kurma görevlerinin yapısı her üç görev içinde yarı-yapılandırılmış türde olsa da, öğrencilerin kullandıkları stratejilerin değiştiği görülmektedir. Genel olarak öğrencilerin açıklamaları incelendiğinde problem kurma görevine bağlı kaldıkları görülmüştür. Ayrıca kullandıkları diğer problem kurma stratejilerinin de problem kurma görevinde verilenlerden ve istenenlerden doğrudan etkilendiği düşünülmektedir. Problem kurmayla ilgili literatürde yer alan çalışmalarda, araştırmaların amaçları doğrultusunda farklı problem kurma görevlerinin kullanıldığı görülmektedir. Benzer türdeki problem kurma görevlerinde bile farklı problem kurma stratejilerinin kullanıldığı görülmüştür. Bu alanda daha çok çalışmalar yapılarak, öğrencilerin aynı türdeki görevler için kurdukları stratejilerin farklılaşmasının sebeplerinin de ortaya koyulması gerektiği düşünülmektedir.

Öneriler

Araştırmanın tüm sonuçları değerlendirildiğinde, öğrencilerin genel olarak kazanımlara ulaşma durumlarını belirlemede problem kurma yönteminin etkili olduğu ve özellikle temel becerileri geliştirmek anlamında katkı sunduğu gözlenmiştir. Bu noktalardan yola çıkılarak farklı öğretim seviyelerine ve farklı matematik konularına problem kurmanın entegre edilerek öğretimin gerçekleştirilmesinin ve sonuçların ortaya koyulması hem öğretimin uygulayıcılarına hem de araştırmacılara önerilmektedir.

Problem kurma, bu araştırmada hem derslere entegre edilmiş, hem de alternatif bir ölçme ve değerlendirme aracı olarak ele alınarak, öğrencilerin bilgi ve süreç becerileri problem kurma görevleriyle belirlenmiştir. Farklı matematik konuları için matematiksel bilgi ve becerilerin ortaya koyulmasında problem kurmanın etkili olup olmayacağı incelenerek, elde edilen sonuçlar karşılaştırılabilir.

Literatür incelendiğinde farklı konu alanlarında kurulan problemlerin değerlendirildiği çeşitli rubriklerin oluşturulduğu görülmüştür. Araştırmanın ikinci araştırma probleminde öğrenciler tarafından kurulan problemlerin nitelikleri belirlenmiştir. Ancak bunu belirlemek için kullanılacak rubriklerin konu alanına çok uygun olmadığı düşünülmüş ve problem niteliklerini belirlemek amacıyla bir rubrik oluşturulmuştur. Farklı konular için farklı rubriklerin oluşturulduğu görülmekte bu araştırmada ve diğer araştırmalarda kullanılan farklı konu alanlarına yönelik rubriklerden yola çıkılarak tüm matematik konularına uygulanabilecek bir rubriğin oluşturulup oluşturulamayacağına dair çalışmaların yapılması önerilmektedir.

Bu araştırmada yaratıcılık konusu özgünlük boyutuyla ele alınmıştır. Çünkü araştırmada kullanılan problem kurma görevlerinin yapısı yaratıcılığın diğer boyutlarından olan esneklik ve akıcılık boyutlarını ortaya çıkarak yapıda değildir. Ancak farklı rubriklerde akıcılık ve esneklik boyutları da yer alabilir ve öğrencilerin yaratıcılıkları için daha fazla bilgi elde edilebilir. Sonuç olarak hala kurulan problemlerin değerlendirilmesi için rubriklerin oluşturulmasına ihtiyaç duyulduğu söylenebilir.

Öğrencilerin kurdukları problemlerin niteliklerinin kazanımlara göre farklılaşıp farklılaşmadığı incelenmiş, bazı nitelikler için anlamlı farklılıklar olduğu görülmüştür. Problem niteliklerinden bağlamsal özgünlük, matematiksel ilişkiler açısından özgünlük, problemin karmaşıklık düzeyi niteliklerine ilişkin ortalama puanların konu ilerledikçe arttığı gözlemlenmiştir. Bu çalışmada gerçekleştirilen uygulamanın süresinin kısa olduğu ve kazanımların öğretim programında öngörülen ders saatlerine uygun şekilde gerçekleştirildiği göz önünde bulundurulmalıdır. Bu çalışmada gözlenen problem niteliklerindeki bu artışın daha uzun süreli uygulamalar la nasıl değiştiğin de araştırılması önerilmektedir. Ayrıca farklı matematik konuları ve kazanımları için benzer uygulamalar gerçekleştirilerek öğrencilerin farklı matematik konularına kurdukları problemlerin niteliklerinin nasıl olacağının incelenmesinin de literatüre katkı sunacağı düşünülmektedir.

Bu araştırmada problem kurma görevinin türüne göre problem niteliklerinden alınan puanların genel olarak farklılaşmadığı görülmüştür. Yalnızca koşullara uygunluk niteliği için serbest problem kurma görevlerinde daha yüksek ortalamalara sahip olduğu gözlenmiştir. Yapılan bazı araştırmalarda ise yarı yapılandırılmış problem kurma görevlerinde öğrencilerin daha az zorlandıkları ortaya koyulmuştur. Bu durum göz önünde bulundurularak, problem kurma görevlerinin yapısına göre kurulan problemlerin niteliklerinin nasıl değişeceğine ilişkin başka çalışmalar yapılmasının da alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu araştırmada problem kurma görevleri der içerisine entegre edilmiş, dolayısıyla yer verilen problem kurma görevi türü dersin içeriğine uygun olacak şekilde ve kazandırılacak kazanıma göre belirlenmiştir. Bu alanda çalışma yapacak araştırmacılar için bir başka öneri ise, problem kurma görevleri türlerine göre problem sayıları artırılarak veya eşit sayıda problemler kurdurularak analizlerin gerçekleştirilmesi sonucu farklı bulguların elde edilip edilmeyeceğinin incelenmesidir.

Öğrencilerin kullandıkları stratejilerin belirlenmesi de bu araştırmanın bir başka alt boyutunu oluşturmaktadır. Bu araştırmada kazanımlara yönelik dersler sonrasında gerçekleştirilen klinik mülakatlardan yararlanılmıştır. Uygulanan problem kurma görevlerinin üçü de yarı-yapılandırılmış problem kurma görevidir. Ancak farklı türdeki problem kurma görevleri üzerinden de öğrencilerin problem kurma stratejilerinin incelenmesini önemli olabileceği düşünülmektedir.

Doğrusal denklemler alt öğrenme alanında ortaya çıkan bu problem kurma stratejileriyle ilgili bu sonuçların farklı matematik konuları için benzer olup olmayacağı da merak edilen bir başka bir soru olmuştur. Dolayısıyla farklı matematik konularına göre stratejilerin nasıl değiştiğinin incelenmesi de önerilmektedir.

Öğrencilerin stratejilerinin problem kurma görevinden etkilendiği de bu araştırma sonuçlarından biridir. Bu noktadan hareketle problem kurma görevlerinin türünün dışında, problem kurma görevinde sağlanması istenen koşulların da (örneğin problem durumunda farklı temsilerin kullanılmasının istenmesi gibi) öğrencilerin kullandıkları stratejileri etkileyip etkilemediği incelenebilir. Dikkat çeken bir başka bulgu ise bazı problem kurma stratejilerinin sözel temsille verilen problem kurma görevinde daha çok kullanılması olmuştur. Bu çalışmada kullanılan problem kurma görevlerinin yapısı ve sayısı bu farklılığın sebebini ortaya koymak için yeterli değildir. Ancak problem kurma görevlerinin temsil türlerine kullanılan stratejilerin nasıl değiştiğinin incelenmesinin araştırılmaya değer bir konu olduğu düşünülmektedir.

Literatürde farklı çalışma gruplarıyla ve farklı amaçlarla gerçekleştirilmiş birçok problem kurma çalışması bulunmaktadır. Bu araştırmada da elde edilen bulgular ve sonuçlar doğrultusunda çeşitli çalışma önerileri ve uygulama önerilerinde bulunulmuştur. Problem kurmanın kavramların anlaşılmasındaki önemi, bilgi ve becerileri ortaya koymadaki etkisi göz önünde bulundurulduğunda özellikle öğretime entegre edilmesiyle alakalı çalışmalar yapılması önerilmektedir. Yukarıda detaylıca anlatıldığı gibi problem kurma görevlerinin türlerinin farklı olmasının yarattığı farklılıklar, kullanılan problem kurma stratejileri ve kurulan problemlerin nitelikleri hakkında çeşitli çalışmaların yapılmasının bu alana büyük katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Kaynaklar

Abu-Elwan, R. (1999). *The development of mathematical problem posing skills for prospective middle school teachers.* In proceedings of the International conference on Mathematical Education into the 21st Century: Social challenges, Issues and approaches, 2, 1-8.

Abu-Elwan, R. E. (2002). Effectiveness of problem posing strategies on prospective teachers' problem solving performance. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia, 1,* 56-69.

Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and instruction*, *16*(3), 183-198.

Akay, H. ve Boz, N. (2010). "The effect of problem posing oriented analyses-II course on the attitudes toward mathematics and mathematics self-efficacy of elementary prospective mathematics teachers. *Australian Journal of Teacher Education, 35*(1), 59-75.

Akay, H., Soybaş, D. ve Argün, Z. (2006). Problem kurma deneyimleri ve matematik öğretiminde açık uçlu soruların kullanımı*. Kastamonu Eğitim Dergisi*,14(1), 129-146.

Akaya, R. ve Durmuş, S., (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanılgıları, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 31, 180-185.

Akkan, Y., Çakıroglu, Ü. ve Güven, B. (2008). Öğrencilerin cebir öğrenme alanında sahip oldukları bazı hata ve kavram yanılgıları. *Eğitim Bilimleri ve Uygulama*, *7*(13), 55-74.

Akkan, Y., Çakıroglu, Ü. ve Güven, B. (2009). İlköğretim 6.ve 7. sınıf öğrencilerinin denklem oluşturma ve problem kurma yeterlikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 9*(17), 41-55.

Akkaya, R. (2006). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında karşılaşılan kavram yanılgılarının giderilmesinde etkinlik temelli yaklaşımın etkililiği*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi), Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.

Akkoç, H. (2005). Fonksiyon kavramının anlaşılması: Çoğul temsiller ve tanımsal özellikler. *Eğitim Araştırmaları Dergisi 20*(5), 14-24

Altun, M., & Arslan, Ç. (2006). İlköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenmeleri üzerine bir çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *19(*1), 1-21.

Altun, M., (2007). *Eğitim fakülteleri ve matematik öğretmenleri için ortaöğretim matematik öğretimi*. Bursa: Alfa Akademi Yayınevi.

Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S. & Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramlarının künyesi.* Ankara: Gazi Kitabevi.

Arikan, E. E., & Ünal, H. (2015). An ınvestigation of eighth grade students' problem posing skills (Turkey sample). *Online Submission*, *1*(1), 23-30.

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (3. bs). Trabzon: Derya Kitabevi.

Baki, A., Karataş, İ., & Güven, B. (2002). Klinik mülakat yöntemi ile problem çözme becerilerinin değerlendirilmesi. *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16-18 Eylül, Ankara.

Baykul, Y. (2009). *Ortaokulda matematik ögretimi (5-8. Sınıflar) (2. Baskı).* Ankara: Pegem Akademi.

Bike Kalkan, D. (2014). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapıları. (*Yayınlanmamış yüksek lisans tezi), Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Birgin, O. (2006). *İlköğretim öğrencilerinin doğrunun eğimi ile ilgili öğrenme düzeyleri ve olası kavram yanılgıları.* I. Ulusal Matematik eğitimi Öğrenci Sempozyumu, İzmir.

Birgin, O., Kutluca, T. & Gürbüz, R. (2008). Yedinci sınıf matematik dersinde bilgisayar destekli öğretimin öğrenci başarısına etkisi. *Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 879-882*.*

Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics, 22*(1), 37-68.

Bonotto, C. (2013). Artifacts as sources for problem-posing activities. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(1), 37-55.

Bonotto, C., & Dal Santo, L. (2015). On the relationship between problem posing, problem solving, and creativity in the primary school. F. M. Singer, N. F. Ellerton, J.F. Cai (Ed.), *Mathematical Problem Posing* (103-123). Springer, New York, NY.

Bossé, M. J. (2003). The beauty of" and" and" or": Connections within mathematics for students with learning differences. *Mathematics and computer education*, *37*(1), 105.

Brenner, M. E., Mayer, R. E., Moseley, B., Brar, T., Durán, R., Reed, B. S., & Webb, D. (1997). Learning by understanding: The role of multiple representations in learning algebra. *American Educational Research Journal*, *34*(4), 663-689.

Cai, J. (2003). Singaporean students‟ mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 34*(5), 719-737.

Cai, J., & Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in US and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. *The Journal of Mathematical Behavior*, *21*(4), 401-421.

Cai, J., Hwang, S., Jiang, C., & Silber, S. (2015). Problem-posing research in mathematics education: Some answered and unanswered questions. F. M. Singer, N. F. Ellerton, J.F. Cai (Ed.), *Mathematical Problem Posing* (3-34). Springer, New York.

Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., & Garber, T. (2013). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(1), 57-69.

Cankoy, O. (2014). Interlocked problem posing and children's problem posing performance in free structured situations. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *12*(1), 219-238.

Cankoy, O., Darbaz S. (2010). Problem kurma temelli problem çözme öğretiminin problemi anlama başarısına etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 38*, 11-24.*

Çelik, A. & Özdemir, M.F. (2011). Ortaöğretimde kompleks sayılarla ilgili kavram yanılgılarının belirlenmesi ve çözüm önerileri. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi,* 29, 203-229

Çelik, D., Güneş, G. (2013). Farklı sınıf düzeyindeki öğrencilerin harfli sembolleri kullanma ve yorumlama seviyeleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, *13*(2), 1157-1175.

Çepni, S. (2010). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (4. Baskı), Trabzon.

Çetinkaya, A. (2017). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

Çıkla, O. A. (2004). *The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students' algebra performance, attitude toward mathematics, and representation preference*. (Unpublished doctoral dissertation), Middle East Technical University, Ankara.

Craig, D.V. (2009). *Action Research Essentials*. San Francisco: Jossey-Bass.

Crespo, S., & Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *11*(5), 395-415.

De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2002). Improper use of linear reasoning: An in-depth study of the nature and the irresistibility of secondary school students' errors. *Educational studies in mathematics*, *50*(3), 311-334.

Dede, Y. (2004). Değişken kavramı ve öğrenimindeki zorlukların belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi, 4*(1),24-56.

Dede, Y., & Yaman, S. (2005). Matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem kurma ve problem çözme becerilerinin belirlenmesi. *Eurasian Journal of Educational Research (EJER)*, (18).

Dede, Y., Yalın, H. İ. ve Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanılgıları*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16-18 Eylül, ODTÜ. Ankara

Demircioğlu, H. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının üstbilişsel davranışlarının gelişimine yönelik tasarlanan eğitim durumlarının etkililiği*. (Yayınlanmamış doktora tezi), Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Ekiz, D.(2010). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Anı yayıncılık.

Eli, J.A., (2009). *An Exploratory Mixed Methods Study of Prospective Middle Grades Teachers' Mathematical Connections while Completing Investiagtive Tasks in Geometry.* (Unpublished doctoral dissertation), University of Kentucky.

Elia, I., & Spyrou, P. (2006). How students conceive function: A triarchic conceptual-semiotic model of the understanding of a complex concept. *The Mathematics Enthusiast*, *3*(2), 256-272.

English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in mathematics Education*, 83-106.

English, L.D. (1997). The development of fifth grade children's problem posing abilities. *Educational Studies in Mathematics, 34,* 183-217.

Erbaş, A. K., & Ersoy, Y. (2002). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanılgıları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B. & Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanılgıları. *Education and Science*, *34*(152), 44-59.

Erek, G. (2008). *Using technology in preventing and remedying seventh grade students' misconceptions in forming and solving linear equations.* Unpublished Master Thesis, Middle East Technical University.

Fidan, S. (2008). *İlköğretim 5. sınıf matematik dersinde öğrencilerin problem kurma çalışmalarının problem çözme başarısına etkisi*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Gazi Üniversitesi, Ankara.

Fraenkel, J. R. & Wallen, N. E. (2006). *How to design and evaluate research in education.* (6th ed.). New York: McGraw-Hill International Edition.

Gagatsis, A., Christou, C., & Elia I. (2004). *The nature of multiple representations in developing mathematical relationships.*University of Palermo, department of Mathematics <http://math.unipa.it/~grim/quad14_gagatsis.pdf> (Erişim tarihi 05 Nisan 2018)

Gay, L. R., & Airasian, P. (2000). *Education research. Competencies for Analysis and Applications,* New Jersey: Prentice-Hall, Inc.

Gökkurt, B., Örnek, T., Hayat, F., & Soylu, Y. (2015). Öğrencilerin problem çözme ve problem kurma becerilerinin değerlendirilmesi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *4*(2), 751-774.

Gonzales, N. A. (1998). A blueprint for problem posing. *School Science and Mathematics, 98*(8), 448-456.

Graham, A.T. & Thomas, M.O.J (2000). Building a versatile understanding of algebraic variables with a graphic calculator. *Educational Studies in Mathematics, 41(3), 265-282.*

Grundmeier, T. A. (2003). *The effects of providing mathematical problem-posing experiences for K--8 pre-service teachers: Investigating teachers' beliefs and characteristics of posed problems.* (Unpublished doctoral dissertation). https://scholars.unh.edu/dissertation/127

Gürbüz, R. & Şahin, S. (2015). 8. Sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerileri. *K. Ü. Kastamonu Eğitim Dergisi, 23*(4), 1869-1888.

Hatano, G., & Inagaki, K. (1991). Sharing cognition through collective comprehension activity. In L. B. Resnick, J. M. Levine, & S. D. Teasley (Eds.), *Perspectives on socially shared cognition* (pp. 331-348). Washington, DC, US: American Psychological Association.

Hattikudur, S., Prather, R. W., Asquith, P., Alibali, M. W., Knuth, E. J., & Nathan, M. (2012). Constructing graphical representations: Middle schoolers' intuitions and developing knowledge about slope and y-intercept. *School science and mathematics*, *112*(4), 230-240.

Hersovics, N. & Linchevski, L. (1994). A cognative gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1), 59-78.

Işık, C. & Kar, T. (2012). 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online, 11*(4), 1021-1035.

Işık, C. (2011). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye kurdukları problemlerin kavramsal analizi. *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi, 41, 231-243.*

Işıksal, M., & Aşkar, P. (2003). Elektronik tablolama ve dinamik geometri yazılımını kullanarak çalışma yapraklarının geliştirilmesi. *İlköğretim Online*, *2*(2).

Jonassen, D. H. (2000). Toward a design theory of problem solving. *Educational technology research and development*, *48*(4), 63-85.

Kaba, Y., & Şengül, S. (2016). Developing the Rubric for Evaluating Problem Posing (REPP). *International Online Journal of Educational Sciences*, *8*(1).

Kacaba, T., Çontay, G. & İymen, E.(2011). Dinamik Matematik Yazılımı ile Geometrik Temsilden Cebirsel Temsile: Parabol Kavramı, *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30, 101-110.*

Kaput, J. (1998). Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by “algebrafying” the K-12 curriculum. In *The nature and role of algebra in the K-14 curriculum: Proceedings of a national symposium* (25-26). Washington, DC: National Research Council, National Academy Press.

Kar, T & Işık, C. (2014). Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde çıkarma işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online,* 13(4), 1223-1239.

Kar, T. (2016). Prospective middle school mathematics teachers' knowledge of linear graphs in context of problem-posing. *International Electronic Journal of Elementary Education*, *8*(4), 643.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.),*Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 390-419). New York: Macmillan.

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The Mathematics Educator*, *8*(1), 139-151.

Kieran, C. (2007).Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. In F.K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (707-762). National Council of Teachers of Mathematics.

Kılıç, Ç. (2013). Pre-service primary teachers' free problem-posing performances in the context of fractions: An example from Turkey. *The Asia-Pacific Education Researcher*, 1-10.

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from. *Cognitive science and mathematics education*, 123-147.

Kırnap-Dönmez, S. M. (2014). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin incelenmesi. *Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tez)i, Kayseri*.

Klaassen, K., & Doorman, M. (2015). Problem Posing as Providing Students with Content-Specific Motives. In *Mathematical Problem Posing* (pp. 215-240). Springer, New York, NY.

Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A., & Stephens, A. C. (2005). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence & variable. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *37*(1), 68-76.

Koichu, B., Harel, G., & Manaster, A. (2013). Ways of thinking associated with mathematics teachers' problem posing in the context of division of fractions. *Instructional Science*, *41*(4), 681-698.

Korkmaz, E., & Gür, H. (2006). Determining of prospective teachers' problem posing skills. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, *8*(1), 64-74.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1982). Teaching problem solving to preservice teachers. *The Arithmetic Teacher*, *29*(6), 42-45.

Kurt, Ş.(2002). *Fizik öğretiminde yapılandırmacı öğrenme kuramına uygun çalışma yapraklarının geliştirilmesi,* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi), Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

Kwek, M. L. (2015). Using Problem Posing as a Formative Assessment Tool. In *Mathematical Problem Posing* (pp. 273-292). Springer, New York, NY.

Kwek, M. L., & Lye, W. L. (2008). Using problem-posing as an assessment tool. In *10th Asia-Pacific Conference on Giftedness, Singapore*.

Lacampagne, C., Blair, W., & Kaput, J. (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national instutute on student achievement, curriculum and assesment. In *The algebra initiative colloquium* (Vol. 2, pp. 237-242).

Lavy, I., & Shriki, A. (2007). Problem posing as a means for developing mathematical knowledge of prospective teachers. In *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* 3, 129-136).

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of educational research*, *60*(1), 1-64.

Leung, S. S. (1993). Mathematical problem posing: The influence of task formats, mathematics knowledge, and creative thinking. In Proceedings of the 17th PME Conference (Vol. 3, pp. 33-40).

Leung, S.S. (2013). Teachers implementing mathematical problem posing in the classroom: challenges and strategies. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(1), 103-116.

Lin, P. J. (2004). Supporting Teachers on Designing Problem-Posing Tasks as a Tool of Assessment to Understand Students' Mathematical Learning. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

MacGregor, M. ve Stacey, K. (1993). Cognitive models underlying students' formulation of simple linear equations. *Journal for Research in Mathematics Education, 24* (3), 217- 232.

MacGregor, M., & Stacey, K. (1997). Students' understandıng of algebraic notation: 11–15. *Educational studies in mathematics*, *33*(1), 1-19.

MEB (2013). *İlköğretim matematik dersi 5-8. sınıflar öğretim programı*. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

MEB (2018). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar).* T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

Merriam, S. B. (2009*). Qualitative research: A guide to design and implementation*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Mousley, J. (2004). An Aspect of Mathematical Understanding: The Notion of" Connected Knowing". *International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* J. Carpenter & S. Gorg (Eds). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

National Research Council. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* J. Kilpatrick, J. Swafford, and B. Findell (Eds.). Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC: National Academy Press.

Ngah, N., Ismail, Z., Tasir, Z., Said, M., & Haruzuan, M. N. (2016). Students' ability in free, semi-structured and structured problem posing situations. *Advanced Science Letters*, *22*(12), 4205-4208.

Olkun, S. & Toluk-Uçar, Z. (2012). ilköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi (5. Baskı). Ankara: Eğiten Kitap.

Öner, A. T. (2009). *İlköğretim 7. sınıf cebir öğretiminde teknoloji destekli öğretimin öğrencilerin erişi düzeyine, tutumlarına ve kalıcılığa etkisi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Özalkan, B.E. (2010) *The effects of problem solving on the topic of functions on problem solving performance, Attitude towards problem solving and mathematics.* . Master''s thesis, Middle East Technical University.

Özgen, K. (2013). Problem çözme bağlamında matematiksel ilişkilendirme becerisi: Öğretmen adayları örneği. *Education Sciences*, *8*(3), 323-345.

Özgün, D. (2012). *ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde ürettiği matematik modellerinin nitel bir yaklaşımla incelenmesi* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

Özsoy, G. (2002). *İlköğretim 5. sınıfta matematik dersi genel başarısı ile problem çözme becerisi arasındaki ilişki.* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Polat, Z.S., (2009). *The effects of problem solving approaches on students' performance and self regulated learning in mathematics.* (Unpublished doctoral dissertation). Middle East Technical University, Ankara.

Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical model*. Princeton, New Jersey.

Polya, G. (1962). *Mathematical discovery: on understanding, learning, and teaching problem solving.* New York: John Wiley.

Şahin, Ö. (2012). *Cebir öğretiminde somut-yarı somut öğretim tekniğinin öğrencilerin başarılarına, tutumlarına ve kalıcılığa etkisi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Atatürk üniversitesi, eğitim bilimleri enstitüsü.

Salman, E. (2012). *İlköğretim matematik öğretiminde problem kurma çalışmalarının öğrencilerin problem çözme başarısına ve tutumlarına etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Erzincan Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzincan.

Sandalcı, Y. (2013). *Matematiksel modelleme ile cebir öğretiminin öğrencilerin akademik başarılarına ve matematiği günlük yaşamla ilişkilendirmelerine etkisi.* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, *334-370*.

Sert, Ö. (2007). *Eighth grade students' skills ın translating among different representations of algebraic concepts.* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Middle East Technical University, Ankara.

Sezgin Memnun, D. (2011). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin analitik geometrinin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını oluşturması süreçlerinin araştırılması* (Yayımlanmamış doktora tezi). Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.

Silver, E. A. & Cai, J. (1996). Analysis of aritmetic problem posing by middle school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 521.

Silver, E. A. (2013). Problem-posing research in mathematics education: Looking back, looking around, and looking ahead. *Educational Studies in Mathematics,* 83(1), 157-162.

Silver, E., & Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem Posing. *Teaching Children Mathematics, 12*(3), 129-135.

Silver, E.A. (1993). On mathematical problem posing. *In Proceedings of the 17. International Conference of Mathematics Education* (Vol. I, pp. 66-85).

Singer, F. M., Ellerton, N., & Cai, J. (2013). Problem-posing research in mathematics education: New questions and directions. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(1), 1-7.

Stacey, K., & MacGregor, M. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. *Mathematics Teacher*, *90*, 110-113.

Stoyanova, E. (2003). Extending students' understanding of mathematics via problem posing. *Australian Mathematics Teacher*, *59*(2), 32-40.

Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. *Technology in mathematics education*, 518-525.

Tekay, T., & Doğan, M. (2015). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemlerin grafikleri ile ilgili soruları çözme becerilerinin değerlendirilmesi. *MATDER Matematik Eğitimi Dergisi*, 2(1).

Tekin, B., Konyalıoğlu, A. C., & Işık, A. (2009). Ortaöğretim öğrencilerinin fonksiyon grafiklerini çizebilme becerilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi,* 17(3), 919-932.

Toluk, Z. ve Olkun, S. (2002). Türkiye'de matematik eğitiminde problem çözme: ilköğretim 1.-5. sınıflar matematik ders kitapları. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, *2*(2), 567-581.

Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing, *Teaching and Teacher Education, 25*, 166–175.

Töre, C., (2007), *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözme surecini bilme ve uygulama düzeylerinin araştırılması* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Turanlı, N., Keçeli, V., & Türker, N. K. (2007). Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılara yönelik tutumları ile karmaşık sayılar konusundaki kavram yanılgıları ve ortak hataları. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, *9*(2), 135-149.

Turhan, B. (2011). *Problem Kurma Yaklaşımıyla Gerçekleştirilen Matematik öğretiminin 6. Sınıf öğrencilerinin Problem Çözme Başarıları, problem kurma becerileri ve matematiğe yönelik görüşlerine etkisinin incelenmesi.* (Yayımlanmamış Yüksek lisans tezi). Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Umay, A. (2007). Eski arkadaşımız okul matematiğinin yeni yüzü. *Ankara: Aydan Web Tesisleri*.

Uysal, O. (2007). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin matematik dersine yönelik problem çözme becerileri, kaygıları ve tutumları arasındaki ilişkilerin değerlendirilmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Vacc, N. N. (1993). Implementing the'professional standards for teaching mathematics': Questioning in the mathematics classroom. *Arithmetic Teacher*, *41*(2), 88-92.

Van De Walle, J. A., Karp, K. S. ve Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim.* (Çeviri Editörü: Soner Durmuş). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Van Harpen, X. Y., & Presmeg, N. C. (2013). An investigation of relationships between students' mathematical problem-posing abilities and their mathematical content knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(1), 117-132.

Van Harpen, X. Y., & Sriraman, B. (2013). Creativity and mathematical problem posing: an analysis of high school students' mathematical problem posing in China and the USA. *Educational Studies in Mathematics*, *82*(2), 201-221.

Vance, J. (1998). Number operations from on algebraic perspective. *Teaching Children Mathemetics*, 4, 282-285.

Vollrath, H. J. (1986). Search strategies as indicators of functional thinking. *Educational Studies in Mathematics. 17, 387-400*.

Yaman, H., Toluk, Z. ve Olkun, S. (2003). Öğrenciler eşit işaretini nasıl algılamaktadırlar? *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 142-151.

Yaşa, E. (2010). *Çalışma yaprakları destekli problem çözme stratejilerinin öğretiminin öğrenci başarısına etkisi.* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir

Yazgan, Y & Bintaş J. (2005). İlköğretim 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri, bir öğretim deneyi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 28, :211.

Yenilmez, K. ve Teke, M., (2008). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi 9*(15) s:229–246.

Yenilmez, K. ve Yaşa, E. (2008). İlköğretim öğrencilerinin geometrideki kavram yanılgıları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 21 (2), 461-483.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (6 Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldızlar, M. (2001). *Matematik problemlerini çözebilme yöntemleri.* Ankara: Eylül Yayıncılık.

Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods.* Los Angeles, Calif: Sage Publications.

Yuan, X. (2009). *An exploratory study of high school students' creativity and mathematical problem posing in China and the United States.* (Unpublished doctoral dissertation). Illinois State University.

Yuan, X., & Presmeg, N. (2010). *An exploratory study of high school students' creativity and mathematical problem posing in China and the United States.* In M. Pinto & T. Kawasaki (Eds.), Proceedings of the 34th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 4, pp. 321–328). Belo Horizonte, Brazil: PME.

Zachariades, T., Christou, C., & Papageorgiou, E. (2002). The difficulties and reasoning of undergraduate mathematics students in the identification of functions. In *Proceedings in the 10th ICME Conference, Crete, Greece*.

Zehir, K. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesir işlemlerine yönelik problem kurma becerilerinin incelenmesi (Yayımlanmamış doktora tezi). *Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum*.

Zembat, İ.Ö. (2007). Sorun aynı- Kavramlar; Kitle aynı- Öğretmen adayları. *İlköğretim Online,* 6(2), 305-312

EK-A: Ders içerikleri

Öğrenme Alanı: Cebir

Alt Öğrenme Alanı: Doğrusal Denklemler

Kazanım: Koordinat sistemini özellikleriyle tanır ve sıralı ikilileri gösterir. (3 DERS SAATİ)

Ders içeriğinde desteklenen beceriler: Problem çözme, ilişkilendirme, iletişim, akıl yürütme

Not: Standart yazılı kısım (Siyah renkli düz yazı) öğretmenin sınıfla doğrudan paylaşacağı bilgileri ve soruları içermektedir.

Mavi ile italik yazılan kısımlar ise öğretmenin derste yapacaklarını ve soracağı soruları, vurgulayacağı kısımları ve öğrencilerle tartışacağı kısımları göstermektedir.

Kutu içinde yazanlar o kısmın hangi amaca hizmet ettiğini ne tür problem kurmayı içerdiği hangi becerileri desteklediği vb. belirtmektedir. Uzmanlara ve öğretmene bilgi vermesi amacıyla eklenmiştir.

GİRİŞ (5 dk.)

Rene Decartes felsefenin ve analitik geometrinin kurucusudur. Decartes bir gün yatağında yatarken tavana baktığı sırada bir sinek görmüştür. Bu sineğin bulunduğu yeri matematiksel olarak nasıl belirleyebileceğini düşünmüştür. Bu düşünceyi geliştirerek geometri ile cebir arasında bağ kuran analitik geometriyi kurmuştur (Baykul, 2009, s.602).

Öğretmen:

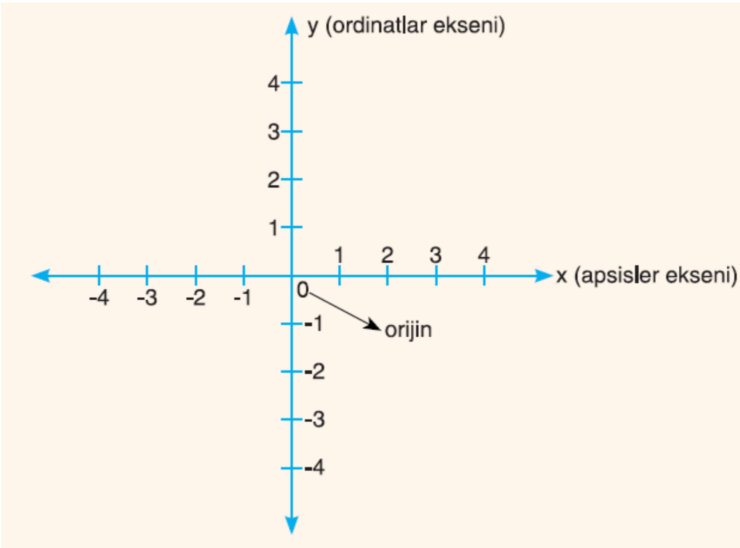
- *Kâğıt üzerindeki bir sineğin yerini nasıl tarif edebiliriz?*
- *Bir kâğıt üzerindeki bir noktayı karşımızdaki kişiye nasıl anlatabiliriz? Bulunan noktanın yerini daha rahat tarif etmek için neler yapabiliriz?*
- *Peki sınıfta kendi oturduğunuz yeri nasıl tarif edersiniz?*

Öğrencilerin cevaplarından yola çıkılarak, düzlem üzerinde bir noktanın tarifi için hem yatay eksen hem de dikey eksenle ilgili bilgiye ihtiyaç olduğu keşfettirilir. Daha sonra koordinat düzlemine giriş yapılır.

Matematik tarihinden yararlanarak giriş yapılması hem dersi ilgi çekici kılmakta hem de gerçek yaşamla konunun **ilişkilendirilmesini** sağlamaktadır. Bir sineğin yerinin nasıl tarif edileceği rutin olmayan bir problem durumu oluşturmaktadır. Öğrencilerin çözüme yönelik çeşitli hipotezler öne sürmeleri ve bunları değerlendirmeleri, çeşitli çıkarımlarda bulunup bu çıkarımların doğruluğunu savunmaları matematiksel cümlelerle kendilerini ifade etmeleri için ortam yaratılmakta, bu şekilde **iletişim, problem çözme** ve **akıl yürütme becerileri** desteklenmektedir.

(15 DK)

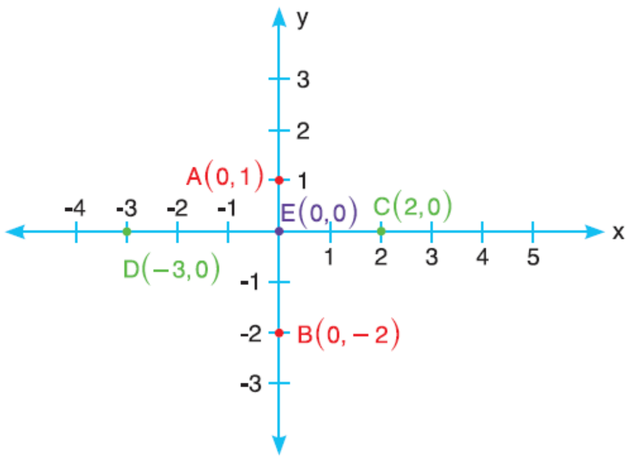
Kartezyen koordinat sistemi iki sayı doğrusunun sıfır noktasında birbiriyle dik kesişmesi sonucu oluşur. Yatay eksen x ekseni (apsisler ekseni), dikey eksen y ekseni (ordinatlar ekseni) olarak isimlendirilir. Koordinat ekseninin kesim noktası ise "başlangıç noktası" (orijin) olarak adlandırılır (MEB 7. Sınıf).



Kartezyen koordinat sistemlerinde her bir nokta sıralı ikililerle ifade belirlenir ve **her noktaya karşılık gelen bir sıralı ikili vardır**. Bir sıralı ikilide birinci bileşen x ekseni ikinci bileşen ise y ekseninde tanımlanır. ***Öğretmen:*** *Sizce noktaların bileşenleri tam sayı olmak zorunda mıdır?*

Örnek: Aşağıda sıralı ikililer halinde verilen noktaları koordinat sisteminde gösterelim.

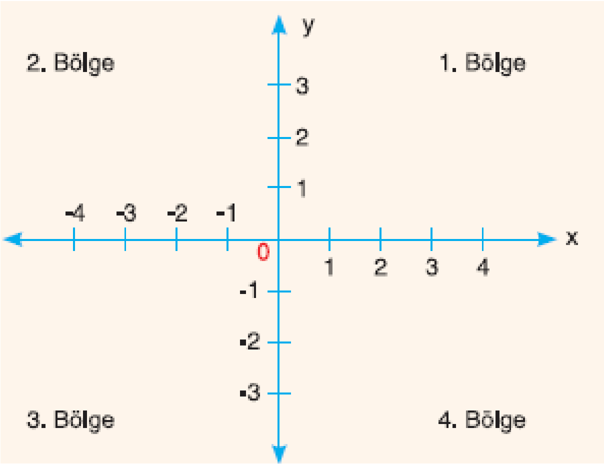
a. A(0,1) b. B(0,-2) c. C(2,0) ç. D(-3,0) d. E(0,0) e. F$(\frac{1}{3}, -3)$ f. G$(-\frac{1}{2}, 2\frac{2}{3})$



Kartezyen koordinat sistemini tanıyalım.

Kartezyen koordinat sistemindeki bölgeler isimlendirilir. Öğrencilere sırasıyla bu bölgelerdeki noktaların özellikleri sorulur. ***Öğretmen:***

1. *Bölgede x'in alabileceği değerler nelerdir, y'nin alabileceği değerler nelerdir?*
2. *Bölgede x'in alabileceği değerler nelerdir, y'nin alabileceği değerler nelerdir?*
3. *Bölgede x'in alabileceği değerler nelerdir, y'nin alabileceği değerler nelerdir?*
4. *Bölgede x'in alabileceği değerler nelerdir, y'nin alabileceği değerler nelerdir?*

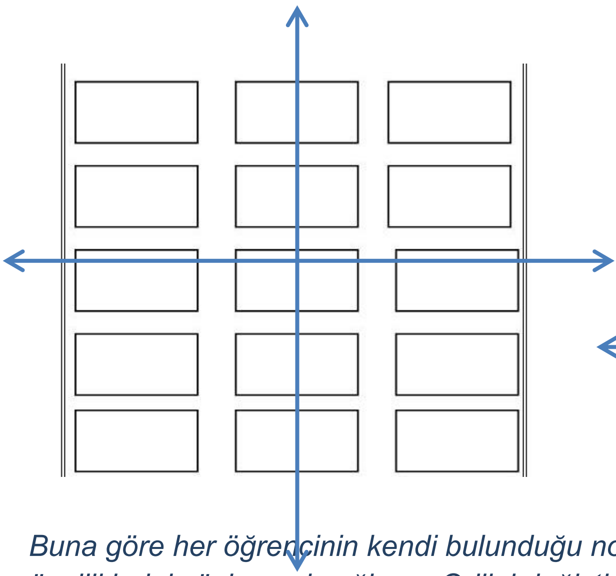


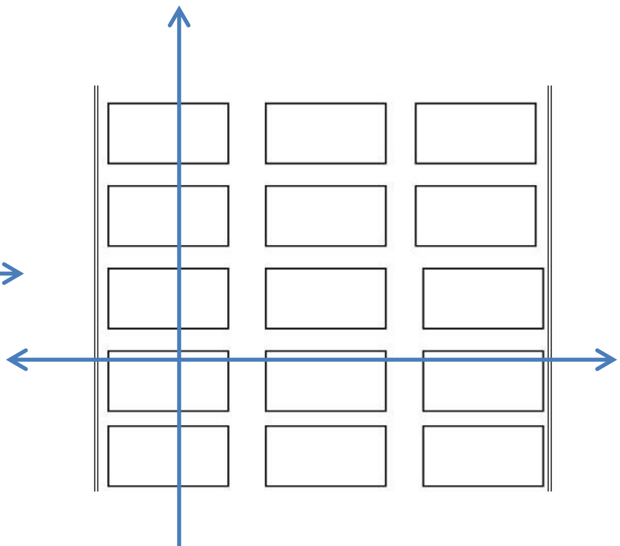
Koordinat sisteminde dört bölge vardır.

A(x,y) olmak üzere, A noktası;

1. Bölgede ise x>o, y<0,
2. Bölgede ise x<0, y>0
3. Bölgede ise x<0, y<0
4. Bölgede ise x>0, y>0 olur.

Örnek: Sınıfımızın bir oturma planını oluşturalım ve orijin Ayşenur'un bulunduğu nokta olacak şekilde koordinat sistemine yerleştirelim.





Buna göre her öğrencinin kendi bulunduğu noktanın koordinatlarını ve bulunduğu bölgenin özelliklerini söylemesi sağlanır. Orijini değiştirerek aynı işlem gerçekleştirilir.

TARTIŞMA: (5 DK)

Dilek koordinat sisteminde (2,3) ve (3,2) sıralı ikililerinin aynı noktayı belirttiğini iddia ediyor. Kaya ise bunun doğru olmadığını söylüyor. Sizce kim haklı neden? (MEB, 2011)

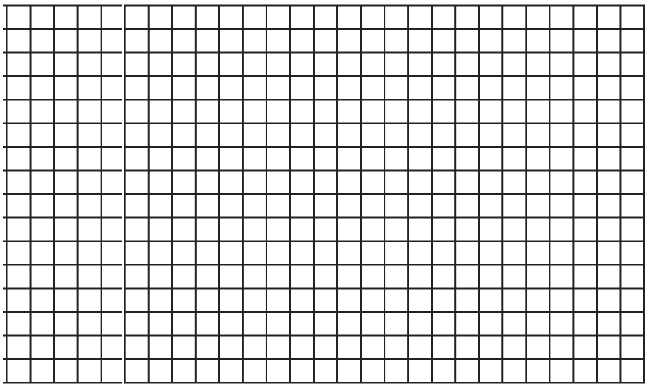
Öğrencilerin matematiğin kendine özgü bir terminoloji olduğunu fark etmeleri sağlanmakta, matematiksel sembolleri, terimleri doğru ve etkili kullanabilmeleri desteklenmekte, **iletişim becerileri** geliştirilmektedir. Koordinat sistemi günlük yaşamla **ilişkilendirilmektedir.** Gerçekleştirilen tartışmalarda öğrencilerin kendi çıkarımlarının doğruluğunu savunmaları gerekmekte bu sayede **akıl yürütme becerileri** geliştirilmektedir.

PROBLEM ÇALIŞMASI 1 (15 Dk): (Sarı, 2012'den uyarlanmıştır)

Kedi ile farenin başlangıçtaki ve bir saniye sonraki konumları aşağıdaki gibidir.

	Kedi	Fare
Başlangıç	(-2,4)	(-2,14)
1 sn.	(-1,-2)	(-1,12)
2 sn.		

Kedi ile fare doğrultularını ve hızlarını değiştirmeden ilerlediklerine göre, başlangıçtan 5 sn. sonra kedi ve fare hangi noktada olurlar? Tabloda ve grafik üzerinde gösteriniz.



PROBLEM KURMA:

Yukarıdaki problemden yola çıkarak başka bir problem de siz kurun.

Problem Çalışması 1'de öğrencilerin **akıl yürütme** ve **problem çözme becerileri** desteklenmektedir. Bir durumu tablo, grafik gibi temsilleri kullanarak ifade etmesi **iletişim becerilerini** ve tablo temsilden grafik temsile geçiş yapması **ilişkilendirme** becerilerini desteklemeye yardımcı olmaktadır.
Problem çalışmasında yer alan problem kurma yapılandırılmış problem kurma türündedir (Stoyanova, 2003). Silver'a (1994) göre ise problem çözümünden sonra problem kurma türündedir. Burada konuya ve problem kurmaya yeni giriş yapıldığından ve konunun kavranması istendiğinden problem kurmalarını desteklemek amacıyla *olmaz ise ne olur* stratejilerinden yararlanılabilir (Stoyanova, 2003).

Farklı şekillerde problem oluşturulabilir. Öğrenciler aşağıdaki şekilde yönlendirilebilir,

1)Bilinmeyeni değiştirmeyip kedinin ve farenin başlangıç noktasını değiştirerek yeni bir problem oluşturabilirler. ***Öğretmen:*** *Kedinin ve farenin başlangıç noktası farklı olsaydı ne olurdu?*

2) Kedi ve farenin başlangıç noktasını değiştirmeyip saniyeyi değiştirip yeni bir problem kurabilirler. ***Öğretmen:*** *Soruda sorulan saniye farklı olsaydı ne olurdu?*

3) Kedinin veya farenin belli bir süre sonra nerde oldukları ve ilerleme hızı ve doğrultusu verilip başlangıç konumu istenebilir vb. ***Öğretmen:*** *İlerleme hızı ve doğrultusu farklı olsaydı ne olurdu?*

PROBLEM ÇALIŞMASI 2 (15 DK.)

PROBLEM ÇÖZME:

Okulun yılsonu etkinlikleri kapsamında bir dans gösterisi düzenlenecektir. Öğrencilerin konumlarımı ifade etmek için dans edilecek düzlem bir koordinat sistemi olarak düşünülmektedir. Yatay ve düşey eksenlerdeki her bir birim aralık 1 metreye denk gelmektedir. Öğrencilerden Ayşe, Bilge, Can ve Deniz düzleme sırasıyla A $(-2,4\frac{1}{2})$, B$(2,4\frac{1}{2})$, C$(2,-4\frac{1}{2})$ ve D$(-2,-4\frac{1}{2})$ noktalarına yerleşmişlerdir.

a)Öğrencilerin bulundukları bölgeler nelerdir?

b)Gösteri gereği A, B, C ve D konumundaki öğrencilerin bir dikdörtgenin çevresini oluşturacak şekilde ellerinde renkli bir şerit tutmaları gerekmektedir. Buna göre kaç metre şerit gerekmektedir?

Öğretmen: *Problemde verilenleri ve istenilenleri kendi cümlelerinizle ifade ediniz.*

PROBLEM KURMA:

Yukarıdaki problemden yola çıkarak öyle bir problem kurunuz ki problemde Ayşe, Bilge, Can ve Deniz düzleme farklı şekilde yerleşsinler ancak ellerinde tuttukları şeridin uzunluğu değişmesin.

Problem çalışması 2 ile öğrencilerin **akıl yürütme** ve **problem çözme becerileri** desteklenmektedir. Problem durumunu şekil, grafik gibi temsilleri kullanarak ifade etmesi **iletişim becerilerini** ve sözel durumdan grafik temsile geçiş yapması, geometrik şekillerin çevre uzunlukları vb. özelliklerini koordinat sistemi konusunda kullanmaları **ilişkilendirme** becerilerini desteklemeye yardımcı olmaktadır. Problem çalışmasında yer alan problem kurma yarı yapılandırılmış problem kurma türündedir (Stoyanova, 2003). Silver'a (1994) göre ise problem çözümünden sonra problem kurma türündedir.

Oluşturulacak problemler için bağlamın aynı kalması, Ayşe, Bilge, Can ve Deniz'in tuttuğu şeridin uzunluğunun değişmemesi koşulu bulunmaktadır. Ancak öğrencilerin oluşturdukları problemde istenen şeyin değişebileceği vurgulanmalıdır. (Örneğin; 3 öğrencinin konumu verilip diğerinin konumu istenebilir, Öğrencilerin düzlemde oluşturdukları şeklin alanı istenebilir vb. Ancak bu örnekler öğrenciler problem kurarken onları etkilememek için paylaşılmamalıdır. Problemler tartışılırken paylaşılabilir.)

PROBLEM ÇALIŞMASI 3 (20 DK.)

PROBLEM ÇÖZME (Çözülemeyen problem-eksik veri):

Okulların tanıtılmasına yönelik düzenlenen bir fuarda rahatça yer tarifi yapılması için fuar alanı koordinat düzlemi ve stantların konumları ise koordinat düzlemindeki noktalarla ifade edilmiştir. Ayşe, arkadaşı Mehmet'e kendi standının yerini tarif etmek için "koordinat sisteminin 2. bölgesindeyim ve ordinatım 5" demiştir. Ayşe'nin bulunduğu standın koordinatını bulunuz.

Problemi düşünmeleri için zaman verilir.

***Öğretmen:** Problemde bize verilenler nelerdir?*

Bulunması istenenler nelerdir?

Nasıl bir yol izleyebiliriz?

Problemde verilenler isteneni bulmak için yeterli midir? Problem eldeki verilerle çözülebilir midir?

PROBLEM KURMA:

1)Yukarıdaki probleme eklemeler yaparak, problemi çözülebilir bir probleme dönüştürünüz ve çözünüz.

Öğretmen: *Problemi çözülebilir hale getirmek için bu probleme hangi veri eklenmelidir? Neden? Öğrencilerin yeniden oluşturdukları problemler sınıfta tartışılır.*

(Öğrencilerin probleme ekledikleri bilgiler fazladan bilgiler olabilir bu durumda aşağıdaki adıma geçilebilir)

*2)*Probleme öyle veriler ekleyin ki problemde gereksiz bilgi olmasın ama problem çözülebilir olsun.

Öğrencilerin bazılarının çözümleri sınıfça tartışılır. Hangi veriyi ekledikleri neden ekledikleri konuşulur, benzer veri ekleyenler belirlenir, farklı şekilde yapanlar kendi yaptıklarını sunarlar.

Problem çalışması 3 ile öğrencilerin problemde verilenleri, istenenleri, eksik bilgileri belirlemeleri, eldeki bilgilere uygun eklemeler yaparak problemi yeniden oluşturmaları ve çözmeleri gerekmektedir. Bu süreçte öğrencilerin **problem çözme becerileri** ve **akıl yürütmeleri** desteklenmektedir. Problem durumunu şekil, grafik gibi temsilleri kullanarak ifade etmesi **iletişim becerilerini** yer belirtme durumunun koordinat sistemiyle ifade edilmesi matematiği gerçek yaşamla **ilişkilendirmeyi** desteklemektedir. Problem çalışmasında yer alan problem kurma Silver'a (1994) göre problem çözme öncesi problem kurma türündedir, Stoyanova'ya (2003) göre yarı yapılandırılmış problem kurma türündedir.

PROBLEM ÇALIŞMASI 4 (20 DK.)

PROBLEM KURMA: A, B, C ve D noktalarından ikisi eksenler üzerinde, diğer ikisi de farklı iki bölgede bulunmaktadır. Verilen bu bilgileri kullanarak noktaları koordinat sistemine yerleştiriniz ve bu noktaları kullanarak gerçek yaşam durumu içeren çözülebilen farklı bir problem kurunuz ve kurduğunuz problemleri çözünüz.

Öncelikle öğrencilere kendi problemlerini kurup çözmeleri için 10 dk. verilir. Ardından öğrencilerin kurdukları problemler arasından bazıları seçilerek tahtaya yazılır ve kurulan problemler tartışılır. Problemlerin çözülebilir olup olmadığı, eksik bilgi içerip içermediği tartışılır ve sınıftaki diğer öğrenciler arkadaşlarının kurdukları problemleri değerlendirirler.

Problem çalışması 4 ile öğrencilerin soruda verilen noktaları kendi oluşturacakları gerçek yaşam durumuna uygun olacak şekilde yerleştirerek problemi belirli hesaplamaları yapmaya uygun olacak şekilde veya farklı matematiksel kavramları problem içinde kullanmaya uygun olacak şekilde tasarlayabilir. Problem bu şekilde oluşturulduğunda öğrencilerin **ilişkilendirme**, **akıl yürütme** ve **problem çözme becerileri** desteklenmiş olmaktadır. Problem durumunu şekil, grafik gibi temsilleri kullanarak ifade etmesi durumunda **iletişim becerileri** de desteklenmiş olmaktadır. Ayrıca öğrencilerin kurdukları problemlerin çözülebilirliğinin tartışılması, kurdukları problemlerin değerlendirilmesi de bu becerilerin gelişimine destek olur. Problem çalışmasında yer alan problem kurma Silver (1994)'e göre problem çözme öncesi problem kurma kategorisinde yer almaktadır. Stayonova'ya (2003) göre yarı-yapılandırılmış bir problem kurma durumudur.

PROBLEM ÇALIŞMASI 5 (20 DK.)

PROBLEM KURMA: Koordinat sistemini ve rasyonel sayıları içeren çözülebilen herhangi başka bir problem kurunuz ve kurduğunuz problemleri çözünüz. Oluşturduğunuz problemlerin sınıf içinde çözdüğünüz diğer problemlere benzememesine özen gösteriniz.

Öncelikle öğrencilere kendi problemlerini kurup çözmeleri için zaman verilir. Ardından öğrencilerin kurdukları problemler arasından bazıları seçilerek tahtaya yazılır ve kurulan problemler tartışılır. Problemlerin çözülebilir olup olmadığı, eksik bilgi içerip içermediği tartışılır ve problemler sınıfça çözülür.

Problem çalışması 5 ile öğrencilerin koordinat sistemini ve rasyonel sayıları kullanarak bir problem tasarlamaları istenmiştir. Farklı matematik konularını birlikte kullanmaları istenerek öğrencilerin matematiği bir bütün halinde görmelerini sağlamak kavramları öğrenirken hesaplama becerilerini de geliştirmek amaçlanmıştır. Bu problemde öğrenci problemi belirli hesaplamaları yapmaya uygun olacak şekilde veya farklı matematiksel kavramları problem içinde kullanmaya uygun olacak şekilde tasarlayabilir. Problem bu şekilde oluşturulduğunda öğrencilerin **ilişkilendirme**, **akıl yürütme** ve **problem çözme becerileri** desteklenmiş olmaktadır. Problem durumunu şekil, grafik, tablo gibi temsilleri kullanarak ifade etmesi, sembol ve terimleri kuracağı problemde etkili kullanması durumunda **iletişim becerileri** de desteklenmiş olmaktadır. Öğrencilerin kurdukları problemlerin değerlendirilip tartışılması da yine bu becerilerin gelişmesine destek olmaktadır. Problem çalışmasında yer alan problem kurma Silver (1994)'e göre problem çözme öncesi problem kurma kategorisinde yer almaktadır. Stoyanova'ya (2003) göre serbest bir problem kurma türündedir.

Öğrenme Alanı: Cebir

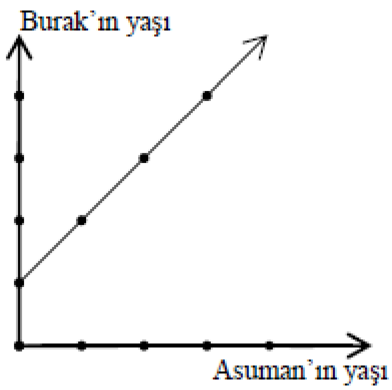
Alt Öğrenme Alanı: Doğrusal Denklemler

Kazanım: Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo, grafik ve denklemle ifade eder. (5 DERS SAATİ)

Ders içeriğinde desteklenen beceriler: Problem çözme, ilişkilendirme, iletişim, akıl yürütme

---

PROBLEM ÇALIŞMASI 1



Asuman	Burak

Asuman ile Burak'ın yaşları arasındaki ilişki grafikte verilmiştir.
1) Bu ilişkiyi sözel olarak açıklayınız.
2) Grafiği verilen ilişkiye ait tabloyu doldurunuz *(Akkuş-Çıkla, 2004, s.188'ten uyarlanmıştır).*

PROBLEM KURMA

Yukarıda Burak ve Asumanın yaşı arasındaki ilişki verilmiştir. Bu ilişkiyi kullanan bir problem oluşturunuz ve çözünüz.

Bu problemde "doğrusal ilişki" konusuna giriş yapılacağından öğrencilerin bağlama ve Burak ile Asuman'ın yaşı arasındaki doğrusal ilişkiye bağlı kalmaları istenmektedir.

Öğrencilerin grafikle verilen matematiksel ilişkiyi sözel olarak açıklamaları ve tablo temsille ifade etmeleri hem iletişim hem de **ilişkilendirme** becerilerinin gelişimini desteklemektedir. Bu matematiksel ilişkiyi açıklayıp bundan yola çıkarak problem oluşturması hem **akıl yürütme** hem de **problem çözme** becerilerini geliştirmeye yardımcı olmaktadır. Problem çalışması 1'de yer alan problem kurma yarı yapılandırılmış problem kurma türündedir (Stoyanova, 2003). Silver'a (1994) göre ise problem çözümünden önce problem kurma türündedir.

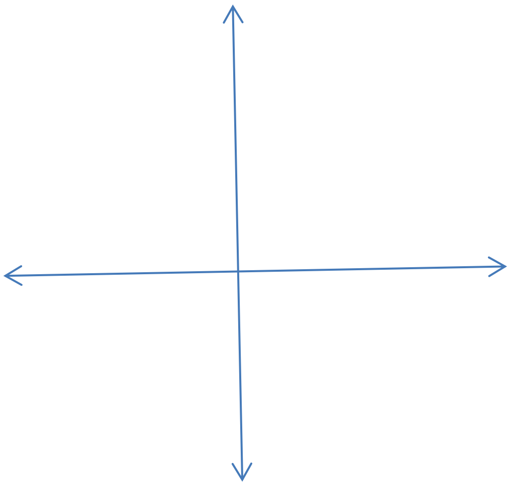
PROBLEM ÇALIŞMASI 2

Arıların balmumu üretmek için ne kadar bal ürettiklerini gösteren tablo aşağıdadır. (MEB, 2011b, s.154 ten uyarlanmıştır)

1)Bu ilişkiden yararlanarak tablodaki boşlukları doldurunuz.

Bal mumu	Bal
0,1 kg	2,1 kg
0,2 kg	4,2 kg
0,3 kg	…
0,4 kg	…
…	10, 5kg

2) Oluşturduğunuz tablodaki değerleri sıralı ikiler şeklinde yazarak, bu noktaları koordinat düzlemine yerleştiriniz.



Öğrencilerin temsiller arasında ilişki kurmalarını sağlamak için tablo temsilden grafik temsile geçiş yaptırılır. Tablodaki değerler sıralı ikili olarak gösterilip koordinat düzlemine yerleştirilir.

PROBLEM KURMA

Arıların ürettikleri <u>bal ve balmumu arasındaki ilişkiyi</u> kullanan bir problem kurunuz ve çözünüz. (MEB, 2011b, s.154 ten uyarlanmıştır)

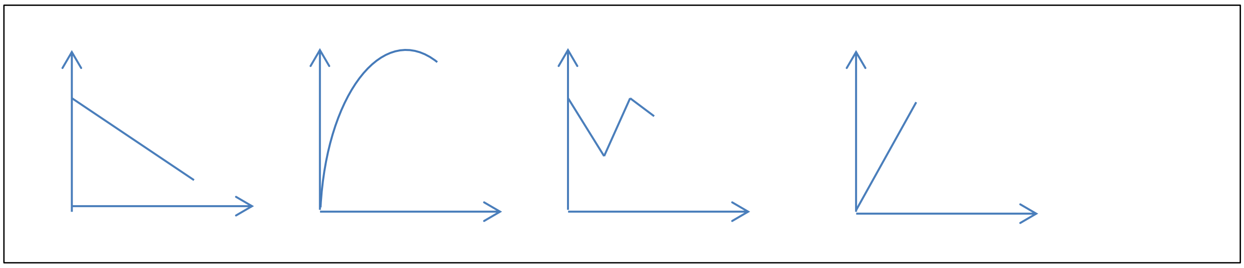
Bu problemde "doğrusal ilişki" konusuna giriş yapılacağından öğrencilerin üretilen bal ve bal mumu arasındaki ilişkiye bağlı kalmaları istenir.

Öğrencilerin grafikle verilen matematiksel örüntü ve ilişkiyi anlayıp kullanabilmeleri **akıl yürütme** becerilerini, tablo temsille ifade edilen bir durumu grafik temsille yeniden ifade etmeleri hem **iletişim** hem de temsiller arası geçiş yaptıklarından **ilişkilendirme** becerilerinin gelişimini desteklemektedir. Bu matematiksel ilişkiden yola çıkarak problem oluşturması ve çözmesi de **akıl yürütme** hem de **problem çözme** becerilerini geliştirmeye yardımcı olmaktadır. Problem çalışması 2'de yer alan problem kurma yarı yapılandırılmış problem kurma türündedir (Stoyanova, 2003). Silver'a (1994) göre ise problem çözümünden önce problem kurma türündedir.

DOĞRUSALLIK

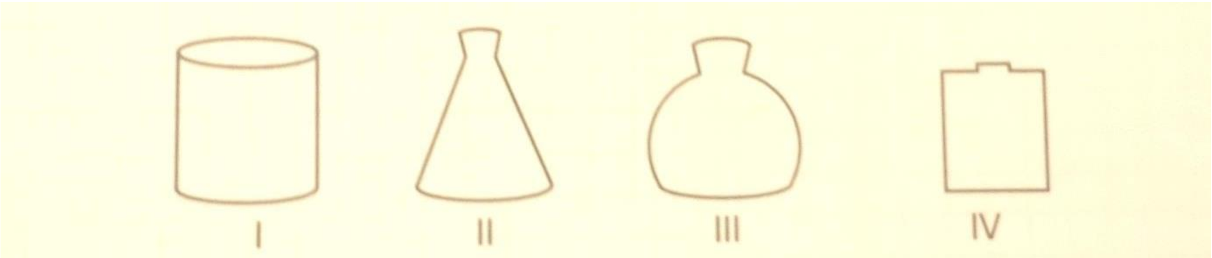
Doğrusallık bir grafikte, yerleştirilmiş noktaların bir doğru üzerinde yer almasına bakılarak belirlenebilir. Grafikler değişkenler arasındaki ilişkilerin görsel olarak belirtilmesinde kullanılan önemli gösterimlerdir (Baykul, 2009, s.607). Tablo yardımıyla doğrusallığa bakmak istersek, bir adımdan diğerine değişim oranının sabit oranla artıp artmamasına göre belirlenebilir. Bir cebirsel ifadede ise bir değişkendeki her 1 değişim diğer değişkende aynı miktarda değişim yaratmasına bağlıdır (Van De Walle, Karp & Bay-Williams, 2012, s.274)

Aşağıda verilen grafiklerin hangileri doğrusal bir ilişkiyi göstermektedir?



Öğrencilerden grafiklerin doğrusallığı hakkında konuşmaları istenir. Değişim oranının sabit olup olmadığını belirleyebilmek için x eksenindeki bir birimlik değişimin y ekseninde kaç birimlik değişime yol açtığı inceletilebilir. Öğrencilerin grafik üzerine tahmini değerler yazarak bunu tabloya dönüştürmeleri ve tablo üzerinden doğrusallığı incelemeleri sağlanabilir. Başlangıç noktası, artış veya azalmanın sabit olup olmaması tartışılır.

Aşağıda şekilleri verilen şişelere aynı hızla akan musluklardan eşit miktarlarda su dolduruluyor. Hangi şişe veya şişeler için suyun yüksekliği ile zaman arasındaki ilişki doğrusaldır? (MEB, 2011a, s.89)



Aynı miktar suyun şişelerdeki suyun yüksekliğini nasıl değiştirdiği tartıştırılır.

DEĞİŞİM ORANI

Doğrusal bir ilişkide iki değişken arasındaki değişim oranı sabittir. Daha önce de bahsedildiği gibi birinci değişkendeki her bir birimlik değişme ikinci değişkende aynı miktarda değişim yaratmaktadır. Örneğin, bir koşucu sabit hızla koşarken her 1 dakikada 60 metre yol alıyorsa, yolun 1 dakikadaki değişimi 60 m./dk. olur. Bunu cebirsel ifade ile göstermek istersek, y=2x+3 gibi bir cebirsel ifadedeki y’nin değişim oranı sizce ne olur?

Örneğin x=1 olduğunda y=5 iken

x=2 olduğunda y=7 olur. Dolayısıyla x deki 1 birimlik değişim y'de 2 birimlik değişime sebep olur. O halde değişim oranı 2 dir.

Öğretmen: *Bunu doğrudan denkleme bakarak anlayabilir miyiz?*

Öğrencilerden düşünmeleri istenir.

y=ax+b de a'nın değişim oranını ifade ettiği yani x 'deki bir birimlik değişimin y de ne kadarlık bir değişim ifade ettiği vurgulanır (Van de Walle vd., 2012, s. 275'ten yararlanılmıştır.)

Matematiksel durumların (doğrusallık ve değişim oranı) sözel, grafik, cebirsel temsil gibi farklı temsillerle ifade edilmesi matematiksel **iletişim** ve bunların arasındaki geçişlerin yapılması **ilişkilendirme** becerilerinin gelişimini desteklemektedir. Yine bu matematiksel durumların analiz edilip ilişkilerin açıklanması ve çeşitli çıkarımlarda bulunulması **akıl yürütme** becerilerinin gelişimine yardımcı olmaktadır.

PROBLEM ÇALIŞMASI 3

PROBLEM ÇÖZME ve KURMA

Ahmet'in amcası pazarda elma satmaktadır. Kısa bir işi için pazardan ayrılması gereken amcası Ahmet'e kazanmış oldukları 50 TL'nin olduğu para çantasını ve kilogramı 2 TL'den sattıkları elma tezgâhını bırakmış ve ona şöyle demiştir "Oğlum ben yarım saate kadar gelirim. Kaç kilo elma sattığını, sattığın elmalardan ne kadar kazandığını ve toplamda ne kadar paramız olduğunu ben gelince bana söyle" demiştir. Ahmet düşünmüş ve "Yalnızca kaç kilo elma sattığımı aklımda tutabilirsem ne kadar kazandığımı ve toplamda ne kadar paramız olduğunu hesap edebilirim" demiştir.

Buna göre Ahmet'in sattığı elmalarla kazandığı para arasında nasıl bir ilişki vardır, bu ilişkiyi tabloyla gösterelim.

Öğretmen: *Bize verilenler ve istenenler nedir?*

Ahmet'in sattığı elmalarla kazandığı para arasındaki nasıl ilişki vardır? Bu ilişkiyi nasıl gösterebiliriz?

Problem iki ayrı probleme dönüştürülebilir.

- *Ahmet'in sattığı elmalarla kazandığı para arasında nasıl bir ilişki vardır, tablo/ grafik/cebirsel ifade ile gösteriniz.*
- *Ahmet'in sattığı elmalarla para çantasındaki toplam para arasında nasıl bir ilişki vardır, tablo/ grafik/cebirsel ifade ile gösteriniz.*

Bu durumda **problem çözümü içerisinde** problem kurmaya başvurulmuş olur. Bu tarz problem kurmada karmaşık veya daha geniş problemler alt problemlere ayrılmış olur (Silver, 1994). Stoyanova'ya (2003) göre ise **yapılandırılmış** bir problem kurma etkinliğidir; bir problem birbiriyle alakalı problem serisine dönüştürülmektedir.

- *Sözel olarak, tabloyla, grafikle ve cebirsel olarak bu ilişki keşfettirilir.*

Öğrencilerden Ahmet'in sattığı elmaları kazandığı parayı gösteren tabloyu aşağıdaki gibi oluşturmaları teşvik edilir.

Satılan elma (kg)	Kazanılan para (TL)	Sıralı ikili	Satılan elma ile kazanılan para arasındaki ilişki
1	2	(1,2)	Satılan elmanın iki katı
2	4	(2,4)	
3			
4	8		
5			

Benzer adımlar satılan elma ile toplam para arasındaki ilişkinin bulunması için yapılabilir.

Yukarıda verilenlere bakılırsa Ahmet'in sattığı elma ile toplam para arasında nasıl bir ilişki vardır?

Satılan elma	Toplam para (TL)	(Sıralı ikili)
1	52	(1, 52)
2	54	(2, 54)

Bu ilişkiyi gösteren tablo oluşturulur. Ardından bu ilişkiyi gösteren cebirsel ifade buldurulur.

Bu problemdeki değişim oranı ve sabit değer sorgulanır.

Bu problem çalışması 3'te problemi anlama, çözüm için bir strateji geliştirme, problemi alt problemlere ayırma ve çözme bulunduğundan başta **problem çözme** ve **akıl yürütme** becerileri desteklenmektedir. Problemi çözme sürecinde matematiksel durumun farklı temsillerde (örneğin, sözel ifade edilmesi, tablo temsil, grafik temsil, cebirsel temsil) ifade edilmesi ve bunların birbirleriyle ilişkilendirilmesi gerçekleştirilmektedir. Bu durumda **iletişim** ve **ilişkilendirme** becerilerinin gelişimine destek sağlanmaktadır.

PROBLEM ÇALIŞMASI 4

PROBLEM KURMA

Aşağıda bir yayın ucuna bağlı kütleler ile yayın uzunluğunda meydana gelen değişimi gösteren bir tablo verilmiştir (MEB, 2011b, s.156'dan uyarlanmıştır).

Yayın ucuna bağlanan kütle (kg)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Yay uzunluğu (cm)	5	9	13	17	21	25	29		

Öyle bir problem oluşturunuz ki, problemin çözümü bu tablo olsun ve problemde matematiksel durumun tablo temsil dışında farklı bir temsili/temsilleri (grafik, cebirsel sözel) yer alsın.

Problem oluşturma ve çözme sırasında öğrencilerin değişim oranı ve sabit değerin ne olduğunu düşünmeleri istenir.

Problem çalışması 4 tablo temsilden farklı temsillere geçiş yapmayı gerektirme, bu da **ilişkilendirme** becerisini desteklemektedir. Bunun yanında problemde değişim oranı ve doğrusallıkla ilgili çıkarımlarda bulunmak, belirlenen değişim oranına uygun bir problem oluşturulması gerekmekte bu da **akıl yürütme** ve **problem çözme** becerilerini desteklemektedir. Matematiksel durumun farklı şekillerde ifade edilmesi de yine **iletişim** becerisiyle ilgili bir durumdur. Problem çalışması Stoyanova'ya (2003) göre çözümün verilip uygun problemin istendiği **yarı-yapılandırılmış** problem kurma türünde, Silver'a (1994) göre ise **problem çözümünden önce** problem çözme türündedir.

PROBLEM ÇALIŞMASI 5

Aşağıda size bir tablo verilmiştir. Tablodaki eksik değerleri tamamlayınız ve aşağıdaki sorulara yanıt veriniz.

x	y
1	3
2	5
3	7
4	-
5	11
6	-
7	15
8	-

- Tabloda boş bırakılan y değerlerini bulunuz.
- Verilen x değerlerinden yola çıkarak y değerlerini bulmanızı sağlayan genel kuralı ifade eden denklemi bulunuz.
- Bu denklemi açıklayınız
- Bu tablodaki değerlerden yola çıkarak, Kartezyen koordinat sisteminde bu sıralı ikilerden ve oluşturduğunuz denklemden yararlanarak bu ifadeyi grafik üzerinde gösteriniz. (Akkuş-Çıkla, 2004, s.242'ten uyarlanmıştır).

PROBLEM KURMA:

Bu tablodaki değerlerden ve/veya kartezyen koordinat sisteminde bu sıralı ikilerden oluşturduğunuz grafikten ve/veya genel kuralı ifade eden denklemden yararlanmanızı gerektirecek bir problem oluşturunuz ve çözünüz.

Problemi oluştururken;

- Mümkün olan farklı gösterim çeşitlerini (tablo, grafik, cebirsel ifade) kullanınız.

- Farklı gösterim şekilleri arasında geçiş yapmayı sağlayacak problemler oluşturunuz.

Kurulan problemler sınıfta tartışılırken değişim oranı ve sabit değerin problemde doğru şekilde ifade edilip edilmediğine dikkat edilir.

Problem çalışması 5 tablodaki boşlukları doldurmak **akıl yürütme** becerisini, tablo temsilden farklı temsillere geçiş yapmayı gerektirme, bu da **ilişkilendirme** becerisini desteklemektedir. Bunun yanında problemde değişim oranı ve doğrusallıkla ilgili çıkarımlarda bulunmak, belirlenen değişim oranına uygun bir problem oluşturulması gerekmekte bu da **akıl yürütme** ve **problem çözme** becerilerini desteklemektedir. Matematiksel durumun farklı şekillerde ifade edilmesi de yine **iletişim** becerisiyle ilgili bir durumdur. Problem çalışması Stoyanova'ya (2003) göre çözümün verilip uygun problemin istendiği **yarı-yapılandırılmış** problem kurma türünde, Silver'a (1994) göre ise **problem çözümünden önce** problem çözme türündedir.

PROBLEM ÇALIŞMASI 6

PROBLEM ÇÖZME –ÇÖZÜLEMEYEN PROBLEM

Bir su borusu delinmiş ve delikten sabit hızla su damlamaya başlamıştır. Tesadüfen borunun altında bulunan boyu 50 cm olan kovaya bir miktar su dolmuştur. Borunun delindiği ilk fark edildiğinde kovadaki su yüksekliği 10 cm'dir. Her dakikada borudan 15 cm^3su akmaktadır. Kovadaki su miktarı ile geçen zaman arasındaki ilişkiyi bulunuz?

Problem çalışması 6 tablo temsilden farklı temsillere geçiş yapmayı gerektirme, matematiksel durumun farklı şekillerde ifade edilmesi gerekmekte ve farklı matematik konularıyla ilişkilendirme (hacim hesaplama, birimleri birbirlerine dönüştürme vb.) gerekmekte bu da **iletişim** ve **ilişkilendirme** becerisini desteklemektedir. Bunun yanında problemde eksik bilgiler olduğunu fark edip kolay hesaplama yapabilmek için uygun sayı değerlerinin verilmesi gerekmekte, bu da **akıl yürütme** ve **problem çözme** becerilerini desteklemektedir.
Problem çalışması eksik verili bir problem durumunu içermektedir. Öğrencilerin problemi çözmeleri için eksik verileri fark edip buna değerler vermeleri gerekmektedir. Bu problemi oluşturmak Silver'a (1994) göre **problem çözümünden önce** problem kurma türündedir. Sorunun karmaşık gelmesi durumunda soru daha basit problemlere indirgenebilir. Bu durumda **problem çözümü içinde** problem kurmaya (Silver, 1994) başvurulmuş olur.

Öğretmen herkesin soruyu çözmesini ister. Sorunun bu verilerle çözülemeyeceği sınıfta fark edildikten sonra

Öğretmen: *Soruda ne soruluyor? Sorunun anlaşılması için şekil çizebilirsiniz. Bize verilenler nelerdir? İstenen nedir?*

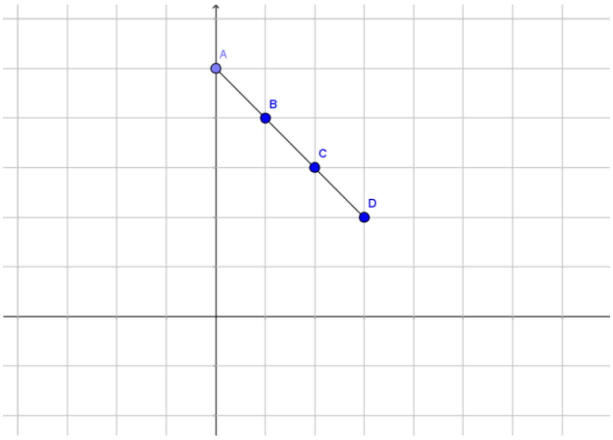
Öğretmen*: Sizce çözülebilir mi bu problem? Neden? Eksik olan veriler nelerdir?*

Öğretmen: *Herkes uygun verileri ekleyerek bu problemi yeniden oluştursun ve çözsün*

Sorunun karmaşık gelmesi durumunda soru daha basit problemlere indirgenebilir. Bu durumda Silver(1993) de problem çözümü içinde problem kurma etkinliğine başvurulabilir. İhtiyaca göre öğrencilere aşağıdaki yönlendirmeler yapılabilir.

Soruyu çözmeniz için size yardımcı olacak daha basit problemlere bölebilirsiniz. Kova ilk fark edildiğinde 10 cm.'lik yükseklikte su olduğu belirtilmiştir. Hiç su olmasaydı, zaman ve su yüksekliğini veren grafik nasıl olurdu? Problemi nasıl çözerdiniz? Vb. (problem çözümü içerisinde problem kurma)

PROBLEM ÇALIŞMASI 7



Yukarıdaki grafikte verilen A, B, C ve D noktaları bir doğrusal ilişki belirtmektedir. Bu doğrusal ilişkiyi içeren ve bu ilişkinin kullanılmasıyla çözülebilen bir problem oluşturunuz ve çözümünüz.

Problem çalışması 7, farklı temsillere ve oluşturulan probleme göre gerçek yaşam durumuna geçiş yapmayı gerektirme **bu ilişkilendirme** becerisini desteklemekte; matematiksel bir durumun soru içinde yeniden ifade edilmesi matematiksel **iletişim** becerisini desteklemektedir. Problem durumunda verilen matematiksel ilişkiyi anlayıp uygun problem oluşturup çözebilmek de **akıl yürütme** ve **problem çözme** becerilerini desteklemektedir. Problem yarı yapılandırılmış (Stoyanova, 2003) ve problem çözme öncesi problem kurma (Silver, 1994) türündedir.

PROBLEM ÇALIŞMASI 8

PROBLEM KURMA:

Doğrusal ilişkiyi ve bunun farklı temsillerini(tablo/grafik/sözel/cebirsel) kullanmayı gerektiren bir problem durumu oluşturunuz ve çözünüz. Oluşturduğunuz problemin sınıfta çözdüğünüz problemlere benzememesine özen gösteriniz.

Problem çalışması 8 farklı temsillere ve oluşturulan probleme göre gerçek yaşam durumuna geçiş yapmayı gerektirme **bu ilişkilendirme** becerisini desteklemekte; matematiksel bir durumun soru içinde yeniden ifade edilmesi matematiksel **iletişim** becerisini desteklemektedir. Doğrusal ilişkiyi sağlayan bir duruma uygun problem oluşturup çözebilmek de **akıl yürütme** ve **problem çözme** becerilerini desteklemektedir. Problem yapılandırılmamış (Stoyanova, 2003) ve problem çözme öncesi problem kurma (Silver, 1994) türündedir.

Öğrenme Alanı: Cebir
Alt Öğrenme Alanı: Doğrusal Denklemler
Kazanım: Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer. (4 saat)

DOĞRUSAL DENKLEMLERİN GRAFİKLERİ

TARTIŞMA

Gökhan, y=x-5 doğrusunun grafiğini çizmek için doğruya ait iki tane sıralı ikili belirlemenin yeterli olduğunu iddia ediyor. Eda ise bunun doğru olmadığını söylüyor. Sizce kim haklı, cevabınıza nasıl ulaştığınızı açıklayınız (MEB, 2011, s.93)

Doğrusal denklemlerin grafiklerinin çizilmesi:

$y = ax + b \ (a, b \in Q)$ şeklindeki birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlere doğrusal denklemler adı verilir. Bu denklemlerin grafiklerini çizmek için x değişkenine çeşitli değerler verilerek y değişkeninin alabileceği değerler bulunur. Bulunan bu (x,y) sıralı ikilileri birer nokta belirtir ve bu noktaların birleştirilmesiyle istenen doğru grafiği elde edilmiş olur.

PROBLEM ÇALIŞMASI 1

Bir telefon operatörü firması yeni bir tarife başlatmıştır. Buna göre kullanıcıların ödeyeceği ücret(y) ile konuşma dakikaları (x) arasında ilişki y=0,5.x+4 ile ifade edilmektedir. Bir kullanıcı ise tarifeyi tanıtan görevliye bu cebirsel ifadeden anlayamadığını ancak bunu grafikle gösterirse anlayabileceğini söylemiştir. Buna göre bu tarifeyi gösteren grafiği çiziniz.

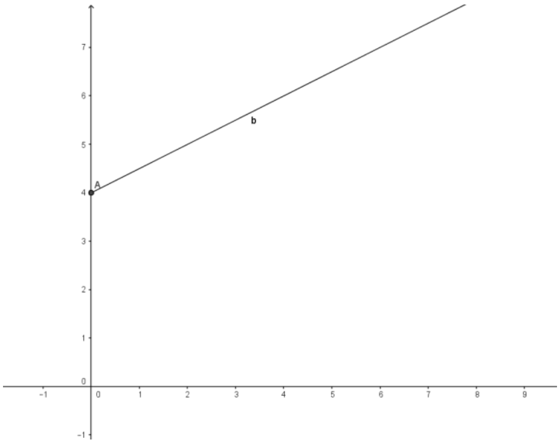
ÖĞRETMEN: *Soruda ne yapmamız istenmiştir? Bu grafiği çizmek için nelere ihtiyaç duyarsınız?*

ÖĞRETMEN: *Bir denklemi grafikle ifade etmek için bu denklemi sağlayan sıralı ikililerin bir tablosunu oluşturarak işe başlayabiliriz.*

Konuşma süresi (x)	Ücret (y)	Sıralı ikili (x,y)
0	0,5.0+4= 4	(0,4)
1	0,5.1+4=4,5	(1, 4.5)
2	0,5.2+4=5	(2, 5)
…		

ÖĞRETMEN: *Bu sıralı ikilileri koordinat sisteme yerleştirelim. Bu noktaları bir doğru oluşturacak şekilde birleştirelim. Oluşturduğumuz doğru verilen cebirsel ifadenin grafiğidir.*

NOT: Öğrencilerin problemde verilen bağlama dikkat ederek grafiği oluşturmaları teşvik edilmelidir. Genelde öğrencilerin x'e 0 verip y değerini buldukları ve y'ye 0 verip x değerini buldukları gözlenmiştir. Çizdikleri grafikler ise soruda istenen 1. bölgeyi göstermemektedir.

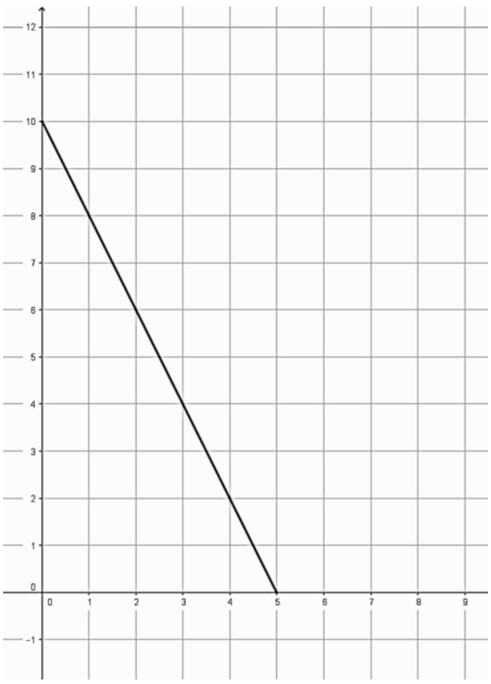


PROBLEM KURMA: Yukarıdaki problemden yola çıkarak ücret ve konuşma süresi arasındaki ilişkiyi değiştirerek başka bir problem kurunuz ve kurduğunuz problemi çözünüz.

Problem çalışması 1 öğrencilerin denklemle verilen matematiksel ilişkiyi tablo temsille ifade etmeleri, ardından grafik temsile geçiş yapmaları hem **iletişim** hem de **ilişkilendirme** becerilerinin gelişimini desteklemektedir. Bu matematiksel ilişkiyi açıklayıp problemi çözmeleri ardından verilen problemden yola çıkarak başka problem oluşturması hem **akıl yürütme** hem de **problem çözme** becerilerini geliştirmeye yardımcı olmaktadır. Problem çalışması 1'de yer alan problem kurma yapılandırılmış problem kurma türündedir (Stoyanova, 2003). Silver'a (1994) göre ise problem çözümünden sonra problem kurma türündedir.

PROBLEM ÇALIŞMASI 2

PROBLEM KURMA



Çözümü yandaki grafiği veren bir gerçek yaşam problemi oluşturunuz. Oluşturduğunuz problemi grafik yardımıyla çözünüz.

Problem çalışması 2'de öğrencilerin grafikle verilen matematiksel ilişkiyi oluşturdukları problemde farklı bir temsille ifade etmeleri gerekmekte, bu durum hem **iletişim** hem de **ilişkilendirme** becerilerinin gelişimini desteklemektedir. Grafikte verilen matematiksel ilişkiyi anlayıp buna uygun bir gerçek yaşam durumu bulmak ilişkilendirme ve **akıl yürütme** becerilerini geliştirmekte, ve problemi çözmeleri yine akıl yürütme ve **problem çözme** becerilerini geliştirmeye yardımcı olmaktadır. Problem çalışması 2'de yer alan problem kurma çözüme uygun problem kurma olup yarı-yapılandırılmış problem kurma türündedir (Stoyanova, 2003). Silver'a (1994) göre ise problem çözümünden önce problem kurma türündedir.

TARTIŞMA

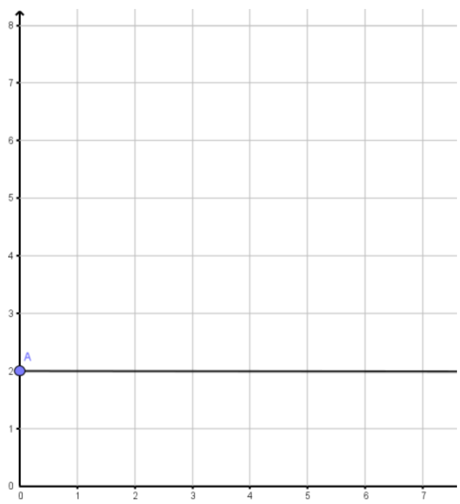
Gaye, sıralı ikililerin apsislerinin daima 2 değerini aldığı bir doğru grafiği çizmek istiyor. Sizce bu mümkün mü neden?

ÖĞRETMEN: *Sizce ordinatların hepsinin 2 olduğu noktalardan oluşan bir doğru grafiği çizilebilir mi? Bu nasıl olabilir?*

ÖĞRETMEN: *Birkaç tane ordinatı 2 olan nokta belirleyin ve bu noktalardan bir doğru geçirmeye çalışın, böyle bir şey sizce mümkün olabilir mi?*

Öğrencilere x eksenine paralel veya y eksenine paralel doğruların grafikleri ve cebirsel ifadeleri keşfettirilir.

Tartışmada öğrencilerin eksenlere paralel olan doğruların grafikleri ve denklemleri keşfettirilir. Bu tartışma öğrencilerin matematiksel fikirleri hakkında konuşmaları ile **iletişim**, kendi matematiksel düşüncelerini öne sürüp gerekçelendirmeleri ile **akıl yürütme** becerileri desteklenmiş olur.



PROBLEM ÇALIŞMASI 3

PROBLEM KURMA

- Yanda verilen d doğrusu üzerinde yer alan sıralı ikilileri tablo yardımıyla belirleyiniz ve bu doğruya ait cebirsel ifadeyi yazınız.
- Öyle bir problem oluşturunuz ki problem içinde veya çözümünde oluşturduğunuz bu tablo ve cebirsel ifade yer alsın.

Problem çalışması 3'te öğrencilerin grafikle verilen matematiksel ilişkiyi oluşturdukları problemde ve çözümünde tablo temsil ve cebirsel ifade ile temsil etmeleri gerekmekte, bu durum hem **iletişim** hem de **ilişkilendirme** becerilerinin gelişimini desteklemektedir. Grafikte verilen matematiksel ilişkiyi anlayıp buna uygun bir gerçek yaşam durumu bulmak ilişkilendirme ve **akıl yürütme** becerilerini geliştirmekte, ve problemi çözmeleri yine akıl yürütme ve **problem çözme** becerilerini geliştirmeye yardımcı olmaktadır. Problem çalışması 2'de yer alan problem kurma yarı-yapılandırılmış problem kurma türündedir (Stoyanova, 2003). Silver'a (1994) göre ise problem çözümünden önce problem kurma türündedir.

PROBLEM ÇALIŞMASI 4

PROBLEM KURMA

Orijinden geçen bir doğru denklemi yazarak, bu denklemi kullanarak çözebileceğiniz bir gerçek yaşam problemi oluşturunuz. Problemi oluştururken, problem durumunda ve problem çözümünde farklı temsillerin (tablo, grafik, cebirsel ifade gibi) yer almasına dikkat ediniz.

Problem çalışması 4'te öğrencilerin grafikle verilen matematiksel ilişkiye(orijinden geçen doğru) uygun gerçek yaşam durumunu içeren bir problem oluşturmaları bu problemde ve çözümünde cebirsel ifade ve farklı bir temsil biçimini kullanmaları istenmekte, bu durum hem **iletişim** hem de **ilişkilendirme** becerilerinin gelişimini desteklemektedir. Verilen koşullara uygun problem kurup çözmeleri **akıl yürütme** ve **problem çözme** becerilerini geliştirmeye yardımcı olmaktadır. Problem çalışması 4'de yer alan problem kurma yarı-yapılandırılmış problem kurma türündedir (Stoyanova, 2003). Silver'a (1994) göre ise problem çözümünden önce problem kurma türündedir.

PROBLEM ÇALIŞMASI 5

"Bir ilköğretim okulundaki derslikleri boyama görevini üstlenen bir usta dakikada 4 m2 duvar boyuyor. Bu usta göreve başladığında okulun temizlik görevlisinin 12 m2 lik bir alanı zaten boyamış olduğunu görüyor ve boyanmamış kısımdan başlayarak boyamaya devam ediyor." (Memnun-Sezgin, 2011, s.118)

Yukarıda verilen durumu göz önünde bulundurarak zaman ve boyalı alan arasındaki ilişkiyi gösteren cebirsel ifadeyi oluşturarak bu denklemin grafiğini çiziniz.

ÖĞRETMEN: *Bize verilenler neler? İstenenler neler?*

ÖĞRETMEN: *Bu durumu cebirsel olarak nasıl ifade etmek için neye ihtiyacımız var? (istenirse önce tablo oluşturulabilir veya isteyen öğrenci doğrudan grafiği oluşturabilir)*

Herkesin problemi çözmesi için zaman verilir. Bulunan denklemler tartışılır. Bir dakikada boyanan kısma ve başlangıçtaki boyalı alana vurgu yapılır.

Problem çalışması 5'te öğrencilerin sözel olarak verilen matematiksel ilişkiyi anlamaları ve problem çözümünde istenen grafik ve cebirsel ifade ile temsil etmeleri gerekmekte, bu durum hem **iletişim** hem de **ilişkilendirme** becerilerinin gelişimini desteklemektedir. Problemde matematiksel ilişkiyi anlayıp buna uygun çözüm planlama ve gerçekleştirme **akıl yürütm**e ve **problem çözme** becerilerini geliştirmeye yardımcı olmaktadır.

PROBLEM ÇALIŞMASI 6

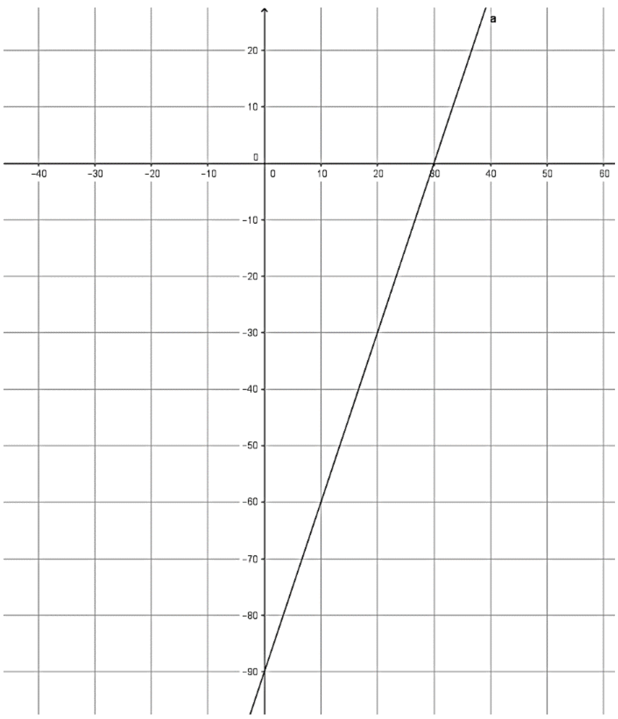
PROBLEM KURMA

Doğrusal bir denklem yazarak bu denklemin grafiğinin çizilmesini gerektiren bir gerçek yaşam problemi kurunuz.

Problem çalışması 6'da öğrencilerden denklem grafiğinin çizilmesini gerektiren bir problem kurmaları istenmiştir. Bu durumda öğrenciler biraz daha serbest bırakılmışlardır. Öğrenciler isterlerse farklı temsilleri gerçek yaşam durumunu kullanabilirler. Bu şekilde problem kuran ve kendi kurdukları problemleri çözen öğrencilerin **iletişim, ilişkilendirme, akıl yürütme ve problem çözme** becerileri desteklenmiş olur. Problem çalışması 6'da yer alan problem kurma yapılandırılmamış problem kurma türündedir (Stoyanova, 2003). Silver'a (1994) göre ise problem çözümünden sonra problem kurma türündedir.

PROBLEM ÇALIŞMASI 7

PROBLEM KURMA



Yandaki grafiğin oluşturulmasını gerektiren bir problem kurunuz ve çözünüz.

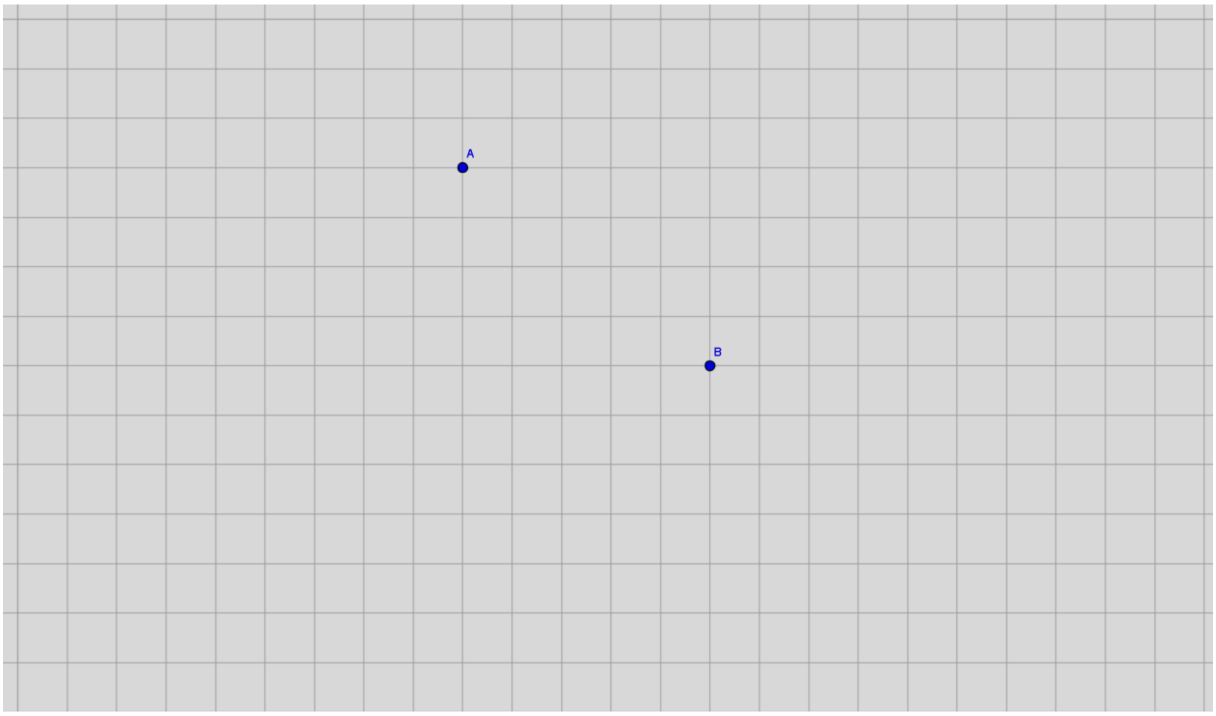
Problem çalışması 7'de öğrencilerin grafikle verilen matematiksel ilişkiye uygun bir problem oluşturmaları istenmiştir. Bu problem durumunda grafik üzerinde bazı sayı değerleri bulunmakta bu öğrenciyi belli koşullara uygun bir problem oluşturmaya zorlamaktadır. Grafiği bu şekilde olan durumu düşünüp buna uygun problem kurup çözmeleri **akıl yürütme** ve **problem çözme** becerilerini geliştirmeye yardımcı olmaktadır. Problem durumunda verilen grafik temsilden problem durumunda herhangi bir temsile geçiş yapmaları(sözel,denklem, tablo) ve grafiği yorumlayıp ifade etmeleri hem **iletişim** hem de **ilişkilendirme** becerilerinin gelişimini desteklemektedir. Problem çalışması 7'de yer alan problem kurma çözüme uygun birproblem kurmayı içermekte olup yarı-yapılandırılmış problem kurma türündedir (Stoyanova, 2003). Silver'a (1994) göre ise problem çözümünden önce problem kurma türündedir.

EK-B: Klinik Mülakat Problem Kurma Görevleri

PROBLEM KURMA - KARTEZYEN KOORDİNAT SİSTEMİ

Kartezyen koordinat sistemini aşağıda verilen düzleme istediğiniz gibi yerleştiriniz. Verilen A ve B noktalarını ***problem içinde*** kullanarak bir problem tasarlayınız ve oluşturduğunuz problemi çözünüz.

- *Eksenleri istediğiniz gibi yerleştirebilirsiniz. Eksenlerin problemde kullandığınız noktaların üzerine gelip gelmemesi tamamen size bırakılmıştır.*
- *İsterseniz A ve B noktaları dışında yeni noktalar ekleyebilir ve problemi buna göre kurabilirsiniz.*



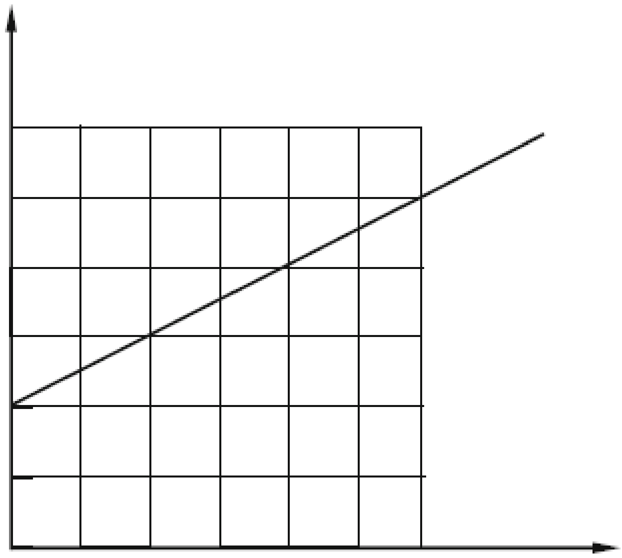
PROBLEM KURMA – DOĞRUSAL İLİŞKİ

"Bir araştırmacı yeni doğan bir balinanın kütlesini her ay ölçmektedir. Bu yavru balina doğduğunda 3 kg.'dır ve büyüdüğü her ayın sonunda 3,5 kg. daha almaktadır."

Yukarıda verilen doğrusal ilişkiyi kullanan bir problem kurunuz.

- Problem içinde ve çözümünde mümkün olan farklı gösterim çeşitlerini (tablo, grafik, cebirsel ifade) kullanmayı sağlayacak ve farklı gösterim şekilleri arasında geçiş yapmayı sağlayacak bir problem kurunuz.
- Kurduğunuz problemi çözünüz.

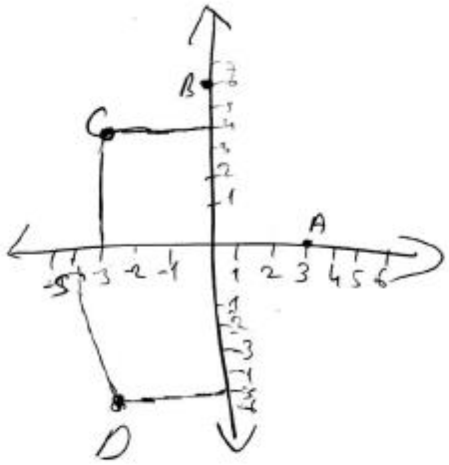
PROBLEM KURMA-DOĞRUSAL DENKLEM GRAFİĞİ



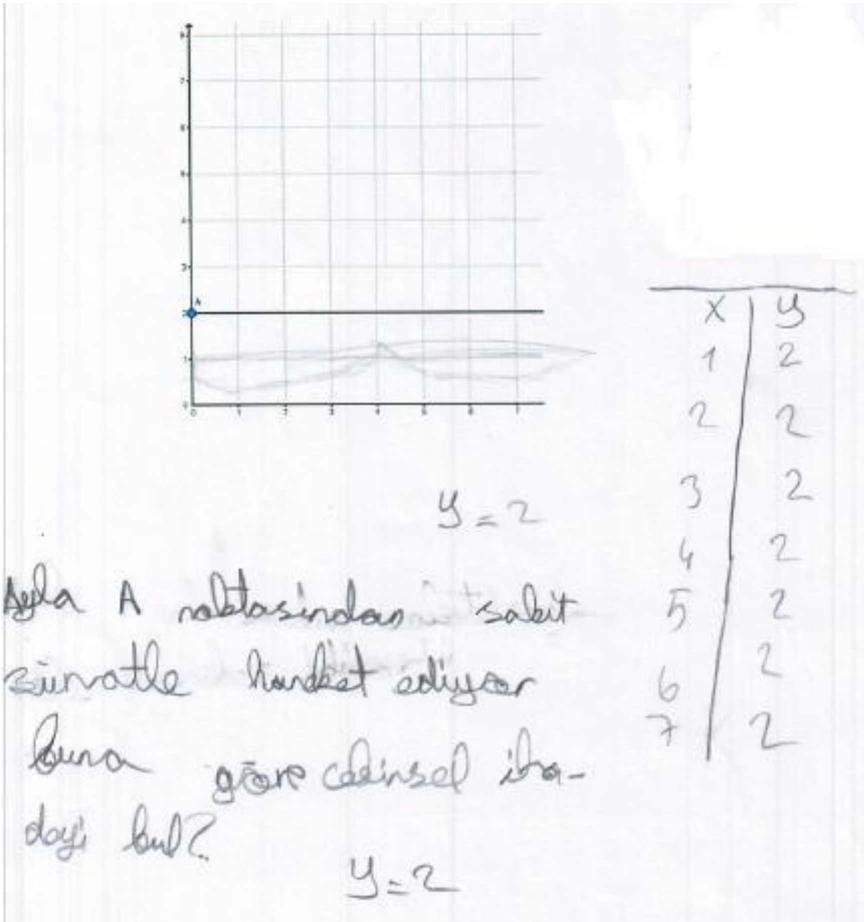
1. X>0 için yandaki grafiği veren bir denklem yazınız.
2. Bu grafikle gösterilebilecek bir gerçek yaşam durumu yazınız.

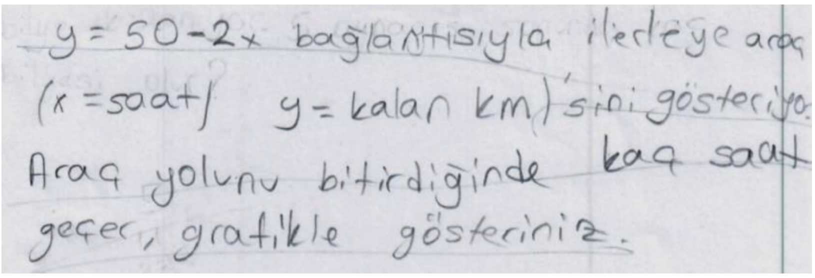
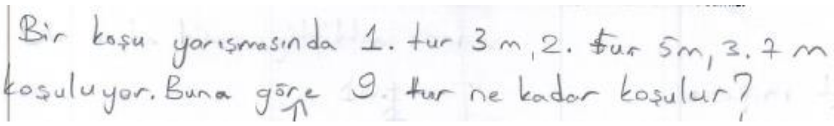
Yukarıda oluşturduğunuz denklem ve gerçek yaşam durumunu içeren, grafiğin çizilmesini gerektiren bir problem oluşturup bu problemi çözünüz.

EK-C: Problem Kurmayı Değerlendirme Rubriği

Nitelik	Puan	Açıklama
PROBLEMİN ANLAŞILIRLIĞI	0	Problem ifadesi anlaşılır değildir. <u>Örnek durum:</u> Problem ifadesinde kişilerin bulunduğu yerlerin koordinatları verilmiş, problemin devamında uçağın aldığı yol ile tükettiği yakıt ile ilgili bilgi vermiştir. Ancak bunlar birbirleriyle ilişkili değildir. Problemde birbirinden bağımsız bilgiler bulunmaktadır. Problemde bir bütün olarak ne verildiği, neyin istendiği anlaşılamamaktadır.  Uçaklı amazon ormanında giderken Ayşe 3,0 kordinatları hizasında Bilge 0,6 kordinatları hizasında Deniz -4,-5 kordinatları hizasında Can -3,4 kordinatları hizasında paraşütle atlamışlardır. Bu uçakta 365 km ilerlediğine göre her 1.km'de 16 TL Ve yaktığı için bu uçak 365 km'de kaç TL yakmıştır.

	1	Problemin ifadesinde dilsel olarak sorunlar bulunmaktadır ve problemin ifadesi ancak öğrencinin problemin yanına aldığı notlar, grafik üzerindeki notları ve varsa problemin çözümü gibi problem dışındaki bilgiler bir bütün olarak incelendiğinde anlaşılmaktadır. <u>Örnek durum</u>: Problem ifadesinde Ayla'nın A noktasından sabit süratle hareket ettiği bilgisi verilmiş ve cebirsel ifadesi istenmiştir. Problemin yanında yer alan grafik, tablo veya cebirsel ifadeden herhangi biri olmadan problem bir anlam ifade etmemektedir. Problem bu verilerle birlikte incelendiğinde grafikte yer alan durumun Ayna'nın zaman- hız ilişkisine ait olduğunun söylenmek istediği ve bu duruma ait cebirsel ifadenin yazılmasının istendiği düşünülebilir.

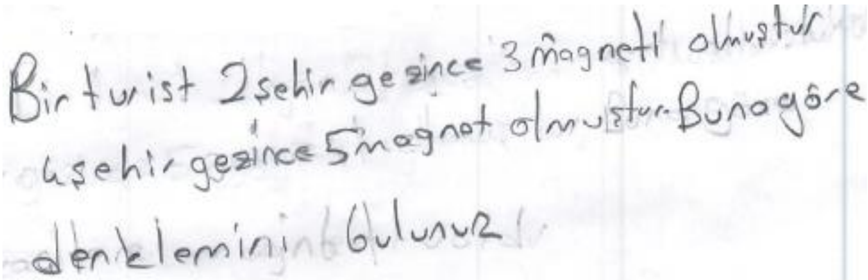


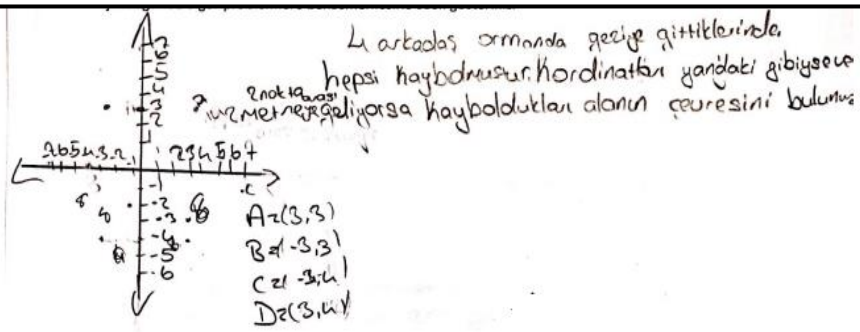
	2	Problemin ifadesinden ne sorulmak istendiği genel olarak anlaşılmaktadır ancak problem ifadesinde dilsel açıdan bazı sıkıntılar bulunmaktadır. Bu kategorideki problemler eklerin düzgün kullanılmaması, bazı sözcüklerin yanlış anlamda kullanılması (Ör, “ne kadardır” demek yerine “nedir” demek gibi) ve ya cümlenin ögelerinin eksik olması (Ör, denklemi yazın deyip, neyin denkleminin yazılacağının açıkça ifade edilmiş olmaması) gibi sıkıntılardan bir veya bir kaçını içermektedir. Örnek durum: Problemde yol alan bir araçla ilgili olarak kalan yol ve geçen zaman arasındaki ilişki verilmiştir. Problemde ne istendiği anlaşılmakla birlikte dilsel olarak eklerin düzgün kullanmamasından kaynaklı dilsel sorunlar gözlenmektedir. Bunun yanında problem ifadesinde “araç yolunu bitirdiğinde kaç saat geçer, grafikle gösterin” denmekte, ancak grafikle tam olarak neyin gösterilmesinin istendiği net bir şekilde belirtilmemektedir.  y = 50-2x bağlantısıyla ilerleye araç (x = saat / y = kalan km)'sini gösteriyo. Araç yolunu bitirdiğinde kaç saat geçer, grafikle gösteriniz.
	3	Problemin ifadesinde dilsel açıdan hiçbir sorun bulunmamaktadır ve problem ifadesi nettir. Örnek durum: Problem ifadesinde verilenler ve istenen açıkça anlaşılmaktadır.  Bir koşu yarışmasında 1. tur 3 m, 2. tur 5 m, 3. 7 m koşuluyor. Buna göre 9. tur ne kadar koşulur?
MATEMATİKSEL AÇIDAN DOĞRULUK	0	Problemde matematiksel açıdan doğru değildir. Örneğin, • Koordinat sistemindeki noktaların toplanabileceğinin düşünülmesi, koordinat sistemindeki noktanın sıralı ikili olduğunun anlaşılamamış olması • İki değişken arasındaki ilişkinin, birbirine bağlı değişimin

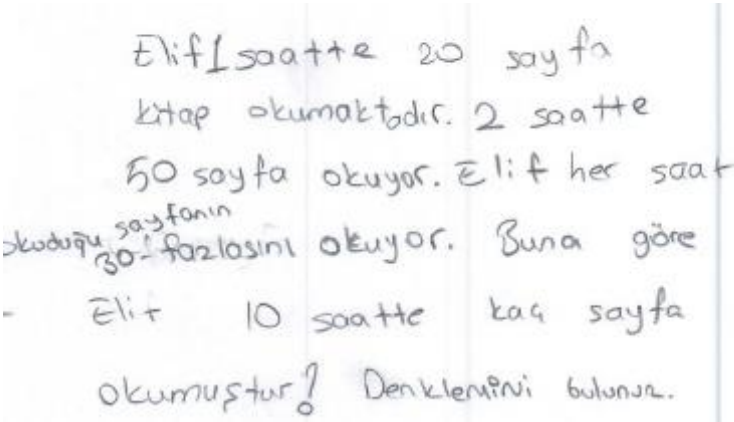
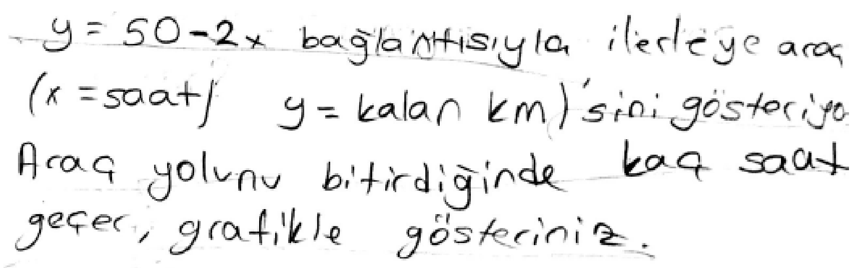
		anlamlandırılamamış olması gibi matematiksel açıdan doğru olmayan durumları içermektedir. Örnek durum. Problemde öğrenci iki farklı doğrusal ilişki arasındaki farkı sormaktadır. Bu durum doğrusal ilişkideki birbirine bağlı değişimin anlaşılamadığını göstermektedir. Kuralı 2x+1 olan bir doğrusal ilişkiyi tablo halinde yazınca bir şey merak eden öğrenci şunu soruyor: eğer kuralı 11.x+1 olsaydı 2x+1 ile aralarındaki fark nedir?
	1	Problemde matematiksel ifadelerle ilgili bir takım sorunlar bulunmaktadır. Bu sorunlar sistematik olmayan hataları içermektedir. Bu kategorideki problemler aşağıdaki durumlardan bir ve ya bir kaçını içermektedir. • Tanımların yerinde kullanılamaması (koordinat sistemi, nokta, apsis, ordinat, eksen gibi matematiksel tanım ve ifadelerin yerinde kullanılamaması gibi) • Problem oluşturulurken işlem hataları veya dikkatsizlikten kaynaklanan hatalar (doğrusal ilişki yani iki değişkenin birbirlerine bağlı değişimi kavramsal olarak anlaşılmış olması ancak işlem hatalarının bulunması gibi) • Matematiksel gösterimlerin doğru kullanılmaması (sıralı ikilileri parantez olmadan belirtme gibi) şeklindeki hatalardır. Örnek durum: Problemde "orijinin noktalarının toplamı" ifadesi kullanılmıştır. Burada orijinin apsis ve ordinatının toplamının kast edildiği anlaşılmaktadır. Ancak öğrenci problemde nokta ifadesini yerinde kullanamadığı görülmektedir. Koordinat sisteminden orjinin noktalarının toplamı ve rasyonel sayılardan 3,4,5'i çarpımı ve sonucun 100 katlasının 25'e bölümü kaçtır?

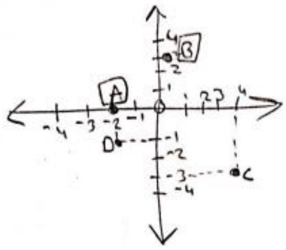
<table>
<tr>
<td></td>
<td>2</td>
<td>

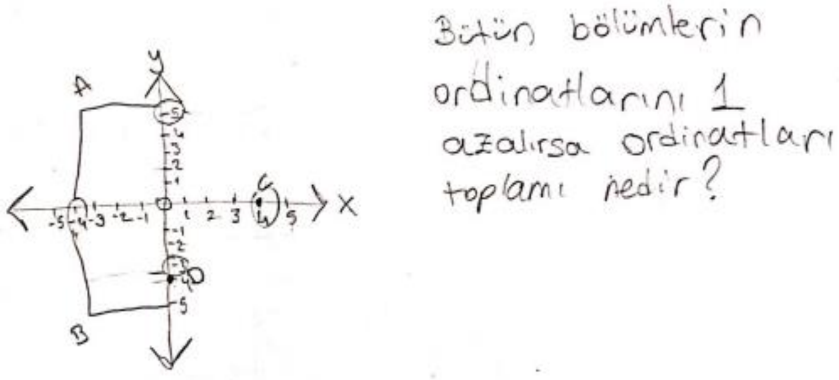
Problemde eksik veya gereksiz matematiksel ifadeler bulunmaktadır ancak problem bir bütün olarak ele alındığında matematiksel olarak belirli fikri temsil ettiği düşünülmektedir. Bu kategorideki problemler aşağıdaki durumlardan bir veya birkaçını içermektedir.
Problemde değişkenlerin aldıkları değerleri bir kaç sayı ile örneklendirilmiş ancak ilişkinin bu şekilde devam ettiğine veya doğrusal olduğuna dair bir ifadeye problemde yer verilmemiştir.
Problemde söz edilen durumla veya değişkenler arasındaki ilişkiyle ilgili grafiğin çizilmesi veya tabloda gösterilmesinin istendiği anlaşılmakla birlikte, hangi değişkenler arasındaki ilişkinin gösterilmesinin istendiği veya hangi durumun koordinat düzleminde gösterilmesinin istendiği net bir şekilde ifade edilmemiştir.

<u>Örnek durum</u>: Bu problemde matematiksel olarak ne istendiği genel anlamda anlaşılmaktadır. Problemde gezilen şehir sayısı ve şehire ait magnet sayısı arasındaki ilişki kullanılmak istenmiştir. Ancak değişkenler arasındaki ilişkinin doğrusal olduğuna dair herhangi bir ifade bulunmamaktadır. Bununla birlikte denklemi oluşturulacak ilişkinin hangi değişkenler arasında olacağı da düzgün bir şekilde ifade edilmemiştir.

Bir turist 2şehir gezince 3 magneti olmuştur
4şehir gezince 5magnat olmuştur. Buna göre
denkleminin bulunuz!
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>3</td>
<td>
Problem matematiksel açıdan doğru olup tanımların, kavramların, matematiksel sembollerin yerinde kullandığı görülmektedir.
<u>Örnek durum</u>: Problem ifadesinde verilenler anlaşılmakta, matematiksel ilişkiler açısından herhangi bir sorun gözlenmemektedir.
</td>
</tr>
</table>

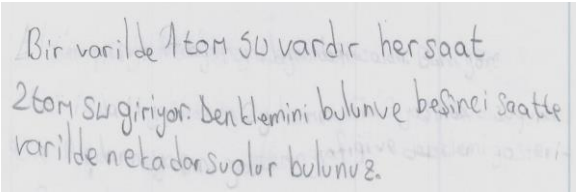
		
BAĞLAMSAL ÖZGÜNLÜK	0	*Bağlamsal özgünlüğün değerlendirilebilmesi için okullara MEB tarafından dağıtılan matematik kitaplarında ve piyasada yer alan matematik kitaplarında doğrusal denklemler öğrenme alanıyla ilgili sorular incelenmiş, bu sorularda kullanılan bağlamlar belirlenmiştir.* Kurulan problem her kitapta bulunabilen bir problem yapısındadır, özgün bir problem değildir. • Derste yer verilen problemlerle, matematik kitaplarında *sıkça* yer alan problemlerle aynı bağlamları içermekte ve probleme bağlam anlamında herhangi bir katkıda bulunulmamaktadır. Örneğin koordinat sistemi için sınıftaki sıraların düzeni ve sinema bağlamının kullanılması, doğrusal ilişki için yol zaman, tüketilen yakıt miktarı ile zaman, bir fidanın boyu ile geçen zaman ilişkisinin kullanılması gibi. <u>Örnek durum</u>: Problemde koordinat sistemi konusunda sıkça kullanılan sinema bağlamına yer verilmiştir. Bir seyirci sinemaya geldiğinde arkadaşı ona bulunduğu yeri tarif etmiştir. Öncelikle seyircinin bulunduğu yer (4,3)'tür. Arkadaşı da seyirci bulunduğu yerin 5 birim sağında ve 6 birim aşağısında olduğunu tarif etmiştir. Arkadaşı nerededir?
	1	Kurulan problem matematik kitaplarında rastlanabilecek yapıda bir problemdir. • Ders ve test kitaplarında *daha az* karşılaşılabilen bağlamları içeren problemlerdir. Örneğin koordinat sistemi için sokaklardaki evlerin konumlarının veya otoparktaki arabaların

		konumlarının belirlenmesi; doğrusal ilişki ve denklem grafikleri için bir okunan sayfa sayısı ve geçen zaman, kumbaraya atılan para ile geçen zaman gibi <u>Örnek durum:</u> Problemde doğrusal ilişki konusunda birçok kitapta karşılaşılan sayfa sayısı zaman ilişkisi kullanılmaktadır.  Elif 1 saatte 20 sayfa kitap okumaktadır. 2 saatte 50 sayfa okuyor. Elif her saat okuduğu sayfanın 30 fazlasını okuyor. Buna göre Elif 10 saatte kaç sayfa okumuştur? Denklemini bulunuz.
	2	Kurulan problem karşılaşılan diğer problemlerle kıyaslandığında özgün bir problem sayılabilir. • Derste veya test kitaplarında rastlanılabilecek bir bağlam içermektedir ancak öğrenci de bağlama bazı özgün katkılarda bulunmuştur. <u>Örnek durum</u>: problem bağlamsal olarak yol zaman ilişkisini kullanmaktadır. Ancak genellikle alınan yol ve zaman ilişkisi kullanılırken, kurulan problemde kalan yol ve zaman ilişkisinin yer aldığı için, öğrencinin bağlama bir takım katkılarda bulunduğu düşünülebilir.  y = 50-2x bağlantısıyla ilerleye araç (x = saat / y = kalan km)'sini gösteriyo. Araç yolunu bitirdiğinde kaç saat geçer, grafikle gösteriniz.
	3	Kurulan problem özgün bir problemdir. • Derste veya kitaplarda daha önce rastlanılmamış tamamen özgün bir bağlamsal durum içermektedir.

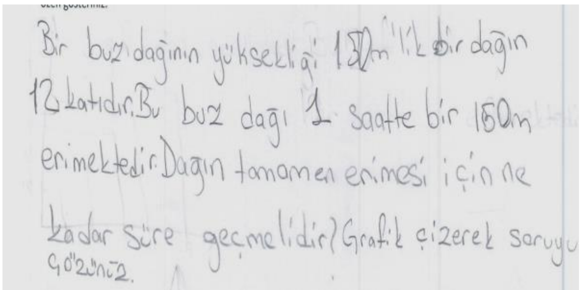
		<u>Örnek durum:</u> Problemde tabak, çatal, bıçak ve bardağın konumları ile sınıfın konumu koordinat sistemi üzerindeki belli noktalarla ifade edilmeye çalışılmıştır. Kullanılan bağlam incelenen problemlere bağlamsal olarak benzememektedir, özgün bir bağlam olarak değerlendirilebilir.  A=(-2,0) B=(0,3) C=(4,-3) D=(-2,-1 7- B sınıfı Hali filex partisi yapmaktadır. Pasta, kola, cips ve çerezi yi'yeceklerdir. Hepsi vardır. Ama tabak, çatal, bıçak ve bardakları yoktur. Dilara çatal, Sena Beyza bardak, Akgül bıçak ve son olarak Ebrar tabak getirmeye gitmiştir. Dilara A noktasında Akgül B " " Ebrar C " " Sena Beyzada D " "'dır. Sınıf orijimdir. Ve hepsi sınıfa kaç adımda gider. 1 birim aralık 1adımma denktir
PROBLEMDE KULLANILAN MATEMATİKSEL İLİŞKİLER AÇISINDAN ÖZGÜNLÜK	0	Kurulan problem kitaplarda sıkça bulunan bir problem yapısındadır, özgün bir problem değildir. • Derste yer verilen problemlerle ve kitaplarda sıkça yer alan problemlerle aynı matematiksel konu ve durumları içermektedir. Örneğin, koordinat sistemi üzerinde bir noktaların kaydırılarak yeni noktaların koordinatlarının sorulması, noktaların birbirlerine uzaklıklarının sorulması, doğrusal ilişkiyi sağlayan değişkenlerden birinin verilip diğerini istenmesi gibi <u>Örnek durum:</u> Problemde noktaların belli birimde herhangi bir yönde kaydırılmasıyla ortaya çıkan yeni noktaların koordinatlarıyla ilgili bir durum sorulmaktadır. Noktaların belli bir yönde ve birimde kaydırılarak yeni noktaların sorulması, koordinat sistemiyle alakalı

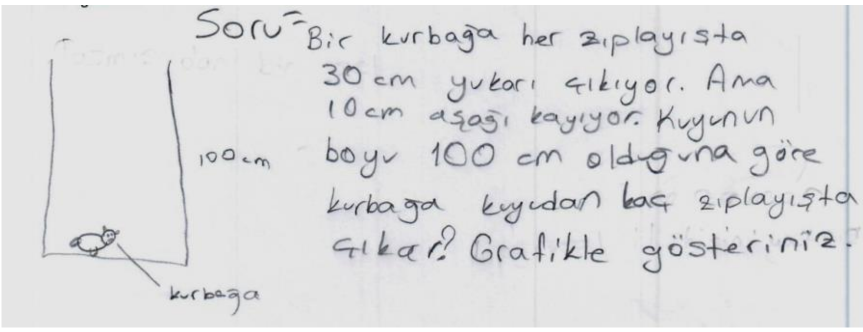
<table>
<tr><td></td><td></td><td>kitaplar incelendiğinde çok sık rastlanan bir matematiksel ilişkidir.

</td></tr>
<tr><td></td><td>1</td><td>Kurulan problem ders ve test kitaplarında rastlanabilecek yapıda bir problemdir.

• Derste yer verilen problemlerle ve kitaplarda nispeten daha az sıklıkla yer alan problemlerle aynı matematiksel konu ve durumları içermektedir. Örneğin, koordinat sistemi üzerinde belirli noktalarla kapalı alan oluşturup alanı, çevrenin sorulması; doğrusal ilişkinin grafiği, denklemi, tablosunun oluşturulmasının istenmesi gibi.

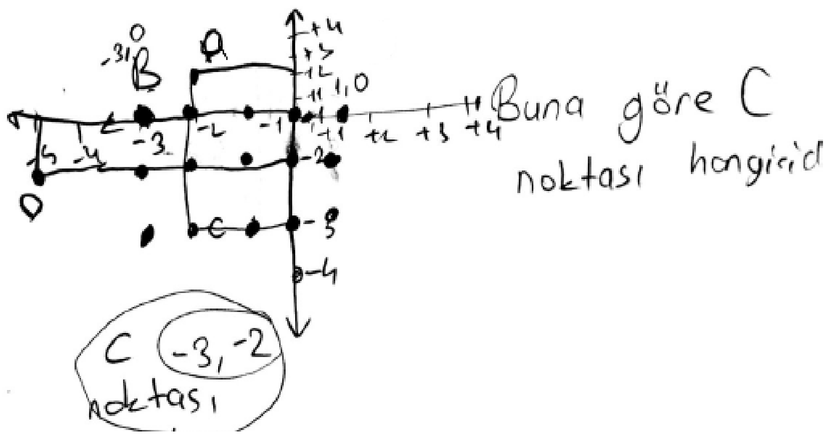
<u>Örnek durum:</u> Problemde zaman ve biriken su miktarı arasındaki doğrusal ilişkiye ait denklemin oluşturulması istenmiştir.

Bir varilde 1ton su vardır her saat 2ton su giriyor. Denklemini bulunve beşinci saatte varilde ne kadar su olur bulunuz.</td></tr>
<tr><td></td><td>2</td><td>Kurulan problem karşılaşılan diğer problemlerle kıyaslandığında özgün bir problem sayılabilir.

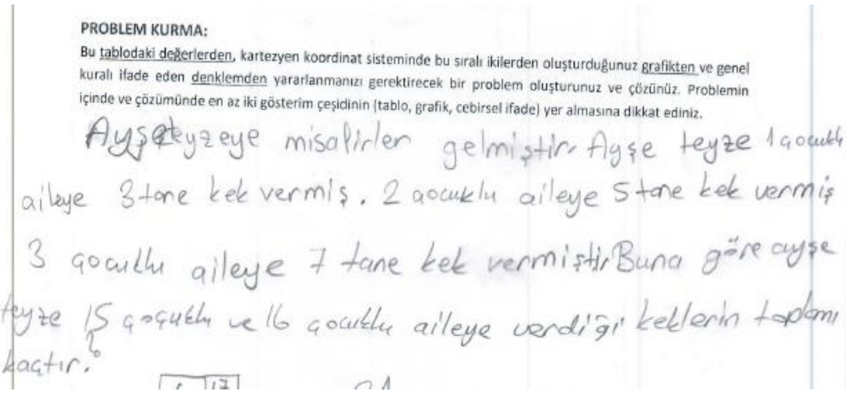
• Derste yer verilen problemlerle ve kitaplarda yer alan problemlerle benzer matematiksel konu ve durumları içermekte ancak bu durumlara çeşitli katkılarda bulunmaktadır. Örneğin, koordinat sistemi üzerinde belli noktalar verip birleştirilmesiyle oluşan kapalı şeklin alanını sormak yerine önce istenen kapalı şeklin oluşması için (örneğin bir dikdörtgen oluşması için) üç nokta verip dördüncü noktanın eklenmesini istemesi ve bu şekilde oluşacak dikdörtgenin alanının hesaplanmasının</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td></td><td>
istenmesi gibi.
<u>Örnek durum:</u> Problemde doğrusal bir ilişki verilmiştir. Ancak bu doğrusal ilişki verilirken değişkenlerden biriyle alakalı bilgi doğrudan verilmemiş, bunun yerine matematiksel başka bir ilişkiyi kullanmayı gerektirecek şekilde yani buzdağının yüksekliğinin 150m’nin 12 katı olması şeklinde ifade edilmiştir.


</td></tr>
<tr><td></td><td>3</td><td>
Kurulan problem özgün bir problemdir.
Derste veya kitaplarda doğrusal denklemler konusuyla birlikte kullanıldığına rastlanılmamış bir matematiksel konunun kullanılmasını gerektiren bir problem durumudur.
Bu problem doğrusal denklemler konusunun gerektirdiği matematiksel durumlarla konu dışındaki daha önce derste gerçekleştirilen ve ya ders ve test kitaplarında bir arada kullanıldığı görülmeyen başka matematik konularını da içeren bir problemdir.
<u>Örnek durum:</u> Problem içerdiği matematiksel ilişkiler açısından incelendiğinde doğrusal denklemler konusunda kullanılan matematiksel ilişkiler açısından diğerlerinden farklı bir yapıdadır. Problemde değişkenler doğrudan verilmemiştir. Değişkenlerin alacağı değerler farklı bir matematiksel ilişki ile belirtilmiştir.


</td></tr>
<tr><td>KOŞULLARA</td><td>0</td><td>Problem kurma yönergesinde belirtilen durumların hiç birini</td></tr>
</table>

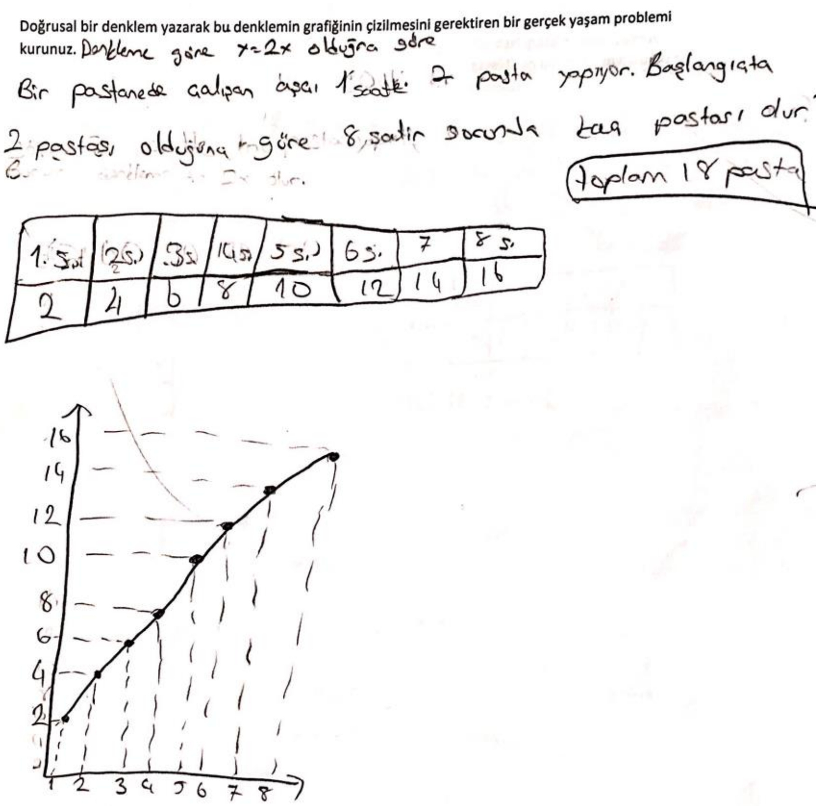
UYGUNLUK		sağlamamaktadır. Örnek durum: Problem kurma görevinde ikisi eksenler üzerinde ve ikisi farklı bölgelerde olan 4 noktanın ve de gerçek yaşam durumunun problem içinde kullanılması istenmektedir. Ancak oluşturulan problemde bu koşulların hiç biri sağlanamamıştır. PROBLEM KURMA: A, B, C ve D noktalarından <u>ikisi eksenler üzerinde, diğer ikisi de farklı iki bölgede</u> bulunmaktadır. Verilen bu bilgileri kullanarak noktaları koordinat sistemine yerleştiriniz ve bu noktaları kullanarak <u>gerçek yaşam durumu içeren</u> <u>çözülebilen</u> farklı bir problem kurunuz ve kurduğunuz problemi çözünüz. 
	1	Koordinat Sistemi • *Noktaların belli koşulları sağlaması ve gerçek yaşam durumunun problemde kullanılmasının istendiği durumlarda*; noktaların bir kısmı istenen özelliği sağlamamıştır ve gerçek yaşam durumu olarak yer verilen bağlam gerçek yaşamla uyumlu olabilecek nitelikte değildir. Doğrusal İlişki • *Problem durumunda veya çözümünde kullanılması istenen temsil çeşidinin belli olduğu ve buna ek olarak doğrusal ilişkiye ait farklı temsil çeşidinin kullanılmasının istendiği durumda;* bu koşulların tamamının sağlanamamaktadır. Doğrusal Denklem Grafikleri • *Problem durumunda veya çözümünde yer alması istenen temsil çeşidinin belli olduğu ve/veya gerçek yaşam durumunun kullanılmasının istendiği ve/veya denkleme ait özel koşullar istendiği durumda*; bu koşulların tamamının sağlanamamaktadır.

		İlişki doğru belirlenmiş olsa da temsil çeşitleri istenen koşullara uygun değildir veya temsil çeşitleri uygun olsa da denklem özel koşulları sağlamamaktadır. Örnek durum: Problem durumunda, problem kurma görevinin ilk aşamasında verilen tablodaki değerlerden yola çıkarak grafik oluşturulması istenmiştir. Problem kurma görevinde ise bu ilişkinin farklı temsilleri olan tablo, grafik, denklemden en az ikisini problem içinde veya çözümünde kullanılmasını gerektiren bir problem oluşturulması istenmiştir. Ancak aşağıdaki problemde ilişki, tablodan yola çıkılarak doğru belirlenmiş ancak problem içinde veya çözümünde farklı temsiller kullanılmamıştır.  PROBLEM KURMA: Bu tablodaki değerlerden, kartezyen koordinat sisteminde bu sıralı ikilerden oluşturduğunuz grafikten ve genel kuralı ifade eden denklemden yararlanmanızı gerektirecek bir problem oluşturunuz ve çözünüz. Problemin içinde ve çözümünde en az iki gösterim çeşidinin (tablo, grafik, cebirsel ifade) yer almasına dikkat ediniz. Ayşe teyzeye misafirler gelmiştir. Ayşe teyze 1 çocuklu aileye 3 tane kek vermiş. 2 çocuklu aileye 5 tane kek vermiş 3 çocuklu aileye 7 tane kek vermiştir. Buna göre ayşe teyze 15 çocuklu ve 16 çocuklu aileye verdiği keklerin toplamı kaçtır.
	2	Koordinat Sistemi • *Noktaların belli koşulları sağlaması ve gerçek yaşam durumunun problemde kullanılmasının istendiği durumlarda* Noktaların istenen özelliklerin sağlaması ve gerçek yaşam durumuna uygun problem kurulması koşullarının biri tam olarak yerine getirilememiştir. DOĞRUSAL İLİŞKİ • *Problem durumunda veya çözümünde kullanılması istenen temsil çeşidinin belli olduğu ve buna ek olarak doğrusal ilişkiye ait farklı bir temsil çeşidinin kullanılmasının istendiği durumda* ; bu koşulların tamamının sağlanabilmesi ancak problem içine entegre edilememesi (örneğin öğrenci uygun farklı temsilleri oluşturabildiği görülmekte, ancak problem içine bu temsilleri entegre edememektedir)

DOĞRUSAL DENKLEM GRAFİKLERİ

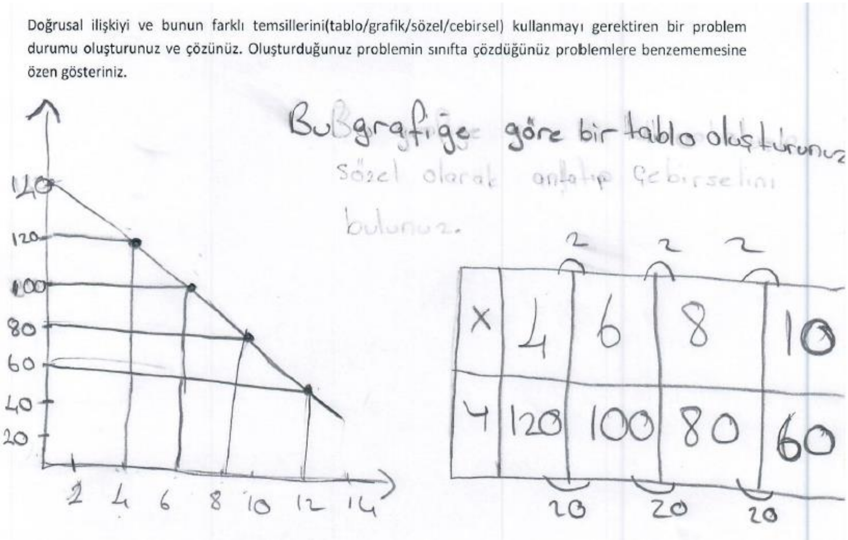
- *Problem durumunda veya çözümünde yer alması istenen temsil çeşidinin belli olduğu ve/veya gerçek yaşam durumunun kullanılmasının istendiği ve/veya denkleme ait özel koşullar istendiği durumda*; bu koşulların tamamının sağlanabilmesi ancak problem içine entegre edilememesi (örneğin istenen temsil çeşitlerinin oluşturabildiği anlaşılmakta ancak bunlar problem içine entegre edilememektedir veya gerçek yaşam durumu kullanılan matematiksel durum için uygun bir örnek oluşturmamaktadır)

Örnek durum: Problem durumunda uygun sayılabilecek bir gerçek yaşam durumu kullanılmıştır. Bu problemde öğrenci problem kurma görevinde istenen doğrusal ilişkiyi denklemle ifade etmiş, buna uygun problem durumu oluşturmuştur. Öğrencinin kullandığı doğrusal ilişkiye ait grafiği oluşturabildiği de gözlenmektedir. Ancak problem kurma görevinde istenen koşullardan biri, problem çözümünde grafiğin çizilmesi gerekliliği olup öğrenci bu durumu problemine entegre edememiştir.

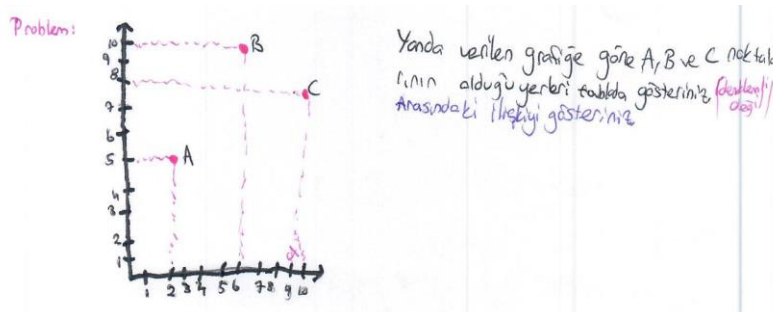


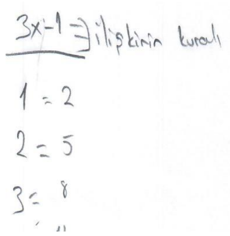
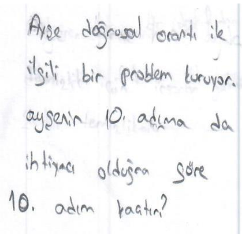
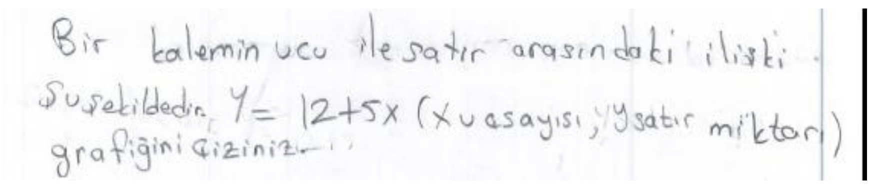
	3	İstenen tüm koşullar sağlanmaktadır.

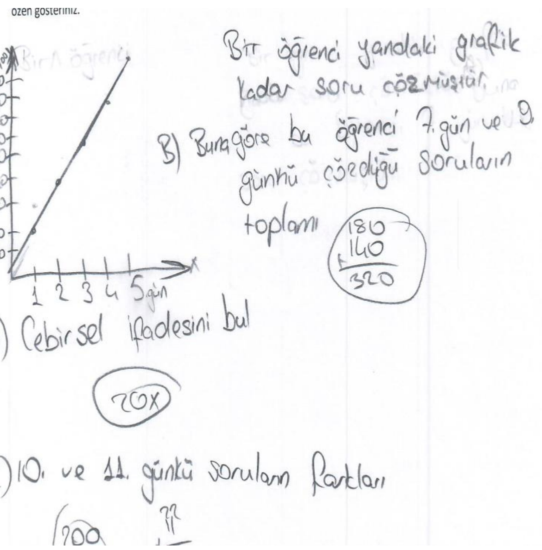
<table>
<tr><td></td><td></td><td><u>Örnek durum:</u> problem durumunda herhangi bir doğrusal ilişkiye ait tablo, grafik, sözel veya cebirsel temsillerin kullanılması istenmiştir. Herhangi bir temsil çeşidi veya sayısıyla ilgili bir kısıtlama bulunmamaktadır. Öğrenci probleminde doğrusal ilişkiyi bir grafikle ifade etmiş ve bunu sağlayan tablonun oluşturulmasını istemiştir. Koşulları sağlamış olduğu görülmektedir.


</td></tr>
<tr><td>KARMAŞIKLIK DÜZEYİ</td><td>0</td><td>Doğrudan bilginin hatırlanmasını gerektiren, herhangi bir işlem gerektirmeyen türden problemlerdir(örneğin bir sıralı ikilinin koordinat sistemi üzerinde de gösterilmesi, bir doğrusal ilişkinin tablo veya grafik temsilini vererek değişkenlerden birinin aldığı değere göre, diğer değişkenin sorulması gibi)

<u>Örnek durum:</u> Problemde koordinat düzleminde verilen noktaların tablo üzerinde gösterilmesi istenmektedir. Bu doğrudan bilginin hatırlanmasını gerektiren bir problemdir.


</td></tr>
<tr><td></td><td>1</td><td>Düşük karmaşıklıkta problemlerdir. Bilginin hatırlanmasından biraz daha fazlasını gerektirir ancak genellikle prosedürlerin yürütülmesini ve tek adımlı problemleri içerir. (örneğin, iki nokta arasındaki uzaklığın</td></tr>
</table>

		sorulması, iki değişkene ait tablo değerleri verilen problemde bir sonraki sıralı ikilinin oluşturulması gibi; cebirsel ifadeyle verilen bir ilişkide değişkenlerden birini aldığı değerin verilip diğerini sorulması gibi) Örnek durum: Problemde bir doğrusal ilişkiye ait denklem verilmiş, bunla ilgili bazı değerler yazılmaya çalışılmıştır, 10 adım yani aslında değişkenlerden birinin (x) aldığı değer 10 olduğunda diğer değişkenin aldığı değer sorulmak istenmiştir. Bu da standart prosedürlerin yürütülmesini gerektiren ve tek adımda çözülebilecek bir problemdir. 
	2	Orta karmaşıklıkta problemlerdir. Düşük karmaşıklık düzeyine göre daha esnek düşünmeyi, problem çözen kişiden ne yapılacağına karar vermesini gerektiren, farklı temsillerden bilgileri elde ederek bunların kullanılmasını gerektiren problemlerdir. Genellikle birden fazla adımla çözülebilen problemlerdir (örneğin birkaç nokta verip bunların birleştirilmesiyle oluşan kapalı şeklin alanının veya çevresinin hesaplanmasının istenmesi; bir doğrusal ilişkinin sözel olarak ifade edilip buna uygun cebirsel ifadenin veya grafiğinin oluşturulmasının istenmesi; doğrusal bir ilişkiye ait tablo değerlerinin verilip koordinat sisteminde grafiğinin gösterilmesinin istenmesi gibi) Örnek durum: Problemde kalem ucu sayısı ile satır miktarı arasındaki doğrusal ilişkinin cebirsel ifadesi verilmiş, bundan yola çıkılarak grafiğin çizilmesi istenmiştir. Problem temsillerin birbirine dönüştürülmesini, cebirsel ifadeden grafik temsile geçişi gerektirmektedir. 
	3	Daha karmaşık yapıdaki problemlerdir. Daha fazla akıl yürütme gerektirir. Problemler çoklu adımları ve çoklu karar verme noktaları içerir.

		(Örneğin koordinat sistemi üzerinde üç nokta verip, belirli koşullara göre dördüncü noktanın oluşturulmasının istenmesi ve bunun ardından bu noktaların birleşmesiyle oluşturulacak kapalı şeklin alanının sorulması; bir doğrusal ilişkiye ait tablo değerlerinin oluşturulmasının istenmesi, daha sonra bu değerlerden yola çıkarak başka bir ilişkinin oluşturulması gibi) <u>Örnek durum:</u> Problemde birden fazla adım bulunmaktadır. Öncelikle grafikten yola çıkılarak doğrusal ilişkiye ait cebirsel ifadenin bulunması istenmektedir. Sorunun devamında da bazı günlerde çözülmüş olan soru sayılarının bulunması istenmektedir. Bunun için denklemden yola çıkılarak çözülen soru sayılarının hesaplanması gerekmekte, ardından istenen toplama veya çıkarma işleminin yapılması gerekmektedir. 

EK-Ç: Kurulan Problemlerin Değerlendirilmesi

Öğrenci No	Konu	Problem No.	Problemin Anlaşılırlığı	Matematiksel Açıdan Doğruluğu	Bağlamsal Özgünlük	Matematiksel İlişkiler Açısından Özgünlük	Karmaşıklık Düzeyi	Koşullara Uygunluk	Toplam
1	1	k4	1	3	0	0	1	1	6
1	1	k5	2	3	2	1	2	3	13
1	2	d1	2	2	0	2	2	3	11
1	2	d2	1	0	1	1	1	0	4
1	2	d4	2	2	1	1	1	1	8
1	2	d5	2	0	3	3	2	2	12
1	2	d7	2	3	1	1	1	3	11
1	2	d8	2	2	2	2	3	3	14
1	3	g2	1	2	3	1	2	2	11
1	3	g3	2	3	0	1	3	3	12
1	3	g4	3	3	3	1	2	3	15
1	3	g6	2	3	3	1	2	3	14
1	3	g7	2	1	1	1	2	1	8
2	1	k4	1	1	0	0	1	2	5
2	1	k5	2	1	1	0	1	3	8
2	2	d1	3	2	0	2	2	3	12
2	2	d2	1	0	1	1	1	0	4
2	2	d4	2	2	1	1	2	3	11
2	2	d5	2	2	2	1	2	3	12
2	2	d7	0						0
2	2	d8	2	3	2	3	3	2	15
2	3	g2	3	3	3	1	2	1	13
2	3	g3	3	3	0	1	1	1	9
2	3	g4	3	3	3	1	2	3	15
2	3	g6	2	3	1	2	2	3	13
2	3	g7	2	3	1	1	2	3	12
3	1	k4	1	0	1	0	1	2	5
3	1	k5	3	3	0	0	1	3	10
3	2	d1	2	3	0	1	1	3	10
3	2	d2	3	3	1	1	1	0	9
3	2	d4	2	3	1	1	2	3	12
3	2	d5	3	2	2	1	2	1	11
3	2	d7	1	0	1	1	0	0	3
3	2	d8	2	3	3	2	2	2	14
3	3	g2	1	1	0	1	2	3	8
3	3	g3	3	3	3	1	1	1	12
3	3	g4	2	2	3	1	2	2	12
3	3	g6	1	3	1	1	2	1	9
3	3	g7	2	3	2	1	2	3	13
4	1	k4	2	3	1	0	1	3	10

4	1	k5	2	3	0	0	1	3	9
4	2	d1	1	1	0	2	2	3	9
4	2	d2	3	0	1	1	1	0	6
4	2	d4	2	2	1	1	1	2	9
4	2	d5	2	0	1	1	2	3	9
4	2	d7	2	3	0	1	1	1	8
4	2	d8	2	3	2	2	2	3	14
4	3	g2	2	2	0	1	2	3	10
4	3	g3	3	0	3	1	1	1	9
4	3	g4	3	3	3	1	2	3	15
4	3	g6	1	3	0	1	2	1	8
4	3	g7	1	0	0	1	1	1	4
5	1	k4	3	3	3	1	1	3	14
5	1	k5	3	3	0	1	2	3	12
5	2	d1	1	0	0	1	1	3	6
5	2	d2	1	0	1	1	1	0	4
5	2	d4	2	0	1	2	1	0	6
5	2	d5	2	2	1	1	2	3	11
5	2	d7	3	3	1	1	1	3	12
5	2	d8	2	3	2	2	2	3	14
5	3	g2	2	2	3	1	2	3	13
5	3	g3	3	2	3	1	2	1	12
5	3	g4	3	3	3	2	2	3	16
5	3	g6	2	3	3	1	2	3	14
5	3	g7	2	3	2	1	2	3	13
6	1	k4	2	1	1	0	1	3	8
6	1	k5	2	1	2	0	1	3	9
6	2	d1	1	2	0	1	1	3	8
6	2	d2	1	0	1	1	1	0	4
6	2	d4	2	0	1	1	1	1	6
6	2	d5	2	3	0	1	1	3	10
6	2	d7	1	3	0	1	1	1	7
6	2	d8	1	1	1	1	1	3	8
6	3	g2	3	3	3	1	1	2	13
6	3	g3	3	0	1	1	1	0	6
6	3	g4	3	3	3	1	2	2	14
6	3	g6	2	3	3	1	2	1	12
6	3	g7	3	2	3	1	2	1	12
7	1	k4	2	0	2	0	1	3	8
7	1	k5	1	3	2	0	1	2	9
7	2	d1	1	2	0	1	2	3	9
7	2	d2	1	0	1	1	1	0	4
7	2	d4	1	0	1	1	1	0	4
7	2	d5	1	2	1	1	2	3	10
7	2	d7	2	3	3	1	1	3	13
7	2	d8	1	0	2	2	2	3	10

7	3	g2	2	3	3	1	1	2	12
7	3	g3	1	3	3	1	2	1	11
7	3	g4	1	1	3	1	1	2	9
7	3	g6	1	3	3	1	2	1	11
7	3	g7	3	3	2	1	2	3	14
8	1	k4	2	3	0	0	0	2	7
8	1	k5	2	3	2	3	3	3	16
8	2	d1	2	0	0	0	0	3	5
8	2	d2	2	3	1	1	1	3	11
8	2	d4	2	3	1	1	2	3	12
8	2	d5	3	2	2	1	2	2	12
8	2	d7	3	3	2	1	1	3	13
8	2	d8	3	3	1	1	2	3	13
8	3	g2	3	3	3	1	1	2	13
8	3	g3	3	3	3	1	1	1	12
8	3	g4	2	3	3	1	2	2	13
8	3	g6	2	3	3	1	2	2	13
8	3	g7	2	2	1	1	2	3	11
9	1	k4	0	0	2	2	2	1	7
9	1	k5	2	1	0	0	1	3	7
9	2	d1	1	3	0	2	1	3	10
9	2	d2	1	0	3	1	1	0	6
9	2	d4	0						0
9	2	d5	0						0
9	2	d7	3	3	0	1	2	3	12
9	2	d8	1	2	1	1	2	3	10
9	3	g2	2	3	3	1	1	2	12
9	3	g3	1	3	0	1	2	2	9
9	3	g4	2	3	2	1	2	2	12
9	3	g6	1	1	1	1	2	1	7
9	3	g7	2	2	1	1	2	3	11
10	1	k4	1	2	0	2	2	2	9
10	1	k5	3	3	0	2	2	3	13
10	2	d1	0						0
10	2	d2	0						0
10	2	d4	0						0
10	2	d5	1	1	2	1	1	1	7
10	2	d7	1	0	0	1	2	0	4
10	2	d8	1	0	0	1	1	3	6
10	3	g2	0						0
10	3	g3	1	0	0	1	2	2	6
10	3	g4	1	1	3	1	2	2	10
10	3	g6	1	0	3	1	2	1	8
10	3	g7	0						0
11	1	k4	2	0	1	0	1	2	6
11	1	k5	1	2	0	0	0	3	6

11	2	d1	0							0
11	2	d2	1	0	1	1		0	0	3
11	2	d4	1	1	1	1		1	1	6
11	2	d5	1	1	0	1		2	1	6
11	2	d7	2	3	0	1		1	3	10
11	2	d8	1	1	1	1		2	3	9
11	3	g2	1	0	3	1		2	1	8
11	3	g3	3	0	2	1		1	1	8
11	3	g4	2	2	3	1		1	2	11
11	3	g6	3	2	3	1		1	2	12
11	3	g7	1	1	2	1		2	1	8
12	1	k4	2	3	2	0		1	1	9
12	1	k5	2	2	1	1		1	3	10
12	2	d1	1	2	0	2		2	3	10
12	2	d2	1	1	1	1		1	1	6
12	2	d4	2	2	1	1		2	3	11
12	2	d5	1	2	1	1		2	3	10
12	2	d7	1	3	1	1		2	3	11
12	2	d8	1	2	1	2		3	3	12
12	3	g2	3	3	3	1		1	1	12
12	3	g3	3	3	3	1		2	2	14
12	3	g4	2	2	3	1		2	2	12
12	3	g6	1	1	1	1		2	1	7
12	3	g7	2	2	1	1		2	1	9
13	1	k4	2	3	0	0		2	3	10
13	1	k5	3	3	1	0		2	3	12
13	2	d1	1	0	0	0		1	3	5
13	2	d2	1	1	1	1		0	1	5
13	2	d4	1	2	1	2		2	2	10
13	2	d5	2	3	2	1		2	2	12
13	2	d7	1	0	1	1		0	0	3
13	2	d8	2	3	3	1		2	3	14
13	3	g2	2	3	3	1		2	1	12
13	3	g3	1	0	1	1		2	1	6
13	3	g4	2	2	2	2		3	3	14
13	3	g6	3	3	1	1		2	3	13
13	3	g7	0							0
14	1	k4	3	3	0	0		0	3	9
14	1	k5	3	3	3	3		2	3	17
14	2	d1	1	3	0	0		1	0	5
14	2	d2	0							0
14	2	d4	0							0
14	2	d5	1	2	0	1		1	1	6
14	2	d7	1	2	0	1		2	0	6
14	2	d8	0	1	0	1		0	1	3
14	3	g2	1	0	2	1		1	1	6

14	3	g3	2	0	2	2	2	2	10
14	3	g4	1	0	1	1	1	1	5
14	3	g6	2	2	2	1	2	3	12
14	3	g7	0						0
15	1	k4	1	0	0	0	1	3	5
15	1	k5	1	1	0	0	0	3	5
15	2	d1	0						0
15	2	d2	0						0
15	2	d4	0						0
15	2	d5	3	1	1	1	1	1	8
15	2	d7	0						0
15	2	d8	0						0
15	3	g2	3	3	3	1	1	1	12
15	3	g3	0						0
15	3	g4	2	2	3	1	2	2	12
15	3	g6	1	0	0	1	2	1	5
15	3	g7	0						0
16	1	k4	1	0	0	0	1	2	4
16	1	k5	1	0	1	0	1	2	5
16	2	d1	3	3	0	0	1	3	10
16	2	d2	1	0	1	1	1	0	4
16	2	d4	1	2	1	1	1	1	7
16	2	d5	3	2	1	1	1	1	9
16	2	d7	2	3	0	1	1	3	10
16	2	d8	1	1	1	1	2	2	10
16	3	g2	3	3	2	1	1	1	11
16	3	g3	3	0	3	1	1	1	9
16	3	g4	2	0	1	1	1	1	6
16	3	g6	3	3	1	1	1	1	10
16	3	g7	2	1	1	1	2	1	8
17	1	k4	1	0	0	0	1	1	3
17	1	k5	1	0	0	0	1	3	5
17	2	d1	3	3	0	0	0	3	9
17	2	d2	0						0
17	2	d4	0						0
17	2	d5	1	2	0	1	2	3	9
17	2	d7	1	2	0	1	2	3	9
17	2	d8	2	2	0	1	2	3	10
17	3	g2	0	3	0	1	1	0	5
17	3	g3	1	0	1	1	2	1	6
17	3	g4	1	1	3	1	1	1	8
17	3	g6	1	1	2	1	2	2	9
17	3	g7	1	0	1	1	1	0	4
18	1	k4	1	0	1	1	1	3	7
18	1	k5	0						0
18	2	d1	0	0	0	1	2	3	6

18	2	d2	0						0
18	2	d4	1	1	1	1	1	1	6
18	2	d5	3	2	1	1	2	3	12
18	2	d7	1	0	0	1	2	0	4
18	2	d8	0	1	1	1	2	3	8
18	3	g2	1	0	0	1	2	0	4
18	3	g3	1	3	0	1	2	3	10
18	3	g4	3	3	2	1	2	2	13
18	3	g6	2	2	0	1	2	1	8
18	3	g7	0						0
19	1	k4	0						0
19	1	k5	1	0	0	0	1	3	5
19	2	d1	2	3	0	2	2	3	12
19	2	d2	0						0
19	2	d4	1	0	1	1	1	0	4
19	2	d5	1	3	2	1	1	1	9
19	2	d7	1	0	1	1	1	0	4
19	2	d8	2	2	1	2	1	2	10
19	3	g2	0						0
19	3	g3	1	0	1	1	2	2	7
19	3	g4	0						0
19	3	g6	1	1	3	1	1	2	9
19	3	g7	0						0
20	1	k4	0						0
20	1	k5	1	0	0	1	2	3	7
20	2	d1	0						0
20	2	d2	0						0
20	2	d4	0						0
20	2	d5	0						0
20	2	d7	0						0
20	2	d8	0						0
20	3	g2	3	3	3	1	1	1	12
20	3	g3	1	3	3	1	2	1	11
20	3	g4	2	2	2	1	2	2	11
20	3	g6	1	2	2	1	2	1	9
20	3	g7	0						0

EK-D: Gönüllü Katılım Formu

GÖNÜLLÜ KATILIM FORMU

Merhaba,

Ben Hacettepe Üniversitesinde doktora öğrencisiyim. 7. sınıf öğrencileriyle bir çalışma yürütmekteyim. Bu çalışmada öğrencilerin problem kurmayla desteklenen cebir dersleri sonunda doğrusal denklemler konularını nasıl anlamlandırlarını incelemekteyim. Bu süreçte sizinle uygulama yapmam gerektiği için öğrencilerin ve velilerinizin iznine ihtiyaç duymaktayım.

Tez çalışmam kapsamında öğrencilerin doğrusal denklemler konularına yönelik derslerini gözlemlemem gerekmekte, öğrencilerin ders sırasında doldurdukları çalışma kağıtlarını detaylı olarak analiz etmem gerekmektedir. Bu nedenle derste dolduracağınız çalışma kağıtlarının bir kopyasına ihtiyaç duymaktayım. Bu sürecin ardından öğrencilerle görüşme yapmam gerekecektir. Görüşme süreci öğrencilerin doğrusal denklemler konusuna yönelik anlayışları hakkında detaylı bilgi edinmemi sağlayacaktır. Herbiri yaklaşık 15 dakika sürecek 3 görüşme gerçekleştirilmesi planlanmaktatır. Görüşmeler öğrencilerin doğrusal denklemlere yönelik anlayışlarını ortaya koymak amacıyla gerçekleştirilecek olup daha sonra analiz edileceği için video kaydı almak gerekmektedir. Kayıt sırasında kamera yalnızca öğrencinin yazdıklarını görecek açıda olacak, öğrencinin yüzü kesinlikle görünmeyecektir. Kullanılacak görüşme formları Hacettepe Üniversitesi Etik Komisyon tarafından uygun bulunmuş olup İl Milli Eğitim Müdürlüğünden gerekli izin alınmıştır.

Öğrencilerin sorulara ilişkin cevapları ve video kayıtları konusunda benim ve danışman hocamın dışında hiç kimsenin bilgisi olmayacaktır. Ayrıca çalışma kağıdını ve öğrenci günlüklerini dolduran öğrencilere görüşme sürecinde tekrar ulaşmam gerekeceğinden çalışma kağıtları ve öğrenci günlüklerindeki ad-soyad bölümünü doldurmaları istenecektir. Fakat bu bilgiler araştırmacıda saklı kalacak ve çalışma bittiğinde yok edilecektir. Çalışma raporunda okul isimlerine de yer verilmeyecektir. Elde edilen veriler rapor edilirken görüşmeye katılan öğrencilerin isimleri kullanılması gerektiğinde takma ad kullanılacaktır. Çalışmaya katılımda gönüllülük esastır. Yani öğrenci çalışmaya katılmama ya da istediği zaman çekilme hakkına sahiptir. Çalışmaya katılım durumunun okul başarısına herhangi bir etkisi bulunmayacaktır.

Bu çalışma Hacettepe Üniversitesi öğretim üyesi Yrd. Doç. Dr. Z. Sonay POLAT danışmanlığında yürütülmektedir. Çalışma sürecine ve çalışma bitiminde elde edilen verilere ilişkin sorularınızı telefon ya da e-posta ile iletebilirsiniz.

Çalışmaya katılmayı kabul ediyorum.☐		
Öğrencinin Adı-Soyadı:	İmza:	Tel:

Çocuğumun çalışmaya katılmasını kabul ediyorum. ☐		
Velinin Adı-Soyadı:	İmza:	Tel:

Araştırmacı:
Arş. Gör. K. Gizem KARAASLAN
Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi
0248 213 4149
kgizemyig@mehmetakif.edu.tr

Danışman:
Yrd. Doç. Dr . Z. Sonay AY
Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi
zsp@hacettepe.edu.tr

EK-E: Etik Komisyonu Onay Bildirimi

T.C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
Rektörlük

Sayı : 35853172/433-1085

11 Nisan 2016

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi: 21.03.2016 tarih ve 733 sayılı yazınız.

Enstitünüz İlköğretim Anabilim Dalı doktora programı öğrencilerinden **Katibe Gizem KARAASLAN'ın Yrd. Doç. Dr. Mesture KAYHAN ALTAY** sorumluluğunda yürüttüğü **"Problem Kurma Yaklaşımıyla Desteklenen Cebir Öğretiminde Öğrencilerin Cebir Konularını Anlamlandırma Süreçlerinin İncelenmesi"** başlıklı tez çalışması, Üniversitemiz Senatosu Etik Komisyonunun **05 Nisan 2016** tarihinde yapmış olduğu toplantıda incelenmiş olup, etik açıdan uygun bulunmuştur.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof. Dr. Rahime M. NOHUTCU
Rektör a.
Rektör Yardımcısı