HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Programı

ORTAÖĞRETİME GEÇİŞ SINAVI MATEMATİK SORULARININ SÜREÇ STANDARTLARINA GÖRE DEĞERLENDİRİLMESİ

Hilal ÇELİK

Yüksek Lisans Tezi

Ankara, 2023

Liderlik, araştırma, inovasyon, kaliteli eğitim ve değişim ile

Daha ileriye... En İyiye...

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Programı

ORTAÖĞRETİME GEÇİŞ SINAVI MATEMATİK SORULARININ SÜREÇ STANDARTLARINA GÖRE DEĞERLENDİRİLMESİ

THE EVALUATION OF SECONDARY EDUCATION ENTRANCE EXAM MATHEMATICS QUESTIONS ACCORDING TO PROCESS STANDARDS

Hilal ÇELİK

Yüksek Lisans Tezi

Ankara, 2023

Kabul ve Onay

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne,

Hilal ÇELİK'in hazırladığı "Ortaöğretime Geçiş Sınavı Matematik Sorularının Süreç Standartlarına Göre Değerlendirilmesi" başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından **Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalında Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Jüri Başkanı	Dr. Öğr. Üyesi Meltem SARI UZUN
Jüri Üyesi (Danışman)	Dr. Öğr. Üyesi Zeynep Sonay AY
Jüri Üyesi	Dr. Öğr. Üyesi Ceylan GÜLER

Enstitü Yönetim Kurulunun
…./…/…. Tarihli ve ……
sayılı kararı.

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim, Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri üyeleri tarafından ..... / ..... / .... tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunca ..... / ..... / .... tarihi itibarıyla kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Selahattin GELBAL

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Öz

Çalışmanın amacı, öğrencilerin yerleştirileceği ortaöğretim kurumunu belirlemek amacıyla Liselere Geçiş Sistemi kapsamında uygulanan merkezi sınav matematik sorularının, Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM) tarafından yayımlanan beş süreç standardına ve Ulusal Öğretim Programında yayımlanan alt öğrenme alanlarına göre değerlendirmesini yapmaktır. İlk olarak 2 Haziran 2018 yılında uygulanan merkezi sınav 2019, 2020 ve 2021 yıllarında da gerçekleştirilmiştir. Bu araştırmada kapsamında 2020 ve 2021 yıllarında uygulanan sınav soruları ele alınmıştır. Nitel bir araştırma olarak yapılandırılan çalışmada doküman analizi yöntemi benimsenmiştir. Her yıl için 20, toplamda 40 matematik sorusu ve soruların olası çözümleri, beş temel süreç standardının kullanımına göre detaylı olarak değerlendirilmiştir. Elde edilen bulgulara göre, 2020 yılında sınava dâhil edilen tüm alt öğrenme alanlarının sorulara homojen bir şekilde dağılım gösterdiği görülmüştür. 2021 yılında ise “geometrik cisimler ve dönüşüm geometrisi” alt öğrenme alanlarından hiç soru sorulmadığı belirlenmiştir. Her iki yılda da en çok kullanılan problem çözme stratejinin “değişken kullanma (denklem veya eşitsizlik kurma)” olduğu tespit edilmiştir. Akıl yürütmenin “ezbere dayalı matematiksel akıl yürütme” ve “yaratıcı matematiksel akıl yürütme” türlerinde herhangi bir soru bulunmadığı, soruların çoğunlukla gündelik hayatla ilişkilendirme, formel olmayan dili kullanma ve sayısal temsile uygun olduğu görülmüştür. 2020 yılındaki soruların çözümlerinde çoğunlukla kavram ile alt kavramları ve alt kavramların birbirleri arasında ilişki kurulmasına ihtiyaç duyulurken 2021 yılında ise en çok kavramlar arasında ilişkilendirmeye ihtiyaç duyulduğu belirlenmiştir. İletişim türünde her iki yılda da daha çok formel dil kullanımı, temsil türünde de sayısal temsil olduğu tespit edilmiştir.

Anahtar sözcükler: ortaokul düzeyi matematik, LGS, merkezi sınav, NCTM, süreç standartları

Abstract

The aim of the study is to evaluate the central exam mathematics questions applied within the scope of the High School Transition System in order to determine the secondary schools where the students will be get placed, according to the five process standards published by the National Mathematics Teachers Council (NCTM) and the sub-learning areas published in the National Curriculum. The central examination, which was first administered on June 2, 2018, was also held in 2019, 2020 and 2021. This research focuses on the exam questions implemented in 2020 and 2021. In this study, which was carried out as a qualitative research, document analysis technique was used. Twenty for each year, 40 math questions in total, and their possible solutions were evaluated in detail according to the use of five basic process standards. According to the findings, it was seen that all sub-learning areas included in the exam in 2020 showed a homogeneous distribution to the questions. In 2021, it was determined that no questions were asked from the sub-learning areas of geometric objects and transformation geometry. It has been determined that the most used problem solving strategy in both years is "using variables (setting up equations or inequalities)". It was seen that there were no questions in the types of reasoning based on memorised reasoning and creative reasoning. Besides, the questions were mainly appropriate for real-world connection, non-formal language, and numerical representation. As for possible solutions to the questions, in 2020, it has been determined that the concept and the sub-concepts and the sub-concepts need to be made relation with each other, while in 2021, it has been determined that there is a need for making relation between the concepts. It was determined that more formal language was used in communication type in both years and numerical representation was used in representation type.

Keywords: middle school mathematics, LGS, central exam, NCTM, process standards

Teşekkür

Yüksek lisans eğitimim ve araştırmam boyunca hem akademik hem de manevi desteğini esirgemeyen değerli danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Zeynep Sonay AY'a teşekkür ederim.

Yüksek lisans tez savunma jürimde bulunan ve paylaştığı fikirlerle tezimi geliştirmeme katkı sağlayan Dr. Öğr. Üyesi Meltem SARI UZUN'a ve Dr. Öğr. Üyesi Ceylan GÜLER'e teşekkür ederim.

Hayatım boyunca her zaman yanımda olan, her türlü özveride bulunan canım annem, babam ve abim Mukadder ÇELİK, Mikail ÇELİK ve Mehmet Oğuz ÇELİK'e teşekkür ederim.

İçindekiler

Tablolar Dizini

Şekiller Dizini

Simgeler ve Kısaltmalar Dizini

LGS: Sınavla Öğrenci Alacak Ortaöğretim Kurumlarına Geçiş Sınavı

MDÖP: Matematik Dersi Öğretim Programı

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

MYK: Mesleki Yeterlilik Kurumu

NCTM: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Mathematics Teachers)

PISA: Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment)

PSSM: Okul Matematiği için İlkeler ve Standartlar (Principles and Standards for School Mathematics)

TIMSS: Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (Trends in International Mathematics and Science Study)

TYÇ: Türkiye Yeterlilikler Çerçevesi

f: Frekans

%: Yüzde değeri

Bölüm 1

Giriş

Araştırmanın bu kısmında, problem durumuna ilişkin açıklamalar, çalışmanın amacı ve önemi, problem cümlesi ve alt problemler, sayıltılar, sınırlılıklar ve tanımlar açıklanmıştır.

Problem Durumu

Tarih boyunca karşılaşılan sorunların çözümünde matematik bilimi temel sağlamıştır (Baki, 2014). Doğa olaylarını anlamlandırmak, gök cisimlerinin hareketlerini incelemek, sağlık alanında kullanılabilen röntgen cihazları matematiğin kullanıldığı alanların sadece sınırlı birkaç örneğidir. Prof. Dr. Cengiz Uluçay'a göre "matematik, düşüncenin gelişmesine yardım eden bir bilimdir ve bütün bilimler matematikten doğmuştur" (Baki, 2014, s.230).

Matematik eğitimi ise öğrencilerin sadece sayıları tanımasını, işlem ve hesaplama becerilerini geliştirmesini değil; yaşamlarında ayakta kalmalarını sağlayacak düşünme, ilişki kurma, akıl yürütme, problem çözme gibi beceriler kazandırmayı amaçlamaktadır (Görür, 2016).

Her toplumun bireylerine kazandırmayı hedeflediği değerler, bilgi, beceri ve davranışlar bulunmaktadır ve bu amaçla eğitim sistemleri düzenlenmektedir. Düzenlenen bu eğitim sistemleri ise bireylere kazandırılması hedeflenen değerler, bilgi, beceri ve davranışları, öğretim programlarını içinde bulunduran eğitim programlarıyla yerine getirir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Bu temel hedeflerden biri, bireylerin ihtiyaçlarını karşılamaya yönelik çözüm üretebilecek donanımda yetişmelerini sağlamaktır (Karakaya, Bulut ve Yılmaz, 2020). Türkiye Yeterlilikler Çerçevesi (TYÇ) tarafından, öğrencilerin yaşantılarında faydalanması gereken bir takım yetkinlikler belirlenmiştir ve belirlenen sekiz temel yetkinlikten biri matematiksel yetkinliktir. Matematiksel yetkinlik ifadesi matematiksel düşünmeyi geliştirme ve öğrendiklerini farklı derecelerde kullanma becerisi içermektedir (MYK, 2015).

TYÇ tarafından belirtilen temel yetkinliklerin yanında, genel amaçlar ve temel ilkeler temel alınarak Matematik Dersi Öğretim Programı'nın (MDÖP) ulaşmak istediği genel amaçlar bulunmaktadır. Bu amaçlardan, 2009, 2013 ve 2018 yıllarında yayınlanan MDÖP'de şu şekilde bahsedilmiştir (MEB, 2018; MEB, 2013; MEB, 2009);

1. Öğrenciler, matematik okuryazarlığını, matematiksel kavramları anlayacak ve bu ikisi arasında ilişkiler kurarak yaşantılarında ve diğer alanlarda bunları kullanabilecektir.

2. Matematikte veya başka bir alanda kendisini geliştirebilmek, eğitim seviyesini ilerletebilmek için şart olan matematiksel beceri ve bilgiyi edinebilecektir.

3. Problem çözme sürecinde öğrencinin kendine özgü olan akıl yürütme ve becerilerini ifade edebilecek, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerini değerlendirebilecektir.

4. Matematiksel düşüncelerini matematiksel dili doğru kullanarak mantıklı bir şekilde açıklayabilecektir.

5. Kavramları farklı temsillerle ifade edebilecektir.

6. Nesneler arasındaki ilişkileri anlamlandırabilecektir.

7. Sonuçları tahmin edebilecek ve matematiksel işlemleri zihinden yapabilmek için gerekli becerileri kullanabilecektir.

8. Araştırma yapabilecek, bilgi üretip bu bilgiyi kullanabilecektir.

9. Matematik ile sanat arasında ilişki kurabilecektir.

10. Planlı ve sabırlı ilerleyerek matematiğe olumlu yaklaşabilecek ve matematiği yapabileceğine dair öz güven geliştirebilecektir.

MDÖP'de tanımlanan bu amaçlar, tüm ülkelerin matematik öğretmenleri tarafından kabul görmüş olan "Okul Matematiği için İlkeler ve Standartlar" (Principles and Standarts for School Mathematics [PSSM]) kitabında yer alan standartlar ile paralellik göstermektedir.

Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi'ne (National Council of Mathematics Teachers [NCTM]) göre matematik alanındaki yeterlilik bir takım becerilerden oluşmaktadır ve bu beceriler süreç standartları olarak belirtilerek problem çözme, akıl yürütme ve ispat, iletişim, ilişkilendirme ve temsil şeklinde açıklanmıştır (NCTM, 2000).

Eğitim programlarının doğruluk, uygunluk, yeterlik, etkililik, verimlilik, gerçekçilik ve başarı gibi özelliklerine karar verme aşamasına değerlendirme denir (Uşun, 2016). Türkiye'de, öğrencilerin öğretim programlarındaki kazanımlara ulaşma düzeyini ve başarılarını belirlemek amacıyla uygulanan merkezi sınavlar bulunmaktadır. Bu sınavlar eğitim tarihimiz boyunca farklılıklar göstererek uygulanmıştır. 1997 yılına kadar merkezi sınavlar ile 5. sınıftan sonra yapılan sınavlar, zorunlu sekiz yıllık ilköğretim eğitimi ile birlikte 1997 yılından itibaren sekizinci sınıftan sonra yapılmıştır (Aslan, 2017).

Ortaöğretim kurumlarına öğrenci yerleştirme maksadıyla uygulanan ilk sınav 1955 yılında Maarif Kolejlerine öğrenci seçmek amacıyla uygulanan sınavdır. Maarif Kolejleri, öncelikle Konya, İzmir, Eskişehir ve İstanbul'da açılmıştır. Bu okullar, matematik ve fen dersleri yabancı dil (İngilizce) okutulan devlet okullarıdır (Güven, 2010). 1975 yılında Maarif Kolejlerinin adı değiştirilmiş ve Anadolu Lisesi olmuştur. Ankara Fen Lisesi 1964 yılında eğitime başlamış ve uzunca yıllar tek fen lisesi olarak öğretim vermiştir. 1982'de ikinci fen lisesi olarak İstanbul Atatürk Fen Lisesi açılmıştır (Gür, Çelik ve Coşkun, 2013). 1985, 1990 ve 2003 yıllarında sırasıyla Anadolu İmam Hatip Liseleri, Anadolu Öğretmen Liseleri ve Sosyal Bilimler Liseleri eğitime başlamıştır. Lise türlerinin farklılaşması, zamanla tür ve sayılarının artması bu liselere yerleşecek öğrencilerin sınavla seçilmesi sonucunu doğurmuştur ve sınavın merkezi olması gerekliliğini ortaya çıkmıştır (Atılgan, 2017).

1955-1997 yılları arasında kısıtlı katılımlarla yapılan sınavlar, 1997 yılında ilk uygulaması yapılan Liselere Geçiş Sınavı ile merkezi olacak şekilde tek çatı altında toplanarak yapılmaya başlanmıştır. Yapılan merkezi sınavın adı 2005 yılında Ortaöğretim Kurumları Sınavı (OKS) olmuştur. Tek başına OKS başarı puanı ile liselere öğrenci yerleştirilmesi, öğrencilerin okula ilgilerini azaltarak devamsızlıklara neden olduğu gerekçesiyle 2007 yılında OKS puanlarına, ilköğretim puanlarının %7'si eklenmeye başlanmıştır. 2008 yılına kadar uygulanan sınavlarda Fen, Anadolu ve Askeri Liseler ile Mesleki ve Teknik Liselerin bazı bölümlerine sınavla öğrenci seçilirken, diğer liseler için sınav gerekmemektedir (Aslan, 2017).

OKS'nin son sınıfta uygulanması ve tek bir test ile öğrencilerin geleceklerinin belirlenmesinin öğrencide baskı oluşturması ve dershanelere olan ihtiyacın azaltılması gerekçesiyle 2008 yılında yeni bir sınav modeli olan Seviye Belirleme Sınavı (SBS) getirilmiştir (Atılgan, 2017; MEB, 2008). SBS, diğer sınavların aksine tek bir sınav değil tüm ortaokul kademesinde uygulanan (6, 7 ve 8. sınıf) bir sınavdır. Çoktan seçmeli olması diğer sınavlarla olan ortak özelliğidir. 2013 yılına kadar uygulanan SBS sınavında, öğrencilerin yerleştirilmesinde kullanılan hesaplamaya sınav puanı ve ilköğretim başarı puanının yanı sıra davranış notları da dâhil edilmiştir. Ancak davranış notunun dâhil edilmesi, Danıştay tarafından 2010 yılında verilen kararla durdurulmuştur. 2012-2013 eğitim yılında tüm kademelerde uygulaması kaldırılarak sadece 8. sınıfların girdiği bir SBS yapılmıştır (Aslan, 2017).

SBS'nin uygulanmasına, küçük yaştaki öğrencilerin psikolojini olumsuz etkilediği gerekçesiyle son verilerek Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş (TEOG) Sınavları uygulamaya koyulmuştur (Atılgan, 2017). 2014 yılından itibaren uygulanan bu sınavda öğrenciler her dönem Yabancı Dil, Türkçe, İnkılap Tarihi, Fen ve Teknoloji, Din Kültürü'nden toplam 12 merkezi sınava tabi tutulmaktadır. Özel öğretim, özel eğitim kurumları ve yetenekle öğrenci alan bazı liseler dışında neredeyse tüm ortaöğretim kurumlarına geçiş TEOG sınavı ile sağlanmıştır. Öğrencilerin yerleştirilmesinde sadece sınav puanlarının yanında 6, 7 ve 8. sınıf akademik başarılarının %30'u da değerlendirmeye alınmıştır (Aslan, 2017). Diğer sınavlarla benzer şekilde, öğrencilerin sekizinci sınıfın her döneminde sınava girmesinin öğrencilerde yarattığı baskılar ve sınav odaklı yetişmeleri nedeniyle eleştirilen TEOG da kaldırılmıştır.

TEOG sınavının yerine, liselerin %90'ı için adrese dayalı, %10'u için ise merkezi sınavla yerleştirme yapılacağı açıklanarak, ilk olarak 2018 yılında uygulanan, günümüzde de uygulanan Sınavla Öğrenci Alacak Ortaöğretim Kurumlarına İlişkin Merkezi Sınav (LGS) getirilmiştir. Bu sınava giren öğrenciler, sınavdan aldıkları puanlar ile istedikleri türdeki ortaöğretim kurumlarını tercih edebilmekte, yerleştirmeler ise puan üstünlüğüne göre gerçekleştirilmektedir. Puan eşitliği durumunda sırası ile Okul Başarı Puanına, 8'inci, 7'nci ve 6'ncı sınıflardaki Yılsonu Başarı Puanına, okula özürsüz devamsızlık durumuna, tercih önceliğine ve yaşa bakılarak yerleştirme yapılmaktadır. Sınava girmeyen öğrencilerin okula yerleştirme işlemleri ise öğrencileri sınav puanına göre değil, öğrencilerin ikametgâh, okul başarı puanının üstünlüğü ve okula özürsüz devamsızlık yapılan gün sayısının azlığına göre yapılmaktadır. Eşitlik olması durumunda sırasıyla 8'inci, 7'nci ve 6'ncı sınıflardaki yılsonu başarı puanı üstünlüğüne bakılmaktadır (MEB, 2018).

1955 yılından itibaren 67 yıldır ortaöğretime geçiş amacıyla farklı sistemler uygulanmıştır. Uygulanan tüm sınavlar öğrenci seçme amacıyla yapılmış ve hepsinde soruların tamamı çoktan seçmeli olarak hazırlanmıştır (Aslan, 2017). MDÖP'de önemi vurgulanan genel amaçların veya bu genel amaçlar ile benzerlik taşıdığı düşünülen ve NCTM tarafından belirtilen süreç standartlarının hiçbir merkezi sınav kapsamında araştırılmadığı görülmüştür. Bireyin günlük yaşantıda karşılaştığı sorunları çözebilmesi için matematiksel düşünmeyi geliştirmesi ve bunun için de birtakım becerilere sahip olması gerekmektedir. NCTM, bahsi geçen bu becerileri beş başlık altında toplayarak bunları süreç standartları olarak isimlendirmiştir. Uygulaması süren LGS sorularının süreç standartları ve MDÖP'de yer alan 8. sınıf matematik dersi alt öğrenme alanları temel alınarak incelenmesinin alan yazına katkı sağlayacağı düşünülmüştür.

Araştırmanın Amacı ve Önemi

Liselere Geçiş Sistemi kapsamında yapılan merkezi sınavla öğrenciler sonuçlarına göre Fen Liseleri, Sosyal Bilimler Liseleri, Özel Program ve Proje Uygulayan Ortaöğretim

Kurumları'ndan birine yerleştirilirler (MEB 2018). Öğrencilerin geleceklerine yön vermede yüksek öneme sahip sınavın sorularının uluslararası standartlarla paralellik taşıması gerektiği düşünülmektedir.

Alan yazına bakıldığında süreç standartlarını inceleyen çalışmaların belli konu veya belli standartları ele alarak yapılandırıldığı görülmüştür. Çalışmalar incelendiğinde; problem çözme standardı, iletişim standardı, ilişkilendirme standardı, akıl yürütme ve ispat standardı ve temsil standardı olacak şekilde beş standardın sınav sorularında kullanımını inceleyen bir araştırma bulunmamaktadır. Beş standardın tümünü inceleyen araştırmalar bulunsa da ders kitabı, öğretim programında yer alan kazanımlar ve belirli konular ile sınırlandırıldığı görülmüştür. Liselere öğrenci yerleştirmek veya öğrenci seçmek amacıyla yapılan sınavları incelemiş çalışmalar incelendiğinde ise süreç standartları ile ilişkilendiren bir çalışma bulunmamaktadır.

Bu araştırmada, Liselere Geçiş Sistemi kapsamında uygulanan LGS matematik sorularının çözümünde kullanılabilecek süreç standartlarının tespiti, bu standartların ele alınış şekli ve soruların alt öğrenme alanlarına göre dağılımını incelemek amaçlanmıştır. İncelenecek soruların alt öğrenme alanları MDÖP'de verilmiştir ve öğretim yılının başında MEB'in resmi internet sayfasında da duyurulmuştur. Bunlar; "çarpanlar ve katlar", "üslü ifadeler", "kareköklü ifadeler", "doğrusal denklemler", "cebirsel ifadeler ve özdeşlikler", "eşitsizlikler", "üçgenler", "geometrik cisimler", "dönüşüm geometrisi", "eşlik ve benzerlik", "veri analizi", "basit olayların olma olasılığıdır". 2020 yılının 11 Mart tarihinde ilk Covid-19 vakasının görülmesinin ardından 14 Mart tarihinden itibaren MEB'e bağlı tüm okullarda yüz yüze eğitime ara verildiği için 2020 yılında yapılan sınavda öğrencilerin sadece ilk dönem konularından sorumlu tutulacağı 26 Mart 2020 tarihinde MEB tarafından www.meb.gov.tr adresinden duyurulmuştur. Böylece matematik dersinde sorumlu olunan konular "çarpanlar ve katlar", "üslü ifadeler", "kareköklü ifadeler", "veri analizi", "basit olayların olma olasılığı", "cebirsel ifadeler ve özdeşlikler" olarak verilmiştir. 2020-2021 eğitim öğretim yılında tüm Türkiye'de derslerin bir kısmı uzaktan bir kısmı yüz yüze olacak şekilde planlama yapılmıştır. Ancak 2019-2020 eğitim öğretim yılındaki gibi konular çıkartılmamış ve öğrenciler tüm konulardan sorumlu tutulmuştur. Bu çalışmanın bir diğer önemi de bu iki dönemin karşılaştırılmasına fırsat sağlaması olarak görülmektedir.

Türkiye'de ortaöğretime geçiş amacıyla yapılan merkezi sınavlardaki soruların analizine yönelik yapılan çalışmaların Bloom Taksonomisine ve öğretim programındaki kazanımlara göre incelenmesi üzerinde yoğunlaştığı görülmüştür. Dalak (2015), 2013-2014 döneminde uygulanan TEOG sınavındaki Din Kültürü ve Ahlak Bilgisi, Fen ve Teknoloji, Matematik, T.C. İnkılap Tarihi ve Atatürkçülük, İngilizce ve Türkçe Dersi sınav soruları ile ilgili kazanımların Yenilenmiş Bloom Taksonomisine göre paralelliğini incelemiştir. Keskin ve Aydın (2011), 2008 ile 2009 senelerinde yapılan 6. sınıf SBS'deki biyoloji sorularını Revize Edilmiş Taksonomi'ye (Anderson, Krathwohl, vd., 2001) göre bilgi ve bilişsel süreç çerçevesinde inceleyerek karşılaştırmasını yapmışlardır. Gökler, Aypay ve Arı (2012) 2009-2011 yıllarında 8.sınıflara uygulanan SBS'deki İngilizce dersi soruları, öğretmenlerin uyguladıkları yazılı sınav soruları ve İngilizce dersi öğretim programında belirtilen 8. sınıf hedefleri ile kazanımlarını Yeni Bloom Taksonomisi'ne göre değerlendirmişlerdir. Güler, Özdemir ve Dikici (2012), 2010 yılında yapılan Seviye Belirleme Sınavlarının (SBS) tüm seviyelerinde sorulan matematik sorularının ilköğretim matematik öğretmenlerince hazırlanmış sınav soruları ile karşılaştırmasını yapmış ve Bloom Taksonomisi'ne göre incelemişlerdir. Dönmez ve Dede (2020), 2016-2017 yılında uygulanan TEOG 1 ve TEOG 2 ile 2018 döneminde birincisi yapılan Liselere Geçiş Sistemi matematik sorularını matematiksel yeterlik bileşenleri çerçevesinde incelemişlerdir.

İlgili alan yazında yapılan araştırmalar incelendiğinde NCTM tarafından yayımlanmış standartlar ele alınarak yapılan bir araştırmanın bulunmadığı görülmüştür. 2018 MDÖP incelendiğinde 8. sınıf alt öğrenme alanlarının içerdiği kazanımların, 5., 6. ve 7. sınıf alt öğrenme alanlarının devamı niteliğinde olduğu göze çarpmıştır. Bu sebeple sorulara, sade 8. sınıf alt öğrenme alanları temelinde bakılması uygun görülmüştür. Bu bağlamda LGS'de sorulan matematik sorularının NCTM süreç standartlarına, bu standartların nasıl kullanıldığına ve MDÖP'de belirtilen 8. sınıf alt öğrenme alanlarına göre dağılımını incelemenin hem alan araştırmacılarına, hem soru yazarlarına, öğretmenlere ve kitap yazarlarına bakış açısı kazandırması ile katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Araştırma Problemi

1. 2020 ve 2021 yıllarında uygulanan LGS'deki matematik sorularının 8. sınıf alt öğrenme alanlarına göre dağılımları nasıldır?
2. 2020 ve 2021 yıllarında uygulanan LGS'deki matematik sorularında ve soruların olası çözümlerinde kullanılabilecek süreç standartları nelerdir ve bu standartlar nasıl ele alınmaktadır?

Alt Problemler

1. 2020 ve 2021 yıllarındaki LGS'de sorulan matematik soruları problem çözme standardına göre değerlendirildiğinde bu soruların olası çözümlerinde kullanılabilecek problem çözme stratejileri nelerdir ve bu stratejiler nasıl ele alınmaktadır?
2. 2020 ve 2021 yıllarındaki LGS'de sorulan matematik sorularının olası çözümlerinde kullanılabilecek akıl yürütme türleri nelerdir ve nasıl işe koşulmaktadır?
3. 2020 ve 2021 yıllarındaki LGS'de sorulan matematik sorularında ve soruların olası çözümlerinde kullanılan iletişim türleri nelerdir ve nasıl ele alınmaktadır?
4. 2020 ve 2021 yıllarındaki LGS'de sorulan matematik sorularında ve soruların olası çözümlerinde kullanılan ilişkilendirme türleri nelerdir ve nasıl kullanılmıştır?
5. 2020 ve 2021 yıllarındaki LGS'de sorulan matematik sorularında ve soruların olası çözümlerinde kullanılan temsil türleri nelerdir ve nasıl kullanılmıştır?

Sayıltılar

Örneklemdeki sorular incelenirken 8. sınıf öğrencilerinin dersine giren araştırmacı dâhil 5 ilköğretim matematik öğretmeni ve bir matematik eğitimi uzmanı olmak üzere her öğretmenin objektif olduğu varsayılmıştır.

Sınırlılıklar

Araştırma 2020 ve 2021 yıllarına ait Liselere Geçiş Sistemi kapsamında gerçekleştirilen merkezi sınav matematik soruları, bunların değerlendirildiği beş süreç standardı, soruların olası çözümleri ise 8. sınıf öğrencilerinin dersine giren iki ilköğretim matematik öğretmeninin ve alanında uzman bir matematik öğretmeni tarafından yapılmıştır.

Tanımlar

NCTM (National Council of Teacher of Mathematics): Dünyanın en büyük matematik eğitimi organizasyonu olan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi 1920 yılında kurulmuştur. Her öğrenci için yüksek kaliteli matematik öğretimi ve öğrenimini savunmaktadır (NCTM, 2020).

İçerik Standartları: Okul öncesinden 12. sınıfa kadarki süreçte öğrencinin öğrenmesi gereken içeriklerdir.

Süreç Standartları: İçerik bilgisini edinme ve kullanma yöntemini vurgular (NCTM, 2000).

LGS (Liselere Geçiş Sınavı): Merkezi bir sınavdır. Sınavın amacı Fen Liselerine, Sosyal Bilimler Liselerine, Anadolu İmam Hatip Liselerine ve Özel Program ve Proje Uygulayan Ortaöğretim Kurumlarına öğrenci seçmektir.

OKS (Ortaöğretim Kurumları Seçme ve Yerleştirme Sınavı): Liselere Geçiş Sistemi kapsamında uygulanan bir başka merkezi sınavdır. Fen Lisesi, Anadolu Lisesi, Askeri Liseler, Mesleki ve Teknik Liselerin bazı bölümlerine geçiş sınavla yapılır.

SBS (Seviye Belirleme Sınavı): 6., 7. ve 8. sınıf olmak üzere tüm ortaokul kademesinde uygulanan, ortaöğretime geçişteki düzenlemeleri yapmak amacıyla kullanılan çoktan seçmeli bir sınavdır.

TEOG (Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş): 8. sınıflara her dönem uygulanan çoktan seçmeli sınavdır. Sonucunda öğrenciler puanlarına göre liselere yerleştirilir.

Sınavla Öğrenci Alacak Ortaöğretim Kurumlarına İlişkin Merkezi Sınav (LGS): Ortaöğretime geçiş amacıyla uygulanmaya devam eden merkezi sınavdır. Sınav başarı puanı ile önceden belirlenen puanla öğrenci alacak liselere öğrenci yerleştirmek amacıyla uygulanmaktadır.

Bölüm 2

Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar

Süreç standartları kapsamında problem çözme, akıl yürütme ve ispat, iletişim, ilişkilendirme ve temsil becerileri, bu becerilerin alt boyutları ve merkezi sınavlara ilişkin alan yazındaki araştırmalar bu bölümde incelenecektir.

Süreç Standartları

Eğitim ve öğretim sürecinde öğrencilere kazandırılması beklenen davranışlar hedef olarak tanımlanmaktadır (Tekin, 2009). Çağın gereklerine uyum sağlayabilecek şekilde, istenilen becerilere sahip olan bireyler yetiştirmek amacıyla belirlenen bu davranışlar, öğretim programıyla bireylere kazandırılması hedeflenmiştir (MEB, 2018). Altun'a (2006) göre matematik, problem çözme aşamasında kazanılan becerilerdir.

Yaşamımızdaki gelişmeler eğitim öğretim süreçlerinin de etkilenmesine yol açmış, değişen ve gelişen bilgi ve iletişim teknolojilerine göre öğretim programlarımız da revize edilmiştir. Son olarak 2018 yılında yapılan güncellemelerle birlikte, "üstbilişsel becerilerin kullanımına yönlendiren, anlamlı ve kalıcı öğrenmeyi sağlayan, sağlam ve önceki öğrenmelerle ilişkilendirilmiş, diğer disiplinlerle ve günlük hayatla değerler, beceriler ve yetkinlikler çevresinde bütünleşmiş bir öğretim programları toplamı oluşturulmuştur." (MEB 2018, s.4). Güncellenen MDÖP'de ulaşılmak istenen birtakım genel amaçlar bulunmaktadır. Bu genel amaçlar çerçevesinde öğrenciler matematiksel okuryazarlık becerilerini geliştirebilecek ve bunları aktif olarak uygulayabilecektir. Matematiksel kavramları anlayarak yaşantısına dâhil edebilecektir. 2009 ve 20013 yıllarında düzenlenen MDÖP'de olduğu gibi 2018 yılında düzenlenen MDÖP'de de problem çözme süreci vurgulanmış ve öğrencilerin kendisine özgü olan düşüncelerini ve akıl yürütmelerini kolay bir şekilde belirtebileceği ve diğer kişilerin matematiksel akıl yürütmelerindeki tamamlanması gereken noktaları görebileceği belirtilmiştir. Bir diğer amaç matematiksel iletişim ile ilgilidir, öğrenciler zihinlerindekileri akla uygun bir biçimde açıklamak amacıyla matematiksel dili yerinde ve anlaşılır bir şekilde kullanabilecektir. Programda belirtilen amaçlar birbiriyle bağlantılıdır, her amaç bir diğerini desteklemektedir. Örneğin matematiksel iletişim ve matematiksel ilişkilendirme arasındaki bağlantı şu şekilde verilmiştir; öğrenciler, matematik dilinden faydalanarak insan-nesne ve nesne-nesne ilişkisini anlayabilecektir. Yayımlanan amaçlarda üstbilişsel bilgi ve becerilere de değinilmiştir. Buna göre öğrenciler üstbilişsel bilgi ve becerilerini geliştirerek öğrenmelerine yön verebileceklerdir. Zihinden işlem ve tahmin etme becerilerinden aktif olarak faydalanabilecekleridir. Matematiksel temsil, matematiksel kavramların farklı temsil biçimleriyle ifade edilebilmesi ile ilgilidir. Öğrenciler, planlı ve sabırlı ilerleyerek matematiğe olumlu yaklaşım sergileyebilecek ve matematiği yapabileceğine dair öz güven geliştirebilecektir. Öğrenilen bilgiyi kullanabilecekler, yeni bilgiyi üretebilmek için araştırma yapma becerilerini geliştirebileceklerdir. İlişkilendirme ile bağlantılı bir diğer amaç matematiğin sanat ve estetik ile ilişkisini fark etmelerine yöneliktir. Tüm bu becerilerin yanında matematiğin herkes için ortak bir değer olduğunu görerek matematiğe değer verecektir (MEB, 2018).

1920 yılında kurulan NCTM, dünyanın en büyük matematik eğitimi kuruluşudur. Her öğrencinin en iyi matematik eğitimini hak ettiğini ve her öğrencinin iyi seviyede matematik öğrenebileceğini savunmaktadır (NCTM, 2017).

- Her öğrenci üretken bir birey olmak için kendisini destekleyen, iyi bir matematik eğitim programını hak eder.

- Öğrencilere matematik, kendilerinden yüksek beklentileri olan, nitelikli öğretmenler tarafından öğretilmelidir.

- Tüm öğrencilerin problemleri yetkin bir şekilde formüle etmelerini, analiz etmelerini ve çözmelerini sağlayan sayısal, cebirsel, geometrik ve istatistiksel kavramların ve becerilerin geliştirilmesine her sınıf düzeyinde odaklanan eksiksiz ve tutarlı bir matematik müfredatı okul çevresine göre geliştirilmelidir.

- Hesaplama becerileri ve sayı kavramları matematik müfredatının temel bileşenleridir ve tahmin ve zihinsel hesaplama bilgisi her zamankinden daha önemlidir. Orta sınıfların sonunda, öğrenciler sayı, cebir, geometri, ölçüm ve istatistik konularında sağlam bir temele sahip olmalıdır.

- Öğretmenler, doğrudan matematik içeriğine ve öğrencilerin ihtiyaçlarına bağlı çeşitli öğretim yaklaşımları aracılığıyla sınıflarında öğrenme sürecine rehberlik eder ve sınıf ortamını yönetir.

- Öğretmenler matematiksel düşünmeye ve akıl yürütmeye odaklandığında matematik öğrenmek en üst düzeye çıkar bu nedenle akıl yürütme ve ispat matematik programlarıyla bütünleştirilmelidir.

- Öğretilen şey bir bağlam ile verildiğinde ve başka konularla bağlantılı olduğunda, öğrenme sürecinin parçası olarak anlamlı şekillerde uygulama yapıldığında matematik öğrenimi geliştirilir.

- Teknolojinin yaşantımızdaki etkisi nedeniyle teknolojik değişimlerin matematik programlarına dâhil edilerek öğrencilerin gerekli teknolojileri kullanması sağlanmalıdır.

- Öğrenciler problemleri çözmek için farklı stratejiler kullanırlar ve öğretmenler öğrencilerin matematiği daha iyi anlamalarına yardımcı olmak adına bu stratejileri tanımalı ve bunlardan yararlanmalıdır.

- Matematiksel anlamanın değerlendirilmesi, öğretilen içerikle uyumlu olmalı ve standart testler, kısa sınavlar, gözlemler, performans görevleri ve matematiksel araştırmalar dâhil olmak üzere birden fazla bilgi kaynağını içermelidir.

- Matematik öğretimi ve öğreniminin geliştirilmesi, araştırmalar ve yetkin kişiler rehberliğinde sağlanmalıdır.

NCTM tarafından 2000 yılında, anaokulundan 12. sınıfın sonuna kadar matematik için başlıca prensiplerinin, içerik ve süreç standartlarının belirlenip açıklandığı PSSM yayımlamıştır. Belirlenen standartlar bir eğitim programı belirtmemektedir. Amaç öğrencilerin bilmesi gereken kavramları ve edinmesi gereken becerileri tanımlamaktır (NCTM, 2000). Standartlar "içerik standartları" ve "süreç standartları"" şeklinde ikiye ayrılmaktadır.

Anasınıfından 12. sınıfa kadar her seviyede verilen içerikleri edinme ve bunları kullanma yollarını vurgulayan standartlar süreç standartlarıdır. Süreç standartları ise beş tanedir ve şu şekilde verilmiştir; "problem çözme", "akıl yürütme ve ispat", "iletişim", "ilişkilendirme" ve "temsil".

Problem Çözme Standardı

Problem, bireyin çözmek için ihtiyaç duyduğu, daha önceki problemlerinden farklı bir yol geliştirmesi gereken ve sadece problemi çözmeye çalışanın sahip olduğu bilgileri doğru biçimde kullanması ile çözebileceği sorundur (Türnüklü ve Yeşildere, 2005). Charles ve Lester (Van de Walle, 2006) ise problemi, karşılaşıldığında çözme ihtiyacı uyandıran, çözüm yöntemi bilinmeyen bir iş olarak tanımlamışlardır. Bu nedenle bir olayın problem sayılması için bireyin bu olayla daha önce karşılaşmamış olması ve rahatsızlık veren sorunu ortadan kaldırmak istemesi gerekmektedir. Matematik için de benzer nitelikler söz konusudur ancak daha çok niceldir. Bir sorunun matematiksel problem olması için o sorunun önceden çözülmemiş olması gerekmektedir. Çözülmüş bir soru öğrenci için problem olmaktan çıkmıştır ancak yöneltilen sorunun verileri, zorluk derecesi, istenilenleri yer değiştirilerek, öğretmen tarafından uygun şekilde revize edilerek öğrenci için problem durumuna getirilebilir (Baykul, 2021).

Birçok ülkede olduğu gibi Türkiye'de de matematiğin öğretiminde öğrencilerde bazı becerilerin gelişmesi hedef alınmaktadır. Bunlardan bazıları çeşitli problemlerin çözümünde öğrencilerin kendi stratejilerini geliştirmesi, çözüm ve stratejileri yeni problem durumlarına genelleyebilmeleri, problemlerden modeller oluşturarak sözel ve matematiksel ifadelerle ilişkilendirebilmeleri, problemin çözümünü açıklayıp kontrol edebilmeleri, problem kurabilmeleri, matematiksel kavramlar arasında ilişki kurabilmeleri, problem çözme yaklaşımlarını matematiksel konular anlamada kullanabilmeleri ve matematiksel dili yerinde kullanabilmeleridir. Tüm bu hedeflere ulaşabilmek için öğrencilerin problem çözmeyi öğrenebilmesi gerekmektedir (Baykul, 2021).

Bu hedefler doğrultusunda 1926 yılından günümüze kadar yayınlanan tüm eğitim programlarımız incelendiğinde “problem çözme” becerisi üzerinde durulan ilk programın 1949 programı olduğu görülmüştür. 1949’dan itibaren tüm programlarda problem çözme becerisi üzerinde durulduğu görülmüştür. Ayrıca 1949 ve 2005 yıllarında yayınlanan programlar, problem çözme becerisinin en ayrıntılı şekilde ele alındığı programlardır. 2005 yılında yayınlanan MDÖP’de problem çözme becerisi ayrı bir bölümde ele alınmış ve ilgili açıklamalar hemen hemen problem çözme yönteminin basamaklarını oluşturmuştur (Kömleksiz ve Gökmenoğlu, 2020).

Altun (2015), problem türlerini “rutin problemler” ve “rutin olmayan problemler” olarak sınıflandırmıştır. Rutin problemler, önceki öğrenmelerin kullanılarak sonuca ulaşılabildiği ve bireyin daha önce karşılaştığı problem türleridir (Ramnarain, 2014). Rutin problemler birkaç basamakla çözülebilen problemler olabildiği gibi çok aşamalı, çözüme aşina olunan ve ilgi çekici problemler de olabilmektedir (Woodward vd., 2012). Gündelik yaşamda karşımıza çıkan ve dört işlem kullanılarak sonuca ulaşılabilen rutin problemler, bireyin işlem becerisi geliştirerek problem içerindeki bilgileri matematik diliyle anlatabilmesi açısından önemlidir (Yazgan, 2007). Rutin olmayan problemler, önceden öğrenilmiş bir yöntem ile çözülemeyen, bir veya birkaç strateji kullanmayı gerektiren, rutin problemlere kıyasla daha çok düşündüren, karşı karşıya gelindiğinde bilişsel dengeyi bozan problem türleridir (Artut ve Tarım, 2009; Polya, 1957; Inoue, 2005). Rutin olmayan problemlerdeki hedef, karşılaşılan problemi çözüme ulaştıracak stratejiyi belirleyebilmek, uygulayabilmek, elde edilen sonuçları yorumlayabilmektir (Kılıç, 2009).

Problemin sadece çözüm ile ilgilenmemesi gerekir, önemli olan çözüm sırasında öğrencilerin öğrendiklerini bir araya getirerek kullanabilmeleridir. Buna göre problem çözme bir süreç olarak tanımlanabilir ve Polya (1945) bu süreci dört basamakta açıklamıştır. Bunlar;

1. Problemi anlamak,
2. Çözüm ile ilgili stratejiyi seçmek,
3. Seçilen stratejiyi uygulamak,
4. Elde edilen çözümü değerlendirmek.

Problemi anlamak. Bu aşamada verilerin ve bilinmeyenin ne olduğu sorulur. Bu sorulara cevap verilebiliyorsa problemin anlaşıldığı söylenebilir. Öğrencinin problemi doğru tonlama ile okuması, problemdeki hatalı bilgileri bulabilmesi, problemden edinilebilecek bilgileri bulabilmesi, probleme uygun temsiller çizilebilmesi ve problemi alt problemlere ayırabilmesi problemin anlaşıldığını gösteren diğer göstergelerdir (Altun, 2015). Öğrencilerin problemi anlaşılma aşamasında sıkıntı yaşamaları problemin çözümünü etkileyecek ve süreci zorlaştıracaktır. Bu sebeple problemi anlamak, diğer aşamalara geçerek sonuca ulaşabilmek açısından önemlidir (Temel, 2018).

Çözüm ile ilgili stratejiyi seçmek. Problemde verilen-bilinmeyen ilişkisi araştırılır ve çözüm için plan oluşturulur. Planı oluşturmak için çözümde kullanılacak bağıntılar, benzer daha basit problemler, planlanan çözümde verilen bütün bilgilerin kullanılması, cevabın tahmin edilmesi, problemi alt problemlere ayırmak gibi adımlar değerlendirilmelidir. Bu adımlarla problem daha iyi anlaşılabilecek ve çözüm için uygun stratejiler seçilebilecektir. (Altun, 2015). Kişinin problem çözme sürecini başarılı bir şekilde gerçekleştirebilmesi için çeşitli problem çözme stratejilerinin kavratılması önemlidir (Bal, 2015). Stratejilerin bir diğer önemi ise öğrencilere farklı düşünce ve yaklaşımları görmeleri için imkân sağlamasıdır (Woodward vd., 2012).

Altun (2013), problemlerin doğru çözülmesinde kullanılan bazı temel stratejiler belirlemiştir. Bunlar; “eleme”, “tahmin ve kontrol”, “diyagram çizme”, “benzer basit problemlerin çözümünden yararlanma”, “değişken kullanma (eşitlik veya eşitsizlik yazma)”, “tablo yapma”, “bağıntı bulma”, “geriye doğru çalışma”, “sistematik liste yapma”, “tahmin etme”, “muhakeme etme” stratejileridir (Altun, 2013). Bu stratejiler öğrencilere öğretilerek problemlerde kullanmaları sağlanabilir. Tek bir strateji ile tüm soruları çözmek mümkün değildir ancak bazıları daha fazla kullanılmakta ve çözümün farklı basamaklarında farklı stratejilerden yararlanılabilmektedir. Öğrencilerin stratejileri doğru kullanabilmesi için önce problemle karşılaştırılmalı ve kullanılabilecek yaklaşımları bulmaları için fırsat sunulmalıdır. Stratejileri kazanıp kullanabilmek öğrencinin gelişmişlik seviyesi ile ilgili olduğundan öğretimde zorluk seviyeleri dikkate alınmalıdır (Reys ve Suydam, 1995).

Aşağıda merkezi sınavlarda kullanılabileceği düşünülen problem çöme stratejileri tanıtılmaktadır.

Sistematik liste yapma. Karşılaşılan problemlerin bazılarında sorun ile ilgili durumların tamamının bilinmesi gerekir, bu durumları dikkatli seçilmiş bir sıra halinde listelemek çözümü kolaylaştıracaktır (Altun, 2013). Bu stratejinin kullanımı aşağıdaki örnekte gösterilmiştir.

“3, 5 ve 7 rakamlarının her birinin bir kere kullanılmasıyla oluşturulacak tüm 3 basamaklı sayıları ve kaç tane olduklarını yazınız (Yazgan ve Arslan, 2020, s.5).”

Yukarıdaki problemde 6.sınıf öğrencisi önce 3 ile başlayan sayıları, son iki basamaktaki sayıları değiştirerek, yazmış ve aynı işlemi 5 ile 7 için uygulamıştır. Sonuçta 357, 375, 537, 573, 735 ve 753 olacak şekilde tüm seçenekleri oluşturabilmiştir (Yazgan ve Arslan, 2020, s.5).

Bilinçli tahmin ve kontrol stratejisi. Kimi çalışmalarda “deneme ve yanılma” şeklinde verilmesine karşın bunun üstünde olan, bilinçli tahminler yapılan bir stratejidir (Posamentier ve Krulik, 2019). Problemdeki bilgilerin cevabı net bir şekilde verilmediğinde kullanılır. Cevaba ilişkin tahmin yürütülür ve tahminin cevabı sağlayıp sağlamadığına bakılır. Dikkat edilmesi gereken ilk tahminden sonrakilerin, ilk tahminden yararlanılarak, daha isabetli yapılmasıdır (Altun, 2013). İlgili stratejinin kullanımına ilişkin örnek soru aşağıdaki gibidir.

> *"Tolga'nın takımı, öğrencilerin ya 3 ya da 5 puanlık test sorularını cevaplayarak yarıştıkları bir matematik yarışmasına girdi ve 12 sorudan 44 puan kazandı. Takım kaç tane 5 puanlık soruyu doğru cevaplamıştır? (Yazgan ve Arslan, 2020, s.17)."*

Verilen problemde öğrenci, ilk tahmininde 5 tane 5 puanlık sorunun doğru cevaplandığını düşünmüş ve 7×3=21,5×5=25,25+21=46 işlemini yaparak tahminini kontrol etmiştir. Elde ettiği sonuç istenen sonuçtan fazla çıktığı için doğru cevaplandığını tahmin ettiği 5 puanlık soru sayısını azaltarak sonucunu yeniden kontrol etmiştir. 8×3=24, 4×5=20, 24+20=44 şeklinde doğru cevaba ulaşmıştır (Yazgan ve Arslan, 2020).

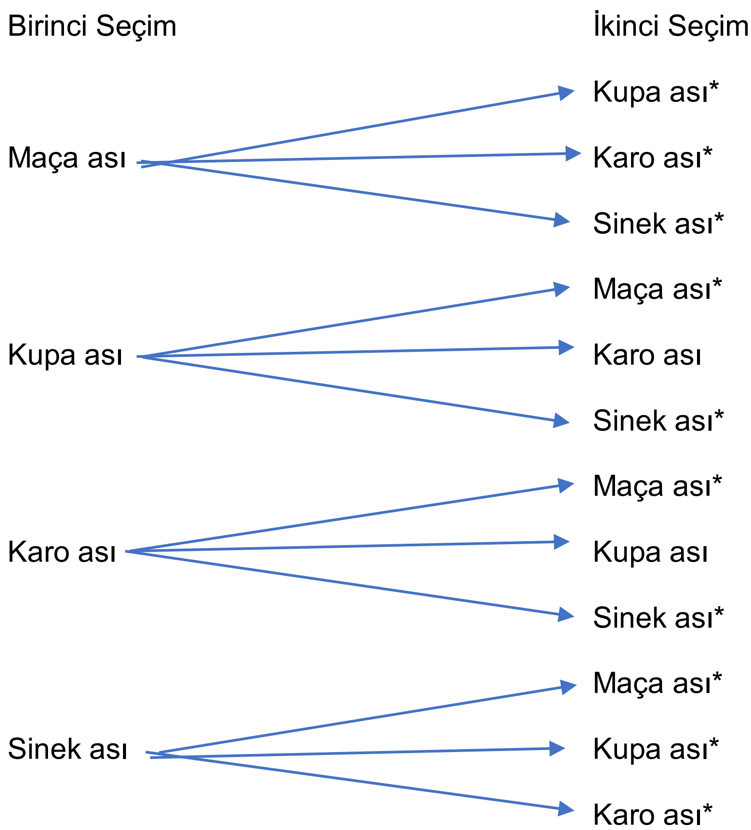
Geriye doğru çalışma. Bu stratejide öğrenci, sonuçtan başlar ve problemin başında verilen bilgileri bulma amacıyla geriye doğru işlemlerini devam ettirir (Posamentier ve Krulik, 2019). Örneğin, bölme işlemi ters işlem haline gelerek çarpma olur. "Hangi sayının yarısının 3 fazlasının 6 katı 24'tür?" sorusu bu strateji ile çözülebilir. Bu durumda Öncelikle 24, çarpmanın tersi bölme olduğu için, 6'ya bölünecek ve 24/6=4 bulunacaktır. Daha sonra fazlası dediği için ters işlemi olan çıkarma yapılacak ve 4-3=1 sonucu elde edilecektir. Son olarak yarısı dendiği için 2 ile çarpma işlemi yapılarak sonuç 2 elde edilecektir.

Şekil veya diyagram çizme stratejisi. Çizim yapma stratejisi olarak da geçen bu strateji özellikle geometride şekil çizimi görmeyi kolaylaştıracaktır. Veriler arasındaki ilişkiyi görmek için çizilen şemalara diyagram denilmektedir. Diyagramlar tek başına kullanılabildiği gibi diğer stratejilerle birlikte de kullanılabilmektedir (Altun, 2013). Bu strateji, problemin anlaşılma durumunu da ortaya koymaktadır (Temel, 2018). Aşağıdaki örnek problemde bu stratejinin kullanımı incelenmiştir.

> *"Al elinde maça ası, kupa ası, sinek ası ve karo ası şeklinde 4 kart tutmaktadır. Steve, Al'ın elindeki kartların ikisini bakmadan çekmektedir. Steve'in*

çektiği kartlardan en az birinin siyah as olma ihtimali nedir? (Sinekler ve maçalar siyah kartlardır) (Posamentier ve Krulik, 2019, s.114).”

Verilen bu problemde aşağıdaki gibi şekil çizilerek çözüme ulaşılabilir. Çizimde 12 muhtemel durum olduğu ve bunların 10 tanesinde kartlardan en azından birinin as olduğu görülmektedir. Bu nedenle cevap 10/12 bulunacaktır. (*Olası durumları göstermektedir).



Örüntü arama stratejisi. Tekrar eden şekil, sayı veya olay dizilerini buldurmayı içermektedir (Yazgan ve Arslan, 2020). Çözümler sıralandığında bu çözümlerin belli bir kural oluşturduğu (aritmetik, geometrik gibi) problemlerde kullanılır (Altun, 2013). Bazı problemlerde liste yapma veya tablo oluşturma gibi diğer stratejiler de işe koşularak örüntüyü bulmamız gerekebilir (Posamentier ve Krulik, 2019). MDÖP’de sırf bağıntı bulma stratejisinin öğretildiği örüntü buldurma kazanımı yer almaktadır.

“Bir turist Antalya’da bir mağarayı gezerken, duvarda aşağıdaki şifreyi gördü. Şifrede üstteki sayı ile alttaki sayı arasında bir ilişki olduğunu fark etti. Ama şifrenin

bazı yerleri boş bırakılmıştı. Siz bu şifreyi tamamlayıp, ilişkiyi yazarak açıklayınız (Yazgan ve Arslan, 2020, s.11).”

8	6	7	4	5	3	9
15	*11*	*13*	*7*	9	*5*	*17*

Verilen problemde dördüncü sınıf öğrencisi, alttaki sayıyı bulmak için sayının 2 katını alıp 1 eksilttiğini açıklamış ve bağıntı bulma stratejisini uygulamıştır.

“Standart bir trafik lambası yeşilden sarıya, sonra da kırmızıya dönmekte ve bu şekilde devam etmektedir. Trafik lambasının 13. yanışında hangi renk görünür?” çözümünde ise aşağıdaki gibi bir tablo yardımı ile yeşil ışığın 1, 4, 7… şeklinde bir bağıntı oluşturduğu fark edilerek lambanın 13. yanışında da yeşil rengin oluşacağı görülecektir (Posamentier ve Krulik, 2019, s.90).

Lamba	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Renk	Y	S	K	Y	S	K	Y	S	K	Y	S	K	Y	S	K

Değişken kullanma (denklem veya eşitsizlik kurma) stratejisi. Cebir problemlerin çoğunda bilinmeyen bir harf ile gösterilerek bulunmalıdır. Bu stratejiden, çoğunlukla 7. ve 8. sınıf öğrencileri ile lise öğrencileri faydalanabilir. Daha küçük yaşlarda ise değişken yerine şekiller çizerek basit seviyede değişken kullanma stratejisi kullanılabilir (Yazgan ve Arslan, 2020). Bilinmeyen yerine değerler vermek oldukça zor olabilir. Bu durumda eşitlik veya eşitsizlik yazmak zorunlu olur (Altun, 2013). Bu stratejinin kullanımı aşağıdaki örnek üzerinden gösterilebilir.

“Dikdörtgen şeklindeki bir tarlanın çevresi 504 metredir. Tarlanın uzunluğu genişliğinin 2 katından 6 metre eksikse, alanını bulunuz. (Yazgan ve Arslan, 2020, s.21).”

Verilen problem, tahmin ve kontrol stratejisi ile de çözülebilir fakat denenecek değerler fazla olduğu için bu problem için uygun bir strateji değildir. Bir 8. sınıf öğrencisi bu problemde kısa kenara x, uzun kenara 2x-6 ifadelerini kullanmış ve 6x-12=504 denklemini kurarak x=86 bulmuş, buradan alanı 14276 metrekare hesaplayarak değişken kullanma stratejisini uygulamıştır.

Benzer basit problemlerin çözümünden yararlanma stratejisi. Bir problemin çözümünü bulmak, bağlamın veya kullanılan verilerin karmaşıklığından dolayı zor olabilmektedir. Böyle bir durumda, problemi basitleştirmek adına, verilen sayılar yerine daha basit sayılar kullanılarak problemin nasıl çözülebileceğine yönelik bir yöntem kullanılabilir (Posamentier ve Krulik, 2019). Örneğin "çarpanlardan biri 13/4, çarpım 26/3 ise diğer çarpan kaçtır?" sorusunda, rasyonel sayıları yeni öğrenen bir öğrenci için karmaşık görünebileceğini düşünelim. Bu durumda sayılar basitleştirilerek "çarpanlardan biri 13, çarpım 26 ise diğer çarpan kaçtır?" şeklinde sorulduğunda, öğrenci çarpımı ile verilen çarpana bölerek isteneni bulabilecek ve bunu asıl probleme uyarlayabilecektir.

Tablo yapma stratejisi. Bu stratejide bağıntı ortaya çıkarılarak eksik bilginin bulunmasına yardımcı olacak bir tablo oluşturmaktır ve çoğunlukla diyagram çizme, benzer basit problemlerin çözümünden yararlanma, bağıntı bulma stratejileriyle kullanılmaktadır (Yazgan ve Arslan, 2020). Özellikle iki değişkene bağlı olan problemlerde kullanılır (Altun, 2013). Aşağıda bu stratejinin kullanımına uygun bir örnek verilmiştir.

> *"Bir marangoz 3 ayaklı tabureler ve 4 ayaklı masalar yapmaktadır. Bir günün sonunda 31 ayak kullanmışsa, o gün kaç masa ve kaç tabure yapmıştır? (Yazgan ve Arslan, 2020, s.23)."*

Verilen bu problem için tablo yapma stratejisinden faydalanılarak çözüme ulaşılabilir.

Tabure Adedi								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

	1	7	10	13	16	19	22	25	28	31
	2	11	14	17	20	23	26	29	32	35
Masa Adedi	3	15	18	21	24	27	30	33	36	39
	4	19	22	25	28	31	34	37	40	43
	5	23	26	29	32	35	38	41	44	47
	6	27	30	33	36	39	42	45	48	51
	7	31	34	37	40	43	46	49	52	55

Oluşturulan tabloda 31 sonucunu veren değerler incelendiğinde marangozun 7 masa, 1 tabure; 4 masa, 5 tabure; 1 masa, 9 tabure yapabileceği görülecektir.

Mantıksal muhakeme etme stratejisi. Tüm problemlerde kullanılan bir stratejidir (Altun, 2013). Bazı problemler ise temel olarak sadece muhakeme etme stratejisine dayanmaktadır (Yazgan ve Arslan, 2020). “Bir adamın çekmecesinde sadece siyah ve mavi çoraplar bulunmaktadır. Oda karanlık olduğundan çorapları ayırt edemeyecek olan bu adam, bir çift çorap seçtiğinden emin olmak istiyor. Bir çift çorap seçtiğinden emin olabilmesi için çekmeceden kaç tane çorap almalıdır?” probleminde muhakeme stratejisi kullanılabilir. En kötü ihtimali düşünerek başlanır; ilk iki çekişte bir siyah ve bir mavi çorap alması. Bu durumda üçüncü çekişte bir çift çorap alınmış olması garanti olacaktır. Dolayısıyla 3 çorap çekilmesi gerekmektedir (Posamentier ve Krulik, 2019, s.102).

Farklı Bakış Açısı Geliştirme Stratejisi. Matematiksel problemlerin büyük bir kısmı birden fazla yöntem ile çözülebilmektedir. Problemin sonucuna ulaştırabilecek ilginç çözümleri görebilmek için probleme farklı bir bakış açısıyla yaklaşmak gerekmektedir (Posamentier ve Krulik, 2019). Bu stratejinin kullanımına uygun olacak şekilde bir örnek aşağıda verilmiştir.

“101’den küçük bütün çift sayıların toplamı ile 101’den küçük bütün tek sayıların toplamı arasındaki farkı bulunuz (Posamentier ve Krulik, 2019, s.134).”

Verilen problemin çözümünde öğrenciler, istenilen bütün tek sayıları ve çift sayıları toplayıp aralarındaki farkı bulabilirler. Bu çözüm de tek sayıların toplamını

1+3+5+…+97+99=2500 ve çift sayıların toplamını2+4+6+…+98+100=2550 bularak aralarındaki farkı 2500-2550=50 olarak hesaplayacaklardı. Probleme farklı bir bakış açısı geliştirerek bakan bir öğrenci ise sayıları gruplayarak aynı sonuca ulaşabilecektir; (2-1)+(4-3)+(6-5)+…+(100-99)=1+1+1+…+1=50 (Posamentier ve Krulik, 2019).

Seçilen stratejiyi uygulamak. Problemin çözümü için uygun olan stratejiye karar vererek probleme uygun plan hazırladıktan sonraki adımı belirtir (Temel, 2018). Çözüme ulaşılamadıysa adımlar kontrol edilir, uygulanan strateji yeniden değerlendirilir ve probleme uygun olmadığına karar verilirse başka bir strateji ile tekrar çözülür (Altun, 2015).

Elde edilen çözümü değerlendirmek. Bu aşama sadece sonuçların doğruluğunun kontrolü değil aynı zamanda problem çözme becerisinin geliştirilmesi ile ilgili etkinlikler içermektedir. Aşamada yapılması gerekenler şunlardır; sonuçların doğruluğunun kontrolü, problemin varsa başka yollardan çözümü, problemin farklı şekillerde ifade edilerek çözümün nasıl olacağının düşünülmesi (Altun, 2015).

Günümüzde, önceden edindiği bilgiler ile yeni bilgilerini yorumlayıp anlamlandırma sürecine katılan bireyler yetiştirilmesi beklenmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2015). Yeni öğretim programı da buna paralel olarak öğrencilere yöntemleri etkili kullanabilme, mantıksal çıkarımlarda bulunma ve problem çözme gibi özellikleri kazandırmayı hedef almıştır (Baki, 2003).

Problem çözme standardı öğrencilerin karşılarına çıkacak problemleri çözebilmek için çeşitli stratejileri kullanabilmelerini ifade etmektedir. Okul Matematiği için İlkeler ve Standartlar kitabı problem çözmeyi farklı matematiksel bilgiler edinmek için köprü olarak tanımlarken MDÖP'de problem çözme, matematiksel bilgileri pekiştirmek için köprü olarak tanımlanmıştır (Umay, Akkuş ve Paksu, 2006).

Öğretmenler düzenli olarak öğrencilerden hem matematik içinde hem de matematik dışında çok çeşitli durumlara dayalı ilginç problemler formüle etmelerini istemelidir. Öğretmenler ayrıca öğrencilere problem çözme stratejilerini ve çözümlerini açıklamaları ve birçok problem ortamı için geçerli olan genel yöntemleri aramaları için sık sık fırsatlar vermelidir. Bu deneyimler, öğrencilerde önemli problem çözme eğilimlerini, problem çözmeye ve problem kurmaya yönelik bir yönelime yol açmalıdır. Fikirlerini ve çözümlerini önce kelimelerle açıklamaları beklenmeli, ardından öğretmenler geleneksel matematiksel sembolleri veya uygun şekilde kendi temsil biçimlerini kullanmayı öğrenmelerine yardımcı olabilir. Araştırmalar, problem çözmede başarılı olan öğrenciler ile başarısız olan öğrenciler arasındaki önemli bir farkın, problem çözme konusundaki inançlarında, problem çözücü olarak kendileri hakkında ve problem çözmeye yaklaşım yollarıyla ilgili inançlarında yattığını göstermektedir (Kroll ve Miller 1993). Örneğin, birçok öğrenci, tüm matematik problemlerinin hızlı ve doğrudan çözülebileceğine dair hatalı bir inanç geliştirmiştir. Bir sorunu nasıl çözeceklerini bilmiyorlarsa pes edecekler ve bu da kendilerini yetersiz problem çözücüler olarak görmelerine sebep olacaktır. Ayrıca, birçok öğrenci herhangi bir matematiği çözmenin tek bir "doğru" yolu olduğuna inanır. Bu öğrenciler, çözümlerinin doğrulanması için yalnızca öğretmene veya bir cevap anahtarına bağımlı hale gelmekle kalmaz, aynı zamanda bir sorunu çözmenin çok farklı yollarını görmekte başarısız olurlar. Bunun önüne geçebilmek için öğretmen, öğrencileri tüm olasılıkları bulmaya teşvik eden kışkırtıcı sorular sorabilir (NCTM, 2000).

Ortaokulda, problem çözmenin ana odağı olmasa da problem çözme hakkında bilgi edinmek, öğrencilerin model arama, daha basit bir problemi çözme, bir tablo oluşturma ve geriye doğru çalışma gibi bir dizi problem çözme buluşsal yöntemine aşina olmalarına yardımcı olur. Bu genel stratejiler, problem çözümünde kullanılabilecek yaklaşımların kolayca görülmediği durumlar için faydalıdır ve öğrencilerin bu stratejileri uygun ve etkili bir şekilde nasıl kullanacaklarını düşündükleri öğretime ihtiyaçları vardır. İyi bir problem çözücü ne yaptığının farkındadır ve problemlerle karşılaşıp çözdükçe kendi ilerlemelerini değerlendirir ve duruma uygun stratejilerini belirlerler (Bransford vd. 1999). Öğretmenler öğrencilerine “Devam etmeden önce bunu anladığımızdan emin miyiz?” “Seçeneklerimiz neler?” “Bir planımız var mı?” “İlerleme kaydediyor muyuz yoksa ne yaptığımızı yeniden gözden geçirmeli miyiz?" "Neden bunun doğru olduğunu düşünüyorsun?" gibi sorular sorarak, onların iyi birer problem çözücü olmasında edinmesi gereken alışkanlıkları kazanmalarına yardımcı olabilirler (NCTM, 2000).

Akıl Yürütme ve İspat Standardı

Ortaokul matematik dersi öğretim programları incelendiğinde bilişsel becerilerin kazanımına önem verildiği görülmektedir ve bu kapsamda yer alan becerilerden biri de akıl yürütmedir (Doğanay ve Uyar, 2020). Stylianides (2008) akıl yürütme ve ispatı, matematiksel genellemeler yapma ve matematiksel iddialara ispat sunma olarak iki alt başlık altında incelemiş ve dört ögeden oluşan bir çerçeve sunmuştur; model oluşturma, tahmin etme, ispat olmayan argüman sunma ve ispat yapma. MDÖP gibi Ortak Çekirdek Devlet Standartları (CCSS, 2010) da çıkarımda bulunma ve argüman geliştirme gibi üst düzey becerilerin geliştirilmesindeki öneme vurgu yapmıştır (MEB, 2018; Ortak Çekirdek Devlet Standartları [CCSS], 2010).

Stylianides (2008), model oluşturma ve tahmin etmeyi matematiksel genellemeler yapma başlığında incelerken ispat yapma ile ispat olmayan argüman sunmayı matematiksel iddialara ispat sunma başlığında incelemiştir. Matematiksel genellemeler yapmak, matematiksel ilişkinin bulunduğu kümeden başka kümeye transfer yapmaktır (Polya, 1954). Model oluşturma, doğruluğu hakkında şüphe bildirmeyen ilişkiler olarak tanımlarken tahmin etme, genel matematiksel ilişkiler konusundaki bitmemiş ispatlara dayalı sebepli hipotezler olarak açıklanır. İspat yapmak, matematiksel bir iddiayı sağlayan veya çürüten gerçeklere dayanan geçerli bir çıkarım olarak tanımlanmaktadır. İspat yapma genellenebilir örnek ve gösterim olmak üzere iki başlık altında incelenmiştir. Genellenebilir örnek, genel durumun temsilcisi olarak görülen belirli bir durumu kullanan bir ispattır. Gösterim, bir durumun temsil ediciliğinden bağımsız, geçerli argümanlardır. İspat olmayan argüman sağlama, ispat niteliği taşımayan matematiksel bir iddianın lehinde veya aleyhinde olan bir argüman olarak tanımlanır (Stylianides, 2008). Ampirik argüman ve gerekçeye dayandırma olmak üzere iki başlık altında incelenmiştir. Ampirik argüman, matematiksel bir iddianın doğruluğunu yetersiz kanıtlara dayandıran argümanlardır (Harel ve Sowder, 1998). Gerekçeye dayandırma ise ampirik ve ispat olan argümanları açıklamak için kullanılmamaktadır.

İlköğretim çağında çocuklar, Piaget'nin tanımladığı somut işlem dönemindedir. 3. sınıf ile 5. sınıf aralığındaki öğrenciler akıl yürütme ve ispat standardında karşıt örnekleri varsayımları çürütebilmek için kullanmayı öğrenmelidir. Öğrencilerden kavramları sentezlemeleri istenir. 6. sınıf ile 8. sınıf aralığındaki öğrenciler ise varsayım ve iddiaları değerlendirmeli, matematiksel iddiaları formüle ederek akıl yürütme becerilerini geliştirmelidir (Altıparmak ve Öziş, 2005). Örneğin Lambert (1990), 5. sınıf için ispat olarak nitelendirilebilecek bir argümana şu şekilde örnek vermiştir: Öğrenciler 54'ün birler basamağını bulmak isterler ve çarpma işlemi yapmadan ispatlamaya çalışırlar. Öğrencilerden biri 5 ile çarpılan her sayının 5 veya 0 ile bitmesi gerektiğini söyler. Diğer bir öğrenci sonucun 5 ile bitmesi gerektiğini, çünkü 5'in kendisiyle çarpılacağını ifade eder. 5. sınıf öğrencisi tarafından yapılmış ispat sözlü dil aracılığıyla temsil edilmiştir sembolik temsil kullanılmamıştır.

Lithner (2008) ise matematiksel akıl yürütme üzerine yaptığı araştırmalarında "benzetmeye dayalı akıl yürütme" (imitative reasoning) ve "yaratıcı akıl yürütme" olmak üzere iki bileşen üzerinde yoğunlaşmıştır.

Benzetmeye dayalı akıl yürütme. Matematiksel olarak temel seviyedir. Problemin çözümünü baştan belirlenmiştir. Önceden ezberlenmiş bir çözüm taklit edilir. "Ezbere dayalı matematiksel akıl yürütme" (memorised reasoning) ve "algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme" olmak üzere iki başlıkta incelenmiştir.

Ezbere dayalı matematiksel akıl yürütme (memorised reasoning). Bu strateji bir bilginin tamamının hatırlanması üzerine kuruludur. Stratejinin uygulanması sadece hatırlanan bilginin yazılmasından ibarettir. Örneğin "Bir litre kaç santimetre küptür?" veya "Polinom nedir?" gibi birkaç soru türünde faydalıdır. Lithner'in (2008) yaptığı bir çalışmada öğrencilerden bir teoremin ispatı istendiğinde öğrencilerin neredeyse yarısının iki sayfalık ispatı ezberleyip hatırlanan kısmını yazıkları ancak yazılan bu ispatlardan bir kısmının hatalı, eksik veya yanlış sırada olduğu görülmüştür. Öğrencilerden açıklama yapılması istendiğinde ise sadece bir kısmını açıklayabildikleri tespit edilmiştir. Bu nedenle ezberlenmiş yani bilgiyi hatırlamaya dayalı matematiksel akıl yürütme matematiksel olarak temellendirilmiş akıl yürütmeyi geçersiz kılmaktadır.

Algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme. Bu stratejide ise ezbere dayalı matematiksel akıl yürütmeden farklı olarak bilgi değil çözüm hatırlanır. Örneğin 7 yaşındaki bir çocuk hiçbir kavramsal anlama sağlanmadan basit polinomları ayırt etmeyi öğrenebilmiştir. Bunu yaparken çözüm yöntemini anlamış ancak herhangi bir tahmin yürütmesine gerek kalmamıştır. Algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütmede asıl zorluk uygun bir algoritma belirlemektir. Bu amaçla matematiksel bir geçerliği olmayan ve sadece yüzeysel birkaç özelliğe dayandırılan üç temel yöntemden bahsedilmiştir. Bunlar “bilinen algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme” (familiar reasoning), “sınırlandırılmış algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme” (delimiting reasoning) ve “rehber algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme” (guided reasoning) şeklinde üçe ayrılır Lithner (2008).

Bilinen algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme (familiar reasoning). “Daha fazla” veya “daha az” gibi anahtar kelimelerin kullanıldığı stratejidir. Daha önce karşılaşılmış, benzer problem durumlarında öğrenilmiş bir algoritmanın kullanılması durumudur.

Sınırlandırılmış algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme (delimiting reasoning). Öğrencinin bildiği tüm algoritmaları rastgele denemesiyle değil, probleme uygun olduğunu düşündüğü algoritmaları seçmesiyle yapılan akıl yürütmedir. Seçilen algoritma sonuca ulaştırmazsa, değerlendirme aşamasına geçilmeden, öğrencinin zihnindeki algoritmalardan makul olan bir başka algoritma seçilir. Genellikle, akıl yürütmeyi uygulayan kişinin ilgili algoritmayı bildiği veya ilk denemesinde kabul edilebilir bir sonuca ulaştığı problemlerde kullanılır.

Rehber algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme (guided reasoning). Bir metin kaynağındaki örnek, tanım, teorem, kural veya başka bir durum arasındaki benzerliklerin belirlendiği algoritmik akıl yürütme yöntemidir. Problem için belirlenecek strateji bir rehber tarafından yapılır. Matematik ders kitaplarında problem öncesinde verilen çözümlü örnekler sonrası çözümü uygulamaya yönelik verilen örnek sorular bu yöntemin kullanılmasına bir örnektir.

Yaratıcılığa dayalı matematiksel akıl yürütme. Öğrenciler kendi çözümlerini üretir. Elde edilen sonuçların neden doğru ve kabul edilebilir olduğunu açıklayabilir. Kendi ürettikleri farklı stratejiler ve bu stratejilerin uygulanması ön plandadır. Yaratıcı matematiksel akıl yürütme, problem çözmede bir meydan okuma, üst düzey bir akıl yürütme olmak zorunda değildir. Temel akıl yürütmeleri de içerir. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ özdeşliğinin, karenin alanı kullanılarak elde edilmesi buna örnektir. Buna rağmen çoğu akıl yürütmede yaratıcı matematiksel akıl yürütme nadir olarak kullanılmakta, çoğunlukla algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme kullanılmaktadır.

Özetlemek gerekirse yaratıcı matematiksel akıl yürütmede çözüm üretilir, algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütmede bilinen bir yol takip edilir, ezbere dayalı matematiksel akıl yürütme hatırlama yoluyla anında gerçekleşir. Ayrıca yaratıcı matematiksel akıl yürütmenin temelinde akla yatkınlık ve mantıksal değerler bulunurken “algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme” ve “ezbere dayalı matematiksel akıl yürütme” yapılırken taklit edilen bilginin kaynağına güvenilir, bilginin doğruluğu sorgulanmaz (Lithner, 2008).

Tablo 1

Lithner (2008) Tarafından Oluşturulan Akıl Yürütme Türleri

Matematiksel Akıl Yürütme	
Benzetmeye Dayalı	Yaratıcılığa Dayalı
• Ezbere Dayalı • Algoritmaya Dayalı o Bilinen Algoritmalarla	

- Sınırlandırılmış Algoritmalarla
- Rehber Algoritmalarla

Matematiksel kavramlar için yapılan akıl yürütmenin etkili olabilmesi için sezgisel, formel olmayan temsillere de ihtiyaç duyulduğu öne sürülmüştür. Örneğin Fields Madalyası sahibi William Thurston, matematiksel bir konu hakkında öğrenmenin formel olmayan zihinsel modeller oluşturmaktan ibaret olduğunu ve bunu yalnızca tanımlar ve kesin kanıtlarla üzerinde çalışarak başarılamayacağını söylemiştir (Thurston, 1994). Fischbein (1982), yaratıcı matematiksel düşünmenin önemli bileşenlerinden olduğu için sezgisel temsilleri formel matematiksel düşünmeden çıkarmanın mümkün olmadığını savunmuştur. Weber ve Alcock (2004) ise ezberlenmiş argümanlarla yapılan ve uygulayan kişinin etkinliğinin en az seviyede olduğu ispat ile sezgisel anlayışların da kullanılarak, yeni matematiksel kavramların oluşturulmasını içerebilen ispatı iki uç ispat türü olarak betimlemiştir ve bu iki uç tür arasında yer aldığını düşündükleri sentaktik ispat ile semantik ispat üzerinde çalışmışlardır. Semantik ispat, kişinin matematiksel bir kavram hakkındaki düşüncelerini mantıksal bir şekilde ifade etmesi; sentaktik ispat, matematiksel kavramların ispatı yapan kişi tarafından anlamlandırılarak ispat yapma sürecinde kullanılması olarak tanımlanmıştır.

Akıl yürütme süreçleri üzerine yapılan bir başka sınıflama ise Bubp (2014) tarafından yapılan ve lisans öğrencilerinin, doğruluğu bilinmeyen matematiksel ifadelere yaklaşımlarının araştırıldığı çalışmasında belirttiği sınıflamadır. Sezgisel ve analitik şeklinde ikiye ayrılmaktadır. Analitik akıl yürütmeyi ise anlamsal ve sözdizimsel olacak şekilde iki başlıkta incelemiştir. Sözdizimsel akıl yürütme tümdengelime dayanırken anlamsal akıl yürütme görsel, mantık, örnek temelindeki akıl yürütmeleri içermektedir.

Jeannotte ve Kieran (2017) ise matematiksel akıl yürütme süreci ile matematiksel beceriler arasındaki ilişkileri genelleme, tahmin, bir örüntüyü tanımlama, karşılaştırma, sınıflandırma, doğrulama, gerekçelendirme, ispatlama, formal ispatlama ve örneklendirme olarak sıralamışlardır. Ayrıca tümevarım, tümdengelim ve sonuçtan çıkarım olacak şekilde sınıflama yapmışlar ve her bir akıl yürütmede farklı sonuçlar görüleceğini belirtmişlerdir (Güler, 2020).

İletişim Standardı

Dil aracılığıyla kişi, eylemlerinin nedenlerini açıklayabilir. Okulda da iletişim sayesinde öğrencide oluşan kavram yanılgıları belirlenebilir. Öğrencilerin matematiksel başarılarının merkezinde yaşıtlarıyla ve öğretmenleriyle bilgi alışverişini sağlayan yazılı ve sözlü iletişim yer almaktadır (Brendefur ve Frykholm, 2000). Öğrenciler sınıf tartışmalarında fikirlerini açıklamaya ve çözümlerini savunmaya teşvik edilmekte, diğer öğrencilerle fikir alış verişinde bulunabilmektedirler.

Matematiksel dil, matematiksel kavramları, sembol ve işlemlerin bulunduran, bilimsel düşünceleri aktarma amacıyla kullanılan dildir (Bali, 2003). Matematikte bulunan bazı sözcükler yalnızca matematiğe ait iken bazı sözcükler de gündelik yaşamda kullanılan kelimelerdir (Aydın ve Yeşilyurt, 2007). Bir kelime, öğretmen ile öğrencinin zihinlerinde farklı durumlar canlanmasına sebep olabilir (Akarsu, 2013). Matematiksel dilin doğru kullanılması sayesinde bu karmaşa ortadan kalkarak herkesin aynı şeyi düşünmesi ve anlaması mümkün olacaktır.

1926'dan günümüze kadar uygulanan tüm ortaokul MDÖP'de matematiksel iletişim vurgulanmış ve birtakım becerilerle birlikte matematiksel iletişimin geliştirilmesi hedeflenmiştir. Bu süreçte uygulanan programlar içinde 1977 programının, öğretmenlerin öğrencilerden daha aktif olduğu, öğretmen merkezli yaklaşım benimsediği; 2005 yılından itibaren uygulanan programlarda ise öğrencilerin aktif olduğu görülmüştür (Erdoğan ve Yazlık, 2020). NCTM'de (2020) de matematiksel dili kullanma, sınıf içi iletişimi etkin kılmanın önemi üzerinde durulmuştur. Diğer öğrencilerin matematiksel düşünmelerini analiz edebilmeleri ve değerlendirebilmeleri için matematiksel iletişim becerilerinin geliştirilmesi gerekmektedir.

Matematiksel dil ve matematiksel dilin öğretimi alanında yapılan farklı çalışmalar bulunmaktadır. Marzano (2004), öğrencilerin öğrenmesini en üst seviyeye çıkarmak amacıyla öğretmenlere yönelik altı bileşenden bahsetmiştir. Bunlar kelime öğretimi, formal olmayan dili kullanma, kendi kelimeleri ile yeniden ifade etme, temsil oluşturma, öğrenilen bilgilere sürekli ekleme yapma, terimlerin anlamlarını gözden geçirme, oyun benzeri eğlenceli etkinlikler geliştirme şeklinde belirlenmiştir. Buna göre öncelikle öğretmenin, öğrencilere yeni bir kavramı özümsetmek amacıyla gerekli kelimeleri öğretmesi ve açıklamada bulunması beklenmektedir. Daha sonra öğrencilerin, öğrendikleri bu kavramı kendi sözcükleriyle ifade etmeleri için fırsat sağlanması gerekmektedir. Bu aşamadan sonra önceki bilgilerle bağlantı kurdurabilmek için öğrencilerden öğretilen kavramın temsilini oluşturmaları beklenir. Bu adım özellikle ön öğrenmeleri az olan küçük çocuklar için önemlidir. Öğrencilerin, yeni öğrenilen kelimelere aşina oldukça, bilgilerini zenginleştirmek için çeşitli etkinliklere katılmaları sağlanır. Küçük gruplar oluşturularak kavram hakkında tartışmaları sağlanır, böylece daha derin bir anlayış geliştirilir ve oluşmuş olabilecek yanlış anlamalar azaltılır. Son olarak oyun benzeri eğlenceli etkinliklerle, öğrenilen kavramlar tekrar gözden geçirilir. Bu altı adımın uygulanması matematik öğretimi yolu ile matematik dağarcığının geliştirilmesi için önemli ve gereklidir (Riccomini vd., 2015).

Pimm (1987), matematiğin kelime haznesinde öğrencilerin karıştırabileceği bazı durumlar bulunduğunu ifade etmiştir. Toplam, fark gibi gündelik yaşamda kullanılan kelimelerin kavranması daha rahatken hipotenüs gibi günlük hayatta sık karşılaşılmayan kelimeleri anlamakta zorluk çektiklerini belirtmiştir. Öğrenci ve öğretmenlerin konuştuğu dilin matematiğin söz dağarcığını, öğrenci ve öğretmenlerin faydalandığı yazılı dilin matematiğin sözdizimini oluşturduğunu söylemiştir. Matematiğin sözdizimi ile söz dağarcığının birleşimiyle matematiksel dilin oluştuğunu belirtmiştir (Herbel-Eisenmann vd., 2011).

Brenner (1994) matematiksel iletişim kapsamında düzenlenen üç iletişim türünden bahsetmiştir. Bunlar; matematik ile ilgili iletişim, matematikte iletişim, matematik ile iletişimdir. Matematik ile ilgili iletişim, bireylerin problem çözme süreçlerini ve süreçler hakkındaki kendi fikirlerini tanımlamayı içermektedir. Matematikteki iletişim matematiksel kuralların dilini ve matematiksel sembolleri kullanabilmeyi belirtmektedir. Matematik ile iletişim ise öğrencinin, matematiksel problemleri çözebilmek için matematiği kullanmasını ifade etmektedir. Matematiksel anlamanın gerçekleşmesi için üç iletişim türünün de gerçekleşmesi gerekmektedir (Brenner, 1998).

Purpura ve Reid (2016), erken aritmetik bilgi gelişiminin, özellikle dil becerileri olmak üzere birçok matematik dışı faktörden etkilendiğini söylemiş ve matematiksel dil ile genel dili ayırmışlardır. Genel dil, özellikle günlük konuşmada kullanılan kelimeleri içermektedir. Matematik dili ise uzmanlık isteyen, belirli anlamlara gelen kelimeleri içeren bir dildir. Matematiksel dili nicel ve uzamsal olarak iki bileşen altında incelemişlerdir. Matematiksel dilin, genel dile göre, daha erken gelişmeye başladığını belirtmişlerdir.

Lesh (1981), matematiksel bir kavramın günlük problem çözümünde kullanılabilmesi için yapılması gerekenler üzerinde yoğunlaşmıştır. Bu amaca katkı sağlayan süreçleri, manipülatif modeller, yazılı semboller, konuşulan semboller, resimler (modeller), gerçek yaşam durumları olarak belirtmiştir. Öğrenciler matematiği anladıkları ve matematiksel dili doğru kullandıkları sürece, gerçek yaşamın içinden seçilen bir problemin çözümünde kullandığı geometrik ve cebirsel işlemlerde bu süreçlerden ve bu süreçlerin birbirine dönüşümünden faydalanabilecektir.

Goslin (2016) ise matematiksel dil gelişimi için sözlü, yazılı, görsel ve mimiksel olmak üzere dört bileşenin öneminden bahsetmiştir. Görsel iletişim, sözel bilgilerin somutlaştırılarak öğrenilmesine yardımcı olmaktadır. Kelime duvarları ve grafikler görsel iletişime örnektir. (Goslin, 2016).

İlişkilendirme Standardı

Matematiksel fikirlerin anlamlı bir bütünü oluşturmak için nasıl birbiri üstüne inşa edildiğini anlama, matematiğin diğer bilimlerle ilişkisini görme ile ilgilidir. Matematiği öğrenmek ve matematik yapabilmek için gereken becerilerden birisi de ilişkilendirmedir (Chapman, 2012; MEB, 2018). Cumhuriyet döneminde uygulanan tüm MDÖP'ler incelendiğinde, ilişkilendirmenin tüm programlarda önemli bir yere sahip olduğu görülmektedir. İlişkilendirmenin bir beceri olarak ele alındığı ilk program ise 2005 MDÖP'dir. (Gürbüz ve Şahin, 2020).

İlişkilendirme ile ilgili farklı sınıflandırmalar görülmektedir. Skemp (1976) ilişkilendirmeyi "ilişkisel anlama" ve "işlemsel anlama" şeklinde ikiye ayırmıştır. Ona göre "ilişkisel anlama", matematiksel eylemlerin nedeni ile bilinmesi, "işlemsel anlama" ise gerekçeleri bilmeden kuralları uygulayarak işlem yapma yeteneğidir. Gürbüz ve Şahin (2020) ise ilişkilendirme becerisi beş alt başlık altında toplamıştır;

1. Kavramlar ile işlemler arasında ilişki kurma,
2. Kavramları farklı temsil biçimleri ile gösterme ve bu temsiller arasında geçiş yapma,
3. Farklı konu ve kavramları birbiriyle ilişkilendirme,
4. Matematiği diğer derslerde karşılaşılan konularla ilişkilendirme
5. Matematik ile günlük hayat arasında bağ kurma.

Matematik ardışık bir bilimdir, bu nedenle matematik öğrenmek için öğrenilen ve yeni öğrenilecek olan kavramlar arasında ilişkilendirmeler yapılması oldukça önemlidir (Narlı, 2016, s.232). Eli (2009) de, matematik öğrenmek amacıyla, yeni öğrenilecek bilgi ile önceden öğrenilen bilgiler arasında ilişki kurma süreci olarak tanımlayarak bu öneme vurgu yapmıştır.

Kavramlar, birbirinin öncülüğü niteliğinde değilse farklı kavramları ilişkilendirme söz konusudur (Mumcu, 2018). Doğrunun başlangıç ve sonu olmadığı bilgisinden faydalanarak sayı doğrusunda sonsuz sayı bulunduğunu söylemek bu duruma örnek olarak gösterilebilir.

Matematik ile günlük hayat arasında bağ kurma, bunların farkında olma ve günlük yaşamda karşılaşılan problemlerin çözümünde faydalanma olarak açıklanabilir. Kavramları farklı temsil biçimleri ile gösterme ve bu temsiller arasında geçiş yapma ile ifade edilmek istenen matematiksel kavramların gösterim biçimleridir.

Matematiksel ilişkilendirmenin alt başlıklarından birisi olan matematiği diğer derslerde karşılaşılan konularla ilişkilendirme, disiplinler arası yaklaşımı belirtmektedir. Disiplinler arası yaklaşım ile birey matematik dersi ile diğer dersler arasında bilgi alışverişi yaparak daha kalıcı ve anlamlı öğrenmeler sağlar. Başka bir deyişle öğrenilen bilgilerin parça parça kalmasını değil birleştirilmesini ifade eder. Disiplinler arası ilişkilendirme sayesinde sanat, doğa bilimleri ve sosyal bilimler ile matematik bütünleşerek, bireyin yaratıcılık ve problem çözme becerileri arttırılabilmektedir (Özkök, 2005).

İlişkilendirmeyi geleneksel ilişkilendirme olarak ele alan araştırmacılar olduğu gibi geleneksel ilişkilendirmeyi eleştirerek yeniden formüle eden araştırmacılar da bulunmaktadır (Lockwood, 2011). İlişkilendirmenin alternatif görüşlerinden birisi Lobato'nun (2003) aktör odaklı transfer olarak adlandırdığı görüştür ve "bireylerin problemler arasında kendi benzerliklerini ürettikleri süreçleri anlamaya çalışarak bir gözlemcinin (uzmanın) bakış açısından bir aktörün (öğrencinin) bakış açısına geçişi" açıklamaktadır (Lobato, 2003, s.18). Lockwood (2011), öğrenci tarafından oluşturulan ilişkilendirmeleri "ayrıntılı ve ayrıntılı olmayan", "geleneksel ve geleneksel olmayan", "referans tipi" olmak üzere üç kategoride incelemiştir. Referans tipi ise kendi içinde belirli problemler, problem türleri ve stratejiler şeklinde üç boyuta ayrılmıştır (Lockwood, 2011).

Eli, Mohr-Schroeder ve Lee (2011), öğretmen adaylarından matematiksel ilişkilendirmeler yapmalarını istedikleri bir çalışma yürütmüşlerdir. Bu çalışmayı kart sıralama etkinliği ile gerçekleştirmişlerdir. Matematiksel ilişkilendirmeyi ise kategorik, yöntemsel, karakteristik, türetme ve müfredat olarak incelemişlerdir. Kategorik ilişkilendirmede bir grup veya kategoriyi tanımlamak için yüzeysel özelliklerin benzerliğinden (örneğin formüllerin benzerliği) faydalanılır. Yöntemsel ilişkilendirmede bir örnekten yola çıkılarak matematiksel bir algoritmaya dayalı fikirler oluşturma yapılır. Türev alma örneği incelenerek benzer örneklerde uygulama yapabilmek buna örnek olarak verilebilir. Karakteristik ilişkilendirmede özelliklerin tanımlanması ve açıklanması yapılır. Türetme, başka bir kavramın üzerine eklem yapmak şeklinde açıklanabilir. Bir dairenin alanını ve dairenin çevresini kullanarak bir silindirin hacminin ve yüzey alanının hesaplanması türetmeye örnektir. Müfredat, kavramların öğretileceği sıra ile ilgilidir. Örneğin ders çemberlerle ilgili bir konu üzerinden işlenecekse öncelikle alan ve çevre kuralları verilmelidir.

Bingölbali ve Coşkun (2016) ise alandaki araştırmalardan yola çıkarak oluşturdukları matematiksel ilişkilendirme türlerini gösterge ve örnekleriyle birlikte Tablo 2'deki gibi ele almıştır.

Tablo 2

İlişkilendirme becerisi, göstergeleri ve örnekleri (Bingölbali ve Coşkun, 2016)

Ana Bileşen	Alt bileşen	Göstergeler	Örnek
Kavramlar arası ilişkilendirme	*Kavramla diğer kavramlar arasında ilişki kurma*	Kavramın/matematiksel ifadenin öğretiminde diğer kavram/kavramların kullanılması	"Bir çemberin belli bir merkez açısına karşılık gelen yay parçasının uzunluğu hesaplanırken orantı kullanılmaktadır. Daha açık bir ifadeyle, 360° için çevre uzunluğu $2\pi r$ ise αiçin yay parçasının uzunluğu $2\pi r\alpha/$ 360'dır"
	Kavram ile alt kavramları ve alt kavramların kendi arasında ilişki kurma	Öğretimde ana kavram ile alt kavramları arasındaki hiyerarşinin veya ilişkinin kullanılması Ana kavramın alt kavramları arasında ilişki kurulması	"Eşkenar üçgen bütün açıları 60 ve kenar uzunlukları eşit olan üçgendir." "Eşkenar üçgen aynı zamanda dar açılı bir üçgendir."
Kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme		En az iki farklı gösterim arasında bağlantı kurulması (Tablo-grafik, denklem-grafik, sözel ifade-denklem, Sembolik gösterim-resim-model-somut cisim-sözel ifade gibi.)	" Bir sayının üç katının yedi fazlası 45'e eşittir ifadesinin cebirsel gösterimi 3x+7=45 şeklindedir." " $1/5$, birim kesrinin sınıfa getirilen pasta üzerinden somut olarak gösterilmesi, daire şekli üzerinden modellenmesi ve 'beşte bir' şeklinde okunması"

Gerçek hayatla ilişkilendirme	*Kavramı bir bağlam içerisinde ele alma*	Gerçek hayat bağlamı içeren problem veya örnek kullanılması Somut modeller veya simülasyonlar üzerinden öğretim yapılması	"Sınıfımızdaki kız ve erkek öğrencilerin yaşlarının aritmetik ortalamaları arasındaki fark kaçtır?" " -10 sayısı birine 10 lira borçlu olmak gibidir. +10 sayısı cebimizde 10 lira olması gibidir." "Eşitlik kavramının terazi (somut veya simülasyonu) kavramı üzerinden anlatılması"
	Gerçek hayattan sözel örnek verme	Kavram/ifade ile gerçek hayat ilişkisinin sadece sözel olarak belirtilmesi	"Yansıma, dönme ve öteleme hareketleriyle yapılan süslemeleri evimizdeki halı desenlerinde, Osmanlı Mimari eserlerinde görebiliriz."
Farklı disiplinlerle ilişkilendirme	*Farklı disiplinlerle ilişkilendirme*	Farklı bir disipline ait bağlam/kavram/ifade üzerinden matematiksel kavramın/ifadenin öğretiminin yapılması	" Bir hareketlinin anlık hızının belirlenmesinden hareketle türev kavramının tanıtılması"
	Farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin sözel örneklerle ifade edilmesi	Kavramın farklı disiplinlerle ilişkisinin sözel olarak belirtilmesi Matematiğin farklı disiplinlerdeki kullanımının sadece sözel olarak belirtilmesi	" Oran kavramı fen bilimlerinde hız ve yoğunluk kavramlarını açıklamakta kullanılmaktadır."

Matematik öğrenciler için sadece bir ders olmaktan ziyade yaşantılarında karşı karşıya geldikleri problemlerde kullanabilecekleri bir disiplindir ve bundan ötürü matematik eğitimi ve öğretimi sürecinde matematikle gerçek hayat arasında ilişki kurmanın önemi yadsınamaz (Dilegelen, 2008). Bingölbali ve Coşkun (2016), çalışmalarında "gerçek hayatla ilişkilendirmeyi" sözel örnek verme ve kavramı bir bağlam içinde ele alma olarak sınıflandırmıştır. "Kavramı bir bağlam içinde ele alma", bir kavramın öğretiminde gerçek yaşam durumlarıyla ilişkilendirme yapılmasıdır (Coşkun, 2013). Kişinin gündelik yaşantısında karşı karşıya kalacağı durumların sınırı olduğundan, karşılaşma ihtimalleri olan durumlar ele alınmaktadır. Asansör soruları, zemin kat, bodrum kat gibi kıyaslarla negatif ve pozitif sayıların kullanılmasına bir örnektir (Bingölbali ve Coşkun, 2016). Geometrik şekiller öğretiminde öğrencilerin gördükleri nesnelerden örnekler seçilmesi ise gerçek hayattan sözel örnek verme olarak değerlendirilmektedir. Yapılan araştırmalar incelendiğinde, matematiksel kavramların öğretimi esnasında sınıf içinde en çok gerçek hayattan sözel örnekler kullanıldığı görülmüştür (Coşkun, 2013).

Matematiksel bir kavramın sembolik ifade, model oluşturma, somut materyal kullanma, cebirsel ifade, sözel ifade, tablo, grafik gibi farklı temsil biçimleri ve bunlar arasında bağlantı kurulması “kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme yapılması” kapsamında değerlendirilmektedir (Dilegelen, 2008).

Matematik öğretimi sürecinde kavramlar arası ilişkilendirme yapılması, öğrencilerin ezberleyerek değil kavrayarak öğrenmelerine fırsat sağlayacaktır. Bingölbali ve Coşkun (2016), kavramlar arası ilişkilendirmeyi “kavram ve alt kavramları ve alt kavramların kendi arasında ilişki kurma” ile “kavramla diğer kavramlar arasında ilişki kurma” olacak şekilde iki kategoride incelemiştir. Karenin aynı zamanda bir dikdörtgen ve eşkenar dörtgen olarak verilmesi alt kavramlar arasında ilişki kurmaya bir örnektir (Dilegelen, 2008). Kavramla diğer kavramlar arasında ilişki kurabilmek için farklı öğrenme alanlarına ait kavramların ilişkilendirilmesi gerekmektedir (Bingölbali ve Coşkun, 2016). Yüzde hesaplarında orantı kavramının kullanılması bu başlık altında değerlendirilebilir.

Matematiksel bir kavramın en az bir farklı disiplinle değerlendirilmesi, farklı disiplinlerle ilişkilendirme kapsamındadır (Dilegelen, 2008). Bingölbali ve Coşkun (2016), faklı disiplinlerle ilişkilendirmeyi “farklı disiplinlerle ilişkilendirme” ve “farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin sözel örneklerle ifade edilmesi” şeklinde iki başlıkta ele almıştır. Oran kavramının fen bilgisi dersinde basit makineler bağlamında kullanılması kavramı farklı bir disiplin içinde ele almaya örnek olarak verilebilir. Farklı disiplinlerle ilişkilendirmeye sözel örnek verilmesi ise sosyal bilgilerde harita ölçeklendirmesini yapabilmek için oran ve uzunluk ölçülerinden faydalanmak gerektiğinin söylenmesi ile açıklanabilir.

Temsil Standardı

Öğrencilerin deneyimleri ile gelişen matematiksel düşüncelerin resim, sembol ve işaret yardımıyla gösterimidir (Pape ve Tchoshanov, 2001). Matematiksel ifadenin temsili, öğrencinin problemi yorumlama becerisiyle ilgilidir (NCTM, 2000). Temsil, matematiksel düşünceleri dışa vurmaya yardımcı olan karakter, işaret, simge ya da nesnelerin düzenlenmesidir (Cuoco, 2001; Goldin, 2003). Problem çözmede başarılı olabilmenin gerekliliklerinden biri de problem çözme esnasında uygun problem temsilleri oluşturma ve bu temsilleri durum bilgisini ve ilişkilerini anlamak için yardımcı olarak kullanmaktır (Cifarelli, 1998). Problem çözme becerisinin ayrı bir bölüm olarak ele alındığı, 2005 yılında uygulanan MDÖP'de öğrencinin problemi çözüş şekli ve bu esnada kullandığı bilgiler üzerinde durulmakla birlikte problemi nasıl temsil ettiği (somut nesne, şekil, tablo gibi) ve temsil biçiminin problem çözümünü kolaylaştırma biçimi üzerinde de durulmuştur (Şeker, 2020, s.122).

Yapılan araştırmalar incelendiğinde temsiller ile ilgili yapılmış farklı sınıflamalar olduğu görülmüştür. Janvier ve Bednarz (1987) yılında yaptıkları çalışmalarında içsel temsiller ve dışsal temsiller olarak sınıflamış ve içsel temsillerin zihinsel temsillere karşılık geldiğini, dışsal temsillerin ise sembol, şema, diyagram gibi sembolleri karşıladığını ifade etmiştir (Akt. Kılıç, 2009).

Pape ve Tchoshanov (2001) ise içsel temsil ve dışsal temsil olarak sınıflama yapmışlardır. İçsel temsilleri kişinin deneyimleri ile geliştirdikleri bilişsel şema veya matematiksel düşüncelerin soyutlamaları olarak belirtmişlerdir. Saylar, cebirsel denklemler, tablolar, çizelgeler, diyagramlar, grafikler ise matematiksel kavramların dışsal gösterimleridir. Matematik öğretimi için hem içsel temsiller hem dışsal temsiller önem taşımaktadır. Etkili bir matematik öğretimi için iki temsil türünün de aktif olması gerekmekte ve bunun için öğretmen büyük önem taşımaktadır. Problem çözümü veya matematiksel düşünceleri ifade edebilmek amacı ile öğrenciler, içsel temsilleri net olarak ifade edebilirler ve alternatif olarak dışsal temsilleri ortaya koyabilirler.

Temsiller için bir başka sınıflandırma Lesh vd. (1987) tarafından yapılmıştır. Araştırmaya göre "durağan resimler, somut nesneler, yazılı semboller, gerçek hayat durumları ve konuşma dili" şeklinde 5 kategoride sınıflama yapılmıştır. Ayrıca temsiller arası geçiş mümkündür. Yani öğrenci bir durumu durağan olarak temsil edip daha sonra yazılı sembol temsiline geçebildiği gibi beş temsil türünün aynı matematiksel durum için kullanılması da mümkündür (Akt. Kılıç, 2009).

Bruner ise temsilleri eylemsel, imgesel ve sembolik olacak şekilde üç sınıfa ayırmıştır, kişi bir konuyu üç değişik biçimde düşünmektedir. Bruner'e göre birey eylemsel döneminde eylemsel temsiller, imgesel döneminde imgesel temsiller, sembolik döneminde sembolik temsiller kullanmaktadır (Erden ve Akman, 2000).

İpek ve Okumuş'un (2012), Janvier (1987) ile Lesh vd. (1987) tarafından oluşturulan temsil sınıflamalarını temel alarak yaptığı sınıflamada konuşma dili temsili, problemin çözümünün sözlü ifade edilmesidir. Cebirsel temsil, matematiksel sembollerin ya da bilinmeyenlerin kullanılmasıdır. Grafiksel temsil, sayı doğrusu, resim, diyagram kullanılması ve sayısal temsil, tablo ya da matris kullanılmasıdır (İpek ve Okumuş, 2012).

Temsilleri, birtakım sınıflamalarla anlatan çalışmaların dışında sınıflamaya tabii tutmaksızın anlatan çalışmalar da bulunmaktadır. Bu temsiller genel olarak tablo, resim, sayısal, cebirsel, diyagram ve grafik olarak verilebilir (Akt. Kılıç, 2009).

Öğrenciler temsilleri farklı nedenlerden tercih edebilmektedir. Bu nedenler öğrenciye ve konuya göre değişmektedir. Aynı konu hatta aynı soru için her öğrenci farklı bir temsil kullanabilir. Örneğin bir öğrenci sözlü temsil tercih ederken diğer bir öğrenci somut nesne kullanabilir ve bir diğeri resim çizebilir (Fennell ve Rowan, 2001).

Düşünceleri temsil ile gösterme ve diğer temsiller ile ilişki kurabilme, matematiksel anlayışın temelidir (NCTM, 2000). Farklı temsil biçimlerinin farklı bilişsel becerileri geliştirmesi, matematiği daha ilginç ve çekici hale getirmesi, soyut kavramları somutlaştırması ve üst düzey düşünme becerilerine ulaşmada yardımcı olması temsillerin matematiğe katkılarından bazılarıdır (Kılıç, 2009).

İlgili Araştırmalar

Bu bölümde ilgili araştırmalar "Ortaöğretime Geçiş Sınavları Matematik Sorularının Analizi Üzerine Yapılan Çalışmalar" ve "NCTM Tarafından Yayımlanan Standartlar Üzerine Yapılan Çalışmalar" başlıkları altında sunulmuştur.

Ortaöğretime Geçiş Sınavları Matematik Sorularının Analizi Üzerine Yapılan Çalışmalar

Ortaöğretime geçiş amacıyla yapılan merkezi sınavları inceleyen çalışmalardan biri Köğce ve Baki'ye (2009) aittir. 1995-2004 yıllarında uygulanmış olan ÖSS'nin sayısal bölümündeki toplam 290 matematik sorusu ile bir genel lisede, iki Anadolu lisesinde, bir fen lisesinde, bir teknik ve çok programlı lisede, bir ticaret meslek lisesinde öğretmen olan katılımcıların, 2003-2004 ve 2004-2005 yıllarında hazırladıkları 959 matematik sorusunun Bloom Taksonomisi çerçevesinde karşılaştırmasını yapmışlardır. ÖSS matematik soruları ile ticaret meslek, teknik ve çok programlı ve genel lisede sorulan soruların bilişsel olarak uyuşmadığı ancak Anadolu ve fen liselerinde yöneltilen sorular ile bilişsel olarak uyuştuğu görülmüştür.

ÖSS'den sonraki ortaöğretime geçiş sınavlarından olan OKS ve SBS ile birlikte TIMSS'de (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması) sorularını araştıran Uğurel vd. (2012) bu sınavdaki matematik sorularını MATH Taksonomisi'ni ele alarak incelemişlerdir. Araştırmanın verilerini 2008 yılında 8. sınıflara uygulanan OKS, 2010 yılında 6, 7 ve 8. sınıflara uygulanmış olan SBS ve 2007 yılında uygulanmış olan TIMSS matematik soruları oluşturmuştur. Soruların yoğunlukla SBS-6'da en çok bilgi transferi, SBS-7'de rutin işlemler, SBS-8'de rutin işlemler ile bilgi transferi, OKS'de yeni durumlara uyarlama ve TIMSS'te rutin işlemler düzeyinde bilgi içeren soruları olduğu görülmüştür. Bu çalışma ile yakın tarihlerde uygulanmış olan bir diğer çalışma Güler vd.'nin (2012) Bloom Taksonomisi çerçevesinde yürütmüş olduğu araştırmasıdır.

Güler vd. (2012), ilköğretim matematik öğretmenlerince 2009-2010 senesinde hazırlanan sınav sorularının, 2010 yılında 6., 7., ve 8. sınıflara yapılan SBS matematik soruları ile karşılaştırmasını yapmışlardır. Öğretmen yapımı sınavlar ile SBS sınav sorularını inceleyerek bu sınavların ilköğretim kurumları yönetmeliğine ne ölçüde uygun olduğu hakkında bilgi edinmeyi hedeflemişlerdir. Bu amaçla Erzurum il merkezinden 12 farklı ilköğretim okulu seçkisiz örneklem yöntemiyle seçilmiş ve öğretmenlerin öğrencilere yöneltilen 715 sınav sorusu bir araya getirilmiştir. Öğretmenlerin hazırladığı sorular ve SBS soruları, araştırmacılar tarafından, Bloom Taksonomisinin basamaklarına göre sınıflandırılmıştır. Sonuçlar SPSS ile tablolaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlarda öğretmenlerin hazırladıkları sınavlarda 6. sınıflarda bilgi basamağındaki, 7. sınıflarda uygulama basamağındaki, 8. sınıflarda ise kavrama basamağındaki soruların ağırlıkta olduğu görülmüştür. SBS matematik sorularında 6., 7., 8. sınıflarda uygulama basamağındaki soruların daha fazla olduğu tespit edilmiştir. SBS matematik sorularının, matematik öğretmenleri tarafından 7. sınıf düzeyinde hazırlanan sınav soruları ile paralellik taşıdığı belirtilmiştir. Matematik öğretmenlerinin hazırladığı sorular ile tüm düzeylerdeki SBS matematik sorularının üst bilişsel seviyeli sorulardan sadece analiz ile sentez basamaklarından oluştuğu, değerlendirme basamağından soru bulunmadığı görülmüştür.

SBS'den sonraki ortaöğretime geçiş sınavı olan TEOG üzerine araştırma yapan Dalak (2015), 2013-2014 senesinde uygulanan iki TEOG'un tüm sorularını incelemiş, sınavda sorulan sorularla MDÖP'deki 8. sınıf kazanımlarının Yenilenmiş Bloom Taksonomisi açısından uyumunu belirlemiştir. Soruların %55'lik kısmının ilgili kazanımla aynı bilişsel basamakta ve bilgi boyutunda olduğu görülmüştür. Ayrıca soruların ve sorularla alakalı kazanımların kavramsal ve işlemsel bilgi boyutunda bulunduğu, üstbilişsel ve olgusal bilgi boyutunda soru ve soruyla ilişkili kazanımın bulunmadığı ortaya konulmuştur. 2013-2014 senesinde uygulanan TEOG sınavını konu edinen bir başka çalışma Bağcı (2016) tarafından yapılmıştır. Bağcı (2016), 2013-2014 senesinde uygulanan TEOG sınavı ile aynı yıl kullanılmakta olan 8. sınıf MDÖP'yi incelemiştir. Soruların 8. sınıf kazanımlarına uygun olduğu ancak Matematik Öğretim Programı'ndaki tüm kazanımların ölçülemediği tespit edilmiştir. Sorulan soruların birinci dönem TEOG'da en çok kareköklü ve üslü sayılardan, en az ise örüntü ve süslemeler ile dönüşüm geometrisinden olduğu görülmüştür. İkinci dönem TEOG'da sorulan matematik sorularının ise en fazla üçgenler ve denklemler alt öğrenme alanlarından, en az köklü saylar, üslü sayılar, örüntüler ve süslemeler, dönüşüm geometrisi, olay çeşitleri ve olası durumları belirlemeden olduğu açıklanmıştır. Bununla birlikte öğretmenler ve öğrenciler ile yapılan görüşmeler neticesinde MEB'in, TEOG ile ulaşmayı amaçladığı okul harici eğitim kurumlarına talebi ve devamsızlığı minimuma düşürme hedeflerine beklenen seviyede ulaşılamadığı görülmüştür.

Mutlu ve Akgün (2016) ise ortaöğretime geçiş sınavlarından 1998-2013 yılları arasında uygulanmış olan tüm OKS ve SBS'yi ele alarak OKS'deki ve SBS'deki toplam 375 matematik sorusunu, PISA'nın (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı) gerçek hayatı tanımladığı kategoriler ve ortaokul MDÖP'de bulunan öğrenme alanlarına göre analiz etmişlerdir. 1998 ile 2008 yılları arasındaki gerçek yaşam ile ilişkili olan sorular, 2009 ile 2013 yılları arasındaki gerçek yaşam ile ilişkili soruların yaklaşık yarısı kadardır. Soruların öğrenme alanlarına göre dağılımına bakıldığında da son yıllarda uygulanan sınavlarda her öğrenme alanı ile alakalı soru bulunduğu görülmüştür.

Ortaöğretime geçiş sınavları ile MDÖP'yi araştıran bir diğer çalışma Ekinci ve Bal (2019) tarafından yapılan araştırmadır. Bahsi geçen çalışmada Ekin ve Bal (2019), ortaokul MDÖP'deki öğrenme alanları ile 2018 yılında Liselere Geçiş Sistemi kapsamında yapılan merkezi sınavda bulunan matematik sorularının öğrenme alanları arasındaki ilişkiyi belirleyerek Yenilenmiş Bloom Taksonomisi çerçevesinde hangi düzeyde bilişsel süreçlerin ölçüldüğünü incelemişlerdir. Araştırmanın sonucunda sınav sorularının Yenilenmiş Bloom Taksonomisinin yalnızca uygulama ve analiz etme boyutlarındaki bilişsel süreçleri ölçtüğü, hatırlama, anlama, değerlendirme ve sentez yapma basamaklarını ölçen bir sorunun bulunmadığı görülmüştür. Soruların kavramsal ve işlemsel bilgi seviyesinde bulunduğu, olgusal bilgi ve üst bilişsel bilgi seviyesinde bulunmadığı belirtilmiştir. Öğrenme alanlarına bakıldığında ise en çok geometri ve ölçmeye ve alan ölçmeye ait soruların bulunduğu, veri işleme öğrenme alanında dair hiçbir soru sorulmadığı, bazı soruların birden fazla alt öğrenme alanında yer aldığı bulgusuna ulaşılmıştır. Soruların tüm öğrenme alanlarını kapsamadığı ancak MDÖP'nin 8. sınıf öğrenme alanları ile konu dağılımlarına bakıldığında öğrenme alanlarının hepsine ait kazanımlar görülmüştür. Sonuçta sınavda kullanılan sorular ile MDÖP'deki kazanımlar arasındaki uyum düşük bulunmuştur.

Baydar (2019) ise 2016 ve 2017 yıllarına ait TEOG, 2018 yılı Liselere Geçiş Sistemi kapsamında yapılan merkezi sınav ve 2011 ile 2015 TIMSS'te açıklanan matematik sorularının TIMSS bilişsel alanları, MDÖP kazanımları, MATH taksonomi grup ve kategorileri açısından sınıflandırmasını yapmıştır. TEOG ve LGS sorularının MDÖP kazanımlarını içerdiği, TIMSS sorularının 8. sınıf kazanımları çoğunlukta olmak üzere diğer seviyelerdeki ortaokul kazanımlarını da içerdiği görülmüştür. İncelenen sınavların üçünde de uygulama bilişsel alanında soruların en çok olduğu, akıl yürütme sorularının TIMSS sınavında daha çok olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. MATH taksonomisi açısından TEOG'da en çok rutin işlemlerden sorular varken bilgileri yeni durumlara uyarlama, transfer etme ve üst düzey bilişsel beceri ölçme türündeki sorulardan az sayıda bulunduğu görülmüştür. LGS ve TIMSS'te üst düzey düşünme becerileri gereken sorulara daha fazla yer verildiği, yorumlama, tahmin etme, değerlendirme gerektiren soruların yüzde olarak en fazla TIMSS sınavlarında bulunduğu belirtilmiştir.

Öztürk (2020) de merkezi sınav matematik sorularını ve uluslararası düzeyde yapılan bir sınavın matematik sorularını birlikte analiz eden araştırmacılardandır. Çalışmasının verilerini 2018 ile 2019 senelerinde yapılan LGS matematik soruları oluşturmuştur. Bu soruları PISA matematik okuryazarlığı yeterlik ölçeğini baz alarak sınıflandırmıştır. Nitel bir araştırma olan çalışmasında doküman analizi tekniğini kullanmıştır. 40 matematik sorusu için yapılan analiz sonucu soruların PISA matematik okuryazarlığı yeterlik ölçeğinde olan seviyelerin hepsini bulundurmadığı, sınavlarda çoğunlukla 2. seviye sorulara yoğunluk verildiği tespit edilmiştir.

Ortaöğretime geçişte amacıyla uygulanan merkezi sınav matematik soruları üzerinde çalışan diğer bir çalışma Dönmez ve Dede (2020) tarafından yapılmıştır. Dönmez ve Dede (2020), 2016-2017 senesinde son olarak uygulanan TEOG sınavlarındaki matematik sorularının ve 2017-2018 senesinde ilk olarak yapılan LGS matematik sorularının matematiksel yeterlik bileşenleri açısından incelemesini yapmışlardır. Araştırmanın verilerini toplam 60 soru oluşturmuştur ve veri analizi için içerik analizi uygulanmıştır. Araştırmacılardan biri kodlayıcı olarak görev almıştır ve kodlayıcılar arası uyum sağlanmaması durumunda diğer araştırmacının görüşüne başvurularak araştırmanın güvenirliği arttırılmıştır. Çalışmanın sonucunda birinci dönemde yapılan TEOG sınavında işlemsel akıcılık yeterlilik alanında %50 oranında bir yoğunluk olduğu görülmüştür. İkinci dönemde uygulanan TEOG'da ise dağılımın daha dengeli olduğu tespit edilmiştir ve değişik temsillerin kullanımı ve problem çözme süreçlerini ölçen soruların da bulunduğu fakat akıl yürütme süreçlerini bulunduran soruların %10 seviyesinde kaldığı belirtilmiştir. TEOG sorularına genel olarak bakıldığında da soruların işlemsel akıcılık becerisinin ölçümüne ağırlık verildiği, mantıksal düşünme becerisini ölçen sorulara fazla yer verilmediği söylenmiştir. LGS sınavındaki matematik sorularına bakıldığında ise soruların çoğunun mantıksal düşünme yeterlik bileşeni kullanılmasını gerektirdiği, işlemsel akıcılık yeterlik bileşenine ait fazla soru bulunmadığı tespit edilmiştir.

Ünal ve Eroğlu (2021) ise 2018, 2019 ve 2020 senelerinde uygulanan LGS'deki matematik dersi sorularının MDÖP'de ulaşılmak istenen özel amaçlarıyla uygunluğunu ve LGS sorularının ölçtüğü matematiksel beceriyi görmeyi amaçlamışlardır. Araştırmalarında nitel yöntem kullanmışlardır. Çalışmanın verileri LGS' de sorulan 60 soru oluşturmuş, veri analizinde betimsel istatistikten yararlanılmıştır. Araştırmanın sonucunda soruların çoğunlukla sözel temsil içerdiği, kurgusal bağlamlı ve orta zorlukta olduğu, genelde değerlendirme, uygulama, yorumlama becerilerini ölçtüğü görülmüştür. Araştırmaya göre en az ölçülen becerinin ise tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerisi olmuştur. 2018 yılında sorulan sorular akıl yürütme becerisini diğer becerilere göre daha fazla ölçerken bu oran 2019 ve 2020 yıllarında genele göre azalış göstermiştir. Benzer şekilde temsil becerisini ölçen soruların da azalış gösterdiği fark edilmiştir. Matematiksel dili kullanma becerisini ölçen soruların ise 2019 ve 2020 yıllarında birbirine yakın ve 2018 yılındakinden daha fazla olduğu görülmüştür. Soruların çoğunlukla kurgusal bağlam içermesinin, MDÖP'deki matematiksel kavramları anlayıp günlük hayatta kullanması amacıyla uyumlu olmadığı belirtilmiştir.

Bir başka çalışmada Yılmaz ve Doğan (2022), 2021 yılında uygulanan LGS'nin matematik sorularını MDÖP'deki öğrenme ve alt öğrenme alanları ve Yenilenmiş Bloom Taksonomisi etrafında incelemişlerdir. Soruların en çok sayılar ve işlemlerden sorulduğu görülmüştür. Yenilenmiş Bloom Taksonomisi bilişsel süreç boyutunda uygulama, analiz ve değerlendirme; bilgi boyutunda ise işlemsel bilgi düzeyinde bulunduğu görülmüştür. Ayrıca soruların alt öğrenme alanlarına dağılımlarının homojen olmadığı vurgulanmıştır.

Ortaöğretime geçiş sınavlarındaki matematik sorularının analizi ile ilgili alan yazın incelendiğinde araştırmaların Bloom Taksonomisi (Köğce ve Baki, 2009), Yenilenmiş Bloom Taksonomisi (Yılmaz ve Doğan, 2022; Ekinci ve Bal, 2018; Dalak, 2015), MATH Taksonomisi (Uğurel vd., 2012; Baydar, 2019), MDÖP'da bulunun kazanımlarla, öğrenme alanlarıyla ve öğrencilere kazandırılması hedeflenen özel amaçlarla uygunluğu (Dalak, 2015; Bağcı, 2016; Ekinci ve Bal, 2018; Baydar, 2019; Mutlu ve Akgün, 2016; Ünal ve Eroğlu, 2021; Yılmaz ve Doğan, 2022), PISA matematik okuryazarlığı düzeyleri (Öztürk, 2020), TIMSS bilişsel alanları (Baydar, 2019) ve diğer sınavlarla karşılaştırma (Köğce ve Baki, 2009; Güler vd., 2012; Baydar, 2019; Dönmez ve Dede, 2020) çerçevesinde yapıldığı görülmüştür.

NCTM Tarafından Yayımlanan Standartlar Üzerine Yapılan Çalışmalar

NCTM tarafından yayımlanan standartlar üzerine yapılan araştırmalardan biri Kartallıoğlu (2005) tarafından, 3. ve 4. sınıf öğrencilerinin sözel matematik problemlerinin modellenmeleri üzerine 54 öğrencinin katılımı ile uygulanan çalışmadır. Öğrencilere sunulan toplam 10 problemi çözmeleri söylenmiştir. Bu 54 öğrenciden 8 tanesi seçilerek klinik görüşme yapılmış ve görüşme sırasında problemleri çizerek de çözmeleri beklenmiştir. Öğrencilerin özellikle kesirli ifadelerin bulunduğu sorularda şekil çizdikleri görülmüştür. Bazı öğrenciler ise şekil çizmenin zaman kaybettirdiğini veya şekil çizme becerilerinin olmadığını söylemişlerdir. Yanlış işlem sonucu yanlış çözüme ulaşan öğrencilerden şekil çizmeleri ve soruyu tekrar çözmeleri istenmiştir ve çizilen şekil sonucunda öğrencilerin hatalarını fark ederek işlemlerini değiştirdikleri görülmüştür. Araştırmada, ilk tercih edilen yöntemin işlem olduğu, problemi çözemediklerinde ise şekil çizmeye yöneldikleri ve doğru sonuca ulaştıkları görülmüştür.

Umay, Akkuş ve Paksu (2006) ise NCTM tarafından yayımlanan prensip ve standartları ölçüt alarak 1-5. sınıf MDÖP'yi incelemişlerdir. Araştırma sonucunda ders programının, öğrencinin anlayarak öğrenmesine olanak veren ve düşünerek öğrenmesini hedefleyen yaklaşımla hazırlandığı sonucuna varılmıştır. Ancak benzerliklerin yanında ders programındaki bazı prensip ve ilkelerin NCTM tarafından hazırlanan prensip ve standartların gerisinde kaldığını belirtmişlerdir.

Başka bir çalışmada Capraro ve Joffrion (2006), 60 ortaokul öğrencisinin katılımını gerçekleştirmiş ve öğrencilerin İngilizce dilini matematiksel sembollerle göstermelerini ve matematiksel sembolleri İngilizceye çevirme becerilerini incelemişlerdir. Çalışma sürecinde rastgele seçtikleri 5 soruyu inceleyerek 5 öğrenci ile görüşme gerçekleştirmişlerdir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin yazılı durumları matematiksel denklemlere çevirmede yeterli olmadıkları tespit edilmiştir.

İpek ve Okumuş (2012), diğerlerinden farklı olarak öğrencilerle değil öğretmenlerin katılımı ile araştırmasını gerçekleştirmişlerdir ve ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde yararlandıkları temsilleri ve bu temsilleri kullanırken karşılaştıkları olumsuzlukları araştırmışlardır. Çalışmanın sonucunda konuşma dili temsilinden öteki temsillere kıyasla daha çok faydalandıkları, problemi anlama boyutunda matematik öğretmen adaylarının problemle alakalı temsil oluşturmada ve diğer temsiller arasında geçiş yapmada eksiklerinin olduğu görülmüştür.

Temsiller ile alakalı bir diğer araştırma Gürbüz ve Şahin (2014) tarafından yürütülmüştür. Gürbüz ve Şahin (2014), 8. sınıftaki öğrencilerin cebir öğrenme alanında faydalandıkları çoklu temsiller arasındaki geçişleri incelemişler ve en çok diğer temsillerden grafiğe geçişte zorlandıklarını tespit etmişlerdir. En kolaylıkla yaptıkları geçiş türünün ise tabloya geçiş olduğu belirtilmiştir. Araştırmadaki katılımcıların tablo, denklem ve grafik temsillerini sözel temsile dönüştürmede hata yapma sebebinin yazma becerilerindeki eksikler olduğu ifade edilmiştir.

Cebir öğrenme alanında bir diğer çalışma ile Öz (2017), 7. sınıftaki öğrencilerin cebir öğrenme alanı dâhilinde matematiksel akıl yürütme sürecini araştırmıştır. Öğrencilerin karşı karşıya kaldıkları problemlerde, benzetmeye dayalı akıl yürütmeden algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütmeyi daha fazla faydalandıkları görülmüştür. Bununla birlikte öğretmenlerin matematiksel akıl yürütmeyi kısıtlı bir biçimde desteklediği sonucuna varılmıştır. Öğrenme ortamındaki yetersiz fırsatların öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerilerini geliştirmelerine engel olacağı ifade edilmiştir.

Mumcu (2018) ise matematiksel ilişkilendirme becerilerini ele alarak bu becerileri türev konusu çerçevesinde yorumlamıştır. Katılımcıların öğretmen adayları olduğu araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının genelde türev konusuna yönelik ders kitaplarında bulunan ezbere dayalı bilgilere sahip oldukları ve bu bilgileri birbiri ile ilişkilendirerek anlamlandırıp kullanmakta zorlandıkları görülmüştür.

Başka bir çalışmada Doğan (2019), 8. sınıf matematik kitaplarındaki matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerini araştırdığı çalışmasında ispatla alakalı içeriklerin cebirde % 5,3; sayılar ve işlemlerde % 11,8; geometri ve ölçmede % 7,4; olasılıkta %7,8 olduğunu göstermiştir. Veri işlemede ispatla alakalı içerik bulunmadığını belirtmiştir. Araştırma sonucunda 8. sınıf matematik kitabının akıl yürütme ve ispatta yetersiz olduğu ve öğrencilerin akıl yürütme ve ispat gerektiren etkinliklere erişimlerinin kısıtlı olduğu görülmüştür.

Yalvaç (2019) da Öz (2017) ile Gürbüz ve Şahin (2014) gibi cebir öğrenme alanında çalışmıştır. Sekizinci sınıftaki öğrencilerin cebir öğrenme alanındaki matematiksel dili kullanma yeterliliklerini incelediği çalışmasında öğrencilerin bu konudaki matematiksel dil kullanımlarının eksik olduğunu tespit etmiştir. Öğrencilerin yapmakta zorlanmadıkları sorular sözel olarak belirtilen olayı formel dile dönüştürmek iken tablo ve grafik kullanmayı gerektiren sorularda sıkıntı yaşadıkları belirtmiştir.

Baran (2019), matematiksel modelleme çerçevesinde yapılan araştırmada 8. sınıftaki öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin, matematik okuryazarlığı performanslarının, duyuşsal alan özelliklerinin ve matematiksel iletişim ile matematik okuryazarlığı performansı, matematiksel iletişim ile duyuşsal özellikler arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırma sonucunda matematiksel modelleme yaklaşımı kullanılarak tasarlanan öğrenme ortamının, matematiksel iletişim becerisini desteklediği görülmüştür. Bununla birlikte matematiksel iletişimdeki gelişmelerin öğrencilerin matematik okuryazarlık performanslarında artış sağladığı belirtilmiştir. Söz konusu öğrenme ortamlarının, öğrencilerin duyuşsal özelliklerinde olumlu etkiler gözlendiği belirtilmiştir. Matematiksel modellemeyi içeren bir diğer çalışma Tanju'ya (2020) aittir. Tanju (2020), matematik öğretmen adaylarının matematiksel modellemede faydalandıkları matematiksel ilişkilendirme ve temsil becerilerinin modellemeye etkisini analiz etmişlerdir. Çalışmanın sonucunda, katılımcıların cebirsel gösterimde diğerler modellemelerden daha fazla başarılı oldukları, problemi anlamada çoğunlukla grafik kullandıkları, diğer temsillere geçiş yapmakta yetersiz oldukları, İlişkilendirme Beceri Testi'nin aksine model oluşturmada eksik kaldıkları tespit edilmiştir.

Filiz ve Ergan (2020) nitel araştırma yöntemi ile yürüttüğü çalışmalarında ilkokul MDÖP'nin, NTCM'nin yayımladığı süreç standartları etrafında gösterdiği dağılımı belirlemeyi amaçlamışlardır. Yaptıkları bu çalışma, MDÖP ile NCTM'yi birlikte ele alınması açısından, Umay vd. (2006) tarafından yapılan çalışma ile aynı kapsamdadır. Filiz ve Ergan (2020), NTCM'nin tarafından yayımlanan süreç standartları kodlayarak ilkokul MDÖP'de belirtilen kazanımların hangi standartla ilişkili olduğunu belirlemişler; on sekiz standardın, kazanımlarla örtüşme durumlarını detaylı olarak değerlendirmişlerdir. Sonuç olarak en fazla kazanımların en fazla ilişkilendirme ve temsil standartlarıyla olduğu görülmüştür. Kazanımların en az karşıladığı standartların ise akıl yürütme ve ispat standardı olduğu tespit edilmiştir.

Bir diğer çalışmada Kılıçoğlu (2021), ortaokul matematik kitaplarının cebir öğrenme alanında bulunan çalışmaların matematiksel süreç standartları kapsamında incelemiştir. Elde edilen bulgular, ortaokul cebirsel çalışmaların her sınıf düzeyinde çoğunlukla iletişim standardında olduğunu, en az ise problem kurma standardında olduğunu göstermiştir. Ortaokul ders kitaplarında bulunan cebirsel çalışmaların problem kurma, muhakeme-ispat ve problem çözme, temsil standartlarında yetersiz olduğu tespit edilmiştir. Sınıf düzeylerinin matematiksel süreç standartlarını kullanan uygulamalar açısından değişiklik gösterdiği ve konu anlatımı sırası ve ünite sonlarında bulunan çalışmaların süreç standartları açısından uyumsuz olduğu belirtilmiştir.

NCTM tarafından yayımlanan standartlar üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde araştırmaların modelleme ve çoklu temsiller (Kartallıoğlu, 2005; İpek ve Okumuş, 2012; Gürbüz ve Şahin, 2014; Baran, 2019; Tanju, 2020), ilişkilendirme (Mumcu, 2018), matematiksel akıl yürütme (Öz, 2017; Doğan, 2019), matematiksel dil kullanımı (Capraro ve Joffrion 2006; Yalvaç, 2019), problem çözme süreçleri ve temsil standardı arasındaki ilişki (İpek ve Okumuş, 2012), ders kitaplarının, öğretim programının süreç standartları çerçevesinde incelenmesi (Umay vd., 2006; Filiz ve Ergan, 2020; Kılıçoğlu, 2021) konuları kapsamında yapıldığı tespit edilmiştir. Çalışmaların cebir öğrenme alanı üzerinde yoğunluk gösterdiği tespit edilmiştir (Gürbüz ve Şahin, 2014; Öz, 2017; Yalvaç, 2019; Kılıçoğlu, 2021).

Bölüm 3

Yöntem

Araştırmanın türü, verilerin toplanma süreci ve analizi, araştırmanın geçerliği ve güvenirliği hakkındaki açıklamalar bu bölümde verilmiştir.

Araştırmanın Türü

Bu araştırmada, belirtilen amaç doğrultusunda LGS'de sorulan matematik sorularının NCTM tarafından yayımlanan süreç standartları ve 8. sınıf MDÖP alt öğrenme alanları bağlamında analizi yapılmıştır.

Doküman incelemesinde, araştırması yapılacak konu ile alakalı bilgi ve belgeler elde edilerek bu kaynakların analizi yapılır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Doküman incelemesi yönteminin eğitim bilimlerinde kullanıldığı çalışmalar çoğunlukla fazla veri içerir ve verilerin birden çok kaynaktan toplanması gerekir (Özkan, 2019). Çalışılan konu ile ilgili kişilere doğrudan ulaşılamayan durumlarda önemli bir veri toplama tekniği olan doküman incelemesinde elde edilen veriler, gözlenen olayları tanımlayarak karşılaştırma yapmak için de kullanılabilmektedir (Aktaş, 2019; Frechtling, 2002). Fraenkel, Wallen ve Hyun'a (2012) göre doküman incelemesi için ilk aşamada içeriğin analiz edilme amacı belirlenir. Daha sonra kavramlar tanımlanır. Ardından neyin analiz edileceğine karar verilir ve amaca uygun olarak analiz edilecek verilerin tespiti yapılır. Devamında kodlama kategorileri belirlenir. Bu araştırmada da soruların analizini yapabilmek için konu ile alakalı tüm alt başlıklara ait alan yazın taranmış ve elde edilen kaynaklar doğrultusunda kodlamalar yapılmıştır.

Araştırmanın dokümanları 2020 ve 2021 yıllarında merkezi sınavda sorulan matematik sorularıdır.

Veri Toplama Süreci

Betimsel nitelikteki bu çalışmanın verilerini 2019-2020 ve 2020-2021 eğitim öğretim yıllarındaki Liselere Geçiş Sistemi kapsamında düzenlenen LGS matematik soruları oluşturmaktadır. Sorulara Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü'nün ilgili internet adresinden ulaşılmıştır. İnternet adresi kamuoyuna açık olup sorulara özel izin gerekmeksizin, herkes tarafından ulaşılabilmektedir. İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı ise yine Milli Eğitim Bakanlığı'na ait olan internet adresinden edinilmiştir. Bu çalışmanın yapıldığı son iki yıla ait sınavlar araştırmanın örneklemini oluşturmaktadır. Böylelikle 2019-2020 senesindeki 20 matematik sorusu, 2020-2021 senesindeki 20 matematik sorusu, toplamda 40 matematik sorusu çalışmanın veri grubunu oluşturmaktadır.

Verilerin Analizi

Araştırmada 2020 ve 2021 yıllarında MEB tarafından yapılan ve soru kitapçıkları yayımlanan merkezi sınavda sorulan 40 matematik sorusu MDÖP'da belirtilen 8. sınıf alt öğrenme alanlarına ve NCTM tarafından belirlenen süreç standartlarına göre incelenmiştir. Soruların olası çözümlerinin hangi süreç standartları ile uyumlu olduğu betimsel olarak tespit edilmiş ve bu verilere ait tablo oluşturulmuştur.

Öncelikle tüm soruların hangi alt öğrenme alanlarına ait olduğu belirlenmiştir. Ardından soruların olası çözümleri yapılmıştır ve bu çözümler, uygun süreç standartlarına göre ayrılmışlardır. Soruların olası çözümleri öncelikle tüm olası çözümler göz önünde bulundurularak araştırmacı tarafından çözülmüştür. Daha sonra farklı stratejileri göz önünde bulundurmak amacıyla 8. sınıf matematik derslerine giren dört ilköğretim matematik öğretmenine 10'ar soru paylaştırılmış ve araştırmacı tarafından yapılan çözümler ile karşılaştırılmıştır. Son olarak matematik eğitiminde uzman olarak danışman öğretmen ile tüm sorular tekrar çözülerek tüm sorular uygun görülen alt öğrenme alanlarına ve süreç standartlarına kodlanmıştır. Soruların kodlaması hangi yıl sorulduğunu ve kaçıncı soru olduğunu belirtecek şekilde yapılmıştır. Örneğin 2019-2020 eğitim öğretim yılında yapılan merkezi sınavın 5. matematik sorusu için 1.S5 olarak, 2020-2021 eğitim öğretim yılında yapılan merkezi sınavın 5. sorusu ise 2.S5 olarak kodlanmıştır. Daha sonra Matematik sorularının alt öğrenme alanlarına göre dağılımını görmek amacıyla tablo hazırlanmıştır ve frekans ve yüzdeler hesaplanmıştır.

Araştırmanın 2. araştırma sorusu için süreç standartları belirli teorik çerçevelere göre analiz edilmiştir. Problem çözme standardına göre, çözüm için kullanılabilecek stratejiler “bilinçli tahmin ve kontrol”, “şekil veya diyagram çizme”, “benzer basit problemlerin çözümünden yararlanma”, “değişken kullanma (denklem veya eşitsizlik kurma)”, “tablo yapma”, “örüntü bulma”, “geriye doğru çalışma”, “sistematik liste yapma”, “mantıksal muhakeme etme” ve “farklı bakış açısı geliştirme” olarak seçilmiştir. Sınıflandırmayı yapmak amacıyla sorunun çözülebileceği tüm yöntemler değerlendirilmiştir ve tüm farklı çözümler için faydalanılan stratejiler kodlamaya dâhil edilmiştir. Böylece bir soruda birden fazla strateji aynı anda veya farklı çözümlerde kullanılabilmiştir. Seçilen bu stratejiler sadece olası çözümler için değerlendirilmiştir. Örneğin soruda şekil verilmiş ve olası çözümlerde bu şekilden başka şekil veya diyagram çizilmesi gerekmemişse bu soru “şekil veya diyagram çizme” olarak kodlanmamıştır. Aynı durum “değişken kullanma (denklem veya eşitsizlik kurma)” ve “tablo yapma” için de geçerlidir.

Akıl yürütme ve ispat standardını inceleme amacıyla yapılan araştırmaların arasından Lithner’in (2008) yaptığı benzetmeye dayalı ve yaratıcılığa dayalı akıl yürütme bileşenlerini kullanmak uygun görülmüştür. Bilginin sadece hatırlanmasını gerektiren sorular “ezbere dayalı matematiksel akıl yürütme” olarak kodlanmıştır. Anahtar kelimelerin kullanıldığı sorular ile uygulanacak formülün veya bilginin verildiği sorular, benzer bir problem durumunu uygulamayı gerektiren sorular olarak değerlendirilerek “bilinen algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme” olarak kodlanmıştır. Herhangi bir tanım veya formülün verilmediği sorularda çözüm için gerekli algoritmaları öğrencinin seçmesiyle yapılan akıl yürütmeler “sınırlandırılmış algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme” olarak kodlanmıştır. Çözümde uygulanacak formül veya tanımın soru içinde verildiği sorulardaki akıl yürütmeler “rehber algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme” olarak kodlanmıştır. Öğrencilerin kendi çözümlerini veya kendi yarattıkları stratejileri uyguladıkları akıl yürütmeler ise “yaratıcı matematiksel akıl yürütme” olarak kodlanmıştır. Bu şekilde akıl yürütme ve ispat standardının sadece akıl yürütme bileşeni ele alınmıştır.

Matematik dersindeki iletişimi sağlamak amacıyla dilin, konuşma dili ve matematik dili olacak şekilde ikiye ayrıldığı ve matematiksel iletişimin genel olarak sözel, formel, formel olmayan, grafiksel ve günlük yaşantı durumları oluşturma olarak sınıflandırıldığı görülmüştür (Lesh, 1981; Pimm, 1987; Brenner, 1994; Marzano, 2004; Purpura ve Reid, 2016; Goslin, 2016). Bu çalışmada matematiksel dilin formel dili kullanma, grafik-şekil-tablo ile ifade etme ve formel olmayan dili kullanma boyutları ile analizler yapılmıştır. Soruların iletişimde hangi boyutta değerlendirilebileceği ve soruların olası çözümlerinde kullanılan iletişim türleri ayrı ayrı incelenmiştir. Soruda verilen veya çözümde kullanılan formülün, cebirsel ifadelerin, matematiksel sembollerin anlamlandırılması ve doğru bir şekilde işe koşulması formel dili kullanma boyutuna; sembollerle verilmeyen matematiksel durumların anlaşılması formel olmayan dil boyutuna; grafik, tablo veya şekil ile verilen sorular ve yapılan olası çözümler ise grafik-şekil-tablo ile ifade etme boyutuna kodlanmıştır.

Bingölbali ve Coşkun’un (2016) ilişkilendirme becerisi üzerine oluşturulmuş sınıflandırma, ilişkilendirme standardı için kullanılan sınıflandırmadır. Soru ifadesinde kullanılan ilişkilendirme türleri ve olası çözümlerde kullanılan ilişkilendirme türleri olarak bakılmıştır.

Temsil standardının kullanımının tespiti ise tablo ile temsil, resim ile temsil, sayısal temsil, cebirsel temsil, diyagram ve grafik çizimi ile yapılmıştır. Temsil standardına da sorular ve soruların olası çözümleri çerçevesinde bakılmıştır. Matematiksel anlatımların ve hesaplamaların aritmetik olarak sunulduğu sorular ve birtakım algoritmaların kullanıldığı olası çözümler sayısal temsil olarak kodlanmıştır. Problem durumunun modellerle anlatıldığı sorular ve olası çözümlerinde şekil çizilen sorular resim ve diyagram ile temsil olarak; problem durumunun tablo ile anlatıldığı sorular ve olası çözümlerinde tablo çizilen sorular tablo ile temsil olarak kodlanmıştır. Problem durumunda veya soruların olası çözümlerinde değişkenlerin ve denklemlerin kullanıldığı sorular cebirsel temsil olarak;

problem durumunun grafik ile anlatıldığı sorular ve olası çözümlerinde grafik çizilen sorular grafik ile temsil olarak kodlanmıştır.

Bu amaçla iki yılda da sorulan tüm sorular tek tek incelenmiş ve bir problemin iki veya daha fazla strateji ile çözülebilmesi durumunda tabloda ilişkili olduğu tüm stratejilere kodlanarak yüzde ve frekans hesaplaması yapılmıştır. Akıl yürütme türleri, temsil türleri ve ilişkilendirme ve iletişim türleri için de aynı işlem yapılmıştır.

Soruların ve olası çözümlerin hangi alt öğrenme alanlarına ve süreç standartlarına ait olduğunun tespitinin nasıl yapıldığına dair örnek Şekil 1'de gösterilmiştir.

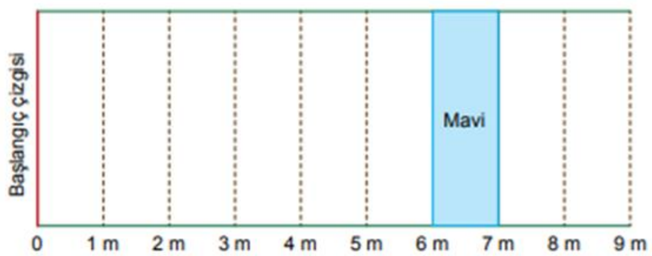
Şekil 1

2020 Yılında Uygulanan LGS'de Yer Alan Bir Matematik Sorusu Örneği

a, b birer doğal sayı olmak üzere

$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$ dir.

Bir bilye atma oyununa ait, kısa kenar uzunluğu 1 m olan dokuz eş dikdörtgensel bölgeden oluşan oyun parkuru aşağıda verilmiştir.



Başlangıç çizgisinden atış yapan bir oyuncunun attığı bilye, parkurda gösterilen mavi bölgede kalmıştır.

Buna göre bu bilyenin başlangıç çizgisine uzaklığı metre cinsinden aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) $2\sqrt{10}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{13}$

Şekilde 1'deki 2020 yılına ait matematik sorusu "kareköklü ifadeler" alt öğrenme alanına aittir.

Problem durumu soruda şekil ile birlikte verildiğinden soru resim ile temsile uygundur. Ayrıca, problem durumu yazı dili ile de anlatıldığından formel olmayan dilin kullanımı olarak da kodlanmıştır. Öğrencinin şekil üzerinde verilen durumu anlamlandırması gerektiğinden öğrencide şekil ile ifade etme becerisinin bulunması beklenmektedir, İrrasyonel sayılarla dikdörtgen şeklindeki oyun parkurunun kenar uzunluk ölçüleri ile ilişkilendirmesi ile gerçek hayatla ilişkilendirme yapılmıştır.

Atılan bilyenin 6 m ile 7 m arasında olması gerektiğinin yorumlanması gerekmektedir. Bu ifade $6<x<7$ eşitsizliği ile yazılabileceğinden sorunun olası çözümünde cebirsel temsil kullanılabilir bu şeklide formel dil de kullanılmış olacaktır. İrrasyonel ifadelerde sıralama yapabilmek için sayı doğrusu çizilebilir, böylece çözüm grafik ile temsil edilmiş olur, iletişim boyutunda ise grafik ile iletişim sağlanmış olacaktır. Verilen yazılı ifadenin eşitsizlik ile ifade edilmesi ve irrasyonel ifadelerin sayı doğrusunda gösterilmesi kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme olarak kodlanmıştır. Ayrıca soruda rasyonel sayılardaki sıralama ile irrasyonel sayılarla sıralama arasında; ölçme ve rasyonel irrasyonel sayılar arasında ilişkilendirme yapılarak kavramla diğer kavramlar arasında ilişki kurulmuştur. Soruda kullanılacak formülün verildiğinden “rehber algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme”, çözümde faydalanılacak formül bilindiğinden “bilinen algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme” olarak kodlanmıştır. Verilen soru problem olarak değerlendirilip $6<x<7$ eşitsizliği kurulabileceğinden problem çözme stratejilerinden “değişken kullanma (denklem veya eşitsizlik kurma)” stratejisi şeklinde kodlanmıştır.

Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Bu çalışma, araştırma problemleri ve alt problemleri doğrultusunda yapılan alan yazın taraması sonucu elde edilen çalışmalara bağlı kalınarak yürütülmüştür. Sınav soruları, iki tane 8. sınıf ders öğretmeni ve bir matematik eğitimi uzmanı olmak üzere üç kere incelenerek araştırmanın güvenirliği arttırılmaya çalışılmıştır. Süreç becerilerine dair kodlamalarda ortaya çıkan farklılıklarda araştırmacı ile matematik eğitim uzmanı bir araya gelmiş, fikir birliğine varılıncaya kadar üzerinde görüşülmüştür

Çalışmada geçerliği sağlamak için gerekli olan uygunluk, anlamlılık ve faydalılık için araştırmanın amacına uygun bir analiz çerçevesi her bir süreç becerisi için veri analizi başlığı altında verildiği gibi detaylı açıklanmıştır (Fraenkel vd.,2012). Bu bahsedilenler ışığında çalışmanın geçerlik ve güvenirlik şartlarını sağladığı sonucuna ulaşılabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Bölüm 4

Bulgular ve Yorumlar

Bu çalışmada LGS'deki matematik sorularının NCTM süreç standartlarına ve Matematik Öğretim Programı alt öğrenme alanlarına göre dağılımının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç dâhilinde 2020 ve 2021 yıllarında Milli Eğitim Bakanlığı tarafından sınava girmek isteyen tüm 8. sınıf öğrencilerine uygulanmak amacıyla düzenlenen sınavların matematik soruları tek tek ele alınarak alt öğrenme alanlarına ve NCTM süreç standartlarına dağılımları belirlenmiştir. Bütün sorular alt öğrenme alanlarına ve NCTM süreç standartlarına göre incelendikten sonra elde edilen veriler yüzde ve frekans kullanılarak analiz edilmiştir. Elde edilen bulguların istatistiksel analizleri sütun grafiği ve tablolar halinde sunulmuştur.

Birinci Alt Probleme Yönelik Bulgular

Bu bölümde LGS'deki matematik sorularının alt öğrenme alanlarına göre dağılımlarına yönelik bulgular paylaşılacaktır.

2019-2020 Yıllarında Uygulanan LGS'deki Matematik Sorularının Alt Öğrenme Alanlarına Göre Dağılımlarının İncelenmesi

Araştırmanın bu bölümünde 2020 yılındaki LGS sınavında bulunan 20 matematik sorusunun alt öğrenme alanlarına göre dağılımları incelenecektir. Elde edilen bilgiler Tablo 3'te gösterilmiştir.

Tablo 3

2020 Yılındaki LGS'de Sorulan Matematik Sorularının Alt Öğrenme Alanlarına Göre Frekans ve Yüzdeleri

Alt Öğrenme Alanı	f	%
Çarpanlar ve Katlar	4	%20
Üslü İfadeler	4	%20

Kareköklü İfadeler	3	%15
Doğrusal Denklemler	-	-
Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler	3	%15
Eşitsizlikler	-	-
Üçgenler	-	-
Geometrik Cisimler	-	-
Dönüşüm Geometrisi	-	-
Eşlik ve Benzerlik	-	-
Veri Analizi	3	%15
Basit Olayların Olma Olasılığı	3	%15
Toplam	20	%100

2020 yılının 11 Mart tarihinde ilk Covid-19 vakasının görülmesinin ardından 14 Mart tarihinden itibaren MEB'e bağlı tüm okullarda yüz yüze eğitime ara verildiği için 2020 yılında yapılan sınavda öğrencilerin sadece ilk dönem konularından sorumlu tutulacağı 26 Mart 2020 tarihinde MEB tarafından www.meb.gov.tr adresinden duyurulmuştur. Böylece matematik dersinde sorumlu olunan konular "çarpanlar ve katlar", "üslü ifadeler", "kareköklü ifadeler", "veri analizi", "basit olayların olma olasılığı", "cebirsel ifadeler ve özdeşlikler" olarak verilmiştir. Tablo 3'teki bilgiler incelendiğinde, 2020 senesinde uygulanan LGS'de bulunan toplam 20 sorunun %20'sini "çarpanlar ve katlar", %20'sini "üslü ifadeler", %15'ini "kareköklü ifadeler", %15'ini "cebirsel ifadeler ve özdeşlikler", %15'ini "veri analizi", %15'ini "basit olayların olma olasılığı" alt öğrenme alanları oluşturmaktadır. Öğrencilerin sorumlu oldukları tüm alt öğrenme alanlarından soruların bulunduğu görülmüştür.

2020-2021 Yıllarında Uygulanan LGS'deki Matematik Sorularının Alt Öğrenme Alanlarına Göre Dağılımlarının İncelenmesi

Araştırmanın bu bölümünde 2021 yılındaki LGS'de sorulan 20 matematik sorusunun alt öğrenme alanlarına göre dağılımları incelenecektir. Elde edilen bulgular Tablo 4'te gösterilmiştir.

Tablo 4

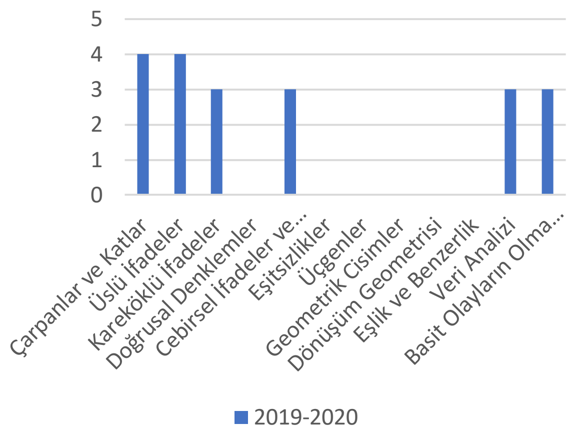
2020 ve 2021 Yıllarındaki LGS'ye Ait Matematik Sorularının Alt Öğrenme Alanlarına Göre Frekans ve Yüzdeleri

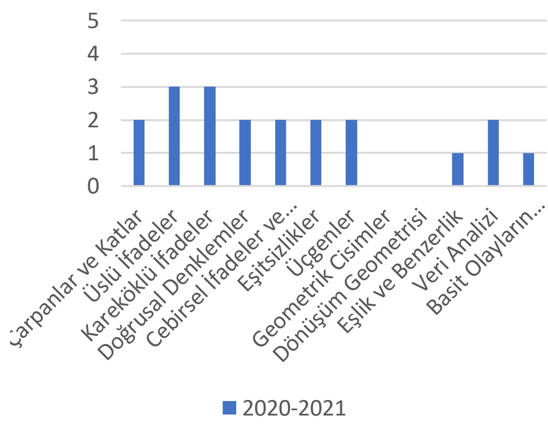
Alt Öğrenme Alanı	f	%
Çarpanlar ve Katlar	2	%10
Üslü İfadeler	3	%15
Kareköklü İfadeler	3	%15
Doğrusal Denklemler	2	%10
Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler	2	%10
Eşitsizlikler	2	%10
Üçgenler	2	%10
Geometrik Cisimler	-	-
Dönüşüm Geometrisi	-	-
Eşlik ve Benzerlik	1	%5
Veri Analizi	2	%10
Basit Olayların Olma Olasılığı	1	%5
Toplam	20	%100

Tablo 4'teki bulgulara göre sınavdaki soruların %10'unu "çarpanlar ve katlar", %15'ini "üslü ifadeler", %15'ini "kareköklü ifadeler", %10'unu "cebirsel ifadeler ve özdeşlikler", %10'unu "eşitsizlikler", %10'unu "doğrusal denklemler", %10'unu "üçgenler", %10'unu "veri analizi", %5'ini "basit olayların olma olasılığı", %5'ini "eşlik ve benzerlik" alt öğrenme alanları oluşturmaktadır. "Basit olayların olma olasılığı" ile "eşlik ve benzerlik" %5 ile en az yüzdeye sahip alt öğrenme alanları olmuştur. "Geometrik cisimler ve dönüşüm geometrisi" alt öğrenme alanlarından ise soru sorulmadığı görülmüştür.

Şekil 2

2020 ve 2021 Yıllarına Ait LGS'deki Matematik Sorularının Alt Öğrenme Alanlarına Göre Dağılımları





2019-2020 ve 2020-2021 eğitim öğretim yılları sonunda yapılan LGS sınavlarının matematik sorularının alt öğrenme alanlarına göre dağılımları incelendiğinde Şekil 2'deki bulgular elde edilmiştir. Buna göre veri analizi alt öğrenme alanından sorulan soru sayısı her iki yıl için de aynı iken "çarpanlar ve katlar", "üslü ifadeler", "kareköklü ifadeler", "cebirsel ifadeler ve özdeşlikler", "basit olayların olma olasılığı" alt öğrenme alanlarından sorulan soruların 2020 yılında 2021 yılına göre daha fazla olduğu görülmüştür. Ancak pandemi de göz önüne alınarak yapılmış olan 2020 yılı sınavının soruları, sınav öncesi yayımlanan tüm konuları içerdiğinden ve konuların dağılımı neredeyse homojen olduğundan bu yıl uygulanan sınavın alt öğrenme alanlarına dağılımı uygun görülmüştür. 2021 yılında ise öğrenciler tüm konulardan sorumlu olmasına rağmen "geometrik cisimler ve dönüşüm geometrisi" alt öğrenme alanlarından ise soru sorulmadığı için alt öğrenme alanlarına dağılımı uygun değildir. Böylece 2 yıl boyunca bu iki konunun değerlendirmesi merkezi sınav tarafından yapılamamıştır.

İkinci Alt Probleme Yönelik Bulgular

Bu bölümde, 2019-2020 ve 2020-2021 eğitim ve öğretim yıllarının sonunda uygulanan LGS matematik sorularında ve soruların olası çözümlerinde kullanılabilecek süreç standartları incelenerek dağılımlarına ve ele alınışlarına yönelik bulgular paylaşılacaktır.

2020 ve 2021 Yıllarında Uygulanan LGS'deki Matematik Soruları Problem Çözme Standardına Göre Değerlendirildiğinde Bu Soruların Olası Çözümlerinde Kullanılabilecek Problem Çözme Stratejilerinin İncelenmesi

2020 ve 2021 yıllarında uygulanmış olan LGS'deki matematik sorularının olası çözümleri incelenerek öncelikle problem olan ve problem olarak kabul edilmeyen sorular belirlenmiştir.

Tablo 5

2020 ve 2021 Yıllarındaki LGS Matematik Sorularının Problem Çözme Standardına Göre Frekans ve Yüzdeleri

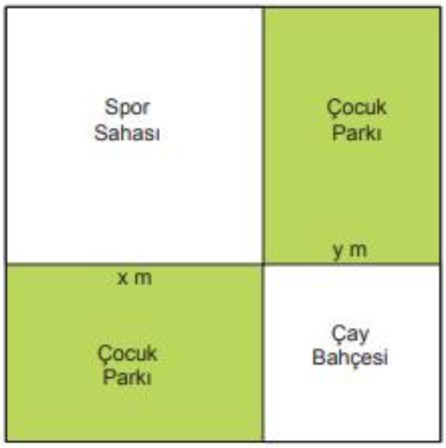
	2020		2021	
	f	%	f	%
Problem Çözme Standardı	18	%90	19	%95
Toplam	20	%100	20	%100

Tablo 5'te problem olarak kabul edilen yani problem çözme standardına uygun görülen soruların frekans ve yüzdeleri verilmiştir. Buna göre 2020 yılındaki sorulardan 18 tanesi yani %90'ı ve 2021 yılındaki sorulardan 19 tanesi yani %95'i problem çözme standardına uygun bulunmuştur. Şekil 3'te problem çözme standardına uygun olmayan bir örnek verilmiştir.

Şekil 3

2021 Yılındaki LGS'de Problem Çözme Standardına Dâhil Edilmeyen Soru Örneği

1. Kare şeklindeki bir arsada kenar uzunluğu x m olan kare şeklinde bir bölge spor sahası, kenar uzunluğu y m olan kare şeklinde bir bölge de çay bahçesi olarak aşağıdaki gibi planlanmıştır. Kalan bölgeler ise çocuk parkı olarak ayrılmıştır.



Buna göre çocuk parkı olarak ayrılan bölgelerin alanları toplamını metrekare cinsinden veren cebirsel ifade aşağıdakilerden hangisidir?

A) xy B) 2xy C) 3xy D) 4xy

Şekil 3, cebirsel ifadeler ve özdeşlikler alt öğrenme alanına ait olup cebirsel ifadelerle işlemlerin ve kazanımların doğrudan uygulanmasını sorgulayan bir örnektir.

Daha sonra soruların olası çözümleri incelenerek Tablo 6'daki bulgular elde edilmiştir.

Tablo 6

2020 ve 2021 Yıllarındaki LGS Matematik Sorularının Olası Çözümlerinin Problem Çözme Stratejilerine Göre Frekans ve Yüzde Dağılımları

	2020		2021	
Problem Çözme Stratejileri	f	%	f	%
Bilinçli Tahmin ve Kontrol	5	%25	4	%20
Şekil veya Diyagram Çizme	-	-	2	%10
Benzer Basit Problemlerin Çözümünden Yararlanma	1	%5	2	%10

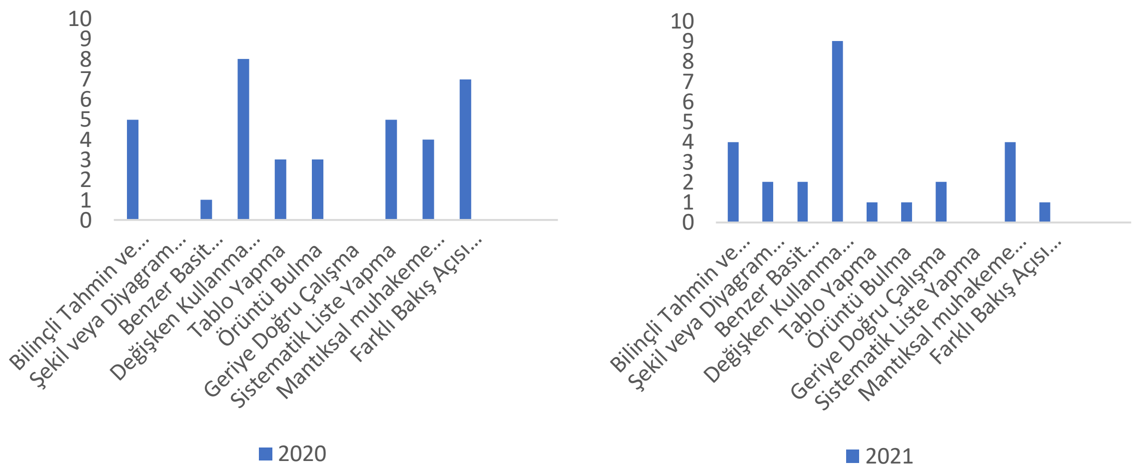
Değişken Kullanma (Denklem Veya Eşitsizlik Kurma)	8	%40	10	%50
Tablo Yapma	3	%15	1	%5
Örüntü Bulma	3	%15	1	%5
Geriye Doğru Çalışma	-	-	3	%15
Sistematik Liste Yapma	5	%25	-	-
Mantıksal Muhakeme Etme	4	%20	4	%20
Farklı Bakış Açısı Geliştirme	7	%35	1	%5

Tablo 6’daki bulgulara göre 2020 yılındaki sınavda “bilinçli tahmin ve kontrol stratejisinin kullanılabileceği sorular %25, “benzer basit problemlerin çözümünden yararlanma” stratejisinin kullanılabileceği sorular %5, “değişken kullanma (denklem veya eşitsizlik kurma)” stratejisinin kullanılabileceği sorular %40, “tablo yapma” stratejisinin kullanılabileceği sorular %15, “örüntü bulma” stratejisinin kullanılabileceği sorular %15, “sistematik liste yapma” stratejisinin kullanılabileceği sorular %25, “mantıksal muhakeme etme” stratejisinin kullanılabileceği sorular %20 ve “farklı bakış açısı geliştirme” stratejisinin kullanılabileceği sorular %35’tir. 2020 yılındaki sınavda “şekil ve diyagram çizme” ve “geriye doğru çalışma” stratejilerinin kullanımına uygun bir sorunun bulunmadığı görülmüştür.

2021 yılındaki sınavda ise “bilinçli tahmin ve kontrol stratejisinin kullanılabileceği sorular %20, “şekil ve diyagram çizme” stratejisinin kullanılabileceği sorular %10, “benzer basit problemlerin çözümünden yararlanma” stratejisinin kullanılabileceği sorular %10, , “değişken kullanma (denklem veya eşitsizlik kurma)” stratejisinin kullanılabileceği sorular %50, “tablo yapma” stratejisinin kullanılabileceği sorular %5, “örüntü bulma” stratejisinin kullanılabileceği sorular %5, “geriye doğru çalışma” stratejisinin kullanılabileceği sorular %15, “mantıksal muhakeme etme” stratejisinin kullanılabileceği sorular %20 ve “farklı bakış açısı geliştirme” stratejisinin kullanılabileceği sorular %5’tir. 2021 yılındaki sınavda “sistematik liste yapma” stratejisinin kullanımına uygun bir sorunun bulunmadığı görülmüştür.

Şekil 4

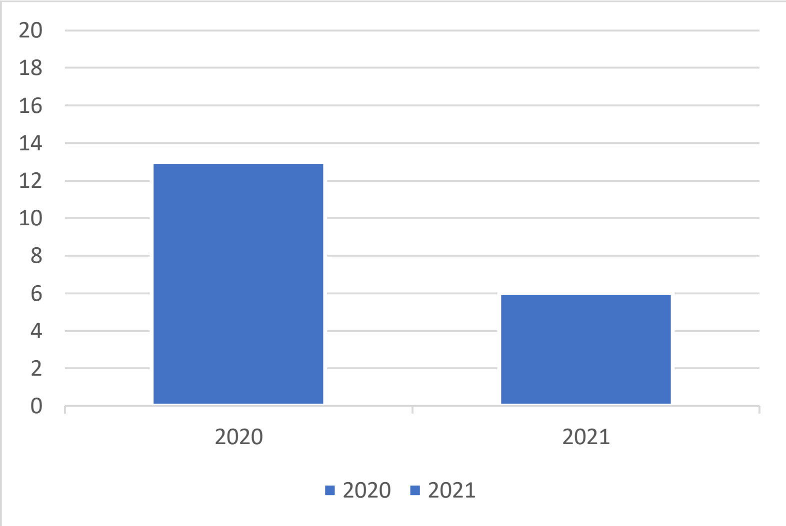
2020 ile 2021 Yıllarına Ait LGS Matematik Sorularının Olası çözümlerinde Kullanılabilecek Problem Çözme Stratejilerine Göre Dağılımı



Şekil 4’te verilen grafiğe göre “değişken kullanma (denklem veya eşitsizlik kurma)” stratejisi hem 2020 yılında hem de 2021 yılındaki soruların olası çözümlerinde en çok kullanılan strateji olmuştur. 2021 yılında kullanımı artan stratejiler “şekil veya diyagram çizme”, “benzer basit problemlerin çözümünden yararlanma” ve “değişken kullanma (denklem veya eşitsizlik kurma)” stratejileridir. 2021 yılında kullanımı azalan stratejiler ise “bilinçli tahmin ve kontrol stratejisi”, “tablo yapma” stratejisi, “örüntü bulma” stratejisi, “mantıksal muhakeme etme” stratejisi ve “farklı bakış açısı geliştirme” stratejisidir.

Şekil 5

2020 ile 2021 Yıllarında Kullanılan LGS Matematik Sorularının Olası çözümlerinde Birden Fazla Strateji ile Çözülebilecek Sorular

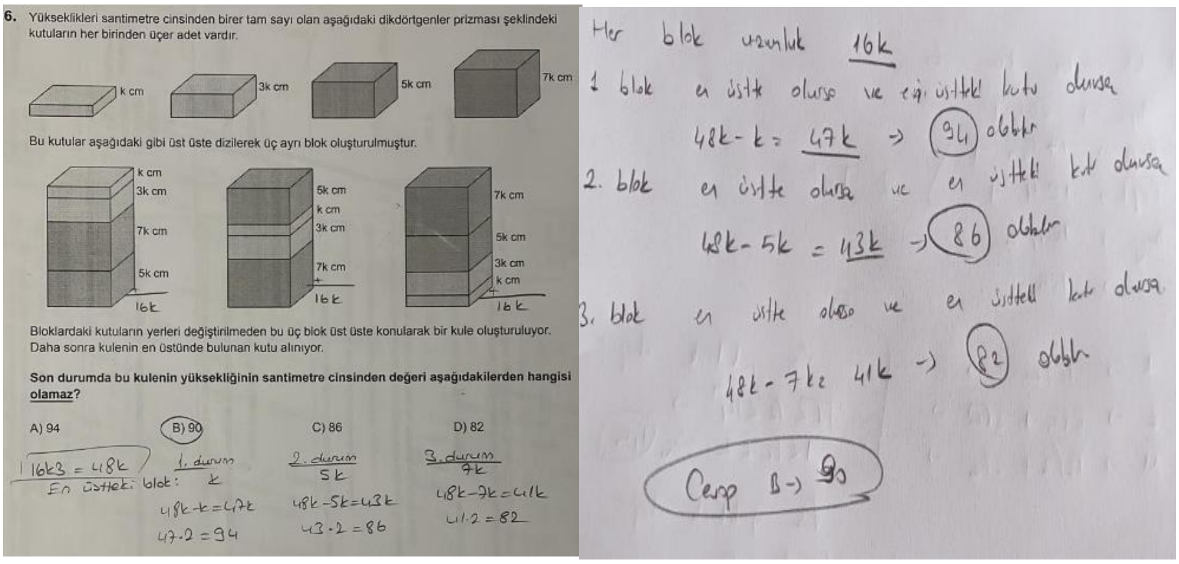


Bazı sorularda birden fazla strateji aynı çözüm içinde kullanılırken bazı sorularda sorunun farklı çözümlerinde farklı stratejilerin kullanıldığı tespit edilmiştir. Şekil 5'te 2020 yılındaki sınav sorularının olası çözümleri ile 2021 yılındaki sınav sorularının olası çözümlerine bakılarak iki sınavda da birden fazla stratejinin kullanıldığı soruların sayıları karşılaştırılmıştır. Buna göre 2020 yılındaki sınav sorularında birden fazla stratejinin kullanımına uygun olan soru sayısının 2021 yılındaki sınav sorularındakinden fazla olduğu görülmüştür.

Aşağıdaki şekillerde problem çözme standardına dâhil edilen birkaç soru gösterilmiştir. Bu soruların çözümleri anlatılarak hangi problem çözme stratejisi ile çözülebileceği açıklanmıştır.

Şekil 6

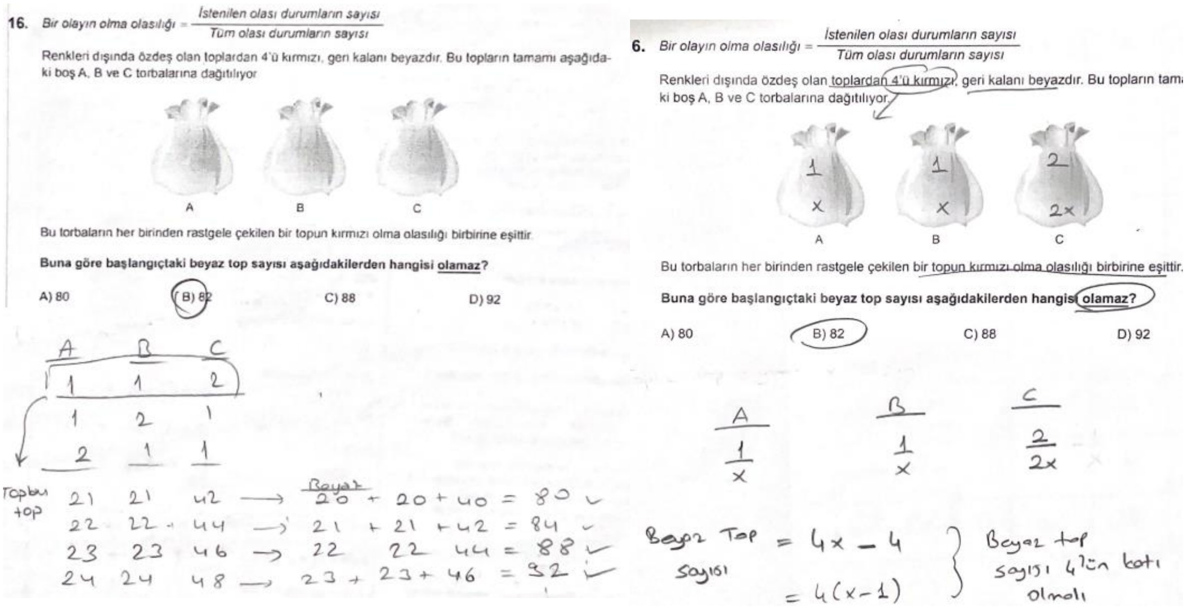
2020 Yılındaki LGS'ye Ait Bilinçli Tahmin ve Kontrol Stratejisi ve Sistematik Liste Yapma Stratejisi ile Çözülebilen Soru Örneği



Şekil 6'da da iki öğretmenin çözümünde de görüldüğü gibi aynı stratejiler izlenmiştir. Verilen soruda öğrencinin uygulayabileceği stratejilerden olan "bilinçli tahmin ve kontrol stratejisi" ve "sistematik liste yapma stratejisi" birlikte kullanılarak sonuca ulaşılabilecektir. Her bir kule yüksekliği 16k olacaktır bu kuleler üst üstü konulduğunda 3x16k=48k yüksekliğe ulaşılacaktır. Daha sonra üç durum listelenecek ve elde edilen 47k, 43k, 41k değerlerinde "k" değişkeni yerine 2 yazılabileceği tahmin edilip sonuçlar kontrol 90 sayısını elde edemeyeceğini görülebilecektir. Bu soru tek bir çözümde birden fazla stratejinin kullanıldığı bir sorudur.

Şekil 7

2020 Yılındaki LGS'ye Ait Sistematik Liste, Bilinçli Tahmin ve Kontrol, Değişken Kullanma (Denklem veya Eşitsizlik Kurma) ve Örüntü Bulma Stratejileri ile Çözülebilen Soru Örneği

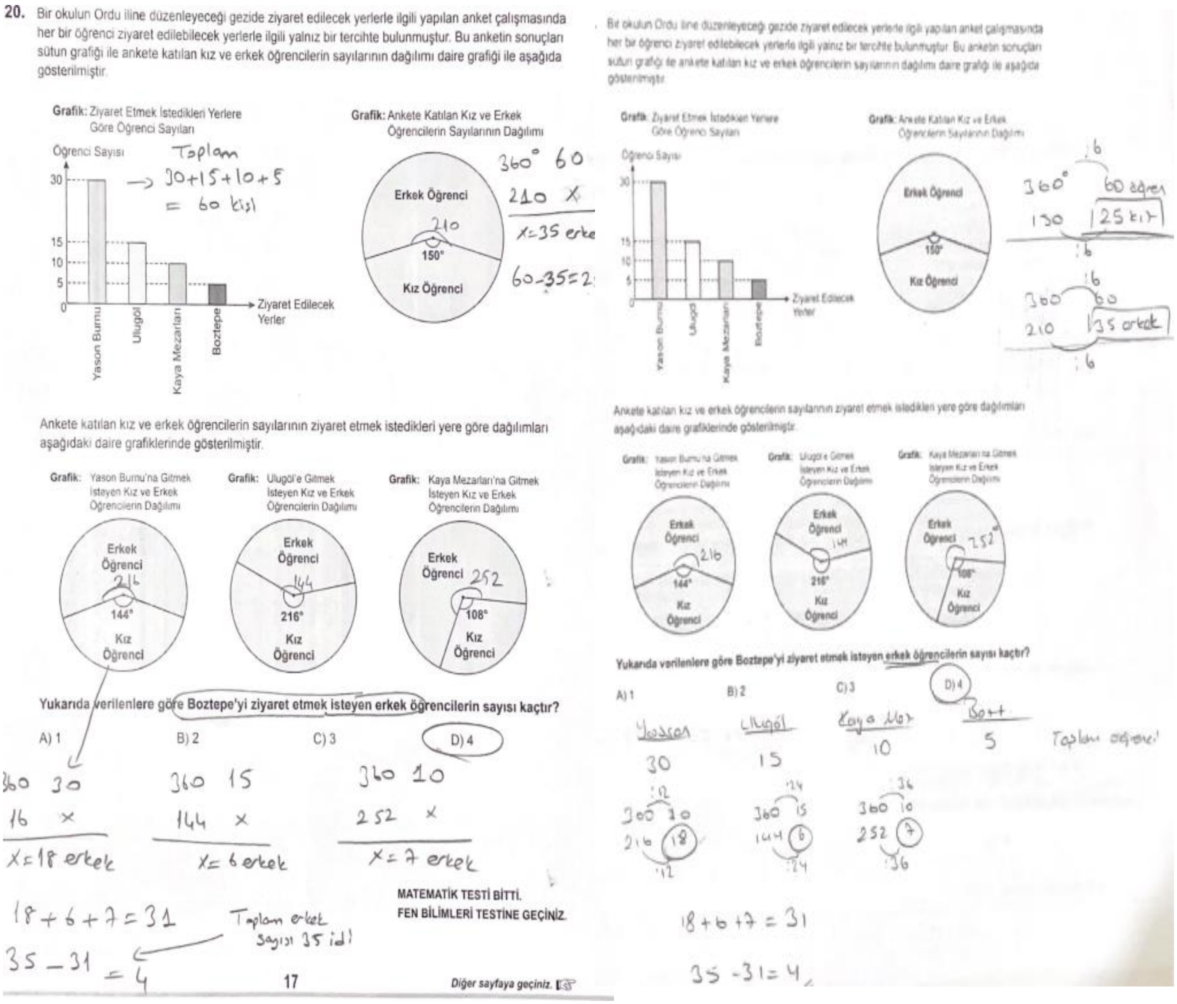


Şekil 7'de verilen örnekte ilk çözümdeki gibi sistematik liste yapma ve tahmin ve kontrol stratejisi birlikte kullanılabilir. Soruda kırmızı top çekme olasılığının eşit olması istendiği için üç torbada da kırmızı top bulunmalıdır ve bunu sağlayan üç durum şu şekilde listelenebilir; 1. durum için, kırmızı top çekme olasılığı eşit olması gerektiğinden, C torbasındaki toplam top sayısı, A ve B torbalarındakinin 2 katı olmalıdır. Öncelikle en basitten başlayarak A ve B torbalarında 1'er tane kırmızı top dışında 1'er tane de beyaz top olmak üzere toplamda 2'şer tane top olduğu düşünülür. Böylece C torbasında toplam 4 top olması gerekir. Ancak verilen değerler sonuçtan çok uzaktır. Bu nedenle sonuca daha yakın değerler elde etmek için daha büyük sayılar tahmin edilerek çözüme devam edilir. Elde edilen sonuçların bir öncekine göre 4 arttığı için bir bağıntı elde edilmiş olur ve diğer olasılıklar bu kurala göre belirlenebilir. Şıklardaki 82 sayısı bu kurala uymadığı için cevap B seçeneğidir. Aynı sonuca 2. ve 3. durumlar kullanılarak da ulaşılabilir.

Verilen soru ayrıca değişken kullanma (denklem veya eşitsizlik kurma) stratejisi ile de çözülebilir. İlk çözüm ile aynı mantık ile C torbasındaki toplam top sayısı, A ve B torbalarındakinin 2 katı olmalıdır. Bu durum A ve B torbalarında x ve C torbasında 2x olarak değişken ile ifade edilebilir. Toplam top sayısı 4x olacaktır ve toplam kırmızı top sayısı 4 olduğundan geri kalanlar beyaz top olmalıdır. Beyaz top sayısı=4x-4 denklemi 4 ortak parantezine alındığında beyaz top sayısının 4'ün katı olması gerektiği görülecektir. Bu soruda birden fazla strateji hem aynı çözümde hem farklı çözümlerde kullanılmıştır.

Şekil 8

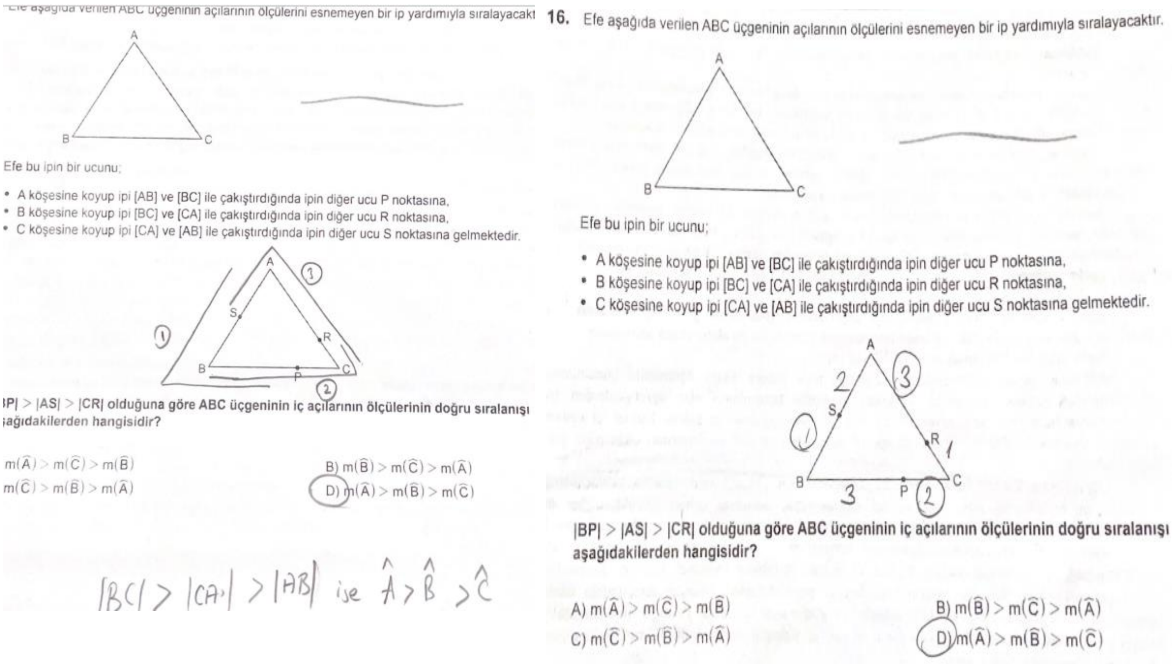
2020 Yılı LGS'ye Ait Tablo Yapma Stratejisi Kullanılan Soru Örneği



Şekil 8'deki görüldüğü gibi iki çözüm de benzer şekilde yapılmıştır. Sütun grafiğinden toplam öğrenci sayısının 30+15+10+5=60 olarak hesapladıktan sonra daire grafiğindeki oranları kullanarak toplam kız öğrenci ve toplam erkek öğrenci sayıları elde edilebilir. Aynı şekilde gezilecek yerler için verilen grafiklerde de kız ve erkek öğrenci sayıları orantı kavramı kullanarak istenilenleri bulunabilir. Kız ve erkek öğrenci sayıları hesaplandıktan sonra ikinci çözümde açıkça görüldüğü gibi tablo oluşturularak gezilecek yerlerdeki erkek öğrenci sayıları belirlenebilir.

Şekil 9

2021 Yılındaki LGS'ye Ait Farklı Bakış Açısı Geliştirme ve Benzer Basit Problemlerin Çözümünden Yararlanma Stratejisi Kullanılan Soru Örneği



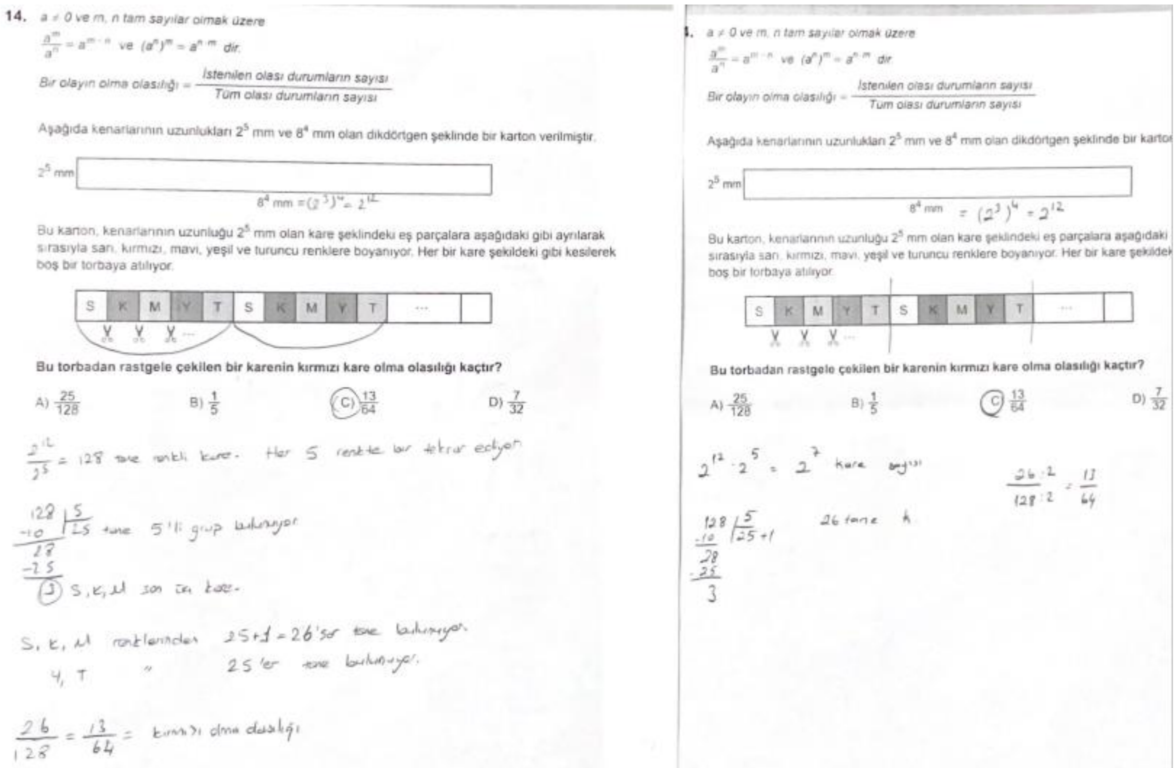
Şekil 9'da görüldüğü gibi çözüm farklı şekillerde ifade edilmiştir. İlk çözümde olduğu gibi üç durumda da ipin uzunluğu eşit olması gerektiğinden [AB]+[BP]=[BC]+[CR]=[CA]+[AS] eşitlikleri kurulabilir ve verilen eşitsizlikten faydalanılarak [AB]< [CA]< [BC] olduğu görülür. Büyük kenarın karşısında büyük açı bulunduğundan m($\hat{A}$)> m($\hat{B}$)> m($\hat{C}$) sıralaması elde edilir. Bu çözümde farklı bakış açısı geliştirme stratejisi kullanılmıştır.

İkinci çözümde olduğu gibi veriler karmaşık gelebileceğinden uzunlukların isimleri yerine sayısal değerlerin verilmesi çözümü bulmak için faydalı olabilir. |BP|> |AS|>|CR| sıralamasına göre değerler verilir. |BP|=3, |AS|=2, |CR|=1 olsun; ip A köşesine koyulduğunda 3+2=5 üzerine |SB| kadar bir uzunluk, B köşesine koyulduğunda 3+1=4 üzerine |PC| kadar bir uzunluk, C köşesine koyulduğunda 1+2=3 üzerine |AR| kadar bir uzunluk eklenmelidir. İpin uzunluğu aynı olması gerektiğinden eklenecek miktar |AR-|>|PC|>|SB| şeklinde olmalıdır. Burada da |AR|=3, |PC|=2 ve |SB|=1 değerleri verilebilir.

Böylece [AB]=2+1=3, [AC]=3+1=4, [BC]=3+3=6 bulunur. Büyük kenarın karşısında büyük açı bulunduğundan m($\hat{A}$)> m($\hat{B}$)> m($\hat{C}$) sıralaması elde edilir. Bu şekilde verilen soruda iki farklı çözüm ile sonuca ulaşılabilmektedir.

Şekil 10

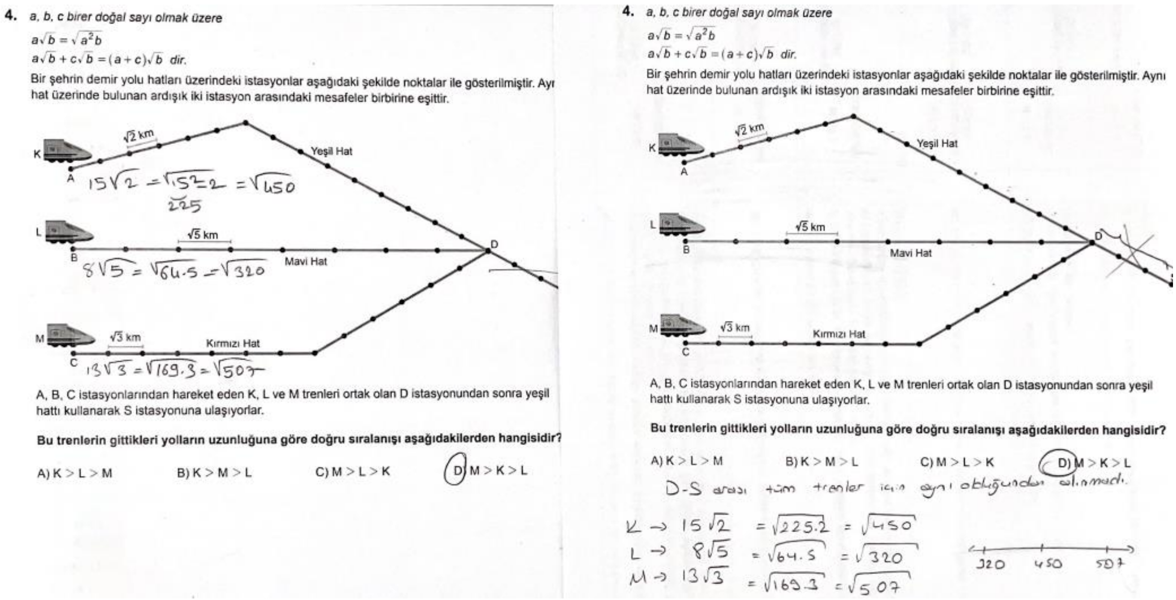
2021 Yılındaki LGS'ye Ait Örüntü Bulma Stratejisi Kullanılan Soru Örneği



Şekil 10'da görüldüğü gibi iki çözümde de yanan renklerin 5 renkte bir tekrar edeceğine dikkat edilerek bağıntı kullanma stratejisinden faydalanılmıştır. Renkler kare olarak kesileceği için diğer kenarlar da 2^5mm uzunluğuna eşittir. Uzun kenar $8^4=2^{12}$ mm olduğundan verilen kartonun $2^{12}/2^5=128$ tane kareden oluştuğu elde edilir. Renkler 5 renkte bir tekrar edeceği için 128 5'e bölünerek 5 tane 5'li grup olduğu ve 3 karenin arttığı görülür. Artan kareler sarı, kırmızı ve mavi renkli karelerdir. Her grup içinde de bu renklerden olduğundan kırmızı renkli toplam kare sayısı (5x5)+1=26 tanedir. Kırmızı rengi çekme olasılığı, verilen olasılık formülünden, 26/128=13/64 elde edilir.

Şekil 11

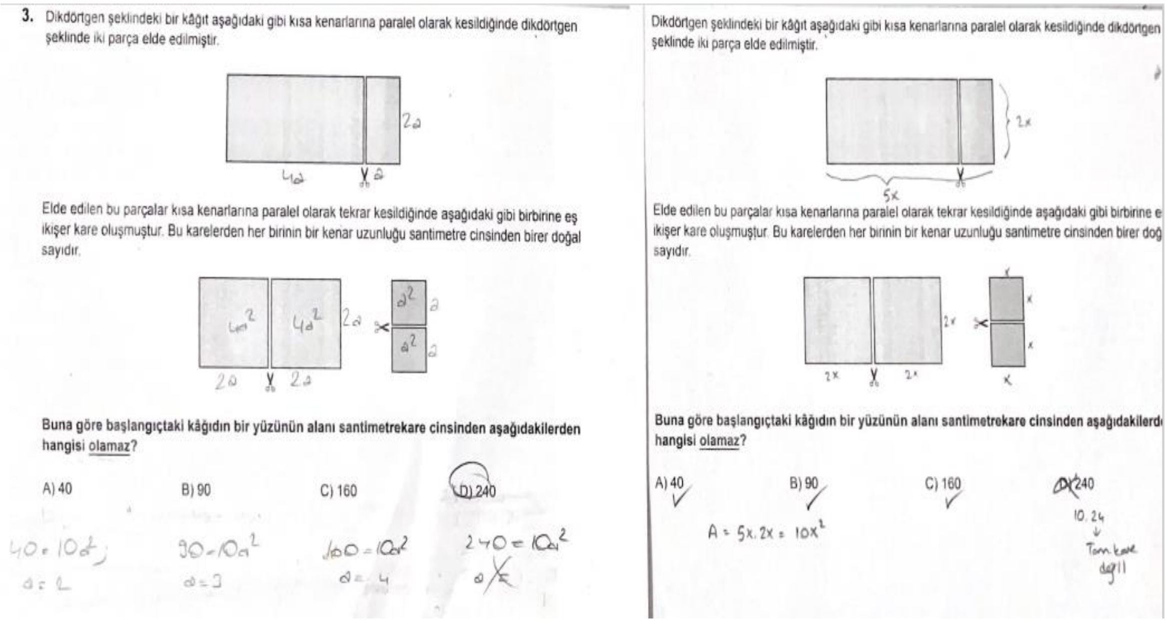
2020 Yılındaki LGS'ye Ait Farklı Bakış Açısı Geliştirme ve Muhakeme Etme Stratejisi Kullanılan Soru Örneği



Şekil 11'de görüldüğü gibi iki çözümde de aynı stratejiler kullanılmıştır. Verilen trenlerin A, B, C istasyonlarından itibaren kaç durak gideceklerini ve D ile S durağı arasını, her tren için aynı mesafe olduğundan, sayılmayacağını yorumlamalıdır. K için gidilen yol 15$\sqrt{2}$; L için gidilen yol $8\sqrt{5}$; M için gidilen yol 13$\sqrt{3}$ olarak bulunduktan sonra verilmiş olan formül uygulanarak sıralama yapılacaktır. Gidilen yolu bulmak için soruda verilen formülün kullanılabileceği gibi farklı bakış açısı geliştirilerek aralıkların sayısına bakılabilir. $15\sqrt{2} = \sqrt{15^2 x2} = \sqrt{450}$, $8\sqrt{5} = \sqrt{8^2 x5} = \sqrt{320}$, $13\sqrt{3} = \sqrt{13^2 x3} = \sqrt{507}$ hesaplandıktan sonra en uzun yolu M ve en kısa yolu L treninin aldığı hesaplanır ve M> K>L sonucuna ulaşılır.

Şekil 12

2021 Yılındaki LGS'de Bilinçli Tahmin ve Kontrol, Geriye Doğru Çalışma ve Değişken Kullanma (Denklem veya Eşitsizlik Kurma) Stratejisi Kullanılan Soru Örneği



Şekil 12’de iki çözümde de geriye doğru çalışma stratejisi kullanılarak başlangıçta verilen büyük dikdörtgenin alanını hesaplayabilmek için öncelikle son durumda elde edilen küçük kareler hesaplanabilir. Bu amaçla küçük karenin bir kenarına “x” değişkeni verilip şekildeki diğer karelerin kenar uzunlukları da “x” cinsinden ifade edilebilir. Bu şekilde tüm alanların toplamı yani büyük dikdörtgenin alanı $10x^2$ olarak hesaplanır. x’in değerini bulabilmek için bilinçli tahmin ve kontrol stratejisinden faydalanılabilir. Böylece $10x^2=240$ eşitliğinin, x’in değeri bir doğal sayı olmayacağı için, sağlanmadığı görülebilir.

2020 ve 2021 Yıllarındaki LGS Matematik Sorularının Olası Çözümlerinde Kullanılabilecek Akıl Yürütme Türlerinin İncelenmesi

2020 ve 2021 yıllarında uygulanan LGS’deki matematik sorularının olası çözümlerinde kullanılabilecek akıl yürütme türlerinin frekans ve yüzdeleri Tablo 7’de verilmiştir. Hangi akıl yürütme türünün nasıl işe koşulduğu örneklerle açıklanmıştır.

Tablo 7

2020 ve 2021 Yıllarındaki LGS Matematik Sorularının Olası Çözümlerinin Akıl Yürütme Türlerine Göre Frekans ve Yüzde Dağılımları

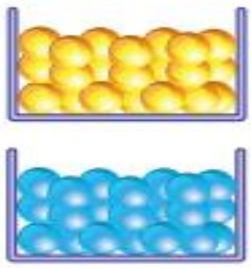
Akıl Yürütme Türleri	2020		2021	
	f	%	f	%
Ezbere Dayalı Matematiksel Akıl Yürütme	-	-	-	-
Bilinen Algoritmaya Dayalı Matematiksel Akıl Yürütme	10	%50	9	%45
Sınırlandırılmış Algoritmaya Dayalı Matematiksel Akıl Yürütme	10	%50	11	%55
Rehber Algoritmaya Dayalı Matematiksel Akıl Yürütme	8	%40	9	%45
Yaratıcı Matematiksel Akıl Yürütme	-	-	-	-

Tablo 7'deki bulgular incelendiğinde hem 2020 yılında uygulanan sınavda hem de 2021 yılında uygulanan sınavda "ezbere dayalı matematiksel akıl yürütme" ve "yaratıcı matematiksel akıl yürütme" türlerinde soruların bulunmadığı görülmektedir. Bu verilerden hareketle sınav sorularının sadece ezber yapılarak çözülebilen veya öğrencinin yeni bir strateji/formül oluşturmasını gerektiren soruların bulunmadığı tespit edilmiştir. 2020 yılındaki sorular incelendiğinde en az "rehber algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme" türünde sorular olduğu görülmüştür. "Ezbere dayalı matematiksel akıl yürütme" ile "bilinen algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme" türündeki soru sayıları ise birbirine eşittir. 2021 yılındaki sorular incelendiğinde ise en çok "sınırlandırılmış algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme" türünde sorular olduğu; "rehber algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme" ve "bilinen algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme" türlerindeki soru sayılarının birbirine eşit olduğu görülmüştür.

Şekil12

2020 Yılı LGS'ye Ait Bilinen Algoritmaya Dayalı Matematiksel Akıl Yürütme ile Çözülen Soru Örneği

8. Aşağıda her birinin kütlesi 3 g olan sarı boncuklardan ve her birinin kütlesi 5 g olan mavi boncuklardan yeterli sayıda verilmiştir. Bu boncuklar kullanılarak bir kolye yapılmıştır.



Kolyedeki mavi boncukların toplam kütlesi sarı boncukların toplam kütlesine eşittir.

Kullanılan boncukların toplam kütlesi 230 gramdan az olduğuna göre bu kolyedeki sarı boncukların sayısı ile mavi boncukların sayısı arasındaki fark en fazla kaçtır?

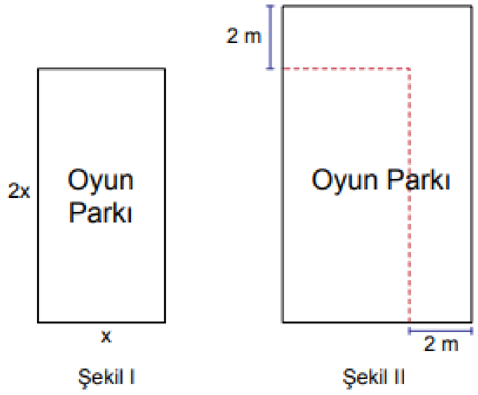
A) 14 B) 15 C) 28 D) 30

Şekil 12'de öğrenciden sarı boncuklar ile mavi boncukların arasındaki en fazla farkın bulunması istenmiştir. Soru kökünde kullanılan 'en fazla' tanımı, öğrencinin EKOK kullanması gerektiğini düşündürebilir. Bu şekilde anahtar kelimelerin kullanıldığı akıl yürütmeler 'bilinen algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme' olarak değerlendirilmiştir.

Şekil 13

2020 Yılı LGS'ye Ait Sınırlandırılmış Algoritmaya Dayalı Matematiksel Akıl Yürütme ile Çözülen Soru Örneği

5. Kenarlarının uzunlukları x metre ve 2x metre olan dikdörtgen şeklindeki oyun parkının planı Şekil I'de verilmiştir. Bu oyun parkının kenarları 2'şer metre uzatılarak Şekil II'deki gibi dikdörtgen biçiminde bir oyun parkı planlanmıştır.



Buna göre Şekil II'deki oyun parkının alanının Şekil I'deki oyun parkının alanından kaç metrekare fazla olduğunu veren cebirsel ifade aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6x + 4 B) 6x + 6 C) 3x + 2 D) 3x + 4

Şekil 13'te istenilen, verilen cebirsel ifadeler ile toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinin yapılmasıdır. Soruda öğrenciye verilmiş herhangi bir bilgi veya formül bulunmamaktadır. Öğrenci, probleme uygun olduğunu düşündüğü, algoritmaları seçerek çözüme ulaşabileceğinden 'sınırlandırılmış algoritmaya dayalı akıl yürütme' olarak değerlendirilen bir sorudur.

Şekil 14

2020 Yılı LGS'ye Ait Rehber Algoritmaya ve Bilinen Algoritmaya Dayalı Akıl Yürütme ile Çözülen Soru Örneği

7. *Bir olayın olma olasılığı =* $\dfrac{\text{İstenilen olası durumların sayısı}}{\text{Tüm olası durumların sayısı}}$

Aşağıdaki tabloda • (nokta) ve — (çizgi) karakterleri kullanılarak tanımlanmış rakamlar verilmiştir.

1	• — — — —	**6**	— • • • •
2	• • — — —	**7**	— — • • •
3	• • • — —	**8**	— — — • •
4	• • • • —	**9**	— — — — •
5	• • • • •	**0**	— — — — —

Bu rakamlara karşılık gelen karakterlerle oluşturulan iki basamaklı doğal sayıların tamamı aşağıdaki gibi özdeş kartlara yazılıp boş bir torbaya atılmıştır.

Örneğin;

10 → • — — — — — — — — —

11 → • — — — — • — — — —

12 → • — — — — • • — — —

⋮

Bu torbadan rastgele yapılan bir çekilişte üzerindeki • (nokta) sayısı 5 olan kartın çekilme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{19}{90}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{17}{90}$ D) $\frac{1}{6}$

Şekil 14'teki soruda, öğrencinin sorunun çözümünde faydalanacağı kuralın verilmesi ve stratejinin belirlenmesinde rehberlik edilmesi sebebiyle 'rehber algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme' olarak kodlanmıştır. Problemin çözümünde verilen algoritma kullanılacağı ve öğrencinin kendisinden katacağı başka bir bilgi gerekmediği için aynı zamanda 'bilinen algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme' olarak değerlendirilmiştir.

2020 ve 2021 Yıllarındaki LGS Matematik Sorularında ve Soruların Olası Çözümlerinde Kullanılan İlişkilendirme Türlerinin İncelemesi

2020 ve 2021 yıllarındaki LGS matematik soruları incelenmiş ve soruların hangi ilişkilendirme türüne uygun olduğu Tablo 8'de frekans ve yüzdelerle verilmiştir. "Kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme" sorularda değil olası çözümlerde gözlenebileceğinden Tablo 8'e alınmamıştır.

Tablo 8

2020 ve 2021 Yıllarındaki LGS Matematik Sorularının İlişkilendirme Türlerine Göre Frekans ve Yüzde Dağılımları

İlişkilendirme Türleri		2020 f	2020 %	2021 f	2021 %
Kavramlar arası ilişkilendirme	Kavramla diğer kavramlar arasında ilişki kurma	13	%65	15	%75
	Kavram ile alt kavramları ve alt kavramların kendi arasında ilişki kurma	9	%45	7	%35
Gerçek hayatla ilişkilendirme	Kavramı bir bağlam içerisinde ele alma	17	%85	17	%85
	Gerçek hayattan sözel örnek verme	-	-	-	-
Farklı disiplinlerle ilişkilendirme	Farklı disiplinlerle ilişkilendirme	-	-	-	-
	Farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin sözel örneklerle ifade edilmesi	-	-	-	-

Tablo 8 incelendiğinde hem 2020 hem 2021 yıllarında farklı disiplinlerle ilişkilendirmeye ve gerçek hayatla ilişkilendirmenin alt boyutu olan gerçek hayattan sözel örnek vermeye uygun bir sorunun bulunmadığı görülmektedir. “Kavramla diğer kavramlar arasında ilişki kurma” türünde sorulan soruların yüzdesi 2020 yılında %65 iken 2021 yılında %75 olduğu belirlenmiştir. “Kavram ile alt kavramları ve alt kavramların kendi arasında ilişki kurma” türünde ise 2020 yılında %45 ve 2021 yılında %35 soru sorulduğu tespit edilmiştir. “Kavramı bir bağlam içerisinde ele alma” ilişkilendirme türünde de her iki yıl eşit miktarda soru çıkmış olup sınav yılı içindeki yüzdelerinin %75 olduğu görülmüştür. Sorulardaki ilişkilendirmenin en çok olduğu boyut, hem 2020 yılında hem de 2021 yılında, kavramı bir bağlam içerisinde ele alma olmuştur.

Tablo 9

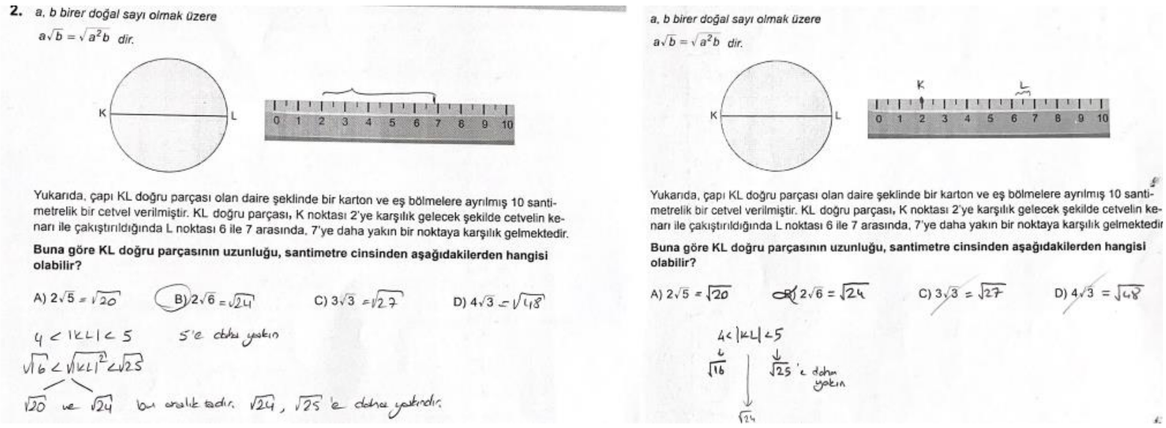
2020 ve 2021 Yıllarındaki LGS’ye Ait Matematik Sorularının Olası Çözümlerinin İlişkilendirme Türlerine Göre Frekans ve Yüzde Dağılımları

İlişkilendirme Türleri		2020		2021	
		f	%	f	%
Kavramlar arası ilişkilendirme	Kavramla diğer kavramlar arasında ilişki kurma	15	%75	17	%85
	Kavram ile alt kavramları ve alt kavramların kendi arasında ilişki kurma	18	%90	10	%50
Kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme		4	%20	6	%30
Farklı disiplinlerle ilişkilendirme	Farklı disiplinlerle ilişkilendirme	-	-	-	-
	Farklı disiplinlerle ilişkilendirmenin sözel örneklerle ifade edilmesi	-	-	-	-

2020 ve 2021 yıllarında yapılan sınavların olası çözümlerine bakıldığında kavramla diğer kavramlar arasında ilişki kurmanın 2020 yılında %75 iken 2021 yılında %85'e çıkarak arttığı; Kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirmenin 2020 yılında %20 iken 2021 yılında %30'a çıkarak arttığı görülmektedir. "Kavram ile alt kavramları ve alt kavramların kendi arasında ilişki kurmanın" ise 2020 yılında %90 iken 2021 yılında %50'ye düştüğü gözlenmiştir. 2020 yılında olası çözümlerde en çok kullanılan ilişkilendirme türü "kavram ile alt kavramları ve alt kavramların kendi arasında ilişki kurma" iken 2021 "kavramla diğer kavramlar arasında ilişki kurma" olmuştur. "Kavramı bir bağlam içerisinde ele alma", sadece problem durumunda incelenmiş olup olası çözümlerin incelendiği Tablo 9'a alınmamıştır.

Şekil 15

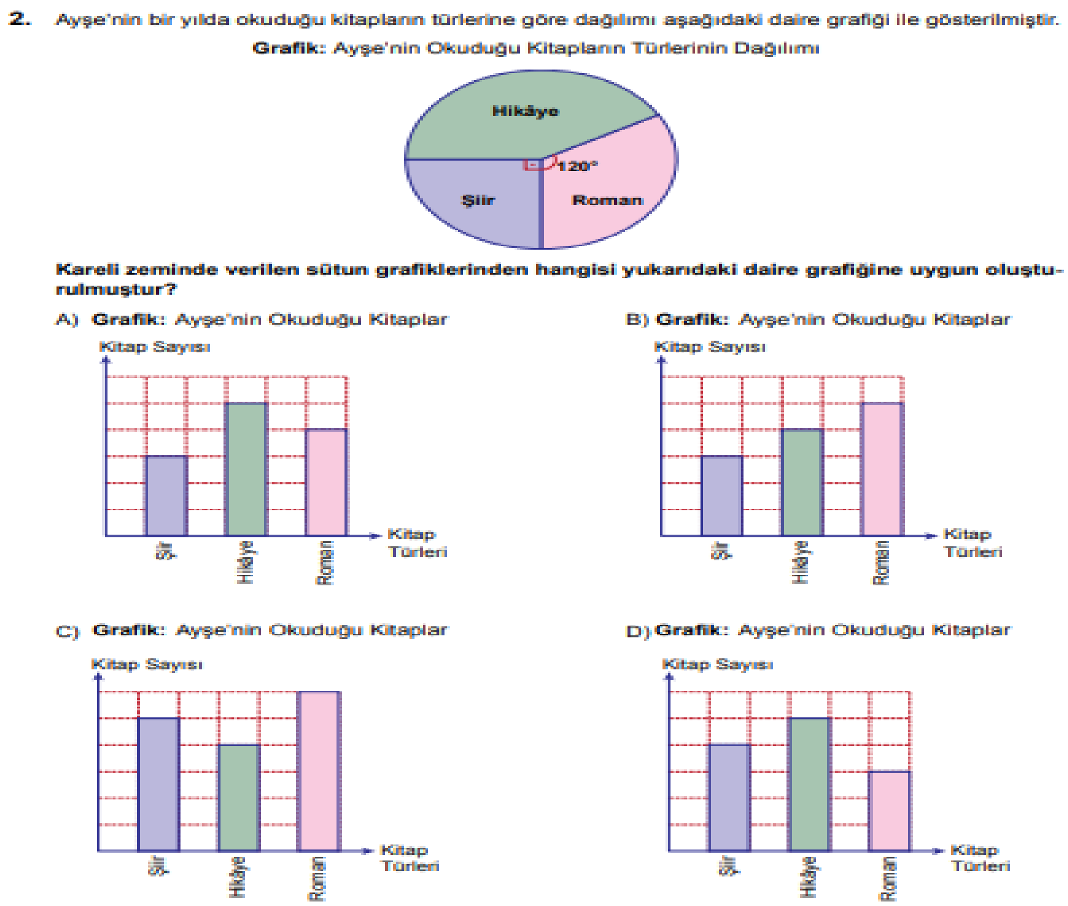
2021 Yılı LGS'ye Ait İlişkilendirme Standardına Ait Soru Örneği



Şekil 15'teki soru incelendiğinde kareköklü ifade ile daire arasında ve ölçme ile irrasyonel sayılar arasında ilişkilendirme yapıldığı görülmektedir. Ayrıca Daire şeklindeki bir kartonun çapı cetvel ile ölçülerek irrasyonel sayıların gündelik hayatla ilişkilendirmesi yapılmıştır. Sorunun olası çözümüne bakıldığında ise elde edilen 4<|KL|<5 eşitsizliğinden $\sqrt{16} < \sqrt{|KL|^2} < \sqrt{25}$ eşitsizliği elde edilebilir ve 5'e daha yakın olan sayıyı bulabilmek için $\sqrt{25}$'e daha yakın sayıları bulabilmek için rasyonel sayılardaki sıralama bilgisini kullanarak rasyonel sayılarla sıralama ile irrasyonel sayılarla sıralama arasında ilişkilendirme yapılmış olabilir. Bununla birlikte çapın cetveldeki uzunluğu 4<|KL|<5 eşitsizliğinden faydalanılarak gösterilebileceğinden ve kareköklü ifadelerin sıralaması sayı doğrusu kullanılarak yapılabileceğinden kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme kullanılmış olacaktır.

Şekil 16

2020 Yılı LGS'ye Ait Kavram ile Alt Kavramları ve Alt Kavramların Kendi Arasında İlişki Kurmanın Kullanıldığı Soru Örneği



2. Ayşe'nin bir yılda okuduğu kitapların türlerine göre dağılımı aşağıdaki daire grafiği ile gösterilmiştir.

Grafik: Ayşe'nin Okuduğu Kitapların Türlerinin Dağılımı

Kareli zeminde verilen sütun grafiklerinden hangisi yukarıdaki daire grafiğine uygun oluşturulmuştur?

A) **Grafik:** Ayşe'nin Okuduğu Kitaplar

B) **Grafik:** Ayşe'nin Okuduğu Kitaplar

C) **Grafik:** Ayşe'nin Okuduğu Kitaplar

D) **Grafik:** Ayşe'nin Okuduğu Kitaplar

Şekil 16'da hem soruda hem sorunun olası çözümünde daire grafiğinde ve sütun grafiğinde gösterme arasındaki ilişki kurulması gerektiğinden alt kavramların kendi arasında ilişkinin kurulduğu; Merkez açı ile daire grafiği arasında bir ilişkilendirme olduğu için kavramla diğer kavramlar arasında ilişki kurulduğu görülmüştür. Ayrıca Ayşe'nin okuduğu kitap türlerinin dağılımı verilen daire ve sütun grafikleri ile temsil edildiğinden veri analizi konusu bir bağlam içerisinde ele alınarak sunulmuştur.

2020 ve 2021 Yıllarındaki LGS Matematik Sorularında ve Soruların Olası Çözümlerinde Kullanılan İletişim Türlerinin İncelemesi

2020 ve 2021 yıllarındaki LGS matematik soruları incelenmiş ve soruların hangi iletişim türüne uygun olduğu Tablo 10'da frekans ve yüzdelerle verilmiştir.

Tablo 10

2020 ve 2021 Yıllarındaki LGS Matematik Sorularının İletişim Türlerine Göre Frekans ve Yüzde Dağılımları

İletişim Türleri	2020		2021	
	f	%	f	%
Formel Dili Kullanma	10	%50	13	%65
Grafik, Tablo ve Şekil İle İfade Etme	13	%65	20	%100
Formel Olmayan Dili Kullanma	15	%75	18	%90

Tablo 10 incelendiğinde formel dil kullanma yüzdesinin 2020 yılındaki sınav sorularında %50, 2021 sınav sorularında %65; grafik, tablo ve şekil ile ifade edilen soruların 2020 yılında %65, 2021 yılında %100; formel olmayan dilin kullanımı 2020 yılında %75 ve 2021 yılında %90 olduğu görülmüştür. Bu verilere göre, sınav sorularında kullanılan üç iletişim türünün de bir önceki yıla göre arttığı ve 2021 yılındaki tüm soruların grafik, tablo ve şekil ile ifade etmeye uygun olduğu tespit edilmiştir. 2020 yılında sorularda en çok kullanılan iletişim türü formel olmayan dili kullanma iken 2021 yılında sorularda en çok kullanılan iletişim türü grafik, tablo ve şekil ile ifade etmedir.

Tablo 11

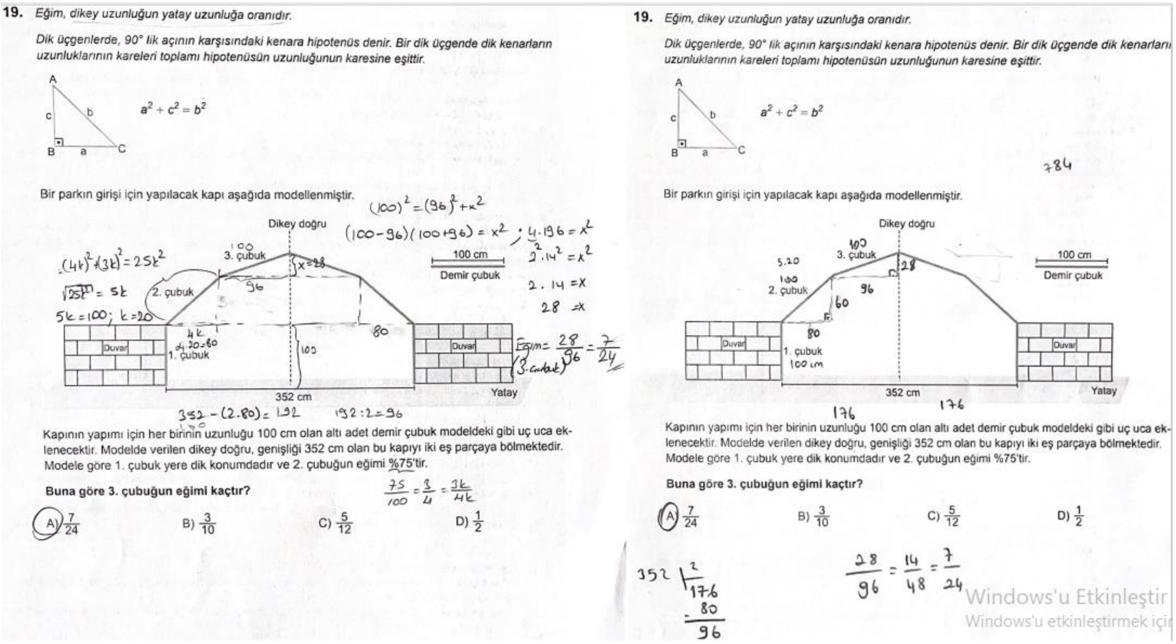
2020 ve 2021 Yıllarındaki LGS Matematik Sorularının Olası Çözümlerinin İletişim Türlerine Göre Frekans ve Yüzde Dağılımları

İletişim Türleri	2020		2021	
	f	%	f	%
Formel Dili Kullanma	14	%70	11	%55
Grafik, Tablo ve Şekil İle İfade Etme	8	%40	3	%15

2020 ve 2021 yıllarındaki sınav sorularının olası çözümleri iletişim türlerine göre incelendiğinde Tablo 11'deki veriler elde edilmiştir. Buna göre formel dili kullanma 2020 yılda %70, 2021 yılında %55; grafik, tablo ve şekil ile ifade etme 2020 yılında %40, 2021 yılında %15 olduğu görülmüştür. Soruların aksine olası çözümlerdeki iletişim türlerinin 2021 yılında, bir önceki yıla göre, azaldığı tespit edilmiştir. Her iki yılda da olası çözümlerde en çok kullanılan iletişim dilinin formel dil kullanma olduğu görülmüştü. Formel olmayan dili kullanma iletişim becerisi soruyu anlamlandırmak amacıyla kullanılacağından bu tabloya dahil edilmemiştir.

Şekil 17

2021 Yılındaki LGS'ye Ait İletişim Standardının Kullanıldığı Soru Örneği



Şekil 17'deki soruda problem durumu şekil üzerinde anlatıldığı ve öğrencinin çözüm için şekli anlamlandırması gerektiği için resim ile iletişimin sağlanması gerektiği bir sorudur. Ayrıca soruda verilen Pisagor bağıntının da anlamlandırılması gerekmektedir, bu nedenle formel iletişime de uygun olduğu görülmektedir. Problemde eğimin yüzdesi verildiğinden ve tanımı yazı dili ile yazıldığından formel olmayan dili kullanma gerektiren bir soru olarak kodlanmıştır. Sorunun olası çözümü açısından bakıldığında, verilen formülün kullanılması, eğimin tanımının anlamlandırılması ve yüzde sembolünün anlamlandırılarak bunların çözümde kullanılması gerektiğinden formel iletişime uygun görülmüştür. Ancak sorunun çözümünde herhangi bir şekil veya grafik çizilmesi gerekmediğinden grafik, tablo veya şekil ifadesi gerekmemektedir.

2020 ve 2021 Yıllarındaki LGS Matematik Sorularında ve Soruların Olası Çözümlerinde Kullanılan Temsil Türlerinin İncelemesi

2020 ve 2021 yıllarındaki LGS matematik soruları incelenmiş ve soruların hangi temsil türüne uygun olduğu Tablo 12'de frekans ve yüzdelerle verilmiştir.

Tablo 12

2020 ve 2021 Yıllarındaki LGS Matematik Sorularının Temsil Türlerine Göre Frekans ve Yüzde Dağılımları

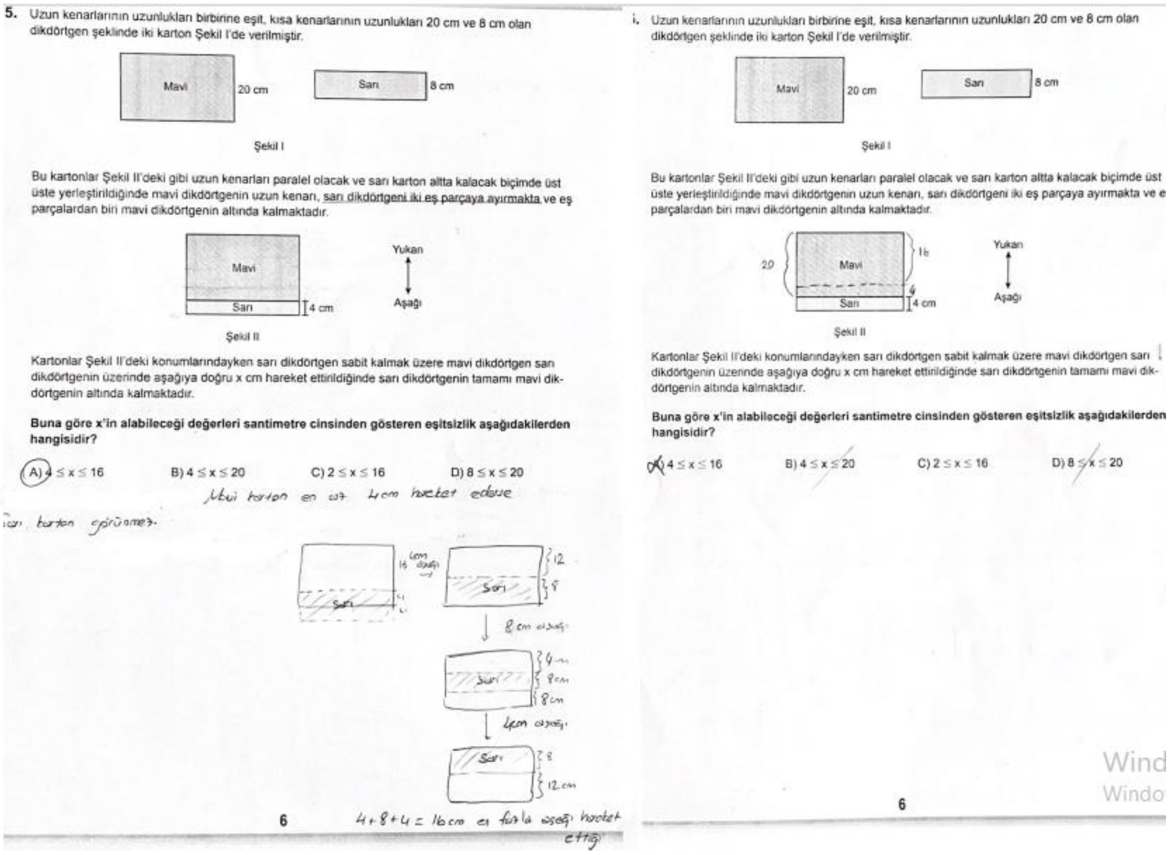
Temsil Türleri	2020		2021	
	f	%	f	%
Tablo	3	%15	3	%15
Resim ve Diyagram	9	%45	16	%80
Sayısal	19	%95	18	%90
Cebirsel	8	%40	13	%65
Grafik	3	%15	3	%15

Tablo 12 incelendiğinde sorularda tablo ile temsilin kullanımının 2020 ve 2021'de birbirine eşit ve %15; resim ve diyagram ile temsil 2020 yılında %45, 2021 yılında %80; sayısal temsil 2020 yılında %95, 2021 yılında %90; cebirsel temsil 2020 yılında %40, 2021 yılında %65; grafik ile temsil her iki yılda da aynı ve %15'tir. Bu verilere göre 2021 yılındaki resim ve diyagramla temsil ile cebirsel temsil 2020 yılındakine göre artarken sayısal temsil azalmıştır. Her iki yılda da en çok kullanılan temsil türünün sayısal temsil olduğu tespit edilmiştir.

İki sınavda toplamda 3 soru hariç tüm sorularda sayısal temsil kullanılmaktadır. Sayısal temsilin kullanılmadığı sorulardan biri Şekil 17'de gösterilmiştir.

Şekil 18

2021 Yılı LGS'ye Ait Sayısal Temsile Uygun Olmayan Soru Örneği



Şekil 18'de verilen 2021 yılına ait soru, herhangi bir formül kullanımı veya hesaplama gerektirmeyen bir sorudur. Bu nedenle sayısal temsile alınmamıştır.

Tablo 13

2020 ve 2021 Yıllarındaki LGS Matematik Sorularının Olası Çözümlerinin Temsil Türlerine Göre Frekans ve Yüzde Dağılımları

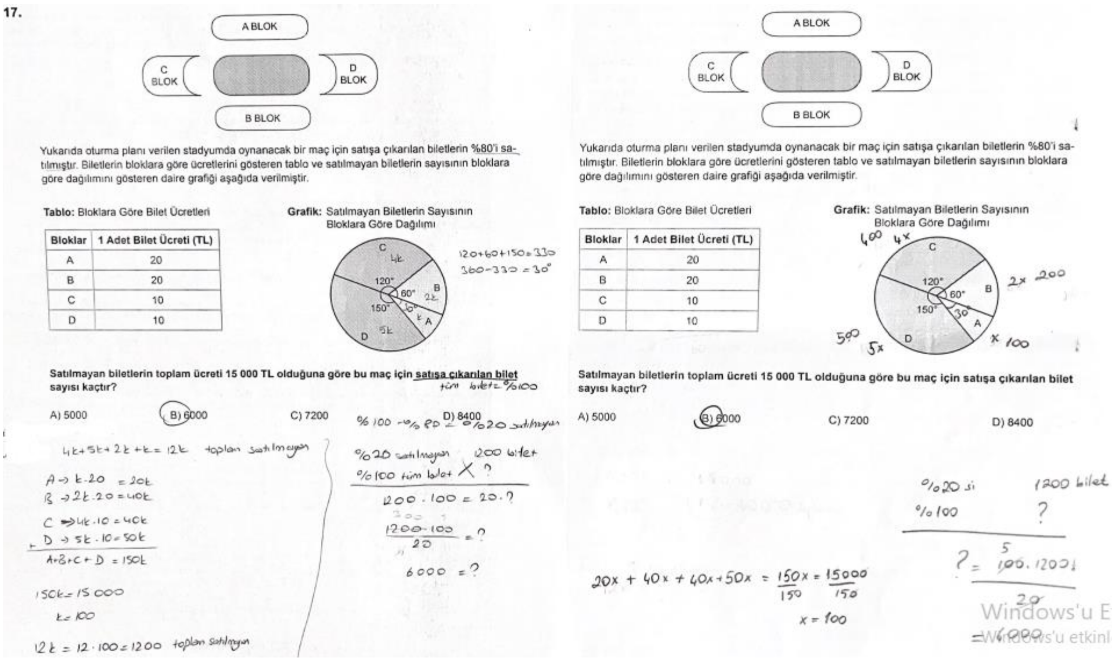
Temsil Türleri	2020		2021	
	f	%	f	%
Tablo	3	%15	1	%5
Resim ve Diyagram	-	-	2	%10
Sayısal	19	%95	18	%90
Cebirsel	14	%70	16	%80
Grafik	3	%15	1	%5

Tablo 13 incelendiğinde soruların olası çözümlerinde tablo ile temsilin kullanımı 2020 yılında %15, 2021 yılda %5; sayısal temsil 2020 yılında %95, 2021 yılında %90;

cebirsel temsil 2020 yılında %70, 2021 yılında %80; grafik ile temsil 2020 yılında %15, 2021 yılında %5'tir. 2020 yılında resim ve diyagram ile temsil edilen çözüm bulunmamakla birlikte 2021 yılında olası çözümünde resim ve diyagram temsili gerektiren soruların yüzdesi %10'dur. Bu verilere göre 2021 yılındaki grafik ile temsil ve sayısal temsil 2020 yılındakine göre azalmış, cebirsel temsil ise artmıştır. Her iki yılda da, olası çözümlerde en çok kullanılan temsil türünün sayısal temsil olduğu tespit edilmiştir.

Şekil 19

2020 Yılındaki LGS'ye Ait Temsil Standardının Kullanıldığı Soru Örneği



Şekil 19'daki 2021'e ait sınav sorusunda problem durumu tablo, grafik ve resim ile anlatıldığı için üç temsil türünü de sağlamaktadır. "%" ise sayısal temsil ile ifade edilmiştir. Sorunun olası çözümlerinde ise daire grafiğindeki A dilimine, cebirsel temsil kullanılarak, k değeri verilebilir ve diğer dilimler de k cinsinden ifade edilebilir. Böylelikle A+B+C+D=150k olarak hesaplanır. 150k=15000 ve k=100 hesaplanır. Toplam satılmayan bilet 12k=12.100=1200 bulunur. Devamında orantıdan faydalanılarak sonuca ulaşılabilir. Bu sebeple sayısal temsil de kullanılmıştır.

Soruların analizi amacıyla kullanılan tablonun bir kısmı Tablo 14'te verilmiştir.

Tablo 14

Soruların Analizi ve Kodlaması Amacıyla Kullanılan Tablo

Süreç Standartlarının Alt Boyutları	Bilişsel Davranışlar
Bilinçli Tahmin ve Kontrol (Problem Çözme)	1.S11 10'dan büyük en küçük tam kareyi elde edilmek için x yerine 2 değerini vermesi;10'dan büyük en küçük tam kare sayı olan 16, en küçük karenin alanı olarak direkt seçilebilir. 1.S12 Panonun üzerine asılan afişin alanını hesaplayabilmek için bir kenarının 32 ile 33 cm arasında olması gerektiği sonucuna ulaşılacaktır. Bu aralıkta tahmin yapılacaktır. 1.S16 Şıklara yakın sonuç verecek 21-21-42 gibi sayılarla çözüme ulaşılır 2.S3 Değişken olan a yerine değerler verilerek elde edilen sonuçların kontrol edilmesi 2.S6 A ile B aralarında asal olacak şekilde dairelere değer verilir ve kontrol edilir 2.S9 Koşucuların bulundukları yerleri K'nın başında ve sonunda olduğunu tahmin ederek hesaplaması. 2.S11 Kenar uzunlukları için alan ölçülerini sağlayan değerler verilip kontrol edilebilir
Kavramla diğer kavramlar arasında ilişki kurma (ilişkilendirme)	1.S1 Rasyonel sayılardaki sıralama ile irrasyonel sayılarla sıralama arasında ilişkilendirme yapılmış olabilir. Ölçme ve rasyonel irrasyonel sayılar arası ilişkilendirme 1.S2 Merkez açı (Geometri) ile daire grafiği ilişkisi 1.S3 Ondalık gösterimlerle üslü ifadeler arasında ilişkilendirme yapılacak (ondalık gösterimlerin çözümlemesi üslü ifadeler kullanılarak yazılır)
Formel dili kullanma (iletişim)	1.S1 İrrasyonel sayılarla ilgili eşitsizlik yazılabilir. Soruda verilen matematiksel ifadeyi anlamlandırabilir ve kullanabilir. 1.S3 Üslü ifade ile çözümlenen ifadenin ondalık gösterim ile ifade edilmesi 1.S4 Soruda verilen matematiksel ifadeyi anlamlandırabilir ve kullanabilir. 1.S5 Kenar uzunluklarının cebirsel temsil ile gösterilmesi
Cebirsel Gösterim (Temsil)	1.S3 $x<185$ eşitsizliğini oluşturması cebirsel temsile geçiş Ayça=201,1 (Eşitlik var) 1.S4 Cebirsel ifadesi verilen formülü kullanabilmesi

	1.S5 Alan hesabının değişkenlerle temsil edilebilmesi $(2x.x)=2x^2$ ve $(2x+2)(x+2)=2x^2+6x+4$ özdeşliğinin yazılması

Bölüm 5

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Elde edilen bulgular tartışılıp araştırma problemleri de göz önüne alınarak sonuçların değerlendirilmesi yapılmıştır.

Sonuçlar ve Tartışma

Bu çalışmada, sınavla öğrenci alan ortaöğretim kurumlarına öğrenci yerleştirmek amacıyla MEB tarafından düzenlenen merkezi sınavın, 2020 ile 2021 yıllarındaki matematik sorularının alt öğrenme alanlarına göre dağılımları ve bu soruların olası çözümlerde kullanılabilecek süreç standartlarının ele alınışı incelenmiştir.

Toplamda 40 sorunun betimsel analizi sonucu elde edilen verilere bakıldığında, 2019-2020 eğitim öğretim yılının ikinci döneminde meydana gelen Covid-19 salgını sebebiyle sadece birinci dönem konuları temel alınarak hazırlanan merkezi sınav matematik sorularının sınav öncesi duyurulan öğrenme alanlarının tamamını içerdiği görülmektedir. “Çarpanlar ve katlar”, “üslü ifadeler”, “kareköklü ifadeler”, “veri analizi”, “basit olayların olma olasılığı”, “cebirsel ifadeler ve özdeşlikler” olarak belirtilen 6 konunun 20 matematik sorusuna dağılımı incelendiğinde sonuçların birbirine yakın olduğu görülmüştür. En fazla sorunun bulunduğu iki alt öğrenme alanı olan “çarpanlar ve katlar” ile “üslü ifadeler” alt öğrenme alanlarının her birinden 4 soru; “kareköklü ifadeler”, “cebirsel İfadeler ve özdeşlikler”, “veri analizi” ve “basit olayların olma olasılığı” alt öğrenme alanlarının her birinden 3 soru sorulmuştur.

2021 yılında yapılan LGS öncesinde de önceki sınavlarda olduğu gibi öğrencilerin sorumlu olduğu konular MEB’in resmi internet sitesinden duyurulmuş ve 2020 yılındaki LGS’nin aksine 8. Sınıf MDÖP yer alan alt öğrenme alanlarının tümü sayılmıştır. Ancak toplam 12 alt öğrenme alanının 10 tanesinden sorular bulunduğu görülmüştür. 2021 yılındaki sınavda 2020 yılından farklı olarak “eşitsizlikler”, “doğrusal denklemler”, “eşlik ve benzerlik” ve “üçgenler” alt öğrenme alanlarından da soru sorulduğu görülmüştür. Ancak geometrik cisimler ve dönüşüm geometrisi alt öğrenme alanlarından soru bulunmaması 2020-2021 eğitim öğretim yılındaki sınavın kapsam geçerliliğini düşürmüştür.

2020 yılındaki ve 2021 yılındaki merkezi sınavların matematik soruları alt öğrenme alanlarına göre karşılaştırıldığında, her iki yılda da geometrik cisimler ve dönüşüm geometrisi alt öğrenme alanlarını içeren bir soru bulunmaması, iki yıl boyunca bu iki alt öğrenme alanı ile ilgili ölçme ve değerlendirme yapılamamasına sebep olmuştur. Üslü İfadelerin, hem 2020 yılında hem de 2021 yılında en çok sorunun bulunduğu alt öğrenme alanlarından biri olduğu görülmüştür. Bununla birlikte “çarpanlar ve katlar”, “üslü ifadeler”, “cebirsel ifadeler ve özdeşlikler”, “veri analizi” ile “basit olayların olma olasılığına” alt öğrenme alanlarıyla ilgili soru sayısı 2021 yılında 2020 yılına göre azalış göstermiştir. Öğrencilerin 2021 yılında sorumlu tutulduğu alt öğrenme alanları, 2020 yılına göre daha fazla olduğundan bu sonuç elde edilmiş olabilir.

Merkezi sınavda sorulan 40 sorunun süreç standartlarına uygunluğu ve süreç standartlarına ele alınışı incelendiğinde 2020 yılında düzenlenen sınavda 2 tane sorunun, 2021 yılında düzenlenen sınavda 1 sorunun problem çözme standardına uygun bulunmamıştır. Geri kalan toplam 37 sorunun olası çözümleri, problem çözme stratejilerine göre incelenmiş hem 2020 hem 2021 yılında en çok uygulanabilir stratejinin “değişken kullanma (denklem veya eşitsizlik kurma)” stratejisi olduğu görülmüştür. 2020 yılındaki sınavın olası çözümlerinde şekil ve diyagram çizme ile geriye doğru çalışma stratejilerinin kullanımına uygun bir sorunun bulunmadığı görülmüştür. 2021 yılında ise şekil veya diyagram çizme stratejisinin kullanımına uygun olan 2 soru bulunmaktadır. Örüntü bulma stratejisine bakıldığında 2020 yılında 3 soruda bu strateji kullanılabilirken 2021 yılında sadece bir soruda örüntü bulma stratejisinin kullanılabildiği tespit edilmiştir.

Bulgulara bakıldığında, 2020 yılına ait soruların olası çözümlerinde 7 soruda farklı bakış açısı geliştirme stratejisi kullanılabilirken, 2021 yılındaki soruların olası çözümlerinde bu sayının 1 soruya inmesi dikkat çekmiştir. Çalışmada elde edilen bir başka veri ise 2020 yılında benzer basit problemlerin çözümünden yararlanma stratejinin uygulanabildiği 1 soru, 2021 yılında bu stratejinin kullanılabildiği 2 soru olduğudur.

Birden fazla strateji ile çözülebilen soru sayısının 2021 yılında 2020 yılına göre azalmıştır. Bu durum ikinci sınavdaki soruların çözümünde belli bir kavramı, belli bir stratejiyi ölçmeye daha fazla yöneldiğini gösterebilir. Bununla birlikte her iki yılda da birden fazla strateji ile çözülebilen soruların olması ve hemen hemen her stratejiye uygun sorunun bulunması öğrencilerin bireysel farklarının göz önünde bulundurularak çeşitli stratejilerin bilgisi ve kullanımı açısından önem taşımaktadır (Filiz ve Ergan, 2020). Bu durum bir problem için farklı öğrenciler farklı stratejilerden faydalanıp birden fazla strateji aynı anda kullanılabileceğini gösteren çalışmaları desteklemiştir (Yazgan ve Arslan, 2020; Filiz ve Ergan, 2020). Ayrıca öğrenciler problemlerin, özelliklerine göre tek bir yolla çözülebileceği yanılgısına düşebilmektedir (Posamentier ve Krulik, 2019). Çalışmanın bulguları da bu fikirle örtüşmektedir. NCTM'ye göre (2000) eğitim programları, problemin çözümünde farklı ve soru için kullanışlı olan stratejileri öğrencilere uygulatabilmelidir. İncelenen sınav sorularında neredeyse tüm problem çözme stratejilerinin kullanılabilmesi sınavların bu amacı göz önünde bulundurduğunu göstermektedir.

Soruların olası çözümlerinden kullanılabilecek akıl yürütme türlerine göre bakıldığında ezbere dayalı matematiksel akıl yürütme ile yaratıcı matematiksel akıl yürütmenin kullanılabileceği hiçbir sorunun olmadığı görülmüştür. Lithner'in (2004) yaptığı çalışmaya bakıldığında, ders kitaplarındaki alıştırmaların %70'inin "algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme" ve ancak %10'unun "yaratıcılığa dayalı matematiksel akıl yürütme" gerektiren sorulardan oluştuğu belirtilmiştir. Ergan ve Filiz (2020) de ilkokul MDÖP' yi inceledikleri çalışmalarında öğrencilerin matematiksel iddialarını açıklamalarına yönelik kazanımın bulunmadığını, ispatı kullanmaya yönelik ise sadece 1 kazanımın bulunduğunu belirtmişlerdir. Yapılan bu çalışmadaki "yaratıcılığa dayalı matematiksel akıl yürütme" ile ispat açısından elde edilen verilerin uyumlu olduğu görülmüştür. Bununla birlikte çoktan seçmeli bir test olan ve belli bir süre içerisinde çözülmesi gereken merkezi sınavda yaratıcı matematiksel akıl yürütme gerektiren bir sorunun bulunmaması olağandır. Ezbere dayalı akıl yürütmenin olmaması ise soruların salt kavram bilgisini ölçmediğini, öğrendiklerini uygulama becerisine sahip olmasının önemsendiğini göstermektedir.

Sınav sorularının ilişkilendirme türlerine göre dağılımına bakıldığında ise her iki yılda da 17 sorunun bir bağlam içerisinde ele alındığı görülmüştür. Bu durum, soyut bir bilim olan matematiğin somutlaştırılmasında, konuların gündelik hayattaki kullanım alanlarının gösterilmesinde ve öğrencinin problemi anlamlandırmasında kolaylık sağlayabilecektir. 2020 yılında; kare-dikdörtgen şeklinde oyun parkuru (2), okunan kitap türleri, basketbol oyuncuları, demir yolu hattı, prizma şeklindeki kutular, kolye bocukları, kâğıdın kenar uzunlukları, dikdörtgen şeklindeki panonun alanı veya kenar uzunlukları (2), lokantada hazırlanan yemeklerin porsiyon miktarları, eş kare şeklindeki halılar, çuvalların kütle ölçüleri, tırın taşıdığı otomobillerin kütlesi, anket kullanımı bağlamında sorular sorulmuştur. 2021 yılında ise soruların arsa, daire şeklindeki bir karton, kare-dikdörtgen şeklindeki kâğıt-karton (7), turist sayıları, yakıt miktarı, koşu parkuru, un çeşitlerinin miktarları, dikdörtgen şeklindeki panonun alanı veya kenar uzunlukları, ip uzunluğu, bilet sayıları, televizyon sayıları bağlamında yazıldığı görülmüştür. Buna göre 2020 yılında en çok kullanılan bağlam kare-dikdörtgen şeklindeki oyun parkuru ve dikdörtgen şeklindeki pano iken 2021 yılında en çok kullanılan bağlam ise kare-dikdörtgen şeklindeki kâğıt-karton olmuştur.

İlköğretim matematik dersi üzerine geliştirilen programlar ve değerlendirme standartlarını konu edinen çalışmalar, öğrencilerin problem çözmedeki akıl yürütme becerilerini geliştirmeyi önemsemekte ve bu becerileri gerçek hayat durumlarında kullanabilmelerini amaç edinmektedir (Verschaffel vd., 1999). Ayrıca Altun'un (2006) çalışmasında, öğrenmenin bir bağlam dâhilinde olması ve gerçek hayattan kesitlerle ilişkilendirilerek sağlanması önerilmiştir. Bulgularda elde edilen veriler de soruların çoğunlukla, öğrencilerin gündelik yaşam ile ilişki kurmasını sağlayarak ve akıl yürütme becerilerini kullanarak sonuca ulaştıracağı görülmüştür.

Ancak hem 2020 yılında hem de 2021 yılında farklı disiplinlerle ilişkilendirme yapılan bir soru bulunmamaktadır. Bu durumun sebebi olarak, 6 dersten yapılan LGS'de öğrencinin çözmekte olduğu derse odaklanmasını kolaylaştırma olarak düşünülmüştür. Kavramlar arası ilişkilendirmeye bakıldığında her iki yılda da "kavramla diğer kavramlar arasında ilişki kurma" boyutunun "kavram ile alt kavramları ve alt kavramların kendi arasında ilişki kurma" boyutuna göre daha fazla olduğu tespit edilmiştir. "Kavramla diğer kavramlar arasında ilişki kurma" boyutunda, uzunluk ölçmenin çoğunlukta kullanıldığı görülmüştür. Yeni bir kavram öğretileceği zaman önbilgi durumuna gelen kavramlar ile yeni konu arasında ilişki kurulması beklenir (Bingölbali ve Coşkun, 2016). Ancak sınırlı bir sürede çözülecek sınav soruları açısından bakıldığında kavramlar arası ilişkilendirmenin fazla kullanılması, sorunun çözümünde birçok konuya hâkimiyet gerektirdiği için, sorunun zorluk seviyesinin ve çözülme süresinin artmasına neden olabilecektir. Her iki yılın sorularının olası çözümlerine bakıldığında, "kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme" boyutunda diğer boyutlara göre daha az soru bulunduğu görülmektedir. Farklı gösterimler kullanmak, ilişkilendirme becerisini geliştirmektedir (Bingölbali ve Coşkun, 2016). Bu düşüncenin tersi de olarak ilişkilendirme becerisine sahip bir öğrenci kavramın farklı gösterimlerini kullanabilir. Bu nedenle; seçme sınavında "kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme" boyutunu içeren soru sayısının daha fazla olması beklenebilir.

Soruların olası çözümleri iletişim standardına göre incelendiğinde her iki yılda da formel dili kullanmanın diğerlerine göre fazla olduğu görülmektedir. Formüllerin cebirsel gösterimlerinin veya matematiksel tanımların anlamlandırılıp kullanılmasını gerektiren bu boyutun fazla olması, sınavın çoğunlukla işlem becerilerini ölçtüğünü göstermektedir. Formel olmayan dilin kullanımı ise sadece yazı dili ile verilen soruların anlamlandırılmasında kullanılmaktadır. Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini yazılı veya sözlü olarak aktarabilmesi için iletişim temel bir özelliktir (NCTM,2000). Çoktan seçmeli bir sınav olarak yapılandırılan merkezi sınavda sözlü iletişim sınav yapısına uygun yer almamaktadır.

Resim, şekil veya diyagramların çoğunlukla problem durumunda verildiği gözlenmiştir. Buradan hareketle sınavın soru durumuna uygun şekil veya diyagram çizebilmesini değil verilen şekil veya diyagramı anlamlandırmayı ölçtüğü söylenebilir. Sayısal temsiller 2020 yılındaki sınavın %95'ini ve 2021 yılındaki sınavın %90'ını oluşturmaktadır ve iki yılda da en çok kullanılan temsil türü olmuştur. Bu durum formel iletişim ile paralellik göstermektedir. Temsiller, problem çözme esnasında kullanılarak uygun problem çözme stratejilerinin bulunmasına olanak sağlamaktadır (Akt. Kılıç, 2009). Bu nedenle soruların çoğunluğunda temsillerin kullanılması, problem çözme standardının ve kullanılan stratejilerin de desteklenmiş olabileceği sonucuna ulaştırmıştır.

Öneriler

Yapılan bu çalışmada elde edilen sonuçlara göre geliştirilen öneriler aşağıdaki gibidir:

1.LGS'de sorulmak üzere hazırlanan sınav soruları, alt öğrenme alanlarının tümünü kapsayacak ve dağılımı homojen olacak şekilde hazırlanabilir.

2.Merkezi sınavların amacı öğrencileri nitelikli okullara yerleştirmek olsa dahi katılan öğrencilerin başarı durumları hakkında da bilgi vermektedir. İncelenen LGS matematik sorularının, sadece bilgiyi ölçen değil öğrenilen ve kimi sorularda hatırlatması yapılan bilginin uygulatılmasına yönelik olduğu görülmektedir. Öğrencilerin öğrendiklerini uygulama becerilerini desteklemek amacıyla mevcut MDÖP'deki konular seyreltilerek uygulama derslerine ağırlık verilebilir. Böylelikle kavram bilgisini kazandırmakla birlikte kavramları uygulatma aşamasına daha fazla zaman ayrılarak öğrendikleri bilginin etkili kullanımı sağlanabilir.

3. Alan yazına bakıldığında incelenen çalışmaların, sınavlarda sorulan matematik sorularının Bloom Taksonomisine, Yenilenmiş Bloom Taksonomisine, MATH Taksonomisine, MDÖP kazanımlarına veya öğrenme alanlarına göre incelenmesi ile sınırlı kaldığı görülmüştür. Merkezi sınavlarda amaç ülke içindeki eğitim öğretim kurumlarına

öğrenci seçmek ve yerleştirmektir ancak öğrencilerin öğrenme eğilimlerine en büyük etkiyi gösteren etmenlerden biri bu sınavlar olmaktadır. Bu nedenle sınav sorularının, dünyanın en büyük matematik eğitimi kuruluşu olan NCTM tarafından belirlenen süreç standartlarına göre incelenmesinin ve bu standartlara uygun sorular hazırlanmasının, merkezi sınavları uluslararası seviyeye taşımak için bir adım daha yaklaştırabileceği düşünülmektedir.

4. Yapılan bu araştırma, süreç standartlarını oluşturan becerilerin, öğrenmenin değerlendirme basamağında, nasıl ve ne ölçüde kullanıldığına dair alan yazına katkı sağlayacaktır. Bununla birlikte öğrenme bir süreç olup büyük bir çoğunluğu öğrenme ortamlarında yani sınıflarda geçmektedir. Bu nedenle belirtilen becerilerin ve bu becerilerin alt boyutlarının, öğrenme sürecinde ne ölçüde ve nasıl kullanıldığının, öğrenciye nasıl aktarıldığının da araştırılması süreç standartları ile ilgili daha fazla ve aydınlatıcı bilgi toplanmasında faydalı olacaktır.

5. İncelenen sınav sorularına bakıldığında sorularda ve soruların olası çözümlerinde tüm süreç standartlarından ve hatta bu standartların neredeyse tüm alt boyutlarından faydalanıldığı görülmüştür. Ancak MDÖP'ye bakıldığında süreç standartlarını kapsayan becerilere, bu becerilerin alt boyutlarına ve öğrenme süreci içinde nasıl geliştirilip kullanılabileceğine dair yeterli açıklamaların bulunmadığı görülmüştür. Becerilerin neredeyse tamamının yoğun bir şekilde kullanıldığı MDÖP'de detaylı açıklamaların bulunmaması öğretme sürecinde aksaklıklara sebep olabilecektir. Öğretim programı revize edilerek hem öğretmenlere hem de bundan sonraki araştırmalara, beceriler açısından, daha açık bir kılavuz haline getirilebilir.

Kaynaklar

Aslan, G. (2017). Öğrencilerin Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş (TEOG) Sınav Başarılarının Belirleyicileri: Okul Dışı Değişkenlere İlişkin Bir Analiz. *Eğitim ve Bilim,* 42(190), 211-236.

Atılgan, H. Türkiye'de Kademeler Arası Geçiş: Dünü-Bugünü ve Bir Model Önerisi. *Ege Eğitim Dergisi,* 19(1), 1-18.

Akarsu, E. (2013). *7. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanında Matematiksel Dil Kullanımlarının İncelenmesi.* (Yüksek Lisans Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Aktaş, M. C. (2019). Nitel Veri Toplama Teknikleri. Özmen, H. ve Karamustafaoğlu (Ed), *Eğitimde Araştırma Yöntemleri* (1. Baskı, s. 113-136) İçinde. Pegem Akademi, Ankara.

Altıparmak, K. ve Öziş, T. (2005). Matematiksel İspat ve Matematiksel Muhakemenin Gelişimi Üzerine Bir İnceleme. *Ege Eğitim Dergisi, 6*(1), 25-37.

Altun, M. (2006). Matematik Öğretiminde Gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 19(2), 223-238. Retrieved from https://dergipark.org.tr/tr/pub/uefad/issue/16684/173367

Altun, M. (2013). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8.sınıflarda) Matematik Öğretimi (9. Baskı).* Alfa Aktüel Yayınları, Bursa

Altun, M. (2015). *İlkokullarda (1, 2, 3, 4. Sınıflarda) Matematik Öğretimi (19. Baskı).* Alfa Kitabevi, Bursa.

Anderson, L.W. (Ed.), Krathwohl, D.R. (Ed.), Airasian, P.W., Cruikshank, K.A., Mayer, R.E., Pintrich, P.R., Raths, J., Wittrock, M.C. (2001). *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing: A revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives* (Complete edition). New York: Longman.

Artut, P. D., ve Tarım, K. (2006). İlköğretim Öğrencilerinin Rutin Olmayan Sözel Problemleri Çözme Düzeylerinin Çözüm Stratejilerinin Ve Hata Türlerinin İncelenmesi. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 15(2), 39-50.

Aydın, S. ve Yeşilyurt, M. (2007). Matematik Öğretiminde Kullanılan Dile İlişkin Öğrenci Görüşleri. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(22), 90-100.

Aysun, U., Akkuş, O. A., ve Paksu, A. D. (2006). Matematik Dersi 1.-5. Sınıf Öğretim Programının NCTM Prensip ve Standartlarına Göre İncelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 31(31), 198-211.

Bağcı, E. (2016). *TEOG Sınavı Matematik Sorularının Matematik Öğretim Programı'na Uygunluğunun ve TEOG Sistemi'nin Hedeflerine Ulaşma Düzeyinin Belirlenmesi*. Ankara Üniversitesi, Ankara.

Baki, A. (2003). Teaching with İnstructional Technology or Main Taining The Statusquo: A Qualitative Analysis of Turkish Preservice Teachers' Experiences with İnstructional Technology. *Energy Education Science and Technology, 10*(2), 65-72.

Baki, A. (2014). *Matematik Tarihi ve Felsefesi*. Ankara: Pegem Akademi.

Bal, A. P. (2015). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Rutin Ve Gerçek Yaşam Problemlerine Yönelik Başarı Düzeylerinin Ve Görüşlerinin İncelenmesi. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi,* 5(3), 273-290.

Bali, Ç. G. (2003). Matematik Öğretmen Adaylarının Matematik Öğretiminde Dile İlişkin Görüşleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (25),19- 25.

Baran, A. A. (2019). *Matematiksel Modellemeye Dayalı Bir Öğretim Deneyinde Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel İletişim Becerilerinin, Matematik Okuryazarlıklarının ve Duyuşsal Alan Özelliklerinin İncelenmesi*. (Doktora Tezi). Anadolu Universitesi, Eskişehir.

Baydar, O. (2019). *TEOG, LGS ve TIMSS Matematik Sorularının Matematik Öğretim Programı Kazanımlarına, TIMSS Bilişsel Alanlarına ve MATH Taksonomisine Göre*

İncelenmesi. (Yüksek Lisans Tezi). Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Zonguldak.

Baykul, Y. (2014). *İlkokulda Matematik Öğretimi* (17. Baskı). Pegem Akademi.

Bernardo, A., B. (1999). Overcoming Obstacles in Understanding and Solving Word Problems in Mathematics. *Educational Psychology*, 19(2), 149-163.

Bingölbali, E. ve Coşkun, M. (2016). İlişkilendirme Becerisinin Matematik Öğretiminde Kullanımının Geliştirilmesi İçin Kavramsal Çerçeve Önerisi. *Eğitim ve Bilim,* 41(183), 233-249.

Bransford, John D., Ann L. Brown, and Rodney R. Cocking (1999) *How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School.* Washington, D.C.: National Academy Press.

Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting Mathematical Communication in the Classroom: Two Preservice Teachers' Conceptions and Practices. *Journal of Mathematics Teacher Education, 3*, 125-153.

Brenner, M. E. (1994). A Communication Framework for Mathematics: Exemplary İnstruction for Culturally and Linguistically Different Students. In B. Mcleod (Ed.), Language and Learning: Educating Linguistically Diverse Students (pp. 233-267). Albany: SUNY Press.

Brenner, M. E. (1998). Adding Cognition to the Formula for Culturally Relevant Instruction in Mathematics. *Anthropology & Education Quarterly*, 29(2), 214-244. https://doi.org/10.1080/15235882.1998.10162720

Bubp, K. M. (2014). *To Prove Or Disprove: The Use of İntuition and Analysis by Undergraduate Students to Decide on the Truth Value of Mathematical Statements and Construct Proofs and Counterexamples*. Ohio University.

Büyükalan Filiz, S., ve Ergan, S. N. (2020). İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programının Beş Süreç Standardına Göre Değerlendirilmesi. *Sosyal Bilimler Araştırmaları Dergisi*, 10(2).

Capraro, M.M. & Joffrion, H. (2006). Algebraic Equations: Can Middle-School Students Meaningfully Translate from Words to Mathematical Symbols?, *Reading Psychology*, 27(2), 147-164.

Cathcart, W. G. ve diğerleri (2003). Learning Mathematics in Elementary and Middle Schools. Third edition.N.J. : Merrill/Prentice Hall.

Chapman, O. (2012). Challenges in Mathematics Teacher Education. *Journal of Mathematics Teacher Education, 15*(4), 263-270.

Cifarelli, V. V. (1998). The Development of Mental Representations As A Problem Solving Activity. *Journal of Mathematical Behavior. 17* (2), 239-264.

Common Core State Standards [CCSSI]. (2010). Common Core State Standards for Mathematics. https://learning.ccsso.org/wp-content/uploads/2022/11/Math_Standards1.pdf

Coşkun, M. (2013). *Matematik Derslerinde İlişkilendirmeye Ne Ölçüde Yer Verilmektedir?: Sınıf İçi Uygulamalardan Örnekler.* (Yüksek Lisans Tezi). Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi, Gaziantep.

Cuoco, A. A. (2001). Preface. in A. A. Cuoco & F. R. Curcio (Eds.) The Role of Representation in School Mathematics (70-72). Reston, VA: NCTM.

Çağlar, M. ve Kılıç, A. (2019). Merkezi Sınav ve Öğretmen Yapımı Sınavların Bazı Değişkenler Açısından İncelenmesi: Ortaöğretime Geçiş Sınavı Örneği. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 19(4), 128.

Çakmak, Z. (2013). *Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin İstatistik Konusundaki Matematiksel Dil Becerilerine İlişkin Değişkenlerin Yapısal Eşitlik Modeli İle İncelenmesi.* (Yüksek Lisans Tezi). Erzincan Üniversitesi, Erzincan.

Dilegelen, Y. (2018). *5. Sınıf Matematik Ders Kitaplarının İlişkilendirme Becerisi Açısından İncelenmesi*. (Yüksek Lisans Tezi). Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.

Dalak, O. (2015). *TEOG Sınav Soruları ile 8. Sınıf Öğretim Programlarındaki İlgili Kazanımların Yenilenmiş Bloom Taksonomisine Göre İncelenmesi.* (Yüksek Lisans Tezi). Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.

Doğan, M. F. (2019). Sekizinci Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Matematiksel Akıl Yürütme ve İspatı Öğrenme Olanakları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(2), 601-618.

Doğanay, A. ve Uyar, M. Y. (2020). Ortaokul Matematik Öğretim Programlarının Genel Amaçları. Özmantar, M. F. vd. (Ed), *Ortaokul Matematik Öğretim Programları: Tarihsel Bir İnceleme* (2. Baskı, s.77-111) içinde. Pegem Akademi.

Dönmez, S. M. K., ve Dede, Y. (2020). Ortaöğretime Geçiş Sınavları Matematik Sorularının (2016, 2017 ve 2018 Yılları) Matematiksel Yeterlikler Açısından İncelenmesi. *Başkent University Journal of Education,* 7(2), 363-374.

Ekinci, O. ve Bal, A. P. (2019). 2018 Yılı Liseye Geçiş Sınavı (LGS) Matematik Sorularının Öğrenme Alanları ve Yenilenmiş Bloom Taksonomisi Bağlamında Değerlendirilmesi. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 7(3), 9-18.

Eli, J. A. (2009). *An Exploratory Mixed Methods Study of Prospective Middle Grades Teachers' Mathematical Connections While Completing İnvestigative Tasks in Geometry*. https://uknowledge.uky.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1784&context=gradschool_diss

Eli, J. A., Mohr-Schroeder, M. J., & Lee, C. W. (2011). Exploring Mathematical Connections of Prospective Middle-Grades Teachers Through Card-Sorting Tasks. *Mathematics Education Research Journal,* 23(3), 297-319.

Erden, M. ve Akman, Y. (2000). *Eğitim Psikolojisi: Gelişim, Öğrenme ve Öğretme*. İstanbul: Arkadaş Yayınevi.

Erdoğan, A. ve Yazlık, M. Y. (2020). Matematiksel İletişim Kapsamında Ortaokul Matematik Öğretim Programlarının İncelenmesi. Özmantar, M. F. vd. (Ed), *Ortaokul Matematik Öğretim Programları: Tarihsel Bir İnceleme* (2. Baskı, s.503-525) içinde. Pegem Akademi.

Fennell, F. S. ve Rowan T. (2001). Representation: An important process. Teaching and Learning Mathematics. 7(5), 288-292.

Fischbein, E.: 1982, 'Intuition and proof', *For the Learning of Mathematics* 3(2), 9–24.

Fraenkel, J. R., & Wallen, N. E. & Hyun H. H. (2012). *How to Design and Evaluate Research in Education (8th edition).* Newyork: McGraw-Hill.

Frechtling, J. (2002). *The 2002 User-Friendly Handbook for Project Evaluation .*Alexandria, Virginia, USA: The National Science Foundation.

Goldin, G. A. (2003). Representation in School Mathematics: A Unifying Research Perspective. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Eds.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 275-285). Reston, NJ: NCTM.

Goslin, K.D.M. (2016). *The Effect of Purposeful Mathematics Discourse in the Classroom on Students' Mathematics Language in the Context of Problem Solving.* (Yüksek Lisans Tezi). Oeen's University, Canada.

Gökler, Z. S., Asım, A. ve Aypay, A. (2012). İlköğretim İngilizce Dersi Hedefleri Kazanımları SBS Soruları ve Yazılı Sınav Sorularının Yeni Bloom Taksonomisine Göre Değerlendirilmesi. *Eğitimde Politika Analizi*, 1(2), 114-133.

Güler, G. (2020). Akıl Yürütme ve İspat İlişkisi. IN I. Uğurel (Ed.), *Matematiksel İspat ve Öğretimi. Okul Yıllarında İspat Öğretimini Destekleyen Çok Yönlü Bir Bakış,* (ss. 89-112): Anı Yayıncılık.

Güler, G., Özdemir, E., ve Dikici, R. (2012). İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Sınav Soruları İle SBS Matematik Sorularının Bloom Taksonomosi'ne Göre Karşılaştırmalı Analizi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 14(1), 41-60.

Gür, B. S., Çelik, Z. ve Coşkun, İ. (2013). *Türkiye'de Ortaöğretimin Geleceği: Hiyerarşi Mi, Eşitlik Mi?*. Ankara: SETA Analiz.

Gürbüz, R., ve Şahin, S. (2015). 8. Sınıf Öğrencilerinin Çoklu Temsiller Arasındaki Geçiş Becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi,* 23(4), 1869-1888.

Gürbüz, R., ve Şahin, S. (2020). İlişkilendirme Becerisi Kapsamında Ortaokul Matematik Öğretim Programlarının İncelenmesi. Özmantar, M. F. vd. (Ed), *Ortaokul Matematik Öğretim Programları: Tarihsel Bir İnceleme* (2. Baskı, s.367-388) içinde. Pegem Akademi.

Güven, İ. (2010). *Türk Eğitim Tarihi*. Ankara: Naturel.

Harel, G. and Sowder, L. (2007) 'Toward Comprehensive Perspectives on the Learning and Teaching of Proof, İn Lester, F.K. (Éd.), *Second Hand- Book of Research on Mathematics Teaching and Learning,* Greenwich, CT, Information Age Publishing, pp. 805.

Herbel-Eisenmann, B., Choppin, J., Wagner, D., & Pimm, D. (Eds.). (2011). *Equity in Discourse for Mathematics Education: Theories, Practices, and Policies.* Springer

Inoue, N. (2005). The Realistic Reasons Behind Unrealistic Solutions: The Role of İnterpretive Activity in Word Problem Solving. *Learning and Instruction*, 15, 69-83.

İpek, A. S. ve Okumuş, S. (2012). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Problem Çözmede Kullandıkları Temsiller. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 11*(3), 681-700.

Janvier, C. (1987). Representation System And Mathematics. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representations in the Learning and Teaching of Mathematics*, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Janvier, B. D. ve Bednarz, N. (1987). *Pedagogical Considerations Concerning the Problem of Representation. Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. Editor: Claude Janvier. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates

Jeannotte, D., ve Kieran, C. (2017). A Conceptual Model of Mathematical Reasoning for School Mathematics. *Educational Studies in Mathematics,* 96(1), 1-16.

Karakaya, F., Bulut, A. E. ve Yılmaz, M. (2020). Fen Lisesi Öğretmenlerinin TEOG ve LGS Sistemlerine Yönelik Görüşleri. *Ihlara Eğitim Araştırmaları Dergisi,* 5(1), 116–126.

Kartallıoğlu, S. (2005*). İlköğretim 3. ve 4. Sınıf Öğrencilerinin Sözel Matematik Problemlerini Modellemesi: Çarpma Ve Bölme İşlemi*. (Yüksek Lisans Tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.

Keskin, M. Ö., ve Aydın, S. (2011). Seviye Belirleme Sınavı 6. Sınıf Fen ve Teknoloji Testinde Çıkan Biyoloji Sorularının Revize Edilmiş Taksonomiye Göre İncelenmesi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 31(3), 727-742.

Kılıç, A. (2009). *İlköğretim 4. Sınıf Öğrencilerinin Rutin Olmayan Problem Çözümlerinde Karşılaştıkları Zorluklarının İncelenmesi.* (Yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Kılıç, Ç. (2009). *İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Problemlerin Çözümlerinde Kullandıkları Temsiller.* (Doktora Tezi). Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Kılıçoğlu, E. (2021). Ortaokul Cebirsel Faaliyetlerde Matematiksel Süreç Standartlarının Kullanım Durumu. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(1), 137-166.

Köğce, D., ve Baki, A. (2009). Matematik Öğretmenlerinin Yazılı Sınav Soruları İle ÖSS Sınavlarında Sorulan Matematik Sorularının Bloom Taksonomisine Göre Karşılaştırılması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 26(26), 70-80.

Kömleksiz, M. ve Gökmenoğlu, T. (2020). Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programlarında Öğretim Strateji, Yöntem ve Teknikleri. Özmantar, M. F. vd. (Ed), *Ortaokul Matematik Öğretim Programları: Tarihsel Bir İnceleme* (2. Baskı, s.151-181) içinde. Pegem Akademi

Lampert, M. (1990). When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not The Answer: Mathematical Knowing and Teaching. *American Educational Research Journal 27*, 29-63.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations And Translations Among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving. In C. Janvier *(Ed.), Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R. (1981). Applied Mathematical Problem Solving. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2),235-264.

Lithner, J. (2004). Mathematical Reasoning in Calculus Textbook Exercises. *Journal of Mathematical Behavior*. 23, 405–427.

Lithner, J. (2008). A Research Framework for Creative and İmitative Reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), 255-276.

Lobato, J. (2003). How Design Experiments Can İnform A Rethinking of Transfer And Vice Versa. *Educational Researcher*, 32(1), 17–20.

Lockwood, E., (2011). Students Connections Among Counting Problems: An Exploration Using Actor-Oriented Transfer. *Educational Studies in Mathematics,* 78(3), 307-322.

Marzano, R. J. (2004). *Building Background Knowledge for Academic Achievement*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Mesleki Yeterlilik Kurumu [MYK]. (2015). Türkiye Yeterlilikler Çerçevesi Kitapçığı, Ankara. https://tyc.gov.tr/sayfa/kapsam-ie65904a9-3cbc-4a68-90d6-ebf56681fd07.html

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2008). *64 Soruda Ortaöğretime Geçiş Sistemi ve Seviye Belirleme Sınavı Örnek Sorular.* Ankara: MEB Yayınları.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu*. Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. Ankara.

Mumcu, H. Y. (2018). Matematiksel İlişkilendirme Becerisinin Kuramsal Boyutta İncelenmesi: Türev Kavramı Örneği. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 9*(2), 211-248.

Mutlu, Y., ve Akgün, L. (2016). 1998-2013 SBS-OKS Sınav Sorularının Matematik Okuryazarlığı Ekseninde İçerik ve Bağlam Yönünden Değerlendirilmesi. *Turkish Studies (Elektronik),* 11(3), 1769-1780.

Narlı, S. (2016). İlişkilendirme Becerisi ve Muhtevası. (Ed.) E. Bingölbali; S. Arslan ve İ.Ö. Zembat. *Matematik Eğitiminde Teoriler*. Pegem Akademi.

National Council of Mathematics Teachers [NCTM]. (2017). https://www.nctm.org/About/At-a-Glance/Statement-of-Beliefs/

National Council of Mathematics Teachers [NCTM]. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: https://www.nctm.org/

Okumuş, S. (2012). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Problem Çözmede Kullandıkları Temsiller. *Gaziantep University Journal of Social Sciences*, 11(3).

Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü. (2018). *Ortaöğretime Geçiş Tercih ve Yerleştirme Kılavuzu.* MEB https://odsgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2018_06/29113510_2018_YILI_TERCYH_VE_YERLEYTYRME_KILAVUZU.pdf

Öz, T. (2017). *7. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi.* (Doktora Tezi). Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Özkan, U. B. (2019). *Eğitim Bilimleri Araştırmaları İçin Doküman İnceleme Yöntemi (4. Baskı).* Ankara: Pegem Akademi.

Özkaya, M., Işık, A., ve Konyalıoğlu, A. C. (2014). İlköğretim Matematik Öğretmenliği Öğrencilerinin Sürekli Fonksiyonlarla İlgili İspatlama ve Ters Örnek Oluşturma Performansları. *Middle Eastern & African Journal of Educational Research*, 11(1), 26-42.

Özkök, A. (2005). Disiplinlerarası Yaklaşıma Dayalı Yaratıcı Problem Çözme Öğretim Programının Yaratıcı Problem Çözme Becerisine Etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 2005*(28), 159-167.

Öztürk, N. (2020). *Sınavla Öğrenci Alacak Ortaöğretim Kurumlarına İlişkin Merkezi Sınav Matematik Sorularının PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlilik Düzeyleri Açısından Sınıflandırılması*. (Yüksek Lisans Tezi). Sakarya Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sakarya.

Pape, S. J. & Tchoshanov, M. A. (2001). The Role of Representations in Developing Mathematical Understanding. *Theory into Practice*. 40 (2), 118-127.

Pimm, D. (2019). *Routledge Revivals: Speaking Mathematically (1987): Communication in Mathematics Clasrooms*. Routledge.

Polya, G. (1945). *How to Solve It*? Princeton: Princeton University Press.

Polya, G. (1954). *Induction And Analogy İn Mathematics*. Princeton, NJ, Princeton University Press.

Polya, G. (1957). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method* (2nd ed.), Princeton, NJ: Princeton University Press.

Posamentier, S. A. & Krulik, S. (2019). *Matematikte Problem Çözme 3-6. Sınıflar: Kavramayı Derinleştirecek Güçlü Stratejiler (2. Baskı)* (Akgün, L., Kar, T. ve Öçal, F. M., Çev). Ankara: Pegem.

Purpura, D. & Reid, E. (2016). Mathematics and Language: İndividual and Group Differences in Mathematical Language Skills in Young Children, Early Childhood. *Research Quarterly*, 36, 259–268.

Ramnarain, U. (2014). Empowering Educationally Disadvantaged Mathematics Students Through A Strategies-Based Problem Solving Approach. *The Australian Educational Researcher,* 41(1), 43-57

Reys, R. M., Suydam, M. Lindquist & N. Smith. (1998). *Helping Children Learn Mathematics*. USA: A Viacom Company.

Riccomini, P.J. & Smith, W.G. & Hughes, M. E. & Fries, M. K. (2015). The Language of Mathematics: The İmportance of Teaching and Learning Mathematical Vocabulary. *Reading and Writing Quarterly*, 31(3), 235-252.

Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and İnstrumental Understanding. Mathematics Teaching, 77, 20-26.

Stylianides, G. (2008). Analytic Framework of Reasoning-And-Proving, *For the Learning of Mathematics,* 28, 9-16.

Tanju, B. (2020). *Matematik Öğretmen Adaylarının Temsil ve İlişkilendirme Becerilerinin Matematiksel Modelleme Sürecinde İncelenmesi.* (Yüksek Lisans Tezi). Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Temel, H. (2018). *Problem Çözme Stratejilerinin Matematiksel Süreç Becerilerine Göre Sınıflandırılması.* (Doktora Tezi). Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.

Thurston, W.P.: 1994, 'On Proof And Progress in Mathematics', *Bulletin of the American Mathematical Society.* 30, 161–177.

Türnüklü, E. B. ve Yeşildere, S. (2005). Problem, Problem Çözme ve Eleştirel Düşünme. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25*(3), 107-123.

Uğurel, I., Moralı, H. S. ve Kesgin, Ş. (2012). OKS, SBS ve TIMSS Matematik Sorularının 'MATH Taksonomi'Çerçevesinde Karşılaştırmalı Analizi. *Gaziantep University Journal of Social Sciences,* 11(2).

Ulusoy, B. (2020). 8. Sınıf Öğrencilerinin Liselere Geçiş Sınavı (LGS)'na İlişkin Algılarının Metaforlar Aracılığıyla İncelenmesi. *Necmettin Erbakan Üniversitesi Ereğli Eğitim Fakültesi Dergisi,* 2 (2) , 186-202.

Uşun, S. (2012). *Eğitimde Program Değerlendirme: Süreçler Yaklaşımlar ve Modeller.* Anı Yayıncılık.

Ünal, C. ve Eroğlu, D. (2021). LGS Matematik Sorularının Öğretim Programının Özel Amaçlarıyla Uyumluluğunun İncelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 1(60), 510-536.

Van de Walle, J. A. (2006). *Elemantary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (6th Ed.). Boston: Pearson Education Inc.

Weber, K. & Alcock, L. (2004). Semantic and Syntactic Proof Productions. *Educational Studies in Mathematics,* 56 (2/3), 209-234.

Woodward, J., Beckmann, S., Driscoll, M., Franke, M., Herzig, P., Jitendra, A., ... & Ogbuehi, P. (2012). *Improving Mathematical Problem Solving in Grades 4 through 8. IES Practice Guide. NCEE 2012-4055.* What Works Clearinghouse. Retrieved from https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED532215.pdf

Yalvaç, B. (2019). *Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanında Matematiksel Dili Kullanma Becerilerinin İncelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Yazgan, Y. (2007). Dördüncü ve Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Rutin Olmayan Problem Çözme Stratejileriyle İlgili Gözlemler. *İlköğretim Online,* 6(2), 249-263.

Yazgan, Y. ve Arslan, Ç. (2020). *Matematiksel Sıradışı Problem Çözme Stratejileri ve Örnekleri (8. Baskı).* Ankara: Pegem.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2015) *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Seçkin Yayınevi.

Yıldız, A., Baltacı, S., Kurak, Y. ve Güven, B. (2012). Üstün Yetenekli ve Üstün Yetenekli Olmayan 8. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Stratejilerini Kullanma Durumlarının İncelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 25(1), 123-143.

Yılmaz, U. ve Doğan, M. (2022). 2021-LGS Matematik Alt Testi Sorularının Öğrenme Alanları ve Yenilenmiş Bloom Taksonomisine Göre İncelenmesi. *EKEV Akademi Dergisi*, (90), 459-476.

Zeybek, Z., Üstün, A. ve Birol, A. (2018). Matematiksel İspatların Ortaokul Matematik Ders Kitaplarındaki Yeri. *Elementary Education Online, 17*(3), 1317-1335.

EK-A: Araştırma Etik Komisyonu Onay Bildirimi

T.C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Rektörlük

Sayı : E-35853172-300-00002139220 16.04.2022
Konu : Etik Komisyon İzni (Hilal ÇELİK)

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi: 10.03.2022 tarihli ve E-51944218-300-00002081581 sayılı yazınız.

Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi tezli yüksek lisans programı öğrencisi **Hilal ÇELİK**'in, **Dr. Öğr. Üyesi Zeynep Sonay AY** danışmanlığında yürüttüğü **"Ortaöğretime Geçiş Sınavı Matematik Sorularının Süreç Standartlarına Göre Değerlendirilmesi"** başlıklı tez çalışması Üniversitemiz Senatosu Etik Komisyonunun **12 Nisan 2022** tarihinde yapmış olduğu toplantıda incelenmiş olup, etik açıdan uygun bulunmuştur.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof. Dr. Vural GÖKMEN
Rektör Yardımcısı

Adres: Hacettepe Üniversitesi Rektörlük 06100 Sıhhiye-Ankara
E-posta:yazimd@hacettepe.edu.tr İnternet Adresi: www.hacettepe.edu.tr Elektronik Ağ: www.hacettepe.edu.tr
Telefon: 0 (312) 305 3001-3002 Faks:0 (312) 311 9992
Kep: hacettepeuniversitesi@hs01.kep.tr

Bilgi için: Çağla Handan GÜL
Bilgisayar İşletmeni
Telefon: 03123051008

EK-B: Milli Eğitim Bakanlığı İzin Belgesi

T.C.
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI
Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri
Genel Müdürlüğü

Sayı : E-57750415-622.03-49798114 17.05.2022
Konu : LGS Matematik Sorularının Kullanım İzni
(Hilal ÇELİK)

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi :25.04.2022 tarihli ve E-51944218-302.08.01-00002152360 sayılı yazınız.

Üniversiteniz Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi tezli yüksek lisans programı öğrencisi Hilal ÇELİK'in, Dr. Öğr. Üyesi Zeynep Sonay AY danışmanlığında yürüttüğü "Ortaöğretime Geçiş Sınavı Matematik Sorularının Süreç Standartlarına Göre Değerlendirilmesi" başlıklı tez çalışmasında 2020 ve 2021 Sınavla Öğrenci Alacak Ortaöğretim Kurumlarına Geçiş Sınavı (LGS) matematik sorularını kullanma talebine yönelik dilekçesi incelenmiştir.

Adı geçenin söz konusu soruları hiçbir ticari faaliyette kullanmamak şartıyla sadece bahsi geçen tez çalışmalarında kullanması Genel Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Bilgilerini ve gereğini rica ederim.

Murat İLİKHAN
Bakan a.
Genel Müdür

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Emniyet Mah. Abant 2 Sokak ÖDSGM Ek Hizmet Binası 13/A Yenimahalle/ANKARA
Telefon No : 0 (312) 413 32 40
E-Posta: baris.ozgurluk@meb.gov.tr
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr
Belge Doğrulama Adresi : https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys
Bilgi için: Dr. Barış ÖZGÜRLÜK
Unvan : Milli Eğitim Uzmanı
İnternet Adresi: Faks:

EK-C: Etik Beyanı

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında,

* tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
* görsel, işitsel ve yazılı bütün bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
* başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
* atıfta bulunduğum eserlerin bütününü kaynak olarak gösterdiğimi,
* kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
* bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

……../……/…….

Hilal ÇELİK

EK-Ç: Yüksek Lisans Çalışması Orijinallik Raporu

23/03/2023

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı Başkanlığına,

Tez Başlığı: Ortaöğretime Geçiş Sınavı Matematik Sorularının Süreç Standartlarına Göre Değerlendirilmesi

Yukarıda başlığı verilen tez çalışmamın tamamı (kapak sayfası, özetler, ana bölümler, kaynakça) aşağıdaki filtreler kullanılarak **Turnitin** adlı intihal programı aracılığı ile kontrol edilmiştir. Kontrol sonucunda aşağıdaki veriler elde edilmiştir:

Rapor Tarihi	Sayfa Sayısı	Karakter Sayısı	Savunma Tarihi	Benzerlik Oranı	Gönderim Numarası
23/03/2023	128	175,016	23/01/2023	%12	2044354631

Uygulanan filtreler:
1. Kaynaklar hariç
2. Alıntılar dâhil
3. 5 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esaslarını inceledim ve çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan eder, gereğini saygılarımla arz ederim.

Ad Soyadı: Hilal ÇELİK

Öğrenci No.: N19232099

Ana Bilim Dalı: Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi   İmza

Programı: Matematik Eğitimi

Statüsü: ☒ Y.Lisans ☐ Doktora ☐ Bütünleşik Dr.

DANIŞMAN ONAYI

UYGUNDUR.

Dr. Öğretim Üyesi Zeynep Sonay AY

EK-D: Thesis Originality Report

23/03/2023

HACETTEPE UNIVERSITY
Graduate School of Educational Sciences
To The Department of Mathematics and Science Education

Thesis Title: The Evaluation of Secondary Education Entrance Exam Mathematics Questions According to Process Standards

The whole thesis that includes the *title page, introduction, main chapters, conclusions and bibliography section* is checked by using **Turnitin** plagiarism detection software take into the consideration requested filtering options. According to the originality report obtained data are as below.

Time Submitted	Page Count	Character Count	Date of Thesis Defense	Similarity Index	Submission ID
23/03/2023	128	175,016	23/01/2023	%12	2044354631

Filtering options applied:
1. Bibliography excluded
2. Quotes included
3. Match size up to 5 words excluded

I declare that I have carefully read Hacettepe University Graduate School of Educational Sciences Guidelines for Obtaining and Using Thesis Originality Reports; that according to the maximum similarity index values specified in the Guidelines, my thesis does not include any form of plagiarism; that in any future detection of possible infringement of the regulations I accept all legal responsibility; and that all the information I have provided is correct to the best of my knowledge.

I respectfully submit this for approval.

Name Lastname: Hilal ÇELİK

Student No.: N19232099

Department: Mathematics and Science Education

Program: Mathematics Education

Status: ☒ Masters ☐ Ph.D. ☐ Integrated Ph.D.

Signature

ADVISOR APPROVAL

APPROVED
Assist. Prof. Dr. Zeynep Sonay AY

EK-E: Yayımlama ve Fikrî Mülkiyet Hakları Beyanı

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kâğıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım haklan bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

Yükseköğretim Kurulu tarafından yayınlanan "**Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına ilişkin Yönerge**" kapsamında tezim aşağıda belirtilen koşullar haricince YÖK Ulusal Tez Merkezi / H.Ü. Kütüphaneleri Açık Erişim Sisteminde erişime açılır.

- o Enstitü/ Fakülte yönetim kurulu kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihinden itibaren 2 yıl ertelenmiştir. (1)
- o Enstitü/Fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren ... ay ertelenmiştir. (2)
- o Tezimle ilgili gizlilik kararı verilmiştir. (3)

.... /......... /.........

Hilal ÇELİK

"Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge"

(1) *Madde 6. 1. Lisansüstü tezle ilgili patent başvurusu yapılması veya patent alma sürecinin devam etmesi durumunda, tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü Üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu iki yıl süre ile tezin erişime açılmasının ertelenmesine karar verebilir.*

(2) *Madde 6. 2. Yeni teknik, materyal ve metotların kullanıldığı, henüz makaleye dönüşmemiş veya patent gibi yöntemlerle korunmamış ve internetten paylaşılması durumunda 3.şahıslara veya kurumlara haksız kazanç; imkânı oluşturabilecek bilgi ve bulguları içeren tezler hakkında tez danışmanın önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile altı ayı aşmamak üzere tezin erişime açılması engellenebilir.*

(3) *Madde 7. 1. Ulusal çıkarları veya güvenliği ilgilendiren, emniyet, istihbarat, savunma ve güvenlik, sağlık vb. konulara ilişkin lisansüstü tezlerle ilgili gizlilik kararı, tezin yapıldığı kurum tarafından verilir*. Kurum ve kuruluşlarla yapılan işbirliği protokolü çerçevesinde hazırlanan lisansüstü tezlere ilişkin gizlilik kararı ise, ilgili kurum ve kuruluşun önerisi ile enstitü veya fakültenin uygun görüşü Üzerine üniversite yönetim kurulu tarafından verilir. Gizlilik kararı verilen tezler Yükseköğretim Kuruluna bildirilir.*

Madde 7.2. Gizlilik kararı verilen tezler gizlilik süresince enstitü veya fakülte tarafından gizlilik kuralları çerçevesinde muhafaza edilir, gizlilik kararının kaldırılması halinde Tez Otomasyon Sistemine yüklenir

**Tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu tarafından karar verilir.*