

**ATALETSEL SENSÖR PARAMETRELERİNİN
NAVİGASYON BAŞARIMINA ETKİLERİNİN
İNCELENMESİ**

**AN INVESTIGATION OF INERTIAL SENSOR
PARAMETERS ON NAVIGATION PERFORMANCE**

GÖKHAN ALKAN

DR. ÖĞR. ÜYESİ YAKUP ÖZKAZANÇ

Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı için Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak hazırlanmıştır.

ÖZET

ATALETSEL SENSÖR PARAMETRELERİNİN NAVİGASYON BAŞARIMINA ETKİLERİNİN İNCELENMESİ

Gökhan ALKAN

Yüksek Lisans, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Yakup ÖZKAZANÇ

Şubat 2021, 79 sayfa

Bu tez çalışmasında ataletsel sensörlerin sahip olduğu rastlantısal hataların konum hesaplama algoritmalarında ne kadarlık bir hata bütçesine sahip olduğunun anlaşılmasına yönelik bir yöntem sunulmaya çalışılmıştır. Mevcut literatürde navigasyon algoritmalarının hatalarının belirlenebilmesi için Monte-Carlo veya Kovaryans Analizi gibi yöntemler bulunmaktadır. Bu çalışma kapsamında doğrudan doğrusal sensör modeli üzerinden bir yöntem önerilmektedir. Ataletsel bir sensör verisinin üzerinde bulunan sadece rastgele hatalar, yani gürültü bileşeni konum hesabında ne kadarlık bir sapmaya neden olur sorusuna cevap aranmıştır. Bu amaçla çalışmanın öncelikli odağı bir ataletsel sensörün hareket olmayan durum için doğrusal bir modelinin çıkarılması olmuştur. Rastlantısal olmayan diğer hataların etkisinin ayırt edilebilmesi için hareket olmayan durum ve veri ortalamasının sıfır olması modelleme işlemi için ilk adım olmuştur. Sabit pozisyondaki sensör verisi ve benzetim ortamında oluşturulan beyaz gürültü verisi kullanılarak Kanonik Korelasyon Analizi ile her sensör için doğrusal bir model elde edilmiştir. Elde edilen model kullanılarak en temel şekilde bir konum hesaplama işlemi gerçekleştirilmiş ve olası hata değerleri hesaplanarak sensör performansı için bir analiz ortaya konulmuştur. Çalışmanın önemi ataletsel sensörlerin performansını önemli ölçüde belirleyen gürültü karakteristiklerine göre neden olabilecekleri konum hatalarının anlaşılmasını sağlıyor olmasıdır.

Anahtar Kelimeler: Ataletsel Sensörler, Sensör Hataları, Sistem Tanıma, Kanonik Korelasyon Analizi, Navigasyon.

ABSTRACT

AN INVESTIGATION OF INERTIAL SENSORS PARAMETERS ON NAVIGATION PERFORMANCE

Gökhan ALKAN

Master Science, Department of Electrical and Electronics Engineering

Supervisor: Asst. Prof Yakup ÖZKAZANÇ

February 2021, 79 pages

In this master science thesis the method to determine the error budget of the stochastic errors on inertial sensors when they are used in a navigation algorithm is tried to present. The current literature has some tools for this purpose such as Monte-Carlo or Covariance Analysis. However in this statement the analysis will be done with directly by the linear sensor model as different from the others. That is the main object of this work that to calculate the position error which is only caused by the stochastic errors on inertial sensors, the noise term on the other words. To that end the initial focus of the thesis is modelling the sensor by using its data that means system identification. The static position sensor data and simulated white noise data have been used for modelling the sensor by Canonical Correlation Analysis method. The zero input and zero mean data have been used to election of the other deterministic errors on the sensor systems. The preliminary navigation algorithm is applied to calculate the position with its potential error then it is possible to analyze the performance of the inertial sensor. The significance of this study is the determination of the total position error caused from only the noise term on inertial sensor data which detects the performance considerably level.

Keywords: Inertial Sensors, Sensor Errors, System Identification, Canonical Correlation Analysis, Navigation.

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tez dönemim boyunca, tez konusunun belirlenmesinden sonuçlanmasına kadar engin bilgi birikimi ve tecrübeleri ile bana çalışmaların her aşamasında destek olan ve karşılaştığım problemlerin çözümünde yol gösteren danışmanım Sayın Dr. Öğr. Üyesi Yakup Özkazanç'a,

Beni her zaman koşulsuz bir şekilde destekleyen ve motive edici yaklaşımını hissettiren sevgili eşim Feryal Alkan'a,

Gerek teknik bilgisiyle gerekse motive edici yaklaşımıyla çalışmamın her aşamasında bana destek sağlayan çok sevgili arkadaşım Ozan Ünsal'a,

Çalışma boyunca ilgi ve destek gösteren bütün sevgili arkadaşlarıma,

Teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR	ix
SÖZLÜKÇE	x
1. GİRİŞ	1
2. ATALETSEL SENSÖR TEKNOLOJİSİ	3
2.1. Ataletsel Sensörler	3
2.2. Ataletsel Ölçüm Birimi	3
2.3. İvmeölçerler	4
2.3.1. Kütle-Yay Sistemi İvmeölçer Modeli	6
2.3.2. Kuartz İvmeölçer	7
2.3.4. Titreşimli Kiriş İvmeölçer Yapısı	8
2.4. Dönüölçerler	9
2.4.1. MEMS Dönüölçer	11
2.4.2. Optik Dönüölçerler	11
3. ATALETSEL SENSÖRLERDE RASTLANTISAL HATALAR	14
3.1. Allan Değişinti Yöntemi	14
3.1.1. Örnekleme Gürültüsü	15
3.1.2. Rastgele Yürüyüş (Random Walk) Gürültüsü	16
3.1.3. Gauss – Markov Gürültüsü	16
3.1.4. Sabit Kayma Kararsızlığı (Bias Instability)	17
3.1.5. Oransal Rastgele Yürüyüş (Rate Random Walk)	17
3.1.6. Oransal Tırmanış (Rate Ramp)	18
3.1.7. Ataletsel Sensör Gürültü Modeli	19

4. KANONİK KORELASYON ANALİZİ İLE ATALETSEL SENSÖR HATA MODELİ TANIMA.....	20
4.1. Kanonik Korelasyon Analizi	20
4.2. Kanonik Korelasyon Analizi'nin Doğrusal Sistem Tanıma için Kullanımı	24
5. DENEYSEL ÇALIŞMALAR	26
5.1. Ataletsel Sensör Verileri ile Yapılan Uygulamalar.....	26
5.2. GNSS Almaçları Hata Modellemesi.....	55
5.3. Manyetometre (Thales NavChip 3) Hata Modellemesi	61
5.4. Deneysel Çalışma Sonuçları	63
5.4. Deneysel Sonuçlarının Değerlendirmesi.....	66
6. ATALETSEL SENSÖR VE YARDIMCI SİSTEM ENTEGRASYONU İLE HATA ANALİZİ	67
6.1. Optimal Kestirim için Kalman Filtre	67
6.2. İvmeölçer ve GPS Entegrasyonu ile Ataletsel Navigasyon.....	70
6.3. Dönüölçer ve Manyetometre Entegrasyonu ile Ataletsel Navigasyon.....	73
7. SONUÇLAR	76
8. KAYNAKLAR.....	78
EKLER	80
EK 1 – Sürekli Zaman Aktarım İşlevinin Elde Edilmesi.....	80
EK 2 – Çalışmada Kullanılan Ataletsel Sensörlerin Teknik Özellikleri	83

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1.	Ataletsel Ölçüm Birimi Bileşenleri [2]	3
Şekil 2.2.	Kütle-Yay Sistem Modeli.....	6
Şekil 2.3.	Titreşimli Kiriş İvmeölçer Yapısı [3].....	8
Şekil 2.4	Navigasyon ve Platform Eksenlerindeki Açık Değişimi [3].....	9
Şekil 2.5	MEMS Dönüölçer Ölçüm Prensipleri [1]	11
Şekil 2.6	Işının dairesel bir kapalı yolda hareketi [7].....	11
Şekil 2.7	Açısal Hıza Göre Mesafe Değişimi [1]	12
Şekil 2.8	Dairesel Kapalı Yolda Girişimin Ölçülmesi [6].....	13
Şekil 3.1.	Allan Değişinti Analizi Eğrisi [20]	19
Şekil 3.2.	Ataletsel Sensör Gürültü Modeli	19
Şekil 4.1.	Sensör Aktarım İşlevi Giriş-Çıkış Modeli [21].....	24
Şekil 5.1.	Sensör 1 (Fiber Optik Dönüölçer) Allan Variance Sonucu	26
Şekil 5.2.	Sensör-1 ve Model Çıktı Verisi (Yakınlaştırılmış)	27
Şekil 5.3.	Model-1 Çıkış Verisi Allan Variance Sonucu	28
Şekil 5.4.	Sensör-1 Modeli Bode Diyagramı	29
Şekil 5.5.	Sensör-1 Sürekli Zaman Modeli Birim Basamak Yanıtı	29
Şekil 5.6.	Sensör 2 (Fiber Optik Dönüölçer) Allan Variance Sonucu	30
Şekil 5.7.	Sensör-2 ve Model Çıktı Verisi (Yakınlaştırılmış)	31
Şekil 5.8.	Model-2 Çıkış Verisi Allan Variance Sonucu	31
Şekil 5.9.	Sensör-2 Modeli Bode Diyagramı.....	32
Şekil 5.10.	Sensör-2 Sürekli Zaman Modeli Birim Basamak Yanıtı	33
Şekil 5.11.	Sensör-3 (MEMS Dönüölçer) Allan Variance Sonucu.....	33
Şekil 5.12.	Sensör-3 ve Model Çıktı Verisi (Yakınlaştırılmış)	34
Şekil 5.13.	Model-3 Çıkış Verisi Allan Variance Sonucu	35
Şekil 5.14.	Sensör-3 Modeli Bode Diyagramı.....	36
Şekil 5.15.	Sensör-3 Sürekli Zaman Modeli Birim Basamak Yanıtı	36
Şekil 5.16.	Sensör-4 (MEMS Dönüölçer) Allan Variance Sonucu	37
Şekil 5.17.	Sensör-4 ve Model Çıktı Verisi (Yakınlaştırılmış)	38
Şekil 5.18.	Model-4 Çıkış Verisi Allan Variance Sonucu	38
Şekil 5.18	üzerinden bulunan model çıktı parametreleri,	39
Şekil 5.19.	Sensör-4 Sürekli Zaman Modeli Birim Basamak Yanıtı	39

Şekil 5.20.	Sensor-5 (MEMS İvmeölçer) Allan Variance Sonucu	40
Şekil 5.21.	Sensör-5 ve Model Çıktı Verisi (Yakınlaştırılmış)	41
Şekil 5.22.	Model-5 Çıkış Verisi Allan Variance Sonucu	41
Şekil 5.23.	Sensör-5 Modeli Bode Diyagramı	42
Şekil 5.24.	Sensör-4 Sürekli Zaman Modeli Birim Basamak Yanıtı.....	43
Şekil 5.25.	Sensor-6 Allan Variance Sonucu	44
Şekil 5.26.	Sensör-6 ve Model Çıktı Verisi (Yakınlaştırılmış)	45
Şekil 5.27.	Model-6 Çıkış Verisi Allan Variance Sonucu	45
Şekil 5.28.	Sensör-6 Modeli Bode Diyagramı	46
Şekil 5.29.	Sensör-6 Sürekli Zaman Modeli Birim Basamak Yanıtı.....	47
Şekil 5.30.	Sensor-7 (MEMS İvmeölçer) Allan Variance Sonucu	48
Şekil 5.31.	Sensör-7 ve Model Çıktı Verisi (Yakınlaştırılmış)	49
Şekil 5.32.	Model-7 Çıkış Verisi Allan Variance Sonucu	49
Şekil 5.33.	Sensör-7 Modeli Bode Diyagramı	50
Şekil 5.34.	Sensör-7 Sürekli Zaman Modeli Birim Basamak Yanıtı.....	51
Şekil 35.	Sensor-8 (MEMS İvmeölçer) Allan Variance Sonucu	52
Şekil 5.36.	Sensör-8 ve Model Çıktı Verisi (Yakınlaştırılmış)	53
Şekil 5.37.	Model-8 Çıkış Verisi Allan Variance Sonucu	53
Şekil 5.38.	Sensör-8 Sürekli Zaman Modeli Birim Basamak Yanıtı.....	54
Şekil 5.31.	GPS Enlem Kanalı Modeli için Birim Basamak Yanıtı	56
Şekil 5.32.	GPS Boylam Kanalı Modeli için Birim Basamak Yanıtı	57
Şekil 5.33.	GPS Yükseklik Kanalı Modeli için Birim Basamak Yanıtı	58
Şekil 5.34.	GPS Hız-Kuzey Kanalı Modeli için Birim Basamak Yanıtı.....	59
Şekil 5.35.	GPS Hız-Doğu Kanalı Modeli için Birim Basamak Yanıtı	60
Şekil 5.36.	GPS Hız-Yükseklik Kanalı Modeli için Birim Basamak Yanıtı	61
Şekil 5.37.	Manyetometre ve Model Çıktı Verisi	62
Şekil 5.38.	Manyetometre Hata Modeli Birim Basamak Yanıtı.....	62
Şekil 5.38.	Manyetometre Hata Modeli Bode Diyagramı.....	63
Şekil 6.1.	İvmeölçer ve GPS Ölçümlerinin Toplam Pozisyon Hatası.....	70
Şekil 6.3.	Sensör 5 (MEMS İvmeölçer) ile Pozisyon ve Hız Hatası Kestirimi	71
Şekil 6.4.	Sensör 6 (MEMS İvmeölçer) ile Pozisyon ve Hız Hatası Kestirimi	71
Şekil 6.5.	Sensör 7 (MEMS İvmeölçer) ile Pozisyon ve Hız Hatası Kestirimi	71
Şekil 6.6.	Sensör 8 (MEMS İvmeölçer) ile Pozisyon ve Hız Hatası Kestirimi	72

Şekil 6.7. Dönüölçer ve Manyetometre Ölçümlerinin Toplamı.....	73
Şekil 6.8. Sensör 1 (FOG) ile Yönelim Hatası Kestirimi.....	73
Şekil 6.9. Sensör 2 (FOG) ile Yönelim Hatası Kestirimi.....	74
Şekil 6.10. Sensör 3 (MEMS Dönüölçer) ile Yönelim Hatası Kestirimi	74
Şekil 6.11. Sensör 4 (MEMS Dönüölçer) ile Yönelim Hatası Kestirimi	75

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 5.1.Sabit kayma hatası kararsızlığı sensör ve model verisi sonuçları..	63
Çizelge 5.2.Rastgele yürüyüş hatası sensör ve model verisi sonuçları	64
Çizelge 5.3.Sensör modelleri yerleşme zamanları ve bant genişlikleri	65
Çizelge 6.1.Sensör Gürültü Seviyesine Göre Pozisyon Kestirim Sonuçları	72
Çizelge 6.2.Sensör Gürültü Seviyesine Göre Yönelim Kestirim Sonuçları	75

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

F	Net kuvvet
M	Toplam kütle
V	Çizgisel hız
Ω	Açısal hız

Kısaltmalar

İÖ	İvmeölçer
DÖ	Dönüölçer
AÖB	Ataletsel ölçüm birimi
GPS	Global Positioning System
GNSS	Global Navigation Satellite System (USA)
GLONASS	Global Navigation Satellite System (Russia)
MEMS	Micro Electro-Mechanical System
ARW	Angular Random Walk (Açısal Rasgele Yürüyüş)
VRW	Velocity Random Walk (Hız Rasgele Yürüyüş)
KKA	Kanonik Korelasyon Analizi
RLG	Ring Laser Gyroscope
FOG	Fiber Optic Gyroscope

SÖZLÜKÇE

Aktarım İşlevi	Transfer Function
Ataletsel Navigasyon	Inertial Navigation
Ataletsel Ölçüm Birimi	Inertial Measurement Unit
Belirgin Kuvvet	Specific Force
Dönüölçer	Gyroscope
İvmeölçer	Accelerometer
Küresel Konumlama Sisteme	Global Positioning System
Rastgele	Random
Rastlantısal	Stochastic
Titreşimli Kiriş	Vibrating Beam
Yalpa Açısı	Roll Angle
Yunuslama Açısı	Pitch Angle
Kuzey Açısı	Yaw Angle
Rastgele Yürüyüş	Random Walk

1. GİRİŞ

Navigasyon, hareket halindeki bir platformun, belirlenmiş ve tam olarak bilinen bir referansa göre pozisyon ve hızının bulunması tekniğidir [1]. Bu teknik pozisyon ve hızın yanında bu hareketli platformun yönünü ve yönelimini de bulmayı sağlayabilir. Bir navigasyon sistemi tamamen otonom olarak da işlevini yerine getirebilirken bazı durumlarda dış bir kaynaktan da yönlendirilebilir [2]. Uygulamanın ihtiyaçlarına göre otonom ve komutlu olma durumunun aynı anda mevcut olduğu sistemler de kurulabilir. Hesaplama ve uygulama çeşidi ne olursa olsun bir navigasyon sisteminin temel yapı taşı ataletsel sensördür. Tamamen fizik yasalarına dayanarak; herhangi bir dışsal referanstan bağımsız çalışan ve ölçüm yapan bir ataletsel sensör hareketin ve yönelimin ölçülmesinin temelini teşkil eder. Ancak bu ataletsel sensörler ile ölçülen büyüklükler hareketin kendisi (ivme veya dönü) olarak karşımıza çıktığı için konum hesabına ancak bu ölçümlerin zaman ile birikmesi sonucu geçilebilmektedir. Bu özellikleri de bu sensör ölçümlerinin hatalarının zaman geçtikçe artan yapıda olmalarına neden olmaktadır. Bu yapılarından dolayı ataletsel sensörler konum belirleme uygulamalarında yardımcı sistemlere ihtiyaç duyar. Günümüzde bu yardımcı sistemlerin başında radyo dalgalarını kullanan ve geometrik konumlara temellerine dayanan yapılar gelmektedir ve bunların en bilineni GPS (Global Positioning System)'tir. Ataletsel sensörler ve GPS Kalman Filtre yapısı ile bir araya getirilerek konum hesabının sınırlı hata ile yapılması sağlanmaktadır [1].

Ataletsel sensör ve GPS kullanarak Kalman Filtre yapısı ile temel bir konum hesaplama işleminin yapılabilmesi için kullanılacak sistemlerin matematiksel modellerine yani dinamik davranışlarının belirlenmesine ihtiyaç vardır. Bu çalışma kapsamında mevcutta bulunan ataletsel sensör ve GPS almaç yapılarından zamana bağlı veri setlerinin elde edilmesi ile sistem tanıma işlemi uygulanmıştır. Sistem tanıma işlemine giriş ve çıkış veri setlerinin belirlenmesi ve ne tür girişlere ne tür çıkışların elde edildiği tespitinin yapılması ile yaklaşmıştır.

Sistem tanıma işlemi ataletsel sensörler ve GPS almaçları için ayrı ayrı yapılmış ve şu adımlarla gerçekleştirilmiştir,

- Sistem modeli yapısının belirlenmesi

Bir sistemin dinamik davranışı matematiksel bir ifade olan aktarım işlevleri ile ifade edilebilir. Bu aktarım işlevleri her sistem için farklılık gösterebildiği gibi karmaşıklık seviyeleri de mertebe olarak ifade edilir. Bu çalışma kapsamında ataletsel sensörler ve GPS almaçlarına 1. mertebeden sistemler olarak yaklaşılmış ve sistem tanımlama işlemi bu yapı baz alınarak gerçekleştirilmiştir.

- Sensörlerden Veri Toplanması

Sistem tanıma işlemi daha sonra ayrıntıları belirtilecek olan veri setlerinin analiz edilmesi ile gerçekleştirilmiştir. Bu yöntem alternatif olarak temel fizik yasalarının kullanılması ile dinamik davranışların diferansiyel denklemlerle ifade edilmesi de uygulanabilir.

- Analiz Yönteminin Belirlenmesi

Sistemlerden toplanan giriş-çıkış veri setleri üzerinde Kanonik Korelasyon Analizi yöntemi kullanılmış ve istatistiksel kurallar kullanılarak sistem tanıma işlemi uygulanmıştır.

- Aktarım işlevinin doğrulanması

Elde edilen sistem modeli simülasyon yapılarak model çıktısının elde edilmesi ile doğrulanmıştır. Model çıktısı ve gerçek sistem verisi aynı analiz yöntemleri kullanılarak karşılaştırılmıştır.

- Sensörlerin Navigasyon Başarımına Etkilerinin İncelenmesi

KKA ile bulunan ve sensör üzerindeki rastlantısal hataları ifade eden aktarım işlevi bir Kalman Filtre yapısı içerisinde pozisyon hesabı için kullanılmış ve navigasyon başarımına etkisi incelenmiştir. Bu çalışma yine sabit pozisyon için gerçekleştirilmiş ve konum hesabındaki hata bütçesi belirlenmeye çalışılmıştır.

Bu tez çalışması kapsamında navigasyon sistemlerinde kullanılan sensörlerin sahip oldukları gürültü seviyelerinin (rasgele hatalar) konum hesabında ne kadarlık bir hataya sebep olduğu araştırılmaktadır. Bu amaçla sensörler sabit konumda analiz edilmiş ve diğer hataların etkileri analiz dışında bırakılmıştır. Çalışmalar, kullanılan sensörlerin matematiksel modellerinin elde edilmesi, dinamik davranışlarının belirlenmesi ve konum hesaplama işleminde kullanılması sırası ile gerçekleştirilmiştir.

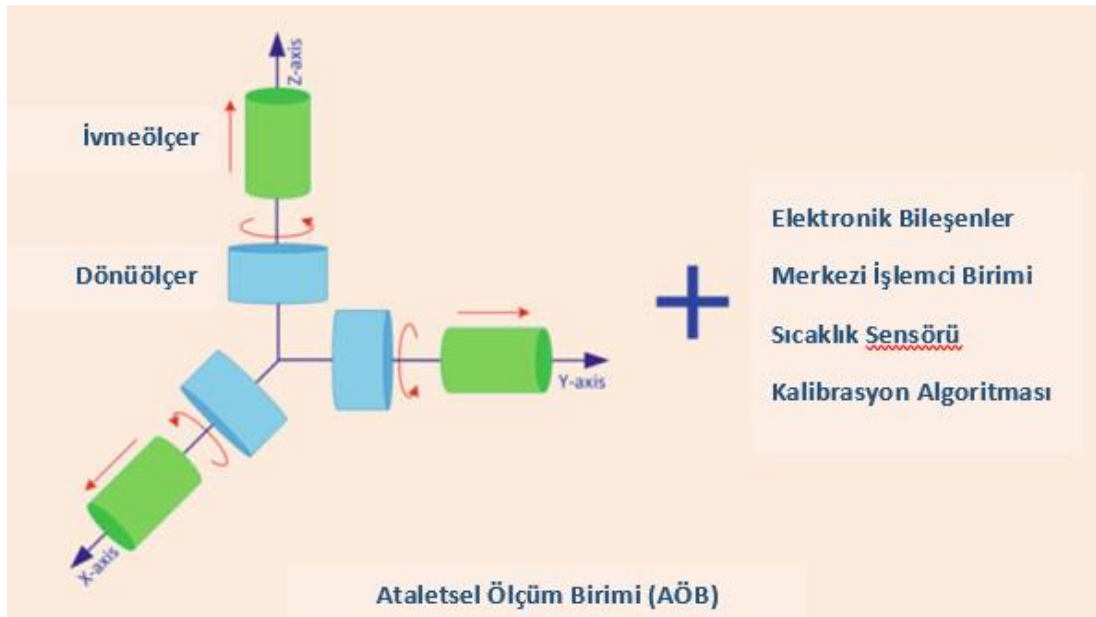
2. ATALETSEL SENSÖR TEKNOLOJİSİ

2.1. Ataletsel Sensörler

Ataletsel sensörler temel olarak belirgin kuvvet (specific force) ölçümü yapan ivmeölçerler ve açısal hız ve açısal hız değişimi algılayan dönüölçerlerden oluşmaktadır. İvmeölçer bir cisim üzerindeki belirgin kuvveti ölçerken dönüölçerler ise cismin belirli bir ekseninde sahip olduğu açısal pozisyon değişimini algılamaktadır. Bu sensör ölçümlerinin ataletsel olarak yapılabilmesi olmasından dolayı herhangi bir dışsal referansa ihtiyaç duyulmamaktadır [1]. Ataletsel bir ivmeölçer ölçüm eksenine etkiyen bir kuvvet ile tek ekseninde ölçüm yapabilmektedir. Dönüölçerler için de çoğu durumda ölçüm bir sensör için tek ekseninde yapılmaktadır. 3 boyutlu uzayda birbirine dik 3 eksen için ivmeölçer ve dönüölçer sensör çiftlerinin tümlenmesi ile ataletsel ölçüm birimi (inertial measurement unit) elde edilmekte ve genellikle kullanım alanlarına göre bu entegre sensör yapısı tercih edilmektedir. Ataletsel ölçüm birimi bir navigasyon sisteminin temelini oluşturmakta ve 3 ekseninde herhangi bir referansa bağlı kalmaksızın ivme ve dönü bilgisi sağlamaktadır.

2.2. Ataletsel Ölçüm Birimi

3 ekseninde dik sensör çiftlerinden oluşan ataletsel ölçüm birimi aşağıdaki görseldeki gibi ifade edilebilir.



Şekil 2.1. Ataletsel Ölçüm Birimi Bileşenleri [2]

Ataletsel ölçüm biriminde bulunan ivmeölçerin birbirine dik 3 eksendeki doğrusal hareketi, dönüölçerin ise açıs sal hareketi her eksen için birbirinden bağımsız olarak ölçtüğü söylenebilir [2]. Bu sensör çiftleri ortak bir merkez noktasını kullanmaktadırlar ve bu eksenler ataletsel ölçüm biriminin kendi mekanik gövdesine sabitlenmiş olarak kabul edilmektedir.

Ataletsel ölçüm biriminin sensör takımlarının yanında elektronik donanım ve yazılımsal bileşenleri de bulunmaktadır. Bu bileşenler sensör verilerinin anlamlı doğrusal ivme ve dönü değ erlerine dönü şümü için kullanılmaktadır. Ş ekil 2.1’de görüldüğü gibi bir ataletsel ölçüm biriminin elektronik donanımlar ile düşünülmesi gerekmektedir [2].

2.3. İvmeölçerler

İvmeölçerler bir cisim veya platformun üzerine etki eden net kuvveti algılamak için tasarlanmış sensörlerdir. Burada kuvvet ölçümü fiziksel olarak ivmenin algılanması anlamına gelmektedir. Ölçüm Newton’un ikinci yasası olan hareket yasasını esas alarak mümkün olmaktadır [3].

$$F = \frac{d}{dt}(MV) = \frac{dM}{dt}V + M \frac{dV}{dt} \quad (1)$$

Denklem (1)’de M kuvvetin etki ettiğı kütle, V ise kuvvet etkileyen cismin hızını ifade etmektedir. Cismin veya platformun kütle sinin sabit olduğı bilindiğ inden,

$$F = M \frac{dV}{dt} = 1_v M \frac{dV}{dt} + M(\Omega \times V) \quad (2)$$

sonucu elde edilebilmektedir. Burada Ω açıs al hızı göstermektedir. Eğ er cisim bir açıs al hıza sahipse bu durum cisme bir “coriolis” kuvvetinin etki etmesine neden olur ve ölçülen net kuvvete bu da dahil edilmelidir. Denklem (2) ivme eşitliğ inin elde edilebilmesi için kütle ye bölündüğ ünde,

$$a = 1_v \frac{dV}{dt} + (\Omega \times V) \quad (3)$$

ş eklinde bir sonuca ulaşılr.

Denklem (3)'ün ilk terimi çizgisel ivmelenmeyi ifade etmektedir. İkinci terim ise “coriolis” ismi ile ifade edilen açısal hıza sahip cisimlerde oluşan merkezci ivmeyi göstermektedir. $1_v \triangleq (i, j, k)^T$ ise gövde eksen takımı üzerinde bulunan birim vektördür.

$$V \triangleq iU + jV + kW \quad (4)$$

$$\Omega \triangleq iP + jQ + kR \quad (5)$$

Denklem (4) ve (5)'te kullanılan gösterimde ivmeölçerin bağlı olduğu cisim üzerinde tanımlı eksenlerdeki çizgisel ve açısal hızlar ifade edilmektedir. Bunlara dayanarak eksenel bazda ivmeler aşağıdaki denklemlerde olduğu gibi gösterilebilir [3].

$$1_v \frac{dV}{dt} = i\dot{U} + j\dot{V} + k\dot{W} \quad (6)$$

$$\Omega x V = \begin{vmatrix} i & j & k \\ P & Q & R \\ U & V & W \end{vmatrix} = i(QW - RV) + j(RU - PW) + k(PV - QU) \quad (7)$$

3 eksenli de içeren ivmeölçerin üzerinde bulunduğu cisim veya platform için net kuvvet eşitliği ise aşağıdaki şekilde yazılabilmektedir.

$$F = iF_x + jF_y + kF_z \quad (8)$$

Yukarıda ivmeölçer için verilen denklemler kullanılarak cisim üzerine etkiyen net kuvvet ölçümleri ile ulaşılan ivme değerlerini her eksen için aşağıdaki şekilde ifade edebiliriz.

$$\begin{bmatrix} a_x^n \\ a_y^n \\ a_z^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U} + QW - RV \\ \dot{V} + RU - PW \\ \dot{W} + PW - QU \end{bmatrix} \quad (9)$$

Denklem (9)'da verilen eşitlik aynı zamanda ivmeölçer için sensör verileri olarak da değerlendirilebilir. Görüldüğü üzere sensör verileri ivmeölçerin bağlı olduğu cisim üzerindeki doğrusal ivmelenmeleri ve açısal hızdan kaynaklanan merkezci ivmeleri algılamaktadır. Düz ve dönmeyen bir dünya üzerinde ölçüm yapıldığı varsayımı altında,

$$\begin{bmatrix} a_x^g \\ a_y^g \\ a_z^g \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \quad (10)$$

eşitliği yazıldığında E parametresi “Euler dönüşüm matrisi”ni, g ise yerçekmi sabitini göstermektedir.

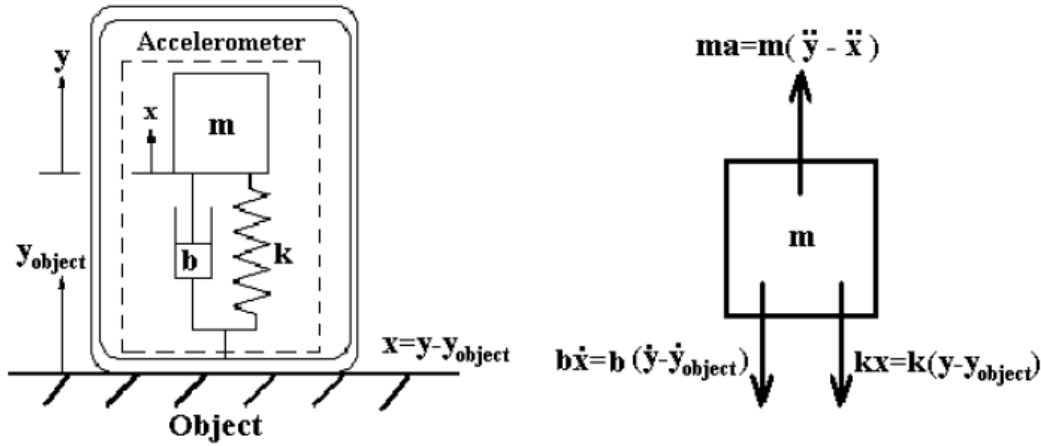
$$\begin{bmatrix} a_x^g \\ a_y^g \\ a_z^g \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & s\psi s\theta & -s\theta \\ (c\psi s\theta s\Phi - s\psi c\Phi) & (s\psi s\theta s\Phi + c\psi c\Phi) & c\theta s\Phi \\ (c\psi s\theta c\Phi + s\psi c\Phi) & (s\psi s\theta c\Phi - c\psi c\Phi) & c\theta c\Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} gs\theta \\ -gc\theta s\Phi \\ -gc\theta c\Phi \end{bmatrix} \quad (11)$$

Doğrusal ve merkezci ivmelerin birlikte ifade edildiği ve sensör verisi olarak düşünülebilecek eşitlik aşağıda verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x^n \\ a_y^n \\ a_z^n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_x^g \\ a_y^g \\ a_z^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U} + QW - RV \\ \dot{V} + RU - PW \\ \dot{W} + PW - QU \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} gs\theta \\ -gc\theta s\Phi \\ -gc\theta c\Phi \end{bmatrix} \quad (12)$$

2.3.1. Kütle-Yay Sistemi İvmeölçer Modeli

İçerisinde minyatür boyutta bir kütle-yay sistemi bulunduran ve belirgin kuvvet algılaması yapan bir ivmeölçerin çalışma prensibi Newton’un 2. Yasası olana hareket yasası ile ifade edilebilmektedir [5].



Şekil 2.2. Kütle-Yay Sistem Modeli

İvmeölçer ölçüm hassasiyeti, algılanacak kuvvetin sınırları gibi fiziksel özellikler bu kütle-yay sistemi parametreleri ile kontrol edilebilmektedir [4].

Şekil 2.2’de sunulan kütle-yay sistemi bir dinamik sistem olarak düşünüldüğünde matematiksel olarak şu şekilde modellenebilir,

$$m \frac{d^2x(t)}{dt} + b \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = m \frac{d^2y(t)}{dt} = ma_{ext}(t) \quad (13)$$

Denklem (13) ile verilen diferansiyel eşitliğe ‘‘Laplace’’ dönüşümü uygulandığında,

$$ms^2X(s) + bsX(s) + kX(s) = mA_{ext}(s) \quad (14)$$

elde edilir ve kütle-yay sisteminden oluşan bir ivmeölçer sürekli zaman aktarım işlevi olarak aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$\frac{X(s)}{A(s)} = \frac{1}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}} \quad (15)$$

Denklem (15)’teki giriş-çıkış matematiksel ifadesi ivmeölçerin mekanik özellikleri ve fiziksel davranışı hakkındaki bilgileri de içermektedir.

$$\frac{X(s)}{A(s)} = \frac{1}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2} \quad (16)$$

$$w_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \zeta = \frac{b}{2\sqrt{mk}} \quad (17)$$

Bu ifade bir kontrol sistemi olarak düşünüldüğünde w_n parametresi ivmeölçerin doğal frekansını ζ ise sönüm oranını göstermektedir.

2.3.2. Kuartz İvmeölçer

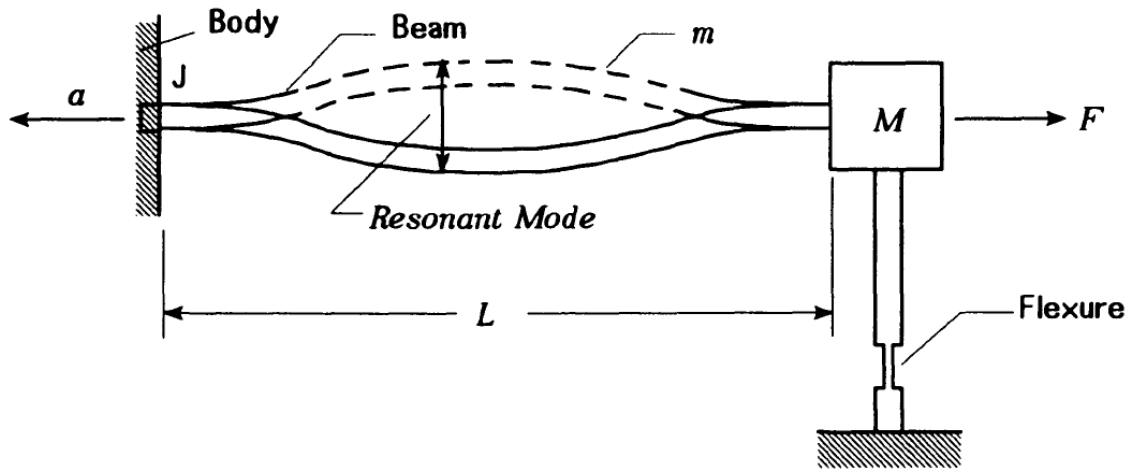
Bir önceki başlıkta detayları verilen ivmeölçer yapısında kütlelerin kuartz malzeme ile oluşturulmasıyla kuartz sensör yapısı meydana gelmektedir. Bu yapıdaki önemli bir özellik de kuartz malzemedan oluşan esnek bir sarkaç yapısı barındırmasıdır. Bu yapı ivmeölçer bütününe diğer standart yapılara ek olarak oldukça uzun ömürlü bir yapı ve doğruluk özelliği kazandırmaktadır. Örnek olarak kuartz malzemedan bir kütle kullanılan ivmeölçer yapısında histerisis oranının daha düşük ve metal eskimelerinin daha az oranlarda olduğu bilinmektedir [3]. Bu özellikler sensörü malzeme kalitesinden dolayı muadillerine göre daha maliyetli hale getirmektedir. Fakat maliyetli yapısına rağmen

kritik ve uzun süreler dayanım gerektiren kritik hava ve uzay uygulamalarında oldukça sıklıkla tercih edilmektedir.

2.3.4. Titreşimli Kiriş İvmeölçer Yapısı

Titreşimli kiriş (vibrating beam) yapısı ile oluşturulan ivmeölçer temelde iki önemli özelliğe sahiptir. Bunlar,

- Frekans ölçümü ile çıkış sağlaması nedeniyle sinyal işleme sürecinde hız hatalarının elemine ediliyor olması,
- Doğruluk, maliyet, güç tüketimi ve düşük fiziksel kütleyle sahip yapısı.



Şekil 2.3. Titreşimli Kiriş İvmeölçer Yapısı [3]

Güç verildiğinde belirli bir periyotla titreşim hareketine başlayan kirişin frekansı,

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}}$$

olarak hesaplanabilmektedir. İvmeölçere herhangi bir kuvvet etki etmediği durumda titreşim frekansı yalnızca kirişin uzunluğu ile orantılı olan sertliği ve kütlesi ile ilişkilidir. Algılayıcı düzenek üzerindeki kütlelerin bir kuvvete dolayısıyla bir ivmeye maruz kaldığı durumda ise kirişin titreşim frekansı aşağıdaki şekilde hesaplanabilir,

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K + \alpha M a}{M}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} \sqrt{1 + \frac{\alpha M a}{K}} \quad (18)$$

Bu ifadede sadeleştirildiğinde frekans ile ivme arasındaki eşitlik şu şekilde elde edilir,

$$f_n = f_0 \sqrt{1 + \frac{\alpha M a}{c}} \quad (19)$$

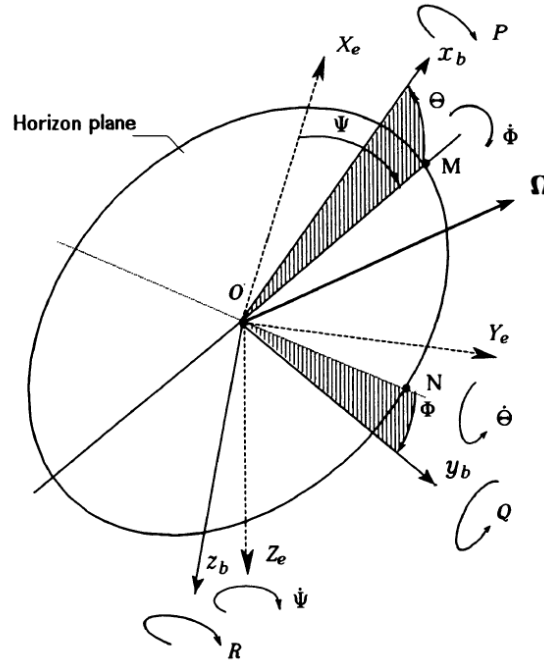
Denklem (19)'da

$$C \triangleq \frac{K}{\alpha}, \quad \alpha = \frac{C}{M} \left(\frac{f_n^2}{f_0^2} - 1 \right)$$

olarak bilinmektedir.

2.4. Dönüölçerler

Dönüölçerler (gyroscope) üzerinde buldukları cisim veya platformların sabitlenmiş eksenlerde sahip olduğu açısal pozisyon değişimlerini algılamak üzere tasarlanmış ataletsel sensörlerdir. Açısal pozisyon değişim navigasyon ekseninde ve sensörün bağlı olduğu platform üzerinde ayrı ayrı değerlendirilebilir. Bu ayrım aşağıdaki şekilde gösterilmektedir.



Şekil 2.4 Navigasyon ve Platform Eksenlerindeki Açılı Değişimi [3]

Ölçülmek istenen dönü, dönüölçerin bağı olduğu aracın yönelimini ilk açısız pozisyonuna bağı olarak açısız hız değişimlerinden hesaplanmaktadır. Bir aracın yönelimi Φ , θ ve ψ sembolleri ile ifade edilen ‘‘Euler’’ açılarıdır. Euler açıları sırası ile Φ yalpa (roll angle), θ yunuslama (pitch angle) ve ψ kuzey (yaw angle) açılarını ifade eder. Eksenel bazdaki açısız hızlar ise P , Q ve R ile ifade edilmektedir.

Doğrusal ivmelenmeden farklı olarak her ekseninde birbirinden bağımsız şekilde açısız pozisyonlardaki değişim oranı doğrudan açısız hızlar olarak ifade edilememektedir. Eksen takımının tamamını kapsayan bir kinematik ilişki söz konusudur ve bu husus aşığıdaki eşitliklerle ifade edilir.

$$P = \dot{\Phi} - \dot{\psi} \sin \theta \quad (20)$$

$$Q = \dot{\theta} \cos \Phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \Phi \quad (21)$$

$$R = -\dot{\theta} \sin \Phi + \dot{\psi} \cos \theta \cos \Phi \quad (22)$$

Her bir eşitliği kendi içinde dinamik bir sistem olarak düşünerek diferansiyel eşitliklerle ifade etmek istersek,

$$\dot{\Phi} = P + Q \sin \Phi \tan \theta + R \cos \Phi \tan \theta \quad (23)$$

$$\dot{\theta} = Q \cos \Phi - R \sin \Phi \quad (24)$$

$$\dot{\psi} = Q \frac{\sin \Phi}{\cos \theta} + R \frac{\cos \Phi}{\cos \theta} \quad (25)$$

sonucuna ulaşılır.

Elde edilen dinamik denklemler başlangıç koşullarının biliniir olması şartıyla açısız pozisyonun bulunabilmesini ve sensör ölçümlerinin fiziksel olarak ifade edilebilmesini sağlamaktadır.

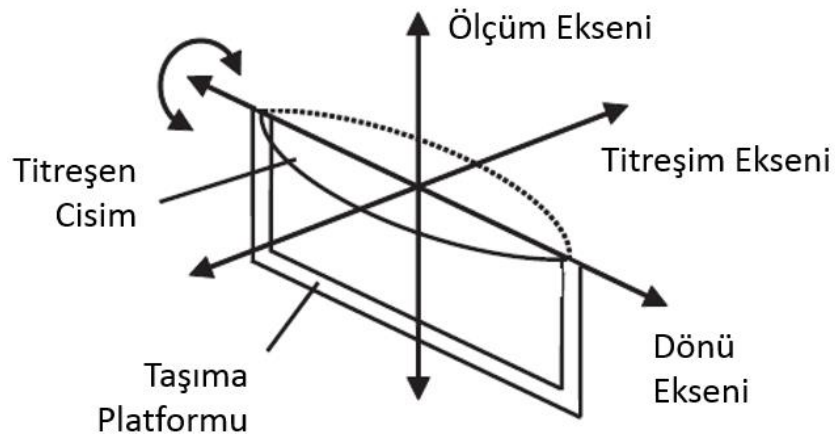
$$\theta = \theta_0 + \int_0^t \dot{\theta} dt \quad (26)$$

$$\Phi = \Phi_0 + \int_0^t \dot{\Phi} dt \quad (27)$$

$$\psi = \psi_0 + \int_0^t \dot{\psi} dt \quad (28)$$

2.4.1. MEMS Dönüölçer

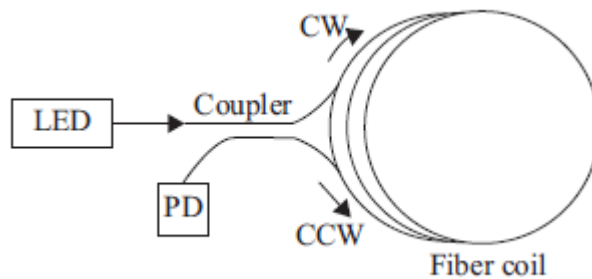
Mikroelektromekanik sistemler (MEMS) ile oluşturulan dönüölçerlerde sabit bir eksen etrafındaki açısai pozisyon değişiminin algılanması bir kütlenin sabit bir titreşim hareketine sahip olmasına bağlıdır. Farklı geometrik şekillere sahip bir kütlenin bilinen bir frekans ile titreşim hareketine sahip olması ve titreşim hareketine dik eksende dönüye maruz kalması “coriolis” ivmesinin oluşmasına neden olmaktadır [6]. Bu ivmenin büyüklüğü maruz kalınan dönü ile orantılıdır.



Şekil 2.5 MEMS Dönüölçer Ölçüm Prensibi [1]

2.4.2. Optik Dönüölçerler

Optik dönüölçerler ile açısai pozisyon değişiminin algılanması bir ışık kaynağından elde edilen ışının uzunluğu ve kesiti bilinen kapalı bir yol içerisinde hareket ettirilmesine ihtiyaç duymaktadır. Bu kapalı yol algılanmak istenen dönü eksenini bir çember şeklinde çevreliyor olmalıdır.

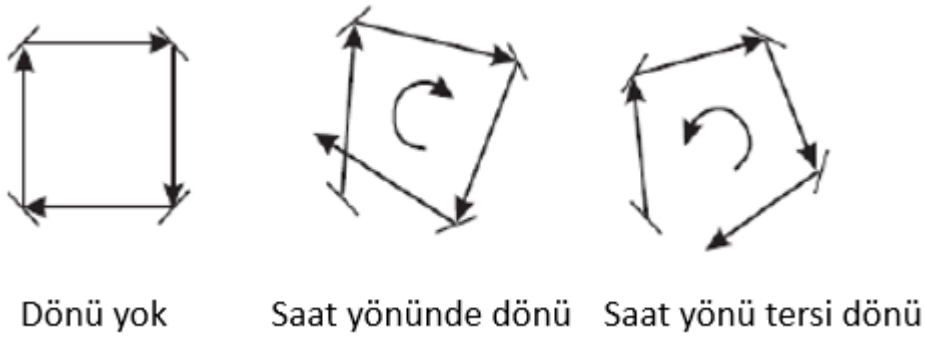


Şekil 2.6 Işının dairesel bir kapalı yolda hareketi [7]

Işık hızı ve kullanılan kapalı yolun uzunluğu bilindiği için sabit pozisyonda ışığın seyahat süresi, c ışık hızı ve R kapalı yolun dönme eksenine uzaklığı (kapalı yolun yarıçapı) olmak üzere aşağıdaki şekilde hesaplanabilir,

$$t = \frac{2\pi R}{c} \quad (29)$$

Işık kaynağı ve ışığın yol aldığı kapalı yol merkezinden bir açısal hıza sahip olursa ışığın bu kapalı yol içerisindeki seyahat süresi yol uzunluğu artacağından uzayacaktır. Bu durum aşağıdaki görselle açıklanabilir.



Şekil 2.7 Açısal Hıza Göre Mesafe Değişimi [1]

Saat yönündeki dönü altında ışığın hareketi boyunca geçen süre,

$$t_1 = \frac{2\pi R + \Delta L_+}{c}$$

Saat yönünün tersi dönü altında ışığın hareketi boyunca geçen süre ise,

$$t_2 = \frac{2\pi R - \Delta L_-}{c}$$

olarak hesaplanır. Burada $\Delta L_+ = R\Omega t_1$, $\Delta L_- = R\Omega t_2$ ve Ω açısal hız olmak üzere fark süre şu şekilde hesaplanabilir [8].

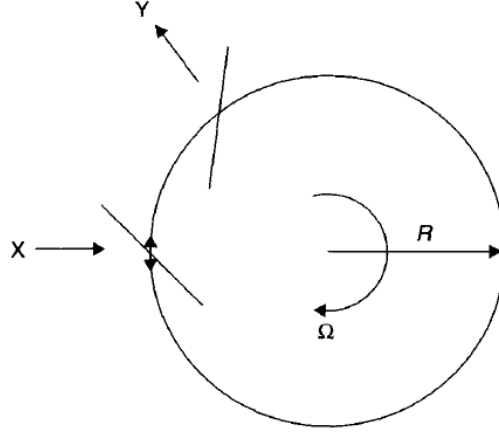
$$\Delta t = t_1 - t_2 = 2\pi R \left[\frac{1}{c - \Omega R} - \frac{1}{c + \Omega R} \right] \quad (30)$$

Cisim üzerindeki açısal hız dairesel yol üzerinde çizgisel hıza dönüşmekte ve bu hız ışık hızının yanında ihmal edilebilir bir mertebede olduğundan denklem şu şekilde sadeleştirilebilir.

$$\Delta t = \frac{4\pi R^2 \Omega}{c^2} \quad (31)$$

Sonuç olarak $\Delta L = c\Delta t$ olduğu ve kapalı yolun kesit alanının $A = \pi R^2$ olduğu bilindiğine göre açısal hız ile ışığın yolundaki değişim arasındaki ilişki şu şekilde bulunur.

$$\Delta L = \frac{4A\Omega}{c} \quad (32)$$



Şekil 2.8 Dairesel Kapalı Yolda Girişimin Ölçülmesi [6]

Optik esaslı dönüölçer yapıları RLG (Ring Laser Gyroscope) ve FOG (Fiber Optic Gyroscope) sensörlerdir.

3. ATALETSEL SENSÖRLERDE RASTLANTISAL HATALAR

Belirli bir noktaya etki eden kuvvetin ölçümü ile ivmeyi ve belirli bir eksen etrafındaki dönü oranını ölçen ataletsel sensörlerin çıkış sinyallerinde yapısı gereği kaçınılmaz olan rastlantısal hatalar mevcuttur. Sensör okumalarındaki bu rastlantısal değişimler sensör gürültüsü olarak ifade edilmektedir. Bu gürültü kaynakları sensör yapısındaki bileşenlere göre farklılıklar gösterse de genel olarak elektriksel gürültü olarak ifade edilmektedir. Elektriksel gürültü sensörün okuma çözünürlüğünü özellikle MEMS tabanlı yapılarda limitlemektedir [1]. Öyle ki gürültü olarak ifade edilen sapmalar algılanabilecek fiziksel değişimlere göre daha yüksek genlikli olabilmektedir. Örnek olarak titreşimli giriş ivmeölçer ve MEMS dönüölçer yapılarında kullanılan mekanik salınım çıkış sinyali üzerinde yüksek frekanslı gürültü bileşenleri olarak görülebilmektedir. Bir çeşit optik dönüölçer olan RLG’lerde bulunan küçük titreşim motorları sensör çıkışında gürültü kaynağı olabilmektedir [9]. Ataletsel sensörlerdeki bu rastlantısal gürültüler dönüölçerler için $\left(\frac{^{\circ}}{sec}\right)/\sqrt{Hz}$, ivmeölçerler için ise $\frac{mg}{\sqrt{Hz}}$ birimleri ile ifade edilebilirler [1]. Bu tez çalışmasında ataletsel sensörler için rastlantısal hatalar Allan Değişinti Yöntemi ile belirlenerek referans olarak kullanılmıştır.

3.1. Allan Değişinti Yöntemi

Ataletsel sensörlerin rastlantısal hata kaynaklarının modellenmesi için kullanılan Allan Değişinti Yöntemi sensör verilerinin belirli gruplar halinde sapmalarının hesaplanması ile uygulanmaktadır. Verilerin belirlenen zaman aralıkları boyunca standart sapma değerleri şu şekilde hesaplanabilir [10],

$$\sigma_{\Omega}^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle \bar{w}_{k+1}(\tau) - \bar{w}_k(\tau) \rangle^2 \quad (33)$$

Burada “<>” operatörü beklenen ortalama değeri hesaplamaktadır. “ \bar{w}_k ” ise belirlenen zaman aralığında toplanan sensör verilerinin ortalama değerlerini ifade etmektedir.

$$\bar{w}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_{(k-1)+i} = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} w(t) dt \quad (34)$$

$$\sigma_{\Omega}^2(\tau) = \frac{1}{2} \{ \langle \bar{w}_{k+1}^2 \rangle^2 - 2 \langle \bar{w}_{k+1} \bar{w}_k \rangle^2 + \langle \bar{w}_k^2 \rangle^2 \} \quad (35)$$

$$\langle \bar{w}_k^2 \rangle = \frac{1}{\tau^2} \int_{t_k}^{t_k+\tau} dt \int_{t_k}^{t_k+\tau} dt' \langle w(t)w(t') \rangle = \frac{1}{\tau^2} \int_{t_k}^{t_k+\tau} dt \int_{t_k}^{t_k+\tau} dt' R_w(t-t') \quad (36)$$

Yukarıdaki eşitlikte “ $R_w(\tau)$ ” işlevi sensör verilerinin özilintisi (autocorrelation) olarak tanımlanmaktadır. Allan Değişinti fonksiyonu sinyal güç spektral yoğunluğu cinsinden de ifade edilebilir. Aynı zamanda spektral güç yoğunluğu işlevinin ters Fourier dönüşümüne eşittir.

$$\sigma_{\Omega}^2(\tau) = 4 \int_0^{\infty} S_w(f) \left[\frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} \right] df \quad (37)$$

Burada “ $S_w(f)$ ” işlevi sensör verilerinin spektral güç yoğunluğunu tanımlamaktadır.

3.1.1. Örnekleme Gürültüsü

Örnekleme gürültüsü analog sinyalin sayısal sinyale dönüştürülmesi operasyonundan kaynaklanan bir hata çeşididir. Örnekleme işlemi sırasında gerçek genlik ile çevirici elektronik devrenin bit çözünürlüğü arasındaki küçük farklılıklar bu gürültü kaynağını oluşturmaktadır.

Örnekleme Gürültüsü Spektral Güç Yoğunluğu:

$$S_Q(f) = \frac{4Q^2}{\tau_0} \sin^2(\pi f \tau_0) \quad (38)$$

Örnekleme Gürültüsü Allan Değişintisi:

$$\sigma_Q^2(\tau) = \frac{3Q^2}{\tau^2} \quad (39)$$

Örnekleme gürültüsü matematiksel olarak girişi beyaz gürültü olarak alınan $H(z) = (1 - z^{-1})$ (fark alıcı) filtresinin çıkışı olarak da ifade edilebilir.

3.1.2. Rastgele Yürüyüş (Random Walk) Gürültüsü

Özilinti zamanı örnekleme periyodundan kısa olan yüksek frekanslı sinyal bileşenleri sensör çıkışında rasgele yürüyüş olarak görülmektedir. Bu gürültü kaynağı beyaz gürültü karakterindedir. Aşağıdaki şekilde karakterize edilebilir,

Rastgele Yürüyüş Spektral Güç Yoğunluğu:

$$S_{RW}(f) = (RW)^2 \quad (40)$$

RW : Rasgele yürüyüş gürültüsü katsayısı

Rastgele Yürüyüş Allan Değişintisi:

$$\sigma_{RW}^2(\tau) = \frac{(RW)^2}{\tau} \quad (41)$$

τ : Veri gruplama pencere boyutu

3.1.3. Gauss – Markov Gürültüsü

Bu gürültü kaynağı sensör verisinde sonlu bir özilinti zamanı ile üstel olarak azalan bir karaktere sahiptir.

Gauss – Markov Spektral Güç Yoğunluğu:

$$S_{GM}(f) = \frac{(q_c T_c)^2}{1 + (2\pi f T_c)^2} \quad (42)$$

q_c : Gürültü genliği, T_c : Özilinti zamanı

Bu gürültü kaynağı dinamik olarak şu şekilde modellenenabilir,

$$x_k = e^{-\frac{\Delta t}{T_c}} x_{k-1} + w_k \quad (43)$$

$$\sigma_{x_k}^2 = \frac{\sigma_{w_k}^2}{1 - e^{-\frac{2\Delta t}{T_c}}} \quad (44)$$

Δt : Sensör verisi örnekleme zamanı

Buna göre aşağıdaki yapıdaki fitrenin girişine beyaz gürültü uygulandığında çıkış sinyali Gauss-Markov gürültüsü karakterinde olacaktır.

$$H_{GM}(z) = \frac{1}{1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_c}} z^{-1}} \quad (45)$$

Gauss – Markov Allan Değişintisi:

$$\sigma_{GM}^2(\tau) = \frac{(\sigma_{wk} T_c)^2}{\tau} \left[1 - \frac{T_c}{2\tau} \left(3 - 4e^{-\frac{\tau}{T_c}} + e^{-\frac{2\tau}{T_c}} \right) \right] \quad (46)$$

Eğer $\tau \gg T_c$ seçilirse,
$$\sigma_{x_k}^2(\tau) = \frac{(\sigma_w T_c)^2}{\tau}$$

Eğer $\tau \ll T_c$ seçilirse,
$$\sigma_{x_k}^2(\tau) = \frac{\sigma_w^2}{3} \tau$$

3.1.4. Sabit Kayma Kararsızlığı (Bias Instability)

Bu gürültü çeşidi sensör elektronik bileşenlerinin sahip olduğu rastlantısal titreşimlerden kaynaklanmaktadır. Düşük frekanslı sinyallerden oluştuğu için sabit kayma hatasında dalgalanmalara sebep olmaktadır.

Sabit Kayma Spektral Güç Dağılımı:

Eğer $f \leq f_0$ seçilirse (f_0 : kesme frekansı)

$$S_{BI}(f) = \left(\frac{BI}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{f} \quad (47)$$

BI : Sabit kayma kararsızlığı katsayısı

Kesme frekansından yüksek frekanslar için bu gürültü 0'a eşittir.

Bu durumda sabit kayma hatası kararsızlığı aşağıdaki transfer fonksiyonunun girişine beyaz gürültü beslenmesi sonucunda modellenir.

$$H_{BI}(z) = \frac{1}{(1-z^{-1})^2} \quad (48)$$

Sabit Kayma Allan Değişintisi:

$$\sigma_{BI}^2(\tau) = \left(\frac{BI}{0.6648} \right)^2 \quad (49)$$

3.1.5. Oransal Rastgele Yürüyüş (Rate Random Walk)

Bu gürültü çeşidinin kaynağı kesin olarak bilinmemektedir ancak üstel özilintili ve çok uzun özilinti zamanına sahip gürültünün limitlenmesi olarak ifade edilebilir.

Oransal Rastgele Yürüyüş Spektral Güç Yoğunluğu:

$$S_{RRW}(f) = \left(\frac{K}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{f^2} \quad (50)$$

K : Oransal Rasgele Yürüyüş (Rate Random Walk) katsayısı

Oransal Rastgele Yürüyüş Allan Değişintisi:

$$\sigma_{RRW}^2(\tau) = \left(\frac{K^2}{3}\right) \tau \quad (51)$$

Bu gürültü kaynağı da aşağıdaki integratör yapısının girişine beyaz gürültü uygulanarak modellenenir.

$$H_{RRW}(z) = \frac{1}{(1-z^{-1})} \quad (52)$$

3.1.6. Oransal Tırmanış (Rate Ramp)

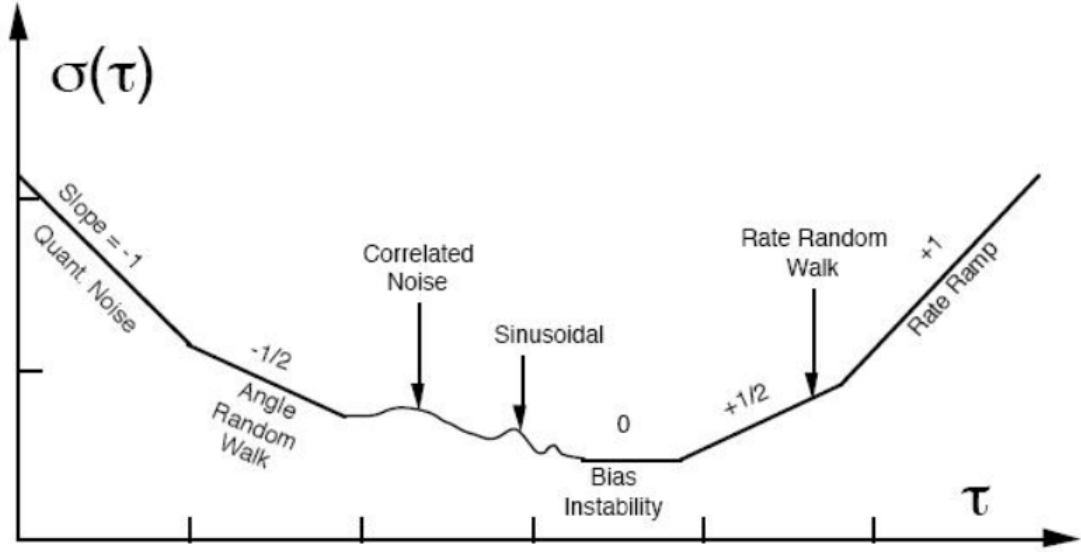
Bu gürültü çeşidi sensör verisinde görece olarak uzun ancak sonlu bir zaman aralığında ve rastlantısal olmaktan çok deterministik bir sinyal olarak gözlemlenebilmektedir. Matematiksel olarak $\Omega = Rt$ şeklinde ifade edilebilir. Burada Ω sensör verisi, R oransal tırmanış katsayısı ve t zamanı ifade etmektedir.

Oransal Tırmanış Allan Değişintisi:

$$\sigma_{RR}^2(\tau) = \frac{R^2 \tau^2}{2} \quad (53)$$

Buna göre Allan Değişinti grafiğinde (log-log) eğimin +1 olduğu kısma karşılık gelmektedir.

Şekil 3.1'de rastlantısal hataların Allan Değişinti grafiği üzerinde gösterimi sunulmaktadır.

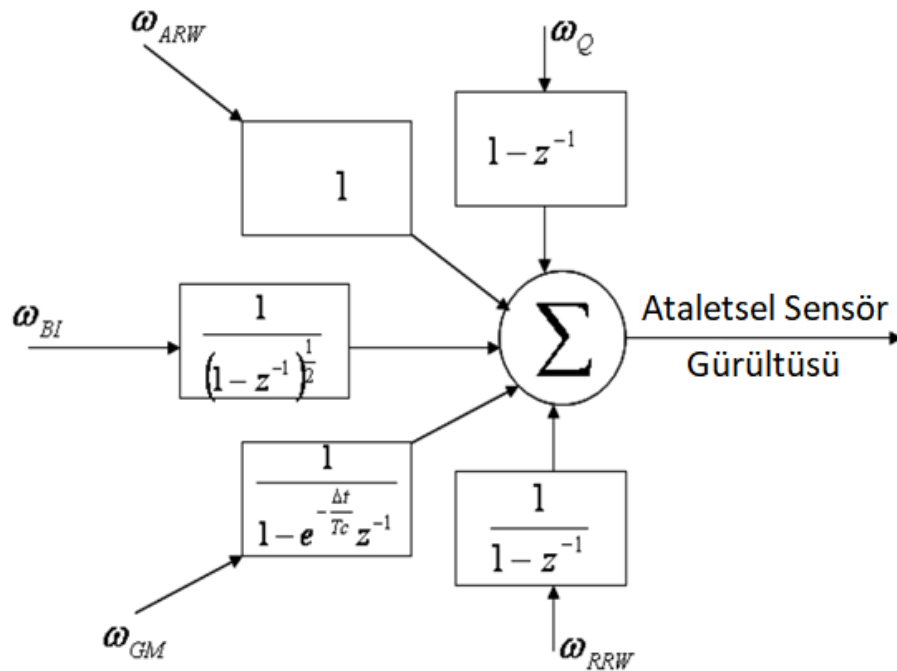


Şekil 3.1. Allan Değişinti Analizi Eğrisi [20]

3.1.7. Ataletsel Sensör Gürültü Modeli

Ataletsel sensörden okunan ivme ve dönü değerlerinin üzerine binen rastlantısal hataların tümünü aşağıdaki eşitlikte ve Şekil 3.2’de göstermek mümkündür.

$$N(z) = H_Q(z)\Omega_Q(z) + \Omega_{ARW}(z) + H_{BI}(z)\Omega_{BI}(z) + H_{GM}(z)\Omega_{GM}(z) + H_{RRW}(z)\Omega_{RRW}(z)$$



Şekil 3.2. Ataletsel Sensör Gürültü Modeli

4. KANONİK KORELASYON ANALİZİ İLE ATALETSEL SENSÖR HATA MODELİ TANIMA

Sabit kayma hatası kararsızlığı (Bias Instability) daha önce de anlatıldığı üzere girişinde beyaz gürültü uygulanan 1. Dereceden bir alçak geçiren filtre çıkışındaki sinyal olarak modellenenmektedir. Filtre transfer fonksiyonu ayrık zamanlı olarak şu şekilde ifade edilebilmektedir [10].

$$H_{GM}(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1}}{b_0 + b_1 z^{-1}} \quad (54)$$

Bu çalışmada ataletsel sensör hata modeli olarak geleneksel olarak kullanılan Allan Değişinti esaslı model yerine $N(z) = H(z)\Omega(z)$ ve Denklem (54) ile gösterilen yapı şeklinde bir modelleme kullanılacaktır. Gauss-Markov modeli ile ifade edilen birinci dereceden alçak geçiren filtrenin tasarımının doğru bir şekilde yapılabilmesi rastgele yürüyüş gürültüsü ve sabit kayma kararsızlığının modellenenildiği anlamına gelecektir.

4.1. Kanonik Korelasyon Analizi

Kanonik korelasyon tekniğinde giriş ve çıkış olmak üzere iki değişken seti arasındaki istatistiksel ilişkiler kullanılmaktadır. Bu yöntemde amaç iki veri seti arasındaki doğrusal korelasyon ifadesini maksimum yapmaktır [11].

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_p \end{bmatrix}_{p \times 1} \quad Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_q \end{bmatrix}_{q \times 1} \quad (55)$$

X ve Y sırasıyla giriş ve çıkış veri setlerini ifade etmektedir. Giriş olarak benzetim modeli ile oluşturulmuş beyaz gürültü sinyali uygulanacağından çıkış verisi de sabit pozisyonda toplanan sensör verisi olacaktır.

Modelleme yöntemi olarak kanonik korelasyon metodu tercih edilmiştir. Bu yöntem için giriş ve çıkış veri setleri kullanılacaktır. Filtre girişini benzetim modeli ile oluşturulan beyaz gürültü ve çıkışı da sensörden toplanan ivme ve dönü verileri olacaktır.

Filtre modeli parametreleri a ve b giriş ve çıkış veri setleri için lineer kombinasyon katsayılarını oluşturmaktadır. Bu yöntemde giriş ve çıkış veri setleri için $E(X) = E(Y) = 0$ olarak alınır. İki veri seti arasındaki korelasyon katsayısı şu şekilde hesaplanır,

$$\rho = \frac{Cov(a^T X, b^T Y)}{\sqrt{Var(a^T X)Var(b^T Y)}} = \frac{a^T C_{xy} b}{\sqrt{a^T C_{xx} a} \sqrt{b^T C_{yy} b}} \quad (56)$$

C_{xx} , C_{yy} ve C_{xy} kovaryans matrislerini ifade etmektedir. Kanonik korelasyon katsayısı iki değişken seti arasındaki ilintinin ölçüsüdür ve 0 ile +1 arasında değişim gösterir. Bu katsayının 0.9-1 arasında olması çok yüksek ilintiyi, 0-0.25 arasında olması ise zayıf ilintiyi ifade eder. Bu katsayıyı maksimize eden optimizasyon problemini elde ederek filtre yapısındaki kanonik katsayılar hesaplanır.

$$\max_{a,b} a^T C_{xy} b \quad (57)$$

Bu ifadede kısıt: $a^T C_{xx} a = b^T C_{yy} b = 1$

Bu optimizasyon problemi genelleştirilmiş özdeğer-özvektör problemine dönüştürülebilir [12].

$$\begin{bmatrix} 0 & C_{xy} \\ C_{yx} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} C_{xx} & 0 \\ 0 & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (58)$$

Denklem (58) ile verilen özdeğer-özvektör probleminin çözümü KKA işleminin de çözümünü verecektir. Burada gösterilen a_i ve b_i vektörleri de kanonik katsayılar olarak adlandırılmaktadır [11].

$$a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + \dots + a_{ip}X_p = U_i \leftrightarrow V_i = b_{i1}Y_1 + b_{i2}Y_2 + \dots + b_{iq}Y_q \quad (59)$$

$$\rho_i = Cor(U_i, V_i), \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad p \leq q$$

Bu ifade özdeğer-özvektör problemi olarak değerlendirildiğinde çözüm şu şekilde elde edilebilir [13].

$$Ax = \lambda x \quad (60)$$

$$A = \begin{bmatrix} C_{xx} & 0 \\ 0 & C_{yy} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & C_{xy} \\ C_{yx} & 0 \end{bmatrix} \quad (61)$$

$x = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ve $\lambda = \rho$ olarak yazılabilir. Burada yapılması gereken A matrisinin özdeğerlerini ve her bir özdeğere karşılık gelen özvektörlerini bulmaktır.

Bu aşamada çözüm genelleştirilmiş özdeğer-özvektör problemi olarak ele alınırsa aşağıdaki yapı elde edilir. Amaç genelleştirilmiş özdeğer özvektör problemini standart haline dönüştürmektir [14].

$$K\Phi = \omega^2 M\Phi \quad (62)$$

Kanonik korelasyon analizi yönteminde M matrisi her durumda “positive definite” olacağından “Cholesky Factorization” yöntemi ile non-singular alt-üst üçgen matrisler çarpımı olarak ifade edilebilir $M = SS^T$. Burada amaç M matrisinin tersini almak yerine non-singular olduğuna emin olunan bir matrisin tersini almaktır.

$$\tilde{K}\tilde{\Phi} = w^2\tilde{\Phi} \quad (63)$$

$$\tilde{K} = S^{-1}KS^{-T}, \quad \tilde{\Phi} = S^T\Phi \quad (64)$$

Ancak bu yapı kurularak doğrudan çözüm yapılması farklı problemlere neden olmaktadır. Giriş ve çıkış verilerinin varyansları arasındaki mutlak büyüklük farkının oransal olarak fazla olması durumunda kurulan denklemde “ill-conditioned” matrisler elde edilebilmektedir. Bu durum da sayısal hesaplamalar esnasında yapılan minimal bozulmalarda reel olmayan sonuçlar elde edilmesine sebep olabilmektedir. Bu nedenle doğrudan matris tersi almadan yapılabilecek hesaplamalar alternatif olarak değerlendirilmiştir. Bu amaçla problem çözümü aşağıda anlatıldığı şekilde devam etmiştir.

Kanonik korelasyon analizi ile giriş ve çıkış olarak ifade edilen veri setlerinin lineer kombinasyonları a ve b kanonik katsayılar olmak üzere şu şekilde ifade edilmektedir.

$$u = Xa, \quad v = Yb$$

Denklem (57) ile ifade edilen kısıt fonksiyonu dikkate alınırsa kanonik korelasyon katsayısının maksimum olduğu durum için U ve V matrisleri ortogonal olmaktadır.

$$u^T v = D \quad (65)$$

D matrisi köşegen matris olarak bulunmaktadır ve bu durumda a ve b kanonik katsayıları $u^T u = 1$, $v^T v = 1$ olacak şekilde normalize edilebilir. Problem aşağıdaki şekle dönüştürülebilmektedir [15].

$$a, b = \operatorname{argmax}_{a,b} \operatorname{corr}[Xa, Yb] = \operatorname{argmax}_{a,b} \left[\frac{u^T v}{\sqrt{u^T u} \sqrt{v^T v}} \right] \quad (66)$$

Bu ifade ile de görülebileceği gibi giriş ve çıkış olarak ifade edilen verilerin lineer kombinasyonları arasındaki korelasyonu maksimize etmek aslında bu lineer kombinasyonları birbiri ile ortogonal duruma getirmek anlamına gelmektedir.

Problem dönüşümünü bu şekilde yaptıktan sonra “QR Factorization” metodu ile giriş ve çıkış veri setlerinin ortogonal dönüşümleri yapılır.

$$X = Q_x R_x \quad Y = Q_y R_y$$

Dönüşüm sonucunda elde edilen Q matrisleri ortogondur ve $Q_x^T Q_x = I$, $Q_y^T Q_y = I$ olarak bulunur.

R matrisleri de üst üçgen matrisler olarak ortaya çıkar. (Bu noktada matrislerin boyutları giriş ve çıkış veri setlerinin kolon sayıları ve dolayısıyla tasarlanması amaçlanan transfer fonksiyonunun mertebesi ile ilintilidir.)

Elde edilen ortogonal bileşenleri kullanarak giriş ve çıkış verilerinin kovaryanslarının genelleştirilmiş özdeğer-özvektör çözümü “Singular Value Decomposition” metodu ile elde edilir [15].

Bir matrisin tekil (singular) değerleri ve vektörleri özdeğer ve özvektörler ile doğrudan ilintilidir [13].

$$A_{m \times n} = U \Sigma V^T \quad (67)$$

Bu ifadede $U_{m \times m}$, $V_{n \times n}$ ortogonal “singular” vektörler ve $\Sigma_{m \times n}$ köşegen elemanları “singular” değerlerden oluşan matrislerdir. $\Sigma_{m \times n}$ matrisinin köşegen elemanları büyükten küçüğe olacak şekilde sıralıdır. Bu nedenle $U_{m \times m}$ ve $V_{n \times n}$ matrislerinin de kolon sıralaması buna göre oluşmaktadır.

A matrisinin “singular” değerleri $A^T A$ matrisinin negatif olmayan özdeğerlerine, U ve V matrislerinin kolonları ise sırasıyla AA^T ve $A^T A$ matrislerinin ortonormal özvektörlerine eşittir. Bu algoritma sayesinde de herhangi bir veri kaybına uğramadan genelleştirilmiş özdeğer-özvektör çözümüne aşağıdaki gibi ulaşılır [15].

$$Q_x^T Q_y = U \Sigma V^T \quad (68)$$

R_x ve R_y ortonormal özvektörler olduğundan $X * a \equiv R_1 * a$ ve $Y * b \equiv R_2 * b$ olduğundan kanonik katsayılar şu şekilde hesaplanabilir.

$$a = R_x^{-1} U \quad b = R_y^{-1} V$$

Bu kanonik katsayılar giriş ve çıkış verilerinin lineer kombinasyonlarını ortogonal olarak elde etmemizi (yani giriş ve çıkışın lineer kombinasyonları arasındaki korelasyonun maksimum olmasını) sağlayan katsayılardır.

“Singular Value Decomposition” metodu ile elde edilen “singular” değerlerin giriş ve çıkış verilerinin lineer kombinasyonları arasındaki korelasyon katsayısı olduğu da şu şekilde gösterilebilir [15]. $u = Xa$, $v = Yb$, $u^T v = D$

$$\begin{aligned} D &= a^T X^T Y b \\ &= (U^T R_x^{-1T})(R_x^T Q_x^T)(Q_y R_y)(R_y^{-1} V) \\ &= U^T (Q_x^T Q_y) V \\ &= U^T (U \Sigma V^T) V \\ &= \Sigma \end{aligned} \quad (69)$$

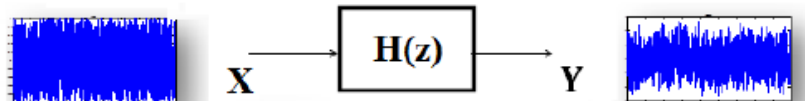
Bu algoritma ile kanonik korelasyon analizi yöntemi ile elde edilen problem reel sonuçlar elde edilerek çözülebilmektedir.

4.2. Kanonik Korelasyon Analizi'nin Doğrusal Sistem Tanıma için Kullanımı

Bir önceki bölümde anlatılan yöntem ile hesaplanan kanonik katsayılar amaçlanan doğrusal aktarım işlevinin de katsayılarını ifade etmektedir. Bu katsayılar kullanılarak sensör hata modeli hedeflendiği şekilde aşağıda gösterilen formatta sunulabilir.

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_p z^{-p}}{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_q z^{-q}} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

Elde edilen sensör hata modelinin giriş ve çıkış veri setleri aşağıdaki şekil ile gösterilebilir.



Şekil 4.1. Sensör Aktarım İşlevi Giriş-Çıkış Modeli [21]

Şekil 4.1’de gösterilen aktarım işlevi giriş-çıkış ifadesi bir fark denklemini olarak da ifade edilebilir,

$$\sum_{k=0}^q b_k y[n-k] = \sum_{k=0}^p a_k x[n-k]$$

$$b_0 y[n] + b_1 y[n-1] + \dots + b_q y[n-q] = a_0 x[n] + a_1 x[n-1] + \dots + a_p x[n-p]$$

Kanonik Korelasyon Analizi için kullanılan giriş ve çıkış veri setleri genel bir formatta gösterilecek olursa,

$$X = \begin{bmatrix} x[n] & x[n-1] & \dots & x[n-k-1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x[n-p] & x[n-p-1] & \dots & x[n-p-k-1] \end{bmatrix}_{(p+1) \times k}$$

$$Y = \begin{bmatrix} y[n] & y[n-1] & \dots & y[n-k-1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y[n-q] & y[n-q-1] & \dots & y[n-q-k-1] \end{bmatrix}_{(q+1) \times k}$$

Bu çalışma kapsamında elde edilmesi hedeflenen aktarım işlevi Denklem (54) ile gösterilen yapıda olduğundan eşit sayıda veriye sahip giriş ve çıkış veri setleri kullanılmıştır. ($k = 2$)

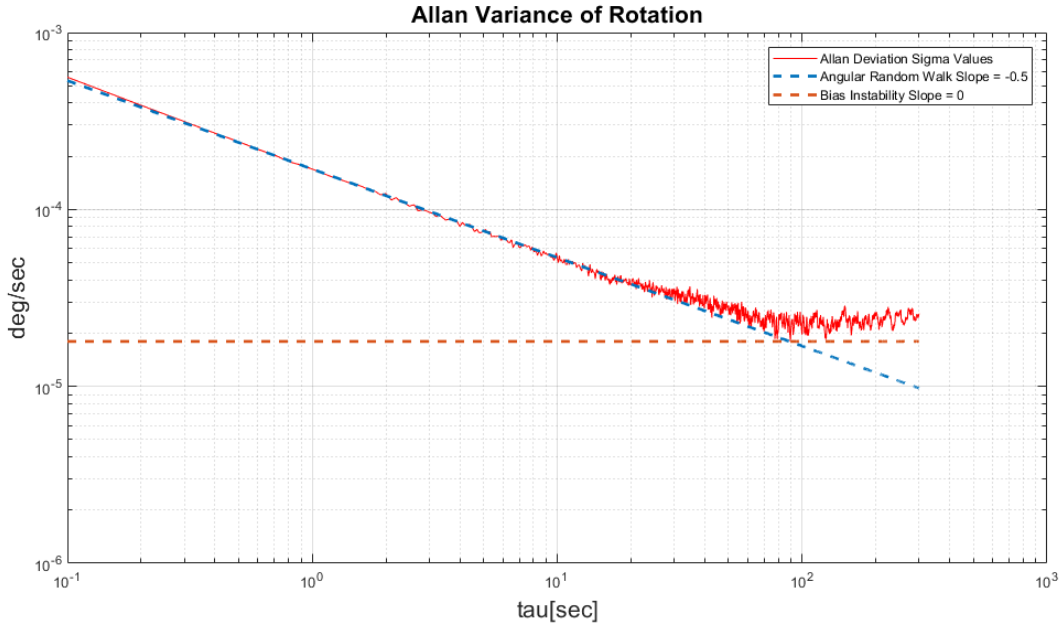
5. DENEYSEL ÇALIŞMALAR

5.1. Ataletsel Sensör Verileri ile Yapılan Uygulamalar

Kanonik korelasyon analizi yöntemi 3 dönüölçer ve 3 ivmeölçer olacak şekilde 6 farklı ataletsel sensör verisi ve bir GPS almacının pozisyon ve hız verileri kullanılarak uygulanmıştır. Uygulamalarda analiz sonucu Denklem (54) ile gösterildiği şekilde 1. Mertebeden Gauss-Markov ayrık zamanlı aktarım işlevi elde edilmesi amaçlanmıştır. Elde edilen aktarım işlevleri sistem dinamiği açısından analiz edilerek sensörler için bir performans değerlendirmesi yapılmıştır.

Sensor-1 Fiber Optik Dönüölçer (KVH-DSP-1760)

Tek ekseninde durağan halde ve 1000 Hz örnekleme frekansı ile toplanan 300 saniyelik sensör verisine Allan Değişinti yöntemi uygulandığında elde edilen Allan Değişinti diyagramı Şekil 5.1.'de gösterilmiştir.



Şekil 5.1. Sensor 1 (Fiber Optik Dönüölçer) Allan Variance Sonucu

Sensör-1'e ait rastlantısal hata parametresi katsayıları Şekil 5.1 üzerinden bulunmuştur,

$$ARW = 0.000169 [deg/sec/\sqrt{Hz}]$$

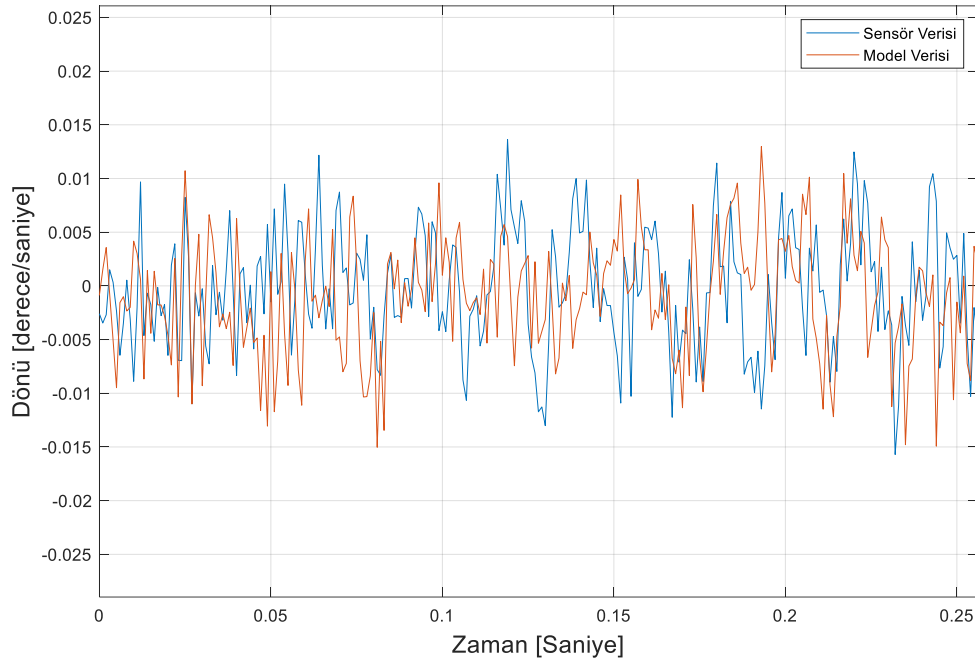
$$Bias Instability = 0.097229 [deg/hr]$$

Sensör-1 verisi kullanılarak Kanonik Korelasyon Analizi uygulandığında,

$$H_1(z) = \frac{-0.3059z + 0.9285}{186.7z - 101.9}$$

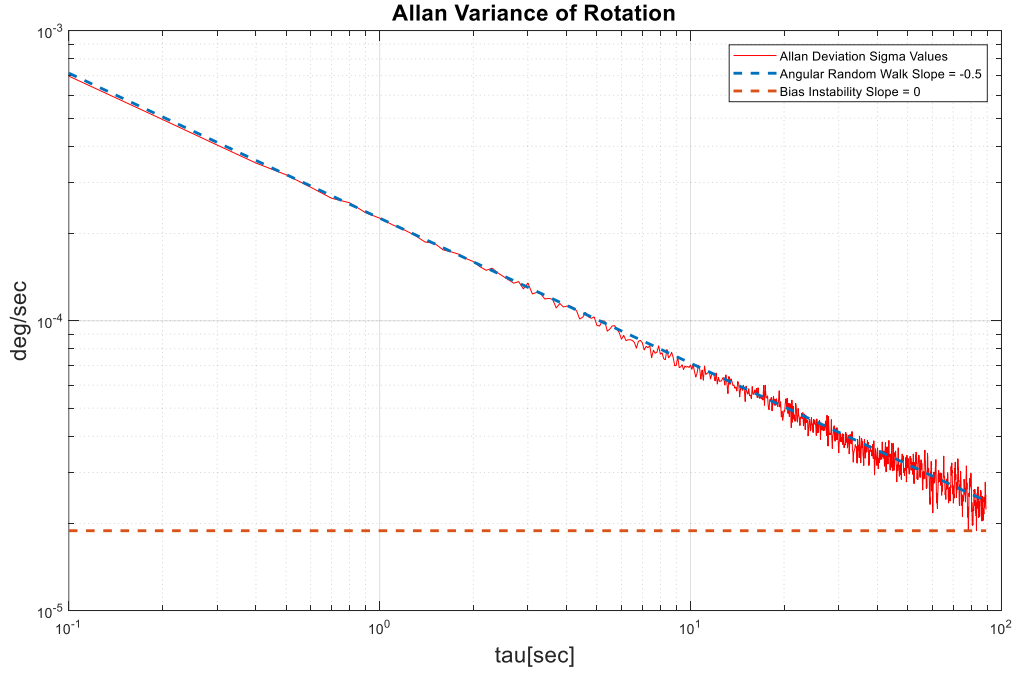
aktarım işlevi elde edilmiştir.

Sensör modeli olarak elde edilen aktarım işlevi girişine standart sapma değeri 1 olan beyaz gürültü verildiğinde elde edilen çıktı ile sensör verisinin bulunduğu grafik Şekil 5.2 ile gösterilmiştir.



Şekil 5.2. Sensör-1 ve Model Çıktı Verisi (Yakınlaştırılmış)

Sentetik model çıktısına Allan Değişinti analizi uygulandığında sonuç Şekil 5.4'teki gibi olmaktadır.



Şekil 5.3. Model-1 Çıkış Verisi Allan Variance Sonucu

Şekil 5.3 üzerinden bulunan model çıktı parametreleri,

$$ARW = 0.000226 [deg/sec/\sqrt{Hz}]$$

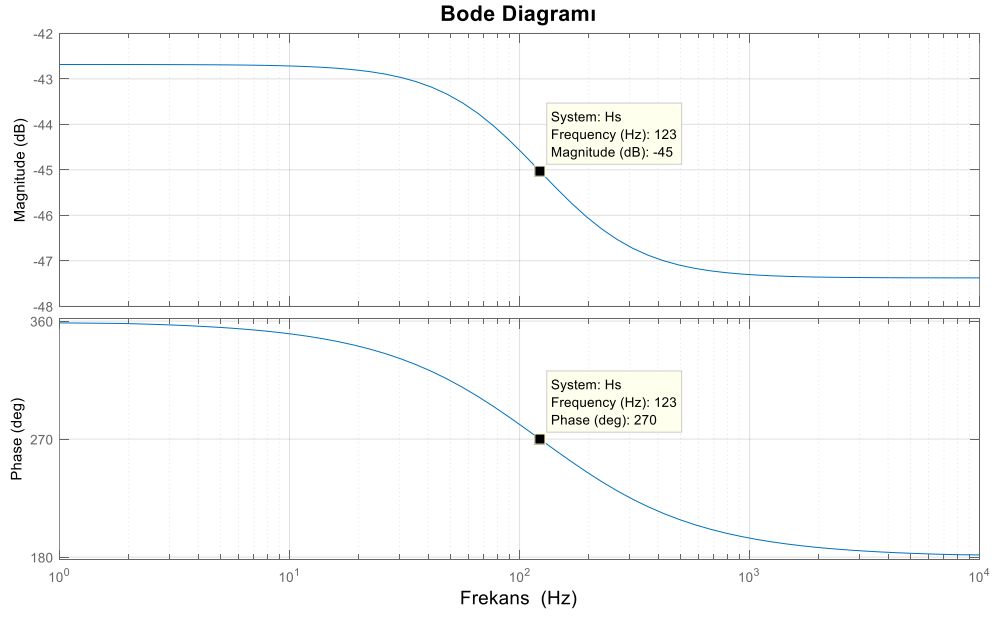
$$Bias Instability = 0.102356 [deg/hr]$$

olarak bulunmuştur.

Ayrık zamanlı aktarım işlevi bilineer (tustin) dönüşüm ile sürekli zamanlı aktarım işlevine evrildiğinde,

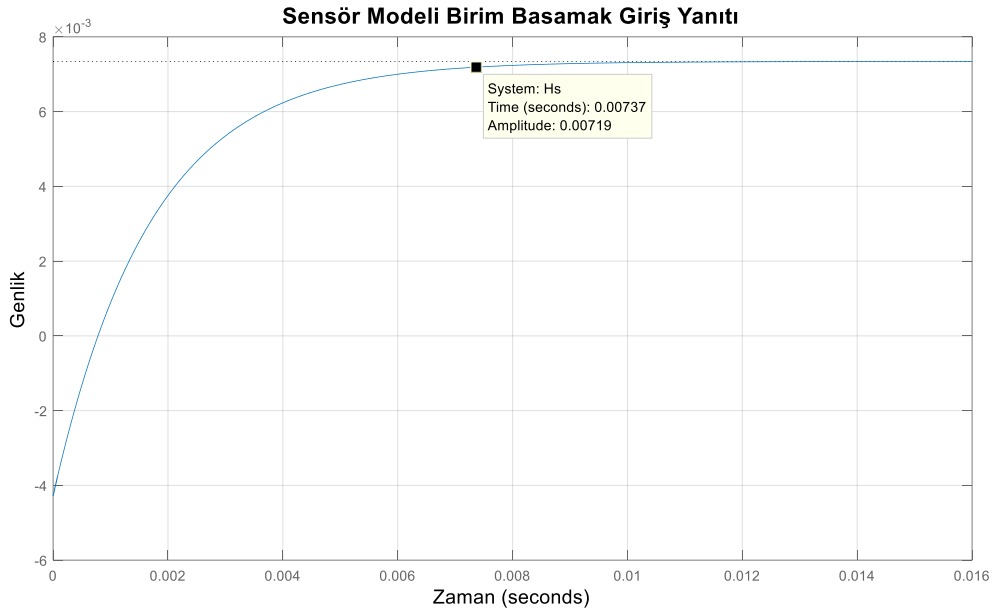
$$H(s) = \frac{-0.004277s + 4.314}{s + 587.8}$$

bulunmaktadır. Bulunan aktarım işlevinin sıfırı $s = 1008$ ve kutbu $s = -587.8$ 'de olup minimum fazlı olmayan bir aktarım işlevi özelliği taşımaktadır. Bu modelin Bode diagramı Şekil 5.4 ile, birim basamak yanıtı ise Şekil 5.5 ile verilmiştir.



Şekil 5.4. Sensör-1 Modeli Bode Diyagramı

Şekil 5.4 üzerinden (3-dB) bant genişliği 123 Hz olarak belirlenmiştir.

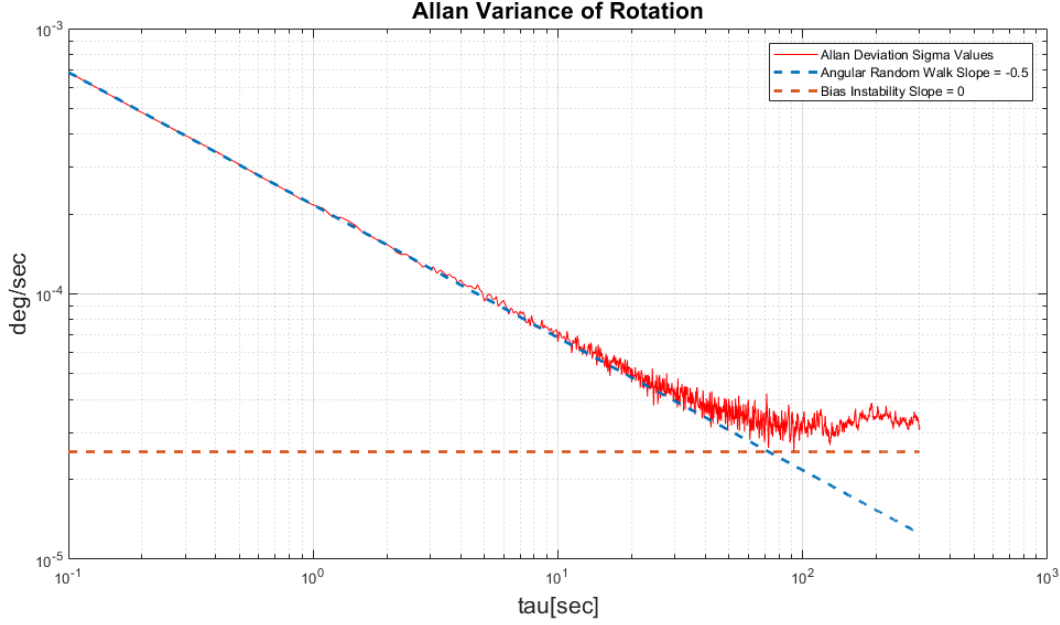


Şekil 5.5. Sensör-1 Sürekli Zaman Modeli Birim Basamak Yanıtı

Şekil 5.5'te gösterilen minimum fazlı olmayan yapıya bağlı olarak ters aşım (undershoot) gözlemlenmektedir. Modelin yerleşme zamanı %2'lik bant için yaklaşık 8 milisaniye olarak belirlenmiştir.

Sensor-2 Fiber Optik Dönüölçer (ROKETSAN)

Tek ekseninde durağan halde ve 1000 Hz örnekleme frekansı ile toplanan 300 saniyelik sensör verisine Allan Değişinti yöntemi uygulandığında elde edilen Allan Değişinti diyagramı Şekil 5.6.'de gösterilmiştir.



Şekil 5.6. Sensor 2 (Fiber Optik Dönüölçer) Allan Variance Sonucu

Sensör-2'ye ait rastlantısal hata parametresi katsayıları Şekil 5.7 üzerinden bulunmuştur,

$$ARW = 0.000216 [deg/sec/\sqrt{Hz}]$$

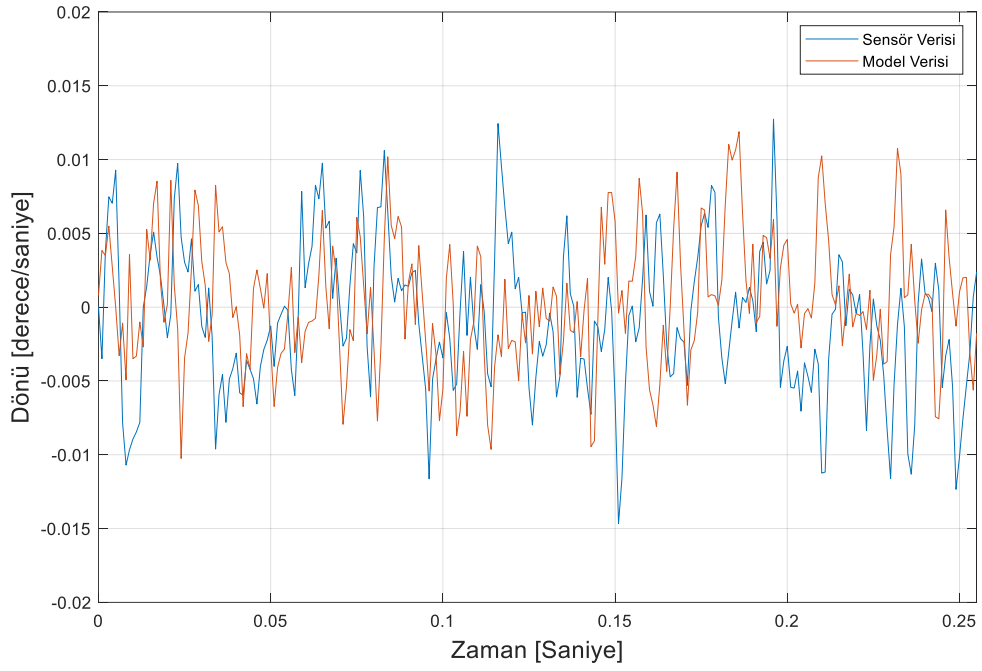
$$Bias Instability = 0.137795 [deg/hr]$$

Sensör-2 verisi kullanılarak Kanonik Korelasyon Analizi uygulandığında,

$$H_2(z) = \frac{-0.687z - 0.7451}{292.5z - 143.2}$$

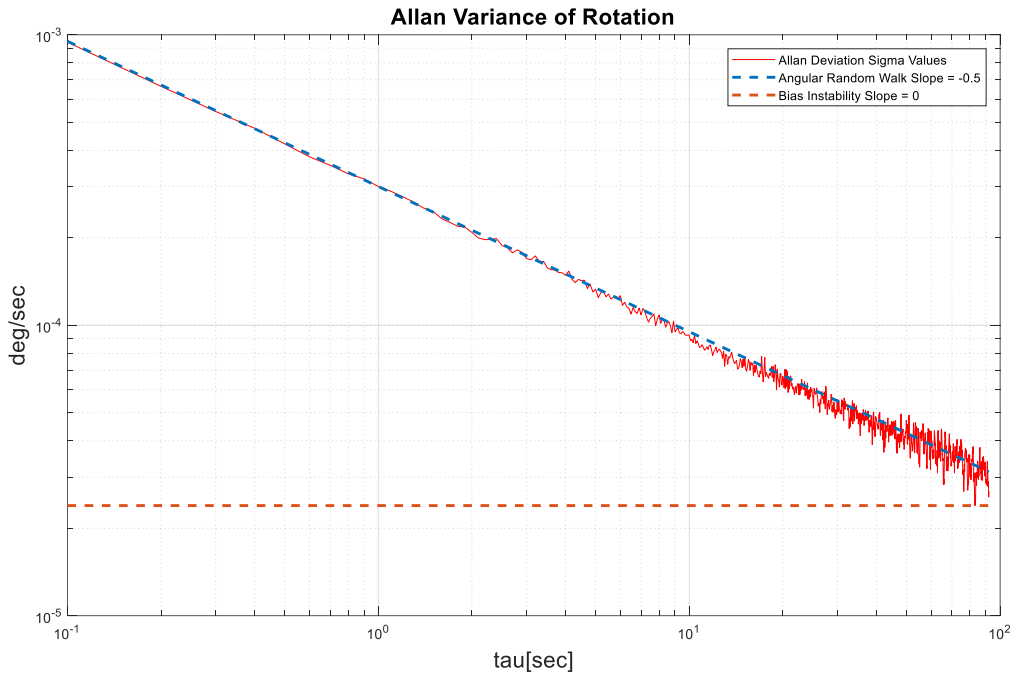
aktarım işlevi elde edilmiştir.

Sensör modeli olarak elde edilen aktarım işlevi girişine standart sapma değeri 1 olan beyaz gürültü verildiğinde elde edilen çıktı ile sensör verisinin bulunduğu grafik Şekil 5.7 ile gösterilmiştir.



Şekil 5.7. Sensör-2 ve Model Çıktı Verisi (Yakınlaştırılmış)

Sentetik model çıktısına Allan Değişinti analizi uygulandığında sonuç Şekil 5.10'daki gibi olmaktadır.



Şekil 5.8. Model-2 Çıkış Verisi Allan Variance Sonucu

Şekil 5.8 üzerinden bulunan model çıktı parametreleri,

$$ARW = 0.000300 [deg/sec/\sqrt{Hz}]$$

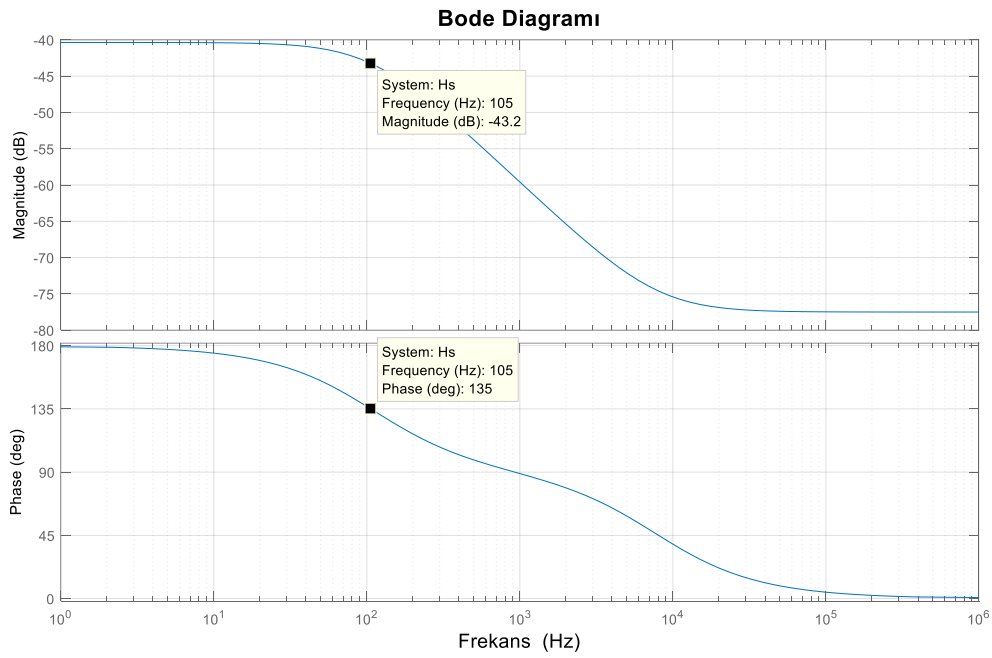
$$Bias Instability = 0.129834 [deg/hr]$$

olarak bulunmuştur.

Ayrık zamanlı aktarım işlevi bilineer (tustin) dönüşüm ile sürekli zamanlı aktarım işlevine evrildiğinde,

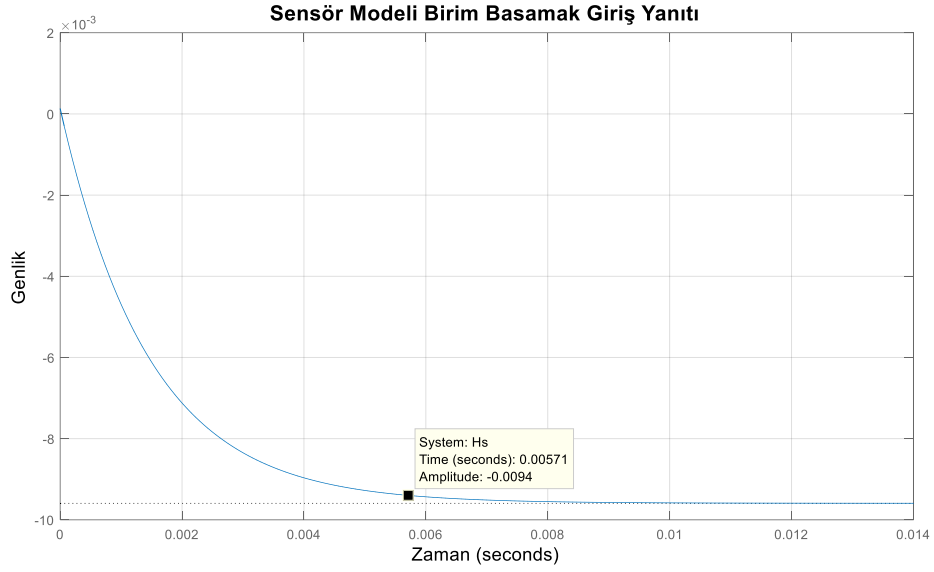
$$H(s) = \frac{0.0001333s - 6.574}{s + 685.3}$$

bulunmaktadır. Bulunan aktarım işlevinin sıfırı $s = 4.9e5$ ve kutbu $s = -685.3$ 'te olup minimum fazlı olmayan bir aktarım işlevi özelliği taşımaktadır. Bu modelin Bode diagramı Şekil 5.9 ile, birim basamak yanıtı ise Şekil 5.10 ile verilmiştir.



Şekil 5.9. Sensör-2 Modeli Bode Diyagramı

Şekil 5.9 üzerinden (3-dB) bant genişliği 105 Hz olarak belirlenmiştir.

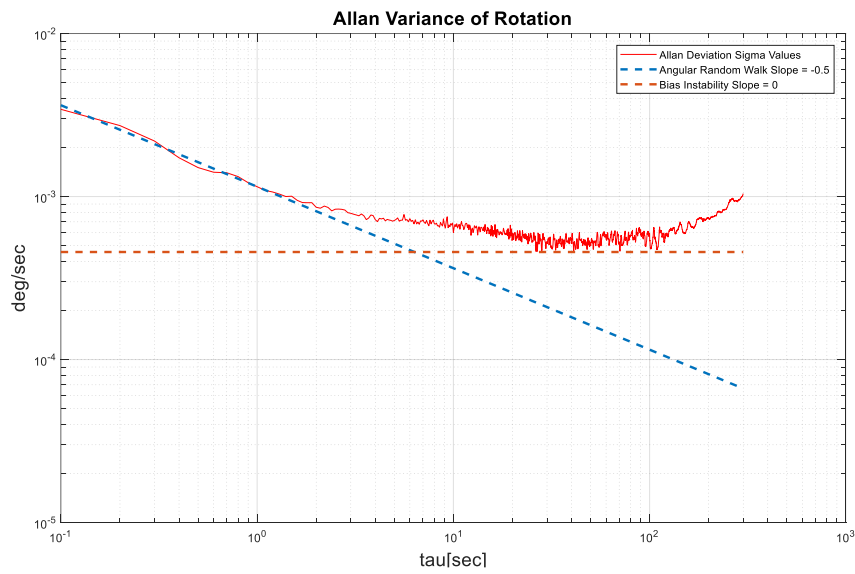


Şekil 5.10. Sensör-2 Sürekli Zaman Modeli Birim Basamak Yanıtı

Şekil 5.10'da gösterilen minimum fazlı olmayan yapıya bağlı olarak ters aşım (undershoot) gözlemlenmektedir. Modelin yerleşme zamanı %2'lik bant için yaklaşık 5.7 milisaniye olarak belirlenmiştir.

Sensor-3 MEMS Dönüölçer (Gladiator LandMark™ 60 IMU)

Tek ekseninde durağan halde ve 1000 Hz örnekleme frekansı ile toplanan 300 saniyelik sensor verisine Allan Değişinti yöntemi uygulandığında elde edilen Allan Değişinti diyagramı Şekil 5.11'te gösterilmiştir.



Şekil 5.11. Sensor-3 (MEMS Dönüölçer) Allan Variance Sonucu

Sensör-3'e ait rastlantısal hata parametresi katsayıları Şekil 5.13 üzerinden bulunmuştur,

$$ARW = 0.001150 [deg/sec/\sqrt{Hz}]$$

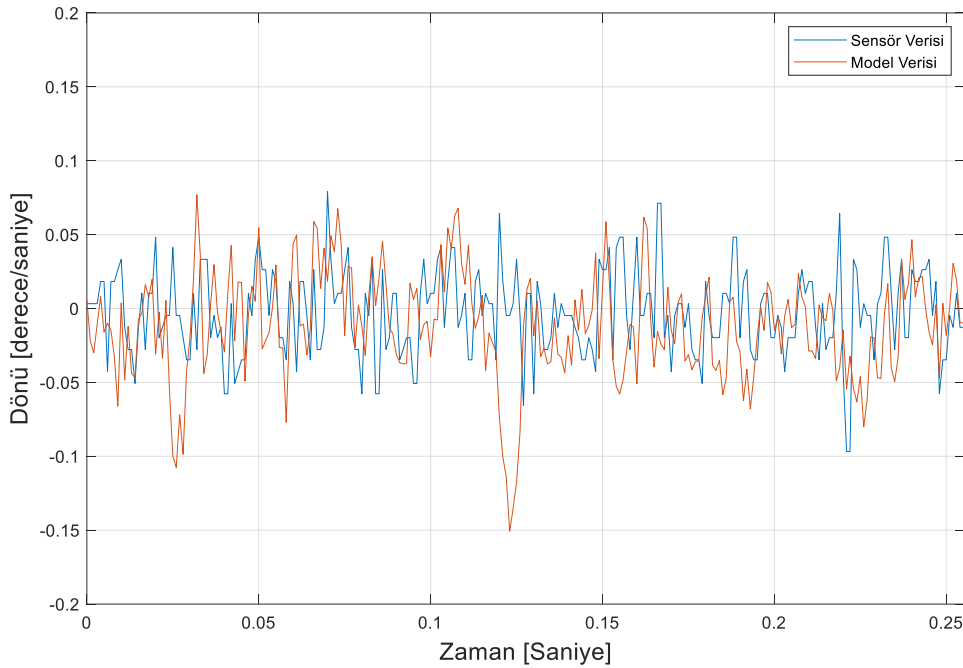
$$Bias Instability = 2.477166 [deg/hr]$$

Sensör-3 verisi kullanılarak Kanonik Korelasyon Analizi uygulandığında,

$$H_3(z) = \frac{-0.154z + 0.9823}{34.97z - 18.63}$$

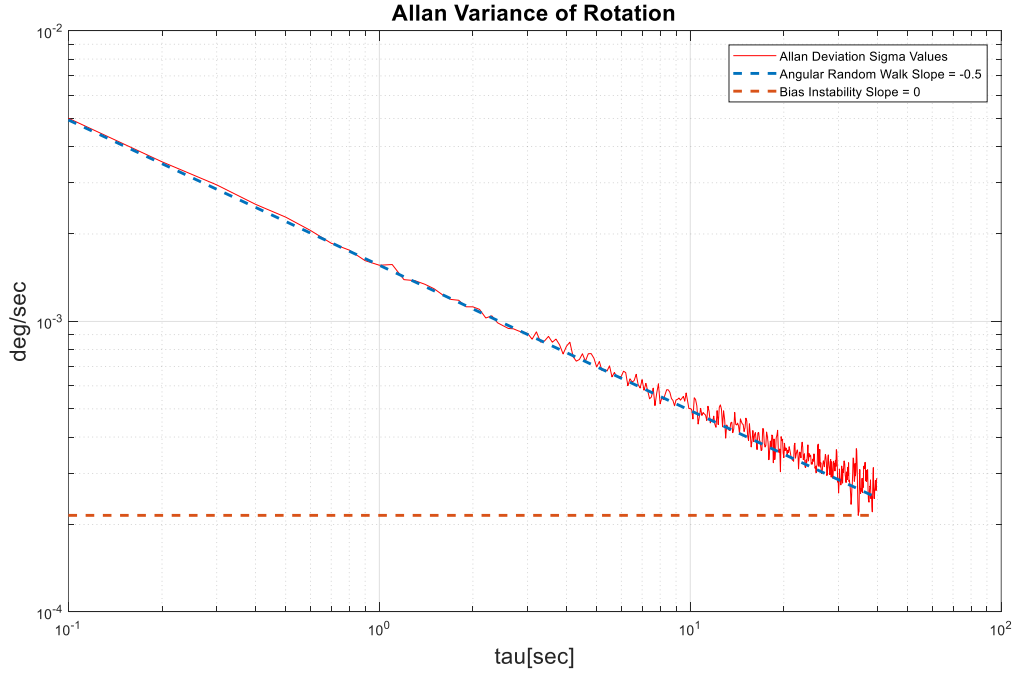
aktarım işlevi elde edilmiştir.

Sensör modeli olarak elde edilen aktarım işlevi girişine standart sapma değeri 1 olan beyaz gürültü verildiğinde elde edilen çıktı ile sensör verisinin bulunduğu grafik Şekil 5.12 ile gösterilmiştir.



Şekil 5.12. Sensör-3 ve Model Çıktı Verisi (Yakınlaştırılmış)

Sentetik model çıktısına Allan Değişinti analizi uygulandığında sonuç Şekil 5.13'teki gibi olmaktadır.



Şekil 5.13. Model-3 Çıkış Verisi Allan Variance Sonucu

Şekil 5.13 üzerinden bulunan model çıktı parametreleri,

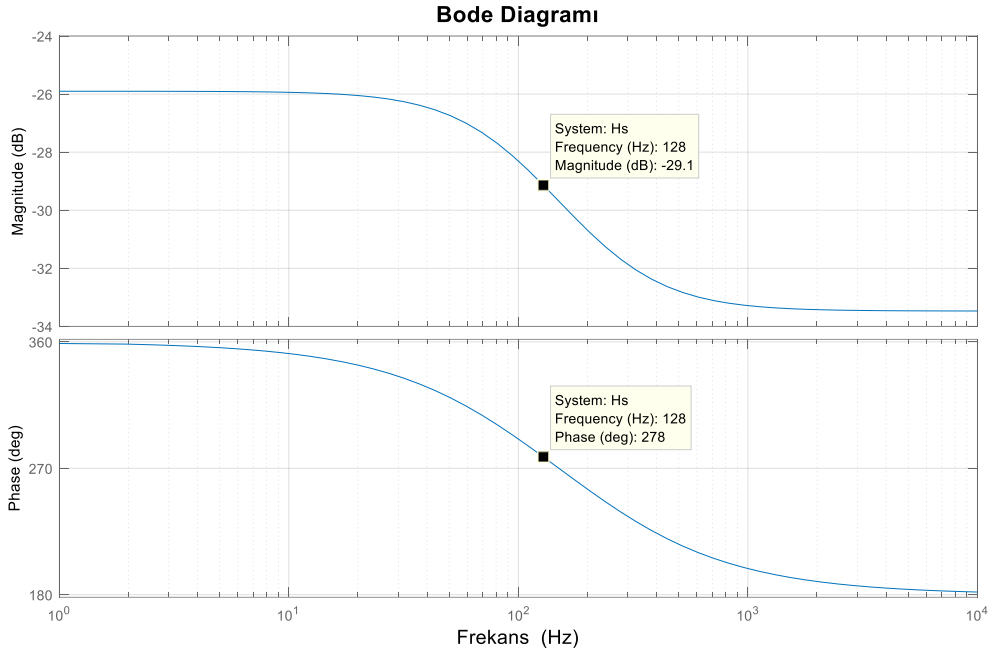
$$ARW = 0.001561 [deg/sec/sqrt(Hz)]$$

$$Bias Instability = 1.165617 [deg/hr]$$

Ayrık zamanlı aktarım işlevi bilineer (tustin) dönüşüm ile sürekli zamanlı aktarım işlevine evrildiğinde,

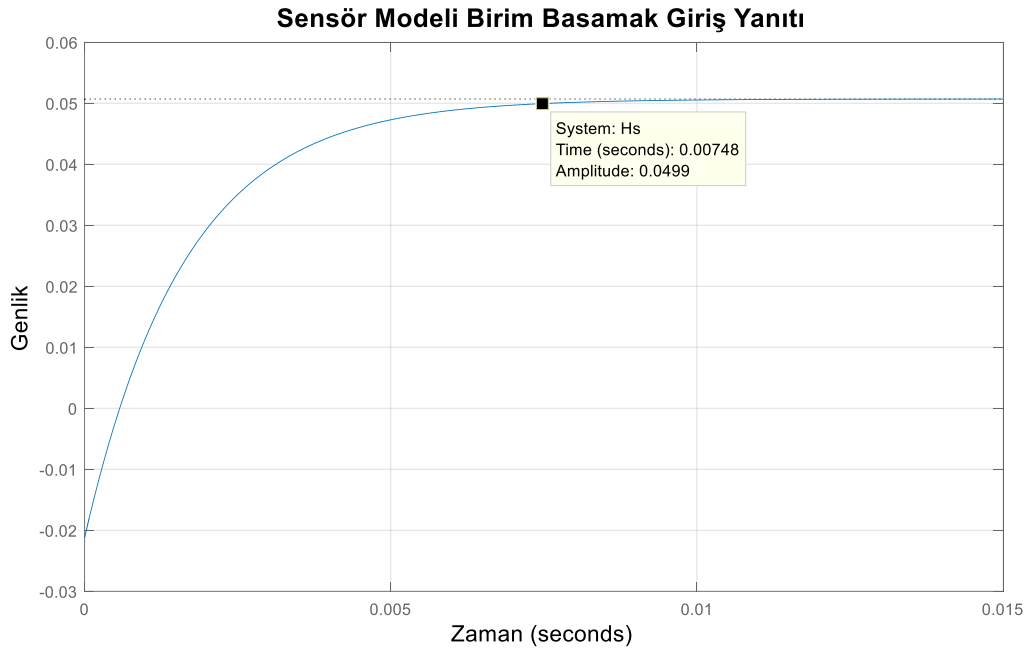
$$H(s) = \frac{-0.0212s + 30.91}{s + 609.7}$$

bulunmaktadır. Bulunan aktarım işlevinin sıfırı $s = 1458$ ve kutbu $s = -609.7$ 'de olup minimum fazlı olmayan bir aktarım işlevi özelliği taşımaktadır. Bu modelin Bode diagramı Şekil 5.14 ile, birim basamak yanıtı ise Şekil 5.15 ile verilmiştir.



Şekil 5.14. Sensör-3 Modeli Bode Diyagramı

Şekil 5.14 üzerinden (3-dB) bant genişliği 128 Hz olarak belirlenmiştir.

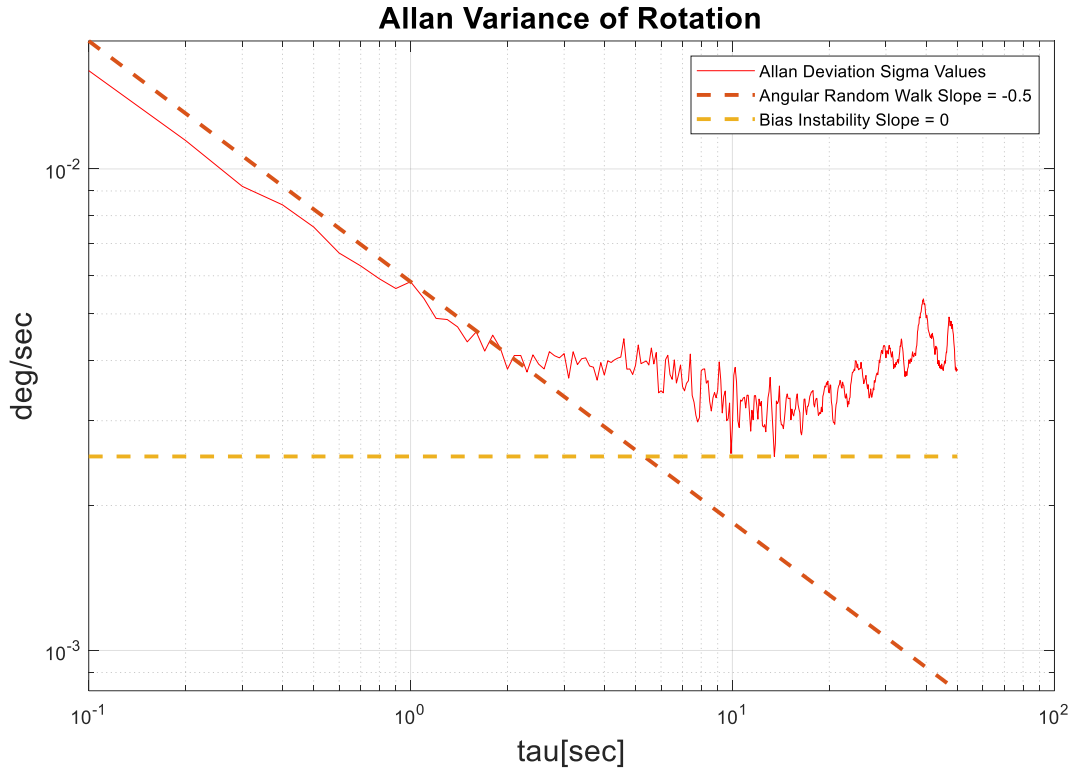


Şekil 5.15. Sensör-3 Sürekli Zaman Modeli Birim Basamak Yanıtı

Şekil 5.15'te gösterilen minimum fazlı olmayan yapıya bağlı olarak ters aşım (undershoot) gözlemlenmektedir. Modelin yerleşme zamanı %2'lik bant için yaklaşık 7.5 milisaniye olarak belirlenmiştir.

Sensor-4 MEMS Dönüölçer (Thales NavChip3 IMU)

Tek ekseninde durağan halde ve 100 Hz örnekleme frekansı ile toplanan 50 saniyelik sensör verisine Allan Değişinti yöntemi uygulandığı elde edilen Allan Değişinti diyagramı Şekil 5.16'da gösterilmiştir.



Şekil 5.16. Sensör-4 (MEMS Dönüölçer) Allan Variance Sonucu

Sensör 4'e ait rastlantısal hata parametresi katsayıları Şekil 5.16 üzerinden bulunmuştur,

$$ARW = 0.005831 [deg/sec/sqrt(Hz)]$$

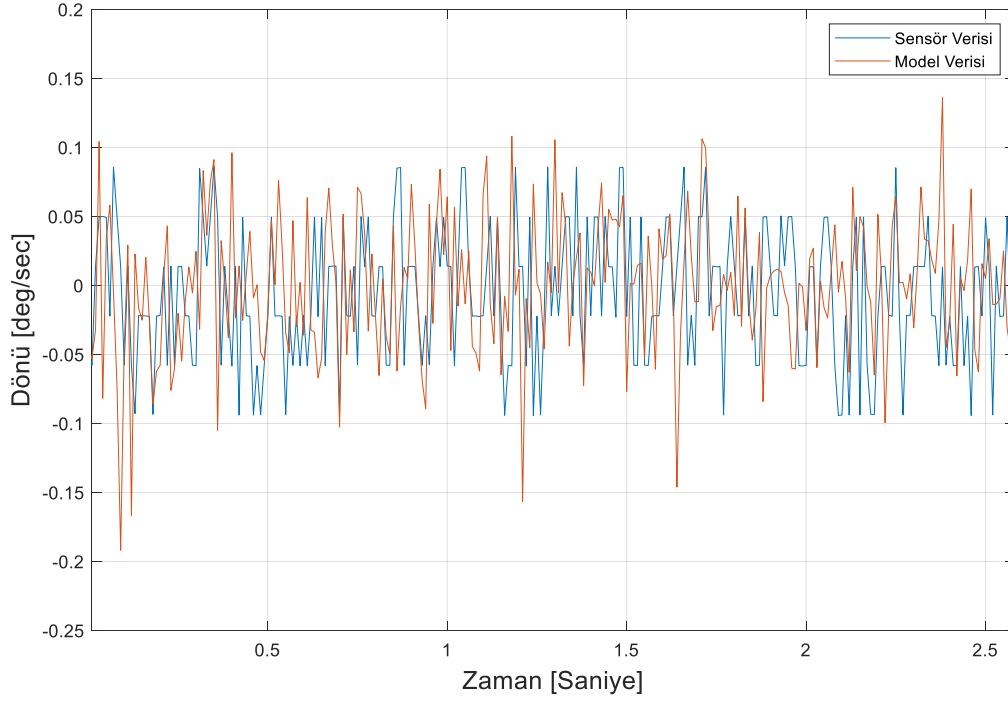
$$Bias Instability = 13.709480 [deg/hr]$$

Sensör-4 verisi kullanılarak Kanonik Korelasyon Analizi uygulandığında,

$$H_4(z) = \frac{-0.3256z - 0.9341}{19.57z - 6.605}$$

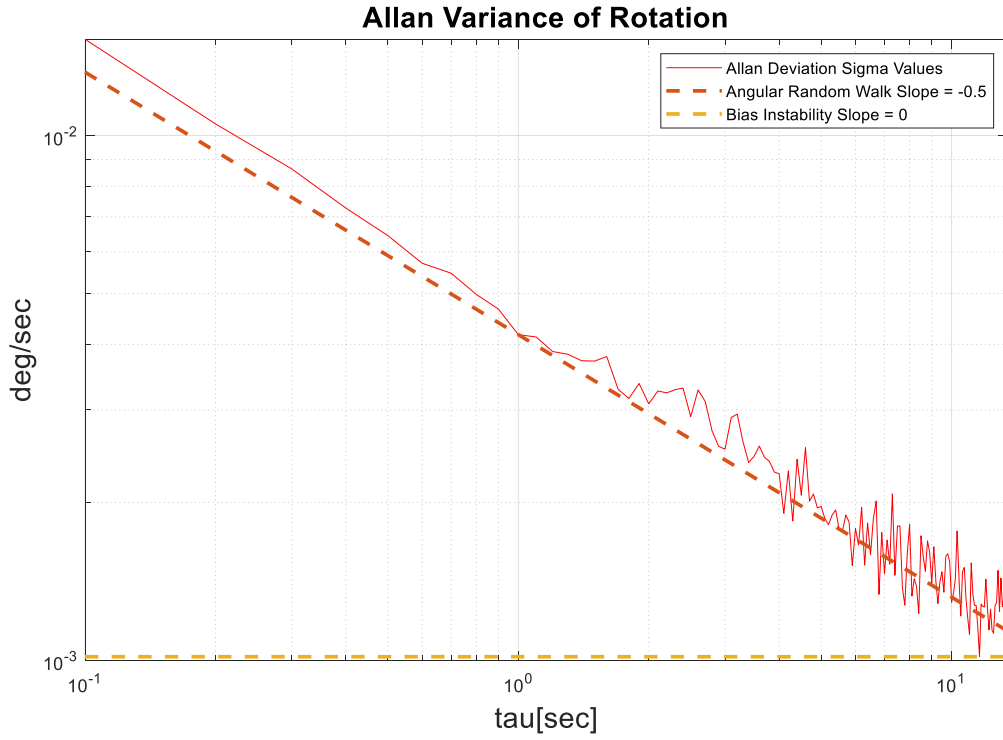
aktarım işlevi elde edilmiştir.

Sensör modeli olarak elde edilen aktarım işlevi girişine standart sapma değeri 1 olan beyaz gürültü verildiğinde elde edilen çıktı ile sensör verisinin bulunduğu grafik Şekil 5.17 ile gösterilmiştir.



Şekil 5.17. Sensör-4 ve Model Çıktı Verisi (Yakınlaştırılmış)

Sentetik model çıktısına Allan Değişinti analizi uygulandığında sonuç Şekil 5.18'deki gibi olmaktadır.



Şekil 5.18. Model-4 Çıkış Verisi Allan Variance Sonucu

Şekil 5.18 üzerinden bulunan model çıktı parametreleri,

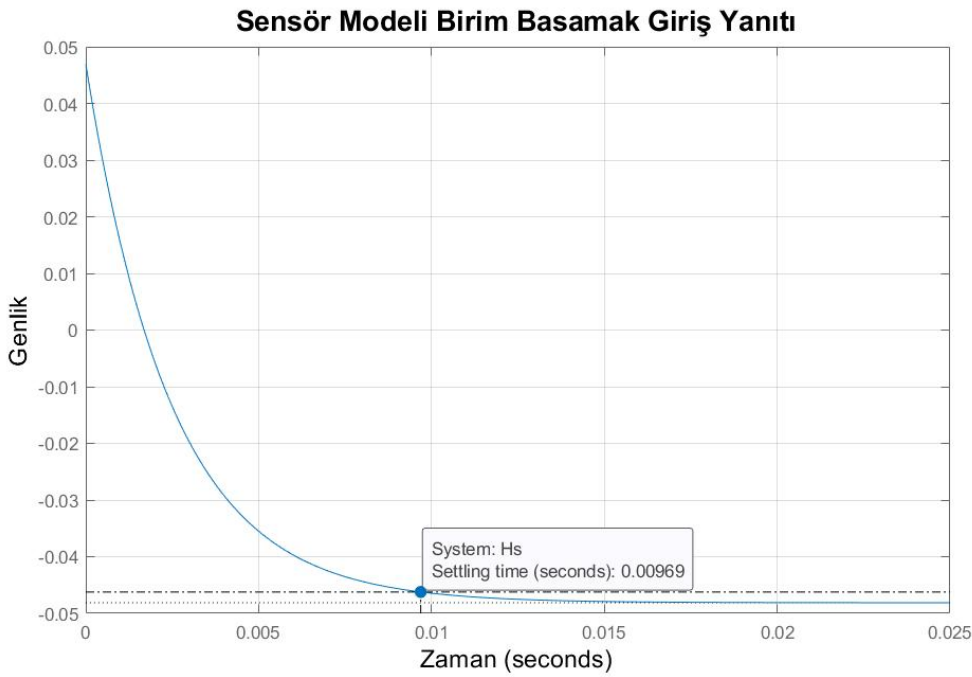
$$ARW = 0.004176 \text{ [deg/sec/sqrt(Hz)]}$$

$$Bias \text{ Instability} = 5.510703 \text{ [deg/hr]}$$

Ayrık zamanlı aktarım işlevi bilineer (tustin) dönüşüm ile sürekli zamanlı aktarım işlevine evrildiğinde,

$$H(s) = \frac{0.04694s - 19.44}{s + 403.8}$$

bulunmaktadır. Bulunan aktarım işlevinin sıfırı $s = 414.0385$ ve kutbu $s = -403.8$ 'de olup minimum fazlı olmayan bir aktarım işlevi özelliği taşımaktadır. Bu modelin birim basamak yanıtı ise Şekil 5.19 ile verilmiştir.

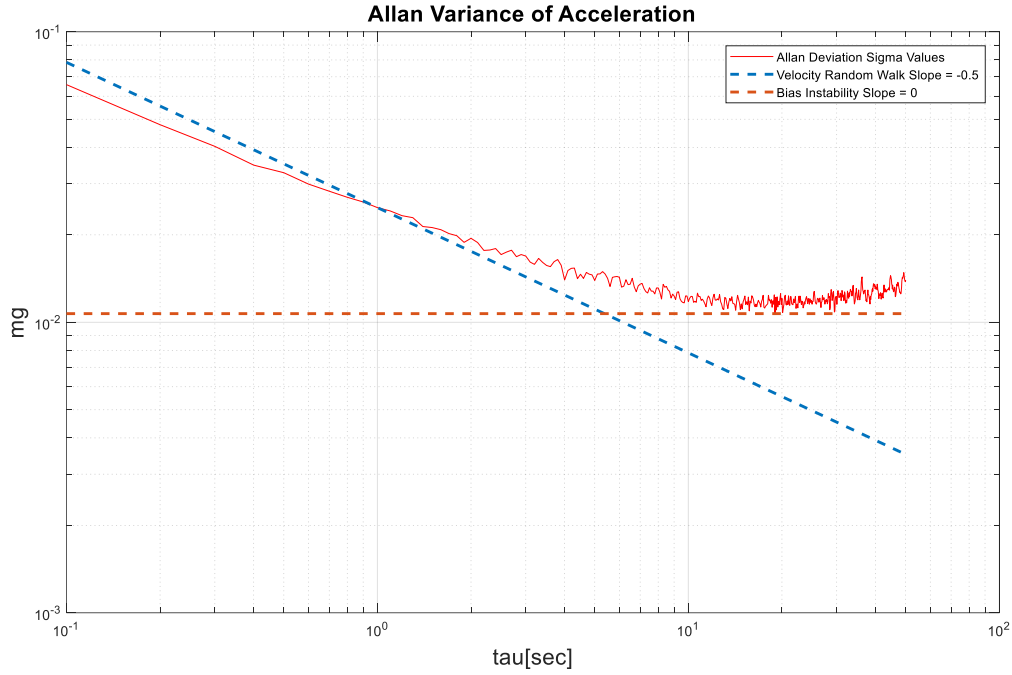


Şekil 5.19. Sensör-4 Sürekli Zaman Modeli Birim Basamak Yanıtı

Şekil 5.19'da gösterilen minimum fazlı olmayan yapıya bağlı olarak ters aşım (undershoot) gözlemlenmektedir. Modelin yerleşme zamanı %2'lik bant için yaklaşık 9.7 milisaniye olarak belirlenmiştir.

Sensor-5 MEMS İvmeölçer (Colybris MS9002)

Tek ekseninde durağan halde ve 1000 Hz örnekleme frekansı ile toplanan 50 saniyelik sensor verisine Allan Değişinti yöntemi uygulandığında elde edilen Allan Değişinti diyagramı Şekil 5.17’de gösterilmiştir.



Şekil 5.20. Sensor-5 (MEMS İvmeölçer) Allan Variance Sonucu

Sensör-5’e ait rastlantısal hata parametresi katsayıları Şekil 5.20 üzerinden bulunmuştur,

$$VRW = 0.024821 [mg/\sqrt{Hz}]$$

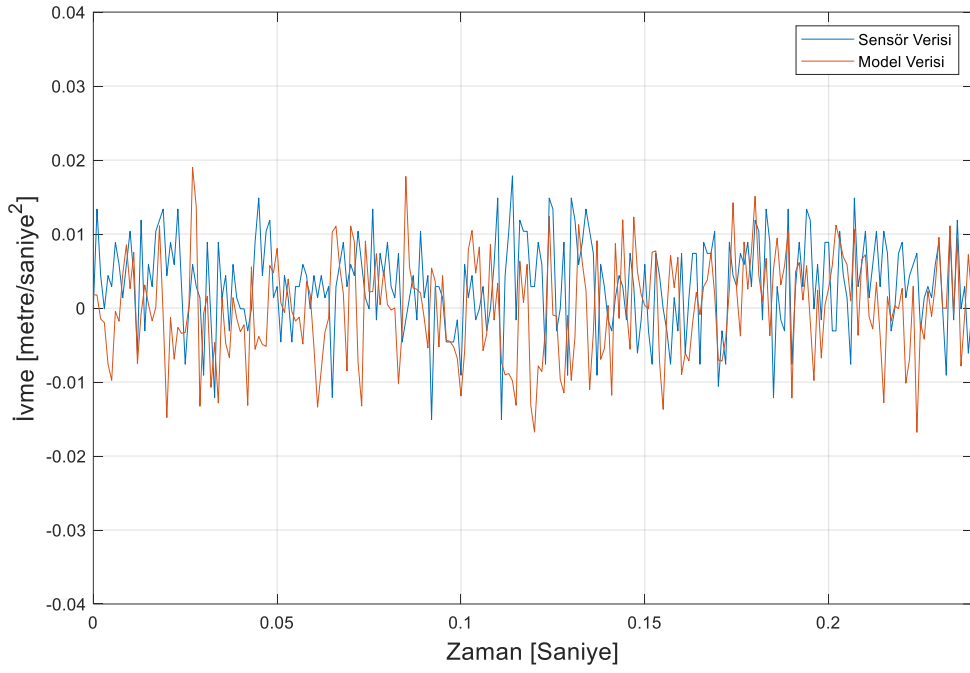
$$Bias Instability = 0.016130 [mg]$$

Sensör-5 verisi kullanılarak Kanonik Korelasyon Analizi uygulandığında,

$$H_5(z) = \frac{0.5067z - 0.8618}{1253z - 811.5}$$

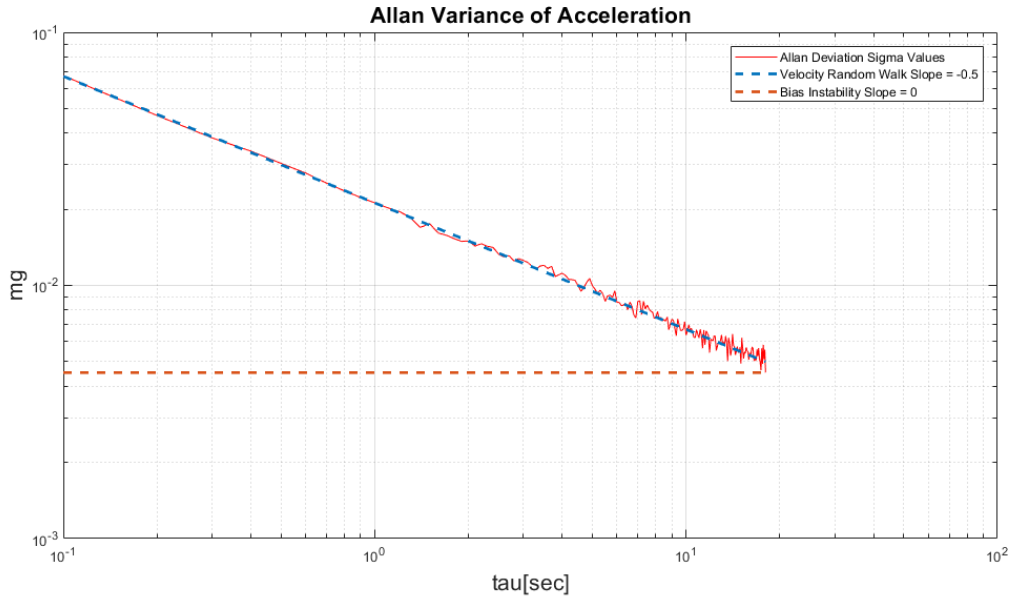
aktarım işlevi elde edilmiştir.

Sensör modeli olarak elde edilen aktarım işlevi girişine standart sapma değeri 1 olan beyaz gürültü verildiğinde elde edilen çıktı ile sensör verisinin bulunduğu grafik Şekil 5.21 ile gösterilmiştir.



Şekil 5.21. Sensör-5 ve Model Çıktı Verisi (Yakınlaştırılmış)

Sentetik model çıktısına Allan Değişinti analizi uygulandığında sonuç Şekil 5.22'deki gibi olmaktadır.



Şekil 5.22. Model-5 Çıkış Verisi Allan Variance Sonucu

Şekil 5.22 üzerinden bulunan model çıktı parametreleri,

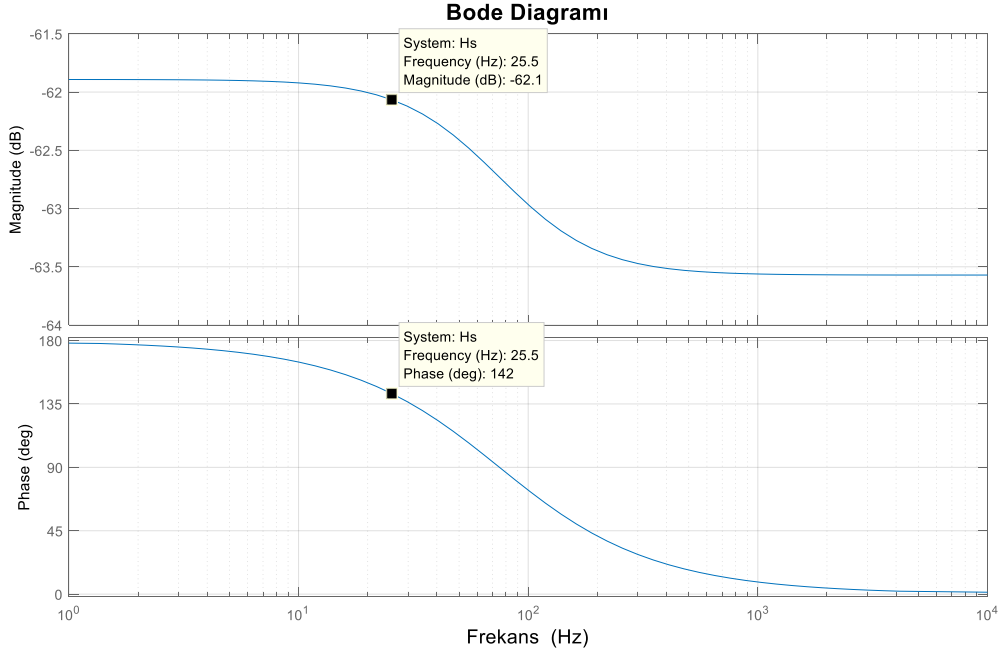
$$VRW = 0.024921 [mg/\sqrt{Hz}]$$

$$Bias\ Instability = 0.008414 [mg]$$

Ayrık zamanlı aktarım işlevi bilinear (tustin) dönüşüm ile sürekli zamanlı aktarım işlevine evrildiğinde,

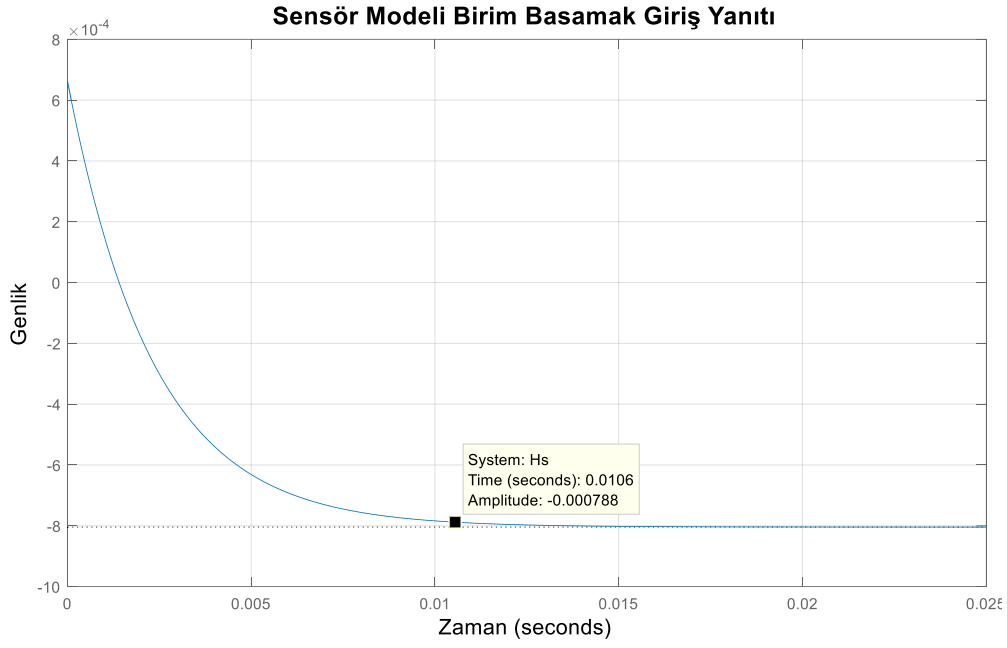
$$H(s) = \frac{0.0006629s - 0.344}{s + 427.7}$$

bulunmaktadır. Bulunan aktarım işlevinin sıfırı $s = 518.9$ ve kutbu $s = -427.7$ 'de olup minimum fazlı olmayan bir aktarım işlevi özelliği taşımaktadır. Bu modelin Bode diagramı Şekil 5.23 ile, birim basamak yanıtı ise Şekil 5.24 ile verilmiştir.



Şekil 5.23. Sensör-5 Modeli Bode Diyagramı

Şekil 5.23 üzerinden (3-dB) bant genişliği 25.5 Hz olarak belirlenmiştir.

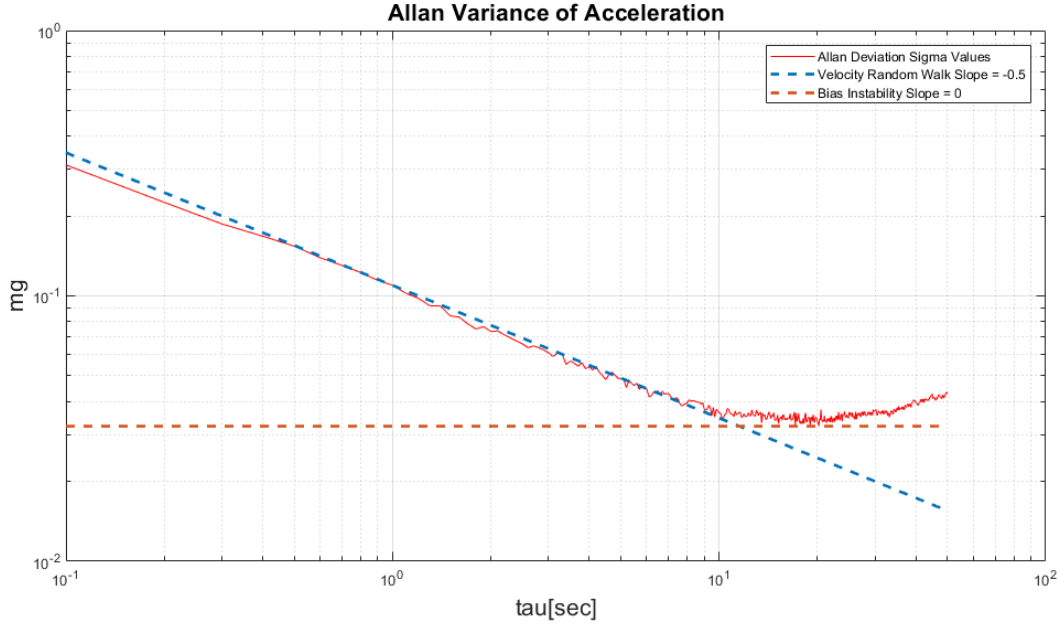


Şekil 5.24. Sensör-4 Sürekli Zaman Modeli Birim Basamak Yanıtı

Şekil 5.24'te gösterilen minimum fazlı olmayan yapıya bağlı olarak ters aşım (undershoot) gözlemlenmektedir. Modelin yerleşme zamanı %2'lik bant için yaklaşık 10.6 milisaniye olarak belirlenmiştir.

Sensor-6 MEMS İvmeölçer (Microsystems)

Tek ekseninde durağan halde ve 1000 Hz örnekleme frekansı ile toplanan 50 saniyelik sensor verisine Allan Değişinti yöntemi uygulandığında elde edilen Allan Değişinti diyagramı Şekil 5.25'te gösterilmiştir.



Şekil 5.25. Sensor-6 Allan Variance Sonucu

Şekil 5.25 üzerinden bulunan model çıktı parametreleri,

$$VRW = 0.109612 [mg/\sqrt{Hz}]$$

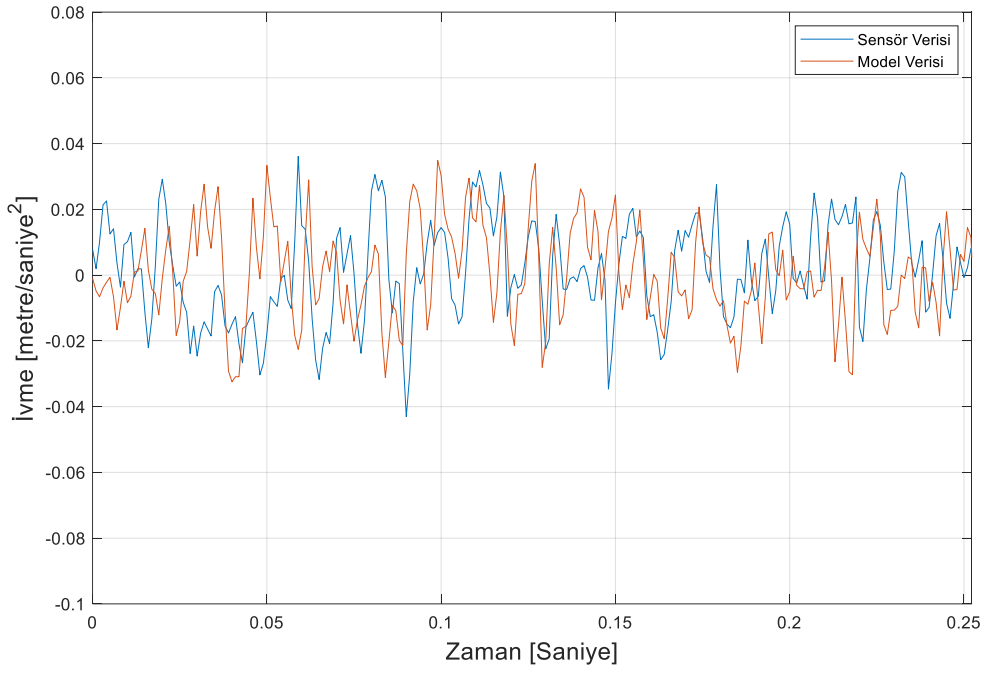
$$Bias Instability = 0.048634 [mg]$$

Sensör-6 verisi kullanılarak Kanonik Korelasyon Analizi uygulandığında,

$$H_6(z) = \frac{-0.09312z - 0.9965}{995z - 729.1}$$

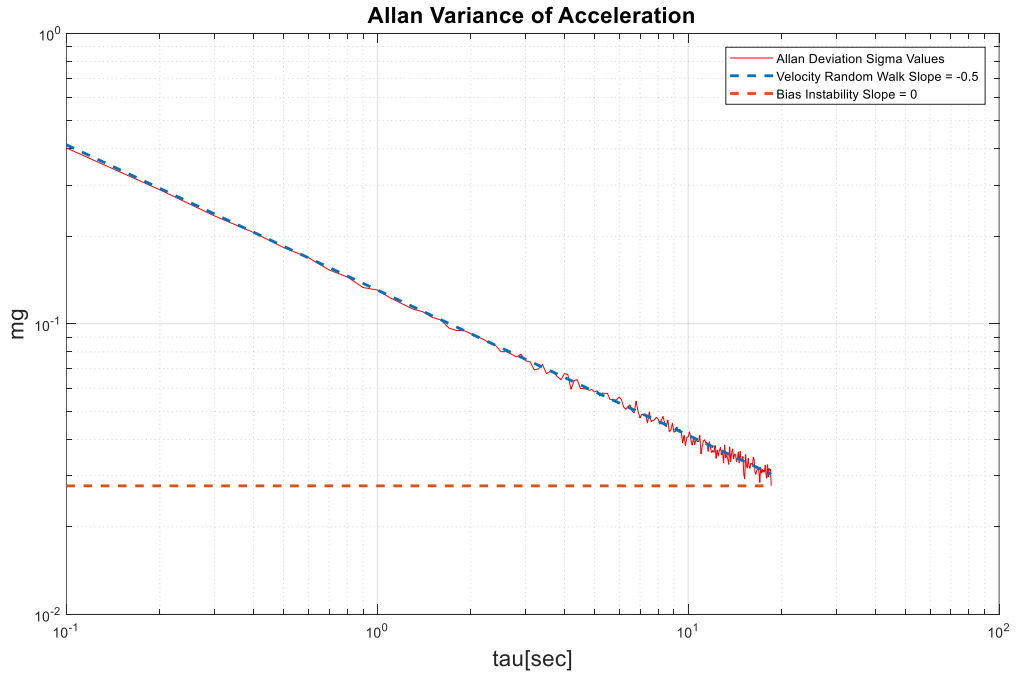
aktarım işlevi elde edilmiştir.

Sensör modeli olarak elde edilen aktarım işlevi girişine standart sapma değeri 1 olan beyaz gürültü verildiğinde elde edilen çıktı ile sensör verisinin bulunduğu grafik Şekil 5.26 ile gösterilmiştir.



Şekil 5.26. Sensör-6 ve Model Çıktı Verisi (Yakınlaştırılmış)

Sentetik model çıktısına Allan Değişinti analizi uygulandığında sonuç Şekil 5.27'deki gibi olmaktadır.



Şekil 5.27. Model-6 Çıkış Verisi Allan Variance Sonucu

Şekil 5.27 üzerinden bulunan model çıktı parametreleri,

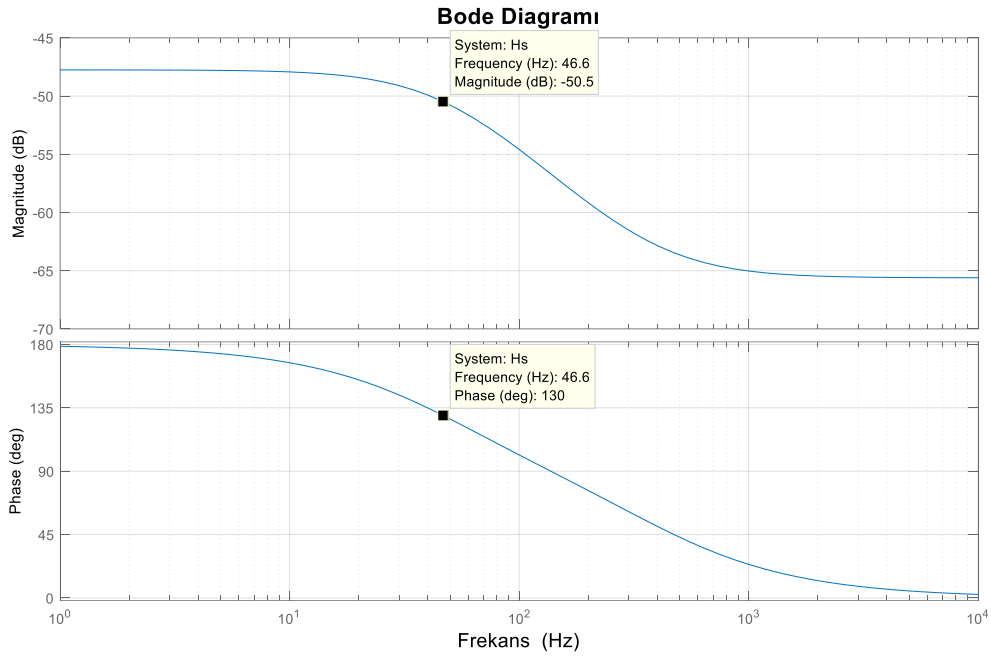
$$VRW = 0.13075[mg/\sqrt{Hz}]$$

$$Bias\ Instability = 0.041675 [mg]$$

Ayrık zamanlı aktarım işlevi bilinear (tustin) dönüşüm ile sürekli zamanlı aktarım işlevine evrildiğinde,

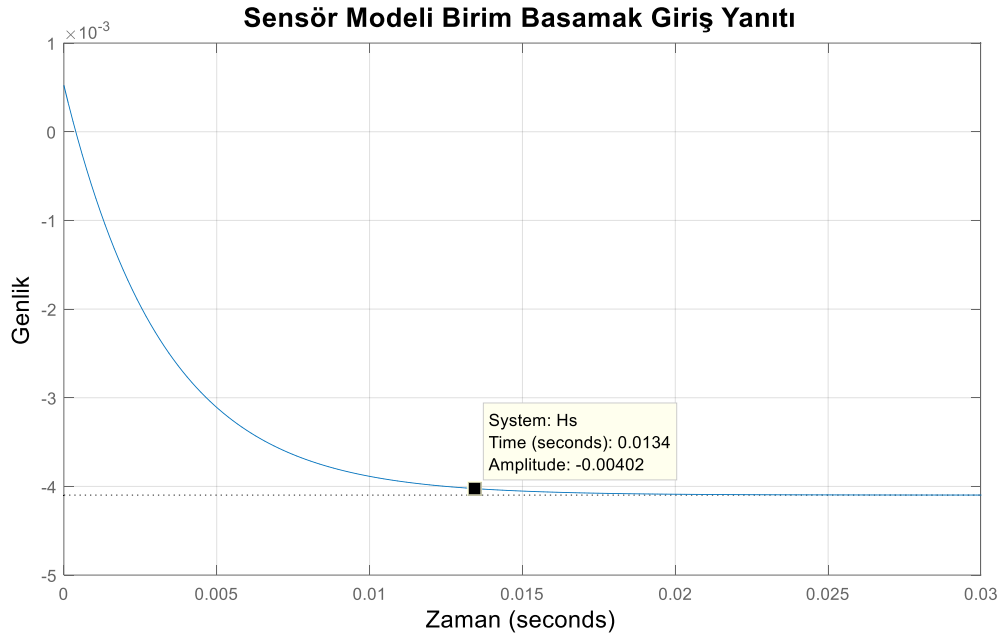
$$H(s) = \frac{0.000524s - 1.264}{s + 308.5}$$

bulunmaktadır. Bulunan aktarım işlevinin sıfırı $s = 2412$ ve kutbu $s = -308.5$ 'te olup minimum fazlı olmayan bir aktarım işlevi özelliği taşımaktadır. Bu modelin Bode diagramı Şekil 5.28 ile, birim basamak yanıtı ise Şekil 5.29 ile verilmiştir.



Şekil 5.28. Sensör-6 Modeli Bode Diyagramı

Şekil 5.28 üzerinden (3-dB) bant genişliği 46.6 Hz olarak belirlenmiştir.

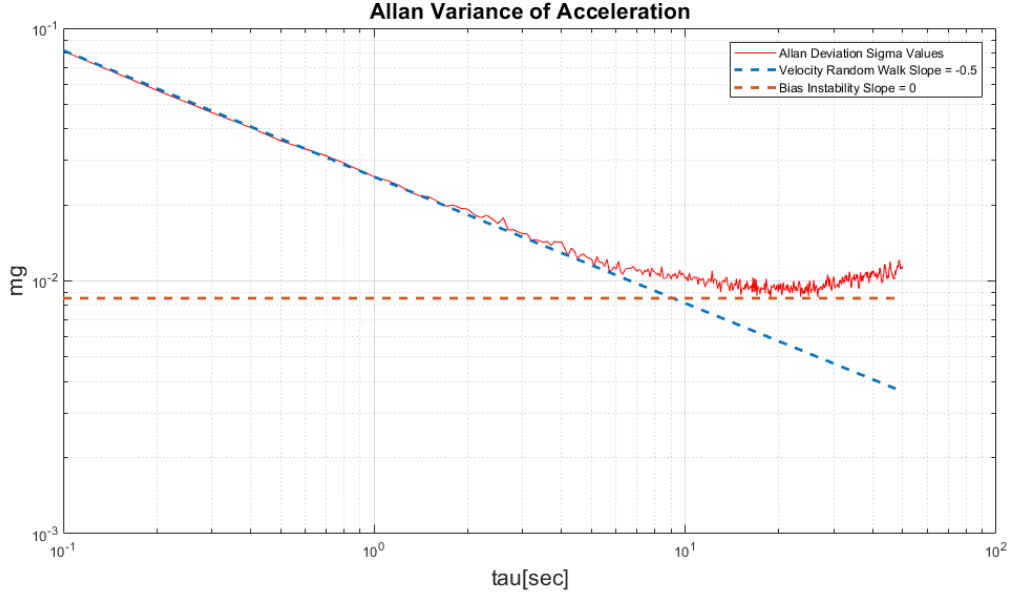


Şekil 5.29. Sensör-6 Sürekli Zaman Modeli Birim Basamak Yanıtı

Şekil 5.29’da gösterilen minimum fazlı olmayan yapıya bağlı olarak ters aşım (undershoot) gözlemlenmektedir. Modelin yerleşme zamanı %2’lik bant için yaklaşık 4 milisaniye olarak belirlenmiştir.

Sensor-7 MEMS İvmeölçer (Gladiator LandMark™ 60)

Tek ekseninde durağan halde ve 1000 Hz örnekleme frekansı ile toplanan 50 saniyelik sensor verisine Allan Değişinti yöntemi uygulandığında elde edilen Allan Değişinti diyagramı Şekil 5.30'da gösterilmiştir.



Şekil 5.30. Sensor-7 (MEMS İvmeölçer) Allan Variance Sonucu

Şekil 5.30 üzerinden bulunan model çıktı parametreleri,

$$VRW = 0.025822 [mg/\sqrt{Hz}]$$

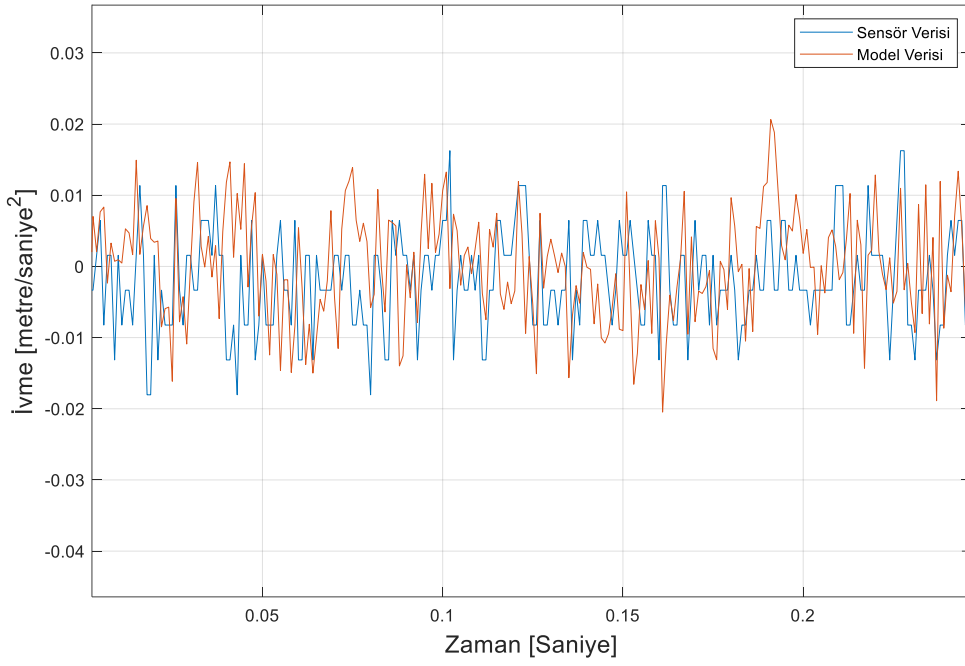
$$Bias Instability = 0.012863 [mg]$$

Sensör-7 verisi kullanılarak Kanonik Korelasyon Analizi uygulandığında,

$$H_7(z) = \frac{0.3489z - 0.936}{1434z - 752.1}$$

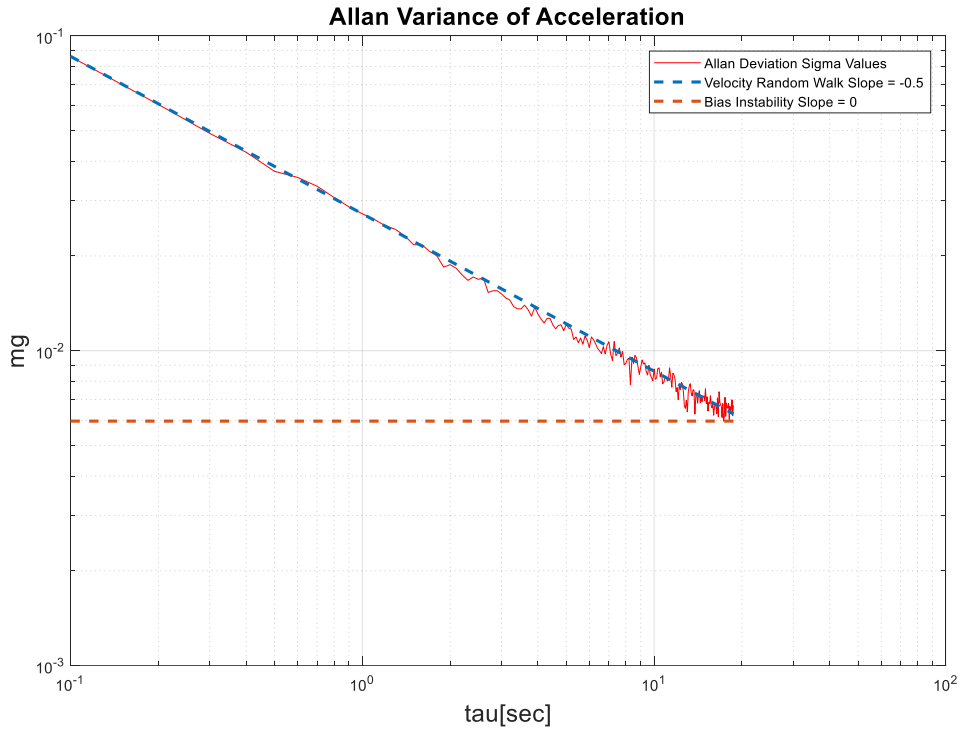
aktarım işlevi elde edilmiştir.

Sensör modeli olarak elde edilen aktarım işlevi girişine standart sapma değeri 1 olan beyaz gürültü verildiğinde elde edilen çıktı ile sensör verisinin bulunduğu grafik Şekil 5.31 ile gösterilmiştir.



Şekil 5.31. Sensör-7 ve Model Çıktı Verisi (Yakınlaştırılmış)

Sentetik model çıktısına Allan Değişinti analizi uygulandığında sonuç Şekil 5.32'deki gibi olmaktadır.



Şekil 5.32. Model-7 Çıkış Verisi Allan Variance Sonucu

Şekil 5.32 üzerinden bulunan model çıktı parametreleri,

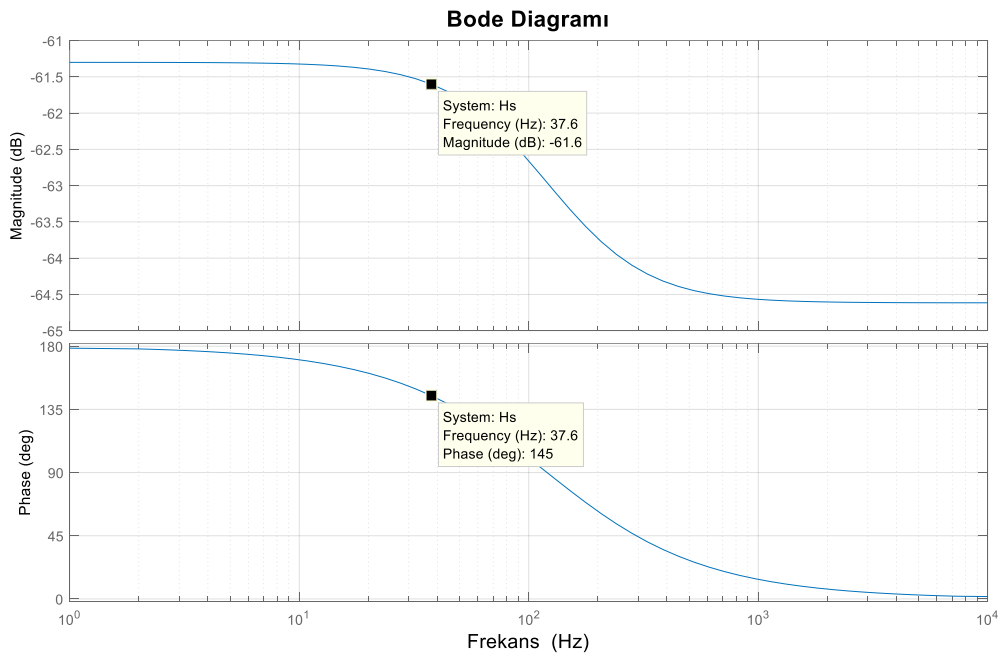
$$VRW = 0.027234 [mg/sqrt(Hz)]$$

$$Bias Instability = 0.009001 [mg]$$

Ayrık zamanlı aktarım işlevi bilineer (tustin) dönüşüm ile sürekli zamanlı aktarım işlevine evrildiğinde,

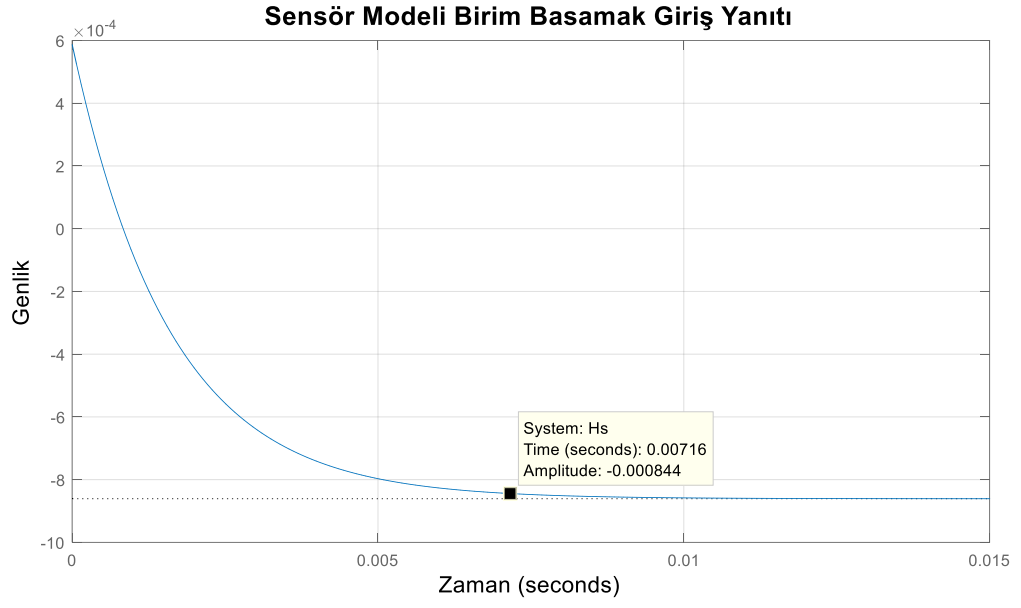
$$H(s) = \frac{0.0005878s - 0.5371}{s + 623.9}$$

bulunmaktadır. Bulunan aktarım işlevinin sıfırı $s = 913.7$ ve kutbu $s = -623.9$ 'da olup minimum fazlı olmayan bir aktarım işlevi özelliği taşımaktadır. Bu modelin Bode diagramı Şekil 5.33 ile, birim basamak yanıtı ise Şekil 5.34 ile verilmiştir.



Şekil 5.33. Sensör-7 Modeli Bode Diyagramı

Şekil 5.33 üzerinden (3-dB) bant genişliği 37.6 Hz olarak belirlenmiştir.

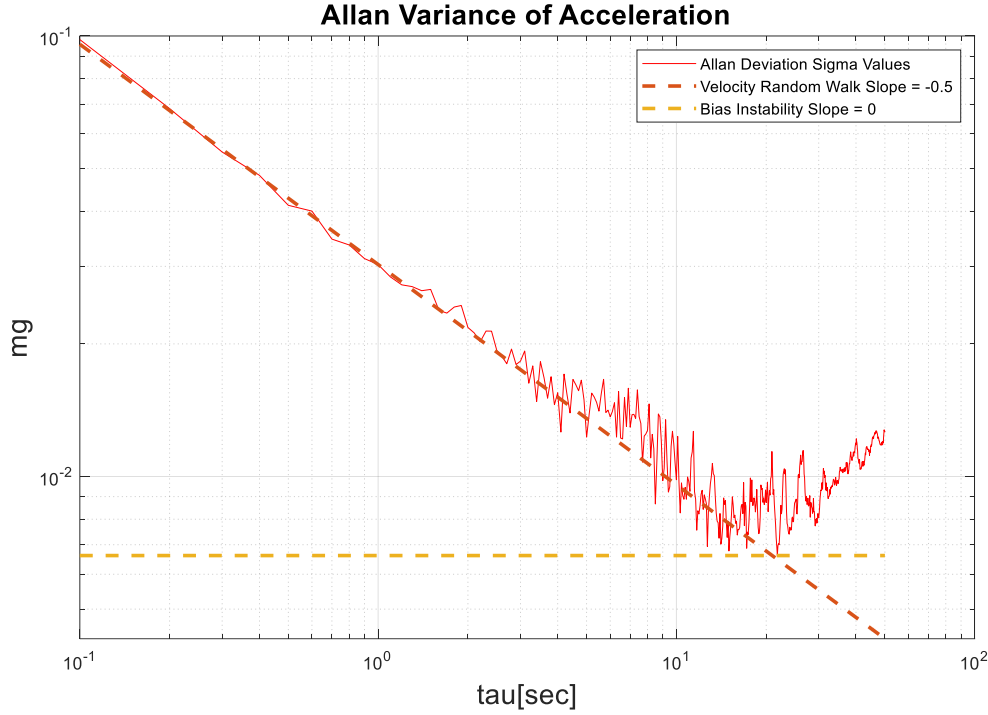


Şekil 5.34. Sensör-7 Sürekli Zaman Modeli Birim Basamak Yanıtı

Şekil 5.34'te gösterilen minimum fazlı olmayan yapıya bağlı olarak ters aşım (undershoot) gözlemlenmektedir. Modelin yerleşme zamanı %2'lik bant için yaklaşık 7 milisaniye olarak belirlenmiştir.

Sensör-8 MEMS İvmeölçer (Thales NavChip 3 IMU)

Tek ekseninde durağan halde ve 100 Hz örnekleme frekansı ile toplanan 50 saniyelik sensör verisine Allan Değişinti yöntemi uygulandığında elde edilen Allan Değişinti diyagramı Şekil 5.35'te gösterilmiştir.



Şekil 35. Sensor-8 (MEMS İvmeölçer) Allan Variance Sonucu

Şekil 5.35 üzerinden bulunan model çıktı parametreleri,

$$VRW = 0.030283 [mg/\sqrt{Hz}]$$

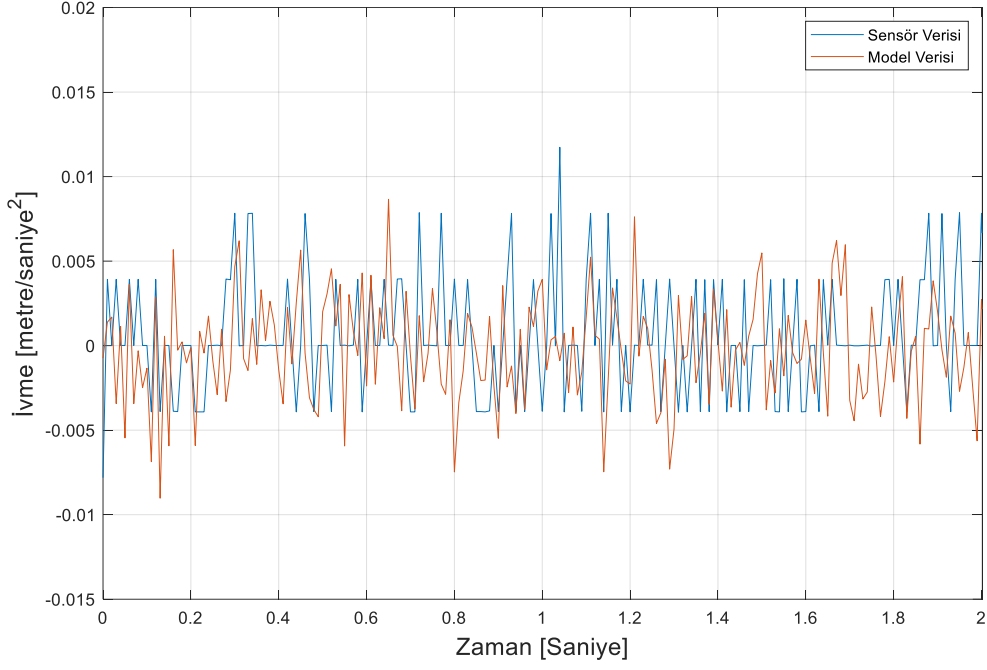
$$Bias Instability = 0.009962 [mg]$$

Sensör-8 verisi kullanılarak Kanonik Korelasyon Analizi uygulandığında,

$$H_8(z) = \frac{-0.529z - 0.8553}{2519z - 1682}$$

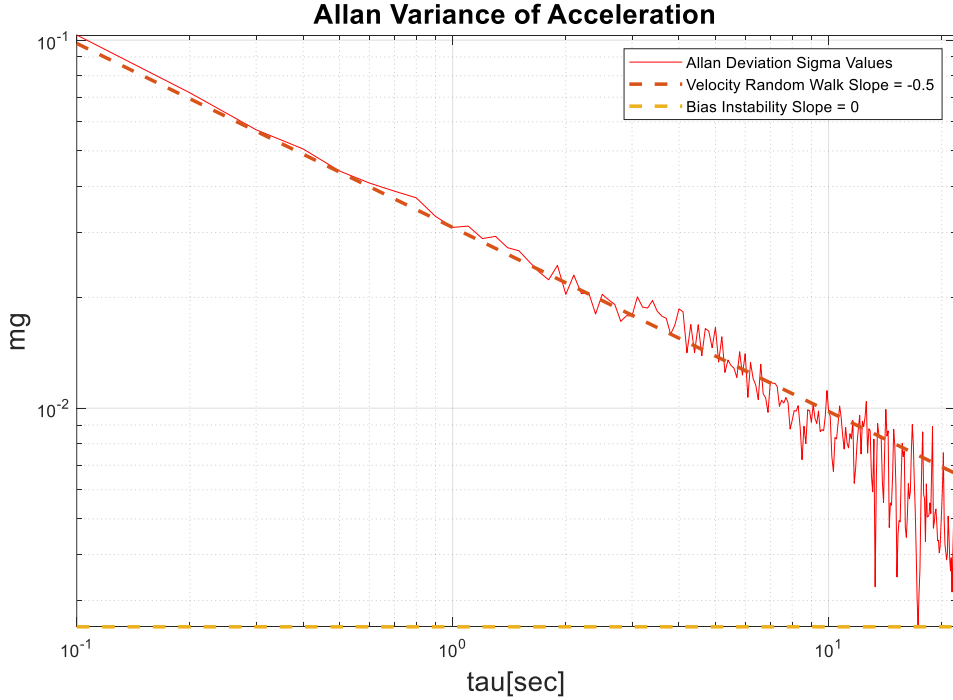
aktarım işlevi elde edilmiştir.

Sensör modeli olarak elde edilen aktarım işlevi girişine standart sapma değeri 1 olan beyaz gürültü verildiğinde elde edilen çıktı ile sensör verisinin bulunduğu grafik Şekil 5.36 ile gösterilmiştir.



Şekil 5.36. Sensör-8 ve Model Çıktı Verisi (Yakınlaştırılmış)

Sentetik model çıktısına Allan Değişinti analizi uygulandığında sonuç Şekil 5.37'deki gibi olmaktadır.



Şekil 5.37. Model-8 Çıkış Verisi Allan Variance Sonucu

Şekil 5.37 üzerinden bulunan model çıktı parametreleri,

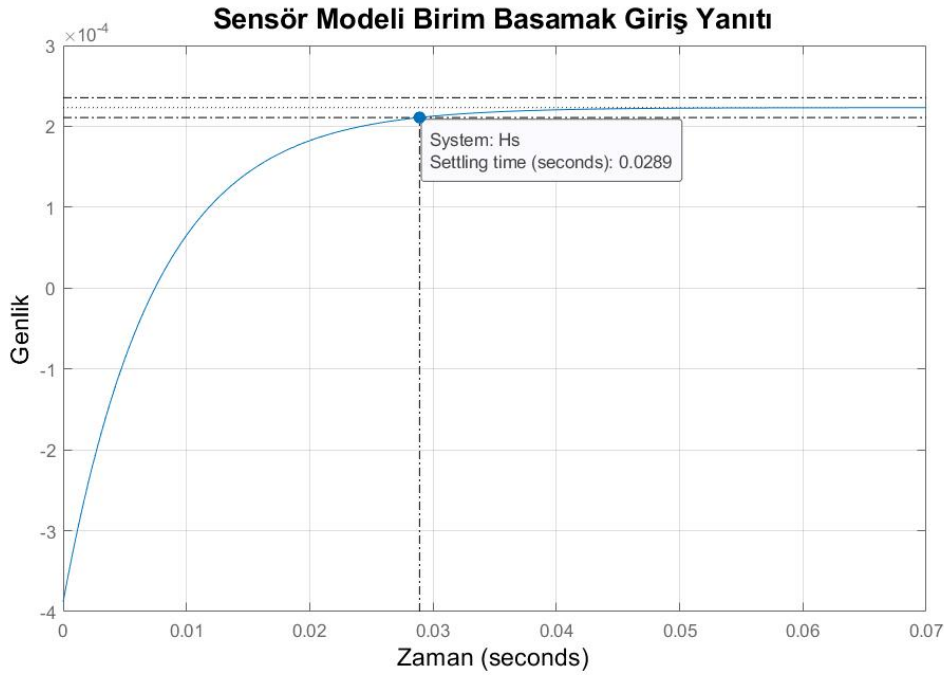
$$VRW = 0.021579 [mg/sqrt(Hz)]$$

$$Bias Instability = 0.005091 [mg]$$

Ayrık zamanlı aktarım işlevi bilinear (tustin) dönüşüm ile sürekli zamanlı aktarım işlevine evrildiğinde,

$$H(s) = \frac{-0.000388s + 0.0302}{s + 135.3}$$

bulunmaktadır. Bulunan aktarım işlevinin sıfırı $s = 77.83$ ve kutbu $s = -135.3$ 'te olup minimum fazlı olmayan bir aktarım işlevi özelliği taşımaktadır. Bu modelin birim basamak yanıtı ise Şekil 5.38 ile verilmiştir.



Şekil 5.38. Sensör-8 Sürekli Zaman Modeli Birim Basamak Yanıtı

5.2. GNSS Almaçları Hata Modellemesi

Bu tez çalışması kapsamında Novatel marka GPS almaçı kullanılmıştır. Bu almaç konum bilgisi olarak enlem, boylam ve yükseklik kanallarından veri sağlarken hız bilgisi olarak da kuzey yönündeki hız, doğu yönündeki hız ve yer çekimi ekseninde yükseklik hızı olarak toplam 6 kanaldan veri sağlamaktadır. Novatel GPS almaçı L1 GPS ve GLONASS uydu sistemlerini kullanmaktadır.

Kanonik Korelasyon Analizi işleminde kullanılmak üzere GPS almaçından sabit pozisyonda veri toplama işlemi 10 Hz örnekleme frekansı ile gerçekleştirilmiştir. Toplanan veriden gerçek konumun enlem ve boylam değerleri çıkarılarak veri hata sinyali olarak değerlendirilmiştir.

Enlem

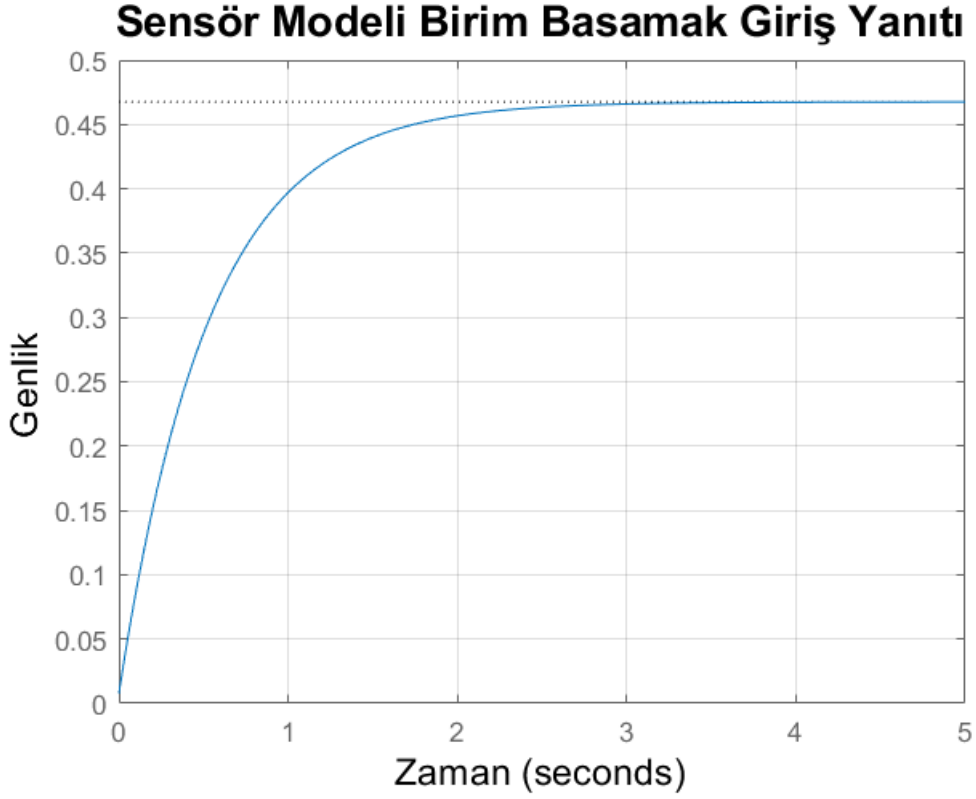
Küresel konumlama sisteminden elde edilen enlem verisi ve simülasyon ortamında oluşturulan beyaz gürültü sinyali kullanılarak kanonik korelasyon analizi yöntemi uygulanmış ve aşağıdaki ayırık zamanlı hata modeli elde edilmiştir.

$$H_7(z) = \frac{0.8208z + 0.5819}{17.49z - 14.49}$$

Elde edilen ayırık zamanlı aktarım işlevi bilineer dönüşüm ile sürekli zamanlı aktarım işlevine dönüştürülmüştür ve aşağıdaki kutup sıfır dağılımı elde edilmiştir.

$$H(s) = \frac{0.007472s + 0.8772}{s + 1.872}$$

Elde edilen aktarım işlevinin sıfırı $s = -117.4$ ve kutbu $s = -1.872$ olarak belirlenmiştir. Bu aktarım işlevine ait birim basamak yanıtı Şekil 5.31'de gösterilmektedir. Bu birim basamak yanıtından görüldüğü üzere yerleşme zamanı yaklaşık 3 saniyedir.



Şekil 5.31. GPS Enlem Kanalı Modeli için Birim Basamak Yanıtı

Boylam

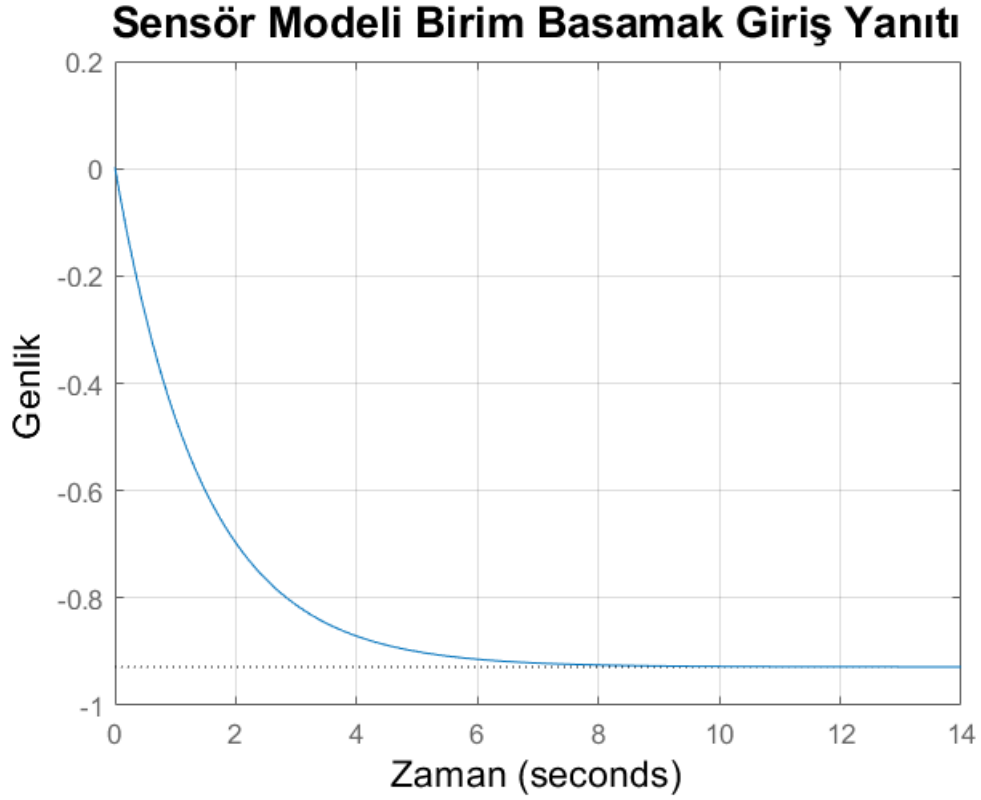
Küresel konumlama sisteminden elde edilen boylam verisi ve simülasyon ortamında oluşturulan beyaz gürültü sinyali kullanılarak kanonik korelasyon analizi yöntemi uygulanmış ve aşağıdaki ayrık zamanlı hata modeli elde edilmiştir.

$$H_8(z) = \frac{-0.6386z - 0.7541}{22.28z - 20.78}$$

Elde edilen ayrık zamanlı aktarım işlevi bilineer dönüşüm ile sürekli zamanlı aktarım işlevine dönüştürülmüştür ve aşağıdaki kutup sıfır dağılımı elde edilmiştir.

$$H(s) = \frac{0.002684s - 0.6469}{s + 0.697}$$

Elde edilen aktarım işlevinin sıfırı $s = 241$ ve kutbu $s = -0.697$ olarak belirlenmiştir. Bu aktarım işlevine ait birim basamak yanıtı Şekil 5.32’de gösterilmektedir. Bu birim basamak yanıtından görüldüğü üzere yerleşme zamanı yaklaşık 8 saniyedir.



Şekil 5.32. GPS Boylam Kanalı Modeli için Birim Basamak Yanıtı

Yükseklik

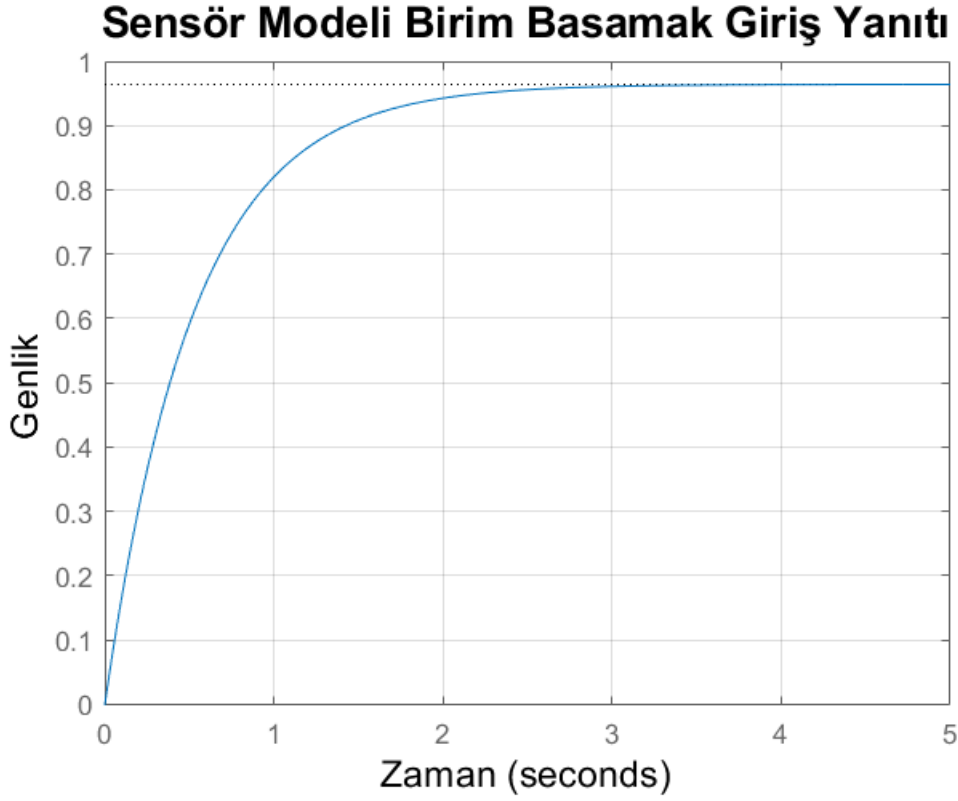
Küresel konumlama sisteminden elde edilen yükseklik verisi ve simülasyon ortamında oluşturulan beyaz gürültü sinyali kullanılarak kanonik korelasyon analizi yöntemi uygulanmış ve aşağıdaki ayrık zamanlı hata modeli elde edilmiştir.

$$H_9(z) = \frac{0.6981z + 0.721}{8.473z - 7.001}$$

Elde edilen ayrık zamanlı aktarım işlevi bilineer dönüşüm ile sürekli zamanlı aktarım işlevine dönüştürülmüştür ve aşağıdaki kutup sıfır dağılımı elde edilmiştir.

$$H(s) = \frac{-0.00148s + 1.834}{s + 1.903}$$

Elde edilen aktarım işlevinin sıfırı $s = 1239$ ve kutbu $s = -1.903$ olarak belirlenmiştir. Bu aktarım işlevine ait birim basamak yanıtı Şekil 5.33'te gösterilmektedir. Bu birim basamak yanıtından görüldüğü üzere yerleşme zamanı yaklaşık 3 saniyedir.



Şekil 5.33. GPS Yükseklik Kanalı Modeli için Birim Basamak Yanıtı

Hız-Kuzey (V-North)

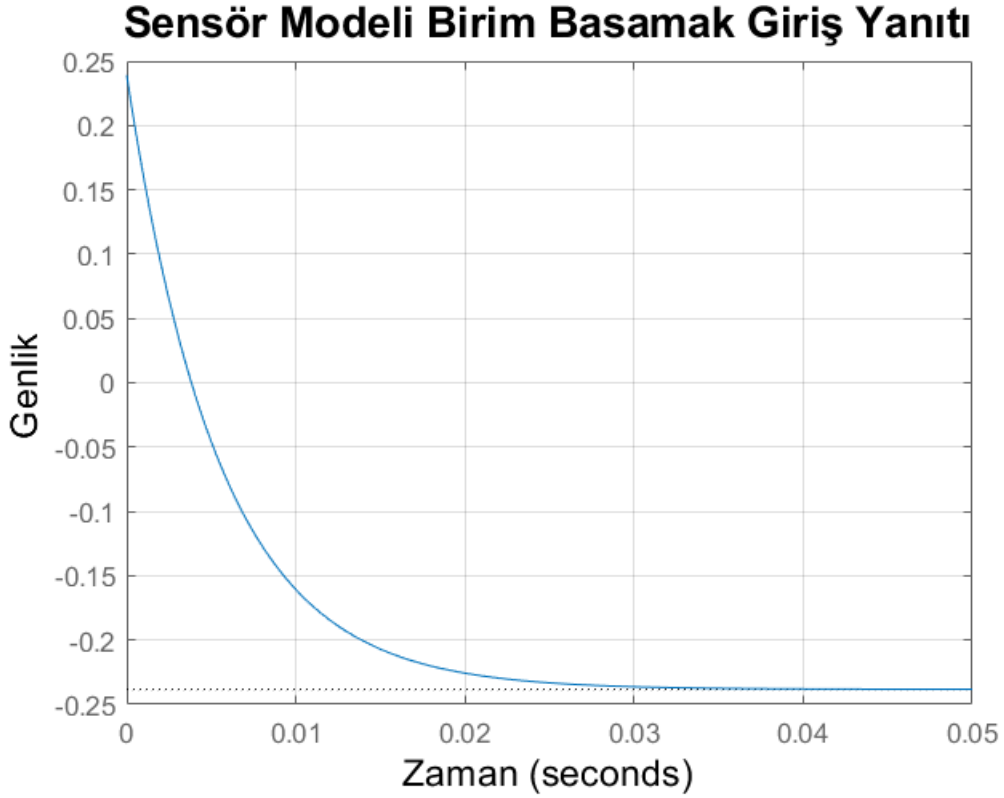
Küresel konumlama sisteminden elde edilen sabit pozisyondaki hız verisi ve simülasyon ortamında oluşturulan beyaz gürültü sinyali kullanılarak kanonik korelasyon analizi yöntemi uygulanmış ve aşağıdaki ayrık zamanlı hata modeli elde edilmiştir.

$$H_{10}(z) = \frac{-0.6308z - 0.7874}{3.303z + 2.648}$$

Elde edilen ayrık zamanlı aktarım işlevi bilineer dönüşüm ile sürekli zamanlı aktarım işlevine dönüştürülmüştür ve aşağıdaki kutup sıfır dağılımı elde edilmiştir.

$$H(s) = \frac{0.239s - 43.3}{s + 181.7}$$

Elde edilen aktarım işlevinin sıfırı $s = 181$ ve kutbu $s = -181.7$ olarak belirlenmiştir. Bu aktarım işlevine ait birim basamak yanıtı Şekil 5.34'te gösterilmektedir. Bu birim basamak yanıtından görüldüğü üzere yerleşme zamanı yaklaşık 30 milisaniyedir.



Şekil 5.34. GPS Hız-Kuzey Kanalı Modeli için Birim Basamak Yanıtı

Hız-Doğu (V-East)

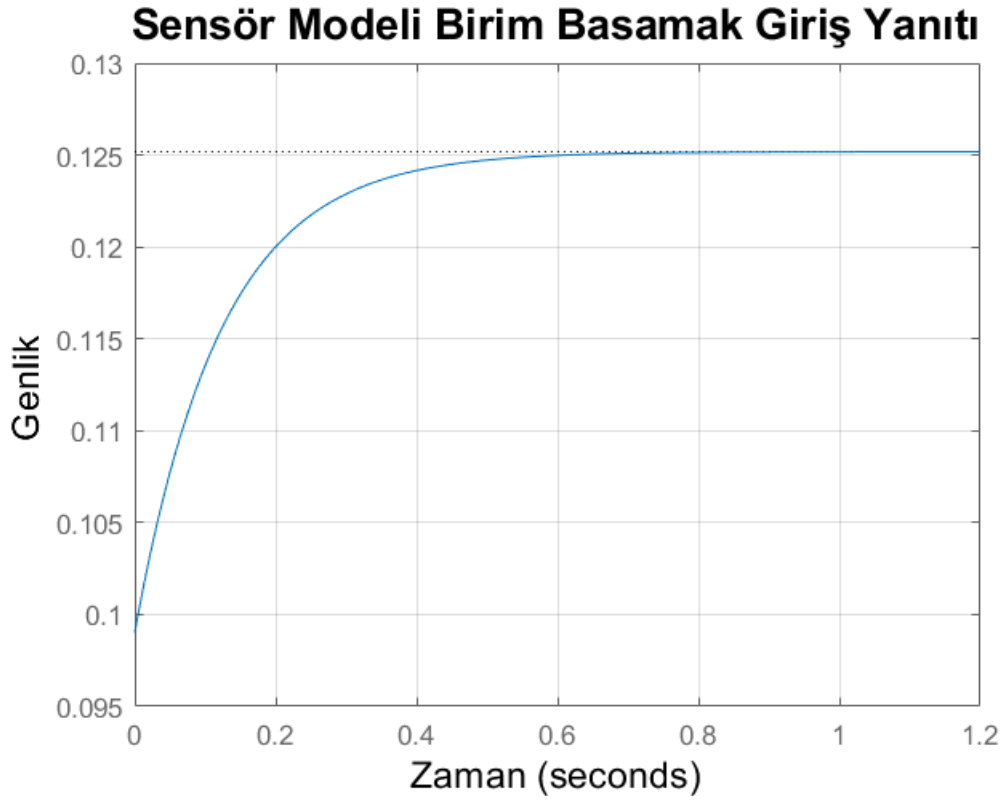
Küresel konumlama sisteminden elde edilen sabit pozisyondaki hız verisi ve simülasyon ortamında oluşturulan beyaz gürültü sinyali kullanılarak kanonik korelasyon analizi yöntemi uygulanmış ve aşağıdaki ayrık zamanlı hata modeli elde edilmiştir.

$$H_{11}(z) = \frac{0.9436z - 0.3043}{8.855z - 3.748}$$

Elde edilen ayrık zamanlı aktarım işlevi bilineer dönüşüm ile sürekli zamanlı aktarım işlevine dönüştürülmüştür ve aşağıdaki kutup sıfır dağılımı elde edilmiştir.

$$H(s) = \frac{0.09902s + 1.015}{s + 8.104}$$

Elde edilen aktarım işlevinin sıfırı $s = -10.25$ ve kutbu $s = -8.1$ olarak belirlenmiştir. Bu aktarım işlevine ait birim basamak yanıtı Şekil 5.35'te gösterilmektedir. Bu birim basamak yanıtından görüldüğü üzere yerleşme zamanı yaklaşık 60 milisaniyedir.



Şekil 5.35. GPS Hız-Doğu Kanalı Modeli için Birim Basamak Yanıtı

Hız-Yükseklik (V-up)

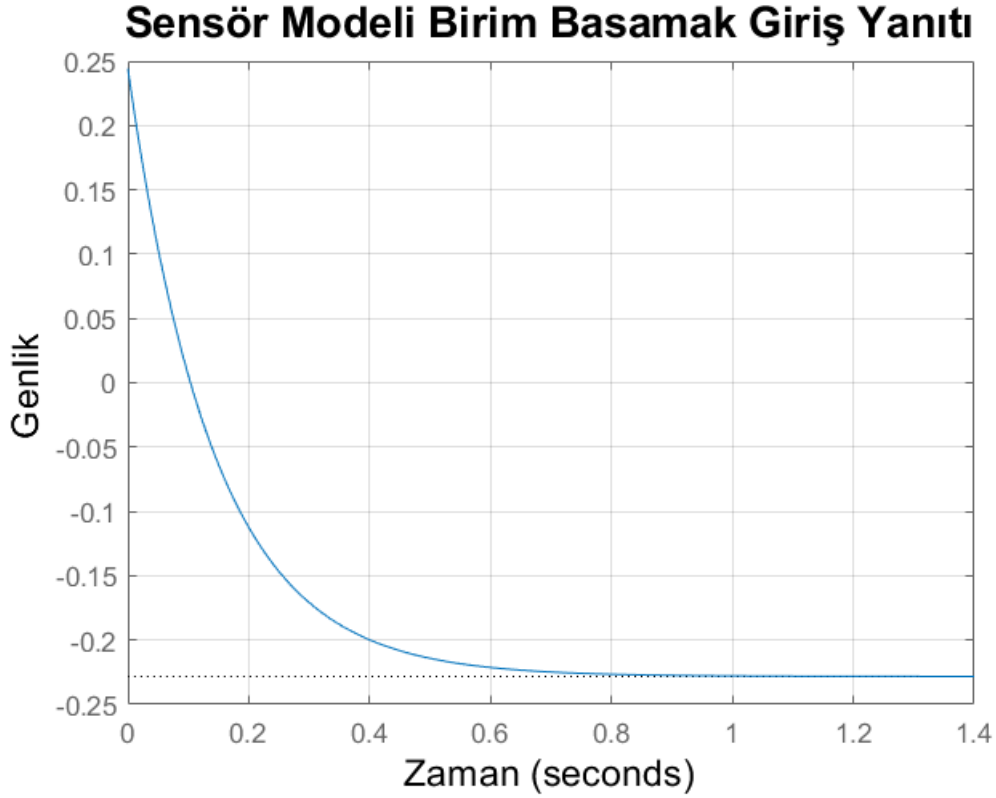
Küresel konumlama sisteminden elde edilen sabit pozisyonadaki hız verisi ve simülasyon ortamında oluşturulan beyaz gürültü sinyali kullanılarak kanonik korelasyon analizi yöntemi uygulanmış ve aşağıdaki ayrık zamanlı hata modeli elde edilmiştir.

$$H_{12}(z) = \frac{0.4597z - 0.9096}{3.79z - 1.819}$$

Elde edilen ayrık zamanlı aktarım işlevi bilineer dönüşüm ile sürekli zamanlı aktarım işlevine dönüştürülmüştür ve aşağıdaki kutup sıfır dağılımı elde edilmiştir.

$$H(s) = \frac{0.2442s - 1.604}{s + 7.028}$$

Elde edilen aktarım işlevinin sıfırı $s = 6.6$ ve kutbu $s = -7.03$ olarak belirlenmiştir. Bu aktarım işlevine ait birim basamak yanıtı Şekil 5.36'da gösterilmektedir. Bu birim basamak yanıtından görüldüğü üzere yerleşme zamanı yaklaşık 0.8 saniyedir.



Şekil 5.36. GPS Hız-Yükseklik Kanalı Modeli için Birim Basamak Yanıtı

5.3. Manyetometre (Thales NavChip 3) Hata Modellemesi

Bu tez çalışması kapsamında manyetometre verisi manyetik alan ölçümü olarak elde edilmiştir. Manyetometre ile eş zamanlı olarak toplanan ivme verileri kullanılarak yönelim açısı elde edilmiştir. Kanonik Korelasyon analizi ile manyetometre için elde edilen ayrık zamanlı aktarım işlevi,

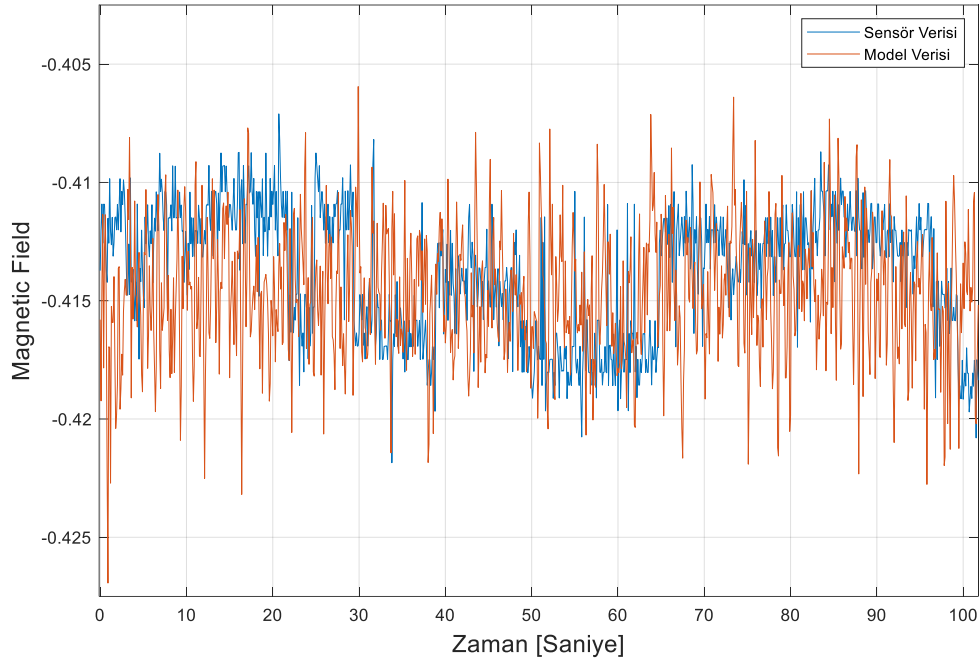
$$H(z) = \frac{-0.6155z - 0.7679}{339.2z + 47.59}$$

Bilineer dönüşüm ile manyetometre için elde edilen sürekli zamanlı aktarım işlevi,

$$H(s) = \frac{0.0005225s - 0.09488}{s + 26.53}$$

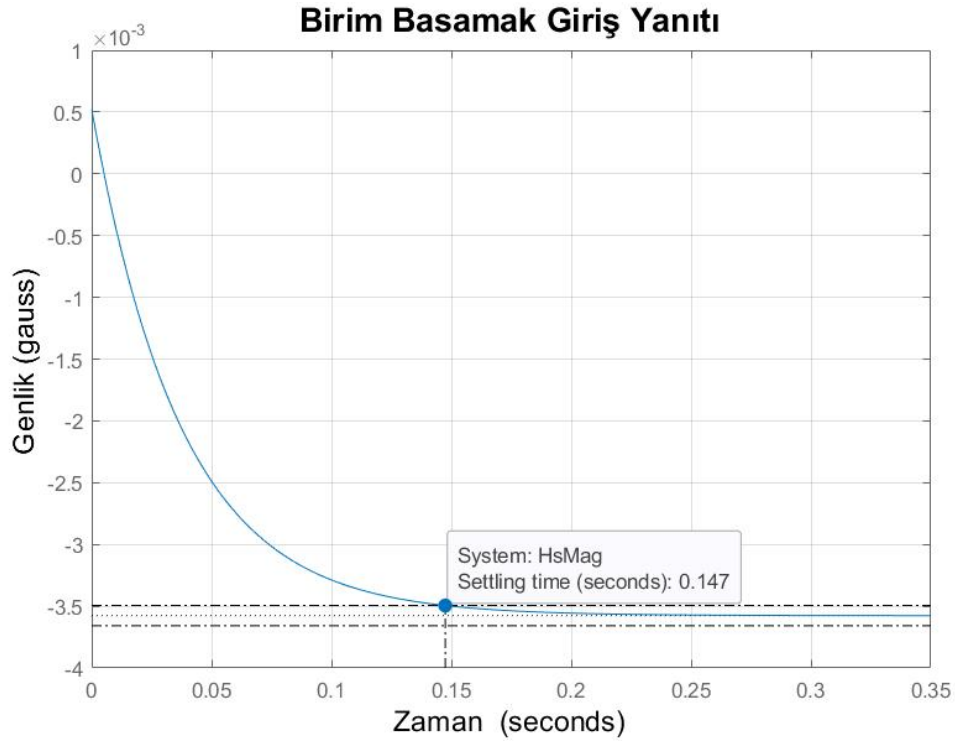
Elde edilen aktarım işlevinin sıfırı $s = 181.5$ ve kutbu $s = -26.53$ olarak belirlenmiştir.

Manyetometre verisi ve model verisi Şekil 5.37’de gösterilmektedir.



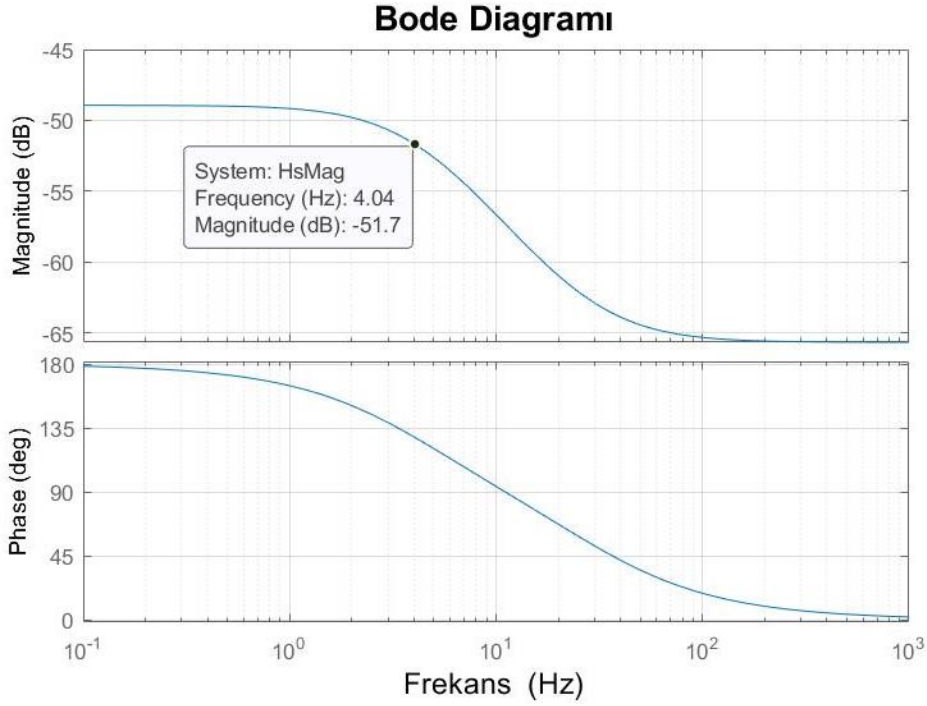
Şekil 5.37. Manyetometre ve Model Çıktı Verisi

Manyetometre modeline ait birim basamak yanıtı Şekil 5.38’de gösterilmektedir.



Şekil 5.38. Manyetometre Hata Modeli Birim Basamak Yanıtı

Bu birim basamak yanıtından görüldüğü üzere yerleşme zamanı yaklaşık 0.147 saniyedir.



Şekil 5.38. Manyetometre Hata Modeli Bode Diyagramı

5.4. Deneysel Çalışma Sonuçları

Uygulamalarda giriş verisi (X) olarak MATLAB ortamında üretilen 0 ortalamalı ve standart sapma değeri 1 olan beyaz gürültü kullanılmıştır. Kanonik korelasyon analizi için çıkış verisi (Y) olarak da ilgili sensörlerden toplanan veri kullanılmıştır. Elde edilen transfer fonksiyonu girişine giriş verisi (X) uygulanmış ve transfer fonksiyonu çıkış verisi elde edilmiştir. Elde edilen bu çıkış verisine Allan Variance analizi uygulanarak bulunan değerler sensör verilerinin değerleri ile karşılaştırılmıştır.

Çizelge 5.1. Sabit kayma hatası kararsızlığı sensör ve model verisi sonuçları

	Allan Değişinti Yöntemi Sabit Kayma Kararsızlığı	KKA Yöntemi Sabit Kayma Kararsızlığı
Sensör-1 (FOG)	0.097229 [deg/hr]	0.102356 [deg/hr]
Sensör-2 (FOG)	0.137795 [deg/hr]	0.129834 [deg/hr]

Sensör-3 (MEMS Dönüölçer)	2.713997 [deg/hr]	1.166517 [deg/hr]
Sensör-4 (MEMS Dönüölçer)	13.709480 [deg/hr]	5.510703 [deg/hr]
Sensör-5 (MEMS İvmeölçer)	0.016130 [mg]	0.008414 [mg]
Sensör-6 (MEMS İvmeölçer)	0.048634 [mg]	0.041675 [mg]
Sensör-7 (MEMS İvmeölçer)	0.012863 [mg]	0.009001 [mg]
Sensör-8 (MEMS İvmeölçer)	0.009962 [mg]	0.005091 [mg]

Çizelge 5.2. Rastgele yürüyüş hatası sensör ve model verisi sonuçları

	Allan Değişinti Yöntemi Rasgele Yürüyüş Hatası	KKA Yöntemi Rasgele Yürüyüş Hatası
Sensör-1 (FOG)	0.000169[deg/sec/ $\sqrt{\text{Hz}}$]	0.000226[deg/sec/ $\sqrt{\text{Hz}}$]
Sensör-2 (FOG)	0.000216[deg/sec/ $\sqrt{\text{Hz}}$]	0.000300[deg/sec/ $\sqrt{\text{Hz}}$]
Sensör-3 (MEMS Dönüölçer)	0.001166[deg/sec/ $\sqrt{\text{Hz}}$]	0.001561[deg/sec/ $\sqrt{\text{Hz}}$]
Sensör-4 (MEMS Dönüölçer)	0.005831[deg/sec/ $\sqrt{\text{Hz}}$]	0.004176 [deg/sec/ $\sqrt{\text{Hz}}$]
Sensör-5 (MEMS İvmeölçer)	0.0224821 [mg/ $\sqrt{\text{Hz}}$]	0.024921[mg/ $\sqrt{\text{Hz}}$]
Sensör-6 (MEMS İvmeölçer)	0.109612 [mg/ $\sqrt{\text{Hz}}$]	0.13075 [mg/ $\sqrt{\text{Hz}}$]
Sensör-7 (MEMS İvmeölçer)	0.025822 [mg/ $\sqrt{\text{Hz}}$]	0.027234 [mg/ $\sqrt{\text{Hz}}$]
Sensör-8 (MEMS İvmeölçer)	0.030283 [mg/ $\sqrt{\text{Hz}}$]	0.021579 [mg/ $\sqrt{\text{Hz}}$]

Kanonik korelasyon analizi yöntemi ile elde edilen sensör modelleri sürekli zaman bölgesinde birim basamak girişler uygulanarak incelenmiştir. Sensör modellerinin birim basamak girişlerine yanıt süreleri (yerleşme zamanı) belirlenerek bant genişliği bilgileri

hesaplanmış ve bir performans değerlendirmesi yapılmıştır. Aşağıdaki tabloda her bir sensöre ait birim basamak yanıtı için yerleşme zamanı ve bant genişliği bilgileri yer almaktadır.

Çizelge 5.3. Sensör modelleri yerleşme zamanları ve bant genişlikleri

	Yerleşme Zamanı [s]	Bant Genişliği [Hz]	Sensör Örnekleme [Hz]
Sensör-1 (FOG)	0,0067	93,6195	1000
Sensör-2 (FOG)	0,0057	109,1789	1000
Sensör-3 (MEMS Dönüölçer)	0,0064	97,1301	1000
Sensör-4 (MEMS Dönüölçer)	0.0097	64.3382	100
Sensör-5 (MEMS İvmeölçer)	0,0091	68,1369	1000
Sensör-6 (MEMS İvmeölçer)	0,0127	49,1386	1000
Sensör-7 (MEMS İvmeölçer)	0,0063	99,3842	1000
Sensör-8 (MEMS İvmeölçer)	0.0289	21.6049	100
GPS Enlem Kanalı	2,0851	0,2989	10
GPS Boylam Kanalı	5,6151	0,1110	10
GPS Yükseklik Kanalı	2,0562	0,3031	10
GPS Hız-Kuzey (V-North)	2,1534	0,2895	10
GPS Hız-Doğu (V-East)	0,4828	1,2911	10
GPS Hız-Yükseklik (V-up)	0,5566	1,1196	10
Manyetometre	0.147	4.2271	10

Çizelge 5.3'te sensör modellerine ait birim basamak yanıtlardan elde edilen yerleşme zamanları ve bant genişlikleri verilmiştir. Tablonun son kolonunda ise sensör verileri toplanırken kullanılan örnekleme frekansları bulunmaktadır. Sensör modellerine ait bant genişlikleri şu şekilde hesaplanmıştır [17],

$$f_{bw} = \frac{0.35}{\tau_r}$$

Burada f_{bw} bant genişliği ve τ_r sensör modeli yükselme zamanını ifade etmektedir.

5.4. Deneysel Sonuçlarının Değerlendirmesi

Elde edilen sensör modellerine göre her bir sensörün ölçümünü tamamlama süresi elde edilmiştir. Buradan hareketle bir sensör verisinin dış dünyaya aktarımında sensörün ölçümünü tamamlaması için gereken süreye dikkat edilmelidir. Sensör örnekleme süreleri ölçüm sürelerinin altında seçildiğinde ölçüm işlemi tamamlanmadan dış dünyaya aktarımı gerçekleştirilmiş olmaktadır.

6. ATALETSEL SENSÖR VE YARDIMCI SİSTEM ENTEGRASYONU İLE HATA ANALİZİ

Kanonik korelasyon analizi ile durağan haldeki ataletsel sensörlerden, GPS'ten ve manyetometreden toplanan veriler ile 1. Mertebeden doğrusal aktarım işlevleri elde edilmiştir. Bu aktarım işlevleri konum hesaplama için kullanılması gereken süreç modelini ve ölçüm modelini sağlamaktadır. Ataletsel navigasyon sistemlerinde konum hesaplaması amacı ile ataletsel sensörlere ait hata modelleri ve GPS, barometre, manyetometre veya AHRS gibi yardımcı sistemler de ölçüm modeli olarak kullanılmaktadır.

Navigasyon uygulamaları içerisindeki başlıca yapılar taslak halinde özetlenecek olursa [18],

Ataletsel Navigasyon Sistemi

- Durum Modelleri
- Sensör Modelleri

Küresel Konumlama Sistemi (GPS)

- GPS algoritmaları
- GPS ölçümleri ve doğruluk bilgisi
- Durum Modelleri
- Ölçüm Modelleri

şeklinde, GPS yardımcı bir ataletsel navigasyon sistemi tasarlanabilmektedir. Sistem ve ölçüm modelleri kullanılarak entegrasyon işlemi ile konum hesabı doğruluk bilgisi ile optimal kestirim ile yapılır.

6.1. Optimal Kestirim için Kalman Filtre

Ataletsel sensör verisinden hesaplanan ve yardımcı sistemden (GPS ve manyetometre) ölçüm olarak alınan pozisyon ve yönelim bilgileri optimal kestirim için ölçüm kısmını oluşturmaktadır. Bu ölçüm ataletsel sistemden integral ile hesaplanan pozisyon ve yönelim için düzeltici bir ölçüm teşkil edecektir. Burada amaç sistem modeli ile ölçüm

arasındaki farkı, yani hata sinyalini minimize edecek optimum Kalman filtre katsayısının hesaplanmasıdır. Katsayı hesabı istatistiksel özellikleri bilinen giriş sinyali kullanılarak yapıldığı için hatanın kovaryansının minimize edilmesi için yapılmaktadır. Bu nedenle sistem modeli ve ölçüm modeli için giriş sinyalleri Gaussian beyaz gürültü karakteristiğinde olmalıdır. Nitekim ataletsel sensörler ve yardımcı sistem aktarım işlevleri giriş sinyallerinin beyaz gürültü olduğu durum için elde edilmiştir. Durum-uzay model olarak ifade edilen sistem dinamik denkleminde durumlar için Gaussian başlangıç koşulları altında, yani giriş sinyalinin 0 ortalamalı beyaz gürültü olması durumunda Kalman filtre optimal durum kestiricisidir [18].

Sistem Modeli,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bw(t), \quad w(t) \sim N(0, Q)$$

Ölçüm Modeli,

$$y(t) = Hx(t) + Dv(t), \quad v(t) \sim N(0, R)$$

olarak ifade edilebilir.

Burada $w(t)$ süreç gürültüsü $v(t)$ ise ölçüm gürültüsü olarak karşımıza çıkmaktadır ve her ikisi de 0 ortalamalı beyaz gürültü karakteristiğindedir.

Optimal kestirim için sistem modeli ve Kalman denklemleri özetle gösterilecek olursa aşağıdaki sonuç elde edilir [19].

Başlangıç koşulları: $E[x(0)] = \hat{x}_0$, $E[(x(0) - \hat{x}_0)(x(0) - \hat{x}_0)^T] = P_0$, R^{-1} tanımlı,

Durum kestirimi: $\hat{\dot{x}}(t) = A\hat{x}(t) + K(t)[y(t) - H\hat{x}(t)]$, $\hat{x}(0) = \hat{x}_0$

Hata kovaryans güncellemesi:

$$\dot{P}(t) = AP(t) + P(t)A^T + BQB^T - K(t)RK^T(t), \quad P(0) = P_0$$

Kalman kazanç matrisi:

$$K(t) = P(t)H^T R^{-1}, \quad E[w(t)v^T(t)] = 0$$

$$K(t) = [P(t)H^T + BC]R^{-1}, \quad E[w(t)v^T(t)] = C$$

Denklem (70) ve (71) ile gösterilen sistem modelinde süreç gürültüsü ve ölçüm gürültüsü arasında bir korelasyon olduğu görülmektedir. C değeri bu iki gürültünün kovaryansı olarak hesaplanabilir.

Bu tez çalışmasında kullanılan ataletsel sensörler ve yardımcı sistemlerin örnekleme frekansları birbirinden farklıdır. Ataletsel sensörler 1 kHz ile çıkış sinyali üretirken yardımcı sistem olarak kullanılan GNSS almacı ve manyetometre 10 Hz ile çıkış sinyali üretmektedir. Bu nedenle Kalman Filtre kullanılarak yapılacak olan düzeltme işlemi yardımcı sistemin çıkış sinyalini üretme hızı ile eş zamanlı olarak gerçekleştirilebilir. Sinyal çıkış hızlarındaki bu farklılıktan dolayı entegrasyon işlemi için ayrık zamanlı Kalman filtre modeli (ing. Discrete Kalman Filter) kullanılması ihtiyacı oluşmuştur. Elde edilen sürekli zamanlı Kalman Filtre modeli 1. Mertebeden bir yaklaşım ile ayrık zamanlı modele şu şekilde dönüştürülmüştür.

A, B, H ve D değişkenleri sürekli zamanlı Kalman Filtre modeli parametreleri, A_d, B_d, H_d ve D_d değişkenleri ayrık zamanlı Kalman Filtre modeli parametreleri, T_s de sensör örnekleme periyodu olmak üzere,

$$A_d = I + A * T_s$$

$$B_d = B * T_s$$

$$H_d = H$$

$$D_d = D$$

olarak elde edilebilir.

Ek olarak sensör hata modelleri girişindeki beyaz gürültülerinin kovaryans değerleri olarak belirlenen σ_{w_1, w_2} ve σ_{w_2} olan Kalman Filtre parametreleri de ayrık zamanlı model için aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$\sigma_{w_1, w_2} = Q$ ve $\sigma_{w_2} = R$, Q_d ve R_d de ayrık zamandaki değerleri olmak üzere,

$$Q_d = Q * T_s$$

$$R_d = \frac{R}{T_s}$$

olarak hesaplanabilir.

Ayrık zamanlı Kalman Filtre entegrasyonu için aşağıdaki denklemler kullanılmıştır [19].

Sistem Modeli,

$$x_k = A_d x_{k-1} + B_d w_{k-1}, \quad w_k \sim N(0, Q_d)$$

Ölçüm Modeli,

$$y_k = H_d x_k + D_d v_k, \quad v_k \sim N(0, R_d)$$

Başlangıç koşulları: $E[x_0] = \hat{x}_0$, $E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T] = P_0$, R_d^{-1} tanımlı,

Durum kestirimi ekstrapolasyonu: $\hat{x}_k(-) = A_d x_{k-1}(+)$

Hata kovaryans ekstrapolasyonu: $P_k(-) = A_d P_{k-1}(+) A_d^T + Q_d$

Durum kestirimi güncellemesi: $\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K_k(y_k - H_d \hat{x}_k(-))$

Hata kovaryans güncellemesi: $P_k(+) = [I - K_k H_d] P_k(-)$

Kalman kazanç matrisi:

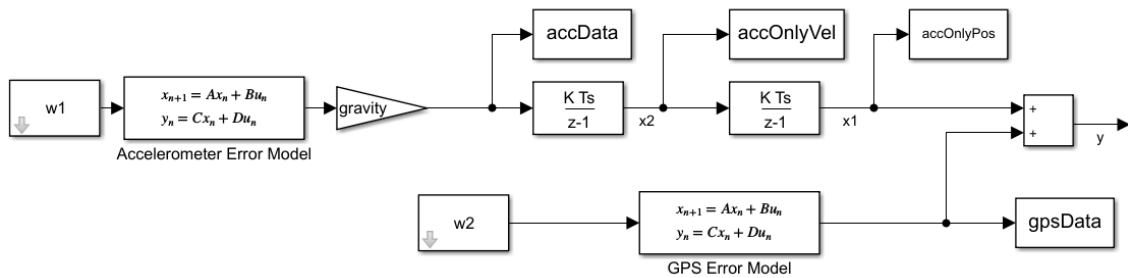
$$K_k = P_k(-) H_d^T (H_d P_k(-) H_d^T + R_d)^{-1}, \quad E[w_k v_k^T] = 0$$

$$K_k = (P_k(-) H_d^T + B_d C) (H_d P_k(-) H_d^T + R_d)^{-1}, \quad E[w_k v_k^T] = C$$

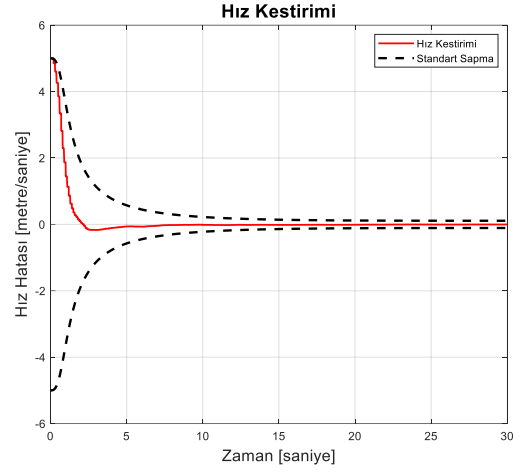
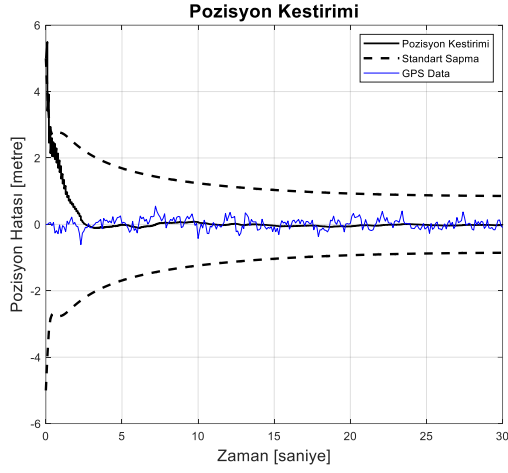
Kalman filtre için önerilen tümleştirme modeli kullanıldığında durağan konum için aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

6.2. İvmeölçer ve GPS Entegrasyonu ile Ataletsel Navigasyon

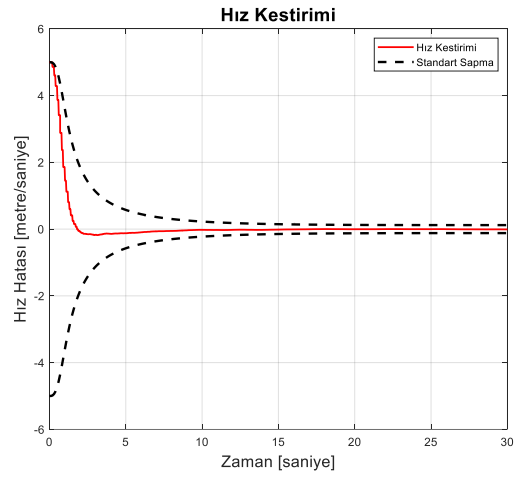
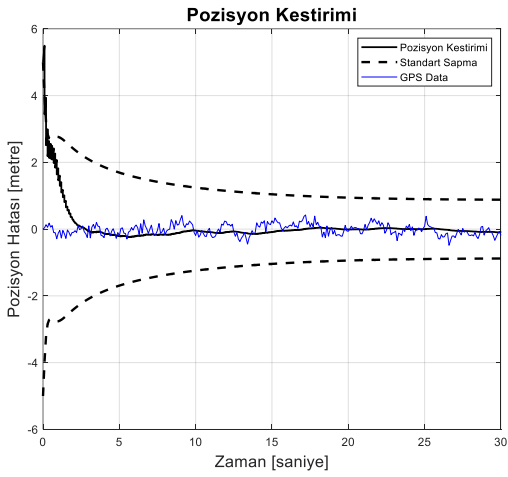
Elde edilen ivmeölçer ve GPS modelleri durum-uzay model olarak ifade edilir ve ivme ölçümünün her bir zaman adımı için toplanması ile konum bilgisi hesaplanırsa elde edilen sonuç durağan pozisyon için rastlantısal hataların konum üzerindeki toplam bütçesini ifade edecektir.



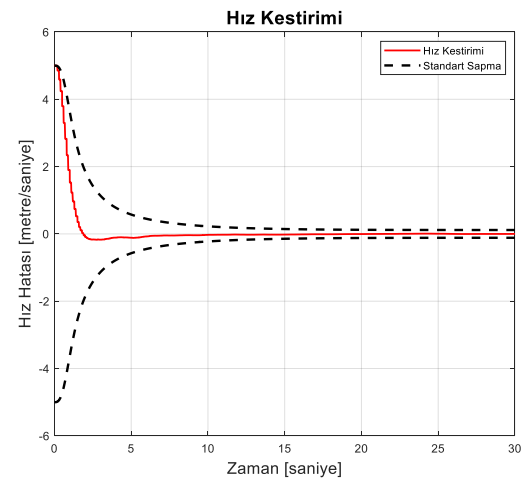
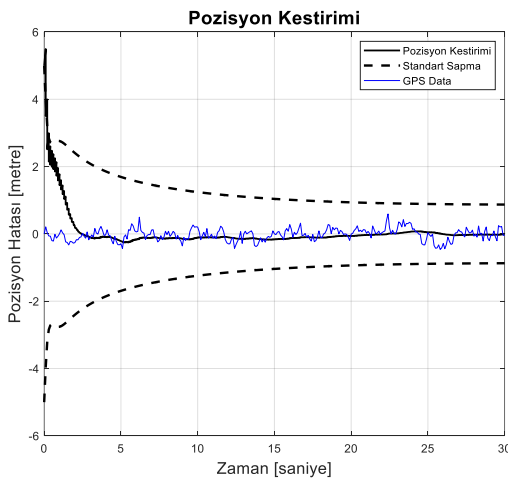
Şekil 6.1. İvmeölçer ve GPS Ölçümlerinin Toplam Pozisyon Hatası



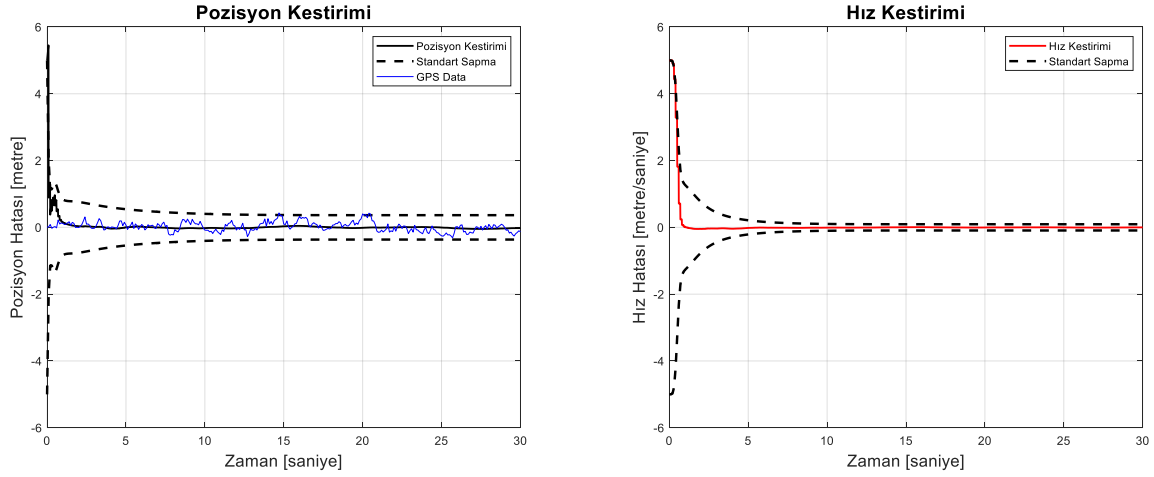
Şekil 6.3. Sensör 5 (MEMS İvmeölçer) ile Pozisyon ve Hız Hatası Kestirimi



Şekil 6.4. Sensör 6 (MEMS İvmeölçer) ile Pozisyon ve Hız Hatası Kestirimi



Şekil 6.5. Sensör 7 (MEMS İvmeölçer) ile Pozisyon ve Hız Hatası Kestirimi



Şekil 6.6. Sensör 8 (MEMS İvmeölçer) ile Pozisyon ve Hız Hatası Kestirimi

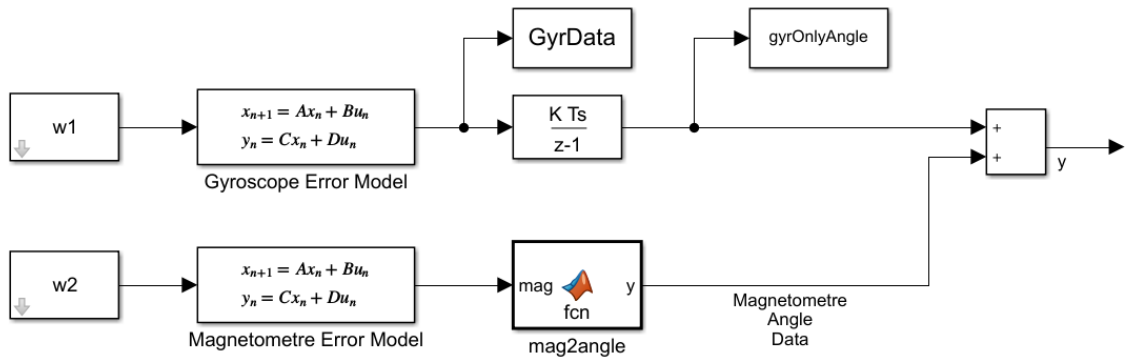
Şekil 6.3, 6.4, 6.5 ve 6.6 ile gösterilen sonuçlarda kullanılan sensörlerdeki rastlantısal hataların konum hesabında sebep olduğu toplam hatayı göstermektedir. Yani kestirim işleminde bu sensörlerin kullanılması durumunda sadece gürültü kaynaklı konum hatası gösterilen mertebede olacaktır. Konum kestirimi için hesaplanan kovaryansın yakınsadığı değer ise konum hatasının alabileceği maksimum değeri göstermektedir. Kalman filtre ile sabit konum kestirim işleminin doğru yapıldığını göstermek amacıyla simülasyona 5 metrelik bir başlangıç hatası verilmiştir.

Çizelge 6.1. Sensör Gürültü Seviyesine Göre Pozisyon Kestirim Sonuçları

	Pozisyon Hatası Standart Sapma (1 σ) Son Değeri [metre]	Hız Hatası Standart Sapma (1 σ) Son Değeri [metre/saniye]
Sensör-5 (Colibrys MS9002)	0.8554	0.1086
Sensör-6 (Microsystems)	0.8811	0.1196
Sensör-7 (Gladiator LMRK60)	0.8716	0.1155
Sensör-8 (Thales NavChip3)	0.3657	0.0932

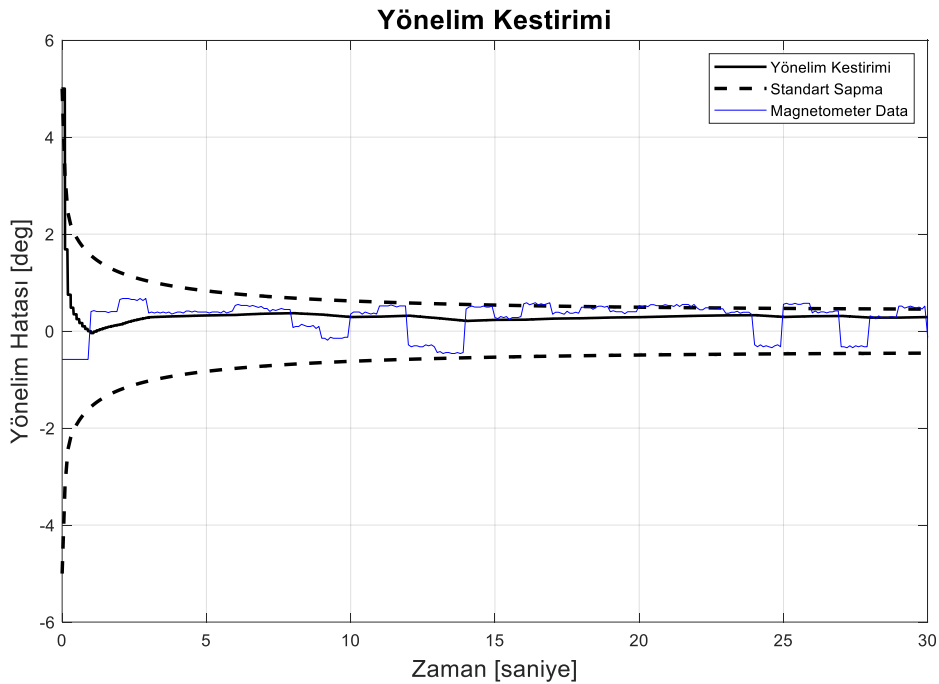
6.3. Dönüölçer ve Manyetometre Entegrasyonu ile Ataletsel Navigasyon

Elde edilen dönüölçer ve manyetometre modelleri durum-uzay model olarak ifade edilir ve dönü ölçümünün her bir zaman adımı için toplanması ile yönelim bilgisi hesaplanırsa elde edilen sonuç durağan pozisyon için rastlantısal hataların yönelim üzerindeki toplam bütçesini ifade edecektir.

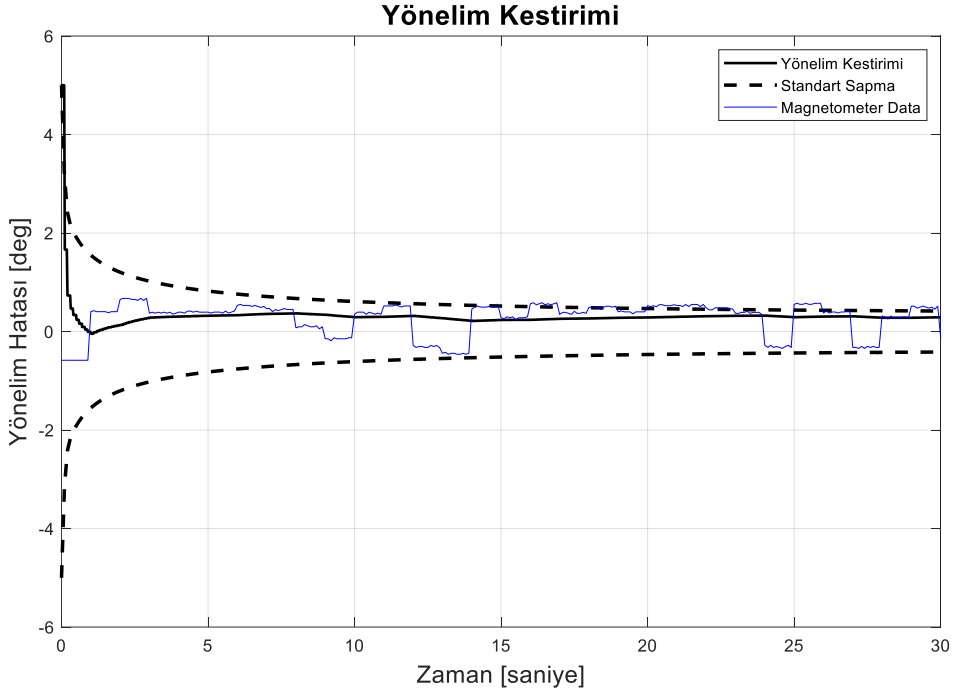


Şekil 6.7. Dönüölçer ve Manyetometre Ölçümlerinin Toplamı

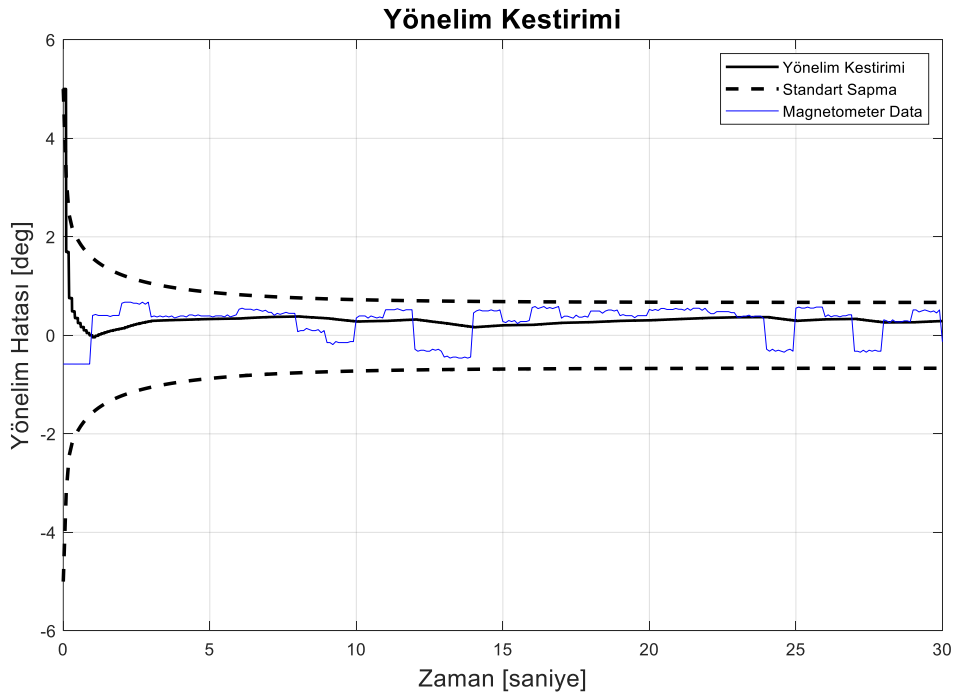
Benzer şekilde dönüölçer hata modeli kullanılarak manyetometre verisi ile entegrasyon işlemi gerçekleştirildiğinde yine hata kovaryansının yakınsadığı değer yapılabilecek en yüksek yönelim hatasını ifade edecektir. Yönelim kestirim için elde edilen sonuçlar aşağıdaki şekillerde verilmiştir.



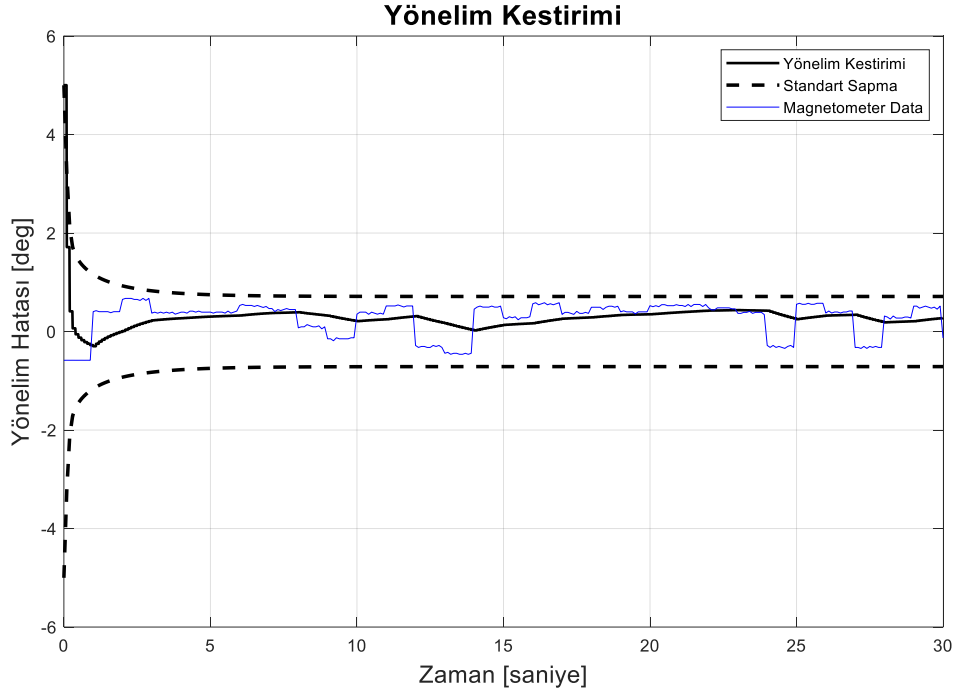
Şekil 6.8. Sensör 1 (FOG) ile Yönelim Hatası Kestirimi



Şekil 6.9. Sensör 2 (FOG) ile Yönelim Hatası Kestirimi



Şekil 6.10. Sensör 3 (MEMS Dönüölçer) ile Yönelim Hatası Kestirimi



Şekil 6.11. Sensör 4 (MEMS Dönüölçer) ile Yönelim Hatası Kestirimi

Şekil 6.8, 6.9, 6.10 ve 6.11 ile gösterilen sonuçlarda kullanılan sensörlerdeki rastlantısal hataların yönelim hesabında sebep olduğu toplam hatayı göstermektedir. Yani kestirim işleminde bu sensörlerin kullanılması durumunda sadece gürültü kaynaklı yönelim hatası gösterilen mertebede olacaktır. Yönelim kestirimi için hesaplanan kovaryansın yakınsadığı değer ise yönelim hatasının alabileceği maksimum değeri göstermektedir. Kalman filtre ile sabit yönelim kestirim işleminin doğru yapıldığını göstermek amacıyla simülasyona 5 derecelik bir başlangıç hatası verilmiştir.

Çizelge 6.2. Sensör Gürültü Seviyesine Göre Yönelim Kestirim Sonuçları

	Hata Standart Sapma (1σ) Son Değeri [$^{\circ}$]
Sensör-1 (FOG)	0.4544
Sensör-2 (FOG)	0.4159
Sensör-3 (MEMS Dönüölçer)	0.6683
Sensör-4 (MEMS Dönüölçer)	0.7128

7. SONUÇLAR

Bu çalışma kapsamında ataletsel sensörler üzerindeki rastlantısal hataların konum belirleme algoritmalarında ne seviyelerde konum hatalarına sebep olabileceğinin belirlenmesi üzerine bir analiz gerçekleştirilmiştir. Ataletsel sensör ve GPS kullanılarak bir Kalman Filtre modeli üzerinden tasarım gerçekleştirilmiş ve sabit durum için bir konum hesaplama işlemi yapılmıştır. Ataletsel sensör olarak ivmeölçer ve yardımcı sistem olarak GPS almacının enlem kanalı Kalman Filtre içerisinde kullanılmıştır. Sabit pozisyon hesabı yapılarak bütünleme işleminin olası en yüksek hata değerleri belirlenmiştir. Bu hatanın kaynağı ataletsel sensör ve GPS ölçümleri üzerindeki gürültüdür.

Gerçekleştirilen bu analiz bir navigasyon algoritmasında kullanılacak ataletsel sensörün gürültü performansının konum hesabına nasıl yansıdığını belirlemek amacı ile gerçekleştirilmiştir. Bu analiz tasarlanan sistemin hata toleransları ve gereksinimleri önceden belirlenerek sensör seçimi için performans karşılaştırması yapmayı mümkün kılmıştır. Bu tez çalışması kapsamında tek eksenli doğrusal pozisyon hesabı yapılmıştır.

Ataletsel sensörlerin, GPS kanallarının ve manyetometrenin modellenmesi için Kanonik Korelasyon analizi yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem sensörler için giriş ve çıkış verilerinin doğrusal kombinasyonları arasındaki korelasyonu maksimize etmek üzerine kurulmuştur. Bu doğrusal kombinasyonu sağlayan katsayılar kanonik katsayılar olarak nitelendirilir ve sistem giriş-çıkış ayrık zaman aktarım işlevine karşılık düşer. Elde edilen aktarım işlevi bilineer dönüşüm yöntemi ile sürekli zamana geçirilir ve matematiksel model için dinamik davranış analizi yapılabilir. Böylelikle sensörler için bir performans değerlendirmesi mümkündür.

Elde edilen aktarım işlevleri aynı zamanda konum hesabı için kullanılan Kalman Filtre yapısına da uygundur. 1. mertebeden Gauss-Markov model olarak karşımıza çıkan bu doğrusal modeller filtre yapısında doğrudan kullanılabilir. Bu yönüyle de gerçekçi sonuçların elde edilmesi sağlanmaktadır.

Kanonik Korelasyon analizi yöntemi ile benzer şekilde dönüölçerler içinde bir gürültü modeli elde edilebilmiştir. Açısal pozisyon veya yönelim hesabı da yine Kalman Filtre yapısı ile mümkündür. Ataletsel sensör olan dönüölçerlere yardımcı sistem olarak bir manyetometre seçilmiş ve aynı şekilde aktarım işlevi elde edilmiştir. Sonrasında doğrusal pozisyon için yapılan analize benzer şekilde yönelim hesabı da yapılmıştır. Çalışma içerisinde kullanılan analiz yöntemleri bu şekilde farklı sistemler için alternatif bir hata analiz aracı olarak değerlendirilebilir.

8. KAYNAKLAR

- [1] P. Groves, Principles of GNSS, Inertial and Multisensor Integrated Navigation Systems 2nd Edition, Chapter 4, **2013**.
- [2] A. Noureldin, T. B. Karamat, J. Georgy, Fundamentals of Inertial Navigation, Satellite-based Positioning and their Integration, Chapter 4, **2013**.
- [3] S. Merhav, Aerospace Sensor Systems and Applications, Chapter 3, **1996**.
- [4] D. Yamane, T. Konishi, A Study on Mechanical Structure of a MEMS Accelerometer Fabricated by Multi-Layer Metal Technology, Tokyo Institute of Technology.
- [5] Ö. Erdener, MEMS Accelerometer Design, M. Sc. Thesis, Istanbul Technical University, Istanbul, **2005**.
- [6] D. H. Titterton, J. L. Weston, Strapdown Inertial Navigation Technology- 2nd Editipn, Chapter 4, **2004**.
- [7] A.Nebylov, Aerospace Sensors, Sensors Technology Series, Chapter 6.6, **2013**.
- [8] F. Aronowitz, Laser Application vol1 – The Laser Gyro, **1971**.
- [9] S. Woolven, D.B. Reid, IMU Noise Evaluation for Attitude Determination and Stabilization in Ground Airborne Applications, Proc. IEEE PLANS, **1994**.
- [10] A. Ünver, Determination of Stochastic Model Parameter of Inertial Sensors, Ph. D. Thesis Middle East Technical University, Ankara, **2013**.
- [11] Toker, G. Özkazanç, Y. "Kanonik Korelasyon Analizi ile Doğrusal Sistem Tanıma", SIU, **2013**.
- [12] M. Borga, "Learning multidimensional signal processing", Ph.D. dissertation, Linköping University, Sweden, SE-581 83 Linköping, Sweden, **1998**, dissertation No 531, ISBN 91-7219-202-X.
- [13] Heath, M. T. "Scientific Computing an Introductory Survey", **2002**.

- [14] Klaus-Jürgen, B. Edward, L. “Solution Methods for Eigenvalue Problems in Structural Mechanics”, University of California, Berkeley, California, U.S.A.
- [15] William H. Press “Canonical Correlation Clarified by Singular Value Decomposition”, **2011**.
- [16] Luis F. Chaparro “Signals and Systems using MATLAB”, **2011**.
- [17] Tim J. Sobering, “Technote 2 Bandwidth and Risetime”, **1999**.
- [18] Yaakov B. Shlaom, X. Rong Li, “Estimation with Application to Tracking and Navigation”, **2001**.
- [19] A. Gelb, J. F. Kasper Jr. “Applied Optimal Estimation”, **2001**.
- [20] H. Hou, “Modelling Inertial Sensor Errors Using Allan Variance”, **2004**.
- [21] Toker G. “Kanonik Korelasyon Analizi ile Sistem Tanıma”, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara, **2013**.

EKLER

EK 1 – Sürekli Zaman Aktarım İşlevinin Elde Edilmesi

Kanonik korelasyon analizi ile ayrık zamanlı aktarım işlevi bulunduğundan sonra sürekli zaman bölgesinde analiz yapılabilmesi için dönüşüm yapılması gerekmektedir. Sistem dinamiklerinde bilgi kaybı yaşanmaması amacıyla bilineer (tustin) dönüşüm metodu kullanılmıştır. Bilineer dönüşüm integral alma işleminin yamuk (trapez) kuralı ile yapılmasının bir sonucudur[16]. Örnek olarak bir integratörün giriş sinyali $x(t)$ ve çıkış sinyali $y(t)$ olsun.

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s} \quad (70)$$

Bu aktarım işlevinin giriş ve çıkış sinyalinin bir örnekleme periyodu T_s ile örneklendiğinde herhangi bir zaman adımındaki integral nT_s şu şekilde elde edilir.

$$y(nT_s) = \int_{(n-1)T_s}^{nT_s} x(\tau) d\tau + y((n-1)T_s) \quad (71)$$

Burada $y((n-1)T_s)$ $(n-1)T_s$ zaman adımındaki integraldir. Bu aşamada yaklaşım dikkate alındığında ve örnekleme periyodu T_s yeteri kadar küçük seçildiğinde $(n-1)T_s$ ve nT_s zaman adımları arasındaki integral yaklaşık olarak düzlem üzerinde alt tabanı $x((n-1)T_s)$, üst tabanı $x(nT_s)$ ve yüksekliği örnekleme periyodu T_s olan bir yamuğun alanına denk düşmektedir. (Trapezoidal integral yaklaşımı)

$$y(nT_s) = \frac{[x(nT_s) + x((n-1)T_s)]T_s}{2} + y((n-1)T_s) \quad (72)$$

Her bir örnekleme adımı ile oluşan zaman aralıkları ayrık olarak düşünülerek bir Z – dönüşümü uygulandığında aşağıdaki ayrık zamanlı giriş-çıkış ilişkisi elde edilebilmektedir.

$$Y(z)(2(1 - z^{-1})) = T_s(1 + z^{-1})X(z) \quad (73)$$

$$Y(z) = \frac{T_s(1+z^{-1})}{2(1-z^{-1})} X(z) \quad (74)$$

Sonuç olarak aktarım işlevi,

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{T_s(1+z^{-1})}{2(1-z^{-1})} \quad (75)$$

olarak elde edilebilmektedir. Ayrık ve sürekli zaman aktarım işlevlerindeki tanımlayıcı parametreler z ve s arasında lineer bir ilişki kurulduğunda dönüşüm işlemi ifade edilmiş olmaktadır.

$$s = \frac{2(1-z^{-1})}{T_s(1+z^{-1})} \quad (76)$$

Elde edilen bu dönüşüm işlemi pay ve payda için doğrusal olarak ifade edilebilmektedir. Yukarıdaki işlevde sürekli zaman bölgesi parametresi olan s değişkeninden ayrık zaman bölgesi parametresi z değişkenine geçiş yapılmaktadır. İşlev pay ve payda için doğrusal olduğundan iki yönlü olarak çalışmaktadır ve benzer şekilde ayrık zaman bölgesinden sürekli zaman bölgesine de geçilebilir.

$$z = \frac{1+(T_s/2)s}{1-(T_s/2)s} \quad (77)$$

Bilineer dönüşüm şu şekilde özetlenebilir,

$$K = \frac{2}{T_s} \text{ ve } T_s: \text{ örnekleme periyodu olmak üzere,}$$

ayrık zaman bölgesinden (z-domain) sürekli zaman bölgesine (s-domain) dönüşüm için,

$$s = K \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \quad (78)$$

Sürekli zaman bölgesinden ayrık zaman bölgesine dönüşüm için,

$$z = \frac{1+s/K}{1-s/K} \quad (79)$$

Sürekli zaman bölgesi imajiner eksenini ($j\Omega$ -axis) ayrık zaman bölgesinde birim çemberin karşılığı olarak,

Sürekli zaman bölgesinde imajiner eksenin sol yarı düzlemi ($Re[s] < 0$) ayrık zaman bölgesinde birim çemberin içi ($|z| < 1$),

Sürekli zaman bölgesinde imajiner eksenin sağ yarı düzlemi ($Re[s] > 0$) ayrık zaman bölgesinde birim çemberin dışı ($|z| > 1$) olarak karşılık gelmektedir. Sistemin dinamik davranışı iki zaman bölgesi arasında bu özellik düşünerek değerlendirilmelidir.

Ayrık ve sürekli zaman aktarım işlevleri parametreleri şu şekilde ifade edildiğinde,

$$K = \frac{2}{T_s}, z = re^{j\omega}, s = \sigma + j\Omega \text{ olmak üzere,}$$

$$r = \frac{\sqrt{\left(1 + \frac{\sigma}{K}\right)^2 + \left(\frac{\Omega}{K}\right)^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\sigma}{K}\right)^2 + \left(\frac{\Omega}{K}\right)^2}} \text{ ve } w = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{\Omega}{K}}{1 + \frac{\sigma}{K}}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{\frac{\Omega}{K}}{1 - \frac{\sigma}{K}}\right) \text{ olduğu bilinmektedir. Bu}$$

eşitlikler sonucunda,

Sürekli zaman bölgesinin (s-domain) imajiner eksenini ($j\Omega$ -axis) ayrık zaman bölgesindeki birim çemberin üzerine ($r = 1$ ve $-\pi \leq w < \pi$) karşı düşmektedir.

Sürekli zaman bölgesinin sol yarı düzlemi (dinamik sistemler için kararlılık bölgesi ($\sigma < 0$ ve $-\infty < \Omega < \infty$)) ayrık zaman bölgesinde birim çemberin iç bölgesine ($r < 1$ ve $-\pi \leq w < \pi$) karşı düşmektedir.

Sürekli zaman bölgesinin sağ yarı düzlemi (dinamik sistemler için kararsızlık bölgesi ($\sigma > 0$ ve $-\infty < \Omega < \infty$)) ayrık zaman bölgesinde birim çemberin dış bölgesine ($r > 1$ ve $-\pi \leq w < \pi$) karşı düşmektedir.

EK 2 – Çalışmada Kullanılan Ataletsel Sensörlerin Teknik Özellikleri

KVH DSP1760 FOG

Performans Özellikleri	Değer
Ölçüm Aralığı	± 490 °/sn
Sabit Kayma Hatası (1σ)	< 1 °/saat
Orantı Katsayısı Hatası (1σ)	< 200 ppm
Orantı Katsayısı Doğrusallığı (1σ)	< 200 ppm
Rastgele Yürüyüş Hatası	0.7 °/saat/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Bant Genişliği	>1000 Hz

ROKETSAN FOG

Performans Özellikleri	Değer
Ölçüm Aralığı	± 490 °/sn
Sabit Kayma Hatası (1σ)	< 1 °/saat
Orantı Katsayısı Hatası (1σ)	< 200 ppm
Orantı Katsayısı Doğrusallığı (1σ)	< 200 ppm
Rastgele Yürüyüş Hatası	0.015 °/ $\sqrt{\text{saat}}$
Bant Genişliği	75 Hz

Gladiator LandMark™60 Dönüölçer

Performans Özellikleri	Değer
Ölçüm Aralığı	± 490 °/sn
Sabit Kayma Hatası (1σ)	< 90 °/saat
Orantı Katsayısı Hatası (1σ)	< 500 ppm
Rastgele Yürüyüş Hatası	0.07 °/ $\sqrt{\text{saat}}$
Bant Genişliği	>250 Hz

Thales NavChip 3 Dönüölçer

Performans Özellikleri	Değer
Ölçüm Aralığı	± 2000 °/sn
Sabit Kayma Hatası (1σ)	0.2 °/sn
Orantı Katsayısı Hatası (1σ)	± 0.05 %
Orantı Katsayısı Doğrusallığı (1σ)	0.01 %
Rastgele Yürüyüş Hatası	0.18 °/ $\sqrt{\text{saat}}$

Colibrys MS9002 İvmeölçer

Performans Özellikleri	Değer
Ölçüm Aralığı	$\pm 2g$
Sabit Kayma Hatası (1σ)	0.01 g
Orantı Katsayısı Hatası (1σ)	300 ppm
Orantı Katsayısı Doğrusallığı (1σ)	0.8 %
Bant Genişliği	>100 Hz

Gladiator LandMark™60 İvmeölçer

Performans Özellikleri	Değer
Ölçüm Aralığı	± 15 g
Sabit Kayma Hatası (1σ)	0.03 mg
Hız Rastgele Yürüyüş Hatası	0.05 mg/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Orantı Katsayısı Hatası (1σ)	< 500 ppm
Orantı Katsayısı Doğrusallığı (1σ)	0.1 %
Bant Genişliği	≥ 250 Hz

Thales NavChip 3 İvmeölçer

Performans Özellikleri	Değer
Ölçüm Aralığı	16 g
Sabit Kayma Hatası (1σ)	0.006 mg
Hız Rastgele Yürüyüş Hatası	0.02 m/sn/ $\sqrt{\text{saat}}$
Orantı Katsayısı Hatası (1σ)	$\pm 0.09\%$
Orantı Katsayısı Doğrusallığı (1σ)	0.06%

Novatel GPS A1C1S1

System Type	Board	
General Info	Length (mm)	71.00
	Width/Diameter (mm)	46.00
	Height (mm)	13.00
	Weight (g)	18.00
	Typical Power Consumption (w)	0.36
Constellation	GPS	
	GLONASS	
Tracking	Max Num of Frequency	Single
	SBAS	
Number of Com Ports	LVTTL	2
	USB Device	1
Performance	Accuracy	(RMS)
	Single Point L1	1.5 m
	SBAS	0.7m
	DGPS	0.5m

