

**TEK KULLANICILI ÇOK GİRDİ ÇOK ÇIKTI AKILLI
YANSITICI YÜZEY SİSTEMİ İÇİN KANAL KESTİRİMİ**

**CHANNEL ESTIMATION FOR SINGLE USER MULTIPLE
INPUT MULTIPLE OUTPUT INTELLIGENT REFLECTING
SURFACE SYSTEM**

BİLGE BAYAZİT

PROF. DR. EMRE AKTAŞ

Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı için Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ

olarak hazırlanmıştır.

Ekim 2022

ÖZET

TEK KULLANICILI ÇOK GİRDİ ÇOK ÇIKTI AKILLI YANSITICI YÜZEY SİSTEMİ İÇİN KANAL KESTİRİMİ

Bilge Bayazıt

Yüksek Lisans, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

Danışman: Prof. Dr. Emre AKTAŞ

Ekim 2022, 83 sayfa

Beşinci nesil haberleşmenin getirdiği yeni ve ileri teknolojilerle beraber haberleşme cihazlarının sayısında ve mobil bağlantılarda kayda değer bir artış yaşanmaktadır. Haberleşme alanındaki bu artış sebebiyle oluşan yüksek karmaşıklığın, enerji kullanımının ve donanım maliyetlerinin azaltılması amacıyla araştırmalar şimdiden beşinci nesil teknolojilerin ötesine odaklanmaktadır.

Son zamanlarda akıllı yansıtıcı yüzey veya yeniden konfigüre edilebilir akıllı yüzey olarak adlandırılan teknoloji, araştırma konusu haline gelen teknolojilerden bir tanesidir. Akıllı yansıtıcı yüzeyler, düzlemsel bir yüzey üstüne çok sayıda pasif yansıtıcı eleman yerleştirilerek elde edilmektedir. Her bir eleman birbirinden bağımsız olarak yansıyan sinyalin genliğini ve fazını kontrol edebilmektedir. Bu teknoloji ile akıllı yansıtıcı yüzey üstündeki pasif elemanlar kullanılarak kablosuz yayılım ortamının yeniden oluşturulması amaçlanmaktadır. Akıllı yansıtıcı yüzeylerin kullanım amaçları arasında verici ve alıcı ekipman arasında açık görüş hattının bloke olduğu, alıcıya giden sinyalin çok zayıf olduğu, kanal koşullarının iletişime elverişli olmadığı durumlarda kullanılması veya ortak kanal girişiminin azaltılması düşünülmektedir.

Bu çalışmada, hem vericide hem de alıcı ekipmanında çok sayıda anten içeren akıllı

yansıtıcı yüzey destekli sistemlerin kanalları ele alınmıştır. Bu haberleşme kanalları her bir anten ve yansıtıcı birimi arasındaki kanal parametreleri ile modellenmektedir. Bu kanal parametrelerinin bilinmesi sistemin hüzme oluşturucu ve akıllı yansıtıcı yüzeye ait yansıtıcı parametrelerinin belirlenmesi için gereklidir. Bu tez çalışmasında böyle bir sistemde kanal parametrelerinin kestirilmesi problemi incelenmiştir. Literatürde bulunan üç farklı kanal kestirim yöntemi ele alınmıştır ve bunlar incelenerek karşılaştırmaları yapılmıştır. Ele alınan yöntemler en küçük kareler Khatri-Rao faktörizasyonu, çift doğrusal değişen en küçük kareler ve manifold üstünden eşlenik gradyan optimizasyonu olarak isimlendirilmiştir.

Keywords: IRS, MIMO, Kanal Kestirimi

ABSTRACT

CHANNEL ESTIMATION FOR SINGLE USER MULTIPLE INPUT MULTIPLE OUTPUT INTELLIGENT REFLECTING SURFACE SYSTEM

Bilge Bayazit

Master, Electrical and Electronics Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Emre AKTAŞ

Ekim 2022, 83 pages

There is a remarkable increase in the number of communication devices and mobile connections incident to the new and advanced technologies brought by the fifth-generation of communication. In order to reduce the high complexity, energy consumption, and hardware costs caused by this huge increase in the communication area, researches are already focusing on fifth-generation technologies.

Recently, the technology called intelligent reflecting surface or reconfigurable intelligent surface is one of the technologies that has become the subject of research. Intelligent reflecting surfaces are obtained by placing a large number of passive reflective elements on a planar surface. Each element can independently control the amplitude and phase of the reflected signal. With this technology, it is aimed to recreate the wireless propagation environment by using passive elements on the smart reflective surface. Among the uses of smart reflective surfaces, it is considered to be used in situations where the clear line of sight between the transmitting and receiving equipment is blocked, the signal to the receiver is very weak, the channel conditions are not conducive to communication, or to reduce co-channel interference.

In this study, channels of smart reflective surface supported systems, in which there are many antennas in both transmitter and receiver equipment, are discussed. These communication channels are modeled with channel parameters between each antenna and reflector unit. Knowing these channel parameters is necessary to determine the beamforming and intelligent reflecting surfaces reflector parameters of the system. In this thesis, the problem of estimating the channel parameters in such a system is investigated. Three different channel estimation methods in the literature have been discussed and these have been examined and compared. The methods discussed are named as least squares Khatri-Rao factorization, bilinear alternating least squares and conjugate gradient on manifold optimization .

Keywords: IRS, MIMO, Channel Estimation

TEŞEKKÜR

Sayın tez danıőmanım Prof. Dr. Emre Aktaş'a tez alıőmam boyunca bilgi birikimiyle yol gosterdiği için ok teşekkür ederim.

Sevgili ablam Sueda Bayazit Yılmaz'a, sevgili annem Sema Bayazit'e ve sevgili babam Ahmet Bayazit'e hep yanımda oldukları ve olacakları için çok teşekkür ederim.

Ve son olarak tezimi yazdığım süreçte beni hiç yalnız bırakmayan ve yardımlarıyla bana hep destek olan Berkcan Gülően'e, sunduğu katkılar ve yaptığı her őey için sonsuz teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	i
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	v
İÇİNDEKİLER	vi
ÇİZELGELER	vii
ŞEKİLLER	viii
KISALTMALAR	x
1. GİRİŞ	1
1.1. Beşinci Nesil Teknolojiler ve Akıllı Yansıtıcı Yüzeyle Hakkında Genel Bilgiler	2
1.2. Literatürde Akıllı Yansıtıcı Yüzey Kanal Kestirimi	13
1.3. Tezin Kapsamı ve Organizasyon	18
2. SİSTEM MODELİ	20
2.1. Milimetre Dalga Kanal Modeli	20
2.2. Sistem Modelini Oluşturan Bileşenler	32
2.3. Ardışık Kanalın Modellenmesi	35
2.4. Sistem Modelinin Oluşturulması	43
3. KANAL KESTİRİM ALGORİTMALARI	46
3.1. Paralel Faktörizasyon Temelli Kanal Kestirimi	49
3.1.1. En Küçük Kareler Khatri-Rao Faktörizasyonu	51
3.1.2. Çift Doğrusal Değişen En Küçük Kareler	54
3.2. Manifold Optimizasyonu Temelli Kanal Kestirimi	57
3.2.1. Manifold Üstünden Eşlenik Gradyan Optimizasyonu	57
4. NÜMERİK SONUÇLAR	73
5. SONUÇLAR	82
EKLER	84
EK 1	84
EK 2	90

ÇİZELGELER

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 3.1 En Küçük Kareler Khatri-Rao Faktörizasyonu Algoritması	55
Çizelge 3.2 Çift Doğrusal Değişen En Küçük Kareler Algoritması	56
Çizelge 3.3 \hat{H}_a Kanalının Kestirimi için Manifold Üstünden Eşlenik Gradyan Optimizasyonu Algoritması	68
Çizelge 3.4 \hat{H}_b Kanal Kestirimi için Manifold Üstünden Eşlenik Gradyan Optimizasyonu Algoritması	71
Çizelge 3.5 Ardışık Kanal İçin Manifold Üstünden Eşlenik Gradyan Optimizasyonu Algoritması	72
Çizelge 4.1 Şekil 4.1'deki Simülasyonlarda Kullanılan Parametreler	75
Çizelge 4.2 Şekil 4.3'deki Simülasyonlarda Kullanılan Parametreler	77
Çizelge 4.3 N_r , N_t ve N_I Parametrelerine Bağlı Saniyede Kayan Virgüllü İşlemler Sayısı	78
Çizelge 4.4 Şekil 4.4'deki Simülasyonlarda Kullanılan Parametreler	80
Çizelge 4.5 Şekil 4.5'deki Simülasyonlarda Kullanılan Parametreler	81

ŞEKİLLER

	<u>Sayfa</u>
Şekil 1.1 Yıllara Göre Mobil İnternet Kullanım Oranı	3
Şekil 1.2 Heterojen Ağlar	4
Şekil 1.3 Masif MIMO Yapıları	6
Şekil 1.4 IRS Destekli MIMO Haberleşme Sistemi.....	8
Şekil 1.5 IRS Donanım Mimarisi	9
Şekil 1.6 Kablosuz Ağlarda Kapsama Alanını Genişletmek İçin Önerilen IRS Yerleşim Örnekleri [1]	10
Şekil 1.7 IRS Destekli Ağların Uygulama Alanları	12
Şekil 2.1 Sistem Modeli ve İçerdiği Bileşenler	21
Şekil 2.2 Tek Verici ve Çok Alıcı Antenden Oluşan Sistem	22
Şekil 2.3 Çok Verici ve Tek Alıcı Antenden Oluşan Sistem	23
Şekil 2.4 Çok Alıcı ve Çok Verici Antenden Oluşan Milimetre Dalga Sistemi	24
Şekil 2.5 Düzgün Düzlemsel Dizin Yapısı	28
Şekil 2.6 Düzgün Düzlemsel Dizin Yapısında Dalganın Geliş Yönündeki Birim Vektörün Paralel ve Dikey Bileşenleri	29
Şekil 2.7 Düzgün Düzlemsel Dizin Yapılı Alıcıda Faz Farkını Yaratan Dikey ve Yatay Uzunluklar	30
Şekil 2.8 Kanal Kestirim Çerçeve Yapısı	33
Şekil 2.9 Baz İstasyonundan İletilen Semboller.....	34
Şekil 2.10 Tek Elemanlı Verici-IRS-Alıcı Kanalı	35
Şekil 2.11 Tek Elemanlı Verici-Çok Elemanlı IRS-Tek Elemanlı Alıcı Kanalı	36
Şekil 2.12 Çok Elemanlı Verici-Çok Elemanlı IRS-Tek Antenli Alıcı Kanalı	38
Şekil 2.13 Tek IRS Elemanı Üstünden Yansıyan Sinyal	38
Şekil 2.14 Çok Elemanlı Alıcı-IRS-Verici Kanalı	40
Şekil 2.15 TDD Çerçevesine Uygun Gürültü Bileşenleri	45
Şekil 3.1 Üçlü Tensörün Matrisleştirilmesi.....	48

Şekil 3.2	\mathcal{R} Tensörünün Oluşturulması	50
Şekil 3.3	$\hat{\mathbf{H}}_a$ Kanal Kestirimi İçin i Numaralı İterasyon.....	65
Şekil 4.1	Algoritmaların SNR'a Göre Değişen NMSE Performansları	75
Şekil 4.2	Sabit Yayılım Yolu Sayısı Altında Monte Carlo Koşumlarına Ait İterasyon Sayıları.....	76
Şekil 4.3	Algoritmaların Yayılım Yolu Sayısına Göre Değişen NMSE Performansları.....	77
Şekil 4.4	Yayılım Yolu Sayısı Bilinmemesi Durumunda NMSE Performansları ..	80
Şekil 4.5	Yayılım Yolu Sayısının Bilinmemesi Durumunda NMSE Performansları	81

KISALTMALAR

3GPP	Üçüncü Nesil Ortaklık Projesi (3^{rd} Generation Partnership Project)
5G	Beşinci Nesil (5^{th} Generation)
BALS	Çift Doğrusal Değişen En Küçük Kareler (Bilinear Alternating Least Squares)
CGMO	Manifold Üstünden Eşlenik Gradyan Optimizasyonu (Conjugate Gradient on Manifold Optimization)
CRAN	Merkezileştirilmiş Radyo Erişim Ağları (Centralized Radio Access Networks)
CSI	Kanal Durum Bilgisi (Channel State Information)
D2D	Araçtan Araca Haberleşme (Device to Device Communication)
GSA	Küresel Mobil Tedarikçiler Birliği (Global mobile Suppliers Association)
GSMA	GSM Birliği (GSM Association)
IoT	Nesnelerin İnterneti (Internet of Things)
IRS	Akıllı Yansıtıcı Yüzey (Intelligent Reflecting Surface)
LTE	Uzun Dönem Gelişim (Long Term Evolution)
LSKRF	En Küçük Kareler Khatri-Rao Faktörizasyonu (Least Squares Khatri-Rao Factorization)
M2M	Makineler Arası Haberleşme (Machine to Machine Communication)
MIMO	Çok Girdi Çok Çıktı (Multiple Input Multiple Output)
mmWave	Milimetre Dalga (Milimeter Wave)
RF	Radyo Frekansı (Radio Frequency)
RIS	Yeniden Konfigure Edilebilir Akıllı Yüzey (Reconfigurable Intelligent Surface)
SDR	Yazılım Tanımlı Radyo (Software Defined Radio)
SNR	İşaret Gürültü Oranı (Signal to Noise Ratio)
SWIPT	Eşzamanlı Kablosuz Bilgi ve Güç Aktarımı (Simultaneous Wireless Information and Power Transfer)
TDD	Zaman Birimi Dupleksleme (Time Division Duplex)
UDN	Ultra Yoğun Ağ (Ultra Dense Network)

1. GİRİŞ

Haberleşme teknolojilerinin mobilleşme serüvenine ses iletiminde hücre yapısına geçilmesiyle başlanmıştır. Bu yenilik, birinci nesil (first generation - 1G) haberleşme teknolojileri olarak anılmaktadır ve iletim altyapısı analogtur. Ancak 1G teknolojileri uluslararası uyumluluğa sahip değildir, bununla birlikte dijital veri aktarımı sağlayamaz. 1G teknolojilerinden beri yaklaşık her on yılda bir haberleşme teknolojileri yeni nesillerle anılmaktadır. 1G'yi takip eden ikinci nesil (second generation - 2G) teknolojilere geçilmesiyle haberleşme alanında uluslararası uyumluluk sağlanması için standartlar oluşturulmaya başlanmıştır. Böylece, küresel bir mobil şebekeden bahsetmek mümkün hale gelmiştir. Bu mobil şebeke dijital veri iletimine olanak sağladığı gibi haberleşme teknolojilerinin dijitalleşmesinin de önünü açmıştır. Üçüncü nesil (third generation - 3G) teknolojilerle beraber veri aktarımı hızlanmıştır. 3G sayesinde ses ve veri iletimi dünyanın her yerinde sorunsuz bir şekilde sağlanmıştır ve veri aktarımı artık haberleşmenin en birincil amacı haline gelmiştir. Ancak 3G teknolojileri, veri iletiminde ihtiyaç duyulan hızları ve kapasiteyi sağlamakta yetersiz kalmıştır. Dördüncü nesil (fourth generation - 4G) haberleşme, diğer ismiyle Uzun Süreli Gelişim (Long Term Evolution - LTE), ile birlikte 3G'nin yetersiz kaldığı alanlarda mobil haberleşmenin kitlelere yayılmasına ve hızla gelişmesine imkan tanımıştır.

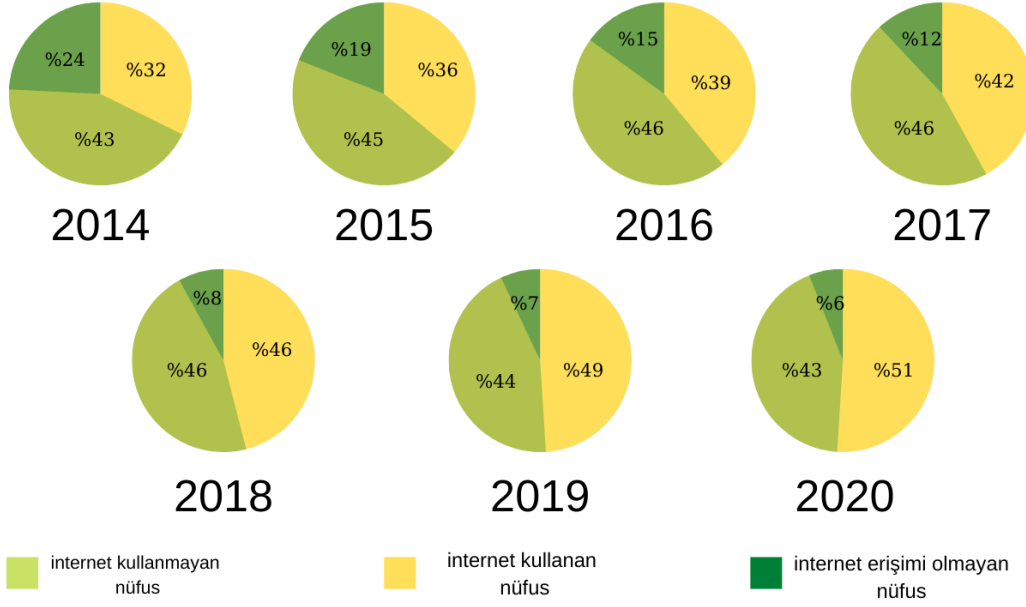
Haberleşme teknolojilerinin hızla gelişmesinin sonucu olarak artan veri hızı talebi ve bağlantı sayısı sebebiyle araştırmalar beşinci nesil (fifth generation - 5G) ve ötesindeki teknolojilere odaklanmaktadır. 5G, haberleşmede yüksek hız, düşük gecikme, yüksek kapasite, enerji verimliliği ve yüksek coğrafi kapsama/erişim vaadleri sunmaktadır. Beşinci nesil teknolojilerle beraber 4G'nin karşılayamadığı ihtiyaçlara cevap verilmesi amaçlanmaktadır. 5G ötesindeki yeni nesil teknolojilerin neler olabileceği bilinmemekle birlikte tüm dünyada oluşan talepler, temel kablosuz haberleşme teorisinin güncellenmesi, verimli spektrum yönetimi, yenilikçi ve yapay zeka temelli sistem tasarımı gibi başlıklar altında toplanmaktadır. Bu başlıkların bir kısmı 5G ile ortaktır [2].

Akıllı yansıtıcı yüzey (Intelligent reflecting surface - IRS) veya yeniden konfigure edilebilir akıllı yüzey (Reconfigurable intelligent surface - RIS) olarak anılan teknoloji, 5G ötesi için öngörülen teknolojilerden bir tanesi haline gelmiştir. IRS, pasif yansıtıcı elemanlardan oluşmaktadır. Pasif yansıtıcı elemanların yansıtma faz kaymaları ve genlikleri bir kontrolcü ile kontrol edilmektedir. IRS üzerine düşen elektromanyetik dalgayı kontrolcü ve pasif elemanlar sayesinde istenilen yöne doğru yansıtmaktır. Yansıyan sinyalin faz kaymasını/genliğini değiştirebilen pasif yansıtıcı elemanlar kullanılarak detaylı bir üç boyutlu yansıyan hüzmeye şekillendirme yapılması ve kablosuz yayılım ortamının yeniden oluşturulması amaçlanmaktadır. IRS yardımcı haberleşme ağlarının farklı avantajları bulunmaktadır. Maliyetinin az olması, kapsam alanını artırması, kullanım amacına uygun bir şekilde üretilebilmesi bu avantajlara örnek olarak verilebilir. Bunların yanında IRS teknolojisinin 5G ile birlikte sıklıkla gündeme gelen masif çok girdi çok çıktı (massive multiple input multiple output - massive MIMO) ve milimetre dalga (milimeter wave - mmWave) gibi teknolojilere uyumluluğu yüksektir. IRS'in haberleşme sinyallerinin fazını veya genliğini değiştirip istenilen yönde yansıtarak haberleşme ağlarının kapsamını artırması, fiziksel ağ güvenliğini geliştirmesi veya ölü bölgedeki kullanıcıya iletim gerçekleştirmesi hedeflenmektedir.

1.1. Beşinci Nesil Teknolojiler ve Akıllı Yansıtıcı Yüzeyler Hakkında Genel Bilgiler

GSM Birliği'nin (GSM Association - GSMA), 2021 yılının sonunda yayınladığı raporunda [3], 2014-2020 yılları arasında mobil internet erişimine sahip kullanıcı sayısının 2.35 milyardan 4 milyara yükseldiği gösterilmiştir. 2014 yılında toplam dünya nüfusunun %32'sinin sahip olduğu mobil internet erişim oranı, 2020 yılına kadar artan bir grafik çizerek %51'e ulaşmıştır. Tüm dünyada mobil internet altyapısı olmayan alanların/bölgelerin sayısı azalmış ve 2014 yılında internet erişimi olmayan kişi sayısının yaklaşık olarak 1.8 milyardan 450 milyona düştüğü gözlemlenmiştir. Bu durum, mobil internet kullanımı olmayan nüfus tüm dünya nüfusunun sadece %6'sını oluşturduğu anlamına gelmektedir. Burada bahsedilen değerler Şekil 1.1'de yer alan dairesel grafiklerde yüzdeler oran olarak gösterilmiştir. Yıllara

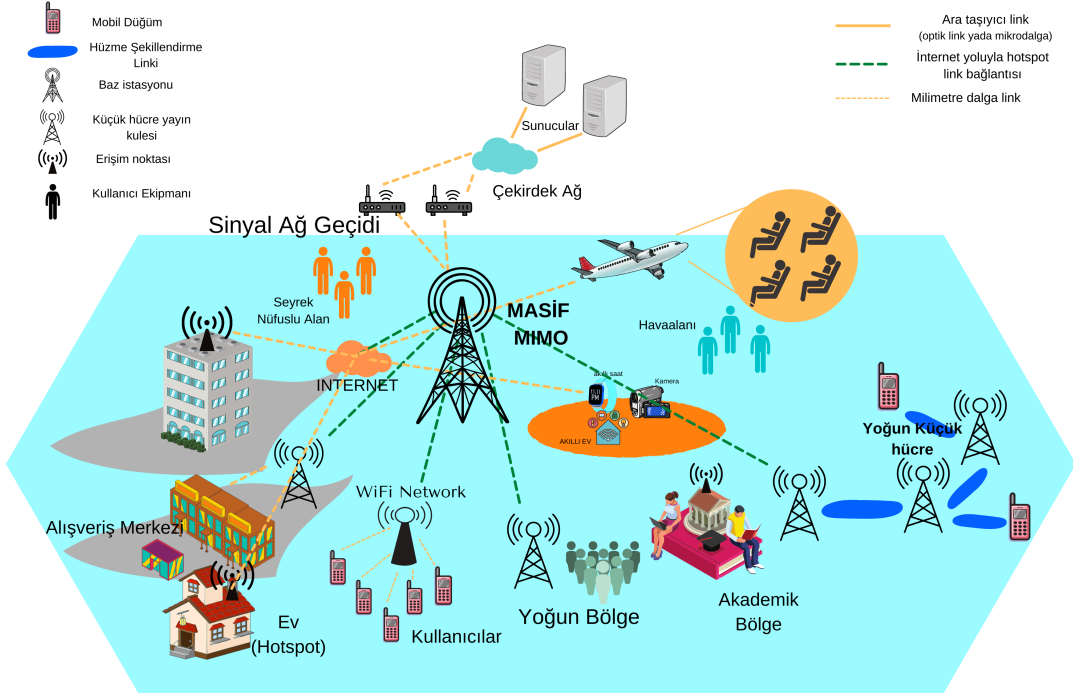
göre mobil internet kullanan nüfus oranı sarı, mobil internet erişimine sahip kapsama alanı içinde kaldığı halde kullanmayan nüfusun oranı açık yeşil, mobil internet kapsama alanına sahip olmayan nüfusun oranı ise koyu yeşil renk ile gösterilmiştir.



Şekil 1.1 Yıllara Göre Mobil İnternet Kullanım Oranı

Mobil bağlantı ve kullanıcı sayılarındaki artış, haberleşme ağlarının yoğunlaşmasına sebep olmuş, yeni nesil teknolojiler için tüm dünyada altyapı çalışmalarının hızlanması talebini oluşturmuş ve bir çok ülkede tamamlanmasıyla sonuçlanmıştır. Masif MIMO anten sistemleri, 6 GHz altı (sub-6GHz) frekanslardan milimetre dalga frekanslarına geçilmesi, merkezileştirilmiş-RAN (Centralized Remote Access Network - CRAN), haberleşme alanına dahil olan bulut teknolojileri gibi yenilikler 5G haberleşmeyle birlikte hayatımıza giren teknolojilere örnek olarak verilebilir. Bu teknolojilerin ilerletilmesi için yapılan araştırma-geliştirme çalışmaları bugün hala devam etmektedir.

1G'den günümüze kadar gelişen haberleşme sistemleri veri iletimine olanak sağlamaktadır. Veri iletiminin ve dijitalleşmeyle beraber akıllı cihazlar, makineler arası haberleşme



Şekil 1.2 Heterojen Ağlar

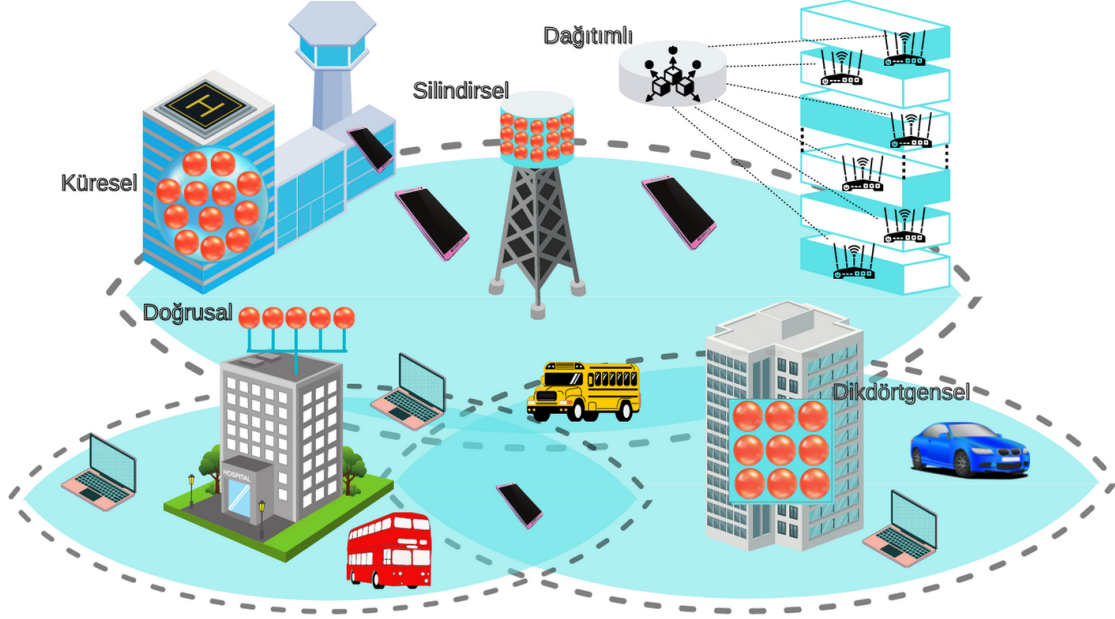
(machine to machine - M2M), yazılım tanımlı radyo (software defined radio - SDR), nesnelerin interneti (internet of things - IoT) ve ultra yoğun ağ (ultra dense network - UDN) gibi yeni teknolojiler hayatımıza dahil olmuştur. Bu teknolojilerin geliştirilmesiyle ve frekans spektrumunun kullanılmayan alanlarının kullanılabilmesi için sürdürülen çalışmalarla beraber daha akıllı haberleşme cihazlarının sayısında ve bu cihazlar arasında kurulan bağlantılarda kayda değer bir artış yaşanmaktadır. 5G ile beraber bahsi geçen teknolojilerin bir arada bulunduğu heterojen ağlar oluşturulmaktadır. Şekil 1.2’de, gelişen teknoloji ile beraber hayatımıza dahil olan yeniliklerin ve artan haberleşme bağlantılarının heterojen ağları oluşturduğu gösterilmiştir. Öngörülere göre 2023 yılının sonuna kadar internet kullanıcı sayısındaki artışın devam etmesi, internet bağlantısı olan cihazların sayısının toplam dünya nüfusunun 3 katı kadar olması ve kişi başına 3.6 cihaz düşmesi beklenmektedir [4].

Kablosuz haberleşme sistemlerindeki en büyük zorluklardan biri, frekans spektrumundaki

doluluğa rağmen haberleşme bağlantısı bulunan cihazlardaki yoğunluğun artmaya devam etmesidir. Küresel Mobil Tedarikçiler Birliği'nin (Global Mobile Suppliers Association - GSA) Mart 2022 üye raporunda [5] yayınlandığına göre, beşinci nesil teknolojilere yatırım yapan 427 operatör bulunmaktadır. Aynı makalede yer alan verilere göre, 83 ülkede/bölgede Üçüncü Nesil Mobil İletişim Ortaklık Projesi (The 3rd Generation Partnership Project - 3GPP) uyumlu 5G hizmet başlatan 209 operatör ve tüm dünyada bağımsız 5G'ye yatırım yapan 119 operatör bulunmaktadır. Beşinci nesil haberleşme altyapı çalışmaları devam ederken, standartların masif MIMO ve milimetre dalga haberleşmesi gibi konuların etrafında şekillendiği görülmektedir.

Masif MIMO, çok yüksek anten sayısına sahip alıcı ve verici ekipmanlardan yararlanmaktadır. Bu sayede daha güvenilir ve daha düşük gecikmeye sahip iletim ortamları yaratmaktadır. Masif MIMO sayesinde haberleşme kapasitesinin kullanılan anten sayısı ile doğru orantılı olarak artması mümkün olabilmektedir, buna çoğullama kazancı denir. MIMO, çoğullama kazancı sayesinde daha yüksek veri hızına olanak verir. MIMO sistemleri anten sayısını arttırdığı için yukarı yönlü (uplink) bağlantıda anten kazancını artırır. Anten kazancı arttıkça yukarı yönlü bağlantılarda sinyal gürültü oranı (Signal to Noise Ratio - SNR) artar. MIMO sistemleri, sinyalin farklı cihazlara iletilmek amacıyla çoklanmasını veya istenen bir yöne doğru odaklanarak iç/dış girişimleri engellemeyi sağlamaktadır. Yönlülüğü kontrol ederek elde edilen bu kazançlar hüzmeye oluşturma (beam forming) ile sağlanmaktadır. Hüzmeye oluşturma hem aşağı yönlü bağlantıda hem de yukarı yönlü bağlantıda kullanılır. Böylece SNR yükseltilir ve farklı kullanıcıların sinyalleri arasındaki girişim azaltılır. Hüzmeye oluşturma alıcı veya verici gücünün istenilen yöne yoğunlaşmasını sağlar. Masif MIMO ile birden çok sayıda hüzmeye oluşturma mümkündür. Anten sayısı arttıkça hüzmeye oluşturma keskinliği artırılmakta ve bu sayede çoklu yol etkisi azaltılarak sönmeme etkisi azaltılmaktadır [6]. Çeşitli MIMO anten yapıları Şekil 1.3'te verilmiştir.

Mikrodalga spektrumunda, haberleşme alanındaki ihtiyaçları karşılayabilecek yeterli frekans kalmadığı için milimetre dalga spektrumuna geçiş için çalışmalar yapılmaktadır. Milimetre dalga spektrumunda iletişime izin veren ancak lisanslandırılmamış veya lisanslandırma süreci tamamlanamamış frekanslar üstündeki çalışmalar devam etmektedir.



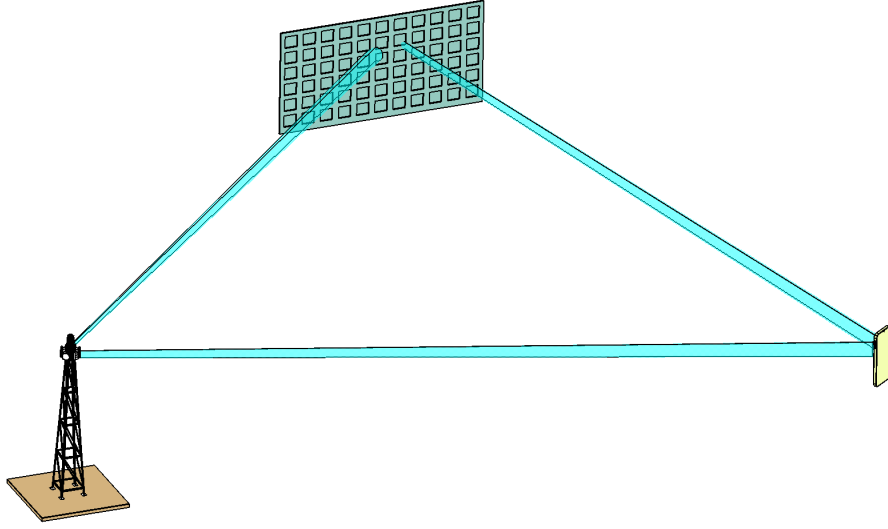
Şekil 1.3 Masif MIMO Yapıları

Türkiye’de kullanımda olan Uzun Süreli Gelişim frekans bantlarının (800-900 MHz, 1.8-2.1-2.6 GHz frekanslarında yer alan Frekans Bölmeli Dupleksleme ve Zaman Bölmeli Dupleksleme Bantları) bağımsız olmayan (non-standalone) 5G için uyumlu hale getirilmesi planlanmaktadır, buna ek olarak 3.5 GHz ve milimetre dalga frekanslarında (15, 28 ve 70 GHz) denemeler yapılmıştır. 3.5 GHz bandının masif MIMO ile uyumlu olarak Zaman Bölmeli Dupleksleme (Time Division Duplex - TDD) teknolojisinin verimliliğini arttırabildiği değerlendirilmiştir. Bununla beraber milimetre dalga frekanslarının farklı sektörlerin ihtiyaçlarını karşılayabileceği gözlemlenmiştir [7]. Milimetre dalgalarındaki yüksek frekans nedeniyle oluşan en büyük dezavantaj, bir engelle karşılaştığında bu engel tarafından yüksek olasılıkla bloke edilmesidir. Blokaj hassasiyetinin aşılabilmesi amacıyla, küçük hücreler, daha yüksek yoğunluktaki ağlar ve farklı kablosuz röle teknikleri üstüne incelemeler yapılmaktadır [8]. IRS yardımcı ağların geliştirilen ve bu bölümde anlatılan tüm yeni nesil teknolojilerle yüksek uyumlu olması planlanmaktadır.

IRS yardımcı ağların günümüzde kullanılmakta olan teknolojilerden bazı farklılıkları bulunmaktadır. Geleneksel kablosuz röle teknolojileri temel olarak alıcı ve verici arasında sinyal iletiminin zayıf olduğu veya mümkün olmadığı alanlarda veri iletiminin tamamlanması için kullanılır. Alıcı ile verici arasındaki uygun bir bölgeye konumlandırılan röle sistemi, sinyalin tekrarlanarak yeniden üretilmesi ve daha sonra tekrar iletilmesi prensibine dayanmaktadır. Ancak ağların yoğunlaşmasıyla geleneksel röle sistemlerinin haberleşme ağlarında konumlandırılması ek donanım maliyetleri ve daha fazla enerji tüketimi anlamına gelmektedir. Ayrıca 6 GHz altındaki frekanslardan milimetre dalga frekanslarına çıkarken röle sistemlerinin MIMO olarak tasarlanması daha karmaşık sinyal işleme tekniklerini beraberinde getirmektedir. Bu sebeple hızla mobilleşen haberleşmenin ihtiyaçlarına cevap vermek amacıyla geleneksel röle sistemlerinin yerine 5G ötesi gereksinimleri karşılayabilecek, yenilikçi, spektral anlamda verimli ve maliyeti düşük teknolojiler araştırma konusu haline gelmiştir.

Araştırma konusu olan teknolojilerden biri akıllı yansıtıcı yüzey veya yeniden konfigüre edilebilir akıllı yüzey olarak adlandırılan teknolojidir. IRS, aktif elemanlar yerine pasif elemanlar kullanarak haberleşme kanalına destek sağladığından karmaşık girişim yönetimlerine ihtiyaç duymaz, böylece ağ içinde yoğun bir şekilde konumlandırılabilir. MIMO kazançlarını daha genişletecek şekilde IRS kullanılmasıyla kablosuz kanallardaki sönmelenme ve girişim gibi olumsuz etkilerin azaltılabilmesi hedeflenmektedir. Bunlara ek olarak IRS üstünde pasif elemanlar kullanıldığı için, IRS'nin kullanım amacına uygun şekillerde üretilebileceği, böylece kurulan haberleşme sistemlerinde donanım ve bakım maliyetlerinin azaltılabileceği öngörülmektedir [9]. Şekil 1.4'te bir MIMO baz istasyonu ve kullanıcı ekipmanının bulunduğu IRS destekli haberleşme sistemi gösterilmiştir. Baz istasyonu ile kullanıcı ekipmanı arasında yer alan IRS üstünden yansıtılan elektromanyetik dalganın iletimi bu şekilde gösterilmiştir.

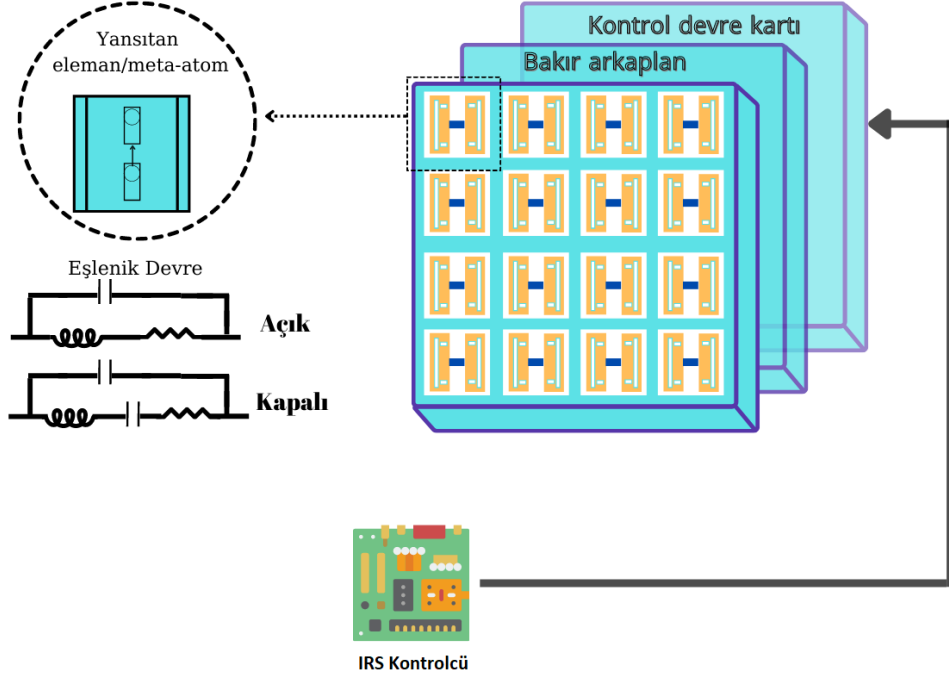
IRS'ler, verici ve alıcı ekipman arasında açık görüş hattının bloke olduğu, bir sebepten dolayı kullanılmadığı veya alıcıya giden sinyalin çok zayıf olduğu, kanal koşullarının iletişime elverişli olmadığı durumlarda kullanılmak amacıyla geliştirilmekte olan bir teknolojidir.



Şekil 1.4 IRS Destekli MIMO Haberleşme Sistemi

Yansıtıcı elemanlar veya meta yüzey olarak adlandırılan elemanların donanım mimarisi Şekil 1.5'te verildiği gibidir. IRS'ler iki boyutlu, düzlemsel, dijital olarak kontrol edilebilen ve aktif bir radyo frekans zinciri (radio frequency chain - RF chain) içermeyen pasif yapılardır. IRS destekli ağlarda yansıyan sinyalin genliğindeki veya fazındaki değişimlerin kontrolcü yardımıyla gerçek zamanlı olarak ayarlanması gerekmektedir. Bu donanım mimarisinin gerçekleştirilmesi için pin diyot (Positive Intrinsic Negative Diode), alan etkili transistör (Field Effect Transistor - FET) ve mikro-elektro mekanik sistemler (Micro Electro Mechanical Systems - MEMS) kullanılabilir [9].

Şekil 1.5'te gösterilen birinci katmanda, yansıtıcı yüzey (veya meta yüzey) elemanları bulunmaktadır. Yansıtıcı yüzey elemanları dielektrik materyal üstünde bulunmaktadır. Bu tabakanın arkasında yer alan ikinci katmanda ise sinyaldeki enerji kaçığını önlemek için kullanılan bakır arka yüzey bulunmaktadır. Son olarak, en içte yer alan üçüncü katmanda ise genlik ve faz farkının ayarlandığı kısım yer alır, burası kontrol devre kartı olarak adlandırılmaktadır. Kontrol devre kartı bir mikro kontrolcü ile yönetilir [10]. Tek başına yansıtıcı yüzey elemanına ait eşlenik devre Şekil 1.5'te görülmektedir. Bu devre 'Açık' veya



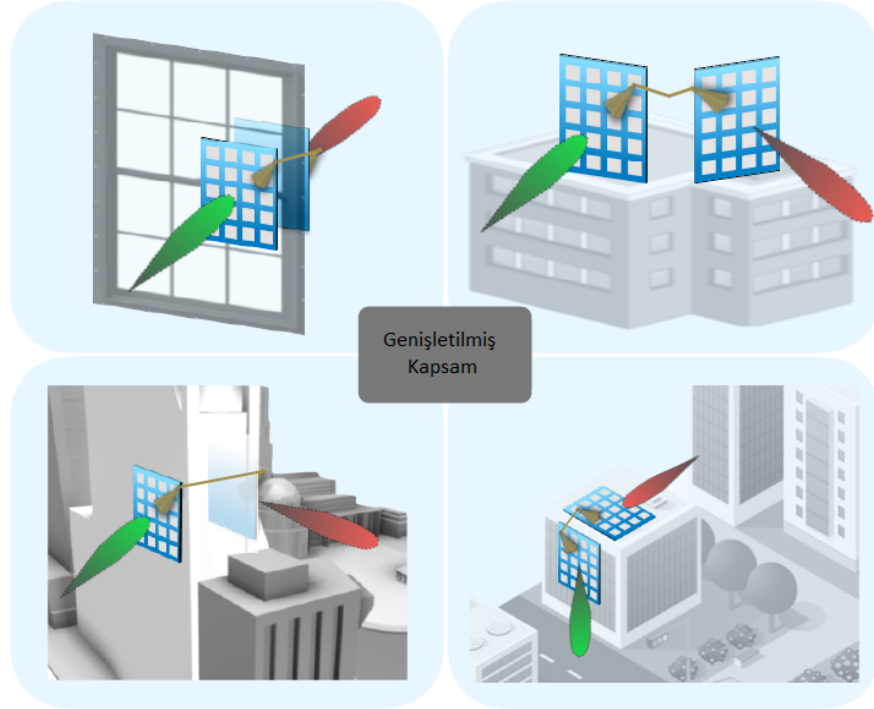
Şekil 1.5 IRS Donanım Mimarisi

‘Kapalı’ durumlarını karşılayacak şekilde iki farklı değer alabilir. Açık durumundan kapalı durumuna geçmesi veya tersinin gerçekleşmesi fazda π kadar kaymayı ifade etmektedir [11]. Böylece, IRS elemanlarındaki farklı faz kaymaları kontrolcü tarafından ayarlanan farklı ön gerilim (bias voltage) sayesinde elde edilebilir [12].

IRS ile geleneksel yöntemler karşılaştırıldığında, IRS yardımcı ağların bazı avantajlara sahip olduğu görülmektedir. Geleneksel röle sistemleri ile kıyaslandığında, IRS sadece gelen sinyalin fazını yansıtırken ek güce ve radyo frekansına ihtiyaç duymaz. Geleneksel röle ise sinyalin gücünü arttırmak ve yeniden oluşturmak için ek güce ve radyo frekans kaynağına ihtiyaç duyar. Bunun yanında, aktif röle genellikle yarı çift yönlü (half-duplex) modda çalışırken IRS ise tam çift yönlü (full-duplex) modda çalışır. IRS sinyal gücünü arttırmak için yükseltici devre kullanmadığından gürültü gücünü yükseltmez ve pasif elemanlar kullandığı için iç girişim yapmaz. Gelen sinyali modüle ederek okuyucuyla iletişim kuran radyo frekansı tanımlama (Radio Frequency Identification - RFID) gibi geleneksel geri saçılım iletişiminden (back-scattering communication) farklı olarak, IRS

sadece iletişimi kolaylaştırmak için kullanılır ve kendine ait bir bilgi göndermez. Son olarak aynı boyutlardaki masif MIMO röle ile kıyaslandığında, düşük maliyetlidir. [13]

IRS, düşük donanım maliyetleri, tam çift yönlü modda çalışması, iç girişiminin olmaması ve anten gürültüsünü arttırmaması gibi avantajları sayesinde yeni araştırmalar arasında ön plana çıkmaktadır. Bunun yanında IRS'in fiziksel özelliklerinin de çok önemli olduğu vurgulanmalıdır. Oldukça hafif ve ince, 2 boyutlu, kolay monte edilebilir, hızlı çıkartılıp yer değiştirebilir ve yeniden monte edilebilir olarak tasarlanması IRS'in tercih edilebilirliğini arttıracaktır.



Şekil 1.6 Kablosuz Ağlarda Kapsama Alanını Genişletmek İçin Önerilen IRS Yerleşim Örnekleri [1]

IRS'in kapsama alanını genişletmek için planlanan farklı yerleşim örneklerine göre, araştırmalar IRS için farklı uygulama alanlarının mümkün olduğunu ortaya koymaktadır. Bu uygulama alanları Şekil 1.7'deki gibi örneklendirilebilir.

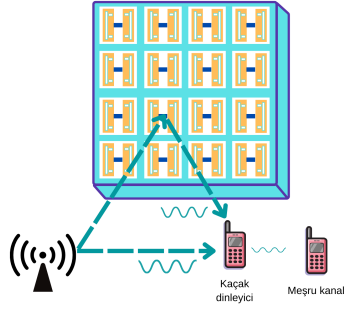
Fiziksel ağ güvenliği, kriptografi veya güvenli iletişim protokolleri gibi yöntemlerin yanısıra kablosuz iletişim kanalları yeniden şekillendirilerek sağlanabilir. Meşru dinleme kanallarının, kaçak dinleyicileri engellemek için kullandığı geleneksel yöntemlere frekans bozma veya yapay gürültü oluşturma örnek olarak verilebilir. Ancak eğer kaçak dinleme kanalı meşru kanaldan daha güçlüyse veya kanallar aynı yöndeysel, meşru alıcı bu yöntemlerle kaçak dinleyiciyi engelleyemez. Bu gibi durumlarda meşru kullanıcının yakınına IRS'ler yerleştirilerek ve IRS pasif hüzmeye biçimlendirmesini uygun şekilde tasarlayarak fiziksel katman güvenliği önemli ölçüde artırılabilir.

Eşzamanlı Kablosuz Bilgi ve Güç Aktarımı (Simultaneous Wireless Information and Power Transfer - SWIPT), nesnelerin interneti cihazlarının pil ömrünü uzatmak için önem arz eden teknolojilerden biridir. Ancak uzun mesafelerde güç kaybının üstesinden gelmek başlıca sorunlardan biridir. Bu sorunun üstesinden gelmek için nesnelerin interneti cihazlarına yakın bölgelerde IRS'ler konumlandırılabilir.

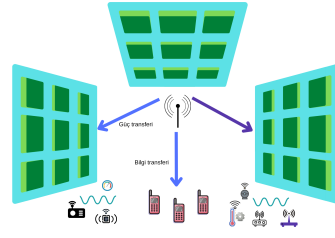
Karasal IRS kullanımına ek olarak, bir insansız hava aracı üstüne monte edilmiş IRS kullanımı [14]'de önerilmektedir. Daha yüksek irtifa sahibi olduğu için doğrudan görüş hattı bağlantısı daha kuvvetlidir. Ayrıca kapsama alanı insansız hava aracının hareketliliğinden faydalanarak daha da arttırılabilir [15]. Ölü bölgede bulunan kullanıcıya erişim sağlamak için uygun bir şekilde konumlandırılmış IRS üzerinden hüzmeye şekillendirme yapılarak kapsama alanı arttırılabilir.

Hem hizmet veren baz istasyonundan yüksek sinyal zayıflamasına hem de komşu bir baz istasyonundan ciddi ortak kanal girişimine (co-channel interference) maruz kalan bir hücre kenarındaki kullanıcı için hücre kenarına yalnızca istenen sinyali iyileştirmeye yarayan bir IRS yerleştirilebilir. Aynı zamanda, yansıtıcı hüzmeye biçimini uygun şekilde tasarlayarak paraziti de bastırır, böylece çevresinde bir "sinyal etkin noktası" ve "parazitsiz bölge" yaratır.

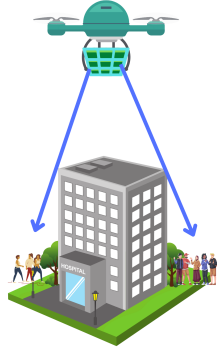
IRS araçtan araca (device to device - D2D) haberleşmesini mümkün kılmak için kanallar arası girişimi azaltarak düşük güçte D2D iletimini eş zamanlı destekleyen bir sinyal yansıtıcı merkez gibi davranacaktır [9]. Buna ait örnek Şekil 1.7'de verilmektedir.



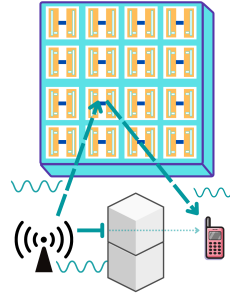
(a) Fiziksel Ağ Güvenliği



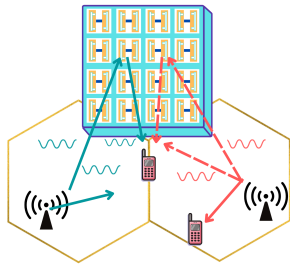
(b) Kablosuz Güç Transferi



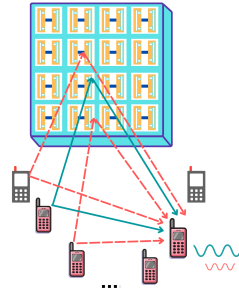
(c) Hava Araçlarına IRS Uygulanması



(d) Ölü Bölgedeki Kullanıcı



(e) Hücre Kenarındaki Kullanıcı



(f) Masif D2D Haberleşmesi

Şekil 1.7 IRS Destekli Ağların Uygulama Alanları

IRS, spektral verimlilik ve enerji verimliliği açısından oldukça avantajlıdır. Ancak, IRS destekli kablosuz sistemlerin tasarımında bir takım zorluklar ortaya çıkmaktadır. Bu zorluklardan biri kanalın verimliliğini arttıran IRS konumlarına karar verilmesi güçlüğüdür. IRS üstünden yansıtılan sinyale uygulanacak teknik ile girişimlerin azaltılması için gerekli olan sinyal işleme tekniğinin karmaşıklığı fazla olması aşılması gereken zorluklardan bir diğeridir. Son olarak IRS üstünde yer alan yansıtıcı yüzeylerin aktif elemanlar olmaması ve pasif elemanlar üzerinden kanal durum bilgisinin (channel state information - CSI) elde edilmesini güçleştirmesi diğer bir örnek olarak verilebilir. Kanal durum bilgisini elde etmek zor olduğu için IRS yardımcı ağlarda kanal kestiriminin yapılmasının zorlaşmaktadır.

1.2. Literatürde Akıllı Yansıtıcı Yüzey Kanal Kestirimi

Literatürde IRS, içerdiği bileşenlerine göre yarı pasif IRS veya tam pasif IRS olarak iki farklı şekilde sınıflandırılmaktadır. Bu sınıflandırmanın temelini, IRS üstünde mevcut iletim ortamını algılamaya yarayan aktif sensörler (örn. aktif RF zinciri) olup olmadığı oluşturur. IRS ile bağlantılı aktif bileşenler IRS üstünde yer alan yansıtıcı elemanlarla birlikte bulunuyorsa yarı pasif IRS olarak sınıflandırılırken, IRS üstünde yer alan bütün bileşenler pasif yansıtıcı elemanlardan oluşuyor ise bu durumda tam pasif IRS olarak sınıflandırılır.

Yarı pasif IRS'ler genellikle iki modda çalışırlar. Bu modlar kanal algılama modu ve yansıtma modu olarak adlandırılır. Kanal algılama modunda yansıtıcı elemanlar tamamen kapatılır ve aktif elemanlar vasıtasıyla kanal durum bilgisi kestirilip daha sonra bu bilgi tekrar verici/alıcı antene iletilir. Kanal durum bilgisi aktif elemanlarla sağlandıktan sonra pasif elemanlar için kanal kestirimi yapmak mümkündür. Yansıtma modunda kanal durum bilgisinin kestirimi yapıldıktan sonra IRS üstünden yansıma gerçekleştirilir.

Üstünde herhangi bir aktif eleman bulundurmeyen pasif IRS için daha düşük maliyetli olduğu ve pratiğe daha uygun olduğu söylenebilir. Bununla birlikte yarı pasif IRS sistemlerine oranla bir takım zorlukları mevcuttur. Aktif IRS'in aksine tüm elemanları pasif bileşenlerden oluştuğu için kanal durum bilgisinin elde edilmesi genellikle mümkün değildir. Bu sebeple tam pasif IRS için alternatif bir yaklaşım olarak verici-IRS-alıcı olarak sıralanan

kanallar üstünden kanal kestirim metodları uygulanmaktadır. Verici-IRS-alıcı sırasını takip eden kanala 'ardışık kanal' denmektedir.

Pasif IRS yardımcı yukarı yönlü bağlantı için kanal kestirimi yapılırken önce kullanıcıda oluşturulan kılavuz sembollerin IRS üstünden baz istasyonuna iletimi sağlanır. Bu iletim esnasında IRS'e ait faz çarpanları önceden belirlendiği şekliyle uygun matrisler ile ifade edilir. Baz istasyonu böylece verici-IRS-alıcı ardışık kanal kestirimini ve alıcı-verici arasındaki direkt kanalın kestirimini yapmış olacaktır. Aşağı yönlü bağlantılarda bahsedilen kanal kestirim uygulaması alıcı ile verici yer değiştirdiğinde hala uygulanabilir [15].

Literatürde IRS yardımcı ağlar için farklı sistemler kurgulanmıştır. Bunlara örnek olarak, tek veya çok antenli vericilere veya alıcılara, bir veya birden fazla sayıda IRS'e veya kullanıcı ekipmana sahip sistemler verilebilir. Bu sistemler alıcı/verici tarafında bulundurduğu anten ve kullanıcı ekipmanın sayısına göre tek girdi tek çıktı (single input single output - SISO), çok girdi tek çıktı (multiple input single output - MISO) veya çok girdi çok çıktı (multiple input multiple output - MIMO) olarak incelenebilir. Bunun dışında literatürde yer alan sistemlerde bir veya birden fazla IRS ve bir veya birden fazla kullanıcı bulunmaktadır.

Tam pasif IRS çalışmalarında farklı ardışık kanal kestirim yöntemleri uygulanmaktadır. Bu yöntemlere örnek olarak [16–35] numaralı referanslarda yer alan çalışmalar verilmiştir. Tek kullanıcıya sahip sistemlerde, erken dönemlerde yürütülen bazı çalışmalar SISO veya MISO sistemlerde IRS kanal kestirimi yapmışlardır. Tek kullanıcı SISO sistemlerde kanal kestirim örnekleri [30, 31] ve [34] numaralı referanslarda verilmektedir. [30] ve [31]'de IRS destekli dik frekans bölmeli çoğullama (Orthogonal Frequency Division Multiplexing - OFDM) sistemi üstünde çalışılmıştır. SISO sistemlerinin birden fazla IRS içeren kanallara uyarlandığı bir diğer yaklaşıma örnek olarak [35] verilebilir.

Tek kullanıcı haberleşme kanallarının örneklendirilebilecek diğer bir uygulama alanı ise MISO sistemlerinde tam pasif IRS için ardışık kanal kestirimidir [20, 25, 33]. [20]'de her bir IRS elemanı (veya grubu) aracılığıyla vericiden alıcıya giden tüm bağlantılar tahmin edilir. Kanal kestirim performansı IRS'in ayarına bağlı olduğundan, kanal tahmin şeması

tasarlanmaktadır. [25], çok antenli bir güç vericisinden tek antenli bir enerji depolayan kullanıcıya IRS destekli enerji transferi için yeni bir kanal kestirim protokolü önermektedir.

Kanal kestirimini sağlamak için karşımıza sıklıkla derin öğrenme çıkmaktadır. Tek kullanıcı MISO sistemi için kanal kestiriminde derin öğrenme algoritmasının uygulandığı bir çalışma olan [33]'te, evrimsel sinir ağı (convolutional neural network - CNN) mimarisi uygulanmaktadır.

SISO ve MISO sistemlerin tek kullanıcı uygulamaları olduğu gibi, çok kullanıcı çalışmaları da bulunmaktadır. [19] ve [29]'da SISO ve MISO sistemlerinin çok kullanıcı haberleşme ağlarındaki uygulamaları yer almaktadır. [19]'da, MISO sistemli ve çok kullanıcı tam pasif IRS destekli yukarı yönlü iletişim kanalına, mükemmel olmayan kanal durum bilgisi altında en küçük kareler kestirimi (least square estimation - LSE) uygulanmaktadır ve LSE algoritmasının sonuçları sunulmaktadır. Başka bir kanal kestirimi yaklaşımında, çok kullanıcı MISO sistemlere paralel faktörizasyon (paralel factorization - PARAFAC) ayrışımı uygulanmıştır [29]. Bahsedilen çalışmalarda, çok kullanıcı MISO sisteme sahip ağlarda bir tam pasif IRS bulunmaktadır. Bu sistemlerin birden fazla tam pasif IRS'e sahip olduğu çalışmalara örnek olarak, [27]'de verici ile IRS arasındaki kanallarda görüş görüş hattı (line of sight - LoS) bileşenlerinin baskın olduğu varsayımı altında Bayes teknikleri kullanılmıştır.

IRS teknolojisinin hayat bulmayı amaçladığı noktalardan biri MIMO sistemlerdir. Bu nedenle literatürde IRS destekli MIMO sistemler için kanal kestirim çalışmalarına rastlanmaktadır [16, 17, 21–24, 28].

[16] ve [17]'de tek kullanıcı noktadan noktaya MIMO sistemlerinde aşağı yönlü bağlantılarda kanal kestirim için yineleme optimizasyon algoritmaları uygulandığı görülmektedir. Bu çalışmalarda verilen kanalın aşağı yönlü bağlantı kurduğu görülmektedir. [16]'da önerilen eşlenik gradyan yöntemi (conjugate gradient method), manifold üstünden optimizasyon algoritması uygulamaktadır. Tek kullanıcı MIMO sistemlerde de PARAFAC ayrışım yönteminin uygulanabildiğine olarak [17] gösterilebilir.

Tüm IRS elemanlarının pasif olduğu MIMO sistemlerde hüzme şekillendirme yapılması amacıyla, [21]'de iki basamaklı bir kanal kestirim algoritması sunulmaktadır. Hüzme şekillendirme yapılması amaçlandığı için bu algoritma verici-IRS arasındaki kanal ile IRS-alıcı arasındaki kanalları ayrı ayrı kestirmektedir. Sunulan algoritmanın ilk aşamasında LoS kanalı geleneksel yöntemlerle kestirildikten sonra, ikinci aşamasında çift doğrusal uyarlanabilen vektör yaklaşık mesaj geçişi (Bilinear Adaptive Vector Approximate Message Passing - BAdVAMP) algoritması uygulanmaktadır.

Tek kullanıcı milimetre dalga frekanslarında çalışan IRS destekli MIMO sistemde kanal kestirimi için gerçekleştirilen başka bir çalışmada [22], önce açılal alan bilgisi (angular domain information - ADI) kestirilir, daha sonra yukarı yönlü bir bağlantı kurulur. İkinci aşamada ise uyarlanabilir ağ dizge eşleştirme takibi (adaptive grid matching pursuit - AGMP) algoritması uygulanmaktadır.

[24]'te önerilen algoritmaya göre, verici-IRS-alıcı arasındaki ardışık kanal önce geleneksel kanal kestirim yöntemleriyle bulunur. Daha sonra verici-IRS ve IRS-alıcı arasındaki kanalları kestirebilmek amacıyla özdeğer ayrıştırma yöntemi önerilmektedir.

Kestirim teorisine göre, kestiricilerin sahip oldukları varyansların bir alt sınırı bulunmaktadır. Bu alt sınıra Cramer-Rao alt sınırı denir. Yukarıda da bahsedildiği gibi literatürde kanal kestirimi için bir çok algoritma bulunmaktadır ancak bu algoritmaların Cramer-Rao alt sınırına ulaşabilir olup olmadığı konusunda bir kesinlik yoktur. [23]'te Cramer-Rao alt sınırının ulaşılabilir olduğu asimptotik olarak kanıtlanmaktadır.

Tek kullanıcı MIMO sistemlerinde kanal kestiriminin uygulanabilir olduğu görülmektedir. Literatürde IRS destekli MIMO sistemlerde tek kullanıcı çalışmaları bulunduğu gibi çok kullanıcı uygulamalar üstüne çalışmalar da yer almaktadır [18, 26]. Bunun yanında MIMO sistemlerde birden fazla IRS bulunan kanallar için kestirim çalışması [32]'de verilmektedir.

IRS destekli MIMO sistemlerde yukarı yönlü kanal kestirimi üstüne çalışmakta olan [18], ardışık kanal kestirimi için sıkıştırılmalı örnekleme (compressive sensing - CS) yöntemini önermektedir. Ayrıca çok kullanıcı MIMO sistemlerinde derin öğrenme yöntemleri

uygulanabilir. [26]'da ikiz evrişimli sinir ağı (twin convolutional neural network - twin CNN) mimarisi tasarlanmıştır ve ardışık kanal kestirimi için sonuçlar verilmektedir. Son olarak, [32]'de birden çok tam pasif IRS bulunduran tek kullanıcı MIMO sisteminde ardışık kanal için kestirim yöntemi önerilmektedir.

Yarı pasif IRS kullanan çalışmalardan bazıları [36–44] ve [45] numaralı referanslarda verilmiştir. Tam pasif IRS mimarisine sahip sistemlerde verici-IRS ile IRS-alıcı arasındaki ayrı kanalların kestirimi oldukça zorlu bir görevdir. Yarı pasif IRS kullanımı sayesinde verici-IRS ve IRS-alıcı kanallarına ait kanal durum bilgisi elde edilebilir. Elde edilen kanal durum bilgisi sayesinde ardışık kanal kestirimi yerine, verici-IRS ile IRS-alıcı kanalları ayrı ayrı kestirilebilmektedir. Bu nedenle [39]'de tam pasif IRS donanım mimarisine alternatif olarak yarı pasif IRS mimarisi sunulmaktadır. Yarı pasif IRS mimarisi sayesinde kanalların ayrı ayrı kestirilmesi mümkün olsa da pratikte uygulanabilirliği açısından tam pasif IRS'e oranla düşüktür.

Yarı pasif IRS çalışmalarından [40] ve [41]'de SISO sistemleri üstüne çalışılmıştır. [40]'de derin öğrenme yöntemlerinin SISO sistemlerine uygulandığı görülmektedir. Sıkıştırılmalı örnekleme ve derin öğrenme araçlarından yararlanarak kanal kestirim yöntemi önerilmektedir. Derin öğrenme algoritmalarını kullanan uygulamalarda karşımıza çıkan zorluklardan biri, kanal kestirimi veya hüzmeye eğitimi (beam training) yükü gerektirmeden IRS yansıma katsayılarının nasıl yapılandırılacağıdır. [41]'de en düşük eğitim yükü ile IRS yansıma katsayılarını kestiren yeni bir derin pekiştirmeli öğrenme (deep reinforcement learning) çerçevesi önerilmektedir.

Yarı pasif IRS destekli MISO sistemlerinde kanal kestirimi uygulamasına örnek olarak [37] sunulmaktadır. Bu makalede, verici-IRS kanalı dönel değişmezlik tekniği ile sinyal parametrelerinin tahmini (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique - ESPRIT) metodu uygulanarak kestirilmiştir. IRS-alıcı kanalı ise toplam en küçük kareler (Total Least Square - TLS), ESPRIT ve çoklu sinyal sınıflandırma (Multiple Signal Classification - MUSIC) metodlarının birleşimi ile kestirilmiştir.

MIMO sistemlerde IRS kullanması amacına yönelik çalışmalar yarı pasif IRS mimari için de yürütülmektedir [36, 38, 42–45]. Verilen örneklerden [36]’da IRS destekli iletişimin vaat edilen kazanımları, kanal durumu bilgilerinin doğruluğuna bağlı olduğu vurgulanmaktadır bu sebeple yarı pasif IRS kullanımı tercih edilmektedir. MIMO sistemlerde yarı pasif IRS üstünden yansıtılan sinyallerin PARAFAC tensör modellemesine dayanan bir kanal kestirim algoritması önermektedir.

[38]’de önerilen algoritmaya göre, çarpanların alternatif yön yöntemi (Alternating Direction Method of Multipliers - ADMM) tabanlı nicelenmiş matris tamamlama yaklaşımı ile beklenti maksimizasyonu genelleştirilmiş yaklaşık mesaj geçişi (expectation maximization generalized approximate message passing - EM-GAMP) algoritması bir arada kullanılarak bir kanal kestirim algoritması önerilmektedir.

MIMO sistemlerde pasif IRS destekli ağlar için [42]’de sıkıştırılmalı örnekleme tabanlı bir kanal kestirim algoritması önerilmiştir. Tüm bunların yanında literatürde derin öğrenme algoritmalarını kullanarak tek kullanıcılı ağlarda verici-IRS-alıcı ardışık kanalı için kestirim uygulamaları bulunmaktadır. Örneğin [43]’te verildiği gibi, Bayes öğrenmesi (Bayesian learning) makine öğrenmesi yaklaşımıyla kanal kestirimi gerçekleştirilmektedir. MIMO sistemlerde, tek IRS destekli çok kullanıcılı [44] ve çok IRS destekli çok kullanıcılı [45] çalışmalar bulunmaktadır.

1.3. Tezin Kapsamı ve Organizasyon

Bu tez kapsamında IRS destekli masif MIMO tek kullanıcı sistemlerde kanal kestirimi için literatürde görülen üç yöntem incelenmiş ve karşılaştırılmıştır. Bu yöntemler baz istasyonu-IRS-kullanıcı ekipman ardışık kanal katsayılarını kestirmeyi hedeflemektedir. Ele alınan ilk yöntem MIMO milimetre dalga kanallarının seyrek (sparse) yapıda olmasını kullanmaktadır. Bu sebeple MIMO kanal matrisleri tam kerte (full rank) değildir. Bu matrislerin kertesini bildiğimiz durumda kanal kestirim problemi kerte üzerinde kıstas olan bir optimizasyon problemi olur. Bu kıstaslı optimizasyon problemini çözmek için [16] numaralı referansta manifold optimizasyonu yöntemleri kullanılmıştır. Bu makalede

baz istasyonu-IRS kanalı ve IRS-kullanıcı ekipman kanalı iteratif olarak sırayla kestirilir. Kullanılan manifold üstünden eşlenik gradyan optimizasyonu (conjugate gradient on manifold optimization - CGMO) yöntemi şu şekilde çalışır. Eşlenik gradyan algoritmasının her bir adımında önce optimize edilecek matrise göre öklid uzayında gradyant bulunur ve daha sonra bu matrisin tanjant uzayı bulunur. Bir önceki iterasyondan konjuge yönünün bu iterasyondaki tanjant uzayı üzerine üzerine dik projeksiyonu alınır ve daha sonra konjuge granyan algoritmasında standart adımlar izlenir. İncelenen diğer yöntemlerde ise kanalların tam kerte olmadığı bilgisi kullanılmamaktadır [17]. Bu yöntemlerin anlatıldığı [17] numaralı makalede paralel faktörizasyon (PARAFAC) tabanlı en küçük kareler Khatri-Rao faktörizasyonu (Least squares Khatri-Rao factorization - LSKRF) ve çift doğrusal değişen en küçük kareler (bilinear alternating least squares - BALS) [17] algoritmaları kullanılmıştır.

Tezin geri kalanındaki içerik şu şekildedir. İkinci bölümde milimetre dalga kanal modeli verilmiş, IRS destekli MIMO bir haberleşme ağını oluşturan bileşenler incelenmiş ve sistem modeli sunulmuştur. Oluşturulan sistem modeli kanal kestirim algoritmalarında kullanılacak şekilde ortak bir yapıya ulaştırılmıştır. Üçüncü bölümde kanal kestirim problemi formülize edilmiştir. Kanal kestirim protokolü en küçük kareler Khatri-Rao faktörizasyonu, çift doğrusal değişen en küçük kareler ve manifold üstünden eşlenik gradyan optimizasyonu algoritmaları için ayrı ayrı oluşturulmuştur. Daha sonra bu algoritmaların anlatımları gerçekleştirilmiştir. Dördüncü bölümde algoritmaların uygulandığı sistemler anlatılmıştır ve nümerik Monte Carlo benzetim sonuçları sunulmuştur. Beşinci bölümde yapılan incelemeler yorumlanmıştır.

2. SİSTEM MODELİ

Bu bölümde, çok antenli baz istasyonu, çok elemanlı tam pasif IRS ve çok antenli kullanıcı ekipmanı arasındaki IRS destekli bir haberleşme sistemi için sistem modeli oluşturulacaktır. Sistem modelinde yer alan kanallar ve düğümler Şekil 2.1’de verilmiştir.

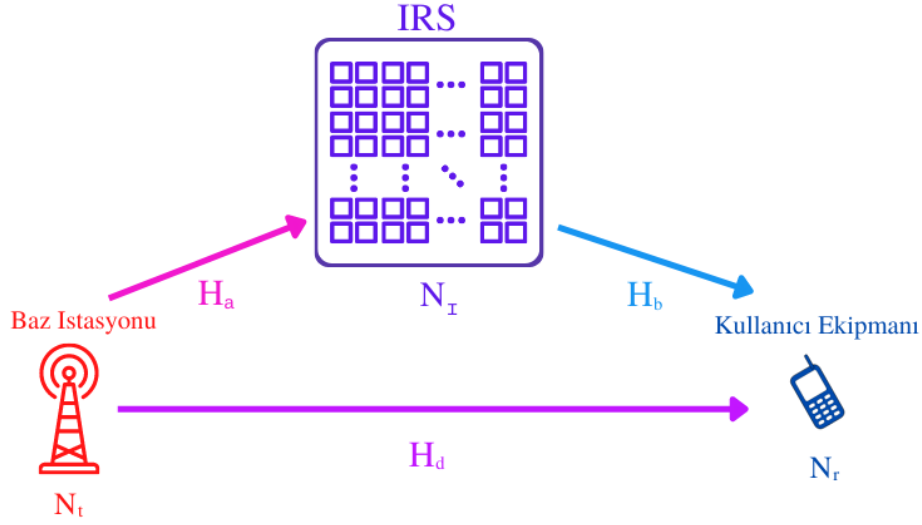
Şekil 2.1’de verilen sistem modelinde yer alan baz istasyonunda N_t aktif anten elemanı, kullanıcı ekipmanında N_r aktif anten elemanı bulunmaktadır. Bununla beraber IRS üstünde N_I pasif yansıtıcı eleman vardır. Şekilde verilen bileşenlerden oluşan haberleşme sistemi MIMO yapıdadır. Baz istasyonu ile IRS arasında yer alan kanal \mathbf{H}_a , IRS ve kullanıcı ekipman arasında oluşan kanal \mathbf{H}_b ve son olarak baz istasyonu ile kullanıcı ekipman arasında oluşan açık görüş hattını oluşturan kanal \mathbf{H}_d olarak adlandırılmıştır.

Sistem modelinde bulunan kanallar milimetre dalga kanal modelini kullanacak şekilde oluşturulmuştur. Bu sebeple öncelikle Bölüm 2.1’de milimetre dalga kanalının nasıl modellendiği incelenmiştir. Daha sonra Bölüm 2.2.’de kanal kestirim çerçeve yapısı irdelenmiştir. Bu incelemelerin ardından verici ile alıcı arasındaki açık görüş hattını oluşturan kanal ile IRS üstünden yansıma ile oluşan sanal açık görüş hattını oluşturan kanal modellenmiştir. Oluşturulan kanal modellerine milimetre dalga modeli uygulanmıştır.

2.1. Milimetre Dalga Kanal Modeli

Milimetre dalga kanallarına ait modeller bu bölümde sunulmuştur. \mathbf{H}_b , \mathbf{H}_a kanal modelleri Eşitlik (1)’de verilmiştir [46].

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_b &= \sqrt{\frac{N_r N_I}{L}} \sum_{l=1}^L \alpha_l \mathbf{a}_r(\theta_{a,r}^l, \phi_{a,r}^l) \mathbf{a}_t^H(\theta_{a,t}^l, \phi_{a,t}^l) \\ \mathbf{H}_a &= \sqrt{\frac{N_I N_t}{Q}} \sum_{q=1}^Q \beta_q \mathbf{a}_r(\theta_{a,r}^q, \phi_{a,r}^q) \mathbf{a}_t^H(\theta_{a,t}^q, \phi_{a,t}^q)\end{aligned}\quad (1)$$



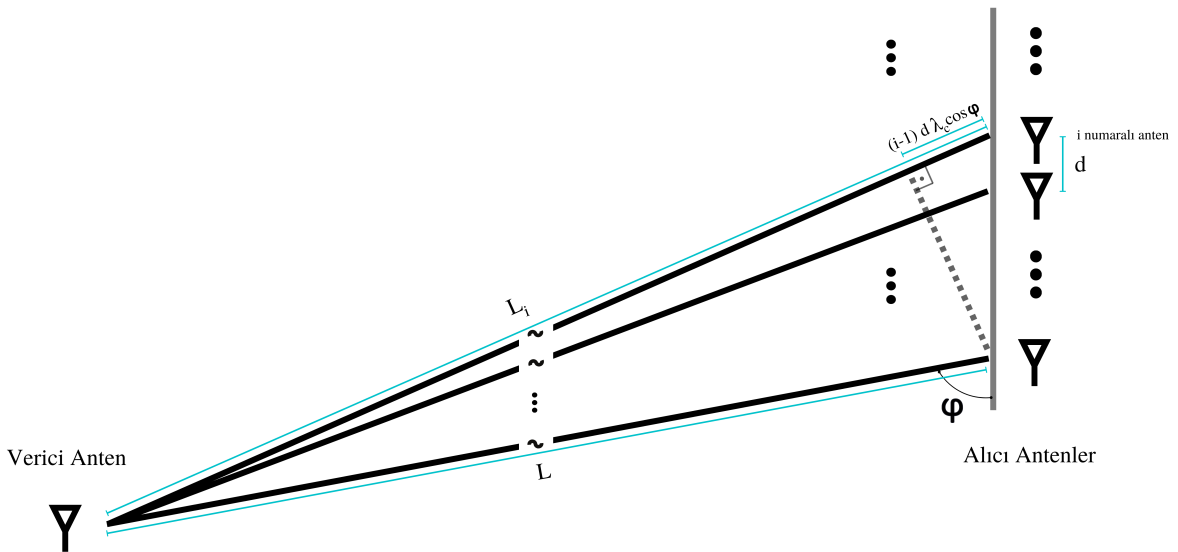
Şekil 2.1 Sistem Modeli ve İçerdiği Bileşenler

Eşitlik (1)'de yer alan ifadeler milimetre dalgaları modellediğinden seyreklik (sparsity) özelliği taşımaktadır. Seyreklik MIMO sistemlerde kanal yayılım yolu sayısının anten sayısından az olması anlamında kullanılmıştır ($L < N_r$ ve $Q < N_r$). Milimetre dalga kanallarına ait olan seyreklik özelliğine göre, elektromanyetik dalgaların yayılım yollarının sayısı milimetre dalgalarda var olan sınırlı saçılma etkisi sebebiyle MIMO sistemdeki anten sayılarına oranla oldukça küçüktür. Bunun nedeni, milimetre dalgalarda görüş hattı olmayan (non line of sight - NLOS) sinyaller için yüksek yol kaybıdır [47]. Eşitlik (1)'de yer alan L ve Q parametreleri milimetre dalga kanallarına ait seyrek yayılım yollarının toplam sayısını temsil etmektedir. α_p ve β_q parametreleri kompleks kanal kazançlarıdır. Milimetre dalgalara ait her bir l numaralı seyrek yayılım yolunda farklı değer almaktadır. \mathbf{a}_r ve \mathbf{a}_t ile gösterilen ifadeler, her bir kanal özelindeki alıcı ve verici görevini üstlenen birimlere ait anten cevabı vektörüdür. Örneğin, \mathbf{H}_b kanalında alıcı görevini üstlenen birim kullanıcı ekipman ve verici görevini üstlenen birim IRS iken \mathbf{H}_a kanalında alıcı görevini üstlenen birim IRS ve verici görevini üstlenen birim baz istasyonudur. \mathbf{a}_r ve \mathbf{a}_t vektörleri elektromanyetik dalganın alıcı

veya verici görevini üstlenen birimler ile yaptığı geliş açıları (Angle of Arrival - AoA) ve ayrılış açılarına (Angle of Departure - AoD) göre değişmektedir. Geliş ve ayrılış açıları azimut (azimuth) ve yükseklik (elevation) olmak üzere iki yönelimde işleme alınmıştır. Azimut açısı anten yüzeyi ile elektromanyetik dalganın anten yüzeyinin normali ile yaptığı açıyı ifade etmektedir. Yükseklik açısı ise elektromanyetik dalganın anten yüzeyi ile yaptığı açıyı ifade etmektedir. Buna göre, H_b kanalında yer alan açılar $\theta_{a,r}$ azimuta ait AoA, $\phi_{a,r}$ yüksekliğe ait AoA, $\theta_{a,t}$ azimuta ait AoD, $\phi_{a,t}$ yüksekliğe ait AoD şeklinde sıralanabilir. Benzer şekilde H_a kanalında yer alan açılar sırasıyla $\theta_{a,r}$ azimuta ait AoA, $\phi_{a,r}$ yüksekliğe ait AoA, $\theta_{a,t}$ azimuta ait AoD, $\phi_{a,t}$ yüksekliğe ait AoD açılarıdır. Bu açılar milimetre dalga kanallarındaki her bir seyrek yayılım yolu için farklılık gösterir bu sebeple anten cevabı vektörleri yayılım yollarına bağlıdır.

Eşitlik (1)'deki model [46] numaralı referanstan alınmıştır. Şimdi de bu modelin nasıl oluştuğunun daha iyi anlamlandırılabilmesi için modelin çıkarımı yapılacaktır.

Şekil 2.2'de tek verici anten çok alıcı antenden oluşan haberleşme sistemi görülmektedir. Bu sistem ile SIMO sistemlere ait kanal modeli çıkarımı yapılmıştır.

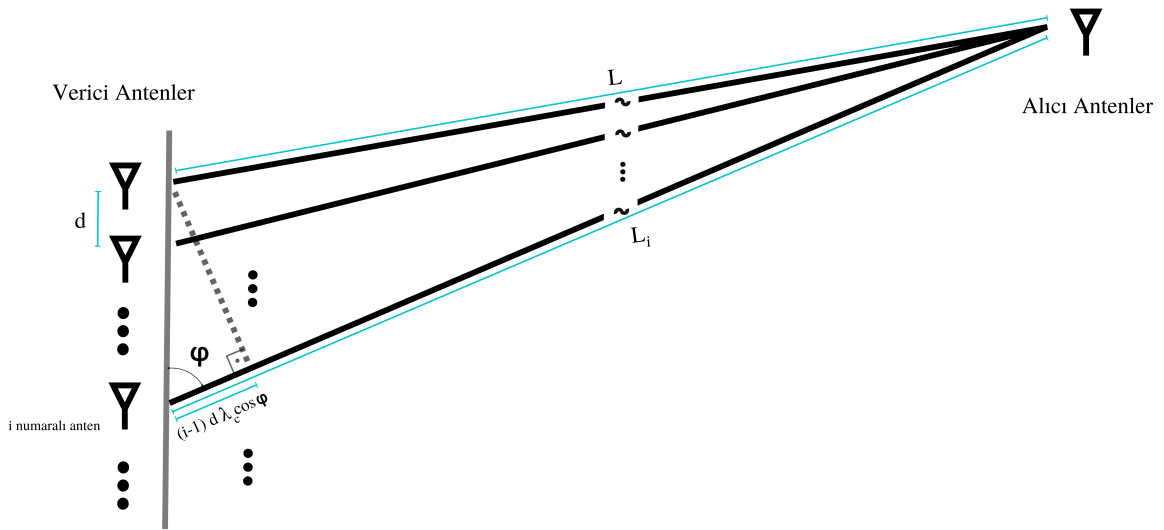


Şekil 2.2 Tek Verici ve Çok Alıcı Antenden Oluşan Sistem

Verici anten ile her bir alıcı anten arasında oluşan LoS Şekil 2.2’de gösterilmiştir. Bu durumda verici tarafındaki anten ile alıcı tarafındaki i numaralı anten arasındaki mesafe geometrik olarak bulunabilir.

Verici anten ile alıcı tarafındaki ilk antenin birbirine olan uzaklığı L olarak kabul edilmiştir. L uzunluğundaki mesafe referans uzaklık olarak adlandırılmıştır. Verici antenin i numaralı alıcı antene olan uzaklığı L_i olarak adlandırılmıştır. L_i ile L uzunlukları arasındaki ilişki bir dik üçgen oluşturularak hesaplanabilir. Bu hesap Şekil 2.2’de gösterilmiştir. Referans uzaklığı oluşturan LoS ile ilk alıcı anten arasında oluşan açı φ olarak belirlenmiştir. Oluşturulan üçgenin hipotenüs uzunluğu $(i - 1)d\lambda_c$ olmaktadır.

Bu durumda elektromanyetik dalganın alıcı tarafındaki ilk antene geliş açısı φ ise, i numaralı anten ile verici arasındaki uzunluk olan L_i ile referans uzunluk olan L arasında $(i - 1)d\lambda_c \cos(\varphi)$ uzunluk farkı olacaktır.



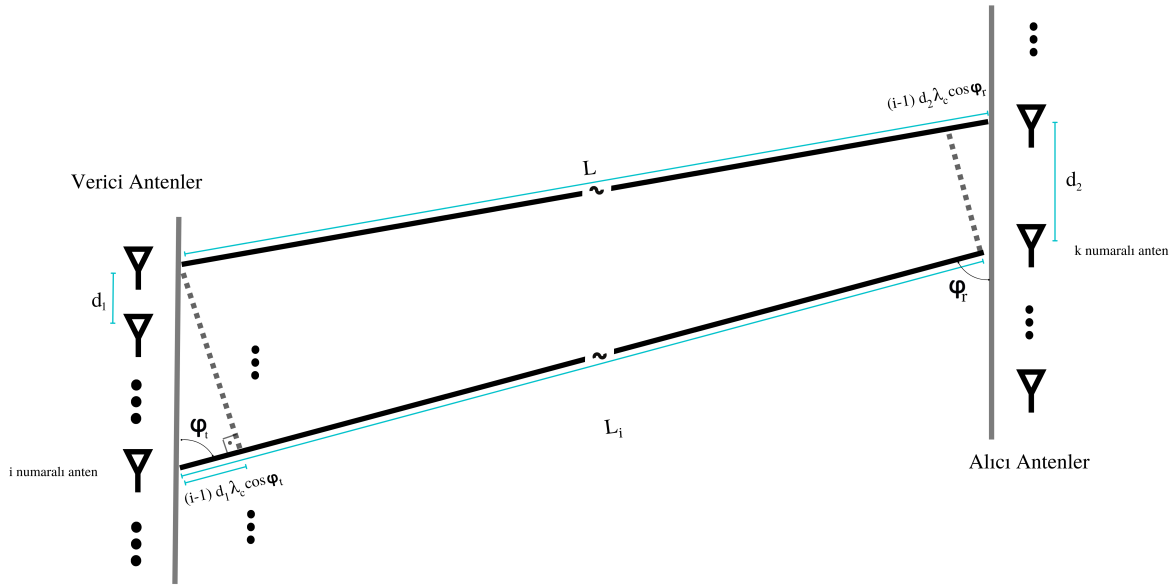
Şekil 2.3 Çok Verici ve Tek Alıcı Antenden Oluşan Sistem

SIMO için yapılan bu hesaplamaların benzeri MISO sistemler için de yapılabilir. Şekil 2.2’de gösterilen geometrik modellemenin tek verici anten ve çok alıcı anten için tekrarlandığı durum Şekil 2.3’te verilmiştir. Referans olarak alınan uzaklık yeniden L olarak adlandırılmıştır. Referans uzaklığı oluşturan LoS ile ilk verici anten arasında

oluşan açı φ olarak belirlenmiş ve benzer geometri Şekil 2.3'te verilen MISO sistem için yeniden kurulmuştur. Şekil 2.3'te L_i uzaklığının referans olarak alınan L uzaklığından $(i - 1)d\lambda_c \cos(\varphi)$ kadar fazla olduğu görülmektedir [48].

Sırada en genel durum olan MIMO sistem için bir hesaplama verilmiştir. Hem alıcı hem verici tarafında çok anten olan MIMO bir sistem için oluşan geometrik model Şekil 2.4'te verilmiştir. Alıcı ve vericide bulunan ilk antenler arasındaki mesafe referans uzaklık olarak belirlenmiştir ve L uzunluğuna sahiptir. Verici tarafında i numaralı antenden alıcı tarafındaki k numaralı antene doğru oluşan uzunluk L_{ik} olarak adlandırılmıştır. Daha önce yapılan analizlere benzer şekilde L ile L_{ik} arasındaki ilişki çıkarılabilir. Eşitlik (2)'de L ile L_{ik} arasında kurulan ilişki gösterilmiştir.

$$L_{ik} = L + (i - 1)\Delta_t \lambda_c \cos(\varphi_t) - (k - 1)\Delta_r \lambda_c \cos(\varphi_r) \quad (2)$$



Şekil 2.4 Çok Alıcı ve Çok Verici Antenden Oluşan Milimetre Dalga Sistemi

i numaralı verici anten ile k numaralı alıcı anten arasındaki sürekli zaman dürtü cevabı ve frekans cevabı Eşitlik (3)'te verilmiştir.

$$h_{ik}(\tau) = a \delta(\tau - L_{ik}/c) \quad (3)$$

a verici ve alıcı antenler arasındaki kanalın genliğini ifade etmektedir. Antenler arasındaki uzaklık alıcı ve verici arasındaki uzaklığa göre çok küçük olduğu için kanal genliği bütün anten çiftleri arasında aynıdır. Ancak farklı anten çiftleri arasındaki gecikme farklılığının yarattığı faz farkları aynı kabul edilemez.

$$h_{ik} = a \exp\left(-\frac{j2\pi L_{ik}}{\lambda_c}\right) \quad (4)$$

Eşitlik (2)'de verilen L_{ik} , Eşitlik (4)'te yerine konulduğunda elde edilen h_{ik} Eşitlik (5)'te verilmiştir.

$$h_{ik} = a \exp\left(-\frac{j2\pi L}{\lambda_c}\right) \exp(j2\pi(k-1)d \cos(\varphi_r)) \exp(-j2\pi(i-1)d \cos(\varphi_t)) \quad (5)$$

Eşitlik (5)'te yer alan $a \exp\left(-\frac{j2\pi L}{\lambda_c}\right)$ ifadesi kompleks kanal kazancını ifade etmektedir. Eşitlikte yer alan $\exp(j2\pi(k-1)d \cos(\varphi_r))$ ifadesi k numaralı alıcı anten cevabını, $\exp(-j2\pi(i-1)d \cos(\varphi_t))$ ifadesi i numaralı verici anten cevabını göstermektedir.

Eşitlik (5), çok antenli verici ve çok antenli alıcı sisteminde antenler arasında doğrudan kurulan bağlantıları vermektedir. Alıcıdaki anten sayısı N ve vericideki anten sayısı M ise formül $i = 1, 2, \dots, N$ ve $k = 1, 2, \dots, M$ için yazılabilir, böylece Eşitlik (6)'da MIMO sistem için bir milimetre kanalının frekans cevabı verilmiştir.

$$\mathbf{H} = a e^{\left(-\frac{j2\pi L}{\lambda_c}\right)} \begin{bmatrix} 1 & e^{j2\pi d \cos(\varphi_r)} & \dots & e^{j2\pi d(M-1)d \cos(\varphi_r)} \\ e^{-j2\pi d \cos(\varphi_t)} & e^{j2\pi d(\cos(\varphi_r) - \cos(\varphi_t))} & \dots & e^{j2\pi d((M-1) \cos(\varphi_r) - \cos(\varphi_t))} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j2\pi(N-1)d \cos(\varphi_t)} & e^{j2\pi d(\cos(\varphi_r) - (N-1) \cos(\varphi_t))} & \dots & e^{j2\pi d((M-1) \cos(\varphi_r) - (N-1) \cos(\varphi_t))} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Eşitlik (6)'da verilen MIMO milimetre kanal modeli Eşitlik (7)'de tanımlanan anten cevabı vektörleri ile yeniden yazılabilir. Eşitlik (7a)'da alıcı ve Eşitlik (7b)'de verici anten cevabı vektörünü tanımlanmıştır. Bu ifadelerdeki $\frac{1}{\sqrt{N}}$ ve $\frac{1}{\sqrt{M}}$ katsayıları anten cevabı vektörlerinin normunu normalize etmek için kullanılmaktadır.

$$\mathbf{a}_r(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(-j2\pi d \cos(\varphi_r)) \\ \exp(-j2\pi d2 \cos(\varphi_r)) \\ \vdots \\ \exp(-j2\pi d(N-1) \cos(\varphi_r)) \end{bmatrix} \quad (7a)$$

$$\mathbf{a}_t(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{M}} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(-j2\pi d \cos(\varphi_t)) \\ \exp(-j2\pi d2 \cos(\varphi_t)) \\ \vdots \\ \exp(-j2\pi d(M-1) \cos(\varphi_t)) \end{bmatrix} \quad (7b)$$

Verici ve alıcı arasındaki MIMO milimetre kanalın Eşitlik (7)'de verilen anten cevapları kullanılarak oluşturulan matematiksel modeli, Eşitlik (8)'de verildiği gibidir. Eşitlik (8)'de verilen matematiksel ifade, Eşitlik (6)'daki ifadenin anten cevabı vektörleri yardımıyla yeniden yazılmış halidir.

$$\mathbf{H} = \sqrt{NM} \eta \mathbf{a}_r(\varphi_r) \mathbf{a}_t^H(\varphi_t) \quad (8)$$

Eşitlik (8)'de yer alan η kompleks kanal kazancıdır, $\eta = a \exp \frac{-j2\pi L}{\lambda_c}$ olarak tanımlanmıştır. \mathbf{a}_r ve \mathbf{a}_t sırasıyla alıcı ve vericideki anten cevabıdır. Eşitlik (8)'deki model tek bir yayılım yolu olduğu durum için geçerlidir.

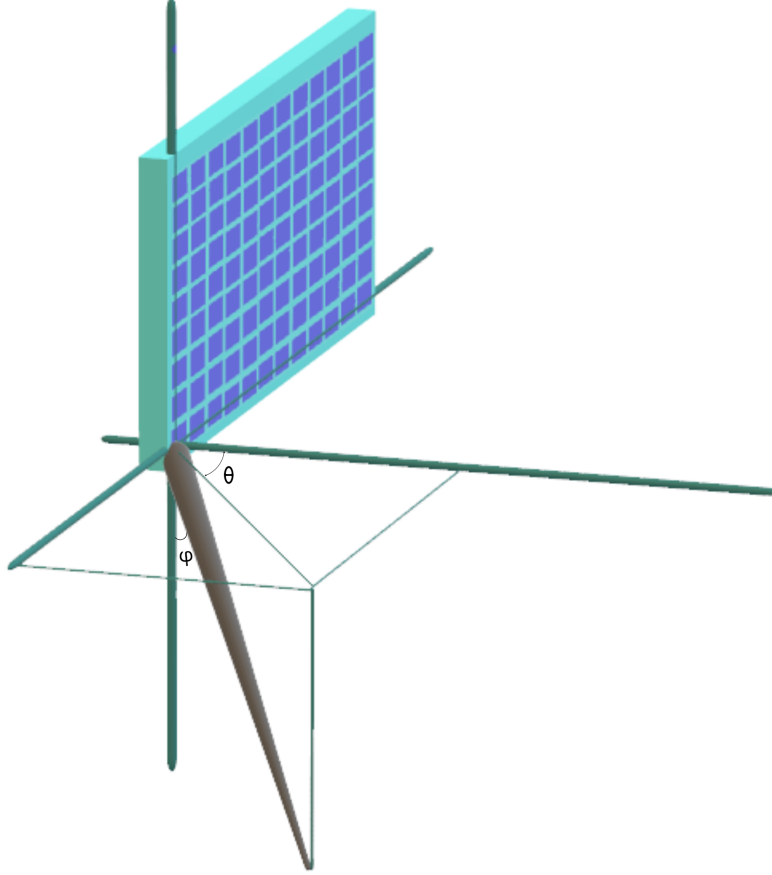
Eşitlik (1)'de verilen milimetre dalga kanalları farklı geliş açılarına sahip olan saçılmış seyrek yayılım yollarına sahiptir. Eşitlik (8)'deki ifade, Eşitlik (1)'deki gibi seyrek yayılım yollarına sahip bir kanal modeli elde etmek için kullanılmıştır. Elde edilen kanal modeli Eşitlik (9)'da verilmiştir. Seyrek yayılım yolları geliş ve gidiş açılarında da seyrekliğe yol açmaktadır [49]. W seyrek yayılım yoluna sahip bir millimetre dalga kanalı Eşitlik (9)'deki gibi modellenmektedir. Bu modelde milimetre dalgalarındaki seyreklik dikkate alınmıştır ve W sayısının N_r ve N_t 'ye oranla küçük olduğu varsayılmıştır. W sayısı aynı zamanda \mathbf{H} kanal matrisinin kertesini (rank) vermektedir, N_r ve N_t 'ye oranla küçük olduğu için \mathbf{H} matrisi düşük kerteli (low rank) matristir.

$$\mathbf{H} = \frac{\sqrt{NM}}{W} \sum_w \eta_w \mathbf{a}_r(\varphi_r^w) \mathbf{a}_t^H(\varphi_t^w) \quad (9)$$

Eşitlik (9)'da verilen kanal modeli anten dizisi (antenna array) mimarisine sahip olan verici ve alıcı arasındaki kanal için formülize edilmiştir. Ancak Şekil 2.1'de verilen sistem modeline ait baz istasyonu ve kullanıcı ekipmanı düzgün düzlemsel dizin (uniform planar array - UPA) yapıdadır. Bu sebeple Eşitlik (9)'da verilen anten cevabının geliştirilerek üç boyutlu geometriye göre uyarlanması gerekmektedir [50]. İki boyutlu geometriden üç boyutlu geometriye geçerken, anten cevabı matrisini güncellemek yeterli olacaktır. Bu mimariye sahip bir anten yapısı Şekil 2.5'te gösterilmiştir.

Şekil 2.5'te verilen geometride düzgün düzlemsel dizin antenlere doğru gelen sinyalin yükseliş (elevation) ve azimut (azimuth) olmak üzere iki farklı açıya sahip olduğu görülmektedir. Yükseliş açısı UPA'ye gelen (veya UPA'dan ayrılan) sinyalin UPA düzleminin yatay eksenine yaptığı açıdır. Azimut açısı ise UPA'ye gelen (veya UPA'dan ayrılan) sinyal ile UPA'ya ait normal düzleminin yaptığı açıdır. Azimut açısı, θ ile yükseliş açısı, φ ile gösterilmektedir. UPA'daki anten açıklığı d olarak kabul edilmiştir.

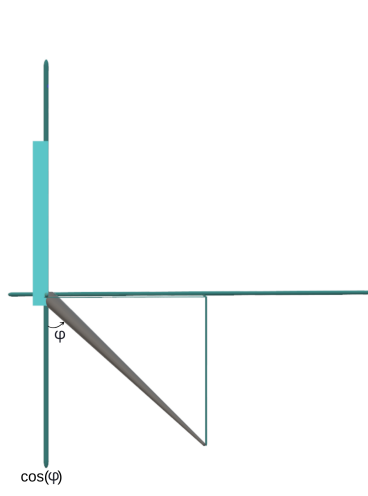
Şekil 2.6'da, sinyalin ilerleme yönündeki vektörün paralel ve dikey bileşenlerini elde etmek için kullanılan çarpanların nasıl oluşturulduğu gösterilmiştir. Buna göre yükseliş açısı φ ve azimut açısı θ olan bir LoS bileşeni için yatay ekseninde kullanılacak olan çarpan $\sin(\varphi) \sin(\theta)$



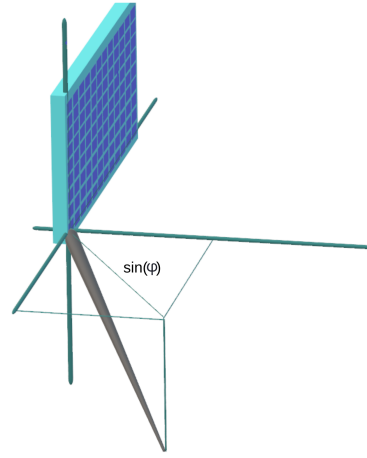
Şekil 2.5 Düzgün Düzlemsel Dizin Yapısı

olarak hesaplanmıştır. Bu hesaplama sırasıyla, Şekil 2.6(b), Şekil 2.6(c) ve Şekil 2.6(d) ile gösterilmiştir. Dikey ekseninde kullanılacak olan çarpan $\cos(\varphi)$ olarak hesaplanmıştır ve Şekil Şekil 2.6(a) ile gösterilmiştir.

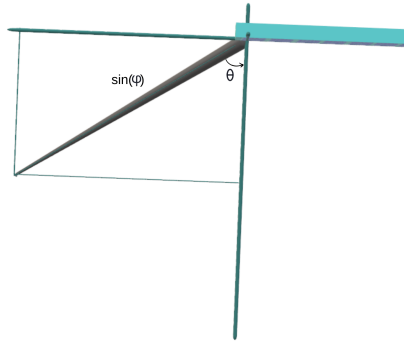
Anten cevabı vektörü referans sayılan LoS mesafesi ve alıcı/verici antenlerin birbiriyle yarattığı LoS mesafesi arasındaki fark ile bağlantılıdır. Bu nedenle yatay ve dikey için hesaplanan çarpanlar kullanılarak ilgili anten cevap vektörü hesaplanacaktır.



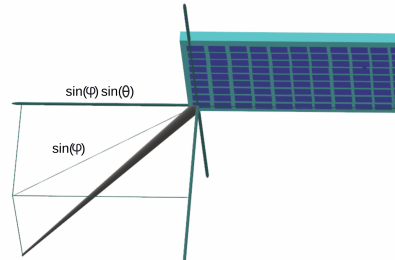
(a) Yandan Görünüm



(b) Yan Üstten Görünüm

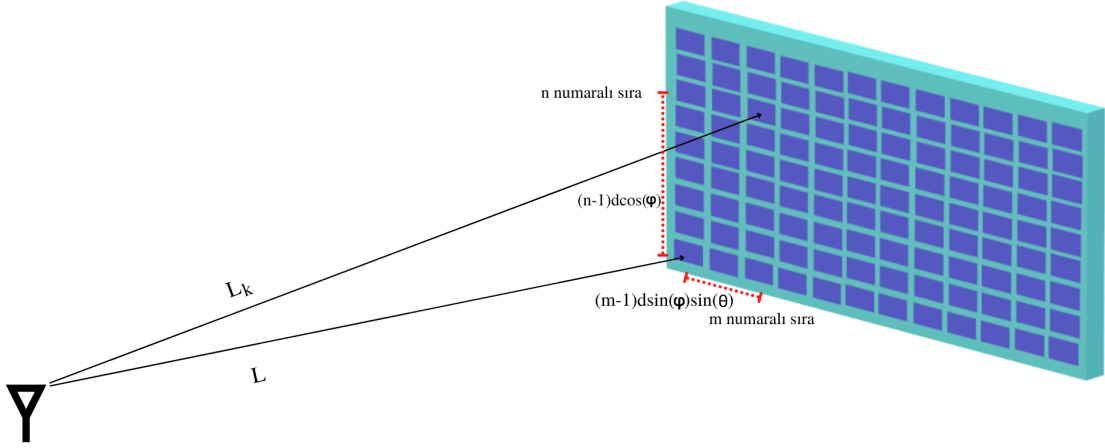


(c) Üstten görünüm



(d) Üst Önden Görünüm

Şekil 2.6 Düzgün Düzlemsel Dizin Yapısında Dalganın Geliş Yönündeki Birim Vektörün Paralel ve Dikey Bileşenleri



Şekil 2.7 Düzgün Düzlemsel Dizin Yapılı Alıcıda Faz Farkını Yaratan Dikey ve Yatay Uzunluklar

Bir verici anten ile UPA yapılı bir alıcı için, verici anten ile ilk alıcı anten arasındaki uzaklık referans uzaklık olarak kabul edilmiştir. Referans uzaklık L olarak isimlendirilmiştir. Verici anten ile k numaralı alıcı anten arasındaki uzaklık L_k olarak kabul edilmiştir. Şekil 2.7’de L ile L_k arasındaki uzunluk farkının, yatayda $(m-1)d \sin(\varphi) \sin(\theta)$, dikeyde $(n-1)d \cos(\varphi)$ olduğu görülmektedir, $n = 1, 2, \dots, N$ ve $m = 1, 2, \dots, M$. Bu uzunluk farkı faz farkını oluşturur. $N \times M$, UPA’daki toplam anten sayısını vermektedir. M UPA’daki sütun sayısını, N ise satır sayısını ifade etmektedir.

k numaralı bir uzaklık için dikey ve yatay bileşenler oluşturulduktan sonra düzgün düzlemsel dizin anten cevabının oluşturulması için Eşitlik (7)’de verilen matematiksel ifade bir adım ileri taşınacaktır. Bu amaçla, Eşitlik (10)’da dikey bileşene ait anten cevabı \mathbf{a}_\perp vektörüyle ve yatay bileşene ait anten cevabı ise \mathbf{a}_\parallel vektörüyle gösterilmiştir.

$$\mathbf{a}_\perp(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ \exp(j\pi(n-1)d \sin(\varphi) \sin(\theta)) \\ \vdots \\ \exp(j\pi(N-1)d \sin(\varphi) \sin(\theta)) \end{bmatrix} \quad \mathbf{a}_\parallel(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ \exp(j\pi(m-1)d \cos(\varphi)) \\ \vdots \\ \exp(j\pi(M-1)d \cos(\varphi)) \end{bmatrix} \quad (10)$$

Eşitlik (10) ile verilen anten cevap vektörleri, Eşitlik (11)'de kronecker çarpımın elemanları olarak alınmıştır. Kronecker çarpımı Bölüm 3'te yer alan Eşitlik (40a)'da açıklanmıştır.

$$\mathbf{a}(\theta, \varphi) = \mathbf{a}_\perp(\theta, \varphi) \otimes \mathbf{a}_\parallel(\varphi) \quad (11)$$

Eşitlik (11)'in sonucu Eşitlik (12) ile verilmiştir. Eşitlik (12) ile milimetre dalga kanalını MIMO sistemlere uyarlamak için kullanılacak anten cevap vektörü elde edilmiştir.

$$\mathbf{a}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ \exp(j\pi((n-1)d \sin(\varphi) \sin(\theta) + (m-1)d \cos(\varphi))) \\ \vdots \\ \exp(j\pi((N-1)d \sin(\varphi) \sin(\theta) + (M-1)d \cos(\varphi))) \end{bmatrix} \quad (12)$$

Eşitlik (9) ile verilen kanal UPA geometrisine sahip MIMO haberleşme sistemlerinde yer alan anten cevap vektörleri ile Eşitlik (12)'de yer alan anten cevap vektörü yer değiştirildiğinde elde edilen model Eşitlik (13)'te verilmiştir.

$$\mathbf{H} = \frac{\sqrt{NM}}{W} \sum_w \eta_w \mathbf{a}_r(\theta_r^w, \varphi_r^w) \mathbf{a}_t^H(\theta_t^w, \varphi_t^w) \quad (13)$$

Eşitlik (13)'te verilen matematiksel ifade MIMO yapılı milimetre dalga kanalı modelidir. MIMO sistemlerde yer alan alıcı anten cevabı \mathbf{a}_r ve anten cevabı \mathbf{a}_t ile gösterilmiştir. θ_r azimuta ait AoA, φ_r yükselişe ait AoA, θ_t azimuta ait AoD, φ_t^w yükselişe ait AoD açıları olarak tanımlanmıştır. Bu eşitliğin elde edilmesi ile Eşitlik (1)'de verilen modelin çıkarımı yapılmıştır.

2.2. Sistem Modelini Oluşturan Bileşenler

Sistem modelini oluşturan bileşenler Şekil 2.1’de gösterilmiştir. Buna göre, N_t anten elemanlı baz istasyonu, N_r elemanlı kullanıcı ekipmanı N_I elemanlı IRS ve bunlar arasında yer alan \mathbf{H}_a , \mathbf{H}_b ve \mathbf{H}_d kanalları sistem modelini oluşturan bileşenlerdir.

2.1’de yer alan bileşenlere ek olarak, IRS üstündeki yansıma katsayısı vektörü ve kılavuz sembollerden oluşan kanal kestirim çerçeve yapısı da sistem modelini oluşturan bileşenler arasındadır.

Şekil 2.1’de yer alan sistemde UPA mimarisine sahip baz istasyonundan IRS’ye doğru kurulan kanal \mathbf{H}_a olarak adlandırılmaktadır, $\mathbf{H}_a \in \mathbb{C}^{N_I \times N_t}$ ve Eşitlik (14)’te \mathbf{H}_a kanalına ait matris notasyonu gösterilmiştir.

$$\mathbf{H}_a = \begin{bmatrix} h_{1,1}^a & h_{1,2}^a & \dots & h_{1,N_t}^a \\ h_{2,1}^a & h_{2,2}^a & \dots & h_{2,N_t}^a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_I,1}^a & h_{N_I,2}^a & \dots & h_{N_I,N_t}^a \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N_I \times N_t} \quad (14)$$

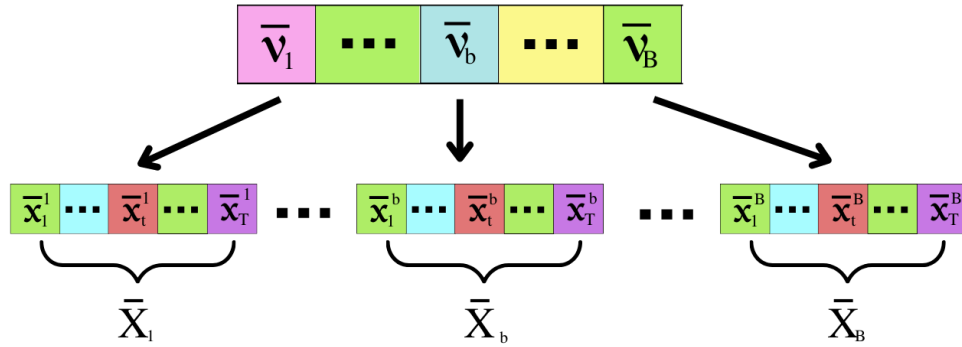
IRS’den kullanıcı ekipmanına doğru kurulan kanal \mathbf{H}_b ile gösterilmiştir, $\mathbf{H}_b \in \mathbb{C}^{N_r \times N_I}$ ve Eşitlik (15)’te \mathbf{H}_b kanalına ait matris notasyonu gösterilmiştir.

$$\mathbf{H}_b = \begin{bmatrix} h_{1,1}^b & h_{1,2}^b & \dots & h_{1,N_I}^b \\ h_{2,1}^b & h_{2,2}^b & \dots & h_{2,N_I}^b \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1}^b & h_{N_r,2}^b & \dots & h_{N_r,N_I}^b \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_I} \quad (15)$$

Baz istasyonundan kullanıcı ekipmanına doğru kurulan direkt kanal \mathbf{H}_d ile verilmiştir, $\mathbf{H}_d \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ Eşitlik (16)’da \mathbf{H}_d kanalına ait matris notasyonu gösterilmiştir.

$$\mathbf{H}_d = \begin{bmatrix} h_{1,1}^d & h_{1,2}^d & \dots & h_{1,N_t}^d \\ h_{2,1}^d & h_{2,2}^d & \dots & h_{2,N_t}^d \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1}^d & h_{N_r,2}^d & \dots & h_{N_r,N_t}^d \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t} \quad (16)$$

Kanal kestirim çerçeve yapısı bu tez kapsamında, TDD olarak planlanmıştır. Şekil 2.8’de bir TDD kanal kestirim çerçeve yapısı verilmektedir. Bu çerçevede kanalın haberleşme için elverişli olduğu zaman dilimi B alt bloğa bölünmüştür. Her alt blok T kılavuz sembol süresinden oluşmaktadır. Kanalın iletişime elverişli olduğu zaman diliminde toplamda B/T tane sembol iletilmektedir.



Şekil 2.8 Kanal Kestirim Çerçeve Yapısı

IRS üstüne düşen sinyal belirli bir faz veya genlik çarpanı ile yansıtılmaktadır. Yansıma katsayısı vektörü, IRS’ye ait olan N_I pasif elemanın her birinin oluşturduğu faz çarpanlarını ifade etmektedir. Yansıma katsayısı vektörü belirli bir blok için Eşitlik (17) ile verilmiştir. Yansıma katsayısı vektörü her blokta farklı değerler alabilirler ancak bir blok (T sembol süresi) boyunca sabittir.

$$\mathbf{v}_b = [v_{b,1}, v_{b,2}, \dots, v_{b,N_I}]^T \in \mathbb{C}^{N_I \times 1}, \quad b = \{1, 2, \dots, B\} \quad (17)$$

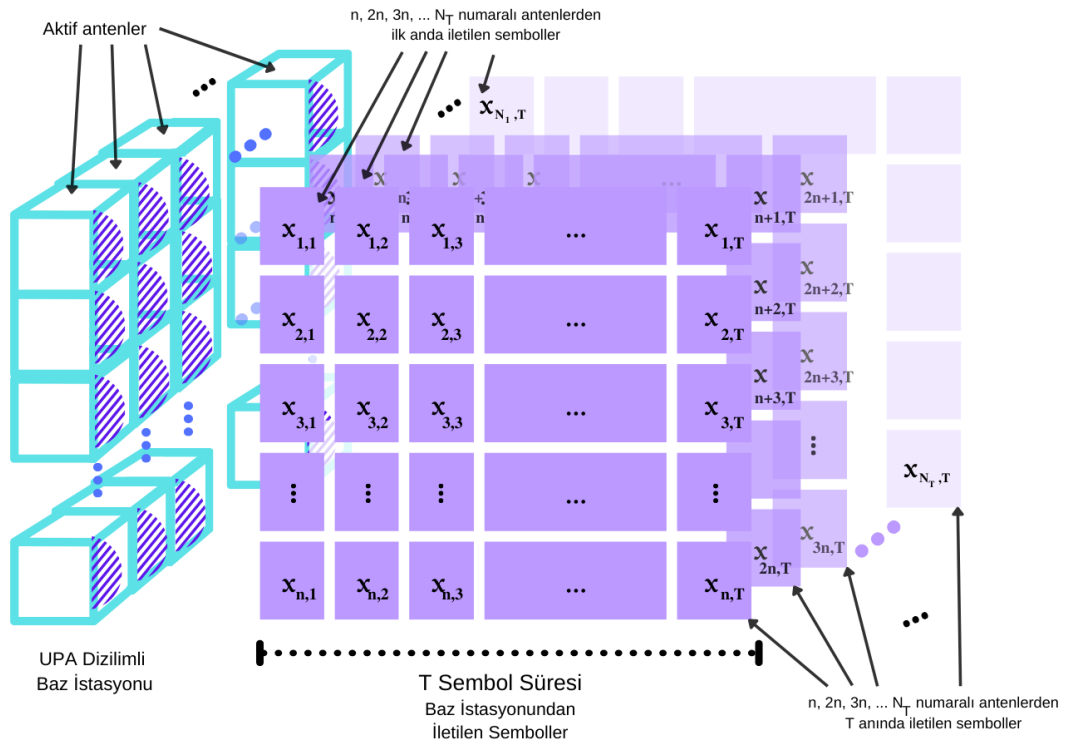
Her blok T sembol süresine bölünmüştür. Bir sembol süresinde, baz istasyonuna ait olan N_t elemandan karşı tarafa bir sembol iletilir. Bu durumda herhangi bir t anında baz istasyonundan iletilen semboller Eşitlik(18) ile gösterilmiştir.

$$\mathbf{x}_t = [x_{t,1}, x_{t,2}, \dots, x_{t,N_t}]^T \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}, \quad t = \{1, 2, \dots, T\} \quad (18)$$

Bununla beraber belirli bir blok (T sembol süresi) boyunca iletilen semboller Eşitlik (19) ile gösterilmiştir.

$$\mathbf{X}_b = [\mathbf{x}_1^b, \mathbf{x}_2^b, \dots, \mathbf{x}_T^b] \in \mathbb{C}^{N_t \times T} \quad (19)$$

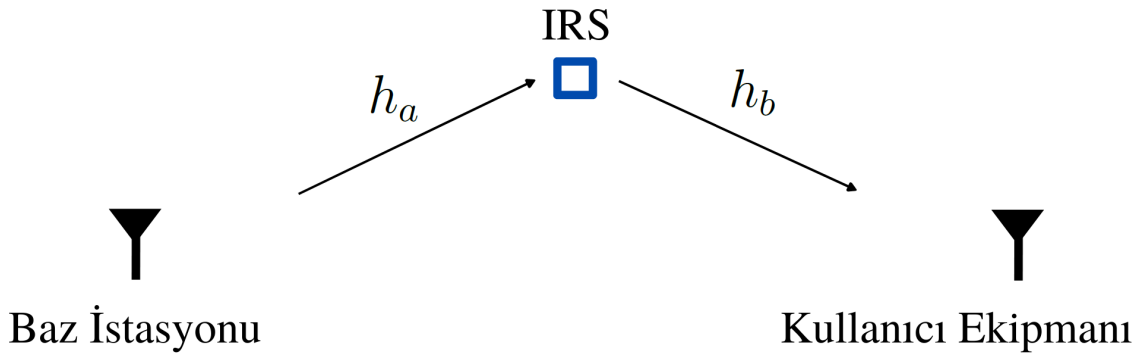
Belirli bir b bloğunda baz istasyonu tarafından iletilen sembollerin gösterimi Şekil 2.9'de verilmiştir.



Şekil 2.9 Baz İstasyonundan İletilen Semboller

2.3. Ardışık Kanalin Modellenmesi

Baz istasyonundan kullanıcı ekipmanına iletilen sinyalin önce IRS üstünden yansıtılması ardışık kanalı oluşturur. Bir başka deyişle baz istasyonu-IRS-kullanıcı ekipman arasındaki ardışık kanal, sanal direkt görüş hattını oluşturmaktadır. Bu bölümde MIMO yapılı bir ardışık kanalın modellenmesi gerçekleştirilmiştir. MIMO ardışık kanalın modellenmesine, Şekil 2.10'da verilen haberleşme sisteminin modellenmesi ile başlanmıştır.



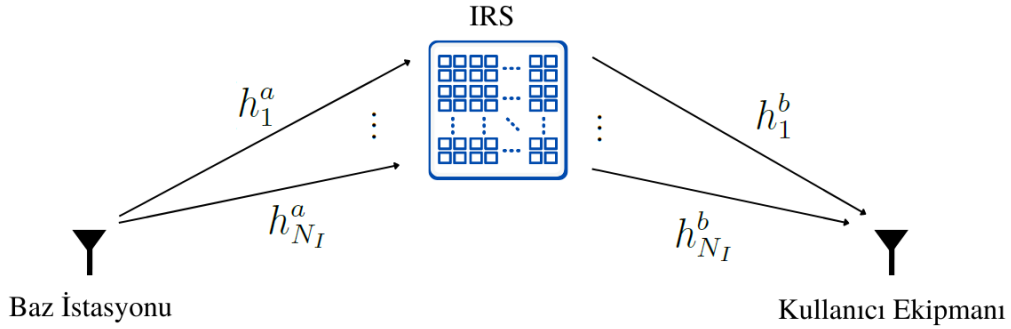
Şekil 2.10 Tek Elemanlı Verici-IRS-Alıcı Kanalı

Şekil 2.10'da yer alan SISO sistemde tek antenli verici, tek antenli alıcı ile çok elemanlı IRS kullanılmıştır. Baz istasyonu ile IRS arasındaki kanal h_a , IRS ile kullanıcı ekipmanı arasındaki kanal h_b olarak adlandırılmıştır. İletilen sembol x ile gösterilmiştir. IRS üstünden yansıyan sinyalde oluşacak faz farkı $\exp(j\Theta)$ ise kullanıcı tarafında elde edilen sinyal Eşitlik (20)'te gösterilmiştir. Tez boyunca gösterimsel bütünlük açısından faz farkı çarpanı $v = e^{j\Theta}$ şeklinde gösterilecektir.

$$r^{SISO} = (h_b v h_a) x \quad (20)$$

Eşitlik (20) ile baz istasyonundan iletimi sağlanan sembollerin önce h_a kanalı üstünden iletildiği, daha sonra IRS yardımıyla yansıtılarak $v = \exp(j\Theta)$ faz kaymasına uğradığı, en son h_b kanalından geçerek kullanıcıya ulaştığı ifade edilmiştir.

Şekil 2.11’da, Şekil 2.10’daki sistemde yer alan tek elemanlı IRS yerine çok yansıtıcı eleman içeren IRS kullanılmıştır. Sistem tek alıcı ve tek verici içerdiği için SISO yapıdadır. IRS üstünde N_I sayıda eleman bulunmaktadır. Baz istasyonu ve IRS arasında oluşan kanal \mathbf{h}_a ile IRS ve kullanıcı ekipman arasındaki kanal \mathbf{h}_b ile gösterilmiştir.



Şekil 2.11 Tek Elemanlı Verici-Çok Elemanlı IRS-Tek Elemanlı Alıcı Kanalı

Bu sistemin modellenmesi için, \mathbf{h}_a ve \mathbf{h}_b kanalları N_I 'ya bağlı olacak şekilde yeniden yazılması gerekmektedir. Verici anteni ile IRS üstünde bulunan n_i numaralı elemanın kurduğu bağlantı $h_{n_i}^a$ şeklinde adlandırılmıştır.

Baz istasyonu ile IRS arasında kurulan kanal, $h_{n_i}^a$ katsayıları kullanılarak Eşitlik 21 şeklinde yazılabilir.

$$\mathbf{h}_a = [h_1^a, h_2^a, \dots, h_{n_i}^a, \dots, h_{N_I}^a]^T \in \mathbb{C}^{N_I \times 1}, \quad n_i = \{1, 2, \dots, N_I\} \quad (21)$$

IRS ile kullanıcı ekipman arasındaki kanal oluşturulurken benzer şekilde her bir IRS elemanı ile alıcı anten arasındaki bağlantı $h_{n_i}^b$ katsayısıyla gösterilmiştir. IRS elemanı ile alıcı anten arasında kurulan kanal Eşitlik (22) şeklinde oluşturulmuştur.

$$\mathbf{h}_b = [h_1^b, h_2^b, \dots, h_{n_i}^b, \dots, h_{N_I}^b]^T \in \mathbb{C}^{1 \times N_I}, \quad n_i = \{1, 2, \dots, N_I\} \quad (22)$$

IRS üstündeki yansıma katsayısı vektörünü oluşturmak için her bir n_i numaralı IRS elemanının faz kayması değerleri kullanılmaktadır, bu değerler ile oluşturulan matris Eşitlik (23) ile verilmiştir.

$$\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_{n_i}, \dots, v_{N_I}]^T \in \mathbb{C}^{N_I \times 1} \quad (23)$$

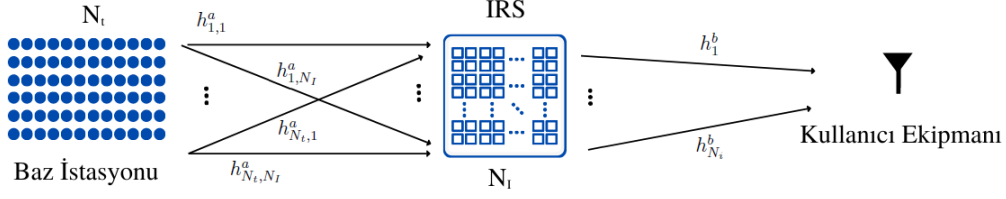
Buna göre tek antenli alıcı ve verici ekipman ile çok elemanlı IRS kullanan SISO sistem için ardışık kanal modeli ve ardışık kanalın matris formu Eşitlik (24) ile verilmiştir.

$$r^{SISO} = \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{n_i}^b v_{n_i} h_{n_i}^a) x$$

$$r^{SISO} = \begin{bmatrix} h_1^b & h_1^b & \dots & h_{N_I}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & v_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & v_{N_I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1^a \\ h_1^a \\ \vdots \\ h_{N_I}^a \end{bmatrix} x \quad (24)$$

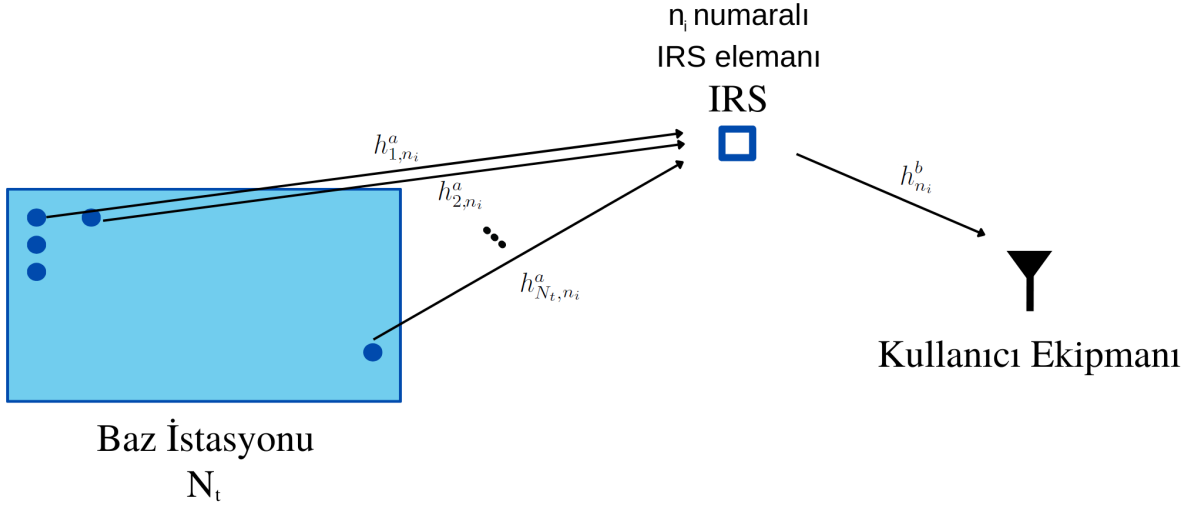
Eşitlik (24) ile verilen matematiksel ifade de baz istasyonundan iletimi sağlanan sembollerin verici anten ile IRS elemanları arasında oluşan N_i adet LoS kanal bağlantısından geçtiği daha sonra her bir IRS elemanından yansıtıldığı ve yansıtılırken bir faz kaymasına uğradığı en sonunda IRS ile alıcı anten arasında bulunan bağlantılardan geçtiği görülmektedir. Ardışık kanal modelinin elde edilebilmesi için bu etkiler toplanmaktadır.

Şekil 2.11 ile verilen haberleşme sistemindeki baz istasyonunun çok elemanlı bir yapıya getirildiği sistem Şekil 2.12 ile verilmiştir. Bu sistem MISO sistem yapısını oluşturur, IRS’de N_i , baz istasyonunda N_t eleman bulunur. Baz istasyonunun elemanları ile IRS’in elemanları arasında oluşan iletişim kanalındaki bağlantılar h_{n_i, n_t}^a katsayılarından oluşmaktadır. h_{n_i, n_t}^a baz istasyonunun n_t numaralı anteni ile IRS üstündeki n_i numaralı elemanı arasındaki bağlantıyı ifade etmektedir.



Şekil 2.12 Çok Elemanlı Verici-Çok Elemanlı IRS-Tek Antenli Alıcı Kanalı

Şekil 2.12'ye ait kanal modelini çıkarabilmek için önce n_i numaralı IRS elemanı üstünden yansıyan sinyal incelenmiştir. IRS'in n_i numaralı elemanı üstüne düşen sinyal u_{n_i} şeklinde adlandırılmıştır. u_{n_i} sinyalinin IRS yardımıyla belirli bir faz farkı eklenerek yansıtıldığı durum y_{n_i} olarak adlandırılmıştır. Kullanıcı tarafında gözlenen sinyal $r_{n_i}^{MISO}$ şeklinde isimlendirilmiştir. Şekil 2.13 ile verilen sistemde, n_i numaralı IRS elemanından yansıyan sinyal görülmektedir.



Şekil 2.13 Tek IRS Elemanı Üstünden Yansıyan Sinyal

Baz istasyonundaki her bir anten elemanı ile n_i numaralı IRS elemanı arasında oluşan bağlantılar aracılığıyla IRS elemanına ulaşan semboller Eşitlik (25) ile gösterilmiştir.

$$u_{n_i} = \sum_{n_t=1}^{N_t} (x_{n_t} h_{n_t, n_i}^a) \quad (25)$$

Eşitlik (26)'de yer alan y_{n_i} ifadesi IRS'e ulaşan sembollere faz farkı eklenerek yansıtılan sinyal modelini ifade etmektedir. Bu eşitlikte yer alan v_{n_i} ifadesi faz farkıdır, $v_{n_i} = \exp(j\Theta_{n_i})$.

$$y_{n_i} = v_{n_i} u_{n_i} \quad (26)$$

Eşitlik (27)'de verilen matematiksel ifade, n_i numaralı IRS elemanı üstünden yansıtılan sinyalin $h_{n_i}^b$ kanalını katederek tek elemanlı kullanıcı ekipmanına ulaşmasıyla elde edilir.

$$\begin{aligned} r_{n_i}^{MISO} &= h_{n_i}^b y_{n_i} \\ &= h_{n_i}^b v_{n_i} u_{n_i} \\ &= h_{n_i}^b v_{n_i} \sum_{n_t=1}^{N_t} (x_{n_t} h_{n_t, n_i}^a) \end{aligned} \quad (27)$$

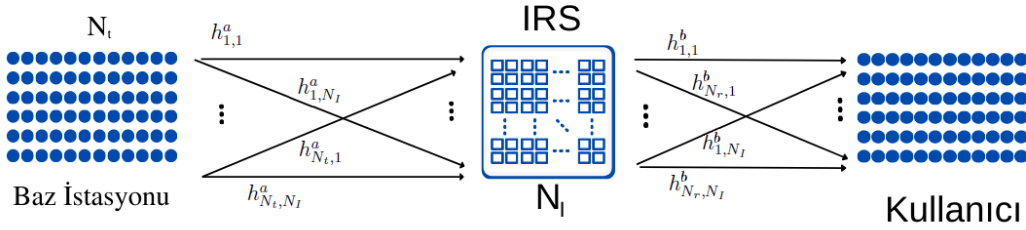
Eşitlik (27) kullanılarak, r^{MISO} sinyalinin matematiksel modeline geçiş yapılmıştır. Eşitlik (28) ile r^{MISO} modeli verilmiştir.

$$r^{MISO} = \sum_{n_i=1}^{N_i} (h_{n_i}^b v_{n_i} \sum_{n_t=1}^{N_t} (x_{n_t} h_{n_t, n_i}^a)) \quad (28)$$

Eşitlik (28)'teki matematiksel ifadenin matris formdaki gösterimi Eşitlik (29)'te verilmiştir.

$$r^{MISO} = \begin{bmatrix} h_1^b & h_2^b & \dots & h_{N_t}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & v_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & v_{N_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1,1}^a & \dots & h_{1,N_t}^a \\ h_{2,1}^a & \dots & h_{2,N_t}^a \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_t,1}^a & \dots & h_{N_t,N_t}^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N_t} \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$r^{MISO} = \mathbf{h}_b \text{diag}(\mathbf{v}) \mathbf{H}_a \mathbf{x}$$



Şekil 2.14 Çok Elemanlı Alıcı-IRS-Verici Kanalı

Şekil 2.12’ de verilen kanal modelinde kullanıcı ekipman tek antenli yapıdan çok antenli yapıya taşındığında kanal modeli istenen şekilde MIMO yapıya dönüşmüş olacaktır. Şekil 2.14’te gösterilen haberleşme sistemi MIMO yapılı sisteme ait bir örnektir. MIMO sistemin kurulması için Eşitlik (29) ’le hesaplanan alıcı sinyalin Şekil 2.14’te yer alan kullanıcı ekipmanına ait n_r numaralı antene gelen sinyal olduğu varsayımıyla başlanmıştır. Bu sinyal $r_{n_r}^{MIMO}$ olarak adlandırılacaktır.

Eşitlik (28) ve Eşitlik (29) ile verilen $r_{n_r}^{MIMO}$ ifadesinde kullanılan $h_{n_i}^b$ ifadesi için MIMO sistemde h_{n_r,n_i}^b ifadesi kullanılması gerekmektedir. Çünkü hem IRS hem de kullanıcı ekipman çoklu yapıdadır. h_{n_r,n_i}^b ifadesi IRS’in n_i numaralı elemanından kullanıcı ekipmanın n_r numaralı antenine doğru kurulan bağlantıyı göstermektedir. Eşitlik (30) ile n_r numaralı alıcı antenine ulaşan sinyal verilmektedir.

$$r_{n_r}^{MIMO} = \sum_{n_i=1}^{N_i} (h_{n_i}^b v_{n_i} \sum_{n_t=1}^{N_t} (x_{n_t} h_{n_i,n_t}^a)) \quad (30)$$

Kullanıcı ekipmanın n_r numaralı anteninden alınan sinyalin tüm alıcı antenlere uygulanmasıyla Şekil 2.14'te oluşturulan MIMO sistem modeli elde edilmiştir. Eşitlik (31) ile IRS destekli MIMO haberleşme sistemini ifade edilmiştir.

$$\mathbf{r}^{MIMO} = [r_1^{MIMO}, r_2^{MIMO}, \dots, r_{N_r}^{MIMO}]^T \in \mathbb{C}^{N_r \times 1} \quad (31)$$

Eşitlik (30), tek IRS destekli ve tek kullanıcı MIMO haberleşme kanalına ait bir matematiksel ifadedir. Bu haberleşme kanalının matris formu Eşitlik (32) ile verilmiştir.

$$\mathbf{r}^{MIMO} = \begin{bmatrix} h_{1,1}^b & \dots & h_{1,N_I}^b \\ h_{2,1}^b & \dots & h_{2,N_I}^b \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1}^b & \dots & h_{N_r,N_I}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & v_{N_I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1,1}^a & \dots & h_{1,N_I}^a \\ h_{2,1}^a & \dots & h_{2,N_I}^a \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_t,1}^a & \dots & h_{N_t,N_I}^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N_t} \end{bmatrix} \quad (32)$$

Bölüm 2.2.4'te verilen kanal kestirim çerçeve yapısına uygun bir model elde etmek için, Eşitlik (32)'de verilen kanal üstünde T sembol süresi kadar beklenmesi gerekmektedir. Kanal kestirim çerçeve yapısına uygun bir şekilde T sembol süresi sonra elde edilecek \mathbf{X} matrisi Eşitlik (33)'deki gibi ifade edilebilir.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,T} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N_t,1} & x_{N_t,2} & \dots & x_{N_t,T} \end{bmatrix} \quad (33)$$

Eşitlik (33) içinde yer alan \mathbf{X} matrisi, Eşitlik (32)'de bulunan \mathbf{x} vektörü yerine konularak T sembol süresi boyunca IRS destekli MIMO kanal üstünden kullanıcı ekipmana iletilen sinyal elde edilmiştir. T sembol süresi boyunca beklendiğinde elde edilen ifade Eşitlik (34) ile verilmiştir.

$$\mathbf{R}^{MIMO} = \begin{bmatrix} h_{1,1}^b & \dots & h_{1,N_I}^b \\ h_{2,1}^b & \dots & h_{2,N_I}^b \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1}^b & \dots & h_{N_r,N_I}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & v_{N_I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1,1}^a & \dots & h_{1,N_I}^a \\ h_{2,1}^a & \dots & h_{2,N_I}^a \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_t,1}^a & \dots & h_{N_t,N_I}^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,1} & \dots & x_{1,T} \\ x_{2,1} & \dots & x_{2,T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N_t,1} & \dots & x_{N_t,T} \end{bmatrix} \quad (34)$$

Eşitlik (34) ile verilen matris form Bölüm 2.2.4'te belirlenen kanal kestirim çerçeve yapısına uygun bir şekilde herhangi bir b bloktaki T sembol süresi boyunca alınan sinyallerin matris formdaki gösterimidir. Bu durumda Eşitlik (35) ile verilen ifade kanal kestirim çerçeve yapısının bir bloğunda elde edilen sinyali ifade etmektedir.

Eşitlik (35) ile verilen matris formundaki ifade Şekil 2.14'te verilen MIMO haberleşme sisteminin belirli bir b bloğunda kullanıcı ekipman tarafında elde edilen sinyali ifade etmektedir. Eşitlik (35)'da verilen $\mathbf{v}_b = [v_1, v_2, \dots, v_{N_I}]^T \in \mathbb{C}^{N_I \times 1}$ bir bloktaki IRS faz çarpanlarını göstermektedir, $\mathbf{X}_b = [\mathbf{x}_1^b, \mathbf{x}_2^b, \dots, \mathbf{x}_{N_T}^b]^T \in \mathbb{C}^{N_t \times T}$ bir bloktaki kılavuz sembolleri göstermektedir.

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_b &= (\mathbf{H}_b \text{diag}(\mathbf{v}_b) \mathbf{H}_a) \mathbf{X}_b \\
\mathbf{R}_b &= \begin{bmatrix} h_{1,1}^b & h_{1,2}^b & \dots & h_{1,N_I}^b \\ h_{2,1}^b & h_{2,2}^b & \dots & h_{2,N_I}^b \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1}^b & h_{N_r,2}^b & \dots & h_{N_r,N_I}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^b & 0 & \dots & 0 \\ 0, & v_2^b & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots, & v_{N_I}^b \end{bmatrix} \\
&\times \begin{bmatrix} h_{1,1}^a & h_{1,2}^a & \dots & h_{1,N_I}^a \\ h_{2,1}^a & h_{2,2}^a & \dots & h_{2,N_I}^a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_t,1}^a & h_{N_t,2}^a & \dots & h_{N_t,N_I}^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,1}^b & x_{1,2}^b & \dots & x_{1,T}^b \\ x_{2,1}^b & x_{2,2}^b & \dots & x_{2,T}^b \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N_t,1}^b & x_{N_t,2}^b & \dots & x_{N_t,T}^b \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{35}$$

2.4. Sistem Modelinin Oluşturulması

Bu bölümde 2.2.4'te verilen kanal kestirim çerçeve yapısı kullanılarak sistem modeli oluşturulmuştur.

Şekil 2.1'deki LoS kanalı \mathbf{H}_d ile ifade edilmiştir. \mathbf{H}_d , MIMO yapıdadır. \mathbf{H}_d kanalı üstünden kullanıcı ekipmanına ulaşan sinyal Eşitlik (36) ile verilmiştir ve \mathbf{R}_{LOS}^{MIMO} olarak adlandırılmıştır.

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_{LOS}^{MIMO} &= \begin{bmatrix} h_{1,1}^d & h_{1,2}^d & \dots & h_{1,N_t}^d \\ h_{2,1}^d & h_{2,2}^d & \dots & h_{2,N_t}^d \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1}^d & h_{N_r,2}^d & \dots & h_{N_r,N_t}^d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,1}^b & x_{1,2}^b & \dots & x_{1,T}^b \\ x_{2,1}^b & x_{2,2}^b & \dots & x_{2,T}^b \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N_t,1}^b & x_{N_t,2}^b & \dots & x_{N_t,T}^b \end{bmatrix} \\
&= \mathbf{H}_d \mathbf{X}_b
\end{aligned} \tag{36}$$

Eşitlik (35) ile verilen IRS destekli ardışık kanal ve Eşitlik (36) ile verilen açık görüş hattı toplanarak elde edilen ifade Eşitlik (37) ile verilmiştir. Eşitlik (37), Şekil 2.1’de verilen haberleşme sistemini modellemektedir. \mathbf{H}_b , \mathbf{H}_a ve \mathbf{H}_d ile verilen matrisler sistem modelini oluşturan milimetre dalga kanallarındır ve her blok için sabittir. \mathbf{v}_b ve \mathbf{X}_b , $b = 1, 2, \dots, B$ ile verilen matrisler belirli bir bloktaki IRS ekipmanının faz çarpanlarını ve vericide üretilen sembolleri belirtmektedir.

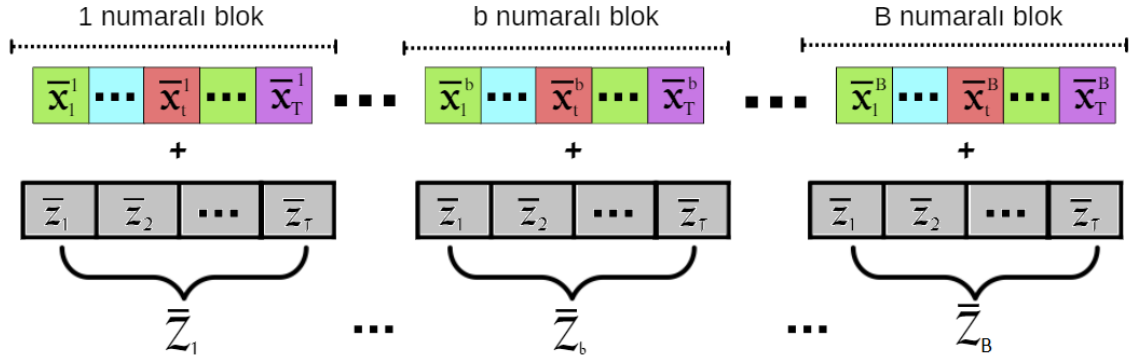
$$\mathbf{R}_b = (\mathbf{H}_b \text{diag}(\mathbf{v}_b) \mathbf{H}_a + \mathbf{H}_d) \mathbf{X}_b \quad (37)$$

\mathbf{X}_b matrisi yarı dikgen veya dikgen matris olarak tasarlanmıştır. Dikgen matrisler bir kare matristen oluşan ve tanımı gereği devrik eşlenik matrisi ile çarpıldığında birim matris veren matrislerdir. Örneğin $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ bir dikgen matris ise $\mathbf{A} \times \mathbf{A}^H = I_n$ olacaktır, öte yandan $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{n \times m}$, $n \neq m$ bir yarı dikgen matris ise, yarı dikgen matrisler kare matris değildirler ancak devrik eşlenik matrisi ile çarpıldığında birim matris verir, $\mathbf{B} \times \mathbf{B}^H = I_n$ ya da $\mathbf{B}^H \times \mathbf{B} = I_m$ olacaktır ancak iki eşitliğin aynı anda sağlanması gerekmektedir [51]. Buna göre \mathbf{X}_b sembolleri yarı dikgen olacak şekilde oluşturulur, $\mathbf{X}_b \times \mathbf{X}_b^H = T\mathbf{I}_{N_T}$.

Eşitlik (37)’de verilen sistem modelinde, faz çarpanlarını içeren vektör \mathbf{v}_b her blokta değişebilir ancak T sembol süresi boyunca (yani bir blok boyunca) sabittir. Her bir bloktaki \mathbf{v}_b vektörleri birbirine dikgen şekilde tasarlanmalıdır. Sistem birbirinden farklı iki bloktaki faz farkı çarpanları vektörlerinin iç çarpımları sıfır olacak şekilde tasarlanmıştır, $\langle \mathbf{v}_{b_1}, \mathbf{v}_{b_2} \rangle = 0$, $b_1 \neq b_2$. Bu tasarımın gerçekleştirilmesi amacıyla dikgen matrisler kullanılmaktadır. $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_B] \in \mathbb{C}^{B \times N_T}$ şeklinde bir bağlantı kurulduktan sonra, \mathbf{V} matrisi yarı dikgen veya dikgen olacak şekilde tasarlanmalıdır, $\mathbf{V} \times \mathbf{V}^H = B\mathbf{I}_{N_T}$.

Sistem modelinin oluşturulması amacıyla Şekil 2.8’de gösterilen TDD çerçeve yapısına uygun şekilde gürültü bileşenleri üretilmiştir. Gürültü bileşenlerinin yapısı Şekil 2.15’de verilmiştir.

Eşitlik (37)’de kullanıcı ekipmanda alınan sinyalin üstüne gürültü eklendiğinde Eşitlik (38) elde edilir. Eşitlik (38) sistem modelini vermektedir. Eşitlik (38)’te yer alan ve



Şekil 2.15 TDD Çerçevesine Uygun Gürültü Bileşenleri

gürültü bileşenlerini içeren \mathbf{Z}_b , bir dairesel simetrik kompleks Gauss gürültüsüdür (circular symmetric complex Gaussian noise). \mathbf{Z}_b bileşenlerinin her biri birbirinden bağımsız rastgele değişkenlerdir.

$$\mathbf{R}_b = (\mathbf{H}_b \text{diag}(\mathbf{v}_b) \mathbf{H}_a + \mathbf{H}_d) \mathbf{X}_b + \mathbf{Z}_b \quad (38)$$

3. KANAL KESTİRİM ALGORİTMALARI

Eşitlik (38) ile TDD kanal kestirim çerçeve yapısına sahip bir haberleşme sisteminde baz istasyonundan belirli bir blokta iletilen sembollerin (\mathbf{X}_b) kullanıcı tarafındaki ifadesi verilmiştir. Bu bölümde, Eşitlik (38) kullanılarak farklı kanal kestirim algoritmaları oluşturulmuştur. Söz konusu olan algoritmalar en küçük kareler Khatri-Rao faktörizasyonu (least squares Khatri-Rao factorization - LSKRF), çift doğrusal değişen en küçük kareler (bilinear alternating least squares - BALS) ve manifold üstünden eşlenik gradyan optimizasyonu (conjugate gradient on manifold optimization - CGMO) algoritmalarıdır. Algoritmalar oluşturulmadan önce, Eşitlik (38) içinde \mathbf{R}_b sinyallerinin kanal kestirim çerçeve yapısındaki tüm blokları içerecek şekilde nasıl bir araya getirileceği anlatılmıştır. LSKRF ve BALS algoritmalarında kullanılmış olan tensör yapısından ve bu algoritmaların temelini oluşturan paralel faktörizasyon (parallel factorization - PARAFAC) analizinden bahsedilmiştir. Daha sonra her üç algorditmada da kullanılan matris çarpımlarından bahsedilerek bu çarpımların nasıl gerçekleştirildiği verilen eşitlikler ile tanımlanmıştır. Son olarak CGMO algoritmasında kullanılan iç çarpım işlemi bu bölümün sonunda yer alan eşitlikte verilmiştir.

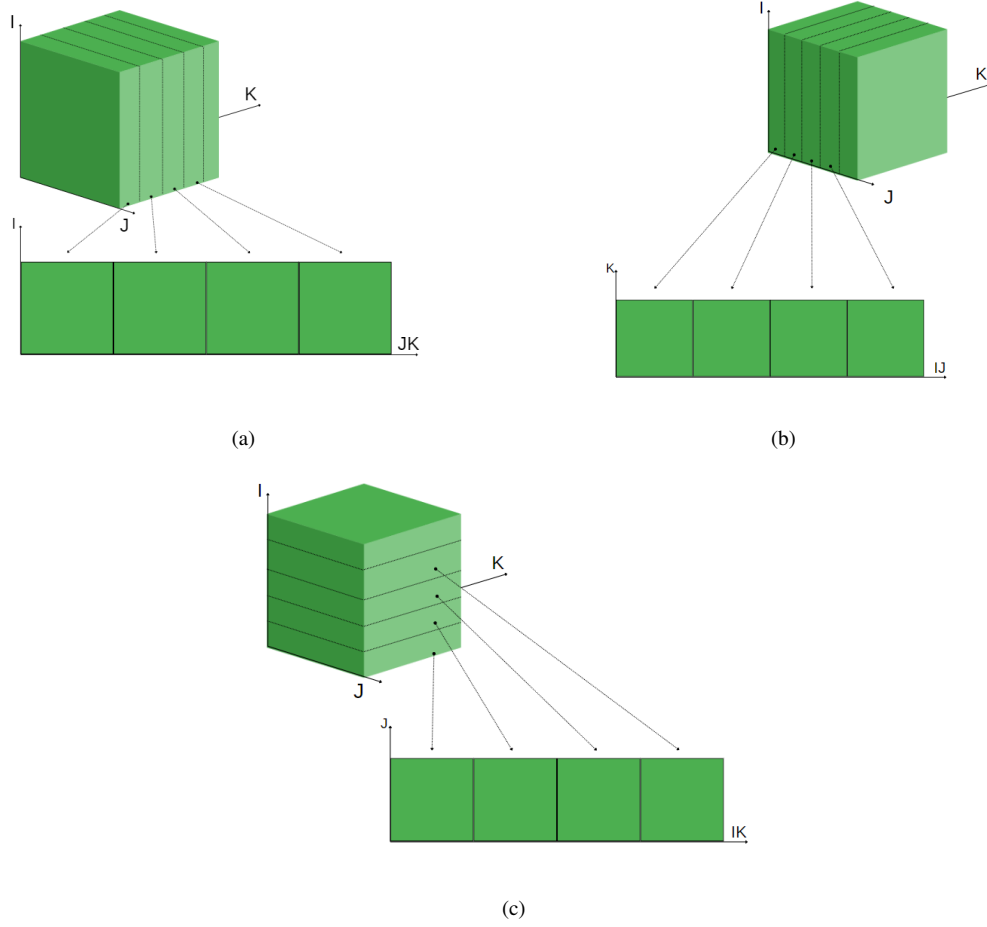
LSKRF ve BALS algoritmalarında her bir blok için alıcıda algılanan \mathbf{R}_b , $b = 1, 2, \dots, B$ sinyalleri, üç boyutlu bir matrisin elemanları olarak yerleştirilmiştir. Matematikte ikiden daha yüksek boyutlu matrislere tensör ismi verilmektedir. Tensörler sinyal işleme gibi alanlarda sıklıkla kullanılmaktadır. Bu durumda LSKRF ve BALS algoritmalarında kullanılmak üzere oluşturulan üç boyutlu matris bir tensör yapısıdır. Elde edilen tensör kanonikal dekompozisyon (canonical decomposition - CANDECOMP) veya PARAFAC olarak isimlendirilen teknik kullanılarak üç farklı iki boyutlu matrise dönüştürülecektir. Bir tensörün bu şekilde matrislere çevrilmesine matrisleştirme denmektedir. Matrisleştirme sonucu elde edilen üç matris kullanılarak iki farklı kanal kestirim algoritması olan LSKRF ve BALS algoritmaları türetilecektir.

Bu algoritmalarda yer alan tensör üç boyutlu olduğu için üçlü tensor olarak anılmaktadır.

PARAFAC analizi matrisleştirme temeline dayanmaktadır. Üç boyutlu bir tensörün matrisleştirilmesi, herhangi iki boyutunda bulunan matrisin sıralanarak tekrarlanması ve iki boyutlu matris yapısı olacak şekilde yeniden oluşturulması anlamına gelmektedir. Bir üçlü tensörü matrisleştirmek için birden fazla yöntem uygulanabilir olsa da, bu tez kapsamında PARAFAC analizinin trilineer yapısı kullanılarak matrisleştirme gerçekleştirilmiştir. Üçlü tensör yapısındaki $(I \times J \times K)$ boyutlu veri setini matrisleştirmenin bir yolu tensörü $(I \times JK)$ boyutlu bir matrise dönüştürmektir [52]. $(I \times JK)$ boyutlu matrise ek olarak PARAFAC trilineerliğinden faydalanılarak $(K \times II)$ ve $(K \times II)$ boyutlu matrisler elde edilebilir. Şekil 3.1’de üçlü tensörün nasıl matrisleştirildiği örnek olarak verilmektedir. Bu durumda $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I \times J \times K}$ tensörünün k numaralı yüzünün i numaralı satırı ve j numaralı sütunundaki elemanı veren eşitlik $X_{i,j,k} = \sum_{f=1}^F a_{i,f} b_{j,f} c_{k,f}$, $a_{i,f} \triangleq \mathbf{A}[i, f] \in \mathbb{C}^{I \times F}$, $b_{j,f} \triangleq \mathbf{B}[j, f] \in \mathbb{C}^{J \times F}$, $c_{k,f} \triangleq \mathbf{C}[k, f] \in \mathbb{C}^{K \times F}$ şeklinde yazılabiliyorsa PARAFAC analizi ile matrisleştirme formülü Eşitlik (39) ile verilmiştir. LSKRF ve BALS algoritmalarının aksine CGMO için üretilen algoritmada ise alıcı tarafında algılanan \mathbf{R}_b sinyalleri blok sırasına göre alt alta dizilerek iki boyutlu bir matris oluşturulacaktır. CGMO, elde edilen iki boyutlu matris ile işleme alınacaktır.

$$\begin{aligned}
\mathbf{X}_1 &= \mathbf{A}(\mathbf{B} \odot \mathbf{C})^T \in \mathbb{C}^{I \times JK} \\
\mathbf{X}_2 &= \mathbf{C}(\mathbf{A} \odot \mathbf{B})^T \in \mathbb{C}^{K \times IJ} \\
\mathbf{X}_3 &= \mathbf{B}(\mathbf{C} \odot \mathbf{A})^T \in \mathbb{C}^{J \times IK}
\end{aligned} \tag{39}$$

Eşitlik (39) ile verilen matrisleştirme işleminde kullanıldığı gibi, her üç algoritmanın gerçekleştirilebilmesi Kronecker ve Khatri-Rao çarpımları uygulanmaktadır. Eşitlik (40a) ve Eşitlik (40b)’de sırasıyla Kronecker ve Khatri-Rao çarpımı açıklanmaktadır. $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{l \times k}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{x \times y}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{z \times y}$ matrisleri ile yapılan işlemler verilmiştir. $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_y$ ve $\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \dots, \mathbf{C}_y$ ifadeleri \mathbf{B} ve \mathbf{C} matrislerinin sütunlarını temsil etmektedir.



Şekil 3.1 Üçlü Tensörün Matrisleştirilmesi

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}\mathbf{B} & \dots & a_{1k}\mathbf{B} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{l1}\mathbf{B} & \dots & a_{lk}\mathbf{B} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{lx \times ky} \quad (40a)$$

$$\mathbf{B} \odot \mathbf{C} = \left[\mathbf{B}_1 \otimes \mathbf{C}_1, \mathbf{B}_2 \otimes \mathbf{C}_2, \dots, \mathbf{B}_y \otimes \mathbf{C}_y \right] \in \mathbb{C}^{xz \times y} \quad (40b)$$

BALS, CGMO ve LSKRF algoritmalarında kullanılan diğer matris işleminin ismi iç çarpımdır. $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2 \in \mathbb{C}^{M \times N}$ şeklinde tanımlanmış iki matristir. Bu iki matrisin iç çarpımları Eşitlik (41) ile verilmiştir.

$$\langle \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2 \rangle = \mathcal{R}\{tr(\mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_2)\} \quad (41)$$

3.1. Paralel Faktörizasyon Temelli Kanal Kestirimi

Eşitlik (38) içinde yer alan \mathbf{R}_b 'nin matematiksel ifadesinde bulunan baz istasyonu ile kullanıcı ekipmanı arasındaki kanalın (\mathbf{H}_d) bilindiği varsayılarak bu kanal eşitlikten çıkartılmış, sadece sanal açık görüş hattının mümkün olduğu bir eşitlik oluşturulmuştur. Aynı şekilde gürültü bileşeni (\mathbf{Z}_b) daha sonra hesaba katılmak üzere eşitlikten çıkarılmıştır. Elde edilen yeni eşitlik sanal açık görüş hattını içermektedir ve Eşitlik (42)'de sunulmuştur.

$$\mathbf{R}_{b_{VLOS}} = \mathbf{H}_b \text{diag}(\mathbf{v}_b) \mathbf{H}_a \mathbf{X}_b \in \mathbb{C}^{N_r \times T} \quad (42)$$

İşlemsel kolaylık açısından her blokta aynı kılavuz sembollerin kullanıldığı varsayılmıştır, bu durumda $\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_2 = \dots = \mathbf{X}_B \triangleq \mathbf{X}$ olacaktır ve kılavuz sembollerin gösteriminde her blok için \mathbf{X} kullanılacaktır. \mathbf{X} kullanılarak oluşturulan $\mathbf{R}_{b_{VLOS}}$ ifadesi Eşitlik (43a)'da verilmiştir. Üçlü tensör modeli oluşturduktan sonra trilineer PARAFAC analizinin yapılabilmesi için Eşitlik (43b)'de çarpım halindeki matris sayısı üçe indirilmiştir. Çarpım halindeki matris sayısının üçe indirilebilmesi için \mathbf{N} matrisi tanımlanmıştır.

$$\mathbf{R}_{b_{VLOS}} = \mathbf{H}_b \text{diag}(\mathbf{v}_b) \mathbf{H}_a \mathbf{X} \quad (43a)$$

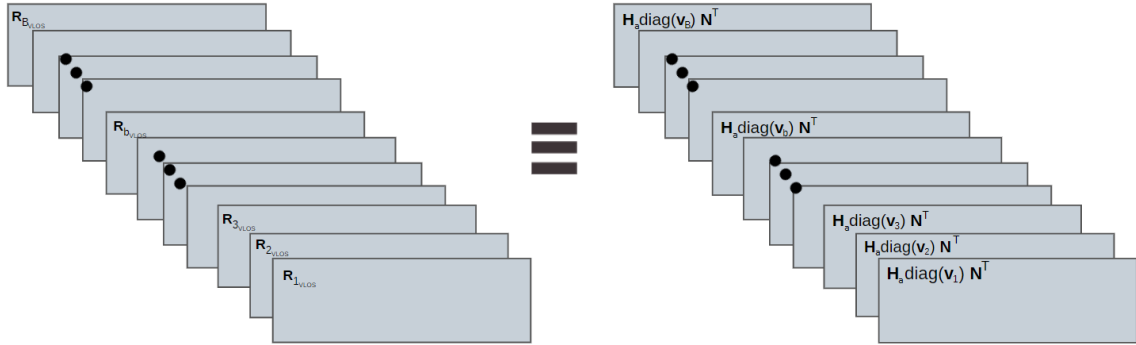
$$\mathbf{R}_{b_{VLOS}} = \mathbf{H}_b \text{diag}(\mathbf{v}_b) \mathbf{N}^T, \quad \mathbf{N} = \mathbf{X}^T \mathbf{H}_a^T \in \mathbb{C}^{T \times N_i} \quad (43b)$$

Eşitlik (44) ile, Eşitlik (43) içinde verilen matematiksel modeli oluşturulan sanal açık görüş hattının matris formu gösterilmiştir.

$$\mathbf{R}_{bVLOS} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2}\dots & h_{1,N_I} \\ h_{2,1} & h_{2,2}\dots & h_{2,N_I} \\ \vdots & \vdots \ddots & \vdots \\ h_{N_t,1} & h_{N_t,2}\dots & h_{N_t,N_I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^b & 0\dots & 0 \\ 0 & v_2^b\dots & 0 \\ \vdots & \vdots \ddots & \vdots \\ 0 & 0\dots & v_{N_I}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{1,1} & n_{1,2}\dots & n_{1,N_I} \\ n_{2,1} & n_{2,2}\dots & n_{2,N_I} \\ \vdots & \vdots \ddots & \vdots \\ n_{T,1} & n_{T,2}\dots & n_{T,N_I} \end{bmatrix}^T \quad (44a)$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{1,n_i}^b v_{n_i}^b n_{1,n_i}) & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{1,n_i}^b v_{n_i}^b n_{2,n_i}) & \dots & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{1,n_i}^b v_{n_i}^b n_{T,n_i}) \\ \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{2,n_i}^b v_{n_i}^b n_{1,n_i}) & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{2,n_i}^b v_{n_i}^b n_{2,n_i}) & \dots & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{2,n_i}^b v_{n_i}^b n_{T,n_i}) \\ \vdots & \vdots \ddots & \vdots & \vdots \\ \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{N_r,n_i}^b v_{n_i}^b n_{1,n_i}) & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{N_r,n_i}^b v_{n_i}^b n_{2,n_i}) & \dots & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{N_r,n_i}^b v_{n_i}^b n_{T,n_i}) \end{bmatrix} \quad (44b)$$

Eşitlik (44b)'de verilen ifade tensor yapısı oluşturacak şekilde blok numarasına göre sıralanacaktır. Şekil 3.2'de bu sıralamanın nasıl yapıldığı örneklendirilmiştir, \mathbf{R}_{bVLOS} matrisleri üç boyutlu $\mathcal{R} \in \mathbb{C}^{N_r \times T \times B}$ tensörünün ön yüzlerini oluşturan matrislerdir.



Şekil 3.2 \mathcal{R} Tensörünün Oluşturulması

\mathcal{R} tensörünün b numaralı yüzünün, n_r numaralı satırı ve t numaralı sütununda yer alan eleman Eşitlik (45)'ta verilmiştir. IRS üstündeki yansıma katsayı vektörlerinden oluşan $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_B] \in \mathbb{C}^{B \times N_i}$ matrisinin elemanlarını Eşitlik (45) içinde yer alan v_{b,n_i} ifadesi oluşturmaktadır. Eşitlikte yer alan h_{n_r,n_i} , n_{t,n_i} v_{b,n_i} ifadeleri \mathbf{H}_b , \mathbf{N} ve \mathbf{V} matrislerinin ilgili

elemanlarını temsil etmektedir ve $h_{n_r, n_i} \triangleq \mathbf{H}_b[n_r, n_i]$, $n_{t, n_i} \triangleq \mathbf{N}[t, n_i]$ ve $v_{b, n_i} \triangleq \mathbf{V}[b, n_i]$ şeklinde tanımlanmıştır.

$$\mathcal{R}_{n_r, t, b} = \sum_{n_i=1}^{N_I} h_{n_r, n_i}^b v_{n_i}^b n_{t, n_i} \quad (45)$$

Eşitlik (45)'ta verilen üçlü tensör modeline PARAFAC analizi uygulanmıştır. PARAFAC analizi için Khatri-Rao çarpımı kullanılmaktadır. PARAFAC analizinin trilineerliğinden faydalanarak aşağıdaki üç matris elde edilmiştir.

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{H}_b(\mathbf{V} \odot \mathbf{N})^T \in \mathbb{C}^{N_r \times TB} \quad (46a)$$

$$\mathbf{R}_2 = \mathbf{N}(\mathbf{V} \odot \mathbf{H}_b)^T \in \mathbb{C}^{T \times N_r B} \quad (46b)$$

$$\mathbf{R}_3 = \mathbf{V}(\mathbf{H}_b \odot \mathbf{N})^T \in \mathbb{C}^{B \times N_r T} \quad (46c)$$

Eşitlik (46) ile PARAFAC analizi sonucu elde edilen matrisler yardımıyla LSKRF ve BALS algoritmaları türetilmiştir.

3.1.1. En Küçük Kareler Khatri-Rao Faktörizasyonu

Bu bölümde PARAFAC temelli ilk algoritma anlatılmıştır. Eşitlik (46c)'de verilen matrisleştirilmiş tensör yapısı, en küçük kareler Khatri-Rao faktörizasyonu algoritmasının gerçekleştirilmesi için kullanılacaktır. Bu amaçla, Kronecker ve Khatri-Rao çarpımlarının $(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})(\mathbf{C} \odot \mathbf{D}) = (\mathbf{AC} \odot \mathbf{BD})$ özelliğinden faydalanılmıştır [53]. \mathbf{R}_3 'de yer alan $(\mathbf{N} \odot \mathbf{H}_b)$ ifadesinin verilen özelliğe uygun şekilde işleme alınabilmesi için Eşitlik (47)'de verilen ifade kurgulanmıştır.

$$(\mathbf{N} \odot \mathbf{H}_b) = (\mathbf{X} \mathbf{H}_a^T \odot \mathbf{H}_b) = (\mathbf{X} \mathbf{H}_a^T \odot \mathbf{I}) \mathbf{H}_b \quad (47)$$

Eşitlik (47)'de verilen ifadeye göre Eşitlik (46c) yeniden düzenlendiğinde elde edilen sonuç Eşitlik (48a)'da gösterilmiştir. Daha sonra işleme alınmak üzere denklemden çıkartılan gürültü bu aşamada yeniden işleme dahil edilmiştir. Bu amaçla \mathbf{Z}_b gürültü bileşenleri bir tensör yapısı oluşturacak şekilde yeniden yapılandırılmıştır. Tensör yapısı oluşturulduktan sonra PARAFAC analizi gerçekleştirilmiştir. $\mathcal{Z} \in \mathbb{C}^{N_r \times T \times B}$ tensörünün b numaralı yüzünü \mathbf{Z}_b bileşenleri oluşturmaktadır. \mathbf{Z}_b ile ifade edilen gürültü bileşeni, dairesel simetrik Gauss gürültüsüdür. Gürültü tensöründen PARAFAC analizi uygulanarak $\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2$ ve \mathbf{Z}_3 matrisleri elde edilmiştir. $\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3$ matrisleri sırasıyla $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3$ matrislerine eklenmiştir. Ancak en küçük kareler Khatri-Rao faktörizasyonu algoritması kapsamında yalnızca $\bar{\mathbf{R}}_3 = \mathbf{R}_3 + \mathbf{Z}_3$ ifadesi kullanılacaktır. Eşitlik (48)'te $\bar{\mathbf{R}}_3$ ifadesinin açılımı verilmiştir.

$$\mathbf{R}_3 = \mathbf{V}(\mathbf{X} \mathbf{H}_a^T \odot \mathbf{I} \mathbf{H}_b)^T \quad (48a)$$

$$\bar{\mathbf{R}}_3 = \mathbf{V}(\mathbf{X} \mathbf{H}_a^T \odot \mathbf{I} \mathbf{H}_b)^T + \mathbf{Z}_3 \quad (48b)$$

$$\bar{\mathbf{R}}_3 = \mathbf{V}(\mathbf{H}_a^T \odot \mathbf{H}_b)^T (\mathbf{X} \otimes \mathbf{I})^T + \mathbf{Z}_3 \quad (48c)$$

Eşitlik (48c)'de verilen $\bar{\mathbf{R}}_3$ matrisine sağ ve sol filtreleme yapılacaktır. Sağ ve sol filtrelemenin amacı ardışık kanalın üstündeki diğer etkilerin filtrelenerek yalnızca ardışık kanalın elde edilmesidir. Bu sebeple sol filtreleme için \mathbf{V}^H , sağ filtreleme için $(\mathbf{X}^* \otimes \mathbf{I})$ kullanılmıştır. Matris \mathbf{V} ve \mathbf{X} yarı dikgen matris olacak şekilde belirlendiği için, $\mathbf{V}^H \times \mathbf{V} = N_I \mathbf{I}$ ve $(\mathbf{X} \otimes \mathbf{I})^T \times (\mathbf{X}^* \otimes \mathbf{I}) = T \mathbf{I}$ olacaktır. Sağ ve sol filtreleme yapıldıktan sonra elde edilen matematiksel ifade Eşitlik (49) ile verilmiştir. Eşitlik (49) içinde yer alan $\bar{\mathbf{Z}}_3$ ifadesi filtrelenmiş gürültü bileşenini belirtmektedir.

$$\mathbf{W}^T = \frac{\mathbf{V}^H \bar{\mathbf{R}}_3 (\mathbf{X}^* \otimes \mathbf{I})}{BT} = (\mathbf{H}_a^T \odot \mathbf{H}_b)^T + \bar{\mathbf{Z}}_3 \quad (49)$$

Eşitlik (49) kullanılarak en küçük kareler problemi formülize edilmiştir. En küçük kareler problemi bir adım ileri taşınarak en küçük kareler Khatri-Rao faktörizasyonu algoritması sunulmuştur. En küçük kareler problemi Eşitlik (50) ile verilmiştir.

$$\min_{\mathbf{H}_a, \mathbf{H}_b} \left\| \mathbf{W} - \mathbf{H}_a^T \odot \mathbf{H}_b \right\|_F^2 \quad (50)$$

Eşitlik (50) ile verilen probleme ait matrislerin, \mathbf{W} ve $\mathbf{H}_a^T \odot \mathbf{H}_b$, her bir sütunuyla yeniden minimizasyon problemi oluşturulması sonucu en küçük kareler Khatri-Rao faktörizasyonu için istenilen problem kurulmuştur. Eşitlik (51) ile en küçük kareler Khatri-Rao faktörizasyonu için kurulan problem verilmiştir.

$$\arg \min_{h_{a_{n_i}}, h_{b_{n_i}}} \sum_{n_i=1}^{N_i} \left\| \bar{\mathbf{W}}_{n_i} - \mathbf{h}_{b_{n_i}} \mathbf{h}_{a_{n_i}}^T \right\|_F^2 \quad (51)$$

Eşitlik (51) ile yer alan $\bar{\mathbf{W}}_{n_i}$ ifadesi, \mathbf{W} 'ye ait sütunların $N_t \times N_r$ boyutlu matrisle dönüştürülmesi olarak tanımlanabilir. $\bar{\mathbf{W}}_{n_i}$ matrisi \mathbf{w}_{n_i} vektöründen elde edilir. $\mathbf{w}_{n_i} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_r, 1}$ olarak tanımlanır ve \mathbf{W} matrisinin n_i numaralı sütununu temsil etmektedir. Bu durumda \mathbf{w}_{n_i} ifadesinin vektör formundan matris formuna dönüştürülmesiyle $\bar{\mathbf{W}}_{n_i}$ elde edilir. Eşitlik (52)'de, Eşitlik (51) içinde yer alan $\bar{\mathbf{W}}_{n_i}$ matematiksel tanımı verilmektedir.

$$\bar{\mathbf{W}}_{n_i} \triangleq \text{unvec}_{N_t \times N_r}(\mathbf{w}_{n_i}) \quad (52)$$

$\mathbf{h}_{b_{n_i}}$ ve $\mathbf{h}_{a_{n_i}}$ sırasıyla \mathbf{H}_a ve \mathbf{H}_b matrislerinin n_i numaralı sütunlarını tanımlamaktadır. Eşitlik (51)'de verilen problem, $\mathbf{h}_{a_{n_i}} \mathbf{h}_{b_{n_i}}^T$ çarpımının kertesinin (rankının) bir olması sebebiyle N_i adet rank-1 yaklaşıklıkla problemi içermektedir. Buna göre, Eşitlik (51) ile verilen problemin çözümü için budanmış tekil değer çözümü (truncated singular value decomposition - t-SVD) kullanılmaktadır. Rank-1 problem için, SVD uygulanan bir matristen elde edilen sağ tekil vektörler (right singular vectors), sol tekil vektörler (left singular vectors), tekil değerler (singular values) matrislerinin ilk sütunları kullanılır. Eşitlik (53)'de Rank-1 matris için t-SVD uygulaması gösterilmiştir.

$$[\mathbf{u}_1, \sigma_1, \mathbf{v}_1] = \text{t-SVD}(\bar{\mathbf{W}}_{n_i}) \quad (53)$$

Elde edilen her $\bar{\mathbf{W}}_{n_i}$ matrisine t-SVD uygulanarak elde edilen sağ vektör (\mathbf{v}_1), tekil değer (σ_1) ile sol tekil vektör (\mathbf{u}_1) kullanılarak $\mathbf{h}_{a_{n_i}}$ ve $\mathbf{h}_{b_{n_i}}$ elde edilmektedir. Budanmış tekil değer çözümüne ait matematiksel tanım ile $\mathbf{h}_{a_{n_i}}$ ve $\mathbf{h}_{b_{n_i}}$ vektörlerinin nasıl elde edildiği Eşitlik (54) ile verilmiştir.

$$\mathbf{h}_{b_{n_i}} = \sqrt{\sigma_1} \mathbf{v}_1^* \quad (54a)$$

$$\mathbf{h}_{a_{n_i}} = \sqrt{\sigma_1} \mathbf{u}_1 \quad (54b)$$

Eşitlik (55)'de $\mathbf{h}_{a_{n_i}}$ ve $\mathbf{h}_{b_{n_i}}$ sütunları kullanılarak \mathbf{H}_a ve \mathbf{H}_b matrisleri oluşturmuştur.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{H}}_b &= [\mathbf{h}_{b_{n_1}}, \mathbf{h}_{b_{n_2}}, \dots, \mathbf{h}_{b_{n_i}}, \dots, \mathbf{h}_{b_{N_I}}] \\ \hat{\mathbf{H}}_a &= [\mathbf{h}_{a_{n_1}}, \mathbf{h}_{a_{n_2}}, \dots, \mathbf{h}_{a_{n_i}}, \dots, \mathbf{h}_{a_{N_I}}] \end{aligned} \quad (55)$$

$\hat{\mathbf{H}}_a$ ve $\hat{\mathbf{H}}_b$ kanalları çarpım haline getirilerek kestirim yapılan ardışık kanal bulunur, $\mathbf{H}_a \mathbf{H}_b^T$. Çizelge 3.1'de en küçük kareler Khatri-Rao faktörizasyonu algoritması özetlenmiştir.

3.1.2. Çift Doğrusal Değişen En Küçük Kareler

Bu bölümde PARAFAC temelli ikinci algoritma anlatılmıştır. Eşitlik (46a) ve Eşitlik (46b)'de verilen ifadeler kullanılarak çift doğrusal değişen en küçük kareler algoritması üretilmiştir, bu nedenle bu eşitliklere gürültü terimi eklenmelidir. Gürültü teriminin oluşturulması için \mathcal{Z}_b ile ifade edilen blok gürültüleri bir tensör oluşturacak şekilde sıralanır, $\mathcal{Z} \in \mathbb{C}^{N_r \times T \times B}$. Gürültünün nasıl oluşturulacağı Bölüm 3.2.1'de en küçük kareler Khatri-Rao faktörizasyonu algoritması kurulurken daha detaylı bir şekilde anlatılmıştır. $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3$ sinyallerine gürültü eklenmesi amacıyla \mathcal{Z} gürültüsüne PARAFAC analizi uygulanmıştır. \mathcal{Z} tensöründen, $\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2$ ve \mathbf{Z}_3 matrisleri elde edilerek $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3$ sinyallerine eklenmiştir. Eşitlik (56) ile çift doğrusal değişen en küçük kareler algoritmasında kullanılacak olan sinyaller verilmiştir.

Algoritma-1:

1. \mathbf{R}_b sinyalleri ile \mathcal{R} tensörü oluşturulur
2. \mathcal{R} tensörünün matrisleştirilmesiyle $\bar{\mathbf{R}}_3$ sinyali elde edilir

$$\bar{\mathbf{R}}_3 = \mathbf{V}(\mathbf{H}_a^T \odot \mathbf{H}_b)^T (\mathbf{X} \otimes \mathbf{I})^T + \mathbf{Z}_3$$
3. $\bar{\mathbf{R}}_3$ sinyali filtrelenerek \mathbf{W}^T elde edilir:

$$\mathbf{W}^T = \mathbf{V}^H \bar{\mathbf{R}}_3 (\mathbf{X}^* \otimes \mathbf{I}) / \mathbf{B}^T$$
4. $n_i = 1, 2, \dots, N_i$ için
5. \mathbf{W} matrisinin n_i numaralı sütünü matrise dönüştürülür

$$\bar{\mathbf{W}}_{n_i} \triangleq \text{unvec}_{N_t \times N_r}(\mathbf{w}_{n_i})$$
6. $\bar{\mathbf{W}}_{n_i}$ matrisinin ilk sağ-sol tekil vektörleri ve tekil değeri hesaplanır

$$[\mathbf{u}_1, \sigma_1, \mathbf{v}_1] = \text{t-SVD}(\bar{\mathbf{W}}_{n_i})$$
7. Tekil değer ve sol vektör yardımıyla \mathbf{H}_b 'nin n_i numaralı sütünü bulunur

$$\mathbf{h}_{b_{n_i}} = \sqrt{\sigma_1} \mathbf{v}_1^*$$
8. Tekil değerve sağ vektör yardımıyla \mathbf{H}_a 'nin n_i numaralı sütünü bulunur

$$\mathbf{h}_{a_{n_i}} = \sqrt{\sigma_1} \mathbf{u}_1$$
9. $\hat{\mathbf{H}}_a$ ve $\hat{\mathbf{H}}_b$ matrisi yeniden oluşturulur
10. Ardışık kanal $\hat{\mathbf{H}}_a \hat{\mathbf{H}}_b^T$ oluşturulur

Çizelge 3.1 En Küçük Kareler Khatri-Rao Faktörizasyonu Algoritması

$$\bar{\mathbf{R}}_1 = \mathbf{H}_b(\mathbf{V} \odot \mathbf{N})^T + \mathbf{Z}_1 \in \mathbb{C}^{N_r \times TB} \quad (56a)$$

$$\bar{\mathbf{R}}_2 = \mathbf{N}(\mathbf{V} \odot \mathbf{H}_b)^T + \mathbf{Z}_2 \in \mathbb{C}^{T \times N_r B} \quad (56b)$$

Eşitlik (56a) ve Eşitlik (56b)'de verilen iki matematiksel ifadeden faydalanılarak Eşitlik (57)'deki gibi iki problem kurulmuştur.

$$\bar{\mathbf{H}}_b = \arg \min_{\mathbf{H}_b} \left\| \bar{\mathbf{R}}_1 - \mathbf{H}_b(\mathbf{V} \odot \mathbf{X} \mathbf{H}_a^T)^T \right\|_F^2 \quad (57a)$$

$$\bar{\mathbf{H}}_a = \arg \min_{\mathbf{H}_a} \left\| \bar{\mathbf{R}}_2 - \mathbf{X} \mathbf{H}_a^T (\mathbf{V} \odot \mathbf{H}_b)^T \right\|_F^2 \quad (57b)$$

Verilen problemlerde \mathbf{X} ve \mathbf{V} yarı dikgen olarak seçilmiştir. Böylece Eşitlik (58a) ve Eşitlik (58b)'de verilen problemleri minimize eden çözümlerine $\bar{\mathbf{R}}_1$ ve $\bar{\mathbf{R}}_2$ sinyallerinin içinde bulunan \mathbf{H}_b ve \mathbf{H}_a dışındaki terimlerin sözde tersi (pseudo inverse) ile çarpımı kullanılarak ulaşılır. Eşitlik (58a) ve Eşitlik (58b)'de problemlere ait çözümler verilmiştir.

$$\hat{\mathbf{H}}_b = \mathbf{R}_1 [(\mathbf{V} \odot \mathbf{X} \mathbf{H}_a^T)^T]^\dagger \quad (58a)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_a^T = \mathbf{X}^\dagger \mathbf{R}_2 [(\mathbf{V} \odot \mathbf{H}_b)^T]^\dagger \quad (58b)$$

Eşitlik (58a) ve Eşitlik (58b) ile verilen $\hat{\mathbf{H}}_b$ ve $\hat{\mathbf{H}}_a$ kanallarının çarpım haline getirilmesiyle kestirim yapılan ardışık kanal elde edilir, $\hat{\mathbf{H}}_a \hat{\mathbf{H}}_b^T$. Çizelge 3.2'de, bu bölümde anlatılan çift doğrusal değişen en küçük kareler algoritması özetlenmiştir.

Algoritma-2:

1. \mathbf{R}_b sinyalleri ile \mathcal{R} tensörü oluşturulur
2. \mathcal{R} tensörünün matrisleştirilmesiyle $\bar{\mathbf{R}}_1$ ve $\bar{\mathbf{R}}_2$ sinyali elde edilir
3. $i = 0$, $e^{i=0} = 0$ ve $\hat{\mathbf{H}}_a^{(i=0)}$ rastgele olarak ilklendirilir
4. while
5. $i = i+1$
5. $\hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}$ için en küçük kareler kestirimi bulunur
$$\hat{\mathbf{H}}_b^{(i)} = \mathbf{R}_1 \left[\left(\mathbf{V} \odot \mathbf{X} \hat{\mathbf{H}}_a^{(i-1)T} \right)^T \right]^\dagger$$
6. $\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}$ için en küçük kareler kestirimi bulunur
$$\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)T} = \mathbf{X}^\dagger \mathbf{R}_2 \left[(\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_b^{(i)})^T \right]^\dagger$$
7. Hata hesaplanır
$$e^i = \left\| \mathcal{R} - \hat{\mathcal{R}}^{(i)} \right\|$$
8. $\left\| e^i - e^{i-1} \right\| < 10^{-3}$ sağlandığında döngü sonlandırılır
9. $\mathbf{H}_a = \hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}$, $\mathbf{H}_b = \hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}$ olacak şekilde eşitlenir
10. Ardışık kanal $\mathbf{H}_a \mathbf{H}_b^T$ oluşturulur

Çizelge 3.2 Çift Doğrusal Değişen En Küçük Kareler Algoritması

3.2. Manifold Optimizasyonu Temelli Kanal Kestirimi

Bu bölümde, manifold üstünden eşlenik gradyan optimizasyonu algoritmasını kullanarak bir kanal kestirim algoritması oluşturulması amaçlanmıştır. Bu amaçla önce ardışık kanalı oluşturan \mathbf{H}_a ve \mathbf{H}_b matrislerinden herhangi biri sabitlenecek daha sonra manifold üstünden eşlenik gradyan optimizasyonu algoritmasıyla diğer kanal kestirilecektir. Bu işlem kanallar arasında döngüsel bir şekilde devam ederek ardışık kanal kestirim algoritması oluşturulmuştur.

3.2.1. Manifold Üstünden Eşlenik Gradyan Optimizasyonu

Denklem 38’te verilen sistem modelinden yola çıkılarak, manifold üstünden eşlenik gradyan optimizasyonu algoritması oluşturulmuştur. Algoritmada yer alan kılavuz semboller (\mathbf{X}) işleme dahil edilmeyeceğinden, tüm model sembollerin devrik eşleniği (\mathbf{X}^H) ile çarpılır. Böylece kılavuz semboller denklemden çıkartılmış olacaktır. $\mathbf{X}_b \mathbf{X}_b^H = T\mathbf{I}$ olduğu göz önünde bulundurulduğunda elde edilen matematiksel ifade, Eşitlik (59)’te verilmiştir.

$$\mathbf{R}_b \mathbf{X}_b^H = (\mathbf{H}_b \text{diag}(\mathbf{v}_b) \mathbf{H}_a + \mathbf{H}_d) \mathbf{X}_b \mathbf{X}_b^H + \mathbf{Z}_b \mathbf{X}_b^H \quad (59a)$$

$$\mathbf{R}_b \mathbf{X}_b^H = (\mathbf{H}_b \text{diag}(\mathbf{v}_b) \mathbf{H}_a + \mathbf{H}_d) T\mathbf{I} + \mathbf{Z}_b \mathbf{X}_b^H \quad (59b)$$

$$\frac{\mathbf{R}_b \mathbf{X}_b}{T} = (\mathbf{H}_b \text{diag}(\mathbf{v}_b) \mathbf{H}_a + \mathbf{H}_d) \mathbf{I} + \frac{\mathbf{Z}_b \mathbf{X}_b^H}{T} \quad (59c)$$

Eşitlik (59c)’de verilen matematiksel ifadede $\frac{\mathbf{R}_b \mathbf{X}_b}{T}$ ve $\frac{\mathbf{Z}_b \mathbf{X}_b^H}{T}$ ifadeleri sırasıyla $\hat{\mathbf{Y}}_b$ ve $\hat{\mathbf{Z}}_b$ olarak tanımlanmıştır. Bu durumda Eşitlik (59c) yeniden düzenlendiğinde Eşitlik (60) elde edilmiştir. Tüm IRS elemanlarının kapatıldığı varsayıldığında \mathbf{H}_d direkt kanalı geleneksel kanal kestirim yöntemleriyle kestirilebilir. \mathbf{H}_d kanalının bilindiği varsayıldığında Eşitlik (61) elde edilmektedir ve manifold üstünden eşlenik gradyan optimizasyonu algoritmasının elde edilmesi için kullanılacak olan matematiksel model ortaya çıkmıştır.

$$\hat{\mathbf{Y}}_b = (\mathbf{H}_b \text{diag}(\mathbf{v}_b) \mathbf{H}_a + \mathbf{H}_d) + \hat{\mathbf{Z}}_b \quad (60)$$

$$\mathbf{Y}_b = (\mathbf{H}_b \text{diag}(\mathbf{v}_b) \mathbf{H}_a) + \hat{\mathbf{Z}}_b \quad (61)$$

Oluşturulan manifold üstünden eşlenik gradyan optimizasyonu algoritması gereği, gürültü bileşeni \mathbf{X}^H ile çarpılarak yeniden oluşturulmuştur. Bölüm 2.4'te bahsedildiği gibi sistem modeline ait gürültü bileşeni (\mathbf{Z}_b) bağımsız rastgele değişkendir. Eşitlik (61) ile elde edilen $\hat{\mathbf{Z}}_b = \mathbf{Z}_b \mathbf{X}_b^H$ ifadesinin de bağımsız değişken olması beklenmektedir. $\hat{\mathbf{Z}}_b$ bileşeninin bağımsız değişken olup olmadığını kontrol etmek amacıyla, sırasıyla matrisin aynı satırındaki ve aynı sütunundaki iki elemanın beklenen değer (expectation) sonucuna bakılmalıdır. $\hat{\mathbf{Z}}_b$ matrisi Eşitlik (62) ile sunulmuştur.

$$\hat{\mathbf{Z}}_b = \mathbf{Z}_b \mathbf{X}_b^H / T, \quad \mathbf{Z}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1^b \\ \mathbf{Z}_2^b \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_{N_r}^b \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1^b \\ \mathbf{X}_2^b \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{N_t}^b \end{bmatrix} \quad (62)$$

$$\hat{\mathbf{Z}}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1^b \mathbf{X}_1^{bH} / T & \mathbf{Z}_1^b \mathbf{X}_2^{bH} / T & \dots & \mathbf{Z}_1^b \mathbf{X}_{N_t}^{bH} / T \\ \mathbf{Z}_2^b \mathbf{X}_1^{bH} / T & \mathbf{Z}_2^b \mathbf{X}_2^{bH} / T & \dots & \mathbf{Z}_2^b \mathbf{X}_{N_t}^{bH} / T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Z}_{N_r}^b \mathbf{X}_1^{bH} / T & \mathbf{Z}_{N_r}^b \mathbf{X}_2^{bH} / T & \dots & \mathbf{Z}_{N_r}^b \mathbf{X}_{N_t}^{bH} / T \end{bmatrix}$$

Eşitlik (62)'ye göre aynı satırdaki iki eleman arasındaki bağımsızlığı kontrol etmek için, beklenen değerlerin sıfır olup olmadığına bakılmalıdır. Aynı satırdaki iki eleman aynı verici anteninden iletimi sağlanan sembolleri ve bu semboller üstündeki gürültüyü ifade etmektedir. Bu sebeple aynı satırdaki bağımsızlık, zamanda bağımsızlık anlamına gelmektedir. Eşitlik (63) içinde zamanda bağımsızlığın kontrolü sağlanmıştır. Eşitlik (63) ile verilen $\hat{\mathbf{Z}}_{1,1}^b$ ifadesi

Eşitlik (62)'de verilen matrisin birinci satır ve birinci sütündeki, $\hat{\mathbf{Z}}_{1,2}^b$ ifadesi ise birinci satır ve ikinci sütündeki elemanı ifade etmektedir.

$$\begin{aligned}
E(\hat{\mathbf{Z}}_{1,1}^b, \hat{\mathbf{Z}}_{1,2}^b) &= E(\mathbf{Z}_1^b \mathbf{X}_1^{bH} (\mathbf{Z}_1^b \mathbf{X}_2^{bH})^*) \\
E(\hat{\mathbf{Z}}_{1,1}^b, \hat{\mathbf{Z}}_{1,2}^b)^* &= E((\mathbf{Z}_1^b \mathbf{X}_1^{bH})^* \mathbf{Z}_1^b \mathbf{X}_2^{bH}) \\
&= E((\mathbf{Z}_1^b \mathbf{X}_1^{bH})^H \mathbf{Z}_1^b \mathbf{X}_2^{bH}) \\
&= E(\mathbf{X}_1^b (\mathbf{Z}_1^{bH}) \mathbf{Z}_1^b \mathbf{X}_2^{bH}) \\
&= \mathbf{X}_1^b E((\mathbf{Z}_1^{bH}) \mathbf{Z}_1^b) \mathbf{X}_2^{bH} \\
&= \mathbf{X}_1^b \sigma \mathbf{I} \mathbf{X}_2^{bH} \\
&= \sigma \mathbf{X}_1^b \mathbf{X}_2^{bH} \\
&= 0
\end{aligned} \tag{63}$$

Aynı satırdaki iki elemanın birbirinden bağımsız olması için \mathbf{X}_b terimlerinin tasarımı önem kazanmaktadır. \mathbf{X}_i^b , $i = 1, 2, \dots, N_t$, her biri birbirine dikgen olacak şekilde tasarlanmıştır. Bu durumda çarpımları sıfır olacaktır. Çarpımları sıfır olan kılavuz semboller, elde edilen $\hat{\mathbf{Z}}_b$ gürültü bileşeninin sütunları arasındaki beklenen değeri sıfır yapmaktadır. Bu durumda $\hat{\mathbf{Z}}_b$ zamanda bağımsızdır.

Aynı sütunda yer alan elemanların bağımsızlığı Eşitlik (64) ile gösterilmiştir. \mathbf{Z}_b terimlerinin ardışık iki satırındaki elemanlar (\mathbf{Z}_1^b ve \mathbf{Z}_2^b) birbirinden bağımsız olduğu için gürültü bileşeninin sembolleri devrik eşleniklerinin çarpımıyla elde edilen yeni bileşenlerin bağımsızlığı devam etmektedir.

$$\begin{aligned}
E(\hat{\mathbf{Z}}_{1,1}^b, \hat{\mathbf{Z}}_{2,1}^b) &= E(\mathbf{Z}_1^b \mathbf{X}_1^{bH} (\mathbf{Z}_2^b \mathbf{X}_1^{bH})^*) \\
E(\hat{\mathbf{Z}}_{1,1}^b, \hat{\mathbf{Z}}_{2,1}^b)^* &= E(\mathbf{Z}_1^b \mathbf{X}_1^{bH} (\mathbf{Z}_2^b \mathbf{X}_1^{bH})^*)^* \\
&= E((\mathbf{Z}_1^b \mathbf{X}_1^{bH})^H \mathbf{Z}_2^b \mathbf{X}_1^b) \\
&= E(\mathbf{X}_1^b (\mathbf{Z}_1^{bH}) \mathbf{Z}_2^b \mathbf{X}_1^{bH}) \\
&= \mathbf{X}_1^b E((\mathbf{Z}_1^{bH}) \mathbf{Z}_2^b) \mathbf{X}_1^{bH} \\
&= \mathbf{X}_1^b \mathbf{X}_1^{bH} E((\mathbf{Z}_1^{bH}) \mathbf{Z}_2^b) \\
&= 0
\end{aligned} \tag{64}$$

Eşitlik (63) ve Eşitlik (64) ile verilen sonuçlara göre, her iki beklenen değer de sıfır çıktığı için $\hat{\mathbf{Z}}_b$ terimi bağımsız rastgele değişkendir.

Eşitlik (61) ile verilen matematiksel ifade kanal kestirim çerçeve yapısına ait her bir blokta kullanıcı ekipmanına iletilen sinyali temsil etmektedir, matris formu Eşitlik (65) ile verilmiştir.

$$\mathbf{Y}_b = \begin{bmatrix} \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{1,i}^b v_{b,i} h_{i,1}^p) & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{1,i}^b v_{b,i} h_{i,2}^p) & \dots & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{1,i}^b v_{b,i} h_{i,N_t}^p) \\ \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{2,i}^b v_{b,i} h_{i,1}^p) & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{2,i}^b v_{b,i} h_{i,2}^p) & \dots & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{2,i}^b v_{b,i} h_{i,N_t}^p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{N_r,i}^b v_{b,i} h_{i,1}^p) & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{N_r,i}^b v_{b,i} h_{i,2}^p) & \dots & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{N_r,i}^b v_{b,i} h_{i,N_t}^p) \end{bmatrix} + \hat{\mathbf{Z}}_b \tag{65}$$

Kanal kestirim çerçeve yapısında B adet blok bulunduğu varsayılırsa her blokta alınan sinyal iki boyutlu bir matris oluşturacak şekilde alt alta dizildiğinde elde edilen eşitlik ve matris formu Eşitlik (66) ile verilmektedir.

$$\tilde{\mathbf{Y}}_1 = [\mathbf{Y}_1^T, \mathbf{Y}_2^T, \dots, \mathbf{Y}_B^T]^T \in \mathbb{C}^{BN_r \times N_t}$$

$$\tilde{\mathbf{Y}}_1 =$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{1,i}^b v_{1,i} h_{i,1}^a) & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{1,i}^b v_{1,i} h_{i,2}^a) & \dots & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{1,i}^b v_{1,i} h_{i,N_t}^a) \\ \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{2,i}^b v_{1,i} h_{i,1}^a) & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{2,i}^b v_{1,i} h_{i,2}^a) & \dots & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{2,i}^b v_{1,i} h_{i,N_t}^a) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{N_r,i}^b v_{1,i} h_{i,1}^a) & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{N_r,i}^b v_{1,i} h_{i,2}^a) & \dots & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{N_r,i}^b v_{1,i} h_{i,N_t}^a) \\ \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{1,i}^b v_{2,i} h_{i,1}^a) & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{1,i}^b v_{2,i} h_{i,2}^a) & \dots & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{1,i}^b v_{2,i} h_{i,N_t}^a) \\ \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{2,i}^b v_{2,i} h_{i,1}^a) & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{2,i}^b v_{2,i} h_{i,2}^a) & \dots & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{2,i}^b v_{2,i} h_{i,N_t}^a) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{N_r,i}^b v_{2,i} h_{i,1}^a) & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{N_r,i}^b v_{2,i} h_{i,2}^a) & \dots & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{N_r,i}^b v_{2,i} h_{i,N_t}^a) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{1,i}^b v_{N_I,i} h_{i,1}^a) & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{1,i}^b v_{N_I,i} h_{i,2}^a) & \dots & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{1,i}^b v_{N_I,i} h_{i,N_t}^a) \\ \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{2,i}^b v_{N_I,i} h_{i,1}^a) & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{2,i}^b v_{N_I,i} h_{i,2}^a) & \dots & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{2,i}^b v_{N_I,i} h_{i,N_t}^a) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{N_r,i}^b v_{N_I,i} h_{i,1}^a) & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{N_r,i}^b v_{N_I,i} h_{i,2}^a) & \dots & \sum_{n_i=1}^{N_I} (h_{N_r,i}^b v_{N_I,i} h_{i,N_t}^a) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Z}}_1 \\ \hat{\mathbf{Z}}_2 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{Z}}_B \end{bmatrix} \quad (66)$$

Eşitlik (66) ile verilen matrisin matematiksel modeli, Eşitlik (67) ile verilmektedir. $\tilde{\mathbf{Z}} \triangleq [\mathbf{Z}_1^T, \mathbf{Z}_2^T, \dots, \mathbf{Z}_B^T]^T \in \mathbb{C}^{BN_r \times N_T}$ ve $\mathbf{V} \triangleq [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_B]^T \in \mathbb{C}^{B \times N_I}$ olarak tanımlanmıştır.

$$\tilde{\mathbf{Y}}_1 = (\mathbf{V} \odot \mathbf{H}_b) \mathbf{H}_a + \tilde{\mathbf{Z}} \quad (67)$$

Eşitlik (67)'de verilen sistem modeli kullanılarak en küçük kareler yöntemiyle bir minimizasyon problemi kurulmuştur. Kurulan minimizasyon probleminde kullanılan \mathbf{H}_b ve \mathbf{H}_a kanalları milimetre dalga kanal modelinde bulunan seyreklik sebebiyle L ve P kerte sahibi matrislerdir. Matris kertesini veren matematiksel işlem $\text{rank}(\cdot)$ ile gösterilmiştir.

Matrislerin kertesı göz önünde bulundurularak kurulan problem Eşitlik (68)'te verilmiştir. Optimizasyon probleminin kısıtı matris kerteleri üstünden kurulmuştur.

$$\min_{\hat{\mathbf{H}}_b, \hat{\mathbf{H}}_a} f = \left\| \tilde{\mathbf{Y}}_1 - (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_b) \hat{\mathbf{H}}_a \right\|_F^2 \quad (68)$$

kısıt altında $\text{rank}(\hat{\mathbf{H}}_a) = L \text{rank}(\hat{\mathbf{H}}_b) = P$

Eşitlik (68) ile verilen problem sabit kerte kısıtına sahiptir. Bu sebeple dış bükey (concave) bir problem değildir. Bununla birlikte çözülmesi amaçlanan problemde iki değişkenin çarpım halinde verilmesi dış bükey olmayan problemin çözülmesini zorlaştırmaktadır. Bu problemi çözebilmek için iki değişkene sahip olan bu probleme almaşık en küçük bulma ilkesi (alternating minimization principle) uygulanmıştır. Almaşık en küçük bulma ilkesine göre önce \mathbf{H}_b matrisi sabitlenip \mathbf{H}_a matrisinin kısıtı üstünden optimizasyon problemi oluşturulmuştur. Oluşturulan problem sabitlenen \mathbf{H}_b yardımıyla \mathbf{H}_a için çözülmüştür. Çözüm matrisi olan \mathbf{H}_a bir sonraki adımda \mathbf{H}_b çözümü için kullanılır. \mathbf{H}_b matrisinin kısıtı üstünden optimizasyon problemi oluşturulur ve minimizasyon probleminin yakınsaması ile \mathbf{H}_b matrisine ulaşılır. Bu uygulama sayesinde iteratif bir şekilde devam ederek problemin çözülmesi hedeflenmektedir. Almaşık en küçük bulma ilkesi ile değişken sayısı azaltılıp \mathbf{H}_a ve \mathbf{H}_b çözümleri için oluşturulan iki problemin olurlu bölgeleri (feasible set) bir manifold olarak sunulacaktır ve daha sonra bu manifoldlar üstünde eşlenik gradyan algoritması uygulanacaktır.

Almaşık en küçük bulma ilkesinin uygulanması için oluşturulan ilk problem \mathbf{H}_a çözümünü veren problemdir. Bu problemin oluşturulması amacıyla öncelikle \mathbf{H}_b matrisi sabitlenmiştir ve optimizasyon problemi \mathbf{H}_a kısıtı üstünden yeniden kurulmuştur. Kurulan optimizasyon problemi Eşitlik (69) ile verilmiştir.

$$\min_{\hat{\mathbf{H}}_a} f_1 = \left\| \tilde{\mathbf{Y}}_1 - (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_b) \hat{\mathbf{H}}_a \right\|_F^2 \quad (69)$$

kısıt altında $\text{rank}(\hat{\mathbf{H}}_a) = L$

Eşitlik (69) ile verilen optimizasyon probleminin çözümü için CGMO algoritması önerilmiştir. Bu optimizasyon problemini manifold üstünden çözebilmek için bilinmesi gerekenler arasında manifoldun tanjant uzayı, dik izdüşüm ve içe gömme gibi kavramlar bulunmaktadır. Bu kavramların tanımı verilmeden önce Eşitlik (69) içinde yer alan problemin olurlu bölge tanımının yapılmasıyla başlanmıştır. Olurlu bölge tanımlaması problemde verilen kısıta göre belirlenmektedir, kısıt altında $\text{rank}(\hat{\mathbf{H}}_a) = L$ şeklinde verilmiş olan problem kısıtına göre olurlu bölge Eşitlik (70) içinde verildiği gibidir.

$$\mathcal{M}_L \triangleq \{ \mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N_I \times N_t} : \text{rank}(\mathbf{X}) = L \} \quad (70)$$

Verilen olurlu bölge ifadesine ait bir noktada tanjant uzay tanımı Eşitlik (71) ile, eğer $\mathbf{X} \in \mathcal{M}_L$ ise \mathbf{X} noktasındaki tanjant uzay $T_{\mathbf{X}}\mathcal{M}_L$ olarak tanımlanmıştır. Bu tanımda verilen $\mathbf{X}_V \in \mathbb{C}^{N_t \times L}$ matrisi \mathbf{X} 'e ait sağ tekil matrisin ve $\mathbf{X}_U \in \mathbb{C}^{N_I \times L}$ sol tekil matrisin ilk L vektörünü içeren yarı dikgen matrislerdir. \mathbf{U}_a ve \mathbf{V}_a matrisleri sırasıyla \mathbf{X}_U ve \mathbf{X}_a matrislerine ait sıfır uzayı (null space) olarak adlandırılmaktadır. Sıfır uzayındaki matrislerin eşlenik devriği ile \mathbf{X}_U ve \mathbf{X}_a matrislerinin çarpımı sıfırdır, $\mathbf{U}_a^H \mathbf{X}_U = 0$ ve $\mathbf{V}_a^H \mathbf{X}_V = 0$.

$$T_{\mathbf{X}}\mathcal{M}_L \triangleq \{ \mathbf{X}_U \mathbf{M} \mathbf{X}_V^H + \mathbf{U}_a \mathbf{X}_V^H + \mathbf{X}_U \mathbf{V}_a^H : \mathbf{M} \in \mathbb{C}^{L \times L} \} \quad (71)$$

CGMO algoritması kapsamında, $T_{\mathbf{X}}\mathcal{M}_L$ uzayı üstüne dik izdüşüm işlemi gerçekleştirilmiştir. Bu durumda, $\mathbf{J} \in \mathbb{C}^{N_I \times N_t}$ şeklinde tanımlanmış olan bir noktanın $T_{\mathbf{X}}\mathcal{M}_L$ üstüne dik izdüşümü Eşitlik (72)'de verilmektedir. Eşitlik (72)'de yer alan ifadeler $\mathbf{P}_U = \mathbf{X}_U \mathbf{X}_U^H$ ve $\mathbf{P}_U^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{P}_U$ ile $\mathbf{P}_V^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{P}_V$ ve $\mathbf{P}_V = \mathbf{X}_V \mathbf{X}_V^H$ olarak tanımlanmıştır.

$$P_{T_{\mathbf{X}}\mathcal{M}_L}(\mathbf{J}) = \mathbf{P}_U \mathbf{J} \mathbf{P}_V + \mathbf{P}_U^\perp \mathbf{J} \mathbf{P}_V + \mathbf{P}_U \mathbf{J} \mathbf{P}_V^\perp \quad (72)$$

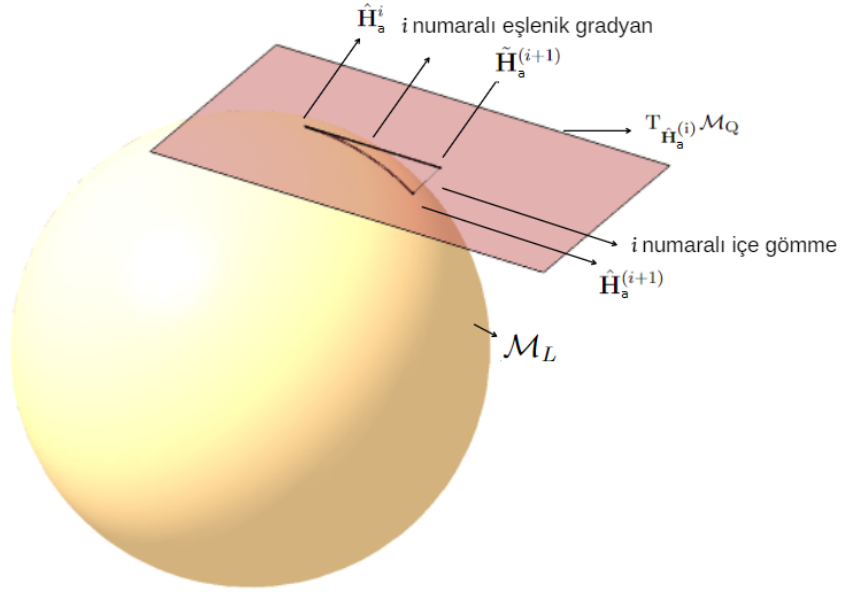
Tanjant uzayında yer alan bir noktanın manifold üstüne aktarılması işlemini içe gömme (retraction) olarak adlandırılmaktadır. Bu işlem gerçekleştirilirken tekil değer çözümlü (singular value decomposition - SVD) kullanılmaktadır. Eşitlik (73) ile içe gömme tanımı verilmiştir. Eşitlik (73) içinde yer alan σ tekil değerleri, \mathbf{u} sol tekil vektörleri ve \mathbf{v} sağ tekil vektörleri ifade etmektedir.

$$\mathcal{R} \triangleq T_{\mathbf{X}}\mathcal{M}_L \mapsto \mathcal{M}_L : \tilde{\mathbf{X}} \mapsto \sum_{i=1}^L \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^H \quad (73)$$

CGMO algoritmasında yapılan işlemlerin basitçe anlatıldığı görsel Şekil 3.3 verilmiştir. Eşitlik (70)-(71)-(72) ve (73) ile verilen işlemler Şekil 3.3'te yer almaktadır. Şekil 3.3'te manifold olarak tanımlanmış olurlu bölge, olurlu bölgenin belirli bir noktasındaki tanjant uzay ve tanjant uzaydan manifold üstüne tekrar geçişi sağlayan içe gömme işlemi açıkça gösterilmiştir. Şekil 3.3'e göre iteratif CGMO algoritmasına ait problemin çözümünün bulunduğu olurlu bölgede i numaralı iterasyon sonucu bulunan optimum $\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}$ noktasıyla kesişen bir tanjant uzay hesaplanmıştır. Hesaplanan tanjant uzayda bir eşlenik gradyan bulunur. Bulunan gradyan yönünde hesap adımı (stepsize) büyüklüğü kadar ilerlenmiştir. Belirli bir yönde ve büyüklükteki ilerleme tamamlandığında tanjant uzay üstünde güncel bir optimum nokta, $\tilde{\mathbf{H}}_a^{(i+1)}$, bulunmuştur. Son olarak tanjant uzay üstündeki güncel optimum nokta olurlu bölge içine gömülür ve $\hat{\mathbf{H}}_a^{(i+1)}$ bir sonraki iterasyona ait nokta bulunmuş olur.

Eşitlik (69)'de verilen probleme ait öklid uzayındaki gradyan bulunur. Gradyan \mathbf{G}_1 Eşitlik (74)'de verilmiştir. Burada verilen gradyan, f_1 probleminin $\hat{\mathbf{H}}_a$ 'ye göre birinci türevidir. Gradyanın nasıl bulunduğu EK 1'de verilmiştir.

$$\mathbf{G}_1^{(i)} = (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_b)^H ((\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_b) \hat{\mathbf{H}}_a^{(i)} - \tilde{\mathbf{Y}}_1) \quad (74)$$



Şekil 3.3 $\hat{\mathbf{H}}_a$ Kanal Kestirimi İçin i Numaralı İterasyon

Öklid uzayında bulunan gradyanın manifolda ait tanjant uzayın üstüne izdüşümü bulunarak Riemannian gradyanı bulunmaktadır. Eşitlik (71) ve Eşitlik (72)'de tanımları verilmiş olan tanjant uzay ve izdüşüm işlemleri kullanılarak Riemannien gradyanı elde edilmiştir. Eşitlik (75)'te verilen $\text{grad}f$, Riemannien gradyanını tanımlamaktadır.

$$\text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}) = \mathbf{P}_{T_{\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}} \mathcal{M}_L} (\mathbf{G}_1^{(i)}) \quad (75)$$

Eşlenik gradyan, Riemannien gradyanı ve bir önceki iterasyona ait Eşlenik gradyanın bileşiminden oluşmaktadır. Eşlenik gradyan bulunmadan önce bir önceki iterasyona ait eşlenik gradyan $\mathbf{D}_1^{(i-1)}$ ilgili tanjant uzaya taşınır. Eşitlik (76) ile verilmiş olan $T_{\hat{\mathbf{H}}_a^{(i-1)} \rightarrow \hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}}$ tanımı eşlenik gradyanın tanjant uzaylar arasında taşındığını ifade etmektedir.

$$T_{\hat{\mathbf{H}}_a^{(i-1)} \rightarrow \hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}} = \mathbf{P}_{T_{\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}} \mathcal{M}_L} (\mathbf{D}_1^{i-1}) \quad (76)$$

Eşitlik (75) ve Eşitlik (76) ile verilen matematiksel ifadelerin daha detaylı bir anlatımı Eşitlik (77) ile verilmiştir.

$$\begin{aligned}
[\mathbf{U}_{H_a}, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{V}_{H_a}] &= \text{SVD}(\hat{\mathbf{H}}_a) \\
\mathbf{P}_U &= \mathbf{U}_{H_a} \mathbf{U}_{H_a}^H, \quad \mathbf{P}_V = \mathbf{V}_{H_a} \mathbf{V}_{H_a}^H \\
\mathbf{P}_U^\perp &= \mathbf{I} - \mathbf{P}_U, \quad \mathbf{P}_V^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{P}_V \\
\text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}) &= \mathbf{P}_U \mathbf{G}_1^{(i)} \mathbf{P}_V + \mathbf{P}_U^\perp \mathbf{G}_1^{(i)} \mathbf{P}_V + \mathbf{P}_U \mathbf{G}_1^{(i)} \mathbf{P}_V^\perp \\
\mathbf{P}_{\mathbf{T}_{\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}} \mathcal{M}_L}(\mathbf{D}_1^{i-1}) &= \mathbf{P}_U \mathbf{D}_1^{i-1} \mathbf{P}_V + \mathbf{P}_U^\perp \mathbf{D}_1^{i-1} \mathbf{P}_V + \mathbf{P}_U \mathbf{D}_1^{i-1} \mathbf{P}_V^\perp
\end{aligned} \tag{77}$$

Eşitlik (77)'de verilen $\text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_a)$ ve $\mathbf{P}_{\mathbf{T}_{\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}} \mathcal{M}_L}(\mathbf{D}_1^{i-1})$ ifadeleri kullanılarak manifold üstünden eşlenik gradyan optimizasyonu algoritmasında kullanılan eşlenik gradyan bulunabilir. Eşlenik gradyan Eşitlik (78) ile verilmiştir.

$$\mathbf{D}_1^{(i)} = -\text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}) + \beta^{(i)} T_{\hat{\mathbf{H}}_a^{(i-1)} \rightarrow \hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}}(\mathbf{D}_1^{(i-1)}) \tag{78}$$

Eşitlik (78) ile verilmiş olan $\mathbf{D}_1^{(i)}$ tanımında $\beta^{(i)}$ yer almaktadır. $\beta^{(i)}$ Polak-Ribiere parametresidir [54]. Polak-Ribiere parametresi, nonlinear eşlenik gradyan algoritmalarında kullanılan parametrelerden biridir. Eşitlik (79) ile Polak-Ribiere parametresinin matematiksel ifadesi verilmiştir.

$$\beta^{(i)} = \frac{\langle \text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}), (\text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}) - \text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i-1)})) \rangle}{\langle \text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i-1)}), \text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i-1)}) \rangle} \tag{79}$$

Tanjant uzay üstünde $\hat{\mathbf{H}}_a^i$ noktasından başlanarak eşlenik gradyan yönünde ilerlenir. İlerleme sonrası elde edilen nokta $\tilde{\mathbf{H}}_a^{(i+1)}$ olarak ifade edilmiştir. Eşitlik (80) ile verilen ifade $\hat{\mathbf{H}}_a^i$ noktasının güncellenişini göstermektedir. Eşlenik gradyan yönündeki ilerleme α^i kadardır. α^i ifadesi, Armijo geriye dönüşlü hesap adımı büyüklüğü (Armijo backtracking stepsize) olarak adlandırılmaktadır [54].

$$\tilde{\mathbf{H}}_a^{(i+1)} = \hat{\mathbf{H}}_a^{(i)} + \alpha^{(i)} \mathbf{D}_1^{(i)} \tag{80}$$

Eşitlik (81a)'da Armijo geriye dönüşlü hesap adımı büyüklüğünü ifade eden matematiksel ifade verilmiştir. Eşitlik (81a)'da yer alan $\mathbf{G}_1^{(i)}$ ifadesi Eşitlik (74) içinde, $\mathbf{D}_1^{(i)}$ ifadesi Eşitlik (78) içinde, $\tilde{\mathbf{G}}_1^{(i)}$ ifadesi Eşitlik (81b) içinde tanımlanmıştır.

$$\alpha^{(i)} = -\sigma \frac{\langle \mathbf{G}_1^{(i)}, \mathbf{D}_1^{(i)} \rangle}{\langle \tilde{\mathbf{G}}_1^{(i)}, \mathbf{D}_1^{(i)} \rangle - \langle \mathbf{G}_1^{(i)}, \mathbf{D}_1^{(i)} \rangle} \quad (81a)$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_1^{(i)} = (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_b)^H ((\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_b)(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)} + \alpha^{(i)} \mathbf{D}_1^{(i)}) - \tilde{\mathbf{Y}}_1) \quad (81b)$$

Eşitlik (80)'e içe gömme işlemi uygulandığında manifold üstünden eşlenik gradyan optimizasyonu algoritmasının bir iterasyonu tamamlanmış olur. İçe gömme işlemi Eşitlik (82) ile verilmiştir.

$$\hat{\mathbf{H}}_a^{(i+1)} = \mathcal{R} \left(\tilde{\mathbf{H}}_a^{(i+1)} \right) \quad (82)$$

Eşitlik (69) ile Eşitlik (80) arasında verilen işlemler sayesinde $\hat{\mathbf{H}}_a$ için kurulan manifold üstünden eşlenik gradyan optimizasyonu algoritması Çizelge 3.3 içinde özetlenmiştir.

$\hat{\mathbf{H}}_a$ kestirimi yapıldıktan sonra aynı işlemler $\hat{\mathbf{H}}_b$ kestirimi için tekrarlanmıştır. Bu kısımda kestirim yapılacak problem $\hat{\mathbf{H}}_b$ için güncellenmiştir. Eşitlik (83)'de verilen problem $\hat{\mathbf{H}}_b$ kestirimi için kullanılmaktadır. f_2 olarak isimlendirilen problemde, Eşitlik (68) ile verilen problem almaşık en küçük bulma ilkesi gereğince güncellenmiştir. Almaşık en küçük bulma ilkesine göre optimizasyon problemine ait $\hat{\mathbf{H}}_a$ sabit kabul edilip problem kısıtı buna göre güncellenmiştir ve problem tek değişkenli hale getirilmiştir.

$$\min_{\hat{\mathbf{H}}_b} f_2 = \left\| \tilde{\mathbf{Y}}_2 - (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T) \hat{\mathbf{H}}_b^T \right\|_F^2 \quad (83)$$

kısıt altında $\text{rank}(\hat{\mathbf{H}}_b) = P$

Algoritma:

1. \mathbf{R}_b sinyalleri kullanılarak $\tilde{\mathbf{Y}}_1$ elde edilir
2. $i = 0, e^{(i-1)} = 0, \mathbf{D}^{(i=0)}$ ve $\hat{\mathbf{H}}_a^{(i=0)}$ rastgele olarak iklendirilir
3. while
4. Riemannian gradyanı hesaplanır

$$\text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}) = \mathbf{P}_U \mathbf{G}_1 \mathbf{P}_V + \mathbf{P}_U^\perp \mathbf{G}_1 \mathbf{P}_V + \mathbf{P}_U \mathbf{G}_1 \mathbf{P}_V^\perp$$
5. $(i - 1)$ adımında hesaplanan eşlenik gradyan (i) adımındaki tanjant uzayına taşınır

$$\mathbf{P}_{T_{\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}} \mathcal{M}_L}(\mathbf{D}_1^{i-1}) = \mathbf{P}_U \mathbf{D}_1^{i-1} \mathbf{P}_V + \mathbf{P}_U^\perp \mathbf{D}_1^{i-1} \mathbf{P}_V + \mathbf{P}_U \mathbf{D}_1^{i-1} \mathbf{P}_V^\perp$$
6. Polak-Ribiere parametresi hesaplanır

$$\beta^{(i)} = \frac{\langle \text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}), (\text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}) - \text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i-1)})) \rangle}{\langle \text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i-1)}), \text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i-1)}) \rangle}$$
7. Eşlenik gradyan hesaplanır

$$\mathbf{D}_1^{(i)} = -\text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}) + \beta^{(i)} T_{\hat{\mathbf{H}}_a^{(i-1)} \rightarrow \hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}}(\mathbf{D}_1^{(i-1)})$$
8. $\alpha^{(i)}$ hesaplanır

$$\alpha^{(i)} = -\sigma \frac{\langle \mathbf{G}_1^{(i)}, \mathbf{D}_1^{(i)} \rangle}{\langle \tilde{\mathbf{G}}_1^{(i)}, \mathbf{D}_1^{(i)} \rangle - \langle \mathbf{G}_1^{(i)}, \mathbf{D}_1^{(i)} \rangle}$$
9. $\tilde{\mathbf{H}}_a^{(i+1)}$ hesaplanır

$$\tilde{\mathbf{H}}_a^{(i+1)} = \hat{\mathbf{H}}_a^{(i)} \alpha^{(i)} \mathbf{D}_1^{(i)}$$
10. $\tilde{\mathbf{H}}_a^{(i+1)}$ noktası manifold içine gömülür

$$\hat{\mathbf{H}}_a^{(i+1)} = \mathcal{R}\left(\tilde{\mathbf{H}}_a^{(i+1)}\right)$$
11. $e^{(i)} = f_1(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}) - f_1(\hat{\mathbf{H}}_a^{(i-1)})$
12. $\|e^{(i)} - e^{(i-1)}\| < 10^{-3}$ ise döngü durdurulur
13. $\mathbf{H}_a = \hat{\mathbf{H}}_a^{(i)}$ eşitliği gerçekleştirilir

Çizelge 3.3 $\hat{\mathbf{H}}_a$ Kanalının Kestirimi için Manifold Üstünden Eşlenik Gradyan Optimizasyonu Algoritması

Eşitlik (69) içinde yer alan problem ile Eşitlik (83) içinde yer alan problemler birbirine eşittir. Bu durum Eşitlik (84) ile gösterilmiştir. Bu sayede almaşık en küçük bulma ilkesi ile güncellenmiş probleme manifold üstünden eşlenik gradyan optimizasyonu algoritması uygulanabilir.

$$\left\| \tilde{\mathbf{Y}}_1 - (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_b) \hat{\mathbf{H}}_a \right\|_F^2 = \left\| \tilde{\mathbf{Y}}_2 - (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T) \hat{\mathbf{H}}_b^T \right\|_F^2 \quad (84)$$

Eşitlik (84) ile verilen probleme ait $\tilde{\mathbf{Y}}_2$ ifadesi Eşitlik (60) ile elde edilen \mathbf{Y}_b ifadelerinin bir araya getirilmesiyle oluşmaktadır. Eşitlik (85) ile $\tilde{\mathbf{Y}}_2$ ifadesi verilmiştir.

$$\tilde{\mathbf{Y}}_2 = [\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_B]^T \in \mathbb{C}^{BN_t \times N_r} \quad (85)$$

Eşitlik (84) ile verilen problemin olurlu seti kısıta göre belirlenir. Belirlenen olurlu set Eşitlik (86) ile gösterilmiştir. Olurlu set yardımıyla tanımlanan tanjant uzay, dik izdüşüm ve içe gömme işlemleri Eşitlik (71), Eşitlik (72) ve Eşitlik (73) ile verilmiştir.

$$\mathcal{M}_P \triangleq \{ \mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t} : \text{rank}(\mathbf{X}) = P \} \quad (86)$$

Eşitlik (84) ile verilen probleme ait öklid uzayındaki gradyan Eşitlik (87) ile verilmiştir. Verilen gradyan f_2 probleminin $\hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}$ 'ye göre türevidir. Eşitlik (87) içinde yer alan ifadenin nasıl bulunduğu EK 2'de verilmiştir.

$$\mathbf{G}_2 = (\hat{\mathbf{H}}_b (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T)^T - \tilde{\mathbf{Y}}_2^T) ((\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T))^* \quad (87)$$

Öklid uzayındaki gradyanın tanjant uzayı üstüne izdüşümü ile Riemannien gradyanı bulunur. Daha sonra bir önceki iterasyona ait eşlenik gradyan ilgili tanjant uzayına taşınarak eşlenik gradyan bulunur. Eşlenik gradyan bulma işlemlerinin adımları Eşitlik (88) ile verilmiştir.

$$\text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_b) = \mathbf{P}_{\mathbf{T}_{\hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}} \mathcal{M}_P}(\mathbf{G}_2) \quad (88a)$$

$$T_{\hat{\mathbf{H}}_b^{(i-1)} \rightarrow \hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}} = \mathbf{P}_{\mathbf{T}_{\hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}} \mathcal{M}_P}(\mathbf{D}_2^{(i-1)}) \quad (88b)$$

$$\mathbf{D}_2^{(i)} = -\text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}) + \beta^{(i)} T_{\hat{\mathbf{H}}_b^{(i-1)} \rightarrow \hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}}(\mathbf{D}_2^{(i-1)}) \quad (88c)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}_b^{(i+1)} = \hat{\mathbf{H}}_b^{(i)} + \alpha^{(i)} \mathbf{D}_2^{(i)} \quad (88d)$$

Eşitlik (88c) ve Eşitlik (88d)'de yer alan $\alpha^{(i)}$ ve $\beta^{(i)}$ parametreleri, Eşitlik (89)'de sırasıyla verilmiştir.

$$\alpha^{(i)} = -\sigma \frac{\langle \mathbf{G}_2^{(i)}, \mathbf{D}_2^{(i)} \rangle}{\langle \tilde{\mathbf{G}}_2^{(i)}, \mathbf{D}_2^{(i)} \rangle - \langle \mathbf{G}_2^{(i)}, \mathbf{D}_2^{(i)} \rangle} \quad (89a)$$

$$\beta^{(i)} = \frac{\langle \text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}), (\text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}) - \text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_b^{(i-1)})) \rangle}{\langle \text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_b^{(i-1)}), \text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_b^{(i-1)}) \rangle} \quad (89b)$$

Eşitlik (88d)'de verilen $\tilde{\mathbf{H}}_b^{(i+1)}$ ifadesinin Eşitlik (86) olurlu bölgesine içe gömme işlemi uygulandıktan sonra $\hat{\mathbf{H}}_b$ için optimizasyon algoritmasının bir iterasyonu tamamlanmış olur. Eşitlik (90)'de içe gömme işlemi verilmiştir.

$$\hat{\mathbf{H}}_b^{(i+1)} = \mathcal{R}\left(\tilde{\mathbf{H}}_b^{(i+1)}\right) \quad (90)$$

Eşitlik (83) ile Eşitlik (90) arasında verilen işlemler sayesinde $\hat{\mathbf{H}}_a$ için kurulan manifold üstünden eşlenik gradyan optimizasyonu algoritması Çizelge 3.4 ile özetlenmiştir.

Algoritma:

1. \mathbf{R}_b sinyalleri kullanılarak $\tilde{\mathbf{Y}}_2$ elde edilir
2. $i = 0, e^{(i-1)} = 0, \mathbf{D}_2^{(i=0)}$ ve $\hat{\mathbf{H}}_b^{(i=0)}$ rastgele olarak iklendirilir
3. while
4. Riemannian gradyanı hesaplanır

$$\text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}) = \mathbf{P}_U \mathbf{G}_2 \mathbf{P}_V + \mathbf{P}_U^\perp \mathbf{G}_2 \mathbf{P}_V + \mathbf{P}_U \mathbf{G}_2 \mathbf{P}_V^\perp$$
5. $(i - 1)$ adımında hesaplanan eşlenik gradyan (i) adımındaki tanjant uzayına taşınır

$$\mathbf{P}_{T_{\hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}} \mathcal{M}_P}(\mathbf{D}_2^{i-1}) = \mathbf{P}_U \mathbf{D}_2^{i-1} \mathbf{P}_V + \mathbf{P}_U^\perp \mathbf{D}_2^{i-1} \mathbf{P}_V + \mathbf{P}_U \mathbf{D}_2^{i-1} \mathbf{P}_V^\perp$$
6. Polak-Ribiere parametresi hesaplanır

$$\beta^{(i)} = \frac{\langle \text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}), (\text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}) - \text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_b^{(i-1)})) \rangle}{\langle \text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_b^{(i-1)}), \text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_b^{(i-1)}) \rangle}$$
7. Eşlenik gradyan hesaplanır

$$\mathbf{D}_2^{(i)} = -\text{grad}f(\hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}) + \beta^{(i)} T_{\hat{\mathbf{H}}_b^{(i-1)} \rightarrow \hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}}(\mathbf{D}_2^{(i-1)})$$
8. $\alpha^{(i)}$ hesaplanır

$$\alpha^{(i)} = -\sigma \frac{\langle \mathbf{G}_2^{(i)}, \mathbf{D}_2^{(i)} \rangle}{\langle \tilde{\mathbf{G}}_2^{(i)}, \mathbf{D}_2^{(i)} \rangle - \langle \mathbf{G}_2^{(i)}, \mathbf{D}_2^{(i)} \rangle}$$
9. $\tilde{\mathbf{H}}_b^{(i+1)}$ hesaplanır

$$\tilde{\mathbf{H}}_b^{(i+1)} = \hat{\mathbf{H}}_b^{(i)} \alpha^{(i)} \mathbf{D}_2^{(i)}$$
10. $\tilde{\mathbf{H}}_b^{(i+1)}$ noktası manifold içine gömülür

$$\hat{\mathbf{H}}_b^{(i+1)} = \mathcal{R}\left(\tilde{\mathbf{H}}_b^{(i+1)}\right)$$
11. $e^{(i)} = f_2(\hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}) - f_2(\hat{\mathbf{H}}_b^{(i-1)})$
12. $\|e^{(i)} - e^{(i-1)}\| < 10^{-3}$ ise döngü durdurulur
13. $\mathbf{H}_b = \hat{\mathbf{H}}_b^{(i)}$ eşitliği gerçekleştirilir

Çizelge 3.4 $\hat{\mathbf{H}}_b$ Kanal Kestirimi için Manifold Üstünden Eşlenik Gradyan Optimizasyonu Algoritması

Çizelge 3.3 ile Çizelge 3.4'te verilen algoritmalar sırasıyla çalıştırılarak ardışık kanal kestirimi sağlanır. Ardışık kanal kestirimi için oluşturulan manifold üstünden eşlenik gradyan optimizasyonu algoritması Çizelge 3.5'te özetlenmektedir.

Algoritma:

1. $\hat{\mathbf{H}}_b^{(0)}$ ve $\hat{\mathbf{H}}_a^{(0)}$, $k = 0$, $f^{(0)} = f\left(\hat{\mathbf{H}}_b^{(0)}, \hat{\mathbf{H}}_a^{(0)}\right)$ olarak ilklendirilir
2. while
3. $k = k + 1$
4. $\hat{\mathbf{H}}_a^{(k)}$ optimizasyonu Çizelge 3.3'de verildiği gibi gerçekleştirilir, burada $\hat{\mathbf{H}}_b^{(k-1)}$ kullanılır
5. $\hat{\mathbf{H}}_b^{(k)}$ optimizasyonu Çizelge 3.4'de verildiği gibi gerçekleştirilir, burada $\hat{\mathbf{H}}_a^{(k)}$ kullanılır
6. $e^{(i)} = f\left(\hat{\mathbf{H}}_b^{(k)}, \hat{\mathbf{H}}_a^{(k)}\right) - f\left(\hat{\mathbf{H}}_b^{(k-1)}, \hat{\mathbf{H}}_a^{(k-1)}\right) < 10^{-3}$ ise döngü durdurulur

Çizelge 3.5 Ardışık Kanal İçin Manifold Üstünden Eşlenik Gadyan Optimizasyonu Algoritması

4. NÜMERİK SONUÇLAR

Bölüm 3'te verilen en küçük kareler Khatri-Rao faktörizasyonu, çift doğrusal değişen en küçük kareler ve manifold üstünden eşlenik gradyan optimizasyonu algoritmaları üstünde farklı parametreler kullanılarak Monte Carlo koşumları gerçekleştirilmiştir. Bu algoritmalarda kullanıcı ekipmanı ve baz istasyonundaki anten sayıları, IRS üstündeki pasif yansıtıcı eleman sayısı, (baz istasyonu ile IRS arasındaki ve IRS ile kullanıcı ekipmanı arasındaki) yayılım yolları ve işaret gürültü oranı (signal to noise ratio - SNR) algoritmalara girdi olarak verilmiştir.

Eşitlik (1)'de verilen kanal modellerinde yer alan seyrek yayılım yollarının sayısı P ve Q olarak adlandırılmaktadır. Gerçekleştirilen Monte Carlo koşumlarında $P = Q \triangleq C$ olarak tanımlanmıştır. Bu durumda \mathbf{H}_a ve \mathbf{H}_b kanallarının eşit sayıda seyrek yayılım yoluna sahip olduğu varsayılmıştır. Kanalların sahip olduğu yayılım yollarından biri direkt görüş hattıdır. Direkt görüş hattı diğer yayılım yollarına oranla daha baskındır. Direkt görüş hattının daha baskın olduğunun matematiksel olarak ifade edilebilmesi için Eşitlik (1)'de verilen kanal modellerindeki kompleks kanal kazançları (α ve β) düzenlenmiştir. Buna göre $p = 1$ ve $q = 1$ direkt görüş hattını ifade ediyorsa, α_1 ve β_1 direkt görüş hattına ait kompleks kanal kazancını ifade etmektedir ve $\alpha_1, \beta_1 \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ olarak oluşturulmuştur. Direkt görüş hattı olmayan yayılım yolları ise α_i, β_i , ve $i = 2, 3, \dots, C$ olarak ifade edilmiştir. Direkt görüş hattı olmayan yayılım yolları $\alpha_i, \beta_i \sim \mathcal{CN}(0, 10^{-0.5})$ şeklinde tanımlanmıştır.

Yayılım yollarına ait geliş açılarının azimut ve yükseklik açıları (θ_r^p ve Φ_r^p) ile ayrılış açılarının azimut ve yükseklik açıları θ_r^q ve Φ_r^q için dağılımlar belirlenmiştir. Bu dağılımlar, $\theta_r^p, \theta_r^q \in [0, \pi]$ ve $\phi_r^p, \phi_r^q \in [-\pi/2, \pi/2]$ aralığında düzgün dağılım (uniformly distributed) olarak belirlenmiştir.

Sistem modeline ait kanal kestirim çerçevesindeki blok sayısı ile IRS üstündeki yansıtıcı elemanların sayısı birbirine eşit olarak kurulmuştur, $N_I = B$. Bununla beraber, yansıtıcı elemanlara ait yansıma katsayısı vektörlerinden oluşan matris ($\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_B]^T$) ayrık Fourier dönüşümü (discrete Fourier transform - DFT) matrisi kullanılarak oluşturulmuştur.

$\mathbf{Z}_b = [\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_T]$ ile ifade edilen gürültü dairesel simetrik kompleks Gauss gürültüsüdür ve $\mathbf{z}_t \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_{N_r})$ olarak verilmektedir.

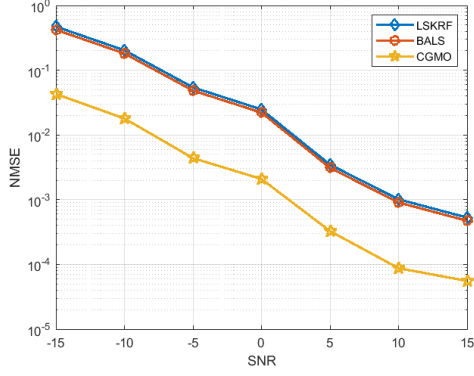
Ardışık kanallardaki performans analizi için normalleştirilmiş ortalama karesel hata (normalized mean square error - NMSE) analizi kullanılmıştır. Eşitlik (91) ile ardışık kanal \mathbf{H}_c ve kestirilmiş ardışık kanal $\hat{\mathbf{H}}_c$ ile verilmiştir.

$$NMSE = \mathbb{E} \left[\frac{\|\mathbf{H}_c - \hat{\mathbf{H}}_c\|_F^2}{\|\mathbf{H}_c\|^2} \right] \quad (91)$$

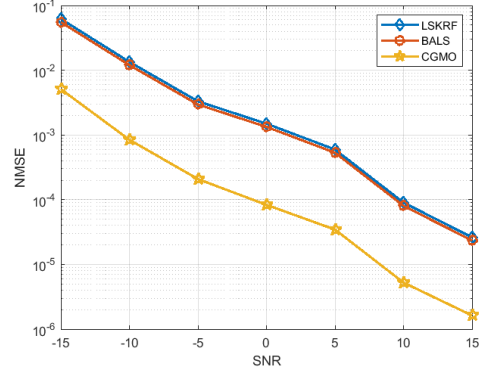
Çizelge 4.1'de verilen parametreler ve yakınsama koşulu olarak belirlenen $\epsilon = 10^{-3}$ ile Monte Carlo koşulları gerçekleştirilmiştir. Bu parametreler kullanılarak elde edilen sonuçlar Çizelge 4.1'de yer alan her bir parametre için 200 Monte Carlo koşumu gerçekleştirilmiş olup toplamda 800 Monte Carlo koşumu tamamlanmıştır. Monte Carlo koşullarında SNR aralığı -15 ile 15 dB arasında incelenmiştir. Her bir Monte Carlo koşumunda milimetre dalga kanalları \mathbf{H}_a ve \mathbf{H}_b ile gürültü bileşeni olan \mathbf{Z}_b yeniden oluşturularak benzetim yapılmıştır.

Çizelge 4.1'de verilen parametrelerle yapılan koşulların NMSE analizlerine ait grafikler Şekil 4.1'de verilmektedir. Şekil 4.1'de verilen grafiklerdeki NMSE değerlerine ek olarak, Çizelge 4.1'de verilen parametrelerle alınan Monte Carlo koşullarının ortalama iterasyon sayısını gösteren grafikler Şekil 4.2'de verilmiştir. İterasyon sayılarının incelenmesi ile algoritmaların işlemsel yükünün değerlendirilmesi amaçlanmıştır. LSKRF algoritması iteratif bir algoritma değildir. Bu sebeple Şekil 4.2'de LSKRF algoritmasına yer verilmemiştir.

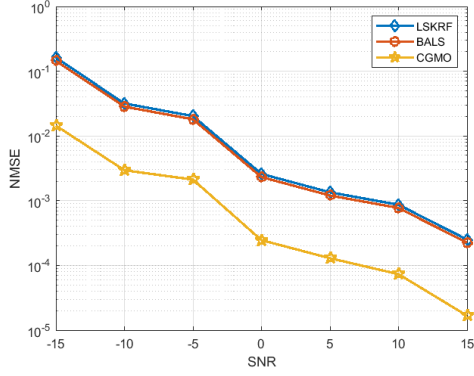
Şekil 4.1 ile verilen grafiklere göre N_t , N_I ve N_r parametrelerinin kestirim oranındaki etkisi incelenmiştir. Buna göre her üç algortmada da verici ve alıcıdaki anten sayıları (N_t , N_r) ve IRS üstündeki pasif eleman sayısı (N_I) arttıkça kanal kestirim performansı olumlu yönde etkilendiği görülmüştür. Şekil 4.1a ile Şekil 4.1b karşılaştırıldığında grafiklerde farklılık gösteren parametrenin yani IRS üstünde yer alan eleman sayısının kestirim performansındaki



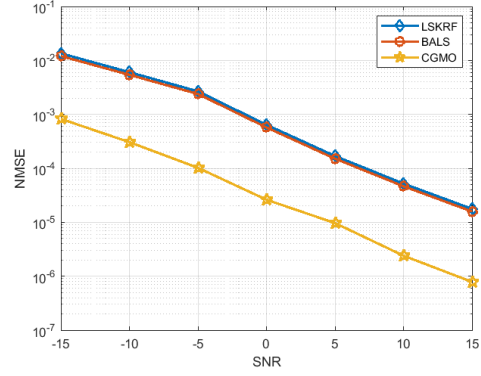
(a) $N_r = 16, N_I = 64, N_t = 36, C = 3$



(b) $N_r = 16, N_I = 100, N_t = 36, C = 3$



(c) $N_r = 16, N_I = 100, N_t = 64, C = 3$

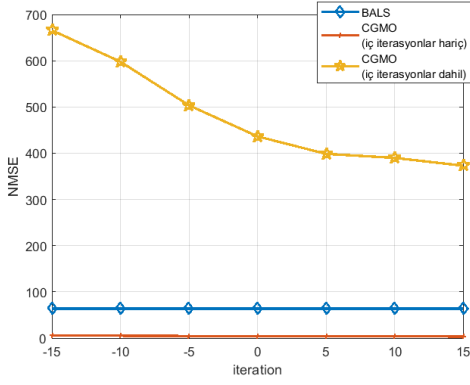


(d) $N_r = 25, N_I = 100, N_t = 64, C = 3$

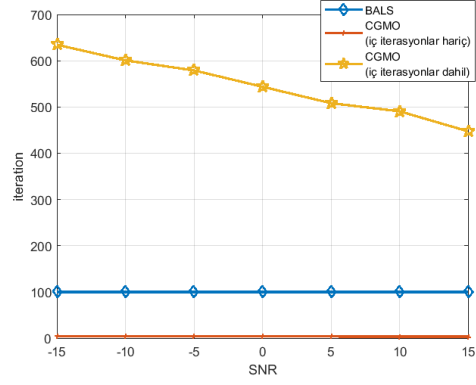
Şekil 4.1 Algoritmaların SNR'a Göre Değişen NMSE Performansları

Kullanıcıdaki Anten Sayısı (N_r)	IRSdeki Pasif Eleman Sayısı (N_I)	Vericideki Anten Sayısı (N_t)	Yayımlım Yolu Sayısı (C)
16	64	36	3
16	100	36	3
16	100	64	3
25	100	64	3

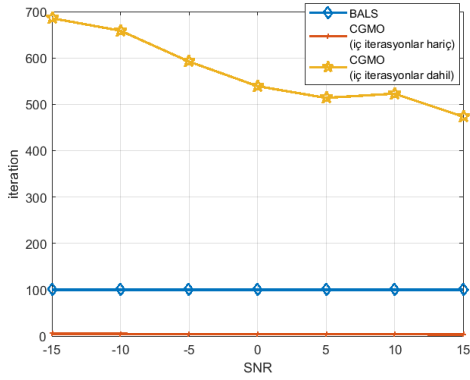
Çizelge 4.1 Şekil 4.1'deki Simülasyonlarda Kullanılan Parametreler



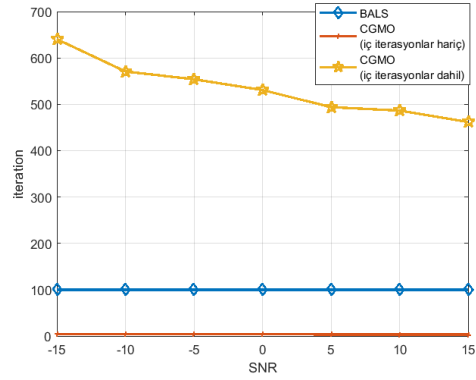
(a) $N_r = 16, N_I = 64, N_t = 36, C = 3$



(b) $N_r = 16, N_I = 100, N_t = 36, C = 3$



(c) $N_r = 16, N_I = 100, N_t = 64, C = 3$

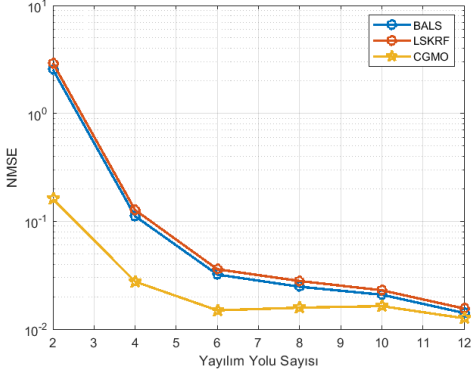


(d) $N_r = 25, N_I = 100, N_t = 64, C = 3$

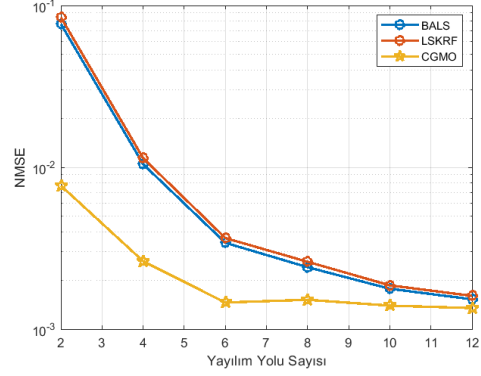
Şekil 4.2 Sabit Yayılım Yolu Sayısı Altında Monte Carlo Koşullarına Ait İterasyon Sayıları

etkisi görülmektedir. IRS üstünde yer alan eleman sayısının artışı performansın iyileşmesiyle sonuçlanmıştır. Şekil 4.1b ile Şekil 4.1c arasında farklılık gösteren parametre ise alıcı anten sayısı olarak belirlenmiştir ve bu parametre artış gösterdikçe NMSE oranının düştüğü görülmektedir. Benzer şekilde Şekil 4.1c ile Şekil 4.1d kıyaslandığında vericideki anten sayısı arttıkça kestirim performansının arttığı görülmektedir. Bu durum MIMO sistemlerde beklenen bir sonuçtur.

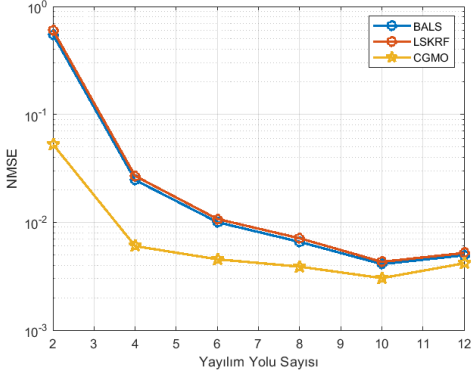
Şekil 4.2 ile verilen grafiklerde BALS algoritmasının ardışık kanal kestirimindeki iterasyon sayısı mavi renk ile CGMO algoritmasının ardışık kanal kestirimindeki (iç iterasyonlardan bağımsız) iterasyon sayısı kırmızı renk ile gösterilmiştir. Bu grafiklere bakıldığında ardışık kanal kestirimi için CGMO algoritmasının daha az iterasyona sahip olduğu görülmektedir.



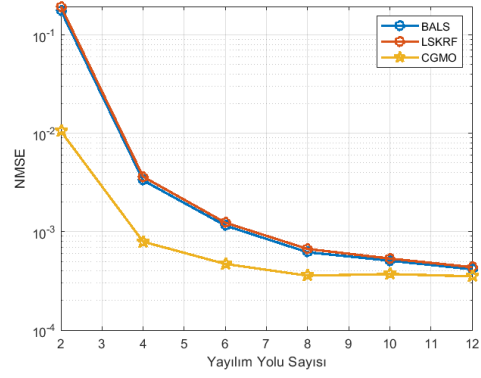
(a) $N_r = 16, N_I = 64, N_t = 16, SNR = -5$



(b) $N_r = 16, N_I = 100, N_t = 16, SNR = 5$



(c) $N_r = 16, N_I = 100, N_t = 16, SNR = -5$



(d) $N_r = 25, N_I = 100, N_t = 16, SNR = 5$

Şekil 4.3 Algoritmaların Yayılım Yolu Sayısına Göre Değişen NMSE Performansları

Kullanımdaki Anten Sayısı (N_r)	IRSdeki Pasif Eleman Sayısı (N_I)	Vericideki Anten Sayısı (N_t)	SNR (db)
16	64	16	-5
16	64	16	5
16	100	16	-5
16	100	16	5

Çizelge 4.2 Şekil 4.3'deki Simülasyonlarda Kullanılan Parametreler

Ancak CGMO algoritması \hat{H}_b ve \hat{H}_a kanallarının hesaplanmasını sağlayan iç algoritmalarda (3.3 ve Çizelge 3.4 ile verilen algoritmalarda) iteratif yapılar kullanılmaktadır. Bu durumda iç iterasyon sayıları da hesaba katıldığında CGMO algoritmasının toplam iterasyon sayısının BALS algoritmasından daha yüksek olduğu görülmektedir. ekil CGMO algoritmasının sahip olduğu iç iterasyon sayısı Şekil 4.2'deki grafiklerde sarı renk ile verilmiştir. LSKRF algoritması içinde, \hat{H}_b ve \hat{H}_a kanallarının çapımıyla elde edilen ardışık kanal kestirimi için iterasyon yapıları kullanılmamaktadır. Şekil 4.2'de, N_r , N_t ve N_I parametrelerindeki değişikliğin iterasyon sayılarında dramatik bir değişikliğe sebep olmadığı görülmüştür. Algoritmaların iterasyon sayısı N_r , N_t ve N_I parametrelerinden bağımsızdır ancak işlemsel yük bu parametrelerden etkilenmektedir. N_r , N_t ve N_I sayısı arttıkça algoritmaların işlemsel yükü artmaktadır.

Algoritmaların işlemsel yükünün N_r , N_t ve N_I parametrelerine bağlılığının gösterilmesi amacıyla saniyede kayan virgüllü işlemler (Floating Point Operations Per Second - FLOPS) sayısına bakılmıştır. Toplam FLOPS sayıları Çizelge 4.3 ile verilmiştir.

N_r Sayısı	N_I Sayısı	N_t Sayısı	FLOP Sayısı	
36	64	16	7.39×10^7	CGMO
36	100	16	1.15×10^8	
64	100	16	2.05×10^8	
64	100	36	4.62×10^8	
36	64	16	2.83×10^6	BALS
36	100	16	4.56×10^6	
64	100	16	1.38×10^7	
64	100	36	3.03×10^7	
36	64	16	7.39×10^4	LSKRF
36	100	16	1.15×10^5	
64	100	16	2.05×10^5	
64	100	36	4.61×10^5	

Çizelge 4.3 N_r , N_t ve N_I Parametrelerine Bağlı Saniyede Kayan Virgüllü İşlemler Sayısı

Çizelge 4.3 ile verilen FLOP sayıları ile, CGMO algoritmasının en yüksek ve LSKRF algoritmasının en düşük karmaşıklığa sahip olduğu görülmüştür.

Şekil 4.3'te algoritmaların yayılım yolu sayılarındaki artış ile kanal kestirim performansının değişim grafiği verilmiştir. Yayılım yolu sayısının kestirim oranını nasıl etkilediği Çizelge

4.2’de verilen parametreler ile test edilmiştir. Yakınsama koşulu daha önceki koşumlarla aynı olan, $\epsilon = 10^{-3}$, Monte Carlo koşumları gerçekleştirilmiştir. Yayılım yolu sayısının etkisini anlamak amacıyla SNR değeri sabit tutulup yayılım yolu sayısı 2 ile 12 arasında değişecek şekilde belirlenmiştir. Bu parametrelere ait koşum sonuçları Şekil 4.3’te verilmiştir. Yayılım yolu parametresi her bir 200 Monte Carlo koşumu boyunca sabit tutulmuştur, 200 Monte Carloda bir değiştirilmiştir. Tüm yayılım yolu sayıları için Monte Carlo koşumları tamamlandığında SNR, N_t , N_I ve N_r parametreleri Çizelge 4.2’deki gibi değiştirilerek koşumlar tekrarlanmıştır. Bu grafiklerin hepsinde yayılım yolu arttıkça LSKRF, BALS ve CGMO algoritmalarının NMSE performanslarının birbirine yaklaştığı görülmektedir. Bunun sebebini kanal seyrekliğinin yayılım yolu arttıkça azalması olarak yorumlamak mümkündür.

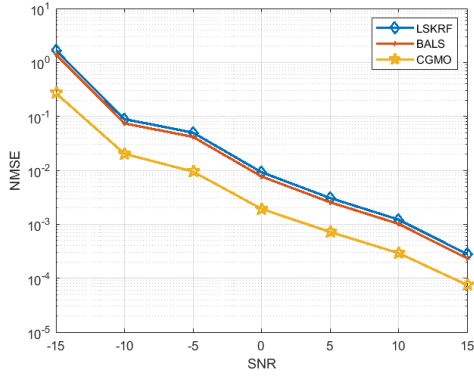
Şekil 4.1 ve Şekil 4.2’de verilen grafiklere göre, aynı anten sayısı, pasif yansıtıcı eleman ve yayılım yolu parametreleri altında NMSE değerleri açısından oldukça avantajlı olduğu görülmüştür, ancak sahip olduğu iç iterasyonlar sebebiyle daha karmaşık yapıya olduğu bu sebeple işlemsel yük açısından BALS algoritmasından geride kaldığı görülmüştür.

Buna karşılık iteratif bir algoritma olmayan LSKRF algoritmasının NMSE hata değerleri açısından diğer algoritmalarla oranla geride kaldığı ancak iteratif bir algoritma olmaması sebebiyle hesaplama yükündeki hafiflik açısından avantajlı olduğu görülmektedir.

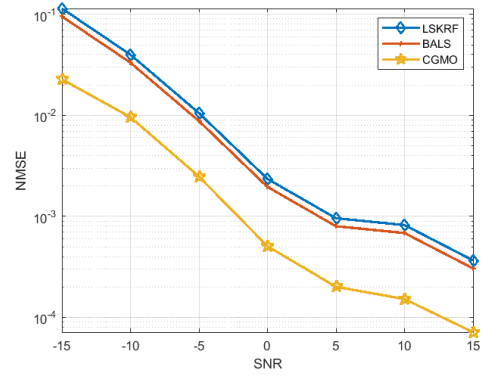
Tüm bunlara ek olarak CGMO algoritması kanal kestirim yaparken yayılım yolu sayısının tam olarak bilinmesini gerektirir. Yayılım yolu sayısının bilinmemesi veya yanlış bilinmesi durumunda CGMO algoritmasının Çizelge 4.4 ve Çizelge 4.5 ile verilen parametrelerle gerçekleştirilen Monte Carlo koşumlarının NMSE performansları Şekil 4.4 ve Şekil 4.5 ile verilmiştir.

Şekil 4.4 ile verilen grafiklerde gerçek seyrek yayılım yolu sayısı 3 iken, ardışık kanal kestiriminin sağlanması için seyrek yayılım sayısı 5 olarak algoritmaya verilmiştir. Bu durumda CGMO algoritmasında kanal kestiriminin mümkün olduğu görülmektedir.

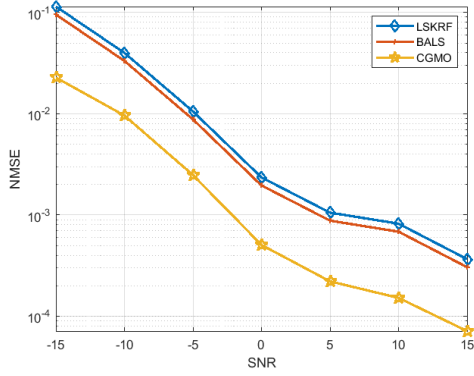
Şekil 4.5 ile verilen grafiklerde ise gerçek seyrek yayılım yolu sayısı 8 iken, ardışık kanal kestiriminin sağlanması için seyrek yayılım sayısı 3 olarak algoritmaya verilmiştir. Bu



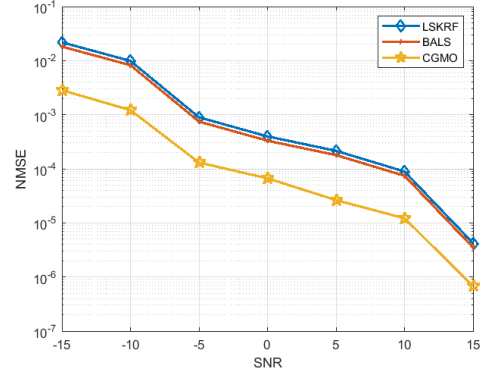
(a) $N_r = 16, N_I = 64, N_t = 36, C = 3, \hat{C} = 5$



(b) $N_r = 16, N_I = 100, N_t = 36, C = 3, \hat{C} = 5$



(c) $N_r = 16, N_I = 100, N_t = 64, C = 3, \hat{C} = 5$



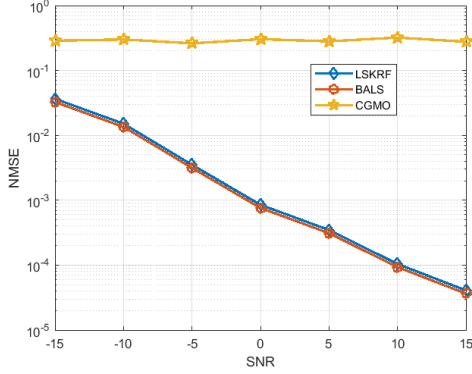
(d) $N_r = 25, N_I = 100, N_t = 64, C = 3, \hat{C} = 5$

Şekil 4.4 Yayılım Yolu Sayısı Bilinmemesi Durumunda NMSE Performansları

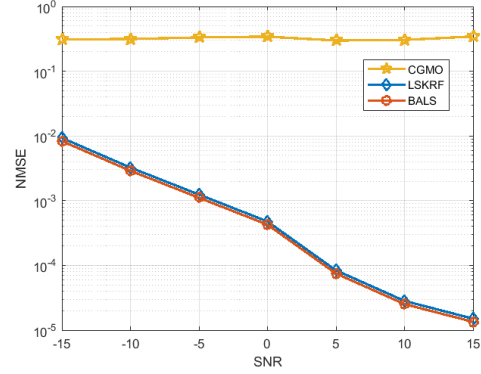
Kullanıcıdaki Anten Sayısı (N_r)	IRS'deki Pasif Eleman Sayısı (N_I)	Vericideki Anten Sayısı (N_t)	Gerçek Yayılım Yolu Sayısı (C)	Algoritmada Kullanılan Yayılım Yolu Sayısı (\hat{C})
16	64	36	3	5
16	100	36	3	5
16	100	64	3	5
25	100	64	3	5

Çizelge 4.4 Şekil 4.4'deki Simülasyonlarda Kullanılan Parametreler

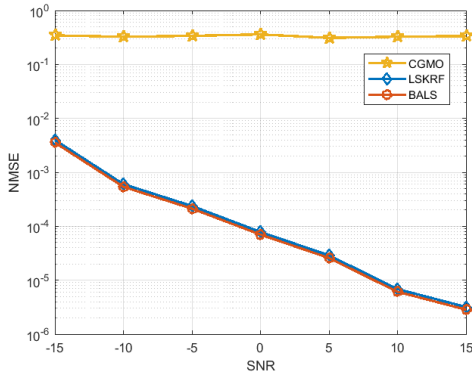
durumda CGMO algoritmasında kanal kestiriminin mümkün olmadığı görülmektedir. Çünkü CGMO algoritması kanallara ait seyrek yayılım yolu sayısının kesin bir şekilde bilindiği durumda kullanılabilir bir algoritmadır.



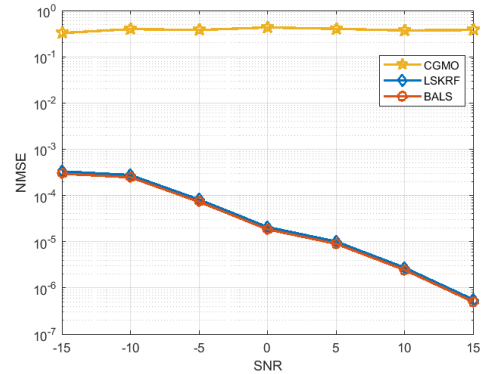
(a) $N_r = 16, N_I = 64, N_t = 36, C = 8, \hat{C} = 3$



(b) $N_r = 16, N_I = 100, N_t = 36, C = 8, \hat{C} = 3$



(c) $N_r = 16, N_I = 100, N_t = 64, C = 8, \hat{C} = 3$



(d) $N_r = 25, N_I = 100, N_t = 64, C = 8, \hat{C} = 3$

Şekil 4.5 Yayılım Yolu Sayısının Bilinmemesi Durumunda NMSE Performansları

Kullanıcıdaki Anten Sayısı (N_r)	IRS'deki Pasif Eleman Sayısı (N_I)	Vericideki Anten Sayısı (N_t)	Gerçek Yayılım Yolu Sayısı (C)	Algoritmada Kullanılan Yayılım Yolu Sayısı (\hat{C})
16	64	36	8	3
16	100	36	8	3
16	100	64	8	3
25	100	64	8	3

Çizelge 4.5 Şekil 4.5'deki Simülasyonlarda Kullanılan Parametreler

5. SONUÇLAR

Bu tez çalışması kapsamında milimetre dalga kullanan aşağı yönlü kanallarda IRS destekli MIMO haberleşme sistemlerinin kanal kestirim çalışmaları incelenmiş ve sonuçları sunulmuştur. İncelenen sistem modeli tek kullanıcıya ve tek baz istasyonuna sahiptir.

Sunulan tez çalışmasında üç kanal kestirim algoritması incelenmiştir. Kanal kestirim algoritmaları sırasıyla en küçük kareler Khatri-Rao faktörizasyonu, çift doğrusal değişen en küçük kareler ve manifold üstünden eşlenik gradyan optimizasyonu olarak isimlendirilen algoritmalarıdır. Literatürde yer alan ve IRS destekli ardışık kanallarda kanal kestiriminin mümkün olduğunu gösteren bu üç algoritma arasında karşılaştırma yapılmıştır. Karşılaştırma yapılırken 200 Monte Carlo koşulları gerçekleştirilmiştir. Sisteme eklenen gürültü değerleri her bir Monte Carlo koşulunda değiştirilmiş, H_b ve H_a kanalları yeniden rastgele ilklendirilmiştir. Ancak her 200 Monte Carlo koşulunun sonunda SNR, N_r , N_I ve N_t parametreleri Çizelge 4.1'de verildiği gibi güncellenerek koşullar tekrarlanmıştır. Bu koşullara ait sonuçlar Şekil 4.1'de gösterilmiştir. Bu karşılaştırma Monte Carlo simülasyonlarıyla elde edilen performans sonuçları arasında gerçekleştirilmiştir. Bu koşullardan çıkan sonuçlara bakılarak CGMO algoritmasının kestirim hatasının diğer algoritmalara kıyasla daha az olduğu görülmektedir. LSKRF algoritmasının ise en yüksek hata oranına sahip olduğu saptanmıştır. Bununla birlikte iteratif algoritmalar olan BALS ve CGMO arasında iterasyon sayısına dair bir kıyaslama gerçekleştirilmiştir. CGMO algoritmasının ardışık kanalın kestirimi için kullandığı iç algoritmaların iteratif olması nedeniyle BALS algoritmasına oranla kanal kestirimi yaparken daha fazla iterasyona girdiği görülmüştür. Bu durum Şekil 4.2'de verilen grafiklerde gösterilmiştir. Algoritmaların farklı yayılım yolu sayısına sahip olduğu durumlarda kestirim performansı incelenmiş ve sonuçları Şekil 4.3 ile sunulmuştur. Her üç algoritmanın da kanal kestiriminde kullanılabilir olduğu düşünüldüğünde, algoritmaların FLOP analizleri gerçekleştirilmiştir. Gerçekleştirilen FLOP analizinin sonuçları Çizelge 4.3 ile verilmiştir. En yüksek FLOP sayısına sahip olan algoritmanın CGMO ve en düşük FLOP sayısına sahip olan algoritmanın LSKRF olduğu görülmüştür. Son olarak CGMO algoritmasının kanal kestirimi için seyrek yayılım yolunu

yanlış bildiği durumda kestirim performansı incelenmiştir. Bu incelemenin gerçekleştirilme sebebi milimetre dalga kanallarının seyrek yayılım yolu sayısını bilmenin oldukça güç olmasıdır. Ancak CGMO algoritmasının seyrek yayılım yolu sayısını yanlış bildiği durumda kanal üzerinde herhangi bir kestirim yapmadığı Monte Carlo simülasyonları ile görülmüştür. Bununla ilgili sonuçları veren grafikler Şekil 4.5 ile sunulmuştur.

Her üç algortmada IRS destekli sistemlerin sahip olduğu ardışık kanallarda kanal kestirim algoritmalarının uygulanabilirliğini göstermektedir. Bu bakımdan incelenen her üç algoritma IRS destekli tek kullanıcı MIMO sistemlerde baz istasyonu ile kullanıcı ekipman arasında IRS üstünden oluşturulan ardışık kanalın kestirimin mümkün olup olmadığı sorusuna yanıt vermektedir.

Gelecek Çalışmalarda, IRS destekli haberleşme sistemlerinde ardışık kanal kestirimi yerine baz istasyonu ile IRS arasındaki H_a kanalının ve IRS ile kullanıcı ekipmanı arasındaki H_b kanalının ayrı ayrı kestirimleri üstüne çalışmak faydalı olabilir. Ayrıca çok kullanıcı sistemlerin incelenmesi ve gürültü modelinin değiştirilerek gelecek çalışmaların yürütülmesi mümkündür.

EKLER

EK 1

Eşitlik (92) ile argümanı karmaşık skaler sonucu da karmaşık skaler olan bir fonksiyon için türev tanımı verilmiştir.

$$\frac{\partial f(z)}{\partial z^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f(z)}{\partial \mathcal{R}z} + j \frac{\partial f(z)}{\partial \mathcal{I}z} \right) \quad (92)$$

Eşitlik (92) ile verilen türev tanımı kullanılarak argümanı karmaşık skaler sonucu karmaşık skaler olan bazı fonksiyonlar için türev sonuçları Eşitlik (93) ile verilmiştir.

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B}) = 0 \quad (93a)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{X}^H\mathbf{B}) = \mathbf{B}\mathbf{A} \quad (93b)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{X}^H\mathbf{A}^H) = \mathbf{A}^H\mathbf{A}\mathbf{X} \quad (93c)$$

Eşitlik (93)'de verilen sonuçların elde edilmesi adım adım aşağıda verilmiştir. Öncelikle \mathbf{A}, \mathbf{X} ve \mathbf{B} matrislerini kullanmak yerine, skaler işlemler ile başlanacaktır. Bahsedilen skaler işlemler Eşitlik (94) ile gösterilmiştir.

$$\frac{\partial}{\partial x^*} \text{tr}(axb) = 0 \quad (94a)$$

$$\frac{\partial}{\partial x^*} \text{tr}(ax^Hb) = \frac{\partial}{\partial x^*} \text{tr}(ax^*b) = ba \quad (94b)$$

$$\frac{\partial}{\partial x^*} \text{tr}(axx^Hb) = \frac{\partial}{\partial x^*} \text{tr}(axx^*b) = a^*ax \quad (94c)$$

Eşitlik (94) ile verilen matematiksel ifadelerin ispatları, Eşitlik (95) ile gerçekleştirilmiştir. Eşitlik (94) ile verilen skaler değer $x = x_R + jx_I$ olarak verilmiştir.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x^*} tr(axb) &= \frac{\partial}{\partial x^*} (axb) \\
&= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial(axb)}{\partial x_R} + j \frac{\partial(axb)}{\partial x_I} \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial(a(x_R + jx_I)b)}{\partial x_R} + j \frac{\partial(a(x_R + jx_I)b)}{\partial x_I} \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial(a(x_R)b)}{\partial x_R} + \cancel{\frac{\partial(a(jx_I)b)}{\partial x_R}} + j \frac{\partial(a(x_R)b)}{\partial x_I} + j \frac{\partial(a(jx_I)b)}{\partial x_I} \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} [ab - ab] = 0
\end{aligned} \tag{95a}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x^*} tr(ax^*b) &= \frac{\partial}{\partial x^*} (a(x_R - jx_I)b) \\
&= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial(a(x_R - jx_I)b)}{\partial x_R} + j \frac{\partial(a(x_R - jx_I)b)}{\partial x_I} \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial(a(x_R)b)}{\partial x_R} - \cancel{\frac{\partial(a(jx_I)b)}{\partial x_R}} + j \frac{\partial(a(x_R)b)}{\partial x_I} - j \frac{\partial(a(jx_I)b)}{\partial x_I} \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} [ab + j(-ajb)] = \frac{1}{2} [ab + (ab)] = ab = ba
\end{aligned} \tag{95b}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x^*} tr(axx^*a^*) &= \frac{\partial}{\partial x^*} (a(x_R + jx_I)(x_R - jx_I)a^*) \\
&= \frac{\partial}{\partial x^*} (aa^*(x_R^2 - jx_Rx_I + jx_Rx_I - jx_I^2)) \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial x_R} (aa^*(x_R^2 + x_I^2)) + j \frac{\partial}{\partial x_I} (aa^*(x_R^2 + x_I^2)) \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial x_R} (aa^*(x_R^2)) + \cancel{\frac{\partial}{\partial x_R} (aa^*(x_I^2))} + j \frac{\partial}{\partial x_I} (aa^*(x_R^2)) + j \frac{\partial}{\partial x_I} (aa^*(x_I^2)) \right] \\
&= \frac{1}{2} [aa^*2x_R + jaa^*2x_I] = aa^*(x_R + jx_I) = aa^*x
\end{aligned} \tag{95c}$$

Eşitlik (95) ile gerçekleştirilen skaler ispatlardan sonra [55] numaralı referans yardımıyla Eşitlik (93)'de verilen ifadenin ispatı yapılacaktır. Eşitlik (96)'de verilen ifade ile ispat gerçekleştirilmiştir.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B}) &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R + j\mathbf{X}_I)\mathbf{B}) \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R + j\mathbf{X}_I)\mathbf{B}) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R + j\mathbf{X}_I)\mathbf{B}) \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R)\mathbf{B}) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A}(j\mathbf{X}_I)\mathbf{B}) \right. \\
&\quad \left. + \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R)\mathbf{B}) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}(j\mathbf{X}_I)\mathbf{B}) \right] \\
&= \frac{1}{2} [\mathbf{A}^T \mathbf{B}^T + j(j\mathbf{A}^T \mathbf{B}^T)] = 0
\end{aligned} \tag{96a}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{X}^H \mathbf{B}) &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}^*)^T \mathbf{B}) \\
&= \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R^T - j\mathbf{X}_I^T)\mathbf{B}) \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R^T - j\mathbf{X}_I^T)\mathbf{B}) + j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R^T - j\mathbf{X}_I^T)\mathbf{B}) \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R^T)\mathbf{B}) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A}(j\mathbf{X}_I^T)\mathbf{B}) \right. \\
&\quad \left. + j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R^T)\mathbf{B}) - j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}(j\mathbf{X}_I^T)\mathbf{B}) \right] \\
&= \frac{1}{2} [\mathbf{A}\mathbf{B} + j(-j\mathbf{A}\mathbf{B})] = \mathbf{A}\mathbf{B}
\end{aligned} \tag{96b}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{X} \mathbf{X}^H \mathbf{A}^H) &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R + j\mathbf{X}_I)(\mathbf{X}_R^T - j\mathbf{X}_I^T)\mathbf{A}^H) \\
&= \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R \mathbf{X}_R^T - j\mathbf{X}_R \mathbf{X}_I^T + j\mathbf{X}_I \mathbf{X}_R^T + \mathbf{X}_I \mathbf{X}_I^T)\mathbf{A}^H) \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R \mathbf{X}_R^T - j\mathbf{X}_R \mathbf{X}_I^T + j\mathbf{X}_I \mathbf{X}_R^T + \mathbf{X}_I \mathbf{X}_I^T)\mathbf{A}^H) \right. \\
&\quad \left. + j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R \mathbf{X}_R^T - j\mathbf{X}_R \mathbf{X}_I^T + j\mathbf{X}_I \mathbf{X}_R^T + \mathbf{X}_I \mathbf{X}_I^T)\mathbf{A}^H) \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[\mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}_R + \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{X}_R - j\mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{X}_I + j\mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{X}_I \right. \\
&\quad \left. + j(-j\mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}_R + j\mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{X}_R + \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{X}_I + \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{X}_I) \right] \tag{96c} \\
&= \frac{1}{2} \left[\mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}_R + \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{X}_R - j\mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{X}_I + j\mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{X}_I \right. \\
&\quad \left. + \mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}_R - \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{X}_R + j\mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{X}_I + j\mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{X}_I \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[\mathbf{A}^H \mathbf{A} (\mathbf{X}_R + j\mathbf{X}_I) + \mathbf{A}^H \mathbf{A} (\mathbf{X}_R + j\mathbf{X}_I) \right] = \mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}
\end{aligned}$$

Eşitlik (96) ispatının yapılması için sırasıyla, Eşitlik (97)'de verilen ifadeler kullanılmaktadır.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{X}_R \mathbf{X}_R^T \mathbf{A}^H) &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}_R \mathbf{X}_R^T) \\
\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}_R \mathbf{X}_R^T) &= \mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}_R + \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{X}_R \\
\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A} j \mathbf{X}_R \mathbf{X}_I^T \mathbf{A}^H) &= -j \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{X}_I \\
\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}_R \mathbf{X}_I^T) &= j \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{X}_I \\
\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A} j \mathbf{X}_I \mathbf{X}_I^T \mathbf{A}^H) &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}_R \mathbf{X}_R^T) &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(-\mathbf{A} j \mathbf{X}_R \mathbf{X}_I^T \mathbf{A}^H) &= -j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}_R \mathbf{X}_I^T) \\
j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}_R \mathbf{X}_I^T) &= -j \mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}_R \\
\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A} j \mathbf{X}_I \mathbf{X}_R^T \mathbf{A}^H) &= j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}_I \mathbf{X}_R^T) \\
j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}_I \mathbf{X}_R^T) &= j \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{X}_R \\
\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{X}_I \mathbf{X}_I^T \mathbf{A}^H) &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}_I \mathbf{X}_I^T) \\
\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}_I \mathbf{X}_I^T) &= \mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}_I + \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{X}_I
\end{aligned} \tag{97}$$

Eşitlik (96) ile verilen ifadeler yardımıyla Eşitlik (74) kurulacaktır. Eşitlik (69)'te verilen ifade Eşitlik (98)'te verilen ifadenin açılımı gerçekleştirilmiştir.

$$\begin{aligned}
\left\| \tilde{\mathbf{Y}}_1 - (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_r) \hat{\mathbf{H}}_p \right\|_F^2 &= \text{tr}([\tilde{\mathbf{Y}}_1 - (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_r) \hat{\mathbf{H}}_p][\tilde{\mathbf{Y}}_1 - (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_r) \hat{\mathbf{H}}_p]^H) \\
&= \text{tr}([\tilde{\mathbf{Y}}_1 - (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_r) \hat{\mathbf{H}}_p][\tilde{\mathbf{Y}}_1^H - \hat{\mathbf{H}}_p^H (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_r)^H]) \\
&= \text{tr}(-\tilde{\mathbf{Y}}_1 \hat{\mathbf{H}}_p^H (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_r)^H + \tilde{\mathbf{Y}}_1 \tilde{\mathbf{Y}}_1^H + (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_r) \hat{\mathbf{H}}_p \hat{\mathbf{H}}_p^H (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_r)^H - \\
&\quad (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_r) \hat{\mathbf{H}}_p \tilde{\mathbf{Y}}_1^H) \\
&= \text{tr}(-\tilde{\mathbf{Y}}_1 \hat{\mathbf{H}}_p^H (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_r)^H) + \text{tr}(\tilde{\mathbf{Y}}_1 \tilde{\mathbf{Y}}_1^H) \\
&\quad + \text{tr}((\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_r) \hat{\mathbf{H}}_p \hat{\mathbf{H}}_p^H (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_r)^H) - \text{tr}((\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_r) \hat{\mathbf{H}}_p \tilde{\mathbf{Y}}_1^H)
\end{aligned} \tag{98}$$

Eşitlik (74)'ün kurulabilmesi amacıyla, Eşitlik (98)'te verilen ifadenin türevi alınmıştır. Eşitlik (98)'te verilen ifadede yer alan $(\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_r)$, $\tilde{\mathbf{Y}}_1$, ve $\hat{\mathbf{H}}_p$ ifadeleri Eşitlik (96)'de verilen matrisler gibi isimlendirilerek sırasıyla \mathbf{A} , \mathbf{B} ve \mathbf{X} olarak adlandırılmıştır. Bu durumda, değişken isimlerinin değiştirilmesi sonucu elde edilen ifade Eşitlik (99)'te verilmiştir.

$$f_1 = \text{tr}(-\mathbf{B}\mathbf{X}^H \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{B} + \mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{X}^H \mathbf{A}^H + \mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B}^H) \tag{99}$$

Eşitlik (99)'te verilen ifadenin türevi Eşitlik (100)'te verilmiştir.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{X}^*} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(-\mathbf{B}\mathbf{X}^H \mathbf{A}^H) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{X}^H \mathbf{A}^H) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B}^H) \\
&= -\mathbf{A}^H \mathbf{B} + \mathbf{A}^H \mathbf{A}\mathbf{X} - 0 = \mathbf{A}^H (\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{B})
\end{aligned} \tag{100}$$

Eşitlik (100)'te verilmiş olan ifadede \mathbf{A} , \mathbf{B} ve \mathbf{X} ifadeleri yerine sırasıyla $(\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_r)$, $\tilde{\mathbf{Y}}_1$, ve $\hat{\mathbf{H}}_p$ yerleştirildiğinde elde edilen ifade Eşitlik (74) ile aynıdır.

$$\mathbf{G}_1 \triangleq \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{X}^*} = (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_b)^H ((\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_b) \hat{\mathbf{H}}_a^{(i)} - \tilde{\mathbf{Y}}_1) \tag{101}$$

EK 2

Eşitlik (83)'de verilen minimizasyon probleminin türevi olan ve Eşitlik (87) ile sunulan matematiksel ifadenin elde edilmesi için uygulanan ilk adım Eşitlik (102)'de verilmiştir. Buna göre türev alma işlemi gerçekleştirilmiş olacaktır.

$$\begin{aligned}
\left\| \tilde{\mathbf{Y}}_2 - (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T) \hat{\mathbf{H}}_b^T \right\|_F^2 &= tr([\tilde{\mathbf{Y}}_2 - (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T) \hat{\mathbf{H}}_b^T][\tilde{\mathbf{Y}}_2 - (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T) \hat{\mathbf{H}}_b^T]^H) \\
&= tr([\tilde{\mathbf{Y}}_2 - (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T) \hat{\mathbf{H}}_b^T][\tilde{\mathbf{Y}}_2^H - \hat{\mathbf{H}}_b^* (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T)^H]) \\
&= tr([\tilde{\mathbf{Y}}_2 - (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T) \hat{\mathbf{H}}_b^T][\tilde{\mathbf{Y}}_2^H - \hat{\mathbf{H}}_b^* (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T)^H]) \\
&= tr(\tilde{\mathbf{Y}}_2 \tilde{\mathbf{Y}}_2^H - \tilde{\mathbf{Y}}_2 \hat{\mathbf{H}}_b^* (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T)^H \\
&\quad - (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T) \hat{\mathbf{H}}_b^T \tilde{\mathbf{Y}}_2^H + (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T) \hat{\mathbf{H}}_b^T \hat{\mathbf{H}}_b^* (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T)^H) \\
&= tr(\tilde{\mathbf{Y}}_2 \tilde{\mathbf{Y}}_2^H) - tr(\tilde{\mathbf{Y}}_2 \hat{\mathbf{H}}_b^* (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T)^H) \\
&\quad - tr((\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T) \hat{\mathbf{H}}_b^T \tilde{\mathbf{Y}}_2^H) + tr((\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T) \hat{\mathbf{H}}_b^T \hat{\mathbf{H}}_b^* (\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T)^H)
\end{aligned} \tag{102}$$

Eşitlik (102)'de verilen ifadeyi basitleştirmek amacıyla $\tilde{\mathbf{Y}}_2^T$, $(\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T)$ ve $\hat{\mathbf{H}}_b$ ifadeleri sırasıyla \mathbf{A} , \mathbf{B} ve \mathbf{X} ile değiştirilmiştir, Eşitlik (103)'de ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned}
f_2 &= tr(\mathbf{A}\mathbf{A}^H - \mathbf{A}\mathbf{X}^*\mathbf{B}^H - \mathbf{B}\mathbf{X}^T\mathbf{A}^H + \mathbf{B}\mathbf{X}^T\mathbf{X}^*\mathbf{B}^H) \\
&= tr(\mathbf{A}\mathbf{A}^H) - tr(\mathbf{A}\mathbf{X}^*\mathbf{B}^H) - tr(\mathbf{B}\mathbf{X}^T\mathbf{A}^H) + tr(\mathbf{B}\mathbf{X}^T\mathbf{X}^*\mathbf{B}^H)
\end{aligned} \tag{103}$$

Eşitlik (103)'de verilen ifadenin türevinin alınması ile Eşitlik (87)'de verilen ifade elde edilecektir. Türevi alınmış ifade Eşitlik (104)'da verilmiştir.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} f_2 &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{A}^H - \mathbf{A}\mathbf{X}^*\mathbf{B}^H - \mathbf{B}\mathbf{X}^T\mathbf{A}^H + \mathbf{B}\mathbf{X}^T\mathbf{X}^*\mathbf{B}^H) \\
&= \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{A}^H) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{X}^*\mathbf{B}^H) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{B}\mathbf{X}^T\mathbf{A}^H) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{B}\mathbf{X}^T\mathbf{X}^*\mathbf{B}^H) \\
&= \cancel{\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{A}^H)}^0 - \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{X}^*\mathbf{B}^H) - \cancel{\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{B}\mathbf{X}^T\mathbf{A}^H)}^0 + \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{B}\mathbf{X}^T\mathbf{X}^*\mathbf{B}^H) \\
&= -\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{X}^*\mathbf{B}^H) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{B}\mathbf{X}^T\mathbf{X}^*\mathbf{B}^H)
\end{aligned} \tag{104}$$

Eşitlik (104) ile verilen matematiksel ifade devam ettirilmeden önce eşitliğe ait her bir elemanın türevi alınmıştır. Eşitlik (105) ile türevi alınan elemanlar sunulmuştur.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{X}^*\mathbf{B}^H) &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R + j\mathbf{X}_I)^*\mathbf{B}^H) \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R + j\mathbf{X}_I)^*\mathbf{B}^H) + j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R + j\mathbf{X}_I)^*\mathbf{B}^H) \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R - j\mathbf{X}_I)\mathbf{B}^H) + j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R - j\mathbf{X}_I)\mathbf{B}^H) \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R)\mathbf{B}^H) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A}(j\mathbf{X}_I)\mathbf{B}^H) + j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R)\mathbf{B}^H) \right. \\
&\quad \left. - j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}(j\mathbf{X}_I)\mathbf{B}^H) \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R)\mathbf{B}^H) - \cancel{\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{A}(j\mathbf{X}_I)\mathbf{B}^H)}^0 + j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}(\mathbf{X}_R)\mathbf{B}^H) \right. \\
&\quad \left. - j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{A}(j\mathbf{X}_I)\mathbf{B}^H) \right] \\
&= \frac{1}{2} (\mathbf{A}^T \mathbf{B}^* - j(j\mathbf{A}^T \mathbf{B}^*)) = \mathbf{A}^T \mathbf{B}^*
\end{aligned} \tag{105a}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{B}\mathbf{X}^T \mathbf{A}^H) &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{B}(\mathbf{X}_R^T + j\mathbf{X}_I^T)^* \mathbf{A}^H) \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{B}(\mathbf{X}_R^T + j\mathbf{X}_I^T)^* \mathbf{A}^H) + j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{B}(\mathbf{X}_R^T + j\mathbf{X}_I^T)^* \mathbf{A}^H) \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{B}(\mathbf{X}_R^T) \mathbf{A}^H) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{B}(j\mathbf{X}_I^T) \mathbf{A}^H) + j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{B}(\mathbf{X}_R^T) \mathbf{A}^H) \right. \\
&\quad \left. - j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{B}(j\mathbf{X}_I^T) \mathbf{A}^H) \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{B}(\mathbf{X}_R^T) \mathbf{A}^H) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{B}(j\mathbf{X}_I^T) \mathbf{A}^H) + j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{B}(\mathbf{X}_R^T) \mathbf{A}^H) \right. \\
&\quad \left. - j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{B}(j\mathbf{X}_I^T) \mathbf{A}^H) \right] \\
&= \frac{1}{2} (\mathbf{A}\mathbf{B} - \mathbf{A}\mathbf{B}) = 0
\end{aligned} \tag{105b}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{B}\mathbf{X}^T \mathbf{X}^* \mathbf{B}^H) &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{B}(\mathbf{X}_R^T + j\mathbf{X}_I^T)(\mathbf{X}_R - j\mathbf{X}_I) \mathbf{B}^H) \\
&= \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{B}(\mathbf{X}_R^T \mathbf{X}_R - j\mathbf{X}_R^T \mathbf{X}_I + \mathbf{X}_I^T \mathbf{X}_I + \mathbf{X}_I^T \mathbf{X}_R) \mathbf{B}^H) \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_R} \text{tr}(\mathbf{B}(\mathbf{X}_R^T \mathbf{X}_R - j\mathbf{X}_R^T \mathbf{X}_I + \mathbf{X}_I^T \mathbf{X}_I + \mathbf{X}_I^T \mathbf{X}_R) \mathbf{B}^H) \right. \\
&\quad \left. + j \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_I} \text{tr}(\mathbf{B}(\mathbf{X}_R^T \mathbf{X}_R - j\mathbf{X}_R^T \mathbf{X}_I + \mathbf{X}_I^T \mathbf{X}_I + \mathbf{X}_I^T \mathbf{X}_R) \mathbf{B}^H) \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[\mathbf{X}_R^T \mathbf{B}^T \mathbf{B}^* + \mathbf{X}_R \mathbf{B}^H \mathbf{B} - j\mathbf{X}_I \mathbf{B}^H \mathbf{B} + \mathbf{X}_R \mathbf{B}^T \mathbf{B}^* \right. \\
&\quad \left. + j\mathbf{X}_I \mathbf{B}^T \mathbf{B}^* - \mathbf{X}_I \mathbf{B}^T \mathbf{B}^* + j\mathbf{X}_I \mathbf{B}^T \mathbf{B}^* + j\mathbf{X}_I \mathbf{B}^H \mathbf{B} \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[\mathbf{X}_R \mathbf{B}^T \mathbf{B}^* + j\mathbf{X}_I \mathbf{B}^T \mathbf{B}^* + \mathbf{X}_R \mathbf{B}^T \mathbf{B}^* + j\mathbf{X}_I \mathbf{B}^T \mathbf{B}^* \right] = \mathbf{X}\mathbf{B}^T \mathbf{B}^*
\end{aligned} \tag{105c}$$

Eşitlik (104)'da verilen matematiksel ifadenin türevinin alınması için Eşitlik (105)'de verilen ifadelerden yararlanılacaktır. Bununla beraber türev işleminin sonucu Eşitlik (106a) olarak verilmiştir. İfadede yer alan \mathbf{A}, \mathbf{B} ve \mathbf{X} için ilgili değerler yerine konduğunda elde edilen

sonuç Eşitlik (106b) ile verilmiştir ve burada elde edilen eşitliğin Eşitlik (87) ile aynı olduğu gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} f_2 &= -\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{X}^*\mathbf{B}^H) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{B}\mathbf{X}^T\mathbf{X}^*\mathbf{B}^H) \\ &= -\mathbf{A}^T\mathbf{B}^* + \mathbf{X}\mathbf{B}^T\mathbf{B}^* = (-\mathbf{A}^T + \mathbf{X}\mathbf{B}^T)\mathbf{B}^*\end{aligned}\quad (106a)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} f_2 \triangleq \mathbf{G}_2 &= (-\mathbf{A}^T + \mathbf{X}\mathbf{B}^T)\mathbf{B}^* \\ &= (-\tilde{\mathbf{Y}}_2^T + \hat{\mathbf{H}}_b(\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T)^T)(\mathbf{V} \odot \hat{\mathbf{H}}_a^T)^*\end{aligned}\quad (106b)$$

REFERANSLAR

- [1] Xiaoyan Ying, Umut Demirhan, and Ahmed Alkhateeb. Relay aided intelligent reconfigurable surfaces: Achieving the potential without so many antennas, **2020**. doi:10.48550/ARXIV.2006.06644.
- [2] Türk Telekom. Türk Telekom 5G+ Bilgi Notu: 5GTT. URL: <https://www.turktelekom.com.tr/hakkimizda/duyurular/Sayfalar/turk-telekom-5g-yol-haritasini-5g-beyaz-kitap-ta-yayinladi.aspx> [accessed 2022-05-02], **2018**.
- [3] GSM Association et al. The state of mobile internet connectivity 2021. URL: <https://www.gsma.com/r/wp-content/uploads/2021/09/The-State-of-Mobile-Internet-Connectivity-Report-2021.pdf> [accessed 2022-04-25], **2021**.
- [4] U Cisco. Cisco annual internet report (2018–2023) white paper. *Cisco: San Jose, CA, USA*, **2020**.
- [5] GSM Association. 5g-snapshot march 2022- member report. URL: <https://gsacom.com/paper/5g-snapshot-march-2022-member-report> [accessed 2022-05-02], **2022**.
- [6] Furqan Jameel, Faisal, M. Asif Ali Haider, and Amir Aziz Butt. Massive mimo: A survey of recent advances, research issues and future directions. In *2017 International Symposium on Recent Advances in Electrical Engineering (RAEE)*, pages 1–6. **2017**. doi:10.1109/RAEE.2017.8246040.
- [7] 5G TR Forum. *5G ve Ötesi Beyaz Kitap*. Bilgi Teknolojileri ve İletişim Kurumu, **2018**.
- [8] Federico Boccardi, Robert W. Heath, Angel Lozano, Thomas L. Marzetta, and Petar Popovski. Five disruptive technology directions for 5g. *IEEE Communications Magazine*, 52(2):74–80, **2014**. doi:10.1109/MCOM.2014.6736746.

- [9] Qingqing Wu and Rui Zhang. Towards smart and reconfigurable environment: Intelligent reflecting surface aided wireless network. *IEEE Communications Magazine*, 58(1):106–112, **2020**. doi:10.1109/MCOM.001.1900107.
- [10] Qurrat-Ul-Ain Nadeem, Abla Kammoun, Anas Chaaban, Merouane Debbah, and Mohamed-Slim Alouini. Intelligent reflecting surface assisted wireless communication: Modeling and channel estimation, **2019**. doi:10.48550/ARXIV.1906.02360.
- [11] Sarah Basharat, Syed Ali Hassan, Aamir Mahmood, Zhiguo Ding, and Mikael Gidlund. Reconfigurable intelligent surface-assisted backscatter communication: A new frontier for enabling 6g iot networks, **2021**. doi:10.48550/ARXIV.2107.07813.
- [12] Huanhuan Yang, Xibi Chen, Fan Yang, Shenheng Xu, Xiangyu Cao, Maokun Li, and Jun Gao. Design of resistor-loaded reflectarray elements for both amplitude and phase control. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 16:1159–1162, **2017**. doi:10.1109/LAWP.2016.2626318.
- [13] Sarah Basharat, Syed Ali Hassan, Haris Pervaiz, Aamir Mahmood, Zhiguo Ding, and Mikael Gidlund. Reconfigurable intelligent surfaces: Potentials, applications, and challenges for 6g wireless networks, **2021**. doi:10.48550/ARXIV.2107.05460.
- [14] Haiquan Lu, Yong Zeng, Shi Jin, and Rui Zhang. Enabling panoramic full-angle reflection via aerial intelligent reflecting surface, **2020**. doi:10.48550/ARXIV.2001.07339.
- [15] Qingqing Wu, Shuowen Zhang, Beixiong Zheng, Changsheng You, and Rui Zhang. Intelligent reflecting surface aided wireless communications: A tutorial, **2020**. doi:10.48550/ARXIV.2007.02759.

- [16] Tian Lin, Xianghao Yu, Yu Zhu, and Robert Schober. Channel estimation for intelligent reflecting surface-assisted millimeter wave mimo systems, **2020**. doi:10.48550/ARXIV.2005.04720.
- [17] Gilderlan T. de Araújo and André L. F. de Almeida. Parafac-based channel estimation for intelligent reflective surface assisted mimo system, **2020**. doi:10.48550/ARXIV.2001.06554.
- [18] Jie Chen, Ying-Chang Liang, Hei Victor Cheng, and Wei Yu. Channel estimation for reconfigurable intelligent surface aided multi-user mimo systems, **2019**. doi:10.48550/ARXIV.1912.03619.
- [19] Qurrat-Ul-Ain Nadeem, Hibatallah Alwazani, Abla Kammoun, Anas Chaaban, Mérouane Debbah, and Mohamed-Slim Alouini. Intelligent reflecting surface-assisted multi-user miso communication: Channel estimation and beamforming design. *IEEE Open Journal of the Communications Society*, 1:661–680, **2020**. doi:10.1109/OJCOMS.2020.2992791.
- [20] Tobias Lindstrøm Jensen and Elisabeth De Carvalho. An optimal channel estimation scheme for intelligent reflecting surfaces based on a minimum variance unbiased estimator, **2019**. doi:10.48550/ARXIV.1909.09440.
- [21] Jawad Mirza and Bakhtiar Ali. Channel estimation method and phase shift design for reconfigurable intelligent surface assisted mimo networks. *IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking*, 7(2):441–451, **2021**. doi:10.1109/TCCN.2021.3072895.
- [22] Chenglu Jia, Junqiang Cheng, Hui Gao, and Wenjun Xu. High-resolution channel estimation for intelligent reflecting surface-assisted mmwave communications. In *2020 IEEE 31st Annual International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, pages 1–6. **2020**. doi:10.1109/PIMRC48278.2020.9217312.

- [23] Yiming Liu, Erwu Liu, Rui Wang, Zhu Han, and Binyu Lu. Asymptotic achievability of the cramer-rao lower bound of channel estimation for reconfigurable intelligent surface aided communication systems, **2020**. doi:10.48550/ARXIV.2012.14058.
- [24] Salah Eddine Zegrar, Liza Afeef, and Hüseyin Arslan. Reconfigurable intelligent surface (ris): Eigenvalue decomposition-based separate channel estimation. In *2021 IEEE 32nd Annual International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, pages 1–6. **2021**. doi:10.1109/PIMRC50174.2021.9569501.
- [25] Deepak Mishra and Håkan Johansson. Channel estimation and low-complexity beamforming design for passive intelligent surface assisted miso wireless energy transfer. In *ICASSP 2019 - 2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 4659–4663. **2019**. doi:10.1109/ICASSP.2019.8683663.
- [26] Ahmet M. Elbir, Anastasios Papazafeiropoulos, Pandelis Kourtessis, and Symeon Chatzinotas. Deep channel learning for large intelligent surfaces aided mm-wave massive MIMO systems. *IEEE Wireless Communications Letters*, 9(9):1447–1451, **2020**. doi:10.1109/lwc.2020.2993699.
- [27] Hibatallah Alwazani, Qurrat-Ul-Ain Nadeem, and Anas Chaaban. Channel estimation for distributed intelligent reflecting surfaces assisted multi-user miso systems. In *2020 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps)*, pages 1–6. **2020**. doi:10.1109/GCWkshps50303.2020.9367461.
- [28] Jiguang He, Henk Wymeersch, and Markku Juntti. Channel estimation for ris-aided mmwave mimo systems via atomic norm minimization, **2020**. doi:10.48550/ARXIV.2007.08158.

- [29] Li Wei, Chongwen Huang, George C. Alexandropoulos, and Chau Yuen. Parallel factor decomposition channel estimation in ris-assisted multi-user mimo communication, **2020**. doi:10.48550/ARXIV.2001.09413.
- [30] Intelligent reflecting surface meets ofdm: Protocol design and rate maximization, **2019**. doi:10.48550/ARXIV.1906.09956.
- [31] Beixiong Zheng and Rui Zhang. Intelligent reflecting surface-enhanced ofdm: Channel estimation and reflection optimization. *IEEE Wireless Communications Letters*, 9(4):518–522, **2020**. doi:10.1109/LWC.2019.2961357.
- [32] Boyu Ning, Zhi Chen, Wenrong Chen, and Yiming Du. Channel estimation and transmission for intelligent reflecting surface assisted thz communications, **2019**. doi:10.48550/ARXIV.1911.04719.
- [33] Saud Khan, Komal S Khan, Noman Haider, and Soo Young Shin. Deep-learning-aided detection for reconfigurable intelligent surfaces, **2019**. doi:10.48550/ARXIV.1910.09136.
- [34] Changsheng You, Beixiong Zheng, and Rui Zhang. Intelligent reflecting surface with discrete phase shifts: Channel estimation and passive beamforming, **2019**. doi:10.48550/ARXIV.1911.03916.
- [35] Vishnu Karthikeya Gorty. Channel estimation for double irs assisted broadband single-user siso communication, **2022**. doi:10.48550/ARXIV.2204.08885.
- [36] Gilderlan T. de Araujo, Andre L. F. de Almeida, and Remy Boyer. Channel estimation for intelligent reflecting surface assisted MIMO systems: A tensor modeling approach. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 15(3):789–802, **2021**. doi:10.1109/jstsp.2021.3061274.
- [37] Xiaoling Hu, Rui Zhang, and Caijun Zhong. Semi-passive elements assisted channel estimation for intelligent reflecting surface-aided communications. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 21(2):1132–1142, **2022**. doi:10.1109/TWC.2021.3102446.

- [38] Jiangfeng Hu, Haifan Yin, and Emil Björnson. Mmwave mimo communication with semi-passive ris: A low-complexity channel estimation scheme, **2021**. doi:10.48550/ARXIV.2105.04107.
- [39] George C. Alexandropoulos and Evangelos Vlachos. A hardware architecture for reconfigurable intelligent surfaces with minimal active elements for explicit channel estimation, **2020**. doi:10.48550/ARXIV.2002.10371.
- [40] Abdelrahman Taha, Muhammad Alrabeiah, and Ahmed Alkhateeb. Enabling large intelligent surfaces with compressive sensing and deep learning, **2019**. doi:10.48550/ARXIV.1904.10136.
- [41] Abdelrahman Taha, Yu Zhang, Faris B. Mismar, and Ahmed Alkhateeb. Deep reinforcement learning for intelligent reflecting surfaces: Towards standalone operation, **2020**. doi:10.48550/ARXIV.2002.11101.
- [42] Mengnan Jian and Yajun Zhao. A modified off-grid sbl channel estimation and transmission strategy for ris-assisted wireless communication systems. In *2020 International Wireless Communications and Mobile Computing (IWCMC)*, pages 1848–1853. **2020**. doi:10.1109/IWCMC48107.2020.9148537.
- [43] Shicong Liu, Zhen Gao, Jun Zhang, Marco Di Renzo, and Mohamed-Slim Alouini. Deep denoising neural network assisted compressive channel estimation for mmwave intelligent reflecting surfaces, **2020**. doi:10.48550/ARXIV.2006.02201.
- [44] Yuxing Lin, Shi Jin, Michail Matthaiou, and Xiaohu You. Tensor-based algebraic channel estimation for hybrid irs-assisted mimo-ofdm. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 20(6):3770–3784, **2021**. doi:10.1109/TWC.2021.3053580.
- [45] Beixiong Zheng, Changsheng You, and Rui Zhang. Uplink channel estimation for double-irs assisted multi-user mimo, **2020**. doi:10.48550/ARXIV.2010.06155.

- [46] Peilan Wang, Jun Fang, Huiping Duan, and Hongbin Li. Compressed channel estimation for intelligent reflecting surface-assisted millimeter wave systems. *IEEE Signal Processing Letters*, 27:905–909, **2020**. doi:10.1109/lsp.2020.2998357.
- [47] Z. Gao, L. Dai, C. Hu, X. Gao, and Z. Wang. Chapter 6 - channel estimation for mmwave massive mimo systems. In Shahid Mumtaz, Jonathan Rodriguez, and Linglong Dai, editors, *mmWave Massive MIMO*, pages 113–139. Academic Press, **2017**. ISBN 978-0-12-804418-6. doi:https://doi.org/10.1016/B978-0-12-804418-6.00006-6.
- [48] David Tse and Pramod Viswanath. *Contents*, pages 348–353. Cambridge University Press, **2005**.
- [49] Cheng-Rung Tsai, Yu-Hsin Liu, and An-Yeu Wu. Efficient compressive channel estimation for millimeter-wave large-scale antenna systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 66(9):2414–2428, **2018**. doi:10.1109/TSP.2018.2811742.
- [50] Dawei Ying, Frederick W. Vook, Timothy A. Thomas, David J. Love, and Amitava Ghosh. Kronecker product correlation model and limited feedback codebook design in a 3d channel model. In *2014 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 5865–5870. **2014**. doi:10.1109/ICC.2014.6884258.
- [51] R. N. Mohan. On orthogonalities in matrices, **2006**. doi:10.48550/ARXIV.CS/0605045.
- [52] Rasmus Bro. Multiway analysis in the food industry. models, algorithms and applications. *Ph.D. dissertation, University of Amsterdam, Amsterdam*, **2001**.
- [53] Shuangzhe Liu and OTZ TRENKLER. Hadamard, khatri-rao, kronecker and other matrix products. *International Journal of Information & Systems Sciences*, 4, **2008**.

- [54] Jonathan R Shewchuk. An introduction to the conjugate gradient method without the agonizing pain. Technical report, USA, **1994**.
- [55] K. B. Petersen and M. S. Pedersen. The matrix cookbook, **2012**. Version 20121115.