

**T.C.**  
**HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ**  
**SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**META ANALİZİ İLE BOX-COX DÖNÜŞÜMÜ İÇİN YENİ BİR YAKLAŞIM VE**  
**İNTERNET TABANLI UYGULAMASI**

**Muhammed Ali Yılmaz**

**Biyoistatistik Programı**  
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ANKARA**  
**2022**



**T.C.  
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ  
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**META ANALİZİ İLE BOX-COX DÖNÜŞÜMÜ İÇİN YENİ BİR YAKLAŞIM VE  
İNTERNET TABANLI UYGULAMASI**

**Muhammed Ali Yılmaz**

**Biyoistatistik Programı  
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ANKARA  
2022**

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ  
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
META ANALİZİ İLE BOX-COX DÖNÜŞÜMÜ İÇİN YENİ BİR YAKLAŞIM VE İNTERNET  
TABANLI UYGULAMASI  
Muhammed Ali YILMAZ  
Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Osman DAĞ

Bu tez çalışması 27/06/2022 tarihinde jürimiz tarafından "Biyostatistik Programı"nda yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Başkanı: Prof. Dr. Pınar ÖZDEMİR  
(Hacettepe Üniversitesi)  
Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Osman DAĞ  
(Hacettepe Üniversitesi)  
Üye: Dr. Öğr. Üyesi Ayham PARMAKSIZ  
(İstanbul Sağlık ve Teknoloji Üniversitesi)

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri tarafından uygun bulunmuştur.

19 Temmuz 2022

Prof. Dr. Müge YEMİŞÇİ ÖZKAN  
Enstitü Müdürü -

## YAYIMLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kağıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

Yükseköğretim Kurulu tarafından yayınlanan "**Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge**" kapsamında tezim aşağıda belirtilen koşullar haricince YÖK Ulusal Tez Merkezi / H.Ü. Kütüphaneleri Açık Erişim Sisteminde erişime açılır.

- o Enstitü / Fakülte yönetim kurulu kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren 2 yıl ertelenmiştir. <sup>(1)</sup>
- o Enstitü / Fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren ... ay ertelenmiştir. <sup>(2)</sup>
- o Tezimle ilgili gizlilik kararı verilmiştir. <sup>(3)</sup>

19 /07/2022

Muhammed Ali YILMAZ

<sup>1</sup>"**Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge**"

- (1) Madde 6. 1. Lisansüstü teze ilgili patent başvurusu yapılması veya patent alma sürecinin devam etmesi durumunda, tez danışmanının önerisi ve **enstitü anabilim dalının uygun görüşü** üzerine **enstitü veya fakülte yönetim kurulu** iki yıl süre ile tezin erişime açılmasının ertelenmesine karar verebilir.
- (2) Madde 6. 2. Yeni teknik, materyal ve metotların kullanıldığı, henüz makaleye dönüşmemiş veya patent gibi yöntemlerle korunmamış ve internetten paylaşılması durumunda 3. şahıslara veya kurumlara haksız kazanç imkanı oluşturabilecek bilgi ve bulguları içeren tezler hakkında tez **danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü** üzerine **enstitü veya fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile** altı ayı aşmamak üzere tezin erişime açılması engellenebilir.
- (3) Madde 7. 1. Ulusal çıkarılan veya güvenliği ilgilendiren, emniyet, istihbarat, savunma ve güvenlik, sağlık vb. konulara ilişkin lisansüstü tezlerle ilgili gizlilik kararı, **tezin yapıldığı kurum tarafından** verilir \*. Kurum ve kuruluşlarla yapılan işbirliği protokolü çerçevesinde hazırlanan lisansüstü tezlere ilişkin gizlilik kararı ise, **ilgili kurum ve kuruluşun önerisi ile enstitü veya fakültenin uygun görüşü** üzerine **üniversite yönetim kurulu tarafından** verilir. Gizlilik kararı verilen tezler Yükseköğretim Kuruluna bildirilir.  
Madde 7.2. Gizlilik kararı verilen tezler gizlilik süresince enstitü veya fakülte tarafından gizlilik kuralları çerçevesinde muhafaza edilir, gizlilik kararının kaldırılması halinde Tez Otomasyon Sistemine yüklenir

\* Tez danışmanının önerisi ve **enstitü anabilim dalının uygun görüşü** üzerine **enstitü veya fakülte yönetim kurulu tarafından karar verilir.**

## ETİK BEYAN

Bu çalışmadaki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu, kullandığım verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı, yararlandığım kaynaklara bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu, tezimin kaynak gösterilen durumlar dışında özgün olduğunu, Dr. Öğr. Üyesi Osman DAĞ danışmanlığında tarafımdan üretildiğini ve Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Yönergesine göre yazıldığını beyan ederim.

*Muhammed Ali YILMAZ*

## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca her zaman yanımda olan, değerli görüş ve önerileriyle bana yol gösteren değerli danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Osman Dağ'a, Biyoistatistik Anabilim Dalı'ndaki tüm hocalarıma, her zaman benden desteğini esirgemeyen canım aileme teşekkürlerimi sunarım.

## ÖZET

**Yılmaz, M. A., Meta Analizi İle Box-Cox Dönüşümü İçin Yeni Bir Yaklaşım Ve İnternet Tabanlı Uygulaması, Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Biyoistatistik Programı Yüksek Lisans Tezi, Ankara, 2022.** Normallik varsayımı sağlık çalışmalarında sıkça karşılaşılan varsayımlardan birisidir. Normallik varsayımının sağlanmadığı durumlarda sıkça başvurulan çözüm yöntemlerinden birisi normal dağılmayan veri seti üzerinde dönüşüm yapmaktır. Sıkça kullanılan dönüşüm yöntemlerinden birisi ise Box-Cox dönüşüm yöntemidir. Box-Cox dönüşüm yöntemi bilinmeyen dönüşüm parametresine sahip bir kuvvet dönüşüm yöntemidir. Bu tez çalışmasında Box-Cox dönüşüm yönteminin bilinmeyen dönüşüm parametresinin kestirimi için yeni bir yaklaşım önerilmiştir. Önerilen yaklaşım farklı parametre kestirim yöntemlerinin meta analizi ile birleştirilmesi mantığına dayanmaktadır. Monte Carlo benzetim çalışmasıyla önerilen yaklaşım ile diğer yöntemler farklı senaryolar altında karşılaştırılmıştır. Benzetim çalışması sonucunda önerdiğimiz yaklaşımın diğer yöntemlere göre parametre kestirimi konusunda daha başarılı performans gösterdiği görülmüştür. Ek olarak iki farklı gerçek veri üzerinde önerilen yöntemin uygulaması yapılmıştır. Ek olarak önerilen yaklaşım R programında AID kütüphanesi altında "boxcoxmeta" isimli fonksiyon olarak araştırmacıların erişimine açılmıştır. Son olarak bu tezde önerilen yaklaşımın da kullanılabileceği internet tabanlı bir araç geliştirilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Box-Cox dönüşümü, Meta analizi, Normallik testleri, İstatistiksel yazılım



## ABSTRACT

**Yilmaz, M. A., A Novel Approach For Box-Cox Transformation Via Meta Analysis And Its Web Application, Hacettepe University Graduate School of Health Sciences Master Thesis in Biostatistics, Ankara, 2022.** The assumption of normality is one of the common assumptions in health studies. In cases where the normality assumption is not met, one of the frequently used solution methods is to transform on a non-normally distributed data set. One of the frequently used transformation methods is the Box-Cox transformation method. Box-Cox transformation method is a power transformation method with unknown transformation parameter. In this thesis, we proposed a new approach for the estimation of the unknown transformation parameter of the Box-Cox transformation method. Our proposed approach is based on combining different parameter estimation methods with meta-analysis. We compared our proposed approach and other methods under different scenarios with the Monte Carlo simulation study. As a result of the simulation study, it has been seen that our proposed approach has a more successful performance in parameter estimation than other methods. Moreover, we applied the proposed approach on two different real data. In addition, we made our proposed approach accessible to researchers as a function named "boxcoxmeta" under the AID library in the R program. Finally, we have developed an internet-based tool involving our proposed approach in this thesis.

**Keywords:** Box-Cox transformation, Meta analysis, Normality tests, Statistical software

# İÇİNDEKİLER

ONAY SAYFASI	iii
YAYIMLANMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI	iv
ETİK BEYAN	v
TEŞEKKÜR	vi
ÖZET	vii
ABSTRACT	viii
İÇİNDEKİLER	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR	xi
ŞEKİLLER	xii
TABLolar	xiii
<b>1. GİRİŞ</b>	<b>1</b>
<b>2. GENEL BİLGİLER</b>	<b>4</b>
2.1. Box-Cox Dönüşümü Nedir?	4
2.1.1 Box-Cox Dönüşümü ve Bazı Alternatif Versiyonları	4
2.1.2. Box-Cox Dönüşümü Uygulama Alanları	7
2.1.3. Dönüşüm Parametresinin Kestirimi	8
2.1.4. R Programında Kullanılan Box-Cox Kütüphaneleri Nelerdir?	12
2.2. Meta Analizi	15
2.2.1. Meta Analizi Nedir?	15
2.2.2. Meta Analizinde Sıkça Karşılaşılan Kavramlar	16
2.2.3. Meta Analizinde Kullanılan Modeller	17
2.3. Normallik Test Yöntemleri	26
2.3.1. Shapiro-Wilk Yöntemi	27
2.3.2. Shapiro-Francia Yöntemi	28
2.3.3. Anderson Darling Testi	29
2.3.4. Cramer-von Mises Testi	29
2.3.5. Lilliefors Testi	29
2.3.6. Jarque Bera Testi	30
<b>3. GEREÇ VE YÖNTEM</b>	<b>31</b>
3.1. Önerilen Yöntem	31
3.2. Kestirici Performans Ölçütleri	33
3.2.1. Yanlılık (Bias)	33
3.2.2. Standart Hata	33
<b>4. BULGULAR</b>	<b>34</b>

	x
4.1. Benzetim Çalışması	34
4.2. Gerçek Veri Uygulamaları	38
4.2.1. Beyaz Küre Sayısı Veri Setine Ait Bulgular	38
4.2.2. Kalp Kası Veri Setine Ait Bulgular	42
<b>5. İNTERNET TABANLI UYGULAMA</b>	45
<b>6.TARTIŞMA VE SONUÇ</b>	49
<b>7. KAYNAKÇA</b>	51
<b>8.EKLER</b>	55
EK 1: Farklı Senaryolar Altında Kestirici Yöntemlerinin Performansları	
EK 2: Tez Çalışması Orijinallik Raporu	
EK 3: Dijital Makbuz	
<b>9.ÖZGEÇMİŞ</b>	80

## SİMGELER VE KISALTMALAR

<b>AD</b>	Anderson-Darling Normallik Testi
<b>AS</b>	Alt Sınır
<b>GA</b>	Güven Aralığı
<b>CVM</b>	Cramer-von Mises Normallik Testi
<b>HKO</b>	Hata Kareler Ortalaması
<b>JB</b>	Jarque-Bera Normallik Testi
<b>LT</b>	Lilliefors Normallik Testi
<b>SF</b>	Shapiro-Francia Normallik Testi
<b>SH</b>	Standart Hata
<b>SW</b>	Shapiro-Wilk Normallik Testi
<b>ÜS</b>	Üst Sınır

## ŞEKİLLER

Şekil	Sayfa
4.1. Önerilen yöntemlerin yanlılık performansları	37
4.2. Beyaz küre sayısının dönüşümden önceki (solda) ve dönüşümden sonraki (sağda) histogram ve Q-Q grafikleri	39
4.3. Kalp kası veri setinin dönüşümden önceki (solda) ve dönüşümden sonraki (sağda) histogram ve Q-Q grafikleri	43
5.1. AID uygulaması veri yükleme ekranı	45
5.2. Analiz amacı tek değişken olduğu zaman AID uygulaması veri analiz ekranı	46
5.3. Analiz amacı ANOVA olduğu zaman AID uygulaması veri analiz ekranı	47
5.4. Analiz amacı doğrusal regresyon olduğu zaman AID uygulaması veri analiz ekranı	48

## TABLOLAR

<b>Tablo</b>	<b>Sayfa</b>
<b>2.1.</b> Dönüşüm parametresine göre Box-Cox dönüşümünün benzediği dönüşüm yöntemleri	7
<b>2.2.</b> R kütüphanelerine göre kullanılan parametre kestirim yöntemleri	15
<b>4.1.</b> Önerdiğimiz yöntem ile diğer altı farklı yöntemin karşılaştırması	35
<b>4.2.</b> Ortalama ve güven aralığının kullanımları arasındaki farklar	42
<b>4.3.</b> Box-Cox dönüşümü sonrasında normallik testi sonuçları	43
<b>4.4.</b> Kalp kası veri seti için ortalama ve güven aralıkları	44

## 1. GİRİŞ

İstatistikte normal dağılım önemli bir yere sahiptir. Bunun nedeni tek örneklem t testi, regresyon analizi gibi sıkça kullanılan analiz yöntemlerinin birçoğunu uygulayabilmenin ilk şartlarından birisi analiz edilecek verinin normal dağılım göstermesidir. Fakat günlük hayatta çalışılan birçok veri normal dağılıma sahip değildir. Bu tür durumlarda ise başvurulabilecek birçok seçenek vardır. Bu seçenekler sırasıyla;

- i) Varsayımların sağlanmadığı durumu gözardı edilerek tüm varsayımlar sağlanmış gibi analiz yapılmaya devam edilebilir,
- ii) İhlal edilen varsayımın yerine doğru varsayımın ne olduğuna karar vererek yeni varsayımı göz önünde bulunduran geçerli bir yöntem kullanılabilir,
- iii) Varsayımların sağlanmadığı veri üzerinde uygun bir şekilde dönüşümler yaparak veya aykırı gözlemleri ayıklayarak veri varsayımların sağlandığı bir çerçeveye otutturulabilir,
- iv) Çeşitli varsayımlar sağlanamasa bile geçerli olan dağılımdan bağımsız bir yöntem uygulanabilir (1).

Gerekli varsayımların sağlanmadığı durumlarda üçüncü seçenek ile çalışmalarına devam eden araştırmacılar veriyi varsayımların sağlandığı bir formata dönüştürmeyi deneyebilirler. Dönüşüm yapmaya karar veren araştırmacı için bazı geleneksel dönüşüm yöntemleri sunulabilir. Bu yöntemler kısaca aşağıdaki şekilde sıralanabilir.

- Karekök Dönüşüm Yöntemi ( $\sqrt{x}$ ):

Veri setindeki her bir gözlemin kare kökünün alınmasıyla uygulanabilen bir dönüşüm yöntemidir. Bu yöntem uygulanırken dikkat edilecek önemli bir konu veri setinde negatif gözlemlerin olup olmadığıdır. Eğer veri setinde negatif gözlemler var ise gözlemler karekökü alınamayacağı için eklenecek sabit bir katsayıyla veri setindeki negatif gözlemler pozitif hale getirilir.

- Logaritmik Dönüşüm Yöntemi ( $\log x$ ):

Aslında tek bir dönüşüm yöntemi olmasından daha çok bir dönüşüm sınıfı olan logaritmik dönüşüm yöntemi birçok alanda kullanılmıştır. Logaritmik dönüşüm sonucu normal dağılan yeni veriler log-normal değişkenler olarak adlandırılır. Bu log-normal değişkenlerin sosyal bilimler alanında veya sonuçların birçok bağımsız faktörden etkilendiği durumlarda yaygınca kullanıldıkları söylenebilir.

- Ters Dönüşüm Yöntemi ( $\frac{1}{x}$ ):

Dönüşüm yapılacak veri setindeki her gözlemin çarpmaya göre tersi alınarak uygulanan ters dönüşüm yöntemi kısacası her  $x$  gözlemi için  $\frac{1}{x}$  şeklinde ifade edilir. Ters dönüşüm yöntemi çok küçük sayıları büyük sayıya çevirmesi (örneğin  $x=1 \times 10^{-4}$  ise ters dönüşüm uygulandığında yeni gözlemin  $\frac{1}{x} = 1000$  olması gibi) veya büyük sayıların dönüşümünün küçük sayı olması nedeniyle her gözlemin sırasının değişebilme durumundan dolayı ters dönüşüm yöntemi uygulanırken dikkatli olunması gerekir. Ek olarak ters dönüşüm yöntemi de logaritmik dönüşüm yöntemi gibi sadece bir dönüşüm yöntemi olmak yerine teknik olarak bir dönüşüm sınıfıdır.

- Arcsin Karekök Dönüşüm Yöntemi ( $\text{Arcsin}\sqrt{x}$ ):

Her bir sayının karekökünün arksinüsünün alındığı bu yöntem oran olarak elde edilmiş veriler için kullanılır. Bunun nedeni ise dönüşümün matematiksel özelliğinden dolayı değişkenleri  $-1$  ile  $1$  aralığına dönüştürmesinden kaynaklanmaktadır. Son olarak dönüştürülmüş veriler radyan olarak raporlanır.

- Box-Cox Dönüşüm Yöntemi:

Yukarıda verilen ters veya karekök dönüşüm yöntemleri düşünüldüğünde aslında bu dönüşüm yöntemlerinin mantıksal temelini aynı olduğu söylenebilir. Adı geçen her iki yöntemin de amacının (ters dönüşüm yöntemi  $x^{-1}$  veya karekök yöntemi  $x^{\frac{1}{2}}$  şeklinde karakterize edilebilir) verinin kuvvetini almak olduğu açıkça görülmektedir. Kısacası bu tür dönüşüm yöntemleri kuvvet dönüşüm yöntemleri olarak sınıflandırılabilir. Dahası bir çok yazar bu dönüşümlerin



çeşitlendirilebileceğinden bahsetmektedir (2). Box ve Cox (3) tarafından geliştirilen bu yöntem sahip olduğu dönüşüm parametresiyle verilerin ihtiyaçlarına göre uyarlayabilmek için bir dizi fırsat sağlayan dönüşüm sürekliliği sağlamaktadır (2).

Yukarıda kısaca istatistiksel analizler yapılırken sağlanması şart olan varsayımlar sağlanmadığında araştırmacıların dört farklı yol izleyebileceğine değinilmiştir. Verinin dönüştürülerek varsayımların sağlanabileceği fikrini benimseyen araştırmacılar için dönüşüm yaparken faydalanabilecekleri farklı geleneksel dönüşüm yöntemlerini açıklanmaya çalışılmıştır.

Bu çalışmanın ana odak noktası Box-Cox dönüşüm yöntemidir. Genel bilgiler kısmında Box-Cox dönüşüm yöntemi detaylıca incelenecektir. Gereç ve yöntem kısmında Box-Cox dönüşüm yönteminin dönüşüm parametresi için önerilen yeni bir yaklaşım açıklanacaktır. Bulgular kısmında ise yapılan benzetim çalışmasının bulgularına yer verilecektir. Daha sonraki kısımda önerilen yaklaşım için geliştirilen internet tabanlı uygulama tanıtılacak ve son olarak bu tez çalışmasında neler yapıldığı kısaca özetlenecektir.

## 2. GENEL BİLGİLER

### 2.1. Box-Cox Dönüşümü Nedir?

Dönüşüm yöntemleri içerisinde en çok bilinen yöntemlerden birisi Box-Cox dönüşüm yöntemidir. Box-Cox dönüşüm yöntemi bilinmeyen lambda parametresine sahip bir kuvvet dönüşüm yöntemidir (3). Bu yöntem ilk olarak Box ve Cox tarafından önerilmiştir. Box-Cox dönüşüm yönteminin esas amacı normal dağılıma sahip olmayan veri setini normal dağılıma uygun bir veri setine dönüştürmektir.

#### 2.1.1 Box-Cox Dönüşümü ve Bazı Alternatif Versiyonları

Box-Cox dönüşüm yönteminin tarihçesi Tukey (4)'in kuvvet dönüşüm yöntemlerinin yeni bir ailesi olarak önerdiği çalışmasıyla başlar. Tukey (4)'in önerdiği bu dönüşüm yöntemi aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$Z_i = \begin{cases} y_i^\lambda, & \lambda \neq 0 \\ \log(y_i), & \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Daha sonra Box ve Cox  $\lambda = 0$  'da ki süreksizliği de hesaba katmak için yaptıkları birkaç düzenlemeyle Box-Cox dönüşüm yöntemini önermişlerdir. Box-Cox dönüşüm yönteminin orijinal hali aşağıda verilmiştir (5).

$$Z_i = \begin{cases} \frac{(y_i^\lambda - 1)}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ \log(y_i), & \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Eşitlik 2.2'de verilen denklemde  $\lambda$  ile bilinmeyen kuvvet dönüşüm parametresi ifade edilmektedir. Box-Cox dönüşüm yönteminde  $\lambda$  değerinin 0'a eşit ve farklı olduğu durumlara göre yöntemin uygulanmasında değişikliğe gidilir.  $\lambda$  değeri 0'a eşit olduğunda Box-Cox dönüşümü logaritmik dönüşüm yöntemine evrilir. Eşitlik 2.2'de  $y_i$  ile orijinal veri setindeki i. gözlem ifade edilirken,  $Z_i$  ile dönüştürülmüş verideki i. gözlem ifade edilmektedir. Her iki eşitlik  $y_i > 0$  olduğu durumlar için kullanılır. Eğer  $y_i \leq 0$  ise veri setine eklenecek sabit bir katsayı  $\lambda_2$  ile

$y_i$  pozitif bir sayı haline getirilir. Aşağıda ise veri setinde negatif gözlem bulunduğunda kullanılacak Box-Cox dönüşüm yönteminin alternatif bir versiyonu verilmiştir.

$$Z_i = \begin{cases} \frac{(y_i + \lambda_2)^\lambda - 1}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ \log(y_i + \lambda_2), & \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Eşitlik 2.2'de gösterilen dönüşüm yöntemi genel olarak bilinen Box-Cox dönüşüm yöntemidir fakat doğrusal fonksiyonun değişmeyeceği gerçeğinden hareketle Box-Cox dönüşüm yönteminin bir alternatifi olarak aşağıda verilen yöntem de kullanılabilir (3).

$$Z^*_i = \begin{cases} y_i^\lambda, & \lambda \neq 0 \\ \log(y_i), & \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

Box-Cox dönüşümü sonrasında dönüştürülmüş değişkenin, ortak değişkenleriyle doğrusal ilişkili olduğu ve hata teriminin ortalaması sıfır ve varyansı sabit  $\sigma^2$  olan normal dağılıma sahip olduğu varsayılır. Bilinmeyen  $\lambda$  parametresi için;

$$Y^{(\lambda)} = X^T \beta + \varepsilon \quad (2.5)$$

$Y = (y_1, \dots, y_n)^T$  veri setindeki gözlemlerin bir vektörü,  $Y^{(\lambda)} = (y_1^{(\lambda)}, \dots, y_n^{(\lambda)})^T$  dönüştürülmüş veri setindeki gözlemlerin vektörü,  $X$  ise  $n \times p$  boyutlu bilinen bir matris,  $\beta$  ise  $p \times 1$  boyutuna sahip dönüştürülen değerle ilişkili bilinmeyen parametreler vektörü ve son olarak  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$  dağılıma sahip rastgele hataların bir vektörüdür.

Orijinal hali Eşitlik 2.2 'de verilen Box-Cox dönüşüm yöntemi önerildikten sonraki süreçte kendisine alternatif versiyonlar da geliştirilmiştir. Bu alternatif dönüşümlerden birisi ise Manly (6) tarafından önerilmiştir. Önerilen bu yöntemin özelliği negatif gözlemler içeren veri setleri için Eşitlik 1.3'te ki dönüşümün bir alternatifi olarak önerilmesidir. Manly (6)'e göre çarpık tek tepeli dağılımların simetrik normal dağılıma dönüşümünde oldukça etkili olduğu belirtilen yöntem aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$Z_i = \begin{cases} \frac{(e^{\lambda y_i} - 1)}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ y_i, & \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

John ve Draper (7) tarafından modülüs dönüşümü olarak adlandırılan yöntem ise bir başka alternatif dönüşüm yöntemidir. Bu yöntemin güç dönüşümünü kullanmanın uygun olmadığı durumlarda iyi performans gösterecek alternatif bir yöntem olacağını düşünmüşlerdir. Halihazırda bir miktar simetriklik özelliklerine sahip dağılımların normalleştirilmesi için önerilen yöntem aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$Z_i = \begin{cases} \frac{\text{sign}(y_i)\{|y_i|+1\}^\lambda - 1}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ \text{sign}(y_i)\{\log(|y_i| + 1)\}, & \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

Burada  $\text{sign}(y)$  ile ifade edilen eşitlik aşağıdaki gibidir;

$$\text{sign}(y) = \begin{cases} 1, & y \geq 0 \\ -1, & y < 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

Bir diğer alternatif yöntem ise Bickel ve Doksum (8)'un önerdiği yöntemdir. Bu yöntem ise aşağıdaki gibidir.

$$Z_i = \begin{cases} \frac{\{|y_i|^\lambda \text{sign}(y_i) - 1\}}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ \text{sign}(y_i)\{\log(|y_i| + 1)\}, & \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

Yeo ve Johnson (9) ise John ve Draper (7)'in önerdiği yöntemden hareketle Eşitlik 2.10'da değiştirilmiş bir modülüs dönüşüm yöntemi önermişlerdir.

$$Z_i = \begin{cases} \frac{((y_i + 1)^\lambda - 1)}{\lambda}, & y \geq 0, \lambda \neq 0 \\ \log(y_i + 1), & y \geq 0, \lambda = 0 \\ -\frac{((1 - y_i)^{2-\lambda} - 1)}{2 - \lambda}, & y < 0, \lambda \neq 2 \\ -\log(1 - y_i), & y < 0, \lambda = 2 \end{cases} \quad (2.10)$$

Lambda parametresinin alacağı değerler giriş bölümünde yer verilen bazı geleneksel yöntemlerin bir birleşimidir (2). Aşağıdaki tabloda farklı değerlerde

kestirilmiş  $\lambda$  parametresine göre Box-Cox dönüşüm yönteminin benzeyeceği dönüşüm ailesi verilmiştir.

**Tablo 2.1.** Dönüşüm parametresine göre Box-Cox dönüşüm yönteminin benzediği dönüşüm yöntemleri

$\lambda$	Denk Dönüşüm Eşitliği	Denk Dönüşüm Adı
1	$x$	Orijinal veri seti
$\frac{1}{2}$	$x^{\frac{1}{2}}$	Karekök dönüşüm yöntemi
$\frac{1}{3}$	$x^{\frac{1}{3}}$	Küp kök dönüşüm yöntemi
$\frac{1}{4}$	$x^{\frac{1}{4}}$	Dördüncü kök dönüşüm yöntemi
0	$\log(x)$	Logaritmik dönüşüm yöntemi
$-\frac{1}{2}$	$x^{-\frac{1}{2}}$	Ters karekök dönüşüm yöntemi
-1	$\frac{1}{x}$	Ters dönüşüm yöntemi

Not: Osborne (2)'den alınmıştır.

### 2.1.2. Box-Cox Dönüşümü Uygulama Alanları

Yöntem önerildiği zamandan bu zamana kadar ki süreçte birçok farklı alanda uygulamalı olarak kullanılmıştır.

Bu çalışmaların bir örneği Peltier ve ark. (10) tarafından 1998 yılında yapılan hayvan bilimi deneylerinde Box-Cox dönüşümü uygulamasıdır. Ölçek farklılığı gibi nedenlerden dolayı varyansların homojenliği varsayımı sağlanamadığından hayvan bilimi deneylerinde hipotez testleri için ANOVA yöntemi kullanılamamaktadır. Bu çalışmada ise Box-Cox yöntemini kullanarak dönüşüm yapılan veriler ile ANOVA yönteminin varsayımlarının sağlanabileceğini göstermişlerdir.

Ahmad ve ark. (11) ise hipotez testleri için normallik ve varyansların homojenliği varsayımlarının sağlanamadığı durumlarda Box-Cox dönüşüm yöntemi kullanılarak varsayımların sağlandığını ve ANOVA yönteminin kullanılabilirliğini göstermişlerdir.

Farklı bir örnek olarak Hulten ve Wykoff (12) varlık fiyatlarına ilişkin verilerden ekonomik amortisman oranı ve biçiminin kestirimi probleminde Box-Cox kuvvet dönüşüm yöntemini kullanmışlardır.

Gillard (13) iki aşamalı dönüşüm yöntemiyle yeni bir geliştirilmiş Box-Cox dönüşüm ailesini karşılaştırmıştır. Çalışmanın sonunda Gillard (13), geliştirilmiş Box-Cox dönüşümünün iki aşamalı dönüşüm yöntemine göre daha düşük yanlılık değerine sahip olduğunu vurgulamıştır. Dahası yapılan benzetim çalışması sonucunda iki aşamalı dönüşüm yöntemi kullanılarak elde edilen referans aralıklarının geri dönüşümü sırasında zorluklarla karşılaşılabileceğini ve bunun yerine Box-Cox dönüşüm ailesi kullanılarak bu zorlukların üstesinden gelinebileceği belirtilmiştir.

Marimuthu ve ark. (14) sağlık araştırmalarında çarpık dağılımlar için logaritmik dönüşümün yapılabileceğini fakat tüm senaryolar için bu dönüşümün uygun olmadığını belirtmişlerdir. Normal dağılmayan verilerin hem normal dağılıma dönüştürmesi hem de hedef değişkeni orijinal metrikte geri dönüştürülebilmesi gibi özelliklerinden dolayı logaritmik dönüşüm yerine Box-Cox dönüşüm yönteminin kullanılmasının daha iyi olacağını vurgulamıştır.

Bu tür örneklerle görülebileceği gibi Box-Cox dönüşüm yöntemi birçok alanda istatistiksel analizler için kullanılmıştır.

### **2.1.3. Dönüşüm Parametresinin Kestirimi**

Box-Cox dönüşüm yöntemi istatistiksel analiz yaparken varsayımların sağlanmadığı durumlarda verilerin dönüşümü için genel olarak kullanılan yöntemlerden birisi olsa da dönüşüm yöntemini uygulayabilmek için  $\lambda$  parametresinin değerinin kestirimi, karşılaşılan problemlerden birisidir. Burada  $\lambda$  parametresinin kestirimi dönüşümün uygulanabilmesi için kritik bir öneme sahiptir. Literatürde  $\lambda$  parametresinin kestirimi için birçok çalışma yapılmış ve farklı yöntemler geliştirilmiştir. Bu bölümde yapılan çalışmaları ve bu çalışmaların eksik yönleri incelenecektir. Son olarak bu çalışmada önerilen yöntemin farklılıklarına değinerek önceki geliştirilen yöntemlerle karşılaştırılmıştır.

Parametre kestirimi için yapılmış çalışmalara değinmek gerekirse dönüşüm yönteminin önerildiği ilk çalışmada Box ve Cox parametrenin kestirimi için en çok olabilirlik kestiricisi kullanılmıştır. Andrews (15)'de örnekler üzerinden dönüşüm parametresinin en çok olabilirlik yöntemiyle kestiriminin aykırı değerler nedeniyle büyük ölçüde etkilenebileceğini göstermiştir.

Daha sonra Carroll (16), hem kuramsal olarak hem de bir Monte-Carlo benzetim yöntemi çalışmasıyla en çok olabilirlik kestiricisinin dayanıklı hali olan yeni bir yöntem önermiştir.

Halva (17) yapay regresyon modeli kullanarak en çok olabilirlik yöntemiyle karşılaştırıldığında birçok senaryoda da daha küçük düzeyde farklılıklarla Box-Cox dönüşüm parametresinin kestirilebileceğini göstermiştir. Tüm bunların yanında önerilen yeni yöntemin yanlılık etkisinden dolayı varyansı büyük ve küçük dağılımlı veri setlerinde daha iyi performans gösterdiği görülmüştür.

Rahman (18) Shapiro-Wilk testinin test istatistiği değerinin maksimize edilmesiyle Box-Cox dönüşüm parametresinin kestirilebileceği yeni bir yöntem olarak önermiş ve aynı çalışmada önerilen yöntem ile yapay regresyon modeli ve normal tabanlı olabilirlik yöntemini kıyaslamıştır. Bu çalışmanın sonucunda ise normal olabilirlik yöntemi kullanılarak elde edilen kestirimlerin asimptotik olarak yanlı ve tutarlı olduğu, yapay regresyon modeli kullanarak küçük farklılıklarla kestirimler elde edilse de kestirimlerin verinin dönüşümünde başarılı olamadığını göstermiştir.

Yapılan çalışmaların büyük bir kısmında en çok olabilirlik yöntemi veya hata kareler toplamının minimizasyonu uygulanmaktadır. Rahman (18) dönüşüm parametresinin kestirimi için etkili bir yöntem önermiştir fakat önerilen yöntemin kendi içerisinde bazı kısıtlamaları vardır. Bunlardan birisi standart normal değişkenlerin sıra istatistiklerinin momentlerine ve dolayısıyla Shapiro-Wilk  $W$  istatistiğinin niceliklerine bağımlılık gibi bazı sınırlamalarının olmasıdır. Bu nedenle Rahman ve Pearson (19), Anderson-Darling normallik test istatistiğini kullanarak Box-Cox yönteminin parametresini kestirmek için yeni bir yöntem önermişlerdir.

Rahman (18) önerdiği yöntemde Shapiro-Wilk testi için test istatistiği değerini maksimize ederek parametre kestirimini elde etmeye çalışırken bu çalışmada Rahman ve Pearson (19) Anderson-Darling normallik test istatistiğini minimize ederek parametre değerini kestirmeye çalışmışlardır. Önerilen yöntemin etkinliğini ispatlamak için daha önceden parametre kestiriminde kullanılan en çok olabilirlik yöntemi ve Shapiro-Wilk test istatistiğinin maksimizasyonu yönteminin karşılaştırıldığı bir benzetim çalışması yapmışlardır.

Yukarıda konu edilen her iki çalışmada da Rahman (18) ve Rahman ve Pearson (19) normallik testlerinin test istatistiklerini maksimize veya minimize ederken Newthon-Raphson yöntemini kullanmışlardır. Fakat Newthon-Raphson yönteminin uygulanabilmesi için başlangıç noktasının ve durdurma kuralının belirlenmesi gibi bilinen bazı dezavantajları vardır. Dahası bu çalışmalarda önerilen yöntemlerin uygulanabilmesi için erişime açık kaynak kodları yoktur. Rahman (18) benzetim çalışması için Fortran 77 programını kullanırken Rahman ve Pearson (19) çalışmasında Matlab programını kullanmışlardır. Fakat program kodlarına erişim sadece yazarlar aracılığıyla sağlanabilmektedir. Ek olarak kodların kullanımı 20,40 ve 100 gibi küçük örneklem büyüklükleri için sınırlandırılmıştır.

Dağ ve ark. (20) ise bağımsız değişken kullanımının zor veya bağımsız değişkenin olmadığı durumlarda açıklayıcı olmayan yardımcı bir değişken kullanarak Box-Cox dönüşüm parametresinin kestirimi için yeni bir metot önermişlerdir.

Velez ve ark. (21) ise normallik testlerinde p-değerini en yüksek yapmayı hedefleyen yeni bir yaklaşım önermişlerdir. Bu yaklaşıma göre aday lambda değerleriyle Box-Cox dönüşümü uygulanır ve aday lambda değerlerinden p-value değerini ek yüksek yapan aday lambda değeri lambda kestirimi olarak raporlanır. Bu çalışmada, Ex-Gaussian dağılımından farklı parametre ve örneklem büyüklüklerine ( $n=10, 30, 50, 100$  ve  $500$ ) göre normal olmayan veriler üzerinde önerdikleri yöntem ile en çok olabilirlik yöntemini kıyaslamışlardır. Altı farklı normallik testinin kullanıldığı bu karşılaştırmada her bir normallik testine göre üç farklı tipteki dönüştürülmüş verinin normalleşme oranına göre bir karşılaştırma yapılmıştır.



Karşılaştırmanın sonucunda önerilen p-değeri merkezli yöntem ile en çok olabilirlik kestiricisi arasında bir farklılık tespit edilemediğini vurgulamışlardır. İkinci bir kıyasta önerilen yaklaşım için altı farklı normallik testinden elde edilen tüm p-değerleri Stouffer'in yöntemi kullanılarak birleştirilmiştir. Daha sonra aynı özellikteki veri setlerinin hem en çok olabilirlik kestiricisine göre hem de önerilen yaklaşımın birleştirilmiş haline göre verilerdeki normalleşme oranları tespit edilmiştir. Örneklem büyüklüğünün yüzden küçük olduğu üç dağılımda da yeni yaklaşımın en çok olabilirlik yöntemine göre daha iyi sonuçlar gösterdiğini belirtmişlerdir.

Dağ ve ark. (22), ANOVA yöntemi için varyansların homojenliğinin veya normallik dağılımı şartlarının sağlanamadığı durumlar için Shapiro-Wilk ve Barlett's test istatistiklerini kullanarak olabilirlik fonksiyonunu maksimize etmeyi amaçlayan uygun bir alan belirleyerek dönüşüm parametresinin kestirilebileceği yeni bir yöntem önermişlerdir. Çalışmanın sonucunda ise dönüşüm parametresi kestirimi için önerilen yöntemin orijinal makalede (3) kullanılan en çok olabilirlik yöntemine göre daha iyi performans gösterdiği görülmüştür. Ek olarak bu çalışmada önerdikleri yöntemin algoritmasını R programında AID kütüphanesi altında "boxcofr" olarak yayınlamışlardır.

Asar ve ark. (23)'de uyum iyiliği testlerini kullanılarak Box-Cox dönüşüm parametresinin kestirimi için yeni bir yöntem önerilmiştir. Bu çalışmada Rahman (18) ve Rahman ve Pearson (19) parametre kestiriminde Shapiro-Wilk ve Anderson Darling testlerini kullanmalarının yanı sıra 5 farklı normallik testini dahil etmişlerdir. Toplamda 7 farklı normallik testinin kullanıldığı çalışmada söz edilen bu normallik testleri ise sırasıyla Shapiro-Wilk, Anderson Darling, Cramer-von Mises, Pearson Chi-square, Shapiro-Francia, Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) ve Jarque-Bera testleridir. Asar ve ark. (23) çalışmalarını farklı kılan etmenlerden biri ise farklı bir arama algoritması önermeleridir. Newthon-Raphson gibi yinelemeli yöntemler yerine parametre kestirimi için kullanılan normallik testine göre test istatistiğinin maksimum veya minimum olduğu yerde parametre kestirimi için arama yapan yeni bir algoritma önerdiler. Yapılan çalışmada iki farklı benzetim çalışması sonucuna yer vermişlerdir. İlk benzetim çalışması ile önerilen arama algoritmasının Newthon-

Raphson gibi sayısal yonteme göre performansı kıyasladılar ve önerilen yontemin en az Newthon-Raphson yontemi kadar iyi performans gösterdiği ifade edilmiştir. Yapılan ikinci benzetim çalışmasında ise farklı senaryolar altında yukarıda söz edilen 7 farklı normallik testi ve Dağ ve ark. (20)'nın önerdiği yapay değişken yontemi dahil edilerek 8 farklı yontemin parametre kestirimi açısından performansları yanlılık, standart hata ve hata kareler ortalaması aracılığıyla karşılaştırmışlardır. Benzetim çalışması sonucunda ise birçok senaryo için Shapiro-Wilk ve yapay değişken yontemleriyle elde edilen kestirimlerin gerçek parametre değerine en yakın değerler olduğunu göstermişlerdir. Bu çalışmada diğer dikkat çeken noktanın ise Pearson Chi-square test yonteminin büyük örneklem büyüklüğüne sahip senaryolarda diğer yontemlere yakın bir şekilde iyi performans gösterdiği ve düşük örneklem büyüklüğüne sahip senaryolarda genel olarak diğer yontemlere göre daha kötü performans gösterdiği görülmüştür. Son olarak bu çalışmada önerdikleri yontemin algoritmasını R programında AID kütüphanesi altında "boxcoxnc" isimli fonksiyon altında yayınlamışlardır.

Bu tez çalışmasında önerilen yontemin daha önceki önerilen yontemlerden farkı lambda parametresinin kestirimi için meta analizinden yararlanılmasıdır. Daha önceki çalışmalarda farklı yontemlerle lambda parametresi kestirimleri elde edilmiştir fakat bu çalışmada bu yontemlerin kestirim performanslarına göre ağırlıklandırarak yani meta analiziyle ortalama bir kestirim değeri elde ederek performans artışının sağlanması amaçlanmıştır.

#### **2.1.4. R Programında Kullanılan Box-Cox Kütüphaneleri Nelerdir?**

Bu bölümde R programında aktif olarak kullanılan Box-Cox yontemiyle ilişkili fonksiyon ve paketlere değinilmiştir.

- MASS Kütüphanesi

R programında Box-Cox dönüşümü için geliştirilmiş kütüphanelerden birisi MASS kütüphanesidir. İçerisinde bulunan "boxcox" isimli fonksiyon ile araştırmacılar kolay bir şekilde Box-Cox dönüşümünü uygulayabilmektedirler. Boxcox fonksiyonu

dönüşüm parametresini hesaplamının yanı sıra lambda için %95 olabilirlik oranı güven aralığının ne olacağını gösteren yatay bir çizgiyle birlikte Box–Cox profil olabilirlik fonksiyonunu hesaplamak amacıyla da kullanılabilir (24).

- AID Kütüphanesi

Box-Cox dönüşümü için özel olarak geliştirilen bu kütüphane içerisinde bulunan birçok fonksiyon ile dönüşüm parametresi kestirimi için önerilen yöntemler bulunmaktadır. Bu fonksiyonlar lambda parametresini kestirmenin yanı sıra çeşitli testlerle ve grafiklerle dönüşümün başarısını değerlendirme ve geri dönüştürülmüş veri için ortalama ve güven aralığı hesaplama olanağı da sunmaktadır (23).

Tek tek bir liste halinde farklı durumlar için geliştirilen bu fonksiyonlara yer vermek gerekirse;

- `boxcoxnc` fonksiyonu; normal dağılmayan veriler için lambda parametresi kestirimi yaparak `boxcox` dönüşümü uygular.
- `boxcoxlm`, doğrusal modeller için Box-Cox dönüşümünü uygular ve artıkların dönüşümünden sonra grafiksel analiz olanağı sağlamaktadır.
- `boxcoxfr` fonksiyonu tek yönlü ANOVA için Box-Cox dönüşümünü uygular. İki veya daha fazla grup için normallik varsayımı veya varyansların homojenliği varsayımları sağlanmadığı zaman kullanılmaktadır.

- `car` Kütüphanesi

R programında `car` kütüphanesi altında kullanıcılara sunulan `powerTransform` isimli fonksiyonu en çok olabilirlik yöntemini kullanarak normal dağılmayan veriler için Box-Cox dönüşüm parametresinin kestirmek amacıyla kullanılmaktadır (25).

- `caret` Kütüphanesi

Kuhn (26) tarafından geliştirilen `Caret` kütüphanesinin esas geliştirilme amacı regresyon ve sınıflandırma modellerinin eğitilmesi ve grafikleştirilmesi sürecinde araştırmacılara yardımcı olmasıdır. Ek olarak `caret` kütüphanesi Box-Cox dönüşüm yönteminin uygulanabilmesi ve lambda parametresinin de kestirimi için kullanılmak

üzere geliştirilen “BoxCoxTrans” isimli fonksiyona sahiptir. Fonksiyonun eksik bir noktası ise içerisinde negatif gözlemler bulunan veri seti üzerinde dönüşüm uygulayamamasıdır. Fonksiyon çıktı olarak orijinal verinin beşli özet istatistiklerine, ortalamasına ve lambda kestirimine yer vermektedir.

- bestNormalize Kütüphanesi

Veri dönüşümü konusunda araştırmacılara yardımcı olmak amacıyla Peterson (27) tarafından geliştirilmiştir. Box-Cox dönüşüm yönteminin yanı sıra Yeo-Johnson ve Lambert  $W \times F$  gibi farklı dönüşüm yöntemlerini de içerisinde bulundurmaktadır.

“boxcox” isimli fonksiyon ile araştırmacılara normal dağılmayan veriye Box-Cox dönüşümü uygulama ve lambda parametresinin kestirimi konusunda yardımcı olmaktadır.

Fonksiyon ile Box-Cox dönüşümü uygulanabilmesi için veri setinin pozitif gözlemlerden oluşması gerekmektedir. Dönüşüm sonucunda fonksiyon çıktı olarak lambda parametresi kestirimine, standartlaştırmadan önceki ortalama ve standart sapmaya yer vermektedir.

- trafo Kütüphanesi

Lily ve ark. (28) tarafından araştırmacıların gereksinimlerine ve analiz edilen verilere göre uygun dönüşüm yöntemini seçmelerine yardımcı olabilecek şekilde geliştirilmiştir. Geliştirilen trafo kütüphanesi birçok dönüşüm ve kestirim yöntemlerini içerisinde barındırmaktadır.

Lily ve ark. (28) trafo kütüphanesinin faydalarını ise aşağıdaki gibi sıralamıştır.

- Araştırmacının gereksinimlerine göre hangi dönüşümün yararlı olup olmayacağına karar vermesi noktasına yardımcı olur.
- Varsayımlar yardımıyla bağımlı değişkeni dönüştürülmüş veya dönüştürülmemiş modelleri karşılaştırma olanağı sağlar.

- Aynı anda iki dönüştürülmüş modeli karşılaştırma olanağı sağlar.
- Yapılan dönüşüm sonucunda normallik, doğrusallık veya varyansların homojenliği gibi sıkça karşılaşılan varsayımların sağlanıp sağlanmadığını kontrol etmek için kapsamlı tespit olanağı sağlar.

Box-Cox dönüşüm yöntemini R programında uygulamak için kullanılabilecek altı farklı kütüphane yukarıda tanıtılmıştır. Aşağıda ise bir tablo halinde bu altı farklı kütüphanenin Box-Cox dönüşüm parametresinin kestirimi için hangi yöntemleri kullandıklarına yer verilmektedir.

Kestirim Yöntemi	AID	bestNormalize	car	caret	MASS	trafo
En Çok Olabilirlik	<i>x</i>		<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>
Distribution Moments Optimization						<i>x</i>
Uyuşmazlık Minimasyonu						<i>x</i>
Uyum İyiliği Testleri	<i>x</i>					
Rank-Mapping		<i>x</i>				
Meta Analizi	<i>x</i>					

**Tablo 1.2.** R kütüphanelerine göre kullanılan parametre kestirim yöntemleri

**Not:** Lily ve ark. (28) tarafından alınmıştır.

## 2.2. Meta Analizi

### 2.2.1. Meta Analizi Nedir?

Her geçen gün akademik alanda yapılan çalışmaların sayısı hızla artmaktadır. Alan yazında aynı konu üzerinde birden fazla yapılmış çalışmalara da rastlanmaktadır. Her ne kadar aynı konu üzerinde yapılan çalışmaların sonuçları birbirine benzer olsa da bazı çalışmalardan farklı sonuçlarda elde edilebilmektedir. Her ne kadar farklı sonuçlar elde edilse bile ilgili alanda yapılan çalışmaların birleştirilmesi ve bu çalışmaların sentezi büyük önem arz etmektedir. Bu nedenle meta analizi yöntemini kullanmanın önemi artmaktadır. Meta analizi çalışılan alanda yapılan çalışmalardan elde edilen sonuçların istatistiksel bir sentezidir (29).

Glass (30) meta analizini bireysel çalışmalardan elde edilen bulguların birleştirilmesi amacıyla toplanan büyük miktardaki analiz topluluğunun analizi olarak ifade etmektedir. Kısacası analizlerin analizi olarak da tanımlanır.

### 2.2.2. Meta Analizinde Sıkça Karşılaşılan Kavramlar

- Ağırlık

Meta analizine dahil edilen çalışmalar genellikle farklı örneklem büyüklüklerine sahiptir. Büyük örneklem büyüklüklerine sahip olan çalışmaların kendinden daha küçük büyüklükteki çalışmalara göre kestirimlerinin daha iyi olması beklenilebilir. Bu nedenle etki büyüklüklerinin ortalaması alınırken örneklem büyüklüğünü de göz önünde bulundurmak için her etki büyüklüğüne göre bir ağırlık hesaplanmaktadır. Etki büyüklüğünün ağırlıklandırılması örneklem büyüklüğünün yanı sıra çalışmanın kalitesine göre de yapılabilmektedir (31).

- Meta Analizinde Heterojenite

Huedo-Medina ve ark. (32) meta analizi yapmakta başlıca üç farklı hedef olduğunu ileri sürmüşlerdir. Bu hedeflerden birincisinin çalışma sonuçlarının homojen olup olmadığının testi, ikincisinin çalışmalarla ilişkili etki büyüklüğünün genel bir indeksini, güven aralığını ve istatistiksel anlamlılığının tespit edilmesi ve üçüncü ana hedefin ise eğer çalışmalar arasında bir heterojenlik varsa analiz sonunda elde edilen çıkarımları düzenleyen olası değişkenleri ya da karakteristiklerini belirlemek olduğunu belirtmişlerdir. Bu bölümde meta analizinde heterojenlik kavramı üzerinde durulacaktır.

Meta analizinde heterojenlik kavramıyla ifade edilmek istenen şey aslında çalışmalar arasındaki değişkenliktir. Eğer çalışmalar arasında bir değişkenlik yoksa çalışmaların homojen olduğu söylenebilir. Fakat çalışmalar arasında bir değişkenlik söz konusuysa burada heterojenlikten söz edilebilir. Burada heterojenliğin varlığı, analize dahil edilen çalışmaların tasarım kalitesinde, karakteristiklerinde veya tedavi yöntemlerindeki farklılıklar gibi çalışmalar arasındaki çalışmadan çalışmaya değişebilen belirsiz sayıda özelliğin etkisinden dolayı ortaya çıkmaktadır (32).

Heterojenlik kavramı, meta analizinde önemli bir yere sahiptir. Çünkü analizin hangi modelle yapılacağına karar verirken heterojenlik kavramı yardımcı bir rol oynar. Heterojenitenin varlığının ihlali yanlış model seçimine neden olacaktır ve yanlış model seçimi analiz sonucunda yanlış sonuç çıkarımlarına neden olabilmektedir.

- Etki Büyüklüğü

Meta analizinin ana kavramlarından birisi olan etki büyüklüğü kavramı ilk olarak 1977 yılında Cohen tarafından ortaya atılmıştır (34).

Etki büyüklüğü genel olarak gruplar arasındaki farklılığın bir ifadesi olarak düşünülse de yapılan bir müdahalenin etkisini göstermesi açısından önemlidir. Geliştirilen yeni bir öğrenme yönteminin öğrencilerin ders notları üzerindeki etkisi buna örnek verilebilir. Etki büyüklüğü müdahalelerin etkisiyle sınırlı olmamakla birlikte iki değişken arasındaki ilişkiyi de gösterebilir (29).

Genellikle araştırma sonunda elde edilen bulguların büyüklüğünü ölçmek için kullanılan etki büyüklüğü, güç analizi kullanılarak gelecek çalışmaları planlamak amacıyla da kullanılmaktadır. Meta analizi kapsamında etki büyüklüğü kavramı, çalışmaların etki büyüklüklerinin bir ortalaması anlamında da kullanılabilir (34).

### 2.2.3. Meta Analizde Kullanılan Modeller

- Sabit Etki Modeli

Sabit etki modeli, analizdeki tüm çalışmaların altında yatan bir tane gerçek etki büyüklüğü (dolayısıyla sabit etki terimi) olduğunu ve gözlemlenen etkilerdeki tüm farklılıkların örnekleme hatasından kaynaklandığı varsayılır. Başka bir deyişle sabit etkiler modelinde, etki büyüklüğünü etkileyebileceği düşünülen tüm etkenlerin tüm çalışmalarda aynı olduğu ve bu nedenle gerçek etki büyüklüğünün tüm çalışmalarda aynı olduğu düşüncesi hakimdir. Buradan hareketle meta analizine dahil edilen tüm çalışmaların aynı etki büyüklüğüne sahip olduğu ve bu nedenle çalışmalardan elde edilen etki büyüklükleri arasındaki varyansın sıfıra eşit olduğu

varsayılır. Burada ana fikir çalışmalar arasındaki değişkenliğin nedeninin örnekleme hatasından kaynaklandığıdır. Bu nedenle de söz edilen değişkenlik dikkate alınmaz (29).

Meta analizinde kullanılacak olan sabit etkiler modeli eşitliği aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\hat{\theta}_i = \theta + \varepsilon_i \quad (2.11)$$

Burada  $i$  sabit etkiler modeli kullanılarak birleştirilmesi planlanan çalışma sayısıdır.  $\hat{\theta}_i$   $i$ . çalışmanın gözlenen etki büyüklüğüdür.  $\theta$  ise gerçek etki büyüklüğüdür.  $\varepsilon_i$  terimi ile  $i$ . çalışmanın örnekleme hatası ifade edilir. Burada hata terimi ortalaması 0, ve varyansı  $\sigma^2$  olan normal dağılıma sahip bağımsız bir rastgele değişkendir. Her bir çalışmanın gözlenen etki büyüklüğünün farklı olmasının nedeni ise her çalışmaya ait örnekleme hatasından kaynaklandığı ifade edilebilir çünkü her çalışmaya ait gerçek etki büyüklüğü ( $\theta$ ) tüm çalışmalar için aynıdır.

Sabit etkiler modelinde tüm çalışmalar için gerçek etki büyüklükleri birbirine eşit değer alırken ( $\theta = \theta_1 = \theta_2 = \theta_3$ ) her bir çalışmaya ilişkin gözlenen etki büyüklükleri birbirinden farklı büyüklükte değer almaktadır. Eğer her çalışmanın örneklem büyüklüğü sonsuz boyutta olsaydı örnekleme hatası sıfıra eşit olurdu. Örnekleme hatasının olmadığı çalışmalar için bu durum her çalışmada gözlenen etki büyüklüğünün gerçek etki büyüklüğüne eşit olması anlamına gelmektedir (29).

Sabit etkiler modeli meta analizine dahil edilen tüm çalışmaların homojen bir yapıya sahip oldukları temeline dayanmaktadır.  $i$ . çalışmaya ait etki büyüklüğü ( $\hat{\theta}_i$ ), ortalaması  $E(\hat{\theta}_i) = \theta$  ve varyansı  $Var(\hat{\theta}_i) = v_i$  olan normal dağılıma sahip olduğu varsayılmaktadır. Etki büyüklüğü, bireysel çalışma kestirimlerinin ağırlıklı ortalaması olarak kestirilebilir. Ağırlıklı ortalama ise aşağıda yer verilen eşitlikte gösterilmiştir.

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^k w_i \times \hat{\theta}_i}{\sum_{i=1}^k w_i} \quad (2.12)$$



Herhangi bir ağırlığın seçimi ortak tedavi etkisinin yansız bir kestirimine yol açacaktır fakat burada  $i$ . çalışmanın ağırlığı olarak gösterilen  $w_i$ ,  $i$ . çalışmanın varyansının  $Var(\hat{\theta}_i)$  tersi olarak ifade edilmektedir. Buradan hareketle  $i$ . çalışmanın ağırlığının ilgili çalışmaya ait varyansla ters orantılı olduğu söylenebilir. İlgili çalışmanın ağırlığı aşağıdaki formülle elde edilebilir (29).

$$w_i = \frac{1}{Var(\hat{\theta}_i)} \quad (2.13)$$

Sabit etkiler modelindeki tedavi etkilerinin homojenliği varsayımından dolayı tedavi etkisinin kestiriminin varyansı Eşitlik 2.13'te denklemleri verilen  $k$  farklı çalışmanın ağırlıkları toplamının tersine eşit olacaktır.  $\hat{\theta}$ 'nın varyansını minimize ettiğinden dolayı bu belirli ağırlıklar tedavi etkisinin kestiriminde daha keskin sonuçlar elde etmemizi sağlar (35).

$$Var(\hat{\theta}) = \frac{1}{\sum_{i=1}^k w_i} \quad (2.14)$$

Yine aynı şekilde tedavi etkisinin kestiriminin standart sapması ise varyansının kareköküne eşit olacaktır.

$$SH_{\hat{\theta}} = \sqrt{Var(\hat{\theta})} \quad (2.15)$$

$\hat{\theta}$ 'nın  $1-\alpha$  güven düzeyi için alt sınırının kestirildiği formül aşağıdaki Eşitlik 2.16'da yer verilmiştir.

$$AS_{\hat{\theta}} = \hat{\theta} - SH_{\hat{\theta}} \times Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (2.16)$$

$\hat{\theta}$ 'nın  $1-\alpha$  güven düzeyi için üst sınır formülü ise aşağıdaki Eşitlik 2.17'de yer verilmiştir.

$$\ÜS_{\hat{\theta}} = \hat{\theta} + SH_{\hat{\theta}} \times Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (1.17)$$

Genel etki büyüklüğünün varlığının anlamlı olup olmadığının testine Eşitlik 2.18'de yer verilmiştir. Verilen eşitlik yardımıyla  $\theta$  değerinin 0'a eşit olduğu varsayımı altında yokluk hipotezini test etmek için Z değeri hesaplanabilecektir.

$$Z = \frac{\hat{\theta}}{SH_{\hat{\theta}}} = \frac{\sum_{i=1}^k w_i \times \hat{\theta}_i}{\sum_{i=1}^k w_i \times \sqrt{Var(\hat{\theta})}} \quad (2.18)$$

- Rastgele Etki Modeli

Meta analizinde çalışmaları birleştirirken kullanılan bir diğer önemli model ise rastgele etkiler modelidir.

Sabit etkiler modelinde en önemli varsayım meta analizinde birleştirilecek k farklı çalışmada gerçek etki büyüklüğünün aynı büyüklükte olmasıydı fakat birçok sistematik derleme çalışması için bu tür bir varsayım uygun değildir. Burada rastgele etkiler modelinin farkı ise çalışmalardaki bazı önemli değişkenler ile gerçek etki büyüklüğünün çalışmadan çalışmaya farklılık gösterebileceği fikrine dayanmaktadır.

Sabit etkiler modelinde ise her çalışmanın gerçek etki büyüklüğünün birbirine eşit olduğu varsayılırken rastgele etkiler modelinde ana fikir ise her çalışma için gerçek etki büyüklüğünün birbirine eşit olamayacağıdır. Rastgele etkiler modelinde çalışmalar arasındaki farklılıkların etki büyüklüklerinde değişkenliğe neden olabileceği varsayılır. Örneğin yeni geliştirilen bir tarım işleme modelinde önerilen yeni yöntemin etkisinin değerlendirildiği farklı çalışmalar üzerinde çalışıldığı düşünülün. Burada çalışmaların yapıldığı toprak tipinin değişikliği veya farklı konumlardaki iklim farklılıkları gibi diğer etmenler her çalışma için etki büyüklüğünde değişkenliğe neden olacaktır.

Rastgele etki modelinde i. çalışmanın gerçek etki büyüklüğünü  $\theta_i$  ile ifade edelim. Model, gerçek etki büyüklüğünün ortalaması  $E(\theta_i) = \mu$  ve varyansı  $Var(\theta_i) = \tau^2$  olan normal dağılıma sahip olduğu varsayılmaktadır.

Rastgele etki modelinde de her bir çalışma için gözlenen etki büyüklüğünü  $Y_i$  ile gösterelim. Her bir çalışmada gözlenen etki büyüklüğü örnekleme hatasından

ve gerçek etki büyüklüğü ve kitle ortalaması arasındaki farktan kaynaklı olarak ilgili çalışmanın gerçek etki büyüklüğünden farklı değerler alabilmektedir.

Her bir çalışma için gözlenen etki büyüklüğünü aşağıdaki formülle ifade edebiliriz.

$$\hat{\theta}_i^* = \mu + \zeta_i + \varepsilon_i \quad (2.19)$$

Eşitlik 2.19'da yer verilen  $\varepsilon_i$  sembolüyle i. çalışmanın örnekleme hatasını sembolize etmektedir. Yine aynı eşitlikte yer verilen  $\zeta_i$  sembolüyle gerçek etki büyüklüğü ve kitle ortalaması arasındaki değişkenlik ifade edilmeye çalışılmıştır.

$$\zeta_i = \theta_i - \mu \quad (2.20)$$

Genel ortalama ile her bir çalışmaya ait gerçek etki büyüklüğü arasındaki uzaklık çalışmalar arasındaki gerçek etkilerin dağılımının standart sapmasına göre değişkenlik gösterir. Her bir çalışmanın gerçek etki büyüklüğü ile gözlenen etki büyüklüğü arasındaki fark ise gerçek etki büyüklüğünün örneklem etkisinin örneklem dağılımına göre değişmektedir. Bu her çalışmanın gözlenen etki büyüklüğünün değişkenliğine bağlıdır (29).

Meta analizinde esas amaç kitle etkilerini kullanarak gözlemlenen etkiler hakkında çıkarımlar yapmak yerine gözlemlenen etkilerden hareketle kitlenin sahip olduğu etkiler hakkında çıkarımlarda bulunmaktır. Bu noktada esas hedef gözlenen etki büyüklüğü  $Y_i$ 'leri kullanarak genel ortalama olan  $\mu$ 'yü kestirebilmektir. En doğru kestirimleri elde etmek için ise ağırlıklandırılmış ortalama kullanılır. Burada ağırlık varyansın tersidir.

Rastgele etki modelinde eşitlikler sabit etkiler modelindeki eşitliklerle paralellik gösterdiği için benzer semboller üstünde \* ile gösterilecektir.

Sabit etkiler modelinde her bir çalışmanın ağırlığının çalışmanın varyansının tersine eşit olduğu gibi rastgele etkiler modelinde de aynı şekilde her bir çalışmanın ağırlığı ilgili çalışmanın varyansının tersine eşit olacaktır. Sabit etkiler modelinde varyansın kaynağı çalışma içi varyanstır. Rastgele etkiler modelinde ise çalışma içi

varyansa ek olarak çalışmalar arası varyansta varyans hesabına dahil edilir. Eğer meta analizi çalışmasında heterojenliğin anlamlı bir varlığı yoksa rastgele etkiler modeli sabit etkiler modeliyle aynı olacaktır.

Sabit etkiler modeli kısmında  $i$ . çalışmaya ait çalışma içi varyansı  $Var(\hat{\theta}_i)$  ile ifade edilmiştir. Burada ayrıca çalışmalar arası varyansı  $\tau^2$  ile gösterilecektir.

$\tau^2$ 'nin kestirimi için birçok farklı yöntem vardır. Bu bölümde DerSimonian ve Laird (36) 'in önerdiği yöntem olan aşağıdaki eşitliğe yer verilmiştir.

$$T^2 = \frac{Q - df}{C} \quad (2.21)$$

Eşitlik 2.21'de yer verilen  $df$  ile serbestlik derecesi ifade edilmektedir. Serbestlik derecesi ise aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$df = k - 1 \quad (2.22)$$

Eşitlik 2.22'de verilen denklemden  $k$  ile birleştirilen toplam çalışma sayısı ifade edilmiştir.  $Q$  ile Cochran'ın  $Q$  istatistiği ifade edilmektedir. Cochran'ın  $Q$  istatistiği aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$Q = \sum_{i=1}^k w_i \times \hat{\theta}_i^{*2} - \frac{(\sum_{i=1}^k w_i \times \hat{\theta}_i^*)^2}{\sum_{i=1}^k w_i^*} \quad (2.23)$$

Eşitlik 2.21'de yer verilen denklemin payda kısmındaki  $C$  ifadesinin denklemine ise aşağıdaki gibi yer verilmiştir.

$$C = \sum_{i=1}^k w_i - \frac{(\sum_{i=1}^k w_i)^2}{\sum_{i=1}^k w_i} \quad (2.24)$$

Pratikte her bir çalışmaya ait örneklem varyansı ve çalışmalar arası varyans sıklıkla bilinmez ve veriden kestirilmeye çalışılır (37).

Çalışmalar arası ve çalışma içi varyansın hesaplanmasının önemli bir faydası ise genel deneyi anlama ve gelecekteki deneylerin tasarımı konusunda büyük ölçüde yardımcı olabilmesidir (38).

$$Var(\hat{\theta}_i^*) = Var(\hat{\theta}_i) + T^2 \quad (2.25)$$

Rastgele etkiler dağılımının sadece ortalaması üzerinde çıkarımda bulunmak oldukça yanıltıcı olacaktır.  $\tau^2$ 'nin kestirilebilmesi heterojenliğin büyüklüğünü açıklamakta önemli bir yere sahiptir. Ek olarak araştırmacıların çok az dikkatini çeken meta analizinde rastgele etkiler modellerinin bir unsuru olan çalışmalar arasındaki etkilerin tutarlılığının derecesini değerlendirirken önemli bir yere sahiptir (39).

Rastgele etki modelinde i. çalışmanın ağırlığının formülüne aşağıda yer verilmiştir.

$$w_i^* = \frac{1}{Var(\hat{\theta}_i^*)} \quad (2.26)$$

Ağırlıklandırılmış ortalama ise aşağıda yer verilen formülle hesaplanabilir.

$$\hat{\theta}^* = \frac{\sum_{i=1}^k w_i^* \times \hat{\theta}_i}{\sum_{i=1}^k w_i^*} \quad (2.27)$$

Özet etkinin varyansı birleştirilmesi amaçlanan çalışmaların ağırlıkları toplamlarının tersinin alınmasıyla elde edilebilir. Özet etkinin varyansı işe aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$Var(\hat{\theta}^*) = \frac{1}{\sum_{i=1}^k w_i^*} \quad (2.28)$$

Benzer şekilde özet etkinin standart hatası ise varyansının kareköküne eşit olacaktır.

$$SH_{\hat{\theta}^*} = \sqrt{Var(\hat{\theta}^*)} \quad (2.29)$$

$\hat{\theta}^*$  'nın  $1-\alpha$  düzeyi için alt sınırının kestirilebildiği formül aşağıdaki Eşitlik 2.30'da yer verilmiştir.

$$AS_{\hat{\theta}^*} = \hat{\theta}^* - SH_{\hat{\theta}^*} \times Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (2.30)$$

$\hat{\theta}^*$  'nın  $1-\alpha$  düzeyi için üst sınır formülü ise aşağıdaki Eşitlik 2.31'de yer verilmiştir.

$$\dot{U}S_{\hat{\theta}^*} = \hat{\theta}^* + SH_{\hat{\theta}^*} \times Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (2.31)$$

Rastgele etki modeli kullanılarak elde edilen genel etki büyüklüğü kavramının anlamlı olup olmadığının testi ise özet etki değerinin özet değerin standart hatasına bölünmesiyle elde edilir. Burada Z değeriyle test edilen yokluk hipotezi ortalama etki büyüklüğünün 0'a eşit olup olmadığıdır. Z değerinin formülü ise aşağıdaki gibidir.

$$Z^* = \frac{\hat{\theta}^*}{SH_{\hat{\theta}^*}} = \frac{\sum_{i=1}^k w_i^* \times \hat{\theta}_i}{\sum_{i=1}^k w_i^* \times \sqrt{Var(\hat{\theta}^*)}} \quad (2.32)$$

- Sabit Etki ve Rastgele Etki Modeli Karşılaştırması

Önceki bölümde meta analizi yapılırken doğru model seçiminin ne kadar önemli olduğundan bahsedilmiştir. Bu kısımda ise iki farklı model arasından model seçimi yaparken hangisinin tercih edilmesi gerektiğini iki modeli karşılaştırarak anlatılacaktır.

Öncelikle bu iki model arasındaki temel ayrım noktasına değinmek gerekir. Sabit etkiler modelinde temel varsayım meta analizine dahil edilen tüm çalışmaların aynı büyüklükte gerçek etki büyüklüğüne sahip olduğudur. Yani tüm çalışmaların ait olduğu kitlede etki büyüklüğünü etkileyebilecek tüm etmenler aynıdır. Sadece çalışmaların bireysel gözlenen etki büyüklüklerinin birbirinden farklılık gösterebileceği ve bu farklılığın nedeninin her çalışmanın doğasından kaynaklanan örneklem hatası nedeniyle oluştuğu varsayılır.

Rastgele etkiler modelinin hareket ettiği temel varsayım biraz daha farklıdır. Sabit etkiler modelinin tersine meta analizine dahil edilen tüm çalışmaların gerçek etki büyüklüğünün çalışmadan çalışmaya değişebileceği yönündedir. Bu

değişkenliğin nedeninin ise birleştirilmeye çalışılan çalışmalardaki ara değişkenlerin neden olduğu düşüncesidir. Gözlenen etki büyüklüğü ise benzer şekilde çalışmadan çalışmaya göre değişkenlik gösterebilir. Burada ise iki farklı nedenden dolayı değişkenliğin varlığından söz edilebilir. Birinci neden, çalışma içi varyanstır. İkinci neden ise çalışmalar arası varyanstır (29).

Sabit etki modelinde tek bir gerçek etki büyüklüğü olduğundan dolayı etki büyüklüklerin birleşimi aynı zamanda gerçek etki büyüklüğünün de kestirilebilmesi anlamına gelmektedir. Rastgele etki modelinde ise tek bir gerçek etki büyüklüğü yoktur fakat etki büyüklüklerinin bir dağılımı olduğunda bahsedilebilir. Etki büyüklüğü kestirimlerinin birleştirilmesi, bir tek etki büyüklüğünü kestirmek yerine bir değer dağılımının ortalamasını kestirmek anlamına gelmektedir (40).

Her iki modelde de en iyi kestirimleri elde etmek için her bir çalışma ilgili çalışmanın varyansının tersine göre ağırlıklandırılır. Çalışmalardaki değişkenliklerin minimum seviyede olması daha tutarlı kestirimlerin elde edilmesini sağlayacaktır.

Sabit etkiler modellerinde daha büyük çalışmalarda aynı etki büyüklüğü hakkında daha iyi bilgiye sahip olduğumuz için, farklı çalışmalara ağırlıklar atarken, daha küçük çalışmalardaki bilgileri büyük ölçüde görmezden gelebilmektedir. Rastgele etki modellerinde ise her çalışma farklı bir etki büyüklüğü hakkında bilgi verdiği için dolay etki büyüklüklerinin özet kestirimi olarak gösterildiğinden emin olmak istenmektedir. Bunun anlamı büyük boyutlu çalışmaların ağırlıklarının büyüklüğü çok fazla olamayabileceği gibi küçük boyutlu çalışmaların ağırlıklarının da küçük olamayacağı anlamına gelmektedir. Rastgele etkiler modelinde asıl hedef bir çalışma dizinindeki ortalama etkiyi kestirebilmektir. Bu nedenle genel kestirimin çalışmaların büyüklüklerinden aşırı derecede etkilenmesi istenmemektedir (41).

Sabit etkiler modelinin aksine rastgele etkiler modelinde çalışmaların ağırlıklarının birbirine benzerlik oranları daha yüksektir. Bunun nedeni ise rastgele etkiler modelinde çalışma içi varyanstan başka çalışmalar arası varyansta çalışmalar ağırlıklandırılırken kullanılmasıdır. Çünkü çalışmalar arası varyans sabittir. Sabit sayı olması çalışmalar arası nispi farkın azalmasına neden olmaktadır. Sonuç olarak

rastgele etkiler modelinde her bir çalışmaya atanan göreceli ağırlıklar sabit etkiler modeline göre daha dengelidir (41).

Yüksek etkiye sahip olan büyük boyutlu çalışmalar söz konusu olduğunda sabit etkiler modelinde birleştirilmiş etki değeri artış göstermeye eğilimliken tam tersine rastgele etki modellerinde ise düşüş göstermeye eğilimlidir. Eğer küçük boyutlu çalışmalar yüksek etki büyüklüğüne sahipse sabit etkiler modelleri için birleştirilmiş etki büyüklüğü düşüş gösterirken rastgele etki modellerinde bu durum tam tersidir (41).

Bir noktada birleştirilecek çalışmalarda çalışma içi varyans yüksek ve çalışmalar arasındaki varyans küçükse ağırlıklar örneklem büyüklüklerine göre şekillenirken, diğer bir noktada çalışma içi varyans küçük ve çalışmalar arası varyans yüksekse çalışmalar arası varyansın sabit katsayı olması ve her çalışmada değişmemesi nedeniyle ağırlıklar tüm çalışmalarda birbirine yakın değerler olacaktır (41).

Çalışmalar arasındaki varyansın çalışmaların nispi ağırlıkları üzerindeki etkisinin kaç tane çalışmanın analize dahil edileceğiyle bir ilgisi olmadığı unutulmamalıdır. Çünkü burada esas mesele çalışmalar arasındaki varyansın belirli bir çalışmada etki büyüklüğü kestirimine ne kadar belirsizlik eklediğidir. Buna karşılık birleştirilmiş etki büyüklüğünün kesinliği kaç tane çalışmanın analize dahil edildiğine bağlıdır çünkü burada esas konu her bir çalışmanın özet etkiye ne kadar bilgi eklediğidir (41).

### 2.3. Normallik Test Yöntemleri

Bu bölümde kullandığımız normallik yöntemlerine değineceğiz. Aşağıda yer verilen normallik testleri yapılmadan önce kurulan hipotez tezleri hepsinde aynıdır. Tüm testler için ayrı ayrı vermek yerine tek bir şekilde özetlersek;

$H_0$ : Veriler normal dağılım gösterir.

$H_1$ : Veriler normal dağılım göstermez.



Aşağıda yer verdiğimiz normallik testlerinin küçük bir kıyaslaması yapmak istersek Yazici ve Yolacan (42)'in çalışması bize yol gösterebilir. Bizim yer verdiğimiz beş farklı normallik testi (Shapiro-Francia testi hariç) dahil olmak üzere on iki farklı normallik testini kıyasladıkları çalışmalarında, bu çalışmada söz edilen altı farklı normallik testi arasından en etkileyici performansı Jarque-Bera testinin gösterdiğini belirtmişlerdir. Dağılım hakkında herhangi bir bilgisi olmayan araştırmacılar için örneklem büyüklüğü arttıkça testin gücünün artması özelliğinden dolayı normallik testi olarak Jarque-Bera testinin kullanılması önerilmiştir. Özellikle simetrik olmayan, çarpık ve basık dağılımlar için tercih edilebileceğini belirtmişlerdir. Küçük örneklem büyüklüğüne sahip simetrik dağılımlı veriler için Anderson-Darling testinin kullanılması önerilmiştir.

### 2.3.1. Shapiro-Wilk Yöntemi

Verilerin normal dağılıma uygunluğunu test etmek için önerilen Shapiro-Wilk yöntemi Shapiro ve Wilk (43) tarafından 1965 yılında literatüre kazandırılmıştır. Shapiro-Wilk testinin önemli bir özelliği en güçlü normallik testlerinden birisi olmasıdır. Razali ve Yap (44), Shapiro-Wilk, Anderson-Darling, Lilliefors ve Kolmogorov-Smirnov normallik testlerini karşılaştırdıkları çalışmalarında seçilmiş dört farklı normallik testi arasından en güçlü normallik testinin Shapiro-Wilk olduğunu belirtmişlerdir. Diğer testler arasında ise güç sıralamasının sırasıyla Anderson-Darling, Lilliefors ve Kolmogorov-Smirnov şeklinde olduğunu söylemişlerdir. Ek olarak küçük örneklem büyüklükleri olduğunda bu dört farklı normallik testinin de güçlerinin düşük olduğunu belirtmişlerdir.

Shapiro-Wilk yönteminin test istatistiği aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$W = \frac{b^2}{((n-1)s^2)} \quad (2.33)$$

Shapiro-Wilk normallik testinin test istatistiği ne kadar yüksek ise verinin normal dağılıma benzerliği o kadar yüksek olur. Eşitlik 2.33'te yer verilen denklemdeki  $b$ 'nin formülü ise aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$b = \sum_{i=1}^{n/2} a_{n-i+1} (X_{(n-i+1)} - X_{(i)}) \quad (2.34)$$

Ek olarak Eşitlik 2.34'te verilen denklemdeki  $a$ 'nın formülü ise aşağıdaki gibidir.

$$a = \frac{(w'V^{-1})}{\sqrt{(w'V^{-1}V^{-1}w)}} \quad (2.35)$$

Eşitlik 2.35'te yer verilen denklemde  $V$  sembolüyle sıra istatistiklerinin kovaryans matrisidir.  $w$  ise sıra istatistiklerinin beklenen değer vektörüdür.  $X_{(i)}$  ise örneklemelerden elde edilen sıra istatistikleridir.

### 2.3.2. Shapiro-Francia Yöntemi

Shapiro ve Francia (45) tarafından büyük örneklem büyüklüğüne sahip verilerde kullanılacak Shapiro-Wilk testinin farklı bir uyarlaması olarak önerilen bu yöntem ismini yöntemi öneren Shapiro ve Francia'dan almıştır. Shapiro-Wilk testine benzer şekilde parametrik olmayan bir istatistiksel test yöntemidir.

Shapiro-Francia normallik testinin test istatistiği aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$W = \frac{(a^*x)^2}{((n-1)s^2)} \quad (2.36)$$

Shapiro-Francia'nın test istatistiğinde yer verilen  $a^*$ 'nın formülü ise aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$a^* = \frac{(w')}{\sqrt{(w'w)}} \quad (2.37)$$

Shapiro-Francia testinde Shapiro-Wilk'e benzer şekilde test istatistiğinin en yüksek değeri en fazla bir olabilir ve test istatistiği değeri bire ne kadar yakınsa normal dağılıma yakınlık o kadar artar.

### 2.3.3. Anderson Darling Testi

Anderson ve Darling (46) ortaklığında normallik testi için geliştirilen bir ampirik dağılım fonksiyonudur. İlgili test istatistiği aşağıda verilmiştir.

$$A^2 = -n - n^{-1} \sum_{i=1}^n [2i - 1] [\ln(p_{(i)}) - \ln(1 - p_{(n-i+1)})] \quad (2.38)$$

Eşitlik 2.38'de  $p_{(i)}$  ile verilen değişken ise aşağıdaki gibidir.

$$p_{(i)} = \Phi \left( \frac{[x_{(i)} - \bar{x}]}{s} \right) \quad (2.39)$$

Anderson-Darling normallik testinde test istatistiği sıfıra ne kadar yakınsa verideki normallik oranı o kadar fazladır denilebilir.

### 2.3.4. Cramer-von Mises Testi

Cramer-von Mises normallik testinin test istatistiği (47) aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$W^2 = \frac{1}{12} + \sum \left( p_{(i)} - \frac{2i - 1}{2n} \right)^2 \quad (2.40)$$

Test istatistiği sıfır değerine ne kadar yaklaşırsa verinin normal dağılıma benzerlik oranı o kadar artmaktadır.

### 2.3.5. Lilliefors Testi

Kolmogorov-Smirnov testine dayalı bir yöntem olan Lilliefors testi 1967 yılında Lilliefors (48) tarafında geliştirilen bir yöntemdir. Uyum iyiliği testleri temeline dayanan ampirik dağılım fonksiyonuna sahiptir. Test istatistiği, ampirik ve hipotetik kümülatif dağılım fonksiyonu arasındaki farkın maksimum değerine bağlıdır.

Lilliefors testi için test istatistiği aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$D = \max \begin{cases} D^+ = \max \left\{ \left[ \frac{i}{n} - p_{(i)} \right] \right\}, & i = \{1, \dots, n\} \\ D^- = \max \left\{ \left[ p_{(i)} - \frac{i-1}{n} \right] \right\}, & i = \{1, \dots, n\} \end{cases} \quad (2.41)$$

Lilliefors testine ait hipotetik kümülatif dağılım fonksiyonu ise aşağıdaki eşitlikte verilmiştir.

$$p_{(i)} = \Phi \left( \frac{[x_{(i)} - \bar{x}]}{s} \right) \quad (2.42)$$

### 2.3.6. Jarque Bera Testi

Jarque ve Bera (49)'nın normalliği test etmek amaçlı önerdikleri yöntemin test istatistiğine Eşitlik 2.43' de yer verilmiştir.

$$JB = \frac{n}{6} \left( S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right) \quad (2.43)$$

Lagranj çarpanı presibine dayalı bu normallik testi özet olarak çarpıklık ve basıklık temelli bir uyum iyiliği testidir (49).

Eşitlik 2.43'te S ile çarpıklık ve K ile basıklık ölçüleri ifade edilmektedir. n ise gözlem sayısını ifade eder. Test istatistik değeri sıfıra ne kadar yakınsa normalliğe o kadar fazla yaklaşıldığını gösterir.

Çarpıklık ölçüsünün eşitliği aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$S = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{(i)} - \bar{x})^3}{\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{(i)} - \bar{x})^2 \right)^{3/2}} \quad (2.44)$$

Basıklık ölçüsünün eşitliği ise aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$K = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{(i)} - \bar{x})^4}{\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{(i)} - \bar{x})^2 \right)^2} \quad (2.45)$$

### 3. GEREÇ VE YÖNTEM

Bu bölümde önerilen yöntem uygulanırken hangi adımların izleneceğini, metodoloji tasarlanırken nelerden faydalandığı, kestirici performansını ölçmek için kullanılan metodları ve metodolojinin yeterliliğini ispatlamak için yapılan benzetim çalışmasının adımları anlatılmıştır.

#### 3.1. Önerilen Yöntem

Önerilen yöntemin algoritmasının uygulanması için gerekli adımlar aşağıda verilmiştir.

- i)  $\lambda$  parametresinin aranacağı uygun bir aday lambda parametresi aralığı belirlenir. Örneğin  $\lambda = -5, -4.99, -4.98, \dots, 4.98, 4.99, 5$  gibi bir aralıkta seçilebilir.
- ii) Eğer dönüşüm yapılacak orijinal veri setinde negatif gözlem varsa veri seti negatif gözlemlerden arındırılacak şekilde pozitif bir katsayıyla toplanır.
- iii) Asar ve ark. (23)'de önerilen algoritma kullanılarak Shapiro-Wilk, Anderson-Darling ve Jarque-Bera testleri aracılığıyla  $\lambda$  kestirimleri elde edilir.
- iv) Parametrik olmayan bootstrap yöntemi kullanılarak her bir kestirim için standart hatalar elde edilir.
- v) Meta analizindeki rastgele etki modeli aracılığıyla iii. adımda elde edilen  $\lambda$  kestirimleri ve iv. adımda elde edilen standart hatalar kullanılarak ağırlıklandırılmış ortalama elde edilir.

Yukarıda önerilen yöntemi R programındaki AID kütüphanesi altında “boxcoxmeta” isimli bir fonksiyon olarak kullanıcıların erişilebilir duruma getirildi. Algoritmada da görüldüğü gibi iii. adımda belirtilen Shapiro-Wilk, Anderson-Darling ve Jarque-Bera testleri aracılığıyla  $\lambda$  kestirimlerini elde etmek için yine aynı kütüphane altındaki “boxcoxnc” fonksiyonundan faydalanılmıştır. Daha sonra meta paketi aracılığıyla kestirimlerin ağırlıklandırılmış ortalaması elde edilmiştir (50). Fonksiyon çalıştırıldığında sonuç olarak test istatistiklerine yer verildi. Ek olarak grafiksel analizler için ggplot2 isimli kütüphaneden yararlanılmıştır (51).

Meta analizi bölümünde iki farklı istatistiksel modele değinilmiştir. Bu modellerden ilki sabit etkiler ikincisi ise rastgele etkiler modelidir. Bu çalışmada ise rastgele etkiler modeli kullanılmıştır. Sabit etkiler modeli yerine rastgele etkiler modelinin kullanılmasının birçok nedeni vardı. Rastgele etkiler modelini sabit etkiler modelinden ayıran özelliğin rastgele etkiler modelinde varyansın çalışma içi varyans artı çalışmalar arası varyansa eşit olmasıdır. Borenstein (29) çalışmalar arası varyansın sifıra eşit olduğu durumlarda bile rastgele etkiler modelinin sabit etkiler modeline dönüşeceği ve bu durumda rastgele etkiler modeli kullanılmasının hiçbir sorun yaratmayacağı gerçeğinden hareketle rastgele etkiler modelinin kullanılmasını önermiştir.

Bir diğer neden ise Hunter ve Schmidt (52)'in bulgularıdır. Hunter ve Schmidt (52) sabit etkiler ve rastgele etkiler modelini karşılaştırdıkları çalışmalarında hemen hemen tüm çalışma alanlarında aslında sabit etkiler modelinin istatistiksel testler için uygun olmadığını ifade etmişlerdir. Bunun nedeni uygun bir anlamlılık testinde kestirilen Tip 1 hata oranının gerçek alfa değerine eşit olması gerektiği fakat sabit etkiler modelinde bu eşitlik sadece çalışmalar homojense gerçekleşeceğinden kaynaklandığını belirtmişlerdir.

Rastgele etkiler modelinin seçilmesindeki üçüncü neden ise Amir ve ark. (55)'lerinin sabit etkiler modelini kullanmak hakkındaki görüşleridir. Amir ve ark. (55) özellikle çalışmalar arasındaki değişkenliğin olmadığı ve tüm çalışmaların ortak ve aynı etki büyüklüğüne sahip olduğu varsayımını zayıf görmeleri ve ek olarak

potansiyel farklılıkların açıkça modellenmesi ve test edilmesi gerektiğini önerdiklerinden dolayı sabit etki modelinin kullanılmasına karşı çıkmışlardır.

Ağırlıklandırılmış ortalama alırken ağırlıklar kestirim yönteminin varyansının tersine göre ağırlıklandırılmıştır. Özetle değişkenliği fazla olan bir kestiricinin ağırlıklandırılmış ortalamaya etkisi daha az olurken tersine değişkenliği az olan bir kestiricinin ağırlıklandırılmış ortalamaya etkisi daha fazla olmaktadır.

### 3.2. Kestirici Performans Ölçütleri

İstatistikte kestiricilerin performansını karşılaştırmak için birçok istatistiksel yöntem vardır. Bu çalışmada kestiricileri karşılaştırırken yanlılık ve hata kareler ortalamasından faydalanılmıştır.

#### 3.2.1. Yanlılık (Bias)

İstatistikte bir kestiricinin yanlılığı kavramını kestirilen parametrenin gerçek değeri ile kestirim değeri arasındaki farkın ortalaması olarak düşünülebilir. Kestiricinin yanlılık değerinin sıfıra eşit olması o kestiricinin yansız bir kestirici olduğunu gösterir.

$$\begin{aligned}
 Bias(\hat{\theta}, \theta) &= Bias_{\theta}[\hat{\theta}] \\
 &= E_{x|\theta}[\hat{\theta}] - \theta \\
 &= E_{x|\theta}[\hat{\theta} - \theta]
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Yukarıda verilen eşitlikte  $E_{x|\theta}$  ile ifade edilen kavram,  $P(x|\theta)$ 'nin dağılımı üzerine beklenen değerini ifade eder. Yani kısaca yanlılık değerini parametre kestiriminin beklenen değerinin gerçek parametre değerinden farkı olarak tanımlanabilir.

#### 3.2.2. Hata Kareler Ortalaması

İstatistikte hata kareler ortalaması aslında parametrenin kestirim değerleri ile gerçek parametre değeri arasındaki farkın kareler toplamının ortalamasına denir.

Bilinmeyen bir  $\theta$  parametresinin kestiricisi olan  $\hat{\theta}$ 'nin hata kareler ortalaması aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned} HKO(\hat{\theta}) &= E [(\hat{\theta} - \theta)^2] \\ &= Var(\hat{\theta} - \theta) + (E[\hat{\theta} - \theta])^2 \\ &= SH(\theta)^2 + Bias^2(\hat{\theta}) \end{aligned} \quad (3.2)$$

## 4.BULGULAR

Bu bölümde önerilen yöntem ile önceki çalışmalarda önerilen yöntemleri karşılaştırmak için Monte Carlo benzetim yöntemi benzetim çalışmasına ve benzetim çalışması sonucunda elde edilen bulgulara yer verilecektir. Elde edilen bulguların sonuçlarını hem tablo halinde hem de grafiksel olarak göstermek amaçlanmıştır. Ek olarak iki farklı dağılım yapısına sahip gerçek veri setleri üzerinde önerilen yöntemin etkinliği test edilecektir.

### 4.1. Benzetim Çalışması

Bu çalışma farklı örneklem büyüklüğü ve lambda değerleri altında farklı senaryolar oluşturularak benzetim çalışması yapıldı. Box-Cox dönüşüm yönteminin lambda parametresinin kestirimi için önerilen yöntemin (OM) performansını kıyaslamak için Shapiro-Wilk (SW), Anderson-Darling (AD), Cramer-von Mises (CVM), Shapiro-Francia (SF), Jarque-Bera (JB), Lilliefors testi (LT) gibi diğer yöntemler çalışmaya dahil edilmiştir.

Benzetim çalışmasının algoritması ise aşağıdaki gibidir.

- i)  $\mu = 0$  ve standart sapması  $\sigma = 5$  olan 20, 30, 50, 100 ve 500 gibi farklı örneklem büyüklüklerinden rastgele normal dağılıma sahip veri üretilir.
- ii) Eğer üretilen veri seti negatif gözlemlere sahipse eklenecek pozitif bir katsayıyla veri seti negatif gözlemlerden arındırılır.





2	Yanlılık	-0.004	0.033	0.042	0.043	0.025	-0.024	0.001
	HKO	0.266	0.345	0.435	0.279	0.514	0.290	0.287
5	Yanlılık	-0.014	0.074	0.086	0.105	0.026	-0.069	-0.005
	HKO	1.631	2.070	2.524	1.701	2.869	1.744	1.748

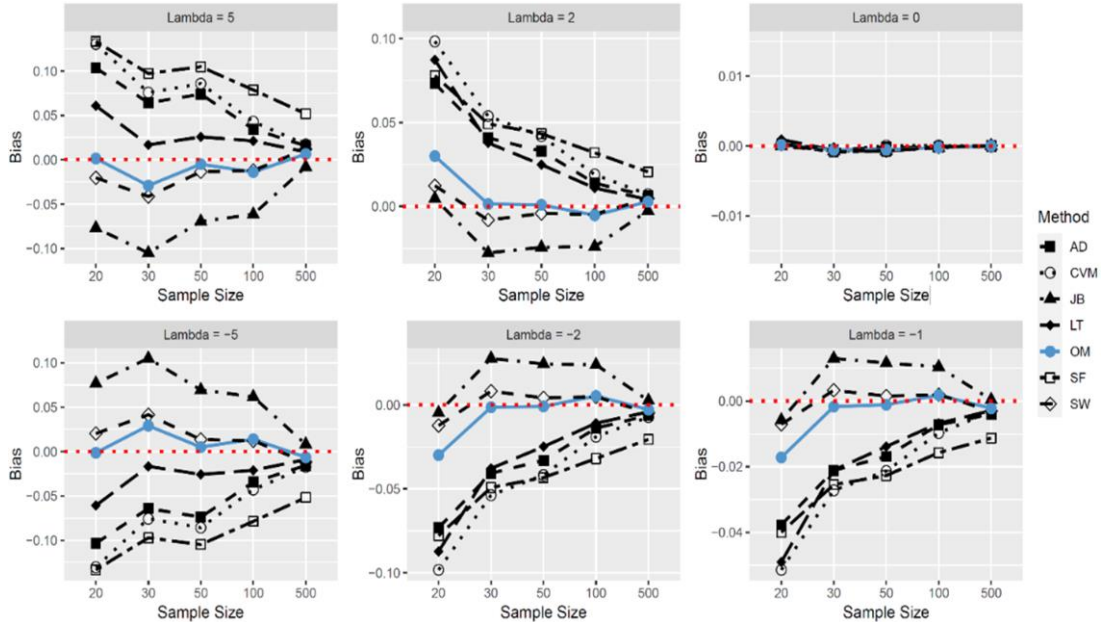
**Tablo 4.1.** Önerdiğimiz yöntem ile diğer altı farklı yöntemin karşılaştırması (Devam)

n	$\lambda$	$\hat{\lambda}_{SW}$	$\hat{\lambda}_{AD}$	$\hat{\lambda}_{CVM}$	$\hat{\lambda}_{SF}$	$\hat{\lambda}_{LT}$	$\hat{\lambda}_{JB}$	$\hat{\lambda}_{OM}$		
100	-5	Yanlılık	0.012	-0.034	-0.043	-0.079	-0.021	0.062	0.014	
		HKO	0.925	1.265	1.568	0.961	1.856	0.964	0.997	
	-2	Yanlılık	0.005	-0.014	-0.019	-0.032	-0.011	0.024	0.005	
		HKO	0.149	0.205	0.256	0.155	0.307	0.156	0.161	
	-1	Yanlılık	0.002	-0.007	-0.010	-0.016	-0.007	0.010	0.002	
		HKO	0.038	0.052	0.065	0.040	0.077	0.039	0.040	
	0	Yanlılık	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
		HKO	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	2	Yanlılık	-0.005	0.014	0.019	0.032	0.011	-0.024	-0.005	
		HKO	0.149	0.205	0.256	0.155	0.307	0.156	0.161	
	5	Yanlılık	-0.012	0.035	0.043	0.079	0.021	-0.062	-0.014	
		HKO	0.925	1.265	1.568	0.961	1.856	0.964	0.997	
	500	-5	Yanlılık	-0.012	-0.016	-0.017	-0.052	-0.009	0.008	-0.006
			HKO	0.273	0.400	0.480	0.280	0.571	0.277	0.293
-2		Yanlılık	-0.005	-0.006	-0.007	-0.021	-0.004	0.003	-0.003	
		HKO	0.045	0.065	0.077	0.046	0.091	0.045	0.047	
-1		Yanlılık	-0.003	-0.004	-0.003	-0.011	-0.003	0.000	-0.002	
		HKO	0.012	0.017	0.020	0.012	0.023	0.012	0.012	
0		Yanlılık	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
		HKO	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
2		Yanlılık	0.005	0.006	0.007	0.021	0.004	-0.003	0.003	
		HKO	0.045	0.065	0.077	0.046	0.091	0.045	0.047	
5		Yanlılık	0.012	0.016	0.017	0.052	0.009	-0.008	0.006	
		HKO	0.273	0.400	0.480	0.280	0.571	0.277	0.293	

Not: n: örneklem büyüklüğü,  $\lambda$ : gerçek dönüşüm parametresi değeri, SW: Shapiro-Wilk testi, AD: Anderson-Darling testi, LT: Lilliefors testi, CVM: Cramer-Von Mises testi, SF: Shapiro-Francia testi, JB: Jarque-Bera testi ve OM: bu çalışmada önerilen yöntem ifade edilmiştir.

Tablo 4.1.'deki sonuçlara göz atıldığında senaryoların önemli bir çoğunluğunda yanlılık performansı olarak önerilen yöntemin en iyi performansı gösterdiği görülmektedir. Yine aynı şekilde yöntemlerin hata kareler ortalamalarına

bakıldığında önerdiğimiz yöntemin genel olarak iyi performans gösterdiğini söyleyebiliriz. Örnek vermek gerekirse örneklem büyüklüğünün 50 ve gerçek lambda



parametresinin değerinin 5 olduğu yerde önerdiğimiz yöntemin mutlak yanlışlık değeri 0.005 iken diğer yöntemler için mutlak yanlışlık değeri 0.014 ile 0.105 arasında değer almaktadır. Başka bir örnekte örneklem büyüklüğünün 20 ve gerçek lambda parametresinin değerinin -5 olduğu bir senaryoda önerdiğimiz yöntemin mutlak yanlışlık değeri 0.001 iken diğer yöntemler için 0.02 ile 0.133 arasında değer almaktadır. Yine aynı senaryo için önerdiğimiz yöntemin hata kareler ortalaması 3.440 iken diğer yöntemlerde 3.287 ile 4.666 aralığında değer aldığı görülmektedir.

#### Şekil 4.1. Önerilen yöntemlerin yanlışlık performansları

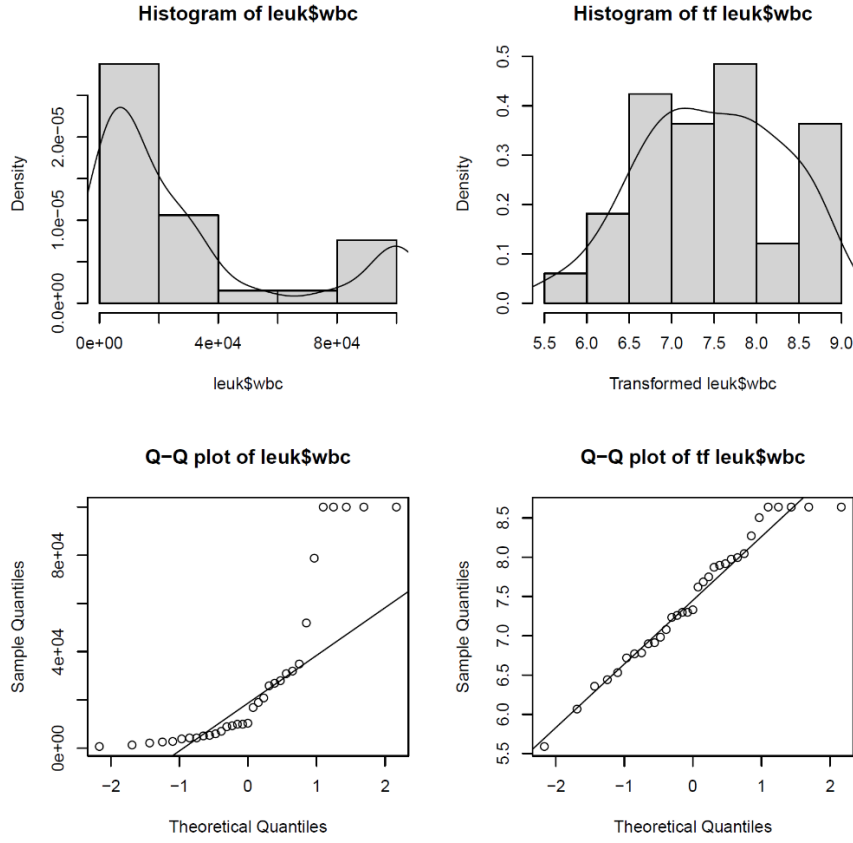
Şekil 4.1.'de verilen grafik incelendiğinde örneklem büyüklüğü azaldıkça yanlışlık ve hata kareler ortalaması değerleri artmaktadır. Senaryolar içerisinde örneklem büyüklüğü fark etmeksizin gerçek lambda değerinin 0'a eşit olduğu durumlarda incelenen yöntemlerin hepsinin birbirine benzer ve çok iyi performans gösterdiği görülmüştür. Genel olarak bu çalışmada önerilen yöntemin performansının diğer yöntemlere göre daha iyi olduğu tablo ve grafikler yardımıyla ifade etmeye çalışıldı. Örneklem büyüklüğünün 20 ve gerçek lambda değerinin -2, -1, 2 olduğu senaryolarda JB ve SW yöntemlerinin önerilen yöntemden daha iyi sonuçlar verdiği fark edilmiştir. Mutlak değer olarak lambda değerlerinin -5 ve 5

veya -2 ve 2 gibi birbirine eşit olduğu senaryolarda yöntemlerin yanlılık değerlerinin de mutlak değer olarak birbirine eşit olduğu görülmüştür. Daha açıklayıcı olması adına örneklem genişliğinin 500 olduğu ve lambda değerinin -5 ile 5 olduğu senaryolar incelenebilir. Bu çalışmada önerdiğimiz yöntem (OM) lambda değeri -5 olduğunda -0.006 yanlılık değeriyle kestirimlerini gerçekleştirirken lambda değeri 5 olan senaryolarda 0.006 yanlılık değeriyle kestirimler gerçekleştirmiştir. Dikkat çeken bir diğer nokta ise yine aynı şekilde mutlak değer olarak birbirine eşit lambda senaryolarında hata kareler ortalamalarının da birbirine eşit olduğu görülmüştür. Örnek vermek gerekirse örneklem genişliğinin 500 olduğu senaryolarda lambda değerinin -2 ile 2 olduğu senaryolar incelenebilir. Gerçek lambda değerinin 2 olduğu bir senaryoda AD yöntemiyle elde edilen kestirimlerin hata kareler ortalaması 0.065 iken lamda değerinin -2 olduğu bir senaryoda da hata kareler ortalaması 0.065'tir. Bu genelleme tablodaki tüm yöntemler için genişletilebilir.

## **4.2. Gerçek Veri Uygulamaları**

### **4.2.1. Beyaz Küre Sayısı Veri Setine Ait Bulgular**

Bu bölümde kullanacağımız veri seti akut miyeloid lösemi hastalığından vefat eden 33 farklı hastanın çeşitli ölçümlerini içermektedir. Veri seti hastanın ismi, test sonuçları, yaşam süresi ve beyaz küre sayısı gibi 4 farklı değişkeni içermektedir. Araştırmacılar ilgili veri setine R programı içerisinde MASS paketi (24) yardımıyla ulaşabilirler. Bu kısımda örnek veri olarak beyaz küre sayısı isimli değişken ile ilgilenilmiştir.



**Şekil 4.1.** Beyaz küre sayısının dönüşümden önceki (solda) ve dönüşümden sonraki (sağda) histogram ve Q-Q grafikleri

Şekil 4.2. aracılığıyla örnek veri setinin dağılımı incelendiğinde verinin ham halinin pozitif çarpık bir dağılıma sahip oldu görülmektedir. Q-Q grafiğine bakıldığında ise verinin pozitif kuyruk tarafında aykırı gözlemlerin olabileceği fark edilmiştir. Ham veri setinin dağılımının normal dağılıma uygunluğunu Shapiro-Wilk testi kullanılarak test edildiğinde p-değerinin  $1.986 \times 10^{-6}$  olduğu yani veri setinin normal dağılıma sahip olmadığı tespit edilmiştir.

Meta Analizi ile birleştirilmiş “boxcoxmeta” fonksiyonu birçok parametreden oluşmaktadır. Bu fonksiyonu R programında AID kütüphanesi altında kullanıcıların erişimlerine açık hale getirilmiştir. Fonksiyonun kullanımını kısaca anlatmak gerekirse ilk olarak dönüşüm yapılacak normal dağılmayan veri belirtilir. Daha sonra parametre kestirimi için araştırma yapılacak aday parametre aralığı belirtilir. Fonksiyonda varsayılan olarak 0,01 artışla -3 ile 3 aralığına yer verilmiştir. Kullanıcılar “lambda” parametresi kısmını boş bırakırsa fonksiyon varsayılan aralıkta

arama yapmaktadır. Fonksiyon lambda kestirimini belirlenen aday lambda aralığının sınırlarına çok yakın bir noktada kestirim yapmışsa araştırmacıyı aday lambda aralığının genişletilmesi konusunda uyarılmaktadır. Sonrasında her bir normallik testi aracılığıyla elde edilen parametre kestiriminin standart sapmasını bulabilmek adına yapılacak parametrik olmayan bootstrap yönteminin kaç defa tekrar edileceği belirtilir. Varsayılan değer olarak tekrar sayısı 100 olarak belirlenmiştir. Eğer veri setinde pozitif olmayan değerler varsa veri setine eklenecek bir pozitif katsayı ile verinin negatif gözlemlerden arındırılabilceğinden bahsetmiştik. Burada ise eklenecek pozitif katsayı lambda2 ile belirtilmiştir. Fonksiyon çalıştırıldığında grafiksel bir çıktı isteniyorsa “plot” parametresine “TRUE” ve test istatistiklerine yer verilmiş olarak yazılı bir sonuç isteniyorsa “verbose” parametresi “TRUE” olarak ayarlanır.

Aşağıda “boxcoxmeta” fonksiyonunun gerçek veri seti üzerindeki kullanımına ve fonksiyon çıktılarına yer verilmiştir. Fonksiyonun çıktı kısmında dönüşüm yapılmış veri setine Shapiro-Wilk, Anderson Darling ve Jarque-Bera testlerini uyguladığımızda elde edilen test istatistiklerine ve p-değerine yer verilmiştir. Ek olarak “Normality” sütunu ekleyerek normallik varsayımının sağlanıp sağlanmadığını yazılı bir sonucunu verilmiştir. Beyaz küre sayısı üzerine yapılan örnekte de görüldüğü gibi her üç farklı normallik testinde de dönüşüm yapılmış veri setinin dağılımının normal dağıldığı hipotezinin reddedilemediği görülmektedir.

```
R> library (AID)
R> library(MASS)

R> set.seed(1)
R> result <- boxcoxmeta(leuk$wbc, lambda = seq(-3,3,0.01), nboot =
100, lambda2 = NULL, plot =TRUE , alpha = 0.05, verbose =TRUE )

Box-Cox power transformation via meta analysis
-----

lambda.hat : -0.05270794

Normality tests for transformed data (alpha = 0.05)
-----
          Test Statistic   P.Value   Normality
1      Shapiro-Wilk 0.9596797 0.2531485 Not reject
```

```
2 Anderson Darling 0.3500850 0.4515463 Not reject
3 Jarque-Bera 0.9444637 0.6236089 Not reject
```

Araştırmacıların Box-Cox dönüşüm yöntemini kullanmalarındaki amaç genellikle normal dağılmayan verileri normal dağılan bir yapıya dönüştürmektir. Dönüştürülmüş veri setinin orijinal ölçeği değişeceğinden dolayı dönüştürülmüş veri setinden elde edilen ortalama ve güven aralıkları geri dönüşüm yapılarak orijinal metrikte sonuçlar elde edilir. Orijinal veri seti asimetric bir dağılım gösterdiğinden dolayı asimetric güven aralıkları elde etmek için “confInt” fonksiyonu geliştirilmiştir. Bahsi geçen fonksiyonun örnek kullanımı aşağıdaki gibi verilmiştir. Fonksiyon içerisinde öncelikle “boxcoxmeta” fonksiyonunun kullanımı sonucu elde edilen analizleri içeren “result” değişkeni yazılır. Daha sonra güven aralığının belirleneceği güven düzeyini belirtmek için “level” parametresine bir değer atanır.

```
R> confInt(result, level = 0.95)
```

```
Back transformed data
-----
              Mean      2.5%      97.5%
leuk$wbc 13064.64 8148.229 21200.45
-----
```

Normal dağılmayan veri setleri için ortalama ve güven aralıklarının kullanımı bazen uygun değildir. Ortalama ve güven aralıklarının farklı kullanımlarının önemini vurgulamak için aşağıdaki tabloda orijinal, dönüştürülmüş ve geri dönüştürülmüş veri üzerinden ilerlenecektir. Grafiklerden de görülebileceği gibi orijinal veri seti pozitif çarpık bir dağılıma sahiptir. Bu nedenle verinin ortalaması genel dağılıma göre biraz daha yüksek seviyelerden konumlanacaktır. Fakat bu konumlanma veri setinin genel eğilimini göstermek adına yanıltıcı olabilir. Dönüştürülmüş veriye baktığımızda yeni veri setinin dağılımının normal ve güven aralıklarının simetric olduğu söylenebilir. Fakat dönüşüm sonucu yeni veri setinin ölçeğinin orijinal veri setinin ölçeğine göre değişebileceği gerçeğinden dolayı dönüştürülmüş veri setinin metriğini yorumlarken zorluklarla karşılaşılabilir. Geri dönüştürülmüş veri setinin ölçeği ise orijinal veri seti ile aynıdır.

**Tablo 4.2.** Ortalama ve güven aralığının kullanımları arasındaki farklar

Veri Ölçekleri	Ortalama	2.5% GA	97.5% GA
Orijinal Veri	29165.15	16935.75	41394.56
Dönüştürülmüş Veri	7.47	7.18	7.76
Geri Dönüştürülmüş Veri	13064.64	8148.23	21200.45

#### 4.2.2. Kalp Kası Veri Setine Ait Bulgular

İlk uygulamada dönüşüm yaptığımız veri seti pozitif çarpık bir dağılıma sahipti. Bu örnekte ise negatif çarpık bir dağılıma sahip veri setinin kullanılması tercih edilmiştir.

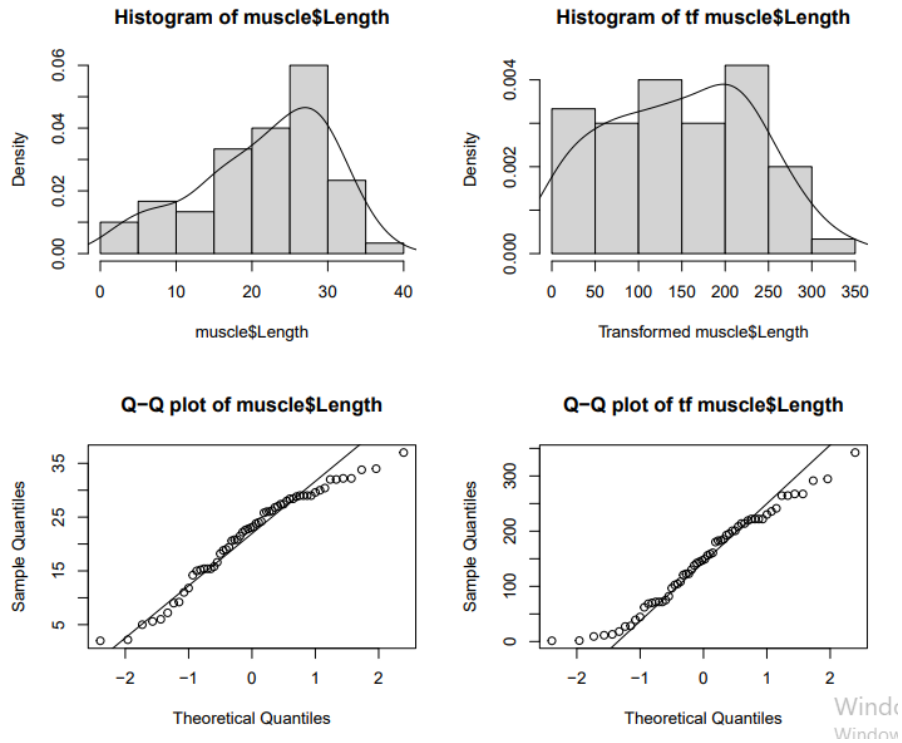
Bu bölümde kullandığımız veri seti MASS (24) kütüphanesi altındaki “Muscle” isimli veri setidir. “Muscle” veri setinin hazırlanmasındaki amaç solüsyonda bulunan kalsiyum miktarının farelerin kalp kaslarının kasılması üzerindeki etkisini değerlendirmektir. Veri setinin hazırlanması için yapılan çalışmalar birkaç aşamadan oluşmaktadır. İlk önce 21 sıçan kalbinin sol kulak kepçesi izole edilmiştir. Sonrasında birkaç kez sabit uzunluktaki bir doku şeridi elektrikle uyarılmıştır ve çeşitli konsantrasyonlarda kalsiyum klorür çözeltisine daldırılmıştır. Daha sonra şeridin kısıp uzaması gibi yaptığı hareketler ölçülerek not edilmiştir.

Veri setimiz üç farklı değişkenden ve her bir değişken 60 gözlemden oluşmaktadır. Bu değişkenlerin isimleri ve anlamları aşağıdaki gibi sıralanmıştır.

- Strip değişkeni, hangi kalp kası şeridinin kullanıldığını ifade etmektedir.
- Conc değişkeni ise 2,2 mM'nin katlarında kalsiyum klorür çözeltisi konsantrasyonu değerini göstermektedir.
- Length değişkeni ise şeridin uzunluğundaki kısıp veya uzamanın milimetre cinsinden kaydedilmiş halini ifade etmektedir.

Bu çalışmada hedef değişken olarak kalp kası şeridinin uzunluğundaki değişiklikleri içeren “Length” değişkenini seçilmiştir. Hedef değişkenimiz aşağıdaki tablodan da görülebileceği negatif çarpık bir dağılıma sahiptir. Histogram ve Q-Q grafiğine bakarak kolaylıkla normal dağılıma sahip olmadığını söyleyebilir.





**Şekil 4.2.** Kalp kası veri setinin dönüşümden önceki (solda) ve dönüşümden sonraki (sağda) histogram ve Q-Q grafikleri

Dahası istatistiksel olarak çarpıklık katsayısının  $-0.58$  olması veya Shapiro-Wilk testi sonucu p-değerinin  $0.0182$  olması nedeniyle kolaylıkla negatif çarpık bir dağılıma sahip olduğunu ve bu nedenle normal dağılıma sahip olmadığını söylenebilir.

Önerdiğimiz yöntem sonucunda “Length” değişkeni için uygun lambda kestirimi  $1.775669$  olarak elde edilmiştir.

**Tablo 4.3.** Box-Cox dönüşümü sonrasında normallik testi sonuçları

Test	Test İstatistiği	P-Değeri
Shapiro-Wilk	0.9706283	0.1566203
Anderson Darling	0.4910601	0.2116776
Jarque-Bera	2.0061203	0.3667554

Dönüşüm yapılmış veri seti için üç farklı normallik testi sonucunda elde edilen p-değerlerine bakarak veri setinin dağılımının normal dağılıma uyduğunu varsayan yokluk hipotezinin reddedilemediğini söyleyebiliriz. Yani önerdiğimiz

yöntem ile yapılan Box-Cox dönüşümü ile veri normal dağılıma uygun bir hale getirilmiştir.

Orijinal, dönüştürülmüş ve geri dönüştürülmüş veriler için ortalama ve güven aralıkları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

**Tablo 4.4.** Kalp kası veri seti için ortalama ve güven aralıkları

Veri Ölçekleri	Ortalama	2.5% GA	97.5% GA
Orijinal Veri	21.71	19.47	23.94
Dönüştürülmüş Veri	147.26	125.01	169.51
Geri Dönüştürülmüş Veri	23.03	21.01	24.93

## 5. İNTERNET TABANLI UYGULAMA

Bu bölümde internet tabanlı AID paketini tanıtılacaktır. AID paketi farklı amaçlar için Box-Cox kuvvet dönüşüm yöntemini uygulamak için geliştirilmiştir. Ek olarak AID uygulaması test istatistikleri ve grafikler aracılığıyla dönüşümün başarısını değerlendirme fırsatı sunar.

Bu bölümde ek olarak R programını kullanmak için yeterli bilgisi olmayan kullanıcılar ve araştırmacılar için AID uygulamasının kullanımı anlatılacaktır. Kullanıcılar uygulamaya <http://softmed.hacettepe.edu.tr/AID> adresinden kolaylıkla ulaşabilirler. AID uygulaması altı farklı ana ekrandan oluşmaktadır. Bu ekranlar sırasıyla Introduction (giriş), Data upload (veri yükleme), Data transformation (veri analizi), Asymetric Confidence Interval (asimetrik güven aralığı), Manual(kılavuz) ve Citation(alıntı) ekranlarıdır.

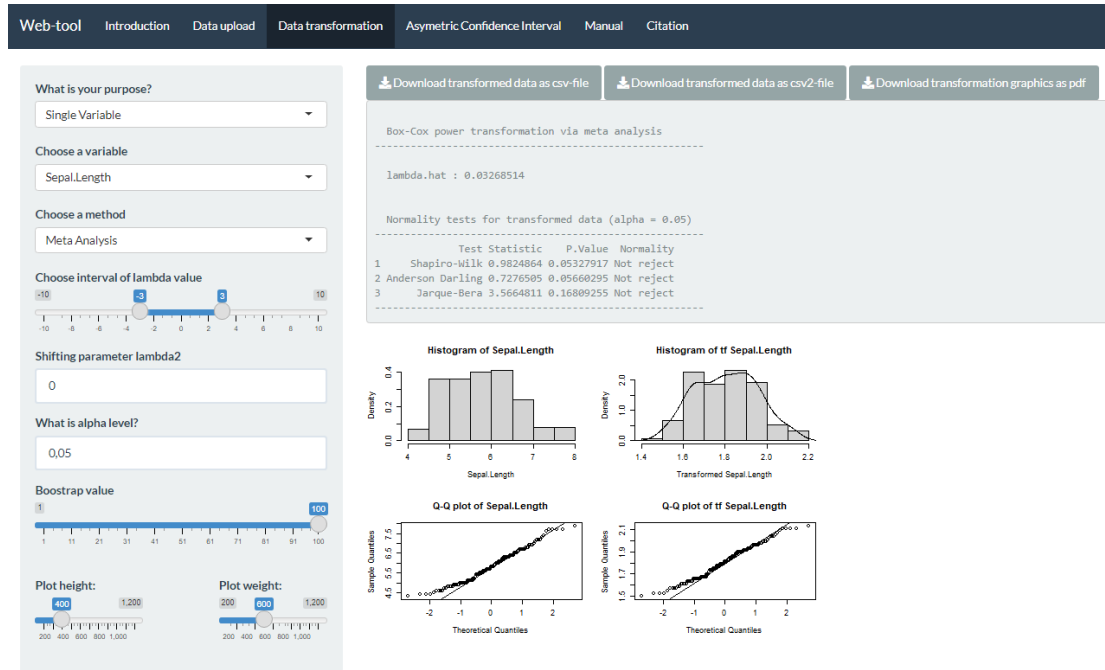
Introduction ekranında geliştirilmiş AID uygulaması hakkında genel bilgiler yer almaktadır.

İkinci ekran olan “Data upload” ekranının ise araştırmacılar csv veya excel gibi farklı formattaki verilerini yükleyebilmektedirler. Ek olarak uygulamayı öğrenebilmeleri için örnek bir veri setini de kullanabilme imkanına sahiptirler. Şekil 5.1’den de görülebileceği üzere araştırmacılar yükledikleri veri setinin tamamını görüntüleyebilme ve değişkenleri büyükten küçüğe sıralayabilme olanağına sahiptirler.

	Sepal.Length	Sepal.Width	Petal.Length	Petal.Width	Species
1	5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
2	4.9	3	1.4	0.2	setosa
3	4.7	3.2	1.3	0.2	setosa
4	4.6	3.1	1.5	0.2	setosa
5	5	3.6	1.4	0.2	setosa
6	5.4	3.9	1.7	0.4	setosa
7	4.6	3.4	1.4	0.3	setosa
8	5	3.4	1.5	0.2	setosa
9	4.4	2.9	1.4	0.2	setosa
10	4.9	3.1	1.5	0.1	setosa

Şekil 5.1 AID uygulaması veri yükleme ekranı

Üçüncü ekran, “Data transformation” ekranı ise farklı amaçlar için analizlerin gerçekleştirildiği ekrandır. Bu ekranda bulunan indirme tuşlarıyla araştırmacılar dönüştürülmüş veri setini iki farklı csv formatında indirebilirler. Ek olarak AID uygulaması dönüşümün performansının değerlendirilebileceği grafiksel çıktılar ürettiğinden bahsedilmiştir. Araştırmacılar bu çıktıları istedikleri boyutlarda formatlandırabilirler ve belirlenen boyutlara göre grafiksel çıktıları pdf formatında indirebilme imkanına sahiptirler. Grafiksel çıktıların üst kısmında ise dönüşüm sonucunda parametre kestirim değeri ve dönüştürülmüş veri üzerine yapılan normallik testi sonucu elde edilen test istatistiği gibi yazılı çıktılara yer verilmiştir.



**Şekil 3.2.** Analiz amacı tek değişken olduğu zaman AID uygulaması veri analiz ekranı

AID uygulamasında üç farklı amaç için farklı ekranlar geliştirilmiştir. Bu üç amaçtan ilki tek değişken üzerinde Box-Cox dönüşümü yapmak isteyen araştırmacılar için geliştirilmiştir. Şekil 5.2.'den de görülebileceği üzere analizlerin yapıldığı bu pencerede araştırmacı öncelikle hangi değişken üzerinde dönüşüm yapacaksa liste içerisinde ilgili değişkeni seçer. Parametre kestirimi için araştırmacı Dağ ve ark. (23) önerdiği normallik testlerini seçebilir. Dahası bu tez çalışmasında

önerdiğimiz kestirim yöntemini kullanmak isteyen araştırmacılar meta analizi seçeneğini seçebilirler. Parametre kestirimi yapılırken hangi yöntemin kullanılacağı belirlendikten sonra aday parametre değeri aralığı belirlenir. Daha sonra veri setinde negatif gözlemler varsa veriye eklenecek sabit katsayı ve sonrasında testlerin gerçekleştirileceği anlamlılık düzeyi belirlenir.

Tek yönlü ANOVA için Box-Cox dönüşümünü uygulamak isteyen araştırmacılar ise çalışmanın amacının belirlendiği kısımdan ANOVA seçeneğini seçebilirler. Bu kısımda kullanılan yöntemi merak eden araştırmacılar Dağ ve İlk (22) çalışmasına bakabilirler. Bu kısımda ise araştırmacı hedef değişkeni ve faktör değişkenini seçmelidir. Daha sonra ilgili argümanlara göre analizlerini yapabilirler.

Web-tool Introduction Data upload Data transformation Asymmetric Confidence Interval Manual Citation

Download transformed data as csv-file Download transformed data as csv2-file Download transformation graphics as pdf

Box-Cox power transformation

lambda.hat : -0.69

Shapiro-Wilk normality test for transformed data (alpha = 0.05)

Level	statistic	p.value	Normality	
1	setosa	0.9763972	0.4119196	YES
2	versicolor	0.9755423	0.3826664	YES
3	virginica	0.9640864	0.1318300	YES

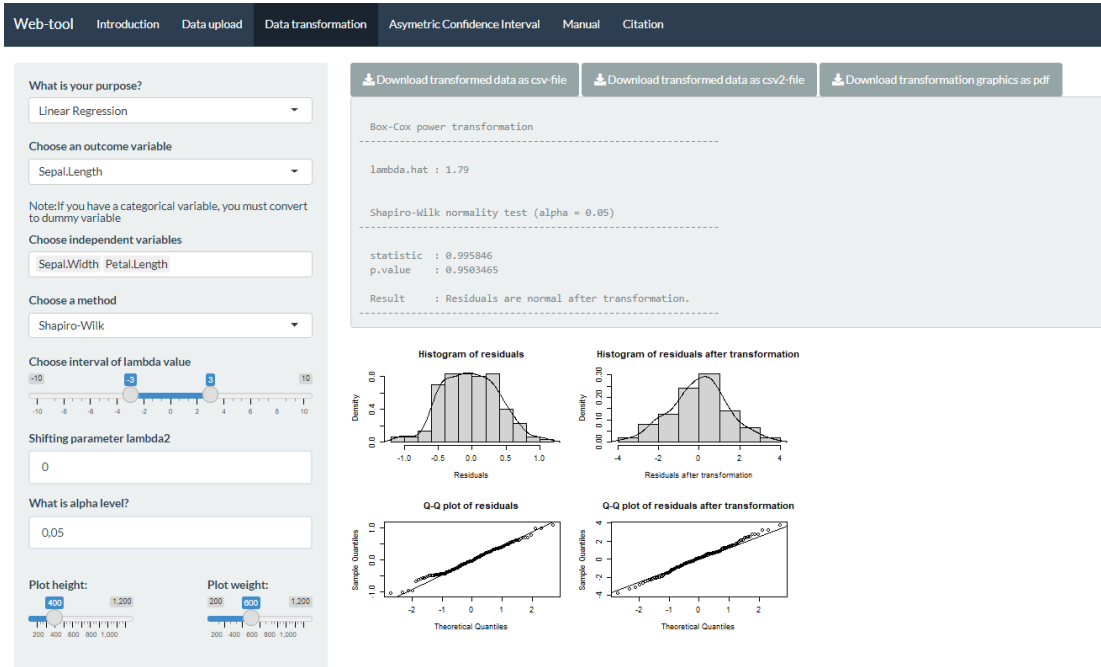
Bartlett's homogeneity test for transformed data (alpha = 0.05)

Level	statistic	p.value	Homogeneity	
1	All	0.9802715	0.6125432	YES

**Şekil 5.3.** Analiz amacı ANOVA olduğu zaman AID uygulamasının veri analiz ekranı

Doğrusal modeller için Box-Cox dönüşümünü uygulamak amacıyla AID uygulamasını kullanmak isteyen araştırmacılar üçüncü seçenek olan “Linear Regression” seçeneğini seçebilirler. Bu kısımda ise araştırmacı öncelikle bağımlı değişkenini belirler. Daha sonra analize dahil edilecek olan bağımsız değişkenlerini seçer. İlgili değişkenlerini tanımladıktan sonra hangi yöntem kullanılarak kestirim yapılacaksa ilgili yöntem seçilir. En son olarak aday parametre değerinin

araştırılacağı aralık ve veri setinde negatif gözlem varsa veri setine eklenecek pozitif katsayı belirlenir. Bu kısımda kullanılan yöntemi incelemek isteyen araştırmacılar Dağ ve ark. (23)'ün çalışmasını inceleyebilirler.



**Şekil 5.4.** Analiz amacı doğrusal regresyon olduğu zaman AID uygulaması veri analiz ekranı

Dördüncü ekran, “Asymmetric Confidence Interval” ekranında ise kullanıcılar asimetrik güven aralıklarını elde edebilmektedirler. “Manual” ekranı ise geliştirilen internet tabanlı uygulamanın nasıl kullanılacağına ilişkin bilginin yer aldığı kılavuz ekranıdır. Son olarak “Citation” ekranı ise kullanıcılara kolaylıkla alıntılama yapabilme imkânı sağlamaktadır.

## 6.TARTIŞMA VE SONUÇ

İstatistikte dönüşüm denilince akla gelen ilk yöntemlerden birisi Box-Cox dönüşüm yöntemidir. Literatürde ekonometri, sağlık bilimleri gibi birçok alanda kullanılan bu yöntem parametrik istatistiksel yöntemlerin uygulanabilmesi konusunda büyük kolaylıklar sağlamıştır. Her ne kadar sıklıkla başvuru bir yöntem olsa da uygun dönüşüm parametresinin kestirimi ilgili dönüşüm yöntemini uygulama konusundaki en büyük problemlerden birisidir. Parametre kestirimi konusunda Box ve Cox'ın en çok olabilirlik kestiricisini önermesiyle birlikte çeşitli alternatif yöntemler geliştirilmiştir. Bazı çalışmalarda en çok olabilirlik kestiricisinin daha dayanıklı alternatifleri önerilirken (15), bazı çalışmalarda kestirici olarak normallik testlerinden faydalanılmıştır (18, 19, 23).

Bu çalışmada Shapiro-Wilk, Anderson-Darling ve Jarque-Bera test yöntemlerini kullanarak elde edilen kestirimlerin meta analizinde rastgele etkiler modeli yardımıyla birleştirilebileceğini ve bu birleşimin tekil olarak kullanılan kestirim yöntemlerinden istatistiksel olarak daha iyi sonuçlar verebileceğini göstermeye çalışılmıştır. Fakat yöntemi önermeden önce hangi birleşimin en iyi sonucu verdiğini öğrenmek adına altı farklı normallik testini çalışmaya dahil ettik. Bu testler sırasıyla Shapiro-Wilk, Anderson-Darling, Jarque-Bera, Cramer-Von Mises, Shapiro-Francia ve Lilliefors normallik testleridir. Bu altı farklı normallik testinin 63 farklı kombinasyonu karşılaştırıldığında istatistiksel olarak en iyi kestirim değerlerini Shapiro-Wilk, Anderson-Darling ve Jarque-Bera testlerinin birleşiminin olduğu görülmüştür.

Benzetim çalışmaları yapılırken Monte-Carlo yönteminden faydalanılmıştır. Modeller karşılaştırılırken örneklem genişliğinin 20, 30, 50, 100 ve 500 olduğu ve ek olarak gerçek parametre değerinin -5, -2, -1, 0, 2 ve 5 olduğu 30 farklı senaryoda benzetim çalışması yapılmıştır. Senaryoların büyük bir çoğunluğunda önerdiğimiz yöntemin daha efektif performans gösterdiği görülmüştür. Fakat örneklem büyüklüğünün 20 veya 30 gibi küçük olduğu durumlarda Shapiro-Wilk veya Jarque-Bera test yöntemlerinin daha iyi performans gösterdiği söylenebilir.

Daha sonra önerdiğimiz veri setini ilki pozitif çarpık, ikincisi negatif çarpık dağılıma sahip iki farklı gerçek hayat verisi üzerinde uygulamasını yapılmıştır. Her iki farklı dağılıma sahip veri setinde önerilen yöntemle kestirilen parametre değerine göre Box-Cox dönüşümü uygulandığında dağılımlarının normal dağılıma uyduğu gözlemlenmiştir.

Bu tez çalışmasında parametre kestirimi için hem yeni bir yöntem önerilmiştir hem de önerilen yöntemin R programı altında kullanıcıların erişimine açık hale getirilmiştir. Dahası R programını kullanmak için yeterli tecrübesi olmayan kullanıcıların kolayca ulaşabilmesi ve uygulayabilmesi için internet tabanlı uygulamasını geliştirdik. Geliştirdiğimiz internet tabanlı uygulama sayesinde önerilen yöntemi kullanmak için herhangi bir program yüklenmesine gerek kalmamıştır. İsteyen kullanıcılar ilgili adresten önerdiğimiz yöntemi kolaylıkla kullanabileceklerdir.

Çalışmamızın bir diğer özelliği ise Box-Cox dönüşümü için parametre kestirimi için meta analizinin de kullanıldığı ilk çalışma olmasıdır. Bu çalışmada meta analizindeki rastgele etkiler modelini kullanarak farklı parametre kestirimlerinin ağırlıklandırılmış ortalamasını alarak birleştirmeyi amaçlanmıştır. Bundan sonraki çalışacak araştırmacılara fikir vermesi açısından da ilk olabilir.



## 7. KAYNAKÇA

1. GRAYBILL, F. A. (1976) *The Theory and Applications of the Linear Model* (London, Duxbury Press)
2. Osborne, J. (2010). Improving your data transformations: Applying the Box-Cox transformation. *Practical Assessment, Research, and Evaluation*, 15(1), 12.
3. Box, G. E., & Cox, D. R. (1964). An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 26(2), 211-243.
4. Tukey, J. W. (1957). On the comparative anatomy of transformations. *The Annals of Mathematical Statistics*, 602-632.
5. Sakia, R. (1992). The Box-Cox transformation technique: a review. *Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)*, 41(2), 169-178.
6. Manly, B. F. (1976). Exponential data transformations. *Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)*, 25(1), 37-42.
7. John, J. A., & Draper, N. R. (1980). An alternative family of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, 29(2), 190-197.
8. Bickel, P. J., & Doksum, K. A. (1981). An analysis of transformations revisited. *Journal of the American Statistical Association*, 76(374), 296-311.
9. Yeo, I. K., & Johnson, R. A. (2000). A new family of power transformations to improve normality or symmetry. *Biometrika*, 87(4), 954-959.
10. Peltier, M. R., Wilcox, C. J., & Sharp, D. C. (1998). Application of the Box-Cox data transformation to animal science experiments. *Journal of animal science*, 76(3), 847-849.
11. Ahmad, W. M. A. W., Naing, N. N., & Abd Halim, N. (2008). An Application Of Box-Cox Transformation To Biostatistics Experiment Data. *Journal of Bioscience*, 19(1), 137-145.
12. Hulten, C. R., & Wykoff, F. C. (1981). The estimation of economic depreciation using vintage asset prices: An application of the Box-Cox power transformation. *Journal of Econometrics*, 15(3), 367-396.
13. Gillard, J. (2012). A generalised Box–Cox transformation for the parametric estimation of clinical reference intervals. *Journal of Applied Statistics*, 39(10), 2231-2245.
14. Marimuthu, S., Mani, T., Sudarsanam, T. D., George, S., & Jeyaseelan, L. (2022). Preferring Box-Cox transformation, instead of log transformation to convert skewed distribution of outcomes to normal in medical research. *Clinical Epidemiology and Global Health*, 101043.
15. Andrews, D. F. (1971). A note on the selection of data transformations. *Biometrika*, 58(2), 249-254.

16. Carroll, R. J. (1980). A robust method for testing transformations to achieve approximate normality. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 42(1), 71-78.
17. Halva, A. M. (1996). Estimating the Box-Cox transformation via an artificial regression model. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 25(2), 331-350.
18. Rahman, M. (1999). Estimating the box-cox transformation via shapiro-wilk w statistic. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 28(1), 223-241.
19. Rahman, M., & Pearson, L. M. (2008). Anderson-Darling statistic in estimating the Box-Cox transformation parameter. *Journal of Applied Probability and Statistics*, 3(1), 45-57.
20. Dag, O., Asar, O., & Ilk, O. (2014). A methodology to implement Box-Cox transformation when no covariate is available. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 43(7), 1740-1759.
21. Vélez, J. I., Correa, J. C., & Marmolejo-Ramos, F. (2015). A new approach to the Box-Cox transformation. *Frontiers in Applied Mathematics and Statistics*, 1, 12.
22. Dag, O., & Ilk, O. (2017). An algorithm for estimating Box-Cox transformation parameter in ANOVA. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 46(8), 6424-6435.
23. Asar, Ö., Ilk, O., & Dag, O. (2017). Estimating Box-Cox power transformation parameter via goodness-of-fit tests. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 46(1), 91-105.
24. Venables, W. N., & Ripley, B. D. (2013). *Modern applied statistics with S-PLUS*. Springer Science & Business Media.
25. Fox, J., & Weisberg, S. (2018). *An R companion to applied regression*. Sage publications.
26. Kuhn, M. (2008). Building predictive models in R using the caret package. *Journal of statistical software*, 28, 1-26.
27. Peterson, R. A. (2018). bestNormalize: Normalizing transformation functions. *R package version*, 1(0), 573.
28. Medina, L., Kreutzmann, A. K., Rojas-Perilla, N., & Castro, P. (2019). The R Package trafo for Transforming Linear Regression Models. *R J.*, 11(2), 99.
29. Borenstein, M., Hedges, L. V., Higgins, J. P., & Rothstein, H. R. (2021). *Introduction to meta-analysis*. John Wiley & Sons.
30. Glass, G. V. (1976). Primary, secondary, and meta-analysis of research. *Educational researcher*, 5(10), 3-8.

31. Gliner, J. A., Morgan, G. A., & Harmon, R. J. (2003). Meta-analysis: formulation and interpretation.
32. DerSimonian, R., & Kacker, R. (2007). Random-effects model for meta-analysis of clinical trials: an update. *Contemporary clinical trials*, 28(2), 105-114.
33. Huedo-Medina, T. B., Sánchez-Meca, J., Marin-Martinez, F., & Botella, J. (2006). Assessing heterogeneity in meta-analysis: Q statistic or I<sup>2</sup> index?. *Psychological methods*, 11(2), 193.
34. Cohen, J. (2013). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Routledge.
35. Hedges, L. V. (1992). Meta-analysis. *Journal of Educational Statistics*, 17(4), 279-296.
36. DerSimonian, R., & Laird, N. (1986). Meta-analysis in clinical trials. *Controlled clinical trials*, 7(3), 177-188.
37. Hardy, R. J., & Thompson, S. G. (1996). A likelihood approach to meta-analysis with random effects. *Statistics in medicine*, 15(6), 619-629.
38. Paule, R. C., & Mandel, J. (1982). Consensus values and weighting factors. *Journal of research of the National Bureau of Standards*, 87(5), 377.
39. Higgins, J. P., Thompson, S. G., & Spiegelhalter, D. J. (2009). A re-evaluation of random-effects meta-analysis. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)*, 172(1), 137-159.
40. Borenstein, M., Hedges, L., & Rothstein, H. (2007). Meta-analysis: Fixed effect vs. random effects. *Meta-analysis*.
41. Borenstein, M., Hedges, L. V., Higgins, J. P., & Rothstein, H. R. (2010). A basic introduction to fixed-effect and random-effects models for meta-analysis. *Research synthesis methods*, 1(2), 97-111.
42. Yazici, B., & Yolacan, S. (2007). A comparison of various tests of normality. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 77(2), 175-183.
43. Shapiro, S., & Wilk, M. (1965). An analysis of variance test for normality. *Biometrika*, 52(3), 591-611.
44. Razali, N. M., & Wah, Y. B. (2011). Power comparisons of shapiro-wilk, kolmogorov-smirnov, lilliefors and anderson-darling tests. *Journal of statistical modeling and analytics*, 2(1), 21-33.
45. Shapiro, S. S., & Francia, R. S. (1972). An approximate analysis of variance test for normality. *Journal of the American statistical Association*, 67(337), 215-216.
46. Anderson, T. W., & Darling, D. A. (1954). A test of goodness of fit. *Journal of the American statistical association*, 49(268), 765-769.

47. Cramér, H. (1928). On the composition of elementary errors: Statistical applications. Almqvist and Wiksell.
48. Lilliefors, H. W. (1967). On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown. *Journal of the American statistical Association*, 62(318), 399-402.
49. Jarque, C. M., & Bera, A. K. (1987). A test for normality of observations and regression residuals. *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, 163-172.
50. Balduzzi, S., Rücker, G., & Schwarzer, G. (2019). How to perform a meta-analysis with R: a practical tutorial. *Evidence-based mental health*, 22(4), 153-160.
51. Wickham, H. (2016). *ggplot2: elegant graphics for data analysis*. springer.
52. Hunter, J. E., & Schmidt, F. L. (2000). Fixed effects vs. random effects meta-analysis models: Implications for cumulative research knowledge. *International Journal of selection and assessment*, 8(4), 275-292.
53. Erez, A., Bloom, M. C., & Wells, M. T. (1996). Using random rather than fixed effects models in meta-analysis: Implications for situational specificity and validity generalization. *Personnel Psychology*, 49(2), 275-306.

## 8.EKLER

## EK 1: Farklı Senaryolar Altında Kestirici Yöntemlerinin Performansları

**Tablo A.1.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{AD\_CVM}$	$\hat{\lambda}_{AD\_JB}$	$\hat{\lambda}_{AD\_LT}$	$\hat{\lambda}_{AD\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_LT}$
20	-5	Yanlılık	-0,117	-0,013	-0,083	-0,118	-0,039	-0,024	-0,096
		HKO	3,909	3,577	3,849	3,478	3,443	3,764	4,108
	-2	Yanlılık	-0,085	-0,040	-0,081	-0,076	-0,040	-0,049	-0,094
		HKO	0,815	0,730	0,837	0,686	0,671	0,798	0,922
	-1	Yanlılık	-0,044	-0,023	-0,044	-0,039	-0,021	-0,028	-0,051
		HKO	0,212	0,191	0,219	0,176	0,172	0,211	0,245
	0	Yanlılık	0,000	0,000	0,001	0,000	0,000	0,000	0,001
		HKO	0,003	0,003	0,004	0,003	0,003	0,003	0,004
	2	Yanlılık	0,085	0,040	0,081	0,076	0,040	0,049	0,094
		HKO	0,815	0,730	0,837	0,686	0,671	0,798	0,922
	5	Yanlılık	0,117	0,013	0,083	0,118	0,039	0,024	0,096
		HKO	3,909	3,577	3,849	3,478	3,443	3,764	4,108
30	-5	Yanlılık	-0,070	0,022	-0,041	-0,080	-0,008	0,017	-0,047
		HKO	3,023	2,628	3,001	2,543	2,519	2,811	3,259
	-2	Yanlılık	-0,047	-0,007	-0,040	-0,045	-0,014	-0,011	-0,047
		HKO	0,565	0,481	0,581	0,458	0,449	0,528	0,646
	-1	Yanlılık	-0,024	-0,004	-0,022	-0,023	-0,008	-0,006	-0,025
		HKO	0,142	0,121	0,147	0,115	0,113	0,133	0,164
	0	Yanlılık	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,000	-0,001	-0,001
		HKO	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
	2	Yanlılık	0,047	0,007	0,040	0,045	0,014	0,011	0,047
		HKO	0,565	0,481	0,581	0,458	0,449	0,528	0,646
	5	Yanlılık	0,070	-0,022	0,041	0,080	0,008	-0,017	0,047
		HKO	3,023	2,628	3,001	2,543	2,519	2,811	3,259
50	-5	Yanlılık	-0,079	-0,001	-0,050	-0,089	-0,028	-0,006	-0,056
		HKO	2,262	1,848	2,274	1,804	1,781	1,994	2,492
	-2	Yanlılık	-0,037	-0,004	-0,029	-0,038	-0,013	-0,008	-0,034
		HKO	0,382	0,307	0,394	0,297	0,292	0,337	0,438
	-1	Yanlılık	-0,019	-0,003	-0,016	-0,020	-0,007	-0,005	-0,018
		HKO	0,095	0,077	0,099	0,075	0,073	0,084	0,110
	0	Yanlılık	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000
		HKO	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
	2	Yanlılık	0,037	0,004	0,029	0,038	0,013	0,008	0,034
		HKO	0,382	0,307	0,394	0,297	0,292	0,337	0,438
	5	Yanlılık	0,079	0,001	0,050	0,089	0,028	0,006	0,056
		HKO	2,262	1,848	2,274	1,804	1,781	1,994	2,492

**Tablo A.1.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması (Devamı)

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{AD\_CVM}$	$\hat{\lambda}_{AD\_JB}$	$\hat{\lambda}_{AD\_LT}$	$\hat{\lambda}_{AD\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_LT}$	
100	-5	Yanlılık	-0,038	0,014	-0,028	-0,057	-0,010	0,010	-0,032	
		HKO	1,395	1,062	1,435	1,043	1,033	1,154	1,581	
	-2	Yanlılık	-0,016	0,005	-0,012	-0,023	-0,004	0,003	-0,015	
		HKO	0,226	0,172	0,235	0,168	0,167	0,187	0,260	
	-1	Yanlılık	-0,008	0,002	-0,007	-0,011	-0,003	0,000	-0,008	
		HKO	0,057	0,043	0,059	0,043	0,042	0,047	0,065	
	0	Yanlılık	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	0,000	
		HKO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
	2	Yanlılık	0,016	-0,005	0,012	0,023	0,004	-0,003	0,015	
		HKO	0,226	0,172	0,235	0,168	0,167	0,187	0,260	
	5	Yanlılık	0,038	-0,014	0,028	0,057	0,010	-0,010	0,032	
		HKO	1,395	1,062	1,435	1,043	1,033	1,154	1,581	
	500	-5	Yanlılık	-0,016	-0,004	-0,012	-0,034	-0,014	-0,005	-0,013
			HKO	0,434	0,314	0,447	0,310	0,309	0,335	0,484
-2		Yanlılık	-0,007	-0,002	-0,005	-0,013	-0,005	-0,002	-0,006	
		HKO	0,070	0,050	0,072	0,050	0,050	0,054	0,078	
-1		Yanlılık	-0,004	-0,002	-0,003	-0,008	-0,004	-0,001	-0,003	
		HKO	0,018	0,013	0,018	0,013	0,013	0,014	0,020	
0		Yanlılık	-0,000	0,000	-0,000	0,000	0,000	-0,000	-0,000	
		HKO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
2		Yanlılık	0,007	0,002	0,005	0,013	0,005	0,002	0,006	
		HKO	0,070	0,050	0,072	0,050	0,050	0,054	0,078	
5		Yanlılık	0,016	0,004	0,012	0,034	0,014	0,005	0,013	
		HKO	0,434	0,314	0,447	0,310	0,309	0,335	0,484	

**Tablo A.2.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{CVM\_SF}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_SW}$	$\hat{\lambda}_{JB\_LT}$	$\hat{\lambda}_{JB\_SF}$	$\hat{\lambda}_{JB\_SW}$	$\hat{\lambda}_{LT\_SF}$	$\hat{\lambda}_{LT\_SW}$
20	-5	Yanlılık	-0,132	-0,052	0,010	-0,031	0,046	-0,097	-0,018
		HKO	3,589	3,564	3,717	3,387	3,362	3,576	3,549
	-2	Yanlılık	-0,089	-0,053	-0,044	-0,046	-0,011	-0,083	-0,048
		HKO	0,733	0,720	0,820	0,675	0,662	0,765	0,750
	-1	Yanlılık	-0,047	-0,028	-0,027	-0,027	-0,008	-0,046	-0,027
		HKO	0,189	0,185	0,218	0,176	0,172	0,199	0,194
	0	Yanlılık	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,001
		HKO	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003
	2	Yanlılık	0,089	0,053	0,044	0,046	0,011	0,083	0,048
		HKO	0,733	0,720	0,820	0,675	0,662	0,765	0,750
	5	Yanlılık	0,132	0,052	-0,010	0,031	-0,046	0,097	0,018
		HKO	3,589	3,564	3,717	3,387	3,362	3,576	3,549
30	-5	Yanlılık	-0,086	-0,015	0,046	0,002	0,071	-0,057	0,015
		HKO	2,671	2,655	2,807	2,440	2,419	2,692	2,676
	-2	Yanlılık	-0,052	-0,021	-0,004	-0,014	0,016	-0,044	-0,013
		HKO	0,493	0,486	0,545	0,438	0,431	0,515	0,507
	-1	Yanlılık	-0,026	-0,011	-0,004	-0,009	0,007	-0,024	-0,008
		HKO	0,124	0,122	0,138	0,111	0,109	0,130	0,128
	0	Yanlılık	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001
		HKO	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
	2	Yanlılık	0,052	0,021	0,004	0,014	-0,016	0,044	0,013
		HKO	0,493	0,486	0,545	0,438	0,431	0,515	0,507
	5	Yanlılık	0,086	0,015	-0,046	-0,002	-0,071	0,057	-0,015
		HKO	2,671	2,655	2,807	2,440	2,419	2,692	2,676
50	-5	Yanlılık	-0,095	-0,034	0,023	-0,018	0,041	-0,065	-0,005
		HKO	1,919	1,901	2,035	1,688	1,665	1,969	1,952
	-2	Yanlılık	-0,042	-0,018	0,000	-0,011	0,014	-0,034	-0,009
		HKO	0,322	0,318	0,352	0,278	0,273	0,339	0,335
	-1	Yanlılık	-0,022	-0,009	-0,001	-0,006	0,006	-0,018	-0,006
		HKO	0,080	0,080	0,088	0,070	0,069	0,085	0,084
	0	Yanlılık	-0,000	-0,000	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001
		HKO	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
	2	Yanlılık	0,042	0,018	-0,000	0,011	-0,014	0,034	0,009
		HKO	0,322	0,318	0,352	0,278	0,273	0,339	0,335
	5	Yanlılık	0,095	0,034	-0,023	0,018	-0,041	0,065	0,005
		HKO	1,919	1,901	2,035	1,688	1,665	1,969	1,952

**Tablo A.2.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması (Devamı)

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{CVM_{SF}}$	$\hat{\lambda}_{CVM_{SW}}$	$\hat{\lambda}_{JB_{LT}}$	$\hat{\lambda}_{JB_{SF}}$	$\hat{\lambda}_{JB_{SW}}$	$\hat{\lambda}_{LT_{SF}}$	$\hat{\lambda}_{LT_{SW}}$
100	-5	Yanlılık	-0,061	-0,015	0,021	-0,009	0,037	-0,050	-0,004
		HKO	1,122	1,115	1,215	0,948	0,936	1,187	1,180
	-2	Yanlılık	-0,025	-0,007	0,007	-0,004	0,014	-0,022	-0,003
		HKO	0,182	0,180	0,199	0,153	0,151	0,194	0,193
	-1	Yanlılık	-0,013	-0,004	0,002	-0,003	0,006	-0,011	-0,002
		HKO	0,046	0,045	0,050	0,039	0,038	0,049	0,048
	0	Yanlılık	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000
		HKO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	Yanlılık	0,025	0,007	-0,007	0,004	-0,014	0,022	0,003
		HKO	0,182	0,180	0,199	0,153	0,151	0,194	0,193
	5	Yanlılık	0,061	0,015	-0,021	0,009	-0,037	0,050	0,004
		HKO	1,122	1,115	1,215	0,948	0,936	1,187	1,180
500	-5	Yanlılık	-0,035	-0,015	-0,000	-0,022	-0,002	-0,030	-0,010
		HKO	0,330	0,329	0,356	0,276	0,274	0,351	0,350
	-2	Yanlılık	-0,014	-0,006	-0,001	-0,009	-0,001	-0,012	-0,004
		HKO	0,053	0,053	0,057	0,045	0,044	0,056	0,056
	-1	Yanlılık	-0,007	-0,003	-0,001	-0,005	-0,001	-0,007	-0,003
		HKO	0,014	0,014	0,014	0,012	0,012	0,014	0,014
	0	Yanlılık	0,000	0,000	-0,000	0,000	0,000	-0,000	-0,000
		HKO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	Yanlılık	0,014	0,006	0,001	0,009	0,001	0,012	0,004
		HKO	0,053	0,053	0,057	0,045	0,044	0,056	0,056
	5	Yanlılık	0,035	0,015	0,000	0,022	0,002	0,030	0,010
		HKO	0,330	0,329	0,356	0,276	0,274	0,351	0,350



**Tablo A.3.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_LT}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_LT}$	$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_SF}$
20	-5	Yanlılık	-0,056	-0,050	-0,098	-0,122	-0,068	-0,028	-0,054
		HKO	3,330	3,720	3,877	3,618	3,603	3,626	3,453
	-2	Yanlılık	-0,045	-0,058	-0,087	-0,083	-0,058	-0,055	-0,054
		HKO	0,637	0,773	0,839	0,734	0,726	0,774	0,689
	-1	Yanlılık	-0,024	-0,032	-0,047	-0,043	-0,030	-0,031	-0,030
		HKO	0,162	0,202	0,220	0,189	0,186	0,204	0,179
	0	Yanlılık	0,000	0,000	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
		HKO	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003
	2	Yanlılık	0,045	0,058	0,087	0,083	0,058	0,055	0,054
		HKO	0,637	0,773	0,839	0,734	0,726	0,774	0,689
	5	Yanlılık	0,056	0,050	0,098	0,122	0,068	0,028	0,054
		HKO	3,330	3,720	3,877	3,618	3,603	3,626	3,453
30	-5	Yanlılık	-0,028	-0,009	-0,053	-0,079	-0,030	0,010	-0,019
		HKO	2,390	2,792	3,033	2,707	2,697	2,741	2,514
	-2	Yanlılık	-0,021	-0,021	-0,045	-0,048	-0,027	-0,017	-0,023
		HKO	0,421	0,518	0,584	0,497	0,492	0,520	0,454
	-1	Yanlılık	-0,011	-0,011	-0,024	-0,025	-0,014	-0,010	-0,013
		HKO	0,106	0,131	0,147	0,125	0,123	0,131	0,114
	0	Yanlılık	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001
		HKO	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
	2	Yanlılık	0,021	0,021	0,045	0,048	0,027	0,017	0,023
		HKO	0,421	0,518	0,584	0,497	0,492	0,520	0,454
	5	Yanlılık	0,028	0,009	0,053	0,079	0,030	-0,010	0,019
		HKO	2,390	2,792	3,033	2,707	2,697	2,741	2,514

**Tablo A.3.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması (Devamı)

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_LT}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_LT}$	$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_SF}$	
50	-5	Yanlılık	-0,046	-0,028	-0,062	-0,088	-0,046	-0,009	-0,036	
		HKO	1,662	2,008	2,295	1,960	1,949	1,994	1,760	
	-2	Yanlılık	-0,020	-0,016	-0,033	-0,039	-0,022	-0,011	-0,018	
		HKO	0,271	0,337	0,395	0,327	0,324	0,340	0,290	
	-1	Yanlılık	-0,011	-0,009	-0,018	-0,020	-0,012	-0,006	-0,010	
		HKO	0,068	0,084	0,099	0,082	0,081	0,085	0,073	
	0	Yanlılık	-0,001	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,001	
		HKO	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	
	2	Yanlılık	0,020	0,016	0,033	0,039	0,022	0,011	0,018	
		HKO	0,271	0,337	0,395	0,327	0,324	0,340	0,290	
	5	Yanlılık	0,046	0,028	0,062	0,088	0,046	0,009	0,036	
		HKO	1,662	2,008	2,295	1,960	1,949	1,994	1,760	
	100	-5	Yanlılık	-0,033	-0,004	-0,033	-0,052	-0,021	0,003	-0,017
			HKO	0,940	1,183	1,440	1,160	1,157	1,196	1,002
-2		Yanlılık	-0,014	-0,003	-0,014	-0,021	-0,009	0,000	-0,007	
		HKO	0,151	0,191	0,235	0,188	0,187	0,195	0,161	
-1		Yanlılık	-0,007	-0,002	-0,008	-0,011	-0,005	-0,001	-0,004	
		HKO	0,038	0,048	0,059	0,047	0,047	0,049	0,041	
0		Yanlılık	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	
		HKO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
2		Yanlılık	0,014	0,003	0,014	0,021	0,009	-0,000	0,007	
		HKO	0,151	0,191	0,235	0,188	0,187	0,195	0,161	
5		Yanlılık	0,033	0,004	0,033	0,052	0,021	-0,003	0,017	
		HKO	0,940	1,183	1,440	1,160	1,157	1,196	1,002	

**Tablo A.3.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması (Devamı)

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_LT}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_LT}$	$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_SF}$
500	-5	Yanlılık	-0,032	-0,008	-0,014	-0,028	-0,015	-0,005	-0,020
		HKO	0,276	0,353	0,446	0,349	0,348	0,358	0,294
	-2	Yanlılık	-0,013	-0,004	-0,006	-0,011	-0,006	-0,003	-0,008
		HKO	0,045	0,057	0,072	0,056	0,056	0,057	0,047
	-1	Yanlılık	-0,007	-0,002	-0,003	-0,006	-0,003	-0,002	-0,005
		HKO	0,012	0,014	0,018	0,014	0,014	0,014	0,012
	0	Yanlılık	0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	0,000
		HKO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	Yanlılık	0,013	0,004	0,006	0,011	0,006	0,003	0,008
		HKO	0,045	0,057	0,072	0,056	0,056	0,057	0,047
	5	Yanlılık	0,032	0,008	0,014	0,028	0,015	0,005	0,020
		HKO	0,276	0,353	0,446	0,349	0,348	0,358	0,294

**Tablo A.4.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{AD\_LT\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_LT\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_LT}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_SF}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_LT\_SF}$	
20	-5	Yanlılık	-0,099	-0,046	-0,071	-0,035	-0,062	-0,009	-0,108	
		HKO	3,542	3,526	3,403	3,765	3,526	3,517	3,647	
	-2	Yanlılık	-0,080	-0,055	-0,053	-0,062	-0,062	-0,037	-0,089	
		HKO	0,741	0,731	0,661	0,823	0,721	0,714	0,780	
	-1	Yanlılık	-0,043	-0,030	-0,028	-0,035	-0,035	-0,021	-0,048	
		HKO	0,192	0,189	0,169	0,218	0,188	0,185	0,203	
	0	Yanlılık	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	
		HKO	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	
	2	Yanlılık	0,080	0,055	0,053	0,062	0,062	0,037	0,089	
		HKO	0,741	0,731	0,661	0,823	0,721	0,714	0,780	
	5	Yanlılık	0,099	0,046	0,071	0,035	0,062	0,009	0,108	
		HKO	3,542	3,526	3,403	3,765	3,526	3,517	3,647	
	30	-5	Yanlılık	-0,059	-0,010	-0,038	0,007	-0,022	0,026	-0,063
			HKO	2,667	2,658	2,468	2,877	2,593	2,586	2,779
-2		Yanlılık	-0,043	-0,022	-0,026	-0,020	-0,026	-0,005	-0,048	
		HKO	0,501	0,496	0,439	0,556	0,476	0,472	0,531	
-1		Yanlılık	-0,023	-0,012	-0,014	-0,011	-0,014	-0,004	-0,025	
		HKO	0,126	0,124	0,110	0,141	0,120	0,119	0,134	
0		Yanlılık	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	
		HKO	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	
2		Yanlılık	0,043	0,022	0,026	0,020	0,026	0,005	0,048	
		HKO	0,501	0,496	0,439	0,556	0,476	0,472	0,531	
5		Yanlılık	0,059	0,010	0,038	-0,007	0,022	-0,026	0,063	
		HKO	2,667	2,658	2,468	2,877	2,593	2,586	2,779	

**Tablo A.4.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması (Devamı)

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{AD\_LT\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_LT\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_LT}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_SF}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_LT\_SF}$	
50	-5	Yanlılık	-0,068	-0,027	-0,053	-0,012	-0,039	0,001	-0,072	
		HKO	1,949	1,939	1,732	2,105	1,827	1,816	2,047	
	-2	Yanlılık	-0,034	-0,017	-0,023	-0,013	-0,020	-0,003	-0,037	
		HKO	0,331	0,328	0,283	0,363	0,304	0,302	0,352	
	-1	Yanlılık	-0,018	-0,009	-0,012	-0,008	-0,011	-0,002	-0,019	
		HKO	0,083	0,082	0,071	0,091	0,076	0,076	0,088	
	0	Yanlılık	-0,000	-0,000	-0,001	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	
		HKO	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	
	2	Yanlılık	0,034	0,017	0,023	0,013	0,020	0,003	0,037	
		HKO	0,331	0,328	0,283	0,363	0,304	0,302	0,352	
	5	Yanlılık	0,068	0,027	0,053	0,012	0,039	-0,001	0,072	
		HKO	1,949	1,939	1,732	2,105	1,827	1,816	2,047	
	100	-5	Yanlılık	-0,045	-0,014	-0,033	-0,000	-0,019	0,011	-0,048
			HKO	1,175	1,172	0,990	1,268	1,045	1,040	1,242
-2		Yanlılık	-0,019	-0,006	-0,013	-0,002	-0,009	0,004	-0,021	
		HKO	0,191	0,191	0,159	0,207	0,169	0,168	0,203	
-1		Yanlılık	-0,010	-0,004	-0,007	-0,002	-0,005	0,001	-0,011	
		HKO	0,048	0,048	0,040	0,052	0,043	0,042	0,051	
0		Yanlılık	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	
		HKO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
2		Yanlılık	0,019	0,006	0,013	0,002	0,009	-0,004	0,021	
		HKO	0,191	0,191	0,159	0,207	0,169	0,168	0,203	
5		Yanlılık	0,045	0,014	0,033	0,000	0,019	-0,011	0,048	
		HKO	1,175	1,172	0,990	1,268	1,045	1,040	1,242	

**Tablo A.4.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması (Devamı)

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{AD\_LT\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_LT\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_LT}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_SF}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_LT\_SF}$
500	-5	Yanlılık	-0,026	-0,012	-0,027	-0,006	-0,020	-0,007	-0,026
		HKO	0,354	0,353	0,292	0,375	0,303	0,302	0,370
	-2	Yanlılık	-0,010	-0,005	-0,010	-0,003	-0,008	-0,003	-0,011
		HKO	0,057	0,057	0,047	0,060	0,049	0,049	0,059
	-1	Yanlılık	-0,006	-0,003	-0,006	-0,002	-0,005	-0,002	-0,006
		HKO	0,014	0,014	0,012	0,015	0,013	0,012	0,015
	0	Yanlılık	-0,000	-0,000	0,000	-0,000	0,000	0,000	-0,000
		HKO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	Yanlılık	0,010	0,005	0,010	0,003	0,008	0,003	0,011
		HKO	0,057	0,057	0,047	0,060	0,049	0,049	0,059
	5	Yanlılık	0,026	0,012	0,027	0,006	0,020	0,007	0,026
		HKO	0,354	0,353	0,292	0,375	0,303	0,302	0,370

**Tablo A.5.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{CVM\_LT\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{JB\_LT\_SF}$	$\hat{\lambda}_{JB\_LT\_SW}$	$\hat{\lambda}_{JB\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{LT\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_LT}$
20	-5	Yanlılık	-0,054	-0,079	-0,039	0,014	-0,014	-0,056	-0,052
		HKO	3,635	3,449	3,456	3,444	3,341	3,389	3,712
	-2	Yanlılık	-0,064	-0,061	-0,058	-0,033	-0,034	-0,058	-0,065
		HKO	0,771	0,685	0,728	0,719	0,652	0,694	0,794
	-1	Yanlılık	-0,035	-0,032	-0,033	-0,020	-0,020	-0,032	-0,036
		HKO	0,200	0,176	0,190	0,188	0,168	0,179	0,209
	0	Yanlılık	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
		HKO	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003
	2	Yanlılık	0,064	0,061	0,058	0,033	0,034	0,058	0,065
		HKO	0,771	0,685	0,728	0,719	0,652	0,694	0,794
	5	Yanlılık	0,054	0,079	0,039	-0,014	0,014	0,056	0,052
		HKO	3,635	3,449	3,456	3,444	3,341	3,389	3,712
30	-5	Yanlılık	-0,014	-0,042	-0,002	0,046	0,014	-0,022	-0,011
		HKO	2,773	2,527	2,561	2,553	2,404	2,504	2,832
	-2	Yanlılık	-0,026	-0,030	-0,021	0,001	-0,007	-0,025	-0,025
		HKO	0,527	0,457	0,481	0,476	0,427	0,462	0,538
	-1	Yanlılık	-0,014	-0,016	-0,012	-0,001	-0,005	-0,014	-0,014
		HKO	0,132	0,115	0,121	0,120	0,108	0,116	0,136
	0	Yanlılık	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001
		HKO	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
	2	Yanlılık	0,026	0,030	0,021	-0,001	0,007	0,025	0,025
		HKO	0,527	0,457	0,481	0,476	0,427	0,462	0,538
	5	Yanlılık	0,014	0,042	0,002	-0,046	-0,014	0,022	0,011
		HKO	2,773	2,527	2,561	2,553	2,404	2,504	2,832

**Tablo A.5.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması (Devamı)

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{CVM\_LT\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{JB\_LT\_SF}$	$\hat{\lambda}_{JB\_LT\_SW}$	$\hat{\lambda}_{JB\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{LT\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_LT}$	
50	-5	Yanlılık	-0,031	-0,057	-0,019	0,021	-0,008	-0,038	-0,027	
		HKO	2,039	1,786	1,828	1,818	1,665	1,791	2,075	
	-2	Yanlılık	-0,020	-0,026	-0,014	0,002	-0,006	-0,021	-0,018	
		HKO	0,349	0,295	0,310	0,307	0,272	0,301	0,354	
	-1	Yanlılık	-0,011	-0,014	-0,008	0,000	-0,004	-0,011	-0,010	
		HKO	0,087	0,074	0,078	0,077	0,068	0,075	0,089	
	0	Yanlılık	-0,000	-0,000	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,000	
		HKO	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	
	2	Yanlılık	0,020	0,026	0,014	-0,002	0,006	0,021	0,018	
		HKO	0,349	0,295	0,310	0,307	0,272	0,301	0,354	
	5	Yanlılık	0,031	0,057	0,019	-0,021	0,008	0,038	0,027	
		HKO	2,039	1,786	1,828	1,818	1,665	1,791	2,075	
	100	-5	Yanlılık	-0,017	-0,036	-0,012	0,018	-0,002	-0,029	-0,009
			HKO	1,239	1,028	1,068	1,064	0,938	1,053	1,255
-2		Yanlılık	-0,008	-0,015	-0,006	0,007	-0,001	-0,012	-0,005	
		HKO	0,202	0,166	0,174	0,173	0,151	0,171	0,204	
-1		Yanlılık	-0,005	-0,008	-0,004	0,002	-0,001	-0,007	-0,003	
		HKO	0,051	0,042	0,044	0,043	0,038	0,043	0,051	
0		Yanlılık	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	
		HKO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
2		Yanlılık	0,008	0,015	0,006	-0,007	0,001	0,012	0,005	
		HKO	0,202	0,166	0,174	0,173	0,151	0,171	0,204	
5		Yanlılık	0,017	0,036	0,012	-0,018	0,002	0,029	0,009	
		HKO	1,239	1,028	1,068	1,064	0,938	1,053	1,255	



**Tablo A.5.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması (Devamı)

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{CVM\_LT\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{JB\_LT\_SF}$	$\hat{\lambda}_{JB\_LT\_SW}$	$\hat{\lambda}_{JB\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{LT\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_LT}$
500	-5	Yanlılık	-0,013	-0,027	-0,017	-0,004	-0,019	-0,024	-0,008
		HKO	0,370	0,301	0,311	0,311	0,275	0,309	0,377
	-2	Yanlılık	-0,005	-0,011	-0,007	-0,002	-0,008	-0,010	-0,004
		HKO	0,059	0,048	0,050	0,050	0,044	0,050	0,060
	-1	Yanlılık	-0,003	-0,006	-0,005	-0,002	-0,005	-0,006	-0,002
		HKO	0,015	0,012	0,013	0,013	0,012	0,013	0,015
	0	Yanlılık	-0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,000
		HKO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	Yanlılık	0,005	0,011	0,007	0,002	0,008	0,010	0,004
		HKO	0,059	0,048	0,050	0,050	0,044	0,050	0,060
	5	Yanlılık	0,013	0,027	0,017	0,004	0,019	0,024	0,008
		HKO	0,370	0,301	0,311	0,311	0,275	0,309	0,377

**Tablo A.6.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_LT\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_LT\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_LT\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_LT\_SW}$	
20	-5	Yanlılık	-0,072	-0,032	-0,107	-0,066	-0,085	-0,055	-0,052	
		HKO	3,560	3,553	3,633	3,624	3,502	3,482	3,712	
	-2	Yanlılık	-0,064	-0,045	-0,084	-0,065	-0,064	-0,062	-0,065	
		HKO	0,724	0,719	0,764	0,757	0,698	0,724	0,794	
	-1	Yanlılık	-0,035	-0,025	-0,045	-0,035	-0,033	-0,034	-0,036	
		HKO	0,188	0,186	0,198	0,196	0,179	0,188	0,209	
	0	Yanlılık	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
		HKO	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	
	2	Yanlılık	0,064	0,045	0,084	0,065	0,064	0,062	0,065	
		HKO	0,724	0,719	0,764	0,757	0,698	0,724	0,794	
	5	Yanlılık	0,072	0,032	0,107	0,066	0,085	0,055	0,052	
		HKO	3,560	3,553	3,633	3,624	3,502	3,482	3,712	
	30	-5	Yanlılık	-0,032	0,004	-0,063	-0,026	-0,047	-0,017	-0,011
			HKO	2,634	2,629	2,763	2,759	2,583	2,590	2,832
-2		Yanlılık	-0,030	-0,013	-0,046	-0,030	-0,033	-0,026	-0,025	
		HKO	0,482	0,479	0,521	0,518	0,468	0,482	0,538	
-1		Yanlılık	-0,016	-0,008	-0,024	-0,016	-0,017	-0,014	-0,014	
		HKO	0,121	0,120	0,131	0,130	0,117	0,121	0,136	
0		Yanlılık	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	
		HKO	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	
2		Yanlılık	0,030	0,013	0,046	0,030	0,033	0,026	0,025	
		HKO	0,482	0,479	0,521	0,518	0,468	0,482	0,538	
5		Yanlılık	0,032	-0,004	0,063	0,026	0,047	0,017	0,011	
		HKO	2,634	2,629	2,763	2,759	2,583	2,590	2,832	

**Tablo A.6.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması (Devamı)

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_SI}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_LT\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_LT\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_SF\_SN}$	$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_LT\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_LT\_SW}$	
50	-5	Yanlılık	-0,048	-0,017	-0,072	-0,041	-0,061	-0,033	-0,002	
		HKO	1,874	1,866	2,035	2,029	1,841	1,857	1,850	
	-2	Yanlılık	-0,023	-0,011	-0,036	-0,023	-0,027	-0,019	-0,006	
		HKO	0,312	0,310	0,346	0,344	0,305	0,313	0,311	
	-1	Yanlılık	-0,012	-0,006	-0,019	-0,012	-0,014	-0,010	-0,004	
		HKO	0,078	0,077	0,087	0,086	0,076	0,078	0,078	
	0	Yanlılık	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	
		HKO	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	
	2	Yanlılık	0,023	0,011	0,036	0,023	0,027	0,019	0,006	
		HKO	0,312	0,310	0,346	0,344	0,305	0,313	0,311	
	5	Yanlılık	0,048	0,017	0,072	0,041	0,061	0,033	0,002	
		HKO	1,874	1,866	2,035	2,029	1,841	1,857	1,850	
	100	-5	Yanlılık	-0,023	0,000	-0,044	-0,021	-0,035	-0,018	0,005
			HKO	1,086	1,084	1,235	1,233	1,072	1,092	1,089
-2		Yanlılık	-0,010	-0,001	-0,019	-0,009	-0,015	-0,008	0,001	
		HKO	0,175	0,175	0,201	0,201	0,173	0,177	0,176	
-1		Yanlılık	-0,005	-0,001	-0,010	-0,005	-0,008	-0,005	-0,000	
		HKO	0,044	0,044	0,051	0,050	0,044	0,044	0,044	
0		Yanlılık	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	
		HKO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
2		Yanlılık	0,010	0,001	0,019	0,009	0,015	0,008	-0,001	
		HKO	0,175	0,175	0,201	0,201	0,173	0,177	0,176	
5		Yanlılık	0,023	-0,000	0,044	0,021	0,035	0,018	-0,005	
		HKO	1,086	1,084	1,235	1,233	1,072	1,092	1,089	

**Tablo A.6.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması (Devamı)

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_LT\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_LT\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_LT\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_LT\_SW}$
500	-5	Yanlılık	-0,019	-0,009	-0,023	-0,013	-0,024	-0,017	-0,007
		HKO	0,320	0,320	0,373	0,373	0,318	0,322	0,322
	-2	Yanlılık	-0,008	-0,004	-0,009	-0,006	-0,010	-0,007	-0,003
		HKO	0,051	0,051	0,060	0,060	0,051	0,052	0,052
	-1	Yanlılık	-0,005	-0,002	-0,005	-0,003	-0,005	-0,004	-0,002
		HKO	0,013	0,013	0,015	0,015	0,013	0,013	0,013
	0	Yanlılık	0,000	0,000	-0,000	-0,000	0,000	-0,000	-0,000
		HKO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	Yanlılık	0,008	0,004	0,009	0,006	0,010	0,007	0,003
		HKO	0,051	0,051	0,060	0,060	0,051	0,052	0,052
	5	Yanlılık	0,019	0,009	0,023	0,013	0,024	0,017	0,007
		HKO	0,320	0,320	0,373	0,373	0,318	0,322	0,322

**Tablo A.7.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_LT\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_LT\_SF}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_LT\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_LT\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{JB\_LT\_SF\_SW}$
20	-5	Yanlılık	-0,035	-0,068	-0,061	-0,020	-0,041	-0,074	-0,023
		HKO	3,400	3,431	3,555	3,549	3,439	3,488	3,370
	-2	Yanlılık	-0,043	-0,061	-0,067	-0,048	-0,048	-0,067	-0,045
		HKO	0,669	0,698	0,752	0,746	0,688	0,722	0,689
	-1	Yanlılık	-0,024	-0,033	-0,038	-0,028	-0,027	-0,036	-0,026
		HKO	0,172	0,180	0,197	0,195	0,178	0,186	0,178
	0	Yanlılık	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
		HKO	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003
	2	Yanlılık	0,043	0,061	0,067	0,048	0,048	0,067	0,045
		HKO	0,669	0,698	0,752	0,746	0,688	0,722	0,689
	5	Yanlılık	0,035	0,068	0,061	0,020	0,041	0,074	0,023
		HKO	3,400	3,431	3,555	3,549	3,439	3,488	3,370
30	-5	Yanlılık	-0,003	-0,032	-0,020	0,017	-0,006	-0,035	0,009
		HKO	2,464	2,544	2,665	2,662	2,510	2,608	2,474
	-2	Yanlılık	-0,014	-0,029	-0,029	-0,012	-0,017	-0,032	-0,013
		HKO	0,440	0,468	0,503	0,500	0,454	0,486	0,455
	-1	Yanlılık	-0,008	-0,016	-0,016	-0,007	-0,010	-0,017	-0,008
		HKO	0,111	0,117	0,127	0,126	0,114	0,122	0,114
	0	Yanlılık	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001
		HKO	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
	2	Yanlılık	0,014	0,029	0,029	0,012	0,017	0,032	0,013
		HKO	0,440	0,468	0,503	0,500	0,454	0,486	0,455
	5	Yanlılık	0,003	0,032	0,020	-0,017	0,006	0,035	-0,009
		HKO	2,464	2,544	2,665	2,662	2,510	2,608	2,474

**Tablo A.7.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması (Devamı)

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_LT\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_LT\_SF}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_LT\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_LT\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{JB\_LT\_SF\_SW}$	
50	-5	Yanlılık	-0,023	-0,046	-0,035	-0,005	-0,025	-0,049	-0,011	
		HKO	1,719	1,827	1,920	1,914	1,758	1,883	1,750	
	-2	Yanlılık	-0,012	-0,023	-0,021	-0,008	-0,013	-0,026	-0,009	
		HKO	0,282	0,306	0,326	0,325	0,290	0,318	0,293	
	-1	Yanlılık	-0,007	-0,013	-0,011	-0,005	-0,007	-0,014	-0,006	
		HKO	0,071	0,077	0,082	0,081	0,073	0,080	0,073	
	0	Yanlılık	-0,001	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,001	
		HKO	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	
	2	Yanlılık	0,012	0,023	0,021	0,008	0,013	0,026	0,009	
		HKO	0,282	0,306	0,326	0,325	0,290	0,318	0,293	
	5	Yanlılık	0,023	0,046	0,035	0,005	0,025	0,049	0,011	
		HKO	1,719	1,827	1,920	1,914	1,758	1,883	1,750	
	100	-5	Yanlılık	-0,009	-0,030	-0,020	0,003	-0,011	-0,032	-0,006
			HKO	0,976	1,079	1,134	1,131	1,002	1,118	1,013
-2		Yanlılık	-0,004	-0,013	-0,009	0,000	-0,005	-0,014	-0,003	
		HKO	0,157	0,175	0,184	0,184	0,161	0,182	0,164	
-1		Yanlılık	-0,003	-0,007	-0,005	-0,001	-0,003	-0,007	-0,002	
		HKO	0,040	0,044	0,046	0,046	0,041	0,046	0,041	
0		Yanlılık	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	
		HKO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
2		Yanlılık	0,004	0,013	0,009	-0,000	0,005	0,014	0,003	
		HKO	0,157	0,175	0,184	0,184	0,161	0,182	0,164	
5		Yanlılık	0,009	0,030	0,020	-0,003	0,011	0,032	0,006	
		HKO	0,976	1,079	1,134	1,131	1,002	1,118	1,013	

**Tablo A.7.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması (Devamı)

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_LT\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_LT\_SF}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_LT\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_LT\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{JB\_LT\_SF\_SW}$
500	-5	Yanlılık	-0,018	-0,022	-0,017	-0,007	-0,018	-0,022	-0,016
		HKO	0,286	0,320	0,332	0,332	0,291	0,330	0,295
	-2	Yanlılık	-0,007	-0,009	-0,007	-0,003	-0,007	-0,009	-0,007
		HKO	0,046	0,051	0,053	0,053	0,047	0,053	0,048
	-1	Yanlılık	-0,004	-0,005	-0,004	-0,002	-0,004	-0,005	-0,004
		HKO	0,012	0,013	0,014	0,014	0,012	0,013	0,012
	0	Yanlılık	0,000	0,000	-0,000	-0,000	0,000	0,000	0,000
		HKO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	Yanlılık	0,007	0,009	0,007	0,003	0,007	0,009	0,007
		HKO	0,046	0,051	0,053	0,053	0,047	0,053	0,048
	5	Yanlılık	0,018	0,022	0,017	0,007	0,018	0,022	0,016
		HKO	0,286	0,320	0,332	0,332	0,291	0,330	0,295

**Tablo A.8.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_LT\_S}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_LT}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_LT\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_LT\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_LT\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_LT\_SF\_SW}$	
20	-5	Yanlılık	-0,069	-0,037	-0,053	-0,080	-0,039	-0,043	-0,053	
		HKO	3,569	3,564	3,481	3,517	3,414	3,460	3,490	
	-2	Yanlılık	-0,068	-0,053	-0,053	-0,068	-0,050	-0,055	-0,058	
		HKO	0,746	0,742	0,697	0,723	0,695	0,714	0,716	
	-1	Yanlılık	-0,038	-0,029	-0,029	-0,036	-0,028	-0,031	-0,032	
		HKO	0,194	0,193	0,180	0,186	0,180	0,185	0,185	
	0	Yanlılık	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
		HKO	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	
	2	Yanlılık	0,068	0,053	0,053	0,068	0,050	0,055	0,058	
		HKO	0,746	0,742	0,697	0,723	0,695	0,714	0,716	
	5	Yanlılık	0,069	0,037	0,053	0,080	0,039	0,043	0,053	
		HKO	3,569	3,564	3,481	3,517	3,414	3,460	3,490	
	30	-5	Yanlılık	-0,029	0,001	-0,017	-0,041	-0,005	-0,007	-0,016
			HKO	2,680	2,677	2,555	2,634	2,516	2,566	2,594
-2		Yanlılık	-0,031	-0,018	-0,021	-0,034	-0,018	-0,020	-0,024	
		HKO	0,501	0,499	0,463	0,488	0,461	0,475	0,479	
-1		Yanlılık	-0,017	-0,010	-0,012	-0,018	-0,010	-0,011	-0,013	
		HKO	0,126	0,125	0,116	0,122	0,116	0,119	0,120	
0		Yanlılık	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	
		HKO	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	
2		Yanlılık	0,031	0,018	0,021	0,034	0,018	0,020	0,024	
		HKO	0,501	0,499	0,463	0,488	0,461	0,475	0,479	
5		Yanlılık	0,029	-0,001	0,017	0,041	0,005	0,007	0,016	
		HKO	2,680	2,677	2,555	2,634	2,516	2,566	2,594	



**Tablo A.8.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması (Devamı)

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_LT\_S}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_LT}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_LT\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_LT\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_LT\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_LT\_SF\_SV}$	
50	-5	Yanlılık	-0,043	-0,018	-0,035	-0,054	-0,023	-0,025	-0,033	
		HKO	1,937	1,933	1,804	1,908	1,787	1,829	1,857	
	-2	Yanlılık	-0,023	-0,013	-0,017	-0,027	-0,014	-0,015	-0,018	
		HKO	0,327	0,326	0,298	0,321	0,298	0,307	0,311	
	-1	Yanlılık	-0,013	-0,007	-0,009	-0,014	-0,008	-0,009	-0,010	
		HKO	0,082	0,082	0,075	0,080	0,075	0,077	0,078	
	0	Yanlılık	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,001	-0,000	-0,000	
		HKO	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	
	2	Yanlılık	0,023	0,013	0,017	0,027	0,014	0,015	0,018	
		HKO	0,327	0,326	0,298	0,321	0,298	0,307	0,311	
	5	Yanlılık	0,043	0,018	0,035	0,054	0,023	0,025	0,033	
		HKO	1,937	1,933	1,804	1,908	1,787	1,829	1,857	
	100	-5	Yanlılık	-0,023	-0,004	-0,016	-0,033	-0,011	-0,013	-0,016
			HKO	1,150	1,148	1,038	1,136	1,040	1,068	1,090
-2		Yanlılık	-0,010	-0,003	-0,007	-0,014	-0,005	-0,006	-0,007	
		HKO	0,187	0,186	0,167	0,184	0,168	0,173	0,176	
-1		Yanlılık	-0,006	-0,002	-0,004	-0,007	-0,003	-0,004	-0,004	
		HKO	0,047	0,047	0,042	0,046	0,042	0,043	0,044	
0		Yanlılık	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	-0,000	
		HKO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
2		Yanlılık	0,010	0,003	0,007	0,014	0,005	0,006	0,007	
		HKO	0,187	0,186	0,167	0,184	0,168	0,173	0,176	
5		Yanlılık	0,023	0,004	0,016	0,033	0,011	0,013	0,016	
		HKO	1,150	1,148	1,038	1,136	1,040	1,068	1,090	

**Tablo A.8.** Farklı parametre kestirim yöntemlerinin performanslarının karşılaştırması (Devamı)

n	$\lambda$		$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_LT\_SF}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_LT\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_SF\_SV}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_LT\_SF\_SV}$	$\hat{\lambda}_{AD\_JB\_LT\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{CVM\_JB\_LT\_SF\_SW}$	$\hat{\lambda}_{AD\_CVM\_JB\_LT\_SF\_SW}$
500	-5	Yanlılık	-0,017	-0,009	-0,018	-0,021	-0,016	-0,016	-0,016
		HKO	0,341	0,341	0,305	0,339	0,306	0,312	0,322
	-2	Yanlılık	-0,007	-0,004	-0,007	-0,009	-0,007	-0,007	-0,007
		HKO	0,055	0,055	0,049	0,054	0,049	0,050	0,052
	-1	Yanlılık	-0,004	-0,003	-0,004	-0,005	-0,004	-0,004	-0,004
		HKO	0,014	0,014	0,012	0,014	0,012	0,013	0,013
	0	Yanlılık	-0,000	-0,000	0,000	-0,000	0,000	0,000	0,000
		HKO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	Yanlılık	0,007	0,004	0,007	0,009	0,007	0,007	0,007
		HKO	0,055	0,055	0,049	0,054	0,049	0,050	0,052
	5	Yanlılık	0,017	0,009	0,018	0,021	0,016	0,016	0,016
		HKO	0,341	0,341	0,305	0,339	0,306	0,312	0,322

## EK 2: Tez Çalışması Orijinallik Raporu

## Yüksek Lisans Tezi

## ORJİNALLİK RAPORU

% <b>9</b>	% <b>8</b>	% <b>6</b>	% <b>7</b>
BENZERLİK ENDEKSİ	İNTERNET KAYNAKLARI	YAYINLAR	ÖĞRENCİ ÖDEVLERİ

## BİRİNCİL KAYNAKLAR

<b>1</b>	<b>Submitted to Middle East Technical University</b> Öğrenci Ödevi	% <b>1</b>
<b>2</b>	<b>www.wiwiss.fu-berlin.de</b> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>
<b>3</b>	<b>acikbilim.yok.gov.tr</b> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>
<b>4</b>	<b>core.ac.uk</b> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>
<b>5</b>	<b>Submitted to University of Durham</b> Öğrenci Ödevi	<% <b>1</b>
<b>6</b>	<b>hdl.handle.net</b> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>
<b>7</b>	<b>www.openaccess.hacettepe.edu.tr:8080</b> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>
<b>8</b>	<b>www.istkon.net</b> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>
<b>9</b>	<b>stat.metu.edu.tr</b> İnternet Kaynağı	<% <b>1</b>

## EK 3: Dijital Makbuz



## Dijital Makbuz

Bu makbuz ödevinizin Turnitin'e ulaştığını bildirmektedir. Gönderiminize dair bilgiler şöyledir:

Gönderinizin ilk sayfası aşağıda gönderilmektedir.

Gönderen:	Muhammed Ali Yılmaz
Ödev başlığı:	Muhammed Ali Yılmaz Yüksek Lisans Tezi
Gönderi Başlığı:	Yüksek Lisans Tezi
Dosya adı:	Muhammed_Ali_Y_Imaz_Tez.pdf
Dosya boyutu:	1.6M
Sayfa sayısı:	92
Kelime sayısı:	21,423
Karakter sayısı:	108,061
Gönderim Tarihi:	17-Tem-2022 01:36ÖÖ (UTC+0300)
Gönderim Numarası:	1871334017

11

YÜKSEK LİSANS TEZİ  
MÜHÜRLENDİĞİ BİR KOPYA GÖRÜLMÜŞTÜR

MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI  
YÜKSEK LİSANS TEZİ  
MÜHÜRLENDİĞİ BİR KOPYA GÖRÜLMÜŞTÜR

Yüksek Lisans Tezi

Muhammed Ali Yılmaz  
Yüksek Lisans Tezi

1871334017

Copyright 2022 Turnitin. Tüm hakları saklıdır.

## 9. ÖZGEÇMİŞ

### KİŞİSEL BİLGİLER

---

- İsim: Muhammed Ali Yılmaz