

**ELEKTRİK EMPEDANS TOMOGRAFİDE ELİPTİK
YAPILARDAKİ İLETKENLİK DAĞILIMLARI
GERİÇATIM PROBLEMİNİN YAPAY SİNİR AĞLARI İLE
İNCELENMESİ**

**ANALYSIS OF CONDUCTIVITY DISTRIBUTION
RECONSTRUCTION PROBLEM OF ELLIPTIC MODELS
WITH ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS AT
ELECTRICAL IMPEDANCE TOMOGRAPHY**

HATİCE MANİSALI

PROF. DR. ATİLA YILMAZ

Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı için Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak hazırlanmıştır.

2020

Kıymetli Aileme...

ÖZET

ELEKTRİK EMPEDANS TOMOGRAFİDE ELİPTİK YAPILARDAKİ İLETKENLİK DAĞILIMLARI GERİÇATIM PROBLEMİNİN YAPAY SINIR AĞLARI İLE İNCELENMESİ

Hatice MANİSALI

Yüksek Lisans, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Atila Yılmaz

Temmuz 2020, 135 Sayfa

Elektrik Empedans Tomografi, herhangi bir geometrinin içerisindeki iletkenlik dağılımını gösteren yöntemdir. Bu çalışmada daire ve elips geometrilerinin içerisindeki iletkenlik dağılımının görüntüsünün elde edilmesi hedeflenmiştir. EET'deki ileri ve geri problem çözümleri ele alınmıştır.

EET'deki ileri problem doğrusal ve kararlıdır. Sonlu Eleman Yöntemi daire ve elips geometrilerinin ileri problem çözümü için kullanılmıştır. Geometrilerin analitik çözüm ile SEY sonuçları karşılaştırılmış ve SEY'in farklı geometrilerde de uygulanabileceği gösterilmiştir.

EET'deki geri problem doğrusal olmayan ve çözümün kesinliği tartışılan kötü konumlanmış bir problemdir. Bu yapısı sebebiyle doğrusal ve doğrusal olmayan şekilde değerlendirilip çözümü araştırılmıştır. Geri problem çözümü geriçatım örüntüsü olarak bilinir. Genel olarak eniyileme teknikleri ve yapay sinir ağ yapıları bu tür geri problem

çözümleri için kullanılabilir. Özellikle, daire ve elips geometrileri için, iletkenlik değerleri, geometrilerin etrafına yerleştirildiği varsayılan özel olarak tasarlanmış elektrot modelleri ile elde edilen sanal gerilim değerleri kullanılarak incelenmiştir. İleri problem çözümünde kullanılan SEY'i kullanarak, farklı konumlarda ve iletkenliklerde belirtilen özdeş olmayan dağılımlarla bir veritabanı oluşturulabilir. Yapay sinir ağı yüzeyden elde edilen gerilim değerleri ve farklı iletkenlik senaryoları altındaki dağılımları kullanılarak eğitilmiştir. Bu durumda sinir ağının girdisi yüzeyden ölçülen gerilim değerleridir. Öğrenme aşamasının sonunda, eğitilen sinir ağı test edilmiştir ve hata değerleri tablo haline getirilmiştir. Yapay sinir ağı yapısı çerçevesinde esas olarak Radyal Tabanlı Sinir Ağları ve Çok Katmanlı Algılayıcılar seçilmiş ve seçilen eniyileme yöntemleri kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüleri ile karşılaştırılmıştır.

Karşılaştırmalı sonuçlar sağlamak için, sinir ağı yapıları 256 piksel çözünürlükte daire geometrisinin geriçatım görüntülerini elde etmek için üretilmiş 69 ayrı örüntü kullanılarak eğitilmiştir. Bu veri tabanı kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüleri arasında iletkenliği özdeş dağılıma sahip yapıdan büyük olan yapılar için radyal tabanlı fonksiyon sinir ağının diğer geriçatım algoritmalarına göre daha başarılı olduğu görülmüştür. Aynı veri tabanı ile elde edilen sonuçlarda iletkenliği özdeş dağılıma sahip yapıdan küçük olan yapılar için Gauss-Newton algoritması daha başarılıdır. Başka bir deneyde, çözünürlüğü artırmak amacıyla 576 piksel çözünürlüğe sahip daire geometrisinin geriçatım görüntülerini elde etmek için seçilmiş sinir ağlarının eğitiminde 85 farklı daire örüntüsü kullanılmıştır. Bu durumda daire geometrileri farklı iletkenliğe sahip tek bir yapıdan oluşur. Geriçatım görüntüleri arasındaki analize göre 256 piksel çözünürlüğe sahip daire geometrisindeki gibi radyal tabanlı sinir ağı yapısının $7,46 \cdot 10^{-4}$ 'e kadar düşen hata oranı ile diğer geriçatım modellerine göre daha başarılı olduğu görülmüştür. Diğer bir yandan iletkenliği düşük yapılar için Gauss-Newton algoritması daha başarılıdır. Ayrıca sinir ağı yapıları iletkenliği farklı bir tek yapı içeren örüntüler ile eğitilmesine rağmen radyal tabanlı sinir ağı yapısı, özellikle aynı anda farklı iki iletkenliğin olduğu görünmeyen farklı yapılar içeren örüntülerin testinde $6,78 \cdot 10^{-4}$ hata oranına ulaşmıştır. İki farklı daha büyük iletkenliğe sahip 41 farklı şekilde tanımlanmış örüntü kullanılarak sinir ağı yapısı eğitilmiştir ve geriçatım görüntüsünün hata oranı radyal tabanlı sinir ağı yapısı ile test edilen örüntüler için $1,049 \cdot 10^{-3}$ 'tür.

246 piksel çözünürlüğe sahip elips geometrisinin geriçatım görüntülerini sağlamak için 69 farklı örüntü sinir ağları eğitiminde kullanılmıştır. Bu veritabanı altındaki Levenberg-Marquardt öğrenme algoritmasıyla eğitilen çok katmanlı sinir ağı yapısının iletkenliği özdeş dağılımdan büyük olan yapılar için hata oranını $6,49.10^{-4}$ 'e düşürerek diğer yöntemlere göre daha başarılı olduğu görülmektedir. İletkenliği küçük olan yapılar için radyal tabanlı sinir ağı yapısı $1,12.10^{-4}$ hata oranı ile daha iyi sonuç elde edilmiştir. Eliptik geometrilerin çözünürlüğü 589'a çıkarılmış ve sinir ağı eğitim aşaması için 91 örüntü kullanılmıştır. Bu veritabanı ile iletkenliği özdeş yapıdan daha küçük olan yapıların geriçatımında radyal tabanlı sinir ağı yapısı kullanıldığında hata oranı $9,21.10^{-4}$ 'e düşürülmüştür. Eğitim için kullanılan 91 örüntü iletkenliği farklı tek bir yapıya sahipken radyal tabanlı sinir ağı yapısı iki ayrı bölgede iletkenliği farklı test veri seti için $3,89.10^{-4}$ hata oranı ile daha başarılı olarak derecelendirilmiştir. Bu veriler bilinmeyen ve görünmeyen dağılımlar için sinir ağı yapısının yeteneğini ölçmek için kullanıldığından Gauss-Newton algoritması tarafından elde edilen herhangi bir geriçatım görüntüsü yoktur. Bir sonraki adımda, sinir ağı yapıları eliptik çerçeve içinde 589 piksel yüksek çözünürlüklü farklı iletkenliklere sahip iki özdeş olmayan yapının geriçatımı için 43 örüntü kullanılarak eğitilmiştir. Bu veritabanı kullanılarak elde edilen $1,42.10^{-3}$ hata oranı ile radyal tabanlı sinir ağı yapısı daha başarılı olarak gözlemlenmiştir. Bu sonuçlara göre yapay sinir ağları ile elde edilen geriçatım görüntüleri, bu tezde seçilen eniyileme yöntemlerinden daha başarılıdır. Yapay sinir ağları eğitim sırasında yeterli sayıda nöron kullanılarak kayda değer sonuçlar vermiştir. Radyal tabanlı sinir ağı yapısı, çok katmanlı algılayıcılar yapısından daha hızlı öğrenme ve daha düşük geriçatım hatası sağlamıştır.

Bu iletkenlik dağılımı bilgisi kullanılarak özellikle medikal alanda tümör tespiti, kan pıhtısı gibi anormal dokuların ve yapıların bölgesi ve büyüklüğü tespit edilebilir.

Anahtar kelimeler: Elektrik Empedans Tomografi, ileri problem, geri problem, geriçatım teknikleri, Gauss-Newton algoritması, yapay sinir ağları.

ABSTRACT

ANALYSIS OF CONDUCTIVITY DISTRIBUTION RECONSTRUCTION PROBLEM OF ELLIPTIC MODELS USING ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS IN ELECTRICAL IMPEDANCE TOMOGRAPHY

Hatice MANİSALI

Master of Science, Department of Electrical and Electronics Engineering

Supervisor: PROF. DR. Atila YILMAZ

July 2020, 135 pages

Electric Impedance Tomography is the method that shows the conductivity distribution in any geometry. In this study, the image of the conductivity distribution in circle and ellipse geometries is tried to be obtained. Forward problem and inverse problem solutions of EIT are discussed.

The forward problem of EIT is linear and stable. The Finite Element Method is used for solving forward problem of circle and ellipse geometries. The analytical solution and FEM results of geometries were compared and it was shown that FEM can be applied in different geometries.

The inverse problem of EIT is a nonlinear and ill-posed problem where the accuracy of the solution is discussed. Due to this structure, the problem has been evaluated and solved in both linear and nonlinear manner. The inverse problem solution is also known as the image reconstruction. Optimization techniques in general and artificial neural network models can be used for such inverse problem solving. Specifically, for circle and ellipse geometries, their conductivity values were studied by using virtual voltage values obtained through specially designed electrode patterns which are supposed to be placed around the geometry. Using FEM used for the forward solution, a database can be generated with inhomogeneous distributions specified in different locations and conductivities. Artificial neural network has been trained by using tension values obtained from the surface and distributions under different conductivity scenarios. Training input for those cases are measured voltage values observed from the boundary. At the end of the learning stage, the trained neural network was tested and error values were tabulated. Within the framework of artificial neural network structures, mainly Radial Based Neural Networks and Multilayer Perceptron were selected and compared with the patterns obtained by selected optimization methods.

In order to provide comparative results, neural network structures were trained by using generated 69 different patterns to get reconstruction images of the circle geometry with a resolution of 256 pixels. Among reconstructed images obtained using this database, the radial basis function neural network is found more successful than the others when all reconstruction algorithms attempt to provide the images for the structures whose conductivity is larger than the base distribution. In the results obtained with the same database, Gauss-Newton algorithm is more successful for structures whose conductivity is smaller than the value of base distribution. In another experiment, 85 different circle geometries were used to train selected neural networks for the reconstruction images of the circle geometry with a resolution of 576 pixels in order to increase the resolution. The circle geometries, in this case, consist of a single structure with different conductivities. According to the analysis among reconstructed images, the radial basis neural network structure, like the circle geometry with a resolution of 256 pixels, has also been found to be more successful than other reconstruction models with the minimum error rate up to $7,46.10^{-4}$. The Gauss-Newton algorithm is, on the other hand, more successful for low conductivity structures. Besides, although neural network structures have been trained for a single inhomogeneity in the pattern, especially the

radial basis neural network structure has reached the error rate of $6,78.10^{-4}$ in the test stage for the geometries with unseen different structures, specifically two different conductivities at the same time. The neural network structure was trained using 41 differently defined patterns with two different larger conductivities, the error rate of the reconstruction image was $1,049.10^{-3}$ for patterns tested with radial basis network structure.

The reconstruction images of the ellipse geometry with a resolution of 246 pixels have been used in providing 69 different patterns of the neural networks training set. It is observed that the multi-layered neural network structure trained by the Levenberg-Marquardt learning algorithm under the generated database has been more successful than other methods by reducing the error rate to $6,49.10^{-4}$ for structures whose conductivity is greater than the base distribution. For the geometries with smaller conductivities, the radial basis neural network structure was found better with the error rate of $1,12.10^{-4}$. The resolution of the elliptic geometries was increased to 589 and 91 patterns were used for the neural network training phase. With this database, the error rate is reached to $9,21.10^{-4}$ when the radial based neural network structure was used for the reconstruction whose conductivity has been smaller than the base homogeneity. While 91 patterns used for training have a single inhomogeneity with different conductivities, the radial basis neural network structure was rated as more successful with the error rate of $3,89.10^{-4}$ for new test data set including two separately positioned inhomogeneities. There were not any reconstruction images obtained by the Gauss-Newton algorithm since those data were used to test the neural systems estimation capability for unseen and unknown distributions. In the next step, neural network structures were trained by using 43 patterns for the reconstruction of two inhomogeneities with different conductivities within the elliptic frame with a high resolution of 589 pixels. The radial basis neural network structure was observed as more successful with the error rate of $1,42.10^{-3}$ obtained using this database. According to those results, the reconstruction images obtained with the artificial neural network structures are more successful than optimization methods selected in this thesis. They have given remarkable results by using the sufficient number of neurons used in the training session. The radial basis neural network structure achieved faster learning and lower reconstruction error than those obtained by the multi-layer perceptron structure.

Using this conductivity distribution information, the region and size of abnormal tissues and structures such as tumor detection and blood clot can be determined, especially in the medical field.

Keywords: Electrical Impedance Tomography, forward problem, inverse problem, reconstruction techniques, Gauss-Newton algorithm, artificial neural networks.

TEŞEKKÜR

Tez alıőmamda bana her zaman destek olan, büyük sabırla yol gösteren, bilgi ve tecrbelerinden yararlandığım değerli danıőmanım Sayın Prof. Dr. Atila YILMAZ'a teşekkür ederim.

Lisansüstü eğitimim sürecinde anlayıő ve destekleri için ASELSAN MGEO'daki yöneticilerime ve çalışma arkadaőlarıma, beni sürekli motive eden, her zaman yanımda olan arkadaőlarım Yiğit Ata AĞARTAN, Tuğba őAHAN ve Pınar ILENGER'e teşekkür ediyorum. Ayrıca tüm hayatım boyunca her koőulda yanımda olan sevgili annem Gll MANİSALI, babam Sayım MANİSALI ve biricik kardeőim Aslı MANİSALI'ya sonsuz teşekkür ediyorum.

İÇİNDEKİLER

| | |
|--|------|
| ÖZET | i |
| ABSTRACT..... | iv |
| TEŞEKKÜR..... | viii |
| İÇİNDEKİLER | ix |
| ŞEKİLLER..... | xii |
| ÇİZELGELER | xv |
| SİMGELER VE KISALTMALAR | xvii |
| 1. GİRİŞ..... | 1 |
| 1.1. Elektrik Empedans Tomografi | 1 |
| 1.2. Tezin Amacı | 5 |
| 1.3. Tezin Kapsamı | 5 |
| 2. EET’NİN MATEMATİKSEL MODELİ | 7 |
| 2.1. Matematiksel Model..... | 7 |
| 2.2. EET’deki Elektrot Modelleri..... | 10 |
| 2.2.1. Devamlılık Modeli | 10 |
| 2.2.2. Boşluk Modeli..... | 10 |
| 2.2.3. Şönt Modeli..... | 11 |
| 2.2.4. Tam Elektrot Modeli..... | 11 |
| 2.3. EET’deki Akım Örüntüleri | 12 |
| 2.4. Sonlu Eleman Yöntemi | 15 |
| 3. EET’DE DAİRE GEOMETRİSİNİN İLERİ PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜ..... | 17 |
| 3.1. Daire Geometrisinin İleri Probleminin Analitik Yöntemle Çözülmesi..... | 17 |
| 3.1.1. Özdeş Yapı için Gerilim Dağılımın Hesaplanması..... | 17 |
| 3.1.2. Özdeş Olmayan Yapı için Gerilim Dağılımın Hesaplanması..... | 18 |
| 3.2. SEY ile Daire Geometrisinin İleri Probleminin Çözümü | 19 |
| 3.3. Dairesel Geometride İleri Problemin SEY Sonuçları ile Analitik Sonuçlarının Karşılaştırılması | 23 |
| 4. EET’DE ELİPS GEOMETRİSİNİN İLERİ PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜ | 26 |
| 4.1. EET’nin Elips Geometrisinde İleri Problemin Analitik Yöntemle Çözülmesi 26 | |
| 4.1.1. Özdeş Yapı için Gerilim Dağılımı Hesabı | 28 |

| | | |
|---|--|-----|
| 4.1.2. | Özdeş Olmayan Yapı için Gerilim Dağılımı Hesabı..... | 28 |
| 4.2. | SEY ile Elips Geometrisinin İleri Probleminin Çözümü..... | 28 |
| 4.3. | Elips Geometrisinde İleri Problemin SEY Sonuçları ile Analitik Sonuçlarının Karşılaştırılması..... | 32 |
| 5. | EET'DE GERİ PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ..... | 34 |
| 5.1. | Genel Bakış..... | 34 |
| 5.2. | Genel Geriçatım Çözüm Modelleri | 36 |
| 5.2.1. | En Küçük Kareler Kestirimi ve Gauss-Newton İyileştirme Yöntemi..... | 37 |
| 5.3. | Düzenleme Parametresi | 38 |
| 5.4. | Olasılıksal Yaklaşımlar..... | 40 |
| 5.5. | Özyineli Gauss-Newton Metodu | 42 |
| 5.6. | EIDORS Yaklaşımı | 47 |
| 5.7. | Gauss-Newton Yöntemi ile Geriçatım Sonuçları | 47 |
| 5.7.1. | Daire Geometrisi için Geriçatım Sonuçları | 48 |
| 5.7.2. | Elips Geometrisi için Geriçatım Sonuçları..... | 54 |
| 6. | YAPAY SİNİR AĞLARI İLE GERİÇATIM..... | 60 |
| 6.1. | Genel Bakış..... | 60 |
| 6.2. | Yapay Sinir Ağları..... | 60 |
| 6.3. | Çok Katmanlı Yapay Sinir Ağı | 63 |
| 6.4. | Sinir Ağları ile Geriçatım için Yapılan Çalışmalar | 66 |
| 6.4.1. | Çok Katmanlı Algılayıcıların Çözümlemesi | 66 |
| 6.4.2. | İki Saklı Katmanlı Sonuçlar | 70 |
| 6.5. | Radyal Tabanlı Fonksiyon Sinir Ağı | 72 |
| 6.5.1. | Radyal Tabanlı Fonksiyon Sinir Ağı Yapısında Yayılım Sabiti Etkisi..... | 73 |
| 7. | GERİÇATIM YÖNTEMLERİNİN TEK VE ÇİFT ÖZDEŞ OLMAYAN DAĞILIM DURUMLARI İÇİN BAŞARI ANALİZİ | 75 |
| 7.1. | Silindirik Veri Seti İçin Yöntemlerin Karşılaştırılması..... | 75 |
| 7.1.1. | Tek Özdeş Olmayan Duruma Sahip Yapılar..... | 75 |
| 7.1.2. | İki Özdeş Olmayan Duruma Sahip Yapılar..... | 79 |
| 7.2. | Eliptik Veri Seti İçin Yöntemlerin Karşılaştırılması | 84 |
| 7.2.1. | Tek Özdeş Olmayan Duruma Sahip Yapılar..... | 84 |
| 7.2.2. | İki Özdeş Olmayan Duruma Sahip Yapılar..... | 88 |
| 8. | SONUÇ..... | 94 |
| 9. | KAYNAKLAR | 97 |
| EKLER | | 102 |
| EK 1 – Daire Geometrisinin İleri Probleminin Analitik Yöntemle Çözülmesi..... | | 102 |

| | |
|---|-----|
| EK 2 – Elips Geometrisinin İleri Probleminin Analitik Yöntemle Çözülmesi..... | 111 |
| EK 3 – Yapay Sinir Ağı Eğitiminde Kullanılan Örüntüler | 123 |
| ÖZGEÇMİŞ | 135 |

ŞEKİLLER

| | |
|--|----|
| Şekil 1.1. EET'nin medikal alanında kullanımı [7] | 2 |
| Şekil 2.1. Karşılıklı akım örüntüsü [23] | 13 |
| Şekil 2.2. Komşu ikili akım örüntüsü [23] | 14 |
| Şekil 2.3. Çapraz akım örüntüsü [23] | 14 |
| Şekil 3.1. Özdeş yapıdaki daire geometrisi [16] | 18 |
| Şekil 3.2. Özdeş olmayan yapıdaki daire geometrisi [16] | 18 |
| Şekil 3.3. Özdeş dağılıma sahip daire geometrisi | 20 |
| Şekil 3.4. Özdeş olan daire geometrisinin iletkenliği | 20 |
| Şekil 3.5. Özdeş yapıdaki daire geometrisinin yüzeyindeki gerilim değerleri | 21 |
| Şekil 3.6. Özdeş olmayan iletkenlik dağılımına sahip daire geometrisi | 21 |
| Şekil 3.7. Özdeş olmayan daire geometrisinin yüzeyindeki gerilim değerleri | 22 |
| Şekil 3.8. Özdeş olmayan daire geometrisinin yüzeyindeki gerilim değerleri (Mavi çizgiler özdeş yapıyı gerilim dağılımı, kırmızı çizgiler özdeş olmayan geometrinin gerilim dağılımı) | 22 |
| Şekil 3.9. Özdeş Olmayan Daire Geometrisi | 24 |
| Şekil 3.10. Özdeş olmayan durumda SEY ve analitik yöntemin sonuçları (Mavi renkli grafik: Analitik çözüm, Kırmızı renkli grafik: SEY çözümü) | 25 |
| Şekil 4.1. Elips geometrisi [16] | 27 |
| Şekil 4.2. Özdeş dağılıma sahip elips geometrisi | 29 |
| Şekil 4.3. Özdeş dağılıma sahip elips geometrisinin iletkenliği | 30 |
| Şekil 4.4. Özdeş yapıdaki elips geometrisinin yüzeyindeki gerilim değerleri | 30 |
| Şekil 4.5. Özdeş olmayan iletkenlik dağılımına sahip elips geometrisi | 31 |
| Şekil 4.6. Özdeş olmayan elips geometrisinin yüzeyindeki gerilim değerleri (Mavi çizgiler özdeş yapının gerilim dağılımı, kırmızı çizgiler özdeş olmayan geometrinin gerilim dağılımı) | 31 |
| Şekil 4.7. Özdeş Olmayan Elips Geometrisi | 32 |
| Şekil 4.8. Özdeş olmayan durumda SEY ve analitik yöntemin sonuçları (mavi renkli grafik: Analitik çözüm, kırmızı renkli grafik: SEY çözümü) | 33 |
| Şekil 5.1. Gauss- Newton algoritması akış şeması | 46 |
| Şekil 5.2. Daire Geometrisinde Farklı Bölgelerdeki Yapıların Geriçatımı (a)- Özdeş olmayan daire geometrisi (b)- Laplace ön bilgisi kullanarak Gauss-Newton algoritması | |

| | |
|--|----|
| ile geriçatımı (c)- Tikhonov ön bilgisi kullanılarak Gauss-Newton algoritması ile geriçatımı | 51 |
| Şekil 5.3. Elips Geometrisinde Farklı Bölgelerdeki Yapıların GeriÇatımı (a)- Özdeş olmayan elips geometri (b)- Laplace ön bilgisi kullanarak Gauss-Newton algoritması ile geriçatımı (c)- Tikhonov ön bilgisi kullanılarak Gauss-Newton algoritması ile geriçatımı | 56 |
| Şekil 6.1. Yapay sinir ağı hücresi [50]..... | 61 |
| Şekil 6.2. Çok katmanlı ileri beslemeli sinir ağı [49] | 64 |
| Şekil 6.3. İleri beslemeli sinir ağı yapısı..... | 67 |
| Şekil 6.4. 256 piksel çözünürlüklü daire geometrisindeki üçgenlerinin iletkenlik değeri | 68 |
| Şekil 6.5. Daire geometrisi için geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek daire geometrisi (b)- Saklı katmanında 60 nöron olan sinir ağı yapısı ile elde edilmiş geriçatım görüntüsü (c)- Saklı katmanında 100 nöron olan sinir ağı yapısı ile elde edilmiş geriçatım görüntüsü | 69 |
| Şekil 6.6. Daire geometrisi için iki saklı katmanlı sinir ağı ile geriçatım (a)- Gerçek daire geometrisi (b)- Sinir ağı ile geriçatımı yapılmış daire geometrisi | 71 |
| Şekil 6.7. Radyal Tabanlı Fonksiyonun Sinir Ağı Modeli [52]..... | 72 |
| Şekil 7.1. Geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek daire geometrisi (b)- Gauss-Newton algoritması ile geriçatım görüntüsü (c)- Radyal tabanlı fonksiyon ile geriçatım görüntüsü (d)- Çok katmanlı LM algoritması ile geriçatım görüntüsü..... | 76 |
| Şekil 7.2. Geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek daire geometrisi (b)- Çok katmanlı LM algoritması ile geriçatım görüntüsü (c)- Radyal tabanlı fonksiyon ile geriçatım görüntüsü (d)- Gauss-Newton algoritması ile geriçatım görüntüsü..... | 78 |
| Şekil 7.3. Geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek daire geometrisi (b)- Çok katmanlı LM algoritması ile geriçatım görüntüsü (c)- Radyal tabanlı fonksiyon ile geriçatım görüntüsü | 80 |
| Şekil 7.4 Geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek daire geometrisi (b)- Gauss-Newton algoritması ile geriçatım görüntüsü (c)- Çok katmanlı LM algoritması ile geriçatım görüntüsü (d)- Radyal tabanlı fonksiyon ile geriçatım görüntüsü | 84 |
| Şekil 7.5. Geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek elips geometrisi (b)- Gauss-Newton algoritması ile geriçatım görüntüsü (c)- Çok katmanlı LM algoritması ile geriçatım görüntüsü (d)- Radyal tabanlı fonksiyon ile geriçatım görüntüsü | 86 |

| | |
|---|----|
| Şekil 7.6. Geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek elips geometrisi (b)- Gauss-Newton algoritması ile geriçatım görüntüsü (c)- Çok katmanlı LM algoritması ile geriçatım görüntüsü (d)- Radyal tabanlı fonksiyon ile geriçatım görüntüsü..... | 88 |
| Şekil 7.7. Geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek elips geometrisi (b)- Çok katmanlı LM algoritması ile geriçatım görüntüsü (c)- Radyal tabanlı fonksiyon ile geriçatım görüntüsü..... | 91 |
| Şekil 7.8. Geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek elips geometrileri (b)- Gauss-Newton algoritması ile geriçatım görüntüsü (c)- Çok katmanlı LM algoritması ile geriçatım görüntüsü (d)- Radyal tabanlı fonksiyon ile geriçatım görüntüsü..... | 92 |

ÇİZELGELER

| | |
|--|-----|
| Tablo 5.1. Gauss-Newton yönteminin Laplace ön bilgisi kullanılarak elde edilen geriçatım görüntülerinin hata değerleri..... | 52 |
| Tablo 5.2. Gauss-Newton yönteminin Tikhonov ön bilgisi kullanılarak elde edilen geriçatım görüntülerinin hata değerleri..... | 53 |
| Tablo 5.3. Gauss-Newton yönteminin Laplace ön bilgisi kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüsünün hata değerleri | 57 |
| Tablo 5.4. Gauss-Newton yönteminin Tikhonov ön bilgisi kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüsünün hata değerleri | 57 |
| Tablo 6.1. Sinir ağının test edilmesinde kullanılan örüntüler..... | 67 |
| Tablo 6.2. Test edilen örüntülerin hata değerleri..... | 70 |
| Tablo 6.3. Sinir ağının test edilen örüntülerinin hata tablosu..... | 70 |
| Tablo 6.4. Yayılım sabitin geriçatıma etkisi..... | 74 |
| Tablo 7.1. Geriçatım görüntülerindeki hata değerleri..... | 75 |
| Tablo 7.2. Geriçatımı istenilen daire geometrileri..... | 77 |
| Tablo 7.3. Geriçatım görüntülerindeki hata değerleri..... | 81 |
| Tablo 7.4. Geriçatımı istenilen örüntüler..... | 82 |
| Tablo 7.5. Geriçatım görüntülerindeki hata değerleri..... | 83 |
| Tablo 7.6. Geriçatım görüntülerindeki hata değerleri..... | 85 |
| Tablo 7.7. Geriçatımı istenilen örüntüler..... | 87 |
| Tablo 7.8. Geriçatım görüntülerindeki hata değerleri..... | 89 |
| Tablo 7.9. Geriçatımı istenilen elips geometrileri | 91 |
| Tablo 7.10. Geriçatım görüntülerindeki hata değerleri..... | 93 |
| Tablo E3.1. Eğitim esnasında kullanılan daire geometrisinin içindeki iletkenliği farklı yapının konum ve iletkenlik değerleri tablosu..... | 123 |
| Tablo E3.2. Eğitim esnasında kullanılan elips geometrisinin içindeki iletkenliği farklı yapının konum ve iletkenlik değerleri tablosu..... | 124 |
| Tablo E3.3. Eğitim esnasında kullanılan daire geometrisinin içindeki iletkenliği farklı yapının konum ve iletkenlik değerleri tablosu..... | 126 |
| Tablo E3.4. Eğitim esnasında kullanılan daire geometrsinin içindeki iletkenliği farklı yapının konum ve iletkenlik değerleri tablosu..... | 128 |

| | |
|---|-----|
| Tablo E3.5. Eğitim esnasında kullanılan elips geometrisinin içindeki iletkenliği farklı yapının konum ve iletkenlik değerleri tablosu | 130 |
| Tablo E3.6. Eğitim esnasında kullanılan elips geometrisinin içindeki iletkenliği farklı yapının konum ve iletkenlik değerleri tablosu | 132 |

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

| | |
|----------------|----------------------------|
| V | Elektrotlardaki voltaj |
| r | Modelin yarıçapı |
| I_l | Elektrottan uygulanan akım |
| U | Gerilim |
| σ | Elektriksel iletkenlik |
| Ω | Model |
| $\delta\Omega$ | Model yüzeyi |

Kısaltmalar

| | |
|-----|-----------------------------|
| AC | Alternatif Akım |
| BH | Bağlı Hata |
| EET | Elektrik Empedans Tomografi |
| LM | Levenberg Marquardt |
| OKH | Ortalama Kare Hata |
| SEY | Sonlu Eleman Yöntemi |
| YSA | Yapay Sinir Ağları |

Sözlük Dizini

| | |
|-----------------------------|---------------------------------|
| Elektrik Empedans Tomografi | Electrical Impedance Tomography |
| Kötü konumlanmış | Ill-posed |
| Bilgisayarlı Tomografi | Computed tomography |
| Yer değişim akımları | Displacement current |
| İyi konumlanmış | Well-posed |
| Girişimsiz | Non-invasive |

| | |
|-----------------------------------|---------------------------------|
| Manyetik indüklenme tomografisi | Magnetic induction tomography |
| Manyetik rezonans görüntüleme | Magnetic resonance imaging |
| Sinyal gürültü oranı | Signal to noise ratio |
| Görüntü geriçatımı | Image reconstruction |
| İleri problem | Forward problem |
| Geri problem | Inverse problem |
| Düzenleme terimi | Regularization parameter |
| Kararlı | Stable |
| Ön bilgi | Prior information |
| Statik görüntüleme | Static imaging |
| Çok frekanslı görüntüleme | Multi-frequency imaging |
| Fark görüntüleme | Difference imaging |
| Tek adım Gauss yöntemi | One step Gauss method |
| Geri izdüşüm yöntemi | Back projection method |
| Tam varyasyon | Total variation |
| Hassasiyet katsayıları yöntemleri | Sensitivity coefficient methods |
| Geri yayılım algoritması | Back propagation |
| Sonlu Eleman Yöntemi | Finite Element Method |
| Elektrik alan | Electric field |
| Manyetik alan | Magnetic field |
| Manyetik akı yoğunluğu | Magnetic flux density |
| Elektriksel yer değıştirme alanı | Electric displacement field |
| Elektrik akım yoğunluğu | Electric current density |
| Yarı statik | Quasi static |
| Iraksaklık | Divergence |
| Şönt | Shunt |

| | |
|---------------------------------------|-----------------------------------|
| Çift sürücü | Pair drive |
| Trigonometrik akım örüntüsü | Trigonometric current pattern |
| Karşılıklı akım örüntüsü | Opposite current pattern |
| Çapraz akım örüntüsü | Cross current pattern |
| Komşu ikili akım örüntüsü | Adjacent current pattern |
| Genelleştirilmiş Sonlu Eleman Yöntemi | Generalized Finite Element Method |
| Geliştirilmiş Blok Modeli | Improved Block Model |
| Kısmi diferansiyel denklem | Partial differential equations |
| Odacık üretimi | Mesh generation |
| Doğrusal | Linear |
| Kötü koşullu | Ill conditioned |
| Yinelemeli algoritma | Iterative algorithm |
| Değişmeyen | Stationary |
| Değişken | Non-stationary |
| Kestirim | Estimation |
| Durum kestirim problemi | State estimation problem |
| Genişletilmiş Kalman filtre | Extended Kalman filter |
| Durum denklemi | State equation |
| Gözlem denklemi | Observation equation |
| Duyarlılık matrisi | Sensitivity matrix |
| Yalancı ters | Pseudo inverse |
| Tekil Değer Ayrışımı | Singular Value Decomposition |
| Sonraki | Posterior |
| Maksimum sonraki kestirimi | Maximum posterior estimation |
| Taylor seri açılımı | Taylor series expansion |
| Özdeğer | Eigenvalue |

| | |
|------------------------------|---------------------------|
| Penaltı terimi | Penalty term |
| Yüksek geçiren filtre | High pass filter |
| Kenarları koruyan | Edge preserving |
| Ortalama Kare Hata | Mean square Error |
| Bağıl Hata | Relative Error |
| Düzenleme parametresi | Hyperparameter |
| Çok katmanlı ileri beslemeli | Multilayer feedforward |
| Radyal tabanlı fonksiyon | Radial basis function |
| Yapay sinir ağı | Artificial neural network |
| Sinaptik ağırlıklar | Synaptic weights |
| Girdi katmanı | Input layer |
| Toplama fonksiyonu | Transfer function |
| Aktivasyon fonksiyonu | Activation function |
| Danışmanlı öğrenme | Supervised learning |
| Danışmansız öğrenme | Unsupervised learning |
| Destekleyici öğrenme | Reinforced learning |
| Saklı katman | Hidden layer |
| Çıktı katmanı | Output layer |
| Dik-iniş | Gradient descent |
| Regresyon | Regression |
| Yayılm sabiti | Spread constant |
| Değişkenlere ayırma | Seperation of variable |
| Zincir kuralı | Chain rule |
| Algılayıcı | Perceptron |

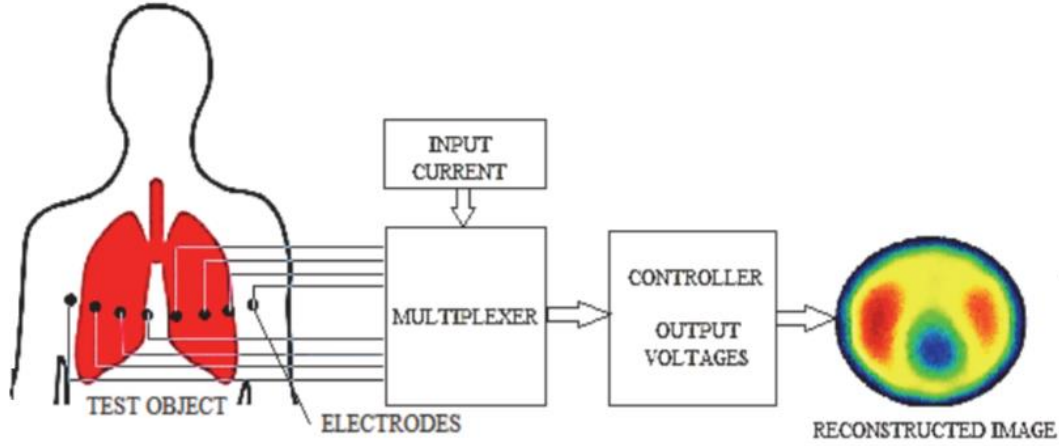
1. GİRİŞ

1.1. Elektrik Empedans Tomografi

Elektrik Empedans Tomografi bir geometri içerisindeki empedans dağılımını gösteren bir görüntüleme tekniğidir. Geometrinin çevresine bir dizi elektrot yerleştirilir ve bu elektrotlar üzerinden düşük alternatif akımlar uygulanır. Yüzeydeki elektrotlardan geometrinin yüzeyinden elde edilen gerilim değerleri ölçülür. Geometrinin yüzeyinden yapılan bu akım ve gerilim ölçümleri kullanılarak, geometrinin iletkenlik dağılımı ve değişimleri tahmin edilir. Elektrik Empedans Tomografi (EET) bilinmeyen veya erişilemeyen bir bölgenin iletkenliğini tahmin etmek için kullanılır [1]. Geometrinin iletkenliği matematiksel yöntemler kullanılarak tahmin edilir. Bu matematiksel işlemlerde bilinmeyen sayısı ölçüm sayısından daha fazladır. Bu tarz problemlere kötü konumlanmış problem denir. Bir problemin çözümü varsa, bu çözüm tekse ve problemin verilerindeki ufak bir değişim sonuçta büyük değişiklikler olmasına sebep olmuyorsa bu problem iyi konumlanmış bir problemdir. Kötü konumlanmış bir problem bu üç özellikten en az birini sağlamamaktadır.

1978'den önce Henderson ve Webster insan dokusu için ilk yayınlanan empedans görüntüsünü sunana kadar EET klinik olmayan uygulamalar için geliştirilmiştir [2]. EET'deki ilk girişim X-ışını bilgisayarlı tomografinin bir dalı olarak başladı ve kuramsal olarak elektrik akımlarının düz çizgilerden aktığı varsayımı yaptığı için hatalı oldu. Elektrik akımının doku içerisindeki hareketini anlayabilmek için geriçatım algoritmaları geliştirilmeye başlandı.

Düşük genlikte alternatif bir elektrik akımı uyarımı altında biyolojik hücreler ve dokular, doku bileşimine ve uygulanan AC sinyalinin frekansına bağlı olan karmaşık bir biyoelektrik empedansı veya elektrik biyo-empedansı üretir [3]. Genel olarak EET sistemleri genel olarak tek bir frekansta alternatif akım uygular. Aynı organ içindeki normal ve anormal dokuları daha iyi ayırt etmek için birden fazla frekansta kullanabilmektedir [4]. Bu dokulardaki elektrik iletimi iletkenlerden farklı olarak iyonların hareketiyle oluşur [5]. Elektrik alanın uygulanmasıyla iyonlar hareket eder ve dokunun zamana bağlı olarak değişim gösteren yer değişim akımları elde edilir. Bu tezde iki boyutlu geometrilerin elektriksel iletkenliği üzerine çalışmalar yapılmıştır. EET üç boyutlu geometriler için de uygulanabilir [6].



Şekil 1.1. EET'nin medikal alanında kullanımı [7]

EET, Şekil 1.1'de görüldüğü gibi klinik uygulamalarda hastaların solunum fonksiyonlarının izlenmesinde kullanılmaktadır [7]. Beyin ve sinir aktiviteleri, kanser hücrelerinin tespitinde aktif olarak kullanılır. Özellikle kalp ve solunum fonksiyonlarını ölçmek, göğüs ve boğaz kanseri ve tümör tespiti için kullanılmaktadır [8-10]. Medikal alan dışında endüstriyel ve jeofizik alanlarında kullanılmaktadır. Jeofizik alanında ise jeofizik araştırma, dünya yüzeyi üzerinde mineral tespit, çapraz sondaj ölçümü ve yüzey ölçümünde kullanılmaktadır [11]. Endüstriyel alanında ise boru hatlarındaki sıvı akışlarının görüntülenmesini, karıştırma kaplarındaki sıvı dağılımının ölçülmesini ve çatlak tespiti gibi tahribatsız testlerde kullanılabilir. Havacılık alanında ise uçağın performansını etkileyen buzlanma tespiti için kullanılır [12].

Göğüs çevresine yerleştirilen bu elektrotlar ile çevrelenen bölgenin daire geometrisinden çok elips geometrisine benzediği için bu tezde elips geometrisinin içerisindeki iletkenliği farklı yapının geriçatım görüntüsünü bulunmaya çalışılmıştır. Böylece gerçek yapıya daha yakın sonuçlar elde edilebileceği öngörülmüştür. İletkenliği farklı bu yapıların tespiti ile günümüzde tümör hücrelerin anormal dokuların tespiti kalp ya da beyin damarlarındaki kan pıhtısının tespitinde kullanılır.

EET girişimsiz bir yöntem olması, maliyetinin düşük olması, radyasyon içermemesi ve kolayca taşınabilir olması bakımından manyetik indüklenme tomografisi, manyetik rezonans görüntüleme ve bilgisayar tomografisi yöntemlerine göre avantajlıdır. Bununla birlikte, bu teknik düşük sinyal-gürültü oranı ve düşük çözünürlük sunar. Yüzeydeki

elektrotlardaki verilerdeki deneysel hatalar gibi modelleme parametrelerine karşı oldukça duyarlıdır [13]. EET'den elde edilen görüntünün çözünürlüğü doğal olarak diğer görüntüleme yöntemlere göre düşüktür. Çözünürlüğü arttırmak için çalışmalara devam edilmektedir.

EET sistemi donanımsal tasarım ve yazılımsal tasarım olmak üzere ana iki kısımda oluşur. Donanımsal kısmı laboratuvar ortamında elektrotlardan akım uygulanarak gerilim değerlerinin okunduğu kısımdır. Bu tezde donanımsal kısmı için sanal elektrot gerilimleri oluşturulmuştur. Yazılımsal kısım ise görüntü geriçatımı olan iletkenlik dağılımı görüntüsünün elde edilme kısmıdır.

EET'de iki problem vardır. Geometrinin yüzeyindeki elektrotlardan akım uygulanıp yüzeydeki gerilim değerlerinin hesaplanması olan ileri problem ve bu gerilim değerleri kullanılarak geometri içerisindeki iletkenlik dağılımı haritasının bulunmasını hedefleyen geri problemdir. EET'nin matematiksel modeli Maxwell denklemlerinden yararlanılarak geliştirilmiştir. İleri problemin doğrusal ve iyi konumlanmış olmasından dolayı çözümü vardır ve tektir.

EET'de genellikle daire geometrisinin ileri ve geri problem çözümleri üzerine çalışmalar yapılmıştır. Daire geometrisinin yüzeyindeki gerilim değerleri analitik çözümlerle bulunmuştur [14]. Daire geometrisinin geriçatımında hatanın göreceli olarak yüksek olması beklentisi nedeni ile elips geometrisi üzerinde de çalışmalar yapılmıştır. Elips geometrisinin merkezindeki iletkenliği farklı yapılar için ileri problemi daire geometrisindeki gibi çözülmüştür. Bunun yanında elips geometrisinin merkezinden uzak bölgedeki iletkenliği farklı yapının ileri problem çözümü için konformal dönüşüm yöntemi kullanılmıştır [15-17]. Eliptik geometri çalışmaları hala az sayıdadır. Bu sebeple bu tezde elips geometrisinin ileri ve geri problem çözümleri elde edilmeye çalışılmıştır.

İleri problem çözümü için belirli geometrik şekiller ile tanımlanamayan yapılar için nümerik yöntemler kullanılmaktadır. Daha önceki çalışmalarda da görüldüğü gibi ileri problem çözümü için nümerik birçok yöntem geliştirilmiştir. Sonlu Eleman Yöntemi, Genelleştirilmiş Sonlu Eleman Yöntemi, Kalan Minimum Algoritma gibi yöntemler örnek olarak verilebilir [18].

Geri problem ise kötü konumlanmış, kötü koşullu ve doğrusal olmamasından dolayı çözümü zordur. Geri problemi çözmek için farklı yöntemler üzerinde çalışılmıştır. En yaygın olanlardan biri, ölçülen sınır gerilimleri ile hesaplanan sınır gerilimleri arasındaki farkın kare normunun en aza indirilmesi üzerinedir. Problemin kötü konumlanmış doğası nedeniyle, kararlı bir çözüm elde etmek için minimizasyonun parametreler ile değiştirilmesi gerekir. Düzenleme adı verilen bu değişiklik, sorunu en aza indirgeyen minimizasyona ek terim eklenerek elde edilir. Düzenleme terimi kullanarak Gauss-Newton veya Levenberg-Marquart gibi yinelemeli görüntü geriçatım algoritmaları ile geri problem çözülebilmektedir [19,20]. Düzenleme parametresi ile çözüm kararlı olur. Bu yöntemler çözümü elde etmek için ön bilgi kullanır.

EET geriçatım algoritmaları birkaç kategoriye göre sınıflandırılabilir. Bunlar statik görüntüleme, çok frekanslı görüntüleme ve fark görüntülemesidir. Bunların her biri, nesnenin iletkenlik dağılımının farklı bir yönünü görüntülemeye yöneliktir. Statik görüntülemenin amacı, yüzeydeki gerilim değerlerinin sadece tek bir veri seti kullanılarak elde edilen mutlak iletkenlik dağılımını yeniden yapılandırmaktır. Bu tür bir görüntü geriçatımı, bilinen iletkenlik dağılımları için benzetlenmiş gerilimlerin doğru bir şekilde hesaplanmasını gerektirir. Fark görüntülemesinde, iletkenlik dağılımları arasındaki fark, nesnenin iletkenlik dağılımına karşılık gelen iki veri kümesi ölçümü arasındaki farkın bir sonucu olarak oluşturulur. Çok frekanslı görüntüleme sistemlerinin amacı, hedefin iletkenlik dağılımlarının frekans değişimini yeniden yapılandırmaktır [21].

EET'deki geri problemi çözmek için birçok geriçatım algoritması kullanılmıştır. En yaygın kullanılan algoritmalar tam varyasyon ve hassasiyet katsayısı yöntemleri gibi algoritmalarıdır. Bunun yanında tek adım Gauss-Newton yöntemi de geriçatım görüntüsü elde etmede başarılıdır [22-24].

EET'nin geri problemi çözmek için analitik yöntemler dışında yapay sinir ağı yöntemleri kullanılmaya başlanmıştır. Yapılan çalışmalarda sinir ağı yapıları çözümlerinin başarılı yönleri sunulmaktadır. Geri problem çözümünde hesaplanması gereken büyük boyutlu matrislerin ve bu matrislerin terslerinin alınması gibi sorunlara kolayca çözüm bulunduğu için sinir ağı yapısı EET için tercih edilmektedir. Sinir ağları

EET'nin tahmin probleminin çözümünde kullanılır. Doğrusal olmayan problemleri çözerken genellikle geri yayılım algoritması, Levenberg-Marquardt algoritması, Bayesian algoritması ve radyal tabanlı fonksiyon algoritması çoğunlukla kullanılır [25-29]. Genellikle çalışmalarda daire geometrisinin geri problemini çözmek için kullanılmıştır. Yapay sinir ağının giriş katmanına hesaplanan yüzeydeki gerilim değerleri kullanılarak çıkış katmanında iletkenliği farklı olan yapının yarıçap, x ve y konumları bilgileri bulunmaya çalışılmıştır. Bu çözüm yapılarında çıktı katmanındaki nöron sayısı 3 olmaktadır. Bu tezde ise çıktı katmanından geometrisinin üçgen sayısı kadar çıktı elde edilmeye çalışılmıştır çünkü her üçgenin iletkenlik değeri sabittir. Daire geometrisinin yanında elips geometrisi için de her üçgenin iletkenlik değeri bulunmaya çalışılan sinir ağı yapıları kurulmuş ve geriçatım görüntüsü elde edilmiştir.

1.2. Tezin Amacı

Bu tez çalışmasında, EET'de iki boyutlu daire ve elips geometrilerindeki ileri problem ve geri problem çözümleri tekrar ele alınmıştır. Bu geometriler için ileri problem çözümü olan yüzeydeki gerilim değerleri hesaplanmıştır. Bazı yapıların geometrisi elips ve daire geometrisine benzememektedir ve analitik çözüm zor ya da yoktur. Böyle geometriler için sonlu eleman yöntemi kullanılarak ileri problem çözümüne ulaşılabilir. Bu çalışmada ileri problem çözümleri kullanılarak iletkenlik dağılımı haritası çıkarılması hedeflenmiştir. Bu alanda yapılan çalışmaların çoğunluğu dairesel çerçeve üzerinden gerçekleştirilen ileri problem çözümleri ve dağılımların farklı tekniklerle geriçatımı üzerine gerçekleştirilmiştir. Ancak bu çalışma eliptik yapılarda örüntü kestirme problemini karşılaştırmalı incelemeyi hedeflemektedir. Bu amaçla eliptik modelleme ve geriçatım uygulamalarının alt yapısı gözden geçirilmesi; Gauss-Newton geriçatım algoritması ve yapay sinir ağları kullanılarak geriçatım görüntüleri elde edilmesi önemli amaçlar arasındadır.

1.3. Tezin Kapsamı

Bu tez çalışmasının yapısı şu şekildedir: İkinci bölümde, EET'nin matematiksel modeli üzerine çalışmalar yapılmıştır. Tezde daire ve elips geometrileri ile ilgili çalışmalar örüntü elde etme çerçevesinde tekrar ele alınmıştır. Matematiksel işlemler farklı geometriye sahip yapılar için tekrar hesaplanmalıdır; çünkü hesaplamalar kullanılan

geometrinin sınır koşullarına bağlı olarak değişiklik göstermektedir. Geometri çevresine yerleştirilen elektrotların modelleri ve akım örüntüleri açıklanmıştır. EET'nin ileri problemini çözmek için kullanılacak olan sonlu eleman yöntemi (SEY) yöntemi açıklanmıştır. Üçüncü bölümde, daire geometrisi için analitik yöntem ve SEY kullanılarak yüzeydeki gerilim değerleri hesaplanmıştır. Analitik çözümün sonuçları SEY sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Dördüncü bölümde, elips geometrisi için analitik çözüm ve SEY sonuçları elde edilmiştir ve analitik çözüm ile SEY sonuçları karşılaştırılmıştır. Geriçatım problemini çözmek için bu hesaplanan gerilim değerleri kullanılmıştır. Beşinci bölümde, üçüncü ve dördüncü bölümde hesaplanan gerilim değerleri kullanılarak Gauss-Newton algoritması ile daire ve elips geometrileri için geriçatım görüntüleri elde edilmiştir. Geometri içerisindeki iletkenliği farklı yapının konumu ve büyüklüğü tespit edilmiştir. Geometrinin SEY ile bölünen parçalarının her birinin iletkenlik değeri hesaplanmaktadır. Altıncı bölümde, çok katmanlı sinir ağı yapısı ve radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı yapısı açıklanmıştır. Tek ve iki saklı katmana sahip sinir ağı yapısı ile daire geometrisi için geriçatım görüntüleri elde edilmiş ve sonuçları karşılaştırılmıştır. Yedinci bölümde, daire ve elips geometrilerinin geriçatım görüntüleri Gauss-Newton algoritması ve yapay sinir ağı kullanılarak elde edilmiştir. EET'nin geri problem çözümünde yapay sinir ağı yapısını farklı durumlar için eğitip test edilmiştir. Sonuç bölümünde ise yapay sinir ağı kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüleri ile Gauss-Newton algoritması kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüleri karşılaştırılmıştır ve yorumlanmıştır. Sinir ağı modellerinin geri problemi çözmede gösterdiği başarımları karşılaştırmalı bir yaklaşımla incelenmiştir.

2. EET'İNİN MATEMATİKSEL MODELİ

2.1. Matematiksel Model

EET ile görüntülenecek geometrinin çevresine belirli uzaklıkta elektrotlar yerleştirilir ve bu elektrotlardan akım uygulanır. Yüzeyde oluşan gerilim değerleri elektrotlardan elde edilir. Bu gerilim değerleri kullanılarak geometrinin elektriksel özelliği hesaplanabilir.

Her dokunun iletkenliği farklı olduğu için yüzeyden elde edilen gerilim değerleri kullanılarak geometrinin iletkenlik dağılımının görüntüsü elde edilebilir. Bu görüntüyü elde edebilmek için öncelikle EET'nin matematiksel modeli belirlenmelidir. Matematiksel model akım, gerilim ve iletkenlik dağılımı arasındaki ilişkiyi ifade eder.

Bu bölümde EET'nin matematiksel ifadesi verilmiştir. Maxwell denklemlerinin nasıl Laplace denklemine dönüştüğü anlatılmıştır. Öncelikle E, elektrik alanı, H, manyetik alanı, B, manyetik akı yoğunluğunu, D, elektriksel yer değiştirme alanı ve J ise elektrik akım yoğunluğunu göstermektedir.

Düşük frekanslı EET uygulamalarında genellikle 50kHz problem yarı-durağan olduğu için Maxwell denklemlerinin elektrostatik formları bu problem için kullanılabilir [30].

İletken kapalı bir izotropik geometriyi Ω olarak tanımlarsak ve yüzeyi $\delta\Omega$ olarak tanımlanırsa Maxwell denklemi, denklem (2.1)'deki gibi kapalı bir yüzeyden geçen E akışının içindeki toplam yük yoğunluğunun ϵ_0 bölündüğünü belirtir.

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.1)$$

Aynı zamanda denklem (2.2)'deki gibi bir döngü etrafında E'nin doğrusal integrali B'nin akısındaki değişimin negatif oranına eşittir.

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.2)$$

B'nin akısı kapalı bir yüzey etrafında sıfıra eşittir.

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2.3)$$

B'nin döngü etrafındaki integrali ise denklem (2.4)'teki gibidir.

$$\nabla \times B = \frac{j}{\epsilon_0} + \frac{\partial E}{\partial t} \quad (2.4)$$

EET'de uyarım koşulları düşük frekansta zaman harmoniklerinin AC sinyalleri olduğundan yarı statiktir. Bu yüzden manyetik bileşenleri ihmal edilebilir.

$$\frac{\partial E}{\partial t} \approx 0 \quad \frac{\partial B}{\partial t} \approx 0 \quad (2.5)$$

Denklem (2.2)'deki eşitlik üstteki denklemler kullanılarak denklem (2.6)'ya dönüşür.

$$\nabla \times E = 0 \quad (2.6)$$

Gradyantı bu vektöre eşit olan bir U vardır.

$$-\nabla U = E \quad (2.7)$$

Maxwell denklemlerinden manyetik alan Amper kuralı denklem (2.8)'teki gibidir.

$$\nabla \times H = \frac{\partial D}{\partial t} + J \quad (2.8)$$

Denklem (2.5)'deki gibi düşük frekansta elektriksel yer değiştirme akımı denklem (2.9)'daki gibidir.

$$\frac{\partial D}{\partial t} \approx 0 \quad (2.9)$$

Elektrik akım yoğunluğu ise denklem (2.10)'daki gibidir.

$$J = \sigma E \quad (2.10)$$

Denklem (2.8)'in her iki tarafından ıraksaklık alındığında ve denklem (2.7) denklem (2.8)'e yerleştirildiğinde denklem (2.11) elde edilir ve ortam içindeki gerilim dağılımını gösterir.

$$\nabla \sigma \nabla U = 0 \quad (2.11)$$

Denklem (2.11)'e göre EET'nin ileri ve geri problemi vardır. İleri problem, bir geometrinin iletkenlik dağılımı ve geometriye uygulanan akım bilgileri kullanılarak geometrinin yüzeyindeki gerilim dağılımının hesaplanmasıdır. Geri problem ise yüzeyden yapılan gerilim ölçümleri ile uygulanan akım bilgisini kullanarak geometri içerisindeki iletkenlik dağılımının hesaplanmasıdır [31].

Denklem (2.11) sonsuz sayıda çözüme sahiptir. Bu çözümler için sınır tanımlanmalıdır. Bu Laplace denkleminin çözülebilmesi için ortamın sınır koşullarının bilinmesi gerekir. EET'nin sınır koşulları geometrinin çevresindeki elektrotlardan uygulanan akım ile belirlenir. EET'de farklı farklı birçok akım örüntüsü ve elektrot modeli vardır. Kullanılan akım örüntüsü ve elektrot modeline göre sınır koşulları da değişmektedir [16].

Geometriye yüzeydeki elektrotlardan akım uygulandığında bu akım yüzey üzerinde akım yoğunluğu oluşturur [1]. Bu akımlar, yüzeyde içe dönük normal bileşeni n_j ile gösterilen bir akım yoğunluğu üretir. Denklem (2.10)'a göre gerilimin türevi bilindiğine göre bu bir Neumann problemidir.

$$\sigma \frac{\partial U}{\partial n} = \begin{cases} j & \text{elektrot üzerinde} \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.12)$$

2.2. EET'deki Elektrot Modelleri

Bu bölümde en yaygın kullanılan dört elektrot modelinin kısa bir açıklaması tartışılmaktadır. Bu tez, elektrot ve geometri etkileşiminin en doğru tanımı olarak kabul edilen Tam Elektrot Modelini kullanmıştır.

2.2.1. Devamlılık Modeli

EET'de kullanılan elektrot modellerinin en basitidir. Bu model yüzeyde elektrot olmadığını söyler ve akım yoğunluğu yüzeyde devamlı bir fonksiyondur [32].

$$J \cdot n_{içerde} = -J \cdot n_{dışarıda} \quad (2.13)$$

Devamlılık modelinde akım yoğunluğu net şekilde bilinmemektedir, çünkü geometriye uygulanan akımlar elektrotlar üzerindedir. Bu model yüklerin korunması gerektiğini ve ölçümlerin alınabilmesi için referans geriliminin olması gerektiğini söyler.

$$\int_{d\Omega} j = 0 \quad (2.14)$$

$$\int_{d\Omega} U = 0 \quad (2.15)$$

2.2.2. Boşluk Modeli

Akım yoğunluğu, geometrinin yüzeyindeki elektrotlarda sabittir ve denklem (2.16)'daki gibi ifade edilir.

$$j(\theta) = \sigma \frac{\partial U}{\partial n} = \begin{cases} \frac{I_l}{A} & \theta \in e_l, l = 1, 2, \dots, L \text{ iken} \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.16)$$

Denklem (2.16)'daki L elektrot sayısını ifade ederken e_l , elektrotun geometri üzerindeki açısal alanı, A, elektrotun alanını ve I_l , hangi elektrottan ne kadar akım uygulandığını ifade eder. Bu elektrot modeline göre elektrotlar arasında akım yoğunluğu sıfırdır. Bu model elektrot ile vücut arasındaki temas yüzeyinde oluşan kontak empedansını hesaba katmamaktadır [32,33].

2.2.3. Şönt Modeli

Elektrotların şönt etkisini göz önüne alarak boşluk modelinin geliştirilmiş halidir. Bu modelde elektrotlar üzerindeki gerilim sabit olmalıdır. Ayrıca elektrot yüzeyinden geçen akım yoğunluğunun toplam uygulanan akıma eşit olması gerekir.

$$\int_{e_l} \sigma \frac{\partial U}{\partial n} ds = I_l \quad e_l, l = 1, 2, \dots, L \text{ elektrot üzerinde} \quad (2.17)$$

$$U = V_l \quad e_l, l = 1, 2, \dots, L \text{ elektrot üzerinde} \quad (2.18)$$

V_l , elektrot üzerindeki gerilim değerini ifade eder. Bu model kontak empedansını ihmal ettiği için hatalı sonuçlar elde edilir [32].

2.2.4. Tam Elektrot Modeli

Şönt modelinin geliştirilmiş halidir. Bu elektrot modeli önceki elektrot modellerinin aksine geometri ile elektrot arasındaki kontak empedansını hesaba katmaktadır. Bu kontak empedansı ile akım uygulanan elektrotlar üzerinde gerilim düşümü vardır [32].

$$U + z_l \sigma \frac{\partial U}{\partial n} = U_l \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (2.19)$$

$$\int_{e_l} \sigma \frac{\partial U}{\partial n} \partial s = I_l \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (2.20)$$

Denklem (2.19)'daki z_l , l'ninci elektrotla geometri arasındaki kontak empedansı ifade eder. Elektrotlar arasındaki boşluklarda da denklem (2.21) geçerlidir.

$$\sigma \frac{\partial U}{\partial n} = 0 \quad \text{elektrotlar arasındaki boşluklarda} \quad (2.21)$$

Çözümün varlığı ve tekliği için de denklem (2.15)'i ve denklem (2.16)'yı sağlamalıdır.

2.3. EET'deki Akım Örüntüleri

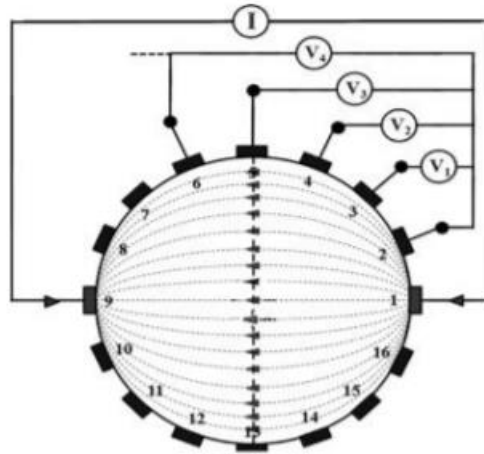
EET'de akım uygulamak ve yüzeydeki gerilim değerlerini hesaplamak için kullanılan birçok yapı vardır, ancak en yaygın olanı çift sürücü yapısıdır. Çift sürücü yapısı bir tane akım kaynağından oluşur ve geometriye bir elektrot çiftinden uygulanır. Geri kalan elektrotlardan ise gerilim değerleri ölçülür. Ölçüm tamamlandıktan sonra diğer elektrot çiftine geçilir ve tekrar akım uygulanıp gerilim değerleri ölçülür. Çift sürücü yapısından farklı olarak çoklu sürücü yapısı da vardır. Bu yöntem de ikiden fazla elektrottan modele akım uygulanır [34].

EET'de geometrinin yüzeyine tutturulan eşit uzaklıktaki elektrotlardan hangisinden akım uygulanıyorsa o elektrota akım elektrotu denir. Gerilim değerlerinin hesaplandığı elektrotlar ise voltaj elektrotudur. EET'de sıkça kullanılan dört farklı akım örüntüsü vardır. Trigonometrik akım örüntüsü, karşılıklı akım örüntüsü, çapraz akım örüntüsü ve komşu ikili akım örüntüsüdür [35].

Trigonometrik akım örüntüsü, geometrinin üzerindeki bütün elektrotlardan uygulanır. Her bir elektrottan uygulanan akım elektrotun açısal konumuna göre belirlenir. Yüzeydeki elektrotlardan biri referans elektrotu olarak belirlenir ve gerilim değerleri o elektrot referans alınarak okunur. Diğer yöntemlerde akım sadece iki elektrottan uygulanır ve geri kalan elektrotlardan ise gerilim değerleri okunur. Trigonometrik akım örüntüsünde ise akım bütün elektrotlardan eş zamanlı uygulanır ve bütün elektrotlardan da gerilim değeri hesaplanır. 16 elektrotlu bir sistem düşünüldüğünde, 1 adet referans

elektrotu olduğu için 15 farklı gerilim değeri okunabilir. Akım diğer elektrottan uygulandığında da 15 farklı gerilim değeri elde edilir. Böylece 16 elektrotlu bir sistem için $16 \cdot 15 = 240$ farklı ölçüm değeri elde edilir. Bu yöntem her elektrot için akım sürücüsüne ihtiyaç duymaktadır [23].

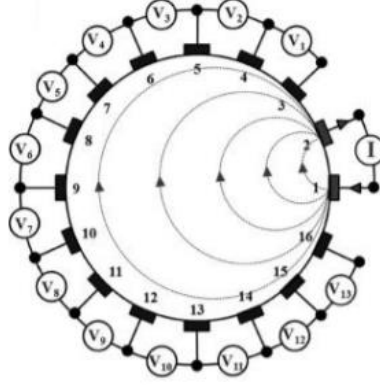
Karşılıklı akım örüntüsü, genellikle beyin EET'lerinde kullanılır. Aralarında 180° açı olan iki elektrottan akım uygulanır ve geri kalan elektrotlardan gerilim değerleri okunur. Elektrotlardan biri referans elektrotu olarak belirlenir. Şekil 2.1'deki gibi geometrinin çevresinde 16 elektrot varsa 1. ve 9. elektrotlardan akım uygulandığında ve referans elektrotu 2. elektrot olarak seçilirse toplam 13 farklı gerilim değeri elde edilir. Akım uygulanan elektrot çifti değiştirilip sırayla tüm elektrotlardan uygulanacak şekilde elektrot çevresinde gezdiğinde toplam $16 \cdot 13 = 208$ gerilim değeri elde edilir. Bu yöntemin diğer yöntemlere göre avantajı geometriye uygulanan akım geometri içerisinde daha iyi bir dağılım gösterir ve bu yüzden iletkenlik değişimlerine daha duyarlıdır [35,23].



Şekil 2.1. Karşılıklı akım örüntüsü [23]

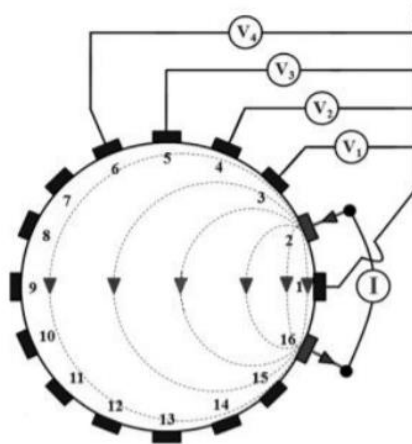
Komşu ikili akım örüntüsü, bir akım üretici kullanılır. EET'de en çok kullanılan akım örüntüsüdür. Komşu iki elektrottan akım uygulanır ve geri kalan elektrotlardan da gerilim değerleri hesaplanır. Şekil 2.2'deki gibi geometrinin çevresinde 16 elektrot varsa 1. ve 2. elektrottan geometriye akım uygulandığında geri kalan elektrotlardan 13 farklı gerilim değeri hesaplanır. Akım elektrotu çiftini bütün elektrotlara uygulanacak

şekilde sırayla değiştirirsek toplam da $16 \cdot 13 = 208$ gerilim değeri elde edilir. Akım uygulanan elektrotların arasındaki akım yoğunluğu en yüksektir. Elektrotlardan uzaklaştıkça akım yoğunluğu azalır. Bu yöntem yüzeye yakın bölgelerdeki iletkenlik değişimlerine merkezdeki iletkenlik değişimlerine göre daha duyarlıdır [35,23].



Şekil 2.2. Komşu ikili akım örüntüsü [23]

Çapraz akım örüntüsü, nadiren kullanılan bir akım örüntüsüdür. Şekil 2.3'deki gibi 16 elektrotlu bir düzenekte, 1. elektrot referans elektrotu olarak seçilsin ve 2. ve 16. elektrottan akım uygulanırsa geri kalan elektrotlardan 13 farklı gerilim değeri hesaplanır. Akım uygulanan elektrotlar sırayla (16-4), (16-6), (16-8), (16-10), (16-12), (16-14) olduğunda toplam $7 \cdot 13 = 91$ farklı gerilim değeri elde edilir. Bu akım örüntüsünün dezavantajı aynı sayıda elektrot kullanılan diğer akım örüntülerine göre elde edilen gerilim sayısının az olmasıdır.



Şekil 2.3. Çapraz akım örüntüsü [23]

2.4. Sonlu Eleman Yöntemi

EET'deki geri problem çözümünün önemli bir tarafı elektrotlardan uygulanan akım ve iletkenlik dağılımı bilgisi kullanılarak gerilimin hesaplanması olan ileri problemin çözümüdür. İleri problemi çözmek için birçok yöntem geliştirilmiştir. Sonlu Eleman Yöntemi, Genelleştirilmiş Sonlu Eleman Yöntemi, Geliştirilmiş Blok Modeli ve Kalan Minimum Algoritma bunlardan birkaçıdır. Genellikle ileri problem çözümü için Sonlu Eleman Yöntemi (SEY) kullanılır [18].

SEY, kısmi diferansiyel denklemleri çözmek için geliştirilen nümerik bir yöntemdir. Basit geometriler için kısmi diferansiyel denklemler analitik çözümle kolayca çözülebilir, ancak karmaşık geometriler için analitik çözüm mümkün olmayabilir. Diferansiyel denklemi çözmek için analitik yöntem yetersiz kaldığında problem SEY kullanılarak çözülebilir.

SEY çok geniş kullanım alanına sahiptir ve birçok mühendislik problemini çözen bir yöntemdir. Isı transferi, elektromanyetik alan dağılımı, yapı analizi bunlara birkaç örnektir.

Deneysel verilerin olmadığı durumlarda EET'de tanımlı bir geometri içerisindeki iletkenlik dağılımının görüntüsünün elde edilmesi olan geri problemi çözmek için de öncelikle ileri problemin çözümü gereklidir. İleri problem eğer geometriye yüzeydeki elektrotlardan akım uygulanmış ise yüzeydeki gerilim değerlerinin hesaplanması ya da geometrinin yüzeyindeki elektrotlardan gerilim uygulanmış ise akım değerlerinin bulunmasıdır. Bu durum aslında geri problemi çözmek için kullanılan verileri ifade etmektedir.

SEY, geometriyi sınırlı sayıda noktaya bölerek işlem yapar. Bu işleme odacık üretimi denir. Bu odacıklar Delaunay algoritması kullanılarak üretilir. Odacık üretimi ile sonsuz sayıda çözümü olan bir problemi sınırlı sayıda bilinmeyen değişkenlerin olduğu probleme dönüştürür. Bu odacıkların geometrisi problemin boyutu ile alakalıdır. Bu tezde 2 boyutlu olan bir geometri için çalışmalar yapıldığı için SEY ile geometri üçgenlere bölünmüştür. Bu üçgenlerin köşelerindeki noktalara düğüm denir. Her

düğümün bir gerilim değeri vardır ve bu gerilim değerleri için içdeğerleme denklemleri vardır [36].

SEY çözümlenmesine, EET'nin ileri problemine bu tezde EIDORS kullanılarak uygulanır. Geometri, iletkenlik dağılımı, elektrot modeli ve akımın elektrotlardan nasıl uygulanacağına karar verildikten sonra yüzeydeki gerilim değerleri hesaplanır. EET'nin ileri problemi iyi konumlanmış olmasından dolayı çözümü kolaydır. Hesaplanan yüzeydeki gerilim değerleri geri problemi çözmek için kullanılabilir. Bu değerlerin doğru olması geri problemin çözümü için önemlidir [37].

3. EET'DE DAİRE GEOMETRİSİNİN İLERİ PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

3.1. Daire Geometrisinin İleri Probleminin Analitik Yöntemle Çözülmesi

EET'nin ileri problemi uygulanan akım ve yapının iletkenlik dağılımı bilgileri ile yapının yüzeyinden akım uygulanması sonucu oluşan gerilim değerlerinin hesaplanması olarak tanımlanır. Geri problemin çözümünde önemli bir rolü vardır. Bu yüzden de EET'nin performansını büyük ölçüde etkiler.

Daire olarak kullanılacak iki boyutlu yapının yüzeyi 'S' olarak tanımlanmaktadır. İki boyutlu yapı doğrusal bir iletken ve iletkenlik dağılımı ' σ 'dır. Geometriye elektrotlardan akım uygulanır ve yüzeydeki gerilim 'U' ile ifade edilir [16].

$$\nabla \cdot \sigma \nabla U = 0 \quad (3.1)$$

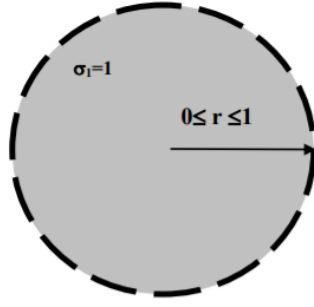
Denklem (3.1)'teki Laplace denklemini çözebilmek için sınır koşullarını bilinmelidir. Böylece her geometri şeklinin değişmesiyle yüzeyde oluşan gerilim değerinin değişeceğini gösterir. EK 1'deki ileri problem çözümü ile denklem (3.1)'den denklem (3.2) elde edilmiştir.

$$U(r, \theta) = R(r)\theta(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} (A^n \cos n\theta + B^n \sin n\theta) (A_r r^n + B_r r^{-n}) \quad (3.2)$$

3.1.1. Özdeş Yapı için Gerilim Dağılımın Hesaplanması

Denklem (3.2)'deki denklem özdeş yapı için $r = 0$ noktasını kapsadığı için denklemdeki $r^{-n} = \infty$ olur. Bu yüzden denklemden çıkarılır ve denklem (3.3)'deki gibi olur.

$$V(r, \theta) = R(r)\theta(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} (A^n \cos n\theta + B^n \sin n\theta) (A_r r^n) \quad (3.3)$$



Şekil 3.1. Özdeş yapıdaki daire geometrisi [16]

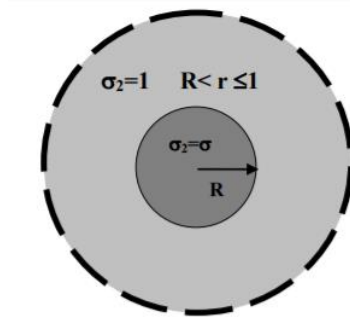
Şekil 3.1'deki daire geometrisi özdeş yapıdır. Dairenin içerisindeki iletkenlik dağılımı özdeş ve 1'dir. EK 1'deki işlemlerden sonra özdeş dağılıma sahip daire geometrisinin yüzeyindeki gerilim değeri denklem (3.4)'deki gibidir.

$$U(1, \theta) = \frac{-1}{n} \sum_{n=1}^{\infty} (C_n \cos n\theta + S_n \sin n\theta) \quad (3.4)$$

3.1.2. Özdeş Olmayan Yapı için Gerilim Dağılımın Hesaplanması

EK 1'de verildiği gibi özdeş olmayan daire geometrisi için gerilim denklemi elde edilirken özdeş daire geometrisi çözümündeki basamaklar aynı şekilde uygulanmaktadır. Problemin sadece sınır koşulları ve iletkenlik değeri değişmektedir.

Şekil 3.2'deki gibi özdeş olmayan daire geometrisinin iletkenliği farklı olan yapının içerisinde $U_{iç}$ ve iki daire arasında kalan bölgede oluşan gerilim dağılımı U_{ara} olsun.



Şekil 3.2. Özdeş olmayan yapıdaki daire geometrisi [16]

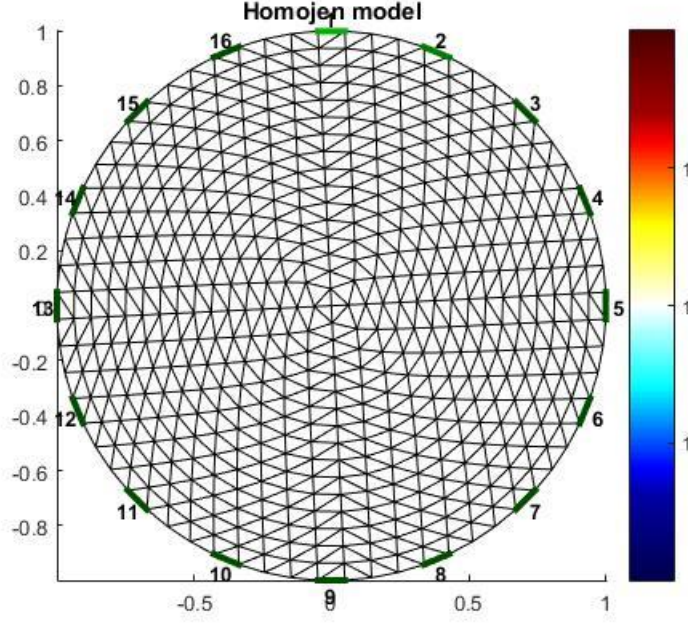
Şekil 3.2'deki geometrinin yüzeyinde oluşan gerilim dağılımı EK 1'deki işlemlerden sonra denklem (3.5)'deki gibidir.

$$\mu = \left(\frac{\sigma - 1}{\sigma + 1} \right), V(1, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1}{n} \left(\frac{1 - \mu R^{2n}}{1 + \mu R^{2n}} (C_n \cos n\theta + S_n \sin n\theta) \right) \quad (3.5)$$

3.2. SEY ile Daire Geometrisinin İleri Probleminin Çözümü

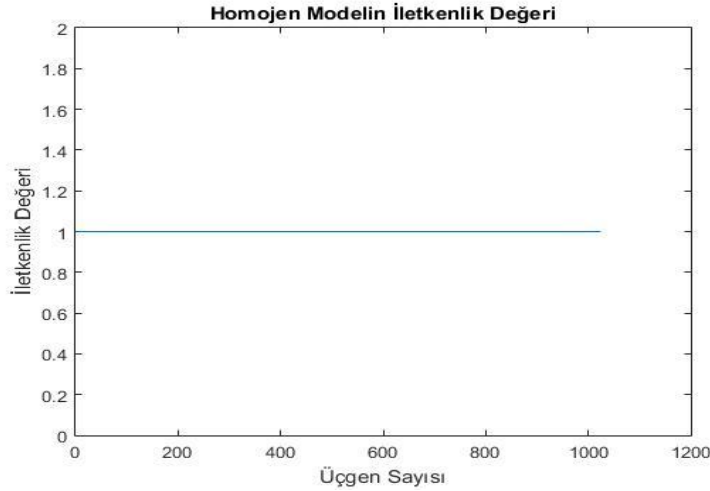
EIDORS kullanılarak bölgenin geometrisi, çevresindeki elektrot sayısı ve geometrinin kaç tane üçgene bölüneceği belirlenir. Gerçek uygulamalardan geometrinin iletkenlik değerinin kesin bir değeri yoktur. Bu sebeple özdeş dağılıma sahip geometrinin iletkenlik değeri bu tez boyunca 1 olarak alınır [38]. İlk olarak özdeş yapıli geometri oluşturulur. Geometri ve elektrotlar belirlendikten sonra geometrinin çevresindeki elektrotlardan uygun akım örüntüsüne göre akım uygulanmalıdır. EET'de akım büyüklüğü düşük seviyelerdedir. Genellikle 1mA ile 10mA arasındadır. Bu tezde tam elektrot modeline göre geometrinin çevresine yerleştirilen 16 elektrot vardır. Geometrinin çevresindeki elektrotlardan 1mA büyüklüğünde komşu ikili akım örüntüsüne uygun şekilde akım uygulanmıştır. Akım uygulanan elektrotlardan gerilim ölçülüp ölçülmeyeceği de belirlenebilir. İletkenliği 1'den farklı olan yapı geometri içerisine yerleştirilir ve ileri problem çözülür. Böylece geometri çevresindeki gerilim değerleri hesaplanır.

2304 üçgen ve 1021 düğümden oluşan birim yarıçaplı Şekil 3.3'teki gibi daire geometrisinin çevresine 16 elektrot eşit aralıklarla yerleştirilmiştir.



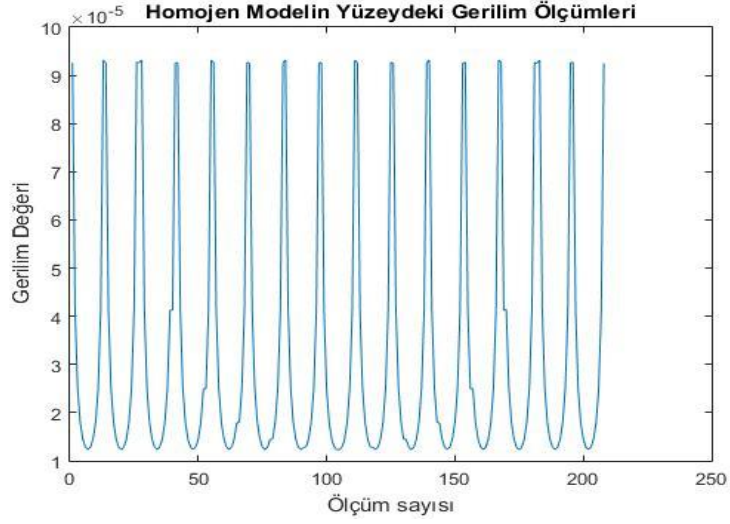
Şekil 3.3. Özdeş dağılıma sahip daire geometrisi

Ağ üretimi yapılmış bir daire geometrisinin içerisinde iletkenliği farklı bir yapı yoksa bütün üçgenler içerisindeki iletkenlik değeri sabittir. Şekil 3.4'te görüldüğü gibi geometriyi oluştururken özdeş dağılıma sahip için tanımlanan iletkenlik değeri 1'dir.



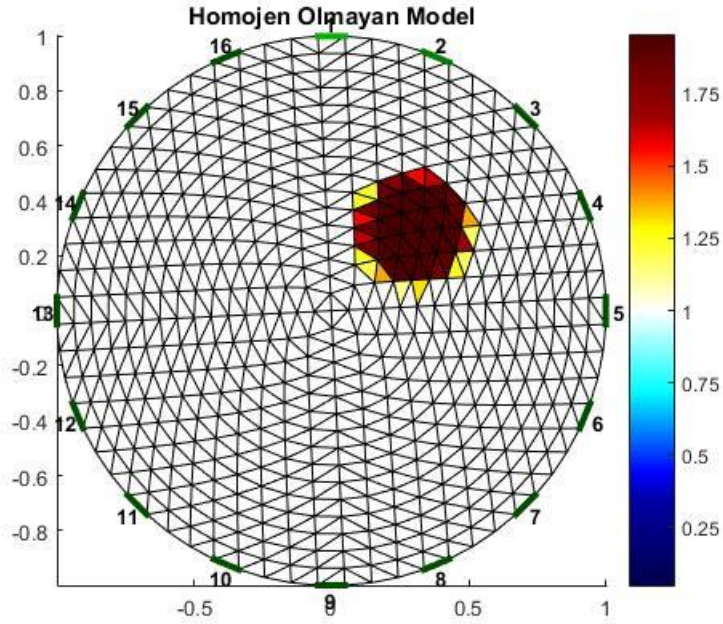
Şekil 3.4. Özdeş olan daire geometrisinin iletkenliği

Komşu ikili akım modeli kullanıldığı için yüzeydeki elektrotlardan Şekil 3.5'deki gibi toplam 208 adet gerilim değeri elde edilir.



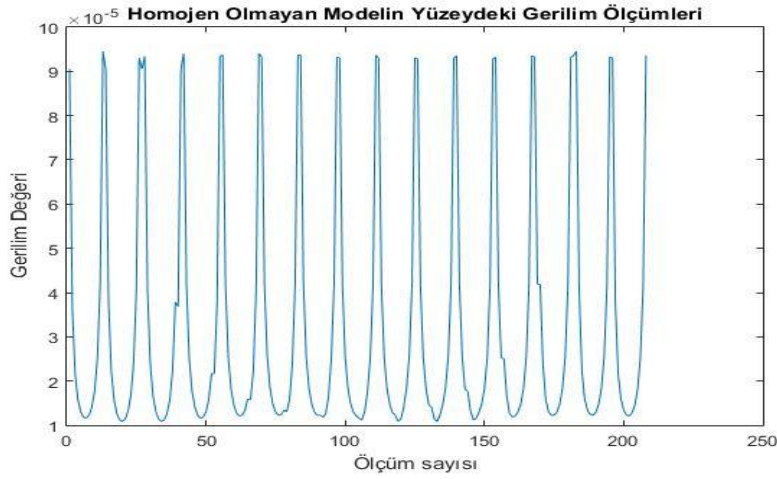
Şekil 3.5. Özdeş yapıdaki daire geometrisinin yüzeyindeki gerilim değerleri

İletkenlik değeri 1.95 olan merkezi (0.3,0.3) ve yarıçapı 0.2 birim olan bir yapı özdeş dağılıma sahip daire geometrisinin içerisine yerleştirildiğinde Şekil 3.6'daki gibi olur.



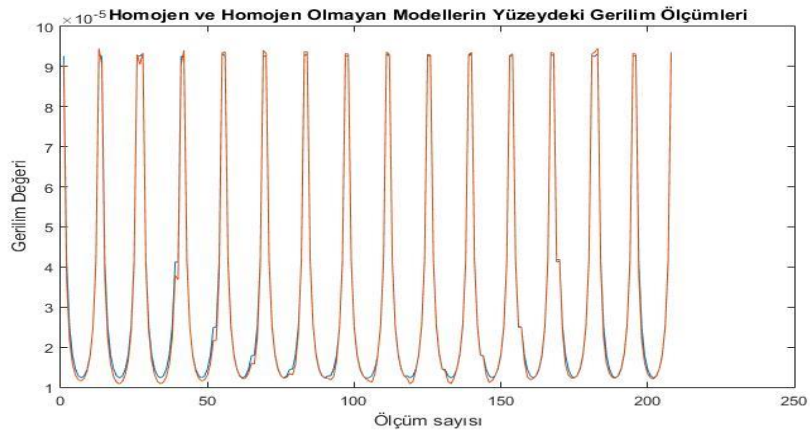
Şekil 3.6. Özdeş olmayan iletkenlik dağılımına sahip daire geometrisi

Şekil 3.6'daki sağdaki renk çubuğu her üçgen içerisindeki iletkenlik değerinin renklerle ifadesidir. İletkenliği yüksek olan bölgeler kırmızı ile ifade edilirken mavi renkli bölgeler daha düşük iletkenlik değerini ifade eder. Bu geometrinin yüzeyindeki gerilim değerleri Şekil 3.7'deki gibidir.



Şekil 3.7. Özdeş olmayan daire geometrisinin yüzeyindeki gerilim değerleri

Özdeş ve özdeş olmayan geometrinin çevresindeki elektrotlardan elde edilen gerilim değerlerini üst üste çizdirildiğinde ise Şekil 3.8 elde edilir.



Şekil 3.8. Özdeş olmayan daire geometrisinin yüzeyindeki gerilim değerleri (Mavi çizgiler özdeş yapının gerilim dağılımı, kırmızı çizgiler özdeş olmayan geometrinin gerilim dağılımı)

Şekil 3.8'deki gerilim değerlerine bakarak gerilim değerlerinde değişimin olduğu noktalardaki bölgede iletkenliği farklı olan bir yapı vardır. Bu bölümde hesaplanan gerilim değerleri sonraki bölümdeki iletkenlik dağılımının görüntüsünü elde etmek için kullanılacaktır.

3.3. Dairesel Geometride İleri Problemin SEY Sonuçları ile Analitik Sonuçlarının Karşılaştırılması

Dairesel geometri için elde edilen gerilim dağılımı formülleri ve SEY'i kullanarak, daire yapısının çevresine dizilmiş 16 adet elektrottan trigonometrik akım örüntüsü uygulanmıştır.

EIDORS Elektriksel Empedans Tomografi ve Dağınık Optik Tomografi geriçatım yazılımı anlamına gelen açık kaynaklı bir yazılımdır. İleri problem çözümü ve geri problem çözümü için tezde kullanılacaktır. Geometrisini belirlendikten sonra elektrot sayısı ve akım örüntüsünü belirleyip yüzeydeki gerilim değerleri hesaplanır.

EIDORS fonksiyonlarını kullanarak daire gibi basit geometriler oluşturulur. Daha karmaşık geometriler için EIDORS çeşitli fonksiyonları desteklemektedir. Genellikle geometri çevresindeki elektrotlar 2^n şeklindedir. Bu elektrotlar en üstteki elektrottan başlayarak saat yönünde belirli aralıklarla yerleştirilir. EIDORS ile geometri çevresine yerleştirilen elektrotlardan akım uygulanarak bir geometrinin yüzeyindeki sanal gerilim değerleri oluşturulur ve bu gerilim değerleri kullanılarak çeşitli yöntemler ile geriçatım görüntüsü elde edilir [22].

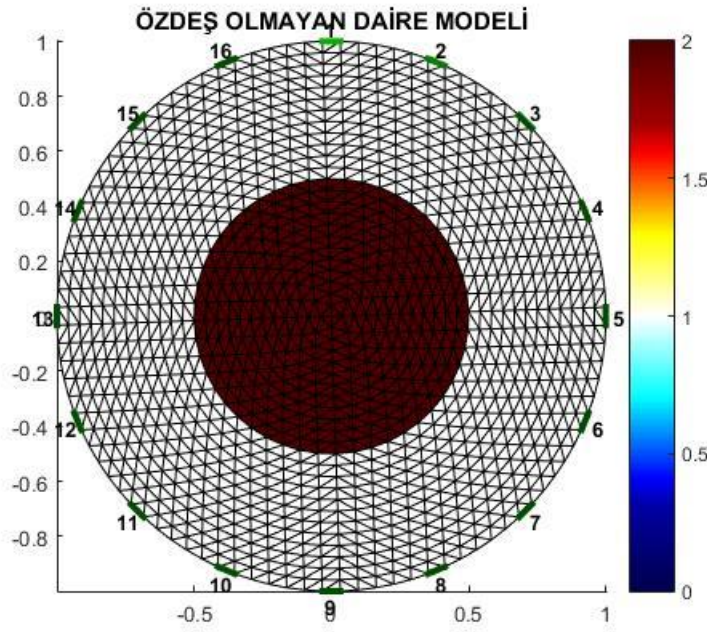
EIDORS ile daire geometrisi için ileri problem çözümü yani yüzeydeki gerilim değerleri hesaplanmıştır. Bir önceki bölümde daire geometrisi için bulunan yüzeydeki gerilim formülü ile SEY çıktılarının sonucu karşılaştırılmıştır. Bu gerilim değerleri arasındaki denklem (3.6)'daki ortalama kare hatası hesaplanmıştır.

$$OKH = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (V_i^* - V_i)^2 \quad (3.6)$$

OKH, denklem (3.6)'daki gibi analitik yöntemle ve SEY sonucu ile elde edilen yüzeydeki gerilim değerleri arasındaki farkın karesi ile hesaplanır. Denklem (3.6)'daki n değeri yüzeydeki düğüm sayısını ifade ederken, V_i SEY ile elde edilen gerilim

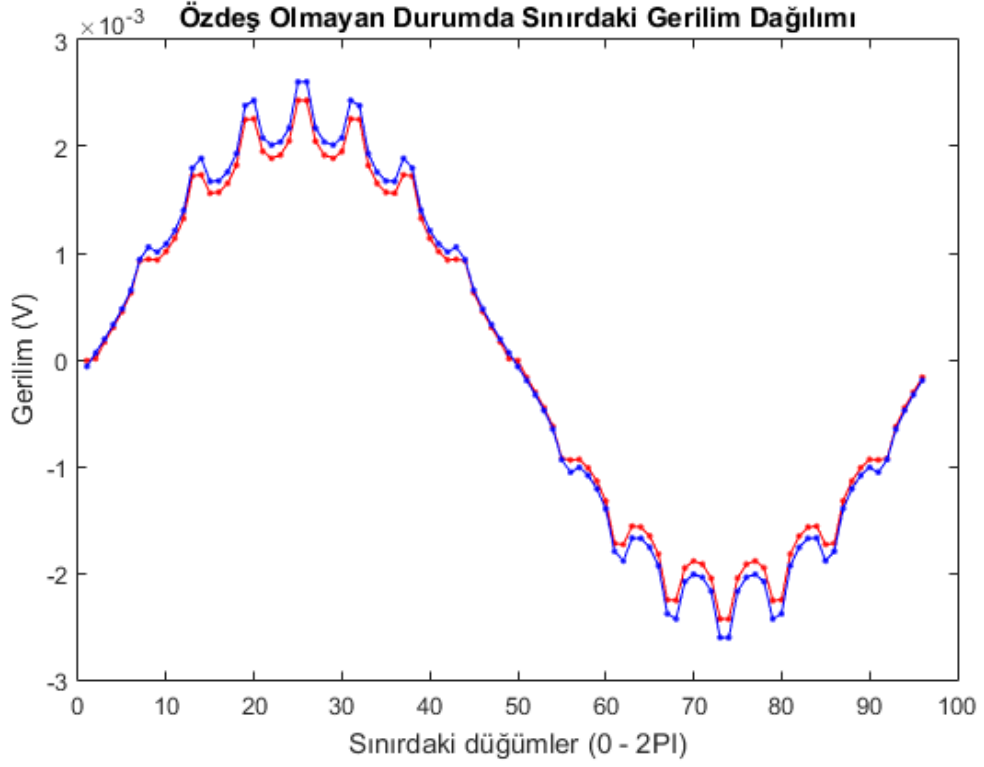
değerini ifade eder. V_i^* ise analitik yöntemle elde edilen gerilim değerini ifade etmektedir.

Birim yarıçaplı daire geometrisine eş merkezli yarıçapı 0.5 birim ve iletkenliği 2 olan bir daire yerleştirilmiştir. 2304 üçgen ve 1201 düğümden oluşan daire geometrisinin çevresine eşit aralıklarla yerleştirilen 16 elektrottan trigonometrik akım uygulanmıştır.



Şekil 3.9. Özdeş Olmayan Daire Geometrisi

Şekil 3.9'daki geometrinin çevresindeki elektrotlardan akım uygulandığında yüzeyindeki gerilim değerleri hesaplanmıştır. Bu gerilim değerleri ile denklem (3.5)'ten hesaplanan gerilim değerleri Şekil 3.10'daki gibidir.



Şekil 3.10. Özdeş olmayan durumda SEY ve analitik yöntemin sonuçları (Mavi renkli grafik: Analitik çözüm, Kırmızı renkli grafik: SEY çözümü)

SEY'in doğruluğu analitik çözümle karşılaştırılmış ve analitik çözümü kolay olmayan akciğer şekli gibi diğer geometriler için de kullanılabileceği ispatlanmıştır. İki veri arasındaki OKH $1,0678e-08$ olarak hesaplanmıştır.

4. EET'DE ELİPS GEOMETRİSİNİN İLERİ PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

4.1. EET'nin Elips Geometrisinde İleri Problemin Analitik Yöntemle Çözülmesi

Önceki bölümde daire geometrisi için ileri problemin analitik çözümü incelenmiştir. Hesaplamalar açısından kolaylık sağladığı için alınan kesit genellikle daire şeklindedir. Daire geometrisinin geri problemini çözerken hatalar ortaya çıkmaktadır, bu problemin çözümünde oluşan görüntünün kalitesini artırma çalışmaları yapılmıştır. İnsan vücudundan alınan kesitler elipse daha çok benzediği için ve dairenin geri probleminden oluşabilecek hataları azaltmak için elips geometrisinin çözümleri yapılmıştır [39].

İnsan vücudundan alınan kesitlerin şeklini daire olarak düşününce geriçatım probleminin çözümünde sorunlar çıkmıştır ve alınan kesitler elips geometrisine daha yakındır. İleri problemi elips geometrisine uygun olarak çözmek için daire geometrisindeki mantık gibi analitik çözümler elde edilmiştir. Analitik çözümün yanında eş merkezli olmayan elips geometrisi için eş merkezli hale getiren konformal dönüşüm fonksiyonu kullanılmıştır. Burada elipsin odağı 1 seçilmelidir çünkü gerekli geri dönüşüm fonksiyonlarından sonra ortaya birim daire çıkmalıdır. Böylece konformal dönüşüm ile yeni analitik çözümler geliştirilmiştir [39].

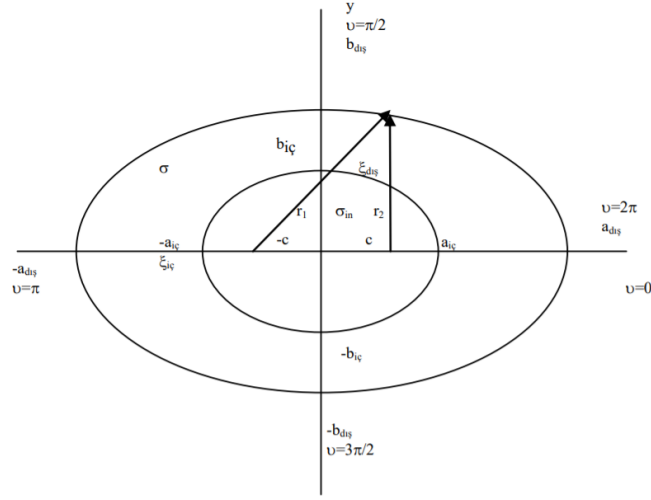
Elipsin yüzeyi 'S' olarak tanımlanan doğrusal iletken bir yapının iletkenlik dağılımı ' σ ' olsun. Geometriye elektrotlardan akım uygulandığında yüzeydeki gerilim 'U' ile gösterilir [16].

$$\nabla \cdot \sigma \nabla U = 0 \quad (4.1)$$

B yapısının içi denklem (4.1)'deki Laplace denklemi sağlarken yüzeyindeki gerilim ve iletkenlik arasındaki ilişki denklem (4.2)'deki gibidir.

$$\sigma \frac{dV}{d\tilde{n}} = 0 \quad (4.2)$$

Yüzey odakları ‘ ξ ’ olan eliptik yapı Şekil 4.1’deki gibidir. Bu elipsin ‘+c’ ve ‘-c’ eş odakları vardır ve ‘ ν ’ parametresi, elips üzerindeki herhangi bir noktanın açısıl konum bilgisidir. $0-2\pi$ arasında değer alır.



Şekil 4.1. Elips geometrisi [16]

Denklem (4.1)’teki Laplace denklemini çözebilmek için elips geometrisinin sınır koşulları bilinmelidir. Elips geometrisi için EK 2’deki ileri problem çözümü ile denklem (4.3) elde edilmiştir.

$$U(\xi, \nu) = F_1(\xi)F_2(\nu) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n e^{n\xi} + B_n e^{-n\xi}) (C_n \cos n\nu + S_n \sin n\nu) \quad (4.3)$$

4.1.1. Özdeş Yapı için Gerilim Dağılımı Hesabı

Şekil 4.1'deki geometri iletkenlik dağılımı geometri içerisinde sabit ve 1'dir. Denklem (4.3)'ü özdeş dağılıma sahip geometri için EK 2'deki hesaplamalarla denklem (4.4) elde edilir.

$$U(\xi, \nu) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (C_n \cos n\nu + S_n \sin n\nu) \quad (4.4)$$

4.1.2. Özdeş Olmayan Yapı için Gerilim Dağılımı Hesabı

Özdeş olmayan yapı için ileri problemin çözümü özdeş yapıdaki basamaklar ile aynıdır. Özdeş olmayan yapının yüzeyindeki gerilim dağılımı, özdeş olmayan yapı ile dıştaki elips yapısının arasında kalan bölgedeki gerilim dağılımlarının bulunması gerekir. Bu gerilim dağılımları için sınır koşulları denklemleri kullanılır. Özdeş olmayan yapı ile dıştaki elipsin merkezleri ortaktır.

$U_{iç}$, dıştaki elips yapısı ile eş merkezli özdeş olmayan yapının yüzeydeki gerilim dağılımını ifade eder. U_d , özdeş olmayan yapı ile dıştaki elips yapısının arasında kalan bölgedeki gerilim dağılımını ifade eder. EK 2'deki gerekli hesaplamalar ile özdeş olmayan elipsin yüzeyindeki gerilim dağılımı denklem (4.5)'deki gibidir.

$$U_d = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{(1 - \mu)e^{-2n\xi_{sınır} + 2n\xi_{iç}}}{1 + \mu e^{-2n\xi_{sınır} + 2n\xi_{iç}}} (C_n \cos n\nu + S_n \sin n\nu) \quad (4.5)$$

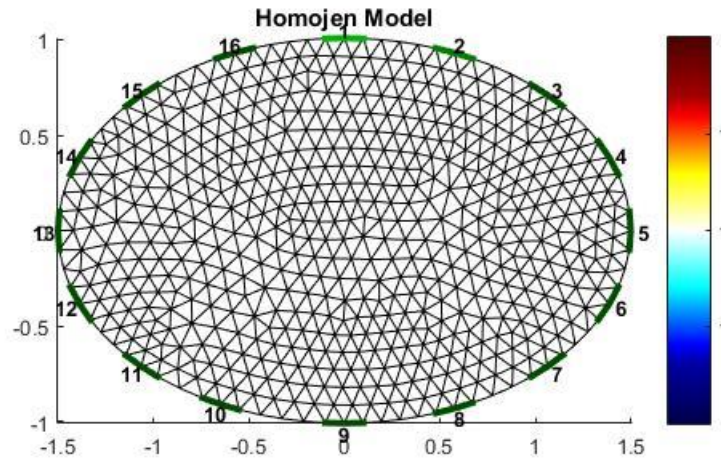
4.2. SEY ile Elips Geometrisinin İleri Probleminin Çözümü

Bazı uygulamalarda eliptik geometrinin vücuttan alınan kesitlere daha yakın olması sebebiyle dairesel geometri yerine eliptik geometri kullanılmıştır. Aynı zamanda elips

geometrisi kullanılarak bulunması hedeflenen iletkenliği farklı yapının büyüklüğünün daha doğru tahmini geliştirilmiştir [39].

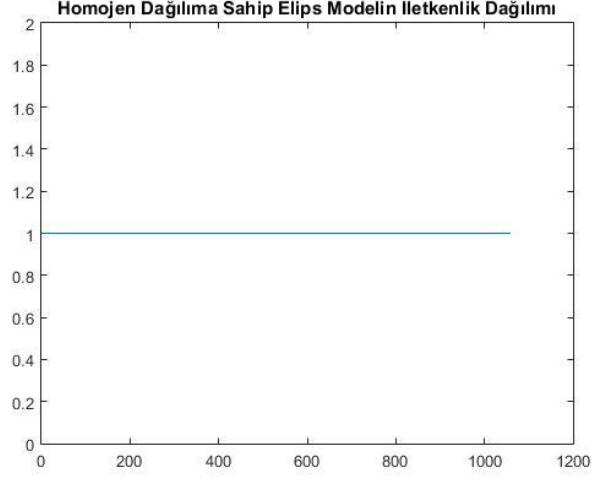
EIDORS kullanılarak elipsin büyük ve küçük yarıçapları, çevresindeki elektrotların konumları ve genişlikleri tanımlanır. Daire geometrisinde de olduğu gibi özdeş dağılıma sahip elipsin iletkenlik değeri 1 olarak alınır.

818 üçgen ve 446 düğümden oluşan Şekil 4.2'deki elips geometrisinin çevresine de 16 elektrot yerleştirilmiştir. Merkezi (0,0) noktasında olan elipsin büyük ve küçük yarıçapı sırasıyla 1.5 ve 1'dir.



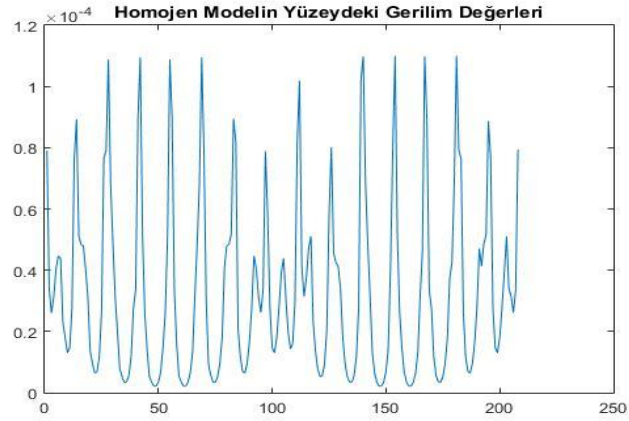
Şekil 4.2. Özdeş dağılıma sahip elips geometrisi

Ağ üretimi yapılmış bir elips geometrisinin içerisinde iletkenliği farklı bir yapı yoksa bütün üçgenlerdeki iletkenlik değeri sabittir. Şekil 4.2'deki sağdaki renk çubuğundan da anlaşılacağı üzere özdeş dağılıma sahip elipsin iletkenlik değeri 1'dir. Şekil 4.3'te görüldüğu gibi geometriyi oluşturan tüm üçgenlerin iletkenlik değeri sabit ve 1'dir.



Şekil 4.3. Özdeş dağılıma sahip elips geometrisinin iletkenliği

Komşu ikili akım modeli kullanılarak sırasıyla elektrot çiftlerinden akım uygulandığında Şekil 4.4'deki gibi yüzeydeki elektrotlardan 208 farklı gerilim değeri elde edilir. Bu gerilim değerleri geometri içerisindeki iletkenlik dağılımı hakkında bilgi verir.



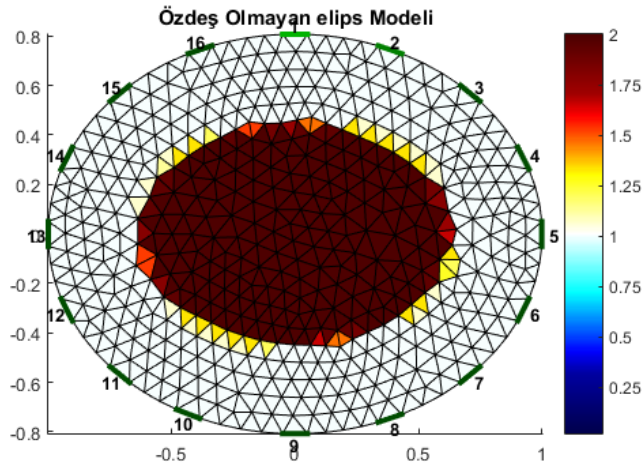
Şekil 4.4. Özdeş yapıdaki elips geometrisinin yüzeyindeki gerilim değerleri

EET'deki geri problemi çözerken yüzeyden hesaplanan bu gerilim değerleri kullanılacaktır. Geri problemin ne kadar doğru çözüldüğü ileri problem sonucu olan bu gerilim değerlerine bağlıdır.

4.3. Elips Geometrisinde İleri Problemin SEY Sonuçları ile Analitik Sonuçlarının Karşılaştırılması

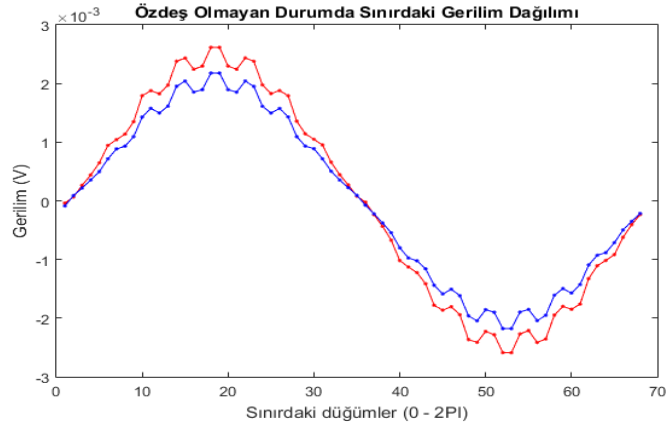
Elips geometrisi için elde edilen gerilim dağılımı formülleri ve SEY'i kullanarak, elips yapısının çevresine dizilmiş eşit uzaklıklardaki 16 adet elektrottan trigonometrik akım örüntüsü uygulanmıştır.

Elips geometrisinin yüzeyindeki gerilim değerleri EIDORS kullanılarak hesaplanmıştır. Bu bölümde denklem (4.5)'teki farklı iletkenliğe sahip elips geometrisinin yüzeyindeki gerilim değerleri ile SEY sonuçları karşılaştırılmıştır. Büyük yarıçapı 1 ve küçük yarıçapı 0.8 birim olan elips geometrisi SEY ile 888 üçgen ve 479 düğüme bölünmüştür. Elipsin merkezindeki özdeş olmayan yapının iletkenliği 2'dir.



Şekil 4.7. Özdeş Olmayan Elips Geometrisi

Şekil 4.7'deki geometrinin çevresindeki elektrotlardan akım uygulandığında yüzeyindeki gerilim değerleri hesaplanmıştır. Bu gerilim değerleri ile denklem (4.5)'ten hesaplanan gerilim değerleri Şekil 4.8'deki gibidir.



Şekil 4.8. Özdeş olmayan durumda SEY ve analitik yöntemin sonuçları (mavi renkli grafik: Analitik çözüm, kırmızı renkli grafik: SEY çözümü)

SEY'in doğruluğu analitik çözümle karşılaştırılmış ve iki veri arasındaki OKH denklem (3.6)'ya uygun olarak $8,3596e-08$ olarak hesaplanmıştır. OKH değerinin minimum olduğu değer $1.5441e-09$ iken maksimum olduğu değer $1.0455e-07$ olarak hesaplanmıştır.

5. EET'DE GERİ PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

5.1. Genel Bakış

Önceki bölümde anlatıldığı gibi ileri problem çözümü ile yüzeydeki gerilim değerleri hesaplanmıştır. İleri problem iyi konumlanmış olmasından dolayı çözümü vardır ve tektir. Aynı zamanda verilerdeki küçük değişikliklerden dolayı sonuçta büyük değişiklikler olmaz. EET'de yüzeydeki gerilim değerlerinden geometrinin içerisindeki iletkenlik dağılımı görüntüsünün bulunmasına geri problem denir. Geometrinin yüzeyinden elde edilen gerilim sayısı, iletkenlik dağılımı haritasındaki eleman sayısından yani üçgen sayısında azdır. Bu da bilinmeyen değişken sayısının fazla olduğunu ifade eder. Dolayısıyla geri problemin çözümü yoktur ya da çok sayıda çözümü vardır. Geri problem kötü konumlanmış ve doğrusal değildir. Ayrıca geri problem kötü koşullu olduğu için çözümü kararlı değildir. Ölçülen verilerdeki en ufak bir değişim sonuçta büyük değişikliklere sebep olur [30].

EET'nin geri problemine çoğunlukla geriçatım denir. Geriçatım EET sinyallerinden bir görüntü elde etme işlemidir. Geriçatım teknikleri EET'nin en önemli bölümüdür ve birçok yöntem geliştirilmiştir. Özellikle geriçatım sonucu elde edilen görüntünün çözünürlüğünü arttırmak için bu yöntemleri geliştirme çalışmaları hala devam etmektedir [39]. Birçok yinelemeli algoritma doğrusal olmayan denklemleri SEY'in sonuçlarını kullanarak çözmeye çalışır [40].

Öncelikle EET geriçatım problemleri iki kategoriye ayrılır. Bunlar değişmeyen ve değişken görüntülemelerdir. Bu ayrılmada önemli olan faktörler görüntü kalitesi ve gerçek zaman performansdır. Değişmeyen görüntüleme yöntemleri de kendi içinde ikiye ayrılır. Bunlar fark görüntüleme ve statik görüntülemedir. Fark görüntüleme de iki veri kümesi vardır. Bu veri kümeleri iki farklı iletkenlik dağılımına sahip geometrilerin yüzeyinden ölçülen gerilim değerleridir. Bu ölçülen gerilim değerleri arasındaki farktan iletkenlik dağılımı kestirimi yapılır. Statik görüntülemede tek bir veri kümesi vardır ve mutlak iletkenlik dağılımını bulmaya çalışılır [21]. Bu tezde fark görüntüleme yöntemi kullanılmıştır.

Değişken görüntüleme, iletkenlik dağılımı zamana bağlıdır. Bazı gerçek durumlarda biyomedikal ve kimyasal uygulamalarda iletkenlik hızla değişir ve değişmeyen görüntüleme yöntemleri bu kadar hızlı değişimi algılayamayacağı için oluşturulan görüntü bulanık ve veri kayıplı olur. Böyle problemler Kalman filtre ile çözülebilir ve hızlıca iletkenlik değişimi algılanabilir. Bu yaklaşımda EET'nin geri problemi durum kestirim problemi olarak düşünülür. Genişletilmiş Kalman Filtre ile zamanla değişen iletkenlik dağılımı kestirimi yapılır. Durum denklemi, gözlem denklemi ve doğrusal olmayan gözlem denkleminde oluşur. Doğrusal Kalman Filtresine göre Genişletilmiş Kalman Filtre daha iyi sonuç verir [21].

EET'deki görüntü geriçatım algoritmaları duyarlılık matrisine bağlıdır. Bu matris ölçülen sınır gerilim değerleri ile iletkenlik değişimi arasındaki ilişkiyi tanımlar. Denklem (5.1)'deki ΔU gerilim değerlerindeki değişimi, J duyarlılık matrisini ve $\Delta \sigma$ iletkenlik değişimini ifade eder.

$$\Delta U = J * \Delta \sigma \quad (5.1)$$

Birçok farklı eniyileme problemi vardır ve hepsi de farklı çözüm yöntemleri kullanılarak çözülür. Problemin doğrusal ve doğrusal olmamasına göre ayrılır. Birçok yöntem yinelemelidir. Bu yöntemler iyi bir tahmin değeri ile başlar ve en iyi sonucu elde edene kadar sonuç üretir. Bu algoritmalar Newton metoduna dayanır ve hızlı şekilde yakınsamasına rağmen hesaplama kısmı epey zaman almaktadır [41].

EET'de geriçatım algoritmalarında deterministik ve olasılıksal yaklaşımlar vardır. Deterministik yaklaşım problemi doğrusal veya doğrusal olmamasına göre çözüm yöntemleri uygulanır. Çözüm yöntemlerinden en yaygın olanlarından biri ölçülen sınır gerilim değerleri ile hesaplanan sınır gerilim değerleri arasındaki farkın kare normunun en aza indirgenmesidir. Problemin doğası gereği kötü konumlanmış olması sebebiyle hatayı küçültmeye çalışırken sonucu kararlı yapmak için modifikasyon gerekir. Bu modifikasyona düzenleme denir. Düzenleme ile küçültülmeye çalışılan hata denkleminde

ek olarak bir terim eklenir. Bu terimle problem iyi konumlanmış hale getirilir. Probleme düzenleme yapmak için önceki bilgi eklenmiş olur.

Standart problem çözme yöntemlerinin yanında yapay zeka yöntemlerinin de kullanımı son çalışmalarda hız kazanmıştır. Sinir ağlarının öğrenme ve hafızada tutma özelliklerinden dolayı problem çözmeye başarılı olduğu görülmüştür. Tezin önemli hedeflerinden biri standart geriçatım algoritmalarının sonuçları ve sinir ağı ile geriçatım sonuçlarının karşılaştırılmasıdır. Daire geometrisinin geriçatım görüntüleri üzerinde oldukça fazla çalışma vardır ve özellikle elips geometrisinin geriçatım çalışmaları gerektiği kadar göze çarpmamaktadır. Bu yüzden bu tez boyunca elips geometrisinin geriçatımı üzerinde çalışılmıştır.

5.2. Genel Geriçatım Çözüm Modelleri

Problemi denklem (5.2)'deki gibi tanımlarsak U , gözlem değerlerimiz olan gerilim değerleri, σ ise kestirim yapmaya çalıştığımız iletkenlik dağılımı değerini ifade eder.

$$U = h(\sigma) \quad (5.2)$$

Eğer modelimiz doğrusal ise denklem (5.2)'yi denklem (5.3)'deki gibi yazarız.

$$U = H\sigma \quad (5.3)$$

Eğer doğrusal yapıdaki dönüşümler için H ya da doğrusal olmayan dönüşümlerdeki $h(\sigma)$ değerleri ve σ değeri biliniyorsa, U hesaplanabilir. Bu problem ileri problemidir. Çözümü sabit ve çözümü tektir.

5.2.1. En Küçük Kareler Kestirimi ve Gauss-Newton İyileştirme Yöntemi

Pratikte geri problemin klasik bir çözümü yoktur. En küçük kareler yöntemi probleme uygulanabilen bir çözüm yöntemidir. σ değeri problemin çözümü ise küçültmeye çalışacağımız eşitlik denklem (5.4)'deki gibi ya da denklem (5.5)'deki gibidir.

$$\min_{\sigma} \|LU - Lh(\sigma)\|_p^2 \quad (5.4)$$

$$\min_{\sigma} \|LU - LH\sigma\|_p^2 \quad (5.5)$$

Genel bir çözümü olmayan bu problemin bir çözümü de ağırlıklandırılmış en küçük kareler yöntemidir. W 'nın ağırlıklandırılmış matris ise denklem (5.4) ve denklem (5.5)'deki $p=2$ ve $L^T L = W$ 'dir. $\| \cdot \|$ ise iki normunu ifade eder.

Problem doğrusal ise en küçük kareler çözümü ise denklem (5.6)'daki gibidir. Ağırlıklandırma matrisi burada birim matrisidir.

$$H^T H \tilde{\sigma}_{LS} = H^T U \quad (5.6)$$

Denklem (5.6)'daki $\tilde{\sigma}_{LS}$ değeri için denklem (5.7) elde edilir.

$$\tilde{\sigma}_{LS} = H^+ U \quad (5.7)$$

H^+ yalancı tersi ifade eder.

$$H^+ = (H^T H)^{-1} H^T \quad (5.8)$$

Eğer ağırlıklandırma matrisi birim matris değilse σ değerinin kestirimi denklem (5.9)'daki gibidir.

$$\tilde{\sigma}_{LS} = (H^TWH)^{-1}H^T WU \quad (5.9)$$

Problem doğrusal değilse denklem (5.4)'ün farklı yöntemlerle çözülmesi gerekir. $h(\sigma)$ matrisini σ_0 etrafında doğrusallaştırılırsa $h(\sigma)$ için denklem (5.10) elde edilir.

$$h(\sigma) = h(\sigma_0) + \frac{dh(\sigma_0)}{d\sigma}(\sigma - \sigma_0) + O(\|\sigma - \sigma_0\|) \quad (5.10)$$

Denklem (5.10)'daki $\frac{dh(\sigma_0)}{d\sigma}$ terimi $h(\sigma)$ 'nın σ_0 'daki Jacobian matrisidir. İkinci terimi yeterince küçük olduğu için ihmal edince σ değerinin kestirim denklemi denklem (5.11)'deki gibi olur.

$$\tilde{\sigma}_{LS} = \sigma_0 + (J^T WJ)^{-1}J^T W(U - h(\sigma_0)) \quad (5.11)$$

$\frac{dh(\sigma_0)}{d\sigma} = J$ terimini ifade ederken $h(\sigma_0)$ 'da referans veriyi ifade eder. Jacobian matrisi gerilim değerlerinin iletkenlik değişimine türevidir. Jacobian matrisi kare bir matris değildir. Ölçüm sayısı üçgen sayısından az olduğu için Jacobian matrisinin tersi doğrudan bulunamaz. Doğrusal olmayan problemlerin çözümü Gauss-Newton gibi yinelemeli algoritmalar ile çözülebilir.

5.3. Düzenleme Parametresi

Önceki bölümde problem iyi konumlanmış olarak düşünülüp en küçük kareler yöntemi ile çözülmüştür, fakat geri problemlerin çoğu kötü konumlanmıştır. Bu tarz problemlerin sonucunun sabit olması için modifikasyon gereklidir. Düzenleme yöntemi

ile kötü konumlanmış problemi iyi konumlanmış probleme dönüştürürüz. Bunu Genişletilmiş En Küçük Kare fonksiyonu ile yapabiliriz ve denklem (5.12)'deki gibidir.

$$\Phi_{\alpha}(\sigma) \cong \|L_1(z - h(\sigma))\|^2 + \alpha\|L_2(\sigma - \sigma_0)\|^2 \quad (5.12)$$

Denklem (5.12)'deki α değişkeni düzenleme parametresi olarak adlandırılır. L_1 matrisi ağırlıklandırma matrisinin kareköküdür. L_2 matrisi de düzenleme matrisidir. σ_0 ise σ için tanımlanan ilk tahmin değeridir. Ağırlıklandırma matrisi ile L_1 matrisi arasındaki ilişki ise denklem (5.13)'de tanımlanmıştır.

$$W_1 = L_1^T L_1 \quad (5.13)$$

Standart Tikhonov düzenlemesi uygulandığında L_1 ve L_2 matrisleri birim matris olarak tanımlanır ve σ_0 0'dır. Problem bu şekilde denklem (5.14)'teki gibi olur.

$$\min_{\sigma} \{\|U - h(\sigma)\|^2 + \alpha\|\sigma\|^2\} \quad (5.14)$$

Doğrusal ise çözümü denklem (5.15) gibi doğrusal değilse de denklem (5.16)'daki gibidir.

$$\tilde{\sigma}_{LS} = (H^T H + \alpha I)^{-1} H^T U \quad (5.15)$$

$$\tilde{\sigma}_{LS_{i+1}}^{\alpha} = \tilde{\sigma}_{LS_i}^{\alpha} + (J_i^T J_i + \alpha I)^{-1} J_i^T (U - h(\tilde{\sigma}_{LS_i}^{\alpha})) - \alpha \tilde{\sigma}_{LS_i}^{\alpha} \quad (5.16)$$

Standart Tikhonov Düzenleme çözümü Tekil Değer Ayrışımı ile de çözülebilir. L_2 matrisi her zaman kare matrisi olmayabilir bu yüzden de tersi alınamayabilir. Bu tarz düzenleme yöntemine ise Genelleştirilmiş Tikhonov Düzenleme yöntemi denir.

α , düzenleme parametresi birkaç kıstasa göre seçilir. Düzenleme parametresi kestirim yaptığımız değer için önceki varsayımlarını hesaba katar. Eğer az bilgi içeriyorsa, genel kıstaslara göre seçilebilir ama çözümle alakalı iyi bilgiler içeriyorsa önceki bilginin güvenilirliğine göre seçilmelidir. Olasılıksal yaklaşımlarda düzenleme parametresi önceki yoğunluk değerinin kovaryansına bağlıdır.

5.4. Olasılıksal Yaklaşımlar

Olasılıksal yöntem, kestirim yaptığımız değer için önceki değeri bilinmese de o değer rastgele olmadığı biliniyorsa sonraki değeri için olasılık dağılımı olduğunu söyler. Bayes teoremine göre $p(U|\sigma)$ biliniyorsa Bayes teoremini kullanarak sonraki $p(\sigma|U)$ değerini hesaplayabiliriz. Buradaki en önemli soru görüntü geriçatımında sonraki yoğunluğunun nokta tahminleridir. Bu bilgileri kullanarak farklı kestirim yöntemleri ile problemi çözebiliriz.

Özellikle deneysel EET’de ölçümlerde belirli bir miktarda gürültü vardır. Probleme ϑ Gauss dağılıma sahip bir gürültü eklersek problem denklem (5.17)’ye dönüşür.

$$U = h(\sigma) + \vartheta \quad (5.17)$$

Denklem (5.17)’den anlaşılacağı gibi geri problemi çözerken hesaplamamız gereken değer $p(\sigma|U)$ olur. $p(U|\sigma)$ ileri problemin çözümüdür. Burada maksimum sonraki kestirim yöntemini kullanarak geri problem çözülebilir.

Başta tahmin ettiğimiz σ değeri σ_p , yani iletkenlik ortalaması ve kovaryansı da P^{-1} 'dir. Ölçümlerdeki gürültünün ise kovaryansı Q^{-1} olan ve 0 ortalama değerine sahip olan Gauss dağılımıdır. O zaman $p(U|\sigma)$ için denklem (5.18) yazılır.

$$p(U|\sigma) = \exp(-\|U - h(\sigma)\|_Q^2) \quad (5.18)$$

Görüntü geriçatımını yaparken düzenlemeye gerek vardır. Bu da ön bilgidir. $\vartheta(\sigma)$, ölçüm alınırken olabilecek gürültüyü tanımlar. Birçok ön bilgi modeli vardır. Bunlardan en basiti Gauss dağılımına sahip denklem (5.19)'daki gibidir. EET'de artış ve azalışın aynı olması için $\sigma_p = 0$ alınır.

$$\vartheta(\sigma) = \exp(-\|\sigma - \sigma_p\|_P^2) \quad (5.19)$$

Denklem (5.18) $f_1(\sigma)$ olarak tanımlansın ve denklem (5.19) ise $f_2(\sigma)$ olarak tanımlandığında denklem (5.20) elde edilir.

$$\begin{aligned} \min_{\sigma}\{f(\sigma)\} &= (f_1(\sigma), f_2(\sigma)) \\ &= \exp(-\lambda_1 \|U - h(\sigma)\|_Q^2 + \lambda_2 \|\sigma - \sigma_p\|_P^2) \end{aligned} \quad (5.20)$$

$\lambda = \lambda_1/\lambda_2$ ise denklem (5.20) denklem (5.21)'e dönüşür.

$$\operatorname{argmin}_{\sigma} \left\{ \|U - h(\sigma)\|_Q^2 + \lambda \|\sigma - \sigma_p\|_P^2 \right\} \quad (5.21)$$

Maksimum sonraki kestirimin değerinin maksimum olduğu yer aslında normun en küçük olduğu yerdir. Bu yüzden denklem (5.21)'in değeri küçültülmeye çalışılır. Her yineleme σ 'yı denklem (5.22) ve denklem (5.23)'e göre güncellemektedir.

$$\sigma_{k+1} = \sigma + \Delta\sigma_k \quad (5.22)$$

$$\Delta\sigma_k = (J_k^t Q J_k + \lambda P)^{-1} (J_k^t Q y - h(\sigma_k) + \lambda P(\sigma - \sigma_p)) \quad (5.23)$$

5.5. Özyineli Gauss-Newton Metodu

Bir önceki bölümde anlatılan geriçatım yöntemlerinin sınıflandırılmasında da olduğu gibi problem doğrusal ise geri izdüşüm yöntemi, hassasiyet katsayıları yöntemleri, doğrudan hassasiyet yöntemi ve tek adım Newton yöntemi kullanılabilir [16].

Özdirenç ile gerilim arasındaki ilişki doğrusal olmasına rağmen iletkenlik ile gerilim değerleri arasındaki ilişki doğrusal değildir. Bu yüzden geri problemi çözerken yineleme yöntemlerinden biri olan Gauss-Newton yöntemi kullanılabilir. Normal koşullarda hatayı yani küçültülmeye çalışılan eşitliği hedef fonksiyon olarak adlandırılır. Yüzeyden ölçülen gerilim değerlerini $[V_m]$, SEY sonucu ile üretilen gerilim değerleri ise $[V_c]$ ile ifade edilirse $[\sigma]$ bütün üçgenlerdeki iletkenliği ifade eder. Elektrotları ve akım örüntüsünü sabitlediğimizde hedef fonksiyon aşağıdaki gibidir [42].

$$\Phi(\sigma) = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^M \omega_i * (V_c(\sigma) - V_m) \quad (5.24)$$

Denklem (5.24)'deki ω_i ağırlık fonksiyonu olarak ifade edilirken, p ise çift bir sayıyı ifade eder. $\omega_i = 1$ ve p=2 alırsak hedef fonksiyonu denklem (5.25)'deki gibi olur.

$$\Phi = \frac{1}{2} (V_c(\sigma) - V_m)^T (V_c(\sigma) - V_m) = \frac{1}{2} \|V_c(\sigma) - V_m\|_2^2 \quad (5.25)$$

Böylece geri problemin geriçatımı doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemine çevrilir. σ 'yı bulmak için denklem (5.25)'deki hedef fonksiyonunun σ 'ya göre türevini alıp 0'a eşitlenir. Geriçatımın amacı hedef fonksiyonun değerini en aza indirerek iletkenlik dağılımını bulmaktır [42].

$$\Phi'(\sigma) = (V_c'(\sigma))^T (V_c(\sigma) - V_m) = 0 \quad (5.26)$$

Türevi alınıp sıfıra eşitlenen denklem (5.26)'ün Taylor seri açılımını yapılıncaya denklem (5.27) elde edilir. Denklem (5.26)'daki $V_c'(\sigma)$ terimi Jacobian matrisini ifade eder.

$$\Phi'(\sigma^{k+1}) \cong \Phi'(\sigma^k) + \Phi''(\sigma^k)(\sigma^{k+1} - \sigma^k) = 0 \quad (5.27)$$

Denklem (5.27)'deki $\Phi''(\sigma^k)$ Hessian matrisi olarak adlandırılır ve açılımı denklem (5.28)'deki gibidir.

$$\begin{aligned} \Phi''(\sigma^k) &= (V_c'(\sigma))^T \cdot V_c'(\sigma) + (V_c''(\sigma))(V_c(\sigma) - V_m) \\ &\quad \otimes (V_c'(\sigma))^T \cdot V_c'(\sigma) \end{aligned} \quad (5.28)$$

Denklem (5.28)'deki \otimes Kronecker matris çarpımıdır. $V_c''(\sigma)$ olan ikinci türev ifadesini hesaplamak zor ve çok küçük bir değeri ifade ettiği için ihmal edilebilir. Hessian matrisi bu sadeleştirmeden sonra denklem (5.29)'daki gibi olur.

$$\Phi''(\sigma^k) \cong (V_c'(\sigma))^T \cdot V_c'(\sigma) \quad (5.29)$$

Denklem (5.26) ve denklem (5.29) denklem (5.27)'ye yerleştirildiğinde denklem (5.30) olur.

$$\begin{aligned} \Phi'(\sigma^{k+1}) \cong & \left(V_c'(\sigma^k) \right)^T (V_c(\sigma^k) - V_m) + \left((V_c'(\sigma))^T \cdot V_c'(\sigma) \right) (\sigma^{k+1} \\ & - \sigma^k) = 0 \end{aligned} \quad (5.30)$$

Denklem (5.30)'da gerekli sadeleştirme işlemleri yapıldıktan sonra her yinelemede iletkenlik değerinin nasıl güncellenmesi gerektiği denklem (5.31)'de verilmiştir.

$$\Delta\sigma^k = -\left((V_c'(\sigma))^T \cdot V_c'(\sigma) \right)^{-1} \cdot \left(V_c'(\sigma^k) \right)^T (V_c(\sigma^k) - V_m) \quad (5.31)$$

Denklem (5.31)'deki $\left((V_c'(\sigma))^T \cdot V_c'(\sigma) \right)$ terimi kötü koşulludur yani bu matrisin maksimum ve minimum özdeğerleri arasındaki oran çok büyük demektir. Bunun sebebi yüzeydeki iletkenlik değişimine karşı çok hassas olan ama merkezdeki iletkenlik değişimine çok hassas olmayan yüzey ölçümleri ile sınırlı olmamızdır. Bu yüzden elektrotlara yakın bölgelerdeki iletkenlik değişimi daha doğru bulunur.

Geri problem sonucunun kararlı olması için denklem (5.25)'e düzenleme terimi eklenmelidir. Genel bir ifadeyle EET'nin geri problemini denklem (5.32)'deki gibi yazabiliriz.

$$\operatorname{argmin}_{\sigma} \frac{1}{2} \|V_c(\sigma) - V_m\|_2^2 + \alpha R(\sigma) \quad (5.32)$$

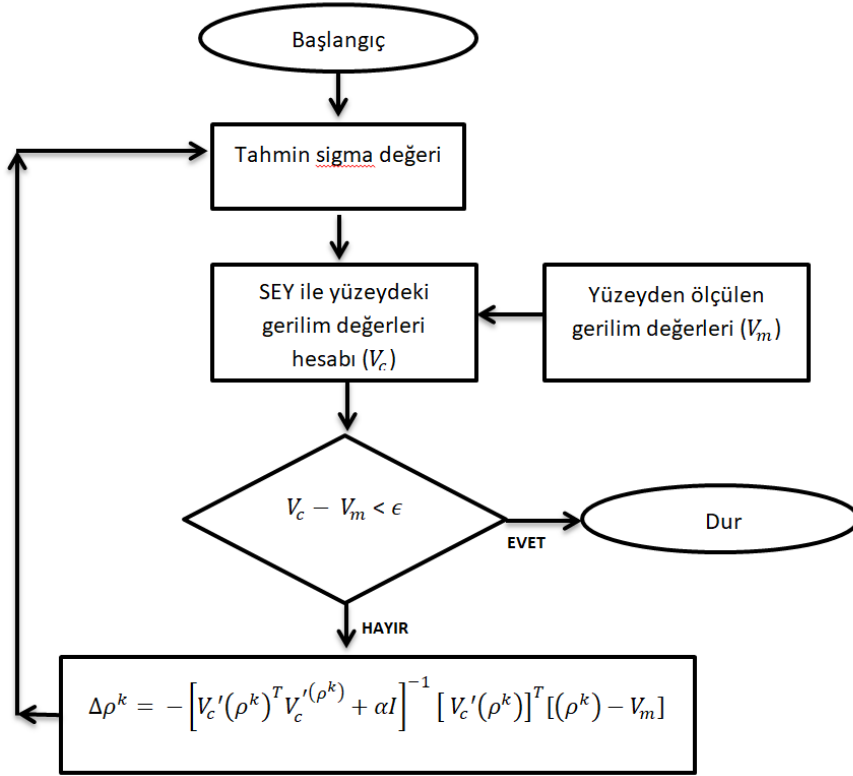
Bu denklemdeki R düzenleme matrisi ya da penaltı terimi olarak bilinir. α ise düzenleme matrisinin iletkenlik değerini bulurken ne kadar etkili olacağına karar veren düzenleme parametredir.

Eğer $R(\sigma) = \|\sigma\|_2^2$ gibi 2 norm olarak ifade edilirse Tikhonov düzenleme yöntemi kullanılmıştır [43]. Denklem (5.31) düzenleme matrisi ile tekrar hesaplandığında ise denklem (5.33) elde edilir.

$$\Delta\sigma^k = -[V_c'(\sigma^k)^T V_c'(\sigma^k) + \alpha I]^{-1} [V_c'(\sigma^k)]^T [V_c(\sigma^k) - V_m] \quad (5.33)$$

Gauss-Newton algoritması iletkenliği farklı olan bölgenin şeklinin ve boyutunun geriçatımını gerçek değerlere yakın şekilde bulduğu önceki çalışmalarda gösterilmiştir. 2 boyutlu görüntü geriçatım algoritmalarından Gauss-Newton yöntemine ön bilgi ekleyerek görüntünün geriçatımı yapılabilir. Bu ön bilgi çeşitlerine Laplace ön bilgisi, NOSER ön bilgisi ve Tikhonov ön bilgisi örnek verilebilir. NOSER ön bilgisinde düzenleme matrisi $diag(H^T H)$ 'dır [21]. Laplace ön bilgisinin eklenmesi aslında ikinci dereceden yüksek geçiren filtre kullanıldığı anlamına gelir. Laplace ön bilgisi kenarları koruyan bir algoritmadır. Tezde Gauss-Newton yöntemine Laplace ön bilgisi ve Tikhonov ön bilgisi eklenerek geriçatım yapılmıştır.

Gauss-Newton algoritmasının akış şeması Şekil 5.1'de gösterildiği gibidir.



Şekil 5.1. Gauss- Newton algoritması akış şeması

İlk olarak iletkenlik değeri için bir tahmin değeri atanır. Bu iletkenlik değerine göre ileri problem çözümü yapılır. Yüzeydeki gerilim değerleri ile referans olarak seçilen gerilim değerleri arasındaki fark hesaplanır. Bu değer önceden belirlenen bir değerden küçük olana kadar yineleme devam eder. Her yinelemede iletkenlik değeri güncellenir ve ileri problem tekrar çözülür. Gerilim değerleri arasındaki farkı başta belirlenen değerden daha küçük yapan iletkenlik değeri çözümdür.

EET'deki geriçatım görüntüsünün çözünürlüğü birkaç faktöre bağlıdır. Yüzeyden alınan ölçüm sayısı, ölçümlerdeki gürültü, geometrinin ağ üretiminden sonraki üçgen sayısı ve geriçatım algoritmasına bağlıdır. Geriçatım algoritmasının doğruluğu da ileri problemin çözümüne bağlı olduğu için ileri problem çözümü gerçek ortama uygun olmalıdır [37].

5.6. EIDORS Yaklaşımı

EIDORS gerilim verilerini kullanarak iki boyutlu ve üç boyutlu EET problemleri için geriçatım görüntüsü elde edebilir [44]. EIDORS üç evreden oluşur. Bunlar ağ üretimi, ileri problem çözümü ve geri problem çözümüdür [46].

Bu tezde ileri problemi ve geri problemi çözmek için EIDORS kullanılmıştır. Daire ve elips geometrilerinin çevresine 16 adet tam elektrot modeline uygun olarak elektrot yerleştirilmiştir. Bu elektrotlardan komşu ikili akım örüntüsüne göre sırasıyla akım uygulanmış ve gerilim değerleri elde edilmiştir. Bu gerilim değerleri seçilmiş olan Gauss-Newton algoritmasına girdi olarak verilmiştir. Önceki bölümde de açıklandığı gibi ileri problem çözümü olan özdeş dağılıma sahip geometri için yüzeydeki gerilim değerleri elde edilmiştir. Sonrasında geometri içerisindeki iletkenliği farklı yapı tanımlanıp özdeş olmayan geometri için yüzeydeki gerilim değerleri hesaplanmıştır. Özdeş ve özdeş olmayan geometrilerin gerilim değerleri kullanılarak geometri içerisindeki iletkenlik değeri bulunmaya çalışılmıştır. Burada fark görüntüleme yöntemine uygun olarak geriçatım yapılmıştır. Gerçek bir deney ortamı kullanılmadığı için Gauss-Newton algoritmasındaki ölçüm değerlerine karşılık özdeş dağılıma sahip geometrinin gerilim değerleri kullanılmıştır. Özdeş olan geometrinin yüzeydeki gerilim değerleri ile özdeş olmayan geometriyi yüzeyindeki gerilim değerleri arasındaki hata küçültülmeye çalışılmıştır.

5.7. Gauss-Newton Yöntemi ile Geriçatım Sonuçları

Bu bölümde tezde kullanılan daire ve elips geometrilerinin farklı bölgelerinde, farklı büyüklükteki ve farklı iletkenlik değerine sahip yapıların Gauss-Newton algoritmasını Laplace ve Tikhonov ön bilgileri kullanılarak geriçatımı yapılmıştır ve hata değerleri hesaplanmıştır.

Geriçatımı yapılması istenilen geometrinin bütün bölgelerinde sonucu görecektir şekilde iletkenliği farklı yapı eklenmiştir. İletkenliği farklı yapının yarıçapı 0.2, 0.3 ve 0.4 gibi farklı büyüklükler, iletkenlik değeri özdeş geometrinin iletkenlik değerinden büyük ve küçük değerler için geriçatım görüntüleri elde edilmeye çalışılmıştır. İletkenliği farklı

yapının dairenin merkezinde olduğu yani elektrotlardan en uzak konumda olduğu durum için geriçatım görüntüsü elde edilmeye çalışılmıştır. En fazla iki farklı iletkenliğe sahip yapıların olduğu geometrilerin geriçatım görüntüleri elde edilmeye çalışılmıştır.

5.7.1. Daire Geometrisi için Geriçatım Sonuçları

Birim yarıçaplı daire geometrisinin farklı bölgelerindeki iletkenliği farklı yapının konumu ve iletkenlik değeri geriçatım ile bulunmaya çalışılmıştır. Geometri içerisinde birden fazla iletkenliği farklı olan yapı da eklenmiş ve geriçatımı yapılmıştır. Geriçatımı yapılmış görüntünün ortalama kare hata ve bağıl hata değerleri hesaplanmıştır. Şekil 5.2'de geometri ve geriçatım görüntüleri verilmiştir.

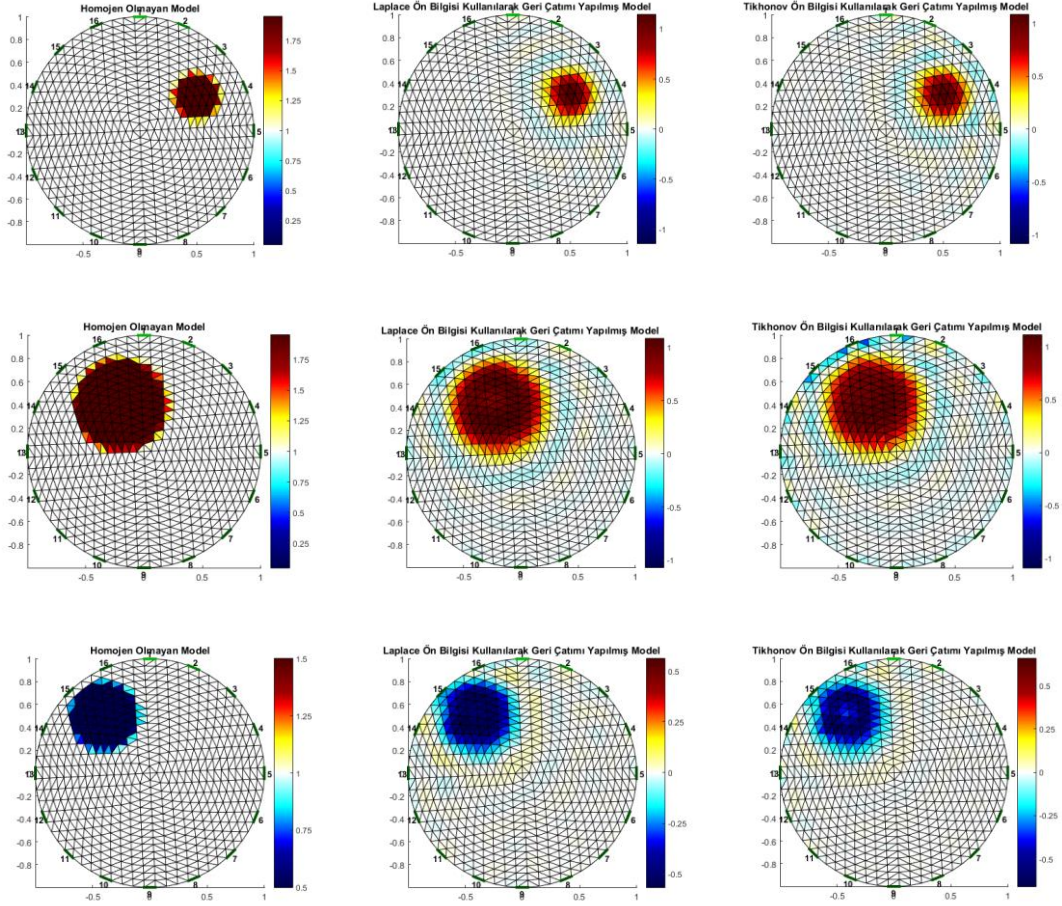
$$OKH = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i^* - y_i)^2 \quad (5.34)$$

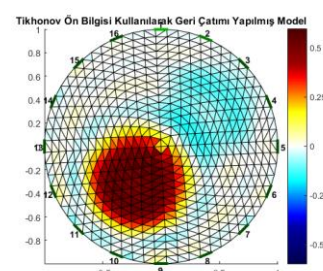
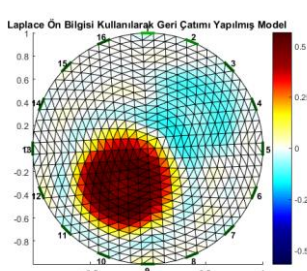
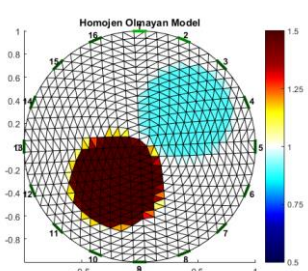
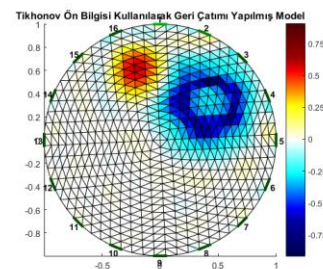
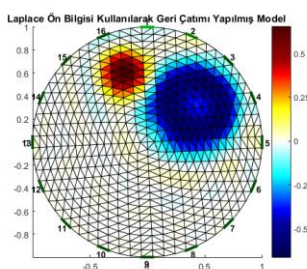
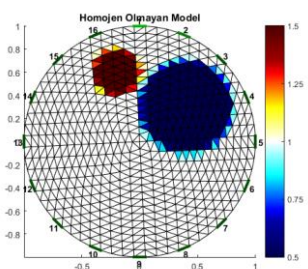
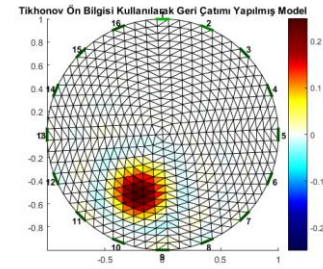
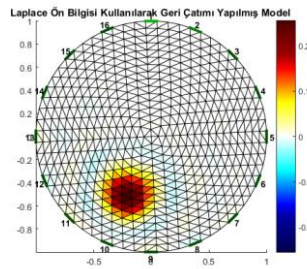
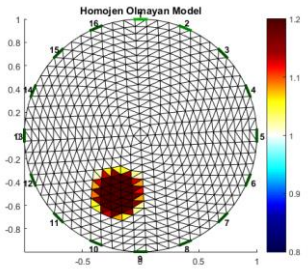
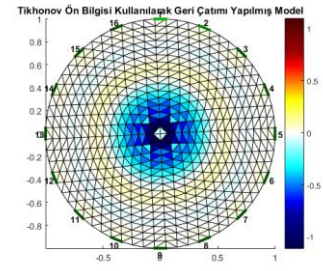
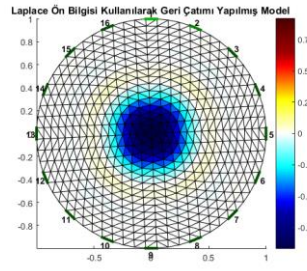
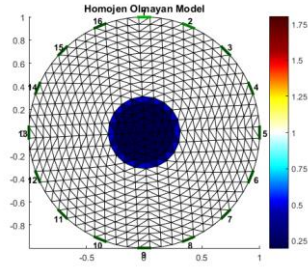
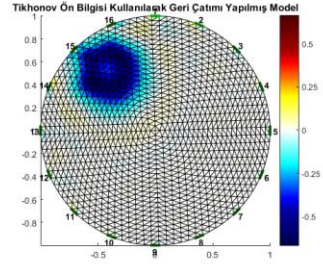
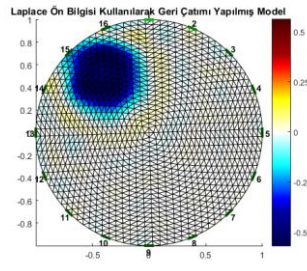
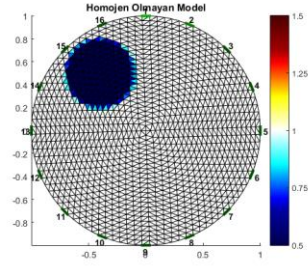
Ortalama kare hata (OKH) denklem (5.34)'deki gibi geriçatımı yapılmış görüntüdeki her üçgenin iletkenlik değeri ile özdeş olmayan yani geriçatımı yapılması istenen gerçek geometrideki her üçgenin iletkenlik değerleri arasındaki farkın karesi ile hesaplanır. Denklem (5.34)'deki n değeri üçgen sayısını ifade ederken, y_i gerçek geometrideki her üçgenin iletkenlik değerini ifade eder. y_i^* ise geriçatılmış görüntüdeki her üçgenin iletkenlik değerini ifade etmektedir. Geometrinin iletkenlik dağılımının OKH'ı hesaplandığında bütün üçgenlerin hataya katkı sağlamadığı görülmüştür.

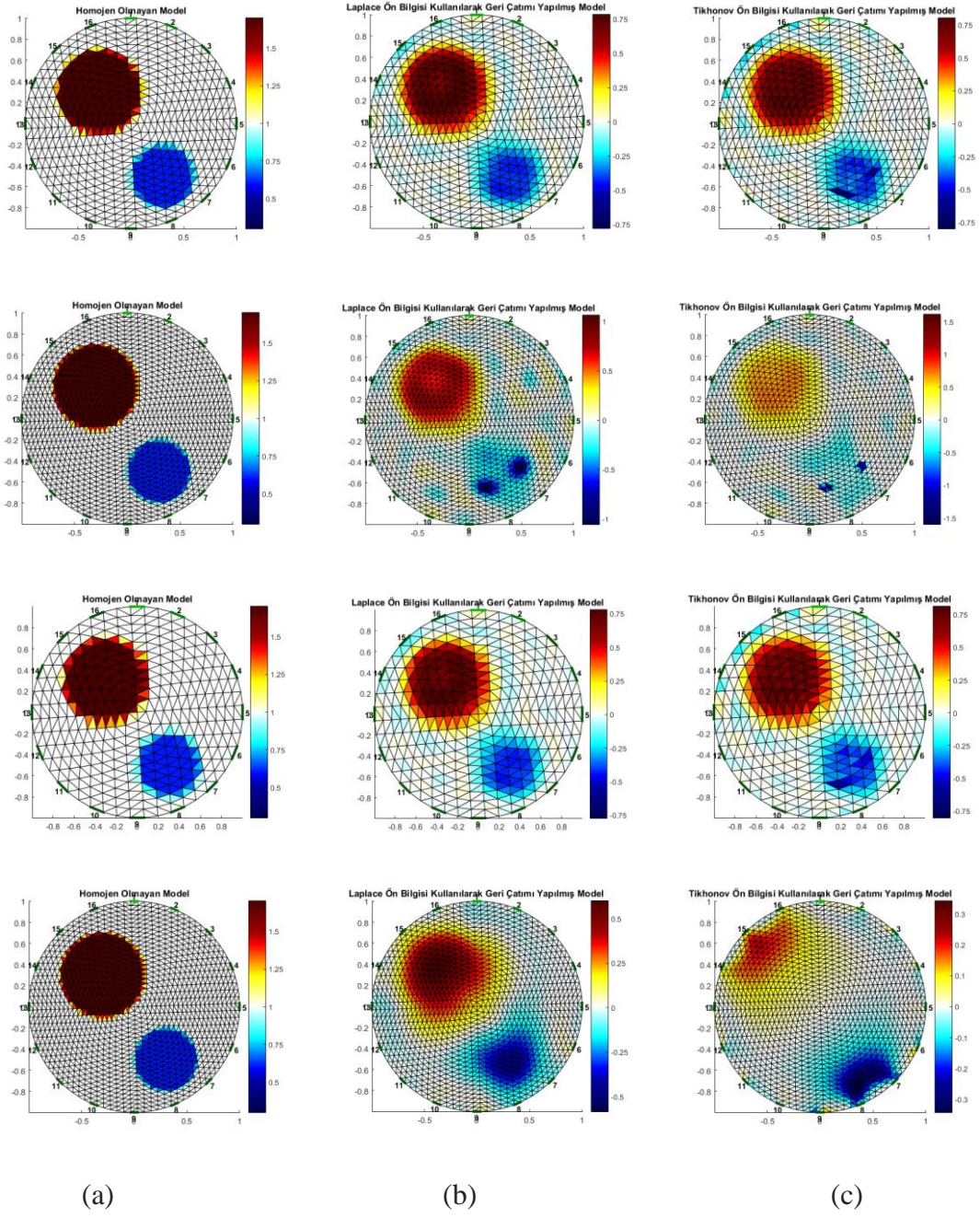
Bağıl hata (BH) ise özdeş olmayan geriçatılmış görüntüdeki her üçgenin iletkenlik değerinden gerçek geometrideki her üçgenin iletkenlik değerinin çıkartılıp, gerçek iletkenlik değerine normalize edilmiş halidir. Denklem (5.35)'deki gibidir ve g^* gerçek geometrideki her üçgenin iletkenlik değerini ifade ederken, g geriçatılmış geometrideki iletkenlik değerini ifade eder.

$$BH = \frac{\|g - g^*\|_2}{\|g^*\|_2} \quad (5.35)$$

Komşu ikili akım modelinin uygulandığı birim yarıçaplı daire geometrisinin içerisine iletkenliği 1'den büyük ve küçük olan farklı büyüklükte yapılar eklenmiştir. Bu yapıların elektrotlara yakınlığı, büyüklüğü, dairenin merkezindeki farklı farklı durumlar için Laplace ve Tikhonov ön bilgileri kullanılarak geriçatımı elde edilmeye çalışılmıştır. Daire geometrisinin içerisinde iletkenliği farklı iki yapının var olduğu durum için de geriçatım görüntüleri elde edilmiştir. Laplace ön bilgisi ve Tikhonov ön bilgisi kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüleri karşılaştırılmıştır.







Şekil 5.2. Daire Geometrisinde Farklı Bölgelerdeki Yapıların Geriçatımı (a)- Özdeş olmayan daire geometrisi (b)- Laplace ön bilgisi kullanarak Gauss-Newton algoritması ile geriçatımı (c)- Tikhonov ön bilgisi kullanılarak Gauss-Newton algoritması ile geriçatımı

1024 üçgen ve 545 düğümünden oluşan daire geometrisi için farklı bölgelerde geriçatım görüntüsü elde edilmiş geometrilerin hata tablosu Tablo 5.1 ve Tablo 5.2'deki gibidir. Her satır Şekil 5.2'deki yapıların hata değerini ifade eder. Tablodan da görüldüğü üzere

Laplace ön bilgisi kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüleri merkezdeki iletkenliği farklı olan yapıyı ve düşük iletkenlik değerine sahip herhangi bir yapının konumu ve iletkenlik değerini bulmakta Tikhonov ön bilgisi kullanılarak yapılan geriçatım görüntülerinden daha başarılıdır. Her iki yöntem de iletkenlik değeri yüksek olan yapıları daha az hata ile bulmaktadır. Geometri içerisinde birden fazla yapı olduğunda ve bu yapılar birbirine yakın olduğu zaman geriçatım görüntüsünü elde etmek zorlaşmaktadır. Buradaki hatayı düzenleme parametresini yeniden belirleyerek düzeltebiliriz. Geometrinin çözünürlüğü artırıldığında ve geri kalan parametreler değiştirilmediğinde sonuç 13. satırdaki gibi geometrinin iletkenliği farklı olan yapıyı bulmak daha da zorlaşmış ve hatalı bulunmuştur. Bu artırılmış çözünürlükteki geometrinin geriçatımındaki düzenleme parametresi arttırılırsa 15. satırdaki gibi yapıların konumu ve iletkenlik değerleri daha iyi bulunmuştur. 14. satırdaki gibi geometrinin çözünürlüğü azaltıldığında ise geometri içerisindeki yapının konumu ve iletkenliği daha doğru bulunmuştur. Ayrıca her iki ön bilgi kullanılarak elde edilen görüntülerde 1'in hemen altında sayılabilecek iletkenlik değerinin olduğu geometrilerde ikinci bir iletkenliği 1'den epey büyük bir yapı olduğunda iletkenliği düşük olan yapıyı bulmakta her iki yöntem de zorlanmıştır. Laplace ön bilgisi kullanılarak elde edilen görüntüler daha iyi sonuç verdiği için sonraki bölümdeki geriçatım için kullanılacak sinir ağı modeli ile Laplace ön bilgisi kullanılan Gauss-Newton algoritması karşılaştırılacaktır.

Tablo 5.1. Gauss-Newton yönteminin Laplace ön bilgisi kullanılarak elde edilen geriçatım görüntülerinin hata değerleri

| x ve y noktaları | r | İletkenlik | Orta Değer | Standart sapma | Maksimum Değer | Minumum Değer | Bağlı Hata |
|-------------------------|----------|-------------------|-------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|-------------------|
| (0.5,0.3) | 0.2 | 1.95 | 1,0056 | 0,0079 | 1.0114 | 0.9488 | 0,9524 |
| (-0.2,0.4) | 0.4 | 1.95 | 1,0183 | 0,0419 | 1.0765 | 0.5208 | 0,8407 |
| (-0.4,0.5) | 0.3 | 0.5 | 1,0041 | 0,0067 | 1.0128 | 0.9661 | 1,0384 |
| (-0.6,0.1) | 0.3 | 0.9 | 1,0003 | 0,0012 | 1.0027 | 0.9930 | 1,0088 |
| (0,0) | 0.3 | 0.2 | 1,0029 | 0,0962 | 1.4481 | 0.9044 | 1,0928 |
| (-0.2,-0.5) | 0.2 | 1.2 | 1,0001 | 0,0006 | 1.0025 | 0.9972 | 0,9914 |
| (0.4,0.3) | 0.4 | 0.5 | 1,0058 | 0,0162 | 1.1717 | 1.0031 | 1,0416 |
| (-0.2,0.6) | 0.2 | 1.5 | | | | | |

| | | | | | | | |
|-------------|-----|-----|--------|--------|--------|--------|--------|
| (0.4,0.3) | 0.4 | 0.9 | 1,0175 | 0,0527 | 1.6436 | 1.0174 | 0,8572 |
| (-0.2,-0.3) | 0.4 | 1.9 | | | | | |
| (0.3,-0.5) | 0.3 | 0.6 | 1,0128 | 0,0323 | 1.0527 | 0.6120 | 0,9036 |
| (-0.3,0.3) | 0.4 | 1.7 | | | | | |
| (0.3,-0.5) | 0.3 | 0.6 | 1,0408 | 0,0504 | 1.0824 | 0.4210 | 0,9156 |
| (-0.3,0.3) | 0.4 | 1.7 | | | | | |
| (0.3,-0.5) | 0.3 | 0.6 | 1,0092 | 0,0306 | 1.0468 | 0.6720 | 0,9033 |
| (-0.3,0.3) | 0.4 | 1.7 | | | | | |
| (0.3,-0.5) | 0.3 | 0.6 | 1,0254 | 0,0344 | 1.1080 | 0.5659 | 0,9088 |
| (-0.3,0.3) | 0.4 | 1.7 | | | | | |

Tablo 5.2. Gauss-Newton yönteminin Tikhonov ön bilgisi kullanılarak elde edilen geriçatım görüntülerinin hata değerleri

| x ve y noktaları | r | İletkenlik | Orta Değer | Standart sapma | Maksimum Değer | Minumum Değer | Bağlı Hata |
|------------------|-----|------------|------------|----------------|----------------|---------------|------------|
| (0.5,0.3) | 0.2 | 1.95 | 1,0080 | 0,0061 | 1.0139 | 0.9686 | 0,9535 |
| (-0.2,0.4) | 0.4 | 1.95 | 1,0343 | 0,0376 | 1.0896 | 0.6332 | 0,8473 |
| (-0.4,0.5) | 0.3 | 0.5 | 1,0031 | 0,0062 | 1.0124 | 0.9679 | 1,0378 |
| (-0.6,0.1) | 0.3 | 0.9 | 1,0002 | 0,0012 | 1.0029 | 0.9931 | 1,0088 |
| (0,0) | 0.3 | 0.2 | 0,9975 | 0,1118 | 1.4157 | 0.2257 | 1,0898 |
| (-0.2,-0.5) | 0.2 | 1.2 | 1,0001 | 0,0009 | 1.0046 | 0.9971 | 0,9915 |
| (0.4,0.3) | 0.4 | 0.5 | 1,0065 | 0,0161 | 1.1452 | 0.9921 | 1,0419 |
| (-0.2,0.6) | 0.2 | 1.5 | | | | | |
| (0.4,0.3) | 0.4 | 0.9 | 1,0289 | 0,0946 | 1.1958 | 1.0245 | 0,8619 |
| (-0.2,-0.3) | 0.4 | 1.9 | | | | | |
| (0.3,-0.5) | 0.3 | 0.6 | 1,0196 | 0,0240 | 1.0625 | 0.7562 | 0,9066 |
| (-0.3,0.3) | 0.4 | 1.7 | | | | | |
| (0.3,-0.5) | 0.3 | 0.6 | 1,0200 | 0,0312 | 1.0801 | 0.6683 | 0,9064 |
| (-0.3,0.3) | 0.4 | 1.7 | | | | | |
| (0.3,-0.5) | 0.3 | 0.6 | 1,0138 | 0,0202 | 1.0599 | 0.8113 | 0,9054 |
| (-0.3,0.3) | 0.4 | 1.7 | | | | | |
| (0.3,-0.5) | 0.3 | 0.6 | 1,0613 | 0,0502 | 1.2305 | 0.7676 | 0,9246 |
| (-0.3,0.3) | 0.4 | 1.7 | | | | | |

Hata değerlerinin 1'in etrafında çıkma sebebi EIDORS'un fark görüntüleme yöntemini kullanıyor olmasıdır. Bu da iletkenlik değerleri arasındaki farka göre işlem yapıyor demektir.

Tikhonov ön bilgisi kullanılarak elde edilen görüntüde iletkenliği farklı olan yapının iletkenlik değerini ve yapının büyüklüğünü geri izdüşüm yöntemine kıyasla daha iyi sonuç verdiği önceki çalışmalarda gösterilmiştir. Geriçatım yöntemlerinden biri olan geri izdüşüm ile elde edilen görüntüdeki özdeş olmayan kısmın konumu doğru bulunur. NOSER ön bilgisi kullanıldığında ise iletkenliği doğru bulamamakla birlikte, konumunu da daha geniş yarıçapa sahip olacak şekilde bulunur. Laplace ön bilgisinin eklenmesi ile diğer ön bilgiler kullanılarak elde edilen sonuçlara göre yapının sınırlarını daha keskin bulduğu görülmüştür. Tikhonov ön bilgisi ile yapının yarıçapı daha küçük olarak elde edilirken NOSER ön bilgisi kullanıldığında iletkenliği farklı olan yapının yarıçapı daha büyük olarak elde edilmiştir. Tam Varyasyon yönteminin görüntü geriçatımında da başarılı bir yöntem olduğu gösterilmiştir [24].

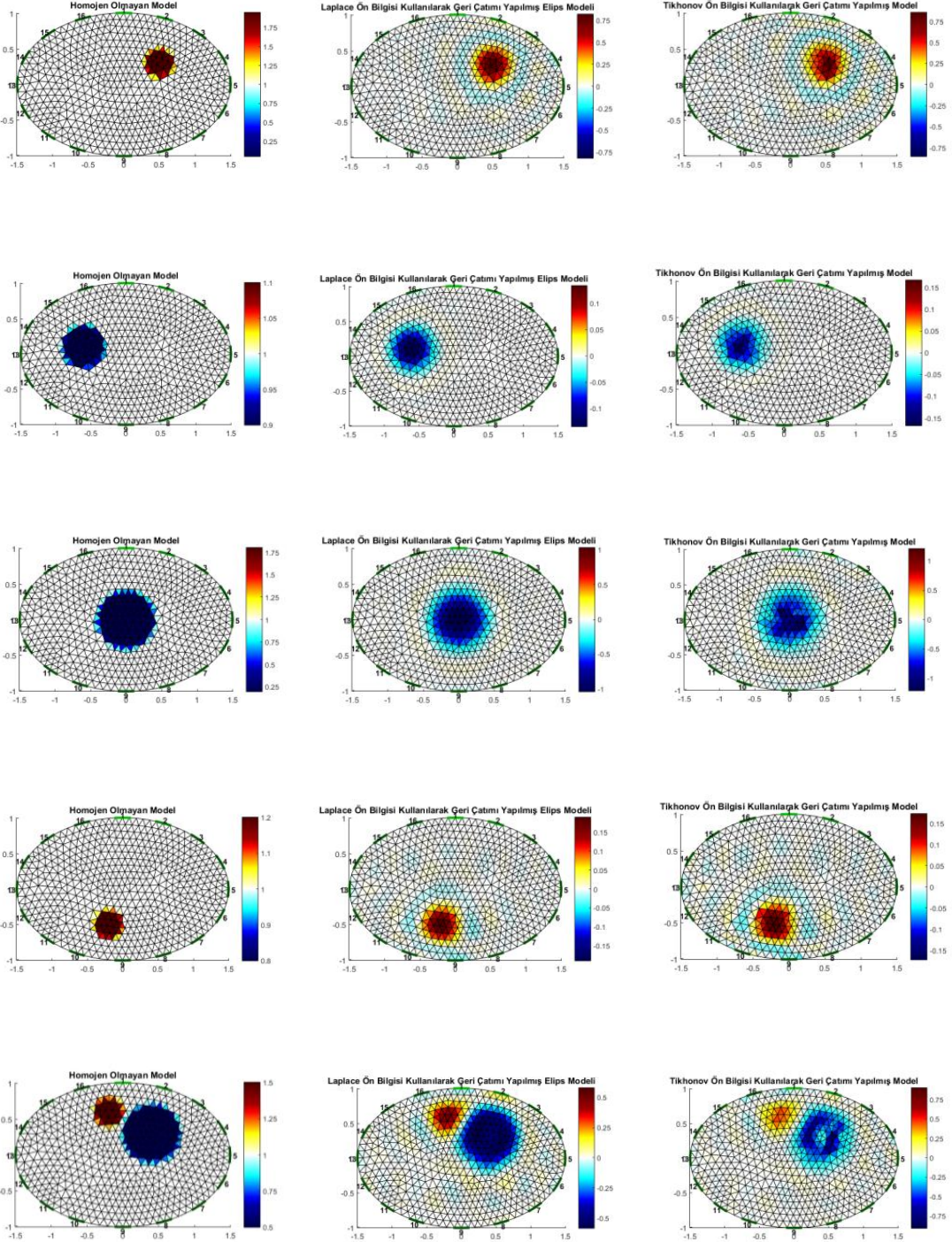
5.7.2. Elips Geometrisi için Geriçatım Sonuçları

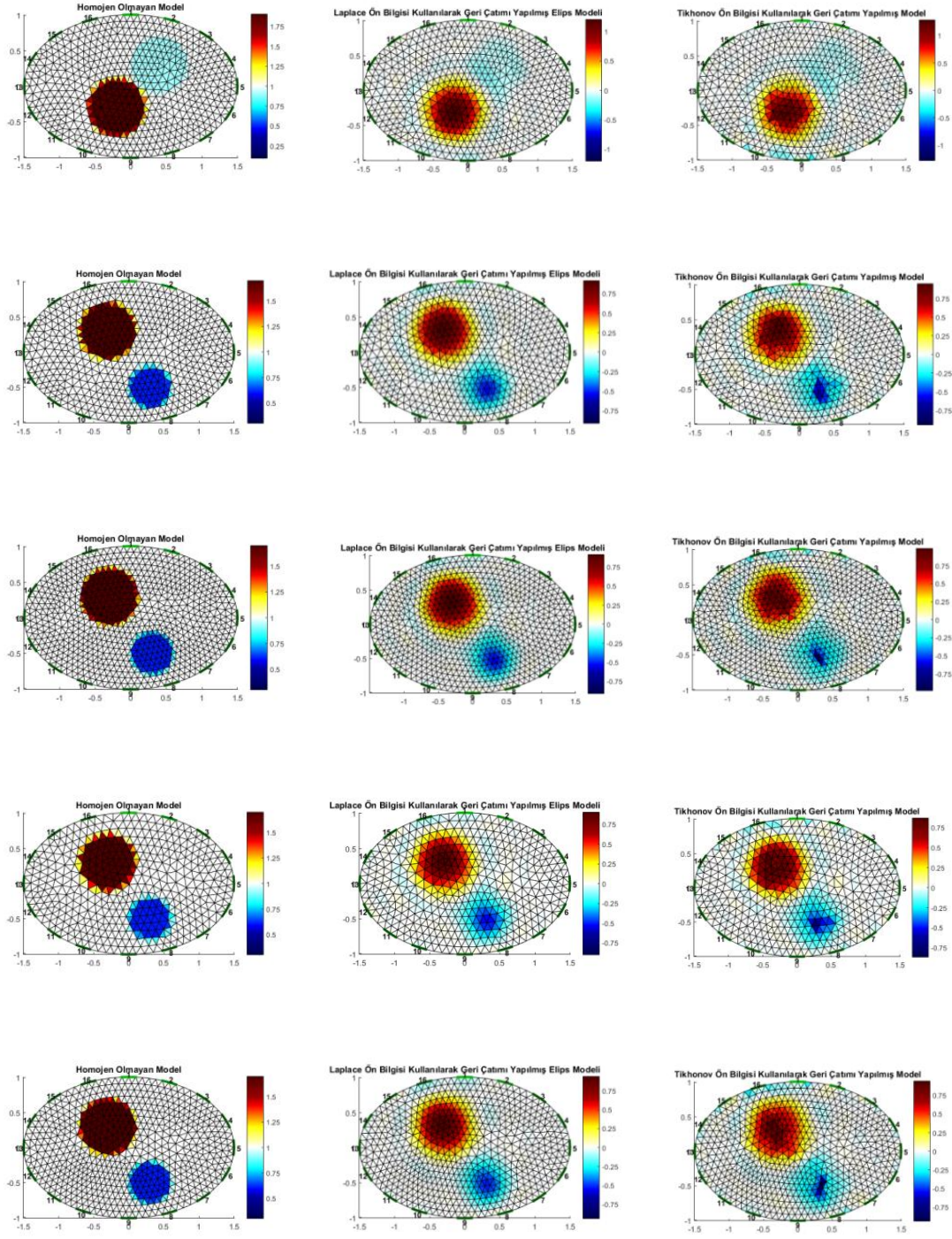
Bazı uygulamalarda eliptik geometrinin vücutta ilgili kesitlere daha yakın olması nedeni ile dairesel geometri yerine eliptik geometri kullanılmıştır [16]. Aynı zamanda elips geometrisi kullanılarak, ayırt edilecek özdeş olmayan yapının büyüklüğünün daha doğru tahmini geliştirilmiştir [39].

Geriçatımı yapılması istenilen geometrinin bütün bölgelerinde sonucu görecekte şekilde iletkenliği farklı yapı eklenmiştir. İletkenliği farklı yapının yarıçapı 0.2, 0.3 ve 0.4 gibi farklı büyüklüklerde, iletkenlik değeri özdeş geometrinin iletkenlik değerinden büyük ve küçük değerler için geriçatım görüntüleri elde edilmeye çalışılmıştır. İletkenliği farklı yapının dairenin merkezinde olduğu yani elektrotlardan en uzak konumdaki durumu için geriçatım görüntüsü elde edilmeye çalışılmıştır. En fazla iki farklı iletkenliğe sahip yapıların olduğu geometrilerin geriçatım görüntüleri elde edilmeye çalışılmıştır.

Büyük yarıçapı 1.5 ve küçük yarıçapı 1 olan elips geometrisinin farklı bölgelerindeki iletkenliği farklı olan yapının geriçatım ile konumu ve iletkenlik değeri bulunmaya çalışılmıştır. Geometri içerisinde birden fazla iletkenliği farklı olan yapı da eklenmiş ve

geriçatımı yapılmıştır. Geriçatımı yapılmış görüntünün ortalama kare hata ve bağıl hata değerleri hesaplanmıştır. Şekil 5.3’de geriçatımı istenilen geometri ve geriçatım görüntüleri verilmiştir.





(a)

(b)

(c)

Şekil 5.3. Elips Geometrisinde Farklı Bölgelerdeki Yapıların GeriÇatımı (a)- Özdeş olmayan elips geometri (b)- Laplace ön bilgisi kullanarak Gauss-Newton algoritması ile geriçatımı (c)- Tikhonov ön bilgisi kullanılarak Gauss-Newton algoritması ile geriçatımı

Tablo 5.3 ve Tablo 5.4'te Şekil 5.3'teki geometrilerin Laplace ve Tikhonov ön bilgisi kullanılarak elde edilen geriçatım görüntülerindeki hata değerleri hesaplanmıştır.

Tablo 5.3. Gauss-Newton yönteminin Laplace ön bilgisi kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüsünün hata değerleri

| x ve y noktaları | r | İletkenlik | Orta Değer | Standart sapma | Maksimum Değer | Minumum Değer | Bağlı Hata |
|------------------|-----|------------|------------|----------------|----------------|---------------|------------|
| (0.5,0.3) | 0.2 | 1.95 | 1,0190 | 0,0085 | 1,0426 | 0,9876 | 0,8568 |
| (-0.6,0.1) | 0.3 | 0.9 | 1,0000 | 0,0014 | 1,0089 | 0,9972 | 1,0182 |
| (0,0) | 0.4 | 0.2 | 1,0106 | 0,0134 | 1,0199 | 0,9702 | 1,1669 |
| (-0.2,-0.5) | 0.2 | 1.2 | 0,9998 | 0,0059 | 1,0009 | 0,9625 | 0,9730 |
| (0.4,0.3) | 0.4 | 0.5 | 1,0046 | 0,0043 | 1,0113 | 0,9846 | 1,0311 |
| (-0.2,0.6) | 0.2 | 1.5 | | | | | |
| (0.4,0.3) | 0.4 | 0.9 | 1,0151 | 0,0058 | 1,0307 | 0,97461 | 0,9063 |
| (-0.2,-0.3) | 0.4 | 1.9 | | | | | |
| (0.3,-0.5) | 0.3 | 0.6 | 1,0121 | 0,0056 | 1,0121 | 0,9717 | 0,9327 |
| (-0.3,0.3) | 0.4 | 1.7 | | | | | |
| (0.3,-0.5) | 0.3 | 0.6 | 1,0129 | 0,0054 | 1,0131 | 0,9707 | 0,9378 |
| (-0.3,0.3) | 0.4 | 1.7 | | | | | |
| (0.3,-0.5) | 0.3 | 0.6 | 1,0074 | 0,0045 | 1,0110 | 0,9772 | 0,9332 |
| (-0.3,0.3) | 0.4 | 1.7 | | | | | |
| (0.3,-0.5) | 0.3 | 0.6 | 1,0127 | 0,0059 | 1,0399 | 0,9975 | 0,9377 |
| (-0.3,0.3) | 0.4 | 1.7 | | | | | |

Tablo 5.4. Gauss-Newton yönteminin Tikhonov ön bilgisi kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüsünün hata değerleri

| x ve y noktaları | r | İletkenlik | Orta Değer | Standart sapma | Maksimum Değer | Minumum Değer | Bağlı Hata |
|------------------|-----|------------|------------|----------------|----------------|---------------|------------|
| (0.5,0.3) | 0.2 | 1.95 | 1,0357 | 0,0175 | 1,1601 | 0,9839 | 0,8637 |
| (-0.6,0.1) | 0.3 | 0.9 | 0,9997 | 0,0016 | 1,0138 | 0,9992 | 1,0181 |
| (0,0) | 0.4 | 0.2 | 0,9538 | 0,0173 | 1,1394 | 0,9702 | 1,1337 |
| (-0.2,-0.5) | 0.2 | 1.2 | 1,0011 | 0,0049 | 1,0083 | 0,9729 | 0,9737 |
| (0.4,0.3) | 0.4 | 0.5 | 1,0024 | 0,0039 | 1,0271 | 0,9778 | 1,0299 |
| (-0.2,0.6) | 0.2 | 1.5 | | | | | |
| (0.4,0.3) | 0.4 | 0.9 | 1,0222 | 0,0106 | 1,1679 | 0,9795 | 0,9095 |
| (-0.2,-0.3) | 0.4 | 1.9 | | | | | |
| (0.3,-0.5) | 0.3 | 0.6 | 1,0148 | 0,0053 | 1,0417 | 0,9684 | 0,9339 |
| (-0.3,0.3) | 0.4 | 1.7 | | | | | |

| | | | | | | | |
|--------------------------|------------|------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| (0.3,-0.5) (-0.3,0.3) | 0.3 0.4 | 0.6 1.7 | 1,0176 | 0,0076 | 1,0971 | 0,9698 | 0,9400 |
| (0.3,-0.5) (-0.3,0.3) | 0.3 0.4 | 0.6 1.7 | 1,0087 | 0,0038 | 1,0319 | 0,9849 | 0,9338 |
| (0.3,-0.5) (-0.3,0.3) | 0.3 0.4 | 0.6 1.7 | 1.0171 | 0,0129 | 1,1622 | 0,9984 | 0,9398 |

1059 üçgen ve 570 düğümden oluşan elips geometrisi için farklı bölgelerde geriçatım görüntüsü elde edilmiştir. Tablo 5.3 ve Tablo 5.4'teki her satır Şekil 5.3'deki yapıların hata değerini ifade eder. Tablodan da görüldüğü üzere Laplace ön bilgisi kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüleri merkezdeki iletkenliği farklı olan yapıyı ve düşük iletkenlik değerine sahip yapının konumu ve iletkenlik değerini bulmakta Tikhonov ön bilgisi kullanılarak yapılan geriçatım görüntülerinden daha başarılıdır. Her iki yöntem de iletkenlik değeri yüksek olan yapıları daha az hata ile bulmaktadır. Geometri içerisinde birden fazla yapı olduğunda ve bu yapılar birbirine yakın olduğu zaman geriçatım görüntüsünü elde etmek zorlaşmaktadır. Bu hataları düzenleme parametresini yeniden belirleyerek düzeltebiliriz. Geometrinin çözünürlüğü artırıldığında ve geri kalan parametreler değiştirilmediğinde sonuç 13. satırdaki gibi geometrideki iletkenliği farklı yapıyı bulmak daha da zorlaşmış ve hatalı bulunmuştur. Bu artırılmış çözünürlükteki geometrinin geriçatımındaki düzenleme parametresi arttırılırsa 15. satırdaki gibi yapıların konumu ve iletkenlik değerleri daha iyi bulunmuştur. 14. satırdaki gibi geometrinin çözünürlüğü azaltıldığında ise geometri içerisindeki yapının konumu ve iletkenliği daha doğru bulunmuştur. Tablo 5.1 ve Tablo 5.3'de görüldüğü gibi elips geometrisinin geriçatımı daire geometrisine göre daha doğru sonuçlar vermiştir.

Geriçatım sonucu elde edilen görüntünün çözünürlüğü, ölçümlerdeki gürültüye, üretilen ağ sayısına, ne kadar çok yüzeyden gerilim ölçümü alınabildiğine ve geriçatım algoritmasına bağlı olarak değişir [36].

Sinir ağları ile yapılan çözümde geri problemin kötü koşullu ve doğrusal olmaması yüzünden zorlaşan matris işlemlerinin yapılmasına gerek yoktur. Bu sebeple sinir ağları çözümü kullanılabilir. Sinir ağları problemin kötü koşullu olmasından şöyle etkilenir. Öncelikle eğitim örüntülerine tepki vermeyi öğrenir. Daha sonra diğer örüntülere tepki

verir ve hiçbir zaman sıfır hata ile çıktılar üretmez. Önemli olan hatayı düşürmektir [47].

6. YAPAY SİNİR AĞLARI İLE GERİÇATIM

6.1. Genel Bakış

Önceki bölümde daire ve elips geometrisi için ileri ve geri problem çözümü yapılmıştır. Geri problemi çözerken geriçatım algoritmalarından Gauss-Newton algoritması kullanılmıştır. Bu bölümde EET'nin geri problemi sinir ağı modelleri kullanılarak çözülecektir. Yüzeydeki gerilim değerleri ile geometrinin iletkenlik dağılımı arasındaki ilişki geometri çevresindeki elektrotlardan elde edilen gerilim değerlerinin giriş olduğu çıkışın ise SEY ile belirlenen her üçgenin iletkenlik değerinin olduğu bir yapı ile tanımlanabilir ve sinir ağı yapısı ile modellenir. Tezde bu yapı çok katmanlı ileri beslemeli sinir ağı ve radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı ile modellenmektedir.

6.2. Yapay Sinir Ağları

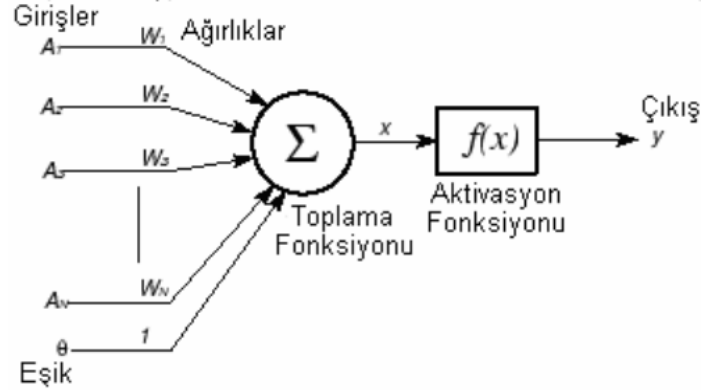
Yapay sinir ağları, herhangi bir işlevi yerine getirmek için modellenen bir sistemdir. Bu sistem katmanlardan oluşur. Eğitim işleminden sonra beyin gibi yapay sinir ağları (YSA) da öğrenmeden sonra bilgiyi saklama ve genelleme yeteneğine sahip paralel dağıtık bir işlemcidir [48].

YSA teknolojisinin gelişmesiyle mühendislik alanında çokça kullanılmaya başlanmıştır. Sinir ağı modelleri öğrenme ve tepki verme gibi özellikleri kullanmak için geliştirilmiştir. Sınıflandırma, tahmin etme, model tanıma gibi konularda başarılı sonuçlar vermektedir.

Sinir ağları insan sinir sisteminden ilham alınarak oluşturulan birimlerden oluşmaktadır [49]. Bir sinir ağının işlevini, bu birimler arasındaki bağlar belirlemektedir. Belirli bir işlevi yerine getirebilmek için gerekli olan bilgileri bir öğrenme süreci ile elde edilir. Bu bilgiler birimler arasındaki bağları temsil eden sinaptik ağırlıklarla hafızada tutulur.

Gerçek sinir hücrelerindeki gibi YSA'lar da girdileri aldıkları ve bu girdileri işledikleri ve çıktılar ürettikleri bölümlerden oluşur. Şekil 6.1'de gösterildiği gibi sinir ağları en basit işlem birimi olan nöronlardan oluşur. Nöronlar birbirlerine ağırlıklar ile bağlanır.

Bu ağırlıklar o nörondaki bilginin ne kadar önemli olduğunu ifade eder. Ağırlık değeri büyük olan nöronun çıktıya katkısı da fazladır. Ağırlıklar tek başına bir anlam ifade etmez ve eğitim sırasında güncellenir. Bilgi tüm ağ yapısında tutulur. Bilgiyi ifade eden en iyi ağırlık değerlerinin bulunmasına ağırlık öğrenmesi denir.



Şekil 6.1. Yapay sinir ağı hücresi [50]

Şekil 6.1’de de görüldüğü gibi yapay sinir hücresi beş kısımdan oluşur. Girdiler, ağırlıklar, toplama fonksiyonu, eşik değeri ve aktivasyon fonksiyonundan oluşur. Denklem (6.1)’de ifade edildiği gibi A_N ile ifade edilen sinir ağı girdileri ağırlık değerleri ile çarpılıp toplama fonksiyonuna girer. Denklem (6.1)’deki b Şekil 6.1’deki eşik değerini ifade eder.

$$x = \sum_{i=1}^N w_i * A_i + b \quad (6.1)$$

Denklem (6.1)’in belirlenen x değeri aktivasyon fonksiyonuna girdi olarak verilir ve denklem (6.2)’deki gibi aktivasyon fonksiyonuna göre çıktı üretilir. Aktivasyon fonksiyonu doğrusal ya da doğrusal olmayan türevlenebilir bir fonksiyon olmalıdır.

$$y = f\left(\sum_{i=1}^N w_i * A_i + b\right) \quad (6.2)$$

YSA ilk olarak tek katmanlı algılayıcılar ile başlamıştır. Bu algılayıcıda problem x ve y ekseninde bir doğru ile sınıflara ayrılabilen problem çözülmüştür. Her girdinin denklem (6.2)'deki gibi eşik değerinden küçük ve büyük olmasına göre sınıfı belirlenir. Öğrenme sırasında hem ağırlıklar hem de eşik değeri değiştirilir [51]. Tek katmanlı sinir ağları doğrusal fonksiyonları çözebilir.

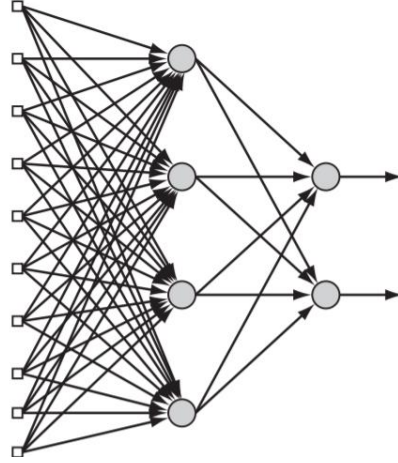
YSA'lar yapılarına, öğrenme algoritmalarına ve öğrenme zamanlarına göre üçe ayrılır. Yapılarına göre ileri beslemeli ve geri beslemeli olarak ayrılır. İleri beslemeli sinir ağı nöronlar arasındaki bağlantı hep ileriye doğrudur. Bir katmandaki nöronlar buldukların katmandan sonraki katmana verileri aktarır. Bilgi akışı hep ileriye doğrudur. Çok katmanlı ileri beslemeli sinir ağlarında ise birden fazla saklı katman bulunur. Saklı katmandaki nöronlar türevlenebilir aktivasyon fonksiyonuna sahip olmalıdır. Geri beslemeli sinir ağı modelinde ise bilgi akışı hem ileri hem de geriye doğrudur. Bir nöron bir sonraki katmana bilgiyi iletirken aynı zamanda bir önceki katmana ya da kendisi ile aynı katmandaki başka bir nörona bilgiyi iletir. Öğrenme algoritmalarına göre sinir ağı modelleri danışmanlı, danışmansız ve destekleyici olarak üçe ayrılır. Danışmalı öğrenme de YSA'ya verilen her giriş değerlerinin bir çıkış değeri verilerek eğitilir. Ağ istenilen çıktıyı üretmesi için eğitim sırasında ağırlıkları günceller. Danışmansız öğrenme de ağa sadece giriş değerleri verilir. YSA burada birbirine benzeyen çıkışları gruplayarak işlem yapar. Destekleyici öğrenme de giriş verileri ve bu verilerle elde edilen çıkışa puan verilir. Ağ ağırlıkları en yüksek puanı alacak şekilde düzenler. Öğrenme zamanlarına göre ise statik ve dinamik olmak üzere ikiye ayrılır. Statik yapıda YSA eğitim verileri ile eğitilir ve ağ yapısı kaydedilir. Ağ bu şekilde aynı yapı ile çalışır ve kullanılırken herhangi bir değişikliğe uğramaz. Dinamik yapıdaki ağ kullanılırken de kendini düzenler. Bu şekildeki ağlarla sürekli öğrenen bir sinir ağı yapısı kurulur [52].

6.3. Çok Katmanlı Yapay Sinir Ağı

YSA'lar genellikle girdi katmanı, saklı katman ve çıkış katmanından oluşur. Tek ya da çok katmanlı yapıya sahip olabilir. Çok katmanlı YSA modelleri ise bir veya daha fazla saklı katmandan oluşur ve doğrusal olmayan fonksiyonları çözmeye başarılıdır. Yapıdaki saklı katman sayısı için genel bir formül yoktur, genellikle deneme yanılma yoluyla bulunur. Saklı katman sayısının fazla olması hesaplama sürecini uzatır. Ağdaki düğüm sayısının fazla olması sinir ağının ezberlemesine sebep olur ve genelleme yaparken hatalar ortaya çıkar.

Girdi katmanına oluşturulan ağ yapısının öğrenmesi istenen veriler verilir. Girdi katmanı, dış dünyadaki bilgilerin kullanıldığı katmandır ve nöron sayısı girdi sayısı kadardır. Her nöron bir girdiye aittir ve girdiler saklı katmana iletilir. Saklı katman ise girdi katmanından gelen bilgileri işleyerek çıktı katmanına iletir. Bu katmanda bilgi işlenir. Ağ yapısında birden fazla saklı katman var ise onlardaki nöron sayıları aynı olmak zorunda değildir. Çıktı katmanı saklı katmandan gelen işlenmiş bilgiyi işleyip dış dünyaya gönderir. Çok katmanlı yapı problem çözümlerinde çoğunlukla kullanılır.

Çok katmanlı ileri beslemeli sinir ağlarında Şekil 6.2'de olduğu gibi bir ya da birden fazla saklı katman kullanılır. Bilgi akışı ileriye doğrudur. Bir katmandaki nöronların her biri bir sonraki katmandaki nöronların hepsine gitmesi gerekir. Saklı katmandaki nöronların türevlenebilir aktivasyon fonksiyonuna sahip olmalıdır. Saklı katmanlar ile ağ daha karmaşık problemleri çözebilir. Bu ağ yapısına sahip modellerde genellikle geri yayılım algoritması kullanılır.



Şekil 6.2. Çok katmanlı ileri beslemeli sinir ağı [49]

YSA tasarımı yapılırken ağıdaki katman sayısı, her katmandaki nöron sayısı, aktivasyon fonksiyonu ve öğrenme algoritması belirlenmelidir.

Ağın eğitim sürecinin ne zaman biteceğinin belirlenmesinde de birçok yöntem vardır. İlk olarak belirli bir hata değerinden daha küçük oluncaya kadar eğitime devam etmektir. Diğer bir seçenek ise sabit bir eğitim sayısı seçilmesidir. Bu eğitim sayısına ulaşıncaya elde edilen hatayı kabul ederek sinir ağı eğitilir.

Öğrenme katsayısı YSA eğitimindeki önemli parametrelerdendir. Bu değer nöronlar arasındaki ağırlıkların hesaplanmasında etkilidir. Bu parametrenin değeri 1'den küçük ve pozitif olmalıdır. Eğer eğitim esnasında kullanılan örnekler gürültüden fazla etkileniyorsa bu parametre 0.1-0.2 arasında seçilmelidir. Girdilerimiz iyi ise bu değeri büyük tutulabilir böylece eğitim süresi de kısalmış olur.

YSA'larda büyük öğrenme oranı kullanılması genel minimum noktasının değerinin bulunmasına engel olur. YSA her yinelemede daha az hata değerinin olduğu noktaya ulaşmak isteyecektir. Bazen sistem hatalı noktaya erişebilir yani yerel minimum noktasına erişir ve genel minimum noktasını kaçar. Momentum öğrenme algoritmasını yerel minimumdan kaçacak şekilde tutmaya çalışır.

Önceki bölümlerde de açıklandığı gibi EET'deki ana problem geometrinin iletkenliğinin nasıl geriçatımının yapılacağıdır. İletkenlik ile yüzeydeki gerilim dağılımı ilk bölümde anlatıldığı gibi Laplace denkleminin dayanır. Geri problemi çözmek için birkaç yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemler problemi doğrusal ya da doğrusal olmadığını varsayarak çözer. Bunlar dışında doğrusal olmayan bu problemin yapay sinir ağları ile çözümü hesaplama ve yorumlama açısından oldukça kolaydır [53].

EET'de ileri problem ile yüzeydeki elektrotlardan elde edilen gerilim değerleri hesaplanmıştır. Çevresine elektrotlar yerleştirilen daire ve elips geometrisinin içerisindeki iletkenliği farklı olan yapıyı bulmaya çalışan sinir ağı yapısını kurmadan önce giriş ve çıkış sayılarına karar verilmelidir. İleri problem çözümü ile 16 elektrottan komşu ikili akım modeline göre sırayla akım uygulayarak toplamda 208 adet gerilim değeri elde edilmiştir. Dolayısıyla sinir ağının girdi sayısı 208 olmalıdır. Daire ya da elips içerisindeki iletkenliği farklı olan yapının iletkenlik değerini bulunması hedeflendiği için geometrideki üçgen sayısı kadar çıktı olmalıdır; çünkü her üçgenin iletkenliği sabittir. Sinir ağının çözmesini istediğimiz geriçatım problemini belirledikten sonra ağ yapısı kurulmalıdır. MATLAB Neural Network Toolbox kullanılarak ileri beslemeli sinir ağı yapısı kurulmuştur. Problemi çözmeden önce ağın problemi anlaması ve çıktı verebilmesi için eğitilmesi gerekir. Eğitim için öncelikle veri kümesi oluşturulmalıdır. İleri problem çözümü olan farklı konumlarda, farklı büyüklükte, farklı iletkenlik değerine sahip geometrilerin gerilim değerlerine karşılık her üçgende iletkenlik değerinin olduğu veri kümesi oluşturulur. Sinir ağı yapısındaki saklı katman sayısı bir tanedir. Saklı katmandaki nöron sayısı da eğitim sırasında en iyi sonucu verecek şekilde deneme yanılma yöntemi ile hesaplanmıştır. Öğrenme algoritması seçimi, öğrenme oranı ve yineleme sayısı seçimleri de ağın performansı açısından önemlidir. Öğrenme oranının çok büyük olması ağın hızını artırır fakat hatanın büyük olmasına sebep olur. Küçük olması ise eğitimin yavaş olmasına sebep olurken hatanın da az olmasını sağlar. Yineleme sayısının çok olması aynı girdilerin defalarca işlenmesi demektir. Bu da sistemi daha kararlı yapmaktadır. Öğrenme algoritması seçiminde ise problemin nasıl bir problem olduğuna göre seçim yapılmalıdır. Tezdeki problem tahmin problemi olduğu için Levenberg-Marquart algoritması kullanılmıştır. Bu algoritma diğer algoritmalara göre daha hızlı sonuç verirken hafızaya daha çok ihtiyaç duyar.

YSA'larda genellikle geri yayılım algoritması kullanılır. Geri yayılım algoritması birinci dereceden türev bilgisi gerektirir. Bu algoritma düşük eğitim verimi ve kötü yakınsama hızı gibi dezavantajları vardır. Levenberg-Marquardt (LM) algoritması ise ikinci dereceden türev gerektirir ve öğrenme hızını artırır. Newton algoritmasının hızını ve dik-iniş yönteminin kararlılığını birleştiren LM algoritması genellikle problemleri çözmede yaygın olarak kullanılır.

LM algoritması doğrusal olmayan probleme nümerik sonuçlar sağlayan bir algoritmadır. Geri yayılım algoritmasına göre daha hızlı ve kararlıdır. Geri yayılım algoritmasının hızını arttırmak için çeşitli yöntemler geliştirilmektedir. LM algoritması az ve orta büyüklükteki problem için uygundur [54].

LM algoritması en küçük kareler hesaplama yöntemidir. Bu algoritma Gauss-Newton ve dik-iniş algoritmalarının özelliklerinden oluşur. Bu yöntem ile eğitilen sinir ağı hızlıca yakınsar. Gauss-Newton algoritmasının karışımı olan LM algoritması eniyileme problemlerinde dik-iniş algoritmasına göre daha etkindir [55].

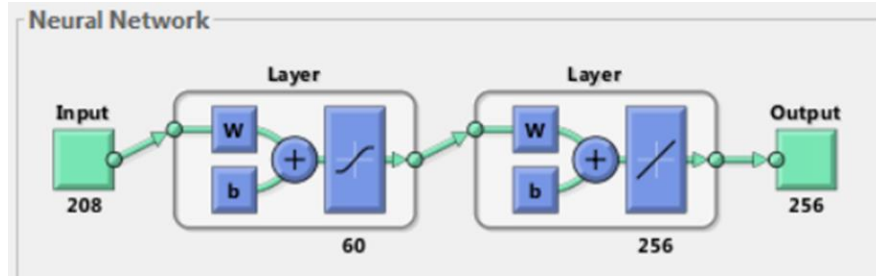
6.4. Sinir Ağları ile Geriçatım için Yapılan Çalışmalar

Bu bölümde daire ve elips geometrisinin geriçatım görüntüsünü elde etmek için sinir ağı yapısı kullanılmıştır. Öncelikle sinir ağındaki saklı katman üzerine çalışılmıştır. Genellikle iki saklı katmandan oluşan sinir ağı yapısı kullanılır ama bu tezde radyal tabanlı fonksiyon kullanılan sinir ağı yapısı bir saklı katmandan oluştuğu için tek katmanlı yapı kullanılmıştır. Komşu ikili akım modeli ile yüzeyde 208 farklı gerilim değeri elde edildiği için sinir ağı yapımızın girdileri bu gerilim değerlerinden oluşmaktadır. Çıktı olarak ise geometrinin SEY ile ayrıldığı üçgen sayısı kadar iletkenlik değeri olması gerekir. Çok katmanlı ve radyal tabanlı fonksiyon içeren sinir ağı yapısı ile geriçatım görüntüleri elde edilmiştir.

6.4.1. Çok Katmanlı Algılayıcıların Çözümlemesi

İlk olarak bu bölümde 256 üçgenden oluşan bir daire geometrisinin geriçatımı için ileri problem çözümü yaparak yüzeydeki gerilim değerleri elde edilmiştir. Geriçatım için bir

saklı katmandan oluşan ileri beslemeli sinir ağı modeli kullanılmıştır. Öğrenme algoritması için LM algoritması seçilmiştir. Saklı katmandaki nöron sayısı 60 ve 100 için iki farklı ağ yapısı için sinir ağı eğitimi yapılmıştır. Yüzeyde farklı gerilim değeri hesaplandığı için sinir ağı yapımızın girdi katmanındaki nöron sayısı 208'dir. Sinir ağının çıkışında ise daire geometrisindeki her üçgenin iletkenlik değerinin hesaplanmasını istediğimiz için 256 tane nöron vardır. Bu şekilde kurulan 60 nöronlu sinir ağı yapısı Şekil 6.3'teki gibidir.



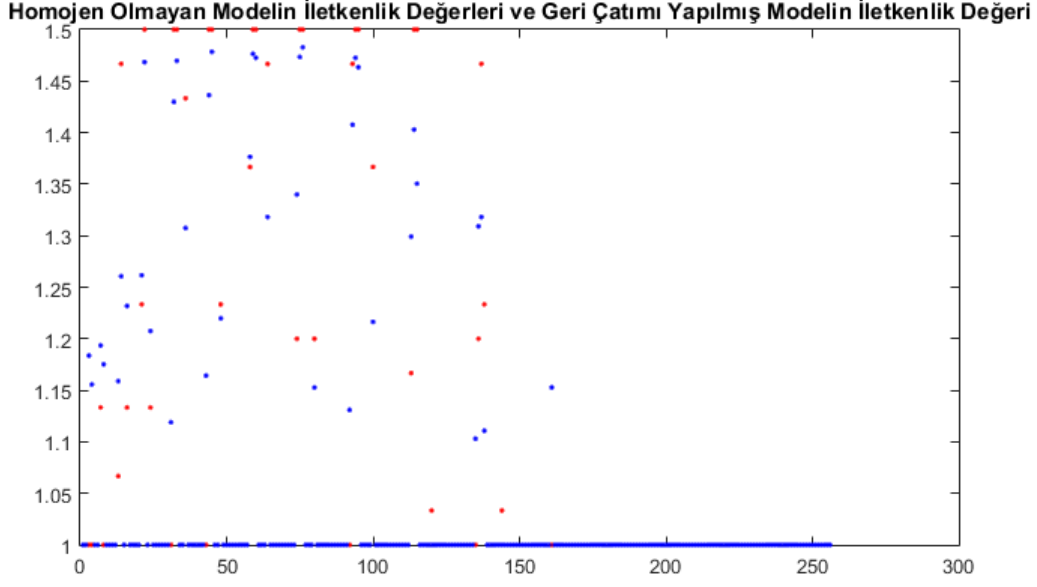
Şekil 6.3. İleri beslemeli sinir ağı yapısı

69 örüntü kullanılarak eğitilen sinir ağı yapısı LM algoritmasındaki öğrenme oranı 0.01 seçilmiştir. Hedef hata değeri ise $1e-03$ olarak karar verilip eğitime başlanmıştır. Eğitim sonrasında ağı test etmek için eğitim sırasında kullanılmayan örüntüler kullanılmıştır. 60 nöronlu ve 100 nöronlu ağ yapılarının sonuçları karşılaştırılmıştır.

Tablo 6.1. Sinir ağının test edilmesinde kullanılan örüntüler

| | X ve Y Koordinatları | Yarıçap | İletkenlik |
|--------------------------|-----------------------------|----------------|-------------------|
| 1. test daire geometrisi | (0.3,0.5) | 0.3 | 1.7 |
| 2. test daire geometrisi | (-0.2,0.3) | 0.4 | 0.5 |
| 3. test daire geometrisi | (-0.4,-0.2) | 0.3 | 1.5 |
| 4. test daire geometrisi | (0.3,-0.2) | 0.4 | 0.8 |

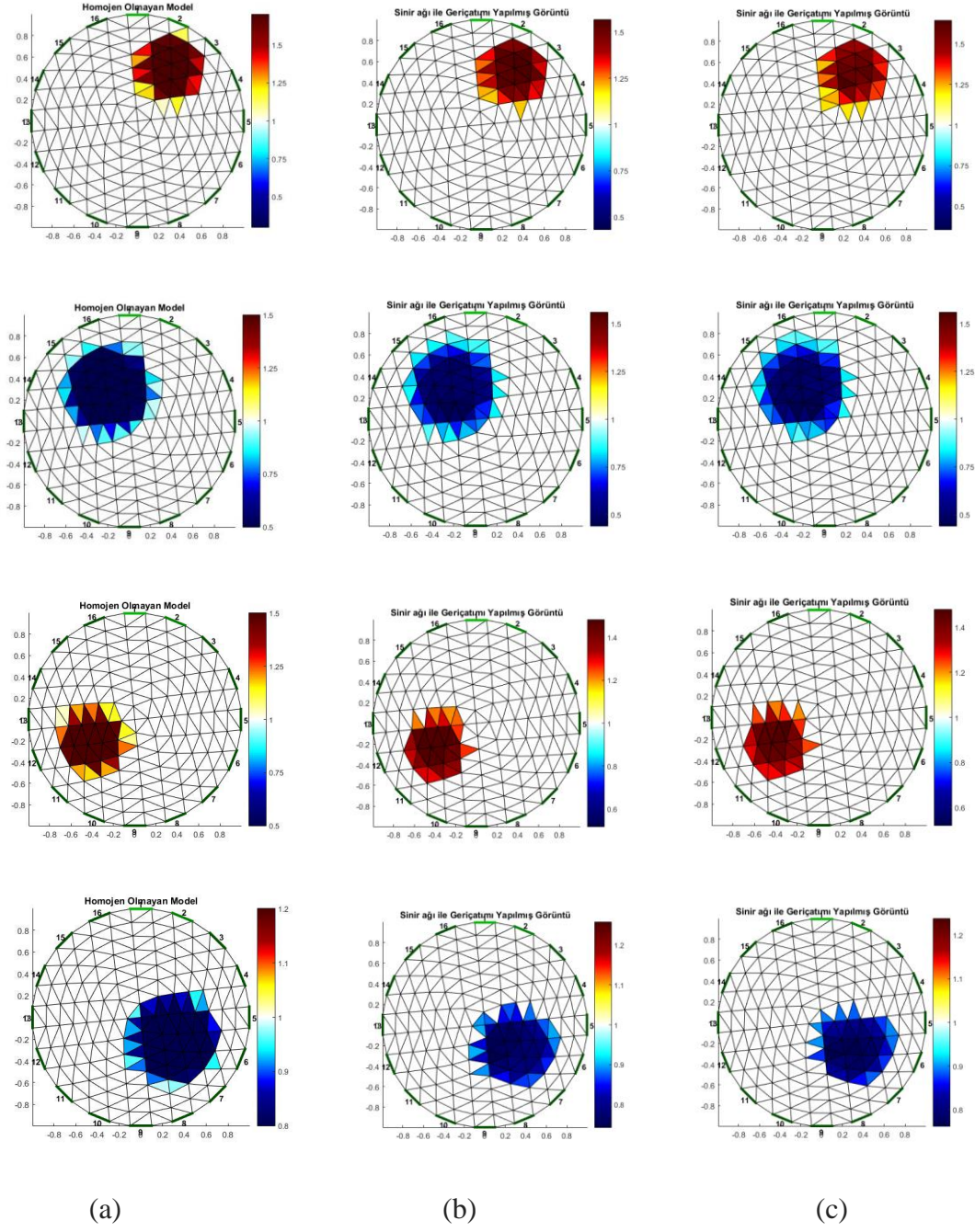
Eğitilen sinir ağı yapısı kullanılarak Tablo 6.1'deki örüntüler test edilmiştir ve sonuçları Şekil 6.5'teki gibidir.



Şekil 6.4. 256 piksel çözünürlüklü daire geometrisindeki üçgenlerinin iletkenlik değeri

Şekil 6.4'te 256 piksel çözünürlüğe sahip daire geometrisinin gerçek durumdaki ve geriçatılmış üçgenlerdeki iletkenlik değerleri verilmiştir. 3. test edilen daire geometrisi için verilen grafikteki kırmızı renktekiler gerçekte olması gereken değeri ifade ederken mavi renkteki noktalar geriçatılmış görüntüdeki üçgenlerin iletkenlik değerleridir.

Şekil 6.5'te görüldüğü gibi sinir ağı yapısı kullanılarak daire geometrisinin geriçatımı yapılabilmektedir. Burada 60 ve 100 nöron kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüleri birbirine çok yakındır. 100 nöron kullanılması sinir ağındaki hesaplanması gereken işlem sayısını arttırdığı için eğitim süresini de uzatmaktadır. Her iki yapı için hata değerleri Tablo 6.2'de tanımlanmıştır.



Şekil 6.5. Daire geometrisi için geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek daire geometrisi (b)- Saklı katmanında 60 nöron olan sinir ağı yapısı ile elde edilmiş geriçatım görüntüsü (c)- Saklı katmanında 100 nöron olan sinir ağı yapısı ile elde edilmiş geriçatım görüntüsü

Tablo 6.2. Test edilen örüntülerin hata değerleri

| | 60 nöronlu sinir ağı yapısı için OKH | 100 nöronlu sinir ağı yapısı için OKH |
|--------------------------|---|--|
| 1. test daire geometrisi | 0,002931293 | 0,002551905 |
| 2. test daire geometrisi | 0,001191385 | 0,001239552 |
| 3. test daire geometrisi | 0,001407205 | 0,001585857 |
| 4. test daire geometrisi | 0,000469276 | 0,000754609 |

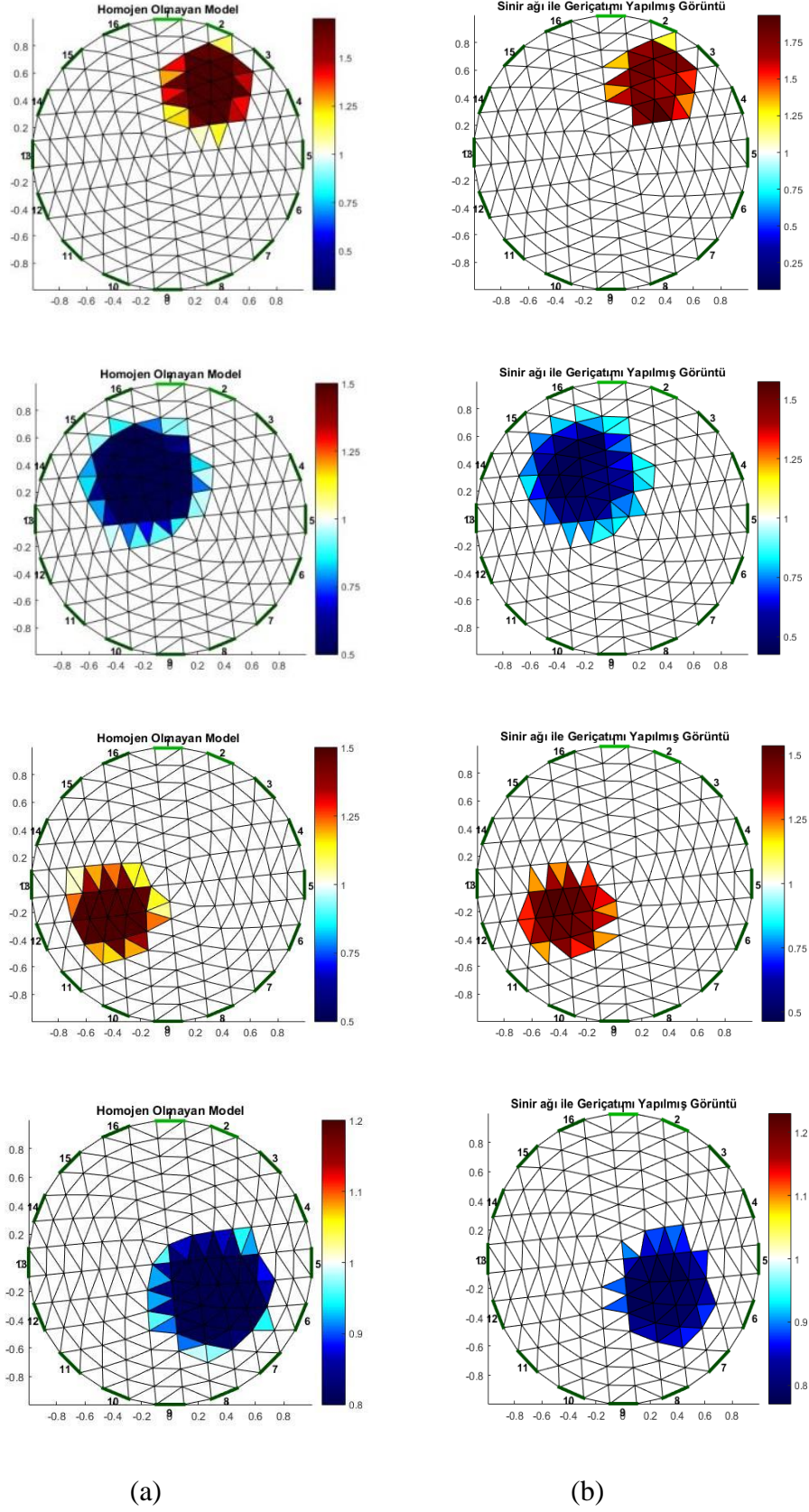
Tablo 6.2’de görüldüğü gibi saklı katmandaki nöron sayısının arttırılması iletkenliği özdeş yapıdaki değerinden daha büyük olan yapılar için hatayı düşürürken, iletkenlik değeri 1’in altında olan yapılar için hatanın biraz yükselmesine sebep olmuştur. İleriki çalışmalarda saklı katmanında 100 nörondan oluşan sinir ağı yapısının eğitim süresinin daha uzun olmasından, hatanın çok düşük olmaması ve çıkıştaki geometrinin çözünürlüğünün arttırılması yani üçgen sayısının arttırılma çalışmalarından dolayı kullanılmamıştır. Yerine 60 nörondan oluşan saklı katman kullanılmıştır.

6.4.2. İki Saklı Katmanlı Sonuçlar

Saklı katman sayısı ikiye çıkarılıp ölçümlere ortalaması 0 (sıfır) olan Gauss bir gürültü ekleyip eğitim işlemine başlanmıştır. Çıkış katmanındaki nöron sayısının çok olması ve saklı katman sayısının artması hesaplanması gereken işlem sayısını arttırdığı için eğitim süresi uzatmıştır. Tablo 6.1’deki test örüntüleri ile test edilen sinir ağının sonuçları Şekil 6.6’da verilmiştir. Tablo 6.3’de de geriçatım görüntülerindeki hata değerleri hesaplanmıştır.

Tablo 6.3. Sinir ağının test edilen örüntülerinin hata tablosu

| | 39 ve 128 nöronlu iki saklı katmandan oluşan sinir ağı yapısı için OKH |
|--------------------------|---|
| 1. test daire geometrisi | 0,001822931 |
| 2. test daire geometrisi | 0,001534590 |
| 3. test daire geometrisi | 0,001697952 |
| 4. test daire geometrisi | 0,000642566 |



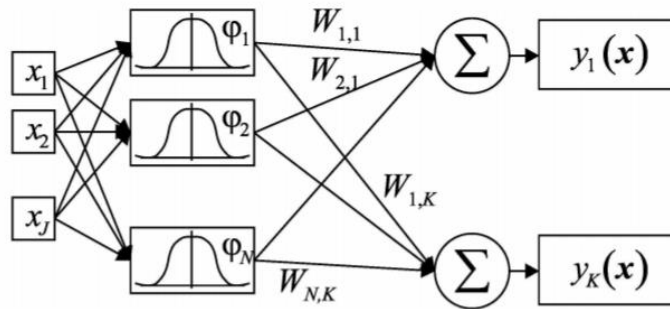
Şekil 6.6. Daire geometrisi için iki saklı katmanlı sinir ağı ile geriçatım (a)- Gerçek daire geometrisi (b)- Sinir ağı ile geriçatımı yapılmış daire geometrisi

Hata değerleri bir tane saklı katman kullanılan sinir ağına göre daha düşüktür ama eğitim süresi çok daha uzundur. Tezde karşılaştırma yapmak için radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı modeli kullanılacağı ve o sinir ağı yapısında bir tane saklı katman olmasından dolayı iki tane saklı katman içeren çok katmanlı sinir ağı yapısı geriçatım için kullanılmayacaktır. LM algoritmasındaki önemli değerlerden biri de regresyon değeridir. Bu değer 1'e yakın olması demek eğitilen sinir ağının sonuçları rastgele vermediği anlamına gelir. 1'e yakın bir değer eğitimin iyi olduğunu gösterir.

6.5. Radyal Tabanlı Fonksiyon Sinir Ağı

Radyal tabanlı sinir ağı toplam üç katmandan oluşur. Girdi katmanı ile saklı katman arasında ağırlıklar yoktur, girdi değerleri doğrudan saklı katmana iletilir. Girdi katmanı ile saklı katman arasındaki ağırlıklar 1 olarak alınır ve eğitim süresince değişmez. Böylece öğrenme aşamasında değeri değiştirilecek parametre sayısında önemli bir azalma olur ve öğrenme hızlanır [56]. Saklı katmanda ne kadar nöron olması gerektiğine dair kesin bir bilgi yoktur. Eğitim sırasında ne kadar nöron olması gerektiğine karar verilir. Saklı katmandaki nöronlar aktivasyon fonksiyonu olarak radyal tabanlı fonksiyonu kullanır. Bu fonksiyon çoğunlukla Gauss fonksiyonudur.

Radyal tabanlı fonksiyonu kullanan sinir ağı yapısı diğer ileri beslemeli sinir ağlarına göre daha hızlı eğitilir ve verileri daha iyi sınıflandırma ve daha iyi yaklaşım yapma özelliğine sahiptir.



Şekil 6.7. Radyal Tabanlı Fonksiyonun Sinir Ağı Modeli [52]

Şekil 6.7’de ifade edilen sinir ağı yapısını eğitmek için geometrinin yüzeydeki gerilim değerleri ve geometrinin SEY ile oluşturulan ağ yapısının iletkenlik değerleri verilir. Radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı Matlab Neural Network Toolbox’ı kullanılarak oluşturulup eğitilmiştir. Eğitim önceden belirlenen kıstaslara göre sonlandırıldıktan sonra ağın ne kadar iyi öğrendiği test edilmelidir. Bu test esnasında kullanılacak yapılar eğitim sırasında verilmemiş örüntüler olmalıdır. Sinir ağının bu testlere verdiği yanıt ile gerçekte olması gereken değerler arasındaki hata hesaplanmıştır. Sinir ağının ne kadar iyi olduğunu ifade eden bu parametre OKH’dır. Bu hata ne kadar düşük ise sinir ağı o kadar iyi eğitilmiş demektir.

Radyal tabanlı fonksiyon merkeze uzaklığına bağlı olarak değişen bir fonksiyondur. Radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı modelinde ilk katman radyal tabanlı fonksiyon içerirken çıkış katmanı doğrusal fonksiyon katmanından oluşur. Radyal tabanlı fonksiyon sinir ağının çok katmanlı sinir ağlarına göre avantajı yerel minimum noktalarından muzdarip olmamasıdır [26]. Radyal tabanlı fonksiyonun matematiksel ifadesi denklem (6.3)’teki gibidir.

$$y_k = \sum_j w_j * \exp\left(-\frac{\|x_j - t\|^2}{\sigma}\right) \quad (6.3)$$

Denklem (6.3)’deki w_j j. nöronun ağırlığını ifade eder. x , giriş vektörünü ifade eder ve t ise radyal tabanlı fonksiyonun merkezini ve σ ise yayılım sabiti ifade eder [25].

6.5.1. Radyal Tabanlı Fonksiyon Sinir Ağı Yapısında Yayılım Sabiti Etkisi

Yayılım sabitinin radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı yapısındaki etkisine bakılmıştır. Yayılım sabiti 256 piksellik çözünürlüğe sahip geometri için 0.1’den 5’e kadar 0.1 arttırılarak her test örüntüsü için Tablo 6.4’teki OKH değerleri hesaplanmıştır.

Tablo 6.4. Yayılım sabitin geriçatıma etkisi

| | Yayılım sabiti 0.1 | Yayılım sabiti 0.5 | Yayılım sabiti 1 | Yayılım sabiti 1.7 | Yayılım sabiti 0.039 |
|------------------------|---------------------------|---------------------------|-------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| 1. test daire geometri | 0,001387932 | 0,001333555 | 0,000885270 | 0,001082393 | 0,001864872 |
| 2. test daire geometri | 0,002271355 | 0,002106770 | 0,002350438 | 0,002444859 | 0,002069360 |
| 3. test daire geometri | 0,004350695 | 0,002946553 | 0,001958787 | 0,002163146 | 0,002535193 |
| 4. test daire geometri | 0,000437014 | 0,000347820 | 0,000446198 | 0,000326578 | 0,000452222 |

Yayılım sabitinin hata sonuçlarına etkisi her zaman aynı değildir. Eğitim için kullanılan örüntüler aynı olmakla birlikte iletkenlik değeri 1'den büyük olan yapılar için yayılım sabitinin 1 olduğu durumda hata en az iken iletkenlik değeri 1'den daha düşük yapılar için yayılım sabitinin 0.5 iken daha iyi sonuç verdiği görülmüştür. EET'de radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı ile geri problem çözüm çalışmalarında yayılım sabitini 1 bölü çıkıştaki nöron sayısı kadar tanımlamıştır [27].

7. GERİÇATIM YÖNTEMLERİNİN TEK VE ÇİFT ÖZDEŞ OLMAYAN DAĞILIM DURUMLARI İÇİN BAŞARI ANALİZİ

7.1. Silindirik Veri Seti İçin Yöntemlerin Karşılaştırılması

7.1.1. Tek Özdeş Olmayan Duruma Sahip Yapılar

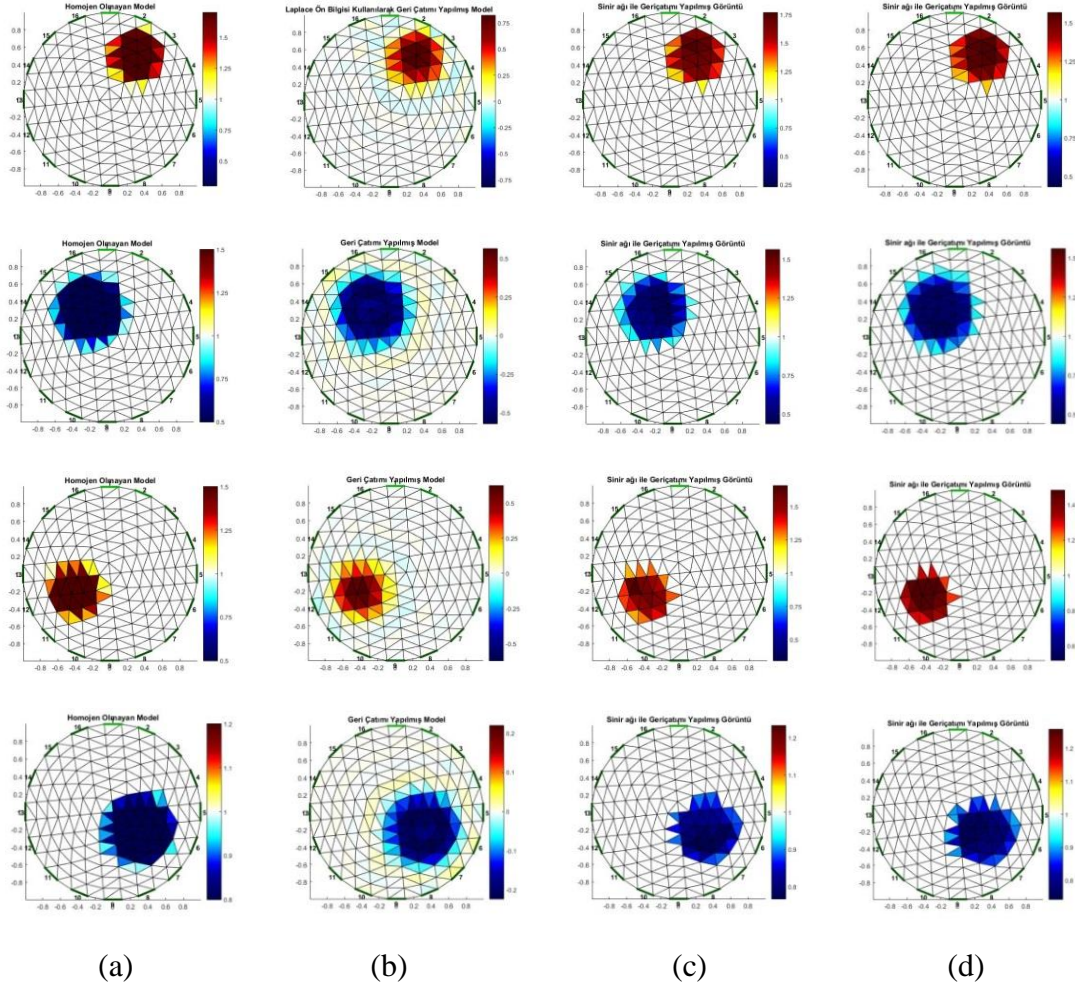
256 piksel çözünürlüğe sahip daire geometrisi için çok katmanlı LM algoritması ile eğitilen sinir ağı yapısının geriçatım görüntüleri radyal tabanlı sinir ağı modeli ve Gauss-Newton algoritmaları kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüleri ile karşılaştırılmıştır. Eğitim esnasında kullanılan daire geometrisinin içindeki farklı iletkenliğe sahip yapılar EK 3'teki Tablo E3.1'deki gibidir. 69 farklı örüntü eğitim için kullanılmıştır.

Gauss-Newton algoritması ile geriçatım yaparken eğitim örüntülerine gerek yoktur. Laplace ön bilgisi kullanılarak yineleme ile geriçatım görüntüsü elde edilmiştir. Geriçatım görüntüsü bulunmaya çalışılan Tablo 6.1'deki iletkenliği farklı yapı içeren 4 farklı daire geometrisinin üç farklı yöntemle geriçatım görüntüleri elde edilmeye çalışılmıştır.

Sinir ağları eğitim sonucundaki geriçatım görüntüleri ve Gauss-Newton algoritması kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüleri Şekil 7.1'deki gibidir.

Tablo 7.1. Geriçatım görüntülerindeki hata değerleri

| | Gauss-Newton algoritması ile geriçatım OKH | Çok katmanlı sinir ağı LM algoritması ile geriçatım OKH | Radyal tabanlı sinir ağı yapısı ile geriçatım OKH |
|---------------------------------|--|---|---|
| 1. test edilen daire geometrisi | 0,002775377 | 0,002931293 | 0,000572459 |
| 2. test edilen daire geometrisi | 0,001143597 | 0,001191385 | 0,002195713 |
| 3. test edilen daire geometrisi | 0,001965425 | 0,002135605 | 0,001842020 |
| 4. test edilen daire geometrisi | 0,000013231 | 0,000469276 | 0,000349061 |



Şekil 7.1. Geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek daire geometrisi (b)- Gauss-Newton algoritması ile geriçatım görüntüsü (c)- Radyal tabanlı fonksiyon ile geriçatım görüntüsü (d)- Çok katmanlı LM algoritması ile geriçatım görüntüsü

Şekil 7.1'deki sonuçlara göre geriçatılmış görüntülerin hata değerleri Tablo 7.1'de verilmiştir. Tablo 7.1'e göre sinir ağları ile eğitim yönteminden elde edilen geriçatım görüntülerinde de hata değeri Gauss-Newton algoritmasındaki hata değerine yakındır. 1. test edilen daire geometrisi ve 3. test edilen daire geometrisi için hatanın radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı modelinde daha düşük olduğu görülmüştür. Test edilen dairelerin içerisinde yarıçapı büyük olan iletkenliği farklı yapı varken hata değerinin düştüğü görülmüştür. Buradaki sinir ağı yapısını eğitirken kullanılan örüntü sayısı arttırılırsa sinir ağı ile yapılan geriçatım görüntülerinin gerçek geometriye daha yakın olacağı çıkarımı yapılabilir.

Daire geometrilerinin çözünürlüğü arttırılırsa yani SEY ile ağ üretimi sırasındaki üçgen sayısının artmasının geriçatım üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Daire ve elips geometrileri için sırasıyla yüzeydeki gerilim değerleri hesaplanmıştır. Bu gerilim değerleri ve geometrinin iletkenlik dağılımı bilgisi ile sinir ağları yapıları eğitilmiştir. Sinir ağı eğitimi tamamlandıktan sonra test edilmiştir. Daire geometrisi 313 düğüm 576 üçgenden oluşmaktadır.

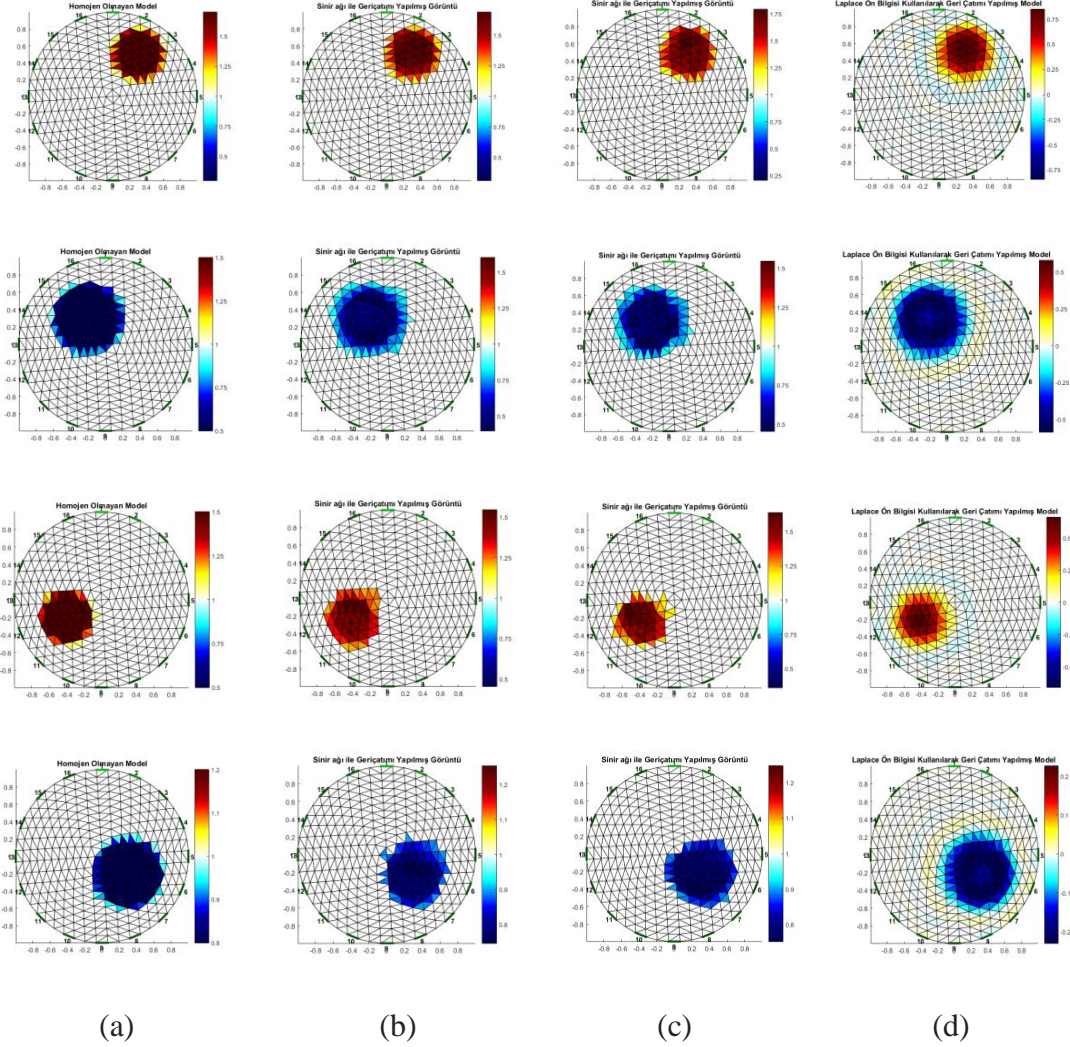
EK 3'teki Tablo E3.3'teki daire örüntüleri çok katmanlı sinir ağını ve radyal tabanlı sinir ağını eğitmek için kullanılmıştır. Bu sinir ağı eğitimindeki hedef hata değeri $1e-03$ olarak belirlenmiştir. Sinir ağının eğitiminin ne kadar başarılı olduğunu test etmek için eğitim sırasında kullanılmayan Tablo 7.2'deki daire geometrileri test edilmiştir. Burada eğitim sırasında daire geometrisi içerisinde iletkenliği farklı bir tane yapı olan örüntüler kullanılmasına rağmen test edilirken daire geometrisi içerisinde iletkenliği farklı olan iki yapının olduğu örüntüler kullanılmıştır. Tablo 7.3'ten anlaşılacağı üzere bu yapıları sinir ağı modeli başarılı şekilde bulmuştur. Gauss-Newton algoritmasının kullanıldığında ise gerilim değerleri hesaplanırken daire geometrisi içerisinde iki farklı yapının olduğu kullanılması gerektiği görülmüştür. Daire geometrisi içerisinde tanımlı değilse Gauss-Newton algoritması bu yapıları bulamamaktadır.

Tablo 7.2. Geriçatımı istenilen daire geometrileri

| | X ve Y Koordinatları | Yarıçap | İletkenlik |
|---------------------------------|-----------------------------|----------------|-------------------|
| 1. test edilen daire geometrisi | (0.3,0.5) | 0.3 | 1.7 |
| 2. test edilen daire geometrisi | (-0.2,0.3) | 0.4 | 0.5 |
| 3. test edilen daire geometrisi | (-0.4,-0.2) | 0.3 | 1.5 |
| 4. test edilen daire geometrisi | (0.3,-0.2) | 0.4 | 0.8 |
| 5. test edilen daire geometrisi | (0.3,0.5) (-0.4,-0.2) | 0.3 0.3 | 1.7 1.5 |
| 6. test edilen daire geometrisi | (0.5,0.4) (-0.4,-0.2) | 0.3 0.3 | 1.7 1.5 |
| 7. test edilen daire geometrisi | (-0.3,0.5) (0.3,-0.5) | 0.3 0.3 | 0.8 0.8 |

| | | | |
|----------------------------------|--------------------------|------------|------------|
| 8. test edilen daire geometrisi | (-0.3,0.6) (0.3,-0.6) | 0.3 0.3 | 0.8 0.8 |
| 9. test edilen daire geometrisi | (0.3,0.5) (0.3,-0.6) | 0.3 0.3 | 1.7 0.8 |
| 10. test edilen daire geometrisi | (0.3,0.5) (0.3,-0.4) | 0.3 0.3 | 1.7 0.8 |
| 11. test edilen daire geometrisi | (0.3,0.5) (0.3,-0.4) | 0.3 0.3 | 1.3 0.8 |

Daire geometrisinin Gauss-Newton algoritması ve YSA kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüleri Şekil 7.2 ve Şekil 7.3'teki gibidir.

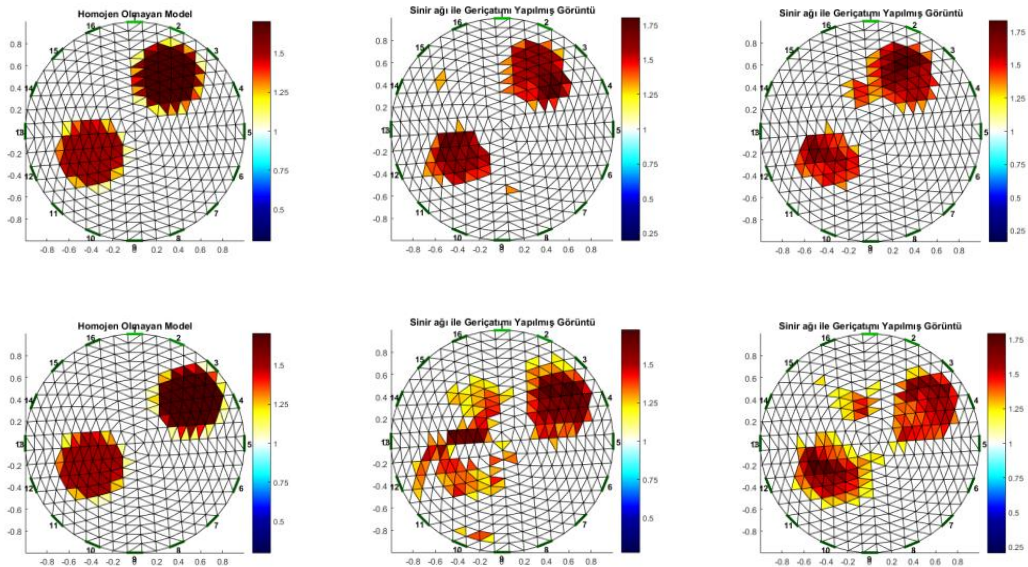


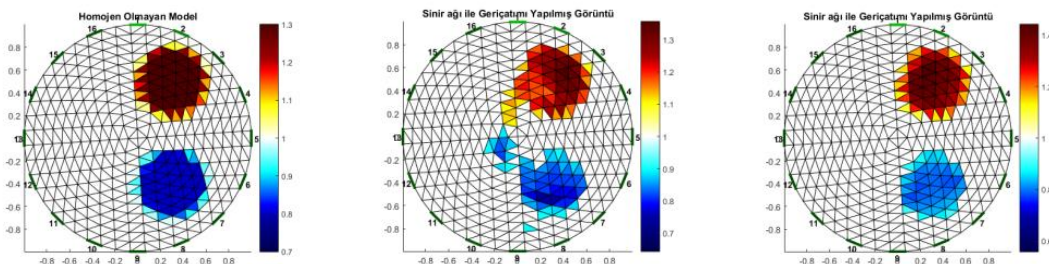
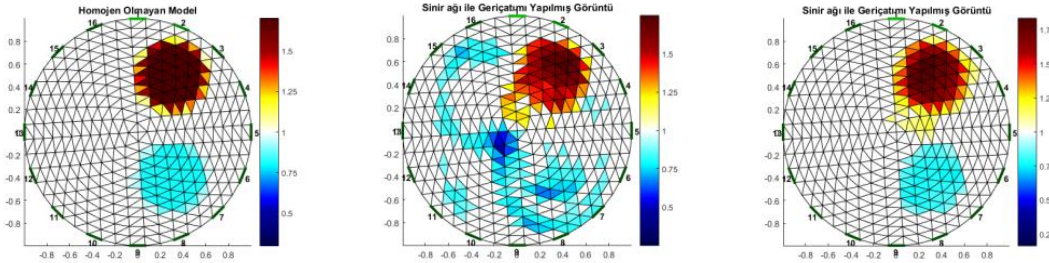
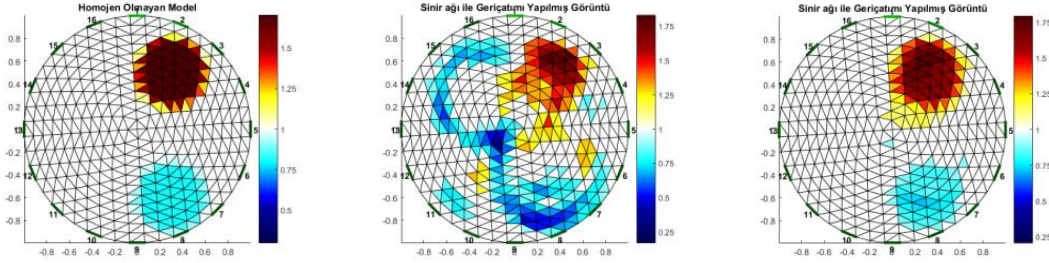
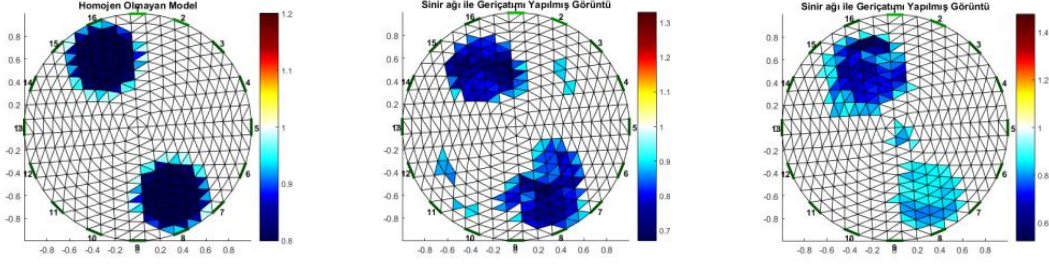
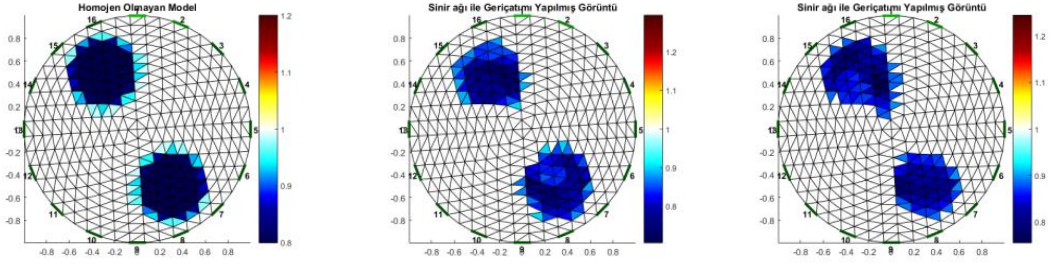
Şekil 7.2. Geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek daire geometrisi (b)- Çok katmanlı LM algoritması ile geriçatım görüntüsü (c)- Radyal tabanlı fonksiyon ile geriçatım görüntüsü (d)- Gauss-Newton algoritması ile geriçatım görüntüsü

7.1.2. İki Özdeş Olmayan Duruma Sahip Yapılar

Bu bölümde daire geometrisi içerisinde bir tane iletkenliği farklı yapı varken üretilen gerilim değerleri kullanılarak iki tane iletkenliği farklı olan yapının geriçatımı yapılmıştır. Sinir ağ yapısı önceki bölümdeki ile aynı şekildedir. Bir tane saklı katmandan oluşan sinir ağının hedef hata değeri $1e-03$ olarak belirlenmiştir ve test edilen sonuçlarının özellikle radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı yapısının başarılı olduğu görülmüştür. Ayrıca eğitim sırasında iki farklı iletkenliğe sahip yapı daire geometrisi kullanarak, daire geometrisi içerisindeki iki farklı iletkenliğin geriçatım görüntüsü elde edilmiştir. İkili yapı kullanılarak elde edilen gerilim değerleri ile eğitilen sinir ağı modelinin iki farklı iletkenliğe sahip daire geometrisinin geriçatım görüntüsünü daha doğru bulacağı düşünülmektedir.

Tablo 7.2'deki test edilen örüntülerin iki farklı iletkenliğe sahip yapı içeren geometrilerin geriçatım görüntüleri Şekil 7.3'teki gibidir. Burada Gauss-Newton algoritması ile yapılan geriçatım görüntüsü yoktur çünkü Gauss-Newton algoritmasının kullanacağı gerilim değerleri daire geometrisi içerisinde iki farklı yapı var iken üretilen gerilim değerleri olması gerekmektedir.





(a)

(b)

(c)

Şekil 7.3. Geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek daire geometrisi (b)- Çok katmanlı LM algoritması ile geriçatım görüntüsü (c)- Radyal tabanlı fonksiyon ile geriçatım görüntüsü

Tablo 7.3. Geriçatım görüntülerindeki hata değerleri

| | Gauss-Newton algoritması ile geriçatım OKH | Çok katmanlı sinir ağı LM algoritması ile geriçatım OKH | Radyal tabanlı sinir ağı yapısı ile geriçatım OKH |
|----------------------------------|---|--|--|
| 1. test edilen daire geometrisi | 0,000148632 | 0,001314414 | 0,000745832 |
| 2. test edilen daire geometrisi | 0,001571956 | 0,001896917 | 0,002582406 |
| 3. test edilen daire geometrisi | 0,003710118 | 0,001690453 | 0,003044074 |
| 4. test edilen daire geometrisi | 0,000148871 | 0,000819353 | 0,000510779 |
| 5. test edilen daire geometrisi | - | 0,011026121 | 0,010713053 |
| 6. test edilen daire geometrisi | - | 0,023056863 | 0,016907039 |
| 7. test edilen daire geometrisi | - | 0,000655757 | 0,000678017 |
| 8. test edilen daire geometrisi | - | 0,003262779 | 0,004517600 |
| 9. test edilen daire geometrisi | - | 0,026146974 | 0,001800681 |
| 10. test edilen daire geometrisi | - | 0,013817688 | 0,001718795 |
| 11. test edilen daire geometrisi | - | 0,001369946 | 0,000822067 |

Tablo 7.3'e göre radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı yapısı kullanılarak elde edilen görüntü çok katmanlı ileri beslemeli sinir ağı yapısının LM algoritması ile elde edilen geriçatım görüntüsünden daha az hatalı sonuç vermektedir. Eğitim sırasında kullanılan örüntü sayısı artırılarak sinir ağı yapılarının daha az hata ile geriçatım görüntüsü elde edilebilir. Geometrinin çözünürlüğü artırılınca LM algoritması kullanılan çok katmanlı ileri beslemeli sinir ağı yapısı ile elde edilen geriçatım görüntülerindeki hata oranı azalırken radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı yapısı kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüsündeki hata oranı artmıştır. Arttırılmış çözünürlükte radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı yapısı ile elde edilen görüntüler çok katmanlı ileri beslemeli sinir ağı yapısı ile elde edilen geriçatım görüntülerinden daha az hatalıdır. Radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı yapısının geriçatım görüntüleri daha başarılıdır.

Eğitim örüntülerinde iletkenliği farklı iki yapının olduğu geometriler kullanılırsa iki farklı iletkenlik yapılarını daha az hata ile bulmaktadır.

EK 3'teki Tablo E3.4'teki daire geometrileri çok katmanlı sinir ağını ve radyal tabanlı sinir ağını eğitmek için kullanılmıştır. Bu sinir ağı eğitimindeki hedef hata değeri $1e-03$ olarak belirlenmiştir. Sinir ağının eğitiminin ne kadar başarılı olduğunu test etmek için Tablo 7.4'teki eğitim sırasında kullanılmayan örüntüler ile test edilmiştir. Burada eğitim sırasında kullanılan örüntülerin içerisinde iletkenliği farklı iki tane yapı olan daire geometrileri kullanılmıştır.

Tablo 7.4. Geriçatımı istenilen örüntüler

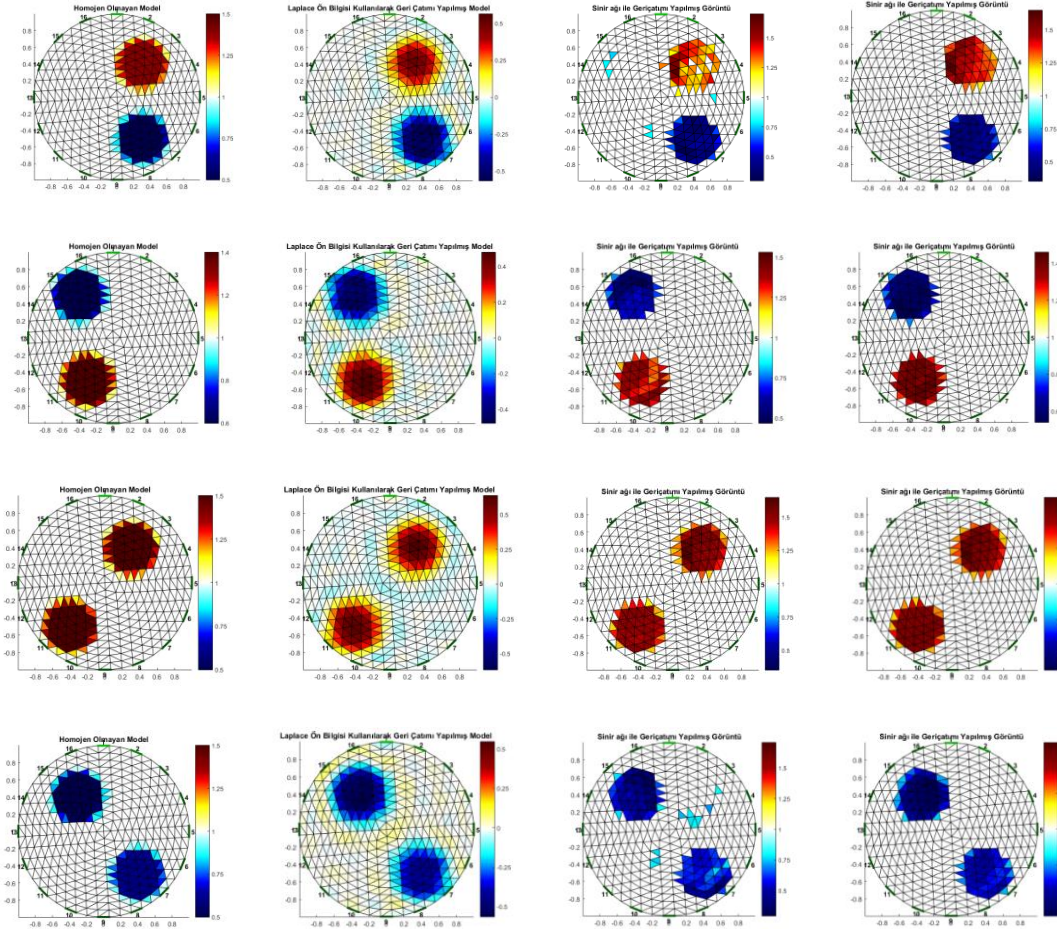
| | X ve Y Koordinatları | Yarıçap | İletkenlik |
|---------------------------------|-----------------------------|----------------|-------------------|
| 1. test edilen daire geometrisi | (0.3,0.4) | 0.3 | 1.4 |
| | (0.4,-0.5) | 0.3 | 0.5 |
| 2. test edilen daire geometrisi | (-0.4,0.5) | 0.3 | 0.6 |
| | (-0.3,-0.5) | 0.3 | 1.4 |
| 3. test edilen daire geometrisi | (0.3,0.4) | 0.3 | 1.5 |
| | (-0.4,-0.5) | 0.3 | 1.5 |
| 4. test edilen daire geometrisi | (-0.3,0.4) | 0.3 | 0.5 |
| | (0.4,-0.5) | 0.3 | 0.6 |

İki farklı iletkenliğe sahip yapıların olduğu örüntüler eğitim sırasında kullanıldığında geriçatım görüntülerinin hata değerleri Tablo 7.5'teki gibidir. Tablodan anlaşılacağı üzere test edilen yapıları sinir ağı modeli başarılı şekilde bulmuştur.

Tablo 7.5. Geriçatım görüntülerindeki hata değerleri

| | Gauss-Newton algoritması ile geriçatım OKH | Çok katmanlı sinir ağı LM algoritması ile geriçatım OKH | Radyal tabanlı sinir ağı yapısı ile geriçatım OKH |
|---------------------------------|---|--|--|
| 1. test edilen daire geometrisi | 0,005144744 | 0,006591300 | 0,004046786 |
| 2. test edilen daire geometrisi | 0,003246092 | 0,001457894 | 0,000753219 |
| 3. test edilen daire geometrisi | 0,004093036 | 0,001456538 | 0,001049054 |
| 4. test edilen daire geometrisi | 0,004451755 | 0,007631313 | 0,001476459 |

Şekil 7.4'te daire geometrisinin içerisinde iki farklı yapının olduğu geriçatım görüntüleri verilmiştir. Görüntülerin hata tablosu Tablo 7.5'teki gibidir. Radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı ile elde edilen görüntüler gerçek daire geometrisine daha yakındır. Sinir ağları ile yapılan geriçatım görüntülerinde iletkenliği farklı yapının kenarları daha net şekilde bulunmaktadır. İki farklı iletkenliğe sahip yapıyı daire geometrisi içerisinde ileri problemi çözerken kullandığımızda geriçatım görüntüsü gerçek geometriye daha yakındır.



(a)

(b)

(c)

(d)

Şekil 7.4 Geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek daire geometrisi (b)- Gauss-Newton algoritması ile geriçatım görüntüsü (c)- Çok katmanlı LM algoritması ile geriçatım görüntüsü (d)- Radyal tabanlı fonksiyon ile geriçatım görüntüsü

7.2. Eliptik Veri Seti İçin Yöntemlerin Karşılaştırılması

7.2.1. Tek Özdeş Olmayan Duruma Sahip Yapılar

Bu bölümde daire geometrisi içerisinde iletkenliği farklı yapıların YSA ile geriçatımından sonra 246 üçgenden oluşan bir elips geometrisinin geriçatım görüntüsü için ileri problem çözümü yaparak yüzeydeki gerilim değerleri elde edilmiştir. Geriçatım için bir saklı katmandan oluşan ileri beslemeli sinir ağı modeli kullanılmıştır. Öğrenme algoritması için LM algoritması seçilmiştir. Radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı yapısı ile de elips geometrisinin geriçatım görüntüleri elde edilmiştir. Bir saklı katmandan oluşan bu yapay sinir ağı yapısının eğitiminde kullanılan örüntüler EK 3'teki

Tablo E3.2’de verilmiştir. Sinir ağının yapısı çıktı olarak her üçgenin iletkenlik değerini vermektedir.

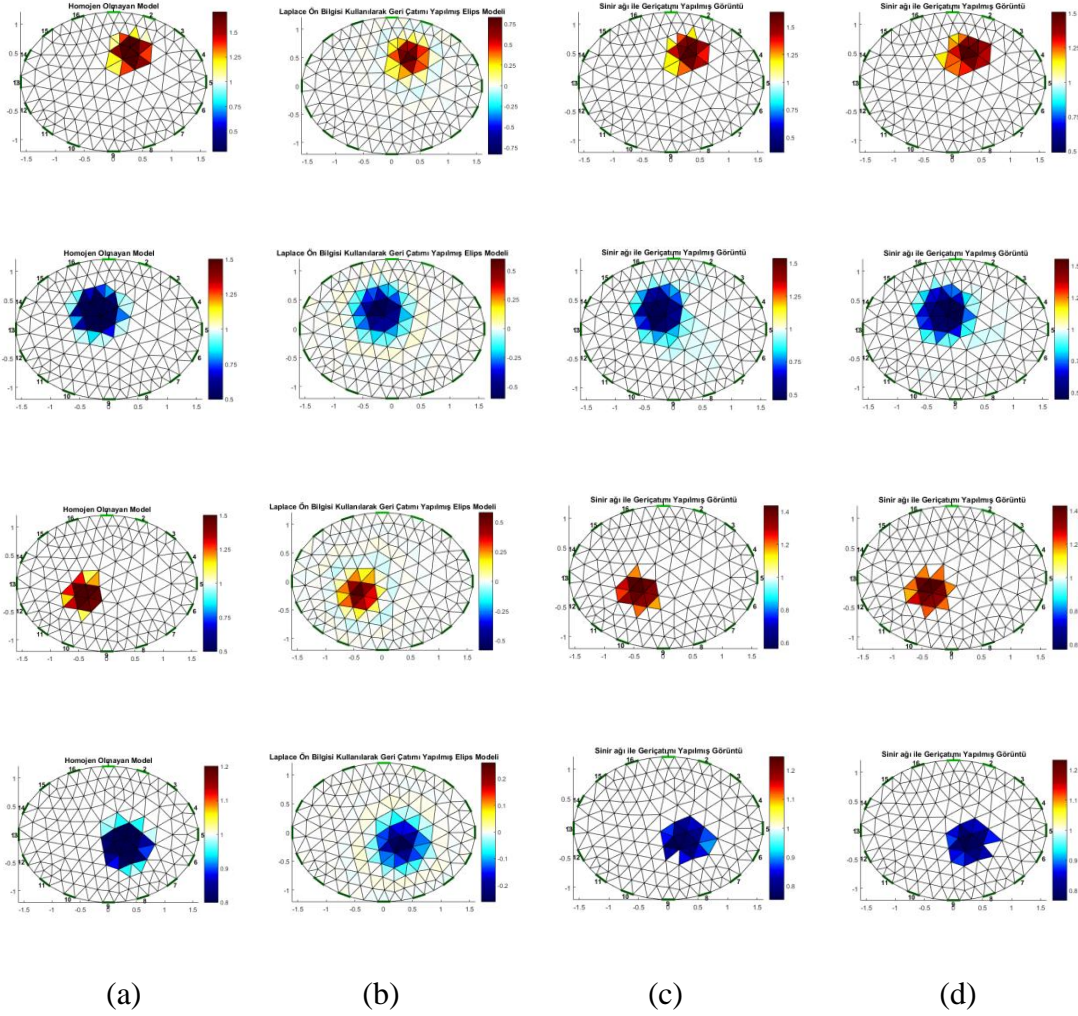
EK 3’teki Tablo E3.2’deki örüntüler sinir ağını eğitmek için kullanılmıştır. Bu sinir ağı eğitimindeki hedef hata değeri $1e-03$ ve öğrenme katsayısı 0.01 olarak belirlenmiştir. Sinir ağının eğitiminin ne kadar başarılı olduğunu test etmek için eğitim sırasında kullanılmayan Tablo 6.1’deki örüntüler ile test edilmiştir.

Elips geometrisinin Gauss-Newton algoritması ve YSA kullanılarak elde edilen farklı büyüklükte, farklı iletkenlikteki ve farklı bölgelerdeki yapıların geriçatım görüntüleri Şekil 7.5’teki gibidir.

Şekil 7.5’teki geriçatım görüntülerinin iletkenliği farklı yapı içeren gerçek elips geometrisi ile arasındaki hata değerleri hesaplanmıştır. Bu değerler Tablo 7.6’daki gibidir. Tablo 7.6’ya göre test edilen 4 örüntü için sinir ağı yapılarından 2. ve 4. iletkenliği farklı yapı içeren elips geometrileri için en iyi sonucu radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı modeli vermiştir. Gauss-Newton algoritması iletkenliği 1’den büyük olan yapılar için radyal tabanlı fonksiyon sinir ağına göre daha doğru sonuç vermiştir. Radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı yapısı hız ve hafıza açısından çok katmanlı sinir ağı modelinden daha iyidir.

Tablo 7.6. Geriçatım görüntülerindeki hata değerleri

| | Gauss-Newton algoritması ile geriçatım OKH | Çok katmanlı sinir ağı LM algoritması ile geriçatım OKH | Radyal tabanlı sinir ağı yapısı ile geriçatım OKH |
|---------------------------------|--|---|---|
| 1. test edilen elips geometrisi | 0,001442384 | 0,000648798 | 0,002069696 |
| 2. test edilen elips geometrisi | 0,001550391 | 0,000683582 | 0,000452291 |
| 3. test edilen elips geometrisi | 0,000424411 | 0,000709812 | 0,001096354 |
| 4. test edilen elips geometrisi | 0,000244566 | 0,000161762 | 0,000111510 |



Şekil 7.5. Geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek elips geometrisi (b)- Gauss-Newton algoritması ile geriçatım görüntüsü (c)- Çok katmanlı LM algoritması ile geriçatım görüntüsü (d)- Radyal tabanlı fonksiyon ile geriçatım görüntüsü

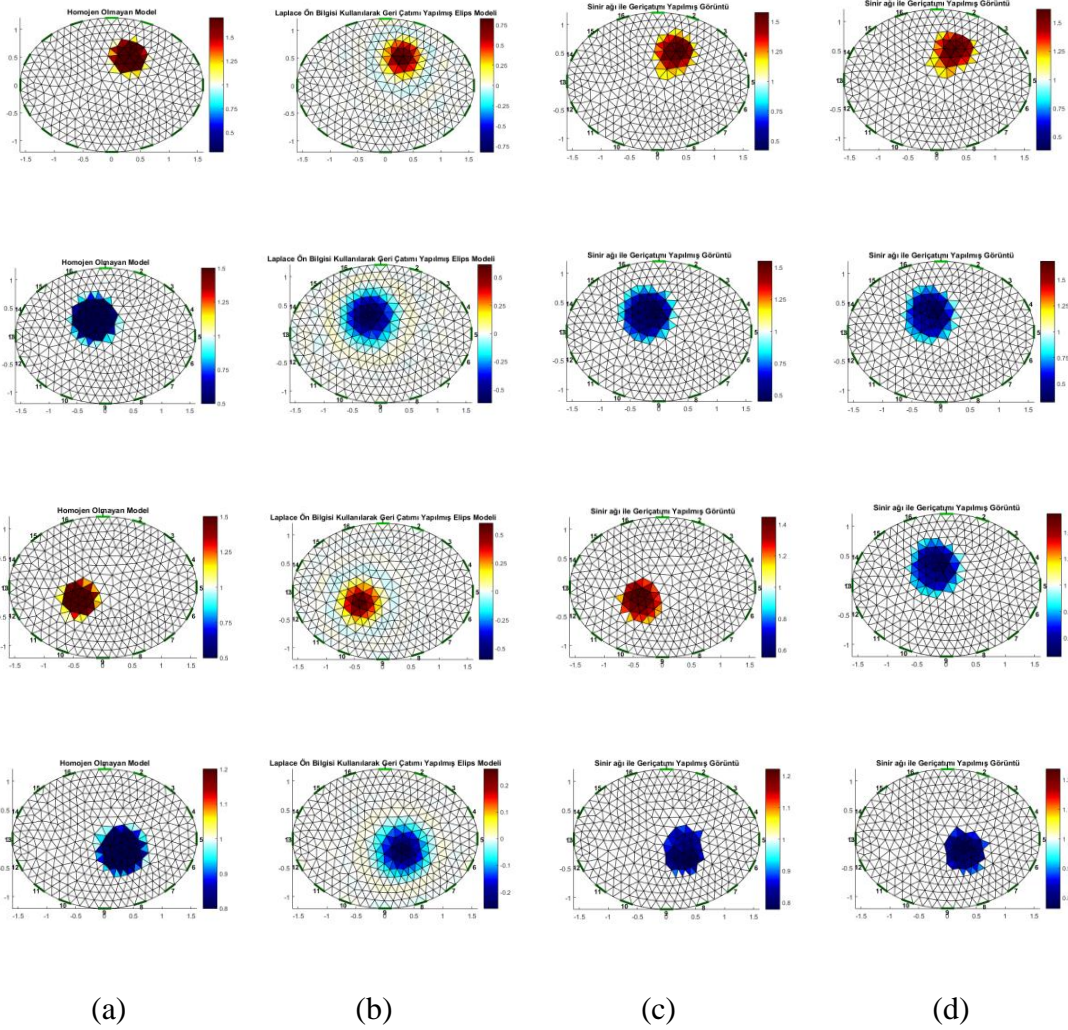
Elips geometrisinin çözünürlüğünü arttırdığımızda elde edilen geriçatım görüntüleri incelenmiştir. Büyük yarıçapı 1.6 ve küçük yarıçapı 1.2 olan elips geometrisi 323 düğüm ve 589 üçgenden oluşmaktadır. Yüzeydeki gerilim değerleri ve elips geometrisindeki üçgenlerin iletkenlik değerleri kullanılarak sinir ağı eğitilmiştir. Gauss-Newton algoritması ve sinir ağı ile geriçatım görüntüleri Şekil 7.6'daki gibidir.

Tablo E3.5'teki örüntüler kullanılarak eğitilen sinir ağı yapısı ile Tablo 7.7'deki örüntüler test edilmiştir. Gerçek elips geometrisi ile geriçatım görüntüleri arasındaki

iletkenlik değerlerinin OKH değeri hesaplanmıştır. Geriçatım görüntüleri Şekil 7.6'daki gibidir.

Tablo 7.7. Geriçatımı istenilen rntler

| | X ve Y Koordinatları | Yarıçap | İletkenlik |
|----------------------------------|-----------------------------|----------------|-------------------|
| 1. test edilen elips geometrisi | (0.3,0.5) | 0.3 | 1.7 |
| 2. test edilen elips geometrisi | (-0.2,0.3) | 0.4 | 0.5 |
| 3. test edilen elips geometrisi | (-0.4,-0.2) | 0.3 | 1.5 |
| 4. test edilen elips geometrisi | (0.3,-0.2) | 0.4 | 0.8 |
| 5. test edilen elips geometrisi | (0.3,0.5) (-0.4,-0.2) | 0.3 0.3 | 1.7 1.5 |
| 6. test edilen elips geometrisi | (0.5,0.6) (-0.6,-0.5) | 0.3 0.3 | 1.7 1.5 |
| 7. test edilen elips geometrisi | (-0.3,0.5) (0.3,-0.5) | 0.3 0.3 | 0.8 0.8 |
| 8. test edilen elips geometrisi | (-0.3,0.6) (0.3,-0.7) | 0.3 0.3 | 0.8 0.8 |
| 9. test edilen elips geometrisi | (0.3,0.5) (0.3,-0.7) | 0.3 0.3 | 1.7 0.8 |
| 10. test edilen elips geometrisi | (0.3,0.5) (0.3,-0.5) | 0.3 0.3 | 1.7 0.8 |
| 11. test edilen elips geometrisi | (0.3,0.5) (0.3,-0.5) | 0.3 0.3 | 1.3 0.8 |



Şekil 7.6. Geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek elips geometrisi (b)- Gauss-Newton algoritması ile geriçatım görüntüsü (c)- Çok katmanlı LM algoritması ile geriçatım görüntüsü (d)- Radyal tabanlı fonksiyon ile geriçatım görüntüsü

Şekil 7.6'da da görüldüğü gibi elips geometrisinin iletkenlik dağılımı görüntüsünü yapay sinir ağları ile de başarılı şekilde bulunmuştur. Radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı yapısı daha başarılı şekilde görüntüyü bulmuştur.

7.2.2. İki Özdeş Olmayan Duruma Sahip Yapılar

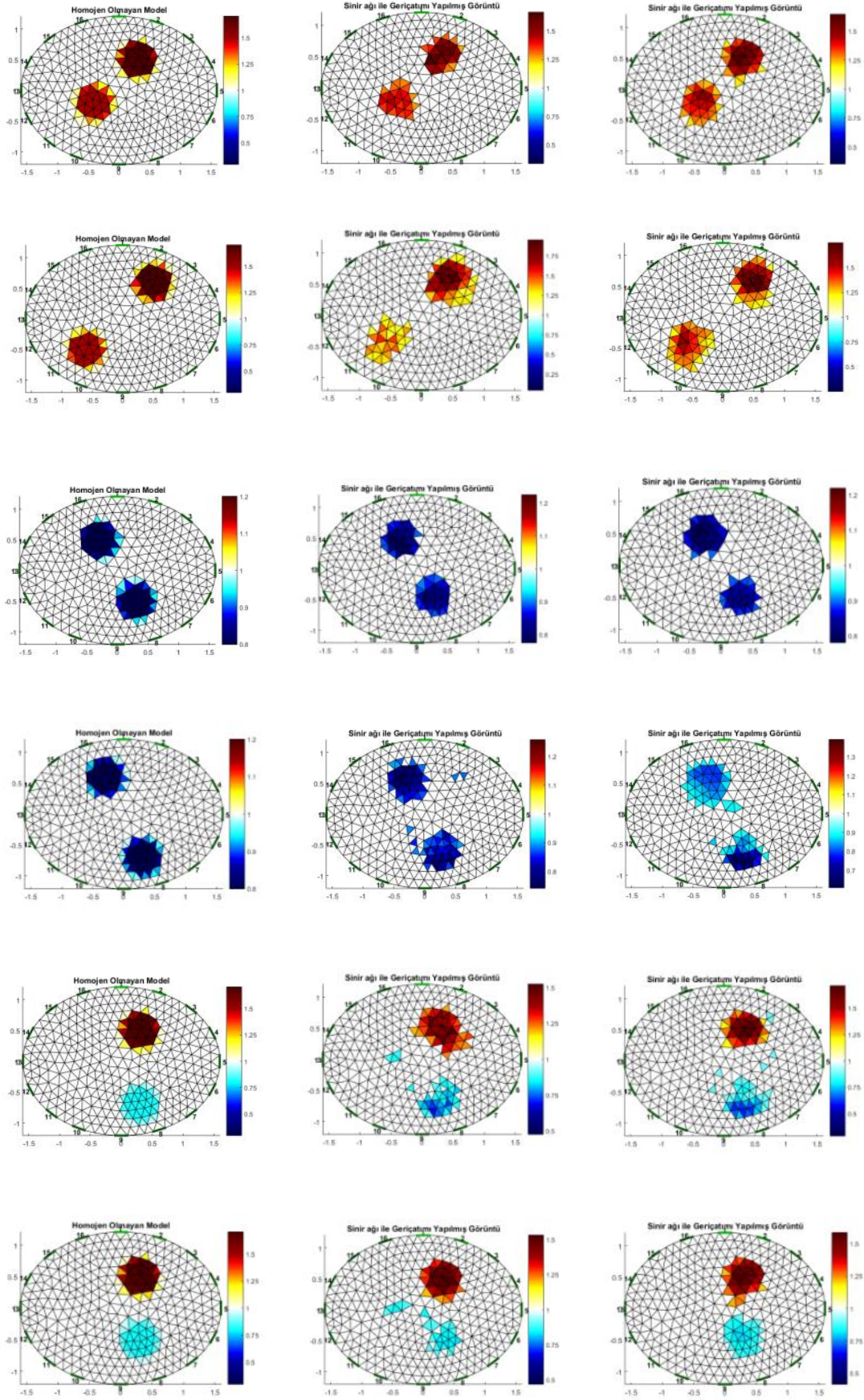
Bu bölümde elips geometrisi içerisinde bir tane iletkenliği farklı yapı varken üretilen gerilim değerleri kullanılarak iki tane iletkenliği farklı olan yapının olduğu elips

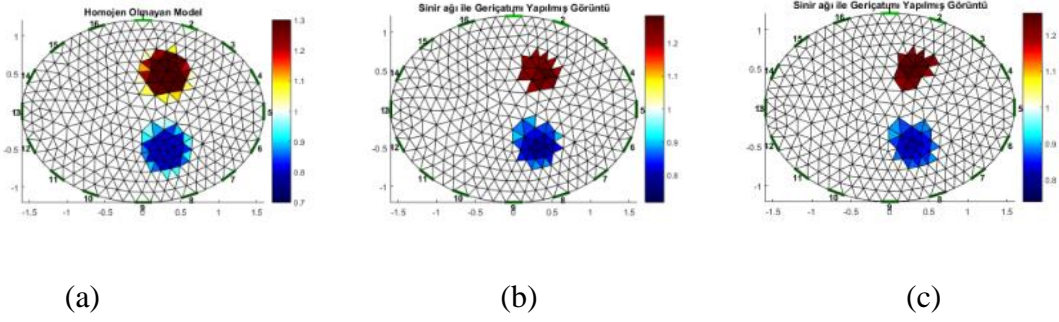
geometrilerinin geriçatımı yapılmıştır. Ayrıca eğitim örüntülerinde iki farklı iletkenliğe sahip yapının olduğu elips geometrileri kullanılarak iki farklı iletkenliğin geriçatım görüntüsü elde edilmiştir.

Tablo 7.7'deki test örüntülerinde iki farklı iletkenliğe sahip elips geometrilerinin geriçatım görüntüleri Şekil 7.7'deki gibidir. Gauss-Newton algoritması kullanılarak geriçatım görüntüsü elde edilememiştir çünkü geometri içerisinde bir tane farklı yapı olduğu düşünülmüştür. İki farklı yapıyı bulabilmesi için ileri problem çözümü iki farklı iletkenliğe sahip elips geometrisine göre yapılması gerekmektedir.

Tablo 7.8. Geriçatım görüntülerindeki hata değerleri

| | Gauss-Newton algoritması ile geriçatım OKH | Çok katmanlı sinir ağı LM algoritması ile geriçatım OKH | Radyal tabanlı sinir ağı yapısı ile geriçatım OKH |
|----------------------------------|---|--|--|
| 1. test edilen elips geometrisi | 0,00358651 0 | 0,002170839 | 0,002253814 |
| 2. test edilen elips geometrisi | 0,00438693 6 | 0,000823068 | 0,000921429 |
| 3. test edilen elips geometrisi | 0,00157746 2 | 0,000944909 | 0,001064322 |
| 4. test edilen elips geometrisi | 0,00018073 3 | 0,000326880 | 0,000375046 |
| 5. test edilen elips geometrisi | - | 0,004466949 | 0,002671244 |
| 6. test edilen elips geometrisi | - | 0,007642887 | 0,003559409 |
| 7. test edilen elips geometrisi | - | 0,000446134 | 0,000389001 |
| 8. test edilen elips geometrisi | - | 0,000955728 | 0,001286634 |
| 9. test edilen elips geometrisi | - | 0,005206341 | 0,002897873 |
| 10. test edilen elips geometrisi | - | 0,003378957 | 0,002767070 |
| 11. test edilen elips geometrisi | - | 0,001286812 | 0,001500447 |





Şekil 7.7. Geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek elips geometrisi (b)- Çok katmanlı LM algoritması ile geriçatım görüntüsü (c)- Radyal tabanlı fonksiyon ile geriçatım görüntüsü

Tablo 7.8’den de anlaşıldığı gibi sinir ağları yapısı ile elips geometrisi içerisinde bir farklı iletkenliğe sahip yapının gerilim ve iletkenlik değerleri kullanılarak kolaylıkla geometri içerisinde iletkenliği farklı iki yapı bulunabilir. Eğitim sırasında kullanılan örüntü sayısı arttırılırsa sinir ağları yapısı kullanılarak geriçatımı yapılmış görüntülerin hata değeri azalacaktır.

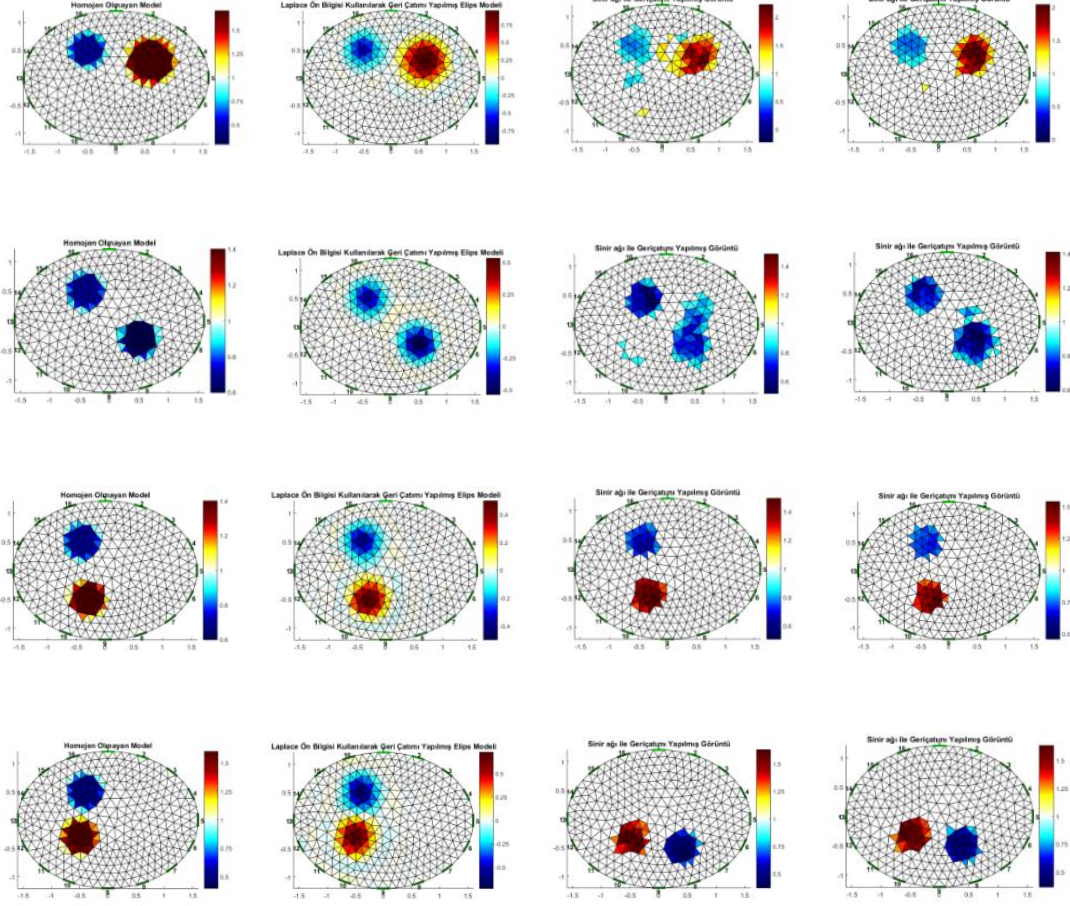
İki farklı iletkenliğe sahip yapının elips geometrisinin Gauss-Newton algoritması ve sinir ağları ile geriçatılmış görüntüleri kıyaslamak için elips geometrisinde iletkenliği farklı iki yapı olduğu düşünülüp geriçatımı yapılmıştır.

Tablo E3.6’daki örüntüler sinir ağı eğitimi için kullanılmıştır. Test edilecek örüntüler ise Tablo 7.9’daki gibidir. Hata değeri $1e-03$ olarak ayarlanmış sinir ağı yapısı için sonuçlar Şekil 7.8’deki gibidir.

Tablo 7.9. Geriçatımı istenilen elips geometrileri

| | X ve Y Koordinatları | Yarıçap | İletkenlik |
|---------------------------------|-----------------------------|----------------|-------------------|
| 1. test edilen elips geometrisi | (0.6,0.3) (-0.5,0.5) | 0.4 0.3 | 1.7 0.5 |
| 2. test edilen elips geometrisi | (-0.4,0.5) (0.5,-0.3) | 0.3 0.3 | 0.7 0.6 |
| 3. test edilen | (-0.4,0.5) | 0.3 | 0.7 |

| | | | |
|---------------------------------|-------------|-----|-----|
| elips geometrisi | (-0.3,-0.5) | 0.3 | 1.4 |
| 4. test edilen elips geometrisi | (0.4,-0.5) | 0.3 | 0.5 |
| elips geometrisi | (-0.5,-0.3) | 0.3 | 1.6 |



(a)

(b)

(c)

(d)

Şekil 7.8. Geriçatım görüntüleri (a)- Gerçek elips geometrileri (b)- Gauss-Newton algoritması ile geriçatım görüntüsü (c)- Çok katmanlı LM algoritması ile geriçatım görüntüsü (d)- Radyal tabanlı fonksiyon ile geriçatım görüntüsü

Şekil 7.8’de elips geometrisinin içerisinde iki farklı yapının olduğu geriçatım görüntüleri verilmiştir. Görüntülerin hata tablosu Tablo 7.10’daki gibidir.

Tablo 7.10. Geriçatım görüntülerindeki hata değerleri

| | Gauss-Newton algoritması ile geriçatım OKH | Çok katmanlı sinir ağı LM algoritması ile geriçatım OKH | Radyal tabanlı sinir ağı yapısı ile geriçatım OKH |
|---------------------------------|--|---|---|
| 1. test edilen elips geometrisi | 0,00806219 9 | 0,013461787 | 0,009201877 |
| 2. test edilen elips geometrisi | 0,00236406 8 | 0,003874320 | 0,001415271 |
| 3. test edilen elips geometrisi | 0,00143108 7 | 0,001734039 | 0,001773474 |
| 4. test edilen elips geometrisi | 0,00250468 1 | 0,002318041 | 0,001793338 |

Radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı ile elde edilen görüntüler iletkenlik değeri 1'den küçük yapılar için Gauss-Newton algoritmasının geriçatım görüntülerine göre gerçek elips geometrisine daha yakındır. Tablo 7.10'dan da görüldüğü gibi eğitim sırasında kullanılan örüntüler içerisinde iki farklı iletkenliğe sahip elips geometrileri kullanılırsa içerisinde iletkenliği farklı iki yapının olduğu test örüntülerinin daha az hatalı olmasını sağlamıştır.

8. SONUÇ

Bu tez çalışmasında, EET'deki iletkenliği farklı yapılar içeren daire ve elips geometrilerinin ileri ve geri problem çözümleri incelenmiştir. İleri ve geri problem çözümleri için MATLAB programı kullanılmıştır. EET'deki ileri problem SEY kullanılarak çözülmüştür. Analitik çözüm ile SEY sonuçları karşılaştırılmıştır ve SEY'in analitik çözümü kolay olmayan geometriler için kullanılabileceği gösterilmiştir.

Tezde daire ve elips geometrisinin içindeki iletkenlik dağılımını bulmak için Gauss-Newton algoritması ve sinir ağ yapıları kullanılmıştır. Gauss-Newton algoritmasında, özdeş ve özdeş olmayan geometrilerinin gerilim değerleri arasındaki farkı azaltmaya çalışarak geometrilerin iletkenlik dağılımı bulunmaya çalışılmıştır. Bu algoritma ile Laplace ve Tikhonov ön bilgileri kullanılarak daire ve elips geometrileri için geriçatım görüntüleri elde edilmiştir. Bu iki ön bilgi kullanılarak elde edilen hata değerlerinde yüzeyden en uzak konum olan merkezdeki iletkenliği farklı bir yapı için de Laplace ön bilgisi kullanılarak elde edilen hata oranı daha düşüktür. Geometri içerisinde iki farklı yapının olduğu durumlarda 1,0058'e kadar düşen hata oranı ile Laplace ön bilgisi kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüsü Tikhonov ön bilgisi kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüsünden daha başarılıdır. Aynı şekilde elips geometrisi için iki farklı iletkenliğe sahip yapıların geriçatımını 1,0074'e kadar düşen hata oranı ile Laplace ön bilgisi kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüsü Tikhonov ön bilgisi kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüsüne göre daha başarılıdır. Elde edilen sonuçlara göre Laplace ön bilgisi kullanılarak elde edilen geriçatım görüntüsünün gerçekteki geometrilerin iletkenlik dağılıma daha yakın sonuç verdiği görülmüştür. Bu yüzden sinir ağları ile Gauss-Newton algoritmasının geriçatım görüntüleri karşılaştırılırken Laplace ön bilgisi kullanılmıştır. Yüzeyden elde edilen sanal gerilim değerlerinde gürültünün olmadığı varsayıp geriçatım görüntüleri elde edilmiştir. Eğer gürültü varsa düzenleme parametresinde değişiklik yapılması gerekmektedir.

Sinir ağı yapısı ile geriçatım yapılırken sinir ağı yapısına giriş olarak yüzeydeki hesaplanan gerilim değerleri verilmiştir ve çıkış katmanında ise bu gerilim değerlerine sahip iletkenlik değerleri elde edilmiştir. Eğitim sırasında yüzeydeki gerilim değerine karşılık gelen iletkenlik dağılımı bilgisi kullanılmıştır. LM algoritması ile çok katmanlı

ileri beslemeli sinir ağı ve radyal tabanlı fonksiyon içeren sinir ağı yapısı kullanılarak geriçatım görüntülerinin çözünürlük, yüzeydeki gerilim değerlerindeki gürültü, saklı katman sayısı ve yayılım sabiti gibi farklı parametreler üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Radyal tabanlı fonksiyonun yayılım sabitinin değişiminin geriçatım görüntüsü üzerinde her geometri için aynı etkisinin olmadığı görülmüştür. Saklı katmandaki nöron sayısı arttırılarak sonuçlar geriçatım görüntülerinin hata değerleri hesaplanmıştır. Özdeş dağılıma sahip geometrideki iletkenlik değerinden daha büyük olan yapılar için nöron sayısının fazla olduğu sinir ağı modeli $2.55 \cdot 10^{-3}$ hata oranı ile daha başarılı olmuştur. Hesaplanması gereken işlem sayısının artması ve iletkenliği küçük yapılar için de hata oranının 60 nörona sahip sinir ağı yapısından daha düşük olmadığı görülmüştür. İki saklı katmana sahip sinir ağı modelinin gerilim değerlerine gürültü eklenerek eğitim için kullanılan örüntü sayısı arttırılmış ve hata oranı $6.43 \cdot 10^{-4}$ 'e düştüğü görülmüştür. Geriçatım görüntüleri her ayrı bölüm için karşılaştırıldığında radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı yapısı kullanılarak elde edilen görüntülerin diğer geriçatım algoritmalarına göre daha başarılı olduğu görülmüştür. Sinir ağlarının geriçatım görüntüleri üzerindeki başarısını arttırmak için eğitim sırasında modellerde kullanılan nöron sayısı artırılabilir. Saklı katmandaki nöron sayısının artışı ve hata değerleri düşürülerek daha iyi sonuçlar elde edilebilir. Ayrıca sinir ağı eğitiminde kullanılan veri tabanındaki örüntü sayısının arttırılması ile de geriçatım görüntülerindeki hata oranı düşürülebilir.

Daire ve elips geometrilerinin geriçatımında sinir ağı yapısı kullanılırken sinir ağının eğitiminde kullanılan örüntüler içerisinde iletkenliği farklı tek bir yapı varken, test edilen örüntülerde iletkenliği farklı iki yapı olduğunda da yapıların iletkenlik ve konumunu belli bir hata ile kestirebilmektedir. Bu tür bir deneyde radyal tabanlı fonksiyon sinir ağı yapısının LM öğrenmeli çok katmanlı sinir ağı yapısına göre daha doğru sonuç verdiği görülmüştür.

Sinir ağı yapısı ile elde edilen geriçatım görüntülerindeki hatayı azaltmak için eğitim sırasında daha çok işleme birimi kullanabiliriz ancak bu durumda da öğrenme süresi daha uzun sürmektedir. Bu çalışma eliptik geometride yapılan çok az sayıda çalışmadan biri olmakla birlikte iki özdeş olmayan yapıyı alan tek çalışma özelliğini göstermektedir. Elde edilen sonuçlar temel alınarak özellikle eliptik geometri

modellerinde daha güvenilir ve daha hızlı geriçatım algoritmaları araştırmaları için sinir ağları performanslarını karşılaştırıp bir araya getiren referans olabilecek bir çalışma tamamlanmıştır.

9. KAYNAKLAR

- [1] Cheney M. , Isaacson D., J.C. Newell, Electrical impedance tomography, 41 (1999) 85–101.
- [2] J. G. Webster, Electrical impedance tomography, Taylor & Francis Group, 1990
- [3] K. Cha, G.M. Chertow, J. Gonzalez, J.M. Lazarus, D.W. Wilmore, Multifrequency bioelectrical impedance estimates the distribution of body water, J. Appl. Physiol. 79 (1995) 1316–1319.
- [4] M. Darnajou, A. Dupré, C. Dang, G. Ricciardi, S. Bourennane, C. Bellis, On the implementation of simultaneous multi-frequency excitations and measurements for electrical impedance tomography, Sensors (Switzerland). 19 (2019) 1–19.
- [5] R. Plonsey, Bioelectric Phenomena, McGraw-Hill Co, New York, 1969.
- [6] V. Cherepenin, A. Karpov, A. Korjenevsky, V. Kornienko, A. Mazaletskaya, D. Mazourov, D. Meister, A 3D electrical impedance tomography (EIT) system for breast cancer detection., Physiol. Meas. 22 (2001) 9–18.
- [7] C. Venkatratnam, F.Nagi, Spatial resolution in electrical impedance tomography: A topical review, Journal of Electrical Bioimpedance 8 (2017) 66-78.
- [8] S. Pravin Kumar, N. Sriraam, P.G. Benakop, B.C. Jinaga, Reconstruction of brain electrical impedance tomography images using particle swarm optimization, 2010 5th Int. Conf. Ind. Inf. Syst. ICIIS 2010. (2010) 339–342.
- [9] Y. Zou, Z. Guo, A review of electrical impedance techniques for breast cancer detection, Med. Eng. Phys. 25 (2003) 79–90.
- [10] N.D. Harris, B.H. Brown, D.C. Barber, Continuous monitoring of lung ventilation with electrical impedance tomography, Proc. Annu. Int. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. Soc. EMBS. 5 (1992) 1754–1755.
- [11] D.M. Loke, Electrical imaging surveys for environmental and engineering studies - A practical guide to 2-D and 3-D surveys Copyright, Cangkat Minden Lorong. August 200 (2000) 61.
- [12] J. Padilha Leitzke, H. Zangl, Low-power electrical impedance tomography spectroscopy, COMPEL - Int. J. Comput. Math. Electr. Electron. Eng. 38 (2019) 1480–1492.

- [13] S. Vergara, D. Sbarbaro, T.A. Johansen, Accurate position estimation methods based on electrical impedance tomography measurements, *Meas. Sci. Technol.* 28 (2017).
- [14] B.M. Eyüboğlu, T.C. Pilkington, Comments on Distinguishability in Electrical Impedance Imaging, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 40 (1993) 1328–1330.
- [15] K.E. Akdoğan, A. Yılmaz, B. Saka, EET'nin İleri Probleminin Elips Modelinde Analitik Yöntem ve Sınırlı Eleman Yöntemi (SEY) ile Çözümü, *URSI-TÜRKİYE'2006, Türkiye Ulusal Komitesi 3. Bilimsel Kongresi, Ankara Türkiye, 2006.*
- [16] K.E. Akdoğan, Elektrik Empedans Tomografide (EET) İleri Problemin Elips ve Daire Geometrilere için Analitik Yöntem ve Sonlu Eleman Yöntemi ile İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2004.
- [17] A. Yılmaz, K. E. Akdoğan, B. Saka, Application of conformal transformation to elliptic geometry for electric impedance tomography, *Med. Eng. & Phy.* 30 (2008) 144-153.
- [18] V. H. Mosquera, C. M. Gonzalez, E.I. Ortega, EIDORS-Matlab interface for forward problem solving of electrical impedance tomography, *III Latin-American Conference on Bioimpedance, October 2019.*
- [19] M. Vauhkonen, D. Vadász, P.A. Karjalainen, E. Somersalo, J.P. Kaipio, Tikhonov regularization and prior information in electrical impedance tomography, *IEEE Trans. Med. Imaging.* 17 (1998) 285–293.
- [20] M. Vauhkonen, Electrical impedance tomography and prior information, Master Thesis, Kuopi University, 1997.
- [21] K.Y. Kim, B.S. Kim, M.C. Kim, Y.J. Lee, M. Vauhkonen, Image reconstruction in time-varying electrical impedance tomography based on the extended Kalman filter, *Meas. Sci. Technol.* 12 (2001) 1032–1039.
- [22] M. Brinckerhof, Comparison of Electrical Impedance Tomography Reconstruction Algorithms With EIDORS Reconstruction Software, Master Thesis, Mathematical Sciences, Clemson University, 2018.
- [23] R. Harikumar, R. Prabu, S. Raghavan, Electrical Impedance Tomography (EIT) and Its Medical Applications : A Review, *Int. J. Soft Comput. Eng.* 3 (2013) 193–198.
- [24] V. Sarode, S. Patkar, A. N Cheeran, Comparison of 2-D Algorithms in EIT based Image Reconstruction, *Int. J. Comput. Appl.* 69 (2013) 6–11.

- [25] S. Martin, C.T.M. Choi, On the influence of spread constant in radial basis networks for electrical impedance tomography, *Physiol. Meas.* 37 (2016) 801–819
- [26] Z. Shaaban, T. Arif, Shape Representation and Retrieval Using Radial Basis Probabilistic Neural Networks, *Int. J. Comput. Sci. Netw. Secur.* 8 (2008) 271–279
- [27] R. Hrabuska, M. Prauzek, M. Venclikova, J. Konecny, Image Reconstruction for Electrical Impedance Tomography: Experimental Comparison of Radial Basis Neural Network and Gauss – Newton Method, *IFAC-PapersOnLine.* 51 (2018) 438–443.
- [28] A.P. Markopoulos, S. Georgiopoulos, D.E. Manolakos, On the use of back propagation and radial basis function neural networks in surface roughness prediction, *J. Ind. Eng. Int.* 12 (2016) 389–400.
- [29] G. Kłosowski, T. Rymarczyk, Using Neural Networks and Deep Learning Algorithms in Electrical Impedance Tomography, *Informatics Control Meas. Econ. Environ. Prot.* 7 (2017) 99–102.
- [30] N. Bahranii, 2½D Finite Element Method for Electrical Impedance Tomography Considering the Complete Electrode Model, Master Thesis, Ottawa-Carleton Institute for Electrical and Computer Engineering, Ottawa, 2012.
- [31] Li Xiuyan et al. , An Image Reconstruction Framework Based On Deep Neural Network For Electrical Impedance Tomography, 2017 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), 17-20 September 2017, IEEE, 2381-8549, 2017.
- [32] M. Goharian, New Hardware and Software Design for Electrical Impedance Tomography, Phd Dissertation, Electrical Electronics Engineering, McMaster University, Canada, 2007.
- [33] E. Somersalo, M. Cheney, D. Isaacson, Existence and uniqueness for electrode models for electric current computed tomography, *SIAM J. Appl. Math.* 52 (1992) 1023–1040.
- [34] T.A. Khan, S.H. Ling, Review on electrical impedance tomography: Artificial intelligence methods and its applications, *Algorithms.* 12 (2019).
- [35] T.K. Bera, J. Nagaraju, Studying the resistivity imaging of chicken tissue phantoms with different current patterns in Electrical Impedance Tomography (EIT), *Meas. J. Int. Meas. Confed.* 45 (2012) 663–682.
- [36] E.J. Woo, P. Hua, J.G. Webster, W.J. Tompkins, Finite-element method in electrical impedance tomography, *Med. Biol. Eng. Comput.* 32 (1994) 530–536.
- [37] M.T. Erwati, N. Farrukh, Application of Electrical Impedance Tomography for

- imaging in bio-medical and materail technology, In 2009 IEEE Student Conference on Research and Development (SCORED), pp. 168-171, IEEE, **2009**.
- [38] B. Gong, B. Schullcke, S. Krueger-Ziolek, K. Moeller, An Investigation of Modeling Error of EIT Reconstruction, *J. Biomed. Sci. Eng.* 10 (**2017**) 59–65.
- [39] B. Saka, A. Yilmaz, Elliptic Cylinder Geometry for Distinguishability Analysis in Impedance Tomography, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 51 (**2004**) 126–132.
- [40] Z.Q. Chen, Reconstruction Algorithms for Electrical Impedance Tomography, Phd Dissertation, Electrical and Computer Engineering, Wollongong University, Australia, **1990**.
- [41] P. J. Vauhkonen, Image Reconstruction in Three Dimensional Electrical Impedance Tomography, Kuopi University Publications, **2004**.
- [42] S. Chen, G. Kou , A. Jiang, Calculation and simulation of the Jacobi matrix in Electrical Impedance Tomography, 2008 International Conference on Optical Instruments and Technology: Optoelectronic Measurement Technology and Applications, vol. 7160, International Society for Optics, **2009**.
- [43] W. W. Loh, F.J. Dickin, Improved Modified Newton-Raphson Algorithm for Electrical Impedance Tomography, 32 (**1996**) 1995–1996.
- [44] B. Han, Y. Xu, F. Dong, A new regularization method for electrical impedance tomography, IST 2017 - IEEE Int. Conf. Imaging Syst. Tech. Proc. 2018-Janua (**2017**) 1–6.
- [45] A. Adler, W.R.B. Lionheart, Uses and abuses of EIDORS: An extensible software base for EIT, *Physiol. Meas.* 27 (**2006**).
- [46] M. Vauhkonen, W.R.B. Lionheart, L.M. Heikkinen, P.J. Vauhkonen, J.P. Kaipio, A MATLAB package for the EIDORS project to reconstruct two-dimensional EIT images, *Physiol. Meas.* 22 (**2001**) 107–111.
- [47] A. Adler, R. Guardo, A neural network image reconstruction technique for EIT, *IEEE Transactions on Medical Imaging* 13 (**1994**) 594-600.
- [48] B. Ataseven, Yapay sinir ağlari ile öngörü modellemesi, *Öneri Derg.* 10 (**2013**) 101–115.
- [49] S. Haykin, *Neural Networks: A comprehensive foundation*, Prentice- Hall, Second edition, **1999**.
- [50] A. Zafari, M.H. Kianmehr, R. Abdolazadeh, Modeling the effect of extrusion parameters on density of biomass pellet using artificial neural network, *Int. J. Recycl. Org. Waste Agric.* 2 (**2013**) 1–11.

- [51] E. Öztemel, Yapay Sinir Ağları, Papatya Yayıncılık, İstanbul, **2016**.
- [52] Anonim, Yapay Sinir Ağları, <https://www.slideshare.net/ahmetkakici/yapay-sinir-aglari> (Erişim tarihi: **21 Haziran 2020**).
- [53] M. Michalikova, R. Abed, M. Prauzek, J. Koziorek, Image reconstruction in electrical impedance tomography using neural network, Proc. 7th Cairo Int. Biomed. Eng. Conf. CIBEC 2014. (**2015**) 39–42.
- [54] A. Sharifahmadian, Numerical Models for Submerged Breakwaters: Coastal Hydrodynamics and Morphodynamics, Butterworth-Heinemann, **2015**.
- [55] D. Aşın, İ. İskender, A. Mamizadeh, Farklı Yapay Sinir Ağları Yöntemlerini Kullanarak Kuru Tip Transformator Sargısının Termal Analizi, Gazi Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi 26 (**2011**) 905-913.
- [56] Anonim, Radyal Temelli Fonksiyon Sinir Ağları, <https://prezi.com/qns-z1nzw2xo/radyal-temelli-fonksiyon-aglar/> (Erişim tarihi: 22 Haziran 2020).

EKLER

EK 1 – Daire Geometrisinin İleri Probleminin Analitik Yöntemle Çözülmesi

Daire geometrisine sahip yapının ileri problemi Laplace denklemidir. Bu Laplace denklemi denklem E1.1'deki gibidir. Denklem E1.1'i çözülmesi için geometrinin sınır koşulları gereklidir.

$$\nabla \cdot \sigma \nabla U = 0 \quad (\text{E1.1})$$

Denklem (E1.1)'in kutupsal koordinatlarla açılımı Denklem (E1.2)'de gösterilmiştir.

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dV}{dr} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 V}{d\theta^2} = 0 \quad (\text{E1.2})$$

Değişkenlere ayırma yöntemi ile gerilim fonksiyonu denklem (E1.3)'teki gibi olduğu kabul edilir.

$$V(r, \theta) = R(r)\theta(\theta) \quad (\text{E1.3})$$

Denklem (E1.3), denklem (E1.2)'de yerine konulduğunda denklem (E1.4) elde edilir.

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \left[\theta(\theta) \frac{dR(r)}{dr} \right] \right) + \frac{1}{r^2} R(r) \frac{d^2 \theta(\theta)}{d\theta^2} = 0 \quad (\text{E1.4})$$

Denklem (E1.4) $R(r)\theta(\theta)$ 'ya bölüldüğünde Denklem (E1.5) elde edilir.

$$\frac{r}{R(r)} \frac{d}{dr} \left(r \left[\frac{dR(r)}{dr} \right] \right) + \frac{1}{\theta} \frac{d^2 \theta(\theta)}{d\theta^2} = 0 \quad (\text{E1.5})$$

Denklem (E1.5)'in R ve θ 'nın tüm değerlerinin denklemi sağlaması için denklem (E1.6) ve denklem (E1.7)'yi sağlamalıdır.

$$\frac{r}{R(r)} \frac{d}{dr} \left(r \left[\frac{dR(r)}{dr} \right] \right) = n^2 \quad (\text{E1.6})$$

$$\frac{1}{\theta} \frac{d^2\theta(\theta)}{d\theta^2} = -n^2 \quad (\text{E1.7})$$

Denklem (E1.7) 'yi denklem (E1.8) haline getirilir.

$$\frac{d^2\theta(\theta)}{d\theta^2} + n^2\theta(\theta) = 0 \quad (\text{E1.8})$$

θ ile yüzey gerilimi periyodik olduğu için θ fonksiyonunun da periyodik olması gerekmektedir. $\theta(\theta)$ fonksiyonu denklem (E1.9)'daki gibi tanımlanabilir.

$$\theta(\theta) = A^\theta \cos n\theta + B^\theta \sin n\theta \quad (\text{E1.9})$$

Denklem (E1.6) denklem (E1.10)'a eşittir.

$$r^2 \frac{d^2R(r)}{dr^2} + r \frac{dR(r)}{dr} - n^2R(r) = 0 \quad (\text{E1.10})$$

Denklem (E1.10)'u sağlayan çözüm denklem (E1.11)'deki gibidir.

$$R(r) = A_r r^n + B_r r^{-n} \quad (\text{E1.11})$$

Denklem (E1.1)'e $\theta(\theta)$ ve $R(r)$ sonuçları yerleştirildiğinde denklem (E1.12) elde edilir.

$$U(r, \theta) = R(r)\theta(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} (A^{\theta} \cos n\theta + B^{\theta} \sin n\theta) (A_r r^n + B_r r^{-n}) \quad (\text{E1.12})$$

Özdeş dağılıma sahip daire geometrisi için denklem (E1.12) denklem (E1.13) haline gelir.

$$V(r, \theta) = R(r)\theta(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} (A^{\theta} \cos n\theta + B^{\theta} \sin n\theta) (A_r r^n) \quad (\text{E1.13})$$

Denklem (E1.13)'ün hesaplanabilmesi için geometrinin sınır koşulları bilgisi gereklidir. Yüzeydeki elektrotlardan uygulanan akım sonucu yüzeyde akım yoğunluğu oluşur ve bu yoğunluk vektörü ile bulunur. Akım yoğunluğu ise denklem (E1.14)'te ifade edildiği gibidir.

$$j = -\sigma \frac{dV}{dr} \quad (\text{E1.14})$$

Akım yoğunluğu vektörünün Fourier katsayıları ile açılımı denklem (E1.15)'deki gibidir.

$$j(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} (C_n \cos n\theta + S_n \sin n\theta) \quad (\text{E1.15})$$

Denklem (E1.15)'deki C_n ve S_n katsayıları denklem (E1.16) ve denklem (E1.17)'deki gibidir.

$$C_n = \int_0^{2\pi} j(\theta) \cos n\theta d\theta \quad (\text{E1.16})$$

$$S_n = \int_0^{2\pi} j(\theta) \sin n\theta d\theta \quad (\text{E1.17})$$

Denklem (E1.13) ve denklem (E1.15), denklem (E1.14)'teki denklemde yerine konulduğunda sırasıyla denklem (E1.18) ve denklem (E1.19) elde edilir.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} (C_n \cos n\theta + S_n \sin n\theta) \\ = -1 \frac{d(\sum_{n=1}^{\infty} (A^n \cos n\theta + B^n \sin n\theta) (A_r r^n))}{dr} \end{aligned} \quad (\text{E1.18})$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} (C_n \cos n\theta + S_n \sin n\theta) \\ = \sum_{n=1}^{\infty} -A_r n r^{n-1} (A^n \cos n\theta + B^n \sin n\theta) \end{aligned} \quad (\text{E1.19})$$

Şekil 3.1'deki gibi $r=1$ olduğu için C_n ve S_n katsayıları denklem (E1.20) ve denklem (E1.21)'deki gibidir.

$$C_n = -A_r n A^n \quad (\text{E1.20})$$

$$S_n = -A_r n B^\theta \quad (E1.21)$$

Denklem (E1.20) ve denklem (E1.21)'den A^θ ve B^θ değerleri için denklem (E1.22) ve denklem (E1.23) yazılır.

$$A^\theta = \frac{C_n}{-nA_r} \quad (E1.22)$$

$$B^\theta = \frac{S_n}{-nA_r} \quad (E1.23)$$

Denklem (E1.13)'e bulunan katsayı denklemlerini yerleştirdiğimizde sırasıyla denklem (E1.24) ve denklem (E1.25) elde edilir.

$$U(1, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{C_n}{-nA_r} \cos n\theta + \frac{S_n}{-nA_r} \sin n\theta \right) (A_r) \quad (E1.24)$$

$$U(1, \theta) = \frac{-1}{n} \sum_{n=1}^{\infty} (C_n \cos n\theta + S_n \sin n\theta) \quad (E1.25)$$

Özdeş olmayan daire geometrisinin yüzeyde oluşan gerilim dağılımını hesaplarken özdeş yapıda uyguladığımız basamaklar kullanılır. Özdeş olmayan kısmın gerilim değeri $U_{iç}$ ve iki daire arasındaki gerilim dağılımı da U_{ara} olarak tanımlanırsa $U_{iç}$ özdeş yapıda daire geometrisindeki gibi denklem (E1.26) gibi yazılır. U_{ara} ise $r=0$ 'ı içermediği için denklem (E1.12)'deki gibi olur.

$$U_{i\check{c}}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} (A^{\theta} \cos n\theta + B^{\theta} \sin n\theta) (A_r r^n) \quad (\text{E1.26})$$

$$U_{ara}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} (A^{\theta'} \cos n\theta + B^{\theta'} \sin n\theta) (A'_r r^n + B'_r r^{-n}) \quad (\text{E1.27})$$

Yüzeyde oluşan akım yoğunluğu özdeş olmayan daire geometrisi için denklem (E1.28)'deki gibidir.

$$j = -\sigma \frac{dU_{ara}}{dr} \quad (\text{E1.28})$$

Şekil 3.2'den de anlaşılacağı gibi denklem (E1.28) için $\sigma = 1$ denklem (E1.15) ve denklem (E1.27)'yi denklem (E1.28)'e yerleştirdiğimizde denklem (E1.29) elde edilir.

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} (C_n \cos n\theta + S_n \sin n\theta) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (A^{\theta'} \cos n\theta + B^{\theta'} \sin n\theta) (nA'_r r^{n-1} \\ & \quad - nB'_r r^{-n-1}) \end{aligned} \quad (\text{E1.29})$$

Denklem (E1.29)'a $r = 1$ yerleştirildiğinde denklem (E1.30)'a eşit olur. Denklem (E1.30)'da gerekli sadeleştirmeler yapıldıktan sonra katsayılar arasındaki ilişki denklem (E1.31) elde edilir.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (C_n \cos n\theta + S_n \sin n\theta) \quad (E1.30)$$

$$= - \sum_{n=1}^{\infty} (A^{\theta'} \cos n\theta + B^{\theta'} \sin n\theta) (nA'_r - nB'_r)$$

$$A_r - B_r = \frac{-1}{n} \frac{C_n \cos n\theta + S_n \sin n\theta}{A^{\theta'} \cos n\theta + B^{\theta'} \sin n\theta} \quad (E1.31)$$

$U_{iç}$ ve U_{ara} özdeş olmayan yapının yüzeyinde denklem (E1.32)'yi sağlaması gerekir.

$$U_{ara}(R^+, \theta) = U_{iç}(R^-, \theta) \quad (E1.32)$$

Denklem (E1.32)'ye göre yüzeydeki gerilim denklem (E1.33)'deki gibi olmalıdır.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (A^{\theta'} \cos n\theta + B^{\theta'} \sin n\theta) (A'_r R^n + B'_r R^{-n}) \quad (E1.33)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} (A^{\theta} \cos n\theta + B^{\theta} \sin n\theta) (A_r R^n)$$

Denklem (E1.33) gerekli sadeleştirmelerden sonra denklem (E1.34) elde edilir.

$$(A'_r R^n + B'_r R^{-n}) (A^{\theta'} \cos n\theta + B^{\theta'} \sin n\theta) \quad (E1.34)$$

$$= A_r R^n (A^{\theta} \cos n\theta + B^{\theta} \sin n\theta)$$

Özdeş olmayan yapının yüzeyinde oluşan akım yoğunluğu da denklem (E1.35)'i sağlamalıdır.

$$-1 \frac{dU_{ara}(R^+, \theta)}{dr} = -\sigma \frac{dU_{i\zeta}(R^-, \theta)}{dr} \quad (E1.35)$$

$U_{i\zeta}$ ve U_{ara} denklemleri denklem (E1.35)'e yerleştirildiğinde denklem (E1.37) elde edilir.

$$\begin{aligned} -1 \frac{d \sum_{n=1}^{\infty} (A^{\theta'} \cos n\theta + B^{\theta'} \sin n\theta) (A'_r R^n + B'_r R^{-n})}{dr} \\ = -\sigma \frac{d \sum_{n=1}^{\infty} (A^{\theta} \cos n\theta + B^{\theta} \sin n\theta) (A_r R^n)}{dr} \end{aligned} \quad (E1.36)$$

$$\begin{aligned} -A'_r R^n + B'_r R^{-n} (A^{\theta'} \cos n\theta + B^{\theta'} \sin n\theta) \\ = -\sigma A_r R^n (A^{\theta} \cos n\theta + B^{\theta} \sin n\theta) \end{aligned} \quad (E1.37)$$

Denklem (E1.37) ve denklem (E1.34) toplandığında denklem (E1.38) elde edilir.

$$((\sigma - 1)A'_r R^n + (\sigma + 1)B'_r R^{-n})(A^{\theta'} \cos n\theta + B^{\theta'} \sin n\theta) = 0 \quad (E1.38)$$

Denklem (E1.38)'in ilk parçası denklem (E1.39)'daki gibidir.

$$(\sigma - 1)A'_r R^n + (\sigma + 1)B'_r R^{-n} = 0 \quad (E1.39)$$

Denklem (E1.39)'dan A'_r katsayısı hesaplandığında denklem (E1.40) elde edilir.

$$A'_r = \frac{(\sigma + 1)B'_r R^{-n}}{(\sigma - 1)R^n} \quad (E1.40)$$

Denklem (E1.31)'e denklem (E1.40) yazıldığında denklem (E1.41) elde edilir.

$$B'_r = \frac{-1}{n} \frac{C_n \cos n\theta + S_n \sin n\theta}{A^{\theta'} \cos n\theta + B^{\theta'} \sin n\theta} \frac{(\sigma - 1)R^n}{-(\sigma + 1)R^{-n} - (\sigma - 1)R^n} \quad (\text{E1.41})$$

Denklem (E1.39)'dan B'_r katsayısı hesaplandığında denklem (E1.42) elde edilir.

$$B'_r = \frac{-(\sigma - 1)A'_r R^n}{(\sigma + 1)R^{-n}} \quad (\text{E1.42})$$

Denklem (E1.31)'e denklem (E1.42) yazıldığında denklem (E1.43) elde edilir.

$$A'_r = \frac{-1}{n} \frac{C_n \cos n\theta + S_n \sin n\theta}{A^{\theta'} \cos n\theta + B^{\theta'} \sin n\theta} \frac{(\sigma + 1)R^{-n}}{(\sigma + 1)R^{-n} + (\sigma - 1)R^n} \quad (\text{E1.43})$$

Denklem (E1.27)'ye denklem (E1.41) ve denklem (E1.43) yerleştirildiğinde denklem (E1.44) elde edilir.

$$\begin{aligned} & U_{ara}(r, \theta) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (A^{\theta'} \cos n\theta \\ &+ B^{\theta'} \sin n\theta) \left(\frac{-1}{n} \frac{C_n \cos n\theta + S_n \sin n\theta}{A^{\theta'} \cos n\theta + B^{\theta'} \sin n\theta} \frac{(\sigma + 1)R^{-n}}{(\sigma + 1)R^{-n} + (\sigma - 1)R^n} r^n \right. \\ &\left. + \frac{-1}{n} \frac{C_n \cos n\theta + S_n \sin n\theta}{A^{\theta'} \cos n\theta + B^{\theta'} \sin n\theta} \frac{(\sigma - 1)R^n}{-(\sigma + 1)R^{-n} - (\sigma - 1)R^n} r^{-n} \right) \end{aligned} \quad (\text{E1.44})$$

Gerekli işlemlerden sonra denklem (E1.44) denklem (E1.45)'deki gibidir.

$$U_{ara}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1}{n} \left(\frac{(\sigma+1)-(\sigma-1)R^{2n}}{(\sigma+1)+(\sigma-1)R^{2n}} (C_n \cos n\theta + S_n \sin n\theta) \right) \quad (\text{E1.45})$$

Özdeş olmayan daire geometrisinin yüzeyinde oluşan gerilim dağılımı denklem (E1.46)'daki gibidir.

$$\mu = \left(\frac{\sigma - 1}{\sigma + 1} \right), V(1, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1}{n} \left(\frac{1 - \mu R^{2n}}{1 + \mu R^{2n}} (C_n \cos n\theta + S_n \sin n\theta) \right) \quad (\text{E1.46})$$

EK 2 – Elips Geometrisinin İleri Probleminin Analitik Yöntemle Çözülmesi

Herhangi bir elips üzerindeki noktanın eliptik silindirik koordinatlardaki konumu denklem (E2.1) ve denklem (E2.2) kullanılarak bulunur.

$$\cosh \xi = \frac{r_1 + r_2}{2c} \quad (\text{E2.1})$$

$$\cos \nu = \frac{r_1 - r_2}{2c} \quad (\text{E2.2})$$

Şekil 4.1'de belirtildiği gibi elips üzerindeki herhangi bir noktanın elipsin odakları arasındaki mesafeyi r_1 ve r_2 ifade eder. Elips silindirik koordinatların kartezyen koordinatlardaki ifadesi denklem (E2.3) ve denklem (E2.4)'te verilmiştir.

$$x = c \cosh \xi \cos \nu \quad (\text{E2.3})$$

$$y = c \sinh \xi \sin \nu \quad (\text{E2.4})$$

EET'deki elips geometrisinin büyüklüğü ζ olarak tanımlanırsa özdeş elips geometrisinin yüzeyindeki gerilim değerini hesaplamak için $\zeta_{dış}$ olan elips kullanılır. Özdeş olmayan elips geometrisinin yüzeydeki gerilimini hesaplarken özdeş olmayan daire geometrisinde olduğu gibi $\zeta_{dış}$ ve $\zeta_{iç}$ olan iki elipsi de kullanmalıyız. Şekil 4.1'de ifade edildiği gibi özdeş durum için geometri içerisindeki iletkenlik dağılımı 1'dir. Özdeş olmayan durumda ise $\zeta_{iç} \leq \zeta \leq \zeta_{dış}$ için $\sigma = 1$ 'dir. $\zeta \leq \zeta_{iç}$ için $\sigma = \sigma$ 'dır.

Laplace denkleminin çözümü daire geometrisindeki gibi değişkenlere ayırma yöntemi ile çözümlenmelidir. Eliptik silindirik koordinatlarındaki değişkenleri denklem (E2.5) ve denklem (E2.6)'daki gibi değiştirerek ileri problem çözülür.

$$\cosh\zeta = \zeta \quad (E2.5)$$

$$\cos\upsilon = \eta \quad (E2.6)$$

Denklem (E2.5) ve denklem (E2.6) denklem (4.1)'e yerleştirildiğinde denklem (E2.7) elde edilir.

$$\frac{d}{d\zeta} \left(\frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\sqrt{1 - \eta^2}} \left[\frac{dU}{d\zeta} \right] \right) + \frac{d}{d\eta} \left(\frac{\sqrt{1 - \eta^2}}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \left[\frac{dU}{d\eta} \right] \right) = 0 \quad (E2.7)$$

Değişkenlere ayırma yöntemine göre gerilim dağılımının denklem (E2.8)'daki gibi olduğu varsayılır.

$$U(\zeta, \eta) = F_1(\zeta)F_2(\eta) \quad (E2.8)$$

Denklem (E2.8), denklem (E2.7)'ye yerleştirildiğinde denklem (E2.9) elde edilir.

$$\begin{aligned} & \frac{d}{d\zeta} \left(\frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\sqrt{1 - \eta^2}} \left[\frac{d(F_1(\zeta)F_2(\eta))}{d\zeta} \right] \right) \\ & + \frac{d}{d\eta} \left(\frac{\sqrt{1 - \eta^2}}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \left[\frac{d(F_1(\zeta)F_2(\eta))}{d\eta} \right] \right) = 0 \end{aligned} \quad (\text{E2.9})$$

Denklem (E2.9)'daki türev işlemleri yapıldıktan sonra denklem (E2.10) elde edilir.

$$\begin{aligned} & \frac{F_2(\eta)}{\sqrt{1 - \eta^2}} \frac{d}{d\zeta} \left(\sqrt{\zeta^2 - 1} \frac{dF_1(\zeta)}{d\zeta} \right) + \frac{F_1(\zeta)}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \frac{d}{d\eta} \left(\sqrt{1 - \eta^2} \frac{dF_2(\eta)}{d\eta} \right) \\ & = 0 \end{aligned} \quad (\text{E2.10})$$

Denklem (E2.10) $F_1(\zeta) \cdot F_2(\eta)$ 'ye bölünürse denklem (E2.12) elde edilir.

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1} \cdot \sqrt{1 - \eta^2} \left(\frac{F_2(\eta)}{\sqrt{1 - \eta^2}} \frac{d}{d\zeta} \left(\sqrt{\zeta^2 - 1} \frac{dF_1(\zeta)}{d\zeta} \right) + \frac{F_1(\zeta)}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \frac{d}{d\eta} \left(\sqrt{1 - \eta^2} \frac{dF_2(\eta)}{d\eta} \right) \right)}{F_1(\zeta) \cdot F_2(\eta)} \\ & = 0 \end{aligned} \quad (\text{E2.11})$$

$$\frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{F_1(\zeta)} \frac{d}{d\zeta} \left(\sqrt{\zeta^2 - 1} \frac{dF_1}{d\zeta} \right) + \frac{\sqrt{1 - \eta^2}}{F_2(\eta)} \frac{d}{d\eta} \left(\sqrt{1 - \eta^2} \frac{dF_2}{d\eta} \right) = 0 \quad (\text{E2.12})$$

Denklem (E2.12)'nin tüm ζ ve η için eşitliği sağlaması için denklem (E2.13) ve denklem (E2.14)'teki gibi olmalıdır.

$$\frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{F_1(\zeta)} \frac{d}{d\zeta} \left(\sqrt{\zeta^2 - 1} \frac{dF_1}{d\zeta} \right) = C \quad (\text{E2.13})$$

$$\frac{\sqrt{1-\eta^2}}{F_2(\eta)} \frac{d}{d\eta} \left(\sqrt{1-\eta^2} \frac{dF_2}{d\eta} \right) = -C \quad (\text{E2.14})$$

Denklem (E2.13)'ü açtığımızda ise denklem (E2.15) elde edilir. Denklem (E2.15)'teki gerekli işlemler yapılmca denklem (E2.16) elde edilir.

$$\frac{\sqrt{\zeta^2-1}}{F_1} \left(\frac{1}{2} \cdot 2\zeta \cdot \frac{1}{\sqrt{\zeta^2-1}} \frac{dF_1}{d\zeta} + \sqrt{\zeta^2-1} \frac{d^2F_1}{d\zeta^2} \right) = C \quad (\text{E2.15})$$

$$(\zeta^2 - 1) \frac{d^2F_1}{d\zeta^2} + \zeta \frac{dF_1}{d\zeta} - CF_1 = 0 \quad (\text{E2.16})$$

Denklem (E2.16)'ya denklem (E2.5) yazıldığında denklem (E2.16) denklem (E2.22)'deki gibi olur.

$$d\zeta = \sinh\xi d\xi \quad (\text{E2.17})$$

$$\frac{dF_1}{d\zeta} = \frac{dF_1}{d\xi} \frac{d\xi}{d\zeta} = \frac{1}{\sinh\xi} \frac{dF_1}{d\xi} \quad (\text{E2.18})$$

$\frac{d^2F_1}{d\zeta^2}$ bulmak için öncelikle değişken değiştirme ile

$$g(\xi) = \frac{dF_1}{d\xi}, \quad \frac{dg(\xi)}{d\zeta} = \frac{d}{d\xi} g(\xi) \frac{d\xi}{d\zeta} = \frac{d^2F_1}{d\xi^2} \frac{1}{\sinh\xi} \quad (\text{E2.19})$$

$$\begin{aligned}\frac{d^2 F_1}{d\zeta^2} &= \frac{d}{d\xi} \left(\frac{1}{\sinh \xi} \frac{dF_1}{d\xi} \right) \\ &= -1 \cdot \cosh \xi \cdot \frac{1}{\sinh^3 \xi} \cdot \frac{dF_1}{d\xi} + \frac{1}{\sinh \xi} \cdot \frac{d}{d\xi} \left(\frac{dF_1}{d\xi} \right)\end{aligned}\quad (\text{E2.20})$$

$$\frac{d^2 F_1}{d\zeta^2} = \frac{-\cosh \xi}{\sinh^3 \xi} \frac{dF_1}{d\xi} + \frac{1}{\sinh \xi} \cdot \frac{1}{\sinh \xi} \frac{d^2 F_1}{d\xi^2} \quad (\text{E2.21})$$

Denklem (E2.21) ve denklem (E2.17) denklem (E2.16)'ya yerleştirildiğinde denklem (E2.22) elde edilir.

$$\begin{aligned}(\cosh^2 \xi - 1) \cdot \left(\frac{-\cosh \xi}{\sinh^3 \xi} \frac{dF_1}{d\xi} + \frac{1}{\sinh \xi} \cdot \frac{1}{\sinh \xi} \frac{d^2 F_1}{d\xi^2} \right) + \frac{\cosh \xi}{\sinh \xi} \frac{dF_1}{d\xi} \\ - CF_1 = 0\end{aligned}\quad (\text{E2.22})$$

$$\cosh^2 \xi - \sinh^2 \xi = 1 \quad (\text{E2.23})$$

Denklem (E2.23) denklem (E2.22)'ye yerleştirildiğinde denklem (E2.24) elde edilir. Denklem (E2.24)'teki gerekli işlemler yapılmca denklem (E2.25) elde edilir.

$$\sinh^2 \xi \left(\frac{-\cosh \xi}{\sinh^3 \xi} \frac{dF_1}{d\xi} + \frac{1}{\sinh^2 \xi} \frac{d^2 F_1}{d\xi^2} \right) + \frac{\cosh \xi}{\sinh \xi} \frac{dF_1}{d\xi} - CF_1 = 0 \quad (\text{E2.24})$$

$$\frac{d^2 F_1}{d\xi^2} - CF_1 = 0 \quad (\text{E2.25})$$

Denklem (E2.25)'teki kısmi diferansiyel denklemin çözümü denklem (E2.26)'daki gibidir.

$$F_1(\xi) = A_n e^{n\xi} + B_n e^{-n\xi} \quad (\text{E2.26})$$

Denklem (E2.14) çözümlendiğinde denklem (E2.27) elde edilir. Gerekli sadeleştirme işlemleri yapıldıktan sonra denklem (E2.27) denklem (E2.28)'a dönüşür.

$$\frac{\sqrt{1-\eta^2}}{F_2} \left(\frac{1}{2} \cdot -2\eta \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\eta^2}} \frac{dF_2}{d\eta} + \sqrt{1-\eta^2} \frac{d^2F_2}{d\eta^2} \right) + C = 0 \quad (\text{E2.27})$$

$$\frac{-\eta}{F_2} \frac{dF_2}{d\eta} + \frac{1-\eta^2}{F_2} \frac{d^2F_2}{d\eta^2} + C = 0 \quad (\text{E2.28})$$

Denklem (E2.6)'nın türevi alınırsa denklem (E2.29) elde edilir. $\frac{dF_2}{d\eta}$ için zincir kuralı kullanılarak denklem (E2.30) elde edilir. Denklem (E2.30)'un η 'e göre türevi ise denklem (E2.31)'deki gibidir.

$$-\sin v dv = d\eta \quad (\text{E2.29})$$

$$\frac{dF_2}{d\eta} = \frac{dF_2}{dv} \frac{dv}{d\eta} = \frac{-1}{\sin v} \frac{dF_2}{dv} \quad (\text{E2.30})$$

$$\frac{d^2F_2}{d\eta^2} = \frac{d}{d\eta} \left(\frac{-1}{\sin v} \frac{dF_2}{dv} \right) = \cos v \cdot \frac{1}{\sin^2 v} \cdot \frac{dv}{d\eta} \cdot \frac{dF_2}{dv} - \frac{1}{\sin v} \frac{d}{d\eta} \left(\frac{dF_2}{dv} \right) \quad (\text{E2.31})$$

Denklem (E2.31)'deki sadeleştirme işlemleri yapıldıktan sonra denklem (E2.32) elde edilir.

$$\frac{d^2 F_2}{d\eta^2} = \frac{-\cos\nu}{\sin^3\nu} \frac{dF_2}{d\nu} + \frac{1}{\sin^2\nu} \frac{d^2 F_2}{d\nu^2} \quad (\text{E2.32})$$

Denklem (E2.30) ve denklem (E2.32) denklem (E2.28)'e yerleştirildiğinde denklem (E2.33) elde edilir.

$$\begin{aligned} (1 - \cos^2\nu) \cdot \left(\frac{-\cos\nu}{\sin^3\nu} \frac{dF_2}{d\nu} + \frac{1}{\sin^2\nu} \frac{d^2 F_2}{d\nu^2} \right) - \cos\nu \cdot \left(-\frac{1}{\sin\nu} \frac{dF_2}{d\nu} \right) \\ + CF_2 = 0 \end{aligned} \quad (\text{E2.33})$$

Denklem (E2.33) yeniden düzenlendiğinde denklem (E2.34) elde edilir.

$$\frac{d^2 F_2}{d\nu^2} + CF_2 = 0 \quad (\text{E2.34})$$

Denklem (E2.34)'teki kısmi diferansiyel denklemin çözümü denklem (E2.35)'teki gibidir.

$$F_2(\nu) = C_n \cos\nu + S_n \sin\nu \quad (\text{E2.35})$$

Denklem (E2.26) ve denklem (E2.35)'teki eşitlikleri denklem (E2.8)'e yerleştirildiğinde denklem (E2.36) elde edilir.

$$\begin{aligned}
U(\xi, \nu) &= F_1(\xi)F_2(\nu) \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} (A_n e^{n\xi} + B_n e^{-n\xi}) (C_n \cos n\nu + S_n \sin n\nu)
\end{aligned} \tag{E2.36}$$

Şekil 4.1'deki homojen dağılıma sahip elips geometrisi için denklem (E2.36) denklem (E2.37)'ye eşit olur.

$$U(\xi, \nu) = F_1(\xi)F_2(\nu) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n e^{n\xi}) (C_n \cos n\nu + S_n \sin n\nu) \tag{E2.37}$$

Yüzeydeki akım yoğunluğu denklem (E2.38) kullanılarak A_n katsayısı hesaplanır.

$$j = -\sigma \frac{dU}{d\xi} \text{ ve } \sigma = 1 \tag{E2.38}$$

Akım yoğunluğu j yerine denklem (E1.15) yazıldığında denklem (E2.37), denklem (E2.39)'a dönüşür.

$$\begin{aligned}
&\sum_{n=1}^{\infty} (C_n \cos n\theta + S_n \sin n\theta) \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} (-n A_n e^{n\xi}) (C_n \cos n\nu + S_n \sin n\nu)
\end{aligned} \tag{E2.39}$$

ξ 'nin sınırdaki değeri $\xi_{sınır}$ olduğu düşünüldüğünde A_n için denklem (E2.40) elde edilir.

$$A_n = \frac{-e^{n\zeta_{sınır}}}{n} \quad (E2.40)$$

Denklem (E2.37)'de A_n yerine denklem (E2.40) yerleştirildiğinde denklem (E2.41) elde edilir.

$$U(\zeta, \nu) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (e^{n\zeta - n\zeta_{sınır}}) (C_n \cos n\nu + S_n \sin n\nu) \quad (E2.41)$$

Yüzeydeki gerilim değerlerinin hesaplanması gerektiği için $\zeta = \zeta_{sınır}$ olduğu ve sınırdaki gerilim dağılımı denklem (E2.42)'deki gibi olur.

$$U(\zeta, \nu) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (C_n \cos n\nu + S_n \sin n\nu) \quad (E2.42)$$

Özdeş olmayan yapı için ileri problemin çözümü özdeş yapıdaki basamaklar ile aynıdır. Özdeş olmayan yapının gerilim dağılımı, özdeş olmayan yapı ile dıştaki elips yapısının arasında kalan bölgedeki gerilim dağılımlarının bulunması gerekir.

$U_{iç}$, dıştaki elips yapısı ile eş merkezli özdeş olmayan yapının yüzeydeki gerilim dağılımını ifade eder ve denklem (E2.43)'teki gibidir. U_d , özdeş olmayan cisim ile dıştaki elips arasında kalan bölgedeki gerilim dağılımını ifade eder ve denklem (E2.44) ile ifade edilir.

$$U_{iç} = \sum_{n=1}^{\infty} (D_n e^{n\zeta}) (C_n \cos n\nu + S_n \sin n\nu) \quad (E2.43)$$

$$U_d = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n e^{n\xi} + B_n e^{-n\xi}) (C_n \cos n\nu + S_n \sin n\nu) \quad (\text{E2.44})$$

Yüzeydeki akım yoğunluğu denklem (E2.45)'deki gibidir.

$$j = -\sigma \frac{dU_d}{d\xi}, \xi = \xi_{sınır} \text{ ve } \sigma = 1 \text{ dir.} \quad (\text{E2.45})$$

Akım yoğunluğu j ve U_d sınır koşulu denkleminde yerine koyulduğunda denklem (E2.46) elde edilir.

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} (C_n \cos n\theta + S_n \sin n\theta) \\ &= -1. \sum_{n=1}^{\infty} (n. A_n e^{n\xi_{sınır}} - n. B_n e^{-n\xi_{sınır}}) (C_n \cos n\nu \\ & \quad + S_n \sin n\nu) \end{aligned} \quad (\text{E2.46})$$

Denklem (E2.46) düzenlendiğinde denklem (E2.47) elde edilir.

$$1 = (-n. A_n e^{n\xi_{sınır}} + n. B_n e^{-n\xi_{sınır}}) \quad (\text{E2.47})$$

Özdeş olmayan yapı ile dıştaki elips arasında kalan bölgedeki gerilimin devamlılığının sağlanması gerekir ve denklem (E2.48)'te ifade edildiği gibidir.

$$U_{iç} (\xi_{iç}^-, \nu) = U_d (\xi_{sınır}^+, \nu) \quad (\text{E2.48})$$

Denklem (E2.48)'e $U_{i\zeta}$ ve U_d değerleri yerleştirildiğinde denklem (E2.49) elde edilir.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} (A_n e^{n\zeta_{i\zeta}} + B_n e^{-n\zeta_{i\zeta}}) (C_n \cos n\nu + S_n \sin n\nu) \\ = \sum_{n=1}^{\infty} (D_n e^{n\zeta_{i\zeta}}) (C_n \cos n\nu + S_n \sin n\nu) \end{aligned} \quad (\text{E2.49})$$

Denklem (E2.49)'taki gerekli sadeleştirmelerden sonra denklem (E2.50) elde edilir.

$$A_n e^{n\zeta_{i\zeta}} + B_n e^{-n\zeta_{i\zeta}} = D_n e^{n\zeta_{i\zeta}} \quad (\text{E2.50})$$

Özdeş olmayan geometrinin yüzeyindeki akım yoğunluğu denklem (E2.51)'i sağlamalıdır.

$$-\sigma \frac{dU_{i\zeta}(\zeta_{i\zeta}^-, \nu)}{d\zeta} = -1 \frac{d(U_d(\zeta_{i\zeta}^+, \nu))}{d\zeta} \quad (\text{E2.51})$$

$U_{i\zeta}$ ve U_d 'nin eşitlikleri denklem (E2.51)'e yerleştirildiğinde denklem (E2.52) elde edilir.

$$\begin{aligned} -1. \sum_{n=1}^{\infty} (n. A_n e^{n\zeta_{i\zeta}} - n. B_n e^{-n\zeta_{i\zeta}}) (C_n \cos n\nu + S_n \sin n\nu) \\ = -\sigma. \sum_{n=1}^{\infty} (n. D_n e^{n\zeta_{i\zeta}}) (C_n \cos n\nu + S_n \sin n\nu) \end{aligned} \quad (\text{E2.52})$$

Denklem (E2.52)'den katsayılar için denklem (E2.53) elde edilir.

$$\sigma \cdot D_n e^{n\zeta_{i\zeta}} = A_n e^{n\zeta_{i\zeta}} - B_n e^{-n\zeta_{i\zeta}} \quad (E2.53)$$

Denklem (E2.47), denklem (E2.50) ve denklem (E2.53) kullanılarak A_n , B_n ve D_n katsayıları hesaplanır. İletkenlik dağılımı için (E2.54)'teki denklem geliştirilmiştir ve katsayılar sırasıyla denklem (E2.55), denklem (E2.56) ve denklem (E2.57)'deki gibidir.

$$\mu = \left(\frac{\sigma - 1}{\sigma + 1} \right) \quad (E2.54)$$

$$B_n = \frac{1}{n} \cdot \frac{\mu e^{n\zeta_{sınır}}}{e^{-2n\zeta_{i\zeta}} + \mu e^{-2n\zeta_{sınır}}} \quad (E2.55)$$

$$A_n = \frac{-1}{n} \cdot \frac{e^{-n\zeta_{sınır} - 2n\zeta_{i\zeta}}}{e^{-2n\zeta_{i\zeta}} + \mu e^{-2n\zeta_{sınır}}} \quad (E2.56)$$

$$D_n = \frac{-1}{n} \cdot \frac{(1 - \mu) e^{-n\zeta_{sınır} - 2n\zeta_{i\zeta}}}{e^{-2n\zeta_{i\zeta}} + \mu e^{-2n\zeta_{sınır}}} \quad (E2.57)$$

Denklem (E2.44)'a denklem (E2.55), denklem (E2.56) ve denklem (E2.57) yerleştirildiğinde genel çözüm denklemi olan denklem (E2.58) elde edilir.

$$U_d = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{(1 - \mu) e^{-2n\zeta_{sınır} + 2n\zeta_{i\zeta}}}{1 + \mu e^{-2n\zeta_{sınır} + 2n\zeta_{i\zeta}}} (C_n \cos n\nu + S_n \sin n\nu) \quad (E2.58)$$

EK 3 – Yapay Sinir Ağı Eğitiminde Kullanılan Örüntüler

256 piksel çözünürlüğe sahip daire geometrisinin geriçatım görüntüsü için sinir ağını eğitmek için kullanılan örüntüler Tablo E3.1’de verilmiştir.

Tablo E3.1. Eğitim esnasında kullanılan daire geometrisinin içindeki iletkenliği farklı yapının konum ve iletkenlik değerleri tablosu

| | X ve Y Koordinatları | Yarıçap | İletkenlik |
|----------------------|-----------------------------|----------------|-------------------|
| 1. daire geometrisi | (0.3,0.5) | 0.3 | 1.5 |
| 2. daire geometrisi | (0.4,0.5) | 0.3 | 1.7 |
| 3. daire geometrisi | (0.2,0.4) | 0.4 | 1.4 |
| 4. daire geometrisi | (0.5,0.3) | 0.3 | 1.7 |
| 5. daire geometrisi | (0.5,0.5) | 0.2 | 1.4 |
| 6. daire geometrisi | (0.6,0.2) | 0.3 | 1.8 |
| 7. daire geometrisi | (0.4,0.4) | 0.4 | 1.3 |
| 8. daire geometrisi | (0.2,0.5) | 0.3 | 1.2 |
| 9. daire geometrisi | (0.4,0.2) | 0.5 | 1.6 |
| 10. daire geometrisi | (0.2,0.4) | 0.4 | 1.3 |
| 11. daire geometrisi | (0.2,0.4) | 0.5 | 0.4 |
| 12. daire geometrisi | (0.3,0.3) | 0.5 | 0.5 |
| 13. daire geometrisi | (0.4,0.2) | 0.3 | 0.9 |
| 14. daire geometrisi | (0.6,0.1) | 0.3 | 0.3 |
| 15. daire geometrisi | (0.4,0.1) | 0.3 | 1.3 |
| 16. daire geometrisi | (0.4,0.3) | 0.4 | 0.8 |
| 17. daire geometrisi | (0.4,0.3) | 0.4 | 1.2 |
| 18. daire geometrisi | (-0.2,0.3) | 0.5 | 1.7 |
| 19. daire geometrisi | (-0.2,0.5) | 0.3 | 1.9 |
| 20. daire geometrisi | (-0.3,0.5) | 0.4 | 0.5 |
| 21. daire geometrisi | (-0.4,0.4) | 0.4 | 0.6 |
| 22. daire geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.5 | 0.7 |
| 23. daire geometrisi | (-0.5,0.3) | 0.3 | 0.8 |
| 24. daire geometrisi | (-0.6,0.3) | 0.3 | 0.4 |
| 25. daire geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.5 | 0.3 |
| 26. daire geometrisi | (-0.2,-0.3) | 0.4 | 0.5 |
| 27. daire geometrisi | (-0.3,-0.3) | 0.5 | 0.7 |
| 28. daire geometrisi | (-0.3,-0.4) | 0.4 | 1.9 |
| 29. daire geometrisi | (-0.2,-0.5) | 0.4 | 1.3 |
| 30. daire geometrisi | (-0.2,-0.6) | 0.3 | 1.4 |
| 31. daire geometrisi | (-0.3,-0.6) | 0.3 | 0.6 |
| 32. daire geometrisi | (-0.1,-0.5) | 0.3 | 0.8 |
| 33. daire geometrisi | (-0.4,-0.4) | 0.4 | 0.7 |
| 34. daire geometrisi | (-0.3,-0.4) | 0.5 | 1.6 |
| 35. daire geometrisi | (0.3,-0.4) | 0.5 | 1.6 |
| 36. daire geometrisi | (0.6,-0.2) | 0.3 | 1.3 |

| | | | |
|----------------------|-------------|-----|-----|
| 37. daire geometrisi | (0.4,-0.2) | 0.4 | 1.5 |
| 38. daire geometrisi | (0.3,-0.3) | 0.4 | 1.8 |
| 39. daire geometrisi | (0.4,-0.4) | 0.4 | 1.5 |
| 40. daire geometrisi | (0.2,-0.5) | 0.4 | 1.4 |
| 41. daire geometrisi | (0.2,-0.5) | 0.4 | 0.6 |
| 42. daire geometrisi | (0.3,-0.4) | 0.4 | 0.5 |
| 43. daire geometrisi | (0.2,-0.5) | 0.4 | 0.7 |
| 44. daire geometrisi | (0.3,-0.6) | 0.3 | 0.6 |
| 45. daire geometrisi | (0.3,0.2) | 0.4 | 0.8 |
| 46. daire geometrisi | (0.3,0.6) | 0.3 | 1.7 |
| 47. daire geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.3 | 0.6 |
| 48. daire geometrisi | (-0.2,0.4) | 0.4 | 0.5 |
| 49. daire geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.4 | 0.5 |
| 50. daire geometrisi | (-0.3,0.4) | 0.4 | 0.6 |
| 51. daire geometrisi | (-0.3,0.1) | 0.4 | 0.6 |
| 52. daire geometrisi | (-0.2,0.2) | 0.4 | 0.5 |
| 53. daire geometrisi | (-0.1,0.3) | 0.4 | 0.6 |
| 54. daire geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.4 | 0.6 |
| 55. daire geometrisi | (-0.3,-0.3) | 0.4 | 1.4 |
| 56. daire geometrisi | (-0.3,-0.2) | 0.4 | 1.5 |
| 57. daire geometrisi | (-0.2,-0.2) | 0.4 | 1.6 |
| 58. daire geometrisi | (-0.4,-0.3) | 0.4 | 1.6 |
| 59. daire geometrisi | (-0.4,-0.3) | 0.3 | 1.7 |
| 60. daire geometrisi | (-0.5,-0.2) | 0.3 | 1.4 |
| 61. daire geometrisi | (-0.4,-0.3) | 0.3 | 1.6 |
| 62. daire geometrisi | (-0.3,-0.2) | 0.3 | 1.5 |
| 63. daire geometrisi | (0.3,-0.3) | 0.3 | 0.7 |
| 64. daire geometrisi | (0.3,-0.4) | 0.3 | 0.9 |
| 65. daire geometrisi | (0.3,-0.1) | 0.4 | 0.7 |
| 66. daire geometrisi | (0.4,-0.2) | 0.4 | 0.8 |
| 67. daire geometrisi | (0.3,-0.1) | 0.4 | 0.6 |
| 68. daire geometrisi | (0.3,-0.3) | 0.4 | 0.8 |
| 69. daire geometrisi | (0.2,-0.2) | 0.4 | 0.7 |

246 piksel çözünürlüğe sahip elips geometrisinin geriçatım görüntüsü için sınır ağı eğitmek için kullanılan modeller Tablo E3.2’de verilmiştir.

Tablo E3.2. Eğitim esnasında kullanılan elips geometrisinin içindeki iletkenliği farklı yapının konum ve iletkenlik değerleri tablosu

| | X ve Y Koordinatları | Yarıçap | İletkenlik |
|---------------------|-----------------------------|----------------|-------------------|
| 1. elips geometrisi | (0.3,0.5) | 0.3 | 1.5 |
| 2. elips geometrisi | (0.4,0.5) | 0.3 | 1.7 |
| 3. elips geometrisi | (0.2,0.4) | 0.4 | 1.4 |

| | | | |
|----------------------|-------------|-----|-----|
| 4. elips geometrisi | (0.5,0.3) | 0.3 | 1.7 |
| 5. elips geometrisi | (0.5,0.5) | 0.2 | 1.4 |
| 6. elips geometrisi | (0.4,0.4) | 0.4 | 1.3 |
| 7. elips geometrisi | (0.2,0.5) | 0.3 | 1.2 |
| 8. elips geometrisi | (0.4,0.2) | 0.5 | 1.6 |
| 9. elips geometrisi | (0.2,0.4) | 0.4 | 1.3 |
| 10. elips geometrisi | (0.2,0.4) | 0.5 | 0.4 |
| 11. elips geometrisi | (0.6,0.2) | 0.3 | 1.8 |
| 12. elips geometrisi | (0.3,0.3) | 0.5 | 0.5 |
| 13. elips geometrisi | (0.4,0.2) | 0.3 | 0.9 |
| 14. elips geometrisi | (0.6,0.1) | 0.3 | 0.3 |
| 15. elips geometrisi | (0.4,0.1) | 0.3 | 1.3 |
| 16. elips geometrisi | (0.4,0.3) | 0.4 | 0.8 |
| 17. elips geometrisi | (0.4,0.3) | 0.4 | 1.2 |
| 18. elips geometrisi | (-0.2,0.3) | 0.5 | 1.7 |
| 19. elips geometrisi | (-0.2,0.5) | 0.5 | 1.9 |
| 20. elips geometrisi | (-0.3,0.5) | 0.4 | 0.5 |
| 21. elips geometrisi | (-0.4,0.4) | 0.4 | 0.6 |
| 22. elips geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.5 | 0.7 |
| 23. elips geometrisi | (-0.5,0.3) | 0.3 | 0.8 |
| 24. elips geometrisi | (-0.6,0.3) | 0.3 | 0.4 |
| 25. elips geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.5 | 0.3 |
| 26. elips geometrisi | (-0.2,-0.3) | 0.4 | 0.5 |
| 27. elips geometrisi | (-0.3,-0.3) | 0.5 | 0.7 |
| 28. elips geometrisi | (-0.3,-0.4) | 0.4 | 1.9 |
| 29. elips geometrisi | (-0.2,-0.5) | 0.4 | 1.3 |
| 30. elips geometrisi | (-0.2,-0.6) | 0.3 | 1.4 |
| 31. elips geometrisi | (-0.1,-0.5) | 0.3 | 0.8 |
| 32. elips geometrisi | (-0.4,-0.4) | 0.4 | 0.7 |
| 33. elips geometrisi | (-0.3,-0.4) | 0.5 | 1.6 |
| 34. elips geometrisi | (0.3,-0.4) | 0.5 | 1.6 |
| 35. elips geometrisi | (0.6,-0.2) | 0.3 | 1.3 |
| 36. elips geometrisi | (0.4,-0.2) | 0.4 | 1.5 |
| 37. elips geometrisi | (0.3,-0.3) | 0.4 | 1.8 |
| 38. elips geometrisi | (0.4,-0.4) | 0.4 | 1.5 |
| 39. elips geometrisi | (0.2,-0.5) | 0.4 | 1.4 |
| 40. elips geometrisi | (0.2,-0.5) | 0.4 | 0.6 |
| 41. elips geometrisi | (0.3,-0.4) | 0.4 | 0.5 |
| 42. elips geometrisi | (0.2,-0.5) | 0.4 | 0.7 |
| 43. elips geometrisi | (0.3,-0.6) | 0.3 | 0.6 |
| 44. elips geometrisi | (0.3,0.2) | 0.4 | 0.8 |
| 45. elips geometrisi | (0.3,0.6) | 0.3 | 1.7 |
| 46. elips geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.3 | 0.6 |
| 47. elips geometrisi | (-0.3,0.6) | 0.3 | 0.6 |
| 48. elips geometrisi | (-0.2,0.4) | 0.4 | 0.5 |
| 49. elips geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.4 | 0.5 |
| 50. elips geometrisi | (-0.3,0.4) | 0.4 | 0.6 |
| 51. elips geometrisi | (-0.3,0.1) | 0.4 | 0.5 |

| | | | |
|----------------------|-------------|-----|-----|
| 52. elips geometrisi | (-0.2,0.2) | 0.4 | 0.5 |
| 53. elips geometrisi | (-0.1,0.3) | 0.4 | 0.6 |
| 54. elips geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.4 | 0.6 |
| 55. elips geometrisi | (-0.3,-0.3) | 0.4 | 1.5 |
| 56. elips geometrisi | (-0.3,-0.2) | 0.4 | 1.6 |
| 57. elips geometrisi | (-0.2,-0.2) | 0.4 | 1.6 |
| 58. elips geometrisi | (-0.4,-0.3) | 0.4 | 1.6 |
| 59. elips geometrisi | (-0.4,-0.3) | 0.3 | 1.7 |
| 60. elips geometrisi | (-0.5,-0.2) | 0.3 | 1.4 |
| 61. elips geometrisi | (-0.4,-0.3) | 0.3 | 1.6 |
| 62. elips geometrisi | (-0.3,-0.2) | 0.3 | 1.5 |
| 63. elips geometrisi | (0.3,-0.3) | 0.3 | 0.7 |
| 64. elips geometrisi | (0.3,-0.4) | 0.3 | 0.9 |
| 65. elips geometrisi | (0.3,-0.1) | 0.4 | 0.7 |
| 66. elips geometrisi | (0.4,-0.2) | 0.4 | 0.8 |
| 67. elips geometrisi | (0.3,-0.1) | 0.4 | 0.6 |
| 68. elips geometrisi | (0.3,-0.3) | 0.4 | 0.8 |
| 69. elips geometrisi | (0.2,-0.2) | 0.4 | 0.7 |

576 piksel çözünürlüğe sahip daire geometrisinin geriçatım görüntüsü için sınır ağını eğitmek için kullanılan modeller Tablo E3.3'te verilmiştir.

Tablo E3.3. Eğitim esnasında kullanılan daire geometrisinin içindeki iletkenliği farklı yapının konum ve iletkenlik değerleri tablosu

| | X ve Y Koordinatları | Yarıçap | İletkenlik |
|----------------------|-----------------------------|----------------|-------------------|
| 1. daire geometrisi | (0.3,0.5) | 0.3 | 1.5 |
| 2. daire geometrisi | (0.4,0.5) | 0.3 | 1.7 |
| 3. daire geometrisi | (0.2,0.4) | 0.4 | 1.4 |
| 4. daire geometrisi | (0.5,0.3) | 0.3 | 1.7 |
| 5. daire geometrisi | (0.5,0.5) | 0.2 | 1.4 |
| 6. daire geometrisi | (0.6,0.2) | 0.3 | 1.8 |
| 7. daire geometrisi | (0.4,0.4) | 0.4 | 1.3 |
| 8. daire geometrisi | (0.2,0.5) | 0.3 | 1.2 |
| 9. daire geometrisi | (-0.5,0.3) | 0.3 | 0.8 |
| 10. daire geometrisi | (-0.6,0.3) | 0.3 | 0.4 |
| 11. daire geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.5 | 0.3 |
| 12. daire geometrisi | (-0.2,-0.3) | 0.4 | 0.5 |
| 13. daire geometrisi | (-0.3,-0.3) | 0.5 | 0.7 |
| 14. daire geometrisi | (-0.3,-0.4) | 0.4 | 1.9 |
| 15. daire geometrisi | (-0.2,-0.5) | 0.4 | 1.3 |
| 16. daire geometrisi | (-0.2,-0.6) | 0.3 | 1.4 |
| 17. daire geometrisi | (-0.3,-0.6) | 0.3 | 0.6 |
| 18. daire geometrisi | (-0.1,-0.5) | 0.3 | 0.8 |

| | | | |
|----------------------|-------------|-----|-----|
| 19. daire geometrisi | (-0.4,-0.4) | 0.4 | 0.7 |
| 20. daire geometrisi | (-0.3,-0.3) | 0.4 | 1.4 |
| 21. daire geometrisi | (-0.3,-0.2) | 0.4 | 0.5 |
| 22. daire geometrisi | (-0.2,-0.2) | 0.4 | 1.6 |
| 23. daire geometrisi | (-0.4,-0.3) | 0.4 | 1.6 |
| 24. daire geometrisi | (-0.4,-0.3) | 0.3 | 1.7 |
| 25. daire geometrisi | (-0.5,-0.2) | 0.3 | 1.4 |
| 26. daire geometrisi | (-0.4,-0.3) | 0.3 | 1.6 |
| 27. daire geometrisi | (-0.3,-0.2) | 0.3 | 1.5 |
| 28. daire geometrisi | (0.3,-0.3) | 0.3 | 0.7 |
| 29. daire geometrisi | (0.3,-0.4) | 0.3 | 0.9 |
| 30. daire geometrisi | (0.4,0.2) | 0.5 | 1.6 |
| 31. daire geometrisi | (0.2,0.4) | 0.4 | 1.3 |
| 32. daire geometrisi | (0.2,0.4) | 0.5 | 0.4 |
| 33. daire geometrisi | (0.3,0.3) | 0.5 | 0.5 |
| 34. daire geometrisi | (0.4,0.2) | 0.3 | 0.9 |
| 35. daire geometrisi | (0.6,0.1) | 0.3 | 0.3 |
| 36. daire geometrisi | (0.4,0.1) | 0.3 | 1.3 |
| 37. daire geometrisi | (-0.3-0.4) | 0.5 | 1.6 |
| 38. daire geometrisi | (0.3,-0.4) | 0.5 | 1.6 |
| 39. daire geometrisi | (0.6,-0.2) | 0.3 | 1.3 |
| 40. daire geometrisi | (0.4,-0.2) | 0.4 | 1.5 |
| 41. daire geometrisi | (0.3,-0.3) | 0.4 | 1.8 |
| 42. daire geometrisi | (0.4,-0.4) | 0.4 | 1.5 |
| 43. daire geometrisi | (0.2,-0.5) | 0.4 | 1.4 |
| 44. daire geometrisi | (0.2,-0.5) | 0.4 | 0.6 |
| 45. daire geometrisi | (0.3,-0.4) | 0.4 | 0.5 |
| 46. daire geometrisi | (0.2,-0.5) | 0.4 | 0.7 |
| 47. daire geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.3 | 0.6 |
| 48. daire geometrisi | (0.3,-0.1) | 0.4 | 0.7 |
| 49. daire geometrisi | (0.4,-0.2) | 0.4 | 0.8 |
| 50. daire geometrisi | (0.3,-0.1) | 0.4 | 0.6 |
| 51. daire geometrisi | (0.3,-0.3) | 0.4 | 0.8 |
| 52. daire geometrisi | (0.2,-0.2) | 0.4 | 0.7 |
| 53. daire geometrisi | (0.4,0.3) | 0.4 | 1.8 |
| 54. daire geometrisi | (0.4,0.3) | 0.4 | 1.2 |
| 55. daire geometrisi | (-0.2,0.3) | 0.5 | 1.7 |
| 56. daire geometrisi | (-0.2,0.5) | 0.3 | 1.9 |
| 57. daire geometrisi | (-0.3,0.5) | 0.4 | 0.5 |
| 58. daire geometrisi | (-0.4,0.4) | 0.4 | 0.6 |
| 59. daire geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.5 | 0.7 |
| 60. daire geometrisi | (-0.4,-0.3) | 0.3 | 1.7 |
| 61. daire geometrisi | (0.3,0.6) | 0.3 | 1.7 |
| 62. daire geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.3 | 0.6 |
| 63. daire geometrisi | (-0.2,0.4) | 0.4 | 0.5 |
| 64. daire geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.4 | 0.5 |
| 65. daire geometrisi | (0.3,-0.4) | 0.4 | 0.6 |
| 66. daire geometrisi | (-0.3,0.1) | 0.4 | 0.6 |

| | | | |
|----------------------|------------|-----|-----|
| 67. daire geometrisi | (-0.2,0.2) | 0.4 | 0.5 |
| 68. daire geometrisi | (-0.1,0.3) | 0.4 | 0.6 |
| 69. daire geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.4 | 0.6 |
| 70. daire geometrisi | (-0.5,0.3) | 0.3 | 0.5 |
| 71. daire geometrisi | (-0.4,0.2) | 0.3 | 0.6 |
| 72. daire geometrisi | (-0.3,0.5) | 0.3 | 0.7 |
| 73. daire geometrisi | (0.3,-0.5) | 0.3 | 0.7 |
| 74. daire geometrisi | (0.3,-0.4) | 0.3 | 0.6 |
| 75. daire geometrisi | (0.5,-0.4) | 0.3 | 0.6 |

576 piksel çözünürlüğe sahip daire geometrisinin içinde iki farklı iletkenliğe sahip iken geriçatım görüntüsü elde etmek için sinir ağını eğitmek için kullanılan modeller Tablo E3.4'te verilmiştir.

Tablo E3.4. Eğitim esnasında kullanılan daire geometrisinin içindeki iletkenliği farklı yapının konum ve iletkenlik değerleri tablosu

| | X ve Y Koordinatları | Yarıçap | İletkenlik |
|----------------------|-----------------------------|----------------|-------------------|
| 1. daire geometrisi | (0.5,0.4) | 0.3 | 1.5 |
| | (-0.5,0.3) | 0.3 | 0.8 |
| 2. daire geometrisi | (0.4,0.5) | 0.3 | 1.7 |
| | (-0.6,0.3) | 0.3 | 0.9 |
| 3. daire geometrisi | (0.5,0.2) | 0.4 | 1.3 |
| | (-0.5,0.3) | 0.4 | 0.9 |
| 4. daire geometrisi | (0.5,0.3) | 0.3 | 1.5 |
| | (-0.5,0.2) | 0.4 | 0.5 |
| 5. daire geometrisi | (0.4,0.5) | 0.3 | 1.7 |
| | (-0.4,0.5) | 0.3 | 0.4 |
| 6. daire geometrisi | (0.3,0.3) | 0.3 | 1.5 |
| | (-0.6,0.3) | 0.3 | 0.5 |
| 7. daire geometrisi | (0.4,0.4) | 0.3 | 1.5 |
| | (-0.6,0.1) | 0.3 | 0.3 |
| 8. daire geometrisi | (0.5,0.2) | 0.3 | 1.5 |
| | (-0.3,0.3) | 0.3 | 0.7 |
| 9. daire geometrisi | (0.3,0.4) | 0.3 | 1.4 |
| | (-0.6,0.2) | 0.3 | 0.8 |
| 10. daire geometrisi | (0.2,0.5) | 0.3 | 1.6 |
| | (-0.6,0.2) | 0.3 | 0.8 |
| 11. daire geometrisi | (0.5,0.4) | 0.3 | 1.8 |
| | (-0.4,0.4) | 0.3 | 0.6 |
| 12. daire geometrisi | (0.6,0.2) | 0.3 | 1.7 |
| | (-0.6,0.2) | 0.3 | 0.7 |
| 13. daire geometrisi | (0.4,0.4) | 0.4 | 1.7 |
| | (-0.2,0.5) | 0.3 | 1.4 |

| | | | |
|----------------------|-----------------------------|------------|------------|
| 14. daire geometrisi | (0.3,0.4) (-0.4,-0.5) | 0.3 0.3 | 1.4 1.5 |
| 15. daire geometrisi | (0.3,0.3) (-0.4,-0.3) | 0.3 0.3 | 1.4 1.8 |
| 16. daire geometrisi | (0.5,0.3) (-0.4,-0.4) | 0.3 0.3 | 1.3 1.6 |
| 17. daire geometrisi | (0.2,0.5) (-0.5,-0.3) | 0.3 0.3 | 1.4 1.7 |
| 18. daire geometrisi | (0.5,0.4) (-0.5,0.4) | 0.3 0.3 | 1.7 1.8 |
| 19. daire geometrisi | (0.5,0.4) (0.2,-0.5) | 0.3 0.3 | 1.6 0.7 |
| 20. daire geometrisi | (0.4,0.4) (0.4, -0.5) | 0.3 0.3 | 1.8 0.6 |
| 21. daire geometrisi | (-0.3,0.3) (0.5,-0.3) | 0.3 0.3 | 1.6 0.5 |
| 22. daire geometrisi | (-0.4,0.4) (0.3,0.3) | 0.3 0.3 | 0.5 0.8 |
| 23. daire geometrisi | (-0.2,0.5) (0.4,0.5) | 0.3 0.3 | 0.4 0.7 |
| 24. daire geometrisi | (-0.4,0.3) (0.2,-0.4) | 0.3 0.3 | 0.8 0.6 |
| 25. daire geometrisi | (-0.5,-0.3) (0.4,-0.3) | 0.3 0.3 | 1.2 0.7 |
| 26. daire geometrisi | (-0.4,-0.4) (0.3,-0.5) | 0.3 0.3 | 1.2 0.6 |
| 27. daire geometrisi | (-0.3,-0.5) (0.5,-0.3) | 0.3 0.3 | 1.4 0.7 |
| 28. daire geometrisi | (-0.4,-0.2) (0.4,-0.2) | 0.3 0.3 | 1.5 0.4 |
| 29. daire geometrisi | (-0.4, 0.5) (-0.3, -0.5) | 0.3 0.3 | 0.7 1.4 |
| 30. daire geometrisi | (-0.4,0.5) (-0.5,-0.3) | 0.3 0.3 | 0.5 1.6 |
| 31. daire geometrisi | (0.4,0.4) (0.5,-0.4) | 0.3 0.3 | 1.8 0.5 |
| 32. daire geometrisi | (0.4,0.3) (0.4,-0.4) | 0.3 0.3 | 1.6 0.7 |
| 33. daire geometrisi | (-0.5, 0.3) (0.4, -0.4) | 0.3 0.3 | 0.8 0.7 |
| 34. daire geometrisi | (-0.3,-0.4) (-0.5,0.4) | 0.3 0.3 | 1.6 0.3 |
| 35. daire geometrisi | (-0.3, 0.4) (0.5, -0.4) | 0.3 0.3 | 0.5 0.7 |
| 36. daire geometrisi | (-0.5,0.4) (0.5,-0.3) | 0.3 0.3 | 0.5 0.6 |
| 37. daire geometrisi | (-0.4,0.4) (0.4,-0.5) | 0.3 0.3 | 0.6 0.7 |
| 38. daire geometrisi | (0.4,0.3) | 0.3 | 1.6 |

| | | | |
|----------------------|-------------|-----|-----|
| | (-0.4,0.5) | 0.3 | 0.5 |
| 39. daire geometrisi | (0.4,0.4) | 0.3 | 1.7 |
| | (-0.4,-0.5) | 0.3 | 1.5 |
| 40. daire geometrisi | (-0.4,-0.4) | 0.3 | 1.5 |
| | (0.4,-0.5) | 0.3 | 0.5 |
| 41. daire geometrisi | (-0.4,-0.3) | 0.3 | 1.6 |
| | (0.3,-0.5) | 0.3 | 0.6 |

589 piksel çözünürlüğe sahip olan elips geometrisinin geriçatım görüntüsünü elde etmek için sınır ağı eğitiminde kullanılan modeller Tablo E3.5'teki gibidir.

Tablo E3.5. Eğitim esnasında kullanılan elips geometrisinin içindeki iletkenliği farklı yapının konum ve iletkenlik değerleri tablosu

| | X ve Y Koordinatları | Yarıçap | İletkenlik |
|----------------------|-----------------------------|----------------|-------------------|
| 1. elips geometrisi | (0.3,0.5) | 0.3 | 1.5 |
| 2. elips geometrisi | (0.4,0.5) | 0.3 | 1.7 |
| 3. elips geometrisi | (0.2,0.4) | 0.4 | 1.4 |
| 4. elips geometrisi | (0.5,0.3) | 0.3 | 1.7 |
| 5. elips geometrisi | (0.5,0.5) | 0.2 | 1.4 |
| 6. elips geometrisi | (0.6,0.2) | 0.3 | 1.8 |
| 7. elips geometrisi | (0.4,0.4) | 0.4 | 1.3 |
| 8. elips geometrisi | (0.2,0.5) | 0.3 | 1.2 |
| 9. elips geometrisi | (-0.5,0.3) | 0.3 | 0.8 |
| 10. elips geometrisi | (-0.6,0.3) | 0.3 | 0.4 |
| 11. elips geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.5 | 0.3 |
| 12. elips geometrisi | (-0.2,-0.3) | 0.4 | 0.5 |
| 13. elips geometrisi | (-0.3,-0.3) | 0.5 | 0.7 |
| 14. elips geometrisi | (-0.3,-0.4) | 0.4 | 1.9 |
| 15. elips geometrisi | (-0.2,-0.5) | 0.4 | 1.3 |
| 16. elips geometrisi | (-0.2,-0.6) | 0.3 | 1.4 |
| 17. elips geometrisi | (-0.3,-0.3) | 0.3 | 0.6 |
| 18. elips geometrisi | (-0.1,-0.5) | 0.3 | 0.8 |
| 19. elips geometrisi | (-0.4,-0.4) | 0.4 | 0.7 |
| 20. elips geometrisi | (-0.3,-0.3) | 0.4 | 1.4 |
| 21. elips geometrisi | (-0.3,-0.2) | 0.4 | 1.5 |
| 22. elips geometrisi | (-0.2,-0.2) | 0.4 | 1.6 |
| 23. elips geometrisi | (-0.4,-0.3) | 0.4 | 1.6 |
| 24. elips geometrisi | (-0.4,-0.3) | 0.3 | 1.7 |
| 25. elips geometrisi | (-0.5,-0.2) | 0.3 | 1.4 |
| 26. elips geometrisi | (-0.4,-0.3) | 0.3 | 1.6 |
| 27. elips geometrisi | (-0.3,-0.2) | 0.3 | 1.5 |
| 28. elips geometrisi | (0.3,-0.3) | 0.3 | 0.7 |
| 29. elips geometrisi | (0.3,-0.4) | 0.3 | 0.9 |

| | | | |
|----------------------|-------------|-----|-----|
| 30. elips geometrisi | (0.4,0.2) | 0.5 | 1.6 |
| 31. elips geometrisi | (0.2,0.4) | 0.4 | 1.3 |
| 32. elips geometrisi | (0.2,0.4) | 0.5 | 0.4 |
| 33. elips geometrisi | (0.3,0.3) | 0.5 | 0.5 |
| 34. elips geometrisi | (0.4,0.2) | 0.3 | 0.9 |
| 35. elips geometrisi | (0.6,0.1) | 0.3 | 0.3 |
| 36. elips geometrisi | (0.4,0.1) | 0.3 | 1.3 |
| 37. elips geometrisi | (-0.3,-0.4) | 0.5 | 1.6 |
| 38. elips geometrisi | (0.3,-0.4) | 0.5 | 1.6 |
| 39. elips geometrisi | (0.6,-0.2) | 0.3 | 1.3 |
| 40. elips geometrisi | (0.4,-0.2) | 0.4 | 1.5 |
| 41. elips geometrisi | (0.3,-0.3) | 0.4 | 1.8 |
| 42. elips geometrisi | (0.4,-0.4) | 0.4 | 1.5 |
| 43. elips geometrisi | (0.2,-0.5) | 0.4 | 1.4 |
| 44. elips geometrisi | (0.2,-0.5) | 0.4 | 0.6 |
| 45. elips geometrisi | (0.3,-0.4) | 0.4 | 0.5 |
| 46. elips geometrisi | (0.2,-0.5) | 0.4 | 0.7 |
| 47. elips geometrisi | (0.3,-0.6) | 0.3 | 0.6 |
| 48. elips geometrisi | (0.3,-0.1) | 0.4 | 0.7 |
| 49. elips geometrisi | (0.4,-0.2) | 0.4 | 0.8 |
| 50. elips geometrisi | (0.3,-0.1) | 0.4 | 0.6 |
| 51. elips geometrisi | (0.3,-0.3) | 0.4 | 0.8 |
| 52. elips geometrisi | (0.2,-0.2) | 0.4 | 0.7 |
| 53. elips geometrisi | (0.4,0.3) | 0.4 | 1.8 |
| 54. elips geometrisi | (0.4,0.3) | 0.4 | 1.2 |
| 55. elips geometrisi | (-0.2,0.3) | 0.5 | 1.7 |
| 56. elips geometrisi | (-0.2,0.5) | 0.3 | 1.9 |
| 57. elips geometrisi | (-0.3,0.5) | 0.4 | 0.5 |
| 58. elips geometrisi | (-0.4,0.4) | 0.4 | 0.6 |
| 59. elips geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.5 | 0.7 |
| 60. elips geometrisi | (0.3,0.2) | 0.4 | 0.8 |
| 61. elips geometrisi | (0.3,0.6) | 0.3 | 1.7 |
| 62. elips geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.3 | 0.6 |
| 63. elips geometrisi | (-0.2,0.4) | 0.4 | 0.5 |
| 64. elips geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.4 | 0.5 |
| 65. elips geometrisi | (-0.3,0.4) | 0.4 | 0.6 |
| 66. elips geometrisi | (-0.3,0.1) | 0.4 | 0.6 |
| 67. elips geometrisi | (-0.2,0.2) | 0.4 | 0.5 |
| 68. elips geometrisi | (-0.1,0.3) | 0.4 | 0.6 |
| 69. elips geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.4 | 0.6 |
| 70. elips geometrisi | (-0.5,0.3) | 0.3 | 0.5 |
| 71. elips geometrisi | (-0.4,0.2) | 0.3 | 0.6 |
| 72. elips geometrisi | (0.3,-0.5) | 0.3 | 0.7 |
| 73. elips geometrisi | (0.3,-0.4) | 0.3 | 0.6 |
| 74. elips geometrisi | (0.5,-0.4) | 0.3 | 0.6 |
| 75. elips geometrisi | (-0.3,0.5) | 0.3 | 0.7 |
| 76. elips geometrisi | (0.5,0.5) | 0.4 | 1.8 |
| 77. elips geometrisi | (0.5,0.7) | 0.4 | 1.9 |

| | | | |
|----------------------|-------------|-----|-----|
| 78. elips geometrisi | (0.5,0.7) | 0.3 | 1.6 |
| 79. elips geometrisi | (-0.3,0.7) | 0.3 | 0.8 |
| 80. elips geometrisi | (-0.6,-0.6) | 0.3 | 1.5 |
| 81. elips geometrisi | (-0.4,-0.6) | 0.4 | 1.6 |
| 82. elips geometrisi | (-0.7,-0.5) | 0.4 | 1.4 |
| 83. elips geometrisi | (-0.5,-0.5) | 0.4 | 1.6 |
| 84. elips geometrisi | (-0.4,0.7) | 0.4 | 0.7 |
| 85. elips geometrisi | (-0.3,0.7) | 0.4 | 0.8 |
| 86. elips geometrisi | (-0.6,0.6) | 0.3 | 0.7 |
| 87. elips geometrisi | (0.3,-0.6) | 0.3 | 0.7 |
| 88. elips geometrisi | (0.4,-0.6) | 0.3 | 0.8 |
| 89. elips geometrisi | (0.5,-0.5) | 0.3 | 0.8 |
| 90. elips geometrisi | (-0.2,0.7) | 0.3 | 0.7 |
| 91. elips geometrisi | (-0.4,0.6) | 0.3 | 0.7 |

589 piksel çözünürlüğe sahip olan elips geometrisinin içerisinde iletkenliği farklı iki adet yapı var iken geriçatım görüntüsünü elde etmek için sınır ağı eğitiminde kullanılan örüntüler Tablo E3.6'daki gibidir.

Tablo E3.6. Eğitim esnasında kullanılan elips geometrisinin içindeki iletkenliği farklı yapının konum ve iletkenlik değerleri tablosu

| | X ve Y Koordinatları | Yarıçap | İletkenlik |
|----------------------|-----------------------------|----------------|-------------------|
| 1. elips geometrisi | (0.5,0.5) | 0.3 | 1.5 |
| | (-0.7,0.3) | 0.3 | 0.8 |
| 2. elips geometrisi | (0.4,0.5) | 0.3 | 1.7 |
| | (-0.6,0.3) | 0.3 | 0.9 |
| 3. elips geometrisi | (0.8,0.4) | 0.4 | 1.3 |
| | (-0.8,0.3) | 0.4 | 0.9 |
| 4. elips geometrisi | (0.5,0.3) | 0.3 | 1.5 |
| | (-0.7,0.2) | 0.4 | 0.5 |
| 5. elips geometrisi | (0.6,0.5) | 0.3 | 1.7 |
| | (-0.4,0.5) | 0.3 | 0.4 |
| 6. elips geometrisi | (0.3,0.5) | 0.3 | 1.5 |
| | (-0.8,0.3) | 0.3 | 0.5 |
| 7. elips geometrisi | (0.4,0.4) | 0.3 | 1.5 |
| | (-0.7,0.1) | 0.4 | 0.3 |
| 8. elips geometrisi | (0.3,0.5) | 0.3 | 1.5 |
| | (-0.6,0.2) | 0.4 | 0.7 |
| 9. elips geometrisi | (0.6,0.2) | 0.3 | 0.8 |
| | (-0.6,0.2) | 0.4 | 1.5 |
| 10. elips geometrisi | (0.4,0.5) | 0.5 | 1.7 |
| | (-0.2,-0.5) | 0.4 | 1.4 |
| 11. elips geometrisi | (0.3,0.4) | 0.3 | 1.4 |

| | | | |
|----------------------|--------------|-----|-----|
| | (-0.4,-0.5) | 0.3 | 1.4 |
| 12. elips geometrisi | (0.3,0.3) | 0.3 | 1.4 |
| | (-0.4,-0.3) | 0.3 | 1.8 |
| 13. elips geometrisi | (0.6,0.3) | 0.3 | 1.3 |
| | (-0.4,-0.4) | 0.3 | 1.6 |
| 14. elips geometrisi | (0.2,0.8) | 0.3 | 1.4 |
| | (-0.5,-0.3) | 0.3 | 1.7 |
| 15. elips geometrisi | (0.5,0.8) | 0.3 | 1.6 |
| | (-0.5,-0.7) | 0.3 | 1.8 |
| 16. elips geometrisi | (0.5,0.8) | 0.3 | 1.7 |
| | (0.5,-0.5) | 0.3 | 0.5 |
| 17. elips geometrisi | (0.4,0.5) | 0.3 | 1.8 |
| | (0.4,-0.5) | 0.3 | 0.6 |
| 18. elips geometrisi | (0.3,0.3) | 0.3 | 1.6 |
| | (0.8,-0.5) | 0.3 | 0.7 |
| 19. elips geometrisi | (-0.3,0.3) | 0.3 | 1.6 |
| | (0.5,-0.3) | 0.3 | 0.5 |
| 20. elips geometrisi | (-0.4,0.4) | 0.3 | 0.5 |
| | (0.3, -0.3) | 0.3 | 0.8 |
| 21. elips geometrisi | (-0.2,0.5) | 0.3 | 0.4 |
| | (0.4,-0.6) | 0.4 | 0.7 |
| 22. elips geometrisi | (-0.4,0.3) | 0.3 | 0.8 |
| | (0.2,-0.4) | 0.3 | 0.6 |
| 23. elips geometrisi | (-0.6,-0.3) | 0.3 | 1.2 |
| | (0.4,-0.3) | 0.3 | 0.7 |
| 24. elips geometrisi | (-0.4,0.4) | 0.3 | 1.2 |
| | (0.7,-0.5) | 0.3 | 0.7 |
| 25. elips geometrisi | (-0.3,-0.6) | 0.3 | 1.4 |
| | (0.5,-0.2) | 0.3 | 0.6 |
| 26. elips geometrisi | (-0.4,-0.2) | 0.3 | 1.5 |
| | (0.8,-0.2) | 0.3 | 0.4 |
| 27. elips geometrisi | (0.4,0.4) | 0.3 | 1.8 |
| | (0.5,-0.6) | 0.3 | 0.5 |
| 28. elips geometrisi | (0.4,0.3) | 0.3 | 1.6 |
| | (-0.4,-0.5) | 0.3 | 0.7 |
| 29. elips geometrisi | (-0.5, 0.5) | 0.3 | 0.8 |
| | (0.4, -0.4) | 0.3 | 0.7 |
| 30. elips geometrisi | (-0.3,-0.4) | 0.3 | 1.6 |
| | (-0.5,0.5) | 0.3 | 0.7 |
| 31. elips geometrisi | (-0.6,0.4) | 0.3 | 0.5 |
| | (0.5,-0.6) | 0.3 | 0.4 |
| 32. elips geometrisi | (-0.4,0.4) | 0.3 | 0.6 |
| | (0.4,-0.6) | 0.3 | 0.7 |
| 33. elips geometrisi | (0.3, 0.3) | 0.4 | 1.6 |
| | (0.4, -0.4) | 0.3 | 0.7 |
| 34. elips geometrisi | (-0.3,-0.4) | 0.3 | 1.6 |
| | (-0.6,0.4) | 0.4 | 0.7 |
| 35. elips geometrisi | (-0.4, 0.5) | 0.3 | 0.5 |
| | (-0.4, -0.5) | 0.3 | 1.5 |

| | | | |
|----------------------|-------------|-----|-----|
| 36. elips geometrisi | (-0.5,-0.5) | 0.3 | 1.5 |
| | (0.4,-0.5) | 0.3 | 0.5 |
| 37. elips geometrisi | (-0.5,-0.4) | 0.3 | 1.6 |
| | (0.3,-0.5) | 0.3 | 0.6 |
| 38. elips geometrisi | (0.6,0.5) | 0.4 | 1.6 |
| | (-0.6,0.4) | 0.3 | 0.6 |
| 39. elips geometrisi | (0.5,0.7) | 0.3 | 1.5 |
| | (-0.7,0.4) | 0.3 | 0.7 |
| 40. elips geometrisi | (0.7,0.7) | 0.3 | 1.5 |
| | (-0.4,0.4) | 0.4 | 0.6 |
| 41. elips geometrisi | (0.7,0.3) | 0.3 | 1.6 |
| | (-0.6,0.6) | 0.3 | 0.4 |
| 42. elips geometrisi | (0.7,0.4) | 0.3 | 1.8 |
| | (-0.5,0.4) | 0.4 | 0.6 |
| 43. elips geometrisi | (0.5,0.3) | 0.3 | 1.5 |
| | (-0.5,0.4) | 0.3 | 0.4 |