

**YERSEL DÜŞEY GRAVİTE GRADYENT VERİLERİNİN
BÖLGESEL GRAVİMETRİK JEOİT MODELLEMeye
KATKISININ İNCELENMESİ**

**INVESTIGATION OF THE CONTRIBUTION OF
TERRESTRIAL VERTICAL GRAVITY GRADIENT DATA TO
REGIONAL GRAVIMETRIC GEOID MODELLING**

YUNUS AYTAÇ AKDOĞAN

DR. ÖĞR. ÜYESİ GONCA OKAY AHI

Danışman

DOÇ. MÜH. ALB. HASAN YILDIZ

Eş Danışman

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

Geomatik Mühendisliği Anabilim Dalı için Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ

olarak hazırlanmıştır.

ÖZET

YERSEL DÜŞEY GRAVİTE GRADYENT VERİLERİNİN BÖLGESEL GRAVİMETRİK JEOİT MODELLEMeye KATKISININ İNCELENMESİ

Yunus Aytaç AKDOĞAN

Yüksek Lisans, Geomatik Mühendisliği Bölümü

Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Gonca OKAY AHİ,

Eş Danışman: Doç. Müh. Alb. Hasan YILDIZ

Ocak 2020, 67 sayfa

Bu çalışmada, serbest hava gravite anomalisi düşey gradyenti, arazide ölçülen gravite verilerinden türetilen serbest hava gravite anomalileri kullanılarak, Heiskanen/Moritz ve EKKK yöntemiyle modellenmiştir. Modellenen bu veri, normal düşey gravite gradyenti (DGG)'ne eklenmiş ve iki farklı yöntemle modellenmiş DGG elde edilmiştir. Türkiye'nin batısında yer alan 159 noktada ölçülen yersel DGG'ler ile bu model DGG'ler karşılaştırılmıştır. Heiskanen/Moritz yöntemi 339 Eötvös, EKKK yöntemi 188 Eötvös standart sapmayla ölçülen DGG ile uyumlu bulunmuştur.

Gravimetrik yöntemle, Molodensky yaklaşımı ve EKKK kullanılarak hesaplanan kuasijeoit 2,9 cm standart sapmayla, GPS/Nivelman'la elde edilen kuasijeoitte uyumlu çıkmıştır.

Gravimetrik yöntemle elde edilen kuasijeoitin-jeoite dönüşümü için kullanılan $N-\zeta$ teriminin hesabında, serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentinin etkisi araştırılmıştır. Bu terimi dikkate almanın, özellikle dağlık alanlarda, 5 cm'ye varan farklara neden olduğu bulunmuştur.

Ortometrik yükseklik hesabında kullanılan, Poincaré-Prey indirgemesinde, serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentinin, GPS/Nivelman jeoit yüksekliğine olan etkisi incelenmiş ve bu etkinin kuasijeoitten jeoite dönüşümdeki $N-\zeta$ teriminin jeoite olan etkisiyle aynı büyüklük ve yönde olduğu ve gravimetrik jeoit ile GPS/Nivelman jeoit arasındaki farklarda, bu etkinin birbirini götürdüğü görülmüştür. Bu sebeple, GPS/Nivelman jeoit ondülasyonlarının, serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentinin gravimetrik jeoite katkısının ortaya çıkarılmasında, doğrulama verisi olarak uygun olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Sonuç olarak, hem gravimetrik yöntemde hem de GPS/Nivelman'la daha doğru bir jeoit elde etmek için, ölçü ya da model DGG'den türetilen serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentinin, hesaplamalarda dikkate alınması önerilmektedir. Diğer taraftan, gravimetrik jeoitin, özellikle dağlık alanlarda doğrulanması için, GPS/nivelman tekniğine alternatif yöntemlerin araştırılması gerekmektedir.

Anahtar Kelimeler: Düşey gravite gradyenti, EKKK, jeoit, kuasijeoit, $N-\zeta$, Poincaré-Prey indirgemesi, GPS/Nivelman, kaldır hesapla yerine koy metodu.

ABSTRACT

INVESTIGATION OF THE CONTRIBUTION OF TERRESTRIAL VERTICAL GRAVITY GRADIENT DATA TO REGIONAL GRAVIMETRIC GEOID MODELLING

Yunus Aytaç AKDOĞAN

Master of Science, Department of Geomatics Engineering

Supervisor: Dr. Gonca OKAY AHİ,

Co- Supervisor: Assoc. Prof. Eng. Col. Hasan YILDIZ

January 2020, 67 pages

In this study, using free-air gravity anomaly derived from terrestrial gravity measurements, vertical gravity gradient (VGG) of the free-air gravity anomaly is modelled by Heiskanen/Moritz and Least Squares Collocation (LSC) methods. Modelled vertical gravity gradient of the free-air anomaly is added to normal vertical gravity gradients, thus modelled vertical gravity gradients are obtained by means of aforementioned two different methods. Modelled VGG are compared with terrestrial VGG measurements measured at 159 locations in the Western part of Turkey. The Heiskanen/Moritz method and LSC methods show 339 Eötvös and 188 Eötvös standard deviation coherence respectively with measured VGG.

The gravimetric quasi-geoid calculated with Molodensky approach and LSC method show 2,9 cm standard deviation agreement with GPS/levelling derived quasi-geoid.

Moreover, the impact of the vertical gravity gradient of the free-air gravity anomaly in the calculation of the separation term for the conversion of gravimetric quasigeoid-to-geoid, is investigated. Our results show the importance of taking into consideration of this term, especially in mountainous areas, showing differences reaching up to 5 cm.

In the Poincaré-Prey reduction used for the orthometric height computation, the impact of the vertical gravity gradient of the free-air gravity anomaly to the GPS/levelling geoid heights is studied. This effect is found to be in the same order of magnitude and direction with its impact of the separation term to the geoid. Additionally, it has been observed that the difference between gravimetric geoid and GPS/levelling derived geoid effects neutralize each other. For this reason, to reveal the contribution of the vertical gravity gradient of the free-air anomaly to gravimetric geoid determination, GPS/levelling data is found not to be appropriate as validation data.

In conclusion, either in gravimetric geoid/quasi-geoid determination or in GPS/levelling derived geoid/quasi-geoid determination, for better accuracy, it is proposed to take the vertical gravity gradient of the free-air gravity anomaly derived from measured or modelled VGG into consideration. In addition, to validate gravimetric geoid, especially in mountainous areas, alternative methods, besides GPS/levelling techniques need to be investigated.

Keywords: Vertical gravity gradient, LSC, geoid, quasi-geoid, separation term, Poincaré-Prey reduction, GPS/levelling, Remove-Compute-Restore method.

TEŞEKKÜR

Lisansüstü eğitimim sırasında değerli bilgi, birikim ve tecrübeleri ile bana yol gösteren ve destek olan danışman hocam sayın Dr. Gonca Okay AHİ'ye ve eş danışman hocam Doç. Müh. Alb. Hasan YILDIZ'a ilgi, öneri ve emeklerinden dolayı teşekkür ederim.

Tez çalışmalarım sırasında bilgi ve destekleriyle yardımlarını esirgemeyen Sn. Dr. Müh.Yb. Erdinç SEZEN'e, Sn. Dr. Bnb. Mehmet SİMAV'a ayrıca teşekkür ederim.

Son olarak, her zaman destekleriyle ve sevgileriyle yanımda olan anneme, babama, kız kardeşime ve değerli eşim Cansu AKDOĞAN'a çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	v
İÇİNDEKİLER	vi
ŞEKİLLER	viii
TABLolar	ix
1. GİRİŞ	1
1.1. Tez Çalışmasının Amacı	3
1.2. Literatür Taraması	4
2. TEMEL KAVRAMLAR	7
2.1. Çekim ve Potansiyel	7
2.2. Jeodezik Sınır Değer Problemleri	8
2.3. Gravite ve Eşpotansiyel Yüzey	10
2.4. Bozucu Potansiyel	12
2.5. Fiziksel Jeodezinin Temel Denklemi	13
2.6. Jeoit	15
2.7. Gravite Anomalisi	16
2.8. Kuasijeoit	18
2.9. Nivelman	21
3. BAĞIL GRAVİTE ÖLÇER İLE DÜŞEY GRAVİTE GRADYENTİ ÖLÇÜMÜ	25
3.1. Türkiye Ulusal Gravite Ağı Kurulmasında Kullanılan Düşey Gravite Gradyenti	26
3.2. Düşey Gravite Gradyent Hesabı İçin Stand'ın Yapılması	27
3.3. Geliştirilen Stant Kullanılarak Düşey Gravite Gradyent Hesabı	28
3.4. Doğrusal Modellemeyle Ölçüm Sonuçlarının Elde Edilmesi	30
4. EN KÜÇÜK KARELERLE KOLLOKASYON	32

4.1. Kollokasyon	32
4.2. En Küçük Kareler Yöntemine Göre Enterpolasyon ve Kollokasyon	33
4.2.1. Trendin Belirlenmesi.....	33
4.2.2. Deneysel Kovaryansların Hesaplanması.....	33
4.2.3. Kestirim Yapılacak Noktalardaki Sinyallerin Hesaplanması	34
4.3. Kollokasyon ve GRAVSOF T Yazılımı	36
4.3.1. Teori	37
4.3.2. Kaldır Hesapla Yerine Koy Metodu	41
4.3.3. Kovaryans Fonksiyonu Hesabı ve Gösterimi.....	42
5. DÜŞEY GRAVİTE GRADYENTİNİN MODELLENMESİ	44
5.1. Heiskanen/Moritz Metodu	45
5.2. EKKK Metodu	47
6. VERİLER VE UYGULAMA	50
6.1. Veriler	50
6.2. Uygulama.....	51
6.2.1. DGG'nin Modellenmesi	51
6.2.2. Gravimetrik ve GPS/Nivelman yöntemiyle kuasijeoit hesabı	55
6.2.3. Serbest Hava Gravite Anomalisinin $N-\zeta$ Teriminde Kullanılması	57
6.2.4. Serbest Hava Gravite Anomalisinin Poincaré-Prey İndirgemesinde Kullanılması.....	59
6.2.5. Gravimetrik Jeoitin GPS/Nivelman yöntemiyle karşılaştırılması	59
7. SONUÇLAR	61
KAYNAKLAR.....	63
EKLER	66
EK 1 - Tez Çalışması Orjinallik Raporu	66
ÖZGEÇMİŞ	67

ŞEKİLLER

Şekil 2.1. Sınır-değer problemleri.	9
Şekil 2.2. Eşpotansiyelli yüzeyler.	12
Şekil 2.3. Jeoit ve normal referans elipsoidi.	13
Şekil 2.4. Topoğrafya, Jeoit ve Referans Elipsoidi arasındaki ilişki.	15
Şekil 2.5. Klasik jeodezi yüzeyi ile Molodensky yüzeyi arasındaki ilişki.....	18
Şekil 2.6. Nivelman ölçüsü.	22
Şekil 2.7. Yükseklik sistemleri.	24
Şekil 3.1. Türkiye Temel Gravite Ağı-1999 (TTGA-99) [26].	26
Şekil 3.2. Mutlak Gravite Noktaları [26].	27
Şekil 3.3. (a) Stand'ın ölçüm seviyeleri (b) Bileşenler.....	28
Şekil 3.4. Çalışma bölgesine ait güncel (kırmızı) ve tarihsel (mavi) düşey gravite gradyent noktalarının dağılımı.	29
Şekil 5.1. Model düşey gravite gradyentinin hesaplama adımlarını gösteren akış şeması.....	49
Şekil 6.1. Heiskanen/Moritz metoduyla modellenen DGG.	52
Şekil 6.2. Yersel DGG ölçüm noktalarında, Heiskanen/Moritz metoduyla modellenen ve ölçülen DGG değerlerinin farkı.....	53
Şekil 6.3. EKKK metoduyla modellenen DGG.	54
Şekil 6.4. Yersel DGG ölçüm noktalarında, EKKK metoduyla modellenen ve ölçülen DGG değerlerinin farkı.....	55
Şekil 6.5. Gravimetrik ve GPS/Nivelman'la elde edilen yükseklik anomalisi farklarının istatistiği.....	57
Şekil 6.6. Gravimetrik yöntemle elde edilen jeoit ondülasyonu farklarının istatistiği.	58

TABLULAR

Tablo 3.1. Arazide ölçülen DGG'nin istatistiği [Eötvös].....	30
Tablo 6.1. EKKK ve Heiskanen/Moritz'le modellenen DGG'nin ve arazide ölçülen değerden farklarının istatistiği [Eötvös].....	52
Tablo 6.2. Gravimetrik ve GPS/Nivelman'la elde edilen yükseklik anomalisinin ve farklarının istatistiği.....	56
Tablo 6.3. Gravimetrik yöntemle elde edilen jeoit ondülasyonu ve farklarının istatistiği.	58
Tablo 6.4. GPS/Nivelman'la elde edilen jeoit ondülasyonu ve farklarının istatistiği.	59
Tablo 6.5. Gravimetrik ve GPS/Nivelman'la elde edilen jeoit ondülasyonu farklarının istatistiği [cm].....	60

1. GİRİŞ

Jeodezi'nin amacı, yeryüzünde ve yeryuvarının dış yüzeyinde yapılan ölçümlerle, yeryuvarının şeklini ve gravite alanını, zamanın bir fonksiyonu olarak belirlemek olarak tanımlanmıştır [1].

Bu amaç, Jeodezi'nin toplumdaki rolünü yeterince özetlemektedir. Genel olarak, Jeodezi, Fiziksel Jeodezi ve Geometrik Jeodezi olarak ikiye ayrılmaktadır. Fiziksel Jeodezi, jeoitin şeklini ortaya çıkarmak ve yeryuvarının büyüklüğünü ölçmek için, yeryuvarının gravite alanının ölçümlerini ve bu alana ilişkin teorileri kullanmaktadır [2]. Öte yandan, Geometrik Jeodezi (coğrafi, elipsoidal jeodezi olarak da bilinir) yeryuvarının büyüklüğünü, şeklini ve Dünya yüzeyindeki belirli yerlerin kesin konumunu çıkarmayı amaçlanmakta ve bunu triyagülasyon, trilaterasyon gibi geometrik ilişkilerin kullanıldığı açı ve uzaklık ölçümleriyle gerçekleştirmektedir [2]. Dolayısıyla, jeodezinin sınır değer problemi, yeryuvarının fiziksel (gravite kısmı) ve matematiksel yüzeyinin belirlenmesini içerir [1].

Yeryuvarının matematiksel şekli olan, okyanuslarda ortalama deniz seviyesine denk gelen ve kıtalar üzerinde genellikle yeryuvarının fiziksel yüzeyinin altında kalan yüzey, "jeoit" olarak ifade edilmiştir [3]. Genel anlamda jeoit, yeryuvarının ortalama deniz seviyesine en iyi şekilde yakınsayan gravite alanının bir eşpotansiyel yüzeyi olarak tanımlanmaktadır [4].

Son 30 yılda, konumlandırma ve navigasyon amaçlı Küresel Navigasyon Uydu Sistemleri'nin (Global Navigation Satellite System: GNSS) yaygın olarak kullanılması, jeodezide önemli bir gelişme arz etmektedir. GNSS, geleneksel ölçme yöntemlerinin aksine, dünyanın herhangi bir yerinde, hava durumuna bakılmaksızın, herhangi bir zamanda, matematiksel bir şekil olan elipsoitte tanımlı üç boyutlu koordinat (enlem, boylam ve yükseklik) bilgisini sağlayabilmektedir. Fakat, GNSS tarafından belirlenen elipsoit yükseklikleri (h), ölçme ve mühendislik projelerinde kullanılmayan geometrik yüksekliklerdir. Fiziksel olarak anlamlı olan yani suyun akış yönünü verebilen ve yeryüzündeki bir noktanın çekül eğrisi doğrultusu boyunca jeoitte olan mesafesi olarak tanımlanan yükseklik "ortometrik yükseklik (H)" tir.

Harita üretimi, mühendislik ölçmeleri, kadastro ve imar çalışmaları, küçük ve büyük ölçekli harita yapımı vb. savunma ve kalkınma amaçlı çalışmalarda kullanılan ortometrik yüksekliğin, elde edilmesi için, referans yüzeyi olan, jeoitin hesaplanması gerekmektedir.

Ortometrik yüksekliğin elde edilmesinin bir diğer yöntemi ise, yüksekliği önceden bilinen bir noktadan çıkış olarak geometrik nivelman ölçümleri gerçekleştirmek ve graviteye bağlı düzeltmeleri uygulamaktır. Nivelman ölçülerini gerçekleştirmek, yüksek maliyete ve fazladan iş gücüne neden olmaktadır [5]. Ayrıca, ülke genelinde oluşturulan nivelman ağ noktaları deprem, yol çalışması, kentsel dönüşüm gibi doğa ve insan kaynaklı nedenlerden dolayı zamanla tahrip olmaktadır.

Günümüzde jeoit, yaygın olarak gravimetrik yöntem olarak da ifade edilen gravite ölçülerine dayalı olarak modellenmektedir. Türkiye gibi karmaşık bir topoğrafya üzerinde yüksek doğruluğa sahip bir gravimetrik jeoitin modellenmesi oldukça zordur.

Gravimetrik jeoit modellemede, Stokes fonksiyonunun kullanılması için, topoğrafya üzerinde gerçekleştirilen ölçüler topoğrafya ve jeoit arasında hiçbir kütle var olmadığı kabul edilerek jeoit indirgenmektedir. Fakat bu yaklaşım için topoğrafya ve jeoit arasında yer alan kütle dağılımı bilinmelidir, pratik olarak bu pek mümkün değildir. Molodensky, kütle dağılımının kullanılmadığı, kuasijeoit yüzeyi olarak adlandırılan, jeoit yerine kullanılan ve fiziksel bir anlamı olmayan matematiksel bir yüzey belirlemişlerdir [6]. Stokes fonksiyonu bu doğrultuda jeoit ondülasyonu (N) belirlemek yerine, yükseklik anomalisinin ζ hesaplanması için kullanılabilir [7]. $N - \zeta$ terimi kullanılarak, kuasijeoitte jeoitte geçiş mümkündür. Klasik yaklaşımda, $N - \zeta$ teriminin hesabında, serbest hava gravite anomalisinin düşey gradyenti hesaba katılmamaktadır [8]. Fakat bu yaklaşım, özellikle dağlık alanlarda, yeterli duyarlılığa sahip değildir. İstenilen doğrulukta $N - \zeta$ teriminin hesaplanması için, serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentinin de dikkate alındığı eşitlik kullanılmalıdır [9].

Gravimetrik yöntemle elde edilen jeoitin doğrulanması, GPS/nivelman ölçüleriyle gerçekleştirilmektedir. Geometrik olarak adlandırılan ve nivelman ölçüleriyle elde edilen yükseklikler, fiziksel olarak ifade edilen ortometrik yüksekliklerle aynı değildir. Bu iki yükseklik arasındaki fark, gravitenin hesaba katılmasıyla kaldırılmaktadır. Nivelman ölçülerinden ortometrik yüksekliğin elde edilmesi için, nivelman hattı boyunca ölçülen ve her bir nokta için hesaplanan ortalama gravite kullanılmaktadır. Her bir noktada ortalama gravite ise, Poincaré-Prey indirgemesiyle elde edilmektedir. Bu indirgeme genellikle, serbest hava indirgemesinin normal düşey gravite gradyent değeri olan $0,3086 \text{ mGal/m} = 3086 \text{ Eötvös (E)}$ kullanılarak hesaplanmaktadır [8]. $N-\zeta$ teriminin hesabında olduğu gibi, serbest hava gravite anomalisinin düşey gradyenti hesaba katılmamaktadır. $N-\zeta$ teriminde serbest hava gravite anomalisinin düşey gradyenti hesaba katıldığında tutarlı olmak için GPS/nivelman jeoit ondülasyonunun belirlenmesinde kullanılan ortometrik yüksekliği hesabında da serbest hava gravite anomalisinin düşey gradyenti kullanılmalıdır.

Bu tez çalışmasının ilk kısmı olan Bölüm 1'de jeoit belirlemede DGG'nin ve serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentinin önemi anlatılmıştır. Bölüm 2'de jeoitin hesaplanması için gerekli olan temel kavramlar anlatılmıştır. Bölüm 3'de bağıl gravite ölçer ile DGG ölçümlerinin nasıl gerçekleştirildiği yer almaktadır. Bölüm 4'te DGG'nin çeşitli yöntemlerle modellenmesi gösterilmiştir. Bölüm 5'te En Küçük Karelerle Kollokasyon (EKKK) hakkında bilgi verilmiştir. Bölüm 6'da, tez kapsamında, kullanılan veriler ve uygulamalar anlatılmıştır ve son bölümde, tez çalışmasından elde edilen sonuçlar verilmiş ve öneriler sunulmuştur.

1.1. Tez Çalışmasının Amacı

Bu tez çalışmasının amacı, ilk olarak, yersel gravite ölçülerinden elde edilen gravite anomalilerini kullanarak, çeşitli yöntemlerle, serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentini hesaplamaktır. Daha sonra, hesaplanan bu değerleri normal düşey gravite gradyentine ekleyerek model DGG elde etmek ve bunu da yersel DGG'ler ile doğrulamaktır. En yüksek doğruluğun sağlandığı yöntem ile serbest hava gravite anomalisinin düşey gradyenti, hem $N-\zeta$ teriminin hem de nivelman ölçülerinden

elde edilen ortometrik yüksekliğin hesaplanmasında kullanılmıştır. Böylelikle, uygulamada ihmal edilen serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentinin önemi ve jeoit modellemeye katkısı ortaya çıkarılmıştır.

1.2. Literatür Taraması

Düşey gravite gradyentinin modellenmesi ve uygulanmasına ilişkin birçok çalışma yapılmıştır.

Yapılan bir çalışmada, yüksekliğe bağlı gravite indirgemesini iyileştirmek için ikinci dereceden normal gradyent kullanılmıştır [10].

Macaristan'ın Sós-kút kentinde 1999 ve 2000 yılları arasında yapılan diğer bir çalışmada [11], kabuk kütlelerinin yoğunluğunu sabit alan bir yaklaşımla, yüksek çözünürlüklü (grid aralığı 10 m olan) Sayısal Yükseklik Modeli (SYM) kullanılarak, prizma entegrasyonu yöntemi ile, düşey gravite gradyenti değerleri hesaplanmıştır. Diğer taraftan, gravite verilerinden de yararlanarak, spektral tekniklerle, gravite gradyentleri hesaplanmıştır. [11] tarafından elde edilen toplam düşey gravite gradyenti değeri, W_{zz} , üç bileşenin toplamı şeklinde, Eşitlik 1.1'deki şekilde ifade edilmiştir.

$$W_{zz} = U_{zz} + T_{zz}^{\Delta d} + T_{zz}^{top} \quad (1.1)$$

Burada, jeoitin altındaki kütlelerin etkisi ($T_{zz}^{\Delta d}$) Faye serbest hava gravite anomalilerinden, topoğrafyanın etkisi (T_{zz}^{top}) SYM'den hesaplanmıştır. (U_{zz}) ise normal düşey gravite gradyentidir (3086 E). Hesaplanan gradyentler birbiriyle karşılaştırılmış ve test bölgesinde ölçülen 6 noktadaki değerlerle doğrulanmıştır. Hesaplanan değerlerle ölçülen değerler karşılaştırıldığında, standart sapma $\pm 244E$, maksimum fark ise 547E olarak bulunmuştur. Yüksek doğruluklu SYM kullanılarak daha doğru bir düşey gravite gradyenti hesaplanabileceği sonucuna ulaşılmıştır [11].

Kanada'da yer alan, Rocky Mountains'de yapılan bir çalışmada [12], gravite indirgemesi için ortalama gravite gradyenti kullanılmıştır. Çalışma alanında, topoğrafya içindeki kütle yoğunluğu dağılımının, yeryuvarının şeklinin ve gravite gradyentinin derinlikle olan düşey değişiminin, ortalama gravite gradyentine olan etkisi incelenmiştir. Atmosferik etkinin ise, ihmal edilebilecek düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, topografik kütle yoğunluğu dağılımındaki belirsizliklerden kaynaklanan hataların, hesaplanan ortalama gravite gradyenti değerlerine etkisi gösterilmiştir. Çekül eğrisi boyunca topoğrafyadaki ortalama gravite gradyenti \bar{W}_{hh} aşağıdaki şekilde Eşitlik 1.2'de tanımlanmıştır:

$$\bar{W}_{hh}(\Omega) = \frac{1}{H^0(\Omega)} \int_{h=0}^{H^0(\Omega)} \frac{\partial g(h, \Omega)}{\partial h} dh \quad (1.2)$$

Burada H^0 ortometrik yükseklik, $\partial g / \partial h$ düşey gravite gradyenti, Ω ise enlem, boylam ve yüksekliği ifade etmektedir. Entegrasyon çözümü, Newton-Codes integrasyon metodu ile gerçekleştirilmiştir [12].

Kaliforniya Parkfield'deki başka bir çalışmada, havadan alınan gradyometrik veriler, gravite anomalisi verileri ve SYM birleştirilerek gravite gradyenti alanı modellenmiştir [13].

Rocky Mountains'de yapılan bir başka çalışmada ise, jeoit modellemede kullanmak üzere, ortalama gravite gradyentini belirlemek için aşağı uzanım tekniği (downward continuation) kullanılmıştır [14].

Macaristan, Cegled'de gravite gradyent verileri kullanılarak, bir jeoit modeli hesaplanmıştır. Bu çalışmadan, normal gradyent değerleri yerine, modellenmiş gradyentlerin kullanılmasının, gravite alanı modellemesini iyileştirdiği sonucuna varılmıştır [15].

İspanya'da bulunan Tenerife adasında, yüksek çözünürlüklü SYM kullanılarak, düşey gravite gradyenti değerleri hesaplanmıştır [16]. Yapılan bu çalışmada, modellenen değer, normal değerden %60'a varan ölçüde farklılık gösterdiği

sonucuna ulaşılmıştır. Özellikle, volkanik alanlarda gerçekleştirilen mikrogravimetrik ölçümlerde, modellenen değerin kullanılmasının önemi gösterilmiştir. Düşey gravite gradyenti modellenmesinde, yeni geliştirilen bir yazılım olan Toposk kullanılmıştır. Toposk programı, SYM kullanarak topoğrafyanın etkisini hesaplamaktadır. Topoğrafyanın etkisi, normal düşey gravite gradyentine eklenerek o noktaya ait düşey gravite gradyent değeri hesaplanmıştır [17] .

Polonya'da yapılan bir çalışma sonucunda, özellikle dağlık bölgede, mutlak gravite indirgemesinde, normal düşey gravite gradyentinin kullanılmasının 1 metrede 100 μGal 'i aşan bir hataya sebep olduğu görülmüştür [18].

Tayvan'da yapılan bir çalışmada ise, gözlemlenen ve modellenen gravite gradyentleri kullanılarak indirgenen serbest hava gravite anomalileri, normal gradyente kıyasla, yüksek dağlık bölgelerde, 100 mGal'e kadar farklılık göstermiştir. Gözlemlenen ve modellenen gravite gradyentlerinden türetilen serbest hava gravite anomalilerinin, jeoit doğruluğunu, 17 – 18 cm kadar iyileştirebildiği sonucuna ulaşılmıştır [19].

2. TEMEL KAVRAMLAR

2.1. Çekim ve Potansiyel

Newton'un kütle çekim yasasına göre, aralarında ℓ kadar mesafe olan m_1 ve m_2 kütleli iki cisim birbirini, kütleleriyle doğru, uzaklığın karesi ile ters orantılı olarak eşit bir F kuvveti ile çeker [7]:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{\ell^2} \quad (2.1)$$

G evrensel çekim sabitidir ($6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$). Bir kütle diğerinden büyük olduğunda (örneğin $m_1 \gg m_2$) çeken kütle, daha küçük kütle ise çekilen kütle olarak adlandırılır. Üç boyutlu Kartezyen koordinat sisteminde (x, y, z) , çeken kütle $P(x_p, y_p, z_p)$ ile çekilen kütle $Q(x_q, y_q, z_q)$ arasındaki kuvvet bileşenleri aşağıdaki şekilde verilebilir [7]:

$$F_x = -G \frac{m}{\ell^2} \frac{x_p - x_q}{\ell} \quad (2.2)$$

$$F_y = -G \frac{m}{\ell^2} \frac{y_p - y_q}{\ell} \quad (2.3)$$

$$F_z = -G \frac{m}{\ell^2} \frac{z_p - z_q}{\ell} \quad (2.4)$$

ℓ , P ve Q arasındaki Öklit mesafesidir. Gravite potansiyeli olarak adlandırılan ve skaler bir fonksiyon olan V , aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$V = \frac{Gm}{\ell} \quad (2.5)$$

Eşitlik 2.2, 2.3 ve 2.4 x , y ve z koordinat eksenlerine göre V 'nin kısmi türevleri olarak ifade edilir.

$$F_x = \frac{\partial V}{\partial x}, F_y = \frac{\partial V}{\partial y}, F_z = \frac{\partial V}{\partial z} \quad (2.6)$$

Gravite potansiyeli, F_x , F_y ve F_z bileşenlerinin tek bir fonksiyonda belirtilmesi için kullanılır.

2.2. Jeodezik Sınır Değer Problemleri

Fiziksel Jeodezi'de kullanılan üç sınır değer problemi (SDP), S küre yüzeyinde (Şekil 2.1) sınır değer olarak verilen, skaler potansiyel fonksiyonunun, V veya onun birinci normal türevinin $\frac{\partial V}{\partial n}$ veya her ikisinin de doğrusal bir kombinasyonunun, küre yüzeyi dışındaki V değerleriyle ilişkilendirmektedir. Öncelikli amacı, sınır değerlerin bir fonksiyonu olarak verilen S yüzeyinin içindeki veya dışındaki bir alanda, harmonik potansiyel fonksiyonunu (V) tespit etmektir [7].

Bir fonksiyon, verilen bir bölgede, Laplace denklemini sağlıyorsa, bu bölgede harmoniktir. Laplace denklemi, kartezyan koordinat sisteminde, aşağıdaki Eşitlik 2.7 gösterilmektedir [7]:

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (2.7)$$

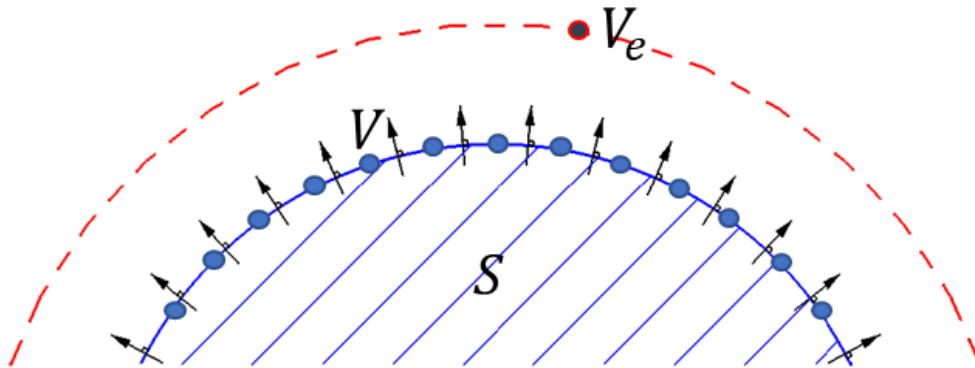
V , harmonik fonksiyon, Δ ise Laplace operatörüdür. Yukarıdaki Laplace denklemine ek olarak, eğer bölge S yüzeyine yakınsa, ℓ sonsuzluğa yaklaşırken, harmonik fonksiyon $1/\ell$ ile orantılı olarak sifıra yaklaşmaktadır [7].

Birinci SDP, *Dirichlet* problemi olarak da bilinmektedir. Bir S yüzeyindeki herhangi bir V fonksiyonu göz önüne alındığında, S üzerinde V sınır değerlerini karşılayan, S 'nin içinde veya dışında harmonik olan bir V' fonksiyonu bulunur [8]. Dirichlet probleminin gravite potansiyelindeki uygulaması, şu şekildedir: bir S sınır yüzeyinde verilen gravite potansiyel fonksiyonunun V değerleriyle, sınır yüzeyinin

içindeki V_i veya dışındaki V_e potansiyel bulunur. Sınırın dışında yer alan ve Poisson integrali kullanılarak çözülen çekim potansiyeli, Jeodezi'nin özel ilgi alanına girmektedir.

İkinci SDP, *Neumann* problemi olarak bilinmektedir. Birinci SDP'nin aksine, S yüzeyindeki bir V fonksiyonu yerine, birinci normal türevi olan $\frac{\partial V}{\partial n}$ kullanılır. Birinci normal türev, Şekil 2.1'de gösterildiği gibi S 'ye diktir ve dışa doğru yönlendirilmiştir. Amaç, Birinci SDP ile aynıdır: S üzerinde $\frac{\partial V}{\partial n}$ sınır değerlerini karşılayan, S 'nin içinde veya dışında harmonik olan bir V' fonksiyonu bulmaktır. Sınırın dışında yer alan V_e için harmonik bir fonksiyonun bulunması, jeodezi için önemlidir.

Fiziksel jeodezi'nin SDP olarak da bilinen üçüncü SDP, birinci ve ikinci SDP'nin birleşimidir. Bir S sınır yüzeyinde verilen V fonksiyonunun, doğrusal bir birleşimi ve birinci normal türevi $\frac{\partial V}{\partial n}$ kullanılarak, S üzerinde sınır değerlerini karşılayan, S 'nin içinde veya dışında harmonik olan bir V' fonksiyonu bulunur. Üçüncü SDP son derece önemlidir, çünkü Stokes integrali olarak da bilinen, sınır yüzeyinin dışındaki potansiyel olan V_e 'nin çözümünü vermektedir. Böylece, referans elipsoidinden jeoit ondülasyonu hesaplanabilir [7].



Şekil 2.1. Sınır-değer problemleri.

Şekil 2.1. üçüncü SDP'yi göstermektedir. V_e ile gösterilen kırmızı noktalı yüzey, mavi sınırlı S yüzeyinin dışındaki V değeridir. Yüzeyde sınır değerler olan V 'nin doğrusal kombinasyonu ve birinci normal türevi $\frac{\partial V}{\partial n}$ sırasıyla siyah oklar ve mavi noktalar olarak gösterilmiştir.

2.3. Gravite ve Eşpotansiyel Yüzey

Yeryuvarının yüzeyinde duran bir nokta kütlesine etki eden toplam kuvvet, yeryuvarının, kütlesinden kaynaklı çekim kuvvetinin ve rotasyonu kaynaklı merkezkaç kuvvetinin toplamıdır. Bu toplam kuvvet, *gravite* adı verilen bir ivmedir. Gravite vektörü g ile ve toplam potansiyel alanı W ile gösterilir [7].

Toplam potansiyel alanın W sabit bir değere eşit olduğu yüzeye, eşpotansiyel veya seviye yüzeyi denir. Toplam potansiyel alanın, yerin merkezi yönündeki gradyenti olan gravite vektörü, aynı noktadan geçen eşpotansiyel yüzeye diktir [7]. Normal vektör n 'ye göre potansiyel ∂W 'deki değişim, negatif düşey gradyent, Eşitlik 2.8'de verilmiştir,

$$\frac{\partial W}{\partial n} = -g \quad (2.8)$$

g gravite vektörü ve n eşpotansiyel yüzey için normal vektördür.

Genellikle, Dünya'nın şekli matematiksel olarak, elipsoit kabul edilmektedir. Bu elipsoit yüzey, içinde karaların, okyanusların ve atmosferin toplam kütlesini içerir ve Dünya'nın dönüşüne eşit ω açısal hızıyla dönerse, normal potansiyelin U_0 eşpotansiyel yüzeyine sahip olur.

Tüm okyanuslar, Dünya'nın herhangi bir dinamiği ya da okyanus akıntıları, gelgit ve diğer jeodinamik olayların etkisi olmadan bırakılsaydı, eşpotansiyelli bir yüzey oluştururlardı. Bu eşpotansiyelli yüzey, ortalama deniz seviyesi olarak da bilinen jeoitir. Jeoitte karşılık gelen eşpotansiyelli yüzey, referans elipsoidin yüzeyindeki

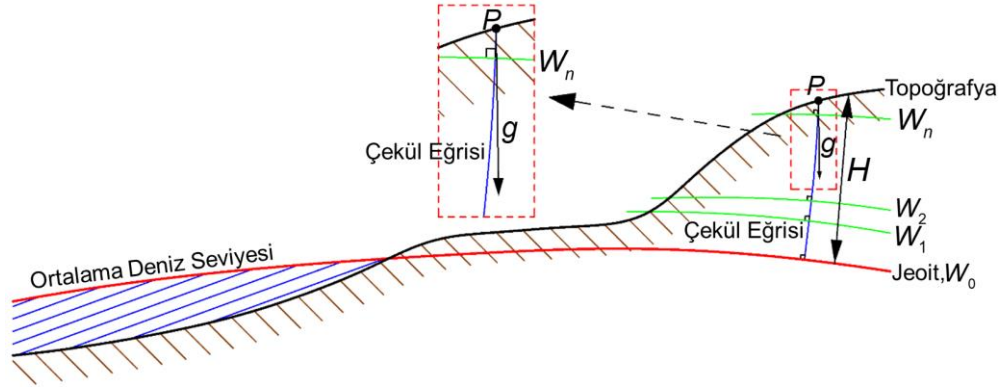
normal potansiyel U_0 'a eşit olacak şekilde ayarlanabilen, sabit bir jeopotansiyel değere W_0 sahiptir. Sonsuz sayıda potansiyel değere karşılık gelen sonsuz sayıda eşpotansiyelli yüzey vardır ($W_1 \dots W_n$). Eşpotansiyelli yüzeyler, Dünya içindeki kütle dağılımının düzensiz olması nedeniyle, birbirine paralel olmayacaktır. Eşpotansiyelli yüzeyler ve bu yüzeylerin paralel olmama durumu, Şekil 2.2'de gösterilmektedir. Tüm eşpotansiyelli yüzeyleri dik olarak kesen eğriye, çekül eğrisi (plumb line) denir. Eşpotansiyelli yüzeyler paralel olmadığından, eğri şeklini almaktadırlar (Şekil 2.2). Herhangi bir noktada gravite vektörü, çekül eğrisine diktir [7].

Topoğrafya üzerindeki bir P noktasının ortometrik yüksekliği H , jeoitten o noktaya kadar olan çekül eğrisinin uzunluğuna eşittir. Jeoit ve topoğrafya üzerinde bulunan nokta arasındaki potansiyel değişimini belirlemek için, Eşitlik 2.8, tek bir değişiklik kullanılabilir; dn terimi dH ile değiştirilir. dH , çekül eğrisi boyunca, topoğrafya üzerindeki noktaya doğru olan, yukarıya dönük vektördür. Gravite vektörü g , Yer'in merkezine doğru olduğundan ve dH Yer'in merkezine ters yönde ölçüldüğü için, aralarındaki açı 180° 'dir ve Eşitlik 2.8 şöyle yazılabilir,

$$dW = ||g|| ||dH|| \cos 180^\circ = -gdH \quad (2.9)$$

g gravite vektörü, dH çekül eğrisi boyunca ortometrik yüksekliğin değişimidir. Eşitlik 2.9, dinamik bileşenleri dW geometrik olanlarla dH ilişkilendirmektedir [8].

Eşpotansiyelli yüzey, yükseklik sistemi için, referans yüzeyi sağlamaktadır. Jeoit, ortalama deniz seviyesine denk olduğu için, en yaygın olarak kullanılan, eşpotansiyelli yüzeydir. Şekil 2.2'de topoğrafya, jeoit ve ortalama deniz seviyesi arasındaki ilişki gösterilmiştir.



Şekil 2.2. Eşpotansiyelli yüzeyler.

Şekil 2.2.'de farklı W değerlerine sahip eşpotansiyelli yüzeyler birbirine paralel olmayacaktır. Bu, Dünya'nın kütle dağılımının düzensiz olmasından kaynaklanmaktadır. Çekül eğrisi, her eşpotansiyelli yüzeye diktir ve bu yüzden hafif bir eğri şeklindedir. Gravite vektörü g , W_n 'ye diktir ve W_n 'deki çekül eğrisine teğettir.

2.4. Bozucu Potansiyel

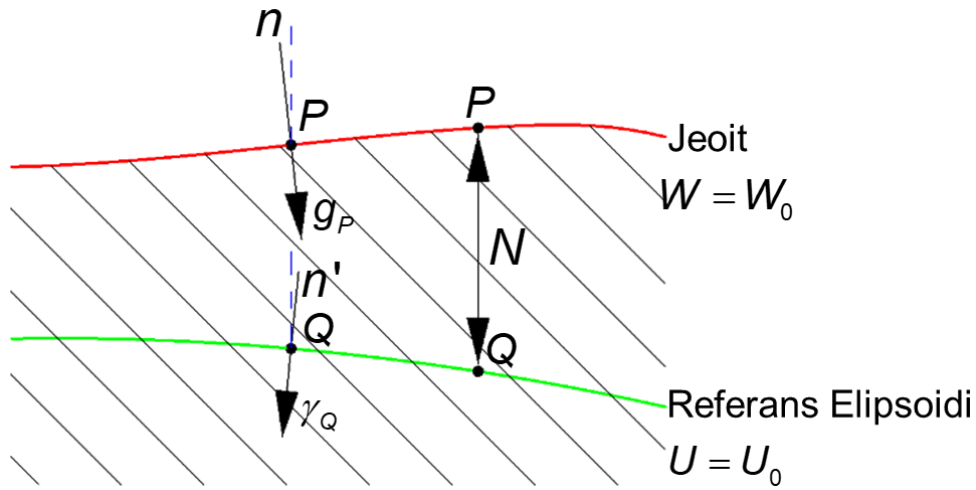
Referans elipsoidi, yeryüzünün gerçek şekli olan jeoit, nispeten yakın bir varsayımdır (± 100 m). Jeoit üzerindeki gravite potansiyeli, genellikle referans elipsoid üzerindeki normal potansiyel ile aynı olacak şekilde ayarlanır, yani $W_0 = U_0$. Böylece, matematiksel olarak normal elipsoid ile jeoit ondülasyonunun (N) toplamı jeoit, normal potansiyel U ile bozucu potansiyelin T toplamı ise toplam gravite potansiyelini W vermektedir. Jeoit ve referans elipsoidi, Şekil 2.3'te karşılaştırılmıştır. Jeoit ondülasyonu N , jeoit üzerindeki bozucu potansiyel T ve referans elipsoidi üzerindeki normal gravite (teorik gravite) γ kullanılarak, Bruns eşitliğinden (Eşitlik 2.10) bulunmaktadır [7].

$$N = \frac{T}{\gamma} \quad (2.10)$$

Eşitlik 2.11'e göre, jeoit üzerindeki bir P noktasının gravite vektörüyle g_P , referans elipsoidindeki Q noktasının normal gravitesinin γ_Q farkı, gravite anomalisini Δg vermektedir.

$$\Delta g = g_P - \gamma_Q \quad (2.11)$$

Şekil 2.3, jeoit üzerindeki gravite vektörünü g_P normal n ile ve elipsoid üzerindeki normal gravite vektörünü γ_Q normal n' ile göstermektedir.



Şekil 2.3. Jeoit ve normal referans elipsoidi.

2.5. Fiziksel Jeodezinin Temel Denklemi

Eşitlik 2.12'de gösterilen fiziksel jeodezinin temel denklemi, bilinmeyen bozucu potansiyel T ile ölçülebilen normal türevini Δg ilişkilendiren, kısmi bir diferansiyel denklemdir [7].

$$\frac{\partial T}{\partial h} - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T + \Delta g = 0 \quad (2.12)$$

Δg uzay boyunca bilinmediğinden, Eşitlik 2.12'nin bir çözümü yoktur. Bununla birlikte, Δg jeoitin sınır yüzeyi üzerinde biliniyorsa, o zaman Eşitlik 2.12'deki kısmi

diferansiyel denklem, bozucu potansiyel T için üçüncü SDP'yi çözerken bir sınır değer koşulu olarak kullanılabilir.

Jeoitin üstünde hiçbir kütle yoksa, bozucu potansiyel T jeoitin dışında harmoniktir ve Laplace denklemini karşılar ($\Delta T = 0$). Böylece,

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (2.13)$$

jeoitin dışındaki her noktada T için çözülebilir, Eşitlik 2.12'de verilen sınır şartına tabidir [7].

Jeoitin tüm yüzeyi boyunca Δg biliniyorsa (verilmişse), T 'nin doğrusal bir kombinasyonu ve ilk normal türev $\frac{\partial T}{\partial h}$, S sınır yüzeyinde bilinir, burada (Eşitlik 2.12) jeoitir. Bu nedenle, S dışındaki Eşitlik (2.13)'ün çözümü, üçüncü sınır değer problemindeki sınır koşulu dikkate alınarak, Eşitlik 2.12 ile elde edilebilir [7].

Jeoit üzerindeki bir noktada T için çözüm Stokes fonksiyonu tarafından verilmiştir ve Eşitlik 2.14'de gösterilmiştir,

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (2.14)$$

R , Dünya'nın ortalama yarıçapı, Δg gravite anomalisi, $d\sigma$ yüzey elemanı, $S(\psi)$ Stokes fonksiyonu ve ψ hesap noktası ile yüzeydeki diğer nokta arasındaki küresel açıdır. Stokes fonksiyonu, Eşitlik 2.15'de verilmiştir,

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin(\psi/2)} - 6 \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + 1 - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \ln\left(\sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\psi}{2}\right)^2\right) \quad (2.15)$$

Kutupsal koordinatları $p(\theta, \lambda)$ ve $p'(\theta', \lambda')$ olan iki nokta arasındaki küresel mesafe ψ , Eşitlik 2.16'daki gibi hesaplanır,

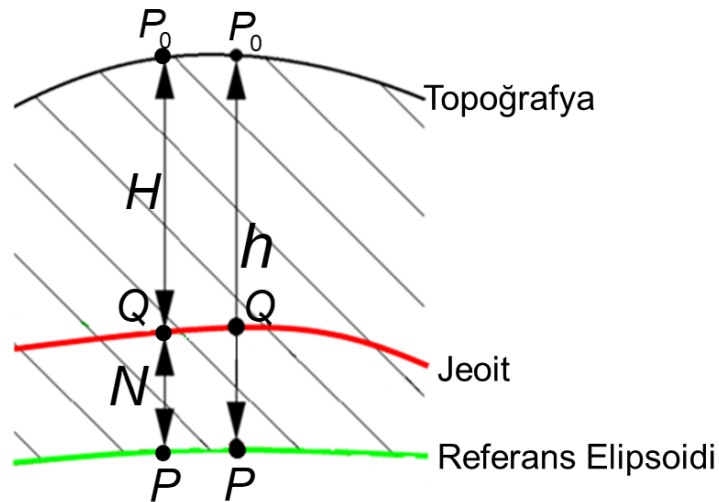
$$\psi = \cos^{-1}(\sin \theta \sin \theta' + \cos \theta \cos \theta' \cos(\lambda' - \lambda)) \quad (2.16)$$

2.6. Jeoit

Jeoit, ortalama deniz seviyesine denk olduğu düşünölen ve matematiksel olarak modellenen eşpotansiyel bir yüzeydir. Mevcut tüm kütleleri ve kütle dağılımlarını hesaba katarak, Dünya'nın şeklini tanımlar. Kütleler ve dağılımları kolayca bilinmediği veya ölçülemediği için, Dünya yüzeyinde ve üstünde ölçölen gravite g değerleri kullanılır. Jeoit, Eşitlik 2.14 yerine Bruns formölü (Eşitlik 2.10) kullanılarak elde edilen ve Eşitlik 2.17 'de gösterilmiş olan Stokes fonksiyonu kullanılarak, gravite anomalilerinden ve sayısal arazi modelinden (DTM: Digital Terrain Model) hesaplanabilir. Bir P noktasında, jeoit ondölasyonunu (N) hesaplamak için kullanılan Stokes fonksiyonu, yeryuvarının tüm yüzeyinde geçerli alçak geçirgenli bir filtredir [7].

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (2.17)$$

N , referans elipsoidinden jeoitte olan mesafe, yani, jeoit ondölasyonudur. γ_0 , jeoit ondölasyonunun hesaplandığı P noktasına karşılık gelen referans elipsoidi Q üzerindeki normal gravitedir. Geometrik ilişki Şekil 2.4'de gösterilmektedir.



Şekil 2.4. Topoğrafya, Jeoit ve Referans Elipsoidi arasındaki ilişki.

Eşitlik 2.17'deki integralin limit değeri oldukça önemlidir. N 'nin hassas bir şekilde belirlenebilmesi için, yeryüzünün her yerinde, gravite anomalisine ihtiyaç duyulmaktadır. Uygulamada, grid yapıda yüksek veya orta çözünürlüklü (30 dakika veya daha yüksek) gravite anomalisi bilgisine ulaşılabilir ama tüm Dünya için bu durum geçerli değildir. Bu gravite veri boşlukları, Global Gravite Alan Modelleri (GGM: Global Geopotential Models) kullanılarak doldurulur.

Jeoit ondülasyonu, yukarıda bahsedilen Stokes fonksiyonu dışında farklı tekniklerle de hesaplanabilir: Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT), En Küçük Karelerle Kolokasyon (EKKK), küresel harmonik fonksiyonlar, doğrudan elipsoidal yükseklik (GNSS'den) ve ortometrik yükseklik (Nivelmandan) arasındaki fark alınarak, radar altimetrisi (okyanuslarda) ve bunların kombinasyonu gibi. Bu tezde, jeoit modelini hesaplamak için EKKK kullanılmıştır. EKKK, gravite alanının belirlenmesi için farklı jeodezik ölçümlere ait verilerin de kullanılabilirdiği, matematiksel bir yöntemdir. Çalışmada kullanılan bu teknik, bir bölüm olarak ayrıca anlatılacaktır.

2.7. Gravite Anomalisi

Gravimetrik jeoit hesabında, gravite anomalileri kullanılmaktadır. Jeoit üzerindeki gravite g_p ve referans elipsoidindeki gravite γ_Q , sınır değer problemlerinin gereksinimlerini karşılamak için, jeoitin üstünde hiçbir kütle bulunmadığı varsayılarak tanımlanmalıdır. Gravite, jeoit üzerinde ölçülemediğinden, yeryüzünün yüzeyinde veya dışında ölçülen gravite değerleri, jeoit yüzeyine indirgenmelidir. Ayrıca, gravite, jeoit yüzeyinde ölçülebiliyor olsaydı bile, jeoitin üzerindeki tüm kütlelerin kaldırılması gerekirdi.

Eşitlik 2.11'de hesaplanan gravite anomalisi, serbest hava gravite anomalisi olarak adlandırılır. Jeoitin üstündeki kütleler göz ardı edilirse, topoğrafyada ölçülen gravite g_G , Eşitlik 2.18'deki serbest hava gravite gradyenti kullanılarak jeoitte indirgenebilir.

$$\Delta g_{fa} = g_G + \frac{\partial g}{\partial H} * H - \gamma_Q \quad (2.18)$$

Eşitliğin sağ tarafındaki ikinci terim; serbest hava DGG, noktanın jeoit yani aşağı doğru “serbest hava”da olduğu gibi hareket ettiğini varsayar. Burada, eğer serbest hava DGG ölçülmüş veya modellenmişse, o değer kullanılmalıdır. Fakat, bu değer bilinmiyorsa, serbest hava gravite anomalisi, Eşitlik 2.19’a göre hesaplanır.

$$\Delta g_{fa} = g_G + \frac{\partial \gamma}{\partial H} * H - \gamma_Q \quad (2.19)$$

$\partial \gamma / \partial H$ normal DGG’dir ve 3086 Eötvös (E)’e eşittir. Gravite değeri, Dünya’nın kütle merkezine yaklaştıkça, artmaktadır.

Bouguer anomalisi, serbest hava gravite gradyenti tarafından göz ardı edilen, yeryüzü ile jeoit arasında kalan kütle etkisiyle ilgilidir. İki çeşit Bouguer anomalisi vardır; tamamlanmamış ve tamamlanmış. Tamamlanmamış Bouguer anomalisi, Eşitlik 2.20’de gösterilmektedir,

$$\Delta g_{ba} = \Delta g_{fa} - 2\pi G \rho H \quad (2.20)$$

G evrensel çekim sabiti, ρ kütle yoğunluğu (genellikle kayanın yoğunluğu olan $2.67g/cm^3$ kullanılmaktadır), H ilgili noktanın ortometrik yüksekliğidir.

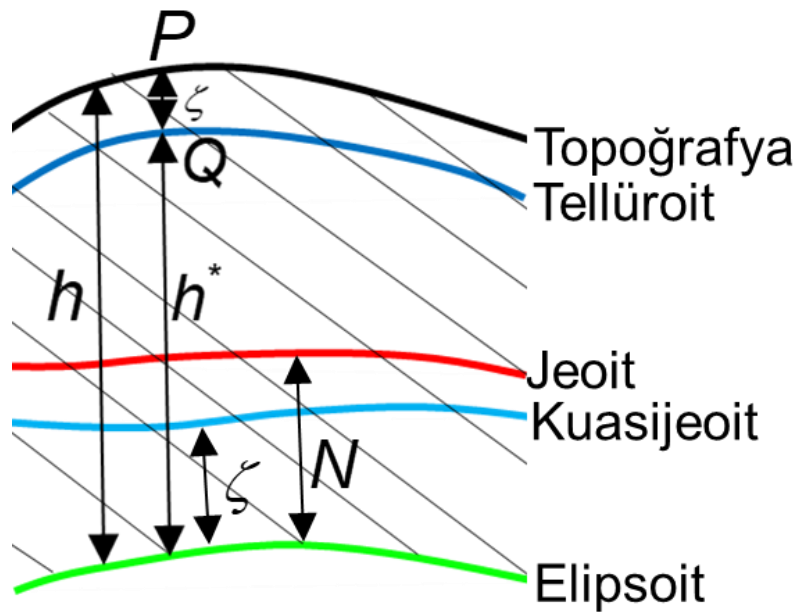
Serbest hava anomalisine, kütle indirgemesi yapılarak tamamlanmamış Bouguer anomalisi elde edilir. Bu indirgeme, ρ yoğunluğunda ve H yüksekliğindeki sonsuz bir alanın, hesap noktasına uyguladığı çekim kuvvetine karşılık gelmektedir.

Burada bahsi geçen serbest hava gravite anomalisi, Helmert yaklaşımına göre tanımlanmıştır. Bu serbest hava gravite anomalisi, Stokes denkleminde geçen jeoit yüksekliğinin (Eşitlik 2.17) hesaplanmasında kullanılmaktadır [7].

2.8. Kuasijeoit

Stokes fonksiyonunun ikinci kısıtlamasını atlamak için, Molodensky teorisi kullanılmaktadır [6]. Topoğrafya, sınır yüzeyi olan jeoitin yerini aldığı anda, Stokes fonksiyonunun sonucu jeoit yerine, kuasijeoit olur.

Kuasijeoit, şekil olarak yaklaşık jeoitte eşdeğer olsa da, jeoitin aksine, fiziksel bir anlamı yoktur ve yalnızca matematiksel bir yüzeydir [20]. Şekil 2.5 topoğrafya, elipsoit, kuasijeoit ve tellüroit arasındaki ilişkiyi göstermektedir.



Şekil 2.5. Klasik jeodezi yüzeyi ile Molodensky yüzeyi arasındaki ilişki.

Şekil 2.5'e göre tellüroit, topoğrafya ve elipsoit arasındaki ilişki; topoğrafya, elipsoit ve jeoit arasındaki ilişkiye benzerdir. Molodensky yüzeyinde, elipsoit yüksekliği h , normal yükseklik h^* ile yükseklik anomalisinin ζ toplamına eşittir. Ortometrik yükseklik H ise, elipsoit yüksekliğinden h , jeoit ondülasyonunun N çıkarılmasıyla elde edilir.

Elipsoit yüksekliği h ile normal yükseklik h^* arasındaki farka, yükseklik anomalisi ζ denir ve bu jeoit ondülasyonuna N yakın bir değerdir. Yükseklik anomalisi, elipsoitten kuasijeoitte veya topoğrafyadan tellüroite geçmek için de kullanılabilir.

Yükseklik anomalisi, Stokes integraliyle, Eşitlik 2.21 kullanılarak veya EKKK ile Eşitlik 2.22 yardımıyla elde edilmektedir [20],

$$\zeta = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} (\Delta\tilde{g} + G_1) S(\psi) d\sigma \quad (2.21)$$

$$\zeta = C_{\zeta\Delta\tilde{g}} C_{\Delta\tilde{g}\Delta\tilde{g}}^{-1} \Delta\tilde{g} \quad (2.22)$$

γ_0 tellüroitteki normal gravite, $\Delta\tilde{g}$ ise, Eşitlik 2.11'de bahsedilen, serbest hava gravite anomalisinden farklıdır ve Eşitlik 2.23'de gösterilmiştir,

$$\Delta\tilde{g} = g_P - \gamma_Q \quad (2.23)$$

P topoğrafya üzerindeki bir nokta ve Q tellüroitte ona karşılık gelen noktadır. İntegral içindeki ek bileşen olan G_1 , Stokes fonksiyonuna getirilen düzeltme terimidir ve Eşitlik 2.24'de gösterilmiştir [20],

$$G_1 = \frac{R^2}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{H' - H}{\rho^3} \left(\Delta\tilde{g} + \frac{3\gamma_0}{2R} \right) d\sigma \quad (2.24)$$

G_1 terimi γ_0 'ye kıyasla oldukça küçük olduğu global model ve topoğrafyanın etkisi gravite anomalilerinden çıkarılarak elde edilen artık gravite anomalileri jeoit hesabında kullanıldığında genellikle ihmal edilmektedir [20].

Bu tezde, kuasijeoit hesaplamak için Molodensky yöntemi kullanılmıştır, fakat Eşitlik 2.21'deki G_1 terimi ihmal edilmiştir. Ayrıca, Eşitlik 2.23'deki gravite anomalisi yerine, Eşitlik 2.19'daki serbest hava gravite anomalisi kullanılmıştır ($\Delta g \cong \Delta\tilde{g}$). Çünkü, bu iki anomali, aşağıda görüleceği üzere, sayısal olarak, birbirine benzemektedir.

Helmert yaklaşımında, Bruns'un genişletilmiş denkleminde, $\rho = 0$ alınarak elde edilen serbest hava DGG, topoğrafyada ölçülen graviteyi serbest havada ve H kadar mesafede aşağı doğru jeoit indirgemedede kullanılır. Bu gravite değerinden de klasik serbest hava gravite anomalisi hesaplanır (DGG biliniyorsa, Eşitlik 2.18; DGG bilinmiyorsa, Eşitlik 2.19).

Molodensky serbest hava gravite anomalisinde ise, elipsoidden tellüroide Molodensky serbest hava gradyentiyle (bu değer yukarıda bahsedilen Bruns denkleminde hesaplanan normal gravite gradyentiyle aynıdır, Eşitlik 2.19) taşınan normal gravite kullanılır. Eşitlik 2.23'deki normal gravite değeri, Eşitlik 2.25'den elde edilmektedir.

$$\gamma_Q = \gamma_{Q_0} + \frac{\partial \gamma}{\partial h} h^* + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} h^{*2} + \dots \quad (2.25)$$

Eşitlik 2.25'de, dikkat edilmesi gereken, eşitliğin sağ tarafındaki 2'nci terim $\partial \gamma / \partial H$ normal DGG'dir. Bu yüzden, Molodensky yaklaşımında, gravite anomalisi hesaplanırken, ölçülen veya modellenmiş DGG kullanılamayacaktır. Bunun yerine, normal DGG'nin değeri olan, 3086 E kullanılacaktır. Helmert (Eşitlik 2.19) ve Molodensky serbest hava gravite anomalisi arasındaki fark şöyledir:

$$0,3086 * (H - h^*) mGal \quad (2.26)$$

H ve h^* arasındaki farkla N ve ζ arasındaki fark aynıdır. İki yükseklik arasındaki fark, Türkiye'de yaklaşık, 0 ile 120 santimetre arasında değişmektedir. Yukarıda bahsedildiği gibi, Δg topoğrafyadaki gravitenin aşağı doğru indirgenmesiyle hesaplanır, doğası gereği, sayısal olarak kararsızdır ve belki de teorik olarak ulaşılması imkansızdır. Fakat $\Delta \tilde{g}$, elipsoitteki normal gravitenin yukarı doğru çıkarılmasıyla hesaplanır, sayısal olarak yapılan bu işlem, kararlı ve teorik olarak doğrudur. Bu yüzden, jeoitte tanımlanan Δg 'yi ve Stokes fonksiyonunu kullanarak jeoit hesaplamak yerine, topoğrafya gravite anomalisi $\Delta \tilde{g}$ 'yi ve Molodensky teorisini kullanarak, N ve ζ hesaplamak, fiziksel ve sayısal olarak daha mantıklıdır. Çalışmada, Molodensky teorisi bu nedenle kabul edilmiştir. Yükseklik anomalisi ζ hesabı içinse, EKKK yöntemi kullanılmıştır.

Eşitlik 2.21 ve 2.22'de, jeoit yerine kuasijeoit hesaplandığından, buna Eşitlik 2.27'de belirtilen $N - \zeta$ terimi eklenmelidir [8].

$$N - \zeta = h^* - H = \frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} H \quad (2.27)$$

N jeoit ondülasyonu, ζ kuasi-jeoit ondülasyonu, h^* normal yükseklik, H ortometrik yükseklik, \bar{g} ortalama gravite, $\bar{\gamma}$ ortalama normal gravite'dir.

Bu terim, Eşitlik 2.20'deki, Bouguer anomalisi Δg_{ba} kullanılarak, yaklaşık olarak, Eşitlik 2.28'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$N - \zeta \approx \frac{\Delta g_{ba} H}{\bar{\gamma}} \quad (2.28)$$

Bu eşitlikte, serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentini de kapsayan ikinci terim, ihmal edilmektedir. Fakat, dağlık alanlarda, bu terimin ihmal edilmesi, istenilen duyarlılıkta jeoit elde edilememesine sebep olmaktadır [21,22]. Daha duyarlı bir $N - \zeta$ terimi, ikinci terimin de yer aldığı, Eşitlik 2.29 yardımıyla hesaplanabilir [9].

$$N - \zeta \approx \frac{\Delta g_{ba}}{\bar{\gamma}} H - \frac{H^2}{2\bar{\gamma}} \left(\frac{\partial \Delta g}{\partial H} \right) + (O^3) \quad (2.29)$$

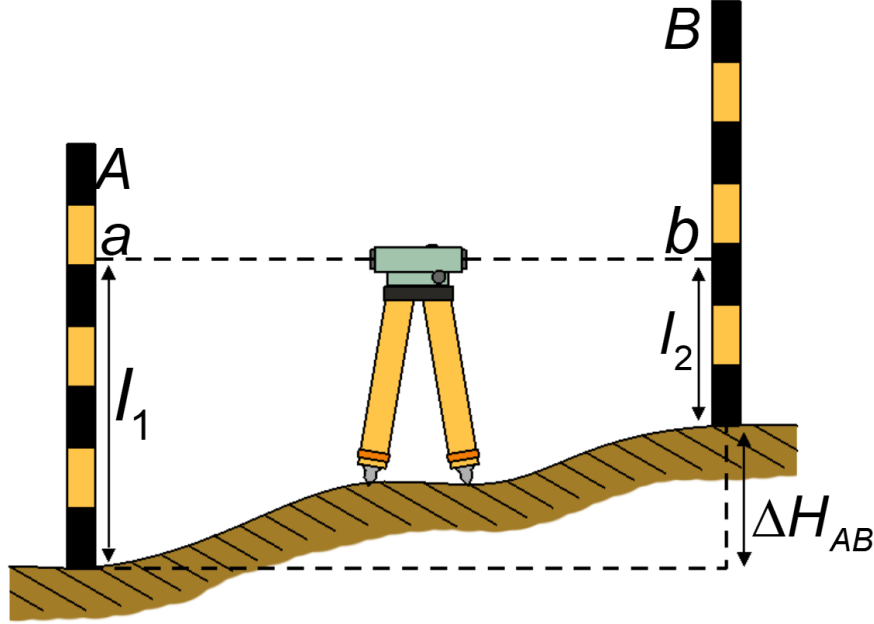
$\frac{\partial \Delta g}{\partial H}$ serbest hava gravite anomalisi düşey gradyenti, O^3 ise yüksek derecedeki terimlerin toplamıdır (ihmal edilebilir).

Tez kapsamında $N - \zeta$ teriminin hesabında ikinci terimin etkisi incelenmiştir.

2.9. Nivelman

Haritacılığın temel görevlerinden biri de, iki nokta arasındaki yükseklik farkını belirlemek için, nivelman ölçüsü gerçekleştirmektir. Eğer iki nokta arasındaki mesafe fazlaysa, nivelman ölçümü, birden fazla ara noktada alet kurularak gerçekleştirilir. Her ara noktadaki yükseklik farklarının toplanmasıyla, son fark elde

edilir. Bu yöntemle, nivelman hattı boyunca gravite ölçüsü de gerçekleştirilmişse, bir noktanın ortometrik yüksekliği H , diğer bir noktaya taşınabilir. Şekil 2.6'da klasik bir nivelman ölçüsü gösterilmektedir.



Şekil 2.6. Nivelman ölçüsü.

Şekil 2.6.'ya göre eğer a ve b arasındaki çizgi yatay ve A ve B arasındaki mesafe kısa ise (yani 50 metreden az ise), A ve B noktalarındaki mira okumalarının farkı (sırasıyla l_1 ve l_2), A ve B arasındaki yükseklik değişimini verecektir.

Kapalı bir nivelman döngüsündeki, ara noktalarda gözlemlenen yükseklik farklarının toplamı, sıfır olmayacaktır [7]. Ayrıca bu kapalı döngü, farklı bir güzergâh izlenerek ölçülürse, farkların toplamı sıfır olmadığı gibi, birbirine de eşit olmayacaktır. Bu yola bağlılığın sebebi, daha önce bahsedilen eşpotansiyel yüzeylerin birbirine paralel olmamasından dolayıdır. Nivelmanla ölçülen ve geometrik olarak ifade edilen yükseklik farkı ile, fiziksel olan ortometrik yükseklik farkı aynı değildir. İki yükseklik farkı arasındaki tutarsızlık, ancak Dünya'nın gravite alanı hesaba katılarak ortadan kaldırılabilir.

Topoğrafya üzerindeki P_i noktasının Helmert ortometrik yüksekliği, Eşitlik 2.30'da tanımlanmıştır [7],

$$H_i = \frac{C_i}{g_i} \quad (2.30)$$

Tümü P_i noktasında olmak üzere, C_i jeopotansiyel sayısı, \bar{g}_i ortalama gravitedir.

Eşitlik 2.31'de gösterilen jeopotansiyel sayısı, nivelman hattı boyunca, yükseklik farkı ve gravite ölçülerek elde edilmektedir.

$$C_i = \sum_{k=1}^n \bar{g}_k \delta l_k \quad (2.31)$$

Burada, k yükseklik farkını ölçmek için kaç kez alet kurulduğunu göstermektedir, δl_k ve \bar{g}_k ise sırasıyla yükseklik farkı ve topoğrafyada gözlemlenen ortalama gravitedir.

Ortalama gravite \bar{g}_i , Poincaré-Prey indirgemesiyle elde edilmektedir. Bu indirgemedede, sadece Bouguer plakasının topoğrafik etkisi göz önünde bulundurulmaktadır. DGG ve yoğunluk, çekül eğrisi boyunca, sabit kabul edilmektedir. Çekül hattı boyunca ortalama gravite \bar{g}_i , Eşitlik 2.32'ye göre hesaplanır [8].

$$\bar{g}_i = g_i - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial g}{\partial H} + 2\pi G\rho \right) H \quad (2.32)$$

g_i topoğrafyada ölçülen gravite, ρ yoğunluk, G gravite sabiti ve H nivelmanın ortometrik yüksekliğidir. $\partial g / \partial H$ terimi, normal DGG $\partial \gamma / \partial H$ ve serbest hava gravite anomalisi düşey gradyenti $\partial \Delta g / \partial H$ olmak üzere iki kısma bölünmüştür (Eşitlik 2.33).

$$\frac{\partial g}{\partial H} = \frac{\partial \gamma}{\partial H} + \frac{\partial \Delta g}{\partial H} \quad (2.33)$$

Eğer, serbest hava gravite anomalisi düşey gradyenti ihmal edilirse ve yoğunluk $2,67 \text{ g cm}^{-3}$ olarak kabul edilirse, çekül eğrisi boyunca ortalama gravite, Eşitlik 2.34'e eşit olmaktadır.

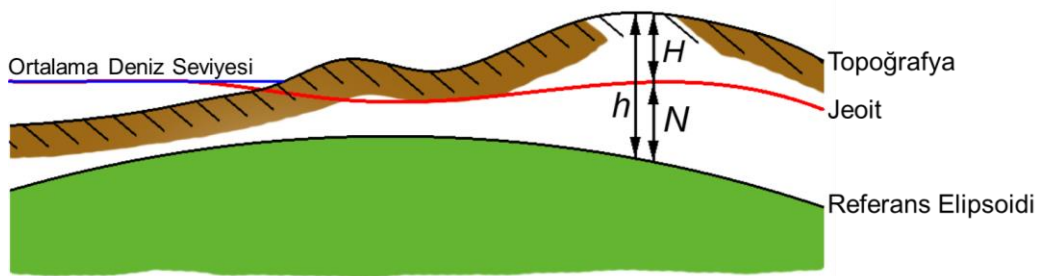
$$\bar{g}_i = g_i + 0,0424H \quad (2.34)$$

Böylece, Eşitlik 2.35 aşağıdaki gibi olmaktadır;

$$H_i = \frac{C_i}{g_i + 0,0424H} \quad (2.35)$$

Türkiye'deki dağlık bölgelerde, serbest hava gravite anomalisi düşey gradyenti çok büyük olabilir, bu yüzden ihmal edilmemelidir. Tez kapsamında, modellenen DGG'nin, nivelman ölçümlerinden elde edilen ortometrik yüksekliğe etkisi incelenmiştir.

Bir noktanın ortometrik yüksekliğini elde etmek için, yukarıda bahsedilen nivelman ölçümlerinin yapılması, oldukça pahalı ve zaman alıcıdır. Jeoit, GNSS'den elde edilen elipsoit yükseklikleriyle (h), ortometrik yüksekliği (H) matematiksel olarak ilişkilendirir ve böylece nivelmana göre daha ucuz ve verimli bir yol sağlar. Şekil 2.7'de, iki yükseklik ve jeoit arasındaki ilişki gösterilmektedir.



Şekil 2.7. Yükseklik sistemleri.

Yükseklikler arasındaki ilişki, Eşitlik 2.36'da verilmiştir,

$$h = H + N \quad (2.36)$$

Bir noktanın, elipsoit yüksekliği ve jeoit ondülasyonu biliniyorsa, nivelman yapılmadan, o noktanın ortometrik yüksekliği elde edilebilir.

3. BAĞIL GRAVİTE ÖLÇER İLE DÜŞEY GRAVİTE GRADYENTİ ÖLÇÜMÜ

Düşey gravite gradyenti, üç amaçla kullanılmaktadır. Bunlardan birincisi, “Temel Kavramlar” bölümünde de bahsedildiği üzere, $N-\zeta$ terimi ve Poincaré-Prey indirgemesi hesaplamak, ikincisi düşey gravite gradyent modelini doğrulamak ve üçüncü olarak topoğrafyada gerçekleştirilen gravite ölçümlerini yüzeye indirgemektir. Topoğrafyada gerçekleştirilen gravite ölçümleri sonucunda, alet yüksekliğinde gravite değeri elde edilmektedir. Fakat, asıl olarak, yeryüzeyindeki gravite değerinin kullanılması gerektiği için, alet yüksekliğinde elde edilen gravite ölçülerinin, alet yüksekliğinden yeryüzeyine indirgenmesine ihtiyaç duyulmaktadır.

Günümüz teknolojisi, $10 \mu Gal$ doğrulukta mutlak gravite ve $1 \mu Gal$ çözünürlük, $5 \mu Gal$ 'in altında standart sapmayla bağıl gravite ölçmeye olanak sağlamaktadır [23,24]. Bağıl ve mutlak gravimetre ile gerçekleştirilen ölçümlerle elde edilen gravitenin, ölçü noktasına indirgemesinde ve gravite anomalilerinin hesaplanmasında, ölçülen gradyent değeri olmadığında normal gravite gradyenti kullanılmaktadır. Uygulamada, ortalama bir değer olan $0,3086 mGal m^{-1} = 3086 Eötvös$ normal düşey gravite gradyenti olarak kullanılmaktadır [8].

2013 yılında, “Türkiye Yükseklik Sisteminin Modernizasyonu” projesi kapsamında, Türkiye'nin batı bölgesinde yer alan verilerle gerçekleştirilen bir çalışmada [25], yaklaşık 30 derece dakikası aralıklarla 98 noktada yapılan gravite ölçümleri analiz edilmiş ve düşey gravite gradyentinin $2078 E - 4357 E$ arasında değiştiği ve ortalamasının $2995 E$ olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu değer, teorik olarak kabul edilen normal düşey gravite gradyenti değerinden, yaklaşık olarak, $90 E$ farklıdır. Buna göre, ölçüm sonucu elde edilen düşey gravite gradyenti ile normal gravite gradyenti arasında çalışma bölgesinde $-\%33$ ve $+\%41$ oranında bir fark ortaya çıkmaktadır [25].

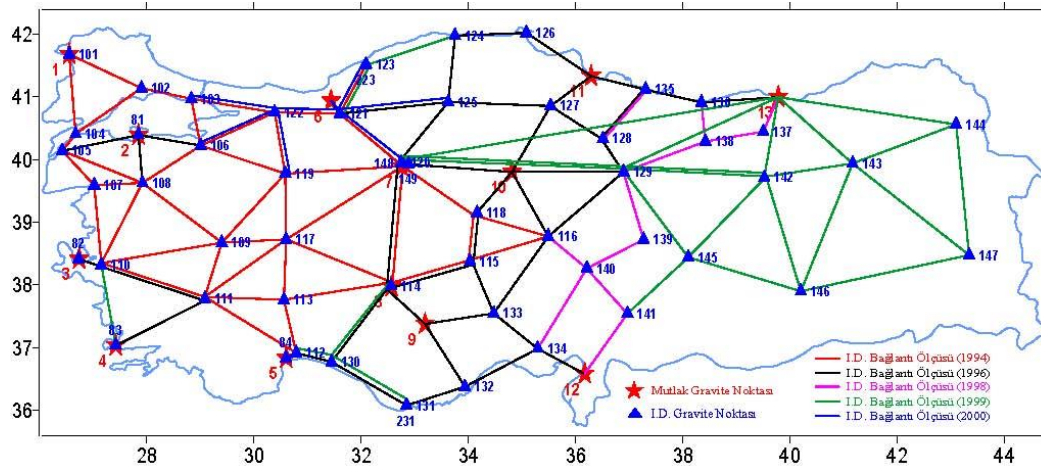
Bu araştırmadan da görüleceği üzere, yaklaşık 1 metre olan alet yüksekliğindeki graviteyi yeryüzüne indirgemek için, normal düşey gravite gradyentini kullanmamız,

100 μGal 'e varan bir hataya sebep olmaktadır. Ortometrik yüksekliği 1000 metre olan bir noktada, ölçülen gravite değerinden, gravite anomalisini hesaplamak istediğimizde ise, bu hata, 100 $mGal$ olacaktır. Bu hata, hesaplanacak olan bir jeoit modelinin doğruluğunu düşürecektir. Normal ve ölçülen düşey gravite gradyentinin farklı olmasının sebebi, ölçüm yapılan yerin veya bölgenin yeraltı katmanındaki yoğunluk değişimleri kaynaklıdır.

3.1. Türkiye Ulusal Gravite Ağı Kurulmasında Kullanılan Düşey Gravite Gradyenti

Türkiye Ulusal Gravite Ağı kurulması kapsamında, 1956-1958 yıllarında Harita Genel Müdürlüğü tarafından, 24 hava alanı noktasında, l'inci derece Gravite Ağı (Türkiye Temel Gravite Ağı-1956) tesis ve ölçüm çalışmaları tamamlanmıştır. Bağlantı ölçüleri, hava yoluyla taşınan, iki adet gravimetre (Nörngaard 325 ve Nörngaard 468) ile gerçekleştirilmiştir.

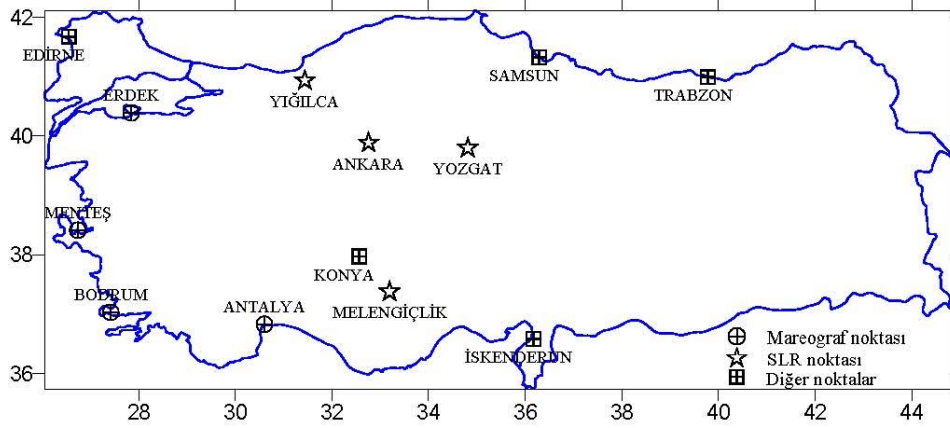
1993-2001 yılları arasında kurulan ağı geliştirmek için çalışmalara devam edilmiş ve bu çalışmaların sonucunda; toplam 55 l'inci derece nokta, 13 mutlak gravite noktası, 13 mutlak gravite noktasında düşey gravite gradyenti ve bu noktalar arasındaki 132 bağlantı ölçüsü ile TTGA-99 oluşturulmuştur (Şekil 3.1).



Şekil 3.1. Türkiye Temel Gravite Ağı-1999 (TTGA-99) [26].

13 noktadaki mutlak gravite ve düşey gravite gradyent ölçümü, Harita Genel Müdürlüğü (HGM) ile Almanya Kartoğrafya ve Jeodezi Kurumu (BKG) ortak proje

çalışması kapsamında, Türkiye'de gravite datumunu belirlemek ve gravitenin zamana bağlı değişimini takip etmek amacıyla, gerçekleştirilmiştir. 1995 yılında, tesisi ve keşfi tamamlanan bu noktaların, 4 tanesi Uydu Lazer Ölçme (SLR: Satellite Laser Ranging), 4 tanesi mareograf, 2 tanesi gravite kalibrasyon baz ve 4 tanesi 1'inci Derece Gravite Ağı noktasıdır (Şekil 3.2).

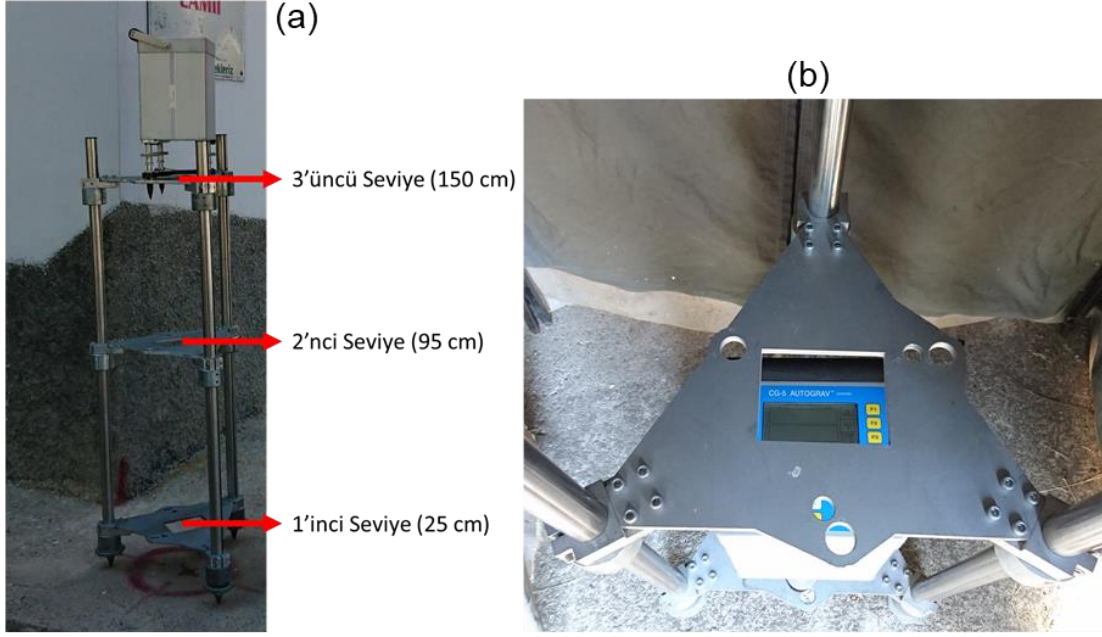


Şekil 3.2. Mutlak Gravite Noktaları [26].

6 Ağustos - 4 Ekim 1996 tarihleri arasında, mutlak gravite ölçüleri Micro-g LaCoste FG5-101 mutlak gravimetresiyle yapılmıştır. Mutlak gravite noktalarında, graviteyi noktanın tesis edildiği yer seviyesine indirgemek için, düşey gravite gradyent değerleri de belirlenmiştir. Düşey gravite gradyent değerleri, Yeryüzü seviyesi ve tripod seviyesi (1 metre) olmak üzere iki farklı seviyede, her seviyede 10 ölçüm olacak şekilde ve iki farklı LaCoste & Romberg bağıl gravimetre (D-21F ve G-563) ile belirlenmiştir. Yapılan bu ölçümlerde, düşey gravite gradyenti $0.2678 mGal m^{-1}$ ile $0.3837 mGal m^{-1}$ arasında değişim göstermiştir. Gravitenin yükseklik ile doğrusal değişimi, düşey gravite gradyent değeri olarak kabul edilmiştir [27].

3.2. Düşey Gravite Gradyent Hesabı İçin Stand'ın Yapılması

Düşey gravite gradyentini ölçmek ve doğrusal değişimini hesaplamak için, özel bir stand tasarlanmış ve ürettirilmiştir. Üç farklı seviyeden oluşan bir tasarım kabul edilmiştir. Seviyelerin yerden yüksekliği, A10 ve FG5 mutlak gravite ölçerlerin yüksekliklerini kapsayacak şekilde, yaklaşık olarak, 25-95-150 cm'dir (Şekil 3.3a).



Şekil 3.3. (a) Stand'ın ölçüm seviyeleri (b) Bileşenler.

Stant alüminyum alaşımdan yapılmıştır. Her bir bileşen, ölçüm sırasında, iyi bir sarsılmazlık sağlamak için, ana yapıya 4 adet vidayla sabitlenmiştir (Şekil 3.3b). Stant, esasen, A10 mutlak gravimetre ile ölçülen istasyonlarda kullanılmak üzere inşa edilmiştir. Ayar ayaklarının aralığı, arazi ölçümlerinde A10 için kullanılan tripoda karşılık gelmektedir.

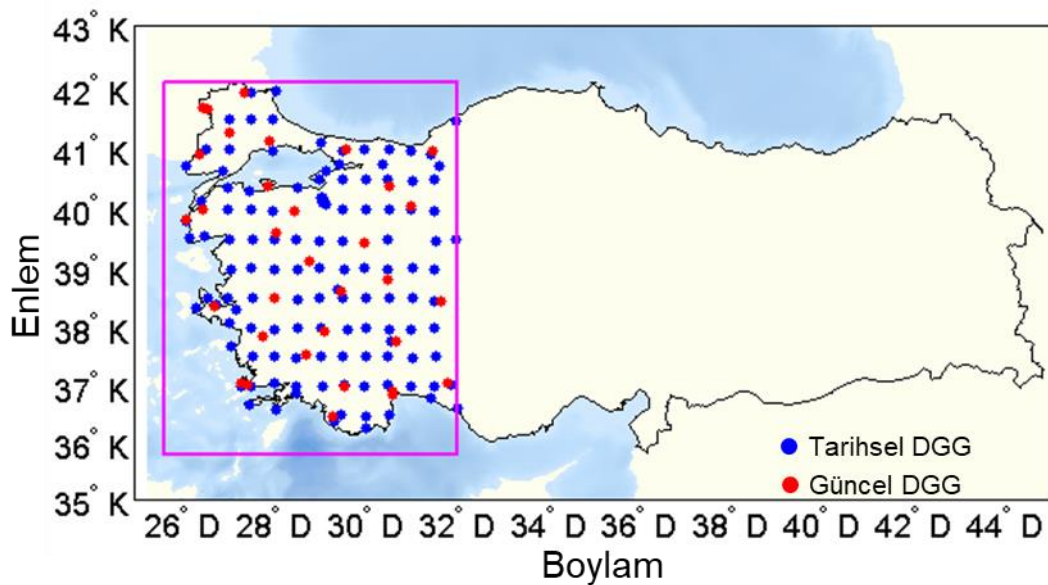
3.3. Geliştirilen Stant Kullanılarak Düşey Gravite Gradyent Hesabı

2012-2015 yılları arasında gravite ağını geliştirmek için çalışmalara devam edilmiş ve bağıl gravite noktalarında düşey gravite gradyenti ölçülmüştür. Ölçümlerde Scintrex marka CG5 bağıl gravite ölçer kullanılmıştır. Sadece 2012 yılındaki ölçümlerde, Scintrex marka CG3 bağıl gravite ölçer de kullanılmıştır. CG3 kullanılarak yapılan ölçüler, 4 seviyede gerçekleştirilmiştir (sırasıyla 1-2-3-1). CG5 ile yapılan ölçüler ise, 5 seviyede gerçekleştirilmiştir (sırasıyla 1-2-3-2-1). Yukarıda bahsi geçen tüm bu ölçüler tarihsel ölçüler olarak adlandırılmıştır (Şekil 3.4 mavi noktalar).

2015-2020 dönemi için, T.C. Cumhurbaşkanlığı Strateji ve Bütçe Başkanlığı tarafından desteklenen, "Türkiye Yükseklik Sisteminin Modernizasyonu ve Gravite Altyapısının İyileştirilmesi" projesi başlatılmıştır. Proje, Harita Genel Müdürlüğü

koordinatörlüğünde, Maden Tetkik ve Arama Genel Müdürlüğü (MTA), Türkiye Petrolleri Anonim Ortaklığı (TPAO), TÜBİTAK Marmara Araştırma Merkezi (MAM) ve TÜBİTAK Ulusal Metroloji Enstitüsü (UME) iş birliğinde, başarıyla yürütülmektedir. Proje'nin amacı, Türkiye yükseklik sistemini modernize etmek ve aynı zamanda mevcut yükseklik sistemiyle uyumlu olacak yeni bir düşey referans sistemi tanımlamak ve pratikteki gerçekleşmesini yapmak, Türkiye gravite veri altyapısını iyileştirmektir [28].

2016-2019 yılları arasında, bu proje kapsamında, mutlak gravite noktalarında, düşey gravite gradyenti belirlemek için üretilen stant ve Scintrex marka CG5 kullanarak ölçümler gerçekleştirilmiştir. Her bir noktada, 9 seviyede (sırasıyla 1-2-3-2-1-3-1-2-3) ölçüm yapılmıştır. Bu şekilde, aynı seviyelerde tekrarlı ölçüm yapılması, bir sonraki ölçüm noktasına alet taşınması sırasında oluşabilecek sapmaların (drift) hesaplanabilmesini ve düzeltilebilmesini mümkün kılmıştır. Her bir seviyedeki ölçüm, 5 tekrarlı ve 60 saniye olarak gerçekleştirilmiştir. Rüzgâr ve güneşin ölçümlere olan etkisini azaltmak için, ölçümlerde çadır kullanılmıştır. Bu ölçüler, güncel ölçüler olarak adlandırılmıştır (Şekil 3.4 kırmızı noktalar). Şekil 3.4'de, tez kapsamında seçilen bölgedeki düşey gravite gradyent verilerinin dağılımı gösterilmektedir. Tarihsel DGG (mavi) toplamda 126 noktadan, proje kapsamında ölçülen güncel DGG (kırmızı) ise 33 noktadan oluşmaktadır.



Şekil 3.4. Çalışma bölgesine ait güncel (kırmızı) ve tarihsel (mavi) düşey gravite gradyent noktalarının dağılımı.

Tez kapsamında, Şekil 3.4'te çerçeve içine alınmış, Türkiye'nin 36° - 42° Kuzey enlemleri ve 26° - 32° Doğu boylamları arasında kalan bölge seçilmiştir. Bu bölgenin seçilmesinin sebebi, düşey gravite gradyent ölçülerinin daha yoğun ve homojen şekilde dağılmış olmasından dolayıdır. Noktalara ait istatistiksel bilgiler, Tablo 3.1'de verilmiştir.

Tablo 3.1. Arazide ölçülen DGG'nin istatistiği [Eötvös].

	Min.	Maks.	Ort.	STD
Tarihsel DGG	2306	4283	3179	368,8
Güncel DGG	2392	3322	2877	215,8
Tüm DGG	2306	4283	3116	363,5

Çalışma bölgesinde, toplamda 159 noktada yapılan ölçümler analiz edilmiş, düşey gravite gradyentinin 2306 Eötvös ile 4238 Eötvös aralığında değiştiği ve ortalamasının 3116 Eötvös olduğu görülmüştür (Tablo 3.1). Bu değer, normal düşey gravite gradyenti değerinden, yaklaşık olarak, 30 Eötvös farklıdır. Bu istatistiklere göre, ölçüm sonucu elde edilen düşey gravite gradyenti ile normal gravite gradyenti arasında -%25 ve +%39 oranında farklar ortaya çıkmaktadır.

3.4. Doğrusal Modellemeyle Ölçüm Sonuçlarının Elde Edilmesi

İlk olarak, standın her bir seviyesinde gerçekleştirilen ölçümlerin sonuçlarına, Eşitlik 3.1'de gösterilen doğrusal model uygulanmıştır [18].

$$g(h) = ah + b + \Delta d(t) \quad (3.1)$$

$g(h)$, h yüksekliğinde aletsel ve çevresel (karasal gelgit, okyanus gelgit ve basınç düzeltmesi vb.) etkiler düzeltilmiş gravite değeridir, a ve b birinci dereceden polinomun katsayılarıdır, $\Delta d(t)$ ise gravite ölçerin taşınmasından kaynaklı zamana bağlı hata parametresidir.

Düşey gravite gradyenti, Eşitlik 3.2 kullanılarak belirlenmiştir [18].

$$W_{zz}(h_i) = \frac{g(h_i) - g(h_0)}{\Delta h} \quad (3.2)$$

$g(h_i)$ ölçüm seviyesindeki gravite değeri, $g(h_0)$ referans yüksekliğindeki gravite değeri, Δh yükseklik farkı ve $W_{zz}(h_i)$ ise düşey gravite gradyentidir.

4. EN KÜÇÜK KARELERLE KOLLOKASYON

4.1. Kollokasyon

Dolaylı ölçüler dengelemesi, bilinmeyenlerin hesaplanması için kullanılan yöntemlerden birisidir. Dolaylı ölçüler dengelemesinde, Eşitlik 4.1'deki fonksiyonel model kullanılmaktadır. Fakat, bu fonksiyonel model, ölçüleri tam olarak ifade edememektedir.

$$\underline{l} + \underline{v} = \underline{Ax} \quad (4.1)$$

\underline{l} ölçü değerlerini, \underline{v} ölçülerin rasgele hatasını ve \underline{Ax} trend veya deterministik kısmını ifade etmektedir [29].

En Küçük Karelerle Kollokasyon (EKKK) ise, dengeleme, filtreleme ve prediksyon işlem adımlarının birlikte yapıldığı bir yöntemdir. Dolaylı ölçüler dengelemesinden farkı, fonksiyonel modelde ölçü ve hatasının yanında, sinyal hatasının da yer almasıdır (Eşitlik 4.2).

$$\underline{l} + \underline{v} = \underline{Ax} + s \quad (4.2)$$

s sinyal hatasıdır ve korelasyon fonksiyonlarından hesaplanan kofaktör matrisiyle belirlenir [30].

Kollokasyon problemi özet olarak;

- Dengeleme sonucunda ölçüye getirilen düzeltmeyi sinyal ve gürültü olacak şekilde, iki kısma ($v + s = n$) ayırarak, ölçülerden sadece korelasyonsuz hataların olduğu ($n = noise$) kısmı süzmek,
- Fonksiyonel modelde yer alan bilinmeyen parametreleri (a_0, a_1, a_2, \dots) belirlemek,

- Ölçü olmayan (kestirimi yapılacak) noktalardaki enterpolasyon işlemini gerçekleştirmek,
- Ölçülerin ve kestirimi yapılacak noktalardaki büyüklüklerin ortalama hatalarını hesaplamak şeklindedir [31].

4.2. En Küçük Kareler Yöntemine Göre Enterpolasyon ve Kollokasyon

EKKK yöntemi, genellikle, üç adımda gerçekleştirilir. Bu adımlar;

- ✓ Trendin belirlenmesi (filtreleme),
- ✓ Deneysel kovaryansların hesaplanması,
- ✓ Kestirim yapılacak noktalardaki sinyallerin hesaplanmasıdır.

4.2.1. Trendin Belirlenmesi

EKKK adımlarına geçmeden önce, ölçümlere uygun matematiksel bir fonksiyon belirlenir ve ölçümler bu fonksiyona göre analiz edilir. Bir ön dengeleme sonucunda elde edilen değerler, ölçümler için seçilen fonksiyonun uygun olup olmadığını gösterir. Genel olarak, en küçük standart sapmaya sahip fonksiyonlar tercih edilir. Fonksiyonların türü lineer, polinom, spline, trigonometrik veya daha yüksek dereceye sahip olacak şekilde olabilir [29].

4.2.2. Deneysel Kovaryansların Hesaplanması

EKKK ve dolaylı dengeleme metodu arasındaki en önemli fark, fonksiyonel modele bir sinyal teriminin dahil edilmesidir. Bu nedenle, korelasyonlu sinyaller ve deneysel kovaryanslardan hesaplanan kovaryans matrisleri dengelemeye dahil edilmelidir. Sinyallerin (s) istatistiksel davranışına ve korelasyon fonksiyonuna uygun bir kofaktör matrisi (C_q) tanımlanır [30]. Matrisin elemanları uygun bir kovaryans fonksiyonuyla belirlenir. Böylece, sinyallerin deneysel kovaryansları hesaplanmış olur.

Dengelemeden önce, deneysel kovaryans fonksiyonlarından, ölçülen ve kestirim yapılacak noktalar arasındaki mesafe kullanılarak, kovaryans matrisleri belirlenmelidir. Mesafeye (q) bağlı örnek kovaryans fonksiyonları, Eşitlik 4.3'de gösterilmektedir [32,33].

$$\begin{aligned}
 C &= C_0 e^{-q^2 q_0^2} && \text{(Gauss fonksiyonu)} \\
 C &= \frac{C_0}{1 + \left(\frac{q}{q_0}\right)^2} && \text{(Hirvonen fonksiyonu)} \\
 C &= \frac{C_0}{q^{q_0}} && \text{(Lauer fonksiyonu)} \\
 C &= C_0 e^{\frac{-q}{q_0}} && \text{(Markov fonksiyonu)}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

4.2.3. Kestirim Yapılacak Noktalardaki Sinyallerin Hesaplanması

Değeri bilinen noktalardan faydalanılarak, bilinmeyen noktaların değerinin hesaplanması, kestirim olarak ifade edilmektedir. Kollokasyon modelinde, kestirilen değerler sinyallerdir. Bu değerleri belirlemek için bilinen noktaların sinyalleri ve aralarındaki korelasyon kullanılır.

Deterministik kısmı ön dengelemeyle ölçülerden çıkarıldıktan sonra, kalan stokastik büyüklük (z), gürültü (n) ve sinyallerden (s) oluşur. Amaç, sinyalleri stokastikten ayırmaktır. Bu nedenle, deneysel kovaryansların yardımıyla oluşturulan sinyaller ve kovaryans fonksiyonu arasında korelasyon gösteren kovaryans matrisleri hesaplanır.

Ölçü (referans) noktasındaki sinyallere (s) iç sinyaller, kestirim noktasındakilere (sp) dış sinyaller denir. Sinyal ölçü hatası gibi raslantısal hata niteliğindedir ve ortalama değeri (ümit değeri) sifıra eşittir.

Kollokasyon problemini çözmek için, sinyallere ilişkin korelasyonlar veya ağırlık katsayıları verilmelidir. Ağırlık katsayısı matrisi bir kovaryans fonksiyonu kullanılarak belirlenir. Kestirim noktalarının sayısı m ve ölçü noktalarının sayısı n olarak varsayıldığında, iç sinyallerin kovaryans matrisi \underline{C}_{ss} , dış sinyallerin kovaryans matrisi

$\underline{C}_{s_p s_p}$, iç ve dış sinyaller arasındaki çapraz kovaryans matrisi $\underline{C}_{s_p s}$ Eşitlik 4.4 ve 4.5'deki gibi olmaktadır [29].

$$\underline{C}_{ss} = \begin{bmatrix} C_s(0) & C_{s_1 s_2} & \dots & C_{s_1 s_n} \\ C_{s_2 s_1} & C_s(0) & \dots & C_{s_2 s_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{s_n s_1} & C_{s_n s_1} & \dots & C_s(0) \end{bmatrix}, \quad \underline{C}_{s_p s_p} = \begin{bmatrix} C_s(0) & C_{s_1 s_2} & \dots & C_{s_1 s_m} \\ C_{s_2 s_1} & C_s(0) & \dots & C_{s_2 s_m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{s_m s_1} & C_{s_m s_1} & \dots & C_s(0) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$\underline{C}_{s_p s} = \begin{bmatrix} C_s(0) & C_{s_1 s_2} & \dots & C_{s_1 s_n} \\ C_{s_2 s_1} & C_s(0) & \dots & C_{s_2 s_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{s_m s_1} & C_{s_m s_1} & \dots & C_s(0) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Kovaryans matrisleri seçilen uygun bir μ_0^2 değerine (sinyallerin varyans değeri vb.) bölüldüğünde, ağırlık katsayıları matrisi hesaplanmaktadır (Eşitlik 4.6).

$$\underline{Q}_{ss} = \frac{\underline{C}_{ss}}{\mu_0^2}, \quad \underline{Q}_{s_p s_p} = \frac{\underline{C}_{s_p s_p}}{\mu_0^2}, \quad \underline{Q}_{s_p s} = \frac{\underline{C}_{s_p s}}{\mu_0^2}, \quad \underline{Q}_{ll} = \frac{\underline{C}_{ll}}{\mu_0^2} \quad (4.6)$$

\underline{Q}_{ss} iç sinyaller arasındaki, $\underline{Q}_{s_p s_p}$ dış sinyaller arasındaki, $\underline{Q}_{s_p s}$ iç ve dış sinyaller arasındaki çapraz ve \underline{Q}_{ll} ölçümlerin ağırlık katsayısı matrisini göstermektedir.

EKKK yönteminde, ölçümlerin toplam kovaryans matrisi, ölçüm hataları ve sinyaller arasında bir korelasyon olmadığı için, bu değerlere ait kovaryans, matrislerin toplamına eşittir (Eşitlik 4.7).

$$\underline{Q} = \underline{Q}_{ss} + \underline{Q}_{ll} \quad (4.7)$$

EKKK yöntemine göre dengeleme yapıldığında, bilinmeyenler (\underline{x}), ölçüm hataları (\underline{n}) ve sinyaller (\underline{s}) aşağıdaki eşitliklerden elde edilir [34]:

$$\underline{x} = \underline{(A^T Q^{-1} A)} \underline{A^T Q^{-1} l} \quad (4.8)$$

$$\underline{k} = \underline{Q^{-1} (l - Ax)} \quad (4.9)$$

$$\underline{n} = \underline{Q_{ll} k} \quad (4.10)$$

$$\underline{s} = \underline{Q_{ss} k} \quad (4.11)$$

Kestirim yapılacak noktalardaki sinyal (\underline{s}_p) ve aranan değerler (\underline{L}_p) (jeoit ondölasyonu ve düşey gravite gradyent vb.);

$$\underline{s}_p = \underline{Q}_{s_p} \underline{k} \quad (4.12)$$

$$\underline{L}_p = \underline{A}_p \underline{x} + s_p \quad (4.13)$$

eşitlikleriyle elde edilir.

Modelin ortalama karesel hatası ise;

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{(N_p - l)}{m}} \quad (4.14)$$

eşitliği ile hesaplanır. m , kestirim yapılacak noktaların sayısıdır.

4.3. Kollokasyon ve GRAVSOFY Yazılımı

GRAVSOFY yazılımı, FORTRAN programlama dilinde, birçok alt programın bir araya getirilmesi yardımıyla, C. C. Tscherning, R. Forsberg ve P. Knudsen tarafından 1994 yılında oluşturulmuş ve düzenli bir şekilde güncellenmiştir. Temel olarak, En Küçük Kareler metoduyla kollokasyon metodu esas alınmıştır [35].

EKKK metodu, gravite anomalisinden hem kuasi-jeoit, hem de serbest hava gravite anomalisi düşey gradyenti hesaplamak için kullanılmıştır. İşlem adımları benzer olduğu için bu bölümde her ikisi de anlatılmıştır.

Genel olarak, gravite alanını (lokal veya bölgesel) modellemek için kullanılan metot şu adımlardan oluşmaktadır [36]:

- A: Tüm verilerin küresel bir jeodezik datuma dönüştürülmesi (WGS84/GRS80),
- B: Jeoit ondölasyonlarının yükseklik anomalisine dönüştürülmesi (ortometrik yükseklik kullanılan yerlerde),
- C: Kaldır Hesapla Yerine Koy (Remove Compute Restore RCR) metodunun kullanılması,

- a. Global gravite alanı modeli kullanılarak uzun dalga boylu bileşenlerin kaldırılması (GGM, küresel harmonik açılımı),
- b. Topoğrafik etkilerin kaldırılması,

Bu adımın sonucunda artık veri üretilmiş olur.

- Ç: İlgilenilen alan için (bir veya daha fazla) istatistiksel kovaryans fonksiyonunun oluşturulması,
- D: Analitik kovaryans fonksiyonuna karar verilmesi,
- E: Oluşturulmak istenen jeoit veya düşey gravite gradyent modeli için istenen sıklıkta verinin belirlenmesi ve verilerin hata tahminlerinin yapılması,
- F: EKKK metodu ile, yaklaşık olarak, artık gravite alanının tespit edilmesi, tahmini artık yükseklik anomalilerinin, artık düşey gravite gradyentlerinin ve hatalarının hesaplanması,
- G: Eğer elde edilen hata miktarları çok yüksekse, daha fazla yeni veri eklenerek F adımının tekrarlanması,
- Ğ: Elde edilen modelin farklı bir veri ile karşılaştırılması (jeoit için GPS/Nivelman, düşey gravite gradyent için arazide gerçekleştirilen ölçümler),
- H: GGM ve artık topoğrafyanın etkisinin eski haline getirilmesi,
- I: Eğer ortometrik yükseklik kullanılmışsa, yükseklik anomalilerinin jeoit ondülasyonlarına dönüştürülmesi.

B ve I adımları, serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentinin modellenmesinde kullanılmamaktadır.

GRAVSOFIT yazılımı yukarıda yazılı olan işlemleri GEOCOL, EMPCOV, TC (TC 1), TCGRID, COVFIT, SELECT, GEOIP ve N2ZETA alt programları yardımıyla yapabilmektedir.

4.3.1. Teori

Bozucu potansiyel T , toplam gravite potansiyeli W ile normal potansiyel U arasındaki farka eşittir. T harmonik bir fonksiyon olmasından dolayı, küresel harmonik katsayılar cinsinden ifade edilebilir:

$$T(\varphi, \lambda, r) = GM \sum_{l=2}^n \sum_{m=-l}^l \overline{C_{nm}} Y_{nm}(\overline{\varphi}, \lambda, r) \quad (4.15)$$

Denklemden $\overline{\varphi}$ geosentrik enlem, λ boylam, r ise radyal mesafeyi temsil etmektedir. GM Yerkürenin gravite sabitidir. Y_{nm} ise Eşitlik 4.16'da gösterilmektedir.

$$Y_{nm}(P) = Y_{nm}(\overline{\varphi}, \lambda, r) = \frac{a^n}{r^{n+1}} \overline{P}_{nm}(\sin \overline{\varphi}) = \begin{cases} \cos m \lambda & 0 \leq m \leq n \\ \sin m \lambda & -n \leq m < 0 \end{cases} \quad (4.16)$$

Denklemden a yerkürenin büyük yarı eksenini, \overline{P}_{nm} de Legendre fonksiyonlarıdır.

$Y_{nm}(P)$ fonksiyonları, Hilbert uzayında, ortogonal baz fonksiyonlarıdır. Ayrıca bu uzay iki nokta arasındaki ilişkiyi temsil eden bir kernele sahiptir.

$$K(P, Q) = GM \sum_{l=2}^{\infty} \sigma_l^2 \sum_{m=-l}^l S_{lm}(\overline{\varphi}, \lambda, r) S_{lm}(\overline{\varphi}', \lambda', r') = \sum_{l=2}^{\infty} (2l+1) \sigma_l^2 \left(\frac{a^2}{rr'} \right)^{l+1} = P_l(\cos \psi) \quad (4.17)$$

Denklemden P_l Legendre polinomlarını, σ_l^2 pozitif sabitleri (derece varyansı), ψ ise P ve Q noktaları arasındaki küresel mesafeyi ifade etmektedir.

Eğer pozitif sabitler, polinomların derecesine eşit derecede seçilip, aynı derece üst olarak kullanılan bir değerle, örneğin q^l ($q < 1$ olacak şekilde) ile çarpılırsa, eşitlik kapalı bir gösterim şeklinde ifade edilebilir. Bunun en sık uygulaması, $\sigma_l^2 = q^l$ şeklindedir, bu da, karşılıklı mesafenin denklemden önemli bir rolü olduğunu göstermektedir. Hilbert uzayı oluşturulurken, bağlı olunan doğrusal fonksiyonlar belirlenmelidir. Burada T , doğrusal fonksiyonlar L_i ve kullanılan veriler arasındaki ilişki, şu şekilde ifade edilebilir:

$$y_i = L_i(T) + A_i^T X + e_i \quad (4.18)$$

Denklemden y_i i 'nci veriyi, L_i fonksiyonu, e_i hataları, A_i k boyutlu bir vektörü, X de yine k boyutlu bir parametre vektörünü ifade eder. $A_i^T X$, denklemden datum kayıklıklarını, verideki boşluğu ifade ettiği kabul edilebilir [36].

GRAVSOF programı, küresel harmonik katsayıları ve gravite gradyentlerini içeren gravite verilerini hesaplamada kullanılabilir. Bu hesaplamaların başlıcaları aşağıdaki şekilde sıralanabilir:

Yükseklik anomalisi: $\zeta = \frac{T}{\gamma}$ (γ normal gravite olacak şekilde)

Gravite anomalisi : Δg

Çekül sapması bileşeni (kuzey-güney bileşeni) : $\xi = \Phi - \varphi$

Çekül sapması bileşeni (doğu-batı bileşeni) : $\eta = (\Lambda - \lambda)\cos(\varphi)$

Düşey gravite gradyenti : W_{zz}

Kullanılan temel değerler olmakla beraber, bu değerlerin ortalaması da kullanılabilir. Q noktası enlem ve boylam değerleri, P değerlerine eşit fakat elipsoit yüksekliği P noktasının ortometrik yüksekliğine eşit olan noktadır. Eğer nokta, elipsoid üzerindeyse, φ jeodezik enlemdir. EGM kullanılarak, çekül bileşeni ya da gravite anomalisi, küresel yaklaşım kullanılmadan, hesaplanmalıdır. Hesaplarda kullanılan büyüklükler için, Yerkürenin yüzeyi baz olarak alınmaktadır.

Yukarıda tanımlanan gravite anomalisi için programda küresel harmoniklerle tanımlanan aşağıdaki eşitlik kullanılmıştır:

$$\Delta g = \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r}T \quad (4.19)$$

T 'nin tanımlanmasında (Yermerkezli ve hatasız olduğu kabul edilen bir sistemde) en uygun yaklaşım $L_i(T) = y_i$ şeklinde tanımlanan gözlem denklemlerinin kullanılmasıdır. n -boyutlu bir sistemde ise, kullanılacak en uygun yaklaşım $L_i(K(P, Q)) = L(L_i, Q)$ şeklinde tanımlanmıştır.

$$\tilde{T}(P) = \{K(P, L_i)\}^T \{K(L_i, L_j)\}^{-1} \{y_{ij}\} \quad (4.20)$$

Eğer kullanılan veri, gürültü içermekteyse, varyans kovaryans fonksiyonunun σ_{ij} elemanı gürültü vektörü olarak denkleme eklenmelidir $K(L_i, L_j)$. Bu çözüm yöntemi, hem T 'nin normunu hem de gürültü varyansını azaltacaktır. Eğer gürültü sıfıra

eşitse, çözüm gözlemlere eşit olacaktır. Bundan dolayı, kollokasyon tercih edilmektedir. Eğer T 'nin normu biliniyorsa hata değerleri için üst sınır belirlenebilir [37].

Eğer işlem adımlarının sonunda, karesel ortalama hatanın minimum değerde tutulması isteniyorsa, denklemde kullanılan kernel, deneysel olarak hesaplanan kovaryans fonksiyonuna $COV(P, Q)$ eşit olarak seçilmelidir. T 'den elde edilen derece-varyans şu şekilde ifade edilebilir:

$$\sigma_t^2 = \left(\frac{GM}{R}\right)^2 \sum_{m=-1}^l (\bar{C}_{lm})^2 \left(\frac{\bar{R}}{a}\right)^{2l+2} \quad (4.21)$$

Kovaryans yardımıyla normal denklemler matrisi şu şekilde ifade edilebilir:

$$\bar{C} = \{COV(L_i, L_j) + \sigma_{ij}\} \quad (4.22)$$

Kestirimde sonuç şu şekilde ifade edilebilir.

$$L(\tilde{T}) = \{b_i\}^T \{COV(L_i, L_j)\} = \{y_{ij}\}^T \bar{C}^{-1} \{COV(L_i, L_j)\} \quad (4.23)$$

Hata tahminleri ise, şu şekilde ifade edilebilir:

$$\sigma(L)^2 = COV(L, L) - \{COV(L_i, L_j)\}^T \bar{C}^{-1} \{COV(L_i, L_j)\} \quad (4.24)$$

Normal denklem matrisinin köşegen elemanları yardımıyla, verilerin varyanslarının toplamı $C(L_i, L_j)$ ve gürültü varyansı bulunur. Bundan yola çıkarak, sinyal ve gürültü arasında doğal bir denge olduğu kabul edilebilir. Eğer gözlem eşitlikleri farklı parametreler de içermekteyse, hata tahminlerinde kullanılan eşitlikler daha karmaşık bir hal alacaktır.

Kovaryanslar ile ilgili hesaplamalar kovaryans yayılma yasasına uygun olarak yapılmıştır:

$$COV(L_i, L_j) = L_i(L_j(COV(P, Q))) \quad (4.25)$$

Eşitlikte $COV(P, Q)$ potansiyelin temel kovaryans fonksiyonunu ifade etmektedir. $COV(P, Q)$ derece-varyansları kullanılarak hesaplanan izotropik bir kerneldir.

Eğer P ve Q noktalarında gravite anomalilerinin kovaryans fonksiyonu elde edilmek isteniyorsa, Eşitlik 4.26 uygulanmalıdır. Bunlar;

$$COV(\Delta g(P), \Delta g(Q)) = \left(-\frac{\partial}{\partial r} - \frac{2}{r} ev_P\right) \left(-\frac{\partial}{\partial r'} - \frac{2}{r'} ev_Q\right) \sum_{i=2}^{\infty} \sigma_i^2 \left(\frac{R^2}{rr'}\right)^{i+1} \quad (4.26)$$

$$P_i(\cos\psi) = \left(-\frac{\partial}{\partial r'} - \frac{2}{r'} ev_Q\right) \sum_{i=2}^{\infty} \sigma_i^2 \frac{i-1}{r} \left(\frac{R^2}{rr'}\right)^{i+1} \quad (4.27)$$

$$P_i(\cos\psi) = \sum_{i=2}^{\infty} \sigma_i^2 \frac{i-1}{r} \left(\frac{R^2}{rr'}\right) P_i(\cos\psi)^{i+1} \quad (4.28)$$

Bu $COV(L, L)$, $COV(L, L_i)$ ve $COV(L_i, L_j)$ büyüklüklerinin hepsi GEOCOL ve COVFIT programlarının COVAX, COVBX ve COVCX alt programları yardımıyla hesaplanabilir [36].

4.3.2. Kaldır Hesapla Yerine Koy Metodu

Yapılan uygulama isminden anlaşılacağı üzere, belli başlı bazı etkilerin kaldırılması ve daha sonra tekrar yerine konulması prensibine dayalıdır. Bu işlem yapılarak gravite alanı, daha homojen ve düzgün bir yapıya kavuşturulmaktadır. Öncelikle, ilgilenilen bölgeden Global Gravite Alan Modeli (GGM) etkisi çıkartılmakta, daha sonra topoğrafya'nın etkisi artık arazi düzeltmesiyle kaldırılmakta ve sonraki işlemler artık verilerle yapılmaktadır [38].

GGM etkisinin çıkarılması GRAVSOFTE GEOCOL programıyla, artık arazi düzeltmesi ise GRAVSOFTE TC programıyla gerçekleştirilmiştir.

4.3.3. Kovaryans Fonksiyonu Hesabı ve Gösterimi

EKKK metodu için kovaryans fonksiyonu, üç katlı bir integral yardımıyla hesaplanabilmektedir [35]:

$$COV(P, Q) = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} T(P)T(Q)d\alpha \cos\varphi d\varphi d\lambda \quad (4.29)$$

Denklemden α , P ve Q noktaları arasındaki azimutu φ , λ ise P noktasının koordinatlarını göstermektedir. Q noktası, P noktasından sabit küresel uzaklıkta bir noktadır. Denklemin küresel bir değer taşımasından dolayı denklem, iki noktanın radyal uzaklıklarına r, r' ve de iki nokta arasındaki küresel mesafeye φ bağlı olarak tanımlanmaktadır. Programda, deneysel kovaryans fonksiyonlarının ağırlıklandırılmasında kovaryans fonksiyonunun tanımından (integral hesabı) yararlanılmıştır. GRAVSOFIT COVFIT programı bu işlevi gerçekleştirmektedir. Programa girdi olarak işlem yapılan alanın sınırları ve örneklem aralığı girilmesi gerekmektedir.

Genel olarak, uygulamada kovaryans fonksiyonu hesabı gravite anomalilerinden yararlanılarak yapılmaktadır; fakat bazı durumlarda yükseklik anomalileri de kullanılmaktadır.

İlgilenilen alan ve bu alanın dışında kalan verilerin istatistiksel anlamda aynı özellikleri taşıdığı kabul edilmektedir. Bu da gravite anomalisinin kovaryans fonksiyonunu, küresel uzaklığın $\Delta\psi$ aralığında gruplanmasıyla oluşan verilerin ürünlerinin toplamı alınarak tahmin edilir (Eşitlik 4.30).

$$\psi_i - \frac{\Delta\psi}{2} \leq \psi \leq \psi_i + \frac{\Delta\psi}{2} \quad (4.30)$$

İki aralığın bir araya getirilebilmesinden dolayı, örneklem aralığı çift olabilir. GRAVSOFIT EMPCOV programında örneklem aralığının doğru boyutlarda tespit edilebilmesi için, bu işlem birkaç kez tekrar edilmektedir. Bundan dolayı, tahmin edilen kovaryans fonksiyonu Eşitlik 4.31'deki şekildedir:

$$COV_{est}(\psi_i, r_m, r_m) = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \Delta g(P) \Delta g(Q) \quad (4.31)$$

Eşitlikte, M , örneklem aralığından elde edilen ürün sayısını, r_m de ortalama yüksekliği göstermektedir. Hesaplamalarda, kovaryans fonksiyonları, ortalama yüksekliğe bağlı olarak tanımlanmaktadır.

5. DÜŞEY GRAVİTE GRADYENTİNİN MODELLENMESİ

Eşitlik 5.1'deki Genelleştirilmiş Poisson denkleminde [8]

$$\Delta W \equiv W_{xx} + W_{yy} + W_{zz} = -4\pi G\rho + 2\omega^2, \quad J = -\frac{W_{xx} + W_{yy}}{2g} \quad (5.1)$$

Aşağıdaki Eşitlik 5.2 elde edilir,

$$-2gJ + W_{zz} = -4\pi G\rho + 2\omega^2 \quad (5.2)$$

Buna göre, z yönündeki toplam gravite potansiyeli Eşitlik 5.3'te aşağıdaki şekilde tanımlanır;

$$W_z = -g, \quad W_{zz} = -\frac{\partial g}{\partial z} = -\frac{\partial g}{\partial H} \quad (5.3)$$

Sonuç olarak, DGG, Bruns Eşitliği [39] olarak da bilinen Eşitlik 5.4'e göre, aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır [7].

$$\frac{\partial g}{\partial H} = -2gJ + 4\pi G\rho - 2\omega^2 \quad (5.4)$$

g graviteyi, J eşpotansiyel yüzeylerin ortalama eğriliğini, ρ kütlelerin yoğunluğunu ve ω ise yeryuvarının dönüşünün açısal hızını ifade etmektedir.

Serbest hava DGG hesabında, Bruns formülü $\rho = 0$ alındığında, Eşitlik 5.5 olmaktadır.

$$\frac{\partial g}{\partial H} = -2gJ - 2\omega^2 \quad (5.5)$$

Fakat bu eşitlik, DGG'nin $\partial g / \partial H$ belirlenmesi için doğrudan kullanılamamaktadır. Çünkü J bilinmemektedir. Bu nedenle, $\partial g / \partial H$ terimi, normal DGG $\partial \gamma / \partial H$ ve serbest hava gravite anomalisi düşey gradyenti $\partial \Delta g / \partial H$ olmak üzere iki kısma bölünmüştür (Eşitlik 5.6).

$$\frac{\partial g}{\partial H} = \frac{\partial \gamma}{\partial H} + \frac{\partial \Delta g}{\partial H} \quad (5.6)$$

Eşitlik 5.7 ve 5.8'de normal DGG verilmiştir.

$$\frac{\partial \gamma}{\partial h} = -2\gamma J - 2\omega^2 \quad (5.7)$$

$$J = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{N} \right) \quad (5.8)$$

M ve N, eğriliğin temel yarıçaplarıdır. Normal DGG değeri, referans elipsoitinden hesaplanmaktadır ve bu değer 3086 Eötvös (E)'e eşittir [7].

Tez kapsamında, serbest hava gravite anomalisi düşey gradyenti $\partial \Delta g / \partial H$, iki farklı yöntemle modellenmiştir. Bunlardan ilki, Heiskanen/Moritz Metodu, ikincisi ise, En Küçük Karelerle Kolokasyon (EKKK) Metodu'dur.

5.1. Heiskanen/Moritz Metodu

Bir P noktasının serbest hava gravite anomalisi düşey gradyenti, aşağıdaki eşitlikle hesaplanabilmektedir,

$$\frac{\partial \Delta g}{\partial H} = \frac{R^2}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{\Delta g - \Delta g_P}{\ell_0^3} d\sigma - \frac{2}{R} \Delta g_P \quad (5.9)$$

R , Dünya'nın ortalama yarıçapı (≈ 6371 km); Δg_P , P noktasındaki gravite anomalisi; Δg , birim küre üzerindeki diğer bir hesap noktasının gravite anomalisi; σ , birim küre; $d\sigma$, alanın diferansiyel elemanı; ℓ_0 , P noktası ve küre üzerindeki

diğer bir hesap noktası arasındaki küresel mesafe; $\ell_0 = 2R \sin \psi / 2$; ψ ise açısai mesafedir.

$\psi = 0$ olduğu zaman, Eşitlik 5.9'daki ℓ_0 kernel fonksiyonu tekilleşir. Bu yüzden, Eşitlik 5.9'daki integrasyon kısmı iki parçaya bölünür. Böylece, tekillikten kaçınılmış olunur. Yani sembolik olarak;

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta g}{\partial H} &= \frac{R^2}{2\pi} \int_0^{\sigma_0} \frac{\Delta g - \Delta g_P}{\ell_0^3} d\sigma + \int_{\sigma_0}^{\sigma} \frac{\Delta g - \Delta g_P}{\ell_0^3} d\sigma - \frac{2}{R} \Delta g_P \\ &= A + B + C \end{aligned} \quad (5.10)$$

Şeklinde yazılabilir. σ_0 , iç bölgedir (innermost zone). C , terimi A ve B terimine kıyasla çok küçük olduğu için ihmal edilebilir. İç bölge etkisi olan A terimi, Eşitlik 5.11'deki gibi hesaplanabilir [8].

$$A = \frac{s_0}{4} (g_{xx} + g_{yy}) \quad (5.11)$$

s_0 , iç bölgenin yarıçapıdır ve $s_0 = \sqrt{(\Delta x \Delta y / \pi)}$ eşitliğiyle elde edilir. Δx ve Δy Kuzey-Güney ve Doğu-Batı yönündeki düzlemsel grid aralıklarıdır. g_{xx} ve g_{yy} ise, aynı grid yönleri boyunca, gravite anomalisinin ikinci türevleridir [40].

Uzak bölge (outer zone) etkisi olan B terimi ise, Eşitlik 5.12'ye göre hesaplanmaktadır [7].

$$B = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta g - \Delta g_P}{\ell_0^3} d\sigma \quad (5.12)$$

Sonuç olarak, serbest hava gravite anomalisi düşey gradyenti modellenmiş ve bu değer normal DGG'ne eklenerek (Eşitlik 5.6), Heiskanen/Moritz metoduyla, model DGG elde edilmiştir.

5.2. EKKK Metodu

4'üncü bölümde, EKKK metodu ayrıntılı olarak anlatılmıştır. Bu yöntem, hem kuasi-jeoit belirlemede, hem de serbest hava gravite anomalisi düşey gradyenti modellemede kullanılmaktadır.

Bu bölümde, serbest hava gravite anomalisi düşey gradyenti $\partial\Delta g/\partial H$, T_{ZZ} olarak gösterilmiştir. T_{ZZ} 'nin EKKK ile modellenmesinde, kaldır-hesapla-yerine koy metodu uygulanmıştır [38].

Modellenmiş DGG W_{ZZ}^{Model} , Eşitlik 5.13 kullanılarak elde edilmektedir.

$$W_{ZZ}^{Model} = T_{ZZ}^{GGM} |_{uydu}^{n_{maks}} + T_{ZZ}^{Artık} |_{n_{maks}+1}^{l_{maks}} + T_{ZZ}^{RTM} |_{l_{maks}+1}^{k_{maks}} + U_{ZZ} \quad (5.13)$$

T_{ZZ}^{GGM} , serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentinin uzun dalga boyuna karşılık gelmektedir ve seçilen bir GGM'in küresel harmonik katsayılarından Eşitlik 5.14'de gösterildiği şekilde hesaplanmaktadır [41].

$$T_{ZZ}^{GGM}(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{r^3} \sum_{n=n_{min}}^{n_{maks}} \left(\frac{R}{r}\right)^n (n+1)(n+2) \sum_{m=-n}^n \bar{C}_{n,m} \bar{S}_m(\lambda) \bar{P}_{n,m}(\sin\varphi) \quad (5.14)$$

r, φ, λ küresel yarıçap, küresel enlem ve küresel boylam, n, m küresel katsayıların derece ve sırası, G evrensel çekim sabiti, M , dünyanın kütlesi, R yarıçapı, $\bar{C}_{n,m}$ \bar{S}_m normalize küresel harmonik katsayılar, $\bar{P}_{n,m}$ normalize Legendre fonksiyonudur.

T_{ZZ}^{RTM} , serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentinin, kısa dalga boyuna karşılık gelen, artık arazi düzeltmesidir ve seçilen bir SYM'den hesaplanmaktadır.

$T_{ZZ}^{Artık}$, artık serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentidir ve EKKK metodu kullanılarak, Eşitlik 5.15 ve 5.16 yardımıyla, hesaplanmıştır [32].

$$T_{ZZ}^{Artık} = C_{T_{ZZ}^{Artık} \Delta g^{Artık}} C_{\Delta g^{Artık} \Delta g^{Artık}}^{-1} \Delta g^{Artık} \quad (5.15)$$

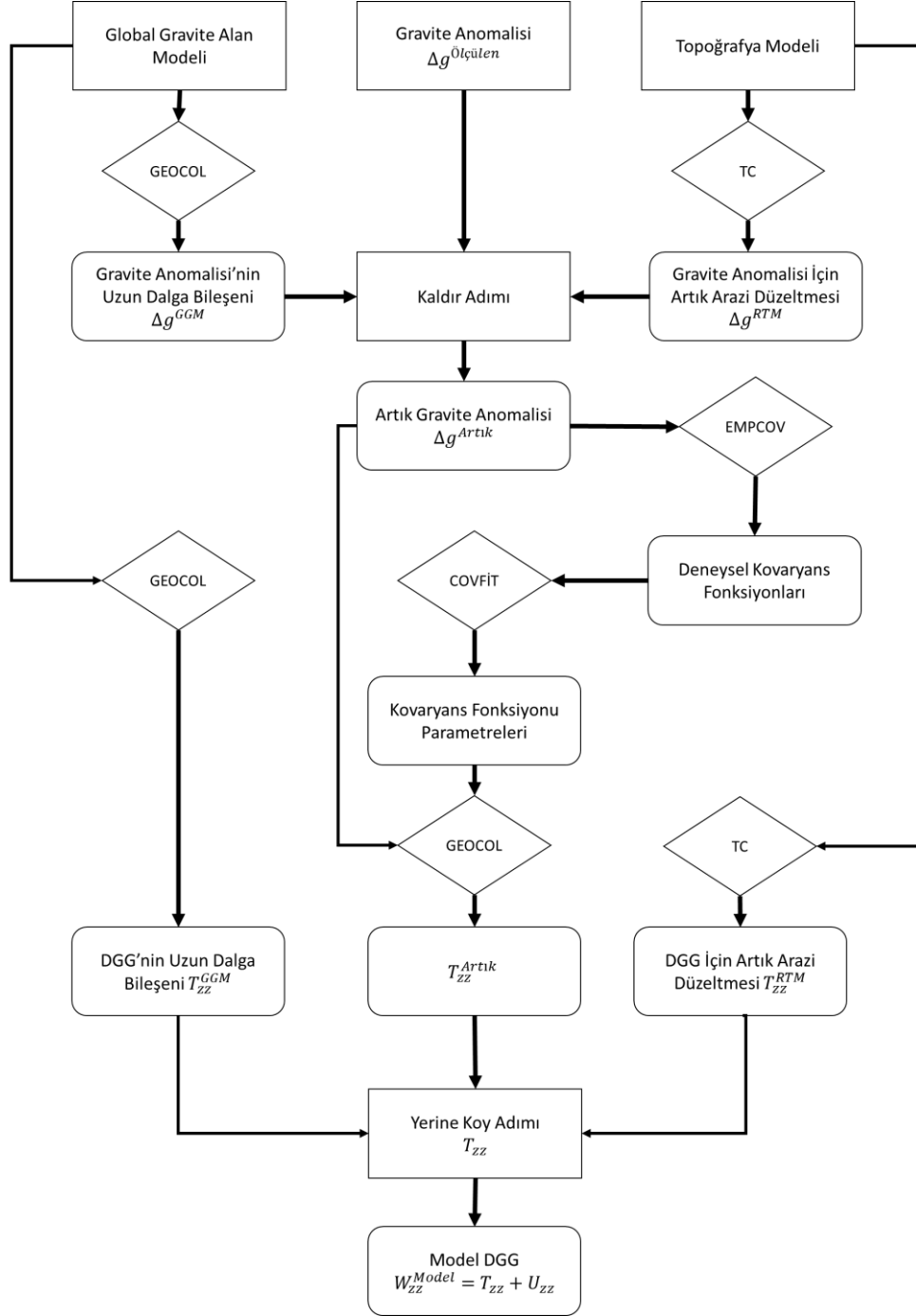
$$\Delta g^{Artık} = \Delta g^{\text{Ölçülen}} - (\Delta g^{GGM}_{uydu}|_2^{n_{max}} + \Delta g^{RTM}|_{l_{maks+1}}^{k_{maks}}) \quad (5.16)$$

$\Delta g^{Artık}$, Eşitlik 5.16 kullanılarak hesaplanmıştır (Δg^{GGM} , n_{max} ve Δg^{RTM} , k_{maks} Eşitlik 5.13'deki değerlerle aynıdır). $C_{\Delta g^{Artık} \Delta g^{Artık}}$, ölçülerin ($\Delta g^{Artık}$) oto kovaryans matrisidir. $C_{T_{ZZ}^{Artık} \Delta g^{Artık}}$ ise $T_{ZZ}^{Artık}$ ve $\Delta g^{Artık}$ arasındaki çapraz kovaryans matrisidir.

$T_{ZZ}^{Artık}$ hesabında kullanılmak üzere, $\Delta g^{Artık}$ için deneysel kovaryans fonksiyonları hesaplanmıştır. Daha sonra, Tscherning-Rapp analitik modelinin kovaryans fonksiyonlarına uydurulmuştur [33].

U_{ZZ} , ise normal DGG $\partial \gamma / \partial H$ 'dir.

W_{ZZ}^{Model} , GRAVSOF yazılımının GEOCOL, COVFIT, TC ve EMPCOV alt programlarıyla hesaplanmıştır [35]. GRAVSOF'ta uygulanan temel hesaplama adımları, Şekil 5.1'de gösterilmiştir.



Şekil 5.1. Model düşey gravite gradyentinin hesaplama adımlarını gösteren akış şeması.

6. VERİLER VE UYGULAMA

6.1. Veriler

Uygulamada MTA, TPAO ve “Türkiye Yükseklik Sisteminin Modernizasyonu ve Gravite Altyapısının İyileştirilmesi” projesi olmak üzere üç farklı kaynaktan yersel gravite verileri kullanılmıştır. Çalışma alanı olarak, Türkiye'nin 36° - 42° Kuzey enlemleri ve 26° - 32° Doğu boylamları arasında kalan bölge seçilmiştir (Şekil 3.4). Çalışma alanında toplam olarak, 26.174 noktada gravite verisi mevcuttur. Uygulamada kullanılması için, gravite verileri, Eşitlik 2.19 kullanılarak serbest hava gravite anomalilerine dönüştürülmüştür.

Gravimetrik jeoiti doğrulamak için, çalışma bölgesinin içerisinde yer alan Antalya-Burdur hattında, “Türkiye Yükseklik Sisteminin Modernizasyonu ve Gravite Altyapısının İyileştirilmesi” projesi kapsamında ölçülen GPS/Nivelman noktaları kullanılmıştır. Toplam olarak, yaklaşık 60 noktada GPS/Nivelman verisi mevcuttur.

Modellenen DGG'lerin kontrolü için kullanılan yersel DGG ölçüleri ise, Bölüm 3'de ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

Çalışma bölgesinde, yaklaşık olarak, 5 km aralıklarla toplanan gravite verileri kullanılmıştır. Gravite verilerinden, serbest hava gravite anomalileri hesaplanmıştır. Daha sonra, bu serbest hava gravite anomalileri kullanılarak, EKKK yöntemiyle, 2'x2' grid noktalarında, serbest hava gravite anomalisi, DGG, kuasi-jeoit ve Bouguer anomalisi elde edilmiştir. Grid noktalarında ortometrik yükseklik elde etmek için MERIT SYM kullanılmıştır.

MERIT (Multi-Error-Removed Improved-Terrain) SYM, mevcut uydu bazlı SYM'lerden çoklu hata bileşenleri ortadan kaldırılarak 3" çözünürlükte (ekvatorda ~ 90m) oluşturulan yüksek doğruluklu bir SYM'dir. MERIT elde etmek için, uydu bazlı SYM'lerde bulunan yükseklik hataları çeşitli filtreleme teknikleriyle çıkarılmıştır [42].

6.2. Uygulama

6.2.1. DGG'nin Modellenmesi

6.2.1.1. Heiskanen/Moritz Metodu

Bu metodu uygulayabilmek için, grid yapıda serbest hava gravite anomalilerine ihtiyaç duyulmaktadır. Fakat arazide ölçülen veriler, istenilen grid yapıda değildir. Bu nedenle, arazideki gravite ölçümlerinden elde edilen serbest hava gravite anomalileri kullanılarak, Eşitlik 6.1, 6.2 ve 6.3 yardımıyla, EKKK yöntemi uygulanmış ve 2'x2' grid noktalarında, serbest hava gravite anomalileri hesaplanmıştır. EKKK yöntemiyle, daha doğru bir gridlemenin yapılması sağlanmıştır.

$$\Delta g^{grid} = \Delta g^{GGM}_{uydu}|_2^{n_{maks}} + \Delta g^{Artık}_{grid}|_{n_{maks}+1}^{l_{maks}} + \Delta g^{RTM}|_{l_{maks}+1}^{k_{maks}} \quad (6.1)$$

$$\Delta g^{Artık}_{grid} = C_{\Delta g^{Artık}_{grid} \Delta g^{Artık}_{ölçülen}} C_{\Delta g^{Artık}_{ölçülen} \Delta g^{Artık}_{ölçülen}}^{-1} \Delta g^{Artık}_{ölçülen} \quad (6.2)$$

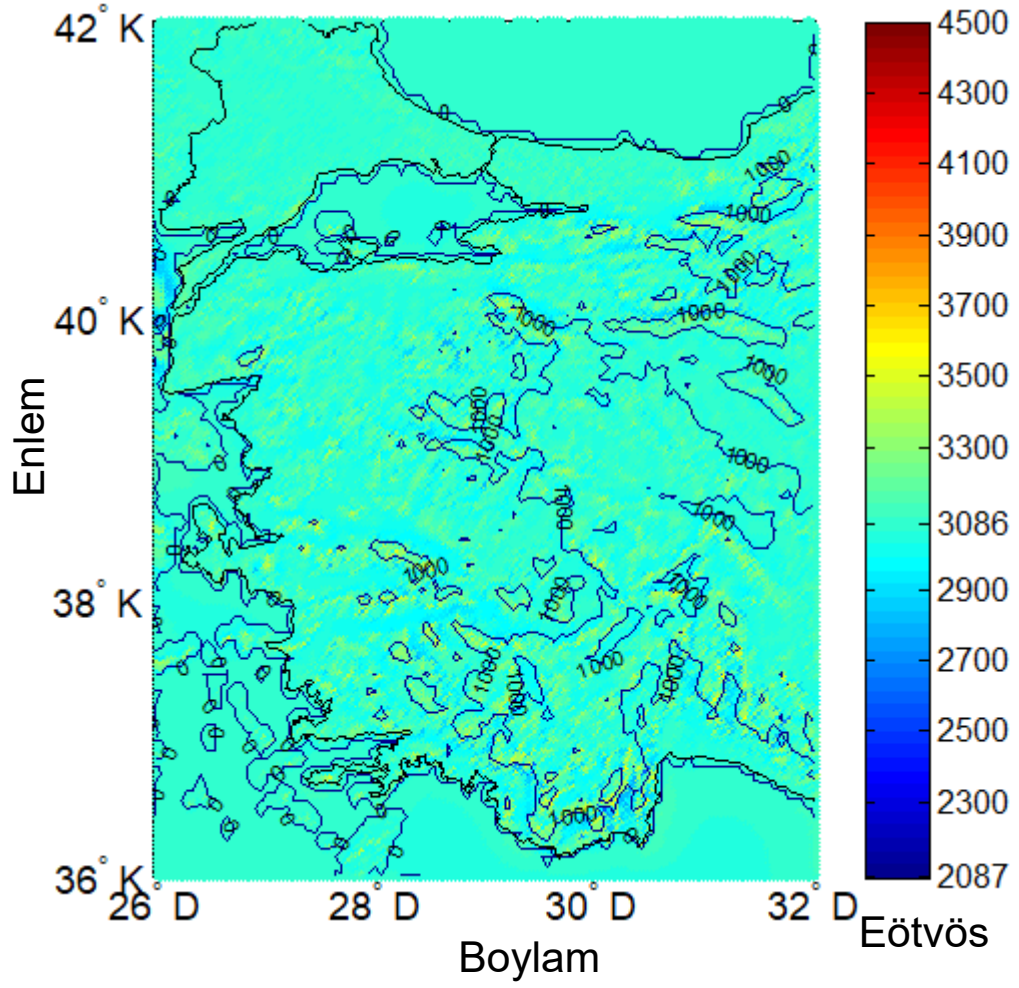
$$\Delta g^{Artık}_{ölçülen} = \Delta g^{Ölçülen} - (\Delta g^{GGM}_{uydu}|_2^{n_{maks}} + \Delta g^{RTM}|_{l_{maks}+1}^{k_{maks}}) \quad (6.3)$$

$C_{\Delta g^{Artık}_{ölçülen} \Delta g^{Artık}_{ölçülen}}$ ölçülerin $(\Delta g^{Artık}_{ölçülen})$ oto kovaryans matrisidir. $C_{\Delta g^{Artık}_{grid} \Delta g^{Artık}_{ölçülen}}$ ise $\Delta g^{Artık}_{grid}$ ve $\Delta g^{Artık}_{ölçülen}$ arasındaki çapraz kovaryans matrisidir.

Grid noktalarında ki ortometrik yüksekliği elde etmek için MERIT SYM kullanılmıştır. Δg^{GGM} , GOCO06s [43] GGM modelinden $n_{maks} = 220$ alınarak hesaplanmıştır. Δg^{RTM} , MERIT SYM'den 720'nci dereceye karşılık gelen ortalama yükseklik yüzeyine göre hesaplanmıştır. Ortalama yükseklik yüzeyi hesabı için öncelikle 3 saniyelik MERIT verisinden 5 dakikalık çözünürlükte ortalama yükseklikler hesaplanmış daha sonra 720'nci dereceye karşılık gelen 0,25 derece çözünürlükte alçak geçirci Gauss filtresi ile filtrelenmiştir.

Çalışma bölgesindeki 2'x2' grid noktalarında elde edilen serbest hava gravite anomalileri kullanılarak, serbest hava gravite anomalisi düşey gradyenti hesaplanmıştır (Eşitlik 5.10). Daha sonra bu değere normal DGG eklenmiş ve

Heiskanen/Moritz metoduyla model DGG elde edilmiştir. Model DGG, Şekil 6.1'de, istatistik bilgileri ise, Tablo 6.1'de gösterilmektedir.

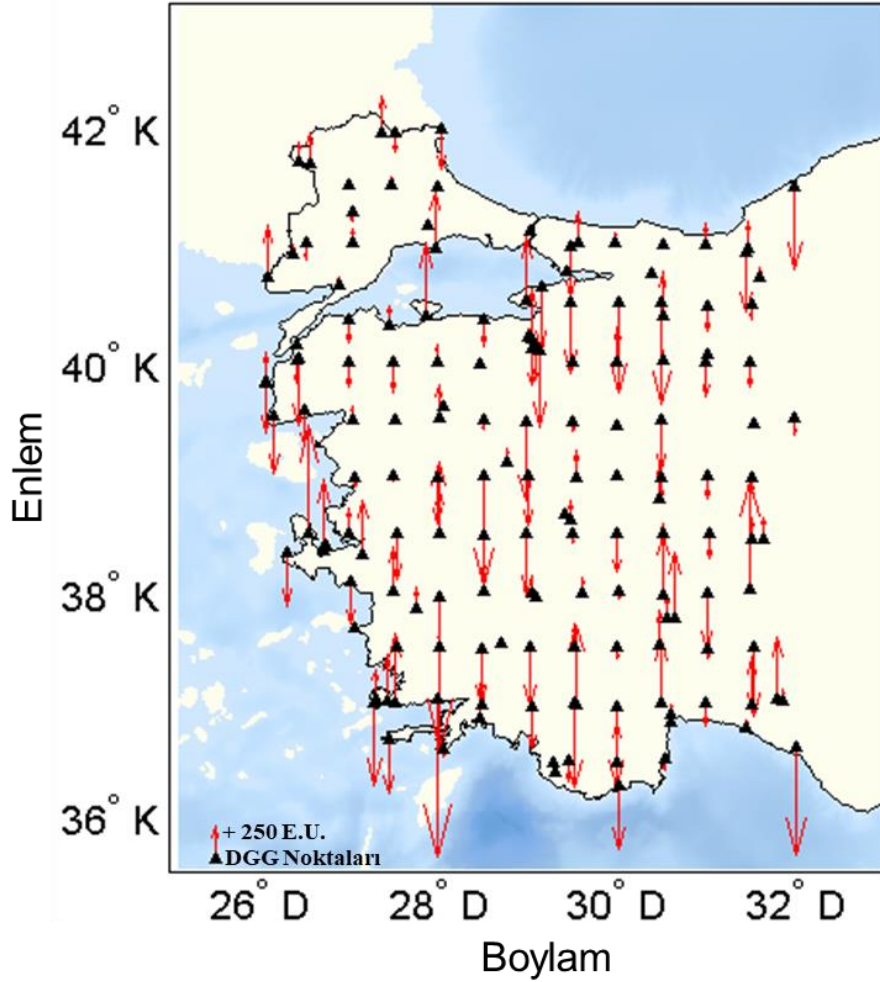


Şekil 6.1. Heiskanen/Moritz metoduyla modellenen DGG.

Tablo 6.1. EKKK ve Heiskanen/Moritz'le modellenen DGG'nin ve arazide ölçülen değerden farklarının istatistiği [Eötvös].

	Min.	Maks.	Ort.	STD
EKKK DGG	2087	4500	3092	208,8
Heiskanen/Moritz DGG	2573	3578	3086	77,2
EKKK-Ölçülen	-566	458	-39	188,9
Heiskanen/Moritz-Ölçülen	-1203	815	-41	338,8

Eşitlik 3.2'den elde edilen yersel DGG'ler ile bu noktalarda hesaplanan model DGG'ler arasındaki farklar Şekil 6.2'de, istatistik bilgileri ise Tablo 6.1'de gösterilmektedir.



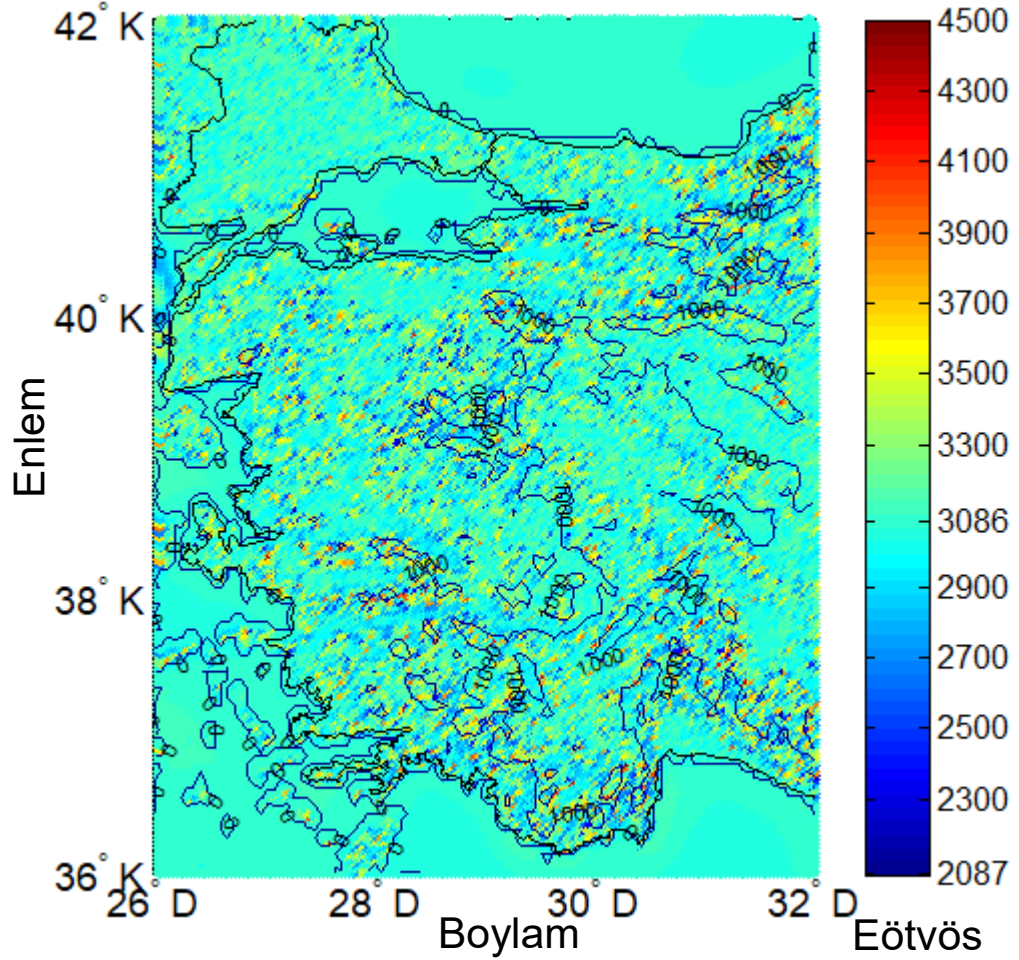
Şekil 6.2. Yersel DGG ölçüm noktalarında, Heiskanen/Moritz metoduyla modellenen ve ölçülen DGG değerlerinin farkı.

6.2.1.2. EKKK Metodu

İlk olarak, serbest hava gravite anomalileri kullanılarak, Şekil 5.1'deki işlem adımları izlenmiş ve 2'x2' grid noktalarında, serbest hava gravite anomalisi düşey gradyenti hesaplanmıştır. Bu değere normal DGG eklenmiş ve böylece EKKK metoduyla model DGG elde edilmiştir (Eşitlik 5.13). Grid noktalarındaki ortometrik yüksekliği elde etmek için MERIT SYM kullanılmıştır. T_{zz}^{GGM} (Eşitlik 5.14) ve Δg^{GGM} (Eşitlik 5.x),

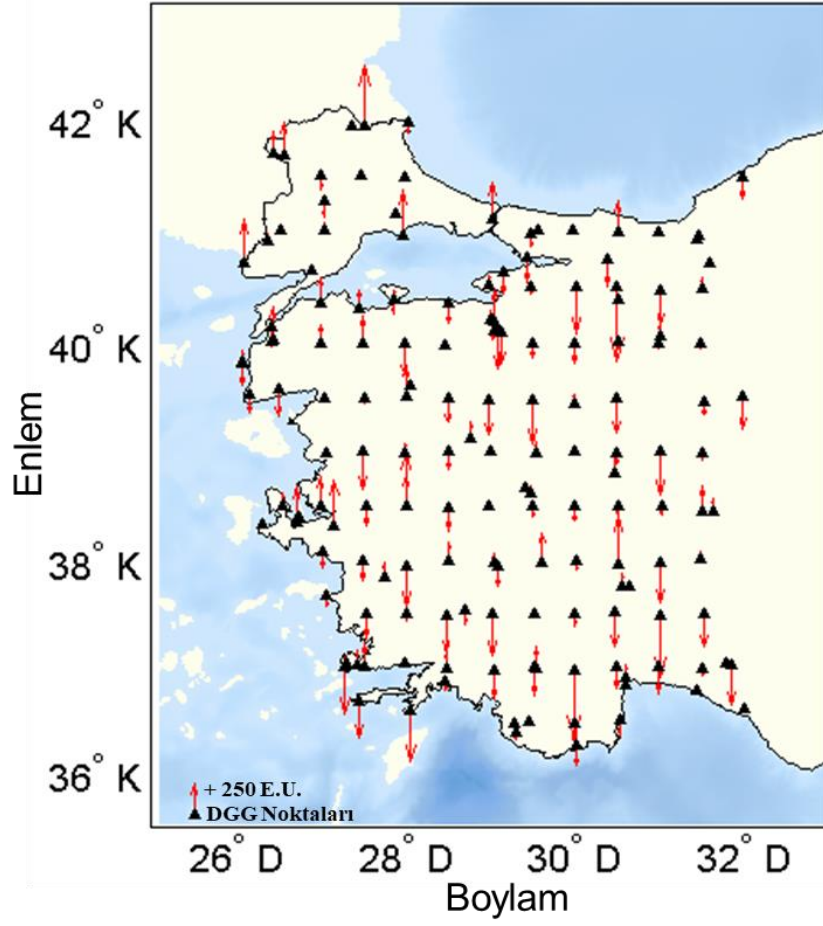
GOCO06s [43] GGM modelinden $n_{max} = 220$ alınarak hesaplanmıştır. T_{zz}^{RTM} ve Δg^{RTM} , MERIT SYM kullanılarak 720'nci dereceye karşılık gelen ortalama yükseklik yüzeyine göre hesaplanmıştır.

Çalışma bölgesinde ki 2'x2' grid noktalarında elde edilen model DGG, Şekil 6.3'de, istatistik bilgileri ise, Tablo 6.1'de gösterilmektedir.



Şekil 6.3. EKKK metoduyla modellenen DGG.

Eşitlik 3.2'den elde edilen yersel DGG'ler ile, bu noktalarda hesaplanan model DGG'ler arasındaki farklar, Şekil 6.4'de, istatistik bilgileri ise, Tablo 6.1'de gösterilmektedir.



Şekil 6.4. Yersel DGG ölçüm noktalarında, EKKK metoduyla modellenen ve ölçülen DGG değerlerinin farkı.

6.2.2. Gravimetrik ve GPS/Nivelman yöntemiyle kuasijeoit hesabı

Serbest hava gravite anomalileri kullanılarak, Eşitlik 6.4, 6.5 ve 6.6 yardımıyla, EKKK yöntemi uygulanmış ve GPS/Nivelman noktalarında kuasijeoit hesaplanmıştır.

$$\zeta = \zeta_{uydu}^{GGM} |_{2}^{n_{maks}} + \zeta_{n_{maks}+1}^{Artık} |_{l_{maks}+1}^{l_{maks}} + \zeta_{l_{maks}+1}^{RTM} |_{l_{maks}+1}^{k_{maks}} \quad (6.4)$$

$$\zeta^{Artık} = C \zeta_{\Delta g_{ölçülen}^{Artık}}^{Artık} C_{\Delta g_{ölçülen}^{Artık}}^{-1} \Delta g_{ölçülen}^{Artık} \Delta g_{ölçülen}^{Artık} \quad (6.5)$$

$$\Delta g_{ölçülen}^{Artık} = \Delta g_{ölçülen} - (\Delta g_{uydu}^{GGM} |_{2}^{n_{maks}} + \Delta g_{l_{maks}+1}^{RTM} |_{l_{maks}+1}^{k_{maks}}) \quad (6.6)$$

$C_{\Delta g_{ölçülen}^{Artık} \Delta g_{ölçülen}^{Artık}}$ ölçülerin ($\Delta g_{ölçülen}^{Artık}$) oto kovaryans matrisidir. $C_{\zeta^{Artık} \Delta g_{ölçülen}^{Artık}}$ ise

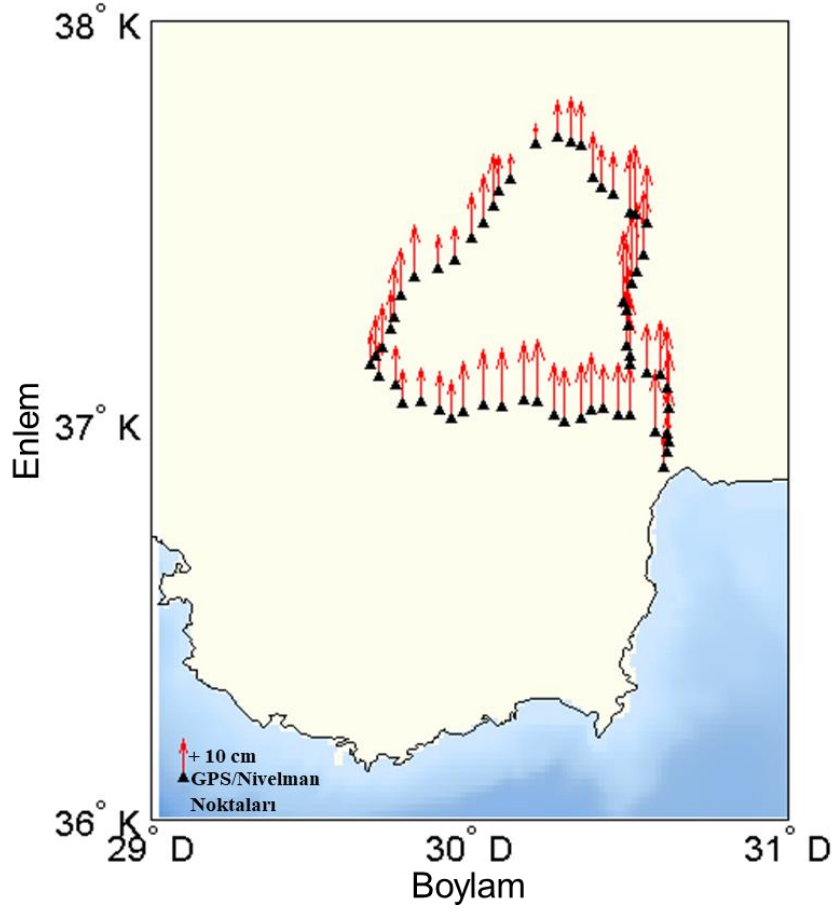
$\zeta^{Artık}$ ve $\Delta g_{ölçülen}^{Artık}$ arasındaki çapraz kovaryans matrisidir.

ζ^{GGM} ve Δg^{GGM} , GOCO06s GGM modelinden $n_{max} = 220$ alınarak hesaplanmıştır. ζ^{RTM} ve Δg^{RTM} , MERİT SYM'den $l_{maks} = 720$ alınarak hesaplanmıştır.

Tablo 6.2. Gravimetrik ve GPS/Nivelman'la elde edilen yükseklik anomalisinin ve farklarının istatistiği.

ζ	Min.	Maks.	Ort.	STD
GPS/Nivelman yükseklik anomalisi [m]	27,25	34,89	31,64	2,02
Gravimetrik yükseklik anomalisi [m]	27,17	34,77	31,52	2,03
GPS/Nivelman- Gravimetrik [cm]	5,06	17,75	12,29	2,94

Eşitlik 6.4'den EKKK'le gravimetrik yöntemle, GPS/Nivelman'la elde edilen yükseklik anomalisi arasındaki farklar Şekil 6.5'de, istatistik bilgileri ise Tablo 6.2'de gösterilmektedir.



Şekil 6.5. Gravimetrik ve GPS/Nivelman'la elde edilen yükseklik anomalisi farklarının istatistiği.

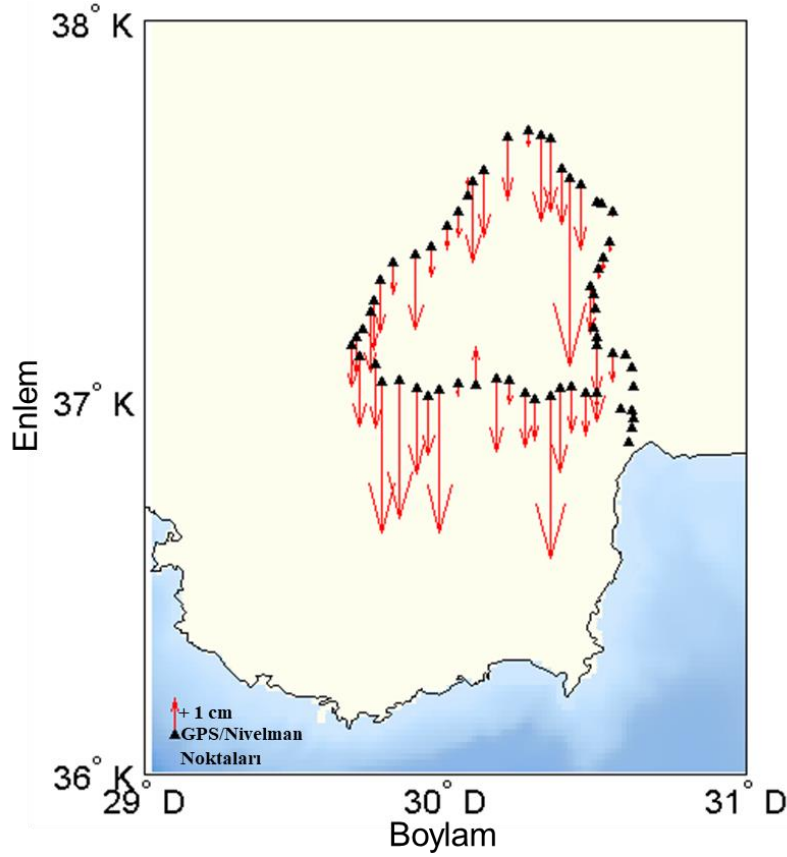
6.2.3. Serbest Hava Gravite Anomalisinin $N-\zeta$ Teriminde Kullanılması

Kuasijeoitte jeoitte dönüştürmek için gerekli olan $N-\zeta$ terimi, ilk olarak, Eşitlik 2.28'den, ikinci olarak serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentinin de yer aldığı Eşitlik 2.29 kullanarak, elde edilmiştir. Burada yer alan serbest hava gravite anomalisi düşey gradyenti EKKK metoduyla elde edilen değerdir. Her iki $N-\zeta$ terimi hesabında yer alan Bouguer anomalisi ise, Eşitlik 2.20'den bulunmuştur.

Tablo 6.3. Gravimetrik yöntemle elde edilen jeoit ondülasyonu ve farklarının istatistiği.

N	Min.	Maks.	Ort.	STD
Gravimetrik jeoit ondülasyonu ikinci terim eklenmiş [m]	27,17	34,67	31,44	2,01
Gravimetrik jeoit ondülasyonu [m]	27,17	34,69	31,46	2,01
Fark (İkinci terim) [cm]	-4,96	1,02	-1,15	1,22

Böylece, serbest hava gravite anomalisinin düşey gradyentinin hesaba katıldığı ve katılmadığı $N-\zeta$ terimi kullanılarak, iki farklı jeoit ondülasyonu elde edilmiştir. Bu değerlere ait istatistikler, Tablo 6.3'de, arasındaki farklar ise, Şekil 6.6'da gösterilmektedir.



Şekil 6.6. Gravimetrik yöntemle elde edilen jeoit ondülasyonu farklarının istatistiği.

6.2.4. Serbest Hava Gravite Anomalisinin Poincaré-Prey İndirgemesinde Kullanılması

Antalya – Burdur GPS/Nivelman hattı boyunca, toplam 60 noktada ölçülen yükseklik farkları ve graviteden, Eşitlik 2.31 kullanılarak, jeopotansiyel sayı elde edilmiştir. Eşitlik 2.30'da ifade edilen Helmert ortometrik yüksekliği hesaplamak için, bu jeopotansiyel sayılar kullanılmıştır. Ortalama gravitenin bulunması içinse, Eşitlik 2.32 kullanılmıştır. Eşitlik 2.32'nin ikinci teriminde geçen DGG, ilk olarak, serbest hava gravite anomalisinin düşey gradyentinin hesaba katılmasıyla, ikinci olarak, katılmamasıyla elde edilmiştir. Her iki durumda hesaplanan Helmert ortometrik yüksekliği, uzun süreli GPS gözlemleriyle elde edilen elipsoit yüksekliğinden çıkarılmış ve jeoit ondülasyonu elde edilmiştir.

Tablo 6.4. GPS/Nivelman'la elde edilen jeoit ondülasyonu ve farklarının istatistiği.

N	Min.	Maks.	Ort.	STD
GPS/Nivelman jeoit ondülasyonu ikinci terim değiştirilmiş [m]	27,25	34,78	31,57	2,01
GPS/Nivelman jeoit ondülasyonu [m]	27,25	34,79	31,58	2,01
Fark [cm]	-4,96	1,02	-1,15	1,22

Böylece, serbest hava gravite anomalisinin düşey gradyentinin hesaba katıldığı ve katılmadığı Poincaré-Prey indirgemesi kullanılarak iki farklı jeoit ondülasyonu elde edilmiştir. Bu değerlere ait istatistikler, Tablo 6.4'de, arasındaki farklar ise gravimetrik yöntemle elde edilen jeoit ondülasyonu farklarıyla aynıdır ve Şekil 6.6'da gösterilmektedir.

6.2.5. Gravimetrik Jeoitin GPS/Nivelman yöntemiyle karşılaştırılması

GPS/Nivelman yöntemi ile jeoit ondülasyonu elde etmek için Eşitlik 6.7 kullanılmaktadır [7].

$$N_{GPS/Nivelman} = h - H \quad (6.7)$$

h elipsoid yüksekliği, H ortometrik yüksekliği, $N_{GPS/Nivelman}$ ise jeoit ondülasyonunu ifade etmektedir.

Sjöberg'in yoğunluk değişiminin jeoite olan etkisini incelediği çalışmaya benzer şekilde [44] Eşitlik 6.7'yi DGG'ne göre türevi alındığında, Elipsoit yüksekliği belirlemede DGG'nin etkisi olmadığından türevi sıfır olmakta ve Eşitlik 6.8 elde edilmektedir.

$$dN_{GPS}(DGGA) = -dH_{Ortometrik}(DGGA) \quad (6.8)$$

Tablo 6.5. Gravimetrik ve GPS/Nivelman'la elde edilen jeoit ondülasyonu farklarının istatistiği [cm].

	Min.	Maks.	Ort.	STD
GPS/Nivelman - Gravimetrik	5,9	17,9	12,33	2,9
GPS/Nivelman - Gravimetrik anomaliler eklenmiş	5,9	17,9	12,33	2,9

GPS/Nivelman jeoit ondülasyonunun hesabında kullanılan Ortometrik yükseklik hesabında yer alan Poincaré-Prey indirgemesindeki serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentinin değişimi ile bu değişim nedeniyle kuasijeoitten jeoite dönüşümdeki $N - \zeta$ teriminde oluşan değişim aynı büyüklük ve yöndedir. (Eşitlik 6.9). Bu karşılaştırmaya ait istatistikler Tablo 6.5'de verilmiştir.

$$dN_{GPS}(DGGA) = -dH_{Ortometrik}(DGGA) \approx dN_{Gravimetrik}(DGGA) \quad (6.9)$$

7. SONUÇLAR

Serbest hava gravite anomalisinin düşey gradyenti, iki farklı yöntemle modellenmiş, daha sonra bu modellenen değer teorik değere eklenmiş ve DGG elde edilmiştir. Heiskanen/Moritz'le modellenen DGG, yersel DGG ile karşılaştırılmış ve farkların standart sapması 339 Eötvös çıkmıştır. EKKK'le modellenen DGG ile farklara bakıldığında ise bu değer yaklaşık, 189 Eötvösdür. EKKK metodu ile, hem kaldır hesaplara yerine koy yöntemini kullandığı hem de 3 boyutlu bir çözümleme yaptığı için Heiskanen/Moritz yöntemine göre daha doğru bir sonuç elde edilmiştir. 189 Eötvös değeri ile, mevcut literatürde yapılan çalışmalarda [11] elde edilen doğruluklardan daha iyi bir doğruluk değeri elde edildiği sonucuna varılmıştır.

EKKK ile modellenen DGG haritası incelendiğinde, DGG'nin minimum 2087, maksimum 4500 ve ortalama 3092 Eötvös olduğu görülmektedir. Özellikle, dağlık alanlar gibi, yüksekliği fazla olan yerlerde DGG'nin yüksek olduğu, düz alanlarda ise, teorik değere yakın olduğu gözlemlenmektedir.

EKKK metoduyla modellenen ve ölçülen DGG değerlerinin farklarının haritasına bakıldığında, farkın minimum -566, maksimum 458 ve ortalama -39 Eötvös olduğu görülmektedir. Farklar özellikle kıyı ve sınır bölgesinde ve artmaktadır. Bunun sebebi, denizlerde ve sınır ülkelerindeki veri boşluklarıdır. Modeli iyileştirmek için, bu veri boşluklarının deniz gravimetresi, hava gravimetresi ile doldurulması gerekmektedir.

DGG, yakın topoğrafyadan oldukça fazla etkilenmektedir. Bu yüzden, artık arazi modellemesinde kullanılmak üzere daha yüksek çözünürlük ve doğru bir SYM kullanmak sonuçları iyileştirecektir. Tez çalışmasında, SRTM'e göre daha doğru ve yüksek çözünürlüklü SYM olan MERIT kullanılmıştır [45]. MERIT SYM modeli yerine, gelecekte daha yüksek çözünürlükte ve doğrulukta ulusal bir SYM kullanılmasının sonuçları iyileştirebileceği düşünülmektedir.

Gravimetrik yöntemle hesaplanan kuasijeoit, GPS/Nivelman'la elde edilen kuasijeoitte karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma sonucu farkların standart sapması 2,9 cm çıkmıştır.

Hesaplanan iki DGG modelinden standart sapması daha küçük sonuçlar veren EKKK metodunun, serbest hava gravite anomalisinin düşey gradyentini daha doğru modellediği sonucuna varılmış ve bu değer $N-\zeta$ terimi ve ortometrik yükseklik hesabındaki Poincaré-Prey indirgemesinde kullanılmıştır.

Hem $N-\zeta$ teriminde, hem de Poincaré-Prey indirgemesinde serbest hava gravite anomalisinin düşey gradyentini dikkate almak hem gravimetrik jeoitte hem de GPS/nivelman jeoitinde aynı yön ve büyüklükte bir değişime neden olmuştur. Bunun nedeni, Sjöberg'in [9] türetmiş olduğu, $N-\zeta$ teriminin ikinci kısmı, Poincaré-Prey indirgemesindeki DGG'nin değişimini ifade etmektedir.

Böylece, kuasijeoitte-jeoitte dönüşümde, serbest hava gravite anomalisini dikkate almak, minimum -5 cm maksimum 1 cm ortalama 1,2 cm'ye varan farklara neden olmaktadır. Minimum ve maksimum farklar dağlık alanlarda görülmektedir. Bu farkların, cm altı doğrulukta bir gravimetrik jeoitin hesaplanmasında [46,47] anlamlı olduğu değerlendirilmektedir. Daha doğru bir gravimetrik jeoit belirlemek için, serbest hava gravite anomalisi düşey gradyenti özellikle dağlık alanlarda mutlaka dikkate alınmalıdır.

GPS/Nivelman ortometrik ondülasyonu hesabında kullanılan Poincaré-Prey indirgemesinde serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentinin GPS/nivelman jeoit ondülasyonunda oluşturduğu değişim, kuasijeoitte-jeoitte dönüşümü $N-\zeta$ teriminde oluşturduğu değişim ile aynı büyüklük ve yönde olduğu görülmüştür. Bu nedenle, GPS/Nivelman'ın serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentinin gravimetrik jeoitte katkısının ortaya çıkarılmasında doğrulama verisi için uygun olmadığı değerlendirilmektedir. Özellikle, serbest hava gravite anomalisi düşey gradyentinin önemli olduğu dağlık alanlarda gravimetrik jeoitin doğrulanmasında GPS/Nivelman'a alternatif yöntemlerin araştırılmasının uygun olacağı değerlendirilmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] W. Torge, J. Müller, Geodesy, 4. baskı, Walter de Gruyter, **2012**.
- [2] R.K. Burkhard, Geodesy for the Layman, US Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, **1985**.
- [3] P. Banerjee, Geoid, *Encycl. Solid Earth Geophys.* (**2011**) 353–356.
- [4] M.G. Sideris, Geoid determination, theory and principles, *Encycl. Solid Earth Geophys.* (**2011**) 356–362.
- [5] H. Yıldız, Yükseklik Modernizasyonu Yaklaşımı: Türkiye İçin Bir İnceleme, *Harit. Derg.* 147 (**2012**) 1–12.
- [6] M.S. Molodenskii, Methods for study of the external gravitational field and figure of the Earth, Jerusalem, Isr. Progr. Sci. Transl. 1962;[available from Off. Tech. Serv. US Dept. Commer. Washington]. (**1962**).
- [7] B. Hofmann-Wellenhof, H. Moritz, Physical geodesy, Springer Science & Business Media, **2006**.
- [8] W.A. Heiskanen, H. Moritz, Physical Geodesy. WH Freeman and Company, San Fr. CA. (**1967**).
- [9] L.E. Sjöberg, On the quasigeoid to geoid separation, *Manuscr. Geod.* 20 (**1995**) 182–192.
- [10] R.H. Rapp, N.K. Pavlis, The development and analysis of geopotential coefficient models to spherical harmonic degree 360, *J. Geophys. Res. Solid Earth.* 95 (**1990**) 21885–21911. doi:10.1029/JB095iB13p21885.
- [11] S. Rózsa, G. Tóth, Prediction of Vertical Gravity Gradients Using Gravity and Elevation Data, *A Wind. Futur. Geod.* (**2005**) 344–349. doi:10.1007/3-540-27432-4_59.
- [12] R. Tenzer, A. Ellmann, On evaluation of the mean gravity gradient within the topography, içinde: *Obs. our Chang. Earth*, Springer, **2009**: ss. 253–261.
- [13] L. Zhu, C. Jekeli, Gravity gradient modeling using gravity and DEM, *J. Geod.* 83 (**2009**) 557–567.
- [14] P. Vaníček, J. Janák, J. Huang, Mean vertical gradient of gravity, içinde: *Gravity, Geoid Geodyn. 2000*, Springer, **2001**: ss. 259–262.
- [15] L. Völgyesi, Local geoid determination based on gravity gradients, *Acta Geod. Geophys. Hungarica.* 36 (**2001**) 153–162.
- [16] I. Marušiak, P. Zahorec, J. Papčo, R. Pašteka, J. Mikuška, Toposk, program for the terrain correction calculation, G-trend, sro, Bratislava, Unpubl. Man. (in Slovak). (**2013**).
- [17] P. Zahorec, P. Vajda, J. Papčo, S.S.-M. Aparicio, J.P. De Pablo, Prediction of

- vertical gradient of gravity and its significance for volcano monitoring—example from Teide volcano, *Contrib. to Geophys. Geod.* 46 (2016) 203–220.
- [18] P. Dykowski, Vertical gravity gradient determination for the needs of contemporary absolute gravity measurements-first results, *Reports Geod.* (2012).
- [19] Y.-S. Hsiao, C. Hwang, M.-L. Wu, J.-C. Chang, Improved Geoid Modeling Using Observed and Modeled Gravity Gradients in Taiwan, *J. Surv. Eng.* 143 (2016) 04016027. doi:10.1061/(asce)su.1943-5428.0000212.
- [20] P. Vaníček, Brief outline of the Molodensky theory, *Lect. Notes.* 23 (1974).
- [21] F.R. Helmert, *Die Schwerkraft im hochgebirge insbesondere in den Tyroler Alpen in geodatischer und geologischer beziehung*, Berlin, P. Stank. (1890).
- [22] T. Niethammer, *Nivellement und Schwere als Mittel zur Berechnung wahrer Meereshöhen; mit 25 Taf, Kartenverl. d. schweiz. Landestopographie in Komm.,* 1932.
- [23] M. LaCoste, *A-10 portable gravimeter user's manual*, Lafayette, Color. (2008).
- [24] S. Limited, *CG5 Scintrex autograv system Operation Manual*, (2006).
- [25] M. Simav, H. Yıldız, A. Direnç, A. Türkezer, *Terrestrial Gravity Measurements towards Turkish Height System Modernization*, içinde: EGU Gen. Assem. Conf. Abstr., 2013.
- [26] C. Demir, A. Kılıçoğlu, O. Fırat, *Türkiye Temel Gravite Ağı-1999 (TTGA-99)*, *Harit. Derg.* 136 (2006) 49.
- [27] H. Wilmes, R. Falk, A. Lothhammer, A. Kressman, O. Lang, A. Kılıçoğlu, *Absolute Gravity Campaign in Turkey 1996—First Results*, *Proc. Second Turkish-German Jt. Geod. Days* (Eds. O. Altan, L. Grundig). (1997) 27–29.
- [28] M. Simav, H. Yıldız, A. Cingöz, E. Sezen, N.S. Demirsoy, İ. Akpınar, H. Okay, A. Gürer, M. Akçakaya, S. Yılmaz, *Türkiye Yükseklik Sisteminin Modernizasyonu ve Gravite Altyapısının İyileştirilmesi Projesi*, 15, *Türkiye Harit. Bilim. ve Tek. Kurult.* (2015) 25–28.
- [29] S. Doganalp, *Geoid height computation in strip-area project by using least-squares collocation*, *Acta Geodyn. Geomater.* 13 (2016) 182.
- [30] H.S. Kutoglu, T. Ayan, C. Mekik, *Integrating GPS with national networks by collocation method*, *Appl. Math. Comput.* 177 (2006) 508–514.
- [31] H. Demirel, *En küçük kareler yöntemine göre prediksyon ve kollokasyon*, İDMMA, İstanbul. (1977).
- [32] H. Moritz, *Covariance functions in least-squares collocation*, Ohio State Univ Columbus Dept Of Geodetic Science, 1976.
- [33] C.C. Tscherning, R.H. Rapp, *Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations, and deflections of the vertical implied by*

- anomaly degree variance models, Sci. Interim Rep. Ohio State Univ., Columbus. Dept. Geod. Sci. (**1974**).
- [34] P.A. Collier, F.J. Leahy, The general model of least squares collocation—a versatile geodetic computational tool, *Aust. J. Geod. Photogramm. Surv.* 57 (**1992**) 37–61.
- [35] C.C. Tscherning, The GRAVSOFIT package for geoid determination, içinde: *Proc 1st IAG Cont. Work. Geoid Eur. Prague*, **1992**.
- [36] C.C. Tscherning, Geoid determination by 3D least-squares collocation, içinde: *Geoid Determ.*, Springer, **2013**: ss. 311–336.
- [37] C.C. Tscherning, Local approximation of the gravity potential by least squares collocation, *Proc, Int. Summer Sch. Local Gravity F. Approx.* (**1985**) 277–362.
- [38] R. Forsberg, C.C. Tscherning, The use of height data in gravity field approximation by collocation, *J. Geophys. Res. Solid Earth.* 86 (**1981**) 7843–7854.
- [39] E.H. Bruns, *Die Figur der Erde*, Publikation Königl, Preuss. Geodätisches Institut, P. Stank. Buchdruckerei, Berlin. (**1878**).
- [40] C. Hwang, Y.-S. Hsiao, Orthometric corrections from leveling, gravity, density and elevation data: a case study in Taiwan, *J. Geod.* 77 (**2003**) 279–291.
- [41] B. Bucha, J. Janák, A MATLAB-based graphical user interface program for computing functionals of the geopotential up to ultra-high degrees and orders: Efficient computation at irregular surfaces, *Comput. Geosci.* 66 (**2014**) 219–227.
- [42] D. Yamazaki, D. Ikeshima, R. Tawatari, T. Yamaguchi, F. O’Loughlin, J.C. Neal, C.C. Sampson, S. Kanae, P.D. Bates, A high-accuracy map of global terrain elevations, *Geophys. Res. Lett.* 44 (**2017**) 5844–5853.
- [43] A. Kvas, T. Mayer-Gürr, S. Krauß, J.M. Brockmann, T. Schubert, W.-D. Schuh, R. Pail, T. Gruber, A. Jäggi, U. Meyer, The satellite-only gravity field model GOCO06s, (**2019**).
- [44] L.E. Sjöberg, On the topographic bias and density distribution in modelling the geoid and orthometric heights, *J. Geod. Sci.* 8 (**2018**) 30–33.
- [45] C. Hirt, Artefact detection in global digital elevation models (DEMs): The Maximum Slope Approach and its application for complete screening of the SRTM v4. 1 and MERIT DEMs, *Remote Sens. Environ.* 207 (**2018**) 27–41.
- [46] I. Froughi, P. Vaníček, R.W. Kingdon, M. Goli, M. Sheng, Y. Afrasteh, P. Novák, M.C. Santos, Sub-centimetre geoid, *J. Geod.* 93 (**2019**) 849–868.
- [47] Regional geoid/quasi-geoid modelling – Theoretical framework for the sub centimetre accuracy, (y.y.). <http://icct.kma.zcu.cz/index.php?title=JSG0.15> (erişim **27 Aralık 2019**).