



HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Temel Eğitim Ana Bilim Dalı

Sınıf Eğitimi Programı

ÖZEL YETENEK TANILI OLAN VE OLMAYAN ÖĞRENCİLERİN BASAMAK DEĞERİNİ
KAVRAYIŞLARINA YÖNELİK ZİHİNSEL MODELLERİNİN İNCELENMESİ

Seyhan PAYDAR

Doktora Tezi

Ankara, 2023

Liderlik, araştırma, inovasyon, kaliteli eğitim ve değişim ile

Daha ileriye... En İyiyeye...



Temel Eğitim Ana Bilim Dalı

Sınıf Eğitimi Programı

ÖZEL YETENEK TANILI OLAN VE OLMAYAN ÖĞRENCİLERİN BASAMAK DEĞERİNİ
KAVRAYIŞLARINA YÖNELİK ZİHİNSEL MODELLERİNİN İNCELENMESİ

EXAMINING THE MENTAL MODELS OF DIAGNOSED WITH GIFTEDNESS AND
UNDIAGNOSED WITH GIFTEDNESS STUDENTS FOR THEIR UNDERSTANDING OF
PLACE VALUE

Seyhan PAYDAR

Doktora Tezi

Ankara, 2023

Kabul ve Onay

Eğitim Bilimleri Enstitüsü M¼d¼rl¼đ¼ne,

Seyhan PAYDAR'ın hazırladığı “zel Yetenek Tanılı Olan ve Olmayan ğrencilerin Basamak Değerini Kavrayışlarına Yönelik Zihinsel Modellerinin İncelenmesi” başlıklı bu çalışma j¼rimiz tarafından **Temel Eğitim Ana Bilim Dalı, Sınıf Eğitimi Bilim Dalında Doktora Tezi** olarak kabul edilmiştir.

J¼ri Başkanı Prof. Dr. Neşe Işık TERTEMİZ

J¼ri Üyesi (Danışman) Doç. Dr. Bilge GÖK

J¼ri Üyesi Doç. Dr. Mehmet Hayri SARI

J¼ri Üyesi Doç. Dr. Özlem BAş

J¼ri Üyesi Dr. Öğr. Üyesi Ayşe YOLCU

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisans¼st¼ Eğitim, ğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki j¼ri üyeleri tarafından / / tarihinde uygun gr¼lm¼ř ve Enstit¼ Yönetim Kurulunca / / tarihi itibarıyla kabul edilmiştir.

Prof. Dr. İsmail Hakkı MİRİCİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü M¼d¼r¼

Öz

Bu çalışmanın amacı ilkokul dördüncü sınıfa devam eden özel yetenek tanılı ve tanılı olmayan öğrencilerin basamak değerinin sayma, tahmin, adlandırma, yeniden adlandırma, karşılaştırma, temsil etme ve hesaplama boyutlarına yönelik zihinsel modellerini ortaya koymak ve karşılaştırmaktır. Araştırmada, nitel araştırma desenlerinden durum çalışması deseni ve durum çalışması desenlerinden de bütüncül çoklu durum çalışması kullanılmıştır. Çalışma grubunun belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Çalışma grubunu, Ankara'da Bilim Sanat Merkezlerine (BİLSEM) devam eden özel yetenek tanılı öğrenciler ve özel yetenek tanılı olmayan dördüncü sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Verilerin analizinde mikro analizin alt birimi olan Kare İzleme Metodu kullanılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre en fazla zihinsel modele özel yetenek tanılı öğrenciler sahipken, en az zihinsel modele düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin sahip olduğu görülmüştür. Öğrencilerin hatalı zihinsel modelleri incelendiğinde en çok hatalı zihinsel model düşük ve orta başarı seviyesindeki öğrencilerde mevcutken, en az hatalı zihinsel model özel yetenek tanılı öğrencilerde görülmüştür. Tüm düzeylerde şu zihinsel modellerin mevcut olduğunu söylenebilir: Sayma, model kullanma, çözümlenme, gruplama, yeniden gruplama, sayıları okuma ve yazma, sıfırın yer tutuculuğunu kullanma, sayıları büyüklüklerine göre karşılaştırma, sayıları sayı doğrusu üzerinde karşılaştırma, sayıları alışılmış şekilde modelleme, algoritmaya dayalı işlem yapma, işlem sürecinde aritmetik gerçekleri kullanma, işlemlerin matematiksel ve günlük kullanımı, işlemlerin diğer işlemler ile ilişkisi.

Anahtar sözcükler: özel yetenek tanılı öğrenci, basamak değeri, zihinsel modeller, ilkokul matematik dersi.

Abstract

The aim of this study is to reveal and compare the mental models of the students with diagnosed and undiagnosed gifted attending the fourth grade of elementary school for counting, estimation, naming, renaming, comparison, representing and calculation dimensions of digit value. In the research, case study design from qualitative research designs and holistic multiple case study from case study designs were used. In determining the study group, the maximum diversity sampling method from the intended state sampling types was used. The study group consists of students diagnosed with gifted attending Science and Art Centers (BILSEM) in Ankara and fourth-grade students who are not diagnosed with gifted. Frame analysis, which is sub-unit of micro analysis, was used in the analysis of the data. According to the research results, students with diagnosed with gifted have the most mental models, while students with low achievement level have the least mental models. When students' faulty mental models are examined, the most faulty mental models are present in students at low and medium achievement levels, while the least faulty mental model is present in students diagnosed gifted. It can be said that the following mental models exist at all levels: Counting, using models, analyzing, grouping, regrouping, reading and writing numbers, using the place holder of zero, comparing numbers by size, comparing numbers on a number line, modeling numbers in a conventional way, algorithm-based operation doing, using arithmetic facts in the process of operation, mathematical and daily use of operations, relations of operations with other operations.

Keywords: gifted students, place value, mental models, elementary school mathematics lesson.

Bu hayattaki en büyük destekçim ve şansım olan

Canım anneme ve canım babama

Teşekkür

Bu tez sürecinde desteklerinden dolayı ve bu süreçteki tüm zor zamanlarımda yanımda olduğu için, yeni bir şey deneme yolunda bana güvendiği ve inandığı için, heyecanımı, planlarımı, umutlarımı paylaşabildiğim için danışman hocam Doç. Dr. Bilge GÖK'e teşekkür ederim. Çalışmamı belirleme, gerçekleştirme noktasında en başından en sonuna kadar sürecin her aşamasında ve incelenmesinde yanımda olan, yeni bir ürün ortaya koyma yolunda beni yüreklendiren, bana yeni ufuklar açan, heyecanımı, sıkıntılarımı ve umutlarımı paylaşabildiğim, akademik hayatımın şekillenmesinde bir köşe taşı olarak anacağım, emeğini, vaktini, bilgisini bir an olsun esirgemeyen, hayatımdaki varlığını bir şans olarak gördüğüm ve yolundan ilerlemeye gayret edeceğim kıymetli hocam Prof. Dr. Neşe Işık TERTEMİZ'e teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca kendisinden aldığım ders ve yürüttüğümüz akademik çalışmalar sürecinde iyi bir rehber oluşu, alçakgönüllülüğü, her koşulda destek oluşu noktasında örnek bir model olduğu için teşekkür ederim. Tez İzleme Komitemde yer alarak, süreç öncesinde ve boyunca alana özgü katkılarını sunan, alanla ilgili her türlü bilgiyi benimle paylaşan, desteğini esirgemeyen, titizliği ve alana sunduğu katkılar ile benim için iyi bir rol model olan Doç. Dr. Mehmet Hayri SARI hocama teşekkür ederim. Jürime katılım gösteren Doç. Dr. Özlem BAŞ hocama tezime emek verdiği, nitel araştırma konusundaki katkıları ve tezimin bütün olarak daha anlaşılır olması için sundukları önerilerden dolayı teşekkür ederim. Dr. Öğr. Üyesi Ayşe YOLCU hocama tezime emek verdiği, tezimde alana yönelik değerli katkılar sunduğu için teşekkür ederim. Beni her koşulda olumluya sevk eden, hayata dair farklı bakış açıları sunan, fikirlerini ve desteğini esirgemeyen kıymetli hocam Doç. Dr. Meliha KÖSE'ye teşekkürü bir borç bilirim.

Bu süreçte her koşulda yanımda olan, imkânlarını seferber eden, tez sürecimin en yakın gözlemcileri, yüklerimi hafifletmek için ellerinden geleni yapan, varlıklarını çok büyük şans olarak gördüğüm kıymetli arkadaşlarım Kadir TELLİ ve Gamze ERYAŞAR'a teşekkür ederim. Süreçte desteğini esirgemeyen ve ekip olduğumuzu hissettiren ismini saymadığım tüm arkadaşlarıma teşekkür ederim. Tanıştığım günden beri insanlığı ve samimi dostluğuyla

benim için her şeyin en iyisini dileyen, her konuda beyin fırtınası yaptığımız kıymetli dostum Dr. Öğr. Üyesi Murat TEMUR'a teşekkür ederim. Çalışma sürecinde özveri ve desteğini esirgemeyen, elini bir abla gibi hep omzumda hissettiğim Özlem YILMAZ hocama teşekkür ederim. Bu zorlu süreçte insanlığıyla, alçakgönüllülüğü ile rehberlik eden, tüm zorlu süreçlerde umutlarımı yeşerten, süreci bana kolaylaştırmak için elinden geleni yapan, insanlığını ve yöneticiliğini gıpta ettiğim kıymetli Erol YILMAZLAR hocama teşekkürü bir borç bilirim. Bu süreci yürütmem için desteğini esirgemeyen kıymetli Barış ERDOĞAN ve Hilmi ZORLUER hocalarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Her koşulda yanımda olan, her türlü sürecin yükünü ve sevincini benimle paylaşan, küçüklüğümden bugüne kendimi gerçekleştirme sürecimin en büyük destekçisi ve gözlemcisi, bu hayattaki en büyük şansım canım annem ve babama teşekkürü bir borç bilirim. Hayatın bana en güzel hediyesi olan, varlıklarını her zaman hissettiğim ve hissedeceğim kardeşlerim M. Faruk ve İlyas'a teşekkürü bir borç bilirim.

İçindekiler

Kabul ve Onay.....	ii
Öz.....	iii
Abstract.....	iv
Teşekkür.....	vi
Tablolar Dizini.....	xi
Şekiller Dizini.....	xii
Simgeler ve Kısaltmalar Dizini.....	xix
Bölüm 1 Giriş.....	1
Problem Durumu.....	1
Araştırmanın Amacı ve Önemi.....	6
Araştırma Problemi.....	8
Sayıltılar.....	9
Sınırlılıklar.....	9
Tanımlar.....	10
Bölüm 2 Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar.....	11
Gelişim Kuramları Açısından Zihinsel Süreçler.....	11
Zihinsel Modellerin Tanımı ve Gelişimi.....	14
Zihinsel Model İşlevleri.....	17
Zihinsel Modellerle İlişkili Bilişsel Yapılar.....	22
Sayı kavramı ve Basamak Değerinin Gelişimi.....	31
Basamak Değerinin Matematikteki Önemi ve Bütünsel Açıdan Anlaşılması.....	34
Basamak Değerini Anlamak İçin Temel Bileşenler.....	39
Basamak Değerinin Boyutları.....	40
İlgili Araştırmalar.....	42
Bölüm 3 Yöntem.....	53
Araştırmanın Türü.....	53

Çalışma Grubu	55
Veri Toplama Araçları	57
Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenilirliği.....	65
Verilerin Toplanması ve Verilerin Analizi.....	67
Bölüm 4 Bulgular ve Yorum.....	75
1. Özel Yetenek Tanılı Olan ve Olmayan Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Basamak Değerinin “Sayma” Boyutuna Yönelik Zihinsel Modelleri... 75	
2. Özel Yetenek Tanılı Olan Ve Olmayan Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Basamak Değerinin “Tahmin Etme” Boyutuna Yönelik Zihinsel Modelleri	102
3. Özel Yetenek Tanılı Olan ve Olmayan Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Basamak Değerinin “Adlandırma” Boyutuna Yönelik Zihinsel Modelleri	118
3. Özel Yetenek Tanılı Olan Ve Olmayan Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Basamak Değerinin “Yeniden Adlandırma” Boyutuna Yönelik Zihinsel Modelleri	133
5. Özel Yetenek Tanılı Olan ve Olmayan Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Basamak Değerinin “Karşılaştırma” Boyutuna Yönelik Zihinsel Modelleri	149
6. Özel Yetenek Tanılı Olan ve Olmayan Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Basamak Değerinin “Temsil Etme” Boyutuna Yönelik Zihinsel Modelleri	164
7. Özel Yetenek Tanılı Olan ve Olmayan Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Basamak Değerinin “Hesaplama” Boyutuna Yönelik Zihinsel Modelleri	189
Özel Yetenek Tanılı Olan ve Olmayan Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Basamak Değerinin Boyutlarına (Sayma, Adlandırma, Yeniden Adlandırma, Temsil Etme, Tahmin Etme, Karşılaştırma Hesaplama) Yönelik Zihinsel Modellerinin Karşılaştırılması	277
Bölüm 5 Sonuç, Tartışma ve Öneriler	293

Sayma Boyutuna İlişkin Sonuç ve Tartışma	294
Tahmin Etme Boyutuna İlişkin Sonuç ve Tartışma.....	297
Adlandırma Boyutuna İlişkin Sonuç ve Tartışma.....	299
Yeniden Adlandırma Boyutuna İlişkin Sonuç ve Tartışma.....	301
Karşılaştırma Boyutuna İlişkin Sonuç ve Tartışma	303
Temsil Etme Boyutuna İlişkin Sonuç ve Tartışma	305
Hesaplama Boyutuna İlişkin Sonuç ve Tartışma	310
Düzeyleme Göre Öğrencilerin Zihinsel Modellerinin Karşılaştırılması	320
Öneriler	322
Kaynaklar	324
EK-A: Doğal Sayılarda Basamak Değerini Kavrama Başarı Testi	cccxli
EK-B: Görüşme Formu	cccxliv
EK-C: Öğrenci Gönüllü Katılım Formu	cccxlviii
EK-D: Veli Gönüllü Katılım Formu	cccxlix
EK-E: Rutin Problem Çözme Başarı Testi Kullanım İzni	cccl
EK-F: Etik Komisyon Onay Bildirimi	cccli
EK-G: MEB Onay Yazısı	ccclii
EK-H: Etik Beyanı.....	cccliii
EK-I: Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu	cccliv
EK-İ: Thesis/Dissertation Originality Report	ccclv
EK-J: Yayımlama ve Fikrî Mülkiyet Hakları Beyanı	ccclvi

Tablolar Dizini

Tablo 1 Özel Yetenek Tanılı Olmayan Öğrencilere Ait Test Puanları	56
Tablo 2 Test Maddelerin Analizi.....	59
Tablo 3 Uzman Görüşleri Doğrultusunda Teste İlişkin Kapsam Geçerlik Oranları ve İndeksi.....	62
Tablo 4 Kare İzleme Metodunun Uygulanmasına Yönelik Örnekler.....	73
Tablo 5 Sayma Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller.....	75
Tablo 6 Sayma Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller	91
Tablo 7 Tahmin Etme Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller	103
Tablo 8 Tahmin Etme Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Modeller	114
Tablo 9 Öğrencilerin Adlandırma Boyutuna Yönelik Zihinsel Modelleri.....	118
Tablo 10 Öğrencilerin Adlandırma Boyutuna Yönelik Hatalı Zihinsel Modelleri .	128
Tablo 11 Yeniden Adlandırma Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller	133
Tablo 12 Yeniden Adlandırma Boyutuna İlişkin Hatalı Zihinsel Modeller	141
Tablo 13 Karşılaştırma Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller.....	150
Tablo 14 Karşılaştırma Boyutuna İlişkin Hatalı Zihinsel Modeller	160
Tablo 15 Temsil Etme (Standart) Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller	165
Tablo 16 Temsil Etme Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller	171
Tablo 17 Temsil Etme (Standart Olmayan) Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller..	176
Tablo 18 Temsil Etme (Standart Olmayan) Boyutuna İlişkin Hatalı Zihinsel Modeller	184
Tablo 19 Hesaplama (Toplama İşlemi) Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller	190
Tablo 20 Hesaplama (Toplama) Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller	208
Tablo 21 Hesaplama Boyutuna (Çıkarma) İlişkin Zihinsel Modeller.....	215
Tablo 22 Hesaplama Boyutuna (Çıkarma) İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller	228
Tablo 23 Hesaplama (Çarpma) Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller.....	238
Tablo 24 Hesaplama (Çarpma) Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller	251
Tablo 25 Hesaplama (Bölme) Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller	260

Şekiller Dizini

Şekil 1 Nesnelerin Sıralanması ve Hiyerarşik Dizilimi	33
Şekil 2 Uzman Görüşüne Başvurulan Soru Örneği	58
Şekil 3 Kare İzleme Metodu	71
Şekil 4 ÖYTÖ4 Kodlu Öğrencinin Yazarak Yaptığı Çözüm	77
Şekil 5 YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Yazmaya İlişkin Çözümü	77
Şekil 6 OBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Yazmaya İlişkin Çözümü	78
Şekil 7 OBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Yazmaya İlişkin Çözümü	78
Şekil 8 DBDÖ3 Kodlu Öğrencinin Yazmaya İlişkin Çözümü	79
Şekil 9 ÖYTÖ2 Kodlu Öğrencinin İleri Saymaya Yönelik Çözümü	80
Şekil 10 ÖYTÖ4 Kodlu Öğrencinin Model İle İleri Saymaya Yönelik Çözümü	80
Şekil 11 YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Model Kullanarak İleri Sayma Çözümü	81
Şekil 12 DBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Model İle İleri Saymaya Yönelik Çözümü	82
Şekil 13 YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Geriye Sayma Çözümü	83
Şekil 14 ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin Geriye Sayma Çözümü	83
Şekil 15 ÖYTÖ2 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü	84
Şekil 16 ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü	84
Şekil 17 ÖYTÖ4 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü	85
Şekil 18 YBDÖ1 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü	85
Şekil 19 YBDÖ2 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü	86
Şekil 20 YBDÖ4 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü	86
Şekil 21 YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine İlişkin Çözümü	87
Şekil 22 DBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Çözümüne İlişkin İfadesi	89
Şekil 23 OBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Modelleme Yoluyla İleri ve Geri Sayma Çözümü	90
Şekil 24 YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Modeller ile İleri ve Geri Sayma Çözümü	91
Şekil 25 OBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Hatalı Modellemesi	92
Şekil 26 DBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Hatalı Modellemesi	95
Şekil 27 YBDÖ3 Kodlu Öğrencinin Hatalı Modellemesi	97
Şekil 28 ÖYTÖ1 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü	99
Şekil 29 OBDÖ3 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü	100
Şekil 30 DBDÖ3 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü	100
Şekil 31 DBDÖ1 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Hatalı Modeller	101

Şekil 32 DBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Modelle Gösterme Çözümü	102
Şekil 33 Tahmin Etme Boyutuna İlişkin Soru Örneği	102
Şekil 34 ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Birimleri Kullanma Çözümü	104
Şekil 35 ÖYTÖ4 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Birimleri Kullanma Çözümü	105
Şekil 36 OBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Birimleri Kullanma Çözümü	106
Şekil37 OBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Birimleri Kullanma Çözümü	106
Şekil 38 OBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Birimleri Kullanma Çözümü	107
Şekil 39 DBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Birimleri Kullanma Çözümü	108
Şekil 40 DBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Birimleri Kullanma Çözümü	108
Şekil 41 OBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Birimleri Kullanma Çözümü	109
Şekil 42 OBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Standart Birimleri Kullanma Çözümü	110
Şekil 43 DBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Standart Birimleri Kullanma Çözümü	111
Şekil 44 OBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Verilen Birimi Yineleyip Çizerek Çözmesi... ..	114
Şekil 45 DBDÖ3 Kodlu Öğrencinin Şeklin Çevresine Yönelik Hatalı Çizimi.....	117
Şekil 46 ÖYTÖ2 Kodlu Öğrencinin Bölüklerden Yararlanma Çözümü.....	121
Şekil 47 YBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Bölüklerden Yararlanma Çözümü.....	122
Şekil 48 ÖYTÖ1 Kodlu Öğrencinin Bölüklerden Yararlanma Çözümü.....	124
Şekil 49 ÖYTÖ2 Kodlu Öğrencinin Bölüklerden Yararlanma Çözümü.....	124
Şekil 50 YBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Bölüklerden Yararlanma Çözümü.....	124
Şekil 51 OBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Bölüklerden Yararlanma Çözümü	125
Şekil 52 DBDÖ3 Kodlu Öğrencinin Bölüklerden Yararlanma Çözümü.....	126
Şekil 53 OBDÖ2 Kodlu Öğrenciye Ait Hatalı Modelleme	129
Şekil 54 DBDÖ5 Kodlu Öğrenciye Ait Hatalı Modelleme	130
Şekil 55 DBDÖ1 Kodlu Öğrenciye Ait Hatalı Yazma.....	131
Şekil 56 DBDÖ1 Kodlu Öğrenciye Ait Hatalı Yazma.....	132

Şekil 57 ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin Modeller ile Gruplamalar Çözümü	136
Şekil 58 ÖYTÖ4 Kodlu Öğrencinin Modeller ile Gruplamalar Çözümü	136
Şekil 59 YBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Modeller ile Gruplamalar Çözümü	137
Şekil 60 ÖYTÖ2 Kodlu Öğrencinin Çözümleme ve Gruplama Çözümü.....	138
Şekil 61 YBDÖ3 Kodlu Öğrencinin Çözümleme ve Gruplama Çözümü.....	139
Şekil 62 YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Çözümleme ve Gruplama Çözümü.....	140
Şekil 63 DBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Çözümleme ve Gruplama Çözümü	140
Şekil 64 OBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Düşündüğü Model Dizilimi.....	143
Şekil 65 ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin Gruplamaya Dayalı Hatalı Modelleri	144
Şekil 66 DBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Gruplamaya Dayalı Hatalı Modelleri.....	145
Şekil 67 DBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Gruplamaya Dayalı Hatalı Modelleri.....	146
Şekil 68 DBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Hatalı Modellemeleri.....	146
Şekil 69 DBDÖ3 Kodlu Öğrencinin Hatalı Modellemeleri.....	147
Şekil 70 DBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Hatalı Modellemeleri.....	148
Şekil 71 DBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Hatalı Modellemeleri.....	148
Şekil 72 Karşılaştırma Boyutuna İlişkin Soru Örneği.....	149
Şekil 73 ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma Çözümü.....	154
Şekil 74 ÖYTÖ4 Kodlu Öğrencinin Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma Çözümü.....	154
Şekil 75 YBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma Çözümü.....	154
Şekil 76 OBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma Çözümü.....	155
Şekil 77 OBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma Çözümü.....	155
Şekil 78 DBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma Çözümü.....	155
Şekil 79 DBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma Çözümü.....	156
Şekil 80 ÖYTÖ3 Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde Geri Sayma	156
Şekil 81 ÖYTÖ4 Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde Geri Sayma	157
Şekil 82 DBDÖ4 Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde Geri Sayma.....	157
Şekil 83 DBDÖ4 Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde Geri Sayma.....	157

Şekil 84 ÖYTÖ5 Sayı Doğrusunu Eşit Birimlere Ayırma	158
Şekil 85 YBDÖ2 Sayı Doğrusunu Eşit Birimlere Ayırma	158
Şekil 86 ÖYTÖ5 700'ün Katı Olan Parçalara Ayırarak Karşılaştırma	159
Şekil 87 ÖYTÖ4 Yanlış Referans Noktası Alma	161
Şekil 88 ÖYTÖ5 Yanlış Referans Noktası Alma	161
Şekil 89 OBDÖ3 Yanlış Referans Noktası Alma	162
Şekil 90 OBDÖ3 Kodlu Öğrencinin Birimlere Eşit Ayırmaya Yönelik Hatalı Modelleri	163
Şekil 91 OBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Birimlere Eşit Ayırmaya Yönelik Hatalı Modelleri	163
Şekil 92 DBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Birimlere Eşit Ayırmaya Yönelik Hatalı Modelleri	163
Şekil 93 DBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Birimlere Eşit Ayırmaya Yönelik Hatalı Modelleri	164
Şekil 94 Temsil Etme Boyutuna İlişkin Soru Örneği	164
Şekil 95 ÖYTÖ2 Kodlu Öğrencinin Alışılmış Şekilde Modelleme Çözümü	166
Şekil 96 ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin Alışılmış Şekilde Modelleme Çözümü	166
Şekil 97 ÖYTÖ5 Kodlu Öğrencinin Alışılmış Şekilde Modelleme Çözümü	167
Şekil 98 YBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Alışılmış Şekilde Modelleme Çözümü	167
Şekil 99 YBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Alışılmış Şekilde Modelleme Çözümü	168
Şekil 100 DBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Alışılmış Şekilde Modelleme Çözümü	169
Şekil 101 ÖYTÖ4 Kodlu Öğrencinin Yeniden Gruplamaya Dayalı Modelleme Çözümü	169
Şekil 102 YBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Yeniden Gruplamaya Dayalı Modelleme Çözümü	170
Şekil 103 ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin Sıfırın Yer Tutuculuğuna İlişkin Hatalı Modelleri	174
Şekil 104 OBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Sıfırın Yer Tutuculuğuna İlişkin Hatalı Modelleri	174
Şekil 105 DBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Sıfırın Yer Tutuculuğuna İlişkin Hatalı Modelleri	174
Şekil 106 DBDÖ3 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Temsille Hatalı İfadesi	175
Şekil 107 YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Yazarak Çözümleme ve İşlem Yapma Çözümü	181

Şekil 108 OBDÖ3 Zihinden 10 ve Katları ile İleri Sayma ve İşlem Yapma	181
Şekil 109 DBDÖ1 Zihinden 10 ve Katları ile İleri Sayma ve İşlem Yapma	182
Şekil 110 DBDÖ1 Gruplama	183
Şekil 111 OBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Standart Temsilleri Hatalı Gruplaması	188
Şekil 112 OBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Standart Temsilleri Hatalı Gruplaması	189
Şekil 113 ÖYTÖ1 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü	192
Şekil 114 ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü	192
Şekil 115 YBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü	193
Şekil 116 YBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü	194
Şekil 117 YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü	195
Şekil 118 ÖBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü	195
Şekil 119 ÖBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü	196
Şekil 120 DBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü	197
Şekil 122 DBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü	197
Şekil 123 DBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü	197
Şekil 124 OBDÖ4 Zihinden Toplama İşlemi Yapma	205
Şekil 125 DBDÖ4 Büyük Basamaktan Gruplama	207
Şekil 126 YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Modeller ile Yaptığı Hatalar	213
Şekil 127 DBDÖ3 Algoritma ile Hatalı Toplama İşlemi Yapma	214
Şekil 128 ÖYTÖ3 Algoritmaya Dayalı İşlem	220
Şekil 129 ÖYTÖ4 Algoritmaya Dayalı İşlem	221
Şekil 130 YBDÖ4 Algoritmaya Dayalı İşlem	222
Şekil 131 YBDÖ5 Algoritmaya Dayalı İşlem	223
Şekil 132 ÖYTÖ4 Modeller Kullanarak İşlem Yapma	225

Şekil 133	<i>OBDÖ2 Onluk Bozma ve Bozulan Onluğu Yanlış Basamağa Verme</i>	233
Şekil 134	<i>OBDÖ5 Onluk Bozma ve Bozulan Onluğu Yanlış Basamağa Verme</i>	234
Şekil135	<i>DBDÖ2 Onluk Bozma ve Bozulan Onluğu Yanlış Basamağa Verme</i>	234
Şekil 136	<i>DBDÖ4 Onluk Bozma ve Bozulan Onluğu Yanlış Basamağa Verme</i>	234
Şekil 137	<i>DBDÖ3 Basamakları Azaltmaya Yönelik Hatalı Modeller</i>	236
Şekil 138	<i>ÖYTÖ2 Algoritma ile Çarpma İşlemi Yapma</i>	240
Şekil 139	<i>ÖYTÖ3 Algoritma ile Çarpma İşlemi Yapma</i>	240
Şekil 140	<i>YBDÖ2 Algoritma ile Çarpma İşlemi Yapma</i>	241
Şekil 141	<i>YBDÖ3 Algoritma ile Çarpma İşlemi Yapma</i>	241
Şekil 142	<i>OBDÖ2 Algoritma ile Çarpma İşlemi Yapma</i>	242
Şekil 143	<i>OBDÖ5 Algoritma ile Çarpma İşlemi Yapma</i>	243
Şekil144	<i>DBDÖ2 Algoritma ile Çarpma İşlemi Yapma</i>	244
Şekil 145	<i>DBDÖ3 Algoritma ile Çarpma İşlemi Yapma</i>	244
Şekil 146	<i>YBDÖ1 25 ile Kısa Yoldan Çarpma</i>	250
Şekil 147	<i>YBDÖ1 10 ile Kısa Yoldan Çarpma</i>	250
Şekil 148	<i>DBDÖ1 Elde Kavramına Yönelik Hatalı Zihinsel Modeller</i>	253
Şekil 149	<i>OBDÖ4 Modellerle (Onluk Taban Blokları) Hatalı İfade Etme</i>	258
Şekil 150	<i>OBDÖ3 Rakamları Hatalı Çarpma</i>	259
Şekil 151	<i>ÖYTÖ2 Algoritma ile Bölme İşlemi Yapma</i>	263
Şekil 152	<i>ÖYTÖ4 Algoritma ile Bölme İşlemi Yapma</i>	264
Şekil 153	<i>YBDÖ1 Algoritma ile Bölme İşlemi Yapma</i>	265
Şekil 154	<i>YBDÖ2 Algoritma ile Bölme İşlemi Yapma</i>	265
Şekil 155	<i>YBDÖ3 Algoritma ile Bölme İşlemi Yapma</i>	265
Şekil 156	<i>ÖYTÖ2 Modeller Kullanarak Zihinden İşlem Yapma</i>	267
Şekil 157	<i>YBDÖ1 Modeller Kullanarak Zihinden İşlem Yapma</i>	268
Şekil 158	<i>OBDÖ2 Yer Tutucu Olan Sıfıra İlişkin Hatalı Modeller</i>	272
Şekil 159	<i>OBDÖ3 Yer Tutucu Olan Sıfıra İlişkin Hatalı Modeller</i>	272
Şekil 160	<i>DBDÖ1 Yer Tutucu Olan Sıfıra İlişkin Hatalı Modeller</i>	273
Şekil 161	<i>OBDÖ1 Algoritmaya Yönelik Hatalı Modeller</i>	274
Şekil162	<i>OBDÖ4 Algoritmaya Yönelik Hatalı Modeller</i>	275
Şekil 163	<i>OBDÖ5 Algoritmaya Yönelik Hatalı Modeller</i>	276
Şekil 164	<i>OBDÖ4 Modellerle Hatalı Bölme İşlemi Yapma</i>	277
Şekil 165	<i>Özel Yetenek Tanılı Öğrencilerin Basamak Değerinin Boyutlarına İlişkin Zihinsel Modelleri</i>	278

Şekil 166 Yüksek Başarı Düzeyindeki Öğrencilerin Basamak Değerinin Boyutlarına İlişkin Zihinsel Modelleri	279
Şekil 167 Orta Başarı Düzeyindeki Öğrencilerin Basamak Değerinin Boyutlarına İlişkin Zihinsel Modelleri	280
Şekil 168 Düşük Başarı Düzeyindeki Öğrencilerin Basamak Değerinin Boyutlarına İlişkin Zihinsel Modelleri	281
Şekil 169 Özel Yetenek Tanılı Öğrencilerin Basamak Değerinin Boyutlarına İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modelleri	286
Şekil 170 Yüksek Başarı Düzeyindeki Öğrencilerin Basamak Değerinin Boyutlarına İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modelleri	287
Şekil 171 Orta Başarı Düzeyindeki Öğrencilerin Basamak Değerinin Boyutlarına İlişkin Zihinsel Modelleri	288
Şekil 172 Düşük Başarı Düzeyindeki Öğrencilerin Basamak Değerinin Boyutlarına İlişkin Zihinsel Modelleri	289
Şekil 173 Basamak Değerinin Boyutlarının Birbiri ile İlişkisi	319

Simgeler ve Kısaltmalar Dizini

BİLSEM: Bilim ve Sanat Merkezi

DBDÖ: Düşük Başarı Düzeyli Öğrenci

OBDÖ: Orta Başarı Düzeyli Öğrenci

YBDÖ: Yüksek Başarı Düzeyli Öğrenci

ÖYTÖ: Özel Yetenek Tanılı Öğrenci

Bölüm 1

Giriş

Bu bölümde, problem durumuna, araştırmanın amacına ve önemine, araştırmanın problem cümlesi ve alt problemlerine, sayıtlara, sınırlılıklara ve tanımlara ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

Problem Durumu

Matematik, hayatın her alanında bilinçli ve bilinçsiz olarak kullandığımız bir bilimdir. İlkokul birinci sınıftan itibaren resmi olarak başlayan matematik dersi, ileri dönemlerde daha karmaşık ve soyut bir hâl alarak öğretilmeye devam etmektedir. Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (MEB, 2018) sekiz yetkinlik alanı tanımlanmıştır. Bu yetkinlik alanlarından birisi de matematiksel yetkinliktir. Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (MEB, 2018, s.6) bu kavram sağlam bir aritmetik becerisi üzerine inşa edilen bir sürece, faaliyete ve bilgiye vurgu yaparak matematiksel yetkinliği "günlük hayatta karşılaşılan bir dizi problemi çözmek için matematiksel düşünme tarzını geliştirme ve uygulama" olarak tanımlanmaktadır. Bu tanım, okulda öğretilen matematiği günlük hayatta kullanabilmenin, matematiği ifade edebilmenin ve matematiksel düşünme süreçlerinin önemini vurgulamaktadır.

Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (MEB, 2018) sunulan yetkinlik düzeylerine ulaşılabilmesi için matematiği bir bütün olarak değerlendirmek gerekir. Matematik kazanımları sarmal bir yapı içerisinde gelişir ve ilerleme gösterir. Her öğrenilecek yeni bilgi daha sonra öğrenilecek bilgilerin ön koşulu niteliğindedir. Örneğin, bir çocukta önce sayı kavramı gelişir, sonrasında çocuk bu kavrama dayalı olarak bir sayının basamak değerini kavrayabilir. Basamak değerini anlamlandıran öğrencinin, daha ileri seviyede işlem yapmada güçlük yaşamayacağı ön görülmektedir. İşlem bilgisini kavradıktan sonra ise öğrencinin matematiksel problemleri çözebileceği söylenebilir. Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (MEB, 2018) ilkökul için sayılar ve işlemler, geometri, ölçme ve veri işleme olmak üzere dört farklı öğrenme alanı mevcuttur. Tüm bu öğrenme alanları birbiri ile ilişkili

olup sayılar ve işlemler öğrenme alanı sayılar, basamak değeri, işlem bilgisi ve kesirler konularını kapsamaktadır. Sayılar ve işlemler öğrenme alanı, diğer tüm öğrenme alanları için ihtiyaç duyulan bilgi ve becerilerle ilişkilidir.

Çocukların matematikle ilgili ilk deneyimleri okul öncesi dönemde sayılar ile başlar. Çocukların, okul öncesi dönemde edinmiş oldukları sayı bilgisinin genellikle ezbere dönük olduğu söylenebilir. Thompson'a (2000) göre merdiven basamaklarını sayma, tabağındaki yiyecekleri sayma, etrafındaki nesnelere sayma gibi bilinçsiz olan sayılara ilişkin bu işlemler ilerleyen dönemlerde çocuk için anlam kazanmaya başlar. Sayı kavramı başlangıçta sadece nesne sayısını ifade ederken zamanla hız, uzunluk, zaman, ölçme, tartma gibi kavramlarla çocuk için farklı anlamlar kazanır.

Çocuğun anlam kurma süreci iki basamaklı sayıların gelişim sürecinde yeni bir anlam kazanmaya başlamaktadır. 9'dan sonra gelen 10 sayısı, ilk iki basamaklı sayıdır. Burada 10 sayısı çocuk için 10 adet nesne miktarını ifade ederken aynı zamanda 1 onluk anlamına gelen bir birimdir. 10 sayısı çocuk için aynı zamanda yeni bir birim anlamına da gelmektedir (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2016). Çocuk, onlu gruplamaya dayalı sayı sisteminin yapısı ile tanıştığında, sayı kavramı onun için farklı anlamlar ve ifade biçimlerini kazandırmaya başlayacaktır.

Çok boyutlu olan ve matematiğin temeli olarak ifade edilen sayı kavramının anlaşılması için basamak değeri konusu oldukça önemlidir. Basamak değerinin tam anlamıyla kazanılması süreç gerektirmektedir. Basamak değeri kavramının gruplama, yeniden gruplama, karşılaştırma ve sayı ilişkileri olmak üzere dört temel bileşenden oluştuğu ifade edilmiştir (Jones, Thornton, Putt, Hill, Mogill, Rich & Van-Zoest, 1996). Daha sonraki yıllarda ise sayıyı tüm boyutları ile anlamlandırmak için basamak değeri "sayma, adlandırma, yeniden adlandırma, temsil etme, karşılaştırma, tahmin etme ve hesaplama" olmak üzere yedi boyutta incelenmiştir. Daha detaylı olarak basamak değerinin yedi boyutta incelenmesi sayı kavramını çok yönlü olarak şu açılardan ifade etmeye yöneliktir: Temel sayma becerileri, sayının sayısal ifadesi, sayının sözel ifadesi, sayının modeller ile ifadesi,

sayıları farklı biçimlerde gruplama ve yeniden gruplama, sayısal tahminler, sayıların karşılaştırılması, işlem becerisi (Rogers, 2014). Sayı kavramının tam anlamıyla anlaşılması için basamak değerinin bu yedi boyut açısından incelenmesi gerekmektedir. Ayrıca basamak değerinin öğrenilme sürecine odaklanılmalı ve bu süreç ayrıntılı bir şekilde incelenmelidir.

Piaget basamak, sayı ya da işlemin dıştan bir öğretimle gelişim göstermesinden ziyade içsel olarak gelişen düşünce sistemi ile inşa edildiğini ifade etmiştir (Kamii & Joseph, 1988). Basamak değeri kavramının her öğrenci için içsel olarak ifade ettiği anlamın ortaya konulması öğrencilerin aslında zihinsel modellerinin ortaya konulması olarak ifade edilebilir. Öğrenme-öğretme sürecinde önemli bir unsur olarak görebileceğimiz zihinsel modeller, bir şema türü veya bilişsel yapının ayrı bir türü olarak görülebilir. Anlam kurma sürecinde yer alan kavramları birbirine bağlamaya ek olarak, zihinsel modeller nesnelere veya süreçlerin nasıl işlediğine dair bilgi içerir (Medin, Ross & Markman, 2001, aktaran Busselle, 2017). Akıl yürütmede modellerin kullanımını ilk olarak Craik'in tanımladığı ifade edilmiştir. Craik köprü inşa etmek üzerine bir örnek vermektedir. Bir köprü inşa edip köprünün çökme ve çökmeme durumunu test etmek yerine güvenlik modelinin zihinsel olarak test ve inşa edileceğini öne sürmüştür (Craik, 1943, aktaran Banks & Millward-Purvis, 2009). Perko (2012) zihinsel modeli dünyanın işleyişine dair bir düşünce süreci olarak ifade etmiştir. Laird ise akıl yürütmede zihinsel modellerin kullanımı ile ilgili daha ayrıntılı ve iyi tanımlanmış bir model geliştirmiştir (Laird, 1983, aktaran Banks ve Millward-Purvis, 2009). Hasher (1996) zihinsel modeli bir kişinin gerçek ve hayali dünya anlayışının simülasyonu ya da temsili olarak ifade etmiştir. Moray ise zihinsel modelleri gerçek temsillerin hormomorfik eşlemeleri olarak ifade etmiştir. Yani sistemdeki öğeler ve aralarındaki ilişkiler belirli bir soyutlama düzeyinde korunuyor demektir (Moray, 1999, aktaran Banks ve Millward-Purvis, 2009). Tüm bu alanlardaki modellerin temel özelliklerini yakalayan merkezi düşünce, zihinsel modelin mevcut bir sistemin bilişsel sistemle eşleşmesidir (Banks ve Millward-Purvis, 2009). Radvansky, Zack ve Sheridan'a (2016) göre zihinsel modeller açık bir şekilde ölçülebilir

verilerden ve kanıtlardan elde edilen bilimsel modeller değildirler. İnsan beynindeki nesne ve olayların varsayımsal görünümüdür. Zihinsel modelleri kesin olarak ortaya koymak yerine bireylerin davranışlarından, seçimlerinden, kâğıda yazdığı ifadelerden varsayımlarda bulunarak ortaya çıkarılabiliriz.

Zihinsel modelleri ortaya koymak önemlidir, çünkü zihinsel modeller, problem çözme ve tekrar etmeyen becerileri içeren görevlerin temelini oluşturmaktadır (van Merriënboer, 1997, aktaran Barker, van Schaik ve Hudson, 1998). Zihinsel modeller, karmaşık beceriler ve akıl yürütme becerisinin gelişiminde temel niteliğindedir (Banks ve Millward-Purvis, 2009; Barker, van Schaik ve Hudson, 1998). Başarı veya başarısızlığın kökeni, öğretim sürecinde neden ve nasıl hareket ettiğimiz zihinsel modeller ile doğrudan ilişkilidir (Henderson, Putt ve Coombs, 2002). Bilgileri, olayları, durumları anlamak için zihinsel modeller gereklidir. Zihinsel modeller anlama, dili kavrama, okuma, problem çözme ve bellekle ilgili geniş aktiviteleri kapsar. Öğrencileri, anladı-anlamadı şeklinde sınıflamak yerine öğrencinin bilgiye yönelik nasıl bir algı içinde olduğunu ortaya koymak daha işlevsel olabilir. Diğer bir deyişle öğrencilerin zihinsel modellerini ortaya koymak öğrencinin bilgiyi yapılandırma, anlamlandırma ve akıl yürütme becerisini gerçekleştirmesi açısından yararlı olacaktır. Zihinsel modeller problem çözme yollarımızı, dünyaya bakışımızı, bilgi edinmemizi etkiler. Anlama analizi görevinin niçin zor olduğunu açıklar. Öğrencinin özellikle izleyeceği yol açısından zihinsel modellerinin bilinmesi önemlidir (Halford, 2014). Öğretim etkinliklerini tasarlamak için bilgi sağlama ve eğitim programlarının değerlendirilmesi aşaması için de zihinsel modeller işlevsel olarak kullanılabilirler. Yaşam boyu öğrenme süreci için zihinsel modeller hayati önem taşımaktadırlar. Bilginin başarılı bir şekilde oluşturulması ve bilgi oluşturma sürecinin sürdürülmesi açısından zihinsel modeller önemlidir (Barker, van Schaik ve Hudson, 1998). Aynı zamanda öğretmenler için birer tanı ve teşhis işlevi görürler. Öğrencinin yanlış modellere sahip olduğunu ortaya koymak önemli bir teşhistir. Teşhise göre eğitim-öğretim sürecini yapılandırmak, boşlukları doldurmak, yanlışları gidermek için yardımcıdır (Royer, Cisero ve Carlo, 1993; Williamson, 1999).

Öğretme-öğrenme süreci için önemli bir yere ve belirli işlevlere sahip olan zihinsel modellerin incelenmesinde daha verimli sonuçlar elde edebilmek için bireysel farklılıkları da göz önüne almak gerekir. Her öğrenci farklı ön bilgilere sahiptir ve mevcut bilgileri bir araya getirirken, yapılandırırken kendine özgü zihinsel modeller oluşturur. İşsel bir yapılandırma süreci olarak ifade edebileceğimiz zihinsel modellerin heterojen yapıya sahip olan sınıflarımızda düşük, orta ve yüksek öğrenme düzeyine sahip olan öğrenciler için farklılık göstereceği düşünülmektedir. Daha düşük başarı düzeyinde olan öğrencilerin daha basit, daha çok yanılı içerebilen zihinsel modellere sahip olduğu; yüksek başarı düzeyinde olan öğrencilerin ise daha karmaşık düzeyde zihinsel modellere sahip olduğu düşünülmektedir. Bazı öğrencilerin zihinsel modellerinin oluşumunda yanılılar, eksikler olması durumunda daha fazla rehberliğe ihtiyaç duyulabilir. Bazı öğrenciler ise akranlarına göre özel birtakım yeteneklere sahip olduğu için zihinsel modellerini daha iyi ve geniş kapsamda yapılandırabilmeleri adına bu öğrencilere daha farklı eğitim ortamlarının sunulması yararlı olabilir. Bilim Sanat Merkezleri Yönergesi'nde (2017, s.2) özel yetenekli olarak adlandırılan bu bireyler "Yaşlıtlarına göre daha hızlı öğrenen; yaratıcılık, sanat, liderliğe ilişkin kapasitede önde olan, özel akademik yeteneğe sahip, soyut fikirleri anlayabilen, ilgi alanlarında bağımsız hareket etmeyi seven ve yüksek düzeyde performans gösteren birey" şeklinde tanımlanmaktadır.

Özel yetenekli bireyler, tanılanmaları ve kabul edilmeleri halinde okul dışı saatlerde Bilim ve Sanat Merkezleri (BİLSEM) olarak adlandırılan eğitim merkezlerinde çeşitli eğitimler alabilmektedirler. Başvurmaları halinde bu bireylerin tanılanmaları genel zihinsel yetenek, müzik ve görsel sanatlar yetenek alanlarında bu merkezler tarafından yapılmakta olup, kabul edilen bireyler ilgili yetenek alanındaki eğitim süreçlerine katılabilmektedirler. Özel yetenekli bireylerin bu merkezlerdeki eğitiminde temele alınan stratejiler gruplama, hızlandırma, zenginleştirme eğitimleri ve mentörlük şeklinde sıralanabilir (BİLSEM, 2017; Sak, 2017).

Özel yetenekli bireyleri akranlarından farklı kılan özellikler arasında erken ve ileri dil gelişimi, güçlü dikkat ve hafıza, zengin sözcük dağarcığına sahip olma, aktif olma, hızlı öğrenme vb. olarak sıralanabilir (Sak, 2017). Bu bireylerin sahip oldukları bu farklılıklar nedeniyle öğrenme gereksinimlerinin de farklılaşabileceği, buna bağlı olarak da öğrenme ve öğretme sürecinin farklılaştırılması gerektiği düşünülmelidir. Bu öğrencilerin akranlarından farklı zihinsel modellere sahip olabilecekleri düşünüldüğünde, öğrenme süreçlerinin bu bireyler için bireyselleştirilmesi ve farklılaştırılması önemli bir husus olarak değerlendirilmelidir.

Mevcut araştırma, basamak değerinin 7 boyutunda (sayma, tahmin etme, adlandırma, yeniden adlandırma, karşılaştırma, temsil etme ve hesaplama) dördüncü sınıfa devam eden özel yetenek tanılı ve tanılı olmayan öğrencilerin zihinsel modellerini ortaya koymaya ve karşılaştırmaya odaklanmıştır. Sistemli matematik öğretiminin ilk basamağı sayılabilecek ilkökul çağında, bireysel farklılıklara sahip öğrencilerin basamak değerinin 7 boyutuna yönelik zihinsel modellerinin ortaya konulması;

- Sonraki öğrenmelerini olumlu etkileyebileceğine,
- Öğrenme-öğretme sürecinde kullanılan kavramları ve akıl yürütme döngüsünü açıklayabilmesine katkı sağlayabileceği düşünülmektedir. Aynı zamanda basamak değerine yönelik öğrencilerin zihinsel modellerinin karşılaştırmalı, detaylı, ilişkisel ve bütünsel açıdan ortaya konulmasının matematiğin kurallar ve ezbere yapılan işlemsel bilgiden öte kavramsal bilgilerle anlamlandırılabilmesine katkı sağlayacağı ön görülmektedir.

Araştırmanın Amacı ve Önemi

Bu araştırmanın amacı, özel yetenekli tanılı olan ve özel yetenekli tanılı olmayan (düşük, orta ve yüksek başarı düzeyinde) ilkökul dördüncü sınıf öğrencilerinin basamak değerinin 7 boyutundaki zihinsel modellerini ortaya koymaktır. Aynı zamanda araştırma özel

yetenek tanılı olan ve olmayan öğrencilerin (düşük, orta ve yüksek başarı düzeyinde) zihinsel modelleri arasında farklılık olup olmadığını ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır.

Yurt dışında matematiksel zihinsel modeller ile ilgili çalışmalar incelendiğinde Chinnappan (1998) lise öğrencilerinin geometri problemlerini çözme sürecindeki zihinsel modellerini ortaya koymaya çalışmıştır. Prayekti, Nusantara, Sudirman, Susanto ve Rofiki (2020) çalışmalarında matematiksel problem çözme sürecindeki zihinsel modeller için literatür taraması yaparak bazı tanımlamalara ve sonuçlara ulaşmışlardır. Bofferding (2014) dokuzuncu sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusunda zihinsel modellerini ortaya koymaya çalışmıştır. Prayekti, Nusantara, Sudirman ve Susanto (2020) sekizinci sınıf öğrencilerinin sayı örüntüleri konusundaki zihinsel modellerini incelemişlerdir. Türkiye’de zihinsel modeller konusunda yapılan çalışmalar incelendiğinde (Aydın, 2011; Çakır, 2011; Demirçalı, 2016; Dinçer; 2018; Günay, 2019; İyibil ve Arslan, 2010; Karacan, 2014; Kurnaz ve Değirmenci, 2012; Pekmezci, 2017; Ulutaş, 2010; Yıldız, 2006; Yıldız, 2016; Yüce, 2013; Yüzbaşıoğlu, 2015) daha çok fen bilimlerine yönelik çalışmalara ulaşılmıştır. Matematik alanına yönelik yalnızca Kayhan’ın (2010) beşinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin kesirleri birbirine dönüştürme konusunda zihinsel modelleri ortaya çıkardığı araştırmaya ulaşılmıştır. Zihinsel modeller konusunda yurt dışında ve yurt içinde yapılan matematik alanına yönelik çalışmalar mevcuttur, fakat bu çalışmalar ortaokul ve lise düzeyindeki çocuklar üzerinde yapılmıştır. Matematiksel zihinsel modellerin ortaya konulması ile ilgili mevcut dört bilimsel araştırmaya ulaşılmıştır. Bu araştırmalarda zihinsel modeller ortaya konulurken analiz yöntemleri, kullanılan kategoriler, ilişkiler, sınıflama ve geçişler birbirinden farklı bir şekilde ele alınmıştır (Bofferding, 2014; Chinnappan, 1998; Prayekti, Nusantara, Sudirman ve Susanto, 2020; Prayekti, Nusantara, Sudirman, Susanto ve Rofiki, 2020). Zihinsel modeller konusunda sürecin ortaya konulmasına yönelik kesin ve net yöntemlerinin olmadığı, sürecin tam anlamıyla ortaya konulması için özgün bir ilişki ve analiz biçimi gerektiği söylenebilir.

Bu araştırmanın, özel yetenekli tanılı olan ve olmayan öğrencileri araştırma kapsamına alması, matematiğin temeli sayılabilecek basamak değeri kavramını bütünsel

olarak incelemesi açılardan ilgili alan yazında yer alan çalışmalardan farklılık gösterdiği düşünülmektedir. Ayrıca çalışmanın ilkokul düzeyinde matematik alanında zihinsel modellerin incelenmesine yönelik yapılan ilk çalışma olması, bir üst öğretim kademesine geçişte ilkokul sürecinde hangi zihinsel modellere sahip olduğunu ortaya koyması açılardan da önemli olduğu düşünülmektedir.

Bu çalışmanın öğrenme sürecinin tasarlanması ve sürecin öğrenci tarafından anlamlandırılmasına yönelik geri bildirim sağlanması açılardan öğretmen ve öğretmen adaylarına yararlı olabileceği düşünülmektedir. Elde edilen sonuçlar neticesinde normal bir sınıf ortamında 4 başarı düzeyindeki öğrencilerin ortak zihinsel modelleri, hatalı ve açıklanamayan zihinsel modelleri dikkate alınarak öğretim süreci ve öğretim programındaki kazanımların düzenlenmesi açılardan yararlı olabileceği düşünülmektedir. Bunun yanında öğrencilere mevcut zihinsel modellerine yönelik farkındalık kazandırması açısından katkı getirebileceği düşünülmektedir. Bu süreçte mevcut hatalı, açıklanamayan zihinsel modellerin giderilebileceği düşünülmektedir. Öğrencilerin zihinsel modellerindeki eksiklikler giderilerek ve diğer zihinsel modellerle ilişki kurularak, öğrencinin zihninde daha fazla sayıda zihinsel model oluşturma sürecine rehberlik edebileceği düşünülmektedir. Ayrıca ilkokul düzeyinde fark edilip düzeltilen veya zenginleştirilen zihinsel modellerin daha üst sınıflarda öğrencilerin matematiğe yönelik öğrenme sürecini olumlu etkileyeceği düşünülmektedir. Ülkelerin geleceği için önem arz eden ve azınlıkta olan özel yetenekli öğrencilerin zihinsel modellerini ortaya koymak, okuldan sonra farklı eğitim alan bu bireylerin eğitim ve öğretim süreçlerinin düzenlenmesine katkı getireceği düşünülmektedir.

Araştırma Problemi

Özel yetenek tanımlı olan ve olmayan (düşük, orta ve yüksek başarı düzeyinde) ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin boyutlarına (sayma, tahmin etme adlandırma, yeniden adlandırma, karşılaştırma, temsil etme ve hesaplama) yönelik zihinsel modelleri nelerdir?

Alt Problemler

- 1) Özel yetenek tanılı olan ve olmayan (düşük, orta ve yüksek başarı düzeyinde) dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin;
 - a) Sayma boyutuna yönelik,
 - b) Tahmin etme boyutuna yönelik,
 - c) Adlandırma boyutuna yönelik,
 - d) Yeniden Adlandırma boyutuna yönelik,
 - e) Karşılaştırma boyutuna yönelik,
 - f) Temsil etme boyutuna yönelik,
 - g) Hesaplama boyutuna yönelik zihinsel modelleri nelerdir?
- 2) Özel yetenek tanılı olan ve olmayan (düşük, orta ve yüksek başarı düzeyinde) dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin boyutlarına (sayma, tahmin etme, yeniden adlandırma, adlandırma, karşılaştırma, temsil etme, hesaplama) yönelik zihinsel modelleri arasında benzerlikler/farklılıklar var mıdır?

Sayıtlılar

Bu çalışmada yer alan özel yetenek tanılı öğrenciler için BİLSEM'lerin yaptığı tanılama sınavının yeterli olduğu varsayılmıştır. Özel yetenek tanılı olmayan öğrenciler ise herhangi bir araçla tanılanmamış oldukları için özel yetenekli olmadıkları varsayılmıştır.

Sınırlılıklar

Bu çalışma dördüncü sınıf düzeyinde özel yetenek tanılı öğrenciler ve özel yetenek tanılı olmayan akranlarıyla sınırlıdır. Basamak değerinin boyutları sayma, tahmin etme, adlandırma, yeniden adlandırma, karşılaştırma, temsil etme ve hesaplama boyutları ile sınırlıdır. Tahmin etme boyutu ölçüme dayalı tahminle sınırlıdır.

Tanımlar

Özel yetenekli bireyler: yaşıtlarına göre daha hızlı öğrenen; yaratıcılık, sanat, liderliğe ilişkin kapasitede önde olan, özel akademik yeteneğe sahip, soyut fikirleri anlayabilen, ilgi alanlarında bağımsız hareket etmeyi seven ve yüksek düzeyde performans gösteren birey (BİLSEM, 2017).

Zihinsel model: bir kişinin gerçek ve hayali dünya anlayışının simülasyonu ya da temsilidir (Radvansky, Zack ve Hasher, 1996).

Bölüm 2

Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar

Bu bölümde araştırmanın kuramsal çerçevesine ve zihinsel modeller, basamak değerinin boyutları konusunda yurtiçinde ve yurtdışında yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

Gelişim Kuramları Açısından Zihinsel Süreçler

Zihinsel süreçler çeşitli beyin aktivitelerini içerir ve zihinsel süreçlerin kapsamı geniştir. Zihinsel süreçleri açıklamak için literatürde bazı kavramlar mevcuttur. Piaget'in bilişsel gelişim kuramı incelendiğinde zihinsel gelişimi olgunlaşma, yaşantı (deneyim), toplumsal aktarım (sosyal geçiş) ve dengeleme kavramlarının etkilediği görülmektedir (Küçükkaragöz, 2020). Birey bu süreçlerin tümünde şemalara sahiptir. Birey bir durumla karşılaştığı zaman şemada karşılaşılan durum mevcutsa var olan şemaların içine dâhil edilir (özümseme). Eğer bilgi mevcut değilse birey şemalarını geliştirir ve düzenler. Tüm bu zihinde gerçekleşen olaylar sürecinde bireyin olgunlaşması önemlidir (Yöndem ve Taylı, 2020). Piaget'e göre insan gelişimini 4 evrede incelemek mümkündür. Birinci evre olan sembolik evre dil öncesi dönemdir. Bu dönemde düşünme süreçleri mevcuttur, çünkü dil düşünceden sonra gelişir. Bir diğer önemli konu ise bu dönemdeki nesne sürekliliğidir. Bu da yine zihinsel bir süreç olan bellek gelişimini gösterir ve birey kendisini çevreden ayırt eder. İkinci dönemde nesne yerine semboller ortaya çıkar ve dil ile düşünme başlar. Birey, sembolleri ve sezgileri kullanarak düşünür ve odaklanma başlar. Bu dönemde monologlar da düşünmenin göstergesidir. Bireylerde düşünme sürecinin başladığını özelden özele akıl yürütme ile anlarız. Üçüncü dönem olan somut işlemler döneminde ise mantıklı düşünme başlar ve bunun sonucunda düşüncenin gelişimi ile diyalog başlar. Birey tek yönlü sınıflama yerine çok yönlü sınıflamaya doğru ilerler. Madde korunumu ve işlemleri tersine çevirme, tümevarım ortaya çıkar. Soyut işlemler döneminde ise mantıklı düşünme gelişir. Empati, soyut düşünme, varsayımsal (hipotetik) düşünme gelişir. Anaoloji, metabiliş ve tümdengelim ortaya çıkar (Bacanlı, 2011; Küçükkaragöz, 2020; Senemoğlu, 2016; Selçuk,

2010; Yöndem ve Taylı, 2019). Bilimsel sürecin gelişmesinde etkili olan bu ardışık 4 evre bize düşünme becerilerinin gelişimini göstermektedir. Özellikle 3. ve 4. dönemlerde düşünme becerilerinin yoğunlaştığı görülmektedir.

Piaget'in kültürel aktarım ve yaşantının bu süreçleri etkilediğini ifade etmekle birlikte Vygotsky'nin sosyo-kültürel kuramının da bu süreci etkilediği söylenebilir. Kandemir'e (2020) göre bu kuram zihinsel gelişimi, sosyo-kültürel çevre zemininde incelemiştir. Bu süreçte bireyin özel konuşmaları mevcuttur. Birey bir problemi çözemediğinde düşüncelerini gözden geçirir. Bu da içsel konuşma ile mümkündür. Bireyin zihinsel süreçlerini geliştirmesi için toplumla işbirliği önemlidir. Buna "yakınsak gelişim alanı" denir. İşbirliğinin amacı yine özerktir. Yeşilyaprak ve Uçar (2020) bu konuyla ilgili Bruner'in, insanın çevresindeki uyarıcıları temsil sistemini şöyle açıklar. Birey birinci dönemde çevresindeki uyarıcıları eylem ve duyu organları ile kavrar. İkinci dönemde uyarıcıları görüntü, algı ve resim ile kavrar. Üçüncü dönemde uyarıcıları sembolle kavrar. Tagay (2020) Gestalt kuramına göre öğrenmenin kavrama yolu ve üretici düşünme ile gerçekleştiğini ifade eder. Kavrama sürecinde parçalar arası ilişkiler kavranır, problemi düşünme askıya alınır, problemin çözümü burada ortaya çıkar ve çözüm süreci gözden geçirilir. Üretici düşünme aşaması iç görüsel düşünme ile aynıdır. Tüm bu kuramlar zihinsel süreçlerin gelişiminde yaşın, çevrenin, kültürel yaşantının, aşamalılığın (somuttan-soyuta) etkisinden söz eder. Kuramlar bir bütün olarak düşünüldüğünde düşüncenin hem tümevarımsal hem de tümdengelimsel süreçlerle ilişkili olduğunu söylenebilir.

Bir diğer kuram ise bilgiyi işleme kuramıdır. Uyarıcıları alma (duyum), işleme (öğrenme), kodlama (belleğe yerleştirme), geri getirme (hatırlama) süreçleri yürütücü kontrol adlı bir biyolojik programla kontrol edilir. Bu kurama göre birey kendi öğrenmesinin sorumluluğunu alır (üstbiliş). Piaget'in soyut dönemi, Vygotsky'nin içsel konuşmalar evresi metabilişin başlangıcıdır. Duyusal bellekteki bilgilerin bir kısmı dikkat ve algıda seçicilik ile kısa süreli belleğe aktarılır. Kısa süreli bellek, kapasitesini artırmak için duyusal bellekten gelen bilgileri gruplar. Depolama sürecini artırmak için koruyucu tekrar yapılır ve tekrar

sonucu bilgi otomatikleşir. En son sınırsız olan bilginin depolandığı uzun süreli bellekte bilgi saklanır. Kısa süreli bellekten uzun süreli belleğe ezber ve kodlama (anlamlandırma) ile bilgi gider. Zihinsel süreçler bu döngü içinde öğrenme durumlarını gerçekleştirir (Öztürk ve Kısaç, 2020; Senemoğlu, 2016). Zihnimize işlenen ve belleklere aktarılan bu bilgilerin çeşitli türleri vardır. Bunlar olgusal, kavramsal, işlemsel ve üst bilişsel bilgidir. Düşünme süreçleri bilginin belleklere aktarılmasını içeren zihinsel süreçlerde şekillenir. Olgusal bilgi bir alandaki bilinmesi zorunlu terim ve ayrıntılar gibi temel öğeleri kapsar. Bir bilgi türü olan kavramsal bilgi zihnimizeki temel öğeler arasındaki ilişkiyi inceler. Bir diğer bilgi türü olan işlemsel bilgi, bir şeyin nasıl yapılacağı; beceri, algoritma ve yöntemlerden nasıl yararlanılacağına ilgilidir. Diğer bilgi türü de üst bilişsel bilgidir. Bireyin kendi bilişinin farkında olmasıdır. Bu bahsettiğimiz bilgi türlerinin bellekte tutulma süreci önemlidir. Bunun için de bilginin anlamlı hale gelmesine ihtiyaç vardır. Anlamlı ve kalıcı hâle gelen bilgiyi başka öğrenmeler için transfer etmek gerekir. Bilgilerin anlamlı hâle gelmesi bilişsel olarak aşamalı bir süreç izler. İlk önce hatırlama süreci gerçekleşir. Hatırlama sürecinde dört bilgi türü de uzun süreli bellekten getirilir. Daha sonra öğrenci önceki bilgilerle bağ oluşturup ikinci aşama olan anlamayı geliştirir. Üçüncü aşama olan uygulama, işlemsel bilgi ile yakından ilgilidir. Dördüncü aşama olan çözümlenme, parçalara ayırma, parça-parça ve parça-bütün ilişkisini kapsar. Beşinci aşama olan değerlendirme, ölçütlere dayalı yargılamalara varmayı sağlar. Son aşama olan yaratmada ise zihinde var olmayan yapılar organize edilerek yeni ürün ortaya koymadır (Anderson ve Krathwohl, 2018).

Zihinde gerçekleşen karmaşık süreçler insanda çeşitli modeller oluşturur. Zihinsel modeller şeklinde ifade edilen kavram, ölçülebilen bilimsel gerçeklerden, kanıtlardan, aynı sonucu elde etmek için aynı gözlemi yapmaktan farklı bir şeydir. Zihinsel modeller, insan beyninde var olan olayların, durumların, nesnelere varsayımsal görünüşleri olarak ifade edilebilir (Sheridan, 2016). Zihinsel model denilen kavram insanın dünyayı algılama ve bilgiyi anlamlandırma biçimi olarak ifade düşünülebilir. Yukarıda incelenen kuramlar ışığında zihinsel modellerin oluşumunda şema, bellek, somuttan soyuta gelişen aşamalılık,

bilginin türü, öğrenme süreci, anlama süreci ve bilginin transferinin etkili olduğunu söylenebilir.

Zihinsel Modellerin Tanımı ve Gelişimi

Zihinsel modelin ne olduğunun ortaya konulması tam anlamıyla mümkün değildir. Ancak kişilerin davranışlarından, söylemlerinden, kâğıda döktüklerinden, seçimlerden hareketle çıkarımlar yapılabilir. Zihinsel modeller bireyin anlayış ve yeterlilik düzeyinin ortaya çıkarılmasını sağlar. Spesifik bir şeyler ifade etmek için kullanılan bu modeller zamanla gelişen, uzun süreli bellekte depolanan temsilleri ifade eder. Herhangi bir bilimsel model için bile birey zihninde kendi bilimsel modelini geliştirir. Zihinsel modelleri pek çok bilim insanı anlamasına karşın kavramın bağlamı büyük oranda değiştiği için aynı şeyi ifade edip etmediği konusu tartışmalıdır (Sheridan, 2016). Zihinsel modeller, dünyadaki bir sistem ile bilişsel sistemin eşleşmesidir. Modellenen her sistemdeki unsurlar ile zihinsel model unsurlarının aralarındaki ilişki birbirine benzerdir. Zihinsel model yapısı diğer temsil biçimlerine kıyasla gerçek sistemin yapısına birebir karşılık gelmektedir (Banks ve Millward-Purvis, 2009). Zihinsel modeller, bir koşula bağlı olan ya da olmayan bir dizi koşulun temsilidir. Zihinsel modeller oldukça geniş ve genel kapsamlıdır. Sistem ve olay modelleri olarak ikiye ayrılırlar. Sistemsel model mekanik bir cihazın nasıl çalıştığı gibi işlevsel sistemi temsil eder. Olay modelleri ise bir durumun anlaşılmasını sağlayan işlevsel ilişkileri ortaya koyar (Radvansky ve Zacks, 2010). Zihinsel modeller, dünyadaki olayları yorumlamak ve açıklamak için kullandığımız yeni anlayışlara, ön bilgilere, mevcut fikirlere ve geçmiş deneyimlere dayanan bilişsel yapılardır (Moseley, Desjean-Perrotta ve Utley, 2010). Basit bir bilgi tek bir yapı türü içerisinde, karmaşık bilgi türü ise birkaç farklı yapı türünde incelenebilir. Düşünmeyi, hesaplamayı, tahmin etmeyi, görselleştirmeyi desteklemesi açısından zihinsel modellerin en önemli bilişsel yapılardan biri olduğu söylenebilir. Metaforlar kullanarak farklı konu alanları ile zihinsel modeller arasında aktarım sağlanabilir (Barker, van Schaik ve Hudson, 1998).

Zihinsel modeller bir sistemin bileşenlerini, bileşenlerin birbiri ile bağlantısını, bileşenleri değiştiren süreçler hakkında bilgiyi, insanların eylem oluşturabilmelerine yönelik bilgiyi ve bu eylemin uygunluğuna yönelik bilgiyi içermektedir (Carrol ve Olson, 1988). Zihinsel modeller, bir bilgi temsil biçimi olarak ifade edilebilir. Zihinsel modellerin psikolojiye adapte edilmesinde fiziksel bilimlerdeki zihinsel modellerin kullanımından esinlenilmiştir. Modeller bilim insanlarının zihnindeki zihinsel yapılarıdır. Bu modeller yaşadığımız dünyadaki olayların açıklığa kavuşturulmasında önemli rol oynar. Zihindeki modellerin dünyada anlatılması ve açıklanması gereken olaylar ile analogik bir ilişkisi vardır. Kenneth Craik, fizik bilimlerdeki modellerin yapısı ile psikolojideki modellerin yapısı arasında önemli bir bağ kurmuştur (Brewer, 2003). Craik, akıl yürütmede modellerin kullanımını tanımlayan ilk psikolog olarak kabul edilmektedir. Bir köprünün inşası sırasında çöküp çökmeme durumunu görmek yerine yeterli güvenlik durumunun inşasının zihinsel modeller ile inşa ve test edileceğini ileri sürmüştür (Craik, 1943; akt. Banks ve Millward-Purvis, 2009). Craik, fiziksel bilimlerden gelen fikirleri zihinde model tabanlı yaklaşım geliştirmek için kullanmıştır. İnsanın gerçeklikle ilgili iç modeller geliştireceğini vurgulamıştır (Craik, 1943; akt. Brewer, 2003).

Laird ise zihinsel modellerin inşası üzerine daha ayrıntılı ve iyi belirlenmiş açıklamalar getirmiştir. Laird temsil edilen model durumlarının izomorfik (eş yapılı, daha basit) olduğunu ifade eder. Laird'e göre akıl yürütme, birbirinden farklı durumları içeren bir ve birden fazla zihinsel modelin oluşturulmasıyla gerçekleşir. Birden fazla zihinsel modelin gerekli olduğu yerlerde, insanların sınırlı çalışma belleği kapasitesi dolar ve Johnson-Laird'e göre bu bir hata kaynağıdır (Laird, 1983, aktaran Banks ve Millward-Purvis, 2009). Zihinsel modelin dört farklı anlamı mevcuttur. Bunlar: hedef sistem, hedef sistemin kavramsal modeli, hedef sistem kullanıcısının zihinsel modeli, zihinsel modelleri bilim insanlarının kavramsallaştırmalarıdır. Bir kişinin sistemi öğrenme, kullanma ve tanımlaması hedef sistemi içerir. Kavramsal model, doğru, tutarlı ve eksiksiz olma anlamında uygun hedef sistemin uygun temsilini sağlamak için öğretmen, mühendis, bilim insanları ve tasarımcılar

tarafından ortaya çıkarılır (Norman, 1983). Moray ise hormomorfik (daha karmaşık) olması gerektiğini savunur. Moray'ın değindiği gibi hormomorf olsaydı birkaç durumu kapsayan tek zihinsel model olurdu yani bilişsel yük azalır (Moray, 1999, aktaran Banks ve Millward-Purvis, 2009). Rouse ve Morris (1986) zihinsel modelleri, insanların sistemin amacı ve biçimi, sistem işleyişi ve gözlemlenen sistem durumlarının açıklamaları ve gelecekteki sistem durumlarının tahminlerinin açıklamalarını üretebildiği mekanizmalar olarak ifade etmiştir. Tüm teorilerde ortak kavram zihinsel modelin bir bilişsel sistemle eşleşmesidir. Karmaşık sistemlerin zihinsel modelleri daha çok soyutlanmış öge içerdiği için hormomorfik, daha iyi tanımlanmış, basit ve küçük alanların zihinsel modelleri ise izomorfik olabilir (Banks ve Millward-Purvis, 2009).

Norman (1983) ise yaptığı gözlemler sonucunda zihinsel modellerle ilgili bazı genellemelere varmıştır. Bu genellemeleri şu şekilde ifade etmiştir:

- 1) Zihinsel modeller eksiktir.
- 2) İnsanların zihinsel modelleri çalışma yetenekleri ciddi ölçüde sınırlıdır.
- 3) Zihinsel modeller kararsız bir yapıya sahiptir. İnsanlar sistemin ayrıntılarını kullanmadıklarında bir müddet sonra unutulur.
- 4) Benzer cihaz ve işlevleri birbirine karıştığı için zihinsel modellerin sınırları yoktur.
- 5) Zihinsel modeller bilim dışıdır: İnsanlar gereksiz olduklarını bildiklerinde bile batıl inançlı davranış kalıplarını sürdürürler çünkü çok az fiziksel çaba harcarlar ve zihinsel çabadan tasarruf ederler. Bilim dışı olma durumunu Sheridan (2017) açıkça ve ölçülebilir kanıtlardan, sözcüklerden ve grafiklerden elde edilmemiş olma şeklinde açıklamıştır. Matematiksel veriler sonucu insan zihninde oluşturulmamıştır. Aynı sonuçlara ulaşmak neticesinde aynı gözlemleri yapmak gerektiğini ifade etmiştir. Bir kişinin beynindeki varsayımsal görünümlerdir ve kişiye özeldir. Deneğin aynı çıkarımlara ve sonuca götürüp götürmediğini görmek için süreç tekrarlanabilir.

6) Zihinsel modeller yalın ve anlaşılırdır: Çoğu zaman insanlar, bu eylemlerden kaçınmalarına izin verecek zihinsel planlama yerine ekstra fiziksel işlemler yaparlar. Azaltılmış zihinsel karmaşıklık için ekstra fiziksel eylemden vazgeçmeye isteklidirler.

Zihinsel Model İşlevleri

Zihinsel modeller kararlı bir yapıya sahiptir ve unutmaya karşı dirençlidir. Zihinsel modeller, tek bir çözümü olmayan karmaşık durumlar için en uygun bilişsel yapıdır. Öğrenciler kendi zihinsel modelleri ile akranlarının zihinsel modellerini karşılaştırıp tutarsızlık olması durumunda zihinsel modeller arasında bir uyum sağlamalı ya da incelemeleri sonucu kendi görüşlerini savunmalıdır (Merrill ve Gilbert, 2008). Zihinsel modeller ile temsil edilen ilişkiler yalnızca uzamsal değil, nedensel, kinematik, zamansal, dinamik, kavramsal olabilir. Zihinsel modeller, temsil ettiği şeyi yansıttığı için kullanıcının temel bilgisini somutlaştıran şemaları daha doğrudan bir yolla tetikler. Bir durumu ortaya koymak, analiz edebilmek ve organizasyonunu yapabilmek için zihinsel modellerin çeşitli işlevleri vardır (Cohen, Thompson, Adelman, Bresnick, Tolcott ve Freeman, 1995).

Zihinsel modeller, gerçek sistem yapısına doğrudan karşılık gelmesi yönü ile diğer temsillerden ayrılır. Çok karmaşık olan zihinsel modeller daha fazla soyutlama gerektireceğinden hormomorf, küçük ve basit zihinsel modellerin ise izomorf olduğu söylenebilir. Gerçek sistem parçaları ile zihinsel modellerin arasında her zaman bir ilişkinin olması zihinsel modellerin ana işlevinin gerçekliğin benzer bir temsili olması yapar. Farklı durumlar ile karşılaşıldıkça zihinsel modeller muhakeme ve karar verme süreçlerinin gelişimine katkı sağlayabilir. Zihinsel modeller, zihnimizde inşa ettiğimiz ve bunu devam ettirdiğimiz zihinsel durumlar olmaktan çok; karar alma ve sorunları çözme için önemli bir unsurdur. Tümdengelimli akıl yürütme süreci gerçekleşirken birey, birden fazla zihinsel modele başvurmaktadır (Banks ve Millward-Purvis, 2009; Williamson, 1999).

Zihinsel modeller, davranışı geliştirmeye destek olurken aynı zamanda problem çözme ve bir görevi yerine getirme sürecinde bir yaklaşım da oluşturabilir (Sheridan, 2016).

Zihinsel modeller anlama, düşünme ve sorun çözme noktasında içsel bir çalışma alanı olmaya hizmet eder (Henderson, Putt ve Coombs, 2002). Halford'a (2014) göre zihinsel modeller problem çözme yollarımızı, dünyaya bakışımızı, bilgi edinmemizi etkiler. Anlama analizi görevin niçin zor olduğunu açıklar. Zihinsel modeller problem çözme becerimizi etkiler. "Zihinsel modeller, eylem ve algı arasında bir aracı, bir müdahaledir. Yorumlama, hatırlama, bilgiyi iletme ve performansı kontrol etme araçları sağlayan bir temsildir" (Wild, 1996, s.10). Bir zihinsel model, hafızada tutma, anlamlandırma, eylemi mümkün kılma özelliklerini barındırmaktadır. Zamansal ilişkiler de zihinsel modellerin bir unsurudur. Bireylere sunduğu işlevlere ek olarak zihinsel modeller öğretmenlere de öğrencileri teşhis etme imkânı sunabilir. Zihinsel modeller bir hafıza ve organizasyon aracı işlevlerini görür. Sistemin parçalarının bir araya gelmesini açıklamamıza ve düzenlememize, eylem ve tepkileri tahmin etmemize yardımcıdır. Öğretim sürecinde zihinsel modeller, kavram yanlışlarının giderilmesi, mevcut boşlukların doldurulması için işlevsel olabilir. Ayrıca öğretim sürecinin daha iyi tasarlanabilmesi için bir tanı aracı olarak öğretmenlere yardımcı olabilir (Williamson, 1999). Öğrencinin zihinsel modelinin tanımlanması öğretim süreci için önemlidir. Öğrencinin yanlış modellere sahip olduğunu bilmek, modelin doğasına yönelik önemli bir teşhis olurken, yanlış modeli onarım süreci için de özel tasarlanmış bir öğretim süreci gelişimine katkıda bulunabilir (Royer, Cisero ve Carlo,1993). Zihinsel modellerin işlevlerini Edwards-Leis (2010) açıklayıcı, öngörü, kontrol, teşhis, iletişim işlevleri olmak üzere 5 kategoride incelemiştir.

Açıklayıcı İşlev

Öğrencilerin süreçte stratejileri nasıl seçtiğini ve kullandığını ortaya koyar (Edwards-Leis, 2010). Zihinsel modeller, dünyadaki olayları yorumlamak ve açıklamak için kullandığımız yeni anlayışlara, ön bilgilere, mevcut fikirlere ve geçmiş deneyimlere dayanan bilişsel yapılardır (Moseley, Desjean-Perrotta ve Utley, 2010). Dünyayı anlamlandırma sürecinde ya da herhangi bir bilimsel olayın açıklamasında bireyin mevcut durum ya da olaya ilişkin kendi zihninde onun modelini oluşturur (Laird, 1983; Sheridan, 2016). İnsan

zihninde, zihinsel modeller dediğimiz şeyler birey olgunlaştıkça değişme ve gelişme gösterir. Düşünürken, problem çözerken, hayatın her anında zihinsel modeller karşımıza çıkar (Barker, van Schaik ve Hudson, 1998). Bizim dışımızda gelişen olaylar hakkında çeşitli açıklama ve tahminler aracılığı ile zihnimizde modeller oluştururuz. İnsan sosyal bir varlık olması nedeniyle çevreyle, diğer canlılar ile etkileşim halindedir. Bu etkileşim zihinsel modellerin açıklama işlevinin önemini ortaya çıkarmaktadır. Bu etkileşim sonucunda birey karşılıklı olarak çevre ve diğer canlıları hem etkileyebilir, hem de onlardan etkilenebilir. Diğer insanların tahmin ve açıklamaları ile etkileşim sonucu yaşanan çatışmalarda zihinsel modeller değişikliğe uğrayabilirler. Bireylerin ortak bir problemi çözerken kendi oluşturdukları var olan ortak zihinsel modelleri yansıtmaları ya da ortaklaşa bir geçici model oluşturmaları söz konusu olabilir. Bireylerin zihinsel modelleri değişime uğrarken geliştirilen ortak geçici modelin, bireylerin dünya ile etkileşimi sonucu mu yoksa bireylerin başka bireyler ile etkileşimi sonucu mu değiştiği konusu tartışmalıdır (Anderson, Howe ve Tolmie, 1996; Laird, 1983).

Zihinsel modeller denilen şeyin değişim ve gelişim sürecine girebilmesi için bireyin zihninde öncelikle mevcut zihinsel modelleri anlamlandırması, çevre ya da birey ile girdiği etkileşim sonucunda zihinsel modellerin açıklığa kavuşması gerekir. Tanıma bilgisi özellikle belirsiz dediğimiz durumlar için başlangıç noktası sağlar. Olayları nedensel ve zamansal açıdan analiz eden yorumlayıcı zihinsel modellere bir alan açmada yardımcıdır. Başka bir zihinsel model yapısı olan üretici modeller, değişkenler arasındaki nedensel ilişkileri içerir ve açıklayıcı modellerdeki eksik kalan yerleri tamamlar, çatışmaları çözmeye kullanılabilir (Cohen, Thompson, Adelman, Bresnick, Tolcott, ve Freeman, 1995).

Zihinsel modeller bireyler için bilgi yüklemesi işlevini de üstlenmektedir. Bir sistem bileşeninin bağlantı ve ilişkilerini anlamamıza yardımcı olur. Zihinsel modeller bir sistemin, kavramın kritik olan özellik, nesne ve ilişkilerini ortaya koymamıza yardımcı olur. Aynı zamanda bu unsurların bir bütünü oluştururken nasıl bir araya geldiğini anlamlandırma süreci için yardımcıdır. Bir sistemin oluşumunu ve sistemin fonksiyonlarını tanılamada,

ilişkileri zihinsel olarak tanımlamada zihinsel modeller yardımcıdır (Williamson, 1999). Craik'e göre bir model, modellediği sürece benzer ilişki yapısındadır. Bu da onun açıklayıcı konumunda olmasını sağlar. Bir simülasyon benzer ilişki yapısına sahip değildir, yalnızca fenomeni taklit eder. İnsanların zihinsel modelleri simülasyonların daha fazlasıdır. Açıklama anlamaya bağlıdır. Anlayamadığımız şeyi açıklayamayız (Laird, 1983). Açıklama düzeyinin artmasının karmaşık soruları yanıtlama yeteneğini ve bileşenlerin örtük işlevlerinin uyarılma yeteneğini artırdığı ifade edilmiştir. Kendini açıklama bildirimsel ve prosedürel bilginin yapılandırıldığı anlamına gelmektedir. Açıklama yapmak hatalı olsa bile başlı başına bir öğrenme deneyimi sayılabilir. Açıklama, yanlış zihinsel modellerin revize edilmesini, küçük değişiklikler gereken yerde özellikle durumun tanınıp çözülmesini sağlar. Bu durum özellikle başlangıç zihinsel modeller için önemlidir (Chi, de Leeuw, Chiu ve LaVancher,1994).

Tutarlı bilgi bütünü elde etmek, öğrenme ve anlaşılmayı sağlamak için bireyin kendi açıklamalarını kullanması önemli bir beceridir. Yapılan araştırma, kendi kendini açıklayan çıkarımlar üretildikçe öğrenme sürecinin kolaylaştığını ortaya koymuştur. Araştırmacılar, akademik başarı düzeyi yüksek öğrencilerin problem çözerken eylemlerini açıklama ve gerekçelendirme yoluna gittikleri sonucuna ulaşmışlardır. Yani bu açıklamalar eylemlerin koşullarını iyileştirme ve geliştirme, sonuçları açıklama, bir dizi eylem için hedef gösterme, bir dizi eylemi ilişkilendirme ve bir dizi nicel ifadenin anlamını açıklar (Chi, Bassok, Lewis, Reimann ve Glaser, 1989).

Öngörü işlevi

Yeni durumlarda uygulanacak problem çözümleri için kullanılır (Edwards-Leis, 2012). Modeller eylemin sonucu gerçekleşmeden sonuç hakkında ön görüde bulunmamıza yardımcı olabilir (Laird, 1983). Sistemin zihinsel modeline hâkim olmak bileşenlerin her birinin sistemi nasıl etkilediğini ve bir bileşenin manipülesi durumunda neler olacağını bilmememiz konusunda yardımcı olacaktır. Kişi sistemin çalışma prensibini ve ilişkisini bildiği için zihinsel modellere dayalı olarak tahmin ve yorumda bulunabilir (Williamson, 1999). Zihinsel modeller bir problemi çözme aşamasında seçilen bir eylem veya çözümün

tahmin edilmesini sağlar (Norman, 1983, aktaran Edwards-Leis, 2010). Zihinsel model teorisi, öğrencilerin göreceli zorluğu ve öğrencilerin hatalarını tahmin eder (Johnson-Laird, Oakhill ve Bull,1986). Zihinsel modelleri bir sistemin durumunu tahmin etme, kontrol stratejisi geliştirme ve benimseme, kontrol eylemlerini seçip istenilen eylemlere yol açıp açmadığını teyit etmeyi içerir (Veldhuyzen ve Stassen, 1977). Zihinsel modeller, olayların gelecekte ne olacağını tahmin etmek ve nedenlerini bulmak gibi işlevlere sahiptir (Rasmussen, 1979).

Kontrol İşlevi

Bireyler yeni bir durumla karşı karşıya kaldıklarında seçenekleri göz önünde bulundururlar. Bir öğretmen öğrencisine yeni bir konu öğretirken ya da zorlanılan bir kavramdan bahsederken geçmişte başarılı olduğu bağlantı, konu ya da kavramları kullanarak zihinsel modellerini çalıştırır. Yeni bilginin başarılı bir şekilde haritalanması için zihinsel modeller kontrol edilir. Etkili bir çözüm için, etkisiz bir çözümü teşhis eden birey, geri alma ya da uyarılma yollarına başvurarak zihinsel modellemesini kontrol yoluna başvurur. Bireyin zihinsel modelleri uyumsuz bir zihinsel model tarafından kontrol ediliyorsa birey ilerleme kaydetmekte güçlük çekip doğru çözüme ulaşma konusunda başarılı olamayacaktır (Edwards-Leis, 2012).

Teşhis İşlevi

Öğrencilerin üst bilişsel farkındalık geliştirmesini sağlar (Edwards-Leis, 2012). Üstbiliş kişinin kendi öğrenmesinin farkında olmasını ifade eden bir terimdir. Kişinin bildiği ve bilmediği konuların farkında olması öğrenilecek konuya uygun öğrenme metodu kullanmasına yardımcı olur. Bireyin öğrenme başarısı konusunda tahminde bulunması konusunda işlevseldir. Öğrenme başarısının planlanması, izlenmesi ve zamanı etkili kullanma açısından önemlidir (Royer, Cisero ve Carlo, 1993). Üst biliş daha temel tanıma süreçleri için önemli olan bir üst tanımadır. Üstbilişin başarılı bir tanımayı kolaylaştırmak ve bilgiyi doğrulamak olmak üzere iki ana işlevi mevcuttur. Özellikle bu iki konu yeni ve belirsiz durumlar içinde tekrarlı olarak mevcuttur. Tanıma tutarlı bir durum oluşturmak için işleme

stratejilerini kullanır. Eğer doğrulama gerçekleşmez ise yeni bir tanıma ulaşmak adına kolaylaştırma stratejileri kullanılır. Üstbiliş bu yollar ile insanlara yeni bilgileri açıklar. Özellikle hava kuvvetlerinde karar verme sürecinde, belirsizliğin yönetilmesinde, varsayımların belirlenmesinde önemli rol oynar (Cohen, 1993a).

İletişim İşlevi

Başkalarının bireyin zihinsel modellerini görmesine ve algılamasına yardımcı olur (Edwards-Leis, 2012). Zihinsel modeller, önemli bilgi yapılarıdır, fakat iletişim aracı olma işlevinden önce ifade edilmeleri gereklidir (Williamson, 1999). Aslında zihinsel modeller öğrencilerin kendi deneyimleri sonucu gerçekleştirdikleri bilgilerin dışsallaştırılması (karşıdakine ifade etmesi) anlamına gelir. Bu tür modeller diyalog ve iletişim süreçleri (yazma, okuma, konuşma ve dinleme), düşünme ve problem çözme etkinlikleri için önemli ve temel bir rol oynamaktadır. Bir problemi çözerken birey düşünme sürecini gerçekleştirirken bahsedilen bu süreçler kolaylaşır. Zihinsel modellerin oluşumu ve uyarlanması, insanın ömrü boyunca devam eden bir süreçtir. Birey olgunlaştıkça ve deneyimlerini çeşitlendirdikçe zihinsel model zenginliği artar. Deneyimlerimiz sonucunda oluşturduğumuz bilgi, listeler, çağrışımlar, senaryolar, planlar, şemalar ve zihinsel modeller gibi çeşitli farklı bilişsel yapılarda depolanır (Barker, van Schaik ve Hudson, 1998).

Zihinsel Modellerle İlişkili Bilişsel Yapılar

Bu başlık altında zihinsel modeller kavramının daha iyi anlaşılması ve kavram kargaşası oluşmaması için şema, bellek, anlama, öğrenme, öğretim, bilgi türleri, akıl yürütme ile ilişkisi incelenecektir.

Zihinsel Modeller ve Şema İlişkisi

Şema, dünyayı algılamamıza sorunlar ile baş etmemize yardımcı olur. Şemalar yoluyla birey çevreye uyum sağlar ve bilgiyi organize eder. Eğer bilgi, zihinde mevcut şema kategorisine uyuyorsa o kategori içine yerleşir. Uymuyorsa zihin yeni bir şema kategorisi oluşturur (Senemoğlu, 2020). İnsanlar edindikleri bilgiyi yorumlamak için kategorik kurallara

sahiptirler. Yeni bilgiler ise şema adı verilen bu kurallara göre işlem görür. Şemalar, bizim olayları hem yorumlamamıza hem de olayları tahmin etmemize katkıda bulunur. Şema teorisinde, birey sürekli şema oluşturarak yeni bilgiye göre şemalarını revize eder. Her bireyin şeması bireyin deneyim ve bilişsel yapısına göre kendine özeldir. Şema teorisinde bilgi hiyerarşik depolanmak zorunda değildir. Önemli olan anlamdır. Bilgi önermesel olarak temsil edilir. Piaget'in aksine, şema teorisyenlerinin çoğu tek bir bilgi bütünü değil, spesifik bir duruma uygulanan bağlama özgü bilgi kütleleri için ağ oluşturduğunu varsayar (Widmayer, 2004).

Psikolojik teori açısından düşünüldüğünde şema ve zihinsel modeller bilgiye insanların nasıl sahip olduklarını, bilgiyi nasıl organize ettiklerini, yeni gelen bilgiyi yorumlamak için kullanılan bilişsel yapı türlerini açıklar (Busselle, 2017). Bilgi, prosedürle ilgili olan prosedürel bilgi ve son derece karmaşık bilişsel şemaların oluşturulabileceği işlemsel bilgi olmak üzere ikiye ayrılır. Zihinsel modeller, bilgi açısından daha üst düzey bir akıl yürütme sağlar. Bildirimsel bilgi, kural ve olaylar ile ilgiliyken, prosedürel bilgi bir durumda ne yapacağımızı, nasıl davranacağımızı ifade eder (Van Merriënboer, 1997).

Bilginin temsili konusunda şemalar önemli bir unsurdur. Şemalar, nesne ve durumların genel kategorilerini ifade eder. Örneğin odadan bahsederken genel bir odaya atıf yapar, ifade ettiği şey spesifik bir oda değildir. Odaların genel özelliklerini temsil eder. Şemalar değişken ve üretkendir (Halford, 2014). Deneyimlerimiz sonucu oluşturduğumuz bilgiler ilişkilendirme, listeleme, planlama, şema ve zihinsel modeller gibi farklı yollarla depolanır (Barker, van Schaik ve Hudson, 1998). Şemalar, bellek ve kavrama durumu gibi bazı çıkarımları açıklarken, yeni durum, eylem ve argümanları açıklamazlar. Zihinsel modeller ise bu işlevi sağlar (Schwamb, 1990). Zihinsel modellerin geleceğe yönelik bir sistem ya da konu hakkında tahminler yapması zihinsel modelleri diğer bilişsel süreçlerden ayırır. Zihinsel modellerin çalıştırılması kötü performans durumlarının kontrolünü sağladığı için şemaların aksine yeni durumlar ile başa çıkma kapasitesine sahiptir (Edward-Leis, 2012).

Zihinsel modeller bilgi organizasyonunu, depolanmış şemaları harekete geçirerek sağlar (Heeter, Hnilo ve Winn, 1997). Zihinsel modellerin edinilmesi için önerme ve şemalar ön koşul niteliğindedir. Öğreticinin amacı zihinsel modelleri öğretmek ise basitçe öğretebilir, şemalardan yararlanabilir ya da gözlemler aracılığıyla öğrenme gerçekleşebilir (Kyllonnen ve Shute, 1989).

Zihinsel Modeller ve Bellek İlişkisi

Bellek, mevcut bilgilerimizin ve edindiğimiz deneyimlerimizin muhafaza edilmesi olarak adlandırılabilir. Kodlama, depolama ve geri getirme dediğimiz zihinsel süreç sonucu ortaya çıkan kavramı bellek olarak adlandırabiliriz. Bilginin belleğe girmesinin ilk evresi bilgiyi kodlamadır. Kodlama süreci dikkat, derinlemesine işleme, ayrıntılandırma ve zihinsel imgeleme ile gerçekleşmektedir. Kodlanan bilgi depolama yolu ile bellekte tutulur. Duyusal bellek, duyularımızdan gelen bilgiyi çok kısa süreliğine orijinal algılandığı haliyle tutar. Bir miktar bilgi duyusal bellekten, bilginin 30 saniye kadar tutulduğu kısa süreli belleğe (KSB) gönderilir. KSB de uzun süreli belleğe bilgi taşır. KSB pasif bir sistemdir. Kısa süreli bellek ile çalışma belleğinin aynı kavram olduğunu ifade eden literatür mevcuttur. Çalışma (işleyen) belleği düşünmenin gerçekleştiği aktif bir sistemdir. Uzun süreli bellek ise bilgilerin uzun süreli saklandığı nispeten kalıcı bellek türüdür. Mevcut bilgiyi öncekiler ile ilişkilendirmek için çalışma belleğine ihtiyacımız vardır (King, 2021; Myers ve Nathan-Dewall, 2016; Senemoğlu, 2020).

İnsanların bilgi işleme kapasitesi, büyük hatta sınırsız olsa da bu tür işlemler için sınırlı performans gösterilebileceği düşünülmektedir. “Ali, Veli’den uzun; Mehmet, Kemal’den uzun; Kemal, Ali’den daha uzun; doğru yükseklik sırası nedir?” sorularındaki zorluğun nedeni tek bir adımda depolanması ve işlenmesi gereken bilgi miktarından kaynaklıdır. Depolama ve işleme yüklerinin analizi, bilişsel görevlerde yaşanan güçlükler ışık tutmaktadır (Halford, 2014). Bilgiyi kullanmak için uzun süreli bellekten bilginin çağırılması, yeni bir durum için çevreden edinilen bilgiler ile uyarlanması ve yeniden

depolama süreçleri ile zihinsel model geliştirildiği için kısa, uzun süreli bellek ve işleyen bellek konuları zihinsel modeller ile doğrudan ilintilidir (Canas ve Antoli, 1998).

Model tabanlı yaklaşım neyin nasıl açıklanacağına dair kısıtlamaları olduğundan dolayı bilginin temsil edilmesinde birçok modelden farklıdır. Laird, insanların soyut zihinsel mantıkla akıl yürüttüğü görüşüne karşı, soyutu belli modellere dönüştürerek sonuç üretmek amacıyla modellerdeki bilgileri işlediklerini savunur. İnsan faktörlü çalışmalarda yapılandırılmış görüşme ve sesli düşünme yöntemi kullanılmıştır. Zihinsel modeller ilk zamanlarda dâhili model olarak adlandırılıyordu. Bu alanda teorileşmenin çoğu uzun süreli bellekteki zihinsel modellere odaklanmıştır (Brewer, 2003). Bir zihinsel model, yararlı ve işlevsel bulunduğu zihindeki başka zihinsel modellerle ve zihinsel yapılarla (şemalar, önermeler ve senaryolar gibi) ilişkilendirilip bağlantı kurularak uzun süreli bellekte saklanır. Zihinsel modeller bireyin halihazırdaki durumundan ve uzun süreli bellekte depolanmış olan herhangi bir analogiden, elde edilen bir bütünden oluşur (Edward-Leis, 2010). Zihinsel modeller, bilgiyi geri çağırma noktasında işlevseldirler. Bir durumla ilgili tahmin süreçleri yaşandığı için zihinsel çaba azalacak, hatırlanması gereken bilgi miktarında azalma olacaktır. Bu süreçte gelişmeler ise öğrenmeyi kolaylaştıracaktır. Öğrenilen bilgiler başka bir duruma aktarılabilecektir (Halford, 2014). Bir sistemin zihinsel bir modelini çalıştırmak, daha önceden benzer durumlarda nasıl çalıştığını bilmek ve hatırlamasını gerektirir. Geçmiş deneyimlerin, yeni konularda tahminler yapmak için ne kadar kullanılabileceği konusu önemli bir sorudur (Forbus ve Genter, 1997). Yapılan açıklamalar neticesinde zihinsel modellerin uzun süreli bellek ilişkisine dayalı literatüre rastlanırken, zihinsel modeller ile işleyen bellek ilişkisi literatürde az rastlanan bir konudur. Zihinsel model ve işleyen bellek konusundaki araştırmaya Perko'nun (2010) çalışması örnek verilebilir. Anderson, Howe ve Tolmie (1996) kişinin zihinsel model oluşturma ve bunu kullanabilmesinin işleyen (çalışma) bellek kapasitesi ile ilişkili olduğunu ifade etmiştir.

Anlama, Öğrenme, Öğretim ve Zihinsel Modeller

Öğrenme kavramı, bireyin zihninde gerçekleştirdiği herhangi bir yaşantı sonucu, geçici olmayan, nispeten kalıcı izli, gözlenebilir davranış değişikliği olarak, öğretim kavramı ise öğrenmenin gerçekleşmesi için işe koşulan tüm süreçler olarak ifade edilebilir. Öğretim süreci planlı ve kontrollü işlemektedir. Öğretim noktasında kuramların farklı yaklaşımları mevcuttur. Davranışçı yaklaşım, öğretimi uyarıcı-tepki döngüsü içerisinde açıklamıştır. Öğrenme, öğretim sırasındaki nedensel uyarıcı-tepki ilişkisine bağlı olarak açıklanmıştır. Bilişsel yaklaşımlara göre öğrenci bilgiyi yeniden yapılandırıp mevcut bilişsel yapılar ile organize ederek anlamlandırır. Gestalt psikolojisi ve bilgiyi işleme kuramında ise birey daha amaçsal hareket eder. Bilgiyi seçerek dikkat ve kodlama ile uzun süreli belleğe göndererek öğrenme sürecini gerçekleştirir. Anlama kavramı ise karmaşık bir süreçtir. Anlama, çeşitli zihinsel işlem ve becerileri gerektiren, ön bilgiler ile yeni bilgilerin sentezi sonucu yeni bilgiler elde etmeyi içeren, mevcut bilgiyi yeniden kişisel olarak anlamlandırarak yeni anlamlara varmayı sağlayan, bireyin kendini ve dünyayı anlama çabası içerisinde yeni zihinsel modeller oluşturma yoluna gittiği uzun bir süreçtir. Anlamanın olabilmesi zihinsel modelleri zorunlu kılmıştır (Arı, 2014; Güneş, 2021; Senemoğlu, 2020).

Öğretme sürecinde öğretici kişi motive etme, gösterme, anlatma gibi eylemlerde bulunur. Öğrenen ise dinleme, anlama, gözlemlenme, kaydetme, düşünme gibi süreçlerden geçer. Bunun için öğrenen ve öğretmenin zihinsel modellerinin bağlantılı olması gereklidir (Barker, van Schaik ve Hudson, 1998). Zihinsel modeller doğru seçildiğinde öğrenme süreci için iş kolaydır. Zihinsel modeller, aynı zamanda bilginin geri çağırılmasına katkı sağladığı için hatırlanması gereken bilgi miktarını da azaltır. Öğrenmeye katkı sağlar. Bir konu hakkında yeni bir zihinsel model oluşturduğumuz takdirde durumun yeni yönleri tahmin için kullanılabilir, bu süreç mevcut durum için harcanan çabayı da azaltacaktır. Anlama, yeni durumlarda veya mevcut durumda stratejiler geliştirmek için ya da var olup işlevsel olmayan stratejilerin yerine yenisini geliştirmek için kullanılır. Anlamayı, otomatik süreçlerin olduğu yerde kullanmaya gereksinim duyulmayabilir. Anlama, temsiller arasındaki ilişkinin var olması, tutarlı olması adına bilgi örgütlenmesine ihtiyaç vardır. Tüm bu süreç boyunca

yapılan muhakeme zihinsel modellere bağlıdır. Bir kavramı anlamak için, kavramın yapısını yansıtan içsel bir temsile veya zihinsel modele sahip olmak gerekir. Anlamak için temel niteliğindeki zihinsel modeller, bir durumdan diğerine aktarılabilir olmalıdır, yani genellenebilirlik derecesinde olmalıdır (Halford, 2014). Öğrenmenin gerçekleşmesi için zorlukların düşünülmesi gerekir. Zihinsel modeller, öğretmenin düşünme süreci hakkında bilgilenmesine yardımcı olur. Zihinsel modeller, veri depolama, zorluklara çözüm üretmek için strateji geliştirme, yeni bir durumla karşılaşıldığında uygun zihinsel modelleri seçme, yapılandırma ve yaratma gibi işlevlere sahiptir. Zihinsel modeller şemalardan çok daha karmaşık süreçlerdir (Edward-Leis, 2012). Problem ve görev merkezli yaklaşımlarda öğrenci bileşenler ile anlamlı bir bütün elde edeceğinden mevcut zihinsel modelin uyarlanmasını ve yeni bir zihinsel model elde edilmesini kolaylaştırır (Merrill ve Gilbert, 2008).

Anlamanın temel gayesi, insan beyninde zihinsel model meydana getirmektir. Bir zihinsel model, üç aşamadan meydana gelir. İlk aşama unutmanın çok çabuk olduğu, görülen, duyulan her şeyin tamamıyla ortaya konulduğu, herhangi bir şeyin özelliklerinin hatırlandığı evredir. 2. aşama daha soyut olan, kesin ifadeler yerine olaya dair fikrin ortaya konulduğu, yine çabuk unutmanın orta çıktığı evredir. Son aşama ise unutmanın çok az olduğu ve kişinin oluşan modelin ne hakkında olduğunu tam anlamıyla inşa ettiği zihinsel model aşamasıdır (Perko, 2012). Anlamak için zihinsel modeller gereklidir. Anlama, dili kavrama, okuma, problem çözme, okuma ve bellekle ilgili geniş aktiviteleri kapsar. Bir çocuğun kavramı anlayıp anlamamasına göre sınıflandırmaktansa çocuğun zihinsel modelini belirlemek daha yararlı olacaktır (Halford, 2014). Anlama sürecinin tam olarak gerçekleşmesinin öğrenmenin gerçekleşmesi ve ilişkilendirilmesi süreci için önemli olduğu düşünülmektedir. Öğrenme kısa süreli bellekten alınan bilginin uzun süreli belleğe kodlanması neticesinde gerçekleşir. Zihinsel modeller tecrübe edindiğimiz şeyler sonucu gelişim göstermektedir. İnsanlar yeni bir konu ile karşılaştıklarında bilgiye ait yapıya sahip olmadıklarından bilgiyi yorumlama, depolama konusunda sorun yaşarlar. İlişkisiz bilgileri bir

arada tutmak için geçmiş yaşantılardaki şemalara başvurulur (Heeter, Hnilo ve Winn, 1997). Zihinsel modellerin doğru, uygun ve güçlü bir şekilde öğrencide oluşmasını istiyorsak öğrencinin bunu bilinçli bir şekilde oluşturmasını sağlamak gerekir. Öğrenenler tarafından hatalı oluşturulmuş modeller ya da yeniden değişmesi gereken kavramlar mevcut olduğunda zihinsel modellerin yeniden yapılandırılması yoluna gidilmelidir (Wild, 1996).

Zihinsel Modeller ve Bilgi Türleri

Johnson-Laird'in zihinsel model çalışmaları ise modern bilişsel bilimde modele dayalı yaklaşımı temsil etmektedir. Yeni bir bilgi temsil biçimi olan zihinsel modeli geliştirme amacı, dili kavramak ve mantıksal akıl yürütmeyi anlamaktır (Johnson-Laird, 1980, p. 98; akt. Brewer, 2003). Bilgi çeşitli öğrenme deneyimlerine bireyin maruz kalması sonucu elde edilir. Bilgi, kavramsal ve işlemsel olmak üzere iki çeşittir. Kavramsal bilgi, gerçek ve kuralları kapsarken işlemsel bilgi bize ne yapacağımızı söyler. Deneyimler sonucu elde ettiğimiz bu bilgiler şemalar, listeler, senaryolar ve zihinsel modeller gibi bilişsel yapılarımız içerisinde saklanmaktadır. Zihinsel modeller her iki bilgi türünü de içermektedir. Basit bilginin elemanları tek bir bilgi içinde temsil edilirken, zihinsel modeller bilginin soyut ve karmaşık hali olan düşünme, görselleştirme, tahmin etme, hesaplama gibi bilişsel süreçlerin en güçlü türlerindedir. Bilginin bellekte temsil edilme şeklini ve kavramsallaştırılmasını ortaya koyan birkaç yol vardır. Bunlar: şemalar, önerme ağları, koşul-eylem kuralları ve paralel dağıtılmış gösterimlerdir (Halford, 2014).

Zihinsel modeller bireyin içsel temsilleri iken bazı yollar aracılığıyla dışsallaştırılır (Edward-Leis, 2012). Temsiller, düşünme ve anlamamanın çalışma alanıdır. Yanlış bilgi ve yanlış anlaşılabilir bilgi arasındaki farkı anlamak için bilginin temsilini bireysel inançlar, zihinsel modeller ve kategoriler olarak üç boyutta ele almak gerekir (Chi, 2008). Süreç isteyen öğrenmeyi anlama ve beceri edinme durumları açılarından ele alırız. Anlama süreci gerçekleşirken bildirimsel bilgi dediğimiz bilgi türü bellekte mevcut depo edilmiş bilgiyle eşlenir. Burada odak noktası mevcut bilginin somutlaştırılmasıdır. Prosedürel dediğimiz bilgi türünde derleme ve bilgi edinme süreçleri mevcuttur. Bilgi edinme sürecinde talimat

kaynağından bilgi kodlanırken, derleme sürecinde bilgi verimli hale getirilmek üzere dönüştürülür. Bildirimsel ve prosedürel bilgi yeni bilgiler ile entegrasyonu sağlar (Chi, de Leeuw, Chiu ve LaVancher,1994).

Bilişsel psikolojiye göre, zihinsel modeller bilgi yapıları olarak adlandırdığımız şemalar ve bu bilgiyi kullanma süreçlerinden oluşmaktadır. Öğrenme üzerindeki etki konusunda öğretim tasarımcıları dağıtım sistemi, taktik ve stratejilere odaklanırken; öğrenme için en önemli unsurun bilginin temsili ve bilgi yapısının organizasyonu olduğu düşünülmektedir. Bilgi yapısı, bellekte temsil edilir, bir tür şema biçimidir denilebilir ve problem çözebilmek için ihtiyaç olan bilgiyi ifade eder. Bilgi ve bilgi bileşenlerinin ilişkisi eksikse problem istenilen şekilde, tam doğru olarak çözülemeyecektir. Problemi çözmeye için bilgi yapısı ya da şema dediğimiz unsur ile bilgi bileşenlerinin algoritmaları ile buluşsal yollara ihtiyaç vardır. Zihinsel model denilen şey şema artı şemadaki bilgileri manipüle etme ve değiştirme sürecidir (Merill,2002).

Zihinsel Modeller ve Akıl Yürütme

Zihinsel model teorisi, birçok teorinin aksine akıl yürütmenin model inşası olduğunu bir diğer deyişle sözel olmadığını ortaya koyar. Akıl yürütme, öncül model oluşturma, oluşan modellerin sonuçlarını formülleştirme ve geçerli olup olmadığını test etmek adına alternatif model geliştirmeyi içeren süreçler içerir. Zihinsel modeller, beynin akıl yürütme sürecinde yarım küreleri hakkında da önemli yordamlar da bulunur (Johnson-Laird, 1995a). Geçerli tüm dengelim, öncüller doğru ise sonucun doğru olduğunu ifade eder. (Johnson-Laird, 1995b). Akıl yürütme zihinsel modellere dayalı anlamsal bir süreçte gerçekleşmektedir. İnsanlar sınırlı sayıda alternatif durum modellerini kullanabilir. Bu süreç zarfında olabildiğince fazla olan bilgiyi örtük şekilde temsil eden modeller kullanır. Tüm dengelim mekanizması için söz dizimsel süreçlerden çok zihinsel modelleri manipüle eden anlamsal süreçlere bağlı olduğunu iddia eder. Mantıkçılar, kurallara ve modellere dayalı akıl yürütmeler arasında ayırım yaparlar. Kurallara dayalı dediğimiz ispat-teori yöntemi söz dizimsel sonuçlar için resmi ifadeleri kullanır. Modeller açısından biçimsel analize anlamsal

açından yorum katabilir. Modellerde her bir durumun bir zihinsel modeli temsil ettiği ifade edilmiştir (Johnson-Laird, Byrne ve Schaeken, 1992).

Düşünme, düşünürün amacı, ilgili mevcut bilgi ve inançlara bağlı bir takım örtük süreçlerde gerçekleşir. Olasılıklar zihinsel model teorisinin merkezinde yer alır. Mevcut her bir zihinsel model olasılığı temsil eder. Temsil edilen şeyin parçaları da zihinsel model parçalarına, yapısı da olasılık yapısına denk gelir. Zihinsel modeller mevcut öncüllere göre doğru olanı temsil etmektedir. Yanlış olanı temsil etmezler. Tümdengelimli akıl yürütme zihinsel modeller için ön koşuldur. Eğer sonuç tüm öncül modellerde geçerli ise verilen ön koşullar için zorunludur. Alternatiflerin her birinin eşit olasılığa sahip olması koşulu ile eğer olasılığın belli sonuçlarını sağlarsa, bu oran sağlanan olasılık oranına tekabül eder. Sonuç ön koşulların hiçbirinde mevcut değilse imkânsıza tekabül eder. Bu nedenle zihinsel model teorisinin olasılık, gereklilik ve olasılık ile ilgili tümdengelimli akıl yürütmeyi birleştirdiği ifade edilebilir (Johnson-Laird, 2001). Craik akıl yürütme sürecinde 3 unsurdan yararlandığını ifade etmiştir. İlki, bazı dış süreçlerin sayı, temsil ve semboller ile iç temsile çevrilmesi, ikincisi çıkarımsal süreçler ile başka simgelerin türetilmesi ve son olarak simgenin eyleme çevrilmesi ya da sembol ve dış olaylar arasındaki uyumun sağlanması. Akıl yürütme, gerçek fiziksel süreçlerden elde edilecek sonuca, benzer nihai sonuçlar üretir. (Craik, 1943'ten aktaran Laird, 1983).

Akıl yürütme, zihinsel modelleri de içine alan geniş bir alanı kapsar. Zihinsel modeller, yalnızca bu alanın bir parçasıdır (Garnham, 1996). Karar alma sürecinde zihinsel model teorisi önem arz etmektedir. Diğer akıl yürütme teorilerinin aksine zihinsel model teorisi, insanın düşünme, yargıya varma ve seçim sürecine daha geniş, kapsamlı bir çerçevede yaklaşmıştır. Zihinsel model teorisi, karar vermeye odaklanmanın dışındaki etkileri tahmin eder. İnsanlar seçim yaparlarken çeşitli akıl yürütme becerilerini kullanırlar. Bireyler bir konuda kararlar alırken çeşitli seçenekleri değerlendirirler. Seçenekler hakkında çıkarımlarda bulunurken yaşadıkları benzer süreci karar verme aşamasında da yaşarlar. Zihinsel modeller sağlıklı bir akıl yürütmenin altında yatan zihinsel süreçleri anlamamız

açısından gereklidir. Özellikle birden fazla öncül gerektiren karmaşık durumlarda işleyen bellekteki yükü hafifletmek adına zihinsel modeller yardımcıdır. Ayrık öncüllü olasılıklar içeren problemlerde en iyi bilinen zorlukları aşma noktasında açıklama yapmak için, ön yargıyı ortadan kaldıran muhakeme sürecine çözüm olma noktasında ve ayrık modelleri içeren bilişsel zorlukları tahmin etmede zihinsel modeller devreye girer. Bir durumla ilgili tüm olasılıkları değerlendirirken çalışma belleğinde yük oluşturduğu için hipotezlerin ayrı değerlendirilmesi güçleşir (Legrenzi ve Girotto, 1996).

Sayı kavramı ve Basamak Değerinin Gelişimi

Çok küçük yaştan itibaren sayı kavramının bilinçsiz bir durumdan bilinçli bir duruma doğru geliştiğini söylenebilir. Çocuklar küçük yaşta sayı kelimelerini ezbere, karmaşık sırada, bir anlam yüklemeyen, nesne sayısını ifade edemeden rastgele dile getirebilirler. Matematik için bir temel niteliğinde olan sayı kavramının erken çocukluk döneminden itibaren belli kurallara göre şekillendiği söylenebilir. Gelman ve Gallistel (1986) saymanın beş prensibi olduğunu ifade etmiştir. Birinci ilke her sayma sözcüğünün bir nesneye karşılık geldiği birebir sayma ilkesidir. İkinci ilke, sayı sözcüklerinin değişmeyen bir sıradaki dizilim olan sabit sıra prensibidir. Üçüncü ilke, son söylenen sayı sözcüğünün toplam nesne sayısını verdiği kardinal ilkesidir. Bu üç ilke bize “nasıl sayılır?” sorusunun cevabını vermektedir. Dördüncü ilke olan soyutlama ilkesi ilk üçünden farklı olarak saymanın tüm varlıklar için yapılabileceğini ortaya koyar. Son ilke olan sıra bağımsızlık ilkesi bize bir grup nesneyi saymaya hangi nesneden başlarsak başlayalım aynı miktarı elde edeceğimizi ortaya koyan bağımsız sıra ilkesidir. Bu son ilke sayma yeteneğinden ziyade sayıların özelliklerini anlamlandırmamıza yardımcı olur.

Saymanın beş ilkesi düşünüldüğünde çocuğun küçük yaşta sayı hakkındaki bilgilerinin daha çok sözel olarak sayma ve nesnelere ile yapılan bir dizi sayma süreci ile ilgili olduğu söylenebilir. İlerleyen süreçlerde sayı kelimelerinin sembollere (rakam ve sayılar) karşılık geldiğinin kavranması, sözel olarak ifade edilmesi, temsiller ile ifade edilmesi,

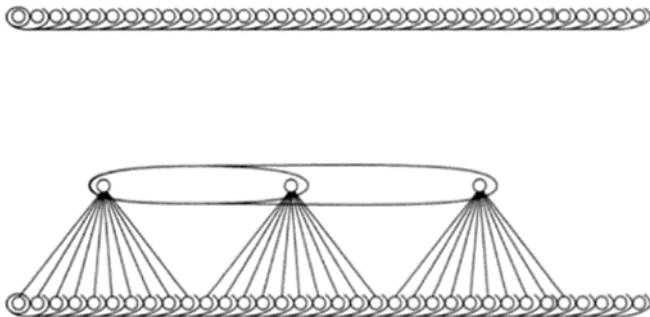
sayıların gruplanması, sınıflanması, sıralanması, basamak değeri ilişkisinin kurulması gibi bir dizi etkinlik ile çocukların sayı bilgisi genişleyebilir. Baykul'a göre (2021) okula başlamadan önce sayı kavramı hakkında edinilen bir dizi bilgiyi genişletmek için çeşitli hazırlık çalışmaları yapılabilir. Bir dizi kavram, sembol, temsil ve ilişkinin kurulması için şu şekilde ön hazırlıklar yapılabilir: Sayı kavramının ilk aşaması olarak ifade edebileceğimiz ritmik sayma aşaması, çocuğun sayıları mekanik olarak saymasını ve sayı sözcüklerine aşına olmasını sağlar (Ör: Çocuğun 1'den 100'e kadar sayması). İkinci aşama çocuğun okul öncesi dönemde de etrafındaki nesnelere sayarak yaptığı anlamlı sayma aşamasıdır. Bu aşamada her sayı sözcüğünün bir nesneye denk geldiği, sayı sözcüklerinin sıralı söylenmesi, sayılan nesnelere ya da sayı sözcüklerinin atlanmaması gerektiği, sayının kardinal ilkesi fikirlerinin pekiştiği söylenebilir. Üçüncü aşama olan sayının korunumu aşaması için çocuklar bu aşamanın ya henüz başındadır ya da bu kavram çocukta gelişmemiştir. Nesnelere konumlarının değişse de miktarının değişmeyeceğine dair etkinlikler yapılabilir (aynı sayıda dağınık ve toplu haldeki nesnelere ilgili miktarlarının bulunması gibi etkinlikler yapılabilir.) Dördüncü etkinlik birebir eşleme çalışmaları olabilir. Bu şekilde doğal sayı kavramının gelişimi ve karşılaştırılması için bir hazırlık evresi niteliğindedir. Son hazırlık aşaması ise azlık çokluk karşılaştırmalarıdır. Bu evre birebir eşlemeden önce yapılan sezgisel karşılaştırmaları ve birebir eşleme aşamasından sonra yapılan eşlemeye dayalı karşılaştırmalar olarak 2 aşamada gerçekleşir. Sezgisel karşılaştırma aşamasında öğrenci hem sayılan hem de sayılmayan nesnelere az ve çok olarak kıyaslar. Daha sonra birebir eşleme ile karşılaştırmalar yapılabilir.

Küçük yaştan itibaren edinilen sayma becerileri ve saymaya hazırlık aşamasında edinilen zihinsel modeller, sayı ve aritmetik kavramı ile bütünleşerek ilerleme gösterir (Resnick, 1989). Sayılar ve aritmetik bilgisinin gelişimi, bir nesnenin tek bir özelliğine odaklanarak yapılan ampirik soyutlamadan ziyade nesnelere arasındaki ilişkilerin kurulmasına dayalı olan yansıtıcı soyutlama (hierarchy ve sentezleme) ile mümkündür. Bu da basamak değeri kavramının nasıl öğretildiği sorusunu ortaya çıkarmaktadır. İlk önce

birlik sistem iyice kavranmalı ve birlik sistemin üzerine onluk sistemin inşası yapılmalıdır. İkinci sistemin kuruluşu (onluk sistem) zihinde ilk sistemin onluk eşit parçalara ayrılmasını içerir. Daha sonra ise bu parçaların sıralanması (her nesneyi bir kere saymak) ve hiyerarşik olarak dizilimi (yirmide on, kırkta otuz) gelir. Onluk sistemini, birlik sistem üzerine kurmak çocuk için zor olabilir. Basamak değerinin erken yaşta verilmesi ise onluk ve birlik sistemin birbirinden bağımsız olarak verilmesine neden olabilir (Kamii, 1986). 1 onluk ve 10 birlik kavramının eş zamanlı düşünülebilmesi gerekir. 1 onluğun tek başına bir birim olması ve 10 birlik ile eş değer bir kavram olduğunun bilinmesi gerekir. Çoğu ikinci sınıf öğrencisi 1 onluk ve 10 birlik kavramını eş kavram olarak düşünmek yerine farklı kavram olarak algılar. Bu kavram zihinde 2 mantıksal-matematiksel bilgiyi hiyerarşik seviyede eş zamanlı düşünmeyi gerektirmektedir. Onluk sistem, birlik sistemden yararlanılarak her çocuğun zihninde inşa edilmesine yardımcı olunabilir. Bunun için çocukları düşünmeye teşvik etmek iyi bir yol olabilir (Kamii ve Joseph, 2004). Tüm bunlara dayanarak basamak değeri kavramının temel fikrinin “gruplama”ya dayandığını, bağımsız birim olarak ve diğer birimler ile olan ilişkisinin iyi kurulmasının önemli bir başlangıç olduğunu söylenebilir. Temel niteliğinde olan basamak değeri kavramının özellikle ilkokul müfredatı içindeki kapsamı ve yapısı gelecekteki öğrenme ve öğretme durumları için önemli olduğunu düşündürmektedir.

Şekil 1

Nesnelerin Sıralanması ve Hiyerarşik Dizilimi



Not: Şekil örneği “Kamii, C., & Joseph, L. (2004). *Young children continue to reinvent arithmetic--2nd grade: Implications of Piaget's theory*. Teachers College Press.” Künyeli çalışmadan alınmıştır.

Matematik Dersi Öğretim Programı (2018) incelendiğinde birinci sınıf öğrencileri için öğretim programı, rakamları okuma yazma, birer, ikişer, beşer, onar ritmik sayma, sayı ve rakamları okuma yazma, birebir eşleme, karşılaştırma, sayılar ile sıra bildirme, sayıların onluk ve birliklerini ifade etme kazanımlarını içermektedir. Birinci sınıf kazanımları incelendiğinde erken çocukluk dönemi ve birinci sınıf aşamalarının basamak değerinin ve onluk sayı sisteminin oluşumuna dair bir evre içermekten çok basamak kavramına hazırlık niteliğinde olduğu söylenebilir. Birinci sınıf düzeyinde basamak değerinin ana bileşenleri olan birlik ve onluklar ifade edilmektedir. İkinci sınıf kazanımları incelendiğinde, temel hedef çocuğa basamak değeri kavramının öğretimidir. Sayıları modelleme ve basamakları adlandırma kavramları ilk kez öğretilmeye başlanır. Basamak değeri kavramı Matematik Dersi Öğretim Programı (2018) incelendiğinde ikinci sınıftan itibaren verilmeye başlanmakta olup ilerleyen sınıflarda genişletilmektedir. Alanyazın incelendiğinde basamak değeri kavramının ne zaman öğretileceği konusu tartışmalı bir konu olmuştur. Bazı çalışmalar okul öncesi dönemde basamak değeri kavramının öğretilebileceğini ifade ederken (Iron, 2002); McGuir, Kinzie, Kilday ve Whittaker (2010) basamak değeri kavramının okul öncesi için uygun olmadığını fakat onluk ve birlik kavramının öğretilebileceğini, gruplama ve sıfır kavramının okul öncesi dönemde öğretilebileceği ifade edilmiştir. Ulaşılan bazı çalışmalar ise basamak değeri kavramının ikinci sınıf düzeyinde öğretiminin uygun olduğunu ifade etmektedir. Fuson ve Briars'a göre (1990) onluk taban kavramının birinci sınıfta anlaşılmasının zor olabileceğini, Kamii (1986) onluk kavramının birinci sınıfta anlaşılamayabileceğini ifade etmiştir.

Basamak Değerinin Matematikteki Önemi ve Bütünsel Açıdan Anlaşılması

Basamak değeri kavramı Matematik Dersi Öğretim Programı (2018) incelendiğinde sayılar ve işlemler öğrenme alanı içerisinde yer almaktadır. Sayılar ve işlemler öğrenme alanının, matematik dersi için bir temel niteliğinde olduğu söylenebilir. Sayı ve aritmetik kavramı, ilkökul müfredatının özünü oluşturduğu gibi, çok basamaklı sayıların öğrenilmesi ve gelişiminde de basamak değeri temel niteliindedir. Basamak değeri kavramı, çok

yönlüdür ve zaman içinde gelişir (Jones, Thornton, Putt, 1994; Jones, Thornton, Putt, Hill, Mogill, Rich ve Van-Zoest, 1996; Resnick, 1989). Basamak değeri kavramının anlaşılması, ezber kural bilgisinden daha ziyade kısaltılmış işlem becerisinin (sayı duyusu) kazanılmasına yardımcı olur (Jesson, 1983). Bugünkü sayı sistemimizi karakterize eden sayı konumlarının gösterimi, sayı sistemlerinin gelişiminde önemli bir fikirdir. Fikrin temelini çarpma işlemi oluşturmaktadır. Örneğin, sayının ikinci sütundaki 3 rakamı üç onluk anlamına gelir, ancak 3 rakam üçüncü sütuna yerleştirildiğinde üç yüz anlamına gelir. Böylece daha büyük sayıları temsil etmek için ayrı sembollere gerek yoktur. (Fosnot ve Dolk, 2001).

Sayı öğretimi ilk üç sınıf için önemli yer tutmaktadır. Öğrenciler, sayıları öz olarak kavramsallaştırmada güçlük çekerler. Yan yana yerleştirilmiş sembollerini bütün olarak algılamaları güç olabilmektedir. Özellikle birinci yılda sözel olarak verilen (sayıları söyleme) problemleri çözebildikleri halde yazılı formda verilen problemlere bunu aktaramadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Başlangıçta sayı öğretimi, sayıları okuma, yazma ve basamak değerini gösterme ile başlamaktadır. Sayı kavramının anlaşılması için sayı sözcüklerinin semboller ile eşlenerek, bu eşleşme kümesinin de basamak olarak adlandırdığımız konumlarla ilişkilendirilmesi gerekir. İlk 9 rakam ezberlenir, ardından onar onar yüze kadar olan sayılar ezberlenerek kelime ve sembol eşleşmesi yapılır. Sayının yazımı, söz dizim kuralları ile başlayan bu sürecin anlaşılmasını sağlayan, sembolleştirmelere (birim olarak, onluk, yüzlük), nesne resimlerine ve materyallerin işlenmesine vurgu yapılabilir. Sayı sembolü ve sözcükler eşleşse bile bazı basamakların bir yer tutucu olan sıfırın kullanılması gerektiği bilgisi (4021) ya da sayıların basamak değerinin olduğu gibi yazılması sorunları ile karşılaşılabilir ("altı yüz elli yedi = 600507 şeklinde ifade edilebilir). Tüm bunların yanında basamak kavramının özünü oluşturan önce gruplama ve yeniden gruplamaların kavranması gerekir (birliklerin, onluklara, onluklarında yüzlüklere dönüşümü gibi). Sayıların sayısal olmayan temsilleri (nesne çizimleri) ifade edilmek istendiğinde, en önemli zorluklardan biri iki farklı türde gruplamayı birlikte yapmak olmuştur. Yani öğrenciler bir seferde tek tür

gruplama yapabilmişlerdir. Gruplama fikri kavrandıktan sonra basamaklar arasındaki bu dönüşümün sembolik ve sözel dilinin de öğrenciye kazandırılması gerekir (Bednarz ve Janvier, 1982; Bednarz ve Janvier, 1988; Fuson, 1990a). Ross (1986) 2-5. sınıflar üzerinde yaptığı çalışmada öğrencilerden 52 sayısını onluk taban blokları ile göstermelerini istemiştir. Doğru gösterebilen öğrencilerden farklı şekillerde göstermeleri istenmiştir. İkinci sınıf öğrencilerinin %13'ü, üçüncü sınıf öğrencilerinin %53'ü, dördüncü sınıf öğrencilerinin %60'ı, beşinci sınıf öğrencilerinin ise %73'ü 4 onluk ve 12 birlik blok şeklinde sayıyı ifade edebilmiştir. Yani 1 onluk bloğun hem bağımsız bir birim olduğu, hem de 10 birliği ifade ettiği fikri tüm öğrenciler tarafından anlaşılınmamıştır. Bu da basamaklar arası ilişki gelişiminin hem birleştirme, hem de birleşik bloklar parçalanması sonucu çift yönlü gruplama fikrinin önemini göstermektedir.

Sayı kavramı ile ilgili diğer bir konuda miktar bilgisinin anlaşılmasıdır. Miktar bilgisinin daha özelden basamak değeri ile ilgili olduğu söylenebilir. Hem basamakların her birinin miktarı hem de toplam sayının miktarının çeşitli açılardan kavranması gereken yönlerinin olduğu ifade edilebilir. Sayının sola doğru ilerledikçe artan konumda olduğunun anlaşılması, sayı sembollerinin yerleri değişirse sayının konumunun da değişeceğinin kavranması, doğrudan basamak değeri ile ilgilidir. Basamakların değerinin rakama göre değil, konuma göre şekilleneceğinin ayrımı da yapılmalıdır. Çoklu sayı onluk bloklar ile temsil edildiğinde karma da olsa miktarının değişmeyeceği, fakat sembolik olarak rakam konumlarının yeri değiştiğinde sayının miktarının değişeceğinin kavranması gerekir (Fuson, 1990a). Bednarz ve Janvier (1982) çocuklar birler, onlar, yüzler gibi basamaklara gruplamadan çok sıralama açısından anlam yüklerler. Üçüncü ve dördüncü sınıfların çıkarma algoritmalarında, ödünç alma prosedürleri de dâhil olmak üzere ustalaştıkları görülmüştür. Fakat aynı strateji, başka bir temsil biçimine aktarılamamıştır. Yandaki basamaktan ödünç alma kavramı “bir rakamın üzerini çizerek birini çıkarmak ve bir sonraki basamağa bitirtmek.” şeklinde ifade edilmiştir. Abaküste bu işlem yapıldığında, bir ipten bir adet boncuk alınıp bir sonraki ipe eklemekten ibarettir. Algoritmanın sözlü ifade yönünün

daha baskın olduğu düşünülmektedir. Bu durum basamaktan ödünç alma kavramının basamaklar arasındaki on-bir değişimi ile nadiren bağlantılı olduğunu düşündürmektedir. Paydar ve Tertemiz (2021) basamak değeri ile ilgili çalışmalarında bazı dördüncü sınıf öğrencilerinin basamak değerini çokluk yani miktar değerine indirgediklerine ve basamak değerini standart (bloklar) ve standart olmayan temsillerle ifade etmekte güçlük çektikleri bulgusuna ulaşmışlardır. Öğrenciler tek bir birim olan bloğu, miktar olarak ifade etmişlerdir (9 yüzlük blok gereklidir, yerine 900 adet gereklidir şeklinde ifade etmişlerdir). Bazı öğrencilerin bloklar ile basamakları tek bir birim olarak kavramada güçlük çektikleri görülmüştür. Öğrencilerin yaklaşık olarak yarısı bloklarla verilen sayıyı temsil etmede güçlük çekmiştir. Aynı zamanda standart olmayan bir birim ile de sayıları ifade ederken öğrencilerin üçte biri basamak değeri konusundaki bilgisini transfer edebilmiştir. Paydar ve Doğan (2021) yaptıkları çalışmada da dördüncü sınıf özel yetenek tanılı öğrencilerin de üçte birinin verilen ifadeyi standart olmayan temsillerle ifade etmekte güçlük çektikleri sonucuna ulaşmışlardır. Miktar bilgisinin bir diğer noktası da sayıların büyüklük ve küçüklük olarak ilişkilendirilmesi olarak ifade edilebilir. Belirli bir miktar ölçüsü referans alınarak daha büyük sayıda olan miktarın ifade edilmesi de sayıların günlük hayatta kullanımına katkı sağlayabilir (Örneğin bir sınıfa ortalama kaç öğrenci sığacağı gibi). Günlük hayattaki bu miktar ifadeleri tahmin yürüterek de bulunabilir. Sarı ve Olkun (2021) basamak değeri, tahmin etme becerisi ve genel matematik becerisi arasında anlamlı ilişki bulmuşlardır. Basamak değeri kavramı ve çok basamaklı sayıların göreceli büyüklüklerinin öğretilmesinin birbirine katkıda bulunduğu ve her ikisinin de ilkokuldaki genel matematik başarısına katkıda bulunduğu sonuçlarını elde etmişlerdir. Tüm bu sonuçlara bize basamak değeri kavramının çokluk-birim ilişkisine dayalı gruplamaların, farklı şekillerde gösterimler ile basamak değeri bilgisinin ezberden öte anlam kurma ekseninde öğrenilmesinin ve öğretilmesinin gerekli olduğunu düşündürmektedir.

İşlem bilgisinin anlamlandırılması da temelde basamak değeri ile ilgili olduğunu söylenebilir. Sarı ve Olkun (2019) dördüncü sınıf öğrencileri için basamak değeri, matematik

başarısı ve aritmetik performansı ilişkisini incelemişlerdir. Matematik başarısının %70'i basamak değeri kavramı ile açıklanmıştır. Basamak değeri kavrayışı ve aritmetik performansı bir araya geldiğinde matematik başarısının %77'si açıklanmaktadır. Örneğin toplama işlemi yaparken elde kavramı, çıkarma işlemi yaparken onluk bozma durumları, çarpma işlemi yaparken basamak kaydırma, gruplama fikri, 10 ile kısa yoldan çarpma, bölme işlemi yaparken gruplamaların yapılması, paylaştırılmayan basamak için sıfır konulması gibi konuların öğrencilerin güçlük çektiği ve basamak değeri ile doğrudan ilgili konulardır (Önal, 2018; Özmen, 2018; Paydar ve Doğan, 2021; Paydar ve Tertemiz, 2021; Sidekli, Gökbulut ve Sayar, 2013). Öğrencilerin bu kavramları ezberlemek yerine ilişkisel olarak anlamlandırmalarının birçok alanda kullanılan işlem bilgisi konusunda daha az güçlük yaşayacaklarını düşündürmektedir. İki basamaklı sayılara geçişin ilk aşamasından itibaren basamak değeri ilişkisi kurularak çok basamaklı sayıların aşamalı öğretiminin bütünsel olarak basamak değerini kavramaya katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Tek basamaklı sayılarda işlemler yaparken 2 basamaklı sayı elde edildiğinde bunun yalnızca kelime ya da sembollerle anlaşılmasından öte anlam kurma süreci sağlanabilir. Örneğin $8+5=13$ işleminde 13'ün 1 on ve 3 birden oluştuğunun kavranması çok basamaklıya geçiş için de önemli bir alt yapı sağlayabilir (Fuson, 1990a). Fuson (1990b) toplama ve çıkarma işlemi anlamak için çok basamaklı sayıların kavramsal yapısı ve basamak değerinin birçok yönünün anlaşılması önemlidir. Toplama ve çıkarmada basamaklar arasında gerektiğinde dönüşüm yapılması, ya da yeniden gruplamalar gibi basamak değerini ilgilendiren işlemlerin yapılması gerekebilir. Çok basamaklı sayılarda toplama ve çıkarma işlemi şu özelliklerin açığa kavuşturulmasına yardımcı olabilir: sola doğru gittikçe her basamağın daha çok büyüdüğü ve basamaklar arasındaki bir-on dönüşümü, sıfırın tutucu olarak doğru pozisyonda kullanılması, rakamların konumları değişirse basamak değerini koruyamaması, on-bir dönüşümleri sonucunda sola basamaklar eklendikçe sayının büyümesi. Basamak değerinin tüm kavramsal yapısı düşünüldüğünde, çok basamaklı çarpma işlemi kavranana kadar anlaşılmakta güçlük çekilebilir. (on ile çarpma yapılırken bir basamak sola doğru kaymanın olması gibi).

Basamak Değerini Anlamak İçin Temel Bileşenler

Yapılan alışmalar incelendiğinde çok basamaklı sayıları öğrenmek ve geliştirmek adına bazı noktalara değinildiği görülmektedir. Çok basamaklı sayıları anlamak için, sayının sözel ifadesi, sembolik ifadesi ve modellerle ifadesi arasındaki zdeşimin kurulması gerekir. Basamakların soldan sağa doğru büyüdüğü fikri, basamaklar arasındaki dönüşümün sağlanabilmesi, bir sembol olan sıfırın kullanım alanının kavranması, sayı duyusu aracılığı ile işlemlerin tahmini sonuçlarına ulaşılması, işlem yaparken prosedürlerin ve tekrarların geliştirilmesi dört ana bileşenden öte basamak değeri kavramını daha da genişletmiştir (Fuson 1990a, Fuson, 1990b). Çok basamaklı sayıların anlaşılması için bir dizi kavramsal yapının gerekli olduğu düşünülmektedir. Basamak değeri kavramını anlamlandırmak için sayma, graplama, yeniden graplama ve sayı ilişkisi olmak üzere 4 ana bileşen olduğu ifade edilmiştir (Jones, Thornton, Putt, Hill, Mogill, Rich ve Van-Zoest, 1996).

Sayma

Küçük ocukların standart sayı kelimelerini bir değişmez olarak kabul ettikleri söylenebilir. Standart Sayı Kelime Dizisi temel basamak dizisini (bir, iki, dokuz) farklı değerlerdeki birimler (birler ve onlar) zerinde sıralı bir şekilde birleştirilmesiyle oluşan bir dilbilgisi sistemidir (Bell, 1990). Sayma, basamak değeri için önemli bir bileşen olarak görülmektedir. Birer sayma, onar sayma birer ve onar üzerine sayma kavramları başlangıç için ve sayı gelişimi için önemlidir (Jones, Thornton ve Putt, 1994).

Graplama

Basamak değeri kavramının en önemli bileşeni sayma olarak görülse de graplama anahtar kavram niteliğindedir (Jones, Thornton ve Putt, 1994). Onluk sayı sisteminin temeli onlu graplamalara dayanır. Her birim 9 birimi aştıktan sonra bir sonraki birime geçiş yapmış olur. Kamii (1986) sayıda bir onluğun, on adedi temsil etmesi ile özel bir birim olarak tek birimi temsil etmesi algısının eş zamanlı düşünülebilmesi sayı çok basamaklı sayı kavramının gelişimi için önemli bir beceridir. Bednarz ve Janvier (1982) ise bir dizi graplama

becerisini sayı kavramının temeli olarak ele almıştır. Bu beceriler şu şekildedir: grupta yapmak, grupları parçalamak, grupları grupta yapılarak daha büyük birimler oluşturmak, mevcut grupları kendinden daha büyük ya da daha küçük bir grupta değiştirmek, kodlamak yani gruplar halinde düzenlemiş sayıyı temsil etmek, bu kodları çözmek, grupta kuralını keşfetmek vb.

Yeniden Grupta

Basamaklar arasında ilişkinin esnek düşünülebilmesi, yeniden grupta içerir. Örneğin 236 sayısının 2 yüzlük, 3 onluk, 6 birliğe eşit olduğu gibi 236 birliğe, 1 yüzlük, 13 onluk ve 6 birliğe eşit olduğunun da bilinmesi durumunu içerir (Jones, Thornton ve Putt, 1994).

Sayı İlişkileri

Sayı basamakları sola doğru kaydıkaça, basamağın değeri büyür (Fuson, 1990a). Sayının daha az, daha çok olma durumuna yönelik kıyasını ifade eder.

Basamak Değeri Boyutları

Basamak değeri kavramının ana bileşenleri (sayma, grupta, yeniden grupta ve sayı ilişkileri) Rogers (2014) tarafından genişletilerek daha geniş ve detaylı bir kapsamda incelenmiştir. Dört ana bileşen ile kıyaslandığında her ikisinde de "sayma" boyutu ortak boyuttur. "Yeniden grupta" boyutunu Rogers "Yeniden adlandırma" boyutu olarak; "Sayı ilişkileri" boyutunu "Karşılaştırma" boyutu şeklinde incelemiştir. Bunun dışında Rogers, temsil etme, adlandırma, tahmin etme, hesaplama boyutlarını da eklemiştir. Basamak değerinin yedi boyutta incelenmesi basamak değerinin tüm kullanım alanlarını kapsamına aldığı düşünülmektedir. Basamak değerinin yedi boyutu şu şekildedir:

Sayma

On birimini kullanarak ileri ve geri saymayı kapsar (15, 25, 35). Basamak değerinin birimleri arasında bağlantı kurmayı kavramak gerekir. (997 birimine 10 eklenmesi yüzler ve binler basamakları arasında bağlantı kurmayı gerektirir.)

Temsil Etme

Gruplama ve yeniden gruplama fikrinin bir dizi manipülatif ile temsilini içerir. Orantısız (renkli sayaçlar) ya da orantılı (onluk taban blokları) temsiller kullanılabilir. Standart (4 onluk ve 5 birlik 45 sayısının basamakları) ve standart olmayan (45 sayısı 3 onluk 15 birlik) şekilde ifade edilebilir.

Yeniden Adlandırma

Herhangi bir manipülatif kullanmadan basamak değerinin gruplama, yeniden gruplama ya da bölümlenme fikirlerinin kullanılarak ifade edilmesidir (1317 sayısı 1317 birlik veya 140 onluk 7 birlik veya 13 yüzlük 1 onluk 7 birlik vb. şekilde ifade edilebilir).

Karşılaştırma

Sayıları büyük, arasında ve küçük olarak karşılaştırmayı kapsar. Sayılar, artan ve azalan şekilde kıyaslanabilir ya da çarpımsal olarak kıyaslanma yapılabilir (450 sayısı, 45'in 10 katıdır).

Tahmin Etme

Sayı duyusu ve sayı büyüklüğü bilgisi kullanılarak makul tahminler yapılmaya çalışılır. (Bir sınıfı kaç karpuz doldurur?) Hesaplamalara yönelik tahminlerde sayı sisteminin yapısı kavranmaya çalışılır (27×97 yaklaşık 2700'dür). Rogers (2014) çalışmasında tahmin etme boyutunu ölçümlerle de ilişkilendirmiştir. Ölçüm sonucunun tahmin etmeye yönelik içerikleri de bu kapsamda ele almıştır.

Adlandırma

Kelime ve sembollerle bir sayısının adlandırılmasını içerir (27 "yirmi yedi" olarak yazılır).

Hesaplama

Dört işlem bilgisi kullanılırken basamak değeri bilgisine başvurulur.

İlgili Araştırmalar

İlgili araştırmalar bölümü matematik ve diğer alanlarda yapılan zihinsel model çalışmaları olarak 2 aşamada ele alınacaktır.

Matematik Alanında Yapılmış Zihinsel Model Çalışmaları

Zihinsel modellerle ilgili matematik alanında yapılmış çalışmalar incelendiğinde bu çalışmaların ortaokul ve lise düzeyindeki öğrencilerle ilgili olduğu görülmüştür. Bu çalışmalardan birisi de derleme çalışmasıdır. Konuya ilişkin araştırmalar şu şekildedir:

Chinnappan'ın (1998) çalışmasının amacı, lise öğrencileri tarafından oluşturulan şemalar ve zihinsel modeller arasındaki olası bağlantıları incelemektir. Yapılan çalışmada öğrencilere daire, tanjant ve üçgenden oluşan bir soru sorulmuştur. Bu soruyu öğrencilerin sesli düşünerek çözmelerini istemiştir. Süreç videoya kaydedilmiştir. Video kayıtları yazıya dökülerek ve öğrencilerle mülakatlar yapılarak veriler analiz edilmiştir. Çözüm transkriptlerinin analizi ve bu katılımcılardan gelen görüşme sorularına verilen yanıtlar ile toplam 17 geometrik şema oluşturulmuştur. Böylece öğrencilerin geometrik şemaların kullanım sıklığını ve türünü belirlemeye odaklanılmıştır. Bir öğrenci bu kuralların birinden bahsettiğinde veya çözüm sürecinde kullandığında bir geometrik şema etkinleştirilmiş kabul edilmiştir. 'Dik açılı üçgen' gibi bir şemadan, öğrenci açıkça bahsettiğinde veya şekilde verilen veya öğrenci tarafından oluşturulan dik açılı bir üçgen içinde dolaylı olarak trigonometrik bir oran kullandığında etkinleştirilmiş olarak kabul edilmiştir. Yüksek başarılı öğrenciler, düşük başarılı olanlara göre çok çeşitli geometrik şemaları etkinleştirmekle kalmamış, aynı zamanda şema sayısının dört katından fazlasını etkinleştirmişlerdir. Tanjant-yarıçap teoremi ve diklik kuralı, her iki grup tarafından en sık kullanılan şemalardır. Düşük başarılı olanlar, erişilebilen 17 şemadan yedisini etkinleştirmemiştir. Bu sonuçlar,

düşük başarı gösterenlerin ya bu bilgiye "sahip olmadıklarını" veya gerçekte bilgiye sahip olduklarını, ancak verilen sorunun çözümüyle ilgisini göremediklerini ortaya koymaktadır.

Prayekti, Nusantara, Sudirman, Susanto ve Rofiki (2020) tarafından yapılan çalışmanın amacı, matematiksel problemlerin çözümünde öğrencilerin zihinsel modellerinin görüşlerini analiz etmektedir. Çalışmada kullanılan yöntem bir literatür taramasıdır. Veriler, kitaplar ve dergi makaleleri taranarak toplanmıştır. Veri analiz teknikleri niteliksel olarak yapılmıştır. Bu çalışmanın bulgusu, zihinsel modelin dinamik olduğunu ve öğrencilerin kavramları anlama düzeyinin tanımlanabildiğini göstermiştir. Öğrencilerin sahip olduğu bir kavramın zihinsel modeli, tutarlı bir problem çözme süreci arayışıyla bilinebilir, çünkü zihinsel model, problemi çözmeyi amaçlayan belleğe ait bilgilerin hatırlanmasını ve işlenmesini içeren bir iç temsildir.

Bofferding (2014) çalışmasında, öğrencilerin zihinsel tam sayı modellerini tanımlamayı ve bu modellerin eksi işaretinin tekli ve/veya ikili anlamlarına dayalı olarak nasıl değiştiğini araştırmayı amaçlayan ön test, öğretimsel müdahale ve son testten oluşmaktadır. Hem eğitim öncesi hem de sonrası testler öğrencilerle bireysel görüşmeler şeklinde yapılmıştır. Çalışmaya 61 dokuzuncu sınıf öğrencisi katılmıştır. Aynı test (açıklanan değişikliklerle) öğretimsel müdahaleden önce ve sonra öğrencilere uygulanmıştır. Testler öğrencilere bireysel görüşmeler şeklinde uygulanmıştır. Her öğrenci soruyu çözdükten sonra nasıl çözdüğü sorularak görüşmeler video ile kayıt altına alınmıştır. Öğrencilerin zihinsel modellerini karakterize etmek için, birinci sınıf öğrencilerinin negatif tam sayı değerleri ve sıra ve yönlendirilmiş büyüklükler hakkındaki mülakat sorularına verdikleri yanıtlar incelenmiştir. Bu çalışmada, ilk tamsayı zihinsel modeller sergileyen öğrenciler, sayıları ve eksi işaretinin anlamını pozitif bir perspektiften yorumlamışlardır. Öğrenciler, tam sayılar için yalnızca çerçeve teorilerine güvenmekten geçiş yaptıkça, tam sayıların yorumları, öncelikle tam sayı sırası, değerler veya yönlendirilmiş büyüklükler hakkında akıl yürütmelerine bağlı olarak değişiklik göstermiştir. Bazı öğrenciler, ayrı ayrı sunulduğunda tam sayı değerleri hakkında doğru düşünürken, diğer öğrenciler sırayla

düzenlenen sayıları gördüklerinde daha iyi sonuçlar elde etmişlerdir. Bununla birlikte, tam sayıları yanlış sıralayan öğrencilerde, yanlış sıralamanın tam sayı değer yargılarını etkilediği görülmüştür.

Edwards-Leis (2010) yaptığı çalışmada, ortaokul öğrencileri ve öğretmenlerinin zihinsel modellerinin incelenmesinin eğitim toplumunu etkili pedagoji hakkında nasıl bilgilendirebileceğini belirlemeyi amaçlamaktadır. Araştırma soruları, bir robotik programda uygulanan problem çözme öncesinde, sırasında ve hemen sonrasında katılımcıların zihinsel modellerinin belirlenmesini içermektedir. Araştırmada öğretmenin ve dört öğrencinin öğretme, öğrenme ve değerlendirmeyle ilgili zihinsel modellerini ortaya çıkarılmıştır. Bu zihinsel modeller oluşturulduktan sonra, bu tür zihinsel modellerin zaman içindeki eşleşmeleri, uyumsuzlukları veya değişimleri ve varsa öğretme, öğrenme ve değerlendirme üzerindeki etkisi incelenmiştir. Araştırma, çok sayıda katılımcının zihinsel modellerinin uzun bir süre boyunca nasıl yönetildiğini anlamak için tasarlanmıştır. Çalışmanın örneklemini Avustralya'daki banliyö okulunda okuyan bir altıncı sınıf öğretmeni ve 24 gönüllü öğrenciden oluşan bir grup oluşturmaktadır. Katılımcıların zihinsel modellerini belirlemek için likert ölçeği anketleri, yarı yapılandırılmış görüşmeler (bireysel ve paylaşılan), uyarılmış hatırlama görüşmeleri, katılımcı günlükleri kullanılmıştır. Çalışma, öğrencilerin probleme aktif katılımını engelleyen etkisiz zihinsel modellerini belirlemek ve düzeltmek için özel öğretim stratejilerinin gerekli olduğunu ortaya koymuştur. Çalışma ayrıca zihinsel modellerin temelde zaman içinde sabit olduğunu da belirledi. Yerleşik zihinsel modelin yetersiz ya da yanlış olması etkili problem çözme çabalarını sınırlandırdığını ortaya koymuştur. Bunun anlamı, öğretmen ve öğrencilerde doğru ve etkili kavramsal, bildirimsel ve prosedürel bilginin geliştirilmesini, uygulanmasını ve aktarılmasını sağlayan zorlu öğrenme deneyimleriyle meşgul olmalarını sağlamaktır.

Kayhan (2010) yaptığı tez çalışmasında, ilköğretim öğrencilerinin kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi sürecindeki zihinsel modellerini belirlemeyi ve öğrencilerin zihinsel modelleri arasındaki benzerlik ve farklılıklarını kıyaslamayı amaçlamaktadır. Kesir

çeşitlerinin dönüşümü temel olarak; bileşik kesrin, tam sayılı kesrin, basit kesrin ve ondalık kesrin diğer kesir çeşitlerine dönüştürülmesi olmak üzere dört başlık altında ele alınmıştır. Araştırmaya 2009-2010 öğretim yılında öğrenim gören 4'ü beşinci sınıfa, 4'ü sekizinci sınıfa devam eden toplam 8 ilköğretim öğrencisi katılım göstermiştir. Çalışma nitel yöntemlerden çoklu durum çalışması deseniyle yürütülmüştür. Araştırmanın çalışma grubu, amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme yoluyla belirlenmiştir. Veri toplama sürecinde, görüşme, doküman incelemesi yöntemleri ve sesli düşünme tekniği (Think Aloud) kullanılmıştır. Veriler video ile kaydedilmiştir. Araştırma sonucunda ortaya çıkan zihinsel modeller şu başlıklar altında toplanmıştır: İşlem bilgisi (kural), bölme, bütün-parça, ölçme-karşılaştırma, oran-orantı, genişletme, sadeleştirme (daraltma), denklik bağıntısı ve paylaşırma. Elde edilen bulgular neticesinde, kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesinde sınıflar arasında büyük farklılıklar görülmezken, öğrencilerin başarı düzeyi açısından önemli farklılıkların olduğu görülmüştür. Araştırma bulguları öğrencilerdeki mevcut kavram yanılgıları, sahte kavram, işlem hatalarının teşhis edilmesi ve bunların oluşma nedenlerini ortaya koyması açısından da literatüre katkı sağlamıştır.

Matematik Alanı Dışında Yapılmış Zihinsel Model Çalışmaları

Vosniadou ve Brewer (1992) yaptıkları çalışmada ilköğrencilerinin yeryüzü konusundaki kavramsal bilgilerini ortaya koymaya çalışmıştır. Birinci, üçüncü ve beşinci sınıfların her birinden 20 kişi olmak üzere toplam 60 öğrenciye yeryüzü şekli hakkında 48 soru sorulmuştur. Çocuklarla 30 ila 45 dakika arasında bireysel olarak görüşmeler yapılmıştır. Çocukların bu sorulara verdikleri yanıtlar, belirgin bir tutarsızlığı ortaya çıkarmıştır. Örneğin birçok çocuk dünyanın yuvarlak olduğunu söylerken, aynı zamanda insanların düşebileceği bir ucu veya kenarı olduğunu da belirtmiştir. Bu bariz tutarsızlığın büyük bir kısmı, çocukların tutarlı bir şekilde küresel dünya modelinden farklı bir dünyanın zihinsel bir modelini kullandıklarını varsayarak açıklanabilir. Dünyanın beş alternatif zihinsel modeli belirlenmiştir: dikdörtgen dünya, disk dünya, ikili dünya, içi boş küre ve düzleştirilmiş küre. Bu modellerin, çocukların günlük deneyimlerinin yorumlarına dayalı olarak

oluşturdukları belirli ön varsayımlarla sınırlandırıldığı ileri sürülmektedir. Bu modellerden bazıları (dikdörtgen dünya ve disk toprak), dünyanın bir küre olduğuna dair kültürel olarak kabul edilmiş bilgilere maruz kalmadan önce çocukların oluşturdukları ilk modeller gibi görünmektedir. Bilgi edinme sürecinde çocuklar, ön varsayımlarını kademeli olarak yeniden yorumlayarak kültürel olarak kabul edilen modelle daha tutarlı hale getirmek için başlangıç modellerini değiştiriyor gibi görünmektedir. Sentetik modeller (içi boş küre ve düzleştirilmiş küre gibi), ilk düz dünya modeli ile küresel dünyanın kültürel olarak kabul edilmiş bilimsel modeli arasındaki tutarsızlıktan kaynaklanan sorunlara bir çözüm olarak çocuklar tarafından üretilir. Bu çalışmaya göre çocuklar, dünyanın bir küre olduğunu ancak ilk modellerini ortaya çıkaran ön varsayımlar yeniden yorumlandığında anlamaya başlarlar.

Aydın (2020) yaptığı tez çalışmasında, sınıf öğretmeni adaylarının elektrik ve manyetizma kavramlarına ilişkin zihinsel modellerinin araştırılmasında kavram haritalama kullanımını araştırmıştır. Araştırmaya üniversite ikinci sınıfa devam eden 95 sınıf öğretmeni adayı katılım göstermiştir. Öğretmen adayları, Fen ve Teknoloji Laboratuvarı Uygulamaları I dersi kapsamında elektrik ve manyetizmaya ilişkin konularda deney yapmış ve kavram haritaları çizmişlerdir. Öncelikle, 5 ayrı deney sonucunda, kavram haritaları eksiksiz olan 84 öğretmen adayına ait toplam 420 kavram haritası nitel veri olarak analiz edilmiştir. Daha sonra nitel verilerden nicelleştirilerek istatistik analizi yapılmıştır. Araştırmada öğretmen adaylarında dört farklı zihinsel yapının mevcut olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu zihinsel modellerden ikisi Takriben Bilimsel Model (TBM) ve İlkel Bilimsel Model (İBM), biri diğeri geliştiginde zihinsel modele dönüşebilecek İlişkiler Örüntüsü (Model İzi) ve diğeri de bir model ya da örüntü oluşturmayan İlişkisiz Kavramlar Kümesidir (İKK). Sınıf öğretmeni adaylarının zihinsel modellerini büyük çoğunluğunu İBM (%46) ve ilişkiler örüntüsü yapısındaki Model İzi (%41) oluşturmaktadır. TBM (%7) ve İKK (%6) az miktarda rastlanan zihinsel modellerdendir. Öğretmen adaylarının zihinsel modelleri cinsiyete göre istatistiksel olarak farklılık göstermemektedir.

Kapan (2019) yaptığı tez çalışmasında, öğretmenlerin öğrenme tiplerini analiz etmek ve değişkenlere göre farklılık gösterme durumlarını ortaya koymayı amaçlamıştır. Araştırmada ilişkisel tarama modeli kullanılmıştır. Araştırmanın evrenini Tokat ilinde görev yapan öğretmenler, Araştırmanın örneklemini ise 794 ilkokul kademesinde görev yapan öğretmen oluşturmaktadır. Öğretmenler, basit seçkisiz örnekleme yoluyla seçilmiştir. İlköğretim kademesi öğretmenlerinin kişisel bilgilerini belirlemek amacıyla araştırmacı tarafından hazırlanan "Kişisel Bilgi Formu" ve öğrenme tiplerini belirlemek amacıyla Erginer'in (2012) Türkçe'ye uyarladığı "Vermunt Öğrenme Tipleri Envanteri (120 soruluk versiyonu)" kullanılmıştır. Toplanan bu veriler istatistik programı ile analiz edilmiştir. Vermunt modelde öğrenme özelliklerini ortaya çıkarmak için, "İşleme ve Düzenleme stratejileri, Öğrenme Yönelimleri ve Öğrenmenin Zihinsel Modelleri" olarak dört bileşende ifade edilmiştir. Envanterdeki her bir madde bu bileşenlerle ilişkilendirilerek ve alınan skorlar doğrultusunda tanımlanan dört öğrenme tipi ortaya konulmuştur. Bunlar "Anlam Yönelimli", "Uygulama Yönelimli", "Taklit Yönelimli" ve "Yönelimsiz" öğrenme tipleri olarak ifade edilmiştir. Araştırmada elde edilen bulgulara göre: "Düzenleme Stratejileri" bileşenine göre öğretmenlerin baskın öğrenme tipi "Anlam Yönelimli", "İşleme Stratejileri" bileşenine göre öğretmenlerin baskın öğrenme tipi "Uygulama Yönelimli", "Öğrenmenin Zihinsel Modelleri" bileşenine göre baskın öğrenme tipi "Anlam Yönelimli", "Öğrenme Yönelimleri" bileşenine göre öğretmenlerin baskın öğrenme tipi "Uygulama Yönelimli öğrenme tipidir. Alt bileşenler açısından genelde kadın öğretmenler lehine anlamlı farklar ortaya çıkmıştır. Erkek öğretmenler "Öğrenme Yönelimleri" bileşenine göre baskın olarak "Yönelimsiz" öğrenme tipine sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Kadın öğretmenler baskın olarak "İşleme ve Düzenleme Stratejileri" bileşenine göre "Taklit Yönelimli", "Öğrenmenin Zihinsel Modelleri" bileşenine göre "Anlam ve Uygulama Yönelimli" öğrenme tipine sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. "Öğrenme Yönelimleri" bileşeninde ise erkek öğretmenler lehine anlamlı fark görülmektedir. Ayrıca, şehir merkezinde görev yapan öğretmenler genellikle "Anlam, Uygulama ve Taklit Yönelimli" öğrenme tipine sahipken kasaba ve köylerde görev yapan

öğretmenler baskın olarak "Yönelimsiz" öğrenme tipine sahip olduğu sonuçlarına ulaşılmıştır.

Günay (2019) yaptığı tez çalışmasında, fen bilgisi öğretmen adaylarının fen öğretimine yönelik zihinsel modellerini belirlemeyi amaçlamıştır. Öğretmen adaylarının zihinsel modellerini cinsiyet, sınıf düzeyi, anne baba eğitim durumlarına, genel akademik başarı puanlarına ve mezun oldukları lise değişkenlerine göre incelemiştir. Çalışmada tarama yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemini Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Fen Bilgisi Eğitimi Anabilim Dalında, 50'si birinci, 41'i ikinci, 55'i üçüncü, 54'ü dördüncü sınıf olmak üzere toplam 200 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmada veri toplama aracı olarak Chambers (1983) tarafından geliştirilen "Bilim İnsanı Çizim Testi" ni (BİÇT) düzenleyen Thomas, Pederson ve Finson'nın (2001) "Fen Öğretmeni Çizim testi-Kontrol Listesi (FÖÇT-KL)" ve bireysel bilgi formu kullanılmıştır. Veriler ilk olarak dereceli puanlama anahtarı ile ardından istatistik analiz programı ile analiz edilmiştir. Analiz sonuçlarına bakıldığında öğretmen adaylarının %39'unun kavramsal, %34,5'unun araştırmacı, %26,5'unun ise açıklayıcı zihinsel modele sahip oldukları ortaya konulmuştur. Öğretmen adaylarının cinsiyete göre zihinsel modelleri arasında anlamlı bir farklılığa rastlanmazken, sınıf düzeyine göre zihinsel modeller arasında fark anlamlı bulunmuştur. İleri sınıf düzeyinde öğretmen adaylarının zihinsel modellerinin açıklayıcı modelden araştırmacı modele doğru değişiklik gösterdiği sonucu elde edilmiştir.

Basamak Değerinin Boyutları Konusunda Yapılmış Araştırmalar

Keser ve Sarı (2023) "İlkokul Matematik Ders Kitaplarında Yer Alan Doğal Sayılarda Basamak Değeri Kavramının Farklı Boyutlarda İncelenmesi" adlı çalışmada ilkokul 1(-4) matematik ders kitaplarını basamak değerinin boyutları olan sayma, tahmin, adlandırma, yeniden adlandırma, karşılaştırma, temsil etme ve hesaplama boyutları açısından incelemiştir. Tüm sınıf düzeyleri için adlandırma, sayma, hesaplama boyutlarına yönelik içeriklere ders kitaplarında yer verilmiştir. Temsil etme boyutu için standart olmayan temsillere büyük oranda yer verilmemiştir. Yenden adlandırma boyutunda is verilen ifadeleri

alışılmış dışında ifade etmeye yönelik içeriklere yer verilmemiştir. Karşılaştırma boyutunda sayıları küçükten büyüğe ve büyükten küçüğe sıralamaya yer verilirken, 2 sayı arasındaki sayıyı bulmaya yer verilmemiştir. İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programı (2018) incelendiğinde de alışılmışın dışında ifade ve standart/orantılı olmayan temsiller programda yer almazken, adlandırma, sayma, karşılaştırma, hesaplama boyutlarına ilişkin kazanımlar mevcuttur.

Paydar ve Doğan (2021) dördüncü sınıfa devam eden öğrencilerin basamak değerinin altı boyutunda (sayma, adlandırma, yeniden adlandırma, karşılaştırma, temsil etme ve hesaplama) özel yetenek tanılı ve tanılı olmayan öğrencilerin durumunu ortaya koymayı amaçlamışlardır. Çalışmada karma yöntem kullanılmıştır. Çalışmaya 90 özel yetenek tanılı olmayan ve 76 özel yetenek tanılı öğrenci katılım göstermiştir. Tüm öğrencilerin basamak değerinin boyutlarında öğrenme düzeyleri ortaya konulmuştur. Aynı zamanda özel yetenek tanılı öğrencilerin hataları analiz edilmiştir. Özel yetenek tanılı öğrencilerin basamak değerinin boyutları konusunda genel anlamda başarılı oldukları sonucuna ulaşmışlardır. Özel yetenek tanılı öğrencilerin sayma (onar ileri sayma), temsil etme (standart olmayan temsillerle ifade etme), hesaplama (bölme işlemi) boyutlarında düşük başarı gösterdikleri sonuçlarına ulaşmışlardır. Çalışmada basamak değerini çokluğa indirgeme, temsillerin sayı değerlerini yazma, sıfırın yer tutuculuğunu dikkate almama, eksik temsiller çizme, işlem sonucunun ondalık olarak ifade edilememesi, özellikle standart olmayan temsillerin karmaşık düzende çizilmesi ve alışılmışın dışında temsillerle basamak düzeninin oluşturulamaması, bölmede yer tutucu olan sıfırın unutulması özel yetenek tanılı öğrencilerin en sık yaptığı hatalardır.

Paydar (2018) dördüncü sınıfa devam eden öğrencilerin basamak değerini sayma, temsil etme, karşılaştırma, adlandırma, yeniden adlandırma ve hesaplama boyutlarına yönelik anlama düzeylerini incelemiştir. Çalışmaya dördüncü sınıfa devam eden 117 öğrenci katılım göstermiştir. Araştırma öğrencilerin basamak değerinin boyutlarına yönelik hem nitel hem de nicel yöntemler kullanıldığı için karma model yöntemi kullanılmıştır. Veriler

içerik analizi ile analiz edilmiştir. Boyutlar arasındaki örüntüyü ortaya koymak için tetrakorik korelasyon kullanılmıştır. Öğrencilerin temsil etme boyutu dışında istenilen öğrenme düzeyi olan 0,75'e ulaştıkları sonucunu elde edilmiştir. Ayrıca tetrakorik korelasyon sonucu incelendiğinde her boyutun birbiri ile ön koşul niteliğinde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. En çok hata yapılan boyutlar yeniden adlandırma, karşılaştırma (arasında) ve hesaplama (bölme işlemi) boyutları olmuştur.

Rogers (2014) çalışmasında basamak değeri öğretiminin müfredat içeriğinin öğretmenlere yeterli alan sağlamadığını ve üç basamaklı sayıların ötesindeki sayıları anlamaya yönelik çok az araştırma olduğunu ifade etmiştir. Bunun sonucunda öğretmenlerin kullanabileceği kaliteli bir değerlendirme ölçeğinin ve gelişimsel ilerlemenin olmamasından hareketle bu çalışma ilk adım niteliğinde görülmüştür. Basamak değerinin okuma, yazma, karşılaştırma gibi sınırlı yönü üzerinde durulduğu için öğrencilerin basamak değeri konusunda daha sınırlı bilgiye sahip olduklarını ifade etmiştir. Basamak değerini daha geniş kapsamda tanımlamak için basamak değerinin (sayma, adlandırma, yeniden adlandırma, tahmin etme, temsil etme, karşılaştırma, hesaplama) 7 boyut üzerinde incelemiştir. 3-6.sınıf düzeylerini kapsayan basamak değerini değerlendirmek amacıyla yazılı ve çevrimiçi bir araç geliştirmeyi amaçlamıştır. Basamak Değeri Değerlendirme Aracı'nın (BDDA) hedef ve amaçları belirlenmiştir. Daha sonra basamak değerinin yedi boyutunu içeren varsayımsal öğrenme yörüngeleri geliştirilmiştir. Öğrenme yörüngeleri tarafından yönlendirilen test maddeleri geliştirilmiştir. Basamak Değeri Değerlendirme Aracı (BDDA), 3-6.sınıfa devam eden iki ilköğretim okulunda yaklaşık 600 öğrenciye, eş zamanlı olarak, BDDA-O (testin çevrimiçi versiyonu) yaklaşık 220 öğrenciyle üçüncü ilkokulda denenmiştir. Testin son haliyle öğrencilerin yaklaşık on haftalık öğrenme süreci değerlendirilmiş ve öğrencilerin önemli kazanımlar elde ettiği sonucuna ulaşılmıştır. Basamak değerini tanımlamak için 6 boyutun zorunlu olduğunu ifade etmiştir (sayma, adlandırma, yeniden adlandırma, temsil etme, karşılaştırma, hesaplama). BDDA'nın 3-6. sınıf öğrencileri için uygun, kaliteli ve biçimlendirici bir ölçme aracı olduğu sonucuna

ulaşmıştır. Birleşik birimlerin derinlemesine anlaşılmasını kapsadığı için en çok yeniden adlandırma boyutunda güçlük çekildiği sonucuna ulaşılmıştır. Mevcut araştırmaların aksine test maddelerinde yaşanan zorluğun ilgili sayıların boyutuyla ilişkili olmadığını da öne sürmüştür. Öğrencilerin iki basamaklı bir yeniden adlandırmakta daha çok güçlük çekerken, dört basamaklı bir sayıyı okumaktan veya yazmanın daha kolay olacağını ifade etmiştir. Bu bulgu, öğretmenlerin basamak değerinin her bir boyutunun kendine özgü zorlukları olduğunun bilincinde olmaları gerektiğini ifade etmiştir.

Zihinsel modeller konusunda yapılan çalışmalar incelendiğinde (Aydın, 2011; Günay, 2019; Kapan, 2019) bu çalışmaların matematik alanı dışında yapılmış çalışmalar olduğu görülmektedir. Türkiye’de matematik alanına yönelik yalnızca Kayhan’ın (2010) beşinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin kesirleri birbirine dönüştürme konusunda zihinsel modelleri ortaya koymaya çalıştığı araştırmaya ulaşılmıştır. Zihinsel modeller konusunda yurt dışında ve yurt içinde yapılan matematik alanına yönelik çalışmalar mevcuttur, fakat bu çalışmalar ortaokul ve lise düzeyindeki çocuklar için yapılmıştır. Matematiksel zihinsel modellerin ortaya konulması ile ilgili mevcut dört bilimsel araştırmaya ulaşılmıştır (Bofferding, 2014; Chinnipan, 1998; Prayekti, Nusantara, Sudirman ve Susanto, 2020; Prayekti, Nusantara, Sudirman, Susanto ve Rofiki, 2020). Basamak değerinin boyutlarına ilişkin çalışmalar incelendiğinde, Rogers (2014) tarafından yapılan çalışmada basamak değerinin yedi boyutta ifade edileceği (sayma, tahmin, adlandırma, yeniden adlandırma, karşılaştırma, temsil etme ve hesaplama) ortaya çıkmıştır. Paydar (2018) basamak değerinin boyutları konusunda ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin hatalarını ortaya koymuştur. Paydar ve Doğan’ın (2021) çalışmasında ise özel yetenek tanılı ve özel yetenek tanılı olmayan öğrencilerin basamak değerinin boyutları konusunda öğrenme düzeyleri belirlenmiştir. Aynı zamanda özel yetenek tanılı öğrencilerin hataları incelenmiştir. Keser ve Sarı (2023) çalışmasında ders kitaplarını basamak değerinin boyutları açısından incelemişlerdir. Basamak değerinin boyutlarına ilişkin çalışmaların kapsamı öğrencilerin hatalarını ve öğretim materyallerinin içeriğini analiz etmeye yöneliktir. Bu çalışma matematik

alanında ilkokul düzeyindeki özel yetenek tanılı ve tanılı olmayan (düşük, orta ve yüksek başarı düzeyli) öğrencilerin basamak değerinin yedi boyutunda zihinsel modellerini ortaya koyması açısından farklılık göstermektedir. Aynı zamanda özel yetenek tanılı ve tanılı olmayan (düşük, orta ve yüksek başarı düzeyli) öğrencilerin bütün olarak zihinsel modelleri, hatalı zihinsel modellerinin çıkarılması ve karşılaştırılmasını amaçlamaktadır.

Bölüm 3

Yöntem

Bu bölümde araştırmanın türü, çalışma grubu, veri toplama süreci, veri toplama araçları, verilerin analizi, geçerlik ve güvenilirliğe ilişkin bilgiler yer almaktadır.

Araştırmanın Türü

Öğrencilerin basamak değerinin boyutları konusunda zihinsel modellerini ortaya koymaya yönelik olan bu çalışmada nitel yaklaşım benimsenmiştir. Nitel araştırmanın özelliklerini şu şekilde ifade edilebilir (Creswell, 2018; Yıldırım ve Şimşek, 2016).

- Doğal ortamda gelişen insan davranışlarını anlamaya çalışır.
- Araştırmacı veri toplamaya yönelik sürece bizzat katılım gösterir.
- Veri bütüncül olarak incelenir.
- Araştırmacının yorumundan ziyade bireylerin algılarını ortaya koyar.
- Araştırma deseni esneklik sağlar. Süreç her aşamada değişim gösterebilir.

Geçerliliği ve güvenilirliği sağlamak için birden fazla yöntem bir arada kullanılabilir (yöntem çeşitlemesi).

- Tümevarım ve tümdengelim prensibini karmaşık kullanır.
- Nitel veri, sayısal sonuçlar elde etmekten çok betimsel bir çerçeve sunar.
- Keşfedilmesi gereken bir problem ya da konunun varlığı nitel araştırma

yapılması için gerektirir

Bu araştırmanın nitel kapsamda yürütülme gerekçeleri:

- Öğrencilerin mevcut olan zihinsel modellerini sürece müdahale etmeksizin, doğal olarak gözlemlenmesi ve ortaya koyması,
- Araştırmacının süreçte rol alması,

- Öğrencilerin basamak değeri konusundaki başarılarını ortaya koymak yerine, sahip oldukları zihinsel modelleri inceleyerek, basamak değerine yönelik önce her boyut için parça parça son aşamada ise bütüncül bir çerçeve sunmuş olması,
- Zihinsel modeller ortaya konulurken nitel veri toplama araçları olan görüşme (mülakat), ile sürecin derinleştirilmesi ve tüm sürecin video kaydına alınıp bütünsel olarak analiz edilmiş olmasıdır.

Araştırmanın yürütülmesinde nitel araştırma desenlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Araştırma kapsamında öğrencilerin tüm sürece yönelik mevcut olan zihinsel modelleri ortaya konulduğundan tipik bir durum çalışması olduğu söylenebilir. Durum çalışmasında, bir davranış ve davranışın anlamı konusunda kendi bağlamı içerisinde, çoklu kanıtlar ile inceleme yapılır. Bağlam ve çalışılan durum, diğer karmaşık durumların anlaşılması için önemlidir (Yin, 2017). Durum çalışmaları, araştırmacıların sınırlı bir sistem olarak bilinen bir çalışma birimine (sınıf, okul, öğretmenler) odaklandıkları nitel araştırma yaklaşımıdır (Gay, Mills ve Airisian, 2012). Durum çalışmalarının özellikleri belirlilik, betimleme ve sezgiselliktir. Belirlilik belli bir vaka, program ya da odaklanma; betimleme, elde edilen bulguların yoğun ve zengin bir şekilde betimlenmesi; sezgisellik ise vaka çalışması sayesinde olgunun okuyucu tarafından daha anlaşılır kılınması olarak ifade edilmiştir (Merriam, 2018).

Çalışma ilkököl dördüncü sınıfa devam eden özel yetenek tanılı ve özel yetenek tanılı olmayan öğrenciler ile gerçekleştirilmiştir. İlkokul dördüncü sınıfa devam eden özel yetenek tanılı olmayan öğrenciler yüksek, orta ve düşük başarı seviyelerine ayrılmıştır. Özel yetenek tanılı olmayan her başarı düzeyindeki öğrencilerin her biri birer durum, özel yetenek tanılı öğrenciler ayrı birer durum, basamak değerinin her bir boyutu (sayma, tahmin, adlandırma, yeniden adlandırma, karşılaştırma, temsil etme ve hesaplama) ayrı birer durum olarak düşünüldüğünden bütüncül çoklu durum çalışması olarak düşünülebilir. Merriam (2018) çoklu vaka çalışmasını birden fazla vakanın olduğu, pek çok vakadan veri toplandığı ve analiz edildiği, alt birim ya da vakaların mevcut olduğu çalışmalar olarak ifade

etmiştir. Yıldırım ve Şimşek'e göre (2016) bütüncül çoklu durum deseninde birden fazla durum mevcuttur. Her durum kendi başına bütüncül olarak değerlendirilerek, birbiri ile kıyaslanır.

Çalışma Grubu

Araştırmada amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemi kullanılarak öğrenciler belirlenmiştir. Maksimum çeşitlilik örneklemede, çeşitlilik gösteren durumlar arasında benzerlik ya da farklılık olup olmadığını ortaya koyarak problemleri çeşitli yönlerden ele almak amaçlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Her başarı seviyesinden ve özel yetenekli olarak tanılanmış öğrenciler ile çalışmanın gerçekleştirilme nedeni ilköğretim aşamasının son sınıfı olan dördüncü sınıf düzeyi açısından maksimum düzeyde çeşitlilik sağlamaktır. Araştırmanın çalışma grubunu Ankara ilinin Mamak ilçesinde bir ilköğretime devam eden özel yetenek tanılı olmayan dördüncü sınıf öğrencileri ve Ankara ilinde Bilim ve Sanat Merkezlerinde eğitim gören özel yetenek tanılı öğrenciler oluşturmaktadır. Özel yetenek tanılı olmayan öğrencilerin tümü tek bir sınıftan alınmıştır. Ayrıca bu öğrencilerin özel öğrenme güçlüğüne (diskalkuli) yönelik tanılı olmadıkları öğretmen ve veliler ile görüşülerek teyit edilmiştir. Öğrencilerin zihinsel modelleri ortaya konulurken öğretmen faktörünün etkisini manipüle etmek amacıyla öğrenciler tek sınıftan seçilmiştir. Ankara ilinin merkezinde yer alan 2 Bilim ve Sanat Merkezi'nden özel yetenek tanılı öğrenci seçilmiştir. Bilim ve Sanat Merkezi'nde eğitim gören öğrenciler farklı okullarda öğrenim görmektedirler.

Çalışmada öğrencilere "Doğal Sayılarda Basamak Kavramı Testi" (Paydar, 2018) ve Bayar (2022) tarafından geliştirilen "Rutin Problem Çözme Başarı Testi" uygulanmıştır. Her iki test puanının ortalaması alınarak özel yetenek tanılı olmayan öğrenciler yüksek, orta ve düşük başarı düzeyi olmak üzere gruplara ayrılmıştır. Her başarı düzeyinden (yüksek, orta ve düşük) 5, özel yetenek tanılı 5 öğrenci olmak üzere toplamda 20 öğrencinin zihinsel modelleri ortaya konulmuştur. Özel yetenek tanılı olan öğrenciler ise tanılı olarak Bilim ve

Sanat Merkezleri'ne devam ettikleri için (genel yetenek alanında eğitim gören öğrenciler) herhangi bir ön uygulamaya başvurmadan çalışmaya dâhil edilmişlerdir. "Doğal Sayılarda Basamak Kavramı Testi" (Paydar, 2018) ve Bayar (2022) tarafından geliştirilen "Rutin Problem Çözme Başarı Testi"ne ilişkin öğrencilerin aldıkları puanlar ve bu puanların ortalaması Tablo 1'de ifade edilmiştir.

Tablo 1

Özel Yetenek Tanılı Olmayan Öğrencilere Ait Test Puanları

Öğrenciye Verilen Kodlar	Basamak Değeri Testi	Problem Çözme Testi	\bar{x}
YBDÖ1	19	9	14
YBDÖ2	18	10	14
YBDÖ3	17	11	14
YBDÖ4	15	11	13
YBDÖ5	16	8	12
OBDÖ1	16	5	10,5
OBDÖ2	13	7	10
OBDÖ3	14	5	9,5
OBDÖ4	10	9	9,5
OBDÖ5	11	7	9
DBDÖ1	9	6	7,5
DBDÖ2	10	4	7
DBDÖ3	10	3	6,5
DBDÖ4	7	6	6,5
DBDÖ5	6	0	3

Tablo 1’de çalışmaya katılım gösteren öğrencilerin “Doğal Sayılarda Basamak Kavramı Testi” (Paydar, 2018) ve Bayar (2022) tarafından geliştirilen “Rutin Problem Çözme Başarı Testi”nden aldıkları puanlar verilmiştir. Her iki başarı testinin ortalaması alınarak özel yetenek tanıli olmayan öğrenciler yüksek başarı düzeyinden, düşük başarı düzeyine doğru sıralanmıştır.

Veri Toplama Araçları

Bu başlık altında araştırmada kullanılan “Doğal Sayılarda Basamak Kavramı Testi”, “Rutin Problem Çözme Başarı Testi” öğrencilerin başarı düzeylerini belirlemek için uygulama öncesinde kullanılmıştır. “Doğal Sayılarda Basamak Değerini Kavrama Başarı Testi”, “Görüşme (Mülakat)”, veri toplama araçları öğrencilerin birinci alt problem kapsamındaki bulgularını ortaya koymaya yöneliktir. İkinci alt probleme yönelik bulgular, birinci alt problem kapsamında elde edilen bulgular neticesinde, öğrenci düzeylerine göre birleştirilerek oluşturulmuş ve karşılaştırılmıştır.

Doğal Sayılarda Basamak Kavramı Testi

Daha önce yüksek lisans tezi kapsamında aynı araştırmacı Paydar (2018) tarafından geliştirilen güvenilirliği 0,89 olan başarı testidir. Dördüncü sınıf öğrencileri için geliştirilmiş, basamak değerinin 6 boyutunu (sayma, adlandırma, yeniden adlandırma, temsil etme, karşılaştırma, hesaplama) içeren 18 sorudan oluşan başarı testidir. Başarı düzeylerine göre çalışmaya dâhil edilecek öğrenciler bu test ile seçilmiştir. Bu çalışma kapsamında testin KR-20 güvenilirlik kat sayısı 0,85 olarak hesaplanmıştır.

Rutin Problem Çözme Başarı Testi

Bayar (2022) tarafından dördüncü sınıf öğrencileri için geliştirilen güvenilirliği 0,75 olan problem çözme başarı testidir. Test 20 adet rutin olmayan problemden oluşmaktadır. “Doğal Sayılarda Basamak Kavramı Testi” ile birlikte öğrencilerin başarı düzeyini belirlemek amacıyla kullanılmıştır. Bu çalışma kapsamında testin KR-20 güvenilirlik kat sayısı 0,61 olarak hesaplanmıştır.

Doğal Sayılarda Basamak Değerini Kavrama Başarı Testi

Öğrencilerin basamak değerinin boyutlarındaki zihinsel modellerinin belirlenmesi amacıyla basamak değerinin boyutlarını kapsayan (sayma, tahmin, adlandırma, yeniden adlandırma, karşılaştırma, temsil etme ve hesaplama) başarı testidir. Sorular hazırlanırken Milli Eğitim Bakanlığının Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (2018) yer alan dördüncü sınıf kazanımları ve basamak değerinin boyutları (sayma, tahmin, adlandırma, yeniden adlandırma, karşılaştırma, temsil etme ve hesaplama) dikkate alınmıştır. Matematik Dersi Öğretim Programı (2018) incelendiğinde dördüncü sınıf düzeyinde basamak değerinin boyutlarını kapsayan 19 kazanım mevcuttur.

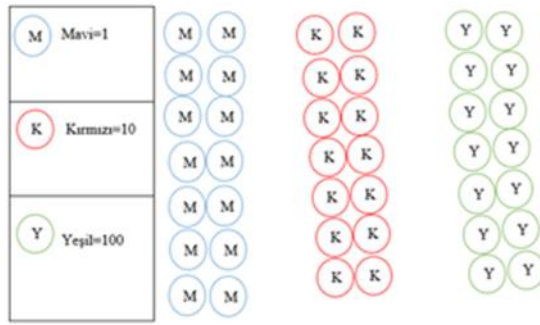
Sayma boyutuna ilişkin 4, tahmin etme boyutuna ilişkin 3, adlandırma boyutuna ilişkin 3, yeniden adlandırma boyutuna ilişkin 3, karşılaştırma boyutuna ilişkin 6, temsil etme boyutuna ilişkin 4, hesaplama boyutuna yönelik 13 soru hazırlanmıştır. Hesaplama boyutuna ilişkin soru sayısının fazla olma nedeni, 4 işlemi kapsamı ve her seviyeden öğrenciye sorulacağı için basamak sayısı açısından farklı sorular hazırlanmıştır. Soruların bir kısmı çeşitli araştırmalardan, kaynak kitaplardan uyarlanmış (Berdnard ve Janvier 1982, 1988; Rogers, 2014; Van de Walle, 2016), bir kısmı ise araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Başarı testinde toplam 35 adet soru mevcuttur.

Başarı testi için hazırlanan sorular matematik eğitimi uzmanlarına (2), sınıf eğitimi alanında matematik çalışan alan uzmanlarına (3), dördüncü sınıf okutmuş olan sınıf öğretmenlerine (3), BİLSEM'de görev yapan matematik öğretmenine (1), ölçme ve değerlendirme alan uzmanına (1), dil uzmanlarına (3) değerlendirmeleri için gönderilmiştir. Ayrıca soruların anlaşılabilirliğini kontrol etmek amacıyla dördüncü sınıfa devam eden bir kız bir erkek öğrenci üzerinde uygulama yapılmıştır. Her bir soru aşağıda örnekte olduğu gibi uzmanlara sunulmuştur.

Şekil 2

Uzman Görüşüne Başvurulan Soru Örneği

14)



Yanda verilen şekilde içinde “M” yazan jetonlar birlikleri, İçinde “K” yazan jeton onlukları, “Y” yazan jeton ise yüzükleri temsil etmektedir. Her bir jetondan 14 adet verilmiştir. Bu jetonların temsil ettiği sayı kaçtır? Çözüm yolunuzu, adımlarınızı ve nedenlerinizi açıklayınız.

Uygundur	Uygun Değil	Düzeltilmeli	Varsa öneriniz

Uzmanlardan gelen görüşler doğrultusunda sorular ile ilgili gerekli düzenlemeler yapılmıştır. 35 adet soru sayısının 1 ders saatinde çözülmesinin güç olacağı gerekçesi ile sorular 12, 12, 11 şeklinde 3 parçaya ayrılarak 358 özel yetenek tanılı olmayan öğrenciye uygulanmıştır. Soruların madde güçlük ve ayırt edicilik indeksleri hesaplanarak teste yer alacak maddeler belirlenmiştir. Doğru cevaplanan sorular 1, yanlış ve boş cevaplanan sorular 0 olarak kodlanmıştır. Teste ait istatistik bilgileri Tablo 2’de verilmiştir:

Tablo 2

Test Maddelerin Analizi

Sorular	Madde güçlük (p)	Madde Ayırt Edicilik İndeksi (r _{ij})
Soru1*	0,71	0,58
Soru 2	0,72	0,38
Soru 3	0,49	0,55
Soru 4	0,61	0,58
Soru 5	0,23	0,26
Soru 6	0,20	0,28
Soru 7*	0,24	0,42

Soru 8	0,03	0,06
Soru 9*	0,30	0,47
Soru 10	0,25	0,52
Soru 11*	0,71	0,39
Soru 12*	0,61	0,47
Soru 13	0,16	0,26
Soru 14	0,50	0,74
Soru 15*	0,72	0,38
Soru 16	0,21	0,42
Soru 17	0,47	0,61
Soru 18 *	0,63	0,44
Soru 19	0,41	0,45
Soru 20*	0,37	0,68
Soru 21	0,38	0,50
Soru 22*	0,18	0,29
Soru 23*	0,44	0,61
Soru 24	0,64	0,66
Soru 25*	0,68	0,61
Soru 26	0,66	0,55
Soru 27	0,22	0,38
Soru 28*	0,30	0,55
Soru 29	0,46	0,61
Soru 30*	0,50	0,69

Soru 31	0,05	0,01
Soru 32	0,21	0,35
Soru 33	0,73	0,44
Soru 34	0,18	0,35
Soru 35	0,48	0,84

*Teste ilişkin seçilen maddeleri ifade eder

Teste ilişkin maddelerin güçlük ve ayırt edicilik indeksleri tabloda gösterilmiştir. 1, 2, 3, 4. maddeler basamak değerinin “sayma” boyutu ile ilgili; 5, 6, 7. maddeler basamak değerinin “tahmin etme” boyutu ile ilgili; 8, 9, 10. maddeler basamak değerinin “yeniden adlandırma” boyutu ile ilgili; 11, 12, 13. maddeler basamak değerinin “adlandırma” boyutu ile ilgili; 14, 15, 16, 17, 18, 19 basamak değerinin “karşılaştırma” boyutu ile ilgili, 20, 21, 22. maddeler, basamak değerinin “temsil etme” boyutu ile ilgili, 23-35. madde aralığı ise basamak değerinin “hesaplama” boyutu ile ilgili maddelerdir. Hesaplama boyutuna ilişkin 23, 24, 32. maddeler çıkarma işlemi ile ilgili; 25, 26, 33. maddeler toplama işlemi ile ilgili, 31. madde hem toplama hem de çıkarma işlemi ile ilgili; 29, 30, 35. maddeler çarpma işlemi ile ilgili; 27, 28, 34. maddeler bölme işlemi ile ilgilidir.

Turgut ve Baykul’a göre (2019) madde analizi, testte yer alabilecek soruların belirlenmesi, testten çıkarılacak maddelerin belirlenmesi ve düzeltmelerin yapılması amacıyla yapılır. Madde analizi madde güçlüğü, ayırt ediciliğini ve madde varyansını kapsar. Madde 0 ile 1 aralığında değerlendirildiğinde 0’a yaklaştıkça zor, 1’e yaklaştıkça kolaylaşır. Madde ayırt ediciliği ise ölçülmek istenen davranışın ölçülmesi ile ilgilidir. 0,19’dan küçük maddeler teste alınmaz. 0,20-0,29 aralığındaki maddeler düzeltme yapılarak teste alınabilir. 0,30’dan büyük maddeler teste alınabilir. Bu kapsamda testin 22. maddesinde düzeltmeler yapılarak test maddesi kullanılmıştır. Temsil etme boyutuna ilişkin olan bu madde standart olamayan temsiller kapsamındaki tek soru olması nedeniyle teste düzeltilerek alınmıştır. İşaretlenen maddeler teste seçilmiştir. Basamak değerinin her

boyutuna ilişkin 1 madde seçilmiştir. Bazı boyutların kapsamı gereği birden fazla madde seçilmiştir. “Adlandırma” boyutunda sayıyı sözel ve rakamla ifade etme farklı kazanımları ölçtüğü için 2 soruya yer verilmiştir. “Temsil etme” boyutunda ise standart ve standart olmayan temsilleri kapsadığı için 1 adet standart, 1 adet standart olmayan temsil olmak üzere 2 soruya yer verilmiştir. “Karşılaştırma” boyutunda sayıları tahmini olarak karşılaştırma ve sayıların miktar olarak sıralanması olmak üzere 2 adet soru maddesine yer verilmiştir. “Hesaplama” boyutunda ise toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin her biri için bir maddeye yer verilmesinden dolayı 4 adet madde seçilmiştir. Diğer boyutlardan 1 adet soruya yer verilmiştir. Test toplam 13 maddeden oluşmuştur. Çalışmada test maddelerinin birbiri ile tutarlığını test etmek amacıyla (Gelbal, 2013) tüm maddelerin güçlük düzeylerinin birbirinden farklı olduğu durumlarda kullanılan KR-20 güvenilirlik katsayısı kullanılmış ve bu değer 0,75 olarak hesaplanmıştır.

Madde analizine göre 13 maddeden oluşan testin kapsam geçerlilik oranı (KGO) uzmanlardan alınan görüşler doğrultusunda hesaplanmıştır. KGO için minimum değerleri hesaplama kolaylığı için Veneziano ve Hooper (1997) tarafından $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyine başvurulmuştur. Bu kapsamda maddenin istatistiksel anlamlılığı, uzman sayısı dikkate alınarak minimum değerler vermektedir. Bu test için başvurulmuş 9 uzman için anlamlılık düzeyinde minimum değer 0,75'tir. Testin kapsam geçerlilik oranı ($KGO = NG/N/2 - 1$) formülü kullanılarak 0,93 hesaplanmıştır (Yurdagül, 2005) Uzman görüşleri doğrultusunda teste ilişkin kapsam geçerlilik oranları (KGO) ve Kapsam Geçerlilik İndeksi (KGİ) Tablo 3'te ifade edilmiştir:

Tablo 3

Uzman Görüşleri Doğrultusunda Teste İlişkin Kapsam Geçerlilik Oranları ve İndeksi

Maddeler	NG	N/2	KGO	Karar
Madde 1	9	4,5	1	Kabul
Madde 2	8	4,5	0,78	Kabul

Madde 3	8	4,5	0,78	Kabul
Madde 4	9	4,5	1	Kabul
Madde 5	9	4,5	1	Kabul
Madde 6	9	4,5	1	Kabul
Madde 7	8	4,5	0,78	Kabul
Madde 8	8	4,5	0,78	Kabul
Madde 9	9	4,5	1	Kabul
Madde 10	9	4,5	1	Kabul
Madde 11	9	4,5	1	Kabul
Madde 12	9	4,5	1	Kabul
Madde 13	9	4,5	1	Kabul

Toplam Uzman sayısı: 9

Hesaplanan Kapsam Geçerlilik İndeksi (KGİ): 0,93

Kapsam Geçerlilik Ölçütü (KGÖ) Tablo Değeri:0,75

*NG= Maddeye gerekli/uygun diyen uzman sayısı **N= Maddeye ilişkin görüş belirten toplam uzman sayısı

Tablo 3 incelendiğinde test maddelerinin KGO değerleri 0,78 ile 1,00 aralığında değişmektedir. KGÖ tablo değeri 0,75 olduğu düşünüldüğünde test maddeleri bu oranın üzerinde olduğundan testte yer almasına karar verilmiştir. Testin Kapsam Geçerlilik İndeksi (KGİ) 0,93 olarak hesaplanmıştır.

Görüşme (Mülakat)

Nitel araştırmada görüşme baskın olarak ya da katılımcı gözlem, doküman analizi ve diğer tekniklerle birlikte kullanılabilir. Görüşme kişilerin dünyayı yorumlama biçimlerini kendi kelimelerindeki tanımlayıcı verileri kullanarak ortaya koymaya çalışır (Bogdan ve Biklen, 2022). Doğrudan gözlem yapılmadığı durumlarda ve duyguların, düşüncelerin, geçmişte yaşanan olayların öğrenilmesi için görüşme yöntemine başvurulur. Görüşme diğer

insanların bakış açılarına ulaşarak zihinlerinde geçeni ortaya koymak amacıyla yapılır (Patton, 2018). Görüşme, derinlemesine bilgi elde etme olanağı sunar. Görüşme:

- Hipotez ortaya koyma ya da bir çalışmaya başlarken
- Bir araştırmada kullanılacak veri toplama araçlarının pilot uygulama sürecinde ya da teyit edilmesinde
- Doğrudan ana veri toplama aracı olarak
- Elde edilen verilerin doğruluğunu ve temsil edilebilirliğini teyit ederken görüşme yöntemine başvurulabilir (Büyüköztürk vd., 2020).

Görüşmeler sohbet tarzında görüşme, mülakat kılavuzu ve standartlaştırılmış açık uçlu görüşme olmak üzere üç türe ayrılmıştır. Bu araştırma kapsamında görüşme türü olarak mülakat kılavuzu (yarı yapılandırılmış) yaklaşımı benimsenmiştir ve “Görüşme Formu” hazırlanmıştır. Basamak değerinin her bir boyutu için sorulacak ana sorular belirlenmiştir. Öğrencilerden her soru için farklı bir çözüm yolu kullanarak, somut materyaller (onluk taban blokları, fasulye, çubuk, cetvel, abaküs) kullanarak, resim ya da şekil kullanarak soruyu çözmesi istenmiştir. Her bir öğrenci verisinin farklı olması nedeniyle öğrencinin vereceği cevaplara göre ek sorular sorulmuştur. Yarı yapılandırılmış görüşme, konuşmacıya alt konu ve başlıklar belirleme olanağı sunar. Konuşmanın bir konu ve alt konuya göre ana konudan uzaklaşmadan konuşma akışının özgür bir şekilde ilerleme imkânı sunar. Araştırmacı konuya sadık kalarak önceden hazırladığı soruları sorabileceği gibi ek olarak başka sorular sorma imkânına da sahiptir (Patton, 2018; Yıldırım ve Şimşek, 2016). Yarı yapılandırılmış görüşme, keşfedilmesi beklenen durumların ortaya çıkarılması için kullanılır. Soruların önceden belirlenmesi gerekmez. Farklı sorular kullanılarak konunun açılması ve yeni fikirlerin ortaya çıkması amaçlanır. Görüşme süreci boyunca verilerin en sağlıklı biçimde korunması için not alma, ses ya da video kaydı, mülakattan sonra konuşulanların not alınma gibi yöntemlere başvurulur (Merriam, 2018). Bu araştırmada kapsamında öğrencilerle gerçekleştirilen süreç videoya kaydedilmiştir.

Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenilirliği

Geçerlilik kavramı ölçülmek istenen özelliği diğer özelliklere karıştırılmadan ölçülüp ölçülmemesini ifade eder. Nitel araştırma için geçerlilik, bilgilerin doğruluğunu değerlendirmenin en iyi yolun katılımcı ve araştırmacı görüşlerine başvurmadır şeklinde ifade edilir. Geçerliliğin, iç ve dış geçerlilik olarak olmak üzere 2 türü mevcuttur. İç geçerlilik ya da nitel araştırmalarda inanılabilirlik bulguların gerçek dünya ile uygunluğunu yansıtır. Dış geçerlilik ya da nitel araştırmadaki adıyla benzer ortamlara aktarılabilirliktir. Güvenilirlik kavramı, tesadüfi hatadan yapılan ölçmelerin arınmış olması ve yapılan ölçmelerin benzer şartlarda benzer sonuçları vermesi olarak ifade edilebilir. Aynı zamanda nitel araştırmalarda ham verideki kodlamaların birden fazla kişi için tutarlı olması anlamına gelir. Güvenilirlik ise nitel araştırmaların tutarlılık ve teyit edilebilirliğidir (Büyüköztürk vd., 2020; Creswell, 2018; Merriam, 2018; Yıldırım ve Şimşek, 2016). Nitel kapsamda yürütülen bu çalışmanın iç geçerliliğini sağlamak amacıyla şu faktörler göz önünde bulundurulmuştur:

- Tüm süreç video ile eksiksiz kaydedilmiştir.
- Videoya kaydedilen öğrenci seslerinin ve açıklamaların anlaşılır olmasına dikkat edilmiştir.
- Özel yetenek tanımlı olmayan öğrenciler için bireysel olarak yapılan görüşmeler okulun toplantı salonunda gerçekleştirilmiştir. Bu gruptaki tüm öğrencilere aynı ortam sunulmuştur. Özel yetenek tanımlı olan öğrenciler için uygulama süreci BİLSEM'in dersliğinde gerçekleştirilmiştir. Araştırma ortamında araştırmacı ve katılımcı dışında kimse bulunmamıştır. Ortamda mevcut ısı ve ışığın uygunluğuna özen gösterilmiştir. Somut materyallerinde kullanılacak olması gerekçesiyle uygun büyüklükte çalışma masası seçilmiştir.
- Araştırmacı yanlılığını engellemek amacıyla tüm veri toplama süreci video kaydına alınmıştır. Veriler araştırmacı dışında 2 alan uzmanı ve 1 sınıf öğretmeni tarafından değerlendirilmiştir.

- Uygulama sürecinde hesaplama boyutuna ilişkin konular diğer 6 boyuta göre müfredatta daha sonra yer almaktadır. Araştırma sürecinde öğrencilerin tümünden basamak değerinin son boyutu olan hesaplama ile ilişkin veriler 6 boyutun verisi toplandıktan sonra elde edilmiştir.
- Süreç içinde katılımcı kaybını önlemek için veri toplama sürecinden önce öğrenciler ve aileleri detaylı şekilde bilgilendirilmiştir. Süreçte herhangi bir kayıp yaşanmamıştır.
- Sürece gönüllü katılım esas alınarak veli ve öğrencilere gönüllü katılım formu imzalatılmıştır.
- Sürece yönelik farklı anlamlar çıkması durumuna karşı ve açıklığa kavuşmayan noktaların tümü katılımcılar tarafından teyit edilmiştir.
- Öğrencilerin süreçte zihinsel modellerini eksiksiz ortaya koyabilmesi için yeterince katılım sağlamasına, düşünme süreci tamamlanana kadar yeterli zamanın ayrılmasına ve buna yönelik gerektiğinde sorular sorulmasına özen gösterilmiştir.
- Öğrencilerin zihinsel modellerini tam anlamıyla ortaya koyabilecek düzeyde etkin katılım sağlamasına özen gösterilmiştir. Her bir öğrenci için mevcut bilgilerini rahatça ifade edebilme durumuna yönelik gerekli bilgiler öğrenci velilerinde ve öğretmenden alınmıştır. Özel yetenek tanılı bir öğrencinin ifade edici dil noktasında çekinmeye bağlı olarak yetersiz kalacağı veli tarafından ifade edilmiştir. Bu durumu önlemek adına öğrenci ile veri toplama öncesinde iletişime geçilerek birlikte vakit geçirilmiş, deneme süreci gerçekleştirilmiş, daha sonra elde edilen veriler neticesinde böyle bir durum yaşanmadığından dolayı öğrenci ile uygulama gerçekleştirilmiştir. Ayrıca iki öğrencinin süreçte dikkati dağınık olduğu için uygulama yapılmamıştır. Daha sonra öğrencinin motivasyon ve dikkat durumu kontrol edilerek uygulama başka bir zamanda gerçekleştirilmiştir. Bunun haricinde sorular ve alınan

cevaplardan yola çıkarak tüm öğrencilerin sürece mevcut bilgileri dâhilinde etkin katılım gösterdikleri düşünülmektedir.

Araştırmanın aktarılabilişliğini sağlamak amacıyla sürece ilişkin detaylı, zengin betimlemeler yapılmıştır. Öğrenci diyaloglarına olduğu gibi yer verilmiştir. Bununla birlikte çalışma grubuna her düzeyden öğrenci dâhil edilerek maksimum çeşitlilik sağlanmaya çalışılmıştır (Creswell, 2018; Marriem, 2018; Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Araştırmanın tutarlılığını sağlamak amacıyla veriler araştırmacı tarafından 20 gün arayla yeniden incelenmiş, değerlendirilmiş ve karşılaştırılmıştır. Süreç video ile kayıt altına alınmıştır. 20 öğrenciye ilişkin veriler öncelikle kendi içinde kodlanmıştır. Daha sonra basamak değerinin her bir boyutu için aynı soru tüm öğrencilerde kodlanmıştır. Veriler hem yatay hem de dikey kodlanarak veriler arasında tutarlılık sağlanmaya çalışılmıştır.

Teyit edilebilirlik, elde edilen sonuçların ham veriler ile kıyaslanması şeklinde sağlanabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Video kaydındaki veriler transkript edilmiştir. Başlangıçta her seviyeden bir öğrenci olmak üzere toplam 4 öğrencinin verisi transkript edilerek çıkarılan zihinsel modeller araştırmacı dışında 2 sınıf eğitimi alanında matematik uzmanına, 1 ortaöğretim matematik alan uzmanına gönderilmiştir. Ham verilerden elde edilen zihinsel modeller uzmanlar tarafından değerlendirilmiştir. Uygun olmayan veriler düzenlenmiştir. Oluşturulan zihinsel modellerin uygunluk oranı 0,92 olarak hesaplanmıştır (Güvenirlilik= Görüş birliği/Görüş birliği + Görüş ayrılığı X100) (Miles ve Huberman, 1994, s.64).

Verilerin Toplanması ve Verilerin Analizi

Veri toplama sürecine başlamadan 25.07.2022 tarihli ve E-51944218-300-00002301663 sayılı Hacettepe Etik komisyonuna başvuru yapılarak etik kurul izni alınmıştır. Ankara ilinin Mamak ilçesinde belirlenen devlet okulunda ve BİLSEM’de uygulama yapmak için gerekli izinler Mili Eğitim Bakanlığı’ndan alınmıştır. Katılımcı grubunun 18 yaş altında olması nedeniyle katılım gösteren tüm öğrenci velilerinden gerekli izinler alınmıştır.

Veri toplama sürecinde “Doğal Sayılarda Basamak Kavramı Testi” (Paydar,2018), “Rutin Problem Çözme Başarı Testi” (Bayar, 2022) uygulanarak öğrencilerin başarı düzeyleri belirlenmiştir. Öğrenciler başarı düzeylerine göre sıralandıktan sonra özel yetenek tanılı olmayan her başarı düzeyinden (düşük, orta, yüksek) 5 öğrenci, özel yetenek tanılı 5 öğrenci seçilmiştir. “Doğal Sayılarda Basamak Değerini Kavrama Başarı Testi” öğrencilerin zihinsel modellerini belirlemek amacıyla kullanılmıştır. Yarı yapılandırılmış “Görüşme Formu” ile zihinsel modeller derinleştirilmiştir. Her öğrenci ile bireysel olarak veri toplama süreci gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerden soruları cevaplarken tüm çözüm süreçlerini sesli düşünmeleri istenmiştir. Veri toplama süreci her öğrenci için ortalama 2-3 saat sürmüştür. Öğrencilerin konuyu işleme durumlarına ve dikkat sürelerine göre veri toplanmıştır. Veri toplama sürecinde her öğrenci için bir görüşme bir ders saati (40 dk) kadar sürmüştür. Daha sonra 15 dk ara verilerek sürece devam edilmiştir. Tüm öğrenciler için süreç bu şekilde ilerlemiştir. Basamak değerinin 6 boyutuna (sayma, adlandırma, yeniden adlandırma, tahmin etme, temsil etme, karşılaştırma) ilişkin veriler önce toplanmıştır. Hesaplama boyutuna ilişkin kazanımlar daha geç öğrenildiği için hesaplama boyutuna ilişkin görüşme süreci en son gerçekleştirilmiştir. Özel yetenek tanılı olmayan öğrenciler ile süreç ilkokulun toplantı salonunda gerçekleştirilmiştir. Özel yetenek tanılı öğrenciler ile de BİLSEM’deki derslikte gerçekleştirilmiştir. Süreçte öğrencilerin materyal kullanacakları düşünülerek geniş masalar tercih edilmiştir. Ortamın ısı, ışık faktörleri öğrencilere göre uygun hâle getirilmiştir. Öğrencilerin zihinsel modellerini tam anlamıyla aktarabilmeleri amacıyla her öğrenciye yeterli düşünme süresi verilmiştir. Her öğrenci için soruların anlaşılma durumu, çalışmaya istekli olma durumları kontrol edilmiştir. Bazı öğrenciler bu süreçte odaklanma kaybetmişlerdir (2 öğrenci). Bu öğrenciler ile yine motivasyon, dikkat ve istekli olma durumları kontrol edilerek başka bir gün sürece devam edilmiştir. Sürecin doğal akışında gitmesi için öğrencilere sorunun doğru ya da yanlış çözüldüğüne yönelik ipucu verebilecek ifadeler kullanılmasından kaçınılmıştır. Tüm sürecin detaylı olarak betimlenesi adına sürekli olarak katılımcı teyidine, gerektiğinde düşünülen şeyin somut olarak ifade edilme yoluna başvurulmuştur (Örneğin çıkarma işleminde bozulan onluk miktarının modeller ile

gösterilmesi istenmiştir. Aksi takdirde öğrenci bozulan onlukları 10 şeklinde ifade etmekte ve kavram kargaşasına neden olmaktadır).

Pilot Uygulama

Bu araştırmada “Doğal Sayılarda Basamak Değerini Kavrama Başarı Testi”ndeki soruların uygunluğunu kontrol etmek ve araştırmacının yapacağı görüşme sürecinde aksaklıklar yaşanmaması amacıyla pilot uygulama yapılmıştır. Pilot uygulama aynı sınıfta eğitim gören ve asıl çalışmaya katılım göstermeyecek olan 2 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Öncelikle öğrencilere gerekli açıklamalar yapılarak araştırmacı gözetiminde soruları sesli düşünerek çözmesi istenmiştir. Öğrencilerden soruları ister çizim yaparak, isterlerse sayı sembolleri ile ya da somut materyaller kullanarak çözebilecekleri kadar farklı yollardan çözmeleri istenmiştir. Öğrencinin düşünme sürecine müdahale edilmeksizin, önceden belirlenmiş yarı yapılandırılmış görüşme formuna ek olarak araştırmayı daha açıklayıcı kılacak sorular sorulmuştur. Pilot uygulama sonucunda mevcut test maddelerine ve görüşme formuna ilişkin bir eksikliğe rastlanmamıştır.

Verilerin Analizi

Başarı gruplarına ve tanılarına göre öğrencilere kodlar verilmiştir. Özel yetenek tanılı olmayan öğrenciler yüksek, orta, düşük başarı düzeyi olmak üzere üç gruba ayrılmıştır. Yüksek başarı düzeyli öğrenciler için (YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5); orta başarı düzeyli öğrenciler için (OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, OBDÖ5); düşük başarı düzeyli öğrenciler için (DBDÖ1, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4, DBDÖ5) şeklinde öğrencilere kodlar verilmiştir. Özel yetenek tanılı olup, okul dışında Bilim ve Sanat Merkezlerinde eğitim alan öğrenciler için ise (ÖYTÖ1, ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5) şeklinde kodlama yapılmıştır.

Verilerin analizinde temel olarak mikro genetik yaklaşım kullanılmıştır. Özelde ise bir mikro genetik yaklaşım türü olarak sayılan Kare İzleme Metodu kullanılmıştır. Kare İzleme Metodunun aşamaları bir araştırmacı tarafından düzenlenmiş ve Kare İzleme Metodu adı

verilmiştir (Karadağ, 2009). Video kayıtları ile öğrencilerin tüm konuşma ve düşünme süreci basamak değerinin her bir boyutu için analiz edilmiştir. Araştırmada kullanılan analiz yöntemleri aşağıda açıklanmıştır.

Mikro Genetik Analiz

Yaşamdaki kısa anlarda, kısa zaman diliminde meydana gelen gelişim mikro gelişim, yaşamımızda meydana gelen gelişim ise makro gelişim olarak ifade edilir. Mikro gelişim, değişim süreçlerinin özellikle de küçük zaman ölçeklerinde belgelenebilen davranış değişikliklerini inceler. Bir diğer deyişle kısa zaman aralığında yetenek, bilgi ve anlayışta görülen değişimin süreci olarak düşünülebilir. Mikro gelişime dayalı yöntemler eğitimin iyileştirilmesinde, sürece yönelik değerlendirme sağlar. Yapılan sınavlardan, testlerden daha etkili olabilir. Mikro gelişim sisteminin incelenmesinde mikro genetik yaklaşım ve dinamik yaklaşım mevcut literatürde önerilen iki yöntemdir (Granott ve Parziale, 2002; Thelen ve Corbetta, 2002).

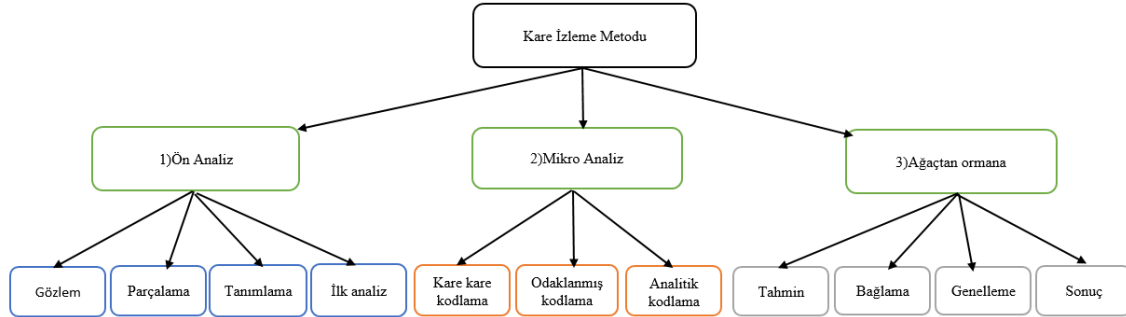
Granott ve Parziale (2002)'a göre mikro genetik analiz ile araştırmacılar, neredeyse sürekli gözlemler yaparak, gelişimsel geçişleri yakalayabilen ve gerçek değişim sürecine doğrudan ulaşmamızı sağlayabilen veriler elde eder. Siegler ve Crowley'e göre (1991) mikro genetik yöntem, değişim süreci boyunca bireysel gözleme imkân tanır. Değişim hızına göre yüksek gözlem yoğunluğunu içerir. Değişime yol açan süreçleri ortaya koymayı amaçlayan deneme analizleri içerir. Değişimin hem nicel hem de nitel yönünü aydınlatırken değişikliklerin meydana geldiği koşulları ortaya koyabilir. Siegler'e göre (2002) ise mikro genetik analizler pek çok amaca hizmet eder. Daha kesin olarak bilişsel değişim tanımı verebilir. Yapılan görev ve yaş gruplarını kıyaslayarak benzerlik ve farklılıkları ortaya koymak daha kolay olur. Özellikle eksik, yanlış öğrenmelerin ve öğretme sürecinin yönetimi için mikro genetik analiz önemlidir.

Kare İzleme Metodu

Bu başlık altında Kare İzleme Metodunun aşamalarına yönelik açıklamalara yer verilmiştir. Kare İzleme Metoduna ilişkin bilgiler Şekil 3'te sunulmuştur:

Şekil 3

Kare İzleme Metodu



Şekil 3 incelendiğinde, her bir öğrenci için video kayıtları Kare İzleme Metodu yöntemi dediğimiz 1) Ön Analiz, 2) Mikro Analiz ve 3) Ağaçtan Ormana aşamaları olmak üzere üç ana aşamada analiz edilmiştir. Ön analiz aşamasında diğer aşamalar için veri düzenlenmiştir. Ön analizin ilk aşaması olan “gözlem”de video verisi genel anlamda, genel bir bakış açısıyla gözden geçirilmiştir. “Parçalama” aşamasında videoların gereksiz, eksik ve anlamsız kısımları ayrılmıştır. İleriki aşamalar için veriler organize edilmiştir. “Tanımlama” aşamasında ana hatlarıyla her eylem tanımlanmaya çalışılmıştır. Kategorilere verilecek ana isimler birkaç alternatifini barındıracak şekilde isimlendirilmiştir (Örneğin yazarak ya da kâğıt kalem ile yapma; modelle ya da temsille yapma...vb) “İlk analiz” aşamasında ise açıklanan veriler için ön kategoriler oluşturulmuştur. Tekrarlanan eylemler tespit edilmiştir. Bu aşamada açıklama kısmında belirlenen kategoriler netleştirilmiştir. Örneğin modelle ya da temsille yapma kategorileri modelle yapma başlığı altında ifade edilmiştir (Yazarak, modelle, sözel, zihinden). Tekrar eden modeller aynı kategoriye alınmıştır (Karadağ, 2009).

Mikro gelişimsel analiz aşamasında saklı veriler ortaya çıkarılmıştır. Temel amaç verilerden olabildiğince detaylı bilgi elde etmektir. İlk aşama olan “Kare kare kodlama” aşamasında bir önceki aşamada parçalanmış veriler yorumlanmıştır. Öğrencinin her soruda

yaptığı, model kullanma, yazarak, sözel, şekil kullanarak yaptığı tüm çözümler ayrı birer parça olarak yorumlanmıştır. Ekranda ne yapıldığını açıklamaktan çok öğrencinin ne düşündüğü ve neden böyle düşündüğü açıklanmıştır. “Odaklanmış kodlama” aşamasında bir önceki aşamada yorumlanan veriler kategorilere ayrılmıştır. Öğrencilerin yaptığı her bir boyut için elde edilen zihinsel modellere yönelik kategori başlıkları verilmiştir (zihinden ileri sayma, modelle ileri sayma, işlem kullanma...vb). Son aşama olan “Analitik kodlama” aşamasında ise sonuca ulaşmak için veriler “ilk analiz” aşaması ile kıyaslanarak sadeleştirmelerin yapıldığı, yeni bağlantıların eklendiği, kopuk olan kısımların çıkarıldığı aşamadır (Karadağ, 2009). Bu çalışmada birden fazla kategoriyi içinde barındıran zihinsel modeller sadeleştirilmiş, tek bir koda indirgenmiştir. Asıl kodla ilgili olmayan fakat verinin devamı olan hatalı, açıklanamayan ve eksik olan kodlar çıkarılmıştır. Hatalı ve açıklanamayan zihinsel modeller başlığı altında yer almıştır.

Ağaçtan ormana aşamasında bilişsel süreçlerin birleşik bir anlayışa sahip olabilmeleri için tüm parçaların bir araya getirildiği aşama yani mikro analiz aşamasında elde edilen verilerin araştırma soruları ile ilişkilendirileceği aşamadır. İlk alt aşama olan “Tahmin” aşamasında önceki aşamada elde edilen verilerden varsayıma varmak için analiz yapılır. Bu kapsamda basamak değerinin her boyutu için elde edilen zihinsel modeller aynı doğrultuda birleştirilmiştir (örneğin sayma boyutu ve hesaplama boyutunda elde edilen paralel zihinsel modeller birlikte değerlendirilmiştir ve aynı doğrultuda olan içerikler yeniden düzenlenmiştir). Boyutlara ve düzeylere göre karşılaştırmalı ilerlenerek zihinsel modellere ve hatalı zihinsel modellere yönelik nedensel ve ilişkisel varsayımlarda bulunulmuştur. “Bağlama” aşamasında bir önceki aşamadan elde edilen tüm varsayım ve sonuçlar çalışmanın ana odağı ve sorularla ilişkilendirilir. Birinci alt problem kapsamında her bir boyuttaki zihinsel modellere ilişkin nedensel ve ilişkisel durumlar tartışılmıştır. İkinci alt problem kapsamında düzeyler arası kıyas yapılmıştır. (Örneğin yeniden adlandırma boyutunda düşük başarı düzeyli öğrenciler daha az başarılıdır). “Genelleme” aşamasında varsayımla elde edilen bu veriler birleştirilerek genelleme yapılabilir. Böylece araştırmacılar

birleşik bir anlayış aramaya yönelebilir. Bu çalışma için amaç öğrencilerin basamak değerinin boyutlarına yönelik zihinsel model süreçleri için birleşik bir anlayış oluşturmaktır. Her düzey için öğrencilerin basamak değerinin yedi boyutundaki veriler birleştirilerek tek bir model grafiği ile ifade edilmiştir. Dört düzeyin de (özel yetenek tanılı, yüksek, orta ve düşük) zihinsel modelleri sonucu ortaya çıkan ortak genel durum ve farklar ifade edilmiştir. (Örneğin özel yetenek tanılı öğrencilerin zihinsel modelleri daha fazla sayıdayken, hatalı zihinsel modelleri daha az sayıdadır). “Sonuç” aşamasında ise elde edilen veriler doğrulanıp değerlendirilmiştir. Araştırma soruları veri ve temalarla kıyaslanmıştır (Karadağ, 2009). Sonuç kısmındaki değerlendirmeler matematik alan uzmanı ile birlikte yapılmıştır. Verilerin analizine ilişkin süreç tabloda örnekle ifade edilmiştir.

Tablo 4

Kare İzleme Metodunun Uygulanmasına Yönelik Örnekler

Kare İzleme Metodu Ana Aşamalar	Kare İzleme Metodu Alt Aşamalar	Sürece İlişkin Örnekler
ÖN ANALİZ	Gözlem	Sürece ilişkin fikir edinmek amacıyla video verisi gözden geçirilmiştir.
	Parçalama	Öğrencilerin konuşmadan yalnızca düşündüğü anlar, soru ile alakasız olan kareler ayıklandı.
	Tanımlama	Kâğıt-kalem kullanma/yazarak, model/temsil kullanma gibi tanımlayıcı seçenekler belirlendi.
	İlk Analiz	Kodlar tek isme indirilmiştir. Örneğin yazarak. Tekrar eden tüm modeller aynı kategoriye alınmıştır.
MİKRO ANALİZ	Kare Kare Kodlama	Veriler yorumlanmıştır. Model, yazarak, zihinden, işlem bilgisi vb parçalar ayrı bir bütün olarak değerlendirilmiştir.
	Odaklanmış Kodlama	Örneğin modelleme, modelle ileri sayma şeklini almıştır.
	Analitik Kodlama	Örneğin birden fazla alana dâhil olan verilerin sadeleştirilmesi yapılmış. Verilerin devamı olan hatalı zihinsel modeller farklı başlık altında değerlendirilmiştir.
AĞAÇTAN ORMANA	Tahmin	Örneğin sayma boyutu ve hesaplama boyutunda elde edilen paralel zihinsel modeller birlikte değerlendirilmiştir ve aynı doğrultuda olan içerikler yeniden düzenlenmiş ve ortak varsayımlar oluşturulmuştur.

Bağlama	Elde edilen varsayımlar alt problemler ile ilişkilendirilmiştir. Örneğin yeniden adlandırma boyutunda düşük başarı düzeyli öğrenciler daha az başarılıdır.
Genelleme	Her bir boyut düzeylere göre birleştirilmiştir. Örneğin özel yetenek tanımlı öğrencilerin zihinsel modelleri daha fazla sayıda iken, hatalı zihinsel modelleri daha az sayıdadır.
Sonuç	Veri örnekleri ile zihinsel modellerin birbiri ile uygun olup olmadığı alan uzmanı ile birlikte değerlendirilmiştir. Öğrenci cevabı, mevcut kategori ile uyumlu mu?

Tablo 4 incelendiğinde kare izleme metodunun uygulanmasına yönelik örnekler verilmiştir. Kare izleme metodunun ilk aşaması olan ön analiz aşamasının gözlem, parçalama, tanımlama, ilk analiz aşamalarına ilişkin örnekler verilmiştir. Daha sonra ikinci aşama olan mikro analiz aşamasının alt aşamaları olan kare kare kodlama, odaklanmış kodlama ve analitik kodlamaya ilişkin analiz örnekleri verilmiştir. En son aşama olan ağaçtan ormana aşamasının alt aşamaları olan tahmin, bağlama, genelleme ve sonuç alt aşamalarına ilişkin örneklere yer verilmiştir.

Veriler analiz edilirken veriler ve verilerin kategorileştirilmesi sonucu oluşturulan zihinsel modeller Miles ve Huberman'ın uyum formülü ($\text{Güvenirlik} = \frac{\text{Görüş birliği}}{\text{Görüş birliği} + \text{Görüş ayrılığı}} \times 100$) kullanılarak karşılaştırma yapılmıştır (Miles ve Huberman, 1994, s.64). Karşılaştırma için veriler 2 sınıf eğitimi matematik alan uzmanı ve 1 ortaöğretim matematik alan uzmanına başvurulmuştur. Kodlayıcılar arasındaki uyum oranı 0,92 olarak elde edilmiştir. Üzerinde görüş ayrılığı olan maddeler tekrar ele alınarak kodlayıcılar arası uyum sağlanmaya çalışılmıştır.

Bölüm 4

Bulgular ve Yorum

Bu bölümde araştırmanın alt problemleri kapsamında, öğrencilerin basamak değerinin boyutlarına yönelik zihinsel modelleri ortaya konulmaya çalışılmıştır. Her boyuta yönelik zihinsel modeller ayrı ayrı verilmiştir. Bu kapsamda öncelikle araştırmanın birinci alt problemi kapsamında öğrencilerin sayma, tahmin etme temsil etme, adlandırma, yeniden adlandırma, karşılaştırma ve hesaplama boyutlarına yönelik zihinsel modellerine ait bulgular ortaya konulmuştur. İkinci alt problem kapsamında özel yetenek tanılı olan ve olmayan (yüksek, orta, düşük) öğrencilerin zihinsel modelleri karşılaştırılmıştır.

1. Özel Yetenek Tanılı Olan ve Olmayan Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Basamak Değerinin “Sayma” Boyutuna Yönelik Zihinsel Modelleri

Bu başlık altında araştırmanın “Özel yetenek tanılı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin sayma boyutuna yönelik zihinsel modelleri nelerdir?” alt problemine yönelik bulgular sunulmuştur. Sayma boyutuna yönelik bulguları ortaya koymak amacıyla öğrencilere “1800’den başlanarak yüzer yüzer ileri sayılıyor. 2700 söylenen kaçınıcı sayıdır? (1800 sayısı sayılmayacaktır.) Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.” sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin sayma boyutuna ilişkin zihinsel modelleri Tablo 5’te ifade edilmiştir.

Tablo 5

Sayma Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller

Sayma Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller	Özel yetenek tanılı öğrenciler	Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler	Orta başarı düzeyindeki öğrenciler	Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler	N
Yazarak ve Sözel İleri Sayma	ÖYTÖ3 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ3 YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ4 OBDÖ5	DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ4 DBDÖ5	16
Modelleme Yoluyla İleri Sayma	ÖYTÖ2 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4	YBDÖ2 YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ5	DBDÖ3 DBDÖ5	11

Yazarak ve Sözel Geriye Sayma	ÖYTÖ5 ÖYTÖ1 ÖYTÖ2 ÖYTÖ3 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ3 YBDÖ5	OBDÖ1	DBDÖ5	9
İşlem Bilgisi	ÖYTÖ2 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ4 YBDÖ5			7
Modelleme Yoluyla Geriye Sayma		YBDÖ1 YBDÖ5		DBDÖ5	3
Zihinden İşlem Yapma	ÖYTÖ3		OBDÖ3	DBDÖ5	3
Modelleme Yoluyla İleri ve Geri Sayma		YBDÖ5	OBDÖ1		2

Tablo 5 incelendiğinde ilkokul dördüncü sınıfa devam eden özel yetenek tanılı, özel yetenek tanılı olmayan (yüksek, orta, düşük) öğrencilerin sayma boyutuna ilişkin zihinsel modelleri görülmektedir. Öğrencilerde en çok “Yazarak ve sözel ileri sayma” (N=16) zihinsel modeli mevcuttur. Yüksek başarı düzeyinde 5, diğer 3 başarı düzeyinin (özel yetenek tanılı, orta başarılı, düşük başarılı) her birinde 4 öğrencide bu zihinsel model mevcuttur. İkinci olarak en fazla mevcut olan zihinsel model “Modelleme Yoluyla İleri Sayma” (N=11) olmuştur. Özel yetenek tanılı 4, yüksek başarı düzeyli 3, orta başarı düzeyli 2, düşük başarı düzeyli 2 öğrencide mevcuttur. Üçüncü olarak en fazla mevcut olan zihinsel model “Yazarak ve Sözel Geriye Sayma” (N=9) olmuştur. Özel yetenek tanılı 4, yüksek başarı düzeyli 3, orta başarı düzeyli 1, düşük başarı düzeyli 1 öğrencide mevcuttur. Daha sonra öğrencilerde sırasıyla “İşlem Bilgisi” (N=8); “Modelleme Yoluyla Geriye Sayma” (N=3); “Zihinden İşlem Yapma” (N=3); “Modelleme Yoluyla İleri ve Geri Sayma” (N=2) zihinsel modelleri mevcuttur.

Yazarak ve Sözel İleri Sayma

Sayma boyutuna ilişkin bu soruda öğrenciler 1800 sayısından 2700 sayısına kadar yüzer yüzer sözel sayma ve çözümlerini kâğıda yazma işlemlerini gerçekleştirmişlerdir. Bu zihinsel modele ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, OBDÖ5, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler başvurmuşlardır. Özel yetenek tanılı öğrencilerin konuya ilişkin diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ3: İleri doğru sayarım. 1900, 2000,...,2700. (Hem sözel hem yazarak).

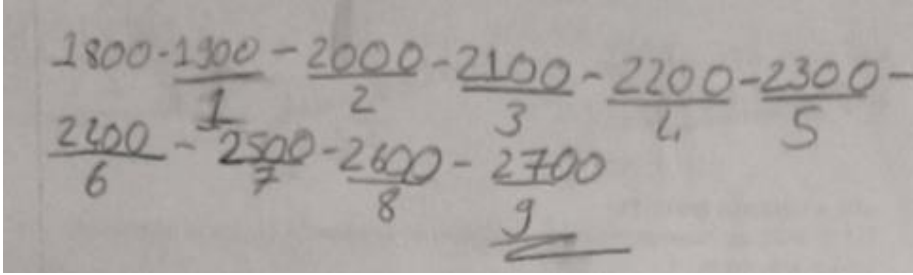
9.sayıymış.

ÖYTÖ4: İleri sayıyorum. 1900, 2000,..., 2700. 9.

ÖYTÖ4 kodlu öğrencinin çözümü şekil 4'te ifade edilmiştir:

Şekil 4

ÖYTÖ4 Kodlu Öğrencinin Yazarak Yaptığı Çözüm



ÖYTÖ5: Yüzer yüzer sayarım. 1900, 2000,..., 2700. 9.sayıymış.

Yüksek başarı düzeyine ilişkin öğrencilere ait diyaloglar şu şekildedir:

YBDÖ1: 1900, 2000, ..., 2700. 9 tane yüzlük blok kullandım.

YBDÖ2: Bir de bunu blok kullanmadan yalnızca yüzer yüzer 2700'e kadar sayarakta bulurum aslında (sözel). 1900, 2000, ..., 2700. Aynısını kağıda da yazarım. 9 buldum.

YBDÖ3: 1800 sayılmayacak. 1900, 2000, 2100,..., 2700. 1900'den saymaya başladım 9.sayıymış.

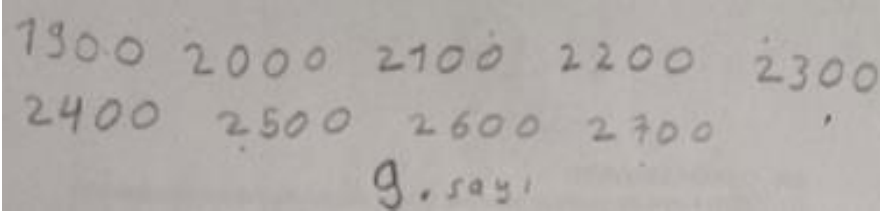
YBDÖ4: 1800'den sonra 1900, 2000 geliyor. 2700, 9.sayı oluyor.

YBDÖ5: 1900, 2000, 2100, ..., 2700. 9.sayı buldum.

YBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü şekil 5'te ifade edilmiştir:

Şekil 5

YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Yazmaya İlişkin Çözümü



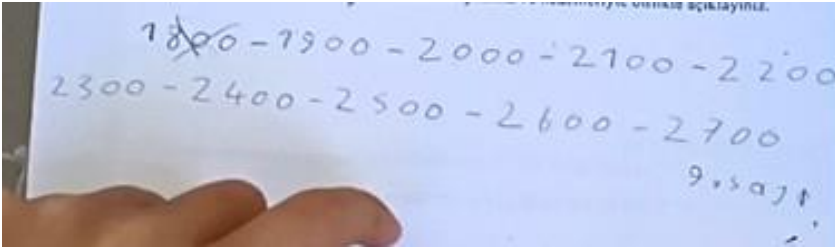
Orta başarı düzeyine ilişkin öğrencilere ait diyaloglar şu şekildedir:

OBDÖ2: 1800'den başlayarak 2700'e kadar giderim. 1800'ü saymadım. 9.sayı oluyor. Bunu hem zekâdan (zihinden) sayabilirim hem de kâğıda yazabilirim.

OBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü şekil 6'da ifade edilmiştir:

Şekil 6

OBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Yazmaya İlişkin Çözümü



OBDÖ3: 1900, 2000, ..., 2700. Bunları sayarak bu cevabı buluruz. 9.sayı.

OBDÖ4: 1800'den 2700'e sayarım. 1900, 2000, ..., 2700. 9.sayı.

OBDÖ5: Bir bin sekiz yüzü saymadan bir bin dokuz yüz diye saydım 2700'e kadar. 9 buldum 9.sayıymış.

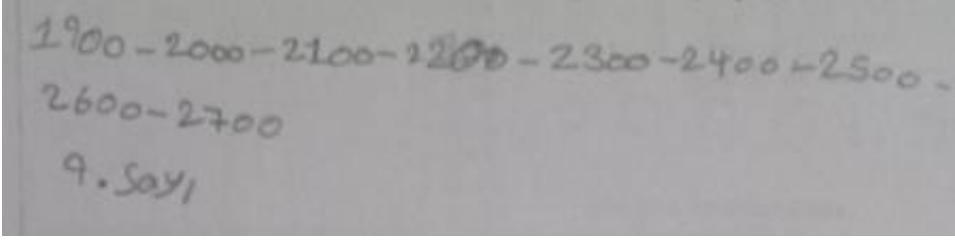
DBDÖ2: 1900, 2000, ..., 2700. 9 oluyor.

DBDÖ4: 1900, 2000, ..., 2700. 9.sayı.

ÖBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü şekil 7'de ifade edilmiştir:

Şekil 7

OBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Yazmaya İlişkin Çözümü



DBDÖ5: 1900, 2000, 2100, ..., 2700 diye bulabilirim.9.sayı.

DBDÖ3: Aslında bir yol daha var. Sayıyorum. 1900, 2000, 2100,..., 2700. Böyle de bulabilirim. (Öğrenci hem yüzer yüzer ileri sayar, hem de saydığı sayıları kağıda yazar).

Böyle oldu.

A: Cevap nedir?

DBDÖ3: Cevap 900.

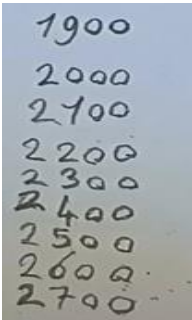
A: 2700 kaçınıcı sayıymış peki?

DBDÖ3: 9.

DBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü şekil 8'de ifade edilmiştir:

Şekil 8

DBDÖ3 Kodlu Öğrencinin Yazmaya İlişkin Çözümü



Modelleme Yoluyla İleri Sayma

ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ2, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ5, DBDÖ5 kodlu öğrenciler modeller (onluk taban bloğu) kullanarak ileri doğru saymışlardır. ÖYTÖ4 kodlu öğrenci ise bloklarla ileri sayarken gruplama yaparak yüzlük blokları, binlik bloğa dönüştürmüştür. 2 binlik bloktan 2 adet, 7'de yüzlük blok kullanacağını ifade etmiştir.

ÖYTÖ2, ÖYTÖ4, YBDÖ5 ve DBDÖ5 kodlu öğrenciler modeller ile yaptıkları çözümün ayrıca çizimini de yapmıştır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

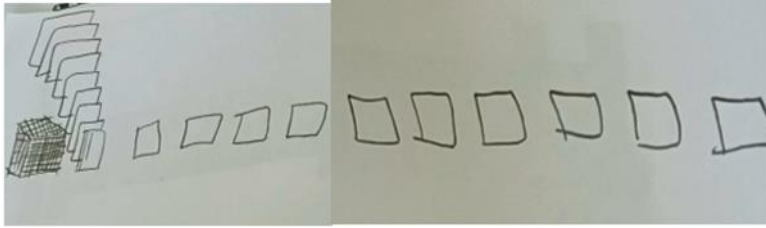
ÖYTÖ2: *Bloklarla 1800'ü oluşturdum. (1 binlik ve 8 yüzlük blok koyar). Yüzlük blok koyarak devam ediyorum. 1900, 2000, ...2700. Şimdi 1800'ün yerini buldum, ayırdım. 9. sayı olması gerekiyor.*

ÖYTÖ2: *Blokların çizimini yapabilirim. Yine yüzer yüzer ileri saymış olurum.*

ÖYTÖ2 kodlu öğrencinin çözümü şekil 9'da ifade edilmiştir:

Şekil 9

ÖYTÖ2 Kodlu Öğrencinin İleri Saymaya Yönelik Çözümü



ÖYTÖ3: *Bloklarla 1 binlik 8 yüzlüğü koyarım. Yüzlük blok koyuyorum üst üste. 1900, 2000, ..., 2700. 9 tane yüzlük blok kullandım.*

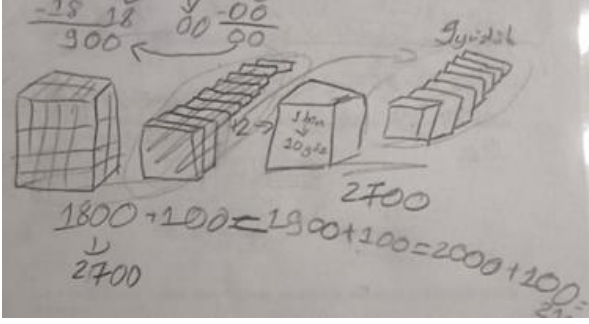
ÖYTÖ4: *Şimdi 1 binlik, 8 yüzlük ile 1800 yaptım. 2700'ü istiyorum. 2700'e kadar yüzer yüzer artacak. 1900, 2000. 2 binlik koyuyorum 2000 olduğu için. 2100, ..., 2700. 1 adet binlik blok var ya. 800'dü 1000 olması için 2 yüzlük gerekli. 7'de yanında var. 9 oldu.*

ÖYTÖ4 kodlu öğrenci modellerle yaptığı çözümün aynısını şekil çizerek yapmıştır.

ÖYTÖ4 kodlu öğrencinin çözümü şekil 10'da ifade edilmiştir:

Şekil 10

ÖYTÖ4 Kodlu Öğrencinin Model İle İleri Saymaya Yönelik Çözümü



ÖYTÖ4: Blokların aynısını çizebilirim de. Binlik ve 8 yüzlük çizdim. 2700'e kadar çık diyor. 2 yüzlük daha olunca yüzlükler gidiyor. 2 binlik oluyor. 2000'e de 7 yüzlük eklemek gerekiyor. Binlikten de 2 tane gelecek. 9 yüzlük.

ÖYTÖ5: 1 binlik ve 8 yüzlük kullandım. Yüzlükleri koyuyorum 1900, 2000,..., 2700. 9 yüzlük blok.

YBDÖ2: Öğretmenim ben bunu bloklar ile saymak istiyorum. 1800'den başlayarak yüzlük blok koymak istiyorum.(1 binlik ve 8 yüzlük blok ile 1800 sayısını oluşturur). 1900, 2000, ..., 2700. Buradaki kullandığım bloklar kadar cevap. 9 blok kullanmışım cevap 9.

YBDÖ4: 1 binlik ve 8 binlik blok koydum. 1800 oldu. 1 yüzlük blok koydum 1900, 1 yüzlük daha 2000, 2100, 2200, 2300, 2400, 2500, 2600, 2700. Sayarım. 9 blok kullandım. 9.sayı yani.

YBDÖ5: Yüzer yüzer sayarım bloklarla. 1900, 2000, ..., 2700 (9 adet yüzlük blok kullanır). Blokları sayıyorum 100, 200, 300, ..., 900.

A: Cevap 900 mü?

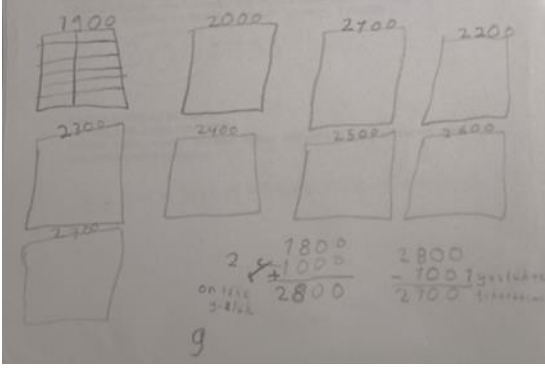
YBDÖ5: 1900 ile 900 toplanınca 2800 ediyor. 900, yüzlüklerin toplamı. Yüzer yüzer sayarak 9 buluyoruz. Yüzer yüzer saydıklarımızın toplamı 900.

YBDÖ5: Blokların aynısını çizebilirim. (9 adet yüzlük blok çizer).

YBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü şekil 11'de ifade edilmiştir:

Şekil 11

YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Model Kullanarak İleri Sayma Çözümü



OBDÖ1: 1900, 2000 diye 2700'e kadar bloklar ile de sayabilirsin. Şimdi ben 9 buldum.

OBDÖ5: Bloklarla da 1900, 2000, ..., 2700. 9 yüzlük kullandım. (1900'den başlayarak 9 blok kullanır).

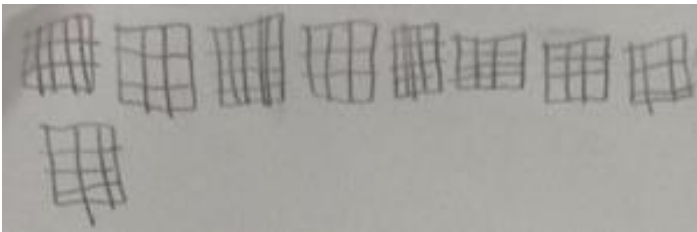
DBDÖ3: Bloklarla çözersem (eline birlik blok alır). 1900, 2000, ..., 2700. 9 tane blok kullandım.

DBDÖ5: Bloklarla 1 binlik ve 8 yüzlük koydum. 2700'e kadar eklerim. 1900, 2000, 2100, ..., 2700. 9 sayı oldu. 9 yüzlük kullandım.

DBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü şekil 12'de ifade edilmiştir:

Şekil 12

DBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Model İle İleri Saymaya Yönelik Çözümü



Yazarak ve Sözel Geriye Sayma

YBDÖ1, YBDÖ3, YBDÖ5, OBDÖ1, DBDÖ5, ÖYTÖ1, ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ5 kodlu öğrenciler 2700 sayısından başlayarak 1800 sayısına kadar geriye doğru saymışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

YBDÖ1: Şimdi 2700, 2600, ..., 1800. 9.sayı olduğunu buldum yine.

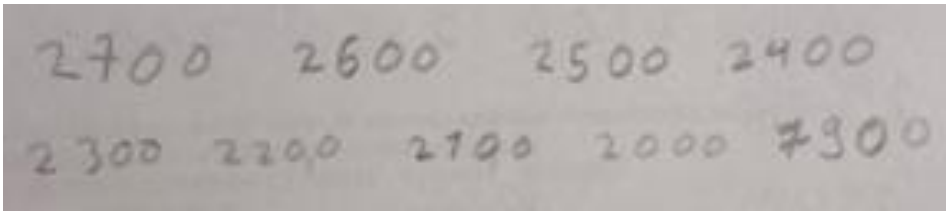
YBDÖ3: 2700'den geriye doğru da sayabilirim. 2700, 2600, 2500, ..., 1900 bu şekilde de bulabilirim. 9 oluyor.

YBDÖ5: 2700'den 1900'e geri de sayarız. 2700, 2600, ..., 1900. Yine 9.sayı.

YBDÖ54 kodlu öğrencinin çözümü şekil 13'te ifade edilmiştir:

Şekil 13

YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Geriye Sayma Çözümü



OBDÖ1: 2700, 2600, 2500, ..., 1900. 9.oldu.

ÖYTÖ2: 2700'den geriye yüzer yüzer sayarım. 2700, 2600, 2500, ..., 1800 (Hem sözel hem de yazarak saymıştır). Yine 9.sayı

DBDÖ5: 2700'den 100, 100 geri gelirim. 2700, 2600, ..., 1900. 9.sayı.

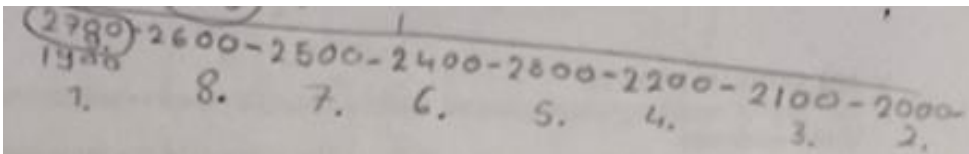
ÖYTÖ1: 2700'den geri sayarsak 2700, 2600, ..., 1900. 9 buldum cevabı.

ÖYTÖ3: Geriye sayarım. 2700, 2600, ..., 1900. 9.sayıymış yine.

ÖYTÖ3 kodlu öğrencinin çözümü şekil 14'te ifade edilmiştir:

Şekil 14

ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin Geriye Sayma Çözümü



ÖYTÖ5: 2700'den geri sayabilirim. 2700, 2600, ..., 1900. 9 buldum.

İşlem Bilgisi

ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, YBDÖ1 kodlu öğrenciler sayma boyutuna ilişkin sorunun çözümünde işlem bilgisine başvurmuşlardır. YBDÖ2, YBDÖ4 kodlu öğrenciler başlangıç sayısına 100 ekleyerek işlem yoluna başvurarak çözümü bulmuştur. YBDÖ5 kodlu öğrenci ise ekleme ve çıkarmaya başvurmuştur. Öğrencilerin konuya ilişkin diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ2: 2700'den 1800'ü çıkarırım. 900 burada sayı. Ama 9.adım olmalı. 900'ü 100'e bölmeliyim. Yüzer yüzer sayılmış demiş.

ÖYTÖ2 kodlu öğrencinin çözümü şekil 15'te ifade edilmiştir:

Şekil 15

ÖYTÖ2 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü

$$\begin{array}{r} 2700 \\ - 1800 \\ \hline 0900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 900 \overline{) 900} \\ \underline{900} \\ 000 \end{array}$$

ÖYTÖ3 kodlu öğrenciye ilişkin diyalog şu şekildedir:

ÖYTÖ3: $2700 - 1800 = 900$

A: 900 nedir?

ÖYTÖ3: 900 ilerlemiş. 900, yüzlük. 900 birlik. 900 tane fark var arada. Yüzer yüzer ilerlediği için $900/100=9$.

ÖYTÖ3 kodlu öğrencinin çözümü şekil 16'da ifade edilmiştir:

Şekil 16

ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü

Handwritten work showing a subtraction problem: $2700 - 1800 = 900$. Below it, a division problem: $900 \div 100 = 9$.

ÖYTÖ4 kodlu öğrenciye ilişkin diyalog şu şekildedir:

ÖYTÖ4: Çıkarmayla da çözerim. $2700 - 1800 = 900$ şimdi bura. Yüzer yüzer arttığı için 100'de 2 sıfır var. Burada da (900) 2 sıfır var. Bu iki sıfırı çıkartırsam 9 kalıyor.

A: Bu 2 sıfırı neden çıkardın?

ÖYTÖ4: Zaten yüzerli sayarken birler ve onlar basamağı hiç artmıyor.

A: 900'den 9'a nasıl geçtin?

ÖYTÖ4: 100'de çift sıfır var. 900'de de çift sıfır var. Silince 9 oluyor. 1800, 1900 diye giderken her seferinde yüzer arttığı için. 900'deki sıfır silinince 9. 900, 2700 ile 1800 arasındaki fark. Yüzer yüzer gidince 9 oluyor fark.

ÖYTÖ4 kodlu öğrencinin çözümü şekil 17'de ifade edilmiştir:

Şekil 17

ÖYTÖ4 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü

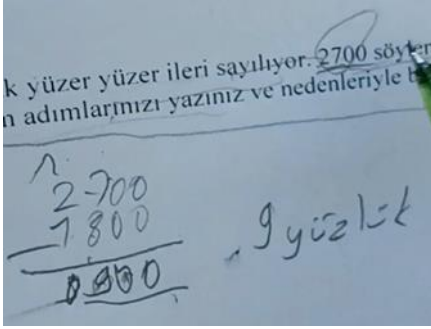
Handwritten work showing a subtraction problem: $2700 - 1800 = 900$. To the right, a multiplication problem: $100 \times 9 = 900$.

YBDÖ1: $2700 - 1800 = 900$ buldum. Cevap 9.

YBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü şekil 18'de ifade edilmiştir:

Şekil 18

YBDÖ1 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü



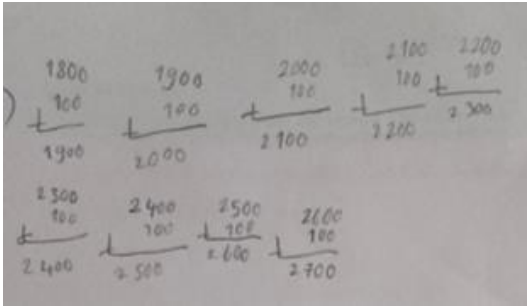
YBDÖ2, YBDÖ4 kodlu öğrenciler ekleme yoluyla işleme başvurmuşlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

YBDÖ2: *Aslında ben bunu yüzer yüzer toplama ile de yapabilirim. Bulduğum sayıya sürekli 100 eklerim. Kaç tane 100 eklediysen onu sayarım.*

YBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü şekil 19'da ifade edilmiştir:

Şekil 19

YBDÖ2 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü

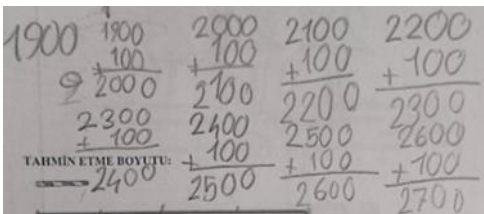


YBDÖ4: *1800+100=1900 diye yüzer yüzer 2700'e kadar ekleyerek de bulabilirim.*

YBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü şekil 20'de ifade edilmiştir:

Şekil 20

YBDÖ4 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü



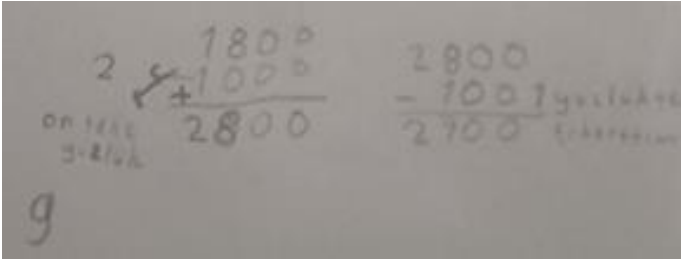
YBDÖ5 kodlu öğrenci ise hem toplama hem de çıkarma işlemi kullanmıştır. Konya ilişkin öğrenci diyalogu şu şekildedir:

YBDÖ5: *Burada 1000, 10 tane yüzlük demek. 10 yüzlük ekledim. 1 yüzlük çıkardım. 9 yüzlük.*

YBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü şekil 21’de ifade edilmiştir:

Şekil 21

YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine İlişkin Çözümü



Modelleme Yoluyla Geriye Sayma

YBDÖ1, YBDÖ5, DBDÖ5 kodlu öğrenciler geriye sayarken onluk taban bloğu kullanmıştır. Konuya ilişkin diyaloglar şu şekildedir:

YBDÖ1: *2 binlik ve 7 yüzlük blok kullandım 2700 etti. 2700-2600-2500-2400-2300-2200-2100-2000 kaldı burada. Tam binlik yapmayacağız. 1800 olması için binlik bloklardan birini atıp 2 adet yüzlük blok koyacağız.*

A: *Binlik blok yerinde neden 2 yüzlük blok koydun?*

YBDÖ1: *Kafam karıştı. Yeniden yapayım. Şimdi 2 binlik ve 7 yüzlük blok 2700 etti. 2700-2600-2500-2400-2300-2200-2100-2000. 1800’ü elde etmem gerek. Binlik bloklardan birini ve 7 yüzlük bloğu alırsam 1700 eder. Bir yüzlük daha olmalı. Bunun için de diğer binlik bloğun bir yüzlüğünü almalıyım ve 900 kalmalı.*

A: *Nasıl 900 kaldı?*

YBDÖ1: Binlik bloktan bir tanesini alınca 900 kalıyor. Bir yerde yanlış yapıyorum gibi hissediyorum. Sanırım 1 binlik blok yerine 10 yüzlük koyacağım. 1 blok alırsam 1900 bir tane daha alırsam 1800 oluyor. 900'ü buldum. 9 tane yüzlük.

YBDÖ5: Bloklarla 2 binlik ve 8 yüzlük ile 2800 yaptım. 2800'den 100 çıkaracağım. 2700 kaldı.

A: Kaçınıcı sayı peki?

YBDÖ5: İıım. 1800 çıkartayım. (2 binlik ve 8 yüzlük bloğu kenara koyup erine 9 yüzlük koyar).

A: Nasıl buldun?

YBDÖ5: 2700'den 1800 çıkarttım. Binlik bloktan bir yüz çıkarınca 900 ediyor. Ama 1000'i parçalayamayacağımıza göre 1000'in yerine başka bloklar koyuyoruz.

YBDÖ5: Yeniden 2700 yapacağım. 1 binlik ve 17 yüzlük kullanırım. 1800 çıkarsa burada işte 9 yüzlük kalır.

DBDÖ5: 2 binlik ve 7 yüzlük ile burası 2700. Geriye gidiyorum. 2600, 2500, 2400, ..., 1900. 9 yüzlük blok çıkardığım için cevap 9.

Zihinden İşlem Yapma

ÖYTÖ3 ve OBDÖ3 kodlu öğrenciler bloklarla işlem yaparak sonuca ulaştığını ifade etmiştir. Öğrenciler aslında yalnızca 1800 ve 2700 sayılarını bloklarla oluşturup daha önce yazarak yaptığı işlemleri zihinden yapmıştır. Yazarak işlem yaptıkları gibi bloklar ile işlem yapmaya sağdan başlamışlar ve onluk bozmuşlardır. İşlemi de zihinden yapmışlardır (Öğrenciler onluk bloklarını aslında kullanmamışlardır. Onluk taban bloklarının kullanımına ilişkin eksik bilgilere, "Modellemeye Dayalı Açıklanamayan Bilgiler" başlığı altında yer verilmiştir). DBDÖ5 kodlu öğrenci ise zihinden hem artırma hem de eksiltmeye yönelik işlem yaparak sonuca ulaşmıştır. Konuya ilişkin diyaloglar şu şekildedir:

ÖYTÖ3: 2700'den 1800'ü çıkarırsam 9 yüzlük kalır (öğrenci yalnızca bloklarla 2700 ve 1800 sayılarını oluşturur. Herhangi bir işlem yapmaz).

A: Hiçbir işlem yapmadın ama bloklarla.

ÖYTÖ3: 700 var. Burada da 800 var. Yüzlüklerin yan tarafında da 0 var zaten (blokların en sağının 7 olacağını söyler). 00'den 800'ü çıkartmak için buradan (binliklerden) binlik verdi. 17 oldu burası. 17'den 8 çıkarsa 9 kalır. 1 binlikten, 1 binlik çıkarsa 0 kalır. 900'ü bloklarla 100'e bölmem gerekiyor. 9 yüzlük ve 1 yüzlük koyarsam 9 olur sonuç. Yani bu da 9.sayı olduğunu gösteriyor.

OBDÖ3: Bloklarla önce 2700 yaparım (2 binlik ve 7 yüzlük kullanır). Şimdi de 1800 yapacağım (1 binlik ve 8 yüzlük kullanır). Şimdi bloklarla bu sayıları çıkarmayı deneyeceğim. Önce 0'la 0 çıkar. Sonra 17'den 9 çıkar. Orda da sonuç 900 olur.

A: 900 nedir?

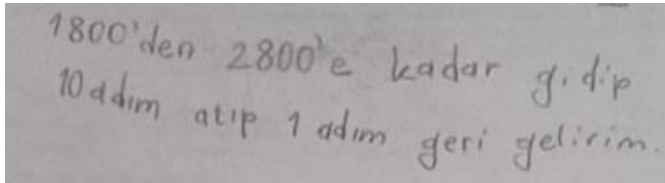
OBDÖ3: 1800 ile 2700'ü çıkardığım sayı. Diğerini düşünerek cevap 9 ama.

DBDÖ5: 1800'e 10 adım giderim. 1 adım geri gelirim. 9 bulurum. (öğrenci her bir yüzlüğü 1 adım olarak ifade etmiştir).

DBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü şekil 22'de ifade edilmiştir:

Şekil 22

DBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Çözümüne İlişkin İfadesi



1800'den 2800'e kadar gidip
10 adım atıp 1 adım geri gelirim.

DBDÖ5 kodlu öğrenci 2000 sayısını referans noktası olarak belirlemiştir. 2000'den önce 2, 2000'den sonra 7 adım geleceğini ifade etmiştir. Konuya ilişkin diyalog şu şekildedir:

DBDÖ5: 1900, 2000, 2. adım olur. 2700'e kadar 7 adım var. 9 adım gitmiş oldum.

Modelleme Yoluyla İleri ve Geri Sayma

OBDÖ1 ve YBDÖ5 kodlu öğrenciler modeller (onluk taban blokları) ile soruyu çözmüşlerdir. Konuya ilişkin diyaloglar şu şekildedir:

OBDÖ1: 1800'e 1000 ekleyince 2800 ediyor ya. 2800'den 100 çıkaralım 2700 bulabiliriz. 900 ediyor.

A: Kaç yüzlük kullanmış oldun?

OBDÖ1: 1 mi? 3 mü? Bloklar ile deneyim.1800 yaptım. 1000 daha koydum 2800 oldu. 1 yüzlük aldım. 2700 oldu.

A: Kaçınıcı sayı oldu?

OBDÖ1: (Blokları kullanarak) 1000, 10 tane yüzlük eder. 1 yüzlük çıkardım. 9 yüzlükmüş.

OBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü şekil 23'te ifade edilmiştir:

Şekil 23

OBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Modelleme Yoluyla İleri ve Geri Sayma Çözümü



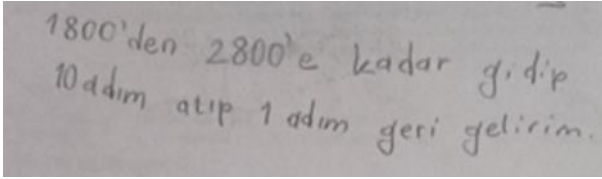
YBDÖ5 kodlu öğrenci modeller ile çözüme ulaşmıştır. Yüzlük birimi bir birim olarak ifade etmemiştir. 900 sayısını 100'e böldüğünü düşünerek 9 birlik blok ile ifade etmiştir.

YBDÖ5: 1 binlik ve 8 yüzlük ile 1800 yaptım. Buna 10 tane yüzlük koydum. 2800 oldu. 1800 çıkartacağım. 900 buldum. Bu 900'ü de 100'e böleceğim. Birlik blok var mı?(...)Bölünce 9 kalıyor. 9.sayı olduğunu buradan buluyoruz (birlik blok kullanır).

YBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü şekil 24'te ifade edilmiştir:

Şekil 24

YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Modeller ile İleri ve Geri Sayma Çözümü



Sayma Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller

Sayma boyutuna ilişkin öğrencilerin yanlış ve eksik zihinsel modelleri mevcuttur. Öğrencilerin sayma boyutuna ilişkin eksik ve yanlış modelleri tablo 6'da ifade edilmiştir.

Tablo 6

Sayma Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller

Sayma Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller	Özel yetenek tanılı öğrenciler	Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler	Orta başarı düzeyindeki öğrenciler	Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler	N
Modellemeye (Onluk Taban Blokları) Yönelik Hatalı Modeller	ÖYTÖ5	YBDÖ3 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ4	DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ4	9
İşlem Bilgisine Yönelik Eksik Modeller	ÖYTÖ1	YBDÖ5	OBDÖ3		3
Modellemeye Yönelik Açıklanamayan Modeller	ÖYTÖ1				1
İşlem Bilgisine Yönelik Hatalı Modeller				DBDÖ1	1
Standart Olmayan Birimlere Yönelik Eksik Modeller.				DBDÖ2	1

Tablo 6'da öğrencilerin sayma boyutuna ilişkin hatalı ve açıklanamayan modellerine yer verilmiştir. Öğrencilerde en çok "Modellemeye Dayalı Hatalı Zihinsel Modeller" (N=9) mevcuttur. Özel yetenek tanılı 1, yüksek başarı düzeyinde 1, orta başarı düzeyinde 3, düşük başarı düzeyinde 3 öğrencinin bu konuda hatalı zihinsel modelleri mevcuttur. Özel yetenek tanılı, yüksek ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerde "İşlem Bilgisine Yönelik Eksik Modeller" (N=3), Daha sonra düşük başarı düzeyli öğrencilerde (N=1) "Modellemeye Yönelik Açıklanamayan Modeller", "İşlem Bilgisine Yönelik Hatalı Modeller" ve "Standart

Olmayan Birimlere Yönelik Eksik Modeller” mevcuttur. Öğrencilerin sayma boyutundaki zihinsel modellerine ilişkin yanlış ve eksik modellerine ilişkin bulgular şu şekildedir:

Modellemeye (Onluk Taban Blokları) Dayalı Hatalı Modeller. OBDÖ4 ve DBDÖ2 kodlu öğrenciler sonuca tesadüfi bir çözüm yolu ile ulaşmışlardır. YBDÖ5, OBDÖ1 ve DBDÖ3 kodlu öğrenciler sorunun doğru cevabını vermişlerdir, fakat öğrencilerin yanlış bilgileri mevcuttur. OBDÖ1 kodlu öğrencinin onluk taban bloklarına ilişkin, DBDÖ3 kodlu öğrencinin blokların kullanımına yönelik yanlış zihinsel modelleri mevcuttur. ÖYTÖ5, YBDÖ3, OBDÖ2, DBDÖ4 kodlu öğrenciler ise soruyu yanlış cevaplamışlardır.

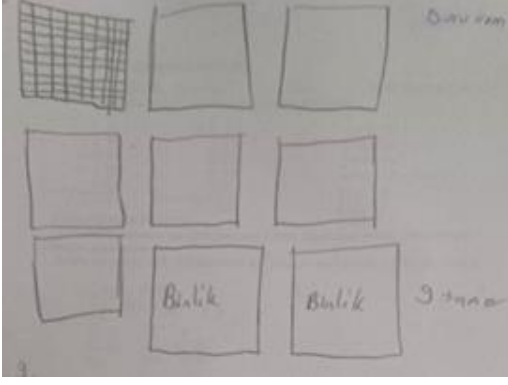
OBDÖ4 ve DBDÖ2 kodlu öğrenciler önceki çözümlerinde sonucu 9 buldukları için ve 2700 sayısını modelle ifade etmek için toplam 9 blok kullanmaları nedeniyle cevabı 9 bulduklarını ifade etmişlerdir. OBDÖ4 kodlu öğrenci 7 yüzlük ve 2 binlik blok ile toplam 9 blok olduğu için sonucun 9 olduğunu ifade etmiştir. DBDÖ2 kodlu öğrenci soruyu bloklarla çözeceğini ifade etmiştir. Fakat blokların miktarlarını yanlış ifade etmiştir. 2700 sayısını toplam 9 adet yüzlük blok kullanarak ifade etmiştir. 2 binliği 2 adet yüzlük blok kullanarak, 7 yüzlüğü 7 adet yüzlük blok kullanarak ifade ettiği için sonucu tesadüf olarak 9 bulmuştur. YBDÖ5 kodlu öğrenci ise sonucun 9 yüzlük ile ifade edilmeyeceğini düşündüğü için 9 birlik blok ile ifade etmiştir. 9 adet yüzlük bloğu 900 olarak düşünmüş, yüzlüklerin her birini 1 birim olarak düşünmemiştir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

OBDÖ4: Materyallerle de yüz yüz çözerim. Bu yüzlük. Bundan 7 tane olursa, 2 tane de binlik blok olursa 9'a ulaşmış oluruz. Çizerek de aynı şekilde yaparım. 7 yüzlük ve 2 binlik çizerim. (öğrenci aslında 7 yüzlük ve 2 binlik blok kullandığı için cevabın 9 olduğunu ifade etmiştir).

OBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü şekil 25'te ifade edilmiştir:

Şekil 25

OBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Hatalı Modellemesi



DBDÖ2: Bloklarla yaparım. (1 yüzlük koyar. Bunun binlik olduğunu söyler. 9 yüzlük blok koyar. 1900 elde eder.) Şimdi 2000 yaptım (2 yüzlük blok koyar). 3 tane daha koydum (3 yüzlük koyar. 2 yüzlük 2000, diğer yüzlükte 100'ü temsil etmektedir). 2200 yaptım şimdi (2 yüzlük 2000, diğer 2 yüzlük 200), 2300 (2 yüzlük 2000, 3 yüzlük 300). (Öğrenci 2700'e kadar tüm sayıları bu şekilde ifade eder). 2700 (2 yüzlük 200, 7 yüzlük 700 sayılır). 9 buldum.

YBDÖ5: 2800 oldu. 1800 çıkartacağım. 900 buldum. Bu 900'ü de 100'e böleceğim. Birlik blok var mı? Bölünce 9 kalıyor. 9.sayı olduğunu buradan buluyoruz (birlik blok kullanır).

OBDÖ1, DBDÖ3 kodlu öğrencilerde onluk taban blokları konusunda yanlış bilgiler mevcuttur. OBDÖ1 kodlu öğrencinin blokların ifade ettiği miktara ilişkin hatalı zihinsel modelleri mevcuttur. DBDÖ3 kodlu öğrenci yüzlük blokların 1 birime karşılık geldiğini ifade edememiştir. Yüzlük blokların her birini 1 birim olarak ifade edemediği için birlik blokları kullanması gerektiğini ifade etmiştir. Sıra bildiren 9 ile miktar bildiren 900 arasındaki ilişki kurulamamıştır. Konuya ilişkin diyaloglar şu şekildedir:

OBDÖ1: Yüzer yüzer ileri sayacağım. (Binlik bloğu göstererek) bu yüz.

A: Yüz olduğunu nereden anladın?

OBDÖ1: Bak bunun yüzünde on tane onluk var. O da yüz ediyor ya oradan.

A: (Öğrenci yüzlük bloklar eklemeye devam eder) Bunlar nedir?

OBDÖ1: Bunlar da yüzlük. Bu ince hâli. (binlik bloğu göstererek) bu da yüzlüğün küp hâli.

...

DBDÖ3: (Eline 9 birlik blok alarak sonucu ifade eder)

A: Peki elindeki bloklar kaç gösteriyor?

DBDÖ3: Birlik blok bunlar.

A: Kaçar kaç saydın peki?

DBDÖ3: Yüzer yüzer. O zaman yüzlük blok kullanmalıydım. Yanlış yapmışım. (9 adet yüzlük blok kullanır). 9 yüzlük blokta 900 ediyor. O zaman yüzer saymada yüzlük blok, 9.sayı dediğimde de birlik blokları kullanacağım.

OBDÖ2 kodlu öğrenci her bir yüzlük bloğu 200 olarak düşünmektedir. Bloktaki her bir birimi saymak yerine bloğun iki yüzünün sayıldığını düşünmektedir. OBDÖ2 kodlu öğrencinin konuya ilişkin diyalogları şu şekildedir:

OBDÖ2: (Bir yüzlük bloğu göstererek) Öğretmenim blokların 2 yüzü var ya. Bir yüzü 100, diğer yüzü de 100. Yani Bir blok aslında 200 ediyor. Blokları 200, 400, 600, 800, 1000 diye sayarım. Farklı bloklar da kullanabilir miyim saymaya devam ederken?

A: Elbette.

OBDÖ2: (Binlik bloğu göstererek) altı yüzlük blok kullanırım. 100, 200, 300, 400, 500, 600. 6 yüzü var. 1600 oldu. Bir yüzlük daha koyarsam 1800 oldu. Şimdi bunun üstüne koyuyorum (yüzlük blokları). 1900, 2000...2700 eder. Bunların tek yüzünü saysam olur mu?

A: Sen bilirsin.

OBDÖ2: 2700 yapmak için ben 14 blok kullanmışım. Kâğıtlarla yaptığımda (ileri sayma) 9 tane. Bloklarla yaptığımda 14 tane buldum.

DBDÖ4 kodlu öğrenci bloklarla 100'den başlayıp 2700'e kadar saymıştır. İleri saymada sorunun doğru cevabını bulmasına rağmen bloklarla 1800'den 2700'e kadar kullandığı tüm yüzlük blokları sayarak cevabı 27 bulmuştur.

DBDÖ4: Bloklarla sayarım. 100, 200, 300, ..., 900. Böyle.

A: Çözüm yolunu bloklarla yapabilir misin?

DBDÖ4: 900'den devam ediyorum (üzerine yüzlük bloklar koymaya devam eder). 1000, 1100, ..., 2700. Tahminim 10, 12 blok kullandım.

A: 1800'den 2700'e diyor ama

DBDÖ4: Blokları bir daha sayıyorum. 100, 200, ..., 2700. Parmaklarımla sayabilir miyim?

A: Bloklarla çözüyorum demiştin.

DBDÖ4: Blokları sayıyorum 1, 2, 3, ... 27 blok kullandım. 27 tane yüzlük blok kullandım.

DBDÖ4 kodlu öğrenci yüzlük bloklar çizerek cevabı 9 bulmuştur.

DBDÖ4: Şekil çizerek çözüyüm. Yüzlük bloklar çiziyorum. 100, 200, ..., 2700. Ben bu çizimle ileri doğru yüzer yüzer giderek 2700'e kadar saydım. Sonu. 2700 çıktı 9.sayı (Aslında önceki çözümden ulaşmıştır cevaba)

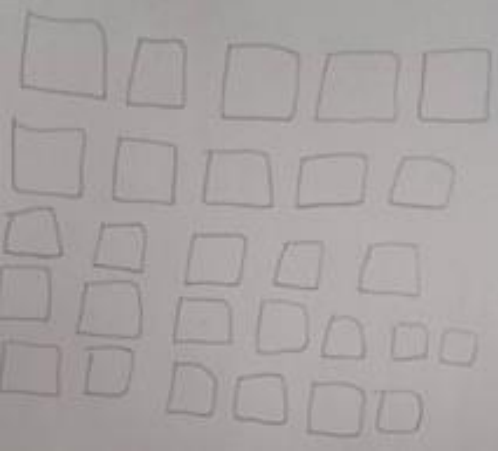
A: Nasıl oldu peki? Bana şekiller ile gösterir misin?

DBDÖ4: 27 blok kullandım.

DBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü şekil 26'da ifade edilmiştir:

Şekil 26

DBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Hatalı Modellemesi



ÖYTÖ5 kodlu öğrenci onluk taban blokları kullanarak 2000 sayısındaki binlik bloklardan birini 10 yüzlük bloğa çevirmek yerine 2 binlik bloğun 2000'i ifade ettiğini, 1900 sayısına ulaşmak için de 1 binlik yerine 9 yüzlük blok koyduğu için cevabı yanlış bulmuştur. ÖYTÖ5 kodlu öğrenciye ilişkin diyalog şu şekildedir:

ÖYTÖ5: 1800'e 1000 ekledim ve 100 çıkardım.

A: Bana nasıl bulduğunu ve kaçınıcı sayı olduğunu açıklar mısın?

ÖYTÖ5: 100 tane 10 ekledim. Kafam karıştı. 1000 eklersem 2800 10.sayı oluyor.

A: Nasıl buldun?

ÖYTÖ5: 10 tane 100 ekle, 2800 eder. 1 yüz çıkardım 2700.

ÖYTÖ5: Bloklarla 1 binlik ve 8 yüzlük koydum. 1 binlik blok daha koydum. 2800 oldu.

Nasıl olacak bilemedim.

ÖYTÖ5: Bloklarla sayıyım. 2 binlik koydum. Üstüne de yüzer yüzer 7 blok koydum.

Binliklerden birinin yerine 9 yüzlük koydum.

ÖYTÖ5: 2 binlik ve 7 yüzlük blok kullandım. 2700, 2600, ... 2100. 2 binlik var. Binliğin yerine 9 yüzlük blok koyuyorum. 2 binlik zaten 2000 ya. 1900 olması için 9 yüzlük koydum. Cevap 8 oldu anlamadım.

YBDÖ3 kullandığı tüm blokların sayısını ifade ettiği için bloklar ile sorunun doğru çözümüne ulaşamamıştır. Bloklar kullanarak ileri sayma gerçekleştirirken bir binliğin

tümünü bozdurup yüzlük bloklara dönüştürüp 17 yüzlük blok olarak ifade etmiştir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogu şu şekildedir:

YBDÖ3: Bloklarla sayıyorum şimdi. 1 binlik ve 9 yüzlük kullandım 1900 oldu. Şimdi 2000 için 2 tane binlik blok koydum. 100 daha 2100, 100 daha 2200, 100 daha 2300, 100 daha 2400, 100 daha 2500, 100 daha 2600, 100 daha 2700 eder.

YBDÖ3: Bloklarla bir daha deneyim. 1 binlik ve 8 yüzlük 1800. 100 koydum 1900. Yüzlük blok ekleyerek devam ediyorum. 2000, ...,2700 sayısına ulaştım. 17 blok kullandım.

A: 17 blok ne peki?

YBDÖ3: Kullandığım yüzlük bloklar.

Blokların resimlerini çizerken de 1 binlik ve 9 yüzlük ile 1900 sayısını oluşturmuştur. 2000 olunca sayı 2 adet binlik blok kullanmıştır. 9 yüzlüğü de 2 binlik bloğun üzerine 2100, 2200,...2700 şeklinde eklemiştir. 2 binlik ve 9 yüzlük blok çizili olduğu için yüzlüklerin sayısını 9 görerek cevabın 9 olduğunu ifade etmiştir. Çizimdeki 9 yüzlük blok 1900 sayısından gelmektedir. YBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü şekil 27’de ifade edilmiştir:

Şekil 27

YBDÖ3 Kodlu Öğrencinin Hatalı Modellemesi



YBDÖ3: *Şekil çizerek çözebilirim. (Öğrenci 2 adet binlik blok ve 9 adet yüzlük blok çizer. Önce 1 binlik ve 9 yüzlüğü göstererek 1900 burası der. Sonra 9 yüzlüğü eliyle kapatır. 1 binlik daha çizerek 2000 olduğunu ifade eder. Sonra çizdiği 9 yüzlüğü sırası ile 2000'in üzerine 2700'e kadar sayar)Yüzer yüzer artıyor.2100, 2200...,2700*

A:Cevap kaç oldu?

YBDÖ3: *16 mı? Değil. 37 mi ki? Değil. 2 Binlik 2000 etti. (Çizdiği yüzlükleri sayarak) 9 yüzlük.*

Modellemeye (Onluk Taban Blokları) Dayalı Açıklanamayan Modeller. ÖYTÖ1 kodlu öğrenci ise onluk taban blokları ile ileri sayma çözümü yerine 9 adet yüzlük blok göstermiştir. Bloklar ile çözüm yolunu nasıl bulduğunu açıklayamayacağını ifade etmiştir.

İşlem Bilgisine Yönelik Eksik Modeller. ÖYTÖ1, YBDÖ5, OBDÖ3 kodlu öğrenciler önce ileri sayma ile sonucu 9 buldukları için cevabın 9 olacağını ifade etmişlerdir. İşlem bilgisi ile 900 sonucuna ulaşabilmişler ve önceki çözümden hareketle sonucun 9 olduğunu ifade etmişlerdir. DBDÖ3 kodlu öğrenci çıkarma işlemini yaptıktan sonra çözümün devamını getirememiştir. Öğrencinin konuya ilişkin diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1 kodlu öğrenciye ait diyalog şu şekildedir:

ÖYTÖ1: *2700-1800. Sonuç 900*

A: *900 nedir?*

ÖYTÖ1: *2700 ve 1800 arasındaki yüzlük farkı.*

A: *Cevap nedir?*

ÖYTÖ1: *9 olacak. (İleri sayma çözümündeki cevaba bakarak)*

A: *Çözümünü açıklar mısın?*

ÖYTÖ1: *Immmm....*

A: *9 ve 900 arasındaki fark ne peki?*

ÖYTÖ1: 9. olan aradaki farktaki yüzlük. 900'de aradaki fark.

A: Nasıl buldun?

ÖYTÖ1: 100 eklersek 1000 olur. Immmm cevap 900 olur.

ÖYTÖ1 kodlu öğrencinin çözümü şekil 28'de ifade edilmiştir:

Şekil 28

ÖYTÖ1 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü

$$\begin{array}{r} 2700 \\ -1800 \\ \hline 900 \end{array}$$

YBDÖ5 kodlu öğrenciye ilişkin diyalog şu şekildedir:

YBDÖ5: 2700'den 1800'ü çıkarırsak buluruz. 900 buldum. 9.sayı ile alakası olduğuna göre buradan bulabiliriz. Yüzlükleri toplamından 2 sıfır çıkarırsak 9.sayı olduğunu bulabiliyoruz (Öğrenci ileri sayma çözümünden hareketle 9 sonucuna ulaşmıştır).

OBDÖ3 kodlu öğrenciye ilişkin diyalog şu şekildedir:

OBDÖ3: $2700-1800=900$ kaldı.

A: Cevap 900 mü?

OBDÖ3: Hıhı.

A: Bana 900'ü açıklar mısınız?

OBDÖ3: 2700-1900 yapınca 900 bulduk. Ama sonuç 9 olmalı. Çünkü 900 olamaz. Burada 1800 ile 2700 arasında 900 sayı olmaz. Sıfırları atarım. 1800 ile 2700 arasında 900 sayı olamaz. Ben bunu 9'a çevirdim.

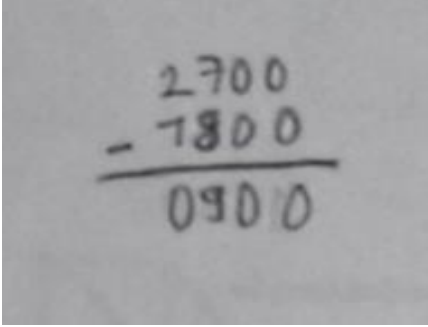
A: 9'u diğer çözümden bakarak mı buldun?

OBDÖ3: *Evet. Bu yolda takılırsam diğer yoldan (ileri sayma) yaparım.*

OBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü şekil 29'da ifade edilmiştir:

Şekil 29

OBDÖ3 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü



$$\begin{array}{r} 2700 \\ - 1800 \\ \hline 0900 \end{array}$$

DBDÖ3: Ben bu soruda çıkarma işlemi yapacağım. Daha kısa olur çünkü. $2700 - 1800 = 900$.

A: 900 nedir peki?

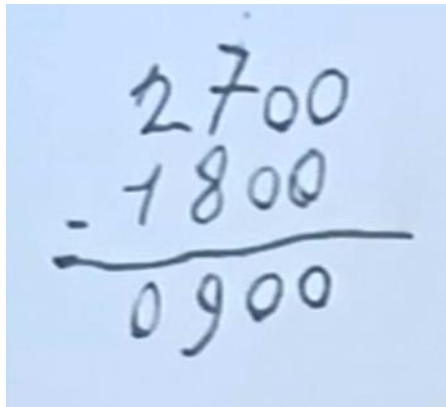
DBDÖ3: Sonuç. Cevabım yanlış mı?

A: Düşün bakalım.

DBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü şekil 30'da ifade edilmiştir:

Şekil 30

DBDÖ3 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Çözümü



$$\begin{array}{r} 2700 \\ - 1800 \\ \hline 0900 \end{array}$$

İşlem Bilgisine Yönelik Hatalı Modeller. DBDÖ1 kodlu öğrenci soruyu nasıl yapması gerektiğinin farkında değildir. Soruda hangi işlemin kullanılması gerektiğini araştırmacıya sormuştur. Sorunun işlem ile çözüleceğini düşünmektedir. Yazarak soruyu çözmeyi denemiştir.

DBDÖ1: 2700 ile 1800'ü toplarım.

A: Neden peki?

DBDÖ1: Neden olduğunu pek bilmiyorum. $4500+1800$ yapıyorum. 1800'den 2700 çıkarsa 1100. 2700'den de 1100 çıkarsa 1600

A: Neden 4500'e 1800 ekledin?

DBDÖ1: Öğretmenim, bu sayıları toplayınca çıkıyor çünkü. Sanırım yanlış yaptım. Kaçınıcı sayı onu soruyor. Öğretmenim, bu toplama mı, çıkarma mı, çarpma mı?

A: Bunu sen düşün bakalım. İstersen bir daha oku soruyu.

DBDÖ1: yüzer yüzer say dediği 1900 gibi sanırım. 1800 ve 2700'ü toptasam sonra da 1400 eklesem. 6300 eder. 2700'e kadar demiş ya şimdi 2700'ü bulmalıyım. $6300-1900=4400$. Şimdi 100 daha sayınca 2000 olacak. $4400-2000=2400$. Öğretmenim ben bunu yapamadım.

DBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü şekil 31'de ifade edilmiştir:

Şekil 31

DBDÖ1 Kodlu Öğrencinin İşlem Bilgisine Yönelik Hatalı Modeller

Handwritten mathematical work showing several arithmetic operations. The student has written: $2700 + 1800 = 4500$, $4500 + 1800 = 6300$, $6300 - 1900 = 4400$, $4400 - 2000 = 2400$. There are also some other numbers and operations written, including 1800, 4400, 6300, 5600, 4400, 2700, 1900, 1900, 2000, 2400. The student has written "TAMİN ETME BOYUTU: 600 4400 2400" at the bottom.

Standart Olmayan Birimlere Yönelik Eksik Modeller. DBDÖ2 kodlu öğrenci soruyu standart olmayan materyaller kullanarak ifade edeceğini söylemiştir. Her bir

basamağın ifade ettiği miktarı 1 fasulye birimi ile göstermiştir. Öğrenci her bir basamağın sayı değerince konulan fasulyenin basamak değerini ifade edebileceğini söylemiştir.

DBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü şekil 32’de ifade edilmiştir:

Şekil 32

DBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Modelle Gösterme Çözümü



DBDÖ2: Fasulyeler ile yaparım. 1 tane sarı fasulye bu köşeye, 9 tane sarı fasulye diğer tarafa koyarım. 1900 oldu. Sonra fasulyeler ile diğer sayıları yapardım. 2000, 2100 diye giderdim. Bu kadar.

2. Özel Yetenek Tanılı Olan Ve Olmayan Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Basamak Değerinin “Tahmin Etme” Boyutuna Yönelik Zihinsel Modelleri

Bu başlık altında araştırmanın “Özel yetenek tanılı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin tahmin etme boyutuna yönelik zihinsel modelleri nelerdir?” alt problemine yönelik bulgular sunulmuştur. Tahmin etme boyutuna yönelik bulguları ortaya koymak amacıyla öğrencilere aşağıdaki soru sorulmuştur:

Şekil 33

Tahmin Etme Boyutuna İlişkin Soru Örneği



“Yukarıda verilen masanın çevresi verilen pipet ile ölçülüyor. Masanın çevresi kaç pipet uzunluğundadır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.” Öğrencilerin tahmin etme boyutuna yönelik zihinsel modelleri tabloda ifade edilmiştir.

Tablo 7

Tahmin Etme Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller

Tahmin Etme Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller	Özel yetenek tanıllı öğrenciler	Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler	Orta başarı düzeyindeki öğrenciler	Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler	N
Standart Olmayan Birimleri Kullanma (Nesnelerle)	ÖYTÖ3 ÖYTÖ4	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ4	DBDÖ1 DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ4 DBDÖ5	13
Standart Birimleri Kullanma (Cetvelle)	ÖYTÖ2 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4	YBDÖ1 YBDÖ3 YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ3 OBDÖ4	DBDÖ1 DBDÖ5	11
Verilen Birimi Çizim Yapmadan Yineleyerek Çözme (Tahminde Bulunma)	ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ4	OBDÖ3 OBDÖ4 OBDÖ5		6
Verilen Birimi Yineleyip Çizerek Çözme	ÖYTÖ1 ÖYTÖ2 ÖYTÖ5		OBDÖ3 OBDÖ4	DBDÖ1	6

Tablo 7 incelendiğinde tahmin etme boyutuna ilişkin öğrencilerde en çok “Standart olmayan birimleri kullanma (nesnelerle) (N=13) zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek

tanılı 2, yüksek başarı düzeyinde 3, orta başarı düzeyinde 3, düşük başarı düzeyinde 5 öğrencide bu zihinsel model mevcuttur. İkinci olarak öğrencilerde “Standart Birimleri Kullanma (Cetvelle)” (N=11) zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 3, yüksek başarı düzeyinde 4, orta başarı düzeyinde 2, düşük başarı düzeyinde 2 öğrencide bu zihinsel model mevcuttur. Öğrencilerde üçüncü olarak “Verilen Birimi Çizim Yapmadan Yineleyerek Çözme (Tahminde Bulunma)” (N=6) zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 2, yüksek başarı düzeyinde 1, orta başarı düzeyinde 3 öğrencide bu zihinsel model mevcuttur. Daha sonra öğrencilerde “Verilen Birimi Yineleyip Çizerek Çözme” (N=6) zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 3, orta başarı düzeyinde 2, düşük başarı düzeyinde 1 öğrencide bu zihinsel model mevcuttur.

Standart Olmayan Birimleri Kullanma (Nesnelerle)

ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ4, DBDÖ1, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler kalem, silgi, onluk taban bloğu gibi standart olmayan birimler ile önce pipetin boyunu belirlemişlerdir. (Onluk taban blokları sayıların kullanımında standart birimdir. Bu boyut kapsamında onluk taban blokları ölçme aracı olarak kullanıldığı için standart olmayan birimdir). YBDÖ1 kodlu öğrenci hariç diğer tüm öğrenciler tümevarım yoluna başvurmuşlardır. YBDÖ1 kodlu öğrenci tümdengelim yolunu tercih etmiştir. Daha sonra da pipetin belirlenen boyu ile masanın çevresini ölçmüşlerdir. Kalem ve silgi kullanırken nesnelere pipet boyu kadar işaretlemişler ve ölçüm yapmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ3: (Kalemle pipet boyu kadar masanın çevresine işaretlemeler yapar) 24 tane.

ÖYTÖ3 kodlu öğrencinin çözümü şekil 34’te ifade edilmiştir:

Şekil 34

ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Birimleri Kullanma Çözümü



ÖYTÖ4: Masanın çevresini şunlarla (bloklarla) yapayım. 12 tane yüzlük blok kullanarak masa oluştururum. (3×4'lük şekilde blokları dizer). Pipet yerine de 1 tane onluk blok aldım. Uzun kenarlar 4, kısa kenarlar 3 geldi. 14 pipet.

ÖYTÖ4 kodlu öğrencinin çözümü şekil 35'te ifade edilmiştir:

Şekil 35

ÖYTÖ4 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Birimleri Kullanma Çözümü



YBDÖ1: Pipetin uzunluğunu 2 birlik blok kadar bulmuştur. Masanın çevresi ise 26 blok gelmektedir. Bölsek 13 eder.

YBDÖ2: Pipetin boyunun ne kadar geldiğini bilmeden nasıl ölçeyim. Önce pipeti ölçüyorum. Silginin en başından işaretlediğim yerine kadar 1 pipet gelir. Masanın kısa ve uzun kenarlarını bulup 2 ile çarpar toplarım. 8 tane uzun tarafı geliyor. 4 tane de yanlamasına var (masanın eni). Toplam 12 eder.

YBDÖ5: Bloklarla yapabilirim. Bir pipet 2 birlik blok kadar geldi. Uzun kenarı 6 pipet geldi. Kısa kenarı da 3 pipet (kısa kenarı bloklar ile ölçmeden 3 yazar). Diğer uzun kenar da 6. $6+6+3+3=18$ buldum. Bir de onluk blokla ölçerim. Masanın uzun yeri 10 birim geldi. Pipet 2 blok ise 5 uzun kenar. Kısa kenar da 2 geldi. 14 oluyor o zaman.

OBDÖ1: Pipetin boyunu ölçtüm. Her pipet 3 birlik ediyor. Masanın etrafına birlik blokları koyarım. Masanın etrafına 27 blok yerleştirdim. Her pipet 3 birlikse 9 pipet uzunluğu kadardır.

OBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü şekil 36'da ifade edilmiştir:

Şekil 36

OBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Birimleri Kullanma Çözümü



OBDÖ2: Bloklarla da ölçebilirim. Pipet 2 blok kadardır (onluk blok ile ölçer). 2 blok, 2 blok ölçtüm masanın etrafını. 15 tane geldi.

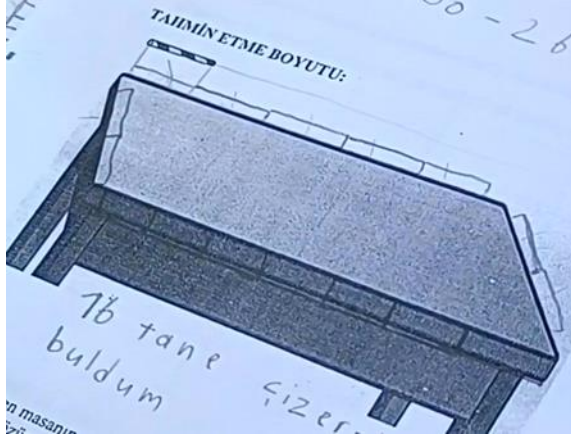
A: Boşluklar kaldı. Onları çevresini etkiler mi?

OBDÖ2: Aslında masanın çevresini boşluklar da etkiler. Her bir boşluğu pipetin yarısı kadar sayarsam, 2 yerine 1 sayarsam 16 bulmuş olurum.

OBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü şekil 37'de ifade edilmiştir:

Şekil37

OBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Birimleri Kullanma Çözümü

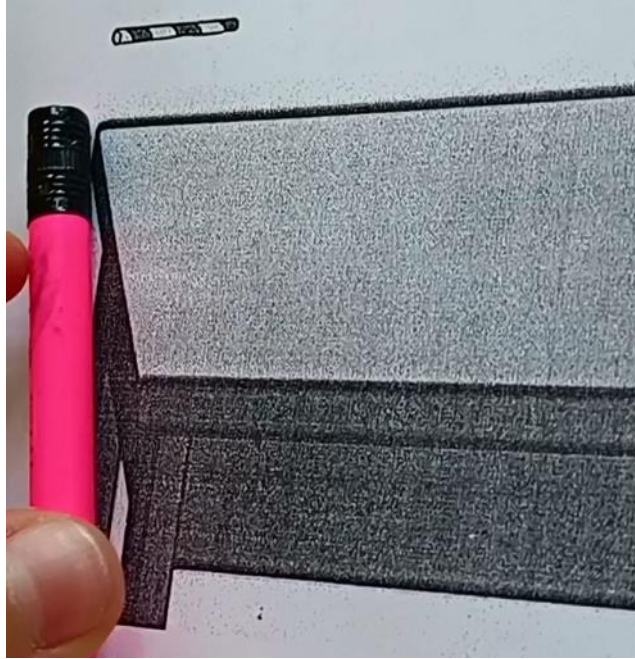


OBDÖ4: Kalemle ölçerim masanın etrafını. Pipet gibi kalemi düşünerek (Kalemin bir kısmı ile ölçer) 12 buldum.

OBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü şekil 38'de ifade edilmiştir:

Şekil 38

OBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Birimleri Kullanma Çözümü

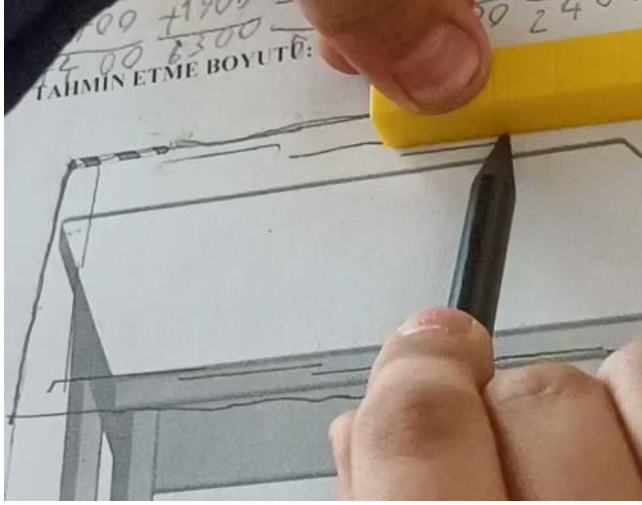


DBDÖ1: Pipeti blokla ölçerim. Pipet 2 blok kadar gelir. Masanın çevresini 2 blok, 2 blok çizerim. Çizdiğim yerler karışmasın diye arada boşluk bırakıyorum. 13 tane geliyor. Şurda da varmış bir tane 14 eder.

DBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü şekil 39'da ifade edilmiştir:

Şekil 39

DBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Birimleri Kullanma Çözümü

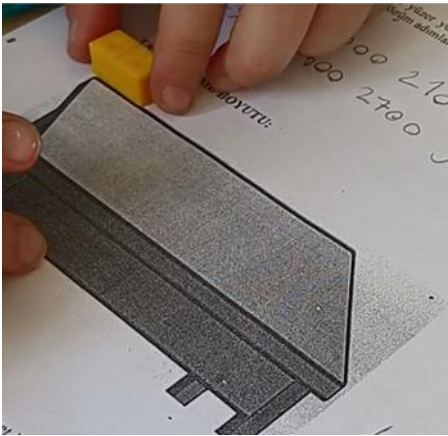


DBDÖ2: Pipet bunlarla (birlik blok) 2 tane yetiyor gibi. Masanın çevresini bu ikisiyle (2 birlik blok) ölçerim. 14.

DBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü şekil 40'da ifade edilmiştir:

Şekil 40

DBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Birimleri Kullanma Çözümü

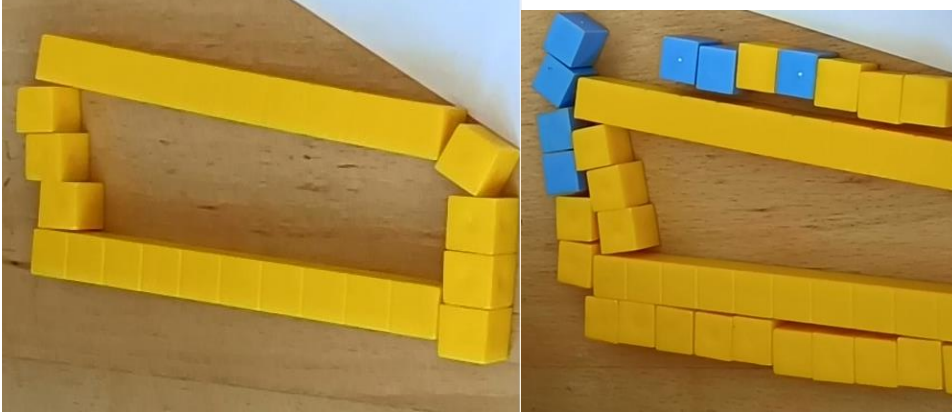


DBDÖ3: Masanın çevresini cetvelle ölçtüm. Çevresiyle aynı uzunlukta olacak şekilde bloklardan masa yaptım. Pipetin uzunluğunu da blokla ölçtüm. 2 birlik blok kadar. Bloklardan yaptığım masanın çevresini birlik bloklarla kapladım. 15 buldum.

OBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü şekil 41'de ifade edilmiştir:

Şekil 41

OBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Birimleri Kullanma Çözümü



DBDÖ4: Fasulye ile yapabilirim. Pipet fasulye boyunda geldi. (Masanın tüm çevresini ölçer) 14 geldi. (fasulyeyi kaydırarak ölçer. Fasulye boyundan daha uzun bir uzunluk kat etmiş olur).

DBDÖ5: Bloklarla yaparım. Onluk blokla ölçersem masanın uzun kenarı 10 gelir. Bir pipet 2 birlik gelirse uzun kenar 5. Diğer kenar da 5. Kısa kenar da 2 pipet. 14 buldum. Masanın uzunluğu baktığımız açıya göre değişiyor.

Standart Birimleri Kullanma (Cetvelle)

ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, YBDÖ1, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ3, OBDÖ4, DBDÖ1, DBDÖ5 kodlu öğrenciler cetvelle pipetin boyunu ölçerek standart bir birim olarak ifade etmişlerdir. Daha sonra masanın çevresini de buldukları pipet boyu ile ölçmüşlerdir. ÖYTÖ2, ÖYTÖ4, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ4, DBDÖ1, DBDÖ5 kodlu öğrenciler tümevarım yolu ile masanın çevresini bulmuşlardır. ÖYTÖ4, YBDÖ3, OBDÖ4, DBDÖ1 ve DBDÖ5 kodlu öğrenciler pipetin boyu tam sayı olmadığı halde pipetin boyunu 2 cm'e yuvarlamışlardır. ÖYTÖ3, YBDÖ1 ve OBDÖ3 kodlu öğrenciler tümdengelim yoluna başvurmuşlardır. Öğrenciler önce masanın çevresini ve pipet boyunun uzunluğunu cetvelle bulmuşlardır. Daha sonra masanın boyunu pipetin uzunluğuna bölerek sonuca ulaşmışlardır. OBDÖ3 kodlu öğrenci pipetin uzunluğunu yuvarlama yoluna başvurmuştur. Tümevarıma ilişkin diyaloglar şu şekildedir:

ÖYTÖ2: Cetvelle ölçebilirim. Önce pipeti ölçerim. 1,5. Sonra da cetvelle masanın etrafını ölçerim. Uzun kenarını ölçtüm 6. Diğer tarafı da 6 olacak. Kısa kenar 2. Uzun kenarlar 6,6 daha 12 eder. Kısa kenar da 4, 16. Tahminim çıktı. Ya da uzun ve kısa kenar toplam 8. 8 kere 2, 16 eder. 16 pipet.

ÖYTÖ4: Cetvelle de ölçecek olsam tam cm değil yani pipet. Ama bence bunu 2'den sayabiliriz. Çünkü 2'ye çok yakın ve 1,5'dan uzun.

A: Neden 2 saymak istedin?

ÖYTÖ4: Şöyle bakıyorum 2 olmaya 2-3 milim kaldı. 3 boyutlu cisimlerde tam uzunluğunu yakalayamazsın. Uzun kenar 10 cm. 1, 2, 3, 4, 5 pipet. Kısa kenarlar 7cm. 3,5 pipet ediyor. 13,5 pipet gelir.

YBDÖ3: Cetvelle çözerim. Masanın etrafını cetvelle ölçerim. Masanın uzun kenarı 10, diğeri de 10 olur. kısa kenarı 3, o zaman diğer kenar da 3. Pipet 2 cm olduğu için $10+3=13$ pipet bulurum.

YBDÖ4: Cetvelle ölçerim. (Öğrenci önce pipetin boyunu ölçer) Şurda (masanın uzun kenarı) 5 tane var. Şurda 2 tane var (masanın kısa kenarı). $7+7=14$ buldum.

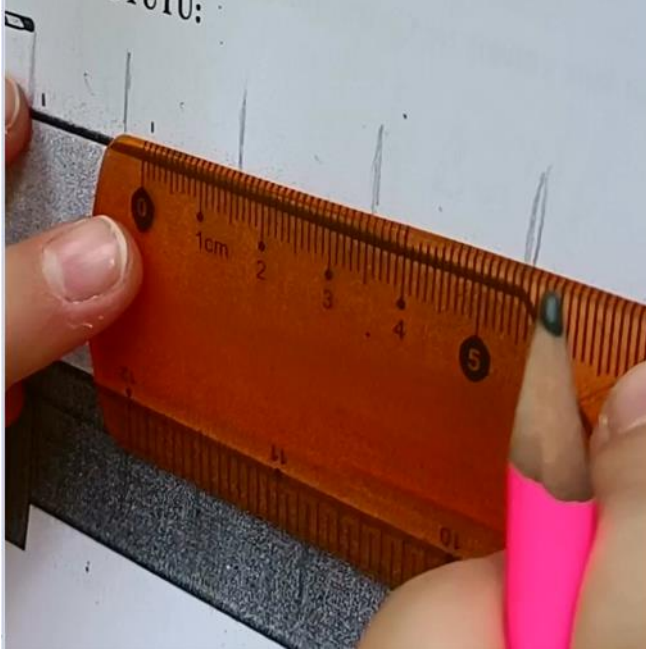
YBDÖ5: Cetvelle de ölçebilirim. Pipet kaç cm ise ona göre ölçeceğim. Pipet 2 cm eldi. (Aslında pipet 2 cm'den daha küçük). Aslında pipet tam 2 değil, 1,5 cm. Uzun kenar 6 pipet, kısa kenar 3 pipet geldi. Yine aynı buldum 18 pipet.

OBDÖ4: Cetvelle yapabilirim. Pipet 2 cm. masanın etrafını 2 cm bölerim. 13 pipet buldum cetvelle.

OBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü şekil 42'de ifade edilmiştir:

Şekil 42

OBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Standart Birimleri Kullanma Çözümü



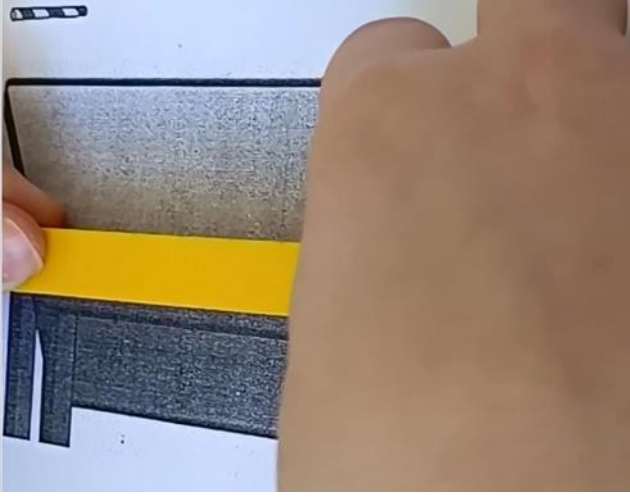
DBDÖ1: Cetvelle de ölçebilirim. Cetvelle sıfırdan ölçersem 2 gelir. Aslında 2'yi biraz geçiyor. 1'den başlarsam 3 cm oluyor. (Masanın çevresini mevcut çevreden daha geniş çizerek) cetvel kullanarak masanın tüm çevresini tek tek ölçüp sayıyorum. 1,2,3,4.....,14. 14 pipet buldum doğru oldu.

DBDÖ5: Cetvelle bu pipet 1,5 cm gibi bir şey. Masa da 9,5. Biz pipete 2 diyelim. Az önce 2 birlik blok ile 2 gelmişti. Onla mı ölçsek ki? Kısa kenar 1,5, uzun 5. Ben bunu düz yapayım. 13 pipet geldi şimdi.

DBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü şekil 43'de ifade edilmiştir:

Şekil 43

DBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Standart Birimleri Kullanma Çözümü



Tümdengelimle ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ3: Pipeti ölçerim. Masanın çevresini de ölçer toplarım. Sonra pipete bölerim. Kısa kenar 3 cm geldi. Diğeri de 3'tür. Uzun kenar 6.5 cm geldi. 17 cm. Pipette 1.5 cm. $17/1.5$ yapamaz. Ben buçuklu bölemiyorum ki. O zaman 1.50 alt alta yazar toplarım. (5 tane 1.50 alt alta yazar 7.50 bulur. 7.50 sayısının üzerine 3 tane daha 1.50 sayısı ekler 12 bulur. 12 sayısına da 3 adet 1.50 ekler 16.50 bulur). 16.50 buldum. Ama ben 17 bulacaktım. Bir de buçuk lazım. 11 tane pipetmiş, 17'nin içinde 1.50.

YBDÖ1: Bu soruyu mecbur cetvel yardımı ile yapacağım. Uzun kenar 10 eder. İki uzun kenar 20 eder. Kısa kenar ise 3 eder. 2 kısa kenar 6 eder. Pipette 2 cm gelirse uzun kenarlar için 20'yi 2'ye bölersem 10 eder. Kısa kenar için de 6'yı bölersem 3 pipet gerekir. Toplamda 13 pipet gerekir. Ya da masanın tüm çevresi $10+10+3+3=26$ eder. Bunu da 2'ye bölerekte bulabilirim.

OBDÖ3: Tam 2 cm geldi pipet bana. Bu masayı ölçecem şimdi. 9,5 gibi uzun kenar. 5 pipet sayabilirim. 9,5'u 10 saydım. 10'u da 2'ye böldüm. Demek ki altında da 5 tane varmış. Kısa kenarda da 4 cm var. Yani 2 pipet. Karşısında da 2. 14 pipet buldum yani. Gerçek sonuçta 14 çıktı.

Verilen Birimi Çizim Yapmadan Yineleyerek Çözme (Tahminde Bulunma)

ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ4, OBDÖ3, OBDÖ4, OBDÖ5, kodlu öğrenciler soruyu çözerken pipeti göz kararı masanın çevresini hayal ederek tahminde bulduklarını ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ4: Gözümle tahmin etsem 12 pipet uzunluğu gelir. Gözümle ölçtüm uzun kenar 4, diğeri de 4. Kısa kenar 2, diğeri de 2 olur dedim.

ÖYTÖ5: Gözümle tahmin edersem $4+4+2+2$ bence 12.

YBDÖ4: Gözümle tahmin ettim 16 bence. Pipetleri gözümün önünde canlandırdım.

OBDÖ3: Gözümle $4+4$, 8 kısa kenarlar da toplam 4, 12. Pipetin ve masanın boyuna bakarak böyle tahmin ettim.

OBDÖ4: Bir tane pipetin uzunluğunu şu kadar yapsam (eliyle gösterir). Tahminimce 14. Masanın etrafını hızlıca gözümde canlandırdım.

OBDÖ5: Uzun kenara 7 pipet çizdim, kısa kenara 2. O zaman diğer uzun kenar da 7. Cevap 14.

Verilen Birimi Yineleyip Çizerek Çözme

ÖYTÖ1, ÖYTÖ2, ÖYTÖ5, OBDÖ3 ve OBDÖ4 kodlu öğrenciler masanın etrafına pipet boyunda çizimler yapmışlardır. Konuya ilişkin diyaloglar şu şekildedir:

ÖYTÖ1: Bir uzun kenar 5,5 pipet geldi. 2 uzun kenar 11 eder. Bir kısa kenar 2,5 geldi. Toplam 5 eder. Çevresi de 16 pipet eder.

ÖYTÖ2: Gözümle tahmin etsem 16. Burası ve burası (uzun kenarlar) 5.

ÖYTÖ5: Pipetin boyu kadar çizimler yapar. Uzun kenar 5'ten biraz küçük. Diğer uzun kenar da 6'dan biraz küçük. Kısa kenarlar tam 2 oluyor. Pipet bükülür mü?

A: Sen bilirsin.

ÖYTÖ5: Bükeceğim pipeti. (Öğrenci tüm masanın tüm çevresine pipet uzunlukları çizer. Köşelerin 1 pipetten küçük olduğunu düşündüğü için köşelerde pipeti büküğünü ifade etmiştir). Masanın tüm etrafına pipet çizdim. 15 buldum.

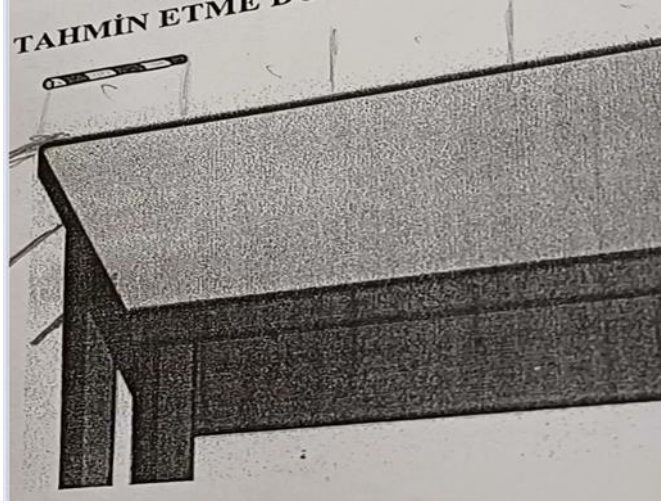
OBDÖ3: Pipeti 2 bulmuştuk. Masanın uzun kenarını 10 cm bulmuştur. Kısa kenarı da 4. Bunu çizerim. 2 cm'lik çubuk çubuk çizerim. Uzun kenarın birine 5, kısa kenara 2 pipet çizdim. Diğer yerleri çizmedim aynısı çünkü. Bunları toplarsam $7+7=14$.

OBDÖ4: Kalemle pipetler çizerim masanın çevresine. (Masa'nın tüm çevresini çizer). 16 buldum.

OBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü şekil 44'te ifade edilmiştir:

Şekil 44

OBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Verilen Birimi Yineleyip Çizerek Çözmesi



Hatalı ve Açıklanamayan Modeller

Öğrenciler masa'nın çevresinin kaç pipet boyu geldiğini tahmin etmeye yönelik hatalı ve eksik modelleri mevcuttur. Konuya ilişkin hatalı modeller tabloda ifade edilmiştir.

Tablo 8

Tahmin Etme Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Modeller

Tahmin Etme Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller	Özel yetenek tanımlı öğrenciler	Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler	Orta başarı düzeyindeki öğrenciler	Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler	N
Verilen Birimi Çizim Yapmadan Yineleyerek Çözmeye	ÖYTÖ1 ÖYTÖ3	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ3	OBDÖ1 OBDÖ2	DBDÖ1 DBDÖ3	11

(Tahminde Bulunma) Yönelik Hatalı Modeller			DBDÖ4 DBDÖ5	
Diğer Hatalı Modeller		OBDÖ2	DBDÖ3 DBDÖ4	3
Eksik Modeller	YBDÖ3	OBDÖ5		2

Tablo 8 incelendiğinde öğrencilerin tahmin etme boyutuna ilişkin eksik ve hatalı zihinsel modelleri ifade edilmiştir. Öğrencilerde en çok (N=12) “Verilen Birimi Çizim Yapmadan Yineleyerek Çözmeye (Tahminde Bulunma) Yönelik Hatalı Modeller” mevcuttur. Özel yetenek tanılı 2, yüksek başarı düzeyinde 3, orta başarı düzeyinde 2, düşük başarı düzeyinde 4 öğrencide bu hatalı zihinsel model mevcuttur. İkinci olarak öğrencilerde en çok “Diğer Hatalı Modeller” (N=3) mevcuttur. Orta başarı düzeyinde 1, düşük başarı düzeyinde 2 öğrencide bu hatalı zihinsel model mevcuttur. 1 yüksek ve 1 orta başarı düzeyli öğrencilerde “Eksik Modeller” (N=2) mevcuttur.

Verilen Birimi Çizim Yapmadan Yineleyerek Çözmeye (Tahminde Bulunma) Yönelik Hatalı Modeller. ÖYTÖ1, ÖYTÖ3, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, OBDÖ1, OBDÖ2, DBDÖ1, DBDÖ3, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler masanın çevresini “göz kararı” ile tahminde bulduklarını ifade etmişlerdir. YBDÖ1 ve DBDÖ4 kodlu öğrencilerin tahminleri masanın çevresinin pipet ile ölçümünden az, diğer öğrencilerin tahminleri ise yaklaşık tahminden daha büyüktür. Konuya ilişkin diyaloglar şu şekildedir:

ÖYTÖ1: Gözümle masanın çevresini düşünürsem 7 pipet uzun kenar gelir. $7+7=14$ eder. Kısa kenar da 2 gelir. $2+2=4$. 18 olur.

ÖYTÖ3: Gözümle ölçersem 19 gelebilir.

YBDÖ1: Masanın etrafını parmakla böyle böyle (parmağı ile masanın çevresinde ölçüm yaparak) ölçerek.. Tahmin etsem 7-8 tane gelir diye düşündüm.

YBDÖ2: Tahmin edecek olursam bu masanın çevresi 36 pipet kadar gelir.

YBDÖ3: Tahmin edecek olursam çevresi 20 pipet gelir.

OBDÖ1: Gözümle bu pipeti hayal ederek 21 tane geleceğini düşünürüm.

OBDÖ2: Tahmin etsem bu masanın etrafı 22 gelir bence.

OBDÖ5: Gözümlle 23 diye düşündüm. Ama çizerek yapabilir miyim?

DBDÖ1: Gözümlle bakarak saysam 21 tanedir.

DBDÖ3: Gözümlle sayarak gidersem 17 gibi.

DBDÖ4: Tahminim 7-8 pipet gelir.

DBDÖ5: Gözümlle 20 ya da 20 üstü olduğunu tahmin ederim.

Diğer Hatalı Modeller. OBDÖ2 kodlu öğrenci çizilen pipet boyları eşit olmamasına rağmen pipet boylarını eşit olarak kabul etmiştir. Pipet sayısını tahmin edilenden fazla çizmiştir. DBDÖ3 kodlu öğrenci ise masanın çevresini ölçmek yerine, şeklin çevresini hesaplamıştır. Aynı zamanda soruda verilen pipeti saymamıştır. DBDÖ4 kodlu öğrenci pipetler arasında bırakılan boşluğun şeklin çevresini hesaplamada etkili olmadığını ifade etmiştir. Konuya ilişkin diyaloglar şu şekildedir:

OBDÖ2: Cetvelle de ölçebilirim. Pipet 1 cm'yi geçiyor. Cm yazısındaki "m"nin altına geliyor pipetin sonu. Masanın etrafını cetvelle çizersen. Kenarlarında biraz boşluklar kaldı ama. Cetvelle tüm masanın etrafını çizdim 16 pipet geldi. Masanın 4 kenarında 4 boşluk var. Onları da sayarsam 20 pipet eder.

A: 4 köşenin hepsi diğer çizdiklerin ile aynı uzunlukta mı?

OBDÖ2: Hayır, daha kısa. Ama ben yine de bunları 4 tane olarak saydım.

DBDÖ3: Ben bunu cetvelle ölçmek istiyorum. Cetvelle pipeti ölçerim. Aynı uzunluktan masanın etrafını çizerim. (Öğrenci masanın çevresini ölçmek yerine verilen şeklin çevresini ölçmüştür). 18 pipet geldi.

A: Masanın çevresini bana gösterebilir misin?

DBDÖ3: (Parmağıyla şeklin çevresini çizerek) işte burası.

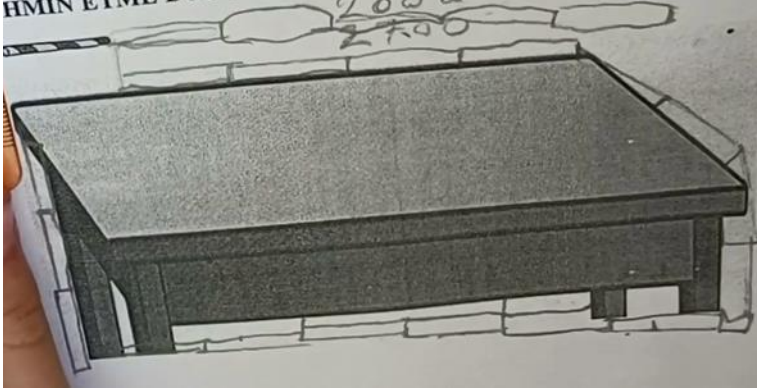
A: Masanın sol üst kısmında boşluk kalmış.

DBDÖ3: Orda pipet var ya ondan. Onu saymadım.

DBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü şekil 45'te ifade edilmiştir:

Şekil 45

DBDÖ3 Kodlu Öğrencinin Şeklin Çevresine Yönelik Hatalı Çizimi



DBDÖ2: Gözümle tahmin ettim 95 ya da 65.

DBDÖ4: Bir de pipetler çizerim. (Tüm çevresine çizer). 18 buldum.

A: Pipetleri çizerken aralarında boşluk kalsa ölçüm sonucun fark eder mi?

DBDÖ4: Etmez, aynı olur.

Eksik Modeller. YBDÖ3 ve OBDÖ5 kodlu öğrenciler sorunun devamını getirememişlerdir. YBDÖ3 kodlu öğrenci kalan boşluklardan dolayı sorunun devamını getirememiştir. Konuya ilişkin diyaloglar şu şekildedir:

YBDÖ3: Bir de masanın çevresine pipetler çizerim. Çizerken uzun kenarını 4 pipet buldum. 5.pipet sığmıyor. Ama boşlukla da olmaz. Ben bu çözüm ile yapamayacağım.

OBDÖ5: Cetvelle ölçerim. Masanın uzun yeri 12 geldi. Pipetle ölçeriz bir tane.

A: Bu soru için bu pipetle ama.

OBDÖ5: Pipeti çizeriz onu da yaptım. Cetvelle metresini aldım 5 geldi uzun yer. Sanırım ben yapamayacağım.

3. Özel Yetenek Tanılı Olan ve Olmayan Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Basamak Değerinin “Adlandırma” Boyutuna Yönelik Zihinsel Modelleri

Bu başlık altında araştırmanın “Özel yetenek tanılı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin adlandırma boyutuna yönelik zihinsel modelleri nelerdir?” alt problemine yönelik bulgular sunulmuştur. Adlandırma boyutuna ilişkin soruyu “okuma” ve “yazma”ya yönelik olmak üzere 2 soru sorulmuştur. Adlandırma boyutuna yönelik bulguları ortaya koymak amacıyla öğrencilere;

1)“500073” sayısının yazılışını gösteriniz. Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

A) Beş bin yetmiş üç B) Elli bin yetmiş üç C) Beş yüz bin yetmiş üç D) Beş yüz yetmiş üç.”

2)“Dokuz yüz bin doksan dokuz” sayısının okunuşu aşağıdaki seçeneklerden hangisidir? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

A) 999099 B) 90009 C) 990099 D) 900099 E) 90099 F) 900009

Soruları sorulmuştur. Öğrencilerin “Adlandırma” boyutuna yönelik zihinsel modelleri tabloda verilmiştir:

Tablo 9

Öğrencilerin Adlandırma Boyutuna Yönelik Zihinsel Modelleri

Adlandırma Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller	Özel yetenek tanılı öğrenciler	Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler	Orta başarı düzeyindeki öğrenciler	Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler	N
Sıfırın Yer Tutuculuğunu Kullanma	ÖYTÖ1 ÖYTÖ2 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ3 YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ4 OBDÖ5	DBDÖ1 DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ4 DBDÖ5	20
Rakamla Verilen Sayının Okunuşunu Yazarken Bölüklerden Yararlanma	ÖYTÖ1 ÖYTÖ2 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ3 YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ4 OBDÖ5	DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ4 DBDÖ5	19

Sözel İfadesi	ÖYTÖ1	YBDÖ1	OBDÖ1	DBDÖ2	18
Verilen Sayıyı	ÖYTÖ2	YBDÖ2	OBDÖ2	DBDÖ3	
Rakamlarla	ÖYTÖ3	YBDÖ3	OBDÖ3	DBDÖ4	
Yazarken	ÖYTÖ4	YBDÖ4	OBDÖ4	DBDÖ5	
Bölüklerden	ÖYTÖ5	YBDÖ5			
Yararlanma					
Rakamla Verilen	ÖYTÖ2	YBDÖ2	OBDÖ4	DBDÖ4	11
Sayıyı Modellerle	ÖYTÖ3	YBDÖ3	OBDÖ5		
İfade Etme	ÖYTÖ4	YBDÖ4			
	ÖYTÖ5	YBDÖ5			
Sözel İfade Edilen	ÖYTÖ2	YBDÖ3	OBDÖ4	DBDÖ1	9
Sayıyı Modellerle	ÖYTÖ3	YBDÖ4			
İfade Etme	ÖYTÖ4	YBDÖ5			
	ÖYTÖ5				

Tablo 9 incelendiğinde öğrencilerin “Adlandırma” boyutuna ilişkin zihinsel modelleri ifade edilmiştir. Her seviyeden öğrencilerin tümünde (N=20) “Sıfırın Yer Tutuculuğunu Kullanma” zihinsel modeli mevcuttur. İkinci olarak öğrencilerde “Rakamla Verilen Sayının Okunuşunu Yazarken Bölüklerden Yararlanma” (N=19) zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 5, yüksek başarı düzeyinde 5, orta başarı düzeyinde 5, düşük başarı düzeyinde 4 öğrencide mevcuttur. Üçüncü olarak öğrencilerde “Sözel İfadesi Verilen Sayıyı Rakamlarla Yazarken Bölüklerden Yararlanma” (N=18) zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 5, yüksek başarı düzeyinde 5, orta başarı düzeyinde 4, düşük başarı düzeyinde 4 öğrenci bu zihinsel model mevcuttur. Daha sonra öğrencilerde “Rakamla Verilen Sayıyı Modellerle İfade Etme” (N=11) zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 4, yüksek başarı düzeyinde 4, orta başarı düzeyinde 2, düşük başarı düzeyinde 1 öğrencide mevcuttur. Son olarak öğrencilerde “Sözel İfade Edilen Sayıyı Modellerle İfade Etme” (N=9) zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 4, yüksek başarı düzeyinde 3, orta başarı düzeyinde (N=41), düşük başarı düzeyinde 1 öğrencide mevcuttur.

Sıfırın Yer Tutuculuğunu Kullanma

ÖYTÖ1, ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, OBDÖ5, DBDÖ1, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler sayıları rakamla ve sözel olarak ifade ederken sıfırın görevini vurgulamışlardır. Öğrencilere sayılar içerisinde sıfırın işlevinin ne olduğu sorulmuştur. Konuya ilişkin diyaloglar şu şekildedir:

ÖYTÖ1: Sıfırlar sayının 573 ve 999 olmadığını belirtiyor. 500 binin olduğunu belirtiyor.

ÖYTÖ2: Sıfırlar yok demektir. Basamağın olduğunu fakat basamağın bir sayısının olmadığını gösterir sıfır.

ÖYTÖ3: Sıfırlar bunun yüz bin olduğunu gösteriyor. Olmasa 573 olurdu.

ÖYTÖ4: Sayının büyüklüğünü sağlıyor. Mesela 1, yanına sıfır koy 10 oluyor. Sıfırlarda sayının değerini artırıyor.

ÖYTÖ5: Sıfırlar bölüğü oluşturuyor. Zorunlu değil sıfır. Başka sayılarda olsa olur. Sıfırları yazmazsak bölükler oluşmaz.

YBDÖ1: Hiçbir sayı yazılmadı ise sıfır yazılır. Sıfırları yazmazsak sayı değişir. 573 ve 999 olur mesela.

YBDÖ2: Sayıyı çoğaltmak istiyorsak sıfır koyuyoruz. Sıfırların görevi basamak doldurmak. Yoksa sayı 573 olur.

YBDÖ3: Sıfırlar olmasa sayı 573 olurdu. 0, sayının değerinin artırıyor.

YBDÖ4: Sıfırlar olmazsa 573 oluyor. Sayıyı oluşturmaya yarıyor. Sıfırlar olmazsa 999 oluyor.

YBDÖ5: Sıfırlar orda bir sayı olmadığını, sayının bir parçası olduğunu gösteriyor. Okurken o sıfırları okumayacağız.

YBDÖ5: Sayıları yüz, yüz bin yapıyor. 999 olurdu yoksa.

OBDÖ1: Sıfırlar olmazsa sayı 573 ve 999 olur.

OBDÖ2: Sayı 573 olur.

OBDÖ3: Sıfırlar olmasa 573 olur. Sıfırlar oradaki sayının devamını getiriyor.

OBDÖ4: Sıfırların değeri yok ama bir sayının sonuna sıfır eklersek 50, 500 oluyor.

OBDÖ5: Olmasaydı 573 olurdu sayı.

DBDÖ1: Sıfırlar olmasa 573 olurdu. Binlik yapıyor sıfırlar. 9 rakamının yanına iki tane gelirse (900) dokuz yüz, üç tane gelirse (9000) dokuz bin, dört tane gelirse (90000) dokuz yüz bin oluyor.

DBDÖ2: Olmazsa sayı 999 olur.

DBDÖ3: 5 sayısını 50, 500 falan yapmak.

DBDÖ4: Sıfırlar rakamı belli etmek için varlar. Olmazsa 573 olur.

DBDÖ5: Buranın 500 olmasını sağlıyor. Burada bir görevi yok ama birler bölüğünün 3 basamaklı olması için buna yarıyor.

Rakamla Verilen Sayının Okunuşunu Yazarken Bölüklerden Yararlanma

DBDÖ1 kodlu öğrenci hariç çalışmaya katılan tüm öğrenciler rakamla verilen sayıyı doğru okumuşlardır. Sayıyı okurken öğrenciler, bölüklerine ayırarak okuma yolunu tercih etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

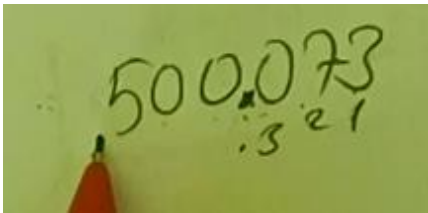
ÖYTÖ1: Sayıyı daha kolay okumak için birler ve binler diye bölüklerine ayırdım. Beş yüz bin yetmiş üç.

ÖYTÖ2: Beş yüz bin yetmiş üç bu sayı. Bölük kavramını ayırmak için nokta koyuyoruz. Nokta bin işlevi görüyor. Bir bölükte 3 basamak vardır. İlk 3 sayıyı saydım ayırdım. Tabi binler bölümünde 1 sayı da olur.

ÖYTÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 46'da ifade edilmiştir:

Şekil 46

ÖYTÖ2 Kodlu Öğrencinin Bölüklerden Yararlanma Çözümü



ÖYTÖ3: *Ben sayıları okurken nokta koyuyorum. 3 sayı birler, 3 sayı da binler bölümünde. Beş yüz bin yetmiş üç. Nokta bölükleri ayırıyor.*

ÖYTÖ4: *Beş yüz bin yetmiş üç. Önce basamak sayısına bakarım. 6 basamak var. En baştaki 500 oluyor.*

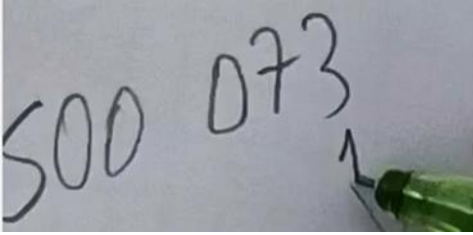
ÖYTÖ5: *Beş yüz bin yetmiş üç diye okudum. Sayılar bölüklere ayrılıyor. İlk üç rakam birler, diğeri binler bölümü. İki blok arasına nokta konuluyor.*

YBDÖ1: *Bölüklerine ayırdım. Birler ve binler bölümü. Beş yüz bin yetmiş üç.*

YBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 47'de ifade edilmiştir:

Şekil 47

YBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Bölüklerden Yararlanma Çözümü



YBDÖ2: *Öğretmenim beş yüz bin yetmiş üç olmalı. Daha rahat okuyabilmek için arasına nokta koyarım ya da boşluk bırakırım arada. Nokta koyarsam birler ve binler bölümü oluşur. Beş yüz bin 500 tane binlikten oluşuyor.*

YBDÖ3: *Beş yüz bin yetmiş üç diye okudum. Sayıyı okurken kolay okumak için nokta olur genelde. Birler bölümü ile binler bölümünün arasında olur genelde. 3 sayı olunca bölüklerine ayrılır. Birler bölümünden sonra sayı bin olmuş oluyor.*

YBDÖ4: *Beş yüz bin yetmiş üç. 500 binler bölümü, 073 birler bölümü. Birler bölümünde 3 sayı olmalı. Sağdan başlayarak bölüklerine ayırıyorum. 3 tanesini ayırıyorum.*

YBDÖ5: *Beş yüz bin yetmiş üç. Sayıyı okurken daha kolay okumak için nokta ile ayırıyoruz.*

OBDÖ1: Sayı okunurken birlik ve binlik olarak bölüklerine ayrılır. Sayı daha kolay okunmuş olur. Beş yüz bin yetmiş üç.

OBDÖ2: Bu sayı “beş yüz bin yetmiş üç”. Bu sayı 6 basamaklı, bir de sayıyı okurken ayırıyorum. Üçer basamak üçer basamak ayırdım ben bunu.

OBDÖ3: Beş yüz bin yetmiş üç. 500 binlikler 073 birlikler bölümü. Ayırıyorum.

OBDÖ4: Beş yüz bin yetmiş üç diye okurum.

OBDÖ5: Beş yüz bin yetmiş üç. Önce 500’ü okurum. 0’ı okumam 73. 500 bin diyorsun ya 73’ün önündeki sıfırdan öyle. Ora binler basamağı ya ondan 500 bin diye okunuyor.

DBDÖ2: Şimdi önce sayıyı ayırdım. “500” binlik, “073” yüzlük. Aralarına çizgi çektim okumak için. Beş yüz bin yetmiş üç.

DBDÖ3: Beş yüz bin yetmiş üç. Birler bölümünde 3 rakam olmalı. Binler bölümünde de 3 rakam olmalı. Nokta koydum aralarına.

DBDÖ4: Beş yüz bin yetmiş üç. 500’ün arasına bir binlik nokta koyarım okumak için. Bu şekilde okumak çok zor. Binler bölümü 1, 2, 3 basamaklı da olabilir.

DBDÖ5: Beş bin yetmiş üç. Burası (5000), bu da (73). Ama 073 birler bölümü. Aaa, yanlış oldu. 500’de binler bölümünde. “Beş yüz bin yetmiş üç”.

Sözel İfadesi Verilen Sayıyı Rakamlarla Yazarken Bölüklerden Yararlanma

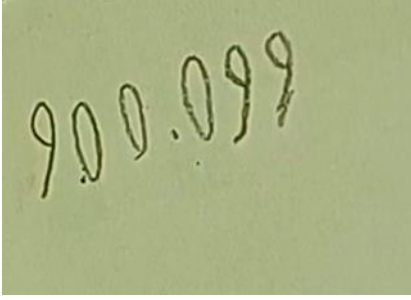
ÖYTÖ1, ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler sözel olarak verilen sayıyı rakamlar ile ifade ederken sayıları bölüklerine ayırmışlardır. Konuya ilişkin diyaloglar şu şekildedir:

ÖYTÖ1: 900 yazarım. Bin dediği için birler bölümünde 3 rakam olmalı. 900.099 olur.

ÖYTÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 48’de ifade edilmiştir:

Şekil 48

ÖYTÖ1 Kodlu Öğrencinin Bölüklerden Yararlanma Çözümü

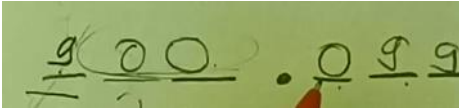


ÖYTÖ2: Dokuz yüz bin demiş. 3 basamak olacak 3 çizgi çizip nokta koyuyorum. Sonra 3 basamak daha olacak. Noktadan sonra 3 çizgi daha çiziyorum. 900.099 sayı bu.

ÖYTÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 49'da ifade edilmiştir:

Şekil 49

ÖYTÖ2 Kodlu Öğrencinin Bölüklerden Yararlanma Çözümü



ÖYTÖ3: 900099 diye yazılır.

ÖYTÖ4: 900.099 yazdım. Nokta demek bin demek. Bunu buraya koymasak da olur. Bunu ayraç gibi düşünün. Nokta demek bin demek.

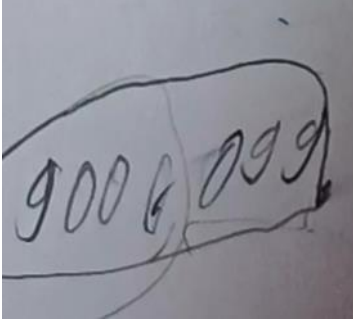
ÖYTÖ5: 900.099.

YBDÖ1: Önce 900. 099 yazarım. 900 bin dediği için bin demek nokta demek.

YBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 50'de ifade edilmiştir:

Şekil 50

YBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Bölüklerden Yararlanma Çözümü



YBDÖ2: dokuz yüz bin derken 6 basamaklı bu sayı. 900099 yazılışı bu şekilde.

YBDÖ3: 900099 sayı bu şekilde yazılır. Sayıları ayırdım. Arasına nokta koydum.

YBDÖ4: 900099 diye yazılır.

YBDÖ5: 900.099 diye yazdım.

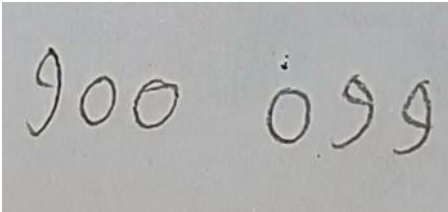
OBDÖ1: Burada sayıları seçerken "dokuz yüz bin" demiş. 900.099 olur.

OBDÖ2: Doğru yazımı bu şekilde. "900099".

OBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 51'de ifade edilmiştir:

Şekil 51

OBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Bölüklerden Yararlanma Çözümü



OBDÖ3: 900 099.

OBDÖ4: 900.099 yazarım.

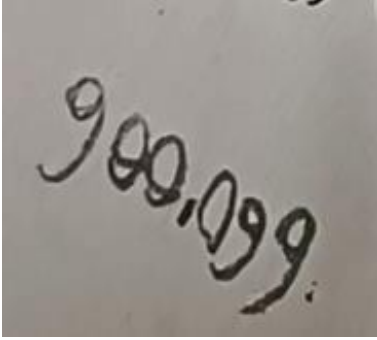
DBDÖ2: "900." Bu şekilde burası dokuz yüz bin. Yüzler basamağı da sıfır olacak.
900.099 diye yazılır.

DBDÖ3: 900099 bu şekilde yazarım ben. Sayı 6 basamaklı olmalı.

DBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 52'de ifade edilmiştir:

Şekil 52

DBDÖ3 Kodlu Öğrencinin Bölüklerden Yararlanma Çözümü



DBDÖ4: 900.099. Böyle yazdım. Binler noktasını koydum. Birler bölümü 3 rakam olmalı. Ondan sıfır koydum.

DBDÖ5: 900.099.

Rakamla Verilen Sayıyı Modellerle İfade Etme

ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ4, OBDÖ5, DBDÖ4 kodlu öğrenciler rakamla ifade edilen sayıyı modellerle (onluk taban blokları) ile ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyaloglar şu şekildedir:

ÖYTÖ2: Bloklarla tarif edersem 5 tane binlik kullanırım. 7 onluk ve 5 birlik kullanırım. Binler bölümünde sıfır olmayan tek anlamlı sayı 5. Binler basamağında olmasa bile 5 yeter. 500 000 olduğunu gösteriyor. Dıştan baktığımızda 5 binlik, 7 onluk, 5 birliği 5073 olarak okur birisi ama. O yüzden 500 tane binlik blok gerekir.

ÖYTÖ3: Bloklarla gösterecek olursam 500 tane binlik, 7 onluk ve 3 birlik blok kullanırdım.

ÖYTÖ4: Yüz binlik blok olmadığına göre 500 tane binlik, 7 onluk ve 3 birlik.

ÖYTÖ5: Bloklarla 5 tane yüz bin. Ama böyle bir blok yok. Binlik bloktan 500 tane olmalı. 7 onluk ve 3 birlik.

YBDÖ2: Beş yüz bin 500 tane binlikten, 7 onluk ve 3 birlikten oluşuyor.

YBDÖ3: 500073'ü bloklarla anlatabilirim. Birkaç tane binlik kullanırım. 500 tane binlik blok kullanırım. 7 onluk ve 3 birlik blok kullanırım.

YBDÖ4: Bloklarla gösterecek olursam 500 tane binlik blok 7 onluk, 3 birlik blok gerekli.

YBDÖ5: 500 tane binlik, 7 onluk ve 3 birlikten oluşur.

OBDÖ4: 500 tane binlik gerekiyor bloklarla. 7 onluk ve 3 birlik.

DBDÖ4: Binler bloğundan 500 tane kullanırım. 7 onluk ve 3 birlik.

Sözel İfade Edilen Sayıyı Modellerle İfade Etme

ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ4, DBDÖ1 kodlu öğrenciler sözel olarak verilen sayıyı modellerle (onluk taban blokları) ile ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ2: Bloklarla göstermek için 9 tane binlik gerekir. Aslında burada bir karmaşa var. 9 binlik koysam anlamazlar. 900 tane binlik lazım. 9 onluk ve 9 birlik lazım.

ÖYTÖ3: 900 tane binlik, 9 onluk ve 9 birlik kullanırdım.

ÖYTÖ4: 900 tane bin, 9 tane on, 9 tane 1 demek.

ÖYTÖ5: 900 tane binlik, 9 onluk, 9 birlik.

YBDÖ3: Bloklarla gösterecek olursam 900 binlik blok, 9 onluk ve 9 birlik bloktan oluşuyor.

YBDÖ4: Bloklarla tarif edeyim 900 tane binlik blok. 9 tane onluk, 9 tane birlik.

YBDÖ5: 900 binlik, 9 onluk, 9 birlik bloktan oluşuyor.

OBDÖ4: 900 tane binlik, 9 tane onluk ve 9 birlikten oluşuyor. Aslında binler basamağı 0. 9 tane mi binlik yapmam gerekliydi bilemedim.

DBDÖ1: 900 bin demek 900 tane binlik blok demek. 10, 20, ..., 90 9 tane onluk ve 9 tane birlik demek.

DBDÖ4: 900 tane binlik, 9 onluk ve 9 birlik.

Adlandırma Boyutuna Yönelik Hatalı Zihinsel Modeller

Öğrencilerin adlandırma boyutuna yönelik zihinsel modelleri incelendiğinde öğrencilerin sayıları modellemeye yönelik ve kavramsal olarak hataları mevcuttur. Öğrencilerin “Adlandırma” boyutuna yönelik hatalı zihinsel modelleri tabloda ifade edilmiştir.

Tablo 10

Öğrencilerin Adlandırma Boyutuna Yönelik Hatalı Zihinsel Modelleri

Adlandırma Boyutuna İlişkin Hatalı Zihinsel Modeller	Özel yetenek tanılı öğrenciler	Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler	Orta başarı düzeyindeki öğrenciler	Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler	N
Yazılışı Verilen Sayıyı Hatalı Modelleme			OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ5	DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ5	6
Okunuşu Verilen Sayıyı Hatalı Modelleme			OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ5	DBDÖ3 DBDÖ5	5
Sayıların Yazılışına ve Okunuşuna Yönelik Hatalı Zihinsel Modeller			OBDÖ2 OBDÖ5	DBDÖ1 DBDÖ2	4

Tablo 10 incelendiğinde öğrencilerin “adlandırma” boyutuna yönelik zihinsel modellerine yer verilmiştir. Öğrencilerde en çok “Yazılışı Verilen Sayıyı Hatalı Modelleme” (N=6) mevcuttur. Orta başarı düzeyinden 3 ve düşük başarı düzeyinde 3 öğrenci bu hatalı zihinsel model mevcuttur. İkinci olarak öğrencilerde en çok “Okunuşu Verilen Sayıyı Hatalı Modelleme” (N=5) mevcuttur. Orta başarı düzeyinde 3 ve düşük başarı düzeyinde 2 öğrencide mevcuttur. Son olarak öğrencilerde “Sayıların Yazılışına ve Okunuşuna Yönelik Hatalı Zihinsel Modeller” (N=4) görülmüştür. Orta başarı düzeyinde 2 ve düşük başarı düzeyinde 2 öğrencide görülmüştür. Adlandırma boyutunda düşük ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerde hatalı zihinsel modeller “ . Yüksek başarı düzeyinde ve özel yetenek tanılı öğrencilerin adlandırma boyutunda hatalı zihinsel modelleri mevcut değildir.

Yazılışı Verilen Sayıyı Hatalı Modelleme. OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ5, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ5 kodlu öğrenciler rakamla verilen sayıyı modellerle (onluk taban blokları) hatalı ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

OBDÖ2: Ben bu sayıyı çizerek gösterirsem 9 tane yüzlük blok çizerdim. 900 olurdu araya da sıfır koyardım ki karışmasın. Sonra 9 onluk ve 9 birlik blok çizerdim.

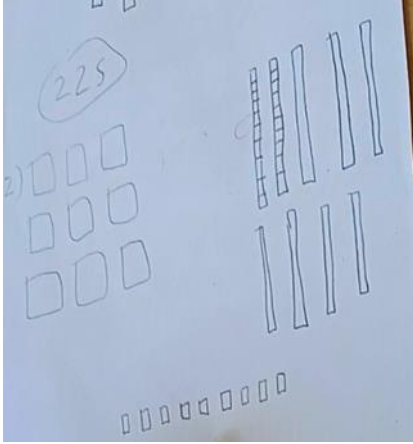
A: Blokların sıralı çizdin. Blokların yeri değişse sayı değişir mi?

OBDÖ2: Evet değişir. Bloklar sıralı olmalı.

OBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 53'te ifade edilmiştir:

Şekil 53

OBDÖ2 Kodlu Öğrenciye Ait Hatalı Modelleme



OBDÖ3: Bloklarla binlik bloğundan 90 tane koymalıyız. Onluk 9 blok, birlik 9.

OBDÖ5: Dokuz yüz bin 90 tane yüzlükten, 9 onluktan ve 9 birlikten oluşmuş.

DBDÖ2: 9 tane binden oluşuyor 900 bin sayısı.

DBDÖ2: Bloklarla gösterirsem 9 yüzlük blok koydum 900'ü gösterdim. Onlar basamağında 90 var (9 onluk blok kullanır). 9 birlik kullandım bir de. Aslında yüzlük değil de 9 tane şunlardan koymalıydım (binlik blok).

DBDÖ3: Koymasak olmaz. Bu sayı 9 binlikten 9 onluk ve 9 birlikten oluşuyor.

DBDÖ5: Bloklarla çözecek olursam Binler basamağında 9 yüzlük, 9 onluk, 9 birlik.

Birler ve binler bölüğünü de çizgiyle ayırdım.

Okunuşu Verilen Sayıyı Hatalı Modelleme. OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ5, DBDÖ3, DBDÖ5 kodlu öğrenciler okunuşu verilen sayıyı bloklar ile ifade etmek istemişlerdir, fakat yanlış ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

OBDÖ2: Bloklarla gösterecek olursam 5 tane yüzlük blok kullanırım. Ön yüzünü sayarsak 500 eder. Sonra yanına çubuklar ile sıfır yaparım. 7 onluk ve 3 birlik daha koyarsam bloklar ile göstermiş olurum.

OBDÖ3: Bloklarla 50 tane binlik blok, 7 onluk, 3 birlik.

OBDÖ5: 50 tane yüzlük, 7 onluk ve 3 birlik.

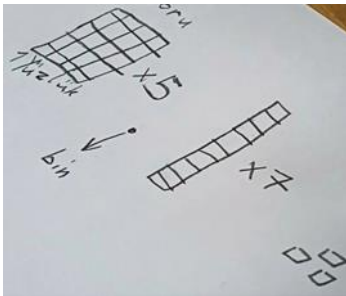
DBDÖ3: Bu sayıyı bloklarla gösterecek olursam 5 binlik, 7 onluk, 3 birlik ile gösteririm. Aslında binler basamağı 0 olduğu için 0 mi olmalı ki.

DBDÖ5: 5 tane binlik olmalı. Ama 500 bin demiş. 5 tane yüzlük olmalı. 7 onluk 3 birlik.

DBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 54'te ifade edilmiştir:

Şekil 54

DBDÖ5 Kodlu Öğrenciye Ait Hatalı Modelleme



Sayıların Yazılışına ve Okunuşuna Yönelik Hatalı Zihinsel Modeller. OBDÖ2, OBDÖ5, DBDÖ1, DBDÖ2 kodlu öğrencilerin sayıyı okumaya ve yazmaya yönelik hatalı zihinsel modelleri mevcuttur. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

OBDÖ2: Sıfırlar olmazsa sayı 999 olurdu. 900 000 üç tane binlikten oluşuyor. Üç sıfırdan oluşuyor. 900'den sonra üç sıfır geldiği için üç tane binlikten oluşmuştur.

OBDÖ5: 90099 diye yazılır. 900 diye okuduk ya 0 ile 9'un arası da bin oluyor. 3 tane sayıdan sonra bin oluyor.

A: Peki aşağıya dokuz yüz bin yazar mısın?

OBDÖ5: "90000". 900 yazdım iki sıfır koydum. Bin deyince 2 sıfır koydum.

DBDÖ1: Üç tane sıfır var ya. Beş bin yetmiş üç oluyor. Aslında önce beş yüz bin yetmiş üç sandım ama değil. Bir sıfır daha olmalıydı. "50000073" bu sayı beş yüz bin yetmiş üç olurdu. Yanlış oldu bir sıfır silmeliyim. 5000073 yazarım. Şimdi oldu. Basamaklarını sayacak olursam 3 birler, 7 onlar, 0 yüzler basamağında, yine diğer 0 ise binler basamağında. 5000 de binler basamağı. Yani 5 tane bin.

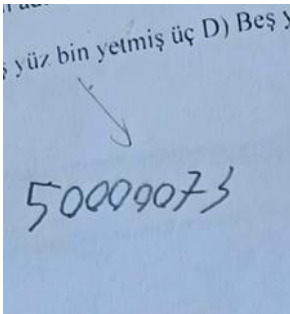
A: Binler basamağı tek bir basamak mı?

DBDÖ1: Hayır. 1000, 2000 3000, 4000, 5000 diyoruz ya. 5000'in hepsi binler basamağı.

DBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 55'te ifade edilmiştir:

Şekil 55

DBDÖ1 Kodlu Öğrenciye Ait Hatalı Yazma



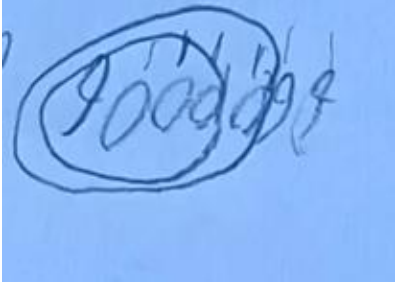
DBDÖ1: Dokuz yüz bin doksan dokuz demiş. "90000" bu dokuz yüz bin demek, "9000099" bu da dokuz yüz bin doksan dokuz demek. 3 sıfır olsaydı dokuz bin olurdu. 4

sıfır olunca dokuz yüz bin ediyor. 9000099 sayısında 90000 yüz binlik demek. Yuvarlak içine alırım. En baştaki 900 de binler basamağı.

DBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 56'da ifade edilmiştir:

Şekil 56

DBDÖ1 Kodlu Öğrenciye Ait Hatalı Yazma



DBDÖ2: "900." Bu şekilde burası dokuz yüz bin. Yüzler basamağı da sıfır olacak. 900.099 diye yazılır.

A: Bana yalnızca dokuz yüz bin yazar mısın?

DBDÖ2: "900."

A: Dokuz yüz bin sayısı bu mu?

DBDÖ2: Evet.

A: 900 yazar mısın?

DBDÖ2: "900"

A: Farkı ne?

DBDÖ2 Nokta var ya ondan. Nokta demek bin demek.

3. Özel Yetenek Tanılı Olan Ve Olmayan Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Basamak Değerinin “Yeniden Adlandırma” Boyutuna Yönelik Zihinsel Modelleri

Bu başlık altında araştırmanın “Özel yetenek tanılı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin “Yeniden Adlandırma” boyutuna yönelik zihinsel modelleri nelerdir?” alt problemine yönelik bulgular sunulmuştur. “Yeniden Adlandırma” boyutuna yönelik bulguları ortaya koymak amacıyla öğrencilere aşağıdaki soru sorulmuştur:

“20 onluk + 25 birlik + 20 yüzlük =.....hangi sayıya karşılık gelir? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.” Öğrencilerin yeniden adlandırma boyutuna ilişkin zihinsel modelleri tabloda ifade edilmiştir:

Tablo 11

Yeniden Adlandırma Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller

Yeniden Adlandırma Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller	Özel Yetenek Tanılı Öğrenciler	Yüksek Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	Orta Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	Düşük Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	N
Zihinden Gruplama	ÖYTÖ1 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ3	OBDÖ1 OBDÖ4 OBDÖ5		10
Modeller ile Gruplamalar Yapma	ÖYTÖ2 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ2 YBDÖ3 YBDÖ4	OBDÖ3 OBDÖ4		9
Çözümleme ve Gruplama	ÖYTÖ1 ÖYTÖ2	YBDÖ1 YBDÖ5 YBDÖ3	OBDÖ3	DBDÖ1	7
Modeller ile İleri Sayma			OBDÖ3	DBDÖ1	2

Tablo 11 incelendiğinde öğrencilerin “Yeniden Adlandırma” boyutuna ilişkin zihinsel modellerine yer verilmiştir. Öğrenciler en çok “Zihinden Gruplama” (N=10) zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 4, yüksek 3 ve orta 3 başarı düzeyindeki öğrencide bu zihinsel model mevcuttur. Öğrencilerde en fazla mevcut olan diğer zihinsel model “Modeller ile Gruplamalar Yapma” (N=9) modelidir. Özel yetenek tanılı 4 ve yüksek başarı düzeyinden

3, orta başarı düzeyinden 3 öğrencide bu zihinsel model mevcuttur. İkinci olarak öğrencilerde “Çözümleme ve Gruplama” (N=7) zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 2, yüksek başarı düzeyinden 3, orta başarı düzeyinden 1, düşük başarı düzeyinden 1 öğrencide bu zihinsel model mevcuttur. Son olarak orta 1 ve düşük 1 başarı düzeyinden öğrencide “Modeller ile İleri Sayma” (N=2) zihinsel modeli mevcuttur. Düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin yeniden gruplama boyutunda güçlük çektikleri görülmektedir. Yeniden adlandırma boyutuna ilişkin yalnızca 1 öğrencide zihinsel model mevcuttur.

Zihinden Gruplama

ÖYTÖ1, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, OBDÖ1, OBDÖ4, OBDÖ5, kodlu öğrenciler zihinden gruplamalar yapmıştır. Birlikleri onluklara, onlukları yüzlüklere, yüzlükleri ise binliklere dönüştürmüşlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: 20 tane yüzer yüzer sayarsam, 100, 200, 300.....2000 eder. 20 onluk demiş. 20'yi 10 ile çarparsam 200 eder. 25 birlikte de zaten 2 tanesi onluk eder. 5 birlik kalır. 2225.

ÖYTÖ3: Sileyim. Şimdi 20 yüzlük+ 20 onluk+ 25 birlik. 20 yüzlük 2 tane binlik eder. Yüzlükte 2'dir, çünkü onluklardan 2 yüzlük gidiyor. 25 birlikten onluklara 2 gidiyor. Birlikler de 5. 2225 buldum.

ÖYTÖ4: 20 onluk = 2 yüzlük. 10 tane onluk 1 yüzlükse, 20 tane yüzlük 2 yüzlük. 20 yüzlükte ekleniyor, 22 yüzlük oluyor. 22 yüzlüğün 20 yüzlüğü, 2 binlik ediyor. 2 yüzlükte binliğe pek yaklaşmamış. 25 birlik 2 onluk ve 5 birlik eder. Burası biraz karıştı sıradan yapmam lazım. Elimizdekiler 2 bin var, 2 yüz ve 2 on var, 5 birlik var. 2225.

ÖYTÖ5: 10 onluk 1 yüzlük eder (sorunca ileri saydım dedi). 20 onluk 2 yüzlük eder. 25 birlik 2 onluk 5 birlik eder. 10 tane yüzlük 1000 ediyor. 20 yüzlük 2 binlik. 2225.

YBDÖ1: 10 tane yüzlük bir 1000 eder. 20 yüzlük 2 binlik eder. 25 birliğin içinde 2 onluk var. 5 tane kaldı. 2025 oldu. 20 onluk demiş. 20 onluk kaç eder? 20 onluğu yüzlük olarak hesaplayalım. 10 onluk 1 yüzlük ediyorsa 20 onluk 2 yüzlük eder. 2225 eder.

YBDÖ2: 25 birlik olduğu için 25'teki 2 eldeyi onlar basamağına gönderiyorum. Onlar basamağı 2 oluyor. 20 onluk demiş. 20 onluğu da 2 elde olarak yüzler basamağına gönderiyorum. Binlere de elde olarak 2 kalıyor. 2225.

YBDÖ3: 10 tane birlik, 1 tane onluk eder. 10 tane onluk, 1 tane yüzlük eder. 10 tane yüzlük 1 binlik eder. Aaaa buldum! Buradaki sayıları birlik, onluk ve yüzlük sırasıyla koyacağız, çünkü 0'ı saymayacağız. Bu sayının ilk 2 basamağı 25. 25 birliğin 5 birliğini birler basamağına yazdım. 2 onluk elde. 20 onluk daha 22 onluk etti. Onlar basamağına 22 onluğun 2'sini yazdım. Yine elde var 2. 20 yüzlüğe de 2 eklersem 2225 olur.

OBDÖ1: 10 tane yüzlük binlik ettiği için, 20 yüzlük demek 2000 demektir. 10 yüzlük 1 yüzlük ederse, 20 onluk 2 yüzlük eder. 25 birliği de yazarsak 2225 olur.

OBDÖ4: 20 yüzlük 2000 eder. 25 birlikte 25 birlik ediyor. 20 onluk 200. 2225.

OBDÖ5: Zihinden de yaparım. 20 yüzlük 2000 eder. 20 onluk 200 eder. 25'i de yazar alt alta toplarım. $2000+200+25= 2225$ bunda da.

Modeller ile Gruplamalar Yapma

ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4, OBDÖ3, OBDÖ4 kodlu öğrenciler modeller (onluk taban blokları) kullanarak gruplamalar yapmışlar ve sonuca ulaşmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ2: Bloklarla yapacağım. 1 yüzlük aldım elime. Bakarsam 1 yüzlük 10 tane onluktan oluşuyor. 20 onluk 2 yüzlük ediyor. 1 onluk aldım elime saydım. 10 tane birlik var 1 onlukta. 1 onluk daha aldım 20 etti. 2 onluk ve 5 birlik oldu 25 birlik. 20 yüzlük diyor. 1 binliğin için bakıyorum 10 tane yüzlük var. 20 yüzlük demiş, bu da 2 binliğe eşit oluyor. Dolayısıyla benim sayım 2225 eder.

ÖYTÖ3: *Ben bunu bloklarla da çözerim. 20 yüzlük, 20 onluk, 25 birlik çıkardım. Yüzlüklerin yerine 2 binlik blok koydum. 20 tane onluk var. Burada 2 tane yüzlük oluştu. Birliklerden 2 tane onluk, 5 birlik oluştu. 2225.*

ÖYTÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 57'de ifade edilmiştir:

Şekil 57

ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin Modeller ile Gruplamalar Çözümü



ÖYTÖ4: *Bloklarla, 20 yüzlük blok çıkarttım. 20 yüzlük, 25 birlik. 1 onluk, 10 birlik demek. 10 birlik ile 1 onluk yaptım. 10 tane daha 1 onluk yaptım. 5 birlik kaldı bu bir şey yapmıyor. 22 onluk oldu. 10 onluk, 1 yüzlük ediyor. 2 yüzlük koydum. 2 onluk kaldı geriye o da bir şey etmiyor. 22 yüzlüğünde 20'sini 2 binlik yaptım. Yani sonuçta 2 binlik, 2 yüzlük, 2 onluk ve 5 birlik kalıyor.*

ÖYTÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 58'de ifade edilmiştir:

Şekil 58

ÖYTÖ4 Kodlu Öğrencinin Modeller ile Gruplamalar Çözümü



ÖYTÖ5: *Bloklarla 10 tane onluğu 1 yüzlük yaptım. 10 onluk daha var. O da 1 yüzlük etti. 25 birlik aldım. 20 birliği 2 onluk yaptım. 5 birlik kaldı. 20 yüzlük aldım. 2 binlik etti. 2225.*

YBDÖ2: *Bloklar ile açıklayım mı? 25 tane birlik blok çıkardım. Bunlardan onluk yapabildiğim kadar yapacağım. Olmayanlarda birlik olarak kalacak. 10 tanesi, 1 onluk oldu. 1 tane daha onluk elde ettim. 5 birlik kaldı geriye. Onluklara 2 onluk blok gitti. 20 onluk blok çıkarayım. Yapabilirsem yüzlük yapacağım. 10 tane çıkardığımızda bunlar yüzlük oldu. 10 tane daha alırsam 1 yüzlük eder. 2 yüzlüğüm oldu. Şimdi 2 onluk kaldı elimde. 5 birliğim var, 2'de yüzlüğüm. Şimdi yüzlükleri sayıyorum. 20 yüzlük aldım. 20 yüzlükte 2 tane binlik etti. 2225 oldu.*

YBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 59'da ifade edilmiştir:

Şekil 59

YBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Modeller ile Gruplamalar Çözümü



YBDÖ3: Mesela yüzlüklerden başlasam gelecek eldeleri bilmiyorum ya. 25 birlikte 2 tane eldemiz var. Yani 2 tane onluğumuz var. 20 onluk elde var 2 oluyor. 2 tane yüzlük yani. 20 yüzlük var yani elde var 2. Yani 2 binlik. Cevap 2225.

YBDÖ4: Bloklarla yaparım. 25 birlik, 20 onluk ve 20 yüzlük blok koydum. Onluklar 2 tane yüzlük oldu. Yüzlükler de 2 binlik yapar. $20/2=10$ yapar. 10 yüzlükte 1000 yapar. 25 birlikte 5 zaten birlik kısmına yazılacak. 20'yi de 2 onluk yaptım. 2225.

OBDÖ3: Ben bloklarla çevirerek de yaparım. 20 yüzlüğün yerine 2 binlik blok koyarım. Onlukları yüzlük yaparım. 2 yüzlük. 10 tane birlikte 1 onluk olacak. 5 birlik kaldı 2225 yine.

OBDÖ4: 20 onluk, 25 birlik, 20 yüzlük koydum masaya. 20 onluk 200 eder. 25 birlikte 225 var. 20 yüzlük 2 binlik oldu. 2225.

Çözümleme ve Grublama

ÖYTÖ1, ÖYTÖ2, YBDÖ1, YBDÖ3, YBDÖ5, OBDÖ3, DBDÖ1 kodlu öğrenciler çözümleme ve gruplamalar yaparak sonuca ulaşmışlardır. Öğrencilerin konuya ilişkin diyalogları şu şekildedir:

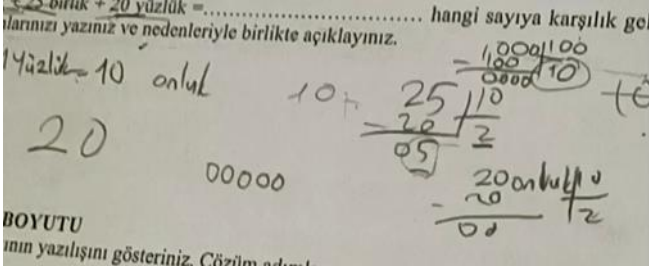
ÖYTÖ1: 20 tane yüzlük toplanırsa 2000 eder. 20 onlukta toplarsam 200 eder. 25 birlikte bunları toplarsak 2 onluk ve 5 birlik eder. Hepsi 2225 eder. 0 yüzlük 2000 eder. Alt alta yazar toplarım. 2225.

ÖYTÖ2: 25 birlik demiş. $25/10=2$ eder. Bu 2 onluk oluyor. 5'te kalan, bu da birlik oluyor. 20 onluk var bir de. Bir yüzlüğün içinde 10 onluk varsa, 20 onluk 2 yüzlük eder. 225 etti bunlar. 20 yüzlük demiş. 1 binliğin içinde 10 yüzlük varsa, 20 yüzlük 2 binliği eşittir. 2 binde buradan geldi. 2225 buldum.

ÖYTÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 60'da ifade edilmiştir:

Şekil 60

ÖYTÖ2 Kodlu Öğrencinin Çözümleme ve Grublama Çözümü



ÖYTÖ2: Ben bunu çözümlene ile de yapabilirim. 20 onluk=10 onluk+10 onluk. 10 onluk 1 yüzlük eder. Burası 2 yüzlük etti. 25 birlik= 10 birlik+ 10 birlik + 5 birlik. 10 birlik 1 onluğa eşitse burası 2 onluk ve 5 birlik etti. 20 yüzlük=10 yüzlük + 10 yüzlük. 10 yüzlükte 1 binlik olduğu için bura da 2 binlik etti. 2225.

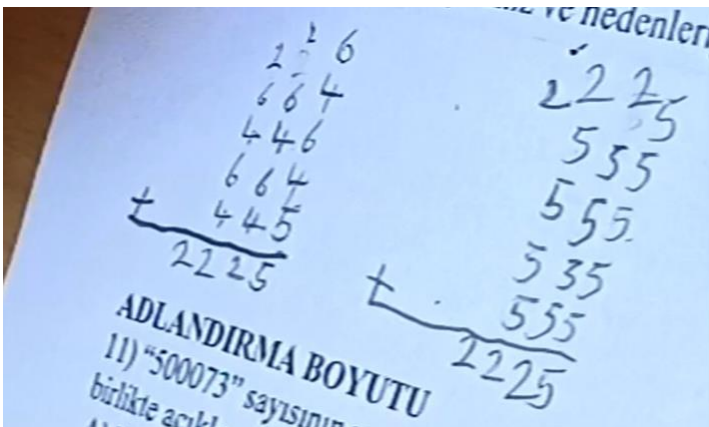
YBDÖ1: $20 \times 100 = 200$ eder. 25'i 10'a böldüm 20 onluk geriye de 5 birlik kalır. 10 yüzlüğü de 10'la çarparsam binlik eder. 2225.

YBDÖ3: Birkaç tane toplama ile yapabilirim. 25 birliği 5+5+5+5+5 şeklinde 20 onluğı 5+5+5+5 şeklinde, 20 yüzlüğü 5+5+5+5 şeklinde parçaladım. 555+555+555+555+5 şeklinde alt alta yazar toplarım. 2225 olur yine. (Verilen miktarları 10'a göre konumlama). Aynı işlemi 1+9, 2+8, 3+7, 4,6 ile de yapabilirsin. Mesela 25 birliği 6+4+6+4+5 şeklinde, 20 onluğı 6+4+6+4 şeklinde, 20 yüzlüğü 6+4+6+4 şeklinde tamamlarım 664+446+664+445+6 yapar 2225 bulurum.

YBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 61'de ifade edilmiştir:

Şekil 61

YBDÖ3 Kodlu Öğrencinin Çözümlene ve Gruplama Çözümü



YBDÖ5: 20 yüzlük demiş. 20'yi 100'le çarparsak 2000. 20 onluk demiş, 20'yi 10'la çarpacağız 200. 25 birlik de var. 25'i de 1 ile çarptım, 2225.

YBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 62'de ifade edilmiştir:

Şekil 62

YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Çözümleme ve Gruplama Çözümü

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times 20 \\ \hline 000 \\ +200 \\ \hline 2000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 10 \\ \hline 00 \\ +20 \\ \hline 200 \end{array}$$

OBDÖ3: $200+25=225$. $2000+225=2225$. 20 yüzlüğü bulmak için yüzer yüzer saydım 2000 buldum.

DBDÖ1: 10 yüzlük 1000 ise 20 yüzlük 2000 eder. 10 onluk 100, 20 onluk 200 eder. 25 birlikte 25 eder. Çünkü birlik. Birer birer gittiğine göre 25 eder. $2000+200+25=2225$ eder.

DBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 63'te ifade edilmiştir:

Şekil 63

DBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Çözümleme ve Gruplama Çözümü

YENİDEN ADLANDIRMA BO...
9) 20 onluk + 25 birlik + 20 yüzlük = 2000
Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birli

$$2000+200+25=2225$$

Modeller ile İleri Sayma

OBDÖ3, DBDÖ1 kodlu öğrenciler model (onluk taban blokları) kullanarak ileri doğru saymışlardır. Öğrencilerin konuya ilişkin diyalogları şu şekildedir:

OBDÖ3: Materyallerle yaparım. 20 onluk, 20 yüzlük ve 25 birlik çıkardım. Şimdi bunları tek tek sayacağım. 100, 200, ..., 1000, 1100,...2000. Burada yüzlükler 2000 etti. 2020, 2030, ..., 2190, 2200 oldu burası. 2202, 2204,...,2225.

DBDÖ1: Bloklarla 20 yüzlük alırsam 100, 200, 300,2000 olur. 20 tane onluk blok koyarsa bunu sayıyorum 10, 20, 30, ..., 180, 190, 200 eder. 25 tane de birlik blok sayıp koyarsam 1, 2, 3,, 25 olur. 2225 eder.

Yeniden Adlandırma Boyutuna İlişkin Hatalı Zihinsel Modeller

Yeniden Adlandırma boyutuna ilişkin öğrencilerin hatalı zihinsel modelleri mevcuttur. Öğrencilerin yeniden adlandırma boyutuna ilişkin hatalı zihinsel modelleri tablo 12’de ifade edilmiştir.

Tablo 12

Yeniden Adlandırma Boyutuna İlişkin Hatalı Zihinsel Modeller

Yeniden Adlandırma Boyutuna İlişkin Hatalı Zihinsel Modeller	Özel Yetenek Tanılı Öğrenciler	Yüksek Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	Orta Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	Düşük Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	N
Modellerin Kullanımına İlişkin Hatalar	ÖYTÖ1	YBDÖ3 YBDÖ4	OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ5	DBDÖ3	7
Gruplamaya Dayalı Hatalı Modeller	ÖYTÖ3	YBDÖ2	OBDÖ2	DBDÖ2 DBDÖ4 DBDÖ5	6
Modellemeye Dayalı Hatalar				DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ4 DBDÖ5	4

Tablo 12 incelendiğinde öğrencilerin “Yeniden Adlandırma” boyutuna ilişkin hatalı zihinsel modelleri ifade edilmiştir. Öğrencilerde en çok “Modellerin Kullanımına İlişkin Hatalar” (N=7) mevcuttur. Özel yetenek tanılı 1, yüksek başarı düzeyinden 2, orta başarı düzeyinden 3, düşük başarı düzeyinden 1 öğrencide bu hatalar mevcuttur. Öğrencilerin ikinci olarak “Gruplamaya Dayalı Yanlış Modeller” (N=6) mevcuttur. Özel yetenek tanılı 1,

yüksek başarı düzeyinden 1, orta başarı düzeyinden 1, düşük başarı düzeyinden 3 öğrencide bu hatalı zihinsel model mevcuttur. Son olarak düşük başarı düzeyinden 4 öğrencide “Modellemeye Dayalı Hatalar” mevcuttur.

Modellerin Kullanımına İlişkin Hatalar. ÖYTÖ1, YBDÖ3, YBDÖ4, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ5, DBDÖ3 kodlu öğrenciler modellerin (onluk taban blokları) birim olarak ifade ettiği değer farkında değildirler. Sayı sembolleri ile yazımda olduğu gibi onluk taban bloklarında da basamakların yeri değiştiğinde sayının da değişeceğini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin bir kısmı onluk taban blokları sıra ile konulmadığında sayının değişeceğini, bir kısmı da sayının anlamsız olacağını ifade etmişlerdir. OBDÖ2 kodlu öğrenci ise onluk taban bloklarının bir birim ifade ettiğinin farkında değildir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

A: Bloklarla 2225 sayısını gösterdin. Blokların yeri karışık konulsa da sayı yine aynı sayı olur mu?

ÖYTÖ1: Sayı bozular. Sayı okunamaz. Zor. Birler ve onlar basamağının blokları yer değişse 2252 de olamaz. İki bin iki yüz beş yirmi de olamaz. İllim, blokların yeri değişse 2225 olmaz.

A: Blokları sıralı koydun. Blokların yeri değişirse sayı değişir mi?

YBDÖ3: Tabiki değişir. Mesela birlikler binliklerin yanında olsa 2522 olur.

YBDÖ4: Değişir. 2225 sayısında mesela 2 onluğu sona koyamazsın. O zaman sayı olmaz. Bir basamağa en fazla 9 yazabilirsin.

A: Peki bu bloklar yüzlük, onluk ve birlik şeklinde sıra ile konulmak zorunda mı?

OBDÖ1: Evet. Konmazsa 2225 olmaz. Mesela onluklar başta olursa onlukları yüzlük sayabilirler ondan olmaz.

OBDÖ2: Ben bunu bloklarla yaparsam (eline bir tane onluk blok alır) bu 20 tanedir. Bunun bir yüzü 10, diğer yüzü de 10. Toplam 20 eder. (eline bir yüzlük blok alarak) yüzlüklerin de önü 100, arkası da 100. 200 ediyor. 5 tane de birlik blok koyarsam 5 ediyor.

O zaman ben yüzlük ve onluk blokların sadece ön yüzünü, birlikleri de birer birer sayarım. 2 yüzlük blok, 2 onluk blok, 5 birlik blok kullanırsam 225 bulurum.

A: Blokların yerini değiştirirsek sayı değişir mi?

OBDÖ5: Değişir. 25 birlik başa gelirse mesela sayı değişir. “yirmi beş bin iki yüz iki bin” gibi bir şey olur. Birlik başa gelirse aynısı olmaz. 25 başa geçince yüzlük mü olacak yoksa aynı mı kalacak birlik diye? İki yüz elli iki bin yirmi.

OBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 64’te ifade edilmiştir:

Şekil 64

OBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Düşündüğü Model Dizilimi



A: Sıraya koydum dedin. Blokların sırası değişse sonuç değişir mi?

DBDÖ3: Değişir.

Gruplamaya Dayalı Hatalı Modeller. ÖYTÖ3, YBDÖ2, OBDÖ2, DBDÖ2, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler sayıları gruplama yaparak dönüştürememişlerdir. ÖYTÖ3 ve DBDÖ2 kodlu öğrenciler birlik, onluk ve yüzlüklerin ifade ettiği miktarları gruplama yapmadan toplamıştır. YBDÖ2 kodlu öğrenci her basamağa en fazla 9 rakamının yazılacağını düşünerek yanlış gruplamalar yapmıştır. OBDÖ2, DBDÖ4 ve DBDÖ5 kodlu öğrenci birlik, onluk ve yüzlüklerin ifade ettiği miktarları sırası ile yan yana yazıp bir sayı oluşturmuştur. OBDÖ2 kodlu öğrenci diğer bir yol olarak da miktarların sırası ile birler, onlar

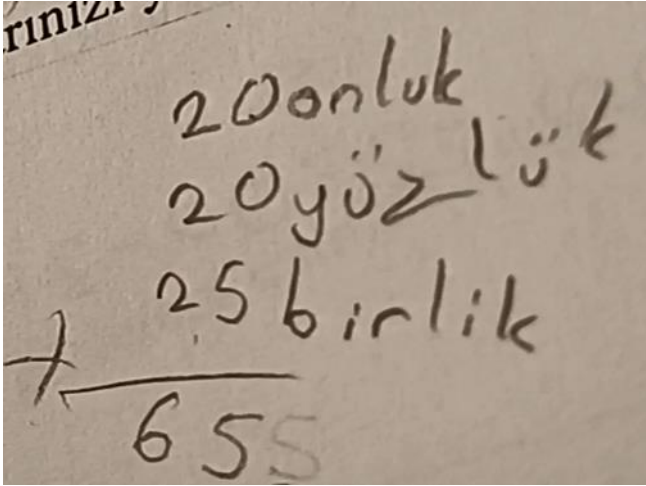
ve yüzler basamaklarını bir araya getirip bir sayı oluşturmuştur. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ3: 25 birlik ya 45 oldu. Elde geldi ya. Beynim yandı. Sinirlendim. Birlikler 25. Buradaki 2'yi yani onluklardaki 2'yi onluklara verdim 4 oldu onluk. Onluklarda 2 vardı zaten 4 oldu. Yüzlüklerde 4 olacak 2 elde gitti ya. 6 mı olacak ki 3 tane 2 var ya. Ben en iyisi bunları toplayım. $20+20+25=65$ eder.

ÖYTÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 65'te ifade edilmiştir:

Şekil 65

ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin Gruplamaya Dayalı Hatalı Modelleri



YBDÖ2: O zaman 25'in yanındaki 2 onluk olduğu için bunu onluk kısma vermem gerekiyor. 20 onluğu da yüzlüklere kaydırmam gerekli. En fazla 9 tane kalabilir. Gerisini kaydırmam gerekli. 20 onluk 200 birlik olur. Onlar basamağına 9 yazarım. Gerisini de diğer basamağına kaydırmam gerekli (yüzler basamağına). 20 yüzlükte olamaz bu da binliğe kayıyor. 20 onluk vardı. 9 tanesini onlar basamağına yazdım. 11 tane onluğum kaldı. 11 onluğun bir tanesini binler basamağına verdim. Binler basamağı da 3 oldu. Yani 3195 buldum.

OBDÖ2: Ben şimdi birler basamağına 5 mi yazacağım 2 mi? Birliğin ilk sayısı olan 2'yi mi yazmalıyım? Şimdi anladım. 25'teki birlik basamağı 5, onluklarda 20 onluk ya. Buradaki 2'yi yazacağın. 2 burada onluk. Yüzlüklerde nasıl yapacağım? 20 yüzlük demiş.

2 basamaklı. O zaman benim iki çözümüm var. Ben sayıları birleştirdim 202025 buldum. Birde 25 birlik dediği için 5 birliği birler basamağına yazdım. 20 onluk dediği için 20 onluğun 2'sini de onlar basamağına yazdım. 20 yüzlük demiş. Orda da yüzlük verilmemiş. Sonuna sıfır eklersek 200 olur. Onu da 2 olarak yüzler basamağına yazdım. 225 buldum.

DBDÖ2: Birliklerden başlanır diye yani. 20 onluk ve 20 yüzlük koydum.

A: Bu sayı kaç oldu?

DBDÖ2: Şimdi bunları yazarım $20+20+25=56$ eder. 5'i yazdım önce diğerleri de 6 yapar 56.

DBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 66'da ifade edilmiştir:

Şekil 66

DBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Gruplamaya Dayalı Hatalı Modelleri

The image shows a handwritten mathematical model. On the left, the number 202025 is represented as 25, 20, and +20, with a horizontal line under the 20. To the right of this, the number 56 is written.

DBDÖ4: 20 yüzlük birinci geliyor.

A: Neden?

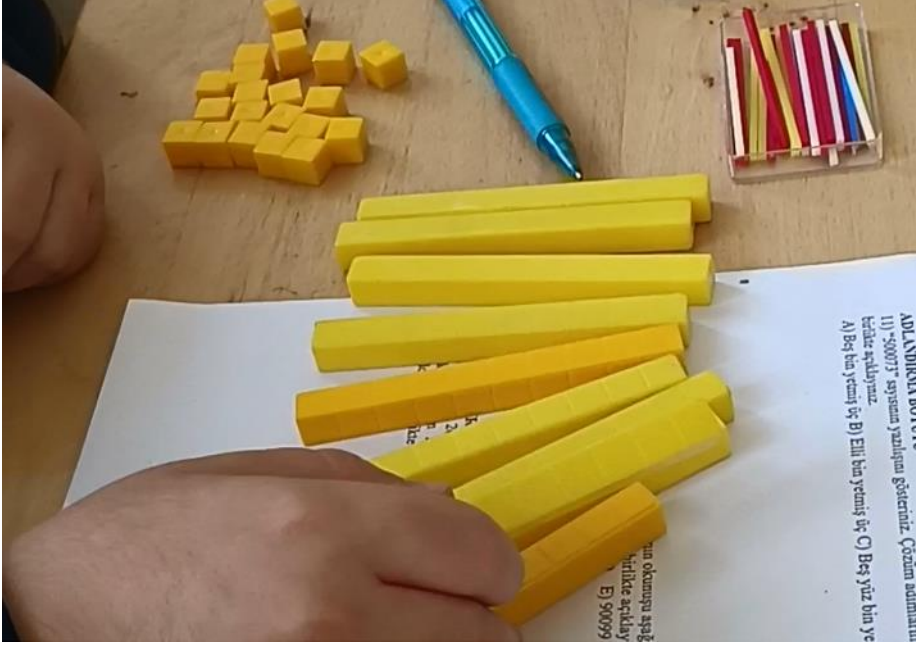
DBDÖ4: Yüzlük daha bu tarafta (sol taraf). Daha büyük. Birlik daha şu tarafta (sağ).
202025 "iki yüz iki bin yirmi beş"

A: Neden yan yana yazdın?

DBDÖ4: Basamaklarına göre sırayla yazdım.

DBDÖ5: 20 yüzlük, 20 onluk ve 25 birliği yazdım 202025 oldu. Bölükleri olmayan bir sayı gibi düşün. Her basamaktan ikişer olan.

DBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 67'de ifade edilmiştir:



DBDÖ3: Materyaller kullanarak daha kolay yapabilirim. 20 tane onluk koydum. 20 tane yüzlük blok koydum. 25 birlik koydum. Şimdi de bunları sıraya koyuyorum. Yüzlük, onluk ve birlik olarak. 225 oldu. Bloklarla saydım 225 oldu.

DBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 69'da ifade edilmiştir:

Şekil 69

DBDÖ3 Kodlu Öğrencinin Hatalı Modellemeleri



DBDÖ4: Materyaller ile çözerim. 25 birlik (2 onluk 5 birlik), 20 onluk (2 onluk) ve 20 yüzlük (2 onluk blok) koydum. Böyle anlatabilirim. Bunları sıralayım. (2 onluk blok, 2 onluk blok, 2 onluk 5 birlik). İki yüz iki bin yirmi beş buldum.

DBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 70'de ifade edilmiştir:

Şekil 70

DBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Hatalı Modellemeleri

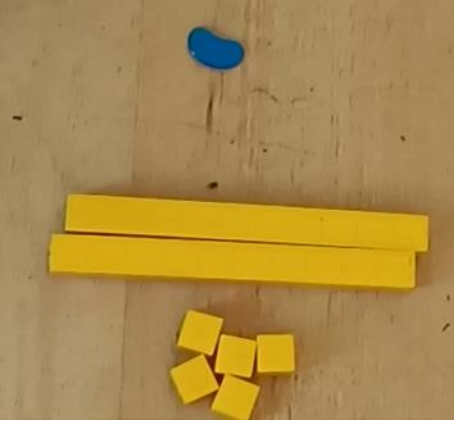


DBDÖ5: Bir de bloklarla hepsinin onlar basamağını koyarım 222. Sırayla 2 yüzlük, 2 onluk ve 2 birlik koydum. Bura binler bölüğü oldu. Şimdi birler bölüğünü yapayım. Bir tane fasulye koydum. Bu 0'ı gösteriyor. Yanına 2 onluk ve 5 birlik blok koydum. (202025 olarak bulunduğu sonuçtaki onlar basamağındaki sayıları kullanarak 222 elde eder. Daha sonra 025 olarak bulunduğu birler bölüğünü gösterir).

DBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 71'de ifade edilmiştir:

Şekil 71

DBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Hatalı Modellemeleri



5. Özel Yetenek Tanılı Olan ve Olmayan Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Basamak Değerinin “Karşılaştırma” Boyutuna Yönelik Zihinsel Modelleri

Bu başlık altında araştırmanın “Özel yetenek tanılı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin “Karşılaştırma” boyutuna yönelik zihinsel modelleri nelerdir?” alt problemine yönelik bulgular sunulmuştur. Karşılaştırma boyutuna yönelik bulguları ortaya koymak amacıyla öğrencilere 2 soru sorulmuştur. Sorular aşağıdaki gibidir:

5444, 5440, 20100, 5004, 500014

- 1) Yukarıda verilen sayıları küçükten büyüğe sıralayınız. Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

Karşılaştırma boyutuna ilişkin soru örneği Şekil 72’de ifade edilmiştir:

Şekil 72

Karşılaştırma Boyutuna İlişkin Soru Örneği



- 2) Yukarıda verilen doğru üzerinde 700 sayısına karşılık gelen yeri gösteriniz. Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

Sorulardan ilki öğrencilerin sayısı büyüklük küçüklük açısından karşılaştırılması ile ilgilidir. İkincisi ise sayıları kat açısından karşılaştırma ile ilgilidir. Karşılaştırma boyutuna ilişkin zihinsel modeller tabloda ifade edilmiştir.

Tablo 13

Karşılaştırma Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller

Karşılaştırma Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller	Özel Yetenek Tanılı Öğrenciler	Yüksek Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	Orta Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	Düşük Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	N
Basamak Sayısına Göre ve En Büyük Basamaktaki Sayı Değerinden Başlayarak Karşılaştırma	ÖYTÖ1 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ4	DBDÖ1 DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ4 DBDÖ5	17
Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma	ÖYTÖ1 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4	YBDÖ1 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ4	DBDÖ1 DBDÖ3 DBDÖ4	10
Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde Geri Sayma	ÖYTÖ2 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4	YBDÖ1 YBDÖ5	OBDÖ1	DBDÖ4 DBDÖ5	8
Sayı Doğrusunu Eşit Birimlere Ayırma	ÖYTÖ5	YBDÖ2 YBDÖ3 YBDÖ4			4
Sayıları Bölüklerine Göre En Büyük Bölükten Başlayarak Karşılaştırma	ÖYTÖ2	YBDÖ3			2
700'ün Katı Olan Parçalara Ayırarak Karşılaştırma	ÖYTÖ2 ÖYTÖ5				2

Tablo 13 incelendiğinde öğrencilerin “Karşılaştırma” boyutuna yönelik zihinsel modellerine yer verilmiştir. “Basamak Sayısına ve En Büyük Basamaktaki Sayı Değerinden Başlayarak Karşılaştırma” ve “Sayıları Bölüklerine Göre En Büyük Bölükten Başlayarak Karşılaştırma” zihinsel modelleri sayının büyüklük ve küçüklük açısından karşılaştırma ile ilgili modellerdir. Diğer zihinsel modeller ise sayıları kat açısından karşılaştırma ile ilgilidir. Öğrencilerde en çok “Basamak Sayısına ve En Büyük Basamaktaki Sayı Değerinden Başlayarak Karşılaştırma” (N=17) zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 4, yüksek

başarı düzeyinde 4, orta başarı düzeyinde 4, düşük başarı düzeyinde 5 öğrencide bu zihinsel model mevcuttur. İkinci olarak öğrencilerde en çok “Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma” (N=10) zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 3, yüksek başarı düzeyinde 2, orta başarı düzeyinde 2, düşük başarı düzeyinde 4 öğrencide görülmüştür. Üçüncü olarak öğrencilerde en çok “Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde Geri Sayma” (N=8) zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 3, yüksek başarı düzeyinde 2, orta başarı düzeyinde 1, düşük başarı düzeyinde 2 öğrencide bu zihinsel model mevcuttur. Daha sonra öğrencilerde sırası ile “Sayı Doğrusunu Eşit Birimlere Ayırma” (N=4); “Sayıları Bölüklerine Göre En Büyük Bölükten Başlayarak Karşılaştırma” (N=2); “700’ün Katı Olan Parçalara Ayırarak Karşılaştırma” (N=2) zihinsel modelleri mevcuttur.

Basamak Sayısına Göre ve En Büyük Basamaktaki Sayı Değerinden Başlayarak Karşılaştırma

ÖYTÖ1, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, DBDÖ1, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler basamak sayısına, daha sonra da rakamların basamak değerine bakarak sonuca ulaşmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ3: En küçük basamaklı olana bakıyorum. 5004 bunu sıfırı daha fazla. 5440, 5444, 20100, 500014. Basamakları çok olan daha büyük.

ÖYTÖ4: İlk basamak sayılarına bakıyorum. 4 basamaklı 3 sayı, 5 basamaklı 1 tanesi, 6 basamaklı diğeri. 4 basamaklılar içinde binler basamağı aynı, yüzler basamağına bakıyorum. 5004, 5440, 5444, 20100, 500014.

ÖYTÖ5: Önce basamağa bakıyorum. En küçük derse en küçük basamağa, en büyük derse en büyük basamağa. 6 basamaklı olan en büyük. 4 basamaklı olan en küçük. 5004 en küçük, 5440 sonra, 5444, 20100, 500014.

YBDÖ2: Önce basamakları sayarım. Basamak sayısı en az olan en küçüktür. 4 basamaklılara bakıyorum. En küçüğü 5004. En büyük basamaklarına (binler) bakıyorum

eşit. Sonra yüzler basamağına bakıyorum. Sonra onlar, en sonda birler basamağına bakıyorum. Sonra 5440, 5444 gelir. Şimdi 5 basamaklılara geçtim. 20100, sonra da 500014.

YBDÖ4: Bunlardan birisi 5, diğeri 6 basamaklı bunlar olamaz. 5004 aralarında en küçük bu. Bunun yüzler basamağı 0. Sonra 5440, sonra 5444, sonra 20100, 500014 bu şekilde.

YBDÖ5: Önce basamak sayısı çok olana bakıyorum. Onlar daha büyük. 4 basamaklılardan hepsi 5000. Yüzlere baktım. Sonra onlara baktım. Sonra da birler basamağına baktım. 5004 en küçük. Sonra 5440, sonra 5444, 20100, 500014.

OBDÖ2: En küçük olan 5004. Çünkü 4 basamaklı. 5440 ve 5444'ün yüzler ve onlar basamağı farklı. Önce binlere baktım, aynı olduğu için yüzlere, o da aynıysa onlara en son da birler basamağına bakarak karar verdim. 5004, 5440, 5444, 20100, 500014 şeklinde sıralanır. 20100 sayısında en büyük basamak yüzbinler basamağı. 500014 sayısında da en büyük basamak yüz binler olduğu için en büyüktür.

OBDÖ3: Basamaklarına bakarak bulurum önce. 4 basamaklı olan en küçük. Hepsinin başı 5000. İkisi 5400'le başlamış. 5004 demiş ama. En küçük 5004. Sonra 5440 ve 5444 arasında seçim yapacağım. 5440 ile devam etmiş ikisi de. 5440 daha küçük sonra 5444. Yine basamağa bakacağım. Biri 5, diğeri 6 basamaklı. 5 basamaklı olan daha küçük. 20100, 50014.

OBDÖ4: En küçük dediği için 5 ve 6 basamaklılar olamaz. Binler basamağı 5, hepsinde aynı. Sonra yüzler, onlar, birler basamağına bakılır. 444 daha büyük, 440 sonra ortanca, 4 en küçük. 5004, 5440, 5444. Sonra 5 basamaklı 20100, en sonda 6 basamaklı olan gelir 500014.

OBDÖ5: Basamak sayısı en az olana bakılır. 5004 en küçük. 4, 440 ve 400'den daha az ondan buldum. 440, 444'ten daha az. 5440, 544 olur. 20100, 500014. 20100 hem basamak sayısı az, hem de içindeki sayılar da az. Başı bunun 2, öbürünün başı 500.

DBDÖ1: İlk önce 5440, diğeri 4 farkla 5444, 5004 daha küçük. 5004 sayısında 4 birler basamağında olduğu için daha küçük. Diğerlerinin yüzler basamağında 4 olduğu için daha büyük. Yüzler basamağı daha büyük. Çünkü direkt 400 oluyor. 500014 sayısı ve 20100 sayıları için, 500 bin 20 binden büyük. En büyük basamak yüz binler basamağı.

DBDÖ2: 5004 en küçük. Hepsinin binler basamağında 5 var (4 basamaklı sayıları kast ediyor). Binler aynıysa yüzlere baktım. Yüzler aynıysa onlara baktım. Sonra birlere. 5004'te sıfır olduğu için en küçük. 5440, 5444 bunlar hep dolu. 5440, 5444 gelir sonra. Sayı kat kat büyüyor. Sonra 1 kat daha ekleniyor. 20100 geldi.

DBDÖ3: 4 basamaklı olan daha küçük. Öbürü 6 basamaklı ya. 4 basamaklı olanlardan da 5 binlikler aynı. 400'lü olanlar daha büyük. 5004 en küçük, çünkü birler basamağı 4. 5004, 5440, 5444, 20100, 500014. Binlik aynıysa yüzlüğe, yüzlük aynıysa onluğa, onluk aynıysa birliğe bakarım. Bloklarla tarif edecek olursam 5 binlik ve 4 birlik; 5 binlik, 4 yüzlük, 4 onluk; 5 binlik, 4 yüzlük, 4 onluk, 4 birlik; 0 binlik; 20100 sayısında binlik yok; 500014 sayısında 0 binlik var.

DBDÖ4: en küçük için birler bölümü ve binler bölümüne bir de rakam sayısına bakarız. 4 basamaklı olanlar en küçük. Sonra 5 ve 6 basamaklı olanlar gelir. 4 basamaklı olanların binler noktalarını koydum. Hepsi 5. Birler bölümüne baktım. 444, 440, 004 o yüzden en küçük 5004. Sonra 5440, 5444. Yani 4 basamaklı olanlardan 5 aynı. O zaman yüzlere, sonra onlara sonra birlere bakarız.

DBDÖ5: 4 basamaklı olan en küçük. 4 basamaklılardan da ikisi 400'lü. En küçük 5004. Ya da 5'lere baktım ya aynı. Sonraki basamaklara bakılır. Baktım 4 basamaklı sayılardan yüzler basamağına baktım. 5004. 5440, 5444. Sora 5 basamaklı olana bakacağım. Sonra 6 20100, 500014.

Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma

ÖYTÖ1, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, YBDÖ1, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ4, DBDÖ1, DBDÖ3, DBDÖ4 kodlu öğrenciler sayı doğrusunun başlangıcından yüzer yüzer ileri doğru sayarak çözüme ulaşmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

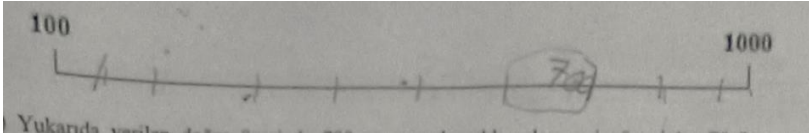
ÖYTÖ1: *Böyle böyle. 200, 300...700 olarak bulurum.*

ÖYTÖ3: *İleri sayarak çizerim. 700 bu arası. Çizgilerde de olur ama ben ara olmasını istiyorum.*

ÖYTÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 73'te ifade edilmiştir:

Şekil 73

ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma Çözümü

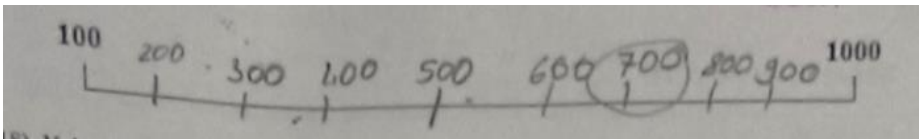


ÖYTÖ4: *Yüzer yüzer ileri sayarak bulurum.*

ÖYTÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 74'te ifade edilmiştir:

Şekil 74

ÖYTÖ4 Kodlu Öğrencinin Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma Çözümü

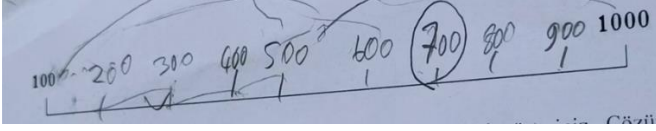


YBDÖ1: *100, 200 diye tek tek yazarım sayıları. Tabi eşit aralıklı olmalı. Eşit çizmeye çalışıyorum.*

YBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 75'te ifade edilmiştir:

Şekil 75

YBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma Çözümü



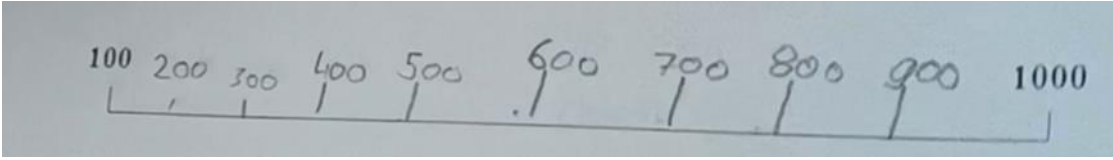
YBDÖ5: Bir diğer yol da 200, 300 diye devam ederim. 700'ü bulurum.

OBDÖ1: Cetvel gibi düşündüm. 100, 200 diye 1000'e kadar sayarsam bulurum.

OBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 76'da ifade edilmiştir:

Şekil 76

OBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma Çözümü

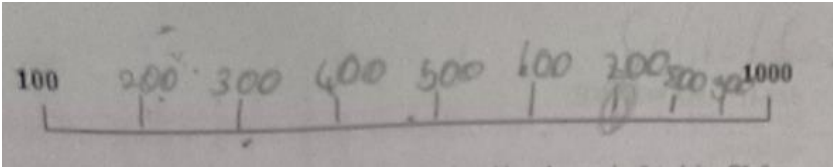


OBDÖ4: Çizginin üstüne 200, 300, 400 diye yazarak bulurum.

OBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 77'de ifade edilmiştir:

Şekil 77

OBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma Çözümü

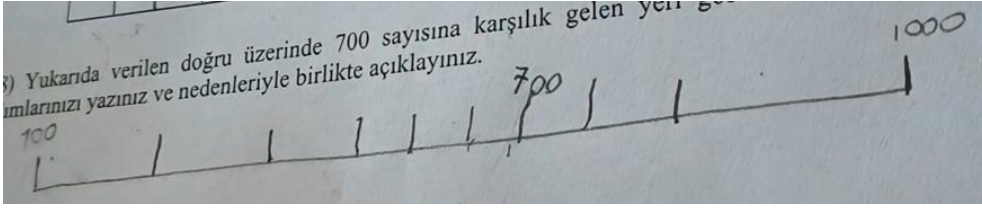


DBDÖ1: 100 demiş. Ben de 200, 300 diye devam edip bulurum. Burası 700. Ama çok boşluk kaldı. Çizgileri daha büyük yapmalıydım. Boşluk kalmamalıydı. Yanlış yaptım. Aralıkları eşit olacak. (Öğrenci aralıkların eşit olacağını farkındadır. Çizim becerisinden kaynaklı olduğu için cevap bu kategoride değerlendirilmiştir. Öğrenci defalarca çizim yapmayı denemiştir).

DBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 78'de ifade edilmiştir:

Şekil 78

DBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma Çözümü



DBDÖ3: Yüzer yüzer ileri sayardım.

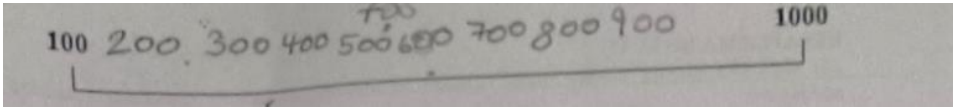
DBDÖ4: Yüzer yüzer sayarım ileri. Benim tahmin ettiğim yer 500'e yakınmış aslında.

Bunar birbirine (aralıklar) eşit olacaklar ama ben ayarlayamadım bunu. Olmadı.

DBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 79'da ifade edilmiştir:

Şekil 79

DBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma Çözümü



Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde Geri Sayma

ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, YBDÖ1, YBDÖ5, OBDÖ1, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler verilen sayı doğrusunun sonundan yüzer yüzer geriye sayarak 700 sayısına ulaşmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

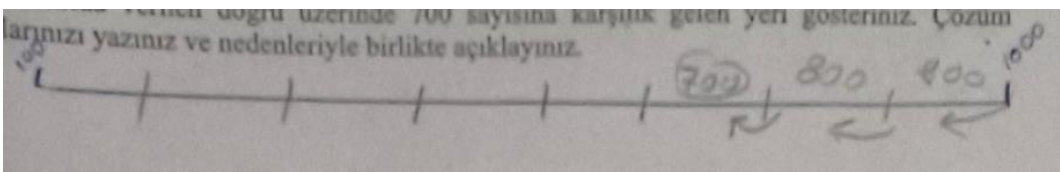
ÖYTÖ2: 700 ile 1000 arasında 300 fark var. Geriye giderek de bulabilirim. 900, 800, 700.

ÖYTÖ3: Geriye doğru gidebilirim.

ÖYTÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 80'de ifade edilmiştir:

Şekil 80

ÖYTÖ3 Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde Geri Sayma

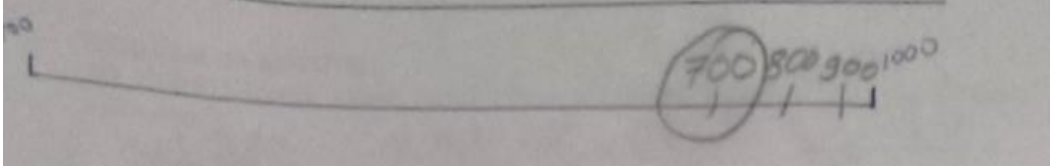


ÖYTÖ4: 1000'den yüzer yüzer geriye sayarak bulurum. 900, 800, 700.

ÖYTÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 81'de ifade edilmiştir:

Şekil 81

ÖYTÖ4 Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde Geri Sayma



YBDÖ1: 1000'den geriye gidersem yüzer yüzer 700.

YBDÖ5: 1000'den geri giderek de bulurum. 900, 800, 700 diye.

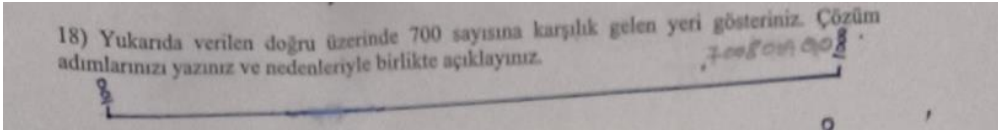
OBDÖ1: 1000, 900, 800, 700 buldum.

DBDÖ4: 1000'den 300 geriye giderek bulabilirim.

DBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 82'de ifade edilmiştir:

Şekil 82

DBDÖ4 Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde Geri Sayma

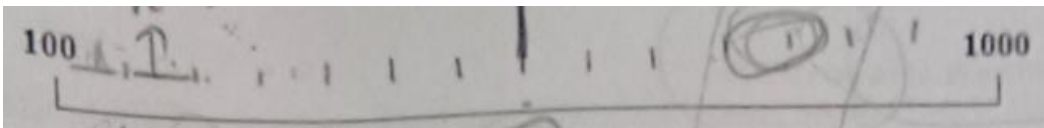


DBDÖ5: $1000-700=300$ yaptım. Öyle de buldum.

DBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 83'te ifade edilmiştir:

Şekil 83

DBDÖ4 Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde Geri Sayma



Sayı Doğrusunu Eşit Birimlere Ayırma

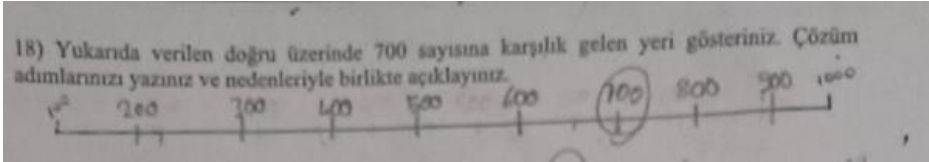
ÖYTÖ5, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4 kodlu öğrenciler 100 ve 1000 arasını 8 eşit parçaya bölmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Daha sonra 100 ve 1000 arasını aralıklara ayırarak cevaba ulaşmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ5: 1000'i 10'a bölerim. Binin içinde 10 tane 100 var. Yanlış oldu. 100 ve 1000'i saymadım. Onlar da var. 9 çizgi çizeceğim. Pardon 8 tane çizgi çekmiş ya.

ÖYTÖ5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 84'te ifade edilmiştir:

Şekil 84

ÖYTÖ5 Sayı Doğrusunu Eşit Birimlere Ayırma

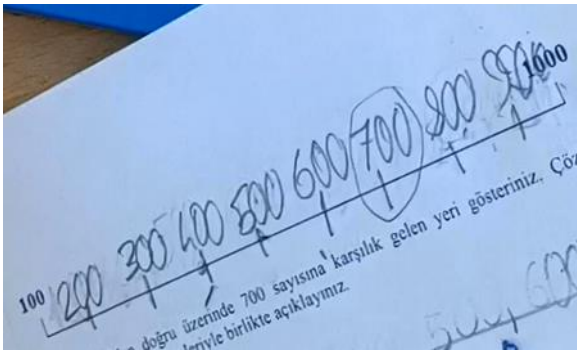


YBDÖ2: 100 ve 1000 arasındaki uzunluğu bulup ayırmam lazım. Arada 8 tane sayı oluyor. 100 ve 1000 zaten verilmiş. Onları saymıyorum. 700, altıncı sayıya denk geliyor.

YBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 85'te ifade edilmiştir:

Şekil 85

YBDÖ2 Sayı Doğrusunu Eşit Birimlere Ayırma



YBDÖ3: Bu soruyu deneyerek bulurum. Her yere çizgi çizeceğim. 8 çizgi çizeceğim. 100 ve 1000 için var zaten geriye 8 çizgi kaldı. 200, 300 diye ilerliyorum. Aralıklar eşit olacak.

YBDÖ4: *Ben bunu cetvelle çözerim. Aradaki 200, 300,..700 bunları bulmam lazım. 8 çizgi çizmem lazım. 100 ve 1000 arasında 8 sayı var.*

Sayıları Bölüklerine Göre En Büyük Bölükten Başlayarak Karşılaştırma

ÖYTÖ2, YBDÖ3 kodlu öğrenciler sayıları birler ve binler bölüğü olarak ayırmışlardır. Sayıları bölüklerine göre karşılaştırmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ2: *Küçükten büyüğe sayıları sıralayın demiş. 200.000 ile 5000'i karşılaştırırsam 200 000 daha büyük. Basamak sayısı daha fazla. Küçükten büyüğe demiş. Kısa ve anlaşılır olması için ben bunları bölüklerine ayırmam gerekiyor. 5,5,5,20,500. 20 ve 500 onlar en büyük eledim onları. Binler bölüğü en küçük olan 5 olanlar. Bundan sonra yüzler basamağı en büyük olana bakacağım. 5004 en küçük. Sonra 5440, 5444 sonu 0. 5440 daha küçük. Sonra 5444. Bölüklere bakarsam yine 20 daha küçük.*

YBDÖ3: *Binler bölüğüne yani. 5004, 54440, 5444 sayılarının binler bölüğü 5; 20100 sayısının binler bölüğü 20; 500014 sayısının ise 500.en küçük sayı 5004 çünkü yüzler basamağına bakınca öteki ikisi 4. Diğer ikisinin yüzler basamağı aynı. Onlar basamağı küçük olduğu için 5440, sonra 5444. Diğer 2 sayının binler bölüğü küçük olan daha küçük. 20100 en sona tek bir sayı kaldı 500014. Böyle.*

700'ün Katı Olan Parçalara Ayırarak Karşılaştırma

ÖYTÖ2 ve ÖYTÖ5 kodlu öğrenciler istenilen sayı olan 700 sayısına göre sayı doğrusunu parçalara ayırmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

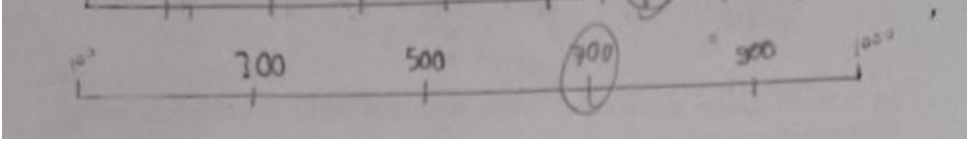
ÖYTÖ2: *300, 300 de artırabilirim. 400 çizerim, 700 çizerim. 3 parçaya böldüm.*

ÖYTÖ5: *200'er ileri sayabilirim. 300, 500, 700, 900 yaparım.*

ÖYTÖ5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 86'da ifade edilmiştir:

Şekil 86

ÖYTÖ5 700'ün Katı Olan Parçalara Ayırarak Karşılaştırma



Karşılaştırma Boyutuna İlişkin Hatalı Zihinsel Modeller

Bu başlık altında öğrencilerin karşılaştırma boyutuna ilişkin hatalı zihinsel modellerine yer verilmiştir. Öğrencilerin karşılaştırma boyutuna ilişkin hataları sayıları kat açısından karşılaştırmaya yönelik hatalardır. Öğrencilerin “Karşılaştırma” boyutuna yönelik hatalı zihinsel modelleri tabloda ifade edilmiştir.

Tablo 14

Karşılaştırma Boyutuna İlişkin Hatalı Zihinsel Modeller

Karşılaştırma Boyutuna İlişkin Hatalı Zihinsel Modeller	Özel Yetenek Tanılı Öğrenciler	Yüksek Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	Orta Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	Düşük Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	N
Yanlış Referans Noktası Alma	ÖYTÖ1 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ5	OBDÖ3	DBDÖ1	8
Birimleri Eşit Ayırmaya Yönelik Hatalı Modeller			OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ5	DBDÖ2 DBDÖ5	5

Tablo 14 incelendiğinde öğrencilerin “Karşılaştırma” boyutuna ilişkin hatalı zihinsel modellerine yer verilmiştir. Öğrencilerde en çok “Yanlış Referans Noktası Alma” (N=8) hatalı zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 3, yüksek başarı düzeyinde 3, orta başarı düzeyinde 1, düşük başarı düzeyinde 1 öğrencide mevcuttur. İkinci hatalı zihinsel modelin “Birimlere Eşit Ayırmaya Yönelik Hatalı Modeller” (N=5) olduğu görülmüştür. Orta başarı düzeyinde 3, düşük başarı düzeyinde 2 öğrencide mevcuttur.

Yanlış Referans Noktası Alma. ÖYTÖ1, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ5, OBDÖ3, DBDÖ1 kodlu öğrenciler orta noktayı kullanarak sonuca ulaştıklarını ifade etmişlerdir. Öğrenciler sayı doğrusunun 0’dan başladığını düşünerek orta noktanın 500 olduğunu ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: *Bu doğrunun tam ortasını bulurum. Ortası 500. Sonra 600 ve sonra 700 gelir. Ama orta yanlış mı oldu? Immm. 600 mü ortası? Ama 100 ve 1000 arasında 900 fark var. 900'ün yarısı 450. O zaman orta 450. 700 sayısı da burası olur.*

ÖYTÖ4: *En ortası 500. 10 ile 0 arası 5'tir. Burada da sadece 0 sayısı az.*

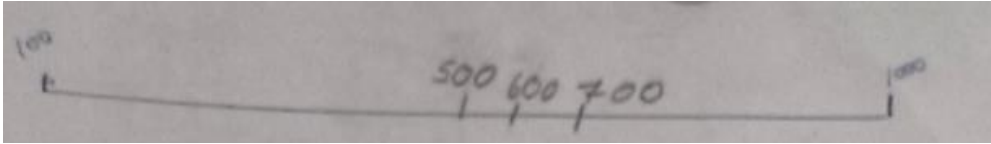
A: *Tam orta 500 mü?*

ÖYTÖ4: *Aynı.*

ÖYTÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 87'de ifade edilmiştir:

Şekil 87

ÖYTÖ4 Yanlış Referans Noktası Alma

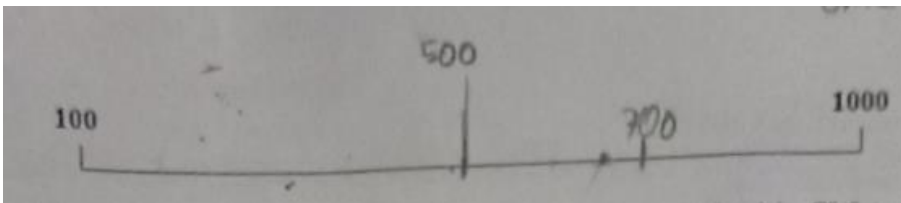


ÖYTÖ5: *Önce ortayı bulurum. Orta 500. Sonra 2 tane yüz giderim 700.*

ÖYTÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 88'de ifade edilmiştir:

Şekil 88

ÖYTÖ5 Yanlış Referans Noktası Alma



YBDÖ1: *Sıfırları atarsam 1 ve 10 kalır. 10'un yarısı 5'tir. 500 burada orta noktadır. 500'den sonra 600, sonra da 700 gelir.*

YBDÖ2: *Öğretmenim bir de orta noktayı bulurum. Orta nokta 500.*

A: *Ortanın 500 olduğunu nasıl anladın?*

YBDÖ2: 1000'in yarısı 500. Öyle buldum.

YBDÖ5: Tahmini olarak tam ortası 500'dür.

A: Orta noktanın 500 olduğunu nasıl anladın?

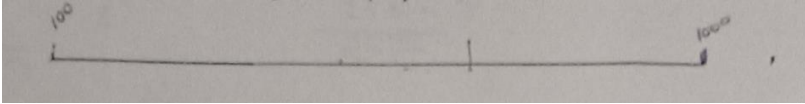
YBDÖ5: 100 ile 1000'in arasında 500 var. 2 tane 500, 1000 ediyor ya. Sonra 600 ve 700 diye bulurum.

OBDÖ3: Önce bu çizginin yarısını bulurum. 6,5 yarısı. Yarısı 5 çubuk desek. 2 çubuk daha çizerek 7.çizgiyi bulabiliriz. Tümü 10 çubuksa yarısı 5.

OBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 89'da ifade edilmiştir:

Şekil 89

OBDÖ3 Yanlış Referans Noktası Alma



DBDÖ1: Bir de 500 binin ortası olduğu için ortası 500, 200 daha eklersem 700 olur öyle de bulabilirim.

Birimlere Eşit Ayırmaya Yönelik Hatalı Modeller. OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ5, DBDÖ2, DBDÖ5 kodlu öğrenciler verilen doğruya yönelik eş birimlere ayırma konusunda hatalar yapmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

OBDÖ2: Öğretmenim yüzer yüzer ileri doğru saydım. Ben bunu ellişer ellişer de yazabilirim. Yazdım 700'ü buldum.

A: Çizginin en sonu 700 oldu sanki. Sonraki sayıları nereye yazarsın?

OBDÖ2: Ama 700'ü sormuş ya bize sonrakilere gerek yok ki. Altına yazsam olur mu onları da?

A: Düşün bakalım.

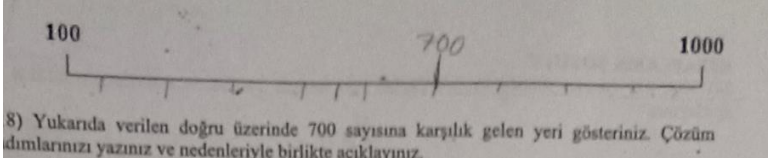
OBDÖ2: O zaman yazayım altına.

OBDÖ3: *Bu doğruyu cetvelle ölçtüm. 14 cm geldi. Bunu 10'a böleceğim. 10 tane 100 olduğu için. 1,5 cm bölerim. Bu çizgilerden 7.çizgiye bakacağım.*

OBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 90'da ifade edilmiştir:

Şekil 90

OBDÖ3 Kodlu Öğrencinin Birimlere Eşit Ayırmaya Yönelik Hatalı Modelleri

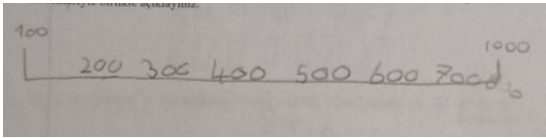


OBDÖ5 *Bine kadar ritmik sayarım yüzer. Bine daha yakın.*

OBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 91'de ifade edilmiştir:

Şekil 91

OBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Birimlere Eşit Ayırmaya Yönelik Hatalı Modelleri

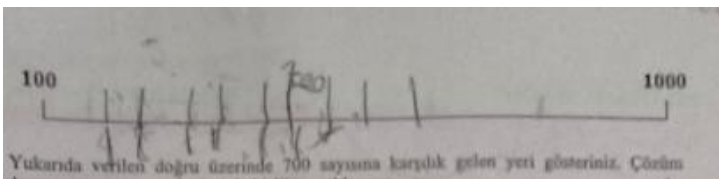


DBDÖ2: *200, 300 diye 700'e kadar sayarım. (Öğrenci bir aralık fazladan çizmiştir. Ayrıca yüzer yüzer sayılan birimler arasında eşit boşluk bırakmamıştır. 700 ve 1000 arasında çok fazla boşluk kalmıştır).*

DBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 92'de ifade edilmiştir:

Şekil 92

DBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Birimlere Eşit Ayırmaya Yönelik Hatalı Modelleri

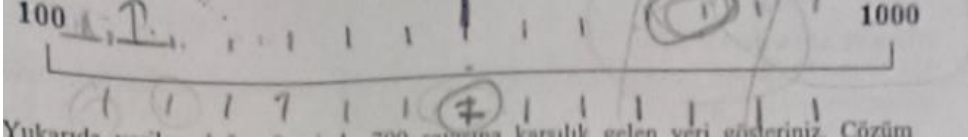


DBDÖ5: Cetvelle ölçüyorum. 7'ye gelen yer 700. (100 ve 1000 arasını 14 parçaya bölmüştür).

DBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 93'te ifade edilmiştir:

Şekil 93

DBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Birimlere Eşit Ayırmaya Yönelik Hatalı Modelleri



6. Özel Yetenek Tanılı Olan ve Olmayan Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Basamak Değerinin “Temsil Etme” Boyutuna Yönelik Zihinsel Modelleri

Bu başlık altında araştırmanın “Özel yetenek tanılı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin “Temsil Etme” boyutuna yönelik zihinsel modelleri nelerdir?” alt problemine yönelik bulgular sunulmuştur. Basamak değerinin “temsil etme” boyutuna ilişkin “standart temsiller ile ifade etme” ve “standart olmayan temsiller ile ifade etme” olmak üzere 2 adet soru sorulmuştur. Aşağıda verilen sorulardan ilki “standart temsiller ile ifade etme” kapsamında, ikinci soru ise standart olmayan temsillerle ifade etme kapsamındadır.

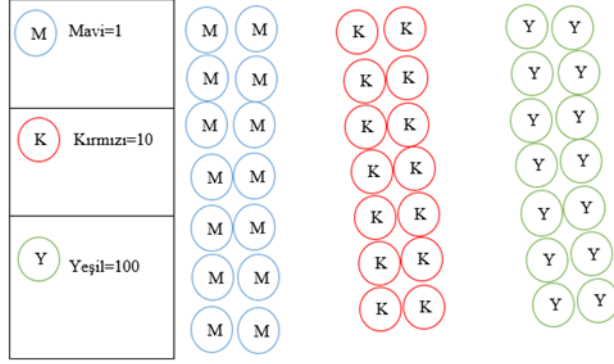
- 1) 207 sayısını bloklar ile nasıl gösterebilirsiniz? Çiziniz. Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

Temsil Etme boyutuna ilişkin soru örneği Şekil 94'te verilmiştir:

Şekil 94

Temsil Etme Boyutuna İlişkin Soru Örneği

2)



Yukarıda verilen şekilde içinde “M” yazan jetonlar birlikleri, içinde “K” yazan jeton onlukları, “Y” yazan jeton ise yüzlükleri temsil etmektedir. Her bir jetondan 14 adet verilmiştir. Bu jetonların toplam temsil ettiği sayı kaçtır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız. Öğrencilerin “Temsil Etme” boyutuna ilişkin zihinsel modelleri Standart ve standart olmayan modeller olarak ifade edilmiştir.

Standart Temsillere İlişkin Modeller

Bu başlık altında öğrencilerin standart temsillere ilişkin zihinsel modellerine yer verilmiştir. Öğrencilerin zihinsel modelleri tabloda ifade edilmiştir.

Tablo 15

Temsil Etme (Standart) Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller

Temsil Etme (Standart) Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller	Özel Yetenek Tanılı Öğrenciler	Yüksek Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	Orta Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	Düşük Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	N
Alışılmış Şekilde Modelleme	ÖYTÖ1	YBDÖ1	OBDÖ1	DBDÖ1	20
	ÖYTÖ2	YBDÖ2	OBDÖ2	DBDÖ2	
	ÖYTÖ3	YBDÖ3	OBDÖ3	DBDÖ3	
	ÖYTÖ4	YBDÖ4	OBDÖ4	DBDÖ4	
	ÖYTÖ5	YBDÖ5	OBDÖ5	DBDÖ5	
Yeniden Gruplamaya Dayalı modelleme	ÖYTÖ2	YBDÖ1	OBDÖ4		6
	ÖYTÖ4	YBDÖ2			
	ÖYTÖ5				

Tablo 15 incelendiğinde her düzeydeki öğrencilerde (N=20) “Alışılmış Şekilde Modelleme” zihinsel modeli mevcuttur. Daha sonra öğrenciler “Yeniden Gruplamaya Dayalı

Modelleme" (N=6) yolunu kullanmışlardır. Özel yetenek tanılı 3, yüksek başarı düzeyinde 2, orta başarı düzeyinde 1 öğrenci bu yola başvurmuşlardır.

Alışılmış Şekilde Modelleme. ÖYTÖ1, ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, OBDÖ5, DBDÖ1, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler 207 sayısını 2 yüzlük ve 7 birlik blok kullanarak sayıyı ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

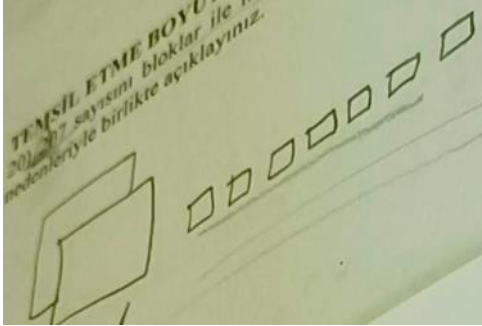
ÖYTÖ1: 2 yüzlük ile 7 birlik blokla yaparım.

ÖYTÖ2: 207 sayısına bakıyorum. 2 yüzlük lazım. 0 onluk olduğu için onluk blok kullanmıyorum. 7 birlik kullanırım.

ÖYTÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 95'te ifade edilmiştir:

Şekil 95

ÖYTÖ2 Kodlu Öğrencinin Alışılmış Şekilde Modelleme Çözümü



ÖYTÖ3: 2 yüzlük çiziyorum. 0 onluk olduğu için onluk çizmiyorum. 7 birlik.

ÖYTÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 96'da ifade edilmiştir:

Şekil 96

ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin Alışılmış Şekilde Modelleme Çözümü



ÖYTÖ4: 2 yüzlük ve 7 birlik çizdim.

ÖYTÖ5: 2 yüzlük ve 7 birlik blok kullandım.

ÖYTÖ5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 97'de ifade edilmiştir:

Şekil 97

ÖYTÖ5 Kodlu Öğrencinin Alışılmış Şekilde Modelleme Çözümü



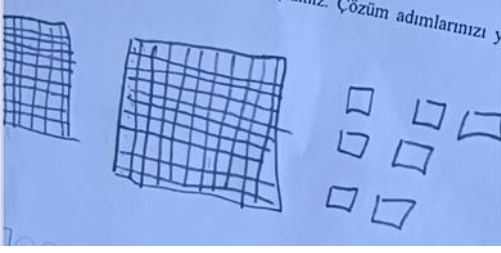
YBDÖ1: 2 yüzlük ve 7 birlik blok ile yaptım.

YBDÖ2: Bloklarla da 2 yüzlük ve 7 birlik koyarım.

YBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 98'de ifade edilmiştir:

Şekil 98

YBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Alışılmış Şekilde Modelleme Çözümü



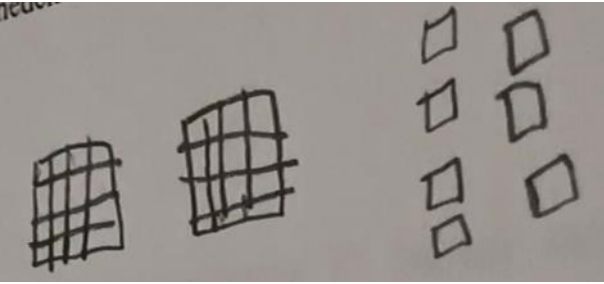
YBDÖ3: 2 yüzlük ve 7 birlik çizerim. Aynısını bloklarla da gösteririm.

YBDÖ4: 2 tane yüzlük çizerim. 7 tane de birlik çizerim.

YBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 99'da ifade edilmiştir:

Şekil 99

YBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Alışılmış Şekilde Modelleme Çözümü



YBDÖ5: 2 yüzlük ve 7 birlik blok çizerim.

OBDÖ1: 2 yüzlük ve 7 birlik blok kullanıyorum.

OBDÖ2: Bloklarla da 2 yüzlük ve 7 birlik kullanırım.

OBDÖ3: 2 yüzlük ve 7 birlik blok gösterebilirim. 2 yüzlük ve 7 birliği çizebilirim de.

Bloklarla sıfır göstermeye gerek yok. Bakan anlar.

OBDÖ4: 2 yüzlük ve 7 birlik blok çizerim. (Hem blokla hem de çizimle gösterir)

Bloklarla sıfırı yapmıyoruz. Ama sıfır olduğu belli olsun diye yüzlük ve birlik blokların arasında boşluk bırakabiliriz. Ama bırakmasak da olur. Çünkü yüzlük bloğun 100 olduğu belli.

OBDÖ5: Bloklarla da 2 yüzlük ve 7 birlik.

DBDÖ1: 2 yüzlük ve 7 birlik blok kullanırsam 207 olur.

DBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 100'de ifade edilmiştir:

Şekil 100

DBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Alışılmış Şekilde Modelleme Çözümü



DBDÖ2: 2 yüzlük ve 7 birlik blok koydum. Onluklarda 0 olduğu için göstermedim.

DBDÖ3: 2 yüzlük ve 7 birlik çizdim.

DBDÖ4: Bloklarla gösteririm. 2 yüzlük ve 7 birlik koydum.

DBDÖ5: 2 yüzlük ve 7 birlik koydum.

DBDÖ5: Şekil çizerim. 2 yüzlük ve 7 birlik çizerim.

Yeniden Gruplamaya Dayalı Modelleme. ÖYTÖ2, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, OBDÖ4 kodlu öğrenciler 207 sayısını standart olarak ifade edilen 2 yüzlük ve 7 birlik dışında yeniden gruplamalar yaparak modellemişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ2: Somut olarak 207'yi 20 tane onluk ve 7 birlik olarak da gösterebilirim.

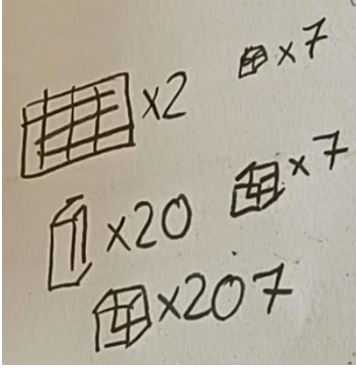
ÖYTÖ2: 207 birlikte aynı şeyi gösterir.

ÖYTÖ4: 20 onluk ve 7 birlik. 207 birlik olur.

ÖYTÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 101'de ifade edilmiştir:

Şekil 101

ÖYTÖ4 Kodlu Öğrencinin Yeniden Gruplamaya Dayalı Modelleme Çözümü



ÖYTÖ5: Onluklarla da olabilir. 20 onluk ve 7 birlik blok çizerim.

ÖYTÖ5: 207 birlikte çizebilirim.

YBDÖ1: 2 yüzlüğü 10'a böler 20 onluk yaparım. 20 onluk ve 7 birlik olarak da gösteririm. Başka da hepsini birlik yaparım 207 birlik olarak gösteririm.

YBDÖ2: 200'ü 20 onluk olarak gösteririm. 20 onluk ve 7 birlik şeklinde de olur. Ya da 18 onluk ve 27 birlik yapabilirim. Yüzlüğü onluğa çevirmek için 10'a bölüyorum. Bir de 207 birlik eklemem gerekli.

YBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 102'de ifade edilmiştir:

Şekil 102

YBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Yeniden Gruplamaya Dayalı Modelleme Çözümü



OBDÖ4: Ben 20 onluk ve 7 yüzlük olarak da gösteririm.

OBDÖ4: 207 birlik olarak da gösteririm.

Standart Temsillere (Modellere) İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller

Bu başlık altında öğrencilerin sayısı standart temsillerle ifade etmeye yönelik hatalı ve açıklanamayan zihinsel modellerine yer verilmiştir. Hatalı ve açıklanamayan modeller tabloda ifade edilmiştir.

Tablo 16

Temsil Etme Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller

Temsil Etme (Standart) Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller	Özel Yetenek Tanılı Öğrenciler	Yüksek Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	Orta Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	Düşük Başarı Düzeyindeki Öğrenciler	N
Standart Temsili Hatalı Yorumlama	ÖYTÖ1	YBDÖ3 YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ4	DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ4 DBDÖ5	11
Sıfırın Yer Tutuculuğuna İlişkin Hatalı Modeller	ÖYTÖ3		OBDÖ5	DBDÖ2 DBDÖ5	4
Standart Olmayan Temsille (Modelle) Hatalı İfade Etme			OBDÖ1	DBDÖ3	2
Yer Tutucu Sıfıra İlişkin Açıklanamayan Modeller	ÖYTÖ5			DBDÖ3	2

Tablo 16 incelendiğinde Temsil Etme (Standart) boyutuna yönelik öğrencilerde en çok “Standart Temsili Hatalı Yorumlama” (N=11) hatalı modelleri mevcuttur. Özel yetenek tanılı 1, yüksek başarı düzeyinde 3, orta başarı düzeyinde 3, düşük başarı düzeyinde 4 öğrencide bu hatalı model mevcuttur. Daha sonra öğrencilerde “Sıfırın Yer Tutuculuğuna İlişkin Hatalı Modeller” (N=4) hatalı modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı (N=1), orta başarı düzeyinde 1, düşük başarı düzeyinde 2 öğrencide bu hatalı model mevcuttur. Daha sonra öğrencilerde “Standart Olmayan Temsille Hatalı İfade Etme” (N=2) ve “Yer Tutucu Sıfıra İlişkin Açıklanamayan Modeller” (N=2) mevcuttur.

Standart Temsili Hatalı Yorumlama. ÖYTÖ1, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ4, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler blokların yerleri değiştiğinde sayının da değiştiğini ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: *Blokların yeri değişirse “yedi iki yüz” olur ve öyle bir sayı yok. Bu yüzden olmaz.*

YBDÖ3: *Olmaz. 171 olur. Aslında böyle bir şey mantıksız. Yüz ilk başta gelmiyor. İlk başta gelen birlik. O yüzden ilk başa (en sağa) birlik gelemez.*

A: *7 birlik solda, 2 yüzlüğün 2’si de en sağda olsa yine mi olmazdı?*

YBDÖ3: *olmazdı.*

A: *Blokların yerini değiştirsem sayı yine 207 olur mu?*

YBDÖ4: *Olmaz 207 olmaz.*

A: *Blokların yeri değişirse sayı değişir mi? Mesela birlik bloklar 2 yüzlüğün arasına konulsa sayı ne olur?*

YBDÖ5: *270 olur.*

A: *Blokları çizerken önce yüzlük sonra birlikleri çizdin. Blokların yerlerinde değişme yapabilir misin?*

OBDÖ1: *Blokların yeri değişirse sayı 207 olmaz. Mesela yüzlük bloklardan biri en sonda olsaydı sayı 107 olurdu. Blok kullanılmamış olurdu yani. 7 birlik başta, 2 yüzlük sonda olsaydı yedi iki yüz olurdu. Ama böyle de okunmaz ki. İşlem yanlış gider. Blokların sırası bozulmamalı.*

OBDÖ2: *Yüzlük blokların ön yüzünü sayarsak 2 yüzlük blok 200 eder.*

A: *Yüzlük ve birlik blokların yerini değiştirsen sayı yine 207 olur mu?*

OBDÖ2: *Bunları ne yapacağımı bilmiyorum ama yerleri değiştiği için 207 olmaz bu sayı. 7 birlik başta olursa 2 yüzlük sonda olursa okumaya da yüzlüklerden başlarsak 270 olur ama. 7 birliği en başa (en sola) 2 yüzlüğü de en sonda (sayının en sağına) koyarsak ikisinin de ortasında sıfır olduğunu düşünürsek, okumaya da en baştan başlarsak (en sağdan) sayı yine 207 olur.*

A: O hâlde 1 yüzlük en başta, ortada 7 birlik blok en solda da 1 yüzlük olursa 207 olur mu?

OBDÖ2: olmaz. Nasıl okunu bilmiyorum. Yüzlükler en başta değil ya. Biri başta biri sonda. Ama 207 değil.

A: Önce yüzlükleri başa koydun. Sonra birlikleri koydun. Bu blokların yeri değişse, birlikler başta olsa sayı değişir mi?

A: Blokların yeri değişirse, yüzlüğün biri en başta, ortada 7 birlik, en sonda bir yüzlük blok şeklinde konuldu. Sayı değişir mi?

OBDÖ4: Değişir. Sayı olmaz.

A: Blokların yeri değişse sayı yine 207 olur mu?

DBDÖ2: Olmaz. Sıralı olmalı. 7 birlik başta olsa 702 olur.

DBDÖ3: Sayı 207 olmaz. Sadece 7 tane birliği ifade eder.

A: Birlik ve yüzlük blokların yeri değişse sayı değişir mi?

DBDÖ4: değişir. 7 birlik başta olursa 7200 olur.

A: Birlikler başa, yüzlükler sona konulsa sayı yine 207 olur mu?

DBDÖ5: Olmaz. Sayı olmaz yani.

Sıfırın Yer Tutuculuğuna İlişkin Hatalı Modeller. ÖYTÖ3, OBDÖ5, DBDÖ2, DBDÖ5 kodlu öğrenciler sayıyı temsiller ile ifade ederken yer tutucu olan sıfırı sayı sembolü ya da boşluk ile ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ3: 2 yüzlük çiziyorum. 0 onluk olduğu için onluk çizmiyorum. 7 birlik. Onluğun sıfır olduğunu yüzlükler ile birlikler arasında boşluk bırakarak da gösterebilirim.

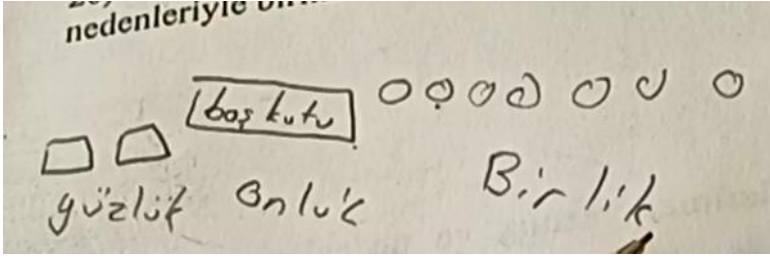
A: Bırakmasak sayı yine 207 olmaz mı?

ÖYTÖ3: Olur da ben yine de sıfırı göstermek için bırakmak istiyorum.

ÖYTÖ31 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 103'te ifade edilmiştir:

Şekil 103

ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin Sıfırın Yer Tutuculuğuna İlişkin Hatalı Modelleri



OBDÖ5: 2 yüzlük çizdim, ortaya sıfır, 7 birlik.

A: Ortada neden sıfır var?

OBDÖ5: Onluk sıfır ya. Onu nasıl gösterecez.

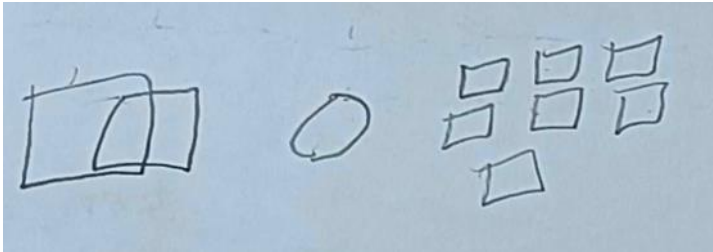
A: Çizerken arada sıfır çizdin? Bu bloklar 207 mi peki?

OBDÖ5: Sıfır olmazsa 27 olur bu bloklar (2 yüzlük ve 7birlik).

OBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 104'te ifade edilmiştir:

Şekil 104

OBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Sıfırın Yer Tutuculuğuna İlişkin Hatalı Modelleri

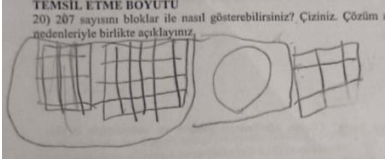


DBDÖ2: (Öğrenci temsilleri çizerken araya sıfır çizmiştir) Sıfırı çizmesem de olur ama ben çizmek istedim. (Öğrenci birlik blokları bitişik çizmiştir).

DBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 105'te ifade edilmiştir:

Şekil 105

DBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Sıfırın Yer Tutuculuğuna İlişkin Hatalı Modelleri



DBDÖ5: 2 yüzlük ve 7 birlik koydum. Yüzlük ve birlikler arasında boşluk var. Burada onluklar sıfır ya. Onlu geleceği belli olsun. Ama boşluk olmasa da olur. Boşluk olursa daha iyi belli olur.

Standart Olmayan Temsille Hatalı İfade Etme. OBDÖ1 ve DBDÖ3 kodlu öğrenciler fasulye ve çubuklar ile ifade etmişlerdir. Sayıların bu şekilde de 207 olacağını ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

OBDÖ1: 2 yüzlüğü 2 adet mavi fasulye ile 7 birliği 7 adet beyaz fasulye ile gösterebilirim.

A: Dışardan bakan biri bu sayının 207 olduğunu anlar mı?

OBDÖ1: Anlar tabi. Şimdi maviler yüzlük olsun. Beyazlar da birlik olsun. 2 yüzlüğümüz, 7 birliğimiz var. İşlem gibi düşün bunları. 207 eder.

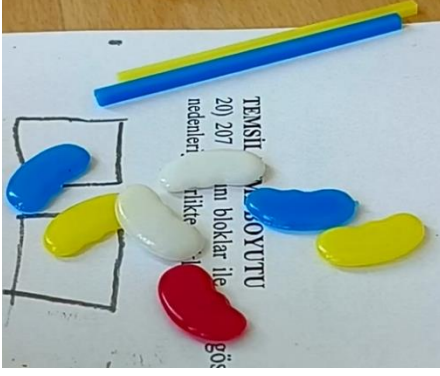
A: Önce yüzlükleri başa koydun. Sonra birlikleri koydun. Bu blokların yeri değişse, birlikler başta olsa sayı değişir mi?

DBDÖ3: Sayı 207 olmaz. Sadece 7 tane birliği ifade eder.

DBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 106'da ifade edilmiştir:

Şekil 106

DBDÖ3 Kodlu Öğrencinin Standart Olmayan Temsille Hatalı İfadesi



Yer Tutucu Sıfıra İlişkin Açıklanamayan Modeller. ÖYTÖ5, DBDÖ3 kodlu öğrenciler sıfırın kullanımına yönelik açıklama yapamamışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

A: Bloklar ile gösterirken 0'ı göstermek gerekir mi?

ÖYTÖ5: 0 etkisiz eleman olduğu için. 0 hiç anlamına geliyor. Bloklarda neden sıfır kullanmıyoruz bilmiyorum.

DBDÖ3: Gerekmez. Neden gerekli olmadığını bilmiyorum. Bloklarla gösterirken de 2 yüzlük ve 7 birlik koyarız.

Standart Olmayan Temsillere İlişkin Modeller

Bu başlık altında öğrencilerin standart olmayan temsillere ilişkin zihinsel modellerine yer verilmiştir. Öğrencilerin Temsil Etme (Standart olmayan) boyutuna ilişkin zihinsel modelleri tabloda ifade edilmiştir.

Tablo 17

Temsil Etme (Standart Olmayan) Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller

Temsil Etme (Standart Olmayan) Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller	Özel yetenek tanılı öğrenciler	Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler	Orta başarı düzeyindeki öğrenciler	Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler	N
Standart Olmayan Temsilleri Standart Temsil Kullanarak Gruplama	ÖYTÖ1 ÖYTÖ2 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ3	OBDÖ3		8

Zihinden Graplama	ÖYTÖ2 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4	YBDÖ2 YBDÖ3 YBDÖ4			6
Yazarak Çözümleme ve İşlem Yapma		YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ5		DBDÖ5	4
Zihinden 10 ve Katları ile İleri Sayma ve İşlem Yapma	ÖYTÖ1		OBDÖ3 OBDÖ4	DBDÖ1	4
Standart Olmayan Temsillerin Standart Temsiller ile Gruplanmış Hâlini İfade Etme			OBDÖ3	DBDÖ1 DBDÖ5	3
Standart Modellerle 10 ve Katları ile İleri Sayma			OBDÖ4 OBDÖ5		2

Tablo 17 incelendiğinde öğrencilerin “Temsil Etme” boyutuna ilişkin zihinsel modellerine yer verilmiştir. Öğrenciler en çok “Standart Olmayan Temsilleri Standart Temsil Kullanarak Graplama” (N=8) yoluna başvurmuşlardır. Özel yetenek tanılı 4, yüksek başarı düzeyinde 3, orta başarı düzeyinde 1 öğrenci bu yola başvurmuşlardır. İkinci olarak öğrenciler “Zihinden Graplama” (N=6) yoluna başvurmuşlardır. Özel yetenek tanılı 3, yüksek başarı düzeyinde 3 öğrenci bu yola başvurmuşlardır. Üçüncü olarak öğrenciler “Yazarak Çözümleme ve İşlem Yapma” (N=4) yoluna başvurmuşlardır. Yüksek başarı düzeyinde 3, düşük başarı düzeyinde 1 öğrenci bu yola başvurmuşlardır. Yine öğrenciler “Zihinden 10 ve Katları ile İleri Sayma ve İşlem Yapma” (N=4) yoluna başvurmuşlardır. Özel yetenek tanılı 1, orta başarı düzeyinde 2, düşük başarı düzeyinde 1 öğrenci bu yola başvurmuşlardır. Daha sonra öğrenciler sırası ile “Standart Olmayan Temsillerin Standart Temsiller ile Gruplanmış Hâlini İfade Etme” (N=3) ve “Standart Modellerle 10 ve Katları ile İleri Sayma” (N=2) yollarına başvurmuşlardır.

Standart Olmayan Temsilleri Standart Temsil Kullanarak Graplama. ÖYTÖ1, ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, OBDÖ3 kodlu öğrenciler standart olmayan temsil olarak ifade edilen jetonları, standart temsil (model) olarak bilinen onluk taban bloklarını kullanarak çözüme ulaşmışlardır. Bloklar ile jetonları ifade ederek blokları zihinden graplamışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: 14 yüzlük, 1 birlik ve 4 yüzlüğe dönüştü. 14 onluk, 1 yüzlük ve 4 onluğa dönüştü. 14 birlik, 1 onluk ve 4 birliğe dönüştü. 1554 buluruz.

ÖYTÖ2: Birliklerden 10 tanesi 1 onluk oluşturuyor. Onluklara bir onluk gelecek. 4 birlik kaldı. Bu kalacak, yapacak bir şey yok. 14 tane onluktan kaç yüzlük çıkacak bulmak istiyorum. Bir yüzlüğün içinde 10 tane onluk var. Arta kalan bile var 4 tane. Yüzlüklere 1 yüzlük koydum. Elimde 4 tane onluk kaldı bunu dönüştüremedim. 1 tane de yandan gelmişti. 5 onluk. Şimdi 14 tane yüzlüğüm var. 1 binliğin içinde 10 tane yüzlük var. 10 tanesi birlik oldu. 5 yüzlüğüm kaldı. Bunlar bir birlik ya da onluk oluşturmaz. Sonucum 1554.

ÖYTÖ3: 14 tane yüzlük, 14 onluk, 14 birlik çıkarttım. Bunları toplayalım. Birliklerden 10 tanesi 1 onluk olup onluklara gitti. Onluklardan da 10 tanesi 1 yüzlük oldu yüzlüklere gitti. Yüzlüklerden sonra milyonlar geliyor. 10 tanesi de oraya gidecek. Uff milyon değil yaaa birlik. 1554 oldu.

ÖYTÖ4: Bloklarla 14 birlik, 14 onluk, 14 yüzlük aldım. 14 tane birlik var. 4 tanesi kalıyor. 10 tanesi gidiyor yerine 1 onluk geliyor. 10 onluk, 1 yüzlük oldu. 5 onluk kaldı. 10 yüzlük, 1 birlik etti. 5 yüzlük kaldı. 1554.

YBDÖ1: 14 yüzlük için 10 tanesi 1000 eder. Geriye 4 yüzlük kalır. 10 onluk 1 yüzlük eder. Geriye 4 onluk kalır. 14 birlikten 10 tanesi 1 onluk eder. Geriye 4 birlik kalır. 1 binliğin üstüne 500 sayarsam 1500, 5 onluk daha 1550, 4 daha 1554 olur.

YBDÖ2: Bloklarla 14 tane mavim varmış. Bunlardan onluk oluşturacağım. Onluk oluşmayan kalacak. Birliklerden 10 tanesi 1 onluk etti. Bunu 1 onluk olarak onluklara gönderdim. Onluklarda da 140 tane varmış. Pardon 14 tane almalyım. 10 tanesini 1 yüzlük yaptım. Geriye 4 tane onluk kaldı. Bir tane de yan taraftan gelmişti. 5 tane oldu. Şimdi son basamak olan yüzlere geldim. 14 tane de yüzlük var demiş. 1400 oluyor bu. Bir tane de elde 15 yüzlük oldu. 1500. 5 tanesi kalıyor, 10 tanesi de bir tane birlik etti. 1554 buldum.

YBDÖ3: 4 birlik kaldı. 10 tanesi elde 1 oldu. 1 onluk oldu yani. Onlukları saydım 15 oldu. Onluklardan da 5 tane olacak, çünkü 10 tanesi 1 yüzlük oldu. Şimdilik sayı 54 oldu. 15 yüzlük oldu. 10 tanesi 1 binlik etti. 5 yüzlük kaldı. 1554.

OBDÖ3: 14 onluk, 14 birlik, 14 yüzlük aldım. Ben bunları sayıya da çeviririm. 10 yüzlüğü binliğe çevirdim. 4 tanesini çeviremedim. 10 onluk, 1 yüzlük oldu. 4 onluk kaldı. 10 birlik 1 onluk olacak, 4 birlik kaldı. 1554.

Zihinden Grublama. ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4 kodlu öğrenciler jetonların ifade ettiği miktarları zihinden gruplayarak sonuca ulaşmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ2: Birlik, onluk, yüzlük, binlik yazıyorum. Bu benim işimi kolaylaştırıyor. Birlikten 14 tane. 1 onluğun içinde 10 tane birlik var. 14 onluk demiş. 1 yüzlüğün içinde 10 tane onluk vardır. 14 tane onluk demiş. 10 onluk, 1 yüzlük olacak. Onluklar da 5 tane oldu. 4 onluk kaldı onluklarda. 1 onluklarda birliklerden geldi. Yüzlüğe bakıyorum. 14 tane jeton varmış. Bir binliğin içinde 10 tane yüzlük var. 10 yüzlük, 1 binlik etti. 1 yüzlükte onluklardan gelmişti. 5 yüzlük. 1554 buldum.

ÖYTÖ3: Birliklere 4 tane birlik yazacağım. Onluklara 1 tane gitti. Onluklar 15 tane oldu. 5 tanesi kaldı. 1 tanesi yüzlüklere gitti. Yüzlükler de 15 tane oldu. 10 tanesi binlik. Bu binlik milyonlara gitti. Milyonlar oluştu. 1554 buldum.

ÖYTÖ4: 14 tane mavi birlikten 10 tanesi kırmızı etti. 4 mavi kaldı. 10 kırmızı gitti, yeşillere 1 jeton geldi. 5 kırmızı jeton kaldı. Yeşillerden 10 tanesi gitti. 1 binlik oldu. 5 tane kaldı. 1 binlik, 5 yüzlük, 5 onluk, 4 birlik.

YBDÖ2: Başka bir yol olarak da üç tane basamak çizerim. Onluk, yüzlük ve birlik (_ _ _ öğrenci her bir basamağı temsilen çizmiştir). İlk önce birler basamağına 4'ü geçiririm.

A: Neden?

YBDÖ2: Çünkü 1, onluklara gidiyor. Onlar basamağı 5 oluyor. Sonra öğretmenim 1400 var. 1400 olmayacağına göre bir elde de buradan var. 1554 oluyor öğretmenim. Onlar basamağına yazılamayacağına göre yüzlüklere gidiyor. Yüzlüklerdeki 1'de 1000 olarak gitti.

YBDÖ3: Hepsinden 14 tane var. Hepsinden 14 tane varsa bu sayımız 14 birlik+ 14 onluk+ 14 yüzlük. Biz bunu hemen sıra ile yapalım. 14 birlik varsa her 2.basamaktaki sayı eldedir.

A: Nasıl yani?

YBDÖ3: Birlik, onluk ve yüzlükte 2 basamak varsa her zaman 2.basamak diğer basamağa eldedir. Aşağı doğru toplamada da böyle ya. 14 birlik birler basamağına 4 yazdım. Elde var 1. Onlar basamağı 15 oldu. 5 yazdım yine elde var bir. Bu elde de yüzlüklere gitti. 14 oldu yüzlükler. Yine elde 1 var o da binliğe gitti. 1554 sayımız budur.

YBDÖ4: 10 yüzlük 1 binlik eder. 10 tane onluk 1 yüzlük eder. 14 birlikten 10 tanesi 1 onluk oldu. 4 birlik kaldı. 1554 oldu bu sayı.

Yazarak Çözümleme ve İşlem Yapma. YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ5, DBDÖ5 kodlu öğrenciler 14 birlik, 14 onluk ve 14 yüzlük jetonun ifade ettiği miktarı bulmak için çözümleme yoluna başvurmuşlardır. Daha sonra buldukları sayıları toplamışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

YBDÖ1: birlik dediği için 14'ü 1'le çarpıyorum. Onluk dediği için 14'ü 10'la çarpıyorum. 100'lük dediği için 14'ü 100'le çarpıyorum. 14, 140 ve 1400 eder. Bunu onluklarına da ayırabiliriz. 140'ın 1 yüzlüğünü 1400'e eklersem 1500 olur. 14 birliğin onluğunu 140'ın 40'ına eklersem 50 eder. 1500'e 50 eklersem 1550 eder. 4 daha 1554.

YBDÖ2: 14 tane yüzlük $14 \times 100 = 1400$ eder. 14 kere 1, 14 ediyor. Yanına da 2 tane sıfır koyuyorum. 14 tane 10'luk jeton var. 140 eder. Mavilerde 14 tane. Bunları topluyorum. $1400 + 140 + 14 = 1554$ eder.

YBDÖ5: 14 birlik jeton 14 eder. 14 onluk jeton 140 eder. 14 yüzlük blokta 1400 eder. Onlukları bulmak için 10 ile yüzlükleri bulmak için 100 ile çarptım. $1400+140+14=1554$ buldum.

YBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 107'de ifade edilmiştir:

Şekil 107

YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Yazarak Çözümleme ve İşlem Yapma Çözümü

$$\begin{array}{r} 1400 \\ 140 \\ + 14 \\ \hline 1554 \end{array}$$

DBDÖ5: 14 ile 100'ü çarptım 1400. 14 ile 10'u çarptım 140. 14 ile 1'i çarpmaya gerek yok. $1400+140+14=1554$.

Zihinden 10 ve Katları ile İleri Sayma ve İşlem Yapma. ÖYTÖ1, OBDÖ3, OBDÖ4, DBDÖ1 kodlu öğrenciler jetonların ifade ettiği miktarı 10 ve katları ile ileri sayarak bulmuşlardır. Daha sonra jetonların ifade ettiği miktarları toplamışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: 100, 100, 100 diye 14 tane 100'ü toplarsam 1400 eder. 14 onluğu toplarsam sonuç 140 oldu. Sonra maviler 14, 14 birlik topladım ve 14 oldu. Bu üç sayıyı toplamam gerekiyor. 1554 olur.

OBDÖ3: Bunların oluşturduğu sayı. İiii. 14 tane onluk 140 oluyor. Onar onar 14 kere sayabilirim. 14 tane yüz binlik saydım. Yüzlük pardon. (içinden yüzer yüzer sayar). 1400 eder. 14 birlik 14 eder. Bunları da toplayarak bulurum. $1400+140+14=1554$.

OBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 108'de ifade edilmiştir:

Şekil 108

OBDÖ3 Zihinden 10 ve Katları ile İleri Sayma ve İşlem Yapma

$$\begin{array}{r} 1400 \\ + 140 \\ + 14 \\ \hline 1554 \end{array}$$

OBDÖ4: 14 tane varmış hepsinden. Yüzlükleri yüzer yüzer saydım 1500 (üzer sayarken 1100'ü saymadan 1200' geçer). Onar onar saydım 140 etti onluklar. Birliklerde 14 tane. Bunları toplayacağım şimdi 1554 buldum.

DBDÖ1: 1, 2, 3,...14 birlikler 14 tane. 10, 20, 30,...120, 130, 140. Onluklar 140. 100, 200, 300,...1400. Yüzlükler 1400 ediyor. 140'ı, 1400'e katacağım. 1540 olur. 14 daha 1554 eder.

DBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 109'da ifade edilmiştir:

Şekil 109

DBDÖ1 Zihinden 10 ve Katları ile İleri Sayma ve İşlem Yapma

Yanda verilen şekilde içinde "M" yazan jetonlar birlikleri, içinde "K" yazan jeton onlukları, "Y" yazan jeton ise yüzlükleri temsil etmektedir. Her bir jetondan 14 adet verilmiştir. Bu jetonların toplam temsil ettiği sayı kaçtır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

$$\begin{array}{r} 1400 \\ + 140 \\ + 14 \\ \hline 1554 \end{array}$$

Standart Olmayan Temsillerin Standart Temsiller ile Gruplanmış Hâlini İfade Etme. OBDÖ3, DBDÖ1, DBDÖ5 kodlu öğrenciler 14 birlik, 14 onluk ve 14 yüzlük jetonun çözümlenmiş hallerini onluk taban blokları (modeller) ile ifade ederek çözüme ulaşmışlardır.

OBDÖ3: Materyallerle (bloklar) 1400'ü oluşturdum (1 binlik ve 4 yüzlük kullanır). 140'ı oluşturdum (1 yüzlük ve 4 onluk kullanır). 14'ü (1 onluk ve 4 birlik kullanır) oluştuyorum. Bunları toplarsam 1 binliğimiz, 5 yüzlük, 5 onluk ve 4 birlik blok olurdu.

DBDÖ1: Evet buldum. 1 tane binlik blok, 4 tane yüzlük blok ile 1400'ü oluşturdum. 1 yüzlük ve 4 onluk ile 140'ı oluşturdum. 1 onluk ve 4 birlik blokta 14 eder. Hepsi 1554 eder.

DBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 110'da ifade edilmiştir:

Şekil 110

DBDÖ1 Gruplama



DBDÖ5: Bloklarla çözerim. Bloklarla 1400 (1 binlik ve 4 yüzlük kullanır), 140 (1 yüzlük ve 4 onluk kullanır) ve 14'ü (1 onluk ve 4 birlik kullanır) yaparım. Topluyorum. İlk önce 1400 ile 140'ı topluyorum. (Blokleri kâğıt kalem işleminde olduğu gibi alt alta koyar). 4 onluk, 0 daha 4 onluk. 4 yüzlük 1 yüzlük daha 5 yüzlük. 1'de 1 binlik. Şimdi 1 onluk 4 blok daha koyacağım. Şimdi şuraya diziyorum 1 binlik, 5 yüzlük, 5 onluk ve 4 birlik oldu.

Standart Modellerle 10 ve Katları ile İleri Sayma. OBDÖ4, OBDÖ5 kodlu öğrenciler jetonları birlik, onluk ve yüzlük bloklar ile ifade etmişlerdir. Daha sonra 10 ve katları ile ileri sayarak blokların ifade ettiği toplamı bulmuşlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

OBDÖ4: Bloklarla yaparım. 14 yüzlük, 14 onluk ve 14 birlik çıkardım. Yüzlükleri sayarım. 100, 200, 300, ..., 1000, 1100, 1200, 1300, 1400, 1500. 1500'e 140 eklersek 1640 olur (140 ve ekleme zihinden yapıldı). 1640'a 14 eklersek de 1554.

OBDÖ5: Bloklarla yapıyım. (14 yüzlük, 14 onluk ve 14 birlik blok kullanır). 100, 200, ..., 1400 buldum yüzlükleri. 10, 20, ..., 140 buldu onlukları. Bunları toplayacağım. $1400+140+14=1554$. Bir bin beş yüz elli dört.

Temsil Etme (Standart Olmayan) Boyutuna İlişkin Hatalı Modeller. Öğrencilerin Standart olmayan temsiller ile ilgili ifadelerinde hataları mevcuttur. Öğrencilerin konuya ilişkin zihinsel modelleri tabloda ifade edilmiştir.

Tablo 18

Temsil Etme (Standart Olmayan) Boyutuna İlişkin Hatalı Zihinsel Modeller

Temsil Etme (Standart Olmayan) Boyutuna İlişkin Hatalı Zihinsel Modeller	Özel yetenek tanılı öğrenciler	Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler	Orta başarı düzeyindeki öğrenciler	Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler	N
Zihinden Hatalı Gruplama	ÖYTÖ5		OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ5	DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ4	7
Modelleri Hatalı Yorumlama	ÖYTÖ1 ÖYTÖ2 ÖYTÖ3	YBDÖ3 YBDÖ5	OBDÖ1	DBDÖ4	7
Standart Temsilleri Hatalı Gruplama	ÖYTÖ5	YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ2	DBDÖ4	5
Standart Temsiller ile İleri Saymaya Yönelik Hatalı Modeller				DBDÖ1 DBDÖ3	2

Tablo 18 incelendiğinde öğrencilerin “Temsil Etme” (standart olmayan) boyutuna ilişkin hatalı zihinsel modellerine yer verilmiştir. Öğrenciler en çok “Zihinden Hatalı Gruplama” (N=7) yapmışlardır. Özel yetenek tanılı 1, orta başarı düzeyinde 3, düşük başarı düzeyinde 3 öğrencide bu hatalı model görülmüştür. Yine öğrenciler “Modelleri Hatalı Yorumlama” (N=7) hatasını yapmışlardır. Özel yetenek tanılı 3, yüksek başarı düzeyinde 2, orta başarı düzeyinde 1, düşük başarı düzeyinde 1 öğrencide bu hatalı model mevcuttur. İkinci olarak en çok öğrencilerde “Standart Temsilleri Hatalı Gruplama” (N=5) yapmışlardır. Özel yetenek tanılı 1, yüksek başarı düzeyinde 1, orta başarı düzeyinde 2, düşük başarı

düzeyinde 1 öğrencide bu hatalı model mevcuttur. Düşük başarı düzeyinde 2 öğrencide “Standart Temsiller ile İleri Saymaya Yönelik Hatalı Modeller” mevcuttur.

Zihinden Hatalı Gruplama. ÖYTÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ5, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4 kodlu öğrenciler verilen birlik, onluk ve yüzlük jetonları gruplayamadıkları için yanlış sonuç elde etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ5: 10 birlik, 1 onluk ediyor. O yüzden birler basamağına 9 yazdım.

A: Neden peki?

ÖYTÖ5: 10 yazamam. 9 olur. 1 tane daha yazsam 10 olur çünkü yazamam. 9 yazınca burada 5 tane kalıyor. 5 tane de onluklara geçiyor.

A: Neden 5 tanesi onluklara geçti?

ÖYTÖ5: Çünkü 14 yazamam birler basamağına. Onlar basamağı da 9 oluyor. 5 tane burada var, 5 tane de birler basamağından geldi 10. 14 tane de yüzlük var. 24 etti. 2499.

OBDÖ1: 14 birlik var. 14'ün 4'ü elde var 1. Yüzlükleri yüzlük olduğu için 100, 200...1400 buldum. 14'ü yazarım burası binlik oldu. Onlukları da saydım 14 onluk oldu. Diğer 14'ün yanına yazdım. 14144 buldum cevabı.

A: Az önce elde var 1 demiştin. Onu ne yapacağız.

OBDÖ1: Onu kullanmıyoruz.

OBDÖ2: Mavi jetonlar birlik olduğu için 14 birlik var. 14'ten 4 tane aldım. Birlik jetonun birler basamağını aldım yani. 14 onluk demiş. Onlar basamağındaki birliği aldım. Yüzler basamağında da yüzler basamağındaki 1'i aldım. Cevap 114 buldum.

OBDÖ2: Aslında yüzlük dediği için 100, Onluk dediği için 10, birlik dediği için de 4'ü alıp 100104 yazabilirim.

OBDÖ5: $14+14+14=42$ buldum ben.

DBDÖ2: $14+14+14=42$ toplam kaç olur diye topladım. 3'ü de 14.

A: Maviler birlik, kırmızılar onluk, yeşiller yüzlükmüş ama.

DBDÖ2: 42.

DBDÖ3: 141414 olabilir. Birlikleri en sona, yüzlükleri, onlukları yazdım yan yana. İlk birlikten başladım, sonra onluk, en sonda yüzlüğü yazdım.

A: Birler, onlar ve yüzler basamağının her birine 2 rakam mı yazarak buldun?

DBDÖ3: Evet.

A: Yazabiliyor mu yani?

DBDÖ3: Evet.

DBDÖ4: Bence hepsinden 14 tane olduğu için 141414 şeklinde yazdım. Yüz kırk bir bin dört yüz on dört

A: Birler basamağına 14 yazılabilir mi?

DBDÖ4: Birler basamağının hepsinde değil 4'ü birlere, 1'i onlara yazıyorum. Birler basamağına 1 sayı yazıldığı için 4'ü çıkarttım. 14141 o zaman. Birler basamağına 1, onlar basamağına 2, yüzlere de 3,4 istediğin kadar sayı yazılıyor. Birler bölümünde 3 tane rakam olmalı. O yüzden sıfır olmalı. 141.041 olmalı. Bloklarla da bu şekilde buldum.

Modelleri Hatalı Yorumlama. ÖYTÖ1, ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, YBDÖ3, YBDÖ5, OBDÖ1, DBDÖ4 kodlu öğrencilerin onluk taban bloklarının ifade edilmesine ve kullanımına yönelik hatalı bilgileri mevcuttur. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

A: Blokları binlik, yüzlük, onluk ve birlik olarak sıralı dizdin. Blokları sıralı bir şekilde koymazsan sayı değişir mi?

ÖYTÖ1: Değişir hatta bozulur. 1554 sayısında 5 yüzlük en sonda olsa "bin elli dört beş yüz" olmaz. Çünkü öyle bir sayı yok. Yani sayıların yerleri değişemez.

ÖYTÖ2: Bu soruyu bloklarla bulabilirim. 14 birlik, 14 onluk ve 14 yüzlük bloğa ihtiyacım var. Bize binlik vermemiş ama binlik çıkabilir. Önce birliklerden başlamam gerekiyor.

A: Diğerlerinden başlasan olmaz mı?

ÖYTÖ2: Olmaz. Aynı sonucu vermeyebilir. Yüzlüklerden başlasam arta kalanlar olabilir. O yüzden birliklerden başlamak daha sağlıklı. Belki yüzlükten başlasam da aynı sonucu alırım ama birlikler daha iyi.

A: Blokların yeri değişirse sayı aynı olur mu?

ÖYTÖ3: olmaz. Olabilir aslında çünkü bunların hepsini toplayınca aynı sayı çıkıyor. Olmuyor ya. Kafam karıştı.

YBDÖ3: Materyaller ile 14 birlik, 14 onluk ve 14 yüzlük çıkaracağım. Birliklerden başlarım.

A: Yüzlükten başlasan olmaz mı?

YBDÖ3: Eldeleri unutturuz olmaz.

A: Blokların arasında neden boşluk var?

A: 1554 sayısında 4 birlik blok ile 5 yüzlük bloğun yerini değiştirdik diyelim (bloklarla da değişim yapılır). Sayı değişir mi?

YBDÖ5: Evet. 1455 olur. Sıralı olmalı. Bu şekil OBDÖ1: (14 adet yüzlük blok kullanarak) Burada 14 tane binliğimiz var.

A: Binlik olduğunu nereden buldun?

OBDÖ1: Yüzlükler fazla geldiği için 900'den sonra binlik sayılıyor.

A: (Yüzlük blokları göstererek) Bu bloklar binlik mi?

OBDÖ1: Bunlar binlik.

DBDÖ4: Sıfır var ya. Ondan dolayı.

Standart Temsilleri Hatalı Grublama. ÖYTÖ5, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, DBDÖ4 kodlu öğrenciler onluk taban bloklarını kullanarak grublama yapmaya çalışmışlardır. Birlik,

onluk ve yüzük blokları yanlış grupladıkları için doğru sonuca ulaşamamışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ5: *bloklarla 14 birlik, 14 onluk, 14 yüzük aldım. Birlik bloklardan 9 tanesini ayırdım. 5 tane birlik onluklara eklendi. Onluklardan 9 ayırdım yine. Kalan bloklar yüzüklere eklendi (5 birlik ve 5 onluk). 5 onluk 50, bir de 5 birlik 55 ediyor. 14 yüzük daha eklersem 69 ediyor. Yani sayımız 6999. Birlikleri ve yüzükleri de daha önce 9 yapmıştım ya.*

YBDÖ5: *Bloklarla yaparsam 14 ile 10'u çarpıyorum (1 onluk ve 4 birlik blok ile 1 onluk bloğu çarpar). 140 buldum (1 yüzük ve 4 onluk koyar). 14'ü 100 ile çarpıyorum (1 onluk ve birlik koyup 1 yüzük blok koyarak çarptığını söyler). 1400 buldum. (1 binlik ve 4 yüzük koyar). 1454 buldum (yüzükleri eksik sayar).*

OBDÖ1: *Bunlar binlik. 14 binlik var burada. Şimdi devam edeyim. 14 onluk blok koydum. 4 birlik koydum.*

A: *Neden 4 birlik?*

OBDÖ1: *elde 1 var ya. Onu onluklara verdim. 15 onluk oldu. Onlukların biri de 1 yüzük oldu. Onluklar 50 oldu. Bu sayı bloklar ile 14.154 oldu.*

OBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 111'de ifade edilmiştir:

Şekil 111

OBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Standart Temsilleri Hatalı Gruplaması

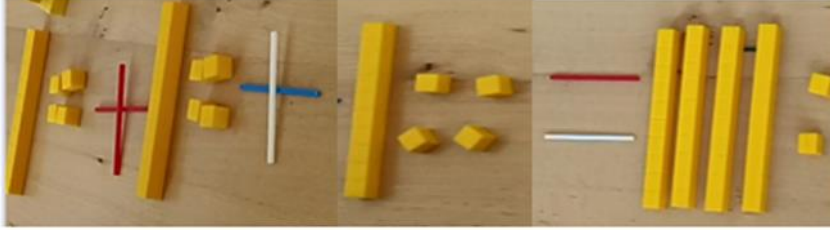


OBDÖ2: *14+14+14=42 eder.*

OBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 112'de ifade edilmiştir:

Şekil112

OBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Standart Temsilleri Hatalı Gruplaması



DBDÖ4: Birler basamağının hepsinde değil 4'ü birlere, 1'i onlara yazıyorum. Birler basamağına 1 sayı yazıldığı için 4'ü çıkarttım. 14141 o zaman. Birler basamağına 1, onlar basamağına 2, yüzlere de 3,4 istediğin kadar sayı yazılıyor. Birler bölümünde 3 tane rakam olmalı. O yüzden sıfır olmalı. 141.041 olmalı. Bloklarla da bu şekilde buldum (Bloklarla soldan sağa 1 onluk boşluk, 4 onluk ve 1 birlik boşluk, 4 onluk ve 1 birlik şeklinde gösterim yapmıştır).

Standart Temsiller ile İleri Saymaya Yönelik Hatalı Modeller. DBDÖ1, DBDÖ3 kodlu öğrenciler onluk taban blokları (modeller) ile ileri sayarak çözüme ulaşmaya çalışmışlardır. Yanlış sonuç elde etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

DBDÖ1: 4 yüzlük, 14 onluk ve 14 birlik koyarak ta yapabilirim. 100, 200, 300, ..., 1200, 1300, 1400 eder. 1410, 1420, 1430, ...1490, 2000. Bu soru yanlış o zaman. 2010, 2020, 2030, 2040, 2041, 2042,,2055 oluyor.

DBDÖ3: Bilmiyorum nasıl yapсам. 14 yüzlük, 14 onluk, 14 birlik koyarsam. Bu sayı 400 mü, 140 mı... Ben bu soruyu yapamadım. Bloklarla "yüz kırk bir bin dört yüz on dört olur."

7. Özel Yetenek Tanılı Olan ve Olmayan Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Basamak Değerinin "Hesaplama" Boyutuna Yönelik Zihinsel Modelleri

Bu başlık altında araştırmanın "Özel yetenek tanılı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin "Hesaplama" boyutuna yönelik zihinsel

modelleri nelerdir?” alt problemine yönelik bulgular sunulmuştur. Hesaplama boyutu toplama, çıkarma, çarpma, bölme işlemi alt boyutlarında incelenmiştir. Her bir alt boyut için 1 soru sorulmuştur.

Toplama İşlemine Yönelik Zihinsel Modeller

Öğrencilerin “Toplama İşlemi” boyutuna yönelik zihinsel modelleri tabloda ifade edilmiştir. Bu başlık altında araştırmanın “Özel yetenek tanılı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin hesaplama (toplama) boyutuna yönelik zihinsel modelleri nelerdir?” alt problemine yönelik bulgular sunulmuştur. Sayma boyutuna yönelik bulguları ortaya koymak amacıyla öğrencilere “ $2475+789$ İşleminin sonucu kaçtır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.” sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin hesaplama boyutuna ilişkin zihinsel modelleri tabloda ifade edilmiştir.

Tablo 19

Hesaplama (Toplama İşlemi) Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller

Hesaplama (Toplama İşlemi) Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller	Özel yetenek tanılı öğrenciler	Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler	Orta başarı düzeyindeki öğrenciler	Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler	N
Algoritmaya Dayalı İşlem Yapma	ÖYTÖ1 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ3 YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ4 OBDÖ5	DBDÖ1 DBDÖ2 DBDÖ4 DBDÖ5	18
Aritmetik Gerçekleri Kullanarak İşlem Yapma	ÖYTÖ1 ÖYTÖ2 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ3 YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ4	DBDÖ3 DBDÖ4 DBDÖ5	17
Toplama İşleminin Matematiksel ve Günlük Kullanımı	ÖYTÖ3	YBDÖ1 YBDÖ3 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ5	DBDÖ3 DBDÖ5	10
Çarpma İşlemi ile İlişkisi	ÖYTÖ1	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ4 OBDÖ5		9
Parmak Kullanarak Üzerine Sayma			OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ5	DBDÖ3 DBDÖ1 DBDÖ2	7

Elde Kavramının Miktarını İfade Etme	ÖYTÖ1 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ3			7
Modeller Kullanarak Küçük Basamaktan Gruplama Yaparak Toplama İşlemi Yapma	ÖYTÖ1 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ3			6
Zihinden Toplama İşlemi Yapma	ÖYTÖ5		OBDÖ1 OBDÖ4	DBDÖ3	4
Modeller Kullanarak Sayıları Büyük Basamaktan Gruplama Yaparak Toplama İşlemi Yapma	ÖYTÖ2		OBDÖ3	DBDÖ1 DBDÖ4	4
Çıkarma İşlemi ile İlişkisi	ÖYTÖ3	YBDÖ5	OBDÖ4 OBDÖ5		4

Tablo 19 incelendiğinde öğrencilerin “Hesaplama (Toplama İşlemi) Boyutuna” ilişkin zihinsel modellerine yer verilmiştir. Öğrencilerde en çok “Algoritmaya Dayalı İşlem Yapma” (N=18) zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 4, yüksek başarı düzeyinde 5, orta başarı düzeyinde 5, düşük başarı düzeyinde 4 öğrencide bu konuya ilişkin zihinsel modeller mevcuttur. İkinci olarak öğrencilerde en çok “Aritmetik Gerçekleri Kullanarak İşlem Yapma” (N=17) zihinsel modeli görülmüştür. Özel yetenek tanılı 5, yüksek başarı düzeyinde 5, orta başarı düzeyinde 4, düşük başarı düzeyinde 3 öğrencide bu konuya ilişkin zihinsel modeller mevcuttur. Üçüncü olarak öğrencilerde en çok “Toplama İşleminin Matematiksel ve Günlük Kullanımı” (N=10) zihinsel modeli görülmüştür. Özel yetenek tanılı 1, yüksek başarı düzeyinde 3, orta başarı düzeyinde 4, düşük başarı düzeyinde 2 öğrencide bu konuya ilişkin zihinsel modeller görülmüştür. Daha sonra öğrencilerde sırasıyla “Çarpma İşlemi ile İlişkisi” (N=9); “Parmak Kullanarak Üzerine Sayma” (N=7); “Elde Kavramının Miktarını İfade Etme” (N=7); “Modeller Kullanarak Küçük Basamaktan Gruplama Yaparak İşlem Yapma” (N=6); “Modelleri Kullanmadan Zihinden İşlem Yapma” (N=4); “Modeller Kullanarak Sayıların Büyük Basamaktan Gruplama Yaparak İşlem Yapma” (N=4); “Çıkarma İşlemi ile İlişkisi” (N=4) zihinsel modelleri mevcuttur.

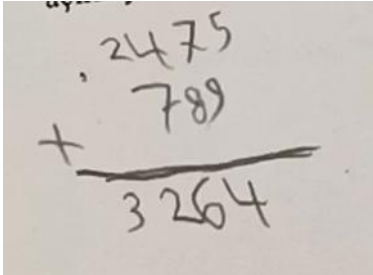
Algoritmaya Dayalı İşlem Yapma. ÖYTÖ1, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, OBDÖ5, DBDÖ1, DBDÖ2, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler kâğıt kalem kullanarak 2475 ve 789 sayılarını toplamışlardır. Bu öğrencilerin tümü birler basamağından başlayarak elde ile toplama işlemi yapmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: $9+5=14$. Kafadan, saymadan 14 buldum. 4'ü yazdım, elde var 1. 14 sayısı 1 onluk ve 4 birlik olduğu için 4 birliği yazdım. Elde de 1 onluk. Sonra 7 ve 4 11 eder, 1 de elde 12. Buradaki elde de 1 yüzlük. Sonra diğer elde de 1 binlik oluyor. 2'ye veriyoruz 3 oluyor. 3264.

ÖYTÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 113'de ifade edilmiştir:

Şekil113

ÖYTÖ1 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü



$$\begin{array}{r} 2475 \\ + 789 \\ \hline 3264 \end{array}$$

ÖYTÖ3: $2475+789$ yapıyorum alt alta. $9+5=14$. 10'un 1 eksiği ya oradan buldum. 14'ün 4'ü. Elde var 1 (1 adet onluk blok gösterir). 8 oldu onlar basamağı. 2 tane 8, 16 eder. 16'nın 6'sı elde var 1 (1 yüzlük blok gösterir). Eldeki 1'i büyük sayıya vermek bana daha kolay geliyor. 8 oldu. $8+4=12$ oldu. Bu elde de 1 binlik. 3264 oldu.

ÖYTÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 114'te ifade edilmiştir:

Şekil 114

ÖYTÖ3 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü

ayınız.

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 2475 \\
 789 \\
 + \quad \quad \quad \\
 \hline
 3264
 \end{array}$$

ÖYTÖ4: Ben her zaman evde şöyle yapıyorum. $10+5=15$ bunu biliyorum. 1 eksiği 14. Elde var 1 (1 onluk blok gösterir). Eldeki 1'i 7'ye ver 8. 2 kere 8, 16. $7+3=10$ bunu biliyorum. O zaman $7+4=11$, 1 de elde 12 (elde için 1 yüzlük gösterir). Yine elde var 1. O da binlik blok. 3264 oldu.

ÖYTÖ5: $9+5=14$. 5'i 1 ve 4'e ayırdım. 10 ve 4, 14. Elde var 1. Elde 1 tane birlik blok. 7'yi 6 ve 1 diye ayırdım. Eldeyi de 8'e verdim 9. 16 oldu. 16'nın 6'sı elde var 1. Bu elde de birlik blok 1 tane. $7+4=11$, 1 de elde 12. 3264 buldum.

YBDÖ1: 9, 5 daha 14 eder. 5'ten 1 aldım. 9'a verdim. 14 olmuş oldu. 14'ün 4'ü elde var 1. . Eldeyi 7'ye verdim. 2 tane 8, 16 eder. 7'ye 3 eklersem 10 eder bunu biliyorum. 4 eklersem 11, 1 de elde var 12 eder. 3264 buldum.

YBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 115'te ifade edilmiştir:

Şekil 115

YBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 2475 \\
 789 \\
 + \quad \quad \quad \\
 \hline
 3264
 \end{array}$$

YBDÖ2: 2475 ve 789 sayılarını topluyorum. $5+9=14$. 9'la toplarken onlar basamağı bir artıyor, birler basamağı bir eksiliyor gibi düşünüyorum. 14'ün 4'ü elde var 1. Eldeki 1 bu (1 tane onluk blok gösterir). $7+8=15$. 8'in 2 katı 16 eder ya. 1 azaltırsam 15 ediyor. 1'de elde 16. Elde var yine 1. Yüzler basamağına gittiği için 1 yüzlük bu seferki elde. $7+4=11$ eder. 7 ve 3'ün 10 ettiğini biliyorum. 1 ekledim 11 etti. Eldeyle birlikte 12 eder. Elde var 1 yine. Bu elde de 1 tane binlik blok. 2000'e eklersem 3000 eder.

YBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 116'da ifade edilmiştir:

Şekil 116

YBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü

YBDÖ3: 2475+789'u topluyorum. $10+5=16$ ben bunu biliyorum. 1 eksliğini aldım 14. Elde var 1.

A: Eldeki 1'i bana gösterebilir misin?

YBDÖ3: 1 onluk. Birlikten onluğa gittiği için. 7'ye verdim. 8 oldu. $8+8=16$ eder. (8'er sayar). Bu eldeki 1 de 1 yüzlük blok. Onluktan yüzlüğe gitti ya. Eldeki 1'i verdim 5 oldu. $5+5=10$ eder bunu biliyorum. 2 daha 12. Bu eldeki 1 de 1 tane binlik blok. 3264 buldum.

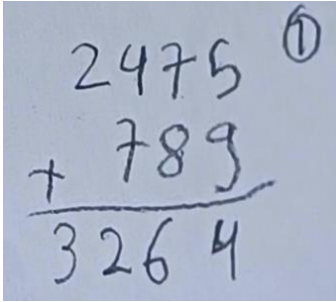
YBDÖ4: $9+5=14$, 10'a göre düşünüyorum. 14 yazamam 4 yazarım. Elde var 1 (1 adet onluk blok). $8+7=15$, 1 de elde 16. $7+4=11$, topladım işte. $8+8=16$ oran buldum onu. Eldeki 1 yine 1 onluk blok. Çünkü 16 oluyor ya 6 yazılıyor, 10'u kalıyor ondan. 3264 buldum.

YBDÖ5: $2475+789$. $5+9=14$ bunu zaten biliyordum. Saymadım. Elde var 1. Birlik blok. Çünkü birler bloğu. $7+8=15$. 1'de elde 16. Elde yine 1 birlik blok. $4+7=11$, 1'de elde 12. Elde yine 1 birlik blok. 3264.

YBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 117'de ifade edilmiştir:

Şekil 117

YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü



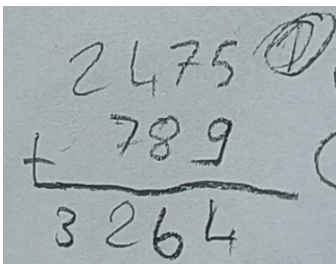
$$\begin{array}{r} 2475 \text{ ①} \\ + 789 \\ \hline 3264 \end{array}$$

OBDÖ1: $9+5=14$ eder. 7 ve 8'i toplarsam 15 eder. 1 de elde 16 eder. 7 ve 4'ü toplarsam 11 eder. 1 de elde 12 eder. 3264.

OBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 118'de ifade edilmiştir:

Şekil 118

OBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü



$$\begin{array}{r} 2475 \text{ ①} \\ + 789 \\ \hline 3264 \end{array}$$

OBDÖ2: 1 tane birlik blok. Şimdi 8 ve 7'yi topladım 15. Tek tek sayarak buldum. Elde var 1. 16 eder. 16'nın 6'sını yazıyoruz. Elde var 1. (elde olarak 1 adet birlik blok gösterir). 7, 4 daha 11. 1'de elde 12 eder. (7 ve 4'ü zihinden topladı. Elde olarak tüm eldeler için 1 adet birlik blok göstermiştir).

OBDÖ3: $5+9=14$. 8'in üstüne 7 saydım 15. 1 de elde 16. Yine elde 1 onluk. $7+3=10$ bunu biliyorum. $7+4=11$. 1 de elde 12. Elde yine 1 onluk. 3264.

OBDÖ4: 5 ve 9'u toplarsak 14 eder. 5'in 1'ini 9'a veririm. 4'ü yazdım, elde var 1 (1 adet birlik blok). Eldeki 1'i veririm 8 oldu. 2 tane 8, 16. 6'yı yazdım. Elde var 1 (1 tane birlik blok). Eldeyi 4'e verdim 5 oldu. 7'den 1 tane veririm 5'e, $6+6$, 12 oradan buldum. Yine elde var 1 (1 adet birlik blok). 3 oldu. 3264.

OBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 119'da ifade edilmiştir:

Şekil 119

OBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü

The image shows a handwritten arithmetic problem. The numbers 2475 and 709 are written in a column, with a plus sign to the left of 709. A horizontal line is drawn below the numbers. Below the line, the sum 3264 is written. The digits are written in a cursive, handwritten style.

OBDÖ5: $9+5=14$. Elde var 1. Onlar basamağı 16 (parmakla tek tek içinden sayar). Elde yine 1 birlik. 7 il 4, 1 de elde 12. Elde yine 1 birlik. 3264.

DBDÖ1: 9'A 5 sayarsam 9, 10, 11, 12, 13, 14 eder. Elde var 1.1 tane birlik blok. 8'in üstüne 7 sayarsam (tek tek parmakları ile sayar) 15, 1 de elde 16 eder. Buradaki elde de 1 tane birlik. 7, 4 daha (tek tek sayarak) 11, elde ile 12 eder. Elde yine 1 tane birlik. 2'ye veririm eldeyi 3 eder.

DBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 120'de ifade edilmiştir:

Şekil 120

DBDÖ1 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü

$$\begin{array}{r} 789 \text{ İşlemin sonucu} \\ + 2475 \\ \hline 3264 \end{array}$$

DBDÖ2: $9+5$, 14 eder. 4 yazdım elde var 1 (1 birlik blok gösterir). 7 ve 8 var burada. Eldeki 1'i ekledim 9 oldu. 7 saydım üstüne (parmakları ile tek tek sayar). 16 oldu. Yine elde var 1 (1 adet birlik blok gösterir). Aslında eldeler bu. Eldeyi verdim $7+5=12$ oldu. 3264.

DBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 122'de ifade edilmiştir:

Şekil 122

DBDÖ2 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü

$$\begin{array}{r} 89 \text{ İşlemin sonucu} \\ + 2475 \\ + 789 \\ \hline 3264 \end{array}$$

DBDÖ4: $9+5$ zihinden otomatik 14. Yana 1 elde gider (1 birlik blok). 7, 8 oldu. 8 ile 8, 16 öyle buldum. Yine elde var 1. O da 1 birlik blok. 5 oldu bura. $7+5=12$. Zihinden yaptım bunu direkt. Yine 1 elde. O da 1 birlik. 3264 buldum.

DBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 123'te ifade edilmiştir:

Şekil 123

DBDÖ4 Kodlu Öğrencinin Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma Çözümü

DBDÖ5: 2475+789 yazdım. $9+5=14$. 10 ile toplamış gibi düşündüm ve 1 azalttım. Elde var 1 (1 tane birlik blok gösterir). Eldeki 1'i 7'ye verdim 8. 2 tane 8, 16. Elde var 1 (1 birlik blok gösterir). $7+4=11$. 1'de elde 12. 3264 buldum. Bu son elde de 1 birlik blok.

Aritmetik Gerçekleri Kullanarak İşlem Yapma. ÖYTÖ1, ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, DBDÖ3, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler basamaklardaki rakamları birbirine eklerken zihinden bulma, 10'a göre konumlama ve sayının 2 katını alma, zihinden ekleme stratejilerini kullanarak basamakların toplamına ulaşmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: $9+5=14$. Kafadan, saymadan 14 buldum. 4'ü yazdım, Sonra 7 ve 4, 11 eder, 1 de elde 12. Hepsini zihinden buldum.

ÖYTÖ2: 2475 ve 789'u toplayacağım. 10 ile toplarsam 15 ederdi, 1 azalttım 14. Elde var 1. $9+7=16$ buradan buldum. 10'a göre düşündüm. 16'nın 6'sı. $7+3=10$ bunu biliyorum. $7+4$ 'te 11.

ÖYTÖ3: 2475+789 yapıyorum alt alta. $9+5=14$. 10'un 1 eksiği ya oradan buldum. 14'ün 4'ü. 8 oldu onlar basamağı. 2 tane 8, 16 eder.

ÖYTÖ4: $10+5=15$ bunu biliyorum. 1 eksiği 14. Elde var 1. Eldeki 1'i 7'ye ver 8. 2 kere 8, 16. $7+3=10$ bunu biliyorum. O zaman $7+4=11$.

ÖYTÖ5: $9+5=14$. 5'i 1 ve 4'e ayırdım. 10 ve 4, 14. Eldeyi de 8'e verdim 9. 16 oldu. 10'a göre düşündüm. $7+4=11$, 1 de elde 12. 3 ve 7, 10 bunu biliyorum.

YBDÖ1: 9, 5 daha 14 eder.

A: *Bunu tek tek saydın mı?*

YBDÖ1: *Hayır. 5'ten 1 aldım. 9'a verdim. 14 olmuş oldu. 14'ün 4'ü elde var 1. Eldeyi 7'ye verdim. 2 tane 8, 16 eder. 7'ye 3 eklersem 10 eder bunu biliyorum. 4 eklersem 11, 1 de elde var 12 eder.*

YBDÖ2: *5+9=14. 9'la toplarken onlar basamağı bir artıyor, birler basamağı bir eksiliyor gibi düşünüyorum. 7+8=15. 8'in 2 katı 16 eder ya. 1 azaltırsam 15 ediyor. 7+4=11 eder. 7 ve 3'ün 10 ettiğini biliyorum. 1 ekledim 11 etti.*

YBDÖ3: *2475+789'u topluyorum. 10+5=16 ben bunu biliyorum. 1 eksliğini aldım 14. Elde var 1. 7'ye verdim. 8 oldu. 8+8=16 eder. (8'er sayar). Eldeki 1'i verdim 5 oldu. 5+5=10 eder bunu biliyorum. 2 daha 12.*

YBDÖ4: *9+5=14, 10'a göre düşünüyorum. 14 yazamam 4 yazarım. 8+7=15, 1 de elde 16. 8+8=16 oran buldum onu. 7+4=11, topladım işte.*

YBDÖ5: *5+9=14 bunu zaten biliyordum. Saymadım. 7+8= 15. 1'de elde 16. 4+7=11, 1'de elde 12. Saymadım zihinden yaptım.*

OBDÖ2: *Önce birler basamağından başladım. 9 ve 5, 14 eder.*

A: *Tek tek saydın mı? Nasıl buldun?*

OBDÖ2: *10 ve 5, 15 eder ya. Ben de 1 çıkardım. 14'ün 4'ü. Elde var 1.*

OBDÖ2: *7, 4 daha 11. 1'de elde 12 eder. (7 ve 4'ü zihinden toplamıştır).*

OBDÖ3: *5+9=14. Eldeyi yana geçirdim. 9'ten birini 9'a verdim 10 oldu. Öyle buldum. 7+3=10 bunu biliyorum. 7+4=11. 1 de elde 12.*

OBDÖ4: *5 ve 9'u toplarsak 14 eder. 5'in 1'ini 9'a veririm. 4'ü yazdım. Eldeki 1'i verirsem 8 oldu. 2 tane 8, 16. 6'yı yazdım. Elde var 1 (1 tane birlik blok). Eldeyi 4'e verdim 5 oldu. 7'den 1 tane verirsem 5'e, 6+6, 12 oradan buldum.*

DBDÖ3: *Alt alta yazarım toplarım. 9+5=14 yapar. 10+5, 15 ise 1 çıkar 14.*

DBDÖ4: 9+5 zihinden otomatik 14. 7, 8 oldu. 8 ile 8, 16 öyle buldum. Yine elde var 1. 5 oldu bura. 7+5=12. Zihinden yaptım bunu direkt.

DBDÖ5: 9+5=14. 10 ile toplamış gibi düşündüm ve 1 azalttım. Eldeki 1'i 7'ye verdim 8. 2 tane 8, 16.

Toplama İşleminin Matematiksel ve Günlük Kullanımı. ÖYTÖ3, YBDÖ1, YBDÖ3, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ5, DBDÖ3, DBDÖ5 kodlu öğrenciler toplama işleminin birleştirme, ekleme anlamına vurgu yapmışlardır. Öğrencilere toplama işleminin günlük hayatımızdaki işlevinin ne olduğu ve toplama işlemini niçin kullandığımız sorulmuştur. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

A: Toplama günlük hayatta ve matematikte ne işe yarar?

ÖYTÖ3: O sayıyla o sayının birleşimi kaç bunu buluruz.

YBDÖ1: Sınıfa yeni kişiler gelirse mesela toplama yaparız. Bir şeyi bir şeye eklerken.

YBDÖ3: Bir sayı ile bir sayıyı toplarken.

YBDÖ5: Arkadaşım ile bilgisayar almak istiyorum. Paralarımız birleşirse toplama olur.

OBDÖ2: Bakkaldan süt aldık. Başka bir şey daha aldık. Üstüne koyarız. Bir şeyi çabuk hesaplarken.

OBDÖ3: İkidenden fazla şeyi toplarken.

OBDÖ5: 3 yumurtamız var, 3 de arkadaşımız ekledi. Bunları bulurken.

DBDÖ3: Mesela böyle marketten 8 meyve suyu alacağız, ama 4 tane almışız sayarak bulabiliriz.

DBDÖ5: En az 2 sayının birleşimini bulmak için.

Çarpma İşlemi ile İlişkisi. Öğrencilere toplama işleminin diğer işlem ya da işlemler ile ilişkisi sorulmuştur. ÖYTÖ1, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2,

OBDÖ4, OBDÖ5 kodlu öğrenciler toplama işleminin çarpma işlemi ile ilişkili olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrencilerden bir bölümü çarpma işlemini toplama işleminin kısa yolu olarak tanımlarken bir bölümü de çarpma işleminin içinde toplama işlemi kullanıldığı için her iki işlemin ilişkili olduğunu düşünmüşlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

A: Toplama hangi işlem ya da işlemler ile ilişkilidir? Açıklayabilir misin?

ÖYTÖ1: Toplama çarpmayla ilişkilidir. Çarpmanın uzun şeklidir.

YBDÖ1: Toplama, çarpma ile ilgili. Mesela $5 \times 4 = 20$ eder. Bunu $5+5+5+5$ şeklinde de yazabilirim. Çarpma kısa hali yani.

YBDÖ2: Toplama çarpma ile ilişkili. Çarpmada toplama kullanıyoruz ya.

YBDÖ4: Toplama çarpma ile ilişkili. İkisinde de sayı çoğalıyor.

YBDÖ5: Çarpmanın içinde toplama var ya.

OBDÖ1: Toplama çarpma ile ilişkilidir. Mesela 16 kere 4 demek 16 tane 4'ü toplama demek.

OBDÖ2: Çarpma işlemi ile ilişki. Çarptıktan sonra toplarız.

OBDÖ3: Çarpmayla ilişkisi var. 4 tane 200'ü toplamak yerine 200 ile 4'ü çarpalım. Toplama ve çarpma ikisi de ileriye doğru gidiyor.

OBDÖ4: Çarpmayla. Biz çarpma işlemi yaparken çarptıktan sonra topluyoruz.

Parmak Kullanarak Üzerine Sayma. OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ5, DBDÖ1, DBDÖ2, DBDÖ3 kodlu öğrenciler toplama işlemi yaparken basamaklardaki rakamları birbirinin üzerine eklemeye parmaklarını kullanmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

OBDÖ1: 1 adet birlik blok. 7 ve 8'i toplarsam 15 eder. 1 de elde 16 eder. 7 ve 4'ü toplarsam 11 eder. 1 de elde 12 eder. (Öğrenci buradaki işlemlerin tümünde parmak ile üzerine sayma yolunu kullanmıştır.)

OBDÖ2: Şimdi 8 ve 7'yi topladım 15. Tek tek sayarak buldum.

OBDÖ3: 8'in üstüne 7 saydım (parmakla) 15. 1 de elde 16.

OBDÖ5: $9+5=14$. Onlar basamağı 16 (parmakla tek tek içinden sayar). Elde yine 1 birlik. 7 il 4, 1 de elde 12. (Parmakla sayar). Elde yine 1 birlik. 3264.

DBDÖ1: 9'a 5 sayarsam 9, 10, 11, 12, 13, 14 eder. Elde var 1. 8'in üstüne 7 sayarsam (tek tek parmakları ile sayar) 15, 1 de elde 16 eder. Buradaki elde de 1 tane birlik. 7, 4 daha (tek tek sayarak) 11, elde ile 12 eder.

DBDÖ2: $9+5$ (Tek tek üzerine sayar) 14 eder. 7 ve 8 var burada. Eldeki 1'i ekledim 9 oldu. 7 saydım üstüne (parmakları ile tek tek sayar). 16 oldu. $7+5=12$ oldu (parmakla sayar).

DBDÖ3: $7+4$ (7'nin üzerine tek tek parmakları ile sayar) 11 eder.

Elde Kavramının Miktarını İfade Etme. ÖYTÖ1, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3 kodlu öğrenciler toplama işlemi yaparken her basamaktaki elde miktarını doğru ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

A: Eldeki 1'i gösterebilir misin?

ÖYTÖ1: 14 sayısı 1 onluk ve 4 birlik olduğu için 4 birliği yazdım. Elde de 1 onluk. Sonra 7 ve 4 11 eder, 1 de elde 12. Buradaki elde de 1 yüzlük. Sonra diğer elde de 1 binlik oluyor. 2'ye veriyoruz 3 oluyor. 3264.

ÖYTÖ3: $2475+789$ yapıyorum alt alta. $9+5=14$. 10'un 1 eksiği ya oradan buldum. 14'ün 4'ü. Elde var 1 (1 adet onluk blok gösterir). 8 oldu onlar basamağı. 2 tane 8, 16 eder. 16'nın 6'sı elde var 1 (1 yüzlük blok gösterir). Eldeki 1'i büyük sayıya vermek bana daha kolay geliyor. 8 oldu. $8+4=12$ oldu. Bu elde de 1 binlik. 3264 oldu.

ÖYTÖ4: $10+5=15$ bunu biliyorum. 1 eksiği 14. Elde var 1 (1 onluk blok gösterir). Eldeki 1'i 7'ye ver 8. 2 kere 8, 16. $7+3=10$ bunu biliyorum. O zaman $7+4=11$, 1 de elde 12 (elde için 1 yüzlük gösterir). Yine elde var 1. O da binlik blok. 3264 oldu.

ÖYTÖ5: İlk elde onlar basamağına gittiği için 1 tane onluk blok olmalı. İkinci elde yüzler basamağına gittiği için 1 yüzlük blok. En son elde de binler basamağına gittiği için 1 binlik.

YBDÖ1: $9+5=14$ eder. Elde basamağa göre değişir. Burası onlar basamağı olduğu için 1 onluk. Eldeyi 7'ye verdim. 2 tane 8, 16 eder. Yine elde var 1.

A: Bu eldeyi gösterebilir misin?

YBDÖ1: Yüzler basamağına gittiği için 1 yüzlük blok. 7'ye 3 eklersem 10 eder bunu biliyorum. 4 eklersem 11, 1 de elde var 12 eder. Yine elde var 1. Bu elde de 1 binlik demek. Yani hepsi birbirinin 10 katı.

YBDÖ2: 2475 ve 789 sayılarını topluyorum. 14'ün 4'ü elde var 1. Eldeki 1 bu (1 tane onluk blok gösterir). $7+8=15$. 8'in 2 katı 16 eder ya. 1 azaltırsam 15 ediyor. 1'de elde 16. Elde var yine 1. Yüzler basamağına gittiği için 1 yüzlük bu seferki elde. $7+4=11$ eder. 7 ve 3'ün 10 ettiğini biliyorum. 1 ekledim 11 etti. Eldeyle birlikte 12 eder. Elde var 1 yine. Bu elde de 1 tane binlik blok. 2000'e eklersem 3000 eder.

YBDÖ3: $2475+789$ 'u topluyorum. $10+5=16$ ben bunu biliyorum. 1 eksiğini aldım 14. Elde var 1.

A: Eldeki 1'i bana gösterebilir misin?

YBDÖ3: 1 onluk. Birlikten onluğa gittiği için. 7'ye verdim. 8 oldu. $8+8=16$ eder. (8'er sayar). Bu eldeki 1 de 1 yüzlük blok. Onluktan yüzlüğe gitti ya. Eldeki 1'i verdim 5 oldu. $5+5=10$ eder bunu biliyorum. 2 daha 12. Bu eldeki 1 de 1 tane binlik blok. 3264 buldum.

Modeller Kullanarak Küçük Basamaktan Grublama Yaparak Toplama İşlemi Yapma. ÖYTÖ1, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ3 kodlu öğrenciler modeller ile birler basamağından başlayarak toplama işlemini yapmışlardır. Öğrenciler modelleri (onluk taban blokları) küçükten büyüğe doğru grubluyarak işlem yapmışlardır. Kâğıt kalem ile yaptıkları işlem ile benzer şekilde grublama yapmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: *Öbürlerinden başlasak olmaz. Birler basamağından başladım. 14 birlik oldu. 10 tanesini 1 onluğa dönüştürdüm. 4 birlik kaldı. Onluklar 16 oldu. 6'sını koyuyorum. 10 tanesini 1 yüzlük yaptım. Çünkü 10 ve fazlası basamağa konulmaz. 8 ve 4, 12 eder. 1'de elde 13 eder. 3 yazıyorum.*

ÖYTÖ3: *Bloklarla 2475 ve 789 sayısını oluşturdum (her iki toplanan için de aynı basamakta olanları blokları alt alta koyar). 4 birlik oldu. Onluklara elde olarak 1 onluk gitti. Onluklar 16 blok oldu. 1 yüzlük elde gitti. 12 yüzlük oldu. 1 binlik elde gitti. 2 yüzlük kaldı. 3264.*

ÖYTÖ4: *Bloklarla 2475 ve 789'u yaptım. 14 birlik var. 10 tanesi 1 onluk oldu, 4 birlik kaldı. 10 onluk, 1 yüzlük oldu. 6 onluk kaldı. Yüzlüklerden 1 tanesini binlik yaptım, 2 yüzlük kaldı. 3264.*

YBDÖ1: *Birlikler 14 tane. 10 tanesini 1 onluğa çeviririm. 4 birlik kalır. Sonra 10'luga geçerim. 10 tane 10'luk 1 yüzlük eder. 6 onluğum kalır. 164 olur hepsi. Yüzlüklerin 10 tanesi 1 binlik eder. 2 yüzlük kalır. Böylece 3 binlik elde etmiş oluruz. 3264 eder.*

YBDÖ3: *Bloklarla denersem. 2 binlik, 4yüzlük, 7 onluk ve 4 birlik ile ilk sayıyı yaptım. 7 yüzlük, 8 onluk ve 9 birlik ile 2. Sayıyı yaptım. 14 birlikten 10 tanesini onluk blok yapıp onluklara ekledik. 10 tane onluk aldım garanti 1 yüzlüğümüz var. Bakıyoruz kalan onluklara bir yüzlük çıkar mı diye 6 onluk var. Yüzlüklerden de 10 tanesini aldım 1 binlik yaptım. 2 yüzlük kaldı. 3264 oldu sayımız.*

Zihinden Toplama İşlemi Yapma. ÖYTÖ5, OBDÖ1, OBDÖ4, DBDÖ3 kodlu öğrenciler toplama işlemi yaparken modelleri (onluk taban bloklarını) kullanmışlardır. Bloklar ile toplama sayıları oluşturmuşlardır. Kâğıt kalem ile yapılan işlemlerde olduğu gibi işlem yapmaya birler basamağından başlamışlardır. İşlem yaparken blokları kullanmamışlardır. İşlemleri zihinden yapmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ5: (Bloklarla 2475 ve 789'u oluşturur) Birlikler 14 etti. 1 birlik blok elde oldu. Onluk bloklar 15 oldu. Eldeyle 16. 6'sını yazdım yine 1 elde(1 onluk blok). Yüzlükler 12 etti. 12'nin 2'si. 1000 elde oldu 3. 3264.(zihinden yaptı)

OBDÖ1: 9 ve 5'i toplarsam 14 eder. 10 ve 5, 15 ederse buradan bir düşersek 14 eder. 14'ün 4'ü elde var 1.

A: Eldeki 1'i bana gösterebilir misin?

OBDÖ1: 1 adet birlik blok. 7 ve 8'i toplarsam 15 eder. 1 de elde 16 eder. 7 ve 4'ü toplarsam 11 eder. 1 de elde 12 eder. Diğer eldelerin tümü de 1 adet birlik bloktur.

OBDÖ4: (Bloklarla 2475 ve 789 sayılarını oluşturur) 14 elde var 1. (1 adet birlik bloğu alarak onluk blokların üzerine koyar) 71 oldu burası. Daha doğrusu bu eldeyi şey olarak sayalım. Burası 80 oldu. (Birlik blok yerine 1 adet onluk blok koyar eldeye). 16'nın 6'sı elde var 1.

A: Neden değiştirdin eldeyi?

OBDÖ4: Orda da sonucu 16 bulmuştum ya işlem yaparken. Şimdi devam edersek 1 eldeyi (1 onluk blok) koydum (yüzlüklere). 12 oldu. 121'nin 2'si elde var 1. (Yüzlüklere koyduğu 1 onluk bloğu alır binliklere elde olarak koyar.). 3000 oldu bura. 3264 buldum (öğrenci kâğıt kalem ile yaptığı şekilde yapmıştır. Blokları yalnızca o basamağa ait değeri ifade ederken kullanmıştır. Onlar basamağında 8, onlar basamağında 6 onluk var şeklinde sayı değerlerini belirlemede kullanmıştır).

OBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 124'te ifade edilmiştir:

Şekil 124

OBDÖ4 Zihinden Toplama İşlemi Yapma



DBDÖ3: Bloklarla yapıyorum. 9 ve 5'i topladım 14. Elde var 1. $7+8$, 1'de elde 6. Elde var 1. $7+4$, 11 eldeyle 12. Eldeyi de verirsem 3. 3264 buldum (Öğrenci blokları hiç kullanmadan aslında soruyu zihinden çözmüştür).

Modeller Kullanarak Sayıların Büyük Basamaktan Gruplama Yaparak Toplama İşlemi Yapma. ÖYTÖ2, OBDÖ3, DBDÖ1, DBDÖ4 kodlu öğrenciler modelleri (onluk taban blokları) bir birim olarak kullanarak işlem yapmışlardır. İşlem yaparken büyük basamaktan başlamışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ2: Bloklarla 2 binlik, 4 yüzlük, 7 onluk ve 5 birlik blok koydum. Sonra 7 yüzlük, 8 onluk ve 9 birlik blok koydum. Şimdi yüzlükleri birleştirdim. Binliklere 1 binlik daha geldi. 3075 oldu. 3175 oldu 1 yüzlük koydum. Onluklardan 10 tanesi ile 1 yüzlük elde ettim. 3205 oldu. Yüzlük olmayan onlukları ekleyim 15, 25, 35, 45, 55. 3255 şu anki sayım. Birlikleri de eklersem 3264.

A: Yüzlüklerden başladın. Birliklerden başlanmalı diyordun ya fark ettin mi?

ÖYTÖ2: Aaaa, fark etmedim. Evet. Neden böyle yaptığımı bilmiyorum.

OBDÖ3: Materyaller ile 2475 yaptım. Şimdi 789 yaptım. 11 yüzlüğümüz var. Bunları alıp yerine 1 binlik koyacağım. Birliklerden 10 tanesini onluk yaptım. 10 tane onluğu 1 yüzlük yaptım. 3264.

DBDÖ1: bu soruyu bloklar ile yapacak olursam 2 binlik, 4 yüzlük, 7 onluk, 5 birlik koydum. 7 yüzlük, 8 onluk, 9 birlik koydum. 2400'ün üstüne 7 yüzlüğü sayarsam 2500, 2600,

...3100 eder. Şimdi onlukları sayarsam 3110, 3120, ... 3190, 3200, ...,3240, 3250 olur. 14 birliği de koyarsam 3264 olur.

DBDÖ4: Materyallerle 2475 ve 789 yaptım. İlk önce şu yüzlükler toplanır.

A: Neden peki?

DBDÖ4: Daha pratik olur. Yüzlük ve binlikleri topladım 3100 oldu. Şimdi onlukları toplayacağım. 80 ve 70 topluyorum. 150 oldu. $80+20=100$, 50 daha 150. Öyle buldum. Birlikler 8 ve 6, 8'e 2 koy 10. 4 daha 14. 3100'e 150 ekle, 3250. 14 ekle 3264 oldu.

DBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 125'te ifade edilmiştir:

Şekil 125

DBDÖ4 Büyük Basamaktan Gruplama



Çıkarma işlemi ile ilişkisi. Öğrencilere toplama işleminin hangi işlem ya da işlemler ile nasıl bir ilişkisi olduğu sorulmuştur. ÖYTÖ3, YBDÖ5, OBDÖ4, OBDÖ5 kodlu öğrenciler çıkarma işlemi ile ilişkili olduğunu ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

A: Toplama hangi işlem ya da işlemler ile ilişkilidir? Açıklar mısın?

ÖYTÖ3: Var da ben bilmiyorum. Çıkarma olabilir mi? Zıt olduğu için.

YBDÖ5: Çıkarma ile ilgili. Sonuç doğru mu kontrol etmek için.

OBDÖ4: Çıkarmayla zıtlar.

OBDÖ5: Çıkarmayla. Çoğalma ve azalma.

Hesaplama (Toplama) Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller

Bu başlık altında öğrencilerin “Hesaplama” (Toplama) Boyutuna ilişkin hatalı ve açıklanamayan zihinsel modellerine yer verilmiştir. Öğrencilerin konuya ilişkin hatalı ve açıklanamayan zihinsel modelleri tabloda ifade edilmiştir.

Tablo 20

Hesaplama (Toplama) Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller

Hesaplama (Toplama) Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller	Özel yetenek tanılı öğrenciler	Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler	Orta başarı düzeyindeki öğrenciler	Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler	N
Elde Kavramına Yönelik Hatalı Modeller	ÖYTÖ2	YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ4 OBDÖ5	DBDÖ1 DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ4 DBDÖ5	13
Kavramsal Olarak Hatalı ve Açıklanamayan Modeller		YBDÖ4	OBDÖ1 OBDÖ3 OBDÖ4	DBDÖ1 DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ4	8
Modelleri Hatalı Yorumlama	ÖYTÖ1 ÖYTÖ4	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ4		7
Modeller Kullanarak Toplama İşlemine Yönelik Yapılan Hatalar		YBDÖ2 YBDÖ4 YBDÖ5		DBDÖ5	4
Algoritma ile Hatalı İşlem Yapma	ÖYTÖ2			DBDÖ3	2

Tablo 20 incelendiğinde öğrencilerin “Hesaplama (Toplama) Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller”ine yer verilmiştir. Öğrencilerde en çok “Elde Kavramına Yönelik Hatalı Modeller” (N=13) mevcuttur. Özel yetenek tanılı 1, yüksek başarı düzeyinde 2, orta başarı düzeyinde 5, düşük başarı düzeyinde 5 öğrencide bu hatalı model mevcuttur. İkinci olarak öğrencilerde “Kavramsal Olarak Hatalı ve Açıklanamayan Modeller” (N=8) mevcuttur. Yüksek başarı düzeyinde 1, orta başarı düzeyinde 1, düşük başarı düzeyinde 4 öğrencide bu hatalı model mevcuttur. Üçüncü olarak öğrencilerde “Modelleri Hatalı Yorumlama” (N=7) mevcuttur. Özel yetenek tanılı 2, yüksek başarı düzeyinde 3, orta başarı düzeyinde 2 öğrencide bu hatalı model mevcuttur. Daha sonra öğrencilerde sırasıyla

“Modeller Kullanarak Toplama İşlemine Yönelik Yapılan Hatalar” (N=4); “Algoritma ile Hatalı İşlem Yapma” (N=2) mevcuttur.

Elde Kavramına Yönelik Hatalı Modeller. ÖYTÖ2, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, OBDÖ5, DBDÖ1, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler eldenin her basamaktaki miktarını yanlış ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ2: 2475 ve 789'u toplayacağım. 10 ile toplarsam 15 ederdi, 1 azalttım 14. Elde var 1. (1 adet birlik blok gösterir). $9+7=16$ buradan buldum. 10'a göre düşündüm. 16'nın 6'sı. Elde var 1 (1 adet birlik blok gösterir). Birlik türünden topladığımız için birlik türünden eklemek zorundayız. Eldeler hep birlik olmak zorunda biz sayı değerinden buluyoruz çünkü. $7+3=10$ bunu biliyorum. $7+4=11$. Elde yine 1 var (1 adet birlik blok gösterir). 3164 buldum.

A: Eldeki 1'i bana gösterir misin?

YBDÖ4: $9+5=14$, 10'a göre düşünüyorum. 14 yazamam 4 yazarım. Elde var 1 (1 adet onluk blok). $8+7=15$, 1 de elde 16. $7+4=11$, topladım işte. $8+8=16$ oran buldum onu. Eldeki 1 yine 1 onluk blok. Çünkü 16 oluyor ya 6 yazılıyor, 10'u kalıyor ondan. 3264 buldum. (Tüm eldeler 1 onluk).

YBDÖ5: $2475+789$. $5+9=14$. Elde var 1. Birlik blok. Çünkü birler bloğu. $7+8=15$. 1'de elde 16. Elde yine 1 birlik blok. $4+7=11$, 1'de elde 12. Elde yine 1 birlik blok.

OBDÖ1: 1 adet birlik blok. 7 ve 8'i toplarsam 15 eder. 1 de elde 16 eder. 7 ve 4'ü toplarsam 11 eder. 1 de elde 12 eder. Diğer eldelerin tümü de 1 adet birliktir.

OBDÖ2: 1 tane birlik blok. (Tüm eldeleri 1 adet birlik blok ile göstermiştir).

A: Eldeyi bana gösterir misin?

OBDÖ3: Elde 1 onluk. 8'in üstüne 7 saydım 15. 1 de elde 16. Yine elde 1 onluk. $7+3=10$ bunu biliyorum. $7+4=11$. 1 de elde 12. Elde yine 1 onluk. 3264.

OBDÖ4: 5 ve 9'u toplarsak 14 eder...(1 adet birlik blok). 2 tane 8, 16. 6'yı yazdım. Elde var 1 (1 tane birlik blok). 6+6, 12 oradan buldum. Yine elde var 1 (1 adet birlik blok). 3 oldu. 3264.

OBDÖ5: $9+5=14$. Elde var 1.

A: Eldeki 1'i blokla gösterir misin?

OBDÖ5: 1 birlik blok. Onlar basamağı 16 (parmakla tek tek içinden sayar). Elde yine 1 birlik. 7 il 4, 1 de elde 12. Elde yine 1 birlik. 3264.

A: Eldeki 1'i bana gösterir misin?

DBDÖ1: 1 tane birlik blok. (diğer basamaklardaki tüm eldeleri birlik blok olarak ifade etmiştir).

DBDÖ2: $9+5$, 14 eder. 4 yazdım elde var 1 (1 birlik blok gösterir). Eldeki 1'i ekledim 9 oldu. 7 saydım üstüne (parmakları ile tek tek sayar). 16 oldu. Yine elde var 1 (1 adet birlik blok gösterir). Aslında eldeler bu. Eldeyi verdim $7+5=12$ oldu.

A: Son elde nedir?

DBDÖ2: O da bu (1 birlik blok).

DBDÖ3: Alt alta yazarım toplarım. $9+5=14$ yapar. $10+5$, 15 ise 1 çıkar 14. Elde var 1. Elde 1 tane birlik blok. (diğer basamaklardaki tüm eldeleri birlik blok olarak ifade etmiştir).

DBDÖ4: $9+5, 14$. Yana 1 elde gider (1 birlik blok). 7, 8 oldu. 8 ile 8, 16 öyle buldum. Yine elde var 1. O da 1 birlik blok. 5 oldu bura. $7+5=12$. Yine 1 elde. O da 1 birlik.

DBDÖ5: $9+5=14$. Elde var 1 (1 tane birlik blok gösterir). Eldeki 1'i 7'ye verdim 8. Elde var 1 (1 birlik blok gösterir). $7+4=11$. Bu son elde de 1 birlik blok.

Kavramsal Olarak Hatalı ve Açıklanamayan Modeller. YBDÖ4, OBDÖ1, OBDÖ3, OBDÖ4, DBDÖ1, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4 kodlu öğrenciler toplama işleminin kullanımına ve diğer işlemler ile ilişkisine yönelik bir açıklamada bulunamamışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

A: *Toplama işlemi günlük hayatta ve matematikte ne işe yarar?*

YBDÖ4: *Bir şeyleri yaparken onu saymak yerine.*

OBDÖ1: *Sayıları kolayca toplamak için.*

OBDÖ3: *Bir sayı ile bir sayıyı toplamamızı sağlıyor.*

OBDÖ4: *İşlem yapıp kafadan kontrol etmek için.*

DBDÖ1: *Toplama, topladım ya ben. O işi daha hızlı yapmak için işimize yarıyor.*

DBDÖ2: *Bir şeyi toplayıp buluyoruz.*

DBDÖ3: *Bilmiyorum.*

DBDÖ4: *Ritmik saymayı öğrenirken kullanırız. Misket oynayacaksın misketlerin sayısı lazım. Kaybolursa haberimiz olur.*

A: *Toplama hangi işlem ya da işlemler ile ilişkilidir? Açıklar mısın?*

DBDÖ2: *Bilmiyorum.*

DBDÖ4: *Çarpma. Pardon. Çıkarma. Benziyorlar. İkisi de işimizi görüyor.*

Modelleri Hatalı Yorumlama. ÖYTÖ1, ÖYTÖ4, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ4 kodlu öğrencilerde modeller (onluk taban bloğu) ile yapılan işlemlerde birler basamağından başlanması gerektiği yanlışlığı mevcuttur. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: *2475 ve 879'u bloklarla oluşturdum. Birler basamağından başlıyorum şimdi.*

A: *Birler basamağından başlamak gerekli midir?*

ÖYTÖ1: *Öbürlerinden başlasak olmaz. Birler basamağından başladım.*

ÖYTÖ4: *Bloklarla 2475 ve 789'u yaptım. Şimdi yüzlükleri binlik yaptım. Aaa, yanlış yaptım.*

A: *Neden?*

ÖYTÖ4: Yanlış yerden başladım. İşlemi tersen yaptım (yüzlüklerden başladığı için).

A: Oradan başlasan olmaz mıydı?

ÖYTÖ4: Hayır. Eldeler karışır. İşlem eldesiz olsa olurdu.

A: Birler basamağından başladın. Başka basamaklardan başlayabilir miydin?

YBDÖ1: Önce birlikleri sayıyorum. Tüm birlikleri birleştirdim.

A: Bloklar ile işlem yaparken birler basamağından başlamak zorunda mısınız? Yine aynı sonuca ulaşılır mı?

YBDÖ1: Aynı sonuç olmaz. Çünkü elde olacağı için eldeyi de eklememiz gerekir, sonuç yanlış çıkar.

YBDÖ2: Hayır öğretmenim başlayamayız. Elde olursa onu unutabiliriz.

YBDÖ5: Bloklarla yaparım. (2475 ve 879'u bloklara oluşturur). 5 ile 9'u toplarsak.

A: Neden birler basamağından başladın?

YBDÖ5: Eldeler var ya ondan.

A: Peki birler basamağından başlamak zorunda mısınız?

OBDÖ1: Diğerlerinden başlarsan yanlış çıkar. Eldeler var ya ondan.

OBDÖ4: Bloklarla çözeceğim. Birler basamağından başlıyorum şimdi.

A: Birler basamağından başlamak zorunda mısınız?

OBDÖ4: Evet, olmaz yoksa.

Modeller Kullanarak Toplama İşlemine Yönelik Yapılan Hatalar. YBDÖ2, YBDÖ4, YBDÖ5, DBDÖ5 kodlu öğrenciler modeller (onluk taban blokları) ile işlemler yaparken hatalar yapmışlardır. YBDÖ2 kodlu öğrenci elde kavramında karışıklık yaşadığı için hata yapmıştır. YBDÖ4 kodlu öğrenci ise onluk birimlerin eşlenmesinde hata yapmıştır. YBDÖ5 gruplamaya dayalı, DBDÖ5 kodlu öğrenci ise bloklar ile sayıyı göstermiş fakat işlem yapamamıştır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

YBDÖ2: (Bloklarla 2475 ve 789 sayılarını oluşturur). Önce birlikleri toplarım 14 birlik eder. 10 tanesinden 1 onluk çıkartacağım. 4 birlik kaldı. Onlukları birleştirirsem 15 onluk eder. 10 tanesini 1 yüzlük yaptım. 5 onluk kaldı. Yüzlükleri birleştirdim 11 yüzlük oldu. Bir de elde 11 yüzlük etti. 10 tanesini binlik yaptım. 3154 buldum.

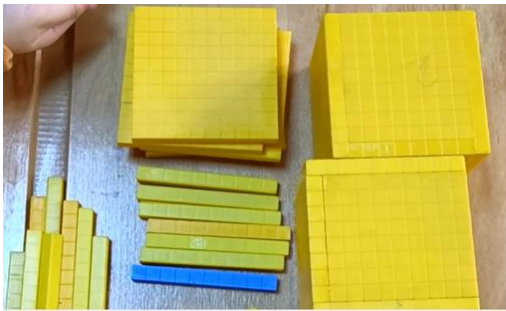
YBDÖ4: 2 binlik, 4 yüzlük, 7 onluk ve 5 birlik koydum. 7 yüzlük, 8 onluk ve 9 birlik masaya koydum. Şimdi birlikleri topladım. Karmaşık geldi bu. Yüzlükleri toplarsam 1 binlik ve 1 yüzlük yapar. 10 yüzlüğü çıkarttım yerine 1 binlik blok koydum. Onluklar 15 yapar. 15 onluk yerine 1 onluk ve 5 birlik koyuyorum. Birlikler de 14 oldu. 10 tane birliği de 1 onluk yaptım. 3129 buldum.

YBDÖ5: Bloklarla yaparım. (2475 ve 879'u bloklara oluşturur). 5 ile 9'u toplarsak. Birler basamağında 4 birlik blok olacak. Eldeki 1'i onluklara verdim. Onlar basamağında 6 onluk blok oldu. Yüzlükler 1100 yaptı. Nasıl olacak şimdi? Eldeki 1 yine 3164 oldu.

YBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 126'da ifade edilmiştir:

Şekil 126

YBDÖ5 Kodlu Öğrencinin Modeller ile Yaptığı Hatalar



DBDÖ5: Bloklarla bu sayıları gösteririm ama toplayamam. 2475 (2 binlik, 4 yüzlük, 7 onluk, 5 birlik blok koyar) ve 789 (7 yüzlük, 8 onluk ve 9 birlik blok koyar) sayılarını koydum.

Algoritma ile Hatalı Toplama İşlemi Yapma. ÖYTÖ2, DBDÖ3 kodlu öğrenciler toplama işlemini kâğıt kalem kullanarak ekleme yolunu seçmişlerdir. ÖYTÖ2 kodlu öğrenci

eldeyi unuttuğu için, DBDÖ3 kodlu öğrenci ise üzerine yanlış ekleme yaptığı için yanlış sonuca ulaşmışlardır.

ÖYTÖ2: 2475 ve 789'u toplayacağım. 10 ile toplarsam 15 ederdi, 1 azalttım 14. Elde var 1. $9+7=16$ buradan buldum. 10'a göre düşündüm. 16'nın 6'sı. Elde var 1 (1 adet birlik blok gösterir). $7+3=10$ bunu biliyorum. $7+4$ 'te 11. Elde yine 1 var (1 adet birlik blok gösterir). 3164 buldum.

DBDÖ3: Alt alta yazarım toplarım. $9+5=14$ yapar. $10+5$, 15 ise 1 çıkar 14. Elde var 1. 8 kere saysaydım 14 ederdi. $8+7$, 13 eder. 1 de elde var, 14. Eldeki 1, birlik yine. $7+4$ 11 eder. 1 de elde 12 eder. Elde yine 1 var. Bu da yine 1 tane birlik. Elde verince 3 eder. 3244.

DBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 127'de ifade edilmiştir:

Şekil 127

DBDÖ3 Algoritma ile Hatalı Toplama İşlemi Yapma

$$\begin{array}{r}
 \text{000} \\
 2475 \\
 + 789 \\
 \hline
 3244
 \end{array}$$

Çıkarma İşlemine Yönelik Zihinsel Modeller

Bu başlık altında araştırmanın “Özel yetenek tanılı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin hesaplama boyutuna yönelik zihinsel modelleri nelerdir?” alt problemine yönelik bulgular sunulmuştur. Hesaplama boyutuna yönelik bulguları ortaya koymak amacıyla öğrencilere “3000-875 İşlemin sonucu kaçtır?”

Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.” sorusu sorulmuştur.

Öğrencilerin hesaplama boyutuna ilişkin zihinsel modelleri tabloda ifade edilmiştir.

Tablo 21

Hesaplama Boyutuna (Çıkarma) İlişkin Zihinsel Modeller

Hesaplama Boyutuna (Çıkarma) İlişkin Zihinsel Modeller	Özel yetenek tanıılı öğrenciler	Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler	Orta başarı düzeyindeki öğrenciler	Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler	N
Çıkarma İşleminin Günlük ve Matematiksel Kullanımı	ÖYTÖ1 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ3 YBDÖ4	OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ4 OBDÖ5	DBDÖ2 DBDÖ4 DBDÖ5	16
Aritmetik Gerçekleri Kullanma	ÖYTÖ1 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ3 YBDÖ5	OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ5	DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ4 DBDÖ5	15
Bölme ile İlişkisi	ÖYTÖ1 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ4	DBDÖ2 DBDÖ4 DBDÖ5	15
Algoritmaya Dayalı İşlem Yapma	ÖYTÖ1 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ3 YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ3	DBDÖ5	11
Toplama İşlemi ile İlişkisi	ÖYTÖ2 ÖYTÖ3	YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ4 OBDÖ5	DBDÖ1 DBDÖ2 DBDÖ4 DBDÖ5	10
Modeller Kullanarak Çıkarma İşlemi Yapma	ÖYTÖ1 ÖYTÖ2 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ3 YBDÖ4			7
Sayıların Basamak Değerini Kullanarak Zihinden Çıkarma İşlemi Yapma	ÖYTÖ2 ÖYTÖ4	YBDÖ1 YBDÖ5	OBDÖ3		5
Zihinden Çıkarma İşlemi Yapma	ÖYTÖ3	YBDÖ5	OBDÖ4	DBDÖ1 DBDÖ3	5
Bozulan Onluk Miktarını İfade Etme	ÖYTÖ1 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4	YBDÖ1			4
Parmak Kullanarak Geriye Sayma			OBDÖ3	DBDÖ2	2

Tablo 21 incelendiğinde öğrencilerin “Hesaplama Boyutu”na (Çıkarma) ilişkin zihinsel modellerine yer verilmiştir. Öğrencilerde en çok mevcut olan zihinsel model “Çıkarma İşleminin Günlük ve Matematiksel Kullanımı” (N=16)’dır. Özel yetenek tanılı 4, Yüksek başarı düzeyinde 4, orta başarı düzeyinde 5, düşük başarı düzeyinde 3 öğrenci bu hatayı yapmışlardır. İkinci olarak öğrencilerde en çok “Aritmetik Gerçekleri Kullanma” (N=15) modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 4, yüksek başarı düzeyinde 4, orta başarı düzeyinde 3, düşük başarı düzeyinde 4 öğrenci bu hatayı yapmışlardır. Yine öğrencilerde ikinci olarak “Bölme ile İlişkisi” (N=15) zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 4, Yüksek başarı düzeyinde 4, orta başarı düzeyinde 4, düşük başarı düzeyinde 3 öğrenci bu hatayı yapmışlardır. Üçüncü olarak öğrencilerde “Bilinen Algoritmaya Dayalı İşlem Yapma” (N=11) zihinsel modelleri mevcuttur. Özel yetenek tanılı 3, Yüksek başarı düzeyinde 5, orta başarı düzeyinde 1, düşük başarı düzeyinde 1 öğrenci bu hatayı yapmışlardır. Dördüncü olarak öğrencilerde “Toplama ile İlişkisi” (N=10) konusunda zihinsel modeller mevcuttur. Özel yetenek tanılı 2, Yüksek başarı düzeyinde 2, orta başarı düzeyinde 2, düşük başarı düzeyinde 4 öğrenci bu hatayı yapmışlardır. Beşinci olarak öğrencilerde “Çıkarma İşlemini Modeller Kullanarak Çıkarma İşlemi Yapma” (N=7) zihinsel modelleri mevcuttur. Özel yetenek tanılı 4, yüksek başarı düzeyinde 3 öğrenci bu hatayı yapmışlardır. Altıncı olarak öğrencilerde “Sayıların Basamak Değerini Kullanarak Zihinden Çıkarma” (N=5) zihinsel modelleri mevcuttur. Daha sonra sırasıyla öğrencilerde “Zihinden Çıkarma İşlemi Yapma” (N=5); “Bozulan Onluk Miktarını İfade Etme” (N=4); “Parmak Kullanarak Geriye Sayma” (N=2) zihinsel modelleri mevcuttur.

Çıkarma İşleminin Günlük ve Matematiksel Kullanımı. Öğrencilere çıkarma işlemini niçin ve ne zaman kullandığınıza yönelik sorular sorulmuştur. ÖYTÖ1, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, OBDÖ5, DBDÖ2, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler çıkarmanın eksiltme, azaltma durumlarına vurgu yapmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: Çıkarma demek bir şeyleri azaltmak demek.

ÖYTÖ3: *Arasındaki farkı bulmada.*

ÖYTÖ4: *Bir şeyleri azaltmak için.*

ÖYTÖ5: *Bir sayı ile bir sayıyı çıkarmak, eksiltmek. Para üstü alırken.*

YBDÖ1: *Bir şey eksiltirken, bir şey kaybolduğunda. Para harcarken.*

YBDÖ2: *Azaltmamız gereken durumlarda kullanırız.*

YBDÖ3: *Birer birer geri saymak yerine hemen çıkararak bulabiliriz.*

YBDÖ4: *Birkaç cisimden birkaç cisim eksiltmek için. Daha kolay eksiltmemizi sağlar.*

OBDÖ1: *Sayıları birbirinden çıkarmada kullanırız.*

OBDÖ2: *Mesela bir sandalye bir de masa alacağız. İkisini toplarız. Müşteri sandalyeden vazgeçerse çıkarma işlemi yaparız. Yani çıkarma işlemi çıkan sonucu buluyor.*

OBDÖ3: *Bazı sayılardan bazı sayıları çıkarmak için kullanılır.*

OBDÖ4: *Çıkarma işlemi yapmamızda işimize yarar çıkarma. Kafadan yaptığımız çıkarmayı kontrol ederken, bölme işlemi yaparken işimize yarar.*

OBDÖ4: *5 tel var, 2'sini harcadım o zaman kullanırım.*

OBDÖ5: *300 tane masanın 75'i kırıldı. O zaman çıkarıyoruz.*

DBDÖ2: *Televizyon aldık. Fazla para verdik. Paranın üstünü alırken işimize yarar.*

DBDÖ5: *Bir sayıyı eksiltmek için.*

Aritmetik Gerçekleri Kullanma. ÖYTÖ1, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ5, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ5, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4, DBDÖ5 öğrenciler basamaklarda eksiltme yaparken 5 ve 10'a göre konumlama, 1 eksiğini alma, zihinden çıkarma yollarına başvurmuşlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: *10'dan 5 çıkınca 5 kalır. Bunu zaten biliyorum. Diğerlerini de işlem yapa yapa ezberlemişim zaten. Saymadan yaptım.*

ÖYTÖ3: (...)10'dan 5 çıktı 5. 10'un içinde 2 tane 5 olduğunu biliyorum. $9-7=2$ bunu ezberlemiştim zaten. $9-8=1$.

ÖYTÖ4: (...) 10-5=5. $9-7=2$, $9-8=1$. 2 binlik kaldı. 2125. Kafadan çıkarttım, zaten biliyordum.

ÖYTÖ5: (...)10'dan 5 çıktı 5. $9-7=2$. 7'ye 2 eklersem 9 bunu biliyorum. $9-8=1$.(...)

YBDÖ1: $5+5=10$ eder bunu biliyorum. 9'dan 7 çıktı 2. 9'dan 8 çıktı 1. Bunları da saymadım. Ezberden yaptım.

YBDÖ2: Birler basamağı 10 oldu. 10'dan 5 çıktı 5. (...) 10'un 2 katı 5 ya. 10'dan 5 çıkınca 5 kalıyor. 9'dan 7 çıktı 2. 10'dan 5 çıksaydı 5 olacaktı. 5'in 2 fazlası 7. 10'dan 7 çıkarsa 3 olacaktı. 9 olduğu için 2. (...)

YBDÖ3: (...)10'dan 5 çıktı 5 kaldı. Onlar basamağı 9 (9 adet birlik blok gösterir). 9'dan 7 çıktı 2. 7 ve 9 arasında 2 fark olduğunu ben zaten biliyorum. Tek tek saymıyorum. $9-8=1$. Bunu da zihinden biliyorum zaten. 2 kaldı.

YBDÖ5: $10-5=5$. $5+5$. (...) Sonra 9'dan 7 çıkıyor 2 buldum. Kafadan yaptım. Sonra $9-8=1$.

OBDÖ2: 10'dan 5 çıktı 5. Ritmik sayma ile 5, 10 diye sayıyoruz ya. Oradan biliyorum ben...10'dan 7 çıktı 3... 10'dan 8 çıktı 2 kaldı... Diğer rakamlar arasında da çıkarmayı zihinden yaptım.

OBDÖ3: $10-5=5$. Yüzler basamağı da $9-8=1$ arasından bir sayı olduğunu biliyorum. 2 kaldı.

OBDÖ5: $10-5=5$ $5+5$ 'in 10 ettiğini biliyorum. $10-7=3$. Bunu zihinden biliyorum. $10-8=2$. Zihinden çıkardım.

DBDÖ2: (...) 10-5=5. $9-8=1$ kaldı..

DBDÖ3: 10'dan 5 çıktı 5. Yarıya bölündüğü için 5 saymadım yani.

DBDÖ4: $10-5=5$. (...) $10-7=3$. (...) $10-8=2$. Kafadan çıkardım.

DBDÖ5: 10-5=5 kafadan buldum. 9-7=2. 7'ye 2 saydım. 9-8=1. 1 altı oradan buldum.

Bölme İşlemi ile İlişkisi. ÖYTÖ1, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, DBDÖ2, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler çıkarma işleminin bölme işlemi ile ilgili olduğunu ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

A: Çıkarma işlemi hangi işlem ya da işlemlerle ilişkili?

ÖYTÖ1: Çıkarma, bölme ile ilişkili. Yani uzun uzun çıkarma yapmak yerine bölme yaparız.

ÖYTÖ3: Bölme olabilir. Bölme yaparken çıkarma kullanıyoruz.

ÖYTÖ4: Bölme.

ÖYTÖ5: Çıkarma, bölmeye ama nasıl bir ilişkisi var bilmiyorum.

YBDÖ1: Çıkarma işlemi bölme işlemi ile ilişkilidir. Bölme çıkarmanın kısa yoludur. Mesela 20'yi 2'ye böl 10. Ben bunu 2,2,2 çıkararak da bulabilirim. Bu da mantıksız olur.

YBDÖ2: Bölme ile. 16'yı 3'e bölmek istesem. 16-3=13-3= 10... şeklinde yapabilirim. Çıkarmayı yaparak da aynı sonucu bulabilirim. Bölme işlemi yaparken de çıkarma işlemi kullanıyoruz.

YBDÖ4: Toplama. Bunun zıttı.

YBDÖ5: Bölmeye de ilişkili. Bölme de de aslında çıkarıyoruz. Bölmede biraz fazla çıkarıyoruz.

OBDÖ1: Bölme ile ilişkili.

OBDÖ2: bölme ile ilgili. 24 çileği 3 kişiye bölüştürdüm mesela. Bunu geriye sayarak ta bulabilirim. 24'ten 8 çıkarırdım 16. 16'dan 8 çıkarırdım. 3 işlem ile bitirirdim.

OBDÖ3: Toplamayla bir ilişkisi var.

OBDÖ4: Bölme işleminde çıkarma yaparız.

DBDÖ2: Bölme ile.

DBDÖ4: Bölme.

DBDÖ5: Bölme ile ilgili. Birkaç çıkarma yapmak yerine bölme yaparız.

Algoritmaya Dayalı İşlem Yapma. ÖYTÖ1, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ3, DBDÖ5 kodlu öğrenciler kâğıt kalem kullanarak çıkarma işlemi yapmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

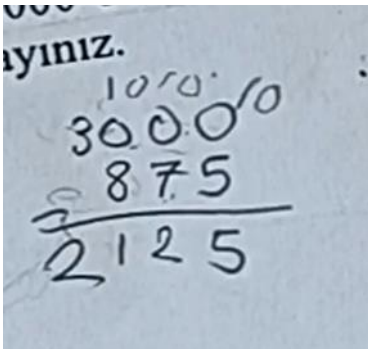
ÖYTÖ1: 3000 sayısından 875 çıkmadığı için bir onluk alıp yüzler basamağına verdim. 10 tane yüzlük olarak veriyorum. Sonra yüzler basamağından onlar basamağına bir onluk verdim. Bu da onluk olarak veriliyor. 10 tane onluk oldu. Sonra bu komşuya da verirsem (birler basamağı) birler basamağı 10 oldu, onlar ve yüzler basamağı ise 9 oldu. 2125

ÖYTÖ3: 3000-875'i alt alta yazarım. 0'dan 5 çıkmaz (Birler basamağı). Bir onluk almak gerekli. 3 binlikten 1 binlik alıp yüzler basamağına verdim. Yüzler basamağından 1 yüzlük alıp (1 yüzlük blok) onlar basamağına verdik. Onlar basamağından da 1 onluk alıp (1 adet onluk blok) birler basamağına veririm. Birler basamağı 10 oldu. Onlar ve yüzler basamağı 9 oldu. 10'dan 5 çıktı 5. 10'un içinde 2 tane 5 olduğunu biliyorum. $9-7=2$ bunu ezberlemiştim zaten. $9-8=1$. 2125.

ÖYTÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 128'de ifade edilmiştir:

Şekil 128

ÖYTÖ3 Algoritmaya Dayalı İşlem

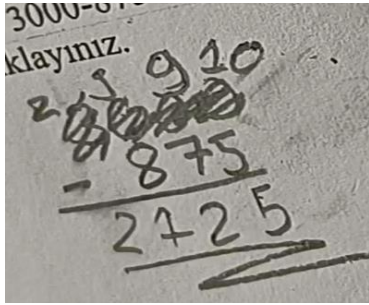


ÖYTÖ4: İlk önce binler basamağından 10 tane yüzlük verdim yüzler basamağına. Yüzlüklerden birini aldım 10 tane onluk verdim onlar basamağına 10 oldu. Onluklardan birini aldım 9 kaldı. 10 birlik yaptım, birler basamağına verdim. $10-5=5$. $9-7=2$, $9-8=1$. 2 binlik kaldı. 2125. Kafadan çıkarttım, zaten biliyordum.

ÖYTÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 129'da ifade edilmiştir:

Şekil 129

ÖYTÖ4 Algoritmaya Dayalı İşlem



ÖYTÖ5: Birler basamağı 10, yüzler ve onlar basamağı da 9 oldu. 3'ten (binler basamağı) önce yüzler basamağına 1 onluk verdim. 1 tane onluk blok. Yüzler basamağından da onlara verdim. O da 1 onluk blok. 9 kaldı. Onluklarda birliklere verdi 1 onluk. O da 1 onluk blok. 9 kaldı onlar basamağından. Birler basamağı 10 oldu. 10'dan 5 çıktı 5. $9-7=2$. 7'ye 2 eklersem 9 bunu biliyorum. Geriye saysam da biliyorum. $9-8=1$. 2125.

YBDÖ1: 3000'den 875 çıkarsa komşudan onluk alırım. Yandaki iki basamakta da olmadığı için 3'ten alırım. Binler basamağı 2 kalır. Yüzler basamağı 9 olur. Binler basamağındaki 9 aslında 900 demek. O zaman onlar basamağında yazdığım 9 aslında 90, birler basamağındaki 10'da 10 birlik. $5+5=10$ eder bunu biliyorum. 9'dan 7 çıktı 2. 9'dan 8 çıktı 1. 2125.

YBDÖ2: Binler basamağından yüzlere, yüzlerden onlara, onlardan birlere verdik. Yüzler basamağı önce 10 oldu? 3 binlikten birini veriyorum (...) Birler basamağı 10 oldu. 10'dan 5 çıktı 5. 10'dan 5 çıkınca 5 kalıyor. 9'dan 7 çıktı 2. Yüzler basamağında 8 kalıyor.

Bir tanesini yan tarafa vermiştik ya. 8'den 8 çıkarsa da 0 kalıyor. 2'yi de aşağı indirdim. 2125.

YBDÖ3: Binler basamağı yüzlere elde verdi. Yüzler de onlara elde verdi. Onlar da birlere elde verdi. Birler basamağı 10 oldu. 10'dan 5 çıktı 5 kaldı. Onlar basamağı 9 (9 adet birlik blok gösterir). 9'dan 7 çıktı 2. 7 ve 9 arasında 2 fark olduğunu ben zaten biliyorum. Tek tek saymıyorum. Yüzler basamağından da elde aldığımız için orası da 9. (9 adet birlik blok gösterir). 9-8

YBDÖ4: 3000'den 875 çıkaracağım. 0'dan 5 çıkmaz. 3'ten bir onluk aldım. (...)10'dan 5 çıktı 5. Onlar basamağı yine 0. Yine 3'ten alacağım. Yani nerden onluk aldığımı hatırlamıyorum. Birler basamağı 10, onlar ve yüzler basamağı 9 oluyordu. Ama nerden aldım bilmiyorum. 10-5=5 kalır. 9-7=2. 9-8=1. 2125.

YBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 130'da ifade edilmiştir:

Şekil 130

YBDÖ4 Algoritmaya Dayalı İşlem

$$\begin{array}{r} 3000 \\ - 875 \\ \hline 2125 \end{array}$$

YBDÖ5: 3000-875. Birler basamağı 10, onlar ve yüzler basamağı 9 olur. 10-5=5. 5+5, 10 bunu biliyorum.

A: Birler basamağındaki 10'u bana gösterir misin?

YBDÖ5: 1 onluk blok. Sonra 9'dan 7 çıkıyor 2 buldum. Kafadan yaptım. Buradaki 9, 9 tane birlik blok. Sonra 9-8=1. Bu 9 da 9 birlik blok. 2 kaldı. 2125.

YBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 131'de ifade edilmiştir:

Şekil131

YBDÖ5 Algoritmaya Dayalı İşlem

$$\begin{array}{r} 2980 \\ - 875 \\ \hline 2125 \end{array}$$

OBDÖ3: Binliklerden bir elde aldık yüzlüklere verdik. Bir onluk blok. Yüzlerden onlara verdim. 1 onluk o da. Onlardan birliklere verdim. O da 1 onluk blok. $10-5=5$. $9-7=2$. 9'dan geriye saydım. Yüzler basamağı da $9-8=1$ arasından bir sayı olduğunu biliyorum. 2 kaldı. 2125.

DBDÖ5: 3000-875. Birler basamağı 10, onlar ve yüzler basamağı 9 oldu. 3'ten bir onluk verim. Bura (yüzler basamağı) 10 oldu. 1 onluk blok. Yüzlerden 1 onluk verdim. Yüzler 9 oldu. Yani 9 birlik blok. Onlar basamağından 1 onluk verince onlar basamağı 9 birlik oldu. 10 verdim birlere. O da 1 onluk blok. $10-5=5$ kafadan buldum. $9-7=2$. 7'ye 2 saydım. $9-8=1$. 1 altı oradan buldum. 2 aşağı 2125.

Toplama İşlemi ile İlişkisi. ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ4, OBDÖ5, DBDÖ1, DBDÖ2, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler çıkarma işleminin toplama işlemi ile ilişkili olduğunu ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

A: Çıkarma hangi işlemle ya da işlemlerle ilişkili?

ÖYTÖ2: Toplama ve çıkarma birbirinin zıtları. Aklıma bir şey gelmiyor.

ÖYTÖ3: Toplama ile. Toplamanın zıddı ya.

YBDÖ4: Bölme ile ilgili. Kısa yolu.

YBDÖ5: Toplama ile. Çıkarmada yaptığımızın tersini çıkarmada yapıyoruz. 2 sayıyı topluyoruz ya sonucu kontrol etmek için toplananları çıkarıyoruz.

OBDÖ4: Toplama işlemi ile ilgili. Birbirlerine zıt gibiler. Birinde toplayıp diğerinde çıkarıyorsun.

OBDÖ5: Toplamayla. Birinde topluyor, diğerinde çıkarıyorsun. Çünkü çıkarma da içinden alıyor. Toplamada daha fazla oluyor.

DBDÖ1: Toplamayla ilişkili.

DBDÖ2: Toplama ile

DBDÖ4: Toplama. İkisi kardeş gibi.

DBDÖ5: Toplama ile ilgili. Bir şeyleri elde edebiliyoruz yani.

Modeller Kullanarak İşlem Yapma. ÖYTÖ1, ÖYTÖ2, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ3, YBDÖ4 kodlu öğrenciler onluk taban blokları (modeller) kullanarak çıkarma işlemi yapmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: 3 binlik blok koydum. Bundan 8 yüzlük, 7 onluk ve 5 birlik çıkacak. Birler basamağından başlıyorum. Önce sıfırdan 5 çıkacak. Binler basamağından yan komşuya (yüzler basamağı), bir tane onluk verdim. 10 tane yüzlük yani sonra 10 tane onluk onlar basamağına, 10 tane birlikte birler basamağına verdim. 10'dan 5 çıktı 5 kaldı. 9 dan 7 çıktı 2. 9'dan 8 çıktı aradaki fark 1. Sonuç 2125.

ÖYTÖ2: Bloklarla yapabilirim eksiltme. 3000 sayısını oluşturdum (3 adet binlik kullanır). 3000 sayısının içinde 30 tane yüzlük var. Ben 875 çıkaracağım. Binliklerden birini 10 yüzlük yaptım. Başlıyorum çıkarmaya. 2900, 2800, 2700, 2600, 2500, 2400, 2200. Ben 8 yüzlük çıkardım. Onlukta çıkarmam gerekli. 1 yüzlüğü 10 onluğa çeviriyorum. Şimdi 75 çıkarmam gerekli. 7 tane onluk çıkardım. 870 çıkardım şu an. Bir de birlik dönüştürmem gerekli. 1 onluk yerine 10 birlik koyuyorum. 5 çıkarmam gerekli bir de. Kalan sayıyı hesaplıyorum. 2 binlik, 1 yüzlük, 2 onluk ve 5 birlik.

ÖYTÖ4: Şimdi bloklarla yapayım. 3 binlik koydum. Binliklerden birini yüzlüklere vermemiz gerekli ya. 1 binliği 10 tane yüzlük yaptım, 9 yüzlük kaldı. Yüzlüklerden birini de 10 tane onluk yaptım. 9 onluk kaldı. 1 onluğunu da bozdurdum 10 birlik oldu. Yani 2 binlik, 9

yüzlük, 9 onluk, 10 birlik oldu. Şimdi 875 çıkaracağım. 5 birlik çıkarsa 5 birlik kalır. 9 onluktan 7 onluk çıkarsa 2 onluk kalır. 9 yüzlükten, 8 yüzlük çıkarsa 1 yüzlük kalır. Bir de 2 binlik blok. 2125.

ÖYTÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 132'de ifade edilmiştir:

Şekil 132

ÖYTÖ4 Modeller Kullanarak İşlem Yapma



ÖYTÖ5: Bloklarla 3 binlik koydum. 8 yüzlük, 7 onluk ve 5 birlikte burada. 800 çıkarsa 2200 kalıyor. 7 onluk çıkarırsam 2130 kaldı. 5 daha çıkart 2125.

YBDÖ1: 1 tane binlik blok 10 yüzlük blok eder. 1 tane 1000'lik bloktan 800 blok çıkarsa 2 yüzlük kalır. 1 binlik çıkarsam 1000 azalmış oldu. Çıkarttığım 1000 ile 875 arasında ne kadar fark var? 5 oradan 225 var. O zaman 2000'e 225 eklersem sonucu bulmuş olurum.

YBDÖ3: Bloklarla 3 binlik koyarım. 8 yüzlük, 7 onluk ve 5 birlik koydum. (Blokleri en soldan sağa doğru binlikler, yüzlükler, onluklar ve birlikler olarak dizer). 0'dan 5 çıkmaz (birler basamağından başlar). Birler basamağındaki 0'a 1 onluk gelir (Poşetten 1 onluk çıkarır). Onluktan 5 çıkar 5. Birlik onluktan aldı. Onluk yüzlükten, yüzlük birlikten alır. Onlar basamağına geldik. 0'dan 7 çıkmaz. Buraya bir yüzlük gelir. Yüzlüklerin bir onluğunu birler basamağına verdiğimiz için burada 9 tane onluk kalır. $9-7=2$. Sonra yüzlüklere 1 binlik gelir ama gene elde aldığımız için bura 9 yüzlük olur. $9-8=1$ olur. 3 binlikten 1 tanesini herkese paylaştırdığım için 2125 kalır.

YBDÖ4: Bloklarla çözebilirim. 3 binlik koyarım. 8 yüzlük, 7 onluk, 5 birlik blok koydum masaya. 1 tane binlik bloktan 8 yüzlük çıkarsa 2 yüzlük kalır. 1 yüzlükten 7 onluk çıkarsa 3 onluk kaldı. 1 onluktan da 5 birlik çıktı. 5 birlik kaldı. 2 binlik, 1 yüzlük, 2 onluk ve 5 birlikten oluşan sayı 2125 kaldı.

Sayıların Basamak Değerini Kullanarak Zihinden Çıkarma İşlemi Yapma.

ÖYTÖ2, ÖYTÖ4, YBDÖ1, YBDÖ5, OBDÖ3 kodlu öğrenciler sayıların basamak değerlerini kullanarak işlem yapma yolunu tercih etmişlerdir. Öğrenciler herhangi bir onluk bozmaya başvurmamışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ2: 3000'den 875 çıkacak. Tahminim 2000'li bir şey olacak. $800+200=1000$ eder. $1800+1200=3000$ eder. Bu benim kenarda kalmasını istediğim bilgi. 3000'den 8000 çıkarıyorum. 2200 buluyorum. 2200'den 1 bile çıkarsak 2199 edecek. Ben bundan 75 çıkaracağım. $7+3=10$ eder. 2200'den 70 çıkaracağım. $70+30=100$ eder bunu biliyorum. $2200-70=2130$ eder, çünkü $70+30=100$. Ben bunu biliyorum. 2130'dan 5 çıkardığımda 2125 eder. Ben hep böyle yapıyorum. Küçükken kendim bulmuştum.

ÖYTÖ4: Şimdi $3000-800=2200$ kalır. $2200-70=2130-5=2125$ kalır.

YBDÖ1: Aslında kafadan buldum. 875'e 15 eklesem 90 olur. 25 eklersem 900 olur. 125 eklersem 1000 olur. 2000 daha vardı. 2125 olur.

YBDÖ5: $3000-800=2200$. Sonra $2200-70=2130$ kalır. $2130-5=2125$ buldum. Bunu zihinden buldum.

OBDÖ3: 3000'den 800 çıkarsa 2200. 2200'den 70 çıkarsa 2130 olur. 2130'dan 5 çıkarsa 2125.

Zihinden Çıkarma İşlemi Yapma. ÖYTÖ3, YBDÖ5, OBDÖ4, DBDÖ1, DBDÖ3

kodlu öğrenciler işlemi Onluk taban blokları (modeller) ile soruyu çözeceklerini ifade etmişlerdir. Bloklar ile sayıları oluşturduktan sonra işlemleri zihinden yapmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ3: *Bloklarla 3 binlik koyarım. 8 yüzlük, 7 onluk, 5 birlik daha koydum. Bunu çıkaracağım. (Birler basamağından başlayarak) 10'dan 5 çıktı 5 kaldı. (onlar basamağı) burada 9 vardı. $9-7=2$ kalır. $9-8=1$ kalır. 2 de binlik kalır. (Öğrenci işlemi aslında kâğıt kalem ile yaptığı şekilde zihinden yapmıştır).*

YBDÖ5: *Bloklarla da yapabilirim. 3 binlik blok koyarım. 8 yüzlük, 7 onluk ve 5 birlik ile 875'i oluşturdum. Birler basamağından başlıyorum.(...) İlk önce 5'i çıkardım yine 5 kaldı. (Onluklardan bahseder) 9'dan 7 çıktı 2. (Yüzlüklerden bahseder) 9'dan 8 çıktı, 1. 2 binlik vardı. 2125. (Öğrenci aslında kâğıt kalemden yaptığı işi zihinden yapmıştır. Blokların yalnızca sayı değerini kullanmıştır). Bloklarla çözemiyorum, çünkü 3 binlik blok var ya yukarda oraların 3 tane sıfır olması gerekiyor. O ortalığı karıştırıyor. Hani sıfır olunca komşuya gidiyoruz ya. Ondan yapamıyorum.*

OBDÖ4: *Bloklarla 3000 ve 875 yaparım. Binliklerden birinden 800 çıktı. 200 kaldı. 200'den 70 çıkarırsam 130 kalır. Bundan da 5 çıkarsa 125 kalır. (Öğrenci aslında işlemleri zihinde yapmaktadır. Mevcut sonucu bloklarla göstermektedir. Örneğin 3000-800 işlemini zihinden yapar. 2200 sonucunu bloklarla gösterir. 200-70 işlemini zihinden yapar. 130 sonucunu blokla gösterir).*

DBDÖ1: *Bu işlemi bloklar ile de yapabilirim. 3 tane binlik blok ile 3000 yaparım. (Blokları kullanmadan zihinden sayarak) 2900, 2800, 2700,..., 2200 buldum. 2200'den de 75 çıkacak şimdi. 2190, 2180,..., 2130. 5 birlik daha çıkarsa (zihinden çıkararak) 2125 bulurum.*

A: *Aslında blokları kullansan da zihinden saydın değil mi?*

DBDÖ1: *Evet.*

DBDÖ3: *(Bloklar ile 3000 ve 875 sayılarını gösterir. Blokların her birini basamak sırasına göre konumlandırır). Aklımda 3 binliğin yanında sıfırlar var gibi düşündüm (875 sayısının üstü). 10'dan 5 çıktı 5. 9'dan 7 çıktı 2. 9'dan 8 çıktı 1. 2 kaldı binliklerde de. (Öğrenci blokları hiç kullanmadan zihinden yaptı).*

Bozulan Onluk Miktarını İfade Etme. ÖYTÖ1, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, YBDÖ1 kodlu öğrenciler bozdukları onluk miktarını doğru ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: (...) 3 binlikten 10 tane yüzlük yani sonra 10 tane onluk onlar basamağına, 10 tane birlikte birler basamağına verdim.(...)

ÖYTÖ3: 3000-875'i alt alta yazarım. 0'dan 5 çıkmaz (Birler basamağı). Bir onluk almak gerekli. 3 binlikten 1 binlik alıp yüzler basamağına verdim. Yüzler basamağından 1 yüzlük alıp (1 yüzlük blok) onlar basamağına verdik. Onlar basamağından da 1 onluk alıp (1 adet onluk blok) birler basamağına veririm. (...)

ÖYTÖ4: İlk önce binler basamağından 10 tane yüzlük verdim yüzler basamağına. Yüzlüklerden birini aldım 10 tane onluk verdim onlar basamağına 10 oldu. Onluklardan birini aldım 9 kaldı. 10 birlik yaptım, birler basamağına verdim. (...)

YBDÖ1: (...) Binler basamağı 2 kalır. Yüzler basamağı 9 olur. Binler basamağındaki 9 aslında 900 demek. O zaman onlar basamağında yazdığım 9 aslında 90, birler basamağındaki 10'da 10 birlik (...)

Parmak Kullanarak Geriye Sayma. OBDÖ3, DBDÖ2 kodlu öğrenciler parmak kullanarak geriye saymışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

OBDÖ3: $9-7=2$. 9'dan geriye saydım.

DBDÖ2: (...) $10-7=3$ (parmaklarla kapatarak bulur).

Çıkarma İşlemine Yönelik Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller

Bu başlık altında öğrencilerin hesaplama (çıkarma) boyutuna ilişkin hatalı ve açıklayamadıkları modellere yer verilmiştir. Öğrencilerin konuya ilişkin zihinsel modelleri tabloda ifade edilmiştir:

Tablo 22

Hesaplama Boyutuna (Çıkarma) İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller

Hesaplama Boyutuna (Çıkarma) İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller	Özel yetenek tanılı öğrenciler	Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler	Orta başarı düzeyindeki öğrenciler	Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler	N
Bozulan Onluk Miktarına İlişkin Hatalı Modeller	ÖYTÖ5	YBDÖ2 YBDÖ3 YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ5	DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ4	11
Kavramsal Olarak Hatalı ve Açıklanamayan Modeller		YBDÖ3 YBDÖ4		DBDÖ1 DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ4	6
Onluk Bozma ve Bozulan Onluğu Yanlış Basamağa Verme		YBDÖ4	OBDÖ2 OBDÖ5	DBDÖ2 DBDÖ4 DBDÖ5	6
Basamakları Azaltmaya Yönelik Hatalı Modeller		YBDÖ2	OBDÖ4	DBDÖ1 DBDÖ3	4
Çıkarma İşleminin Devamını Getirememesi			OBDÖ3 OBDÖ5	DBDÖ5	3
Modellerin Kullanımını Açıklayamama	ÖYTÖ3	YBDÖ4 YBDÖ5			3

Tablo 22 incelendiğinde öğrencilerin “Hesaplama Boyutuna” (Çıkarma) ilişkin hatalı ve açıklanamayan zihinsel modellere yer verilmiştir. Öğrenciler en çok “Bozulan Onluk Miktarına İlişkin Hatalı Modeller”(N=11) konusunda hatalı modelleri mevcuttur. Özel yetenek tanılı 1, yüksek başarı düzeyinde 4, orta başarı düzeyinde 3, düşük başarı düzeyinde 3 öğrenci bu hatayı yapmışlardır. İkinci olarak öğrencilerde “Kavramsal Olarak Açıklanamayan Modeller” (N=6) mevcuttur. Yüksek başarı düzeyinde 2, düşük başarı düzeyinde 4 öğrenci bu hatayı yapmışlardır. Yine öğrencilerde “Onluk Bozma ve Bozulan Onluğu Yanlış Basamağa Verme” (N=6) mevcuttur. Yüksek başarı düzeyinde 1, orta başarı düzeyinde 2, düşük başarı düzeyinde 3 öğrenci bu hatayı yapmışlardır. Üçüncü olarak öğrencilerde “Basamakları Azaltmaya Yönelik Hatalı Modeller” (N=4) mevcuttur. Yüksek başarı düzeyinde 1, orta başarı düzeyinde 1, düşük başarı düzeyinde 2 öğrenci bu hatayı

yapmışlardır. Son olarak öğrencilerde “Çıkarma İşleminin Devamını Getirememe” (N=3) ve “Modellerin Kullanımını Açıklayamama” (N=3) mevcuttur.

Bozulan Onluk Miktarına İlişkin Hatalı Modeller. ÖYTÖ5, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ5, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4 kodlu öğrenciler onluk bozarak işlem yapmışlardır. Bozulan onluk miktarını ifade etmeleri istendiğinde ise yanlış ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ5: (...) 3'ten (binler basamağı) önce yüzler basamağına 1 onluk verdim. (...) 1 tane onluk blok. Yüzler basamağından da onlara verdim. O da 1 onluk blok. 9 kaldı. Onluklarda birliklere verdi 1 onluk. O da 1 onluk blok. 9 kaldı onlar basamağından. Birler basamağı 10 oldu. (...)

YBDÖ2: 3 binlikten birini veriyorum. Bu binliklerden bir tanesini bozuyoruz. 10 tane yüzlük veriyorum. Bir tanesini de yandakine vereceğim için burada 900 kaldı. Onlar basamağına verdim bir onluk (1 adet yüzlük gösterir). Onlar basamağı da 1 onluk birler basamağına verecek (1 onluk olarak 1 adet onluk blok gösterir).

YBDÖ3: Binler basamağı yüzlere elde verdi. Yüzler de onlara elde verdi. Onlar da birlere elde verdi. Birler basamağı 10 oldu. 10'dan 5 çıktı 5 kaldı. (...) Onlar basamağı 9 (9 adet birlik blok gösterir). Yüzler basamağından da elde aldığımız için orası da 9. (9 adet birlik blok gösterir). (...)

A: Aldığım onlukları hatırlamıyorum dedin. O halde bana birler basamağındaki 10'u, onlar ve yüzler basamağındaki 9'ları gösterebilir misin?

YBDÖ4: Birler basamağındaki 10, 1 adet onluk blok. Onlar basamağındaki 9 ise 9 birlik. Yüzler basamağındaki de 9 birlik.

YBDÖ5: (...) 10, onlar ve yüzler basamağı 9 olur.

A: Birler basamağındaki 10'u bana gösterir misin?

YBDÖ5: 1 onluk blok. Buradaki 9 (yüzler basamağı), 9 tane birlik blok. Bu 9 da 9 birlik blok (onlar basamağı).

OBDÖ2: Binler basamağından en baştaki sifıra bir onluk verdim. 1 tane birlik blok... Yine binler basamağındaki 3'ten bir onluk alıp onlar basamağındaki 0'a veriyorum. (Verdiği onluk olarak 1 adet birlik blok gösterir. Binler basamağında 1000 kaldı. Onu da alıp yüzler basamağındaki 0'a veririm binler basamağı 0 kalıyor.

OBDÖ3: Binliklerden bir elde aldık yüzlüklere verdik. Bir onluk blok. Yüzlerden onlara verdim. 1 onluk o da. Onlardan birliklere verdim. O da 1 onluk blok (...).

OBDÖ5: (...) Bura (birler basamağı) 10 oldu.

A:Verdiğin 10'u blokla gösterir misin?

OBDÖ5: 1 onluk blok. Yine binler basamağından aldım (1 onluk blok gösterir). Onlar basamağı 10 oldu. Şimdi yüzlere de onluk vermem gerekli. 1 onluk blokta yüzlere verdim.

DBDÖ2: Birler basamağında çıkartacak bir şey yoktu. Bende 3'ten aldım (binler basamağı) 0'a (birler basamağı) verdim.

A: Aldığın onluğu bana gösterir misin?

DBDÖ2: Yüzlükler var ya onlardan on tane

A: Neden yüzlük?

DBDÖ2: Diğerleri de olur. Şu küçük küçük (birlik) olanlarda olur 10 tane mesela. Hepsi olur. (...)

A: Aldığın diğer onlukları bloklarla gösterebilir misin?

DBDÖ2: Yani şunlar olsun (onluk blokları gösterir 10 tane). Şunlar da olur ama (birlik, yüzlük ve binliği gösterir).

DBDÖ3: 1 tane verdi. (1 tane onluk blok gösterir). Yüzler basamağı da onlar basamağına 1 onluk verdi (1 tane onluk blok gösterir). Onlar basamağı da birler basamağına bir onluk verdi (1 onluk blok gösterir) (...)

DBDÖ4: Yanda yok, öbür yanda da yok. 3'ten 1 onluk aldım (1 onluk blok gösterir). Buna verdim (birler basamağı). (...). Yan komşuda da yok. Yine binler basamağından 10 aldım. Binler basamağında da 1 kaldı. (...) (Alınan tüm onlukları 1onluk blok olarak gösterir).

Kavramsal Olarak Hatalı ve Açıklanamayan Modeller. YBDÖ3, YBDÖ4, DBDÖ1, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4 kodlu öğrencilerin kavramsal olarak açıklanamayan modelleri mevcuttur. YBDÖ4 kodlu öğrenci onluğu nasıl bozduğunu ifade edememiştir. Diğer öğrenciler ise çıkarma işleminin kullanımını ya da çıkarma işleminin diğer işlemler ile ilişkisini açıklayamamışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

YBDÖ3, DBDÖ2, DBDÖ3 kodlu öğrenciler çıkarma işleminin diğer işlemler ilişkisini açıklayamamışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

YBDÖ3: Bir işlemle ilgisi yok.

DBDÖ2: Bilmiyorum.

DBDÖ3: Bilmiyorum.

DBDÖ, DBDÖ3, DBDÖ4 kodlu öğrenciler çıkarma işleminin kullanımına yönelik zihinsel modelleri açıklayamamışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

DBDÖ1: Diyelim ki 875 lira paraya ihtiyacımız oldu 3000'den çıkarıyor.

DBDÖ3: Bir işlemi ya da sonucu bulmamızı sağlar. Bakkaldayken kaç ürün satıldı bunu bulmak için.

DBDÖ4: Para sayarken. Markete gittiğimizde. İşimizi kolaylaştırıyor.

YBDÖ4 kodlu öğrenci onluk bozmaya yönelik zihinsel modelleri açıklayamamıştır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogu şu şekildedir:

YBDÖ4: 3000'den 875 çıkaracağım. 0'dan 5 çıkmaz. 3'ten bir onluk aldım. Ama binliği veremem ki oraya 1 onluk pardon (1 adet onluk blok gösterir). Onlar basamağı yine 0. Yine 3'ten alacağım. Yani nereden onluk aldığımı hatırlamıyorum. Birler basamağı 10, onlar ve yüzler basamağı 9 oluyordu. Ama nereden aldım bilmiyorum.

Onluk Bozma ve Bozulan Onluğu Yanlış Basamağa Verme. YBDÖ4, OBDÖ2, OBDÖ5, DBDÖ2, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler onluk bozarken yanlış basamaktan onluk bozmuşlardır ve bunun neticesinde de onlukları yanlış basamaklara verdikleri için yanlış sonuca ulaşmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

YBDÖ4: (...)Binlikten aldım ya 1 binlik. Ama binliği veremem ki oraya (birler basamağına). Onlar basamağı yine 0. Yine 3'ten (binler basamağı) alacağım.

OBDÖ2: 3000 sayısından 875 çıkacak. 0'dan 5 çıkmaz. 3'ten bir onluk almamız gerekli. (Binler basamağından birler basamağına bir onluk verir). 10'dan 5 çıktı 5. Ritmik sayma ile 5, 10 diye sayıyoruz ya. Oradan biliyorum ben. Oradan yaptım. Yine binler basamağındaki 3'ten bir onluk alıp onlar basamağındaki 0'a veriyorum. (Verdiği onluk olarak 1 adet birlik blok gösterir). 10'dan 7 çıktı 3. Binler basamağında 1000 kaldı. Onu da alıp yüzler basamağındaki 0'a verirsem binler basamağı 0 kalıyor. 10'dan 8 çıktı 2 kaldı. 235 buldum. Diğer rakamlar arasında da çıkarmayı zihinden yaptım.

OBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü şekil 133'te ifade edilmiştir:

şekil 133

OBDÖ2 Onluk Bozma ve Bozulan Onluğu Yanlış Basamağa Verme

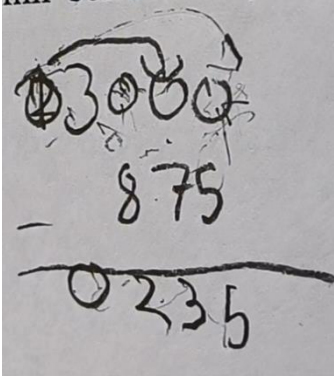
$$\begin{array}{r} 3000 \\ - 875 \\ \hline 235 \end{array}$$

OBDÖ5: 3000-875 yazdım. 0'dan 5 çıkmaz. Yana gittim yok, onun yanında da yok. 3'ten aldım. Buraya verdim (birler basamağı). Bura (birler basamağı) 10 oldu. (...)Yine binler basamağından aldım (1 onluk blok gösterir). Onlar basamağı 10 oldu. şimdi yüzlere de onluk vermem gerekli. 1 onluk blokta yüzlere verdim. Binler sıfır oldu.

OBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü şekil 134'te ifade edilmiştir:

Şekil 134

DBDÖ5 Onluk Bozma ve Bozulan Onluğu Yanlış Basamağa Verme

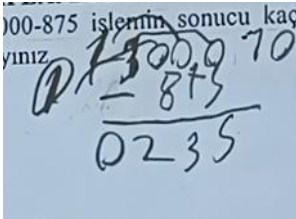


DBDÖ2: Birler basamağında çıkartacak bir şey yoktu. Bende 3'ten aldım (binler basamağı) 0'a (birler basamağı) verdim. $10-5=5$. (...)Binler basamağından alırım yine. 1 kaldı orda. $10-7=3$ (parmaklarla kapatarak bulur). Yine binlerden yüzlere 1 onluk verdim. $9-8=1$ kaldı. 235.

DBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 135'te ifade edilmiştir:

Şekil135

DBDÖ2 Onluk Bozma ve Bozulan Onluğu Yanlış Basamağa Verme

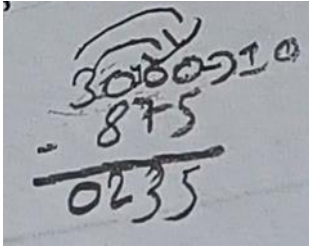


DBDÖ4: Yanda yok, öbür yanda da yok. 3'ten 1 onluk aldım (1 onluk blok gösterir). Buna verdim (birler basamağı). $10-5=5$. Kafadan çıkardım. Yan komşuda da yok. Yine binler basamağından 10 aldım. $10-7=3$. Binler basamağında da 1 kaldı. Onu da yüzlere verdim. $10-8=2$. 235.

DBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 136'da ifade edilmiştir:

Şekil 136

DBDÖ4 Onluk Bozma ve Bozulan Onluğu Yanlış Basamağa Verme



DBDÖ5: (...) 3'ten bir onluk verim. Bura (yüzler basamağı) 10 oldu.

A: 1 onluğu gösterelim mi?

DBDÖ5: 1 onluk blok. Yüzlerden 1 onluk verdim. Yüzler 9 oldu. Yani 9 birlik blok. Onlar basamağından 1 onluk verince onlar basamağı 9 birlik oldu. 10 verdim birlere. O da 1 onluk blok (...).

Basamakları Azaltmaya Yönelik Hatalı Modeller. YBDÖ2, OBDÖ4, DBDÖ1, DBDÖ3 kodlu öğrenciler basamakları azaltırken hatalı azalmışlardır. Azaltma sonucu çıkan miktar yanlış ifade edilmiştir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

YBDÖ2: 3000'den 875'i bloklar ile de gösterebilirim. (Her ikisini de bloklar ile gösterir). (...) Binliklerden bir tane çıkarırsam 899 oluyor. Bir de 1000 vardı 1899 oluyor. (masanın üzerinde 9 birlik blok olmadığını görünce 9 birlik blok ekler). Şimdi elimizde 1998 kaldı. 1000'den 900 çıkarsa 100 kaldı. 1198 buldum.

OBDÖ4: 3000'den 875 çıkaracağım. 2200 buldum. 3000'den 800 çıkardım. 200'den 75 çıkarsa 115. Aklımdan çıkardım. (Zihinden yapmıştır). 70 'in 100 olması için 30 gerekli ya oradan yaptım. Bende burada 2200'den çıkardım 2115.

DBDÖ1: 3000'den 875 çıkarsa "0" kere "5", "0" ediyor. "0" kere "7", "0". "0" kere "8", "0". 3000 olur cevabım.

DBDÖ3: 3000'den 875 çıkacak. Birler basamağında 0'dan 5 çıkmaz. 10 yazarız. 1 tane verdi. (1 tane onluk blok gösterir). Yüzler basamağı da onlar basamağına 1 onluk verdi (1 tane onluk blok gösterir). Onlar basamağı da birler basamağına bir onluk verdi (1 onluk blok gösterir). 10'dan 5 çıktı 5. Yarıya bölüldüğü için 5 saymadım yani. Onlar basamağında

9 kaldı (1 adet onluk blok gösterir). $9-7=3$ (geriye doğru tek tek 7 adet sayar). Yüzler basamağında da 9 kaldı. 9'dan 8 çıkar 1. 2 kaldı. 2135.

DBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 137'de ifade edilmiştir:

Şekil 137

DBDÖ3 Basamakları Azaltmaya Yönelik Hatalı Modeller

$$\begin{array}{r} 3000 \\ - 875 \\ \hline 2135 \end{array}$$

Çıkarma İşleminin Devamını Getirememe. OBDÖ3, OBDÖ5, DBDÖ5 kodlu öğrenciler onluk taban blokları (modeller) ile çıkarma işlemi yapmaya çalışmışlar, fakat devamını getirememişlerdir. OBDÖ4 kodlu öğrenci ise kâğıt kalem ile çıkarma işlemi yapmaya çalışmış fakat devamını getirememiştir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

OBDÖ3: Bloklarla 3 binlik ile 3000 yaptım. 875'i de yaptım. 3000'deki binliklerden birini alırım. Bunun yerine 2 yüzlük veririm. İııı. Ben yapamıyorum bunlarla.

OBDÖ4: (kâğıt kalemle) 0'dan 5 çıkmaz. 3 binlikten 1 onluk alıp birler basamağına verdim.

A: Verdiğini bloklarla gösterebilir misin?

OBDÖ4: 1 binlik blok verdim. 10'dan 5 çıktı. Ben sanırım bu yolla yapamayacağım.

OBDÖ5: Ben bunu bloklarla çözeyim (4 binlik blok, 11 yüzlük blok, 11 onluk blok, 9 birlik blok koyar) 879 çıkaracağım. Sanırım yapamıyorum.

DBDÖ5: Bloklarla 3 binlik ile 3000 yaparım. 8 yüzlük, 7 onluk ve 5 birlik ile 875 yaptım. Akıldan çıkaracağım. Materyallerle çıkaramıyorum işte.

Modellerin Kullanımını Açıklayamama. ÖYTÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5 kodlu öğrencilerde onluk taban bloklarının (modellerin) kullanımına ilişkin yanlış modelleri mevcuttur. Öğrenciler işlemlerde blokların bir birim olduğunu ifade etmek yerine kâğıt kalem ile işlem yapmada olduğu gibi birler basamağından başlanması gerektiğini ifade etmişlerdir. Eldelerin unutulması nedeniyle sonucun yanlış çıkacağını düşünmektedirler. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

A: İşlem yaparken her zaman birler basamağından mı başlanır?

ÖYTÖ3: Evet. Elde olacağı için her zaman birler basamağından başlanmalı.

YBDÖ4: Ben bloklarla soruyu çözerken yüzlüklerden başladım. Evet, yanlış basamaktan başladım. Cidden sonucu nasıl buldum ben?

YBDÖ5: Bloklarla da yapabilirim. 3 binlik blok koyarım. 8 yüzlük, 7 onluk ve 5 birlik ile 875'i oluşturdum. Birler basamağından başlıyorum.

A: Birler basamağından başlamak zorunda mısınız?

YBDÖ5: Yoksa sayımız ters çıkar, çünkü komşudan onluk alıyoruz ya o yüzden.

Çarpma İşlemine Yönelik Zihinsel Modeller

Bu başlık altında araştırmanın “Özel yetenek tanılı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin Hesaplama (Çarpma) Boyutuna yönelik zihinsel modelleri nelerdir?” alt problemine yönelik bulgular sunulmuştur. Hesaplama (Çarpma) Boyutuna yönelik bulguları ortaya koymak amacıyla öğrencilere “840×25 işleminin sonucu kaçtır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.” sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin sayma boyutuna ilişkin zihinsel modelleri tabloda ifade edilmiştir.

Tablo 23*Hesaplama (Çarpma) Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller*

Hesaplama (Çarpma) Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller	Özel yetenek tanılı öğrenciler	Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler	Orta başarı düzeyindeki öğrenciler	Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler	N
Algoritma İle Çarpma İşlemi Yapma	ÖYTÖ1	YBDÖ1	OBDÖ1	DBDÖ2	17
	ÖYTÖ2	YBDÖ2	OBDÖ2	DBDÖ3	
	ÖYTÖ3	YBDÖ3	OBDÖ4	DBDÖ5	
	ÖYTÖ4	YBDÖ4	OBDÖ5		
	ÖYTÖ5	YBDÖ5			
Çarpmada "0"ın Yeri (Yutan Eleman Özelliği)	ÖYTÖ1	YBDÖ1	OBDÖ1	DBDÖ2	16
	ÖYTÖ2	YBDÖ2	OBDÖ2	DBDÖ3	
	ÖYTÖ3	YBDÖ3	OBDÖ3	DBDÖ4	
	ÖYTÖ4	YBDÖ4	OBDÖ4	DBDÖ5	
Toplama İşlemi İle İlişkisi	ÖYTÖ2	YBDÖ1	OBDÖ1	DBDÖ2	15
	ÖYTÖ4	YBDÖ2	OBDÖ2	DBDÖ5	
	ÖYTÖ5	YBDÖ3	OBDÖ3		
		YBDÖ4	OBDÖ4		
		YBDÖ5	OBDÖ5		
Çarpma İşleminin Günlük ve Matematiksel Kullanımı	ÖYTÖ1	YBDÖ1	OBDÖ2	DBDÖ3	12
	ÖYTÖ4	YBDÖ3	OBDÖ3	DBDÖ5	
	ÖYTÖ5	YBDÖ4	OBDÖ4		
		YBDÖ5			
Basamak Kaydırmaya Yönelik Modeller	ÖYTÖ1	YBDÖ1	OBDÖ1	DBDÖ5	8
	ÖYTÖ4	YBDÖ2			
		YBDÖ3			
		YBDÖ4			
Tekrarlı Toplama İşlemi	ÖYTÖ1	YBDÖ1	OBDÖ1	DBDÖ5	6
	ÖYTÖ4				
	ÖYTÖ5				
Bölme İşlemi ile İlişkisi	ÖYTÖ2	YBDÖ5	OBDÖ5	DBDÖ1	6
				DBDÖ3	
Elde Kavramına İlişkin Modeller	ÖYTÖ3	YBDÖ2		DBDÖ4	3
	ÖYTÖ4				
25 ile Kısa Yoldan Çarpma		YBDÖ1			2
		YBDÖ5			
10 ile Kısa Yoldan Çarpma	ÖYTÖ4	YBDÖ1			2

Tablo 23'te öğrencilerin Hesaplama (Çarpma) Boyutuna ilişkin zihinsel modellerine yer verilmiştir. Çarpma işlemine yönelik öğrencilerde en çok "Algoritma İle Çarpma İşlemi

Yapma” (N=17) modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 5, yüksel başarı düzeyinde 5, orta başarı düzeyinde 4, düşük başarı düzeyinde 3 öğrencide mevcuttur. İkinci olarak öğrencilerde en sık “Çarpmada “0”ın Yeri (Yutan Eleman Özelliği)” (N=16) modeli mevcuttur. Tüm düzeylerden 4’er öğrenci bu yola başvurmuştur. Üçüncü olarak en sık öğrencilerde “Toplama İşlemi İle İlişkisi” (N=15) zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı 3, yüksel başarı düzeyinde 5, orta başarı düzeyinde 5, düşük başarı düzeyinde 2 öğrencide mevcuttur. Dördüncü olarak öğrencilerde “Çarpma İşleminin Günlük ve Matematiksel Kullanımı” (N=12) zihinsel modelleri mevcuttur. Özel yetenek tanılı 3, yüksel başarı düzeyinde 4, orta başarı düzeyinde 3, düşük başarı düzeyinde 2 öğrencide mevcuttur. Daha sonra sırasıyla “Basamak Kaydırmaya Yönelik Modeller” (N=8); “Tekrarlı Toplama İşlemi” (N=6); “Bölme İşlemi ile İlişkisi” (N=6); “Elde Kavramına İlişkin Modeller” (N=3); “25 ile Kısa Yoldan Çarpma” (N=2); “10 ile Kısa Yoldan Çarpma” (N=2) zihinsel modelleri mevcuttur.

Algoritma ile Çarpma İşlemi Yapma. ÖYTÖ1, ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ4, OBDÖ5, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ5 kodlu öğrenciler çarpma işlemini bilinen algoritma ile yapmışlardır. Çarpımları alt alta yazmışlardır işlem sonucuna ulaşmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: 5 kere 0, 0. 5 kere 4, 20. Elde var 2. 5 kere 8, 40. 2 elde 42. Alta geçersen 2 kere 0,0. Kere 4, 8. 2 kere 8, 16. Topladım ve 21000.

ÖYTÖ2: Çarpma toplama ile ilişkili. Toplamadan daha pratik. Bölme ve çarpmada birbirinin zıddı. Böyle bir ilişkisi var. 5 kere 0, 0. 0 yutan eleman olduğu için 0. 5 kere 4, 20. Elde var 2. Eldeki 2, 2 tane onluk blok. 8 kere 5, 40. Elde 2 daha 42. Şimdi alt basamağa geçtik. 2 kere 0, 0. Yutan eleman olduğu için. Yani artık sıfır yok. 4 kere 2, 8. 8 kere 2, 16. Toplarsam 16. 21000.

ÖYTÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 138’de ifade edilmiştir:

Şekil 138

ÖYTÖ2 Algoritma ile Çarpma İşlemi Yapma

$$\begin{array}{r}
 840 \\
 \times 25 \\
 \hline
 4200 \\
 +1680 \\
 \hline
 21000
 \end{array}$$

ÖYTÖ3: 5 kere 0, 0. 0 ile neyi çarparsak 0. 0'ın değeri yok. 5 kere 4, 20. Elde var 2 (2 adet yüzlük gösterir). 8 kere 5, 40. 2 de elde 42. Alta geçtim. 2 kere 0, 0. Bir basamak sonra başladım. 2 kere 4, 8. 2 kere 8, 16. Cevap 21000.

ÖYTÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 139'da ifade edilmiştir:

Şekil 139

ÖYTÖ3 Algoritma ile Çarpma İşlemi Yapma

$$\begin{array}{r}
 840 \\
 \times 25 \\
 \hline
 4200 \\
 +1680 \\
 \hline
 21000
 \end{array}$$

ÖYTÖ4: 5 kere 0, 0. Yani 5 tane 0, 0. 5 kere 4, 20. Elde 2 (yüzlük blok gösterir). Yüzlük basamağına gittiği için. 8 kere 5 40, elde 2 daha 42. Alta geçtim. Bir basamak atladım. Sayının hizasından devam ediyorum. 2 kere 4, 8. 2 kere 8, 16. 21000 buldum.

ÖYTÖ5: 5 kere 0, 0. 0 ile neyi çarparsak çarpalım 0 (nedenini açıklayamamıştır). 5 kere 4, 20. Elde var 2. Eldeki 2, 2 onluk blok. 5 kere 8, 40. 2'de elde 42. Alta geçtik bir boşluk bıraktık. 2 kere 0, 0. 2 kere 4, 8. 2 kere 8, 16. Topluyoruz. 21000.

YBDÖ1: 840 ile 25 i çarpıyorum. 5 ile çarptım. Şimdi 4200 buldum. 2 ile çarptım 1680. Topladım 21000.

YBDÖ2: 840 ve 25'i alt alta yazıyorum. 5 kere 0, 0. 5 tane 0 demek bu. 5 tane 0, 0, 0, 0 yine 0 eder. 4 kere 5, 20. Elde var 2. 2 yüzlük. 40 tane 5 olduğu için. 8 kere 5, 40. 2 elde 42. Alta geçtim. 2 kere 0, 0. 2 kere 4, 8. 2 kere 8, 16. 21000.

YBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 140'da ifade edilmiştir:

Şekil 140

YBDÖ2 Algoritma ile Çarpma İşlemi Yapma

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{2} 840 \\
 \times 25 \\
 \hline
 \textcircled{1} 4200 \\
 + 1680 \\
 \hline
 21000
 \end{array}$$

YBDÖ3: 840 ile 25'i alt alta yazıyorum. 0,0 elde var 2. 2 onluk. 5 ile 4'ün çarpımı 20 ondan. 8 ile 5, 40 eder. 2 de elde 42. Alt tarafa geçtim. 5 kere 0, 0 eder. Onluklardan çarptığım için birler basamağı boş kaldı. 4 ile 2, 8 eder. 8 kere 2'de 16. Topluyorum 21000.

YBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 141'de ifade edilmiştir:

Şekil 141

YBDÖ3 Algoritma ile Çarpma İşlemi Yapma

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 840 \\
 \times 25 \\
 \hline
 4200 \\
 + 16800 \\
 \hline
 21000
 \end{array}$$

YBDÖ4: 840 ile 25'i çarpcaz. Önce burayı çarpcaz (birler basamağı). 0 olur. 0 yuttuğu için 0 oldu. 5 ile 4'ü çarpamız 20. Elde var 2.(2 birlik blok gösterir). 5 ile 8, 40 eder. 2'de elde 42. Sonra alta geçtik. 2 kere 0, 0 eder. 2 kere 4, 8. 8 kere 2'de 16. Topluyoruz 21000 buldum.

YBDÖ5: 840 ile 25'i çarpıyorum. 5 kere 0, 0. 0 ile çarpınca sıfır oluyor. Mantiğini bilmiyorum. 5, 4 daha 20. Elde var 2. 2 birlik yani. 5, 8 daha 40. Elde var 2, 42. 2, 0 daha 0. Çünkü 0, önüne gelen sayıyı 0 yapıyor. 2, 4 daha 8. 2, 8 daha 16. 21000.

OBDÖ1: 5 kere 0, 0. 5 kere 4, 20 elde var 2. 8 kere 5, 40. Elde ile 42 oldu. Alta geçtim. 2 kere 0, 0. 2 kere 4, 8. 2 kere 8, 16. Toplarsan 21000.

OBDÖ2: 9'a kadar olan sayıları 0 yutar. 0, 5'i yutar. Sıfır etkisiz eleman. 5 kere 4, 20. 20'nin 0'ı. Elde var 2 (2 adet birlik blok gösterir.) 8 kere 5, 40. Elde 2 var. 42 eder. Sonra alta geçiyorum. 2'nin altından yazmaya başlıyorum. 2 kere 0, 0 eder. 2 kere 4, 8 eder. 2 kere 8, 16 eder. Sonra bunları toplarız. 21000.

OBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 142'de ifade edilmiştir:

Şekil 142

OBDÖ2 Algoritma ile Çarpma İşlemi Yapma

$$\begin{array}{r}
 840 \quad (2) \\
 \times 25 \\
 \hline
 4200 \quad (7) \quad 0 \\
 1680 \\
 \hline
 21000
 \end{array}$$

OBDÖ4: 5 kere 0, 0. Yutan eleman ama nedenini bilmiyorum. 5 kere 4, 20. Elde var 2 (2 birlik blok göster). 42 oldu burada (yüzler basamağı ile çarpım). Aşağı indim, bir basamak atladım. 1680 oldu bura, 21000 buldum.

OBDÖ5: 5 kere 0, 0.

A: Neden?

OBDÖ5: Sıfır daha üstün çünkü. 5 kere 4, 20. Elde var 2 (2 birlik blok). 8 kere 5, 40. 2'de elde 42. 2 kere 8, 16. 2'de elde 18. Sonra da 2 ile 0, 0. 4 ile 2, 8. 8 ile 2, 16. 21000 buldum.

OBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 143'te ifade edilmiştir:

Şekil 143

OBDÖ5 Algoritma ile Çarpma İşlemi Yapma

$$\begin{array}{r}
 840 \quad (2) \\
 \times 25 \\
 \hline
 4200 \quad (7) \\
 + 1680 \quad (7) \\
 \hline
 21000
 \end{array}$$

DBDÖ2: 5 ile 0, 0. 0 yutandır. 5 ve 4, (beşer beşer sayar) 20. Elde var 2. (eldeki 2, 2 birlik blok). 8 tane 5 sayarım 40, eldeyle 42. Şimdi alta geçtik kaydıracaz. Neden bilmiyorum ama kaydıracaz. 0 oldu, 8 oldu, 16 oldu. Topluyorum 21000.

DBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 144'te ifade edilmiştir:

Şekil144

DBDÖ2 Algoritma ile Çarpma İşlemi Yapma

$$\begin{array}{r}
 840 \\
 \times 25 \\
 \hline
 4200 \\
 1680 \\
 \hline
 21000
 \end{array}$$

DBDÖ3: 5 kere 0, 0. 0 her şeyi yuttuğu için 0 oldu. Kocaman bir göbeği olduğu için yutuyor. 5 kere 4, 20. 20'nin 0'ı elde var 2. 8 kere 5, 40. 2'de elde 42. Şimdi onlar basamağına geçtim. Bir alt satıra geçtim. Bir basamak kayacak. 2 kere 4, 8. 8 kere 2, 16 eder. Toplarsam 21000.

DBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 145'te ifade edilmiştir:

Şekil 145

DBDÖ3 Algoritma ile Çarpma İşlemi Yapma

$$\begin{array}{r}
 840 \\
 \times 25 \\
 \hline
 4200 \\
 +1680 \\
 \hline
 21000
 \end{array}$$

DBDÖ5: 840 ile 25'i çarpacağım. 5 kere 0, 0.0 yutan ama nasıl bilmiyorum. 5 kere 4, 20. 0 yazdım. Elde var 2 (2 birlik blok). 8 kere 5, 40. 2'e elde 42. Alta geçtim. 2 kere 0, 0. 4 kere 2, 8. 8 kere 2, 16. 21000 buldum.

Çarpmada "0"ın Yeri (Yutan Eleman Özelliği). ÖYTÖ1, ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler çarpma işleminde sıfırın yutan eleman olduğunu ifade etmişlerdir. ÖYTÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3 kodlu öğrenciler sıfırın neden yutan eleman olduğunu

ifade ederken, diğer öğrenciler yalnızca yutan eleman olduğu için sonucun sıfır olduğunu ifade etmiştir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: Çarpma işleminde 0 yutan eleman olduğu için 0 yapar. Sıfırdan 5 tane olsa yine aynı.

ÖYTÖ2: 5 kere 0, 0. 0 yutan eleman olduğu için 0.

ÖYTÖ3: 5 kere 0, 0. 0 ile neyi çarparsak 0. 0'ın değeri yok.

ÖYTÖ4: 5 kere 0, 0. Yani 5 tane 0, 0.

YBDÖ1: 5 kere 0, 0 eder. 5 tane 0, 0 ettiği için.

YBDÖ2: 840 ve 25'i alt alta yazıyorum. 5 kere 0, 0. 5 tane 0 demek bu. 5 tane 0, 0, 0, 0, 0 yine 0 eder.

YBDÖ3: 5 kere 0, 0 eder. Kaç kere çarpacağımızı gösterdiği için çarpma sonucu 0.

YBDÖ4: 840 ile 25'i çarpamaz. Önce burayı çarpcaz (birler basamağı). 0 olur. 0 yuttuğu için 0 oldu.

OBDÖ1: Yutar çarpmada.

OBDÖ2: 9'a kadar olan sayıları 0 yutar. 0, 5'i yutar. 5 kere 4, 20. 20'nin 0'ı.

OBDÖ3: 5 ile 0, 0. 0 yutan sayı diye geçiyor.

OBDÖ4: 5 kere 0, 0. Yutan eleman.

DBDÖ2: 5 ile 0, 0. 0 yutandır.

DBDÖ3: 5 kere 0, 0. 0 her şeyi yuttuğu için 0 oldu.

DBDÖ4: 5 kere 0, 0. Çünkü 0, göbeği olduğu için hepsini yutar.

DBDÖ5: 840 ile 25'i çarpacağım. 5 kere 0, 0.0 yutan.

Toplama İşlemi İle İlişkisi. Öğrencilere çarpma işleminin hangi işlem ya da işlemler ile ilişkili olduğu sorulmuştur. ÖYTÖ2, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, OBDÖ5, DBDÖ2, DBDÖ5 kodlu öğrenciler

toplama işlemi ile ilişkili olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrencilerin bir kısmı çarpma işlemi, toplama işleminin kısa yolu olarak ifade ederken bir kısmı da çarpma işlemi yaparken toplama işlemine başvurulduğu için ilişkili olduklarını ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ2: *Çarpma toplama ile ilişkili. Toplamadan daha pratik.*

ÖYTÖ4: *Çarpma toplama ile ilişkili. Toplamanın kısa yolu.*

A: *Çarpma işlemi hangi işlem ya da işlemler ile ilişkili?*

ÖYTÖ5: *Toplama.*

YBDÖ1: *Toplama işlemi ile ilişkili. 840'ı alt alta 25 kere yazıp toplayabilirdim, ama uzun sürerdi.*

YBDÖ2: *Çarpma toplama ile alakalı. Çarpmada toplama kullanıyorum.*

YBDÖ3: *Toplama ile. Ben 840×25 yaparak bulduğum sonucu 25 tane 840'ı yazıp toplayarak da bulurum.*

YBDÖ4: *Toplama ile. Toplamada da artıyor, çarpmada da.*

YBDÖ5: *Toplama ile de ilişkili. Çarpmada topluyoruz ama biraz fazla topluyoruz. 3 kere 7, 7 tane 3 gibi.*

OBDÖ1: *Toplama işlemi çarpmanın uzun yoludur.*

OBDÖ2: *Toplama ile ilgili.*

OBDÖ3: *Toplama ile ilgili. Kısa yolu yani.*

A: *Hangi işlemle ilgisi var?*

OBDÖ4: *Toplamayla. Çarpma işleminde toplama yapıyoruz ya.*

OBDÖ5: *Çarpmanın sonunda topluyoruz ya. Toplama ile ilgili.*

DBDÖ2: *Toplamanın kolay yolu. 5 tane 10 var. Bunu çarparız. Kolay yoldan olur.*

DBDÖ5: Toplama. 25 tane 840'ı toplayarak da bulabilirim ya. Çarpma toplamanın kısa yolu.

Çarpma İşleminin Günlük ve Matematiksel Kullanımı. ÖYTÖ1, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, DBDÖ3, DBDÖ5 kodlu öğrenciler çarpma işleminin kullanımın alanını açıklamışlardır. Öğrenciler toplama ile ilgili durumlarda kullanıldığını, sayıların katlarını alırken kullanıldığını, işlemlerin içinde kullanıldığını ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: Çarpma uzun uzun toplamak yerine kısaca sonucu bulmamızı sağlar.

ÖYTÖ4: Aynı olan sayıyı kendisi ile toplamak için kullanılır.

ÖYTÖ5: Toplama yapmamızı kolaylaştırıyor.

YBDÖ1: Bir sayının belli bir katını hesaplamak için.

YBDÖ3: Toplama işlemini kısaltmaya yarar.

YBDÖ4: Toplamak yerine kolayca çarpıyoruz.

YBDÖ5: Uzunca toplama yerine çarpıyoruz.

OBDÖ2: Aldığımız üründen kaç adet aldıysak çarpıyoruz.

OBDÖ3: Bir sayının katlarını bulmak için kullanırız.

OBDÖ4: Bölme yaparken o sayıları bölmenin içinde çarpıyoruz. Sonuç çıkıyor.

DBDÖ3: Bir kolide 12 vazo var. Ben bu koliden 4 tane alırsam birkaç kere toplamak yerine kullanırım.

DBDÖ5: Akıldan işlemi kolaylaştırır. 840 tane 25'i toplamak yerine çarpıyoruz. Daha kolay olur.

Basamak Kaydırmaya Yönelik Modeller. Öğrenciler çarpma işlemi yaparken onlar bir alt basamağa geçtiklerinde basamak kaydirmişlerdir. Öğrencilere basamak kaydırmanın nedenleri sorulmuştur. ÖYTÖ1, ÖYTÖ4, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4, OBDÖ1,

DBDÖ5 kodlu öğrenciler basamak kaydırmaya yönelik açıklama getirmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: Onlar basamağı ile çarptığımız için onlar basamağının altına yazıyoruz.

ÖYTÖ4: Bir basamak atladım. Sayının (onlar basamağı) hizasından devam ediyorum.

YBDÖ1: Şimdi 2 ile 840'ı çarpacağım. Bir alt basamağa geçmem gerekir. Bir basamak boş bırakıyorum. Çünkü onlar basamağı ile çarptığım için onlar basamağının altında olmalı.

YBDÖ2: Onlar basamağı ya. Onun altından yazdım.

YBDÖ3: Onluklardan çarptığım için birler basamağı boş kaldı.

YBDÖ4: Çarptığım basamağın altından yazdım.

OBDÖ1: 2 ile çarparken bir basamak bırakma nedenim hangi basamağı çarpıyorsam onun altına yazmam gerekli. Yoksa yanlış çıkar.

DBDÖ5: Onlar basamağı ile çarptım ya.

Tekrarlı Toplama İşlemi. ÖYTÖ1, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, OBDÖ1, DBDÖ5 kodlu öğrenciler çarpma işlemi tekrarlı toplama yaparak bulabileceklerini ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: 25 tane 840'ı toplayarak bulabilirim.

ÖYTÖ4: 25 tane 840'ı toplayarak da bulabilirim.

ÖYTÖ5: 25 tane 840'ı toplayabilirim. Uzun uzun yapamam ama böyle olabilir. Ya da 840 tane 25.

YBDÖ1: 840'ı alt alta 25 kere yazıp toplayabilirdim, ama uzun sürerdi.

OBDÖ1: 25 tane 840'ı alt alta yazıp toplarsam da aynı sonuca ulaşabilirim.

DBDÖ5: 840 tane 25'i toplayarak bulabilirim.

Bölme İşlemi ile İlişkisi. Öğrencilere çarpma işleminin hangi işlem ya da işlemler ile ilişkili olduğu sorulmuştur. ÖYTÖ2, YBDÖ5, OBDÖ5, DBDÖ1, DBDÖ3, DBDÖ4 kodlu öğrenciler çarpma işleminin bölme işlemi ile ilişkili olduğunu ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

A: Çarpma işlemi hangi işlem ya da işlemlerle ilişkili?

ÖYTÖ2: Bölme ve çarpmada birbirinin zıddı. Böyle bir ilişkisi var.

YBDÖ5: Bölme ile. Birbirinin zıddı.

OBDÖ5: Bölmenin sonunda çıkarıyoruz ya. Bölme ile ilgili.

DBDÖ1: Bölme ile.

DBDÖ3: Bölme ile ilgili.

DBDÖ4: Bölme.

Elde Kavramına İlişkin Modeller. ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, YBDÖ2 kodlu öğrenciler Çarpma işlemi yaparken elde miktarını doğru olarak ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ3: 5 kere 4, 20. Elde var 2 (2 adet yüzlük gösterir). Elde yüzlüğe gittiği için elde yüzlük.

ÖYTÖ4: 5 kere 4, 20. Elde 2 (yüzlük blok gösterir). Yüzlük basamağına gittiği için.

YBDÖ2: 4 kere 5, 20. Elde var 2.

A: 2'yi gösterir misin?

YBDÖ2: 2 yüzlük.

25 ile Kısa Yoldan Çarpma. YBDÖ1, YBDÖ5 kodlu öğrenciler çarpma işlemini 25 ile kısa yoldan çarpma ile çözüme ulaşmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

YBDÖ1: 840 sayısını 100 ile kısa yoldan çarpıp sayıyı 4'e böldüm.

YBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 146'da ifade edilmiştir:

Şekil 146

YBDÖ1 25 ile Kısa Yoldan Çarpma

$$\begin{array}{r}
 840 \\
 \times 100 \\
 \hline
 84000 \\
 \hline
 84000 \div 4 \\
 \hline
 21000 \\
 \hline
 21000
 \end{array}$$

YBDÖ5: 25 ile kısa yoldan da çarpabilirim. 100 ile çarpardım 840'i. 4'e bölerim. 84000/4 yaparım. 21000 yine.

10 ile Kısa Yoldan Çarpma. ÖYTÖ4 ve YBDÖ1 kodlu öğrenciler çarpma işlemi yaparken 10 ile kısa yoldan çarpma yoluna başvurmuşlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ4: $84 \times 25 = 2100$. Bunu da 10 ile çarparsam 21000.

YBDÖ1: 4 ile 25'i çarpsam aynı sonucu sanırım elde edemem. Bir denesem mi? 4 kere 5, 20 eder elde var 2. 8 kere 5, 40 eder. Eldeyle 42. Aaa aynı sonuç çıkacakmış. Alt tarafta 168 eder. 2100 buldum. 0 eklersek 21000 eder.

YBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 147'de ifade edilmiştir:

Şekil 147

YBDÖ1 10 ile Kısa Yoldan Çarpma

$$\begin{array}{r}
 840 \\
 \times 25 \\
 \hline
 420 \\
 + 168 \\
 \hline
 21000
 \end{array}$$

Hesaplama (Çarpma) Boyutuna Yönelik Hatalı ve Açıklanamayan Modeller

Hesaplama (Çarpma) boyutuna ilişkin öğrencilerin hatalı ve nedenini açıklayamadıkları zihinsel modelleri mevcuttur. Öğrencilerin sayma boyutuna ilişkin eksik ve yanlış modelleri tabloda ifade edilmiştir.

Tablo 24

Hesaplama (Çarpma) Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller

Hesaplama (Çarpma) Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller	Özel yetenek tanılı öğrenciler	Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler	Orta başarı düzeyindeki öğrenciler	Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler	N
Elde Kavramına Yönelik Hatalı Zihinsel Modeller	ÖYTÖ1 ÖYTÖ2 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ3 YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ4 OBDÖ5	DBDÖ1 DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ4 DBDÖ5	17
Kavramsal Olarak Hatalı ve Açıklanamayan Modeller	ÖYTÖ2 ÖYTÖ3 ÖYTÖ5		OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ4 OBDÖ5	DBDÖ1 DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ4	11
Modellerle (Onluk Taban Blokları) Hatalı İfade Etme	ÖYTÖ1	YBDÖ2	OBDÖ4		3
Modeller Kullanarak Çarpma İşleminin Devamını Getirememe		YBDÖ5	OBDÖ2		2

Basamakları Hatalı Kaydırma Nedeniyle Yanlış Sonuç Bulma	DBDÖ4	1
Rakamları Hatalı Çarpma	OBDÖ3	1

Tablo 24 incelendiğinde öğrencilerin Hesaplama (çarpma) boyutuna ilişkin hatalı ve açıklanamayan zihinsel modelleri ifade edilmiştir. Öğrencilerde en çok “Elde Kavramına Yönelik Hatalı Zihinsel Modeller” (N=17) mevcuttur. Özel yetenek tanılı 3, yüksek başarı düzeyinde 4, orta başarı düzeyinde 5, düşük başarı düzeyinde 5 öğrencide mevcuttur. İkinci olarak öğrencilerde “Kavramsal Olarak Açıklanamayan Modeller” (N=12) mevcuttur. Özel yetenek tanılı 3, yüksek başarı düzeyinde 1, orta başarı düzeyinde 4, düşük başarı düzeyinde 4 öğrencide mevcuttur. Üçüncü olarak öğrencilerde “Modellerle (Onluk Taban Blokları) Hatalı İfade Etme” (N=3) mevcuttur. Daha sonra sırasıyla “Modeller Kullanarak Çarpma İşleminin Devamını Getirememe” (N=2); “Basamakları Hatalı Kaydırma Nedeniyle Yanlış Sonuç Bulma” (N=1); “Rakamları Hatalı Çarpma” modelleri mevcuttur.

Elde Kavramına Yönelik Hatalı Zihinsel Modeller. ÖYTÖ1, ÖYTÖ2, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, OBDÖ5, DBDÖ1, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4, DBDÖ5 kodlu öğrenciler çarpma işlemi yaparken eldenin miktarını yanlış ifade etmişlerdir. Yüzlük olan elde miktarını birlik ya da onluk olarak ifade etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: 5 kere 4, 20 eder. 2 onluk blok yani. 20 yazamayacağımız için elde 2 onluk blok. Çünkü 5 ve 4 çarpılırsa 20.

ÖYTÖ2: 5 kere 4, 20. Elde var 2.

A: Eldeki 2'yi gösterir misin?

ÖYTÖ2: Eldeki 2, 2 tane onluk blok.

ÖYTÖ5: 5 kere 4, 20. Elde var 2. Eldeki 2, 2 onluk blok.

YBDÖ1: Çarpma işleminde basamaklara göre elde yoktur. Yani 10, 100, 100 diye değişmez. Bu yüzden eldeki 2, 2 birliktir.

YBDÖ3: 5 ile 4'ün çarpımı 20. Elde var 2.

A: Eldeki 2'yi bana gösterebilir misin?

YBDÖ3: 2 onluk. 5 ile 4'ün çarpımı 20 ondan.

YBDÖ4: 840 ile 25'i çarpamaz. Önce burayı çarpcaz (birler basamağı). 0 olur. 0 yuttuğu için 0 oldu. 5 ile 4'ü çarparız 20. Elde var 2.(2 birlik blok gösterir).

YBDÖ5: 5, 4 daha 20. Elde var 2. 2 birlik yani.

OBDÖ1: 2 tane birlik blok.

A: Eldeki 2'yi bana gösterebilir misin?

OBDÖ2: 2 adet birlik blok (Öğrenci ilk çarpandaki onlar basamağındaki 4 ile ikinci çarpandaki birler basamağındaki 5'i çarpar).

OBDÖ3: 5 ve 4, 20. 0 yazacaz 2'yi elde verecez. (2 onluk blok gösterir).

OBDÖ4: 5 kere 4, 20. Elde var 2 (2 birlik blok göster).

OBDÖ5: 5 kere 4, 20. Elde var 2 (2 birlik blok).

DBDÖ1: (...) 20'nin sıfırı, buraya direkt 20 mi yazacam ki? 0 kere dediği için 0, 5 olsa 25 ederdi. Devam ediyorum, 8 kere 5, 40 eder. Onu da 20'nin yanına yazdım. (...) (Öğrenci elde olan ikiyi eklemek yerine çarpım olarak yazmıştır).

DBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 148'de ifade edilmiştir:

Şekil 148

DBDÖ1 Elde Kavramına Yönelik Hatalı Zihinsel Modeller

iklayınız.

$$\begin{array}{r}
 840 \\
 1 \times 25 \\
 \hline
 4200 \\
 + 1680 \\
 \hline
 5880
 \end{array}$$

DBDÖ2: 5 ve 4, (beşer beşer sayar) 20. Elde var 2. (eldeki 2, 2 birlik blok).

DBDÖ3: 5 kere 4, 20. 20'nin 0'ı elde var 2.

A: Eldeki 2'yi bana gösterir misin?

DBDÖ3: 2 tane birlik blok.

DBDÖ4: 5 kere 4, 20. 2 elde (2 birlik) var.

DBDÖ5: 5 kere 4, 20. 0 yazdım. Elde var 2 (2 birlik blok).

Kavramsal Olarak Hatalı ve Açıklanamayan Modeller. Bu başlık altında öğrencilerin çarpma işlemi yaparken kavramsal olarak açıklayamadığı modellere yer verilmiştir. Öğrencilerin kavramsal olarak açıklayamadığı başlıklar basamak kaydırmaya yönelik, çarpma işleminin diğer işlemler ile ilişkisine yönelik, çarpma işleminin kullanımına yönelik, çarpma işleminde sıfırın kullanımına yöneliktir.

ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ5, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, OBDÖ5, DBDÖ1, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4 kodlu öğrencilere onlar basamağı ile sayı çarpılırken neden bir basamak kaydardıkları sorulmuştur. Öğrenciler nedenini açıklayamamışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ2: Şimdi alt basamağa geçtik. Bir basamak kaydırarak.

A: Neden kaydardık?

ÖYTÖ2: Kuralı böyle ve toplama sonucu doğru çıksın diye.

ÖYTÖ3: Alta geçtim. 2 kere 0, 0. Bir basamak sonra başladım.

A: Neden?

ÖYTÖ3: Neden olduğunu bilmiyorum, ama öyle olması gerekiyor.

ÖYTÖ5: Alta geçtik bir boşluk bıraktık.

A: Neden boşluk bırakıyorsun?

ÖYTÖ5: İıııı, bilmiyorum.

OBDÖ2: Çarpmada niye bir basamak kaydırdım bilmiyorum.

OBDÖ3: Bir basamak kaydıracağız. Çünkü buraya yazmazsak işler yanlış gider.

OBDÖ4: Aşağı indim, bir basamak atladım.

OBDÖ4: Buraya yazmak için.

OBDÖ5: Bir basamak atlanıyor diye biliyorum. Yer kalmadığı için.

DBDÖ1: Şimdi alta geçtik kaydıracaz.

DBDÖ2: Neden bilmiyorum ama kaydıracaz.

DBDÖ3: Sonuç yanlış çıkmasın diye. Nedenini bilmiyorum.

DBDÖ4: Yanlış olur. Bilmiyorum ki.

Öğrencilere çarpma işleminin hangi işlem ya da işlemler ile ilişkili olduğu sorulmuştur. ÖYTÖ3, OBDÖ5, DBDÖ3 kodlu öğrenciler bu konuda açıklama yapamamışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

A: Çarpma işlemi hangi işlem ya da işlemler ile ilişkili?

ÖYTÖ3: Bilmiyorum.

OBDÖ5: Yok ki ilişkisi.

DBDÖ3: Bilmiyorum.

Öğrencilere çarpma işleminin kullanım alanları sorulmuştur. ÖYTÖ3, OBDÖ1, OBDÖ5, DBDÖ1, DBDÖ2, DBDÖ4 kodlu öğrenciler çarpma işleminin kullanımına yönelik açıklama yapamamışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

A: Çarpma günlük hayatta ve matematikte ne işimize yarar? Neden kullanılır?

ÖYTÖ3: Kaç tane bu kaç eder o zaman kullanılır.

OBDÖ1: Sayıları çarpmada kullanırız.

OBDÖ5: Toplama ve çıkarmadan daha çok işe yarar.

DBDÖ1: Bir sayıyı çarpmamızda işe yarar.

DBDÖ2: Bir şeyi bulmak için.

DBDÖ4: İşlem yaparken ve problemlerde.

Öğrencilere çarpma işleminde sıfırın işlevi sorulmuştur. ÖYTÖ5, YBDÖ5, OBDÖ5, DBDÖ1, DBDÖ4 kodlu öğrenciler açıklama yapamamışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ5: 5 kere 0, 0. 0 ile neyi çarparsak çarpalım 0 (nedenini açıklayamamıştır).

YBDÖ5: 840 ile 25'i çarpıyorum. 5 kere 0, 0. 0 ile çarpınca sıfır oluyor. Mantiğini bilmiyorum.

OBDÖ5: 5 kere 0, 0.

A: Neden?

OBDÖ5: Sıfır daha üstün çünkü.

DBDÖ1: Çünkü birler basamağında gizli bir 0 varmış gibi. Oraya koysam yine 0 olacak.

A: 0 kere 5 neden 0?

DBDÖ1: 0 kere dediği için 0, 5 olsa 25 ederdi.

DBDÖ4: Alta geçtik. 2 kere 0, 0.

Modellerle (Onluk Taban Blokları) Hatalı İfade Etme. ÖYTÖ1, YBDÖ2, OBDÖ4 kodlu öğrenciler çarpma işlemini onluk taban blokları (modeller) ile ifade etmeye çalışmışlardır. ÖYTÖ1, YBDÖ2 kodlu öğrenciler bloklar ile işlem yaptığını ifade etseler de işlemleri zihinden yapmışlardır. Yanlış sonuç elde etmişlerdir. OBDÖ4 kodlu öğrenci ise onluk taban bloklarını çizmiştir. Aslında sayı sembolleri ile yaptığı şekilde çizim yapmıştır. Fakat basamaklara karşılık gelen blokları yanlış çizmiştir. Öğrenci mevcut olmayan bir onluk blok türü olan on binlik blok çizmiştir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: 8 yüzlük ve 4 onluk koydum. 840 oldu bu. 2 onluk ve 5 birlik koydum 25 oldu. İlk önce 5 birlik ile çarptım (zihinden yapar) 4200 olmalı. 4 binlik ve 2 yüzlük koydum. Şimdi 2 onluk ile çarptım 1600 (zihinden) 1 binlik 6 yüzlük koydum yani. 4200 ile 1600'u toplayacağam. Ama basamak kaydırmam gerekli. Bunlar 21000 eder. (Öğrenci blok kullanmadan zihinden yapmıştır. Farklı miktarlardaki blokların birbiri ile aynı sayı değeri açısından toplanacağını ifade etmiştir).

YBDÖ2: Bloklarla yapacak olursam bloklarla 40 yaparım (4 tane onluk). Ama bundan 5 tane yaparım. Şimdi buradan yüzlük oluşturacağam. O da 200 eder. Yani 2 yüzlük elde ettim. Şimdi 5 tane 8 yüzlük çıkaracağam. $8+8=16+8=24+8=32+8=40$. 42 yüzlük var elimde bu da 4 binlik ve 2 yüzlük eder. İlk basamağı yaptık. 840 tane 2'yi bulacağam şimdi. 0 tane 2 dediği için çıkarmıyorum. 2 tane 4 çıkarmam gerekiyor. Bu da toplayınca 8 ediyor. Şu ana kadar 80 oldu. Şimdi 8 tane 2 alıyorum. Yani 8 tane 2 onluk alıyorum. Pardon 2 tane yüzlük alacaktım.

A: 8 birlik nasıl oluştu?

YBDÖ2: Imm aslında 8 onluk olacaktı. Birlikler 0 olacak. 2 tane de 8 yüzlük olacak. Diğer sayı da 4200. Bunları onlar basamağını kaydırarak toplamalıyız. İlk 2 basamağı sıfır olur.

A: Sanki şu an bloklarla değil de zihinden yapıyorsun.

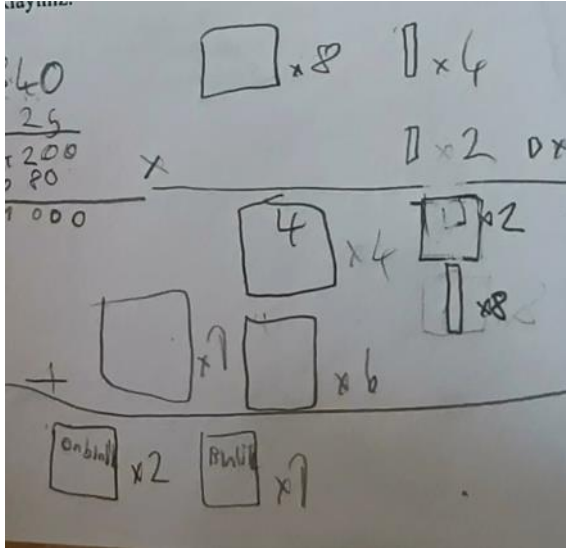
YBDÖ2: evet. Bloklara döncek olursam onlar basamağı olan 2'yi çarptım. 800 ediyor. 8 yüzlük blok. 2 tane de 4 onluk 80 etmişti. 880 eder bura. Üst tarafı da 4200 bulmuştum. 5080.

OBDÖ4: Bloklarla 8 yüzlük, 4 onluk, 2 onluk, 5 birlik çizdim. (Birinci çarpan ve ikinci çarpanın birler basamağı olan ilk satırı bloklar ile çizer). 4 binlik ve 2 yüzlük ilk satır. (İkinci satırdaki çarpım değerlerini çizer). 8 onluk, 6 yüzlük ve 1 binlik çizdim. Toplam olarak da 2 on binlik blok ve 1 binlik çizdim.

OBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 149'da ifade edilmiştir:

Şekil 149

OBDÖ4 Modellerle (Onluk Taban Blokları) Hatalı İfade Etme



Modeller Kullanarak Çarpma İşleminin Devamını Getirememe. YBDÖ5, OBDÖ2 kodlu öğrenciler modeller (onluk taban blokları) ile çarpma işleminin yapmaya çalışmışlardır. İşlemin devamını getirememişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

YBDÖ5: Materyaller ile de yaparım. 8 yüzlük ve 4 onluk koydum. 2 onluk ve 4 birlik. Bunları sıra ile çarpacağım. 5, 4 daha 20. Elde var 2. 2 birlik yani. 5, 8 daha 40. Elde var 2, 42. 2, 0 daha 0. Çünkü 0, önüne gelen sayıyı 0 yapıyor. 2, 4 daha 8. 2, 8 daha 16. Sanırım karıştı bloklarla.

OBDÖ2: Bu işlemi bloklar ile de yapabilirim. 8 yüzlük, 4 onluk kullanırım. 2 onluk, 5 birlik koyarım. Başka da bir şey yapamam. Bu kadar gösterebilirim.

Basamakları Hatalı Kaydırma Nedeniyle Yanlış Sonuç Bulma. DBDÖ4 kodlu öğrenci işlem yaparken basamak kaydırmadığı için yanlış sonuca ulaşmıştır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogu şu şekildedir:

DBDÖ4: 5 kere 0, 0. Çünkü 0, göbeği olduğu için hepsini yutar.

A: Bana bunun nedenini açıklar mısın?

DBDÖ4: Kocaman göbeği var. 5 kere 4, 20. 2 elde (2 birlik) var. 8 kere 5, 40. 2 de elde 42. Alta geçtik. 2 kere 0, 0.

A: 2 basamak kaydırдын neden?

DBDÖ4: Yanlış olur. Bilmiyorum ki. 2 kere 4, 8. 2 kere 8, 16. Topluyoruz. 172200 buldum.

Rakamları Hatalı Çarpma. OBDÖ3 kodlu öğrenci rakamları yanlış çarptığı için yanlış sonuca ulaşmıştır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogu şu şekildedir:

OBDÖ3: 5 ile 0, 0. 0 yutan sayı diye geçiyor. 5'ten yok demiş zaten. 5 ve 4, 20. 0 yazacaz 2'yi elde verecez. (2 onluk blok gösterir). 8 kere 5, 32. Elde 2, 34. 2 kere 0, 0. Bir basamak kaydıracağız. Çünkü buraya yazmazsak işler yanlış gider. 2 kere 4, 8. 2 kere 8, 16. 20200 buldum.

OBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 150'de ifade edilmiştir.

Şekil 150

OBDÖ3 Rakamları Hatalı Çarpma

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{2} \\
 840 \\
 \times 25 \\
 \hline
 3400 \\
 +1680 \\
 \hline
 20200
 \end{array}$$

7.7. Bölme İşlemine İlişkin Zihinsel Modeller

Bu başlık altında araştırmanın “Özel yetenek tanıllı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin Hesaplama (Bölme) Boyutuna yönelik zihinsel modelleri nelerdir?” alt problemine yönelik bulgular sunulmuştur. Hesaplama (Bölme) Boyutuna yönelik bulguları ortaya koymak amacıyla öğrencilere “315÷3 işleminin

sonucu kaçtır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.” sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin hesaplama boyutuna ilişkin zihinsel modelleri tabloda ifade edilmiştir.

Tablo 25

Hesaplama (Bölme) Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller

Hesaplama (Bölme) Boyutuna İlişkin Zihinsel Modeller	Özel yetenek tanılı öğrenciler	Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler	Orta başarı düzeyindeki öğrenciler	Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler	N
Bölme İşleminin Günlük ve Matematiksel Kullanımı	ÖYTÖ1 ÖYTÖ2 ÖYTÖ3 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ3 YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ4	DBDÖ1 DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ5	17
Çıkarma İşlemi ile İlişkisi	ÖYTÖ2 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ4 YBDÖ5	OBDÖ1 OBDÖ2 OBDÖ3 OBDÖ4	DBDÖ2 DBDÖ5	13
Çarpma ile İlişkisi	ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ3 YBDÖ5	OBDÖ2 OBDÖ4	DBDÖ1 DBDÖ3 DBDÖ4	10
Algoritma ile Bölme İşlemi Yapma	ÖYTÖ1 ÖYTÖ2 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4 ÖYTÖ5	YBDÖ1 YBDÖ2 YBDÖ3 YBDÖ5		DBDÖ5	10
Zihinden Bölme İşlemi Yapma	ÖYTÖ1 ÖYTÖ2	YBDÖ1 YBDÖ5 YBDÖ1 YBDÖ2			4 2
Tekrarlı Çıkarma İşlemi Yapma		YBDÖ4			1
Modellerle İfade Etme					

Tablo 25 incelendiğinde öğrencilerin hesaplama (bölme) boyutuna yönelik zihinsel modellerine yer verilmiştir. Öğrencilerde en çok “Bölme İşleminin Günlük ve Matematiksel Kullanımı” (N=17) mevcuttur. Bu model özel yetenek tanılı 4, yüksek başarı düzeyinde 5, orta başarı düzeyinde 4, düşük başarı düzeyinde 4 öğrencide mevcuttur. İkinci olarak öğrencilerde “Çıkarma ile İlişkisi”ne (N=13) yönelik zihinsel modeller görülmüştür. Bu model özel yetenek tanılı 3, yüksek başarı düzeyinde 5, orta başarı düzeyinde 4, düşük başarı

düzeyinde 2 öğrencide mevcuttur. Üçüncü olarak öğrencilerde “Çarpma ile İlişkisi”ne (N=10) yönelik zihinsel modeller görülmüştür. Bu model özel yetenek tanılı 2, yüksek başarı düzeyinde 3, orta başarı düzeyinde 2, düşük başarı düzeyinde 3 öğrencide mevcuttur. Yine üçüncü olarak öğrencilerde “Algoritma ile Bölme İşlemi Yapma” (N=10) zihinsel modelleri mevcuttur. Bu model özel yetenek tanılı 5, yüksek başarı düzeyinde 4, düşük başarı düzeyinde 1 öğrencide mevcuttur. Daha sonra sırasıyla öğrencilerde “Zihinden İşlem Yapma” (N=4); “Tekrarlı Çıkarma İşlemi Yapma” (N=2); “Modellerle İfade Etme” (N=1) zihinsel modelleri mevcuttur.

Bölme İşleminin Kullanımına İlişkin Modeller. Öğrencilere bölme işleminin kullanım alanları sorulmuştur. ÖYTÖ1, ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, DBDÖ1, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ5 kodlu öğrenciler içindeki sayıyı bulma, eşit olarak paylaşırma, çıkarmanın kısa yolu olarak kullanma alanlarına vurgu yapmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: Bir şeyin içinde kaç tane var. Bir çuvalda 6 kg un var. İmmmm paylaşırma açısından. 3 silgim var 3 kişiye paylaştırdım. Herkese birer düştü.

ÖYTÖ2: Eşit gruplara ayırırken ve bir değer içinde kaç tane küçük değer olduğunu bulurken bölme yapıyoruz.

ÖYTÖ3: Bir şeyin içinde kaç kere olduğunu buluyoruz. Bir sayının içinde kaç tane öbür sayıdan var bulurken.

ÖYTÖ5: Bölme eşit miktarda paylaşırma demek.

YBDÖ1: Bölme paylaşırma yarar.

YBDÖ2: 350 kg var. Ben bunu eşit paylaşıracağım zaman kullanıyorum bölmeyi.

YBDÖ3: Bir sayının içinde kaç tane sayı olduğunu bulmamızı sağlar.

YBDÖ4: Birkaç kere çıkarmak yerine kolayca çıkarma. Bir şeyleri paylaşırcağın kolayca bölme yaparız. Kalemleri birkaç kutuya dağıtırken. Bir şeyleri ayırırken kullanırız.

YBDÖ5: Çıkarmayı daha kolay yaparız.

OBDÖ1: Bölme eşit olarak paylaştırmaya yarar.

OBDÖ2: Bölme işlemi mesela bir şey aldık. Onu ay ay taksite bölerken kullanılır.

OBDÖ3: 315'ten tek tek çıkarmak yerine böyle yapıyorum. Pastanın kaç dilim olacağını falan buluruz.

OBDÖ4: Arkadaşlarımla bir şey paylaşırken arkadaş sayısına göre bölerken.

DBDÖ1: Bir şeyi bölmek gibi. Yarıya bölmek gibi.

DBDÖ2: Kalem aldık. Hemen bölüp herkese dağıtırız.

DBDÖ3: Bir şeyleri bulmamıza yarar. Bilmiyorum.

DBDÖ5: Adam işçilere para dağıtacak. Eşit eşit dağıtması için gerekli. Parçalamada yani.

Çıkarma İşlemi ile İlişkisi. Öğrencilere bölme işleminin hangi işlem ya da işlemler ile ilişkili olduğu sorulmuştur. ÖYTÖ2, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ4, YBDÖ5, OBDÖ1, OBDÖ2, OBDÖ3, OBDÖ4, DBDÖ2, DBDÖ5 kodlu öğrenciler bölme işleminin çıkarma işlemi ile ilişkili olduğunu ifade etmişlerdir. Bazı öğrenciler çıkarma işleminin kısa yolu olduğunu, bazı öğrenciler de bölme işlemi yaparken çıkarma işlemine başvurulduğu için ilişkili olduğunu ifade etmişlerdir. Bazı öğrenciler ise yalnızca çıkarma işlemi ile ilişkili olduğunu ifade ederek bir açıklama yapamamışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ2: Bölme çıkarma ile ilişkili. Mesela 315'ten kaç tane 105 çıkararak sonucu bulurum.

ÖYTÖ4: Bölme, çıkarmanın kısa yolu.

ÖYTÖ5: Bölme çıkarma ile ilişkili. Bir sayıdan bir sayıyı çıkarıp yani hatırlamıyorum.

YBDÖ1: Çıkarmanın kısa yolu.

YBDÖ2: Bölmenin çıkarma ile ilişkisi var. Bölme ile bulacağım sonucu çıkarma ile de bulabilirim.

YBDÖ4: Çıkarma. İkisi de azalıyor.

YBDÖ5: Çıkarma. Burada çıkıyor ya bölmenin içinde.

OBDÖ1: Çıkarma ile ilgili.

OBDÖ2: Çıkarma ile ilişkisi var. Yarıya bölüyoruz mesela bir şeyi. O bölme işlemi ile ilgili.

OBDÖ3: Çıkarma ile.

OBDÖ4: Çıkarma. Bölmede çıkarma kullanıyoruz.

DBDÖ2: Çıkarma.

DBDÖ5: Çıkarmanın kısa yolu bölme. 315'ten 3 çıkarsa böyle.

Algoritma ile Bölme İşlemi Yapma. ÖYTÖ1, ÖYTÖ2, ÖYTÖ3, ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ2, YBDÖ3, YBDÖ5, DBDÖ5 kodlu öğrenciler bölme işlemini bilinen algoritmaya ile kâğıt-kalem kullanarak çözüme ulaşmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: Yüzler basamağından başlıyoruz. 1 tane 3'te 1 tane 3 var. Sonra 1'i ekliyorum. 1'in içinde 3 yok. O yüzden sıfır koyuyorum. Sonra 5'i indirdim. 15'in içinde 5 tane 3 var. 105.

ÖYTÖ2: 3'ün içinde 3, 1 kez. 3 kere 1, 3 eder. 3'ten 3 çıktı 0 kaldı. 0'ın içinde 3 yok. 1'in içinde de yok. Bölüme 0 koydum. Burada olan her 2 sayıda da 3 yok. Kalan kısmında 0 var. Bunun içinde yok. 1'i indirdim, 1'de de yok. 0 kalandaki her 2 rakamda da olmadığı için konuldu. 5'i indirdim. 5 kere. 3 kere 5, 15 eder. Kalan 0.

ÖYTÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 151'de ifade edilmiştir:

Şekil 151

ÖYTÖ2 Algoritma ile Bölme İşlemi Yapma

$$\begin{array}{r}
 315 \overline{) 3} \\
 \underline{- 3} \\
 015 \\
 \underline{- 15} \\
 00
 \end{array}$$

ÖYTÖ3: 3'te 3 kaç kere? 1 kere. 3 kere 1, 3. Çıkardım 0 kaldı. 1'i indirdim, içinde 3 yok bunun için 1'in yanına bir 0 atıyoruz (bölüm). 15'te 3, 5 kere. 5 kere 3, 15. Çıkar 0. 105 buldum.

ÖYTÖ4: 315/3 yapacağız. 3'te 3, 1 kere var. 3 kere 1, 3. Çıkar 0. 1 aşağı. 1'in içinde 3 yok. O yüzden 0 koyuyoruz. 15'in içinde 3, 5 kere. 105 buldum.

ÖYTÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 152'de ifade edilmiştir:

Şekil 152

ÖYTÖ4 Algoritma ile Bölme İşlemi Yapma

$$\begin{array}{r}
 315 \overline{) 3} \\
 \underline{- 3} \\
 015 \\
 \underline{- 15} \\
 00
 \end{array}$$

ÖYTÖ5: 3'ün içinde 3, 1 kere. 1 kere 3, 3. 5'ten 3 çıktı 2. (Birler basamağının altına yazar. Bölüm kısmına yazdığı 1'i bölüm kısmının birler basamağına yazar). 1'in içinde 3 yok 0 (Onlar basamağına yazar). 3'ün içinde 3, 1 kere. 1 kere 3, 3. 3-3=0. 1'in içinde 3 yok, 0 koydum (bölüme). 5'i indirdim. 15'in içinde 3, 5 tane var. 3 kere 5, 15. Çıkardım 0.

YBDÖ1: 3'te 3, 1 kere. 3-3=0. 1'de 3 yok. 15'te var. 0 koymam gerekli. 2 tane rakam olunca 0 konuluyor. Ama işlemi yaptıktan sonra değil, önce. 15'te 3, 5 kere. 105 buldum.

YBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 153'te ifade edilmiştir:

Şekil 153

YBDÖ1 Algoritma ile Bölme İşlemi Yapma

$$\begin{array}{r} 315 \overline{) 3} \\ \underline{-3} \\ 015 \\ \underline{-15} \\ 00 \end{array}$$

YBDÖ2: 315'i 3'e bölüyorum. 3'ün içinde 3, 1 kere var. 1'in içinde 3 yok. Bu yüzden sıfır koyuyorum. Şimdi 5'i indiririz. 15'in içinde 3, 5 kez var. 105.

YBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 154'te ifade edilmiştir:

Şekil 154

YBDÖ2 Algoritma ile Bölme İşlemi Yapma

$$\begin{array}{r} 315 \overline{) 3} \\ \underline{-3} \\ 015 \\ \underline{-15} \\ 00 \end{array}$$

YBDÖ3: 3'te 3, 1 kere. 1 aşağıya. 5'i de indirdim. 1'in yanına 0 koydum (bölüme) 1'in içinde 3 olmayınca yanına yeni basamak eklerken buraya (bölüm) bir 0 koyuyoruz. Buraya 0 koymazsak bazı işlemlerde yanlışlık oluyor. 15'te 3, 5 kez. 105.

YBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 155'te ifade edilmiştir:

Şekil 155

YBDÖ3 Algoritma ile Bölme İşlemi Yapma

$$\begin{array}{r}
 315 \overline{) 315} \\
 \underline{-3} \\
 015 \\
 \underline{-15} \\
 00
 \end{array}$$

YBDÖ5: 315/5 yaparsam 3'te 3, 1 kere. Çıkar 0. 1 indir. 1'e en yakın 0 var. 0 kere içinde var. 3 ile çarpınca 1'e en yakın. 5 de aşağı indi. 15'te 5 kere var. 105 sonuç.

DBDÖ5: 3'te 3, 1 kere. 1 kere 3, 3. Çıkardım 0 kaldı. 1'i indirdim. 1'in içinde 3, 0 kere. 0 kere 1, 0. 1'den 0 çıktı 1 kaldı. Şimdi 5'i indirdim. 15 oldu. 15'in içinde 3, 5 kere. 5 kere 3, 15. Çıkardım 0. 105 buldum.

Çarpma İşlemi ile İlişkisi. Öğrencilere bölme işleminin hangi işlem ya da işlemler ile ilişkili olduğu sorulmuştur. ÖYTÖ4, ÖYTÖ5, YBDÖ1, YBDÖ3, YBDÖ5, OBDÖ2, OBDÖ4, DBDÖ1, DBDÖ3, DBDÖ4 kodlu öğrenciler bölme işleminin çarpma işlemi ile ilişkili olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrencilerin bir kısmı bölme yaparken çarpma işleminden yararlandığını ve çarpma işleminin sonucunu kontrol etmede kullanıldığını ifade etmiştir.

ÖYTÖ4: Bölme çarpma ile de ilişkili. 3 kere 1, 3 diyoruz ya bölmede o zaman kullanıyoruz. Bir de bölme sonucunu kontrol etmek için kullanıyoruz.

ÖYTÖ5: Çarpma ile de ilişkili. Mesela bölme yaparken bazı yerlerinde çarpma kullanıyoruz. Mesela 3 kere 5, 15 dedik.

YBDÖ1: Sonucu kontrol etmek için çarpma kullanıyoruz.

YBDÖ3: Çarpma. Çarpma yaparak bölmenin sağlamasını kontrol ediyoruz.

YBDÖ5: Çarpma bir de 105 ile 3'ü çarpıyoruz. İşlem doğruysa.

OBDÖ2: Çarpma ile. 3×6 dedik. Çarpmada ritmik sayıyoruz ya 6, 12, 18 diye. Bölmede de bunu kullanıyoruz. Bölmenin çarpma ile ilişkisi var.

OBDÖ4: Çarpmada kaç kere diyoruz ya onu bulurken. Bölme çarpmada kullanılmıyor ama.

DBDÖ1: Çarpma ile ilişkisi var.

DBDÖ3: Çarpma ile alakalı.

DBDÖ4: Çarpma. Bölme yaparken çarpma yaptık ya.

Modeller Kullanarak Zihinden Bölme İşlemi Yapma. ÖYTÖ1, ÖYTÖ2, YBDÖ1, YBDÖ5 kodlu öğrenciler bölme işlemini modeller kullanarak işlem yaptığını ifade etmişlerdir. Aslında biline algoritma olan kâğıt kalem etkinliklerinde yaptığı işlemleri blok kullanmadan zihinden gerçekleştirmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: Bloklar ile de yapabilirim. 3 yüzlük, 1 onluk ve 5 birlik blok koyarım. 3'e böldüğüm için 3 birlik blok kullanıyorum. 3'ün içinde 3, 1 kere. Bölüme 1 yazıyorum (eliyle 1 hayali olarak 1 yazar). 3 kere 1, 3 çıkar 0. 1'i indirdim. 3'ün içinde olmadığı için sıfır koydum. Sıfırı yazdıktan sonra 1'in yanına 5 yazıyorum. 15 oldu yani. 15'te kaç tane 3 var? 5 kere. 105 buldum.

ÖYTÖ2: Bloklarla yaparsam 3 yüzlük, 1 onluk ve 5 birlik blok çıkarttım. Burası 3 yüzlük 3 kere 1, 3. Kalan 0. 3'ün içinde 3, 1 kere. Unutmamak için 1 yüzlük blok koyuyorum.

A: Aslında bloklardan yaparken de zihinden yapıyorsun sanki.

ÖYTÖ2: Evet. Şimdi 1 onluk ve 5 birlik kaldı. 1 onluğun içinde 5 olmadığı için buraya (yüzlüğün yanına) 1 tane 0 gelmeli. Ama blok yüzlük olduğu için gerek yok koymaya. 5 yukardaydı. 5'i aşağı indirdim 15. 5 tane birlik koyuyorum. İşlemim bitti. Cevabım 105.

ÖYTÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 156'da ifade edilmiştir:

Şekil 156

ÖYTÖ2 Modeller Kullanarak Zihinden İşlem Yapma

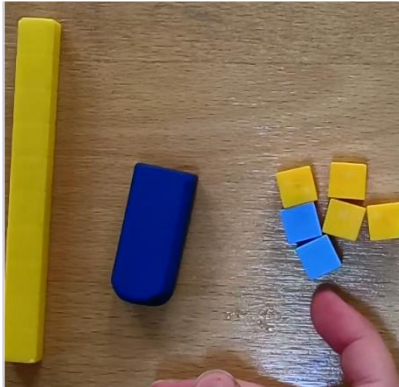


YBDÖ1: 315 için 3 yüzlük, 1 onluk ve 5 birlik koydum. 3 birlik koydum (bölen). 3'te 3, 1 kere. (1 onluk blok koyar). Onluk blok koydum. Birliğin 10 katı ya. 15'te (1 onluk ve 5 birlik blok) 3, 5 kere var. Tabi 1 onluğun yanında sıfır olmalı. Silgi koydum. 5 kere olduğu içinde 5 birlik 105.

YBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 157'de ifade edilmiştir:

Şekil 157

YBDÖ1 Modeller Kullanarak Zihinden İşlem Yapma



YBDÖ5: Bloklarla da yaparım. 3 yüzlük, 1 onluk ve 5 birliği 3 birliğe böleceğim. 3'te 3, 1 kere. Sonra onlar basamağını böleceğim 0 kere. 0'ı anlamak için arada boşluk olsun. Öyle kabul edelim. Şimdi 15'in içinde 5 kere 1 yüzlük arada boşluk ve 5. Yani 105.

A: Peki arada 0 kabul etmezsek 1 yüzlük ve 5 birlik 105 olmaz mı?

YBDÖ5: Olmaz. Aaa, Aslında evet. Yüzlük blok var. Arada boşluk olmasa da olur. Ama 0 kâğıda yazarken var. (Öğrenci 315 ve 3 sayılarını bloklar ile göstermiştir. Kâğıt kalemde yaptığı gibi bölmeyi zihinden yapmıştır. Yalnızca bölüm kısmını blok ile göstermiştir).

Tekrarlı Çıkarma İşlemi Yapma. YBDÖ1, YBDÖ2 kodlu öğrenciler bölme işlemini tekrarlı çıkarma işlemi yaparak bulmuşlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

YBDÖ1: 315'ten sonucu bulana kadar 3 çıkarırım.

YBDÖ2: 315'ten 3'ü 105 kere çıkararak da bulurum.

Modellerle İfade Etme. YBDÖ4 kodlu öğrenci modeller (onluk taban blokları) ile gruplamalar yaparak bölme işlemi yapmıştır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogu şu şekildedir:

YBDÖ4: 3 yüzlük, 1 onluk ve 5 birlik kullandım. 3 tane yüzlük var bunu 3 kişiye dağıttım. 1 yüzlük düştü. 1 onluğu da bozdurmam gerekli. 10 birlik yaptım. Herkese 5 birlik düştü. 105.

7.8. Bölme İşlemine Yönelik Hatalı ve Açıklanamayan Modeller

Öğrencilerde hesaplama (bölme) boyutuna ilişkin hatalı ve açıklanamayan zihinsel modeller mevcuttur. Öğrencilerin hatalı ve açıklanamayan zihinsel modelleri tabloda ifade edilmiştir.

Tablo 26

Hesaplama (Bölme) Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller

Hesaplama (Bölme) Boyutuna İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modeller	Özel yetenek tanıllı öğrenciler	Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler	Orta başarı düzeyindeki öğrenciler	Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler	N
Kavramsal Olarak Hatalı ve Açıklanamayan Modeller	ÖYTÖ1 ÖYTÖ3 ÖYTÖ4	YBDÖ1 YBDÖ3	OBDÖ5	DBDÖ4	7
Yer Tutucu Olan Sıfıra İlişkin Hatalı Modeller		YBDÖ4	OBDÖ2 OBDÖ3	DBDÖ1 DBDÖ2 DBDÖ3 DBDÖ4	7
Algoritmaya Yönelik Hatalı Modeller			OBDÖ1 OBDÖ4 OBDÖ5		3

Modeller ile Bölme İşleminin Devamını Getirememe	ÖYTÖ5	OBDÖ2	DBDÖ5	3
Modellerle Hatalı Bölme İşlemi Yapma		OBDÖ4		1

Tablo 26 incelendiğinde öğrencilerde en çok “Bölme İşlemine Yönelik Kavramsal Hatalı ve Açıklanamayan Modeller” (N=7) mevcuttur. Özel yetenek tanı 3, yüksek başarı düzeyinde 2, orta başarı düzeyinde 1, düşük başarı düzeyinde 1 öğrencide mevcuttur. Yine öğrencilerde en çok “Bölme İşleminde Yer Tutucu Olan Sıfıra İlişkin Hatalı Modeller”(N=7) mevcuttur. Yüksek başarı düzeyinde 1, orta başarı düzeyinde 2, düşük başarı düzeyinde 4 öğrencide mevcuttur. Daha sonra sırasıyla “Modeller ile İşlemin Devamını Getirememe” (N=3); “Algoritmaya Yönelik Hatalı Modeller” (N=3); “Modellerle Hatalı Bölme İşlemi Yapma” (N=1) mevcuttur.

Kavramsal Olarak Hatalı ve Açıklanamayan Modeller. Öğrenciler bölme işleminin kullanıma, diğer işlemlerle ilişkisine, yer tutucu sıfırın kullanıma yönelik hatalı ve açıklanamayan modeller mevcuttur.

ÖYTÖ1, YBDÖ3, OBDÖ5 kodlu öğrenciler bölme işleminin diğer işlemler ile ilişkisini yanlış ifade etmişlerdir. ÖYTÖ3 kodlu öğrenci ise konuya ilişkin açıklamada bulunamamıştır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ1: Toplama işlemi ile alakalı. Herkese 10 çilek düşmesi gerekiyor. Herkese 10, 10, 10 dağıtıyoruz. Onun yerine bölersek herkesin kaç çilek düşeceğini bulmak için daha kolay olur.

ÖYTÖ3: Hangi işlemle ilgili hiçbir fikrim yok.

YBDÖ3: Toplama ile de ilişkisi 105 ile 3’ü çarpıyoruz ya. Kalan olsaydı onu ekliyoruz ya üstüne öyle alakası var işte.

OBDÖ5: Çarpma. Çünkü çarpma işleminin sonunda topluyorsun. Bölmenin son tarafında çıkarıyorsun.

Öğrencilere bölme işleminin kullanım alanları sorulmuştur. ÖYTÖ4 ilgisiz cevap vermiştir. OBDÖ5 ve DBDÖ4 kodlu öğrenciler konuya ilişkin açıklama yapamamışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

A: Bölme matematikte ve günlük hayatta ne zaman kullanılır?

ÖYTÖ4: Bir işte çalışıyorsun o zaman.

OBDÖ5: Bilmiyorum.

DBDÖ4: Bilmiyorumki.

YBDÖ1 kodlu öğrenci ise bölmede yer tutucu sıfırın kullanımını yanlış açıklamıştır. Öğrenci 2 tane rakam yan yana gelince sıfır konulacağını ifade etmiştir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogu şu şekildedir:

YBDÖ1: 3'te 3, 1 kere. $3-3=0$. 1'de 3 yok. 15'te var. 0 koymam gerekli. 2 tane rakam olunca 0 konuluyor. Ama işlemi yaptıktan sonra değil, önce.

Yer Tutucu Olan Sıfıra İlişkin Hatalı Modeller. YBDÖ4, OBDÖ2, OBDÖ3, DBDÖ1, DBDÖ2, DBDÖ3, DBDÖ4 kodlu öğrenciler bölme işleminde yer tutucu olan sıfıra yer vermedikleri için yanlış sonuca ulaşmışlardır. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

YBDÖ4: 315'i 3'e bölüyorum. 3'ün içinde 3, 1 kere var. 3 kere 1, 3. 3'ten 3 çıkarsa 0 kalır. 3'ün içinde 0 yok. Olmadığı için 1'in yanına 0 koyuyorum (bölüm kısmı için).

A: 0'ı yazma nedenin nedir?

YBDÖ4: Burada sayı kalmadığı için (çıkarma işlemindeki kalan olan 0'ı kast ediyor). 1'i indirdim. İçinde 3 yok. 5'i indirdim. 3'ün içinde 15, 5 kere. 3 kere 5, 15 çıkar 0.

OBDÖ2: 3'ün içinde 3, 1 kere. 3 kere 1, 3. Çıkardık 0 kaldı. Onlar basamağındaki 1'i aşağı indirdim. 3'ün içinde olmadığı için 5'i de aşağı indirdim. 15'in içinde 5, 3 kere. 5 kere 3, 15.

OBDÖ2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 158'de ifade edilmiştir:

Şekil 158

OBDÖ2 Yer Tutucu Olan Sıfıra İlişkin Hatalı Modeller

A handwritten division problem on a blue background. The dividend is 315 and the divisor is 3. The student has written 3 above the 1 in the tens place, with a vertical line to its right. Below the 315, there is a horizontal line, and then 015 is written. Below 015, there is another horizontal line, and then 15 is written. Below 15, there is a final horizontal line, and then 00 is written. A downward arrow is drawn from the 1 in the tens place of the dividend to the 0 in the tens place of the quotient.

OBDÖ3: 3'ün içinde 3, 1 kere var. 3 kere 1, 3. Çıkar 0. Şimdi 15'in içinde 3, 5 kere var. 5'i de buraya (bölüm) yazıyoruz. 5 kere 3, 15. 0 kaldı.

OBDÖ3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 159'da ifade edilmiştir:

Şekil 159

OBDÖ3 Yer Tutucu Olan Sıfıra İlişkin Hatalı Modeller

A handwritten division problem on a light-colored background. The dividend is 315 and the divisor is 3. The student has written 3 above the 1 in the tens place, with a vertical line to its right. Below the 315, there is a horizontal line, and then 015 is written. Below 015, there is another horizontal line, and then 15 is written. Below 15, there is a final horizontal line, and then 00 is written.

DBDÖ1: 3'ün içinde 3 1 kere var. 3 kere 1, 3. Çıkarsa 0 kaldı. (Onlar basamağındaki 1'i ve birler basamağındaki 5 ile birlikte işlem yapar). 3'ten 3 çıktı 0 kaldı ya. Bu 0'ı götürüp 1'in yanına mı yazacaktık? (bölüm kısmına). (Bölüm kısmındaki 1'in yanına 0 yazar).

A: Neden sıfır koydun?

DBDÖ1: 3'ten 3 çıktı. 0 kaldı ya. Bu o sıfır. 10 kere 3, 30 eder. 015'ten 30 çıkarsa da 5 kalır. Bölme kalanlıymış. Kalan 5.

A: Buradan sonra devam ediliyor mu?

DBDÖ1: Edilmiyor. 315 olduğu için 3 basamaklı ondan devam edildi. 2 basamaklı olmasaydı devam edilmezdi.

DBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 160'da ifade edilmiştir:

Şekil 160

DBDÖ1 Yer Tutucu Olan Sıfıra İlişkin Hatalı Modeller

$$\begin{array}{r}
 315 \\
 - 3 \\
 \hline
 015 \\
 - 30 \\
 \hline
 005
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{r}
 3 \\
 \hline
 10
 \end{array} \right.$$

31) 840x25 işlemleri

DBDÖ2: 3'ten başladım 1 kere. 1'i indirdim, 5'te inerse 15. 5 kere

DBDÖ3: 3'ün içinde 3, 1 kere. 1 kere 3, 3. 3'ten 3 çıktı 0. 1'i indirdim aşağı. 5'i de indirecek miyim?

A: Düşün bakalım.

DBDÖ3: Bölme de çok iyi değilim. 15 ile 3'ü çarpsam olmuyor. 3'ün içinde 15'i arayacam. 5 tane.

DBDÖ4: En büyük basamaktan başlamalıyız. 3'ün içinde 3, 1 kere. 1 kere 3, 3. Aslında bölme işlemi hep çarpma işlemi demek. Çarptığımız basamağın altına yazıyoruz. Çıkartıyoruz 0. Şimdi 15'i indirdim. 15'in içinde 3, 5 kere. 3 kere 5, 15. 0 kaldı.

Algoritmaya Yönelik Hatalı Modeller. OBDÖ1, OBDÖ4, OBDÖ5 kodlu öğrenciler bilinen algoritma ile bölme işlemini gerçekleştirmişlerdir. Hatalı sonuç elde etmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

OBDÖ1: 315/3. 3'te 3, 1 kere. 1 kere 3, 3. Çıkar 0. 15'i indirdim. 15'te 3, 3 kere. 3 kere 3, 9. 15-9=6. 6'nın içinde 3, 2 kere. 132 buldum.

OBDÖ1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 161'de ifade edilmiştir:

Şekil 161

OBDÖ1 Algoritmaya Yönelik Hatalı Modeller

$$\begin{array}{r}
 315 \overline{) 3} \\
 \underline{- 3} \\
 075 \\
 \underline{- 9} \\
 006 \\
 \underline{- 6} \\
 0
 \end{array}$$

İşlemin sonucu

OBDÖ4: 3'ün içinde 3, 1 kere. (1'i bölünen sayının yüzler basamağındaki 3'ün altına yazar. Aynı zamanda bölüme de yazar).

A: 1'i hem bölünenin altına hem de bölüme yazdın, neden?

OBDÖ4: (Öğrenci bu soruya cevap vermez) 3'ten 1 çıktı 2 kaldı. 1'i indirdim. 21'in içinde 7 kere. 7 kere 3, 21. Bitti.

A: 5 ile neden işlem yapmadın?

OBDÖ4: Kullanmam gerekmedi.

A: Bu karara nasıl vardın?

OBDÖ4: Mesela az önce 2'nin yanına 1'i çektim. Eğer 1'in yanına da 5 çekmek gerekseydi çekerdim aşağı. Gerekmedi ki.

OBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 162'de ifade edilmiştir:

Şekil162

OBDÖ4 Algoritmaya Yönelik Hatalı Modeller

$$\begin{array}{r} 375 \\ 3 \overline{) 121} \\ \underline{3} \\ 21 \\ \underline{21} \\ 00 \end{array}$$

OBDÖ5: 3'ün içinde 3, 1 kere. 3 kere 1, 3. Çıkarıyoruz 0. 5'i aşağı indirdim. Sonra 1'i indirdim. 15 oldu. 15'te 3, sayıyorum 3, 6, 9, 13. 4 kere varmış. (4'ü çıkan olarak yazar). $15-4=11$. 11'in içinde 3 yok. Var mı? Bitti.

A: Bittiğini nereden anladın?

OBDÖ5: 11'in içinde 3 yok çünkü.

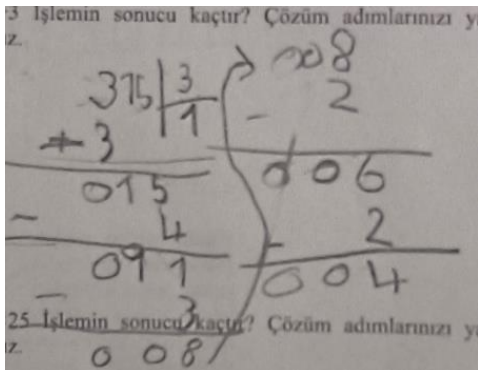
A: Nasıl anladın?

OBDÖ5: Çünkü 13 oluyor. 3, 6, 9, 13 oluyor. Ondan. Aslında 3 kere var. $11-3=8$. Bitti.

A: Bittiğini nereden anladın?

OBDÖ5: Fazla işlem olmuyor çünkü. Aslında 2 kere var. $8-2=6$. 6'nın içinde de 2 kere var. $6-4=2$. 4'ün içinde yok. Çünkü 3, 6 oluyor. Bitti.

OBDÖ5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 163'te ifade edilmiştir:

Şekil 163**OBDÖ5 Algoritmaya Yönelik Hatalı Modeller**

Modeller ile Bölme İşleminin Devamını Getirememe. ÖYTÖ5, OBDÖ2, DBDÖ5 öğrenciler modeller (onluk taban blokları) kullanarak işlemi yapmaya çalışmışlardır. Devamını getirememişlerdir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogları şu şekildedir:

ÖYTÖ5: Bloklarla bölecek olursam ben bunu yapamadım (Bloklarla da 3 yüzlük, 1 onluk ve 5 birliği koyar. Devamını getiremez).

OBDÖ2: Bloklarla da 3 yüzlük, 1 onluk ve 5 birliği koyarım. Bir de 3 birlik koyarım. Bu kadar yapabilirim. Başka bilmiyorum.

DBDÖ5: Bloklarla da bir deneyim. 3 yüzlük, 1 onluk, 5 birlik boyarım. Onluklarla bölme çizgisi yapabilir miyim?

A: Tabiki.

DBDÖ5: 3'e böl dediği için 3 birlik koydum. Şimdi 3'te 3, 1 kere. Bölüm kısmına 1 blok koyar). 1 kere 3, 3. (3 yüzlük bloğun altına 3 birlik blok koyar. Daha sonra kâğıt kalem ile yaptığı işleme bakar). Sanırım ben bunu blok ile yapamayacağım.

Modellerle Hatalı Bölme İşlemi Yapma. OBDÖ4 öğrenci modelleri çizerek bölme işlemi yapacağını ifade etmiştir. Kâğıt kalem ile yapılan bölme işlemine benzer şekilde işlem yaparak sayı sembolleri yerine modeller (onluk taban blokları) çizmiştir. Konuya ilişkin öğrenci diyalogu şu şekildedir:

OBDÖ4: Şekille denemek istiyorum. 3 yüzlük, 1 onluk ve 3 birlik çizdim. 3'ten (bölünen sayının yüzler basamağı) 1 çıktı 2. (Bölüme de rakamla 1 yazar). 1'i indirdim. 21'de 3, 7 kere. Çıkardım 0.

OBDÖ4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 164'te ifade edilmiştir:

Şekil 164

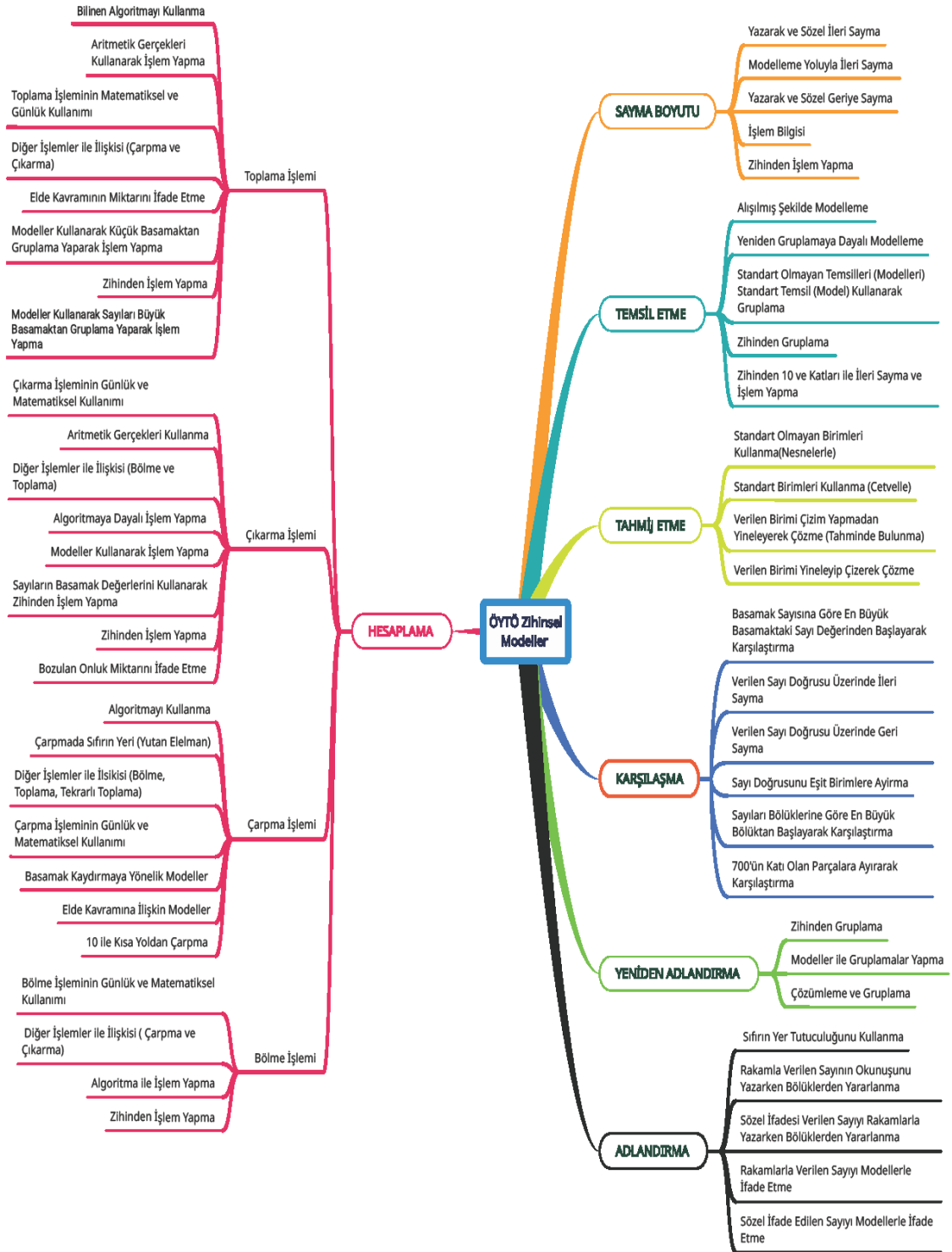
OBDÖ4 Modellerle Hatalı Bölme İşlemi Yapma

Özel Yetenek Tanılı Olan ve Olmayan Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Basamak Değerinin Boyutlarına (Sayma, Adlandırma, Yeniden Adlandırma, Temsil Etme, Tahmin Etme, Karşılaştırma Hesaplama) Yönelik Zihinsel Modellerinin Karşılaştırılması

Bu başlık altında “Özel yetenek tanılı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin boyutlarına (sayma, adlandırma, yeniden adlandırma, temsil etme, tahmin etme, karşılaştırma hesaplama) yönelik zihinsel modelleri arasında benzerlikler/farklılıklar var mıdır?” Alt problemine ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Özel yetenek tanılı olan ve özel yetenek tanılı olmayan düşük, orta ve yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin basamak değerinin tüm boyutlarına ilişkin zihinsel modellerine yer verilmiş, benzer ve farklı yönler ifade edilmiştir. Düzeylere göre öğrencilerin zihinsel modelleri şekil 165’de verilmiştir.

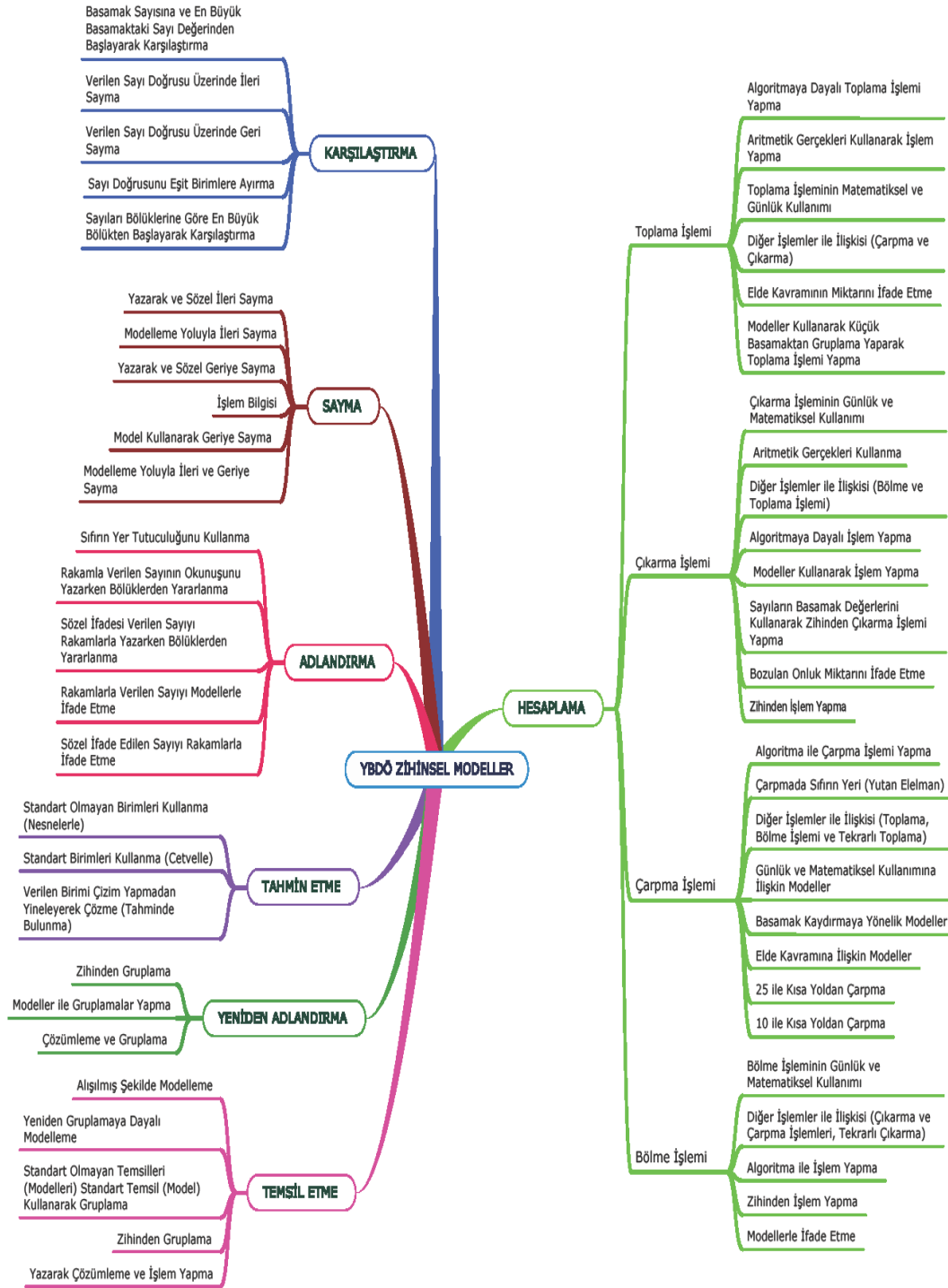
Şekil 165

Özel Yetenek Tanılı Öğrencilerin Basamak Değerinin Boyutlarına İlişkin Zihinsel Modelleri



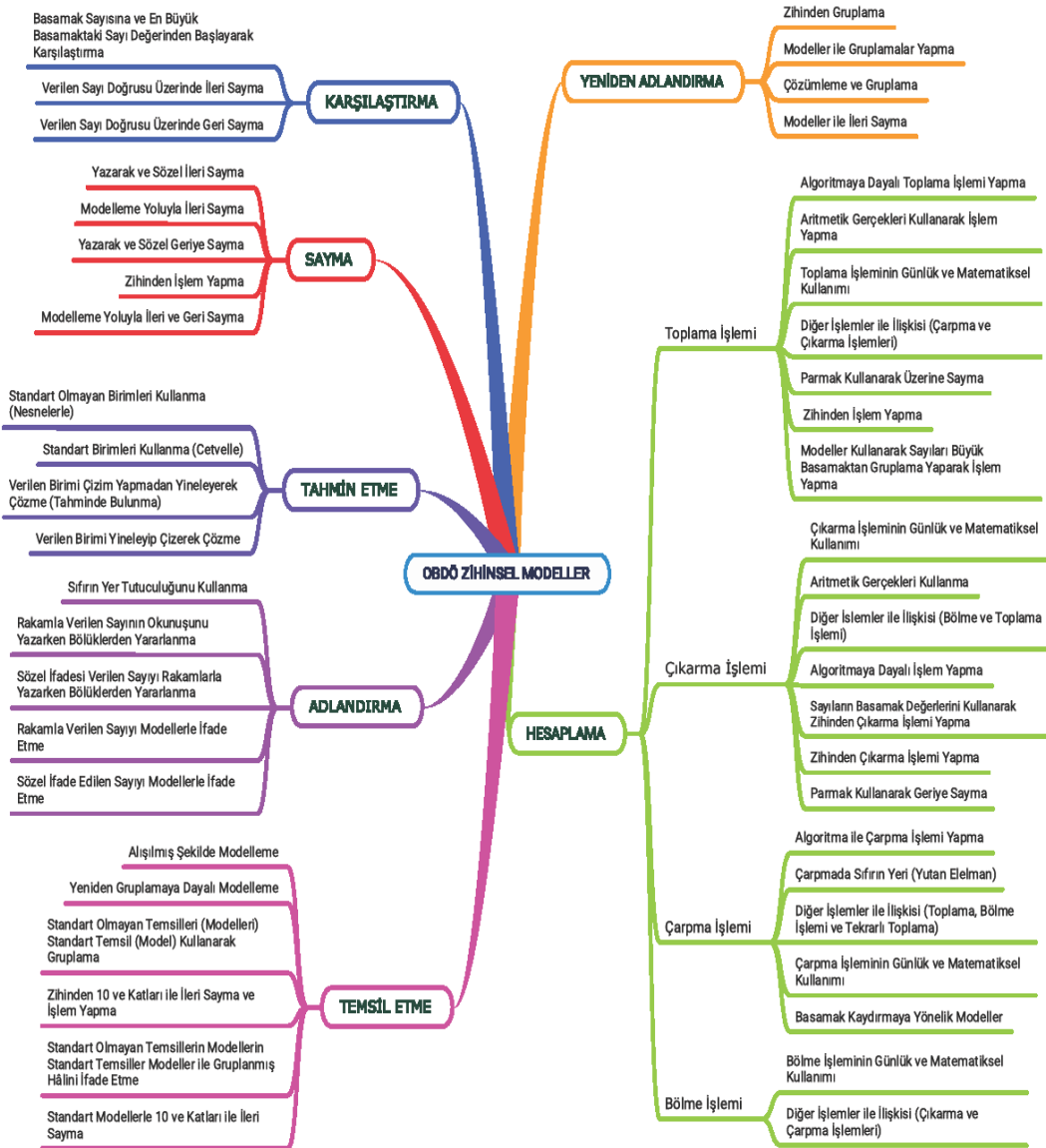
Şekil 166

Yüksek Başarı Düzeyindeki Öğrencilerin Basamak Değerinin Boyutlarına İlişkin Zihinsel Modelleri



Şekil 167

Orta Başarı Düzeyindeki Öğrencilerin Basamak Değerinin Boyutlarına İlişkin Zihinsel Modelleri



Şekil 168

Düşük Başarı Düzeyindeki Öğrencilerin Basamak Değerinin Boyutlarına İlişkin Zihinsel Modelleri



Şekil 165, Şekil 166, Şekil 167, Şekil 168 incelendiğinde tüm öğrencilerin zihinsel modelleri incelendiğinde en az sayıda zihinsel model düşük başarı düzeyindeki (N=42) öğrencilerde görülmüştür. Daha sonra sırası ile orta başarı düzeyindeki (N=48) öğrenciler

ve yüksek başarı düzeyindeki (N=54) öğrenciler gelmektedir. En fazla zihinsel modele ise özel yetenek tanımlı öğrenciler (N=55) sahiptir.

Sayma boyutu incelendiğinde özel yetenek tanımlı öğrencilerde 5, yüksek başarı düzeyinde 6, orta başarı düzeyinde 5, düşük başarı düzeyinde 5 zihinsel model mevcuttur. “Yazarak ve Sözel İleri Sayma”; “Model Kullanarak İleri Sayma”; “Yazarak ve Sözel Geriye Sayma” zihinsel modelleri tüm başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. Özel yetenek tanımlı ve yüksek başarı düzeyinde “İşlem bilgisi” zihinsel modeli mevcutken, düşük ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcut değildir. Yüksek ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde “Modelleme Yoluyla Geriye Sayma” modeli mevcutken, özel yetenek tanımlı ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcut değildir. “Zihinden İşlem Yapma” modeli yüksek başarı düzeyi hariç tüm başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Modelleme Yoluyla İleri ve Geri Sayma” modeli yüksek ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcutken, özel yetenek tanımlı ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcut değildir.

Tahmin etme boyutu incelendiğinde özel yetenek tanımlı öğrencilerde 4, yüksek başarı düzeyinde 3, orta başarı düzeyinde 4, düşük başarı düzeyinde 3 zihinsel model mevcuttur. “Standart Olmayan Birimleri Kullanma (Nesnelerle)” ve “Standart Birimleri Kullanma (Cetvelle)” zihinsel modeller tüm düzeydeki öğrencilerde mevcuttur. “Verilen Birimi Çizim Yapmadan Yineleyerek Çözme (Tahminde Bulunma)” zihinsel modeli özel yetenek tanımlı, yüksek başarı düzeyinde, orta başarı düzeyinde öğrencilerde mevcuttur. “Verilen Birimi Yineleyip Çizerek Çözme” zihinsel modeli ise özel yetenek tanımlı, orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur.

Yeniden adlandırma boyutu incelendiğinde özel yetenek tanımlı öğrencilerde 3, yüksek başarı düzeyinde 3, orta başarı düzeyinde 4, düşük başarı düzeyinde 2 zihinsel model mevcuttur. Orta başarı düzeyindeki öğrenciler en fazla zihinsel modele sahiptir. “Çözümleme ve Grublama” modeli tüm seviye gruplarındaki öğrencilerde mevcuttur. “Zihinden Grublama” ve “Modeller ile Grublama Yapma” zihinsel modelleri özel yetenek

tanılı, yüksek ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Modeller ile İleri Sayma” zihinsel modeli ise orta ve düşük seviyedeki öğrencilerde mevcuttur.

Adlandırma boyutu incelendiğinde özel yetenek tanılı öğrencilerin 5, yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin 5, orta başarı düzeyindeki öğrencilerin 5, düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin 5 zihinsel modeli mevcuttur. “Sıfırın Yer Tutuculuğunu Kullanma”; “Rakamla Verilen Sayının Okunuşunu Yazarken Bölüklerden Yararlanma”; “Sözel İfadesi Verilen Sayıyı Rakamlarla Yazarken Bölüklerden Yararlanma”; “Rakamla Verilen Sayıyı Modellerle İfade Etme”; “Sözel İfade Edilen Sayıyı Modellerle İfade Etme” zihinsel modellerinin tümü özel yetenek tanılı, yüksek, orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur.

Karşılaştırma boyutu incelendiğinde özel yetenek tanılı öğrencilerin 6, yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin 5, orta başarı düzeyindeki öğrencilerin 3, düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin 3 zihinsel modeli mevcuttur. “Basamak Sayısına ve En Büyük Basamaktaki Sayı Değerinden Başlayarak Karşılaştırma”; “Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma”; “Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde Geri Sayma” zihinsel modelleri tüm seviyelerdeki öğrencilerde mevcuttur. “Sayı Doğrusunu Eşit Birimlere Ayırma”; “Sayıları Bölüklerine Göre En Büyük Bölükten Başlayarak Karşılaştırma” zihinsel modelleri özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler mevcuttur. “700’ün Katı Olan Parçalara Ayırma” zihinsel modeli özel yetenek tanılı öğrencilerde mevcuttur.

Temsil Etme boyutu incelendiğinde özel yetenek tanılı öğrencilerin 5, yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin 5, orta başarı düzeyindeki öğrencilerin 6, düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin 4 zihinsel modeli mevcuttur. “Alışılmış Şekilde Modelleme” zihinsel model tüm düzeydeki öğrencilerde mevcuttur. “Yeniden Gruplamaya Dayalı Modelleme”; “Standart Olmayan Temsilleri (Modelleri) Standart Temsil (Model) Kullanarak Gruplama” zihinsel modelleri özel yetenek tanılı, yüksek başarı ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Zihinden Gruplama” özel yetenek tanılı ve yüksek düzeydeki öğrencilerde mevcuttur. “Yazarak Çözümleme ve İşlem Yapma” zihinsel modeli yüksek ve düşük düzeydeki öğrencilerde mevcuttur. “Zihinden 10 ve Katları ile İleri Sayma ve İşlem Yapma”

özel yetenek tanılı, orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Standart Olmayan Temsillerin (Modellerin) Standart Temsiller (Modeller) ile Gruplanmış Hâlini İfade Etme” orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Standart Modellerle 10 ve Katları ile İleri Sayma” zihinsel modeli orta başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur.

Hesaplama (Toplama) boyutunda incelendiğinde özel yetenek tanılı öğrencilerin 9, yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin 7, orta başarı düzeyindeki öğrencilerin 8, düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin 6 zihinsel modeli mevcuttur. “Algoritmaya Dayalı Toplama İşlemi Yapma”; “Aritmetik Gerçekleri Kullanarak İşlem Yapma”; “Toplama İşleminin Matematiksel ve Günlük Kullanımı” tüm düzeylerdeki öğrencilerde mevcuttur. “Çarpma İşlemi ile İlişkisi”; “Çıkarma İşlemi ile İlişkisi” zihinsel modelleri özel yetenek tanılı, yüksek ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Zihinden Toplama İşlemi Yapma”; “Modeller Kullanarak Sayıları Büyük Basamaktan Gruplama Yaparak Toplama İşlemi Yapma” zihinsel modelleri özel yetenek tanılı, orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Elde Kavramının Miktarını İfade Etme”; “Modeller Kullanarak Küçük Basamaktan Gruplama Yaparak Toplama İşlemi Yapma” zihinsel modelleri özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Toplama İşleminde Parmak Kullanarak Üzerine Sayma” zihinsel modelleri orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur.

Hesaplama (Çıkarma) boyutunda incelendiğinde özel yetenek tanılı öğrencilerin 9, yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin 9, orta başarı düzeyindeki öğrencilerin 8, düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin 7 zihinsel modeli mevcuttur. “Çıkarma İşleminin Günlük ve Matematiksel Kullanımı”; “Aritmetik Gerçekleri Kullanma”; “Bölme ile İlişkisi”; Algoritmaya Dayalı Çıkarma İşlemi Yapma”; “Toplama İşlemi ile İlişkisi”; “Model Kullanmadan Zihinden Çıkarma İşlemi Yapma” zihinsel modelleri tüm düzeylerdeki öğrencilerde mevcuttur. “Sayıların Basamak Değerini Kullanarak Zihinden Çıkarma İşlemi Yapma” özel yetenek tanılı, yüksek ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Modeller Kullanarak Yapma”; “Bozulan Onluk Miktarını İfade Etme” zihinsel modelleri özel yetenek tanılı ve

yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Parmak Kullanarak Geriye Sayma” zihinsel modeller orta ve düşük düzeydeki öğrencilerde mevcuttur.

Hesaplama (Çarpma) boyutunda incelendiğinde özel yetenek tanımlı öğrencilerin 9, yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin 0, orta başarı düzeyindeki öğrencilerin 7, düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin 7 zihinsel modelleri mevcuttur. “Algoritma İle Çarpma İşlemi Yapma”; “Çarpmada “0”ın Yeri (Yutan Eleman Özelliği)”; “Toplama İşlemi ile İlişkisi”; “Çarpma İşleminin Günlük ve Matematiksel Kullanımı”; “Basamak Kaydırmaya Yönelik Modeller”; “Tekrarlı Toplama İşlemi”; “Bölme İşlemi ile İlişkisi” zihinsel modelleri özel yetenek tanımlı, yüksek, orta ve düşük tüm seviyelerdeki öğrencilerde mevcuttur. “Elde Kavramına İlişkin Modeller” özel yetenek tanımlı ve yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “25 ile Kısa Yoldan Çarpma” zihinsel modeli yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “10 ile Kısa Yoldan Çarpma” zihinsel modeli özel yetenek tanımlı ve yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur.

Hesaplama (Bölme) boyutunda incelendiğinde özel yetenek tanımlı öğrencilerin 5, yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin 7, orta başarı düzeyindeki öğrencilerin 3, düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin 4 zihinsel modeli mevcuttur. “Bölme İşleminin Günlük ve Matematiksel Kullanımı”; “Çıkarma İşlemi ile İlişkisi”; “Çarpma ile İlişkisi” zihinsel modelleri tüm düzeylerdeki öğrencilerde mevcuttur. “Algoritma ile Bölme İşlemi Yapma” zihinsel modeli özel yetenek tanımlı, yüksek ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Modeller Kullanarak Zihinden Bölme İşlemi Yapma” özel yetenek tanımlı ve yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Tekrarlı Çıkarma İşlemi Yapma”; “Modellerle İfade Etme” yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur.

Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modellerinin Karşılaştırılması. Bu başlık altında “Özel yetenek tanımlı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin boyutlarına (sayma, adlandırma, yeniden adlandırma, temsil etme, tahmin etme, karşılaştırma hesaplama) yönelik zihinsel modelleri arasında benzerlikler/farklılıklar var mıdır?” Alt problemine ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Özel

yetenek tanılı olan ve özel yetenek tanılı olmayan düşük, orta ve yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin basamak değerinin tüm boyutlarına ilişkin hatalı ve açıklanamayan zihinsel modellerine yer verilmiş, benzer ve farklı yönler ifade edilmiştir. Düzeylere göre öğrencilerin zihinsel modelleri Şekil 169, 170, 171, 172'de verilmiştir.

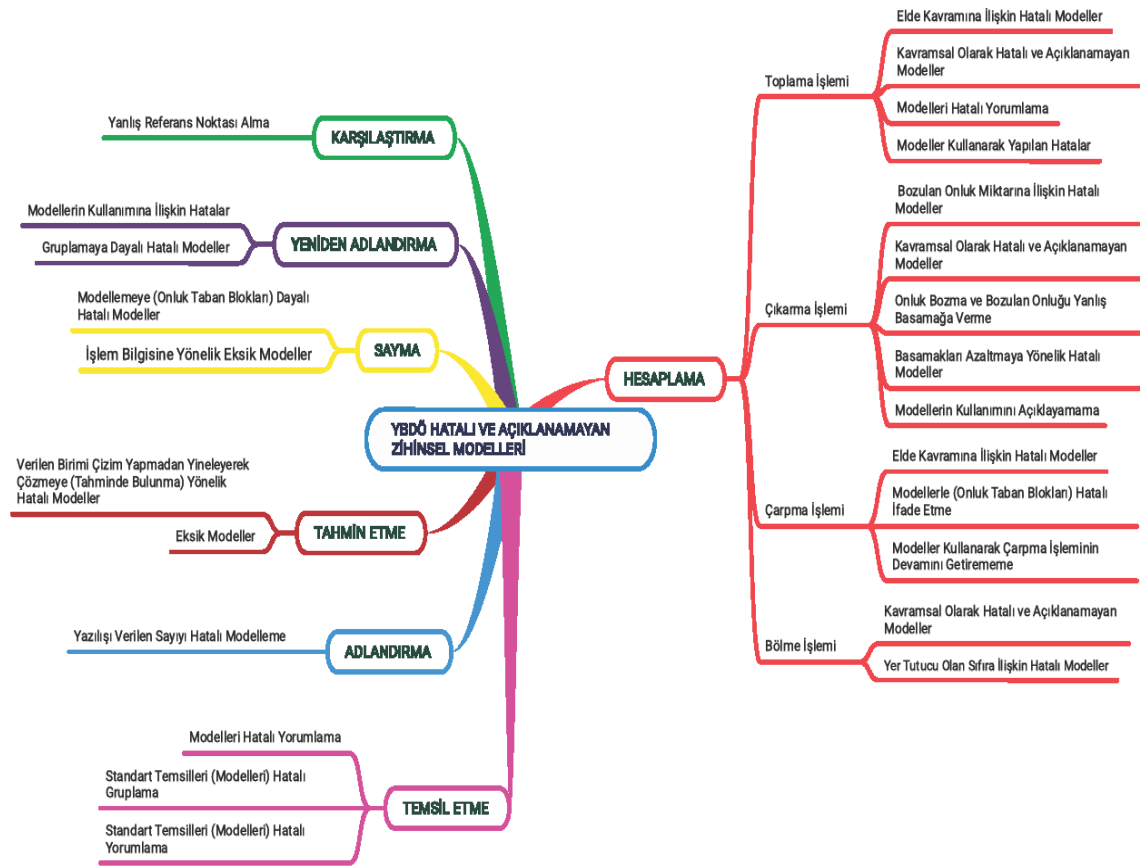
Şekil 169

Özel Yetenek Tanılı Öğrencilerin Basamak Değerinin Boyutlarına İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modelleri



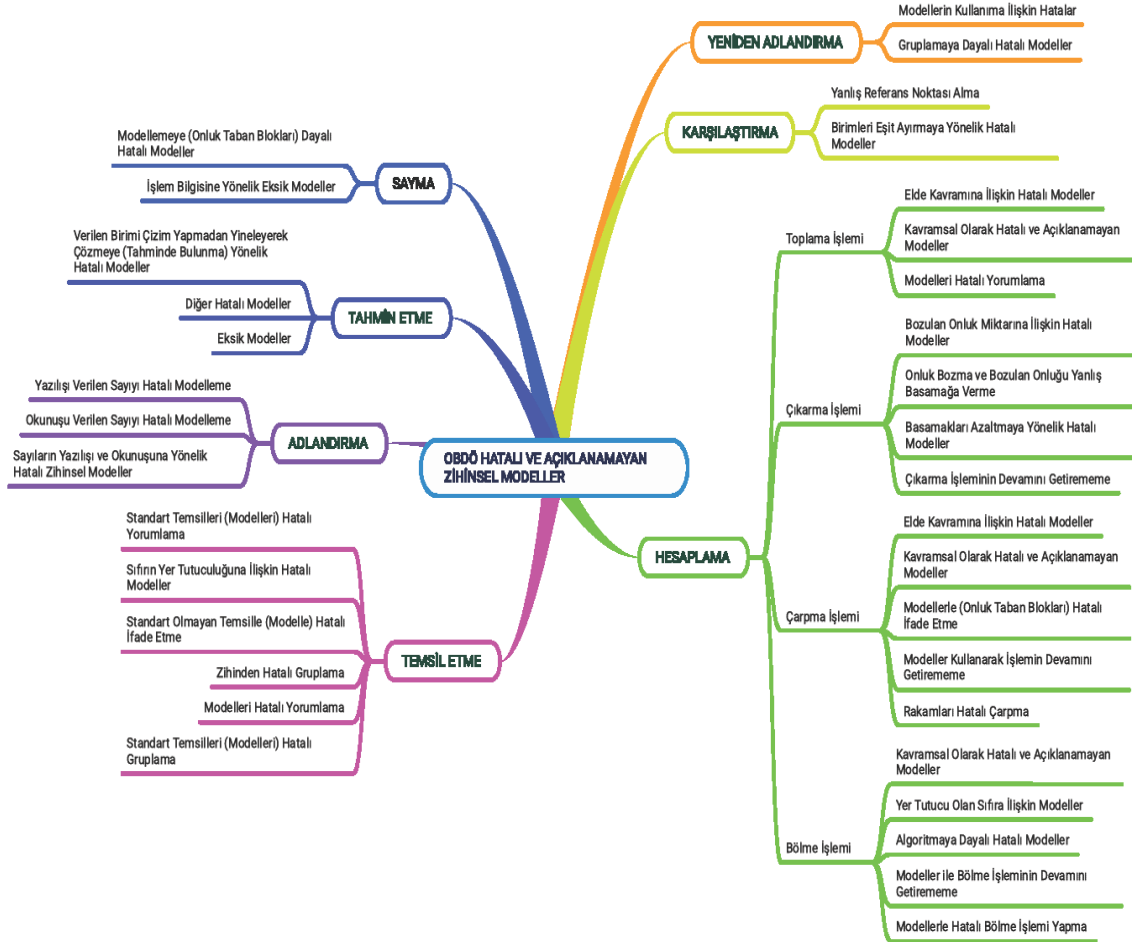
Şekil 170

Yüksek Başarı Düzeyindeki Öğrencilerin Basamak Değerinin Boyutlarına İlişkin Hatalı ve Açıklanamayan Zihinsel Modelleri



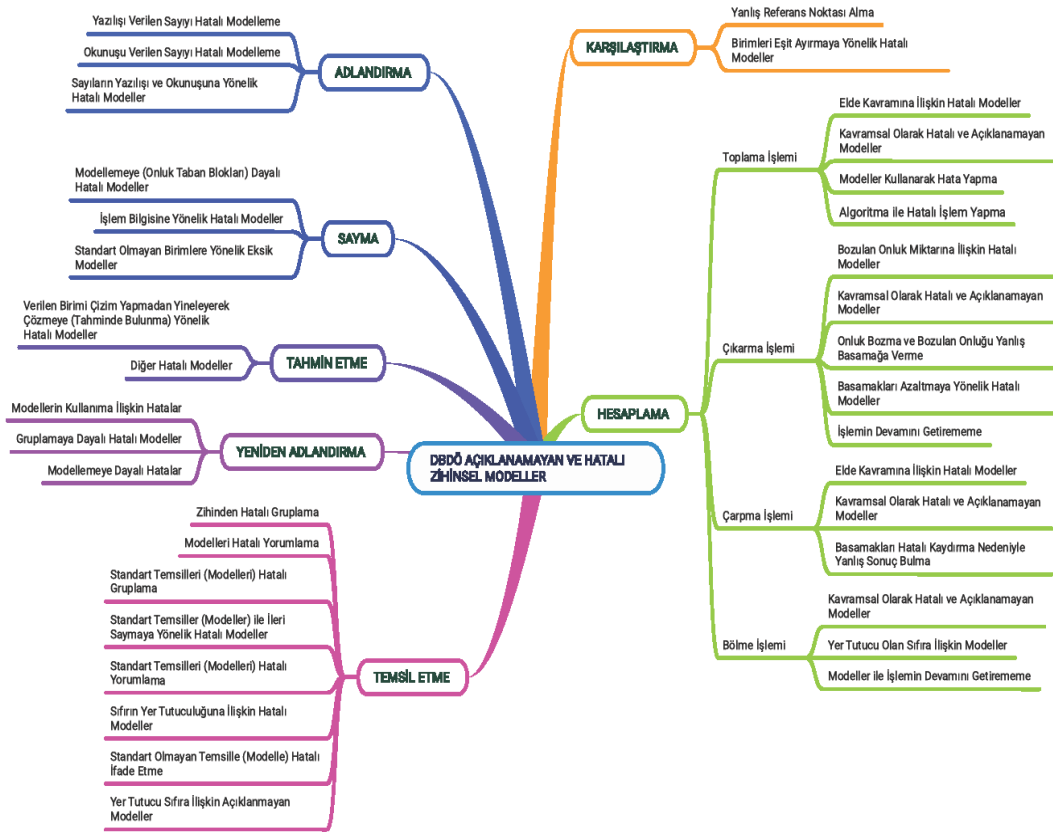
Şekil 171

Orta Başarı Düzeyindeki Öğrencilerin Basamak Değerinin Boyutlarına İlişkin Zihinsel Modelleri



Şekil 172

Düşük Başarı Düzeyindeki Öğrencilerin Basamak Değerinin Boyutlarına İlişkin Zihinsel Modelleri



Şekil 169, Şekil 170, Şekil 171, Şekil 172 tüm öğrencilerin zihinsel modelleri incelendiğinde en fazla sayıda hatalı ve açıklanamayan zihinsel model düşük başarı düzeyindeki (N=36) ve orta başarı düzeyindeki (N=35) öğrencilerde mevcuttur. İkinci olarak yüksek başarı düzeyindeki (N=25) öğrenciler gelmektedir. En az hatalı ve açıklanamayan zihinsel modele özel yetenek tanılı (N=23) öğrenciler sahiptir.

Öğrencilerin sayma boyutuna ilişkin hatalı ve açıklanamayan zihinsel modelleri incelendiğinde özel yetenek tanılı öğrencilerin 3, yüksek başarı düzeyinde 2, orta başarı düzeyinde 2, düşük başarı düzeyinde 3 hatalı ve açıklanamayan zihinsel model görülmüştür. “Modellemeye (Onluk Taban Blokları) Dayalı Hatalı Modeller” tüm düzeydeki

öğrencilerde mevcuttur. “Modellemeye Dayalı Açıklanamayan Modeller” özel yetenek tanılı öğrencilerde mevcuttur. “İşlem Bilgisine Eksik Modeller” özel yetenek tanılı, orta ve düşük başarı düzeyli öğrencilerde; “İşlem Bilgisine Yönelik Hatalı Modeller”; “Standart Olmayan Birimlere Yönelik Eksik Modeller” yalnızca düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur.

Öğrencilerin tahmin etme boyutuna ilişkin hatalı ve açıklanamayan zihinsel modelleri incelendiğinde özel yetenek tanılı öğrencilerde 1, yüksek başarı düzeyinde 2, orta başarı düzeyinde 3, düşük başarı düzeyinde 2 hatalı ve açıklanamayan zihinsel model görülmüştür. “Verilen Birimi Çizim Yapmadan Yineleyerek Çözmeye (Tahminde Bulunma) Yönelik Hatalı Modeller” tüm düzeydeki öğrencilerde mevcuttur. “Diğer Hatalı Modeller” orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür. “Eksik Modeller” yüksek ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur.

Öğrencilerin yeniden adlandırma boyutuna ilişkin hatalı zihinsel modelleri incelendiğinde özel yetenek tanılı öğrencilerde 2, yüksek başarı düzeyinde 2, orta başarı düzeyinde 2, düşük başarı düzeyinde 3 hatalı ve açıklanamayan zihinsel model görülmüştür. “Modellerin Kullanımına İlişkin Hatalar”; “Gruplamaya Dayalı Hatalı Modeller” tüm düzeydeki öğrencilerde mevcuttur. “Modellemeye Dayalı Hatalar” düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür.

Öğrencilerin adlandırma boyutuna ilişkin hatalı zihinsel modelleri incelendiğinde orta başarı düzeyindeki öğrencilerde 3, düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde 3, hatalı ve açıklanamayan zihinsel model görülmüştür. “Yazılışı Verilen Sayıyı Hatalı Modelleme” orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Okunuşu Verilen Sayıyı Hatalı Modelleme”; “Sayıların Yazılışına ve Okunuşuna Yönelik Hatalı Zihinsel Modeller” orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür.

Öğrencilerin karşılaştırma boyutuna ilişkin hatalı zihinsel modelleri incelendiğinde özel yetenek tanılı öğrencilerde 1, yüksek başarı düzeyinde 1, orta başarı düzeyinde 2, düşük başarı düzeyinde 2, hatalı ve açıklanamayan zihinsel model mevcuttur. “Yanlış

Referans Noktası Alma” tüm düzeydeki öğrencilerde mevcuttur. “Birimlere Ayırmaya Yönelik Hatalı Modeller” orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur.

Öğrencilerin temsil etme boyutuna ilişkin hatalı ve açıklanamayan zihinsel modelleri incelendiğinde özel yetenek tanılı öğrencilerde 6, yüksek başarı düzeyinde 3, orta başarı düzeyinde 6, düşük başarı düzeyinde 8, hatalı ve açıklanamayan zihinsel model görülmüştür. “Standart Temsili (Modeli) Hatalı Yorumlama”; “Standart Temsilleri (Modeller) Hatalı Grublama”; “Modelleri (Standart Olmayan) Hatalı Yorumlama” tüm düzeylerdeki öğrencilerde görülmüştür. “Yer Tutucu Olan Sıfıra İlişkin Hatalı Modeller” özel yetenek tanılı, orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Standart Olmayan Temsille (Modelle) Hatalı İfade Etme” orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Yer Tutucu Sıfıra İlişkin Açıklanamayan Modeller” özel yetenek tanılı ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür. “Zihinden Hatalı Grublama” özel yetenek tanılı, orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Standart Temsiller (Modeller) ile İleri Saymaya Yönelik Hatalı Modeller” düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur.

Öğrencilerin hesaplama (toplama) boyutuna ilişkin hatalı zihinsel modelleri incelendiğinde özel yetenek tanılı öğrencilerde 3, yüksek başarı düzeyinde 4, orta başarı düzeyinde 3, düşük başarı düzeyinde 4, hatalı ve açıklanamayan zihinsel model görülmüştür. “Elde Kavramına Yönelik Hatalı Modeller” tüm düzeydeki öğrencilerde mevcuttur. “Kavramsal Olarak Hatalı ve Açıklanamayan Modeller” yüksek, orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür. “Modelleri Hatalı Yorumlama” özel yetenek tanılı, yüksek ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Modeller Kullanarak Hata Yapma” yüksek ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür. “Algoritma ile Hatalı İşlem Yapma” özel yetenek tanılı ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur.

Öğrencilerin hesaplama (çıkarma) boyutuna ilişkin hatalı zihinsel modelleri incelendiğinde özel yetenek tanılı öğrencilerde 2, yüksek başarı düzeyinde 5, orta başarı düzeyinde 4, düşük başarı düzeyinde 5, hatalı ve açıklanamayan zihinsel model görülmüştür. “Bozulan Onluk Miktarına İlişkin Hatalı Modeller” tüm düzeydeki öğrencilerde

mevcuttur. “Onluk Bozma ve Bozulan Onluğu Yanlış Basamağa Verme”; “Basamakları Azaltmaya Yönelik Hatalı Modeller” yüksek, orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür. “Kavramsal Olarak Hatalı ve Açıklanamayan Modeller” yüksek ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Çıkarma İşleminin Devamını Getirememe” orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür. “Modellerin Kullanımını Açıklayamama” özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur.

Öğrencilerin hesaplama (çarpma) boyutuna ilişkin hatalı zihinsel modelleri incelendiğinde özel yetenek tanılı öğrencilerde 3, yüksek başarı düzeyinde 4, orta başarı düzeyinde 5, düşük başarı düzeyinde 3, hatalı ve açıklanamayan zihinsel model görülmüştür. “Elde Kavramına Yönelik Hatalı Zihinsel Modeller” tüm düzeydeki öğrencilerde mevcuttur. “Kavramsal Olarak Hatalı ve Açıklanamayan Modeller” özel yetenek tanılı, yüksek başarı düzeyinde, orta başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür. “Modellerle (Onluk Taban Blokları) Hatalı İfade Etme” özel yetenek tanılı, orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Modeller Kullanarak Çarpma İşleminin Devamını Getirememe” yüksek ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür. “Basamakları Hatalı Kaydırma Nedeniyle Yanlış Sonuç Bulma” düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Rakamları Hatalı Çarpma” orta başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur.

Öğrencilerin hesaplama (bölme) boyutuna ilişkin hatalı zihinsel modelleri incelendiğinde özel yetenek tanılı öğrencilerde 2, yüksek başarı düzeyinde 2, orta başarı düzeyinde 5, düşük başarı düzeyinde 3, hatalı ve açıklanamayan zihinsel model mevcuttur. “Kavramsal Olarak Hatalı ve Açıklanamayan Modeller” tüm düzeydeki öğrencilerden görülmüştür. “Yer Tutucu Olan Sıfıra İlişkin Hatalı Modeller” yüksek, orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür. “Modeller ile Bölme İşleminin Devamını Getirememe” özel yetenek tanılı, orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Algoritmaya Yönelik Hatalı Modeller” orta başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Modellerle Hatalı Bölme İşlemi Yapma” orta başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur.

Bölüm 5

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu araştırmanın amacı ilkokul dördüncü sınıfa devam eden düşük, orta, yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler ile özel yetenek tanıli öğrencilerin, matematik dersi kapsamında, basamak değerinin boyutlarına yönelik (sayma, adlandırma, yeniden adlandırma, tahmin etme, temsil etme, karşılaştırma ve hesaplama) zihinsel modellerini ortaya koymaktır. Aynı zamanda araştırmada düşük, orta, yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler ile özel yetenek tanıli öğrencilerin zihinsel modellerinin kıyaslanması amaçlanmıştır. Bu çalışma 15 özel yetenek tanıli olmayan (düşük, orta ve yüksek) ve özel yetenek tanıli 5 olmak üzere 20 öğrenci ile sınırlıdır.

Özel yetenek tanıli olan ve olmayan öğrencilerin zihinsel modelleri kıyaslandığında özel yetenek tanıli olan öğrencilerin zihinsel modellerinin daha fazla olduğu söylenebilir. Özel yetenek tanıli öğrencilerin hatalı ve açıklanamayan zihinsel modellerinin daha az sayıda olduğu söylenebilir. Özel yetenek tanıli olmayan öğrencilerin kavramsal bilgilerinde eksiklik ve hataların daha fazla olduğu söylenebilir. Genel anlamda tüm boyutlar değerlendirildiğinde özel yetenek tanıli öğrencilerin diğer 3 düzeydeki öğrencilere göre kavramsal ve işlemsel bilgiyi birlikte daha iyi kullandıkları söylenebilir. Sayma, tahmin etme, adlandırma, yeniden adlandırma, karşılaştırma, temsil etme, hesaplama boyutları genel olarak değerlendirildiğinde özel yetenek tanıli olan ve olmayan öğrencilerin zihinsel modelleri arasında çok büyük farklılığın olmadığı söylenebilir. Sayı doğrusunda karşılaştırmaya yönelik zihinsel modeller incelendiğinde özel yetenek tanıli öğrencilerin diğer başarı düzeylerine göre farklı zihinsel modellere sahip oldukları söylenebilir. Hesaplama boyutunun toplama işlemi boyutunda özel yetenek tanıli öğrencilerin zihinsel modelleri diğer 3 düzeyden de fazlayken, hatalı zihinsel modelleri daha azdır. Hesaplama boyutunun çıkarma işlemi boyutunda özel yetenek tanıli öğrencilerin hatalı ve açıklanamayan zihinsel modelleri daha az sayıdadır. Daha özelden sayma boyutunda, hesaplama boyutunun bölme işlemi, çarpma işlemi alt boyutlarında yüksek başarı düzeyli

öğrencilerin özel yetenek tanılı öğrencilerden daha fazla sayıda zihinsel modele sahip oldukları söylenebilir. Daha detaylı olarak bu araştırmadan elde edilen bulgulara dayalı sonuçlar alt problemlere göre sunulmuş ve tartışılmıştır:

Sayma Boyutuna İlişkin Sonuç ve Tartışma

Çalışmanın birinci alt probleminin ilk maddesi kapsamında cevabı aranan “Özel yetenek tanılı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin sayma boyutuna ilişkin zihinsel modeller nelerdir?” sorusuna ilişkin elde edilen bulgular sonucunda:

Öğrencilerin “Sayma” boyutuna ilişkin zihinsel modelleri incelendiğinde özel yetenek tanılı, yüksek başarı düzeyindeki ve orta başarı düzeyindeki öğrenciler eşit sayıda zihinsel modele sahip olduğu görülmüştür. Düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin ise zihinsel model sayısı diğer üç düzeydeki öğrencilere yakındır. Sayma boyutuna ilişkin öğrencilerde görülen zihinsel model sayısı çoktan aza doğru şu şekildedir: “Yazarak ve Sözel İleri Sayma”; “Modelleme Yoluyla İleri Sayma”; “Yazarak ve Sözel Geriye Sayma”. Bu 3 zihinsel model dört düzeyde de öğrencilerde mevcuttur. Dört düzey için de ileri ve geri saymada öğrencilerin başarılı oldukları söylenebilir. Daha sonra “İşlem Bilgisi” özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli öğrencilerde mevcuttur. “Modelleme Yoluyla Geriye Sayma” zihinsel modeli yüksek ve düşük başarı düzeyli öğrencilerde mevcuttur. “Zihinden İşlem Yapma” yüksek başarı düzeyli öğrenciler dışında tüm başarı düzeylerinde mevcuttur. “Modelleme Yoluyla İleri Ve Geri Sayma” modelleri yüksek ve orta düzeyli öğrencilerde mevcuttur.

Araştırmada öğrencilerin “Sayma” boyutunda hatalı ve açıklanamayan zihinsel modellerinin olduğu görülmüştür. Sayma boyutuna yönelik en fazla hatalı ve açıklanamayan zihinsel model, düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde, en az hatalı ve açıklanamayan zihinsel modeller ise yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür. Orta ve özel yetenek tanılı öğrencilerin ise hatalı ve açıklanamayan modellerin içerikleri birbiri ile aynıdır. Öğrencilerde en çok tespit edilen “Modellemeye Dayalı Hatalı Zihinsel Modeller” tüm

düzeydeki öğrencilerde görülmüştür. İkinci olarak en çok “İşlem Bilgisine Yönelik Eksik Modeller” düşük başarı düzeyindeki öğrenciler dışında diğer gruplarda mevcuttur. “Modellemeye Dayalı Açıklanamayan Modeller” özel yetenek tanılı öğrencilerde görülmüştür. Öğrenciler bloklar ile mevcut sayıları oluşturmaktadır, fakat herhangi bir işlem ile devam edememektedirler. “İşlem Bilgisine Yönelik Hatalı Modeller” ve “Standart Olmayan Birimlere Yönelik Eksik Modeller” düşük başarı düzeyli öğrencilerde tespit edilmiştir. Öğrencilerin ne tür bir işlem kullanacağını bilmemesi ve modellerin (onluk taban blokları) çokluk olarak standart olmayan birime eşlenmemesinden kaynaklı olarak bu hataların görüldüğü söylenebilir.

Öğrencilerin “Sayma” boyutuna ilişkin zihinsel modelleri incelendiğinde tüm düzeydeki öğrencilerin sayma boyutuna ilişkin zihinsel model sayılarının yakın olması saymaya yönelik kazanımların tüm düzeylerdeki öğrenciler tarafından kazanıldığını düşündürmektedir. Resnick’in (1989) ifade ettiği gibi küçük yaşta oluşan sayma ve saymaya hazırlık kapsamındaki zihinsel modeller, sayı kavramı ve aritmetik için temel niteliğindedir. Sayma boyutuna ilişkin becerilerin erken yaşta kazanılması tüm düzeylerin birbirine yakın olmasını açıklayabilir. Aynı zamanda ortaya çıkan bu durum sayma boyutunun öğrenciler tarafından güçlük çekilmeyen, kolay bir kazanım olduğunu düşündürmektedir. Mevcut çalışmalar incelendiğinde de öğrencilerin sayma boyutunda istenilen öğrenme düzeyi olan 0.75’e ulaştıkları, bu düzeyde başarılı oldukları bulgusu ile paralellik göstermektedir (Paydar ve Tertemiz, 2018; Paydar ve Doğan, 2021). Yine benzer şekilde MacDonald, Moyer-Packenham, Westenskow ve Child (2018) yaptıkları çalışmada öğrencilerin %85’inin saymada başarılı olduğu bulgusu bu çalışma ile paralel niteliktedir. Matematik için ön koşul niteliğindeki sayma boyutunda öğrencilerin birbirine yakın sayıda zihinsel modellere sahip olmasının daha sonra öğrenilecek kazanımlar için iyi bir alt yapıya sahip olduklarını düşündürmektedir. Mevcut çalışmalar sayma becerisini basamak değeri ve matematik konusunda temel bileşen olarak ifade etmişlerdir (Jones vd., 1996; Rogers, 2014). Matematik Dersi Öğretim Programı (2018) incelendiğinde ilkokul birinci sınıf düzeyinden

beri 10 ve katları ile saymanın aşamalı olarak kazanımlarda yer almasının katkısının da olduğu söylenebilir. MEB (2018) dördüncü sınıf kazanımları incelendiğinde yüzer ve biner saymaya yönelik kazanım ifadeleri yer almaktadır. Kazanım içeriğinde saymanın türü (ileri/geri) belirtilmemiştir. 10 000'e kadar yüzer ve biner saymayı ifade eden kazanımın ileri saymayı işaret ettiği söylenebilir. Sayma boyutunda öğrencilerin tüm düzeyler için yazarak, sözel ve modeller ile ileri saymayı daha çok kullandıkları görülmektedir. Bunun nedeni ise MEB (2018) öğretim programındaki kazanım içerikleri ve mevcut ders kitaplarımızda ileri sayma becerisinin daha çok vurgulanması olabilir. Keser'in (2021) ders kitaplarını incelediği çalışmada ileri sayma etkinliklerinin, değerlendirme çalışmalarının ve konuya yönelik anlatımların geriye saymaya göre daha çok yer aldığı sonucu bu bulguyu destekler niteliktedir.

Sayma boyutundaki bir diğer zihinsel model olan işlem bilgisinin orta ve düşük başarı düzeyli öğrencilerde mevcut olmaması ve öğrencilerin modeller kullandığını söyleyip işlemleri algoritma (kural) ile zihinden yapmaları; işlem bilgisine yönelik açıklanmayan ve hatalı zihinsel modellerin mevcut olması bu öğrencilerin miktar (çokluk) ve sıra ilişkisini kurmakta güçlük çekmesinden kaynaklandığını düşündürmektedir. Bu çalışma ile benzer şekilde Arslan ve Ubuz (2014) sıra değerinin çokluk değerine indirgenmesini basamak değeri konusunda öğrencilerin yaşadığı zorluklar içerisinde ifade etmiştir. Ayrıca öğrencilerin modeller kullanarak işlem yaptığını ifade ettiği halde, işlemi aslında algoritma ile zihinden işlem yapmaları; sayma boyutunda en çok hatalı ve açıklanamayan zihinsel modelin modellerle ifade etmeye yönelik olması iki nedeni akla getirmektedir: Gruplama ve yeniden gruplamaların gerçekleşmemesi; modellerin miktar ve birim olarak eş zamanlı düşünülmemesi. Benzer şekilde Kamii ve Joseph'in (2004) ikinci sınıf öğrencilerinin 1 onluk birimi ve 10 birlik birimin eş zamanlı ve hiyerarşik olarak algılayamadıklarına yönelik bulgusu görülmüştür. Öğrencilerin onluk taban bloklarını hem çokluk olarak hem de kendi başına bir birim olarak düşünmemesi, öğrencileri modellerle ileri/geri saymaya ve algoritma ile işleme götürdüğü için sayı hissi ile işlem yapamamalarının nedeni olarak da

düşünülebilir. Jesson'ın (1983) basamak değeri kavramının sayı hissini kazanılmasına yardımcı olacağı bilgisi de bu bulguyu desteklemektedir. Öğrenci her bir birimin kendi başına ifade ettiği anlamı düşünerek, gruplamalar (parçalayarak/birleştirerek) yaparak modeller ile (algoritma ile yaptığından hariç) sayının basamak değerini kullanarak (sayı hissi) işlemler yapabilir.

Düşük ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerin işlem bilgisine başvurmamaları, başvuran düşük başarı düzeyli öğrencilerin de açıklanamayan ve eksik modellere sahip olması düşük ve orta başarı düzeyli öğrencilerin daha karmaşık becerileri (işlem bilgisinin çokluk-sıra, gruplama ve yeniden gruplama gibi bir dizi çoklu beceri gerektirmesi) gerçekleştiremediğini düşündürmektedir. Bu sonuca göre gruptaki öğrencilerde işlemsel (çıkarma işlemi) ve kavramsal ilişki (gruplama, yeniden gruplama, çokluk-sıra) kurmanın daha zayıf olduğu söylenebilir. Sayma boyutunda öğrenciler sözel, sayı sembolleri, materyaller kullanarak sonuca ulaşmışlar ve Lesh (1979) modeli olarak bilinen sözel, sayı sembolleri, modeller, resimler ve gerçek yaşam durumları ifadelerinden üçünü kullanmışlardır.

Tahmin Etme Boyutuna İlişkin Sonuç ve Tartışma

Çalışmanın birinci alt probleminin ikinci maddesi kapsamında cevabı aranan “Özel yetenek tanımlı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin öğrencilerin tahmin etme boyutuna ilişkin zihinsel modeller nelerdir?” sorusuna ilişkin elde edilen bulgular sonucunda:

“Tahmin Etme” boyutuna ilişkin zihinsel modeller incelendiğinde, tüm düzeylerdeki öğrencilerin zihinsel model sayılarının birbirine yakın olduğu söylenebilir. Özel yetenek tanımlı ve orta başarı düzeyindeki öğrenciler birbiri ile aynı zihinsel modellere sahiptirler. Yüksek ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin ise zihinsel model sayıları birbiri ile aynıdır. Tahmin etme boyutuna ilişkin öğrencilerin zihinsel modelleri en sık görüldenden en az görülene doğru şu şekildedir: “Standart Olmayan Birimleri Kullanma (Nesnelerle)”;

“Standart Birimleri Kullanma (Cetvelle)” zihinsel modelleri tüm düzeylerdeki öğrencilerde görülmüştür. “Verilen Birimi Çizim Yapmadan Yineleyerek Çözme (Tahminde Bulunma)” zihinsel modeli düşük başarı düzeyindeki öğrenciler hâriç, diğer başarı düzeylerinin tümünde mevcuttur. “Verilen Birimi Yineleyip Çizerek Çözme” zihinsel modeli ise yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler hâriç, diğer tüm seviyelerde mevcuttur.

Tahmin Etme boyutuna ilişkin hatalı ve eksik modeller incelendiğinde en az hatalı zihinsel model özel yetenek tanılı öğrencilerde mevcutken, en çok orta başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür. Tahmin etme boyutuna yönelik tüm düzeylerde “Verilen Birimi Çizim Yapmadan Yineleyerek Çözmeye (Tahminde Bulunma) Yönelik Hatalı Modeller” mevcuttur. Yüksek ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin hatalı ve eksik zihinsel model sayıları birbiri ile aynıdır. İkinci olarak “Diğer Hatalı Modeller” orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür. “Eksik Modeller” yüksek ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. Bu öğrenciler sorunun devamını getirmekte güçlük çekmişlerdir.

Öğrencilerin tahmin etme boyutuna yönelik zihinsel modelleri incelendiğinde öğrencilerin çoğunlukla soruda verilen her iki birimi de standart ve standart olmayan birimleri kullanarak ölçtükleri görülmüştür. Öğrencilerin tahmini sonuç ifade etme zihinsel modellerine daha az rastlanmaktadır. En çok rastlanan hatalı zihinsel modellerin, tahminde bulunmaya yönelik hatalı modeller olması da öğrencilerin ölçüme dayalı tahminlerde başarısız olduğunu düşündürmektedir. Düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin ölçüme dayalı hiç zihinsel modelinin olmaması, zihinsel modellerin bir birime dayalı olması bu konuda güçlük çektiklerini göstermektedir. Burada düşük başarılı öğrencilerde sayıların yaklaşık değerini ifade etmeye yönelik zihinsel modellerin gelişmediği ya da oluşmadığı söylenebilir. Van de Walle vd. (2016) öğrencilerin yaklaşık değeri ifade etmelerinin kolay olmadığını ifade etmiştir. Öğrencilerin yaklaşık değeri ifade etmeleri için tahmin etme becerilerine yer verilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Bu açıklama öğrencilerin sonuca ulaşmak için tahminde bulunmanın daha karmaşık olduğunu, tahminde zorlandıkları için standart ya da standart olmayan araçları kullandıklarını düşündürmektedir. Matematik Dersi

Öğretim Programı MEB (2018) incelendiğinde öğrencilerin işlem bilgisine yönelik tahmin etme kazanımları görülmüştür. Ölçüme dayalı tahmine ilişkin kazanımlar mevcut değildir. Keser (2021) ölçüme dayalı tahminlere öğretim programı ve ders kitaplarında yer verilmediğini ifade etmiştir. İçerikte ölçüme dayalı tahminlerin yer almayışı da öğrencilerin bu konuda güçlük çekmesinin diğer nedeni olabilir. Sarı ve Olkun (2021) yaptıkları çalışmada basamak değeri, sayısal büyüklüğün tahmini ve matematik başarısı arasında anlamlı ilişki bulmuşlardır. Basamak değeri kavramı ve göreceli büyüklüklerin öğretim sürecinde birbirine katkı sağladığını ifade etmişlerdir. Bu sonuçlar bu çalışmada olduğu gibi tahmin etme becerisinin basamak değeri için temel ve geliştirmesi gereken bir beceri olduğunu düşündürmektedir.

Adlandırma Boyutuna İlişkin Sonuç ve Tartışma

Çalışmanın birinci alt probleminin dördüncü maddesi kapsamında cevabı aranan “Özel yetenek tanılı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin adlandırma boyutuna ilişkin zihinsel modeller nelerdir?” sorusuna ilişkin elde edilen bulgular sonucunda:

“Adlandırma” boyutuna ilişkin zihinsel modelleri incelendiğinde mevcut zihinsel modellerin tümü, 4 düzeyde de mevcuttur. Zihinsel modeller sayısı en çok olandan en az olan doğru sıralandığında “Sıfırın Yer Tutuculuğunu Kullanma”; “Rakamla Verilen Sayının Okunuşunu Yazarken Bölüklerden Yararlanma”; “Sözel İfadesi Verilen Sayıyı Rakamlarla Yazarken Bölüklerden Yararlanma”; “Rakamla Verilen Sayıyı Modellerle İfade Etme”; “Sözel İfade Edilen Sayıyı Modellerle İfade Etme” şeklindedir.

“Adlandırma” boyutuna ilişkin hatalı zihinsel modeller incelendiğinde özel yetenek tanılı öğrencilerin hatalı zihinsel modelleri mevcut değildir. En çok sayıda hatalı zihinsel model orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. Orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrenciler ise aynı hatalı zihinsel modellere sahiptirler. “Yazılışı Verilen Sayıyı Hatalı Modelleme” yüksek, orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür.

“Okunuşu Verilen Sayıyı Hatalı Modelleme”; “Sayıların Yazılışına ve Okunuşuna Yönelik Hatalı Zihinsel Modeller” orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur.

Herzog ve Fritz (2022) yaptıkları çalışmada sayıları adlandırmanın basamak değeri kavrayışı için temel bir beceri niteliğinde olduğunu ifade etmiştir. Sayıların ifadesi basamak değerinin ifade ettiği anlamın belirlenmesi ile ilişkili olduğu basamak değerinin bir bileşeni olarak ifade edilmiştir. Benzer şekilde mevcut çalışmalar adlandırmayı basamak değerini oluşturan boyutlardan biri olarak değerlendirmişlerdir (Keser ve Sarı, 2023; Paydar ve Doğan, 2021; Paydar, 2018; Rogers, 2014). Bu çalışma kapsamında da basamak değerinin temel yedi boyutundan birisidir. Fuson’a göre (1990a) çok basamaklı sayıların doğru adlandırılması için sayı sembolleri, sözel dil, basamak adı ve basamak konumu bileşenleri birbiri ile ilişkilendirilmiş olmalıdır. Sayıları okuma ve yazma becerilerinin öğrencilerin tamamına yakınında mevcut olması, dört becerinin öğrencilerin tamamına yakını tarafından ilişkilendirildiğini düşündürmektedir. Dört düzeyin tümünde öğrencilerin en başarılı oldukları boyut olduğunu söyleyebiliriz.

Matematik Dersi Öğretim Programı (2018) incelendiğinde de birinci sınıftan itibaren sayıları okuma ve yazmaya yönelik kazanımlar aşamalı olarak görülmüştür. Dördüncü sınıf düzeyinde 6 basamaklı sayıya kadar sayıyı okuma ve yazmaya yönelik kazanımlar mevcuttur. Adlandırma boyutunda öğrencilerin çok fazla hatalarının olmaması sınıf düzeyi ile ilgili olabilir. Çalışmaya katılım gösteren öğrencilerin dördüncü sınıf düzeyinde olması sayıları okuma ve yazma becerisini pekiştirdiklerini düşündürmektedir. Benzer şekilde Herzog ve Firtz (2022) yaptıkları çalışmada ikinci sınıf öğrencilerinin üçüncü sınıf öğrencilerinden sayıları yazma konusunda daha fazla hatasının olması, aynı bulgunun Paydar ve Sarı’nın (2019) çalışmasında da görülmesi bu durumu sınıf düzeyi ile açıklamamıza destek niteliğindedir. Literatür incelendiğinde adlandırma boyutunda öğrencilerin daha az hata yaptıkları; okuma ve yazmaya ilişkin kazanımlarda daha fazla başarı gösterdikleri bu çalışma ile paralellik göstermektedir. (Kubanç, 2019; Paydar ve Işık Tertemiz, 2021; Paydar ve Sarı, 2019). Adlandırma boyutunda Lesh’in (1979) temsil

biçimlerine göre okuma (sözel), sembollerle ifade etme görülmüştür. Altı basamaklı sayının ifade edilmesi istenildiğinde özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli öğrenciler sayıyı modeller ile ifade edebileceklerini söylemişlerdir. Öğrencilerin sayıyı modellerle ifade etme noktasında çok fazla güçlük çekmediklerini söylenebilir. Orta ve düşük başarı düzeyli öğrenciler ise sayıyı modeller ile ifade etmekte güçlük çekmişlerdir. Özellikle binlik bloklar ile ifade etme noktasında zorlanmışlardır.

Yeniden Adlandırma Boyutuna İlişkin Sonuç ve Tartışma

Çalışmanın birinci alt probleminin üçüncü maddesi kapsamında cevabı aranan “Özel yetenek tanılı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin yeniden adlandırma boyutuna ilişkin zihinsel modeller nelerdir?” sorusuna ilişkin elde edilen bulgular sonucunda:

“Yeniden Adlandırma” boyutuna ilişkin zihinsel modeller incelendiğinde en çok zihinsel modele orta başarı düzeyindeki öğrenciler sahiptir. En az sayıda zihinsel modele ise düşük başarı düzeyindeki öğrenciler sahiptir. Özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin zihinsel model sayıları birbirine eşittir. Öğrencilerin yeniden adlandırma boyutuna ilişkin zihinsel modelleri çoktan aza doğru şu şekildedir: “Zihinden Gruplama”; “Modeller ile Gruplamalar Yapma” düşük başarı düzeyindeki öğrenciler hariç diğer üç düzeyde görülmüştür. “Çözümleme ve Gruplama” dört düzeyde de mevcuttur. Burada öğrencilerin çözümleme yolu ile daha çok alışılmış şekilde algoritmaları kullandıkları ve daha çok kural temelli bir yol izledikleri görülmektedir. “Modeller ile İleri Sayma” orta ve düşük başarı düzeyli öğrencilerde görülmüştür. Düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin yeniden gruplama boyutunda güçlük çektikleri görülmektedir.

“Yeniden Adlandırma” boyutuna ilişkin hatalı zihinsel modeller incelendiğinde özel yetenek tanılı, yüksek ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerin hatalı zihinsel model sayıları birbiri ile eşittir. Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler en fazla sayıda hatalı zihinsel modele sahiptirler. “Modellerin Kullanımına İlişkin Hatalar” ve “Gruplamaya Dayalı Yanlış Modeller”

tüm düzeydeki öğrencilerde görülmüştür. “Modellemeye Dayalı Hatalar” ise yalnızca düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür.

Gruplama ve Yeniden Gruplama becerisinin basamak değeri için temel bileşenlerden olduğu ifade edilmiştir (Jones vd. 1996; Paydar ve Sarı, 2019; Rogers, 2014; Sarı, 2023). Yeniden gruplamaya yönelik zihinsel modellerin en az düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmesi ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde gruplamaya dayalı hataların fazla sayıda olması bu öğrencilerde basamak değeri için temel niteliğinde olan gruplama ve yeniden gruplama becerilerinin eksik olduğunu düşündürmektedir. Benzer şekilde gruplamalar ve yeniden gruplamalar gerektirdiği için Hansen’in (2014) çalışmasında öğrenciler, 362 sayısını yalnızca 3 yüzlük, 6 onluk ve 2 birlik olarak ifade etmişlerdir. Başka bir formda ifade edememişlerdir (362 birlik; 2 yüzlük, 16 onluk, 2 birlik vb.). Bunun nedeni olarak öğrencilerle ders esnasında sınırlı sayıda örnek çözülmesini göstermiştir. Ayrıca öğrencilerde yalnızca sayıların ifade ettiği basamak dışında sayıları yeniden adlandırma konusunda bir boşluğun mevcut olduğunu ifade etmiştir. Paydar’ın (2018) çalışmasında yeniden adlandırma boyutunda en çok yapılan hata “Alışılmış dışında sözel verilen ifadeye karşılık gelen ifadeyi farklı bir ifadeye dönüştürememe” olmuştur. Benzer şekilde bu durumun temel nedeni gruplamaların gerçekleşmemesidir. Aynı zamanda düşük başarı düzeyindeki öğrenciler hariç diğer düzeylerin tümünde en çok zihinden ve modellerle gruplamalara başvurulması basamak değeri için temel olan gruplama becerisinin Lesh’in (1979) iki ifade biçimi (sözel ve modellerle) ile anlamlandırıldığını göstermektedir.

Yeniden adlandırma boyutunda kural gerektiren çözümlene ve gruplama zihinsel modeli daha az sayıdadır. Öğrencilerde en çok mevcut olan hatanın modellerin (onluk taban blokları) kullanımına yönelik olması öğrencilerin kavramsal bilgilerinde eksiklikler olduğunu düşündürmektedir. Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler hariç diğer üç düzeydeki öğrencilerin modellere yönelik hataları daha azken, modellerin kullanımına yönelik kavramsal hataları görülmüştür. Bunun dışında model kullanımına yönelik hataların en fazla düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde olması, bu öğrencilerde Lesh’in (1979) temsil

biçimlerinden modellerle ifade etmeye yönelik becerilerin eksik olduğunu düşündürmektedir. Yani öğrencilerde modellemeye yönelik gruplama becerisinin eksik olduğu söylenebilir. Matematik Dersi Öğretim Programı MEB (2018) incelendiğinde yeniden adlandırmaya ilişkin kazanımlar mevcut değildir. Sayıların basamak değerini ifade etme ve çözümlenmeye ilişkin kazanımlar mevcuttur. Keser (2021) ders kitaplarında da yeniden adlandırmaya yönelik içeriklere yer verilmediğini ifade etmiştir. Bu bilgiler neticesinde düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin ders sürecinde yer almadığı için yeniden adlandırmaya ilişkin zihinsel modellerinin az sayıda olduğu söylenebilir. Diğer üç düzey için de öğrencilerin ön bilgilerinden, ileri sayma ve gruplama becerilerinden hareketle bu zihinsel modelleri oluşturdukları söylenebilir.

Karşılaştırma Boyutuna İlişkin Sonuç ve Tartışma

Çalışmanın birinci alt probleminin beşinci maddesi kapsamında cevabı aranan “Özel yetenek tanılı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin karşılaştırma boyutuna ilişkin zihinsel modeller nelerdir?” sorusuna ilişkin elde edilen bulgular sonucunda:

Öğrencilerin “Karşılaştırma” boyutuna yönelik zihinsel modelleri incelendiğinde en fazla zihinsel model özel yetenek tanılı öğrencilerde mevcuttur. En az sayıdaki zihinsel model ise orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmektedir. Orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin zihinsel modelleri aynıdır. “Basamak Sayısına ve En Büyük Basamaktaki Sayı Değerinden Başlayarak Karşılaştırma”; “Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde İleri Sayma”; “Verilen Sayı Doğrusu Üzerinde Geri Sayma” zihinsel modelleri 4 düzeyde de görülmüştür. “Sayı Doğrusunu Eşit Birimlere Ayırma”; “Sayıları Bölüklerine Göre En Büyük Bölükten Başlayarak Karşılaştırma” özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür. “700’ün Katı Olan Parçalara Ayırarak Karşılaştırma” zihinsel modeli ise yalnızca özel yetenek tanılı öğrencilerde mevcuttur.

“Karşılaştırma” boyutuna ilişkin hatalı zihinsel modeller incelendiğinde en çok hatalı zihinsel model orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. “Yanlış Referans Noktası Alma” hatalı zihinsel modeli tüm düzeylerdeki öğrencilerde mevcuttur. “Birimlere Eşit Ayırmaya Yönelik Hatalı Modeller” ise orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur.

Karşılaştırma boyutu öğrencilerde en az hatalı zihinsel modelin mevcut olduğu boyuttur. Bu çalışmanın aksine Paydar ve Sarı'nın (2019) çalışmasında öğrenciler mevcut rakamlar ile en büyük ve en küçük sayıyı oluşturmada hatalar yapmışlardır. Bu çalışmanın aksine sayıları büyükten küçüğe sıralarken ve iki sayı arasındaki sayıyı bulmada öğrenciler istenilen öğrenme düzeyine ulaşamamışlardır ve hatalar yapmışlardır (Paydar ve Doğan, 2021; Paydar, 2018). Sayıları hem küçükten büyüğe, hem büyükten küçüğe sıralamada hem de iki sayı arasındaki sayıyı bulmada hataları görülmüştür. Mevcut hatalar sayıları sayı doğrusu üzerinde karşılaştırmaya yöneliktir. Sayıları büyüklük, küçüklük durumuna göre karşılaştırmaya yönelik hatalı bir modele rastlanmamıştır. Matematik Dersi Öğretim Programı İncelendiğinde (2018) dördüncü sınıf düzeyinde en fazla 6 basamaklı sayıları büyük ve küçük olarak karşılaştırmaya yönelik kazanımlar mevcutken, sayıları sayı doğrusu üzerinde karşılaştırma ve 2 sayı arasındaki sayıyı bulmaya yönelik kazanımlar mevcut değildir. Öğretim programı ile benzer şekilde Keser ve Sarı'nın (2023) yaptıkları çalışmada ilkokul düzeyindeki matematik ders kitaplarında büyük ve küçük kavramına yönelik konu anlatımı ve etkinlik örneklerine yer verilirken, iki sayının arasındaki sayıyı bulmaya yönelik konu anlatımı ve etkinlik örneklerine rastlanmamıştır.

Sayıları sayı doğrusu üzerinde karşılaştırmada en çok sayı doğrusu üzerinde ileri ve geri saymalara başvurulmuştur. Mevcut iki sayı arasını eşit birimlere bölmeyi daha çok özel yetenek tanılı ve yüksek başarılı öğrenciler kullanırken, orta ve düşük başarı düzeyli öğrenciler eşit birimlere ayırmada hatalı zihinsel modellere sahiptirler. Orta noktayı referans almaya çalışan öğrencilerin tümünde hatalı zihinsel modeller görülmüştür. Referans alınan orta nokta başlangıç noktası sıfır olarak düşünüldüğü için hatalı ifade edilmiştir. Öğrencilerin

bu hatalı zihinsel modellerinin nedeni kavramsal bilgi eksikliği olabilir. Özel yetenek tanılı öğrencilerden bazıları sayı doğrusu üzerinde karşılaştırmayı parça bütün ilişkisi kurarak yapmıştır. Mevcut çalışmalar sayı doğrusu üzerinde yapılan sayı tahminlerinin matematik başarısının güçlü bir eş zaman yordayıcısı olduğunu ortaya koymuştur (Booth ve Siegler, 2006; Cohen ve Sarnecka, 2014; Siegler ve Booth, 2004; Schneider, Grabner, Paetsch, 2009; Zhu, Cai ve Leung, 2017). Matematik başarısı için önemli bir yere sahip olduğu mevcut çalışmalarla da ortaya konulan sayı doğrusu üzerinde karşılaştırmaya yönelik kazanımlara Matematik Dersi Öğretim Programında (MEB, 2018) yer verilmemiştir. Öğrencilerin sayı doğrusu üzerinde karşılaştırmaya yönelik zihinsel modellerinde hataların olması müfredat içeriği ile ilişkili olabilir.

Temsil Etme Boyutuna İlişkin Sonuç ve Tartışma

Çalışmanın birinci alt probleminin altıncı maddesi kapsamında cevabı aranan “Özel yetenek tanılı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin temsil etme boyutuna ilişkin zihinsel modeller nelerdir?” sorusuna ilişkin elde edilen bulgular sonucunda:

“Temsil Etme (Standart)” boyutuna ilişkin zihinsel modeller incelediğinde özel yetenek tanılı, yüksek ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerin zihinsel modelleri aynıdır. “Alışılmış Şekilde Modelleme” zihinsel modeli dört düzeyde de görülmüştür. “Yeniden Gruplamaya Dayalı Modelleme” zihinsel modeli ise düşük başarı düzeyi hariç diğer 3 düzeyde mevcuttur. 4 düzeyde de sayı yalnızca alışılmış şekilde ifade edilirken, yeniden gruplama becerisi gerektiği için düşük başarı düzeyindeki öğrenciler yeniden gruplamaları gerçekleştirememişlerdir.

“Temsil Etme (Standart)” boyutuna yönelik hatalı ve açıklanamayan zihinsel modeller incelendiğinde en çok hatalı ve açıklanamayan zihinsel model düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür. İkinci olarak en çok hatalı ve açıklanamayan zihinsel model orta ve özel yetenek tanılı öğrencilerde görülmektedir. Dört düzeyde de “Standart

Temsili Hatalı Yorumlama” modeli görülürken, “sıfırın Yer Tutuculuğuna İlişkin Hatalı Modeller” yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler dışında diğer 3 düzeyde mevcuttur. “Standart Olmayan Temsille Hatalı İfade Etme” orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcutken; “Yer Tutucu Sıfıra İlişkin Açıklanamayan Modeller” özel yetenek tanılı ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmüştür.

Tüm düzeylerdeki öğrencilerin sayı sembollerini modellerle (onluk taban blokları) alışılmış şekilde oluşturabilmeleri, modellerin ifade ettiği birimlerin kavrandığını göstermektedir. Orta ve düşük başarı düzeyindeki bazı öğrencilerin hatalı zihinsel modelleri görülmüştür. Sayının modellerle yeniden gruplanmasına yönelik zihinsel modeller düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcut değildir. Benzer şekilde Bednarz ve Janvier (1982) öğrencilerin sayı sembolleri dışındaki temsillerinde (nesne resimleri) en önemli zorluklardan biri olarak birden fazla gruplama yapamama sonucuna ulaşmışlardır. Öğrenciler tek gruplama yapabilmişlerdir. Düşük başarı düzeyli öğrenciler başta olmak üzere diğer 3 düzeyde de modellerin kullanımına yönelik hatalı yorumlar mevcuttur. Benzer şekilde MacDonald vd. (2018) üçüncü, dördüncü ve beşinci sınıflar ile yaptıkları çalışmada düşük başarılı ortaokul öğrencilerinin binlik sayılara geçişte ve sayılarla işlemler yaparken, onluk ve yüzlükleri yeniden gruplamada başarısız oldukları sonucuna ulaşmışlardır.

Bu çalışma için bir diğer sonuç, öğrenciler modellerin sayı sembollerinde olduğu gibi sıralı dizilmesi gerektiğini düşünmektedirler. Benzer şekilde modeller (onluk bloklar) karma olarak verildiğinde miktarın değişmeyeceğinin kavranması gerektiği ifade edilmiştir (Fuson, 1990a). Öğrencilerde sayı sembollerinde yer tutucu olarak ifade edilen sıfırın modeller kullanırken de ifade edilmesi gerektiğine dair yanılgılar ve açıklanamayan durumlar görülmüştür. Tüm bunların nedeni Kamii ve Joseph’in (2004) ifade ettiği üzere modellerin hem bağımsız bir birim olarak hem de çokluk olarak eş zamanlı ve hiyerarşik düşünülmemesi ve Matematik Dersi Öğretim Programı’nda (2018) yeniden gruplamaya yönelik kazanımların yer almaması ile ilişkili olabilir. Modeller ilgili kazanımlar incelendiğinde ikinci ve üçüncü sınıf düzeyinde mevcuttur. Sayıların modellerle ifade

edilmesine yöneliktir. Aynı durum verilen temsilin ifade ettiği sayıyı yazarken de mevcuttur (Keser, 2021; Paydar, 2018; Paydar ve Doğan; 2021). Tüm bu ifadeler sonucunda temsil etme boyutunda ve yeniden adlandırma boyutunda benzer nedenlerden dolayı hatalar yapıldığı düşünülmektedir. Paydar ve Sarı'nın (2019) yaptıkları çalışmada da basamak değerinin belirttiği çokluğu öğrencilerin yanlış ifade etmeleri bu çalışma ile benzer niteliktedir. İkinci ve üçüncü sınıf düzeyindeki öğrencilerin en fazla yaptığı hata basamağın belirttiği çokluğu ifade edememe olmuştur.

Modellerin kullanımının sayı duygusu ile doğrudan ilişkili olduğu da söylenebilir. Çünkü sayı duygusunda öğrenciler algoritma dışına çıkarak basamakların belirttiği çoklukları kullanmaktadır. Çokluk ve birim ilişkisinin anlaşılabilmesi sayı duygusunu da etkileyeceği düşünülmektedir. Benzer şekilde Hoskins (2018) modellerin basamak değerinin kavramsal öğretiminde önemli bir yeri olduğunu ortaya koymuş ve sayı duygusunu etkilediğini ifade etmiştir. Sarı ve Olkun (2021) farklı temsil biçimleri kullanmanın basamak değeri gibi farklı matematik becerilerini etkilediğini ifade etmiştir. Disney ve Eisenreich (2018) yaptıkları çalışmada öğrencilere birlik, onluk ve yüzlük kavramının “şeker dükkânı” bağlamı ile verilmesi gerektiğini vurgulamışlardır. Birlikleri şeker adetleri ile onlukları seker ruloları ile yüzlükleri de ruloların konulduğu kutular ile ifade etmişlerdir. Bu etkinliğin basamak değerinde grupta ve ayırma eylem ve dili için anlam sağlayacağını belirtmişlerdir. Böylece matematiksel dil ile anlamlı bir eşleşmenin sağlanacağını ifade etmişlerdir. Bu çalışma kapsamında öğrencilerin hataları incelendiğinde hatalı zihinsel modellerin daha çok kavramsal bilgi eksikliğinden kaynaklandığı söylenebilir. Basamak değerinin anlaşılabilmesi için modellerin (birlik, onluk, yüzlük) gerçek durum ile ilişkilendirilerek daha sonra matematiksel dille ilişkilendirilmesi öğrencilerin kavramsal bilgiden kaynaklı hatalı zihinsel modellerinin önüne geçilebileceğini düşündürmektedir. Benzer şekilde Lesh (1979) modeli de temsil biçimlerinden biri olarak gerçek yaşam durumlarını ifade etmiştir.

“Temsil Etme (Standart Olmayan)” boyutuna ilişkin öğrencilerin zihinsel modelleri incelendiğinde 4 düzeyde de öğrenciler eşit sayıda zihinsel modele sahiptirler. Öğrencilerin

düzeylerine bakıldığında her düzeye ilişkin zihinsel model içerikleri birbirinden farklılık göstermektedir. Öğrencilerde en çok “Standart Olmayan Temsilleri Standart Temsil Kullanarak Grublama” zihinsel modeli mevcuttur. Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler dışında diğer 3 düzeyde bu model mevcuttur. İkinci olarak öğrencilerde “Zihinden Grublama” zihinsel modeli mevcuttur. Özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. Üçüncü olarak öğrenciler “Yazarak Çözümleme ve İşlem Yapma” yüksek ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcutken; “Zihinden 10 ve Katları ile İleri Sayma ve İşlem Yapma” zihinsel modeli yüksek başarı düzeyi dışındaki diğer 3 düzeyde mevcuttur. Daha sonra sırası ile “Standart Olmayan Temsillerin Standart Temsiller ile Grubllanmış Hâlini İfade Etme” zihinsel modeli orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcutken; “Standart Modellerle 10 ve Katları ile İleri Sayma” zihinsel modeli orta başarı düzeyli öğrencilerde mevcuttur.

“Temsil Etme (Standart Olmayan)” boyutuna ilişkin hatalı zihinsel modeller incelendiğinde en çok hatalı zihinsel model sayısı düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmektedir. Özel yetenek tanılı ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerin hatalı zihinsel modelleri aynıdır. En az hatalı zihinsel model yüksek başarı düzeyindeki öğrencilere aittir. Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler dışında, diğer 3 düzeyde “Zihinden Hatalı Grublama” görülmüştür. Öğrencilerin yer aldığı 4 düzeyde de “Modelleri Hatalı Yorumlama” mevcuttur. Bahsedilen 2 hatalı zihinsel model, bu başlık altında en sık rastlanan hatalı zihinsel model türüdür. Daha sonra sırasıyla 4 düzeyin tümünde “Standart Temsilleri Hatalı Grublama”; düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde “Standart Temsiller ile İleri Saymaya Yönelik Hatalı Modeller” mevcuttur.

Öğrencilerde en çok standart olmayan temsilleri standart temsil kullanarak grublama zihinsel modeli mevcutken, düşük başarı düzeyli öğrencilerde bu zihinsel model mevcut değildir. İkinci olarak en çok kullanılan model zihinsel grublama olmasına karşın orta ve düşük başarı düzeyli öğrencilerde görülmemiştir. Zihinden grublamaya yönelik düşük ve orta başarı düzeyli öğrencilerin hatalı zihinsel modelleri görülmüştür. Tüm bu sonuçlar

zihinden gruplama becerisinin daha karmaşık olarak algılandığını düşündürmektedir. Benzer şekilde Sarı, Herzog, Olkun ve Fritz (2021) tarafından gerçekleştirilen çalışmada kanonik (standart olmayan) temsillerin öğrencileri zorladığı sonucuna ulaşmışlardır. Bunun nedeni olarak öğrencilerin standart olmayan temsillere alışkın olmamaları gösterilmiştir. MEB (2018) kazanımlar incelendiğinde ikinci ve üçüncü sınıf düzeyinde sayıların modellenmesine yönelik kazanımlar mevcuttur. Standart olmayan modelleri (temsiller) içeren kazanımlara yer verilmemiştir. Bu durum öğrencilerin zorlanmasında bir etken olarak düşünülebilir. Lesh (1979) temsil biçimlerinden biri olan modellerle ifade etme becerisine yönelik eksiklerin giderilmesinin, zihinden gruplama gibi daha karmaşık beceriler için ön koşul olacağını düşündürmektedir.

Düşük başarı düzeyli öğrencilerin mevcut zihinsel modelleri incelendiğinde gruplama becerisini kullanmak yerine 10 ve katlarına yönelik ileri sayma ve kural temelli çözüme yönelik zihinsel modeller ile doğru sonuç elde ettikleri görülmüştür. Düşük başarı düzeyli öğrencilerde basamak değerinin ana bileşenlerinden olan gruplama (Jones ve diğerleri, 1996; Rogers, 2014) becerisinin olmadığını söyleyebiliriz. Orta başarı düzeyindeki öğrencilerin tamamına yakını için aynı durum söz konusudur. Tüm düzeyler için öğrencilerin standart modelleri gruplamaya yönelik hataları görülmüştür. Paydar (2018) standart olmayan ve standart temsiller alt boyutlarının her ikisinde de istenilen öğrenme düzeyine ulaşamadıkları sonucuna ulaşmıştır. Bu bulgu bu çalışmayla benzer şekilde öğrencilerin standart olmayan temsilleri, standart olan temsillere yönelik kavramsal hatalar olduğundan kavrayamadıklarını düşündürmektedir. Keser ve Sarı (2023) ders kitaplarını inceledikleri çalışmalarında ilkökul düzeyinde ilk iki sınıfta standart temsillere yer verilirken, üç ve dördüncü sınıflarda her iki temsil biçimine yer verildiğini ve sınıf seviyesi arttıkça standart temsillere yönelik içeriklerin azaldığını ifade etmişlerdir. Bu da her iki temsil biçimine yönelik eşleşme sağlanmadığı için kavramsal bilgi eksikliğinin mevcut olduğunu akla getirmektedir.

Hesaplama Boyutuna İlişkin Sonuç ve Tartışma

Çalışmanın birinci alt probleminin yedinci maddesi kapsamında cevabı aranan “Özel yetenek tanılı olan ve olmayan dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin hesaplama boyutuna ilişkin zihinsel modeller nelerdir?” sorusuna ilişkin elde edilen bulgular sonucunda:

“Hesaplama (Toplama İşlemi) Boyutuna” ilişkin öğrencilerin zihinsel modelleri incelendiğinde zihinsel model sayısı en çok özel yetenek tanılı öğrencilerde görülmüştür. En az zihinsel modele düşük başarı düzeyindeki öğrenciler sahiptir. Öğrencilerdeki zihinsel modeller en çoktan aza doğru sıralandığında “Algoritmaya Dayalı İşlem Yapma”; “Aritmetik Gerçekleri Kullanarak İşlem Yapma”; “Toplama İşleminin Günlük ve Matematiksel Kullanımına Yönelik Modeller” dört düzeyde de görülmüştür. Toplama işlemine yönelik zihinsel modellerin çoktan aza doğru sıralaması şu şekilde devam etmektedir: Düşük başarı düzeyi dışında 3 düzeyde de “Çarpma İşlemi ile İlişkisi”; orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde “Parmak Kullanarak Üzerine Sayma”; özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli öğrencilerde “Elde Kavramının Miktarını İfade Etme”; özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli öğrencilerde “Modeller Kullanarak Küçük Basamaktan Gruplama Yaparak İşlem Yapma”; yüksek başarı düzeyli öğrenciler dışında diğer 3 düzeyde “Zihinden İşlem Yapma”; yüksek başarı düzeyli öğrenciler dışında diğer üç düzeyde “Modeller Kullanarak Sayıların Büyük Basamaktan Gruplama Yaparak İşlem Yapma”; düşük başarı düzeyli öğrenciler dışında diğer üç düzeyde “Çıkarma İşlemi ile İlişkisi” zihinsel modelleri görülmüştür.

“Hesaplama (Toplama İşlemi)” boyutuna ilişkin hatalı ve açıklanamayan zihinsel modeller incelendiğinde en fazla hatalı zihinsel model yüksek ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mevcuttur. Özel yetenek tanılı ve orta başarı düzeyindeki öğrencilerinde zihinsel model sayıları birbiri ile eşittir. Öğrencilerde en çok görülen hatalı zihinsel model “Elde Kavramına Yönelik Hatalı Modeller” dört düzeyde de görülmüştür. Daha sonra sırasıyla “Kavramsal Olarak Hatalı ve Açıklanamayan Modeller” özel yetenek tanılı

öğrenciler dışındaki diğer 3 düzeyde; “Modelleri Hatalı Yorumlama” düşük başarı düzeyi hariç diğer 3 düzeyde “Modeller Kullanarak Toplama İşlemine Yönelik Yapılan Hatalar” yüksek ve düşük başarı düzeyli öğrencilerde; “Algoritma ile Hatalı İşlem Yapma” özel yetenek tanılı ve düşük başarı düzeyli öğrencilerde görülmüştür.

“Hesaplama (Çıkarma İşlemi)” boyutuna ilişkin zihinsel modeller incelendiğinde özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli öğrencilerin en fazla zihinsel modele sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Her iki düzeydeki öğrencilerin sahip oldukları zihinsel modeller aynıdır. En az zihinsel modele sahip olan grup ise düşük başarı düzeyli öğrencilerdir. Öğrencilerdeki mevcut zihinsel model sayısı en fazla olandan en aza doğru şu şekildedir: “Çıkarma İşleminin Kullanımına İlişkin Modeller”; “Aritmetik Gerçekleri Kullanma”; “Bölme ile İlişkisi”; “Bilinen Algoritmaya Dayalı İşlem Yapma”; “Toplama ile İlişkisi” 4 düzeyde de görülmüştür. “Modeller Kullanarak İşlem Yapma” özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerde; “Sayıların Basamak Değerini Kullanarak Zihinden Çıkarma” düşük başarı düzeyi dışındaki diğer 3 düzeyde; “Model Kullanmadan Zihinden Çıkarma İşlemi Yapma” 4 düzeyde de; “Bozulan Onluk Miktarını İfade Etme” özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli; “Parmak Kullanarak Geriye Sayma” orta ve düşük başarı düzeyli öğrencilerde görülmüştür.

“Hesaplama (Çıkarma İşlemi)” boyutuna ilişkin hatalı ve açıklanamayan zihinsel modeller incelendiğinde en çok hatalı ve açıklanamayan zihinsel model yüksek ve düşük başarı düzeyli öğrencilerde rastlanmıştır. En az hatalı zihinsel model ise özel yetenek tanılı öğrencilerde rastlanmıştır. Hatalı ve açıklanamayan zihinsel modeller en fazla olandan az olana doğru şu şekilde sıralanmıştır: Öğrencilerin bulunduğu dört düzeyde de “Bozulan Onluk Miktarına İlişkin Hatalı Modeller mevcuttur. İkinci olarak öğrencilerde “Kavramsal Olarak Açıklanamayan Modeller” yüksek ve düşük başarı düzeyli öğrencilerde; “Onluk Bozma ve Bozulan Onluğu Yanlış Basamağa Verme” özel yetenek tanılı öğrenciler dışında diğer üç düzeyde görülürken, daha sonra sırasıyla “Basamakları Azaltmaya Yönelik Hatalı Modeller” özel yetenek tanılı öğrenciler dışında diğer üç düzeyde; “Çıkarma İşleminin

Devamını Getirememe” orta ve düşük başarı düzeyli öğrencilerde; “Modellerin Kullanımını Açıklayamama” özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli öğrencilerde görülmüştür.

Mevcut 4 düzeyde de öğrenciler, toplama ve çıkarma işlemleri algoritmaya dayalı işlem yapmışlardır. Özellikle toplama işleminde öğrencilerin tamamına yakını algoritmaya dayalı işlemi tercih etmişlerdir. Sadi (2007) bu çalışma ile benzer olarak toplama işleminde diğer işlemlere göre daha az hata yapıldığını ifade etmiştir. Yine benzer şekilde toplama işlemine yönelik öğrenme düzeyi çıkarma işlemine yönelik öğrenme düzeyinden daha yüksektir (Paydar, 2018; Paydar ve Doğan, 2021). Bu durum ders kitaplarında ikinci sınıf düzeyi hariç ilkokul düzeyindeki tüm sınıflarda toplama etkinliklerinin, çıkarma etkinliklerinden daha fazla olması (Keser, 2021) ile açıklanabilir.

Mevcut hatalar, toplama işlemi için eldelerin unutulması ile ilgilidir. Algoritmaya dayalı hatalı ve açıklanamayan zihinsel model oldukça azdır. Benzer şekilde mevcut çalışmalar öğrencilerin toplama işleminde elde kavramını unuttukları için hatalar yaptıkları sonucuna ulaşmışlardır (Önal, 2018; Paydar ve Sarı, 2019; Sadi, 2007; Sidekli, Gökbulut ve Sayar; Yorulmaz, 2018). Bu durum öğrencilerin kural temelli ve ezbere yönelik zihinsel modellere sahip olduklarını düşündürmektedir.

Her iki işlem türü için de öğrencilerin genelinde parmakla saymaktan çok 5 ve 10'a göre konumlama, iki katını alma, zihinden ekleme, zihinden çıkarma gibi aritmetik gerçekleri kullanmaları sayı hissine yönelik başlangıç bilgilerinin mevcut olduğunu düşündürmektedir (Van de Walle vd., 2016). Orta ve düşük başarı düzeyli öğrencilerin parmakla üzerine saymaya ve geriye saymaya başvurmaları, bu öğrencilerde sayı hissine yönelik başlangıcın mevcut olmadığını düşündürmektedir.

Öğrencilerin toplama ve çıkarma işleminin diğer işlemler ile ilişkisine yönelik zihinsel modeller incelendiğinde toplama işleminin daha çok çarpma işlemi ile ilişkisine yer verilmiştir. Öğrenciler, çarpmanın toplamanın kısa yolu olması ve çarpma işlemi yaparken toplama işlemi kullanılmasına yönelik ilişkiler kurmuşlardır. Çıkarma işleminin de bölmenin uzun yolu olması ve bölme işlemi içinde kullanılması durumlarını vurgulamışlardır. Çıkarma

işleminin bölme işlemiyle ilişkisine yönelik zihinsel modeller daha fazlayken, toplama işlemiyle ilişkisine yönelik zihinsel modeller daha az sayıdadır. Toplama işleminde eldelerin ifade ettiği miktara yönelik zihinsel modeller özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli öğrencilerde mevcutken, en çok hatalı zihinsel modeller orta ve düşük başarı düzeyli öğrencilerde görülmüştür. Çıkarma işleminde bozulan onluk miktarına ilişkin zihinsel modeller az sayıda özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli öğrencilerde mevcutken, en çok hatalı zihinsel modeller yüksek, orta ve düşük başarı düzeyli öğrencilerde görülmüştür. Bozulan tüm miktarlar bir onluk olarak düşünülmektedir. Bednarz ve Janvier'in (1982) yaptıkları çalışmada onluk bozma basamağın üzerini çizip sonraki basamağa ekleme şeklinde olmuştur. Abaküs ile de bozulan miktar 1 boncuk şeklinde gösterilmiştir. Bu çalışmada olduğu gibi öğrenciler nadiren on-bir değişiminin farkında olmuşlardır. Matematik Dersi Öğretim Programı MEB (2018) incelendiğinde toplama ve çıkarma işlemleri için en fazla 4 basamaklı sayılar ile işlem yapma, 100 ve katlarıyla zihinden toplama ve çıkarma, işlemlerin tahmini sonuçlarını ifade etmeye yönelik kazanımlara yer verilmiştir. Kazanımlar incelendiğinde kavramsal bilgiye yönelik içerikler mevcut değildir. Öğrencilerde kavramsal bilginin daha az gelişmesinin nedeni olarak kazanım içerikleri ve öğretim sürecinde kavramsal içeriklere daha az yer verilmesi gösterilebilir.

Toplama işleminde kurala dayalı işlemsel bilgiye yönelik hatalı zihinsel modeller mevcut değilken, çıkarma işleminde onluk bozma, bozulan onluğu yanlış basamağa verme, basamakları yanlış azaltma, işlemin devamını getirememesi şeklinde işlemsel hatalı zihinsel modeller mevcuttur. Çıkarma işlemindeki hatalı zihinsel modellerden hatalı onluk bozma mevcut çalışmalar ile paralellik göstermektedir (Önal, 2018; Özmen, 2017; Paydar, 2018; Paydar ve Sarı, 2021; Sidekli, Gökbulut ve Sayar, 2013; Yorulmaz, 2018). Hansen (2014) 700-348 işlemi için öğrencilerin hata nedeni olarak yalnızca eksilen ve çıkan sayıya odaklandıkları için sayı ilişkisine değil de, karmaşık algoritmalar olarak adlandırdığı sıfır değiş tokuşu ve yeniden adlandırmalarla baş başa kaldıklarını ifade etmiştir. En çok

algoritmaya başvuran öğrencilerin algoritmaya dayalı hatalarını azaltmak için sayı ilişkilerine yönelik stratejiler de öğretilbilir (699-347) şeklinde ifade etmiştir.

Toplama işleminde daha çok kavramsal hatalı zihinsel modeller mevcutken, çıkarma işleminde hem kavramsal hem de işlemsel hatalı zihinsel modellerin mevcut olduğu söylenebilir. Fuson (1990b) bu çalışmada olduğu gibi sola doğru gittikçe her basamağın daha çok büyüdüğü ve basamaklar arasındaki bir-on dönüşümü, sıfırın tutucu olarak doğru pozisyonda kullanılması, rakamların konumlar değişirse basamak değerini koruyamaması gibi becerilerin toplama ve çıkarma işlemleriyle açığa çıktığını ifade etmiştir. Özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli öğrenciler, toplama işleminde kurallı işlemlerde olduğu gibi modeller ile birler basamağından gruplamalar (kural) yaparak sonuca ulaşmışlardır. Yüksek başarı düzeyli öğrenciler dışında diğer düzeylerin tümünde öğrenciler modeller kullanarak büyük basamaktan işlemler (rakamların basamak değerlerini kullanarak) yaparak sonuç elde etmişlerdir. Çıkarma işlemini model kullanarak özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli öğrenciler gerçekleştirmişlerdir. Sayılardaki rakamların ifade ettiği basamak değerlerine göre eksiltmeler yapmışlardır. Özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli öğrenciler toplama işlemi yaparken sayı hissine yönelik çözüm geliştiremezken, çıkarma işleminde sayı hissine yönelik çözüme başvurdukları söylenebilir. Benzer şekilde Jesson (1983) basamak değeri kavramının sayı duyusunun kazanılmasına yardımcı olduğunu ifade etmiştir. Jones vd (1996) benzer şekilde çok basamaklı sayı duyusunun kazanılmasında basamak değerinin temel niteliğinde olduğunu ifade etmiştir.

Öğrencilerin bir kısmı hem çıkarma hem de toplama işleminde model kullandığını ifade edip aslında kural temelli olarak zihinden yapmaları ve modellerin işlem sürecinde nasıl kullanıldığını açıklayamamaları modellerin kullanımına ve gruplanmasına yönelik eksiklerin olduğunu düşündürmektedir. Matematik Dersi Öğretim programı (2018) incelendiğinde toplama ve çıkarma işleminin modellerle ifade edilmesine yönelik kazanımlar mevcut değildir. İşlemlerin modellenmesine yönelik kazanımların yer almaması, öğrencilerin ders sürecinde işlemlerin modellenmesine yönelik içeriklerle karşılaşmamış

olmaları, öğrencileri modeller ile işlem yapmak yerine öğrencilerin aslında algoritma ile işlem yapmalarına neden olmuş olabilir. Benzer şekilde Bednarz ve Janvier (1988) çocukların sayı yazımı ile yaptıkları işlemleri herhangi bir materyalle örneklemediklerini ve açıklamadıklarını gözlemlemişlerdir. Yine MacDonald vd. (2018) üç, dört ve beşinci sınıf öğrencilerinin modellerle toplama ve çıkarma içeren gruplamalar yapılması istendiğinde yeniden gruplamalar yapmayı denemişlerdir, fakat bir sonraki basamağa 1 yerine 10 ekleme, 10 birlikle bir onluğu değiştirme ve 1 yüzlükle 10 onluğu değiştirme işlemlerini yapamamışlardır. Öğrencilerin kavramsal yapıya dayanmayan işlemsel bilgilerinin (kural ve ezber ile) mevcut olduğu sonuçlar bu çalışma ile paraleldir. Yine bu çalışma ile paralel olarak onluk bozma ve eldelerin farklı yorumlarına ulaşmışlardır. Genel olarak incelendiğinde benzer şekilde Bednarz ve Janvier (1982) sifıra yönelik zorluklar, grupları yeniden gruplama yapmaya yönelik zorluklar, iki grup ile aynı anda çalışma, grupların kaldırılması, ödünç alma kavramı konularında yaşanan zorluklar bu çalışma ile paralel niteliktedir. Matematik Dersi Öğretim programı MEB (2018) incelendiğinde kavramsal bilgiden çok işlemsel bilgi içeren kazanımların yer alması, işlemlerin öğretim sürecinde modellerin kullanımına yer verilmemesi, öğrencide daha anlamsal olarak ifade edebileceğimiz kavramsal bilginin daha az gelişmesine, daha çok zorluk yaşanmasına ve soyut olan işlemsel bilginin daha çok algoritmaya dayalı olmasına neden olduğu söylenebilir. Sarı ve Olkun (2019) basamak değeri ve aritmetik becerisinin, matematik başarısının %77'sini açıkladığı sonucuna ulaşmışlardır. Bu da basamak değerinin işlem bilgisi ile ilişkili olduğunu ve bu çalışmada olduğu gibi matematik için temel becerilerden olduğunu desteklemektedir.

“Hesaplama (Çarpma İşlemi)” Boyutuna ilişkin zihinsel modeller incelendiğinde en fazla zihinsel model yüksek başarı düzeyli öğrencilerde görülmüştür. En az zihinsel model ise orta ve düşük başarı düzeyli öğrencilerde görülmektedir. Her iki düzeydeki öğrencilerin zihinsel model sayısı ve zihinsel model içerikleri aynıdır. Öğrencilerin Çarpma işlemine yönelik zihinsel modelleri çoktan aza doğru şu şekilde sıralanmıştır: “Algoritma İle Çarpma

İşlemi “Çarpmada “0”ın Yeri (Yutan Eleman Özelliği)”; “Çarpma İşleminin Kullanımına İlişkin Zihinsel Modeller”; “Basamak Kaydırmaya Yönelik Modeller”; “Tekrarlı Toplama İşlemi”; “Bölme İşlemi ile İlişkisi” 4 düzeyde de görülmüştür. “Elde Kavramına İlişkin Modeller” özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli öğrencilerde; “25 ile Kısa Yoldan Çarpma” yüksek başarı düzeyli öğrencilerde; “10 ile Kısa Yoldan Çarpma” özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli öğrencilerde tespit edilmiştir.

“Hesaplama (Çarpma İşlemi)” boyutuna ilişkin hatalı ve açıklanamayan zihinsel modelleri incelendiğinde en fazla hatalı ve açıklanamayan zihinsel model orta başarı düzeyli öğrencilerde görülmüştür. En az hatalı ve açıklanamayan zihinsel model özel yetenek tanılı ve düşük başarı düzeyli öğrencilerde görülmüştür. Öğrencilerin hatalı ve açıklanamayan zihinsel modelleri fazla olandan az olana doğru şu şekildedir: “Elde Kavramına Yönelik Hatalı Zihinsel Modeller”; “Kavramsal Olarak Açıklanamayan Modeller” 4 düzeyde de mevcuttur. “Modellerle (Onluk Taban Blokları) Hatalı İfade Etme” düşük başarı düzeyli öğrenciler dışındaki diğer 3 düzeyde görülmüştür. “Modeller Kullanarak Çarpma İşleminin Devamını Getirememe” yüksek ve orta başarı düzeyli öğrencilerde; “Basamakları Hatalı Kaydırma Nedeniyle Yanlış Sonuç Bulma” düşük başarı düzeyli öğrencilerde; “Rakamları Hatalı Çarpma” orta başarı düzeyli öğrencilerde görülmüştür.

“Hesaplama (Bölme İşlemi)” boyutuna yönelik zihinsel modelleri incelendiğinde en fazla zihinsel model yüksek başarı düzeyli öğrencilerde görülmektedir. En az zihinsel model ise orta başarı düzeyli öğrencilerde görülmektedir. Öğrencilerin zihinsel modelleri fazla olandan az olana doğru şu şekildedir: “Bölme İşleminin Kullanımına İlişkin Modeller”; “Çıkarma ile İlişkisi”; “Çarpma ile İlişkisi”. Bu zihinsel modeller dört düzeyde de görülmüştür. “Algoritma ile Bölme İşlemi Yapma” orta başarı düzeyli öğrenciler dışındaki diğer üç düzeyde; “Modeller Kullanarak Zihinden İşlem Yapma” özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli öğrencilerde; “Tekrarlı Çıkarma İşlemi Yapma”; “Modellerle İfade Etme” yüksek başarı düzeyli öğrencilerde görülmüştür.

“Hesaplama (Bölme İşlemi)” boyutuna yönelik kavramsal hatalı ve açıklanamayan modeller incelendiğinde en fazla hatalı ve açıklanamayan zihinsel model orta başarı düzeyindeki öğrencilerde; en az hatalı ve açıklanamayan zihinsel model ise özel yetenek tanımlı ve yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerde görülmektedir. Öğrencilerin hatalı ve açıklanamayan zihinsel modelleri fazla olandan az olana doğru şu şekildedir: “Kavramsal Olarak Hatalı ve Açıklanamayan Modeller” dört düzeyde; “Bölme İşleminde Yer Tutucu Olan Sıfıra İlişkin Hatalı Modeller” özel yetenek tanımlı öğrenciler dışındaki diğer üç düzeyde mevcuttur. “Modeller ile İşlemin Devamını Getirememe” yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler dışında diğer üç düzeyde mevcuttur. “Algoritmaya Yönelik Hatalı Modeller”; “Modellerle Hatalı Bölme İşlemi Yapma” orta başarı düzeyli öğrencilerde mevcuttur.

Öğrenciler, çarpma ve bölme işlemlerinin her ikisinde de algoritmaya yönelik işlem yapmayı tercih etmişlerdir. Bu da öğrencilerde kural temelli işlem bilgisinin mevcut olduğunu göstermektedir. Çarpma işleminde yer tutucu olan sıfıra yönelik zihinsel modeller mevcutken, bölme işleminde yer tutucu olan sıfırın kullanımına ve anlamına yönelik zihinsel modeller daha çok hatalı ve eksiktir. Dördüncü sınıfa devam eden özel yetenek tanımlı öğrencilerin ve özel yetenek tanımlı olmayan öğrencilerin bölme işleminde yer tutucu olan sıfırı unutmaları bu çalışma ile paralel niteliktedir. (Oral, 2020; Özmen, 2017; Paydar ve Doğan, 2021; Paydar 2018; Sadi, 2007; Yorulmaz, 2018; Windsor ve Booker, 2005).

Çarpma işleminde öğrencilerin bir kısmı 2 basamaklı sayı ile çarpmada neden basamak kaydırdığının farkındadır. Bu bilgiyi açıklayamayan öğrencilerin basamak değeri konusunda kavramsal bilgilerinde eksiklik olduğu düşünülmektedir. Çarpma işleminde 25 ve 10 ile kısa yoldan çarpmaya çok az başvurulmuştur. Matematik Dersi Öğretim programı (2018) incelendiğinde 10 ve 25 ile kısa yoldan çarpmaya yönelik kazanımların mevcut olduğu halde öğrencilerin bu yolları az tercih etmeleri bu konuyu yeterince kavrayamadıklarını düşündürmektedir. Özel yetenek tanımlı ve yüksek başarı düzeyli öğrenciler bu yollara başvurmuşlardır. Benzer şekilde Tosun’un (2011) çalışmasında da öğrencilerin 10 ile çarpmada güçlükler çektikleri sonucuna ulaşmıştır. Öğrenciler, çarpma

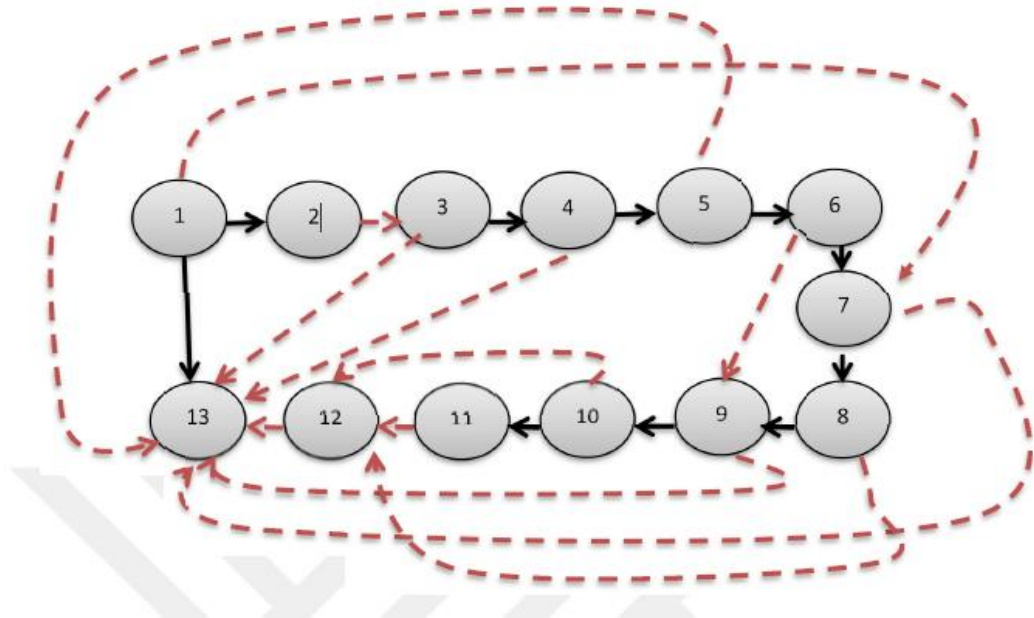
işleminin toplamının kısa yolu olması ve çarpma işleminde toplama işlemi kullanıldığı için ilişkili olduklarını ifade etmişlerdir. Sidekli vd. (2013) bu çalışmadan farklı şekilde çarpma işlemine doğru cevap verilememesinin nedeni olarak toplama işleminin kısa yolu olduğunun kavranamaması olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Öğrenciler bölme işleminin de çıkarma işleminin kısa yolu olması ve bölme işlemi yaparken çıkarma işlemi kullanıldığı için çıkarma işlemi ile ilişkili olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrenciler çarpma ve bölme arasındaki ilişkiyi daha az yer vermişlerdir. Benzer şekilde MacDonald vd. (2018) yaptıkları çalışmada öğrencilerin çarpma ve bölme işlemleri arasındaki ters ilişkiyi kavramakta güçlük çektikleri sonucu bu çalışma ile benzer niteliktedir.

Çarpma işlemini öğrenciler modellerle ifade etmeyi denemişlerdir fakat gruplama becerisi karmaşık geldiği için işlemin devamını getirememiş ya da hatalı ifade etmişlerdir. Bölme işlemini modeller kullanarak yalnızca bir öğrenci ifade edebilmiştir. Öğrenciler modellerle basamak değerinin temel becerisi olan gruplama ve yeniden gruplamalara başvurmadıkları için bölme işlemini modeller ile ifade edememişlerdir. Benzer şekilde MacDonald vd. (2018) öğrencilerin sayı sembolleri ve modeller arasında ilişki kurmakta zorlanması sonucuna ulaşmışlardır. Ayrıca Matematik Dersi Öğretim Programında MEB (2018) öğrencilerin çarpma ve bölme işlemine yönelik modellerle ifadesine yönelik kazanımların mevcut olmaması öğrencilerin zorlanma nedenlerini açıklayabilir. Öğrenciler açısından her iki işlemin de toplama ve çıkarma işlemlerine nispeten daha karmaşık olduğunu düşündürmektedir. Benzer şekilde Tertemiz'in (2017) yaptığı çalışmada öğrenciler toplama ve çıkarma işleminde, çarpma ve bölme işlemine göre daha kolay problem kurabilmişlerdir. Her iki işlem düşünüldüğünde öğrencilerin bölme işleminde daha çok zorlandıkları düşünülmektedir. Bu çalışmaya paralel olarak öğrencilerin çarpma işlemindeki öğrenme düzeyleri bölme işlemindeki öğrenme düzeylerine göre daha yüksektir (Paydar, 2018; Paydar ve Doğan, 2021). Bunun nedeni ders kitaplarında, ikinci, üçüncü, dördüncü sınıf düzeylerinin tümünde çarpma işlemine yönelik etkinliklere, bölme işlemine göre daha fazla yer verilmesi (Keser, 2021) olarak düşünülebilir. Özel yetenek tanılı ve

yüksek başarı düzeyli öğrenciler de modeller kullanarak bölme işlemi yaptıklarını ifade etseler de, yazılı olarak yaptıkları bölme işleminde olduğu gibi bloklar ile işlem yapmaya çalışmışlardır. Bunun sonucunda da yanlış çokluk ifadeleri kullandıkları için hata yapmışlardır. Sidekli vd. (2013) bölme işlemindeki hataların nedeninin toplama, çıkarma ve çarpma işlemindeki eksiklikler olduğuna dair elde ettiği sonuç, bu çalışmada bölme işlemine yönelik hatalı zihinsel modeller ile farklılık göstermektedir. Tüm bu sonuçlar öğrencilerde, kavramsal hata ve eksikliklerin daha çok olduğunu akla getirmektedir. Öğrencilerde grupta, yeniden grupta, modellerle ifade etme, basamakların çokluk ve birim ilişkisini kuramama gibi temel kavramsal becerilerin eksik olduğu söylenebilir. Tüm bu sonuçlardan yola çıkarak boyutların birbiri ile ilişkili olduğu düşünülmüştür. Basamak değerinin boyutlarının birbiri ile ilişkisi Şekil 173'te ifade edilmiştir.

Şekil 173

Basamak Değerinin Boyutlarının Birbiri ile İlişkisi



Not: Şekil örneği "Paydar, S. (2018). 4. sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerini anlama düzeylerinin incelenmesi (Yüksek Lisans Tezi), Gazi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara." Künyeli çalışmadan alınmıştır.

Şekil 173'te basamak değerinin boyutlarının birbiri ile ilişkisini ifade eden davranış örüntüsüne yer verilmiştir. Paydar (2018) basamak değerinin sayma, adlandırma, yeniden adlandırma, temsil etme, karşılaştırma ve hesaplama boyutlarına yönelik terakrik korelasyon yapmıştır. Basamak değerinin belirtilen 6 boyutunun birbiri ile ilişkili olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bu çalışmada da benzer şekilde basamak değerinin 7 boyutunun da birbiri ile ilişkili olduğu düşünülmektedir. Bu çalışma kapsamında daha özeldir yeniden adlandırma boyutuna yönelik birden fazla gruplama becerisinde öğrenciler güçlük yaşadıkları için temsil etme boyutunda birden fazla gruplamalar yapamadıkları düşünülmektedir. Temsil etme boyutunda öğrencilerin modeller ile sayıları birden fazla gruplamalar ile esnek düşünceleri öğrencilerin tahmin becerilerini kolaylaştırabilir. Öğrenciler, temsil etme boyutunda modelleri hem bağımsız bir birim hem de miktar (çokluk) olarak düşünmede güçlük çektikleri için, birden fazla gruplama yapma (yeniden gruplama) noktasında güçlük çektikleri için ve işlem sürecinde modellerden yararlanılmadığı ya da daha az yararlandığı için öğrencilerin sayı duyusundan çok algoritmaya yöneldikleri söylenebilir. Bu çalışma kapsamında değerlendirildiğinde hesaplama boyutundaki zihinsel modellerin hem işlemsel hem de kavramsal çerçevede düşünülerek tam anlamıyla oluşabilmesi için sayma, temsil etme, adlandırma, yeniden adlandırma, tahmin etme, karşılaştırma boyutlarının kazanılması gerektiği söylenebilir.

Düzelere Göre Öğrencilerin Zihinsel Modellerinin Karşılaştırılması

Araştırmanın ikinci alt problemi kapsamında “Özel yetenek tanımlı olan ve olmayan (düşük, orta ve yüksek başarı düzeyinde) dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerinin boyutlarına (sayma, adlandırma, yeniden adlandırma, temsil etme, tahmin etme, karşılaştırma hesaplama) yönelik zihinsel modelleri arasında benzerlikler/farklılıklar var mıdır?” sorusuna yanıt aranmıştır (Her boyut kapsamında öğrencilerin zihinsel model sonuçları karşılaştırmalı olarak verildiği için bu bölümde aynı ifadelerle tekrar yer verilmemiştir). İkinci alt probleme ilişkin sonuçlar şu şekildedir:

Basamak değerinin boyutları incelendiğinde dört düzeydeki öğrencilerde de şu zihinsel modellerin mevcut olduğunu söylenebilir: Sayma, model kullanma, çözümleme, gruplama, yeniden gruplama, sayıları okuma ve yazma, sıfırın yer tutuculuğunu kullanma, sayıları büyüklüklerine göre karşılaştırma, sayıları sayı doğrusu üzerinde karşılaştırma, sayıları alışılmış şekilde modelleme, algoritmaya dayalı işlem yapma, işlem sürecinde aritmetik gerçekleri kullanma, işlemlerin matematiksel ve günlük kullanımı, işlemlerin diğer işlemler ile ilişkisi. Tüm bu zihinsel modeller değerlendirildiğinde öğrencilerin kavramsal bilgiye dayalı zihinsel modellerden ziyade ezber, kural, algoritma temelli matematiksel modellere sahip olduklarını ifade edilebilir. Dört düzey için de öğrencilerin adlandırma boyutunda daha az zorlandıkları, adlandırma boyutuna ilişkin öğrencilerin en kolay kavradığı boyut olduğunu söylenebilir. Bunun nedeni olarak öğrencilerin birinci sınıftan itibaren sayıları okuma ve yazma süreçleri ile iç içe olması gösterilebilir. Ayrıca sayı oluşumlarının onluk sisteme dayalı olarak oluşması öğrencilerin benzer mantığı kavradığı için bu boyutta daha az zorlandıklarını söyleyebiliriz.

Basamak değerinin boyutları incelendiğinde dört düzeydeki öğrencilerde hatalı ve açıklanamayan şu zihinsel modellerin mevcut olduğunu söylenebilir: Modellemeye dayalı kavramsal ve işlemsel eksiklikler, tahminde bulunma, birden fazla gruplamalar yapma, yanlış referans noktası alma, modelleri hatalı gruplama, elde kavramının miktarını ifade edememe, bozulan onluk miktarını ifade edememe, işlemleri modellerle ifade edememe. Tüm bu eksikliklerin nedeni olarak ders kitabı içerikleri, öğreticilerin öğretme sürecinde kavramsal bilgiye dayalı olarak değil de algoritmaya dayalı işlemsel bilgiler öğretmesi, öğretim sürecinde modellerin daha az kullanılması ve Matematik Dersi Öğretim Programındaki (2018) kazanım içeriklerini gösterilebilir. Programda ve ders kitaplarında modellemeye, kavramsal bilgilerin öğretimine, yönelik daha detaylı kazanımların yer almaması bu hataların nedeni olarak düşünülebilir. Özellikle yeniden adlandırma boyutuna, ölçüme dayalı tahminlere ilişkin kazanım ve içeriklerin yer almaması da hatalı zihinsel modellerin nedeni olarak söylenebilir (MEB, 2018; Keser, 2021). Benzer şekilde Rogers

(2014) öğrencilerin en çok yeniden adlandırma boyutunda güçlük çektiklerini ve müfredat içeriklerinde bu boyuta yer verilmesi gerektiğini belirtmiştir.

Özel yetenek tanılı öğrencilerin zihinsel modelleri ve yüksek başarı düzeyli öğrencilerin zihinsel modelleri birbirine çok yakındır. Bu öğrenciler düşük ve orta başarı düzeyli öğrencilere göre daha fazla zihinsel modele sahiptirler. Düşük başarı düzeyli öğrencilerin basamak değeri konusunda mevcut zihinsel modelleri daha azdır. Öğrencilerin zihinlerindeki hatalı ve açıklanamayan modeller incelendiğinde özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli öğrencilerde hatalı ve açıklanamayan zihinsel model birbirine çok yakındır. Aynı zamanda diğer iki gruba göre özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli öğrencilerin hatalı ve açıklanamayan modeller daha azdır. Düşük ve orta başarı düzeyli öğrencilerin hatalı ve zihinsel modelleri ise birbirine yakındır. Bu durum özel yetenek tanılı ve yüksek başarı düzeyli öğrencilerin kavramsal bilgiyi daha iyi yapılandırıldığını düşündürmektedir. Bu öğrencilerde hem işlemsel (kural temelli) hem de kavramsal bilgilerin mevcut olduğu söylenebilir. Düşük ve orta başarı düzeyli öğrencilere genel olarak bakıldığında diğer iki gruba kıyasla daha çok ezbere dayalı işlemsel bilgilerin mevcut olduğu söylenebilir. Diğer gruplara nazaran düşük başarı düzeyli öğrencilerin özellikle gruplama ve yeniden gruplama becerilerinin daha zayıf olması nedeniyle basamak değeri konusunda daha çok zorlandıklarını ve hata yaptıklarını ifade edilebilir.

Öneriler

- Matematik Dersi Öğretim Programı ve ders kitapları basamak değerinin boyutlarına göre düzenlenebilir. Basamaklar arasındaki ilişkiyi kavramak, birim ve çokluk ilişkisini kavrayabilmek, basamak değerinin temeli olarak sayılan gruplama becerisini parçalama ve birleştirme açılarından daha esnek ve çeşitli kullanabilmek için yeniden adlandırma boyutuna ilişkin kazanımlara yer verilebilir.

- Bu çalışmanın en önemli sonuçlarından biri kavramsal bilgi eksikliğidir. Kavramsal bilgiler, işlemsel bilgiler ve modeller ile ilişkilendirilerek ders kitapları ve Matematik Dersi Öğretim Programı düzenlenebilir.
- Öğrencilerle basamak değerinin boyutlarına göre öğretim yapıldıktan sonra öğrencilerin zihinsel modelleri yeniden incelenebilir. Öğrenme-öğretme süreci bu zihinsel modellere göre yapılandırılabilir.
- Düşük başarı düzeyli öğrencilerin zihinsel modellerinin daha az olduğu ve hatalı zihinsel modellerinin daha fazla sonucundan hareketle öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin zihinsel modellerini inceleyen çalışmalar yapılabilir. Özellikle kavramsal bilgi ve işlemsel bilgi ilişkisini kurulması konusunda işlevsel olabilir. Öğrencilerin neyi neden öğrenemediğini ilişkişel bir şekilde teşhis etmesi açısından yararlı olabilir.
- Öğretme-öğrenme sürecini düzenlemek için özel yetenek tanılı öğrencilerin zihinsel modellerini ortaya koyan çalışmalar yapılabilir. Okul dışında BİLSEM'lerde eğitim göre bu öğrencilerin öğrenme-öğretme süreçlerine ve kullanılan materyal içeriklerine yönelik düzenlemeler yapılabilir. Özel yetenek tanılı öğrencilerin eğitiminde kullanılan hızlandırma, mentörlük ve zenginleştirme süreçleri için zihinsel modellerin ortaya konulması yol gösterici olabilir.
- Öğrencilerin zihinsel modelleri ortaya çıkarılarak, ortaya çıkarılan konuya ilişkin kapsamlı ölçme ve değerlendirme araçları geliştirilebilir.
- Öğrenme-öğretme sürecini iyileştirmek, değerlendirme sürecini daha kapsamlı hâle getirebilmek adına öğretmenler, öğrencilerin zihinsel modellerinden yararlanarak kontrol listesi oluşturabilirler.

Kaynaklar

- Anderson, T., Howe, C., & Tolmie, A. (1996). Interaction and mental models of physics phenomena: Evidence from dialogues between learners. In J. Oakhill & A. Garnham (Eds.), *Mental models in cognitive science* (pp. 247-273). East Sussex, UK: Psychology Press.
- Anderson, L. W., Krathwohl, D. R., (Eds.) Airasian, P. W., Cruikshank, K. A., Mayer, R. E., Pintrich, P. R., Raths, J., & Wittrock, M. C. (2018). *Öğrenme öğretim ve değerlendirme ile ilgili bir sınıflama (A Taxonomy for learning, teaching, and assessing)*. (Çev. D. A. Özçelik). Ankara: Pegem.
- Arı, E. (2014). Temel kavramlar. S.B. Filiz (ed.). *Öğrenme, öğretme kuram ve yaklaşımları* (s.2-21). Ankara: Pegem.
- Arslan, S., & Ubuz, B. (2014). Sayılarda basamak değeri kavramı ve öğrencilerin yaşadığı zorluklar. E. Bingölbali & F.M. Özmantar (Ed.). *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (97-126). Ankara: Pegem.
- Augoustinos, M., & Walker, I. (1995) *Social cognition: An integrated introduction*. London: Sage.
- Aydın, G. (2011). *Öğrencilerin hücre bölünmesi ve kalıtım konularındaki kavram yanlışlarının giderilmesinde ve zihinsel modelleri üzerinde yapılandırmacı yaklaşımın etkisi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Aydın, Ş. (2020). *Öğretmen adaylarının elektrik ve manyetizma kavramlarına ilişkin zihinsel modellerinin araştırılmasında kavram haritalama kullanımı* (Yayınlanmamış doktora tezi). Bülent Ecevit Üniversitesi, Zonguldak.
- Bacanlı, H. (2011). *Eğitim psikolojisi*. Ankara: Pegem.
- Banks, A. P., & Millward, L. J. (2009). Distributed mental models: Mental models in distributed cognitive systems. *The Journal of Mind and Behavior*, 249-266.

- Barker, P., van Schaik, P., & Hudson, S. (1998). Mental models and lifelong learning, *Innovations in Education and Training International*, 35(4), 310–319.
- Bayar, M. (2022). *Okuduğunu anlama stratejileriyle tasarlanmış Türkçe ve matematik öğretiminin dördüncü sınıf öğrencilerinin okuduğunu anlama ve problem çözme başarılarına etkisi* (Yayınlanmamış doktora tezi), Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Baykul, Y. (2021). *İlköğretimde matematik öğretimi*. Ankara: Pegem.
- Bednarz, N., & Janvier, B. (1988). A constructivist approach to numeration in primary school: Results of a three year intervention with the same group of children. *Educational Studies in Mathematics*, 19(3), 299-331.
- Bednarz, N., & Janvier, B. (1982). The understanding of numeration in primary school. *Educational studies in mathematics*, 13(1), 33-57.
- Bell, G. (1990). Language and counting: Some recent results. *Mathematics Education Research Journal*, 2(1), 1-14.
- Bofferding, L. (2014). Negative integer understanding: Characterizing first graders' mental models. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(2), 194-245.
- Bogdan, C. R., & Biklen, S. K. (2022). *Eğitimde nitel araştırma–Teori ve metodlara giriş*. (Çev. S. Balcı ve B. Ahi). Ankara: Pegem Akademi.
- Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2006). Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Dev. Psychol.* 41, 189–201. <https://doi:10.1037/0012-1649.41.6.189>
- Brewer, W. F. (2003). Mental models. In: Nadel, L., (Ed.). *Encyclopedia of cognitive science*, Vol. 3, pp. 1–6, London: MacMillan.
- Busselle, R. (2017). Schema theory and mental models. In Rossler, P. (Ed.), *The international encyclopedia of media effects* (pp. 1753-1760). Hoboken, NJ: Wiley-Blackwell.

- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E., Akgün, Ö., E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2020). *Eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem.
- Canas, J. J., & Antoli, A. (1998). The role of working memory in measuring mental models. In T. R. G. Green, L. Bannon, C. P. Warren & J. Buckley (Eds.). *Proceedings on the Ninth European Conference on Cognitive Ergonomics – Cognition and Cooperation*. EACE, INRIA. Rocquencourt.
- Carroll, J. M., & Olsen, J. (1988). Mental Models and Human-Computer Interaction. In Helonder, M (ed.), *Handbook of Human-Computer Interaction*, Elsevier, Amsterdam, 45-65.
- Chi, M.T.H. (2008). Three types of conceptual change: Belief revision, mental model transformation, and categorical shift. In S. Vosniadou (Ed.), *Handbook of research on conceptual change* (pp. 61-82). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Chi, M.T.H., Bassok, M., Lewis, M., Reimann, P., & Glaser, R. (1989). Self-explanations: How students study and use examples in learning to solve problems. *Cognitive Science*, 13, 145-182
- Chi, M. T., De Leeuw, N., Chiu, M. H., & LaVancher, C. (1994). Eliciting self-explanations improves understanding. *Cognitive science*, 18(3), 439-477.
- Chinnappan, M. (1998). Schemas and Mental Models in Geometry Problem Solving. *Educational Studies in Mathematics Educational Studies in Mathematics*, 36(3), 201-217.
- Cohen, D. J., & Sarnecka, B. W. (2014). Children's number-line estimation shows development of measurement skills (not number representations). *Dev. Psychol.* 50, 1640–1652. <https://doi:10.1037/a0035901>
- Cohen, M.S. (1993a). Metacognitive strategies in support of recognition. *Proceedings, Human Factors and Ergonomics Society*, 37th Annual Meeting, Seattle, WA.

- Cohen, M., Thompson, B., Adelman, L., Bresnick, T., Tolcott, M., & Freeman, J. (1995). *Rapid capturing of battlefield mental models: Technical Report 95-3*. Arlington, VA/Fort Leavenworth, KS: Cognitive Technologies/United States Army Research Institute.
- Creswell, J. W. (2018). *Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni*. (Mesut Bütün ve Selçuk Beşir Demir, Çev Ed.), Ankara: Siyasal.
- Çakır, M. (2011). *Üstün yetenekli öğrencilerin iletkenlik ve yalıtkanlık kavramları hakkındaki zihinsel modellerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Van.
- Demirçalı, S. (2016). *Modellemeye dayalı fen öğretiminin öğrencilerin akademik başarılarına, bilimsel süreç becerilerine ve zihinsel model gelişimlerine etkisi: 7. sınıf güneş sistemi ve ötesi-uzay bilmecesi ünitesi örneği* (Yayımlanmamış doktora tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Edwards-Leis, C. E. (2010). *Mental models of teaching, learning, and assessment: A longitudinal study* (Unpublished doctoral dissertation), James Cook University, Australia.
- Dinçer, T. (2018). *Fizik öğretmen adaylarının elektrik alan ve manyetik alan ile ilgili zihinsel modelleri*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Disney, A., & Eisenreich, H. (2018). Deepening Place Value Understanding in K-2 Through Explanation and Justification. *In Proceedings of the Interdisciplinary STEM Teaching and Learning Conference: (Vol. 2, p. 9)*. <https://doi:10.20429/stem.2018.020109>
- Forbus, K. & Gentner, D. (1997). *Qualitative mental models: Simulations or memories?* Proceedings of the Eleventh International Workshop on Qualitative Reasoning, Cortona, Italy.

- Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young Mathematicians at Work: Constructing Number Sense, Addition, and Subtraction*. Heinemann, 88 Post Road West, PO Box 5007, Westport, CT 06881.
- Fuson, K. C., & Briars, D. J. (1990). Using a base-ten blocks learning/teaching approach for first-and second-grade place-value and multidigit addition and subtraction. *Journal for research in mathematics education*, 21(3), 180-206.
- Fuson, K. C. (1990a). Conceptual Structures for Multiunit Numbers: Implications for Learning and Teaching Multidigit Addition, Subtraction, and Place Value. *Cognition and Instruction*, 7(4), 343–403. https://doi:10.1207/s1532690xci0704_4.
- Fuson, K. C. (1990b). Issues in Place-Value and Multidigit Addition and Subtraction Learning and Teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(4), 273. <https://doi:10.2307/749525>.
- Fuson, K. C., Wearne, D., Hiebert, J. C., Murray, H. G., Human, P. G., Olivier, A. I., & Fennema, E. (1997). Children's conceptual structures for multidigit numbers and methods of multidigit addition and subtraction. *Journal for research in mathematics education*, 28(2), 130-162.
- Garnham, A. (1996). The other side of mental models: Theories of language comprehension. In J. Oakhill & A. Garnham (Eds.), *Mental models in cognitive science* (pp. 35-51). East Sussex, UK: Psychology Press.
- Gay, L., Mills, G., & Airasian, P. (2012). *Educational research: Competencies for analysis and application*. New York: PrenticeHall.
- Gelbal, S. (2013). *Ölçme ve değerlendirme*. Eskişehir: Açıköğretim Fakültesi No: 1802.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1986). *The child's understanding of number*. Harvard University Press.
- Gifford, S. (2005). *Teaching mathematics 3-5: developing learning in the foundation stage: Developing learning in the foundation stage*. McGraw-Hill Education (UK).

- Granott, N., & Parziale, J. (2002). *Microdevelopment: A process-oriented perspective for studying development and learning*. In N. Granott, & J. Parziale (Eds.), *Microdevelopment: Transition process in development and learning*. USA: Cambridge University Press.
- Günay, H. (2019). *Fen bilgisi öğretmen adaylarının fen öğretimine yönelik zihinsel modelleri* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Burdur.
- Güneş, F. (2021). *Anlama öğretimi*. Ankara: Pegem.
- Halford, G. S. (2014). *Children's understanding: The development of mental models*. Australia: Psychology Press.
- Hansen, A. (2014). *Children's errors in mathematics*, Los Angeles: Learning Matters.
- Heeter, C., Hnilo, L. R., & Winn, B. M. (1997). Recall and Mental Models: Designing A User Interface To Affect Memory. *Computer-Human Interaction*
- Henderson, L., Putt, I., & Coombs, G. (2002). *Mental models of teaching and learning with the WWW*. Auckland: Paper presented at ASCILITE conference
- Herzog, M., & Fritz, A. (2022). Place value understanding explains individual differences in writing numbers in second and third graders but goes beyond. *In Frontiers in Education* (Vol. 6, p. 549). Frontiers. <https://doi.org/10.3389/feduc.2021.642153>
- Hoskins, H. L. (2019). Understanding of the place value concept for special education students. (Unpublished master's thesis) Bethel University, Minnesota.
- Irons, C. J. (2002). Number representations, that assist children to succeed in mathematics. *Queensland University of Technology*. 1-11.
- İyibil, U., & Arslan, A. S. (2010). Fizik öğretmen adaylarının yıldız kavramına dair zihinsel modelleri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 4(2), 25-46.

- Jesson, D. S. J. (1983). The development of place value skills in primary and middle school children. *Research in Education*, 29(1), 69-80.
- Jones, G. A., Thornton, CA, & Van Zoest, L. R (1992). *First grade children's understanding of multi-digit numbers*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco.
- Jones, G., Thornton, C., & Putt, I. (1994). A model for nurturing and assessing multidigit number sense among first grade children. *Educational Studies in Mathematics*, 27(2), 117-143.
- Jones, G. A., Thornton, C. A., Putt, I. J., Hill, K. M., Mogill, A. T., Rich, B. S., & Van Zoest, L. R. (1996). Multidigit number sense: A framework for instruction and assessment. *Journal for research in mathematics education*, 27(3), 310-336.
- Johnson-Laird, P. N. (2001). Mental models and deduction. *Trends in Cognitive Sciences*, 5(10), 434-442.
- Johnson-Laird, P. N. (1995a). Mental models, deductive reasoning, and the brain. *The Cognitive Neurosciences*, 65, 999-1008.
- Johnson-Laird, P. N., Oakhill, J., & Bull, D. (1986). Children's syllogistic reasoning. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A*, 38(1), 35-58.
<https://doi:10.1080/14640748608401584>
- Johnson-Laird, P. N. (1995b). Johnson-Laird, P. N. (1995) Inference and Mental Models. In, S.E. Newstead and J. St. B. T. Evans: *Perspectives on thinking and reasoning: essays in honour of Peter Wason*. Hove: Erlbaum Associates.
- Johnson-Laird, P. N., Byrne, R. M., & Schaeken, W. (1992). Propositional reasoning by model. *Psychological review*, 99(3), 418.
- Kamii, C., & Joseph, L. (2004). *Young children continue to reinvent arithmetic--2nd grade: Implications of Piaget's theory*. Teachers College Press.

- Kamii, C., & Joseph, L. (1988). Teaching place value and double-column addition. *The Arithmetic Teacher*, 35(6), 48-52.
- Kamii, C. (1986). Place value: An explanation of its difficulty and educational implications for the primary grades. *Journal of Research in Childhood Education*, 1(2), 75-86.
- Kapan, S. B. (2019). *Öğretmenlerin öğrenme tiplerinin analizi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Tokat.
- Karacan, H. (2014). *Fizik öğretmenlerinin ve fizik öğretmen adaylarının elektrik akımı konusundaki zihinsel modellerinin belirlenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Karadağ, Z. (2009). *Analyzing students' mathematical thinking in technology-supported environments*. (Unpublished doctoral dissertation). University of Toronto, Toronto.
- Kayhan, H. C. (2010). İlköğretim öğrencilerinin kesir çeşitlerini birbirine dönüştürme süreçlerindeki zihinsel modellerinin belirlenmesi (Yayınlanmamış doktora tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Kurnaz, M. A., & Değirmenci, A. (2012). 7th grade students' mental models on the sun, earth and moon. *Elementary Education Online*, 11(1), 137-150.
- Küçükkaragöz, H. (2020). Bilişsel gelişim ve dil gelişimi. B. Yeşilyaprak (Ed.), *Eğitim psikolojisi gelişim-öğrenme- öğretim* (ss. 84-122). Ankara: Pegem.
- Kandemir, M. (2020). Bilişsel gelişim. Ş. Işık (Ed.), *Eğitim psikolojisi* (ss, 85-135). Ankara: Pegem.
- Keser, H. & Sarı, M. H. (2023). İlkokul matematik ders kitaplarında yer alan doğal sayılarda basamak değeri kavramının farklı boyutlarda incelenmesi. *Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi SBE Dergisi*, 13(1), 665-686.
<https://doi.org/10.30783/nevsosbilen.1242098>.

- Keser, H. (2021). Investigation of types of errors made by primary school 4th grade students regarding the concept of place value. *Uluslararası Sosyal Bilimler Eğitimi Dergisi*, 7(1) , 102-125. <https://doi10.47615/issey.935760>
- Keser, H. (2021). *İlkokul matematik ders kitaplarında yer alan doğal sayılarda basamak değeri kavramının farklı boyutlarda incelenmesi* (Yüksek lisans tezi), Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi, Nevşehir.
- King, L.A. (2021). *Psikoloji Bilimi*. (Ahu Öztürk, Murat Kurt, ve Müjgan İnözü, Çev Ed.). Ankara: Palme.
- Kyllonen, P. C., & Shute, V. J. (1989). A taxonomy of learning skills. In P. L. Ackerman, R. J. Sternberg, & R. Glaser (Eds.), *Learning and individual differences: Advances in theory and research* (pp.117-163). New York: W. H. Freeman and Company.
- Kubanç, Y. (2019). *Sınıf öğretmenlerinin matematik öğretiminde öğrenci başarısını değerlendirme durumlarının öğrenme yörüngesi odaklı incelenmesi*. (Doktora tezi), Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental models: Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness* (No. 6). Harvard University Press.
- Legrenzi, P., & Girotto, V. (1996). Mental models reasoning and decision-making process. In J. Oakhill & A. Garnham (Eds.), *Mental models in cognitive science* (pp. 95-116). East Sussex, UK: Psychology Press.
- Lesh, R. (1979). Mathematical learning disabilities: Considerations for identification, diagnosis and remediation. In R. Lesh, D. Mierkiewicz, & M. G. Kantowski (Eds.), *Applied Mathematical Problem Solving*. Ohio: ERIC/SMEAC.
- MacDonald, B. L., Westenskow, A., Moyer-Packenham, P. S., & Child, B. (2018). Components of place value understanding: Targeting mathematical difficulties when providing interventions. *School Science and Mathematics*, 118(1-2), 17-29. <https://doi.org/10.1111/ssm.12258>

- McGuir, P., Kinzie M. B. ,Kilday, C.R., & Whittaker, J. E. (2010) Children's understanding of two-digit place value: A place for place value in pre-k mathematics instruction, *Institute of Education Sciences*, U.S.
- Merrienboer, J. J. G. van (1997) *Training complex cognitive skills - a four-component instructional design model for technical training*, Educational Technology Publications, Englewood Cliffs, NJ, USA
- Merriam, S. B. (2018). *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber* (Çev. S. Turan). Ankara: Nobel.
- Merrill, M. D. (2002). *Knowledge objects and mental-models*. In D. A. Wiley (Ed.). *The instructional use of learning objects*. Bloomington, IN: Agency for Instructional Technology & Association for Educational Communications & Technology.
- Merrill, D. M. & Gilbert, C. B. (2008). Effective peer interaction in a problem-centred instructional strategy, *Distant Education*, 29(2), 109-207
<https://doi.org/10.1080/01587910802154996>
- MEB (2017). *Bilim ve sanat merkezleri yönergesi*. Ankara.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. (2nd Edition). London: SAGE.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Devlet.
- Moseley, C., Desjean-Perrotta, B., & Utley, J. (2010). the draw-an-environment test rubric (DAET-R): Exploring pre-service teachers' mental models of the environment. *Environmental Education Research*, 16(2), 189-208.
<https://doi:10.1080/13504620903548674>
- Mutlu, Y. & Sarı, M.H. (2019). İlkokul öğrencilerinin basamak değeri kavrayışlarının geliştirilmesi. *Kastamonu Education Journal*, 27(2), 657-667.
<https://doi:10.24106/kefdergi.2645>

- Myers, D. G., & Nathan-Dewall, C. (2016). *Psikoloji* (Çev Ed. A. Durak Batıgün). Ankara: Palme.
- Norman, D.A. (1983). Some observations on mental models. In D. Gentner, & A.L. Stevens (Eds.) *Mental models* (pp.7-14). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Oral, N. (2020). *5. Sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme işleminde yaşadığı zorluklar ve bu zorlukların nedenleri* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi), Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- Önal, H. (2018). *İlkokul 1. ve 2. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde dört işlem ile ilgili yaptıkları hatalar ve çözüm önerileri* (Doktora tezi), Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Özmen, R. (Ed.). (2017). *Matematikte öğretimsel stratejiler-problem çözme, doğal sayılar, doğal sayılarla dört işlem*. Ankara: Eğiten.
- Öztürk, B., & Kısaç, İ. (2020). Bilgiyi işleme modeli. B. Yeşilyaprak (Ed.), *Eğitim psikolojisi gelişim-öğrenme- öğretim* (ss. 304-334). Ankara: Pegem.
- Patton, M. Q. (2018). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri*. (Mesut Bütün ve Selçuk Beşir Demir, Çev Ed.). Ankara: Pegem.
- Paydar, S. (2018). *4. sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerini anlama düzeylerinin incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi), Gazi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Paydar, S., & Sarı, M. H. (2019). İlkokul ikinci ve üçüncü sınıf öğrencilerinin basamak değeri kavrayışları (S. Olkun ve diğerleri, Ed.). *İlköğretim çalışmaları bütünsel açıdan çocuk*, (97-116). Pegem. <https://doi.org/10.14527/9786058011410.06>
- Paydar, S., & Doğan, A. (2021). Examining 4th grade gifted and non-gifted students understanding levels of place value. *International Journal of Psychology and Educational Studies*, 8(3), 161-179. <http://dx.doi.org/10.52380/ijpes.2021.8.3>.

- Paydar, S., & Işık Tertemiz, N. (2021). Dördüncü sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda basamak değerini kavrama düzeylerinin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. <https://doi:10.16986/HUJE.2021067073>
- Pekmezci, A. (2017). *6. sınıf öğrencilerinin solunum sistemi ile ilgili zihinsel modellerinin değişimi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.
- Perko, T. (2016). *Mental models and memory in reading* (Unpublished master dissertation). University of Zergab, Hrvatska.
- Prayekti, N., Nusantara, T., & Sudirman, S. (2020). Eight-grades students' mental models in solving a number pattern generalization problem. *Journal for the Education of Gifted Young Scientists*, 8(2), 973-989. <http://dx.doi.org/10.17478/jegys.708044>
- Prayekti, N., Nusantara, T., Sudirman, Susanto, S. H., & Rofiki, I. (2020) Students' mental models in mathematics problem-solving. *Journal of Critical Reviews*, 7(12), 468-470. <https://doi:10.31838/jcr.07.12.83>
- Radvansky, G. A., & Zacks, J. M. (2010). Event perception. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Cognitive Science*, 2(6), 608-620.
- Radvansky, G. A., Zacks, R. T., & Hasher, L. (1996). Fact retrieval in younger and older adults: The role of mental models. *Psychology & Aging*, 11, 258-271.
- Rasmussen, J. (1979). *On the structure of knowledge-a morphology of mental models in a man-machine system context*. Risoe National Lab Roskilde (Denmark).
- Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*, 44(2), 162–169. <https://doi:10.1037/0003-066x.44.2.162>
- Ross, S., & Sunflower, E. (1995). Place-Value: Problem solving and written assessment using digit-correspondence tasks. *Paper presented at the 17 th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Columbus: OH.

- Rouse, W.B., & Morris, N.M. (1986). On looking into the black box: Prospects and limits in the search for mental models. *Psychological Bulletin*, 100, 349–363.
- Rogers, A. N. (2014) *Investigating whole number place value assessment in Years 3-6: Creating an evidence-based developmental progression* (Doctoral Dissertation), School of Education College of Design and Social Context RMIT University, Australia.
- Royer, J. M., Cisero, C. A., & Carlo, M. S. (1993). Techniques and procedures for assessing cognitive skills. *Review of Educational Research*, 63(2), 201-243.
- Sadi, A. (2007). *Misconceptions in numbers*. UGRU Journal, 5, 1-7.
- Sak, U. (2017). *Üstün zekalılar: Özellikleri tanılanmaları eğitimleri [Gifted people: Traits identification training]*. Ankara: Vize.
- Sarı, M.H. (2023). Basamak değeri kavrayışına ilişkin öğrenci hataları ve çözüm önerileri. M.H. Sarı, S. Olkun & Y. Mutlu, (Ed.), *İlkokul matematiğinde öğrenci zorlukları, kavram yanılgıları, hatalar ve çözüm önerileri içinde* (ss. 53-94). Ankara: Vizetek Yayıncılık.
- Sarı, M.H., Herzog, M., Olkun, S., & Fritz, A. (2021). Validation of a model of sustainable place value understanding in Turkey. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(3), em0659. <https://doi.org/10.29333/iejme/11295>
- Sarı, M.H., & Olkun, S. (2021). Öğrencilerin üçlü kodlama modelinde sunulan sayısal büyüklükleri sayı doğrusunda tahminleri. *Yaşadıkça Eğitim*, 35(2), 420-440. <https://Doi:10.33308/26674874.2021352306>
- Sarı, M. H., & Olkun, S. (2021). Number line estimations, place value understanding and mathematics achievement. *Journal of Education and Future*, (19), 37-47.
- Sarı, M. H., & Olkun, S. (2019). The relationship between place value understanding, arithmetic performance and mathematics achievement in general. *Elementary Education Online*, 18(2), 951-958.

- Schwamb, K. B. (1990). *Mental Models: Survey*.
- Sidekli, S., Gökbulut, Y., & Sayar, N. (2013). Dört işlem becerisi nasıl geliştirilir. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1(1), 31-41.
- Selçuk, Z. (2010). *Eğitim Psikolojisi*. Ankara: Nobel.
- Senemoğlu, N. (2016). *Gelişim, öğrenme ve öğretim: kuramdan uygulamaya*. Ankara: Anı.
- Senemoğlu, N. (2020). *Gelişim, öğrenme ve öğretim: kuramdan uygulamaya*. Ankara: Anı.
- Schneider, M., Grabner, R. H., & Paetsch, J. (2009). Mental number line, number line estimation, and mathematical achievement: their interrelations in grades 5 and 6. *Journal of Educational Psychology*, 101(2), 359–372. <https://doi:10.1037/a001384>
- Sheridan, T. B. (2016). *Modeling human–system interaction: Philosophical and methodological considerations, with examples*. John Wiley & Sons: Canada.
- Siegler, R. S. (2002). Microgenetic studies of self-explanation. In N. Granott, & J. Parziale (Eds.), *Microdevelopment: Transition process in development and learning*. USA: Cambridge University Press.
- Siegler, R. S., & Crowley, K. (1991). The microgenetic method: A direct means for studying cognitive development. *American Psychologist*, 46, 606-620
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*. 75(2), 428–444. <https://doi:10.1111/j.1467-8624.2004.00684>.
- Sowder, J. (1989). *Establishing Foundations for Research on Number Sense and Related Topics: Report of a Conference* (San Diego, California, February 16 17, 1989) Ed. Sowder, Schappelle. Full text from ERIC
- Tagay, Ö. (2020). Gestalt kuramı. Ş. Işık (Ed.), *Eğitim psikolojisi* (ss, 437-449). Ankara: Pegem.
- Tertemiz, N. I. (2017). İlkokul öğrencilerinin dört işlem becerisine dayalı kurdukları problemlerin incelenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 15(1), 1-25.

- Thelen, E., & Corbetta, D. (2002). Microdevelopment and dynamic systems: Applications to infant motor development. In N. Granott, & J. Parziale (Eds.), *Microdevelopment: Transition process in development and learning*. USA: Cambridge University Press.
- Thompson, I., (2000). Teaching place value in the UK: Time for a reappraisal. *Educational Review*, 52(3), 291-297.
- Tosun, M. (2011). *İlköğretim öğrencilerinin basamak değer kavramına ilişkin becerilerinin incelenmesi* (Yüksek lisans tezi), Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Turgut, M.F., & Baykul, Y. (2019). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme*. Ankara: Pegem.
- Ulutaş, B. (2010). Kimya eğitimi öğrencilerinin kimyasal bağlar konusundaki zihinsel modelleri ve bilişsel haritaları (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi), Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel.
- Veldhuyzen, W., & Stassen, H. G. (1977). The internal model concept: An application to modeling human control of large ships. *Human Factors*, 19(4), 367-380.
- Veneziano L., & Hooper J. (1997). A method for quantifying content validity of health-related questionnaires. *American Journal of Health Behavior*, 21(1), 67-70.
- Vosniadou, S., & Brewer, W. F. (1992). Mental models of the earth: A study of conceptual change in childhood. *Cognitive Psychology*, 24(4), 535-585.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (10. baskı)*. Ankara: Seçkin.
- Yıldız, S. (2016). *Isı ve aktarımıyla ilgili sekizinci sınıf öğrencilerinin zihinsel modellerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi), Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu.

- Yıldız, H. T. (2006). *İlköğretim ve ortaöğretim öğrencilerinin atomun yapısı ile ilgili zihinsel modelleri* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi), Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.
- Yin, R. K. (2017). *Durum çalışması araştırması uygulamaları*. (Çev. İ. Günbayı). Ankara: Nobel.
- Yeşilyaprak, B., & Uçar, E. (2020). Öğrenmeden öğretime. B. Yeşilyaprak (Ed), *Eğitim psikolojisi gelişim-öğrenme- öğretim* (ss. 338-498). Ankara: Pegem.
- Yorulmaz, A. (2018). *Gerçekçi matematik eğitiminin ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin dört işlem becerilerindeki hatalarının giderilmesine etkisi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yöndem, Z. D., & Taylı, A. (2019). Bilişsel gelişim ve dil gelişimi. A. Kaya (Ed.), *Eğitim psikolojisi* (73-118). Ankara: Pegem.
- Yurdagül, H. (2005). Ölçek geliştirme çalışmalarında kapsam geçerliği için kapsam geçerlik indekslerinin kullanılması. *IV. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi*, 1, 771-774.
- Yüce, G. (2013). Kimya öğretmen adaylarının kimyasal reaksiyonlar konusunda zihinsel modellerinin belirlenmesi (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Yüzbaşıoğlu, M. K. (2015). *Ses konusuyla ilgili öğrenci zihinsel modellerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi), Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu.
- Zhu M, Cai, D., & Leung A. W. (2017) Number line estimation predicts mathematical skills: difference in grades 2 and 4. *Frontiers in Psychology*. 8:1576. <https://doi:10.3389/fpsyg.2017.01576>
- Widmayer, S. A. (2004). *Schema theory: An introduction*. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.474.1592&rep=rep1&type=pdf> adresinden ulaşılmıştır.

- Windsor, W. J., & Booker, G. (2005). *An Historical Analysis of the Division Concept and Algorithm May Provide Insights for Improved Teaching of Division*. Griffith University.
- Williamson, J. W. (1999). *Mental models of teaching: Case study of selected pre-service teachers enrolled in an introductory educational technology course*. (Unpublished doctoral dissertation). The University of Georgia, Georgia.
- Wild, M. (1996). Mental models and computer modeling. *Journal of Computer Assisted Learning*, 12, 10-21.
- Xu, F. (2003). 'Numerosity discrimination in infants: evidence of two systems of representation.' *Cognition* 89(1): B15–25.

EK-A: Doğal Sayılarda Basamak Değerini Kavrama Başarı Testi**SAYMA BOYUTU**

1) 1800'den başlanarak yüzer yüzer ileri sayılıyor. 2700 söylenen kaçınıcı sayıdır? (1800 sayısı sayılmayacak.) Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

TAHMİN ETME BOYUTU:

2) Yukarıda verilen masanın çevresi verilen pipet ile ölçülüyor. Masanın çevresi kaç pipet uzunluğundadır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

YENİDEN ADLANDIRMA BOYUTU

3) 20 onluk + 25 birlik + 20 yüzlük = hangi sayıya karşılık gelir? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

ADLANDIRMA BOYUTU

4) "500073" sayısının yazılışını gösteriniz. Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

A) Beş bin yetmiş üç B) Elli bin yetmiş üç C) Beş yüz bin yetmiş üç D) Beş yüz yetmiş üç

5) "Dokuz yüz bin doksan dokuz" sayısının okunuşu aşağıdaki seçeneklerden hangisidir? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

A) 999099 B) 90009 C) 990099 D) 900099 E) 90099 F) 900009

KARŞILAŞTIRMA BOYUTU

6) 5444, 5440, 20100, 5004, 500014

Yukarıda verilen sayıları küçükten büyüğe sıralayınız. Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

100

|

1000

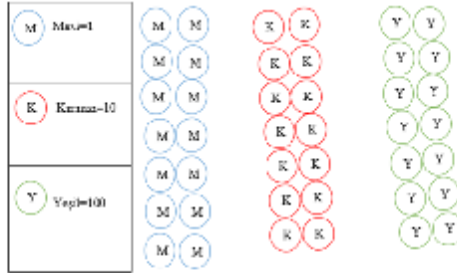
|

7) Yukarıda verilen doğru üzerinde 700 sayısına karşılık gelen yeri gösteriniz. Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

TEMSİL ETME BOYUTU

8) 207 sayısını bloklar ile nasıl gösterebilirsiniz? Çiziniz. Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

9)



Yanda verilen şekilde içinde "M" yazan jetonlar birlikleri, içinde "K" yazan jeton onlukları, "Y" yazan jeton ise yüzükleri temsil etmektedir. Her bir jetondan 14 adet verilmiştir. Bu jetonların toplam temsil ettiği sayı kaçtır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

HESAPLAMA BOYUTU

10) $2475+789$ İşlemin sonucu kaçtır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

11) $3000-875$ işlemin sonucu kaçtır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

12) 840×25 İşlemin sonucu kaçtır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

13) $315 \div 3$ İşlemin sonucu kaçtır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

EK-B: Görüşme Formu

GÖRÜŞME FORMU

SAYMA BOYUTU

1) 1800'den başlanarak yüzer yüzer ileri sayılıyor. 2700 söylenen kaçmıncı sayıdır? (1800 sayısı sayılmayacak.) Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

- Sorunun farklı çözüm yolları var mıdır? Açıklayınız.
- Soruyu materyal kullanarak çözebilir misiniz?
- Soruyu şekil ya da resim çizerek gösterebilir misiniz?

TAHMİN ETME BOYUTU:



2) Yukarıda verilen masanın çevresi verilen pipet ile ölçülüyor. Masanın çevresi kaç pipet uzunluğundadır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız

- Sorunun farklı çözüm yolları var mıdır? Açıklayınız.
- Soruyu materyal kullanarak çözebilir misiniz?
- Soruyu şekil ya da resim çizerek gösterebilir misiniz?

YENİDEN ADLANDIRMA BOYUTU

3) 20 onluk + 25 birlik + 20 yüzlük = hangi sayıya karşılık gelir?
Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

- Sorunun farklı çözüm yolları var mıdır? Açıklayınız.
- Soruyu materyal kullanarak çözebilir misiniz?
- Soruyu şekil ya da resim çizerek gösterebilir misiniz?

ADLANDIRMA BOYUTU

4) "500073" sayısının yazılışını gösteriniz. Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

A) Beş bin yetmiş üç B) Elli bin yetmiş üç C) Beş yüz bin yetmiş üç D) Beş yüz yetmiş üç

- a) Sorunun farklı çözüm yolları var mıdır? Açıklayınız.
- b) Soruyu materyal kullanarak çözebilir misiniz?
- c) Soruyu şekil ya da resim çizerek gösterebilir misiniz?

5) "Dokuz yüz bin doksan dokuz" sayısının okunuşu aşağıdaki seçeneklerden hangisidir? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

A) 999099 B) 90009 C) 990099 D) 900099 E) 90099 F) 900009

- a) Sorunun farklı çözüm yolları var mıdır? Açıklayınız.
- b) Soruyu materyal kullanarak çözebilir misiniz?
- c) Soruyu şekil ya da resim çizerek gösterebilir misiniz?

KARŞILAŞTIRMA BOYUTU

6) 5444, 5440, 20100, 5004, 500014

Yukarıda verilen sayıları küçükten büyüğe sıralayınız. Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

- a) Sorunun farklı çözüm yolları var mıdır? Açıklayınız.
- b) Soruyu materyal kullanarak çözebilir misiniz?
- c) Soruyu şekil ya da resim çizerek gösterebilir misiniz?



7) Yukarıda verilen doğru üzerinde 700 sayısına karşılık gelen yeri gösteriniz. Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

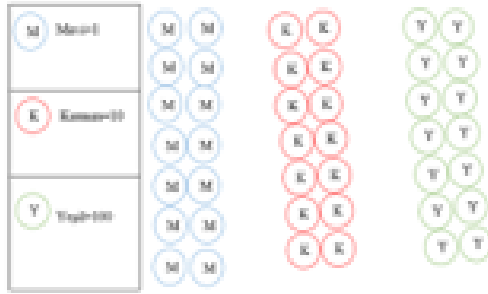
- a) Sorunun farklı çözüm yolları var mıdır? Açıklayınız.
- b) Soruyu materyal kullanarak çözebilir misiniz?
- c) Soruyu şekil ya da resim çizerek gösterebilir misiniz?

TEMSİL ETME BOYUTU

8) 207 sayısını bloklar ile nasıl gösterebilirsiniz? Çiziniz. Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

- a) Sorunun farklı çözüm yolları var mıdır? Açıklayınız.
 b) Soruyu materyal kullanarak çözebilir misiniz?
 c) Soruyu şekil ya da resim çizerek gösterebilir misiniz?

9)



Yanda verilen şekilde içinde "M" yazan jetonlar birlikleri, içinde "K" yazan jeton onluklar, "Y" yazan jeton ise yüzükleri temsil etmektedir. Her bir jetondan 14 adet verilmiştir. Bu jetonların toplam temsil ettiği sayı kaçtır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

- a) Sorunun farklı çözüm yolları var mıdır? Açıklayınız.
 b) Soruyu materyal kullanarak çözebilir misiniz?
 c) Soruyu şekil ya da resim çizerek gösterebilir misiniz?

HESAPLAMA BOYUTU

10) $2475+789$ işlemin sonucu kaçtır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

- a) Sorunun farklı çözüm yolları var mıdır? Açıklayınız.
- b) Soruyu materyal kullanarak çözebilir misiniz?
- c) Soruyu şekil ya da resim çizerek gösterebilir misiniz?

11) $3000-875$ işlemin sonucu kaçtır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

- a) Sorunun farklı çözüm yolları var mıdır? Açıklayınız.
- b) Soruyu materyal kullanarak çözebilir misiniz?
- c) Soruyu şekil ya da resim çizerek gösterebilir misiniz?

12) 840×25 işlemin sonucu kaçtır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

- a) Sorunun farklı çözüm yolları var mıdır? Açıklayınız.
- b) Soruyu materyal kullanarak çözebilir misiniz?
- c) Soruyu şekil ya da resim çizerek gösterebilir misiniz?

13) $315 \div 3$ işlemin sonucu kaçtır? Çözüm adımlarınızı yazınız ve nedenleriyle birlikte açıklayınız.

- a) Sorunun farklı çözüm yolları var mıdır? Açıklayınız.
- b) Soruyu materyal kullanarak çözebilir misiniz?
- c) Soruyu şekil ya da resim çizerek gösterebilir misiniz?

EK-C: Öğrenci Gönüllü Katılım Formu



GÖNÜLLÜ KATILIM FORMU (ÖĞRENCİ)

Sevgili Öğrenci,

Bu çalışma, basamak değeri konusundaki zihinsel modellerinizi ortaya koymak amacıyla Doç. Dr. Bilge GÖK danışmanlığında hazırlayacağım bir doktora tezidir. Bu araştırmanın yapılabilmesi için Hacettepe Üniversitesi Etik Komisyonundan izin alınmıştır.

Araştırmaya gönüllü olarak katılma ve katılmama hakkına sahipsiniz. Gönüllü olarak çalışmaya katılmanız ve paylaşacağınız düşünceleriniz, bu çalışma için çok önemlidir. Bu araştırmada, "Doğal Sayılarda Basamak Değerini Kavrama Başarı Testi" ile "Görüşme Formu" kullanılarak size sorular sorulacaktır. Basamak değerine yönelik olan soruları sesli düşünerek; ister çizerek, ister materyal kullanarak, isterseniz de çizimler ve semboller kullanarak cevaplamanızı isteyeceğiz. Soruların cevaplarını sesli olarak düşünürken süreç video ile kayıt altına alınacaktır. Süreci videoya kayıt etmekteki amaç ise tüm sürecin not alınmasının mümkün olmaması nedeniyle verilerin analiz edilmesini kolaylaştırmaktır. Teste vermiş olduğunuz cevaplarınız ve kayıt edilen video sadece bu araştırmada kullanılacaktır.

İstedikiniz zaman çalışmamdan ayrılabilirsiniz. Böyle bir durumda hiçbir sorumluluğunuz olmayacaktır. Araştırmadan ayrılmanız durumunda test sonuçlarınızı ve size ait hiçbir veriyi araştırmada kullanmayacağız.

Bu bilgileri okuyup araştırmaya gönüllü olarak katılmanızı size vermiş olduğumuz sözlere dayanarak bu formu imzalamanızı rica ediyorum. Araştırma ile ilgili aklınıza takılan her soruyu aşağıda bulunan iletişim bilgilerimizden bizlere ulaşarak sorabilirsiniz. Formu okuyarak imzaladığınız için teşekkür ederim.

Katılımcı Öğrenci

Adı, soyadı:
Adres:
Tel:
E-posta:
İmza:

Araştırmacılar:

Doç. Dr. Bilge GÖK
Adres:
Tel:
İmza:

Öğretmen Seyhan PAYDAR
Adres:
Tel:
İmza:

EK-D: Veli Gönüllü Katılım Formu

www/ www/ www/

GÖNÜLLÜ KATILIM FORMU (VELİ İZİNİ)

Sayın Veli,

Araştırmaya göstermiş olduğunuz ilgi ve ayıracağınız zaman için şimdiden teşekkür ederim. Basamak değeri konusundaki zihinsel modellerinizi ortaya koymak amacıyla Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesinde görev yapmakta olan Doç. Dr. Bilge Gök danışmanlığında bir doktora tezi hazırlamaktayım.

Araştırmadan elde edilen bulgular neticesinde öğrencilerin basamak değeri konusundaki zihinsel modelleri ortaya konulacaktır. Bu araştırma için Hacettepe Üniversitesi Etik Komisyonundan gerekli izinler alınmıştır. Yapılacak olan araştırma kapsamında çocuklarınızın zihinsel modellerini ortaya koymak amacıyla basamak değeri konusundaki sorular sesli düşünerek çözmesi istenecektir. "Doğal Sayılarda Basamak Değerini Kavrama Başarı Testi" ile "Görüşme Formu" kullanılarak öğrenciye verdikleri cevaplara göre sorular sorulacaktır. Süreç öğrenci cevaplarını analiz etmek amacıyla video ile kayıt altına alınacaktır. Video kayıtlar yalnızca öğrencinin soru çözümünü analiz etmek amacıyla kullanılacaktır.

Araştırmaya katılım gönüllülük esasına dayalıdır. Sizin istemeniz veya çocuğunuzun istemesi durumunda, herhangi bir anda çocuğunuz araştırmadan ayrılabilir. Çocuğunuzun araştırmadan ayrılması durumunda kendisine hiçbir sorumluluk yüklenmeyecektir. Bu durumda test sonuçları ve çocuğunuza ait hiçbir veri kullanılmayacaktır. Ayrıca çocuğunuz, vereceği hiçbir bilgiden dolayı rahatsız hissedeceği bir durumda bırakılmayacaktır. Araştırma boyunca ve sonrasında öğrencilerimizin kişisel bilgileri her zaman korunacak ve gizli tutulacaktır. Bu bilgileri okuyup söz konusu araştırmaya, velisi olduğunuz öğrencinin gönüllü olarak katılmasını ve araştırma sürecinde benim size verdiğim güvenceye dayanarak bu formu imzalamanızı rica ediyorum. Aklınıza gelebilecek her türlü soruyu aşağıdaki iletişim bilgilerimizden bize yöneltebilirsiniz.

Katılımcı Öğrenci

Adı, soyadı:
Adres:
Tel:
E-posta:
İmza:

Araştırmacılar:

Doç. Dr. Bilge GÖK
Adres:
Tel:
İmza:

Öğretmen Seyhan PAYDAR
Adres:
Tel:
İmza:

EK-E: Rutin Problem Çözme Başarı Testi Kullanım İzni

Başarı Testi İzni

Gelen Kutusu



Mine Bayar

Alıcılar: ben ✓



Sayın Seyhan Hocam,
Doktora tezim için geliştirmiş olduğum 4. sınıf rutin problem çözme başarı testimi doktora teziniz için kullanabilirsiniz. Ekte başarı testini ve geliştirme aşamalarına ilişkin bilgileri gönderiyorum. Kolay gelsin.



rpçbt MİNE BAYAR.docx



EK-F: Etik Komisyon Onay Bildirimi**T.C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Rektörlük**

Sayı : E-35853172-300-00002381133
Konu : Seyhan PAYDAR Hk. (Etik Komisyon İzni)

10.09.2022

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 25.07.2022 tarihli ve E-51944218-300-00002301663 sayılı yazınız.

Enstitümüz Temel Eğitim Anabilim Dalı Sınıf Eğitimi doktora programı öğrencilerinden Seyhan PAYDAR'ın Doç. Dr. Bilge GÖK danışmanlığında yürüttüğü "Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Zihinsel Modellerinin İncelenmesi" başlıklı tez çalışması, Üniversitemiz Senatosu Etik Komisyonunun 09 Ağustos 2022 tarihinde yapmış olduğu toplantıda incelenmiş olup, etik açıdan uygun bulunmuştur.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof. Dr. Vural GÖKMEN
Rektör Yardımcısı

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu: 9773A6D1-0D97-496C-86D4-09B8559D6426

Belge Doğrulama Adresi: <https://www.turkiye.gov.tr/hu-ebys>

Adres: Hacettepe Üniversitesi Rektörlük 06100 Sıhhiye-Ankara

Bilgi için: Duygu Didem İLERİ

E-posta: yazinsd@hacettepe.edu.tr İnternet Adresi: www.hacettepe.edu.tr Elektronik

Bilgisayar İşletmeni

Ağ: www.hacettepe.edu.tr

Telefon: 0 (312) 305 3001-3002 Faks: 0 (312) 311 9992

Telefon: .

Kep: hacettepeuniversitesi@hs01.kep.tr



EK-G: MEB Onay Yazısı



T.C.
ANKARA VALİLİĞİ
Milli Eğitim Müdürlüğü



Sayı : E-14588481-605.99-60171369
Konu : Araştırma İzni

07.10.2022

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi: a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 2020/2 sayılı Genelgesi.
b) 19.09.2022 tarihli ve 00002396452 sayılı yazımız.

Temel Eğitim Anabilim Dalı Sınıf Eğitimi doktora programı öğrencilerinden Seyhan PAYDAR'ın "Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Zihinsel Modellerinin İncelenmesi" konulu çalışması kapsamında İlimize bağlı ilkokullar ve bilim sanat merkezlerinde uygulama talebi ilgi (a) Genelge çerçevesinde incelenmiştir.

Yapılan inceleme sonucunda, söz konusu araştırmanın Müdürlüğümüzde muhafaza edilen ölçme araçlarının; Türkiye Cumhuriyeti Anayasası, Milli Eğitim Temel Kanunu ile Türk Milli Eğitiminin genel amaçlarına uygun olarak, ilgili yasal düzenlemelerde belirtilen ilke, esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek, eğitim-öğretim faaliyetlerini aksatmayacak şekilde okul ve kurum yöneticilerinin sorumluluğunda, gönüllülük esasına göre uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmüştür.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Burhan İNAN
Vali a.
Milli Eğitim Müdürü V.

Ek:
Uygulama Araçları

Dağıtım:
Gereği:
Hacettepe Üniversitesi

Bilgi:
B Planı

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Emniyet Mah. Alparslan Türkeş Cad. 4/A Yenimahalle/ANKARA

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-obyv>

Telefon No : 0 (312) 306 89 07

Bilgi için: D. KARAGÜZEL BİLGİN

E-Posta: istatistik06@meb.gov.tr

İnternet Adresi: www.meb.gov.tr

Unvan : Memur

Kep Adresi : meb@tr01.kep.tr

Faks: _____

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evnksorgu.meb.gov.tr> adresinden f330-48d5-353a-8756-7920 kodi ile teyit edilebilir.

EK-H: Etik Beyanı

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında,

- * tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- * görsel, işitsel ve yazılı bütün bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- * başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- * atıfta bulunduğum eserlerin bütününe kaynak olarak gösterdiğimi,
- * kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- * bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

...../...../.....

(İmza)

Seyhan PAYDAR

EK-I: Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Temel Eğitim Ana Bilim Dalı Başkanlığına,,
...../...../.....

Tez Başlığı: Özel Yetenek Tanılı Olan Ve Olmayan Öğrencilerin Basamak Değerini Kavrayışlarına Yönelik Zihinsel Modellerinin İncelenmesi

Yukarıda başlığı verilen tez çalışmamın tamamı (kapak sayfası, özetler, ana bölümler, kaynakça) aşağıdaki filtreler kullanılarak **Turnitin** adlı intihal programı aracılığı ile kontrol edilmiştir. Kontrol sonucunda aşağıdaki veriler elde edilmiştir:

Rapor Tarihi	Sayfa Sayısı	Karakter Sayısı	Savunma Tarihi	Benzerlik Oranı	Gönderim Numarası
11/07/2023	384	478376	22/06 /2023	%3	2129605303

Uygulanan filtreler:

- Kaynaklar hariç
- Alıntılar dâhil
- 5 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esaslarını inceledim ve çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan eder, gereğini saygılarımla arz ederim.

Ad Soyadı: Seyhan PAYDAR

Öğrenci No.: N18242656

Ana Bilim Dalı: Temel Eğitim

Programı: Sınıf Eğitimi

Statüsü: Y.Lisans Doktora Bütünleşik Dr.

İmza

DANIŞMAN ONAYI

UYGUNDUR.

(Doç. Dr. Bilge GÖK)

EK-İ: Thesis/Dissertation Originality Report

HACETTEPE UNIVERSITY
Graduate School of Educational Sciences
To The Department of Primary Education

...../...../.....

Thesis Title: Examining The Mental Models of Diagnosed with Giftedness and Undiagnosed with Giftedness Students for Their Understanding of Place Value

The whole thesis that includes the *title page, introduction, main chapters, conclusions and bibliography section* is checked by using **Turnitin** plagiarism detection software take into the consideration requested filtering options. According to the originality report obtained data are as below.

Time Submitted	Page Count	Character Count	Date of Thesis Defense	Similarity Index	Submission ID
11/07/2023	384	478376	22/06 /2023	%3	2129605303

Filtering options applied:

1. Bibliography excluded
2. Quotes included
3. Match size up to 5 words excluded

I declare that I have carefully read Hacettepe University Graduate School of Educational Sciences Guidelines for Obtaining and Using Thesis Originality Reports; that according to the maximum similarity index values specified in the Guidelines, my thesis does not include any form of plagiarism; that in any future detection of possible infringement of the regulations I accept all legal responsibility; and that all the information I have provided is correct to the best of my knowledge.

I respectfully submit this for approval.

Name Lastname: Seyan PAYDAR
Student No.: N18242656
Department: Department of Elementary Education
Program: Primary Education
Status: Masters Ph.D. Integrated Ph.D.

Signature

ADVISOR APPROVAL

APPROVED
Assoc. Dr. Bilge GÖK

EK-J: Yayınlama ve Fikrî Mülkiyet Hakları Beyanı

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kâğıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

Yükseköğretim Kurulu tarafından yayınlanan "**Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge**" kapsamında tezim aşağıda belirtilen koşullar haricince YÖK Ulusal Tez Merkezi / H.Ü. Kütüphaneleri Açık Erişim Sisteminde erişime açılır.

- Enstitü/Fakülte yönetim kurulu kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihinden itibaren 2 yıl ertelenmiştir. ⁽¹⁾
- Enstitü/Fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihinden itibaren ... ay ertelenmiştir. ⁽²⁾
- Tezimle ilgili gizlilik kararı verilmiştir. ⁽³⁾

..... / /

(imza)

Seyhan PAYDAR

"Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge"

- (1) Madde 6.1. Lisansüstü teze ilgili patent başvurusu yapılması veya patent alma sürecinin devam etmesi durumunda, tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu iki yıl süre ile tezinerişime açılmasının ertelenmesine karar verebilir.
 - (2) Madde 6.2. Yeni teknik, materyal ve metotların kullanıldığı, henüz makaleye dönüşmemiş veya patent gibi yöntemlerle korunmamış ve internette paylaşılması durumunda 3 şahıslara veya kurumlara haksız kazanç; imkânı oluşturabilecek bilgi ve bulguları içeren tezler hakkında tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile altı ayı aşmamak üzere tezin erişime açılması engellenebilir.
 - (3) Madde 7.1. Ulusal çıkarları veya güvenliği ilgilendiren, emniyet, istihbarat, savunma ve güvenlik, sağlık vb. konulara ilişkin lisansüstü tezlerle ilgili gizlilik kararı, tezin yapıldığı kurum tarafından verilir*. Kurum ve kuruluşlarla yapılan işbirliği protokolü çerçevesinde hazırlanan lisansüstü tezlere ilişkin gizlilik kararı ise, ilgili kurum ve kuruluşun önerisi ile enstitü veya fakültenin uygun görüşü üzerine üniversite yönetim kurulu tarafından verilir. Gizlilik kararı verilen tezler Yükseköğretim Kuruluna bildirilir.
- Madde 7.2. Gizlilik kararı verilen tezler gizlilik süresince enstitü veya fakülte tarafından gizlilik kuralları çerçevesinde muhafaza edilir, gizlilik kararının kaldırılması halinde Tez Otomasyon Sistemine yüklenir
- *Tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu tarafından karar verilir.

