

**BASİT RASTGELE ÖRNEKLEMEDE CEVAPSIZLIK  
DURUMUNDA KİTLE ORTALAMASI İÇİN TAHMİN  
EDİCİ ÖNERİLERİ**

**PROPOSALS OF ESTIMATORS FOR THE POPULATION  
MEAN IN THE PRESENCE OF NONRESPONSE IN  
SIMPLE RANDOM SAMPLING**

**CEREN ÜNAL AKDENİZ**

**PROF. DR CEM KADILAR**

**Tez Danışmanı**

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

İstatistik Anabilim Dalı için Öngördüğü

DOKTORA TEZİ olarak hazırlanmıştır.



## ÖZET

### BASİT RASTGELE ÖRNEKLEMEDE CEVAPSIZLIK DURUMUNDA KİTLE ORTALAMASI İÇİN TAHMİN EDİCİ ÖNERİLERİ

**Ceren ÜNAL AKDENİZ**

**Doktora, İstatistik Bölümü**

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. Cem KADILAR**

**Aralık 2022, 77 sayfa**

Bilinmeyen kitle parametrelerinin tahmini için kullanılan tahmin edicilerde yer alan çeşitli değişkenlere ait bilgilerin tam olarak elde edildiği, eksik bilginin mevcut olmadığı yaklaşımı bulunmaktadır. Teorideki bu yaklaşıma karşın, günlük hayatta karşılaşılabilecek durumlar düşünüldüğünde uygulama kısmı için değişkenlere ait bilgiler her zaman tam olarak elde edilemeyebilir. Bu durum örnekleme teorisinde cevapsızlık durumu olarak tanımlanmaktadır ve tahmin edicilerin etkinliklerinde azalmaya sebep olmaktadır. Bu nedenle, önerilecek tahmin ediciler için elde edilemeyen bilgilerin varlığı dikkate alınmalıdır. Hansen ve Hurwitz (1946) yaptıkları çalışmalarında cevapsızlık durumu problemine çözüm üretmişler ve cevap vermeyen birimlere alt örnekleme yöntemi geliştirmişlerdir. Tez çalışması kapsamında, cevapsızlık durumu varlığında kitle ortalaması tahmini için üstel tür tahmin ediciler incelenmektedir. Durum 1 ve Durum 2 olarak adlandırılan iki farklı cevapsızlık durumu için, literatürde var olan üstel tür tahmin ediciler ayrı ayrı ele alınmıştır. Çalışma, literatürde yer alan tahmin edicilere ek olarak cevapsızlık durumunda kitle ortalaması tahmini için üstel tür tahmin edici önermeyi amaçlamaktadır. Çalışmanın amacı doğrultusunda, cevapsızlık durumunda kitle

ortalaması tahmini için üç farklı tahmin edici önerilmiştir. Önerilen tahmin ediciler, iki farklı cevapsızlık durumu için detaylı olarak incelenmiş ve literatürde temel olarak gösterilen çeşitli tahmin ediciler ile ilk olarak teorik daha sonrasında ise sayısal örnekler aracılığıyla uygulamalı olarak etkinlik karşılaştırmaları gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, yapılan simülasyon çalışmasında literatürde bulunan temel tahmin ediciler ile önerilen üç farklı tahmin edici bir arada ele alınmıştır. Tüm tahmin ediciler arasında Durum 1 kapsamında görece etkinlik değeri 5187.87 ile en etkin olan tahmin edicinin önerilen birinci tahmin edicisi ailesinden  $t_{C1,10}$  tahmin edicisi ve Durum 2 kapsamında ise görece etkinlik değeri 3700.370 ile en etkin tahmin edici önerilen üçüncü tahmin edici ailesinden  $t_{C4,9}$  tahmin edicisinin olduğu görülmüştür.

**Anahtar Kelimeler:** Cevapsızlık durumu, üstel tür tahmin edici, ortalama tahmini, yardımcı değişken, hata kareler ortalaması, etkinlik.

## **ABSTRACT**

### **PROPOSALS OF ESTIMATORS FOR THE POPULATION MEAN IN THE PRESENCE OF NONRESPONSE IN SIMPLE RANDOM SAMPLING**

**Ceren ÜNAL AKDENİZ**

**Doctor of Philosophy, Department of Statistics**

**Supervisor: Prof. Dr. Cem KADILAR**

**December 2022, 77 pages**

There is an approach in which information about various variables in the estimators used for the estimation of unknown population parameters is fully obtained and there is no missing information. Despite this approach in theory, when the situations that can be encountered in daily life are considered, the information about the variables for the application part may not always be fully obtained. This situation is defined as the non-response case in sampling theory and causes a decrease in the efficiency of the estimators. Therefore, the existence of unobtainable information should be considered for the estimators to be proposed. Hansen and Hurwitz (1946) introduced a new method to cope with the problem of non-response and developed a sub-sampling method for the units that did not respond. Within the scope of the thesis, exponential-type estimators are examined for the population mean estimation in the presence of non-response. The exponential type estimators in the literature are discussed separately for two different non-response cases

as Case 1 and Case 2. The aim of the study is to propose an exponential type estimator for the population mean in the case of non-response. According to this aim of the study, after reviewing the method and the estimators in the literature, we propose three different estimators for the population mean estimation in the case of non-response. The proposed estimators are examined in detail for two different non-response cases and efficiency comparisons are made with various estimators in the literature, firstly theoretically and then practically through numerical examples. In addition, in the simulation study, the main estimators in the literature and three different proposed estimators are considered together. It is seen that among all estimators, the most efficient estimator with a relative efficiency value of 5187.87 in Case 1 is the  $t_{C1,10}$  estimator from the proposed family I estimators and in case 2,  $t_{C4,9}$  estimator from the proposed family III estimators is the most efficient estimator with a relative efficiency value of 3700.370.

**Keywords:** Non-response, exponential type estimator, mean estimation, auxiliary variable, mean square error, efficiency.

## TEŞEKKÜR

Tez konusunun seçiminde beni teşvik eden, çalışmanın her aşamasında destekleri ve önerileriyle beni yönlendiren, tecrübe ve deneyimlerinden yararlandığım değerli danışmanım ve hocam Sayın Prof. Dr. Cem Kadılar'a,

Tezin izlenmesi ve değerlendirilmesi aşamalarında değerli yorumları ile bana farklı bakış açıları kazandıran sayın jüri üyelerine,

Benim için çok özel bir yere sahip olan, varlığıyla her zaman yanımda hissettiğim yoluma ışık tutan hocam Sayın Prof. Dr. Gamze Özel Kadılar'a,

Her daim, tüm yardım ve destekleri için Sayın Doç. Dr. Hatice Öncel Çekim'e,

Tezimin içinde bazı verilerinden yararlandığım ve bursiyer olarak görev yaptığım Sayın Prof. Dr. Gamze Özel Kadılar yürütücülüğünde devam eden 121F208 nolu "Yapay Zeka ve Olasılıksal Model Tabanlı Deprem Tehlike Haritası" başlıklı 1001 projesi ile destek sağlayan TÜBİTAK'a

teşekkürlerimi sunarım.

Sonsuz sevgi ve desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen, daima yanımda olan annem Serpil Ünal'a, babam Zati Ünal'a ve canım kardeşim Cemre Ünal'a,

Çalışmam boyunca desteği, özverisi ve sabrıyla hep yanımda olan ve moralimi her zaman yüksek tutan eşim Görkem Akdeniz'e

sonsuz teşekkürler...

Ceren Ünal Akdeniz

Aralık 2022, Ankara.

# İÇİNDEKİLER

ÖZET .....	i
ABSTRACT .....	iii
TEŞEKKÜR .....	v
İÇİNDEKİLER .....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xi
1. GİRİŞ.....	1
2. GENEL BİLGİLER .....	4
3. TAHMİN EDİCİLER .....	9
3.1. Cevapsızlık Durumunda Literatürde Yer Alan Tahmin Ediciler .....	9
3.1.1. Durum 1 Kapsamında Literatürde Yer Alan Tahmin Ediciler.....	9
3.1.2. Durum 2 Kapsamında Literatürde Yer Alan Tahmin Ediciler.....	14
3.2. Cevapsızlık Durumunda Önerilen Birinci Tahmin Edici Ailesi.....	19
3.2.1. Etkinlik Karşılaştırması.....	26
3.2.2. Sayısal Örnekler.....	28
3.3. Cevapsızlık Durumunda Önerilen İkinci Tahmin Edici.....	34
3.3.1. Etkinlik Karşılaştırması .....	39
3.3.2. Sayısal Örnek.....	42
3.4. Cevapsızlık Durumunda Önerilen Üçüncü Tahmin Edici Ailesi .....	45
3.4.1. Etkinlik Karşılaştırması .....	52



3.4.2. Sayısal Örnek .....	54
4. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI.....	59
5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA .....	68
6. KAYNAKLAR.....	71
EKLER .....	75
EK 1 - Tezden Türetilmiş Yayınlar .....	75
EK 2 - Tez Çalışması Orijinallik Raporu.....	76
ÖZGEÇMİŞ.....	77

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Alt örnekleme yöntemi şeması.....	5
Şekil 3.1. Proje kapsamında belirlenen deprem bölgesi.....	55
Şekil 4.1. Korelasyon katsayısı 0.50 iken Durum 1 kapsamında önerilen tahmin ediciler ve literatürde yer alan temel tahmin edicilerin GE değerleri.....	62
Şekil 4.2. Korelasyon katsayısı 0.95 iken Durum 1 kapsamında önerilen tahmin ediciler ve literatürde yer alan temel tahmin edicilerin GE değerleri.....	63
Şekil 4.3. Korelasyon katsayısı 0.50 iken Durum 2 kapsamında önerilen tahmin ediciler ve literatürde yer alan temel tahmin edicilerin GE değerleri.....	66
Şekil 4.4. Korelasyon katsayısı 0.95 iken Durum 2 kapsamında önerilen tahmin ediciler ve literatürde yer alan temel tahmin edicilerin GE değerleri.....	67

## ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 3.1. Cevapsızlığın sadece ilgilenilen değişkende var olması durumunda literatürde önerilen tahmin ediciler.....	12
Çizelge 3.2. Cevapsızlığın hem ilgilenilen değişkende hem de yardımcı değişkende var olması durumunda literatürde önerilen tahmin ediciler.....	16
Çizelge 3.3. Farklı $\phi$ ve $\varphi$ değerlerine göre $t_{C1,j}, j=1,2,\dots,10$ tahmin edici ailesi.....	20
Çizelge 3.4. Farklı $\phi$ ve $\varphi$ değerlerine göre $t_{C2,j}, j=1,2,\dots,10$ tahmin edici ailesi.....	23
Çizelge 3.5. Khare ve Sinha [27] veri seti kitle bilgileri.....	28
Çizelge 3.6. Khare ve Srivastava [28] veri seti kitle bilgileri.....	28
Çizelge 3.7. Kitle 1’de Durum 1 için önerilen $t_{C1,j}, j=1,2,\dots,10$ ve literatürde yer alan tahmin edicilerin HKO ve GE değerleri.....	30
Çizelge 3.8. Kitle 2’de Durum 1 için önerilen $t_{C1,j}, j=1,2,\dots,10$ ve literatürde yer alan tahmin edicilerin HKO ve GE değerleri.....	31
Çizelge 3.9. Kitle 1’de Durum 2 için önerilen $t_{C2,j}, j=1,2,\dots,10$ ve literatürde yer alan tahmin edicilerin HKO ve GE değerleri.....	32
Çizelge 3.10. Kitle 2’de Durum 2 için önerilen $t_{C2,j}, j=1,2,\dots,10$ ve literatürde yer alan tahmin edicilerin HKO ve GE değerleri.....	33
Çizelge 3.11. Satıcı ve Kadılar [29] veri seti kitle bilgileri.....	42
Çizelge 3.12. Durum 1 için önerilen $t_{Ca1}^*$ ve literatürde yer alan tahmin edicilerin HKO ve GE değerleri.....	43

Çizelge 3.13. Durum 2 için önerilen $t_{Ca2}^{**}$ ve literatürde yer alan tahmin edicilerin HKO ve GE değerleri.....	44
Çizelge 3.14. Farklı $\phi$ ve $\varphi$ değerlerine göre $t_{C3,j}, j=1,2,\dots,10$ tahmin edici ailesi.....	46
Çizelge 3.15. Farklı $\phi$ ve $\varphi$ değerlerine göre $t_{C4,j}, j=1,2,\dots,10$ tahmin edici ailesi.....	49
Çizelge 3.16. Deprem veri seti kitle bilgileri.....	55
Çizelge 3.17. Durum 1 için önerilen $t_{C3,j}, j=1,2,\dots,10$ ve literatürde yer alan tahmin edicilerin HKO ve GE değerleri.....	56
Çizelge 3.18. Durum 2 için önerilen $t_{C4,j}, j=1,2,\dots,10$ ve literatürde yer alan tahmin edicilerin HKO ve GE değerleri.....	57
Çizelge 4.1. Durum 1 kapsamında önerilen $t_{C1,j}, j=1,2,\dots,10, t_{Ca1}^*, t_{C3,j}, j=1,2,\dots,10$ ve literatürde yer alan temel tahmin edicilerin simülasyon sonucunda elde edilen HKO ve GE değerleri.....	60
Çizelge 4.2. Durum 2 kapsamında önerilen $t_{C2,j}, j=1,2,\dots,10, t_{Ca2}^{**}, t_{C4,j}, j=1,2,\dots,10$ ve literatürde yer alan temel tahmin edicilerin simülasyon sonucunda elde edilen HKO ve GE değerleri.....	64

## SİMGELER VE KISALTMALAR

### Simgeler

$N_1$	Kitlede cevap veren birimler
$N_2$	Kitlede cevap vermeyen birimler
$n_1$	Örnekleme cevap veren birimler
$n_2$	Örnekleme cevap vermeyen birimler
$z$	Ters örneklem oranı
$W_1$	Kitlede cevap veren birimlere ait oran
$W_2$	Kitlede cevap vermeyen birimlere ait oran
$w_1$	Örnekleme cevap veren birimlere ait oran
$w_2$	Örnekleme cevap vermeyen birimlere ait oran
$\bar{Y}$	İlgilenilen değişkenin kitle ortalaması
$\bar{X}$	Yardımcı değişkenin kitle ortalaması
$\bar{y}_1$	$n_1$ birim üzerinden hesaplanan ilgilenilen değişkene ait örneklem ortalaması
$\bar{y}_{2(r)}$	$r$ birim üzerinden hesaplanan ilgilenilen değişkene ait örneklem ortalaması
$C_y^2$	Kitlede ilgilenilen değişken için değişim katsayısının karesi
$C_x^2$	Kitlede yardımcı değişken için değişim katsayısının karesi
$C_{y(2)}^2$	Kitlede yer alan cevap vermeyen birimler üzerinden ( $N_2$ ) ilgilenilen değişken için değişim katsayısının karesi
$C_{x(2)}^2$	Kitlede yer alan cevap vermeyen birimler üzerinden ( $N_2$ ) yardımcı değişken için değişim katsayısının karesi

$C_{.xy}$	Kitlede ilgilenilen değişken ile yardımcı değişken arasındaki değişim katsayısı
$\rho_{.xy}$	İlgilenilen değişken ile yardımcı değişken arasındaki korelasyon katsayısı
$\rho_{yx(2)}$	Cevapsızlık durumunda ilgilenilen değişken ile yardımcı değişken arasındaki korelasyon katsayısı
$t$	Kitle ortalaması için tahmin edici

### **Kısaltmalar**

B	Yan
BRÖ	Basit Rastgele Örnekleme
GE	Görelî Etkinlik
HKO	Hata Kareler Ortalaması

# 1. GİRİŞ

Bilimsel çalışmalarda, temel istatistik ilkelerinin önemli bir yeri vardır. Bu ilkelerin başında, araştırılan konu kapsamında doğru verileri elde etme aşaması bulunmaktadır. Kişilerin mantıklı bir biçimde karar verebilmek ve doğru veriye ulaşmak amacıyla kullandıkları yöntemlerden biri örnekleme yöntemidir. Günümüzde mühendislik, sağlık bilimleri, fen, sosyal bilimler gibi birçok farklı alanda yapılan çalışmalarda çeşitli örnekleme yöntemlerinden yararlanılmaktadır [1, 2].

Çalışmalarda kullanılacak veriler hakkında bilgi edinmek isteyen araştırmacılar, kitle üzerinden gözleme yaptıklarında maliyet, zaman ve iş gücü bakımından zorluklar yaşayabilmektedir. Hatta bu süreç kimi zaman imkânsız olabilmektedir. Bu durumda, kitlenin tamamıyla ilgilenmek yerine uygun örnekleme yöntemleriyle belirlenmiş ve kitleyi temsil edebilecek alt grup olarak tanımlanan örneklemelerden yararlanılabilir [3]. İstatistiksel çıkarıma, istatistiksel çözümleme, karar işlemleri veya tümevarımsal istatistik olarak farklı biçimlerle adlandırılan istatistiksel yöntemlerde sınırlı birime sahip örneklemelerden faydalanılarak kitle hakkında sonuç çıkarma olanağı mevcuttur [4].

Örnekleme teorisi kapsamında temel amaç, kitle yapısına uygun olacak şekilde örnekleme yöntemi kullanarak örnekleme belirlemek ve devamında en etkin biçimde ortalama, varyans, oran, toplam vb. parametreler hakkında tahminler yapmaktır. Parametre tahminleri etkinlik, yansızlık, tutarlılık ve duyarlılık gibi özellikleri taşıması istenen tahmin ediciler ile yapılmaktadır [1]. Bu kapsamda çeşitli yöntemlerden yararlanılarak günümüze kadar birçok tahmin edici önerilmiş ve halen önerilmektedir. Tahmin edicilerin özelliklerinden olan etkinlik, hata kareler ortalaması (HKO) ile ilişkilendirilip matematiksel olarak tahmin edici ( $\hat{\theta}$ ) ile parametre ( $\theta$ ) arasındaki farkın karesinin beklenen değeri olarak

$$HKO(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - \theta)^2 \quad (1.1)$$

biçiminde ifade edilmektedir.

Eşitlik (1.1)'de  $E(\hat{\theta})$  ifadesi için ekleme ve çıkarma işlemi uygulanarak gerekli düzenlemeler yapıldığında

$$\begin{aligned} HKO(\hat{\theta}) &= E\left[\left(\hat{\theta} - E(\hat{\theta})\right) + \left(E(\hat{\theta}) - \theta\right)\right]^2 \\ &= V(\hat{\theta}) + \left[E(\hat{\theta}) - \theta\right]^2 \\ &= V(\hat{\theta}) + B(\hat{\theta})^2 \end{aligned} \quad (1.2)$$

biçiminde sonuca ulaşılmaktadır. Eşitlik (1.2)'de yer alan  $B(\hat{\theta})^2$ , tahmin edicinin yanının karesini ifade etmektedir. Ne kadar küçük HKO değeri elde edilirse o kadar etkinlik artmaktadır. Dolayısıyla bu noktadaki amaç, literatürde yer alan tahmin edicilerden daha etkin olan tahmin ediciyi önermek ve bu tahmin edici ile ilgilenilen kitle parametresini tahmin etmektir. Etkinliğin artırılmasında kullanılan en yaygın yöntem ise, yardımcı değişken bilgisini kullanmaktır. Yardımcı değişken aynı zamanda ilgilenilen tahmin edici için oransal veya çarpımsal tür tahmin edici olması açısından da rol oynamaktadır [5, 6]. Yardımcı ve ilgilenilen değişkenler arasındaki ilişki doğrusal, orijinden geçiyor ve pozitif ise oransal tahmin ediciler, negatif ise çarpımsal tahmin ediciler dikkate alınmalıdır [6, 7]. Bu noktada, ilişki doğrusal ve orijinden geçiyor ise çarpımsal ve oransal tahmin ediciler diğer temel bir tür olan klasik regresyon tahmin edicileri ile aynı etkinliğe sahip olurlar [3]. Öne çıkan oransal, çarpımsal, regresyon türü tahmin edicilerin yanı sıra ln türü [8], üstel tür [9], yansız [10] gibi farklı tahmin ediciler de literatüre kazandırılmıştır.

Teorik olarak, önerilen tahmin edicilerde yer alan farklı değişkenlere ait bütün bilgilerin elde edildiği varsayılmaktadır. Ancak, uygulama kısmında kişilere ulaşılamaması, cevap vermek istememeleri, eksik yanıt verme gibi çeşitli sebeplerle gerekli bilgiler her zaman tam olarak elde edilememektedir. Bu durum, örnekleme teorisinde cevapsızlık durumu olarak tanımlanmaktadır ve sıkça karşılaşılmaktadır. Cevapsızlık durumu karşısında en genel yaklaşım, mümkün olabildiğince, cevap vermeyen katılımcılara ulaşmak ve istenen bilgiyi elde etmektir ancak yine de sonuç istenen şekilde olmayabilir. Hansen ve Hurwitz [10] yaptıkları çalışmalarında, cevapsızlık durumu problemine çözüm üretmişler ve cevap



vermeyen birimlere alt örnekleme yöntemi geliştirmişlerdir. Literatüre kazandırılan bu yöntem ile birlikte, değişkenlere ait cevapsızlık da çalışmalarda göz önüne alınarak önerilen tahmin edicilerde söz konusu durum dikkate alınmaya başlamıştır.

Bu tez çalışmasının amacı, cevapsızlık durumu varlığında üstel tür tahmin ediciler temel alınarak kitle özelliklerinden olan kitle ortalaması için yeni tahmin ediciler önermek ve önerilen tahmin edicilerin literatürde var olan tahmin edicilerden teorik ve uygulamalı olarak daha etkin olduğunu göstermektir. Bölümlerde sırasıyla cevapsızlık durumu detaylı olarak tanıtıldıktan sonra literatürde yer alan üstel tür tahmin ediciler verilmiştir. Devamında, konu kapsamında kitle ortalaması tahmininde önerilen üstel tür tahmin ediciler sunulmuş ve her bir tahmin edici için ayrı ayrı yapılan teorik etkinlik karşılaştırması, simülasyon çalışması veya çeşitli sayısal uygulamalar ile desteklenerek önerilen tahmin edicilerin performansı incelenmiştir.

Tez çalışması kapsamında, genel bilgiler bölümünde Hansen ve Hurwitz [10] tarafından ele alınan cevapsızlık durumu ve bu durum varlığında önerdikleri temel tahmin edici detaylı olarak incelenmiştir. Üçüncü bölüm olan Tahmin Ediciler kısmında, cevapsızlık durumu için literatürde temel teşkil eden oransal, çarpımsal ve regresyon türü kitle ortalaması tahmin edicilerine dair genel bilgilere yer verilmiştir. Devamında ise, kitle ortalaması tahmini için üstel tür tahmin ediciler incelenmiş ve HKO eşitlikleri gösterilmiştir. Bu bölümde, cevapsızlık durumu varlığında kitle ortalaması için önerilen üstel tür tahmin ediciler tanıtılmıştır. Önerilen her bir tahmin edici literatürde yer alan temel tahmin ediciler ile etkinlikleri bakımından karşılaştırılmış ve ayrıca farklı veri setlerinden yararlanılarak sayısal uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Dördüncü bölümde, simülasyon çalışması gerçekleştirilmiş ve literatürde yer alan temel tahmin ediciler ve tez çalışması kapsamında önerilen tüm tahmin ediciler etkinlikleri bakımından karşılaştırılmıştır. Tez kapsamında yapılan çalışmalara ilişkin genel sonuçlar ise son bölümde yorumlanmıştır.

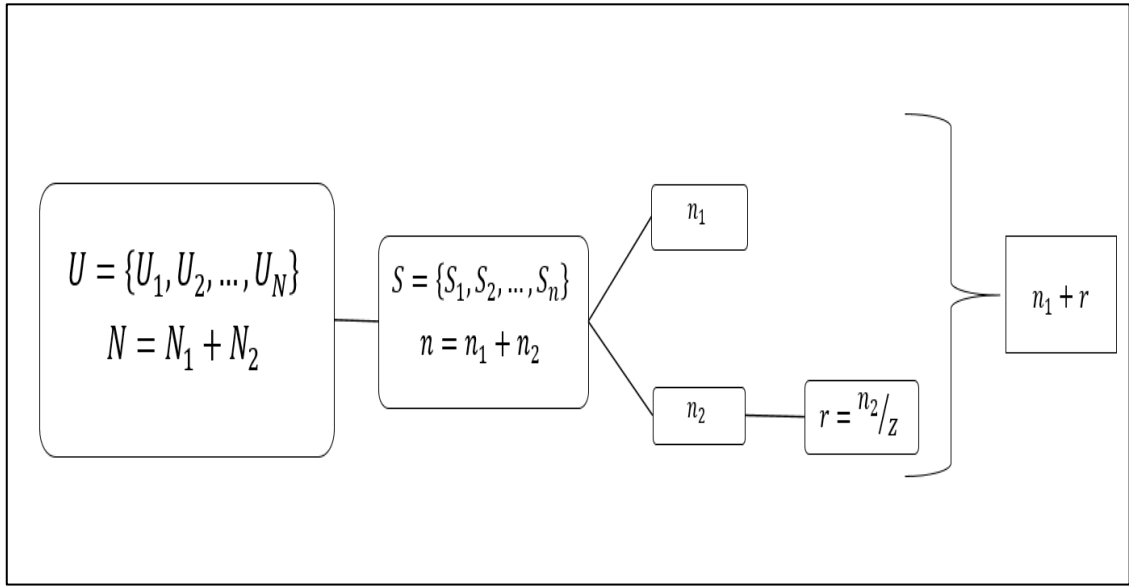
## 2. GENEL BİLGİLER

Teoride, bilinmeyen kitle parametrelerinin tahmini için kullanılan tahmin edicilerde yer alan farklı değişkenlere ait tüm bilgilerin tam olarak elde edildiği düşünölmektedir. Ancak söz konusu uygulama olduğunda, bu durum çeşitli nedenlerden elde edilemeyebilir. Bu noktada, kişilerle görüşmek için anket kapsamında yer alan bütçe, zaman veya çalışan sayısı gibi kaynakların yetersizliği, kişilerin cevap vermek istememeleri veya eksik yanıt vermeleri, kendilerine ulaşılammaması, yanıt verenlerin yasal yükümlölükleri, araştırmacının tüm örneklem birimleriyle iletişime geçememesi, yanlışlıkla bilgilerin kaybı gibi çeşitli sebepler sıralanabilir [4]. Kitle parametrelerinin tahmininde yararlanılan tahmin edicilerde bulunan değişkenlere ait tüm bilgilerin elde edilememesi örnekleme teorisinde cevapsızlık durumu olarak tanımlanmakta ve araştırmalarda sıklıkla karşılaşılmaktadır. Cevap vermeyen katılımcılara ulaşarak istenen bilgiyi elde etmek cevapsızlık durumu karşısında geliştirilen en genel yaklaşımdır fakat yine de sonuç istenen şekilde olmayabilir.

Anket çalışmalarında cevapsızlık durumu hem örneklem biriminde hem de değişkenlerde görölebilmektedir ve birim cevapsızlığı ve değişken cevapsızlığı olarak iki ana başlık olarak sınıflandırılmaktadır. Birim cevapsızlığı bir ya da birden fazla kişiyle görüşölememesi durumu olarak tanımlanırken; değişken cevapsızlığı kişilerin bir ya da birden fazla soruya cevap vermemesinden kaynaklanmaktadır [4, 11, 12]. Dolayısıyla, anket uygulamasından sonra ilgili cevapsızlık türünün belirlenmesinde karşılaşılan boyutun yanı sıra yapısı da önem teşkil etmektedir.

Anket çalışmalarında cevapsızlık durumu ile sıkça karşılaşılmaması ve bu durum için tahmin edici önerme ihtiyacı Hansen ve Hurwitz [10] tarafından geliştirilen yöntem ile birlikte cevap bulmuştur. Hansen ve Hurwitz [10] cevapsızlık durumu olması durumunda cevap vermeyen birimlere alt örnekleme yöntemi geliştirilmiştir. Dolayısıyla, bu yöntem bir anlamda cevapsız birimler tarafından oluşmuş olan alt örneklemeden yeniden bir alt örneklem çekimine dayanmaktadır. Hansen ve Hurwitz [10] tarafından geliştirilen bu alt örnekleme yöntemi ile birlikte, tahmin edicide yer alan değişkenlere ait cevapsızlık durumu dikkate alınmaya başlanmıştır.

Yöntemde,  $U = \{U_1, U_2, \dots, U_N\}$   $N$  büyüklüğünde sonlu bir kitleyi gösterebilir.  $N$  büyüklüğündeki kitle, cevap veren ( $N_1$ ) ve cevap vermeyen ( $N_2$ ) birimlerden oluşur. Sonlu kitleden  $n$  büyüklüğünde örneklem  $S = \{U_1, U_2, \dots, U_n\}$  olmak üzere ilgilenilen değişkenin kitle ortalaması tahmini için yerine konmadan basit rastgele örnekleme (BRÖ) yöntemi ile seçilmektedir. Kitle ile benzer şekilde, örneklem büyüklüğü  $n$  olmak üzere örneklem  $n_1$  cevap veren birimler ve  $n_2$  cevap vermeyen birimlerden oluşmaktadır. Seçilen örnekleme yer alan  $n_2$  cevap vermeyenlerin sayısı ve  $z$  ters örneklem oranı olmak üzere,  $r = \frac{n_2}{z}$  ( $z > 1$ ) kadar alt örneklem birimi cevap vermeyen birimler arasından seçilmektedir. Böylelikle, Hansen ve Hurwitz [10] tarafından literatüre kazandırılan yöntem sayesinde  $n$  yerine  $(n_1 + r)$  birim üzerinden tahmin yapılabilmektedir. Yöntem, Şekil 2.1'de detaylı bir şekilde gösterilmektedir.



Şekil 2.1. Alt örnekleme yöntemi şeması.

Hansen ve Hurwitz [10] çalışmalarında cevapsızlık durumu için literatürde temel gösterilen yansız  $t_{HH}$  tahmin edicisini önermişlerdir.

Tahmin edici,

$$t_{HH} = w_1 \bar{y}_1 + w_2 \bar{y}_{2(r)} \quad (2.1)$$

biçimindedir. Eşitlik (2.1)'de yer alan ifadelerden  $w_1 = \frac{n_1}{n}$  örnekleme cevap veren birimlere ait oran ve  $w_2 = \frac{n_2}{n}$  ise cevap vermeyen birimlere ait oranı belirtmektedir. Aynı zamanda,  $\bar{y}_1$  ve  $\bar{y}_{2(r)}$  ise, sırasıyla  $n_1$  ve  $r$  birim üzerinden hesaplanan ilgilenilen değişkene ait örneklem ortalamalarını ifade etmektedir.

Yansız  $t_{HH}$  tahmin edicinin varyansı,

$$V(t_{HH}) = \bar{Y}^2 \left( \lambda C_y^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) \quad (2.2)$$

olarak elde edilmiştir.

Eşitlik (2.2)'de,  $f = \frac{n}{N}$ ,  $\lambda = \frac{1-f}{n}$  olmak üzere,  $C_y^2 = \frac{S_y^2}{\bar{Y}^2}$  kitlede ilgilenilen değişken için hesaplanan değişim katsayısının karesini,  $C_{y(2)}^2 = \frac{S_{y(2)}^2}{\bar{Y}^2}$  ise ilgilenilen değişken için kitlede yer alan cevap vermeyen birimler üzerinden ( $N_2$ ) hesaplanan değişim katsayısının karesini göstermektedir. Ayrıca,  $W_1 = \frac{N_1}{N}$  kitlede cevap veren birimlerin oranı ve  $W_2 = \frac{N_2}{N}$  kitlede cevap vermeyen birimlerin oranıdır.  $\bar{Y}$  ise, ilgilenilen değişkenin kitle ortalamasını ifade etmektedir.

Cevapsızlık durumu, literatürde iki farklı durum üzerinden tanımlanmıştır. Bu durumlardan ilki, cevapsızlık durumunun sadece ilgilenilen değişken ( $y$ ) üzerinde olması durumudur ve bu çalışma kapsamında Durum 1 olarak adlandırılmaktadır. İkinci durum ise cevapsızlık durumunun hem ilgilenilen değişken ( $y$ ) hem de yardımcı değişkende ( $x$ ) olması durumu olup bu çalışma kapsamında Durum 2 olarak adlandırılmaktadır. Cevapsızlığın, ilgilenilen değişkende olması durumunda  $\bar{y}^*$ ; yardımcı değişkende olması durumunda ise  $\bar{x}^*$  biçiminde gösterilmektedir. Durum 1 ve 2 kapsamında tahmin

edicilerin teorik çıkarsamasında Fark Yönteminden yararlanılmaktadır. Fark Yöntemi, Taylor Serisi Yöntemi gibi doğrusal olmayan tahmin edicilerin çıkarmasında kullanılmaktadır. BRÖ yönteminde, Fark Yöntemi için, değişken sayısı kadar

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{\bar{x} - \bar{X}}{\bar{X}} \rightarrow e_x = \bar{X}(1 + e_x) \\ e_y &= \frac{\bar{y} - \bar{Y}}{\bar{Y}} \rightarrow e_y = \bar{Y}(1 + e_y) \end{aligned} \quad (2.3)$$

biçiminde fark terimi tanımlanmaktadır.

### **Durum 1:**

Hansen ve Hurwitz [10] çalışmasında cevapsızlığın sadece ilgilenilen değişkende var olması kapsamında önerilmiş tahmin edicilerin yan ve HKO çıkarsamasında fark yönteminden yararlanılarak

$$\bar{y}^* = \bar{Y}(e_y^* + 1) \text{ ve } \bar{x} = \bar{X}(e_x + 1) \quad (2.4)$$

olmak üzere beklenen değer, karelerinin beklenen değerleri ve kovaryans ifadeleri için

$$E(e_y^*) = 0,$$

$$E(e_x) = 0,$$

$$E(e_x^2) = \lambda C_x^2,$$

$$E(e_y^{*2}) = \lambda C_y^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2,$$

$$E(e_y^* e_x) = \lambda \rho_{xy} C_x C_y$$

biçimindeki eşitliklerden yararlanılmaktadır.

**Durum 2:**

Cevapsızlığın hem ilgilenilen hem de yardımcı değişkende var olması durumunda önerilen tahmin ediciler için yan ve HKO çıkarsamasında fark yönteminden yararlanılarak

$$\bar{y}^* = \bar{Y}(e_y^* + 1) \text{ ve } \bar{x}^* = \bar{X}(e_x^* + 1) \quad (2.5)$$

olmak üzere beklenen değer, karelerinin beklenen değerleri ve kovaryans ifadeleri için

$$E(e_x^*) = 0,$$

$$E(e_y^*) = 0,$$

$$E(e_x^{*2}) = \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2,$$

$$E(e_y^{*2}) = \lambda C_y^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2,$$

$$E(e_x^* e_y^*) = \lambda \rho_{xy} C_x C_y + \frac{W_2(z-1)}{n} \rho_{xy(2)} C_{x(2)} C_{y(2)}$$

biçimindeki eşitliklerden yararlanılmaktadır.

### 3. TAHMİN EDİCİLER

Cevapsızlık durumu, literatürde iki farklı durum üzerinden çalışılmaktadır. Durumlar detaylı olarak bir önceki bölümde anlatılmıştır. Bu bölümde ise ilk olarak, Durum 1 ve Durum 2 için BRÖ yöntemi söz konusu olduğunda kitle ortalaması tahmininde literatürde temel teşkil eden oransal, çarpımsal, regresyon ve üstel türdeki tahmin edicilere yer verilecektir. Literatür incelemesinin devamında ise tez çalışması kapsamında önerilmiş olan üç farklı tahmin edici için incelenecektir. Önerilen tahmin ediciler için sırasıyla teorik ve sayısal örnekler üzerinden uygulamalı olarak etkinlik karşılaştırmaları verilmiştir.

#### 3.1. Cevapsızlık Durumunda Literatürde Yer Alan Tahmin Ediciler

Durum 1 ve Durum 2 için, BRÖ yöntemi söz konusu olduğunda kitle ortalaması tahmini için literatürde temel teşkil eden oransal, çarpımsal, regresyon ve üstel türdeki tahmin ediciler verilmiştir.

##### 3.1.1. Durum 1 Kapsamında Literatürde Yer Alan Tahmin Ediciler

Hansen ve Hurwitz [10] çalışmasından yararlanılarak, Rao [13] kitle ortalaması tahmini için Durum 1 kapsamında klasik oransal  $t_{Oransal}^*$  ve klasik çarpımsal  $t_{Çarpımsal}^*$  tahmin edicilerini

$$t_{Oransal}^* = \frac{\bar{y}^*}{\bar{x}} \bar{X} \quad (3.1)$$

$$t_{Çarpımsal}^* = \frac{\bar{y}^*}{\bar{X}} \bar{x} \quad (3.2)$$

biçiminde önermiştir. Eşitlik (3.1) ve (3.2)'de yer alan  $\bar{X}$ , yardımcı değişkenin kitle ortalamasını ifade etmektedir.

Klasik oransal ve klasik çarpımsal tahmin edicilerinin HKO'ları

$$HKO(t_{Oransal}^*) = \bar{Y}^2 \left( \lambda (C_x^2 - 2C_{yx} + C_y^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) \quad (3.3)$$

$$HKO(t_{Çarpımsal}^*) = \bar{Y}^2 \left( \lambda (C_x^2 + 2C_{yx} + C_y^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) \quad (3.4)$$

olarak elde edilmektedir [13].

Eşitlik (3.3) ve (3.4)'de yer alan  $C_x^2$ , kitlede yardımcı değişken için hesaplanan değişim katsayısının karesi olup  $C_x^2 = \frac{S_x^2}{\bar{X}^2}$  biçiminde tanımlanmaktadır.  $C_{xy}$  ise  $C_{xy} = \rho_{xy} C_x C_y$  olmak üzere  $\rho_{xy}$  ifadesi ilgilenilen değişken ile yardımcı değişken arasındaki korelasyon katsayısını belirtmektedir.

Rao [13], Durum 1 kapsamında klasik regresyon tahmin edicisi  $t_{reg}^*$

$$t_{reg}^* = \bar{y}^* + b^* (\bar{X} - \bar{x}) \quad (3.5)$$

biçiminde önermiştir.

Eşitlik (3.5)'de yer alan  $b^*$  katsayısı Durum 1 için regresyon katsayısını ifade etmektedir ve  $b^* = \frac{S_{xy}^*}{S_x^{*2}}$  biçiminde tanımlanmaktadır. Buradaki  $S_{xy}^*$ , yardımcı değişken ve ilgilenilen değişken arasındaki kitle kovaryansını;  $S_x^2$  ise yardımcı değişken için kitle varyansını belirtmektedir.

Belirtilen  $t_{reg}^*$  klasik regresyon tahmin edicisinin HKO ise,

$$HKO(t_{reg}^*) = \bar{Y}^2 \left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) \quad (3.6)$$

olarak elde edilmektedir [13].



Çizelge 3.1’de Durum 1 için kitle ortalaması tahmini için literatürde yer alan üstel fonksiyona sahip tahmin ediciler ve HKO eşitlikleri verilmiştir.

Cevapsızlık durumunun sadece ilgilenilen değişkende var olması durumunda kitle ortalaması tahmini için üstel fonksiyonu kullanarak tahmin ediciler önerilmişlerdir. Singh ve diğerleri [14] tarafından yapılan çalışmada,  $t_{üstel}^*$  tahmin edicisi önerilmiştir ve literatürde cevapsızlık durumunda üstel fonksiyona sahip tahmin ediciler için temel teşkil etmektedir. Durum 1 için Çizelge 3.1’de verilen Yunusa ve Kumar [15] tarafından önerilen  $t_1^*$  tahmin edicisinde, Yadav ve diğerleri [16] tarafından önerilen  $t_2^*$  tahmin edicisinde ve Pal ve Singh [17] tarafından önerilen  $t_5^*$  tahmin edicisinde yer alan  $\alpha$  ifadesi, minimum HKO eşitliğinin elde edilmesinde kullanılmaktadır. Pal ve Singh [18, 19] ve Singh ve Usman [20] tarafından önerilen  $t_3^*$ ,  $t_6^*$  ve  $t_8^*$  tahmin edicilerinde yer alan  $\alpha$  ve  $\psi$  ifadeleri ise keyfi sabitlerdir ve minimum HKO hesabında kullanılmaktadır.  $t_4^*$  olarak adlandırılan ve Sinha ve Kumar [21] tarafından önerilmiş olan tahmin edicide bulunan  $(d_1, d_2)$  katsayıları HKO değerini minimum yapan sabitleri göstermektedir.  $t_7^*$  tahmin edicisi Dansawad [22] tarafından önerilmiş olup, tahmin edicide yer alan  $(a, b)$  katsayıları  $\beta_2(x)$ ,  $\rho$  veya  $c_x$  gibi yardımcı değişken bilgilerini göstermektedir.  $t_7^*$  tahmin edicisi için HKO eşitliğinde yer alan  $\tau_i$  katsayısı  $\tau_i = \frac{a\bar{X}}{a\bar{X} + b}$  biçiminde tanımlanmakta ve katsayıda yer alan  $i$  ifadesi ise, çeşitli yardımcı değişken bilgilerinin 10 farklı kombinasyonunu ifade etmektedir.

Çizelge 3.1. Cevapsızlığın sadece ilgilenilen değişkende var olması durumunda literatürde önerilen tahmin ediciler.

Çalışma	Tahmin Ediciler	HKO
Singh ve diğerleri [14]	$t_{Üstel}^* = \bar{y}^* \exp\left(\frac{\bar{X} - \bar{x}}{\bar{X} + \bar{x}}\right)$	$HKO(t_{Üstel}^*) = \bar{Y}^2 \left( \lambda \left( C_y^2 + \frac{C_x^2}{4} - C_{yx} \right) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right)$
Yunusa ve Kumar [15]	$t_1^* = \bar{y}^* \left\{ \alpha \exp\left(\frac{\bar{X} - \bar{x}}{\bar{X} + \bar{x}}\right) + (1-\alpha) \exp\left(\frac{\bar{x} - \bar{X}}{\bar{X} + \bar{x}}\right) \right\}$	$HKO(t_1^*) = \bar{Y}^2 \left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right)$
Yadav ve diğerleri [16]	$t_2^* = \bar{y}^* \exp\left(\frac{\bar{X} - \bar{x}}{\bar{X} + (\alpha - 1)\bar{x}}\right)$	$HKO_{\min}(t_2^*) = \bar{Y}^2 \left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right)$
Pal ve Singh [18]	$t_3^* = \bar{y}^* \left(\frac{\bar{X}}{\bar{x}}\right)^\psi \exp\left\{\left(\frac{\alpha(\bar{x} - \bar{X})}{\bar{x} + \bar{X}}\right)\right\}$	$HKO(t_3^*) = \bar{Y}^2 \left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right)$
Pal ve Singh [17]	$t_5^* = \alpha \bar{y}^* \left(\frac{\bar{X}}{\bar{x}}\right) + (1-\alpha) \bar{y}^* \exp\left(\frac{\bar{X} - \bar{x}}{\bar{X} + \bar{x}}\right)$	$HKO(t_5^*) = \bar{Y}^2 \left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right)$

Çizelge 3.1. Cevapsızlığın sadece ilgilenilen değişkende var olması durumunda literatürde önerilen tahmin ediciler (Devam ediyor)

---

Sinha ve Kumar [21]	$t_4^* = [d_1 \bar{y}^* + d_2 (\bar{X} - \bar{x})] \exp\left(\frac{\bar{X} - \bar{x}}{\bar{X} + \bar{x}}\right)$	$HKO_{\min}(t_4^*) = \bar{Y}^2 \left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) - \frac{\left[ \lambda C_x^2 + 8 \left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) \right]^2}{64 \left[ 1 + \left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) \right]}$
------------------------	--	---

---

Pal ve Singh [19]	$t_6^* = \bar{y}^* \left[ \alpha \left\{ \frac{(1-\psi)\bar{x} + \psi\bar{X}}{\psi\bar{x} + (1-\psi)\bar{X}} \right\} + (1-\alpha) \left\{ \frac{\psi\bar{x} + (1-\psi)\bar{X}}{(1-\psi)\bar{x} + \psi\bar{X}} \right\} \right]$	$HKO(t_6^*) = \bar{Y}^2 \left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right)$
----------------------	--	---

---

Dansawad [22]	$t_7^* = \bar{y}^* \exp\left[ \frac{(a\bar{X} + b) - (a\bar{x} + b)}{(a\bar{X} + b) + (a\bar{x} + b)} \right]$	$HKO(t_7^*) = \bar{Y}^2 \left( \lambda \left( C_y^2 + \tau_i C_x^2 \left( \tau_i - 2\rho_{xy} \frac{C_y}{C_x} \right) \right) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right), \quad i = 1, 2, \dots, 10$
------------------	--	---

---

Singh ve Usman [20]	$t_8^* = \bar{y}^* \left( \frac{\bar{X}}{\bar{x}} \right)^\psi \exp\left( \alpha \frac{\bar{X} - \bar{x}}{\bar{X} + \bar{x}} \right)$	$HKO(t_8^*) = \bar{Y}^2 \left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right)$
---------------------------	---	---

---

### 3.1.2. Durum 2 Kapsamında Literatürde Yer Alan Tahmin Ediciler

Cochran [7], Durum 2 kapsamında Hansen ve Hurwitz [10] çalışmasını temel alarak klasik oransal  $t_{Oransal}^{**}$  ve klasik çarpımsal  $t_{Çarpımsal}^{**}$  tahmin edicilerini

$$t_{Oransal}^{**} = \frac{\bar{y}^*}{\bar{x}^*} \bar{X}, \quad (3.7)$$

$$t_{Çarpımsal}^{**} = \frac{\bar{y}^*}{\bar{X}} \bar{x}^* \quad (3.8)$$

biçiminde önermiştir.

Klasik oransal  $t_{Oransal}^{**}$  ve klasik çarpımsal  $t_{Çarpımsal}^{**}$  tahmin edicilerinin HKO'ları sırasıyla,

$$HKO(t_{Oransal}^{**}) = \bar{Y}^2 \left( \lambda (C_x^2 - 2C_{yx} + C_y^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} (C_{y(2)}^2 + C_{x(2)}^2 - 2C_{yx(2)}) \right), \quad (3.9)$$

$$HKO(t_{Çarpımsal}^{**}) = \bar{Y}^2 \left( \lambda (C_x^2 + 2C_{yx} + C_y^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} (C_{y(2)}^2 + C_{x(2)}^2 + 2C_{yx(2)}) \right) \quad (3.10)$$

olarak elde edilmektedir.

Eşitlik (3.9) – (3.10)'da yer alan  $C_{yx(2)}$  ifadesi,  $C_{yx(2)} = \rho_{yx(2)} C_{x(2)} C_{y(2)}$  biçiminde tanımlanmaktadır. Eşitlikte,  $\rho_{yx(2)}$  ifadesi, cevapsızlık durumunda kitlede ilgilenilen değişken ile yardımcı değişken arasındaki korelasyon katsayısını belirtmektedir.

$C_{x(2)}^2 = \frac{S_{x(2)}^2}{\bar{X}^2}$  ifadesi ise yardımcı değişken için kitlede yer alan cevap vermeyen birimler

üzerinden ( $N_2$ ) hesaplanan değişim katsayısının karesini göstermektedir.

Durum 2 kapsamında klasik regresyon tahmin edicisi klasik oransal ve klasik çarpımsal tahmin edicilerinde olduğu gibi Cochran [7] tarafından

$$t_{reg}^{**} = \bar{y}^* + b^* (\bar{X} - \bar{x}^*) \quad (3.11)$$

biçiminde önerilmiştir.  $t_{reg}^{**}$  regresyon tahmin edicisinin HKO ise,

$$HKO(t_{reg}^{**}) = \bar{Y}^2 \left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} \left( C_{y(2)}^2 - 2\rho_{xy} \frac{C_y}{C_x} C_{yx(2)} + \rho_{xy}^2 \frac{C_y^2}{C_x^2} C_{x(2)}^2 \right) \right) \quad (3.12)$$

olarak elde edilmektedir.

Cevapsızlık durumunda kitle ortalaması tahmini için literatürde yer alan üstel fonksiyona sahip tahmin ediciler ve HKO eşitlikleri Durum 2 kapsamında Çizelge 3.2’de verilmiştir. Bu kapsamda, üstel fonksiyonu kullanarak önerilmiş olan tahmin edicilerin başında Durum 1’de olduğu gibi Singh ve diğerleri [14] tarafından yapılmış çalışma gelmektedir. Durum 2 kapsamında da,  $t_{üstel}^{**}$  tahmin edicisi önerilmiş ve literatürde cevapsızlık durumunda üstel fonksiyona sahip tahmin ediciler için temel teşkil etmektedir. Durum 2 için, Çizelge 3.2’de detaylı olarak gösterilmiş olan Kumar ve Bhogal [23] tarafından önerilen  $t_1^{**}$  tahmin edicisinde ve Pal ve Singh [17] tarafından önerilen  $t_5^{**}$  tahmin edicisinde yer alan  $\alpha$  ifadesi, minimum HKO eşitliğinin elde edilmesinde kullanılmaktadır. Riaz ve diğerleri [24] ise  $t_2^{**}$  tahmin edicisini önermişlerdir. Tahmin edicide yer alan ifadelerden  $\tau_i = \frac{a\bar{X}}{a\bar{X} + b}$  geçerli olup,  $(a, b)$  katsayıları  $\beta_2(x)$ ,  $\rho$  veya  $C_x$  gibi yardımcı değişken bilgilerini gösterirken  $\zeta$  katsayısı ise -1, 0 veya 1 değerlerini alabilmektedir. Tahmin edicide yer alan diğer bir ifade  $(d_1, d_2)$  katsayıları minimum HKO’nun elde edilmesinde kullanılmaktadır. Pal ve Singh [18, 19] ve Singh ve Usman [20] tarafından önerilen  $t_3^{**}$ ,  $t_6^{**}$  ve  $t_8^{**}$  tahmin edicilerinde yer alan  $\alpha$  ve  $\psi$  ifadeleri ise keyfi sabitlerdir ve minimum HKO hesabında kullanılmaktadır.  $t_4^{**}$  olarak adlandırılan ve Sinha ve Kumar [21] tarafından önerilmiş olan tahmin edicide bulunan  $(d_1, d_2)$  katsayıları HKO’yu minimum yapan sabitleri göstermektedir. Son olarak,  $t_7^{**}$  tahmin edicisi Kumar [25] tarafından önerilmiş olup, tahmin edicide yer alan  $(a, b)$  katsayıları  $\beta_2(x)$ ,  $\rho$  veya  $C_x$  gibi yardımcı değişken bilgilerini göstermektedir.  $t_7^{**}$  tahmin edicisi için HKO eşitliğinde yer alan  $\tau_i$  katsayısı, Durum 1’de olduğu gibi,  $\tau_i = \frac{a\bar{X}}{a\bar{X} + b}$  biçiminde tanımlanmakta ve katsayıda yer alan  $i$  ifadesi ise, çeşitli yardımcı değişken bilgilerinin 10 farklı kombinasyonunu ifade etmektedir.

Çizelge 3.2. Cevapsızlığın hem ilgilenilen değişkende hem de yardımcı değişkende var olması durumunda literatürde önerilen tahmin ediciler.

Çalışma	Tahmin Ediciler	HKO
Singh ve diğerleri [14]	$t_{Üstel}^{**} = \bar{y}^* \exp\left(\frac{\bar{X} - \bar{x}^*}{\bar{X} + \bar{x}^*}\right)$	$HKO(t_{Üstel}^{**}) = \bar{Y}^2 \left( \lambda C_y^2 + \lambda \frac{C_x^2}{4} - \lambda C_{yx} + \frac{W_2(z-1)}{n} \left( C_{y(2)}^2 + \frac{C_{x(2)}^2}{4} - C_{yx(2)} \right) \right)$
Kumar ve Bhogal [23]	$t_1^{**} = \bar{y}^* \left\{ \alpha \exp\left(\frac{\bar{X} - \bar{x}^*}{\bar{X} + \bar{x}^*}\right) + (1-\alpha) \exp\left(\frac{\bar{x}^* - \bar{X}}{\bar{x}^* + \bar{X}}\right) \right\}$	$HKO_{\min}(t_1^{**}) = \bar{Y}^2 \left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 (1 - \rho_{xy(2)}^2) \right)$
		$HKO_{\min}(t_2^{**}) = \bar{Y}^2 \left( 1 - \frac{A_1 A_4^2 + A_2 A_3^2 - 2A_3 A_4 A_5}{A_1 A_2 - A_5^2} \right),$
Riaz ve diğerleri [24]	$t_2^{**} = \bar{y}^* \left[ d_1 + d_2 (a\bar{X} - a\bar{x}^*) \right] \exp\left(\frac{\zeta (a\bar{X} - a\bar{x}^*)}{(a\bar{X} + a\bar{x}^*) + 2b}\right)$	$k_1 = a\bar{X}, k_2 = \frac{\tau_i \zeta}{2}, k_3 = \frac{\tau_i^2 \zeta}{4} + \frac{\tau_i^2 \zeta^2}{8},$
		$A_1 = 1 + \lambda C_y^2 + \lambda (k_2^2 + 2k_3) C_x^2 - 4\lambda k_2 C_{yx}, A_2 = \lambda k_1^2 C_x^2,$
		$A_3 = 1 + \lambda k_3 C_x^2 - \lambda k_2 C_{yx}, A_4 = \lambda k_1 k_2 C_x^2 - \lambda k_1 C_{yx}, A_5 = 2\lambda k_1 k_2 C_x^2 - 2\lambda k_1 C_{yx}$

Çizelge 3.2. Cevapsızlığın hem ilgilenilen değişkende hem de yardımcı değişkende var olması durumunda literatürde önerilen tahmin ediciler.  
(Devam ediyor)

Pal ve Singh  
[18]

$$t_3^{**} = \bar{y}^* \left( \frac{\bar{X}}{\bar{x}^*} \right)^{\psi} \exp \left( \frac{\alpha (\bar{X} - \bar{x}^*)}{\bar{X} + \bar{x}^*} \right)$$

$$HKO_{\min}(t_3^{**}) = \bar{Y}^2 \left[ \left( \lambda C_y^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) - \frac{\left( \lambda C_{xy} + \frac{W_2(z-1)}{n} \rho_{yx(2)} C_{y(2)} C_{x(2)} \right)^2}{\left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right)} \right]$$

Sinha ve  
Kumar [21]

$$t_4^{**} = \left[ d_1 \bar{y}^* + d_2 (\bar{X} - \bar{x}^*) \right] \exp \left( \frac{\bar{X} - \bar{x}^*}{\bar{X} + \bar{x}^*} \right)$$

$$HKO_{\min}(t_4^{**}) = \bar{Y}^2 \left[ \left( \lambda C_y^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) - \frac{\left( \lambda C_{xy} + \frac{W_2(z-1)}{n} \rho_{yx(2)} C_{y(2)} C_{x(2)} \right)^2}{\left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right)} \right]$$

Pal ve Singh  
[17]

$$t_5^{**} = \alpha \bar{y}^* \left( \frac{\bar{X}}{\bar{x}^*} \right) + (1-\alpha) \bar{y}^* \exp \left( \frac{\bar{X} - \bar{x}^*}{\bar{X} + \bar{x}^*} \right)$$

$$HKO_{\min}(t_5^{**}) = \bar{Y}^2 \left[ \left( \lambda C_y^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) - \frac{\left( \lambda C_{xy} + \frac{W_2(z-1)}{n} \rho_{yx(2)} C_{y(2)} C_{x(2)} \right)^2}{\left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right)} \right]$$

Çizelge 3.2. Cevapsızlığın hem ilgilenilen değişkende hem de yardımcı değişkende var olması durumunda literatürde önerilen tahmin ediciler.  
(Devam ediyor)

---

Pal ve Singh [19]	$t_6^{**} = \bar{y}^* \left[ a \left\{ \frac{(1-\psi)\bar{x}^* + \psi\bar{X}}{\psi\bar{x}^* + (1-\psi)\bar{X}} \right\} + (1-a) \left\{ \frac{\psi\bar{x}^* + (1-\psi)\bar{X}}{(1-\psi)\bar{x}^* + \psi\bar{X}} \right\} \right]$	$HKO_{\min}(t_6^{**}) = \bar{Y}^2 \left[ \left( \lambda C_y^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) - \frac{\left( \lambda C_{xy} + \frac{W_2(z-1)}{n} \rho_{yx(2)} C_{y(2)} C_{x(2)} \right)^2}{\left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right)} \right]$
----------------------	---	---

---

Kumar [25]	$t_7^{**} = \bar{y}^* \exp \left[ \frac{(a\bar{X} + b) - (a\bar{x}^* + b)}{(a\bar{X} + b) + (a\bar{x}^* + b)} \right]$	$HKO(t_7^{**}) = \bar{Y}^2 \left( \lambda (C_y^2 + C_x^2 - 2\tau_i C_{yx}) + \frac{W_2(z-1)}{n} (C_{y(2)}^2 + C_{x(2)}^2 - 2\tau_i C_{yx(2)}) \right)$ <p style="text-align: right;"><math>, i = 1, 2, \dots, 10</math></p>
------------	--	---

---

Singh ve Usman [20]	$t_8^{**} = \bar{y}^* \left( \frac{\bar{X}}{\bar{x}^*} \right)^\psi \exp \left\{ a \frac{\bar{X} - \bar{x}^*}{\bar{X} + \bar{x}^*} \right\}$	$HKO_{\min}(t_8^{**}) = \bar{Y}^2 \left[ \left( \lambda C_y^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) - \frac{\left( \lambda C_{xy} + \frac{W_2(z-1)}{n} \rho_{yx(2)} C_{y(2)} C_{x(2)} \right)^2}{\left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right)} \right]$
------------------------	--	---

---



### 3.2. Cevapsızlık Durumunda Önerilen Birinci Tahmin Edici Ailesi

Literatürde, Singh ve diğerleri [26] cevapsızlık söz konusu olmadığı durumda BRÖ yöntemi için

$$t_{SMAX} = \bar{y} \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}} \right) \exp \left( \frac{\phi(\bar{X} - \bar{x})}{\phi(\bar{X} + \bar{x}) + 2\phi} \right) \quad (3.13)$$

biçiminde tanımlanan tahmin edici ailesini önermişlerdir. Tez çalışmasında, Singh ve diğerleri [26] çalışması temel alınarak Durum 1 ve Durum 2 için tahmin edici ailesi önerilmiştir.

#### Durum 1:

Eşitlik (3.13)'de verilen tahmin edicide  $\bar{y}$  yerine  $\bar{y}^*$  ifadesi yazılarak, cevapsızlık durumunun sadece ilgilenilen değişkende var olması durumunda önerilen tahmin edici ailesi

$$t_{C1,j} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}} \right) \exp \left( \frac{\phi(\bar{X} - \bar{x})}{\phi(\bar{X} + \bar{x}) + 2\phi} \right), j = 1, 2, \dots, 10 \quad (3.14)$$

biçiminde önerilmiştir. Tahmin edici ailesinde yer alan  $\nu_1$  ve  $\nu_2$  sabit katsayı olup minimum HKO'nun elde edilmesinde kullanılmaktadır. Üstel fonksiyon içerisinde yer alan  $(\phi, \varphi)$  katsayıları  $\beta_2(x)$ ,  $\rho$  veya  $C_x$  gibi yardımcı değişken bilgilerini göstermektedir. Tahmin edici ailesinde yer alan farklı  $\phi$  ve  $\varphi$  değerleri Çizelge 3.3'de listelenmektedir.

Eşitlik (3.14)'de yer alan cevapsızlık durumunun sadece ilgilenilen değişkende var olması durumunda önerilen tahmin edici ailesi için Fark Yöntemi kullanılarak,

$$\begin{aligned} t_{C1,j} &= \bar{Y} (1 + e_y^*) \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{X}(1 + e_x)} \right) \left( 1 - \mathcal{G}e_x + \frac{3\mathcal{G}^2}{2} e_x^2 \right) \\ &= \bar{Y} (1 + e_y^*) \left( \nu_1 - \nu_1 \mathcal{G}e_x + \frac{3\nu_1 \mathcal{G}^2}{2} e_x^2 + \nu_2 - \nu_2 \mathcal{G}e_x + \frac{3\nu_2 \mathcal{G}^2}{2} e_x^2 - \nu_2 e_x + \nu_2 \mathcal{G}e_x^2 + \nu_2 e_x^2 \right) \end{aligned} \quad (3.15)$$

sonucuna ulaşılmaktadır. Eşitlik (3.15)'de  $\mathcal{G} = \frac{\phi \bar{X}}{2(\phi \bar{X} + \varphi)}$  biçimindedir.

Çizelge 3.3. Farklı  $\phi$  ve  $\varphi$  değerlerine göre  $t_{c1,j}$ ,  $j=1,2,\dots,10$  tahmin edici ailesi.

Değerler			Tahmin Ediciler
$\mathcal{G}_i$	$\phi$	$\varphi$	
$\mathcal{G}_1 = \frac{\bar{X}}{2(\bar{X}+1)}$	1	1	$t_{c1,1} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}} \right) \exp \left( \frac{(\bar{X} - \bar{x})}{(\bar{X} + \bar{x}) + 2} \right)$
$\mathcal{G}_2 = \frac{\bar{X}}{2(\bar{X} + \beta_2(x))}$	1	$\beta_2(x)$	$t_{c1,2} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}} \right) \exp \left( \frac{(\bar{X} - \bar{x})}{(\bar{X} + \bar{x}) + 2\beta_2(x)} \right)$
$\mathcal{G}_3 = \frac{\bar{X}}{2(\bar{X} + C_x)}$	1	$C_x$	$t_{c1,3} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}} \right) \exp \left( \frac{(\bar{X} - \bar{x})}{(\bar{X} + \bar{x}) + 2\varphi} \right)$
$\mathcal{G}_4 = \frac{\bar{X}}{2(\bar{X} + \rho)}$	1	$\rho$	$t_{c1,4} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}} \right) \exp \left( \frac{(\bar{X} - \bar{x})}{(\bar{X} + \bar{x}) + 2\rho} \right)$
$\mathcal{G}_5 = \frac{\beta_2(x)\bar{X}}{2(\beta_2(x)\bar{X} + C_x)}$	$\beta_2(x)$	$C_x$	$t_{c1,5} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}} \right) \exp \left( \frac{\beta_2(x)(\bar{X} - \bar{x})}{\beta_2(x)(\bar{X} + \bar{x}) + 2C_x} \right)$
$\mathcal{G}_6 = \frac{C_x\bar{X}}{2(C_x\bar{X} + \beta_2(x))}$	$C_x$	$\beta_2(x)$	$t_{c1,6} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}} \right) \exp \left( \frac{C_x(\bar{X} - \bar{x})}{C_x(\bar{X} + \bar{x}) + 2\beta_2(x)} \right)$
$\mathcal{G}_7 = \frac{C_x\bar{X}}{2(C_x\bar{X} + \rho)}$	$C_x$	$\rho$	$t_{c1,7} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}} \right) \exp \left( \frac{C_x(\bar{X} - \bar{x})}{C_x(\bar{X} + \bar{x}) + 2\rho} \right)$
$\mathcal{G}_8 = \frac{\rho\bar{X}}{2(\rho\bar{X} + C_x)}$	$\rho$	$C_x$	$t_{c1,8} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}} \right) \exp \left( \frac{\rho(\bar{X} - \bar{x})}{\rho(\bar{X} + \bar{x}) + 2C_x} \right)$
$\mathcal{G}_9 = \frac{\beta_2(x)\bar{X}}{2(\beta_2(x)\bar{X} + \rho)}$	$\beta_2(x)$	$\rho$	$t_{c1,9} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}} \right) \exp \left( \frac{\beta_2(x)(\bar{X} - \bar{x})}{\beta_2(x)(\bar{X} + \bar{x}) + 2\rho} \right)$
$\mathcal{G}_{10} = \frac{\rho\bar{X}}{2(\rho\bar{X} + \beta_2(x))}$	$\rho$	$\beta_2(x)$	$t_{c1,10} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}} \right) \exp \left( \frac{\rho(\bar{X} - \bar{x})}{\rho(\bar{X} + \bar{x}) + 2\beta_2(x)} \right)$

Durum 1 kapsamında önerilen tahmin edici ailesinin yan eşitliğini elde etmek için, önerilen tahmin ediciden  $\bar{Y}$  çıkarılıp gerekli düzenlemeler yapılarak,

$$\begin{aligned} (t_{C1,j} - \bar{Y}) = \bar{Y} & \left( v_1 - v_1 \vartheta e_x + \frac{3v_1 \vartheta^2}{2} e_x^2 + v_2 - v_2 \vartheta e_x + \frac{3v_2 \vartheta^2}{2} e_x^2 - v_2 e_x + v_2 \vartheta e_x^2 \right. \\ & \left. + v_2 e_x^2 + v_1 e_y^* - v_1 \vartheta e_y^* e_x + v_2 e_y^* - v_2 \vartheta e_y^* e_x - v_2 e_y^* e_x - 1 \right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

bulunur ve Eşitlik (3.16)'nın beklenen değeri alınarak tahmin edici ailesinin yanı

$$\begin{aligned} E(t_{C1,j} - \bar{Y}) & = \bar{Y} \left( (v_1 + v_2 - 1) + E(e_x^2) \left( \frac{3\vartheta^2}{2} (v_1 + v_2) + v_2 (\vartheta + 1) \right) - E(e_y^* e_x) (v_1 \vartheta + v_2 (\vartheta + 1)) \right), \\ B(t_{C1,j}) & = \bar{Y}^2 \left( (v_1 + v_2 - 1) + \lambda C_x^2 \left( \frac{3\vartheta^2}{2} (v_1 + v_2) + v_2 (\vartheta + 1) \right) - \lambda C_{yx} (v_1 \vartheta + v_2 (\vartheta + 1)) \right) \end{aligned} \quad (3.17)$$

biçiminde elde edilir. HKO için ise, Eşitlik (3.16)'nın karesi

$$\begin{aligned} (t_{C1,j} - \bar{Y})^2 & = \bar{Y}^2 \left( 1 + v_1^2 (1 + e_y^{*2} + 4\vartheta^2 e_x^2 - 4\vartheta e_y^* e_x) \right. \\ & \quad + v_2^2 (1 + e_y^{*2} + 3e_x^2 + 4\vartheta e_x^2 + 4\vartheta^2 e_x^2 - 4\vartheta e_y^* e_x - 4e_y^* e_x) \\ & \quad + v_1 v_2 (2 + 2e_y^{*2} + 2e_x^2 + 4\vartheta e_x^2 + 8\vartheta^2 e_x^2 - 8\vartheta e_y^* e_x - 4e_y^* e_x) \\ & \quad - v_1 (2 + 3\vartheta^2 e_x^2 - 2\vartheta e_y^* e_x) \\ & \quad \left. - v_2 (2 + 3\vartheta^2 e_x^2 + 2\vartheta e_x^2 + 2e_x^2 - 2\vartheta e_y^* e_x - 2e_y^* e_x) \right), \end{aligned} \quad (3.18)$$

biçimindedir. Eşitlik (3.18)'in beklenen değeri alınarak önerilen tahmin edici ailesinin HKO eşitliği için matematiksel ifadede gösterim kolaylığı olması amacıyla

$$A_{C1,j} = \left( 1 + E(e_y^{*2}) + 4\vartheta^2 E(e_x^2) - 4\vartheta E(e_y^* e_x) \right),$$

$$B_{C1,j} = \left( 1 + E(e_y^{*2}) + 3E(e_x^2) + 4\vartheta E(e_x^2) + 4\vartheta^2 E(e_x^2) - 4\vartheta E(e_y^* e_x) - 4E(e_y^* e_x) \right),$$

$$C_{C1,j} = \left( 1 + \frac{3}{2} \vartheta^2 E(e_x^2) - \vartheta E(e_y^* e_x) \right),$$

$$D_{C1,j} = \left( 1 + \frac{3}{2} \vartheta^2 E(e_x^2) + \vartheta E(e_x^2) + E(e_x^2) - \vartheta E(e_y^* e_x) - E(e_y^* e_x) \right),$$

$$E_{C1,j} = \left( 1 + E(e_y^{*2}) + E(e_x^2) + 2\vartheta E(e_x^2) + 4\vartheta^2 E(e_x^2) - 4\vartheta E(e_y^* e_x) - 2E(e_y^* e_x) \right)$$

olarak tanımlanmıştır.

Sonuç olarak, Durum 1 için önerilen tahmin edici ailesinin HKO eşitliği

$$HKO(t_{C1,j}) = \bar{Y}^2 (1 + A_{C1,j}v_1^2 + B_{C1,j}v_2^2 + 2E_{C1,j}v_1v_2 - 2C_{C1,j}v_1 - 2D_{C1,j}v_2), j=1,2,\dots,10 \quad (3.19)$$

biçiminde tanımlanır. Eşitlik (3.19)'dan yararlanarak, türev alma işlemi sonucunda  $v_1$  ve  $v_2$  optimal değerleri olan  $v_1^*$  ve  $v_2^*$  ifadeleri sırasıyla,

$$v_1^* = \frac{B_{C1,j}C_{C1,j} - E_{C1,j}D_{C1,j}}{A_{C1,j}B_{C1,j} - E_{C1,j}^2}, v_2^* = \frac{A_{C1,j}D_{C1,j} - C_{C1,j}E_{C1,j}}{A_{C1,j}B_{C1,j} - E_{C1,j}^2}$$

olarak bulunur ve  $v_1^*$  ile  $v_2^*$  optimal değerlerine göre  $t_{C1,j}, j=1,2,\dots,10$  tahmin edici ailesinin minimum HKO'su

$$HKO_{\min}(t_{C1,j}) = \bar{Y}^2 \left( 1 - \frac{B_{C1,j}C_{C1,j}^2 + A_{C1,j}D_{C1,j}^2 - 2C_{C1,j}D_{C1,j}E_{C1,j}}{A_{C1,j}B_{C1,j} - E_{C1,j}^2} \right), j=1,2,\dots,10 \quad (3.20)$$

biçiminde elde edilir.

## **Durum 2:**

Eşitlik (3.13)'de verilen tahmin edicide  $\bar{y}$  ve  $\bar{x}$  yerine sırasıyla  $\bar{y}^*$  ve  $\bar{x}^*$  ifadeleri yazılarak, cevapsızlık durumunun hem ilgilenilen değişkende hem de yardımcı değişkende var olması durumunda önerilen birinci tahmin edici ailesi,

$$t_{C2,j} = \bar{y}^* \left( v_1 + v_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}^*} \right) \exp \left( \frac{\phi(\bar{X} - \bar{x}^*)}{\phi(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2\phi} \right), j=1,2,\dots,10 \quad (3.21)$$

biçiminde önerilmiştir. Durum 2 için, Eşitlik (3.21)'de önerilen tahmin edici ailesine Fark Yöntemi kullanıldığında,

$$\begin{aligned} t_{C2,j} &= \bar{Y} (1 + e_y^*) \left( v_1 + v_2 \frac{\bar{X}}{\bar{X}(1 + e_x^*)} \right) \left( 1 - \mathcal{G}e_x^* + \frac{3\mathcal{G}^2}{2} e_x^{*2} \right) \\ &= \bar{Y} (1 + e_y^*) \left( v_1 - v_1 \mathcal{G}e_x^* + \frac{3v_1 \mathcal{G}^2}{2} e_x^{*2} + v_2 - v_2 \mathcal{G}e_x^* + \frac{3v_2 \mathcal{G}^2}{2} e_x^{*2} - v_2 e_x^* + v_2 \mathcal{G}e_x^{*2} + v_2 e_x^{*2} \right) \end{aligned} \quad (3.22)$$

ifadesine ulaşılmaktadır.

Çizelge 3.4. Farklı  $\phi$  ve  $\varphi$  değerlerine göre  $t_{c2,j}$ ,  $j=1,2,\dots,10$  tahmin edici ailesi.

Değerler			Tahmin Ediciler
$\mathcal{G}_i$	$\phi$	$\varphi$	
$\mathcal{G}_1 = \frac{\bar{X}}{2(\bar{X}+1)}$	1	1	$t_{c2,1} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}^*} \right) \exp \left( \frac{(\bar{X} - \bar{x}^*)}{(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2} \right)$
$\mathcal{G}_2 = \frac{\bar{X}}{2(\bar{X} + \beta_2(x))}$	1	$\beta_2(x)$	$t_{c2,2} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}^*} \right) \exp \left( \frac{(\bar{X} - \bar{x}^*)}{(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2\beta_2(x)} \right)$
$\mathcal{G}_3 = \frac{\bar{X}}{2(\bar{X} + C_x)}$	1	$C_x$	$t_{c2,3} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}^*} \right) \exp \left( \frac{(\bar{X} - \bar{x}^*)}{(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2\varphi} \right)$
$\mathcal{G}_4 = \frac{\bar{X}}{2(\bar{X} + \rho)}$	1	$\rho$	$t_{c2,4} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}^*} \right) \exp \left( \frac{(\bar{X} - \bar{x}^*)}{(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2\rho} \right)$
$\mathcal{G}_5 = \frac{\beta_2(x)\bar{X}}{2(\beta_2(x)\bar{X} + C_x)}$	$\beta_2(x)$	$C_x$	$t_{c2,5} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}^*} \right) \exp \left( \frac{\beta_2(x)(\bar{X} - \bar{x}^*)}{\beta_2(x)(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2C_x} \right)$
$\mathcal{G}_6 = \frac{C_x\bar{X}}{2(C_x\bar{X} + \beta_2(x))}$	$C_x$	$\beta_2(x)$	$t_{c2,6} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}^*} \right) \exp \left( \frac{C_x(\bar{X} - \bar{x}^*)}{C_x(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2\beta_2(x)} \right)$
$\mathcal{G}_7 = \frac{C_x\bar{X}}{2(C_x\bar{X} + \rho)}$	$C_x$	$\rho$	$t_{c2,7} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}^*} \right) \exp \left( \frac{C_x(\bar{X} - \bar{x}^*)}{C_x(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2\rho} \right)$
$\mathcal{G}_8 = \frac{\rho\bar{X}}{2(\rho\bar{X} + C_x)}$	$\rho$	$C_x$	$t_{c2,8} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}^*} \right) \exp \left( \frac{\rho(\bar{X} - \bar{x}^*)}{\rho(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2C_x} \right)$
$\mathcal{G}_9 = \frac{\beta_2(x)\bar{X}}{2(\beta_2(x)\bar{X} + \rho)}$	$\beta_2(x)$	$\rho$	$t_{c2,9} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}^*} \right) \exp \left( \frac{\beta_2(x)(\bar{X} - \bar{x}^*)}{\beta_2(x)(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2\rho} \right)$
$\mathcal{G}_{10} = \frac{\rho\bar{X}}{2(\rho\bar{X} + \beta_2(x))}$	$\rho$	$\beta_2(x)$	$t_{c2,10} = \bar{y}^* \left( \nu_1 + \nu_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}^*} \right) \exp \left( \frac{\rho(\bar{X} - \bar{x}^*)}{\rho(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2\beta_2(x)} \right)$

Tahmin edici ailesinde yer alan farklı  $\phi$  ve  $\varphi$  değerlerine göre bazı tahmin ediciler Çizelge 3.4'te listelenmektedir.

Durum 2 için önerilen tahmin edici ailesinin yan eşitliğini elde etmek için, önerilen tahmin ediciden  $\bar{Y}$  çıkarılıp gerekli düzenlemeler yapılarak,

$$(t_{C2,j} - \bar{Y}) = \bar{Y} \left( v_1 - v_1 \vartheta e_x^* + \frac{3v_1 \vartheta^2}{2} e_x^{*2} + v_2 - v_2 \vartheta e_x^* + \frac{3v_2 \vartheta^2}{2} e_x^{*2} - v_2 e_x^* + v_2 \vartheta e_x^{*2} + v_2 e_x^{*2} + v_1 e_y^* - v_1 \vartheta e_y^* e_x^* + v_2 e_y^* - v_2 \vartheta e_y^* e_x^* - v_2 e_y^* e_x^* - 1 \right), j = 1, 2, \dots, 10. \quad (3.23)$$

bulunur ve beklenen değeri alınarak tahmin edici ailesinin yan eşitliğine

$$E(t_{C2,j} - \bar{Y}) = \bar{Y} \left( (v_1 + v_2 - 1) + E(e_x^{*2}) \left( \frac{3\vartheta^2}{2} (v_1 + v_2) + v_2 (\vartheta + 1) \right) - E(e_y^* e_x^*) (v_1 \vartheta + v_2 (\vartheta + 1)) \right),$$

$$B(t_{C2,j}) = \bar{Y} \left( (v_1 + v_2 - 1) + \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right) \left( \frac{3\vartheta^2}{2} (v_1 + v_2) + v_2 (\vartheta + 1) \right) - \left( \lambda C_{yx} + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{yx(2)} \right) (v_1 \vartheta + v_2 (\vartheta + 1)) \right), j = 1, 2, \dots, 10 \quad (3.24)$$

ulaşılır. Eşitlik (3.23)'ün karesi alındığında

$$(t_{C2,j} - \bar{Y})^2 = \bar{Y}^2 \left( 1 + v_1^2 \left( 1 + e_y^{*2} + 4\vartheta^2 e_x^{*2} - 4\vartheta e_y^* e_x^* \right) + v_2^2 \left( 1 + e_y^{*2} + 3e_x^{*2} + 4\vartheta e_x^{*2} + 4\vartheta^2 e_x^{*2} - 4\vartheta e_y^* e_x^* - 4e_y^* e_x^* \right) + v_1 v_2 \left( 2 + 2e_y^{*2} + 2e_x^{*2} + 4\vartheta e_x^{*2} + 8\vartheta^2 e_x^{*2} - 8\vartheta e_y^* e_x^* - 4e_y^* e_x^* \right) - v_1 \left( 2 + 3\vartheta^2 e_x^{*2} - 2\vartheta e_y^* e_x^* \right) - v_2 \left( 2 + 3\vartheta^2 e_x^{*2} + 2\vartheta e_x^{*2} + 2e_x^{*2} - 2\vartheta e_y^* e_x^* - 2e_y^* e_x^* \right) \right) \quad (3.25)$$

eşitliği elde edilmektedir.

Eşitlik (3.25)'in beklenen değeri alınarak önerilen tahmin edici ailesinin HKO eşitliğinde matematiksel ifadede gösterim kolaylığı olması açısından,

$$A_{C2,j} = \left(1 + E(e_y^{*2}) + 4\mathcal{G}^2 E(e_x^{*2}) - 4\mathcal{G} E(e_y^* e_x^*)\right),$$

$$B_{C2,j} = \left(1 + E(e_y^{*2}) + 3E(e_x^{*2}) + 4\mathcal{G} E(e_x^{*2}) + 4\mathcal{G}^2 E(e_x^{*2}) - 4\mathcal{G} E(e_y^* e_x^*) - 4E(e_y^* e_x^*)\right),$$

$$C_{C2,j} = \left(1 + \frac{3}{2}\mathcal{G}^2 E(e_x^{*2}) - \mathcal{G} E(e_y^* e_x^*)\right),$$

$$D_{C2,j} = \left(1 + \frac{3}{2}\mathcal{G}^2 E(e_x^{*2}) + \mathcal{G} E(e_x^{*2}) + E(e_x^{*2}) - \mathcal{G} E(e_y^* e_x^*) - E(e_y^* e_x^*)\right),$$

$$E_{C2,j} = \left(1 + E(e_y^{*2}) + E(e_x^{*2}) + 2\mathcal{G} E(e_x^{*2}) + 4\mathcal{G}^2 E(e_x^{*2}) - 4\mathcal{G} E(e_y^* e_x^*) - 2E(e_y^* e_x^*)\right)$$

tanımlamaları yapılmaktadır.

Sonuç olarak, Durum 2 için önerilen  $t_{C2,j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesinin HKO'su

$$HKO(t_{C2,j}) = \bar{Y}^2 \left(1 + A_{C2,j}v_1^2 + B_{C2,j}v_2^2 + 2E_{C2,j}v_1v_2 - 2C_{C2,j}v_1 - 2D_{C2,j}v_2\right), j = 1, 2, \dots, 10 \quad (3.26)$$

biçiminde elde edilir. Eşitlik (3.26)'dan yararlanarak, türev alma işlemi sonucunda  $v_1$  ve

$v_2$  optimal değerleri olan  $v_1^{**}$  ve  $v_2^{**}$ , ifadeleri sırasıyla,

$$v_1^{**} = \frac{B_{C2,j}C_{C2,j} - E_{C2,j}D_{C2,j}}{A_{C2,j}B_{C2,j} - E_{C2,j}^2}, v_2^{**} = \frac{B_{C2,j}D_{C2,j} - C_{C2,j}E_{C2,j}}{A_{C2,j}B_{C2,j} - E_{C2,j}^2}$$

olarak elde edilmiş ve  $v_1^{**}$  ile  $v_2^{**}$  optimal değerlerinden yararlanılarak, önerilen tahmin edici ailesi  $t_{C2,j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$  için minimum HKO

$$HKO_{\min}(t_{C2,j}) = \bar{Y}^2 \left(1 - \frac{B_{C2,j}C_{C2,j}^2 + A_{C2,j}D_{C2,j}^2 - 2C_{C2,j}D_{C2,j}E_{C2,j}}{A_{C2,j}B_{C2,j} - E_{C2,j}^2}\right), j = 1, 2, \dots, 10 \quad (3.27)$$

şeklinde bulunmuştur.

### 3.2.1. Etkinlik Karşılaştırması

Önerilen birinci tahmin edici ailesi için teorik olarak etkinlik karşılaştırması aşamasında, Durum 1 ve Durum 2 için verilmiştir.

Durum 1 kapsamı altında önerilen  $t_{C1,j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edicisi sırasıyla Hansen ve Hurwitz yansız tahmin edicisi  $t_{HH}$  [10], klasik oransal tahmin edici  $t_{Oransal}^*$  [13], üstel tahmin edici  $t_{Üstel}^*$  [12] ve klasik regresyon tahmin edicisi  $t_{reg}^*$  [13] ile teorik olarak karşılaştırılmıştır.

- $HKO_{\min}(t_{C1,j}) < V(t_{HH})$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$

$$\left( \lambda C_y^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) - \left( 1 - \frac{B_{C1,j} C_{C1,j}^2 + A_{C1,j} D_{C1,j}^2 - 2C_{C1,j} D_{C1,j} E_{C1,j}}{A_{C1,j} B_{C1,j} - E_{C1,j}^2} \right) > 0 \quad (3.28)$$

- $HKO_{\min}(t_{C1,j}) < HKO(t_{Oransal}^*)$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$

$$\left( \lambda (C_x^2 - 2C_{yx} + C_y^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) - \left( 1 - \frac{B_{C1,j} C_{C1,j}^2 + A_{C1,j} D_{C1,j}^2 - 2C_{C1,j} D_{C1,j} E_{C1,j}}{A_{C1,j} B_{C1,j} - E_{C1,j}^2} \right) > 0 \quad (3.29)$$

- $HKO_{\min}(t_{C1,j}) < HKO(t_{Üstel}^*)$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$

$$\left( \lambda \left( C_y^2 + \frac{C_x^2}{4} - C_{yx} \right) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) - \left( 1 - \frac{B_{C1,j} C_{C1,j}^2 + A_{C1,j} D_{C1,j}^2 - 2C_{C1,j} D_{C1,j} E_{C1,j}}{A_{C1,j} B_{C1,j} - E_{C1,j}^2} \right) > 0 \quad (3.30)$$

- $HKO_{\min}(t_{C1,j}) < HKO(t_{reg}^*)$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$

$$\left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) - \left( 1 - \frac{B_{C1,j} C_{C1,j}^2 + A_{C1,j} D_{C1,j}^2 - 2C_{C1,j} D_{C1,j} E_{C1,j}}{A_{C1,j} B_{C1,j} - E_{C1,j}^2} \right) > 0 \quad (3.31)$$

Durum 1 için önerilen  $t_{C1}$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesinin, elde edilen Eşitlik (3.28)

– Eşitlik (3.31) arasındaki koşulların sağlanması durumunda sırasıyla karşılaştırılan  $t_{HH}$

,  $t_{Oransal}^*$ ,  $t_{Üstel}^*$  ve  $t_{reg}^*$  tahmin edicilerinden daha etkin olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.



Durum 2 kapsamı altında önerilen  $t_{C2, j=1,2,\dots,10}$  tahmin edici ailesi, sırasıyla Hansen ve Hurwitz yansız tahmin edicisi  $t_{HH}$  [10], klasik oransal tahmin edici  $t_{Oransal}^{**}$  [7], üstel tahmin edici  $t_{Üstel}^{**}$  [12] ve klasik regresyon tahmin edicisi  $t_{reg}^{**}$  [7] ile teorik olarak karşılaştırılmıştır.

- $HKO_{\min}(t_{C2,j}) < V(t_{HH}), j=1,2,\dots,10$

$$\left( \lambda C_y^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) - \left( 1 - \frac{B_{C2,j} C_{C2,j}^2 + A_{C2,j} D_{C2,j}^2 - 2C_{C2,j} D_{C2,j} E_{C2,j}}{A_{C2,j} B_{C2,j} - E_{C2,j}^2} \right) > 0 \quad (3.32)$$

- $HKO_{\min}(t_{C2,j}) < HKO(t_{Oransal}^{**}), j=1,2,\dots,10$

$$\left( \lambda (C_x^2 - 2C_{yx} + C_y^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} (C_{y(2)}^2 + C_{x(2)}^2 - 2C_{yx(2)}) \right) - \left( 1 - \frac{B_{C2,j} C_{C2,j}^2 + A_{C2,j} D_{C2,j}^2 - 2C_{C2,j} D_{C2,j} E_{C2,j}}{A_{C2,j} B_{C2,j} - E_{C2,j}^2} \right) > 0 \quad (3.33)$$

- $HKO_{\min}(t_{C2,j}) < HKO(t_{Üstel}^{**}), j=1,2,\dots,10$

$$\left( \lambda C_y^2 + \lambda \frac{C_x^2}{4} - \lambda C_{yx} + \frac{W_2(z-1)}{n} \left( C_{y(2)}^2 + \frac{C_{x(2)}^2}{4} - C_{yx(2)} \right) \right) - \left( 1 - \frac{B_{C2,j} C_{C2,j}^2 + A_{C2,j} D_{C2,j}^2 - 2C_{C2,j} D_{C2,j} E_{C2,j}}{A_{C2,j} B_{C2,j} - E_{C2,j}^2} \right) > 0 \quad (3.34)$$

- $HKO_{\min}(t_{C2,j}) < HKO(t_{reg}^{**}), j=1,2,\dots,10$

$$\left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} \left( C_{y(2)}^2 + \rho_{xy}^2 \frac{C_y^2}{C_x^2} C_{x(2)}^2 - 2\rho_{xy} \frac{C_y}{C_x} C_{yx(2)} \right) \right) - \left( 1 - \frac{B_{C2,j} C_{C2,j}^2 + A_{C2,j} D_{C2,j}^2 - 2C_{C2,j} D_{C2,j} E_{C2,j}}{A_{C2,j} B_{C2,j} - E_{C2,j}^2} \right) > 0 \quad (3.35)$$

Durum 1’de olduğu gibi, Durum 2’de önerilen  $t_{C2, j=1,2,\dots,10}$  tahmin edici ailesinin, Eşitlik (3.32) – Eşitlik (3.35) arasında elde edilen koşulların sağlanması durumunda, sırasıyla karşılaştırılan  $t_{HH}$ ,  $t_{Oransal}^{**}$ ,  $t_{Üstel}^{**}$  ve  $t_{reg}^{**}$  tahmin edicilerinden daha etkin olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

### 3.2.2. Sayısal Örnekler

Teorik etkinlik koşulları elde edildikten sonra, çalışmanın uygulama kısmı, Durum 1 ve Durum 2 için Khare ve Sinha [27] ve Khare ve Srivastava [28] tarafından oluşturulmuş veri setlerinden yararlanılarak ayrı ayrı yapılmıştır. Khare ve Sinha [27] veri setinde ilgilenilen değişken tarım işçilerinin sayısı ve yardımcı değişken köyün toplam alanı şeklinde belirlenmiştir. Khare ve Srivastava [28] veri setinde ise ilgilenilen değişken tarımsal ekim alanı ve yardımcı değişken köyün toplam nüfusu olarak ele alınmıştır. Kitle için belirlenen cevapsızlık oranları veri setlerinde sırasıyla 0.25 ve 0.20 olarak alınmıştır. Bu oranlar, kitlede tüm gözlemler içinde son %25 ve %20'lik kısma tekabül etmektedir. Kitle bilgileri detaylı olarak sırasıyla Çizelge 3.5 ve Çizelge 3.6'da verilmektedir.

Çizelge 3.5. Khare ve Sinha [27] veri seti kitle bilgileri.

$N = 96$	$n = 40$	$\rho_{yx(2)} = 0.72$	$C_{yx} = 0.8232$	$C_{yx(2)} = 1.4077$
$\bar{X} = 144.87$	$W_2 = 0.25$	$\rho_{yx} = 0.77$	$C_x = 0.81$	$C_{x(2)} = 0.94$
$\bar{Y} = 137.92$	$\lambda = 0.01458, f = 0.42$	$\beta_2(x) = 1.19$	$C_y = 1.32$	$C_{y(2)} = 2.08$

Çizelge 3.6. Khare ve Srivastava [28] veri seti kitle bilgileri.

$N = 70$	$n = 35$	$\rho_{yx(2)} = 0.445$	$C_{yx} = 0.3896$	$C_{yx(2)} = 0.104$
$\bar{X} = 1755.53$	$W_2 = 0.2$	$\rho_{yx} = 0.778$	$C_x = 0.801$	$C_{x(2)} = 0.574$
$\bar{Y} = 981.29$	$\lambda = 0.0143, f = 0.50$	$\beta_2(x) = 0.34$	$C_y = 0.6254$	$C_{y(2)} = 0.4087$

Görelî etkinlik (GE), tahmin edicilerin birbirlerine karşı etkinlikleri olarak açıklanmaktadır. Durum 1 ve Durum 2 kapsamında, önerilen tahmin edici ailesi için literatürde bulunan çeşitli tahmin edicilerle birlikte GE değerleri elde edilmiştir. Bu değerlerin bulunmasında kullanılan eşitlik,

$$GE(*, t_{HH}) = \frac{V(t_{HH})}{HKO(*)} \times 100 \quad (3.36)$$

biçimindedir.

Eşitlik (3.36)'da belirtildiği gibi, Hansen ve Hurwitz [10] tarafından önerilen  $t_{HH}$  yansız tahmin edicisine göre etkinlikler elde edilmiştir. Önerilen  $t_{C1,j}, j=1,2,\dots,10$  ve  $t_{C2,j}, j=1,2,\dots,10$  tahmin edici ailelerinin ve literatürde bulunan tahmin edicilerin HKO ve GE değerleri sırasıyla Durum 1 için Çizelge 3.7 – Çizelge 3.8 ve Durum 2 için ise Çizelge 3.9 – Çizelge 3.10'da verilmektedir.

Ele alınan farklı iki veri seti için de, Durum 1 kapsamında önerilen  $t_{C1,j}, j=1,2,\dots,10$  tahmin edici ailesinin HKO değerlerinin, karşılaştırılan  $t_{HH}, t_{Oransal}^*, t_{Üstel}^*$  ve  $t_{reg}^*$  tahmin edicilerin HKO değerlerine göre tüm  $z$  değerleri için daha küçük olduğu görülmektedir. Aynı zamanda, GE değerlerinin de karşılaştırılan  $t_{HH}, t_{Oransal}^*, t_{Üstel}^*$  ve  $t_{reg}^*$  tahmin edicilerin GE değerlerine göre tüm  $z$  değerleri için daha büyük olduğu görülmektedir.

Durum 1'de olduğu gibi, Durum 2 için önerilen  $t_{C2,j}, j=1,2,\dots,10$  tahmin edici ailesinin HKO değerlerinin, karşılaştırılan  $t_{HH}, t_{Oransal}^{**}, t_{Üstel}^{**}$  ve  $t_{reg}^{**}$  tahmin edicilerin HKO değerlerine göre daha küçük olduğu görülmektedir. HKO değerlerine ek olarak elde edilen GE değerlerinde de en büyük GE değerlerine tüm  $z$  değerleri için önerilen tahmin edici kapsamında yer alan tahmin edicilerin sahip olduğu görülmektedir.

Sonuç olarak, Durum 1 kapsamında Kitle 1'de tüm  $z$  değerleri için  $t_{C1,9}$  tahmin edicisi; Kitle 2'de ise  $t_{C1,2}, t_{C1,6}$  ve  $t_{C1,10}$  tahmin edicileri en küçük HKO ve en büyük GE değerlerine sahip olduğu söylenebilir. Durum 2 kapsamında ise, Kitle 1'de tüm  $z$  değerleri için  $t_{C2,9}$  tahmin edicisi; Kitle 2'de ise  $z=2$  için  $t_{C1,2}, t_{C1,4}, t_{C1,6}$  ve  $t_{C1,10}$ ;  $z=3$  için  $t_{C1,2}, t_{C1,3}, t_{C1,4}, t_{C1,6}$  ve  $t_{C1,10}$ ;  $z=4$  için  $t_{C1,4}$  ve  $t_{C1,10}$  tahmin edicileri hariç önerilen tahmin edici ailesinin tüm üyeleri;  $z=5$  için  $t_{C1,4}$  ve  $t_{C1,10}$  ve  $z=6$  için ise  $t_{C1,4}$  tahmin edicileri en küçük HKO ve en büyük GE değerleri ile öne çıkmaktadır. Aynı zamanda, tüm durum ve kitleler için  $z$  değeri arttıkça HKO değerlerinin arttığı görülmektedir. Özet olarak, teoride önerilen  $t_{C1,j}, j=1,2,\dots,10$  ve  $t_{C2,j}, j=1,2,\dots,10$  tahmin edici ailelerinin böylelikle hem Durum 1 hem de Durum 2 için uygulamalı olarak da istenilen şekilde sonuç verdiği görülmektedir.

Çizelge 3.7. Kitle 1’de Durum 1 için önerilen  $t_{c1,j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$  ve literatürde yer alan tahmin edicilerin HKO ve GE değerleri.

Tahmin Ediciler	HKO					GE				
	z=2	z=3	z=4	z=5	z=6	z=2	z=3	z=4	z=5	z=6
$t_{HH}$	997.700	1512.053	2026.406	2540.759	3055.112	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
$t_{Oransal}^*$	722.941	1237.294	1751.647	2265.999	2780.353	138.0057	122.2064	115.6858	112.1253	109.8822
$t_{Ustel}^*$	814.82	1329.172	1843.525	2357.878	2872.231	122.4442	113.759	109.9202	107.7562	106.3672
$t_{reg}^*$	711.124	1225.476	1739.829	2254.182	2768.535	140.299	123.385	116.4716	112.7131	110.3512
$t_{c1,1}$	686.36	1152.707	1595.907	2017.642	2419.434	145.361	131.1741	126.9752	125.9271	126.2738
$t_{c1,2}$	686.367	1152.718	1595.922	2017.66	2419.455	145.3596	131.1728	126.974	125.926	126.2727
$t_{c1,3}$	686.354	1152.697	1595.893	2017.624	2419.413	145.3623	131.1752	126.9763	125.9283	126.2749
$t_{c1,4}$	686.353	1152.695	1595.89	2017.621	2419.409	145.3625	131.1755	126.9765	125.9285	126.2751
$t_{c1,5}$	686.35	1152.69	1595.883	2017.612	2419.398	145.3632	131.176	126.9771	125.929	126.2757
$t_{c1,6}$	686.376	1152.733	1595.942	2017.685	2419.485	145.3576	131.1711	126.9724	125.9245	126.2712
$t_{c1,7}$	686.359	1152.704	1595.903	2017.637	2419.428	145.3612	131.1744	126.9755	125.9275	126.2741
$t_{c1,8}$	686.362	1152.71	1595.911	2017.646	2419.439	145.3606	131.1738	126.9749	125.9269	126.2736
$t_{c1,9}$	<b>686.349</b>	<b>1152.688</b>	<b>1595.881</b>	<b>2017.609</b>	<b>2419.395</b>	<b>145.3634</b>	<b>131.1763</b>	<b>126.9773</b>	<b>125.9292</b>	<b>126.2759</b>
$t_{c1,10}$	686.378	1152.737	1595.948	2017.692	2419.493	145.3572	131.1707	126.9719	125.924	126.2708

Çizelge 3.8. Kitle 2’de Durum 1 için önerilen  $t_{C1,j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$  ve literatürde yer alan tahmin edicilerin HKO ve GE değerleri.

Tahmin Ediciler	HKO					GE				
	z=2	z=3	z=4	z=5	z=6	z=2	z=3	z=4	z=5	z=6
$t_{HH}$	6299.481	7218.588	8137.694	9056.801	9975.908	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
$t_{Oransal}^*$	4402.056	5321.162	6240.269	7159.376	8078.483	143.1032	135.6581	130.4061	126.5027	123.4874
$t_{Üstel}^*$	3144.83	4063.937	4983.044	5902.151	6821.257	200.3123	177.6255	163.3077	153.4492	146.2474
$t_{reg}^*$	3042.827	3961.933	4881.04	5800.147	6719.254	207.0272	182.1986	166.7205	156.1478	148.4675
$t_{C1,1}$	3021.607	3931.231	4839.12	5745.279	6649.713	208.4811	183.6216	168.1647	157.639	150.0201
$t_{C1,2}$	<b>3021.605</b>	<b>3931.229</b>	<b>4839.118</b>	<b>5745.277</b>	<b>6649.71</b>	<b>208.4813</b>	<b>183.6217</b>	<b>168.1648</b>	<b>157.6391</b>	<b>150.0202</b>
$t_{C1,3}$	3021.606	3931.23	4839.119	5745.278	6649.712	208.4812	183.6216	168.1647	157.639	150.0201
$t_{C1,4}$	3021.606	3931.23	4839.119	5745.278	6649.712	208.4812	183.6216	168.1647	157.639	150.0201
$t_{C1,5}$	3021.61	3931.235	4839.125	5745.285	6649.72	208.4809	183.6214	168.1646	157.6388	150.02
$t_{C1,6}$	<b>3021.605</b>	<b>3931.229</b>	<b>4839.118</b>	<b>5745.277</b>	<b>6649.71</b>	<b>208.4813</b>	<b>183.6217</b>	<b>168.1648</b>	<b>157.6391</b>	<b>150.0202</b>
$t_{C1,7}$	3021.607	3931.231	4839.12	5745.279	6649.713	208.4811	183.6216	168.1647	157.639	150.0201
$t_{C1,8}$	3021.607	3931.231	4839.12	5745.279	6649.713	208.4811	183.6216	168.1647	157.639	150.0201
$t_{C1,9}$	3021.61	3931.235	4839.125	5745.285	6649.719	208.4809	183.6214	168.1646	157.6388	150.02
$t_{C1,10}$	<b>3021.605</b>	<b>3931.229</b>	<b>4839.118</b>	<b>5745.277</b>	<b>6649.71</b>	<b>208.4813</b>	<b>183.6217</b>	<b>168.1648</b>	<b>157.6391</b>	<b>150.0202</b>

Çizelge 3.9. Kitle 1’de Durum 2 için önerilen  $t_{c2,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  ve literatürde yer alan tahmin edicilerin HKO ve GE değerleri.

Tahmin Ediciler	HKO					GE				
	z=2	z=3	z=4	z=5	z=6	z=2	z=3	z=4	z=5	z=6
$t_{HH}$	997.700	1512.053	2026.406	2540.759	3055.112	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
$t_{Oransal}^{**}$	493.265	777.941	1062.618	1347.294	1631.971	202.2645	194.366	190.6994	188.5824	187.2038
$t_{Üstel}^{**}$	673.719	1046.972	1420.224	1793.477	2166.729	148.0884	144.4215	142.6821	141.6667	141.0011
$t_{reg}^{**}$	456.511	716.251	975.992	1235.732	1495.472	218.549	211.1066	207.6253	205.6076	204.2908
$t_{C2,1}$	444.183	685.447	921.551	1153.376	1381.321	224.6146	220.5937	219.8908	220.2889	221.1732
$t_{C2,2}$	444.190	685.461	921.576	1153.414	1381.375	224.6111	220.5892	219.8848	220.2816	221.1646
$t_{C2,3}$	444.176	685.433	921.527	1153.339	1381.270	224.6182	220.5982	219.8965	220.2959	221.1814
$t_{C2,4}$	444.175	685.430	921.522	1153.332	1381.260	224.6187	220.5992	219.8977	220.2973	221.183
$t_{C2,5}$	444.172	685.423	921.510	1153.314	1381.234	224.6202	220.6014	219.9006	220.3007	221.1871
$t_{C2,6}$	444.199	685.482	921.611	1153.467	1381.450	224.6065	220.5825	219.8765	220.2715	221.1526
$t_{C2,7}$	444.181	685.443	921.544	1153.366	1381.308	224.6156	220.595	219.8925	220.2908	221.1753
$t_{C2,8}$	444.184	685.451	921.557	1153.386	1381.335	224.6141	220.5924	219.8894	220.287	221.171
$t_{C2,9}$	<b>444.170</b>	<b>685.420</b>	<b>921.505</b>	<b>1153.307</b>	<b>1381.225</b>	<b>224.6212</b>	<b>220.6024</b>	<b>219.9018</b>	<b>220.3021</b>	<b>221.1886</b>
$t_{C2,10}$	444.202	685.488	921.621	1153.482	1381.470	224.605	220.5805	219.8741	220.2686	221.1494

Çizelge 3.10. Kitle 2’de Durum 2 için önerilen  $t_{c2,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  ve literatürde yer alan tahmin edicilerin HKO ve GE değerleri.

Tahmin Ediciler	HKO					GE				
	z=2	z=3	z=4	z=5	z=6	z=2	z=3	z=4	z=5	z=6
$t_{HH}$	6299.481	7218.588	8137.694	9056.801	9975.908	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
$t_{Oransal}^{**}$	5065.702	6648.455	8231.209	9813.962	11396.72	124.3555	108.5754	98.8639	92.28486	87.53319
$t_{Üstel}^{**}$	3023.579	3821.435	4619.291	5417.147	6215.003	208.3452	188.8973	176.1676	167.1877	160.5133
$t_{reg}^{**}$	3013.880	3904.040	4794.201	5684.361	6574.521	209.0157	184.9005	169.7404	159.3284	151.7359
$t_{c2,1}$	2965.849	3783.261	<b>4576.616</b>	5353.665	6119.005	212.4006	190.8033	<b>177.8103</b>	169.1701	163.0315
$t_{c2,2}$	<b>2965.848</b>	<b>3783.260</b>	<b>4576.616</b>	5353.665	6119.007	<b>212.4007</b>	<b>190.8034</b>	<b>177.8103</b>	169.1701	163.0315
$t_{c2,3}$	2965.849	<b>3783.260</b>	<b>4576.616</b>	5353.665	6119.006	212.4006	<b>190.8034</b>	<b>177.8103</b>	169.1701	163.0315
$t_{c2,4}$	<b>2965.848</b>	<b>3783.260</b>	<b>4576.616</b>	5353.665	6119.006	<b>212.4007</b>	<b>190.8034</b>	<b>177.8103</b>	169.1701	163.0315
$t_{c2,5}$	2965.851	3783.262	4576.617	<b>5353.663</b>	6119.001	212.4005	190.8033	177.8102	<b>169.1702</b>	<b>163.0316</b>
$t_{c2,6}$	<b>2965.848</b>	<b>3783.260</b>	<b>4576.616</b>	5353.665	6119.007	<b>212.4007</b>	<b>190.8034</b>	<b>177.8103</b>	169.1701	163.0315
$t_{c2,7}$	2965.849	3783.261	<b>4576.616</b>	5353.665	6119.005	212.4006	190.8033	<b>177.8103</b>	169.1701	163.0315
$t_{c2,8}$	2965.849	3783.261	<b>4576.616</b>	5353.665	6119.005	212.4006	190.8033	<b>177.8103</b>	169.1701	163.0315
$t_{c2,9}$	2965.851	3783.262	4576.617	<b>5353.663</b>	<b>6119.002</b>	212.4005	190.8033	177.8102	<b>169.1702</b>	<b>163.0316</b>
$t_{c2,10}$	<b>2965.848</b>	<b>3783.260</b>	<b>4576.616</b>	5353.665	6119.007	<b>212.4007</b>	<b>190.8034</b>	<b>177.8103</b>	169.1701	163.0315

### 3.3. Cevapsızlık Durumunda Önerilen İkinci Tahmin Edici

Literatürde, Yunusa ve Kumar [15], Durum 1 kapsamında Çizelge 3.1’de detaylı olarak belirtilen

$$t_1^* = \bar{y}^* \left\{ \alpha \exp\left(\frac{\bar{X} - \bar{x}}{\bar{X} + \bar{x}}\right) + (1 - \alpha) \exp\left(\frac{\bar{x} - \bar{X}}{\bar{X} + \bar{x}}\right) \right\} \quad (3.37)$$

biçiminde tanımlanmış tahmin edicisini önermişlerdir.

Kumar ve Bhogal [23] ise, Durum 2 kapsamında Çizelge 3.2’de detaylı olarak belirtilen

$$t_1^{**} = \bar{y}^* \left\{ \alpha \exp\left(\frac{\bar{X} - \bar{x}^*}{\bar{X} + \bar{x}^*}\right) + (1 - \alpha) \exp\left(\frac{\bar{x}^* - \bar{X}}{\bar{x}^* + \bar{X}}\right) \right\} \quad (3.38)$$

tahmin edicisini önermişlerdir.  $t_1^*$  ve  $t_1^{**}$  tahmin edicilerinde yer alan  $\alpha$  ifadesi, minimum HKO eşitliğinin elde edilmesinde kullanılmaktadır.

Tez çalışmasında, Yunusa ve Kumar [15] ve Kumar ve Bhogal [23] çalışması temel alınarak Durum 1 ve Durum 2 için tahmin edici önerilmiştir.

#### **Durum 1:**

Cevapsızlık durumunun sadece ilgilenilen değişkende var olması durumunda önerilen tahmin edici

$$t_{Cal}^* = \bar{y}^* \left( \theta_1 + \theta_2 \frac{\bar{X}}{\bar{x}} \right) \left\{ \omega \exp\left(\frac{\bar{X} - \bar{x}}{\bar{X} + \bar{x}}\right) + (1 - \omega) \exp\left(\frac{\bar{x} - \bar{X}}{\bar{X} + \bar{x}}\right) \right\} \quad (3.39)$$

şeklindedir. Tahmin edicide yer alan  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  sabit katsayı olup minimum HKO’sunun elde edilmesinde kullanılmaktadır. Diğer bir katsayı olan  $\omega$  ise, tahmin edici türüne göre 0 ya da 1 değerlerini almaktadır.

Cevapsızlık durumu sadece ilgilenilen değişkende var olması durumunda, Eşitlik (3.39)’da önerilen tahmin edici için Fark Yöntemi kullanılarak,

$$t_{Cal}^* = \bar{Y} (1 + e_y^*) (\theta_1 + \theta_2 - \theta_2 e_x + \theta_2 e_x^2) \left( 1 + e_x - \omega e_x - \frac{e_x^2}{8} + \frac{\omega e_x^2}{2} \right) \quad (3.40)$$

ulaşılmaktadır.



Durum 1 kapsamında önerilen  $t_{Ca1}^*$  tahmin edicisinin yan eşitliğini elde etmek için, önerilen tahmin ediciden  $\bar{Y}$  çıkarılıp gerekli düzenlemeler yapılarak,

$$\begin{aligned} (t_{Ca1}^* - \bar{Y}) = \bar{Y} & \left( \theta_1 + \theta_2 + \theta_1 e_y^* + \theta_1 e_x - \omega \theta_1 e_x - \omega \theta_2 e_x - \frac{\theta_1}{8} e_x^2 + \frac{\omega \theta_1}{2} e_x^2 - \frac{\theta_2}{8} e_x^2 \right. \\ & \left. + \frac{\omega \theta_2}{2} e_x^2 + \omega \theta_2 e_x^2 + \theta_1 e_y^* e_x - \omega \theta_1 e_y^* e_x + \theta_2 e_y^* - \omega \theta_2 e_y^* e_x - 1 \right) \end{aligned} \quad (3.41)$$

elde edilir ve Eşitlik (3.41)'in beklenen değeri alınarak yan eşitliğine ulaşılmaktadır.

Bunun sonucunda, önerilen  $t_{Ca1}^*$  tahmin edici için yan

$$\begin{aligned} E(t_{Ca1}^* - \bar{Y}) &= \bar{Y} \left( (\theta_1 + \theta_2 - 1) + E(e_x^2) \left( \frac{\omega}{2} (\theta_1 + \theta_2) - \frac{1}{8} (\theta_1 + \theta_2) + \omega \theta_2 \right) + E(e_y^* e_x) (\theta_1 - \omega (\theta_1 + \theta_2)) \right), \\ B(t_{Ca1}^*) &= \bar{Y}^2 \left( (\theta_1 + \theta_2 - 1) + \lambda C_x^2 \left( \frac{\omega}{2} (\theta_1 + \theta_2) - \frac{1}{8} (\theta_1 + \theta_2) + \omega \theta_2 \right) + \lambda C_{yx} (\theta_1 - \omega (\theta_1 + \theta_2)) \right) \end{aligned} \quad (3.42)$$

biçiminde elde edilmektedir.

Durum 1 için önerilen tahmin edicinin HKO'su için, Eşitlik (3.41)'in karesi alındığında

$$\begin{aligned} (t_{Ca1}^* - \bar{Y})^2 &= \bar{Y}^2 \left( 1 + \theta_1^2 \left( 1 + e_y^{*2} + \frac{3}{4} e_x^2 + \omega^2 e_x^2 - \omega e_x^2 + 4e_y^* e_x - 4\omega e_y^* e_x \right) \right. \\ &+ \theta_1 \left( -2 + \frac{e_x^2}{4} - \omega e_x^2 - 2e_y^* e_x + 2\omega e_y^* e_x \right) \\ &+ \theta_2^2 \left( 1 + e_y^{*2} - \frac{e_x^2}{4} + \omega^2 e_x^2 + 3\omega e_x^2 - 4\omega e_y^* e_x \right) \\ &+ \theta_2 \left( -2 + \frac{e_x^2}{4} - 3\omega e_x^2 + 2\omega e_y^* e_x \right) \\ &\left. + \theta_1 \theta_2 \left( 2 + 2e_y^{*2} - \frac{e_x^2}{2} - 8\omega e_y^* e_x + 4e_y^* e_x + 2\omega^2 e_x^2 + 2\omega e_x^2 \right) \right) \end{aligned} \quad (3.43)$$

elde edilmektedir.

Eşitlik (3.43)'ün beklenen değeri alınarak önerilen  $t_{Ca1}^*$  tahmin edicinin HKO eşitliğinin elde edilmesinde matematiksel ifadede gösterim kolaylığı olması bakımından,

$$A_{Ca1} = \left( 1 + E(e_y^{*2}) + \frac{3}{4}E(e_x^2) + \omega^2 E(e_x^2) - \omega E(e_x^2) + 4E(e_y^* e_x) - 4\omega E(e_y^* e_x) \right),$$

$$B_{Ca1} = \left( -2 + \frac{E(e_x^2)}{4} - \omega E(e_x^2) - 2E(e_y^* e_x) + 2\omega E(e_y^* e_x) \right),$$

$$C_{Ca1} = \left( 1 + E(e_y^{*2}) - \frac{E(e_x^2)}{4} + \omega^2 E(e_x^2) + 3\omega E(e_x^2) - 4\omega E(e_y^* e_x) \right),$$

$$D_{Ca1} = \left( -2 + \frac{E(e_x^2)}{4} - 3\omega E(e_x^2) + 2\omega E(e_y^* e_x) \right),$$

$$E_{Ca1} = \left( 2 + 2E(e_y^{*2}) - \frac{E(e_x^2)}{2} - 8\omega E(e_y^* e_x) + 4E(e_y^* e_x) + 2\omega^2 E(e_x^2) + 2\omega E(e_x^2) \right)$$

tanımlamalarından yararlanılmaktadır. Böylelikle, Durum 1 için önerilen  $t_{Ca1}^*$  tahmin edici için HKO,

$$HKO(t_{Ca1}^*) = \bar{Y}^2 \left[ 1 + \theta_1^2 A_{Ca1} + \theta_1 B_{Ca1} + \theta_2^2 C_{Ca1} + \theta_2 D_{Ca1} + \theta_1 \theta_2 E_{Ca1} \right] \quad (3.44)$$

biçiminde elde edilmektedir. Eşitlik (3.44)'den yararlanarak  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  optimal değerleri,  $\theta_1^*$  ve  $\theta_2^*$ , sırasıyla,

$$\theta_1^* = \frac{-2B_{Ca1}C_{Ca1} + E_{Ca1}D_{Ca1}}{4A_{Ca1}C_{Ca1} - E_{Ca1}^2}, \quad \theta_2^* = \frac{-2A_{Ca1}D_{Ca1} + B_{Ca1}E_{Ca1}}{4A_{Ca1}C_{Ca1} - E_{Ca1}^2}$$

olarak elde edilmiş ve  $\theta_1^*$  ile  $\theta_2^*$  optimal değerlerinden yararlanılarak, önerilen tahmin edici  $t_{Ca1}^*$  için minimum HKO eşitliği

$$HKO_{\min}(t_{Ca1}^*) = \bar{Y}^2 \left[ 1 - \frac{A_{Ca1}D_{Ca1}^2 + B_{Ca1}^2C_{Ca1} - B_{Ca1}D_{Ca1}E_{Ca1}}{4A_{Ca1}C_{Ca1} - E_{Ca1}^2} \right] \quad (3.45)$$

biçiminde bulunmuştur.

## Durum 2:

Cevapsızlık durumunun hem ilgilenilen değişkende hem de yardımcı değişkende var olması durumunda ise önerilen tahmin edici,

$$t_{Ca2}^{**} = \bar{y}^* \left( \theta_3 + \theta_4 \frac{\bar{X}}{\bar{x}^*} \right) \left\{ \omega \exp \left( \frac{\bar{X} - \bar{x}^*}{\bar{X} + \bar{x}^*} \right) + (1 - \omega) \exp \left( \frac{\bar{x}^* - \bar{X}}{\bar{X} + \bar{x}^*} \right) \right\} \quad (3.46)$$

şeklindedir.

Cevapsızlık durumu hem ilgilenilen değişkende hem de yardımcı değişkende var olması durumunda, Eşitlik (3.46)'da önerilen tahmin edici için Fark Yöntemi kullanılarak,

$$t_{Ca2}^{**} = \bar{Y} (1 + e_y^*) \left( \theta_3 + \theta_4 - \theta_4 e_x^* + \theta_4 e_x^{*2} \right) \left( 1 + e_x^* - \omega e_x^* - \frac{e_x^{*2}}{8} + \frac{\omega e_x^{*2}}{2} \right) \quad (3.47)$$

eşitliğine ulaşılmaktadır.

Durum 2 kapsamında önerilen  $t_{Ca2}^{**}$  tahmin edicinin yan eşitliğini elde etmek için, önerilen tahmin ediciden  $\bar{Y}$  çıkarılıp gerekli düzenlemeler yapılarak

$$\begin{aligned} (t_{Ca2}^{**} - \bar{Y}) = \bar{Y} \left( \theta_3 + \theta_3 e_x^* - \omega \theta_3 e_x^* - \frac{\theta_3}{8} e_x^{*2} + \frac{\omega \theta_3}{2} e_x^{*2} + \theta_4 - \omega \theta_4 e_x^* - \frac{\theta_4}{8} e_x^{*2} \right. \\ \left. + \frac{\omega \theta_4}{2} e_x^{*2} + \omega \theta_4 e_x^{*2} + \theta_3 e_y^* + \theta_3 e_y^* e_x^* - \omega \theta_3 e_y^* e_x^* + \theta_4 e_y^* - \omega \theta_4 e_y^* e_x^* - 1 \right) \end{aligned} \quad (3.48)$$

elde edilmiş ve Eşitlik (3.48)'in beklenen değeri alınarak yan eşitliğine ulaşılmıştır.

Bunun sonucunda, önerilen  $t_{Ca2}^{**}$  tahmin edicisi için yan

$$\begin{aligned} E(t_{Ca2}^{**} - \bar{Y}) = \bar{Y} \left( E(e_x^{*2}) \left( \frac{\omega}{2} (\theta_3 + \theta_4) - \frac{1}{8} (\theta_3 + \theta_4) + \omega \theta_4 \right) \right. \\ \left. + (\theta_3 + \theta_4 - 1) + E(e_y^* e_x^*) (\theta_3 - \omega (\theta_3 + \theta_4)) \right) \\ B(t_{Ca2}^{**}) = \bar{Y} \left( \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right) \left( \frac{\omega}{2} (\theta_3 + \theta_4) - \frac{1}{8} (\theta_3 + \theta_4) + \omega \theta_4 \right) \right. \\ \left. + (\theta_3 + \theta_4 - 1) + \left( \lambda C_{yx} + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{yx(2)} \right) (\theta_3 - \omega (\theta_3 + \theta_4)) \right) \end{aligned} \quad (3.49)$$

olarak bulunmuştur. Durum 2 için önerilen  $t_{Ca2}^{**}$  tahmin edicisinin HKO'su için, Eşitlik (3.48)'in karesi alınmakta ve

$$\begin{aligned}
(t_{Ca2}^{**} - \bar{Y})^2 = & \bar{Y}^2 \left( 1 + \theta_3^2 \left( 1 + e_y^{*2} + \frac{3}{4} e_x^{*2} + \omega^2 e_x^{*2} - \omega e_x^{*2} + 4e_y^* e_x^* - 4\omega e_y^* e_x^* \right) \right. \\
& + \theta_3 \left( -2 + \frac{e_x^{*2}}{4} - \omega e_x^{*2} - 2e_y^* e_x^* + 2\omega e_y^* e_x^* \right) \\
& + \theta_4^2 \left( 1 + e_y^{*2} - \frac{e_x^{*2}}{4} + \omega^2 e_x^{*2} + 3\omega e_x^{*2} - 4\omega e_y^* e_x^* \right) \\
& + \theta_4 \left( -2 + \frac{e_x^{*2}}{4} - 3\omega e_x^{*2} + 2\omega e_y^* e_x^* \right) \\
& \left. + \theta_3 \theta_4 \left( 2 + 2e_y^{*2} - \frac{e_x^{*2}}{2} - 8\omega e_y^* e_x^* + 4e_y^* e_x^* + 2\omega^2 e_x^{*2} + 2\omega e_x^{*2} \right) \right). \tag{3.50}
\end{aligned}$$

biçiminde elde edilmektedir. Eşitliğin beklenen değeri alınarak önerilen  $t_{Ca2}^{**}$  tahmin edicisinin HKO eşitliğinin elde edilmesinde matematiksel ifadede gösterim kolaylığı olması açısından,

$$\begin{aligned}
A_{Ca2} &= \left( 1 + E(e_y^{*2}) + \frac{3}{4} E(e_x^{*2}) + \omega^2 E(e_x^{*2}) - \omega E(e_x^{*2}) + 4E(e_y^* e_x^*) - 4\omega E(e_y^* e_x^*) \right), \\
B_{Ca2} &= \left( -2 + \frac{E(e_x^{*2})}{4} - \omega E(e_x^{*2}) - 2E(e_y^* e_x^*) + 2\omega E(e_y^* e_x^*) \right), \\
C_{Ca2} &= \left( 1 + E(e_y^{*2}) - \frac{E(e_x^{*2})}{4} + \omega^2 E(e_x^{*2}) + 3\omega E(e_x^{*2}) - 4\omega E(e_y^* e_x^*) \right), \\
D_{Ca2} &= \left( -2 + \frac{E(e_x^{*2})}{4} - 3\omega E(e_x^{*2}) + 2\omega E(e_y^* e_x^*) \right), \\
E_{Ca2} &= \left( 2 + 2E(e_y^{*2}) - \frac{E(e_x^{*2})}{2} - 8\omega E(e_y^* e_x^*) + 4E(e_y^* e_x^*) + 2\omega^2 E(e_x^{*2}) + 2\omega E(e_x^{*2}) \right)
\end{aligned}$$

tanımlamalarından yararlanılmaktadır.

Böylelikle, Durum 2 için önerilen  $t_{Ca2}^{**}$  tahmin edici için HKO,

$$HKO(t_{Ca2}^{**}) = \bar{Y}^2 \left[ 1 + \theta_3^2 A_{Ca2} + \theta_3 B_{Ca2} + \theta_4^2 C_{Ca2} + \theta_4 D_{Ca2} + \theta_3 \theta_4 E_{Ca2} \right] \quad (3.51)$$

biçiminde elde edilmektedir.

Eşitlik (3.51)'den yararlanarak  $\theta_3$  ve  $\theta_4$  optimal değerleri,  $\theta_3^*$  ve  $\theta_4^*$ , sırasıyla

$$\theta_3^* = \frac{-2B_{Ca2}C_{Ca2} + E_{Ca2}D_{Ca2}}{4A_{Ca2}C_{Ca2} - E_{Ca2}^2}, \quad \theta_4^* = \frac{-2A_{Ca2}D_{Ca2} + B_{Ca2}E_{Ca2}}{4A_{Ca2}C_{Ca2} - E_{Ca2}^2}$$

olarak elde edilmiş ve  $\theta_3^*$  ile  $\theta_4^*$  optimal değerlerinden yararlanılarak, önerilen  $t_{Ca2}^{**}$  tahmin edici için minimum HKO'su

$$HKO_{\min}(t_{Ca2}^{**}) = \bar{Y}^2 \left[ 1 - \frac{A_{Ca2}D_{Ca2}^2 + B_{Ca2}^2C_{Ca2} - B_{Ca2}D_{Ca2}E_{Ca2}}{4A_{Ca2}C_{Ca2} - E_{Ca2}^2} \right] \quad (3.52)$$

biçiminde elde edilmiştir.

### 3.3.1. Etkinlik Karşılaştırması

Önerilen ikinci tahmin edici için teorik olarak etkinlik karşılaştırması aşamasında, Durum 1 ve Durum 2 ayrı ayrı ele alınmıştır.

Durum 1 kapsamı altında önerilen  $t_{Ca1}^*$  tahmin edicisi sırasıyla Hansen ve Hurwitz yansız tahmin edicisi  $t_{HH}$  [10], klasik oransal tahmin edici  $t_{Oransal}^*$  [13], üstel tahmin edici  $t_{Üstel}^*$  [12] ve klasik regresyon tahmin edicisi  $t_{reg}^*$  [13] ile teorik olarak karşılaştırılmıştır.

- $HKO_{\min}(t_{Ca1}^*) < V(t_{HH})$

$$\left[ 1 - \frac{A_{Ca1}D_{Ca1}^2 + B_{Ca1}^2C_{Ca1} - B_{Ca1}D_{Ca1}E_{Ca1}}{4A_{Ca1}C_{Ca1} - E_{Ca1}^2} \right] - \left( \lambda C_y^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) < 0 \quad (3.53)$$

- $HKO_{\min}(t_{Ca1}^*) < HKO(t_{Oransal}^*)$

$$\left[ 1 - \frac{A_{Ca1}D_{Ca1}^2 + B_{Ca1}^2C_{Ca1} - B_{Ca1}D_{Ca1}E_{Ca1}}{4A_{Ca1}C_{Ca1} - E_{Ca1}^2} \right] - \left( \lambda(C_x^2 - 2C_{yx} + C_y^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) < 0 \quad (3.54)$$

- $HKO_{\min}(t_{Ca1}^*) < HKO(t_{Üstel}^*)$

$$\left[ 1 - \frac{A_{Ca1}D_{Ca1}^2 + B_{Ca1}^2C_{Ca1} - B_{Ca1}D_{Ca1}E_{Ca1}}{4A_{Ca1}C_{Ca1} - E_{Ca1}^2} \right] - \left( \lambda \left( C_y^2 + \frac{C_x^2}{4} - C_{yx} \right) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) < 0 \quad (3.55)$$

- $HKO_{\min}(t_{Ca1}^*) < HKO(t_{reg}^*)$

$$\left[ 1 - \frac{A_{Ca1}D_{Ca1}^2 + B_{Ca1}^2C_{Ca1} - B_{Ca1}D_{Ca1}E_{Ca1}}{4A_{Ca1}C_{Ca1} - E_{Ca1}^2} \right] - \left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) < 0 \quad (3.56)$$

Eşitlik (3.53) – Eşitlik (3.56) arasında elde edilen etkinlik koşullarına göre, önerilen  $t_{Ca1}^*$  tahmin edicisinin, koşulların sağlanması durumunda sırasıyla karşılaştırılan  $t_{HH}$ ,  $t_{Oransal}^*$ ,  $t_{Üstel}^*$  ve  $t_{reg}^*$  tahmin edicilerinden daha etkin olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

Durum 2 kapsamı altında önerilen  $t_{Ca2}^{**}$  tahmin edicisi, sırasıyla Hansen ve Hurwitz yansız tahmin edicisi  $t_{HH}$  [10], klasik oransal tahmin edici  $t_{Oransal}^{**}$  [7], üstel tahmin edici  $t_{Üstel}^{**}$  [12] ve klasik regresyon tahmin edicisi  $t_{reg}^{**}$  [7] ile teorik olarak karşılaştırılmıştır.

- $HKO_{\min}(t_{Ca2}^{**}) < V(t_{HH})$

$$\left[ 1 - \frac{A_{Ca2}D_{Ca2}^2 + B_{Ca2}^2C_{Ca2} - B_{Ca2}D_{Ca2}E_{Ca2}}{4A_{Ca2}C_{Ca2} - E_{Ca2}^2} \right] - \left( \lambda C_y^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) < 0 \quad (3.57)$$

- $HKO_{\min}(t_{Ca2}^{**}) < HKO(t_{Oransal}^{**})$

$$\left[ 1 - \frac{A_{Ca2}D_{Ca2}^2 + B_{Ca2}^2C_{Ca2} - B_{Ca2}D_{Ca2}E_{Ca2}}{4A_{Ca2}C_{Ca2} - E_{Ca2}^2} \right] - \left( \lambda(C_x^2 - 2C_{yx} + C_y^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} (C_{y(2)}^2 + C_{x(2)}^2 - 2C_{yx(2)}) \right) < 0 \quad (3.58)$$

- $HKO_{\min}(t_{Ca2}^{**}) < HKO(t_{Üstel}^{**})$

$$\left[ 1 - \frac{A_{Ca2}D_{Ca2}^2 + B_{Ca2}^2C_{Ca2} - B_{Ca2}D_{Ca2}E_{Ca2}}{4A_{Ca2}C_{Ca2} - E_{Ca2}^2} \right] - \left( \lambda C_y^2 + \lambda \frac{C_x^2}{4} - \lambda C_{yx} + \frac{W_2(z-1)}{n} \left( C_{y(2)}^2 + \frac{C_{x(2)}^2}{4} - C_{yx(2)} \right) \right) < 0 \quad (3.59)$$

- $HKO_{\min}(t_{Ca2}^{**}) < HKO(t_{reg}^{**})$

$$\left[ 1 - \frac{A_{Ca2}D_{Ca2}^2 + B_{Ca2}^2C_{Ca2} - B_{Ca2}D_{Ca2}E_{Ca2}}{4A_{Ca2}C_{Ca2} - E_{Ca2}^2} \right] - \left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} \left( C_{y(2)}^2 + \rho_{xy}^2 \frac{C_y^2}{C_x^2} C_{x(2)}^2 - 2\rho_{xy} \frac{C_y}{C_x} C_{yx(2)} \right) \right) < 0 \quad (3.60)$$

Eşitlik (3.57) – Eşitlik (3.60) arasında edilen etkinlik koşullarına göre, önerilen  $t_{Ca2}^{**}$  tahmin edicisinin, koşulların sağlanması durumunda karşılaştırılan  $t_{HH}$ ,  $t_{Oransal}^{**}$ ,  $t_{Üstel}^{**}$  ve  $t_{reg}^{**}$  tahmin edicilerinden daha etkin olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

### 3.3.2. Sayısal Örnek

Etkinlik karşılaştırması aşamasından sonra çalışmanın uygulama kısmı Durum 1 ve Durum 2 için ayrı ayrı ele alınmıştır. Satıcı ve Kadılar [29] tarafından oluşturulmuş veri seti kullanılarak önerilen ve literatürde bulunan tahmin edicilerin HKO değerleri hesaplanmıştır. Satıcı ve Kadılar [29], veri setinde ilgilenilen değişkeni başarılı öğrenci sayısı ve yardımcı değişkeni ise öğretmen sayısı şeklinde belirlemiştir. Kitle için belirlenen cevapsızlık oranı 0.25 olarak alınmıştır. Bu oran, kitlede tüm gözlemler içinde son %25'lik kısma tekabül etmektedir. Kitle bilgisi detaylı olarak Çizelge 3.11'de verilmektedir.

Çizelge 3.11. Satıcı ve Kadılar [29] veri seti kitle bilgileri.

$N = 261, n = 90$	$W_2 = 0.25$	$\rho_{yx(2)} = 0.9733$	$C_{yx} = 3.18535$	$C_{yx(2)} = 1.4583$
$\bar{X} = 306.435$	$\lambda = 0.00728$	$\rho_{yx} = 0.9705$	$C_x = 1.7595$	$C_{x(2)} = 1.2285$
$\bar{Y} = 222.577$	$f = 0.3448$	$\beta_2(x) = 21.36$	$C_y = 1.8654$	$C_{y(2)} = 1.2196$

Satıcı ve Kadılar [29] veri seti kullanılarak hesaplanan HKO ve GE değerleri sırasıyla, Durum 1 için Çizelge 3.12'de; Durum 2 için ise Çizelge 3.13'te verilmektedir.

Yapılan uygulamada Durum 1 ve Durum 2 için sırasıyla önerilen  $t_{Ca1}^*$  ve  $t_{Ca2}^{**}$  tahmin edicilerin her iki durumda da HKO değerlerinin karşılaştırılan tüm tahmin edicilerin HKO değerlerine göre daha küçüktür. GE değerleri incelendiğinde ise, en büyük etkinliğe sahip olan tahmin edicinin önerilen  $t_{Ca1}^*$  ve  $t_{Ca2}^{**}$  tahmin edicileri olduğu görülmektedir. Aynı zamanda, önerilen  $t_{Ca1}^*$  tahmin edicisi için uygulamada  $z$  değeri arttıkça HKO değerlerinin arttığı, GE değerlerinin ise azaldığı görülmektedir.  $t_{Ca2}^{**}$  tahmin edicisi için ise, uygulamada  $z$  değeri arttıkça hem HKO hem de GE değerlerinin arttığı görülmektedir. Sonuç olarak, teorik olarak önerilen  $t_{Ca1}^*$  ve  $t_{Ca2}^{**}$  tahmin edicilerin böylelikle hem Durum 1 hem de Durum 2 için uygulamalı olarak da istenilen şekilde sonuç verdiği görülmektedir.



Çizelge 3.12. Durum 1 için önerilen  $t_{Cal}^*$  ve literatürde yer alan tahmin edicilerin HKO ve GE değerleri.

Tahmin Ediciler	HKO						GE					
	z=2	z=3	z=4	z=5	z=6	z=7	z=2	z=3	z=4	z=5	z=6	z=7
$t_{HH}$	1459.660	1664.348	1869.035	2073.723	2278.410	2483.098	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
$t_{Oransal}^*$	278.570	483.258	687.945	892.633	1097.320	1302.008	523.983	344.40	271.68	232.315	207.634	190.713
$t_{Üstel}^*$	589.984	794.671	999.359	1204.046	1408.734	1613.421	247.407	209.439	187.023	172.230	161.735	153.903
$t_{reg}^*$	277.639	482.326	687.014	891.701	1096.389	1301.076	525.740	345.067	272.052	232.558	207.810	190.850
$t_{Cal}^*$	<b>268.944</b>	<b>467.497</b>	<b>664.457</b>	<b>859.841</b>	<b>1053.670</b>	<b>1245.961</b>	<b>542.738</b>	<b>356.013</b>	<b>281.288</b>	<b>241.175</b>	<b>216.236</b>	<b>199.292</b>

Çizelge 3.13. Durum 2 için önerilen  $t_{Ca2}^{**}$  ve literatürde yer alan tahmin edicilerin HKO ve GE değerleri.

Tahmin Ediciler	HKO						GE					
	z=2	z=3	z=4	z=5	z=6	z=7	z=2	z=3	z=4	z=5	z=6	z=7
$t_{HH}$	1459.660	1664.348	1869.035	2073.72	2278.41	2483.10	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
$t_{Oransal}^{**}$	84.897	95.911	106.925	117.939	128.953	139.966	1719.3	1735.305	1747.987	1758.30	1766.85	1774.07
$t_{Üstel}^{**}$	441.226	497.155	553.084	609.013	664.943	720.872	330.819	334.7745	337.9297	340.5055	342.647	344.4575
$t_{reg}^{**}$	84.544	96.137	107.729	119.322	130.915	142.508	1726.5	1731.225	1734.94	1737.92	1740.374	1742.427
$t_{Ca2}^{**}$	<b>78.317</b>	<b>87.324</b>	<b>95.870</b>	<b>103.996</b>	<b>111.729</b>	<b>119.089</b>	<b>1863.78</b>	<b>1905.946</b>	<b>1949.55</b>	<b>1994.04</b>	<b>2039.229</b>	<b>2085.078</b>

### 3.4. Cevapsızlık Durumunda Önerilen Üçüncü Tahmin Edici Ailesi

Literatürde, Grover ve Kaur [30] cevapsızlık söz konusu olmadığı durumda BRÖ yöntemi için

$$t_{GK} = \left[ \kappa_1 \bar{y} + \kappa_2 (\bar{X} - \bar{x}) \right] \exp \left[ \frac{\phi(\bar{X} - \bar{x})}{\phi(\bar{X} + \bar{x}) + 2\phi} \right], j = 1, 2, \dots, 10 \quad (3.61)$$

biçiminde tahmin edici önermişlerdir. Bu çalışmada, Grover ve Kaur [30] çalışması temel alınarak Durum 1 ve Durum 2 için tahmin edici ailesi önerilmiştir.

#### Durum 1:

Cevapsızlık durumunun sadece ilgilenilen değişkende var olması durumunda önerilen tahmin edici ailesi

$$t_{C3,j} = \left[ \kappa_1 \bar{y}^* + \kappa_2 (\bar{X} - \bar{x}) \right] \exp \left[ \frac{\phi(\bar{X} - \bar{x})}{\phi(\bar{X} + \bar{x}) + 2\phi} \right], j = 1, 2, \dots, 10 \quad (3.62)$$

şeklinde önerilmiştir. Tahmin edici ailesinde yer alan  $\kappa_1$  ve  $\kappa_2$  sabit katsayı olup minimum HKO'sunun elde edilmesinde kullanılmaktadır. Önerilen birinci tahmin edici ailesinde olduğu gibi, bu tahmin edici ailesinde de üstel fonksiyon içerisinde yer alan  $(\phi, \varphi)$  katsayıları  $\beta_2(x)$ ,  $\rho$  veya  $C_x$  gibi yardımcı değişken bilgilerini göstermektedir.

Cevapsızlık durumu sadece ilgilenilen değişkende var olması durumunda, Eşitlik (3.62)'de önerilen  $t_{C3,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesi için Fark Yöntemi kullanılarak,

$$t_{C3,j} = \left[ \bar{Y} \left( \kappa_1 - \kappa_1 \mathcal{G} e_x + \frac{3\kappa_1 \mathcal{G}^2}{2} e_x^2 + \kappa_1 e_y^* - \kappa_1 \mathcal{G} e_y^* e_x \right) + \kappa_2 \bar{X} (\mathcal{G} e_x^2 - e_x) \right] \quad (3.63)$$

eşitliğine ulaşılmaktadır. Önerilen birinci tahmin edici ailesi için yapılmış olan

$$\mathcal{G} = \frac{\phi \bar{X}}{2(\phi \bar{X} + \varphi)}$$

tanımlanmaktadır. Tahmin edici ailesinde yer alan farklı  $\phi$  ve  $\varphi$

değerleri Çizelge 3.14'te verilmiştir.

Çizelge 3.14. Farklı  $\phi$  ve  $\varphi$  değerlerine göre  $t_{C3,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesi.

Değerler			Tahmin Ediciler
$\mathcal{G}_i$	$\phi$	$\varphi$	
$\mathcal{G}_1 = \frac{\bar{X}}{2(\bar{X} + 1)}$	1	1	$t_{C3,1} = [\kappa_1 \bar{y}^* + \kappa_2 (\bar{X} - \bar{x})] \exp \left[ \frac{(\bar{X} - \bar{x})}{(\bar{X} + \bar{x}) + 2} \right]$
$\mathcal{G}_2 = \frac{\bar{X}}{2(\bar{X} + \beta_2(x))}$	1	$\beta_2(x)$	$t_{C3,2} = [\kappa_1 \bar{y}^* + \kappa_2 (\bar{X} - \bar{x})] \exp \left[ \frac{(\bar{X} - \bar{x})}{(\bar{X} + \bar{x}) + 2\beta_2(x)} \right]$
$\mathcal{G}_3 = \frac{\bar{X}}{2(\bar{X} + C_x)}$	1	$C_x$	$t_{C3,3} = [\kappa_1 \bar{y}^* + \kappa_2 (\bar{X} - \bar{x})] \exp \left[ \frac{(\bar{X} - \bar{x})}{(\bar{X} + \bar{x}) + 2C_x} \right]$
$\mathcal{G}_4 = \frac{\bar{X}}{2(\bar{X} + \rho)}$	1	$\rho$	$t_{C3,4} = [\kappa_1 \bar{y}^* + \kappa_2 (\bar{X} - \bar{x})] \exp \left[ \frac{(\bar{X} - \bar{x})}{(\bar{X} + \bar{x}) + 2\rho} \right]$
$\mathcal{G}_5 = \frac{\beta_2(x)\bar{X}}{2(\beta_2(x)\bar{X} + C_x)}$	$\beta_2(x)$	$C_x$	$t_{C3,5} = [\kappa_1 \bar{y}^* + \kappa_2 (\bar{X} - \bar{x})] \exp \left[ \frac{\beta_2(x)(\bar{X} - \bar{x})}{\beta_2(x)(\bar{X} + \bar{x}) + 2C_x} \right]$
$\mathcal{G}_6 = \frac{C_x \bar{X}}{2(C_x \bar{X} + \beta_2(x))}$	$C_x$	$\beta_2(x)$	$t_{C3,6} = [\kappa_1 \bar{y}^* + \kappa_2 (\bar{X} - \bar{x})] \exp \left[ \frac{C_x (\bar{X} - \bar{x})}{C_x (\bar{X} + \bar{x}) + 2\beta_2(x)} \right]$
$\mathcal{G}_7 = \frac{C_x \bar{X}}{2(C_x \bar{X} + \rho)}$	$C_x$	$\rho$	$t_{C3,7} = [\kappa_1 \bar{y}^* + \kappa_2 (\bar{X} - \bar{x})] \exp \left[ \frac{C_x (\bar{X} - \bar{x})}{C_x (\bar{X} + \bar{x}) + 2\rho} \right]$
$\mathcal{G}_8 = \frac{\rho \bar{X}}{2(\rho \bar{X} + C_x)}$	$\rho$	$C_x$	$t_{C3,8} = [\kappa_1 \bar{y}^* + \kappa_2 (\bar{X} - \bar{x})] \exp \left[ \frac{\rho (\bar{X} - \bar{x})}{\rho (\bar{X} + \bar{x}) + 2C_x} \right]$
$\mathcal{G}_9 = \frac{\beta_2(x)\bar{X}}{2(\beta_2(x)\bar{X} + \rho)}$	$\beta_2(x)$	$\rho$	$t_{C3,9} = [\kappa_1 \bar{y}^* + \kappa_2 (\bar{X} - \bar{x})] \exp \left[ \frac{\beta_2(x)(\bar{X} - \bar{x})}{\beta_2(x)(\bar{X} + \bar{x}) + 2\rho} \right]$
$\mathcal{G}_{10} = \frac{\rho \bar{X}}{2(\rho \bar{X} + \beta_2(x))}$	$\rho$	$\beta_2(x)$	$t_{C3,10} = [\kappa_1 \bar{y}^* + \kappa_2 (\bar{X} - \bar{x})] \exp \left[ \frac{\rho (\bar{X} - \bar{x})}{\rho (\bar{X} + \bar{x}) + 2\beta_2(x)} \right]$

Durum 1 kapsamında önerilen  $t_{C3,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesinin yan eşitliğini elde etmek için, önerilen tahmin ediciden  $\bar{Y}$  çıkarılıp gerekli düzenlemeler yapılarak,

$$(t_{C3,j} - \bar{Y}) = \left\{ \bar{Y} \left( \kappa_1 - \kappa_1 \vartheta e_x + \frac{3\kappa_1 \vartheta^2}{2} e_x^2 + \kappa_1 e_y^* - \kappa_1 \vartheta e_y^* e_x - 1 \right) + \kappa_2 \bar{X} (\vartheta e_x^2 - e_x) \right\} \quad (3.64)$$

elde edilir ve Eşitlik (3.64)'ün beklenen değeri alınarak yan eşitliğine ulaşılmaktadır. Bunun sonucunda, önerilen  $t_{C3,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesi için yan

$$E(t_{C3,j} - \bar{Y}) = \left\{ \bar{Y} \left( \kappa_1 - 1 + \frac{3\kappa_1 \vartheta^2}{2} E(e_x^2) - \kappa_1 \vartheta E(e_y^* e_x) \right) + \kappa_2 \bar{X} \vartheta E(e_x^2) \right\},$$

$$B(t_{C3,j}) = \left\{ \bar{Y} \left( (\kappa_1 - 1) + \kappa_1 \vartheta \lambda C_x \left( \frac{3\vartheta}{2} C_x - \rho_{xy} C_y \right) \right) + \kappa_2 \bar{X} \vartheta \lambda C_x^2 \right\} \quad (3.65)$$

biçiminde elde edilmektedir.

Durum 1 için önerilen tahmin edici ailesinin HKO'su için, Eşitlik (3.64)'ün karesi alınır ve

$$(t_{C3,j} - \bar{Y})^2 = \left\{ \bar{Y}^2 \left[ (\kappa_1 - 1)^2 + \kappa_1^2 (4\vartheta^2 e_x^2 + e_y^{*2} - 4\vartheta e_y^* e_x) - \vartheta \kappa_1 (-2e_y^* e_x + 3\vartheta e_x^2) \right] \right. \\ \left. + \kappa_2^2 \bar{X}^2 e_x^2 + 2\bar{X}\bar{Y}\kappa_2 (\kappa_1 (2\vartheta e_x^2 - e_y^* e_x) - \vartheta e_x^2) \right\} \quad (3.66)$$

bulunmaktadır.

Eşitliğin beklenen değeri alınarak önerilen tahmin edici ailesinin HKO'su için

$$A_{C3,j} = \left( 4\vartheta \lambda (\vartheta C_x^2 - C_{yx}) + \lambda C_y^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right),$$

$$B_{C3,j} = (2\vartheta \lambda C_x^2 - \lambda C_{yx})$$

tanımlamasından yararlanılmaktadır.

Böylelikle, Durum 1 için önerilen  $t_{C3,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesi için HKO,

$$HKO(t_{C3,j}) = \left\{ \bar{Y}^2 \left[ (\kappa_1 - 1)^2 + \kappa_1^2 A_{C3,j} - \vartheta \kappa_1 (B_{C3,j} + \lambda (\vartheta C_x^2 - C_{yx})) \right] \right. \\ \left. + \kappa_2^2 \bar{X}^2 \lambda C_x^2 + 2\bar{X}\bar{Y}\kappa_2 (B_{C3,j} \kappa_1 - \vartheta \lambda C_x^2) \right\}, j = 1, 2, \dots, 10 \quad (3.67)$$

biçiminde elde edilmektedir. Eşitlik (3.67)'den yararlanarak  $\kappa_1$  ve  $\kappa_2$  optimal değerleri,  $\kappa_1^*$  ve  $\kappa_2^*$ , sırasıyla,

$$\kappa_1^* = \frac{-E(e_x^2)(2 - \mathcal{G}B_{C_{3,j}} + \mathcal{G}(\mathcal{G}E(e_x^2) - E(e_y^* e_x)))}{2(B_{C_{3,j}}^2 - (1 + A_{C_{3,j}})E(e_x^2))},$$

$$\kappa_2^* = \frac{\bar{Y} \left[ B_{C_{3,j}} \left\{ 2 + \mathcal{G}B_{C_{3,j}} + \mathcal{G}(\mathcal{G}E(e_x^2) - E(e_y^* e_x)) \right\} - 2\mathcal{G}E(e_x^2)(1 + A_{C_{3,j}}) \right]}{2\bar{X} (B_{C_{3,j}}^2 - (1 + A_{C_{3,j}})E(e_x^2))}$$

olarak elde edilmiş ve  $\kappa_1^*$  ile  $\kappa_2^*$  optimal değerlerinden yararlanılarak bulunan minimum HKO için matematiksel ifadede gösterim kolaylığı olması açısından,

$$C_{C_{3,j}} = (\lambda C_{yx})^2 - (\lambda C_x^2) \left( \lambda C_y^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right)$$

tanımlaması yapılmıştır. Tanımlanan  $C_{C_{3,j}}$  eşitliği kullanılarak, önerilen  $t_{C_{3,j}}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesi için minimum HKO

$$HKO_{\min}(t_{C_{3,j}}) = \frac{\mathcal{G}^4 (\lambda C_x^2)^3 + 4C_{C_{3,j}} (1 - \mathcal{G}^2 \lambda C_x^2)}{4(C_{C_{3,j}} - \lambda C_x^2)} \quad (3.68)$$

biçiminde bulunmuştur.

## **Durum 2:**

Cevapsızlık durumunun hem ilgilenilen değişkende hem de yardımcı değişkende var olması durumunda ise tahmin edici,

$$t_{C_{4,j}} = \left[ \kappa_3 \bar{y}^* + \kappa_4 (\bar{X} - \bar{x}^*) \right] \exp \left[ \frac{\phi(\bar{X} - \bar{x}^*)}{\phi(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2\phi} \right], j = 1, 2, \dots, 10 \quad (3.69)$$

şeklinde önerilmiştir.

Durum 2 için önerilen  $t_{C_{4,j}}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesinde yer alan farklı  $\phi$  ve  $\varphi$  değerlerine göre bazı tahmin ediciler Çizelge 3.15'te listelenmektedir.

Çizelge 3.15. Farklı  $\phi$  ve  $\varphi$  değerlerine göre  $t_{C4,j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesi.

Değerler			Tahmin Ediciler
$\mathcal{G}_i$	$\phi$	$\varphi$	
$\mathcal{G}_1 = \frac{\bar{X}}{2(\bar{X} + 1)}$	1	1	$t_{C4,1} = [\beta_1 \bar{y}^* + \beta_2 (\bar{X} - \bar{x}^*)] \exp \left[ \frac{(\bar{X} - \bar{x}^*)}{(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2} \right]$
$\mathcal{G}_2 = \frac{\bar{X}}{2(\bar{X} + \beta_2(x))}$	1	$\beta_2(x)$	$t_{C4,2} = [\beta_1 \bar{y}^* + \beta_2 (\bar{X} - \bar{x}^*)] \exp \left[ \frac{(\bar{X} - \bar{x}^*)}{(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2\beta_2(x)} \right]$
$\mathcal{G}_3 = \frac{\bar{X}}{2(\bar{X} + C_x)}$	1	$C_x$	$t_{C4,3} = [\beta_1 \bar{y}^* + \beta_2 (\bar{X} - \bar{x}^*)] \exp \left[ \frac{(\bar{X} - \bar{x}^*)}{(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2C_x} \right]$
$\mathcal{G}_4 = \frac{\bar{X}}{2(\bar{X} + \rho)}$	1	$\rho$	$t_{C4,4} = [\beta_1 \bar{y}^* + \beta_2 (\bar{X} - \bar{x}^*)] \exp \left[ \frac{(\bar{X} - \bar{x}^*)}{(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2\rho} \right]$
$\mathcal{G}_5 = \frac{\beta_2(x)\bar{X}}{2(\beta_2(x)\bar{X} + C_x)}$	$\beta_2(x)$	$C_x$	$t_{C4,5} = [\beta_1 \bar{y}^* + \beta_2 (\bar{X} - \bar{x}^*)] \exp \left[ \frac{\beta_2(x)(\bar{X} - \bar{x}^*)}{\beta_2(x)(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2C_x} \right]$
$\mathcal{G}_6 = \frac{C_x \bar{X}}{2(C_x \bar{X} + \beta_2(x))}$	$C_x$	$\beta_2(x)$	$t_{C4,6} = [\beta_1 \bar{y}^* + \beta_2 (\bar{X} - \bar{x}^*)] \exp \left[ \frac{C_x(\bar{X} - \bar{x}^*)}{C_x(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2\beta_2(x)} \right]$
$\mathcal{G}_7 = \frac{C_x \bar{X}}{2(C_x \bar{X} + \rho)}$	$C_x$	$\rho$	$t_{C4,7} = [\beta_1 \bar{y}^* + \beta_2 (\bar{X} - \bar{x}^*)] \exp \left[ \frac{C_x(\bar{X} - \bar{x}^*)}{C_x(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2\rho} \right]$
$\mathcal{G}_8 = \frac{\rho \bar{X}}{2(\rho \bar{X} + C_x)}$	$\rho$	$C_x$	$t_{C4,8} = [\beta_1 \bar{y}^* + \beta_2 (\bar{X} - \bar{x}^*)] \exp \left[ \frac{\rho(\bar{X} - \bar{x}^*)}{\rho(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2C_x} \right]$
$\mathcal{G}_9 = \frac{\beta_2(x)\bar{X}}{2(\beta_2(x)\bar{X} + \rho)}$	$\beta_2(x)$	$\rho$	$t_{C4,9} = [\beta_1 \bar{y}^* + \beta_2 (\bar{X} - \bar{x}^*)] \exp \left[ \frac{\beta_2(x)(\bar{X} - \bar{x}^*)}{\beta_2(x)(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2\rho} \right]$
$\mathcal{G}_{10} = \frac{\rho \bar{X}}{2(\rho \bar{X} + \beta_2(x))}$	$\rho$	$\beta_2(x)$	$t_{(\delta,\varphi),10}^{**} = [\beta_1 \bar{y}^* + \beta_2 (\bar{X} - \bar{x}^*)] \exp \left[ \frac{\rho(\bar{X} - \bar{x}^*)}{\rho(\bar{X} + \bar{x}^*) + 2\beta_2(x)} \right]$

Cevapsızlık durumu hem ilgilenilen değişkende hem de yardımcı değişkende var olması durumunda, Eşitlik (3.69)'da önerilen tahmin edici ailesi için Fark Yöntemi kullanılarak,

$$t_{C4,j} = \left[ \bar{Y} \left( \kappa_3 - \kappa_3 \vartheta e_x^* + \frac{3\kappa_3 \vartheta^2}{2} e_x^{*2} + \kappa_3 e_y^* - \kappa_3 \vartheta e_y^* e_x^* \right) + \kappa_4 \bar{X} \left( \vartheta e_x^{*2} - e_x^* \right) \right] \quad (3.70)$$

eşitliğine ulaşılmaktadır.

Durum 2 kapsamında önerilen  $t_{C4,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesinin yan eşitliğini elde etmek için, önerilen tahmin ediciden  $\bar{Y}$  çıkarılıp gerekli düzenlemeler yapılarak,

$$(t_{C4,j} - \bar{Y}) = \left[ \bar{Y} \left( \kappa_3 - \kappa_3 \vartheta e_x^* + \frac{3\kappa_3 \vartheta^2}{2} e_x^{*2} + \kappa_3 e_y^* - \kappa_3 \vartheta e_y^* e_x^* - 1 \right) + \kappa_4 \bar{X} \left( \vartheta e_x^{*2} - e_x^* \right) \right] \quad (3.71)$$

elde edilmektedir ve Eşitlik (3.71)'in beklenen değeri alınarak yan eşitliğine ulaşılmaktadır. Bunun sonucunda, önerilen tahmin edici ailesi için yan

$$E(t_{C4,j} - \bar{Y}) = \left[ \bar{Y} \left( \kappa_3 - \kappa_3 \vartheta E(e_x^*) + \frac{3\kappa_3 \vartheta^2}{2} E(e_x^{*2}) + \kappa_3 E(e_y^*) - \kappa_3 \vartheta E(e_y^* e_x^*) - 1 \right) + \kappa_4 \bar{X} \left( \vartheta E(e_x^{*2}) - E(e_x^*) \right) \right],$$

$$B(t_{C4,j}) = \left\{ \bar{Y} \left( (\kappa_3 - 1) + \kappa_3 \vartheta \lambda C_x \left( \frac{3\vartheta}{2} C_x - \rho_{xy} C_y \right) + \kappa_3 \vartheta \lambda C_x \left( \frac{3\vartheta}{2} C_x - \rho_{xy} C_y \right) + \frac{W_2(z-1)}{n} \kappa_3 \vartheta C_{x(2)} \left( \frac{3\vartheta}{2} C_{x(2)} - \rho_{xy(2)} C_{y(2)} \right) \right) + \kappa_4 \bar{X} \vartheta \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} \kappa_4 \bar{X} \vartheta C_{x(2)}^2 \right\} \quad (3.72)$$

biçiminde elde edilmektedir.

Durum 2 için önerilen tahmin edici ailesinin HKO'su için, Eşitlik (3.71)'in karesi alınmakta ve

$$(t_{C4,j} - \bar{Y})^2 = \left\{ \bar{Y}^2 \left[ (\kappa_3 - 1)^2 + \kappa_3^2 \left( 4\vartheta^2 e_x^{*2} + e_y^{*2} - 4\vartheta e_y^* e_x^* \right) - \vartheta \kappa_3 \left( -2e_y^* e_x^* + 3\vartheta e_x^{*2} \right) \right] + \kappa_4^2 \bar{X}^2 e_x^{*2} + 2\bar{X}\bar{Y} \kappa_4 \left( \kappa_3 \left( 2\vartheta e_x^{*2} - e_y^* e_x^* \right) - \vartheta e_x^{*2} \right) \right\} \quad (3.73)$$

olarak elde edilmektedir.



Eşitlik (3.73)'ün beklenen değeri alınarak önerilen tahmin edici ailesinin HKO'sunun elde edilmesinde matematiksel ifadede gösterim kolaylığı olması bakımından

$$A_{C_{4,j}} = \lambda \left( 4\mathcal{G}^2 C_x^2 + C_y^2 - 4\mathcal{G} C_{yx} \right) + \frac{W_2(z-1)}{n} \left( 4\mathcal{G}^2 C_{x(2)}^2 + C_{y(2)}^2 - 4\mathcal{G} C_{yx(2)} \right)$$

$$B_{C_{4,j}} = 2\mathcal{G} \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right) - \left( \lambda C_{yx} + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{yx(2)} \right)$$

tanımlamalarından yararlanılmaktadır.

Böylelikle, Durum 2 için önerilen  $t_{C_{4,j}}$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesi için HKO,

$$\begin{aligned} HKO(t_{C_{4,j}}) = \bar{Y}^2 \left[ \mathcal{G}\kappa_3 \left( B_{C_{4,j}} + \mathcal{G} \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(r-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right) - \left( \lambda C_{yx} + \frac{W_2(r-1)}{n} C_{yx(2)} \right) \right) \right. \\ \left. + (\kappa_3 - 1)^2 \right] + \kappa_3^2 A_{C_{4,j}} + \kappa_4^2 \bar{X}^2 \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(r-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right) \quad (3.74) \\ + 2\bar{X}\bar{Y}\beta_2 \left( B_{C_{4,j}}\kappa_3 - \mathcal{G} \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(r-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right) \right) \end{aligned}$$

biçiminde elde edilmektedir.

Eşitlik (3.74)'den yararlanarak  $\kappa_3$  ve  $\kappa_4$  optimal değerleri,  $\kappa_3^*$  ve  $\kappa_4^*$ , sırasıyla,

$$\kappa_3^* = \frac{-E(e_x^{*2}) \left( 2 - \mathcal{G}B_{C_{4,j}} + \mathcal{G} \left( \mathcal{G}E(e_x^{*2}) - E(e_y^* e_x^*) \right) \right)}{2 \left( B_{C_{4,j}}^2 - (1 + A_{C_{4,j}}) E(e_x^{*2}) \right)},$$

$$\kappa_4^* = \frac{\bar{Y} \left[ B_{C_{4,j}} \left\{ 2 + \mathcal{G}B_{C_{4,j}} + \mathcal{G} \left( \mathcal{G}E(e_x^{*2}) - E(e_y^* e_x^*) \right) \right\} - 2\mathcal{G}E(e_x^{*2}) (1 + A_{C_{4,j}}) \right]}{2\bar{X} \left( B_{C_{4,j}}^2 - (1 + A_{C_{4,j}}) E(e_x^{*2}) \right)}$$

olarak elde edilmiştir.

$\kappa_3^*$  ve  $\kappa_4^*$  optimal değerlerinden yararlanılarak bulunan tahmin edici ailesinin minimum HKO eşitliği için matematiksel ifadede gösterim kolaylığı olması açısından,

$$C_{C4,j} = \left( \lambda C_{yx} + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{yx(2)} \right)^2 - \left( \lambda C_y^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right)$$

tanımlaması yapılmıştır.

Tanımlanan  $C_{C4,j}$  eşitliğinden yararlanılarak, önerilen  $t_{C4,j}, j=1,2,\dots,10$  tahmin edici ailesi için minimum HKO eşitliği

$$HKO_{\min}(t_{C4,j}) = \frac{g^2 \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right) \left( g^2 \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right)^2 - 4C_{C4,j} \right) + 4C_{C4,j}}{4 \left( C_{C4,j} - \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right) \right)} \quad (3.75)$$

$, j=1,2,\dots,10$

biçiminde bulunmuştur.

### 3.4.1. Etkinlik Karşılaştırması

Önerilen üçüncü tahmin edici ailesi için teorik olarak etkinlik karşılaştırması aşamasında, Durum 1 ve Durum 2 ayrı ayrı ele alınmıştır.

Durum 1 kapsamı altında önerilen  $t_{C3,j}, j=1,2,\dots,10$  tahmin edici ailesi sırasıyla Hansen ve Hurwitz yansız tahmin edicisi  $t_{HH}$  [10], klasik oransal  $t_{Oransal}^*$  [13], üstel tür  $t_{Üstel}^*$  ve klasik regresyon  $t_{reg}^*$  [13] tahmin edicileri ile teorik olarak karşılaştırılmıştır.

- $HKO_{\min}(t_{C3,j}) < V(t_{HH}), j=1,2,\dots,10$

$$\frac{g^4 (\lambda C_x^2)^3 + 4C_{C3,j} (1 - g^2 \lambda C_x^2)}{4(C_{C3,j} - \lambda C_x^2)} - \bar{Y}^2 \left( \lambda C_y^2 + \frac{W_2(r-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) < 0 \quad (3.76)$$

- $HKO_{\min}(t_{C3,j}) < HKO(t_{Oransal}^*), j=1,2,\dots,10$

$$\frac{g^4 (\lambda C_x^2)^3 + 4C_{C3,j} (1 - g^2 \lambda C_x^2)}{4(C_{C3,j} - \lambda C_x^2)} - \bar{Y}^2 \left( \lambda (C_x^2 - 2C_{yx} + C_y^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) < 0 \quad (3.77)$$

- $HKO_{\min}(t_{C3,j}) < HKO(t_{\text{Üstel}}^*), j = 1, 2, \dots, 10$

$$\frac{\mathcal{G}^4(\lambda C_x^2)^3 + 4C_{C3,j}(1 - \mathcal{G}^2 \lambda C_x^2)}{4(C_{C3,j} - \lambda C_x^2)} - \bar{Y}^2 \left( \lambda \left( C_y^2 + \frac{C_x^2}{4} - C_{yx} \right) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) < 0 \quad (3.78)$$

- $HKO_{\min}(t_{C3,j}) < HKO(t_{\text{reg}}^*), j = 1, 2, \dots, 10$

$$\frac{\mathcal{G}^4(\lambda C_x^2)^3 + 4C_{C3,j}(1 - \mathcal{G}^2 \lambda C_x^2)}{4(C_{C3,j} - \lambda C_x^2)} - \left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) < 0 \quad (3.79)$$

Eşitlik (3.76) – Eşitlik (3.79) arasında elde edilen etkinlik koşullarına göre, önerilen  $t_{C3,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesinin, koşulların sağlanması durumunda karşılaştırılan  $t_{HH}, t_{\text{Oransal}}^*, t_{\text{Üstel}}^*$  ve  $t_{\text{reg}}^*$  tahmin edicilerden daha etkin olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

Durum 2 kapsamı altında önerilen  $t_{C4,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesi sırasıyla Hansen ve Hurwitz yansız tahmin edicisi  $t_{HH}$  [10], klasik oransal  $t_{\text{Oransal}}^{**}$  [7], üstel  $t_{\text{Üstel}}^{**}$  [7] ve klasik regresyon  $t_{\text{reg}}^{**}$  [7] tahmin edicileri ile teorik olarak karşılaştırılmıştır.

- $HKO_{\min}(t_{C4,j}) < V(t_{HH}), j = 1, 2, \dots, 10$

$$\frac{\mathcal{G}^2 \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right) \left( \mathcal{G}^2 \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right)^2 - 4C_{C4,j} \right) + 4C_{C4,j}}{4 \left( C_{C4,j} - \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right) \right)} - \bar{Y}^2 \left( \lambda C_y^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{y(2)}^2 \right) < 0 \quad (3.80)$$

- $HKO_{\min}(t_{C4,j}) < HKO(t_{\text{Oransal}}^{**}), j = 1, 2, \dots, 10$

$$\frac{\mathcal{G}^2 \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right) \left( \mathcal{G}^2 \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right)^2 - 4C_{C4,j} \right) + 4C_{C4,j}}{4 \left( C_{C4,j} - \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right) \right)} - \bar{Y}^2 \left( \lambda (C_x^2 - 2C_{yx} + C_y^2) + \frac{W_2(r-1)}{n} (C_{y(2)}^2 + C_{x(2)}^2 - 2C_{yx(2)}) \right) < 0 \quad (3.81)$$

- $HKO_{\min}(t_{C4,j}) < HKO(t_{\text{Üstel}}^{**}), j=1,2,\dots,10$

$$\frac{\mathcal{G}^2 \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right) \left( \mathcal{G}^2 \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right)^2 - 4C_{C4,j} \right) + 4C_{C4,j}}{4 \left( C_{C4,j} - \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right) \right)} \quad (3.82)$$

$$- \bar{Y}^2 \left( \lambda C_y^2 + \lambda \frac{C_x^2}{4} - \lambda C_{yx} + \frac{W_2(r-1)}{n} \left( C_{y(2)}^2 + \frac{C_{x(2)}^2}{4} - C_{yx(2)} \right) \right) < 0$$

- $HKO_{\min}(t_{C4,j}) < HKO(t_{\text{reg}}^{**}), j=1,2,\dots,10$

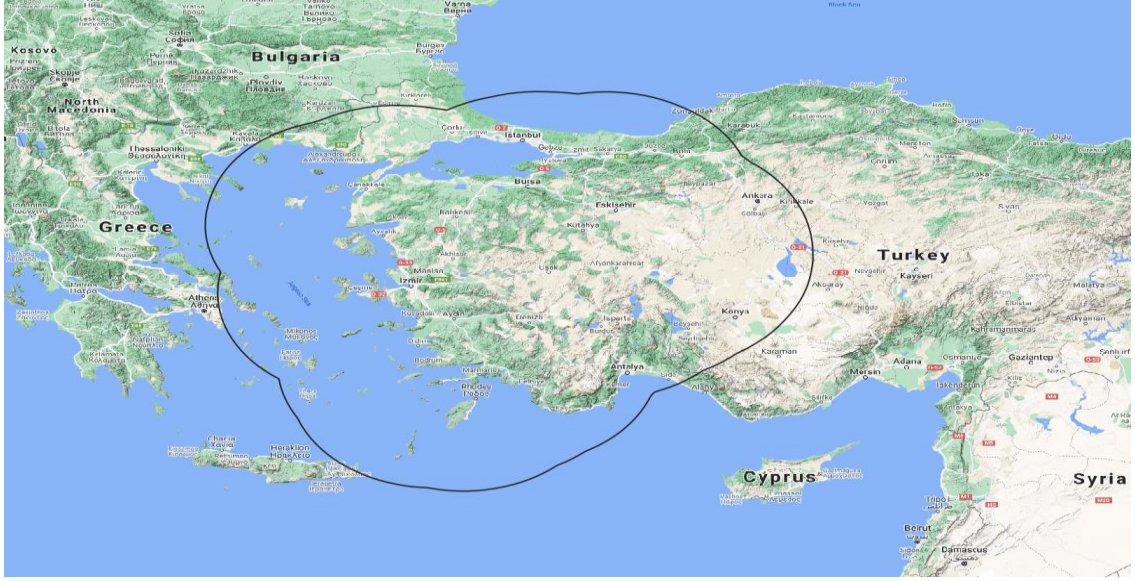
$$\frac{\mathcal{G}^2 \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right) \left( \mathcal{G}^2 \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right)^2 - 4C_{C4,j} \right) + 4C_{C4,j}}{4 \left( C_{C4,j} - \left( \lambda C_x^2 + \frac{W_2(z-1)}{n} C_{x(2)}^2 \right) \right)} \quad (3.83)$$

$$- \bar{Y}^2 \left( \lambda C_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) + \frac{W_2(z-1)}{n} \left( C_{y(2)}^2 + \rho_{xy}^2 \frac{C_y^2}{C_x^2} C_{x(2)}^2 - 2\rho_{xy} \frac{C_y}{C_x} C_{yx(2)} \right) \right) < 0$$

Eşitlik (3.80) – Eşitlik (3.83) arasında elde edilen etkinlik koşullarına göre, önerilen  $t_{C4,j}, j=1,2,\dots,10$  tahmin edici ailesinin koşulların sağlanması durumunda karşılaştırılan tahmin edicilerden daha etkin olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

### 3.4.2. Sayısal Örnek

Önerilen üçüncü tahmin edici ailesi için uygulama kapsamında “Yapay Zeka ve Olasılıksal Model Tabanlı Deprem Tehlike Haritası” adlı 121F208 numaralı Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) – 1001 projesi aracılığıyla elde edilen deprem verileri kullanılmıştır [31]. Proje kapsamında veriler, Boğaziçi Üniversitesi Kandilli Rasathanesi ve Deprem Araştırma Enstitüsü (KOERI) ile Afet İşleri Genel Müdürlüğü – Deprem Araştırma Daire Başkanlığı tarafından hazırlanan kataloglar kullanılarak ilgili bölge Ege Bölgesi olarak belirlenmiş olup Şekil 3.1’de detaylı bir biçimde gösterilmektedir.



Şekil 3.1. Proje kapsamında belirlenen deprem bölgesi.

Hem Durum 1 hem de Durum 2 için sırasıyla önerilen  $t_{C3,j}, j=1,2,\dots,10$  ve  $t_{C4,j}, j=1,2,\dots,10$  tahmin edicilerinin performansını uygulama alanında da gösterilmesi amacıyla ele alınan uygulamada ilgilenilen değişken ana deprem büyüklüğü ve yardımcı değişken ise artçı depremler arasında en fazla büyüklüğe sahip olan depremin büyüklüğü şeklinde belirlenmiştir. Zaman aralığı ise 2000 – 2021 yılları olarak alınmıştır. Literatürde yer alan çalışmalara benzer olarak, cevapsızlık oranı 0.25 olarak belirlenmiştir. Bu 0.25’lik cevapsızlık oranı, tüm gözlemler için de son %25’lik kısma tekabül etmektedir. Kitle bilgisi detaylı biçimde Çizelge 3.16’da verilmektedir.

Çizelge 3.16. Deprem veri seti kitle bilgileri.

$N = 452, n=210$	$W_2 = 0.25$	$\lambda = 0.002025$	$\rho_{yx} = 0.63$	$C_x = 0.08405$
$\bar{X} = 4.30620$	$C_{x(2)} = 0.08537382$	$f = 0.52212$	$\rho_{yx(2)} = 0.83$	$C_y = 0.11107$
$\bar{Y} = 4.60575$	$C_{y(2)} = 0.1203285$	$C_{yx(2)} = 0.00853$	$\beta_2(x) = 5.755$	$C_{yx} = 0.00583$

Önerilen üçüncü tahmin edici ailesi için hem Durum 1 hem de Durum 2 için teorik olarak karşılaştırılan tahmin edicilerle birlikte HKO ve GE değerleri Durum 1 için Çizelge 3.17; Durum 2 için ise Çizelge 3.18’de verilmektedir.

Çizelge 3.17. Durum 1 için önerilen  $t_{C3,j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$  ve literatürde yer alan tahmin edicilerin HKO ve GE değerleri.

Tahmin Ediciler	HKO						GE					
	z=2	z=3	z=4	z=5	z=6	z=7	z=2	z=3	z=4	z=5	z=6	z=7
$t_{HH}$	0.000896	0.001300	0.001692	0.002073	0.002444	0.002815	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
$t_{Oransal}^*$	0.000698	0.001088	0.001470	0.001846	0.002215	0.002584	128.28	119.48	115.07	112.33	110.36	108.96
$t_{Üstel}^*$	0.000721	0.001113	0.001496	0.001872	0.002241	0.002611	124.22	116.84	113.10	110.75	109.06	107.84
$t_{reg}^*$	0.000685	0.001051	0.001417	0.001782	0.002148	0.002514	130.69	123.72	119.41	116.33	113.80	130.69
$t_{C3,1}$	<b>0.000032</b>	<b>0.000051</b>	<b>0.000069</b>	<b>0.000087</b>	<b>0.000104</b>	<b>0.000121</b>	<b>2757.9</b>	<b>2557.95</b>	<b>2458.53</b>	<b>2396.83</b>	<b>2352.81</b>	<b>2321.44</b>
$t_{C3,2}$	<b>0.000032</b>	<b>0.000051</b>	<b>0.000069</b>	<b>0.000087</b>	<b>0.000104</b>	<b>0.000121</b>	<b>2757.9</b>	<b>2557.94</b>	<b>2458.53</b>	<b>2396.83</b>	<b>2352.81</b>	<b>2321.44</b>
$t_{C3,3}$	<b>0.000032</b>	<b>0.000051</b>	<b>0.000069</b>	<b>0.000087</b>	<b>0.000104</b>	<b>0.000121</b>	<b>2757.9</b>	<b>2557.95</b>	<b>2458.53</b>	<b>2396.83</b>	<b>2352.81</b>	<b>2321.44</b>
$t_{C3,4}$	<b>0.000032</b>	<b>0.000051</b>	<b>0.000069</b>	<b>0.000087</b>	<b>0.000104</b>	<b>0.000121</b>	<b>2757.9</b>	<b>2557.95</b>	<b>2458.53</b>	<b>2396.83</b>	<b>2352.81</b>	<b>2321.44</b>
$t_{C3,5}$	<b>0.000032</b>	<b>0.000051</b>	<b>0.000069</b>	<b>0.000087</b>	<b>0.000104</b>	<b>0.000121</b>	<b>2757.9</b>	<b>2557.95</b>	<b>2458.53</b>	<b>2396.83</b>	<b>2352.81</b>	<b>2321.44</b>
$t_{C3,6}$	<b>0.000032</b>	<b>0.000051</b>	<b>0.000069</b>	<b>0.000087</b>	<b>0.000104</b>	<b>0.000121</b>	<b>2757.9</b>	<b>2557.94</b>	<b>2458.52</b>	<b>2396.83</b>	<b>2352.81</b>	<b>2321.44</b>
$t_{C3,7}$	<b>0.000032</b>	<b>0.000051</b>	<b>0.000069</b>	<b>0.000087</b>	<b>0.000104</b>	<b>0.000121</b>	<b>2757.9</b>	<b>2557.94</b>	<b>2458.52</b>	<b>2396.83</b>	<b>2352.81</b>	<b>2321.44</b>
$t_{C3,8}$	<b>0.000032</b>	<b>0.000051</b>	<b>0.000069</b>	<b>0.000087</b>	<b>0.000104</b>	<b>0.000121</b>	<b>2757.9</b>	<b>2557.95</b>	<b>2458.53</b>	<b>2396.83</b>	<b>2352.81</b>	<b>2321.44</b>
$t_{C3,9}$	<b>0.000032</b>	<b>0.000051</b>	<b>0.000069</b>	<b>0.000087</b>	<b>0.000104</b>	<b>0.000121</b>	<b>2757.9</b>	<b>2557.95</b>	<b>2458.53</b>	<b>2396.83</b>	<b>2352.81</b>	<b>2321.44</b>
$t_{C3,10}$	<b>0.000032</b>	<b>0.000051</b>	<b>0.000069</b>	<b>0.000087</b>	<b>0.000104</b>	<b>0.000121</b>	<b>2757.9</b>	<b>2557.94</b>	<b>2458.52</b>	<b>2396.83</b>	<b>2352.81</b>	<b>2321.44</b>

Çizelge 3.18. Durum 2 için önerilen  $t_{C4,j}$ ,  $j=1,2,\dots,10$  ve literatürde yer alan tahmin edicilerin HKO ve GE değerleri.

Tahmin Ediciler	HKO						GE					
	z=2	z=3	z=4	z=5	z=6	z=7	z=2	z=3	z=4	z=5	z=6	z=7
$t_{HH}$	0.000896	0.001300	0.001691	0.002073	0.002444	0.002815	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
$t_{Oransal}^{**}$	0.000451	0.000590	0.000730	0.000859	0.000981	0.001103	198.43	218.7	231.83	241.48	249.21	255.22
$t_{Üstel}^{**}$	0.000551	0.000773	0.000987	0.001194	0.001394	0.001594	162.4	168.0	171.31	173.58	175.31	176.61
$t_{reg}^{**}$	0.000454	0.000589	0.000723	0.000858	0.000992	0.001127	197.19	220.85	233.88	241.68	246.31	197.19
$t_{C4,1}$	<b>0.000021</b>	<b>0.000028</b>	<b>0.000034</b>	<b>0.000040</b>	<b>0.000046</b>	<b>0.000052</b>	<b>4218.3</b>	<b>4638.7</b>	<b>4927.1</b>	<b>5145.6</b>	<b>5325.4</b>	<b>5468.2</b>
$t_{C4,2}$	<b>0.000021</b>	<b>0.000028</b>	<b>0.000034</b>	<b>0.000040</b>	<b>0.000046</b>	<b>0.000052</b>	<b>4218.3</b>	<b>4638.7</b>	<b>4927.1</b>	<b>5145.6</b>	<b>5325.4</b>	<b>5468.2</b>
$t_{C4,3}$	<b>0.000021</b>	<b>0.000028</b>	<b>0.000034</b>	<b>0.000040</b>	<b>0.000046</b>	<b>0.000052</b>	<b>4218.3</b>	<b>4638.7</b>	<b>4927.1</b>	<b>5145.6</b>	<b>5325.4</b>	<b>5468.2</b>
$t_{C4,4}$	<b>0.000021</b>	<b>0.000028</b>	<b>0.000034</b>	<b>0.000040</b>	<b>0.000046</b>	<b>0.000052</b>	<b>4218.3</b>	<b>4638.7</b>	<b>4927.1</b>	<b>5145.6</b>	<b>5325.4</b>	<b>5468.2</b>
$t_{C4,5}$	<b>0.000021</b>	<b>0.000028</b>	<b>0.000034</b>	<b>0.000040</b>	<b>0.000046</b>	<b>0.000052</b>	<b>4218.3</b>	<b>4638.7</b>	<b>4927.1</b>	<b>5145.6</b>	<b>5325.4</b>	<b>5468.2</b>
$t_{C4,6}$	<b>0.000021</b>	<b>0.000028</b>	<b>0.000034</b>	<b>0.000040</b>	<b>0.000046</b>	<b>0.000052</b>	<b>4218.3</b>	<b>4638.7</b>	<b>4927.1</b>	<b>5145.6</b>	<b>5325.4</b>	<b>5468.2</b>
$t_{C4,7}$	<b>0.000021</b>	<b>0.000028</b>	<b>0.000034</b>	<b>0.000040</b>	<b>0.000046</b>	<b>0.000052</b>	<b>4218.3</b>	<b>4638.7</b>	<b>4927.1</b>	<b>5145.6</b>	<b>5325.4</b>	<b>5468.2</b>
$t_{C4,8}$	<b>0.000021</b>	<b>0.000028</b>	<b>0.000034</b>	<b>0.000040</b>	<b>0.000046</b>	<b>0.000052</b>	<b>4218.3</b>	<b>4638.7</b>	<b>4927.1</b>	<b>5145.6</b>	<b>5325.4</b>	<b>5468.2</b>
$t_{C4,9}$	<b>0.000021</b>	<b>0.000028</b>	<b>0.000034</b>	<b>0.000040</b>	<b>0.000046</b>	<b>0.000052</b>	<b>4218.3</b>	<b>4638.7</b>	<b>4927.1</b>	<b>5145.6</b>	<b>5325.4</b>	<b>5468.2</b>
$t_{C4,10}$	<b>0.000021</b>	<b>0.000028</b>	<b>0.000034</b>	<b>0.000040</b>	<b>0.000046</b>	<b>0.000052</b>	<b>4218.3</b>	<b>4638.7</b>	<b>4927.1</b>	<b>5145.6</b>	<b>5325.4</b>	<b>5468.2</b>

Çizelge 3.17'ye göre, önerilen  $t_{C3,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesinin tüm üyeleri, Durum 1 için literatürde karşılaştırılan  $t_{HH}, t_{Oransal}^*, t_{Üstel}^*$  ve  $t_{reg}^*$  tahmin ediciler arasında tüm  $z$  değerleri için en büyük GE ve en küçük HKO değerlerine sahiptir. Aynı zamanda, Durum 1'in varlığında her bir  $z$  değerinde birbirine çok yakın bulunan GE değerleri nedeniyle, kitle ortalaması tahmininde önerilen  $t_{C3,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesinden herhangi bir tahmin edicinin tercih edilebileceği sonucuna varılmaktadır. Belirlenen  $z$  değerleri arttıkça,  $t_{C3,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesinin HKO değerlerinin arttığı, GE değerlerinin ise azaldığı görülmektedir.

Çizelge 3.18'e göre, Durum 2 için önerilen  $t_{C4,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesi karşılaştırılan  $t_{HH}, t_{Oransal}^{**}, t_{Üstel}^{**}$  ve  $t_{reg}^{**}$  tahmin ediciler arasında tüm  $z$  değerleri için en büyük GE ve en küçük HKO değerlerine sahiptir. Aynı zamanda, Durum 1'de olduğu gibi Durum 2'de de her bir  $z$  değerinde birbirine çok yakın bulunan GE değerleri nedeniyle, kitle ortalaması tahmininde önerilen  $t_{C4,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesinden herhangi bir tahmin edicinin tercih edilebileceği sonucuna varılmaktadır. Belirlenen  $z$  değerleri arttıkça,  $t_{C4,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesinin hem HKO hem de GE değerlerinin de arttığı görülmektedir.

Hem Durum 1 için hem de Durum 2 için önerilen tahmin edicilerin klasik tahmin edicilere göre etkinlik değerlerinin aşırı derecede büyük olması dikkat çekicidir. Böylelikle, teorik olarak önerilen  $t_{C3,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  ve  $t_{C4,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailelerinin hem Durum 1 hem de Durum 2 için uygulamada da istenilen şekilde sonuç verdiği görülmektedir.



#### 4. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

Çalışmanın üçüncü bölümünde, literatürde yer alan temel tahmin edicilerden bahsedilmiş ve ek olarak tez çalışması kapsamında önerilen üç farklı tahmin edici incelenmiştir. Önerilen tahmin ediciler için teorik olarak etkinlik karşılaştırmaları yapıldıktan sonra farklı sayısal örnekler kullanılarak sonuçlar uygulamalı olarak da desteklenmiştir. Bu kısımda ise, sayısal olarak elde edilen karşılaştırmalara ek olarak RStudio programından yararlanılarak simülasyon çalışması gerçekleştirilmiştir. Simülasyon çalışması ile üçüncü bölümde belirtilmiş olan literatürdeki tahmin ediciler ile önerilen tahmin ediciler karşılaştırılmış ve elde edilen sonuçlar detaylı bir şekilde incelenerek yorumlanmıştır.

Simülasyon çalışmasında, veri üretme kısmında normal dağılımdan yararlanılmıştır. Kitle büyüklüğü 1000 olarak ele alınmıştır. Literatürde farklı kitle ve örneklem büyüklüğüne ilişkin çeşitli çalışmalar mevcuttur [32, 33, 34]. BRÖ yönteminde örneklem büyüklüğü hesabı için kitle büyüklüğünün bilinmesi durumunda hoşgörü değeri ( $d$ ) 0.05 alınarak bu çalışmada örneklem büyüklüğü 300 olarak belirlenmiştir [1]. Bir önceki bölümde yer alan uygulamalarda olduğu gibi, simülasyon aracılığıyla üretilen kitlede literatürde yer alan çalışmalardan yola çıkılarak gözlemlerin son %25'i cevapsızlık durumunu simgelemektedir. Bu çalışma kapsamında önerilen tüm tahmin edici ailelerinin performanslarını görebilmek adına yapılan simülasyon çalışmasında normal dağılımdan yararlanılarak veri üretilmiştir. Durum 1 ve Durum 2'de kitle ortalama ve varyans parametreleri için farklı değerler belirlenmiştir. Durum 1'de ilgilenilen ve yardımcı değişkenler için sırasıyla ortalamalar (0.5, 2), standart sapmalar (1, 2) olup Durum 2'de ise, ilgilenilen ve yardımcı değişkenler için sırasıyla ortalamalar (0.01, 2), standart sapmalar (0.5, 4) biçimindedir. Her iki durum için de, iki değişken arasındaki korelasyon katsayıları, düşük ilişki için 0.50 ve yüksek ilişki için 0.95 olarak ele alınmıştır. Ayrıca, çalışmanın ters örneklem oranı olarak adlandırılan  $z$  değeri ise 3, 5 ve 7 olarak belirlenmiştir.

Durum 1 kapsamında literatürde temel olarak gösterilen  $t_{HH}$ ,  $t_{Oransal}^*$ ,  $t_{Üstel}^*$  ve  $t_{reg}^*$  tahmin edicilerle önerilen  $t_{C1,j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$ ,  $t_{Ca1}^*$ ,  $t_{C3,j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edicilerinin HKO ve GE değerlerinin sonuçları bir arada verilmiştir. Elde edilen bu sonuçlar detaylı olarak Durum 1 için Çizelge 4.1'de verilmektedir.

Çizelge 4.1. Durum 1 kapsamında önerilen  $t_{C1,j}, j = 1, 2, \dots, 10$ ,  $t_{ca1}^*$ ,  $t_{C3,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  ve literatürde yer alan temel tahmin edicilerin simülasyon sonucunda elde edilen HKO ve GE değerleri.

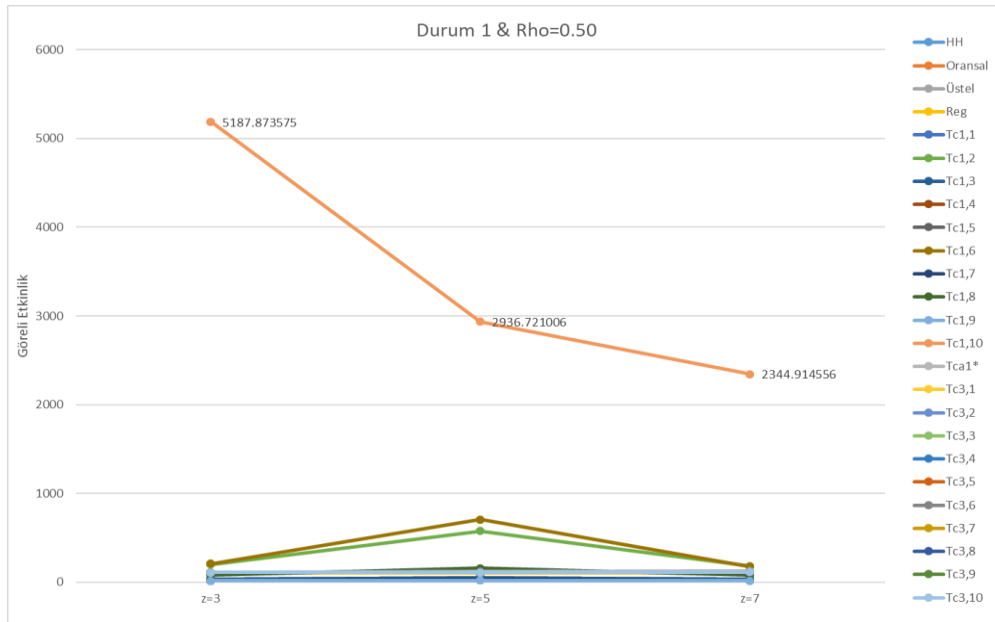
Tahmin Ediciler	HKO						GE					
	$\rho_{yx} = 0.50$			$\rho_{yx} = 0.95$			$\rho_{yx} = 0.50$			$\rho_{yx} = 0.95$		
	z=3	z=5	z=7	z=3	z=5	z=7	z=3	z=5	z=7	z=3	z=5	z=7
$t_{HH}$	0.2661	0.2831	0.2834	0.276	0.3033	0.3105	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
$t_{Oransal}^*$	0.2656	0.2861	0.2785	0.2758	0.305	0.3077	100.202	98.9631	101.753	100.063	99.448	100.920
$t_{Üstel}^*$	0.263	0.2816	0.2777	0.2729	0.3008	0.3063	101.194	100.538	102.05	101.132	100.83	101.38
$t_{reg}^*$	0.2626	0.2811	0.2775	0.2731	0.3017	0.3055	101.318	100.720	102.126	101.05	100.531	101.652
$t_{C1,1}$	0.8162	0.5575	0.8654	8.1905	8.3963	9.1438	32.6017	50.7805	32.7456	3.3693	3.6126	3.3959
$t_{C1,2}$	0.1343	0.0493	0.1587	11.6597	11.8752	12.7027	198.108	574.404	178.52	2.3668	2.5543	2.4445
$t_{C1,3}$	0.83	0.5883	0.8547	8.0653	8.4114	9.0547	32.0593	48.1251	33.1577	3.4215	3.6061	3.4294
$t_{C1,4}$	1.3776	1.0433	1.4356	8.0566	8.2611	9.0044	19.3163	27.1367	19.7398	3.4252	3.6717	3.4485
$t_{C1,5}$	1.673	1.3045	1.7212	6.0506	6.289	6.9128	15.9056	21.7028	16.464	4.5608	4.8231	4.492
$t_{C1,6}$	0.1284	0.0402	0.1637	11.8264	11.8556	12.8176	207.242	704.303	173.146	2.3334	2.5585	2.4226
$t_{C1,7}$	1.3646	1.0128	1.4456	8.1816	8.2464	9.0928	19.4999	27.9545	19.6026	3.3729	3.6783	3.415

Çizelge 4.1. Durum 1 kapsamında önerilen  $t_{C1,j}, j = 1, 2, \dots, 10$ ,  $t_{Ca1}^*$ ,  $t_{C3,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  ve literatürde yer alan temel tahmin edicilerin simülasyon sonucunda elde edilen HKO ve GE değerleri. (Devam ediyor)

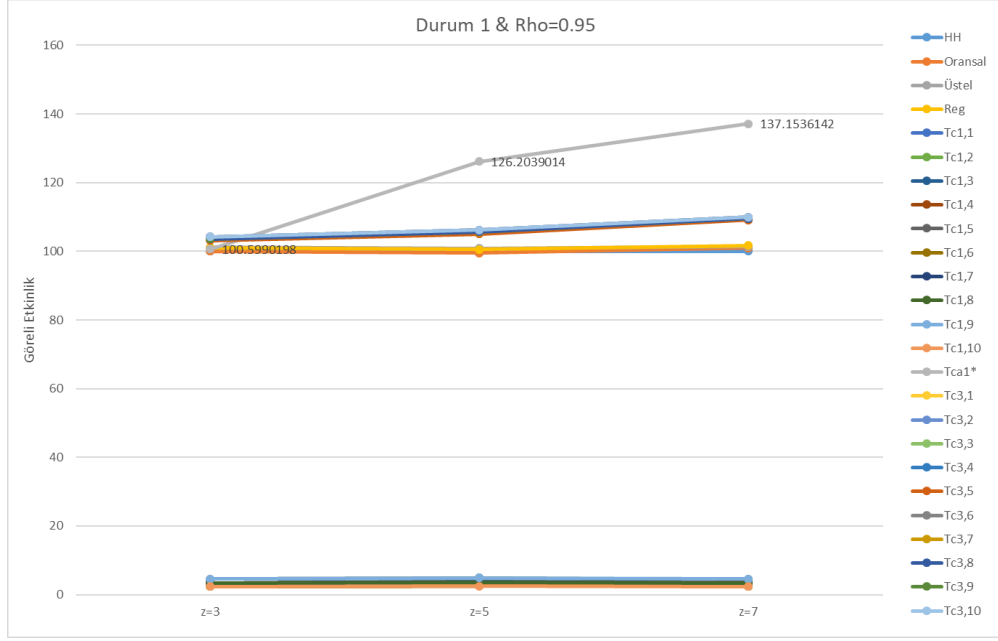
$t_{C1,8}$	0.3309	0.1842	0.3506	8.1994	8.5505	9.1954	80.4071	153.730	80.8321	3.3656	3.5474	3.3769
$t_{C1,9}$	2.0267	1.6168	2.0978	6.0465	6.2174	6.8887	13.13	17.5106	13.5088	4.5639	4.8786	4.5076
$t_{C1,10}$	<b>0.0051</b>	<b>0.0096</b>	<b>0.0121</b>	11.8382	12.0523	12.8831	<b>5187.87</b>	<b>2936.72</b>	<b>2344.92</b>	2.3311	2.5167	2.4103
$t_{Ca1}^*$	0.2487	0.2456	0.2308	0.2743	<b>0.2403</b>	<b>0.2264</b>	106.992	115.271	122.801	100.599	<b>126.204</b>	<b>137.154</b>
$t_{C3,1}$	0.2489	0.2606	0.25	0.2663	0.2873	0.2835	106.901	108.656	113.332	103.611	105.587	109.512
$t_{C3,2}$	0.2486	0.26	0.25	0.2649	0.2856	0.2824	107.045	108.909	113.36	104.171	106.199	109.954
$t_{C3,3}$	0.2489	0.2606	0.25	0.2664	0.2873	0.2836	106.898	108.644	113.333	103.586	105.590	109.498
$t_{C3,4}$	0.2492	0.261	0.2502	0.2664	0.2874	0.2836	106.782	108.476	113.26	103.585	105.558	109.49
$t_{C3,5}$	0.2494	0.2612	0.2503	0.2676	0.2887	0.2846	106.719	108.387	113.217	103.130	105.068	109.111
$t_{C3,6}$	0.2486	0.2599	0.25	0.2649	0.2856	0.2824	107.047	108.917	113.360	104.193	106.196	109.965
$t_{C3,7}$	0.2492	0.261	0.2502	0.2663	0.2874	0.2836	106.784	108.487	113.258	103.609	105.555	109.503
$t_{C3,8}$	0.2487	0.2602	0.25	0.2663	0.2872	0.2835	107.004	108.823	113.368	103.613	105.62	109.519
$t_{C3,9}$	0.2495	0.2615	0.2504	0.2676	0.2887	0.2846	106.643	108.284	113.157	103.129	105.047	109.106
$t_{C3,10}$	0.2485	0.2597	0.2501	<b>0.2648</b>	0.2856	0.2824	107.071	108.999	113.308	<b>104.194</b>	106.224	109.972

Durum 1 kapsamında önerilen  $t_{C1,j}, j=1,2,\dots,10, t_{Ca1}^*, t_{C3,j}, j=1,2,\dots,10$  ve literatürde yer alan temel tahmin ediciler için elde edilen simülasyon sonuçlarına göre, korelasyon katsayısı 0.50 ve  $z$  değeri 3, 5 ve 7 olması durumunda en küçük HKO ve en büyük GE değerine önerilen tahmin edici 1 ailesinden  $t_{C1,10}$  tahmin edicisinin sahip olduğu görülmektedir.  $t_{C1,10}$  tahmin edicisi için  $z$  değeri arttıkça HKO değerleri artmakta, GE değerleri ise azalmaktadır. Korelasyon katsayısı 0.95 söz konusu iken,  $z$  değerinin 3 olması önerilen tahmin edici 3 ailesinden  $t_{C3,10}$  tahmin edicisi;  $z$  değerinin 5 ve 7 olması durumunda ise önerilen  $t_{Ca1}^*$  tahmin edicisi en küçük HKO ve en büyük GE değerlerine sahiptir. Belirtilen  $z$  değerleri HKO değeri ile ters, GE değeri ile doğru orantılıdır. Ayrıca, korelasyon katsayısı 0.95 olduğunda  $t_{C3,j}, j=1,2,\dots,10$  tahmin edici ailesi en büyük GE değerleriyle ön plana çıkmaktadır.

Tüm  $z$  değerleri (3, 5, 7) kullanılarak Durum 1 kapsamında önerilen tahmin ediciler ve karşılaştırma yapılan temel tahmin ediciler için farklı korelasyon katsayılarına göre (0.50, 0.95) elde edilen GE değerleri görsel olarak Şekil 4.1 ve Şekil 4.2’de verilmektedir.



Şekil 4.1. Korelasyon katsayısı 0.50 iken Durum 1 kapsamında önerilen tahmin ediciler ve literatürde yer alan temel tahmin edicilerin GE değerleri



Şekil 4.2. Korelasyon katsayısı 0.95 iken Durum 1 kapsamında önerilen tahmin ediciler ve literatürde yer alan temel tahmin edicilerin GE değerleri

Korelasyon katsayısının 0.50 olması durumunda, tüm  $z$  değerleri için  $t_{C1,10}$  tahmin edicisinin en yüksek GE değeri ile öne çıktığı görülmektedir. Korelasyon katsayısının 0.95 olduğunda ise,  $z$ 'nin 3 olması durumunda  $t_{C3,10}$  tahmin edicisi en yüksek GE ile ilk sırada yer alırken  $z$  değerinin 5 ve 7 olması durumunda ise tekrar  $t_{C1,10}$  tahmin edicisinin en yüksek GE değerleri ile  $t_{C3,10}$  tahmin edicisini izlediği görülmektedir.

Durum 2 kapsamında literatürde temel olarak gösterilen  $t_{HH}$ ,  $t_{Oransal}^{**}$ ,  $t_{Üstel}^{**}$  ve  $t_{reg}^{**}$  tahmin edicilerle birlikte önerilen  $t_{C2,j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$ ,  $t_{Ca2}^{**}$ ,  $t_{C4,j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edicilerinin HKO ve GE değerlerinin sonuçları bir arada verilmiştir. Elde edilen sonuçlar detaylı olarak Durum 2 için Çizelge 4.2'de verilmektedir.

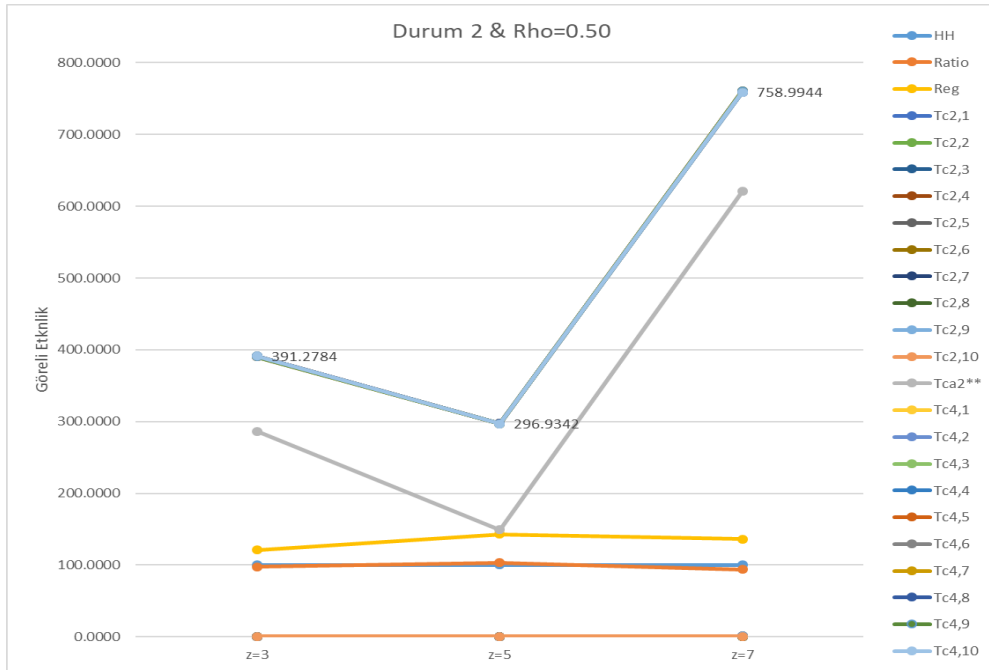
Çizelge 4.2. Durum 2 kapsamında önerilen  $t_{C2,j}, j=1,2,\dots,10$ ,  $t_{Ca2}^{**}$ ,  $t_{C4,j}, j=1,2,\dots,10$  ve literatürde yer alan temel tahmin edicilerin simülasyon sonucunda elde edilen HKO ve GE değerleri.

Tahmin Ediciler	HKO						GE					
	$\rho_{yx} = 0.50$			$\rho_{yx} = 0.95$			$\rho_{yx} = 0.50$			$\rho_{yx} = 0.95$		
	z=3	z=5	z=7	z=3	z=5	z=7	z=3	z=5	z=7	z=3	z=5	z=7
$t_{HH}$	0.001077	0.001378	0.001735	0.001037	0.001468	0.001774	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
$t_{Oransal}^{**}$	0.001103	0.001331	0.001852	0.001147	0.001612	0.002179	97.568	103.517	93.636	90.4514	91.051	81.392
$t_{Üstel}^{**}$	0.001076	0.001332	0.001752	0.001062	0.001479	0.001869	100.10	103.417	99.033	97.6616	99.229	94.898
$t_{reg}^{**}$	0.000889	0.000965	0.001276	0.000082	0.000127	0.000192	121.083	142.758	135.896	1260.528	1157.25	922.735
$t_{C2,1}$	0.205155	0.244819	0.239564	0.015036	0.022356	0.026237	0.5248	0.5629	0.7241	6.8983	6.5649	6.7596
$t_{C2,2}$	0.231501	0.287215	0.266221	0.015099	0.021717	0.025407	0.4651	0.4798	0.6516	6.8695	6.7579	6.9803
$t_{C2,3}$	0.221763	0.264648	0.252813	0.015063	0.021928	0.025646	0.4855	0.5207	0.6861	6.8860	6.6930	6.9154
$t_{C2,4}$	0.193365	0.227899	0.228697	0.015036	0.022389	0.026287	0.5568	0.6047	0.7585	6.8983	6.5552	6.7467
$t_{C2,5}$	0.198162	0.230247	0.231231	0.015042	0.022656	0.026595	0.5433	0.5985	0.7501	6.8955	6.4779	6.6686
$t_{C2,6}$	0.213478	0.264263	0.250603	0.015043	0.022067	0.025900	0.5043	0.5215	0.6922	6.8950	6.6509	6.8476
$t_{C2,7}$	0.185870	0.218797	0.223043	0.015056	0.022841	0.026944	0.5792	0.6298	0.7777	6.8888	6.4256	6.5822
$t_{C2,8}$	0.239603	0.291868	0.271642	0.015067	0.021902	0.025608	0.4493	0.4721	0.6385	6.8842	6.7011	6.9255

Çizelge 4.2. Durum 2 kapsamında önerilen  $t_{C2,j}, j = 1, 2, \dots, 10$ ,  $t_{Ca2}^{**}$ ,  $t_{C4,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  ve literatürde yer alan temel tahmin edicilerin simülasyon sonucunda elde edilen HKO ve GE değerleri. (Devam ediyor)

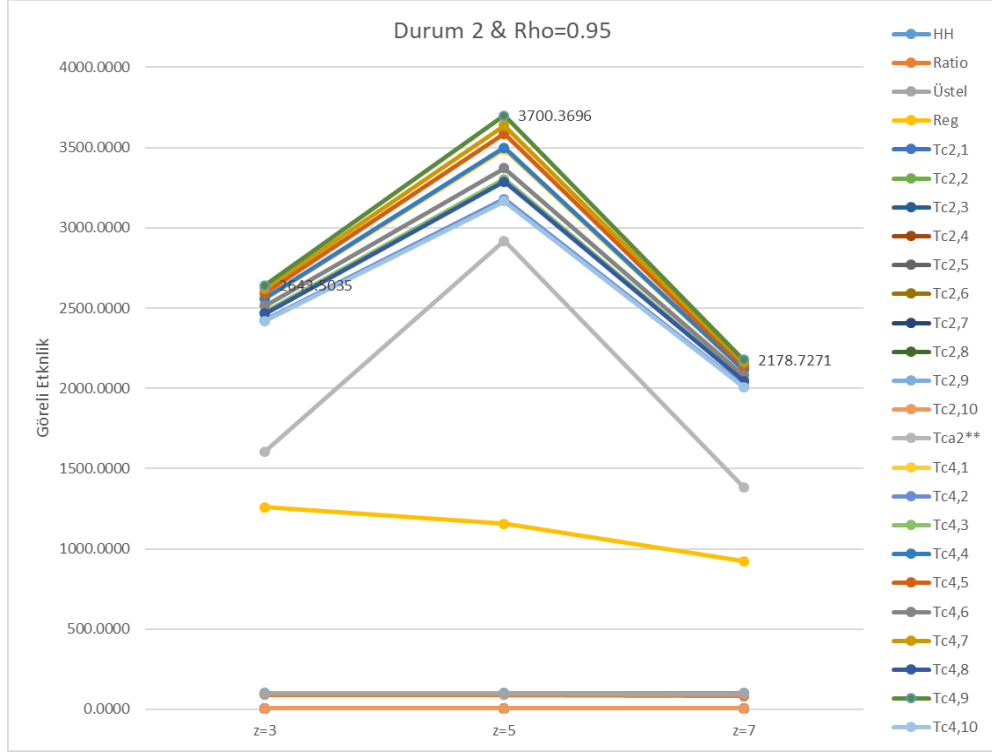
$t_{C2,9}$	0.183354	0.213282	0.220056	0.015074	0.023087	0.027260	0.5872	0.6461	0.7882	6.8808	6.3571	6.5059
$t_{C2,10}$	0.248523	0.313550	0.285123	0.015104	0.021698	0.025379	0.4332	0.4395	0.6084	6.8670	6.7639	6.9882
$t_{Ca2}^{**}$	0.0003759	0.0009251	0.0002794	0.0000646	0.0000503	0.0001282	286.447	148.957	620.761	1606.460	2919.676	1383.774
$t_{C4,1}$	0.0002755	<b>0.0004637</b>	0.0002282	0.0000406	0.0000421	0.0000839	390.724	<b>297.165</b>	759.962	2556.528	3487.933	2113.723
$t_{C4,2}$	0.0002753	0.0004639	0.0002284	0.0000428	0.0000462	0.0000881	391.116	297.082	759.310	2425.462	3178.252	2013.321
$t_{C4,3}$	0.0002754	0.0004637	0.0002284	0.0000419	0.0000444	0.0000865	390.995	297.158	759.602	2472.858	3302.601	2050.752
$t_{C4,4}$	0.0002757	0.0004638	0.0002281	0.0000405	0.0000419	0.0000837	390.464	297.108	760.324	2561.659	3499.906	2117.876
$t_{C4,5}$	0.0002756	0.0004638	0.0002282	0.0000400	0.0000409	0.0000828	390.578	297.120	760.2338	2592.628	3586.713	2140.760
$t_{C4,6}$	0.0002754	0.0004637	0.0002283	0.0000413	0.0000435	0.0000852	390.871	297.158	759.657	2513.949	3370.418	2081.522
$t_{C4,7}$	0.0002759	0.0004639	0.0002281	0.0000396	0.0000403	0.0000820	390.259	297.044	760.542	2621.739	3638.754	2162.292
$t_{C4,8}$	0.0002752	0.0004639	0.0002285	0.0000420	0.0000446	0.0000867	391.200	297.060	759.209	2466.626	3288.636	2045.515
$t_{C4,9}$	0.0002759	0.0004640	<b>0.0002280</b>	<b>0.0000392</b>	<b>0.0000397</b>	<b>0.0000814</b>	390.182	296.992	<b>760.665</b>	<b>2643.504</b>	<b>3700.370</b>	<b>2178.727</b>
$t_{C4,10}$	<b>0.0002752</b>	0.0004641	0.0002285	0.0000429	0.0000464	0.0000883	<b>391.278</b>	296.934	758.994	2419.378	3165.062	2008.034

Durum 2 kapsamında önerilen  $t_{C2,j}, j = 1, 2, \dots, 10, t_{Ca2}^{**}, t_{C4,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  ve literatürde yer alan temel tahmin ediciler için elde edilen simülasyon sonuçlarına göre, korelasyon katsayısı 0.50 olması durumunda  $z$  değeri 3 iken  $t_{C4,10}$ ; 5 iken  $t_{C4,1}$  ve 7 iken  $t_{C4,9}$  tahmin edicileri en küçük HKO ve en büyük GE değerine sahip olduğu görülmektedir. Korelasyon katsayısı 0.95 söz konusu iken,  $z$  için belirlenen tüm değerler için tahmin edici 3 ailesinden  $t_{C4,9}$  tahmin edicisi en küçük HKO ve en büyük GE değerine sahiptir. Aynı zamanda,  $z$ 'nin 7 değerini aldığı durumda  $t_{C4,9}$  tahmin edicisi en küçük GE (2178.727) değerine ulaşmaktadır. Durum 2 kapsamında önerilen  $t_{C4,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesi karşılaştırılan tahmin ediciler arasında özellikle en küçük HKO ve en büyük GE değerleri ile dikkat çekmektedir. HKO ve GE değerlerine göre,  $t_{C4,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesini bir diğer önerilen  $t_{Ca2}^{**}$  tahmin edicisi izlemektedir. Karşılaştırılan temel tahmin ediciler ise, önerilen  $t_{C2,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesine göre HKO ve GE değerlerine bağlı olarak daha etkin olarak bulunmuştur. Tüm  $z$  değerleri (3, 5, 7) kullanılarak Durum 2 kapsamında önerilen tahmin ediciler ve karşılaştırma yapılan temel tahmin ediciler için farklı korelasyon katsayılarına göre (0.50, 0.95) elde edilen GE değerleri görsel olarak Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'te verilmektedir.



Şekil 4.3. Korelasyon katsayısı 0.50 iken Durum 2 kapsamında önerilen tahmin ediciler ve literatürde yer alan temel tahmin edicilerin GE değerleri





Şekil 4.4. Korelasyon katsayısı 0.95 iken Durum 2 kapsamında önerilen tahmin ediciler ve literatürde yer alan temel tahmin edicilerin GE değerleri

Korelasyon katsayısının 0.50 olması durumunda,  $t_{C4,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edici ailesi üyelerinin karşılaştırılan tahmin ediciler arasında özellikle birbirine çok yakın olan en büyük GE değerleri ile dikkat çekmektedir. Korelasyon katsayısının 0.95 olması durumunda ise, tüm  $z$  değerleri için  $t_{C4,9}$  tahmin edicisinin en yüksek GE değeri ile ilk sırada yer aldığı görülmektedir.

## 5. SONUÇ VE TARTIŞMA

Ortalama, varyans, oran gibi bilinmeyen kitle parametrelerinin tahmininde birçok farklı tür tahmin edicilerden yararlanılmıştır. Buradaki amaç, önerilen tahmin ediciler arasında en etkin olan ile bilinmeyen kitle parametresini tahmin etmektir. Genel olarak, tahmin edicilerde yer alan değişkenlere ait bilgilerin tam olarak elde edildiği varsayımı altında bu çalışmalar gerçekleştirilmektedir. Ancak, değişkenlere ait bilgi eksikliğinin var olması, örnekleme teorisinde cevapsızlık durumu olarak adlandırılmaktadır ve tahmin edicilerin etkinliğini azaltmaktadır. Dolayısıyla, tahmin ediciler için cevapsızlık durumunun var olup olmaması önem teşkil etmektedir.

Hansen ve Hurwitz tarafından 1946 yılında gerçekleştirilen çalışmada cevapsızlık durumu incelenmiş ve cevap vermeyen birimler için alt örnekleme yöntemi geliştirilmiştir. Literatürde, cevapsızlığın sadece ilgilenilen değişkende var olması ve cevapsızlığın hem ilgilenilen hem de yardımcı değişkende var olması biçiminde cevapsızlık durumu iki ana başlık altında incelenmektedir. Bu çalışma kapsamında cevapsızlık durumu varlığında bilinmeyen kitle ortalamasının tahmininde yararlanılacak tahmin ediciler arasında üstel fonksiyona sahip olanlar üzerinde durulmuş ve iki farklı biçimde tanımlanan cevapsızlık durumları için üç farklı tahmin edici önerilmiştir.

Çalışma kapsamında önerilen ilk tahmin edici ailesi, Durum 1 kapsamında  $t_{C1,j}, j=1,2,\dots,10$  ve Durum 2 kapsamında  $t_{C2,j}, j=1,2,\dots,10$  olarak adlandırılmış üstel fonksiyona sahip tahmin ediciler biçiminde önerilmiştir. Etkinlik karşılaştırması kısmında, Durum 1 kapsamında önerilen  $t_{C1,j}$  tahmin edicisi, temel teşkil eden Hansen ve Hurwitz tarafından önerilen  $t_{HH}$ ,  $t_{Oransal}^*$ ,  $t_{reg}^*$  ve  $t_{Üstel}^*$  tahmin edicileri ile; Durum 2 kapsamında önerilen  $t_{C2,j}$  tahmin edicisi ise  $t_{HH}$ ,  $t_{Oransal}^{**}$ ,  $t_{reg}^{**}$  ve  $t_{Üstel}^{**}$  tahmin edicileri ile karşılaştırılmıştır. Hem Durum 1 hem de Durum 2 için elde edilen koşulların sağlanması durumunda, önerilen  $t_{C1,j}$  ve  $t_{C2,j}$  tahmin edicilerinin karşılaştırıldıkları tahmin edicilerden daha etkin oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Teorik olarak bulunan etkinlik karşılaştırmalarını desteklemek amacıyla uygulama kısmında iki farklı veri seti kullanılmıştır. Çizelge 3.7 – Çizelge 3.10 arasında elde edilen sonuçlara göre, önerilen  $t_{C1,j}, j=1,2,\dots,10$  ve

$t_{C2,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edicilerinin uygulamalı olarak da karşılaştırılan tahmin edicilere göre tüm  $z$  değerleri için daha düşük HKO ve daha yüksek GE değerleriyle daha etkin oldukları gösterilmiştir.

Önerilen ikinci tahmin edici, Durum 1 kapsamında  $t_{Ca1}^*$  ve Durum 2 kapsamında  $t_{Ca2}^{**}$  olarak adlandırılmış üstel fonksiyona sahip tahmin ediciler biçiminde önerilmiştir. Etkinlik karşılaştırması kısmında, Durum 1 kapsamında önerilen  $t_{Ca1}^*$  tahmin edicisi,  $t_{HH}, t_{Oransal}^*, t_{reg}^*$  ve  $t_{Üstel}^*$  tahmin edicileri ile; Durum 2 kapsamında önerilen  $t_{Ca2}^{**}$  tahmin edicisi ise  $t_{HH}, t_{Oransal}^{**}, t_{reg}^{**}$  ve  $t_{Üstel}^{**}$  tahmin edicileri ile karşılaştırılmıştır. Hem Durum 1 hem de Durum 2 için elde edilen koşulların sağlanması durumunda, önerilen  $t_{Ca1}^*$  ve  $t_{Ca2}^{**}$  tahmin edicilerinin karşılaştırıldıkları tahmin edicilerden daha etkin oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Teorik olarak bulunan etkinlik karşılaştırmalarını desteklemek amacıyla uygulama kısmında eğitim ile alakalı veri setinden yararlanılmıştır. Çizelge 3.12 ve Çizelge 3.13'te elde edilen sonuçlara göre, önerilen  $t_{Ca1}^*$  ve  $t_{Ca2}^{**}$  tahmin edicilerinin uygulamalı olarak da karşılaştırılan tahmin edicilere göre daha düşük HKO ve daha yüksek GE değerleriyle daha etkin oldukları gösterilmiştir.

Önerilen üçüncü tahmin edici ailesi, Durum 1 kapsamında  $t_{C3,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  ve Durum 2 kapsamında  $t_{C4,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  olarak adlandırılmış üstel fonksiyona sahip tahmin ediciler biçiminde önerilmiştir. Etkinlik karşılaştırması kısmında, Durum 1 kapsamında önerilen  $t_{C3,j}$  tahmin edicisi,  $t_{HH}, t_{Oransal}^*, t_{reg}^*$  ve  $t_{Üstel}^*$  tahmin edicileri ile; Durum 2 kapsamında önerilen  $t_{C4,j}$  tahmin edicisi ise  $t_{HH}, t_{Oransal}^{**}, t_{reg}^{**}$  ve  $t_{Üstel}^{**}$  tahmin edicileri ile karşılaştırılmıştır. Hem Durum 1 hem de Durum 2 için elde edilen koşulların sağlanması durumunda, önerilen  $t_{C3,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  ve  $t_{C4,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin edicilerinin karşılaştırıldıkları tahmin edicilerden daha etkin oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Teorik olarak bulunan etkinlik karşılaştırmaları depremle alakalı veri seti ile desteklenmiştir ve HKO ve GE değerleri hesaplanmıştır. Deprem ile ilgili veri setinden yararlanarak bulunan değerlere cevapsızlık durumları için sırasıyla Çizelge 3.17 ve Çizelge 3.18'de ulaşılmıştır. Sonuçlar değerlendirildiğinde en düşük HKO ve en yüksek GE değerlerinin önerilen  $t_{C3,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  ve  $t_{C4,j}, j = 1, 2, \dots, 10$  tahmin ediciler olduğu görülmektedir.

Simülasyon çalışmasında ise literatürde temel teşkil eden Hansen ve Hurwitz [10], oransal, regresyon ve üstel tahmin edicileri ile bu tez çalışması kapsamında önerilen 3 farklı tahmin edicinin birlikte karşılaştırması gerçekleştirilmiştir. Durum 1 ve Durum 2 kapsamında ayrı ayrı HKO ve GE değerleri bulunmuş ve bu sonuçlar GE değerlerini içeren Şekil 4.1 – Şekil 4.4 arasında görsel olarak desteklenmiştir. Elde edilen sonuçlara göre, en düşük HKO ve en yüksek GE değerlerine sahip olan tahmin edicilerin önerilen tahmin ediciler arasında olduğu görülmektedir.

Bu tez çalışmasının devamı olarak, BRÖ yönteminde önerilen üç farklı tahmin edici Tabakalı Rasgele Örneklemeye yöntemine uyarlanarak tabakalı örneklemeğe uygun olan araştırmalarda bu tahmin edicilerin etkinlikleri literatürde varolan tahmin edicilere göre incelenebilir.

## 6. KAYNAKLAR

- [1] H. Çıngı, Örneklem Kuramı, Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi Basımevi, Ankara, **2009**.
- [2] E.G. Koçyiğit, Bağ Bilgisi Olduğunda Sıralı Küme Örneklemesinde Yeni Tahmin Ediciler, Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, **2021**.
- [3] C. Ünal, Basit ve Tabakalı Rastgele Örneklemede Üstel Fonksiyonu Kullanan Kitle Ortalaması Tahmin Edicileri, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, **2017**.
- [4] E. Satıcı, Kayıp Gözlem Olması Durumunda Kitle Ortalaması Tahmini, Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, **2009**.
- [5] W.G. Cochran, The estimation of the yields of cereal experiments by sampling for the ratio of grain to total produce, The journal of Agricultural Science, 30 (**1940**) 262-275.
- [6] D. Robson, Applications of multivariate polykays to the theory of unbiased ratio-type estimation, Journal of the American Statistical Association, 52 (**1957**) 511-522.
- [7] W.G. Cochran, Sampling Techniques, John Wiley and Sons, New York, **1977**.
- [8] H. Oncel Cekim, C. Kadilar, Ln-type variance estimators in simple random sampling, Pakistan Journal of Statistics and Operation Research, 16 (**2020**) 689-696.
- [9] S. Bahl, R. Tuteja, Ratio and product type exponential estimators, Journal of Information and Optimization Sciences, 12 (**1991**) 159-164.
- [10] M.H. Hansen, W.N. Hurwitz, The problem of non-response in sample surveys, Journal of the American Statistical Association, 41 (**1946**) 517-529 DOI: 10.1080/01621459.1946.10501894

- [11] C.E. Särndal, S. Lundström, Estimation in Surveys with Nonresponse, John Wiley and Sons, New York, **2005**.
- [12] S. Singh, Advanced Sampling Theory With Applications: How Michael ‘Selected’ Amy (Volume 2), Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, **2003**.
- [13] P.S.R.S. Rao, Ratio estimation with sub sampling the non-respondents, Survey Methodology, 12 (**1986**) 217–230.
- [14] R. Singh, M. Kumar, M.K. Chaudhary, F. Smarandache, Estimation of mean in presence of non-response using exponential estimator, Multispace & Multistructure. Neutrosophic Transdisciplinarity (100 Collected Papers of Sciences), North-European Scientific Publishers, 4 (**2010**) 758-768.
- [15] O. Yunusa, S. Kumar, Ratio-cum-product estimator using exponential estimator in the presence of non-response, Journal of Advanced Computing, 3 (**2014**) 1-11.
- [16] S.K. Yadav, J. Subramani, S. Misra, L. Singh, S.S. Mishra, Improved estimation of population mean in presence of non-response using exponential estimator, International Journal of Agricultural and Statistical Sciences, 12 (**2016**) 271-276.
- [17] S.K. Pal, H.P. Singh, A class of ratio-cum-ratio-type exponential estimators for population mean with sub sampling the non-respondents, Jordan Journal of Mathematics and Statistics, 10 (**2017**) 73-94.
- [18] S.K. Pal, H.P. Singh, Finite population mean estimation through a two-parameter ratio estimator using auxiliary information in presence of non-response, Journal of Applied Mathematics, Statistics and Informatics, 12 (**2016**) 5-39.
- [19] S.K. Pal, H.P. Singh, Estimation of finite population mean using auxiliary information in presence of non-response, Communications in Statistics-Simulation and Computation, 47 (**2018**) 143-165.
- [20] G.N. Singh, M. Usman, Ratio-to-product exponential-type estimators under non-response, Jordan Journal of Mathematics and Statistics, 12 (**2019**) 593-616.

- [21] R.R. Sinha, V. Kumar, Regression cum exponential estimators for finite population mean under incomplete information, *Journal of Statistics and Management Systems*, 20 (2017) 355-368.
- [22] N. Dansawad, A class of exponential estimator to estimate the population mean in the presence of non-response, *Naresuan University Journal: Science and Technology (NUJST)*, 27 (2019) 20-26.
- [23] S. Kumar, S. Bhogal, Estimation of the population mean in presence of non-response, *Communications for Statistical Applications and Methods*, 18 (2011) 537-548.
- [24] S. Riaz, A. Nazeer, J. Abbasi, S. Qamar, On the generalized class of estimators for estimation of finite population mean in the presence of non-response problem, *Journal of Prime Research in Mathematics*, 16 (2020) 52-63.
- [25] S. Kumar, Improved exponential estimator for estimating the population mean in the presence of non-response, *Communications for Statistical Applications and Methods*, 20 (2013) 357-366.
- [26] R. Singh, P. Mishra, A. Auduudu, S. Khare, Exponential type estimator for estimating finite population mean, *International Journal of Computational and Theoretical Statistics*, 7 (2020) 37-41.
- [27] B.B. Khare, R.R. Sinha, On class of estimators for population mean using multi-auxiliary characters in the presence of non-response, *Statistics in Transition*. 10 (2009) 3-14.
- [28] B.B. Khare, S. Srivastava, Estimation of population mean using auxiliary character in presence of non-response, *National Academy Science Letters*, 16 (1993) 111-117.
- [29] E. Satici, C. Kadilar, Ratio estimator for the population mean at the current occasion in the presence of nonresponse in successive sampling, *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, 40 (2011) 115–124.

- [30] L.K. Grover, P. Kaur, A generalized class of ratio type exponential estimators of population mean under linear transformation of auxiliary variable, *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 43 (2014) 1552-1574.
- [31] TÜBİTAK 1001 – Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Projelerini Destekleme Programı, “Yapay Zeka ve Olasılıksal Model Tabanlı Deprem Tehlike Haritası”, Proje Numarası: 121F208 (2021).
- [32] V. Sharma, S. Kumar, Estimation of population mean using transformed auxiliary variable and non-response, *Investigación Operacional*, 41 (2020) 438-445.
- [33] T. Rachokarn, N. Lawson, An efficient general family of estimators for population mean in the presence of non-response, *Journal of Mathematical and Fundamental Sciences*, 49 (2017) 283-293.
- [34] S. Krishna, S. Suman, G.N. Singh, Assessment of non-response on estimation procedure in sampling survey, *International Journal of Mathematics and Computation*, 29 (2018) 25-36.