ÜSTÜN YETENEKLİ ÖĞRENCİLERİN MATEMATİKSEL YARATICILIKLARININ MATEMATİKSEL MODELLEME ETKİNLİKLERİ SÜRECİNDE İNCELENMESİ

EXAMINING MATHEMATICALLY GIFTED STUDENTS' MATHEMATICAL CREATIVITY THROUGH THE PROCESS OF MODEL ELICITING ACTIVITIES

Şeyma ŞENGİL AKAR

Hacettepe Üniversitesi

İlköğretim Anabilim Dalı, İlköğretim Bilim Dalı

Doktora Tezi

olarak hazırlanmıştır.

2017

TEŞEKKÜR

Çok uzun bir yoldan geldim… Uzunca ve meşakkatli bir yoldan… Bu yolda yürürken pek çok dost, pek çok anı, pek çok güzellik ve pek çok tecrübe biriktirdim. Bu birikimleri yaparken asla yalnız değildim…

Bu süreçte ben pek çok kişiye kıyasla çok ama çok şanlıydım. Bazı öğrenciler, tez danışmanlarına ulaşmakta zorluk çekerlerken ben, her yaşadığım güçlükte iki kişiden doğrudan destek ve yardım aldım. Bu tezin her satırında neredeyse benim kadar onların da emeği var. Her ihtiyaç duyduğumda zamanlarını ayırıp kafamın karışıklığını gideren danışmanlarım, aynı zamanda rol modellerim, rehberlerim, hayatımda ilkokul öğretmenimden sonra bende en çok emeği olan hocalarım; Elif Yetkin Özdemir'e ve Oylum Akkuş İspir'e çok teşekkür ederim… İyi ki bu yolda önümde ve yanımda sizler vardınız.

Bu süreçte, ben en çok tez izleme kurullarını sevdim. Üç hoca, her şeyi bırakıp saatlerce sadece benim işime odaklandılar ve yolumu açtılar, dağınıklığı ve boşlukları giderdiler. Bu yüzden, tez süresince çalışmamı kolaylaştıran, eleştirileriyle, katkılarıyla, tecrübeleriyle tezimin ayaklarının yere basmasını sağlayan, titizlikle katkı sunan, karmaşıklığı gideren izleme kurulu üyeleri, hocalarım Çiğdem Haser ve Mesture Kayhan Altay'a… Ve tezime jüri üyeliğiyle katkıda sunan, eleştiren, daha iyi olmasına katkı sağlayan kıymetli hocalarım Mine Işıksal ve Elif Saygı'ya… Çok teşekkür ederim, bu süreçte sizlerden çok şey öğrendim…

Bu tezin ortaya çıkışı, bu zaman dilimi tüm birikimlerimizi ortaya serdiğimiz bir süreç, bu zamana kadar içimize damla damla biriken bir öğrenme sürecinin sonucu. Bu yüzden en başından bu güne kadar içime damlattığı damlalar için, ışıklar için bende emeği olan öğretmenlerime de teşekkür etmeliyim… Her daim kocaman gülümsemesiyle içimizi ısıtan, yol gösteren, yol açan, hepimizi uzaklarda bile olsa bir arada tutan, bilgisini ve deneyimlerini aktaran, sevgisiyle-bilgisiyle büyüdüğümüz, *gölge*sinde dinlendiğimiz, Aysun Umay'a… Bana bu yolu açan, Uğur Sak'a ve sevgili June Maker'a … Benim kişisel birikimime, mesleki gelişimime, anılarıma, yüreğime çok katkısı olan, İMÖ'nün vizyon dolu sıcacık durakları, hocalarım ve çalışma arkadaşlarım; Yeter Şahiner, Sonay Ay, Bahadır Yıldız, Çiğdem Alkaş, Feride Özyıldırım, Ayşe Yolcu, Nadide Yılmaz, Belma Türker, Esra Demiray ve Nilüfer Zeybek'e… Doktora boyunca ders aldığım, soru sorduğum, derdimi anlattığım, dinlediğim, dinlendiğim, mesleki ve kişisel gelişimime katkısı bulunan Eğitim Fakültesinin tüm hocalarına… Ve ilkokul hayatımdan bu yana bana katkısı olan, ismini sayamadığım, yolumu açan ve aydınlatan tüm öğretmenlerime teşekkür ederim… Sizden çok şey öğrendim…

Bu süreçte tezime vakit ayıran, çok emek harcayan, katkı sunan, yorulduğumda yaslandığım, yola birlikte çıktığım eski dostlarım Şule Güçyeter ve Saadet Açıkgöz'e… Hayatlarının çok yoğun olduğu bir dönemde olmalarına rağmen beni kırmayarak tezime zaman ayıran ve görüşlerini sunan Berna Aygün ve Melike Tural'a. Bilgisini ve deneyimlerini paylaşarak kafa karışıklığımı gidermeme yardım eden Savaş Akgül'e ve Bahadır Ayas'a… Tezimin biçimsel kontrollerini yaparak yayıma hazırlanmasına yardım eden Ayşegül Avşar Tuncay'a… Öğrenme sürecini birlikte geçirdiğim süreç arkadaşlarım, deneyimlerini benimle paylaşarak yolda daha rahat yürümeme katkı sunan, Pınar Yıldız, Koza Çiftçi, Elif Sezer, Ramazan Gürel ve Erhan Bozkurt'a… Bana ve tezime katkıları için çok teşekkür ederim… İyi ki sizinle tanışmışım…

Başka anabilim dallarında da olsalar aynı süreçleri birlikte yaşadığım, hayatı, güzellikleri, gezileri, kahve molalarını, entelektüel sohbetleri, kahkahaları paylaştığım, çokça yıprandığım bu süreçte nazımı çeken, gurbette gönül haneme katılan, oda arkadaşlarım, bazen bir aile kadar yakın olan dostlarım; Gökhan Kaya, Duygu Kaya, Barış İnce, Esin İnce, Hande Aydos, Şadiye Gül, Ayşegül Evren, Sevcan Candan'a… Adını sayamadığım, heyecandan unuttuğum tüm güzel yürekli insanlar; sizlere de teşekkür ederim… İyi ki sizlerle yollarımız kesişmiş, o kocaman odayı, bu süreci ve pek çok anıyı paylaşmışız…

Bu tez aşamasında bana yeniden öğretmenliği sevdiren ve tattıran, çalışmama gönüllü katılan ismi bende saklı sevgili öğrencilerim… Her etkinlikte, zekasını, sevgisini, güzelliğini izlediğim o güzel çocuklar… Ben tezi bitirene kadar güzel genç kızlar, yakışıklı genç adamlar oldular… Sizler, bu süreçte büyüdünüz ve şimdi hepinizi gururla izlediğim güzel gençler oldunuz… Size de çok teşekkür ederim…

Teşekkürlerin en büyüğünü belki de ailem haketti. Onlar olmasaydı, bu kadar meşakkatli bir yol, bu kadar rahat geçemezdi. Daha sürecin ilk aşamasından itibaren emeğiyle, desteğiyle, cesaretlendirmesiyle yanımda olan, beni güçlendiren, ilerlememi sağlayan, gerektiğinde omzunda taşıyan sevgili eşim İbrahim Akar'a… Hayatını hayatıma katarak, en zor günlerimde yanımdan ayrılmayan, beni, kızımı, ailemi yalnız bırakmayan kardeş kelimesinin tam anlamını her daim hissetmemi sağlayan, yüreğimin en içi kardeşim Tuğba Şengil'e… Beni zor; en çekilmez

günlerimde anlayıp, alttan alarak stresimi azaltan, güldüren, neşelendiren, yüreğimin ikinci yarısı kardeşim Ahmet Y. Şengil'e… Zor, uykusuz günlerimde hayatımı kolaylaştırarak destek olan annelerim Asiye Şengil ve Aynur Akar'a… Beni "Oku kızım, kitaba verdiğin paraya acıma" ülküsüyle yetiştiren, küçüklüğümden beri her daim vizyonumu arttıran sevgili babam Recep Şengil'e… Daha yolun başından beri her daim ellerinden gelen desteği esirgemeyen, yolumu kaybettiğimde ışık olan, ikinci çekirdek ailemin üyeleri teyzem Sabriye Öztürk, ananem Saniye Öztürk ve hayatımda gördüğüm en güzel insanlardan biri olan, dedem Tevfik Öztürk'e… Yüreğim kavrulduğunda sevgisiyle cesaretimi arttıran, hayata dair umudumu yeşerten minik kızım Ilgın Akar'a… İçtenlikle, teşekkür ederim, arkamda güç, yanımda destek oldunuz… İyi ki varsınız…

Sizler olmasaydınız bu süreç bu kadar keyifli ve kolay olmazdı…

ÜSTÜN YETENEKLİ ÖĞRENCİLERİN MATEMATİKSEL YARATICILIKLARININ MATEMATİKSEL MODELLEME SÜRECİNDE İNCELENMESİ

Şeyma ŞENGİL AKAR

ÖZ

Bu araştırmada üstün yetenekli ortaokul öğrencilerinin ortak ve bireysel olarak sergiledikleri matematiksel yaratıcılıklarının modelleme etkinlikleri yoluyla incelenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca, öğrencilerin yaratıcılıklarını daha çok ortaya çıkartan modelleme etkinliklerinin özelliklerini ortaya koymak da amaçlanmıştır. Araştırmada nitel araştırma desenlerinden çoklu durum çalışması deseni benimsenmiştir. Araştırmaya Ankara'da bir Bilim Sanat Merkezinde (BİLSEM) de eğitim alan altı üstün yetenekli öğrenci katılmıştır. Katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Öğrencilerin grup olarak yaratıcılıklarını incelemek için, üçer öğrencinin birlikte çalıştığı iki odak gruba beşer modelleme etkinliği uygulanmıştır. Bireysel olarak yaratıcılıklarını incelemek için ise tüm katılımcılara aynı modelleme etkinliği uygulanmıştır. Öğrencilere bireysel ve grup olarak uygulanan modelleme etkinlikleri bu araştırmanın temel veri kaynağıdır. Öğrencilerin modelleme etkinlikleri süresindeki çalışmaları video kayıt altına alınmıştır. Öğrencilerin süreçte ortaya koydukları yazılı ürünler (günlükler, modeller, posterler..vb) de bu araştırmanın nitel veri setine dahil edilmiştir. Öğrencilerin farklı modelleme etkinlikleri süresince birbirleriyle etkileşimli bir biçimde ortaya koymuş oldukları ortak matematiksel yaratıcılıkları; öğrencilerin üretmiş oldukları çözümler ve çözümlere ait fikirler (akıcılık), öğrencilerin çözümlerindeki farklılık (esneklik), öğrencilerin çözüm üretme sürecindeki fikirlerin birbiriyle ilişkili olarak inşa edilmesi (aşamalılık), öğrencilerin tüm problem çözme sürecinde kurmuş olduğu ilişkilendirmeler (ilişkilendirme), boyutlarıyla incelenmiştir. Öğrencilerin ortaya koymuş oldukları ortak ürünlerin yaratıcılığı ise; modellerinin doğruluğu, genellenebilirliği ve kalitesi (kalite), modellerin özgünlüğü (özgünlük) boyutları ile açıklanmıştır.

Bu araştırmanın sonucunda, öğrencilerin farklı modelleme etkinliklerinde farklı düzeylerde matematiksel yaratıcılık ortaya koydukları görülmüştür. Bunun yanı sıra öğrencilerin modelleme etkinlikleri süresince farklı matematiksel yapı ve kuralları

keşfettikleri, daha önce bilmedikleri matematiksel bilgileri etkileşimli bir süreçte inşa ederek yeni bilgiler keşfettikleri görülmüştür. Öğrencilerin bazı modelleme etkinliklerinde, diğer modelleme etkinliklerine göre daha çok ve farklı çözüm üretebildiği; akıcı ve esnek düşündüğü, diğer modelleme etkinliklerine göre daha çok aşamalı çözümler ürettiği, daha çok ilişkilendirme yaptığı gözlenmiştir. Öğrencilerin grup olarak bu modelleme etkinlikleri sonucunda daha kaliteli ve özgün ürünler ortaya koydukları tespit edilmiştir. Öğrencilerin bireysel olarak çözdükleri modelleme etkinlikleri süresince ve sonucunda, öğrencilerin yaratıcılıklarındaki bireysel farklılıklar tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra, öğrencilerin bireysel güçlü yanları grup çalışmalarına da benzer ölçülerde yansımıştır.
Bu araştırmada, matematiksel yaratıcılığı daha çok ortaya çıkartan modelleme etkinliklerinin özelliklerini ortaya koyabilmek için, iki odak gruptaki öğrencilerin beş modelleme etkinliğinde göstermiş oldukları yaratıcılıkları karşılaştırılarak incelenmiştir. Araştırmanın bulgularından hareketle, problem durumunda verilerin doğrudan sunulmadığı, çok etken içermeyen, açık uçlu, öğrencilerin düzeyine göre daha zor olan modelleme etkinliklerinin yaratıcılığı ortaya çıkardığı söylenebilir.

Anahtar Sözcükler: Üstün Yetenekli Öğrenciler, Matematiksel Yaratıcılık, Grup Yaratıcılık, Bireysel Yaratıcılık, Matematiksel Modelleme Etkinlikleri, Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin Özellikleri

Danışman: Yard. Doç. Dr. İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR, Hacettepe Üniversitesi, Matematik ve Fen Eğitimi Anabilim Dalı, İlköğretim Bilim Dalı

EXAMINING MATHEMATICALLY GIFTED STUDENTS' MATHEMATICAL CREATIVITY THROUGH THE PROCESS OF MODEL ELICITING ACTIVITIES

Şeyma ŞENGİL AKAR

ABSTRACT

The purpose of this study was to investigate gifted middle school students' individual and collective creativity regarding mathematics as they engage in model eliciting activities. The study also aimed at describing characteristics of model eliciting activities that were better at revealing students' mathematical creativity. Multiple case study design was adopted. The participants were six students identified as mathematically gifted, who were at 7th and 8th grades and attending to Science and Art Center in Ankara. Purposive sampling method was used to select the participants. Participants worked as a group of three and engaged in five model-eliciting activities. This process and the models they produced as a group at the end were examined in terms of mathematical creativity. In addition, each participant was engaged in one, and the same model eliciting activity individually. This process and the model each participant produced individually at the end of the activity were also examined. Participants' work and solutions as a group and as an individual constituted the main source of data. Both group work and individual work were video recorded. The written products (models, posters, diaries, etc.) that students produced were also included in the data set. Individual creativity and collective creativity regarding mathematics as students engage in model eliciting activities were described and assessed in terms of the following components: Producing ideas/solutions (fluency), producing different ideas (flexibility), making connections among ideas, concepts, representations (making connections), and solutions' progressivity (progressivity). On the other hand, students' models were described and assessed in terms of the following components: Mathematical quality, generalizability, correctness of solutions (quality), and originality of solutions (originality).

The findings of the study showed that groups exhibited different levels of mathematical creativity as they engaged in different modeling activities. Besides, it was observed that students discovered different mathematical structures,

mathematical rules, and new information as they construct unknown mathematical information in an interactive process. In addition, it was observed that students produced products (i.e., models) that were considered as high quality and original when they produced more and different type of ideas (i.e., thinking fluently and flexible), produced solutions more progressively, and made more connections among concepts and representations. Moreover, students' individual work revealed differences in terms of individual creativity. In particular, each student demonstrated strengths on different aspects of creativity, which was revealed through group and individual work.

Furthermore, two groups' mathematical creativity assessed as a process and a product were compared for each modelling activity. In this way, characteristics of model eliciting activities that reveal creativity better were determined. Therefore, results showed that model-eliciting activities that revealed mathematical creativity better were the ones that were less structured, that were included implicit data and a few variables in the problem statement, and that were perceived as challenging by the students.

Keywords: Gifted students, Mathematical creativity, Group creativity, Individual creativity, Model eliciting activities

Advisor: Assist. Prof. Dr. İ. Elif YETKİN OZDEMİR, Hacettepe University, Department of Mathematics and Science Education, Division of Primary Education

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR DİZİNİ

ŞEKİLLER DİZİNİ

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

BİLSEM: Bilim ve Sanat Merkezi

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

1. GİRİŞ

Bireylerin, topluma ait inançlarını, normlarını içselleştirmesini, birey olarak kendisini tanımasını, birey olarak var olabilmesini sağlayan önemli etmenlerden biri de sosyal süreçlerdir. Bu sosyal süreçlerin en önemlilerinden biri eğitim; yani okul ve eğitim programlarıdır. Eğitim programlarını belirleyen öncelikle bireylerin ortak özellikleridir. Ancak bireylerin bireysel farklılıkları ön plana çıktıkça, bireylerin ihtiyaçları farklılaştıkça eğitim yaklaşımları da değişmekte, bireysel farklılıklar göz önüne alınarak yeni programlar oluşturulmaktadır. Bireylerin, bireysel gelişimlerinin ve gereksinimlerinin öne çıktığı yeni eğitim yaklaşımlarında, birey olarak öğrencilerin gereksinimlerinin belirlenmesi ve bu öğrenme ihtiyaçlarının karşılanması belirleyici rol oynamaktadır.

Bireylerin bireysel ihtiyaçlarının ve kişisel, gelişimsel özelliklerinin daha çok önem kazandığı yeni eğitim yaklaşımlarında özel eğitim farklı bir alan olarak ortaya çıkmakta ve önem kazanmaktadır. Bu alanın bir parçası olan üstün yetenekli öğrenciler, bireysel eğitim ihtiyaçları ile özel eğitime gereksinim duyan öğrenciler içerisinde önemli bir grubu oluşturmaktadırlar. Özel eğitimin önemli bir alanını oluşturan bu grubun eğitimleri, eğitim araştırmaları açısından son yüzyılda önemi artan bir konu olarak gündeme gelmektedir (Van Tassel-Baska,1998).

Üstün yetenek araştırmaları göz önüne alındığında, ilk olarak genel zekâ kavramı karşımıza çıkmakta ve ilk araştırmalar-kuramlar genel zekâ performansının (IQ) üstün zekâyı yordadığına işaret etmektedir (Spearman, 1927; Freeman,2005; Sternberg, 2000, Sternberg ve Davidson, 2005; Renzulli,2005; Van Tassel-Baska,1998). Ancak son yüzyılın sonlarına doğru kavramda farklılaşma olduğu; uzmanların çalışmalarında (Gardner,1999; Renzulli,1986,2005; Sternberg ve Davidson, 2005;) “alana özgü yeteneğin” vurgulandığı görülmektedir (Van Tassel Baska, 2005). Böylece üstün yetenekli öğrenciler performans alanlarına göre, matematikte üstün yetenekli, müzik alanında üstün yetenekli, resim alanında üstün yetenekli olarak tanılanmaya ve yetenekleri alanında eğitim almaya yönlendirilmektedirler.

Alana özgü yapılan bu tanılamalardan biri olan matematikte üstün yetenekli olarak tanılanmış öğrencilerin akranlarına kıyasla matematik alanında daha iyi performans ortaya koydukları bilinmektedir. Üstün yetenekli öğrenciler akranlarına nazaran çok daha kolay bir şekilde matematik problemleri çözebilirler ve oluşturabilirler; matematiksel yapıların bilişsel olarak inşa edilmesinde daha ileri seviyededirler, matematiğe büyük ilgi duymalarının yanında, bu öğrencilerin düşünceleri aktarma ve genelleme yapma, ilişkiler kurma ve alternatif çözümler üretme yetenekleri yüksektir (Johnson, 2000). Bu bağlamda, matematik alanında üstün yetenekli olan özel öğrencilerin yeteneklerinin desteklenmesi matematik eğitiminin önemli amaçlarından biri olarak düşünülebilir.

1.1. Problem Durumu

Yetenekler bireyin doğuştan sahip olduğu ve sosyal çevresiyle, yaşantısıyla, etkileşimle, eğitimle geliştirdiği edinimlerdir. Bu bakış açısıyla "Matematik yeteneği gelişebilir mi? Bu gelişimin basamakları nasıl tanımlanmaktadır?" gibi soruları sormak mümkündür. Usiskin (2000) ve Sheffield (1994) matematik yeteneğini gelişimsel olarak ele aldıkları kuramsal yaklaşımlarında matematiksel yaratıcılığın önemini vurgulamışlardır. Bu kuramcılara göre, matematik yeteneği gelişim gösterebilir ve bu gelişimde en alt basamakta temel dört işlem becerisine sahip olmak yer almaktayken, bu gelişimin en üst basamağında matematiksel yaratıcılık yer almaktadır. Araştırmacılar, öğrenciler içinde küçük bir grubu oluşturan üstün yetenekli öğrencilerin yaratıcı yeteneklerinin ortaya çıkmasına olanak sağlayan ortamların oluşturulması gerektiğini öne sürmüşlerdir (Mann, 2005). Yaratıcılığın eğitim ortamlarında etkileşimle gelişebileceğini düşünen Sriraman (2005) matematikte yaratıcı olarak betimlenen öğrencilerin eğitim ortamlarında desteklenerek öğrencilerin başarılarının profesyonel yaşamlarına taşınması gerektiğini vurgulamıştır. Çünkü eğer yetenek desteklenmezse kaybolabilir (Simonton, 2005). Dolayısıyla, üstün yetenekli öğrencilerin eğitimlerinin sınırlı eğitim opsiyonları ile desteklendiği ülkemiz koşullarında da, üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını ortaya koyabilecekleri ve yeteneklerinin gelişimlerini destekleyici öğrenme ortamlarının araştırılmasına ihtiyaç vardır.

Bununla birlikte son yüzyılın ihtiyaçları, gelişen dünyanın bireyden bekledikleri göz önüne alındığından yaratıcılık yeteneğin önemli bir alt bileşeni haline gelmiştir (Renzulli,1986; Sternberg, 1995; Sternberg ve Davidson, 2005). Özellikle OECD raporları (OECD, 2004) ülkelerin büyümelerini ve verimliliğini arttırmanın bir yolu olarak, entelektüel değerlerin yanı sıra, bilimsel ve teknolojik bilgilerin yaratılması, yaygınlaştırılması ve değerlendirilmesinin önemli olduğunu ortaya koymaktadır. Bu noktada yeni bir değer olarak bireylerin yaratıcı düşünme becerileri ön plana çıkmaktadır. Bunun yanı sıra, profesyonel dünya bireylerden hem bireysel olarak hem de grup çalışanı olarak yaratıcı olmalarını beklemektedir (Samen, 2008). Yaratıcılık kavramı genellikle kişiye özgü bir kavram olarak algılanmasına rağmen yetişkinler dünyası bireylerin birlikte çalışmasını ve ortak ürünler ortaya koymasını da gerektirmektedir. Bu noktada karşımıza bireysel ve ortak (grup) yaratıcılık olarak iki kavram çıkmaktadır: Bireysel yaratıcılık, bireylerin tek başına yaratıcı olması anlamına gelirken, grup yaratıcılık; bir grubu oluşturan bireylerin, grup çalışmasında sosyal bir ortamda etkileşimde bulunarak, birlikte düşünmeleri ve beyin fırtınası yapmalarının sonucu ortaya çıkmaktadır (Levenson,2011; Sawyer, 2010). Bireyler, bireysel farklılıklarını da ortaya koydukları fikir üretme sürecinin sonunda, ortak bir fikirde anlaşırlar ve ortak bir ürün ortaya koyarlar (Kurtsberg ve Amabile, 2001; Akt. Levenson,2011; Sawyer,2010). Görevi bireyleri yaşama hazırlamak olan okulların eğitim programlarında da, benzer bir ihtiyaçtan yola çıkarak, bireylerin profesyonel yaşama hazırlanması amacıyla yaratıcı düşünme becerisi önem kazanmıştır. Bunun bir yansıması olarak Türkiye'de de örgün eğitim programlarının hedeflerinde yaratıcılık becerisine yer verilmeye başlanmıştır (MEB, 2006). 2006, 2009, 2013 ve 2016 yıllarında yenilenen/geliştirilen öğretim programlarının hepsinde tüm dersler bazında yaratıcı düşünme becerisinin önemi vurgulanmış ve seçmeli dersler arasına yaratıcı düşünme dersi eklenmiştir.

Yaratıcılık kavramı matematik programlarına konulmuş olsa bile, matematik eğitiminde yaratıcılığın kavramsal olarak ele alınması, genel yaratıcılıktan ve diğer alanlardaki yaratıcılıklardan farkının ne olduğunun ortaya konulması gerekmektedir. Matematiksel yaratıcılığın diğer alanlara özgü yaratıcılıklardan yapısal olarak farklılık gösterdiği, araştırmacılar tarafından belirtilmektedir (Chamberlin ve Moon,2005; Ervynck, 2002; Leikin, 2007; Leikin, Berman ve Koichu, 2010; Mann, 2005, 2006; Sriraman, 2004; 2005). Bireyler sanatta veya edebiyatta yaratıcı olabilirler, bu anlardaki yaratıcılıkların göstergeleri ile bireylerin matematikte yaratıcılık göstergeleri farklıdır. Örneğin bir birey sanatta yaratıcı olabilir, ancak bu bireyin aynı zamanda matematikte yaratıcı olması beklenmeyebilir (Baer, 2010; Chamberlin ve Moon, 2005; Kaufman, Plucker ve Baer, 2008; Livne ve Milgram 2006;). Diğer taraftan, farklı araştırmacılar, matematikte üstün yeteneği betimlerken de özel olarak, matematikte yaratıcılığa vurgu yapmışlardır (Bahar ve Maker, 2011; Ervynck, 2002; Haylock, 1987; Leikin, 2007, 2009; Mann, 2005; Sak ve Maker, 2006; Sriraman, 2004; 2005; Sriraman, Haavold ve Lee, 2013). Buna paralel olarak, matematiksel yaratıcılığın matematik yeteneğinin alt boyutu olduğunu destekleyen araştırmalara da rastlamak mümkündür (Cleanthous, Pitta-Pantazi, Christou, Kontoyianni, Kattou, 2010; Kattou, Kontoyianni, Pitta-Pantazi ve Cristou 2013; Leikin, 2007, 2009; Mann, 2005). Ek olarak, bazı araştırmalar matematiksel yaratıcılığın matematik yeteneğini yordadığını da ortaya koymuştur (Bahar ve Maker, 2011; Kattou ve diğerleri, 2013; Pitta-Pantazi, Cristou, Kontoyianni ve Kattou, 2011a, 2011b; Sak ve Maker, 2006). Bu bağlamda, matematik yeteneğinin bir alt boyutu olarak, matematiksel yaratıcılığın araştırılmasına daha derinlemesine incelenmesine ihtiyaç vardır.

Araştırmacılar yaratıcılığı, yaratıcılık süreci ve bu sürecin sonundaki ürünler açısından ikiye ayırmıştır (Aiken, 1973; Guilford, 1966, 1967). Guilford (1967) yaratıcı potansiyel, yaratıcı süreç ve yaratıcı ürün kelimelerini kullanarak, zihinsel süreçler ve ortaya çıkan ürünler arasındaki farkı vurgulamıştır. Guilford'a göre, yaratıcılık, yaratıcılığın ortaya çıkacağı sürecin ve son ürünün değerlendirilmesi temelinde ele alınmalıdır. Benzer bir noktadan hareketle, matematiksel yaratıcılığın kendine özgü yapısının işaretleri sadece ürünler temelinde incelenerek değil, öğrencilerin problem çözme becerilerini izlerken fark edilebilmektedir (Chamberlin ve Moon, 2005). Oysaki matematikte yaratıcılık üzerine yapılan uluslararası araştırmaların çoğu, matematiksel yaratıcılığı ölçmek amacıyla yapılan ve genellikle bireysel ürünlerin değerlendirmesine odaklanılan test çalışmaları üzerine yoğunlaşmaktadır (Cho ve Dong Jou, 2006; Dolliver, 1998; Ginsburg ve Baroody, 2006; Hoffman ve Grialou, 2005; Plucker ve Makel, 2010; Şengil-Akar, Sak ve Türkan, 2009; Türkan 2011). Bununla birlikte, alan-yazın tarandığında, uzmanların (Barbot, Besançon ve Lubart, 2011) yaratıcılığın zor bir bilişsel yapı olmasından dolayı ölçülmesinin ve değerlendirilmesinin zor olduğunu belirttikleri görülmektedir. Dolayısıyla, yaratıcılığın ortaya çıktığı süreçte, sürecin sonunda bireysel/grup olarak ortaya koyulan ürünlerin birlikte değerlendirildiği araştırmalar sınırlıdır (Barbot ve diğerleri 2011). Buradan hareketle, yaratıcılığın (bireysel/grup), hem yaratıcılığın geliştiği süreci, hem de sürecin sonundaki ürünün birlikte ele alınarak, değerlendirilmesine ihtiyaç vardır.

Matematiksel yaratıcılığın süreç ve ürün odaklı olarak değerlendirilmesinde kullanılabilecek uygulamalardan birisi matematiksel modelleme etkinlikleridir. Chamberlin ve Moon (2005) matematiksel yaratıcılığın tanılanmasında ve desteklenmesinde matematiksel modelleme etkinliklerinin kullanılmasının süreç ve ürün temelli bir değerlendirmeye olanak sağlayacağını, matematiksel modelleme etkinlikleriyle tasarlanan öğrenme ortamının matematiksel yaratıcılığı ortaya çıkaracağını ve destekleyeceğini öne sürmüştür. Çünkü öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin ortaya çıkması için, öğrencilere rutin olmayan karmaşık, açık uçlu, birden fazla çözüme ve çözüm yoluna olanak veren, çözümleri hemen öngörülmeyen, onları zorlayabilecek problemler sunulmalıdır (Güçyeter, 2011,Sak ve Maker, 2006). Matematiksel modelleme etkinliklerinde açık-uçlu, karmaşık, rutin olmayan matematik problemleri, sınıf içindeki küçük gruplar tarafından çözülmeye çalışılır ve çözümler sınıf içinde tartışılır. Aynı zamanda bu etkinlikler öğretmenlerin ve öğrencilerin düşünme süreçlerinin gözlenmesini olanaklı kılarak "düşünce ortaya çıkarıcı" (thought revealing) olarak tasarlanmış ve tanımlanmıştır (Lesh, Hoover, Hole, Kelly ve Post, 2000). Modelleme etkinliklerinde öğrenciler birlikte işbirlikli bir ortamda grup olarak çalışırlarken tartışırlar ve birlikte problem çözerler. Bu doğal ortamda öğrencilerin zihinsel süreçlerinin yansıması öğretmenler/araştırmacılar tarafından izlenebilmektedir. Dolayısıyla modelleme etkinlikleri hem problemin yapısı bakımından öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin ortaya çıkmasına olanak sağlayan bir ortam sunabilir (Amit ve Gilat, 2012; Coxbill, Chamberlin ve Weatherford, 2013; Wessels, 2014) hem de öğrencilerin problem çözerken zihinsel süreçlerinin izlerini ortaya koyduğu için öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini izlemek için iyi bir araç olabilir. Bu bağlamda, modelleme etkinliklerinin öğrencilerin (ortak ve bireysel) yaratıcı düşünme becerilerinin ortaya çıkmasına olanak sağlayan bir ortam sunup sunmadığı ve yaratıcılığın ortaya çıkmasını destekleyen modelleme etkinliklerinin ne gibi özellikleri olduğu soruları da merak uyandırmaktadır.

Bu araştırmada, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin bireysel ve grup olarak matematiksel yaratıcılıklarının, matematiksel modelleme sürecinde ve süreç sonunda ortaya çıkan ürünler temellinde bütüncül olarak incelenmesi hedeflenmektedir. Bu araştırma ile, aynı zamanda öğrencilerin farklı matematiksel modelleme etkinliklerinde ortaya koydukları ve gözlenebilen yaratıcı düşünme becerileri karşılaştırılarak, yaratıcılığın daha çok ortaya çıkmasına olanak sağlayan modelleme etkinliklerinin özelliklerinin de incelenmesi amaçlanmaktadır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, matematikte üstün yetenekli olarak tanılanan öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleri sırasında grup ve bireysel olarak sergiledikleri matematiksel yaratıcı düşünme becerilerinin betimlenmesi, öğrencilerin ürünlerinin matematiksel yaratıcılık bağlamında incelenmesi ve farklı modelleme etkinliklerinin özelliklerinin yaratıcılık bağlamında incelenerek ortaya konulmasıdır.

1.3. Araştırma Problemleri ve Alt Problemler

1. Üstün yetenekli öğrencilerin modelleme etkinlikleri süresince grup olarak sergiledikleri ortak matematiksel yaratıcılıkları nasıldır?
    a) Öğrenciler modelleme etkinlikleri ile grup olarak uğraşırken matematiksel yaratıcılığın alt boyutlarına ilişkin (akıcılık, esneklik, aşamalılık ve ilişkilendirme becerisi) hangi davranışları, nasıl gerçekleştirmişlerdir?
    b) Öğrencilerin modelleme etkinliği sonucunda grup olarak ortaya koydukları modellerin kalitesi ve özgünlüğü ne düzeydedir?
2. Üstün yetenekli öğrencilerin modelleme etkinlikleri süresince bireysel olarak sergiledikleri matematiksel yaratıcılıkları nasıldır?
    a) Öğrenciler modelleme etkinlikleri ile uğraşırken matematiksel yaratıcılığın alt boyutlarına ilişkin (akıcılık, esneklik, aşamalılık ve ilişkilendirme becerisi) hangi davranışları, nasıl gerçekleştirmişlerdir?
    b) Öğrencilerin modelleme etkinliği sonuncuda ortaya koydukları modellerin kalitesi ve özgünlüğü olarak ne düzeydedir?
3. Öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının farklı boyutlarını (akıcılık, esneklik, aşamalılık, ilişkilendirme, kalite ve özgünlük) destekleyen modelleme etkinliklerinin özellikleri nelerdir?

1.4. Araştırmanın Önemi

Ulusal ve uluslararası alan-yazın incelendiğinde, yapılmış araştırmaların büyük çoğunluğunda; öğrencilerin matematiksel yeteneği ve matematiksel yaratıcı düşünme becerisi standart testler ile ölçülmeye çalışılmış, çalışmaların çoğu nicel ölçme araçlarının ortaya koyduğu sınırlıklar içinde betimlenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini, öğrencilerin sınıf içindeki etkinlikleri ile bütüncül bir biçimde ele alan derinlemesine inceleyen araştırmaların sınırlı olduğu görülmektedir. Modelleme perspektifinde bütüncül bir yaklaşımla matematiksel yaratıcılığı inceleyecek olan bu araştırmanın bu açıdan ele alındığında alanyazındaki önemli bir boşluğu dolduracağı düşünülmektedir. Böylelikle modelleme sırasında öğrencilerin ortaya koyduğu yaratıcı düşünme becerilerinin nasıl ve ne düzeyde ortaya çıktığı konusunda derinlemesine bilgi sahibi olunması beklenmektedir. Bu sayede, modelleme etkinlikleri sırasında matematiksel yaratıcılığın yansımaları hakkında ve matematiksel yaratıcılığın hangi alt boyutlarda (akıcılık, esneklik, özgünlük, kalite, ilişkilendirme, aşamalılık), nasıl ve ne düzeyde ortaya çıktığını belirlemek hedeflenmektedir.

Ulusal ve uluslararası alan-yazın incelendiğinde, yaratıcılık araştırmalarının üç temel perspektife ve üç temel soruya odaklandığı görülmektedir (Babort vd, 2011). Birinci yaklaşımda, ürünlere odaklanılmaktadır. İkinci yaklaşımın temel konusu psikolojik (yaratıcılığın bileşenleri) süreçlerdir. Üçüncü yaklaşım ise, alana özgü yaratıcılığa odaklanmaktadır. Bu araştırmada, bu üç temel yaklaşım birlikte ele alınmıştır. Öğrencilerin alana özgü matematiksel yaratıcılıkları, matematiksel yaratıcılığın tanımlarında bulunan alt boyutlarında (akıcılık, esneklik, ilişkilendirme, aşamalılık) ve bu alt boyutlarının ürünlere yansıması birlikte incelenmiştir. Özel bir alana ait olan yaratıcılığın hem ürünler hem de süreç bakımından incelenmesi, matematiksel yaratıcılık kavramı hakkında daha derinlemesine bilgi sahibi olmamıza olanak sağlayacaktır. Ulusal ve uluslararası alan yazında tüm bu soruları birlikte yanıtlayan bir araştırmaya rastlanmadığından, bu araştırmanın matematiksel yaratıcılık kavramının nasıl ortaya çıktığına ve bu sürecin ürünlere nasıl yansıyacağına ışık tutacağı düşünülmektedir.

Profesyonel yaşamda, bireylerin yaratıcı olmasının yanında, bireylerin birlikte çalışması, birlikte problem çözmesi ve ortak bir yaratıcılık sergilenmesi de beklenmektedir (Chamberlin ve Moon, 2005, OECD,2004; Samen, 2008; Sawyer,2010) . Eğitim ortamlarının hedefleri ise, bireyleri bu sürece hazırlamaktır. Öğrencilerin bireysel ve grup içindeki matematiksel yaratıcılıklarının birlikte ele alınması bu kavram hakkında daha derinlemesine bilgi sahibi olmamızı sağlayacaktır. Alan yazındaki araştırmalar incelendiğinde, üstün yetenekli öğrencilerin modelleme süresince matematiksel yaratıcı düşünme becerilerinin bireysel çalışmalarda ve grup çalışmalarındaki yansımasını birlikte ele alan bir araştırmaya rastlanmamıştır. Bu araştırmanın matematiksel modelleme sürecinde öğrencilerin bireysel ve grup içindeki matematiksel yaratıcı düşünme becerilerinin bütüncül olarak ele alınması, alan yazımdaki bir boşluğu da kısmen dolduracaktır.

Bu araştırmada farklı matematiksel modelleme etkinliklerin kullanılarak, bu etkinliklerin öğrencilerin yaratıcılığın alt boyutlarını ortaya çıkarabilme gücü de incelenmiştir. Böylece, yaratıcılığı daha çok destekleyen modelleme etkinliklerinin özellikleri ortaya konulmuş ve elde edilen bulgular çerçevesinde tartışılmıştır. Bu özelliklerin ortaya konulması, yaratıcılığın desteklendiği matematik eğitimi ortamlarının önemli bir parçası olan problem ya da görevlerin (task) de özelliklerini tartışmamıza olanak sağlamıştır. Bu bulgular matematikte yaratıcılık alanında çalışan, eğitimcilere, program geliştiricilere, öğretmenlere, araştırmacılara yaratıcılığı destekleyen modelleme etkinlikleri seçme ve geliştirme gerektiği konusunda yardımcı olacaktır. Dolayısıyla, bu araştırmanın bulgularının, üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcılığın desteklendiği ortamların oluşturulmasına kısmen katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.5. Sayıltılar

a) Bilim Sanat Merkezine kabul almış ve devam etmekte olan, iki yıl öğretmen gözleminden sonra matematik sınıflarına yönlendirilen öğrenciler bu çalışmada matematikte üstün yetenekli tanısı konulması açısından yeterlidir.

b) Bu araştırma süresince katılımcılar süreç boyunca düşüncelerini doğrudan yansıtacak bir biçimde gerçekçi ve samimi davranışlar sergilemişlerdir.

1.6. Sınırlılıklar ve Sınırlandırmalar

a) Bu araştırma, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcı düşünmelerine yönelik davranışlarını incelemeyi amaçladığından, araştırmada durum çalışması modeli benimsenmektedir. Ankara`da okul sonrası eğitim veren bir Bilim Sanat Merkezinde eğitim alan sekiz öğrenciyle çalışmalara başlanmış ancak iki öğrencinin çalışmadan sağlık sebepleriyle çıkmasından dolayı bu araştırma altı öğrenci ile tamamlanmıştır. İki odak grup çalışmasıyla yürütülen bu araştırmada her bir gruptan bir öğrencinin odak grup çalışmalarından çıkmasıyla, birinci grup tamamen erkek öğrencilerden oluşan bir çalışma grubu olmuştur. Aynı durum ikinci grup için de söz konusudur; dolayısıyla, ikinci grup tamamen kız öğrencilerle tamamlanmıştır. Bu durum, süreç sırasında ortaya çıkan bir sınırlılıktır.

b) Öğrencilerin matematiksel yaratıcılıkları farklı birçok araçla ölçülebilir veya izlenebilmektedir. Ancak bu araştırma modelleme etkinliklerinin öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin incelenmesiyle sınırlandırılmıştır.

c) Bu araştırmada toplanan veriler uygulanan matematiksel modelleme etkinlikleriyle sınırlıdır. Bir dönem boyunca öğrencilere toplamda sekiz modelleme etkinliği grup olarak ve bir adet modelleme etkinliği tüm öğrencilere bireysel olarak uygulanmıştır. Öğrencilerin grup yaratıcılıklarının inceleneceği veriler, bu araştırmada uygulanan beş modelleme etkinliklerinden elde edilen verilerle sınırlandırılmıştır. Öğrencilerin bireysel yaratıcılıklarının inceleneceği veriler ise, araştırmanın uygulanabilirliği açısından bir adet modelleme etkinliğiyle sınırlandırılmıştır.

d) Bu araştırmada veriler çalışmaya katılan matematikte üstün yetenekli altı öğrencinin bireysel ve grup olarak gerçekleştirdikleri modelleme etkinlikleri süresince (ön etkinlik, modelleme etkinliklerinin problem çözme süreçleri, son etkinlik) faaliyetlerinin gözlenmesi ve öğrencilerin süreç içinde ortaya koydukları ürünlerin (poster, mektup, öğrenci günlükleri… vb) incelenmesi ile sınırlıdır.

e) Bu çalışmada ele alınan; yaratıcı düşünme süreçlerinin bilişsel süreçler olmasından dolayı, çalışmanın verileri öğrencilerin sözlü ve yazılı ifadelerine yansıttığı yaratıcı düşünme becerileri ile sınırlıdır.

f) Öğrencilere bireysel olarak uygulanan modelleme etkinliğinde, bir tartışma ortamı olmadığından öğrencilerin bilişsel süreçlerini yaratıcılık bağlamında izlerken bazı sınırlıklar oluşmuştur. Bu sınırlıklar, şöyle açıklanabilir: Öğrencilerin bireysel yaratıcılığına ait verileri elde etmek için öğrencilerin sözlü ifadeleri, araştırmacının süreç içinde öğrencilerin bilişsel süreçlerini anlamlandırmak için sorduğu sorular, öğrencilerin bu sorulara verdiği yanıtlar ve öğrencilerin kendisini doğrudan ifade ettiği konuşmalarla sınırlıdır.

g) Bu araştırma sadece araştırmaya katılan odak gruplardaki öğrencilerin olduğu bir ortamda gerçekleşmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerinin sonundaki tartışmalar öğrencilerin çözümlerinin etkililiği ve olası farklı çözüm yolları ile sınırlı kalmıştır.

h) Bu araştırmada, öğrencilerin modellerinin özgünlüğü alan uzmanları tarafından değerlendirilmiştir. Bu bakımdan, özgünlük değerlendirmesi uzmanların öznel görüşleri ile sınırlıdır.

1.7. Tanımlar

Üstün Yetenekli Öğrenci: Bu araştırmada üstün yetenekli öğrenciler BİLSEM'e devam eden, farklı tanılama araçlarıyla (grup tarama ve bireysel tarama) tanılanmış, yaşıtlarına göre daha üst düzey matematiksel düşünme becerileri gösterdikleri tespit edilmiş öğrencilerdir.

Matematiksel Yaratıcılık: Problemlerdeki ve matematiksel uzaydaki karmaşık yapılardaki ilişkileri görmek, bu yapıda farklı ilişkiler kurmak ve genellemelere ulaşmak, matematiksel problemleri farklı ve alışılmadık yollardan çözebilmek, problem durumu içindeki eksik bilgiyi bulabilmek, yeni problemler oluşturabilmek, matematiksel bilgiyi keşfetmek ve zihinde inşa etmektir (Balka, 1974, Ervynck, 2002, Haylock, 1987, Sriraman, 2005). Bu araştırmada, matematiksel yaratıcılık yaratıcılığın farklı alt boyutlarının bileşimidir. Bu alt boyutlar;

Akıcılık: Bireylerin verilen bir göreve yönelik süreklilik içinde ürettiği düşünceler ve fikirlerin toplamı ve bu fikirlerin sayısıdır(Torrance, 1995; Runco, 1999). Bu araştırmada, modelleme etkinliği süresince öğrencilerin ürettiği fikir ve çözüm yollarıdır.

Esneklik: Bireylerin düşüncelerinde değişkenlik yaratabilme, farklı bağlam ve kavramlarda düşünebilmesidir (Guilford, 1968; Torrance 1995). Bu araştırmada öğrencilerin modelleme etkinlikleriyle uğraşırken ürettikleri fikirlerin bağlam ve kavram olarak birbirlerinden farklılığı esneklik olarak ele alınmıştır.

İlişkilendirme (Detaylandırma): Bireylerin, matematik kavramlarının kendi aralarında da, diğer disiplinlerle ve günlük hayatla ilişkilendirilmesidir (MEB,2013). Bu araştırmada öğrencilerin modelleme etkinlikleriyle uğraşırken, problemdeki, matematiksel uzaydaki karmaşık ilişkileri görmek ve yeni ilişkiler kurmak ilişkilendirme olarak ele alınmıştır (Balka, 1974; Ervynck, 2002; Haylock, 1987, Krutettski, 1976, Mann, 2009; Sheffield, 1999; Sriraman, 2004;2005; Sriraman, Haavold ve Lee, 2013)

Aşamalılık (Genişletme): Bireylerin zihninde düşüncelerin birbirini etkileyerek, çağrımlarla gelişmesidir (Mednick, 1962; Sheffield, 1999). Bu araştırmada ortaya çıkan modellerin nasıl bir fikir üretme sürecinden geçtiğini; hangi fikir ile nasıl bir başlangıç noktasından başladığını ve hangi basamaklardan geçerek nasıl evrildiğini, genişlediğini gösteren zincir veya basamaklardır.

Özgünlük: Bireylerin yeni, sıra dışı, uzak ilişkilendirmelerden yararlanarak, kalıpların dışında, diğer bireylerden farklı düşünebilmesidir(Guilford, 1968). Bu çalışmada özgünlük, öğrenci ürünlerine yansıyan, farklı sıra dışı çözümlerdir.

Kalite: Bireylerin geliştirdikleri ürünlerin doğruluğu, genellenebilirliği ile ilişkilidir (Krutettski,1976; Mann, 2009; Sheffield, 1994). Bu araştırmada kalite, ortaya çıkan matematiksel modellerin doğruluğu, matematiksel bilginin inşa edilmesi, matematiksel yapıların genellenebilmesi ve matematiksel yapıların formülleştirilmesine karşılık gelmektedir (Coxbill vd, 2013) .

Bireysel Yaratıcılık: Genel anlamda yaratıcılık, alışılmadık, özgün ancak yararlı ürünler ortaya çıkarmaktır (Sternberg, 2000). Bu araştırmada, öğrencilerin bireysel olarak modelleme etkinliğini çözerken ortaya çıkarmış oldukları modeller öğrencilerin bireysel yaratıcılığını temsil etmektedir.

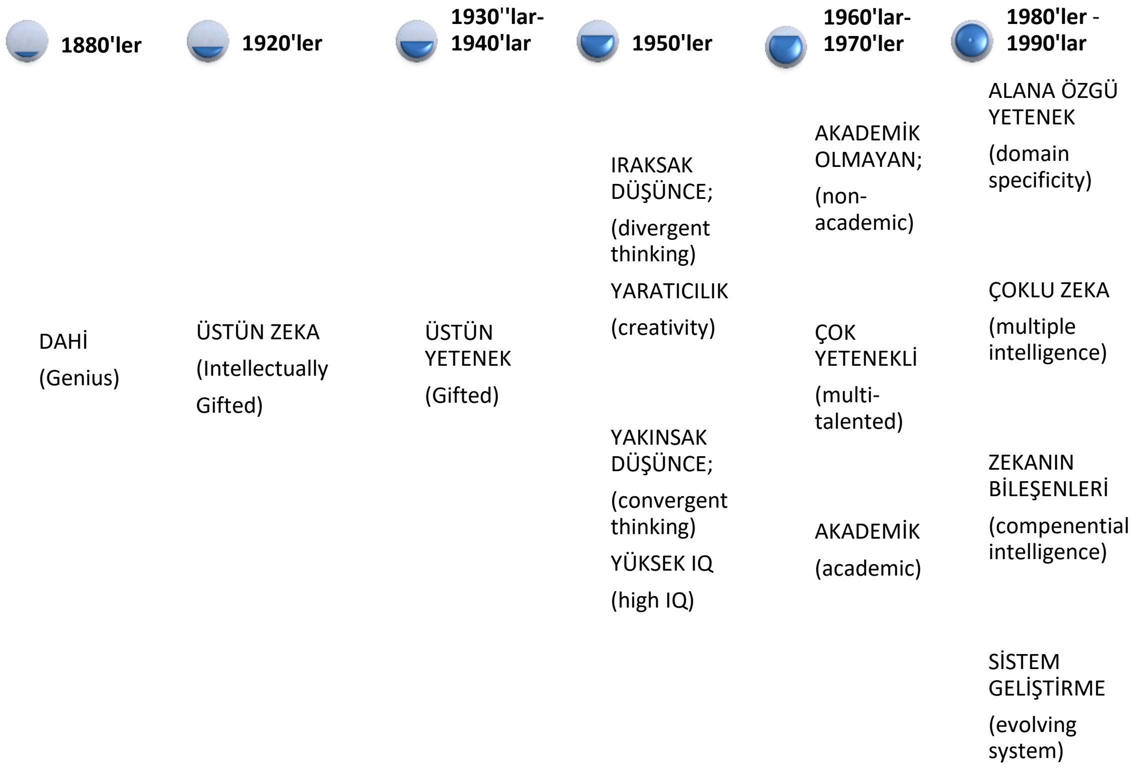
Ortak Yaratıcılık: Ortak yaratıcılık, birlikte çalışan bir grubun elemanlarının belirli bir konu, kavram, problem, sanat dalı, vb üzerinde çalışırken; birlikte beyin fırtınası yaparak, fikir alışverişi gerçekleştirerek, birbirleriyle etkileşimde bulunarak, birbirlerini ikna etmeleri sonucunda bir ürün ortaya çıkarmalarıdır (Levenson, 2011; Oven, Renzulli ve Callahan, 1974; Sawyer 2010). Bu bağlamda, öğrencilerin grup olarak matematiksel modelleme sürecinde birbirleriyle etkileşimde bulunarak, birbirlerini ikna ederek ortak bir model oluşturmaları, ortak yaratıcılık, olarak ele alınacaktır.

Matematiksel Modelleme Etkinlikleri: Geleneksel problem çözme perspektifinden farklı olarak, kısa cevaplar ile çözülmeyen, süreç odaklı açık uçlu gerçek hayat problemleridir. Model oluşturma etkinlikleri öğrencilerin anlamlı gerçek yaşam durumlarından çıkarım yaptıkları, bu çıkarımları matematikleştirerek genişlettikleri ve bu yapıları süreç içinde tekrar tekrar düzenledikleri problem çözme etkinlikleridir (Lesh ve Carmona, 2003; Lesh ve Doerr,2003)

1.8. Araştırmanın Kuramsal Temeli

1.8.1. Geçmişten Günümüze Üstün Yetenek Kavramı

Üstün yeteneklilerle ilgili araştırmalar yaklaşık yüzyıl kadar önce başlamıştır. Van Tassel-Baska (1998) üstün yetenek araştırmaları temelinde kullanılan kavramların 1989 - 1995 arasındaki tarihsel gelişimini incelemiştir. Üstün yetenek kavramı bu çerçeveden yola çıkarak açıklanmaya çalışılacaktır. Bu bağlamda Van Tassel-Baska' nın üstün yetenek kavramını tarihsel bir perspektif ile incelediği ve tarihsel gelişimlerini özetlemiş olduğu tablo (Şekil 1.1) aşağıda verilmiştir.



Şekil 1.1: Van Tassel-Baska'nın Üstün Yeteneklilik Kavramına Bakış (1889-1995)

(Van Tassel Baska (1998)'den Türkçe'ye çevrilmiştir.)

Şekil 1.1 incelendiğinde, ilgili alan yazın çalışmalarının yönü oldukça net olarak görülebilmektedir. Üstün yetenek üzerine yapılan çalışmalarda, öncelikle dahilik kavramı üzerinde durulmuş, zeka ve dahilik kavramları sosyal bilimler temelinde tartışılmıştır. Daha sonra bireyin zeka kapasitesi (potansiyeli) olarak genel zeka kavramı ön plana çıkmıştır. Üstün yetenek kavramı üzerinde yapılan çalışmalara yüzyıllık tarihsel süreçte bakıldığında özellikle son dönemde alana özgü yetenek kavramına odaklanıldığı görülmüştür.

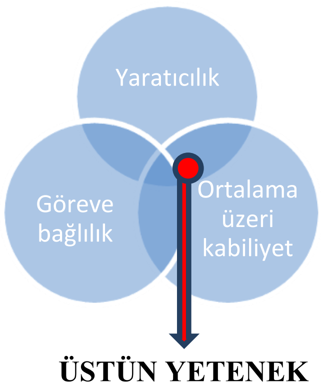
Üstün yetenek kavramı incelendiğinde, kavramın temelinde üstün zeka kavramının olduğu görülmektedir. Bu alanda ilk bilimsel çalışmayı Lewis M. Terman (1924)'ın, yaptığı bilinmektedir (Akt., Feldhusen, 1998). Terman'ın bireylerin zihinsel performanslarını etkilediği düşünülen bir genel faktörden (g-faktör) ve buna bağlı olarak zeka bölümü kavramlarından yola çıkarak araştırmasını temellendirdiği görülmektedir. Terman (1924) başlattığı bu çalışmasında üstün yetenekli bireyleri g-faktörü yordayan *bir zekâ testinden aldıkları IQ [*-Inteligence Quotient *]puanlarına göre ilk yüzdelik dilimde kalmayı başaran zekâ performansına sahip bireyler"* olarak tanımlamıştır. Sonraki yıllarda yürütülmüş olan Hollingworth'un (1942) çalışmaları da üstün yeteneklilikte zekâ bölümü puanına (IQ) işaret etmektedir (Feldhusen,1998)

Genel olarak bakıldığında 1960'lara kadar olan tüm çalışmalarda genel bir ölçüt olarak genel zekâ puanı kriteri dikkat çekici bir biçimde baskınlığını sürdürmüştür (Van Tassel Baska,2005) . Ancak, Torrance'ın (1962) yaptığı çalışmalarla birlikte, üstün yetenek çalışmalarında yaratıcılık kavramı ön plana çıkmıştır. Torrance' ın çalışmalarından sonra, zeka ve yetenek çalışmalarında yaratıcılık önemli bir bileşen olarak görülmeye başlanarak, yaratıcılık ile zeka ilişkisi araştırılmaya başlanmıştır. Guilford'un (1966, 1967) üstün zeka ve yaratıcılık çalışmalarına önemli katkıları vardır. Guilford (1966) zekayı daha önce yapılan tanımlardan farklı bir boyutta ele almıştır. Verilen bir probleme olabildiğince farklı yollarla çözüm üretmeyi üstün zekanın en temel işlemlerinden biri olarak kabul etmiştir (Starko, 1999). 1972 yılında yayımlanan Marland Raporu ABD'de üstün yetenek çalışmalarında önemli bir mihenk taşı olarak kabul edilmektedir. Bu raporda üstün yetenek kavramı "*İleri seviye performans dâhilinde olağanüstü kabiliyet gösterme erdemi*" olarak tanımlanmıştır. Bu tanıma ek olarak farklı üstün yetenek alanları:*1. Genel entellektüel kabiliyet, 2. Belirgin akademik yetenek, 3. Yaratıcı/üretici düşünme, 4. Liderlik yeteneği, 5. Görsel ve performans sanatlarında kabiliyet, 6. Psiko-motor kabiliyet* ortaya çıkarılmıştır (Van-Tassel Baska,1998).

Marland Raporu'ndan sonra farklı bir bakış açısı kazanan üstün yetenek kavramı alana özgü yeteneğe odaklanmayı beraberinde getirmiştir. Bunun bir etkisi olarak Stanley (1977) psikoloji alanında öne çıkan şu üç prensibi; *1. Çocukların farklı oranlarda öğrendiğini, öğrenmenin hiyerarşik bir gelişim gösterdiğini, 2. En iyi öğretimin öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeyi ve içeriğin doğru eşleşmesiyle* *olacağı, 3. Eğitim programlarının öğrenme düzeyi ve adımlarının öğrencilerin bireysel bilgi ve kapasitelerine adapte edilmesi*'ni temel alarak, Matematikte Erken Gelişmiş Gençler Programını (*SMPY- The Study of Mathematically Precocious Youth)* kurmuş ve matematiksel üstün yeteneğe odaklanmıştır (Akt.,Brody ve Stanley, 2005). Bu çalışmasında Stanley (1977) alana özgü yetenek kavramına odaklanmıştır (Brody ve Stanley, 2005). Stanley'nin çalışmasında önemli bileşen erken gelişmişliğe bakış açısıdır. Stanley üstün yetenekli bireyi yaşıtlarına göre hızlı öğrenen, daha üst düzey bilgi ve düşünceleri anlayan, daha hızlı muhakeme edebilen birey olarak ele almış bunu da matematik ve sözel yetenek gibi, özel bir alanda, daha başarılı olan birey olarak betimlemiştir (Brody ve Stanley, 2005). Stanley, üstün yetenekli bireyleri tanılamak için standart başarı testi olan Akademik Yetenek Testini (SAT-Scholastic Aptitude Test) kullanmıştır. Bu bağlamda, bu bakış açısında standart başarı testlerinde başarılı olmak üstün yetenekli olmak olarak tanımlanır. Bu dönem çalışmalardan sonra, üstün yetenek kavramı tanımlarda; genel zekânın herhangi özel bir alanda, dikkate değer derecede ve normun üzerinde performans göstermesi olarak yer bulacaktır (Feldhusen, 1998).

Günümüze yaklaşıldığında, üstün yetenek üzerine alan-yazında birçok farklı çalışma yer alsa da en çok kabul bulmuş kuramcılar olarak Gagne (1985), Renzulli (1986), Sternberg ve Zhang (1995) ön plana çıkmaktadır. Bu aşamadan sonra, üstün yetenek çalışmalarında son dönem ve baskın olan perspektifi yansıtacağı düşünüldüğünden bu kuramcıların kuramlarının üzerinde durulacaktır. Gagne'in (1985) üstün yeteneklilerin eğitimi alanındaki çalışmaları ve kuramları alan-yazında önemli bir yer tutmaktadır (Akt.,Gagne,2005). Gagne'nin (2005) kuramında üstün yeteneklilik (giftedness) ve yeteneklilik (talent) kavramları bireyin var olan potansiyeli ve geliştirmiş olduğu yetenekler temelinde ayrışmaktadır. Ona göre üstün yetenekli bireyler en az bir alanda olağanüstü yetenek sahibi, toplumun üst %10'unda yer alma potansiyeline sahip olan bireylerdir. Gagne'in(2005) kuramında bireyin potansiyeli, bireyin kişilik özellikleri, çevre ve şans faktörü ile gelişerek en az bir özel-alanda, toplum normlarının dışında (outstanding) özel bir yeteneğe dönüşmektedir. Gagne, üstün yetenekli bireylerin toplum normlarının üstünde olduğunu vurgulamaktadır. Daha açık ifade etmek gerekirse, Gagne (2005) bireyin sahip olduğu, entelektüel yetenek (*akıl yürütme, hafıza, üstbiliş gibi bilişsel beceriler*), yaratıcı yetenek (*hayal kurma, problem çözme, özgün düşünme…vb*), sosyal beceriler (*perspektif, liderlik, empati…vb*) motor beceriler (*görsel, kondisyon, refleksler …vb*) gibi potansiyelin; çevre faktörü, şans faktörü ve bireyin kişisel özellikleriyle (*öz-kontrol, motivasyon, sağlık, öfke-kontrolü gibi*) harmanlanarak sanat, akademik yetenek (*matematik, fen bilimleri*), görsel sanatlar, teknoloji gibi bir özel alan yeteneğine dönüştüğünü vurgulamaktadır.

Gagne'nin kuramını takiben Renzulli (1986), ortaya atmış olduğu üç halka kuramında üstün yeteneği; göreve bağlılık, ortalama üzeri kabiliyet ve yaratıcılık unsurlarının kesişimi olarak tanımlamaktadır (Bkz. Şekil 1.2). *Göreve bağlılık* başlanılan bir işi tamamlama ya da bir işi yarım bırakmama şeklinde açıklanabilmektedir. Başka bir ifadeyle göreve bağlılık, motivasyon sahibi olmak ya da motive olmak anlamlarını da taşıyabilmektedir. *Ortalama üzeri kabiliyet* bu kuram içerisinde hem genel kabiliyetleri hem de alana-özgü kabiliyetleri açıklamak ve aralarında ayrım yapabilmek için kullanılmıştır. Başka bir deyişle, herhangi bir alanda ortalamanın üzerinde bir potansiyele sahip olmak şeklinde tanımlanabilir. *Yaratıcılık* ise düşüncede esneklik, akıcılık ve özgünlük; deneyimlere açık olmak, durumlara karşı hassaslık ve risk alabilme gibi birtakım kavramların birleşiminden oluşmaktadır.



Şekil 1.2: Renzulli'nin Üç Halka Kuramı'nın Şematik Gösterimi

Renzulli'nin kuramını takiben Sternberg ve Zhang (1995), ortaya atmış oldukları beşgen kuramında üstün yeteneğin beş bileşenden meydana geldiğini ileri sürmektedirler (Bkz. Şekil 1.2). Bu bileşenlerden ilki *üstünlük* ölçütüdür ve herhangi bir ya da daha fazla alanda akranlarına göre daha iyi performans gösterme olarak açıklanabilmektedir. İkinci bileşen ise *nadirlik*tir ve sahip olunan yeteneğin akranlar içerisinde çok nadir olması olarak ifade edilebilmektedir. Üçüncü bileşen ise *üretkenlik* kriteridir ve üstün yetenekli olunan alanın üretkenliğe (yaratıcılığa) açık olması anlamına gelmektedir. Bir diğer bileşen de *kanıt* kriteridir ve üstün yetenekli kabul edilebilmek için bunun testlerle ya da ürünlerle kanıtlanması gerekir şeklinde açıklanabilmektedir. Son bileşen ise *değer* kriteridir ve üstün yeteneğin toplum tarafından değerli görülmesi anlamını taşımaktadır. Bu kuramda belirtilmiş olan beş kriterin hepsini birden karşılayan bireyler üstün yetenekli bireyler olarak tanımlanmaktadırlar.

Şekil 1.3: Sternberg ve Zhang'ın Beşgen Kuramı'nın Şematik Gösterimi

Stenberg ve Zhang (1995), Gagne (1985) ve Renzulli (1986)'nin üstün yeteneklilik modellerinin ortak noktası yetenek ve yaratıcı düşünce üzerine vurgu yapmalarıdır. Bu kuramların hepsinde üstün yeteneği açıklayan ölçütlerden birinin yaratıcılık olduğu vurgulanmıştır. Bu kuramların özellikle vurgu yaptığı bir diğer unsur ise, çevrenin üstün yeteneğin gelişmesi ya da ortaya çıkması adına etkili olduğudur. Alanda kabul gören kuramlardan elde edilen bilgiler temelinde, bu araştırma da, üstün yetenekliliğin bir bileşeni olarak yaratıcılığın ölçüt olarak kabul edilmesi ve üstün yetenekli öğrencilerin yeteneklerinin gelişmesi için uygun ortamlar sağlanması gerektiği kabul edilmiştir. Bunun yanı sıra, üstün yetenek kavramının tarihsel süreçte anlam değiştirdiği alana özgü yetenek olarak çalışmalarda yer aldığı görülmektedir. Bu bağlamda araştırmanın temelinde alana özgü yetenek olarak kullanılacak olan matematikte üstün yeteneğin ne olduğunu tanımlamak yerinde olacaktır.

1.8.2. Matematikte Üstün Yetenek Nedir?

Matematikte üstün yeteneklilik kavramı alan yazında farklı yansımalar bulmuştur. Ancak bilinen ilk tanımlarda matematikte üstün yetenek genel olarak matematiksel üstünlük, matematik başarı testlerinde başarılı olma ve genel zekâda diğer bireylerden üstün olarak doğma şeklinde karşımıza çıkmaktadır (Broody ve Stanley 2005). Dolayısıyla uzmanlar matematikte üstün yetenekli öğrencileri tanılamak için öncelikle matematikte başarıyı ölçmeye çalışmışlardır (Broody ve Stanley, 2005;

Wagner ve Zimmermann, 1986). Benzer olarak Ulusal Amerikan Matematik Öğretmenleri Konseyi de (NCTM-National Council of Teachers of Mathematics) matematikte üstün olanları “standart başarı testlerinde %95 ya da üzerinde performans gösterenler” olarak tanımlamıştır (Sheffield, 1994). Özetle bu yaklaşımlarda matematiksel üstün yetenek, öğrencilerin başarı testlerinde gösterdiği performanslar temelinde değerlendirilmiştir.

Başarı kriterinden farklı olarak, Polya (1962), matematik yeteneğini analoji kurabilme ve matematiksel problemleri bağımsız, akıl yürütme ile, özgün ve yaratıcı çözebilme olarak betimlemiştir (Akt, Mann, 2006). Krutetskii (1976, s 350) matematiksel üstün yeteneği,

> *(1) Matematiksel bilgiyi üretmek; (a) Matematiksel yapıyı genelleme, problemin yapısını kavrama (2) Matematiksel bilgiyi işleme; (a) Sayı uzayı ve uzamsal ilişkiler üzerinde mantıksal akıl yürütme ve matematiksel sembollerle düşünebilme, (b) Matematiksel uzayı, ilişkileri ve işlemleri hızlı şekilde geniş kapsamda genelleme becerisi, (c) Matematiksel akıl yürütme sürecini ve karmaşık işlemler sistemini basite indirgeme, bu indirgenmiş yapılar üzerinde düşünebilme, (d) Zihinsel süreçlerde esneklik; basit, açık, pratik, mantıklı çözüm yolu bulmaya çalışma (f) Düşünme sürecini hızlı bir biçimde yeniden düzenlenme ve tersine çevirebilme. (3) Matematiksel bilgiyi unutmamak: (a) Matematiksel hafıza (matematiksel ilişkileri, matematiksel argüman ve kanıtları, problem çözme yöntemlerini ve yaklaşım prensiplerini genelleyen bir hafıza) (4) Genel bileşik boyut (a) Dünyaya matematiksel gözle bakma ve matematiksel düşünme*

olarak tanımlamıştır. Krutetskii (1976), yaptığı çalışmaların sonunda matematiksel yeteneği matematik problemlerinin yapısını anlamak (çözümlemek ve genellemek), matematiksel ilişkileri ve sayısal yapıları genelleyebilmek, sayılar ve semboller ile işlemler yapabilmek, bir bilişsel süreci revize edebilmek, matematiksel uzaya dair kavramları anlamak ve hâkim olmak, matematiksel problemlere farklı çözümler bulmak, matematiksel yapıya dair genellemeler yapabilmek şeklinde özetlemiştir. Polya (1962) ve Krutetskii (1976) matematiksel yeteneği ve matematikte üstün yeteneği tanımlarken, öğrencilerin matematik testlerinden aldıkları sonuçlardan çok, psikolojik etmenlere odaklanmışlardır. Bu çalışmalar matematikte üstün yetenek çalışmalarında hala güncelliğini koruyan çalışmalardır.

Gardner (2011), çoklu zekâ kuramında yedi ayrı zekâdan bahsetmiş ve mantıksal-matematiksel zekâyı betimlerken, matematiksel sayıları keşfetme yeteneğinden, sayısal işlemler yapmaktan daha çok genellemeler yapılabilecek yapılara odaklanma becerisinden, büyük kavramlara yönelerek kurallar oluşturma becerisine vurgu yapar. Bu noktada bu tanımın genel zekâ bölümünden ayrılan yönleri vardır ve dolayısıyla böyle bir tanımla diğer zeka türlerini olduğu gibi, matematiksel zekâyı diğer zekâ türlerinden ve genel zekadan ayırmıştır. Gardner'ın çalışmalarından yola çıkarak birçok tanımı bir araya getiren Oral'a (2004) göre matematik yeteneği;

> *Sayıları etkili kullanma, problemlere bilimsel çözümler üretme ve kavramlar arasındaki ilişkiyi ya da örüntüleri ayırt etme, sınıflama yapma, genelleme yapma, matematiksel bir formülle ifade etme, hesaplama, hipotez test etme, benzetmeler yapma gibi davranışları kapsar. Bu zekâ alanı gelişmiş olan insanlar, bir bilim insanı ya da matematikçi gibi düşünürler. Çok çeşitli alanlardaki mantık örüntülerini fark etme, etkili akıl yürütme, ilkeleri ve neden-sonuç ilişkilerini keşfetme, öncelik sırasına koyma, sınıflama, yordama, hipotez geliştirme, karmaşık ilişkileri anlama, varsayımları oluşturma ve sorgulama ve bunlara benzer soyut işlemlere duyarlı olma bu zekânın göstergeleridir. Mantıksal matematiksel zekası güçlü olan bireyler nesneleri belli kategorilere ayırarak, olaylar arasında mantıksal ilişkiler kurarak, nesnelerin belli özelliklerini niceliksel olarak sayısallaştırarak-hesaplayarak ve olaylar arasındaki birtakım soyut ilişkiler üzerinde kafa yorarak en iyi şekilde öğrenirler (Oral, 2004, s 5).*

House'a (1987) göre matematikte üstün yetenekli öğrenciler şu özellikleri de gösterirler: "(1) Üst düzey matematiksel akıl yürütme ve hafıza, (2) Diğer etkinlikler içinden matematik yapmayı tercih etmek, (3) Temel matematiksel kavramlarda diğer akranlarından daha yetkin olmak, (4) Matematiksel problemleri beklenmedik yollarla çözmek, (5) Problem çözmede pratik olmak, (6) İlişki kurma becerisinde başarılı olmak ve bundan keyif almak, (7) Problem çözme sürecinde uzun süre yoğunlaşmak ve süreci ilginç bulmak, (8) Problem çözerken daha önce çözmüş olduğu problemlerle analoji kurmak ve özgün problemler kurmak (9), Bağımsız bireysel aktivitelerde başarılı olmak, (10) Matematiksel olarak zor olan oyun ve yapbozlardan zevk almak" (Akt, Diezmann,2005). House'a (1987) göre; matematik yeteneği; soyut düşünme becerisi, ilişkilendirme yapma becerisi ve holistik problem çözme becerisidir (Akt., Diezmann ve Watters,2000). Miller'a (1990) göre ise, matematikte üstün yetenek,; *"(1). Matematiksel ve sayısal bilgiye alışılmadık merak, (2). Matematiksel fikirleri öğrenmede, kavramada ve uygulamada alışılmadık çabukluk, (3). Soyut düşünme, matematiksel ilişkileri görme, analojiler kurma becerisi, (4). Matematiksel problemleri öğrenilmiş prototiplerden farklı olarak esnek ve yaratıcı bir biçimde çözme ve düşünebilme becerisi, (5). Matematiksel bilgiyi yeni ve öğrenilmemiş bir duruma transfer edebilme becerisidir."*

Sriraman (2005, s 24) ise matematikte üstün yeteneğe ait tüm becerileri alan yazından derleyerek şu şekilde özetlemiştir:

> *(1) Matematiksel yapıları, genelleme, soyutlama ve fark etme becerisi, (2) Verileri organize etme becerisi, (3) mantıksal düşünmenin prensiplerine hakim olma ve çıkarım yapma becerisi, (4) analitik ve holistik düşünme becerisi ve problemi oluşturma becerisi, (5) matematiksel işlemler ve düşüncede esnek olma ve düşünceyi revize etme becerisi, (6) matematiksel kanıt süreçlerini sezgisel olarak fark etme becerisi (7) matematiksel prensiplerin bağımsız olarak keşfedilmesi (8)*

problem çözme süreçlerinde karar verebilme becerisi, (9) problemleri ve ilişkileri zihinde canlandırabilme becerisi (10) bir yapının doğruluğunu veya yanlışlığını test edebilme becerisi (11)teorik ve deneysel prensipler arasındaki farkı görebilme becerisi (12) tekrar tekrar düşünebilme becerisidir.

Bu tanım, tüm yetişkinlik düzeyinde matematikte üstün yeteneğin ne gibi alt beceriler gerektirdiğini saptayan alanyazından derlenen en kapsamlı tanım olarak görünmektedir.

Tüm bu tanımlardan bağımsız olarak, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin akranlarına kıyasla matematik alanında daha iyi ve başarılı oldukları bilinmektedir. Üstün yetenekli öğrenciler akranlarına nazaran çok daha kolay bir şekilde matematik problemleri oluşturabilirler *(yaratıcılığın bir göstergesi)* ve verilerin kullanımında daha esnek, düzenlenmesinde daha ileri seviyededirler. Düşünceleri aktarma, ilişkiler kurma ve genelleme yapma yetenekleri yüksektir. Bu öğrenciler “Alternatif çözümler üretme”, “Matematiğe büyük ilgi duyma” ve “Dünyaya matematiksel bir gözle bakma” eğilimindedirler (Johnson, 2000). Matematik yeteneğinin ne olduğunu konusunda uzmanlar tarafından farklı tanımlar oluşturulmuş olsa da, alan-yazındaki yaklaşımların iki temelde toplandığı söylenebilir. Birinci yaklaşımda bireylerin matematik testlerinde göstermiş oldukları performans üstün yeteneğin göstergesi olarak kabul edilmekteyken, ikinci yaklaşımda üstün yetenekli bireylerin, farklı bilişsel performanslarına dikkat çekilmiş ve matematiksel yapıları anlama, matematiksel problemlere farklı çözümler getirme, matematiksel yapılar arasında ilişkiler kurma gibi matematiksel yaratıcılığa işaret eden bilişsel süreçler ön plana çıkartılmıştır.

1.8.3. Matematik Yeteneğinin Gelişimi

Matematik yeteneğinin gelişimini ayrı ayrı inceleyen ve kuramsallaştıran Usiskin (2000) ve Shieffield (1994) ortaya attıkları iki farklı gelişimsel teoride; matematik yetenek gelişimi hiç matematik yapamamak düzeyinden en üst basamağa, yani matematikte yaratıcı olma düzeyine doğru gerçekleşmektedir. Matematik yeteneğinin ve/ya üstün matematik yeteneğinin gelişimsel basamaklarını ortaya koymak matematiksel üstün yeteneğin özelliklerini daha net biçimde ortaya koyacağından, bu kuramlara yer verilmiştir. Matematikte üstün yetenekli öğrencilerin yeteneklerinin gelişmesi için matematiksel yaratıcılıklarının desteklenmesi gerektiğini vurgulayan bu kuramlar, bu araştırmanın temellerini oluşturmaktır. Çünkü bu araştırma matematikte üstün yetenekli olarak kabul edilen öğrencilerin, matematiksel modelleme etkinlikleri süresince matematiksel yaratıcılıkları incelerken, aynı zamanda matematiksel modelleme etkinliklerinin (matematiksel görev olarak) öğrencilerin yaratıcılıklarının ortaya çıkmasını destekleyen bir eğitim ortamı sunup sunmadığını da incelemektedir. Bu bakımdan, bu aşamada, matematik yeteneğinin gelişimini açıklamayı hedefleyen iki teori detaylı olarak ele alınmıştır.

Sheffield (1994) yetenek gelişimini altı basamakta açıklamıştır. Bu basamaklar, matematik yeteneğinden yoksun olmaktan, matematikte yaratıcılığa doğrudur. Bu basamaklar hiyerarşik bir gelişimi göstermemekle birlikte matematik yeteneğinin doğası hakkında bilgi sahibi olmak açısından açıklayıcı olarak kabul edilmektedir. Sheffield (1994) matematiksel yeteneğinin gelişimini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

- ***Bilgisizler-cahiller (illiterate);*** *S*heffield'e göre (1994) bu seviyeye yeteneksizlik tanımı yapılabilir. Bu seviyedekiler matematikte temel yapı olan dört işlemin mantığını bile anlayamazlar.
- **Oyuncular (*doers*);** Bir üst basamakta bireyler matematiği doğal sayılarla basit hesapları yapmak için kullanabilirler. Bu seviyede matematik bilenler daha çok dört işlem yapabilme yeteneğine sahip olup, toplama veya çarpmanın temel prensiplerini hatırlayıp işlem yapabilirler.
- ***Hesaplayanlar (computers);*** Oyuncuların üst seviyesindeki bireyler matematiğin bazı yapısal özelliklerini, içeriğini, sayı sistemlerini anlarlar. Çok iyi ve hızlı hesaplamalar yaparlar. Hatta standart başarı testlerinde orta/orta üst seviyede notlar bile alabilirler.
- ***Tüketiciler (consumers);*** Daha üst seviyede olan öğrenciler matematiğin içeriğini ve yapısını anlarlar. Problem çözerler ve problem çözmede iyidirler. Hatta başarı testlerinde üst yüzdelik dilimde bulanabilirler; ancak bu öğrencilere üstün yetenekli öğrenciler tanısını konulamaz. Çünkü Sheffield' (1994)' e göre, bu standart testlerde başarılı olmak, üstün yetenekli öğrencileri tanılamada tek başına geçerli sayılabilecek bir ölçüt değildir.
- ***Problem çözücüler (problem solvers);*** Sheffield'e (1994) göre bu hiyerarşinin altıncı basamağında problem çözücüler yer almaktadır. Problem çözücüler, matematik bilgilerini açık olmayan problem durumlarına adapte etmeyi becererek, daha önce denemedikleri yolları denerler. Sheffield'

(1994)’e göre daha önceleri öğrenciler için en üst seviyenin bu olduğuna inanılmaktaydı. Problem çözebilmenin matematikte üstün yetenek düzeyi olabileceği düşünülüyordu, ancak yaratıcılık kavramının alandaki önemi ve etkisi arttıkça bu düzeyin gelişim düzeyinin en üstü olmadığı düşünülmeye başlanmıştır. Bu seviye matematikte yeterlik düzeyi olarak adlandırılabilir.

- ***Problem üreticiler (problem posers);*** Sheffield (1994) yeterlikten daha üst basamağın matematikte yaratıcılık olduğunu ileri sürmektedir. Bu basamakta öğrenciler matematiksel problemleri tanımlar, matematiksel problemler üretir ve yaratırlar. Bu düzeydeki öğrenciler, ilişkiler kurar ve yapılar keşfederler. Sheffield (1994), matematiği son yüzyılda geliştiren üstün yetenekli matematikçilerin bu seviyede olduğunu ileri sürmektedir.
- ***Yaratıcılar (Creaters);*** Matematik yeteneğinin en üst basamağı matematikte yaratıcılıktır. Bu basamakta, matematiği adım adım inşa eden matematikçiler yer almaktadır.

Usiskin’in yaklaşımı Shiefield (1994)’in yaklaşımına oldukça benzemektedir. Usiskin’ e (2000) göre matematik yeteneğinin gelişimini sekiz düzeyde tanımlamıştır. Hiyerarşik bir yapıda olan bu düzeylerin en altında hiç matematik yapamamanın olduğunu ve yetenek gelişiminde varılabilecek en üst noktanın yaratıcılık olduğunu ortaya koymaktadır. Usiskin’in yaklaşımının Shielfield’ın yaklaşımından farkı, Shielfield’ın yetenek düzeylerini öğrencilerin yetenek gelişimi temelinde almasına karşın, Usiskin’in bu düzeyleri yetişkinler temelinde profesyonellik düzeyinde ele almış olmasıdır. Usiskin (2000) matematik yeteneğinin gelişimini aşağıdaki gibi açıklamıştır:

- ***Yetenek düzeyi 0;*** hiç yeteneğin olmaması demektir, yeteneksizlik düzeyidir. Dört işlem kabiliyetinden bile uzak olmak olarak açıklanır.
- ***Yetenek düzeyi 1;*** Dört işlem ve temel aritmetik düzeyidir. Bazı bireyler matematikte bu seviyeye ilköğretim düzeyindeki eğitimlerini tamamladıklarında ulaşırlar.
- ***Yetenek düzeyi 2;*** Lise düzeyindeki okulda öğrenilen matematik olarak tanımlanabilir. Okulda düzenli çalışan pek çok öğrenci bu seviyeye ulaşabilir. Amerika’da ilkokul öğretmenliği yapan bireyler genellikle bu seviyededir.

- ***Yetenek düzeyi 3;*** Akademik Yetenek Testinde (SAT-Scholastic Aptitude Test) 750-800 puan düzeyidir ve bu seviye “calculus” seviyesi olarak adlandırılmaktadır. Bu seviyeye ulaşmak gerçekten yeteneği gerektirir, çalışarak ulaşılamaz. Bu düzeydeki çocuklar matematik bulmacalarına, satranç oynamaya ve bilgisayar programlarına ilgi duyarlar. Problemleri farklı yollardan çözerler. Bu seviyeden itibaren bu çocuklar üstün olarak tanımlanabilirler.
- ***Yetenek düzeyi 4;*** Olağanüstü matematiğe karşılık gelmektedir. Lise seviyesindeki bir öğrencinin ulaşabileceği en üst seviye bu seviyedir. Bu seviyedeki çocuklar bu yetenekle doğmuşlardır ve muhakkak ki yeteneklerinin geliştirilmesi gerekmektedir. Bu seviyedeki çocukların ve bireylerin matematiğe karşı özel bir ilgileri vardır. Bu çocuklar lise düzeyinde eğitim almaktayken bile matematik alanında bir uzman gibi davranırlar. İspat yapmaya çalışırlar, yeni şeyler üretme çabasındadırlar.
- ***Yetenek düzeyi 5;*** Bu seviye üretkenler olarak tanımlanabilir. Bu seviye için her zaman gerekli olan usta-çırak ilişkisine ihtiyaç vardır. Usiskin, matematik alanında eğitim alarak, doktora düzeyini tamamlayanları bu düzeyde olarak nitelendirmektedir. Matematikte uzmanlık seviyesidir.
- ***Yetenek düzeyi 6;*** İstisnalar olarak tanımlanabilir. Usta çırak ilişkisinde usta rolüne sahiplerdir. Bu seviye, matematikçilerin üst tabakası olarak tarif edilebilir. Bu matematikçiler, son dönem çalışmalarıyla alana katkı sağlamış matematik alanında çalışan Cahit Arf gibi, hocalardır.
- ***Yetenek düzeyi 7;*** Hardy, Fermat, Euler gibi matematikçilerin seviyesidir. Bu seviye, matematikte ulaşılabilecek en üst seviyedir. Bu matematik dâhileri, yaratıcılıklarıyla kendi matematiklerini oluşturmuşlardır.

Her iki kuramsal bakış açısında (Sheffield,1994; Usiskin, 2000) da matematik yeteneğinin gelişiminin en üst basamağında “matematiksel yaratıcılık” bulunmaktadır. Matematik yeteneğini gelişimine ilişkin iki sınıflamada da altı çizilen belirgin özellik yaratıcılıktır. Yaratıcı matematikçi, matematik yeteneğinin bir sınıflandırması varsa bu sınıflandırmanın en üst basamağında yer alacaktır. Dahası Piirto’ya (2004) göre matematikte yaratıcılık olmadan matematikçinin soyut düşünme yeteneği ve matematikçinin başarısı tehlikeye düşer. Üstün matematik yeteneğine sahip bireyleri matematik alanında çalışacak bir bilim adamı olarak profesyonel yaşama hazırlamak için matematiksel yaratıcılığı destekleyecek ortamları oluşturmak gereklidir.

1.8.4. Matematiksel Yaratıcılık

Araştırmacıların uzun yıllar araştırdığı konulardan biri de yaratıcılık ve üstün yeteneklilik arasındaki ilişkidir. Farklı kuramlar yaratıcılık ve üstün yeteneklilik arasındaki ilişkiyi farklı şekillerde ele almışlardır (Guilford, 1967; Torrance, 1995; Renzulli; 1986, Renzulli ve Reis,1997; Sternberg ve Zwang, 1995). Sternberg (2005) ve Renzulli (1986,1997), üstün yetenekliliğin bir ölçütü olarak yaratıcı yeteneği, üretkenliği vurgulamışlardır. Sternberg ve Zhang'ın kuramında bireyin üstün yetenekli kabul edilebilmesi için yetenek gösterdiği alanın üretkenliğe açık olması ve bireyin yaratıcı olması gerekir. Renzulli (1997) ise, üstün yetenekliliği yaratıcılık, yetenekli olmak ve göreve bağlı olmak bileşenleri ile tanımlar. Renzulli'ye göre bu üç bileşenin kesişimi üstün yetenektir.

Genel anlamda yaratıcılık, alışılmadık, özgün ancak yararlı ürünler ortaya çıkarmaktır (Sternberg, 2000). Ortak yaratıcılık ise, birlikte çalışan bir grubun elemanlarının belirli bir konu, kavram, problem, sanat dalı, vb üzerinde çalışırken; birlikte beyin fırtınası yaparak, fikir alışverişi gerçekleştirerek, birbirleriyle etkileşimde bulunarak, birbirlerini ikna etmeleri sonucunda bir ürün ortaya çıkarmalarıdır (Levenson, 2011; Oven, Renzulli ve Callahan, 1974; Sawyer 2010). Bu bağlamda, öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde birbirleriyle etkileşimde bulunarak, birbirlerini ikna ederek ortak bir model oluşturmaları, ortak yaratıcılık, olarak ele alınacaktır.

Bu araştırma temelinde, matematik eğitiminde yaratıcılığın kavramsal olarak ele alınması ve genel yaratıcılıktan ve diğer alanlardaki yaratıcılıklardan farkının ne olduğunun ortaya konulması gerekmektedir. Matematiksel yaratıcılığın diğer alanlara özgü yaratıcılıklardan yapısal olarak farklılık gösterdiği, araştırmacılar tarafından belirtilmektedir (Chamberlin ve Moon; 2005; Ervynck, 2002; Kattou vd, 2011a, 2011b, 2013; Leikin, 2009; 2013; Leikin ve Lev, 2007, 2013; Leikin ve Pantazi, 2013; Mann, 2005; Sriraman, 2005). Bireyler sanatta veya edebiyatta yaratıcı olabilirler, bu anlardaki yaratıcılıkların göstergeleri ile bireylerin matematikte yaratıcılık göstergeleri farklıdır. Örneğin bir birey sanatta yaratıcı olabilir, ancak bu bireyin aynı zamanda matematikte yaratıcı olması beklenmeyebilir (Baer, 2010;

Chamberlin ve Moon, 2005; Livne ve Milgram 2006;). Yuan ve Sriraman (2011) Çinli ve Amerikan öğrencilerin genel yaratıcılıkları ve matematiksel yaratıcılıkları arasında bir ilişki aradıkları araştırmalarında, Çinli öğrencilerin genel yaratıcılıkları ve matematiksel yaratıcılık (problem oluşturma becerisine dayalı) arasında anlamlı bir ilişki bulmuşlardır. Ancak bu araştırmada Amerikalı öğrencilerin genel yaratıcılıkları daha yüksek çıkmış olmasına rağmen matematiksel yaratıcılıkları daha düşüktür. Amerikalı öğrencilerin genel yaratıcılıkları ve matematiksel yaratıcılıkları arasındaki anlamlı bir ilişki bulunmamıştır. Dolayısıyla yaratıcılık, hangi alanda çalışılıyorsa o alana özgü (örneğin matematiksel yaratıcılık, fen bilimlerinde yaratıcılık, müzikte yaratıcılık ..vb) bileşenlerle tanımlanmalıdır.

Matematik yeteneğinin araştırma ve tartışma konusu olduğu ilk zamanlardan beri, matematiksel yaratıcılık bu yeteneğin içinde bir alt boyut veya bileşen olarak yer almıştır. Örneğin, Hadamard (1945), matematiksel sezginin bazı bireylerde olağanüstü bir formda var olduğunu belirtir ve bu sezgi ile matematikçi zihinlerin, matematiksel ilişkilendirmeleri, matematiksel yapıları, problemleri oluşturduğunu matematiksel yaratıcılık kavramının altını çizerek vurgular. Krutetskii (1976) de matematik yeteneği ile matematiksel yaratıcılığı birlikte iç içe geçmiş yapılar gibi ele almaktadır. Matematik yeteneğinin tanımı yaparken, matematiksel yaratıcılık olarak betimlenen – farklı çözüm yolları bulma- gibi özelliklere de yer vermiştir. Alan yazına bakıldığında matematiksel yaratıcılığın tanımı konusunda tam bir uzlaşmanın olmadığı görülmektedir. Matematiksel düşüncede yaratıcı yetenek; karmaşık ve algoritmik olmayan ilişkileri, örüntüleri algılama yeteneği ve bir problem üzerinde birden fazla çözüm stratejisi ve/veya çözüm ortaya koyarak matematiksel olarak özgün düşünebilmektir (Livne ve Milgram,1999; 2006). Sriraman'ın (2005) derlediği tanımlarda matematiksel yaratıcılık, problemlerdeki ilişkileri görmek veya sezmek, problem içindeki işe yarar yapılar ve kullanılması gereksiz yapılar arasındaki farkı ayırt etmek ve matematiksel karar verme sürecine hâkim olmaktır. Aynı zamanda, matematiksel yaratıcılık; standart bir algoritmayla çözülebilecek bir problemde bile alışılmadık ve özgün bir çözüm yolu ortaya koymaktır (Sriraman, 2005).

Ervynck (2002) ise matematiksel yaratıcılığı matematik problemlerini çözebilme yeteneği, matematiksel yapı içinde düşünce geliştirme, disiplinler veya çalışmalar içinden alışılmadık mantıksal-tümdengelimli/tümevarımlı çıkarımlar yapmak ve matematiksel ilişkilendirmeler oluşturmak olarak betimlemiştir. Ervynck (2002) genel kavramlardan matematiğin önemli çekirdek yapılarına ulaşmanın matematiksel yaratıcılıkla ilişkili olduğunu ileri sürmektedir. Balka'nın (1974) de yapmış olduğu tanım da kabul gören tanımlar arasında yer almaktadır. Balka (1974) matematiksel yaratıcılığı *1. Neden sonuç ilişkisine bağlı yeni hipotezler geliştirebilme. 2.Matematiksel durumlardaki ilişkileri tanımlayabilme/ fark edebilme. 3. Zihinde daha önce yapılanmış olan matematiksel yapıları revize edebilmek., 4. Alışılmadık matematiksel fikirler geliştirmek ve farklı çözümler üretebilmek., 5. Problem durumundaki örtük veriyi/bilgiyi fark edebilmek., 6.Genel matematiksel problemleri özel alt durumlara indirgeyebilmek." olarak tanımlamıştır.* (Akt.,Ming-Eric,2008) Bu tanımların hepsi genel tanımlar olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu açıdan, ilköğretim ve orta öğretim düzeyinde öğrencilerin açısından matematiksel yaratıcılığın ne gibi göstergeleri olduğu tanımlanmalıdır. Araştırmacılar, yaratıcılığı tanımlarken, bireylerin kendi eğitim düzeyleri üzerinden kıyaslama yapılması gerektiğini vurgular (Piirto, 2004). Örneğin, ilköğretim birinci-ikinci sınıf düzeyinde eldeli toplama işlemi yapmak matematiksel bir problemdir. Öğrencilerin farklı stratejiler geliştirerek toplama yapmak için yeni yollar bulması, bu düzeydeki öğrenciler için matematiksel yaratıcılığın göstergesidir. Bu açıdan ilk ve ortaöğretim düzeyinde matematiksel yaratıcılık, verilen problemleri çözerken alışılmadık çözümler ve/veya yollar bulma süreci ve eski bir problemden hayal gücüne dayalı olarak yeni/olası durumlar keşfetmek, formüller ve ilişkiler çıkarmaktır (Sriraman, 2005, Sriraman ve diğerleri, 2013). Sriraman Matematikte "Üstün yetenek ve yaratıcılık eş anlamlı mıdır?" sorusunu tartıştığı makalesinde; matematikte yaratıcı bireylerin problemler arasında analoji kurmaya ve problemleri yeniden formüle etmeye meyilli olduklarını, akranlarından farklı olarak bağımsız düşündüklerini ve mücadeleci olduklarını vurgulamıştır. Haylock' a (1987) göre öğrenciler, yeni bir şey ürettiklerinde, örneğin, sembollerle, gösterimlerle, işaretlerle, işlemlerle matematiksel bir anlam inşa ettiklerinde, matematiksel bir problemi anlama sürecinde, problemler için yeni çözümler ürettiklerinde ve çözümlerinin mantıklı olup olmadığını kontrol ederken yaratıcı olurlar. Matematiksel yaratıcılık; yeni ilişkileri görme, uygulama alanlarını birbiriyle ilişkilendirme, bağımsız görünen fikirleri birbirine bağlama ve bu bağlantıları yeni tekniklerle uygulamaktır (Haylock,1987). Bu araştırmada bu tanımlardan yola çıkarak matematiksel yaratıcılık, problemlerdeki ve matematiksel uzaydaki karmaşık yapılardaki ilişkileri görmek, bu yapıda farklı ilişkiler kurmak ve genellemelere ulaşmak, matematiksel problemleri farklı ve alışılmadık yollardan çözebilmek, yeni problemler oluşturabilmek, matematiksel bilgiyi keşfetmek ve zihinde inşa etmektir (Balka, 1974; Ervynck, 2002; Haylock, 1987; Sriraman, 2005; Sriraman ve diğerleri, 2013).

Matematikte yaratıcılık ve üstün yetenekliliğin ilişkisi üzerine yapılan araştırmaları derleyerek bu kavramlar arasındaki ilişkiyi ortaya koymaya çalışan Sriraman (2005; Sriraman vd, 2013); Sternberg ve Zhang, Renzulli'nin "yaratıcık ve üstün yetenek kavramlarını" birlikte ortaya koydukları kuramlarının bireylerin eğitimlerini tamamladıkları ve matematik alanında çalışan profesyoneller düzeyine geldiklerinde daha çok gerçeklik bulduğunu öne sürmüştür. Sriraman'a (2005) göre, yetişkinlik düzeyinde üstün yetenek; yaratıcı olmayı, üretmeyi gerektirir ve yaratıcılıktan bağımsız olarak düşünülemez. Bu sınıflamada Usiskin'in (2000) ve Shieffield'ın (1994) matematik yeteneğinin gelişimi üzerine yaptığı çalışmadan yararlanılmıştır. Sriraman'a (2005) göre, matematikte profesyonellik dünyasında matematikle uğraşan bilim adamları (yetenek düzeyi 5, yetenek düzeyi 6 ve yetenek düzeyi 7) bir bilim olarak matematiği "yaratıcılıklarıyla" beslerler ve matematiğin gelişimine katkıda bulunurlar. Bu kuramsal temelde altıncı ve yedinci düzeyde olanlar gerçekten matematikte yaratıcılar olarak tanımlanabilir. Yetişkinlik düzeyinde bireylerin profesyonel yaşamda başarılı olabilmeleri ilk ve orta eğitimde matematiksel yaratıcılıklarını destekleyen ortamların oluşturulmasıyla mümkün olabilir.

1.8.5. Matematiksel Yaratıcılığın Alt Boyutları

Guilford (1967) özellikle çocuklardaki yaratıcılık potansiyelinin keşfedilmesi ve desteklenmesi üzerinde araştırma yapılmasına gereksinim olduğunu vurgulamıştır. Bu sorulardan hareketle yaratıcılığın hangi ölçütler yardımıyla ölçülebileceği araştırma konusu olmuştur (Callahan, 1991; Piirto, 2004).Guilford (1967) yaptığı çalışmalar sonucunda düşünme biçimlerini ıraksak düşünme ve yakınsak düşünme olarak iki gruba ayırmıştır. Guilford'a göre, yakınsak düşünme, öğrenilmiş bilgilerin hatırlanmasına, bir bilginin öğrenilmesine ve bu bilginin kişinin beyninde depolanmasına dayanan bir düşünme biçimidir. Iraksak düşünme ise öğrenilmiş bilgilerin yeniden düzenlenmesi, öğrenilebilecek yeni şeylerin araştırılması ve yeni bilgilerin inşa edilmesine dayanmaktadır (Piirto, 2004). Belli bir bilgi birikimine sahip olmak, problem çözme sürecinde her zaman yeterli değildir. Önemli olan hafızadaki hangi bilginin ne şekilde kullanıldığında problemi çözüme kavuşturulabileceğinin ıraksak düşünme ile keşfedilmesidir. Yakınsak düşünme biçimini benimseyen bireyler kendilerinden beklendikleri şekilde davranmaya meyilli iken, ıraksak düşünme biçimini benimseyen bireyler tahmin stratejilerini kullanarak kalıpların dışına çıkmaya çalışan bireylerdir. Dolayısıyla matematik alanında yaratıcı ürünlerin ortaya çıkması büyük oranda ıraksak düşünme; yani yaratıcı düşünme becerilerinin kullanımına bağlıdır. Bu noktadan hareketle ıraksak düşünme bileşenlerini incelemek gereklidir.

Yaratıcı Düşünmenin Bileşenleri: Alan yazında (Callahan, 1991; Sternberg ve Kaufman, 2010; Plucker ve Makel, 2010, Runco, 2010) en sık kullanılan bileşenler akıcılık, esneklik, özgünlük, detaylandırma ve kalite olarak karşımıza çıkmaktadır. Bunun yanı sıra Mednick (1962) ıraksak düşünmeyi tanımladığı çağrışımsal teori olarak ortaya koyduğu teori temel alınarak bu bileşenlere aşamalılık da eklenmiştir. Detaylandırma boyutu, matematiksel yaratıcılığın göstergesi olarak ilişkilendirme boyutunun altında ele alınmıştır. Dolayısıyla, bu araştırmada [(akıcılık, esneklik, özgünlük, ilişkilendirme (detaylandırma), kalite (genelleme ve doğruluk), aşamalılık (genişletme ve derinlik)] yer verilerek yaratıcılığın bileşenleri oluşturulmuştur. Bu bileşenlerden detaylandırma becerisi alan yazında matematiksel yaratıcılığın tanımlarından yola çıkarak ilişkilendirme becerisinin altında yer alacaktır.

Akıcılık düşünme eylemindeki sürekliliği ifade eder (Runco,1999). Farklı bireylerde farklı oranlarda bulunabilir. Bir kişi, kısa bir süre içerisinde bir problem durumuna ilişkin bir çok fikir üretebilirken, bir diğer kişi fikir üretebilmekte bile zorlanabilir. Akıcılığı daha çok bireyin bir problem durumu, bir görev veya bir durum üzerinde ürettiği düşünceler, fikirlerin tamamı olarak tanımlamak mümkündür (Guilford, 1966, 1967; 1968; Torrance, 1995) Akıcılık bir bakıma bireyin zihnindeki bilgileri geri çağırma becerisidir. Yaratıcı bir davranışta, ihtiyaç duyulan bilgiyi edinebilme için bireyin hafızasından ya da çevresinden başka bir kaynağı yoktur. İhtiyaç duyulan bilginin çoğu, bireyin kendi hafıza deposundan edinilir. Ancak bilginin zihinde mevcut olması ile bu bilginin ihtiyaç duyulan yeni durumlarda geri çağırılıp kullanılması arasında büyük bir farklılık vardır. Bu açıdan sıradan hafıza becerisi ile ıraksak düşünme becerileri birbirinden ayrı tutulmalıdır (Guilford,1966; 1967).

Esneklik, bilgi içeriklerinin sabitliği ve değişkenliği ile ilgili bir konudur (Guilford, 1968, Runco, 1999, 2010, Turkan,2010). Esneklik becerisine sahip bireyler düşüncelerinde değişkenlik yaratabilme özelliğine sahiptirler. Esneklik bireyin düşüncesindeki akışkanlığı ve değişikliği ifade eder. Matematiksel yaratıcılık bağlamında esneklik ise, farklı bağlam veya kavramlar üzerinde düşünebilme becerisidir. Guilford (1967) ya göre esnek düşünme yaratıcılığa temel oluşturmaktadır.

Özgünlük; yaratıcı düşünce boyutunda bireylerin sergilediği bir diğer özelliktir. Bireyler yeni ve sıra dışı, uzak ilişkilendirmelerden yararlanarak cevaplar üretirken özgünlük sergileyebilirler (Guilford,1968). Bir testte cevapların özgünlüğü genellikle o cevabın başkaları tarafından da düşünülebilme sayısıyla bağlantılıdır (Torrance, 1995). Bir cevap ne kadar fazla kişi tarafından üretilmiş olursa özgünlüğü o kadar düşecektir. Benzer olarak bir yanıta ne kadar az rastlanırsa o kadar değerli ve özgün olarak değerlendirilecektir. Özgünlük, kalıpların dışında düşünmeyi gerektirdiğinden yaratıcı sonuçlara ulaşmada oldukça önemli bir beceri olarak görülmektedir (Plucker, Qian ve Schmalensee,2014).

Yaratıcı bir ürünün diğer bir alt boyutu da kalitedir. İngiliz Ulusal Yaratıcılık ve Kültürel Eğitim Komitesi (The National Advisory Committee on Creative and Cultural Education- NACCCE, 1999), yaratıcılığı tanımlarken, ortaya çıkan ürünün kaliteli ve özgün olması gerektiğini vurgulamıştır (Bolden, Harries ve Newton 2010). Bunun yanında yaratıcılık kavramını sosyo-kültürel perspektif ile ele alan araştırmacılar yaratıcı ürünün toplumsal bir değeri olması gerektiğini vurgulamışlardır (Csikszentmihalyi, 1996; Plucker, Beghetto & Dow, 2004). Matematiksel anlamda ise ürünün kalitesi veya değerinin olması, bir ürünün diğer matematiksel yapılarla ilişkili olmasına, matematiksel yapının, öğrenci ürününün veya modellin genellenebilirliği ile de ilişkilidir (Coxbill vd, 2013). Sheffield (1994) da öğrencilerin açık bir akıl yürütme ile destekledikleri genellemeleri, matematiksel yaratıcılığın önemli bir bileşeni olarak kabul eder. Bu açıdan, kalite kavramı matematiksel yaratıcılığın tanımında da geçen (Krutettski, 1976, Mann, 2009, Sheffield, 1994,1999,2000) matematiksel yapıların genellenebilmesi ve matematiksel yapıların formülleştirilmesine karşılık gelmektedir.

Matematiksel anlamda yaratıcılık tanımlarına bakıldığında ilişkilendirme becerisine vurgu yapıldığı görülmektedir (Ervynck, 2002, Haylock, 1987; Leikin ve Lev, 2007; Leikin, 2009; Livne ve Migram 1999; 2006, Sriraman, 2004). Matematikte yaratıcı bilişsel süreçlere sahip olan birey, analojiler kurma (Gregoire,2016), bilgiler arasında olası yeni bağlantılar kurma, bilinen işlemleri/ prosedürleri farklı şekilde uygulama ve yeni patikalar bulma gibi problemlere farklı perspektiften bakma eğilimindedir (Amabile,1996). Bu tanımın da işaret ettiği beceri ilişkilendirme becerisidir. Bunun yanında Haylock (1987) yeni ilişkileri görme, uygulama alanlarını birbiriyle ilişkilendirme, bağımsız görünen fikirleri birbirine bağlama ve bu bağlantıları yeni tekniklerle uygulama şeklinde betimlediği matematiksel yaratıcılığı doğrudan ilişkilendirme becerisiyle tanımlamaktadır. MEB (2013) tanımda ilişkilendirme becerisi,

> *Matematikle diğer disiplinler ve yaşam arasında da ilişkiler bulunmaktadır. Buna bağlı olarak ilişkilendirme becerisi, matematik kavramlarının kendi aralarında da, bir matematiksel kavramın diğer disiplinlerle ve günlük hayatla ilişkilendirilmesini kapsamaktadır. Ayrıca matematiksel işlemlerin tüm bunların temelinde yatan kavramlarla da ilişkilendirilmesi önemsenmektedir.*

şeklinde açıklanmıştır. Detaylı düşünme Torrance (1962) testinde, resmin ortaya çıkması için olabildiğince fazla çizgi çizmek olduğunu belirtmiştir. Bu araştırmada da bu çizgiler öğrencilerin ilişkilendirmeleridir. Matematiksel anlamda, öğrencilerin ürünlerinde ve çözüm sürecinde farklı gösterim biçimlerini kullanmaları, düşüncelerini farklı biçimlerde estetik olarak betimlemeleridir. Öğrencilerin belli sayı örüntülerini ve ilişkileri kullanarak problem durumlarına çözümler üretmesi estetik düşünme, yani detaylandırma boyutudur. Detaylandırma boyutunda daha belirgin bir biçimde öne çıkan beceri gösterimler arası ilişkilendirme becerisidir. Bu bakımdan ilişkilendirme becerisi detaylandırmayı kapsamaktadır. Bu araştırmada, diğer araştırmaların işaret ettiği yaratıcılığın alt becerisi olan detaylandırma becerisi ilişkilendirme becerisinin altında ele alacaktır.

Bunun yanı sıra, ıraksak düşünceyi süreç içinde inceleyen ve araştırmalarının “çağrışımsal teori” olarak ortaya koyan Mednick (1962) birbiriyle ilişkisi olmayan fikirlerin bile zincir gibi bir yapıyla birbirini sürüklediğini, çağrışımlarla bir başlangıç noktasından başlayan düşüncenin temellerinin uzak bir noktada yaratıcılıkla son bulduğunu (Mednick, 1962’ten Akt. Runco, 2010) belirtmektedir. Benzer olarak, Sheffield’in (1999, 2000) matematiksel yaratıcılığın ölçülmesi için yukarıdaki kriterlere ek olarak genişletme ve anlamda derinlikgibi kriterlere işaret ettiği görülmüştür. Bu araştırmada da öğrencilerin ortaya koydukları ürünlerin nasıl bir fikir üretme sürecinden geçtiğini, hangi fikir ile ilk kıvılcımın atıldığını, nasıl bir başlangıç noktasından başladığını hangi süreçlerden geçerek nasıl evrildiğini ortaya koymak için aşamalılık olarak adlandırılan çağrışım zinciri analiz edilmiştir. Öğrencilerin aşama aşama geliştirmiş oldukları fikirlerin temelinde yatan düşünceler aşamalılık olarak tanımlanabilir.

1.8.6. Matematiksel Modelleme Etkinlikleri ve Matematiksel Yaratıcılığın Ortaya Çıkması

Model ve modelleme son dönem matematik eğitiminde önemli bir eğitim, öğretim, araştırma alanı ve yeni bir perspektif olarak karşımıza çıkmaktadır. Ancak bu yeni perspektifte kullanılan kavramlar yeni ve farklı kullanımları nedeniyle kavram kargaşasına yol açmaktadır. Bu bağlamda öncelikle araştırmada önemli yer tutacak olan bu yaklaşım ile ilgili temel kavramların anlamlarına yer vermek anlamlı olacaktır. Modelleme, problematik bir durumun modelini oluşturma, matematikselleştirme sürecidir. Model ise, bu sürecin sonundaki üründür. Modeller karışık sistemleri anlamak için insan zihninde oluşan kavramsal yapılar ve bu yapıların dışa vuran izlerinin (gösterimler, anlatımlar vb) bütünü olarak görülmektedir (Lesh ve Doerr, 2003). Genel olarak model, zihinsel temsilleri kapsayan bir kavram olarak anlaşılmaktadır.

Matematik eğitiminde modelleme yaklaşımının öncülerinden Lesh ve Doerr (2003) çalışmalarında, matematiksel model ve modelleme terimlerinin anlam bakımından her ikisini de içeren 'model oluşturma etkinlikleri/ modelleme etkinlikleri' (model-eliciting aktivities) kavramını kullanmıştır. Modelleme etkinlikleri öğrencilerin anlamlı gerçek yaşam durumlarından çıkarım yaptıkları, bu çıkarımları matematize ederek genişlettikleri ve bu matematize edilen yapıları süreç içinde tekrar tekrar düzenledikleri problem çözme etkinlikleridir (Lesh ve Lehrer, 2003). Özet olarak, matematiksel modelleme etkinlikleri, gerçek hayat durumları içeren problem durumlarının sınıf ortamında küçük gruplar halinde çalışan öğrenciler tarafından matematikselleştirilmesidir (Doruk ve Umay, 2011; Lesh vd, 2000).

Model oluşturma etkinliklerinin kısa cevaplı problemlerden farkı matematiksel olarak önemli sistemleri yapılandırmak, açıklamak, manipüle etmek, tahmin etmek ve kontrol etmek için paylaşılabilir, manipüle edilebilir, değiştirilebilir ve yeniden kullanılabilir kavramsal araçları (*örn;* modelleri) içermesidir. Bundan dolayı öğrencilerin süreç içinde yaptıkları tanımlamalar ve açıklamalar, 'cevabı' bulmak için kullandıkları zihinsel süreçler hakkında ipucu veren en önemli bileşenleridir. Yani modelleme etkinlikleri süreç odaklıdır (Lesh & Doerr; 2003). İyi tasarlanmış bir modelleme etkinliğinde süreç sadece öğrenmeyi sağlamaz, aynı zamanda bu öğrenmenin yan ürünü olarak öğrencilerin öğrendiklerini ve zihinsel süreçlerini açığa çıkaran gözlenebilir izler üretir. Bundan dolayı model oluşturma etkinlikleri genellikle düşünce ortaya çıkarıcı etkinlikler olarak düşünülür (Carpenter ve Fennema, 1992, Lesh ve diğerleri, 2000). Bu sebeple bu etkinlikler öğretmenler ve araştırmacılar için standart testlerle ölçülemeyen öğrenci başarılarını değerlendirmede güçlü araçlar olarak kullanılabilmektedir (Lamon, 2003; Lesh ve Lamon, 1992*'den akt.,* Doruk, 2010). Bu etkinlikler öğretmenlere ve araştırmacılara öğrencilerinin düşünme biçimlerini ve bilişsel süreçlerini anlamaları ve gözlemlemeleri konusunda yardımcı olmaktadır (Lesh ve Doerr, 2003). Matematiksel yaratıcılık da diğer tüm bilişsel süreçler gibi insan zihninde gerçekleşen bir süreçtir. Dolayısıyla, modelleme etkinlikleri öğrencilerin matematiksel yaratıcı düşünme becerilerinin izlerini aramak için kullanılabilecek araçlar olarak düşünülebilir (Amit ve Gilat, 2012; Chamberlin ve Moon,2005; Coxbill ve diğerleri, 2013; Wessels, 2014).

Yaratıcılığın ortaya çıkması için önemli etkenlerden biri öğrencilere sunulan görevin (task) yapısıdır (Ervynck,2002, Sak ve Maker, 2005, Sternberg ve Davidson, 2005). Yaratıcı düşünme becerilerinin ortaya çıkması ve desteklenmesi için, öğrencilere rutin olmayan karmaşık, açık uçlu, birden fazla çözüme ve çözüm yoluna olanak veren, çözümleri hemen öngörülmeyen, onları zorlayabilecek problemler ve görevler sunulmalıdır (Güçyeter, 2011; Sak ve Maker, 2005). Modelleme etkinlikleri yapısı itibariyle, rutin problemlerden farklı olarak, öğrencilerin esnek düşünebilmesi için karmaşık, rutin olmayan, iyi yapılandırılmamış gerçek yaşam durumları ortaya koyar ve böylece matematiksel yaratıcılığın ortaya çıkabileceği bir ortam sağlar. (Amit ve Gilat,2012; Chamberlin ve Moon,2005; Coxbill ve diğerleri, 2013; Gilat ve Amit, 2013; Wessels, 2014). Alışılmadık, rutin olmayan, iyi yapılanmamış problem durumları öğrencilerin daha önce öğrendikleri bilgileri kullanmalarına, ilişkiler kurmalarına ve yeni yapılar keşfetmelerine olanak tanır (Chamberlin ve Moon; 2005; Lesh ve Doerr; 2003; Lesh ve Zawojewski; 2007, Sheffield, 1994). Aynı zamanda rutin olmayan problemler ve görevler, belirsiz ve karmaşık durumlarda öğrencilerin daha derinlemesine düşünmesini sağlayarak onları yaratıcılığa ve yeni bir yol bulmaya teşvik eder (Amit ve Gilat, 2012, Sheffield, 1994, 2012; Sriraman, 2005). Dolayısıyla modelleme etkinlikleri, öğrencilerin düşünme biçimlerinin ortaya çıkarmasının yanı sıra, yapısı itibariyle yaratıcılığın ortaya çıktığı öğrenme ortamları oluşturabilir (Amit ve Gilat, 2012; Chamberlin ve Moon,2005; Chamberlin, 2009;

Coxbill vd, 2013; Wessels, 2014). Benzer olarak Ming- Erik (2008) matematiksel modelleme etkinliklerinin, *1. Neden sonuç ilişkisine bağlı yeni hipotezler geliştirebilme. 2. Matematiksel durumlardaki ilişkileri tanımlayabilme/ fark edebilme. 3.Zihinde daha önce yapılanmış olan matematiksel yapıları revize edebilmek. 4.Alışılmadık matematiksel fikirler geliştirmek ve farklı çözümler üretebilmek 5. Problem durumundaki kayıp veriyi/bilgiyi fark edebilmek, 6.Genel matematiksel problemleri özel alt durumlara indirgeyebilmek.* Bu sayede modelleme etkinlikleri öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin ortaya çıkmasına olanak sağlamaktadır. Diğer taraftan, modelleme etkinlikleri farklı disiplinlerle de ilişkili rutin olmayan problemleri içerdiği için, öğrencileri hem mühendislik ve ticaret gibi alanlarda yaratıcı olmaya teşvik eder, hem de karmaşık matematiksel durumlar sunarak onları profesyonel matematikçiler olarak hayata hazırlar (Chamberlin ve Moon, 2005, Lesh ve Sriraman, 2005).

Modelleme etkinliklerinde kullanılan problemlerin rutin olmaması, problem durumunun belirsiz olması veya açık uçlu olması matematiksel yaratıcılığı ve matematiksel yaratıcılığın ortaya konmasını desteklemektedir (Güçyeter, 2011). Maker ve Schiever (2005) “Problemler ne kadar açık uçlu olabilir, ne gibi bilinmeyenler içerebilir, çözüm yollarının sayısı bakımından nasıl farklılıklar gösterebilir?” sorularını yanıtlayarak problemleri değerlendirmek amacıyla DISCOVER Problem matrisini (*Bkz. Tablo 1.1*) geliştirmişlerdir. Bu matrise göre öğrencilere sunulabilecek olan problemler, problemi veren öğretmenin ve çözen öğrencilerin;(1) problem durumu, (2) problemin çözüm yöntemi ve (3) çözüm hakkında bilgi sahibi oluşuna (belirsizlik) göre sınıflandırılmıştır (Maker ve Schiever, 2005). Başka bir ifadeyle matrise dayalı olarak geliştirilecek olan problemlerde problem durumu, yöntem ve çözüm hakkında ne kadar belirsizlik söz konusu ise o problemlerin yaratıcılığı desteklediği ya da gerektirdiği düşünülebilir.

Tablo 1.1: Problemlerin DISCOVER Problem Matrisine Göre Sınıflandırılması

Problem Türü	***Problem Durumu***		***Yöntem***		***Çözüm***	
	Öğretmen	***Öğrenci***	***Öğretmen***	***Öğrenci***	***Öğretmen***	***Öğrenci***
I	Bilinen	Bilinen	Tek	Bilinen	Tek	Bilinmeyen
II	Bilinen	Bilinen	Tek	Bilinmeyen	Tek	Bilinmeyen
III	Bilinen	Bilinen	Değişen	Bilinmeyen	Tek	Bilinmeyen
IV	Bilinen	Bilinen	Değişen	Bilinmeyen	Değişen	Bilinmeyen
V	Bilinen	Bilinen	Bilinmeyen	Bilinmeyen	Bilinmeyen	Bilinmeyen
VI	Bilinmeyen	Bilinmeyen	Bilinmeyen	Bilinmeyen	Bilinmeyen	Bilinmeyen

Maker ve Schiever’dan (2005) uyarlanmıştır.

Matrise göre problemler problem durumunun basitten karmaşığa, belirli görevlerden daha belirsiz görevlere, tek çözümden veya tek yöntemden çok sayıda çözüme/yönteme ve hatta çözümün bilinmezliğine göre altı farklı şekilde sınıflandırılabilmektedir. Matristeki ilk problem durumu (I. problem türü) iyi yapılandırılmış problem durumlarını belirtmekte iken, matristeki son problem türü (VI. Problem türü) rutin olmayan iyi yapılandırılmamış problem durumlarını belirtmektedir (Güçyeter, 2009). İyi yapılandırılmamış problem durumları açık uçlu olmayı gerektirmektedir ve öğrencilerin matematiksel yaratıcılığının desteklenmesi için açık uçlu problemlerin oluşturulmasına ihtiyaç vardır. Matristeki IV., V., ve VI. düzey problemler öğrencilerin yaratıcılığını daha çok desteklemektedir (Güçyeter, 2009, 2011) . Modelleme etkinlikleri; yapısı, öğrenciler ve öğretmen için problem durumunun belirsiz olması, süreç içinde çok sayıda farklı yöntemler, kavramlar ve bağlamlar kullanılmasına izin vermesi ve çözümün tek bir model ile sınırlı kalmaması açısından dördüncü düzey ve daha üstü düzeylerdeki problem durumları olarak sınıflandırılabilir. Bu bakımdan da, modelleme etkinlikleri öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini ortaya çıkarmakta bir araç olarak kullanılabilir. Çünkü sıradışı problem tipleri üstün yetenekli öğrencilerin yaratıcılığı ortaya çıkarmakta daha başarılıdır (Leikin ve Lev, 2007; Leikin, 2009).

Amabile (2012) ve Csikszentmihalyi (1996) yaratıcılığın ortaya çıkmasında ve gelişiminde çevrenin ve ortamın güçlü bir etkisi olduğunu öne sürmüşlerdir. Amabile'ye (2012) göre, fikrilerin yargılandığı, tek doğrunun geçerli olduğu, zaman sınırlamasının ve baskısının olduğu, baskıcı, sınırlayıcı ortamlarda yaratıcılık baskılanırken, esnek düşünmenin hakim olduğu, özgürlüğün çalışmaya taşındığı, fikir odaklı ortamlarda yaratıcılık desteklenir. Alan yazın incelendiğinde yaratıcılığın ortaya çıkmasını destekleyen sınıf ortamlarının da bazı özellikleri vurgulanmıştır (Cropley, 1997; Davis, 1991; NCTM,2000; Sriraman, 2005). Bu öğrenme ortamlarında öğrenciler bağımsız öğrenmeye cesaretlendirililer. İşbirlikçi ve sosyal olarak bütünleştirici bir öğrenme ortamı sağlanır. Öğrencilerin fikirleri yargılanmadan, kendi fikirleri üzerinde derinlemesine çalışıp açıkça biçimlendirilmesine izin verilen ortamlarda yaratıcılık gelişir. Bu tür ortamlarda öğrenciler esnek düşünmeye cesaretlendirilir, öz-değerlendirme yapmaları sağlanır. Öğrencilerin, fikirlerini çok geniş materyallerle ve farklı koşullar altında kullanabilmeleri için fırsatlar sağlanır (Cropley, 1997). Yaratıcı düşünme becerilerinin desteklendiği sınıf ortamlarında, öğrencilerin sınıf içi tartışmalarına katılabilecekleri, fikir paylaşımı yapabilecekleri sınıf iklimi, sınıf içinde kullanılan görevin (task) yapısı, öğretmenin destekleyici davranışları önemli etmenler olarak öne sürülmüştür (Cropley, 1997; Davis, 1991; Sriraman, 2005). Bu bağlamda, modelleme etkinlikleri problem durumu (görev/task) olarak yaratıcı düşünme becerilerinin ortaya çıkmasını destekler nitelikler taşımaktadır.

Sriraman (2005), matematiksel yaratıcılığın ortaya çıkmasını destekleyen ortamları benzer bir yaklaşımla betimlemiştir. Sriraman'a (2005) göre matematikte yetenekli bireylerin yaratıcılığını geliştirmenin ve ortaya çıkmasını sağlamanın beş yolu vardır. Bunları *Gestalt prensibi, estetik prensibi, serbest pazar prensibi, ilmi (bilimsel) prensip ve belirsizlik prensibi* olarak tanımlamıştır. *Gestalt prensibine göre* öğretmenlerin problem çözümü için öğrencilere yeterli süre tanıması ve keşfetmeleri için olanaklar sağlamaları gereklidir. *Estetik prensibine* göre, alışılmamış çözüm yollarının estetiği ve güzelliği takdir edilmelidir. *Serbest pazar prensibine* göre, öğretmenler öğrencileri risk alma ve farklı düşünme konusunda cesaretlendirmelidirler. Yaratıcı öğrencilerin kendi fikirlerini savunabilecekleri ortamlar sağlanmalı, öğrencileri tartışmak için cesaretlendirmelidirler. *Bilimsel prensibe göre* öğrenciler hem öğretmenin hem de kendilerinin fikirlerinin doğruluğunu sorgulamalı ve tartışmalıdırlar. *Belirsizlik prensibi*, bir bilim olarak matematiğin özelliğine dikkat çeker: profesyonel seviyede matematik tamamıyla belirsizliklerle ve belirsiz yapılarla doludur. Öğrencilerin belirsizliği tolere etmesi sağlanmalıdır (Sriraman, 2005). Tüm bu kriterler tek tek ele alındığında modelleme etkinlikleri, öğrencilere çözüm için uzun süreler tanımakta, alışılmamış ve farklı yollar keşfetmelerini cesaretlendirmekte, öğrencilerin farklı çözümleri karşılaştırmalarına olanak sağlayacak ortamlar sunmakta, kendi fikirlerini sorgulamalarına olanak vermektedir. Bununla beraber, modelleme etkinlikleri yapısı gereği, belirsiz bir görevi öğrencilere problem durumu olarak vermektedir. Tüm bu kriterler göz önüne alındığında da, modelleme etkinliklerinin öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini ortaya koyacakları bir ortam sağlayabileceği düşünülebilir. Özetlemek gerekirse, modelleme etkinlikleri; hem yapısı bakımından açık uçlu ve iyi yapılanmamış problemlerdir. Modelleme etkinlikleri, hem de sınıf tartışmasını destekleyen yapıdadır, esnektir, tek bir çözüm yolu önermez, öğrencilerin farklı gösterim ve farklı çözüm yollarını paylaşmalarına izin verecek ortamlar oluşturur.

Öğrencilerin geniş bir zaman diliminde grup çalışması temelinde birbirleriyle etkileşim sürecinde bulunmasına olanak tanıyarak matematiksel yaratıcılığın ortaya çıkmasına olanak sağladığı için matematiksel yaratıcılığın gözlemlenmesinde iyi bir araç olarak kullanılabilir (Amit ve Milat, 2012; Chamberlin ve Moon, 2005; Coxbill ve diğerleri, 2013; Lesh ve Doerr, 2003; Lesh ve Sriraman, 2005; Wessels, 2014; Ming-Erik,2008).

2.İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Matematiksel Üstün Yetenek ve Matematiksel Yaratıcılık Araştırmaları

Matematiksel yaratıcılık ve üstün yeteneğin birlikte ele alındığı araştırmalara bakıldığında, öncelikle, üstün yetenekli öğrencilerin yaratıcılıklarının araştırıldığı ve üstün yetenek ile yaratıcılığın ilişkisinin ortaya konulduğu araştırmalara rastlanmaktadır. Bu doğrultuda yapılan araştırmalar biri Kattou vd (2011a) olan araştırmada, 9 üstün yetenekli olan ve 12 üstün yetenekli olmayan öğrenciyle çalışmışlardır. Öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını; öğrencilerin doğru üretmiş oldukları çözüm sayısı ve farklı matematiksel fikirleri (özgünlük) açık uçlu çok çözümlü görevler üzerinden karşılaştırmışlardır. Araştırma sonucunda, normal öğrencilerin ve üstün yetenekli öğrencilerin birden fazla doğru yanıt ürettiklerini ancak, üstün yetenekli öğrencilerin diğer öğrencilere kıyasla daha fazla doğru yanıt, daha sofistike, daha özgün, daha karmaşık yanıtlar ürettiklerini ve fikirlerini diğer öğrencilere kıyasla daha net ortaya koyabildiklerini gözlemlemişlerdir. Üstün yetenekli öğrencilerin normal öğrencilere kıyasla daha yaratıcı olduğunu ortaya koymuştur.

Kattou vd (2011b) 359 öğrenci ile çalışarak, matematiksel yaratıcılığın matematiksel yeteneğin yordayıcısı olup olmadığını modelleyerek bu teorik modeli sınamışlardır. Bunun yanı sıra bu öğrencilerin farklı matematiksel yaratıcılık düzeyleri ortaya koyup koymayacaklarını iki ölçme aracıyla test etmişlerdir. Araştırmanın sonunda matematik yeteneğinin matematiksel yaratıcılık ile kısmen yordanabileceğini bulmuşlardır. Ayrıca öğrencilerin matematiksel yaratıcılık düzeylerinin matematik düzeyleri ile ilişkili olduğunu ortaya koymuşlar ve öğrencilerin matematiksel yaratıcılığının ölçülmesiyle matematiksel yeteneklerinin kestirilebileceğini öne sürmüşlerdir. Kattou vd (2012) aynı projede sürdürmüş oldukları çalışmada 359 öğrenciyle yapmış oldukları araştırmada dört farklı ölçme aracı kullanarak, matematiksel yaratıcılığın farklı bilişsel değişkenlerle ilişkisini ortaya koymuşlardır. Bu faktörler, zeka puanı, hafıza, hız ve kontrol testi ve matematik yeteneğidir. Araştırmanın sonuçlarına göre, matematiksel yaratıcılık bu değişkenlerin hiç biriyle anlamlı bir korelasyona sahip değildir. Matematiksel yaratıcılık bu değişkenlerden sadece matematik yeteneğiyle kestirilebilir. Matematik yeteneğinin özelde ölçüldüğü alt bileşenleri ise, tümdengelim ve tümevarım yeteneğidir. Kattou vd (2013) daha önce yapmış olduğu araştırmayı devam ettirerek, matematiksel yaratıcılık ve matematikte üstün yeteneğin yapısal olarak ilişkisini araştırmıştır. 359 ilkokul öğrencisinin katılmış olduğu araştırmada, öğrencilere matematik yeteneği ve matematiksel yetenek testleri yapılmıştır. Matematik yeteneği (sayı duyusu, işlem öncesi akıl yürütme, perspektif ve rotasyon testleri…vb) çoklu testlerle yordammış, matematiksel yaratıcılık ise, akıcılık, esneklik, özgünlük gibi alt testlerle ölçülmüştür. Araştırma sonucu, matematiksel yaratıcılık ve matematik yeteneği arasında pozitif yönde ilişki bulunmuştur. Matematiksel yaratıcılık ve matematik yeteneğinin ilişkisini ortaya koyan üç farklı kuramı doğrulayıcı faktör analiziyle test ederek açıklamaya çalışmışlardır. Bu yapılardan, matematiksel yaratıcılık, matematik yeteneğinin alt boyutu olarak yapı göstermiştir. Bu araştırmanın sonucuna göre, matematik yeteneğinin gelişmesi için matematiksel yaratıcılığın geliştirilmesi ön koşul olarak kabul edilmelidir.

Bu araştırmaya benzer bir araştırma ise, Livne ve Migram (2006) yılında yapmış oldukları çalışmadır. Bu araştırmanın amacı, üstün yetenek ve yaratıcılık arasında ilişkiyi ortaya koymaktır. Bu çalışmada, yapısal eşitlik modeli kullanarak teorilendirdikleri matematiksel (üstün) yetenek modelini ortaya koymak için, 1090 lise öğrencisinden veri toplamışlardır. Dört farklı ölçme aracının yanında bir de öğrencilerin not ortalamalarını veri olarak kullanan araştırmacılar, matematik yeteneği (akademik) ve matematiksel yaratıcılığı dört farklı seviye olarak betimlemişlerdir. Bu dört basamağın en üstünde üstün yetenekli öğrenciler yer almaktadır. Üstün yetenekli öğrenciler hem yaratıcılık hem de genel matematik yeteneğine sahiptirler. Araştırmaları sonunda genel zeka puanının akademik yeteneği yordadığını; ancak yaratıcı yeteneği tahmin etmekte yetersiz kaldığını ortaya koymuşlardır. Yaratıcı yetenek akademik yetenekten farklı yapı göstermektedir ve yaratıcılık ölçekleriyle ölçülmelidir. Araştırmanın sonucunda, matematikte akademik yeteneğin ve matematiksel yaratıcılığın uygun psikometrik araçlarla tanılanması gerektiği ortaya konmuştur.

Leikin (2009) öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını incelemek için çok çözümlü görevler kullanmıştır. Üç ayrı grubu (üstün yetenekli, başarılı ama üstün yetenekli olmayan öğrenciler, normal öğrenciler) oluşturan öğrencilerden problemleri farklı yöntemlerle çözmeleri istenmiştir. Öğrencilerin çözümleri, akıcılık, esneklik ve özgünlük açısından değerlendirilmiştir. Öğrencilere standart problem tipleri ve sıradışı problem tipleri sunulmuştur. Üstün yetenekli öğrencilerin, sıradan problemlerde başarılı öğrenciler gibi performans gösterdikleri gözlenirken, sıradışı problem tiplerinde anlamlı bir biçimde başarılı öğrencilerden farklı çözümler ürettikleri gözlemlenmiştir. Üstün yetenekli ve başarılı öğrencilerden oluşan gruplar her iki problem tipindeki problemlerin çözümünde normal öğrencilere kıyasla tüm parametrelerde anlamlı farklılıklar göstermiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre, sıradışı problem tipleri öğrencilerin yaratıcılıklarını ayırt etmede etkili bir araçtır. Bu araştırmanın bulguları Livne ve Migram (2006) yapmış olduğu çalışma ile örtüşmektedir.

Leikin ve Lev (2013) yapmış olduğu araştırmada; matematik yeteneği, matematikte başarı ve matematiksel yaratıcılık arasındaki ilişkiyi ortaya koymayı hedeflemişlerdir. Bu araştırmada, normal, başarılı ve üstün zekalı öğrenciler yer almıştır. Araştırmacı, yaratıcılığı değerlendirmek çok çözümü olan görevler (Leikin, 2009) kullanılarak İsrail'deki 186 lise öğrencisinden veri toplanmıştır. Birden fazla matematiksel yaratıcılık testi kullanılan bu araştırmada, üstün zekalılar (IQ>130), matematikte başarılı öğrenciler ve normal öğrenciler yer almıştır. Çalışmada kullanılan tüm testler, akıcılık, esneklik, özgünlük, yaratıcılık puanları ile analiz edilmiştir. Bu araştırmanın sonucunda, üstün yetenekli öğrencilerin tüm testlerde en yüksek ortalamaya sahip oldukları görülmüştür. Ayrıcı tüm üstün yetenekli öğrenciler problemleri doğru bir biçimde çözmüş ve neredeyse tüm problemlere iki çözüm üretmişlerdir. Başarılı öğrenciler üstün yetenekli öğrencilere göre daha düşük bir ortalamaya sahiptirler. Bu araştırmanın sonucunda, matematiksel yaratıcılığın matematik başarısından bağımsız olmadığı ortaya konmuştur. Normal öğrenciler başarılı öğrencilerden daha düşük ortalamaya sahiptir ve normal öğrenciler ve başarılı öğrenciler arasında sadece akıcılık puanı arasında anlamlı bir farklılık vardır. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin seviyelerinden çok, genel zeka puanları yaratıcılık puanları üzerinde etkili olmuştur. Buna rağmen, öğrencilerin doğru cevapları ile esneklik ve akıcılık arasında ilişki bulunduğundan, matematik bilgisinin matematiksel yaratıcıklarını ortaya koymakta etkili olduğu görülmüştür. Aynı zamanda öğrencilerin doğru yanıtları ile özgünlük ve yaratıcılık puanları arasında da anlamlı düzeyde ilişki bulunmuştur.

Leikin (2009), Leikin ve Lev (2013) yaptığı araştırmaya benzer bir araştırma yapan, Alkan (2014) öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını ölçebilecek güncel bir ölçme aracı geliştirmek ve bu araç ile 7. sınıf Bilim ve Sanat Merkezi (BİLSEM), özel okul ve devlet okulu öğrencilerinin genel yaratıcılık, matematiksel yaratıcılık ve akademik başarı seviyeleri arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmada ilişkisel araştırma modeli kullanılmıştır. Araştırmada öğrencilerin matematiksel yaratıcılıkları yeni tasarlanan matematiksel yaratıcılık testiyle, genel yaratıcılıkları Torrance Yaratıcı Düşünme Testiyle ve akademik başarıları başarı testi ile ölçülmüş, sonuçlar okullara göre karşılaştırılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre BİLSEM öğrencileri, diğer iki okul öğrencilerine göre hem matematiksel olarak hem de genel olarak daha yaratıcı, akademik olarak da daha başarılı öğrencilerdir. Özel okul öğrencileri, genel yaratıcılık hariç diğer iki değişkende BİLSEM öğrencilerinin ardından gelmektedir. Devlet okulu öğrencileri ise genel yaratıcılıkta BİLSEM'den sonra gelmesine rağmen diğer iki değişkende özel okul öğrencilerinden sonra gelmişlerdir. Yapılan analizler sonucunda, öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının akademik başarılarını tahmin etmede kullanılabileceği ve matematiksel yaratıcılığın akademik başarıyı etkilediği belirlenmiştir. Alkan (2014) ve Leikin (2009, 2013) araştırmaları örtüşmektedir. Bu araştırmalarla bu çalışmanın da temelinde yatan kuram olan, matematikte yaratıcılık ile üstün yetenek arasında ilişki ortaya konulmuştur.

Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcıklarına yönelik alan yazım taraması yapıldığında, üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcılığının gelişmesine yönelik olan araştırmalara da rastlanmaktadır. Bu araştırmalar ortaya koymaktadır ki, matematiksel yaratıcılık, matematiksel yaratıcılığın ortaya çıktığı ve desteklendiği ortamlarda gelişim göstermektedir. Aşağıda matematiksel yeteneğin gelişimine yönelik yer alan araştırmalara yer verilmiştir.

Sak (2013) yapmış olduğu araştırmada okul sonrası fen ve matematik alanında üstün yetenekli öğrencilerin eğitim gördüğü ÜYEP'in (Üstün Yetenekliler Eğitim Programı) öğrencilerin matematiksel yaratıcılıkları üzerindeki etkisi incelenmiştir. ÜYEP eğitim programı, program içinde kullanılan etkinliklerle üstün yetenekli öğrencilerin yaratıcılıklarını da desteklemeyi amaçlayan bir programdır. Araştırmada, programın etkisi, tek grup öntest-sontest araştırma tasarımı kullanılarak incelenmiştir. Araştırmaya katılan çalışma grubunu, ÜYEP programına kabul almış ve matematik ve fen bilimleri alanlarında üstün yetenekli olarak tanılanmış 102 altı ve yedinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Araştırma, bahar ve yaz dönemlerini kapsamış, öğrenciler bu süreçte ÜYEP modeline göre matematik eğitimi almışlardır. Araştırma, ÜYEP matematik eğitiminin öğrencilerin matematik alanında akıcı düşünme, esnek düşünme ve yaratıcı düşünme yetenekleri üzerinde orta ve yüksek düzeyde etkisinin olduğunu ortaya koymuştur. Araştırmanın verilerine göre, üstün yetenekli öğrencilerin almış olduğu eğitim onların matematiksel yaratıcılıklarının geliştirmesine olanak sağlamıştır.

Matematiksel yeteneğin geliştirilmesine yönelik yapılmış araştırmalardan bir diğeri ise, Karataş (2013) üstün zekâlı öğrencilerin tüm ihtiyaçlarına cevap veren farklılaştırılmış matematik programının geliştirmeyi, uygulamayı ve bu programın etkililiğini test etmeyi amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda, ilköğretim 5.sınıfta öğrenim gören üstün zekâlı öğrenciler için matematik dersindeki sayılar öğrenme alanının alt öğrenme alanı olan 'Kesirler' konusu farklılaştırılarak özgün bir ünite programı oluşturulmuştur. Araştırma bulgularına göre, üstün zekâlı öğrencilere yönelik olarak hazırlanan programın; öğrencilerin başarılarını, yaratıcılıklarını, matematik dersine olan tutumlarını ve akademik benlik durumlarını anlamlı düzeyde arttırdığı gözlenmiştir. Benzer bir çalışmayı yürüten, Karaduman (2012) farklı bireysel farklılıkları olan üstün zekâlı öğrencilerin akademik beklentilerini karşılayacak bir geometri programının geliştirilmesi ve değerlendirilmesini kapsayan bir çalışmayla yapmıştır. Bu amaçla 5. sınıf Matematik dersindeki Geometri üniteleri olan “Geometri-Ölçme” ve “Geometri-Ölçme-Sayılar” üniteleri için üstün zekâlı öğrencilerin ihtiyaçları dikkate alınarak ünite programı oluşturulmuştur. Üstün yetenekli öğrenciler ile öntest-sontest kontrol ve deney grubu deseniyle yapılan araştırmanın bulgularına göre, üstün zekâlı öğrencilere yönelik hazırlanan programın öğrencilerin başarı, geometri öğrenimdeki uzamsal yetenek ve yaratıcı düşünme düzeylerini arttırdığı gözlenmiştir. Benzer bir araştırma probleminden yola çıkılarak yapılan araştırmada; Kök (2012) üstün zekâlı ve yetenekli öğrencilerde yaratıcı düşünme ve paralel öğretim programı modeli temele alınarak farklılaştırılmış geometri öğretiminin yaratıcılığa, uzamsal yeteneğe ve başarıya etkisini değerlendirmeyi hedeflenmiştir. Bu amaçla; 5. Sınıf matematik ders kitabının “Çokgenler ve “Geometrik Cisimler” adlı iki ünitesi alınarak farklılaştırılmış geometri ünite programı oluşturulmuştur. Üstün yetenekli öğrencilere yönelik geliştiren programda, öntest-sontest kontrol ve deney grubu deseniyle yapılan araştırmanın bulgularına göre, üstün zekâlı ve yetenekli öğrencilere yönelik hazırlanan geometri programının öğrencilerin başarı, yaratıcılık ve uzamsal düşünme yeteneğini arttırdığı gözlenmiştir. Bu araştırmalar iyi ortamlar sunulduğunda öğrencilerin matematiksel yaratıcılığının gelişim gösterdiğini ortaya koymaktadır.

2.2. Matematiksel Modelleme Etkinlikleri Temelinde Matematiksel Yaratıcılığın Araştırıldığı Araştırmalar

Araştırmacıların matematiksel yaratıcılıkları matematiksel modelleme temelinde incelendiğinde sınırlı sayıda araştırmayla karşılaşılmıştır. Bu araştırmaların iki temel özellikte toplandığı tespit edilmiştir. Bir grup araştırma, öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleri sonunda ürettiği çözümleri yaratıcılık temelinde incelemiştir. Diğer kategoride yer alan araştırmalar ise, matematiksel modelleme sürecinde öğrencilerin göstermiş oldukları davranışları matematiksel yaratıcılığın tanımları açısından ele almış ve çözümlemiştir.

Üstün yetenekli öğrencilerin Matematiksel modelleme etkinliklerini süreç içinde değerlendiren Ming-Eric(2008) Singapur'da yaptığı araştırmada, matematiksel modelleme etkinliklerini öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini ortaya çıkarmada araç olarak kullanmıştır. Araştırmaya katılan altı öğrenciye sınıf öğretmenleri tarafından birçok modelleme etkinliği uygulanmıştır. Uygulanan modelleme etkinlikleri esnasında öğrencilerden düşüncelerini açık açık yazmaları ve düşüncelerini temellendirmeleri istenmiştir. Öğrencilerin düşüncelerini yazdıkları kayıtlar ve araştırmacının süreç içinde tuttuğu gözlem notları Balka(1974)'nın geliştirmiş olduğu matematiksel yaratıcılığın altı kriterine göre analiz edilmiştir. Matematiksel modelleme etkinliklerinin aşağıda sıralanan davranışları (Balka, 1974) gözlemlemeye olanak sağladığını belirtmiştir: 1. Neden sonuç ilişkisine bağlı yeni hipotezler geliştirebilme. 2.Matematiksel durumlardaki ilişkileri tanımlayabilme/ fark edebilme, 3. Zihinde daha önce yapılanmış olan matematiksel yapıları revize edebilmek. 4. Alışılmadık matematiksel fikirler geliştirmek ve farklı çözümler üretebilmek., 5. Problem durumundaki kayıp veriyi/bilgiyi fark edebilmek., 6.Genel matematiksel problemleri özel alt durumlara indirgeyebilmek. Farklı modelleme etkinliklerinde öğrencilerin yaratıcı düşünme biçimleri bu kriterlere göre açıklanmaya çalışılmıştır.

Üstün yetenekli öğrencilerin modelleme sürecinde bireysel matematiksel yaratıcılıklarınını nitel bir perspektifle inceleyen Gilat ve Amit (2013) yapılan araştırmada, yaşları 10 ve 13 olan iki kız öğrenciye aynı modelleme etkinliğini uygulamıştır. Araştırma sürecinde, öğrenciler gözlenmiş ve öğrenciler modelleme etkinliklerini çözerlerken onların ne düşündüğü sorulmuştur. Öğrencilerin yansıtmış olduğu bilişsel süreçler; fikirlerinin farklılıkları bakımından incelenerek öğrencilerin esnek düşünmeleri ortaya konulmaya çalışılmıştır. Araştırmada, öğrencilerin kurmuş olduğu analojiler bir diğer boyut olarak analiz edilmiştir. Araştırmanın ele aldığı diğer bir boyut ise kombinasyondur. Öğrencilerin fikirlerindeki çeşitlikler incelenerek kombinasyon olarak kodlanmıştır. Araştırmada öğrencilerin yaratıcılıklarıyla ilişkili olabiledeği düşünülen özyeterlik, üstbiliş, motivasyon gibi boyutlar da sunulmuştur. Araştırmanın sonucunda üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleriyle matematematisel yaratıcılıklarını ortaya koyacakları bilişsel süreçleri gösterdikleri bulunmuştur.

Modelleme temelinde yapılan araştırmaların çoğunda araştırmacıların öğrencilerin ortaya koydukları modellemeleri değerlendirdikleri görülmektedir. Wessels (2012) üç yıllık bir çalışmada, öğretmen adayları ve daha sonra onların staj gördükleri ve öğretmeni oldukları örgün eğitim sınıfları ile çalışmıştır. Bu öğretmen adaylarından 7-9 yaşa uygun modelleme etkinlikleri üretmenlerini istemiştir. Öğretmen adayları ürettikleri etkinlikleri sınıf ortamında uygulamışlar ve gözlemlerini not etmişlerdir. Wessels yaratıcılığı ortaya çıkardığını düşündüğü 6 modelleme etkinliğinde öğrencilerin verdikleri cevapları "yaratıcılığı ölçme çerçevesinde" kategorize etmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin çalışmalarında yaratıcılığın dört kriterini (esneklik, akıcılık, orjinallik ve kullanılabilirlik) ortaya koyduklarını bulmuştur. Benzer bir çalışmada Wessels, (2014) öğrenci ürünlerini değerlendirdiği araştırmada, 1.,2. ve 3. sınıf öğrencilerden oluşan iki ile altı kişilik 63 grup öğrenciyle ve toplamda 233 ilkokul öğrencisiyle çalışmıştır. Üç modelleme etkinliği uyguladığı öğrenci gruplarından aldığı çözümleri akıcılık, esneklik, kullanışlılık (genellenebilirlik/kalite) ve özgünlük boyutuyla değerlendirmiştir. Öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını modelleme etkinliklerinde ürettikleri çözümleri üzerinden yordamayı ve seviyelere ayırmayı hedeflemiştir. Öğrencilerin zaman zaman çözümlerini hatırlayamamalarını çalışmanın sınırlığı olarak belirten araştırmacı, öğrencilerin çözümlerini, yukarıdaki kriterlere göre sınıflayarak, çok yaratıcı, orta düzeyde yaratıcı ve az yaratıcı olarak betimlemiştir. Araştırmanın sonucu bireylerin matematikte yaratıcılık düzeylerinin tespit edilmesi ve bireylerin tanılanması için matematiksel modelleme etkinliklerinin bir araç olarak kullanabileceğini ortaya koymuştur.

Öğrencilerin ortaya koymuş oldukları modelleri inceleyen bir diğer çalışma ise Coxbill ve arkadaşları (2013) tarafından yürütülmüştür. Bu araştırmada, modelleme etkinlikleri öğrencilerin tanılanması için bir araç olarak kullanmışlardır. Grup halinde çalışan 39 üçüncü sınıf öğrencisinden yazılı olarak veri toplanmıştır. Öğrencilerin grup çalışmalarının analiz edilmesi için Krutetskii'nin bileşenlerini karşılayan Kalite Değerlendirme Ölçeği (Quality Assurance Guide) kullanılmıştır. Tüm öğrencilerin modelleleri bu ölçek ile beş üzerinden değerlendirilmiştir. Uzmanların üçünün de çok yakın puanlar verdikleri görülmüştür. Bu araştırmada, tüm öğrencilerin puan ortalamaları beş puan üzerinden 1.41 olarak hesaplanmıştır. Çalışmaya katılan 39 öğrenciden biri üç üzerinde bir ortalama ile matematiksel yaratıcı olarak tanılanmıştır. Bu araştırmanın sonucunda matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin matematiksel yaratıcılığını tanılamak için ayırd edici bir araç olarak kullanılabileceği ortaya konulmuştur.

Üstün yetenekli öğrencilerin modelleme etkinlikleri süresince ortaya koymuş oldukları modelleri yaratıcılık bağlamında inceleyen bir diğer araştırma ise, Amit ve Gilat (2012) ilköğretim 5 ve 7. sınıfa devam eden üstün yetenekli 78 öğrenciyle yaptıkları çalışmadır. Bu çalışmada üstün yetenekli öğrencilerin ortaya koydukları çözümler özgünlük açısından incelenmişler ve modelleme etkinliklerinin öğrencilerin farklı düşünmesine fırsat tanıyıp tanımadığını test etmişlerdir. Öğrenciler, üç veya dört kişilik gruplar halinde çalışarak bir modelleme etkinliği (Büyük ayak)gerçekleştirmişlerdir. 22 grubun toplamda 12 model ortaya koydukları gözlemlenmiştir. Bazı modellerin birden fazla kez ortaya çıktığı gözlemlense de bu modellerin de farklı çözüm yolu, kavram ve bağlamlarda geliştirildiğini gözlemlemişlerdir. Bu çalışmanın sonunda, modelleme etkinliklerinin belirsiz, rutin olmayan, karmaşık problem durumları sunduğu ve böylece öğrencilerin farklı düşünmelerine olanak sağlayarak, matematiksel yaratıcılıklarını ortaya koyabildiğini belirtmişlerdir.

Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcılığının araştırıldığı araştırmalar genellikle grupların ortaya koyduğu modellerin yaratıcılıklarının incelenmesine yönelik araştırmalardır. Bunun yanı sıra (normal öğrencilerde)matematiksel yaratıcılığın grup olarak analiz edildiği başka araştırmalara da rastlanmaktadır.

Georgiev ve Nedyalkova (2011) araştırma, ortaokul öğrencilerine yönelik olarak düzenlenmiş olan klasik matematik grup yarışmasına dayanmaktadır. Bu yarışmaya uluslararası düzeyde öğrenciler öğretmenlerinin rehberliğinde grup olarak katılmışlardır. Bu araştırma süresince, öğrencilere bir aylık bir zaman diliminde, belirli bir süre sınırlaması olmadan, bazı ögeleri verilmiş problemler üretmeleri ve bazı problemleri çözmeleri istenmiştir. Öğrencilerin birlikte grup olarak ortaya koydukları ürünler ortak yaratıcılık olarak tanımlanmıştır. Bu problemler yaratıcılık, özgünlük, estetik ve anlamlılık bakımından analiz edilmiştir. Araştırmanın sonuçlarını kontrol etmek için, aynı problemler beş saatlik zaman dilimlerinde başka bir grup öğrenciye verilmiştir. Bu araştırmanın sonunda öğrencilerin zaman kısıtlaması olmadan daha yaratıcı ürünler geliştirdiği ve grup yaratıcılıklarının daha çok geliştiği görülmüştür.

Levenson (2011) ilkokul sınıflarında ortak matematiksel yaratıcılık kavramını araştırmak için sosyal öğrenme ile ilgili teorileri ve matematiksel yaratıcılık ile ilgili teorileri birlikte temel almıştır. Birlikte öğrenmede, özellikle bireyler düşünme süreçlerini ve eylemlerini başlangıçta bireysel olarak ortaya atsalar bile, daha sonra birbirlerini etkileyerek, birlikte düşünerek, birlikte çözüm üretirler. Bu araştırmada bu çözümler, akıcılık, esneklik ve özgünlük gibi kriterlerle incelenmiştir. Bu araştırmada aynı zamanda yaratıcılığı destekleyen öğretmen rolü de incelenmektedir. Araştırmada bireysel ve ortak matematiksel yaratıcılık arasındaki olası ilişkiyi teşvik eden öğretmenin rolü araştırmaktadır. Bu araştırmanın bakış açısından, matematiksel yaratıcılık bir topluluğun ürünü olarak ele alınmış ve sınıf araştırma birimi olarak belirlenmiştir. Araştırmanın sonucunda yaratıcılığın bireysel mi grup ürünü mü olduğu tartışılmıştır. Bu araştırmada yaratıcılığın öğrencilerin birbirini etkileyerek, bu etkiyle fikirlerin sürekli yön değiştiği evrildiği bir süreç olduğu görülmüştür. Öğretmenin ise, tartışma lideri, yeni bir fikir/ kavram öğrenildiği zaman bu fikri revize ederek yeniden sunma, sınıf tartışması, yaratıcılığın ortaya çıktığı sınıf iklimi ve kültürün oluşması için lider olarak görevleri vardır.

Bu araştırmada yukarıdaki araştırmalardan yola çıkılarak, yaratıcılık hem süreçler hem de ürünler temelinde ele alınmıştır. Bunun yanı sıra diğer araştırmalardan farklı olarak bu araştırma hem grup yaratıcılığına hem de bireysel yaratıcılığa matematiksel modelleme etkinlikleri çerçevesinde odaklanmıştır. Araştırma, nitel bir perspektif ile desenlendiğinden öğrencilerin grup halinde ortaya koymuş oldukları yaratıcılık ve bireysel yaratıcılıkları yaratıcılığın alt boyutları temelinde incelenmiştir. İlgili alan yazında en çok analiz edilen boyutlar, akıcılık, esneklik, kalite, orjinalliktir. Bu araştırmada ilgili alanyazında belirtilen boyutların yanında, aşamalılık ve detaylandırmayı açıklamak için ilişkilendirme alt boyutu da eklenmiştir. Bunların yanı sıra, matematiksel yaratıcılığın tanımında ortaya konan, yeni bilgiyi keşfetme, problemleri alışılmadık- farklı yöntemlerle çözebilme gibi davranışlar da değerlendirilerek süreç içinde incelenmiştir. Dolayısıyla bu araştırma ile grup ve bireysel matematiksel yaratıcılığın nasıl ortaya çıktığı ve yaratıcılık sürecinin ürünlere nasıl yansıdığı daha derinden anlaşılabilmiştir. Yukarıda sıralanan bu bağlamlar çerçevesinde bu araştırmanın ilgili alan yazına katkı sağladığı düşünülmektedir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın deseni, araştırmacının rolü, çalışma grubu, verilerin toplanması sürecinde işlem basamakları, veri toplama araçları, araştırma süreci, verilerin analizi olmak üzere araştırmanın yöntemi ele alınacaktır.

3.1. Araştırmanın Deseni

Bu araştırmada, üstün yetenekli olarak tanılanan öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde matematiksel yaratıcı düşünme becerilerinin grup ve bireysel olarak incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu kapsamda altı üstün yetenekli öğrencinin bireysel ve grup olarak modelleme etkinlikleri sürecinde (ön etkinlik, grup çalışması ve son tartışma) ortaya çıkan matematiksel yaratıcılıklarının betimlenmesi, bütüncül olarak incelenmesi ve detaylarıyla ortaya konulması gerekmektedir. Bu sebeple her bir modelleme etkinliği her bir grup için ayrı ayrı ancak kendi içinde bir bütünsel durum olarak ele alınmış ve nitel araştırma desenlerinden durum çalışması benimsenmiştir. Bu araştırmada, durum olarak betimlenen nitel araştırmalar; (Glaser ve Strauss, 1967: Bogdan ve Biklen, 1992, Bassey, 1999, Neuman 2007, Creswell, 2007);

- Sonuç veya üründen daha çok süreçle ilgilidirler. Bu araştırmada, sürecin sonunda inşa edilen ürünlerin yaratıcılığı kadar, öğrencilerin yaratıcılık süreçlerinin de araştırılması hedeflenmiştir.
- Betimleyicidir. Bu araştırmada, öğrencilerin modelleme etkinliklerindeki karar alma ve eylem süreçleri derinlemesine betimlenmiştir.
- Tümevarımsal bir yaklaşım benimsemişlerdir. Bu araştırmada, grupların ve öğrencilerin bireysel yaratıcılıkları, yaratıcılığın alt boyutlarından yola çıkılarak ele alınmış ve tanımlamıştır.
- Verinin kaynağına doğrudan ulaşma ve araştırmacı anahtar rol oynar. Bu araştırmada, araştırmacı tüm modelleme etkinlikleri süresince hem öğretmen, hem yönlendirici, hem de araştırmacı olarak rol almaktadır.

Durum çalışması sınırları belirgin bir durumun, bir bireyin, grubun, olgunun, sistemin derinlemesine araştırıldığı bir araştırma desenidir (Punch,2005, Bassey,1999). Durum çalışmasında ele alınan olgu, örüntüler ve ilişkilerle karakteristik bir bütünsellik içinde ele alınır. Bunun bir sonucu olarak, bu olguyu ve olgunun içindeki parçaları birleştirebilmek için derinlemesine araştırmak gerekir (Bassey 1999, Neuman, 2007, Yıldırım ve Şimşek, 2011, Creswell,2007). Durum çalışmasını birçok araştırma modelinden ayrıcı özelliği, “nasıl ve niçin” sorularının yöneltilmesinde tercih edilen bir model olmasıyla (Yin, 2002) ön plana çıkmaktadır.

Bu çalışma kapsamında durum çalışması modellerinden bütüncül çoklu durum deseni kullanılmıştır. Çoklu durum desenlerinde belirlenmiş olan problemler ve olgular amaçlı olarak seçilen çoklu durumlar üzerinden araştırılır ve incelenir (Yin, 2002). Bu desende birden fazla kendi başına bir bütün olarak algılanabilecek durumlar söz konusudur (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Her bir durum ayrı ayrı kendi içinde ele alınır ve daha sonra birbiriyle karşılaştırılır. Bu çalışmada incelenen durumlar, her bir grubun ve her bir öğrencinin birey olarak ayrı ayrı ve grup içindeki ortak matematiksel yaratıcılığının izlerinin araştırıldığı modelleme etkinliklerinin oluşturduğu durumlardır. Bu durumlar, ön etkinlik, etkinlik süresince öğrencilerin tartıştığı, fikirlerini öne sürdüğü modelleme etkinliklerinin açık uçlu bir problem durumu sunduğu ortamlardır. Bu modelleme etkinliklerinin her biri ayrı ayrı ele alınsa da bir bütünlük arz ederek öğrencilerin yaratıcı düşünmelerine ait fikir sahibi olmamıza olanak sağlamaktadır. Dolayısıyla, bu araştırmanın ilk iki araştırma problemine yanıt aranırken, tüm modelleme etkinlikleri (grup çalışması ve bireysel çalışmalar bütüncül olarak) birer durum olarak ele alınmış, ayrı ayrı detayları ile sunulmuştur. Üçüncü araştırma problemine yanıt aramak için ise ilk iki araştırma probleminde ortaya konulan bulgular öğrencilerin yaratıcı düşünmelerini en çok yansıtmalarına olanak sağlayan modelleme etkinliklerinin özelliklerini ortaya koymak için karşılaştırılarak ele alınmıştır.

3.1.1. Bilim Sanat Merkezlerinde Eğitim

Bilim sanat merkezine, üstün yetenekli olarak tanılanan öğrenciler haftanın iki günü okul sonrası programı olarak okul döneminde devam etmektedirler. Bu araştırmanın yapıldığı süreçte gözlemlenen öğrenciler, 3. Sınıf seviyesinde tanımlanmışlardır. Öğrenciler, ilk yıllarında (4.sınıf) uyum gruplarında daha çok bütün derslere giriş sayılabilecek kapsayıcı aktivitelere (tangram gibi bulmacalar, drama aktiviteleri, vb) katılmaktayken, destek gruplarında (5. ve 6. Sınıfta) öğrenciler araştırma yöntemleri, sanat ve tasarım, astronomi gibi farklı dersler almaktadırlar. Bir temel bilim veya sanat eğitimine katılan grupların aylık programı yılbaşında belli olmaktadır. Okulların açık olduğu dokuz ay boyunca, farklı dokuz temel sanat ve bilim eğitimi alan öğrencilerden, süreç içinde kendi ilgilerine karar vermeleri beklenir. Her ay, haftada iki defa toplamda altı saat derse devam eden öğrenciler, öğretmenler tarafından da gözlemlenir. Üç yıl boyunca devam eden bu dönüşümlü programda gözlenen ve kendilerini izleyen öğrenciler, üçüncü yılın sonunda tüm bu gözlemlerden elde edilen veriler ile ilgili ve yetenekli oldukları bilim veya sanat dalına aday gösterilirler.

Öğretmenlerin öğrencileri gözlemledikleri 3. yılın sonunda, öğrencilerin yetenekli oldukları sadece bir temel bilim veya temel sanat dalına yoğunlaşarak eğitimlerine devam etmeleri beklenir. Genellikle altıncı sınıf düzeyine, öğretmenlerin önerisi ve kendi istekleri doğrultusunda istedikleri bilim veya sanat alanını seçmiş olan öğrenci grupları "bireysel çalışma" gruplarıdır. Bu çalışma grubundaki öğrenciler haftanın bir günü okul dışı üç ders saati süresince tüm dönem boyunca seçtikleri derste eğitim almaktadırlar. Bu eğitim-öğretim süresi okul dönemlerine paralel olarak yürütülmektedir. Merkez, okul dönemiyle birlikte açılarak, okul dönemiyle birlikte kapanmaktadır.

3.1.2. Bilim Sanat Merkezinin Fiziki Yapısı ve Okul Kültürü

Bilim Sanat Merkezi iki katlı bir bina olarak tasarlanmıştır. Bir tepe üzerine konumlanmış binanın ön bahçesi otopark olarak kullanılmakta olup yan bahçede bir spor alanı bulunmaktadır. Binanın dıştan görünümü fiziksel yapısı itibariyle bir ilköğretim okulunu andırmaktadır. Okulun arka bahçesinde kötü ve biçimsiz olarak tasarlanmış bir çocuk park alanı da vardır. Binanın yanındaki yeşil alanda daha çok öğretmenlerin teneffüslerde kullandığı iki kamelya bulunmaktadır. Binanın içinde öğrencilerin farklı derslere –özellikle sanat ağırlıklı derslere- ait ürünleri sergilenmektedir. Öğrencilerin seramik, resim vb. ürünleriyle birlikte farklı yarışmalardan aldıkları ödüller de binanın farklı yerlerinde sergilendiğinden binanın içinde "sıcak" bir hava hakim olduğu söylenebilir.

Bir müdür ve altı müdür yardımcısı ile yetmiş öğretmenin çalıştığı merkezde genellikle tüm derslere ait derslikler bulunmaktadır. Bir derslik büyüklüğündeki müdür odasında, toplantı masası, oturma grubu gibi mobilyalar bulunmaktadır. Derslik sistemi ile çalışan merkezde bir sanat atölyesi ve bir de konferans salonu bulunmaktadır. Öğrencilerin mukavva veya köpük gibi malzemeleri kesmesi için bir makinanın bile olduğu binada, örneğin biyoloji dersliğinde hemen hemen tüm öğrencilerin bireysel olarak yararlanabileceği mikroskopların olması, okul müdürünün odasının dekorasyonu gibi detaylardan merkezin finansal kaynaklar açısından oldukça iyi durumda olduğu anlaşılmaktadır. Benzer şekilde tüm dersliklerde iyi çalışan bir öğretmen bilgisayarı, yansıtım aleti ve (kablolu ve kablosuz) internet erişimi bulunmaktadır. Bazı dersliklerde akıllı tahta da mevcuttur.

Gözlemlerin ve araştırmanın sürdürüldüğü bilim sanat merkezi, Türkiye'deki en eski bilim sanat merkezlerinden biri olup, yaklaşık 15 yıldır faaliyettedir. Bilim sanat merkezlerinde eğitim veren öğretmenler özellikle lisansüstü eğitim almış olmalarına, bilimsel aktivitelere katılmış olmalarına, bilimsel yayım yapmış olma ve en az bir yabancı dil bilme gibi ölçütlere göre seçilirler (Bkz. Ek-3 Seçme Kriterleri). Araştırmanın yürütüldüğü bilim sanat merkezindeki öğretmenlerin birçoğu da lisansüstü eğitimi tamamlamış veya lisansüstü eğitim almakta olan öğretmenlerden oluşmaktadır. Ancak genellikle özel olarak seçilmiş öğretmenlerin görev yaptığı merkezde öğretmenlerin bu kurumda çalışmaktan memnun olmadığı gözlenmektedir. Kurumdaki genel hava mesleki tükenmişlik yaşayan, istifa etmek veya kurum değiştirmek isteyen öğretmenlerin çoğunlukta olduğu hissi yaratmaktadır. Öğretmenler para kazanmak zorunda oldukları için 30 saat ders yükünün altında ezilmiş olduklarını ve sadece derslere girdiklerinde tam ücret alabildikleri için 30 saat derse girdiklerini, ders yükleri dolayısıyla verdikleri dersleri nitelik ve nicelik açısından yenilemeye fırsat bulamadıklarını sık sık belirtmişlerdir.

Okulun genel yapısında- ders gözlemlerinin ve araştırmanın gerçekleştiği sürede- bir boş vermişlik hissedilmektedir. Öğrenciler, ders zili uyarıları olmasına rağmen istedikleri zaman diliminde derslere girebilmektedirler. Ders süresi başlamış olmasına rağmen sınıfa girmeden bahçede oturmaya devam eden öğrenciler de gözlenmiştir. Özellikle öğrenci sayısının az olduğu gruplarda, öğrencilere bireysel yapabilecekleri aktiviteler, testler verilerek öğrencilerin merkezde geçirdikleri süreler doldurulmaya çalışılmaktadır. Öğretmenler öğrencilerin gelişimlerini destekleyecek aktiviteler bulmakta zorlandıklarını belirtmişlerdir.

3.1.3. Bilim ve Sanat Merkezinde Matematik Dersleri

Araştırmanın yürütüldüğü "bireysel çalışma grupları" düzeyinde oluşturulan matematik dersleri için sabit bir matematik dersliği bulunmamaktadır. Matematik dersleri gruplara devam eden öğrenci sayısı az olduğundan, bir müdür yardımcısı odasından sınıfa çevrilen küçük, dört kişilik tek masanın etrafına öğrencilerin oturduğu bir derslikte-odada devam etmektedir. Bu derslikte bir de öğretmen masası ve bilgisayar bulunmaktadır. Sınıfta ayaklı tahtada ders işlenmektedir. Derslikte başka hiçbir araç-gereç veya materyal bulunmamaktadır. Daha kalabalık gruplar geldiğinde ise, matematik dersleri bazen boş bulunan toplantı salonunda, bazen o an itibariyle boş olan başka bir derslikte yürütülmektedir. Dolayısıyla sabit bir matematik dersliğinin olmayışı, dersliğin farklı sınıf ve ders tasarımlarına olanak vermemesi, küçük ve havasız olması dezavantajdır.

Bilim sanat merkezinde öğretmenler genellikle lisansüstü eğitim almış ve kadrosu merkezde olan öğretmenler olmalarına rağmen daha önceki yıllarda birimin matematik öğretmenleri üniversitelerde kadro alarak istifa ettiğinden, matematik öğretmeni olarak görev yapan öğretmenler görevlendirme olarak çalışmaktadırlar. Bilim sanat merkezinde destek gruplarına öğrencileri gözlemlemek için, bir asıl ve bir yardımcı öğretmen birlikte girerek gruplardaki etkinlik ve ders sürecini birlikte götürmekte olduğundan, matematik derslerini de iki öğretmen birlikte yürütmektedir.

Asıl öğretmen, ortaöğretim matematik öğretmenliği mezunu olup, 16 yıllık öğretmenlik deneyimine sahiptir. Aynı zamanda Ankara’da bir devlet üniversitesinde Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Bilim dalında yüksek lisans yapmaktadır. Mesleğini çok sevdiğini ancak yıllar geçtikçe öğretmenlik yapmaktan olmasa da meslekten soğuduğunu belirten Mehmet Öğretmen, ilk konuşmamızdan itibaren, “Aslında ben ders anlatıyorum ama bu çocuklara ders anlatılmaması gerektiğini de biliyorum.” şeklinde birkaç kez vurgu yapmıştır. Daha önceki öğretmenlerin destek gruplarını bu şekilde planladığını, bu yüzden kendisinin de bu şekilde düz anlatım metoduyla derslerini işlediğini söylemiştir. Ancak kurum müdürü ve matematik öğretmeniyle birlikte yaptığımız görüşmelerde, ilgili yönlendirme, eğitim ve seminerlere kurumun aç ve açık olduğunu belirtmişlerdir. Görüşmelerimiz ve birlikte çalışmalarımızdan toplamış olan verilerden yola çıkarak, matematik öğretmeninin dersleri nasıl daha etkin hale getireceğini bilmediği ancak kendisini geliştirmeye açık bir öğretmen olduğu söylenebilir.

Yardımcı öğretmen olarak görev yapan matematik öğretmeni ise, matematik bölümü mezunu olup, bir süre sivil memur olarak çalıştıktan sonra öğretmenliğe geçiş yapmış ve 10 yıllık lise matematik öğretmenliği deneyiminden sonra emekli olmuş bir öğretmendir. Emeklilik döneminde olduğu için, evine de yakın olan bu kurumda bu eğitim öğretim yılında yardımcı öğretmen olarak görevlendirme ile çalışmaya başlamıştır. Daha önce hiç bu yaş grubuyla ve özel yetenekli öğrenciler ile çalışmamış olduğunu belirtmiş olan Sevgi Öğretmen, öğrenciler ile genellikle sıcak ve kişisel olarak iyi ilişkiler kuran bir öğretmendir. Her iki öğretmen de öğrenciler ile iyi ilişkiler kurabilen, sıcakkanlı ancak motivasyonları çok yüksek olmayan, çalıştıkları kurumda var olan düzeni koruyarak eğitim ve öğretimi devam ettirmekte olan öğretmenlerdir.

Öğretmenlerin görüşmelerde ifade ettiklerine ek olarak gözlemlerden derlenen veriler ile, matematik derslerinde daha çok öğretmen merkezli bir düz anlatımın hâkim olduğu bir eğitim ortamından söz edilebilir. Sınıf içerisinde öğretmenin tahtaya bazı kavram ve örnekleri yazması öğrencilerin not tutmadan bu örnekler üzerinde konuşmasıyla dersin normal akışı sürmektedir. Örneğin, Mehmet öğretmen 6. ve 7. sınıf öğrencilerden oluşan karma gruba kareköklü ifadeler konusunu bir ders saatinde genel hatlarıyla anlatmıştır. Kareköklü ifadelerle dört işlem ile ilgili özellikleri öğrenciler tek bir örnek üzerinden kavrayabilmektedirler. Ancak öğretmen daha çok ders içinde aşağıdaki diyalogda örneklendiği gibi (ön uygulama matematik dersi gözlemleri-II) işlemsel bilgiye ve ezbere yönelik bilgiler verilmektedir.

Öğrt:Tabanlar aynıyken üstler ne yapılıyordu?
Öğrn:Üstler?! Bölünüyordu?
Öğrt: Üstler???
Öğrn: Heeee? Çıkarılıyordu!

[Ön Uygulama-Matematik Dersi Gözlemleri-II]

Bu süreç içinde öğretmen işlemsel bilgileri ve ipuçlarını öğrencilere vererek ders işlemektedir. Örneğin aynı öğretmen “$\sqrt[2]{50}.+\ \sqrt[2]{18}+\ \sqrt[2]{32}=$” gibi bir işlemi tahtaya yazdıktan sonra, “Genellikle bizim yaş seviyemizde kök içinde genellikle 2,3,5 kalıyor, sırayla deneyin birini bulduktan sonra diğerini de birbirlerine benzetin…” gibi ifadeler ile test çözmeye yönelik bilgiyi öğrencilere aktarmaktadır. Bu dersler sürecinde öğretmen genellikle bir plana veya başka bir yönergeye bağlı kalmadan dersi işlemektedir. Örneğin bir dersin sonunda, dersin asıl öğretmeni “genelde hazırlıksız girdiğim için atladığım bir şey var mı?” diye dersini izleyen araştırmacıya soru yönelterek dersi bitirmiştir.

Öğrenciler genellikle dersten kopmadan, soruları yanıtlayarak derslere katılmaktadırlar. Öğrencilerin öğrenme merakları ile geleneksel çerçevede izlenen derste bile öğrenciler tarafından sorulan “rasyonel sayılar kümesinin sonsuza giden sayısıyla, tam sayılar kümesinin sonsuz sayısının kıyaslanıp kıyaslanamayacağı” gibi sorular; dersin akışını ve ritmini değiştirebilmektedir. Ancak genel olarak derslerin yapısı ve öğretmenlerin öğretim tarzı ile ilişkili olarak matematik derslerinin öğrencilerin farklı ihtiyaçlarına cevap verecek şekilde tasarlanmadığı söylenebilir. Bu aşamada yapılan sadece öğrencilerin daha sonraki yıllarda öğrenecekleri kavram ve konuların, öğrencilerin yeterli hazırbulunuşlukları olması sebebiyle, önceden öğretilmesidir. Destek 1, Destek 2 ve Bireysel 1 gruplarında öğrencilerin daha çok pasif biçimde dinleyeceği dersler ve bireysel etkinlikler ön plandadır. Bu nedenle öğrencilerin matematik dersinde grup çalışması yapmaya çok alışık olmadıkları görülmektedir. Diğer taraftan yapılan gözlemlerde öğrencilerin hiç not almadıkları, yazmaktan kaçındıkları ve defter, kâğıt kalem gibi araç gereçleri yanlarında bulundurmadıkları görülmüştür. Dersin bu şekilde işlenmesine rağmen öğretmenin neşeli mizacı ve öğrencilerin bilmedikleri konuları öğrenmeye merakı dolayısıyla öğrencilerin motivasyonları "iyi" sayılabilir.

3.2. Katılımcılar ve Odak Grupların Seçimi

Yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinden oluşturulan bireysel çalışma gruplarındaki öğrenci sayısı iki ile on öğrenci arasında değişmektedir. Odak grupların seçiminde öncelikle o gruptaki ders öğrenci sayılarına göre belirlenmiştir. En az üç kişilik bir grup oluşturularak grup çalışması yapmaya olanak sağlayacak mevcuttaki sınıflar araştırmaya dahil edilmiştir. Araştırmaya öncelikle beş farklı sınıf ve toplamda yirmi sekiz öğrenci ile başlanmıştır. Tablo 3.1'de sınıflardaki öğrenci sayıları ve merkeze hangi gün ve saatlerde geldikleri belirtilmiştir. Tüm sınıflara modelleme etkinlikleri uygulanmış ve bu uygulamalardan dördüncüsünden sonra odak gruplara karar verilmiştir. Grupların belirlenmesinde öğrencilerin grup içi çalışmaları, ifade becerileri, birbirleriyle iletişimleri, derslere devam durumları ve motivasyonları göz önünde bulundurulmuştur.

Tablo 3.1: Öğrencilerin merkeze geldikleri günler ve sınıf mevcutları

Bireysel Matematik Sınıfları	***Öğrenci Sayısı***
Pazartesi 1. sınıf(öğleden s.)	4 öğrenci (Odak grup)
Pazartesi 2. sınıf (akşam)	10 öğrenci (Pilot Grup)
Salı Sınıfı (akşam)	5 öğrenci
Çarşamba Sınıfı (öğleden s)	5 öğrenci
Perşembe Sınıfı (öğleden s.)	4 öğrenci (Odak grup)

Çarşamba günü sınıfının matematik dersleri resmi tatillere ve yoğun kar yağışı olan günlere denk gelmiştir. İlk önce bu gruptaki öğrencilerden veri kaybedilmiş ve grup çalışmadan çıkarılmıştır. Salı günü sınıfında ise, öğrencilerde sürekli devamsızlık problemi gözlenmiştir. Her hafta farklı bir öğrenci derse gelememiştir. Bu bakımdan üçüncü etkinlikten sonra bu sınıftaki öğrencilerden de veri sürekli olarak sağlanamamıştır. Bu gruba devam eden öğrenciler birbirlerini daha önceki senelerden hiç tanımadıkları için grup içinde iletişimi sağlamak da oldukça zor görünmüştür. Bu nedenlerle, bu sınıftaki öğrenciler de odak grup olarak seçilmemiştir.

Yapılan ön çalışmada (Mayıs 2013), öğrencilerin grup çalışmasına alışık olmadıkları, grup içi iletişimi tam sağlayamadıkları görülmüştür. Bu bakımdan bu araştırmada, araştırmacının grup çalışmalarını gözlemleyebilmesi ve grup çalışmasını yönlendirmesi açısından sürekli sürecin içinde olması planlanmıştır. Pazartesi akşam grubunda öğrenci sayısı diğer sınıflara göre daha fazladır, ancak öğrenciler yorgundur ve motivasyonları düşüktür. Aynı zamanda bu sınıftan tek bir odak grup seçip, araştırmacının bu odak grubun yanında kalması, sınıf yönetimi açısından dezavantaj doğurmuştur. Çünkü odak grup seçilecek gurubun dışında sınıfta birden fazla grup daha vardır. Öğretmen deneyimsiz olduğundan sürece yeterince destek verememiştir ve bir süre sonra da süreçten tamamen çekilmiştir. Bu da sınıf yönetimini, süreç yönetimini ve veri toplamayı olumsuz etkilemiştir. Öğrencilerin servislerinin özellikle pazartesi akşam geç gelmesi de zaman bakımından olumsuz bir etmen olarak sürece yansımıştır. Bununla birlikte, sınıf içindeki öğrencilerin uzun yıllardır birbirlerini tanıyor olması, birkaç öğrencinin katılım için istekli olması grup içi dinamikler açısından olumludur. Bu sınıfta, olumlu etmenlerin de varlığı dolayısıyla odak grup olarak seçilmemesine rağmen süreç içindeki aksaklıkların veya problemlerin saptanması, gerekli önlemlerin alınması için pazartesi akşam sınıfında da etkinlikler yapılmaya devam edilmiştir. Dolayısıyla, pazartesi akşam grubunda sürekli devam eden, iyi motivasyonu olan üç öğrenciden oluşan bir grup, pilot grup olarak belirlenmiş, bu sınıflarda sürece yansıyan aksaklıklar (etkinliklerde anlaşılmayan yerler, sorulan sorular, örneklemeler vb.) diğer gruplarda yapılan veri toplama sürecinde önlem almak amacıyla kullanılmıştır.

Odak grupların olduğu sınıflardaki öğrenciler yarım gün okula gitmekte ve merkeze öğleden sonra gelmektedirler. Bu yüzden okula tam gün giden ve akşam merkeze gelen öğrencilere göre, derslere daha dinç ve etkin katılmaktadırlar. Bu gruplardaki öğrenciler, merkezdeki eğitim yaşantılarına birlikte başlamış ve aynı grupta devam etmiştirler. Dolayısıyla birbirlerini uzun yıllardır (beşinci sınıftan beri) tanımaktadırlar. Odak gruplardaki öğrenciler, birbirlerini iyi tanımanın avantajı olarak modelleme etkinlikleri süresince grup içinde iyi iletişim kurmaktadırlar ve birbirlerini kolaylıkla anlayabilmektedirler. Bu bakımdan, araştırmanın verilerinin toplandığı odak gruplar, pazartesi ve perşembe öğleden sonra merkeze gelen sınıfların öğrencileridir.

Bu bağlamda bu araştırmada amaçsal durum örneklemelerinden ölçüt durum örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Bu örnekleme yöntemindeki temel anlayış önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan durumların çalışılmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Burada sözü edilen ölçütler; öncelikle sınıf içi tartışmaların takip edilebilmesi açısından, öğrenci sayısının 3-5 olarak sınırlı olduğu gruplardır. Daha sonraki ölçütler ise, öğrencilerin ilk üç modelleme etkinliğindeki tutum ve davranışları, öğrencilerin daha önceki yıllardan tanışık olması, öğrencilerin iletişim becerilerinin grup çalışması yapabilecek düzeyde olması, öğrencilerin kendilerini ifade edebilmeleri, öğrencilerin çalışmaya katılma ve devam etme açısından istekli ve motivasyonlu olmaları, öğrencilerin gönüllülüğü, öğrencilerin grup dinamikleri açısından dengeli dağılımın sağlanması şeklinde belirlenmiştir.

3.2.1. Katılımcılar

Araştırmaya iki odak grupta toplam sekiz öğrenci ile başlanmıştır. Ancak, birinci odak gruptaki bir öğrenci, sağlık sorunları dolayısıyla sürekli devam edememiş ve çalışmadan ayrılmıştır. İkinci odak gruptaki öğrencilerin ikisi sekizinci sınıf, ikisi ise yedinci sınıfa devam etmektedir. Bu öğrencilerden bir tanesi, Etimesgut'un kenar mahallelerinden birinde oturmaktadır. Ailesinin eğitim seviyesi de ilkokul düzeyinde olan bu öğrencinin evine yakın olduğu için devam ettiği okulda dönem başından beri matematik öğretmeni olmadığından dersleri boş geçmektedir. Bu yedinci sınıf öğrencisinin zamanla diğer öğrencilerden, hem sınıf seviyesi ve matematik bilgisi olarak geride olduğu için çekingen davrandığı ve daha pasif rol aldığı görülmüştür. Bu öğrenci de kendi isteğiyle araştırmadan çekilmiştir. Dolayısıyla, odak gruplardaki öğrenci sayısı altı ile sınırlandırılmıştır. Araştırmaya katılım gösteren tüm öğrenciler farklı devlet okuluna devam etmekte olan dört sekizinci sınıf ve iki yedinci sınıf öğrencileridir. Bu çalışmada öğrenciler kimliklerinin gizli tutulması amacıyla takma isimlerle isimlendirilmiştir. Tüm çalışmada geçen isimler, araştırmacının verdiği takma isimlerdir. Aşağıdaki tabloda öğrencilerin devam durumları verilmiştir.

Tablo 3.2: Öğrencilerin Yoklama Çizelgesi

	1	2	3	4	5	6	7	8	Bireysel
Elif	+	+	+	+	+	+	-	+	+
Gözde	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Duru	+	-	+	+	+	-	+	+	+
Mert	+	+	+	+	+	+	-	+	+
Ali	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Yiğit	+	+	+	+	-	+	+	+	+

Yukarıda tabloda öğrencilerin genellikle tüm etkinliklere tam katılım gösterdiği görülmüştür. Bu etkinliklerden ilk ikisi tüm öğrencilerin etkinliklere alışması için, pilot etkinlik olarak görülmüştür. Yedinci etkinliğe, iki öğrenci katılmadığı için bu etkinlik veri setinden çıkartılmıştır. Onu yerine tüm öğrencilerin katılım gösterdiği üçüncü modelleme etkinliği eklenmiştir. Bu durumda, kız öğrencilerin oluşturduğu odak grupta, Elif ve Gözde veri setine dahil edilen tüm etkinliklere katılmış, Duru isimli öğrenci bir etkinliğe katılmamıştır. Erkek öğrencilerin oluşturduğu modelleme etkinliklerinde ise, Ali ve Mert veri setine dahil edilen tüm etkinliklere katılmış, sadece Yiğit isimli öğrenci bir etkinliğe katılmamıştır.

3.2.2. Birinci Odak Grup Katılımcıları

Perşembe öğleden sonra sınıfı olan bu grubun katılımcıları tamamen erkek öğrencilerden oluşmaktadır. Tüm öğrenciler bu ders döneminde ilk defa birlikte ders alan öğrencilerdir. Ancak uygulamaların başladığı Ekim ayında henüz bir aydır birlikte ders almalarına rağmen birbirleriyle oldukça iyi anlaşan bir görüntü sergilemektedirler. Birbiriyle iyi anlaşan bu grupta öğrencilerin oldukça neşeli, esprili, birbirlerini hemen anlayan öğrenciler olduğu gözlenmiştir. Her defasında sorumluluklarını yerine getirerek tüm etkinliklerini tamamlamışlar. Grup normlarının - öğrencilerin birlikte tartışması, birbirini dinlemesi, birlikte fikir üretmesi gibi- son etkinliklere doğru iyice yerleştirdikleri düşünülmektedir. Başlangıçta dört kişiden oluşan odak gruptaki öğrencilerden biri kişisel nedenlerle (matematik öğretmeninin olmayışı ve sınıf seviyesi olarak alt sınıfta oluşu) süreç içinde kendisini çok iyi ifade edemediği ve çekingen davrandığı için gruptan çıkarılmıştır. Aşağıda odak gruptaki öğrencilere ait genel bilgiler yer almaktadır.

Yiğit; bir devlet okulunda sekizinci sınıfta öğrenim görmektedir. Memur ebeveyne sahip olan, Yiğit'in kendisine olan güveni oldukça yüksektir. Etkinlikler sırasında zaman zaman başka şeyler ile ilgilense de süreçten hiç kopmamış ve süreç içinde rahatlıkla kendisini ifade etmiştir. Zor etkinliklerde daha çok motivasyon gösteren ve üst düzey düşünebilen bir öğrencidir.

Ali; bir devlet okulunda sekizinci sınıfta öğrenim görmektedir. Ticaret ile uğraşan bir babanın ve ev hanımı annenin oğlu olan Ali, oldukça neşeli bir çocuktur. Kendisine olan özgüveni tamdır. Farklı fikirleri ve pratik düşünceleriyle grubu etkileyen bir görüntü çizmiştir.

Mert; memur bir ebeveyne sahip olan Mert; bu gruptaki tek yedinci sınıf öğrencidir. Genellikle, grup içinde diğer arkadaşlarına göre daha sessiz bir karakter görüntüsü vermiştir. Buna rağmen süreçten hiç kopmadan arkadaşlarını takip etmekte, gerektiğinde fikirlerini ileri sürmeye çekinmeyen ve bir alt sınıfta olmasına rağmen grup çalışmasında diğer öğrencilerden geri kalmayan, farklı ilişkilendirmeler yaparak ve fikirler öne sürerek gruba katkı sunan bir öğrencidir.

3.2.3. İkinci Odak Grup Katılımcıları

Pazartesi öğleden sonra sınıfında, dört öğrenci grup çalışmasına katılarak, modelleme etkinliklerini yapmışlardır. Bu gruptaki öğrenciler daha önceki yıllardan birbirlerini tanıyan, uyumlu bir arkadaşlık kurmuş bireylerden oluşmaktadır. İlk etkinliklerde, grup çalışmasına alışkın olmadıklarından, genellikle birbirini dinlemeden, hemen çözüm yolu bulmaya çalışan grup, araştırmacının da yönlendirmesiyle daha çok tartışan ve işbirliği içinde çalışan bir grup olmuştur. Bu grup öncelikle bir erkek ve üç kız öğrenciden oluşmaktadır. Ancak erkek öğrenci sağlık sorunları nedeniyle 3. Hafta ayrılmak zorunda kalmış ve süreci tamamlayamamıştır. Dolayısıyla odak gruptan çıkarılmıştır. Bu gruptaki öğrencilerin hepsi kız öğrencilerden oluşmaktadır. Aşağıda grup üyelerine ait genel bildiler yer almaktadır.

Elif; bir devlet okulunda sekizinci sınıfa devam etmektedir. Anne ve babası üniversite mezunu, kendi işyerlerine sahip olan, orta-üst sosyo-ekonomik grubu ait bir ailenin kızı olan Elif özgüveni yüksek bir öğrenci görüntüsü vermektedir.

Kendisini ifade etmekte hiç zorlanmayan, ancak arkadaşlarını da dinleyen, takım/ grup çalışmasına yatkın bir öğrencidir. Motivasyonu yüksek olan Elif, tüm derslere gelmiş ve aktif katılım göstermiştir.

Gözde; bir devlet okulunda yedinci sınıfa devam etmektedir. Babası memur olan Gözde'nin annesi ev hanımıdır. Kibar ve biraz çekingen bir öğrenci olan Gözde, zaman zaman grup aktivitesinde kendisini geri çekse de, motivasyonu her zaman yüksek bir öğrenci profili çizmiştir. Sık sık modelleme etkinliklerini çok sevdiğini dile getiren öğrenci bu odak grupta yedinci sınıfa devam eden öğrencidir.

Duru; bir devlet okulunda sekizinci sınıfa devam etmektedir. Öğretmen bir anne-babanın kızı olan Duru, grubun baskın elemanıdır. Kendisini ifade yeteneği güçlüdür ve arkadaşları karşısında düşündüğünü savunmaktan asla çekinmeyen bir yapıya sahiptir. İkna olmadığında veya arkadaşlarıyla aynı fikirde olmadığında ısrarla soru soran, kendisini ifade etmeye çalışan bir görüntü vermektedir. Arkadaşları onun katılmadığı bir modelleme etkinliği için, "Duru olsaydı daha kolay fikir üretirdik" şeklinde düşündüklerini ifade etmişlerdir.

3.3. Veri Toplama Süreci

Çalışmanın verileri Nisan 2013 – Ocak 2014 tarihleri arasında toplanmıştır. Aşağıdaki tabloda genel hatlarıyla veri toplama takvimi verilmiştir.

Tablo 3.3: Veri Toplama Takvimi

İşlem	***Zaman***
Ön hazırlık dönemi	Şubat- Mart 2013
Ön – uygulama	Nisan- Mayıs 2013
MEB ve etik kurul izinlerinin alınması	Ağustos- Eylül 2013
Ankara'daki bilim sanat merkezinde gözlem ve öğrenci gruplarının gözlemi, ilgili etkinliklerin seçimi	Eylül, Ekim – 4 Kasım 2013
Uygulama gruplarının ve odak grupların oluşturulması	4 Kasım – 11 Kasım 2013
Tüm gruplara modelleme etkinliklerinin uygulanması ve uygulama deneyimlerine göre (pilot ve odak) grupların seçilmesi ve revize edilmesi (3 etkinlik)	11-29 Kasım 2013
Modelleme etkinliklerinin uygulanması (5 etkinlik)	2 Aralık 2013 – 10 Ocak 2014
Bireysel modelleme etkinliği uygulanması ve bireysel görüşmeler	20-24 Ocak 2014

Araştırmanın verileri 2012-2013 eğitim-öğretim yılı bahar dönemi ile ve 2013-2014 eğitim-öğretim yılı güz döneminde toplanmıştır. Öncelikle araştırmanın yürütüleceği Bilim Sanat Merkezinde 2013 yılı Mayıs ayı içerisinde merkezin eğitim ortamı hakkında bilgi edinmek için gözlem ve görüşmeler yürütülmüştür. Bu görüşme ve gözlemlerden sonra, araştırmanın veri toplama sürecinde karşılaşılabilecek, aksaklıkları görmek ve gidermek amacıyla, ön uygulamalar yapılmıştır.

3.3.1. Ön Uygulama

Araştırmanın ön çalışması, 2013 yılı bahar döneminde yapılmıştır. Bu dönemde yapılmış olan çalışmaları özetleyen tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 3.4: Bahar Dönemi Veri Toplama Süreci

Dönem	*Ay*	*Aşama*	*İş*
2012-2013 Bahar	Mart-Nisan	Hazırlık	Modelleme etkinliklerinin incelenmesi ve havuz oluşturulması. Kullanılacak modelleme etkinliklerinin seçilmesi. Görüşme formlarının oluşturulması Gerekli izinlerin alınması
	Mayıs	Gözlem, Görüşme ve Ön Uygulama	Bilim sanat merkezinde bir yönetici ve matematik öğretmenleriyle görüşme Matematik derslerinin gözlenmesi Ön uygulama (4 Modelleme Etkinliği)
	Haziran-Temmuz	Değerlendirme	Gözlem, görüşme ve ön uygulamaların değerlendirilmesi

Bu araştırmanın temel veri kaynağını modelleme etkinleri oluşturmaktadır. Hazırlık aşamasında, öncelikle, ilgili alan yazından ortaokul düzeyine uygun olan modelleme etkinlikleri taranmış ve bir havuz oluşturulmuştur. Yapısı bakımından farklı modelleme etkinlikleri seçilmeye çalışılmıştır. Yapısal farklılıklar için bazı ölçütler göz önünde bulundurulmuştur. Bu ölçütler;

1. Bu kriterlerden ilki, modelleme etkinliğinin Discover Problem Matrisindeki düzeyidir. Discover Problem Matrisinde bir problemin düzey derecesi arttıkça öğrencilerin yaratıcılıkları da çok desteklenmektedir (Ayrıntılı bilgi için, Bkz syf: 32). Seçilen problemlerin düzey olarak dördüncü/ beşinci düzeyde olmasına dikkat edilmiştir.

2. Bu kriterlerden ikincisi, problemlerin farklı öğrenme alanlarından olmasıdır. Modelleme etkinliklerinin farklı öğrenme alanlarından seçilmesinin sebebi, öğrencilerin tek bir konu/ öğrenme alanına karşı önyargılı, olumsuz tutum geliştirmiş olma ihtimali gibi olumsuz etmenlerin tüm araştırmayı olumsuz etkileme olasılığını en aza düşürmektir.

3. Bu kriterlerden üçüncüsü, modelleme etkinliklerinin zorluk düzeyidir. Araştırmacı, farklı zorluk düzeylerinden problemler seçmeye çalışmıştır. Çünkü üstün yetenekli

öğrencilerin zor görevlerde daha çok motive olduğu ve zor görevlere ihtiyaç duyduğu bilinmetedir (Deizmann ve Walters, 2001).

4. Bu kriterlerden dördüncüsü ise, modelleme etkinliklerinin etken sayısıdır. Bu kritere bağlı olarak, modelleme etkinliklerinde, çok etken içeren, az etken içeren ve orta düzeyde etken içeren modelleme etkinlikleri seçilmeye çalışılmıştır.

5. Bu kriterlerden beşincisi ise, literatürde sık rastlanan modelleme etkinliklerinin seçilmesidir. Literatürde sık rastlanan modelleme etkinliklerinin seçilmesinin temel sebebi, öğrencilerin çözümlerini ilgili alanyazındaki çözümler ile karşılaştırmaya olanak sağlamasıdır.

Yukarıda sayılan beş kriter göz önüne alınarak, havuzda toplanan 146 modelleme etkinliğinden öncelikle ilgili literatürde en çok kullanılan modelleme etkinlikleri seçilmiştir. Daha sonra ise, yapısı bakımından birbirinden farklı olan 9 adet modelleme etkinliği (Büyük ayak, patronun problemi, yorgan, otopark, kütüphane problemi, şehir, harçlık, tarihi otel, yemek şirketi) uygulanmak üzere seçilmiştir (Bkz. Ekler).

Ön hazırlık aşamasında, merkezin genel yapısı, kültürü hakkında bilgi edinmek için ve merkezde yürütülen ders programları hakkında bilgi edinmek için yarı yapılandırılmış görüşme formları da hazırlanmıştır. Ön uygulamaları gerçekleştirmeden önce, merkezin fiziksel ortamı ve kültürü öğrencilerin ve öğretmenlerin merkezdeki genel tutumları konusunda genel bilgi edinmek için, serbest zamanlı gözlemler yapılmıştır. Bu gözlemlerin yanı sıra, merkezin müdür yardımcısı ve merkezde halen öğretmenlik yapmakta olan iki matematik öğretmeni ile yaklaşık yirmişer dakikalık yarı yapılandırılmış görüşme yapılmıştır. Görüşmelerden, öğretmenlerin görüşüne göre merkezin genel işleyişi, grupların özellikleri hakkında ve merkezdeki matematik dersleri hakkında genel bilgi edinilmiştir. Bu veriler ışığında merkezdeki hedef grubun özelliklerini yansıtan iki sınıfın dersleri iki hafta boyunca izlenmiş ve gözlem notları tutulmuştur. Bu süreçte, matematik derslerinin işlenişi, sınıf içi çalışmalar ve sınıf içi diyaloglar (öğretmen-öğrenci, öğrenci-öğrenci diyalogları) gözlenmeye çalışılmıştır.

Öğretmenlerden alınan bilgiler doğrultusunda, izlenen gruplarda ön-uygulama grupları oluşturulmuştur. Öğrenci velilerinden gerekli izinler (Ek-4) alındıktan sonra, bir öğleden sonra ve bir akşam grubu seçilerek modelleme etkinliklerinin ön uygulaması yapılmaya başlanmıştır. Ancak, öğleden sonra grubuna sadece iki öğrenci devam ettiği için o gruptaki uygulamalara son verilmiş, ön uygulamalar sadece bir akşam grubu ile sürdürülmüştür. Bu grupta dört adet modelleme etkinliği uygulanmış ve uygulama sürecine dair gözlem notları tutulmuştur.

3.3.2. Ön- Uygulama Gözlemleri

Ön uygulamalar esnasında öğrencilerin problemi okur okumaz çözmeye başlama ve sonucu söyleme eğiliminde oldukları gözlenmiştir. Öğrencilerin büyük bir kısmı sürekli "doğru mu yapıyorum, doğru yoldan mı gidiyorum?" şeklinde sorular ile yaptıklarını araştırmacı tarafından doğrulatmaya çalışmışlardır. Özellikle ilk uygulamada ilk birkaç dakika sonra öğrencilerin hemen bir yanıt vermek için çabaladıkları, doğru yanıtı almak için uygulayıcının etrafını sardıkları görülmüştür. Genel olarak tüm uygulamalarda öğrenciler, oldukça heyecanlı davranmışlardır. Tüm uygulamalarda, sınıfta toplamda dokuz öğrenci olmasına rağmen, sınıf yönetiminde güçlükler yaşanmıştır. Bu durum merkezin matematik öğretmeni tarafından "genel olarak gözlenen ve görmezden gelinen bir durum" olarak betimlenmiştir.

Öğrencilerin genellikle modelleme süresince motivasyonlarının oldukça iyi olduğu söylenebilir. Ön uygulamaların takvim olarak dönem sonuna denk gelmesine rağmen, son derse kadar derse katılımlarını sürdürdükleri gözlenmiştir. Öğrenciler yapılan görüşmelerde sık sık bu etkinliklerden çok hoşlandıklarını ve bu etkinlikler ile ilk kez karşılaştıklarını belirtmişlerdir.

Modelleme etkinlikleri süresince öğrencilerin tüm çalışmalarında tüm gruplar video kayıt altına alınmıştır. Bu video kayıtlarda, öğrenci gruplarında genel olarak bir tartışma ortamının olmadığı, bir öğrenci tarafından ilk öne sürülen fikir üzerine çalışıldığı ve etkinliğin bu şekilde tamamlandığı gözlenmiştir.

Öğrencilerin ön etkinlikler boyunca bilgiyi manipüle edemedikleri, örneğin ilk kez karşılaştıkları büyük ayak probleminde (Ek-5) çözüme ulaşırken tesadüfi denilebilecek bir yol izledikleri görülmüştür. Öğrenciler, ayak boyu ile bireyin boy uzunluğu arasında bir kat sayı olabileceğini düşünmüşler ancak, veri toplarken belli bir strateji izlemeden az sayıda veri toplamışlar ve gerçek sonuca yakın bir sonuca ulaşıp ulaşamadıklarına dair bir açıklama getirememişlerdir. Ancak, öğrencilere problem bittikten sonra, medyan, açıklık nedir, nasıl bulunur ne işe yarar gibi temel bilgi düzeyinde sorular sorulduğunda öğrencilerin soruları hızlıca yanıtladıkları görülmüştür. Diğer taraftan kütüphane problemi (Ek-6) uygulaması sırasında bir öğrenci, kendi çözümünü çok güzel bir biçimde açıklamış ve tüm etkenlerin dikkate alınması gerektiğini çok iyi temellendirerek savunmuştur. Grup içinde bağımsız tek başına çalışan bu öğrenci çözüm olarak, çok anlaşılır ve kullanışlı bir formül ortaya koymuştur. Genellikle tüm problemlerde öğrenciler grup halinde çalışmamışlardır. Öğrencilerin ürün olarak çok güzel çözümler ortaya koydukları ancak bu ürünlerin sadece bir kişinin çözümü olduğu görülmüştür. Genellikle tüm problemlerde, problemi bir kişi çözmüş diğerleri ise onu izlemiş veya başka şeyler ile ilgilenmiştir.

Bu uygulamalarda oluşan aksaklıklar özetle aşağıdaki gibi saptanmış ve gerçek uygulamada bu aksaklıkların önüne geçecek önlemler aşağıdaki gibi belirlenmiştir;

- Modelleme etkinliklerinin uygulama metinlerinde, öğrencilerin anlama güçlüğü yaşadıkları yerler not edilmiş ve uygulama öncesi yeniden düzenlenmiştir. Örneğin, öğrencilere verilen ilk formda kütüphane probleminde verilen katılımcı notları, A+,A, B+,B,..gibi üniversite düzeyindeki notlandırma sistemidir. Öğrenciler bu notlandırmayı anlamakta güçlük çekmişlerdir. Bu notlandırma, yüzlük sistemdeki notlandırmaya dönüştürülmüştür.
- Grup sayısının kalabalık olduğu ve sınıfın fiziksel olarak çok küçük olduğu gruplarda sınıf yönetiminde güçlük yaşanmıştır. Sınıfın kalabalık olduğu ortamlarda, nadiren de olsa, kameranın ses kaydı kalitesi düşmüş, öğrencilerin seslerinin anlaşılması güçleşmiştir. Esas uygulamanın pilot uygulama aşamasında, sınıf yönetiminden kaynaklanan bu güçlüklerin üstesinden gelmek için, öğretmenden yardım istenmiştir. Ancak öğretmen farklı nedenlerle istekli olmadığından, süreç içinde kalabalık olan gruplar elenmiş, gerçek uygulamada öğrenci sayısının az olduğu gruplar seçilmiştir.
- Grup çalışmasına ve modelleme etkinliklerine alışkın olmayan öğrencilerle odak grup oluşturarak, onlardan modelleme etkinliğini yapmalarını beklemek, bu öğrenci gruplarında veri kaybına neden olmuştur. Çünkü öğrenciler, grup çalışmasında nasıl bir süreç izleyeceklerini, nasıl tartışacaklarını, süreci nasıl yöneteceklerini bilememişlerdir. Grup içinde birbirlerini dinleme alışkanlıkları olmadığından grup içinde iletişim aksamış ve her bir öğrenci kendi başına

çözüme ulaşmaya çalışmıştır. Modelleme etkinliklerine alışkın olmayan daha çok kısa yanıtlı problemlere alışkın olan bu öğrenciler, öncelikle hemen yanıta odaklanarak, çözüm yolu üzerinde çalışmaktan çok, hızlıca ulaşabilecekleri doğru/ yanlış bir yanıt aramışlardır. Bu güçlük, araştırmacının, grup içi iletişimi sağlamaya yardımcı olması için her bir odak grubun modelleme etkinliği süresince yanında bulunması, onlar sürece alışana kadar grup içindeki tartışmayı yönlendirmeye çalışmasıyla önlenmeye çalışılmıştır.

- Öğrencilerin kamera kaydındaki görüntüden çıkması veya nadiren de olsan kameranın şarjının bitmesi gibi yaşanan teknik aksaklıklar ön uygulama esnasında yaşanan bir diğer güçlüktür. Araştırmacının uygulama esnasında sürekli kameranın ve grubun yanında olmasıyla bu aksaklığın üstesinden gelinmeye çalışılmıştır.
- Çalışma için seçilen bilim sanat merkezindeki, olumsuz iklim, veri toplama sürecine yansıyabilecek bir güçlük olarak belirlenmiştir. Bu olumsuzluğun veri toplama sürecine yansımaması için, Ankara'daki diğer bilim sanat merkezinde de gözlemler yapılması, bu gözlemlere bağlı olarak, motivasyonu yüksek olan gruplardan öğrenci seçilmesi planlanmıştır. Dönem başında bir diğer bilim sanat merkezinde de gözlemler yapılmıştır. Ancak bu bilim sanat merkezine devam eden öğrenci sayısının bir odak grup oluşturacak sayıya bile ulaşamaması dolayısıyla, alternatif bilim sanat merkezi araştırmaya dâhil edilmemiştir.
- Bazı öğrencilerin grup çalışmasına uygun davranmadığı, kendini ifade etmekte zorlandığı, bazı öğrencilerin ise, yanlış bile olsa kendi fikrini arkadaşlarına kabul ettirmeye çalıştığı, hatta zorba bir tutum sergilediği görülmüştür. Bu gözlem sonucunda, araştırmanın yürütüleceği uygulamalarda seçilen öğrencilerin kendisini ifade etme becerileri yüksek, özgüvenleri yerinde, grup dinamiklerini olumsuz etkilemeyecek öğrencilerden seçilmesinin uygun olduğu düşünülmüştür.

3.3.3. Uygulamalar ve Verilerin Toplanması

Araştırmanın veri toplama çalışması, 2013-2014 eğitim-öğretim yılı güz döneminde yapılmıştır. Bu dönemde yapılmış olan çalışmaları özetleyen tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 3.5: Güz Dönemi Veri Toplama Süreci

Dönem	*Ay*	*Aşama*	*İş*
2013-2014 Güz	Eylül	Hazırlık	Modelleme etkinliklerinin revize edilmesi İlgili izinlerin alınması
			Veri toplama araçlarının ve diğer formların düzenlenmesi
	Ekim	Gözlem ve görüşme	Bilim Sanat Merkezinin seçilmesi Çalışma gruplarının izlenmesi Odak grupların seçilmesi Pilot uygulamanın yapılacağı grupların seçilmesi Seçilecek sınıflar için öğretmen görüşleri alınması
	Kasım Aralık Ocak	Uygulama	Veli izinlerinin alınması Çalışma gruplarının oluşturulması Odak Grupların Seçilmesi Grup uygulamalarının yapılması ve uygulama verilerinin toplanması Bireysel uygulamaların yapılması

Tabloda görüldüğü gibi, hazırlık çalışmaları, çalışmaya uygun modelleme etkinliklerinin revize edilmesi ve ilgili izinlerin alınması, ilgili formların düzenlenmesi süreci Eylül ayında tamamlanmıştır. Ekim ayı boyunca Ankara ili sınırları içindeki iki Bilim Sanat Merkezinde de gözlemler ve odak grupların seçimine yönelik öğretmen görüşmeleri yapılmıştır. Bu gözlem ve görüşmelerin ardından öncelikle araştırmanın yürütüleceği Bilim Sanat Merkezine karar verilmiş, Ekim ayı boyunca bu bilim sanat merkezindeki çalışma grupları izlenmiş, odak grupların seçimi yapılmıştır ve odak gruplardaki öğrencilerin velilerinden izin (Ek- 4) alınmıştır. Uygulamanın gerçekleştiği, Kasım Aralık ve Ocak aylarında ise, araştırmaların verileri toplanmıştır.

3.4. Veri Toplama Araçları

Veri toplama sürecinde kullanılan veri kaynakları ve veri toplama araçlarına ilişkin detaylı tablo aşağıda sunulmuştur.

Tablo 3.6: Veri Toplama Araçları

Veri Toplama Aracı	*Takvim/Süre*	*Odak ve Uygulama*	*Amaç*
Gözlem	Ekim 2013	Uygulamanın yapılacağı bilim sanat merkezleri ve uygulamaların yapılacağı sınıfların (5 sınıf) her biri 2 hafta gözlenmiştir.	Bu gözlemde odak grupların oluşturulacağı ve uygulamanın yapılacağı sınıfların belirlenmesi hedeflenmiştir.
Modelleme etkinlikleri ve uygulaması süresince video kaydı	18 Kasım 2013-10 Ocak 2013 (40dkx3) x 8 etkinlik	Odak gruplara sekiz modelleme etkinliği uygulanmış ve odak grupların çalışmaları video ile kayıt altına alınmıştır.	Seçilen modelleme etkinliği uygulanarak öğrencilerin modelleme süreci içindeki matematiksel yaratıcı düşünme becerilerini yansıtan davranışlar hakkında veri toplanması hedeflenmiştir. (derslerin video kaydı, grup çalışmalarının video kaydı, öğrenci ürünleri, öğrenci günlükleri)
Modelleme ürünleri		Öğrencilerin grup halinde yaptıkları tüm etkinlikler süresince ve etkinlik sonunda ortaya koydukları ürünler	
Günlük formları		Her bir öğrenci her bir etkinlik sonrası form doldurulmuştur.	
Gözlemci notları		Her bir etkinlik sonrası araştırmacının aldığı notlar	
Bireysel Modelleme Etkinliği video kaydı	20-24 Ocak 2014 (40dkx3) x6 etkinlik	Her bir öğrencinin bireysel modelleme etkinliği çalışması video kaydına alınmıştır.	Seçilen modelleme etkinliği uygulanarak öğrencilerin bireysel modelleme süreci içindeki matematiksel yaratıcı düşünme becerilerini yansıtan davranışlar hakkında veri toplanması hedeflenmiştir. (derslerin video kaydı, grup çalışmalarının video kaydı, öğrenci ürünleri, öğrenci günlükleri)
Bireysel modelleme etkinliği ürünleri		Öğrencinin etkinlik sonrası ürünü	
Günlük formları		Öğrencinin etkinlik sonrası doldurduğu form	

Modelleme Etkinlikleri ve Uygulanması

Araştırmanın en önemli veri kaynağı modelleme etkinliklerinin uygulanmasıyla elde edilmiştir. Bu araştırmada veri toplama aracı olarak kullanılacak modelleme etkinlikleri (Şehir Problemi, Tarihi Otel, Büyük Ayak, Patron, Otopark, Yorgan, Yemek Şirketi, Kütüphane, Harçlık) yazılan sırayla uygulanmıştır. Bu modelleme etkinliklerinden tarihi otel problemi, şehir problemi ve büyük ayak problemi odak grupların modelleme etkinliklerini tanıması ve sürece alışması açısından pilot uygulamada kullanılmak üzere seçilmiştir. Ancak, yemek şirketi probleminin uygulandığı hafta, iki odak gruptan da birer öğrenci o günkü çalışmaya katılamamıştır. Bu durumun veri kaybı yaratacağı düşünüldüğünden, yemek şirketi problemi veri setinden çıkartılmıştır. Çıkartılan veri setine büyük ayak problemi eklenmiştir. Araştırmanın odak gruplarının veri setini oluşturan etkinlikler; büyük ayak, patron, otopark, yorgan ve kütüphanedir (Bkz. Ekler: 5,6,7,8,9). Öğrencilerin bireysel olarak yaratıcılığını incelemek amacıyla toplanan veriler ise, harçlık problemi (Ek-10) aracılığıyla elde edilmiştir. Aşağıdaki tabloda modelleme etkinliklerinde yer alan problemlerin içeriği açıklanmıştır.

Tablo 3.7: Modelleme Etkinlikleri ve Açıklamalar

Etkinlik	*Ön-Etkinlik*	*Etkinliğin Açıklaması*	*Öğrenme Alanı*
Büyük Ayak	Ön etkinlikte, öğrencilere bir arkeolojik çalışmada bulunan ayak izinin olduğu bir haber sunulmuştur.	Bu modelleme etkinliğinde öğrencilere normal standartlardan büyük (52 numara) bir kişiye ait ayak izi verilmiştir. Öğrencilerden beklenen, farklı bireylerden veri toplayarak bu ayak izine sahip bireyin boy uzunluğunu tahmin etmeleridir.	İstatistik Sayılar
Patron	Öğrencilerle problem içinde geçen bazı kavramlar hakkında sohbet edilmiştir. Öğrencilere daha önce çalışıp çalışmadıkları, tam-zamanlı, yarı zamanlı kavramlarının anlamını bilip bilmedikleri, bir işverenin ne gibi ölçütlere göre çalışan almaya karar verebileceği, gibi soruları sorulmuştur.	Bu modelleme etkinliğinde öğrencilere iki farklı tablo içinde dokuz çalışanın bir önceki yıla ait verileri sunulmuştur. Birinci tabloda dokuz çalışanın her ay (Haziran, Temmuz, Ağustos) farklı yoğunluklarda (az yoğun, orta yoğun, çok yoğun) kaç saat çalıştığı, ikinci tabloda ise bu çalışanların şirkete kaç lira para kazandırdıkları verilmiştir. Bu tablolardaki verilere dayanarak öğrencilerin, patrona yardım ederek, dokuz çalışandan üç kişiyi işten çıkarması, üç kişiyi tam zamanlı çalışan olarak işe alması, üç kişiyi ise yarı zamanlı çalışan olarak işe alması gerekmektedir. Öğrencilerden beklenen farklı etkenleri dikkate alarak, her bir çalışana ait birim zamanda kazandığı parayı bularak, karşılaştırma yapmasıdır.	İstatistik

Otopark	Öğrencilere ailelerinin arabası olup olmadığı, otopark problemi yaşayıp yaşamadıkları gibi sorular sorulmuştur. Bir alışveriş merkezinde otoparka araç park ederken, her bir aracın ortalama kaç dakika süre ve ne kadar benzin harcadığı ile ilgili bir video izlettirilmiştir. Video, araçların daha kolay yerleştirilmesi için bir öğrencinin bulduğu bir otopark çözümü içermektedir.	Bu modelleme etkinliğinde, öğrencilere tasarlamaları beklenen otoparkın büyüklüğü, her bir otopark alanı, engelli otopark alanlarının büyüklüğü ve olması gereken konumu gibi veriler verilmiştir. Bu etkinlikten öğrencilerden bir resimde detaylı olarak belirlenen alana olabildiğince kullanışlı bir biçimde olabildiğince çok arabanın sığacağı, bir otopark tasarlamaları istenmiştir.	Geometri
Yorgan	Öğrencilerle bir kağıt katlama etkinliği ile bir yorgan içindeki motif oluşturulmuştur. Yorgan ve halılar üzerindeki farklı geleneksel Türk motifleri gösterilmiştir. Kırkyama tekniği üzerinde konuşulmuştur.	Bu etkinlikte, öğrencilere bir yorgan resmi ve yorganın gerçek uzunlukları verilmiştir. Yorgan resmine ve yorgan resmi üzerindeki desenlerden yola çıkarak, yorgan resmindeki bir motifin gerçek uzunluğunu bulmaları ve daha sonra bu motifin kalıbını oluşturmaları istenmektedir. Bu problemde, orantısal akıl yürütme yöntemiyle tahmine dayalı bir strateji geliştirerek olası motife yakın ölçüler bulmaları beklenmektedir.	Sayılar Geometri
Kütüphane	Öğrencilere, Türkiye çapındaki bir kitap okuma yarışmasında birinci olan bir öğrencinin verdiği bir röportajın metni verilmiş ve daha sonra bu metin üzerinde konuşulmuştur. Öğrencilerle daha önce bir yarışmaya katılıp katılmadıkları üzerinde sohbet edilmiştir. Bir yarışmanın değerlendirme ölçütleri ne olmalıdır, nasıl değerlendirilmelidir, örneğin basketbol turnuvalarında birinci takım nasıl seçilir, gibi sorular yönlendirilmiştir?	Bu etkinlikte, Milli Kütüphanenin, ilköğretim 6-8 sınıf düzeyinde Ankara ilinde ikamet eden tüm öğrencilerin katılım sağlayabileceği bir yarışma düzenlediği belirtilmiştir. Yarışmada her yarışmacı istediği kitabı okuyabilecek, her okuduğu kitaba dair bir rapor yazacaktır. Bu modelleme etkinliğinde öğrencilerden, çok kişi katılımıyla gerçekleşen ve her bir katılımcının okuduğu kitaba dair pek çok etken (kitap sayısı, kitap seviyesi, türü..vb) olan bu yarışmada yarışmayı değerlendiren jüri üyelerine bir sistem geliştirerek yardım etmeleri istenmektedir. Bu etkinlikte, temel bir algoritma geliştirerek, pek çok farklı çözüm yolu bulunabilmektedir.	Sayılar Cebir
Harçlık	Öğrencilerle harçlıklarının miktarı, harçlıklarına yapılan zamlar, harçlıklarını nasıl harcadıkları, ne sıklıkla harçlık aldıkları gibi sorular sorulmuş, harçlıklar üzerinde sohbet edilmiştir.	Bu modelleme etkinliğinde, Ablası 13 yaşındayken 8 TL harçlık alan çocuğun ablasıyla aynı yaşta olup, aradan on yıl geçmesine rağmen ablasıyla aynı miktarda (8TL) harçlık alması durumu betimlenmiştir. Öğrencilerden Çocuk, ailesinden zam istemek için, 12 adet tane ürünün farklı tür nesneye ait on yıl öncesi ve sonrası fiyatlarından verisi toplamıştır. Bu verilerden yararlanarak, bu çocuğun harçlığına zam yapılıp, yapılmamasına karar vermeleri ve bu kararlarını gerekçelendirmeleri istenmektedir..	Sayılar İstatistik

Yukarıda da detaylı şekilde verilen, modelleme etkinliklerinin uygulama süreci üç aşamadan oluşmaktadır: ön etkinlik, grup çalışmaları ve son etkinlik (sınıf tartışmaları). Bu aşamaların en sonuncusu olan son etkinlik bölümünde, tüm etkinliklerde öğrencilerin problemlerinin çözüm yolları ve çözüm yollarının etkililiği üzerinde tartışılmış, olası başka çözüm yolları üzerinde konuşulmuştur. Bu aşamaların her birinin bütüncül bir süreç olduğu varsayıldığından tüm ders süresince (ön etkinlik tartışmaları, grup çalışmaları ve son etkinlikler) dersler video kayıt altına alınmıştır. Bu araştırmanın en önemli veri kaynağı bu video kayıtlardır. Bu süreçte araştırmacı, öğrenciler ile birlikte bulunduğundan öğrencilerin tüm süreçleri araştırmacının gözlemlemesi mümkün olmuştur. Araştırmacı gerekli gördüğü ve anlamadığı yerlerde sürecin sonunu beklemeden “Ne düşünüyorsun? Ne demek istiyorsun? Bunu mu demek istedin?” gibi sorular yönlendirerek anlaşılmayan durumlar açıklanmaya çalışılmıştır.

Öğrencilerin bireysel olarak yaratıcı düşünme becerilerini incelemek için harçlık problemi uygulanmıştır. Bu modelleme etkinliği bireysel olarak uygulandığından araştırmacı süreç içinde öğrencilerin düşüncelerini yansıtmalarına yardımcı olacak “Ne düşünüyorsun? Şu anda aklından ne geçiyor? Bunu nereden buldun?” gibi sorular yönlendirmiştir. Tüm bu süreçler video ile kayıt altına alınmıştır.

Gözlem Formları ve Gözlem Notları

Araştırmacı, süreç boyunca öğrencilerin yanında bulunarak onların çözüm sürecini gözlemlerken, öğrencilerin notlarının, ürünlerinin, süreçte yazmış oldukları müsveddelerin daha sonra anlaşılamaması ihtimalini ortadan kaldırmak için gözlem formları (Ek- 11) doldurmuş ve gözlem notu da tutmuştur. Bu notlarla, her bir modelleme etkinliğinin sonunda, sürece dair tüm detaylar kayıt altına alınmıştır.

Öğrenci Ürünleri ve Yansıtıcı Formlar

Öğrencilerin modelleme etkinlikleri süreci sonunda üretmiş oldukları ürünler (modelleme etkinliklerinin son ürünü olan poster, mektup vb. ürünlerini) ve öğrenci formları (Ek-12) (öğrencilerin modelleme etkinliği sonunda doldurduğu) da bu araştırmanın veri setine dâhil edilmiştir. Öğrenciler her bir modelleme etkinliğini tamamladıktan sonra elde yazdıkları tüm notları, çözümleri, problemin istediği mektup, poster vb. ürünleri araştırmacıya teslim etmişler ve bireysel olarak yansıtıcı düşünce formları doldurmuşlardır. Bu formlarda çözüm yollarını anlatmaları, problemi farklı etkenler (zorluk, kullanılan kavramla vb.) açısından değerlendirmeleri istenmiştir. Bu formlar (Bkz. Ek-12), modelleme etkinliklerinden elde edilen verilerle karşılaştırma yapmak için kullanılmıştır.

3.5. Verilerin Çözümlenmesi, Analizi ve Kodlama

Araştırmada farklı veri toplama yöntemlerinden elde edilen verilerin analizindeki temel amaç, modelleme sürecinde ortaya çıkan matematiksel yaratıcılık becerilerinin detaylı ve derinlemesine sunulmasıdır. Bunun için betimsel analiz yöntemi tercih edilmiştir. Betimsel analizde tüm veriler ilgili kodlar ışığında analiz edilir, detaylı ve derinlemesine sunulur ve yorumlanır (Patton,2002). Bu amaçla süreçte, üç aşamalı bir yöntem sürdürülmüştür. Öncelikle modelleme etkinliği süresinde sınıfta yapılan çalışmalardan (tartışmalar, ön etkinlikler, problemin çözümü, öğrencilerin ürünlerini açıklamaları süreci) elde edilen video ve ses kayıtları Maxqda-12 programında çözümlenmiştir. Elde edilen dökümler ve dökümleri destekleyen diğer veri kaynaklarından her bir modelleme etkinliğine yönelik nitel veri seti oluşturulmuştur. Bu araştırmada her bir modelleme etkinliği, bütüncül bir durum olarak ayrı ayrı ele alınarak incelenmiştir.

3.5.1. Birinci ve İkinci Araştırma Problemlerine Yönelik Analizler

Nitel araştırmalarda, veri analizinde kodlar veri setinin içinden oluşturulabildiği gibi, daha önce belirlenmiş kodlara ilişkin analizler de yapılabilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu araştırmada kodlama, daha önce alan yazından derlenen alt boyutlar (akıcılık, esneklik, ilişkilendirme, aşamalılık, orijinallik ve kalite) temelinde yapılmıştır.

Matematiksel yaratıcılığın alt boyutları incelenirken, iki aşamalı bir yol izlenmiştir. Birinci aşamada öğrencilerin modelleme etkinlikleri süresince ortaya koydukları düşünme becerileri matematiksel yaratıcılığın ilgili alt boyutları (akıcılık, esneklik, ilişkilendirme, aşamalılık) bakımından incelenmiştir. Akıcılık, esneklik, ilişkilendirme ve aşamalılık öğrencilerin sürece yansıtmış oldukları beceriler olarak ele alınmış ve nitel bir perspektifle öğrencilerin süreç içinde gözlenebilen söylem ve eylemleri yoluyla incelenmiştir. Bu araştırmadaki ikinci aşama ise, yaratıcılığın öğrencilerin modelleme etkinlikleri süreci sonunda ortaya koydukları ürünlerine (öğrencilerin süreç sonundaki nihai çözümlerine) yansımasının incelenmesidir. Öğrencilerin ürünlerinin incelemesiyle yaratıcılığın alt boyutlarından olan orijinal ve kaliteli düşünme becerileri, öğrencilerin ürünleriyle açıklanmaya çalışılmıştır. Aşağıda yaratıcılığın alt boyutu olarak kodlanan boyutlar açıklanmıştır.

Akıcılık, alan-yazında yaratıcılık temelinde yapılan araştırmalarda farklı analiz yaklaşımların yer aldığı görülmektedir (Plucker vd, 2014). Yaratıcılık kavramının bir araştırma konusu olarak ortaya çıkmasından beri Guilford (1967) un yaratıcılığın alt boyutları olarak betimlediği akıcılık ve esneklik analizi yaratıcılık ölçümlerinde en çok kullanılan (Plucker vd, 2014)) yaklaşım olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu araştırmada da esneklik ve akıcılık alt boyutları klasik yaklaşımla ele alınarak kodlanmış ve betimlenmiştir. Bireyler bir konu üzerinde düşünürken, problem çözerken fikirler ve çözümler öne sürerler. Bir birey ne kadar çok fikir üretirse, o birey o kadar akıcı düşünüyordur denilebilir (Sriraman, 2005). Öğrenciler problem çözerken denemeye, üretmeye ve yanlış yollara girmeye, yanılmaya dolayısıyla yanlış yapmaya da ihtiyaç duyarlar (Grégoire, 2016*).* Modelleme etkinlikleri süresince de öğrenciler bazen yanlış veya eksik bir fikirden doğru bir çözüme de yönelebilmektedirler. Bu araştırmada öğrencilerin çözüm önerilerinin her biri, fikrin bir sonuca ulaşılıp ulaşmadığına bakılmaksızın fikir olarak kodlanmıştır. Öğrencilerin ürettikleri doğru fikirler akıcı düşünce, bağlamdan bağımsız fikirler veya yanlış fikirler ise ilişkisiz akıcı düşünce olarak kodlanmış ve değerlendirilmeye alınmıştır.

Esneklik, bilgi veya fikir içeriklerinin sabitliği ve değişkenliği ile ilgili bir konudur (Guilford, 1967). Esnek düşünme becerisine sahip bireyler düşüncelerinde değişkenlik yaratabilme özelliğine sahiptirler. Esneklik, bir fikir üzerinde düşünürken veya bir konu üzerinde çalışırken, zihnin farklı bağlamlar içinde düşünebilme becerisi olarak da tanımlanabilir. Bu çalışmada, öğrencilerin çözüm üretirken kullandıkları farklı kavramlar ve fikirlerin içeriğindeki farklılıklar esneklik olarak ele alınmıştır. Öğrencilerin üzerinde çalışmış oldukları modelleme etkinliğinde ortaya koymuş oldukları tüm fikirler birbirleriyle ortak özelliklerine göre gruplanarak, öğrencilerin kaç farklı kavrama/duruma odaklandıkları ortaya konulmuş ve bu şekilde öğrencilerin esnek düşünmeleri analiz edilmiştir. Öğrencilerin çözüm süreçleri bütünsel olarak ele alındığından, yanlış düşünceleri (ilişkisiz akıcılıkları) de gruplamaya dahil edilmiştir.

İlişkilendirme becerisi, matematiğin zihinde yapılanması ve öğrenme açısından önemli bir beceri olduğu kadar matematik eğitiminde de hedeflenen beceriler arasındadır (NCTM, 2000). Aynı zamanda matematikte yaratıcı yeteneği tanımlarken karşımıza çıkmaktadır. Bir matematiksel çözümün farklı gösterimler kullanılarak ifade edilmesi, fikrin farklı kavramlarla ilişkilendirilerek ortaya konulması üst düzey matematiksel düşünme ve yaratıcı düşünme ile ilişkilidir (Ervynck ,1991; Sheffield, 2006, Sriraman, 2005). Bu çalışmada Bingölbalı ve Çoşkun'un (2016) kavramsal çerçevesi kullanılmıştır.

1. Kavramlar arası ilişkilendirme
    a. Kavram ve diğer kavramlar arasında ilişki kurma
    b. Kavram ile alt kavramların ve alt kavramların kendi arasında ilişki kurma
2. Gösterimler kullanma (sayısal, cebirsel sembolik, geometrik/grafiksel, resim vb.)
3. Gerçek yaşamlar ilişkilendirmesi
    a. Kavramı bir bağlam içinde ele alma

b. Gerçek yaşamdan sözel örnekler verme

Bu araştırmada yukarı belirtilen ilişkilendirmelerden, günlük yaşam ilişkilendirmesi; matematiği diğer derslerde ve günlük yaşamda karşılaşılan konu ve durumlarla ilişkilendirmeyi içermektedir. Matematiksel konu, kavram, öğrenme alanları arası ve problemler arasında ilişki kurma, kavramsal ilişkilendirme olarak ele alınmıştır. Farklı temsil biçimlerini kullanma (sayısal, cebirsel sembolik, geometrik/grafiksel, resim vb.) ve bu gösterimler arasında geçişler yapma ise, gösterimler olarak kodlanmıştır.

Aşamalılık, bir fikrin nasıl genişletildiği ile ilgilidir. Mednick (1962) birbiriyle ilişkisi olan/olmayan fikirlerin zincir gibi bir yapıyla birbirini sürüklediğini, çağrışımlarla bir başlangıç noktasından başlayan düşüncenin temellerinin uzak bir noktada yaratıcılıkla son bulduğunu (Mednick, 1962'ten Akt. Runco, 2010) belirtmektedir. Bir fikir ortaya atılır; ancak bu fikrin gelişmesi fikrin üzerinde ne kadar çok çalışıldığıyla ilişkilidir. Aşamalılık, ortaya atılan fikrin aşamalı olarak geliştirilmesi ve ortaya konulan kavramın genişletilmesi (Sheffield, 2000) ve en iyi şekle ulaşması için harcanan süreci ifade etmektedir. Bu araştırmada, öğrencilerin aşamalı düşünmelerini ortaya koymak için, öğrencilerin nihai çözümleri elde edildiğinde geriye yönelik bir analiz ile bu çözümün fikir olarak ne zaman ortaya atıldığı, ortaya atılan fikrin üzerine hangi kavramların inşa edildiği, fikrin ne şekilde evrildiği incelenmiştir. Fikrin ilk ortaya atıldığı zamandan sonra, aşamalı olarak son şekline ulaşana kadar geçen süreç zinciri öncelikle tespit edilmiş daha sonra basamaklandırılarak, öğrencilerin çözümün kaç basamakta son şeklini aldığı sayısal değer olarak etiketlenmiştir.

Kalite, öğrencilerin ürünlerinin (çözümlerinin) kalitesi çözümlerinin doğruluğunun değerlendirilmesi yanında bu çözümün benzer problem durumlarında da kullanılabilmesi anlamına gelir. Dolayısıyla, bu araştırmada öğrencilerin ürünlerinin kalitesi, öğrencilerin ortaya koydukları çözümün, içerdiği doğru matematiksel yapıların genellenebirliği ile ilişkilendirilmiştir. Lubart (2010) yaratıcı ürünlerin özgün, kullanışlı ve adapte edilebilir olması gerektiğini vurgulamışlardır. Matematiksel olarak ürünün (öğrencilerin çözümleri) kullanışlılığı ve adapte edilebilir olması, ürünlerin genellebilirliği ve Lesh (2010)'in tanımıyla yeniden kullanılabilirliği ile ilişkilidir. Bu bağlamda modelleme etkinliklerinde değerlendirmeye alınan ürünlerin kalitesi, genel yaratıcılık kuramlarında özellikle altı çizilen özellikleri de karşılamaktadır. Öğrencilerin ortaya koyduğu ürünlerin kalitesi açısından değerlendirilmesi için üç uzmandan görüş alınmıştır. Uzmanların ürünleri değerlendirmeleri için rehber olması açısından "Kalite

Değerlendirme Ölçeği” (Quality Assesment Quide (Lesh, 2010) Ek- 13) uzmanlara verilmiştir. Lesh (2010) öğrencilerin ortaya koydukları çözümlerin kalitesini modellerin yeniden kullanılabilirliği ile eşdeğer tutmuştur. Dolayısıyla, kalite değerlendirme ölçeği, öğrencilerin modelleme etkinlikleri sonucunda ortaya koydukları ürünlerin matematiksel olarak kalitesini, yeniden kullanılabilirliği/genellenebilirliği açısından değerlendirmemize yardımcı olan bir araçtır (Coxbill, Chamberlin ve Weatherford, 2013). Uzmanlara sunulan kalite değerlendirme ölçeği 0-4 aralığındadır. Uzmanlardan bu değerlendirme ölçeğini kullanılarak, öğrenci ürünlerini kalitesi genellenebilirlik açısından 0-4 değerleri arasında puan vererek değerlendirmeleri istenmiştir. Aşağıda uzmanların uzmanlıkları ile ilgili bilgi verilmiştir.

1. Uzman, 2009 yılında Boğaziçi Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programından mezun olmuştur. Mezun olduktan sonra bir süre çeşitli özel okullarda ortaokul düzeyinde matematik öğretmeni olarak çalışmıştır. İlköğretim matematik öğretmenliği programında yüksek lisans yaptıktan sonra modelleme konusundaki tezi ile Hacettepe Üniversitesinden doktora derecesi almıştır. Uzmanın, üç yıllık aktif ortaokul düzeyinde öğretmenlik tecrübesi bulunmaktadır.

2. Uzman, 2005 yılında Eskişehir Osmangazi üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programından mezun olmuş ve mezun olduktan hemen sonra Eskişehir ilinde Milli Eğitim Bakanlığına bağlı bir devlet okulunda öğretmen olarak çalışmaya başlamıştır. Ankara Üniversitesi Matematik Eğitimi Alanında Yüksek lisans derecesine sahip olan uzman bir süre öğretmenlik yaptıktan sonra bir devlet üniversitesinde araştırma görevlisi olarak çalışmıştır. Uzman, yüksek lisans derecesinden sonra öğretmenliğe geri dönmüştür ve ortaokul düzeyinde matematik öğretmeni olarak on yıllık meslek tecrübesi vardır.

3. Uzman, 2006 yılında Anadolu Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programından mezun olmuştur. Üstün zekalılar öğretmenliği programından yüksek lisans ve doktora derecesine sahip olan uzmanın, ortaokul düzeyinde üstün yetenekliler ve yaratıcılık konularında çalışmaları vardır. Uzman bir devlet üniversitesinde yardımcı doçent pozisyonunda çalışmaktadır

Uzmanların “Kalite Değerlendirme Ölçeğinde” (Ek-13) verdikleri sıfır (O) değerinin karşılığı, çözümün yanlışlığını ifade etmektedir. Bir (1) değerinin karşılığı ise, çözümün temelinde doğru bir başlangıç olmasına rağmen, daha pek çok revizeye ihtiyaç olduğunu belirtmektedir ve sürecin henüz tamamlanmadığını, problem durumunun ihtiyacına cevap verilmediğini belirtmektedir. İki (2) değerinin karşılığında ise, çözümün kısmen doğru olduğu ancak, problem durumunun ihtiyacını karşılamak için değişikliğe ihtiyaç olduğu anlamına gelmektedir. Ölçekte üç (3) değeri ise, çözümün doğru ve problemdeki ihtiyaç durumuna cevap verebildiği anlamına gelmektedir. Ancak çözümün genellenebilir olması için bazı küçük değişiklikler yapılmasına ihtiyaç vardır. Ölçekteki dört (4) değerini alan çözüm problem durumunun ihtiyaçlarına cevap verebilecek bir çözümdür. Bunun yanında bu çözüm, benzer durumlara adapte edilerek yeniden kullanılabilecek bir modeldir. Genellenebilirdir. Yeniden kullanılabilen ürünler veya çözümler, matematiksel yaratıcılığın önemli bir ölçütü olarak karşımıza çıkan genellenebilirlik ölçütünü karşılamaktadır.

Özgünlük kelime anlamıyla alışılagelenin dışında olan, insanı şaşırtan nitelikte anlamında kullanılır (TDK, 2015). Özgün düşünme ise; bireyin diğer bireylerden farklı düşünebilme becerisidir. Özgünlük değerlendirmelerinde karşımıza pek çok yaklaşım çıkmaktadır (Plucker vd, 2014). Yüzde değerlendirmesi, bir testin veya ölçme aracının geniş kitlelere uygulandıktan sonra, verilen yanıtların hangi yüzdelik dilime girdiğinin hesaplanmasıdır. Bu yöntemin analiz için kullanılabilmesi için, testin veya etkinliğin (modelleme etkinliklerinin) çok büyük bir örnekleme uygulanması gerekmektedir. Bu bakımdan bu analiz biçimi bu araştırma için uygun değildir. Özgünlük puanı hesaplanmasında, her bir fikir analiz eden tarafından 1-0 arasında puan verilerek değerlendirilmektedir. Bu değerlendirmede özgünlük ve akıcı düşünme birbiriyle yüksek korelasyona sahiptir. Bu araştırmada, her bir alt boyutun tek başına ele alınması planladığından bu yaklaşım analiz için tercih edilmemiştir. Orijinalliğin değerlendirilmesinde bir diğer yaklaşım olarak uzmanların uzlaşmasıdır. Ürünler uzmanlar tarafından belirli bir aralıkta (genellikle 0-6 aralığında) değer verilerek değerlendirilirler (Plucker vd, 2014). Uzmanlar ürünleri birlikte değerlendirdiklerinde ortak bir puan vermeleri istenir. Uzmanların birlikte değerlendirme yapamadığı durumlarda verdikleri puanların ortalamasının alınması uzmanların uzlaşması için bir diğer yöntemdir. Uzman uzlaşması yöntemi tüm diğer yöntemlere kıyasla daha tutarlı yanıtlar vermektedir (Plucker vd, 2014). Bu araştırmada öğrencilerin ürünlerinin değerlendirilmesinde uzman uzlaşması yöntemi kullanılmıştır. Alan uzmanlarına, ürün gösterilerek onlardan ürünü orijinallik boyutu açısından değerlendirmeleri ve değerlendirdikleri ürünler için 1-6 arasında bir değer vermeleri istenmiştir. Verdikleri değerlerden 1 puanının karşılığı ürünün orijinal olmadığı anlamını taşımakta iken 6 puan karşılığı alan ürün ise çok orijinal olarak değerlendirilmiştir.

Araştırmanın birinci ve ikinci probleminin alt problemlerini yanıtlamak için çözümlenen tüm veri yukarıda detaylı bir biçimde sunulan yaratıcılığın alt boyutlarına ait kodlar ile analiz edilmiştir. Öncelikle tüm odak grupların araştırmaya dahil edilen modelleme etkinlikleri birinci araştırma sorusuna yönelik ele alınmış her bir modelleme etkinliği kendi içinde durum kabul edilerek detaylarıyla ortaya konulmuştur. Daha sonra, araştırmanın ikinci sorusunu yanıtlamaya yönelik olarak, öğrencilerin bireysel modelleme etkinlikleri aynı yaklaşımla ele alınmıştır.

3.5.2. Üçüncü Araştırma Problemine Yönelik Çözümlemeler, Analizler ve Kodlama

Bu araştırmanın üçüncü araştırma problemini "Öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının farklı boyutlarını destekleyen modelleme etkinliklerinin özellikleri nelerdir?" dir. Bu problemi yanıtlamak için öncelikle hazırlık aşamasında değerlendirilen ve ortaya konulan değişkenler (discover problem matrisi düzeyi, öğrenme alanı, problemin farklı sayıda etken içermesi, problemin zorluk seviyesi) ve bu araştırmanın analiz sürecinde ortaya çıkan değişkenler (problem verilerinin sunuluş biçimi) tanımlanmıştır. Aşağıda tüm modelleme etkinliklerinde farklılık gösterebilecek olan değişkenler veya özellikler tek tek detaylarıyla sunulmuştur.

Discover Problem Matrisi: Modelleme etkinliklerinin discover problem matrisine göre düzeylerinin belirlenmesi, etkinlilerin ne kadar açık uçlu olduğunu veya iyi yapılandırılmış/yapılandırılmamış olduğunu tespit etmek amacıyla yapılmıştır. "Problemler ne kadar açık uçlu olabilir, ne gibi bilinmeyenler içerebilir, çözümün ve çözüm yollarının sayısı bakımından nasıl farklılıklar gösterebilir?" gibi soruları yanıtlamak için görevleri (task) inceleyen araştırmacılar, alanlarda kullanılmak üzere (fen, matematik, vb) DISCOVER Problem matrisini (*Bkz. Tablo 3.8*) geliştirmişlerdir (Maker ve Schiever, 2005). Öğrencilere sunulabilecek problemler, problemi veren öğretmenin ve çözen öğrencilerin; problem durumu, problemin çözüm yöntemi ve çözüm hakkında bilgi sahibi oluşuna (belirsizlik) göre sınıflandırılmıştır (Maker ve

Schiever, 2005). Bu matriste problem türleri basitten karmaşığa veya kapalı uçlu problemlerden açık uçlu olanlara doğru sıralanmıştır denilebilir.

Tablo 3.8: Problemlerin DISCOVER problem Matrisine Göre Sınıflandırılması

Problem Türü	***Problem Durumu***		***Yöntem***		***Çözüm***	
	Öğretmen	***Öğrenci***	***Öğretmen***	***Öğrenci***	***Öğretmen***	***Öğrenci***
I	Bilinen	Bilinen	Tek	Bilinen	Tek	Bilinmeyen
II	Bilinen	Bilinen	Tek	Bilinmeyen	Tek	Bilinmeyen
III	Bilinen	Bilinen	Değişen	Bilinmeyen	Tek	Bilinmeyen
IV	Bilinen	Bilinen	Değişen	Bilinmeyen	Değişen	Bilinmeyen
V	Bilinen	Bilinen	Bilinmeyen	Bilinmeyen	Bilinmeyen	Bilinmeyen
VI	Bilinmeyen	Bilinmeyen	Bilinmeyen	Bilinmeyen	Bilinmeyen	Bilinmeyen

Maker ve Schiever'dan (2005) uyarlanmıştır.

Bu matriste birinci değişken problem durumudur, problem durumunun iyi tanımlanmış olup olmaması durumuna göre problem durumu öğretmen veya öğrenci tarafından bilinen/bilinmeyen olarak ifade edilmiştir. Örneğin, "bir çevre kirliliğine ait bir problemi bulup, çözünüz" diye verilen görev, hem öğrenci hem de öğretmen tarafından bilinmeyendir. Yöntemden kasıt ise, çözüm yoludur. Bazı problemlerde çözüm yolları çok sayıda olmasına rağmen, tüm çözüm yolları öğretmen tarafından bilinebilir, bu bakımdan çözüm yolları öğretmen için değişendir. Bunun yanı sıra, öğrenciye doğrudan verilmeyen yöntemler öğrenci için bilinmeyen bir durumdur. Örneğin, "Bu denklemi yok etme yöntemiyle çözünüz." şeklinde verilen problem durumlarında yöntem doğrudan verilmiştir. Çözüm olarak bu matriste belirtilen şey ise, problemin sonucudur. Bazı problemlerin tek yanıtı vardır. Oysaki modelleme etkinliklerinin yanıtları değişmektedir veya öğretmen tarafından bile bilinmemektedir. Matristeki ilk problem durumu (1. Satır) iyi yapılandırılmış problem durumlarını belirtmekte iken, matristeki son problem türü rutin olmayan iyi yapılandırılmamış problem durumlarını belirtmektedir (Güçyeter, 2009). Bu araştırmada, matematiksel modelleme etkinliklerinin DISCOVER problem matrisine göre değerlendirilmesi için, uzman görüşü alınmıştır. Tüm problemler tek tek yüksek lisans tezinde bu matrisi çalışan bir uzmana sorulmuş, bu uzman tarafından bu matristeki değerlere göre, derecelendirilmiştir. Uzmanın görüşüne göre seçilen matematiksel modelleme etkinliklerinin düzeyi dördüncü düzey ile beşinci düzey arasında farklılık göstermektedir.

Problemlerin Zorluğu: Problemlerin zorluk düzeyi, bu araştırmanın hazırlık döneminde araştırmacı tarafından sınıflandırılmıştır. Bu araştırmada çok kolay, kolay, orta güçlükte, zor ve çok zor olarak tanımlanan modelleme etkinlikleri öğrencilere sunulmuştur. Ancak problemi sunan kişi ve çözen kişi açısından problem güçlüğü farklılık göstermekte olabilir. Bu bakımdan, her bir modelleme etkinliği sonrası, doldurulan yansıtıcı düşünme formlarında (Ek-12) yer alan bir soruyla (beş derecelendirmeli) her bir modelleme etkinliğinin güçlük düzeyi öğrencilerin verdiği yanıtlar ile tespit edilmiştir. Bu formlarda, öğrencilerden etkinliklerin zorluk düzeyi için bir karar vermeleri daha sonra, nedenleriyle bu kararlarını açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerden bireysel olarak istenen zorluk düzeyleri, öğrencilerin genellikle tartışarak birlikte karar verdikleri bir sürece dönüşmüştür. Bu araştırmada, öğrencilerin birlikte karar verdikleri zorluk düzeyleri doğrudan alınmıştır.

Öğrenme Alanı: Bu araştırmada kullanılan her bir modelleme etkinliğinin farklı öğrenme alanlarında olmasına dikkat edilmiştir. Bunun sebebi ise, öğrencilerden herhangi birinin bir öğrenme alanıyla ilgili olumsuz tutum veya önyargısı varsa, bunun tüm araştırmayı olumsuz etkileme olasılığını en aza indirmektir. Ancak, öğrencilerin matematiksel yaratıcılığının modelleme etkinliklerinin özellikleri temelinde de tartışıldığı bu araştırmada, öğrenme alanı, analiz değişkeni olarak yeterli bir bulgu vermediğinden, göz ardı edilerek, analizlere katılmamıştır.

Problemlerin Farklı Sayıda Etken İçermesi: Modelleme etkinliklerinin her biri, farklı sayıda etken içermekte ve farklı yapıdadır. Bu bakımdan, araştırmanın hazırlık döneminde etken sayısı da modelleme etkinliklerinin seçiminde bir etken olarak kabul edilmiştir. Seçilen modelleme etkinliklerinin etkili çözümü için kullanılması gereken tüm etkenler tek tek yazılarak sayısına bakılmıştır.

Problemdeki Verilerin Sunuş Biçimi: Bu araştırmanın verileri analiz edilirken, öğrencilerin modelleme etkinliklerindeki verilerin sunuluş biçimiyle öğrencilerin yaratıcılıklarını ortaya koyma düzeyleri arasında bir ilişki olduğu gözlemlenmiştir. Verilerin doğrudan sunulduğu, etkenlerin çok olduğu modelleme etkinliklerinde, öğrencilerin problem içinde tanımlanan kriterleri doğrulamak için tüm dikkatlerini veriler üzerinde yoğunlaştırdıkları gözlemlenmiştir. Bu modelleme etkinliklerinde öğrencilerin yaratıcı düşünme becerileri daha az gözlendiğinden, bu etken modelleme etkinliklerinin bir özelliği olarak araştırmaya dahil edilmiştir. Buradan hareketle, bu araştırmada kullanılan modelleme etkinliklerinde verilerin sunuş biçimi incelenmiş ve modelleme etkinliklerinin bu özelliğinin aşağıda belirtilen iki biçimde farklılık gösterdiği tespit edilmiştir.

1. Doğrudan sunulan veriler: Problem metninde verilerin çok iyi tanımlanarak, madde madde doğrudan sunulduğu durumlar. Bu tür modelleme etkinliklerinde genellikle "aşağıda …durumuna ait tablo verilmiştir/ aşağıda…. durumuna ait bilgiler verilmiştir…" gibi ibareler yer almaktadır.

2. Doğrudan sunulmayan veriler: Problem durumunun içinde bu tür veriler ya hiç verilmemiş veya problem durumununun içine gizlenmiştir. Bu tür problemlerde öğrenciler hangi bilgilere ihtiyaç duyacaklarına, hangi bilgileri kullanacaklarına, hatta kullanacakları verilerin özellik, nitelik ve niceliğine kendileri karar vermektedirler.

Bu araştırmanın üçüncü araştırma problemine yanıt vermek için, her bir modelleme etkinliği yukarıda verilen değişkenler temelinde incelenmiş ve bu araştırmada kullanılan modelleme etkinliklerinin özellikleri ortaya konulmaya çalışılmıştır. Daha sonra, ilk araştırma probleminden elde edilen bulgular ile bu modelleme etkinliklerinin özellikleri bakımından karşılaştırmalar yapılmıştır. Bu karşılaştırmalar sonucunda, matematiksel yaratıcılığın ortaya çıkmasını en çok destekleyen modelleme etkinliklerinin özellikleri ortaya konulmuştur. Öğrencilerin bireysel yaratıcılıklarının ortaya konulduğu araştırma problemine ait bulgular bir modelleme etkinliğiyle sınırlı olduğundan karşılaştırma yapmaya olanak sağlamamaktadır. Dolayısıyla, bu araştırma sorusunu yanıtlarken öğrencilerin bireysel çözdükleri modelleme etkinliklerine ait verilerinden yararlanılmamıştır.

3.6. Geçerlik ve Güvenirlik

Nitel araştırmalarda geçerlik kavramı daha çok araştırmanın inanırlığı ve aktarılabilirliği ile ilişkili iken, güvenirlik kavramı ise araştırmaların tutarlı ve doğrulanabilir olması ile ilişkilidir (Merriam, 2012; Punch, 2005; Yıldırım ve Şimşek, 2011) . Bu araştırmada, araştırmanın geçerliğini ve güvenirliğini sağlamak için bir takım stratejiler uygulanmıştır. Bu stratejiler aşağıda verilmiştir.

İnanırlık (iç geçerlik) araştırma bulgularının dış dünyadaki gerçekliğe uyup uymadığı ile ilgilidir. Bulgular mevcut gerçeklikle uyumlu mudur, bulgular gerçekten orada olanları gösteriyor veya ifade ediyor mu, sorusunun cevabını aramakla ilgilidir (Merriam, 2012). Bu açıdan araştırmanın inanılır olması için, açık, tutarlı ve teyit edilebilir olması gerekmektedir. Lincoln ve Guba' ya (1985) göre araştırmalarda inanılırlığı arttırmanın farklı yolları vardır. Bunlar, uzun süreli etkileşim, veri toplama araçlarındaki çeşitleme, derinlik odaklı veri toplama, uzman incelemesi ve katılımcı teyididir (Akt. Yıldırım ve Şimşek ,2011).

Bu bakımdan, bu araştırmada iç geçerliği arttırmak için öğrencilerle uzun süre sayılabilecek bir zaman dilimi içerisinde etkileşimde bulunulmuştur. Yaklaşık bir eğitim-öğretim dönemi boyunca (üç ay) veri toplanmıştır. Bu süreç boyunca, derinlik odaklı veri toplamak için, araştırmacı, öğrencilerin modelleme etkinlikleri yaptığı süre boyunca hem video kayıtları tutmuş hem de yanında bulunulmuştur. Her hafta toplanılan veriler, özellikle video görüntüleri gözden geçirilerek gözlem notları tutulmuştur. Bu veriler her hafta incelenmiştir ve birbiriyle karşılaştırılmıştır. Araştırmacı bu video görüntülerini izleyerek, özellikle verdiği dönütleri ve sürece olumsuz olarak yansıyabilecek tutumlarını görme olanağına sahip olmuştur. Dolayısıyla, öğrencileri, süreci ve kendini daha net gözlemleme şansına sahip olan araştırmacı, bu süreçte öğrencileri daha yakından tanıyarak onların sürece daha aktif katılmasına ve kendilerini yansıtmalarına yardımcı olmuştur. Araştırmacı süreç içinde aynı araştırmanın veri toplama sürecinin araştırma sorularını yanıtlama yeterliğine sahip olup olmadığını kontrol etmiştir. İnanırlığı arttıran bir diğer strateji ise, katılımcı teyididir. Araştırmacı süreç boyunca odak grup öğrencilerini izlemiştir. Öğrencilerin kendilerini açık bir biçimde ifade edemedikleri zamanlarda araştırmacı öğrencilerden kendilerini yeniden ifade etmelerini istemiş ve doğru anlayıp anlamadığını sorarak katılımcıların onayını istemiştir.

Çeşitleme yapmak (triangulation) veri kaynakları, yöntem ve araştırmacı çeşitliği olarak farklılaşabilir. Bu araştırmada birden çok çeşitleme yapılmıştır. Bu bağlamda çeşitli veri toplama araçları (öğrencilerin ürünleri, araştırmacı gözlemleri, grup çalışması videoları ve sınıf içi ders-etkinlik videosu) kullanılmıştır. Öğrencilerin modelleme etkinlikleri video kayıt altına alınmış, etkinliklerin sonunda öğrencilerin ürünleri ve çözümleri toplanmış, her etkinlikten sonra öğrencilerle kısa süreli görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerden sonra öğrencilerden günlük formlarını doldurmaları istenmiştir. Bu çoklu veri toplama yönteminin seçilmesinde amaç video kayıtlarından elde edilen verilerin test edilmesidir.

Bu araştırmada yapılan çeşitlemelerden bir diğeri veri toplamada yapılan çeşitlemedir. Bu kapsamda, öğrenci ürünlerinin kalite ve orijinallik bakımından değerlendirilebilmesi için üç farklı uzmandan görüş alınmıştır. Bu uzmanlardan ikisi ortaokul matematik öğretmeni, diğeri ise bir akademisyendir. Uzmanların Fleiss Kappa uyuşum katsayısı

0.3044 dür (p <.0.001), 95% CI (0.1983, 0.4105). Landis ve Koch'a (1977) göre 0,21 ile 0,40 arasındaki Fleiss Kappa değeri orta düzeyde uyuşumu göstermektedir. Uzmanların orta dereceli uyum göstermelerine rağmen, verdikleri görüşlerin puanları arasındaki açıklık birdir. Buradan hareketle, uzmanların genellikle, birbirlerine yakın değerler verdikleri görülmüştür.

Bu araştırmadaki çeşitlemelerden bir diğeri veri analizi aşamasında yapılan zaman/süre çeşitlemesidir. Araştırmacı, ham verilerden bir kısmını (%20) iki farklı zaman diliminde altı ay arayla kodlanmıştır. Araştırmacının zaman aralıklı kodlama uyuşumu %87'dir. Araştırmada kullanılan diğer bir çeşitleme yöntemi ise birden fazla kodlayıcının aynı veriyi kodlamasıdır. Bu araştırmada araştırmadan bağımsız olan bir akademisyen (3.uzman) ilgili verilerin %20'sini (iki farklı modelleme etkinliğinin çözümlemesini) kodlamıştır. Kodlamaların tutarlığı puanlayıcılar arası güvenirlikle kontrol edilmiştir. Kod sayısı/ Toplam kod sayısı x 100 yöntemiyle hesaplanan puanlayıcılar arası uyuşum oranı %74'tür. Fahy (2001)'e göre %70 ve üzeri değerler kabul edilebilir değerlerdir.

Nitel araştırmalarda, inanırlığı arttıran bir diğer strateji ise, uzman incelemesidir (Merriam, 2012; Neuman, 2007). Bu araştırma bir doktora tezi olduğu için araştırmanın öneri aşamasından veri analizine ve rapor edilmesine kadar tüm süreçlerde bir danışman ve bir yardımcı danışman gözetiminde yürütülmüştür. Aynı zamanda bu araştırmanın tüm aşamalarında bir tez izleme kurulu tüm süreci izlemiş ve değerlendirilmiştir. Bu bakımdan bu strateji de tüm süreç boyunca gerçekleştirilmiştir.

Araştırmanın tutarlığı araştırma içindeki bulguların araştırma verileri ile tutarlığıyla da ilişkilidir (Merriam, 2012, Neuman 2007). Araştırmanın iç geçerliğini arttırmaya yönelik olan tedbirlerden bazıları, araştırmanın tutarlığı (güvenirliği) ile de doğrudan ilişkilidir ve bu araştırmanın güvenirliğini artırtmada etkilidir. Bu araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının çeşitliliği ve bu veri toplama araçlarından elde edilen veriler ile bulguların birbiriyle tutarlı olması, birbirini desteklemesi, araştırmanın analiz aşamasında verilerin karşılaştırmalı olarak analiz edilerek sunulması, tutarlılığı arttırmak için kullanılan yöntemlerdir. Aynı zamanda veri analizi süresince yapılan, zaman çeşitlemesi (araştırmacının farklı zamanlarda yeniden kodlama yapması) ve puanlayıcılar arası güvenirliğin beklenen değerde çıkması araştırmanın tutarlığını destekler niteliktedir.

Nitel araştırmaların aktarılabilirliği nicel bir yaklaşımla betimlenirse genelleyebilme ile ilgilidir. Bir araştırmanın ve araştırma sonuçlarının benzer durumlarda ve ortamlarda ne düzeyde uygulanabileceği dış geçerlik veya aktarılabilirlikle ilgilidir (Şimşek ve Yıldırım, 2011, Punch, 2005, Merriam, 2012). Dış geçerliliğin kontrol edilmesinde iki ölçüt vardır. Bunlardan ilki amaçlı örnekleme, bir diğeri ise ayrıntılı ve zengin betimlemedir. Bu araştırmada amaçlı örnekleme türlerinden ölçüt durum örnekleme kullanılarak aktarılabilirliğin ilk ölçütü sağlanmaya çalışılmıştır. Bunun yanı sıra araştırmaya katılan öğrenciler ve araştırmanın yürütüldüğü ortam detaylı olarak aktarılmıştır. Araştırmanın aktarılabilirliği arttırmak için araştırmanın bulguları doğrudan alıntılarla ve kanıtlarla desteklenerek detaylı bir biçimde betimlenmiştir.

3.7. Etik

Araştırmanın etik bir biçimde yürütülmesi için bir takım önlemler alınmıştır. Öncelikle araştırmanın ilk aşamasında Ankara İl Milli Eğitim Müdürlüğü Ar-Ge komisyonundan izin alınmıştır (Ek-2). Daha sonra bu izinle paralel süreçte Hacettepe Üniversitesi Etik Kuruluna başvurularak, araştırmanın gerekli izni alınmıştır (Ek-1). Daha sonrasında ise, öncelikle birlikte çalışılacak kurum müdürü ve öğretmenler bilgilendirilmiştir. Araştırmanın birlikte yapılacağı öğrenciler seçildikten sonra bu öğrenciler veri toplanmadan önce araştırma süreci hakkında bilgilendirilmiştir. Araştırmanın gönüllü katılım esasına dayalı olduğu ve öğrencilerin istedikleri zaman sebep belirtmeye ihtiyaç duymadan bu araştırmadan çekilebilme özgürlüğüne sahip oldukları öğrencilere açıklanmıştır. Öğrencilerin isimlerinin bu araştırmada gizli tutulacağı ve araştırma raporunda öğrencilere verilen takma isimler kullanılacağı, kayıtlı tüm verilerin güvenli bir ortamda gizli tutulacağı öğrencilere belirtilmiştir. Bu katılımcıların hepsi ortaokul öğrencisi olduğundan öğrencilerin velilerine yazılı bir metin ile araştırma süreci açıklanmış ve veli onayları (Ek-4) yazılı olarak alınmıştır.

3.8. Araştırmacının Rolü

Araştırmacı, araştırmanın veri toplama süresince hem öğretmen hem de araştırmacı rolünde sürece aktif katılım gösterdiğinden “gözlemci olarak katılımcı” sıfatıyla araştırmaya dâhil olmuştur (Merriam, 2012; Punch, 2005). Araştırmacı, modelleme sürecini yönlendiren öğretmen olarak sınıfta bulunmuştur. Modelleme etkinliklerini seçerek, ön ve son etkinlikleri planlayarak, sınıf içinde uygulamaları yönlendirmiştir.

Modelleme sürecinde sadece odak grup öğrencilerinin olduğu bir ortamda yürütülen bu araştırmada, araştırmacı tüm süreçler boyunca öğrencilerin yanında bulunmuştur. Odak grupların oluşturduğu sınıflarda odak gruplar ile aynı masada oturup etkinlik süresince onları dinlemiş ve izlemiştir. Öğrencilerin modelleme etkinlikleri ile yeni karşılaşmış olması ve grup çalışmasına alışık olmamaları nedeniyle, pilot uygulamalardaki deneyimlerinin de yol gösterdiği biçimde, öğrencilerin etkinlikleri tek başlarına yapma eğiliminde oldukları gözlenmiştir. Bu bakımdan, araştırmacı ilk modelleme etkinliklerinde özellikle grup tartışmasını yönlendirmiştir. Bu süreçte özellikle ilk modelleme etkinliklerinde öğrencilere tek tek ne düşündükleri sorulmuş ve daha sonra, arkadaşlarının fikirleri hakkında ne düşündükleri diğer öğrencilere sorularak tartışma yönlendirilmiştir. Böylece öğrencilerin fikirlerini açıklaması sağlanmıştır. Öğrenciler fikirlerini daha rahat ifade etmeye başladıktan ve grup içinde tartışmalara katılmaya başladıktan sonra ise, öğrencilere gerekli zamanlarda "Arkadaşın şöyle demek istiyor, öyle mi?", "Burada Ali bir şey söyledi, dinleyelim mi?", "Arkadaşınız şöyle bir şey söylüyor, bu konu hakkında ne dersiniz?" , "Ali sanırım şöyle diyor, doğru mu anladım?..." gibi sorular ile yansıtıcı görevi üstlenilmiştir. Bu yönlendirmeler tartışmanın kopmasına, öğrencilerin bireysel olarak çalışmasına engel olmuştur.

Bunların yanı sıra, araştırmacı öğrencilerin sürekli yanında bulunduğu için, öğrenciler modelleme etkinliği sırasında doğrudan soru sorabilmişlerdir. Örneğin kütüphane probleminde (Ek-6) " Yarışmada sadece bu kitaplar mı var?" , "Bu listedeki kitapları bir kişi mi okudu?", " Bu liste üzerinden mi çözüm bulmamız gerekiyor?" , "Yarışmaya katılan herkesin böyle bir listesi var mı?" gibi sorular sormuşlardır. Bu aşamada araştırmacının rolü öğrencilerin sorularını yanıtlayarak, problemi doğru anlamalarına yardımcı olmak olmuştur.

Öğrencilerin sürekli olarak öğretmen rolü ile yanında bulunmak, öğretmen rolünde olmak nadiren de olsa doğal sürece bazı müdahaleleri beraberinde getirmiştir. Bu müdahaleler, bulgular kısmında doğrudan alıntı ile açıkça sunulmuştur. Örneğin, öğrencilerin yorgan problemini çözerken farklı birimlere sahip uzunluklar üzerinde dört işlem yaptıkları görülmüştür. Bu müdahalelerden biri : "Bu uzunlukların birimi ne?" gibi bir soru ile öğrencilerin yapmış oldukları işlemin farkına varmasının sağlandığı durumlardır. Öğrencilerin muhtemelen bir süre sonra kendiliğinden fark edecekleri bu durum araştırmacının müdahalesi ile daha erken ortaya çıkmıştır. Bulguların inanırlığına etki etmeyecek sınırlılıktaki bu gibi müdahaleler bulgular bölümünde, doğrudan alıntılar ile verilmiştir ve açıklanmıştır.

Bu araştırmanın iç geçerliğini artıran bir diğer etmen ise uzun süreli veri toplama sürecidir(üç ay). Bu sürecin doğal bir sonucu ise etkileşimlerdir. Bu süreçte öğrencilerle araştırmacı arasında öğretmen öğrenci etkileşimi ve bağı oluşmuştur. Bu bağın öğrencilerin sürekli katılımında ve sürece devam etmesinde çok önemli bir rol oynadığı düşünülmektedir. Neredeyse tüm öğrenciler hastalık gibi önemli mazeretleri dışında sbs haftasında bile gönüllü olarak katılım göstermişlerdir. Bu uzun süreli birliktelik; araştırmacının öğrencileri ve seslerini genel hatlarıyla tanımasına olanak sağlamıştır. Bu durum ise analiz sürecine katkı sağlamıştır. Video kamerasının kaydığı veya öğrencilerin kadrajdan çıktığı dönemlerde bile öğrencilerin seslerinden hangi öğrencinin konuştuğunu, kimin fikir beyan ettiğini, araştırmacı tarafından anlaşılabilmektedir. Bunun yanı sıra, uzun süreli birliktelik öğrencilerin karalama kağıtlarından bile, yazılarını tanıma, hangi sıralama ile bu karalamaları yaptığını kolaylıkla ayırt etme imkanı sunmuştur. Bu süreç ise, analiz öncesinde verileri gruplamaya, ayırmaya ve sistemli bir biçimde analiz etmeye olanak sağlamıştır. Aradan zaman geçtiğinde (süre çeşitlemesi: araştırmanın verilerinin %20si altı ay arayla araştırmacı tarafından yeniden kodlanmıştır) bile, öğrencilerin sesleri ile yazılarını birleştirmeme katkı sağlamıştır. Dolayısıyla araştırmacının süreç içinde yanlarında katılımcı gözlemci olarak bulunması, veri kaybı olasılığını en aza indirmiştir. Bunun yanı sıra, öğrencileri birebir tanıyor olmak, analiz süresince analiz birimi olarak seçilen bir davranışın süreklilik arz edip etmediğini veya bu davranışın ne sıklıkla gerçekleştiğini tahmin etmeye olanak sağlamıştır. Bu durum, araştırmacının, hem süreç içinde hem de video analizlerinde bu analiz birimi olan davranışlara odaklanmasına yardımcı olmuştur Böylece, öğrencilerin bireysel yaratıcılıkları, grup içindeki yaratıcılık rollerini nasıl paylaştıkları daha kolay analiz edebilebilmiştir.

4. BULGULAR VE YORUM

Bu araştırmada üç araştırma problemi ve her probleme ilişkin alt problemlere yanıt aramaktadır. Aşağıda bu araştırmanın problem cümleleri verilmiştir.

1. Üstün yetenekli öğrencilerin modelleme etkinlikleri süresince grup olarak sergiledikleri ortak matematiksel yaratıcılıkları nasıldır?
   a) Öğrenciler modelleme etkinlikleri ile grup olarak uğraşırken matematiksel yaratıcılığın alt boyutlarına ilişkin (akıcılık, esneklik, aşamalılık ve ilişkilendirme becerisi) hangi davranışları, nasıl gerçekleştirmişlerdir?
   b) Öğrencilerin modelleme etkinliği sonuncunda grup olarak ortaya koydukları modellerin kalitesi ve özgünlüğü ne düzeydedir?
2. Üstün yetenekli öğrencilerin modelleme etkinlikleri süresince bireysel olarak sergiledikleri matematiksel yaratıcılıkları nasıldır?
   a) Öğrenciler modelleme etkinlikleri ile uğraşırken matematiksel yaratıcılığın alt boyutlarına ilişkin (akıcılık, esneklik, aşamalılık ve ilişkilendirme becerisi) hangi davranışları, nasıl gerçekleştirmişlerdir?
   b) Öğrencilerin modelleme etkinliği sonuncunda ortaya koydukları modellerin kalitesi ve özgünlüğü olarak ne düzeydedir?
3. Öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının farklı boyutlarını (akıcılık, esneklik, aşamalılık, ilişkilendirme, kalite ve özgünlük) destekleyen modelleme etkinliklerinin özellikleri nelerdir?

Bu bölümde, bu araştırma problemlerine ait bulgular, araştırma problemleri ile ilişkili olarak başlıklar ve alt başlıklar halinde sunulmuştur.

4.1. Birinci Odak Grubun Matematiksel Yaratıcılıkları

Bu araştırmanın ilk araştırma problemini yanıtlamak için elde edilen bulgular her bir odak grup için ayrı ayrı ele alınmıştır. Bu bölümde birinci odak gruba ait bulgular sunulacaktır. Bu bölümde, öncelikle birinci odak gruptaki öğrencilerin beş farklı modelleme etkinliği sürecinde sergilemiş oldukları matematiksel yaratıcılıkları sunulmuştur. Daha sonra ise, öğrencilerin bu modelleme etkinliklerinin sonunda ortaya koymuş oldukları modeller özgünlük ve kalite bakımından değerlendirilmiştir. Bu aşamadan sonra, öğrencilerin süreç ve ürünleri birlikte ele alınarak değerlendirilmiştir.

Bunların yanı sıra, birinci odak gruptaki öğrencilerin ortak yaratıcı düşünme becerilerini iyi şekilde yansıttığı düşünülen bir modelleme etkinliği örnek analiz olarak (yorgan problemi (Ek-8)) detaylı bir biçimde betimlenerek sunulmuştur.

4.1.1. Öğrencilerin Süreçte Sergiledikleri Yaratıcılıkları

Bu araştırmanın ilk araştırma probleminin birinci alt problemi, öğrencilerin modelleme etkinlikleri süresince ortaya koymuş oldukları ortak yaratıcılıklarının, yaratıcılığın alt boyutları açısından incelenmesine yöneliktir. Bu araştırma problemine cevap vermek için, birinci odak gruptaki öğrencilerin modelleme etkinliklerini çözerken sergiledikleri davranışlar akıcılık, esneklik, aşamalılık ve ilişkilendirme boyutlarıyla ele alınarak incelenmiştir. Birinci odak gruptaki öğrencilerin modelleme etkinliklerinde süresince ortaya koymuş oldukları ortak yaratıcılıklarına ait bulgular analiz edilen sıra ile aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 4.1: Modelleme Etkinliklerinin Çözüm Sürecinde İncelenmesi

	Modelleme Etkinlikleri				
Boyutlar	***Patron***	***Büyük Ayak***	***Otopark***	***Kütüphane***	***Yorgan***
Akıcılık*	3	4	2	8	5
Esneklik*	2	2	2	5	3
Aşamalılık*	3	4	3	7	5
İlişkilendirme*	8	10	11	16	16

*Bu değerler elde edilen sıklık değerleridir

Tablo 4.1 ’da yer alan akıcılık, öğrencilerin toplamda kaç fikir ürettiklerini göstermektedir. Öğrencilerin modelleme etkinliği süresince ürettikleri fikirler; çözüm önerileri ve çözümlerdir. Çözüm önerileri, öğrencilerin modelleme etkinliğini sonlandırmadan, sadece bir çözüm yolu önerdikleri fikirlerdir. Çözümler ise, modelleme etkinliğini bir sonuç bularak neticelendirdikleri fikirlerdir. Modelleme etkinlikleri süresince öğrencilerin önerileri ve çözümlerinin hepsi süreçte fikir olarak kodlanmıştır. Ancak fikirlerden öneri olarak kalmayan ve öğrencilerin bir sonuç bulduğu fikirler bulgular içinde “çözüm” olarak da vurgulanmıştır. Akıcılık satırı, ilişkili ve ilişkisiz olmak üzere iki alt boyutun bütününü kapsamaktadır. İlişkili akıcılık öğrencilerin doğru fikirlerinin sayısını, ilişkisiz akıcılık ise yanlış fikirlerinin sayısını belirtmektedir. Öğrencilerin ürettiği fikir sayısına bakıldığında modelleme etkinlikleri süresince farklı sayıda fikir ürettikleri gözlenmiştir. Öğrencilerin modelleme etkinlikleri (Patron, Büyük Ayak, Otopark, Kütüphane ve Yorgan Etkinliği) süresince ürettiği toplam fikir sayısı iki ile sekiz arasında değişmektedir.

Esneklik, öğrencilerin farklı bağlamlarda düşünme becerisi olarak ele alınmıştır. Bu nedenle esneklik satırındaki değerler farklı modelleme etkinliklerinde öğrencilerin fikirleri inşa ederken odaklandıkları kavramların sayısını göstermektedir. Birinci odak gruptaki Öğrencilerin fikirlerini iki ile beş farklı kavram üzerine inşa ettikleri görülmüştür.

Aşamalılık ise, birinci odak gruptaki öğrencilerin fikri üretirken kaç aşamada çözüme ulaştıklarını belirtmektedir. Aşamalılık, öğrencilerin fikri inşa etme sürecindeki geliştirme aşamalarıdır. Öğrencilerin üç ile yedi arasında değişen farklı aşamalarda fikirlerini genişlettikleri görülmektedir.

İlişkilendirme, birinci odak gruptaki öğrencilerin süreç içinde yapmış olduğu ilişkilendirmelerdir. Bu alt boyutta yer alan ilişkilendirme satırında verilen sıklık değeri ise, öğrencilerin her bir modelleme etkinliğinde yapmış oldukları toplam ilişkilendirme sayısıdır. Günlük yaşam ilişkilendirmesi, farklı gösterimlerin kullanılması, kavramlar arası ilişkilendirmeler gibi tüm ilişkilendirmeler ayrı ayrı incelenmiştir. Daha sonra tüm bu alt başlıklarda oluşturulmuş olan ilişkilendirmeler toplamı bu satıra yansıtılmıştır. Öğrencilerin farklı modelleme etkinliklerinde yapmış oldukları ilişkilendirme sayısının farklılaştığı, sıklığın sekiz ile on altı arasında değiştiği görülmektedir. Tablo 3.9 ’nun ortaya koyduğu boyutlar (satırlar) tek tek ve tüm modelleme etkinliklerini de kapsayan bütünlükte başlıklar ve alt başlıklar altında ele alınarak aşağıda detaylarıyla sunulmuştur.

4.1.1.1. Akıcılık ve Esneklik

Matematikte üstün yetenekli öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinden akıcılık ve esneklik mercek altına alındığında her modelleme etkinliğinde farklı sayıda fikir ürettikleri ve farklı sayıda kavrama odaklanarak fikir ürettikleri görülmektedir. Akıcı ve esnek düşünmelerin her bir modelleme etkinliğinde ne şekilde ortaya çıktığını ortaya koymak amacıyla bu alt boyut her bir modelleme etkinliği için ayrı olarak sunulmuştur (Bkz. Tablo 4.2).

Tablo 4.2: Modelleme Etkinliklerinde Akıcılık ve Esneklik

Modelleme etkinliği	*Modelleme Etkinliğinin Açıklaması*	*Akıcılık (Üretilen İlişkili ve İlişkisiz Fikirler)*	*Esneklik*
Patron	Bu modelleme etkinliğinde öğrencilere iki farklı tablo içinde bir işletmeye ait dokuz çalışanın geçen yıla ait verileri sunulmuştur. Birinci tabloda dokuz çalışanın her ay (Haziran, Temmuz, Ağustos) farklı yoğunluklarda (az yoğun, orta yoğun, çok yoğun) kaç saat çalıştığı, ikinci tabloda ise bu çalışanların işletmeye kaç lira para kazandırdıkları verilmiştir. Bu tablolardaki verilere dayanarak öğrencilerin, patrona yardım ederek, dokuz çalışandan üç kişiyi işten çıkarması, üç kişiyi tam zamanlı çalışan olarak işe alması, üç kişiyi ise yarı zamanlı çalışan olarak işe alması gerekmektedir. (Bkz. Ek-7)	1.Tabloyu okumak ve doğrudan tabloya göre karar vermek (ilişkisiz)* 2. Orta yoğunlukta birim zamanda kazanılan paraya göre karar vermek 3. Tüm yoğunlukları birlikte değerlendirerek, birim zamanda kazanılan miktara göre karar vermek	1.Tablo okumak 2. Birim oran
Büyük Ayak	Bu modelleme etkinliğinde öğrencilere normal standartlardan büyük (52 numara) bir kişiye ait ayak izi verilmiştir. Öğrencilerden beklenen, bu ayak izine sahip bireyin boy uzunluğunu tahmin etmeleridir. (Bkz. Ek-5)	1.Boy uzunluğu ile ayakkabı uzunluğu arasında orantı kurmak 2. Tek veri üzerinden doğru orantı kurmak 3. Tek veri üzerinden oran bulmak 4. Veri seti oluşturup boy uzunluklarının toplamı ile, ayak uzunlukları toplamı arasında bir oran bulmak	1. Oran 2. Orantı
Otopark	Bu modelleme etkinliğinde, öğrencilere bir alışveriş merkezinin ve arazisinin planı ve farklı etkenler içeren (otoparkın büyüklüğü, her bir otopark alanı, engelli otoparklarının alanı, olması gereken konumu gibi) veriler verilmiştir. Bu etkinlikte öğrencilerden beklenen bu verileri de kullanarak bir planda detaylı olarak belirlenen otopark alanına olabildiğince kullanışlı bir biçimde olabildiğince çok arabanın sığacağı, bir otopark tasarlamalarıdır. (Bkz. Ek-9)	1. Tüm alanı otopark alanına bölerek kaç arabalık otopark olacağını hesaplamak (ilişkisiz)* 2. Tek tek etkenleri (bir otopark alanı, yol genişliği ..vb) kontrol ederek otoparkın toplam alanlarına doğrudan otoparkları yerleştirmeye çalışmak	1. Alan hesaplama 2. Ölçekli planlama ve çizim

Kütüphane	Bu etkinlikte, Milli Kütüphanenin, ilköğretim 6-8 sınıf düzeyinde Ankara ilinde ikamet eden tüm öğrencilerin katılım sağlayabileceği bir yarışma düzenlediği belirtilmiştir. Yarışmada her yarışmacı istediği kitabı okuyabilecek, her okuduğu kitaba dair bir rapor yazacaktır. Bu modelleme etkinliğinde öğrencilerden, çok kişi katılımıyla gerçekleşen ve her bir katılımcının okuduğu kitaplara dair çok etken (kitap sayısı, kitap seviyesi, türü..vb) olan bu yarışmada yarışmayı değerlendiren jüri üyelerine bir sistem geliştirerek yardım etmeleri istenmektedir. (Bkz. Ek-6)	**1**. Bütün etkenlere ait verileri toplamak (İlişkisiz) (Örn: 130 syf+ 4. düzey+5 tür) **2**.Sayfa sayısını düzeye oranlamak (İlişkisiz) * **3.** Kitap düzeyi ile okunan tüm sayfaların sayısını çarpmak ve rapor puanını eklemek **4.** Öğrenci düzeyi x kitap düzeyi x rapor x kitap çeşidi (ilişkisiz)* **5.** Bütün etkenlere ait verileri toplayıp sonucun aritmetik ortalamasını bulmak (İlişkisiz)* **6.** Sınıf düzeyi ile kitap düzeyini kıyaslayarak sayfa sayısı ile çarpmak, çıkan sayıya rapor puanı eklemek (örn: üst düzey 3 puan, kendi düzeyi 2 puan, alt düzey 1 puan) **7**. (Kitap düzeyi- Sınıf düzeyi) x sayfa sayısı + rapor **8.** Formüle göre her bir kitabın puanını hesaplamak: $2^{(kitap\ \text{düzeyi}-sınıf\ \text{düzeyi})} x\ sayfa\ sayısı + rapor\ puanı$	Değişkenleri toplama Oran Çarpma, Bölme Aritmetik ortalama Üslü ifadeler
Yorgan	Bu etkinlikte, öğrencilere bir yorgan resmi ve yorganın gerçek uzunlukları verilmiştir. Yorgan resminden ve yorgan resmi üzerindeki özelliklerden yola çıkarak, yorgan resmindeki bir motifin gerçek uzunluğunu bulmaları ve daha sonra bu motifin kalıbını oluşturmaları istenmektedir. (Bkz. Ek-8)	Uzun kenar uzunluğunu motif sayısına bölmek (ilişkisiz)* Uzun kenar uzunluğunu-yaklaşık- motif sayısına bölmek Tüm alandan motif alanını çıkarmak (ilişkisiz)* İki bilinmeyenli bir denklem kurmak ve denklemi değer vererek çözmek İki bilinmeyenli iki denklem kurmak ve çözmek	1. Kenar uzunluğu 2. Alan 3. Denklem

*yanlış fikirleri belirtmektedir.

Öğrencilerin modelleme etkinliklerine akıcılık ve esneklik boyutunda ayrı ayrı bakıldığında farklı düzeylerdeki düşünmelerini görmek mümkündür. Modelleme etkinlikleri akıcı ve esnek düşünmeleri bakımından incelendiğinde hemen hemen hepsinin farklı bir desene sahip olduğu görülmektedir. Öğrenciler kütüphane probleminde (Ek-6) hem çok sayıda hem de farklı çeşitte fikirler üretebilmişlerdir. Benzer olarak yorgan probleminde de akıcılık bakımından beş fikir üretmişler ve bu fikirler üç farklı kavram üzerinde inşa edilmiştir. Ancak tablo detaylı bir şekilde incelendiğinde tersi örnekleri de görmek mümkündür. Patronun Problemi (Ek-7), Büyük Ayak Problemi (Ek-5) ve Otopark Problemi (Ek-9) etkinliğinde öğrencilerin hem sayı bakımından az fikir ürettikleri (iki veya üç) hem de ürettikleri fikirleri sadece iki kavram odağında geliştirebildikleri görülmüştür. Dolayısıyla, öğrencilerin ürettikleri fikirlerin aynı bağlamlarda kurgulandığı görülmektedir. Öğrenciler bu üç modelleme etkinliğinde diğer modelleme etkinliklerine göre daha az akıcı ve esnek düşünebilmişlerdir.

Öğrenciler modelleme etkinliklerinde verilen problemi çözerlerken, birbiriyle etkileşimli bir biçimde fikir üretmektedirler. Bu fikir üretme sürecinde bir önceki fikrin bağlamından çıkarak çözümleri farklılaştırdıklarında kaliteli ve özgün çözümler üretebilmektedirler. Örneğin Kütüphane probleminde (Ek-6) öğrenciler öncelikle verilerin hepsini toplamayı önermişlerdir. Bu fikir bu odak gruptaki öğrencilerin aklına gelen ilk fikirdir. Dolayısıyla bu odak gruptaki öğrencilerin de ilk odaklandıkları kavram *toplamadır*. Daha açık bir ifadeyle; “okunan kitap sayısını, okunan kitap çeşidi sayısını, okunan sayfa sayısını ve rapordan gelen puanların” hepsinin toplanmasını önermişlerdir. Bu örnek olayda okunan sayfa sayısı sadece bir kitap ile ilgiliyken, okunan kitap çeşitliliği farklı kitaplardan elde edilen bir veridir. Dolayısıyla, farklı yapıdaki bu değişkenlerin toplanması ile elde edilecek sonuç anlamlı değildir. Aynı zamanda her bir değişkene ait sayısal verilen toplanması, sayısal olarak farklı büyüklüklerdeki verilerin toplamı anlamı gelmektedir. Öğrenciler bu çözümün yanlış olduğunun farkına vardıktan sonra *oran* kavramına odaklanmışlardır. Bu amaçla kitapların sayfa sayıları ile kitap düzeyi arasında bir oran bulmayı ve bu oran üzerinden puanlama yapmayı düşünmüşlerdir. Aşağıda öğrencilerin bu konu üzerinde tartışmalarından bir kesit verilmiştir

Ali: Çeşitlilik ve şey bence. Oran, oranı deniyelim mi?
Yiğit: Bunların hepsini kullanması gerekir bence.
Mert: Ali’nin dediği gibi bir oran var sayfa arasıyla okuduğu...?
Yiğti: Peki o zaman. Ali senin söylediğini deneyelim. sen diyorsun ki bu 46 sayfa.
Ali: Düzeyi 10 mesela sokrates diyelim.
Mert: O zaman 46/10 (sayfa sayısına, düzeye oranlamayı, bölmeyi deniyorlar)
Yiğit: Yani 4,6.

Mert: Şimdi buradan birinin kazanacağı puan 4,6. şimdi buna bakalım.
Yiğit: Bence çıkartmalıyız.
Ali: 16 (4. Düzey 64 sayfa bir kitap seçip, bölüyor. 64/4 =16)
Mert: O zaman geceyi sevmeyen çocuk okuyan biri 4. sınıf 64 okuyan , 64/4 =16
Ali: Tam tersi olur. mesela hocam bu geceyi sevmeyen çocuk üzerinden 16dan..
Yiğit:İşte bu tersi çıkıyor. Yani ne kadar az çıkarsa o mu? Saçma. ben de diyorum ki o zaman çarpalım.

[OG1 – Kütüphane Problemi, Kavram: Oran]

Yukarıdaki tartışmada görüldüğü gibi, bu çözümde yüksek puan almasını istedikleri kitapları okuyan katılımcılar düşük puan almaktadır. Öğrenciler genellikle bir fikri kabul etmeden önce bu fikir deneyerek test etme yoluna gitmektedirler. Bu fikri de test ettikten sonra bir çözüme ulaşamayacaklarını fark ederek üçüncü bir kavram olan *çarpma* kavramına yönelmişlerdir. Okunan tüm sayfaların sayısı ile kitap çeşitliliği sayısını çarptıkları bu çözümde elde edilen sayıya raporlardan elde edilen puanları eklemeye karar vermişlerdir. Bu çözümün pek çok açıdan doğru bir çözüm olmadığı çok belirgin bir biçimde ortadadır. Çünkü sadece okunan kitaplar üzerinden yapılan bu değerlendirmede hem çok yüksek puanlar elde edilmektedir hem de diğer pek çok değişken (örneğin: katılan öğrencinin seviyesi) göz ardı edilmektedir. Bu çözümden çok yüksek puanlar elde edildiğini fark eden öğrenciler ortalama kavramına geçiş yapmışlardır. Öğrenciler yarışmaya katılan yarışmacıya ait verileri (kitap seviyesi, sayfa sayısı, kitap çeşidi) çarparak elde ettikleri puanların aritmetik ortalamasını alma yoluna gitmişlerdir. Öğrencilerin bu fikirlerine ilişkin tartışmaları aşağıda verilmiştir.

Mert : Bunların üçünü çarpçam yani bunların hepsini çarpıp ortalaması. Onun puanlaması alıcam
Ali: Ama mesela 4x 60+ 4 x100 mü (Düzey ve kitap sayısını çarpıp, tüm puanları toplayarak hesap yapıyor)
Mert: İşte hepsinin.
Yiğit: Hayır ama bir dakika decartes filan var. fazla kitap okursa o kadar ortalaması düşer.
Mert: Hayır yükselir. Raporu yüksek alırsa yüksek.
Ali: Ne kadar yüksek alırsa alsın … düşük alırsa da..
Yiğit: Hayır şimdi sen ne kadar kitap okuduğuna bölmeyecek misin?
Mert: Evet.
Yiğit: Bak mantıksız diyorum işte. Kaç kitap okursa okusun, sonra kitap sayısına bölüyorsun herkesin puanını eşitliyorsun!

[OG1- Kütüphane Problemi, Kavram: Aritmetik Ortalama]

Öğrencilerin tartışarak karar verdikleri gibi, ortalama almak adil olmayan bir biçimde puan düşürecek bir fikirdir. Daha sonra öğrenciler, yarışmaya katılan öğrencilerin seviyesini bir değişken olarak eklemeye karar vermişlerdir. Eğer yarışmacı kendisinden yüksek düzeyde kitap okursa:3, kendi düzeyinde kitap okursa 2, kendi düzeyinin altında kitap okursa 1 puan alacaktır ve bu puanlar kitapların sayfa sayısı ile çarpılacaktır. Sonrasında ise rapor puanları bu çarpıma eklenecektir. Öğrencilerin önerdiği bu çözümde, farklı düzeylerde okuma yapan yarışmacılar arasında haksızlık oluşturmaktadır. Çünkü kaç seviye üstü kitap okunursa okunsun alınacak puan hep üçtür. Aşağıda öğrencilerin konu ile ilgili yapmış oldukları tartışmanın bir bölümü verilmiştir.

Yiğit: Kendinde düşük seviyede bir kitap okursa 1 puan. eğer kendi düzeyinde bir kitap okursa 2 puan. kendinde daha yüksek bir kitap okursa 3.
Ali: Ama mesela 6. sınıf...
Yiğit: 7 8 9 ve 10
Mert: Tamam şimdi 6 da 6yı niye okuyunca, ne alıyor ?
Ali: 6yı okuyunca 2 aldı da 7 yi (7 sınıf düzeyinde kitap) okuyunca 3 alıyor. 10 u (1o. Sınıf düzeyinde bir kitap) okuyunca niye 3 alıyor. 10 da (10. Sınıf düzeyinde bir kitap okuduğunda) en az 5,6 puan alması lazım. Hep 2 almasın.
…. (arada konuşmalar)…
Yiğit: O zaman aradaki farkla çarpalım? Sınıf düzeyi ve kitap düzeyi arasındaki farkı kast ediyor.) Bak böyle… (Yazarak, bir kitabın puan hesaplamasını yapıyor…)
Ali: İyi de 6 sınıf öğrenci 5 okudu diyelim. -1 le mi çarpacağız? Puan iyice azalmaz mı?
Yiğit: Azalsın, o da çakallık yapmasın.

[OG1- Kütüphane Problemi, Kavram: Çarpma]

Öğrenciler kitap seviyesi ve yarışmacı düzeyinin farkını alarak, bir önceki fikirlerinin dezavantajını ortadan kaldırmayı tartışmışladır. Ancak bu durum ise, bazı katılımcılar için eğer düşük seviyede kitap okurlarsa, farkın negatif çıkmasına sebep olmuştur. Bu da kitap okuyan öğrencilerin cezalandırılması anlamına gelmektedir. Öğrencilerin kavramdan kavrama, bağlamdan bağlama değişen ve gelişen fikirleri son olarak, kitap düzeyinden öğrenci düzeyini çıkartarak ortaya çıkan farkı çarpma ya da bölme olarak sayfa sayısıyla çarpma olarak evrilmiştir. Aşağıda, öğrencilerin konu ile ilgili tartışmaları verilmiştir.

Mert: Bak diyorum ki 4. sınıf kendi seviyesinde okursa normal 2 ile çarpıyoruz.. ama bir üst seviyede okursa hep iki katı kadar puan alsın.
Ali: Hocam o 6'dan başladı diye…
Mert: Yoo 6. sınıftan 8. Sınıftaysa. o yüzden hani kendi düzeyinde olduğu zaman 2 ile bir üst seviyesinde olduğu zaman 2 kere çarpcaz katsayı iki işte… aa bak bir üst seviyesi olduğu zaman da 2? Yiğit? (Mert burda her düzey farkını ikinin katları olarak almanın mantıklı olduğunu anlatmaya çalışıyor.)
Yiğit: Üzeri yapmayız biz de! Bence üslü sayı gibi bu! her bir düzey farkını da...(deniyor)
Ali: Burayı 0 yerine 1 yapsak ya.
Yiğit: Hee tamam $2^0 = 1$ olacak zaten ama 8de (sınıf) de 2^1. (7 sınıf bir öğrenci için, kendi seviyesi $2^0 = 1$, sayfa sayısıyla çarpılacak değer 1dir. 8. Sınıf düzeyinde bir kitap okursa eğer, 2^1 değeri dolayısıyla sayfa sayısıyla çarpılacak değer 2dir.)
Mert:9'da (9. Sınıfı kastediyor) da 2^2o zaman kendi seviyesi 2^1olur, yani iki katı mı? bir üst 2, 2^2 mi? (2^0 kavramını daha mantığında oturtamadığı için kafası karışıyor)
Ali: hee o da olabilir.
Yiğit: o zaman şey her ...? üzeri yapmayız da her kendi üstünde okuduğu…
Ali: mesela 2 üzeri 0 yerine 1 yazalım ozaman. Öyle di mi?
Mert: 8. sınıf çocuğu 10. sınıf okursa 6 puan alacak ama 9 okursa 3 alacak. 3'ün katları olarak gidecek. (Katsayı fikrine geri dönüyor)

Ali: hocam sınıf düzeyinin şeye farkını yazıyoruz.
Öğretmen: kitap düzeyi ile ilişkilendiriyorsunuz? biraz daha sistematiğe oturtun bence bunu. 2 mi 3 mü 0 mı?
Yiğit: üslü bir sayıda olursa daha güvenilir… İki olsun bakın çok mantıklı! (Buraya kadar birlikte yaptıklarını tek tek baştan anlatıyor)

[OG1- Kütüphane Problemi, Kavram: Üslü ifadeler]

Öğrenciler, yukarıdaki tartışmada görüldüğü gibi, çarpma kavramından üslü ifadeler kavramına geçiş yapmışlardır. Daha sonra ise, eğer fark eksi çıkarsa (kitap düzeyi ve yarışmacı düzeyi farkı) buldukları farkı doğrudan bölmeye karar vermişlerdir. Ancak aralarında biraz daha tartıştıktan sonra, düzeyler arasındaki farkı da ikinin üstleri şeklinde ifade etmenin daha sistemli bir çözüm olacağını düşünmüşlerdir. Öğrenciler, yukarıdaki tartışmadan [OG1- Kütüphane Problemi, Kavram: Üslü ifadeler] da anlaşılacağı gibi bölme ve çarpma kavramından, üslü ifadelere geçiş yapmışlar ve en sonunda aşağıda görülen formüle ulaşmışlardır.

$$2^{(kitap\ \text{düzeyi} - sınıf\ \text{düzeyi})} x\ sayfa\ sayısı + rapor\ puanı = her\ bir\ kitaptan\ alınacak\ puan$$

Kütüphane Problemi Etkinliğinde öğrencilerin ilk düşündükleri şey, verilerin niteliğine bakılmaksızın toplama yapmak olmuştur. Ancak geldikleri noktada üslü ifadeleri kullanarak bir denklem oluşturmuşlardır. Öğrenciler bu modelleme etkinliğinde toplamda sekiz fikir üretmişlerdir. Öğrencilerin bu sonuca ulaşması, çok sayıda çözüm üretebilmelerinin yanında farklı bağlamlarda/ kavramlarda çözüm üretebilmeleriyle de ilgilidir. Patron'un problemi (Ek-7), büyük ayak (Ek-5) ve otopark probleminde (Ek-9) öğrencilerin genellikle aynı kavram ve çözüm yollarına odaklandıkları, çok farklı çeşitte ve sayıda çözüm üretemedikleri görülmektedir. Bu problemlerde çözümlerin genellikle aynı kavram ve bağlamlar üzerine inşa edilmesi öğrencilerin ilişkilendirme yapmalarını ve aşamalı ilerlemelerini engellemiş olabilir. Ya da aynı önerme tersinden düşünülebilir, öğrenciler farklı ilişkilendirmeler yapamadıkları için aynı kavram ve bağlamlarda sınırlı kalmış olabilirler.

4.1.1.2. Aşamalılık

Aşamalılık, öğrencilerin bir fikri geliştirmesidir. Öğrenciler bir fikir öne sürdüklerinde bazen hemen, bazen tartışmanın daha ilerleyen zamanlarında, başka tartışmalar yaptıktan sonra, ürettikleri ilk fikre geri dönerek, fikrin üzerinde genişletmeler yapmaktadırlar. Aşağıdaki tabloda öğrencilerin modelleme etkinliklerindeki nihai çözümlerine yani sonuçlarına kaç aşamada geliştirdikleri özetlenmiştir.

Tablo 4.3: Aşamalılık Tablosu

Etkinlikler	***Çözümün Kaç Aşamada Geliştiği***
Patron	4
B. Ayak	3
Otopark	3
Kütüphane	7
Yorgan	5

Yukarıdaki tabloya bakıldığında öğrencilerin modelleme etkinliklerinde ileri sürdükleri fikirleri üç ile yedi arasında değişen farklı sayılardaki aşamalarda geliştirdikleri görülmüştür. Örneğin, büyük ayak probleminde, öğrencilerin çözümlerini inşa ettikleri fikri geliştirmeleri aşağıdaki gibi olmuştur.

1. Aşama: Tek bir veri üzerinden orantı kurmak (Bir öğrencinin ayak uzunluğunu ve boyunu ölçüp, bu veri ile büyük ayak uzunluğu arasında orantı kurmak.)
2. Aşama: Tek bir veri üzerinde bir oran aramak ve bu oranı farklı veriler üzerinde sınamak. (Ayak ve boy uzunluğunu aldıkları öğrencinin, ayak/boy arasındaki oranı bulmak ve diğer öğrencilerin verileri üzerinden bu oranı karşılaştırmak)
3. Aşama: Farklı kişilere ait boy uzunluklarını ve ayak uzunluklarını toplamak, toplamları birbirlerine bölmek ve bölümle elde edilen oranla ayak izini çarpmak (Öğrenciler farklı kişilerden elde ettikleri verilerin hepsini (boy uzunluklarını, ayak uzunluklarını) toplamışlardır, daha sonra ile ise bu toplamların birbirine oranını bulmuşlar, bu oran ile büyük ayak arasında orantı kurmuşlardır.

Öğrenciler, bu fikri geliştirirken, çözüme üç aşamada ulaşmışlardır. Tüm verileri bütüncül olarak ele almışlardır, tüm verileri toplama yoluna gitmişlerdir. Veri seti oluşturup (toplamda sekiz kişiden oluşan veriler), farklı merkezi eğilim ölçüleri (açıklık gibi) ile bu veri setini sınamamışlardır. Bu çözümde kullandıkları verinin yeterli olup olmadığını tartışmamışlardır. Bu yüzden çözümlerindeki fikirler sınırlı bir çerçevede ilerlemiş ve çözüm üç aşamadan öteye gidememiştir.

Öğrencilerin fikirlerini en çok geliştirdikleri modelleme etkinliği ise, kütüphane etkinliğidir. Aşağıda öğrencilerin kütüphane probleminde çözümlerini nasıl aşama aşama geliştirdikleri verilmiştir.

1. Aşama: Kitap düzeyi ve sayfa sayısının çarpılarak birlikte değerlendirilmesine karar vermek.
2. Aşama: Yarışmacının üst düzey, kendi düzeyi ve alt düzeyde kitap okumasını kat sayı ile değerlendirmek (üst düzey:3, kendi düzeyi:2, alt düzey: 1)
3. Aşama: Kitap düzeyi ile yarışmacı düzey farkını alarak fark ile sayfa sayısını çarpmak
4. Aşama: Fark (kitap düzeyi ile yarışmacı düzeyi arasındaki) negatif çıktığında sayfa sayısını çıkan farka bölmek
5. Aşama: Kitap düzeyi ile yarışmacı düzeyi arasındaki fark -1 çıkarsa, bire bölmenin, bir etkisiz eleman olduğu için anlamsız olduğunu fark etmek ve bu durumu tartışmak.
6. Aşama: Kitap düzeyi ile yarışmacı düzeyi arasındaki fark pozitif ise sayfa sayısını 2 ile çarpmak; negatif ise sayfa sayısını 2'nin katlarına bölmek.
7. Aşama: Bölme ve çarpma işlemini 2^x şeklinde ifade etmek.

Yukarıda aşamaları sırasıyla verilmiş olan çözümde öğrenciler, kitap düzeyi ile yarışmacı düzeyini birlikte değerlendirmeye karar vermişler ve bu fikrin dezavantajlı ve avantajlı yönlerini tek tek inceleyerek fikri genişletmişlerdir. Temel fikir; kitap düzeyi, yarışmacı düzeyi ve sayfa sayısını birlikte düşünmektir. Kitap düzeyi ile sayfa sayısını doğrudan çarpmaktır. Ancak öğrencilerin fikrin dezavantajlarını, eksiklerini birlikte düşünerek genişlettikleri son fikirde, üslü bir denkleme ulaşmaları dikkat çekicidir.

Büyük ayak probleminde öğrenciler, üç aşamada sonuca ulaşmışlardır. Veri topladıktan sonra toplamsal düşünerek, uzunluk toplamlarının (topladıkları kişilere ait boy uzunlukları ve ayak uzunlukları toplamlarının oranı) oranını bulmayı yeterli bulmuşlar ve fikri daha fazla geliştirmemişlerdir. Oysaki kütüphane probleminde öğrencilerin çözüm için fikirlerini yedi aşamada geliştirdikleri görülmüştür. Bu yüzden büyük ayak probleminde ortaya çıkmış olan çözüm kütüphane probleminde ortaya çıkan çözümle kıyaslandığında matematiksel olarak ve ürün kalitesi olarak belirgin bir biçimde daha alt düzey bir çözümdür.

4.1.1.3. İlişkilendirme

İlişkilendirme boyutu, kavramlar arası ilişkilendirme, gerçek yaşam ilişkilendirmesi, gösterimler kullanma boyutlarıyla ele alınmıştır. Öğrencilerin modelleme etkinlikleri süresince farklı türden ilişkilendirmeler yaptıkları görülmüştür. Aşağıdaki tabloda öğrencilerin farklı modelleme etkinliklerinde yaptıkları ilişkilendirme türlerine ilişkin sıklıklar verilmiştir.

Tablo 4.4 : Modelleme Etkinliklerinde Kurulan İlişkilendirmeler

Modelleme Etkinliği	*İlişkilendirme Türü*		*Sıklık*
Patron Problemi	Gerçek Yaşam İlişkilendirmesi		6
	Gösterimler Arası İlişkilendirme	Sayısal Gösterim	1
		Tablo	1
		Toplam	8
Büyük Ayak Problemi	Kavramlar Arası İlişkilendirme		2
	Gerçek Yaşam İlişkilendirmesi		5
	Gösterimler Arası İlişkilendirme	Tablo	1
		Resim	1
		Somut Nesne/ Materyal	1
		Toplam	10
Otopark Problemi	Gerçek Yaşam İlişkilendirmesi		5
	Kavramlar Arası İlişkilendirme		2
	Gösterimler Arası İlişkilendirme	Geometrik Gösterim	2
		Resim	1
		Somut Nesne	1
		Toplam	11
Kütüphane Problemi	Kavramlar Arası İlişkilendirme		4
	Gerçek Yaşam İlişkilendirmesi		3
	Gösterimler Arası İlişkilendirme	Aritmetik Gösterim	3
		Cebirsel Gösterim	6
		Toplam	16
Yorgan Problemi	Kavramlar Arası İlişkilendirme		4
	Gerçek Yaşam İlişkilendirmesi		1
	Gösterimler Arası İlişkilendirme	Cebirsel Gösterim	4
		Geometrik Gösterim	4
		Resim	1
		Somut Nesne	2
		Toplam	16

Yukarıdaki tabloda verilmiş olan ilişkilendirme türlerine ve sayısına bakıldığında her bir modelleme etkinliğinde farklı bir desenin olduğu görülmektedir. Öğrencilerin yapmış olduğu ilişkilendirmelerin toplam sayısı sekiz ile on altı arasında değişmektedir. Aynı zamanda, öğrencilerin yapmış olduğu ilişkilendirme türleri de modelleme etkinliklerinin yapısına göre değişmektedir. Modelleme etkinlikleri yapısı bakımından birer gerçek yaşam problemi oldukları için, öğrenciler tüm modelleme etkinliklerinde gerçek yaşam ilişkilendirmesi yapmıştır. Modelleme etkinliklerinin yapısının öğrencilerin yapmış olduğu ilişkilendirme tiplerini doğrudan etkilediği söylenebilir. Örneğin; otopark ve yorgan problemi geometri öğrenme alanına yakın bir problem olduğu için öğrencilerin bu problemde geometrik gösterimler kullanması daha ön plana çıkmıştır.

Öğrencilerin sadece yorgan ve kütüphane probleminde cebirsel gösterimler kullanması ve kavramları cebir ile ifade etmesi dikkat çekicidir. Kütüphane problemi diğer problemlere göre daha açık uçlu bir problemdir ve problemin içerdiği değişkenler çok iyi tanımlanmamıştır. Cebirsel düşünme becerilerinin öne çıkmasına daha uygun bir yapısı vardır. Ancak alan yazında yorgan probleminin çözümünde tahmine dayalı orantısal akıl yürütme becerisinin ön plana çıktığı görülmektedir (Lesh ve Carmona,2003) . Aynı zamanda bu iki modelleme etkinliğinde toplamda yapılmış olan ilişkilendirme sayısının yanında öğrencilerin yapmış olduğu kavramlar arası ilişkilendirme sayısı diğer modelleme etkinliklerine göre sayıca daha fazladır. Yorgan probleminde öğrencilerin yapmış olduğu farklı ilişkilendirme tipleri belirgin bir biçimde dikkat çekici olarak sürece yansımaktadır. Bu ilişkilendirmeler yorgan problemi (Ek-8) temelinde detaylıca betimlenerek başka bir başlıkta tartışıldığından burada tekrarlardan kaçınılmak için yer verilmemiştir.

Öğrencilerin yapmış olduğu ilişkilendirmeler öğrencilerin problem durumunu anlamaları, akıl yürütmeleri ve problemi çözme süreçlerinin tümünü yansımaktadır. Örneğin, kütüphane probleminde öğrenciler değerlendirme sistemine karar verirken, kendi okudukları kitapları kıyaslayarak karar vermişlerdir. Harry Potter adlı kitabın çok uzun ama okuması kolay bir kitap olduğunu, ancak sayfa sayısının fazla olması dolayısıyla zaman alan bir kitap olduğunu vurgulamışlar; sayfa sayısının mutlaka ele alınması gereken bir değişken olduğuna karar vermişlerdir. Öğrencilerin yapmış olduğu farklı ilişkilendirmeler bütünlük arz etmesi ve daha kolay aktarılabilmesi ve tekrarlardan kaçınılması açısından daha detaylı olarak bu alt başlık altındaki tüm örneklerde kütüphane problemi etkinliği temelinde örneklenerek tartışılmıştır.

Bu gruptaki öğrencilerin kavramlar arası ilişkilendirmeler de yaptıkları görülmektedir. Örneğin yine kütüphane probleminde bir formül geliştirme üzerinde çalışırlarken kitap düzeyinden öğrenci düzeyinin çıkartılması gerektiği üzerine yoğunlaşmışlardır. Ancak bu çıkarma işlemi sonucunda fark “negatif” sayı olabilmektedir. Öğrencilerin konu üzerinde yapmış olduğu tartışma aşağıda verilmiştir.

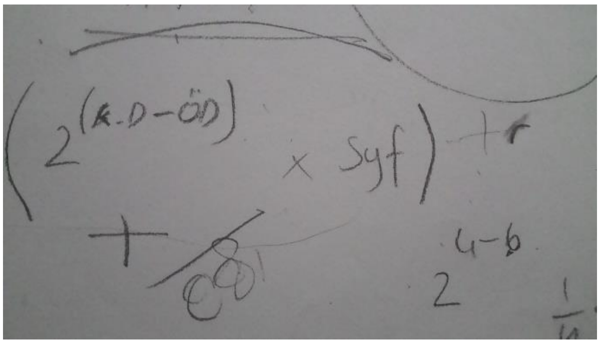
“Yiğit: Sayfa sayısı ile çarptın di mi? 7. sınıf çocuğu kendi düzeyinde bir kitap okursa 1 puan yani: 1x sayfa sayısı. Düzeyi katmış oldum. Sonra 8. sınıf çocuk 10. sınıf düzeyinde yani aralarında... 2 var. O zaman 2 x sayfa sayısı. Yani bu iki düzey üzerinde hem düzeyinden kazanmış olacak hem de sayfa sayısını çarpacağım.
Ali: Ya eksi olursa?
Mert: O zaman da böleriz? [OG2- Kütüphane Problemi: Kavramlar Arası İlişkilendirme]

…

Yiğit: O zaman… 7. sınıf çocuk 6 ya da daha düşük seviye okursa böleriz. Aradaki fark kadar.
Ali: Ya ama bire bölmekle çarpmak arasında fark yok ki?!!! Çok saçma.
….. (Tartışmalar: listedeki kitaplar üzerinde çalışıyorlar)
Yiğit: Farkın bi fazlasına çarpıp bi fazlasına bölelim?
Ali: Ya değişmiyor öyle, sıfıra bölmek var? Bire bölmek gene olacak. Fark eksi iki çıkarsa, bir fazlası -1…
Mert: O zaman da ceza gibi. Okuma daha iyi.
Ali: Burayı 0 yerine 1 yapsak. Eksi düşünmeden bir fazlasına bölüp, bir fazlasıyla çarpsak?
Yiğit: Hee bak bunu da üslü yazalım bunu da !!!! Bak buldum şimdi?! $2^0 = 1, 2^{-1}$ *olunca da ikiye böleriz? Oldu bak hepsine. Tamam. 2 üzeri 1 olacak zaten ama 8'de de 2 üzeri 1 (7 sınıf öğrenci 8 sınıf kitap düzeyini örnek listeden kendi kendisine hesapladığını göstererek hatırlatıyor) [OG2- Kütüphane Problemi: Kavramlar Arası İlişkilendirme]*
Mert: 9'da da o zaman kendi seviyesinin 2 üstünde olur, bir üst 3le çarpacağız? (bu öğrenci bir sayı fazlasına bölmek üzerinde düşünmeye devam ediyor)
Ali: Hee o da olabilir.
…. (Tartışmalar, kendi kendilerine farklı kitaplarda bu yolu sınıyorlar)
Mert: O zaman şey her ...? Üzeri yapmayız da her kendi üstünde okuduğu..
Ali: Mesela 2^0 *yerine 1 yazdık.*
Yiğit: Onu diyorum zaten. 8. sınıf çocuğu 10. sınıf okursa 2^2*puan alacaktı ya, ama 9 okursa* 2^1 *alacak yani 2 olacak. 2'in katları olarak gidecek. Üslü bir sayıda olursa hepsine çok güzel olur, daha güvenilir. Altında okursa işte,* 2^{-1} *olunca da bölme.*
Ali: Somut. Geldi.

[OG1- Kütüphane Problemi, İlişkilendirmeler]

Yukarıda verilmiş olan öğrenciler arasındaki tartışmada da görüldüğü üzere öğrencilerin üzerinde tartıştığı kavram çarpma kavramıdır: düzey farkının sayfa sayısıyla çarpılmasıdır. Ancak dikkatle bakıldığında; öğrencilerin bu tartışmada, kitap düzeyi ve yarışmaya katılan öğrenci düzeylerini birbirinden çıkarmak üzere tartışırlarken farklı kavramlar arasında ilişkilendirmeler yaptıkları görülmektedir. Öncelikle fark pozitif çıktığında farkı doğrudan çarpmayı düşündükleri, fark negatif çıktığında ise bu farkı bölen olarak yansıtmayı düşünmeleri dikkat çekicidir. Öğrencilerin pozitif sayıyı doğrudan çarpma olarak almaları, ancak negatif katsayıyı bölen olarak yansıtmaları kavramlar arası bir ilişkilendirme olarak kabul edilebilir. Daha sonra ise, negatif olarak hesaplanan fark ve 1’in bölmede etkisiz eleman olduğunu tartışmaları, öğrencileri üslü ifadeleri kullanmaya götürmüştür. Bu tartışmada öğrencilerin çözümlerini farklı bir yöne götüren ilişkilendirmeler, kavramlar arası ilişkilendirme olarak da kabul edilmiştir. Öğrencilerin kütüphane etkinliğinde üzerinde çalıştıkları kendi çalışma kâğıtlarından alınmış olan formül aşağıdadır.



Şekil 4.1: Kütüphane Probleminde Öğrencilerin Oluşturduğu Formül

Yukarıda verilmiş olan formül incelendiğinde, öğrencilerin farkın negatif çıkmasından doğan dezavantajı gidermek üzerine ortaya koymuş oldukları çözüm, bu farkın sonuca etkisini üslü bir ifade şeklinde yazmaktır. Bu formül öğrencilerin üzerinde çalıştıkları düşünceleri öncelikle üstlü ifadeler şeklinde yazmaları (resmin sağ alt köşesinde görüldüğü gibi), aritmetik gösterime örnektir. Daha sonra öğrencilerin, bu ifadeyi bir cebirsel ifade şeklinde yazmaları ise cebirsel gösterimdir. Dolayısıyla, yukarıda verilmiş olan çözüm bu açıdan hem aritmetik gösterim hem de cebirsel gösterim olarak kodlanmış ve değerlendirilmiştir.

4.1.2. Ürünlerin Yaratıcılık Bakımından Değerlendirilmesi

Bu araştırmanın ilk araştırma probleminin ikinci alt problemi, öğrencilerin modelleme etkinliği sonunda ortaya koymuş oldukları çözümün veya modelin yaratıcılık açısından değerlendirilmesine yöneliktir. Bu araştırma problemine cevap vermek için, birinci odak gruptaki öğrencilerin modelleme etkinlikleri sonunda ortaya çıkan öğrenci ürünleri, kalite ve özgünlük olarak iki boyutta incelenmiştir. Bu boyutlardan, kalite, öğrenci ürünlerinin çözümünün niteliği ile ilgilidir. Öğrencilerin çözümlerinin ne kadar doğru olduğu ve benzer problem durumlarına ne kadar genellenebildiği ile ilgilidir. Özgünlük ise, öğrenci çözümlerinin orijinalliğini temsil etmektedir. Bu alt boyutlara ait bulgular sırasıyla ilgili başlıklar altında sunulmuştur.

4.1.2.1. Kalite ve Genellenebilirlik

Kalite öğrenci ürünlerinin çözümünün niteliği ile ilgilidir. Bu alt boyutta kalite, öğrencilerin çözümlerinin doğruluğu, etkililiği ve benzer problem durumlarına ne kadar genellenebildiği ile ilgilidir. Öğrencilerin ürünlerinin kalite bakımından incelenmesi için, uzman değerlendirilmesine başvurulmuştur. Üç farklı uzmanın her bir modelleme etkinliğinin kalitesine yönelik 1-4 puan arasında verdikleri puanlar ve bu puanların ortalamaları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.5 : Ürünlerin Kalitesi

	1. Uzman	*2. Uzman*	*3. Uzman*	*Ortalama*
Problemler	*Kalite Puanı*	*Kalite Puanı*	*Kalite Puanı*	*Kalite Puanı*
Patron	2	2	1	1,7
Büyük A.	2	2	3	2,3
Otopark	2	3	3	2,7
Kütüphane	4	4	4	4
Yorgan	4	4	4	4

Yukarıdaki tabloya bakıldığında uzmanların ürünlerin kalitesine yönelik benzer puanlar verdikleri görülmektedir. Örneğin uzmanların tümü kütüphane ve yorgan problemlerinde öğrenci ürünü olarak ortaya çıkan çözümün kalitesine aynı puanı (4) vermişlerdir. Uzmanlar diğer üç modelleme etkinliği için birbirlerine oldukça yakın değerler vermişlerdir. Bu açıdan uzmanların ürünlerin kalitesi konusunda hemfikir olduğunu söylemek mümkündür. Her bir problemi tek tek incelemek kalite değerlendirmesi açısından detaylı bilgi sunacaktır.

Patronun probleminde (Ek-7) öğrenciler birim zamanda kazanılan parayı hesaplayarak bir kıyaslama yoluna gitmişlerdir. Ancak tüm değişkenleri, örneğin parkın yoğunluğunu ve farklı aylardaki performansların ne düzeyde değiştiğini dikkate almamışlardır. Hiç çalışmayan bireyleri göz ardı etmişlerdir. Bu bakımdan bakıldığında öğrencilerin modeli, pek çok açıdan yeniden değerlendirilmeli ve revize edilmelidir. Uzmanların değerlendirmesinde 1,7 puan ortalamasında kalan çözüm, yeterli ve kaliteli görülmemiştir.

Büyük ayak (Ek-5) probleminde ise, öğrenciler öncelikle veri toplamış ve topladıkları veriler üzerinden değerlendirme yapmaya çalışmışlardır. Topladıkları veriler üzerinden farklı oranlar bulmuşlar ve daha sonra tüm veri setindeki aynı değere ait verileri (tüm boy uzunlukları toplamının, ayak uzunlukları toplamına oranı) toplayarak birbirlerine oranlamışlardır. Öğrenciler toplamda sekiz adet veriden yola çıkarak yapmış oldukları bu işlemde ne bulduklarını açıklayamamışladır. Öğrencilerin çözümleri de uzmanlar açısından yeterli görülmemiş ve 2,3 kalite puanı ortalaması almıştır.

Otopark probleminde (Ek-9) öğrencilerin bir alışveriş merkezindeki otoparkı verilen değişkenlere göre tasarlamaları istenmiştir. Öğrenciler en son şekillendirdikleri otopark alanında tüm değişkenleri göz önüne alarak tasarım yapmalarına rağmen, otopark alanı olarak ayrılan alanı çok iyi kullanamamışlardır. Otopark içinde bazı alanların boş kaldığı gözlenmiştir. Tüm değişkenleri kullandıkları için iki uzman bu ürüne kalite bakımından üç (3) puan vermiştir. Ancak bir uzman boş alan kalmış olmasının bu çözümün kalitesinde önemli bir etken olduğunu belirtmiştir. Bu ürünün kalite puanı ortalaması 2,7'dir.

Kütüphane probleminde (Ek-6) öğrencilerin ortaya koymuş olduğu çözüm, bir formüldür. Öğrenciler hemen hemen tüm değişkenleri birbirleriyle ilişkilendirerek, bir formül oluşturmuşlardır. Tüm değişkenlerin cebirsel bir dönüşümle, soyut bir biçimde ilişkilendirilmesiyle oluşan bu formül uzmanlar tarafından çok etkili ve kaliteli bulunmuştur. Uzmanlar kitap düzeyi ile öğrenci düzeyi arasındaki farkın sonuca etkisini üslü bir ifade ile göstermenin üst düzey bir akıl yürütme olduğunu belirtmişlerdir. Uzmanların hepsi bu çözüme aynı tam puanı (4) vermiştir. Bu modelleme etkinliği sonunda oluşan çözümün kalite puanı ortalaması 4'tür.

Yorgan probleminde (Ek-8) öğrencilerin modelleme etkinliğinin ürünü olarak ortaya koydukları iki bilinmeyenli bir denklem sistemi ve bu sistemin çözümü uzmanlar tarafından çok genellenebilir bir yapı (denklem sistemi) içerdiğinden kaliteli bulunmuştur. Uzmanların hepsi bu çözüme tam puan vermişlerdir. Dolayısıyla bu çözümün de kalite puanı ortalaması 4'tür.

Öğrencilerin tüm modelleme etkinliklerine bütüncül olarak bakıldığında, modelleme etkinliklerinden ikisinde (Kütüphane ve Yorgan problemleri) öğrencilerin ürünlerinin en yüksek değer olan 4 puanı aldıkları görülmüştür. Öğrencilerin yorgan probleminde ve kütüphane probleminde ortaya koydukları ürünlerinin genellenebilir yapılar taşıdığı, benzer problem durumlarına uyarlanabileceği ve diğer modelleme etkinliklerinde ortaya çıkan ürünler ile kıyaslandığında daha üst düzey ve kaliteli olduğu düşünülebilir.

Diğer iki modelleme etkinliğinde (Büyük Ayak ve Otopark problemleri) ise, öğrenci ürünlerinin kalite değeri 2 ile 3 puan arasında kalmıştır. Bir ürünün (Patron problemi) kalitesi ise iki puanın altında kalmıştır. Öğrencilerin iki modelleme etkinliğinde çok kaliteli ürünler ortaya koymuş olmalarına rağmen, diğer modelleme etkinliklerinde problem durumundaki ihtiyacı tam karşılayacak yapılar ve çözümler ortaya koyamadıkları söylenebilir.

4.1.2.2. Özgünlük

Özgün düşünme ise; bireyin diğer bireylerden farklı düşünebilmesidir. Modelleme etkinliklerinde öğrencilerin ürettikleri ürünlerin özgünlüğünün değerlendirilmesi de uzmanlar tarafından yapılmıştır. Bu değerlendirmede uzmanlar öğrencilerin seviyesini göz önünde bulundurarak belirtilen (1-6 aralığında) aralıkta puan vermişlerdir. Öğrencilerin grup halinde çözmüş oldukları modelleme etkinliklerinde ortaya çıkan ürünlerin her bir uzman tarafından değerlendirilmesinden sonra aşağıdaki tablo ortaya çıkmıştır.

Tablo 4.6: Ürünlerin Kalitesi

	1.Uzman	***2.Uzman***	***3. Uzman***	***Ortalama***
Problemler	***Özgünlük Puanı***	***Özgünlük Puanı***	***Özgünlük Puanı***	***Özgünlük Puanı***
Patron	3	2	3	2,7
Büyük A.	4	2	2	2,7
Otopark	3	6	5	4,7
Kütüphane	6	6	6	6
Yorgan	6	4	5	5

Tablo 4.6 ’e bakıldığında, öğrencilerin nihai çözümlerinin özgünlük açısından puanlanmasıyla elde edilmiş olan uzman değerlendirmelerinin ortalamaları alındığında; öğrencilerin ürettikleri ürünlerin özgünlüğünün 2,7 ile 6 arasında değişen özgünlük puanları aldığı görülmektedir. Uzmanlara göre öğrencilerin en özgün ürünleri en yüksek ortalamaya sahip olan kütüphane (6), yorgan (5) ve otopark (4,7) problemlerinin çözümleridir. Ancak, her bir problemi tek tek ele almak da özgünlük değerlendirmesi açısından detaylı bilgi sunacaktır.

Patron probleminde öğrenciler birim zamanda kazanılan parayı hesaplayarak bir kıyaslama yoluna gitmişlerdir. Öğrencilerin bu çözüm yolu akla ilk gelebilecek çözümlerden biridir. Ancak öğrenciler kısmi zamanlı ve tam zamanlı çalışacak olan kişiyi seçerken, (birim zamanda kazanılan parayı tam zamanlı ve kısmi zamanlı farklı çalışma saatleriyle çarparak en çok para kazanabilecekleri kombinasyonu belirlemeye çalışırlarken) fikirlerini biraz farklılaştırmışlar ve çözümlerine farklılık katmışlardır. Uzmanlar, öğrencilerin, çözümü çok farklı olmasa da, karar verme süreçlerini ve karar verme ölçütlerini özgün bulduklarından ortalama olarak yaklaşık üç puan vermişlerdir. Üç puan orta düzeyde bir özgünlük puanıdır.

Büyük Ayak Probleminde ise, öğrenciler öncelikle veri toplamış ve topladıkları veriler üzerinden değerlendirme yapmaya çalışmışlardır. Topladıkları veriler üzerinden farklı oranlar bulmuşlar ve daha sonra tüm veri setinde aynı değere ait verileri (tüm boy uzunlukları toplamının, ayak uzunlukları toplamına oranı) toplayarak birbirlerine oranlamışlardır. Bu çözüm iki uzman tarafından sıradan bir çözüm olarak değerlendirilmiş olup çözüme ikişer puan vermişlerdir. Ancak diğer uzman, öğrencilerin pek çoğunun veri toplamak yerine tek bir veriden yola çıkarak çözeceğini düşündüğünü belirterek bu çözüme dört puan vermiştir. Uzmanların verdiği özgünlük puanlarının ortalaması 2,7'dir. Üç puana yakın olan bu değer öğrencilerin çözümlerinin orta düzeyde bir özgünlük gösterdiği anlamına gelmektedir.

Otopark probleminde, bu gruptaki öğrencilerin farklı çözüm stratejileri geliştirmediği çok farklı çözüm yolları bulamadıkları gözlenmiştir. Problemde otopark yapılması için verilen planda farklı birçok kombinasyonla otopark tasarımlanabilmektedir. Uzmanlar, her bir grubun bu plana göre farklı otoparklar tasarımlayabileceğini düşünmüştür. Aynı zamanda uzmanlar, bu tasarımları değer olarak birbirinden ayırmanın çok zor olduğunu ve her bir çözümün kendi içinde bir açıdan özgünlük taşıyabileceğini vurgulamışlardır. Bu gruptaki öğrencilerin otopark alanını çok verimli değerlendiremediği için bu tasarıma kalite açısından biraz daha düşük (2,7) bir değer veren uzmanların, özgünlük açısından verdiği puan ortalaması yüksek bir değer olan beşe yakın bir değerdir (4,7). Öğrencilerin bu çözümü de diğerlerinden daha yüksek bir ortalama değer almış olduğundan, diğerlerine göre daha özgün olarak düşünülebilir.

Kütüphane probleminde öğrencilerin çözümü, bir formül ile tüm kitapları ayrı ayrı değerlendirme fikrine dayanmaktadır. Uzmanlar bu formülün öğrencilerin sınıf düzeyleri düşünüldüğünde çok ender karşılaşılabilecek bir çözüm olduğunu vurgulamışlardır. Tüm uzmanlar bu çözüme aynı tam puanı (6 puan) vermişlerdir. Öğrencilerin bu çözümü diğer ürünleriyle kıyaslandığında en yüksek puanı alan çözüm olduğu için en özgün çözümdür.

Yorgan Probleminde öğrenciler iki bilinmeyenli denklem kurarak çözüme ulaşmışlardı. Bu çözüm, uzmanlar tarafından çok kaliteli bir çözüm olarak betimlenmiştir. Ancak uzmanlar bu çözüme, kendi akıllarına gelen birkaç çözümden biri olduğu için tam puan vermediklerini belirtmişlerdir. Aynı sınıf düzeyindeki öğrenciler göz önüne alınarak değerlendirildiğinde bu kadar kaliteli bir çözümü çok fazla öğrencinin yapamayacağını kabul eden ve dört puan veren uzman; bu çözümden kütüphane probleminin çözümü kadar etkilenmediğini belirtmiştir. Uzmanların bu modelleme etkinliğine özgünlük açısından verdikleri puanların ortalaması beş puandır. Bu ortalama puandan hareketle bu çözümün de oldukça özgün bir çözüm olarak kabul edildiği düşünülebilir.

4.1.3. Öğrencilerin Ortak Yaratıcı Düşünme Becerileri

Birinci odak gruptaki öğrencilerin modelleme etkinliklerinde ortaya koymuş oldukları süreçler ve bu süreçlerin sonunda ortaya çıkan ürünler yaratıcılık bağlamında birlikte ele alındığında aşağıdaki tablo ortaya çıkmaktadır.

Tablo 4.7: Modelleme Etkinliklerinin Boyutlara Göre İncelenmesi

		Modelleme Etkinlikleri				
Değerlendirme	*Boyutlar*	*Patron*	*Büyük Ayak*	*Otopark*	*Kütüphane*	*Yorgan*
Süreç	**Akıcılık***	3	4	2	8	5
	Esneklik*	2	2	2	5	3
	Aşamalılık*	3	4	3	7	5
	İlişkilendirme*	8	10	11	16	16
	TOPLAM	**16**	**20**	**18**	**36**	**29**
Ürün	**Kalite****	1,7	2,3	2,7	4	4
	Özgünlük**	2,7	2,7	4,7	6	5

*Bu değerler elde edilen sıklık değerleridir.

**Bu değerler uzmanların verdikleri puanların (kalite 4 puan üzerinden, özgünlük 6 puan üzerinden) ortalamasıdır.

Tabloya bakıldığında boyutlar ve alt boyutlardaki en büyük değerlerin genellikle kütüphane etkinliğine ait sütunda yer aldığı görülmektedir. Buradan hareketle, öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin en çok kütüphane problemi etkinliğinde ortaya çıktığı söylenebilir. Aynı zamanda öğrencilerin en çok fikir üretebildikleri, yani akıcı düşünmelerini gösterdikleri modelleme etkinliğinin kütüphane problemi olduğu görülmektedir. Öğrencilerin modelleme etkinliği sırasında ürettikleri bu fikirlerden üç tanesi yanlış fikir, dört tanesi doğru fikirdir. Bu modelleme sürecine bakıldığında öğrencilerin çok ve farklı türde ilişkilendirme yaptıkları ve fikirlerini açıklamalar yaparak destekledikleri de tespit edilmiştir. Öğrenciler kendilerini sonuca ulaştıracak olan çözümü altı aşamada geliştirmişler ve nihai çözümlerini ortaya koymuşlardır. Aynı zamanda kütüphane etkinliği sonunda ortaya çıkan model, uzmanlar tarafından çok kaliteli ve özgün olarak değerlendirilmiştir, dolayısıyla ortaya çıkan ürün tüm modelleme etkinliklerine kıyasla bu odak grubun ortaya koyduğu en özgün ve kaliteli üründür.

Öğrencilerin modelleme etkinliklerine bütüncül olarak bakıldığında, sıklık değerleri ve uzmanlar tarafından verilen puanlar açısından yorgan etkinliği de dikkat çekicidir.

Öğrencilerin ürettikleri fikirler ve nihai çözüm olarak karşımıza çıkan modelleme süreci değerlendirildiğinde öğrencilerin yorgan probleminde yaratıcılıklarının diğer modelleme etkinliklerine göre daha belirgin bir biçimde ortaya çıktığı görülmektedir. Öğrenciler, üçü yanlış ikisi doğru olmak üzere toplamda beş fikir üretmişlerdir. Bu fikirlerin sonuncusu, öğrencilerin nihai çözüm olarak ileri sürdükleri fikir (öğrencilerin ürünü), özgünlük değeri açısından altı üzerinden beş puan almış ve kalite açısından ise tam puan almıştır.

Otopark etkinliğindeki sıklık değerleri incelendiğinde daha farklı bir tablo ortaya çıkmaktadır. Öğrenciler çok fazla sayıda çözüm önerisi üretememiş ve fikir öne sürememişlerdir. Esnek düşünme bakımından kütüphane problemi ve yorgan problemi etkinliklerine kıyasla daha az esnek düşünebilmişlerdir. Ancak, bu etkinlik ilişkilendirme becerisi bakımından diğer modelleme etkinliklerine benzemektedir. Bu modelleme etkinliğinin kurgusu gereği öğrenciler çok farklı sayıda sonuç bulabilmektedirler (tasarım yapabilmektedirler). Bu bakımdan öğrencilerin ürettiği her bir ürün uzmanlara göre, kendi içinde özel ve farklı olarak değer bulmaktadır. Uzmanlar öğrenci ürünlerini bu açıdan değerlendirerek, özgünlük puanına yüksek puan (beş) vermişlerdir. Öğrencilerin ürettiği tasarımda otopark alanını iyi planlanmamıştır. Bu nedenle uzmanlar ürünün kalitesine iki ile üç puan vermişlerdir.

Patronun problemi ve büyük ayak probleminde ise, diğer modelleme etkinliklerine göre öğrencilerin yaratıcılıklarının daha düşük düzeylerde ortaya çıktığı görülmüştür. Patron problemi yapısı bakımından çok etken ve veri barındıran, bu etkenlerin ve verilerin kontrol edilmesine dayalı bir problem durumu sunduğu için diğer modelleme etkinliklerine göre daha kısıtlayıcı bir ortam sunmaktadır. Bu bakımdan ele alındığında, öğrencilerin daha az fikir üretmesi, daha az esnek düşünmesi, daha az ilişkilendirme yapması olağan olarak görülebilir. Büyük ayak problemi ise, modelleme etkinliği bakımından otopark ve patron probleminden farklı olsa da yine öğrencilere kütüphane problemi gibi bilinmeyen bir ortam ve sınırsız çözüm olasılığı sunamamaktadır. Ancak, öğrencilerin veri toplayarak belirli bir oranı bulmasına dayalı bir çözüm geliştirmelerine dayanan bir problem yapısı sunmaktadır. Bu bakımdan bu problemlerde öğrencilerin yaratıcılık düzeyleri birbirlerine yakındır

Tabloda görüldüğü gibi, tüm modelleme etkinliklerine tek tek bakıldığında, öğrencilerin bazı modelleme etkinliklerinde (kütüphane ve yorgan probleminde) diğer modelleme etkinliklerine kıyasla daha tüm alt boyutlarda fazla yaratıcılık gösterdikleri saptanmıştır.

Aynı zamanda bu modelleme etkinliklerinde öğrenciler daha kaliteli ve özgün ürünler ortaya koymuşlardır. Bu da öğrencilerin farklı modelleme etkinliklerinde ortaya koydukları farklı düşünme becerilerinin birbiriyle ilişkili olma olasılığını yansıtmakta olabilir. Süreç ve sonuç odaklı olarak modelleme etkinliklerine bakıldığında, özgün bir fikrin ortaya çıkması sürecinde akıcı ve esnek düşünmenin yanında fikri geliştirme yeteneği yani aşamalık da değerli bir değişken olarak görülmektedir. Fikir üzerinde ne kadar çok çalışılırsa, fikir ne kadar çok işlem görürse, genişletilirse ortaya çıkan ürünün matematiksel olarak kalitesi o kadar artmaktadır. Aynı zamanda öğrencilerin modelleme etkinliklerinde yaptıkları ilişkilendirmeler, ortaya çıkan ürünlerin özgünlüğü ve kalitesini de etkileyen bir diğer değişken olabilir. Çünkü örneğin, kütüphane probleminde olduğu gibi, öğrenciler ilişkilendirmeler yaparken, farklı kavramlar ortaya atmışlar ve farklı bağlamlarda (kavramlar üzerinde) fikirler geliştirmişlerdir. Modelleme etkinliklerinde süreci inceleme olanağı olduğundan, öğrencilerin matematiksel olarak da özgün ve kaliteli bir ürün ortaya koymasında tüm alt boyutların birbiriyle etkileşiminin bir rolü olduğu söylenebilir.

4.1.4. Örnek Durum Analizi: Yorgan Problemi

Yorgan probleminde (Ek-8) öğrencilere gerçek ölçüleri (kenar uzunlukları) belli olan, ancak gerçek oranda küçültülmemiş bir yorgan resmi verilmiştir ve bu yorgan üzerindeki motiflerin kalıplarının yapılması istenmiştir. Bu etkinlik de diğer modelleme etkinlikleri gibi aynı şekilde (ön etkinlik, etkinlik ve etkinlik sonrası tartışma) öğrencilere sunulmuştur. Modelleme etkinliğinden önce yapılan ön etkinlik uygulamalarının temel amacı öğrencilerin dikkatini çekmek ve motive olmalarını sağlamaktır. Ön etkinlik esnasında öğrencilere bir kağıt katlama etkinliği ile yorgan içindeki motifin bir örneği yaptırılmıştır. Bununla birlikte uygulayıcı tarafından sorulan sorular veya yönlendirmeler ile modelleme etkinlikleri esnasında öğrencilerin dikkat etmesi istenen özelliklere vurgu yapılmıştır. Bu özellikler; yorganın içindeki motif sayısı, yorganın uzunlukları, verilen resmin ölçekle küçültülerek yapılmış bir çizim olmadığıdır.

Birinci odak gruptaki öğrencilerin grup olarak yaratıcılıklarına dair daha çok veri elde etmek için, yorgan problemi daha detaylı bir biçimde ele alınarak tüm süreç incelenecektir. Öncelikle modelleme etkinliğinin öğrenciler tarafından nasıl ele alındığı ve çözüldüğü detaylı olarak betimlenecek, daha sonra bu çözüm yaratıcılığın alt boyutları (akıcılık, esneklik, ilişkilendirme, aşamalılık, kalite ve özgünlük) temelinde ayrı ayrı değerlendirilecektir.

4.1.4.1. Yorgan Probleminin Çözümü ve Aşamalılık

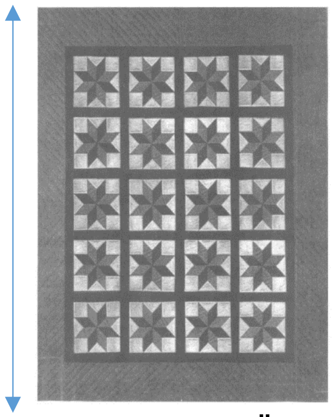
Öğrencilerin bu modelleme sürecinde beş temel fikir üzerine yoğunlaştıkları görülmüştür. Modelleme etkinliklerinin başından sonuna kadar öğrencilerin ortaya attıkları tüm fikirler, çözüm yolları, kullandıkları kavramlar birbiriyle ilişkili görüldüğünden ayrı ayrı ancak birbiriyle ilişkilendirilerek ortaya konulmuştur. Bu yolla, tüm sürecin bütüncül olarak ele alınması ve detaylarıyla tartışılması hedeflenmiştir.

İki yedinci sınıf öğrencisi ve iki sekizinci sınıf öğrencisinin oluşturduğu Grup 1, öğretim yılının başında olunmasına rağmen iki bilinmeyenli bir denklem kurmuş ve bir denklem sistemi oluşturarak çözüm üretebilmiştir. Bu araştırmanın yapıldığı öğretim yılında iki bilinmeyenli denklem sistemleri sekizinci sınıfın ikinci döneminin konusudur. Kendilerinin de görüşmelerde belirttiği gibi, öğrenciler daha önce iki bilinmeyenli denklem sistemlerini öğrenmemişlerdir. İlgili alan yazında tartışıldığı gibi, öğrencilerin daha önce bilmedikleri bir bilgiyi kendi başlarına inşa etmeleri, keşfetmeleri, bir problemi kendi seviyelerinin üzerinde –alışılagelmişin dışında- farklı bir biçimde çözmeleri, matematiksel yaratıcılık olarak tanımlanmaktadır (Balka, 1976; Eryvnck, 2002; Sriraman, 2005). Bu açıdan bu modelleme etkinliğinde öğrencilerin yaratıcı düşünme becerileri, hem alt boyutlarda kendini ortaya çıkmış hem de öğrencilerin daha önce bilmedikleri bir bilgiyi keşfetmeleri, inşa etmeleri biçiminde kendisini göstermiştir. Bu modelleme etkinliğinde, öğrencilerin yeni bilgiyi keşfetmeleri ve inşa etme süreçleri detaylarıyla betimlenmeye çalışılmıştır. Öğrencileri iki bilinmeyenli denklem kurmaya götüren tüm süreç, yaratıcılığın alt boyutlarıyla birlikte adım adım ancak birbiriyle ilişkileri ortaya konularak aşağıda sunulmuştur. Bu süreçte öğrencilerin çözümlerini bütüncül olarak ele alırken, tekrarlardan kaçınmak için öğrencilerin çözümlerini hangi aşamalardan geçerek inşa ettikleri bu bölümde verilecektir. Öğrencilerin fikirleri, fikirlerin ortaya atıldığı sıra ile sunulmuştur.

Fikir 1: Uzun Kenar Uzunluğunu Motif Sayısına Bölme

Bu fikir öğrencilerin aklına gelen ilk fikirdir. Öğrenciler, bu fikri problem durumunun üzerinde henüz hiç tartışmadan ortaya atmışlardır. Uğur adlı öğrenci yorgandaki motifleri saymış ve uzun kenar uzunluğunu (238 cm), uzun kenar üzerindeki motifin kenar sayısına (5) bölmeyi önermiştir. Bu öneriyi sunan öğrencinin motiflerin etrafını saran motifsiz-boş-bölgeyi ve o dikdörtgensel bölgenin kenar uzunluklarını hesaba katmadan, tüm verileri değerlendirmeden bu fikri öne sürdüğü görülmüştür. Öğrencilerin konu ile ilgili tartışmaları ve yorganın şekli Şekil 4.2 te verilmiştir.

238c



Şekil 4.2: Yorgan Örneği

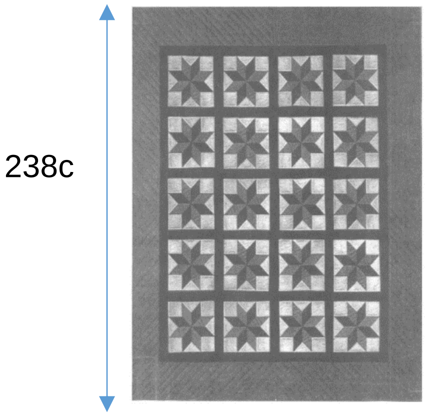
Uğur: Şimdi ilk önce 238 i, beşe böl?
Yiğit: Neyi?
Mert : Kaçı kaça ?
Uğur: 238 i beşe böl?
Mert : 238 i beşe 47,6
Ali: Ama kenarlardaki boşlukları unutma!
Uğur: Tamam onları çıkartacağız işte?!
Ama onları nasıl hesaplayacağız?

[OG1- Yorgan - Fikir 1]

Hızlıca işlem yaparak hemen çözüme ulaşmaya alışmış olan öğrenciler, zaman zaman hemen hesap yaparak sonuca ulaşma eğiliminde olmuşlardır. Bu modelleme etkinliğinde de benzer bir yaklaşım izleyerek, hemen fikrini söyleyen Uğur'un, motifsiz alandaki uzunlukları göz önünde bulundurmadan bir çözüm önerdiği görülmüştür. Öğrenciler bu çözümün eksik ve hatalı olduğunu hemen fark etmişlerdir. Bu konuşmadaki dikkat çekici bir diğer unsur ise, Uğur'un çözüm önerisini açıkça belirtmese de arkadaşlarının onu anlamış olmasıdır. Yani Uğur aslında motif sayısına böldüğünü söylememiş; hiçbir fiziksel harekette, işarette veya açıklamada bulunmamıştır. Fakat arkadaşları, Uğur'un kastettiğinin motif sayısı olduğunu anlayabilmişlerdir. Bu durum, öğrencilerin grup içerisinde birbirlerini çok iyi anladıklarına ve birbirleri takip ettiklerine yönelik bir örnektir. Bu çalışma öğrencilerin beşinci modelleme etkinliğidir ve öğrencilerin uzun yıllardır (yaklaşık olarak dört yıldır) birbirlerini tanımaları da sürece burada olduğu gibi olumlu olarak yansımaktadır.

Fikir 2: Uzun Kenar Uzunluğunu -Yaklaşık- Motif Sayısına Bölme

Öğrenciler, ilk öne sürdükleri fikirde uzun kenar uzunluğunu motifsiz alanları hesaba katmadan motif sayısına bölmeyi önermişlerdi. Bu öne sürülen eksik/yanlış fikirdeki hatalarını çabuk fark eden öğrencilerin, ilk fikirden yola çıkarak ikinci bir fikir/çözüm yolu öne sürdükleri görülmüştür. Problemde verilen şekildeki yorganın boylamasına beş sıra motifi vardır (Şekil 4.3). Öğrencilerin, yorgan üzerindeki motifsiz boşlukları yaklaşık olarak iki motif uzunluğunda ve motiflerin aralarındaki koyu renkli motifsiz bölgeleri ise yaklaşık bir motif uzunluğunda kabul etmişlerdir. Buradan hareketle, öğrenciler tüm kenar uzunluğunu sekize bölerek gerçek yanıta yakın bir sonuç elde etmişlerdir (30 cm). Bu tahmin stratejisi ile ulaşılan çözüm ilgili alan yazında da yer almaktadır.(Lesh & Carmona,2003). Öğrencilerin çözüm üzerine tartıştıkları konuşma aşağıda verilmiştir:



Şekil 4.3: Yorgan Örneği 2

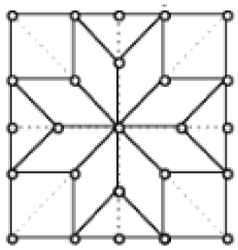
Ali: Hemen hemen bu boşlukta (yorgan üst ve alt bölgesindeki boş alan) bir tane şey (motif) kadar. Yani 1,2,3,4,5,6,7 .... 7 tane şeyden (motiften) oluşacak. Yani 238: 7, 8 = 28… (mırıldanıyor)
Uğur : o zaman şöyle bulacağız?
Ali: Öyle bulamazsın, benim düşündüğüm şey şu. şu, şu, şunun toplamı bir tane şundan (motiflerin aralarındaki boş alanları gösteriyor) edecek sanırım. Bu durumda, 1,2,3…7,8.tane motif var. (öğrenci burada tüm motifleri ve üst, alt , ara boşlukları parmağıyla işaret ederek sayıyor ve sayarak arkadaşlarına açıklıyor)
Uğur: Anladım tamam olabilir de.
Ali: 238 i 8e bölmemiz gerekiyor. 238 i 8 e bölsene.
Uğur: 29,30

[OG1- Yorgan –Fikir 2]

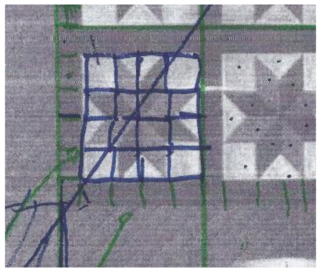
Ali'nin ilk fikir sonrasında boşlukları fark eden ve daha sonra da ikinci fikri öne süren öğrenci olduğu görülmektedir. Dolayısıyla, yeni fikri tetikleyen düşüncenin ilk fikirdeki eksiklikleri fark etme olduğu öne sürülebilir. Bu durum bir fikrin diğer bir fikri tetiklemesi durumuna örnek olarak verilebilir. Diğer taraftan, birbiriyle ilişkili olan bu iki fikri öne süren öğrencilerin birbirinden farklı öğrenciler olması, öğrencilerin birbirlerinin düşüncelerini tamamlamasının ve grup olarak yaratıcılıklarının bir göstergesi olabilir.

Fikir 3: Tüm Alandan Motif Alanını Çıkarmak

Öğrenciler üçüncü fikri, birinci ve ikinci fikirden bağımsız olarak başka bir kavram –alan- bağlamında oluşturmuşlardır. Bu çözümde öğrencilerin, ön etkinlikte katlayarak ve çizerek oluşturmuş oldukları motifteki kat izlerinin (Şekil 4.4) şekli 16 parçaya (Şekil 4.5) böldüğünü düşünerek bu durumu çözümleri ile ilişkilendirmeleri dikkat çekicidir. Motifi birim karelere bölmeleri, bu fikir ve süreç içinde oluşturulan diğer fikirler için önemli bir hareket noktası olarak da görüldüğünden önemli bir bulgudur. Aşağıda motifin katlanarak oluşturulan şekli (Şekil 4.4) ve öğrencilerin motifi br² olarak gösterdikleri çizim (Şekil 4.5) sunulmuştur.



Şekil 4.4: Motif Örneği



Şekil 4.5 : Birimkareler

Öğrencilerin birim karelere bölerek ürettikleri bu çözüm önerisinde alan kavramı üzerinde yoğunlaştıkları görülmektedir. Ali, kenar uzunluklarını bildikleri yorganın tüm alanından (200cm x 238cm), 20 adet olan motiflerin alanını (16br² x 20) çıkarmayı önermiş ve grubun kısa bir süreliğine de olsa bu fikir üzerinde çalıştığı görülmüştür. Aşağıda öğrencilerin konu üzerindeki tartışmaları verilmiştir.

Ali: Motifler tamamı 320 yapıyor....
…
Ali: Bi dakka , şunun (her bir motifin) alanını... Benim aklıma bir şey geldi. Bunun (her bir motifin alanı) alanı16 br² mi? Hepsini hesapladık mı?
Mert: Tamam işte ben hesapladım. Ama sayayım şimdi
Ali: Kaç ediyor?
Mert: 16x kaç? 20 tane mi?
Yiğit: Bi dk...1 dk....bana farklı renkte bir kalem versene.
Ali: 320. 3,20 m2
Uğur: Yan taraf 26 yapıyor.
Ali: 1 dk. 3,20 m2 şey. Bi versene. Motifler bu kadar. Sadece motifler. Alanı ne kadardı?
Yiğit? Alanı? 4,16 mıydı 4,56 ydı.
Öğrt: Ali ne yapıyorsun?
Ali: Hocam şimdi genel alandan, bu motiflerin alanını çıkaracağız.

[OG1- Yorgan Problemi - Fikir 3]

Ancak öğrencilerin, tüm alanı m² cinsinden hesaplarken motiflerin alanını br² cinsinden hesapladıklarını fark etmemiş oldukları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin ne gibi bir sonuç bulacakları üzerinde de tartışmadıkları fark edilmiştir. Öğretmen rolündeki araştırmacının öğrencilere “Bu motiflerin alanının birimi ne?” sorusunu yöneltmesiyle öğrenciler birimlerinin farklı olduğunu fark etmişlerdir. Aşağıda, öğrencilerin hatalarını fark ettikten sonra farklı birimler üzerine yaptıkları tartışmadan bir kesit verilmiştir.

Yiğit: Burası 525 br^2
Uğur: 525?
Ali: Çok güzel.... Boşluklarla beraber? Hmm ama gerçek alanı bulmamız lazım. br cinsinden.
Yiğit: Şuraları (motifin kenarlarındaki boşlukları gösteriyor) bulalım. Buraları çıkardıktan sonra buluruz.
Ali: Şu kenardaki boşluklar çıktıktan sonra.
Uğur: Kendisi 320 yapıyo.
Yiğit: Hadi bak şu kısım var ya....
Ali: Ya bak, sadece motifleri hesapladık biz, bunda kenardaki aradaki boşluklar da var.

[OG1- Yorgan Problemi - Fikir 3]

Öğrencinin şu ifadeleri kullanması ;“*Çok güzel.... boşluklarla beraber? hmm ama gerçek alanı bulmamız lazım. br cinsinden”* farklı birimleri birbirlerine dönüştürmeye ihtiyaç duyduklarının bir göstergesidir. Uzunca bir süre farklı birimleri birbirlerine dönüştürmeye çalışan ve bu çözüm üzerinde uğraşan grubun bu fikirden yola çıkarak bir sonuca ulaşamadığı görülmüştür. Ancak bu fikri üretirken oluşturdukları “br^2 cinsinden hesaplan motif alanı” kavramının daha sonraki fikirlerine temel oluşturduğu söylenebilir. Çünkü öğrenciler birim kavramına özellikle vurgu yapmıştır. Aşağıda verilmiş olan konuşma değerlendirildiğinde; öğrencilerin birimin anlamını bildikleri ve çözüm içinde kullandıkları “birim” ve “br^2’nin standart ölçü birimlerinden biri olmadığı anlaşılmaktadır.

Ali: ama onları 1 cm olarak düşünürsek? olmaz di mi?
Mert:1 cm değil. 1 br. denklem yada bilinmeyen.

[OG1- Yorgan Problemi - Fikir 3]

Yukarıda verilen konuşmada vurgulandığı gibi; öğrencilerin birim kavramını; kendi aralarında tartışırken “bilinmeyen” olarak kullandıkları görülmektedir. Öğrencilerin bu çözümlerinde motifi br^2 olarak alanlara bölmeleri ve bir bilinmeyen olarak “birim” kavramını kullanmaları, problemin çözüm sürecinde denklem kurma ve çözme olarak karşımıza çıkacak olan cebirsel düşünmeye kapı aralamıştır.

Fikir 4: İki Bilinmeyenli Bir Denklem Kurma ve Değer Vererek Çözme

Öğrencilerin bu çözüm için temelde düşündükleri şeyler arasında adım adım bağlantı kurdukları, aşama aşama çözüme gittikleri gözlenmiştir. Bu bakımdan bu çözüm sürecinin daha net anlaşılması için süreç üç aşamada detaylı olarak sunulmuştur:

Aşama 1: Motiflerin arasındaki boşlukları da br^2 cinsinden ifade etme

Aşama 2: Motiflerin çevresini oluşturan kenar uzunluklarını br olarak ifade etme ve yorgan kenarı üzerinde izdüşüm alma

Aşama 3: Denklem kurma

Öğrencilerin, çözüme giden bu aşamada motifler arasındaki boşluğun da br^2 cinsinden olduğunu fark ettikleri görülmüştür. Aşağıda alıntılanan konuşmadaki tartışmanın çözüm için kırılma noktası olduğu söylenebilir. Çünkü öğrenciler, motif içindeki tüm alanı (boşluklar ve motiflerin kendisi) aynı cinsten birime dönüştürmektedirler.

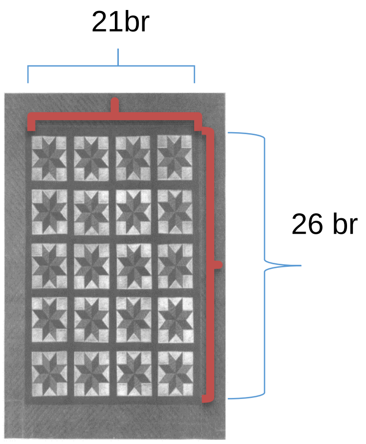
Ali: Bunlar ?
Uğur: O zaman bu aralarda hepsi sanki 4 birim. (motif arasında kalan boşlukları işaret ediyor)
Mert: İşte benim aklıma da o geldi.
Uğur: Dört birim kareden oluşuyor.

[OG1- Yorgan Problemi - Fikir 4]

Öğrencilerin aralarındaki tartışmalara odaklanıldığında, daha önce de fark ettikleri motifler arasındaki boşluğa da br^2 cinsinden değer vermiş olmaları, “motifler arasındaki küçük boşlukların motiflerin yaklaşık olarak dörtte biri kadar alana sahip olduğu” varsayımından hareketle yakın bir tahmin olarak görülmektedir. Bu aşamada motiflerin arasındaki boşluklara da br cinsinden değer verilmesi, problemdeki bilinmeyenlerin azaltılması açısından da çözüm için bir basamak olarak görülmektedir.

Aşama 2: Motiflerin çevresini oluşturan kenar uzunluklarını br olarak ifade etme ve yorgan kenarı üzerinde izdüşüm alma

Öğrencilerin problemin çözümünün bu aşamasında “düzgün olmayan (birleşik) geometrik şekillerin alan problemleri” üzerine konuşarak ve ilişkilendirmeler yaparak akıl yürüttükleri ve fikri farklı bir noktaya (izdüşüm alma ve bilinmeyenleri bilinenler ile ifade etme) sürükledikleri görülmüştür. Öğrencilerin öncelikle problemde alan kavramı üzerinde çalıştıkları için; öncelikle alan kavramına yöneldikleri, daha sonra uzunluk kavramında karar kıldıkları görülmüştür. Öğrenciler arasında geçen konuşma ve üzerinde tartıştıkları fikrin şekilsel gösterimi aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.6: Yorgan Örneği 3

Mert: Şöyle problemler yok muydu? Şurasından burayı çıkardım... (çizerek, bileşik (?) şekillerin alan ve çevre problemlerini kastediyor.)
Ali: Da? bunda nasıl yapacaksın?
Mert: Bunu (ortadaki alanı) çıkartacaksın. Şöyle soru var. Şimdi aklıma geldi. Yine şuraları soruyordu da (köşelerdeki boşlukları gösteriyor) cm.
Ali: Genel alandan, kestiğin alanı çıkarırsan bulunur ama. İkisi aynı birim değil. Biri br^2 biri cm^2
…(etkinlik dışı konuşmalar)…
Uğur: Burası 21 br yok mu? Burayı buraya aktaralım. İlk önce etrafını bulalım. Sonra motiflerin şeyini buluruz?
(kısa süre sessizlik)
Ögt: “Uğur”diyor ki, şu bilgiyi şuraya taşıyalım?
Uğur:26, diğeri 21.”

[OG1- Yorgan Problemi - Fikir 4]

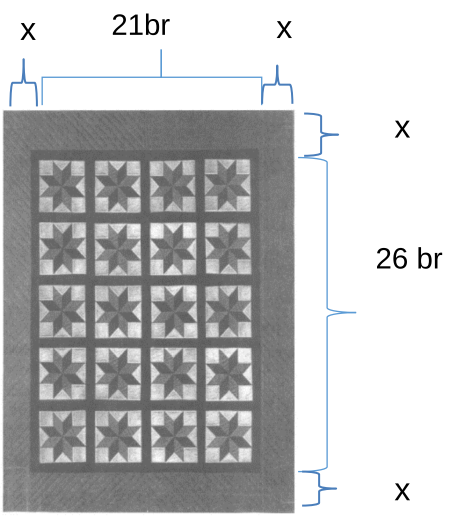
Tartışmadan da anlaşılacağı gibi öğrenciler birleşik geometrik şekillerin alan hesabıyla ilgili problemler üzerinde tartıştıktan sonra, Uğur, motif bölgesinin uzunluklarını br cinsinden yazarak yorganın kenarları üzerine izdüşümü almayı önermiştir. Bu öneri, çözümün kırılma noktalarından biri ve öğrencilerin denklem yazmalarını sağlayan bir aşama olarak görülmektedir. Çünkü bu akıl yürütmeden sonra öğrencilerin, çözümü alan kavramından kenar uzunluğu kavramına doğru taşıdıkları, bilinmeyen kavramı ve kenar uzunluğu kavramı arasında bağlantı kurdukları görülmüştür. Bu sebeple, tartışmanın çözüm için kilit noktalardan biri olduğu da söylenebilir.

Aşama 3: Denklem kurma

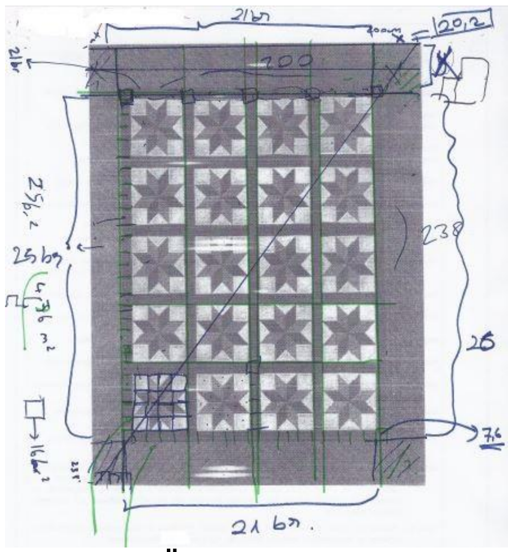
Öğrenciler motifleri çevreleyen uzunluğu yorganın kenar uzunluklarına izdüşüm aldıktan sonra, Yiğit, kenarlardaki boşluğu da bilinmeyen yani "x" olarak ifade etmiştir. Bu iki bilinmeyeni kullanarak bir denklem kurmuştur. Öğrencilerin cebirsel ifadelerle yazdıkları bu eşitlik problemin çözümünün önemli bir parçasıdır. Aşağıdaki şekilde öğrencilerin üzerinde çalıştığı fikrin detayları, fikri özetleyen çizim (Şekil 10) ve öğrencilerin çizimleri (Şekil 11) ile birlikte verilmiştir. Yiğit, bu denklemi arkadaşlarıyla şu şekilde paylaşmıştır:

Yiğit: Ben de bunu dedim. 200 cm = 21 br + 2x
Ali: Neden 2 x?
Yiğit: Uzunluğu düşün bak. 200cm = 21br + 2x (resimde karenin iki kenarındaki kalan boşlukları ve uzunlukları teker teker gösteriyor.)
Ali: Alandan değil sen sadece uzunluktan hesaplıyorsun!?
Yiğit: Evet! Uzunluğu düşün bak. Motifiler var, motifler 4 br. , boşluklar x var. 200cm =21br+2x
Ali: Şimdi buradan hiçbir şey bulamazsın?!
Yiğit: Bulamam… Sonra… Nasıl bulcam?
....(uzun bir sessizlik)…(bağlam dışı konuşmalar)
Mert: Ben bazen birine 1 veriyorum, deniyorum; 2 veriyorum, deniyorum; 3 veriyorum, deniyorum... Öyle çıkar.

[OG1- Yorgan Problemi - Fikir 4]



Şekil 4.7: Çözümün Açıklaması



Şekil 4.8: Öğrencilerin Çözümü

Yukarıda verilen tartışmadaki "Bir şey bulamazsın", "Nasıl bulcam..?" şeklindeki ifadeler öğrencilerin kafa karışıklıklarının görünür izleri olarak yorumlanabilir. Öğrenciler iki bilinmeyenli bir denklem yazmışlar, ancak bu denklemi nasıl çözeceklerini bilememişlerdir. Çünkü iki bilinmeyenli denklemler bu öğrenci grubunun henüz öğrenmediği bir konudur. Dahası yedinci sınıfın başında olan öğrenciler (Mert ve Uğur) düşünüldüğünde onların bu konuyu bir buçuk yıl sonra işleyecekleri görülmektedir . Öğrenciler de kendileri ile yapılan görüşmelerde iki bilinmeyenli denklem sistemiyle daha önce karşılaşmamış olduklarını ifade etmişlerdir. Öğrencilerin cebirsel ifadelerden yola çıkarak denklem kurmaları, kısa kenar üzerindeki uzunlukları taşıyarak ve tüm bilinmeyenleri (br ve x) gerçek uzunluğa (200cm) eşitleyerek 200 cm= 21 br +2x denklemini kurmaları, etkili bir çözüm, kaliteli bir fikir olarak değerlendirilebilir. Öğrencilerin çözüm için hiçbir fikirlerinin olmamasına rağmen, öneri olarak ortaya sürülen “değer vererek çözme” fikri, ortaokul seviyesinde bir çözüm olarak kabul edilebilir. Denklemdeki eşitliği bozmadan deneyerek verecekleri değerler ile çözüm üretebileceklerini düşünmüş oldukları için bu fikir doğru olarak kabul edilmiştir.

Fikir 5: İki Bilinmeyenli İki Denklem Kurma Ve Çözme

Öğrencilerin, bu çözümü, üzerinde çalıştıkları “*İki Bilinmeyenli Tek Denklem Kurma ve Değer Vererek Çözme*” fikrinin üzerine inşa ettikleri görülmüştür. Öğrenciler bu fikri geliştirirken kısa kenar üzerindeki uzunluklardan yararlanarak denklem kurmuşlardı. Bu fikir üzerinde biraz daha çalıştıktan sonra ilk denklemi de kuran Yiğit, “Bir tane daha var!” diyerek diğer öğrencilerin dikkatini çekmiştir. Öğrencinin, uzun kenarın da uzunluğunu bildiklerini fark ederek bir denklem daha oluşturduğu (238 cm= 26br+ 2x) görülmüştür. Böylece, iki adet iki bilinmeyenli denklem kurmuş olan öğrenciler, daha önce hiç bilmedikleri bir yapı ile karşılaşmışlardır. Tek bilinmeyenli denklemleri çözebilen; ancak henüz iki bilinmeyenli denklem sistemleriyle karşılaşmamış olan öğrencilerin kendi keşfettikleri bu matematiksel yapı ve öne sürmüş oldukları bu çözüm, farklı bir fikir olarak dikkat çekicidir. Öğretmen rolündeki araştırmacının çözümü yönlendirmesiyle de olsa, öğrencilerin; iki bilinmeyenli denklem sistemini çözebildikleri görülmüştür. Dolayısıyla bu fikir öğrencileri çözüme götüren doğru, etkili ve nihai fikirdir.

4.1.4.2. Çözüm Sürecinin Yaratıcılık Açısından Analizi: Yorgan Problemi

Modelleme etkinliğinin çözüm süreci yaratıcılık açısından kodlanarak; akıcılık, esneklik, ilişkilendirme, aşamalılık boyutları ortaya konulmuştur. Öğrencilerin süreç sonunda ortaya koydukları ürünleri (çözümleri) ise yaratıcılığın özgünlük ve kalite boyutları bakımından tartışılacaktır.

4.1.4.2.1. Akıcılık

Yaratıcılık, akıcı düşünme becerisiyle ilişkili görülmektedir. Akıcı düşünme becerisi bireylerin ne kadar çok fikir ürettikleri ile doğrudan ilişkilidir. Birinci odak gruptaki öğrencilerin bu etkinlikte, yorgan problemini çözerken toplamda beş fikir ürettikleri görülmüştür. Bu fikirler akıcılık ve ilişkisiz akıcılık alt kodlarına göre incelendiğinde aşağıdaki tablo karşımıza çıkmaktadır.

Tablo 4.8: Yorgan Probleminde Birinci Odak Grubun Akıcı Düşünme Becerileri

İlgili Kategori	*Fikir*	*Fikrin Açıklaması*
Akıcılık	Fikir2: Uzun Kenar Uzunluğunu -Yaklaşık- Motif Sayısına Bölme	Öğrencilerin ürettikleri ikinci fikir, birinci fikirdeki yanlışlarını düzelterek inşa ettikleri ilk doğru çözümdür. Bu fikirde öğrenciler, boş alanları da tahmin yürüterek hesaplamışlar ve yorgan üzerine sığacak yaklaşık motif sayısını bulmuşlardır. Uzun kenar uzunluğunu, yaklaşık motif sayısına bölerek çözüme ulaşmışlardır. Bu çözüm alan yazında karşımıza çıkan (Lesh & Carmona, 2003) tipik çözümlerden birisidir.
	Fikir 4: İki Bilinmeyenli Bir Denklem Kurma ve Denklemi Değer Vererek Çözme	Öğrenciler, her bir motifi birim karelere bölmüşler ve bu birim karelerden oluşan motifin kenar uzunluğunu br cinsinden ifade etmişlerdir. Motif dışında kalan alanın kenar uzunluğunu ise x olarak belirleyen öğrenciler; kısa kenarın uzunluğu için 200= 21br+2x şeklinde bir denklem kurmuşlardır. Bu iki bilinmeyenli denklemi, değer vererek çözmeye çalışmışlardır. Bu çözüm öğrencilerin sınıf seviyesi dikkate alındığında (8. Sınıf) doğru sonuca götürebilecek, kabul edilebilir bir çözümdür.
	Fikir 5: İki Bilinmeyenli İki Denklem Kurma Ve Çözme	Öğrenciler şeklin uzun kenarı için de ikinci bir denklem kurmuşlardır (238=26br+2x). İki bilinmeyenli iki denklemin çözümü; öğrencilerin doğru sonuca ulaştıkları, nihai çözümüdür.
İlişkisiz Akıcılık	Fikir 1: Uzun Kenar Uzunluğunu Motif Sayısına Bölme	Öğrencilerin öne sürdüğü ilk fikirdir. Öğrenciler, yorganın kenar uzunluğunu motif sayısına bölerek bir çözüm üretmişlerdir. Bu fikir, motifler etrafındaki motifsiz boş alanları dikkate almadan çözüm üretmelerine ve dolayısıyla tüm verileri çözüme dâhil etmemelerine sebep olduğu için öğrencileri eksik ve yanlış bir çözüme götürmüştür. Bu yüzden bu fikir ilişkisiz akıcılık olarak kodlanmıştır.
	Fikir 3: Tüm Alandan Motif Alanını Çıkarmak	Öğrencilerin motifin alanını br^2 olarak ifade ettikten sonra, cm^2 cinsinden ifade ettikleri tüm alandan bu alanı çıkarmaya çalıştıkları bu fikir, öğrencileri farklı birimler üzerinde aritmetik işlem yapmaya yönlendirdiği için doğru bir çözüme götürmemiştir. Bu bakımdan, bu fikir de ilişkisiz akıcılık olarak kodlanmıştır.

Öğrencilerin fikirlerinden üç tanesi (Fikir2: Uzun Kenar Uzunluğunu -Yaklaşık- Motif Sayısına Bölme, Fikir 4: İki Bilinmeyenli Bir Denklem Kurma ve Denklemi Değer Vererek Çözme, Fikir 5: İki Bilinmeyenli İki Denklem Kurma Ve Çözme) doğru olarak kabul edilmiştir. Bu fikirler öğrencileri doğru/ kabul edilebilir bir sonuca götürebilecek niteliktedir. Örneğin, öğrencilerin öne sürdükleri iki çözümün (Fikir 2 ve Fikir 5) sonucunda elde ettikleri sonuçlar birbirlerine oldukça yakın değerdedir. Ancak öğrencilerin süreç içinde ürettiği diğer iki fikir (kenar uzunluğunu motif sayısına bölme ve tüm alandan motif alanını çıkarma), matematiksel olarak yanlış veya problemdeki verilerin tümü kullanılmadan üretilen eksik fikirlerdir.

Problem üzerinde ne kadar çok düşünülürse, fikir üretilebilirse, çözüm sürecinin sonunda o kadar nitelikli çözüm üretilebilmektedir. Bu modelleme etkinliğinde (Yorgan Problemi) öğrencilerin birlikte çalışarak ürettikleri fikirler birbirinden bağımsız düşünülmemelidir. Her bir fikir üretme süreci, bir sonraki fikri ve çözüm sürecini etkilemiştir. Örneğin, öğrencilerin Fikir 3 üzerinde çalışırken motif alanını br^2 biçiminden belirledikleri, daha sonra ise, bu birimleri bilinmeyen olarak nitelendirerek, denklem kurdukları görülmüştür. Öğrencilerin, akıcı düşünmesi, bir fikirden yola çıkarak daha fazla sayıda fikre ulaşabilmeleri olarak da görülebilir. Sonuç olarak öğrenciler toplamda beş fikir üretmişlerdir. Bu modelleme etkinliği temelinde düşünüldüğünde, öğrencilerin diğer modelleme etkinliklerine göre daha akıcı düşündükleri söylenebilir.

4.1.4.2.2. Esneklik

Esneklik, bireyin ne kadar farklı düşünebildiğiyle ilgilidir. Esnek düşünme, farklı düşüncelere geçebilme ve farklı çeşitte fikir üretme becerisidir. Bu açıdan, öğrenci çözümlerine bütünsel olarak bakılarak, çözümlerin doğruluğuna veya yanlışlığına bakılmaksızın, öğrenci fikirlerinin benzer olanları birlikte değerlendirilmiştir. Öğrenci çözümlerine bütünsel olarak bakıldığında, öğrencilerin ürettikleri fikirlerin, üç kategori altında toplandığı görülmektedir. Bu kategoriler, öğrencilerin çözümlerinde genel olarak kullandıkları kavramlarla isimlendirilmiştir. Bu kavramlar: kenar uzunluğu, alan, bilinmeyen ve denklem kavramlarıdır. Öğrencilerin ürettiği beş fikir ortak özelliklerine göre gruplanarak analiz edildiğinde Tablo 4.8 ortaya çıkmaktadır.

Tablo 4.9: Yorgan Probleminde Esneklik Becerisi

Fikir	*Esnek Düşünme*
Fikir 1: Uzun Kenar Uzunluğunu Motif Sayısına Bölme Fikir2: Uzun Kenar Uzunluğunu -Yaklaşık- Motif Sayısına Bölme	**Kavram: Kenar Uzunluğu** Öğrencilerin kenar uzunluğu kavramı bağlamında iki fikir ürettikleri görülmüştür. Bu fikirlerden ilki, "*Fikir 1: kenar uzunluğunu motif sayısına bölme*" dir. Öğrenciler, boşlukları dikkate almadan, kenar uzunluğunu motif sayısına bölerek bir sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. Bu fikirden hareket ederek, bu fikirdeki eksikliklerini fark eden öğrencilerin, ikinci bir fikir "*Fikir2: uzun kenarı-yaklaşık-motif sayısına bölerek, bir motif uzunluğunu bulmak*" öne sürdüğü görülmüştür.
Fikir 3: Tüm Alandan Motif Alanını Çıkarmak	**Kavram: Alan Kavramı** Öğrencilerin bir çözüm olarak önerdikleri bu fikir (Fikir 3: tüm alandan motif alanını çıkarmak) ise, alan kavramı üzerinde yoğunlaşmaktadır.
Fikir 4: İki Bilinmeyenli Bir Denklem Kurma ve Denklemi Değer Vererek Çözme Fikir 5: İki Bilinmeyenli İki Denklem Kurma Ve Çözme	**Kavram: Bilinmeyen ve Denklem** Öğrencilerin çözümlerine bütünsel olarak bakıldığında, ürettikleri iki çözümün (Fikir 4: iki bilinmeyenli tek denklem kurma ve değer vererek çözme ve Fikir 5: iki bilinmeyenli iki denklem kurma ve çözme) bilinmeyeni temsil etme ve denklem kurma üzerinde yoğunlaştığı görülmektedir.

Öğrencilerin esnek düşünme becerileri incelendiğinde, üç farklı kavram üzerinden çözümlerini ürettikleri görülmektedir. Grup çalışması yaparken öncelikle kenar uzunluğu kavramına odaklanan öğrencilerin ürettikleri ilk iki fikri mercek altına alırsak; ikinci fikri birinci fikrin üzerine inşa ettikleri göze çarpmaktadır. İkinci fikir birinci fikri tamamlamaktadır. Dolayısıyla, esnek düşünce kriterleri ile ele alındığında, iki fikirde de kenar uzunluğu kavramı öne çıkmaktadır ve bu iki fikir de aynı yolu takip ederek çözüm sunduğu için, aynı bağlamda değerlendirilmektedir.

Öğrencilerin ürettikleri üçüncü fikirde uzunluk ölçme kavramından alan kavramına yöneldikleri görülmektedir. Öğrenciler tüm alandan motiflerin alanını çıkarmayı öne sürmüşlerdir, ancak bu düşünceye benzer başka bir düşünce öne sürmedikleri için, bu fikir tek başına başka bir kategori olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu fikir önerdiği çözüm yolu, öğrencilerin üzerinde düşündükleri kavramlar bakımında da ayrışmakta ve tek başına ayrı bir esneklik kategorisinde yer almaktadır. Bu bakımdan bu üçüncü fikir esnek düşünme temelinde değerlendirildiğinde tek başına farklı bir kategoride yer almaktadır.

Öğrenci çözümlerine bakıldığında dördüncü fikirdeki (Fikir 4: İki Bilinmeyenli Tek Denklem Kurma ve Denklemi Değer Vererek Çözme) düşüncelerini daha da ilerleterek uzun kenar uzunluğuna ait denklemi yazdıkları ve sonuçta iki bilinmeyenli denklem sistemi oluşturdukları görülmüştür. Bu iki çözüm de, öğrencilerin "bilinmeyen birimden" hareketle ürettikleri "iki kenara ait uzunluk denklemi" olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu açıdan birbirini tamamlayan bu iki çözüm cebirsel ifadeler ve denklem kurma kategorisinde değerlendirilerek, birbirine benzer düşünceler olarak ele alınmıştır. Üçüncü esneklik kategorisinde değerlendirilen bu iki fikirde, öğrencilerin iki bilinmeyenli iki denklem yazdıkları ve daha üst düzeyde bir düşünme biçimi olan cebirsel düşünme becerisi gösterdikleri gözlenmektedir. Cebirsel düşünme, soyutlama yapma, ilişkiler arasında sembol kullanma, farklı gösterimler kullanma dönüşüm yapma gibi beceriler de (Vance,1998) içermektedir. Dördüncü ve beşinci fikir bu açıdan da diğer fikirlerden ayrışmaktadırlar. Sonuç olarak öğrencilerin, tüm problem çözme süreci boyunca üç farklı kavram (kenar uzunluğu, alan ve denklem kurma) üzerinde yoğunlaştıkları, düşündükleri ve çözüm ürettikleri görülmektedir.

4.1.4.2.3. İlişkilendirme

İlişkilendirme boyutu, kavramlar arası ilişkilendirme, gerçek yaşam ilişkilendirmesi, gösterimler kullanma boyutlarıyla ele alınmıştır. Aşağıda öğrencilerin yorgan problemi süresince yapmış oldukları ilişkilendirmelerin sıklık tablosu verilmiştir.

Tablo 4.10: Yorgan Probleminde İlişkilendirmeler

İlişkilendirme Türü	*Sıklık*	*Açıklama*
Kavramlar Arası İlişkilendirme	4	Öğrencilerin karelere bölünmüş olan alanı bilinmeyen kavramı ile ilişkilendirmesi, kavramlar arası ilişkilendirme olarak görülmüştür. Öğrenciler bu ilişkilendirmeyi genişleterek, farklı geometrik şekillerin alan, çevre kavramıyla, cebir kavramıyla da ilişkilendirmiştir.
Gerçek Yaşam İlişkilendirmesi	1	Öğrenciler kendi yaşamlarında karşılaştıkları ve bildikleri bilgileri problem durumuna taşımışlardır Örneğin, annelerinin kalıp çıkarmak için cetvel gibi bir şey kullandığını ve ölçüleri bilmeleri gerektiğini vurgulamışlardır. Bu ilişkilendirme gerçek hayat ilişkilendirmesi olarak değerlendirilmiştir.
Gösterimler		
Geometrik Gösterim	4	Öğrenciler öncelikle, motif içindeki alanı birim karelere bölerek, alan gösterimi yapmışlardır. Öğrencilerin, yorgan motifleri içindeki uzunlukları taşımaları geometrik gösterim olarak değerlendirilmiştir.
Aritmetik Gösterim	-	
Resim/Grafik/Tablo	1	Öğrenciler fikirlerini daha net açıklayabilmek için basit bir çizim yapmışlardır.
Cebirsel Gösterim	4	Öğrencilerin çözümü cebirsel bir çözümdür. Öncelikle bilmedikleri kavramları bilinmeyenler olarak ifade etmiş, daha sonra ise iki bilinmeyenli iki denklem kurmuşlardır.
Somut Nesne/Materyal	2	Öğrenciler açıklama yaparken ön etkinlikte yapılmış olan uygulamayı göstererek açıklamalar yapmışlardır. Bu somut materyal gösterimi olarak değerlendirilmiştir.
Toplam	16	

Tablo 4.10'da görüldüğü gibi öğrenciler toplamda on altı tane ilişkilendirme yapmışlardır. Bu ilişkilendirmeler, kavramlar arası ilişkilendirme, gerçek yaşam ilişkilendirmesi ve gösterimler kullanmadır. Öğrencilerin bu modelleme etkinliğinde

yapmış olduğu ilişkilendirmelerin hepsine bakıldığında, en çok gösterimler yapmış oldukları görülmüştür. Gösterimlerde ise, cebirsel gösterim ve geometrik gösterim sıklık bakımından ön plana çıkmaktadır. Ancak, her bir ilişkilendirme türünü tek tek ele almak da detaylı bilgi sunacaktır.

Günlük yaşam ilişkilendirmeleri açısından örnek verilecek olursa; öğrencilerden birinin tartışma başlamadan yapmış olduğu bir ilişkilendirme dikkat çekicidir. Öğrenci annesinin kalıp yapmak için cetvel kullandığını ve dolayısıyla tahmin ederek bu problemi çözemeyeceklerini belirtmiş ve gerçek yaşamından bir bilgi ile problem durumu arasında bir ilişkilendirme yapmıştır. Bu ilişkilendirme problem çözümünün seyrini değiştirmiştir. Öğrenciler bu noktadan sonra daha somut veriler üzerinde çalışmaya başlamışlardır.

Öğrencilerin bu modelleme etkinliğinde yaptıkları kavramlar arası ilişkilendirmelere bakıldığına diğer modelleme etkinliklerine kıyasla daha çok kavramlar arası ilişkilendirmeler yaptıkları görülmektedir. Modelleme etkinliğinin ilk aşamasından itibaren öğrencilerin birim karelere böldükleri alanı "bilinmeyen" olarak tanımlamaları, bu kavramlar arası ilişkilendirmelerden birine örnek olarak verilebilir. Öğrencilerin karelere bölünmüş olan alanın etrafını saran uzunlukları bilinmeyen olarak tanımladıkları konuşma aşağıda doğrudan alıntılanmıştır.

Ali: Ama onları 1 cm olarak düşünürsek? Olmaz değil mi?
Mert: 1 cm değil. 1 br. Denklem yada bilinmeyenle...

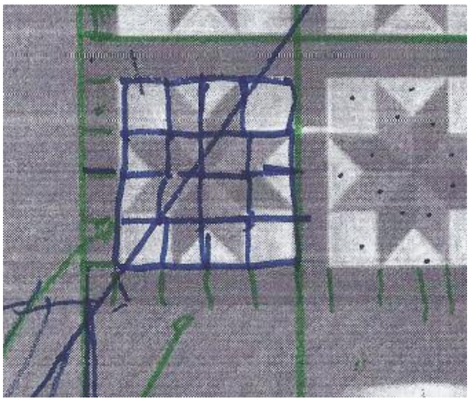
[OG1- Yorgan Problemi –İlişkilendirme]

Öğrencilerin birim kavramını problem içinde kullanmaya başladıktan sonra alan kavramına ve çevre kavramına yöneldikleri görülmüştür. Aşağıda öğrencilerin birleşik geometrik şekillerin alan ve çevre problemleriyle modelleme etkinliği arasında kurdukları ilişkiyi örnekleyen tartışma verilmiştir:

Mert: Şöyle problemler yok muydu? Şurasından burayı çıkardım....? (düzgün olmayan geometrik şekillerle ilgili problemlerini kastediyor.)
Ali: Da bunda nasıl yapacaksın.
Mert: Şunu çıkartacaksın . Şimdi aklıma geldi. Yine şuraları soruyordu da (köşelerdeki boşlukları gösteriyor).
Ali: Genel alandan, kestiğin alanı çıkarırsan bulunur ama ikisi aynı birim değil. Biri br biri cm.
Mert: Bir tane soru çözmüştük biz
…. (başka konu hakkında konuşmalar)
Uğur: Burası 21 cm yok mu.? Burayı buraya (motiflerin çevre uzunluğunu yorganın kenarına aktarmayı kastediyor) aktaralım. İlk önce etrafını bulalım. Sonra motiflerin şeyini buluruz. (çevresini kastediyor)
Öğrt: Uğur diyor ki, şu bilgiyi şuraya taşıyalım, belki işimize yarar mı diyor? Şurası kaçtı?
Uğur:24, diğeri 21.

[OG1- Yorgan Problemi –İlişkilendirme]

Yukarıda görüldüğü gibi, öğrenciler daha önce görmüş oldukları problemler ile ilişkilendirmeler yaparak, önce alan kavramıyla daha sonra çevre kavramıyla ilişki kurmaktadırlar. Bu ilişkilendirme sonrasında bildikleri uzunlukların izdüşümlerini alarak, bulmaya çalıştıkları kenar uzunlukları ile ilgili verilere ulaştıkları görülmüştür. Bu ilişkilendirme, problem türleri arasında ilişkilendirme şeklinde de düşünülebilir ancak, bu çalışmada kavramlar arası ilişkilendirmeler tüm diğer ilişkilendirmeyi kapsayacak şekilde kabul edildiği için bu ilişkilendirme de kavramlar arası ilişkilendirmeler olarak kodlanmıştır. Örneklenen birim kavramına ait ilişkilendirmede kavramlar arası ilişkilendirmelerin yanında geometrik gösterimler de bulunmaktadır (Şekil 4.9).



Şekil 4.9: Birimkare Gösterimi

Yukarıdaki şekilde görüldüğü üzere, öğrenciler bir motifin alanını birim karelere bölerek alan kavramının geometrik gösterimini kullanmışlardır. Öğrenciler bu ilişkilendirmeleri yaparken, çizimler yapmakta ve yapmış oldukları ilişkilendirmeleri geometrik gösterimlerle desteklemektedirler. Öğrencilerin yapmış olduğu ilişkilendirmelerden bir diğeri ise, somut materyal gösterimidir. Örneğin; öğrencilerin motifin alanını birim karelere bölerek kullandıkları alan kavramının başlangıç noktası modellemenin ön etkinliğidir. Öğrenciler ön etkinlikte yapmış oldukları katlanmış kağıdı, somu olarak göstermişlerdir ve bir materyal olarak kullanmışlardır. Tartışma sırasında, fikri öne süren öğrenci ön etkinlikteki kağıdı kaldırarak, yeniden katlayarak ve göstererek arkadaşlarına açıklamalarda bulunmuştur. Öğrencinin bu şekilde arkadaşına açıklamalarda bulunması somut materyal gösterimi olarak adlandırılmıştır. Aşağıdaki metinde öğrencilerin tartışması sunulmuştur:

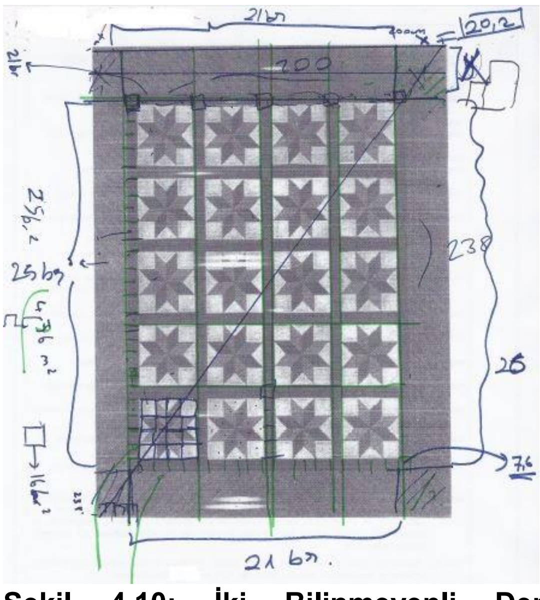
Mert: bilinmeyenlerle yapabiliriz bunu birim birim.
Öğrt: Mert bişi söylüyor.
Mert: birim birim. ama şuraları?
Yiğit: şöyle birim birim mi? (kenar boşlukları kare kare bölüyor.)

Mert: mesela şura bir birim (ön etkinlikteki kare katlanarak oluşan yerleri gösteriyor.)

[OG1- Yorgan Problemi –İlişkilendirme]

Bu akıl yürütmenin ilişkilendirme olduğunu düşündüren temel nokta ise; ön etkinlikte yapılan kağıt katlama etkinliğinde, öğrencinin alan kavramına vurgu yapmamasıdır. Ön etkinlikte, bu model alan gösterimi olarak kullanılmamıştır. Sadece, motifin daha düzgün oluşturulması için paralel doğrular ile kesişim noktalarının belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğrencinin bu ön etkinlikten hareketle, motifin 16 br^2 den oluştuğunu söylemesi ilişkilendirme yaptığına yönelik belirgin bir örnektir. Benzer bir tartışmanın yaşandığı bu süreçte, öğrencilerden biri de arkadaşına şeklin neden 16 br^2 olduğunu anlatmak için, eline ön-etkinlikte katladığı kağıdı alarak kat yerlerini göstermiştir. Böylece, birim kavramını kullanırken öğrencilerin somut materyal gösterimi ve geometrik gösterimi birlikte kullandıkları söylenebilir.

Bu çizimden sonra, öğrenciler fikir 4 (İki Bilinmeyenli Tek Denklem Kurma ve Denklemi Değer Vererek Çözme) ve fikir 5'in (İki Bilinmeyenli İki Denklem Kurma Ve Çözme) çözüm yolu üzerinde çalışırken, ikinci denklemi önce geometrik şekil üzerinde gösterdikleri gözlenmiştir. Daha sonra bu gösterimi denkleme dönüştürerek, iki gösterim arasında ilişki kurdukları ve iki gösterimi de birlikte kullandıkları görülmüştür. Aşağıdaki resimde ve konuşmada süreç verilmiştir.



Şekil 4.10: İki Bilinmeyenli Denklem Gösterimi

Uğur: Burası (motiflerin olduğu alanın kenar uzunluğu) 21 br yok mu? burayı buraya (motif kenarından yorgan kenarına) aktaralım. ilk önce. sonra motiflerin şeyini buluruz.
Mert:24, diğeri 21.
Ali: Amma velakin hocam, bunlar var. bu, bu (boşluklar)...
Yiğit: Ben de bunu (bilinmeyen x) dedim. bunları çıkaracağız. 200 cm = 21 br den + 2x
Ali: neden 2 x?
Yiğit: uzunluğu düşün bak. 200cm =21br+2x (resimde karenin iki kenarındaki boşlukları teker teker gösteriyor.)

[OG1- Yorgan Problemi –İlişkilendirme]

Yukarıda görüldüğü gibi, öğrencilerin fikirlerini öncelikle şekil üzerinde gösterdikleri, dolayısıyla geometrik gösterimi kullandıkları ve süreçle paralel olarak denklemi de yazdıkları gözlenmiştir. Bu iki süreç birbirinin içine geçmiş bir süreç olarak görünmektedir. Ancak genel olarak, öğrencilerin geometrik gösterimden cebirsel gösterime geçiş yaptıkları söylenebilir.

Özetle, bu modelleme etkinliği süresince öğrenciler, gösterimler kullanma, günlük yaşam ilişkilendirmesi ve kavramlar arası ilişkilendirmeler yapmışlardır. Bu ilişkilendirmelerin, öğrencilerin daha etkili bir çözüme ulaşması ve farklı bir yapı oluşturarak yeni bir bilgi inşa etmelerine, yaratıcı olmalarına yardımcı olduğu söylenebilir.

4.1.4.2.4. Kalite ve Özgünlük

Öğrencilerin yorgan problemi etkinliği sonucunda ortaya çıkardıkları ürün, verilen bilgiler ile verilmeyen bilgilerin ilişkilendirmesiyle bir denklem sistemi kurulmasına dayalıdır. Öğrencilerin önerdiği iki denklem, iki bilinmeyenli bir yapı oluşturmaktadır. Ancak öğrenciler iki bilinmeyenli bir denklem sistemini çözmeyi bilmemektedirler. Dolayısıyla öğrencilerin çözümleri, onların yeni bir bilgi inşa etmelerine neden olmuştur. Aşağıda öğrencilerin oluşturmuş olduğu denklem sistemi verilmiştir.

$$238 \text{ cm} = 26\text{br} + 2\text{x}$$
$$200\ cm = 21\ br + 2x$$

x= kenar uzunlukları üzerinde kalan bilinmeyen uzunluklar
br= motifleri oluşturan dikdörtgenin kenar uzunluklarının br cinsinden değeri

[OG1- Yorgan Problemi –Model]

Öğrencilerin bu çözümü kalite bakımından üç uzman tarafından değerlendirilmiştir. Üç uzman da hemfikir olarak bu çözüme verilebilecek en yüksek puan olan “4” (dört) puanı vermişlerdir. Çünkü öğrencilerin bu çözümü genel geçer bir ilişkiden yola çıkarak ortaya konulmuş bir çözümdür. Ortaokul düzeyindeki öğrencilerin iki bilinmeyenli denklem kurarak bir problemi çözmesi, uzmanlarca, bu seviyede oldukça nitelikli bir çözüm olarak değerlendirilmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin çözümü bu haliyle, benzer bir problem durumuna uyarlanabilir ve genellenebilirdir. Aynı zamanda, öğrencilerin ortaya koymuş oldukları matematiksel yapı (denklem sistemi) genellenebilirdir ve bundan sonra pek çok problemin çözümünde öğrencilere yardımcı olabilecek niteliktedir. Öğrenciler iki bilinmeyen içeren denklem sistemi çözmeyi bu problem ile öğrenmişlerdir ve bu daha sonraki matematik öğrenimlerine taşıyabilecekleri bir bilgidir. Bu bakımdan da ortaya çıkan matematiksel yapı genellenebilirdir.

Uzmanlar bu modelleme etkinliğindeki çözüm için farklı özgünlük puanları vermişlerdir. Uzmanlardan ikisi, kendileri bu problemi çözerlerken bu çözüme yakın bir çözüm geliştirdikleri için, en yüksek puanı vermeyi uygun bulmamışlardır. Ancak çözümün öğrencilerin seviyesine göre özgün olabileceğini belirtmişlerdir. Bu uzmanlardan biri, bu çözümün özgünlük puanını dört, diğeri çözümün özgünlük puanını beş puan olarak değerlendirmiştir. Uzmanlardan bir diğeri ise, çözümün öğrenci düzeyinde değerlendirildiğinde nadir bir çözüm olacağını belirtmiştir ve bu çözümün özgünlük puanına altı puan vermiştir. Uzmanların görüşlerinin ortalaması alındığında, bu çözümün özgünlük puanı beştir. Bu çözümün altı üzerinden beş puan değeri almış olmasından yola çıkarak oldukça özgün olduğu değerlendirmesi yapılabilir.

Sonuç olarak, öğrencilerin yorgan problemindeki çözüm süreçleri ve ortaya koydukları ürünler, akıcılık, esneklik, ilişkilendirme, aşamalılık, orjinallik ve kalite bakımından değerlendirilmiştir. Bu modelleme etkinliğinde birinci odak gruptaki öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin alt boyutlarının hepsini detaylı ve belirgin bir biçimde görmek mümkündür. Bunun yanı sıra, öğrencilerin matematiksel yaratıcılıkları yeni bir bilgiyi keşfetme, inşa etme boyutuyla da görülmüştür.

Bu bölümün giriş bölümünde, birinci odak grubun yaratıcılığına ait bulgular verilmiştir. Bu araştırmanın bundan sonraki bölümünde ise, ikinci odak grubun yaratıcı düşünme becerilerine ait bulgular sunulacaktır.

4.2. İkinci Odak Grubun Matematiksel Yaratıcılıkları

Bu araştırmanın ilk araştırma problemini yanıtlamak için elde edilen bulgular her bir odak grup için ayrı ayrı ele alınmıştır. Bu bölümde ikinci odak gruba ait bulgular sunulacaktır. Bu bölümde, öncelikle ikinci odak gruptaki öğrencilerin beş farklı modelleme etkinliği sürecinde sergilemiş oldukları matematiksel yaratıcılıkları sunulmuştur. Daha sonra ise, öğrencilerin bu modelleme etkinliklerinin sonunda ortaya koymuş oldukları modeller değerlendirilmiştir. Bu aşamadan sonra ise, öğrencilerin süreç ve ürünleri birlikte ele alınarak değerlendirilmiştir. Bunların yanı sıra, ikinci odak gruptaki öğrencilerin ortak yaratıcı düşünme becerilerini iyi şekilde yansıttığı düşünülen bir modelleme etkinliği örnek analiz olarak (büyük ayak problemi (Ek-5)) detaylı bir biçimde betimlenerek sunulmuştur.

4.2.1. Öğrencilerin Süreçte Sergiledikleri Yaratıcılıkları

Bu araştırmanın ilk araştırma probleminin birinci alt problemi, öğrencilerin modelleme etkinlikleri süresince ortaya koymuş oldukları ortak yaratıcılıklarının, yaratıcılığın alt boyutları açısından incelenmesine yöneliktir. Bu araştırma problemine cevap vermek için, ikinci odak gruptaki öğrencilerin modelleme etkinliklerini çözerken sergiledikleri davranışlar akıcılık, esneklik, aşamalılık ve ilişkilendirme boyutlarıyla ele alınarak incelenmiştir. İkinci odak gruptaki öğrencilerin modelleme etkinliklerinde süresince ortaya koymuş oldukları ortak yaratıcılıklarına ait bulgular aşağıdaki tablo 4.11' de sunulmuştur.

Tablo 4.11: İkinci Odak Grubun Modelleme Etkinlikleri Sürecindeki Matematiksel Yaratıcılıkları

	Modelleme Etkinlikleri				
Boyutlar	*Patron*	*Büyük Ayak*	*Otopark*	*Kütüphane*	*Yorgan*
Akıcılık*	4	6	3	5	3
Esneklik*	2	4	2	4	3
Aşamalılık*	4	5	4	5	4
İlişkilendirme*	13	22	16	19	13

*sıklık değerleridir.

Yukarıdaki tabloda yer alan akıcılık, öğrencilerin toplamda kaç fikir ürettiklerini göstermektedir. Akıcılık ilişkili ve ilişkisiz olmak üzere iki alt boyutun bütününü kapsamaktadır. İlişkili akıcılık öğrencilerin doğru fikirlerinin sayısını, ilişkisiz akıcılık ise yanlış fikirlerinin sayısını belirtmektedir. Öğrencilerin ürettiği fikir sayısına bakıldığında modelleme etkinlikleri süresince farklı sayıda fikir ürettikleri gözlenmiştir. Öğrencilerin modelleme etkinlikleri süresince ürettiği toplam fikir sayısı iki ile altı arasında değişmektedir.

Esneklik, öğrencilerin farklı bağlamlarda düşünme becerisi olarak ele alınmıştır. Bu nedenle esneklik satırındaki değerler farklı modelleme etkinliklerinde öğrencilerin fikirleri inşa ederken odaklandıkları kavramların sayısını göstermektedir. Öğrencilerin fikirlerini iki ile dört farklı kavram üzerine inşa ettikleri görülmüştür.

Aşamalık ise, öğrencilerin fikri üretirken kaç aşamada çözüme ulaştıklarını belirtmektedir. Aşamalık öğrencilerin fikri inşa etme sürecindeki geliştirme aşamasıdır. Öğrencilerin genellikle dört veya beş aşamada nihai çözüme ulaştıkları görülmüştür.

İlişkilendirme, öğrencilerin süreç içinde yapmış olduğu ilişkilendirmelerdir. Bu alt boyutta yer alan ilişkilendirme satırında verilen sıklık değeri ise, öğrencilerin her bir modelleme etkinliğinde yapmış oldukları toplam ilişkilendirme sayısıdır. Günlük yaşam ilişkilendirmesi, farklı gösterimlerin kullanılması, kavramlar arası ilişkilendirmeler gibi tüm ilişkilendirmeler ayrı ayrı incelenmiştir. Daha sonra tüm bu alt başlıklarda oluşturulmuş olan ilişkilendirmeler toplamı bu satıra yansıtılmıştır. Öğrencilerin farklı modelleme etkinliklerinde yapmış oldukları ilişkilendirme sayısının farklılaştığı, sıklığın 13 ile 24 arasında değiştiği görülmektedir.

Tablonun ortaya koyduğu boyutlar (satırlar) tek tek ve tüm modelleme etkinliklerini de kapsayan bütünlükte başlıklar ve alt başlıklar altında tartışılmaya çalışılmış ve detaylarıyla sunulmuştur.

4.2.1.1. Akıcılık ve Esneklik

Matematikte üstün yetenekli öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinden akıcılık ve esneklik mercek altına alındığında her modelleme etkinliğinde farklı bir desen olduğu fark edilmiştir. Akıcı ve esnek düşünmelerin her bir modelleme etkinliğinde ne şekilde ortaya çıktığını ortaya koymak amacıyla her bir modelleme etkinliği için bu alt boyutlar ayrı olarak sunulmuştur (Tablo 21).

Tablo 4.12: Modelleme Etkinliklerinde Akıcılık ve Esneklik

Modelleme Etkinliği	*Modelleme Etkinliğinin Açıklaması*	*Akıcılık (üretilen ilişkili ve ilişkisiz fikirler)*	*Esneklik (Odaklanılan Kavramlar)*
Patron	Bu modelleme etkinliğinde öğrencilere iki farklı tablo içinde dokuz çalışanın bir önceki yıla ait verileri sunulmuştur. Birinci tabloda dokuz çalışanın her ay (Haziran, Temmuz, Ağustos) farklı yoğunluklarda (az yoğun, orta yoğun, çok yoğun) kaç saat çalıştığı, ikinci tabloda ise bu çalışanların şirkete kaç lira para kazandırdıkları verilmiştir. Bu tablolardaki verilere dayanarak öğrencilerin, patrona yardım ederek, dokuz çalışandan üç kişiyi işten çıkarması, üç kişiyi tam zamanlı çalışan olarak işe alması, üç kişiyi ise yarı zamanlı çalışan olarak işe alması gerekmektedir. Öğrencilerden beklenen farklı etkenleri dikkate alarak, her bir çalışana ait birim zamanda kazandığı parayı bularak, karşılaştırma yapmasıdır.	1.Tabloyu okumak ve doğrudan tabloya göre karar vermek (İlişkisiz)* 2. Birim zamanda kazanılan miktara göre karar vermek 3. Sadece orta yoğunlukta birim zamanda kazanılan miktara göre karar vermek 4. Farklı yoğunluklara göre birim zamanda kazanılan miktara göre, kısmi zamanlı veya tam zamanlı çalışanlara karar vermek	1.Tablo okumak 2.Birim Oran
Büyük Ayak	Bu modelleme etkinliğinde öğrencilere normal standartlardan büyük (52 numara) bir kişiye ait ayak izi verilmiştir. Öğrencilerden beklenen, farklı bireylerden veri toplayarak bu ayak izine sahip bireyin boy uzunluğunu tahmin etmeleridir.	1: Boy uzunluğunu ayakkabı uzunluğuna oranlamak 2: Ayak numarasını iki ile çarpıp sabit bir değer (90 cm) eklemek (İlişkisiz)* 3: Tek veri üzerinden doğru orantı kurmak 4: Boy uzunluğunun ayak uzunluklarının toplamına (ayağın en uzunluğu +ayağın boy uzunluğu) oranını bulmak 5: Boy uzunluğunun ayak boyu uzunluğuna oranını bulma 6: Altın oranı kullanarak bir denklem oluşturmak	1.Oran 2.Sabit Nicelikler 3.Orantı 4.Altın oran ve denklem
Otopark	Bu modelleme etkinliğinde, öğrencilere tasarlamaları beklenen otoparkın büyüklüğü, her bir otopark alanı, engelli otopark alanının büyüklüğü (?) ve olması gereken konumu gibi veriler verilmiştir. Bu etkinlikten öğrencilerden bir resimde detaylı olarak belirlenen alana olabildiğince kullanışlı bir biçimde olabildiğince çok arabanın sığacağı, bir otopark tasarlamaları istenmiştir.	1. Tüm alanı otopark alanına bölerek kaç arabalık otopark olacağını hesaplamak (ilişkisiz)* 2. Öncelikle engelli park yerlerini ve daha sonra tüm otopark alanlarını doğrudan yerleştirmeye çalışmak 3. Kullanılabilir tüm alanları hesapladıktan sonra, anayolları, giriş/çıkış gibi detayları hesaplayıp, ada ada otopark alanlarını belirlemek	1.Alan hesaplama 2.Ölçekli planlama ve Çizim

Kütüphane	Bu etkinlikte, Milli Kütüphanenin, ilköğretim 6-8 sınıf düzeyinde Ankara ilinde ikamet eden tüm öğrencilerin katılım sağlayabileceği bir yarışma düzenlediği belirtilmiştir. Yarışmada her yarışmacı istediği kitabı okuyabilecek, her okuduğu kitaba dair bir rapor yazacaktır. Bu modelleme etkinliğinde öğrencilerden, çok kişi katılımıyla gerçekleşen ve her bir katılımcının okuduğu kitaba dair pek çok etken (kitap sayısı, kitap seviyesi, türü..vb) olan bu yarışmada yarışmayı değerlendiren jüri üyelerine bir sistem geliştirerek yardım etmeleri istenmektedir. Bu etkinlikte, temel bir algoritma geliştirerek, pek çok farklı çözüm yolu bulunabilmektedir.	1. Sadece verilen örnek liste üzerinde farklı sınıf düzeylerine göre 25 puan üzerinden puan vererek değerlendirmek (İlişkisiz)* 2. Bazı değişkenlere ait verileri (bazı katsayılarla çarpıp) toplamak (İlişkisiz)* (Örn: 460 sf.+ 11 (kitap düzeyi) x10 (katsayı) = 570 kitap puanı) 3. Bütün değişkenlere ait verileri toplayıp aritmetik ortalama hesaplamak (İlişkisiz)* 4. Her bir değişken için dereceli ölçek hazırlamak ve bu ölçeğe göre her bir kitabı puanlamak 5. Sistemli bir tablo hazırlayarak, her bir kitap için ayrı ayrı puan hesaplamak	1.Örnek Liste 2. Toplama 3.Sayı aralıkları belirlemek 4.Tablo
Yorgan	Bu etkinlikte, öğrencilere bir yorgan resmi ve yorganın gerçek uzunlukları verilmiştir. Yorgan resmi ve üzerindeki desenlerden yola çıkarak, yorgan resmindeki bir motifin gerçek uzunluğunu bulmaları ve daha sonra bu motifin kalıbını oluşturmaları istenmektedir. Bu problemde, orantısal akıl yürütme yöntemiyle tahmine dayalı bir strateji geliştirerek olası motife yakın ölçüler bulmaları beklenmektedir.	1. Kenar uzunluklarının ortak bölenini bulmaya çalışmak 2. Tahmini değerler vermek 3. Ölçekli çizimler yapmak ve orantılı büyütmek	1.Ortak bölen 2.Tahmin 3.Ölçek, oran

*yanlış fikirleri belirtmektedir.

Öğrencilerin modelleme etkinliklerine akıcılık ve esneklik boyutunda ayrı ayrı bakıldığında farklı düzeylerdeki düşünmelerini görmek mümkündür. İkinci odak gruptaki öğrenciler büyük ayak (Ek-5) ve kütüphane probleminde hem çok sayıda fikir üretebilmişler hem de farklı çeşitte fikir üretebilmişlerdir. Yorgan probleminde (Ek-8) ise, İkinci odak gruptaki öğrenciler akıcılık bakımından sadece üç fikir üretebilmelerine rağmen bu üç fikri de farklı kavramlar üzerine inşa etmişlerdir. Ancak tablo detaylı incelendiğinde tersi örnekleri de görmek mümkündür. Patronun problemi ve otopark probleminde öğrencilerin genellikle aynı kavram ve çözüm yollarına odaklandıkları, çok farklı çeşitte ve sayıda fikir üretemedikleri görülmüştür. Örneğin; Patronun Problemi etkinliğinde öğrencilerin dört problem ürettikleri; ancak üç problemin de aynı bağlamda kurgulandığı görülmektedir. İkinci odak gruptaki öğrenciler patronun problemi adlı modelleme etkinliğinde kısmen akıcı düşünebilmelerine rağmen esnek düşünememişlerdir.

Öğrenciler modelleme etkinliklerinde problemi çözerken, birbirleriyle etkileşimli bir biçimde fikir üretmişlerdir. Bu fikir üretme sürecinde bir önceki fikrin bağlamından çıkarak çözümleri farklılaştırdıklarında esnek düşünebilmektedirler. Örneğin Kütüphane probleminde öğrenciler öncelikle verilen *liste* üzerinde çözüm üretmeye çalışmışlardır. Bu problemde öğrencilerin ilk odaklandıkları listedir ve bu listedeki verileri puanlama yoluna gitmişlerdir. Aşağıda öğrencilerin bu fikir ile ilgili tartışmalarından bir kesit verilmiştir.

Gözde: Şimdi bu adam kaç kitap okumuş?
Elif: Hepsini okuduğunu mu varsayıyorsun?
Gözde: 12 diyelim.
Elif: Bir kişinin okuduğu mu? Bunu bir kişi olarak mı varsayıyoruz?
Gözde: Evet, e zaten bi kişi.
Duru: Bence bu çocuk 4. sınıf hepsini okudu diyelim, bi puanlama yapalım, sonra da 5. Sınıf hepsini okudu diyelim bi puanlama yapalım. Ona göre. Mesela çocuk sefilleri okudu diyelim hem Sayfa sayısı fazla, hem seviye fazla ona teknik olarak fazla puan vermemiz lazım. Ama mesela onuncu sınıfta olan biri geceyi sevmeyen çocuğu okursa ona da daha az puan vermeliyiz. Bunun üzerinden bir puanlama olacak mı bi bakalım?
Gözde: Böyle işimiz kolay çünkü sadece 6-8 arası. o zaman kendi sınıfından düşük olanlara daha az, yüksek olanlara daha çok vermemiz lazım. di mi? Denesek mi?
Elif: Ama işte belli bir şey yok. Mesela çocuk kaç yaşında? Kaçıncı sınıfa gidiyor?
[OG2- Kütüphane Problemi, Kavram: Liste]

Öğrenciler bir süre daha bu fikir üzerine tartışıp denedikten sonra ilk fikirden bağımsız olarak, birinci odak gruptaki öğrenciler gibi *toplama* kavramına yoğunlaşmışlardır. Farklı değişkenlere ait tüm verileri farklı katsayılar ile çarpıp toplamanın bir çözüm üretip üretmediğine odaklanmışlardır. Daha açık bir ifadeyle, "kitabın sayfa sayısı ile kitap düzeyinin on katı değeri ve rapordan gelen puanı toplamayı" düşünmüşlerdir

[OG2- Kütüphane Problemi, Kavram: Toplama]. Aşağıda öğrencilerin bu fikir üzerinde yapmış oldukları tartışma sunulmuştur.

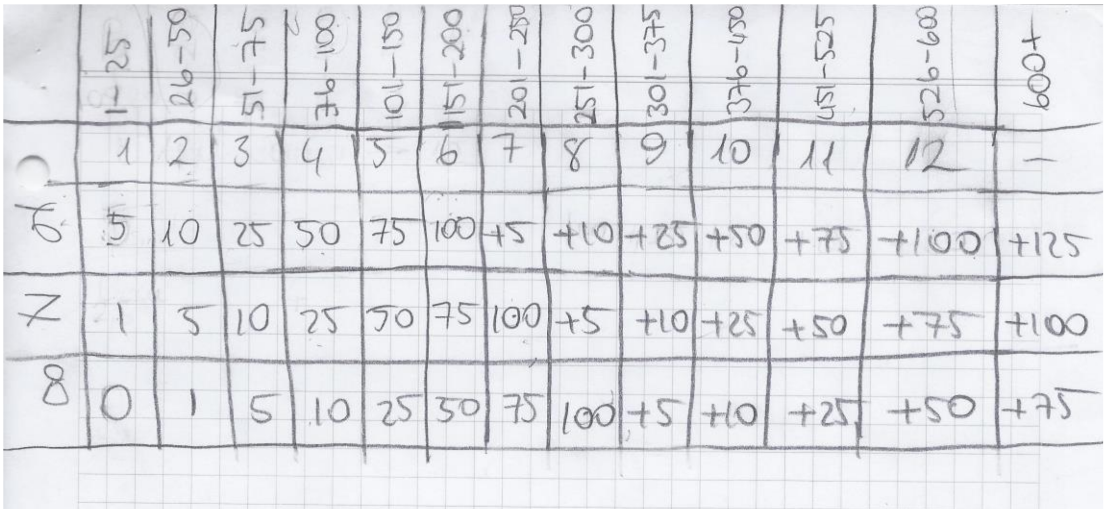
Gözde: Ya bak. Direkt bunları puan gibi toplasak olmaz mı? Mesela 40 sayfa okumuş, 5 sınıf düzeyi, buna da 50 diyelim. Hepsinde düzeyin 10 katı. İşte bunlar puanı olsun.
Elif: Hmm, olabilir sanki? Raporu da ekleriz?...
Duru: Nasıl yani, Burda 64 sayfa okumuş bu puanı alıcağız, düzey 11 düzey, 110 puan da burdan. Bakın diğerini de deneyelim? … (başka kitaplar üzerinde denemeler yapıyor) Direkt kalın kitap kazanıyor böyle yapınca. Bence.
[OG2- Kütüphane Problemi, Kavram: Toplama]

Yukarıda öğrencilerin tartıştığı gibi bu çözüm mantıklı bir çözüm değildir. Tüm değişkenlerin ağırlığı sonuca eşit olarak etki etmemektedir. Çünkü örneğin sayfa sayısı diğer değişkenlerden büyük bir sayı değerindedir. Aynı zamanda katılımcının düzeyi gibi önemli bir değişken bu fikirde göz ardı edilmektedir. Daha sonra, öğrenciler ilk fikirlerine, yani liste üzerinden tartışmaya geri dönmüşler ve aritmetik ortalama kavramına yönelmişlerdir. Aşağıda öğrencilerin bir fikirden diğerine geçişlerini gösteren tartışma sunulmuştur.

Duru: Bu yarışmaya katılanlar sadece 6,7 ve 8. Sınıflar. Bu listeyi 7 sınıf olarak alsak biz. Alıp denesek mesela.
Elif: Nasıl deneyeceğiz?
Duru: İşte sayı vereceğiz. 7. sınıf bir öğrenci için, şimdi kendi seviyesinde hepsine iyi (4 puan veriyor) desek. Herkesin kendi seviyesinde olduğunu varsaysak. Mesela 100 sayfa kendi seviyesi olsun buna da 4 puan verelim… (Burada bir ölçüt belirliyor ve belirlediği değere göre kıyaslama yapıyor.)
Gözde: Yani şimdi ilk başta bunu demiştim zaten, 4. Sınıfı bir alalım. Bu listeye göre bir puan belirleyelim. Sonra 5. Sınıf alalım. Hepsini okuduğunu varsayalım. Deneyelim. Toplayalım. Aynı bu şekilde. Ama puanlar çok çıkacak. (Gözde'nin daha önce önerdiği 100 puan üzerinden her bir kritere puan vermekti, bu yüzden puanların çok çıkacağını düşünüyor) Toplayıp aritmetik ortalama falan da alabiliriz. Bilmiyorum bi düşünelim.
Elif: Aritmetik ortalama filan alırsak değerlendirme olasılığı gider.
Gözde: Nasıl yani?
Elif: E şimdi bunlara göre değerlendiriyorsun ya, bunlara göre puan veriyorsun. E ortalama alırsak verdiğin puanların değeri kalmaz ki, karşılaştıramazsın. Hepsine ayrı puan veriyorsun sonuçta. Neye puan veriyorsun? Neye göre ortalama alıyorsun? Önemli olan bu ?
[OG2- Kütüphane Problemi, Kavram: Aritmetik Ortalama]

Odak gruptaki öğrencilerin bu tartışmada ilk fikirlerine, listedeki kitaplara değer verme fikrine geri döndükleri görülmektedir. Listedeki değişkenlere puan vererek bir çözüm üretmeye çalışan öğrenciler aritmetik ortalama kavramını öne sürmüşlerdir. Bu tartışmada aritmetik ortalama almanın bir kıyaslama yapmayı engelleyeceğini tartışmışlar ve bu fikrin bir çözüm götürmeyeceğine karar vermişlerdir. Ancak bu tartışmada dikkat çekici olan başka bir durum daha vardır. Duru isimli öğrenci, yarışmaya katılan 7. sınıf bir öğrenci için sayfa sayısı (100 sayfa) gibi bir ölçüt belirleyerek bu ölçütle kıyaslayarak puan vermektedir. Bu öğrencilerin çözümlerinin ilk aşaması, tohum ekme aşaması olarak görülebilir. Çünkü öğrenciler bundan sonraki fikirlerinde, tüm sınıf düzeyleri için aralıklar belirleyerek bu aralıklara göre puan vermeye karar vermişlerdir. Burada görüldüğü gibi, öğrenciler yanlış bir fikir üzerinde çalışırlarken doğru bir fikrin temelini atmışlardır. Bu bağlamda incelendiğinde, öğrencilerin ilişkisiz akıcı (yanlış) ve akıcı (doğru) fikirleri sarmal yapı gibi iç içe girmiştir.

Öğrenciler, bu listedeki değişkenleri puan vererek değerlendirme ve listeyi bu şekilde ele almanın doğru bir çözüm getirmeyeceğini fark ettiklerinde, bu çözümlerden uzaklaşarak başka (bu çözümün içinde kullandıkları ama farkında olmadıkları) bir bağlamda düşünmeye başlamışlardır. Her bir değişken için belli bir aralık oluşturan öğrenciler, her bir değişkeni bu aralık içinde değerlendirerek her bir katılımcının okuduğu kitap için bir puan belirlemenin mantıklı olduğuna karar vermişlerdir. Öğrenciler, nihai olarak sistemli, eşit-olmayan aralıklı bir tablo yaparak ellerindeki verileri organize etmişlerdir (Şekil 4.11). Aşağıda öğrencilerin oluşturmuş olduğu tablo sunulmuştur.



	1-25	26-50	51-75	76-100	101-150	151-200	201-250	251-300	301-375	376-450	451-525	526-600	600+
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	–
6	5	10	25	50	75	100	+5	+10	+25	+50	+75	+100	+125
7	1	5	10	25	50	75	100	+5	+10	+25	+50	+75	+100
8	0	1	5	10	25	50	75	100	+5	+10	+25	+50	+75

Şekil 4.11: Öğrencilerin Kütüphane Probleminde Ürettikleri Tablo

Şekil 4.11 deki tabloda yer alan ilk sütundaki yukarıdan aşağıya doğru her satırın başına yazılan 6, 7, 8 sayıları yarışmaya katılan öğrencilerin sınıf seviyesini göstermektedir. İlk satırdaki her bir sütün başındaki artan aralıklar (1-25, 26-50…) kitaplara ait sayfa sayısı aralığını belirtmektedir. İkinci satırdaki 1'den 12'ye kadar artan sütün değerleri ise kitapların seviyesini belirtmektedir. Bu tabloyu katılımcı seviyesi ve kitap seviyesine göre/ katılımcı seviyesi ve kitabın sayfa sayısına göre iki farklı puan belirleyerek okumak mümkün olacaktır. Örneğin, 7 sınıf bir öğrenci, 7. sınıf düzeyinde bir kitap okusa bu kitap için seviye puanı olarak 100 puan almaktadır. Eğer bu kitabın sayfa sayısı 201-250 arasında ise, sayfa puanı olarak da 100 puan almaktadır. Öğrencinin bu kitaptan kazandığı puan bu iki puanın toplamı olan 200 puandır. Ancak, katılımcı seviye üstü okuduğu her düzey için artı puan alırken, seviye altında okuduğu her bir düzey için puanı azalmaktadır. Aynı durum, sayfa sayısı için de geçerlidir. Örneğin, 7. sınıf bir katılımcı 80 sayfalık bir kitap okursa 25 puan, 500 sayfalık bir kitap okursa 150 puan almaktadır.

Kütüphane problemi etkinliğinde öğrenciler birbiriyle ilişkisiz gibi görünen ama iç içe geçmiş bir biçimde birbirini etkileyen beş adet fikir üretmişlerdir. Öğrencilerin ilk düşündükleri fikir verilen listeyi puanlamaktır. Geldikleri son noktada çözüm olarak yukarıdaki tablo (resim-x) üzerinden yarışmaya katılan öğrencinin düzeyine bağlı olarak, her bir kitabın değerini bulduktan sonra, bu değerin %30'unu ve rapordan alınan puanın %70'ini alarak, okunan her bir kitap için bir puan hesaplamaya ve bu puanların toplamıyla yarışmanın kazananını belirlemeye karar vermişlerdir. Öğrencilerin ilk fikirlerinden bu fikre doğru evrilen fikirleri, esnek düşünmelerinin ve ilişkilendirme becerilerinin ürünüdür.

4.2.1.2. Aşamalılık

Aşamalılık, öğrencilerin bir fikri geliştirmesidir. Öğrenciler bir fikir öne sürdüklerinde bazen hemen, bazen tartışmanın ilerleyen zamanlarında başka tartışmalar yaptıktan sonra ürettikleri ilk fikre geri dönerek, fikrin üzerinde genişletmeler yapmışlardır. Aşağıdaki tabloda öğrencilerin modelleme etkinliklerindeki nihai çözümlerini kaç aşamada geliştirdikleri özetlenmiştir.

Tablo 4.13: Aşamalılık Sıklık tablosu

Etkinlikler	*Aşamalılık*
Patron	4
B. Ayak	5
Otopark	4
Kütüphane	5
Yorgan	4

Yukarıdaki tablo incelenerek öğrencilerin fikirlerini geliştirmelerine bakıldığında, büyük ayak (Ek-5) ve kütüphane probleminde (Ek-6) nihai çözümün beş aşamada geliştirildiği görülmektedir. Örneğin kütüphane probleminde öğrencilerin fikri geliştirme aşamaları aşağıdaki gibidir:

1.Aşama: Her bir kitabı her bir değişken açısından ayrı ayrı incelemek, bir ölçüt belirlemek.

2. Aşama: Her bir değişken için ayrı ayrı puan aralığı belirlemek.

3. Aşama: Her bir öğrenci düzeyini bu aralık için değerlendirmek.

4. Aşama: Her bir seviye (6,7,8) için daha önce oluşturulan bu aralıkların üst ve alt sınırını yeniden belirlemek ve tablolaştırmak

5. Aşama: Tablolaştırılan puanlama cetvelinden alınan puanlar ile rapordan alınan puanın yüzdesini almak. (Kitaptan alınan puanın %30+ rapor puanı %70 = toplam puan)

Beş aşamada geliştirilen fikrin temelinde "her bir kitaba ait değişkenlerin tek tek incelenmesi gerektiği ve bu inceleme sonucunda her bir kitap için bir puan oluşturulması gerektiği" yer almaktadır. Öğrenciler bu fikri ortaya attıktan sonra fikri adım adım genişleterek geliştirmişlerdir. Fikri geliştirmeleri ham halinden hamuru yoğurarak kurabiye elde etme süreci gibi üzerinde çalışmayı ve eklemeler yapmayı gerektirmiştir. Her aşamada öğrenciler temel fikre eklemeler yapmışlardır. Örneğin ilk aşamada her bir değişkeni ayrı ayrı bir ölçüt üzerinden değerlendirmek gerekliğini ortaya koyduktan sonra (örn, 7. Sınıf bir öğrenci 100 sayfa kitap okur), ikinci aşamada her bir değişken için ölçütleri düzenleyerek aralıklar belirlemeye çalışmışlardır. Üçüncü aşamada ise, birden fazla değişkeni birlikte düşünerek aralıkları revize etmişlerdir. Örneğin, öğrenciler ilk belirledikleri aralıklarda sadece sınıf düzeylerini ele almışlar ve "1. Sınıf bir kitap için 0 puan verelim" demişlerdir. Daha sonra ise, 8. sınıf bir öğrencinin 1. sınıf kitabı okumasıyla, 6. sınıf bir öğrencinin 1. sınıf kitabını okuması arasında küçük de olsa bir fark olması gerektiğine karar vermişlerdir. Öğrenciler, sınıf seviyesi ve kitap seviyesi gibi değişkenleri birlikte düşünmüşlerdir. Dördüncü aşamada bu yaptıklarını daha sistemli bir hale getirmişler ve tablo oluşturmuşlardır. Daha sonra ise, tablodan elde edilen puanlar ile son değişken olan rapor puanını birleştirerek çözüme ulaşmışlardır.

Öğrencilerin kütüphane problemi ve büyük ayak probleminde fikirlerine beş aşamada son şeklini verdikleri görülmektedir. Diğer modelleme etkinliklerinde (patron problemi, otopark problemi, yorgan problemi) ise öğrenciler dört aşamada nihai çözümlerine ulaşmışlardır. Öğrencilerin genel olarak dört ya da beş aşamada fikirlerini geliştirmiş oldukları göze çarpmaktadır. Bu durum öğrencilerin benzer sayıda aşamaları geride bırakarak çözümlere ulaştıklarını göstermektedir.

4.2.1.3. İlişkilendirme

İlişkilendirme boyutu, kavramlar arası ilişkilendirme, gerçek yaşam ilişkilendirmesi, gösterimler kullanma boyutlarıyla ele alınmıştır. Öğrencilerin modelleme etkinlikleri süresince farklı türden ilişkilendirmeler yaptıkları görülmüştür. Aşağıdaki tabloda öğrencilerin farklı modelleme etkinliklerinde yaptıkları ilişkilendirme türlerine ilişkin sıklıklar verilmiştir.

Tablo 4.14: Modelleme Etkinliklerinde Kurulan İlişkilendirmeler

Modelleme Etkinliği	***İlişkilendirme Türü***		***Sıklık***
Patron Problemi	Gerçek Yaşam İlişkilendirmesi		7
	Gösterimler	Tablo	4
		Aritmetik Gösterim	2
	Toplam		**13**
Büyük Ayak Problemi	Gerçek Yaşam İlişkilendirmesi		6
	Kavramlar Arası İlişkilendirme		1
	Gösterimler	Resim	3
		Somut Nesne	5
		Cebirsel Gösterim	7
	Toplam		**22**
Otopark Problemi	Gerçek Yaşam İlişkilendirmesi		7
	Kavramlar Arası İlişkilendirme		1
	Gösterimler	Resim	3
		Somut Nesne	1
		Geometrik Gösterim	4
	Toplam		16
Kütüphane Problemi	Gerçek Yaşam İlişkilendirmesi		8
	Kavramlar Arası İlişkilendirme		2
	Gösterimler	Aritmetik Gösterim	4
		Cebirsel Gösterim	2
		Tablo Gösterimi	3
	Toplam		19
Yorgan Problemi	Kavramlar Arası İlişkilendirme		2
	Gerçek Yaşam İlişkilendirmesi		6
	Gösterimler	Resim /Şekil	3
		Geometrik Gösterim	1
		Somut Nesne	1
	Toplam		13

Yukarıdaki tabloda verilmiş olan ilişkilendirme türlerine ve sayısına bakıldığında her bir modelleme etkinliğinde farklı bir desenin olduğu görülmektedir. Öğrencilerin yapmış olduğu ilişkilendirmelerin toplam sayısı on üç ile yirmi dört arasında değişmektedir.

Modelleme etkinlikleri yapısı bakımından birer gerçek yaşam problemi oldukları için, öğrenciler tüm modelleme etkinliklerinde gerçek yaşam ilişkilendirmesi yapmıştır. Aynı zamanda, öğrencilerin yapmış olduğu ilişkilendirme türleri de modelleme etkinliklerinin yapısına göre değişmektedir. Örneğin; otopark ve yorgan problemi geometri öğrenme alanına yakın bir problem olduğu için öğrencilerin bu problemde geometrik gösterimler kullanması daha çok ön plana çıkmıştır.

Modelleme etkinlikleri yapısı bakımından gerçek yaşam problemlerinden oluştuğu için, öğrencilerin tüm modelleme etkinliklerinde en çok yaptıkları ilişkilendirme türü gerçek yaşam ilişkilendirmesidir. Öğrenciler hem kendi yaşamlarından hem genel kültür bilgilerinden yola çıkarak örnekler vermekte hem de problem çözerken bu bilgilerini kullanmaktadırlar. Örneğin otopark problemini çözerken, otopark giriş ve çıkışlarının ayrı kapılardan olmasını ve otopark içindeki yolun tek yön olmasını planlamışlar bu planlama esnasında kendi yaşam deneyimlerinden yola çıkmışlardır.

Öğrencilerin tüm modelleme etkinliklerinde, yapmış oldukları ilişkilendirmeler tüm süreçlere yansımaktadır. Örneğin, kütüphane probleminde puan verirken, kendi yaşamlarından örnekler vererek açıklamışlardır. Sekizinci sınıf bir öğrencinin birinci sınıf kitabını hemen okuyabileceğini " *ben elime gidip birinci sınıf kitabı alsam, zaten genellikle 12-15 sayfa bir şey oluyorlar. Daha uzununu görmedim yani. Onu okusam zaten beş dakikada biter"* şeklinde bir açıklamayla belirtmiştir [OG1- Kütüphane Problemi, İlişkilendirmeler.] Aşağıda verilen tartışmada öğrencilerin kavramlar arasında yapmış oldukları ilişkilendirmeler yer almaktadır.

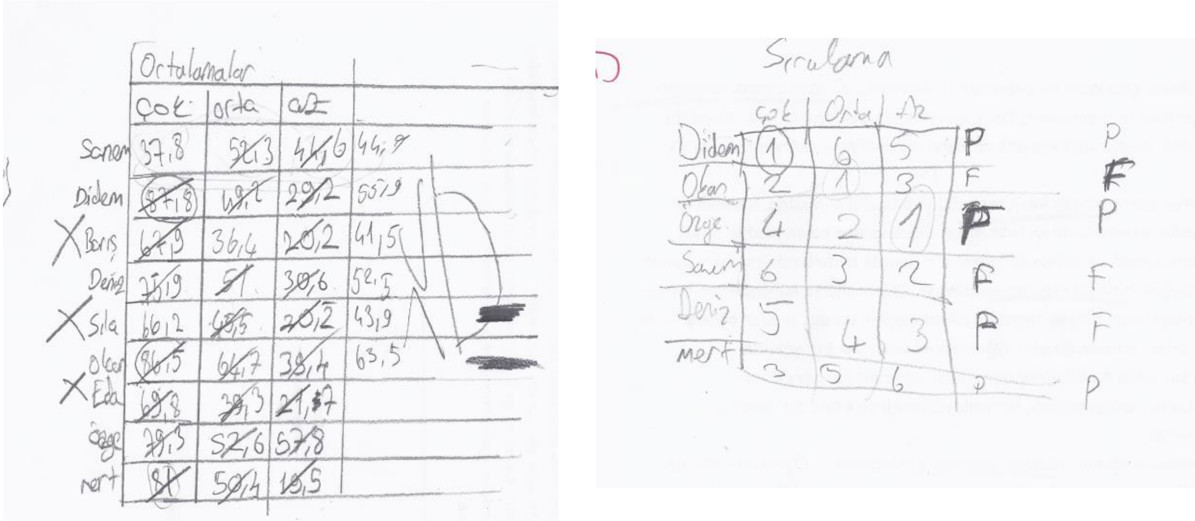
> *Gözde: Şimdi bence birinci sınıf bir kitap okurlarsa bence hepsine 0 puan. Sen hep neden cin Ali kitabı okuyorsun ki birinci sınıf?*
> *Elif: Ama 8 (sınıf) ile 6 (sınıf yarışmacı) arasında bir fark olur yine de.*
> *Gözde: Ya da en düşük şöyle düşün mesela, 8. sınıf ortaokulun en yükseği, 1. sınıf en düşük, onu okursan gerçekten çok düşük kalır. Yani, şimdi ben elime gidip birinci sınıf kitabı alsam, zaten genellikle 12-15 sayfa bir şey oluyorlar. Daha uzununu görmedim yani. Onu okusam zaten beş dk. Biter. Bize üç aylık bir süre vermiş, yarışmaya katılmasının ne anlamı kalır onu anlayamadım. [Gerçek Yaşam İlişkilendirmesi]*
> *Duru: Acaba 6. sınıfa 5 puan versek? 7. sınıfa 2,5 (puan) , 8. sınıfa ?*
> *Gözde: O zaman 8. (sınıfa) 0 (puan), 7. (sınıfa) 1 (puan) , 6. (sınıfa) 2 (puan) gibi daha düşük olsun. Zaten toplam 100dü. 0 zaman yüksek şey de olmaz.*
> *Elif: Yani giderek yükselecek.*
> *Duru: Evet. Şimdi ikinci sınıf düzeyinde?*
> *Elif: 7 puan? , 3 (sınıfa) 10 desek...*
> *Gözde: bi dk. Beş...10,15,20,25,30, 35...70. (her sınıf seviyesinde beşer arttırarak puan veriyor) [Kavramlar Arası İlişkilendirme: Birim Oran]*
> *….(farklı puanları deniyorlar)…*
> *Gözde: Kendi düzeyinde okuyorsa bence 50 diyelim. Çok yüksek okursa 100 deriz.*
> *Duru: Bence de 50 diyelim? Çünkü 12 seviye var, birim oranı bulmak için, 100: 12=8,4 çıktı. Sonra 8,4 ile 6 çarptım. Yaklaşık 50 puan. Eşit alacaksak 8 er veya 10 ar filan arttırmalıyız. [Kavramlar Arası İlişkilendirme: Birim Oran]*

Elif: Ama 6'nın kendi içinde şeyi de var. Öbür türlü 12'ye kadar (1 puandan başladıkları için 12. seviyede 100 puana ulaşılamayacağını (?)söylüyor) yeterince yükselmiyor. 12 (sınıf düzeyin) de 100 vereceğiz diyelim. Ama sonuçta 12. (sınıf düzeyinde) 100 olmak zorunda da değil bence.
Gözde: Şöyle düşünüyorum şu tek bir sıranın belli oranda artması gerekiyor. 5,15,25 diye gidiyordu. Sonradan 15'den sonra 20 gelmeli. [Kavramlar arası İlişkilendirme: Artış Miktarı, Oran]
Duru: Sadece bir kişiye (bir sınıfa göre demek istiyor) uysa olmaz. O yüzden bir düzen gerekiyor.
Elif: Şöyle bir şey bulmamız lazım, 6larda 6 orta nokta olacak. 7lerde 7 orta nokta olacak. 8lerde 8. Ona göre düşünüp artıracağız. [Kavramlar Arası İlişkilendirme: Ölçüt, Simetri]
Duru: beşer artmasa 10 ar artsa?
Elif: 100 olmak zorunda mı?
Gözde: bonus versek? Üzerine çıkanlara.
Elif: O zaman 10 ar artsa ? Herkes kendi seviyesinde 100 olsa, sonra üstüne çıkana artı puan versek?
Duru: O zaman buraya artı puan mı yazacağız? +10 +20 gibi mi?

[OG2- Kütüphane Problemi, İlişkilendirmeler]

Bu odak gruptaki öğrencilerin yukarıdaki tartışmada, 12 seviyesi olan bu kitap düzeylerinin puanlarını belirlerken, her düzey için bir ölçüt belirleyip bu ölçüte göre, her birim arasında öncelikle birim oran kavramı üzerinde tartışmaları, öğrencilerin kavramlar arası ilişkilendirmelerine örnek olarak gösterilebilir. Öğrencilerin her bir seviyeyi kendi düzeyinde orta noktası olarak kabul etmiş olmaları da ilginçtir. Bu noktaları (örneğin; 7 sınıf düzeyi için 7. sınıf düzeyini) orta nokta olarak aldıkları düzeye göre belli oranda simetrik aralıklar oluşturmuşlardır ve oluşturdukları bu aralıkları tablo olarak düzenlemişlerdir.

Bu grubun belirgin bir özelliği ise, farklı tür gösterimleri diğer gruba kıyasla daha çok kullanmasıdır. Örneğin, patronun probleminde var olan tabloyu küçülterek yeniden tablo (Şekil 4.12) oluşturmaları, daha sonra oluşan bu tablodan hareketle her bir farklı yoğunluklara göre daha çok para kazananları 1-6 arasında sıralama puanı vererek yeniden düzenlemeleri, öğrencilerin farklı gösterimleri birbirlerine dönüştürerek kullanmalarına örnek olarak gösterilebilir. Aşağıda öğrencilerin patronun problemini çözerken yeniden düzenledikleri tabloların resmi (Şekil 4.12) bulunmaktadır.



Şekil 4.12 : Patronun Probleminde Öğrencilerin Oluşturduğu Yeni Tablolar

Yukarıda öğrencilerin patron probleminde yeniden düzenlemiş oldukları tablolar (Şekil 4.12) verilmiştir. Bu tablolardan ilkinde öğrenciler tüm aylardaki farklı yoğunlukların ortalamasını almışlar ve değişkenlerin sayısını azaltmışlardır. İkinci tabloda ise, çalışanları kazandıkları paralara göre sıralamışlardır. Bu örnekler, bu gruptaki öğrencilerin tipik olarak farklı gösterimler kullanmasına örnektir. Öğrencilerin kullanmış oldukları farklı tablolar gösterim olarak kodlanmıştır. Daha belirgin bir örnek vermek gerekirse, kütüphane probleminde daha önce detaylarıyla anlatıldığı gibi çözüm için oluşturmuş oldukları puan aralıklarını daha işlevsel ve sistematik olması için tabloya dönüştürmüşlerdir. Yorgan probleminde, tahmin yaparken bile tüm tahminlerinde ölçüleri küçülterek yeniden bir plan çizmeyi ihmal etmemişlerdir. Büyük ayak probleminde veri toplarken de tablo biçiminde not almaları, çizimler yapmaları, farklı temsil biçimlerinden tablo/grafik/resim yapma gibi görsel araçları kullanmaları bu grubun dikkat çekici bir özelliği olarak yansımaktadır. Öğrencilerin büyük ayak probleminde göstermiş oldukları yaratıcılıkları örnek analiz olarak daha detaylı sunulacağından burada yer verilmemiştir.

4.2.2. Modellerin Yaratıcılık Bakımından Değerlendirilmesi

İkinci odak gruptaki öğrencilerin modelleme etkinlikleri sonunda ortaya çıkan öğrenci ürünleri, kalite ve özgünlük olarak iki boyutta incelenmiştir. Kalite, öğrenci ürünlerinin çözümünün niteliği ve ele alınan problemin çözümünün niteliğiyle ilgilidir. Özgünlük ise, öğrenci çözümlerinin orijinalliğini temsil etmektedir. Bu alt boyutlara ait bulgular sırasıyla ilgili başlıklar altında sunulmuştur.

4.2.2.1. Kalite ve Genellenebilirlik

Kalite, öğrenci ürünlerinin çözümünün niteliği ile ilgilidir. Bu alt boyutta kalite, öğrencilerin çözümlerinin doğruluğu, etkililiği ve benzer problem durumlarına ne kadar genellenebildiği ile ilgilidir. Öğrencilerin ürünlerinin kalite bakımından incelenmesi için, uzman değerlendirilmesine başvurulmuştur. Üç farklı uzmanın her bir modelleme etkinliğinin kalitesine yönelik 1-4 arasında verdikleri puanlar ve bu puanların aritmetik ortalamaları aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 4.15: Ürünlerin Kalitesi

	Kalite Değerlendirilmesi			
Modelleme Etkinlikleri	***1. Uzman***	***2. Uzman***	***3. Uzman***	***Ortalama***
Patron	3	2	4	3
Büyük A.	4	4	4	4
Otopark	4	3	3	3,3
Kütüphane	4	4	4	4
Yorgan	2	1	2	1,7

Yukarıdaki tabloya bakıldığında uzmanların ürünlerin kalitesine yönelik benzer puanlar verdikleri görülmüştür. Örneğin uzmanların tümü, büyük ayak ve kütüphane problemindeki öğrenci ürünü olarak ortaya çıkan çözümlerin kalitesine aynı puanı (4) vermişlerdir. Uzmanlar diğer üç modelleme etkinliği için birbirlerine oldukça yakın değerler vermişlerdir. Fakat her bir problemi tek tek incelemek de kalite değerlendirmesi açısından detaylı bilgi sunacaktır.

Patronun probleminde (Ek-7) öğrenciler farklı yoğunlukları da dikkate alarak birim zamanda kazanılan parayı hesaplayarak bir kıyaslama yoluna gitmişlerdir. Ancak tüm etkenlerin, örneğin farklı aylardaki performansların, ne düzeyde değiştiğini dikkate almamışlardır. Bu sebeple öğrencilerin fikri, problem durumu için bir çözüm önerisi sunsa da, uzmanlardan sadece bir tanesi bu çözümü genellenebilir bulmuştur. Uzmanların görüşlerinin hepsi birlikte değerlendirildiğinde, ürün kalitesi üç puan ortalamasında kalmış, çözüm benzer durumlarda kullanılmak için kısmen yeterli görülmüştür.

Büyük ayak (Ek-5) probleminde ise, öğrenciler diğer odak gruptaki öğrenciler gibi öncelikle veri toplamış ve topladıkları veriler üzerinden değerlendirme yapmaya çalışmışlardır. Ancak topladıkları verilerin uç veriler barındırması ve ortalama almaya uygun olmaması dolayısıyla, daha büyük bir veri setine ihtiyaç duymuşlardır. Buradan hareketle, altın oran kavramıyla ilişkilendirdikleri çözümleri uzmanlar tarafından ortak bir görüşle, dört üzerinden dört puan almıştır. Altın oran geniş bir veri setinden yola çıkılarak oluşturulmuş, matematikte kabul görmüş bir orandır. Bu bakımdan öğrencilerin çözümleri, hem çözüm yolu, hem çözümün sonunda ortaya çıkan denklemle ifade edilmiş ilişkilendirmeler, benzer durumlar için genellenebilir bir yapı oluşturmaktadır.

Otopark probleminde (Ek-9) öğrencilerin bir alışveriş merkezindeki otoparkı verilen etkenlere göre tasarlamaları istenmiştir. Öğrencilerin en son şekillendirdikleri otopark genellikle tüm alanı iyi kullanmış ve iyi dizayn edilmiştir. Öğrenciler çözümlerinde aşamalı bir yol izlemişler öncelikle tüm etkenleri kontrol ederek taslak bir plan çizmişlerdir. Öğrenciler tüm alanları etkili kullanabilmek için öncelikle alanı oluşturan bölgenin çevre duvarlarının önündeki alanı otopark alanı olarak tasarlamışlar ve maksimum düzeyde alanı kullanabilmek için yolların ve giriş çıkışların yerlerini belirlemişlerdir. Uzmanların değerlendirmesi öğrencilerin çözümünün çok sistematik olduğu yönündedir. Bu çözüm uzmanlara göre oldukça iyi bir çözümdür; ancak yine de otopark içinde bazı alanların boş kaldığı gözlenmiştir. Bu açıdan iki uzman bu ürüne kalite bakımından üç (3) puan vermiştir ve kalite puanı bu ürün için 3,3 olarak belirlenmiştir.

Kütüphane probleminde (Ek-6) öğrencilerin ortaya koymuş olduğu çözüm, bir tablo üzerinden her bir kitap için kitap puanı hesaplanması ve rapor puanının belli bir yüzde oranıyla buna eklenmesidir. Uzmanların hepsi, bu çözümün oldukça etkili bir çözüm olduğunu, bu ve buna benzer durumlarda böyle tablo oluşturmanın genellenebilir bir yapı olduğunu düşündüklerinden bu ürüne kalite açısından tam puan vermişlerdir. Bu modelleme etkinliği sonucunda öğrencilerin ortaya koymuş oldukları ürün, ortalama 4 puan almaktadır. Bu ürün tam puan aldığı için çok kaliteli bir çözüm olarak değerlendirilmiştir.

Yorgan probleminin (Ek-8) çözümünde öğrenciler verilen problem durumundaki veriler ve görselle doğrudan ilişki kurmadan orantısız tahminler yürütmüşlerdir. Tahmine dayalı bir çözüm yolu üzerinden gitmeleri, tahminler doğru bile olsalar, tüm etkenleri birlikte değerlendiremedikleri için bu grubu doğru yanıta yaklaştıramamıştır. Uzmanların görüşüne göre, öğrencilerin bu çözümü revize edilmelidir. Benzer bir problem durumunda da bu çözüm doğru bir yol gösterici olarak tanımlanamaz. Bu bakımdan değerlendirildiğinde öğrencilerin bu çözümü uzmanların değerlendirmesinde iki uzman tarafından dört puan üzerinden iki puan ve bir uzman tarafından bir puan almıştır. Bu ürünün kalite puanı ortalaması 1,7 olarak ortaya çıkmaktadır.

4.2.2.2. Özgünlük

Özgün düşünme; bireyin diğer bireylerden farklı düşünebilmesidir. Modelleme etkinliklerinde öğrencilerin ürettikleri ürünlerin özgünlüğünün değerlendirilmesi de uzmanlar tarafından yapılmıştır. Bu değerlendirmede uzmanlar öğrencilerin seviyesini göz önünde bulundurarak öğrencilerin ürünlerini belirli bir aralıkta (1-6 arası) puanlamışlardır. Öğrencilerin grup halinde çözmüş oldukları modelleme etkinliklerinde ortaya çıkan ürünlerin her bir uzman tarafından değerlendirilmesinden sonra aşağıdaki tablo ortaya çıkmıştır.

Tablo 4.16: Ürünlerin Özgünlüğü

	Özgünlük Değerlendirmesi			
Modelleme Etkinlikleri	***1.Uzman***	***2.Uzman***	***3. Uzman***	***Ortalama***
Patron	4	3	4	3,7
Büyük A.	6	6	6	6
Otopark	6	6	6	6
Kütüphane	6	3	5	4,7
Yorgan	3	2	2	2,3

Yukarıdaki tabloya bakıldığında, İkinci grubun nihai çözümlerinin özgünlük açısından puanlanmasıyla elde edilmiş olan uzman değerlendirmelerinin ortalamaları alındığında; öğrencilerin ürettikleri ürünlerin özgünlüğünün 2,3 ile 6 arasında değişen özgünlük puanları aldığı görülmektedir. Uzmanlara göre öğrencilerin en özgün ürünleri büyük ayak (6), otopark (6) ve kütüphane (4,7) problemlerinin çözümleridir. Aşağıda her bir probleme ilişkin grubun çözümü tek tek ele alınarak özgünlük açısından değerlendirilmiştir.

Patronun probleminde öğrencilerin öncelikle, tüm zamanları birlikte değerlendirerek çalışanların birim zamanda kazanılan parayı bulduktan sonra birim zamanda en az para kazananları işten çıkarmaya karar verdikleri görülmüştür. İkinci gruptaki öğrenciler çalışanların parkın farklı yoğunlukta olduğu zamanlarda kazandıkları paraları bulduktan sonra, çalışanlara birim zamanda kazandıkları paraya göre birden altıya kadar sıralama puanları vermişlerdir. Bu puanlamaya göre, kısmi zamanlı çalışacakları sadece çok yoğun zamanda çok para kazananlardan seçmişler ve onları çok yoğun zamanda çalıştırmaya karar vermişlerdir. Dolayısıyla, çok yoğun zamanda birim zamanda daha çok para kazanını işe almışlardır. Orta yoğunlukta birim zamanda çok para kazananları ise tam zamanlı çalıştırma kararı vermişlerdir. Uzmanlar, problem durumunun sınırlı bir çözüm olanağı sunduğunu belirterek, öğrencilerin karar verme süreçlerini ve karar verme ölçütlerini özgün bulduklarını belirterek, bu ürüne dört puana yakın bir değer (3,7) vermişlerdir. Öğrencilerin bu çözümünün bu değerlendirmeye göre, ortalamanın biraz üstünde özgünlük değeri taşıdığı söylenebilir.

Uzmanlar, büyük ayak problemini çözen öğrencilerin altın oranla ilişkilendirerek kurdukları denklemi (çözümü) çok beğenmişlerdir. Öğretmen olan uzman "*Öğrenciler, veri toplamaya alışkınlar, veri toplamaları ve toplanan verilerden bir çıkarım yapmaları normal ancak, altın oranla bir ilişki kurarak bu çözüme ulaşmaları müthiş"* şeklinde bir yorum yapmıştır. Bu çözümün öğrencilerin kendi düşünme düzeylerinin üzerinde bir çözüm ve ilişkilendirme içermesi sebebiyle tüm uzmanlar, öğrencilerin bu modelini çok özgün ve nadir bulmuş ve altı puan vererek değerlendirmişlerdir.

Otopark probleminin probleminin sunuş biçimi öğrencilerin çözümlerini doğrudan etkilese de, farklı birçok kombinasyonla otopark tasarlanabilmektedir. Uzmanlar, her bir grubun farklı otopark tasarlayabileceğini düşünmüştür. Aynı zamanda uzmanlar, bu tasarımları birbirinden değer olarak ayırmanın çok zor olduğunu ve her bir çözümün kendi içinde bu bakımdan özgünlük taşıdığını vurgulamışlardır. Uzmanlar, öğrencilerin bu çözümüne de tam puan vermiş ve çözümü "çok özgün" olarak değerlendirmişlerdir.

Kütüphane probleminde öğrencilerin çözümü bir tablo ile tüm kitapları ayrı ayrı değerlendirme fikrine dayanmaktadır. Bu modelleme etkinliğinde ortaya çıkan çözüm, uzmanların üzerinde uzlaşmayı sağlayamadığı çözümlerden biridir. Uzmanlardan bir tanesi tablonun çok sistemli ve özenli düşünülmüş olduğu için tam özgünlük puanı alması gerektiğini vurgulamıştır. Ancak, uzmanlardan bir diğeri (ikinci uzman) "sistemli olmasına rağmen tablo biçiminde bir çözümün özgünlük açısından tam puan alamayacağını" belirtmiştir. Bu uzmana göre, bir tablo oluşturarak, bu problemi çözmek çok nadir rastlanacak bir fikir değildir, çünkü tablo çok kullanılan bir gösterim biçimidir. Bu uzman, öğrencilerin bu çözümüne altı üzerinden üç puan vermiştir. Diğer uzman da tablonun sistematik olmasına rağmen, tablo biçiminde olması dolasıyla ikinci uzman ile benzer bir görüş sergilemiş ve ürüne beş puan vermiştir. Temelde, ikinci uzmanın vurguladığı gibi, tablo gösterimi çok kullanılan bir gösterim şekli olabilir, ancak öğrencilerin çok sistemli bir biçimde verilerin üzerinde tek tek düşünerek oluşturmuş oldukları bu tablo, kendi içinde bir tasarım sayılabilir. Çünkü öğrenciler, tablo içinde değerleri yerleştirirken olabilecek en adil ve kullanışlı sistemi oluşturmaya çalışmışlar (tablo bazı açılardan simetriktir). Bu açıdan, öğrencilerin ürünü tablo değil, tabloya döktükleri düşüncelerdir. Kütüphane probleminde uzmanların verdiği özgünlük puanı ortalaması beşe yakın bir değer olan 4,7 puandır. Bu çözüm ortalamanın üstünde bir özgünlük puanı almıştır.

Yorgan probleminde öğrencilerin çözümü tahmin stratejine bağlı olarak çizimler yapmaktır. Uzmanlar tahmin stratejisinin bu etkinlik için akla gelebilecek ilk çözüm stratejisi olduğunu vurgulamışlardır. Ancak öğrencilerin bu çözüme çizim katıyor olmaları, uzmanların görüşüne göre çözümün özgünlüğünü artırmaktadır. Uzmanların değerlendirmesinin ortalamasını aldığımızda bu çözüm 2,3 özgünlük değeri almıştır. Bu çözüm, ortalamanın altında bir değer almıştır. Yorgan probleminde öğrencilerin ortaya koymuş oldukları ürün, hem kalite hem de özgünlük bakımından diğer ürünlere göre daha düşük puanlar almıştır.

4.2.3. Öğrencilerin Ortak Yaratıcı Düşünme Becerileri

İkinci odak gruptaki öğrencilerin modelleme etkinliklerinde ortaya koymuş oldukları süreçler ve bu süreçlerin sonunda ortaya çıkan ürünler yaratıcılık bağlamında birlikte ele alındığında aşağıdaki tablo (Tablo 4.17) ortaya çıkmaktadır.

Tablo 4.17: Modelleme Etkinliklerinin Boyutlara Göre İncelenmesi (2.Odak Grup)

		Modelleme Etkinlikleri				
Değerlendirme	**Boyutlar**	***Patron***	***Büyük Ayak***	***Otopark***	***Kütüphane***	***Yorgan***
Süreç	**Akıcılık ***	4	6	3	5	3
	Esneklik*	2	4	2	4	3
	Aşamalılık*	4	5	4	5	4
	İlişkilendirme*	13	22	16	19	13
	TOPLAM	23	37	25	33	23
Ürün	**Kalite****	3	4	3,3	4	1,7
	Özgünlük**	3,7	6	6	4,7	2,3

*Bu değerler elde edilen sıklık değerleridir.

**Bu değerler uzmanların verdikleri puanların kalite 4 puan üzerinden, özgünlük 6 puan üzerinden) ortalamasıdır.

Tabloya bakıldığında boyutlar ve alt boyutlardaki en büyük değerlerin büyük ayak problemine ait sütunda yer aldığı görülmektedir. Buradan hareketle, bu grubun yaratıcı düşünme becerilerinin en çok büyük ayak etkinliğinde ortaya çıktığı söylenebilir. Aynı zamanda öğrencilerin en çok fikir üretebildikleri, yani akıcı düşünme becerilerini gösterdikleri modelleme etkinliğinin de büyük ayak etkinliği olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin bu modelleme etkinliği sırasında ürettikleri fikirlerden bir tanesi yanlış fikir, beş tanesi doğru fikirdir. Öğrencilerin çok ve farklı türde ilişkilendirme yaptıkları modelleme etkinliği de büyük ayak etkinliğidir. Öğrenciler kendilerini sonuca götürecek çözümü dört aşamada geliştirmişler ve nihai çözümlerini ortaya koymuşlardır. Aynı zamanda büyük ayak etkinliği sonunda ortaya çıkan model, uzmanlar tarafından çok kaliteli ve özgün olarak değerlendirilmiştir.

Öğrencilerin modelleme etkinliklerine bütüncül olarak bakıldığında, sıklık değerleri ve uzmanlar tarafından verilen puanlar açısından kütüphane problemi de dikkat çekicidir. Bu sıklık değerleri ve puanlarına göre, öğrencilerin yaratıcılıklarının kütüphane probleminde diğer modelleme etkinliklerine göre daha belirgin bir biçimde ortaya çıktığı görülmektedir. Bu etkinlik sırasında öğrenciler, üçü yanlış ikisi doğru olmak üzere toplam beş fikir üretmişlerdir. Bu fikirlerin sonuncusu, özgünlük açısından altı üzerinden beş puana yakın bir değer almış ve kalite açısından tam puan almıştır. Bu bakımdan ele alındığında öğrencilerin yanlış fikirlerinin de, onları doğru ve kaliteli bir ürüne evrilen düşünme süreçlerine değer katmış olduğu söylenebilir. Öğrenciler büyük ayak probleminde olduğu gibi kütüphane probleminde de çok sayıda ilişkilendirme yapmışlardır.

Otopark problemindeki sıklık değerleri incelendiğinde daha farklı bir tablo ortaya çıkmaktadır. Öğrenciler çok fazla sayıda çözüm önerisi üretememiş, fikir öne sürememişlerdir. Kütüphane ve büyük ayak problemi etkinliklerine kıyasla daha az esnek düşünebilmişlerdir. Ancak, ortalama sıkılık değerine yakın sayıda ilişkilendirme yapabilmişlerdir. Çok sayıda ilişkilendirme yapabilmeleri, öğrencilerin çözümlerine özgünlük değeri olarak yansımış olabilir. Bu modelleme etkinliğinin kurgusu gereği öğrenciler çok farklı sayıda sonuç bulabilmektedirler (tasarım yapabilmektedirler). Bu bakımdan öğrencilerin ürettiği her bir ürün uzmanlara göre, kendi içinde özel ve farklı olarak değer bulmaktadır. Uzmanlar öğrenci ürünlerini bu açıdan değerlendirerek, özgünlük puanına tam puan (altı) vermişlerdir. Öğrencilerin ürettiği tasarımda otopark güzel planlanmıştır. Ancak uzmanlara göre, daha iyi planladığında daha çok otopark alanı oluşturabilmek mümkündür. Bu açıdan uzmanlar ürünün kalitesine üç puana yakın değer vermişlerdir.

Patronun Problemi ve Yorgan probleminde ise, diğer modelleme etkinliklerine göre öğrencilerin yaratıcılıklarının daha düşük düzeylerde kaldığı görülmüştür. Patron problemi yapısı bakımından çok etken ve veri barındıran, bu etkenlerin ve verilerin kontrol edilmesine dayalı bir problem durumu sunduğu için diğer modelleme etkinliklerine göre yaratıcılık açısından daha kısıtlayıcı bir ortam sunmaktadır. Bu bakımdan ele alındığında, öğrencilerin daha az fikir üretmesi, daha az esnek düşünmesi, daha az ilişkilendirme yapması olağan olarak görülebilir. Yorgan problemi ise, modelleme etkinliği bakımından otopark ve patron probleminden farklı olsa da yine öğrencilere kütüphane problemi gibi bilinmeyen bir ortam ve sınırsız çözüm olasılığı sunamamaktadır. Bu bakımdan bu problemlerde öğrencilerin yaratıcılık düzeyleri birbirlerine yakındır.

Öğrencilerin tüm modelleme etkinliklerine bütüncül olarak bakıldığında, dört modelleme etkinliğinde (patron problemi, kütüphane problemi, büyük ayak problemi, otopark problemi) öğrencilerin ürünlerinin ortalama olarak üç puandan daha yüksek ve en yüksek değer olan dört puana yakın değerler aldıkları görülmüştür. Bu değerlendirmeden yola çıkarak öğrencilerin kendi düzeylerinde kaliteli ürünler ortaya çıkarabildikleri söylenebilir. Öğrencilerin ürünlerinin genellikle, genellenebilir yapılar taşıdığı, benzer problem durumlarına uyarlanabileceği yorumunu yapmak mümkündür. Öğrencilerin sadece yorgan probleminde ortaya koymuş oldukları ürün kalite bakımından 1,7 puan almıştır. Bu durumun nedenleri olarak bu gruptaki öğrencilerin grup olarak çok belirgin rollerinin olması ve Duru adlı öğrencinin sadece bu Yorgan problemi etkinliğine katılmamış olmasından dolayı bu grup çalışmasının yeterince etkileşimli geçmemiş olması gösterilebilir. Çünkü yorgan problemi etkinliğinde sadece Elif ve Gözde katılmıştır. Duru isimli öğrencinin bireysel ve grup çalışmalarında da belirgin bir biçimde ortaya çıkan grup içindeki rolü ve genel özelliği; eleştirel düşünme becerisi ve kolay ikna olmayan kişiliğidir. Diğer tüm modelleme etkinliklerinde Duru, kendisine mantıklı gelmeyen çözümlere itiraz etmiş, bir anlamda çözüm aklına yatana kadar diğer öğrencilerin ilerlemesi için grubu zorlamıştır. Dolayısıyla, öğrencilerin daha derinlemesine düşünmesini tetikleyen bir rol oynamıştır. Elif ve Gözde Duru'nun bu özelliğinin farkında oldukları için o günkü etkinlik sonrasında "Duru gelmediği için bu çok güzel bir çözüm olmadı!" diye belirtmişlerdir. Bu bakımdan değerlendirildiğinde grup çalışmasında tüm grup üyelerinin aktif olarak katılımı daha kaliteli ürünler üretmelerinde etkilidir, denilebilir.

4.2.4. Örnek Durum Analizi: Büyük Ayak

Büyük ayak probleminde (Ek-5) öğrencilere, gerçek ölçülerdeki bir ayak izinin resmi verilmiştir. Öğrencilerden, bu ayak izinden yola çıkarak, ayak izinin sahibinin boyunun uzunluğunu hesaplamaları istenmiştir. Bu etkinlik de diğer modelleme etkinlikleri gibi; ön etkinlik, etkinlik ve etkinlik sonrası tartışmalardan oluşan bir süreçle öğrencilere sunulmuştur. Modelleme etkinliğinden önce yapılan ön etkinlik uygulamalarının temel amacı öğrencilerin dikkatini çekmek ve motive olmalarını sağlamaktır. Ön etkinlik esnasında öğrencilere bir gazete haberi verilmiştir. Bu gazete haberi, bir yerleşim yerinde 2000 yıl öncesine ait bir ayak izi bulunduğunu anlatan bir haberdir. Modelleme etkinliğinin problem durumu bu haberle ilişkili olarak sunulmuştur. Bununla birlikte ön etkinlikte uygulayıcı tarafından sorulan sorular veya yönlendirmeler ile modelleme etkinlikleri esnasında öğrencilerin dikkat etmesi istenen özelliklere vurgu yapılmıştır. Bu özellikler; haberde yer alan ayağın günümüzde karşılaştığımız normal insan ayağından daha büyük olduğu ve çizimin gerçek bir ölçüyü işaret ettiğidir.

İkinci odak gruptaki öğrencilerin grup olarak yaratıcılıklarına dair daha çok veri sunmak için, büyük ayak problemi daha detaylı bir biçimde ele alınarak incelenecektir. Öncelikle bu modelleme etkinliğinin öğrenciler tarafında nasıl ele alındığı ve çözüldüğü detaylı olarak betimlenecek, daha sonra ise bu çözüm yaratıcılığın alt boyutları (akıcılık, esneklik, ilişkilendirme, aşamalılık, kalite ve özgünlük) temelinde ayrı ayrı değerlendirilecektir.

4.2.4.1. Büyük Ayak Probleminin Çözümü ve Aşamalılık

Öğrencilerin bu modelleme etkinliği sürecinde altı temel fikir üzerine yoğunlaştıkları görülmüştür. Bu fikirlerden beşi birbiriyle bağlantılıdır. Dolayısıyla, çözüm sırasında ortaya attıkları tüm fikirler, çözümler, kullandıkları kavramlar ayrı ayrı; ancak birbiriyle ilişkilendirilerek sunulmuştur. Bu şekilde, tüm sürecin bütüncül olarak ele alınması ve detaylarıyla tartışılması hedeflenmiştir.

İki sekizinci sınıf ve bir yedinci sınıf öğrencisinin oluşturduğu odak grup, bu etkinliğin birlikte çalıştıkları ilk modelleme etkinliklerinden (önce pilot çalışma olarak belirlenen ve daha sonra veri setine eklenen öğrencilerin çözdüğü üçüncü modelleme etkinliği) biri olmasına rağmen, ilgili alınyazına (Lesh ve Doerr, 2003) kıyasla farklı bir çözüm yolu ortaya koymuşlardır. Bu modelleme etkinliğinin çözümünde öğrenciler, yeterince veri toplayamadıklarını düşündüklerinden, kendi buldukları oranı yeterli bulmayıp, altın oranı kullanarak bir denklem üretmişler ve çözüme ulaşmışlardır. Modelleme etkinliğindeki öğrencileri altın oranı kullanarak denklem yazmaya götüren süreç adım adım ancak birbiriyle ilişkileri ortaya konularak aşağıda sunulmuştur. Bu süreçte, tekrarlardan kaçınmak için öğrencilerin çözümlerini hangi aşamalardan geçerek inşa ettikleri (aşamalılık) bu bölümde verilecektir. Öğrencilerin fikirleri, fikirlerin ortaya atıldığı sıra ile sunulmuştur.

Fikir 1: Boy Uzunluğunu Ayakkabı Uzunluğuna Oranlamak

Öğrencilerin aklına gelen ilk fikir, ayakkabılarının boy uzunluğu ile kendi boy uzunlukları arasındaki oranı bulmaktır. Elif, kendi ayakkabısı üzerinden ölçüm yapmış, bu uzunluğu kendi boy uzunluğuna bölmeyi önermiştir. Ancak bu fikir, gruptaki diğer öğrenciler tarafından ayakkabı üzerinden yapılan ölçümün doğru olmayacağı düşüncesiyle kabul görmemiştir. Öğrencilerin aralarında geçen konuşma aşağıda alıntılanmıştır.

> *Gözde: Bu 36-37 (kendi ayak numarasını kast ediyor) , benimki 24 gibi. 37 numara 24 cm.*
> *Elif: Bence 24 uzunluğu. boyumuza bölsek? Belki oran vardır...*
> *Duru: İyi de, biz ayakkabı giyiyoruz?*
>
> **[OG 2- Büyük Ayak- Fikir 1]**

Öğrenciler bu fikri tartışırken, fikrin içeriğinden çok, ellerindeki ayak izi şeklinin ayakkabı olmadan alınmasına odaklanmışlardır. Ancak, ayakkabılarını çıkararak ölçüm yapmayı denememişlerdir. Bu da fikir üzerinde tartışmalarını engellemiştir. Fikri öne süren öğrencinin fikir üzerinde ısrarcı olmaması da öğrencilerin fikir üzerinde tartışmamalarının nedeni olabilir. Grup üyelerinin üzerinde tartışmadığı, bir çözüm önerisi olarak ele almadıkları bu fikir doğru çözüme ulaştırabilecek bir yaklaşımdır. Ancak bu çözümde ayak uzunluğunu ayakkabı ile ölçmek bu problemdeki bazı verileri (ayak uzunluğunun ayakkabısız verilmesi) göz ardı etmek anlamına gelmektedir. Öğrenciler eğer tüm verileri ayakkabı uzunluğu üzerinden toplarlarsa, buna orantılı yaklaşık bir değer bulabileceklerdir. Çünkü insan boyu ile ayakkabı boyu arasında (dolayısıyla ayak boyu arasında) bir ilişki vardır. Öğrencilerin bu fikri kısmen doğru olduğu için akıcı bir fikir olarak değerlendirilmiştir.

Fikir 2: Ayakkabı Numarasını İki ile Çarpıp Sabit bir Değer (90 cm) Eklemek

Öğrencilerin üzerinde tartıştıkları ikinci fikir, ayakkabı numarasını iki ile çarpıp 90 cm eklemektir. Öğrenciler, bu fikri problem durumunun üzerinde biraz tartıştıktan sonra ortaya atmışlardır. Öğrencilerin bu çözüme ilişkin diyalogu aşağıda sunulmuştur.

> *Gözde: Bacak boyuyla alakalı olabilir mi?*
> *Duru: Bacağını mı ölçeceğiz? Ölçebiliriz.*
> *Elif: Ayağa kalkayım mı?*
> *Duru: 81..*
> *Elif: 80 desek. İki katı işte ayağımın. Ayak numaranın ama... 50 numara olsa o (ayak izinin ayakkabı numarasının 50 numara olabileceğini varsayarak).. İki katı 100...*
> *Gözde: Adamın bacağı boyum kadar.*

Elif: Biz de geriye 90 kalıyor bak 170 diyelim, 170 değilim ama (kendi boyundan 80 cm çıkartıyor). 90 cm daha ekleyelim?
Duru: 100+90=...190 ? … Olur mu ya?

[OG2- Büyük Ayak- Fikir 2]

Yukarıdaki konuşmadan da anlaşılacağı gibi, Elif adlı öğrenci kendi ayak numarası olan "40" numarayı iki ile çarpmış ve bu bulduğu sayının kendi bacak boyuna eşit olduğunu varsaymıştır. Daha sonra bulduğu sayıyı kendi boy uzunluğu olan "170" cm den çıkartarak 90 sabit sayısını bulmuştur. Öğrencinin kendi bacak boyunun ayakkabı numarasının iki katı olduğundan hareketle oluşturulmuş bu çözümde, öğrenciler farklı birimler üzerinde çalışmaktadırlar. Ayak numarası, cm cinsinden bir birim değildir. Tek bir örnek üzerinden oluşturulan bu çözüm; farklı birim değerleriyle dört işlem yapılması, öğrencilerin ayak numarasıyla bacak boyu arasında bir ilişki araması, yanlıştır. Öğrenciler de, bu akıl yürütmeyi diğer grup arkadaşları üzerinde test ederek doğrulama gereği duymuşlardır. Aşağıda öğrencilerin bu fikir üzerine devam eden tartışmaları sunulmuştur.

Elif: Belki 190 da olabilir. O zaman ayağı büyük.
Duru: Sıradan bir insan, hepsinin ayağı büyüktür. Birinin büyük olamaz ki?
...
Duru: Sende [Elif'i kast ederek ?] denedik bir de aynısını sende [Gözde'yi kast ederek ?] deneyelim.
Gözde: Bende çıkar mı ki?
Duru: Herkeste çıkıyorsa. Demek ki doğru.
Öğrt: Neden bacak boyuyla ilgileniyorsunuz?
Gözde: Çünkü ayak bacak gibi?
Elif: 79-80 (bu arada ölçüm yaparak, fikri test ediyor)
Duru: Ama onun ayağı daha küçük... Olmuyor.

[OG2- Büyük Ayak- Fikir 2]

Yukarıdaki tartışmadan anlaşıldığı gibi, öğrenciler az önceki fikirlerini test etmek için diğer arkadaşlarının da boy uzunluğunu ölçmüşlerdir. Önermeyi tekrar test eden öğrenciler hata yaptıklarını fark edip bu fikirden vazgeçmişlerdir. Öğrenciler, fikir üzerinde derinlemesine bir tartışma yaşamadan, önermeyi farklı veriler üzerinde deneyerek yanlışlamışlardır. Öğrencilerin, fikir içindeki hataları fark edip fark etmedikleri bilinmemesine rağmen, yanlış fikir üzerinde çalışırken de doğru düşünceler için zemin hazırlayabileceği düşünülmektedir (Grégoire, 2016). Örneğin yukarıdaki tartışma şu şekilde devam etmektedir:

Duru: Elle de bir orantısı var mı? peki elin orantısını sonra nasıl vücuda bağlayacağız?
Elif: Elle bir orantı oluyor?!
Duru: Sen ne dedin?
Gözde: O zaman bütün vücudumuzun bir orantısı var mı? Tamamen hepsiyle bir orantı bulmamız lazım.
Duru: Neyi kastediyorsun?
Gözde: Tüm organların. Mesela sadece elle ayak değil de genel olarak bir orantı var bence.

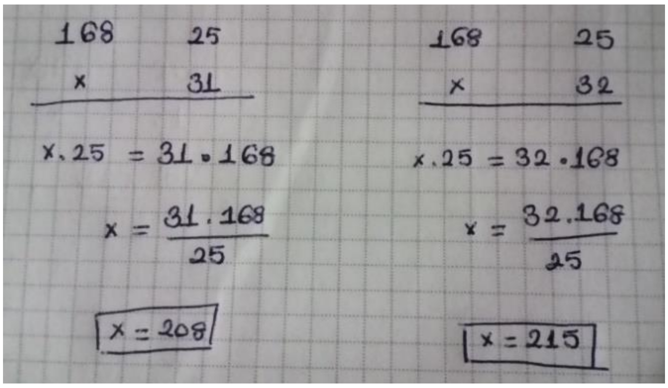
Elif: Neresi ile neresi arasında?
Gözde: Ne biliyim...
Duru: Ama mesela, tamamen bir orantı varsa, bu ayağı bu kadar büyükse, diğer organları da büyük olmalı.
Elif: Acaba sadece boy olarak mı bakmamız lazım acaba?
Duru: Nasıl yani?
Gözde: Tamamen boyu alıp, ondan sonra ayakla mı bağlantı kursak acaba?

[OG2- Büyük Ayak- Fikir 2]

Öğrencilerin devam eden tartışmada, daha sonraki fikirlerinin temellerini attıkları ve nihai çözümleri için fikir alışverişinde bulundukları görülmektedir. Çünkü öğrencilerden biri "*Mesela sadece elle ayak değil de genel olarak bir orantı var bence*" şeklinde bir açıklamada bulunmuştur. Öğrenciler problemin en son aşamasında, sadece boy uzunluğuna bağlı kalmadan, ayak uzunluğu ile kulaç boyu arasında bir ilişki bularak problemi çözmüşlerdir. Dahası, öğrencilerin bu tartışmanın sonlarında sadece boy uzunluğu ve ayak uzunluğunu ele alarak bir oran kurmak üzerinde konuştukları görülmektedir. Bu ise, öğrencilerin daha önce ayakkabı numarası ile ilişkilendirerek öne sürdükleri birinci fikrin üzerinde daha detaylı düşünmelerini ve yeni fikirler üretmelerini sağlamıştır.

Fikir 3: Tek veri üzerinden doğru orantı kurmak

Öğrenciler tek kişiden elde ettikleri verilerin oranı (boy uzunluğu/ayak uzunluğu) hakkında tartıştıktan sonra, Duru'nun tek başına hesaplama yaptığı görülmektedir. Duru kendi ayak uzunluğu ve boy uzunluğundan yola çıkarak, bir doğru orantı kurmuştur. Sonrasında arkadaşlarına aktardığı çözüm (Şekil 4.13) ve bu çözüm hakkındaki konuşmalar aşağıda sunulmuştur.



Şekil 4.13: Büyük Ayak Problemindeki Orantılar

Duru: Bi dakka.. 168x31/25 = 208... 2m 8 cm (Resim-x de verilen ilk orantıyı aktarıyor)
Elif: 2,80?
Duru: Hayır 2.08
Gözde: Nasıl bir şey yaptın sen? Kendine mi oranladın?
Duru:(Başı ile onaylıyor)
Gözde: 32 cm. Hatta 33 e yakın yalnız.

Duru: Ama bence bu kadar kolay değildir yani. 32 cm miymiş? ... Ona göre de yapalım?
Gözde: Bir de şu var bir şeyleri oranlıyoruz ama doğru şeyi mi oranlıyoruz?
Duru: Ben hesap makinesiyle yapamıyorum
Gözde: Ayrıca, bir şey soracağım, gençler ve yaşlılarda boy değişir mi?
ELİF: Evet değişir kemik erimesi filan varsa..
Elif: Onu da bilmiyoruz ki, genç mi yaşlı mı? Kadın mı? Erkek mi? Hiç bir şey bilmiyoruz!
...
Elif: 168x32/25 (Resim-x deki ikinci orantıyı kurup hesaplıyor)
Duru: 2.15 cm… Bir de Gözde'den gitsek?

[OG2- Büyük Ayak- Fikir 3]

Aralarında geçen konuşmadan anlaşılacağı üzere, öğrenciler öncelikle tek değişken ve tek veri üzerine odaklanarak bir çözüme ulaşmaya çalışmaktadırlar. Daha sonra ise, diğer öğrencilerin ayak ve boy uzunluklarına ait veriler ile yeniden bir doğru orantı kurarak farklı yanıtlar elde etmişlerdir. Bu çözüm onlara bir yanıt verse de yeterince etkili değildir; çünkü başka bir veriye dayalı olarak süreci tekrarladıklarında farklı yanıtlar elde etmişlerdir. Öğrencilerin ilk çözümleri öncelikle tek bir veriye dayalı çözümler üretmeye yöneliktir. Ancak öğrenciler kendi önermelerini yine aynı gruptan başka bir veri ile sınayarak çürütmüşlerdir.

Fikir 4: Boy Uzunluğunun Ayak Ölçülerine (ayağı eni + ayağın boy) Oranı

Öğrenciler bu ayak izine ait bireyin "kız mı erkek mi Yaşlı mı genç mi? şişman mı zayıf mı?" gibi fiziksel özellikleri konusunda da tartışmışlardır. Aynı zamanda, bu ayak izinden hareketle uç veriler üzerinde de tartıştıkları görülmektedir. Aşağıda bu tartışmalara örnek olabilecek bir diyalog sunulmuştur.

Gözde: Genel bir erkek ayağını ele aldığımızda sanki bu büyük gibi.
...
Gözde: Yani biz bunu önceden değil de normal bir yerde bulmuş gibi mi gidelim?
Duru: Ayy koktum şimdi. Düşünsenize bu ayağa sahip kişiyi?!
Elif: Genova diye bir voleybolcu var, 2 m boy var 43-44 numara ayakkabı giyiyor!.
Duru: İşte erkeklerin, ama işte o kız? erkek değil?
Elif: Kız.
Duru: Kız olduğu için, erkeğe oranla 188 ken filan ayakkabı numarası 44 oluyor (daha kısa boylu bir erkeğin ayaklarının daha büyük olabileceğini öne sürüyor.)
Gözde: Mesela bence 2 m olanların 45 numara filan olur.
Duru: 45 de küçük bence bir erkeğin.. bilmiyorum.. Mesela, benimle yaşıt kuzenim, boyu da benim kadar, ayakkabı numarası 43.
Elif: Yalnız elimizde hiç erkek bilgisi yok?! Ya erkekse? … Bir karar verelim sonra, Doruk filan bahçedeydi. Ölçeriz.

[OG2- Büyük Ayak- Fikir 4]

Öğrencilerin üçüncü fikir üzerine çalışırken, kadınların ve erkeklerin boy uzunluklarının, ayak boyu uzunluklarının farklı olup olmayacağı üzerine düşündükleri görülmektedir. Uç değerlere dikkat çeken öğrenciler bu tartışmayı bir sonuca bağlamamışlardır. Ancak bu tartışma zengin veri setine ihtiyaç duyduklarının temellerini atan bir tartışmadır. Bu tartışmaya kadar sadece grup üyelerine ait veriler üzerinden çözüm üretmeye çalışan öğrenciler, bu tartışmadan sadece kadınlara ait veriler topladıklarını fark ederek, fikirlerini temellendirdikten sonra, erkek bireylere yönelik de veri toplamaya başlamışlardır.

Sınıf dışına çıkarak veri toplayan öğrencilerin üzerinde çalıştığı bir fikir boy uzunluğunun ayak ölçüsüne oranıdır. Öncelikle her bir bireye ait ayağın eninin ve boyunun uzunluğunu toplayıp bireylere ait boy uzunluğuna bölmüşler ve bir ilişki olup olmadığını incelemişlerdir. Öğrencilerin bu fikir üzerinde çalışırken, ayağın boyu ve enini birlikte düşündükleri görülmüştür. Çünkü bireylerin şişman olmasının ayağın genişliğini etkileyeceğini düşünmektedirler. Aşağıda bu konu üzerinde yapmış oldukları konuşmaya yer verilmiştir.

Gözde: Bunla bunu (ayağın boyu ve eni) topladım, sonra boya böldüm, 5 çıkıyor.. Diğerleri de 4,9; 4,8 ; 4,6.. Küsur yani hep beşe yakın bir şey çıkıyor... Ortalaması beşe çok yakın.
Duru: O zaman bunla da bunu (ayağın en ile boyu) topla, 43 .. Çarp beşle 215 (43x5=215)
Gözde: Bu da 4,7 çıktı. Hepsi 4,6; 4,7; 5,2… Gibi çıkıyor... Sonuncu da 5,3 çıktı.
Elif: Yaklaşık 2,15 diyor muyuz?
Duru: Bilmiyorum... Yöntemimiz ne peki?
Elif: En ve boyun toplamının insan boyuna bölünmesi?
Duru: Bu toplam ne demek ki?
Elif: Bilmiyorum?!

[OG2- Büyük Ayak- Fikir 4]

Öğrenciler bu fikri tartışırken tek bir veri üzerinden hareket etmemişlerdir. Birden çok veri kullandıkları bu noktada, öğrencilerin “ortalama” kavramına yöneldikleri görülmüştür. Dokuz kişinin verisinden oluşan veri setinde tüm verileri kullanarak oran bulmuşlar ve bu oranların ortalamasını almışlardır. Ancak bu tartışmada Duru adlı öğrencinin yönelttiği sorular dikkat çekicidir. Öncelikle takip ettikleri yolun geçerliliği ve daha sonra da anlamı üzerine sorular soran bu öğrenci, grubun oluşturduğu fikirlerinin altında yatan anlamı sorgulamaktadır. Elif adlı öğrenci ise, bu sorulara doğrudan “bilmiyorum” diyerek yanıt vermiş ve bir sorulardan sonra suskunluk olmuştur. Bu grubun bu ve benzeri tartışmalarının en belirgin özelliği fikri ve fikrin altında yatan düşünceyi anlamlandırmaya çalışmasıdır.

Fikir 5: Boy Uzunluğunun Ayak Boyu Uzunluğuna Oranı

Üzerinde daha önce çalıştıkları fikirleri yeterli görmeyen öğrencilerin önerdiği bir diğer fikir ise, bireyin boy uzunluğu ile ayak boyu uzunluğu arasında orana dayalı bir ilişki olup olmadığını test etmektir. Öğrencilerin üzerinde tartıştıkları konuşma aşağıda sunulmuştur.

Gözde: Bu dersin sonunda size [araştırmacıyı kast ederek] birşey söylememiz gerekiyor değil mi?
Duru: Hiç birşey yapamadık ki.
Gözde: Bence verilerimiz var, ilk derste senin elin şu kadardır, bu kadardır diye tahminde bulunuyorduk, bu defa elimizde veriler var.
Elif: İyi de burada birinin boyu aynı ama ayak uzunlukları farklı. Yanlış mı ölçtük acaba?
Gözde: Nasıl yani? Bence yanlış ölçmedik. Farklı olacak tabi ki. Bir de boyu boya bölelim, bakalım aynı çıkacak mı?
Duru: Burada 165'i 23'e bölüyorsunuz, Burada 168'i 23'e bölüyorsun farklı olacak tabi ki.
Gözde: Bi görelim. 6,8; 6,52; 7,25; 7;46...
Duru: Bunları yuvarlasak... Yok, ortalama alsak… Bu oran mıdır? Bir çarpsana 7 ile 32 yi. 2,24.
Elif: Eni kattığımızda ne oluyor? 2,15 oluyor.
Duru: Bence veri az. Çok olsa belki sayı değişir.

[OG2- Büyük Ayak- Fikir 5]

Yukarıdaki konuşmada görüldüğü gibi, Gözde adlı öğrenci boy uzunluğunu ile ayak boyunun uzunluğuna bölmeyi önermiş, Duru ise, bunun bir oran olup olmadığını sorgulamıştır. Öğrenciler farklı verilerden elde ettikleri oranların ortalamasını alarak sonucu ayak boyunun uzunluğu ile çarpmış ve ayak izine sahip bireyin boyunu bulmuşlardır. Bu tartışmada öğrencilerin temelde itiraz ettikleri ve farkında oldukları bir diğer unsur ise, veri setinin sınırlı olmasıdır. Öğrenciler aynı boy uzunluğuna sahip iki bireyin farklı ayak uzunluğuna sahip olmalarından yola çıkarak şüpheye düşmektedirler ve tartışmanın sonunda verinin az olduğunu açıkça vurgulamaktadırlar.

Fikir 6: Altın Oran Kullanarak Bir Denklem Oluşturma

Bu fikir öğrencilerin nihai fikridir, problemin çözümüdür. Bu fikrin nasıl ortaya çıktığı sorusuna yanıt ararken öğrencilerin bu fikrin tohumlarını aşama aşama attıkları görülmektedir. Aşağıda öğrencilerin bu son fikri aşama aşama nasıl geliştirdikleri betimlenmiştir.

4. Aşama: Farklı İlişkiler Kurma

Öğrencilerin son olarak ileri sürdüğü ve nihai çözüm olarak kabul ettikleri çözüm, insan vücudundaki farklı organlara ait ölçümler arasındaki altın orana dayanmaktadır. Bu çözüm için öğrencilerin tüm süreç boyunca fikrin temellerini atan düşünceler ileri sürdükleri görülmüştür. Öğrenciler tüm süreç boyunca “Acaba vücudun başka bir organıyla ilişkisi olabilir mi? Hani kolu uzun olursa, boyu da uzun olur derler ya? Bacak boyu ile ilişkisi var mı? El ile bağlantısı olabilir mi?” gibi sorular yönelterek, ayak uzunluğunun başka organların uzunluklarıyla ilişkisinin olup olmadığını sorgulamışlardır. Bu konuşmalarda ileri sürülen düşünceler öğrencilerin genel olarak ayak uzunluğunu vücudun başka bir yeri ile ilişkilendirmeye çalışmaktır. Bu düşünceler, fikrin gelişmesinin ilk aşaması olarak tanımlanabilir.

5. Aşama: Veri Setinin Sınırlılığının Farkına Varma

Öğrenciler özellikle beşinci fikre (İnsanın Boyunun uzunluğunun Ayak Boyu uzunluğuna Oranı) ve bu fikrin çözüm yoluna odaklarında dikkatlerini çeken noktalardan biri veri setinin sınırlılığıdır. Aşağıda öğrencilerin veri setinin sınırlığı ile ilgili tartışmalarından biri sunulmuştur.

Duru: Bence veri az. Çok olsa belki sayı değişir.
Gözde: Evet, çok az insan ölçtük.
Elif: Ortalama mı alsak?
Gözde: Herkese uygun bir şey bulmamız lazım… Mesela , altın oran gibi.
Duru: Altın oran vardı evet. insan vücudunda. insanın başı ile vücudunda filan altın orandı.

[OG2- Büyük Ayak- Fikir 6]

Yukarıda verilen örnek öğrencilerin tartışmalarından sadece biridir. Bu problem çözümündeki süreçte pek çok kez “*Çok az bilgi var. Çok az insan ölçtük. Şu an sadece deniyoruz temellendiremedik.” “ Yeterli veri var mı ki? 9 kişi...”* gibi söylemler ile farklı tartışmaların ortasında verilerin sınırlılığına vurgu yaptığı görülmektedir. Bu durum öğrencilerin verinin temsilinde örneklem büyüklüğünün etkisinin farkında olduğunun bir göstergesi sayılabilir. Öğrencilerin topladığı veri sayısındaki sınırlılık onları başka bir çözüm arayışına, altın oran kavramına yönlendirmiştir.

6. Aşama: İnsan Vücudundaki Altın Oran

Öğrencilerin son çözüm önerisi, daha geniş bir veri setinden alınan bir bilgiye dayanan altın oran kavramı temelinde şekillenmiştir. Öğrenciler, önceki bilgileri ile bir ilişkilendirme yaparak problemin çözümünde altın oranı kullanabileceklerini düşünmüş ve insan vücudundaki altın oran ilişkilerini internetten araştırmaya başlamışlardır. Aşağıda öğrencilerin araştırma yaparken gerçekleştirdikleri tartışmaların bir kısmı sunulmuştur.

Gözde: Bakabilir miyiz altın orana?
Öğrt: Bakabilirsiniz.
Gözde: ... Böyle olmuyor, hepimiz bir bakalım.
(Bir süre kendi başlarına araştırma yapıyorlar)
Gözde: Şimdi kafa ve vücut arasında oran var.
Elif: Bacak boyu ile vücut arasında da. Buradan bir şey çıkmaz.
Duru: Bence bulduklarımızı bir yazalım. Bir yere gidecek mi görürüz. Ben yazıyorum.
...
Elif: Baksanıza baksanıza...!! Diyor ki" Bir insanın el bileği ile dirseği arasındaki mesafe insanın ayak boyuna eşittir. Şurası ayak boyuna eşitmiş. Buradan bir şey çıkar belki?!
(el bileği ile dirsek arasındaki mesafeyi gösteriyor)
Duru: Ama biz boya bakıyoruz?

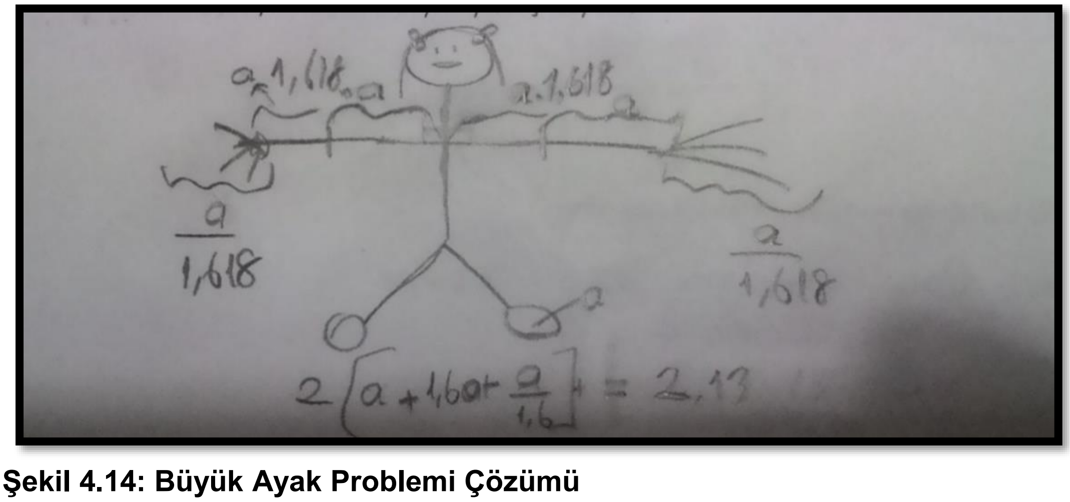
Gözde: Ama insanın burası da (kulacı gösteriyor) büyük oluyor boyu kadar. Belki işimize yarayabilir. Yazsana bir.
Elif: Tamam, bilek-dirsek= ayak.
Gözde: ... [Anlamsız mırıldanmalar]... Ellerle parmaklar arasında da varmış bunu da .
Duru: İnsanın üst bedini ve alt bedeni arasında.
Gözde: Diz kapak ve baldır. ...Altın oran kaçtı?
Duru:1,62

[OG2- Büyük Ayak- Fikir 6]

Öğrenciler, çözüme giden bu aşamada, bir taraftan araştırmaya devam ederken, diğer taraftan insan vücuduna ait buldukları tüm oranları bir kenara not etmişlerdir. Bu durum ise ellerinde işlerine yarayan ve yaramayan birçok bilginin birikmesine neden olmuştur. Ancak öğrenciler süreç içinde buldukları tüm bilgiler içinden problemi çözmelerine yardımcı olacak bilgiyi ayıklayabilmişlerdir. Örneğin ayak uzunluğu ile ilişkili olarak buldukları “bir insanın el bileği ile dirseği arasındaki mesafe insanın ayak boyuna eşittir" şeklindeki bilgi ve bu bilgi ile daha önce de tartışmalarda geçen insan boyunun kendi kulacının uzunluğuna eşit olduğu bilgisi öğrencilerin fikirlerini geliştirmelerine yardımcı olmuştur.

4. Aşama: Öğrencilerin İlişkileri Revize Ederek Sonuca Ulaşması ve Denklem Yazması

Öğrencilerin internetten buldukları bilgilerden yaralanarak, insan boyunun kendi kulacının uzunluğuna eşit olduğunu öğrenmişler ve bu bilgiyi kullanarak aşağıdaki görseli (Şekil 4.14) oluşturmuşlardır. Bu resimde, insan eli ile dirseği arasındaki mesafenin bireyin ayak uzunluğuna eşit olduğunu, bireylerin el, ön kol, kol uzunluğunun birbiriyle altın orana sahip olduğu verilmiştir. Bu bilgilerden hareketle ayak izine ait kişinin boy uzunluğunu hesaplamışlardır. Aşağıda öğrencilerin fikrini özetleyen çizim ve çözüme dair tartışmaları verilmiştir.



Şekil 4.14: Büyük Ayak Problemi Çözümü

Duru: Bunlardan hangileri işimize yarıyor? Bir ayıklamamız lazım. (Öğrenciler altın oran ile ilgili buldukları bilgilerden bahsediyorlar)
Elif: El ile şurası arasında da varmış. (elden dirseğe kadar olan alanı işaret ediyor) Bak burdan gidebiliriz. aslında....bi saniye...başka şeyler de vardı... Omuza eşitlersek bir şeyler çıkabilir. insanın boyu kulaç kadar sonuçta.
Gözde: Tamam zaten o da var işte. Burası (dirsekten) omza kadar burdan (dirsek ve bilek arasını gösteriyor) altın oran var. Hmm… Elden bileğe, bilekten dirseğe, dirsekten omuza, sonuçta ayak kadar burası (elden dirseğe kadar olan mesafe) da. [Şekli gösteriyor telefonda.]
Duru: nasıl yani? Anlamadım.
Gözde: Bak şimdi. Şurası ile el, elden dirseğe yani, elle oranı var, burdan da omza kadar. (yukarıdaki şekli çiziyor) Bulduk bak oldu şimdi. E bütün hepsi!! Tamam oldu işte.!! Oldu bence!! Bir çarpsana... Ayy böl... 33/1,62= el.
Elif: Tamam, dur. Şimdi 33 cm= a. 1,62 yazıyor musun?
Duru: Evet evet, Bu el di mi? evet. 20,625
Elif: 32x 1,62=52,84 cm. Şimdi hepsini toplayalım. 51,84+19,9+32= 106,465
Gözde: 2,12 filan o zaman. Çarpsana tam.
Elif: 212,93!!! Yaklaşık 2.13
Duru: Anlamadım. Nasıl oldu ki neden ikiyle çarptık ? Bi Saniye yaa!!!
Gözde: Ya bunlardan iki tane var. (iki kolun uzunluğunun bir kulaç olduğunu söylemeye çalışıyor)
Elif: Bulduk diyor muyuz?
Duru: Çak!?!

[OG2- Büyük Ayak- Fikir 6]

Öğrenciler yukarıdaki konuşmadan anlaşıldığı gibi, öncelikle internetten buldukları tüm bilgileri organize etmişler daha sonra birbirleriyle ilişkilendirerek yukarıdaki şekilde özetle ve cebirsel olarak ifade edilen çözüme ulaşmışlardır. Bu aşamada araştırmacı öğrencilerin çözümlerini genellemelerini ve sadeleştirmelerini hatta açık bir biçimde cebirsel olarak ifade etmelerini istemiştir. Araştırmacı ve öğrenciler arasında geçen konuşma aşağıda sunulmuştur.

Ögrt: Peki bunu , Yani bu yöntemi genelleyebilir miyiz? Yani bunu başka bi uzunluk ile yeniden yapabilir miyiz?
Elif: Tabi ki, altın oran zaten tüm insanlarda var. Bu şekilde yaparız. Uzunluğu altın orana ilişkilendirerek yaparız. İşte bilek altın oranda küçültülmüş hali, koldan omuz kadar altın oranda büyültülmüş hali. Her değerle aynı işlemle adamın boyunu bulabiliriz.
Öğrt: Peki matematiksel olarak nasıl ifade edeceksiniz?
Duru: Nasıl yani?
Öğrt: Çözümünüzü herkesin anlayacağı bir biçimde, belki de daha genellenebilir şekilde. Bir formüle dönüştürerek?
Duru: Hepsini denklem gibi yazarız?
Öğrt: Yazar mısınız, o zaman?
Duru: Ayağın "a"sı diyelim mi?…
Gözde: 2 x (a+1.6 a+ a/1.6) = adamın boyu.
Öğrt: Peki genellemiş oluyor musunuz bu şekilde?
Gözde: Evet, a yerine ayak uzunluğu koyduğumuzda, herkesin boyunu bulabiliriz.

[OG2- Büyük Ayak- Fikir 6]

İlgili alan yazında (Lesh ve Doerr, 2003) büyük ayak probleminin çözümünün temelinde yatan fikir, insan boyu ve ayak izi arasındaki doğrusal ilişkinin farklı kişilerden veri toplanarak fark edilmesidir. Öğrencilerden beklenen de belli sayıda veri toplayıp bu veriler üzerinden “Boy = x. Ayak” bir x oranı bulmalarıdır. Bu çözümde öğrenciler belli sayıda (dokuz) kişiden veri toplayabilmişlerdir. Dahası öğrencilerin elde ettiği verilerde uç değerler mevcuttur. Dolayısıyla öğrenciler ellerindeki sınırlı sayıdaki veriye güvenmemişlerdir. Veri sayısının az olmasından hareketle farklı bir çözüm geliştirmeye yönelmişlerdir. Öğrencilerin öne sürdüğü bu fikir, ilgili alan yazındaki pek çok fikirden farklı bir çözüm olarak karşımıza çıkmaktadır. Öğrenciler bu çözümde kendi topladıkları veri setini kullanmamışlardır. Öğrencilerin daha çok veriden yola çıkılarak oluşturulmuş olan "altın oranı" kullanarak bir çözüm üretmeleri, buldukları çözümün neredeyse gerçek değere çok yakın olması (ayağın sahibinin boyunun uzunluğu 2,14 m dir.) oldukça dikkat çekicidir.

Öğrencilerin bu çözümü bütüncül incelendiğinde, tam olarak gelişmemiş, eksik veya hatalı denilebilecek tartışmaların ve önerilerin öğrencilerin nihai fikirlerini etkilediği söylenebilir. Örneğin tartışmaların ilk başında Gözde, "Tüm vücutta. Mesela sadece elle ayak değil de genel olarak bir orantı var bence" diyerek, tüm vücutta bir oran olabileceğini öne sürmüştür. Modelleme etkinliği süresince, tüm tartışmalar, fikirler sarmal bir yapı ile tüm sürece yayılmış ve yaratıcılık sürecini etkilemiştir. Öğrenciler, ilk önce pek üzerinde durmadıkları bir fikri geliştirerek, süreç içinde daha etkili bir biçimde sunabilmişlerdir.

4.2.4.2. Çözüm Sürecinin Yaratıcılık Açısından Analizi:Büyük Ayak

Modelleme etkinliğinin çözüm süreci yaratıcılık açısından kodlanarak; akıcılık, esneklik, ilişkilendirme, boyutları burada ortaya konulmuştur. Öğrencilerin süreç sonunda ortaya koydukları ürünleri (çözümleri) ise yaratıcılığı özgünlük ve kalite boyutları bakımından tartışılacaktır.

4.2.4.2.1. Akıcılık

Akıcı düşünme becerisi, bireylerin ne kadar çok fikir ürettikleri ile doğrudan ilişkilidir. İkinci odak gruptaki öğrencilerin bu etkinlikte, büyük ayak problemini çözerken toplamda altı fikir ürettikleri görülmüştür. Bu fikirler akıcılık ve ilişkisiz akıcılık alt kodlarına göre incelendiğinde aşağıdaki tablo (Tablo 4.18) karşımıza çıkmaktadır.

Tablo 4.18: Büyük Ayak Probleminde İkinci Odak Grubun Akıcı Düşünme Becerileri

İlgili Kategori	*Fikir*	*Fikrin Açıklaması*
Akıcılık	Fikir 1: Boy uzunluğunu ayakkabı uzunluğuna oranlamak	Bu fikir Grup 2'nin ürettiği ilk fikirdir. Öğrenciler kendi boy uzunluklarını ayakkabılarının uzunluğuna bölmeyi önermişlerdir. Bu çözümde öğrenciler temelde doğru bir fikre odaklanmışlar; ancak problemdeki bazı verileri göz ardı ederek bu fikri üretmişlerdir. Öğrencilerin bu çözümü kısmen doğru bir çözüm olduğu için doğru kabul edilmiştir.
	Fikir 3: Tek veri üzerinden doğru orantı kurmak	Öğrencilerin bir diğer önerdiği çözüm ise, ayak uzunluğundan yola çıkarak bir orantı kurmaktır. Öğrencilerin önerdiği bu çözüm tek bir veriden yola çıkılarak oluşturulan bir çözüm olduğu için zayıf bir çözümdür. Ancak yine de bu orantı kurmak, kabul edilebilecek çözüme götüren doğru bir fikir olarak kabul edilmiştir.
	Fikir 4: Boy uzunluğunun ayak ölçülerine (ayağın eni+ayağın boy) Oranı	Öğrencilerin bu fikirde ayak boyunun uzunluğu ile birlikte ayağın eninin uzunluğunu de dahil ederek bir çözüm önerdikleri görülmüştür. Veri toplayarak bir veri seti oluşturmuşlardır. Topladıkları verilere ait bireylerin ayaklarının enini ve boyunu toplayarak bireylerin boy uzunluğuna oranlarını bulmaya çalışmışlardır. Buldukları tüm oranların ortalamasını alan öğrenciler, büyük ayağın izi ile bu ortalama oranı çarpmışlar ve büyük ayağın gerçek boy uzunluğuna oldukça yakın bir değer bulmuşlardır. Bu fikir, doğru bir fikir olarak kabul edilmiştir.
	Fikir 5: Boy uzunluğunun ayak boyuna oranı	Öğrencilerin bu fikri, öne sürdükleri ilk fikir ile benzerlik göstermektedir. Bu fikirde öğrenciler topladıkları verilerin her biri üzerinden bir oran belirlemişlerdir. Bu oran, insan boyunun ayak uzunluğuna oranıdır. Öğrenciler belirledikleri oranların aritmetik ortalamasını alarak ortalama bir değer bulmuşlar daha sonra bu oranı büyük ayak izine uygulayarak çözüm üretmişlerdir. Bu fikir doğru bir fikir olarak kabul edilmiştir.
	Fikir 6 : Altın oran kullanarak bir denklem oluşturma	Öğrenciler, elde ettikleri verinin sınırlılığından yola çıkarak farklı bir fikir önermişlerdir. Bu fikir insan vücudundaki altın oranı öğrencilerin araştırmasıyla başlamıştır. Öğrenciler kol, bacak uzunluğu gibi organların ölçümlerini içeren tüm ilişkileri listelemişler ve bu ilişkiler içinden problemle ilişkili verileri ayıklamışlardır. Daha sonra ayak uzunluğunu cebirsel olarak "a" şeklinde ifade etmişler ve aşağıdaki denklemi oluşturmuşlardır. 2 (a+ a/1.618+a. 1.618) = boy uzunluğu.
İlişkisiz Akıcılık	Fikir 2: Ayak numarasını iki ile çarpıp sabit sayı (90) cm eklemek	Öğrencilerin öne sürdüğü ilk fikirlerden biridir. Öğrenciler tüm süreç boyunca vücudun farklı organlarıyla ayak uzunluğu arasında ilişki olup olmadığını tartışmışlardır. Bu fikir de bu düşünce temelinde inşa edilmiştir. Ancak öğrencilerin kendi boyları üzerinden, ayak numarasını iki çarptıktan sonra, kendi gövde uzunluklarını ekleyerek öne sürdüğü bu çözümün altında yatan fikir yanlış bir fikirdir. Çünkü öğrenciler ayak numarasını bir uzunluk olarak değerlendirmişler ve farklı iki niceliği toplamaya çalışmışlardır.

Öğrencilerin fikirlerden beş tanesi (Fikir 1: Boy Uzunluğunu Ayakkabı Uzunluğuna Oranlamak, Fikir 3: Tek veri üzerinden doğru orantı kurmak, Fikir 4: Boy Uzunluğunun Ayak Ölçülerine Oranı, Fikir 5: Boy Uzunluğunun Ayak Boyuna Oranı, Fikir 6: Altın Oran Kullanarak Bir Denklem Oluşturma) doğru olarak kabul edilmiştir. Bu fikirler öğrencileri kabul edilebilir bir sonuca götürebilecek niteliktedir. Örneğin, öğrencilerin öne sürdükleri üç çözümün (Fikir 3, Fikir 4 ve Fikir 6) sonucunda elde ettikleri sonuçlar birbirlerine oldukça yakın değerdedir. Ancak öğrencilerin süreç içinde ürettiği diğer bir fikir (Fikir 2: Ayak Numarasını iki ile Çarpıp Doksan(90) cm Eklemek), sonuca götürmeyen, matematiksel olarak yanlış bir fikirdir.

Öğrencilerin fikir üzerinde ne kadar çok düşündüğü, bu fikir üzerinden ne kadar çok fikir ürettikleri nihai çözümün etkililiği ile ilişkilidir. Bu modelleme etkinliğinde (Büyük ayak problemi) öğrencilerin ürettikleri fikirler birbirilerini etkilemiştir. Örneğin öğrencilerin ilk önce tek bir veri üzerine çalışarak fikir ürettikleri görülmüştür (Fikir1, Fikir 2, Fikir 3). Ancak daha sonra daha çok veri toplayarak (dokuz kişi) buldukları oranların ortalamasını almışlardır (Fikir 4 ve Fikir 5). Bu fikirleri tartışırken topladıkları verilerin sınırlılığı hakkında hemfikir olmuşlar ve daha geniş veri ile bulunmuş bir oran olan vücut ölçülerindeki altın orana odaklanmışlardır. Öğrencilerin bu çözümde toplamda altı fikir üretmesinden yola çıkarak, diğer modelleme etkinlikleriyle kıyasladığımızda bu modelleme etkinliğinde daha akıcı düşündükleri yorumu yapılabilir.

4.2.4.2.2. Esneklik

Esneklik, bireyin ne kadar farklı düşünebildiğiyle ilgilidir. Esnek düşünme becerisi, farklı düşüncelere geçebilme ve farklı çeşitte fikir üretme becerisidir. Bu açıdan, öğrenci çözümlerine bütünsel olarak bakılarak, çözümlerin doğruluğuna veya yanlışlığına bakılmaksızın, öğrenci fikirlerinin benzer olanları birlikte değerlendirilmiştir. Bu grubun ürettiği fikirlerin, dört kategori altında toplandığı görülmektedir. Bu kategoriler, çözümlerinde genel olarak kullandıkları kavramlarla isimlendirilmiştir. Bu kavramlar: oran, orantı, altın oran, sabit sayı kavramlarıdır. Öğrencilerin ürettiği altı fikir ortak özelliklerine göre gruplanarak analiz edildiğinde aşağıdaki tablo (Tablo 4.19) ortaya çıkmaktadır.

Tablo 4.19: Büyük Ayak Probleminde İkinci Odak Grubun Esnek Düşünme Becerisi

Fikir	*Esneklik: Odaklanılan Kavram*
Fikir 1: Boy uzunluğunu ayakkabı uzunluğuna oranlamak Fikir 4: Boy uzunluğunun ayak ölçülerine (ayağın eni+ayağın boy) oranı Fikir 5: Boy uzunluğunun ayak boyuna oranı	**Kavram: Orantı Sabiti** Öğrencilerin oran kavramı bağlamında üç fikir ürettikleri görülmüştür. Bu fikirlerden ilki, "*Fikir 1: Boy uzunluğunu ayakkabı Uzunluğuna Oranlamak*" tır. Öğrenciler, ayakkabı üzerinden bir ölçüm gerçekleştirerek bir oran bulmayı önermişlerdir. Bu fikrin altında yatan düşünce ile, Fikir 4 ve Fikir 5'in (*Fikir 4: Boy Uzunluğunun Ayak Ölçülerine(ayağın eni+ayağın boy) Oranı ve Fikir 5: Boy Uzunluğunun Ayak Boyuna Oranı)* temelleri aynı düşünceye dayanmaktadır. Bu bakımdan, bu üç düşüncenin temelinde orantı sabiti kavramı olduğundan bu üç düşünce birlikte değerlendirilmiştir.
Fikir 3: Tek veri üzerinden doğru orantı kurmak	**Kavram: Orantı** Öğrencilerin üzerinde düşündükleri bu fikirde çözüm olarak orantı kurdukları bir denklem yazdıkları görülmüştür. Topladıkları veri üzerinden eşit oranlar oluşturarak sonuca ulaşma, bu fikirde ortaya çıkmıştır. Bu bakımdan bu fikir diğer üç fikirden bağımsız olarak değerlendirilmiştir.
Fikir 6: Altın oran kullanarak bir denklem oluşturma	**Kavram: Altın Oran ve Denklem** Öğrencilerin nihai çözümüne bakıldığında, altın oran kavramından yola çıkarak bir eşitlik oluşturdukları görülmektedir. İnsan vücudundaki farklı organlara ait ölçümler arasındaki ilişkilerden yola çıkarak oluşturulan bu denklem veri toplanarak oluşturulmamış, aksine bu eşitlikte var olan ilişkiler derlenmiştir. Çözüme bakıldığında diğer çözümlerden pek çok açıdan farklılaştığı görülmektedir. Bu bakımdan bu çözüm farklı bir kategori olarak değerlendirilmiştir.
Fikir 2: Ayak numarasını iki ile çarpıp sabit sayı (90) cm eklemek	**Kavram: Sabit Sayı ve Değişken** Öğrencilerin bu çözümünde en belirgin olarak ortaya çıkan kavram sabit bir değer olduğunu düşündükleri 90 cm sayısıdır. Öğrenciler bu fikirde ayakkabı numarasının iki katını alıp,90 cm eklemeyi önermişlerdir. Her bir veriye aynı sayıyı eklemeleri gerektiğini önerdikleri için, bu çözümde ana kavram sabit sayı olarak görülmektedir. Öğrencilerin bu çözümü diğer çözümlerden pek çok açıdan ayrıştığı için bu fikir ayrı bir esneklik kategorisinde değerlendirilmiştir.

Öğrencilerin esnek düşünme becerileri incelendiğinde, üç farklı kavram üzerinden fikirlerini ürettikleri görülmektedir. Grup çalışması yaparken oran kavramına odaklanan öğrencilerin ürettikleri birinci, dördüncü ve beşinci fikri (Fikir 1: Boy Uzunluğunu Ayakkabı Uzunluğuna Oranlamak, Fikir 4: Boy Uzunluğunun Ayak Ölçülerine Oranı, Fikir 5: Boy Uzunluğunun Ayak Boyuna Oranı) mercek altına alırsak; aslında fikrin altında yatan düşüncenin ve kavramın aynı olduğu görülmektedir. Bu kavram orantı sabiti kavramıdır. Dördüncü ve Beşinci fikir aynı sürece farklı değişkenler ekleyerek fikrin genişletilmesidir. Dolayısıyla bu üç fikir ele alındığında orantı sabiti kavramı öne çıkmaktadır ve bu üç fikir de aynı yolu takip ederek çözüm sunduğu için, aynı bağlamda değerlendirilmektedir.

Öğrencilerin ürettikleri üçüncü fikirde (Fikir 3: Tek Veri Üzerinden Doğru Orantı Kurmak) orantı kavramına bağlı olarak geliştirilen bir fikirdir. Öğrenciler tek bir kişiye ait verilerden yola çıkarak büyük ayağa sahip bireyin boyunu hesaplamayı düşünmüşlerdir. Orantı kavramı oran kavramıyla her ne kadar ilişkili olsa da, öğrenciler bu çözümde denklem kurduklarından, bu fikir ayrı bir kavram olarak kabul edilmiştir. Buradan hareketle öğrencilerin bu fikri geliştirirken ortaya attıkları yeni kavram orantı olduğundan ve bu düşünce başka hiçbir fikirde yeniden kullanılmadığından bu fikir tek başına başka bir kategori olarak değerlendirilmiştir.

Öğrencilerin çözümüne bakıldığında (Fikir 6: Altın Oran Kullanarak Bir Denklem Oluşturma) fikirlerini yeni bir kavram (altın oran) üzerinde inşa ettikleri görülmüştür. Bir eşitlik oluşturan öğrencilerin bu süreçte farklı eşitlikler yazarak cebirsel düşünmenin izlerini de yansıttıkları gözlenmiştir. Buradan hareketle, üçüncü esneklik kategorisinde değerlendirilen bu fikirde, öğrencilerin altın oran kavramı ile birlikte cebirsel düşünme becerisi gösterdikleri gözlenmektedir. Bu fikrin önerdiği çözüm süreç açısından da, odaklanılan kavramlar açısından da diğer fikirlerden ayrışmaktadır. Bu bakımdan bu fikir ayrı bir esneklik kategorisi olarak değerlendirilmiştir.

Öğrencilerin önerdiği bir diğer fikir (Fikir 2: Ayak Numarasını iki ile Çarpıp Sabit (90) cm Eklemek) ise, öğrencilerin ikinci ortaya attıkları fikirdir. Bu çözümde matematiksel kavramlar temelinde incelendiğinde diğer fikirlerden ayrışmaktadır. Bu fikrin temelinde yatan düşünce, ayakkabı numarası ile bacak boyu arasında bir ilişkilendirme yapmak ve gövde uzunluğunu bu ilişkiden elde edilen sonuca eklemektir. Ancak öğrenciler bu noktada tüm bireylerin beden uzunluklarını aynı almak, bu uzunluğu sabit sayıya çevirmek yanılgısına düşmüşlerdir. Bu bakımdan bu fikirde öne çıkan kavramın sabit sayı (?)olduğu söylenebilir. Bu fikir de kullanılan kavramlar ve önerdiği çözüm yolu açısından diğer çözümlerden ayrıştığı için ayrı bir esneklik kategorisinde değerlendirilmiştir.

4.2.4.2.3. İlişkilendirme

İlişkilendirme boyutu, kavramlar arası ilişkilendirme, gerçek yaşam ilişkilendirmesi, gösterimlerle ilişkilendirme boyutlarıyla ele alınmıştır. Aşağıda öğrencilerin büyük ayak problemi süresince yapmış oldukları ilişkilendirmelerin sıklık tablosu sunulmuştur.

Tablo 4.20: Büyük Ayak Problemi İlişkilendirmeler

İlişkilendirme Türü	***Sıklık***	***Açıklama***
Kavramlar arası İlişkilendirme	1	Oran ve altın oran ilişkilendirmesi kavramlar arası ilişkilendirme olarak değerlendirilmiştir. Öğrenciler daha genel geçer bir bilgiye ihtiyaç duyduklarında altın oranı hatırlamışlardır.
Gerçek Yaşam İlişkilendirme	6	Öğrenciler kendi yaşamlarında karşılaştıkları ve bildikleri bilgileri problem durumuna taşımışlardır. Örneğin, bazı basketbolcu ve voleybolculara ait verileri örnek olarak kullanmışlardır. Bu örnekler gerçek hayat ilişkilendirmesi olarak değerlendirilmiştir.
Gösterimler;		
Geometrik Gösterim	-	
Aritmetik Gösterim	-	
Resim/Grafik/Tablo	3	Öğrenciler çözümlerini daha net açıklayabilmek için bir görselden (çöp adam çizimi) yararlanmışlardır. Bazen ayak resmi üzerinde çizimler yaparak, uzunlukları kıyaslamışlar, hangi uzunlukları alacaklarına karar vermişler, uzunlukları çizdikleri başka bir ayak üzerinde göstermişlerdir. Topladıkları tüm verileri tablolaştırmışlardır. Bu gösterimlerin hepsi, bu başlık altında değerlendirilmiştir.
Somut Nesne/Materyal	5	Öğrenciler açıklama yaparken ayakkabılarını örnek olarak göstermişler ve kıyaslamışlardır. Çözüm için altın oran kullanmaya karar verdiklerinde ise, bazı ilişkileri vücut bölümlerini kullanarak göstermişlerdir. Bu durum somut nesne ve materyal gösterimine örnek olabilir.
Cebirsel Gösterim	7	Öğrencilerin çözümü cebirsel bir çözümdür. Öncelikle tüm işe yarayan ve yaramayan verileri cebirsel olarak ifade etmişler ve çözümü bir denklem olarak sonuçlandırmışlardır.
Toplam	22	

Öğrencilerin bu modelleme etkinliğinde yaptıkları ilişkilendirmelere bakıldığına en çok günlük yaşam ilişkilendirmesi yaptıkları görülmektedir. Etraflarındaki bireylerin boy uzunlukları ve başka uzuvları arasındaki ilişkilendirmeyi örnekleyerek tartışmışlardır. Öğrencilerin günlük yaşam ilişkilendirmeleriyle örnekledikleri tartışmalarda erkeklerden ve kadınlardan gelen ölçümlerin farklı olabileceği tartışılmıştır. Bu tartışmaların sonunda ellerindeki verilerin sınırlığını fark etmişlerdir. Bu tartışmalardan biri aşağıda sunulmuştur.

Elif: Genova diye bir voleybolcu var, 2 m boy 43 44 ayakkabı.
Duru: İşte erkeklerin, ama işte o kız? Erkek değil?
Elif: Kız.
Duru: Kız olduğu için, erkeğe oranla 188 ken filan ayakkabı numarası 44 oluyor.
Gözde: Mesela bence 2 m olanların 45 numara filan olur.
Duru: 45 de küçük bence bir erkeğin.. bilmiyorum.. mesela, benimle yaşıt kuzenim, boyu da benim kadar, ayakkabı numarası 43.
Gözde: Bence arasında bir oran çıkacak gibi geliyor ama.

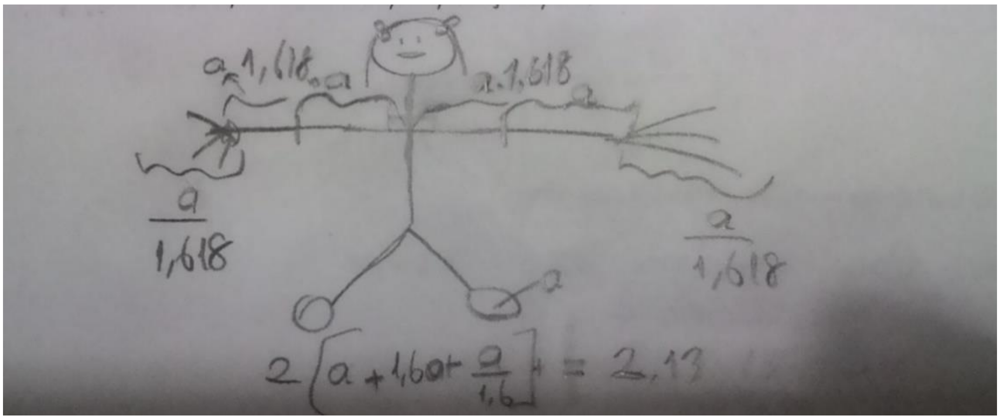
[OG2- Büyük Ayak- İlişkilendirmeler; Günlük Hayat İlişkilendirmesi]

Yukarıdaki tartışmalarda görüldüğü gibi öğrenciler kendi bilgi, genel kültür ve deneyimlerini bu problem durumuna taşımışlardır. Genova adlı voleybolcuyu örnek göstermeleri, kendi kuzenlerini örnek olarak vermeleri, yapmış oldukları “mesela bence

2m olanların 45 numara filan olur” gibi çıkarımları tartışmaya taşımaları günlük yaşam ilişkilendirmesine örnek gösterilebilir.

Öğrencilerin kavramlar arası ilişkilendirmesine bakacak olursak, modelleme etkinliğinin son aşamasında örneklemlerinin yeterince büyük olmamasından, yeterince veri elde edemediklerinden bahsetmişlerdir. Bu tartışmada öğrenciler daha büyük bir örnekleme ihtiyaç duyduklarını belirtmişlerdir ve altın oran gibi genellenebilir bir oran kullanmaları gerektiğine vurgu yapmışlardır. Öğrencilerin büyük bir örneklem üzerinde çalışma ihtiyacından altın oran kavramına geçiş yapmaları, kavramlar arası ilişkilendirme olarak görülmüştür.

Bu odak gruptaki öğrencilerin genel özelliği farklı gösterimleri kullanmasıdır. Bu modelleme etkinliğinde de, öğrencilerin farklı gösterimleri birlikte kullandıkları görülmektedir. Örneğin öğrenciler veri toplarken, tüm verileri tablolaştırmışlardır. Ayak resmi üzerine uzunlukları çizerek göstermişlerdir. Çözümlerinin son şeklini verirken daha açık olması için bir resim çizerek (Şekil 4.15) çözümlerini özetlemişlerdir.



Şekil 4.15: Öğrencilerin Büyük Ayak Problemi Çözümü

Bu çözüm, açık olarak, hem farklı cebirsel gösterimleri hem de resim/şekil/tablo gösterimini içermektedir. Öğrencilerin bu modelleme etkinliği süresince somut materyalleri de kullandıkları görülmektedir. Örneğin Gözde ayakkabılarını çıkartıp, büyük ayak resmi ile kıyaslamıştır. Modelleme etkinliği çözümünde ise, insan vücudundaki altın oran ilişkilerini kendi vücutları üzerinde göstererek açıklamışlardır. Altın oran ilişkisini açıkladıktan sonra tüm bu ilişkileri cebirsel olarak ifade etmişlerdir.

4.2.4.2.4. Kalite ve Özgünlük

Öğrencilerin büyük ayak etkinliği sonucunda ortaya çıkardıkları ürün, insan vücudundaki farklı ilişkilerin keşfedilmesine dayanmaktadır. Öğrencilerin ortaya çıkardığı ilişkide, ayak uzunluğu ve ön-kol uzunluğu birbirine eşittir. Kulacı oluşturan farklı uzunlukların ise (el uzunluğu, ön kol uzunluğu, arka-kol uzunluğu) birbiriyle altın oranla ilişkili bir uzunluk bağlantısı vardır. Öğrencilerin ortaya koymuş oldukları denklemde, kol uzunluğunun iki katı yani kulaç uzunluğu bir bireyin boy uzunluğunu vermektedir. Aşağıda öğrencilerin oluşturmuş olduğu çözüm verilmiştir. Öğrencilerin çözümlerinde x değeri, ayak uzunluğunu ifade etmektedir.

$$2\left(x+\frac{x}{1,6}+x.1,6\right)=boy\ uzunluğu$$

Denklem: Ayak uzunluğundan boy uzunluğunu bulma

Öğrencilerin bu çözümü kalite bakımından üç uzman tarafından değerlendirilmiştir. Üç uzman da hemfikir olarak bu çözüme verilebilecek en yüksek puan olan “4” (dört) puanı vermişlerdir. Çünkü öğrencilerin bu çözümü genel geçer bir ilişkiden yola çıkarak ortaya konulmuş bir çözümdür. Öğrencilerin kendi veri setindeki uç verileri düşünerek daha genel bir oran üzerine çözümlerini inşa etmeleri, bu çözümü etkili kılmaktadır. Öğrencilerin çözümü, problem durumunda istenene tam olarak cevap vermektedir. Bununla birlikte öğrencilerin çözümü bu haliyle, benzer bir problem durumuna uyarlanabilir ve genellenebilirdir.

Uzmanların hepsi bu modelleme etkinliğindeki çözüm için tam özgünlük puanı (6 puan) vermişlerdir. Uzmanların hepsi fikrin özgün olduğu konusunda hemfikir olmuşlardır. Uzmanlara bu yanıtın neden özgün olduğunu düşündükleri sorulduğunda öğretmen olan uzman şu yanıtı vermiştir:

> *“Öğrenciler genellikle, veri toplamaya ve topladıkları veriler grubu üzerinden yorum yapmaya çok alışkınlar, okulda da bu tarz etkinlikler oluyor. Bu yüzden ben bu problemde de veri toplamaya yönelik bir çözüm geliştirmelerini beklerdim, ama bu ilişkilendirme oldukça üst düzey bir ilişkilendirme. Çözüm bu yaş gurubunda çocukların kolay kolay yapabileceği bir çözüm değil.”*
>
> **[Uzman Görüşü 2- Özgünlük]**

Uzmanların hepsi öğrencilerin insan vücudundaki altın oran ilişkisini bu problem çözümüne taşımanın çok özgün bir çözüm olduğunu vurgulamışlardır. İlgili alan yazımda da öğrencilerin yanıtlarına bakıldığında genellikle veri toplayarak, ayak ve boy uzunluğu arasındaki doğru orantıya dayalı çözümler ön plana çıkmaktadır (Lesh, Doer, 2005). Dolayısıyla, ilgili alan yazında yapılan karşılaştırmalar da öğrencilerin çözümlerinin özgünlüğüne işaret etmektedir.

Bu bölümün ilk kısmındaki başlıklar ve alt başlıklar altında birinci araştırma problemine cevap verilmeye çalışılmıştır ve öğrencilerin grup olarak ortaya koydukları ortak yaratıcılıklarına dair bulgular iki odak gruptak elde edilen veriler ışığıda ortaya konulmuştur. Araştırmanın bundan sonraki başlığında ise, öğrencilerin bireysel yaratıcılıklarına ait bulgular sunulacaktır.

4.3. Üstün Yetenekli Öğrencilerin Bireysel Yaratıcıkları

Üstün yetenekli öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin bireysel olarak incelenmesine yönelik olan bu araştırmanın ikinci araştırma problemini "*Üstün yetenekli öğrencilerin modelleme etkinlikleri süresince bireysel olarak sergiledikleri matematiksel yaratıcılıkları nasıldır?"* yanıtlamak için bir adet modelleme etkinliği öğrencilere bireysel olarak uygulanmış ve bu modelleme etkinliği analiz edilmiştir. İkinci araştırma problemini yanıtlamak için iki alt probleme cevap aranmıştır. Her bir öğrenci için alt problemler "*Öğrenciler modelleme etkinlikleri ile uğraşırken matematiksel yaratıcılığın alt boyutlarına ilişkin (akıcılık, esneklik ve ilişkilendirme (detaylandırma)) hangi davranışları, nasıl gerçekleştirmişlerdir? Ve Öğrencilerin modelleme etkinliği sonuncunda ortaya koydukları modellerin kalitesi ve özgünlüğü ne düzeydedir?"* birbirinden bağımsız olarak incelenmiş ancak tekrarlardan kaçınmak için her bir alt boyutta birlikte ele alınarak tartışılmıştır.

4.3.1. Öğrencilerin Süreçteki Bireysel Matematiksel Yaratıcılıkları

Bu araştırmanın ikinci araştırma problemi öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin modelleme sürecinde bireysel olarak incelenmesine yöneliktir. Bu araştırma problemine yanıt aramak için, odak gruplardaki tüm öğrencilere aynı modelleme etkinliği (Harçlık Problemi Ek-10) bireysel olarak uygulanmıştır. Bu etkinlikten elde edilen veriler de diğer modelleme etkinliklerinden elde edilen veriler gibi daha önce belirlenen kodlar ve alt kodlara (akıcılık, esneklik, ilişkilendirme, kalite ve özgünlük boyutları) bağlı olarak ayrı ayrı analiz edilmiştir. Ancak, öğrencilerin bireysel yaratıcılığının aşamalılık boyutuna dair bulgu elde edilememiştir. Tüm analizlerden sonra öğrencilerin yanıtları derlenmiş tekrarlardan kaçınmak için öncelikle öğrencilerin fikirlerinin hepsi birlikte sunulmuştur. Daha sonra ilgili alt başlıklarda, öğrencilere ait verilerin tümü, yaratıcılığa ait boyutlarda birlikte tartışılmıştır.

4.3.1.1. Harçlık Probleminde Üretilen Fikirler

Harçlık probleminde aralarında on yaş fark olan abla-kardeşin problemi verilmiştir. Bu problemde Emre, ablasının on yıl önce almış olduğu harçlık miktarı kadar harçlık almaktadır. Aradan on yıl geçmesine rağmen, aynı miktarda (8 lira) harçlık alıyor olmasının adil olmadığını düşünmektedir. Problem durumunda, Emre'nin araştırmalarına dayanarak bulduğu 12 adet ürüne ait iki fiyat verilmiştir. Bu fiyatların ilki on yıl öncesine aittir. Problem durumu, Emre'nin harçlığına zam yapılıp, yapılmaması gerektiğine dair gerekçeler sunulmasını ve eğer zam yapılacaksa ne kadar zam yapılması gerektiğine karar verilmesini gerektirmektedir. Aşağıda öğrencilerin süreç içinde önerdikleri tüm fikirler sunulmuştur.

Fikir 1: Tüm Ürünlerin Fiyat Değişiminin Ortalamasını Hesaplamak (Gözde ve Mert)

Harçlık probleminde öğrencilerin aklına gelen ilk fikirlerden biri tüm ürünlerin ne kadar arttığı üzerinden düşünmektir. Bu fikir araştırmaya katılan iki öğrencinin (Gözde ve Mert) de aklına gelen ilk fikirdir. Bu öğrenciler her bir ürünün ilk fiyatı ile son fiyatının farkını almışlar ve on iki ürünün her birinin ne kadar değiştiğini bulduktan sonra bu fiyat farklarını toplayıp aritmetik ortalamasını bulmuşlardır. Ortalama aldıklarında yaklaşık 8 lira artış bulmuşlar ve öğrencinin harçlığına %100 zam yapılmasını önermişlerdir. On iki ürünün eski ve yeni fiyatlarından oluşan bu veri setindeki ürünlerin değeri çok farklı aralıklarla değişmektedir. Yani, veri setindeki verilerin açıklığı büyüktür. Bu eski ve yeni fiyatlardan oluşan veri seti uç değerleri barındırdığı için ve açıklık çok yüksek olduğu için her bir ürünün artış miktarından oluşan veri setinin ortalamasını almak etkili bir çözüm yolu değildir.

Fikir 2: Veri Setindeki Bazı Ürünlerdeki Artışın Ortalamasını Hesaplamak (Mert)

Mert'in önerdiği bir fikirdir. Veri setindeki uç verileri veri setinden atarak 1. Fikirde kullanılan yöntemi revize etmiştir. Öğrenci veri setinde sadece bir harçlığıyla alabileceği verileri (8 liranın altında olan ürünleri) alarak, bu ürünlerdeki fiyat farkı ortalamasını (2,26 TL) hesaplamıştır. Bu yaklaşımda öğrenci veri setindeki değerlerden birbirlerine yakın olanları alarak, bir ölçüt oluşturmuş ve uç verileri çözüme dahil etmemiştir. Öğrencinin bir haftalık harçlık ile bir defada alınabilen ürünler üzerinden giderek veri setini sınırlaması, uç verilerin ortalamayı etkilemesini engellemiştir. Dolayısıyla öğrenci harçlığa toplamda 2,25 TL zam yapılmasını önermiştir. Mert, bu çözüm önerisi ile önerdiği ilk fikirdeki (tüm ürünlerin fiyat değişiminin ortalamasını hesaplamak) eksiklikleri gidermiştir.

Fikir 3: Fiyatı En Çok Artan Ürün Üzerinden Artış Oranı Hesaplamak (Yiğit)

Yiğit adlı öğrenci tüm verilere baktıktan sonra sadece en yüksek fiyatlı ürünler üzerine odaklanarak çözüm üretmiştir. Veriler içinde eşofman ve bisiklet fiyatı en yüksek olan ürünlerdir. Bisikletin fiyatında indirim olmuştur. Öğrenci bu sebeple bu ürünü eleyerek sadece eşofman ürünü üzerinden bir değerlendirme yapmıştır. Öğrenci sadece bu üründeki artış miktarını iki katı oranında bulmuş ve bu değerden yola çıkarak harçlığın iki katı artması gerektiğini önermiştir.

Fikir 4: Artanların Ortalamasından Azalanların Ortalamasını Çıkarmak (Gözde)

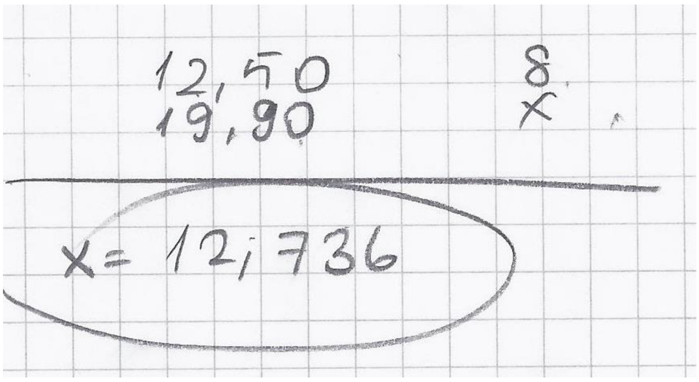
Gözde'nin önerdiği bu fikir ise veri setini fiyatı artanlar ve fiyatı azalanlar olarak ikiye ayırmaktır. Bu fikrin dayandığı temel fikir de fiyat farklarını alarak ürünlerin artış veya azalış miktarlarını bulmaktır. Öğrenci tüm artan ürünlerin fiyat farkı ortalamasını ve tüm azalan ürünlerin fiyat farkı ortalamasını ayrı ayrı hesaplamayı önermiştir. Daha sonra ortalama artıştan ortalama azalış miktarını çıkarmıştır. Ancak azalan ürünlerin sayısı sadece iki olmasına rağmen azalan ürünlerdeki ortalama fiyat azalışı, ortalama fiyat artışından daha fazladır. Dolayısıyla bu çözüm önerisine göre harçlığa zam değil indirim yapılması gerekmektedir.

Fikir 5: Her Bir Ürün İçin Artış Miktarının Yüzdesini Bulmak (Duru ve Ali)

Öğrencilerin (Duru ve Ali) çözümleri arasında sık rastlanan çözümlerden biri olan bu çözümün temel fikri veri seti içindeki verilerin ayrı ayrı değerlendirilmesine dayanmaktadır. Öğrencilerin önerdiği bu fikrin diğer fikirden ayrılan yanı, bu değerlendirmenin yüzde hesabı üzerinden yapılmış olmasıdır. Bu öğrenciler, her bir üründeki artış miktarını ve azalış miktarını yüzde olarak hesapladıktan sonra bu yüzde değerlerinin aritmetik ortalamasını alarak elde ettikleri değeri (%42) harçlığa yansıtma yoluna gitmişlerdir. Bu çözüme göre, sekiz liralık harçlığa yaklaşık olarak 3,5 lira daha zam yapılması gerekmektedir.

Fikir 6: Her Bir Ürünün Fiyatı ile Harçlık Arasında Orantı Kurma (Yiğit, Elif, Gözde)

Bu fikir de öğrencilerden üçünün (Yiğit, Elif ve Gözde) üzerinde çalıştığı fikirlerden biridir. Öğrenciler her bir ürün ile harçlık arasında doğru orantı kurmuşlardır. Öğrencilerin kurduğu orantılardan birinin örneği aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.16: Bir Ürünün Fiyatının Harçlık Fiyatına Orantısı

Öğrenciler yukarıdaki sunulan örnekte 12,50 TL futbol topunun ilk fiyatıdır ve 19,90 TL ise ürünün ikinci fiyatıdır. Orantıda, ürünün yeni ve eski fiyatları 8 TL'lik harçlığa orantılanmıştır. Örnekteki gibi, her bir üründeki artışı doğrudan harçlığa yansıtmışlardır. Ardından her bir ürün için hesaplanan harçlık değerinin ortalamasını alarak son harçlık miktarına karar vermişlerdir. Bu çözüm, beşinci fikir ile aynı yaklaşıma sahip olduğu için, beşinci çözüm ile aynı sonucu vermektedir. Bu fikri benimseyen öğrenciler yaklaşık olarak 3,5 TL zam yapılmasını önermişlerdir.

Fikir 7: Artan ve Azalan Ürünleri Ayrı Değerlendirerek Harçlıkla Orantı Kurma (Gözde)

Bu fikir altıncı fikre (her bir ürünün fiyatı ile harçlık arasında orantı kurma) benzemektedir. Bu fikri uygulayan öğrenci (Gözde) de her bir ürünün eski ve yeni fiyatı ile harçlık değeri arasında bir oran bulmuştur. Aşağıda fikrin daha kolay anlaşılabilmesi için bu fikrin uygulama basamakları adım adım açıklanmıştır.

1. Veriler öncelikle fiyatı artan ve fiyatı azalan olarak ayrılmıştır. Artan ürünler üzerinden harçlık değerleri hesaplandıktan sonra, bu değerlerin ortalaması alınmıştır (12,45).
2. Ortalama değer ile şu anki harçlık miktarı arasındaki fark bulunmuştur. Bu değer Gözde'ye göre, fiyatı artan ürünlerin ortalama artış miktarını vermektedir (12,45-8= 4,45).
3. Daha sonra aynı işlemler fiyatı azalan ürünler için de yapılmıştır. Fiyatı azalan her bir ürünün eski ve yeni fiyatı harçlık fiyatına oranlanarak, fiyatı azalan ürünlere göre harçlık miktarının ne kadar olması gerektiği bulunmuştur. Ardından azalan ürünlere göre hesaplanan harçlık değerinin ortalaması alınmıştır (6,01 TL).

4. Daha sonra bu ortalama değer ile şu anki harçlık miktarı arasındaki fark bulunmuştur. Bu değer fiyatı azalan ürünlere göre harçlık hesaplandığında şu anki harçlıkta yapılması gereken indirimi göstermektedir (8-6.01= 1,99).
5. Harçlığa yapılması gereken artış miktarından azalış miktarını çıkarak, harçlığın ne kadar değişmesi/artması gerektiğine karar verilmiştir (4,45 -1,99 =2,46).

Son adımda bulunmuş olan değer öğrencinin yaklaşık olarak alması gereken zamma işaret etmektedir. Öğrenci son olarak 2,5 lira zam yapılması gerektiğine karar vermiştir.

Fikir 8: Azalan ve Artan Ürünleri Ayrı Değerlendirerek Harçlığın Artış Miktarı için bir Orantı Kurma (Gözde)

Bu fikir altıncı (her bir ürünün fiyatı ile harçlık arasında orantı kurma) ve yedinci fikir (artan ve azalan ürünleri ayrı değerlendirerek harçlıkla orantı kurma) ile aynı düşünceye dayanmaktadır. Gözde adlı öğrenci artan ve azalan ürünleri ayrı ayrı değerlendirerek bir orantı kurmuştur. Öğrenci her bir ürünün eski ve yeni fiyatı arasındaki farkı bulmuştur. Bu fiyat farkları üzerinden her bir ürün için harçlıkla orantı kuran öğrenci, artan ve azalan ürünler üzerinden ayrı ayrı harçlığın artış ve azalış miktarlarının ortalamasını bulmuştur. Artan fiyatlara göre harçlığın ortalama olarak 4,45 artması, azalan fiyatlara göre harçlığın ortalama 1,99 lira azalması gerekmektedir. Bu iki değeri birbirinden çıkaran öğrenci harçlığa ortalama olarak 2,5 lira zam yapılması gerektiğini belirtmiştir. Bu fikir ve yedinci fikir temelde aynıdır. Ancak birinde harçlığın son değeri üzerine orantı kurulurken; diğerinde harçlığın artış miktarı üzerine orantı kurulmuştur.

Fikir 9: Tüm Ürünleri Birlikte Değerlendirerek Artış Yüzdesi Hesaplamak (Duru)

Duru adlı öğrencinin uyguladığı fikirdir. Bu fikirde öğrenci tüm eski fiyatlar ile tüm yeni fiyatları birlikte değerlendirmiştir. Yeni fiyatları toplamış ve ürünlerin toplam değerini bulmuştur. Eski fiyatlar için de aynı işlemi gerçekleştirmiştir. Sonra bu toplamlar arasındaki farkı bulmuştur ve bu fark ile eski fiyatların toplamı arasında yüzde artışını bulmak için orantı kurmuştur. Tüm fiyatlardaki toplam artışın %18 kadar olduğunu bulmuş ve bu artışı harçlığa uygulamıştır. Harçlığa yaklaşık olarak 1,5 lira zam yapılması gerektiğini öne sürmüştür.

Fikir 10: Tüm Ürünlerin Ne Kadar Sürede Alınabileceğini Hesaplamak (Elif)

Elif adlı öğrencinin öne sürdüğü fikirdir. Bu fikirde öğrenci her bir ürünü birlikte değerlendirmiştir. Tüm ürünlerin eski ve yeni fiyatlarının ayrı ayrı toplamını bulan öğrenci, harçlığın alım gücünü sınama yoluna gitmiştir. Tüm ürünlerin önce eski fiyatlarını harçlığa bölerek bu ürünleri hiç para harcanmazsa ne kadar sürede alınabileceğini hesaplamıştır (70,5 hafta). Daha sonra yeni fiyatlar üzerinden tüm ürünlerin toplam kaç haftada alınabileceğini hesaplamıştır (82,5 hafta). Öncelikle harçlığa zam yapılması gerektiğine karar vermiştir. Aradaki farkı kapatmak için yeni fiyatlara sahip ürünlerin aynı sürede (70,5 haftada) satın alınabilmesi gerektiğini öne sürmüştür. Bunun için ürünlerin yeni fiyatlarının toplamını ilk elde ettiği süreye bölmüş ve yeni fiyatlara sahip ürünlerin hepsini aynı sürede satın almak için ne kadar harçlığa ihtiyaç duyduğunu hesaplamıştır (9,37 lira). Dolayısıyla yaklaşık 1,5 lira zam yapmanın adil olacağını bulmuştur.

Fikir 11: Her Bir Ürünün Fiyat Artışının Bir Haftalık Harçlığı Ne Kadar Etkileyeceğini Bulmak (Mert)

Mert adlı öğrenci, diğer öğrencilerden farklı bir yaklaşımla her bir ürünün ne kadar sürede alınacağı üzerinden fikir yürütmüştür. Temelde bir harçlığı birim olarak kabul etmiş ve her bir ürünün kaç haftalık harçlıkla alacağını hesaplamıştır. Daha sonra her bir ürün için eski ve yeni fiyat arasındaki farkı bulan öğrenci, bu farkı bu ürünün alınabileceği süreye bölmüştür. Bu durumda her bir ürünün bir haftalık harçlığa etkisinin ne kadar olacağını hesaplamıştır. Ortalama olarak ne kadar zam yapılması gerektiğini bulmak için her ürün için bulduğu değerlerin ortalamasını (2,34) almıştır. Bu değer yaklaşık olarak 2,5 liraya yaklaştığı için, harçlığa 2,5 liralık zam yapılmasını önermiştir.

4.3.1.2. Öğrencilerin Akıcı Düşünme Becerileri

Öğrencilerin akıcı düşünme becerileri bireysel olarak incelendiğinde, her bir öğrencinin problem durumunu çözdüğü ve en az bir fikir ürettiği görülmektedir. Harçlık problemi diğer modelleme etkinliklerine göre daha net bir problem durumu ortaya koymaktadır. Bu durum öğrencilerin modelleme etkinliğine hemen adapte olmalarına olanak sağlamıştır. Öğrencilerin hemen hemen hepsi birkaç dakikalık süreden sonra fikir üretmeye başlamışlardır. Öğrenciler problem durumunun net olmasından, belki de akıllarına gelen her düşünceyi grup çalışmasında olduğu gibi dile getirmediklerinden veya araştırmacının öğrencilerin akıllarından geçirdikleri her şeyi gözlemleme şansı olmadığından, öğrencilerden hiç biri ilişkisiz akıcılık olarak kodlanabilecek, tamamen yanlış bir fikir öne sürmemiştir. Öğrencilerin ürettikleri fikirlere ve akıcılıklarına dair tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 4.21: Öğrencilerin Bireysel Olarak Ürettikleri Fikirler

	Öğrencilerin Ürettiği Fikirler	*Açıklama*
Ali	Fikir 5: Her Bir Ürün İçin Artış Miktarının Yüzdesini Bulmak	Ali adlı öğrenci, sadece bir fikir üretmiştir. Verileri organize ederken çok zaman harcamıştır. Anlama aşaması çok uzun süren öğrenci, aniden bir çözüm bulmuştur. Her bir ürünün artış yüzdesini bulması gerektiğini ve bu yüzdenin aritmetik *ortalamasını* alması gerektiğini önermiş ve çözüme ulaşmıştır. Farklı çözümler olabileceğini kabul etmiş; ancak farklı bir fikir daha öne sürmemiştir.
Yiğit	Fikir 3: Fiyatı En Çok Artan Ürünler Üzerinden Artış Oranı Hesaplamak Fikir 6: Her Bir Ürünün Fiyatı ile Harçlık Arasında Orantı Kurma	Toplamda iki fikir üreten Yiğit, öncelikle tüm verilerin bir listesini oluşturmuştur. Daha sonra fiyatı en çok olan ürünleri belirlemiş, bunlar içinde fiyatı en çok artmış ürünü belirlemiş. ve bu ürünün eski/yeni fiyatı arasında bir oran bulmuştur. Bu oranda fiyat iki katına çıktığı için, %100 zam yapılması gerektiğini önermiştir. Bu Yiğit'in aklına gelen ilk çözümdür. Ancak problem durumunda açıkça belirtilen "problem çözümünün duygusallıktan uzak ve mantıklı olması gerekliliği" ifadesini yeniden okuduktan sonra bu fikrinden vazgeçmiştir. Her bir ürünün yeni fiyatı ve eski fiyatı ile harçlığın değeri arasında oran kurmuş, doğrudan o ürünle bağlantılı olarak yeni harçlığın değerini bulmuştur. Daha sonra bulduğu harçlık değerlerinin *ortalamasını* almıştır.
Elif	Fikir 10: Tüm Ürünlerin Ne Kadar Sürede Alınabileceğini Hesaplamak Fikir 6: Her Bir Ürünün Fiyatı ile Harçlık Arasında Orantı Kurma	Elif adlı öğrenci, toplamda birbirinden bağımsız iki fikir üretmiştir. Ürettiği ilk fikirde diğer arkadaşlarından farklı bir yol izlemiştir. Öncelikle tüm ürünlerin eski fiyatlarını toplamış ve harçlık miktarına bölerek, tüm ürünlerin ne kadar sürede alınabileceğini bulmuştur. Daha sonra aynı işlemi ürünlerin yeni fiyatları üzerine uygulamıştır. Arada 12 haftalık fark olduğu bulan öğrenci, harçlığa zam yapılması gerekliliğini savunmuştur. Daha sonra ürünlerin yeni fiyatlarını, ilk fiyatlarının edinilebileceği süreye bölen öğrenci yeni harçlık değerini bulmuştur. Bu çözümü kenara koyan öğrenci, "çözüm yeterince etkili mi? Acaba başka bir çözümü var mı?" diyerek farklı bir çözüm arayışı içine girmiştir. Daha sonra, her bir ürünün eski ve yeni fiyatıyla harçlığın değeri arasında orantı kuran Elif, olması gereken harçlık değerlerinin *ortalamasını* almıştır. İki fikirde farklı sonuç bulan Elif, tüm veri ayrı ayrı değerlendirildiğinde uç veriler olduğu için ortalama almanın mantıklı olmadığına karar vererek, ilk yaptığı çözümü savunmuştur.
Mert	Fikir 1: Tüm Ürünlerin Fiyat Değişiminin Ortalamasını Hesaplamak Fikir 2: Veri Setindeki Bazı Ürünlerdeki Artışın Ortalamasını Hesaplamak Fikir 11:Her Bir Ürünün Fiyat Artışının Bir Haftalık Harçlığı Ne Kadar Etkileyeceğini Bulmak	Mert adlı öğrencinin süreç içinde toplamda üç fikir ürettiği görülmektedir. Bu fikirlerden ilki tüm ürünlerin eski ve yeni fiyatlarının toplamları arasındaki farka baktıktan sonra, bu farkı ürün sayısına bölerek *ortalama* almıştır. Ancak Mert bu çözümün harçlık üzerinde %100 zam yapmak anlamına geldiğini ve uç verilerin ortalamayı çok etkilediğini fark etmiştir. Buradan hareketle Mert, uç verileri atarak sadece bir harçlık miktarıyla alınabilecek ürünlerdeki artışın ortalamasını alarak ikinci bir çözüm üretmiştir. Öğrenci birim olarak bir haftalık harçlığı seçmiş ve tüm kıyaslamalarını bu bir haftalık harçlık üzerine inşa etmiştir. Öğrenci sadece bazı verileri kullanarak ürettiği bu çözümünden hareketle yeni bir çözüm daha ileri sürmüştür. Bu çözümde tüm verileri kullanarak, her bir ürünün kaç haftada alınabileceğini hesaplamış ve her bir üründeki artış miktarını ürünün alınabileceği süreye bölmüştür. Böylece öğrenci her bir ürünün bir haftalık harçlığa ne kadar yansıyacağını hesaplamıştır. Daha sonra bu ürünlerin ortalamasını alan öğrenci, ilk iki fikrindeki zayıflıkları gidermiş, odak gruplarda tek yedinci sınıf öğrenci olmasına rağmen, oldukça etkili bir çözüm üretmiştir.
Duru	Fikir 3: Fiyatı En Çok Artan Üzerinden Artış Oranı Hesaplamak Fikir 5: Her Bir Ürün İçin Artış Miktarının Yüzdesini Bulmak	Duru'nun bu modelleme etkinliğinde üç farklı fikir ürettiği görülmüştür. Aklına gelen ilk fikir, fiyatı en çok artan üründeki artış oranını harçlığa zam olarak yansıtmaktır. Daha sonra yüzde problemlerini hatırlayan Duru, öncelikle her bir harçlığın artış miktarının yüzdesini bulmuş daha sonra ise bu yüzdelerin aritmetik *ortalamasını* almıştır. Ancak daha sonra tüm ürünleri birlikte değerlendirmiş ve fiyatları topladıktan sonra alım gücünün ne kadar artması gerektiğini yüzde olarak hesaplamıştır.

	Fikir 9: Tüm Ürünleri Birlikte Değerlendirerek Artış Yüzdesi Hesaplamak	
Gözde	Fikir 1: Tüm Ürünlerin Fiyat Değişiminin Ortalamasını Hesaplamak	Gözde isimli öğrenci toplamda beş farklı fikir üretmiştir. Gözde'nin aklına da gelen ilk fikir öncelikle fiyat değişiminin ortalamasını almaktır. Her bir üründeki fiyat değişimini toplayarak ürün sayısına bölen Gözde, yapılması gereken zammın %100 gibi çok büyük bir değer olmaması gerektiğini düşünerek farklı bir çözüm arayışına girmiştir. Daha sonra bu fikir ile bağlantılı olarak fiyatı artan ürünlerin ve azalan ürünlerin toplam fiyat değişimini ayrı ayrı hesaplayıp, bu değişimin farkını almayı düşünmüştür. Ancak fiyatı azalan ürünlerde uç veri olmasından dolayı, ürünlerin azalış miktarı artış miktarından fazla çıkmıştır. Bu yüzden bu fikirden vazgeçmiştir. Gözde'nin aklına gelen bir diğer fikir ise, her bir ürünün eski ve yeni fiyatı ile var olan harçlık miktarı arasında doğru orantı kurarak, yeni harçlık değerini bulmaktır. Bulduğu bu değerlerin *ortalamasını* alan Gözde'nin daha sonra aynı işlemi ürünlerin ortalama ne kadar arttığını ve azaldığını bulmak için de uyguladığı görülmüştür. Bulduğu artış miktarından azalış miktarını çıkararak, harçlığa yapılması gereken zammı bulmuştur.
	Fikir 4: Artanların Ortalamasından Azalanların Ortalamasını Çıkarmak	
	Fikir 6: Her Bir Ürünün Fiyatı ile Harçlık Arasında Orantı Kurma	
	Fikir 7: Artan ve Azalan Ürünleri Ayrı Değerlendirerek Harçlıkla Orantı Kurma	
	Fikir 8: Azalan ve Artan Ürünleri Ayrı Değerlendirerek Harçlığın Artış Miktarına Orantı Kurma	

Tabloda görüldüğü gibi, bir öğrenci (Ali) dışında tüm öğrenciler birden fazla fikir üretmişlerdir. Öğrencilerin ürettiği fikir sayısı bir ile beş arasında değişmektedir. Bu durumda, üretilen fikir sayısına bakılarak, en fazla fikri (beş fikir) Gözde adlı öğrencinin ürettiği görülmektedir. Duru ve Mert üçer fikir üretmiştir. Yiğit ve Elif adlı öğrenciler ise tüm süreçte ikişer fikir üretmişlerdir. Ali sadece bir fikir üretmiştir. Bu öğrencilerin fikirleri bu modelleme etkinliği çerçevesinde değerlendirildiğinde her bir öğrencinin ortalama olarak 2,6 fikir ürettiği varsayılabilir. Ancak bir öğrenci beş fikir üretirken diğer bir öğrenci sadece bir fikir önerebilmiş ve tek çözüm bulmuştur. Buradan hareketle öğrencilerin bu modelleme etkinliğindeki akıcı düşünme becerilerinin bireysel olarak farklılık gösterdiği söylenebilir.

Tüm öğrencilerin ürettiği toplam fikir sayısı on altıdır. Bunlardan on bir tanesi birbirinden farklı fikirler olmasına rağmen aynı fikirlerin üretildiği de görülmüştür. Ali ve Duru isimli öğrencilerin ikisi de “Her Bir Ürün İçin Artış Miktarının Yüzdesini Bulmak” (Fikir 5) çözümünü üretmişlerdir. Mert ve Gözde’nin aklına gelen ilk fikir “Tüm Ürünlerin Fiyat Değişiminin Ortalamasını Hesaplamak” (Fikir 1)’tır. Duru ve Yiğit’in aklına gelen ilk fikir ise “Fiyatı En Çok Artan Üzerinden Artış Oranını Hesaplamak” (Fikir 3)’tır. Benzer olarak Elif, Yiğit ve Gözde ise “Her Bir Ürünün Fiyatı ile Harçlık Arasında Orantı Kurma” fikrine odaklanmışlardır. Bu fikir temelde Ali’nin ürettiği “Her Bir Ürün İçin Artış Miktarının Yüzdesini Bulmak” fikriyle hemen hemen aynı temel düşünce üzerine inşa edilmiştir.

Öğrencilerin aynı çözüm yollarına veya fikirlere odaklanması, problemin yapısından da kaynaklanıyor olabilir. Bu modelleme etkinliği, öğrencilerin bireysel olarak çalışacakları düşüncesiyle daha net bir problem durumu ve diğer problem durumlarına göre görece daha kolay bir problem olduğundan seçilmiştir. Örneğin bu problem durumu belirsizlik açısından karşılaştırıldığında büyük ayak probleminin yöntemi gibi belirsiz ve örtük değildir. Farklı bir açıdan kıyaslanacak olursa, bu modelleme etkinliği problem durumu açısından da büyük ayak problemi kadar anlaşılması zor değildir. Modelleme etkinliği açık ya da kapalı uçlu olmasına göre değerlendirilecek olursa kütüphane problemi kadar açık uçlu da değildir. Ancak belirgin bir biçimde, öğrencilerin tek başlarına performans göstermeleri ve tartışma ortamından bağımsız olmalarına rağmen, bu modelleme etkinliğinde bile öğrencilerin akıcı düşünme becerilerinde farklılıklar gözlenmiştir.

4.3.1.3. Öğrencilerin Esnek Düşünme Becerileri

Esneklik, bireyin ne kadar farklı düşünebildiğiyle ilgilidir. Esnek düşünme becerisi, farklı düşüncelere geçebilme ve farklı çeşitte fikir üretme becerisidir. Bu açıdan öğrenci çözümleri, bütünsel olarak bakılarak öncelikle öğrencilerin ürettiği tüm fikirler, fikirlerin altında yatan ve kullanılan kavramlar temelinde değerlendirilmiştir. Öğrencilerin fikirleri, fikirlerin benzerliklerden yola çıkılarak gruplandırılmıştır. Tüm öğrencilerin bu modelleme etkinliğinde ürettiği fikirlerin birlikte değerlendirilmesi sonucunda aşağıdaki tablo ortaya çıkmaktadır.

Tablo 4.22: Fikirlerin Esneklik Kategorisi

Esneklik (Kavram)	*Fikirler*	*Açıklama*
Oran	Fikir 3: Fiyatı En Çok Artan Üzerinden Artış Oranı Hesaplamak	Bu fikrin altında yatan temel düşünce orandır. Fiyat artışlarına bakılarak, en büyük oranda artış yapılan ürün seçilmiş (2 katı bir artış var), o üründeki oranı harçlığa yansıtılmıştır (harçlığı iki ile çarpmıştır). Öğrenciler orantı kurmamışlardır.
Ortalama	Fikir 1: Tüm Ürünlerin Fiyat Değişiminin Ortalamasını Hesaplamak	Bu üç fikirde öğrencilerin kullandığı ve odaklandığı kavram aritmetik ortalamadır. Fikirlerin tümünde, bazı ürünlerin veya tüm ürünlerin fiyat değişimine bakılarak bu değişimin ortalaması alınmıştır.
	Fikir 2: Veri Setindeki Bazı Ürünlerdeki Artışın Ortalamasını Hesaplamak	
	Fikir 4: Artanların Ortalamasından Azalanların Ortalamasını Çıkarmak	
Orantı	Fikir 6: Her Bir Ürünün Fiyatı ile Harçlık Arasında Orantı Kurma	Bu üç fikirde de öğrenciler orantı kurmuşlardır. Öğrenciler ürün fiyatları ile harçlık arasında aynı temel yaklaşım ile orantı kurmuşlar, olması gereken harçlık değerini veya olması gereken harçlık artış miktarını bulmuşlardır.
	Fikir 7: Artan ve Azalan Ürünleri Ayrı Değerlendirerek Harçlıkla Orantı Kurma	
	Fikir 8: Azalan ve Artan Ürünleri Ayrı Değerlendirerek Harçlığın Artış Miktarına Orantı Kurma	
Yüzde Hesabı	Fikir 5: Her Bir Ürün İçin Artış Miktarının Yüzdesini Bulmak	Bu iki fikrin altında yatan temel fikir orantı kavramıdır ancak, diğer fikirlerden farklı olarak öğrenciler yüzde kavramına odaklanmışlardır. Üretilen bu iki fikirde de öğrenciler yüzde hesabı yaparak çözüme ulaşmışlardır.
	Fikir 9: Tüm Ürünleri Birlikte Değerlendirerek Artış Yüzdesi Hesaplamak	
Zaman	Fikir 10: Tüm Ürünlerin Ne Kadar Sürede Alınabileceğini Hesaplamak	Bu fikirde öğrenci, tüm ürünlerin aynı sürede alınabilmesi için yeni harçlık miktarının ne kadar olması gerektiğini hesaplamıştır. Öğrenci satın alma gücünü "zaman" parametresi üzerinden değerlendirmiştir. Bu bakımdan bu fikir tek başına ayrı bir kategori altında değerlendirilmiştir.

Birim Fiyattaki Değişim	Fikir 11: Her Bir Ürünün Fiyat Artışının Bir Haftalık Harçlığı Ne Kadar Etkileyeceğini Bulmak	Bu fikirde öğrenci, her bir üründeki artışın bir haftalık harçlığa ne kadar yansıyacağını hesaplamıştır. Öğrenci bir haftalık harçlığı birim fiyat olarak değerlendirmiş ve ürünlerdeki değişimi bu fiyat üzerinden değerlendirmiştir. Bu yaklaşımda öğrenci, bir ölçüt belirleyerek tüm verileri bir haftalık harçlık üzerinden değerlendirmiştir. Bu fikir bağlam bakımından diğerlerinden ayrıldığı için tek başına değerlendirilmiştir.

Yukarıdaki tabloda tüm öğrencilerin esnek düşünme becerileri birlikte verilmiştir. Tabloda görüldüğü üzere öğrencilerin ürettiği tüm fikirler ortak özelliklerine göre sınıflandırıldığında, bu fikirler beş ana kavram etrafında toplanmaktadır. Bu kavramlar oran, orantı, yüzde hesaplama, ortalama ve zaman kavramlarıdır. Öğrencilerin bireysel ürettikleri fikirler, ürettikleri tüm fikirlerin birlikte değerlendirildiği esneklik kategorilerine bağlı olarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerin esneklik puanlarının hesaplanması, kıyaslama bakımından yardımcı olacağı için her bir öğrencinin esneklik puanı hesaplanmıştır. Klasik esneklik puanı hesaplanmasında (Torrance, 1995) her bir fikir üretilen diğer fikirlerle ilişkili olarak tek tek değerlendirilir. Böylece öğrencinin ürettiği fikir sayısına bağlı olarak her bir fikrin esnekliği nicelleştirilmiş olur. Her bir öğrenci için yapılmış olan klasik esneklik değerlendirilmesi aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.23: Öğrencilerin Esnek Düşünme Beceri

Öğrenciler	*Öğrencilerin Ürettiği Fikirler*	*Esneklik (Kavram)*	*Açıklama*
Ali	Fikir 5: Her Bir Ürün İçin Artış Miktarının Yüzdesini Bulmak	Yüzde	Ali adlı öğrenci, sadece bir fikir üretmiştir. Ürettiği fikirdeki temel düşünce, her bir ürünün artış miktarını yüzde olarak belirlemektir. Ali'nin bu modelleme etkinliğinde tek fikir ürettiği için esnek düşünme becerisi hakkında net bir yorum yapılamamaktadır.
Yiğit	Fikir 3: Fiyatı En Çok Artan ürün Üzerinden Artış Oranı Hesaplamak	Oran	Toplamda iki fikir üreten Yiğit, ilk fikrinde en çok artış gösteren ürünün artış oranına odaklanmıştır. Yiğit'in ilk odaklandığı kavram orandır. Her bir ürün ile harçlık arasında orantı kuran Yiğit'in ikinci çözümünde odaklandığı kavram ise orantıdır. Yiğit'in iki farklı düşüncede farklı kavramlara odaklandığı görülmektedir. Yiğit'in her bir fikri ayrı esneklik kategorisinde olduğu için, iki esnek düşünce üretmiştir.
	Fikir 6: Her Bir Ürünün Fiyatı ile Harçlık Arasında Orantı Kurma	Orantı	
Elif	Fikir 10: Tüm Ürünlerin Ne Kadar Sürede Alınabileceğini Hesaplamak	Zaman	Elif adlı öğrenci, toplamda birbirinden bağımsız iki fikir üretmiştir. Ürettiği ilk düşüncede tüm ürünlerin var olan harçlık miktarıyla ne kadar sürede alınacağına odaklanan Elif'in üzerinde çalıştığı ilk kavram zamandır. İkinci çözüm yolu da üretmek için çalışan Elif, ikinci olarak da harçlık ve ürün fiyatları arasında orantı kurmuştur. Elif'in, her bir fikri ayrı esneklik kategorisinde olduğu için, iki esnek düşünce üretmiştir.
	Fikir 6: Her Bir Ürünün Fiyatı ile Harçlık Arasında Orantı Kurma	Orantı	
Mert	Fikir 1: Tüm Ürünlerin Fiyat Değişiminin Ortalamasını Hesaplamak	Ortalama	Mert adlı öğrencinin süreç içinde toplamda üç fikir ürettiği görülmektedir. Bu fikirlerden ilk ikisinde ürünlerin fiyat değişimlerinin ortalamasını almıştır. Dolayısıyla bu iki fikrin altında yatan düşünce ortalama kavramına dayanmaktadır. Üçüncü fikrinde ise, her bir ürünün öncelikle kaç haftada alınabileceğini hesaplamış, daha sonra ürünün fiyat değişimini bu süreye bölmüştür. Öğrenci bir bakıma tüm ürünleri bir haftalık harçlık üzerinden düşünmüştür. Bu fikirde öğrenci, her bir üründeki değişimin birim fiyattaki (harçlıktaki) alım gücüne ne kadar etki ettiğini hesaplayarak çözüme ulaşmıştır. Mert'in odaklandığı kavramlara bakıldığında, iki farklı kategoride çözüm ürettiği görülmüştür. Bu kavramlar, ortalama ve birim fiyattaki değişimdir. Mert iki esnek düşünce üretmiştir.
	Fikir 2: Veri Setindeki Bazı Ürünlerdeki Artışın Ortalamasını Hesaplamak	Ortalama	
	Fikir 11:Her Bir Ürünün Fiyat Artışının Bir Haftalık Harçlığı Ne Kadar Etkileyeceğini Bulmak	Birim Fiyata Etki	
Duru	Fikir 3: Fiyatı En Çok Artan Üzerinden Artış Oranı Hesaplamak	Oran	Duru'nun bu modelleme etkinliğinde üç farklı fikir ürettiği görülmüştür. Duru'nun aklına gelen ilk fikir, fiyatı en çok artan ürünün artış oranını hesaplamaktır. Bu fikir oran kavramına odaklanmıştır. Duru'nun aklına gelen diğer iki fikir ise fiyat değişiminin yüzde olarak hesaplanmasına dayanmaktadır. Duru'nun ilk fikri diğer fikirlerinden ayrıştığı için toplamda iki farklı kavram üzerine fikirlerini inşa ettiği görülmüştür. Duru iki esnek düşünce üretmiştir.
	Fikir 5: Her Bir Ürün İçin Artış Miktarının Yüzdesini Bulmak	Yüzde	
	Fikir 9: Tüm Ürünleri Birlikte Değerlendirerek Artış Yüzdesi Hesaplamak	Yüzde	

Gözde	Fikir 1: Tüm Ürünlerin Fiyat Değişiminin Ortalamasını Hesaplamak	Ortalama	Gözde isimli öğrenci toplamda beş fikir üretmiştir. Gözde'nin aklına gelen ilk fikir fiyat değişiminin ortalamasını almaktır. Gözde'nin aklına gelen diğer fikirlerin altında yatan düşünce ise, her bir ürünün eski ve yeni fiyatı ile var olan harçlığı arasında doğru orantı kurarak, yeni harçlık değerini bulmaktır. Gözde'nin ilk iki fikrinde odaklandığı kavram ortalama iken, son üç fikrinde odaklandığı kavram orantıdır. Gözde çok fikir üretmesine rağmen toplamda iki farklı kavram üzerinde düşünmüştür. İki esnek düşünce üretmiş olduğu için akıcı düşünmesine rağmen çok esnek düşünemediği yorumu yapılabilir.
	Fikir 4: Artanların Ortalamasından Azalanların Ortalamasını Çıkarmak	Ortalama	
	Fikir 6: Her Bir Ürünün Fiyatı ile Harçlık Arasında Orantı Kurma	Orantı	
	Fikir 7: Artan ve Azalan Ürünleri Ayrı Değerlendirerek Harçlıkla Orantı Kurma	Orantı	
	Fikir 8: Azalan ve Artan Ürünleri Ayrı Değerlendirerek Harçlığın Artış Miktarına Orantı Kurma	Orantı	

Tablo 4.23’de verilmiş olan öğrencilerin esnek düşünme becerileri bütüncül olarak mercek altına alındığında, genellikle tüm öğrencilerin süreç içinde birkaç temel kavrama odaklandıkları görülmüştür. Tüm öğrencilerde öne çıkan kavramlar; orantı, yüzde ve ortalama kavramlarıdır. Yüzde kavramının da orantı kavramından bağımsız olmadığı düşünülebilir. Yüzde kavramı da orantı kavramı altında ele aldığında, Mert hariç diğer tüm öğrencilerin fikirlerinde orantı kavramının en az bir fikrin temelini oluşturmakta olduğu ortaya çıkmaktadır. Bu yaklaşımla tüm öğrencilerin kullandığı kavramların, çözümlerde odaklanılan fikirlerin temelinde orantı kavramı olduğu söylenebilir. Dolayısıyla, tüm öğrencilerin çözümlerinde öncelikle orantı kavramı daha belirgin olarak öne çıkmaktadır.

Orantı kavramından sonra hangi kavramın daha çok kullanıldığına bakıldığında, öğrencilerin fikirlerinin hepsi incelendiğinde, bütün öğrencilerin ürettiği çözümlerinden en az birinde ortalama kavramını kullandığı görülmektedir. Öğrencilerin, ürünleri tek tek değerlendirdikleri tüm çözümlerinde (Fikir 1, Fikir 2, Fikir 4, Fikir 5, Fikir 6, Fikir 7, Fikir 8, Fikir 11) sonuca ulaşmak için ortalama aldıkları görülmektedir. Bu açıdan tüm öğrenciler, en az bir çözümlerinde aritmetik ortalamayı hesaplamışlardır.

Öğrencilerin tek tek kaç kavram üzerinde düşündüğü incelendiğinde, kaç fikir üretirlerse üretsinler toplamda iki kavram üzerinde fikirlerini yoğunlaştırdıkları görülmektedir. Bu kavramlar genellikle oran, orantı, yüzde, ortalama kavramlarından ikisi olmuştur. Ancak öğrencilerden ikisi bu bağlamların dışında fikir üretmişlerdir. Elif ve Mert’in ürettiği fikirler diğerlerinden çözüm yollarından farklılaşmaktadır. Elif’in odaklandığı kavram zamandır. Zaman kavramı temelinde şekillenen fikirde (Fikir 10: Tüm ürünlerin ne kadar sürede alınabileceğini hesaplamak), eski fiyatlı ve yeni fiyatlı tüm ürünlerin eşit sürede alınması hedeflenerek çözüm üretilmiştir. Zaman kavramı toplamda üretilen 16 fikirde sadece bir kere, Elif adlı öğrenci tarafından ortaya atılmıştır. Benzer şekilde, Mert’in önerdiği çözüm yolu da, kullanılan ve odaklanılan kavramlar açısından diğer çözümlerden (11’i farklı toplam 16 çözüm) farklılaşmaktadır. Öğrencinin tüm ürünleri bir haftalık harçlık üzerinden düşünmesi, her bir üründeki değişimin bir haftalık harçlığa nasıl etki edeceğini bulmaya çalışması, öğrencinin ölçmek için bir birim oluşturması, diğer fikirlerden içerik ve çözüm yolu açısından farklıdır. Ek olarak bu bağlam sadece Mert tarafından önerilmiştir. Mert diğer öğrencilerden sınıf düzeyi olarak bir sınıf daha küçüktür. Öğrencinin problemlere bakış açısındaki bu farklılık, öğrencinin sınıf seviyesinden, karşılaştığı müfredat ve soru tiplerinin diğer arkadaşlarından farklı olmasından kaynaklanıyor olabilir.

4.3.1.4. Öğrencilerin İlişkilendirme Becerileri

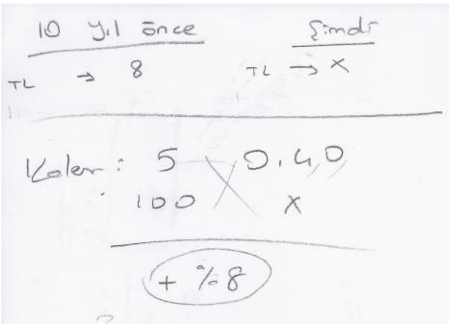
Bu modelleme etkinliğinde tek başlarına problem çözdükleri için öğrencilerin bilişsel süreçleri ve örtük olan ilişkilendirme becerileri çok iyi gözlemlenememiştir. Bu süreç öğrencilerin doğrudan yansıttığı verilerle sınırlı kalmıştır. Bu sınırlılığa rağmen, öğrencilerin kullandıkları gösterimler ve yüksek sesle yaptıkları çıkarımlar bu boyut altında incelenmiştir. Her bir öğrenciye dair gözlemlenebilen ilişkilendirmeler aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 4.24: Öğrencilerin İlişkilendirme Becerileri

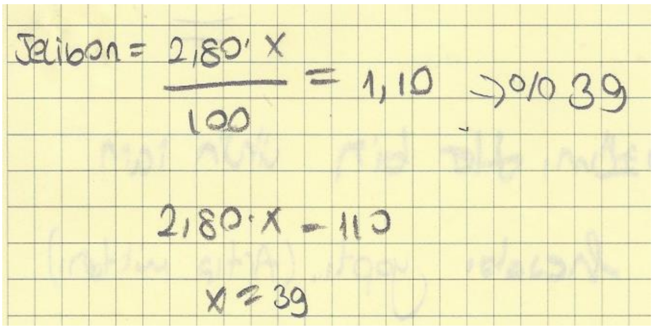
Öğrenciler	*İlişkilendirme Türü*	*Açıklama*
Ali	Gerçek Yaşam İliş. Gösterimler (Cebir)	Ali adlı öğrencinin bu modelleme etkinliği süresince iki gerçek yaşam ilişkilendirmesi yaptığı gözlenebilmiştir. Orantı kurarak cebirsel gösterim yapmıştır.
Yiğit	Gerçek Yaşam İliş. Gösterimler (Cebir) Kavram İlişkilendirmesi	Yiğit adlı öğrenci, gerçek yaşam ilişkilendirmesi yanında orantı kavramını kullanarak ve modelleme etkinliğini daha önce öğrendiği kar/zarar problemlerine benzeterek ilişkilendirmeler yapmıştır.
Elif	Gösterimler (Cebir) Gösterimler (Tablo) Gerçek Yaşam İliş.	Elif'in gösterimlerine bakıldığında; orantı kavramını kullanmış olduğu için cebirsel gösterim kullanmış ve tüm verileri tablolaştırmış olduğu görülmektedir. Elif süreç boyunca diğer tüm öğrenciler gibi gerçek yaşam ilişkilendirmesi yapmış ve kar/zarar problemlerinin de bu probleme benzediğini belirtmiştir.
Mert	Gerçek Yaşam İliş. Gösterimler (Tablo)	Mert, bu modelleme etkinliğinde verileri tablo içinde organize etmiştir. Birden çok kez, gerçek yaşam ilişkilendirmesi yapmıştır.
Duru	Gösterimler (Cebir) Gerçek Yaşam iliş. Kavram İlişkilendirmesi Gösterimler (Şema)	Duru, orantı kurarken, cebirsel gösterim kullanmıştır. Bunun dışında gerçek yaşam ilişkilendirmesi ve yüzde problemleri ilişkilendirmesi yapmıştır.
Gözde	Gerçek Yaşam İliş. Kavram İlişkilendirmesi Gösterimler (Cebir) Gösterimler (Tablo)	Gözde gerçek yaşam ilişkilendirmesinin yanında, yüzde ve kar/zarar problemleri ilişkilendirmesi yapmıştır. Tüm verileri daha anlamlı olabilir mi diye, cebirsel olarak ifade etmiş, ayrıca orantı kurarken cebirsel gösterim kullanmıştır. Tüm verileri de tablo şekilde organize etmiştir.

Yukarıdaki tabloda verilmiş olan öğrencilerin ilişkilendirmelerine bakıldığında öğrenciler tarafından en çok yapılan ilişkilendirmenin gerçek yaşam ilişkilendirmesi olduğu görülmektedir. Öğrencilerin gerçek yaşam ilişkilendirmesinde kendi ihtiyaçlarından ve yaşamlarından yola çıkarak çıkarımlarda bulundukları görülmüştür. Öğrencilerin modelleme etkinliği başlarında verileri organize ettikleri, ihtiyaçlara göre sınıflandırdıkları, problemi anlama süresinde "Acaba tüm hepsini alması gerekiyor mu?/ Kırtasiye vb. gruplara ayırayım!/ Hangisine ihtiyacı var, belirleyeyim." gibi sorular/öneriler yönelttikleri görülmüştür. Bu sorular ve öğrencilerin bu sorulara verdikleri cevaplar, gerçek yaşam ilişkilendirmesi başlığı altında kodlanmıştır. Benzer olarak, öğrencilerin verileri gruplarken “Kendisinin alması gerekenler, ailenin alması gerekenler, sürekli lazım olanlar, yenilenmesi gerekenler, çocuk bunları alır mı?/ 13 yaşında bir çocuk hangilerini alır?“ gibi sorular ve etiketler ürettikleri görülmüştür. Benzer olarak örneğin Elif adlı öğrenci “Bir kere on yılda her şey pahalanıyor; kesin zam lazım.” demiştir. Benzer şekilde Gözde, “Her şey zamlanmış baksanıza; bu çocuk nasıl yetiştirsin bu parayı!” diyerek kendi duygularına vurgu yapmıştır. Duru adlı öğrenci ise, ilk aklına gelen fikirde “Ben olsam, en fazla artanı seçerim.” diyerek, kendi yaşantısından çıkarım yapmıştır.

Öğrencilerin gösterim kullanmaları bir ilişkilendirme türü olarak ele alındığı, en çok yapılan ilişkilendirmenin cebirsel ilişkilendirme olduğu görülmektedir. Öğrencilerin birçoğu çözüm yolu için orantı kurmayı tercih etmiştir. Bu da verilerin cebirsel gösterime dönüşmesini gerektirmektedir. Mert adlı öğrenci hiç orantı kurmadığından bu gösterimi hiç kullanmamıştır. Aşağıda öğrencilerin orantı kurarken kullandıkları cebirsel gösterimlere örnekler sunulmuştur (Şekil 4.17- 4.18).

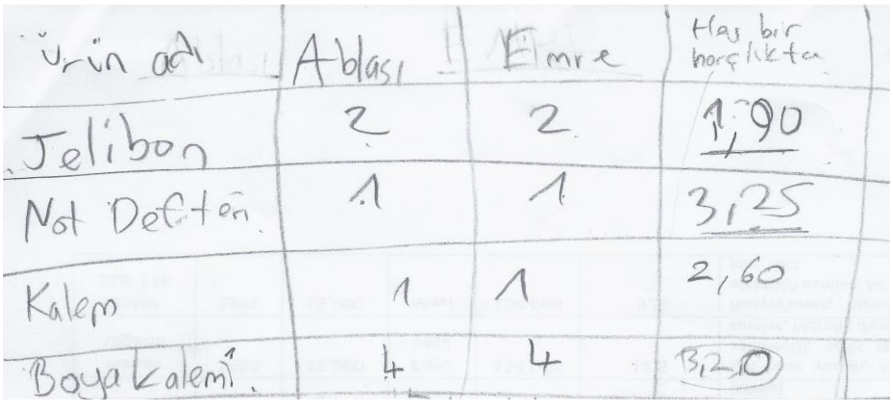


Şekil 4.17: Elif’in Cebirsel Gösterimi



Şekil 4.18: Duru‘nun Cebirsel Gösterimi

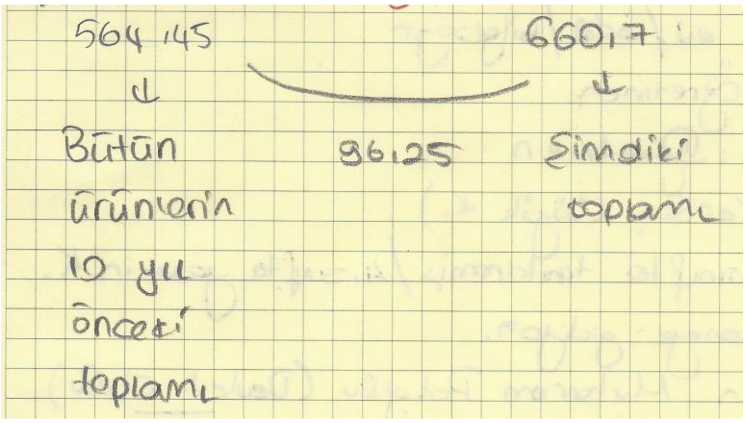
Bununla birlikte, öğrencilerin bu problem durumu içinde gösterdikleri ilişkilendirme biçimlerinden biri de tablo gösterimidir. Öğrencilerin hemen hemen hepsi verileri organize ederken tablo gösterimine ihtiyaç duymuş ve verileri tablo şeklinde organize etmiştir. Verileri daha net görmek için tablo yapan öğrencilerden Mert’in çözümün bir parçası olarak oluşturduğu tablo aşağıda sunulmuştur (Şekil 4.19).



Ürün adı	Ablası	Emre	Has bir harçlıkta
Jelibon	2	2	1,90
Not Defteri	1	1	3,25
Kalem	1	1	2,60
Boya kalemi	4	4	3,20

Şekil 4.19: Mert'in Çözümünde Kullandığı Tablo

Gösterimlerle ilişkilendirmeye örnek verilebilecek durumlardan biri de Duru'nun yapmış olduğu çizimdir. Duru, problemi çözmek için genellikle tüm modelleme etkinliklerinde olduğu gibi kendisine bir şema çizimi yapmıştır. Bu basit çizimler, öğrenci tarafından genellikle problemi anlama ve özetleme amacıyla kullanılmaktadır. Aşağıda verilmiş olan şema ise (Şekil 4.20), öğrencinin çözüm için yaptığı ara basamağın bir özeti şeklindedir.



Şekil 4.20: Duru'nun Şema Gösterimi

Öğrencilerin bu modelleme etkinliğinde yaptıkları ilişkilendirmelerden biri de kavramlar arası ilişkilendirmedir. Bu modelleme etkinliği sırasında, Mert ve Ali hariç tüm öğrenciler benzer türde problemler ile ilişki kurmuşlar ve bunu tartışmalarında da belirtmişlerdir. Öğrenciler modelleme etkinlikleri esnasında "Ya şöyle bir problemler yok muydu? / Daha önce karlı, zararlı problemler öğrenmiştik?/ Yüzde hesabı yaptığımız problemlere benziyor./ Şu kadar artıyorsa, ne kadar artarlar vardı?" gibi sorular sormuşlar ve daha önce öğrendikleri kar/zarar problemleriyle ilişki kurmuşlardır. Problemin yapısı gereği, problem durumunun bu gibi bir ilişkilendirmeye açık olduğu varsayılabilir. Mert hariç, öğrencilerin hemen hepsinin en az bir çözümünde orantı kurması, öğrencilerin bu problemlerle ilişkilendirmesinin sonucu olabilir. Çünkü, Mert ve Gözde diğer arkadaşlarından bir alt sınıfta öğrenim görmektedir. Ancak Gözde, Mertten farklı olarak ek ders almaktadır. Dolayısıyla Mert henüz yüzde/kar/zarar ve faiz hesaplamalarını öğrenmemiş olabilirken, Gözde farklı kaynaklardan bu konuyu öğrenmiş olabilir. Çünkü Gözde de diğer öğrenciler gibi " şu problemler nasıldı, hani şu kadar artıyordu?" şeklinde daha önceden öğrenmiş olduğu yüzde/kar/zarar problemlerini hatırladığını belirtecek cümleler kurmuştur. Mert'in hiç bu şekilde bir ilişkilendirme yapmamış olması Mert'in bu problemleri öğrenmemiş olduğuna işaret ediyor olabilir. Diğer taraftan Mert'in çözümlerinde hiç orantı kurmamasının ve çözümlerindeki farklı bakış açısının nedeni bu öğrenmeden ve ilişkilendirmeden uzak olması olabilir. Mert'in öğrenmediği bu konu bu modelleme etkinliğinde öğrencinin diğer arkadaşlarından farklı bir fikir önermesi ve farklı bir ilişkilendirme yaparak çözüme ulaşmasını sağlamış olabilir. Maalesef bu süreçte Mert'in yüzde/kar/zarar problemlerini öğrenmiş olup olmadığı bireysel görüşmelerde teyit edilmemiştir.

4.3.1.5. Öğrenci Ürünlerinin Kalitesi

Ürünlerin kalitesi matematiksel olarak doğru olmanın yanında, çözümün genellenebilirliği ile de ilişkilidir. Öğrencilerin modelleme etkinliği sonunda bir ürün olarak ortaya koydukları çözümler, uzmanlar tarafından kalite bakımından tek tek değerlendirilmiştir. Her bir uzmanın kalite bakımından verdiği puanlar ve bu puanların ortalamaları aşağıdaki tabloda (Tablo 4.25) sunulmuştur.

Tablo 4.25: Uzman Görüşü Tablosu

Fikrin Sahibi	*Fikirler*	*Kalite Değerlendirmesi*			
		Uzm	*2.Uzm*	*3.Uzm*	*Ort.*
Ali	Fikir 5: Her Bir Ürün İçin Artış Miktarının Yüzdesini Bulmak	3	2	3	2,7
Yiğit Gözde	Fikir 6: Her Bir Ürünün Fiyatı ile Harçlık Arasında Orantı Kurma	3	2	3	2,7
Duru	Fikir 9: Tüm Ürünleri Birlikte Değerlendirerek Artış Yüzdesi Hesaplamak	3	4	4	3,7
Elif	Fikir 10: Tüm Ürünlerin Ne Kadar Sürede Alınabileceğini Hesaplamak	4	4	4	4
Mert	Fikir 11:Her Bir Ürünün Fiyat Artışının Bir Haftalık Harçlığı Ne Kadar Etkileyeceğini Bulmak	1	2	2	1,7

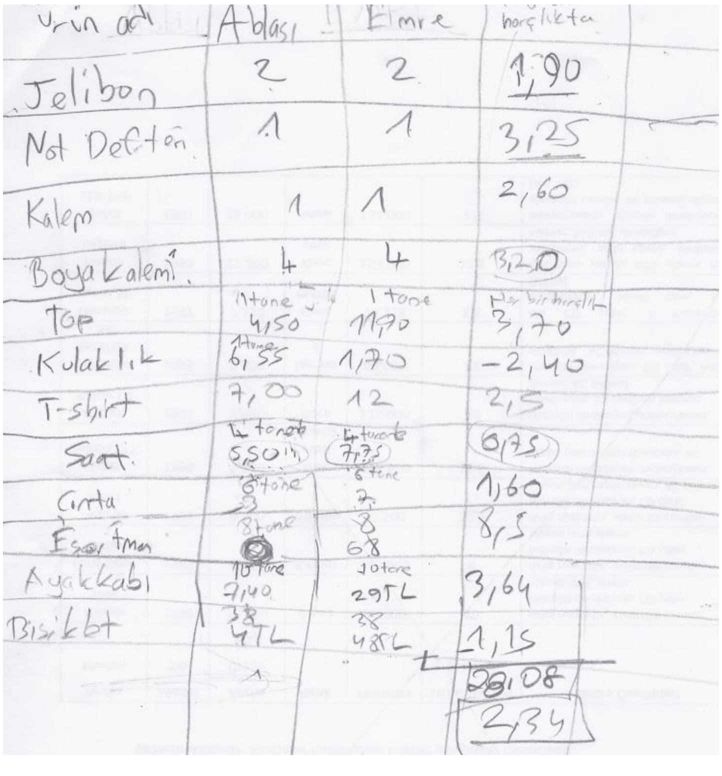
Yukarıdaki tabloda görüldüğü gibi, uzmanlar çözümlerden ikisini (Fikir 9 ve Fikir 10) çok kaliteli, iki çözümü (Fikir 5 ve Fikir 6) orta kalite düzeyinde, bir fikri (Fikir 11) ise düşük düzeyde kaliteli fikir olarak değerlendirmiştir. Öğrencilerin ürettiği fikirleri tek tek değerlendirmek daha derinlemesine bilgi verecektir.

Ali, Gözde ve Yiğit'in ürettiği fikirler (Fikir 5: Her Bir Ürün İçin Artış Miktarının Yüzdesini Bulmak ve Fikir 6: Her Bir Ürünün Fiyatı ile Harçlık Arasında Orantı Kurma) aynı düşünce üzerine inşa edilmiştir. Bu temel düşünce her bir ürünün ayrı ayrı değerlendirilmesi, her bir ürüne bağlı olarak yeni bir harçlık değerinin hesaplanmasıdır. İki fikrin temel farkı birinde kurulan orantının yüzde hesabına dayanması, diğerinde ise harçlık miktarı üzerinden orantı kurulmasıdır. İki fikirde de, her bir ürün değerine bağlı olarak bulunan değerlerin aritmetik ortalaması bulunarak yeni harçlık değeri hesaplanmıştır. Öğrencilerin dikkate almadığı durum ise, bu veri setinin çarpık olduğudur. Veri setindeki uç değerler ortalamayı çarpıklık yönünde etkilemektedir. Uzmanlar da değerlendirmelerinde bunu göz önüne alarak, Ali, Yiğit ve Gözde'nin fikirlerine (Fikir 5: ve Fikir 6: Her Bir Ürünün Fiyatı ile Harçlık Arasında Orantı Kurma) 3 puana yakın değer vermişlerdir. Uzmanların görüşlerine göre, bu iki fikirde de, ortalamayı etkileyen veriler veri setinden atılarak fikir revize edilmelidir. Bu iki fikre uzmanların verdiği kalite ortalaması 2,7'dir. Uzmanların bu değerlendirmesine göre bu fikir tam olarak matematiksel açıdan genellenebilir olan doğru yapıları içermemektedir. Benzer bir problem durumunda bu çözüm revize edilerek kullanılabilir.

Duru adlı öğrencinin ürünü olarak ortaya çıkan "tüm ürünleri birlikte değerlendirerek artış yüzdesi hesaplamak" fikri uzmanlar tarafından değerlendirildiğinde, neredeyse tam puan almıştır. Tüm ürünlerin fiyatlarının tek bir değer olarak ele alınmış olduğu bu fikirde ürünlerin fiyatları toplanmış ve bu toplam üzerinden yüzde artışı hesaplanmıştır. Bu fikirde uç değerlerin ortalamaya olan etkisi ortadan kaldırılmıştır. Bu bakımdan, tüm ürünleri birlikte değerlendirmek, uzmanlarca diğer fikirlerden (Fikir 5: Her Bir Ürün İçin Artış Miktarının Yüzdesini Bulmak ve Fikir 6: Her Bir Ürünün Fiyatı ile Harçlık Arasında Orantı Kurma) daha kaliteli bulunmuştur. Bu fikrin kalite ortalaması 3,7 olarak belirlenmiştir. Bu çözüm uzmanların görüşüne göre daha genellenebilir doğru matematiksel yapılar içermektedir ve benzer bir problem durumunda bu çözüm yeniden kullanılabilir.

Elif adlı öğrencinin fikri ise "Fikir 10: Tüm Ürünlerin Ne Kadar Sürede Alınabileceğini Hesaplamak" fikridir. Öğrenci, bu fikirde tüm ürünlerin fiyatlarının toplamına bakarak, tüm ürünlerin hiç harçlık harcanmadığında ne kadar sürede alınacağını hesaplamış ve ürünlerin yeni fiyatları üzerinden de bu sürede alınması gerektiğini düşünmüştür. Elif adlı öğrencinin çözüm olarak ortaya koyduğu fikir tüm uzmanlarca tam puan almıştır. Fikrin kalite puanı ortalaması 4'tür. Bu çözüm genellenebilirdir ve benzer problem durumlarına adapte edilebilir.

Mert adlı öğrencinin çözüm olarak öne sürmüş olduğu fikir her bir ürünü harçlığı baz alarak tek tek değerlendirme düşüncesine dayanmaktadır. Öğrencinin temel düşüncesi "her bir ürünün fiyat artışının bir haftalık harçlığı ne kadar etkileyeceğini bulmak" yönündedir. Ancak öğrenci fikrini tam olarak geliştirememiştir. Çözümünde boşluklar vardır. Öğrenci, öncelikle bir haftalık harçlıkla kaç ürün alınabildiğine odaklanmıştır. Daha sonra ise bir ürünü kaç haftalık harçlıkla alabileceğine odaklanarak problemi sonlandırmıştır. Dolayısıyla yapmış olduğu listede, birden fazla değişkene (bir haftada kaç ürün alınabildiği, bir ürünün kaç haftada alınabildiği) göre elde edilmiş veriler aynı sütun içinde verilmiştir. Aşağıda öğrencinin yapmış olduğu tam liste bulunmaktadır.



Ürün adı	Ablası	Emre	harçlıkta
Jelibon	2	2	1,90
Not Defteri	1	1	3,25
Kalem	1	1	2,60
Boya kalemi	4	4	3,20
Top	1 tane 4,50	1 tane 11,70	Her bir harçlık 3,70
Kulaklık	1 tane 6,55	1,70	-2,40
T-shirt	7,00	12	2,5
Saat	4 tane 5,50	4 tane 7,35	0,75
Çanta	6 tane 3	6 tane 3	1,60
Eşofman	8 tane	8 68	8,3
Ayakkabı	10 tane 7,40	10 tane 29TL	3,64
Bisiklet	38 4TL	38 48TL	1,15
			28,08
			2,34

Şekil 4.21: Mert'in Çözümündeki Tam Liste

Yukarıdaki listede de görüldüğü üzere, öğrenci çözümünü tam bir sistematiğe oturtamadığı için, öğrencinin en sağ sütunda elde ettiği veriler aynı işlemden elde edilen veriler değildir. Öncelikle bir harçlıkla kaç tane ürün alınabildiğini not ediyorken, daha sonra bir ürünün kaç haftada alındığını tabloya yazmaya başlamıştır. Bu açıdan öğrencinin çözümü henüz ham haldedir ve üzerinde daha çok çalışmaya ihtiyaç vardır. Uzmanlar da öğrenci çözümünü bu açıdan değerlendirerek çözüme 1-2 aralığında değişen puanlar vermişlerdir. Bu fikrin kalite ortalaması 1,7'dir. Bu ürün diğer ürünler ile kıyaslandığında, henüz ham halde ve kalite bakımından en düşük kalitedeki fikirdir. Bu ürün revize edilmelidir.

4.3.1.6. Öğrenci Ürünlerinin Özgünlüğü

Özgünlük ürünlerin nadirliği ile ilgilidir. Öğrencilerin modelleme etkinliği sonunda ortaya koydukları çözümler uzmanlar tarafından özgünlük bakımından da tek tek değerlendirilmiştir. Her bir uzmanın özgünlük bakımından verdiği puanlar ve bu puanların ortalaması aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.26: Uzmanların Özgünlük Görüşleri Tablosu

Fikrin Sahibi	*Fikir*	*Özgünlük Değerlendirmesi*			
		1. Uzman	*2.Uzman*	*3.Uzman*	*Ortalama*
Ali	Fikir 5: Her Bir Ürün İçin Artış Miktarının Yüzdesini Bulmak	4	3	2	3
Yiğit Gözde	Fikir 6: Her Bir Ürünün Fiyatı ile Harçlık Arasında Orantı Kurma	4	3	2	3
Duru	Fikir 9: Tüm Ürünleri Birlikte Değerlendirerek Artış Yüzdesi Hesaplamak	6	3	4	4,3
Elif	Fikir 10: Tüm Ürünlerin Ne Kadar Sürede Alınabileceğini Hesaplamak	6	6	5	5,7
Mert	Fikir 11:Her Bir Ürünün Fiyat Artışının Bir Haftalık Harçlığı Ne Kadar Etkileyeceğini Bulmak	6	6	6	6

Yukarıdaki tabloda görüldüğü gibi, öğrenci ürünlerinden Mert'in (Fikir 11) ve Elif 'in (Fikir 10) çözümü uzmanlar tarafından oldukça özgün olarak değerlendirilmiştir. Duru'nun çözümü özgünlük bakımından değerlendirildiğinde ortalamanın üstünde kalmıştır. Ali, Yiğit ve Gözde'nin fikirlerine ise (Fikir 5 ve Fikir 6) uzmanlar tarafından ortalama bir değer olan üç puan verilmiştir.

Öğrencilerin fikirlerin iki tanesi (Fikir 5: Her Bir Ürün İçin Artış Miktarının Yüzdesini Bulmak ve Fikir 6: Her Bir Ürünün Fiyatı ile Harçlık Arasında Orantı Kurma) uzmanlar tarafından aynı değerler ile puanlanmıştır, çünkü bu iki fikir de aynı düşünce üzerine inşa edilmiştir. Uzmanlar bu iki fikrin birbirlerine çok yakın fikirler olduğunu, bu fikirlerin birbirlerine göre özgünlük bakımından bir üstünlüğünün olmadığını savunmuşlar ve altı puan üzerinden 2-4 aralığında değişen puanlar vermişlerdir. Uzmanlar bu fikrin pek çok kişinin aklına gelebilecek ilk fikir olduğunu düşündüklerini belirtmişlerdir. Gerçekten de, nihai çözüm olarak bu çözümü seçmemiş olan Mert hariç diğer öğrenciler de bu iki çözümden birini fikir olarak önermişlerdir. Uzmanların Ali, Yiğit ve Gözde'nin fikirleri için (Fikir 5: Her Bir Ürün İçin Artış Miktarının Yüzdesini Bulmak ve Fikir 6: Her Bir Ürünün Fiyatı ile Harçlık Arasında Orantı Kurma) verdiği puanların ortalaması 3'tür. Bu fikirler yaratıcılık bakımından ortalama bir değerdedir.

Duru adlı öğrencinin ürünü olarak ortaya çıkan fikir, "Fikir 9: Tüm ürünleri birlikte değerlendirerek artış yüzdesi hesaplamak." fikridir. Bu fikir uzmanlar tarafından kalite açısından değerlendirildiğinde neredeyse tam puan almış olmasına rağmen, bu çözüm için uzmanların verdiği özgünlük puanları değişkenlik göstermektedir. Uzmanlardan biri bu fikrin nadir görülebilecek bir fikir olduğunu öne sürmüş ve altı üzerinden altı puan vermiştir. Ancak diğer iki uzman orta değere yakın puanlar vermişlerdir. Uzmanların bu fikre özgünlük açısından verdikleri puanlar 3-6 aralığında değişim göstermiştir. Bu çözümün özgünlük bakımından aldığı puanların ortalaması ise 4,3'tür. Bu çözüm, diğer çözümlere göre ortalamanın üstünde özgünlük taşımaktadır.

Elif adlı öğrencinin çözümü ise "Fikir 10: Tüm ürünlerin ne kadar sürede alınabileceğini hesaplamak" fikridir. Uzmanlar bu fikrin nadir bulunan bir fikir olduğunu düşünerek neredeyse tam puanlar vermişlerdir. Çünkü öğrenci, problemdeki verileri başka bir değer (zaman) üzerinden değerlendirmiştir. Bu bakımdan bu çözüm uzmanlara göre diğer çözümlerden çok daha farklıdır. Bu çözümün özgünlük puanı ortalaması 5,7'dir. Uzmanların değerlendirmesine göre, bu çözüm çok nadir görülebilecek çözümlerden biridir.

Mert adlı öğrencinin çözüm olarak öne sürmüş olduğu fikir her bir ürünü, harçlığı baz alarak tek tek değerlendirme düşüncesine dayanmaktadır. Öğrencinin temel düşüncesi "Fikir 11: Her bir ürünün fiyat artışının bir haftalık harçlığı ne kadar etkileyeceğini bulmak" yönündedir. Öğrencinin fikri kalite bakımından düşük bir değer (1,7) almış olmasına rağmen tüm uzmanlarca özgünlük bakımından tam puan almış ve çok nadir olarak değerlendirilmiştir. Uzmanlar fikrin henüz ham halde olmasına rağmen, bu tarz problemler için bilinen tüm uygun kavramlardan (oran, orantı, yüzde vb.) bağımsız bir çözüm önerildiğini vurgulamışlardır. Bu çözümün özgünlük ortalaması 6'dır ve diğer çözümlerle kıyaslandığında bu çözüm en özgün çözümdür.

4.3.2. Öğrencilerin Bireysel Yaratıcılıkları

Toplam yaratıcılık puanlarının hesaplanmasında akıcılık, esneklik, ilişkilendirme, kalite ve özgünlük alt boyutları ele alınmış ilgili değerler birlikte verilmiştir. Öğrencilerin aşamalı düşünmesine dair bulgu elde edilemediğinden, bu sürece dâhil edilmemiştir.

Tablo 4.27: Öğrencilerin Bireysel Yaratıcılıkları

		Öğrenciler					
Değerlendirme	***Boyutlar***	***Ali***	***Yiğit***	***Elif***	***Mert***	***Duru***	***Gözde***
Süreç	Akıcılık	1	2	2	3	3	5
	Esneklik	1	2	2	3	3	3
	İlişkilendirme	3	3	6	4	4	5
Ürün	Kalite	2,7	2,7	4	1,7	3,7	2,7
	Özgünlük	3	3	5,7	6	4	3

Yukarıdaki tabloya göre öğrencilerin matematiksel yaratıcı düşünme becerilerini karşılaştırmak için öğrencilerin her bir alt boyuttan aldıkları frekans değerlerine ve uzman değerlendirme ortalamasına bakmak yeterlidir. Öğrencilerin farklı alt boyutlarda aldıkları puanlar farklıdır, dolayısıyla öğrencilerin güçlü oldukları yanlar farklıdır.

Gözde süreç içinde en çok fikri üreten öğrencidir. Gözde beş fikir üretmiştir. Ancak ürettiği fikirler birbirlerine benzediğinden esneklik bakımından diğerlerine yakın bir esneklik frekansı göstermiştir. Çok fikir üretmesine rağmen, farklı bağlamlarda fikir üretemediği için, çok özgün düşünememiş ve özgünlük bakımından çok yüksek değerde bir puan alamamış, özgünlük bakımından aldığı puan ortalama değerde kalmıştır. Gözde'nin puanında dikkat çekici ve yüksek olan puan akıcı düşünme becerisine ait puandır. Gözdenin bu akıcı düşünme becerisindeki farklılık grup olarak modelleme etkinliği çözme sürecinde de aynı biçimde gözlemlenmiştir. Yani Gözde, grup içinde de çok fikir öne süren grup üyesi rolündedir.

Elif ise az fikir üretmesine rağmen ürettiği bir fikirde (Fikir 10: Tüm Ürünlerin Ne Kadar Sürede Alınabileceğini Hesaplamak) özgünlük açısından ve yaptığı ilişkilendirmeler açısından diğer öğrencilerden ayrılmaktadır. Elif tüm modelleme etkinliklerinde benzer bir rol üstlenmiştir. Farklı ilişkilendirmeler yapması ve farklı gösterim biçimlerini kullanmasıyla grup çalışmasına katkı saylayan öğrencidir. Toplam puanlara bakıldığında Gözde'nin çok fikir üretme bakımından, Elif'in de özgün fikir üretme ve ilişkilendirme becerisi bakımından diğer öğrencilere göre, bu modelleme etkinliğinde daha yaratıcı oldukları söylenebilir. Elif'in grup içindeki rolü de bu şekildedir.

Öğrencilerin toplam puanlarına bakıldığında, Mert'in çözümü dikkat çekicidir. Mert süreç içinde toplamda üç fikir üretmiştir. Ürettiği bu üç fikir, iki farklı esneklik kategorisinde toplanmıştır. Mert ürettiği fikir sayısı ve yaptığı ilişkilendirmeler bakımından, bu çalışmaya katılan diğer erkek öğrencilere benzer bir performans sergilemiştir. Ancak, Mert ürettiği çözümde işlem ve mantık hatası yapmıştır. Bu da öğrencinin çözümünün kalitesini düşürmüştür. Diğer taraftan, Mert'in ürettiği fikir özgünlük bakımından diğer fikirlerden ayrışmaktadır. Uzmanların görüşüne göre en farklı ve özgün fikri Mert üretmiştir. Mert odak grup içinde de benzer şekilde farklı ilişkilendirmeler yapmasıyla ön plandadır. Örneğin yorgan probleminde farklı problem türlerini hatırlatan, birim kavramını bilinmeyen olarak vurgulayan ve motif alanını birimlere bölen Mert olmuştur. Bu bakımdan grup içinde de farklı düşünmesiyle ön plana çıkmıştır.

Duru'nun matematiksel yaratıcılığı ele alındığında, güçlü yanının kaliteli bir çözüm üretmiş olması olduğu söylenebilir. Duru toplamda üç çözüm üretmiştir. Duru'nun düşünceleri incelendiğinde diğer öğrenciler gibi iki farklı esnek düşünce oluşturmuş olduğu görülmektedir. Duru süreç boyunca dört farklı ilişkilendirme yapmıştır. Duru'nun ürettiği fikirler özgünlük açısından incelendiğinde bu fikirlerin diğer fikirlere benzediği görülmektedir. Ancak kalite açısından değerlendirildiğinde, diğer fikirlere göre daha kalitelidir. Duru'nun güçlü olduğu yan, problemin çözümü için daha geçerli bir çözüm önermiş olmasıdır. Duru her zaman çözümü tamamen mantıklı bir biçimde zihnine yerleştiren bir öğrencidir. Çözümlerinde ve önermelerinde mantık hatası ya da matematiksel bir hata olmamasına dikkat etmektedir. Yanlış bir öneride bulunduğunda ise, hemen hatasını fark edip düzeltmektedir. Duru'nun ilk önerdiği fikir, Gözde ve Yiğit'in de önerdiği fikir olan "her bir ürünün fiyatı ile harçlık arasında orantı kurma" fikridir. Ancak Duru, çözümündeki ortalama almanın uç verilerden etkilenebileceğini vurgulayarak yeni bir çözüm arayan tek öğrencidir. Duru "Bu olmadı, yeni bir şey düşünmek lazım sanki." diyerek, kendi düşüncesi içindeki eksikleri bulmuştur. Duru, tüm modelleme etkinliklerinde de kolay ikna olmayan üye rolündedir. Süreç içinde en çok "Neden, nasıl yani?/ Bence olmadı!" gibi tepkiler vererek, grup çalışmalarının her adımında üstbilişsel süreçleri işleten ve süreci adım adım kontrol eden bir rol üstlenmektedir. Bu bakımdan Duru'nun bireysel olarak en belirgin özelliği olan kolay ikna olmaması ve matematiksel/ mantıksal düşünmesini ön plana çıkarması, grup çalışmalarına kalite bakımından değer katmaktadır. Örneğin, Duru'nun grup çalışmasına katılamadığı tek etkinlik yorgan etkinliğidir. Bu etkinliğin diğer etkinliklere göre kalite puanı daha düşüktür.

Yiğit ve Ali ise, bu modelleme etkinliğinde diğer öğrencilere göre daha az yaratıcılardır. Daha az ilişkilendirme yapmışlar ve daha az fikir üretmişlerdir. Ürettikleri fikirler özgünlük bakımından diğer arkadaşlarının ürettiği fikirlere benzemiştir. Ancak tüm öğrenciler gibi modelleme etkinliğini çözmüşlerdir. Diğer kriterler açısından bakıldığında diğer öğrencilerin bu modelleme etkinliğindeki bireysel çözümlerinde Yiğit ve Ali'ye göre daha yaratıcı düşünmüş oldukları görülmektedir. Oysa ki, Yiğit kütüphane ve yorgan probleminde cebirsel düşünmesiyle öne çıkmıştır. İki problemde de çözümü özgün ve farklı bir çözüm yoluna yönlendirmiştir. İki problemde de denklemi yazan ve cebirsel düşüncesiyle ön plana çıkan öğrencidir. Araştırmacı, daha önceki iki problemde ön plana çıkan bu performansıyla öğrencinin bireysel performansındaki farklılıktan yola çıkarak, tüm grup çalışmalarında diğer öğrencilerin rollerine tek tek baktığı gibi, Yiğit'i de mercek altına almıştır. Daha önce de vurgulandığı gibi Yiğit adlı öğrenci grup çalışmalarında kendisini zorlayan, merak uyandıran, az verinin verildiği, problem çözümünün çok belirgin bir şekilde ortada olmadığı, hemen fikir üretilemediği problem durumlarında (Kütüphane ve Yorgan Problemi gibi) daha çok motive olmaktadır ve daha aktif katılım göstermektedir. Öğrencinin kolay olarak betimlediği problem durumlarında bir fikir ürettikten sonra, daha pasif duruma geçtiği hatta bazen resim yaptığı gözlenmiştir. Belki de Yiğit adlı öğrencinin kendisini daha rahat bir şekilde ifade ettiği ve daha çok motive olduğu, kendisini zorlayarak yaratıcı düşünme becerilerini aktif kıldığı problemler, daha zorlayıcı problemlerdir. Çünkü, Yiğit kütüphane probleminde ve yorgan probleminde, "Şimdi merak ettim sonunu… Ben bu probleme kafayı taktım!!! " gibi ifadeleri çok kullanmıştır ve problemin çözümü için çok büyük çaba sarf etmiştir. Ancak öğrencinin diğer problemlerde gösterdiği motivasyon harçlık probleminde gözlemlenememiştir. Öğrenci aklına gelen ilk çözüm ile problemi hemen çözmüş ve bırakmıştır. Öğrencinin bu problemde yeterince motive olmadığı ve farklı düşünme becerisini gösterebileceği bir ortamın oluşmadığı düşünülmektedir.

Öğrencilerin bu modelleme etkinliğindeki bireysel süreçleri incelendiğinde, her bir öğrencinin problem çözme süreçlerinin de farklılık gösterdiği görülmüştür. Örneğin Ali adlı öğrenci, kendi kendine birçok olasılık üzerinde mırıldanmış ve birden "Yüzdesini alacağım." demiş ve çözüme yönelmiştir. Çözdüğünü düşündüğü problemi tekrar kontrol etmemiş ve tamamlamıştır. Yiğit'in de çözümü bulması aniden olmuştur ve tekrar problem durumu üzerinde düşünmemiş, kısa sürede çözümü tamamlamıştır. Duru'nun ilk çözümü bulması dakikalar bile sürmemiştir. Ancak bulduğu çözümü mantıksal açıdan, veri seti açısından defalarca kontrol etmiş ve kendi çözümündeki eksikleri bularak yön değiştirmiştir. Buna karşın, Mert yaklaşık 15 dakika boyunca hiçbir şey yapmadan sadece problem durumuna bakmıştır. Elif, sürekli yaptığı adımları kontrol etmekte ve kendi kendisine "Bu ne demek oluyor? Bu şöyle sanırım? Deniyorum?" gibi cümleler kurmaktadır. Öğrenci her adımı kontrol etmekte ve farklı gösterim ve ilişki biçimleri kurmaktadır. Gözde adlı öğrenci her bir düşünceden diğerine doğru hızlıca geçiş yapmış ve oldukça akıcı bir biçimde birbiriyle ilişkili pek çok fikri ardı ardına sıralamıştır.

Odak gruplardaki öğrencilerin bireysel olarak yaratıcılık puanlarına bakılarak güçlü yanları analiz edildiğinde öğrencilerin grup içindeki yaratıcılık rolleri de daha belirgin bir biçimde görülmektedir. Örneğin ikinci odak gruptaki öğrencilerden Gözde fikir üretmektedir. Ancak Elif bu fikirleri farklı ilişkilendirmelerle biçimlendirmektedir. Elif, fikirleri esnek düşünme becerisiyle farklılaştırmaktadır. Duru ise, ikna olmayan bir biçimde bu çözümlerin zayıf noktalarını aramaktadır. Matematikselleştirme sürecinde çözümün doğru olup olmadığını sürekli kontrol etmektedir. Duru tüm süreçler boyunca, "Neden? Nasıl?" gibi sorular sorarak, grubun çözümlerinin daha kaliteli bir sürece evrilmesini sağlamıştır. Öğrencilerin hep beraber birlikte başarılı bir biçimde çalıştıkları modelleme etkinliklerinde bu yukarıdaki yönlerin ortaya çıkartılabileceği ortamlar sağlandığında, öğrenciler gerçekten kaliteli ve özgün ürünler ortaya koymaktadırlar. Örneğin Büyük Ayak Probleminin çözüm süreci incelendiğinde tüm öğrencilerin birlikte sonuca gittiği ve tüm öğrencilerin sürece neredeyse aynı ölçüde katkıda bulunduğu söylenebilir. Duru tüm süreç boyunca şüpheci ve kolay ikna olmayan kişiliğiyle ön plana çıkmış ve tüm süreçte, "Bu ne peki?, Bunun anlamı nedir?, Bu kadar veri yeterli değil!" gibi kuşkularını dile getirmiş ve sorularını yönlendirmiş, bazı çözüm önerileri mantıklı gelmediğinde itiraz etmiştir. Bu noktada, grubun daha derinlemesine çalışmasını sağlamıştır. Ayrıca tüm süreç boyunca bir doğru fikir üreterek fikrin gelişmesine katkıda bulunmuştur. Nihai çözümde, fikri denklem olarak ifade etmiş ve çözüme katkıda bulunmuştur. Elif bu süreçte bir doğru bir doğru olmayan fikir önermiştir. Süreçte, farklı kişilerden veri toplamayı ve tek veri üzerinden önerdikleri çözümleri, farklı veriler üzerinden de test etmeyi önermiştir. Nihai çözümde ise, farklı verilerin içinden kulaç uzunluğu ve ayak uzunluğu arasında ilişki kurmuş, kurmuş olduğu ilişkilendirmelerle arkadaşlarıyla birlikte çalışarak çözümü üretmeye katkıda bulunmuştur. Elif, ayak uzunluğu ve kulaç uzunluğu arasındaki ilişkiyi görünür biçimde keşfetmiş ve arkadaşlarıyla birlikte temellendirmiş, problemin çözümü için gerekli olan kilit düşünceyi üretmiştir. Gözde de tüm süreçte aktif olarak katkıda bulunmuş, iki farklı fikir öne sürmüş, tartışmalardan asla kopmamıştır. Farklı zamanlarda "altın oran" kavramını ve "vücudumuzdaki altın oranı" arkadaşlarına hatırlatan ve bu büyük ayak etkinliği süresince en son fikri öne süren kişi de Gözde'dir.

Erkek öğrencilerin oluşturduğu odak gruptaki öğrenciler ise, ilişkilendirme becerisi, farklı temsil biçimlerini kullanma becerisi bakımından kız öğrencilere göre daha zayıf kalmışlardır. Bireysel olarak da çözümlerine bakıldığında bu durum gözlemlenebilmektedir. Mert adlı öğrenci farklı ve özgün düşünme becerisini sürece yansıtmıştır. Odak grup olarak yapmış oldukları çalışmalarda da Mert farklı problemleri hatırlatan, sürecin farklı yöne kaymasını sağlayan roller üstlenmiştir. Bu bakımdan bireysel olarak veriler analiz edildiğinde odak grup içinde Mert'in özgün düşünme becerisi olarak gruba katkı sağladığı söylenebilir. Diğer modelleme etkinliklerinde, özellikle cebirsel düşünme becerisinin tetiklendiği ve öğrenciler tarafından çok zor olarak betimlenen problemlerde, Yiğit adlı öğrencinin daha çok motive olduğu ve çok yaratıcı özgün çözümler ve fikirler ürettiği gözlemlenmiştir. Benzer olarak Ali de pratik düşünen ve pratik çözümler üreten bir öğrenci olarak ön plana çıkmaktadır. Ancak harçlık probleminde öğrencilerin bu farklı özellikleri sürece çok yansımamıştır. Ali ve Yiğit adlı öğrencilerin, bu modelleme etkinliğinde belirgin özelliklerini çok fazla ortaya çıkaramamış oldukları görülmektedir.

Örneğin, daha detaylı bir biçimde açıklayacak olursak, birinci odak gruptaki öğrencilerin yorgan probleminde ortaya koymuş oldukları çözüm süresince tüm öğrencilerin çözüme bir şekilde katkı sunduğu görülmüştür. Mert, "bilinmeyen" kavramına vurgu yapmış, düzgün olmayan (birleşik) geometrik şekiller ile ilgili problemleri arkadaşlarına hatırlatmış ve deneme yoluyla da olsa problem çözümü için öneri sunmuştur. Yiğit, kenarlar üzerindeki bilinmeyen diğer uzunluklara "x" değerini vermiş ve iki bilinmeyenli iki denklem kurmuştur. Ali ise, tüm süreçte önemli sorular olarak görülebilecek ve grubu problemi çözmeye taşıyacak olan "Neden?, Nasıl?, Uzunluk üzerinden mi düşünüyorsun?" gibi sorular sormuş ve sürecin anlamlı devam etmesine katkıda bulunmuştur. Bunun yanı sıra Ali, bir doğru ve bir de doğru olmayan çözüm önerisi de ileri sürmüştür. Tüm süreç detaylı bir biçimde incelendiğinde, tüm öğrencilerin birbirlerinin fikirlerine sundukları katkılar ile yeni bir matematiksel yapının, tüm öğrencilerin zihninde eş zamanlı olarak inşa edildiği, keşfedildiği ve yapılandığı gözlenmiştir.

4.4. Matematiksel Yaratıcılığın Ortaya Çıkmasını Sağlayan Modelleme Etkinliklerinin Özellikleri

Matematiksel modelleme etkinlikleri genel olarak öğrencilerin düşüncelerini ortaya çıkaran bir yapıda olmakla birlikte, içerdikleri problem durumunun yapısı ve özellikleri bakımından farklılaşabilmektedirler. Bu çalışmada yer alan modelleme etkinlikleri de zorluk derecesi, matematiksel içerik ve verilerin yapısı gibi açılardan çeşitlilik göstermektedir. Dolayısıyla bu çeşitlilik, matematiksel yaratıcılığın ortaya çıkmasını sağlayan durumların incelenmesine de olanak tanımaktadır. Bu sebeple, araştırmanın üçüncü alt problemi, matematiksel yaratıcılığın alt boyutlarını ortaya çıkarmada modelleme etkinliklerinin hangi özelliklerinin nasıl bir rol oynadığını incelemeye yöneliktir. Bu bağlamda modelleme etkinliklerinde öğrencilerin grup olarak ortaya koymuş oldukları ortak yaratıcı düşünme becerileri her bir modelleme etkinliği temelinde tek tek ele alınarak incelenmiştir. Karşılaştırmalı analizler yoluyla, yaratıcılığın daha çok ortaya çıktığı modelleme etkinliklerinin ortak özellikleri belirlenmiştir. Bu özellikler: *(1) modelleme etkinliğinin zorluk derecesi, (2) problemin ne kadar açık uçlu olduğu (DISCOVER problem matrisine göre düzeyi), (3) problemin yapısındaki ve içeriğindeki etkenlerin sayısı (4) problem içindeki verilerin sunuluş biçimidir.*

Bu araştırma problemini yanıtlamak için bulgular iki aşamada sunulmuştur. (1) Öncelikle ilk iki araştırma probleminden elde edilen tüm bulgular birlikte değerlendirilmiştir. İki grubun yaratıcılıkları modelleme etkinlikleri bazında karşılaştırılmıştır. Buradan hareketle, odak gruplardaki öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin gözlendiği ve gözlenmediği modelleme etkinlikleri tespit edilmiştir. (2) İkinci aşamada ise, ilk aşamada elde edilen bulgular modelleme etkinliklerinin özellikleri temelinde tartışılmıştır.

4.4.1. İki Odak Grup Öğrencilerinin Yaratıcılıklarının Karşılaştırılması

Bu başlık altında, ilk aşamada, iki odak grubun tüm modelleme etkinliklerindeki yaratıcı düşünme becerileri birlikte ele alınarak karşılaştırılmıştır. Aşağıdaki tabloda iki gruptaki öğrencilerin farklı modelleme etkinliklerinde göstermiş oldukları yaratıcı düşünme becerilerine ait bulgular bütüncül olarak sunulmuştur.

Tablo 4.28: Modelleme Etkinliklerinin Gruplara Göre Karşılaştırılması

		Modelleme Etkinlikleri									
Değerlendirme	***Boyutlar***	***Patron***		***Büyük Ayak***		***Otopark***		***Kütüphane***		***Yorgan***	
		OG1	***OG2***	***OG1***	***OG2***	***OG1***	***OG2***	***OG1***	***OG2***	***OG1***	***OG2***
Süreç	Akıcılık*	3	4	4	6	2	3	8	5	5	3
	Esneklik*	2	2	2	4	2	2	5	4	3	3
	Aşamalılık*	3	4	4	5	3	4	7	5	5	4
	İlişkilendirme*	8	13	10	22	11	16	16	19	16	13
	TOPLAM*	**16**	**23**	**16**	**37**	**18**	**25**	**36**	**33**	**29**	**20**
Ürün	Kalite**	1,7	3	2,3	4	2,7	3,3	4	4	4	1,7
	Özgünlük**	2,7	3,7	2,7	6	4,7	6	6	4,7	5	2,3

*Bu değerler elde edilen sıklık değerleridir.

**Bu değerler uzmanların verdikleri puanların ortalamasıdır.

Yukarıdaki tabloda, yaratıcı düşünme becerisinin süreç ve ürün odaklı değerlendirmesine ilişkin alt boyutlara göre iki grubun tüm modelleme etkinliklerinde sergiledikleri yaratıcı düşünme ile ilişkili davranışlarının sıklık değerleri sunulmuştur. Süreç değerlendirmesine bütüncül bakabilmek ve anlamlandırabilmek adına elde edilen tüm sıklık değerleri toplanmıştır. Sıklık değeri daha yüksek olan modelleme etkinliklerinde grupların süreç içinde daha yaratıcı olduğu yorumu yapılabilirken, sıklık değeri daha düşük olan modelleme etkinliklerinde öğrencilerin daha az yaratıcılık gösterdikleri yorumu yapılmıştır. Grupların ürünleri ise, uzman değerlendirmesinden alınan değerlendirme puanları şeklinde, olduğu gibi sunulmuştur.

Odak gruplardaki öğrencilerin süreç içinde göstermiş oldukları yaratıcı düşünme becerilerinin izleri bazı modelleme etkinliklerinde birbirine benzerken bazı modelleme etkinliklerinde farklılaşmaktadır. Sıklık değerlerinin yanında öğrencilerinin fikirlerinin ne şekilde farklılaştığı da grupların yaratıcılıklarının karşılaştırılması adına bir veri sağlamaktadır. Aşağıdaki tabloda (Tablo 4.29) iki gruptaki öğrencilerin akıcı ve esnek düşünmeleri birlikte verilmiştir.

Tablo 4.29: Odak Grupların Akıcılık ve Esneklikleri

	Birinci Odak Grup: Akıcılık ve Esneklik		***İkinci Odak Grup: Akıcılık ve Esneklik***	
Modelleme Etkinliği	***Akıcılık***	***Esneklik***	***Akıcılık***	***Esneklik***
Patron	1.Tabloyu okumak ve doğrudan tabloya göre karar vermek (ilişkisiz)* 2. Orta yoğunlukta birim zamanda kazanılan paraya göre karar vermek 3. Tüm yoğunlukları birlikte değerlendirerek, birim zamanda kazanılan miktara göre karar vermek	1.Tablo okumak 2. Birim oran	1.Tabloyu okumak ve doğrudan tabloya göre karar vermek (İlişkisiz)* 2. Birim zamanda kazanılan miktara göre karar vermek 3. Sadece orta yoğunlukta birim zamanda kazanılan miktara göre karar vermek 4. Farklı yoğunluklara göre birim zamanda kazanılan miktara göre, kısmi zamanlı veya tam zamanlı çalışanlara karar vermek	1.Tablo okumak 2.Birim Oran
Büyük Ayak	1.Boy uzunluğu ile ayakkabı uzunluğu arasında orantı kurmak 2. Tek veri üzerinden doğru orantı kurmak 3. Tek veri üzerinden oran bulmak 4. Veri seti oluşturup boy uzunluklarının toplamını, ayak uzunlukları toplamına bölmek (oran bulmak)	1. Oran 2. Orantı	1: Boy uzunluğunu ayakkabı uzunluğuna oranlamak 2: Ayak numarasını iki ile çarpıp sabit bir değer (90 cm) eklemek (İlişkisiz)* 3: Tek veri üzerinden doğru orantı kurmak 4: Boy uzunluğunun ayak uzunluklarının toplamına (ayağın en uzunluğu +ayağın boy uzunluğu) oranını bulmak 5: Boy uzunluğunun ayak boyu uzunluğuna oranını bulma 6 : Altın oranı kullanarak bir denklem oluşturma	1.Oran 2.Sabit Nicelikler 3.Orantı 4.Altın oran ve denklem
Otopark	1. Tüm alanı otopark alanına bölerek kaç arabalık otopark olacağını hesaplamak (ilişkisiz)* 2. Tek tek etkenleri (bir otopark alanı, yol genişliği ..vb) kontrol ederek otoparkın toplam alanlarına doğrudan otoparkları yerleştirmeye çalışmak	1. Alan hesaplama 2. Ölçekli planlama ve çizim	1. Tüm alanı otopark alanına bölerek kaç arabalık otopark olacağını hesaplama (ilişkisiz)* 2. Öncelikle engelli park yerlerini ve daha sonra tüm otopark alanlarını doğrudan yerleştirmeye çalışmak 3. Kullanılabilir tüm alanları hesapladıktan sonra, anayolları, giriş/çıkış gibi detayları hesaplayıp, ada ada otopark alanlarını belirlemek	1.Alan hesaplama 2.Ölçekli planlama ve Çizim
Kütüphane	**1**. Bütün değişkenlere ait verileri toplamak (İlişkisiz) (Örn: 130 syf+ 4. düzey+5 tür) **2**.Sayfa sayısını düzeye oranlamak (İlişkisiz) * **3.** Kitap düzeyi ile okunan tüm sayfaların sayısını çarpmak ve rapor puanını eklemek **4.** Öğrenci düzeyi x kitap düzeyi x rapor x kitap çeşidi (ilişkisiz)* **5.** Bütün değişkenlere ait verileri toplayıp aritmetik ortalamasını almak (İlişkisiz)*	Değişkenleri toplama Oran Çarpma, Bölme Aritmetik ortalama Üslü ifadeler	1. Sadece verilen örnek liste üzerinde farklı sınıf düzeylerine göre 25 puan üzerinden puan vererek değerlendirme (İlişkisiz)* 2. Bazı değişkenlere ait verileri (bazı katsayılarla çarpıp) toplama (İlişkisiz)* (Örn: 460 sf.+ 11 (kitap düzeyi) x10 (katsayı) = 570 kitap puanı) 3. Bütün değişkenlere ait verileri toplayıp aritmetik ortalama hesaplama (İlişkisiz)* 4. Her bir değişken için dereceli ölçek hazırlamak ve bu ölçeğe göre her bir kitabı puanlamak	1.Örnek Liste 2. Toplama 3.Sayı aralıkları belirlemek 4.Tablo

	6. Sınıf düzeyi ile kitap düzeyini kıyaslayarak sayfa sayısı ile çarpmak, çıkan sayıya rapor puanı eklemek (örn: üst düzey 3 puan, kendi düzeyi 2 puan, alt düzey 1 puan) **7**. (Kitap düzeyi- Sınıf düzeyi) x sayfa sayısı + rapor **8.** Formüle göre her bir kitabın puanını hesaplamak: $2^{(kitap\ düzeyi - sınıf\ düzeyi)} x\ sayfa\ sayısı + rapor\ puanı$		5. Sistemli bir tablo hazırlayarak, her bir kitap için ayrı ayrı puanı hesaplamak	
Yorgan	Uzun kenar uzunluğunu motif sayısına bölmek (ilişkisiz)* Uzun kenar uzunluğunu-yaklaşık- motif sayısına bölmek Tüm alandan motif alanını çıkarmak (ilişkisiz)* İki bilinmeyenli bir denklem kurmak ve denklemi değer vererek çözmek İki bilinmeyenli iki denklem kurmak ve çözmek	1. Kenar uzunluğu 2. Alan 3. Denklem	1.Kenar uzunluklarının ortak bölenini bulmaya çalışma 2. Tahmini değerler verme 3. Ölçekli çizimler yapma ve orantılı büyütme	1.Ortak bölen 2.Tahmin 3.Ölçek, oran

Yukarıdaki tablo incelendiğinde, öğrencilerin fikirlerinin hangi modelleme etkinliklerinde farklılaştıkları, hangi modelleme etkinliklerinde benzerlik gösterdikleri açıkça görülmektedir. Örneğin, patron ve otopark probleminde grupların fikirleri ve odaklandıkları kavramlar neredeyse aynıdır, çok benzerlik göstermektedir. Kütüphane probleminde ise, grupların hem fikirleri hem de fikirleri üretirken odaklandıkları kavramlar farklılaşmaktadır. Aşağıda her modelleme etkinliği, iki tablodan (Tablo 4.28,4.29) elde edilen bulgular ışığında birlikte tartışılarak, grupların modelleme etkinliklerinde ortaya koymuş oldukları yaratıcılıkları karşılaştırılacaktır.

Tablolar (Tablo 4.28 ve 4.29) birlikte değerlendirildiğinde, kütüphane probleminde süreç içindeki tüm alt boyutlarda iki grubun da sıklık değeri, diğer modelleme etkinliklerindeki sıklık değerlerine kıyasla daha yüksektir. Bu etkinlikte birinci grup 8 fikir üretirken, ikinci gruptaki öğrenciler 5 fikir üretmişlerdir. Bu değerlere bakılarak birinci grubun en çok fikri bu modelleme etkinliğinde ürettiği söylenebilir. Yaratıcılığın süreç olarak değerlendirildiği toplam sıklık değerleri karşılaştırıldığında her iki grubun da (Grup1: 36, Grup2: 33) diğer modelleme etkinliklerine kıyasla bu modelleme etkinliğinde daha yaratıcı düşündükleri görülmektedir. Aynı zamanda, uzmanlar her iki grubun da bu etkinlik sonucunda ortaya çıkarmış oldukları ürünlere (modellere) 4 tam puan vermişler ve ürünlerin çok kaliteli olduğuna yönelik yorumlar yapmışlardır. Benzer şekilde birinci grubun çözümü özgünlük puanı açısından tam puan almış, ikinci grubun özgünlük puanı ise tam puan alamasa da yüksek bir değere (4,7) sahiptir. Tüm bunların yanı sıra, odak grupların süreç içinde ürettikleri fikirler de farklılaşmaktadır. Grupların süreç içinde ürettikleri fikirlere veya odaklandıkları kavramlara bakıldığında bu farklılaşma görülebilmektedir. İki odak gruptaki öğrencilerin esnek düşünme becerileri açısından bakarak odaklandıkları kavramlar incelendiğinde, birinci odak grubun çözüm sürecinde fikir üretirken odaklandığı kavramlar "*değişkenleri toplama, oran, çarpma, bölme, aritmetik ortalama, üslü ifadeler"* iken, ikinci odak grubun çözüm süresince ürettikleri fikirlerin odaklandığı kavramlar "*örnek liste, toplama, sayı aralıkları belirlemek, tablolaştırma"* dır. İki odak grubun ürettikleri fikirlerde ve odaklandıkları kavramlarda ortaklık bulunmamaktadır. İki odak grup da kendi içinde özgün bir süreç ortaya koymuştur. İki odak grubun fikirlerinin ve çözüm süreçlerinin farklılaşması, ortaya koydukları modellerin de farklılaşması sonucunu doğurmuştur. Tablo 4.29'a bakıldığında öğrencilerin süreç sonunda ortaya koydukları modellerin de farklılaştığı görülmektedir. Birinci odak grup model olarak bir formül ortaya koyarken, ikinci odak grup verilerin tablo üzerinde değerlendirileceği bir model ortaya çıkarmıştır. Tüm bu verilerden hareketle, kütüphane probleminde iki gruptaki öğrencilerin çözümlerinin farklılaştığı ve tüm alt boyutlarda ortak yaratıcı düşünme becerilerinin diğer modelleme etkinliklerine kıyasla daha belirgin bir biçimde gözlenebildiğini söylemek mümkündür.

İki gruptaki öğrencilerin otopark problemi ve patron probleminde ortaya koymuş oldukları çözümler ve süreç içinde ortaya koydukları yaratıcılıkları *benzer düzeydedir*. Birinci grubun toplam sıklık değerine bakıldığında, patron probleminde süreç içindeki alt becerilerin toplam sıklık değeri 16, otopark probleminde toplam sıklık değeri 18'dir. Bu değerler, birinci grubun en düşük değerleridir. Benzer şekilde, ikinci grubun yaratıcı düşünme becerileri açısından da kütüphane ve büyük ayak problemine kıyasla bu modelleme etkinliklerinde, toplam sıklık değerleri oldukça düşüktür (patron problemi: 23, otopark problemi: 25). Bu iki modelleme etkinliği iki grubun ortaya koymuş olduğu ürünler açısından ele alındığında, ürünlerin kalite açısından tam puan almadığı görülmektedir. Bu iki problemde iki grubun da fikir üretmek (akıcı düşünme becerisi) bakımından sınırlı kaldığı söylenebilir. Özellikle otopark probleminde iki grup da diğer modelleme etkinlikleriyle kıyaslandığında çok az fikir (Grup 1: 2 fikir, Grup 2: 3 fikir) üretebilmişlerdir. Odak gruplardaki öğrencilerin Patronun Probleminde ürettikleri fikirlere bakıldığında, birinci odak gruptaki öğrencilerin ürettiği fikirler "*1) Tabloyu okumak ve doğrudan tabloya göre karar vermek, 2) Orta yoğunlukta birim zamanda kazanılan paraya göre karar vermek, 3) Tüm yoğunlukları birlikte değerlendirerek, birim zamanda kazanılan miktara göre karar vermek"*dir. İkinci odak gruptaki öğrencilerin ürettiği fikirler ise, "*1) Tabloyu okumak ve doğrudan tabloya göre karar vermek, 2) Birim zamanda kazanılan miktara göre karar vermek 3) Sadece orta yoğunlukta birim zamanda kazanılan miktara göre karar vermek. 4) Farklı yoğunluklara göre birim zamanda kazanılan miktara göre, kısmi zamanlı veya tam zamanlı çalışanlara karar vermek*." dir. Gruplardaki öğrencilerin süreç içinde üretmiş oldukları fikirler neredeyse birbirinin aynısıdır. İki odak grupta da öğrencilerin odaklandığı kavramlar ise "tablo okumak ve birim oran" ile sınırlıdır. Öğrencilerin hem süreçte sınırlı ve birbirine çok benzeyen (hatta aynı) fikirleri önerdikleri, ortaya koymuş oldukları modellerin de birbirinden küçük detaylarla ayrıldığı söylenebilir.

Tablo 4.29'de görüldüğü gibi, otopark probleminde de, patronun probleminde olduğu gibi, gruplardaki öğrencilerin çözüm yolları, yöntemleri, ürettikleri fikirler ve son olarak ortaya koydukları modeller birbirine benzemektedir. Tüm bu verilerden hareketle bu modelleme etkinliklerinin (patronun problemi ve otopark problemi) gruplardaki öğrencilerin farklı düşünmesinde, yaratıcı düşünme becerilerinin ortaya çıkmasında sınırlı bir ortam sunduğu söylenebilir.

Büyük ayak probleminde ise, gruplar yaratıcı düşünme açısından farklılık göstermiştir. Bu problemi çözerken, birinci grup dört fikir üretmişken, ikinci grup altı fikir üretmiştir. Birinci grup esnek düşünme becerisi bakımından iki kavrama (oran ve orantı) odaklanmışken, ikinci gruptaki öğrencilerin dört farklı kavram (1.Oran, 2.Sabit Nicelikler, 3.Orantı, 4.Altın oran ve denklem) odağında fikirlerini geliştirmişlerdir. Gruplardaki öğrencilerin problemi çözme süreçleri odaklandıkları kavramlar ve ortaya koydukları modeller açısından incelendiğinde, benzer kavramlara da odaklandıkları görülmektedir. Grupların süreç içinde en çok farklılaştıkları boyut ise, ilişkilendirme boyutudur. İkinci grubun dikkat çeken bir özelliği tüm modelleme etkinliklerinde kurdukları ilişkilendirme sayısının diğer gruba göre yüksek olmasıdır. Bu modelleme etkinliğinde de bu gruptaki öğrenciler süreç içinde 22 ilişkilendirme yapmış, bu ilişkilendirmelerle farklı kavramlara odaklanmışlar (esnek düşünme), ürün olarak da çok kaliteli (dört tam puan) ve çok özgün (altı tam puan) bir model (çözüm: altın oran ile vücuttaki farklı organların uzunluklarını ilişkilendirmek) ortaya koymuşlardır. İkinci grubun aksine birinci grubun dört fikir üretmiş olması, az sayıda ilişkilendirme yapması, öğrencilerin ürünlerinin kalitesine ve özgünlüğüne yansımıştır. Birinci gruptaki öğrenciler kalite ve özgünlük bakımından iki puana yakın ve düşük bir puan almışlardır. Özetle, bu modelleme etkinliğinde birinci grubun daha az yaratıcı düşünme becerisi ortaya koyduğu; ikinci grubun ise tam tersine bu modelleme etkinliğinde diğer modelleme etkinliklerine göre daha fazla yaratıcı düşünme becerisi sergilediği gözlenmiştir. Yukarıdaki veriler incelendiğinde, grupların odaklandıkları kavramların birbirine çok benzemesi açısından büyük ayak probleminin, yapısı bakımından belirli açıdan sınırlılıklar gösterse de öğrencilerin yaratıcılıklarını ortaya koydukları bir ortam sunduğu söylenebilir.

İki gruptaki öğrencilerin yorgan problemindeki yaratıcı düşünme becerilerini ortaya koyma düzeyleri de farklılık göstermektedir. Birinci gruptaki öğrenciler, bu problemi yeni bir yapı keşfederek (iki bilinmeyenli denklem) çözmüşlerdir. Birinci gruptaki öğrenciler toplamda beş fikir üretmişler ve bu ürettikleri fikirler üç farklı kavram (kenar uzunluğu, alan, denklem) etrafından toplanmıştır. Bu modelleme etkinliğinde, öğrenciler çözüme beş aşamada ulaşmışlar ve diğer modelleme etkinliklere göre daha sık ilişkilendirme yapmışlardır. Grupların çözümü uzmanlar tarafından çok kaliteli ve özgün olarak değerlendirilmiştir. İkinci gruptaki öğrenciler ise, bu modelleme etkinliğini tahmine dayalı bir strateji ile çözmüşlerdir. Süreç içinde, üç farklı fikir ürettikleri ve üç farklı kavrama (ortak bölen, tahmin, ölçek- oran) odaklandıkları görülmüştür. Bu gruptaki öğrencilerin çözümleri genellikle uzman değerlendirmesinde kalite bakımından üç puanın üzerinde değer almasına rağmen, bu modelleme etkinliğinde 1,7 gibi çok düşük bir kalite puanı almıştır. Benzer bir biçimde bu modelleme etkinliğinde, ikinci gruptaki öğrencilerin çözümleri de uzmanlar tarafından çok özgün bulunmamıştır. Bu modelleme etkinliğinin de öğrencilerin yaratıcılıklarını ortaya koyacağı ortamlar sunduğu düşünülmektedir.

4.4.2. Modelleme Etkinliklerinin Özellikleri

Bu araştırmanın üçüncü araştırma problemini yanıtlamak için, modelleme etkinliklerinin özellikleri incelenecektir. Aşağıda modelleme etkinliklerinin ele alınan özellikleri özet bir biçimde Tablo 4.30'da verilmiştir.

Tablo 4.30: Modelleme Etkinliklerinin Özellikleri

	Modelleme Etkinlikleri				
Özellikler	***Patron***	***Büyük Ayak***	***Otopark***	***Kütüphane***	***Yorgan***
Verilerinin Sunuş Şekli	Doğrudan Verilmiş	Doğrudan Verilmemiş	Doğrudan Verilmiş	Doğrudan Verilmemiş	Doğrudan Verilmemiş
EtkenSayısı	Çok Sayıda (8 Etken)	Çok Az Sayıda (1 Etken)	Çok Fazla Sayıda (10 Etken)	Orta Düzeyde (6 Etken)	Az Sayıda (4 Etken)
DISCOVER Düzeyi	4	4	5	5	4
Zorluk	Kolay	Orta	Orta	Zor	Orta
Öğrenme Alanı	İstatistik	İstatistik	Geometri	Sayılar/ Cebir	Geometri/ Sayılar

Yukarıdaki tabloda modelleme etkinliklerinin özellikleri tablo şeklinde verilmiştir. Modelleme etkinliklerinin özelliklerinden biri zorluk düzeyidir. Modelleme etkinliklerinin zorluk düzeyi (çok kolay/kolay/orta/zor/çok zor) her bir modelleme etkinliği sonrası öğrencilere yansıtıcı düşünme formunda sorulmuştur. Öğrenciler bu soruyu grup olarak yanıtlamışlardır. Gruplardaki öğrenciler hiçbir modelleme etkinliğini çok kolay veya çok zor bulmamışlardır. Öğrencilerden alınan görüşlere göre, problemlerin zorluğu kolay, orta güçlükte ve zor olarak değişmektedir. Bunun yanı sıra, sadece bir modelleme etkinliğinde (patronun problemi etkinliğinde) bir grup öğrenci problemi kolay olarak nitelendirirken, diğer grup orta düzeyde ve kolay olarak nitelendirmiştir. Bu modelleme etkinliği, diğer modelleme etkinliklerine göre öğrenciler tarafından kolay bir modelleme etkinliği olarak görüldüğünden bu sınıflamada kolay olarak alınmıştır. Büyük ayak, otopark ve yorgan problemi orta güçlükte, kütüphane problemi ise öğrenciler tarafından zor olarak belirtilmiştir.

Modelleme etkinliklerinin DISCOVER problem matrisine göre düzeyine (ne düzeyde açık uçlu ve yapılandırılmamış) olduğuna karar verilmesinde uzman görüşünden yararlanılmıştır. DISCOVER problem matrisine göre problemlerin düzeyleri dördüncü ve beşinci düzey arasında değişmektedir. Beşinci düzeydeki problemlerin dördüncü düzey problemlere göre daha fazla yöntemi ve çözümü (sonucu) vardır. Buradan hareketle, problemlerin oldukça açık uçlu olduğu, farklı çözümlere ve yöntemlere olanak sağlayan problemler olduğu söylenebilir.

Modelleme etkinliklerinin matematikteki farklı öğrenme alanları ile ilişkili kavramları içermesine ve problem durumlarında yer alan etken (problemin çözümüne etki eden veriler) sayılarının farklı düzeylerde olmasına, modelleme etkinliklerinin seçim sürecinde dikkat edilmiştir. Problemlerin etken sayısının bir ile on arasında değiştiği görülmektedir. Örneğin; büyük ayak probleminde tek bir veri olarak büyük ayak resmi verilmiştir, bu resimdeki ayak ölçüleri bu modelleme etkinliğindeki tek etkendir. Büyük ayak probleminde etken sayısı bir iken (Ayak Ölçüsü), otopark probleminde etken sayısı ondur(otopark alanı, yolların genişliği, engelli otoparkı büyüklüğü, bir araçlık alan, giriş çıkışlar, vb).

Problemin verileri, sunuluş biçimi bakımından da farklılık göstemektedir. Problem içindeki veriler doğrudan sunulmasına veya doğrudan sunulmamasına göre göre iki kategoride değerlendirilmiştir. Örneğin, partonun problemi ve otopark probleminde veriler doğrudan sunulmuşken, büyük ayak, kütüphane ve yorgan probleminde veriler doğrudan verilmemiştir. Problemlerin öğrenme alanlarına bakıldığında ise, problemlerin bazılarının birden fazla öğrenme alanına ilişkin kavramları kapsadığı görülmektedir.

Üç modelleme etkinliğinde (kütüphane, patron problemi, otopark problemi), grupların yaratıcı düşünme becerilerini sergileme düzeyleri birbirine yakın olduğundan bu modelleme etkinliklerinin özelliklerinin grupların yaratıcı düşünme becerilerini ortaya koyma düzeylerini etkilediği düşünülmektedir. Bu bağlamda, öncelikle yaratıcı düşünme becerilerinin sıklığı açısından benzerlik gösteren modelleme etkinlikleri ele alınacaktır. Daha sonra ise, grupların farklı düzeylerde yaratıcılıklarını yansıttıkları modelleme etkinlikleri grupların özellikleri ve etkinliklerin özellikleri temelinde tartışılacaktır.

4.4.2.1. Kütüphane Problemi

Kütüphane probleminde, öğrencilerden; tüm Ankara'daki altıncı sınıftan sekizinci sınıfa kadar olan öğrencilerin katılacağı bir kitap okuma yarışmasında jürinin karar vermesine yardımcı olacak bir değerlendirme sistemi oluşturulması istenmektedir. Bu modelleme etkinliği sonunda iki grup da çok yaratıcı ve kaliteli ürünler ortaya koymuşlardır. Bu problemde, öğrencilerin sistem oluştururken bazı de etkenleri dikkate alması istenmiştir. Bu etkenler, yarışmacının sınıf seviyesi, kitabın düzeyi, kitapların sayfa sayısı, okunan kitap sayısı, okunan kitapların türü ve yarışmacıların kitaplar hakkında verdikleri raporlardır. Öğrencilerin bu altı etken elde edilebilecek farazi verilerden yola çıkarak bir model oluşturması beklenmektedir. Yani, problem durumu içerisinde tanımlanmış, belirgin veriler yoktur. Sadece, öğrencilere hayali bir katılımcının okuma listesi verilmiştir. Yarışmacıların 6-8 sınıf öğrencisi olması dışında sayısı, düzeyi belirtilmemiştir. Diğer taraftan, bir yarışmacı, az sayıda sayfalı ancak seviye olarak yüksek düzeyde olan bir kitap da okuyabilir veya çok sayıda sayfalı ancak seviye olarak düşük düzeyde olan bir kitap da okuyabilmektedir. Problemde yarışmacıların okuması gereken kitap sayısı veya sayfa sayısıyla ilgili bir sınır belirtilmemiştir. Yarışmanın kitapları milli kütüphanedeki kitaplarla sınırlı olduğundan veriler çok belirsiz ve sınırı belli olmayan verilerdir. Grupların değişkenleri kendilerinin tanımlaması, işe yarayan veriyi betimlemesi, bu verilerin sınırlarını belirtmesi ve bu verilerin ilişkisine karar vermesi beklenmektedir. Dolayısıyla, bu problemde veriler doğrudan sunulmamıştır ve öğrencinin kendisinin tanımlaması beklenmektedir. Bu bakımdan bu problem diğer modelleme etkinliklerine kıyasla oldukça farklı bir yapıda görülmektedir. Çünkü diğer problemlerde veriler ve etkenler bu probleme göre daha iyi tanımlanmışlardır. Örneğin, otopark probleminde otoparkın yapısı, bir araçlık otoparkın alanı gibi problemin çözümünde gerekli olabilecek tüm veriler tek tek tanımlanmış ve öğrenciye sunulmuştur. Ancak, kütüphane probleminde, hem verilerin birbiriyle ilişkisi belirsizdir, hem de veriler iyi tanımlanmamış, grubun değişkenleri kendisinin tanımlaması istenmiştir. Bununla beraber, problem içerdiği etkenleri sayısı bakımından incelendiğinde, altı etken olduğu görülmektedir. Etken sayısı bakımından problem incelendiğinde, öğrencilerin anlaması ve kontrol etmesi sayı bakımından daha az olduğu için daha kolay olabilir. Bu değişkenlerin daha kontrol edilebilir olması, süreç içinde öğrencilerin fikir üretmelerine olanak sağlamış olabilir.

Kütüphane problemi yapılandırılmamış bir problem olarak da karşımıza çıkmaktadır. DISCOVER problem matrisinde altı düzey içinde beşinci düzeyde (problem durumu öğretmen ve öğrenci tarafından bilinen, yöntem ve problemin çözümü (sonucu) öğretmen ve öğrenci tarafından da bilinmiyor) bir problemdir. DISCOVER problem matrisindeki derecelendirmelere göre, derece düzeyi arttıkça, öğrencilerin yaratıcı düşünme becerileri daha çok desteklenmektedir (Güçyeter, 2009). Bu bakımdan, kütüphane problemi öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini aktif hale getirme düzeyi bakımından diğer problemlere göre daha avantajlı olarak görülebilir.

Öğrencilerin, diğer modelleme etkinliklerini, kolay veya orta güçlükte olarak tanımladığı, kütüphane problemini ise zor olarak tanımladığı görülmektedir. Özellikle, birinci gruptaki Yiğit adlı öğrenci yapılan görüşmelerde çözüm yolunu tahmin edemediği için heyecanlandığını belirtmiştir. Bu durum araştırmacı tarafından problemin zorluğuyla ilişkilendirilmiştir. Süreç içinde ise, “ben bunu kafaya taktım, sonucu merak ediyorum, ne çıkacak, acaba doğru mu?” şeklinde yorumlar ürettiği gözlenmiştir. Özellikle bu modelleme etkinliğinde Yiğit adlı öğrencinin önce yalnız başına motive olmuş ve daha sonra da arkadaşlarını da motive eden, grubu yönlendiren kişi olduğu görülmektedir. Zor ve öğrencilere meydan okuyan bu problemin öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini aktive ettiği, onları daha çok motive ettiği düşünülebilir. Tüm bu değişkenler özetlenecek olursa, kütüphane problemi öğrencileri zorlayan yapısıyla, kontrol edilebilir sayıda değişken içeren verilerin doğrudan sunulmadığı problem durumuyla, DISCOVER problem matrisine göre beşinci düzey olması; diğer problemlere göre daha az yapılandırılmış ve açık uçlu olması dolayısıyla, öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini ortaya koymasına olanak sağlayan etkin bir araç olarak görülebilir.

4.4.2.2. Patronun Problemi

Patronun Problemi de grupların (süreç, üretilen fikirler, ortaya çıkan model, alt boyutlardaki frekans sayısı, ürünün kalitesi ve özgünlüğü açısından) benzer yaratıcı düşünme becerileri gösterdiği problemlerden biridir. İkinci odak gruptaki öğrenciler, birinci odak grupla kıyaslandığında daha çok fikir üretmiştir. Ancak, grupların esnek düşünme becerilerine bakıldığında, grupların odaklandıkları kavramların aynı (tablo okumak ve birim oran) olduğu görülmektedir. İki gruptaki öğrencilerin aynı kavramlara odaklanıyor olması, benzer ilişkilendirmeler yapmaları problemin yapısından kaynaklanıyor olabilir. Grupların yaratıcı düşünme becerilerinin sınırlılığına bakılarak, bu modelleme etkinliğinde öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin çok desteklenemediğini söylemek mümkündür.

Bu modelleme etkinliğinde bir yaz işinde çalışanların farklı değişkenlerde çalışma saatleri ve kazandıkları paralar verilmiş, bu değişkenlere bağlı olarak üç çalışanın işten çıkartılması istenmektedir. Bu problemde veriler doğrudan sunulmuştur. Öğrencilerin kullanması istenilen veriler tablo içinde verilmiştir. Diğer taraftan, verilen dokuz etken (parkın yoğunluğu (az, orta, çok), aylar, çalışma saati, kazanılan para, çalışan kişi sayısı) içeren bu etkinlikteki verilerdir. Öğrenciler problem durumdan hangi etkenleri kullanacaklarını karar verecekler ve işlerine yarayacak bilgiyi seçeceklerdir. Bu problemde diğer problemlere göre veriler doğrudan sunulduğu için, verilerin ne şekilde kullanacağına karar verme süreci daha belirgindir. Çalışanların kaç saat çalıştığı, kaç lira para kazandırdığı, hangi yoğunluk zamanlarında ne kadar çalıştığı tabloda tek tek verilmiştir. Problemin çözümü bu etkenlere bağlıdır ve problem bu etkenlere ait verilerle sınırlıdır. Dolayısıyla öğrencilerin yöneldikleri kavramlar bu verilerin yansımasıdır ve iki grupta da aynıdır. Örneğin, iki grup da kazanılan parayı çalışma saatine bölerek, çalışanların bir saatte kazandığı parayı bulmuşlardır. İki gruba ait çözümlerin temel farkı etkenlerin bazılarını (örneğin, parkın yoğunluğunu) dikkate alıp almamalarına göre değişmektedir. Aynı zamanda, bu problemdeki etken sayısının çok olması öğrencilere dezavantaj olarak yansımış olabilir, çünkü etken sayısı çoğaldıkça verileri kontrol etmek ve sonuca ulaşmak güçleşmektedir.

Bu modelleme etkinliği DISCOVER problem matrisine göre altı üzerinden dördüncü düzeydedir (problem durumu öğretmen ve öğrenci tarafından bilinen, yöntem ve çözüm çok sayıda olmasına rağmen öğretmen tarafından öngörülebilen). Bu bakımdan bu problem, kütüphane problemine göre daha yapılandırılmış bir problem olarak görülebilir. Bunun yanında, bu modelleme etkinliği öğrenciler tarafından kolay olarak nitelendirilen bir modelleme etkinliğidir. İki gruptaki öğrenciler de sürece hemen karar vermişler ve daha sonra tüm süreci işlem yaparak (birim zamanda çalışanların kazandığı parayı bulmaya çalışarak) geçirmişlerdir. Grupların çözüm sürecine bakıldığında, bu problemin çözümünün öğrenciler tarafından kolay kestirildiği düşünülebilir. Çünkü gruplardaki öğrenciler doğrudan *" bir saatte kazanılan parayı bulalım ve ona göre kıyaslayalım, böyle doğrudan zor olur"* gibi cümleler kurarak, bu kavramı bildiklerini göstermişlerdir. Dolayısıyla bu problemde, öğrenciler daha önceki bilgilerini ve daha önce çözmüş oldukları problemleri hatırlayarak bir çözüme yönelmiş olabilirler. Belki de gruplardaki öğrencilerin daha önce problemlerde karşılaşmış olduğu kavramları içeren bir problem yapısına sahip olması, bu modelleme etkinliğinde öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerine ket vurmuştur. Öğrenciler bu problemdeki temel kavramı (birim oran) yakaladıktan sonra, daha fazla düşünme gereği duymamış olabilirler. Dolayısıyla bu modelleme etkinliği diğer modelleme etkinliklerine göre daha kolay gelmiş ve öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini ortaya koyacakları bir ortam sağlamamış olabilir. Yukarıdaki özellikler bir arada ele alındığında, güçlük düzeyi olarak kolay olması, verilerin karışık bir biçimde olsa da doğrudan sunulmuş olması, kontrol etmesi zor olan çok sayıda etken içermesi ve DISCOVER problem matrisine göre dördüncü düzeyde olması dolayısıyla, bu modelleme etkinliği öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini kullanmaya sevk etme açısından iyi bir araç olarak görülmemektedir.

4.4.2.3. Otopark Problemi

Otopark probleminde ise, öğrencilerden belirli kurallar (etkenler) çerçevesinde bir otopark tasarlamaları istenmiştir. Bu problemin yapısında kullanılacak veriler etken olarak tüm detaylarıyla madde madde sunulmuştur. Problemin yapısındaki bu etkenler; otoparkın toplam alanı, bir arabalık alan, engelli otoparkının alanı, engelli/normal otopark oranı, otopark özellikleri (giriş-çıkış), şerit özellikleri (şerit genişliği, dönüş için gerekli olan yayın çapı) ve binaya bağlı özelliklerdir (kaldırım, yürüme alanları, acil çıkış vb.). Öğrencilerden tasarımlarında bu verileri kullanmalarını istenmiştir. Bu modelleme etkinliğinin çözülmesi için etkenlerin her birinin kontrol edilmesi gerekmektedir. Verilerin doğrudan verilmesi, öğrencileri bir anlamda sınırlandırmıştır ve çözümü belli bir yöne yönlendirmiştir. Çünkü örneğin, engelli otoparkın hangi alanda yer alması gerektiği, giriş kapısına yakın olması gerektiği problem durumunda belirtilmiştir. Dolayısıyla bu etkenlerin her birinin kontrol edilerek tasarlandığı otoparklar bir açıdan birbirine benzemektedir. Diğer taraftan bu modelleme etkinliğindeki etken sayısı da çok fazladır. Etken sayının fazla olması da bir anlamda dezavantaj olmuştur. Çünkü odak gruplardaki öğrencilerin tüm sürece baskın olan konuşmaları "*kapı ne kadar uzakta olacaktı? Yolun çapı yeterli mi? Engelli otoparklarını yerleştirdik mi?"* gibi problem durumunda verilen ölçütleri sağlamaya yönelik diyaloglardır. Bu gibi durumlar öğrencilerin yaratıcı düşünmelerine yönelik alanı sınırlandırmıştır.

İki odak gruptaki öğrencilerin de bu problemi orta düzeyde zor olarak tanımladıkları görülmektedir. Bununla birlikte otopark problemi DISCOVER problem matrisinde altı düzey içinde beşinci düzeyde bir problemdir çünkü, problem durumu tasarım istemektedir. Ancak önerilen çözümler tasarım bile olsalar, problemin yapısındaki sınırlamalar, grupların çok fazla fikir üretmesine, farklı ve özgün ürünler ortaya koymasına olanak sağlamamaktadır. Otopark problemi de, DISCOVER problem matrisinde beşinci düzeyde olmasına rağmen, verilerin doğrudan ve sınırlayıcı bir biçimde sunulması, kontrol edilmesi zor olan çok sayıda etken/ ölçüt içermesi açısından öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin daha az gözlendiği bir etkinlik olmuştur.

4.4.2.4. Yorgan Problemi

Yorgan probleminde, bir yorgan resmi ve yorganın ölçüleri verilmiş, yorgan resminin içinde yer alan motifin uzunluklarının bulunması ve kalıbının yapılması istenmiştir. Bu modelleme etkinliğinde odak grupların yaratıcı düşünme becerilerini yansıtma düzeyleri farklılık göstermiştir.

Bu modelleme etkinliğinde veriler doğrudan sunulmamıştır; problem durumunun içine gizlenmiştir, yani örtüktür. Problemin çözümü için kullanılabilecek etkenler görsel içinden, öğrenciler tarafından çıkarılabilecek şekilde sunulmuş ve iyi tanımlanmamıştır. Başka bir deyişle, hangi verilerin kullanılması gerektiğine dair problem durumunda bir açıklama yapılmamıştır. Öğrencilerin problem içinde ihtiyaç duydukları verileri bulmaları ve ihtiyaçları doğrultusunda revize ederek kullanmaları gerekmektedir. Diğer taraftan ise, yorgan problemi içindeki etken sayısı azdır. Bu etkenler, yorgan ölçüleri, motif ölçüleri, boşluklardır (motiflerin arasındaki ve yorganın boş alanları). Problem içeriğinde az sayıda etkene yer verilmesi, etkenlerin kolay kontrol edilmesine olanak sağlıyor olabilir.

Yorgan problemi gruplar tarafından orta güçlükte olarak tanımlanmıştır. Bu bakımdan problem durumunun öğrencileri problemi çözmeye teşvik ettiği düşünülebilir. Problem yapısı bakımından gruplardaki öğrencilerin daha önce karşılaştıkları kavram ve problemlerden izler taşımayan bir problemdir. DISCOVER Problem matrisine göre, dördüncü düzey (problem durumu öğretmen ve öğrenci tarafından bilinen, çok sayıda yöntem ve çözüm olmasına rağmen öğretmen tarafından öngörülebilen) bir problemdir. Bu problem durumunda, öğretmen olan uzmanlar olası tahmin ettikleri çözüm yollarını sıralayabilmişlerdir. Verilerin örtük bir biçimde sunulması, çok sayıda etken içermemesi, güçlük düzeyi açısından öğrencileri motive etmesi açılarından ele alındığında, yorgan problemi de gruplardaki öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini ortaya koymalarına olanak sağlamaktadır.

4.4.2.5. Büyük Ayak Problemi

Büyük ayak probleminde, öğrencilere sadece bir ayak izi verilmiştir. Bu ayak izinden yola çıkarak öğrencilerin farklı veriler toplamaları, ayak ölçüleri ve boy uzunluğu arasındaki ilişkiyi keşfetmeleri beklenmiştir. Bu modelleme etkinliğinde tek bir veri olarak ayak ölçüsü vardır. Bu veri de iyi tanımlanmamıştır ve problem durumu içinde bu verinin nasıl kullanılacağı belirsiz bir durumdadır. Öğrencilerden, problem çözümünde işlerine yarayan verileri kendileri elde etmeleri ve düzenlemeleri beklenmiştir. Bu bakımdan, bu modelleme etkinliği de verilen doğrudan sunulmadığı bir problem durumu ortaya koymaktadır. Etken sayısının az olması da sürecin öğrenciler tarafından daha kontrol edilebilir olmasını sağlamaktadır.

Bu modelleme etkinliği DISCOVER problem matrisine göre dördüncü düzeyde bir modelleme etkinliğidir. Dördüncü düzeyde problem durumu öğretmen ve öğrenci tarafından bilinirken, yöntem ve çözüm çok sayıda olmasına rağmen öğretmen tarafından öngörülebilen bir yapıdadır. Farklı çözüm yollarına olanak sunan büyük ayak probleminde gruplardaki öğrencilerin de çözüm yolları, ortaya attıkları fikir sayıları, ilişkilendirmeler farklılaşmıştır. İkinci gruptaki öğrenciler, çözümlerini altın oran ile ilişkilendirerek sonuçlandırmışlardır. Birinci gruptaki öğrenciler ise, modelleme etkinliğinin ilgili alan yazımda (Hıdıroğlu, Bukova-Güzel,2014) karşımıza çıkan çözümünü önermişlerdir. Gruplardaki öğrencilerin farklı düzeylerde yaratıcı düşünme becerilerini ortaya koymaları, öğrenci gruplarının yapısından kaynaklanıyor olabilir. Birinci gruptaki öğrenciler, ikinci gruptaki öğrencilerin tersine bu problemde elde ettikleri verileri istatistiksel açıdan çok sorgulamamışlardır. Matematiksel yaratıcılığın, matematiksel bilgi düzeyiyle ilişkisi olduğu göz önüne alınırsa, belki de ikinci gruptaki öğrenciler istatistik konusunda, birinci gruba göre daha üst düzey ve esnek düşünüyor olabilirler. Bu bakımdan farklı çözüm yollarına olanak sunması, güçlük düzeyi ile öğrencilerin mücadele etmesine olanak sunması, öğrencilerin örtük kavram, etken ve verileri doğrudan görememeleri, büyük ayak problemini yaratıcı düşünme becerilerine olanak sunan bir etkinlik olarak nitelendirmemize olanak sağlamaktadır.

Yukarıdaki incelemeler özetlenecek olursa, patronun problemi ve otopark problemi gruplardaki öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini ortaya koyması açısından iyi bir ortam sunmamaktadır. Buna karşın kütüphane probleminde iki grup da oldukça yaratıcı düşünmüşlerdir. Yorgan ve büyük ayak problemlerinde de grupların farklı düzeylerde yaratıcı düşünme becerilerinin ortaya çıktığı söylenebilir. Dolayısıyla, denilebilir ki; DISCOVER problem matrisine göre olabildiğince üst seviyede, problem durumunda verilerin mümkün olduğunca doğrudan sunulmadığı, etken sayısının çok olmadığı; ancak güçlük düzeyi açısından öğrenciyi zorlayan, belki de öğrencilerin bilgiyi keşfetmesine olanak sağlayacak modelleme etkinlikleri, öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini daha iyi bir biçimde ortaya koymalarına olanak sağlamaktadır.

5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmanın bulgu ve yorumlarına dayalı olarak ulaşılan sonuçların özetine ve bu sonuçlardan yola çıkarak geliştirilen önerilere yer verilmiştir. Bu araştırmada altı üstün yetenekli öğrencinin modelleme etkinlikleri süresince grup olarak ortaya koymuş oldukları ortak yaratıcılıkları ve bireysel olarak ortaya koymuş oldukları yaratıcılıkları incelenmiştir. Bunun yanında modelleme etkinliklerinin yaratıcı düşünme becerilerini ne düzeyde ortaya çıkarttığı ve özellikleri incelenmiştir. Yaratıcı düşünme becerilerinin daha çok gözlemlendiği modelleme etkinliklerinin özellikleri ortaya konmaya çalışılmıştır. Bu bölümde, her bir araştırma problemiyle ilişkili olan sonuçlar, alt başlıklar halinde verilecektir. Daha sonra ise, araştırmanın sonuçlarına bağlı olarak öneriler sunulacaktır.

5.1. Grup ve Bireysel Yaratıcılığa İlişkin Sonuçlar

Bu araştırmada, üstün yetenekli öğrencilerin ortak matematiksel yaratıcılığı grup olarak gerçekleştirdikleri modelleme etkinliklerinde hem süreç sırasında hem de süreç sonunda ortaya koydukları ürünler yoluyla incelenmiştir. Bu çalışma sonucunda, odak grupların farklı modelleme etkinliklerinde farklı düzeylerde matematiksel yaratıcılık sergilediklerini söylemek mümkündür. Odak grupların ortak yaratıcılıklarının farklı modelleme etkinliklerinde birbirlerinden farklılık gösterdiği gözlenmiştir. Bunun yanı sıra öğrenciler bireysel olarak da farklı düzeylerde yaratıcılık sergilemişlerdir. Odak grupların bazı modelleme etkinliklerinde daha akıcı, esnek düşündükleri, daha çok ilişkilendirme yaptıkları, daha aşamalı bir biçimde çözüme ulaştıkları ve bu etkinliklerin sonunda daha kaliteli ve orijinal ürünler ortaya koydukları gözlenmiştir. Bu açıdan bu araştırmanın bulguları, daha önce matematiksel yaratıcılık ve matematiksel modelleme etkinlikleri temelinde yapılan araştırmalarda olduğu gibi, matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin farklı düzeylerdeki yaratıcı düşünme becerilerini ortaya çıkardığını (Amit ve Gilat, 2011; Coxbill ve diğerleri, 2013; Ming- Eric, 2008; Wessels, 2014) göstermektedir.

Bu araştırmada süreçler (akıcılık, esneklik, ilişkilendirme, aşamalılık) ve ürünler (kalite ve özgünlük) temelli incelenen boyutlar ile ortak matematiksel yaratıcılık kavramı daha derinlemesi anlaşılmıştır. Bunun yanı sıra bu araştırmanın sonucunda, süreçte ortaya konulan boyutların öğrenci ürünlerine kalite ve özgünlük olarak nasıl yansıdığı da ortaya konulmuştur. Araştırmada farklı düzeylerde gözlenen yaratıcılık boyutlarının birbiriyle ilişkisi göze çarpmaktadır. Örneğin, öğrencilerin akıcı ve esnek düşünmeleri ile özgün ve kaliteli düşünmeleri arasında ilişki olduğu gözlenmiştir. Odak gruplardaki öğrenciler daha çok (akıcı) ve farklı türde (esnek) fikir ürettikleri modelleme etkinliklerinin sonunda daha kaliteli ve özgün modelleler geliştirmişlerdir. Alan yazındaki araştırmalar şaşırtıcı olarak genel yaratıcılıkta esnek düşünme becerisi ile özgün düşünme becerisi arasında ilişki olmadığını ortaya koysa da (Runco, 2010), bu araştırmadaki sıklık değerlerine bakıldığında, öğrencilerin daha esnek düşündükleri modelleme etkinliklerinde diğerlerine göre, daha özgün ürünler ortaya koydukları görülmüştür. Buradan hareketle, matematiksel yaratıcılığın genel yaratıcılıktan farklı özellikler sergilediği söylenebilir. Akgül ve Kahveci (2016) yapmış olduğu araştırmada, 297 üstün yetenekli öğrenci ile çalışmıştır. Öğrencilerin yaratıcılıklarını akıcılık, esneklik ve özgünlük boyutu ile açıklayan araştırmacılar, tüm boyutlar arasında anlamlı düzeyde ilişki (kolerasyon katsayısı ,72 ile ,93 arasında değişmektedir) bulmuştur. Bu açıdan matematiksel yaratıcılığın boyutlarından akıcılık, esneklik ve özgünlük arasında bir ilişki olduğunu ortaya koyan bulgular, Akgül ve Kahveci'nin (2016) araştırmasındaki bulgular ile örtüşmektedir.

Öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin incelendiği araştırmalarda (Coxbill ve diğerleri, 2013; Wessels, 2014) genellikle Guilford'un (1966) yaratıcılığı açıklamak için kullandığı ıraksak düşünme becerilerinin boyutları olan akıcılık, esneklik, detaylandırma, kalite ve özgünlük kullanılmaktadır. Bu araştırmanın matematiksel modelleme etkinlikleri bağlamında ele alınması, öğrencilerin bilişsel süreçlerine dair daha fazla iz yakalamamıza olanak sağlamıştır. Bu bakımdan araştırmanın ortak yaratıcılığa dair bulguları, öğrencilerin yaratıcılık süreçlerine ilişkin daha derinlemesine bilgi sahibi olmamıza ve öğrencileri doğal problem çözme sürecinde izleyerek, matematiksel yaratıcılığın tanımlarında öne çıkan ancak, başka araştırmalarda dahil edilmeyen boyutları (aşamalılık ve ilişkilendirme) araştırma sürecine katmamıza olanak sağlamıştır. Örneğin, bu araştırmada, Mednick'in (1962) çağrısımsal teori olarak ortaya attığı, fikirlerin birbirine zincir gibi eklemlenerek genişlemesi ve bir noktadan başlayarak evrilmesini açıklamak için fikrin geliştiği aşamalar analiz edilerek bu araştırmaya aşamalılık boyutu da eklenmiştir. Böylece, öğrencilerin sadece ortaya koydukları ürünleri değil, bu ürünlere ait fikirlerinin başlangıç noktasından başlayarak, kavramların çağrışımsal bir zincirle nasıl başka kavramlarla genişletildiği ve fikrin nasıl işlenerek aşama aşama özgün fikirler ortaya çıktığı keşfedilmiş ve detaylarıyla ortaya konulmuştur.

Öğrencilerin matematiksel olarak kaliteli ve özgün bir ürün ortaya koymasında aşamalı düşünmenin de bir etken olarak payı olduğu söylenebilir. Çünkü odak grup öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin boyutlarının süreç içinde belirgin bir biçimde ortaya çıktığı (daha sık görüldüğü) modelleme etkinliklerinde öğrencilerin ortaya koydukları modellerin daha kaliteli ve özgün olduğunu görülmüştür. Aynı durumun tersi de gözlenmiştir. Odak gruplardaki öğrencilerin bazı modelleme etkinliklerinde, tüm sıklık değerlerinin düşük olduğu görülmektedir. Bu gibi modelleme etkinliklerinde ise kalite ve özgünlük bakımından değerli ürünler ortaya çıkmamıştır. Dolayısıyla, süreç ve sonuç odaklı olarak modelleme etkinliklerine bakıldığında, özgün ve kaliteli bir fikrin ortaya çıkması sürecinde akıcı ve esnek düşünmelerinin yanında aşamalık da değişken olarak rol oynuyor olabilir. Bu araştırmanın bulguları ortaya koymaktadır ki, fikir üzerinde ne kadar çok aşamalı düşünülmüşse (aşamalılık), yani fikir üzerinde çalışılmışsa, fikir ne kadar çok işlem görmüşse, farklı çağrışımlarla ve ilişkilendirmelerle genişletilmişse, ortaya çıkan ürünün matematiksel olarak kalitesi ve özgünlüğü de o kadar artmaktadır. Örneğin, öğrencilerin modelleme etkinliklerinde beş veya daha fazla aşamada geliştirdikleri fikirlere ait kalite puanlarının da tam puan alması ve özgünlük puanlarının da yüksek (5- 6) olması dikkat çekicidir.

Öğrencilerin matematiksel olarak kaliteli ve özgün bir ürün ortaya koymasında ilişkilendirmenin de bir değişken olarak payı olduğu söylenebilir. Öğrencilerin hem bireysel hem de grup olarak modelleme etkinliklerindeki ilişkilendirme becerileri incelendiğinde ve karşılaştırıldığında ikinci odak gruptaki öğrencilerin birinci odak gruptaki öğrencilere kıyasla daha çok türde ve sayıda ilişkilendirme yapmış oldukları görülmüştür. Bu durum da ikinci gruptaki öğrencilerin ortaya koydukları ürünlere kalite ve özgünlük olarak yansımıştır. Odak gruplardaki öğrencilerin aynı sayıda fikir ürettiği; ancak ikinci odak grubun daha çok ilişkilendirme yaptığı modelleme etkinliklerinde ikinci odak gruptaki öğrencilerin daha kaliteli ürünler ortaya koydukları görülmüştür.

Farklı modelleme etkinliklerinde öğrencilerin farklı bağlamlarda ve farklı kavramlar üzerinde çalıştıkları da gözlenmiştir (esneklik). Öğrencilerin esnek düşündüğü modelleme etkinliklerinde en sık rastlanan boyut ise ilişkilendirme boyutudur. Öğrenciler, özellikle üzerinde çok ve uzun süre çalıştıkları modelleme etkinliklerinde çok sayıda ve farklı çeşitte ilişkilendirme yapmışlardır. Aynı zamanda, öğrencilerin, kavramsal ilişkilendirmelerinin sıklığı arttıkça, esnek düşünme becerilerinin de arttığı görüşmüştür. Bu araştırmada esnek düşünme, öğrencilerin farklı kavramlarda düşünmesi olarak tanımlanmıştır. Dolayısıyla öğrencilerin fikirlerini üzerinde inşa ettikleri kavramlar esnek düşünmelerinin izleridir. Öğrencilerin farklı kavramlar üzerinde düşünmesi ise, kavramsal ilişkilendirmeler ile mümkün olmaktadır. Bu bağlamda öğrencilerin yapmış olduğu kavramsal ilişkilendirmeler esnek düşünme becerisiyle ilişkili olabilir; hatta ilişkilendirme becerisi, esnek düşünmenin alt boyutu gibi görünmektedir.

Bu araştırmada öğrencilerin grup olarak ortaya koymuş oldukları yaratıcılıkları ortak yaratıcılık olarak tanımlanmıştır. Öğrencilerin grup çalışmasında bireysel olarak farklılıklarını yansıttığı; ancak birbirlerini ikna ederek ve birlikte akıl yürüterek ortak bir çözüme ulaştıkları görülmüştür. Araştırmada yaratıcılığın, öğrencilerin birbirini etkileyerek, bu etkiyle fikirlerin sürekli yön değiştirerek evrildiği ve öğrencilerin problem durumunda birlikte çalışarak ortaya koydukları bir süreç olduğu görülmüştür. Dolayısıyla araştırmanın sonunda öğrencilerin birlikte ortaya koyduğu ürünler, ortak bir aklın, bir sosyal sürecin sonucudur. Levenson (2011) araştırmasında, sosyal etkileşim ile ortaya konulan yaratıcılığı kollektif veya ortak yaratıcılık olarak adlandırmıştır. Levenson, fikrilerin birbirlerini etkileyerek evrildiğini tespit etmiş ve betimlemiştir. Bu bakımdan, Levenson (2011) yaptığı araştırmanın bulguları ile bu araştırmanın işaret ettiği öğrencilerin ortak yaratıcılık davranışları örtüşmektedir.

Bu araştırmada bulgular ortaya koymaktadır ki, tüm öğrencilerin aktif katılım gösterdiği grup çalışmalarında yaratıcı ürünler ortaya çıkmaktadır. Örneğin, birinci odak gruptaki öğrencilerin bireysel ve grup olarak sergiledikleri davranışlar detaylı bir şekilde incelendiğinde, odak gruptaki öğrencilerin birlikte çalıştıkları, grup olarak aktif katılım gösterdikleri tüm modelleme etkinliklerine öğrencilerin daha kaliteli ürünler ortaya koydukları söylenebilir. Örneğin Yiğit adlı öğrenci, kendisini zorlayan, merak uyandıran, problem çözümünün çok belirgin bir şekilde ortada olmadığı, hemen fikir üretemediği problem durumlarında (Kütüphane ve Yorgan Problemi gibi) daha çok motive olmaktadır ve daha aktif katılım göstermektedir. Öğrenci(ler)nin kolay ve orta güçlükte olarak betimlediği diğer problem durumlarında fikir ürettikten sonra, daha pasif duruma geçtiği hatta bazen etkinliğe yönelik ilgisini kaybettiği gözlenmiştir. Bu gibi durumlarda araştırmacının dışsal yönlendirmesi de öğrencinin yeterince motive olmasına yetmemiştir. Oysaki Yorgan ve Kütüphane probleminde öğretmen rolündeki araştırmacıya “şimdi merak ettim sonunu… gerçekten bunun çözümü ne? Bu doğru mu? Oldu mu? ben bu probleme kafayı taktım!!!” gibi sorular yönlendirdiği ve bu modelleme etkinliklerinde problem durumundan hiç kopmadan grup çalışmasına diğer modelleme etkinliklerine kıyasla daha aktif katıldığı söylenebilir. Bu modelleme etkinlikleri diğer modelleme etkinliklerine nazaran odak gruptaki tüm öğrencilerin birlikte grup olarak çok daha iyi ve etkileşimli çalıştıkları modelleme etkinlikleridir. Bu bakımdan değerlendirildiğinde grup çalışmasında tüm grup üyelerinin aktif olarak katılımı daha kaliteli ürünler üretmelerinde etkili görülmektedir.

İkinci odak gruptaki öğrencilerin tüm modelleme etkinliklerine bütüncül olarak bakıldığında, dört modelleme etkinliğinde (patron problemi, kütüphane problemi, büyük ayak problemi, otopark problemi) öğrencilerin ürünlerinin ortalama olarak üç puandan daha yüksek ve en yüksek değer olan dört puana yakın değerler aldıkları görülmüştür. Bu değerlendirmeden yola çıkarak ikinci odak gruptaki öğrencilerin kendi düzeylerinde kaliteli ürünler ortaya çıkarabildikleri söylenebilir. Öğrencilerin ürünlerinin genellikle, genellenebilir yapılar taşıdığı ve benzer problem durumlarına uyarlanabileceği yorumunu yapmak mümkündür. Öğrencilerin sadece yorgan probleminde ortaya koymuş oldukları ürün kalite bakımından dört üzerinden çok düşük bir puan (1,7) almıştır. Bu durumun nedeni ise, Duru adlı öğrencinin sadece bu Yorgan problemi etkinliğine katılmamış olması ve grup çalışmasının yeterince etkileşimli geçmemiş olması gösterilebilir. Çünkü yorgan problemi etkinliğinde sadece Elif ve Gözde katılmıştır. Bu veriler, grup çalışmasında birinci odak gruptan elde edilen bulgular temelinde ortaya konulan: “Tüm öğrencilerin birlikte çalıştığı modelleme etkinliklerinde öğrencilerin daha kaliteli ürünler ortaya koyduğu” önermesini desteklemektedir. Çünkü bireyler birlikte grup olarak işbirliği halinde çalıştıklarında bireysel olarak ürettiklerinden çok daha yaratıcı ürünler ortaya koymaktadırlar (Sawyer, 2010).

Öğrencilerin grup içindeki rolleri, fikir üretmelerine, farklı ilişkiler kurmalarına ve fikirlerin matematiksel olarak doğruluğunu sorgulamalarına göre değişmektedir. İkinci odak gruptaki öğrencilerin iki kişi olarak çalıştıkları bir modelleme etkinliğinden sonra kaliteli çözüm üretemediklerini fark ettikleri ve etkinlik sonrası yapılan görüşmelerde bir arkadaşlarının eksikliğinde verimli çalışamadıklarını ifade ettikleri görülmüştür. Benzer şekilde iki odak gruptaki öğrencilere bir modelleme etkinliğini bireysel olarak yapacakları söylendiğinde öğrenciler, "Hep birlikte zor yapıyoruz, tek başımıza nasıl yapacağız?" şeklinde yorum yapmışlarıdır. Burada öğrencilerin, modelleme etkinlikleri süresince grup halinde işbirlikli şekilde çalışmanın daha iyi ve kaliteli çözümler üretmelerine olanak sağladığının farkında oldukları söylenebilir. Öğrenciler bu farkındalıkla birlikte işbirlikli şekilde çalışmaya daha yatkın bir süreç geçirmişlerdir. Dolayısıyla, modelleme etkinlikleri öğrencilerin grup halinde ortak bir bilinçle yaratıcılıklarının ortaya konması için bir ortam sunmaktadır.

Bu araştırmada, üstün yetenekli öğrencilerin bireysel matematiksel yaratıcılığının modelleme etkinliklerinde hem süreç sırasında hem de süreç sonunda ortaya koydukları ürünlerin incelenmesi de amaçlanmıştı. Bu çalışma sonucunda, öğrencilerin modelleme etkinliğinde bireysel matematiksel yaratıcılıklarını farklı biçimlerde sergilediklerini söylemek mümkündür. Öğrencilerden bazıları çok sayıda fikir üretirken, diğer öğrenciler daha özgün fikirler ortaya koymuşlardır. Bazı öğrenciler ise, bireysel uygulamada, neredeyse hiçbir alt boyutta yaratıcılık göstermemişlerdir. Coxbill ve diğerleri (2013) yapmış oldukları araştırmada, 39 öğrenciye bireysel modelleme etkinliği uygulamışlar ve öğrencilerin modellerini karşılaştırmışlardır. Araştırmalarının sonucunda bir öğrenciyi matematiksel yaratıcı olarak tanılamışlardır. Bu açıdan matematiksel modelleme etkinlikleri öğrencilerin bireysel yaratıcılıklarındaki farklılıkları ortaya koymakta etkilidir ve bu araştırmanın bulguları öğrencilerin bireysel olarak yaratıcılıklarının incelendiği araştırmanın bulgularını desteklemektedir (Coxbill ve diğerleri, 2013).

Bu araştırmada öğrencilerin yaratıcı düşünme becerileri bireysel olarak, akıcılık, esneklik, ilişkilendirme, özgünlük ve kalite boyutlarıyla incelenmiştir. Bireysel uygulamalarda öğrencilerin örtük bilişsel süreçlerine dair bilgi elde edilememiş; dolayısıyla aşamalı düşünmelerine ait veri toplanamamıştır. Aynı zamanda bireysel uygulamalarda öğrencilerin ilişkilendirme, dolayısıyla da, zenginleştirme boyutlarına dair de detaylı bilgi edinilememiştir. Öğrenciler, ilişkilendirmelerini zihinlerinde yapmış olsalar bile bunun izlerini bireysel uygulamalarda yakalamak mümkün olmamıştır. Ancak diğer alt boyutlar açısından incelendiğinde, her bir öğrencinin matematiksel yaratıcılığın farklı boyutlarında belirgin özelikler gösterdiği söylenebilir. Örneğin bazı öğrenciler akıcı düşünme becerisiyle ön plana çıkarken başka öğrenciler de özgün düşünme, gösterimleri kullanma, esnek düşünme gibi becerileriyle ön plana çıkmıştır. Daha belirgin bir örnek vermek gerekirse, bir öğrenci çözümlerin doğruluğunu sürekli olarak sorgulamıştır. Bu öğrencinin ortaya koymuş olduğu model özgünlük olarak diğerlerinden ayrılmasa da kalite bakımından tam puan almıştır. Bireysel uygulanan modelleme etkinliklerinin öğrencilerin çoğunun yaratıcılığının daha belirgin boyutlarının gözlenmesinde etkili olduğu söylenebilir.

Öğrencilerin bireysel modelleme etkinliklerindeki yaratıcılıklarına bakıldığında iki öğrencinin (Yiğit ve Ali) grup etkinliklerinde göstermiş oldukları yaratıcılığa kıyasla daha az yaratıcı oldukları gözlenmiştir. Bireysel uygulamaların bir etkinlikle sınırlı olduğu düşünüldüğünde bu modelleme etkinliğinin öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini ortaya koymalarına olanak sağlayacak bir ortam sunmamış olabileceği düşünülmektedir. Çünkü, Yiğit zor etkinliklerde daha çok motive olan, bir öğrencidir. Üstün yetenekli öğrencilerin daha zor görevlere ihtiyaç duyduğu ve daha zor görevlerde daha çok motive olduğu bilinmektedir (Deizmann ve Waltes, 2001). Yiğit diğer arkadaşlarına göre daha üst düzey düşünen bir öğrencidir. Bu modelleme etkinliği diğer modelleme etkinliklerine göre daha kolay bir modelleme etkinliği olduğundan Yiğit'in motive olmasını sağlamamış olabilir. Ali ise pratik düşünmesiyle ön plandadır. Basit çözümler öne sürmektedir. Grup içinde problem çözerken aktif katılım göstermektedir. Bu modelleme etkinliğinde Ali'nin bireysel yaratıcı düşünme becerilerine yönelik çok bulgu elde edilememiş olmasına rağmen, Ali grup içinde arkadaşlarına fikir vererek, fikirlerine katkı sağlayarak ortak yaratıcılığa katkıda bulunmuştur.

Öğrencilerin bireysel modelleme etkinliklerinde göstermiş oldukları yaratıcılıklarına bakılarak, grup içindeki rollerine dair izler de yakalanmıştır. Örneğin, Duru isimli öğrencinin bireysel ve grup çalışmalarında da belirgin bir biçimde ortaya çıkan grup içindeki rolü ve genel özelliği; eleştirel düşünme becerisi ve kolay ikna olmayan kişiliğidir. Diğer tüm modelleme etkinliklerinde Duru, kendisine mantıklı gelmeyen çözümlere itiraz etmiş, bir anlamda çözüm aklına yatana kadar diğer öğrencilerin ilerlemesi için grubu zorlamıştır. Bireysel olarak yapmış olduğu modelle etkinliğinde de kendi çözümündeki eksikliği bulmuş, bu eksikliği gidermek için yeni bir çözüm bulma arayışına girmiştir. Kalite bakımından Duru dört puan üzerinden tam puana yakın dört puan üzerinden (3,7) bir değer almıştır. Grup çalışmalarında da benzer bir rol üstlenen Duru, grup çalışmalarında ikna olmayan kişiliğiyle grup arkadaşlarının daha derinlemesine düşünmesini tetikleyen bir rol oynamıştır. Elif ve Gözde Duru'nun bu özelliğinin farkında oldukları için Duru'nun katılmadığı modelleme etkinliğinde "Duru gelmediği için bu çok güzel bir çözüm olmadı!" diye belirtmişlerdir. Özetle öğrencilerin bireysel olarak güçlü oldukları boyutlara bakıldığında, çok fikir üreten öğrenciler grup içinde akıcı düşünceler; daha detaylı düşünen ve zor ikna olan öğrenciler grup içinde kaliteli düşünceler; farklı ilişkilendirmeler yapan öğrenciler esnek düşünceler, farklı düşünen öğrenciler özgün düşünceler üreterek, bireysel özelliklerini yansıtarak ortak yaratıcılığa katkı sağlamışlardır. Buradan hareketle bireysel yaratıcılıkları farklı boyutlarda güçlü olan öğrencilerin bir araya geldiğinde, daha başarılı grup dinamikleri oluştuğu, ortak yaratıcı düşünme becerilerini daha çok gösterdiği ve daha kaliteli/orijinal ürünler ortaya koyduğu söylenebilir.

Yukarıda verilen tüm sonuçlardan hareketle, matematiksel modelleme etkinliklerinin üstün yetenekli öğrencilerin yaratıcılıklarını hem ortak olarak sergileyebildikleri hem de bireysel yaratıcılıklarındaki farklılıklarını ortaya koyabildikleri araçlar olarak görlmektedir. Bu bakımdan, modelleme etkinlikleri, hem grup hem de bireysel olarak öğrencilerin yaratıcılıklarının araştırılması, taranması veya tanılanması için bir ölçme aracı olarak kullanılabilir.

5.2. Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin Özelliklerine İlişkin Sonuçlar

Üstün yetenekli öğrencilerin özellikle matematiksel yaratıcılıklarını ortaya çıkaracak ve matematiksel yeteneklerini destekleyecek öğrenme ortamlarına ihtiyaç vardır (Coxbill ve diğerleri, 2013, vd.; Amit ve Gilat, 2011, Sak, 2010). Bu araştırma süresince, öğrencilerin pilot uygulamalardan sonra modelleme etkinliklerinin sürecine alıştıkları, problemin sonucuna hemen ulaşamayacaklarını fark ettikleri ve problem içinde birden fazla çözüm yolu aramaya başladıkları, bu çözümlerin kalitesini kontrol ettikleri fark edilmiştir. Modelleme etkinliklerinin sonundaki tartışmalarda, gruplardaki öğrencilerin diğer çözüm yolları ve çözüm yollarının etkililiği hakkında tartışmak istemesi, öğrencilerin de modelleme etkinliklerinin farklı çözümleri olduğunun farkındalığının bir göstergesi olarak görülmektedir. Özellikle son modelleme etkinliklerinde öğrencilerin farklı ve daha iyi çözüm yolları bulmak için motive oldukları görülmektedir. Buradan hareketle, modelleme etkinliklerinin öğrencileri farklı çözümler aramaya yönlendirdiği, dolayısıyla öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin ortaya çıkmasına olanak sağlayan ortamlar sunduğu söylenebilir.

Hem grup içindeki bireysel verilere hem de bireysel uygulama verilerine dayanarak, öğrencilerin farklı modelleme etkinliklerinde yaratıcılıklarını ortaya koyma biçimlerinin farklılık gösterdiği söylenebilir. Bazı modelleme etkinliklerinde iki odak gruptaki öğrencilerin benzer süreçlerden geçerek benzer çözümler ürettiği gözlenirken, bazı modelleme etkinliklerinde öğrencilerin farklı modeller ortaya koydukları gözlemlenmiştir. Bu araştırmanın üçüncü araştırma problemine yanıt vermek için, öğrencilerin modelleme etkinliklerinde yaratıcılıklarında göstermiş oldukları farklılıklardan ve benzerliklerden yola çıkarak modelleme etkinliklerinin özellikleri incelenmiştir. Modelleme etkinliklerinin bazı özellikler açısından farklılık gösterdiği fark edilmiştir. Bu özellikler, verilerin sunuş biçimi, etkenlerin sayısı, etkinliğin güçlüğü, problemin açık uçluluk derecesi (DISCOVER problem matrisine göre düzeyi) olarak sıralanabilir.

DISCOVER problem matrisine göre olabildiğince üst seviyede, problem durumunda verilerin mümkün olduğunca belirsiz veya örtük şekilde sunulduğu, etken sayısının çok olmadığı ancak güçlük düzeyi açısından öğrenciyi zorlayan, belki de öğrencilerin bilgiyi keşfetmesine olanak sağlayacak modelleme etkinlikleri, öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini daha iyi bir biçimde ortaya koymalarına olanak sağlamıştır. Bu tip modelleme etkinliklerinin kullanıldığı ortamlarda öğrenciler yeni ilişkiler ortaya koyarak, bir problem üzerinde birden fazla fikir/çözüm önerisi sunmuş, farklı kavramlar üzerinde düşünerek, yeni bilgiler inşa ederek, özgün çözümler ve çözüm yolları ortaya koyarak yaratıcılıklarını sergilemişlerdir. Ancak, etken sayısının çok olduğu, verilerin doğrudan problem durumunda verilerek bu verilerin kullanılmasının istendiği, problem içindeki kavramların öğrenciler tarafından doğrudan hissedildiği ve zorluk düzeyi açısından daha kolay problem durumlarında gruplardaki öğrencilerin birbirlerine benzer süreçlerden geçerek benzer fikirler öne sürdükleri, benzer kavramlara odaklandıkları ve benzer modeller oluşturdukları gözlenmiştir.

5.3. Öneriler

Bu araştırmada öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleri sürecinde matematiksel yaratıcılıkları incelenmiştir. Bu araştırmanın bulgularından yola çıkarak uygulamacılara ve araştırmacılara yönelik öneriler geliştirilmiştir. Aşağıda bu öneriler madde madde verilmiştir.

5.3.1. Uygulamacılara Öneriler

Matematiksel yaratıcılığın matematik yeteneğini de yordadığı alan yazımdaki araştırmalarla ortaya konulmuştur (Kattou,2011). Üstün yetenekli öğrencilerin modelleme sürecinde bireysel olarak farklı yaratıcılıklar sergiledikleri görülmüştür. Buradan hareketle, matematikte üstün yetenekli veya matematikte yaratıcı olan öğrencilerin tanılanması için veya öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının farklı boyutlarının belirlenmesi için, matematiksel modelleme etkinlikleri tanılama araçları olarak kullanılabilir.

Öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının farklı boyutlarda (akıcı, esnek, özgün, kaliteli..vb) güçlü olması olasıdır. Bu modelleme etkinliklerinin grup olarak uygulanacağı ortamlarda, yaratıcılık düzeyleri farklı veya farklı boyutlarda güçlü olan öğrencilerin birlikte çalışabileceği grupların oluşturulması, grup yaratıcılıklarının ortaya çıkması ve öğrencilerin yeteneklerinin desteklenmesi açısından uygun ortamlar sağlayabilir.

Bu araştırmada, veri kaybı yaşanmasını engellemek için, öğrenciler modelleme etkinliği süresince sadece odak grup öğrencilerinin ve araştırmacının olduğu dört kişilik bir ortamda modelleme etkinliğini çözmüşlerdir. Dolayısıyla öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerinin sonundaki tartışmalar öğrencilerin o modelleme etkinliğine ait çözüm ve modelleme etkinliğinin olası farklı çözüm yolları ile sınırlı kalmıştır. Farklı gruplardaki öğrencilerin birlikte aynı ortamda çalışacağı modelleme etkinliklerinin sonunda yaşanan sınıf tartışmalarının da öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini destekleyeceği düşünülmektedir. Bu açıdan birden fazla grubun birlikte çalışacağı sınıf ortamları grup yaratıcılığını daha çok destekleyebilir.

Matematikte üstün yetenekli öğrencilerin yeteneklerinin gelişimlerini desteklemek için matematiksel yaratıcılıklarını ortaya koyacak eğitim ortamlarının hazırlanması buna uygun görevler seçilmesi gereklidir. Bu bağlamda, öğrencilerin yaratıcılığını ortaya çıkmasını sağlayacak ve destekleyecek özellikte, çok etken içermeyen, verilerin doğrudan sunulmadığı, DISCOVER problem matrisine göre üst düzeyde matematiksel modelleme etkinliklerinin seçilmesi uygun olabilir.

Bu araştırmanın sonunda üstün yetenekli öğrencilerin yaratıcılığının ortaya çıkmasını destekleyen modelleme etkinliklerinin özellikleri ortaya konulmuştur. Bu özelliklere sahip modelleme etkinlikleri, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin eğitim aldığı okul içi veya dışı faaliyetlerde matematik derslerinde (bireysel veya grup olarak) zenginleştirme ve hızlandırma aktivitesi olarak kullanılabilir. Aynı zamanda, program geliştiricilerin matematiksel modelleme etkinliklerini üstün yetenekli öğrenciler için hazırlanan programlara dahil etmeleri öğrencilerin yeteneklerinin desteklenmesine olanak sağlayabilir.

5.3.2. Araştırmacılara Öneriler

Üstün yetenekli öğrencilerin bireysel yaratıcılıklarının farklı modelleme etkinlikleriyle incelendiği bu araştırmada, öğrencilerin bireysel yaratıcılıklarını incelemek için sadece bir modelleme etkinliği uygulanmıştır. Bu araştırmanın sınırlılığı olarak karşımıza çıkmaktadır. Bazı öğrenciler bu modelleme etkinliğinde grup içerisinde sergiledikleri yaratıcılığın alt boyutlarını sergileyememişlerdir. Farklı tipteki modelleme etkinlikleri, farklı düşünme düzeylerine sahip olan ve yaratıcılığın farklı boyutlarında daha etkin düşünen öğrencileri tespit etmekte daha başarılı olabilir. Farklı tipte ve sayıda modelleme etkinlikleriyle öğrencilerin bireysel modelleme etkinliklerini incelemeye ihtiyaç vardır.

Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının incelendiği bu araştırmada, araştırmanın temel hedefi matematiksel yaratıcılık kavramının daha derinlemesine anlaşılmasıdır. Bu araştırmadan yola çıkarak, modelleme etkinliklerinin öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının gelişimine bir katkısı olup olmadığı, öğrencilerin farklı alt boyutlarda bir gelişim gösterip göstermediğinin araştırılması alan yazına katkı sağlayabilir.

Üstün yetenekli öğrencilerin grup olarak yaratıcılıklarının incelendiği bu araştırmada, bir odak grubun öğrencilerini tamamen kız öğrenciler, diğer grubun öğrencilerini de tamamen erkek öğrenciler oluşturmaktadır. Farklı cinsiyet, yetenek düzeylerinden ve yaş grubundan öğrenciler seçilerek farklı gruplardaki öğrencilerin ortak yaratıcı düşünme becerilerini incelemek yaratıcılık kavramı açısından daha farklı veriler sunabilir.

Bu araştırmada genellikle farklı tiplerdeki modelleme etkinliklerine yer verilmeye çalışılmıştır. Ancak alan yazındaki modelleme etkinlikleri havuzu düşünüldüğünde verilerin sunuş biçimi, etkenlerin sayısı, problemin yapısı açısından daha farklı modelleme etkinliklerinin de olabileceği düşünülmektedir. Farklı tiplerin kullanıldığı modelleme etkinlikleri ile bu araştırmanın genişletilmesi modelleme etkinliklerinin yaratıcılıkla ilişkisini daha belirgin bir biçimde anlamamıza olanak sağlayabilir.

Bu araştırma, modelleme etkinliklerinin öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin ortaya çıkmasını sağlayıp sağlamadığı üzerine odaklanmıştır. Modelleme etkinliklerinin öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini geliştirip geliştirmediğinin ortaya koyacak deneysel desenli araştırmalara ihtiyaç vardır.

KAYNAKÇA

Aiken, L. R. (1973). Ability and creativity in mathematics. *Review of Educational Research*, *43*(4),405-432.

Akgul. S., & Kahveci, N. G. (2016). A study on the development of a mathematics creativity scale. Eurasian Journal of Educational Research, 62, 57- 76 http://dx.doi.org/10.14689/ejer.2016.62.5

Akgül, S. (2014). *Üstün yetenekli öğrencilerin matematik yaratıcılıklarını açıklamaya yönelik bir model geliştirilmesi.* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Amabile, T. (2012). *Componential theory of creativity* (pp. 3-4). Boston, MA: Harvard Business School.

Amabile, T. M. (1996). *Creativity in context*. Boulder, CO: Westview Press.

Amit, M., & Gilat, T. (2012, July). Reflectıng Upon Ambıguous Sıtuatıons As A Way Of Developıng Students'mathematıcal Creatıvıty. In *36th Conference Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education* (P. 19).

Baer, J. (2010). Is creativity domain specific. *The Cambridge handbook of creativity*, 321-341.

Bahar, A. K., & Maker, C. J. (2011). Exploring the relationship between mathematical creativity and mathematical achievement. *Asia-Pacific Journal of Gifted and Talented Education*, *3*(1), 33-48.

Bakanlığı, M. E. (2006). İlköğretim Matematik Dersi (6-8. Sınıflar) Öğretim Programı. *Ankara: MEB*.

Bakanlığı, M. E. (2009). İlköğretim Matematik Dersi (6-8. Sınıflar) Öğretim Programı. *Ankara: MEB*.

Bakanlığı, M. E. (2013). İlköğretim Matematik Dersi (5-8. Sınıflar) Öğretim Programı. *Ankara: MEB*.

Bakanlığı, M. E. (2016). İlköğretim Matematik Dersi (5-8. Sınıflar) Öğretim Programı. *Ankara: MEB*

Balka, D. S. (1974). Creative ability in mathematics. *Arithmetic Teacher, 21,* 633-636.

Barbot, B., Besançon, M., Lubart T.I. (2011). Assessing creativity in the classroom. *The Open Education Journal, 4*(2),58-66.

Bassey, M. (1999). *Case study research in educational settings*. McGraw-Hill Education (UK).

Batdal Karaduman, G. (2012). *İlköğretim 5. sınıf üstün yetenekli öğrenciler için farklılaştırılmış geometri öğretiminin yaratıcı düşünme, uzamsal yetenek düzeyi ve erişiye etkisi.* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). İstanbul Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Bingölbali, E., & Coşkun, M. (2016). İlişkilendirme Becerisinin Matematik Öğretiminde Kullanımının Geliştirilmesi İçin Kavramsal Çerçeve Önerisi. *Eğitim ve Bilim*, *41*(183).

Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1992). Qualitative research: An introduction to theory and methods. *Needham Height: Allyn & Bacon*.

Bolden, D. S., Harries, T. V., & Newton, D. P. (2010). Pre-service primary teachers' conceptions of creativity in mathematics. *Educational studies in mathematics*, *73*(2), 143-157.

Brody, L. E., & Stanley, J. C. (2005). Youths who reason exceptionally well mathematically and/or verbally: Using the MVT:D4 model to develop their talents. In R. Sternberg & J. Davidson (Eds.), *Conceptions of giftedness (pp:20-37).* Cambridge: Cambridge University press.

Budak, İ. (2008). Matematikte üstün yetnekli öğrenci eğitimi ve sosyal beklentiler. *Journal of Qafqaz University,24,* 250-257.

Callahan, C. M. (1991). The assessment of creativity. In N. Colangelo & G. A. Davis (Eds.), *Handbook of gift ed education* (pp. 219–235). Boston: Allyn & Bacon.

Carpenter, T. P., & Fennema, E. (1992). Cognitively guided instruction: Building on the knowledge of students and teachers. *International Journal of Educational Research*, *17*(5), 457-470.

Chamberlin, S. (2009). Using problem-based learning activities to identify creatively gifted mathematics students. In O. S. Tan (Eds). *Problem-based learning and creativity*, pp: (155-172). Singapure: Other PLB Series.

Chamberlin, S. A., & Moon, S. (2005). Model-eliciting activities: An introduction to gifted education. *Journal of Secondary Gifted Education, 17,*37-47

Cho, S. V & Dong Jou, H. (2006). Math creative problem solving ability test for identification of the mathematically gifted *:Research in Mathematical Education, 10*(1), 55–70.

Cleanthous, E., Pitta-Pantazi, D., Christou, C., Kontoyianni, K., & Kattou, M. (2010). What are the differences between high IQ/low creativity students and low IQ/high creativity students in mathematics. In *Proceedings of the 6th International Conference on Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students* (pp. 52-55).

Coxbill, E., Chamberlin, S. A., & Weatherford, J. (2013). Using model-eliciting activities as a tool to identify and develop mathematically creative students. *Journal for the Education of the Gifted*, *36*(2), 176-197.

Creswell, J. W. (2007). *Qualitative Inquiry& Research Design.* Thousands Oaks, CA: Sage Publications

Cropley A. J. (1997). Fostering creativity in the classroom: General principles. In M.A. Runco (Ed), *Creativity research handbook (pp.*84.114)*.* Cresskill, N.J: Hampton Press.

Csikszentmihalyi, M. (1996). *Creativity: Flow and the psychology of discovery and invention*. New York: HarperCollins.

Davis, G. A. (1991). Teaching creativity thinking. In N. Colangelo & G. A. Davis (Eds.), *Handbook of gifted education (pp.*236-244.). Boston: Allyn & Bacon

Diezmann, C. M. (2005). Challenging mathematically gifted primary students. *Australasian Journal of Gifted Education*, *14*(1), 50-57.

Diezmann, C. M., & Watters, J. J. (2000) Catering for mathematically gifted elementary students: Learning from challenging tasks. *Gifted Child Today 23*(4), 14-19.

Diezmann, C. M., & Watters, J. J. (2001) The collaboration of mathematically gifted students on challenging tasks. *Journal for the Education of the Gifted 25*(1), 7-31.

Dolliver, L. C. (1998). *Test-retest reliability of the test of early mathematics ability.* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Central Michigan University, Michigan.

Doruk, B. K. (2010). *Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Doruk, B. K., & Umay, A. (2011). Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 41,* 124-135.

Ervynck, G. (2002). Mathematical creativity. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 42–53). Dordrecht, The Netherlands: KluwerAcademic.

Feldhusen, J. (1998) Conceptions of Giftedness. In Van Tassel-Baska (Eds). Excellence in educating the gifted (pp. 15–28). Denver: Love Publishing Company.

Freeman, J. (2005). Permission to be gifted: How conceptions of giftedness can change lives. In R. J. Sternberg & J. E. Davidson (Eds.), *Conceptions of giftedness* (pp. 80-97). New York: Cambridge University Press.

Gagne, F. (1985). Giftedness and Talent: Reexamining a Reexamination of the Definitions. *Gifted Child Quarterly, 29*(3), 103-112.

Gagné, F. (2005). From gifts to talents: The DMGT as a developmental model. In R. J. Sternberg & J. E. Davidson (Eds.), *Conceptions of giftedness* (pp. 98–120). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Gardner, H. (1999). *Intelligence reframed.* New York: Basic Books.

Gardner, H. (2011). *Frames of mind: The theory of multiple intelligences*. Basic books.

Georgiev, V., Nedyalkova, V. (2011). Group creativity and development of mathematical problem posing and solving capabilities. The Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME7, Poland.

Gilat, T., & Amit, M. (2013). Exploring young students creativity: the effect of model eliciting activities. PNA, 8(2): 51-59.

Ginsburg, H. ve Baroody, A. (2006). Test of early mathematics ability– Third edition. *Journal of Psychoeducational Assessment. 24*(1), 85–88.

Glaser, B. G..Strauss A. L (1967): The Discovery of Grounded Theory: Strategies for Qualitative Research. *London: Wiedenfeld and Nicholson*.

Grégoire, J. (2016). Understanding Creativity in Mathematics for Improving Mathematical Education. *Journal of Cognitive Education and Psychology*, *15*(1), 24-36.

Guilford, J. P. (1966). Measurement and Creativity. *Theory into Practice, 5*(4), 186-202.

Guilford, J. P. (1967). *The nature of human intelligence.* Newyork: McGraw-Hill

Guilford, J. P. (1968). *Intelligence, creativity and their educational implications*. New York: Robert R. Knapp.

Güçyeter, Ş. (2009). *DISCOVER Problem Matrisi-nin Revize Edilmesi ve Psiko-metrik Özelliklerinin İncelenmesi.* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Güçyeter, Ş. (2011). DISCOVER Problem Matrisi-nin Revize Edilmesi ve Psiko-metrik Özelliklerinin İncelen-mesi. *Turkish Journal of Giftedness & Education*, *1*(1), 101-131.

Hadamard, J. (1945). *The psychology of invention in the mathematical field. New York:* Dover Publications, Inc.

Haylock, D. W. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in school chilren. *Educational Studies in Mathematics*, *18*(1), 59-74.

Hoffman, H., & Grialou, T. (2005). Test of Early Mathematics Ability. Austin, TX: PRO-ED. *Assessment for Effective Intervention*, *30*(4), 57-60.

Johnson, D. T. (2000). Teaching Mathematics to Gifted Students in a Mixed-ability Classroom. (Report No. EDO-EC-00-3). Reston, VA: ERIC *Clearinghouse on Disabilities and Gifted Education.* (ERIC Document Reproduction Service No. ED441302). Karataş, Y. (2013). *Farklılaştırılmış matematik öğretiminin üstün zekalı ve yetenekli öğrencilerde erişiğe, yaratıcılığa, tutuma ve akademik benliğe etkisi.* (Doktora Tezi). İstanbul Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.

Kattou M., Kontoyianni K., Pitta-Pantazi D., Christou C., Cleanthous E. (2012). Predicting mathematical creativity. Retrieved from http://mathgifted.org/publications/D3.4.pdf , Google Scholar

Kattou, M., Kontoyianni, K., Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2011a). On the comparison between mathematically gifted and non-gifted students' creative ability. Presented at the 19th Biennial World Conference of the WCGTC. Prague, Czech Republic.

Kattou, M., Kontoyianni, K., Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2011b). Does mathematical creativity differentiate mathematical ability. In Marta Pytlak, Tim Rowland, Ewa Swobod (Eds.) *Proceedings CERME,* Vol. 7, (pp. 1056-1066).Rzeszow, Poland.

Kattou, M., Kontoyianni, K., Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2013). Connecting mathematical creativity to mathematical ability. *Zdm*, *45*(2), 167-181.

Kaufman, J. C., Plucker, J. A. & Baer, J. (2008). *Essentials of creativity assessment,* New Jersey: John Wiley and Sons, Inc.

Kök, B. (2013). *Üstün zekâlı ve yetenekli öğrencilerde farklılaştırılmış geometri öğretiminin yaratıcılığa, uzamsal yeteneğe ve başarıya etkisi*. (Doktora Tezi). İstanbul Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children.* Chicago: University of Chicago Press.

Lamon, S. (2003). Beyond constructivism: An improved fitness metaphor for the acquisition of mathematical knowledge. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching (pp. 435–448). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum and Associates.

Landis, J., & Koch, G. (1977). The Measurement of Observer Agreement for Categorical Data. *Biometrics, 33*(1), 159-174. doi:10.2307/2529310

Leikin R. & Lev M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: What makes the difference? *ZDM — The International Journal on Mathematics Education*, *45*: 183-197.

Leikin, R (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman and B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students.* (pp. 129-145). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers

Leikin, R. (2013). Evaluating mathematical creativity: The interplay between multiplicity and insight. *Psychological Test and Assessment Modeling*, *55*(4), 385-400

Leikin, R., & Lev, M. (2007). Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity. In *Proceedings of the 31st international conference for the psychology of mathematics education* (Vol. 3, pp. 161-168). Seoul, Korea.

Leikin, R., & Pitta-Pantazi, D. (2013). Creativity and mathematics education: The state of the art. *ZDM*, *45*(2), 159-166.

Leikin, R., Berman, A., & Koichu, B. (Eds.). (2009). *Creativity in mathematics and the education of gifted students* .Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Lesh, R. (2010). Tools, researchable issues & conjectures for investigating what it means to understand statistics (or other topics) meaningfully. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1*(2), 16-48.

Lesh, R., & Carmona, G. (2003). Piagetian conceptual systems and models for mathematizing everyday experiences. . In R. Lesh, & H. M. Doerr (Eds.) *Beyond constructivism:Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*, (pp 71-96). Mahway, NY: Lawrence Eslbaum Assoc

Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, leraning, and problem solving. In R. Lesh, & H. M. Doerr (Eds.) *Beyond constructivism: A models & modeling perspective on mathematics problem solving, learning & teaching* (pp. 3-33). Mahway, NY: Lawrence Eslbaum Assoc.

Lesh, R., & Lehrer, R. (2003). Models and modeling perspectives on the development of students and teachers. *Mathematical Thinking & Learning, 5*(2-3), 109-129.

Lesh, R., & Sriraman, B. (2005). Mathematics education as a design science. *ZDM*, *37*(6), 490-505.

Lesh, R., & Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 763-804). Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, E., & Post, T. (2000). *Principles for developing thoughtrevealing activities for students and teachers*. Mahaway, NJ: Lawrence Erlbaum Assoc.

Levenson, E. (2011). Exploring collective mathematical creativity in elementary school. *The Journal of Creative Behavior*, *45*(3), 215-234.

Livne, L.N., & Milgram, R. M. (2006). Academic versus creativity abilites in mathematics: two components of the same constract? Creativity research journal. *18* (2),198-212.

Livne, N. L., & Milgram, R. M. (1999). Assessing four levels of creative mathematical ability in israeli adolescents utilizing out-of-school activities: A circular three-stage technique. *Roeper Review*; *22* (2), 111-117

Lubart, T. (2010). Cross-cultural perspectives on creativity. In . In J. C. Kaufmann & R.J. Sternberg (Eds.),*The Cambridge handbook of creativity*, (pp 265-278). NY: Cambridge University Press.

Maker, C. J., & Schiever, S. W. (2005). *Teaching models in education of the gifted***.** Texas: Pro-ed Inc.

Mann, E. L. (2005). Mathematical creativity and school mathematics: Indicators of mathematical creativity in middle school students. Doktora tezi. University of Connecticut.

Mann, E. L. (2006). Creativity: The essence of mathematics. *Journal for the Education of the Gifted*, *30*(2), 236-260.

Mann, E. L. (2009). The search for mathematical creativity: Identifying creative potential in middle school students. *Creativity Research Journal*, *21*(4), 338-348.

Mednick, S. (1962). The associative basis of the creative process. *Psychological review*, *69*(3), 220.

Merriam, S. B. (2012). *Nitel Araştırma Yöntemleri: Tasarım ve Uygulama İçin Bir Rehber.* Nobel Yayım Dağıtım. Ankara.

Miller, R. C. (1990). Discovering mathematical talent. Reston, VA: *Eric Clearinghouse on Handicapped and Gifted Children.*

Ming-Eric (2008). The Use Of Mathematical Modeling Tasks To Develop Creativity. *The 11th International Congress on Mathematical Education Monterrey, Mexico.*

National Council of Teachers of Mathematics (Ed.). (2000). *Principles and standards for school mathematics* (Vol. 1)

Neuman, W. L. (2007*). Toplumsal araştırma yöntemlerinde nitel ve nicel yaklaşımlar*. (Ö. Sedef, Çev.). İstanbul: Yayın Odası.

OECD (2004), Bilim Teknoloji ve Sanayi Raporu. Türkçe Özet. İnternet kaynağı: http://www.oecd.org/science/inno/34074396.pdf

Oral, B. (2004). Eğitimde çoklu zeka kuramları. *XIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı, 6-9 Temmuz .İnönü Üniversitesi*, Eğitim Fakültesi, Malatya

Piirto, J. (2004). *Understanding Creativity .*Arizona: Great Potential Press.

Pitta-Pantazi, D., Christou, C., Kontoyianni, K., & Kattou, M. (2011). A model of mathematical giftedness: integrating natural, creative, and mathematical abilities. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *11*(1), 39-54.

Plucker, J. A., & Makel, M. C. (2010). Assessment of creativity. Kaufmann & R.J. Sternberg (Eds.), *The Cambridge handbook of creativity*, (pp. 48-73). NY: Cambridge University Press.

Plucker, J. A., Beghetto, R. A., & Dow, G. T. (2004). Why isn't creativity more important to educational psychologists? Potentials, pitfalls, and future directions in creativity research. *Educational psychologist*, *39*(2), 83-96.

Plucker, J. A., Qian, M., & Schmalensee, S. L. (2014). Is what you see what you really get? Comparison of scoring techniques in the assessment of real-world divergent thinking. *Creativity Research Journal*, *26*(2), 135-143.

Punch, K. F. (2005). *Sosyal araştırmalara giriş: Nicel ve nitel yaklaşımlar*. (Etöz, Z. Çev.) Siyasal Kitabevi.

Renzulli, J. S. (1986) The three ring conception of giftedness: A developmental model of creative productivity. Sternberg, R. J. & Davidson, J. E. (Eds.), *Conceptions of Giftedness* (pp. 53-92). New York, Cambridge University Press.

Renzulli, J. S. (2005). The three-ring conception of giftedness: A developmental model for creative productivity. In R. J. Sternberg & J. E. Davidson (Eds.), *Conceptions of giftedness* (pp. 246-275). New York: Cambridge University Press.

Renzulli, J. S., & Reis, S. M. (1997). *The schoolwide enrichment model: A how-to guide for educational excellence*. Creative Learning Press, Inc., PO Box 320, Mansfield, CT 06250.

Runco, M. A. (1999) Divergent thinking. In M. A. Runco & S. Pritzker (Eds.), *Encyclopedia of creativity:* (pp. 577–582). San Diego: Academic Press.

Runco, M. A. (2010). Divergent thinking, creativity, and ideation. In J. C. Kaufmann & R.J. Sternberg (Eds.), *The Cambridge handbook of creativity*, (pp. 413-446). NY: Cambridge University Press

Sak, U. (2013). The Education Programs for Talented Students Model (EPTS) and Its Effectiveness on Gifted Students' Mathematical Creativity. *Egitim ve Bilim*, *38*(169).

Sak, U., & Maker, C. J. (2006). Developmental variation in children's creative mathematical thinking as a function of schooling, age, and knowledge. *Creativity research journal*, *18*(3), 279-291.

Samen, S. (2008). İşletmelerde yaratıcılığın önemi. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler*

Enstitüsü Dergisi, *17*(2).

Sawyer, R. K. (2010). Individual and group creativity. In J. C. Kaufmann & R.J. Sternberg (Eds.), *The Cambridge handbook of creativity*, (pp. 366-380). NY: Cambridge University Press

Sheffield, L. J. (1994). *The development of gifted and talented mathematics students and the National Council of Teachers of Mathematics Standards* (Re p o rt No. RBDM 9404). Storrs: National Re s e a rch Center on the Gifted and Talented, University of Connecticut. (ERIC Document Reproduction Se rvice No. ED388011).

Sheffield, L. J. (2000). Creating and Developing Promising Young Mathematicians. *Teaching Children Mathematics, 6*(6), 416-419,426.

Sheffield, L. J. Ed. (1999). *Developing Mathematically Promising Students*: National Council of Teachers of Mathematics, 1906 Association Drive, Reston.

Simonton, D. K. (2005). Genetics of giftedness: The implications of an emergenic-epigenetic model. In Sternberg, R. J., & Davidson, J. E. (Eds.), *Conceptions of giftedness* (pp. 312-326). NY: Cambridge University Press.

Spearman, C. (1927). *The abilities of man*. London: Macmillan.

Sriraman, B. (2004). The Characteristics of Mathematical Creativity. *Mathematics Educator, 14*(1), 19-34.

Sriraman, B. (2005). Are giftedness and creativity synonyms in mathematics. *The Journal of Secondary Education*, *17*(1), 20–36.

Sriraman, B., Haavold, P., & Lee, K. (2013). Mathematical creativity and giftedness: a commentary on and review of theory, new operational views, and ways forward. *Zdm*, *45*(2), 215-225.

Starko, A. J. (1999). Problem finding: A key to creative productivity. In A. S. Fishkin, B. Cramond, & P. Olszewski-Kubilius (Eds.), *Investigating creativity in youth* (pp. 75–96). Cresskill, NJ: Hampton.

Sternberg, R. J. (2000). Patterns of giftedness: A Triarchic analysis. *Roeper Review, 22,* 231-235.

Sternberg, R. J., & Davidson, J. E. (Eds.). (2005). *Conceptions of giftedness*. Cambridge University Press.

Sternberg, R. J., & Kaufman, J. C. (2010). Constraints on creativity. *The Cambridge handbook of creativity*, 467-482.

Sternberg, R. J., & Zhang, L. (1995). What Do We Mean by Giftedness? A Pentagonal Implicit Theory. *Gifted Child Quarterly, 39*(2), 88-94.

Şengil Ş., Sak U. ve Türkan Y. (2009). *MÜT: Matematiksel Üretkenlik Testi.* 18. Eğitim Bilimleri Kurultayında sunulan bildiri. Ege Üniversitesi, Aydın.

Şimşek, H., & Yıldırım, A. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Torrance, E. P. (1962). *Guiding creative talent. Englewoods Cliffs*. New Jersey: Prentice-Hall.

Torrance, E. P. (1995). Insights about creativity: Questioned, rejected, ridiculed, ignored. *Educational Psychology Review, 7*, 313.

Türkan, Y. (2010). *Matematiksel Üretkenlik Testi (MÜT)"nin İlköğretim 6., 7. ve 8. Sınıflar düzeyinde psikometrik özelliklerinin İncelenmesi.* (Yüksek Lisans Tezi). Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Usiskin, Z. (2000). The development into the mathematically talented. *Prufrock Journal*, *11*(3), 152-162.

Van Tassel-Baska, J. (1998) (Eds). *Excellence in educating gifted & talented learners*. Love Publishing Company, Denver.

Van Tassel-Baska, J. (2005). Domain-specific giftedness. In Sternberg, R. J., & Davidson, J. E. (Eds.) *Conceptions of giftedness*, 358-376.

Wagner, H., & Zimmermann, B.(1986). Identification and fostering of mathematically gifted students. *Educational Studies in Mathematics*, *17* (3),243-260

Wessels, H. M. (2014). Levels of mathematical creativity in model-eliciting activities. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1*(9), 22-40.

Yin, R. K. (2002).*Case Study Research, Design and Methods.* Newbury Park, Sage Publications.

Yuan, X., & Sriraman, B. (2011). An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem-posing abilities. In B. Sriraman (Ed). *The elements of creativity and giftedness in mathematics* (pp. 5-28). SensePublishers.

EKLER DİZİNİ

EK 1. ETİK KOMİSYON ONAY BİLDİRİMİ

T.C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
Genel Sekreterlik

Yazı İşleri Müdürlüğü

Sayı : 88600825 / 433 - 3423 — 25 Eylül 2013

Konu :

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi: 13.09.2013 tarih ve 504 sayılı yazınız.

Enstitünüz İlköğretim Anabilim Dalı öğrencilerinden **Şeyma ŞENGİL AKAR'ın "Üstün Yetenekli Öğrencilerin Matematiksel Yaratıcılıklarının Matematiksel Modelleme Süreciyle İncelenmesi"** konulu araştırması, Üniversitemiz Senatosu Etik Komisyonunun 16 Eylül 2013 tarihinde yapmış olduğu toplantıda incelenmiş olup, etik açıdan uygun görülmüştür.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof. Dr. Ömer UĞUR
Rektör a.
Rektör Yardımcısı

Ek: Tutanak

Hacettepe Üniversitesi Genel Sekreterlik, Yazı İşleri Müdürlüğü, 06100 Sıhhiye-Ankara
Telefon: 0 (312) 305 1008 - 1039 • Faks: 0 (312) 310 5552
E-posta: yazimd@hacettepe.edu.tr

Ayrıntılı Bilgi için:

EK 2. MEB ARAŞTIRMA İZNİ BİLDİRİMİ

T.C.
ANKARA VALİLİĞİ
Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 14588481/605.99/2375642 09/09/2013
Konu: Araştırma izni

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü)

İlgi: a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 2012/13 nolu Genelgesi.
b) 12/08/2013 tarih ve 4139 sayılı yazınız.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Doktora Öğrencisi Şeyma ŞENGİL AKAR' ın **"Matematikte üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcı düşünme becerilerinin matematiksel modelleme sürecinde incelenmesi"** konulu tezi kapsamında çalışma yapma talebi Müdürlüğümüzce uygun görülmüş ve araştırmanın yapılacağı İlçe Milli Eğitim Müdürlüğüne bilgi verilmiştir.

Uygulama örneklerinin (6 sayfa) araştırmacı tarafından uygulama yapılacak sayıda çoğaltılması ve çalışmanın bitiminde iki örneğinin (cd ortamında) Müdürlüğümüz Strateji Geliştirme Bölümüne gönderilmesini arz ederim.

Güler ARIKAN
Müdür a.
Şube Müdürü

Güvenli Elektronik İmzalı
Aslı İle Aynıdır.
09/09/2013

Çağar SUBAŞI
Şef

Bu belge, 5070 sayılı Elektronik İmza Kanununun 5 inci maddesi gereğince güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Evrak teyidi http://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden ac93-8e44-3f8Fb/94-7fa kodu ile yapılabilir.

Konya yolu Başkent Öğretmen Evi arkası Beşevler ANKARA
e-posta: istatistik06@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: Emine KONUK
Tel: (0 312) 221 02 17/135

EK 3. BİLİM SANAT MERKEZİ ÖĞRETMEN SEÇME VE ATAMA KRİTERLERİ

M.E.B ÖZEL EĞİTİM ve REHBERLİK HİZMETLERİ GENEL MÜDÜRLÜĞÜ BİLİM VE SANAT MERKEZLERİ İÇİN YAPILACAK DEĞERLENDİRME KRİTERLERİ		PUAN
Üniversitelerin Lisans Düzeyinde Özel Yeteneklilerle İlgili Bölümünden Mezun Olmuş Olmak		4,00
EĞİTİM DURUMU(En Son Mezun Olduğu Okul)		
Alanında Tezli Yüksek Lisans Yapmış Olmak		8,00
Diğer Alanlarda Tezli Yüksek Lisans Yapmış Olmak		7,00
Tezsiz Yüksek Lisans Yapmış Olmak		5,00
Alanında Doktora Yapmış Olmak		13,00
Diğer Alanlarda Doktora Yapmış Olmak		11,00
Aday Bu Puanlamalardan Sadece Birini Alabilecektir		
ÖDÜL VE CEZALAR		
Başarı Belgesi , Teşekkür Belgesi (En fazla 1 adet)		2,00
Üstün Başarı Belgesi Takdir Belgesi (En fazla 1 adet)		4,00
Aylıkla Ödül (En fazla 1 adet)		2,00
Kınama ve Ders Ücretlerinin Kesilmesi(Affa uğramış olanlar hariç)		-3,00
Her Aylıktan Kesme veya Maaş Kesme Cezası (Affa uğramış olanlar hariç)		-5,00
Kademe İlerlemesinin Durdurulması, Kıdem ve Derece İndirilmesi Cezası (Affa uğramış olanlar hariç)		-6,00
PROJELER		
ULUSAL PROJELER (TÜBİTAK, VB. PROJELER) (En fazla 2 projeye kadar)	Yürütücü	3,00
	Görev Alan Öğretmen	2,00
KALKINMA AJANSI VE SODES (En fazla 2 projeye kadar)	Yürütücü	3,00
	Görev Alan Öğretmen	2,00
TÜBİTAK DESTEKLİ ULUSLARARASI PROJELER (En fazla 2 projeye kadar)	Yürütücü	4,00
	Görev Alan Öğretmen)	3,00
DANIŞMANLIKLAR (En Fazla 1 Yarışmaya Kadar)		
Danışmanlık Yaptığı Ekip İle Ulusal Yarışmalarda Birincilik, İkincilik ve Üçüncülük Derecesi Almak(Bu Benim Eserim Yarışmasında Final Sergisine Katılmak		4,00
Danışmanlık Yaptığı Ekip İle Bu Benim Eserim Yarışmasında veTübitak Orta Öğretim Öğrencileri Arası Proje Yarışmaları Bölge Sergisine Katılmış Olmak		3,00
Danışmanlık Yaptığı Ekip ile Uluslararası Yarışmalarda birincilik, ikincilik ve üçüncülük Derecesi Almak		4,00
YAYINLAR(En fazla 1 adet)		
Bildiri		2,00
Popüler Bilim, Teknik, Sanat, Tarih Dergilerinde Makale		3,00
Hakemli Dergilerde Makale		5,00
ISBN li kitap		5,00
SANATSAL FAALİYETLER(en fazla 1 tane)		
Sinema ve belgesel yapımı Edebiyat ve Araştırma Resim, fotoğraf, grafik, karikatür,hat, ebru, tekzib gibi sanatsal alanlarda	Katıldığı yarışmalar, yer aldığı karma sergiler	3,00
	Aldığı dereceler (1., 2., 3.)	3,00
	Tek başına açtığı sergiler	4,00
Sahne ve sinema sanatları alanında yer aldığı etkinlikler	Çektiği film/belgesel	4,00
	Yazdığı ve oynanan oyunu	2,50
	Kadrosunda yer aldığı bir tiyatro oyunu(Teknik yada oyuncu)	2,50
ÇALIŞTAY ve KONGRELER(En fazla 2 adet)		
Son 5 Yıl İçerisinde Katılmış Olduğu Çalıştay ve Kongreler		2,00
YABANCI DİL		
YDS'den en az D düzeyinde puan almak		5,00

EK 4. VELİ ONAY FORMU

VELİ ONAY FORMU

Değerli Velimiz,

"Üstün Yetenekli Öğrencilerin Matematiksel Yaratıcılıklarının Matematiksel Modelleme Süreciyle İncelenmesi" adlı projemiz için üstün yetenekli ortaokul öğrencileri ile çalışılacaktır. Aşağıdaki tabloda, proje ile ilgili kısa bilgiler yer almaktadır. Bu bilgileri okuduktan sonra velisi olduğunuz öğrencinin çalışmaya katılımını onaylıyorsanız adınızı ve soyadınızı yazarak imzalamanız beklenmektedir.

Projenin Amacı:	Projenin amacı, matematiksel modelleme etkinlikleri süresince öğrencilerin matematiksel yaratıcı düşünme davranışlarının, problem çözme becerilerini ne kadar ortaya çıktığını incelemektir. Bu çalışma ile üstün yeteneklilerin yaratıcı düşünme becerilerini destekleyecek yeni bir eğitim ortamı tasarlanması hedeflenmektedir.
Proje Süresi	Kasım – Aralık –Ocak 2013 (8 hafta)
Veri Toplama Araçları	Sınıf içi video ve ses kayıtları, öğrencilerin problem çözme süreçlerindeki yazılı dokümanları
Veriler nerede kullanılacak	Elde edilen veriler gizlilik ve etik ilkelerine uygun şekilde sadece araştırmacılar tarafından incelenecek ve saklanacaktır. Öğrencilerin gerçek kimlikleri raporda yer almayacaktır. Video kayıtları, projenin raporu, yapılacak olan akademik çalışmalar, proje kapsamında yer alacak tez çalışmasında kullanılacaktır.
Proje katılım şartları	Öğrencinin velisinin onayı ve gönüllük esası ile gerçekleşecektir.
Projeden ayrılma koşulları	Motivasyonunu kaybeden veya özel durumları olan katılımcılar gerekçe göstermeden çalışmadan çıkalabilecektir.

Yukarıda yer alan açıklamaları okudum ve aşağıda kimlik bilgileri yer alan öğrencimin projeye gönüllü katılımını onaylıyorum.

Öğrenci Adı Soyadı:

Velinin,

Adı- Soyadı:

İmza:

Tarih:

EK 5. BÜYÜK AYAK PROBLEMİ

Hürriyet

18.09.2011

Taş Devri'nden kalma ayak izleri korumaya alındı

Manisa'nın Salihli İlçesi'ne bağlı Sindel köyü yakınındaki Yontma Taş Çağı'na ait olduğu tahmin edilen insan ve hayvan ayak izleri koruma altına alınıyor.

26 bin yıllık ayak izleri, 1969 yılında saha çalışması yapan Maden Tetkik Arama (MTA) uzmanlarınca

keşfedilmişti. Divlit volkanik dağının yakınındaki izlerin, yanardağın faaliyete geçtiği dönemde, bölgeden Gediz Çayı yönüne kaçan insanlara ait olduğu tahmin ediliyor. Islak çamurun, volkanik külle tuğla gibi pişerek günümüze ulaştığı belirtiliyor. İl Kültür ve Turizm Müdürü Erdinç Karaköse, ayak izlerinin bir kısmının geçmişte MTA müzesine götürüldüğünü söyledi. Kalan örneklerin korunması amacıyla İzmir Dokuz Eylül Üniversitesi ve Kula Belediyesi'nce Kula Volkanik Alan Jeopark Düzenlemesi projesi başlatıldı. Sindel köyü muhtarı Bekir Hoca, Çakallar Tepesi civarındaki izlerin ziyaretçiler tarafından tahrip edildiğini, bazılarının da çalındığını iddia etti. "Buradan sökülen örneklerin başka illerde görüldüğü yolunda duyumlar alıyoruz" dedi.

Anadolu'da bilinen ilk insanlara ait olduğu düşünülen fosil ayak izlerinin iyi korunamadığı için yok olmaya yüz tuttuğunu ifade eden Hoca, şunları söyledi: ''Araştırmalara göre, ayak izlerinin bulunduğu Çakallar Tepesi'nin karşısında Divlit volkanik yanardağı bulunuyor. Zamanında bu yanardağ patlamış. Buradan fışkıran lavlar Çakallar Tepesi'ne kadar gelmiş. O dönemlerde bu bölgede yaşayan insanın lavların üzerinden geçerek Gediz Çayı yönüne doğru gittiği anlaşılıyor. Killi, ıslak çamur tabakasında oluşan izler, sıcak volkan küllerine maruz kalması neticesinde tuğla gibi pişerek binlerce yıldır şekillerini muhafaza etmiş. Ayak izleri 1969 yılında MTA prospektörlerinden (arazide ekonomik değeri olan mineralleri belli bir teknikle arayan kişi) Mustafa Çelik tarafından bulunmuş. Ancak o tarihten bu yana bölge koruma altına alınmadığı için ayak izlerinin çoğu tahrip oldu. Bazıları da çalınmış. Buradaki ayak izlerinin bazı illerde görüldüğü yönünde duyumlar da alıyoruz.

Haberde geçen bölgede yapılan bir arkeolojik kazıda bir taşın üzerinde fosilleşmiş bir biçimde sanki kalıbı çıkarılmış gibi bir büyük bir ayak izine rastlanmıştır. Bulunan ayak izinin, bugünkü insan normlarından farklı olarak daha büyük olduğu antropologlar tarafından ortaya konmuştur. Bu büyük ayak izi üzerinde yapılan araştırmalarda araştırmacılar ayak izinin insanlık tarihinin hangi dönemine ait olduğu sorusu kadar, bu ayak izine sahip insanın fizyolojik özellikleri üzerine kafa yormaktadırlar. Bu ayak izine sahip olan insanın boyu acaba kaç cm dir? Belki de, bu sorunun yanıtı ile insanlık tarihindeki önemli sorulardan biri olan insanın biyolojik evriminine dair bazı ipuçları ortaya konulacaktır.

Sizden istenen araştırmacı ekibe yardım ederek, ayak izi bulunan bu kişinin boy uzunluğunu belirlemede kullanılmak üzere bir yöntem geliştirmektir. Dikkat etmeniz gereken, bu yöntemin, daha sonraki araştırmalarda kullanılması için, genellenebilir, yeniden uygulanabilir olmasıdır. Lütfen, bulduğunuz bu yöntemi araştırma ekibinin başındaki profesöre detaylı olarak yazacağınız bir rapor ile

EK 6. KÜTÜPHANE PROBLEMİ

Ankara ilinde Milli Kütüphane ve okulunuz işbirliğiyle bir kitap okuma yarışması düzenlenmesine karar verilmiştir. Tüm Ankara ilindeki 6-8 sınıf ilköğretim öğrencileri kitap okuyarak puan toplayacak ve ödül kazanacaklardır. Yarışmaya katılan öğrencilerin okuduğu kitaplara dair, okuma listeleri oluşturulmuştur. Her bir öğrenci okuduğu her bir kitaba dair rapor yazmıştır. Raporlar jüri tarafından tek tek değerlendirilmiştir. Aşağıda yarışmaya katılan bir kişiye ait okunmuş kitapların listesini bulunmaktadır.

Kitap başlığı	Yazarı	Sınıf düzeyi	Sayfa sayısı	Rapor Puanı	Kitap hakkında bilgi
Geceyi Sevmeyen Çocuk	Aytül Akar	5	64		Geceyi sevmeyen çocuğu anlatan bir masal kitabıdır.
Küçük Kara Balık	Sameh Behrengi	6	60		Küçük karabalığın deniz maceralarını anlatan bir öykü kitabıdır.
Kızılderili Çocuklar	Muzaffer İzgü	7	60		Bir çocuk öykü kitabıdır.
Şeker Portakalı	Jose Moura De Cascongelos	8	208		Zeze adlı bir kahramanın hayatını anlatan bir öykü kitabıdır.
Cankurtaran Yılmaz	Rıfat Ilgaz	6	96		Bir çocuk öykü kitabıdır.
Resim ve Ressamlar	Adrian Sington - Tony Ross	7	93		Watteau'nun bir tablosundan kaçan Gilles'le birlikte bütün dönemlerin konularını ve tarzlarını anlatan bir kitaptır.
Yunan ve Roma Mitolojisi	Colette Estın - Hélène Laporte	6	254		ilkçağın iki önemli uygarlığı olan Yunan ve Roma Mitolojisini anlatan bir kitaptır.
Alice's Adventures in Wonderland	Lewis Carroll	7	158		Alice'in başından geçen maceraları anlatıyor.
Evren'e Açılan Gizli Anahtar	Lucy ve Stephen Hawkins	8	344		Evreni ve onun kanunlarını neşeli ve heyecanlı bir hikaye eşliğinde anlatan bir kitaptır.
Savaş ve Barış (çizgiroman)	Lev Nikolayeviç Tolstoy	6	104		19. yy. Rusya'sındaki iki ailenin öyküsünü anlatan bir kitaptır.

Bu programa katılan öğrenciler 10 ile 20 arasında kitap okumaktadırlar. Yarışma jürisi her öğrenciye adil bir şekilde puan vermenin yollarını aramaktadırlar. Jüri başkanı *"Nasıl değerlendirirsek değerlendirelim, aşağıdaki ölçütlere dikkat edeceğiz:*

a. Kitapların sayısı

b. Kitap çeşitliliği

c. Kitabın zorluğu

d. Kitabın uzunluğu

e. *Kitap hakkında yazılan raporların niteliği"* demiştir.

Not: Öğrencilere kitap hakkında yazılan raporların niteliğini gösteren A+, A, A-, B+, B, B-, C+, C, C-, D ve F notları verilmiştir.

GÖREVİNİZ: Jüri başkanına yarışmaya katılan öğrencileri nasıl değerlendireceğinizi açıklayan bir mektup yazmaktır.

EK 7. PATRONUN PROBLEMİ

İhsan Bey, geçen yaz Gençlik Parkı'nda bir gıda işletmesi kurdu. Bu iş için çalıştırdığı seyyar satıcılar, park içerisinde dolaşarak patlamış mısır ve içecek satışı yapıyorlar. Geçen yaz İhsan Bey'ın 9 satıcısı vardı. Bu yaz ise üçü tam gün, üçü yarım gün olmak üzere toplam 6 satıcı çalıştırabilecek. İhsan Bey'in bu yaz hangi elemanlarını tekrar çalıştırmaya karar vermesi için yardımınıza ihtiyacı var.

İhsan Bey geçen yaz çalıştırdığı elemanlardan kendisine en çok gelir getirecek olanları tekrar işe almak istiyor. Fakat onları nasıl seçeceğini bilmiyor çünkü kayıtlara göre satıcıların geçen yılki aylık çalışma saatleri birbirlerinden farklı. Bunun yanında parkın yoğunluk durumu da satışta önemli bir etkiye sahiptir. Örneğin, kalabalık bir Cuma gecesi satış yapmak yağmurlu bir öğleden sonraya göre çok daha kolaydır.

İhsan Bey geçen yılki kayıtları inceleyerek, parkın yoğunluk durumuna göre her satıcının aylık çalışma süresini ve topladığı para miktarını belirledi (Tablo 1 ve Tablo 2). Satıcıların geçen yılki performanslarını inceleyiniz ve üç tane tam gün, üç tane de yarım gün çalışmak üzere toplam 6 tane satıcı belirleyiniz. İhsan Bey'e sonuçlarınızı bir mektupla bildiriniz. Teklifinizin iyi olup olmadığına karar verebilmesi için satıcıları nasıl değerlendirip seçtiğinizi mektupta ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

TABLO 1: GEÇEN YAZ ÇALIŞMA SAATLERİ (SAAT)

Parkın yoğunluğu / Çalışanlar	HAZİRAN			TEMMUZ			AĞUSTOS		
	Çok	*Orta*	*Az*	*Çok*	*Orta*	*Az*	*Çok*	*Orta*	*Az*
SANEM	12,5	15	9	10	14	17,5	12,5	33,5	35
DİDEM	5,5	22	15,5	53,5	40	15,5	50	14	23,5
BARIŞ	12	17	14,5	20	25	21,5	19,5	20,5	24,5
DENİZ	19,5	30,5	34	20	31	14	22	19,5	36
SILA	19,5	26	0	36	15,5	27	30	24	4,5
OKAN	13	4,5	12	33,5	37,5	6,5	16	24	16,5
EDA	26,5	43,5	27	67	26	3	41,5	58	5,5
ÖZGE	7,5	16	25	16	45,5	51	7,5	42	84
MERT	0	3	4,5	38	17,5	39	37	22	12

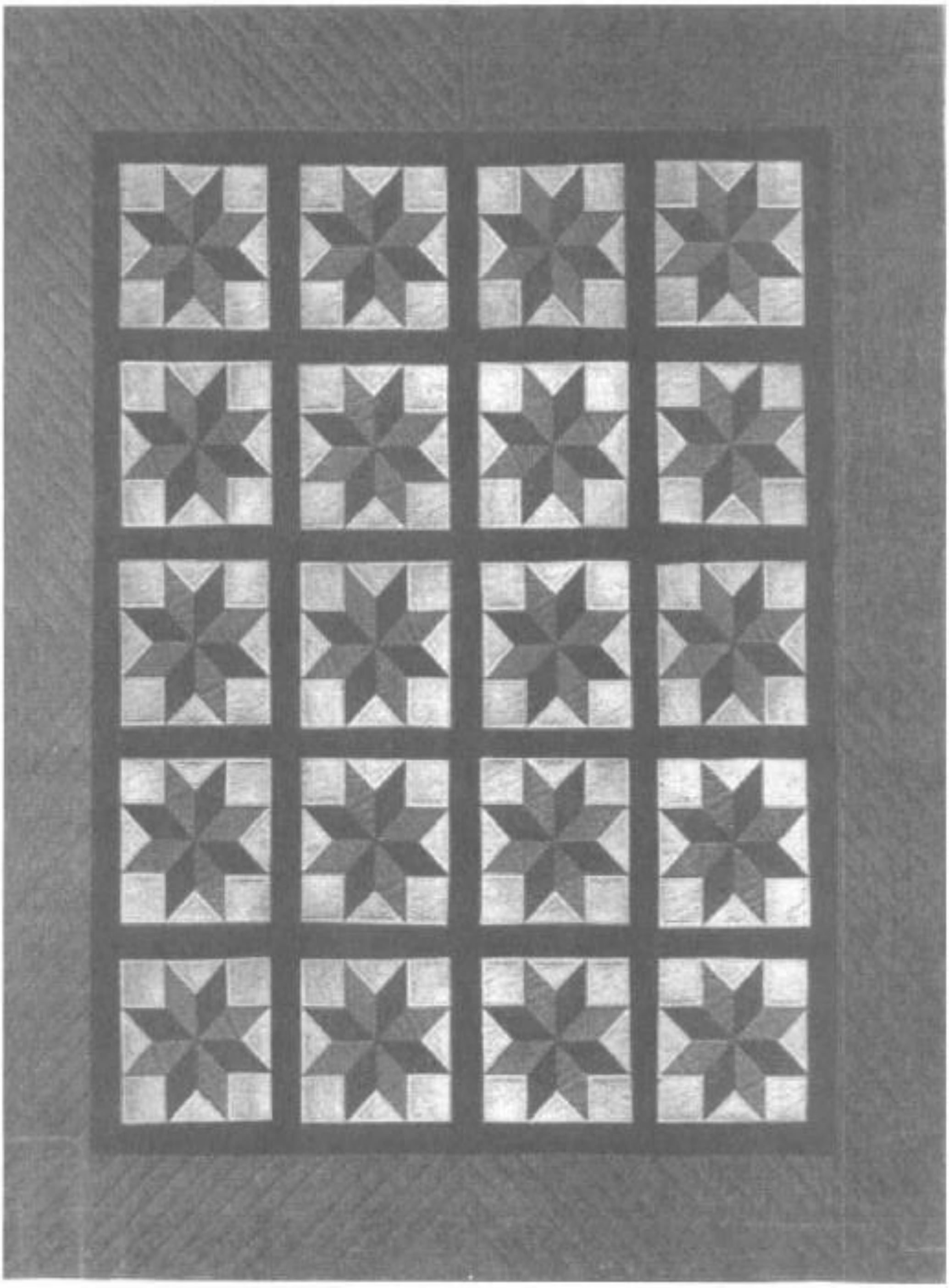
TABLO 2: GEÇEN YAZ TOPLANAN PARA (TL)

Parkın yoğunluğu / Çalışanlar	HAZİRAN			TEMMUZ			AĞUSTOS		
	Çok	*Orta*	*Az*	*Çok*	*Orta*	*Az*	*Çok*	*Orta*	*Az*
SANEM	690	780	452	699	758	835	788	1732	1462
DİDEM	474	874	406	4612	2032	477	4500	834	712
BARIŞ	1047	667	284	1389	804	450	1062	806	491
DENİZ	1263	1188	765	1584	1668	449	1822	1276	1358
SILA	1264	1172	0	2477	681	548	1923	1130	89
OKAN	1115	278	574	2972	2399	231	1322	1594	577
EDA	2253	1702	610	4470	993	75	2754	2327	87
ÖZGE	550	903	928	1296	2360	2610	615	2184	2518
MERT	0	125	64	3073	767	768	3005	1253	253

EK 8. YORGAN PROBLEMİ

Dünyaca ünlü bir yorgan fabrikası, çalışanlarına farklı desenler kullanarak yorgan yaptırıp, üretimde farklılık yaratmayı amaçlamaktadır. Fabrikanın sahibi yaptığı istatistikler sonucu en çok satılacağını düşündüğü deseni çalışanlarına verir. Ekte örneği verilen çift kişilik bu yorganın gerçek boyutları 200 cm x 238 cm olmalıdır. Fakat çalışanlar örnekte verilen desenlerin ve desenleri oluşturan şekillerin (kare, üçgen, paralelkenar vb.) gerçek boyuttaki kalıplarını oluşturmakta zorlanırlar. Bu durum üretimi aksatmaktadır. Fabrikanın sahibi bu duruma bir çare aramaktadır. Size düşen görev, verilen örnekteki yorganın gerçek boyutlarına uygun kalıpları oluşturmak ve fabrika sahibine izlediğiniz yolu adım adım açıklayan bir mektup yazmaktır. Böylece fabrika çalışanları, yapılanları sırasıyla yaptıklarında yorganın gerçek boyutlarına uygun kalıplar oluşturabilecekler ve **bu yolu başka yorganlar için de kullanabileceklerdir.**

Dikkat: Ekte verdiğimiz resim, yorganın boyutlarının gerçek oranda küçültülmüşü değildir.



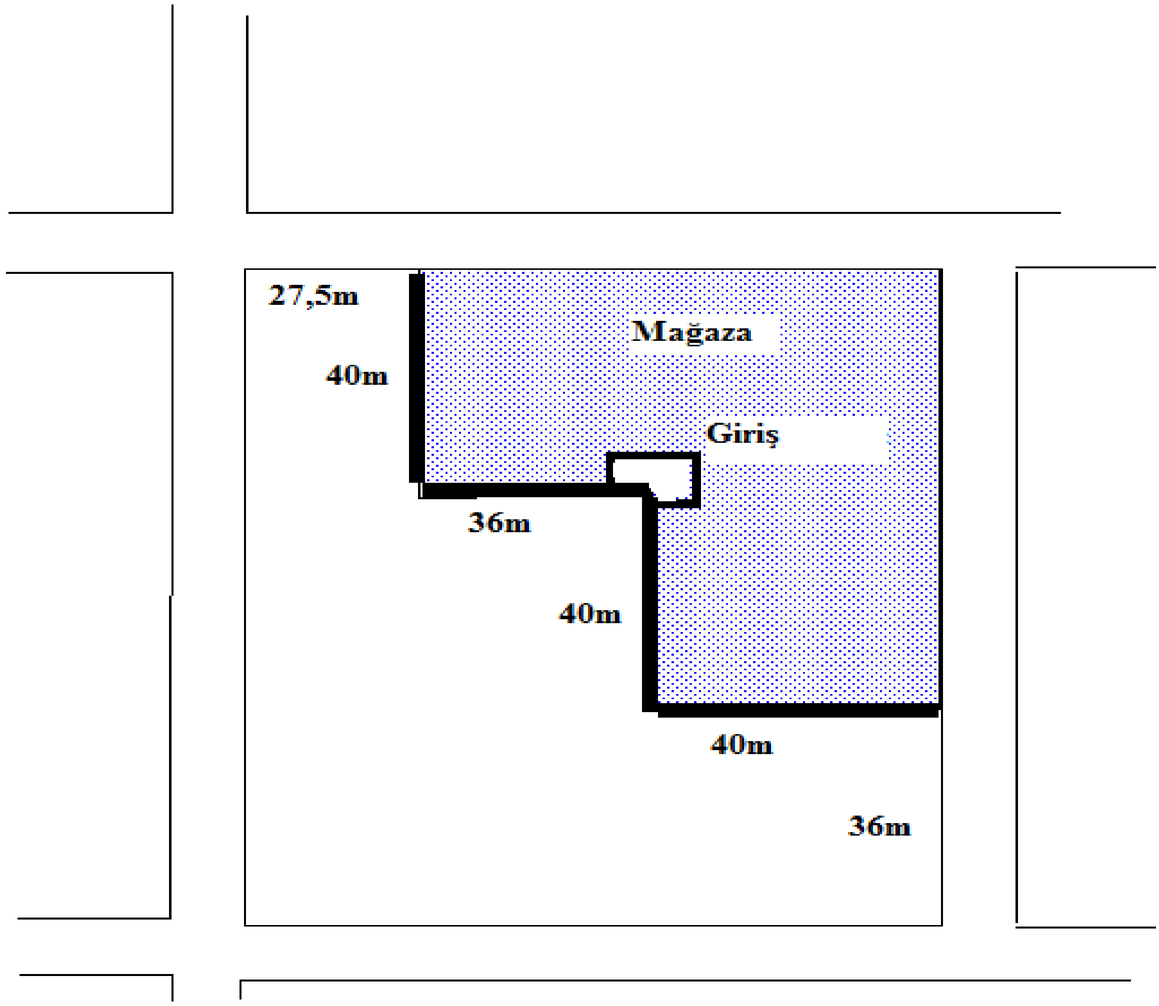
EK 9. OTOPARK PROBLEMİ

Aşağıda krokisi verilen, yeni açılmış mağazanın bahçesine otopark yapılmak isteniyor. Bu problemdeki amaç, otoparkı en çok aracın park yapabileceği biçimde düzenlemektir. Hesaplama yaparken aşağıdaki kriterleri gözönünde bulundurmayı unutmayınız.

1. Tüm otoparkın en az %5i engelli otoparkı olarak düzenlenmelidir. Bu otopark alanı girişe en yakın yerde yer almalıdır.
2. Engelli otoparkı için ayrılan bir otopark alanı, normal araçlar için ayrılan alandan %50 daha fazla olmalıdır.
3. Araç yollarındaki bir şeridin genişliği en az 3m ve bir araçların karşılıklı dönebilmesi için gerekli yayın çapı en az 10 olmalıdır. (Araç geçişleri için 2 şerit olmak zorundadır)
4. Araç girişleri için gerekli olan iki girişin hangi taraftan olduğunu belirleyiniz.
5. Binanın önündeki kaldırımların önüne herhangi bir acil durumda kullanılmak için acil durum boşluğu/yolu (6m) bırakılmalıdır.
6. Binanın çevresindeki siyah çizgi 1,5 m genişliğindeki kaldırımları belirtmektedir.

Çözümünüz aşağıdaki kriterleri içermelidir

1. Belirlenen engelli alanları ve park yerinin yerleşimini gösteren doğru ölçekli bir çizim oluşturun.
2. Çiziminizde oklar ile trafiğin akışını belirleyin.
3. Çözümünüzü betimleyerek formuzda detaylandırın.


27,5m
Mağaza
40m
Giriş
36m
40m
40m
36m

EK 10. HARÇLIK PROBLEMİ

EMRE'NİN HARÇLIK PROBLEMİ

Merhaba! Ben Emre. Benim harçlığımla ilgili bir problemim var. Ablam Neşe, bundan 10 yıl önce, 13 yaşındayken 8 TL harçlık alıyormuş. Şimdi ben de 13 yaşındayım ve ailem bana da haftalık 8 TL veriyor. Günümüzde bazı şeylerin fiyatları değiştiği için benim de harçlığımın artması gerekiyor diye düşünüyorum. Bu para ile 10 yıl önce ablam Neşe'nin aldığı kadar şey satın alamıyorum. Bu düşüncemi haklı çıkarmak için harçlığımla alabileceğim bazı şeylerin 10 yıl önceki etiket fiyatlarını buldum. Sonra aynı şeylerin şu anki fiyatlarını buldum. Annem ve babamın maaşlarının arttığı gibi harçlığımın da artması gerektiği konusunda onları ikna edebilmem için sizlerin yardımınıza ihtiyacım var.

Acaba 10 yıl önce verilen 8 TL harçlık ile aynı satın alma gücüne sahip olmak için şimdiki harçlığımın ne kadar olması gerekiyor?

Bana bir poster hazırlayın ve posterde kullandığınız yöntem ve sonuçları açıklayın. Benimle aynı durumdaki diğer çocukların da harçlıklarının ne kadar olması gerektiğini bulmaları için bulduğunuz yöntemi detaylı bir şekilde anlatın.

Unutmayalım! Benim ailem duygusal veya mantıklı olmayan açıklamalarla yetinmeyecektir. Onlara, harçlığımın neden artması gerektiğini kanıtlamanız gerekmektedir.

ÜRÜNLERE AİT ÖNCEKİ VE SONRAKİ FİYATLAR		
ÜRÜN	ESKİ FİYAT	YENİ FİYAT
AYAKKABI	72,60 TL	109 TL
DEFTER	4,5 TL	11,25 TL
EŞOFMAN	64 TL	132 TL
ELBİSE	15 TL	20 TL
ÇANTA	45 TL	55 TL
KALEM	5 TL	5,40 TL
BİSİKLET	300 TL	252 TL
SAAT	26,50 TL	39,75 TL
KULAKLIK	14,55 TL	9,70 TL
BOYA	2 TL	2,80 TL
FUTBOL TOPU	12,50 TL	19,90 TL
JELİBON	2,80 TL	3,90 TL

EK 11. GÖZLEM FORMU

1. Öğrencilerin problem çözerken kullandığı kavram ve beceriler nelerdir?

2. Öğrenciler problem çözerken problem içindeki verileri nasıl organize etmişlerdir? Hangi verileri kullanmışlardır?

3. Öğrenciler hangi gösterimleri kullanmışlardır? Bunları nasıl ve nerede kullanmışlardır?

4. Öğrencilerin çözüm yolları nelerdir?

5. Öğrencilerin modeli/son çözümü nedir?

6. Öğrencilerin grup içi davranışları nasıldır? Grup
    a. 1. Öğrenci:

    b. 2. Öğrenci:

    c. 3. Öğrenci:

Grup Çalışmasına Dair Gözlemler:

EK 12. YANSITICI DÜŞÜNCE FORMLARI

Adınız ve Soyadınız: Tarih:

ÖĞRENCİ YANSITMA FORMU

Modelleme etkinliğinizdeki, bütün problem çözme sürecinizi gözden geçirerek aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

1. Problem çözümünüzü ve yönteminizi detaylandırarak açıklayınız.

2. Bu modelleme etkinliği süresince üzerinde düşündüğünüz, problemi çözerken kullandığınız (veya problemin çözümünde size yardımcı olan, önemli gördüğünüz) matematiksel kavramları (oran,orantı,aritmetik orta…vb) listeleyiniz ve bu kavramları nerede,nasıl kullandığınızı yazınız.

3. Modelleme etkinliğinde kullandığınız kavramlar ile aşağıdaki boşluğa bir harita, diagram veya şema yapınız. Bu şemayı/diagramı/haritayı yaparken birbirleriyle ilişkili olan/olmayan kavramları ilişkilerine göre düzenleyiniz.

4. Bu gün yaptığımız modelleme etkinliği size göre,

a. Çok kolay b. Kolay c. Orta güçlükte d. Zor e. Çok zor

Neden?

5. Bu problemi çözerken yaratıcılığınızın ne düzeyde ortaya çıktığını düşünüyorsunuz?

a. Hiç b. Biraz c. Orta düzeyde d. İyi e. Çok

Neden?

EK 13. KALİTE DEĞERLENDİRME ÖLÇEĞİ

MEA Quality Assessment Guide			
Performance Level	**How useful is the product**?	**What questions should be asked?**	**What might the client say?**
(0) Requires Redirection	The product is on the wrong track. Working longer or harder won't work. The students may require some additional feedback from the teacher.	To assess students' work, put yourself in the role of the client. To do this, it's necessary to be clear about answers to the following questions. 1. Who is the client? 2. What conceptual tool does the client need? 3. What does the client need to be able to do with the tool?	*"This is impossible to understand. Or: "Start over. This won't work. Think about it differently. Use different ideas or procedures."*
(1) Requires Major Extensions or Refinements	The product is a good start toward meeting the client's needs, but a lot more work is needed to respond to all of the issues.	Then, the quality of students' work can be determined by focusing on the question – *How useful is the tool for the purposes of the client?* To assess usefulness, and to identify strengths and weaknesses of different results that students produce, it would be helpful to consider the following questions. 1. What information, relationships, and patterns does the tool take into account? 2. Were appropriate ideas and procedures chosen for dealing with this information? 3. Were any technical errors made in using the preceding ideas and procedures? But, the central question is - *Does the product meet the client's needs?*	*"You seem to be on the right track, but this still needs a lot more work before it'll be in a form that's useful."*
(2) Requires Only Minor Editing	The product is nearly ready to be used. It still needs a few small modifi-cations, additions, or refinements.		*"This is close to what I need. You just need to add or change a few small things for it to be useful."*
(3) Useful for this Specific Data Given	No changes will be needed to meets the immediate needs of the client.		*"Ahhh, this will work well as it is. I won't even need to do much editing."*
(4) Sharable and Reusable	The tool not only works for the immediate situation, but it also would be easy for others to modify and use it *in similar situations*.	The product should make it clear that: • The students went beyond producing a tool that they themselves could use to also produce a tool that others could use – by including needed explanations, and by making it as simple, clear, and well organized as possible. • The students went beyond thinking with the tool to also think about it – by identifying underlying assumptions (so that others know when the tool might need to be modified for use in similar situations). • The students went beyond blind thinking to also think about their thinking – by recognizing strength and weaknesses of their approach compared with other possible alternatives.	*"Excellent, this tool will be easy for me to use again in future situations – and it will be easy to modify for slightly different situations."*
Lesh (2010)'dan alınmıştır.			

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı	Şeyma ŞENGİL-AKAR
Doğum Yeri	Eskişehir
Doğum Tarihi	13.11.1982

Eğitim Durumu

Lise	Süleyman Demirel Anadolu Lisesi, Ankara	2000
Lisans	Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2005
Yüksek Lisans	Anadolu Üniversitesi, Özel Eğitim Bölümü, Üstün Zekalıların Öğretmenliği Programı	2009
Yabancı Dil	İngilizce: Okuma (İyi), Yazma (İyi), Konuşma (İyi)	

İş Deneyimi

Stajlar	Eskişehir Önder Bil Dersanesi	2004-2005
Projeler	Arizona Üniversitesi, REAPS ve STEM projeleri, Misafir araştırmacı	
	Anadolu Üniversitesi 107K059 nolu tübitak projesi, Matematik Öğretmeni ve Araştırma Asistanı	2007-2009
	Altındağ Belediyesi-Hacettepe Üniversitesi İşbirliği Projesi , Matematik Öğretmenleri Danışma Kurulu Üyesi	2012-2013
	Gönüllü; ULuslararası Gönüllü Geçnçlik Çalışma Kampı(UNESCO), Boiro, Spain.	2008
	Gönülllü, Uluslararası Gönüllü Gençlik Çalışma Kampı, “Tarihi Fin Evlerinin Korunması” Projesi	2004
	Gönüllü MAtematik Öğretmeni, “Ulusal Eğitime Destek Kampanyası”, Eskişehir Kardeş Kurumlar Programı. Eskişehir.	2003-2004
	Gönüllü Matematik Öğretmeni, “Ulusal Eğitime Destek Kampanyası”, Gönüllü Öğretmenlik Programı. Eskişehir	2002-2003
Çalıştığı Kurumlar	Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2010-
	University of Arizona, Faculty of Education, Special Education Departmant	2014
	Uşak Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.	2007-2010
	Matematik Öğretmeni, Alpagut İlköğretim Okulu, Eskişehir, Milli Eğitim Bakanlığı	2005-2007

Akademik Çalışmalar

Yayınlar (Ulusal, uluslararası makale, bildiri, poster vb gibi.)

1. *Yıldız P., Çiftçi Ş. K., Şengil-Akar, Ş.,& Sezer E. (2015). Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfadeleri ve Değişkenleri Yorumlama Sürecinde Yaptıkları Hatalar / Errors of 7th Grade Students' In The Process of Interpreting Algebraic Expression and Variables. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Eğitim Araştırmaları Dergisi. 1 (1), 18-31.*
2. *Akar, İ., & Şengil-Akar, Ş. (2013). The Effectiveness of the Creative Reversal Act: Further Evidence from Turkey. The Turkish Online Journal of Educational Technology.12(4), 183-191*
3. *Akar İ, & Şengil-Akar, Ş (2012). İlköğretim Okullarında Görev Yapmakta Olan Öğretmenlerin Üstün Yetenek Kavramı Hakkındaki Görüşleri /Primary School In-Service Teachers' Perceptions' of Giftedness. Kastamonu Eğitim Dergisi, 20(2), 423-436.*

---

1. *Kayhan-Altay,M., Ozyıldırım-Gümüs, F., Yaman, H., Özer, A., Şengil-Akar, Ş (2016). İlkokul Matematik 1. Sınıf Ders Kitabı (MEB Onaylı). MHG Yayımları, Ankara.*
2. *Şengil-Akar, Ş. (2015). Matematikte Üstün Yetenek ve Üstün Yeteneğin Desteklenmesi Üstün Zekalı ve Üstün Yetenekli Öğrencilerin Eğitimi içinde Kitap Bölümü, PegemA Yayımları, Ankara.*
3. *Şengil-Akar, Ş., vd (2015) Albinizmli Bir Çocuğu Yetiştirmek (Rising a Child with Albinizm) ,H2O kitap yayımları, İstanbul.(Çeviri)*

---

1. *Şengil-Akar, Ş., Examining the Mathematical Creative Abilities of Mathematically Gifted Students in Model Eliciting Activities Process, World Council For Gifted and Talented Children 21st Biennial World Conference, August 2015 Odense, Denmark.*
2. *Altay, MK; Ozdemir, EY; Akar, SS, "Pre-service Elementary Mathematics Teachers' Views on Model Eliciting Activities", WCES-2013, PROC SOC BE, Sayfa 345-349, 2014.*
3. *Şengil-Akar, Ş., Akar, İ. ; How Disadvantages Become Giftes? A Case Study of an Academically Gifted Albino's Parental Support, 12th Asia Pacific Conference on Giftedness, July 2012, Dubai*
4. *Kayhan Altay, M., Şengil Akar, Ş., Yetkin Özdemir, E., . An Examination of Model-Eliciting Activities Designed by Pre-Service Mathematics Teachers Based on Six Design Principles, ECER September 2012, Spain.*
5. *Lesh. R., Umay A., Türker B., Özyıldırım F., Akkuş- İspir O., Alkaş Ç., Yetkin-Özdemir E., Şengil-Akar, Ş., Kayhan-Altay M., Sonay-Ay Z., Aygün B., Seventh grade students' mathematical thinking and representations in model-eliciting activities. In B. Ubuz (Ed.), Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Ankara, Turkey: PME. 11-15 July, 2011*
6. *Sezer E., Çiftçi K., Akdal P.,Şengil-Akar Ş., The challenges about writing and interpreting in algebraic expression faced by 7th grade students. 3th International Conference on Educational Sciences, Eastern Mediterranean University,Cyprus. 22-24 June,2011*
7. *Akar İ., Şengil-Akar Ş., The effectıveness of the creatıve reversal act (creact) on students' creatıve thınkıng: further evıdence from Turkey. The Internatıonal Centre For Innovatıon In Educatıon (Icıe). Istanbul University, İstanbul. 6-9July,2011.*
8. *Akar, İ., Uluman, M., ; Sengıl-Akar, Ş., An Investigation of the Elementary School Teachers' Accurate Nomination Level of Gifted Children: A Comprehensive Analysis. The Internatıonal Centre For Innovatıon In Educatıon (Icıe). Istanbul University, İstanbul. 6-9 July,2011.*
9. *Şengil-Akar, Ş., Akar İ. Twice or Trice exceptional? A Case Study of An Academically Gifted Albino. The 19th Biannial World Conference of the WCGTC. Pragha,Czeck Republic. 8-12 August,2011.*
10. *Şengil, Ş. & Akar, İ. , "Primary School Teachers' Perceptions of Giftedness". 1st International Congress Of Educational Research, Canakkale,May-2009.*

11. *Sak ,U., Demirel, Ş., Karabacak, F., Akar, İ., Turkan, Y. & Şengil Ş. "TMT-Test of Mathematical Talent, It's development and pscyhometric properties ", 4th International Conference on Creativity and Inteligence ,Munster, 9-11 October 2008*
12. *Şengil, Ş. & Turkan, Y. "Problem Solving Strategies and Methods used by Gifted Students", 4th International Conference on Creativity and Inteligence, Munster, 9-11 October 2008*
13. *Şengil Ş. "Geometrical problems posed by mathematically gifted students" 4th International Conference on Creativity and Inteligence, Munster, 9-11 October 2008*

1. *Şengil-Akar Ş., Çiftçi K., Akdal P., İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Kesirler Konusundaki Pedogojik Alan Bilgileri. (Elementary Mathematics Student Teachers' Pedagogical Content Knowledge about Fractions.) 10. Matematik Sempozyumu. İstanbul Işık Üniversitesi. Şile, İstanbul. 21-23 Eylül,2011.*
2. *Şengil, Ş., Akar, İ., İlköğretim Öğretmenlerinin Üstün Zeka hakkındaki Görüşleri (Primary School Teachers' Perceptions' of Giftednes)". 18. Eğitim Bilimleri Kurultayı, İzmir, Ekim 2009.*
3. *Şengil, Ş. ,Turkan, Y. & Sak ,U., MUT-Matematiksel Üretkenlik Testi ve Psikometrik Özellikleri (2. Versiyon). (MUT – Mathematical Creative Ability Test: Its Development and Psychometric Proporties (2nd Version)). 18. Eğitim Bilimleri Kurultayı, İzmir, Ekim 2009.*
4. *Sak, U., Akar, İ., Demirel, Ş., Karabacak, F., Turkan, Y. & Şengil, Ş. "MYT-Matematik Yetenek Testi, Gelişimi ve Psikometrik Özellikleri (TMT- Test of Mathematical Talent: Its Development and Psychometric Properties). Türkiye Üstün Yetenekli Çocuklar II. Ulusal Kongresi, Eskişehir,March-2009*
5. *Sak, U., Turkan, Y. & Şengil, Ş. MUT-Matematiksel Üretkenlik Testi: Gelişimi ve Psikometrik Özellikleri. (Mathematical Creative Ability Test: Its Development and Psychometric Proporties.) Türkiye Üstün Yetenekli Çocuklar II. Ulusal Kongresi,Eskişehir, March-2009*
6. *Şengil, Ş. MYT –Matematik Yetenek Testinin Kapsam Geçeriği ("TMT- Test of Mathematical Talent: Content Validity".) Türkiye Üstün Yetenekli Çocuklar II. Ulusal Kongresi, Eskişehir,March-2009*
7. *Şengil, Ş. & Akar İ., M-POS: Matematiksel Problem Oluşturma Stratejisi ("Mathematical Problem Posing Strategy: M-POS"), 7. Matematik Etkinlikleri Sempozyumu,İzmir, November-2008.*
8. *Şengil Ş. & Akar. İ , Matematik Yeteneğinin Gelişimi("Development of Mathematical Giftedness") 6. Matematik Etkinlikleri Sempozyumu, Ankara, November-2007.*

Seminer ve Çalıştaylar

1. Üstün Yetenekli Çocukların Eğitimi Çalıştayı, Davetli Konuşmacı /1st İstanbul Workshop on Gifted Education, Discursory Participant, İstanbul University. Şubat 2013.
2. Üstün Yetenekli Çocuklar Kongresi Düzenleme Kurulu Üyesi /II. Turkish National Congress on Gifted Children- Co-ordination Board Member, Anadolu University, Eskisehir. Mart 2009.
3. I. Uluslarası Avrupa Birliği, Demokrasi, VAtandaşık ve Vatandaşlık Eğitimi Sempozyumu, Kordinatörü ve Düzenleme Kurulu Üyesi / I. International Europian Unian, Democracy, Citizenship And Citizenship Education Semposium – Co-organitor and Co-organisation Board Member, Usak University, Usak. Mayıs 2009.

İletişim

e-Posta Adresi	seymasengil@gmail.com

Jüri Tarihi	26/01/2016