

T.C.  
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ  
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FARKLI DÖNÜŞÜM YÖNTEMLERİ İÇİN SHAPIRO-WILK TEST İSTATİSTİĞİ  
İLE DÖNÜŞÜM PARAMETRESİNİN KESTİRİLMESİ

Müge COŞKUN YILDIRIM

Biyoistatistik Programı  
YÜKSEK LİSANS TEZİ

ANKARA  
2023



T.C.  
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ  
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FARKLI DÖNÜŞÜM YÖNTEMLERİ İÇİN SHAPIRO-WILK TEST İSTATİSTİĞİ  
İLE DÖNÜŞÜM PARAMETRESİNİN KESTİRİLMESİ

Müge COŞKUN YILDIRIM

Biyoistatistik Programı  
YÜKSEK LİSANS TEZİ

ANKARA  
2023

## YAYIMLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kağıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

Yükseköğretim Kurulu tarafından yayınlanan “*Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge*” kapsamında tezim aşağıda belirtilen koşullar haricince YÖK Ulusal Tez Merkezi / H.Ü. Kütüphaneleri Açık Erişim Sisteminde erişime açılır.

- Enstitü / Fakülte yönetim kurulu kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren 2 yıl ertelenmiştir. <sup>(1)</sup>
- Enstitü / Fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren ... ay ertelenmiştir. <sup>(2)</sup>
- Tezimle ilgili gizlilik kararı verilmiştir. <sup>(3)</sup>

Müge COŞKUN YILDIRIM

1

<sup>11</sup>“*Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge*”

(1) Madde 6. 1. Lisansüstü teze ilgili patent başvurusu yapılması veya patent alma sürecinin devam etmesi durumunda, tez **danışmanın** önerisi ve **enstitü anabilim dalının** uygun görüşü üzerine **enstitü** veya **fakülte yönetim kurulu** iki yıl süre ile tezin erişime açılmasının ertelenmesine karar verebilir.

(2) Madde 6. 2. Yeni teknik, materyal ve metotların kullanıldığı, henüz makaleye dönüşmemiş veya patent gibi yöntemlerle korunmamış ve internette paylaşılması durumunda 3. şahıslara veya kurumlara haksız kazanç imkanı oluşturabilecek bilgi ve bulguları içeren tezler hakkında tez **danışmanın** önerisi ve **enstitü anabilim dalının** uygun görüşü üzerine **enstitü** veya **fakülte yönetim kurulunun** gerekçeli kararı ile altı ayı aşmamak üzere tezin erişime açılması engellenebilir.

(3) Madde 7. 1. Ulusal çıkarları veya güvenliği ilgilendiren, emniyet, istihbarat, savunma ve güvenlik, sağlık vb. konulara ilişkin lisansüstü tezlerle ilgili gizlilik kararı, **tezin yapıldığı kurum** tarafından verilir \*. Kurum ve kuruluşlarla yapılan işbirliği protokolü çerçevesinde hazırlanan lisansüstü tezlere ilişkin gizlilik kararı ise, **ilgili kurum ve kuruluşun önerisi** ile **enstitü** veya **fakültenin** uygun görüşü üzerine **üniversite yönetim kurulu** tarafından verilir. Gizlilik kararı verilen tezler Yükseköğretim Kuruluna bildirilir. Madde 7.2. Gizlilik kararı verilen tezler gizlilik süresince enstitü veya fakülte tarafından gizlilik kuralları çerçevesinde muhafaza edilir, gizlilik kararının kaldırılması halinde Tez Otomasyon Sistemine yüklenir

\* Tez **danışmanın** önerisi ve **enstitü anabilim dalının** uygun görüşü üzerine **enstitü** veya **fakülte yönetim kurulu tarafından karar verilir.**

## ETİK BEYAN

Bu çalışmadaki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu, kullandığım verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı, yararlandığım kaynaklara bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu, tezimin kaynak gösterilen durumlar dışında zgn olduğunu, Dr. Öğr. Üyesi Osman DAĞ danışmanlığında tarafımdan üretildiğini ve Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Yönergesine göre yazıldığını beyan ederim.

*Müge COŞKUN YILDIRIM*

---

## TEŞEKKÜR

Lisansüstü eğitimime başladığım günden geldiğim noktaya kadar rehberliği ile beni ileriye taşıyan, sabrı, hoşgörüsü ve inancı ile her daim desteğini gönülden hissettiğim, öğrencisi olmayı şans olarak gördüğüm, bilgi ve deneyiminden ilham alarak akademik yolculuğumda daha da ilerleyeceğime inandığım değerli danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Osman DAĞ'a teşekkürlerimi sunuyorum.

Akademik hayatımın dönüm noktası olarak gördüğüm, birlikte çalışma fırsatı bulabildiğim, bana inanan ve desteklerini esirgemeyen kıymetli Dr. Öğr. Üyesi Osman Tolga KASKATI'ya teşekkürlerimi sunuyorum.

Bu süreçte bana gönülden inanan, teşvik eden, bana matematiği ilk öğretene ve sevdiren, emekleri, sabrı, anlayışı ve desteği için uykusuz gecelerimin ortağı canım annem Gül COŞKUN'a teşekkür ederim.

Emekleri için, okul hayatım boyunca beni her gün okul yolunda bekleyen, benimle mezun olan canım babam Metin COŞKUN'a teşekkür ederim.

Desteğini her zaman hissettiren, bilgi ve birikimiyle her anlamda bana rol model olan, aynı zamanda okul arkadaşım olan canım ağabeyim Olgun COŞKUN'a teşekkür ederim.

Bu zamana kadarki süreçte bana olan inancını her zaman hissettiğim, beni her türlü zorluğun üstesinden gelebileceğime inandıran, sabrı ve anlayışı için sevgili eşim Serhat YILDIRIM'a teşekkür ederim.

## ÖZET

**Coşkun Yıldırım M. Farklı Dönüşüm Yöntemleri İçin Shapiro-Wilk Test İstatistiği ile Dönüşüm Parametresinin Kestirilmesi, Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Biyoistatistik Programı Yüksek Lisans Tezi, Ankara, 2023.** Normal dağılım varsayımı; istatistiksel analizler, modeller ve örnekleme kuramı gibi birçok alanda kullanılır. Bu varsayımın sağlanması verilerin doğru bir şekilde analiz edilmesi ve sonuçların yorumlanması açısından oldukça önemlidir. Normallik varsayımı sağlanmadığı durumlarda kullanılan popüler yöntemlerden birisi değişkenler üzerinde dönüşüm uygulamaktır. Bu tez kapsamında Log Shift, Box-Cox, Bickel-Doksum, Yeo-Johnson, Karekök Shift, Manly, Modulus, Dual ve Gpower dönüşüm yöntemlerinin uyum iyiliği test istatistiğini maksimize eden dönüşüm parametreleri kestirilmiştir. Bu dokuz dönüşüm yöntemine Log, Neglog, Glog, Ters dönüşüm yöntemleri de eklenerek, Monte Carlo benzetim çalışmasıyla farklı senaryolar altında yöntemlerin performansları Shapiro-Wilk testi ile incelenmiştir. Shapiro-Wilk test istatistiği ile parametre kestirimi ile en çok olabilirlik kestirimi karşılaştırılmıştır. Benzetim çalışması sonucunda beklendiği gibi Shapiro-Wilk test istatistiği yönteminin, en çok olabilirlik kestirimi yöntemine göre dönüşüm yöntemlerinin normallik dönüşüm performansı bakımından daha başarılı olduğu görülmüştür. Benzetim çalışması doğrultusunda Dual dönüşüm yönteminin çoğu senaryo altında daha iyi performans gösterdiği görülmüştür. Ek olarak Shapiro-Wilk test istatistiği ile parametre kestirimi yapılmış bu yaklaşım R programında Transform kütüphanesi altında 13 farklı dönüşüm yöntemiyle araştırmacıların erişimine açılmış ve uygulaması açık erişimli bir veri seti üzerinde gösterilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Veri dönüşümü, Normal dağılım, İstatistiksel benzetim çalışması.

## ABSTRACT

**Coşkun Yıldırım, M. Estimation of Transformation Parameter for Various Transformation Methods Via Shapiro-Wilk Test Statistic, Hacettepe University Graduate School of Health Sciences Master Thesis in Biostatistics, Ankara, 2023.** Normal distribution assumption; It is used in many fields such as statistical analysis, models, and sampling theory. Ensuring this assumption is very important in analyzing the data correctly and interpreting the results. One of the popular methods used in cases where the assumption of normality is not provided is to apply a transformation on the variables. Within the scope of this thesis, transformation parameters that maximize the Shapiro-Wilk test statistic for Log Shift, Box-Cox, Bickel-Doksum, Yeo-Johnson, Square Root Shift, Manly, Modulus, Dual and Gpower transformation are estimated. By adding Log, Neglog, Glog, and Reciprocal transformation methods to these nine transformation methods, the performances of these transformation methods under different scenarios were examined with the Shapiro-Wilk test with Monte Carlo simulation study. In addition, Shapiro-Wilk method was compared with the maximum likelihood estimation for parameter estimation. As expected as a result of the simulation study, it was observed that Shapiro-Wilk parameter estimation method performed better than the maximum likelihood estimation method in terms of the normality transformation performance of the methods. In line with the simulation study, it is concluded that the Dual transform method performs better under most scenarios. In addition, this approach in which the parameter is estimated with the Shapiro-Wilk test statistic is available to researchers with 13 different transformation methods under Transform package in the R program, and its application is demonstrated on an open-access data set.

**Keywords:** Data transformation, Normal distribution, Statistical simulation



**İÇİNDEKİLER**

YAYIMLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI	iii
ETİK BEYAN	iv
TEŞEKKÜR	v
ÖZET	vi
ABSTRACT	vii
İÇİNDEKİLER	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR	x
ŞEKİLLER	xi
TABLolar	xii
<b>1. GİRİŞ</b>	<b>1</b>
<b>2. GENEL BİLGİLER</b>	<b>3</b>
2.1. Dönüşüm Yöntemleri	3
2.1.1. Log Dönüşüm Yöntemi	3
2.1.2. Glog Dönüşüm Yöntemi	4
2.1.3. Neglog Dönüşüm Yöntemi	4
2.1.4. Ters Dönüşüm Yöntemi	4
2.1.5. Box-Cox Dönüşüm Yöntemi	5
2.1.6. Log Shift Dönüşüm Yöntemi	5
2.1.7. Bickel-Doksum Dönüşüm Yöntemi	5
2.1.8. Yeo-Johnson Dönüşüm Yöntemi	6
2.1.9. Karekök Shift Dönüşüm Yöntemi	6
2.1.10. Manly Dönüşüm Yöntemi	6

2.1.11. Modulus Dönüşüm Yöntemi	7
2.1.12. Dual Dönüşüm Yöntemi	7
2.1.13. Gpower Dönüşüm Yöntemi	7
2.2. Dönüşüm Parametresi Kestirimi Yöntemleri	7
2.3. Shapiro-Wilk Testi	10
2.4. R Programında Dönüşüm Yöntemleri Kütüphaneleri	12
<b>3. GEREÇ VE YÖNTEM</b>	<b>14</b>
3.1. Parametre Kestirimi Metodolojisi	14
3.2. Dönüşüm Yöntemleri Performans Ölçütü	15
<b>4. BULGULAR</b>	<b>16</b>
<b>5. R PAKETİ İLE UYGULAMA</b>	<b>23</b>
<b>6. TARTIŞMA VE SONUÇ</b>	<b>30</b>
<b>7. KAYNAKÇA</b>	<b>32</b>
<b>8. EKLER</b>	<b>35</b>
EK 1: Farklı Senaryolar Altında Dönüşüm Yöntemlerinin performansları	35
EK 2: Tez Çalışması Orijinallik Raporu	50
EK 3: Dijital Makbuz	51
<b>9. ÖZGEÇMİŞ</b>	<b>52</b>

**SİMGELER ve KISALTMALAR**

<b>bcTransform</b>	Box-Cox Dönüşüm Yöntemi
<b>bdTransform</b>	Bickel-Doksum Dönüşüm Yöntemi
<b>dlTransform</b>	Dual Dönüşüm Yöntemi
<b>glTransform</b>	Glog Dönüşüm Yöntemi
<b>gpTransform</b>	Gpower Dönüşüm Yöntemi
$\lambda$	Dönüşüm Parametre Kestiricisi
<b>lgTransform</b>	Log Dönüşüm Yöntemi
<b>lsTransform</b>	Log Shift Dönüşüm Yöntemi
<b>mdTransform</b>	Modulus Dönüşüm Yöntemi
<b>MLE</b>	En Çok Olabilirlik
<b>mnTransform</b>	Manly Dönüşüm Yöntemi
<b>n</b>	Örneklem Büyüklüğü
<b>ncTransform</b>	Hesaplama Yok
<b>nlTransform</b>	Neglog Dönüşüm Yöntemi
<b>rpTransform</b>	Ters Dönüşüm Yöntemi
<b>s</b>	Sabit Sayı
<b>ssTransform</b>	Karekök Shift Dönüşüm Yöntemi
<b>SW</b>	Shapiro-Wilk
<b>y</b>	Dönüşüm Uygulanmamış (Orijinal) Veri
<b>yjTransform</b>	Yeo-Johnson Dönüşüm Yöntemi

**ŞEKİLLER**

<b>Şekil</b>		<b>Sayfa</b>
<b>5.1</b>	Verinin Log dönüşümü uygulanmadan önceki (solda) ve sonraki (sağda) histogram ve Q-Q grafikleri	25
<b>5.2</b>	Verinin Box-Cox dönüşümü uygulanmadan önceki (solda) ve sonraki (sağda) histogram ve Q-Q grafikleri	26
<b>5.3</b>	Verinin Yeo-Johnson dönüşümü uygulanmadan önceki (solda) ve sonraki (sağda) histogram ve Q-Q grafikleri	28

**TABLolar**

<b>Tablo</b>		<b>Sayfa</b>
<b>2.1.</b>	R Programında farklı kütüphaneler altında yer alan dönüşüm yöntemleri.	13
<b>3.1.</b>	Transform kütüphanesi altında yer alan fonksiyonlar.	15
<b>4.1.</b>	Dağılım parametreleri.	16
<b>4.2.</b>	Farklı örneklem büyüklükleri altında üstel dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri.	18
<b>5.1.</b>	Dönüşüm yöntemi sonrası elde edilen sonuçlar.	29

## 1. GİRİŞ

Bir veri setinin istatistiksel analizine başlamadan önce ilgilenilen değişkenlerin normal dağılım göstermesi istatistiksel yöntemlerin birçoğunun ön koşuludur. Ancak gerçekte her zaman bu koşul sağlanmamaktadır. Özellikle veri çarpık olduğunda veya aykırı değerler içerdiğinde normal dağılım bu veriyi uygun şekilde temsil etmeyecektir (1). Değişkenlerin normal dağılım göstermediği durumlarda sıklıkla başvuru yöntemlerinden birisi değişkenler üzerinde dönüşüm uygulamaktır.

Dönüşüm yöntemleri, değişkenlerin dağılımını değiştirerek normal dağılım göstermesini sağlar ve değişkenleri istatistiksel analizler için uygun hale getirir. Verinin farklı ölçeklerde olması, standart sapmasının yüksek olması, çarpık dağılım göstermesi, eksik veya aykırı değerlerinin olması gibi sorunlarla karşılaşıldığında verinin özelliklerine ve istatistiksel amacına uygun olarak dönüşüm yöntemlerinin seçimi oldukça önemlidir (2).

Sıklıkla kullanılan dönüşüm yöntemlerinin başında karekök, logaritmik ve Box-Cox dönüşümleri gelmektedir. Karekök dönüşüm yöntemi ile normal dağılmayan bir veride her bir değerın karekökü alınarak varyansların homojenliği artırılır ve normal dağılıma dönüşüm gerçekleştirilir (3). Bu dönüşüm yöntemi doğrusal modellerde, regresyon ve varyans analizinde varsayımları karşılamak, kestirimleri daha kolay gerçekleştirmek için kullanılan bir yöntemdir (4). Eğer negatif değerlerin olduğu bir veri setinde çalışılıyorsa bu yöntemi kullanırken dikkat etmek gerekir. Bu yöntemin kullanılması tercih edildiyse her bir değere sabit bir katsayı eklenerek tüm değerler pozitif tarafa çekilebilir. Logaritmik dönüşüm yöntemi ile karekök dönüşüm yöntemindeki metot gibi veri setindeki her bir değerin logaritması alınarak dönüşüm gerçekleştirilir. Bu dönüşüm sayesinde veri setindeki büyük değerler arasındaki farklar küçülürken küçük değerler arasındaki farklar büyür. Eğer veri setinde sıfır değerleri varsa dönüşümü yapmadan önce dikkat edilmelidir. Logaritmik dönüşüm kullanılması tercih edildiyse veri kaybı yaşamamak için sıfır değerinin ne olacağına

karar vermek gerekir (5, 6). Box-Cox dönüşüm yöntemi ile, verideki değerlerin sıfıra eşit ve sıfırdan farklı olduğu durumlara göre farklı matematiksel işlemler yapılarak normal dağılıma dönüşüm gerçekleştirilir. Bu dönüşüm yönteminde  $\lambda$  ile ifade edilen bir dönüşüm parametresi kullanılır. Bu dönüşüm parametresinin farklı değerler alması dönüşümün etkisini belirler (6).

Normal dağılım varsayımının sağlanmadığı durumlarda, hangi dönüşüm yönteminin seçileceğine karar vermenin yanı sıra, dönüşüm parametresi kullanılan dönüşüm yöntemleri için dönüşüm parametresinin en uygun değerinin bulunması da önemlidir.

Bu tez kapsamında dönüşüm parametresi ile formüle edilen Log Shift (7), Box-Cox, Bickel-Doksum (8), Yeo-Johnson (9), Karekök Shift (10), Manly (11), Modulus (12), Dual (13) ve Gpower (14) dönüşüm yöntemlerinin dönüşüm parametre kestirimi için SW (15) normallik test istatistiği kullanılmıştır. Log, Neglog (16), Glog (17, 18, 19) ve Ters (20) dönüşüm yöntemleri de eklenerek Monte Carlo benzetim (15) çalışmasıyla farklı senaryolar altında bu dönüşüm yöntemlerinin performansları incelenmiştir. Ayrıca MLE yöntemi ile bu sonuçlar karşılaştırılmıştır. Ek olarak R programında Transform paketi geliştirilmiştir.

Genel bilgiler bölümünde dönüşüm yöntemleri üzerinde durulmaktadır. Gereç ve yöntem bölümünde dönüşüm yöntemlerinin parametre kestiriminde önerilen yaklaşım incelenmektedir. Bulgular bölümünde Monte Carlo benzetim çalışması sonucu elde edilen bulgulara yer verilmektedir. Sonraki bölümde R programında geliştirilen Transform paketi uygulama ile tanıtılacak ve son bölümde bu tez kapsamında yapılanlar özetlenecektir.

## 2. GENEL BİLGİLER

### 2.1. Dönüşüm Yöntemleri

Normal dağılım varsayımı sağlanmadığında başvurulacak yöntemlerden biri değişkene dönüşüm uygulamaktır. Değişkene dönüşüm uygulamak istenildiğinde birden çok dönüşüm yöntemleri ile karşılaşmaktadır. Üstelik bu dönüşüm yöntemlerinden bazıları bilinmeyen dönüşüm parametresi ( $\lambda$ ) içermektedir. Bu tez kapsamında ilgilenilen dönüşüm yöntemleri arasında Log Shift, Box-Cox, Bickel-Doksum, Yeo-Johnson, Karekök Shift, Manly, Modulus, Dual ve Gpower dönüşüm parametresi ile formüle edilmiştir. Log, Neglog, Glog ve ters dönüşüm yöntemleri, dönüşüm parametresi içermemektedir.

Doğru bir dönüşüm yöntemi seçerken verinin özelliklerini dikkatlice incelemek ve dönüşümün amacını göz önünde bulundurmak oldukça önemlidir. Verinin orijinal halinden farklı bir şekilde yorumlanmasına yol açacak veya bilgi kaybına neden olacak yöntemlerden kaçınılmalıdır.

#### 2.1.1. Log Dönüşüm Yöntemi

Log dönüşüm yöntemi, verilerin normal dağılım özelliklerini sağlamak amacıyla veriyi logaritmik bir ölçeğe dönüştürür. Bu dönüşüm yöntemi özellikle veri pozitif çarpık dağılım gösteriyorsa ve aykırı değerler varsa başvurulacak yöntemler arasındadır. Bu dönüşümle orijinal verideki büyük değerler arasındaki farklar küçülürken küçük değerler arasındaki farklar büyür ve istatistiksel analizlerde daha doğru sonuçlar elde edilmesine olanak tanınır. Bu yöntem genellikle pozitif verilerle çalışmak için kullanılır. Bu dönüşüm uygulanacaksa, önce veride negatif veya sıfır değerine ne yapılacağı belirlenmiş olmalıdır. Formülde yer alan  $s$  ile gösterilen sabit sayı için belirlenecek değer ile veri ekseninde kaydırılabilir (5, 6). Log dönüşümü;

$$\log (y + s) \quad (2.1.)$$



### 2.1.2. Glog Dönüşüm Yöntemi

Genelleştirilmiş logaritma olarak geçen bu dönüşüm yöntemi, gen gibi karma yapılı büyük veriler için tasarlanmış olması logaritma dönüşümünden daha esnek bir seçenek olarak kabul edilmesini sağlamıştır (17, 18, 19). Log dönüşümünden geliştirilmiş bu dönüşüm yöntemi, veride hem pozitif hem negatif değerler varken uygulanabilmektedir. Glog dönüşümü;

$$\log(y + \sqrt{y^2 + 1}) \quad (2.2.)$$

### 2.1.3. Neglog Dönüşüm Yöntemi

Negatif logaritma olarak geçen bu dönüşüm yöntemi, glog dönüşüm yöntemi gibi, negatif değerlerle başa çıkmak için logaritma dönüşümünden geliştirilmiştir (16). Neglog dönüşümü;

$$\text{Sign}(y)\log(|y| + 1) \quad (2.3.)$$

Burada  $\text{sign}(y)$  ile gösterilen işaret fonksiyonu, bir sayının işaretini belirtir. Pozitif bir sayı için işaret fonksiyonu 1 değerini, negatif bir sayı için -1 değerini, sıfır için ise 0 değerini alır (21).

### 2.1.4. Ters Dönüşüm Yöntemi

Tukey (20) ters dönüşüm yöntemiyle dönüştürülmüş verilerin normal dağılıma benzerlik gösterdiğini ve bu nedenle normal dağılım gibi bazı belirli dağılımlar için özellikle etkili olduğunu belirtmiştir (20). Ters dönüşümü;

$$\frac{1}{y}, \text{ eğer } y \neq 0. \quad (2.4.)$$

### 2.1.5. Box-Cox Dönüşüm Yöntemi

Box-Cox dönüşüm yöntemi, popüler dönüşüm yöntemleri arasındadır. Bu dönüşüm yöntemi kendinden sonra geliştirilen birçok dönüşüm yöntemine ilham kaynağı olmuştur. Box-Cox dönüşümünde;  $s$  ile gösterilen veriyi ekseninde kaydırmak için kullanılan bir sabit sayı ve  $\lambda$  parametresi ise, verilerin dönüştürülmesinde kullanılan bir dönüşüm parametresidir.  $\lambda$  değeri, verilerin normal dağılıma en yakın hale getirilmesi için belirlenir. Bu amaçla, farklı  $\lambda$  değerleri denenerek normal dağılıma en yakın olan seçilir.  $\lambda$  dönüşüm parametresinin aldığı değerlere göre farklı dönüşüm yöntemleri elde edilir. Örneğin  $\lambda=1$  durumunda dönüşüm yapılmamış orijinal veri,  $\lambda=0$  durumunda logaritmik dönüşüm,  $\lambda=0,5$  durumunda karekök dönüşümü ve  $\lambda=-1$  durumunda ters dönüşüm elde edilir (6). Box-Cox dönüşümü;

$$\begin{cases} \frac{(y + s)^\lambda - 1}{\lambda}, & \text{eğer } \lambda \neq 0 \\ \log(y + s), & \text{eğer } \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.5.)$$

### 2.1.6. Log Shift Dönüşüm Yöntemi

Log Shift dönüşüm yöntemi, log dönüşüm yönteminin  $\lambda$  dönüşüm parametresi ile geliştirilmiş versiyonudur (7). Log Shift dönüşümü;

$$\log(y + \lambda) \quad (2.6.)$$

### 2.1.7. Bickel-Doksum Dönüşüm Yöntemi

Box-Cox dönüşümünün bazı koşullarda uygun olmaması (negatif değerlerde) nedeniyle, bu yöntem geliştirilerek yeni dönüşüm yöntemleri geliştirilmiştir. Manly, Modulus, Bickel-Doksum ve Yeo-Johnson gibi birçok dönüşüm yöntemi Box-Cox dönüşüm yönteminin alternatif versiyonlarıdır (8). Bickel-Doksum dönüşümü;

$$\frac{|y|^\lambda \text{Sign}(y) - 1}{\lambda}, \text{ eğer } \lambda > 0 \quad (2.7.)$$

### 2.1.8. Yeo-Johnson Dönüşüm Yöntemi

Box-Cox dönüşüm yönteminin bir diğer alternatif versiyonu olan Yeo-Johnson, verideki değerlerin 0'dan küçük ya da 0 ve 0'dan büyük olma durumuna göre dönüşüm parametresi için 2 farklı formülasyon önerir (9). Yeo-Johnson dönüşümü;

$$\begin{cases} \frac{(y+1)^\lambda - 1}{\lambda}, & \text{eğer } \lambda \neq 0 \text{ ve } y \geq 0 \\ \log(y+1), & \text{eğer } \lambda = 0 \text{ ve } y \geq 0 \\ \frac{(1-y)^{2-\lambda} - 1}{\lambda - 2}, & \text{eğer } \lambda \neq 2 \text{ ve } y < 0 \\ -\log(1-y), & \text{eğer } \lambda = 2 \text{ ve } y < 0 \end{cases} \quad (2.8.)$$

### 2.1.9. Karekök Shift Dönüşüm Yöntemi

Karekök Shift dönüşüm yöntemi, karekök dönüşüm yönteminin  $\lambda$  dönüşüm parametresi ile geliştirilmiş versiyonudur (10). Karekök Shift dönüşümü;

$$\sqrt{y + \lambda} \quad (2.9.)$$

### 2.1.10. Manly Dönüşüm Yöntemi

Manly dönüşümü, oranlara dayalı verilerin norma dağılıma yaklaştırması için önerilmiştir (11). Manly dönüşümü;

$$\begin{cases} \frac{e^{\lambda y} - 1}{\lambda}, & \text{eğer } \lambda \neq 0 \\ y, & \text{eğer } \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.10.)$$

### 2.1.11. Modulus Dönüşüm Yöntemi

Box-Cox dönüşüm yöntemine alternatif olarak önerilen yöntemlerden birisi de Modulus dönüşüm yöntemidir. Özellikle veride negatif değerler olduğunda tercih edilir (12). Modulus dönüşümü;

$$\begin{cases} \text{Sign}(y) \frac{(|y| + 1)^\lambda - 1}{\lambda}, & \text{eğer } \lambda \neq 0 \\ \text{Sign}(y) \log(|y| + 1), & \text{eğer } \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.11.)$$

### 2.1.12. Dual Dönüşüm Yöntemi

Dual dönüşüm yöntemi veride yalnızca pozitif değerler olduğunda kullanılan dönüşüm yöntemidir (13). Dual dönüşümü;

$$\begin{cases} \frac{y^\lambda - y^{-\lambda}}{2\lambda}, & \text{eğer } \lambda > 0 \text{ ve } y > 0 \\ \log(y), & \text{eğer } \lambda = 0 \text{ ve } y > 0 \end{cases} \quad (2.12.)$$

### 2.1.13. Gpower Dönüşüm Yöntemi

Gpower dönüşüm yöntemi, Box-Cox dönüşüm yöntemine alternatif olarak geliştirilen yöntemlerden birisidir.  $\lambda=0$  durumunda Glog dönüşüm elde edilir (14). Gpower dönüşümü;

$$\begin{cases} \frac{(y + \sqrt{y^2 + 1})^\lambda - 1}{\lambda}, & \text{eğer } \lambda \neq 0 \\ \log(y + \sqrt{y^2 + 1}), & \text{eğer } \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.13.)$$

## 2.2. Dönüşüm Parametresi Kestirimi Yöntemleri

Normal dağılım varsayımı gerektiren istatistiksel yöntemler için eğer bu varsayım sağlanamıyorsa ilgilenilen değişkene dönüşüm uygulanarak normal dağılım göstermesi sağlanabilir. Dönüşüm yöntemlerinin birçoğunda  $\lambda$  ile gösterilen dönüşüm

parametresi yer almaktadır. Eğer bir araştırmacı dönüşüm yöntemi uygulamak istiyorsa verinin özelliklerine göre doğru dönüşüm yöntemini seçmelidir. Ayrıca seçtiği dönüşüm yönteminde dönüşüm parametresi varsa bu dönüşüm parametresi için en uygun değeri belirlemelidir. Dönüşüm parametresi için seçilen bu değeri değişkenin normal dağılıma en uygun dönüştüren değeri olmalıdır. Bu dönüşüm parametre değeri için kestirimi için birçok yöntem bulunmaktadır.

Box ve Cox (6), Box-Cox dönüşüm parametresinin kestiriminde ilk olarak MLE yöntemini kullanmıştır. White (22) dönüşüm parametresi kestiriminde kullanılan MLE yönteminin başlangıç değerlerinin seçimine duyarlı ve özellikle küçük örneklem için yanlı olabileceğinin altını çizmiştir. Diggle ve Gratton (23) parametre kestirimi için Monte Carlo benzetim çalışması kullanarak kestirimlerin güçlendirilmesini amaçlamıştır.

Halva (24), Box-Cox dönüşüm parametresinin kestiriminde yapay regresyon kurmayı önermiş ve MLE ile karşılaştırmıştır. Bu çalışma sonucunda, çoğu senaryo altında önerilen yöntemin, varyansı MLE yöntemine göre daha küçük olmakla birlikte daha iyi performans gösterdiğini bulmuştur. Özellikle küçük örneklem büyüklüğüne ve büyük varyansa sahip veri kümelerinde daha etkili olduğu belirtilmiştir.

Rahman (25) yeni bir öneri ile Box-Cox dönüşümünün kestirilmesinde mümkün olduğunca verinin normal dağılıma yaklaşmasını sağlamak için SW test istatistiğinin maksimize edilmesini önermiştir. Önerilen yöntemin normal dağılım tabanlı olabilirlik yöntemi ve yapay regresyon modeli yöntemiyle karşılaştırmalı bir çalışması da sunulmaktadır. Bu çalışmaya göre SW test istatistiğinin maksimize edilmesi yönteminin, parametre kestiriminde diğer kestirim yöntemlerine kıyasla daha iyi performans gösterdiğini sonucuna varılmıştır.

řu ana kadar genellikle uygulamada karşımıza MLE yöntemi veya hata kareler toplamının minimize edilmesi gibi iki yaklaşım çıkmaktadır. Ancak, Rahman (25) çalışmasında, dönüşüm parametresinin kestirilmesinde normallik test

istatistiğinin oldukça etkili bir şekilde kullanılabileceğini göstermiştir. Bununla birlikte, bu yöntemin bazı sınırlamaları vardır, örneğin standart normal dağılım değişkenlerin sıralama istatistiklerine ve SW test istatistiğinin yüzdelerine dayanmaktadır. Bu nedenle, Rahman ve Pearson (26) yeni bir öneri ile Box-Cox dönüşüm parametresinin kestirimine alternatif bir yaklaşım olarak Anderson-Darling test istatistiğini maksimize eden değer üzerinde çalışmıştır. Dönüşüm parametre kestiriminin karşılaştırılması için benzetim çalışması ile MLE ve SW test istatistiği kullanılmıştır. MATLAB yazılımı aracılığıyla benzetim çalışması gerçekleştirilmiş ve kod erişimi için yazarlarla iletişime geçilmesi gerektiği belirtilmiştir. 1000 tekrarlı 20, 40 ve 100 örneklem büyüklüğünde Normal, Gamma ve Weibul dağılımlarından veri üretilerek çalışılmıştır.

Dağ ve ark. (27) Box-Cox dönüşüm parametre kestiriminde bilgi vermeyen bir yardımcı değişkenin kullanımını önermiştir. Parametre kestirimi için hata kareler toplamı yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca 7 farklı simetrik olmayan dağılımdan farklı senaryolar altında büyük örneklem için 10.000, küçük ve orta örneklem için 100.000 tekrarlı olarak 10, 20, 30, 50, 100, 200, 300, 500, 1000 örneklem büyüklüklerinde veri türetilerek performansları Shapiro-Wilk, Jarque-Bera ve Shapiro-Francia normallik testleri aracılığıyla karşılaştırılmıştır.

Asar ve ark. (28) Box-Cox dönüşüm parametre kestirimini farklı uyum iyiliği testleri aracılığıyla kestirmiştir. Yapılan benzetim çalışması sonucunda çoğu senaryo altında Shapiro-Wilk, Anderson-Darling, Cramer-von Mises, Pearson ki-kare, Shapiro-Francia, Lilliefors, Jarque-Bera, Yapay Ortak Değişken yöntemleri arasında SW ve yapay ortak değişken yöntemlerinin diğerlerinden daha etkili olduğunu ve Pearson ki-kare yönteminin en kötü performans gösteren yöntem olduğunu ortaya koymaktadır.

Dağ ve ilk (29) çalışmalarında, ANOVA yöntemi için varyansların homojenliğinin veya normal dağılım şartlarının sağlanmadığı durumlarda dönüşüm parametresini kestirmek için yeni bir yöntem önermişlerdir. Bu yöntem, SW ve Bartlett test istatistiklerini kullanarak olabilirlik fonksiyonunu maksimize etmeyi

hedeflemektedir. Bu şekilde, dönüşüm parametresinin kestirilebileceği uygun bir alan belirlenmektedir. Çalışmanın sonuçlarına göre, dönüşüm parametresinin kestirimi için önerilen yöntem, MLE yöntemine göre daha iyi bir performans sergilemektedir. Ayrıca, çalışmada önerilen yöntemin R programında AID kütüphanesi altında boxcoxf olarak yayınlandığı belirtilmektedir.

Yılmaz ve Dağ (30) çalışmasında, altı farklı teknik kullanılarak elde edilen Box-Cox dönüşüm kestirimlerini bir araya getirmek için yeni bir algoritma önerilmiştir. Anderson-Darling, Lilliefors, Cramer-von Mises, Shapiro-Wilk, Jarque-Bera ve Shapiro-Francia gibi normallik için uyum iyiliği testlerini içerir. Box-Cox parametresinin kestirilmesi için, bu altı yöntemle hesaplanan kestirimlerin tüm olası kombinasyonları (63 kombinasyon) birleştirilmektedir. Hangi kombinasyonun diğerlerinden daha iyi performans gösterdiğini belirlemek için Monte Carlo benzetim çalışması uygulanmaktadır. Benzetim çalışması, Shapiro-Wilk, Jarque-Bera ve Anderson-Darling testlerinin kombinasyonunun, farklı dönüşüm parametreleri ve örneklem büyüklükleri altında oluşturulan benzetim senaryolarının çoğunda iyi performans gösterdiğini göstermektedir.

Bu tez kapsamında daha etkili (28) olmasını beklediğimiz SW test istatistiğini maksimize eden dönüşüm parametresi kestirilmiştir. Üstelik parametre kestirimi sadece Box-Cox dönüşüm yöntemi için değil, dönüşüm parametresi içeren 8 yöntem daha eklenerek gerçekleştirilmiştir. Ayrıca optimum parametreleri kestirilen bu dönüşüm yöntemleri Monte Carlo benzetim çalışmasıyla farklı senaryolar altında karşılaştırılmıştır.

### **2.3. Shapiro-Wilk Testi**

Bu çalışma kapsamında veri setinin normal dağılım özelliklerini gösterip göstermediğini değerlendirmek için uyum iyiliği testlerinden SW testi kullanılmıştır.

SW testi (15), 1965 yılında Samuel Shapiro ve Martin Wilk tarafından geliştirilen, bir veri setinin normal dağılıma uygunluğunu değerlendirmek için

kullanılan bir uyum iyiliği testidir. SW testi, özellikle küçük örneklerle çalışırken diğer normal dağılım testlerinden daha iyi performans gösterir. Testin temel mantığı, gözlemlenen veri setinin, normal dağılıma sahip bir örneklem olduğunu varsayar. Test, bu varsayımın geçerli olup olmadığını değerlendirmek için veri setini istatistiksel olarak analiz eder. SW testi, veri setinin düzenli bir şekilde sıralandığı, veri setinin normal dağılımdan sapma eğiliminde olmadığı bir yokluk hipotezi oluşturur.

SW testi istatistiği;

$$W = \frac{b^2}{((n-1)s^2)} \quad (2.14.)$$

Şeklinde tanımlanır. Formül 2.14.'te yer alan denklemdeki b;

$$b = \sum_{i=1}^{n/2} a_{n-i+1} (X_{(n-i+1)} - X_{(i)}) \quad (2.15.)$$

Şeklinde gösterilir. Formül 2.15.'te yer alan denklemdeki  $X_{(i)}$  örneklemelerden elde edilen sıra istatistikleridir. Denklemdeki a;

$$a = \frac{(w'V^{-1})}{\sqrt{(w'V^{-1}V^{-1}w')}} \quad (2.16.)$$

Şeklinde gösterilir. Formül 2.16.'da yer alan denklemdeki w sıra istatistiklerinin beklenen değer vektörüdür. V ise sıra istatistiklerinin kovaryans matrisidir. Bu test istatistiği veri setinin, normal dağılıma ne kadar uyduğunu ölçer. SW testi sonucunda elde edilen test istatistiği, bir p değeri ile verilir. Bu değer, test istatistiğinin elde edilmesinde normal dağılımı kabul etmek için kullanılan bir eşik değeridir. Eğer elde edilen p değeri, belirlenen anlamlılık düzeyinden küçükse yokluk hipotez reddedilir ve veri setinin normal dağılıma uymadığı sonucuna varılır. Aksi durumda, yokluk hipotez reddedilemez ve veri setinin normal dağılıma uyduğu sonucuna varılır.



#### 2.4. R Programında Dönüşüm Yöntemleri Kütüphaneleri

R programında mevcutta dönüşüm yöntemlerini içeren farklı kütüphaneler ve bu kütüphaneler altında farklı fonksiyonlar bulunmaktadır. Her kütüphane kendi içerisinde farklı dönüşüm yöntemleri bulundurmaktadır. Ayrıca bu kütüphaneler altındaki fonksiyonlarda dönüşüm parametre kestirimi için farklı yöntemler kullanılmıştır. Tablo 2.1.'de dönüşüm yöntemleri için kullanılan bazı kütüphaneler, içerdikleri dönüşüm yöntemleri ve dönüşüm parametre kestirimi yöntemleri özetlenmeye çalışılmıştır. Dağ ve ark. (29) tarafından 2017 yılında AID kütüphanesi altında Box-Cox özelinde geliştirilmiş özellikle Shapiro-Wilk, Anderson-Darling uyum iyiliği testlerine dayanan birçok fonksiyon bulunmaktadır. Peterson (31) tarafından 2019 yılında bestNormalize kütüphanesi altında Rank Mapping dönüşüm parametresi kestirim yöntemine dayanan Glog, Box-Cox, Yeo-Johnson dönüşüm yöntemleri bulunmaktadır. Fox ve Weisberg (32) tarafından 2011 yılında geliştirilen car kütüphanesi altında MLE kestirimine dayanan Box-Cox, Yeo-Johnson gibi dönüşüm yöntemleri bulunmaktadır. Kuhn (33) tarafından 2008 yılında geliştirilen caret paketinde ise MLE kestirimine dayanan Box-Cox, Yeo-Johnson, Manly gibi dönüşüm yöntemleri bulunmaktadır. Venables ve Ripley (34) tarafından ise 2002 yılında MASS paketi geliştirilmiş ve Box-Cox ve Log dönüşüm yöntemleri MLE ile sunulmuştur. Lily ve ark. (35) tarafından 2019 yılında geliştirilen trafo paketinde, bu tez kapsamında çalışılan 13 dönüşüm yöntemi mevcuttur. Trafo kütüphanesinde bu dönüşüm yöntemlerinden dönüşüm parametresi içeren dönüşüm yöntemleri MLE, momentler optimizasyonu ve divergence minimizasyonu ile kestirilebilmektedir. Bizim geliştirdiğimiz Transform kütüphanesinde ise 13 dönüşüm yöntemi ve bu dönüşüm yöntemlerinden dönüşüm parametresi içeren dönüşüm yöntemleri uyum iyiliği testi kestirimine dayandırılarak oluşturulmuştur. Tablo 2.1.'de mevcutta R programında yer alan farklı kütüphaneler altında yer alan dönüşüm yöntemlerinin, parametre kestiriminde baz aldığı dönüşüm yöntemleri belirtilmiştir.

**Tablo 2.1.** R Programında Farklı Kütüphaneler Altında Yer Alan Dönüşüm Yöntemleri

		AID	bestNormalize	car	caret	MASS	trafo	Transform
<i>Dönüşüm Yöntemleri</i>	Log	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Neglog						✓	✓
	Glog		✓				✓	✓
	Ters		✓	✓			✓	✓
	Log Shift	✓	✓	✓		✓	✓	✓
	Box-Cox	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Bickel-Doksum						✓	✓
	Gpower						✓	✓
	Modulus						✓	✓
	Yeo-Johnson		✓	✓	✓		✓	✓
	Dual						✓	✓
	Karekök Shift						✓	✓
	Manly				✓		✓	✓
	<i>Kestirim Yöntemi</i>	MLE	✓		✓	✓	✓	✓
Shapiro-Wilk		✓						✓
Rank-Mapping			✓					
Momentler Optimizasyonu							✓	
Divergence Minimizasyonu							✓	

Not: Lily ve ark. (35) çalışmasından alınmıştır.

### 3. GEREÇ VE YÖNTEM

Bu bölümde, parametre kestirim yönteminin uygulanması için izlenecek adımlar ve performansının ölçülmesinde kullanılan yöntemler ele alınmaktadır.

#### 3.1. Parametre Kestirimi Metodolojisi

- i.  $\lambda$  parametresinin en uygun değeri için aranacak aralık belirlenir. Kullanılacak dönüşüm yönteminde belirtilen sınırlar dikkate alınarak örneğin  $\lambda=-3,-2.99,-2.98, \dots, 2.98, 2.99, 3$  seçilir.
- ii. İlgili dönüşüm yöntemi uygulanır.
- iii.  $\lambda$  parametresi kadar dönüştürülmüş veri elde edilir.
- iv. Her  $\lambda$  değeri için elde edilen dönüştürülmüş veri setine SW testi her  $\lambda$  değeri için bir tane SW test istatistiği elde edilmiş olur.
- v. SW test istatistiği maksimum olan  $\lambda$  değeri ilgili dönüşüm yöntemi için optimum parametre kestirimi olarak seçilir.

Önerilen bu yöntem R programında Transform kütüphanesi altında oluşturulmuştur. ii. Adımda ilgili dönüşüm yöntemini uygulamak için Transform kütüphanesindeki fonksiyonlarının isimleri Tablo 3.1.'de özetlenmiştir. iv. Adımda 2017 yılında Asar ve ark. (28) tarafından yapılan çalışmada uyum iyiliği testleri ile Box-Cox dönüşüm yönteminin parametre kestirimi yapılmış ve SW test istatistiği diğer uyum iyiliği testlerine göre daha iyi sonuç vermişti. Bu doğrultuda, bu çalışma kapsamında geleneksel yöntem olan MLE yerine, uyum iyiliği testlerinden en iyi performans vereceğini düşündüğümüz SW test istatistiği ile parametre kestirimi gerçekleştirilmiş ve bu doğrultuda Transform paketi oluşturulmuştur. Parametre kestirimi yöntemlerini karşılaştırmak için Lily ve ark. (35) tarafından geliştirilen trafo paketi yardımıyla dönüşüm yöntemlerinin parametre kestirimi MLE yardımı ile kestirilmiş ve bu iki yöntem karşılaştırılmıştır.

**Tablo 3.1.** Transform Kütüphanesi Altında Yer Alan Fonksiyonlar

Dönüşüm Yöntemi	Fonksiyon Adı
Log	lgTransform
Neglog	nlTransform
Glog	glTransform
Ters	rpTransform
Log Shift	lsTransform
Box-Cox	bcTransform
Bickel-Doksum	bdTransform
Gpower	gpTransform
Modulus	mdTransform
Yeo-Johnson	yjTransform
Dual	dlTransform
Karekök Shift	ssTransform
Manly	mnTransform

### 3.2. Dönüşüm Yöntemleri Performans Ölçütü

Bu çalışmada, dönüşüm yöntemlerinin performans ölçütü olarak simetrik olmayan dağılımlardan üretilmiş verinin dönüşüm uygulandıktan sonra normal dağılıma başarılı bir şekilde dönüşüm yüzdesi kullanılmıştır (27). Dönüşüm uygulandıktan sonra veriye SW testi yapılmış ve normal dağılım göstermediğine dair yeterli kanıt yoksa normal dağılım gösterdiği kabul edilmiştir ( $p>0,05$ ).

#### 4. BULGULAR

Bu bölümde önerilen SW yöntemi ile MLE yöntemini karşılaştırabilmek için Monte Carlo benzetim çalışmasından elde edilen bulgulara yer verilecektir. Elde edilen sonuçların bir kısmı tablolarla gösterilecektir. Ek olarak gerçek veri seti üzerinde bu iki yöntem uygulanarak karşılaştırılacaktır.

Bu tez kapsamında SW test istatistiği ile parametre kestirim yönteminin çeşitli dağılımlarda etkisini görebilmek için en iyi bilinen altı sürekli dağılımdan veri üretilmiştir. Bu dağılımlar Beta, Ki-Kare, Üstel, F, Gamma ve Weibull dağılımlarıydı. Bu dağılımların farklı özelliklerini görebilmek için her dağılım için beş farklı parametre değeri seçilmiştir. Sonuçların tekrarlanabilmesi için set.seed fonksiyonu 12345 olarak sabitlenmiştir (27).

**Tablo 4.1.** Dağılım Parametreleri

Dağılım	Parametre				
Beta Dağılımı	$\alpha=0.5; \beta=0.5$	$\alpha=1; \beta=3$	$\alpha=2; \beta=2$	$\alpha=2; \beta=5$	$\alpha=5; \beta=1$
Ki-Kare Dağılımı	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$
Üstel Dağılım	$\theta = 0.01$	$\theta = 0.1$	$\theta = 0.5$	$\theta = 1$	$\theta = 100$
F Dağılımı	$d1=10; d2=20$	$d1=10; d2=50$	$d1=20; d2=20$	$d1=20; d2=50$	$d1=50; d2=20$
Gamma Dağılımı	$k=1; \theta=2$	$k=2; \theta=2$	$k=3; \theta=2$	$k=5; \theta=1$	$k=9; \theta=0.5$
Weibull Dağılımı	$\theta=1; k=0.5$	$\theta=1; k=1$	$\theta=1; k=1.5$	$\theta=1; k=3$	$\theta=1; k=5$

Tablo 4.1.'de dağılımların, seçilen farklı parametreleri gösterilmiştir. Bu parametrelerle farklı özelliklerde dağılımlar elde edilerek dönüşüm yöntemlerinin performansını farklı koşullarda görebilmek amaçlanmıştır.

Benzetim çalışmasının algoritması şöyledir;

- i. Farklı 10, 20, 30, 50, 100, 500 örneklem büyüklüklerinde normal olmayan dağılımdan veri üretilir.
- ii. Dönüşüm yöntemleri ayrı ayrı uygulanır.
- iii. SW testi ile normal dağılım gösterip göstermediği kontrol edilir.
- iv. İlk 3 adım 10.000 kez tekrarlanır.
- v. Normal dağılıma dönüşüm oranı hesaplanır.

Tüm adımlar uygulanarak farklı parametrelerde üstel dağılıma sahip verinin, dönüşüm parametre kestirimi içeren ve içermeyen 13 farklı dönüşüm yöntemi kullanılarak normal dağılıma dönüşüm yüzdeleri Tablo 4.2.'de verilmiştir.

**Tablo 4.2.** Farklı örneklem büyüklükleri altında üstel dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri

n	Dönüşüm Yöntemi	Üstel Dağılım ( $\theta$ )									
		$\theta = 0.01$		$\theta = 0.1$		$\theta = 0.5$		$\theta = 1$		$\theta = 100$	
		MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
10	Log	0,848	0,848	0,847	0,847	0,850	0,850	0,850	0,850	0,850	0,850
	Neglog	0,871	0,871	0,872	0,872	0,874	0,874	0,874	0,874	0,873	0,873
	Glog	0,851	0,851	0,851	0,851	0,852	0,852	0,853	0,853	0,852	0,852
	Ters	0,148	0,148	0,150	0,150	0,151	0,151	0,151	0,151	0,158	0,158
	Log Shift	0,759	0,908	0,763	0,911	0,754	0,908	0,759	0,912	0,763	0,910
	Box-Cox	0,994	0,997	0,994	0,998	0,994	0,997	0,996	0,998	0,994	0,998
	Bickel-Doksum	0,991	0,994	0,991	0,993	0,991	0,995	0,991	0,993	0,992	0,995
	Gpower	0,994	0,997	0,994	0,997	0,994	0,997	0,996	0,998	0,994	0,998
	Modulus	0,993	0,997	0,994	0,997	0,994	0,997	0,995	0,998	0,994	0,998
	Yeo-Johnson	0,993	0,997	0,994	0,997	0,994	0,997	0,995	0,998	0,994	0,998
	Dual	0,991	0,994	0,991	0,993	0,992	0,995	0,991	0,994	0,993	0,995
	Karekök Shift	0,966	0,973	0,972	0,978	0,970	0,976	0,972	0,977	0,972	0,978
	Manly	NC	0,985	NC	0,984	NC	0,987	NC	0,985	NC	0,987
20	Log	0,684	0,684	0,691	0,691	0,687	0,687	0,683	0,683	0,684	0,684
	Neglog	0,730	0,730	0,739	0,739	0,736	0,736	0,733	0,733	0,731	0,731
	Glog	0,689	0,689	0,696	0,696	0,693	0,693	0,687	0,687	0,688	0,688
	Ters	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006
	Log Shift	0,778	0,794	0,784	0,802	0,784	0,801	0,780	0,797	0,781	0,796
	Box-Cox	0,995	0,996	0,995	0,996	0,993	0,995	0,993	0,995	0,993	0,995
	Bickel-Doksum	0,994	0,995	0,994	0,995	0,992	0,994	0,992	0,994	0,993	0,994
	Gpower	0,995	0,996	0,994	0,996	0,993	0,995	0,993	0,995	0,993	0,995
	Modulus	0,994	0,995	0,994	0,995	0,993	0,995	0,991	0,994	0,993	0,994
	Yeo-Johnson	0,994	0,995	0,994	0,995	0,993	0,995	0,991	0,994	0,993	0,994
	Dual	0,994	0,995	0,994	0,995	0,993	0,995	0,993	0,995	0,994	0,995
	Karekök Shift	0,941	0,942	0,941	0,942	0,938	0,939	0,940	0,941	0,938	0,939
	Manly	NC	0,886	NC	0,885	NC	0,887	NC	0,889	NC	0,883

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

**Tablo 4.2.** Farklı örneklem büyüklükleri altında üstel dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

n	Dönüşüm Yöntemi	Üstel Dağılım ( $\theta$ )									
		$\theta = 0.01$		$\theta = 0.1$		$\theta = 0.5$		$\theta = 1$		$\theta = 100$	
		MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
30	Log	0,538	0,538	0,537	0,537	0,532	0,532	0,536	0,536	0,536	0,536
	Neglog	0,599	0,599	0,600	0,600	0,599	0,599	0,599	0,599	0,601	0,601
	Glog	0,544	0,544	0,542	0,542	0,538	0,538	0,542	0,542	0,542	0,542
	Ters	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Log Shift	0,677	0,686	0,675	0,685	0,674	0,683	0,673	0,682	0,676	0,686
	Box-Cox	0,992	0,994	0,991	0,994	0,990	0,992	0,992	0,994	0,991	0,993
	Bickel-Doksum	0,991	0,993	0,991	0,993	0,990	0,992	0,992	0,993	0,991	0,993
	Gpower	0,991	0,993	0,991	0,993	0,990	0,992	0,992	0,993	0,990	0,993
	Modulus	0,991	0,992	0,991	0,992	0,989	0,991	0,991	0,993	0,989	0,991
	Yeo-Johnson	0,991	0,992	0,991	0,992	0,989	0,991	0,991	0,993	0,989	0,991
	Dual	0,993	0,994	0,993	0,994	0,992	0,993	0,994	0,995	0,992	0,993
	Karekök Shift	0,888	0,888	0,890	0,890	0,887	0,888	0,888	0,888	0,886	0,886
	Manly	NC	0,721	NC	0,715	NC	0,713	NC	0,722	NC	0,722
50	Log	0,311	0,311	0,310	0,310	0,300	0,300	0,311	0,311	0,309	0,309
	Neglog	0,380	0,380	0,378	0,378	0,372	0,372	0,379	0,379	0,378	0,378
	Glog	0,317	0,317	0,314	0,314	0,308	0,308	0,315	0,315	0,315	0,315
	Ters	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Log Shift	0,472	0,478	0,477	0,483	0,474	0,480	0,481	0,486	0,468	0,475
	Box-Cox	0,991	0,992	0,991	0,992	0,990	0,992	0,992	0,993	0,991	0,992
	Bickel-Doksum	0,991	0,992	0,991	0,992	0,990	0,992	0,992	0,993	0,991	0,992
	Gpower	0,991	0,991	0,990	0,991	0,990	0,991	0,991	0,992	0,991	0,992
	Modulus	0,989	0,991	0,989	0,990	0,988	0,990	0,990	0,991	0,990	0,991
	Yeo-Johnson	0,989	0,991	0,989	0,990	0,988	0,990	0,990	0,991	0,990	0,991
	Dual	0,993	0,994	0,992	0,993	0,992	0,993	0,992	0,993	0,992	0,993
	Karekök Shift	0,752	0,753	0,748	0,749	0,745	0,746	0,752	0,752	0,749	0,750
	Manly	NC	0,338	NC	0,339	NC	0,335	NC	0,343	NC	0,334

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.



**Tablo 4.2.** Farklı örneklem büyüklükleri altında üstel dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

n	Dönüşüm Yöntemi	Üstel Dağılım ( $\theta$ )									
		$\theta = 0.01$		$\theta = 0.1$		$\theta = 0.5$		$\theta = 1$		$\theta = 100$	
		MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
100	Log	0,057	0,057	0,057	0,057	0,055	0,055	0,062	0,062	0,058	0,058
	Neglog	0,089	0,089	0,087	0,087	0,088	0,088	0,093	0,093	0,090	0,090
	Glog	0,059	0,059	0,060	0,060	0,057	0,057	0,064	0,064	0,060	0,060
	Ters	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Log Shift	0,147	0,148	0,146	0,148	0,144	0,145	0,152	0,154	0,151	0,153
	Box-Cox	0,987	0,988	0,986	0,988	0,986	0,988	0,988	0,989	0,985	0,986
	Bickel-Doksum	0,987	0,988	0,986	0,988	0,986	0,988	0,988	0,989	0,985	0,986
	Gpower	0,986	0,988	0,986	0,987	0,986	0,987	0,987	0,989	0,985	0,986
	Modulus	0,983	0,985	0,983	0,985	0,982	0,984	0,985	0,986	0,982	0,983
	Yeo-Johnson	0,983	0,985	0,983	0,985	0,982	0,984	0,985	0,986	0,982	0,983
	Dual	0,991	0,992	0,991	0,991	0,990	0,992	0,992	0,993	0,990	0,990
	Karekök Shift	0,344	0,345	0,340	0,340	0,344	0,344	0,344	0,345	0,346	0,346
Manly	NC	0,009	NC	0,009	NC	0,008	NC	0,008	NC	0,008	
500	Log	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Neglog	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Glog	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Ters	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Log Shift	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Box-Cox	0,913	0,918	0,916	0,920	0,917	0,921	0,914	0,918	0,915	0,921
	Bickel-Doksum	0,913	0,918	0,916	0,920	0,917	0,921	0,914	0,918	0,915	0,921
	Gpower	0,912	0,916	0,914	0,919	0,915	0,920	0,912	0,917	0,914	0,919
	Modulus	0,896	0,903	0,898	0,903	0,899	0,904	0,895	0,900	0,897	0,902
	Yeo-Johnson	0,896	0,903	0,898	0,903	0,899	0,904	0,895	0,900	0,897	0,902
	Dual	0,951	0,953	0,953	0,954	0,953	0,956	0,953	0,955	0,956	0,958
	Karekök Shift	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Manly	NC	0,000	NC	0,000	NC	0,000	NC	0,000	NC	0,000	

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 4.2’de yer alan sonuçlar incelendiğinde; Log, Neglog, Glog ve Ters dönüşüm yöntemleri dönüşüm parametresi içermediği için her iki dönüşüm parametre kestirimi yönteminde de aynı sonuçları verir. Örneklem büyüklüğü bazında 10, 20, 30 ve 50 örneklem büyüklüklerine göre dönüşüm yöntemleri karşılaştırıldığında Box-Cox, Bickel-Doksum, Gpower, Modulus, Yeo-Johnson ve Dual dönüşüm yöntemleri diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha başarılı olup normalliğe dönüştürme bakımından %99 bandında başarı oranı vermektedir. Küçük örneklem boyutu olarak nitelendirebileceğimiz 10, 20, 30 örneklem büyüklüklerinde 10.000 tekrarlı olarak çalışıldığında, Box-Cox dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. 30 ve üzeri örneklem büyüklüğüne geçildiğinde, Dual dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. İyi sonuçlar veren Box-Cox, Bickel-Doksum, Gpower, Modulus, Yeo-Johnson, Dual dönüşüm yöntemleri arasında en düşük performans veren dönüşüm yönteminden %5’e kadar farkla Dual dönüşüm yönteminin daha iyi performans verdiğini söyleyebiliriz.

Ek 1’de yer alan sonuçlar incelendiğinde ki-kare, F, Gamma, Weibull dağılımlarından elde edilen (Bkz. Tablo 8.2., 8.3., 8.4. ve 8.5) 10 ve 20 örneklem büyüklüklerinde 10.000 tekrarlı olarak çalışıldığında, Box-Cox dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Beta dağılımından elde edilen (Bkz. Tablo 8.1.) 10 ve 20 örneklem büyüklüklerinde 10.000 tekrarlı olarak çalışıldığında ise Dual ve Manly dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Beta, ki-kare ve Weibull dağılımlarından elde edilen (Bkz. Tablo 8.1., 8.2. ve 8.5.) 30, 50 ve 100 örneklem büyüklüklerinde 10.000 tekrarlı olarak çalışıldığında, Dual dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. F dağılımından elde edilen (Bkz. Tablo 8.3.) 30, 50 ve 100 örneklem büyüklüklerinde 10.000 tekrarlı olarak çalışıldığında ise Box-Cox, Modulus ve Yeo-Johnson dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Gamma dağılımından elde edilen (Bkz. Tablo 8.4.) 30, 50 ve 100 örneklem büyüklüklerinde

10.000 tekrarlı olarak çalışıldığında ise Box-Cox ve Dual dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir.

Önerdiğimiz ve Transform paketi içerisinde oluşturduğumuz dönüşüm parametre kestirim yöntemi olarak SW yöntemi ve MLE yöntemi karşılaştırıldığında, Manly dönüşüm yönteminde R programında trafo paketi içerisinde yer alan trafo\_lm fonksiyonu kullanılarak Manly yöntemi ile dönüşüm gerçekleştirildiğinde dönüşüm gerçekleştirilmemiştir. Ancak bizim tarafımızdan oluşturulan Transform paketi içerisinde yer alan mnTransform fonksiyonu ile dönüşüm gerçekleştirilmiştir.

Çoğu senaryo altında önerdiğimiz SW test istatistiği yönteminin MLE yöntemine göre beklendiği gibi daha iyi sonuç verdiği görülmektedir.

## 5. R PAKETİ İLE UYGULAMA

Bu bölümde R programında geliştirilen Transform kütüphanesi tanıtılacaktır. Bu kütüphane içerisinde yer alan 13 farklı dönüşüm yöntemi gerçek bir veri seti üzerinden uygulamalı olarak gösterilecektir.

Kullanacağımız veri seti simetrik olmayan, sağa çarpık bir veri seti olarak dikkat çeken MASS (36) kütüphanesi içerisinde yer alan *Cushings* (37) veri seti olacaktır. *Cushing* sendromu, adrenal bezlerin aşırı kortizol salgılaması sonucunda ortaya çıkan bir hormonal bozukluktur (37). Bu veri seti 27 gözlem 3 değişkenden oluşmaktadır:

- *Tetrahydrocortisone*: Tetrahidrokortizonun idrarla atılım hızını gösterir (mg/24 saat).
- *Pregnanetriol*: Pregnanetriolün idrarla atılım hızını gösterir (mg/24 saat).
- *Type*: a (adenom), b (bilateral hiperplazi), c (karsinom) veya u olarak ifade edilen altta yatan sendrom tipini gösterir.

```
R> library(MASS)
R> MASS::Cushings

##      Tetrahydrocortisone Pregnanetriol Type
## a1                3.1           11.70   a
## a2                3.0            1.30   a
## a3                1.9            0.10   a
## a4                3.8            0.04   a
## a5                4.1            1.10   a
## a6                1.9            0.40   a
## b1                8.3            1.00   b
## b2                3.8            0.20   b
## b3                3.9            0.60   b
## b4                7.8            1.20   b
## b5                9.1            0.60   b
## b6               15.4            3.60   b
## b7                7.7            1.60   b
## b8                6.5            0.40   b
## b9                5.7            0.40   b
## b10              13.6            1.60   b
## c1               10.2            6.40   c
## c2                9.2            7.90   c
```

```
## c3          9.6          3.10    c
## c4         53.8          2.50    c
## c5         15.8          7.60    c
## u1          5.1          0.40    u
## u2         12.9          5.00    u
## u3         13.0          0.80    u
## u4          2.6          0.10    u
## u5         30.0          0.10    u
## u6         20.5          0.80    u
```

Bu çalışmada, dönüşüm uygulamak üzere *Tetrahydrocortisone* değişkeni seçilmiştir.

```
R> Tetrahydrocortisone <- Cushings$Tetrahydrocortisone
```

*Tetrahydrocortisone* değişkeninin normal dağılmadığından emin olmak için SW testi ile kontrol edildiğinde, p değerinin  $2,702 \times 10^{-6}$  olduğunu ve öngörülen tip I hata miktarı  $\alpha = 0,05$ 'ten küçük olduğunu bu durumda değişkeninin normal dağılım göstermediği görülmektedir.

```
R> shapiro.test(Tetrahydrocortisone)
```

```
##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data: Tetrahydrocortisone
## W = 0.6886, p-value = 2.702e-06
```

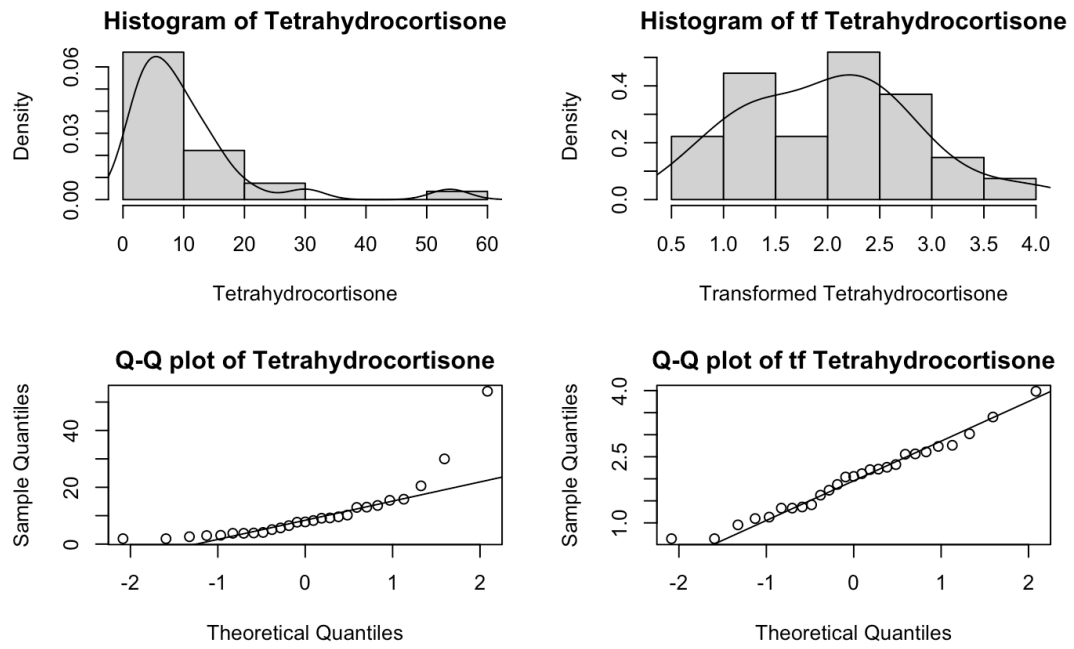
Geliştirdiğimiz Transform (38) paketi yüklenir.

```
#install.packages("Transform")
```

```
library(Transform)
```

*Tetrahydrocortisone* değişkenine log dönüşüm yöntemi uygulandığında;

```
R> lgTransform(Tetrahydrocortisone, lambda2 = NULL, plot = TRUE, alpha = 0.05, verbose = TRUE)
```



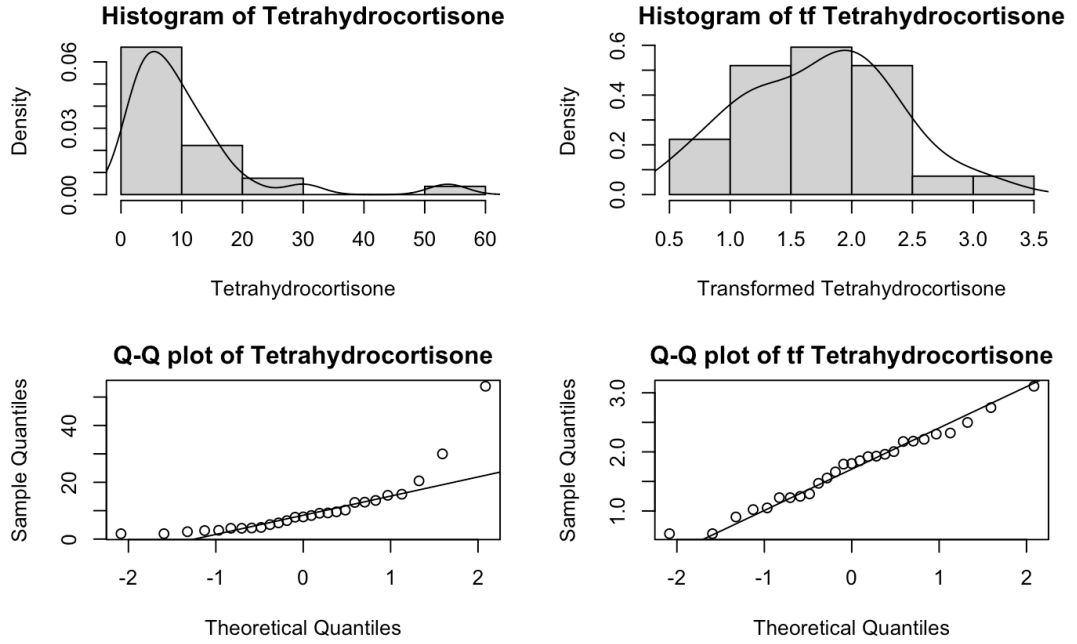
**Şekil 5.1.** Verinin Log dönüşümü uygulanmadan önceki (solda) ve sonraki (sağda) histogram ve Q-Q grafikleri

```
##
##   Log (shift) transformation
## -----
##
##   Shapiro-Wilk normality test for transformed data (alpha= 0.05)
## -----
--
##
##   statistic : 0.9770395
##   p.value   : 0.7902735
##
##   Result    : Transformed data is normal.
## -----
```

Dönüşüm sonucunda değişkenin normal dağılımdan farklı olmadığı söylenebilir ( $p$ -değeri= 0,7902735 >  $\alpha$ = 0,05). Burada dönüşüm yöntemi formülasyonu gereği eğer veri seti negatif veya sıfır değeri içerirse, lambda 2 yerine belirlenecek sabit bir sayı ile veri seti eksen üzerinde kaydırılarak dönüşüm gerçekleştirilebilir. Şekil 5.1'de dönüşümden önce değişkenin sağa çarpık bir dağılım gösterirken dönüşümden sonra normal dağılım gösterdiği görülmektedir.

*Tetrahydrocortisone* değişkenine dönüşüm parametresi ( $\lambda$ , -3'ten 3'e 0,01 artırmalı olarak taranacak şekilde) içeren Box-Cox dönüşüm yöntemi uygulandığında;

```
R> bcTransform(Tetrahydrocortisone, lambda = seq(-3,3,0.01), lambda
2 = NULL, plot = TRUE, alpha = 0.05, verbose = TRUE)
```



**Şekil 5.2.** Verinin Box-Cox dönüşümü uygulanmadan önceki (solda) ve sonraki (sağda) histogram ve Q-Q grafikleri

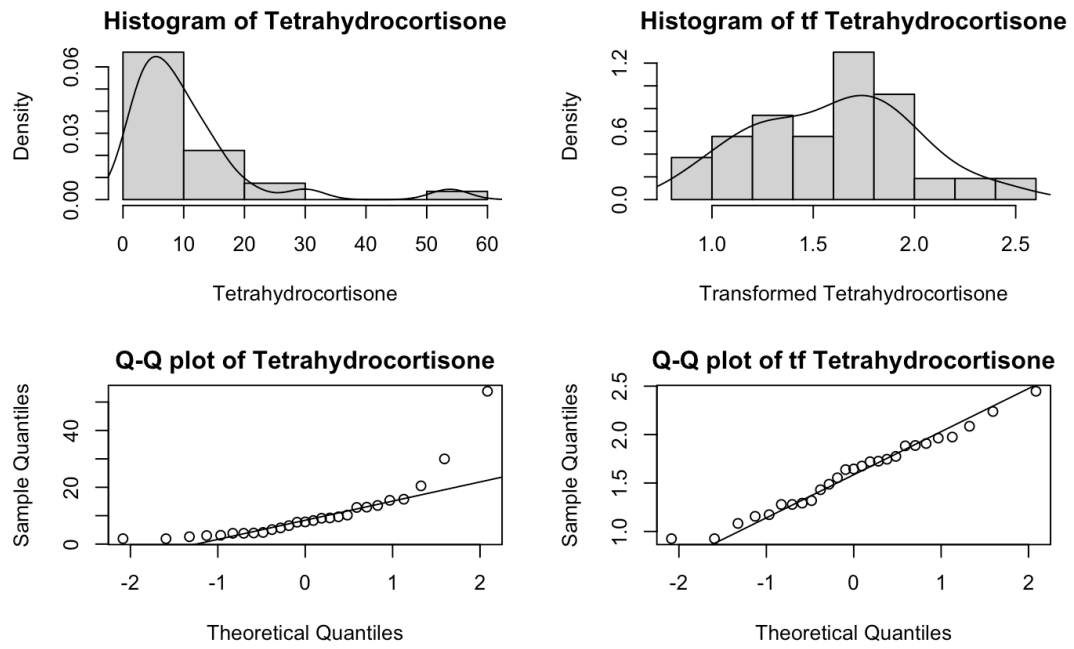
```
##
##   Box-Cox power transformation
## -----
##   lambda.hat : -0.13
##
##   Shapiro-Wilk normality test for transformed data (alpha= 0.05)
## -----
##   statistic  : 0.9813912
##   p.value    : 0.8923337
##
##   Result     : Transformed data is normal.
## -----
```

Bu dönüşüm yönteminde, dönüşüm parametresi aralığı dönüşüm yöntemine uygun olarak belirlenir ya da Transform kütüphanesi altındaki fonksiyonlarda (Bkz. Tablo 3.1.) otomatik tanımlı dönüşüm parametresi aralığı kullanılabilir. Box-Cox dönüşüm yönteminde, dönüşüm parametresi aralığı 0.01 arttırmalı olarak -3'ten 3'e kadar sınırlandırılmıştır. Bu durumda, *Tetrahydrocortisone* değişkeni için en iyi parametre kestirimi SW testi yöntemi ile -0,13 olarak bulunmuştur. Histogram ve Q-Q grafikleri incelendiğinde, veri dönüşümden önce sağa çarpık bir dağılım gösterirken dönüşümden sonra normal dağılım göstermektedir. SW testi sonucunda da değişkenin normal dağılımdan farklı olmadığı söylenebilir ( $p\text{-değeri} = 0,7902735 > \alpha = 0,05$ ). Şekil 5.2'de dönüşümden önce değişkenin sağa çarpık bir dağılım gösterirken dönüşümden sonra normal dağılım gösterdiği görülmektedir.

Değişkene Yeo-Johnson dönüşüm yöntemi uygulandığında,

```
R> yjTransform(data, lambda = seq(-3,3,0.01), plot = TRUE, alpha =
0.05, verbose = TRUE)
```





**Şekil 5.3.** Verinin Yeo-Johnson dönüşümü uygulanmadan önceki (solda) ve sonraki (sağda) histogram ve Q-Q grafikleri

```
##
##   Yeo-Johnson power transformation
## -----
##
##   lambda.hat : -0.27
##
##   Shapiro-Wilk normality test for transformed data (alpha= 0.05)
## -----
##
##   statistic : 0.9795209
##   p.value   : 0.8513655
##
##   Result    : Transformed data is normal.
## -----
```

Burada da yine diğer dönüşüm yöntemleri gibi dönüşümden sonra değişkenin normal dağılım gösterdiği ( $p > 0,05$ ) söylenebilir. Şekil 5.3'te dönüşümden önce değişkenin sağa çarpık bir dağılım gösterirken dönüşümden sonra normal dağılım gösterdiği görülmektedir.

Bu çalışma kapsamında kullanılabilecek tüm dönüşüm yöntemleri değişkene uygulanmış ve farklı en iyi dönüşüm parametreleri ile verinin normal dağılım gösterip göstermediği incelenmiştir (Bkz. Tablo 5.1.).

**Tablo 5.1.** Dönüşüm yöntemi sonrası elde edilen sonuçlar

Fonksiyon Adı	Dönüşüm Yöntemi	En İyi Lambda	p değeri
lgTransform	Log	-	0,7903
nlTransform	Neglog	-	0,5001
glTransform	Glog	-	0,7317
rpTransform	Ters	-	0,0027
lsTransform	Log Shift	0,00	0,7903
bcTransform	Box-Cox	-0,13	0,8923
bdTransform	Bickel-Doksum	0,01	0,7723
gpTransform	Gpower	-0,16	0,8763
mdTransform	Modulus	-0,27	0,8514
yjTransform	Yeo-Johnson	-0,27	0,8514
dlTransform	Dual	0,00	0,7903
ssTransform	Karekök Shift	0,00	0,0043
mnTransform	Manly	-0,10	0,3619

Simetrik olmayan değişkene uygulanan 13 farklı dönüşüm yönteminden sonra değişkenin ters ve Karekök Shift dönüşüm yöntemi dışında normal dağılım gösterdiğini ( $p > 0,05$ ) söyleyebiliriz.

## 6. TARTIŞMA VE SONUÇ

Araştırma sürecinde analiz kısmına gelindiğinde istatistiksel analiz yöntemlerinin temel gereksinimi olan normallik varsayımı gerçek hayatta her zaman sağlanmamaktadır. Böyle bir durumda ilgilendiğimiz değişkene dönüşüm uygulamak sıklıkla başvurulan yöntemler arasında ilk sıralarda gelmektedir. Dönüşüm yöntemleri arasında Log, Karekök, Box-Cox gibi dönüşüm yöntemleri oldukça popülerken literatürde çok daha fazla dönüşüm yöntemlerine ulaşılabilmektedir. Çok sayıda olan bu dönüşüm yöntemlerinden bazıları dönüşüm parametreleri de içermektedir. Bu dönüşüm parametreleri için seçilen değer, dönüşüm yönteminin normal dağılmayan değişkenin normalliğe dönüşüm performansını etkilemektedir. Kısaca eğer değişkene dönüşüm uygulanacaksa, değişken için en uygun dönüşüm yöntemi ve bu dönüşüm yöntemi için de en uygun dönüşüm parametresi bulmak büyük önem taşımaktadır.

Dönüşüm parametre kestirimi için MLE en sık kullanılan yöntemdir. Bu yöntem, Box-Cox tarafından önerilmiş (6) ve zaman içerisinde Rahman (25) tarafından uyum iyiliği testleri gibi alternatif kestirim yöntemleriyle çalışılmıştır. Asar ve ark. (28) farklı uyum iyiliği testleri ile dönüşüm parametresi kestirmiş ve SW testinin diğer testlere göre daha iyi performans verdiğini göstermişlerdir.

Bu çalışmada, dönüşüm parametre kestirimi için klasik yöntem olarak görülebilen MLE yerine daha iyi performans vereceğini düşündüğümüz SW uyum iyiliği testi önerilmiştir. Log Shift, Box-Cox, Bickel-Doksum, Yeo-Johnson, Karekök Shift, Manly, Modulus, Dual ve Gpower dönüşüm parametresi ile formüle edilen bu 9 dönüşüm yönteminde, kestirim yöntemlerinin performansını görebilmek adına her iki yöntem ile parametre kestirimleri yapılmıştır.

Dönüşüm yöntemlerinin parametre kestirimleri elde edildikten sonra kendi içinde en iyi performansı elde eden bu dönüşüm yöntemlerinin birbirleriyle karşılaştırılması bizim için oldukça önemlidir. Dönüşüm parametresi ile formüle

edilen 9 dönüşüm yöntemine ek olarak dönüşüm parametresi ile formüle edilmeyen Log, Neglog, Glog ve Ters dönüşüm yöntemleri de eklenerek performans incelemesi gerçekleştirilmiştir. Monte Carlo benzetim çalışması 10.000 tekrarlı, örneklem büyüklüğü 10, 20, 30, 50, 100 ve 500 ve 6 farklı simetrik olmayan dağılımdan veri türetilerek yapılmıştır. Bu dağılımlar Beta, Ki-Kare, Üstel, F, Gamma ve Weibull dağılımlarıdır. Bu dağılımların farklı özellikte veri ve dağılım şekilleri elde edebilmek adına 5 farklı parametre değeri belirlenmiştir (Bkz. Tablo 4.1.).

Bulgular sonucunda görüyoruz ki beklediğimiz üzere parametre kestiriminde SW testi, MLE kestirimine göre daha iyi performans vermiştir. Dönüşüm parametresi ile formüle edilen dönüşüm yöntemlerinin diğer yöntemlere göre daha başarılı olduğu anlaşılmaktadır. Örneklem büyüklüğü dikkate alınarak incelemeler yapıldığında, 10 ve 20 örneklem büyüklüğünde Box-Cox dönüşüm yöntemi diğer dönüşüm yöntemlerine göre çoğu senaryo altında daha iyi performans verirken, örneklem büyüklüğü 30 ve üzeri olduğunda Dual dönüşüm yöntemi diğer dönüşüm yöntemlerine göre çoğu senaryo altında daha iyi performans vermektedir.

Bu tez çalışması sonunda, parametre kestirimi için SW kestirimi yöntemi önerilmiş ve örneklem büyüklüğü 30 ve üzeri iken Dual dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha başarılı olduğu gösterilmiştir. Ayrıca toplam 13 yöntemi içeren ve bu dönüşüm yöntemlerinden 9 dönüşüm yönteminin parametre kestirimi SW kestirimi ile gerçekleştirilen Transform kütüphanesi geliştirilmiştir. Bundan sonraki çalışmalar için araştırmacılara rehber olabilir.

Son olarak Dual dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerinden daha başarılı olduğu gösterilmiştir. Gelecekte, bu yöntemin farklı veri setleri ve farklı parametreler üzerindeki performansı daha ayrıntılı bir şekilde incelenebilir. Ayrıca, Dual dönüşüm yöntemiyle ilgili teorik veya pratik geliştirmeler araştırılabilir.

## 7. KAYNAKÇA

1. Evans JR, Olson DL, Olson DL. Statistics, data analysis, and decision modeling: Pearson/Prentice Hall Upper Saddle River, NJ; 2007.
2. Wells LT. International Petroleum Exploration and Exploitation Agreements: Legal, Economic and Policy Aspects. By Keith W. Blinn, Claude Duval, Honoré Le Leuch and André Pertuzio. London: Euromoney Publications, 1986. Pp. 431. \$145;£ 98. American Journal of International Law. 1987;81(4):1015-7.
3. Bartlett MS. The square root transformation in analysis of variance. Supplement to the Journal of the Royal Statistical Society. 1936;3(1):68-78.
4. Gregoire TG, Lin QF, Boudreau J, Nelson R. Regression Estimation Following the Square-Root Transformation of the Response. Forest Sci. 2008;54(6):597-606.
5. Keene ON. The log transformation is special. Statistics in medicine. 1995;14(8):811-9.
6. Box GE, Cox DR. An analysis of transformations. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological). 1964;26(2):211-43.
7. Feng Q, Hannig J, Marron J. A note on automatic data transformation. Stat. 2016;5(1):82-7.
8. Bickel PJ, Doksum KA. An analysis of transformations revisited. Journal of the american statistical association. 1981;76(374):296-311.
9. Yeo IK, Johnson RA. A new family of power transformations to improve normality or symmetry. Biometrika. 2000;87(4):954-9.
10. Medina L, Castro P, Kreuzmann A, Rojas-Perilla N. trafo: Estimation, Comparison and Selection of Transformations. R package version. 2018;1(0).
11. Manly BF. Exponential data transformations. Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician). 1976;25(1):37-42.
12. John J, Draper NR. An alternative family of transformations. Journal of the Royal Statistical Society Series C: Applied Statistics. 1980;29(2):190-7.
13. Yang Z. A modified family of power transformations. Economics Letters. 2006;92(1):14-9.
14. Kelmansky DM, Martínez EJ, Leiva V. A new variance stabilizing transformation for gene expression data analysis. Statistical Applications in Genetics and Molecular Biology. 2013;12(6):653-66.
15. Shapiro SS, Wilk MB. An analysis of variance test for normality (complete samples). Biometrika. 1965;52(3/4):591-611.
16. Whittaker J, Whitehead C, Somers M. The neglog transformation and quantile regression for the analysis of a large credit scoring database. Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics). 2005;54(5):863-78.

17. Rocke DM, Durbin B. A model for measurement error for gene expression arrays. *Journal of computational biology*. 2001;8(6):557-69.
18. Durbin BP, Hardin JS, Hawkins DM, Rocke DM. A variance-stabilizing transformation for gene-expression microarray data. *Bioinformatics*. 2002;18:105-10.
19. Huber W, von Heydebreck A, Sültmann H, Poustka A, Vingron M. Parameter estimation for the calibration and variance stabilization of microarray data. *Statistical applications in genetics and molecular biology*. 2003;2(1).
20. Tukey JW. On the comparative anatomy of transformations. *The Annals of Mathematical Statistics*. 1957:602-32.
21. Qi L, Luo Z. *Tensor analysis: spectral theory and special tensors*: SIAM; 2017.
22. White H. Maximum likelihood estimation of misspecified models. *Econometrica: Journal of the econometric society*. 1982:1-25.
23. Diggle PJ, Gratton RJ. Monte Carlo methods of inference for implicit statistical models. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*. 1984;46(2):193-212.
24. Halva AM. Estimating the Box-Cox transformation via an artificial regression model. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*. 1996;25(2):331-50.
25. Rahman M. Estimating the Box-Cox transformation via Shapiro-Wilk W statistic. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*. 1999;28(1):223-41.
26. Rahman M, Pearson LM. Anderson-Darling statistic in estimating the Box-Cox transformation parameter. *Journal of Applied Probability and Statistics*. 2008;3(1):45-57.
27. Dag O, Asar O, Ilk O. A methodology to implement Box-Cox transformation when no covariate is available. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*. 2014;43(7):1740-59.
28. Asar Ö, Ilk O, Dag O. Estimating Box-Cox power transformation parameter via goodness-of-fit tests. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*. 2017;46(1):91-105.
29. Dag O, Ilk O. An algorithm for estimating Box–Cox transformation parameter in ANOVA. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*. 2017;46(8):6424-35.
30. Yilmaz MA, Dag O. Ensemble Based Box-Cox Transformation via Meta Analysis. *Journal of Advanced Research in Natural and Applied Sciences*.8(3):463-71.
31. Peterson RA, Peterson MRA. Package 'bestNormalize'. Normalizing transformation functions R package version. 2020;1.

32. Fox J, Weisberg S. An R companion to applied regression: Sage publications; 2011.
33. Kuhn M. Building predictive models in R using the caret package. Journal of statistical software. 2008;28:1-26.
34. Ripley BD. Modern applied statistics with S: springer; 2002.
35. Medina L, Kreuzmann A-K, Rojas-Perilla N, Castro P. The R Package trafo for Transforming Linear Regression Models. R Journal. 2019;9(2).
36. Ripley WNVBD. Modern applied statistics with S. 2002.
37. Aitchison J, Dunsmore IR. Statistical prediction analysis. 1975.
38. Coskun Yildirim M, Dag O. Transform: An R Package for Statistical Transformations. Cran R-Project Org. 2023;1.

## 8. EKLER

EK 1: Farklı Senaryolar Altında Dönüşüm Yöntemlerinin performansları

**Tablo 8.1.** Farklı örneklem büyüklükleri altında beta dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri

n	Dönüşüm Yöntemi	Beta Dağılımı ( $\alpha, \beta$ )									
		$\alpha=0.5; \beta=0.5$		$\alpha=1; \beta=3$		$\alpha=2; \beta=2$		$\alpha=2; \beta=5$		$\alpha=5; \beta=1$	
		MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
10	Log	0,315	0,315	0,768	0,768	0,745	0,745	0,849	0,849	0,551	0,551
	Neglog	0,345	0,345	0,802	0,802	0,786	0,786	0,879	0,879	0,582	0,582
	Glog	0,318	0,318	0,772	0,772	0,751	0,751	0,853	0,853	0,560	0,560
	Ters	0,026	0,026	0,149	0,149	0,325	0,325	0,358	0,358	0,417	0,417
	Log Shift	0,306	0,395	0,767	0,852	0,828	0,841	0,890	0,921	0,617	0,619
	Box-Cox	0,825	0,922	0,992	0,997	0,989	0,994	0,994	0,997	0,899	0,901
	Bickel-Doksum	0,824	0,931	0,989	0,994	0,987	0,992	0,991	0,994	0,954	0,967
	Gpower	0,825	0,922	0,991	0,997	0,989	0,994	0,993	0,997	0,898	0,900
	Modulus	0,827	0,920	0,991	0,997	0,989	0,994	0,994	0,997	0,880	0,882
	Yeo-Johnson	0,827	0,920	0,991	0,997	0,989	0,994	0,994	0,997	0,880	0,882
	Dual	0,824	0,932	0,990	0,994	0,987	0,992	0,991	0,994	0,954	0,967
	Karekök Shift	0,701	0,755	0,966	0,984	0,776	0,947	0,921	0,982	0,254	0,662
Manly	NC	0,869	NC	0,991	NC	0,996	NC	0,996	0,973	0,989	
20	Log	0,028	0,028	0,495	0,495	0,448	0,448	0,679	0,679	0,163	0,163
	Neglog	0,035	0,035	0,558	0,558	0,527	0,527	0,750	0,750	0,189	0,189
	Glog	0,029	0,029	0,502	0,502	0,461	0,461	0,689	0,689	0,171	0,171
	Ters	0,000	0,000	0,005	0,005	0,044	0,044	0,058	0,058	0,072	0,072
	Log Shift	0,046	0,049	0,631	0,641	0,633	0,635	0,827	0,830	0,229	0,230
	Box-Cox	0,427	0,520	0,984	0,989	0,977	0,984	0,992	0,994	0,769	0,771
	Bickel-Doksum	0,427	0,520	0,984	0,989	0,977	0,984	0,991	0,993	0,869	0,897
	Gpower	0,426	0,519	0,984	0,989	0,976	0,984	0,992	0,994	0,767	0,769
	Modulus	0,428	0,516	0,983	0,988	0,977	0,984	0,992	0,994	0,727	0,728
	Yeo-Johnson	0,428	0,516	0,983	0,988	0,977	0,984	0,992	0,994	0,727	0,728
	Dual	0,433	0,527	0,986	0,991	0,978	0,985	0,991	0,993	0,869	0,897
	Karekök Shift	0,363	0,382	0,974	0,981	0,593	0,901	0,918	0,986	0,020	0,288
Manly	NC	0,362	NC	0,921	NC	0,985	NC	0,988	0,912	0,932	

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.



**Tablo 8.1.** Farklı örneklem büyüklükleri altında üstel dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

n	Dönüşüm Yöntemi	Beta Dağılımı ( $\alpha, \beta$ )									
		$\alpha=0.5; \beta=0.5$		$\alpha=1; \beta=3$		$\alpha=2; \beta=2$		$\alpha=2; \beta=5$		$\alpha=5; \beta=1$	
		MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
30	Log	0,002	0,002	0,281	0,281	0,225	0,225	0,511	0,511	0,034	0,034
	Neglog	0,002	0,002	0,346	0,346	0,302	0,302	0,604	0,604	0,044	0,044
	Glog	0,002	0,002	0,284	0,284	0,237	0,237	0,522	0,522	0,036	0,036
	Ters	0,000	0,000	0,000	0,000	0,004	0,004	0,007	0,007	0,008	0,008
	Log Shift	0,003	0,003	0,441	0,446	0,421	0,421	0,725	0,726	0,056	0,056
	Box-Cox	0,140	0,183	0,977	0,983	0,963	0,972	0,990	0,992	0,589	0,592
	Bickel-Doksum	0,140	0,183	0,976	0,983	0,963	0,972	0,990	0,992	0,718	0,765
	Gpower	0,140	0,182	0,976	0,982	0,963	0,972	0,990	0,992	0,586	0,589
	Modulus	0,140	0,180	0,975	0,981	0,964	0,972	0,990	0,992	0,533	0,534
	Yeo-Johnson	0,140	0,180	0,975	0,981	0,964	0,972	0,990	0,992	0,533	0,534
	Dual	0,145	0,189	0,979	0,985	0,966	0,974	0,991	0,993	0,718	0,765
	Karekök Shift	0,125	0,129	0,974	0,978	0,440	0,840	0,913	0,980	0,001	0,084
Manly	NC	0,078	NC	0,807	NC	0,971	NC	0,979	0,804	0,831	
50	Log	0,000	0,000	0,077	0,077	0,043	0,043	0,275	0,275	0,001	0,001
	Neglog	0,000	0,000	0,112	0,112	0,076	0,076	0,377	0,377	0,001	0,001
	Glog	0,000	0,000	0,078	0,078	0,046	0,046	0,287	0,287	0,001	0,001
	Ters	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Log Shift	0,000	0,000	0,177	0,179	0,144	0,144	0,531	0,532	0,001	0,001
	Box-Cox	0,006	0,008	0,957	0,964	0,897	0,913	0,983	0,986	0,248	0,250
	Bickel-Doksum	0,006	0,008	0,957	0,964	0,897	0,913	0,983	0,986	0,362	0,410
	Gpower	0,006	0,008	0,956	0,963	0,896	0,913	0,983	0,986	0,247	0,248
	Modulus	0,005	0,008	0,951	0,959	0,898	0,913	0,982	0,985	0,207	0,207
	Yeo-Johnson	0,005	0,008	0,951	0,959	0,898	0,913	0,982	0,985	0,207	0,207
	Dual	0,006	0,009	0,965	0,970	0,902	0,918	0,987	0,988	0,362	0,410
	Karekök Shift	0,006	0,006	0,964	0,965	0,224	0,649	0,911	0,977	0,000	0,003
Manly	NC	0,001	NC	0,488	NC	0,910	NC	0,948	0,496	0,521	

Not: n: örneklem büyüklüğü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

**Tablo 8.1.** Farklı örneklem büyüklükleri altında üstel dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

n	Dönüşüm Yöntemi	Beta Dağılımı ( $\alpha, \beta$ )									
		$\alpha=0.5; \beta=0.5$		$\alpha=1; \beta=3$		$\alpha=2; \beta=2$		$\alpha=2; \beta=5$		$\alpha=5; \beta=1$	
		MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
100	Log	0,000	0,000	0,001	0,001	0,000	0,000	0,033	0,033	0,000	0,000
	Neglog	0,000	0,000	0,002	0,002	0,000	0,000	0,072	0,072	0,000	0,000
	Glog	0,000	0,000	0,001	0,001	0,000	0,000	0,036	0,036	0,000	0,000
	Ters	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Log Shift	0,000	0,000	0,006	0,006	0,002	0,002	0,171	0,171	0,000	0,000
	Box-Cox	0,000	0,000	0,851	0,866	0,643	0,667	0,962	0,966	0,005	0,005
	Bickel-Doksum	0,000	0,000	0,851	0,866	0,643	0,667	0,962	0,966	0,011	0,014
	Gpower	0,000	0,000	0,849	0,864	0,640	0,664	0,960	0,964	0,005	0,005
	Modulus	0,000	0,000	0,837	0,852	0,643	0,664	0,957	0,960	0,003	0,003
	Yeo-Johnson	0,000	0,000	0,837	0,852	0,643	0,664	0,957	0,960	0,003	0,003
	Dual	0,000	0,000	0,877	0,890	0,657	0,680	0,969	0,973	0,011	0,014
	Karekök Shift	0,000	0,000	0,866	0,866	0,018	0,219	0,895	0,954	0,000	0,000
Manly	NC	0,000	NC	0,034	NC	0,638	NC	0,798	0,042	0,046	
500	Log	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Neglog	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Glog	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Ters	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Log Shift	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Box-Cox	0,000	0,000	0,007	0,008	0,000	0,000	0,517	0,528	0,000	0,000
	Bickel-Doksum	0,000	0,000	0,007	0,008	0,000	0,000	0,517	0,528	0,000	0,000
	Gpower	0,000	0,000	0,007	0,008	0,000	0,000	0,511	0,523	0,000	0,000
	Modulus	0,000	0,000	0,006	0,007	0,000	0,000	0,484	0,492	0,000	0,000
	Yeo-Johnson	0,000	0,000	0,006	0,007	0,000	0,000	0,484	0,492	0,000	0,000
	Dual	0,000	0,000	0,009	0,011	0,000	0,000	0,586	0,596	0,000	0,000
	Karekök Shift	0,000	0,000	0,002	0,002	0,000	0,000	0,526	0,551	0,000	0,000
Manly	NC	0,000	NC	0,000	NC	0,000	NC	0,000	0,000	0,000	

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

**Tablo 8.2.** Farklı örneklem büyüklükleri altında ki-kare dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri

n	Dönüşüm Yöntemi	Ki-Kare Dağılımı (k)									
		k = 1		k = 2		k = 3		k = 4		k = 5	
		MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
10	Log	0,775	0,775	0,846	0,846	0,881	0,881	0,903	0,903	0,913	0,913
	Neglog	0,796	0,796	0,868	0,868	0,900	0,900	0,921	0,921	0,931	0,931
	Glog	0,778	0,778	0,847	0,847	0,883	0,883	0,905	0,905	0,916	0,916
	Ters	0,035	0,035	0,152	0,152	0,262	0,262	0,356	0,356	0,441	0,441
	Log Shift	0,351	0,832	0,757	0,907	0,857	0,937	0,901	0,957	0,921	0,963
	Box-Cox	0,994	0,998	0,995	0,998	0,995	0,997	0,996	0,998	0,996	0,998
	Bickel-Doksum	0,992	0,996	0,992	0,995	0,990	0,992	0,989	0,991	0,989	0,991
	Gpower	0,993	0,998	0,995	0,998	0,994	0,997	0,996	0,998	0,996	0,998
	Modulus	0,992	0,998	0,995	0,998	0,994	0,997	0,996	0,998	0,996	0,998
	Yeo-Johnson	0,992	0,998	0,995	0,998	0,994	0,997	0,996	0,998	0,996	0,998
	Dual	0,992	0,996	0,993	0,995	0,990	0,992	0,989	0,991	0,989	0,991
	Karekök Shift	0,874	0,875	0,972	0,978	0,972	0,987	0,966	0,989	0,956	0,990
	Manly	NC	0,781	NC	0,985	NC	0,994	NC	0,996	NC	0,998
	20	Log	0,515	0,515	0,690	0,690	0,766	0,766	0,816	0,816	0,833
Neglog		0,549	0,549	0,737	0,737	0,818	0,818	0,859	0,859	0,877	0,877
Glog		0,519	0,519	0,694	0,694	0,771	0,771	0,823	0,823	0,840	0,840
Ters		0,000	0,000	0,007	0,007	0,026	0,026	0,059	0,059	0,100	0,100
Log Shift		0,478	0,602	0,786	0,804	0,877	0,883	0,910	0,915	0,929	0,932
Box-Cox		0,987	0,991	0,993	0,995	0,995	0,996	0,996	0,996	0,995	0,996
Bickel-Doksum		0,987	0,990	0,992	0,994	0,993	0,993	0,993	0,994	0,992	0,994
Gpower		0,987	0,991	0,993	0,995	0,995	0,995	0,995	0,996	0,995	0,996
Modulus		0,986	0,989	0,992	0,994	0,995	0,995	0,995	0,996	0,995	0,996
Yeo-Johnson		0,986	0,989	0,992	0,994	0,995	0,995	0,995	0,996	0,995	0,996
Dual		0,990	0,993	0,992	0,994	0,994	0,994	0,994	0,994	0,993	0,994
Karekök Shift		0,609	0,610	0,938	0,939	0,972	0,978	0,972	0,985	0,965	0,989
Manly		NC	0,275	NC	0,890	NC	0,972	NC	0,988	0,989	0,992

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

**Tablo 8.2.** Farklı örneklem büyüklükleri altında ki-kare dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

		Ki-Kare Dağılımı (k)									
		k = 1		k = 2		k = 3		k = 4		k = 5	
n	Dönüşüm Yöntemi	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
30	Log	0,315	0,315	0,541	0,541	0,661	0,661	0,719	0,719	0,772	0,772
	Neglog	0,350	0,350	0,606	0,606	0,727	0,727	0,791	0,791	0,839	0,839
	Glog	0,319	0,319	0,547	0,547	0,668	0,668	0,728	0,728	0,781	0,781
	Ters	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,003	0,008	0,008	0,020	0,020
	Log Shift	0,344	0,399	0,683	0,693	0,807	0,812	0,866	0,868	0,908	0,910
	Box-Cox	0,984	0,988	0,993	0,994	0,995	0,996	0,993	0,994	0,994	0,994
	Bickel-Doksum	0,984	0,988	0,992	0,993	0,994	0,995	0,992	0,993	0,992	0,993
	Gpower	0,984	0,988	0,992	0,994	0,994	0,995	0,993	0,994	0,994	0,994
	Modulus	0,983	0,987	0,992	0,993	0,993	0,995	0,993	0,994	0,994	0,994
	Yeo-Johnson	0,983	0,987	0,992	0,993	0,993	0,995	0,993	0,994	0,994	0,994
	Dual	0,988	0,991	0,993	0,994	0,995	0,995	0,993	0,993	0,992	0,992
	Karekök Shift	0,372	0,372	0,887	0,887	0,960	0,962	0,970	0,978	0,968	0,983
	Manly	NC	0,054	NC	0,719	NC	0,933	NC	0,969	NC	0,981
	50	Log	0,099	0,099	0,316	0,316	0,473	0,473	0,569	0,569	0,640
Neglog		0,118	0,118	0,382	0,382	0,568	0,568	0,672	0,672	0,740	0,740
Glog		0,101	0,101	0,321	0,321	0,480	0,480	0,579	0,579	0,652	0,652
Ters		0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Log Shift		0,133	0,151	0,477	0,483	0,688	0,690	0,795	0,796	0,847	0,848
Box-Cox		0,976	0,980	0,991	0,992	0,992	0,993	0,994	0,994	0,993	0,994
Bickel-Doksum		0,976	0,980	0,991	0,992	0,992	0,993	0,993	0,994	0,993	0,994
Gpower		0,975	0,980	0,991	0,992	0,992	0,993	0,993	0,994	0,993	0,994
Modulus		0,972	0,978	0,990	0,991	0,991	0,992	0,992	0,993	0,993	0,993
Yeo-Johnson		0,972	0,978	0,990	0,991	0,991	0,992	0,992	0,993	0,993	0,993
Dual		0,982	0,985	0,993	0,994	0,993	0,993	0,994	0,994	0,994	0,994
Karekök Shift		0,077	0,077	0,757	0,757	0,926	0,927	0,961	0,964	0,967	0,976
Manly		NC	0,001	NC	0,341	NC	0,797	NC	0,923	0,952	0,959

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

**Tablo 8.2.** Farklı örneklem büyüklükleri altında ki-kare dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

		Ki-Kare Dağılımı (k)									
		k = 1		k = 2		k = 3		k = 4		k = 5	
n	Dönüşüm Yöntemi	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
100	Log	0,003	0,003	0,058	0,058	0,159	0,159	0,282	0,282	0,370	0,370
	Neglog	0,005	0,005	0,088	0,088	0,244	0,244	0,410	0,410	0,516	0,516
	Glog	0,003	0,003	0,060	0,060	0,164	0,164	0,294	0,294	0,387	0,387
	Ters	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Log Shift	0,007	0,007	0,147	0,150	0,386	0,388	0,588	0,589	0,705	0,705
	Box-Cox	0,943	0,950	0,987	0,988	0,991	0,992	0,992	0,992	0,993	0,993
	Bickel-Doksum	0,943	0,950	0,987	0,988	0,991	0,992	0,991	0,992	0,993	0,993
	Gpower	0,942	0,950	0,986	0,988	0,990	0,991	0,991	0,992	0,993	0,993
	Modulus	0,936	0,946	0,984	0,985	0,989	0,990	0,990	0,990	0,992	0,992
	Yeo-Johnson	0,936	0,946	0,984	0,985	0,989	0,990	0,990	0,990	0,992	0,992
	Dual	0,961	0,966	0,991	0,992	0,993	0,994	0,993	0,993	0,993	0,993
	Karekök Shift	0,000	0,000	0,347	0,348	0,785	0,785	0,908	0,908	0,951	0,953
	Manly	NC	0,000	NC	0,009	NC	0,308	NC	0,676	NC	0,850
	500	Log	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001
Neglog		0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,004	0,004
Glog		0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,001
Ters		0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Log Shift		0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,005	0,005	0,046	0,046
Box-Cox		0,310	0,340	0,911	0,915	0,973	0,974	0,983	0,983	0,989	0,989
Bickel-Doksum		0,310	0,340	0,911	0,915	0,973	0,974	0,983	0,983	0,989	0,989
Gpower		0,309	0,339	0,909	0,914	0,972	0,973	0,982	0,983	0,988	0,988
Modulus		0,300	0,330	0,892	0,897	0,963	0,964	0,975	0,976	0,982	0,982
Yeo-Johnson		0,300	0,330	0,892	0,897	0,963	0,964	0,975	0,976	0,982	0,982
Dual		0,396	0,420	0,950	0,952	0,986	0,986	0,991	0,991	0,993	0,993
Karekök Shift		0,000	0,000	0,000	0,000	0,004	0,004	0,169	0,170	0,478	0,479
Manly		NC	0,000	NC	0,000	NC	0,000	NC	0,000	NC	0,003

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

**Tablo 8.3.** Farklı örneklem büyüklükleri altında F dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri

n	Dönüşüm Yöntemi	F Dağılımı (d1, d2)									
		<u>d1=10;</u> <u>d2=20</u>		<u>d1=10;</u> <u>d2=50</u>		<u>d1=20;</u> <u>d2=20</u>		<u>d1=20;</u> <u>d2=50</u>		<u>d1=50;</u> <u>d2=20</u>	
		MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
10	Log	0,942	0,942	0,937	0,937	0,947	0,947	0,945	0,945	0,947	0,947
	Neglog	0,943	0,943	0,945	0,945	0,944	0,944	0,947	0,947	0,936	0,936
	Glog	0,942	0,942	0,939	0,939	0,947	0,947	0,946	0,946	0,944	0,944
	Ters	0,628	0,628	0,647	0,647	0,771	0,771	0,787	0,787	0,859	0,859
	Log Shift	0,939	0,985	0,945	0,977	0,949	0,987	0,956	0,983	0,954	0,990
	Box-Cox	0,996	0,998	0,995	0,997	0,996	0,997	0,996	0,997	0,997	0,998
	Bickel-Doksum	0,977	0,978	0,984	0,986	0,970	0,971	0,978	0,979	0,964	0,964
	Gpower	0,996	0,998	0,995	0,997	0,996	0,997	0,995	0,997	0,997	0,998
	Modulus	0,996	0,998	0,996	0,997	0,995	0,997	0,995	0,997	0,997	0,997
	Yeo-Johnson	0,996	0,998	0,996	0,997	0,995	0,997	0,995	0,997	0,997	0,997
	Dual	0,978	0,979	0,984	0,986	0,971	0,972	0,978	0,980	0,965	0,965
	Karekök Shift	0,953	0,988	0,936	0,991	0,942	0,989	0,910	0,990	0,937	0,988
Manly	0,990	0,996	0,993	0,998	0,993	0,997	0,994	0,998	0,995	0,998	
20	Log	0,934	0,934	0,916	0,916	0,944	0,944	0,941	0,941	0,939	0,939
	Neglog	0,941	0,941	0,935	0,935	0,932	0,932	0,945	0,945	0,921	0,921
	Glog	0,935	0,935	0,919	0,919	0,942	0,942	0,942	0,942	0,935	0,935
	Ters	0,300	0,300	0,316	0,316	0,526	0,526	0,564	0,564	0,717	0,717
	Log Shift	0,979	0,982	0,971	0,972	0,986	0,989	0,981	0,983	0,992	0,994
	Box-Cox	0,996	0,996	0,996	0,996	0,995	0,995	0,995	0,995	0,996	0,997
	Bickel-Doksum	0,981	0,981	0,988	0,988	0,965	0,965	0,980	0,980	0,953	0,953
	Gpower	0,995	0,996	0,996	0,996	0,994	0,995	0,995	0,995	0,996	0,997
	Modulus	0,995	0,996	0,996	0,996	0,994	0,995	0,995	0,995	0,995	0,996
	Yeo-Johnson	0,995	0,996	0,996	0,996	0,994	0,995	0,995	0,995	0,995	0,996
	Dual	0,982	0,982	0,988	0,988	0,967	0,967	0,980	0,981	0,954	0,954
	Karekök Shift	0,949	0,973	0,930	0,987	0,934	0,973	0,891	0,990	0,927	0,979
Manly	0,987	0,992	0,993	0,995	0,991	0,994	0,993	0,994	0,992	0,994	

Not: n: örneklem büyüklüğü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

**Tablo 8.3.** Farklı örneklem büyüklükleri altında F dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

n	Dönüşüm Yöntemi	F Dağılımı (d1, d2)									
		<u>d1=10;</u> <u>d2=20</u>		<u>d1=10;</u> <u>d2=50</u>		<u>d1=20;</u> <u>d2=20</u>		<u>d1=20;</u> <u>d2=50</u>		<u>d1=50;</u> <u>d2=20</u>	
		MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
30	Log	0,925	0,925	0,897	0,897	0,940	0,940	0,933	0,933	0,930	0,930
	Neglog	0,938	0,938	0,927	0,927	0,926	0,926	0,942	0,942	0,902	0,902
	Glog	0,928	0,928	0,902	0,902	0,938	0,938	0,935	0,935	0,926	0,926
	Ters	0,124	0,124	0,127	0,127	0,337	0,337	0,374	0,374	0,587	0,587
	Log Shift	0,980	0,982	0,969	0,970	0,987	0,988	0,983	0,984	0,991	0,992
	Box-Cox	0,996	0,996	0,993	0,994	0,993	0,994	0,994	0,994	0,994	0,995
	Bickel-Doksum	0,983	0,984	0,988	0,988	0,964	0,964	0,981	0,981	0,941	0,941
	Gpower	0,996	0,996	0,993	0,994	0,993	0,993	0,994	0,994	0,995	0,995
	Modulus	0,996	0,996	0,993	0,994	0,993	0,993	0,994	0,994	0,995	0,995
	Yeo-Johnson	0,996	0,996	0,993	0,994	0,993	0,993	0,994	0,994	0,995	0,995
	Dual	0,984	0,985	0,988	0,988	0,966	0,966	0,982	0,982	0,943	0,943
	Karekök Shift	0,936	0,952	0,931	0,980	0,918	0,952	0,880	0,986	0,914	0,960
	Manly	0,983	0,988	0,988	0,990	0,988	0,990	0,991	0,992	0,990	0,992
50	Log	0,908	0,908	0,859	0,859	0,938	0,938	0,926	0,926	0,927	0,927
	Neglog	0,932	0,932	0,908	0,908	0,920	0,920	0,942	0,942	0,872	0,872
	Glog	0,913	0,913	0,866	0,866	0,937	0,937	0,931	0,931	0,919	0,919
	Ters	0,014	0,014	0,016	0,016	0,119	0,119	0,154	0,154	0,366	0,366
	Log Shift	0,979	0,980	0,964	0,964	0,986	0,987	0,983	0,984	0,989	0,990
	Box-Cox	0,992	0,992	0,992	0,992	0,991	0,991	0,992	0,993	0,992	0,993
	Bickel-Doksum	0,983	0,983	0,989	0,990	0,963	0,963	0,982	0,982	0,930	0,930
	Gpower	0,992	0,992	0,992	0,992	0,991	0,991	0,992	0,993	0,992	0,993
	Modulus	0,993	0,993	0,992	0,992	0,992	0,992	0,992	0,993	0,992	0,993
	Yeo-Johnson	0,993	0,993	0,992	0,992	0,992	0,992	0,992	0,993	0,992	0,993
	Dual	0,983	0,983	0,990	0,990	0,964	0,965	0,983	0,983	0,934	0,934
	Karekök Shift	0,894	0,903	0,935	0,971	0,887	0,911	0,872	0,979	0,888	0,921
	Manly	0,968	0,975	0,981	0,984	0,981	0,985	0,990	0,991	0,981	0,986

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

**Tablo 8.3.** Farklı örneklem büyüklükleri altında F dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

n	Dönüşüm Yöntemi	F Dağılımı (d1, d2)									
		<u>d1=10;</u> <u>d2=20</u>		<u>d1=10;</u> <u>d2=50</u>		<u>d1=20;</u> <u>d2=20</u>		<u>d1=20;</u> <u>d2=50</u>		<u>d1=50;</u> <u>d2=20</u>	
		MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
100	Log	0,875	0,875	0,765	0,765	0,941	0,941	0,901	0,901	0,901	0,901
	Neglog	0,921	0,921	0,870	0,870	0,917	0,917	0,935	0,935	0,809	0,809
	Glog	0,884	0,884	0,779	0,779	0,940	0,940	0,910	0,910	0,889	0,889
	Ters	0,000	0,000	0,000	0,000	0,004	0,004	0,008	0,008	0,079	0,079
	Log Shift	0,977	0,977	0,955	0,955	0,987	0,988	0,982	0,983	0,987	0,987
	Box-Cox	0,989	0,989	0,992	0,993	0,990	0,990	0,990	0,990	0,991	0,992
	Bickel-Doksum	0,982	0,982	0,991	0,991	0,964	0,964	0,984	0,984	0,900	0,900
	Gpower	0,990	0,990	0,992	0,993	0,990	0,990	0,990	0,990	0,991	0,991
	Modulus	0,991	0,992	0,993	0,993	0,991	0,991	0,991	0,991	0,992	0,992
	Yeo-Johnson	0,991	0,992	0,993	0,993	0,991	0,991	0,991	0,991	0,992	0,992
	Dual	0,982	0,982	0,991	0,991	0,966	0,966	0,984	0,984	0,905	0,905
	Karekök Shift	0,755	0,760	0,919	0,938	0,793	0,809	0,853	0,954	0,787	0,812
	Manly	0,910	0,923	0,958	0,962	0,958	0,963	0,981	0,982	0,965	0,971
500	Log	0,621	0,621	0,217	0,217	0,925	0,925	0,731	0,731	0,729	0,729
	Neglog	0,833	0,833	0,500	0,500	0,831	0,831	0,912	0,912	0,378	0,378
	Glog	0,648	0,648	0,242	0,242	0,922	0,922	0,765	0,765	0,684	0,684
	Ters	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Log Shift	0,962	0,963	0,838	0,839	0,977	0,977	0,984	0,984	0,964	0,965
	Box-Cox	0,973	0,974	0,990	0,990	0,979	0,979	0,985	0,986	0,984	0,984
	Bickel-Doksum	0,973	0,973	0,990	0,990	0,941	0,941	0,985	0,985	0,698	0,699
	Gpower	0,975	0,975	0,990	0,991	0,981	0,981	0,987	0,987	0,986	0,986
	Modulus	0,981	0,981	0,991	0,991	0,987	0,987	0,989	0,989	0,988	0,988
	Yeo-Johnson	0,981	0,981	0,991	0,991	0,987	0,987	0,989	0,989	0,988	0,988
	Dual	0,964	0,965	0,984	0,984	0,949	0,949	0,981	0,981	0,730	0,730
	Karekök Shift	0,042	0,042	0,534	0,539	0,090	0,090	0,650	0,714	0,114	0,116
	Manly	0,089	0,103	0,450	0,461	0,437	0,460	0,862	0,865	0,623	0,646

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.



**Tablo 8.4.** Farklı örneklem büyüklükleri altında Gamma dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri

		Gamma Dağılımı ( $k, \theta$ )									
		$k=1; \theta=2$		$k=2; \theta=2$		$k=3; \theta=2$		$k=5; \theta=1$		$k=9; \theta=0.5$	
n	Dönüşüm Yöntemi	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
10	Log	0,846	0,846	0,899	0,899	0,916	0,916	0,929	0,929	0,942	0,942
	Neglog	0,866	0,866	0,916	0,916	0,930	0,930	0,939	0,939	0,949	0,949
	Glog	0,849	0,849	0,901	0,901	0,918	0,918	0,931	0,931	0,943	0,943
	Ters	0,149	0,149	0,357	0,357	0,498	0,498	0,654	0,654	0,777	0,777
	Log Shift	0,755	0,906	0,899	0,951	0,923	0,963	0,945	0,972	0,959	0,978
	Box-Cox	0,994	0,997	0,995	0,998	0,995	0,997	0,996	0,998	0,996	0,997
	Bickel-Doksum	0,990	0,993	0,989	0,992	0,987	0,989	0,986	0,988	0,985	0,986
	Gpower	0,993	0,997	0,995	0,998	0,994	0,997	0,996	0,998	0,996	0,997
	Modulus	0,993	0,997	0,995	0,998	0,995	0,997	0,996	0,997	0,995	0,996
	Yeo-Johnson	0,993	0,997	0,995	0,998	0,995	0,997	0,996	0,997	0,995	0,996
	Dual	0,991	0,993	0,990	0,993	0,988	0,989	0,987	0,988	0,985	0,986
	Karekök Shift	0,969	0,975	0,964	0,990	0,944	0,989	0,909	0,990	0,870	0,987
	Manly	NC	0,985	NC	0,997	0,992	0,997	0,994	0,998	0,996	0,998
	20	Log	0,686	0,686	0,812	0,812	0,868	0,868	0,895	0,895	0,919
Neglog		0,735	0,735	0,855	0,855	0,905	0,905	0,922	0,922	0,938	0,938
Glog		0,690	0,690	0,818	0,818	0,873	0,873	0,899	0,899	0,924	0,924
Ters		0,007	0,007	0,063	0,063	0,149	0,149	0,318	0,318	0,528	0,528
Log Shift		0,785	0,803	0,907	0,911	0,948	0,951	0,962	0,963	0,968	0,970
Box-Cox		0,992	0,995	0,994	0,995	0,995	0,996	0,995	0,996	0,995	0,996
Bickel-Doksum		0,991	0,994	0,991	0,992	0,991	0,992	0,989	0,989	0,987	0,988
Gpower		0,992	0,995	0,994	0,995	0,995	0,996	0,995	0,996	0,995	0,996
Modulus		0,991	0,994	0,993	0,995	0,995	0,996	0,995	0,996	0,995	0,996
Yeo-Johnson		0,991	0,994	0,993	0,995	0,995	0,996	0,995	0,996	0,995	0,996
Dual		0,993	0,994	0,992	0,993	0,992	0,993	0,989	0,990	0,988	0,988
Karekök Shift		0,936	0,937	0,971	0,985	0,955	0,991	0,895	0,989	0,813	0,989
Manly		NC	0,885	NC	0,983	0,989	0,992	0,992	0,995	0,995	0,996

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

**Tablo 8.4.** Farklı örneklem büyüklükleri altında Gamma dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

		Gamma Dağılımı (k, $\theta$ )									
		<u>k=1; <math>\theta=2</math></u>		<u>k=2; <math>\theta=2</math></u>		<u>k=3; <math>\theta=2</math></u>		<u>k=5; <math>\theta=1</math></u>		<u>k=9; <math>\theta=0.5</math></u>	
n	Dönüşüm Yöntemi	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
30	Log	0,539	0,539	0,729	0,729	0,800	0,800	0,864	0,864	0,900	0,900
	Neglog	0,605	0,605	0,798	0,798	0,859	0,859	0,907	0,907	0,931	0,931
	Glog	0,545	0,545	0,737	0,737	0,808	0,808	0,873	0,873	0,908	0,908
	Ters	0,000	0,000	0,007	0,007	0,035	0,035	0,134	0,134	0,342	0,342
	Log Shift	0,679	0,689	0,876	0,878	0,925	0,926	0,956	0,957	0,969	0,969
	Box-Cox	0,991	0,993	0,993	0,994	0,994	0,995	0,996	0,996	0,995	0,996
	Bickel-Doksum	0,990	0,992	0,992	0,993	0,992	0,993	0,993	0,994	0,990	0,990
	Gpower	0,990	0,992	0,993	0,994	0,993	0,995	0,996	0,996	0,995	0,996
	Modulus	0,990	0,992	0,993	0,994	0,993	0,994	0,995	0,996	0,995	0,996
	Yeo-Johnson	0,990	0,992	0,993	0,994	0,993	0,994	0,995	0,996	0,995	0,996
	Dual	0,991	0,992	0,993	0,993	0,993	0,993	0,993	0,994	0,990	0,990
	Karekök Shift	0,889	0,890	0,973	0,981	0,963	0,989	0,889	0,992	0,769	0,989
	Manly	NC	0,722	NC	0,972	0,985	0,987	0,991	0,992	0,994	0,995
	50	Log	0,307	0,307	0,569	0,569	0,689	0,689	0,796	0,796	0,864
Neglog		0,376	0,376	0,674	0,674	0,782	0,782	0,869	0,869	0,915	0,915
Glog		0,312	0,312	0,578	0,578	0,701	0,701	0,809	0,809	0,873	0,873
Ters		0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,002	0,018	0,018	0,114	0,114
Log Shift		0,471	0,478	0,790	0,791	0,885	0,886	0,943	0,943	0,965	0,966
Box-Cox		0,990	0,992	0,993	0,993	0,993	0,993	0,995	0,995	0,993	0,993
Bickel-Doksum		0,990	0,992	0,993	0,993	0,992	0,992	0,993	0,993	0,990	0,990
Gpower		0,990	0,992	0,993	0,993	0,992	0,993	0,995	0,995	0,993	0,993
Modulus		0,989	0,990	0,992	0,993	0,992	0,993	0,995	0,995	0,993	0,993
Yeo-Johnson		0,989	0,990	0,992	0,993	0,992	0,993	0,995	0,995	0,993	0,993
Dual		0,992	0,994	0,994	0,994	0,992	0,992	0,993	0,993	0,991	0,991
Karekök Shift		0,755	0,755	0,962	0,965	0,960	0,981	0,894	0,989	0,724	0,990
Manly		NC	0,340	NC	0,927	0,970	0,974	0,988	0,990	0,990	0,991

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

**Tablo 8.4.** Farklı örneklem büyüklükleri altında Gamma dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

		Gamma Dağılımı (k, $\theta$ )									
		<u>k=1; <math>\theta=2</math></u>		<u>k=2; <math>\theta=2</math></u>		<u>k=3; <math>\theta=2</math></u>		<u>k=5; <math>\theta=1</math></u>		<u>k=9; <math>\theta=0.5</math></u>	
n	Dönüşüm Yöntemi	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
100	Log	0,059	0,059	0,282	0,282	0,448	0,448	0,648	0,648	0,777	0,777
	Neglog	0,089	0,089	0,403	0,403	0,605	0,605	0,789	0,789	0,880	0,880
	Glog	0,061	0,061	0,292	0,292	0,466	0,466	0,671	0,671	0,798	0,798
	Ters	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,005	0,005
	Log Shift	0,151	0,153	0,584	0,585	0,784	0,785	0,912	0,912	0,957	0,957
	Box-Cox	0,988	0,989	0,992	0,992	0,993	0,993	0,994	0,994	0,993	0,993
	Bickel-Doksum	0,988	0,989	0,992	0,992	0,993	0,993	0,994	0,994	0,991	0,992
	Gpower	0,988	0,989	0,992	0,992	0,992	0,993	0,993	0,994	0,993	0,993
	Modulus	0,984	0,986	0,990	0,990	0,992	0,992	0,993	0,993	0,993	0,993
	Yeo-Johnson	0,984	0,986	0,990	0,990	0,992	0,992	0,993	0,993	0,993	0,993
	Dual	0,992	0,993	0,992	0,993	0,993	0,993	0,993	0,993	0,992	0,992
	Karekök Shift	0,354	0,354	0,912	0,912	0,958	0,964	0,908	0,983	0,669	0,989
	Manly	NC	0,006	NC	0,689	0,908	0,915	0,975	0,977	0,988	0,988
500	Log	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,002	0,042	0,042	0,230	0,230
	Neglog	0,000	0,000	0,000	0,000	0,017	0,017	0,184	0,184	0,526	0,526
	Glog	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,003	0,053	0,053	0,268	0,268
	Ters	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Log Shift	0,000	0,000	0,006	0,007	0,127	0,127	0,571	0,571	0,878	0,879
	Box-Cox	0,916	0,921	0,984	0,984	0,987	0,987	0,990	0,990	0,991	0,991
	Bickel-Doksum	0,916	0,921	0,984	0,984	0,987	0,987	0,990	0,990	0,991	0,991
	Gpower	0,915	0,920	0,983	0,983	0,986	0,986	0,990	0,990	0,990	0,990
	Modulus	0,897	0,903	0,975	0,976	0,982	0,982	0,988	0,988	0,989	0,989
	Yeo-Johnson	0,897	0,903	0,975	0,976	0,982	0,982	0,988	0,988	0,989	0,989
	Dual	0,952	0,953	0,992	0,992	0,988	0,988	0,989	0,990	0,990	0,990
	Karekök Shift	0,000	0,000	0,167	0,167	0,704	0,705	0,900	0,929	0,572	0,976
	Manly	NC	0,000	NC	0,000	NC	0,058	0,663	0,667	0,939	0,940

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

**Tablo 8.5.** Farklı örneklem büyüklükleri altında Weibull dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri

n	Dönüşüm Yöntemi	Weibull Dağılımı (k, $\theta$ )									
		$\theta=1; k=0.5$		$\theta=1; k=1$		$\theta=1; k=1.5$		$\theta=1; k=3$		$\theta=1; k=5$	
		MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
10	Log	0,837	0,837	0,850	0,850	0,850	0,850	0,842	0,842	0,852	0,852
	Neglog	0,851	0,851	0,875	0,875	0,876	0,876	0,869	0,869	0,877	0,877
	Glog	0,838	0,838	0,853	0,853	0,852	0,852	0,847	0,847	0,859	0,859
	Ters	0,025	0,025	0,151	0,151	0,292	0,292	0,527	0,527	0,672	0,672
	Log Shift	0,182	0,882	0,760	0,911	0,871	0,919	0,895	0,910	0,899	0,906
	Box-Cox	0,994	0,998	0,995	0,998	0,995	0,998	0,994	0,997	0,992	0,993
	Bickel-Doksum	0,990	0,993	0,992	0,995	0,992	0,994	0,990	0,993	0,991	0,993
	Gpower	0,994	0,998	0,995	0,998	0,995	0,998	0,994	0,996	0,991	0,993
	Modulus	0,994	0,997	0,995	0,998	0,995	0,998	0,995	0,996	0,990	0,991
	Yeo-Johnson	0,994	0,997	0,995	0,998	0,995	0,998	0,995	0,996	0,990	0,991
	Dual	0,991	0,994	0,993	0,995	0,991	0,995	0,990	0,993	0,991	0,993
	Karekök Shift	0,624	0,625	0,967	0,974	0,955	0,988	0,766	0,963	0,630	0,939
	Manly	NC	0,644	NC	0,987	NC	0,996	0,996	0,998	0,995	0,997
	20	Log	0,682	0,682	0,684	0,684	0,689	0,689	0,692	0,692	0,683
Neglog		0,706	0,706	0,732	0,732	0,749	0,749	0,758	0,758	0,735	0,735
Glog		0,685	0,685	0,688	0,688	0,696	0,696	0,703	0,703	0,695	0,695
Ters		0,000	0,000	0,007	0,007	0,034	0,034	0,192	0,192	0,345	0,345
Log Shift		0,424	0,745	0,783	0,797	0,820	0,824	0,832	0,833	0,798	0,799
Box-Cox		0,992	0,994	0,993	0,995	0,993	0,995	0,993	0,995	0,993	0,994
Bickel-Doksum		0,992	0,994	0,991	0,993	0,992	0,993	0,992	0,994	0,993	0,995
Gpower		0,992	0,994	0,992	0,994	0,993	0,995	0,993	0,995	0,993	0,994
Modulus		0,992	0,994	0,991	0,993	0,993	0,995	0,993	0,995	0,993	0,994
Yeo-Johnson		0,992	0,994	0,991	0,993	0,993	0,995	0,993	0,995	0,993	0,994
Dual		0,994	0,994	0,992	0,994	0,993	0,994	0,992	0,994	0,993	0,995
Karekök Shift		0,196	0,196	0,936	0,937	0,965	0,988	0,608	0,952	0,340	0,888
Manly		NC	0,095	NC	0,884	NC	0,984	0,994	0,995	0,995	0,996

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

**Tablo 8.5.** Farklı örneklem büyüklükleri altında Weibull dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

		Weibull Dağılımı (k, $\theta$ )									
		$\theta=1; k=0.5$		$\theta=1; k=1$		$\theta=1; k=1.5$		$\theta=1; k=3$		$\theta=1; k=5$	
n	Dönüşüm Yöntemi	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
30	Log	0,537	0,537	0,539	0,539	0,545	0,545	0,533	0,533	0,537	0,537
	Neglog	0,573	0,573	0,602	0,602	0,627	0,627	0,621	0,621	0,612	0,612
	Glog	0,539	0,539	0,544	0,544	0,554	0,554	0,549	0,549	0,553	0,553
	Ters	0,000	0,000	0,000	0,000	0,005	0,005	0,057	0,057	0,160	0,160
	Log Shift	0,453	0,617	0,679	0,689	0,731	0,733	0,737	0,737	0,706	0,706
	Box-Cox	0,993	0,994	0,992	0,993	0,991	0,993	0,991	0,993	0,993	0,993
	Bickel-Doksum	0,993	0,994	0,991	0,992	0,991	0,993	0,991	0,993	0,992	0,994
	Gpower	0,993	0,994	0,991	0,992	0,991	0,993	0,991	0,993	0,993	0,993
	Modulus	0,991	0,993	0,990	0,992	0,991	0,992	0,991	0,993	0,992	0,993
	Yeo-Johnson	0,991	0,993	0,990	0,992	0,991	0,992	0,991	0,993	0,992	0,993
	Dual	0,995	0,995	0,993	0,993	0,992	0,993	0,991	0,993	0,992	0,994
	Karekök Shift	0,042	0,042	0,889	0,889	0,975	0,987	0,481	0,942	0,182	0,843
	Manly	NC	0,005	NC	0,718	NC	0,966	0,992	0,994	0,994	0,994
	50	Log	0,313	0,313	0,309	0,309	0,304	0,304	0,306	0,306	0,309
Neglog		0,344	0,344	0,380	0,380	0,407	0,407	0,414	0,414	0,402	0,402
Glog		0,315	0,315	0,315	0,315	0,313	0,313	0,324	0,324	0,330	0,330
Ters		0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,003	0,028	0,028
Log Shift		0,311	0,384	0,477	0,483	0,546	0,546	0,576	0,576	0,529	0,529
Box-Cox		0,991	0,992	0,992	0,993	0,991	0,993	0,990	0,991	0,990	0,992
Bickel-Doksum		0,991	0,992	0,992	0,993	0,991	0,993	0,990	0,991	0,990	0,992
Gpower		0,990	0,992	0,992	0,993	0,990	0,992	0,990	0,991	0,991	0,992
Modulus		0,989	0,990	0,990	0,991	0,990	0,992	0,990	0,991	0,991	0,992
Yeo-Johnson		0,989	0,990	0,990	0,991	0,990	0,992	0,990	0,991	0,991	0,992
Dual		0,994	0,995	0,993	0,994	0,992	0,994	0,990	0,992	0,991	0,992
Karekök Shift		0,000	0,000	0,751	0,751	0,981	0,988	0,321	0,914	0,052	0,758
Manly		NC	0,000	NC	0,337	NC	0,919	0,990	0,991	0,993	0,993

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

**Tablo 8.5.** Farklı örneklem büyüklükleri altında Weibull dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

		Weibull Dağılımı (k, $\theta$ )									
		$\theta=1; k=0.5$		$\theta=1; k=1$		$\theta=1; k=1.5$		$\theta=1; k=3$		$\theta=1; k=5$	
n	Dönüşüm Yöntemi	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW	MLE	SW
100	Log	0,056	0,056	0,050	0,050	0,061	0,061	0,057	0,057	0,060	0,060
	Neglog	0,067	0,067	0,084	0,084	0,113	0,113	0,119	0,119	0,113	0,113
	Glog	0,056	0,056	0,053	0,053	0,065	0,065	0,065	0,065	0,068	0,068
	Ters	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Log Shift	0,065	0,085	0,144	0,146	0,217	0,218	0,260	0,260	0,220	0,220
	Box-Cox	0,986	0,987	0,987	0,989	0,986	0,987	0,985	0,987	0,987	0,988
	Bickel-Doksum	0,986	0,987	0,987	0,989	0,986	0,987	0,985	0,987	0,987	0,988
	Gpower	0,986	0,987	0,987	0,988	0,985	0,987	0,985	0,986	0,987	0,988
	Modulus	0,983	0,984	0,985	0,986	0,983	0,984	0,985	0,986	0,988	0,989
	Yeo-Johnson	0,983	0,984	0,985	0,986	0,983	0,984	0,985	0,986	0,988	0,989
	Dual	0,992	0,992	0,992	0,993	0,990	0,991	0,987	0,989	0,987	0,988
	Karekök Shift	0,000	0,000	0,346	0,346	0,982	0,984	0,124	0,846	0,002	0,533
	Manly	NC	0,000	NC	0,007	NC	0,655	0,984	0,985	0,991	0,991
500	Log	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Neglog	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Glog	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Ters	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Log Shift	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Box-Cox	0,915	0,918	0,909	0,913	0,915	0,919	0,915	0,920	0,920	0,926
	Bickel-Doksum	0,915	0,918	0,909	0,913	0,915	0,919	0,915	0,920	0,920	0,926
	Gpower	0,915	0,918	0,908	0,912	0,912	0,917	0,913	0,917	0,919	0,924
	Modulus	0,907	0,910	0,892	0,897	0,896	0,901	0,912	0,915	0,928	0,931
	Yeo-Johnson	0,907	0,910	0,892	0,897	0,896	0,901	0,912	0,915	0,928	0,931
	Dual	0,959	0,959	0,949	0,951	0,942	0,945	0,929	0,934	0,925	0,930
	Karekök Shift	0,000	0,000	0,000	0,000	0,793	0,794	0,000	0,232	0,000	0,004
	Manly	NC	0,000	NC	0,000	NC	0,000	NC	0,848	0,964	0,964

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

## EK 2: Tez Çalışması Orijinallik Raporu

## MÜGE COŞKUN YILDIRIM YÜKSEK LİSANS TEZİ

## ORJİNALLİK RAPORU

% <b>13</b>	% <b>12</b>	% <b>7</b>	% <b>6</b>
BENZERLİK ENDEKSİ	İNTERNET KAYNAKLARI	YAYINLAR	ÖĞRENCİ ÖDEVLERİ

## BİRİNCİL KAYNAKLAR

<b>1</b>	<b>refubium.fu-berlin.de</b> İnternet Kaynağı	% <b>2</b>
<b>2</b>	<b>Submitted to Hacettepe University</b> Öğrenci Ödevi	% <b>1</b>
<b>3</b>	<b>www.tandfonline.com</b> İnternet Kaynağı	% <b>1</b>
<b>4</b>	<b>rstudio-pubs-static.s3.amazonaws.com</b> İnternet Kaynağı	% <b>1</b>
<b>5</b>	<b>www.dtic.mil</b> İnternet Kaynağı	% <b>1</b>
<b>6</b>	<b>openaccess.hacettepe.edu.tr:8080</b> İnternet Kaynağı	% <b>1</b>
<b>7</b>	<b>journals.sagepub.com</b> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>
<b>8</b>	<b>universeofdatascience.com</b> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>
<b>9</b>	<b>www.openaccess.hacettepe.edu.tr:8080</b> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>

## EK 3: Dijital Makbuz

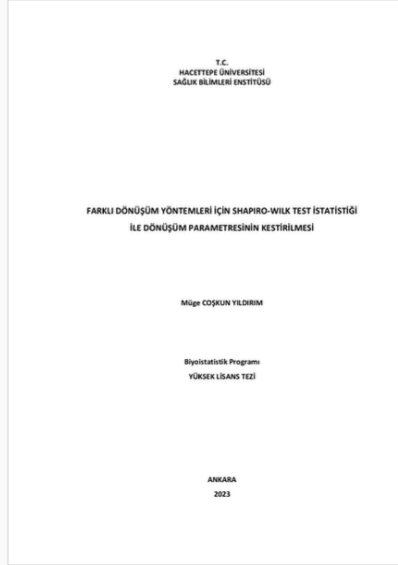


## Dijital Makbuz

Bu makbuz ödevinizin Turnitin'e ulaştığını bildirmektedir. Gönderiminize dair bilgiler şöyledir:

Gönderinizin ilk sayfası aşağıda gönderilmektedir.

Gönderen: Müge Coşkun Yıldırım  
Ödev başlığı: Müge Coşkun Yıldırım Yüksek Lisans Tezi  
Gönderi Başlığı: MÜGE COŞKUN YILDIRIM YÜKSEK LİSANS TEZİ  
Dosya adı: tez-son\_trntrn.pdf  
Dosya boyutu: 963.96K  
Sayfa sayısı: 62  
Kelime sayısı: 17,909  
Karakter sayısı: 76,511  
Gönderim Tarihi: 14-Haz-2023 02:46ÖS (UTC+0300)  
Gönderim Numarası: 2115908149





## 9. ÖZGEÇMİŞ

**Müge COŞKUN YILDIRIM**

---