

**T.C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FAKTÖR ANALİZİNDE BELİRLİ KOŞULLAR ALTINDA
FAKTÖR SAYISI BELİRLEME YÖNTEMLERİNİN
KARŞILAŞTIRILMASI**

Ferhat ÜNAL

**Biyoistatistik Programı
BÜTÜNLEŞİK DOKTORA TEZİ**

ANKARA

2020

TEŞEKKÜR

Kendisini geçmişte kitabıyla tanıma fırsatı bulduğum, eğitim hayatım boyunca ve sonrasında katkılarını ve desteklerini unutamayacağım değerli danışmanım Prof. Dr. C. Reha ALPAR'a,

Yeterlik Sınavım esnasında bu çalışmayla ilgili fikir alışverişinde bulunduğum ve ilk olumlu geri bildirimleri aldığım Doç. Dr. Derya GÖKMEN'e,

Tez İzleme Komitesi'ndeki değerli katkılarıyla bana yol gösteren değerli hocalarım Prof. Dr. A. Ergun KARAAĞAOĞLU'na ve Prof. Dr. Meriç YAVUZ ÇOLAK'a,

Biyostatistik Kongresi'ndeki teşvikleriyle beni motive eden ve jürimde yer alarak katkılarını esirgemeyen Prof. Dr. Mehtap AKÇİL OK'a,

Tez jürimde yer alan, katkı ve desteklerini esirgemeyen değerli hocalarım Doç. Dr. Jale KARAKAYA KARABULUT'a ve Dr. Öğr. Üyesi Sevilay KARAHAN'a,

Ve iyi ki bu aileden olmuşum dediğim Biyoistatistik ailesinden değerli hocalarım, arkadaşlarım ve her zaman yanımızda olan Biyoistatistik Anabilim Dalı Sekreteri Menekşe TARLA'ya,

Bu yoğun ve zorlu süreçten dolayı kendilerini ihmal ettiğim ve gösterdikleri sabır ve anlayıştan dolayı sevgili aileme,

Çok teşekkür ederim.

“Olmasın düşüncenize hakim

Ne kuramsız ölçüm

Ne de ölçümsüz kuram.

Aksine, düşünün bu ikisi arasındaki karşılıklı etkileşimi.

Öyle ki, rasyonel beklentinin ötesindeki sentezlere ulaştıracak düşüncenizi”

Zellner (1996)

ÖZET

Ünal, F., Faktör Analizinde Belirli Koşullar Altında Faktör Sayısı Belirleme Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Biyoistatistik Programı Bütünleşik Doktora Tezi, Ankara, 2020. Sağlık, spor, eğitim ve sosyal bilimler alanında özellikle ölçek geliştirme çalışmalarında sıklıkla kullanılan çok değişkenli istatistiksel yöntemlerden biri olan faktör analizinde kestirim ve döndürme yöntemlerine göre daha önemli olan aşama kabul edilecek faktör sayısının belirlenmesidir. Faktör sayısının belirlenmesinde Kaiser ölçütü (K1), birikimli açıklanan varyans yüzdesi ve yamaç grafiği gibi en fazla bilinen ve kullanılan bazı yöntemler olmakla birlikte bu yöntemlerle elde edilen faktör sayıları her durumda doğru faktör sayısına net cevaplar verememektedir. Bu yöntemlerin dışında son yıllarda kullanılmaya başlanan Horn'un paralel analizi (PA) ve Velicer'in en küçük ortalama kısmi korelasyon (MAP) yöntemleri de bulunmaktadır. Bu çalışmada, doğru faktör sayısının belirlenmesinde K1, PA ve MAP ölçütlerinin performansları, sürekli ve 5'li likert düzeyinde ölçülmüş değişkenler için değişken sayısı (6, 12, 18, 24, 30), örneklem büyüklüğü (30, 50, 100, 200, 300, 500), ortalama faktör yükü (0,10-0,90) ve evren faktör sayısı (1, 2, 3 ve 4) koşulları altında incelenmiş ve karşılaştırılmıştır. MAP ve PA yönteminin doğru faktör sayısını belirlemede oldukça iyi performansa sahip olduğu, istatistiksel yazılımlarda en fazla kullanılan yöntemlerden olan K1'in ise kötü performansa sahip olduğu, sadece değişken sayısı altı iken iyi performans gösterebildiği ve örneklem büyüklüğündeki değişimden en fazla etkilenen yöntem olduğu görülmüştür. Ayrıca yamaç grafiği, Jolliffe ölçütü, birikimli açıklanan varyans yüzdesi ve K1 gibi klasik öznel ölçütler yerine özellikle son yıllarda kullanılmaya başlanan PA ve MAP gibi daha nesnel ve çağdaş yaklaşımların kullanılması önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Faktör analizi, faktör sayısı, Kaiser ölçütü, MAP yöntemi, paralel analiz.

ABSTRACT

Ünal, F., The Comparison of The Methods Determining Number of Factors under The Certain Conditions in Factor Analysis, Hacettepe University Graduate School Health Sciences Medicine Department of Biostatistics Integrated Doctor of Philosophy Thesis, Ankara, 2020. Factor analysis is one of the multivariate statistical techniques used in the field of health, sport, education, and social sciences about especially scale development studies. In this technique, determining of retained the number of factors is more important than the estimation of factor loadings and rotation methods. There are some methods for determining number of factors such as Kaiser criteria (K1), cumulative explained variance and scree graph are known utmost, but extracted factor numbers in these methods aren't accurate in every situation. In except of these methods, there are Horn's parallel analysis and Velicer's minimum average partial correlation (MAP) used in recent years. In this study, we compare the performance of K1, PA and MAP in determining of the number of factors for continuous variables and Likert scale in conditions that the number of variables (6, 12, 18, 24, 30), sample size (30, 50, 100, 200, 300, 500), mean loading (0,10-0,90) and the population number of factors (1, 2, 3 ve 4). In conclusion, MAP and PA methods are more accurate, K1 used in most statistical software has poor performance in terms of the number of factors except for the number of the variable is six. Also, K1 is most affected by the change of sample size according to the others. Objective and modern methods as MAP ve PA are recommended instead of subjective methods, such as scree graph, Jolliffe criteria, cumulative explained variance, and K1.

Key Words: Factor analysis, number of factors, Kaiser criteria, MAP method, parallel analysis.

İÇİNDEKİLER

ONAY SAYFASI	iii
YAYIMLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI Hata! Yer işareti tanımlanmamış.	
ETİK BEYAN	iv
TEŞEKKÜR	vii
ÖZET	viii
ABSTRACT	ix
İÇİNDEKİLER	x
SİMGELER VE KISALTMALAR	xiii
ŞEKİLLER	xiv
TABLolar	xvii
1.GİRİŞ	1
1.1. Kuramsal Yaklaşımlar, Kapsam ve Gerekeçe	1
1.2. Hipotezler ve Amaçlar	4
2.FAKTÖR ANALİZİ	6
2.1. Varsayımlar	6
2.2. Kuramsal Yapı	7
2.3. Tekil Değer Ayrışımı (<i>Eigen Decomposition, Singular Value Decomposition</i>)	9
2.4. Kestirim Yöntemleri	10
2.4.1. En çok Olabilirlik (<i>Maximum Likelihood, EÇOB</i>) Yöntemi	13
2.4.2. Temel Eksen Faktör (<i>Principal Factor/Principal Axis Factoring, PAF</i>) Yöntemi	14
2.4.3. Ağırlıksız / Ağırlıklandırılmamış En Küçük Kareler (EKK, En küçük Artık (<i>minimum residual</i>), MINRES)	15

2.5. Kabul Edilecek Faktör Sayısını (<i>Number of Factors to Retain</i>) Belirleme	
Yöntemleri	15
2.5.1. Cattell'in Yamaç Grafiği (<i>Cattell's Scree Plot</i>)	15
2.5.2. Birikimli Açıklanan Varyans Yüzdesi (<i>Proportion of Cumulative Explained Variance</i>)	16
2.5.3. Kaiser (Özdeğerin 1'den büyük olması / Kaiser-Guttman / K1) Ölçütü	16
2.5.4. Jolliffe Ölçütü	17
2.5.5. Horn'un Paralel Analizi	18
2.5.6. Velicer'in En Küçük Ortalama Kısmi Korelasyon (<i>Minimum Average Partial Correlation</i> (MAP)) Yöntemi	19
2.6. Faktör Analizinin Geçerliğini Etkileyen Faktörler	21
2.6.1. Örneklem Büyüklüğü (n) ya da Örneklem Büyüklüğünün Değişken Sayısına Oranı (n/p)	21
2.6.2. Faktör Yüğü	23
2.6.3. Faktör Sayısı ve Faktör Başına Düşen Değişken Sayısı	25
2.6.4. Değişkenin Ölçüm Düzeyine Uygun Korelasyon Katsayısı	25
3. GEREÇ VE YÖNTEM	27
3.1. Senaryoların Belirlenmesi	28
3.2. Veri Türetme Süreci	28
3.3. Değerlendirme ve Raporlama	28
4. BULGULAR	30
4.1. Sürekli Değişkenlerden Elde Edilen Bulgular ve Değerlendirilmesi	30
4.1.1. Tek Faktörlü Evren İçin Elde Edilen Bulgular	30
4.1.2. İki Faktörlü Evren İçin Elde Edilen Bulgular	44
4.1.3. Üç Faktörlü Evren İçin Elde Edilen Bulgular	58

4.1.4. Dört Faktörlü Evren İçin Elde Edilen Bulgular	67
4.2.5’li Likertle Ölçülmüş Değişkenlerden Elde Edilen Bulgular ve Değerlendirilmesi	77
4.2.1. Tek Faktörlü Evren İçin Elde Edilen Bulgular	77
4.2.2. İki Faktörlü Evren İçin Elde Edilen Bulgular	83
4.2.3. Üç Faktörlü Evren İçin Elde Edilen Bulgular	85
4.2.4. Dört Faktörlü Evren İçin Elde Edilen Bulgular	88
4.3. Faktör Sayısını Belirleme Yöntemlerinin Faktör Analizi Konusunda Yapılan Çalışmalara Uygulanması	91
5. TARTIŞMA	94
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	98
6.1. Sonuçlar	98
6.2. Öneriler	100
7. KAYNAKLAR	101
8. EKLER	
EK-1: Tek Faktörlü Evrenden Elde Edilen Bulgular	
EK-2: İki Faktörlü Evrenden Elde Edilen Bulgular	
EK-3: Üç Faktörlü Evrenden Elde Edilen Bulgular	
EK-4: Dört Faktörlü Evrenden Elde Edilen Bulgular	
EK-5: Bütünleşik Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu	
9. ÖZGEÇMİŞ	

SİMGELER VE KISALTMALAR

AFA	Açıklayıcı Faktör Analizi
EÇOB	En Çok Olabilirlik
EKK	En Küçük Kareler
FA	Faktör Analizi
K1	Kaiser Ölçütü
MAP	En Küçük Ortalama Kısmi Korelasyon
NÖD	Negatif Özdeğer Durumu
PA	Paralel Analiz
PAF	Temel Eksen Faktör
SMC	Karesel Çoklu Korelasyon
TBA	Temel Bileşenler Analizi

ŞEKİLLER

Şekil	Sayfa
2.1. Faktör analizinin genel gösterimi.	8
3.1. Veri türetme ve raporlama süreci.	27
4.1. Tek faktörlü evrende $p=6$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	32
4.2. Tek faktörlü evrende $p=6$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	32
4.3. Tek faktörlü evrende $p=12$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	34
4.4. Tek faktörlü evrende $p=12$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	35
4.5. Tek faktörlü evrende $p=18$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	37
4.6. Tek faktörlü evrende $p=18$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	37
4.7. Tek faktörlü evrende $p=24$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	39
4.8. Tek faktörlü evrende $p=24$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	39
4.9. Tek faktörlü evrende $p=30$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	41
4.10. Tek faktörlü evrende $p=30$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	41
4.11. Tek faktörlü evrende çeşitli örneklem büyüklükleri için faktör yükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	42
4.12. Tek faktörlü evrende çeşitli örneklem büyüklükleri için faktör yükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	42
4.13. Tek faktörlü evrende faktör yükü 0,50 iken örneklem büyüklükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	43
4.14. Tek faktörlü evrende faktör yükü 0,70 iken örneklem büyüklükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	43
4.15. Tek faktörlü evrende çeşitli faktör yükü 0,40; 0,50 ve 0,70 iken örneklem büyüklükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	44
4.16. İki faktörlü evrende $p=6$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine	

göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	46
4.17. İki faktörlü evrende $p=6$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	47
4.18. İki faktörlü evrende $p=12$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	49
4.19. İki faktörlü evrende $p=12$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	49
4.20. İki faktörlü evrende $p=18$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	51
4.21. İki faktörlü evrende $p=18$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	52
4.22. İki faktörlü evrende $p=24$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	54
4.23. İki faktörlü evrende $p=24$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	54
4.24. İki faktörlü evrende $p=30$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	56
4.25. İki faktörlü evrende $p=30$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	56
4.26. İki faktörlü evrende belirli örneklem büyüklüklerinde faktör yükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	57
4.27. İki faktörlü evrende belirli örneklem büyüklüklerinde faktör yükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	57
4.28. Üç faktörlü evrende $p=6$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	59
4.29. Üç faktörlü evrende $p=12$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	61
4.30. Üç faktörlü evrende $p=18$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	63
4.31. Üç faktörlü evrende $p=24$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	65
4.32. Üç faktörlü evrende $p=30$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	66
4.33. Üç faktörlü evrende belirli örneklem büyüklüklerinde faktör yükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	67
4.34. Dört faktörlü evrende $p=12$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	70
4.35. Dört faktörlü evrende $p=18$ iken faktör yükleri ve örneklem	

büyükliklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	72
4.36. Dört faktörlü evrende $p=24$ iken faktör yükleri ve örneklem büyükliklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	74
4.37. Dört faktörlü evrende $p=30$ iken faktör yükleri ve örneklem büyükliklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	76
4.38. Dört faktörlü evrende çeşitli örneklem büyükliklerinde faktör yükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.	76

TABLOLAR

Tablo	Sayfa
4.1. p=6, ortalama faktör yükü=0,40 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	30
4.2. p=6, ortalama faktör yükü=0,50 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	31
4.3. p=6, ortalama faktör yükü=0,60 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	31
4.4. p=12, ortalama faktör yükü=0,40 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	33
4.5. p=12, ortalama faktör yükü=0,50 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	33
4.6. p=12, ortalama faktör yükü=0,60 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	34
4.7. p=18, ortalama faktör yükü=0,40 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	35
4.8. p=18, ortalama faktör yükü=0,50 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	36
4.9. p=18, ortalama faktör yükü=0,60 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	36
4.10. p=24, ortalama faktör yükü=0,40 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	38
4.11. p=24, ortalama faktör yükü=0,50 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	38
4.12. p=24, ortalama faktör yükü=0,60 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	38
4.13. p=30, ortalama faktör yükü=0,40 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	40
4.14. p=30, ortalama faktör yükü=0,50 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	40
4.15. p=30, ortalama faktör yükü=0,60 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	40
4.16. p=6, ortalama faktör yükü=0,40 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	45
4.17. p=6, ortalama faktör yükü=0,50 ve iki faktörlü evren için	

	performansların karşılaştırılması.	45
4.18.	p=6, ortalama faktör yükü=0,60 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	46
4.19.	p=12, ortalama faktör yükü=0,40 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	47
4.20.	p=12, ortalama faktör yükü=0,50 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	48
4.21.	p=12, ortalama faktör yükü=0,60 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	48
4.22.	p=18, ortalama faktör yükü=0,40 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	50
4.23.	p=18, ortalama faktör yükü=0,50 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	50
4.24.	p=18, ortalama faktör yükü=0,60 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	51
4.25.	p=24, ortalama faktör yükü=0,40 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	52
4.26.	p=24, ortalama faktör yükü=0,50 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	53
4.27.	p=24, ortalama faktör yükü=0,60 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	53
4.28.	p=30, ortalama faktör yükü=0,40 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	55
4.29.	p=30, ortalama faktör yükü=0,50 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	55
4.30.	p=30, ortalama faktör yükü=0,60 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	55
4.31.	p=6, ortalama faktör yükü=0,40 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	58
4.32.	p=6, ortalama faktör yükü=0,50 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	58
4.33.	p=6, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	59
4.34.	p=12, ortalama faktör yükü=0,40 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	60
4.35.	p=12, ortalama faktör yükü=0,50 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	60
4.36.	p=12, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	60

4.37.	p=18, ortalama faktör yükü=0,40 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	61
4.38.	p=18, ortalama faktör yükü=0,50 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	62
4.39.	p=18, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	62
4.40.	p=24, ortalama faktör yükü=0,40 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	63
4.41.	p=24, ortalama faktör yükü=0,50 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	64
4.42.	p=24, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	64
4.43.	p=30, ortalama faktör yükü=0,40 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	65
4.44.	p=30, ortalama faktör yükü=0,50 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	65
4.45.	p=30, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	66
4.46.	p=6, ortalama faktör yükü=0,40 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	67
4.47.	p=6, ortalama faktör yükü=0,50 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	68
4.48.	p=6, ortalama faktör yükü=0,60 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	68
4.49.	p=12, ortalama faktör yükü=0,40 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	68
4.50.	p=12, ortalama faktör yükü=0,50 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	69
4.51.	p=12, ortalama faktör yükü=0,60 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	69
4.52.	p=18, ortalama faktör yükü=0,40 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	70
4.53.	p=18, ortalama faktör yükü=0,50 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	71
4.54.	p=18, ortalama faktör yükü=0,60 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	71
4.55.	p=24, ortalama faktör yükü=0,40 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	72
4.56.	p=24, ortalama faktör yükü=0,50 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	73

- 4.57. $p=24$, ortalama faktör yükü=0,60 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 73
- 4.58. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,40 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 74
- 4.59. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,50 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 75
- 4.60. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,60 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 75
- 4.61. $p=6$, ortalama faktör yükü=0,40 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 77
- 4.62. $p=6$, ortalama faktör yükü=0,50 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 78
- 4.63. $p=6$, ortalama faktör yükü=0,70 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 78
- 4.64. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,30 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 78
- 4.65. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,50 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 79
- 4.66. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,70 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 79
- 4.67. $p=18$, ortalama faktör yükü=0,60 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 80
- 4.68. $p=18$, ortalama faktör yükü=0,70 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 80
- 4.69. $p=24$, ortalama faktör yükü=0,60 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 81
- 4.70. $p=24$, ortalama faktör yükü=0,70 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 81
- 4.71. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,70 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 82
- 4.72. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,80 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 82
- 4.73. $p=6$, ortalama faktör yükü=0,60 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 83
- 4.74. $p=6$, ortalama faktör yükü=0,70 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 83
- 4.75. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,60 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 84
- 4.76. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,70 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması. 84

4.77.	p=18, ortalama faktör yükü=0,60 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	84
4.78.	p=18, ortalama faktör yükü=0,70 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	85
4.79.	p=24, ortalama faktör yükü=0,70 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	85
4.80.	p=6, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	85
4.81.	p=12, ortalama faktör yükü=0,70 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	86
4.82.	p=18, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	86
4.83.	p=18, ortalama faktör yükü=0,70 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	87
4.84.	p=24, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	87
4.85.	p=30, ortalama faktör yükü=0,50 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	88
4.86.	p=30, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	88
4.87.	p=12, ortalama faktör yükü=0,60 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	89
4.88.	p=12, ortalama faktör yükü=0,70 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	89
4.89.	p=18, ortalama faktör yükü=0,50 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	90
4.90.	p=24, ortalama faktör yükü=0,60 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	90
4.91.	p=30, ortalama faktör yükü=0,60 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.	90
4.92.	Sürekli değişkenlere yönelik olarak faktör analizi yapılan çalışmalara faktör sayısını belirleme yöntemlerinin uygulanması.	91
4.93.	Ordinal düzeyde ölçülmüş değişkenlere yönelik olarak faktör analizi yapılan çalışmalara faktör sayısını belirleme yöntemlerinin uygulanması.	92

1.GİRİŞ

1.1. Kuramsal Yaklaşımlar, Kapsam ve Gerekçe

Uygulamada değişken sayısının az olması modellemeler açısından yeterli olmamakta, modele fazla değişken alınması ise istatistiksel olarak bazı sorunları (ilişkili değişkenlerin olması, örneklem büyüklüğünün yetersiz olması gibi) beraberinde getirmektedir. Birbirleri ile ilişkili değişkenlerin olduğu çalışmalarda boyut indirgemek (değişken sayısından daha az değişken kullanmak) amacıyla kullanılan temel yöntem faktör analizidir (1). Bilindiği üzere faktör analizi, birçok alanda kullanılan ölçek geliştirme/uyarlama çalışmalarında sıklıkla kullanılmaktadır. Açıklayıcı faktör analizi (AFA) özellikle ortak faktör örüntülerini ve sayısını belirlemek için temel kuramsal bilginin az olduğu ölçek geliştirme çalışmaları için uygundur. Bu süreçte, çıkartılan uygun faktör sayısı, gerek ölçek sonuçları gerekse ölçeğin sonraki kuramsal gelişiminde doğrudan etkilidir (1).

Faktör analizi; değişkenler arası ilişkilerden yola çıktığı için korelasyon (veya varyans-kovaryans) matrisine dayanan çok değişkenli istatistiksel yöntemler bütünüdür. Faktör analizi; yorumlanması güç, birbirleriyle ilişkili çok sayıda değişkenden en az bilgi kaybı ile bağımsız, kavramsal açıdan anlamlı az sayıda yeni değişkenler (faktörler) bulmayı amaçlayan çok değişkenli bir istatistiksel yöntemdir. Temel amaç; toplam değişimi değişken sayısından daha az faktörle açıklamaktır (2, 3). Bu yöntem, değişken sayısını indirgemenin yanı sıra veri setinin görselleştirilmesini sağlamak, ilişkili verileri regresyon vb. ileri analizlerde kullanmak, veri yapısını anlamak, gizli ilişkileri keşfetmek amacıyla da biyomedikal araştırmalar, kanser tanısına yönelik epidemiyolojik araştırmalar, alkol bağımlılığında fenotip kurmaya yönelik genetik araştırmalar; diyet örüntülerini belirlemeye yönelik beslenme çalışmaları, kardiyolojide klinik kardiyovasküler olayları belirleme çalışmaları, radyolojide manyetik rezonans görüntüleri özetleme, farmakoloji vb. alanlarda kullanılmaktadır (4).

Faktör analizi süreci incelendiğinde; üç önemli aşamadan bahsetmek mümkündür. Birincisi bu çalışmanın temel amacı olan kabul edilecek faktör sayısının

belirlenmesi, ikincisi faktör yüklerine ilişkin kestirim yönteminin seçilmesi ve son olarak da eğer yapılacaksa uygun döndürme yönteminin seçilmesidir (5, 6, 7). Conway ve Huffcutt (5); üç derginin 1985'den 1999'a kadar olan FA uygulamalarını incelemiştir. SPSS gibi programlarda *default* olarak kestirim yönteminin Temel Bileşenler Analizi (TBA), faktör çıkarma yönteminin öz değerin 1'den büyük olması ve döndürme yönteminin varimaks olması faktör analizi sonuçlarının geçerliği bakımından dezavantaj olarak görülmüştür. Ledesma ve Valero-Mora'ya (7) göre kabul edilecek faktör sayısının belirlenmesi; kestirim yöntemleri ve döndürme yöntemleri gibi diğer kararlara göre FA sonuçları üzerinde daha fazla etkilidir. Bu nedenle FA'nın sonuçlarının güvenilirliği, önemli faktörler ile şansla oluşan faktörleri ayırmasına bağlıdır. Seçilen faktör sayısına bağlı olarak oluşan hata, FA sonuçlarının yorumlanmasını önemli şekilde değiştirebilir. Örneğin beklenenden daha az sayıda faktör çıkarma (*underextraction*); bilgi kaybına ve çözümde (örneğin faktör yüklerinde) önemli bozulmalara yol açabilirken, beklenenden daha fazla sayıda faktör çıkarma (*overextraction*); yüksek yüklerle yüklü az sayıda faktör ve yorumlanması zor faktörler ortaya çıkarabilir. Sonuç olarak beklenenden daha az ya da daha çok faktör çıkarma, FA'nın etkinliği ve anlamı üzerinde kötü etkiye sahip olabilir. Faktör sayısının belirlenmesi sonuçları etkileyeceği için araştırmacının birçok yöntemin karmasını kullanarak karara varmasında fayda vardır (2, 5, 8). Bu kapsamda veriyi ve var olan ilişkiyi en iyi temsil eden sayıda faktör çıkarmak, istatistiksel ve kuramsal olarak önemsiz olan faktörleri dışarıda bırakmak asıl amaçtır. Kabul edilecek faktör sayısından daha fazla faktörü dikkate almak; gerekli faktörleri silmekten daha az zararlı olmakla birlikte, gereğinden fazla faktörün dikkate alınması da zayıf faktör yüklerinin oluşmasına yol açabilmektedir (9).

Kabul edilecek faktör sayısını belirlemede yaygın kabul gören öz değeri 1'den büyük faktörlerin dikkate alınması ölçütü (Kaiser ölçütü); doğruluğu (*accurate*) en az olan yöntemler arasındadır (10). Bazı yazarlara göre ise Kaiser ölçütü sadece toplam varyansı dikkate alan TBA yaklaşımında kullanılmalıdır (1, 9, 11-13). Bu yaklaşımla genellikle fazla faktör çıkarma eğilimi olup bazen az faktör de çıkarabilmektedir (1, 3, 5, 8, 9, 10, 14, 15, 16).

Kabul edilecek faktör sayısını belirlemede kullanılan Velicer'in en küçük ortalama kısmi korelasyon (*minimum average partial correlation*-MAP) yöntemi, her

bir bileşen parçalandıktan sonra karesel kısmi korelasyonların ortalaması hesaplanarak elde edilir. Taherdoost ve ark. (15)'na göre; bu yöntem faktör seçiminde ikinci en iyi yöntemdir ve %84 doğru sonuçlar vermektedir.

Kabul edilecek faktör sayısını belirlemede kullanılan Horn'un paralel analizi yönteminin doğru faktör sayısını %92 doğru sınıfladığını gösteren çalışmalar vardır (15). Paralel analiz örnekleme hatasından gelen varyansın oranını da dikkate alır (1). Velicer'in MAP ölçütü ve Horn'un paralel analizi daha doğru ve kullanımı kolay olmasına rağmen çok kullanılan istatistiksel yazılımlarda yer almamaktadır (8, 10, 16). Liu ve Rijmen (17)'e göre; Paralel analiz, Kaiser ölçütünden daha iyi olmasına rağmen SPSS ve SAS gibi yaygın kullanılan yazılımlarda doğrudan hesaplanmadığı için 1990-1999 arasındaki AFA ile ilgili 142 çalışmanın hiç birinde kullanılmamıştır. Faktör sayısı belirleme üzerine yürütülen çok sayıda çalışmada, Kaiser ölçütü ve yamaç grafiği yöntemleri ile çoğu kez hatalı sonuçlar elde edildiği ve söz konusu yöntemlerin beklenenden fazla sayıda faktör (*overfactor*) belirleme eğilimi gösterdikleri sonucuna ulaşılmıştır. İstatistiksel yazılımların çoğunda bulunmadığı için, araştırmacılar tarafından yaygın şekilde kullanılmayan Paralel analiz yöntemi, iki yöntemden daha doğru sonuçlar verdiği gerekçesiyle pek çok araştırmacı tarafından önerilmekte, dahası faktör sayısı belirlemede en iyi yöntem olarak nitelendirilmektedir (18). Hayton ve ark. (19)'na göre; Kaiser ölçütü yaklaşık %66 doğru sonuç vermekte olup 24 veri kümesinde PA, Kaiser ölçütünden daha iyi sonuç vermiştir.

Diğer taraftan faktör sayısının belirlenmesi konusunda yapılan çalışmaların çoğunda normal dağılım sürekli veriler kullanılmıştır. Az sayıdaki çalışmada da normal dağılmayan veya kategorik veriler kullanılmıştır. Yang ve Xia (10)'nın çalışmasında ikili verilerde paralel analiz oldukça doğru sonuçlar üretmekle birlikte sadece tek faktörlü yapı düşünülmüştür. Diğer taraftan yaygın kullanılan yazılımlarda (SPSS gibi) kategorik verilerde faktör analizi yapılırken Pearson korelasyon katsayısı kullanılmaktadır. Birçok araştırmada kategorik verilerde FA için polikorik korelasyon katsayısının kullanımı önerilmektedir. Polikorik korelasyon katsayısı, gözlenen kategori fonksiyonu iki değişkenli normal dağılım sürekli değişkenin temsilcisi ve yansız parametre kestiricisidir (1). Kategorik değişkenlerde Pearson korelasyona karşılık polikorik korelasyon katsayısının kullanımının gerçek modeli ortaya çıkarmada etkili olduğu görülmüştür (10). Bu nedenle faktör analizinde değişkenlerin

ölçüm düzeylerine uygun korelasyon matrisinin dikkate alınması değişkenlerin doğru faktörler üzerinde yüklenmesinde etkili olacaktır.

Kabul edilecek faktör sayısını belirleme yöntemi seçildikten sonra faktör yüklerini kestirmek için kestirim yönteminin seçilmesi gerekmektedir. Bu çerçevede Temel Bileşenler Analizi (TBA) ile Faktör Analizi (FA) arasındaki farklılıklar da alanyazında sıklıkla tartışılan bir konudur. TBA kuramsal yapısı gereği ölçüm hatalarını dikkate almadığı için gerçek değerinin üzerinde kestirilmiş faktör yüklerine ve açıklanan varyansa neden olmaktadır (4). Winter ve Dodou'a göre (20); psikoloji, eğitim, pazarlama ve yönetim araştırmalarına ait çalışmaların %34'ünde FA, %67'sinde ise TBA kullanılmıştır. Temel bileşenler analizinin istatistiksel yazılımlarda otomatik (*default*) olarak verildiği ve uygulamalarda sıklıkla kullanıldığı belirtilmekle birlikte faktör analizinin kullanılması önerilmektedir. Diğer taraftan her iki yaklaşım sonucunda da çıkartılacak faktör sayısının az ya da fazla olması sonuçlar üzerinde olumsuz etkiye yol açacağı da bilinmektedir (21). Faktör yüklerinin kestirimi ve faktör analizinin sonuçlarının örneklem büyüklüğüne göre değiştiği de bilinmektedir. Osborne ve Costello (21)'ya göre; örneklem büyüklüğü arttıkça faktör yüklerine ilişkin kestirimler benzer olmakla birlikte küçük örneklemelerde sonuçların genelleştirilebilirliği ve tekrar edilebilirliği farklılaşmaktadır.

Özetlenirse, bu bölümde kısaca bahsedilmiş olan faktör sayısını belirleme yöntemleri olan K1, PA ve MAP'in alanyazında performansını karşılaştıran çalışmanın olmaması, yapılan çalışmaların genel olarak tek senaryo üzerine yoğunlaşması bu çalışmanın yapılma gerekçesini oluşturmakta ve alanyazında oluşan boşluğu doldurması amaçlanmaktadır.

1.2. Hipotezler ve Amaçlar

Alanyazında giriş bölümünde verilen tartışmalar ışığında; kabul edilecek faktör sayısının örneklem büyüklüğü, değişken sayısı, faktör yükü ve değişkenlerin ölçüm düzeylerine uygun korelasyon matrisinin kullanılması bakımından uygunluğu (kabul edilecek faktör sayısının MAP, PA ve Kaiser ölçütüne göre performanslarının değerlendirilmesi) bu çalışmanın temel amacını oluşturmaktadır. Bu kapsamda bu çalışmanın temel aldığı hipotezler;

- Örnekleme büyüklüğüne göre faktör sayısını belirleme yöntemlerinin performansı değişmektedir.
- Değişken sayısına göre faktör sayısını belirleme yöntemlerinin performansı değişmektedir.
- Farklı faktör yük yapılarına göre faktör sayısını belirleme yöntemlerinin performansı değişmektedir.
- Değişkenlerin ölçüm düzeylerine uygun korelasyon matrisinin kullanımına göre faktör sayısı belirleme yöntemlerinin performansı değişmektedir.

İlgili yöntemlere göre ele alınan hipotezleri değerlendirmek üzere yapılan bu çalışma, altı bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde çalışmaya ilişkin giriş yapılmıştır. Konuya ilişkin kısa bilgiler verilmiş, çalışmanın yapılma gerekçesi hakkında bilgilendirme yapılmıştır. İkinci bölümde faktör analizinin varsayımları, kuramsal yapısı, kestirim yöntemleri ve faktör sayısını belirleme yöntemlerine değinildikten sonra alanyazında kullanılan ve bu çalışmanın ilgili senaryoların oluşturulmasına kaynak teşkil eden faktör analizinin kalitesini etkileyen faktörlere değinilmiştir. Üçüncü bölümde benzetim çalışması için seçilen senaryolar, ilgili yazılımın yapısına değinilmiştir. Dördüncü bölümde oluşturulan senaryolar üzerinden elde edilen bulgulara yer verilmiş ve faktör analiziyle ilgili yapılan çalışmalara ait gerçek verilerin korelasyon matrislerinden yararlanılarak elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir. Beşinci bölümde alanyazında yapılan çalışmalardan elde edilen bulgular ile bu çalışmadan elde edilen bulgular tartışılmış ve son olarak da elde edilen sonuçlar genelleştirilerek öneriler sunulmuştur.

2. FAKTÖR ANALİZİ

Bu bölümde öncelikle faktör analizinin temel varsayımlarından ve kuramsal yapısından bahsedilmiş, daha sonra benzetim çalışmasında kullanılacak olan yazılımda ilgili paketin temelini oluşturan tekil değer ayrışımı kavramına değinilmiştir. Ardından kestirim yöntemleri ve faktör sayısını belirleme yöntemleri ele alınmış ve son bölümde faktör analizinin geçerliğini etkileyen faktörlere değinilmiştir.

2.1. Varsayımlar

Faktör analizi (FA), yorumlanması güç, birbirleriyle ilişkili çok sayıda değişkenden en az bilgi kaybı ile bağımsız, kavramsal açıdan anlamlı az sayıda yeni değişkenler (faktörler) bulmayı amaçlayan çok değişkenli istatistiksel bir yöntemdir (2, 22). Bu yöntemin temel amacı, toplam değişimi değişken sayısından daha az faktörle açıklamaktır (2, 23). FA'nın temel hipotezi; *“veri setinden keşfedilecek olan m ortak gizil faktör vardır ve amaç değişkenler arasındaki ilişkiyi açıklayabilecek en küçük sayıda ortak faktör bulmak”* şeklindedir. FA; daha az sayıda kümeye indirgenebilen çok sayıda değişkenli, ölçek maddeleri veya test bataryalarını içeren çalışmalarda altta yatan yapıyı bulmak ve yorumlamayı kolaylaştırmak, değişkenleri anlamlı kategorilere yerleştirmek, çok sayıda değişkeni almak yerine bazı temel faktörlere odaklanmak ve veri dönüşümü amacıyla kullanılır (24, 25). Faktör analizinin uygulanabilmesi için birtakım varsayımların sağlanması gerekmektedir:

- Gizil faktörler ve hata terimleri sıfır ortalamalıdır (23).
- Hata terimleri ve gizil faktörlerin varyansları 1'dir (23).
- Gizil faktörler ve hata terimlerinin korelasyonu sıfırdır (23).
- Tüm değişkenler ve bu değişkenlerin tüm doğrusal kombinasyonları normal dağılır (çok değişkenli normal dağılım) (24).
- Tek değişkenli ve çok değişkenli aykırı gözlemler olmamalıdır (24).
- Korelasyonu hesaplanan değişkenlerle faktörler arasında doğrusal ilişki olmalıdır (24).

2.2. Kuramsal Yapı

Faktör analizinde n bireyin p tane özelliğini (değişken) gösteren $X_{n \times p}$ ham veri matrisinden elde edilen $Z_{n \times p}$ standartlaştırılmış veri matrisi kullanılır. Bu durumda faktör analizi modeli Z_j ($j=1,2,\dots,p$) değişkenleri ile f_1, f_2, \dots, f_m ortak faktörleri arasındaki ilişkiyi gösteren bir modeldir ve korelasyonu en yüksek olacak şekilde düzenler. Bu model genel olarak Eşitlik 2.1 ile ifade edilebilir:

$$Z = \Lambda \times f + e \quad (2.1)$$

Burada;

Z : $n \times p$ boyutlu standartlaştırılmış veri matrisi (gözlenen değişkenler matrisi)

Λ : $p \times m$ boyutlu faktör yük matrisi

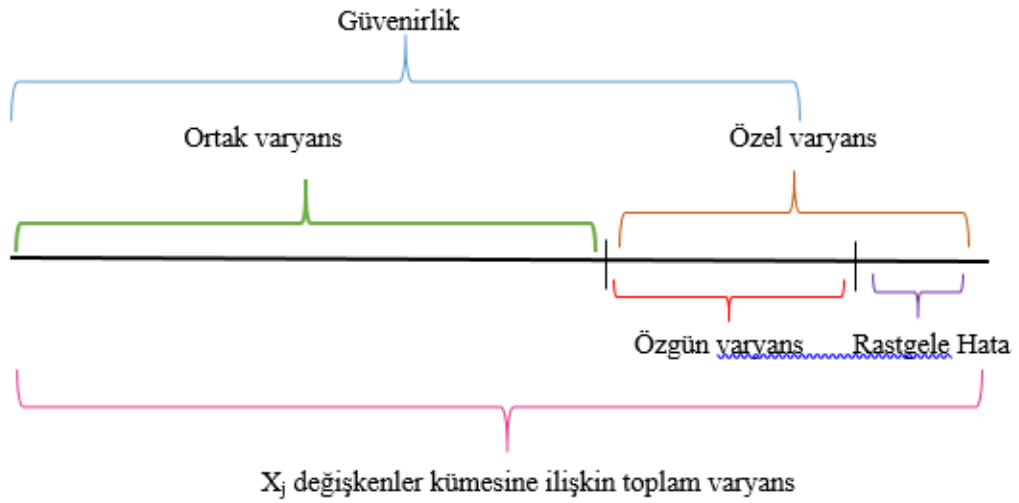
f : $m \times p$ boyutlu gözlenmeyen (faktör) matris

e : $p \times p$ boyutlu artık matrisi (köşegen matris)

Standartlaştırılmış değişkenlerin ortalamasının 0, varyansının 1 olması ve standartlaştırılmış değişkenin korelasyon matrisinin varyans kovaryans matrisine eşit olması, değişkenlerin ölçüm birimlerinin birbirinden farklı olması gibi nedenlerle standartlaştırma yapmak büyük avantajlar sağlamaktadır. Gözlenen değişkenlerin doğrusal kombinasyonları ve varyanslar kullanıldığı için değişkenlerin aynı birimlerde ölçülmesi önemlidir (26). Eğer değişkenlerin ölçüm birimleri aynı ve varyansları birbirlerine yakın ise varyans-kovaryans matrisinden, değilse korelasyon matrisinden yararlanılması önerilir. Uygulamada genellikle bileşenlerin ölçüm birimlerinden etkilenmemesi için standartlaştırılmış değişkenler kullanılır.

Bir değişken için bir faktör yükü, değişkenin faktöre ne kadar katkı sağladığını gösterir, böylece yüksek faktör yükü faktörlerin boyutlarının değişkenler tarafından daha iyi açıklanabileceğini gösterir. Faktör yükleri, çoklu regresyondaki ağırlıklara çok benzerdir ve değişken ve faktör arasındaki korelasyonun gücünü temsil eder (24).

Faktör analizi toplam değişkenliğin modellenmesi olarak değerlendirilirse Şekil 2.1'deki gibi özetlenebilir.



Şekil 2.1. Faktör analizinin genel gösterimi.

Ortak faktör modeline göre ölçülen değişkenlerin varyansı, ortak (*common*) ve özel (*unique*) varyans olmak üzere iki bölümden oluşur (27-28). Ortak faktör analizi modellerinde; ortak (paylaşılan) varyans kısmı modellenir. Ortak varyans (*communality*), bir değişkenin diğer değişkenlerle paylaştığı varyanstır (2, 29, 30). *Unique variance* (özel varyans); değişkenin kendisine özgü ve diğer ortak faktörlerle ilişkisiz olan varyanstır (2, 29). Hata varyansı; ölçüm hatası veya veri toplamının güvenilir olmaması gibi nedenlerden dolayı açıklanamayan varyanstır. Ortak ve özel varyanslar X_j 'yi içeren belli bir değişken kümesine aittir. Bu kümeye belli değişkenler eklenir ya da çıkartılırsa X_j 'nin ortak ve özel varyansları değişecektir. X_j ile yüksek korelasyonlu bir değişken kümeye eklendiğinde X_j 'nin ortak varyansı artarken güvenilirlik ve rassal hata bileşenleri değişmeden kalacaktır. Çünkü güvenilirlik ve rastgele hata bileşenleri değişkenin ölçüm ve kapsamı ile ilgilidir. Gorsuch'a (29) göre; ortak faktör modelinin amacı ölçülen her değişken ve ortak faktörler arasındaki ilişkinin hesaplanıp ölçülen değişkenler üzerindeki ilişkinin yapısını anlamaktır. Buna karşın, temel bileşenler analizinde ise ortak varyans ve özel varyans birbirinden ayrılmaz ve temel bileşenler ölçülen orijinal değişkenlerin doğrusal bir birleşimi olarak tanımlanır (6).

2.3. Tekil Değer Ayırışımı (*Eigen Decomposition, Singular Value Decomposition*)

Örnekleme korelasyon matrisinin faktör yükleri türünden ayrıştırılmasını sağlayan dönüşümdür. $p \times p$ boyutlu örnekleme korelasyon matrisi Eşitlik 2.2 ile ifade edilir:

$$\begin{aligned}
 R &= E(Z'Z) = E[(\Lambda f + e)'(\Lambda f + e)] \\
 &= E[f' \Lambda' \Lambda f + f' \Lambda' e + e' \Lambda f + e' e] \\
 &= \Lambda' E[f' f] \Lambda + \Lambda' E[f' e] + E[e' f] \Lambda + E[e' e] \quad (2.2)
 \end{aligned}$$

Ortak faktörler ile artıklar ilişkisiz olduğundan ikinci ve üçüncü terimler sıfıra eşit olacaktır. $E[f' f]$ faktörler arası korelasyon matrisi ($m \times m$ boyutlu) olup Φ ile gösterildiğinde örnekleme korelasyon matrisinin tekil değer ayrışımı Eşitlik 2.3 ile ifade edilir:

$$R = \Lambda' \Phi \Lambda + \Psi \quad (2.3)$$

Uygulamada örnekleme hatasının en küçük yapılması istendiğinden farkı en küçükleyen birçok fark (*discrepancy*) fonksiyonu vardır. En bilineni de en çok olabilirlik fark fonksiyonudur. En çok olabilirlik fonksiyonunu en küçüklemek için $\hat{\Lambda}$ ve $\hat{\Psi}$ seçilirse bunlar en çok olabilirlik kestirimleri olarak isimlendirilir. $\hat{\Lambda}$ ve $\hat{\Psi}$ değiştirilerek iterasyonla en çok olabilirlik fark fonksiyonunu en küçükleyen en çok olabilirlik kestirimleri elde edilir. $\hat{\Lambda}$ için çok fazla faktör örüntüleri iyi uyum gösterebilir. TBA yönteminde $\hat{\Psi}$ değeri bulunmamaktadır.

“Heywood case” durumunun açıklanması

Üç değişkenin olduğu durumda standartlaştırılmış değişkenler olan Z_1 , Z_2 ve Z_3 için basitlik olması bakımından tek faktörü çıkarmaya çalışalım. En fazla üç faktör çıkarılabileceğinden Eşitlik 2.1’de matris formunda verilen model açık olarak Eşitlik 2.4’deki gibi yazılabilir:

$$Z_1 = \ell_{11}f_1 + \varepsilon_1$$

$$Z_2 = \ell_{21}f_1 + \varepsilon_2 \quad (2.4)$$

$$Z_3 = \ell_{31}f_1 + \varepsilon_3$$

$$Z_1, Z_2 \text{ ve } Z_3 \text{ de\u0131işkenlerine ait korelasyon matrisi } R = \begin{bmatrix} 1 & 0,90 & 0,70 \\ & 1 & 0,80 \\ & & 1 \end{bmatrix} \text{ olsun.}$$

Tek faktör çıkartıldığından $\Phi=I$ olmak üzere Eşitlik 2.3’de verilen tekil değer ayrışımı aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0,80 & 0,70 \\ & 1 & 0,60 \\ & & 1 \end{bmatrix} = [l_{11} \quad l_{21} \quad l_{31}] \begin{bmatrix} l_{11} \\ l_{21} \\ l_{31} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varphi_1 & 0 & 0 \\ & \varphi_2 & 0 \\ & & \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11}^2 + \varphi_1 & l_{11} * l_{21} & l_{11} * l_{31} \\ & l_{21}^2 + \varphi_2 & l_{21} * l_{31} \\ & & l_{31}^2 + \varphi_3 \end{bmatrix}$$

İlgili denklem sistemi çözüldüğünde; $l_{11} = 0,967$; $l_{21} = 0,829$ ve $l_{31} = 0,725$; $\varphi_1 = 0,065$; $\varphi_2 = 0,313$; $\varphi_3 = 0,526$ elde edilir.

$$\text{Korelasyon matrisi } R = \begin{bmatrix} 1 & 0,90 & 0,70 \\ & 1 & 0,30 \\ & & 1 \end{bmatrix} \text{ olduğunda benzer işlemler yapılırsa}$$

$l_{11} = 1,45$; $l_{21} = 0,62$; $l_{31} = 0,48$ ve $\varphi_1 = -1,1$; $\varphi_2 = 0,61$; $\varphi_3 = 0,77$ elde edilir. Burada faktör yükü 1’den büyük, artıklara ilişkin varyans değeri negatif elde edilmiş olup bu durum alanyazında “*Heywood case*” olarak isimlendirilmektedir.

2.4. Kestirim Yöntemleri

Uygulamada kullanılan istatistiksel yazılımlarda ve alanyazında yer alan faktör analizi çalışmalarında faktör yüklerinin kestiriminde kullanılan kestirim yöntemleri bu bölümde tartışılmıştır. Genel olarak; bileşen modeli (*component model*) ve ortak modeller (*common models*) olarak ikiye ayrılan kestirim yöntemlerinden temel bileşenler analizi ve ortak faktör analizi, bazı çalışmalarda ayrı bir yöntem olarak değerlendirilirken, bazı çalışmalarda faktör analizi başlığı içerisinde değerlendirilmektedir. Temel bileşenler analizinin kuramsal yapısı incelendiğinde aşağıdaki gerekçelerden dolayı ayrı bir yöntem olarak değerlendirilmiş, kestirim yöntemlerine dahil edilmemiştir:

- Yaygın kullanılan istatistiksel yazılımların çoğunda (STATISTICA, MINITAB, JASP, STATA) ayrı menü olarak alınmış olması, uygulamada

yaygın kullanılan SPSS yazılımında ise kestirim yöntemleri içerisinde değerlendirilmesi.

- Kuramsal yapısı incelendiğinde temel bileşenler analizinin faktör yüklerinin özdeğer ve özvektörlerinden elde edilmesi, bu anlamda da Karhunen-Loeve dönüşümü olarak isimlendirilmesi (31-33), TBA'da $y=Ax$ ile $x=Ay$ dönüşümü tek bir dönüşümle sağlanabilirken FA'da değişkenler ortak faktörlerin doğrusal kombinasyonu olarak ele alınması ve değişkenden faktöre tek bir dönüşüm sağlanamaması (30).
- Temel bileşenler analizinde nedensellik yönü bulunmamakta (bileşenler gözlenen değişkenlerin fonksiyonu olarak sık kullanılmakla birlikte) iken faktör analizinde gözlenen değişkenler bağımlı değişken, faktörler bağımsız değişkenler olarak ele alınmaktadır. Bu anlamda TBA-FA farklılaşması korelasyon-regresyon farklılaşmasına benzetilebilmektedir (3, 9, 35). TBA'da korelasyon matrisi ayrıştırılırken herhangi bir model kurulmazken FA'da gözlenen değişkenin ortak faktörler ve özel faktörün doğrusal bileşeni olduğu şeklinde model tanımlaması yapılır (30, 33).
- Ölçüm hatalarını modele dahil etmediği için verinin örneklem ya da evrene ait olduğunun belirlenememesi, genellenebilirliğinin sağlanamaması ve aşırı kestirilmiş faktör yüklerine yol açabilmesi (9, 14, 20, 29, 34-38).

Yukarıda bahsedilen gerekçelere rağmen artıklar sifıra yakın olduğunda TBA ile FA benzer sonuçlar üretecektir. Faktör başına düşen değişken sayısı az olduğunda ve faktör yükleri düşük olduğunda (0,40 gibi) TBA ile FA sonuçları farklılaşacaktır. Ayrıca FA yerine TBA kullanılırsa değişkenlerin her biri için özel varyans kestirilemeyecektir (3, 12). Değişken sayısı az olduğunda, TBA yükleri ortak faktör analizi yüklerinden daha yüksektir. Ortak faktör analizi, sıfır yükler için TBA'dan daha durağan çözümler sağlar (20). Değişken sayısı 30'u aştığında ve/veya çoğu değişkenler için ortak varyanslar 0,60'yı aştığında TBA ile FA benzer sonuçlar verebilir (11, 39). 0,50'den küçük ortak varyansa sahip değişkenler çıkartılabilir. Değişken sayısı arttıkça korelasyon matrisinin köşegen dışı eleman sayısının köşegen eleman sayısına oranı artacağından faktör yüklerinin büyüklüğü çözüm üzerinde daha az etkili olacak ve TBA-FA sonuçları benzer olacaktır (30).

Kim (28) tarafından egzersizler üzerinde algılanan engeller ölçeğinde 8 değişken ve 84 kişi üzerinden yapılan çalışmada ortak faktör analizi ve TBA faktör yükleri karşılaştırılmıştır. TBA faktör yükleri ortak faktör analizinden elde edilen faktör yüklerinden daha yüksek elde edilmiştir. Hangi yöntemin daha uygun olduğunu belirlemek için değişkenin varyansının tamamen faktörlerin fonksiyonu olduğunu varsaymak doğru olmadığından ortak faktör analizinin tercih edilmesi gerektiği önerilmiştir. TBA'nın faktör yüklerini olması gerekenden yüksek kestirdiğini, az değişken olduğunda faktör yapısını değiştirdiğini raporlayan birçok çalışma vardır (28). Hellton (40); yüksek faktörlü yapıda (değişken sayısı arttıkça) TBA'da örneklem özvektörlerinin evren özvektörlerine yakınsamadığını göstermiştir. Koltchinskii ve Lounici (41); değişken sayısının örneklem büyüklüğüne oranı sonsuza gittikçe evren varyans kovaryans matrisinin özvektörlerinin örneklem varyans kovaryans matrisinin tutarlı kestiricisi olmadığını göstermiştir. Onatski (43)'ye göre de; TBA'da zayıf faktör durumunda temel bileşenlere ait özdeğer ve özvektörlerin dağılımı tutarlı değildir (*inconsistency*). Thompson (42)'a göre; temel bileşenler analizi ölçülen değişkenlerin mükemmel güvenilirliğe sahip olduğunu varsaymaktadır. Ancak uygulamada puanlar asla mükemmel güvenilirlikte olmayacaktır.

Sahalia ve Xiu (44); zamana bağlı ekonomi verileri üzerinden özdeğer dağılımlarının kuramsal ve uygulamalı analizini 1000 tekrar üzerinden yapmıştır. Örneklem büyüklüğü 30 iken birinci özdeğerin dağılımının normal dağılıma az yaklaştığını, üçüncü özdeğerin ancak normal dağılıma yaklaştığını, örneklem büyüklüğü 100 iken iki, üç ve dört faktörlü yapıda özdeğerlerin dağılımının normale yakınsadığını göstermiştir.

Conway ve Huffcutt (8); üç işletme dergisinin 1985'den 1999'a kadar olan FA uygulamalarını incelemiştir. Veri kümesi üzerinde yapılan çalışmada TBA ile EÇOB benzer sonuçlar üretmesine rağmen en az bir değişkenin en büyük yükü farklı faktör üzerinde yüklenmiştir. Başka bir çalışmada ise TBA için yüksek ve önemli yükler elde edilmişken korelasyon katsayılarının hiç biri istatistiksel olarak önemli değildir. Bu durum mantığa aykırı olmakla birlikte aynı veri setine ortak faktör analizi uygulandığında herhangi bir değişken için yüksek yük bulunmamıştır.

Bu bölümde ortak faktör analizi kestirim yöntemlerinden alanyazında en çok önerilen en çok olabilirlik yöntemi (EÇOB), en küçük kareler yöntemi (EKK) ve temel eksen faktör (PAF) yöntemi açıklanmıştır. Kestirim yöntemleri faktör sayısını belirleme yöntemlerinden MAP yönteminde kullanılmış olup 2019 yılında yayımlanan *psych* paketinde de bu yöntemler yer almaktadır. Çok değişkenli normal dağılımdan veri üretildiği için EKK ve EÇOB yöntemlerinin sonuçları verilmiş olup regresyon mantığından hareketle benzer sonuçlar üretmesi beklenmektedir. Eğer analize tabi tutulacak değişkenler normallik varsayımını sağlıyorsa EÇOB, sağlamıyorsa PAF yönteminin kullanılması önerilmektedir (6, 15, 21, 29).

2.4.1. En çok Olabilirlik (*Maximum Likelihood, EÇOB*) Yöntemi

Klasik regresyon analizinden bilindiği üzere EKK ve EÇOB yöntemleri, regresyon parametrelerinin kestiriminde kullanılabilir. EKK yöntemi artıkların en küçüklenmesine dayandığı için dağılım varsayımına ihtiyaç duymamakla birlikte katsayılara ilişkin hipotez testleri yapılması (örneklemde elde edilen verinin evrene genellenebilirliğinin sağlanması) için artıkların normal dağıldığı varsayımı gerekmektedir. Faktör analizinde ise aynı mantıktan hareketle elde edilen faktör yüklerinin evren faktör yüklerine genellenebilirliğinin sağlanması için (doğrulayıcı faktör analizinde faktör yüklerine ilişkin hipotez testleri yapılmaktadır) normallik varsayımı yapılmaktadır.

EÇOB yöntemi adından da anlaşılabilir olduğu üzere olabilirlik fonksiyonu altında dağılım parametrelerinin en büyüklenmesi mantığına dayanmakta yani dağılım varsayımı gerektirmektedir. Çok değişkenli normal dağılım varsayımı ile hesaplanmış korelasyon matrisi en iyi parametreleri (örneklem korelasyon matrisinin olasılığını en yüksek yapan faktör yükleri) tahmin eder (6, 33, 46-48). Örneklem büyüklüğü çok iken EÇOB yöntemi asimptotik özelliğe sahiptir (6). Örneklem büyüklüğü az ve faktör yükleri zayıfken EÇOB sağlam (*robust*) değildir, yani daha fazla yakınsaklık sorunları vardır ve yanlış kestirimler oluşturmaktadır.

2.4.2. Temel Eksen Faktör (*Principal Factor/Principal Axis Factoring, PAF*) Yöntemi

Genel olarak temel eksen faktör yöntemi, temel bileşenler yönteminin artık korelasyon matrisine uygulanması anlamına gelir. Temel bileşenler analizindeki gibi köşegen elemanlarının bir (1) olmadığı, birlerin yerine ortak varyanslar (güvenirlik kestirimlerini) hesaplanarak oluşturulan korelasyon matrisine uygulanır (8, 49). Tüm değişkenler birinci gruba aittir ve faktör çıkartıldığı zaman artık matrisi hesaplanır. Daha sonra faktörler; korelasyon matrisinden açıklanan varyans yeterli olana kadar aşamalı olarak çıkartılır. Korelasyon matrisinde köşegen elemanı 1'lerin yerine karesel çoklu korelasyon (SMC) yerleştirilir. Her değişkene kalan p-1 değişken üzerinden regresyon yapılır ve ilgili SMC değerleri 1'lerin yerine yazılır (30). PAF yöntemi, çok değişkenli normallik varsayımının sağlanmadığı durumda önerilmektedir (6, 24). Çünkü PAF yöntemi, temel bileşen analizi yöntemine göre evren yüklerinin kestirilmesinde daha uygun sonuçlar vermektedir (50).

Ayrıca kestirim yöntemlerinde iteratif çözümlerin elde edilmesi nedeniyle istatistiksel yazılımlarda iterasyon sayısına bağlı olarak farklı faktör yük kestirimleri elde edilebilmektedir. Bazı yazılımlarda elde edilen faktör yükleri standartlaştırılmış olarak sunulurken bazı yazılımlarda standartlaştırılmamış faktör yükleri sonuç olarak verilmektedir. Buradaki standartlaştırma işlemi faktör yüklerinin kareleri toplamının karekökü alınarak yapılmakta olup elde edilen faktör yükleri (özvektörler) birim uzunlukta olmakta ve faktör üzerinde değişkenlerin etkilerinin sırasını belirlemede önemli bilgi sağlamaktadır. Örneğin; STATA yazılımında TBA ve FA ayrı menüde yer almakta olup FA yapılırken kestirim yöntemleri olarak temel faktör (*principal factor*) ve temel bileşen faktör (*principal-component factor*) seçenekleri bulunmaktadır. Temel faktör yönteminde standartlaştırılmış faktör yükleri verilirken, temel bileşen yönteminde standartlaştırılmamış faktör yükleri elde edilmektedir. TBA'dan elde edilen faktör yükleri ise standartlaştırılmış faktör yükleridir.

2.4.3. Ağırlıksız / Ağırlıklandırılmamış En Küçük Kareler (EKK, En küçük Artık (*minimum residual*), MINRES)

Harman (51) tarafından geliştirilmiş, Comrey (52) tarafından düzenlenmiştir. Temel eksen yönteminde amaç toplam korelasyon matrisindeki bütün değerleri en küçük yapmak iken (47) bu yöntemde köşegen dışı değerlerin önemi azalır. Çünkü bu yöntemde köşegendeki değerler değiştirilir ve analiz buna göre yapılır. Dolayısıyla bu yöntemdeki köşegen dışındaki değerler için maksimum varyans hesaplanır ve buradaki artık değerleri en küçük yapar (29). Bu yöntemin amacı gözlenen ve yeniden üretilen korelasyon matrisleri arasındaki farkların karesini en küçük yapmaktır (24, 33). Regresyondan da bilindiği üzere dağılım varsayımı gerektirmediği için önerilir (46) ve küçük örneklerde sıklıkla kullanılır (53). Genel olarak ağırlıklandırılmamış EKK ve PAF benzer sonuçlar verir (14).

2.5. Kabul Edilecek Faktör Sayısını (*Number of Factors to Retain*) Belirleme Yöntemleri

Alanyazın incelendiğinde; genel olarak çıkarılacak faktör sayısını belirleme yöntemlerini klasik ve modern yaklaşımlar olarak ikiye ayırmak yerinde olacaktır. Klasik yaklaşımlar olarak isimlendirilen yaklaşımlar daha çok eski dönemlerde geliştirilen ve kullanılan, çoğunlukla öznellikleri de olan yaklaşımlardır. Bu yaklaşımlar öznel ve keyfi olması nedeniyle eleştirilmektedir (54). Modern yaklaşımlar ise eski yıllarda önerilen, ancak 2000'li yıllardan sonra gelişmiş olan ve daha çok benzetim çalışmalarına dayanan yaklaşımlardır. Bu çalışmada Kaiser ölçütü (K1), Velicer'in MAP yöntemi ve Horn'un Paralel Analizi karşılaştırıldığından diğer yöntemler genel hatlarıyla tanıtılmış, kullanılan üç yöntem üzerinde ayrıntılı durulmuştur.

2.5.1. Cattell'in Yamaç Grafiği (*Cattell's Scree Plot*)

1966 yılında önerilmiştir. Faktör sayısına karşı özdeğerin grafiği çizilerek eğiminin çok değiştiği kesme noktasından önceki dirsek (*elbow*) yaptığı nokta faktör sayısı olarak belirlenir (9). Bu yöntemin dezavantajı; kesme noktasının belirlenmesindeki öznelliktir. Bazı durumlarda belirgin yapılar oluşmayabilir (24, 55,

56). Örneklem büyüklüğü büyük iken, örneklem büyüklüğünün değişken sayısına oranı 3'ten büyük iken ve faktör yükleri yüksek iken bu öznelik azalacaktır. Kaiser ölçütünden daha iyi olduğunu gösteren çalışmalar da vardır (3, 12, 15, 56). 250'den büyük örneklemelerde ve 0,60'dan büyük faktör yükü için Kaiser ölçütü ve yamaç grafiği faktör sayısını tam doğru olarak belirlemektedir (13). Örneklem büyüklüğü 480 olan bir çalışmada kabul edilecek faktör sayısını belirlemede doğru sınıflama oranının %41,7 olduğu belirtilmiştir (1).

2.5.2. Birikimli Açıklanan Varyans Yüzdesi (*Proportion of Cumulative Explained Variance*)

Birikimli açıklanan varyans yüzdesinin kesim noktası için uzlaşma olmamakla birlikte bazı kaynaklara göre %75 ile %90 arasında olması gerektiği belirtilmektedir (6). Doğa bilimlerinde %95'den fazla; sosyal bilimlerde %50-60 kabul edilebilirdir (15). Başka bir yaklaşım olarak "*her ek faktörün toplam varyansın açıklanmasına katkısı %5'in altına düştüğünde en fazla faktör sayısına ulaşılmış demektir*" ifade edilmektedir (33).

2.5.3. Kaiser (Özdeğerin 1'den büyük olması / Kaiser-Guttman / K1) Ölçütü

1960 yılında önerilmiştir. Özdeğer; faktör tarafından açıklanabilen maddelerde varyansın miktarını tanımlayan her bir faktörle ilişkili bir değerdir. Her faktör ya da bileşen bir özdeğere sahiptir. Matematiksel olarak basit şekilde açıklanacak olursa; $6x+15y$ iki değişkenli ifadesi $3(2x+5y)$ şeklinde basitleştirilebilir ya da faktörlenebilir. Üç değeri, çıkartılabilen ya da açıklanabilen en büyük ortak miktardır (9).

Özdeğerin 1'den büyük olmasının anlamı; "*bir faktör/bileşenin varyansının (açıklayıcılığının) bir değişkenin varyansından (açıklayıcılığından) büyük olması*" şeklindedir (2, 3). TBA'da her madde bir birim varyansa sahiptir. Tek bileşen maddelerin tümü için varyansın %100'ünü açıklarsa bu bileşen için özdeğer madde sayısına eşit olacaktır. Kaiser ölçütünün arkasındaki mantık; "*1'den büyük özdeğere sahip bileşen tek bir maddeden daha fazla varyansı açıklayabilir*" şeklindedir. Bu mantık sayesinde değişkenler bir faktör ya da bileşen üzerinde toplanmış olur (9).

1'den büyük özdeğere sahip bir bileşen bir orijinal değişkenden daha fazla özetleyici güce sahiptir (56).

Kaiser ölçütü, örneklem büyüklüğünden etkilenmektedir. Örneklem büyüklüğü arttıkça birden büyük olan özdeğer sayısı artmaktadır (57). Ayrıca bazı yazarlar tarafından K1 ölçütünün değişken sayısından da etkilendiği (58); değişken sayısı 20 ile 50 arasında iken kullanılması gerektiği ve değişken sayısı 20'den az veya 50'den fazla iken beklenenden az faktör çıkarma eğiliminde olduğu (12); değişken sayısı 40'dan fazla ve ortak varyans değerleri 0,40 civarında ise beklenenden fazla faktör çıkarma eğiliminde olduğu (13); değişken sayısı 10 ile 30 arasında olduğunda ve ortak varyans değerleri 0,70 civarında iken doğru faktör çıkardığı (11); örneklem büyüklüğü yeterli olduğunda ve değişken sayısı 40'dan az olduğunda daha doğru çözümler ürettiği (55) belirtilmektedir. Bu bağlamda değerlendirildiğinde SPSS gibi yazılımlarda *default* olarak tanımlanan K1 ölçütünün üç büyük sorunundan bahsetmek mümkündür:

- TBA kullanıldığı durumda korelasyon matrisinin köşegen elemanları 1 olduğundan Kaiser ölçütü uygundur. FA'da köşegen elemanları ortak varyans değerleri olduğundan Kaiser ölçütünü kullanmak doğru değildir (15).
- Bu ölçütte kesim noktası olarak özdeğerin 1 olması dikkate alındığı için 1,01 özdeğeri önemli kabul edilirken 0,99 özdeğerin önemsiz kabul edilmesi tartışmalıdır (1, 15). Diğer taraftan, örnekleme hatası nedeniyle evrende ilişkili olmayan bazı değişkenlerden elde edilen faktörler 1'den büyük özdeğere sahip olabilecektir (1).
- Bu yaklaşımla genellikle fazla faktör çıkarma eğilimi olup bazen az faktörde çıkarabilmektedir (3, 5, 8, 9, 14, 15). Faktör sayısını belirlemede doğruluğu en düşük yöntem Kaiser ölçütüdür (60).

2.5.4. Jolliffe Ölçütü

Kaiser ölçütü fazla bilgiyi tutma eğiliminde olduğundan Jolliffe tarafından özdeğeri 0,70'den büyük olan faktörlerin dikkate alınması önerilmiştir. Jolliffe ölçütü Kaiser ölçütünden iki kat fazla faktörün kabul edilmesine yol açabilir (24, 30).

2.5.5. Horn'un Paralel Analizi

1965 yılında geliştirilmiştir. Örnekleme hatasını (örnekleme hatasından kaynaklanan varyansın oranını da hesaba katan) dikkate alarak uygun faktör sayısını belirleyen yaklaşım PA'dır (1, 31). PA süreci aşağıdaki gibi özetlenebilir (2, 35, 56, 61):

- Orijinal veriye faktör analizi uygulanarak çıkarılan faktörlere ilişkin özdeğerler kaydedilir.
- Orijinal veriyle aynı sayıda değişken sayısı ve örnekleme büyüklüğüne sahip paralel veri üretilir. Bu veri setindeki tüm değişkenler rastgele değişkenlerdir.
- Paralel veriye faktör analizi uygulanarak faktörler için özdeğerler hesaplanır.
- Bu paralel veri üretme ve faktör analizi yapma işlemi 500-1000 defa tekrarlanır ve her bir denemede özdeğerler kaydedilir.
- Kaydedilen özdeğerlerin ortalaması ile orijinal veriye ait özdeğerler karşılaştırılır.
- Orijinal verideki faktörün özdeğeri; paralel verideki faktörün özdeğerleri ortalamasından büyükse bu faktör kabul edilir.
- Orijinal verideki faktörün özdeğeri; paralel verideki faktörün özdeğerleri ortalamasından küçük veya eşitse bu faktör rastgele faktör kadar önemsiz kabul edilir ve dışlanır.

Örnekleme büyüklüğü arttıkça rastgele üretilen veriden elde edilen özdeğerler 1'e yaklaşacağından PA yöntemi ile faktör sayısının belirlenmesinde örnekleme büyüklüğü etkili olmaktadır (37, 56). Ölçülmek istenen gerçek yapıyı iyi temsil ettiği düşünülen modellerde PA'nın faktör sayısını doğru belirleme oranı daha yüksek olacaktır. Gerçek yapıyı kısmen temsil eden yapılarda ise PA beklenenden fazla faktör kabul edebilecektir (37).

2.5.6. Velicer'in En Küçük Ortalama Kısmi Korelasyon (*Minimum Average Partial Correlation (MAP)*) Yöntemi

1976 yılında geliştirilmiştir. Basit anlamda bu yöntem “*kısmi korelasyon matrisine temel bileşenler analizinin uygulanması*” şeklinde tanımlanmaktadır. Başlangıçta kısmi korelasyon matrisi olarak parçalanmamış korelasyon matrisi alınır ve MAP değeri bu matrisin köşegen dışı korelasyon değerlerinin ortalamasıdır. Birinci adımda; ilk temel bileşen ve onun ilişkili maddeleri çıkartılır. Sonraki korelasyon matrisi için korelasyon tekrar hesaplanır ve MAP değeri köşegen dışı kısmi korelasyonların ortalama değeridir. İkinci adımda ilk iki temel bileşen çıkartılır ve köşegen dışı korelasyonların ortalaması tekrar hesaplanır. Hesaplamalar $p-1$ olduğunda tamamlanır. Her bir adım için ortalama karesel korelasyonların tümü grafiklendirilir ve en düşük ortalama karesel kısmi korelasyonu veren adım sayısı kabul edilen faktör sayısı olur. Bu yöntemde, korelasyon matrisindeki varyans sistematik varyansı temsil edene ve artık ya da hata varyansına yakın olana kadar süreç devam ettirilir (1, 31, 56).

p değişken sayısı, m kabul edilecek faktör sayısı olmak üzere $(p+m) \times (p+m)$ boyutlu varyans-kovaryans matrisi (C) Eşitlik 2.3'deki gibi parçalanabilir (54, 62):

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Burada C_{11} , C_{12} ve C_{22} sırasıyla $p \times p$, $p \times m$ ve $m \times m$ boyutlu matrislerdir. İkinci parçanın m değişkeni ilk parçanın p değişkeninden çıkarılarak (*extracted*) ile elde edilmişse; kısmi varyans-kovaryans matrisi de $C_{11}^* = C_{11} - C_{12}C_{22}^{-1}C_{21}$ ile elde edilir. $D = \text{diag}(C_{11}^*)$ olmak üzere kısmi korelasyon matrisi de $R_{11}^* = D^{-1/2} (C_{11} - C_{12}C_{22}^{-1} C_{21}) D^{-1/2}$ olarak elde edilir. Çıkarılacak faktör sayısını belirlemek için önerilen özet istatistiği kısmi korelasyon matrisinin (R_{11}^*) i . satır ve j . sütun elemanı r_{ij}^* olmak üzere Eşitlik 2.4'deki gibidir:

$$\text{MAP}_m = \sum_{i=1}^p \sum_{\substack{j=1 \\ (i \neq j)}}^p \frac{r_{ij}^{*2}}{p(p-1)} \quad (2.4)$$

MAP_m değeri; ilk m bileşen parçalandıktan sonra karesel kısmi korelasyonların ortalaması olarak elde edilmektedir. Önerilen durdurma noktası kuralı MAP_m değerinin minimum olduğu m değeridir. Kaiser ölçütünden elde edilen faktör sayısı değeri MAP 'den elde edilen m değerinin üst sınırıdır, yani MAP 'den elde edilen m değeri en fazla $K1$ 'den elde edilen faktör sayısı kadar olabilir (54). MAP değeri önce azalmakta, belli bir noktada en küçük değere ulaşmakta ve sonra yükselmektedir. MAP değerinin en küçük olduğu noktada ortak ve özel varyanslar ayrışmakta olup sadece ortak varyansa bakılarak uygun faktör sayısı belirlenmektedir (54). Yöntem; kesin bir durdurma noktası vermekte ve geleneksel yaklaşımlara göre objektif olmaktadır (54).

Söz konusu hesaplama işlemi m kere tekrar edilebilmekte olup m , 1 ile $p-1$ arasında değişir. $m=p$ olduğunda kısmi korelasyon matrisinin köşegen elemanları sıfırlardan oluşacak olup belirsizlik durumu ortaya çıkacaktır (31, 54).

En küçük ortalama kısmi korelasyona erişildiğinde artık matrisi birim matrise benzer ve daha fazla bileşen çıkarılmaz. Düşük yüklü faktörler kabul edilmeyeceğinden kabul edilen her bir faktör için yüksek yüke sahip en az iki değişken olacaktır (15, 56).

1976'da geliştirilen ortalama karesel köşegen dışı korelasyon yaklaşımı ($MAPr^2$) 2000 yılında dördüncü üsle ($MAPr^4$) önerilmiştir. Ancak sürekli değişkenlerde $MAPr^2$ 'nin $MAPr^4$ 'den daha iyi performans gösterdiği görülmüştür. Sürekli değişkenlerde $MAPr^2$ yaklaşımı faktör sayısını %65 doğru sınıflarken, $MAPr^4$ yaklaşımı faktör sayısını %55 doğru sınıflamıştır (1).

MAP ölçütünü ordinal değişkenlerde kullandığımızda Pearson korelasyon katsayısı yerine polikorik korelasyon katsayısı kullanılır. Polikorik korelasyon katsayısı gözlenen kategori fonksiyonları iki değişkenli normal sürekli değişkenin vekili olduğu varsayımına dayanır ve AFA'da faktör yüklerinin yansız kestirimlerini ürettiği görülmüştür. Ordinal değişkenler için polikorik korelasyon katsayısı ve karesel kısmi korelasyon daha doğru faktör sayısı kestirimleri elde etmektedir (1).

2.6. Faktör Analizinin Geçerliğini Etkileyen Faktörler

Alanyazın incelendiğinde; faktör analizinin sonuçları üzerinde örneklem büyüklüğü ya da örneklem büyüklüğünün değişken sayısına oranı, faktör yükü, faktör sayısı, değişkenlerin ölçüm düzeylerine ilişkin korelasyon matrisinin kullanılması etkili olmaktadır. Bu bölümde; bu faktörlere ilişkin gerek benzetim çalışmalarında kullanılan değerler, gerekse alanyazından bu faktörlerin ne olması gerektiği ve faktör analizi üzerindeki etkisi bakımından öneriler verilmiştir. Faktör analizinin kullanım alanları düşünüldüğünde ölçek geliştirme / uyarlama çalışmaları popüler olmaktadır. Bu bakımdan yukarıda sayılan etmenler içerisinde klasik istatistiksel yöntemlerde olduğu gibi örneklem büyüklüğü ayrı bir öneme sahiptir. Örneklem büyüklüğünün faktörleşme üzerindeki etkisi değerlendirildiğinde gerçek evreni yansıtmada diğer etmenlere göre daha ön plana çıkmaktadır. Öte yandan örnekleme kuramından bilindiği üzere maliyet ve zaman açısından da en uygun (optimum) örneklem büyüklüğünün belirlenmesi önemlidir.

2.6.1. Örneklem Büyüklüğü (n) ya da Örneklem Büyüklüğünün Değişken Sayısına Oranı (n/p)

Örneklem büyüklüğü az iken hesaplanan korelasyon katsayıları daha az güvenilir olma eğilimindedir. Örneklem büyüklüğünün korelasyonun güvenilirliğini sağlayacak kadar büyük olması önemlidir. Faktör analizinde örneklem büyüklüğü ve örneklem büyüklüğünün değişken sayısına oranına yönelik olarak alanyazında yapılan öneriler incelenmiş ve aşağıdaki gibi özetlenmiştir:

- Bazı çalışmalarda örneklem büyüklüğü 50 çok zayıf, 100 zayıf, 200 orta, 300 iyi, 500 çok iyi ve 1000 mükemmel olarak sınıflandırılmıştır (2, 63-64).
- Hair ve ark. (12), örneklem büyüklüğünün en az 300 olması gerektiğini belirtmiştir.
- Zwick ve Velicer (56)'ın yaptığı çalışmada; küçük ve orta büyüklükteki değişken sayısının 36 ve 72 olduğu belirtilmiş, örneklem büyüklüklerini de değişken sayısının iki (düşük örneklem büyüklüğü olarak sınıflandırılmıştır)

ve beş (yüksek örneklem büyüklüğü olarak sınıflandırılmıştır) katı olarak ele alarak 72, 180, 144 ve 360 olarak belirlemiştir.

- Alpar (2); bazı yazarların, “*örneklem büyüklüğü değişken sayısının 5, 10 veya 20 katı olması gerektiği*” bilgisini aktarmıştır.
- Küçük yüklü faktörler 300’den fazla örneklem büyüklüğüne ihtiyaç duymakta olup (9) bu kural her durumu kapsamamasına rağmen ön bilgi vermektedir (11).
- Costello ve Osborne (21)’nin yaptığı çalışmada; *National Education Longitudinal Study* (NELS88) veri kümesi dikkate alınmıştır. Bu çalışmada, *Marsh's Self-Description Questionnaire* (SDQ II)’yi tamamlayan 24599 öğrenciye ilişkin veri evreni olarak kabul edilmiştir. Bu ölçekte ebeveynle ilişkiler, dil öz kavrama, matematik öz kavrama, karşı cinsiyetle ilişkiler ve aynı cinsiyetle ilişkiler olmak üzere beş faktör olup son iki faktör kadın ve erkeklerde ayrı ölçekler olması nedeniyle dışlanmıştır. Çalışmada 13 madde bulunmakta olup örneklem büyüklüğü olarak 26, 65, 130 ve 260 seçilmiştir. Örneklem büyüklüğünün faktör analizinin geçerliği üzerindeki etkisini değerlendirmiştir.
- Jin (65)’e göre; faktör yükleri yüksek (0,60-0,80) iken örneklem büyüklüğü sınırlı etkiye sahiptir. 50 ile 1000 arasında değişen örneklem büyüklüğüne ait çalışmalara atıf yapılmıştır. Faktör başına düşen değişken sayısı 7 ve 14 alınmıştır. Çalışmada örneklem büyüklüğü olarak 200, 400, 600 ve 800 önerilmektedir.
- Velicer (54)’e göre; 2322 bireyden oluşan bir evren için 400 örneklem yeterlidir.
- Conway ve Huffcut (5)’a göre; faktör başına en az 4 değişken olmalıdır. Örneklem büyüklüğünün değişken sayısına oranı 5:1 olan çalışmalar vardır.
- Örneklem büyüklüğü olarak Crawford ve ark. (66)’nın yaptığı çalışmada 100 ve 500; Garrido ve ark. (67)’nin yaptığı çalışmada 200, 500 ve 1000; Winter ve Dodou (20)’nun yaptığı çalışmada ise 50 alınmıştır.

- Yong ve Pearce (24); örneklem büyüklüğünü en az 300 ve değişken başına en az 5-10 gözlem önermiştir. Aynı yazarlara göre faktör yüklerinin durağanlaşması için örneklem büyüklüğünün değişken sayısının 10 katı olmalıdır ve örneklem büyüklüğü arttıkça hata azalacağı için daha büyük örneklemelerde AFA daha iyi performans gösterme eğiliminde olacaktır. Veri kümesi birkaç yüksek faktör yüküne sahipse (0,80 üzeri), daha küçük örneklem büyüklüğü (150 üzeri) yeterli olabilir. Örneklem büyüklüğü arttıkça daha düşük yüklerin bir faktör üzerinde yüklenilmesine izin verilir.
- Parmak kuralı (*the rule of thumb*) olarak örneklem büyüklüğünün 50 veya değişken sayısının en az 5 katı olması gerektiği önerilmektedir (12).
- Örneklem büyüklüğü az ve örneklem büyüklüğünün değişken sayısına oranı düşük iken faktör analizinin sonuçları kötüleşecektir. Faktör yüklerinde 1'den büyük değerlerin olması (*Heywood case*) da örneklem büyüklüğünün küçük olmasından kaynaklanabilir. Örneklem büyüklüğü arttıkça örneklem hatası azalacak, faktör analizi çözümleri daha durağan ve evren parametreleri için daha güvenilir sonuçlar üretecektir. Örneklem büyüklüğünün değişken sayısına oranı; faktör yapısındaki durağanlığın ve faktör yapılarının doğruluğunun tutarlı kestiricisidir. Faktör yükü 0,80 ve üstünde, faktörler üzerinde 3 ya da 4 madde önemli derecede yüklü ve faktör sayısı küçük iken veri setinin güçlü olduğu söylenebilir. Veri setinin altta yatan kuramı desteklediği durumlarda örneklem büyüklüğü az olsa da faktör analizi güvenilir sonuçlar üretecektir (21, 68).

2.6.2. Faktör Yüğü

Faktör analizinde faktör yüküne yönelik olarak alanyazında yapılan çalışmalar ve bu çalışmalardan öneriler incelenmiş ve aşağıdaki gibi özetlenmiştir:

- Widaman (50); 0,40 faktör yükünü düşük, 0,60 faktör yükünü orta ve 0,80 faktör yükünü yüksek olarak sınıflandırmıştır.
- Hair (39); 0,30 faktör yükünü minimal; 0,40 faktör yükünü daha önemli; 0,50 uygulama anlamında önemli olarak sınıflandırmıştır.

- Costello ve Osborne (21)'e göre; bir madde 0,40 ve daha az faktör yüküne sahipse ya başka madde ile ilişkilidir ya da keşfedilecek yeni bir faktör gerekmektedir.
- Zwick ve Velicer (56); 0,80 faktör yükünü yüksek ve 0,50 faktör yükünü düşük olarak sınıflandırmıştır. Yaptıkları çalışmada ise ortalama faktör yüklerini 0,40; 0,60 ve 0,80 olarak almışlardır.
- Hogarty ve ark. (64); 0,71 faktör yükünü mükemmel, 0,63 faktör yükünü çok iyi; 0,55 faktör yükünü iyi; 0,45 faktör yükünü orta; 0,32 faktör yükünü zayıf olarak sınıflandırmıştır.
- Beavers ve ark. (9)'na göre; maddenin faktörle ilişkisi önemsizse (genelde 0,30'un altında korelasyonlu ise) ve ölçülmesi kavramsal olarak önemli değilse madde çıkartılabilir. Bir faktörden daha fazlasına yüklenen değişkenin çapraz yükü 0,40'dan fazla ise çıkartılmalıdır. Bu durumdaki zayıf maddeler çıkartıldıktan sonra faktör analizi tekrar yapılır. Bir faktör 3-5 civarında önemli yüklerle yüklenmişse faktör yükleri durağan olacaktır. Basit yapıda madde faktör üzerinde 0,70 ya da daha büyük yüke sahip, başka faktör üzerindeki çapraz yükü 0,40'dan fazla değilse iyi bir açıklayıcıdır. Başka çalışmalarda da çapraz yükün 0,32'den fazla olmaması, güçlü yükün 0,50 ya da 0,60'dan büyük olması gerektiğini söyleyen çalışmalar olmakla birlikte 0,70 ideal kabul edilmektedir. Çünkü maddenin varyansının %50'sinin faktör tarafından açıklandığını gösterir.
- Stevens (13), Beavers ve ark. (9); örneklem büyüklüğünün veri setinin güvenilirliğine bağlı olduğunu belirterek benzetimle bir faktörün güvenilirliğini aşağıdaki şartlara bağlamıştır (13). Eğer faktör aşağıdaki özellikleri sağlıyor ise güvenilir olarak nitelendirilmektedir:
 - 0,80 faktör yüklü 3 veya daha fazla değişken varsa (herhangi n için) (9, 13),
 - 0,60 faktör yüklü 4 veya daha fazla değişken varsa (herhangi n için) (9),

- 0,40 faktör yüklü 10 veya daha fazla değişken varsa (150'den büyük n için) (9).
- Karaman (36), Hogarty ve ark. (64); faktör yüklerini yüksek (0,60-0,80), geniş (0,20-0,80), düşük (0,20-0,40) olarak ele almıştır.
- Crawford ve ark. (66); faktör yüklerini 0,30; 0,50 ve 0,70 olarak ele almıştır.
- Garrido ve ark. (67); faktör yüklerini 0,40; 0,55 ve 0,70 olarak ele almıştır.
- Winter ve Dodou (20); faktör yüklerini 0,60 olarak ele almıştır.

2.6.3. Faktör Sayısı ve Faktör Başına Düşen Değişken Sayısı

Faktör analizinde faktör sayısına yönelik olarak alanyazında yapılan çalışmalar ve bu çalışmalardan öneriler incelenerek aşağıdaki gibi özetlenmiştir:

- Hatcher (69); bir faktör üzerinde en az 3 değişkenin olmasını önermektedir.
- Jin (65) ve Garrido ve ark. (67) yaptığı çalışmada faktör sayısını iki, dört ve altı olarak almıştır. Faktör sayısının faktör yüklerinin doğruluğu üzerinde küçük etkiye sahip olduğu belirtilmiş (65) ve faktör başına düşen değişken sayısı 4, 8 ve 12 alınmıştır (67).
- Zwick ve Velicer (56) yaptığı çalışmada faktör sayısını üç, altı ve dokuz olarak belirlemiş, dokuzdan fazla faktör sayısının uygulamada yorumlanmasının zor olduğunu belirtmiştir.
- Crawford ve ark. (66); değişken sayısını bir, iki ve dört faktör için her faktör başına üç ve altı olarak belirlemiştir.
- Winter ve Dodou (20); yaptıkları çalışmada faktör sayısını üç olarak ele almıştır.

2.6.4. Değişkenin Ölçüm Düzeyine Uygun Korelasyon Katsayısı

Faktör analizi genellikle ordinal ve sürekli değişkenlerle kullanılmakla birlikte ikili veya daha fazla kategorili değişkenlerde de kullanılabilir (24). Korelasyon matrisinin türü (Pearson, Tetrakorik, Polikorik, vb.) paralel analizin sonuçları üzerinde

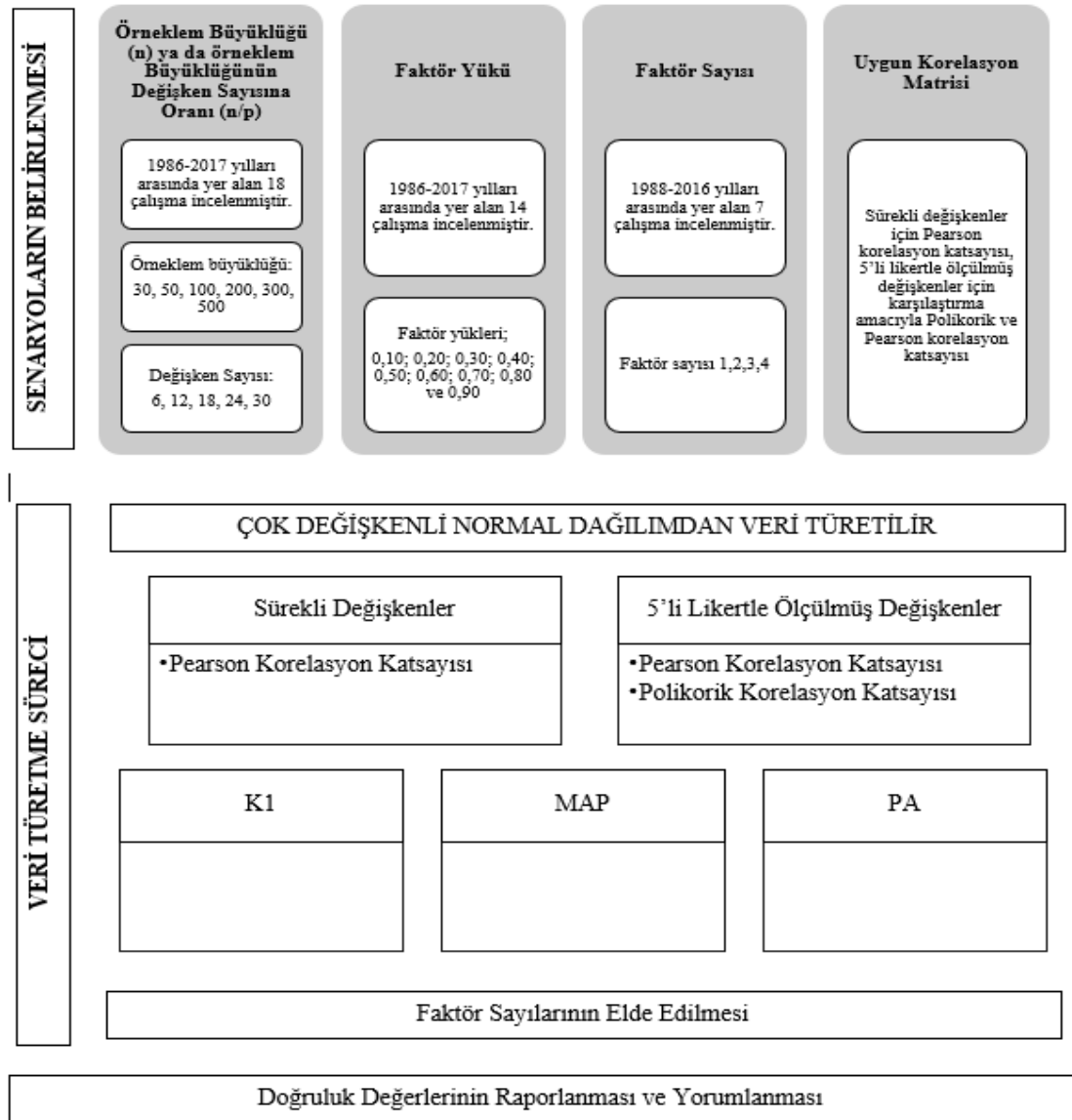
etkilidir (70). Sürekli sayısal ve normal dağılım gösteren değişkenlerden oluşan, ancak yapay olarak kategorilere ayrılmış değişkenler arasındaki doğrusal ilişkinin ölçüsü olarak polikorik korelasyon katsayısı kullanılır (2, 71). Değişkenler üç veya dört kategorili olduğunda faktör analizi sürecinde polikorik korelasyon katsayısından sıklıkla yararlanılmaktadır (2). Greer ve ark. (71); günlük hayatta birçok psikometrik özelliğin çarpık dağılıma sahip olduğunu, Pearson korelasyon katsayısının değişkenlerin çarpıklığından etkilendiğini ve bu nedenle de bu gibi durumlarda Pearson korelasyon katsayısı yerine çarpıklıktan daha az etkilenen polikorik korelasyon katsayısının normal dağılım varsayımı sağlanmamasına rağmen kullanılabilirliğini belirtmiştir (71, 72). Ayrıca tetrakorik korelasyon katsayısında; 1'lerin oranı 0,30 ile 0,70 arasında değiştiğinde tetrakorik korelasyon katsayısının Pearson korelasyon katsayısından daha düşük yanlılığa ve standart hataya sahip olduğu, bu yüzden de tetrakorik korelasyon katsayısının Pearson korelasyon katsayısının yerine kullanılabilirliği ve örneklem büyüklüğü arttıkça yanlılık ve standart hatanın azaldığı sonucuna ulaşmışlardır (71).

Basto ve Pereira (72); SPSS'te sadece Pearson korelasyon matrisine dayalı faktör analizi yapılmakta, az döndürme yöntemleri bulunmakta olduğundan söz etmekte ve MAP ve PA yöntemlerinin bu yazılımda olmadığı eleştirisini getirmektedirler. Aynı yazarlar, bu durumun "*veri ordinal olduğunda bile Pearson korelasyon katsayısının kullanımına yol açtığından*" söz etmektedirler. İki değişken arasındaki korelasyon; istatistiksel dağılımların benzerliğinden etkilenir. Benzer dağılımlı maddeler benzer dağılımlı olmayan maddelere göre birbirleriyle daha güçlü korelasyonludur.

Cho ve ark. (74)'na göre; ordinal değişkenlerde Pearson korelasyon katsayısı kullanılırsa değişkenler arasındaki ilişkinin gücü olduğundan daha düşük kestirilir. Bu durumda gözlenen kategoriler altında yatan gizil sürekli değişkenler arasındaki ilişkiye ait yansız kestirim sağlayan polikorik korelasyon katsayısının kullanılması önerilmektedir. İki ile yedi kategorili sıralı maddelerde polikorik korelasyon katsayısının sonuçları Pearson korelasyon katsayısından daha doğru (*accurate*) kestirimler üretmektedir.

3. GEREÇ VE YÖNTEM

Bu çalışmada, faktör analizinin geçerliğini etkileyen faktörler (örneklem büyüklüğü, değişken sayısı, faktör yükleri ve faktör sayısı) dikkate alınarak (bkz. Bölüm 2.6) çeşitli senaryolar değerlendirilmiş olup senaryoların üretilme ve değerlendirilmesi Şekil 3.1’de verilmiştir.



Şekil 3.1. Veri türetme ve raporlama süreci.

3.1. Senaryoların Belirlenmesi

Faktör analizinin geçerliğini etkileyen faktörler (bkz. Bölüm 2.6.) dikkate alınarak alanyazında faktör analizi için yapılan öneriler dikkate alınarak Şekil 3.1’de yer alan senaryolar oluşturulmuştur. Düşük faktör yükleri olan 0,10; 0,20 ve 0,30 değerleri faktör analizi için uygun olmamakta ve faktör analizinin yapılmasına olanak tanımamakta olup ayrıca *Heywood case* gibi uyarıları da getirmektedir. Ancak burada bu faktör yükleri dikkate alınarak, çözümler üzerinde faktör sayısının gerçekte var olandan oldukça farklı sonuçlara yol açtığına gösterilmesi amaçlanmıştır. Faktör analizinde değişken sayısının örneklem büyüklüğünden düşük olması gerektiğinden $n=30$ ve $p=30$ durumu raporlanmamıştır.

3.2. Veri Türetme Süreci

Benzetim çalışmaları, R yazılımının RStudio 1.2.1335 sürümü ile yapılmıştır. Çok değişkenli normal dağılımdan ilgili senaryolara göre veri türetmek için *MASS* ve *psych* paketi içerisindeki *sim.VSS* fonksiyonu kullanılmıştır. Bu fonksiyonda yer alan argümanlar sırasıyla örneklem büyüklüğü (*ncases*), değişken sayısı (*nvariables*), faktör sayısı (*nfactors*) ve ortalama faktör yükü (*meanloading*) dır. *Psych* paketi kişilik, psikometri kuramı ve deneysel psikoloji için William Revelle (37) tarafından ilk olarak 2007 tarihinde geliştirilmiş olup bu çalışmada 31.12.2018 tarihinde güncellenen ve 13.01.2019 tarihinde yayımlanmış olan 1.8.12 versiyonu kullanılmıştır. Paket R 2.10 ve üzeri sürümlerde çalışmaktadır. Türetilen verilerden Pearson korelasyon katsayısı ve *cut* fonksiyonu kullanılarak kategorik hale getirilen verilerden karşılaştırmak amacıyla Pearson ve Polikorik korelasyon katsayıları hesaplanmıştır. Öncelikle sürekli değişkenler için 1260 senaryo ele alınmış, daha sonra düşük faktör yükleri ve *Heywood case* durumları incelenerek 5’li likertle ölçülen değişkenlere ilişkin 200 senaryo raporlandırılmıştır.

3.3. Değerlendirme ve Raporlama

Türetilen verilerden korelasyon katsayıları hesaplandıktan sonra ele alınan yöntemlere ilişkin 500 tekrar yapılarak hazırlanan fonksiyon yardımıyla faktör sayıları

elde edilmiştir. İlgili kısıtlayıcılar altında performans değerlendirmesi yapılırken örneklem büyüklüğünün etkisinin önemini görmek için şekiller uygun şekilde düzenlenmiş olup performans ölçüsü olarak doğruluk (*accuracy*) değeri kullanılmıştır.

Birinci yöntem olan K1 yöntemi için ilgili korelasyon matrisinin özdeğerleri hesaplanarak 1'den büyük olan özdeğer sayıları kaydedilmiştir. İkinci yöntem olarak ele alınan MAP için *psych* paketi içerisindeki *vss* fonksiyonu yardımıyla faktör sayısı elde edilmiştir. Ayrıca kestirim yöntemi olarak EÇOB ve EKK yöntemleri sonuçları ele alınmış olup benzer faktör sayılarını çıkardığı için tablolarda her iki yöntem, şekillerde sadece EÇOB çözümleri raporlandırılmıştır. Son değerlendirilen yöntem olan PA için *paran* paketi içerisindeki *paran* fonksiyonu kullanılmıştır.

Faktör analizinin yapılabilmesi için değişkenlerin varyans-kovaryans matrisi ya da korelasyon matrisinin verilmesi yeterli olduğundan (başka bir deyişle ham veriye ulaşmaya ihtiyaç olmadığından) faktör analiziyle ilgili alanyazında yapılan çalışmalardan korelasyon matrisi verilmiş olan çalışmalar ele alınarak üç yöntemin karşılaştırılması da bu çalışmada yapılmıştır. Bu kapsamda sürekli değişkenler için beş, kategorik değişkenler için dört çalışmanın korelasyon matrisleri kullanılarak doğruluk değerleri elde edilmiştir.

4. BULGULAR

Bu bölümde öncelikle sürekli ve 5’li likertle ölçülmüş değişkenlerden elde edilen bulgular, daha sonra ilgili faktör çıkarma yöntemlerinin alanyazında yapılan çalışmalara uygulanmasıyla elde edilen bulgular verilmiştir.

4.1. Sürekli Değişkenlerden Elde Edilen Bulgular ve Değerlendirilmesi

Yorumlamada kolaylık sağlamak için faktör yükleri; düşük (0,10-0,30), orta (0,40-0,60) ve yüksek (0,70-0,90) olarak sınıflandırılmıştır. Düşük ve yüksek faktör yükü sonuçlarının faktör analizinin yapılması üzerindeki etkisini görmek için elde edildiğinden çalışmanın eklerine konulmuş, bu bölümde sadece orta faktör yüklerine ilişkin tablolara yer verilmiştir.

4.1.1. Tek Faktörlü Evren İçin Elde Edilen Bulgular

Orta faktör yüklerinden oluşturulan tek faktörlü evrenden seçilen örneklemelerden elde edilen faktör sayılarının örneklem büyüklüklerine göre değişimleri Tablo 4.1-Tablo 4.15 arasında verilmiş olup, Şekil 4.1’den Şekil 4.15’e kadar tüm senaryolar özetlenmiştir. Düşük ve yüksek faktör yüklerinden oluşturulan tek faktörlü evrenden seçilen örneklemelerden elde edilen faktör sayılarının örneklem büyüklüklerine göre değişimleri Ek-1’de verilmiştir.

Tablo 4.1. p=6, ortalama faktör yükü=0,40 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5
30	9	234	251	6	500	0	0	500	0	0	NÖD				
50	17	282	198	3	500	0	0	500	0	0					
100	57	365	76	2	500	0	0	500	0	0					
200	207	284	9	0	500	0	0	500	0	0	376	99	23	2	0
300	318	180	2	0	500	0	0	500	0	0	433	64	3	0	0
500	457	43	0	0	500	0	0	500	0	0	479	18	2	1	0

Tablo 4.1’de değişken sayısının altı, ortalama faktör yükünün 0,40 olduğu tek faktörlü evrenden belirtilen örneklem büyüklüklerine sahip örneklemeler 500 tekrarda

seçilerek K1, EÇOB ve EKK kestirim yöntemli MAP ve PA yöntemlerine göre elde edilen faktör sayıları verilmiştir. Örneklem büyüklüğü 30 iken K1 ölçütü 500 tekrarın 9’unda tek faktörlü yapıyı belirlemiş, 234 (%46,8) tekrarda iki faktörlü yapı çıkarmıştır. MAP yönteminde ise, yapılan 500 tekrarın tamamında (%100) tek faktörlü yapı doğru belirlenmiştir. PA değerlendirildiğinde ise, faktör yükünün düşük olmasından dolayı elde edilen özdeğerlerde negatif olanlar bulunduğu için faktör sayısı belirlenememiş, örneklem büyüklüğünün artmasıyla birlikte tek faktörlü yapıya ilişkin sonuçlar elde edilmeye başlamıştır.

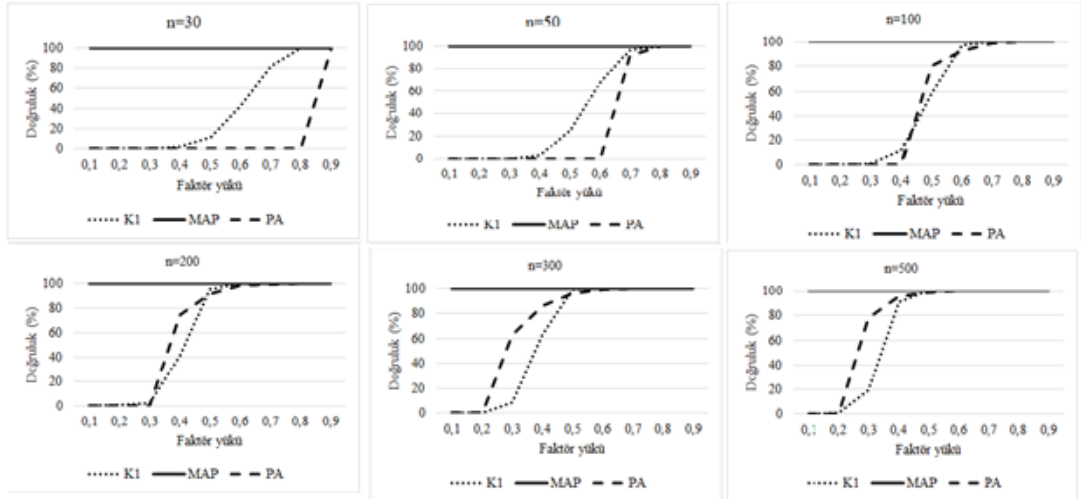
Tablo 4.2. p=6, ortalama faktör yükü=0,50 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5
30	55	347	98	0	500	0	0	500	0	0	NÖD				
50	124	322	54	0	500	0	0	500	0	0					
100	292	204	4	0	500	0	0	500	0	0	401	78	17	4	0
200	477	23	0	0	500	0	0	500	0	0	460	38	2	0	0
300	496	4	0	0	500	0	0	500	0	0	482	16	2	0	0
500	500	0	0	0	500	0	0	500	0	0	494	5	1	0	0

Tablo 4.2 incelendiğinde; örneklem büyüklüğü 100 iken PA, K1’den daha iyi sınıflama (sırasıyla %80,2 ve %58,4) yaptığı, ancak örneklem büyüklüğü arttıkça K1’in PA’dan daha iyi sınıflama yapmaya başladığı görülmüştür.

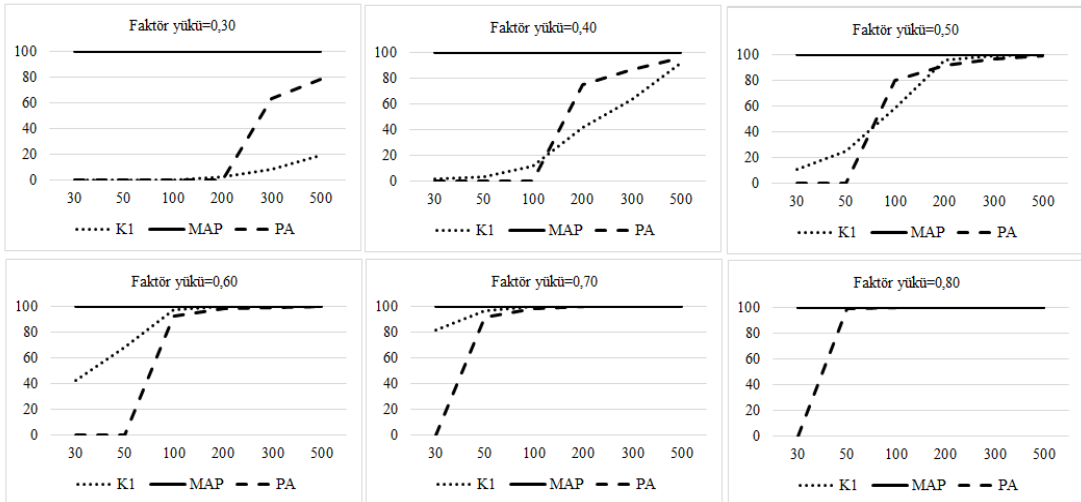
Tablo 4.3. p=6, ortalama faktör yükü=0,60 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5
30	212	269	19	0	500	0	0	500	0	0	NÖD				
50	340	157	3	0	500	0	0	500	0	0					
100	487	13	0	0	500	0	0	500	0	0	462	34	4	0	0
200	500	0	0	0	500	0	0	500	0	0	493	7	0	0	0
300	500	0	0	0	500	0	0	500	0	0	497	3	0	0	0
500	500	0	0	0	500	0	0	500	0	0	500	0	0	0	0



Şekil 4.1. Tek faktörlü evrende $p=6$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Tek faktörlü evrende değişken sayısı altı iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre K1, MAP ve PA'nın performansları karşılaştırıldığında (bkz. Şekil 4.1); örneklem büyüklüğü 200 ve üzerinde iken faktör yükü 0,30'un altında olduğunda faktör sayısı uygun belirlenememiş, örneklem büyüklüğü küçük iken faktör yükü için bu sayı 0,60'a gelmiştir. Faktör yükünün 0,60 civarında olması durumunda üç yöntemde yüksek oranda doğru faktör sayısını belirlemeye başlamıştır.



Şekil 4.2. Tek faktörlü evrende $p=6$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Tablo 4.4. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,40 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA			
	1	2	3	4+	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4+
30	0	0	8	492	478	21	1	478	21	1	NÖD			
50	0	0	13	487	499	1	0	499	1	0	255	125	51	69
100	0	3	54	443	500	0	0	500	0	0	327	99	43	31
200	0	10	240	250	500	0	0	500	0	0	360	104	25	11
300	0	103	302	95	500	0	0	500	0	0	402	79	14	5
500	23	306	167	4	500	0	0	500	0	0	452	38	9	1

Tablo 4.4 incelendiğinde; faktör yükü düşük olmasına rağmen MAP yönteminin doğru sınıflamaya devam ettiği, PA'nın sonuçlarının iyileşmeye başladığı ve K1'den çok daha iyi olduğu görülmüştür.

Tablo 4.5. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,50 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

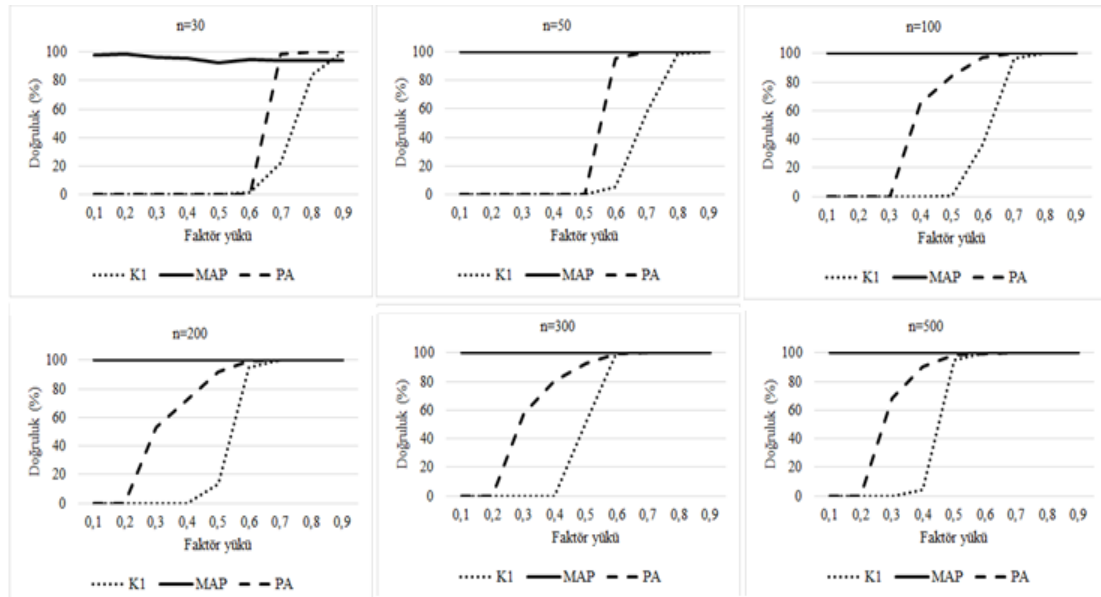
n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	1	2	3	4+	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5+
30	0	3	81	416	463	36	1	463	36	1	NÖD				
50	0	11	159	330	499	1	0	499	1	0					
100	4	89	272	135	500	0	0	500	0	0	422	58	14	5	1
200	66	317	114	3	500	0	0	500	0	0	459	35	6	0	0
300	256	230	14	0	500	0	0	500	0	0	464	33	3	0	0
500	476	24	0	0	500	0	0	500	0	0	494	6	0	0	0

Tablo 4.5 incelendiğinde; örneklem büyüklüğü küçük iken K1'in gerçek evren boyutunu belirlemede oldukça yetersiz olduğu, örneklem büyüklüğü arttıkça sonuçların birbirine yaklaştığı, sırasıyla MAP, PA ve K1 şeklinde doğru sınıflamanın gerçekleştiği görülmüştür.

Tablo 4.6. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,60 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

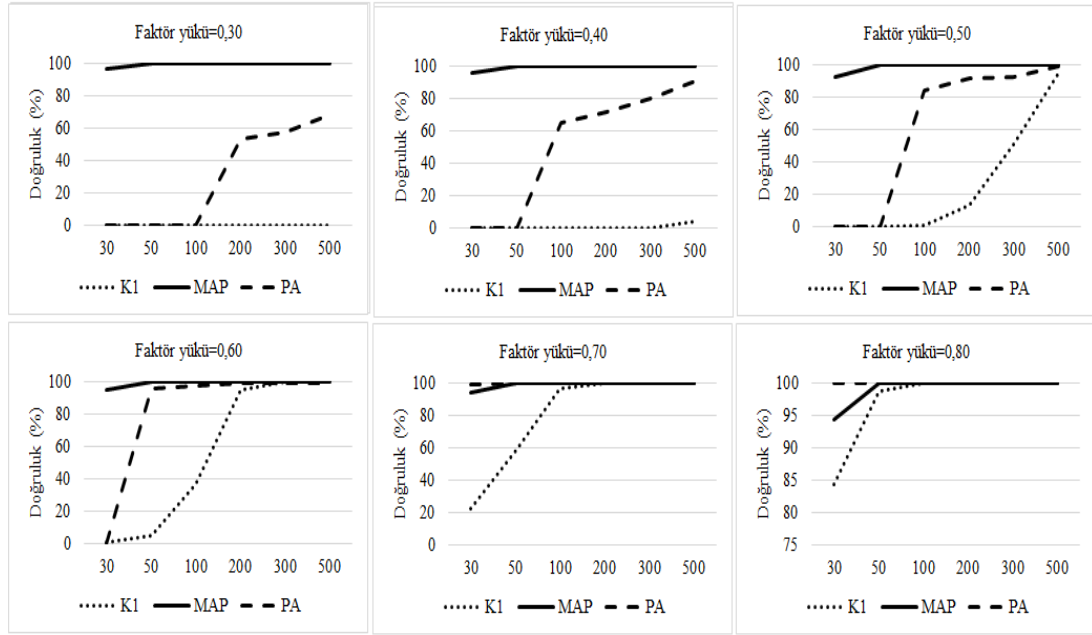
n	K1					MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA		
	1	2	3	4	5	1	2	3	1	2	3	1	2	3
30	6	73	239	165	17	474	25	1	474	25	1	NÖD		
50	27	180	237	55	1	500	0	0	500	0	0	477	15	8
100	182	269	48	1	0	500	0	0	500	0	0	487	12	1
200	476	24	0	0	0	500	0	0	500	0	0	497	3	0
300	500	0	0	0	0	500	0	0	500	0	0	497	3	0
500	500	0	0	0	0	500	0	0	500	0	0	497	3	0

Ortalama faktör yükü 0,60 ve değişken sayısı 12 iken tek faktörlü evrende örneklem büyüklüğü 200'e ulaşıncaya kadar K1'in performansı oldukça düşük olmakla birlikte 200 ve 200'den büyük örneklemelerde benzer performans göstermişlerdir.



Şekil 4.3. Tek faktörlü evrende $p=12$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Tek faktörlü evrende değişken sayısı 12 iken örneklem büyüklüğü 200 ve üzerinde olduğunda ortalama faktör yükü 0,60 ve üzerinde iken yöntemlerin faktör sayılarını belirleme oranları birbirine yaklaşmakla birlikte örneklem büyüklüğü küçük iken faktör yüklerinin daha yüksek olması gerekmektedir.



Şekil 4.4. Tek faktörlü evrende $p=12$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Tablo 4.7. $p=18$, ortalama faktör yükü=0,40 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1			MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	3	4	5+	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5+
30	0	0	500	421	71	8	421	71	8	NÖD				
50	0	0	500	495	5	0	495	5	0					
100	0	0	500	500	0	0	500	0	0	324	114	32	20	10
200	0	0	500	500	0	0	500	0	0	392	82	16	5	5
300	5	79	416	500	0	0	500	0	0	408	73	15	4	0
500	90	296	114	500	0	0	500	0	0	450	44	5	1	0

Tablo 4.7 incelendiğinde; değişken sayısı 18 ve faktör yükü düşük iken K1 yönteminin örneklem büyüklüğü artsa bile üç faktörden daha aşağı faktör çıkartamadığı, PA'nın örneklem büyüklüğü 500 olduğunda bile gerçek faktör sayısını doğru kestiremediği görülmüştür.

Tablo 4.8. p=18, ortalama faktör yükü=0,50 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

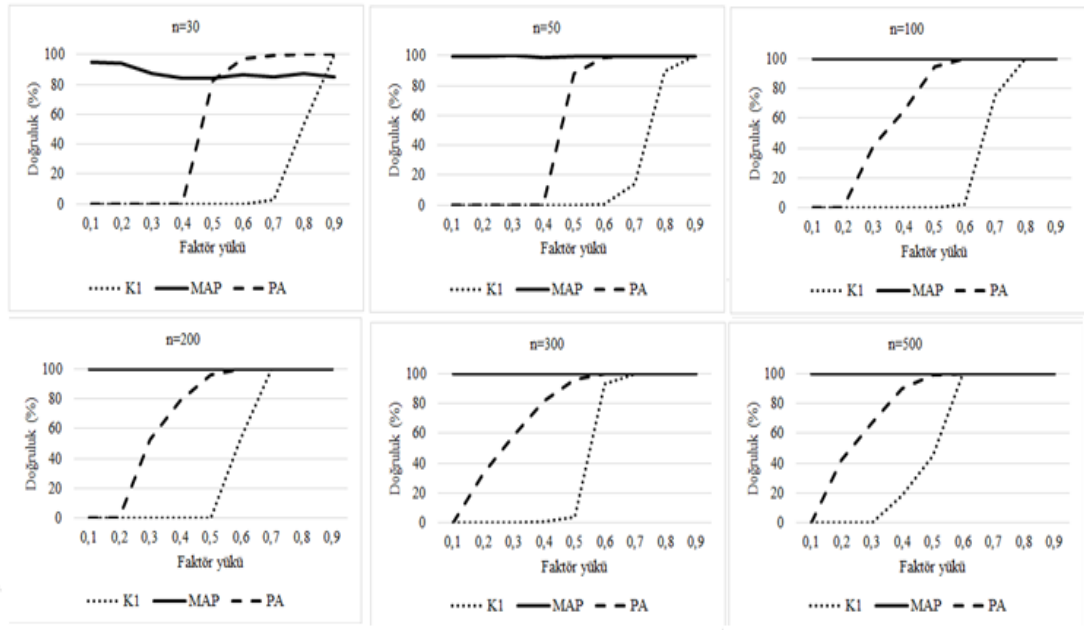
n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5+
30	0	0	0	500	420	73	7	420	73	7	412	67	15	4	2
50	0	0	0	500	499	1	0	499	1	0	441	48	9	2	0
100	0	0	8	492	500	0	0	500	0	0	471	22	6	0	1
200	1	27	178	294	500	0	0	500	0	0	478	18	3	1	0
300	18	155	269	58	500	0	0	500	0	0	479	17	4	0	0
500	224	248	27	1	500	0	0	500	0	0	495	5	0	0	0

Tablo 4.8 incelendiğinde; değişken sayısı 18 iken faktör yükünün artmasıyla (0,40'dan 0,50'ye) birlikte K1'in tek boyutlu yapıyı açıklamada daha iyi performans göstermeye başladığı görülmüştür.

Tablo 4.9. p=18, ortalama faktör yükü=0,60 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

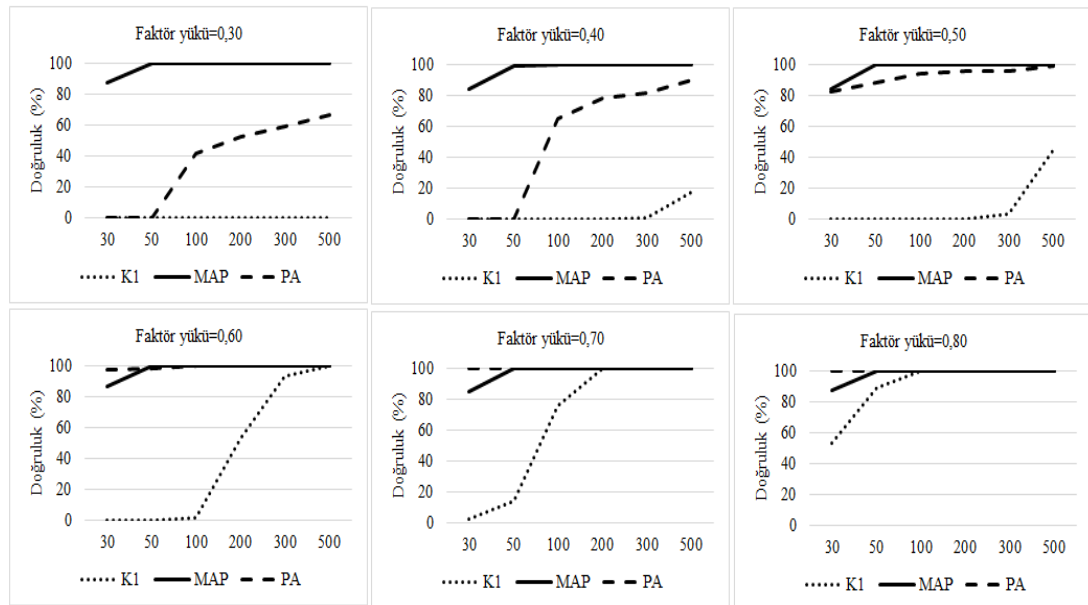
n	K1					MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA			
	1	2	3	4	5+	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
30	0	1	33	101	365	434	57	7	2	434	57	7	2	488	10	1	1
50	1	5	90	197	207	499	1	0	0	499	1	0	0	493	6	1	0
100	11	100	246	121	22	500	0	0	0	500	0	0	0	499	1	0	0
200	266	200	33	1	0	500	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0
300	465	35	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0
500	500	0	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0

Değişken sayısı 18, ortalama faktör yükü 0,60 iken düşük örneklem büyüklüklerinde K1'in gerçek faktör sayısını belirlemede oldukça yetersiz olduğu, örneklem büyüklüğü 300 olduğunda %93 oranında doğru belirlemeye başladığı, 500 örneklem büyüklüğünde tüm yöntemlerin %100 gerçek faktör sayısını belirlediği görülmüştür.



Şekil 4.5. Tek faktörlü evrende p=18 iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Değişken sayısının 18 olduğu durumda; örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin doğrulukları birbirinden oldukça farklı olmaktadır. Örneklem büyüklüğü büyük olduğunda 0,60 faktör yükünde birbirine yakınlaşmaktadır.



Şekil 4.6. Tek faktörlü evrende p=18 iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Tablo 4.10. $p=24$, ortalama faktör yükü=0,40 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

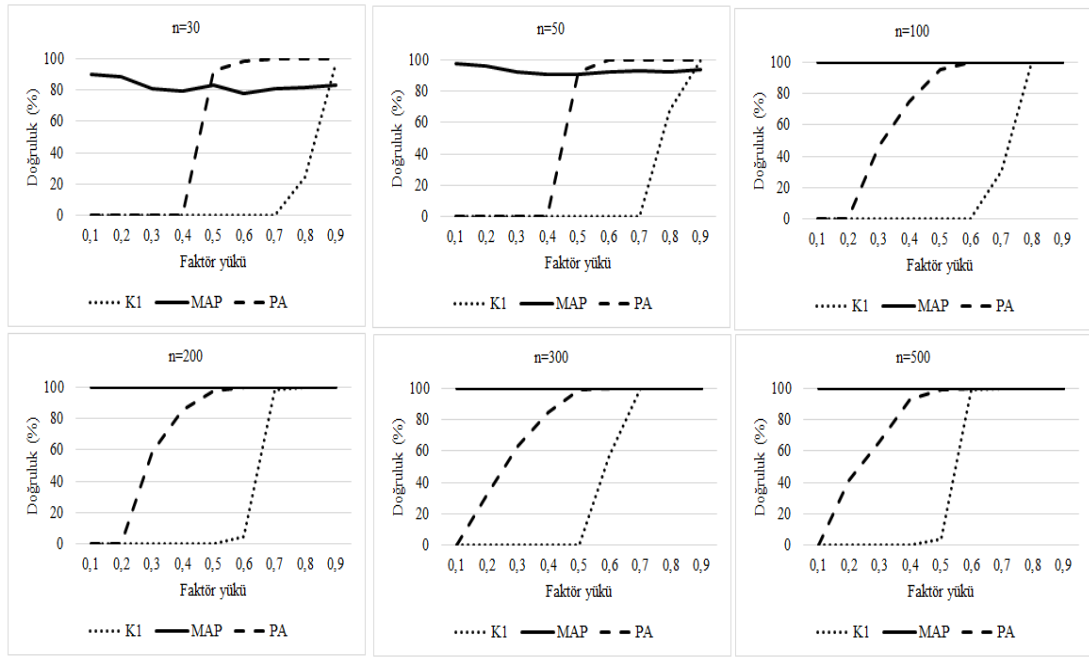
n	K1		MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA				
	5	6+	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5+
30	0	500	395	92	11	2	401	81	17	1	NÖD				
50	0	500	454	44	2	0	454	44	2	0					
100	0	500	500	0	0	0	500	0	0	0	373	87	31	6	3
200	0	500	500	0	0	0	500	0	0	0	428	55	14	3	0
300	1	499	500	0	0	0	500	0	0	0	423	62	11	3	1
500	0	500	500	0	0	0	500	0	0	0	465	28	6	1	0

Tablo 4.11. $p=24$, ortalama faktör yükü=0,50 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA			
	1	2	3	4+	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4+
30	0	0	0	500	416	67	15	2	414	72	11	3	459	34	6	1
50	0	0	0	500	455	43	1	1	455	43	1	1	459	38	1	2
100	0	0	0	500	499	1	0	0	499	1	0	0	475	24	1	0
200	0	0	3	497	500	0	0	0	500	0	0	0	486	14	0	0
300	0	6	71	423	500	0	0	0	500	0	0	0	494	5	1	0
500	20	161	249	70	500	0	0	0	500	0	0	0	496	4	0	0

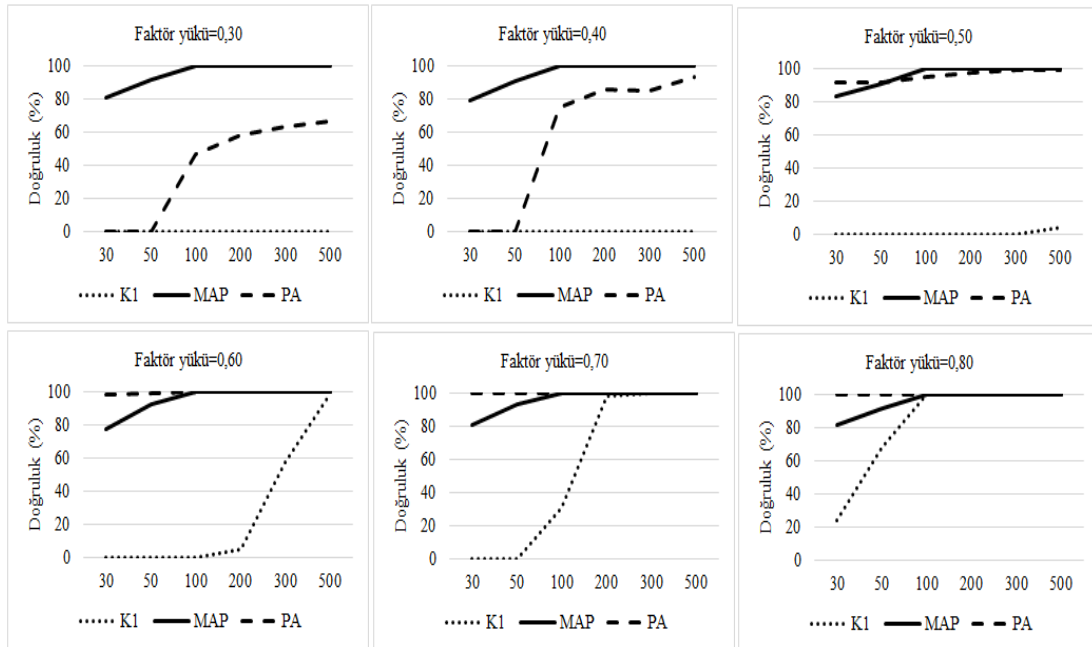
Tablo 4.12. $p=24$, ortalama faktör yükü=0,60 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1						MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA		
	1	2	3	4	5	6+	1	2	3	1	2	3	1	2	3
30	0	0	0	12	53	435	388	99	13	414	74	12	493	6	1
50	0	0	4	34	114	348	461	37	2	461	37	2	497	3	0
100	0	5	58	180	189	68	499	1	0	499	1	0	500	0	0
200	24	213	212	46	5	0	500	0	0	500	0	0	500	0	0
300	287	191	22	0	0	0	500	0	0	500	0	0	500	0	0
500	496	4	0	0	0	0	500	0	0	500	0	0	500	0	0



Şekil 4.7. Tek faktörlü evrende $p=24$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Değişken sayısının 24 olduğu durumda; örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin doğrulukları birbirinden oldukça farklı olmaktadır. Örneklem büyüklüğü büyük olduğunda 0,60 faktör yükünde birbirine yaklaşmaktadır.



Şekil 4.8. Tek faktörlü evrende $p=24$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Tablo 4.13. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,40 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

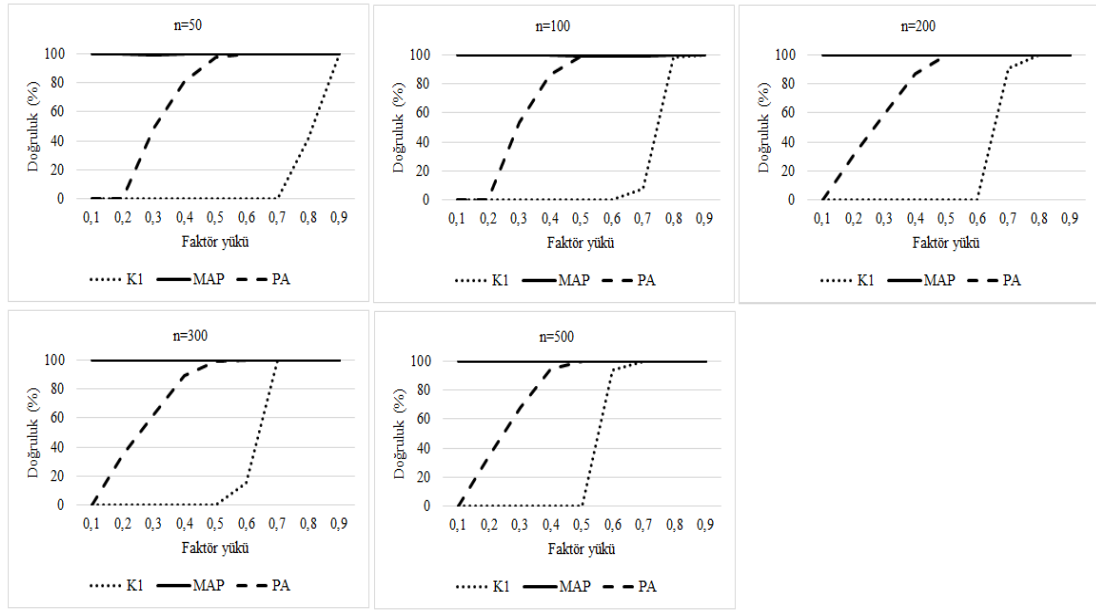
n	K1	MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	7+	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5+
50	500	498	2	0	498	2	0	404	70	18	7	1
100	500	497	3	0	497	3	0	429	51	15	4	1
200	500	500	0	0	500	0	0	434	54	11	0	1
300	500	500	0	0	500	0	0	446	47	7	0	0
500	500	500	0	0	500	0	0	474	23	2	1	0

Tablo 4.14. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,50 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA			
	2	3	4	5+	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4
50	0	0	0	500	497	3	0	497	3	0	486	12	1	1
100	0	0	0	500	496	4	0	496	4	0	495	5	0	0
200	0	0	1	499	500	0	0	500	0	0	497	3	0	0
300	0	0	14	486	500	0	0	500	0	0	495	5	0	0
500	5	86	235	174	500	0	0	500	0	0	498	2	0	0

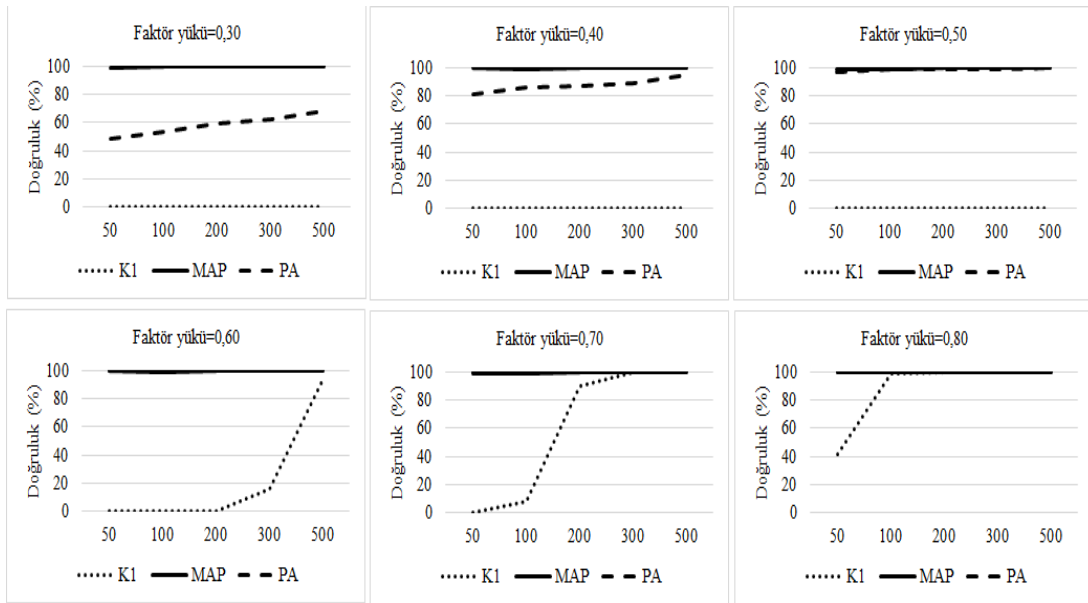
Tablo 4.15. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,60 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1					MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA
	1	2	3	4	5+	1	2	3	1	2	3	1
50	0	0	0	3	497	499	1	0	499	1	0	500
100	0	0	1	25	474	496	4	0	496	4	0	500
200	0	32	137	217	114	500	0	0	500	0	0	500
300	78	204	175	39	4	500	0	0	500	0	0	500
500	470	30	0	0	0	500	0	0	500	0	0	500

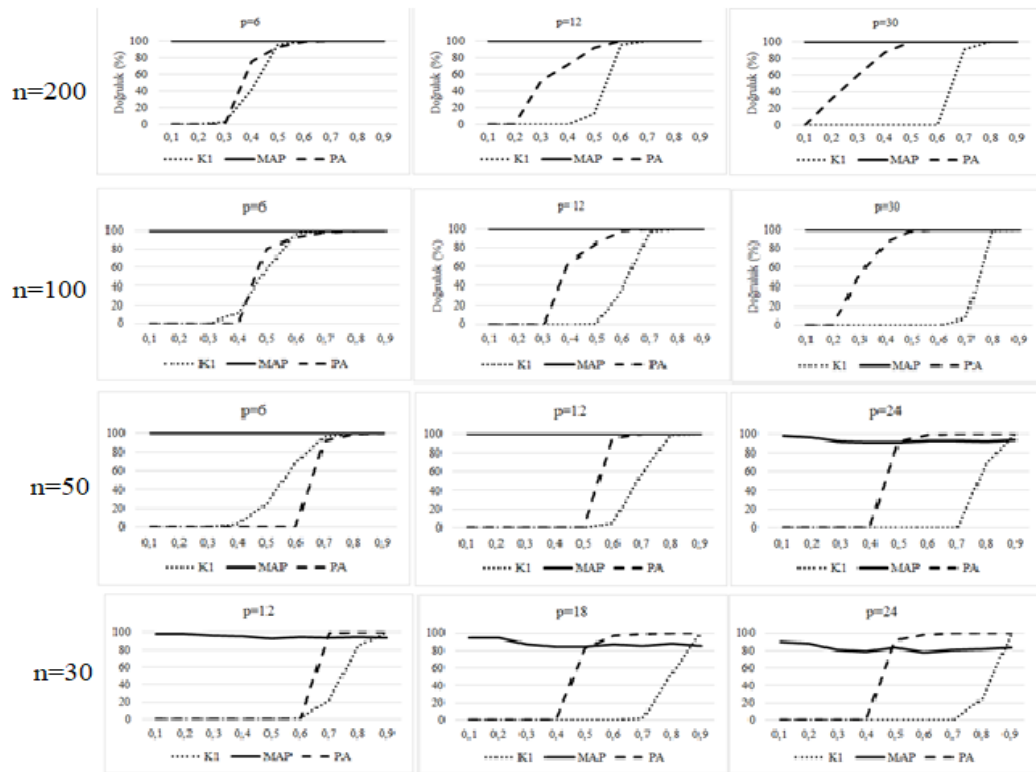


Şekil 4.9. Tek faktörlü evrende $p=30$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

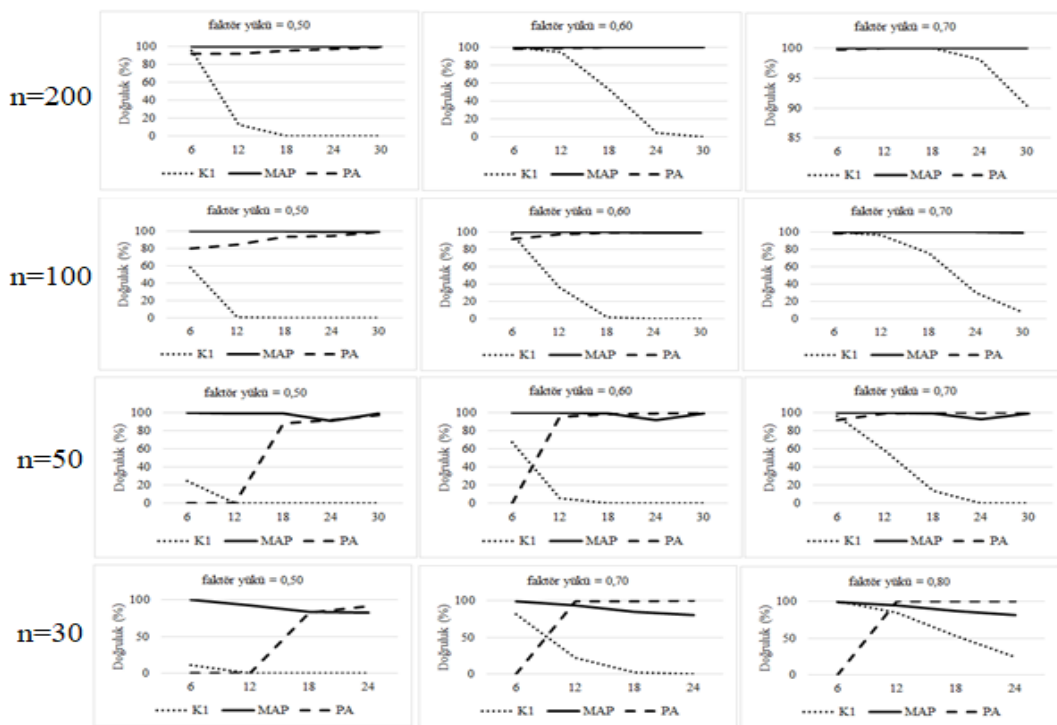
Değişken sayısının 30 olduğu durumda; örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin doğrulukları birbirinden oldukça farklı olmaktadır. Örneklem büyüklüğü büyük olduğunda 0,60 faktör yükünde birbirine yakınlaşmaktadır.



Şekil 4.10. Tek faktörlü evrende $p=30$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

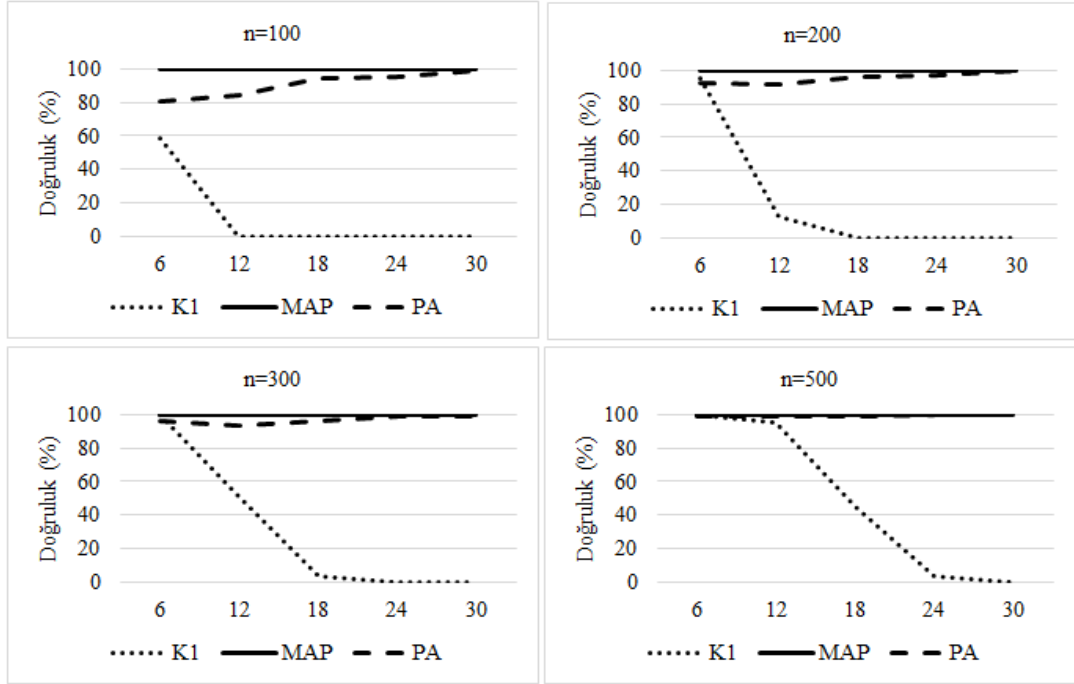


Şekil 4.11. Tek faktörlü evrende çeşitli örneklem büyüklükleri için faktör yükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.



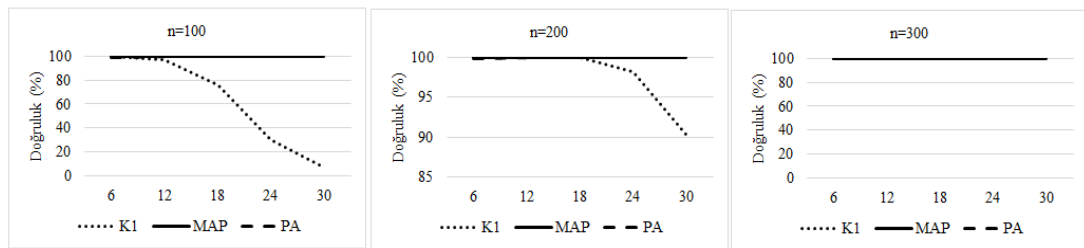
Şekil 4.12. Tek faktörlü evrende çeşitli örneklem büyüklükleri için faktör yükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Çeşitli örneklem büyüklüklerinde faktör yükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin faktör sayısını doğru belirleme oranları incelendiğinde (Şekil 4.11 ve Şekil 4.12); MAP yönteminin küçük örneklem büyüklüklerinde düşük performansa sahip olduğu, bu durumlarda PA'nın daha iyi performans sergilediği görülmüştür.

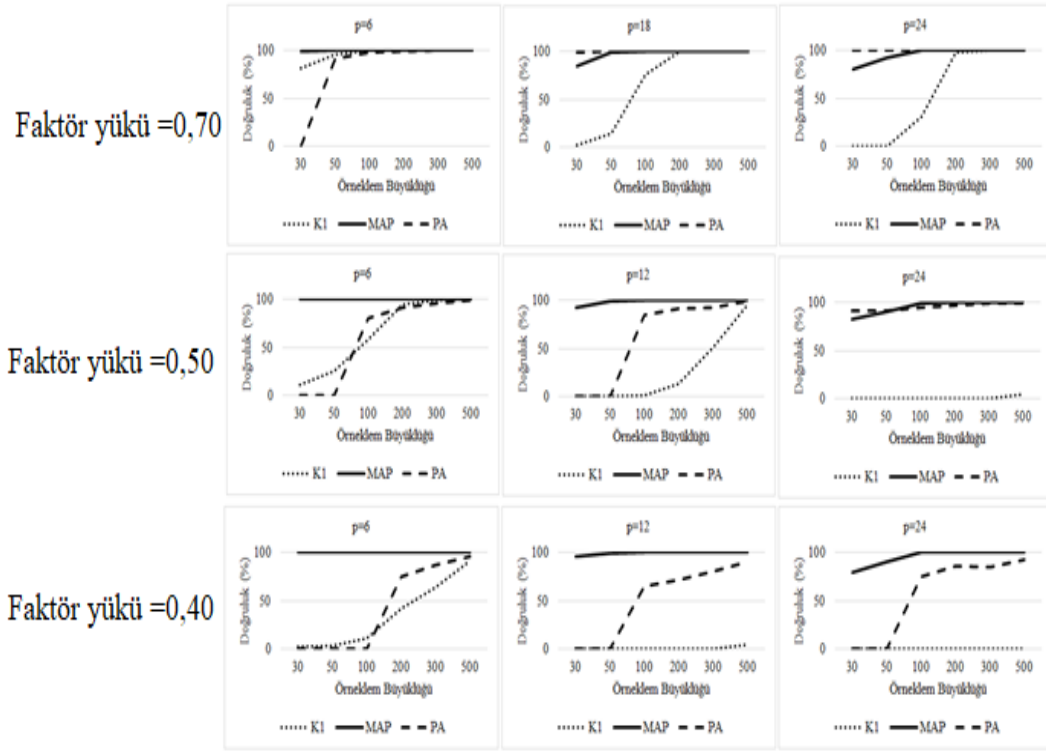


Şekil 4.13. Tek faktörlü evrende faktör yükü 0,50 iken örneklem büyüklükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Faktör yükü 0,50 iken (Şekil 4.13) örneklem büyüklüğü ve değişken sayısı arttıkça K1'in doğru faktör sayısını belirlemede oldukça kötüleştiği, örneklem büyüklüğünün artmasıyla birlikte MAP ve PA'nın birbirine benzer sonuçlar üretmeye başladığı görülmüştür. Faktör yükü 0,70 olduğunda (Şekil 4.14) örneklem büyüklüğü 300 olması tüm yöntemlerin %100 tek faktörlü yapıyı belirlemeye başladığını göstermiştir.



Şekil 4.14. Tek faktörlü evrende faktör yükü 0,70 iken örneklem büyüklükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.



Şekil 4.15. Tek faktörlü evrende faktör yükü 0,40; 0,50 ve 0,70 iken örneklem büyüklükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

4.1.2. İki Faktörlü Evren İçin Elde Edilen Bulgular

İki faktörlü evrenden seçilen örneklemelere ilişkin elde edilen bulguların örneklem büyüklüklerine göre değişimleri orta faktör yükleri için Tablo 4.16'dan Tablo 4.30'a kadar verilmiş olup Şekil 4.16'dan Şekil 4.27'e kadar tüm senaryolar değerlendirilmiştir. Düşük ve yüksek faktör yüklerinden oluşturulan iki faktörlü evrenden seçilen örneklemelerden elde edilen faktör sayılarının örneklem büyüklüklerine göre değişimleri Ek-2'de verilmiştir.

Tablo 4.16. p=6, ortalama faktör yükü=0,40 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5
30	0	141	346	13	500	0	0	499	1	0	NÖD				
50	0	157	337	6	500	0	0	500	0	0					
100	2	238	256	4	500	0	0	500	0	0					
200	0	357	141	2	500	0	0	500	0	0	14	368	105	12	1
300	0	439	61	0	500	0	0	500	0	0	5	339	92	4	0
500	0	488	12	0	500	0	0	500	0	0	0	482	18	0	0

Tablo 4.16 incelendiğinde; faktör yüklerinin artmasıyla birlikte PA'nın büyük örneklerde doğru sınıflamalar yapmaya başladığı, K1'in iyi sonuçlar ürettiği, MAP'in ise gerçek faktör sayısının altında çıkarmaya devam ettiği görülmüştür.

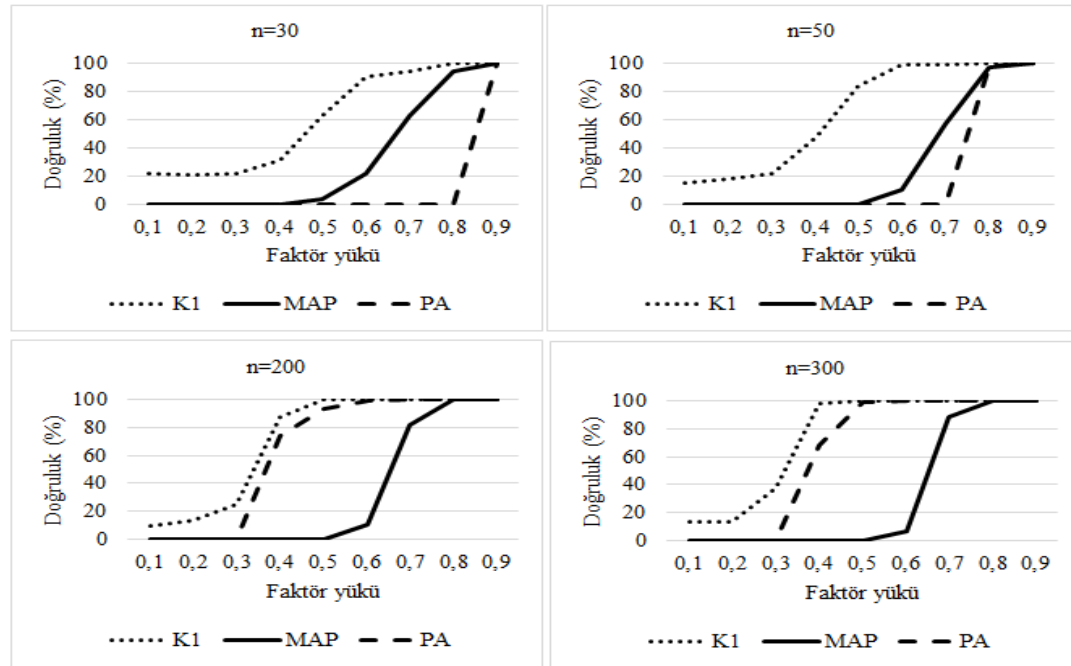
Tablo 4.17. p=6, ortalama faktör yükü=0,50 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5
30	1	237	261	1	481	19	0	481	19	0	NÖD				
50	0	313	185	2	500	0	0	500	0	0					
100	0	421	79	0	500	0	0	500	0	0					
200	0	490	10	0	500	0	0	500	0	0	0	466	33	1	0
300	0	500	0	0	500	0	0	500	0	0	0	494	6	0	0
500	0	500	0	0	500	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0

İki faktörlü evrende değişken sayısı altı ve ortalama faktör yükü 0,50 iken K1'in performansının oldukça iyi olduğu, faktör yükünün 0,60'a çıkmasıyla K1'in daha iyi performans gösterdiği, PA yönteminin daha küçük örneklerde yakınsamaya başladığı, MAP yönteminde iyileşmeler olduğu görülmüştür.

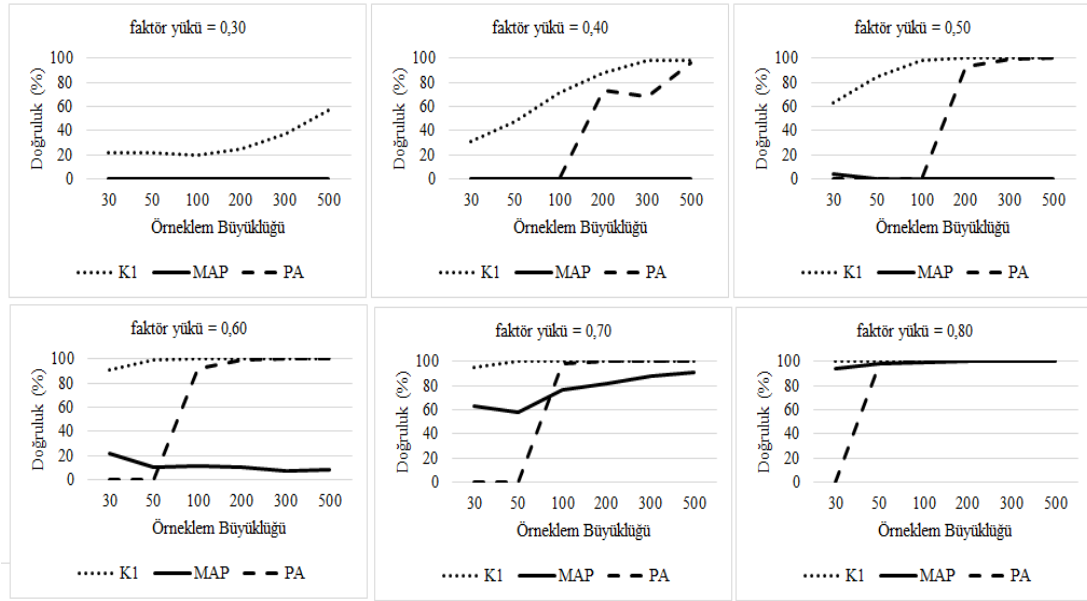
Tablo 4.18. $p=6$, ortalama faktör yükü=0,60 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5
30	1	371	126	2	390	110	0	390	110	0	NÖD				
50	0	452	48	0	449	51	0	449	51	0					
100	0	496	4	0	445	55	0	445	55	0	0	462	35	3	0
200	0	500	0	0	448	52	0	448	52	0	0	495	5	0	0
300	0	500	0	0	464	36	0	464	36	0	0	500	0	0	0
500	0	500	0	0	457	43	0	457	43	0	0	500	0	0	0



Şekil 4.16. İki faktörlü evrende $p=6$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Değişken sayısı altı iken küçük örneklemelerde K1, MAP ve PA şeklinde doğru faktör sayısı belirleyen yöntemlerde örneklem büyüklüğünün artmasıyla birlikte K1, PA ve MAP şeklinde sıralanmaya başlamıştır. Faktör yükünün 0,70 civarında olmasıyla birlikte benzer performans göstermişlerdir.



Şekil 4.17. İki faktörlü evrende $p=6$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Değişken sayısı altı ve faktör yükü orta iken K1, PA, MAP şeklinde olan performanslar, 0,60'dan sonraki faktör yüklerinde örneklem büyüklüğüne göre değişiklik olmuştur.

Tablo 4.19. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,40 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA			
	2	3	4	5	1	2	3	1	2	3	2	3	4	5+
30	0	1	96	403	443	54	1	443	54	1	NÖD			
50	0	3	113	384	489	11	0	489	11	0				
100	0	4	181	315	475	25	0	475	25	0				
200	0	67	320	113	482	18	0	482	18	0	269	150	49	32
300	5	199	270	26	482	18	0	482	18	0	342	120	24	14
500	84	331	83	2	484	16	0	484	16	0	421	68	10	1

Tablo 4.19 incelendiğinde; değişken sayısının artmasıyla birlikte K1'in performansının değiştiği, MAP yönteminin gerçek faktör sayısının altında çıkarmaya devam ettiği, PA yönteminin negatif özdeğer durumuyla birlikte örneklem büyüklüğünün artmasıyla birlikte sınıflamalara başladığı görülmüştür.

Tablo 4.20. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,50 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

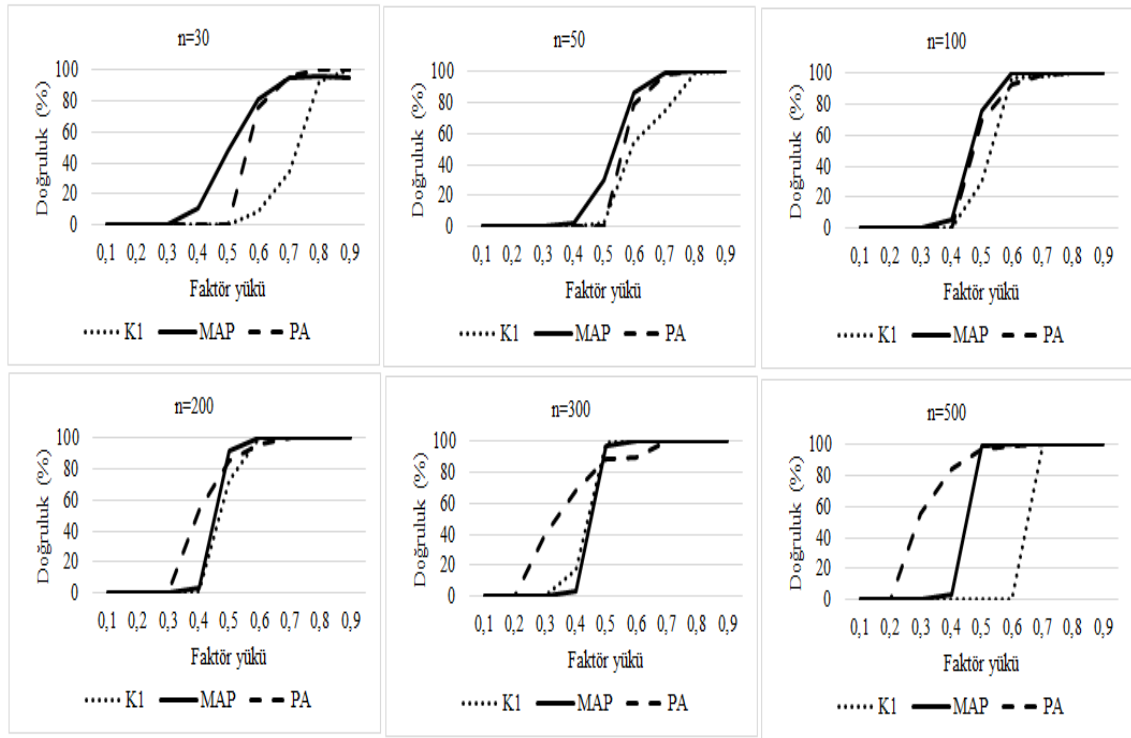
n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA			
	2	3	4	5+	1	2	3	1	2	3	2	3	4	5+
30	0	27	226	247	252	239	9	252	239	9				
50	0	49	284	167	352	148	0	352	148	0				
100	12	179	275	34	121	379	0	121	379	0	346	112	26	16
200	152	304	44	0	40	460	0	40	460	0	427	63	6	4
300	364	136	0	0	11	489	0	11	489	0	445	50	5	0
500	495	5	0	0	3	497	0	3	497	0	486	14	0	0

Tablo 4.20 incelendiğinde; faktör yükünün artmasıyla birlikte K1 ve MAP yöntemlerinin performansının değiştiği, PA yönteminin negatif özdeğer durumuyla birlikte örneklem büyüklüğünün artmasıyla birlikte sınıflamalara başladığı görülmüştür.

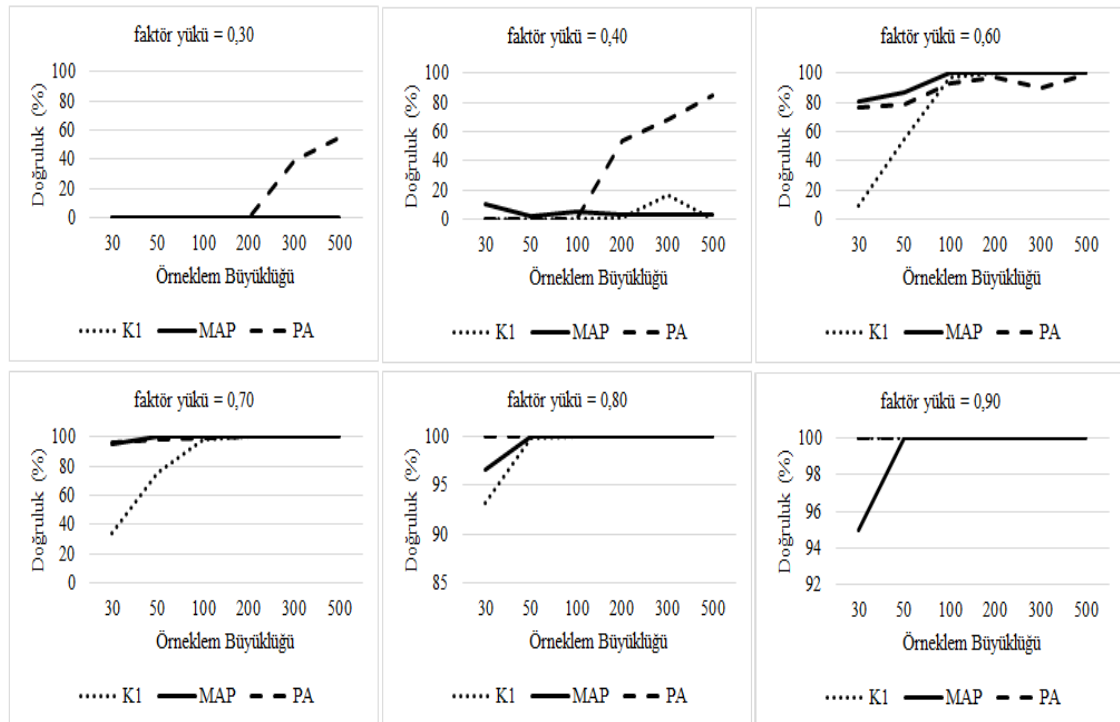
Tablo 4.21. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,60 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5+
30	13	156	279	52	80	404	16	80	404	16	13	380	80	16	11
50	45	274	175	6	64	435	1	64	435	1	0	395	79	18	8
100	273	215	12	0	0	500	0	0	500	0	0	464	34	2	0
200	487	13	0	0	0	500	0	0	500	0	0	483	16	1	0
300	500	0	0	0	0	500	0	0	500	0	0	495	5	0	0
500	500	0	0	0	0	500	0	0	500	0	0	498	2	0	0

Tablo 4.21’de faktör yükünün artmasıyla birlikte iki faktörlü evrene yönelik sınıflandırmaların düşük örneklem büyüklüklerinden itibaren MAP ve PA için doğru sınıflamaya başladığı, K1’in ise tek faktörlü yapıyı çıkarmaya başladığı görülmüştür.



Şekil 4.18. İki faktörlü evrende $p=12$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.



Şekil 4.19. İki faktörlü evrende $p=12$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Değişken sayısı 12 iken iki boyutlu evrenden seçilen örneklemelerden elde edilen faktör sayılarının örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre değişimleri Şekil 4.18 ve Şekil 4.19’da verilmiş olup yöntemler örneklem büyüklüğünün ve faktör yükünün artmasıyla birlikte benzer performans göstermişlerdir.

Tablo 4.22. $p=18$, ortalama faktör yükü=0,40 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1			MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA				
	2	4	5+	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5+
30	0	0	500	309	165	24	2	309	165	24	2	NÖD				
50	0	0	500	444	56	0	0	444	56	0	0					
100	0	0	500	172	328	0	0	172	328	0	0	0	237	131	73	59
200	0	0	500	69	431	0	0	69	431	0	0	0	304	118	47	31
300	0	16	484	28	472	0	0	28	472	0	0	0	333	117	37	13
500	0	1	499	6	494	0	0	6	494	0	0	0	405	83	10	2

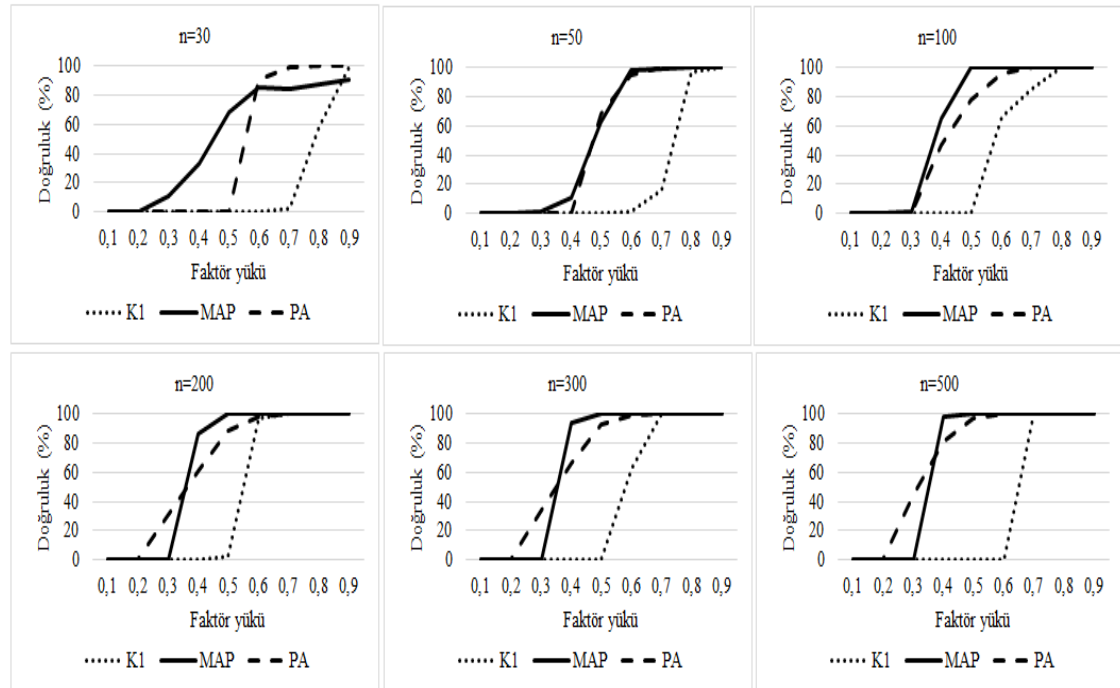
Tablo 4.23. $p=18$, ortalama faktör yükü=0,50 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA				
	2	3	4	5+	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5+
30	0	0	1	499	110	343	43	4	110	343	43	4	NÖD				
50	0	0	1	499	183	317	0	0	183	317	0	0					
100	0	1	29	470	0	500	0	0	0	500	0	0	0	390	90	11	9
200	1	48	270	181	0	500	0	0	0	500	0	0	0	444	52	4	0
300	12	249	218	21	0	500	0	0	0	500	0	0	0	467	32	1	0
500	0	47	255	198	0	500	0	0	0	500	0	0	0	489	11	0	0

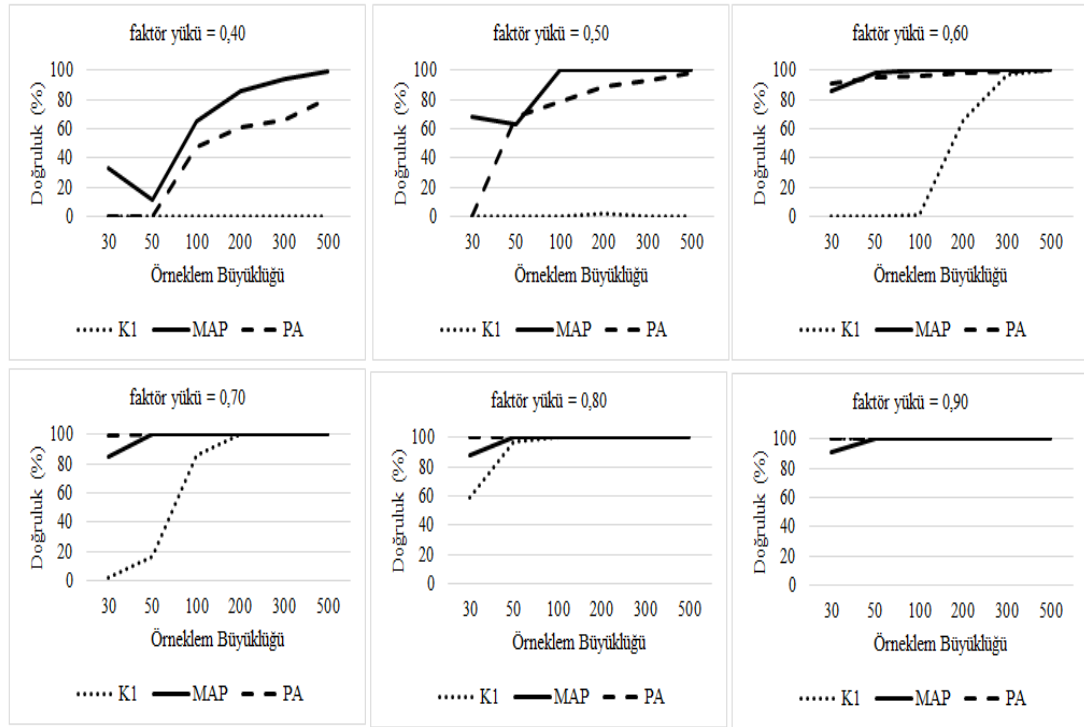
Tablo 4.24. $p=18$, ortalama faktör yükü=0,60 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA				
	2	3	4	5+	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	6+
30	0	1	36	463	8	430	58	4	8	430	58	4	5	456	35	3	1
50	0	12	140	348	7	493	0	0	7	493	0	0	0	477	21	2	0
100	6	174	247	73	0	500	0	0	0	500	0	0	0	480	16	3	1
200	329	168	3	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0	490	10	0	0
300	485	15	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0	497	3	0	0
500	500	0	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0

Değişken sayısı 18 iken iki faktörlü evrenden 0,40; 0,50 ve 0,60 faktör yüklerine sahip örneklem seçildiğinde yöntemlerin performansları faktör yükü ve örneklem büyüklüklerinin artmasıyla artmakla birlikte düşük faktör yüklerinde K1 yöntemi oldukça kötü performans sergilemiştir.



Şekil 4.20. İki faktörlü evrende $p=18$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.



Şekil 4.21. İki faktörlü evrende $p=18$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Tablo 4.25. $p=24$, ortalama faktör yükü=0,40 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

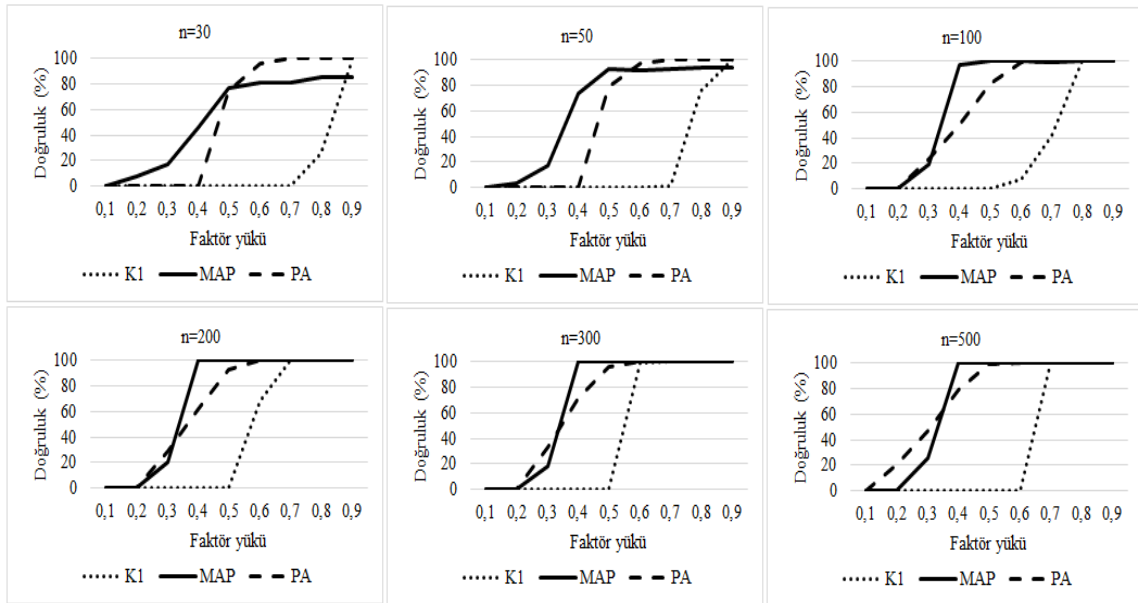
n	K1	MAP-EÇOB					MAP-EKK					PA				
	6+	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5+
30	500	214	232	45	8	1	214	232	45	8	1	NÖD				
50	500	106	371	22	1	0	106	371	22	1	0					
100	500	14	486	0	0	0	14	486	0	0	0	0	254	124	61	61
200	500	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	0	311	129	40	20
300	500	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	0	357	104	32	7
500	500	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	0	398	83	14	5

Tablo 4.26. $p=24$, ortalama faktör yükü=0,50 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

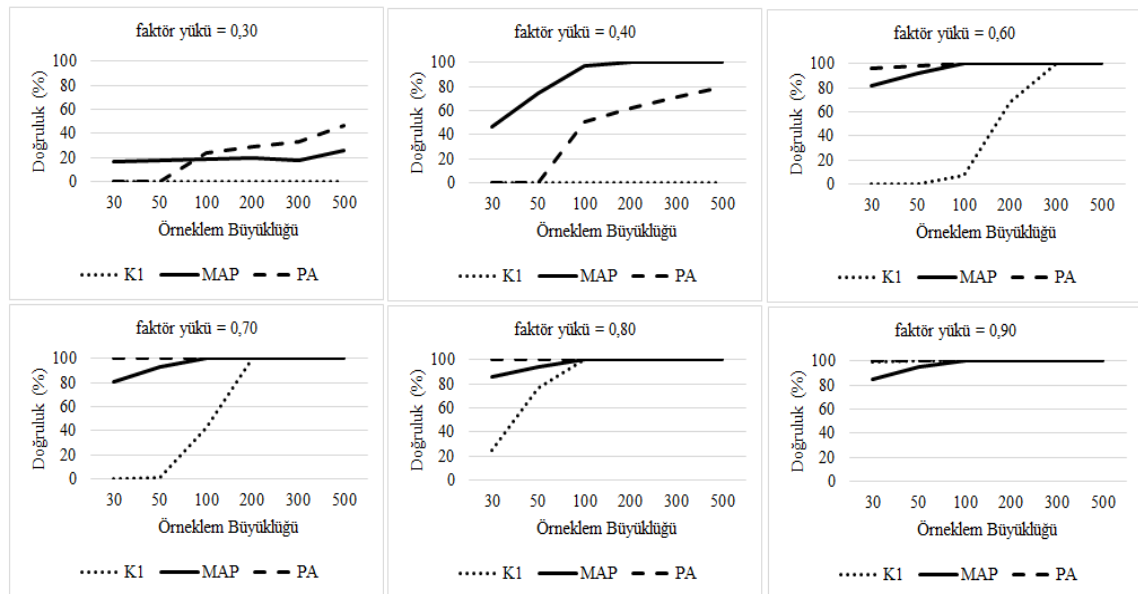
n	K1			MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA				
	3	4	5+	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5+
30	0	0	500	32	387	71	10	32	387	71	10	14	373	81	24	8
50	0	0	500	1	465	34	0	1	465	34	0	0	395	90	12	3
100	0	0	500	0	500	0	0	0	500	0	0	0	414	69	12	5
200	0	5	495	0	500	0	0	0	500	0	0	0	466	26	6	2
300	8	107	385	0	500	0	0	0	500	0	0	0	480	20	0	0
500	0	5	495	0	500	0	0	0	500	0	0	0	495	5	0	0

Tablo 4.27. $p=24$, ortalama faktör yükü=0,60 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1					MAP-EÇOB					MAP-EKK					PA			
	1	2	3	4	5+	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4
30	0	0	0	0	500	1	407	77	13	2	1	407	77	13	2	1	482	15	2
50	0	0	0	0	500	0	462	35	3	0	0	462	35	3	0	0	488	12	0
100	0	0	3	78	419	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	0	499	1	0
200	0	39	257	183	21	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0
300	0	342	154	4	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0
500	0	499	1	0	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0



Şekil 4.22. İki faktörlü evrende $p=24$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.



Şekil 4.23. İki faktörlü evrende $p=24$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Değişken sayısı 24 iken iki faktörlü evrenden örneklem büyüklükleri seçildiğinde; örneklem büyüklüğü düşük iken PA yöntemi MAP yönteminden daha iyi iken örneklem büyüklüğünün artmasıyla benzer performans sergilemişlerdir.

Tablo 4.28. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,40 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

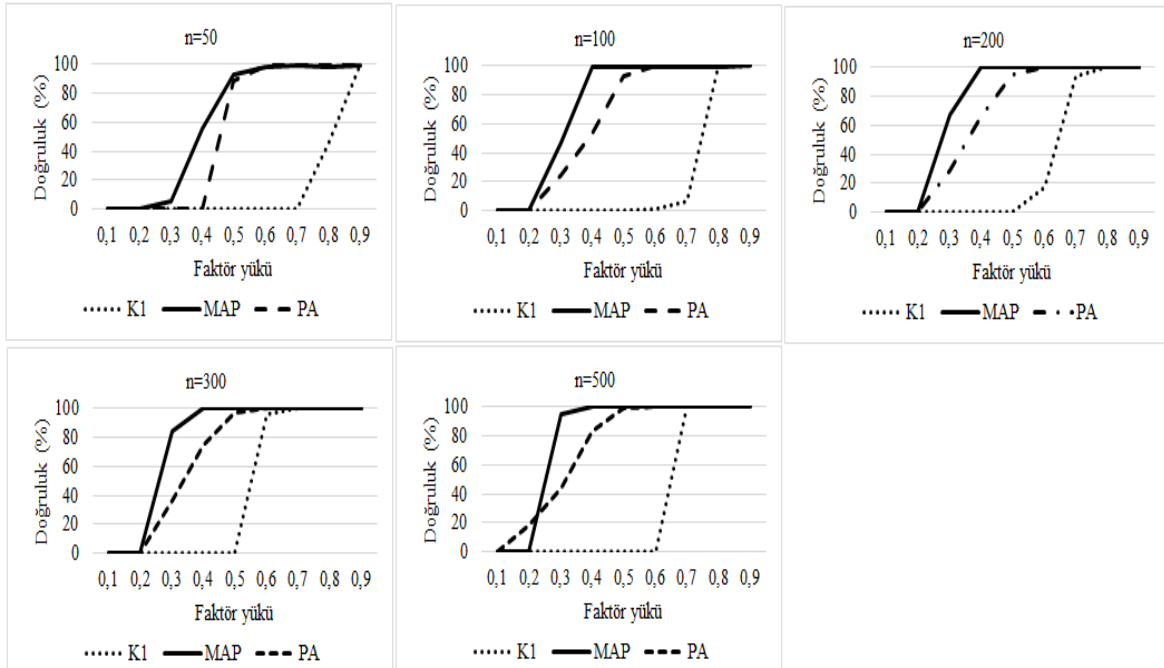
n	K1					MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	1	2	3	4	8+	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5+
50	0	0	0	0	500	216	279	5	216	279	5	NÖD				
100	0	0	0	0	500	1	496	3	1	496	3	0	269	137	71	23
200	0	0	0	0	500	0	500	0	0	500	0	0	329	115	38	18
300	0	0	0	0	500	0	500	0	0	500	0	0	373	96	24	7
500	0	0	0	0	500	0	500	0	0	500	0	0	419	67	10	4

Tablo 4.29. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,50 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

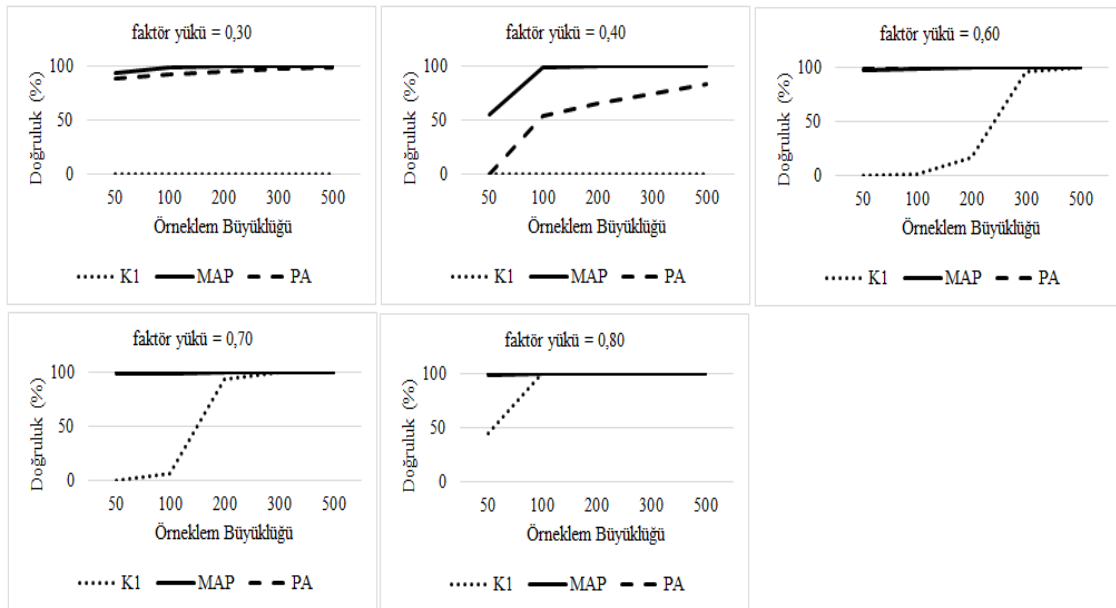
n	K1					MAP-EÇOB					MAP-EKK					PA				
	1	2	3	4	5+	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	13+
50	0	0	0	0	500	28	467	4	0	1	28	467	4	0	1	0	442	49	9	0
100	0	0	0	0	500	0	497	3	0	0	0	497	3	0	0	0	464	30	3	3
200	0	0	0	0	500	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	0	475	22	3	0
300	0	0	0	1	499	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	0	489	11	0	0
500	0	0	0	0	500	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	0	495	5	0	0

Tablo 4.30. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,60 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

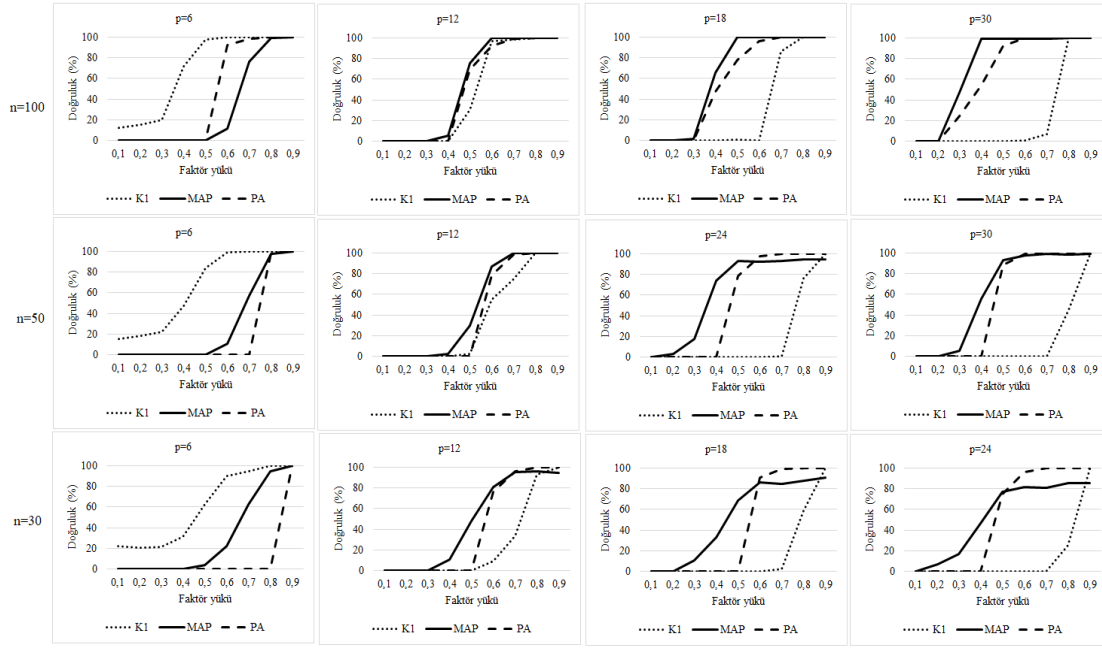
n	K1					MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA				
	1	2	3	4	5+	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	10+
50	0	0	0	0	500	2	490	7	1	2	490	7	1	0	496	4	0	0
100	0	0	0	0	500	0	496	4	0	0	496	4	0	0	500	0	0	0
200	0	3	35	190	272	0	500	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0
300	0	83	282	122	13	0	500	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0
500	0	480	20	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0



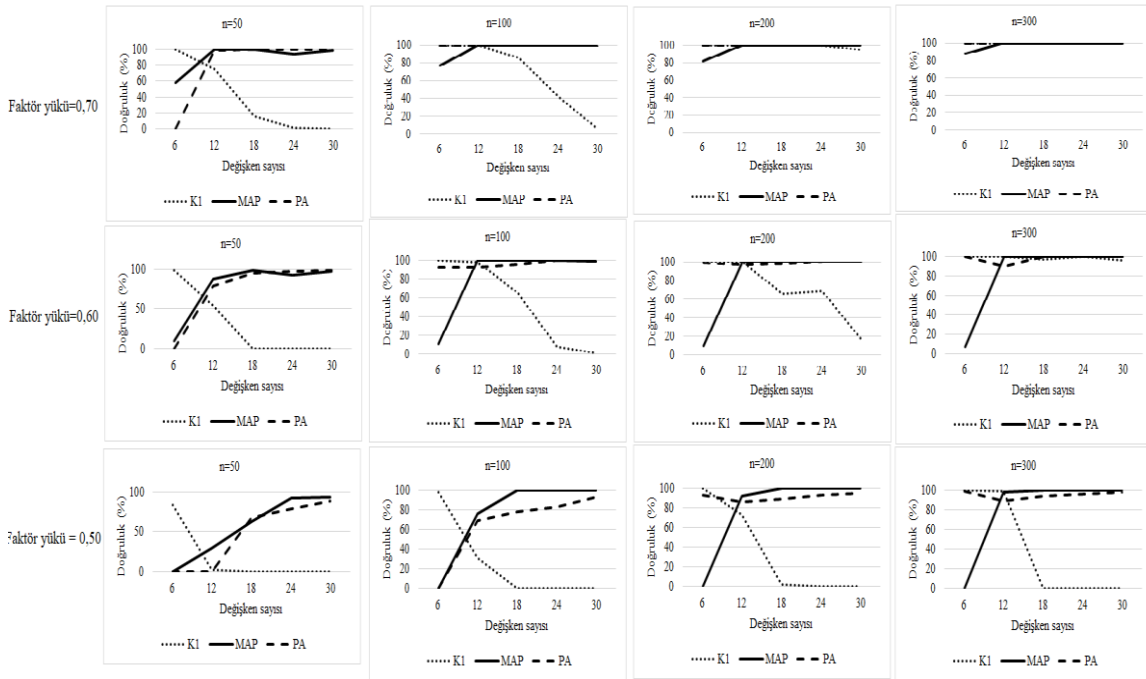
Şekil 4.24. İki faktörlü evrende $p=30$ iken örneklem büyüklükleri ve faktör yüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.



Şekil 4.25. İki faktörlü evrende $p=30$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.



Şekil 4.26. İki faktörlü evrende örneklem büyüklükleri 30, 50 ve 100 iken faktör yükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.



Şekil 4.27. İki faktörlü evrende örneklem büyüklükleri 30, 50 ve 100 iken faktör yükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

4.1.3. Üç Faktörlü Evren İçin Elde Edilen Bulgular

Üç faktörlü evrenden seçilen örneklere ilişkin elde edilen bulguların orta faktör yükleri için örneklem büyüklüklerine göre değişimleri Tablo 4.31'den Tablo 4.45'e kadar verilmiş olup tüm senaryolar Şekil 4.28'den Şekil 4.33'e kadar özetlenmiştir. Düşük ve yüksek faktör yüklerine ilişkin sonuçlar Ek-3'te verilmiştir.

Tablo 4.31. $p=6$, ortalama faktör yükü=0,40 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5
30	0	112	373	15	500	0	0	500	0	0	NÖD				
50	0	109	375	16	500	0	0	500	0	0					
100	0	73	407	20	500	0	0	500	0	0					
200	0	43	443	14	500	0	0	500	0	0					
300	0	30	466	4	500	0	0	500	0	0					
500	0	12	487	1	500	0	0	500	0	0					

Tablo 4.32. $p=6$, ortalama faktör yükü=0,50 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

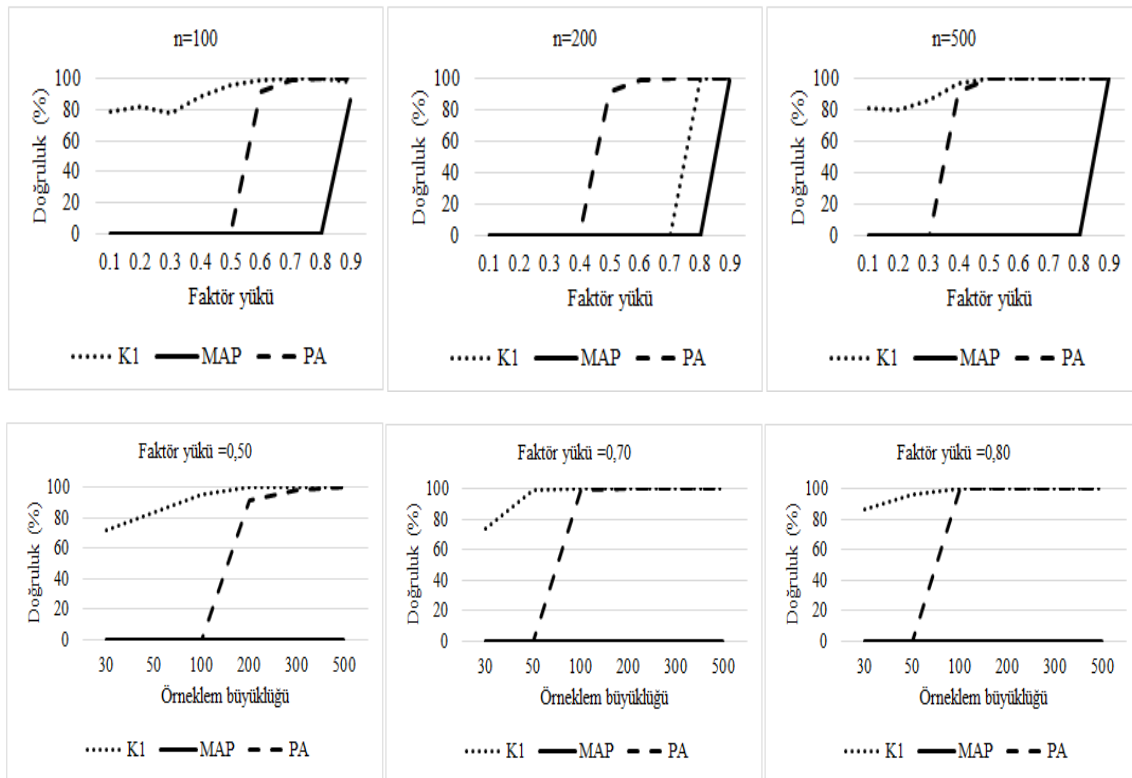
n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5
30	0	126	362	12	499	1	0	500	0	0	NÖD				
50	0	97	393	10	500	0	0	500	0	0					
100	0	79	417	4	500	0	0	500	0	0					
200	0	20	478	2	500	0	0	500	0	0	0	16	457	26	1
300	0	0	500	0	500	0	0	500	0	0	0	1	490	9	0
500	0	0	500	0	500	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0

Değişken sayısı altı iken K1 yönteminin doğru faktör sayısını belirlemede daha etkili olduğu, örneklem büyüklüğü arttığında PA'nın da iyileşmeye başladığı görülmüştür.

Tablo 4.33. $p=6$, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5
30	0	133	365	2	494	6	0	494	6	0	NÖD				
50	0	96	398	6	499	1	0	499	1	0					
100	0	31	469	0	500	0	0	500	0	0					
200	0	2	498	0	500	0	0	500	0	0	0	0	498	2	0
300	0	0	500	0	500	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0
500	0	0	500	0	500	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0

Değişken sayısı altı iken faktör yükünün artmasıyla birlikte PA daha küçük örneklem büyüklüklerinde doğru faktör sayısını belirlemeye başlamıştır (Şekil 4.33).



Şekil 4.28. Üç faktörlü evrende $p=6$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Tablo 4.34. p=12, ortalama faktör yükü=0,40 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

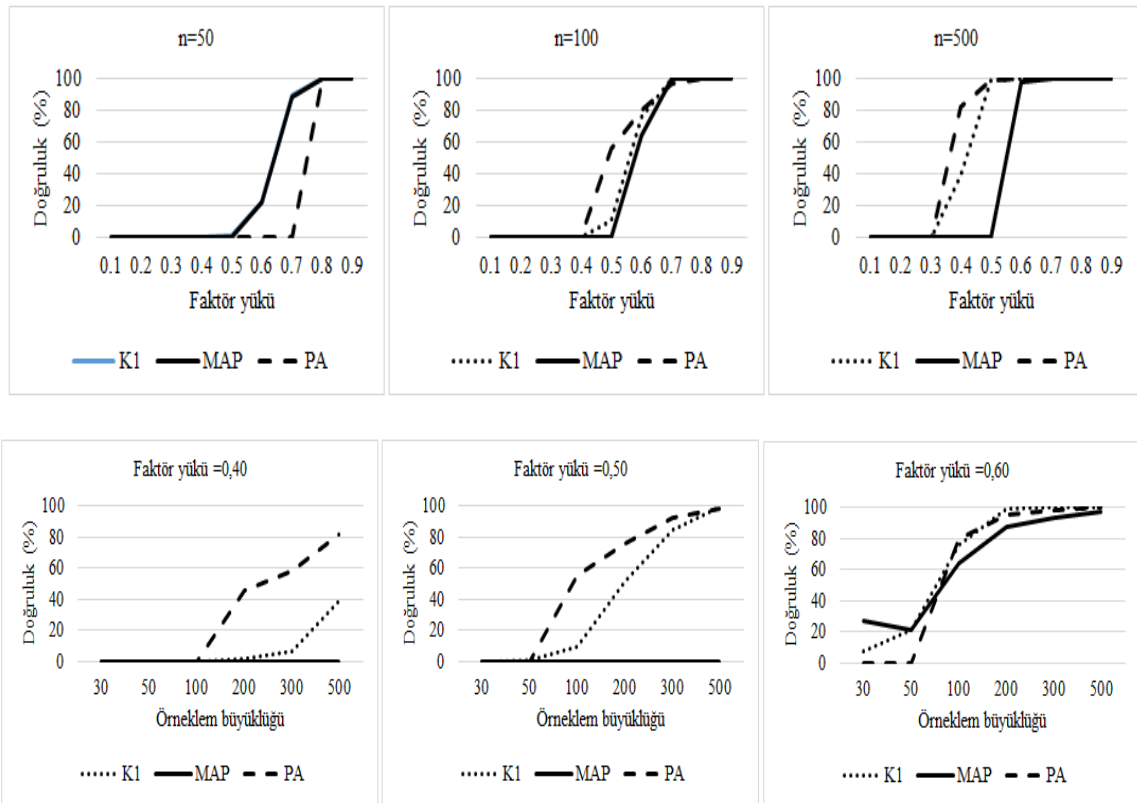
n	K1			MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	3	4	5+	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5+
30	1	53	446	464	34	2	464	34	2	NÖD				
50	1	45	454	499	1	0	499	1	0					
100	1	75	424	499	1	0	499	1	0					
200	10	218	272	500	0	0	500	0	0	0	6	226	160	108
300	36	319	145	500	0	0	500	0	0	0	0	290	157	53
500	195	284	21	500	0	0	500	0	0	0	0	410	80	10

Tablo 4.35. p=12, ortalama faktör yükü=0,50 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	3	4	5	6+	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5+
30	2	152	301	45	381	96	23	381	96	23	NÖD				
50	5	187	282	26	468	29	3	468	29	3					
100	50	317	132	1	456	43	1	456	43	1					
200	259	232	9	0	473	27	0	473	27	0	0	0	379	98	23
300	421	79	0	0	488	12	0	488	12	0	0	0	463	35	2
500	497	3	0	0	495	5	0	495	5	0	0	0	493	6	1

Tablo 4.36. p=12, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1			MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA		
	3	4	5+	1	2	3	4	1	2	3	4	3	4	5
30	39	315	146	177	180	138	5	177	180	138	5	NÖD		
50	108	341	51	276	116	108	0	276	116	108	0			
100	378	120	2	66	114	320	0	66	114	320	0			
200	497	3	0	24	39	437	0	24	39	437	0	475	22	3
300	500	0	0	9	23	468	0	9	23	468	0	493	7	0
500	500	0	0	4	8	488	0	4	8	488	0	500	0	0



Şekil 4.29. Üç faktörlü evrende $p=12$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Değişken sayısının 12 olmasıyla birlikte MAP yönteminin faktör sayısını doğru belirleme oranı artmış, faktör yükü arttıkça yöntemlerin performansları birbirine yaklaşmıştır.

Tablo 4.37. $p=18$, ortalama faktör yükü=0,40 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1			MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA		
	3	4	5+	1	2	3	4	1	2	3	4	3	4	5+
30	0	0	500	385	94	17	4	385	94	17	4			
50	0	0	500	484	15	1	0	484	15	1	0	NÖD		
100	0	0	500	441	57	2	0	441	57	2	0			
200	0	0	500	462	37	1	0	462	37	1	0	221	139	140
300	0	2	498	472	28	0	0	472	28	0	0	262	155	83
500	0	0	500	490	10	0	0	490	10	0	0	366	109	25

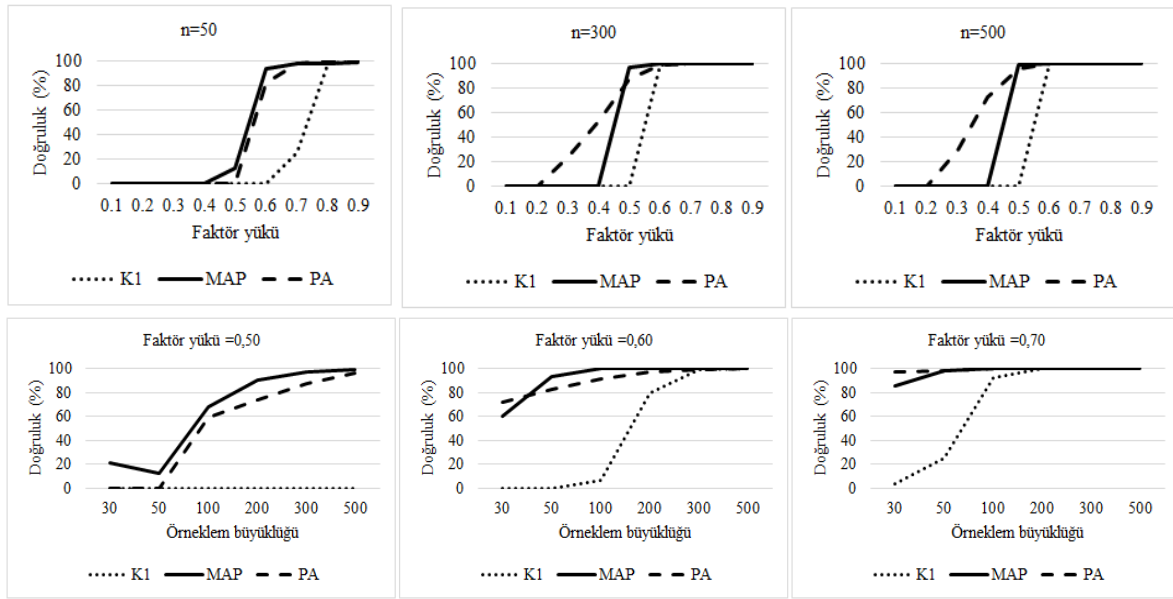
Tablo 4.38. p=18, ortalama faktör yükü=0,50 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1		MAP-EÇOB					MAP-EKK					PA		
	3	4+	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	3	4	5+
30	0	500	187	187	109	15	2	187	187	109	15	2	NÖD		
50	0	500	324	113	61	2	0	324	113	61	2	0			
100	0	500	29	133	338	0	0	29	133	338	0	0	296	127	77
200	0	500	5	41	454	0	0	5	41	454	0	0	367	104	29
300	51	449	0	16	484	0	0	0	16	484	0	0	437	57	6
500	4	496	0	2	498	0	0	0	2	498	0	0	480	20	0

Tablo 4.39. p=18, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1			MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA				
	3	4	5+	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5+
30	0	6	494	31	119	302	48	31	119	302	48	1	45	360	74	20
50	0	39	461	0	0	469	31	0	0	469	31	0	3	411	65	21
100	32	268	200	0	1	499	0	0	1	499	0	0	0	456	38	6
200	399	99	2	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0	485	15	0
300	497	3	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0	496	4	0
500	500	0	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0	499	1	0

Değişken sayısının 18 olmasıyla birlikte MAP yönteminin performansı oldukça artmış, K1 yöntemi kötüleşmiş, PA ve MAP birbirine yakın doğrulukta olmaya başlamıştır.



Şekil 4.30. Üç faktörlü evrende $p=18$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Değişken sayısı 18 iken üç faktörlü evrende MAP ve PA benzer performans sergilerken K1 yönteminin faktör yükü ve örneklem büyüklüğü arttığında diğer yöntemlere yaklaşmaya başladığı söylenebilir.

Tablo 4.40. $p=24$, ortalama faktör yükü=0,40 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1	MAP-EÇOB					MAP-EKK					PA			
	7+	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	2	3	4	9+
30	500	290	153	46	10	1	290	153	46	10	1	NÖD			
50	500	230	196	70	3	1	230	196	70	3	1				
100	500	148	234	118	0	0	148	234	118	0	0	4	180	129	187
200	500	88	188	224	0	0	88	188	224	0	0	0	221	144	135
300	500	47	156	297	0	0	47	156	297	0	0	0	250	163	87
500	500	18	94	388	0	0	18	94	388	0	0	0	333	129	38

Değişken sayısı 24 olduğunda; K1 yönteminin örneklem büyüklüğü artsa bile 7 ve 7'den fazla faktör sayısı belirlediği, MAP ve PA yöntemlerinin örneklem büyüklüğü arttıkça iyileştiği, MAP yönteminin PA yönteminden daha iyi faktör sayısını belirlediği söylenebilir.

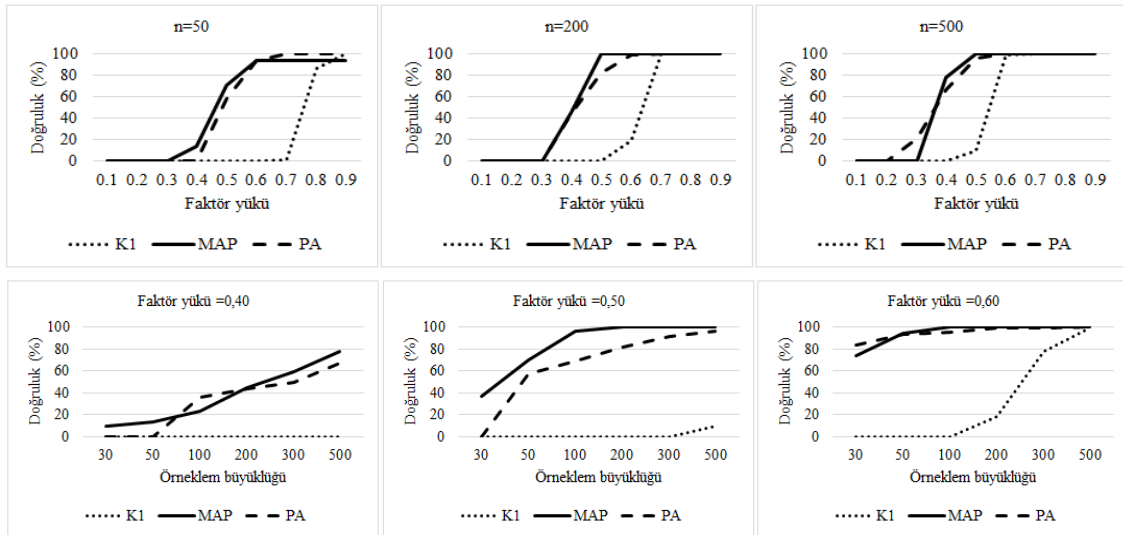
Tablo 4.41. p=24, ortalama faktör yükü=0,50 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1			MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA				
	3	4	6+	1	2	3	4+	1	2	3	4+	1	2	3	4	5+
30	0	0	500	94	187	183	66	94	187	183	66	NÖD				
50	0	0	500	9	116	351	24	9	116	351	24	0	14	289	131	66
100	0	0	500	0	17	483	0	0	17	483	0	0	0	344	104	52
200	0	0	500	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0	409	73	18
300	0	20	480	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0	457	37	6
500	49	276	175	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0	479	21	0

Tablo 4.42. p=24, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1			MAP-EÇOB					MAP-EKK					PA			
	3	4	5+	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	2	3	4	5+
30	0	0	500	3	54	367	65	11	3	54	367	65	11	42	419	37	2
50	0	0	500	0	7	470	23	0	0	7	470	23	0	1	468	29	2
100	0	13	487	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	475	24	1
200	93	293	114	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	496	4	0
300	391	109	0	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	497	3	0
500	498	2	0	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0

Değişken sayısı 24 iken K1 yönteminin faktör sayısını belirlemede diğer yöntemlere göre kötü performans gösterdiği, MAP yönteminin daha iyi olduğu, PA yönteminin ise örneklem büyüklüğü arttıkça PA yöntemine yaklaştığı söylenebilir.



Şekil 4.31. Üç faktörlü evrende $p=24$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Tablo 4.43. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,40 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

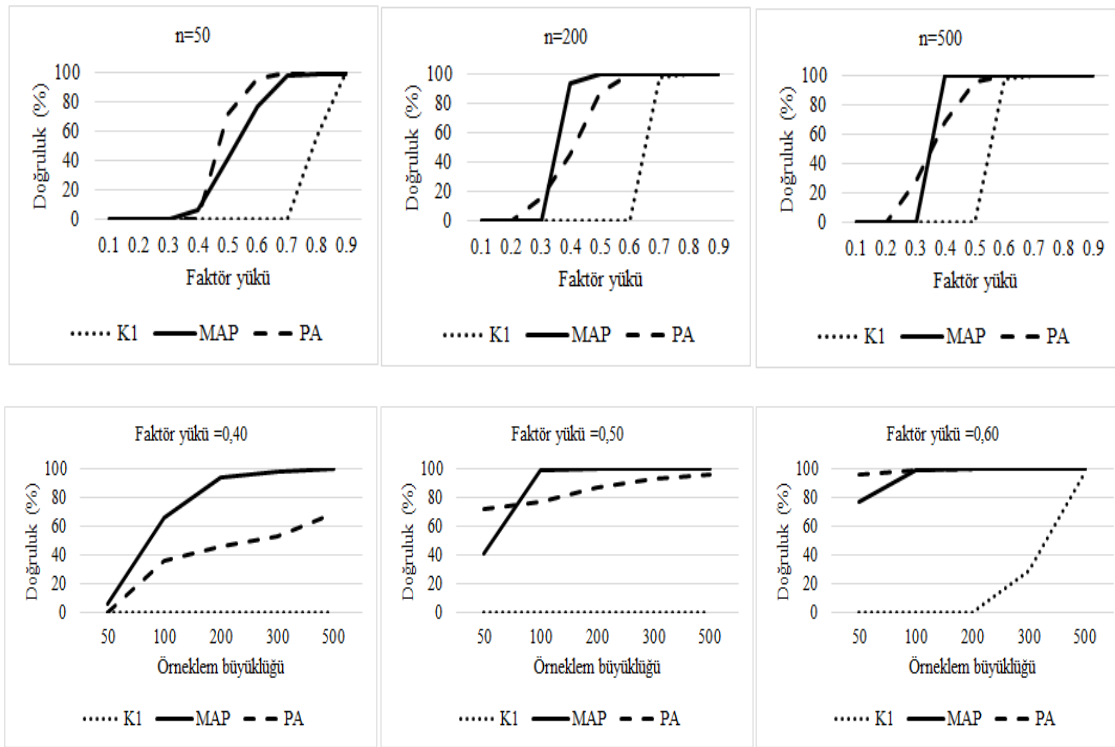
n	K1	MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA			
	8+	1	2	3	4	1	2	3	4	2	3	4	5+
50	500	344	125	30	1	344	125	30	1	NÖD			
100	500	15	157	328	0	15	157	328	0	2	178	144	176
200	500	1	30	469	0	1	30	469	0	0	229	147	124
300	500	0	9	491	0	0	9	491	0	0	263	134	103
500	500	0	0	500	0	0	0	500	0	0	343	126	31

Tablo 4.44. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,50 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1	MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA			
	6+	1	2	3	4	1	2	3	4	2	3	4	5+
50	500	162	130	204	4	162	130	204	4	6	359	106	29
100	500	0	0	497	3	0	0	497	3	0	383	99	18
200	500	0	0	500	0	0	0	500	0	0	435	53	12
300	500	0	0	500	0	0	0	500	0	0	464	35	1
500	500	0	0	500	0	0	0	500	0	0	482	18	0

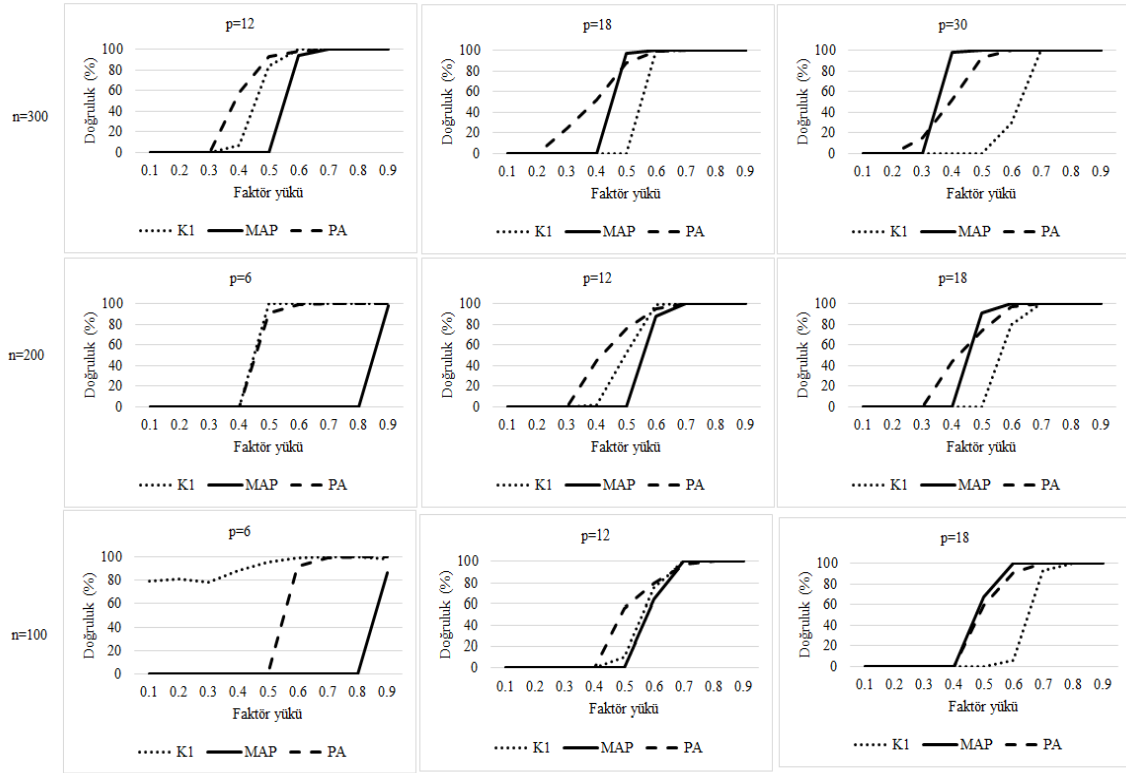
Tablo 4.45. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1			MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA	
	3	4	5+	1	2	3	4	1	2	3	4	3	4
50	0	0	500	1	109	383	7	1	109	383	7	482	18
100	0	0	500	0	0	498	2	0	0	498	2	496	4
200	5	64	431	0	0	500	0	0	0	500	0	500	0
300	147	290	63	0	0	500	0	0	0	500	0	500	0
500	491	9	0	0	0	500	0	0	0	500	0	500	0



Şekil 4.32. Üç faktörlü evrende $p=30$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Değişken sayısı 30 iken PA ve MAP yöntemlerinin birbirine yakın performans gösterdiği, K1'in ise büyük örneklerde yaklaşmaya başladığı görülmüştür.



Şekil 4.33. Üç faktörlü evrende örneklem büyüklükleri 100, 200 ve 300 iken faktör yükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

4.1.4. Dört Faktörlü Evren İçin Elde Edilen Bulgular

Dört faktörlü evrenden orta faktör yüklerinde çekilen örneklemelere ilişkin elde edilen bulguların örneklem büyüklüklerine göre değişimleri Tablo 4.46'dan Tablo 4.60'a kadar verilmiş olup tüm senaryolar Şekil 4.34'den Şekil 4.38'e kadar özetlenmiştir. Düşük ve yüksek faktör yüklerinden elde edilen bulgular Ek-4'te verilmiştir.

Tablo 4.46. $p=6$, ortalama faktör yükü=0,40 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5
30	0	126	362	12	500	0	0	500	0	0	NÖD				
50	0	103	377	20	500	0	0	500	0	0					
100	0	79	402	19	500	0	0	500	0	0					
200	0	66	409	25	500	0	0	500	0	0					
300	0	65	413	22	500	0	0	500	0	0					
500	0	51	434	15	500	0	0	500	0	0					

Tablo 4.47. p=6, ortalama faktör yükü=0,50 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5
30	0	130	353	17	499	1	0	499	1	0	NÖD				
50	0	127	362	11	500	0	0	500	0	0					
100	0	99	381	20	500	0	0	500	0	0					
200	0	66	412	22	500	0	0	500	0	0					
300	0	55	432	13	500	0	0	500	0	0	2	192	197	105	4
500	0	54	444	2	500	0	0	500	0	0	0	173	217	110	0

Tablo 4.48. p=6, ortalama faktör yükü=0,60 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1				MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA				
	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	5
30	0	150	339	11	494	6	0	494	6	0	NÖD				
50	0	127	363	10	499	1	0	499	1	0					
100	0	98	398	4	500	0	0	500	0	0					
200	0	76	419	5	500	0	0	500	0	0	0	158	227	115	0
300	0	63	432	5	500	0	0	500	0	0	0	142	239	119	0
500	0	51	448	1	500	0	0	500	0	0	0	165	234	101	0

Tablo 4.49. p=12, ortalama faktör yükü=0,40 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1		MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA		
	4	5+	1	2	3	1	2	3	3	4	5+
30	40	460	477	23	0	477	23	0	NÖD		
50	23	477	500	0	0	500	0	0			
100	28	472	500	0	0	500	0	0			
200	56	444	500	0	0	500	0	0			
300	139	361	500	0	0	500	0	0	9	268	223
500	62	438	500	0	0	500	0	0	0	375	125

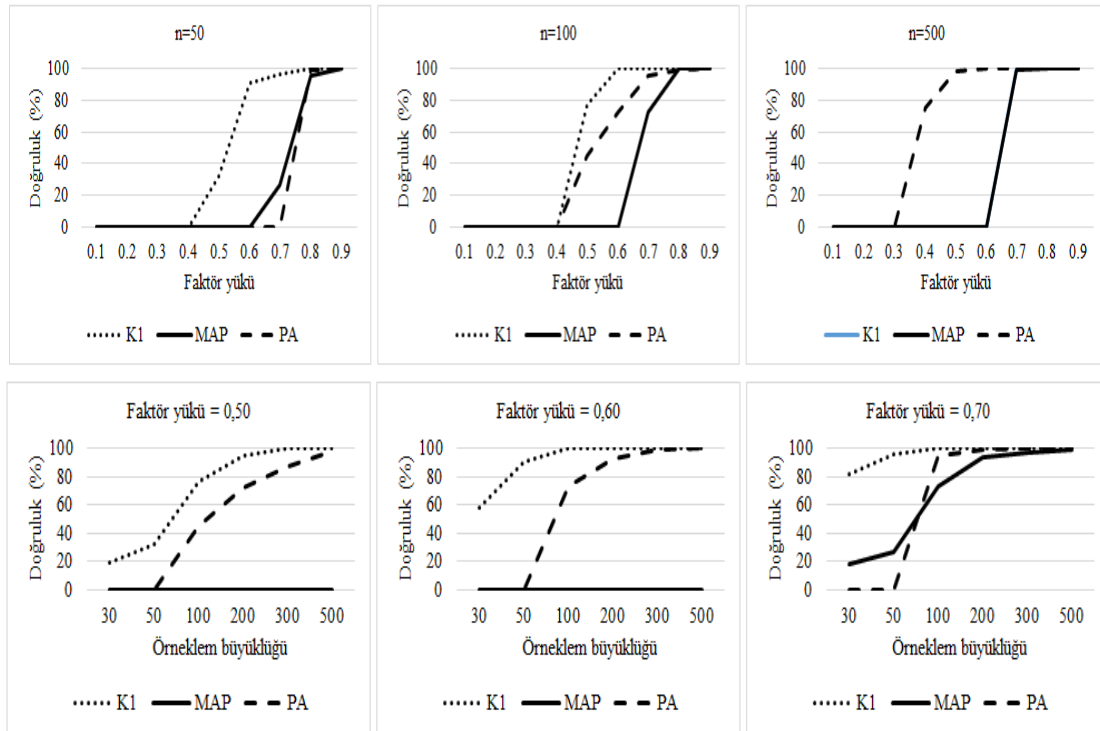
Tablo 4.50. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,50 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1		MAP-EÇOB			MAP-EKK			PA			
	4	5+	1	2	3	1	2	3	2	3	4	5+
30	80	420	445	53	2	445	53	2	NÖD			
50	99	401	498	2	0	498	2	0				
100	161	339	498	2	0	498	2	0	2	37	227	234
200	384	116	500	0	0	500	0	0	0	1	361	138
300	472	28	500	0	0	500	0	0	0	0	435	65
500	500	0	500	0	0	500	0	0	0	0	491	9

Tablo 4.51. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,60 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1			MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA		
	3	4	5+	1	2	3	4	1	2	3	4	3	4	5+
30	3	209	288	367	103	26	4	367	103	26	4	NÖD		
50	0	288	212	466	28	5	1	466	28	5	1			
100	0	454	46	461	30	8	1	461	30	8	1	3	365	132
200	0	499	1	493	6	1	0	493	6	1	0	0	463	37
300	0	500	0	498	2	0	0	498	2	0	0	0	498	2
500	0	500	0	497	3	0	0	497	3	0	0	0	500	0

Değişken sayısı 12 iken dört boyutlu evrende MAP yöntemi faktör sayısını genelde bir olarak belirlemiştir. PA ve K1 yöntemlerinin performansları ise birbirine yakındır.



Şekil 4.34. Dört faktörlü evrende $p=12$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Dört faktörlü evrende $p=12$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklükleri bakımından yöntemlerin performansları karşılaştırıldığında K1, PA ve MAP olarak sıralandığı söylenebilir.

Tablo 4.52. $p=18$, ortalama faktör yükü=0,40 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1					MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA				
	1	2	3	4	5+	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5+
30	0	0	0	0	500	422	61	14	3	422	61	14	3	NÖD				
50	0	0	0	0	500	463	36	1	0	463	36	1	0					
100	0	0	0	0	500	489	11	0	0	489	11	0	0					
200	0	0	0	0	500	500	0	0	0	500	0	0	0	0	0	5	156	339
300	0	0	0	0	500	500	0	0	0	500	0	0	0	0	0	1	196	303
500	0	0	0	0	500	500	0	0	0	500	0	0	0	0	0	0	297	203

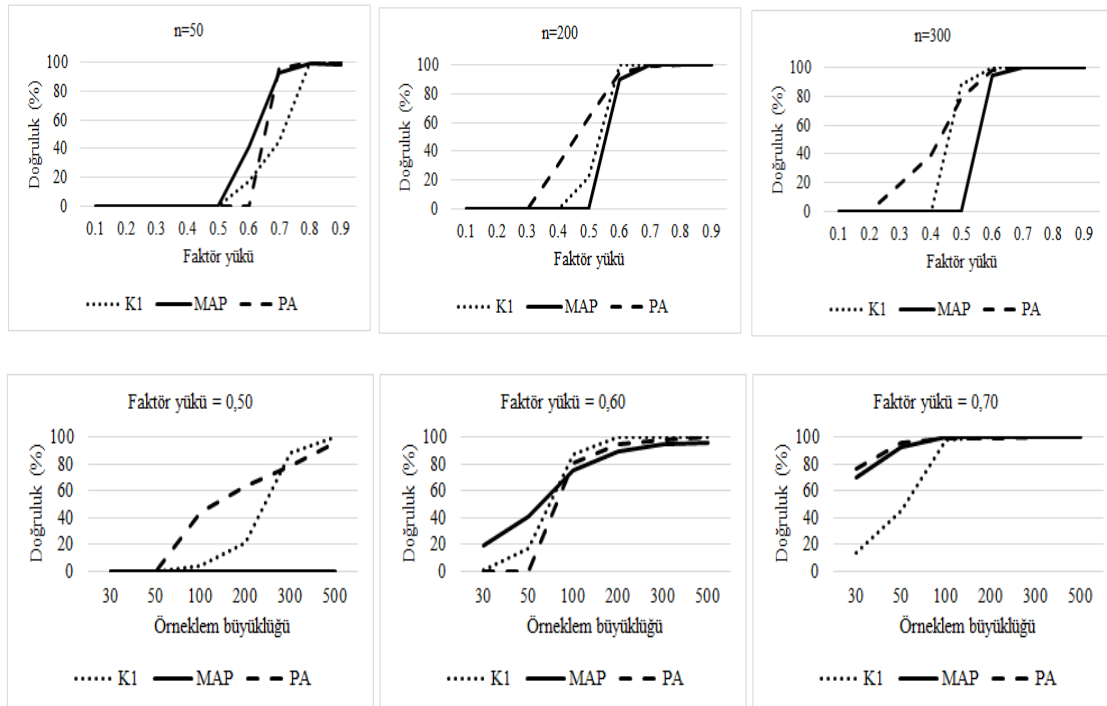
Tablo 4.53. p=18, ortalama faktör yükü=0,50 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1		MAP-EÇOB					MAP-EKK					PA		
	4	5+	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	3	4	5+
30	0	500	314	135	41	7	3	314	135	41	7	3	NÖD		
50	0	500	284	137	67	12	0	284	137	67	12	0	NÖD		
100	0	500	290	147	59	4	0	290	147	59	4	0	13	219	268
200	21	479	318	141	39	2	0	318	141	39	2	0	0	316	184
300	108	392	300	178	22	0	0	300	178	22	0	0	0	394	106
500	440	60	276	215	9	0	0	276	215	9	0	0	0	480	20

Tablo 4.54. p=18, ortalama faktör yükü=0,60 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1		MAP-EÇOB					MAP-EKK					PA	
	4	5+	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	4	6+
30	0	500	104	156	134	95	11	104	156	134	95	11	NÖD	
50	3	497	34	82	174	206	4	34	82	174	206	4	NÖD	
100	88	412	3	26	96	375	0	3	26	96	375	0	402	98
200	435	65	0	16	36	448	0	0	16	36	448	0	472	28
300	499	1	0	7	19	474	0	0	7	19	474	0	491	9
500	500	0	0	7	15	478	0	0	7	15	478	0	500	0

Değişken sayısı 18 iken dört faktörlü evrende faktör yükü 0,50 iken PA daha doğru sonuçlar üretirken, faktör yükü 0,60 olduğunda MAP yöntemi de doğru sonuçlar üretmeye başlayarak PA yöntemine yakın sonuçlar üretmeye başlamıştır.



Şekil 4.35. Dört faktörlü evrende $p=18$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Tablo 4.55. $p=24$, ortalama faktör yükü=0,40 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1	MAP-EÇOB					MAP-EKK					PA				
	7+	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5+
30	500	372	98	23	6	1	372	98	23	6	1	NÖD				
50	500	359	107	32	2	0	359	107	32	2	0					
100	500	377	112	11	0	0	377	112	11	0	0					
200	500	458	39	3	0	0	458	39	3	0	0	0	0	1	149	350
300	500	466	32	2	0	0	466	32	2	0	0	0	0	0	208	292
500	500	491	7	2	0	0	491	7	2	0	0	0	0	0	283	217

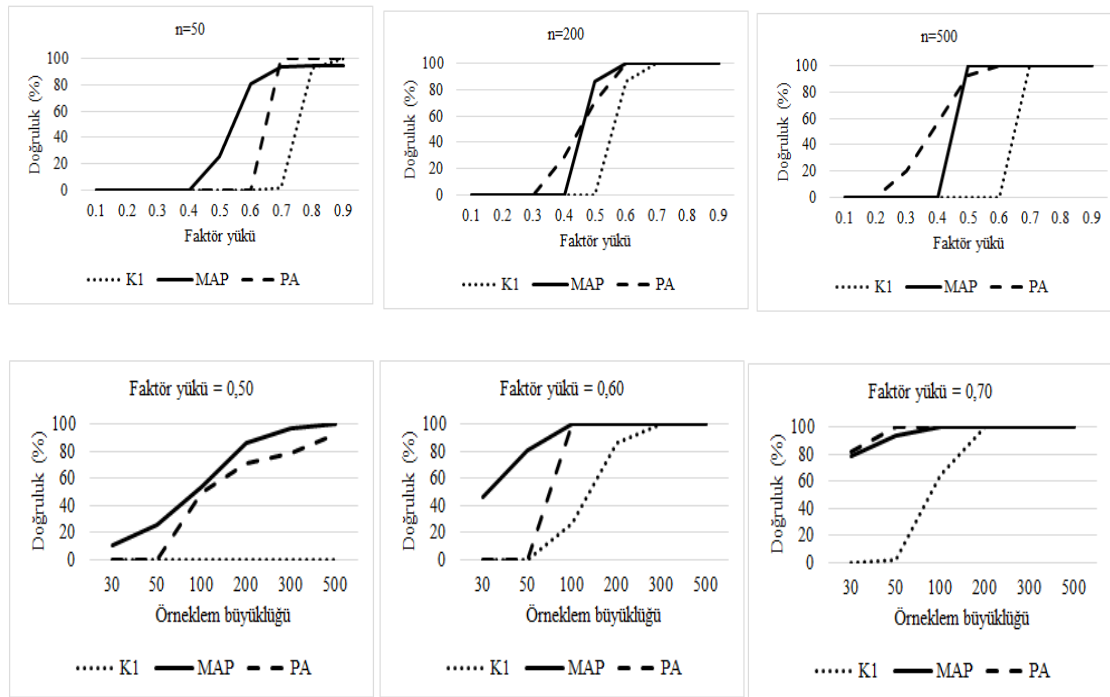
Tablo 4.56. p=24, ortalama faktör yükü=0,50 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1		MAP-EÇOB					MAP-EKK					PA			
	4	5+	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	3	4	5+
30	0	500	168	157	111	55	8	1	168	157	111	55	8	NÖD		
50	0	500	81	122	165	127	5	0	81	122	165	127	5	NÖD		
100	0	500	21	60	151	268	0	0	21	60	151	268	0	2	247	251
200	0	500	3	8	59	430	0	0	3	8	59	430	0	0	353	147
300	2	498	1	2	13	484	0	0	1	2	13	484	0	0	394	106
500	0	500	0	0	1	499	0	0	0	0	1	499	0	0	465	35

Tablo 4.57. p=24, ortalama faktör yükü=0,60 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1		MAP-EÇOB					MAP-EKK					PA			
	4	5+	1	2	3	4	5+	1	2	3	4	5+	2	3	4	5+
30	0	500	11	62	181	213	33	11	62	181	213	33	25	120	297	58
50	0	500	0	3	70	406	21	0	3	70	406	21	0	13	398	89
100	0	500	0	0	1	499	0	0	0	1	499	0	0	0	461	39
200	132	368	0	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	487	13
300	433	67	0	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	496	4
500	500	0	0	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	499	1

Değişken sayısı 24 olduğunda dört faktörlü evrende faktör yükü 0,50 olduğunda MAP yöntemi oldukça iyi performans gösterirken, K1 çoğunlukla beş ve üzerinde faktör sayısı belirlemiştir. Faktör yükünün 0,60 olmasıyla da örneklem büyüklüğü arttıkça K1 yönteminin doğru faktör sayısı belirlemesi belirginleşmiştir. MAP, PA ve K1 şeklinde yöntemleri sıralamak mümkündür.



Şekil 4.36. Dört faktörlü evrende $p=24$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

Tablo 4.18. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,40 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1			MAP-EÇOB				MAP-EKK				PA		
	3	4	9+	1	2	3	4	1	2	3	4	3	4	5+
50	0	0	500	441	44	13	2	441	44	13	2	NÖD		
100	0	0	500	170	190	116	24	170	190	116	24	14	118	368
200	0	0	500	125	164	159	52	125	164	159	52	0	137	363
300	0	0	500	89	173	162	76	89	173	162	76	0	176	324
500	0	0	500	70	154	150	126	70	154	150	126	0	284	216

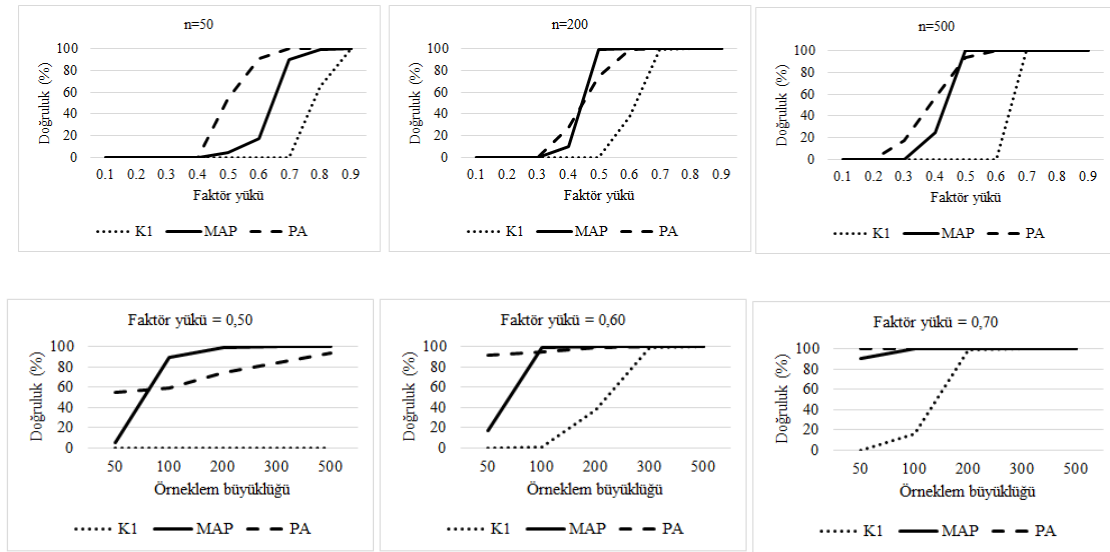
Tablo 4.59. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,50 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1		MAP-EÇOB					MAP-EKK					PA			
	4	6+	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	2	3	4	5+
50	0	500	351	69	53	25	2	351	69	53	25	2	2	32	273	193
100	0	500	0	4	45	449	2	0	4	45	449	2	0	0	294	206
200	0	500	0	0	5	495	0	0	0	5	495	0	0	0	372	128
300	0	500	0	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	421	79
500	0	500	0	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0	0	467	33

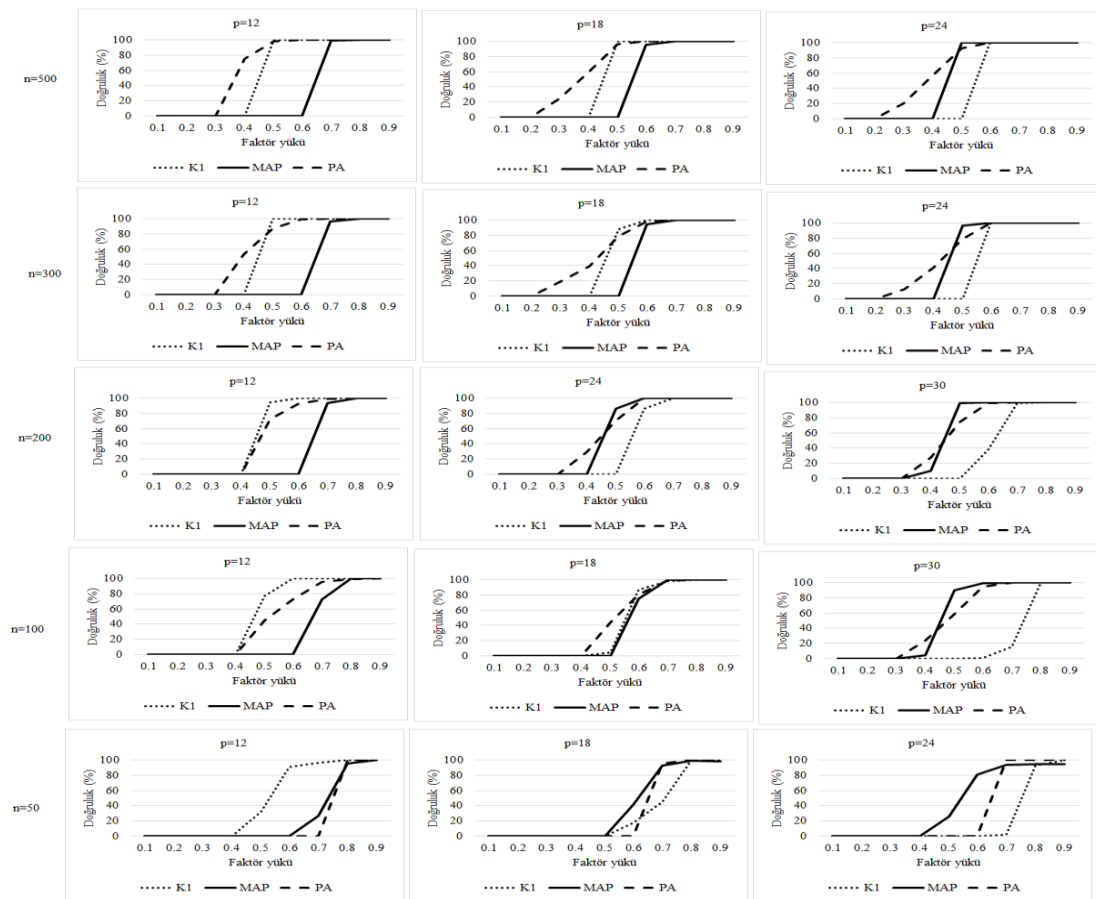
Tablo 4.60. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,60 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

n	K1		MAP-EÇOB					MAP-EKK					PA		
	4	5+	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	3	4	5+
50	0	500	24	159	230	86	1	24	159	230	86	1	9	457	34
100	0	500	0	0	0	496	4	0	0	0	496	4	0	475	25
200	3	497	0	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0	497	3
300	189	311	0	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0	500	0
500	496	4	0	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0	500	0

Değişken sayısı 30 olduğunda dört faktörlü evrende faktör yükünün artmasıyla MAP yöntemi iyi performans göstermiş, K1 örneklem büyüklüğü arttığında ancak gerçek faktör sayısını belirleyebilmiştir.



Şekil 4.37. Dört faktörlü evrende $p=30$ iken faktör yükleri ve örneklem büyüklüklerine göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.



Şekil 4.38. Dört faktörlü evrende çeşitli örneklem büyüklüklerinde faktör yükleri ve değişken sayılarına göre yöntemlerin performanslarının karşılaştırılması.

4.2. 5'li Likertle Ölçülmüş Değişkenlerden Elde Edilen Bulgular ve Değerlendirilmesi

Önceki bölümde yapılan benzetim çalışmalarının sonuçları da düşünülerek (düşük faktör yüklerinden dolayı Heywood case gibi yakınsama sorunları) bu bölümde 5'li Likert düzeyinde ölçülmüş değişkenler üzerinden Pearson korelasyon katsayısı ve Polikorik korelasyon katsayısı sonuçları elde edilmiştir.

4.2.1. Tek Faktörlü Evren İçin Elde Edilen Bulgular

Polikorik korelasyon katsayısı ve Pearson korelasyon katsayısının tek faktörlü yapıya ilişkin karşılaştırmaları Tablo 4.61–Tablo 4.72 arasında verilmiştir.

Tablo 4.61. $p=6$, ortalama faktör yükü=0,40 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1			MAP-EÇOB				PA				
		1	2	3	1	2	3	4	1	2	3	4	5
Polikorik Korelasyon	200	60	359	81	500	0	0	0	396	73	24	4	3
	300	157	317	26	500	0	0	0	399	84	16	1	0
	500	318	186	4	500	0	0	0	406	84	10	0	0
Pearson Korelasyon	200	61	374	65	500	0	0	0	351	110	34	5	0
	300	158	323	19	500	0	0	0	397	84	18	1	0
	500	311	187	2	500	0	0	0	437	57	6	0	0

Tablo 4.181'de değişken sayısı altı, ortalama faktör yükü 0,40 iken tek faktörlü yapıda Pearson korelasyon katsayısı ve Polikorik korelasyon katsayısından elde edilen sonuçlar verilmiştir. Örneklem büyüklüğü 200 iken Polikorik korelasyon katsayısı kullanıldığında K1 yönteminin doğruluğu %12, PA'nın ise %79,2 elde edilmiştir. Örneklem büyüklüğünün artmasıyla birlikte PA'da Pearson korelasyon katsayısı kullanılarak elde edilen sonuçlar daha doğru sınıflama yapmıştır. MAP yönteminde ise her iki korelasyon kat sayısı durumunda %100 doğru sınıflamıştır.

Tablo 4.62. $p=6$, ortalama faktör yükü=0,50 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA				
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5
Polikorik Korelasyon	200	292	202	6	0	500	0	0	0	440	44	6	6	4
	300	428	72	0	0	500	0	0	0	460	35	5	0	0
	500	496	4	0	0	500	0	0	0	467	31	2	0	0
Pearson Korelasyon	200	322	177	1	0	500	0	0	0	414	74	11	1	0
	300	430	70	0	0	500	0	0	0	449	47	4	0	0
	500	495	5	0	0	500	0	0	0	490	10	0	0	0

Tablo 4.63. $p=6$, ortalama faktör yükü=0,70 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4+
Polikorik Korelasyon	100	318	160	21	1	500	0	0	0	335	82	28	55
	200	490	10	0	0	500	0	0	0	482	16	1	1
	300	499	1	0	0	500	0	0	0	497	2	1	0
	500	500	0	0	0	500	0	0	0	498	2	0	0
Pearson Korelasyon	100	479	21	0	0	500	0	0	0	436	55	8	1
	200	500	0	0	0	500	0	0	0	481	18	1	0
	300	500	0	0	0	500	0	0	0	498	2	0	0
	500	500	0	0	0	500	0	0	0	499	1	0	0

Tablo 4.64. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,30 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4+	1	2	3	4	1	2	3	4+
Polikorik Korelasyon	300	0	0	4	496	500	0	0	0	238	150	59	53
	500	0	0	7	493	500	0	0	0	140	135	99	126
Pearson Korelasyon	300	0	0	2	498	500	0	0	0	235	146	63	56
	500	0	0	13	487	500	0	0	0	284	137	53	26

Tablo 4.65. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,60 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4+	1	2	3	4	1	2	3	4+
Polikorik Korelasyon	100	3	62	228	207	500	0	0	0	221	129	35	115
	200	149	284	64	3	500	0	0	0	449	26	6	19
	300	391	108	1	0	500	0	0	0	483	16	0	1
	500	497	3	0	0	500	0	0	0	465	33	1	1
Pearson Korelasyon	100	8	133	295	64	500	0	0	0	414	65	14	7
	200	169	283	48	0	500	0	0	0	454	42	4	0
	300	393	107	0	0	500	0	0	0	479	20	1	0
	500	498	2	0	0	500	0	0	0	494	6	0	0

Tablo 4.66. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,70 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB		PA			
		1	2	3	4+	1	2	1	2	3	4+
Polikorik Korelasyon	50	4	37	110	349	500	0	201	98	53	148
	100	101	196	143	60	500	0	267	116	28	89
	200	448	52	0	0	500	0	470	20	3	7
	300	497	3	0	0	500	0	492	7	1	0
	500	500	0	0	0	500	0	495	5	0	0
Pearson Korelasyon	50	33	197	208	62	492	8	444	44	8	4
	100	208	252	38	2	500	0	470	27	0	3
	200	481	19	0	0	500	0	489	11	0	0
	300	500	0	0	0	500	0	494	6	0	0
	500	500	0	0	0	500	0	500	0	0	0

Tablo 4.67. $p=18$, ortalama faktör yükü=0,60 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4+	1	2	3	4	1	2	3	4+
Polikorik Korelasyon	100	0	0	10	490	499	1	0	0	226	111	68	95
	200	2	72	225	201	500	0	0	0	451	31	3	15
	300	62	254	171	13	500	0	0	0	485	8	2	5
	500	395	103	2	0	500	0	0	0	452	42	4	2
Pearson Korelasyon	100	0	1	40	459	500	0	0	0	453	42	3	2
	200	4	84	250	162	500	0	0	0	478	22	0	0
	300	58	257	168	17	500	0	0	0	490	9	1	0
	500	362	135	3	0	500	0	0	0	491	9	0	0

Tablo 4.68. $p=18$, ortalama faktör yükü=0,70 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4+	1	2	3	4	1	2	3	4+
Polikorik Korelasyon	50	0	1	6	493	500	0	0	0	302	85	28	85
	100	1	62	138	299	500	0	0	0	279	89	46	84
	200	287	180	27	6	500	0	0	0	462	31	1	6
	300	479	20	1	0	500	0	0	0	490	9	0	1
	500	500	0	0	0	500	0	0	0	498	2	0	0
Pearson Korelasyon	50	0	16	92	392	477	21	1	1	450	49	0	1
	100	22	131	225	122	490	10	0	0	497	3	0	0
	200	294	188	18	0	500	0	0	0	497	3	0	0
	300	482	18	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0
	500	500	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0

Tablo 4.69. p=24, ortalama faktör yükü=0,60 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB			PA			
		1	2	3	4+	1	2	3	1	2	3	4+
Polikorik Korelasyon	50	0	0	0	500	500	0	0	390	48	22	40
	100	0	0	0	500	500	0	0	288	84	41	83
	200	0	0	29	471	500	0	0	468	19	3	10
	300	0	31	176	293	500	0	0	488	7	2	3
	500	121	278	93	8	500	0	0	476	20	4	0
Pearson Korelasyon	50	0	0	0	500	429	64	7	41	47 1	26	0
	100	0	0	0	500	497	3	0	469	29	1	1
	200	0	1	20	479	500	0	0	492	8	0	0
	300	0	24	179	297	500	0	0	489	11	0	0
	500	95	286	112	7	500	0	0	495	5	0	0

Tablo 4.70. p=24, ortalama faktör yükü=0,70 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4+	1	2	3	4	1	2	3	4+
Polikorik Korelasyon	50	0	0	0	500	495	5	0	0	393	48	12	47
	100	0	8	25	467	500	0	0	0	333	62	47	58
	200	70	205	163	62	500	0	0	0	461	29	2	8
	300	359	130	10	1	500	0	0	0	490	8	1	1
	500	498	2	0	0	500	0	0	0	497	3	0	0
Pearson Korelasyon	50	0	0	6	494	490	10	0	0	404	82	14	0
	100	0	17	88	395	498	2	0	0	495	5	0	0
	200	63	228	171	38	500	0	0	0	500	0	0	0
	300	318	168	14	0	500	0	0	0	500	0	0	0
	500	498	2	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0

Tablo 4.71. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,70 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4+	1	2	3	4	1	2	3	4+
Polikorik Korelasyon	50	0	0	0	500	493	7	0	0	453	27	7	13
	100	0	0	5	495	499	1	0	0	366	53	31	50
	200	5	47	162	286	500	0	0	0	460	24	6	10
	300	164	227	93	16	500	0	0	0	496	1	1	2
	500	490	10	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0
Pearson Korelasyon	50	0	0	0	500	499	1	0	0	338	120	33	9
	100	0	0	10	490	497	3	0	0	481	19	0	0
	200	4	45	180	271	498	2	0	0	500	0	0	0
	300	110	239	130	21	500	0	0	0	500	0	0	0
	500	475	25	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0

Tablo 4.72. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,80 ve tek faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4+	1	2	3	4	1	2	3	4+
Polikorik Korelasyon	50	0	0	0	500	485	15	0	0	445	37	4	14
	100	14	40	88	358	500	0	0	0	399	32	20	49
	200	363	95	33	9	500	0	0	0	477	14	4	5
	300	489	11	0	0	500	0	0	0	499	1	0	0
	500	500	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0
Pearson Korelasyon	50	1	2	38	459	499	1	0	0	304	155	31	10
	100	6	22	106	366	500	0	0	0	469	30	1	0
	200	392	96	12	0	500	0	0	0	500	0	0	0
	300	497	3	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0
	500	500	0	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0

4.2.2. İki Faktörlü Evren İçin Elde Edilen Bulgular

Polikorik korelasyon katsayısı ve Pearson korelasyon katsayısının iki faktörlü yapıya ilişkin karşılaştırmaları Tablo 4.73–Tablo 4.79 arasında verilmiştir.

Tablo 4.73. $p=6$, ortalama faktör yükü=0,60 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Polikorik Korelasyon	200	0	498	2	0	439	61	0	0	0	415	78	7
	300	0	500	0	0	436	64	0	0	0	467	33	0
	500	0	500	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0
Pearson Korelasyon	200	0	498	2	0	500	0	0	0	0	480	19	1
	300	0	500	0	0	500	0	0	0	0	497	3	0
	500	0	500	0	0	500	0	0	0	0	500	0	0

Tablo 4.74. $p=6$, ortalama faktör yükü=0,70 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA				
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5
Polikorik Korelasyon	100	0	498	2	0	391	109	0	0	0	441	41	15	3
	200	0	500	0	0	164	336	0	0	0	454	45	1	0
	300	0	500	0	0	92	408	0	0	0	482	18	0	0
	500	0	500	0	0	84	416	0	0	0	499	1	0	0
Pearson Korelasyon	100	0	497	3	0	391	109	0	0	0	459	37	4	0
	200	0	500	0	0	394	106	0	0	0	496	4	0	0
	300	0	500	0	0	379	121	0	0	0	498	2	0	0
	500	0	500	0	0	376	124	0	0	0	500	0	0	0

Tablo 4.75. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,60 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4+
Polikorik	300	0	455	45	0	0	500	0	0	0	176	139	185
Korelasyon	500	0	500	0	0	0	500	0	0	0	317	144	39
Pearson	300	0	450	50	0	0	472	28	0	2	498	0	0
Korelasyon	500	0	500	0	0	0	487	12	1	0	500	0	0

Tablo 4.76. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,70 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4+
Polikorik	300	0	500	0	0	0	500	0	0	0	314	116	70
Korelasyon	500	0	500	0	0	0	500	0	0	0	424	70	6
Pearson	300	0	500	0	0	0	495	5	0	0	500	0	0
Korelasyon	500	0	500	0	0	0	498	2	0	0	500	0	0

Tablo 4.77. $p=18$, ortalama faktör yükü=0,60 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4+
Polikorik	300	0	122	312	66	0	500	0	0	0	71	66	363
Korelasyon	500	0	460	40	0	0	500	0	0	0	169	140	191
Pearson	300	0	111	310	79	0	467	31	2	0	500	0	0
Korelasyon	500	0	444	56	0	0	493	7	0	0	500	0	0

Tablo 4.78. $p=18$, ortalama faktör yükü=0,70 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Polikorik Korelasyon	500	0	500	0	0	0	500	0	0	0	362	93	45
Pearson Korelasyon	500	0	500	0	0	0	499	1	0	0	500	0	0

Tablo 4.79. $p=24$, ortalama faktör yükü=0,70 ve iki faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4+	1	2	3	4	1	2	3	4
Polikorik Korelasyon	500	0	0	0	500	0	498	2	0	60	440	0	0
Pearson Korelasyon	500	0	0	1	499	0	486	13	1	0	448	50	2

4.2.3. Üç Faktörlü Evren İçin Elde Edilen Bulgular

Polikorik korelasyon katsayısı ve Pearson korelasyon katsayısının üç faktörlü yapıya ilişkin karşılaştırmaları Tablo 4.80–Şekil 4.86 arasında verilmiştir.

Tablo 4.80. $p=6$, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Polikorik Korelasyon	200	0	10	489	1	500	0	0	0	1	6	469	24
	300	0	3	497	0	500	0	0	0	0	0	496	4
	500	0	1	499	0	500	0	0	0	0	0	498	2
Pearson Korelasyon	200	0	12	488	0	500	0	0	0	0	5	475	20
	300	0	2	498	0	500	0	0	0	0	0	493	7
	500	0	1	499	0	500	0	0	0	0	1	499	0

Tablo 4.81. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,70 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4+
Polikorik Korelasyon	200	0	0	463	37	155	76	269	0	0	0	450	50
	300	0	0	500	0	11	18	471	0	0	0	494	6
	500	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0	498	2
Pearson Korelasyon	200	0	0	500	0	5	17	478	0	0	0	478	22
	300	0	0	500	0	3	11	486	0	0	0	496	4
	500	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0	500	0

Tablo 4.82. $p=18$, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4+	1	2	3	4	1	2	3	4+
Polikorik Korelasyon	200	0	0	11	489	22	80	397	1	0	0	435	65
	300	0	0	177	323	0	2	498	0	0	0	440	60
	500	0	0	466	34	0	0	500	0	0	0	416	84
Pearson Korelasyon	200	0	0	23	477	1	7	492	0	0	0	402	98
	300	0	0	192	308	0	1	499	0	0	0	458	42
	500	0	0	474	26	0	0	500	0	0	0	487	13

Tablo 4.83. $p=18$, ortalama faktör yükü=0,70 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4+	1	2	3	4	1	2	3	4+
Polikorik Korelasyon	100	0	0	15	485	223	129	146	2	0	8	241	251
	200	0	0	372	128	0	5	494	1	0	0	441	59
	300	0	0	495	5	0	0	500	0	0	0	493	7
	500	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0	494	6
Pearson Korelasyon	100	0	0	83	417	0	0	500	0	0	0	456	44
	200	0	0	451	49	0	0	500	0	0	0	489	11
	300	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0	498	2
	500	0	0	500	0	0	0	500	0	0	0	500	0

Tablo 4.84. $p=24$, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4+	1	2	3	4	1	2	3	4+
Polikorik Korelasyon	200	0	0	0	500	0	3	497	0	0	0	444	56
	300	0	0	2	498	0	0	500	0	0	0	466	34
	500	0	0	203	297	0	0	500	0	0	0	379	121
Pearson Korelasyon	200	0	0	0	500	0	0	500	0	0	0	448	52
	300	0	0	3	497	0	0	500	0	0	0	465	35
	500	0	0	231	269	0	0	500	0	0	0	487	13

Tablo 4.85. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,50 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4+	1	2	3	4	1	2	3	4+
Polikorik	200	0	0	0	500	3	25	472	0	0	0	443	57
Korelasyon	300	0	0	0	500	0	0	500	0	0	0	360	140
	500	0	0	0	500	0	0	500	0	0	0	141	359
Pearson	200	0	0	0	500	0	2	498	0	0	0	305	195
Korelasyon	300	0	0	0	500	0	0	500	0	0	0	355	145
	500	0	0	0	500	0	0	500	0	0	0	423	77

Tablo 4.86. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,60 ve üç faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	3	4+	1	2	3	4	1	2	3	4+
Polikorik	100	0	0	0	500	91	160	248	1	0	47	283	170
Korelasyon	200	0	0	0	500	0	0	500	0	0	0	475	25
	300	0	0	0	500	0	0	500	0	0	0	469	31
	500	0	0	13	487	0	0	500	0	0	0	374	126
Pearson	100	0	0	0	500	0	0	495	5	0	0	13	487
Korelasyon	200	0	0	0	500	0	0	500	0	0	0	456	44
	300	0	0	0	500	0	0	500	0	0	0	475	25
	500	0	0	21	479	0	0	500	0	0	0	492	8

4.2.4. Dört Faktörlü Evren İçin Elde Edilen Bulgular

Polikorik korelasyon katsayısı ve Pearson korelasyon katsayısının dört faktörlü yapıya ilişkin karşılaştırmaları Tablo 4.87-Tablo 4.91 arasında verilmiştir.

Tablo 4.87. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,60 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	4	5+	1	2	3	4	1	3	4	5+
Polikorik	200	0	0	415	85	500	0	0	0	0	4	428	68
Korelasyon	300	0	0	488	12	500	0	0	0	0	0	454	46
	500	0	0	499	1	500	0	0	0	0	0	484	16
Pearson	200	0	0	452	48	500	0	0	0	0	0	412	88
Korelasyon	300	0	0	495	5	500	0	0	0	0	0	465	35
	500	0	0	500	0	500	0	0	0	0	0	496	4

Tablo 4.88. $p=12$, ortalama faktör yükü=0,70 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	4	5+	1	2	3	4	1	2	4	5+
Polikorik	200	0	0	476	24	499	1	0	0	0	0	455	45
Korelasyon	300	0	0	496	4	491	7	2	0	0	0	488	12
	500	0	0	500	0	451	12	3	34	0	0	499	1
Pearson	200	0	0	499	1	483	14	3	0	0	0	479	21
Korelasyon	300	0	0	500	0	491	8	0	1	0	0	498	2
	500	0	0	500	0	493	6	1	0	0	0	500	0

Tablo 4.89. $p=18$, ortalama faktör yükü=0,50 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	4	5+	1	2	3	4	1	3	4	5+
Polikorik	200	0	0	0	500	499	1	0	0	0	10	357	133
Korelasyon	300	0	0	1	499	493	7	0	0	0	0	283	217
	500	0	0	59	441	319	160	20	1	0	0	36	464
Pearson Korelasyon	200	0	0	0	500	484	16	0	0	0	19	2	479
	300	0	0	2	498	491	9	0	0	0	0	275	225
	500	0	0	60	440	497	3	0	0	0	0	395	105

Tablo 4.90. $p=24$, ortalama faktör yükü=0,60 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA			
		1	2	4	5+	1	2	3	4	1	2	4	5+
Polikorik	300	0	0	19	481	0	0	0	500	0	0	25	475
Korelasyon	500	0	0	347	153	0	0	0	500	0	0	49	451
Pearson Korelasyon	300	0	0	14	486	0	0	0	500	0	0	458	42
	500	0	0	1	499	0	0	0	500	0	0	491	9

Tablo 4.91. $p=30$, ortalama faktör yükü=0,60 ve dört faktörlü evren için performansların karşılaştırılması.

	n	K1				MAP-EÇOB				PA				
		1	2	4	5+	1	2	3	4	1	2	3	4	5+
Polikorik Korelasyon	500	0	0	46	454	0	0	0	500	0	0	0	487	13
Pearson Korelasyon	500	0	0	42	458	0	0	0	500	0	0	0	483	17

4.3. Faktör Sayısını Belirleme Yöntemlerinin Faktör Analizi Konusunda Yapılan Çalışmalara Uygulanması

Alanyazında sürekli ve ordinal değişkenler üzerinde faktör analizi yapılan ve korelasyon matrisi verilmiş olan çalışmalara K1, MAP ve PA uygulanarak sonuçları bu bölümde özetlenmiştir. Ayrıca faktör analizinin sonucunda bu çalışmalarda boyutlanmalar elde edildiği için bu yapının (değişken sayısı, örneklem büyüklüğü, ortalama faktör yükü verilmiş olan) 500 defa tekrar edilmesi halinde gerçek faktör sayısını hangi oranda doğru belirlediği sonuçları da elde edilmiştir. Tablo 4.92’de sürekli değişkenlerle ilgili yapılan çalışmalara ait koşullar, Tablo 4.93’te ordinal değişkenlerle yapılan çalışmalar ait koşullar verilmiştir.

Tablo 4.92. Sürekli değişkenlere yönelik olarak faktör analizi yapılan çalışmalara faktör sayısını belirleme yöntemlerinin uygulanması.

Çalışma	Örneklem büyüklüğü	Değişken sayısı	Ortalama faktör yükü	Çalışma sonucunda elde edilen faktör sayısı	Bu çalışmada elde edilen faktör sayıları		
					K1	MAP	PA
Johnson ve Wichern (23)	220	6	0,450	2	2	1	2
Alpar (2) (Çevre ve sıçrama verisi)	25	7	0,527	2	2	2	2
Tucker verisi	710	9	0,494	2	2	2	1
Franklin ve ark. (76)	133	15	0,741		5		3

Johnson ve Wichern (23) tarafından ele alınan çalışmada (Tablo 4.92); erkek öğrencilerin altı dersten aldığı puanlar (İskoçça, İngilizce, Tarih, Aritmetik, Cebir ve Geometri) yer almaktadır. Bu yapıya ilişkin 500 tekrarlı sonuç değerlendirildiğinde; Şekil 4.17’e benzer olarak MAP yönteminin en kötü performansa sahip olduğu görülmüştür. K1’in doğruluğu %94 (%6 tek faktörlü yapı), PA’nın doğruluğu %96 (%4 üç faktörlü yapı) ve MAP’in doğruluğu %0,4 (%99,6 tek faktörlü yapı) elde edilmiştir. Değişken

sayısı az iken yöntemlerin performanslarının sırasıyla PA, K1 ve MAP olduğu görülmüştür.

Canivez ve ark. (75)'da yer aldığı belirtilen ve Beaujean (75)'de aktarılan *Wechsler Abbreviated Scale of Intelligence (WASI) and Wide Range Intelligence Test (WRIT)*'in iki faktörlü yapısı K1, PA ve MAP yöntemlerine göre değerlendirildiğinde; PA ve MAP yöntemlerinin iki faktörlü yapıyı ortaya çıkardığı, K1 yönteminin ise tek faktörlü yapı önerdiği görülmüştür.

Alpar (2)'de 25 bireye ait kalça çevresi, karın çevresi, göğüs çevresi, uyluk çevresi, elbilek çevresi, aktif sıçrama ve squat sıçrama olmak üzere yedi değişkenden oluşan sıçrama ve çevre verilerine (Tablo 4.92) ait iki faktörlü yapı ele alınmıştır. Bu durumdaki yapının 500 tekrarlı sonucu değerlendirildiğinde; K1 yöntemi için doğruluk %99,6; PA yöntemi için doğruluk %78,6 (faktör sayısı üç iken %16,6), MAP yöntemi için doğruluk %46,4 (tek faktörlü %43,8) elde edilmiştir.

psych paketinde yer alan *Tucker* verisi (Tablo 4.92) için yapılan 500 tekrarda üç yöntemde %100 iki faktörlü yapıyı önermiştir.

Franklin ve ark. (76)'nın yaptığı; ABD'deki göller arasındaki topraklardan alınan verisetinden (Tablo 4.92) yapılan 500 tekrarda K1 ve PA faktör sayısını %100 doğru belirlemiştir.

Tablo 4.93. Ordinal düzeyde ölçülmüş değişkenlere yönelik olarak faktör analizi yapılan çalışmalara faktör sayısını belirleme yöntemlerinin uygulanması.

Çalışma	Örnekleme büyüklüğü	Değişken sayısı	Çalışma sonucunda elde edilen faktör sayısı	Bu çalışmada elde edilen faktör sayıları					
				K1		MAP		PA	
				Pearson	Polikorik	Pearson	Polikorik	Pearson	Polikorik
Alpar (2) (Laboratuvar verisi)	60	28	3	5	6	4	5	3	4
Bfi verisi	2800	25	5	6	6	5	5	8	10

Alpar (2)'de yer alan “*Bilgisayar Laboratuvarlarının Ergonomik Açından Öğrenci Değerlendirmesi*” adlı çalışmaya ilişkin veri setinde (Tablo 4.93) 5’li likertle ölçülmüş değişkenler bulunmaktadır. 500 tekrarlı sonucu değerlendirildiğinde; Pearson korelasyon katsayısı kullanıldığında K1, MAP ve PA yöntemleri %100 doğrulukla sırasıyla beş, dört ve üç faktör belirlemiştir. Polikorik korelasyon katsayısı kullanıldığında ise %100 doğrulukla sırasıyla altı, beş ve dört faktör elde edilmektedir.

Alpar (2)'de yer alan iki faktörlü 7’li likertle ölçülmüş 10 maddelik 30 örneklem için Pearson korelasyon katsayısı kullanıldığında üç yöntemde iki faktörlü yapıyı ön görmekte iken Polikorik korelasyon katsayısı kullanıldığında K1 ölçütü iki faktörlü yapı, MAP ve PA ise tek faktörlü yapıyı önermektedir. Bu durumdaki yapının 500 tekrarlı sonucu değerlendirildiğinde ortalama faktör yükü 0,514 olmak üzere Pearson korelasyon katsayısı kullanıldığında üç yöntemde %100 doğrulukla iki faktörlü yapıyı öngörmekte iken Polikorik korelasyon katsayısı kullanıldığında %100 doğrulukla K1 ölçütü iki faktörlü yapı, MAP ve PA ise tek faktörlü yapıyı önermektedir.

Akçil (57)'in yaptığı çalışmada; 15 maddeden oluşan ve örneklem büyüklüğü 363 olan *Besin Gücü Ölçeği'nin* üç faktörlü olduğuna karar verilmiştir. Bu çalışmada K1, MAP ve PA yöntemleri kullanılmış olup K1 yöntemi dört faktör, PA ve MAP yöntemleri üç faktör önermiştir.

psych paketinde yer alan internet tabanlı kişilik değerlendirme projesine ait *bfi* veri setinde (Tablo 4.93) 6’lı ölçekle ölçülmüş değişkenler bulunmaktadır. 500 tekrarlı sonucu değerlendirildiğinde; Pearson korelasyon katsayısı kullanıldığında %100 doğrulukla K1 yöntemi altı, PA yöntemi sekiz, MAP yöntemi beş faktör; Polikorik korelasyon katsayısı kullanıldığında ise %100 doğrulukla K1 yöntemi altı, PA yöntemi on, MAP yöntemi beş faktör önermektedir.

5. TARTIŞMA

Bu bölümde alanyazında K1, MAP ve PA konusunda yapılan çalışmalar incelenerek bu çalışmada elde edilen bulgular ile karşılaştırılmıştır. Genel olarak üç yöntemi de karşılaştıran çalışmalar bulunmamakta ve yapılan çalışmalarda tek senaryo üzerine yoğunlaşmaktadır.

Alanyazında en çok kullanılan ve istatistiksel yazılımlarda yaygın kabul gören K1 yöntemine ilişkin yapılan çalışmalar incelendiğinde; bu yöntemin doğru faktör sayısını %66 oranında aşırı fazla kestirdiği (15), genellikle fazla faktör çıkarma eğiliminde olduğu bazen az faktör de çıkarabildiği (3, 5, 8, 9, 10, 14, 15), faktör sayısını belirlemede en az doğru yöntem olduğu (60), Kaiser ölçütüne göre kabul edilen faktör sayısının genellikle korelasyon matrisinde yer alan değişken sayısının 1/3'ü ile 1/5'i arasında veya 1/6 sı kadar (56) olduğu belirtilmiştir. Zwick ve Velicer (56)'ın yaptığı Monte Carlo çalışmasında 480 senaryoda K1 ölçütü faktör sayısının tamamını üzerinde kestirmiş ve %0 doğruluk elde edilmiştir (1). Park ve ark. (3), 26 maddeden oluşan ve tek faktörlü olan Modigliani utangaçlık ölçeğini 193 kişiye uygulamıştır. Bu çalışma için K1 ölçütü sekiz faktör çıkarmıştır. Ayrıca bazı yazarlar tarafından K1 ölçütünün değişken sayısından da etkilendiği (58); değişken sayısı 20 ile 50 arasında iken kullanılması gerektiği ve değişken sayısı 20'den az veya 50'den fazla iken beklenenden az faktör çıkarma eğiliminde olduğu (12); değişken sayısı 40'dan fazla ve faktör yük değerleri 0,40 civarında ise beklenenden fazla faktör çıkarma eğiliminde olduğu (13); değişken sayısı 10 ile 30 arasında olduğunda ve faktör yük değerleri 0,70 civarında iken doğru faktör çıkardığı (14); örneklem büyüklüğü yeterli olduğunda ve değişken sayısı 40'dan az olduğunda daha doğru çözümler ürettiği (55) belirtilmektedir.

İkinci yöntem olarak ele alınan PA'ya yönelik yapılan çalışmalar incelendiğinde; Crawford ve ark. (66)'nın yaptığı çalışmada paralel analizin TBA ve temel eksen (*principal axes*) yöntemlerine göre performansını değerlendirmiştir. Değişken sayısı üç ve altı, örneklem büyüklüğü 100 ve 500, ortalama faktör yükü 0,30; 0,50 ve 0,70 alınarak 1000 iterasyonda 138 koşul ele alınmıştır. Tek faktörlü yapı için Tablo 4.1, 4.2 ve 4.3'deki duruma benzer PA sonuçları elde edilmiştir. Tek faktörlü yapıda PA-PAF ve PA-TBA

%100 doğru sınıflamakta iken çok faktörlü yapıda PA-PAF; PA-TBA'dan daha doğru sınıflama yapmaktadır. İki faktörlü yapıda Tablo 4.18, 4.20 ve 4.21 ile benzer sonuçlar elde edilmiştir. Dört faktörlü yapıda Tablo 4.50, 4.51, 4.56, 4.57'e benzer sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca bu çalışmada ortalama faktör yükleri düşük olduğunda PA-TBA ve PA-PAF'ın yetersiz sonuçlar üretmesinin olası olduğu, faktör yüklerinin değişkenlik derecesinin sonuçların doğruluğu üzerinde çok küçük (minimal) etkiye sahip olduğu ve küçük ya da orta örneklem büyüklüklerinde K1 ölçütünün daha fazla faktör çıkartabileceği de belirtilmiştir. Başka yazarlar tarafından PA'nın %92 doğru sınıfladığını söyleyen çalışmalar (15, 61) olduğu gibi, gerçek yapıyı iyi temsil eden yapılarda PA'nın performansının oldukça iyi, orta dereceli modellerde ise PA'nın beklenenden fazla faktör kabul edeceği belirtilmektedir (37).

Hayton ve ark (19); 24 veri kümesinde PA yönteminin, K1 ölçütünden daha iyi sonuç verdiğini belirtmektedir. Değişken sayısı 20 ve örneklem büyüklüğü 579 olan 5'li likertle ölçülmüş Minnesota Memnuniyet Ölçeği'nde iki faktörlü yapının PA'da elde edildiğini, K1'de ise dört faktörlü yapının elde edildiğini göstermişlerdir.

Çokluk ve Koçak (61); 190 ilkokul öğretmenin örgütsel güven ölçeğinden elde edilen değerlerini PA, K1 ve yamaç grafiği bakımından değerlendirmiştir. Ölçek 22 maddeli ve 3 faktörlüdür (7, 8 ve 7 maddeli). 1000 tekrar yapılmıştır. 24 veri kümesinde K1 ve PA'nın karşılaştırıldığı bir çalışmada PA'nın daha üstün olduğu görülmüştür. K1 ve yamaç grafiğinin fazla faktör çıkarma eğiliminde olduğu belirtilen bu çalışmada üç faktörlü yapı dört faktör olarak belirlenmiştir. PA ise üç faktörlü yapıyı onaylamıştır.

Weng ve Cheng (78); tek faktörlü ikili veride paralel analizin performansını değerlendirmiştir. Değişken sayısı 8 ve 20; örneklem büyüklüğü 100, 200, 500 ve 1000; faktör yükleri 0,45; 0,70 ve 0,90; iki kategori oranı 50/50, 60/40, 70/30, 80/20 ve 90/10 olan senaryoda Phi ve tetrakorik korelasyon katsayısı kullanılarak 500 tekrar yapılmıştır. Faktör sayısının belirlenmesinde PA'nın iyi performans gösterdiği, kategori oranları birbirine yaklaştıkça ve örneklem büyüklüğü ve faktör yükleri arttıkça performansın geliştiği görülmüştür.

Cho ve ark. (74), polikorik korelasyon katsayısına dayalı paralel analizin performansını değerlendirmiştir. Bu çalışmada faktör sayısı üç (düşük olarak

nitelendirilmiştir) ve sekiz (yüksek olarak nitelendirilmiştir), faktör başına düşen değişken sayısı üç ve altı, örneklem büyüklüğü 200 ve 800; değişken kategori sayısı iki ve üç (düşük kategorili yapılarda pearson ve polikorik korelasyonun farklılaşacağı düşüncesinden hareketle); faktör yükleri 0,30'den 0,40'e (düşük); 0,70'den 0,80'e (yüksek) alınmıştır. 64 kombinasyonun her biri için 100 örneklem türetilmiştir. Sürekli verileri kategorik yapmak için simetrik olacak şekilde kesim noktaları belirlenmiştir. 2 kategorili veri için kesim noktası 0 ve 3 kategori için -1,7 ve 1,7 seçilmiştir. Çoğu durumda; Pearson korelasyon katsayısına dayalı analizler polikorik korelasyon katsayısına dayalı analizlerden daha iyi performans göstermiştir. Tablo 4.70'deki gibi Polikorik korelasyon katsayısının Pearson korelasyon katsayısından daha iyi sonuçlar ürettiği az sayıda durum da bulunmaktadır. Ayrıca bu çalışmada gerçek veri uygulaması için 4 faktörlü olan 36 maddelik, 3'lü yanıtli "*Norms for Aggression and Alternatives Scale*" kullanılmıştır. Örneklem büyüklüğü 198 iken polikorik korelasyon katsayısına dayalı PA 4 faktör, Pearson korelasyon katsayısına dayalı PA 5 faktör çıkarmıştır.

Velicer (54), 6 çalışmada yer alan verilere MAP yöntemini uygulamıştır. Örneklem büyüklüğü 211, değişken sayısı 9 olan birinci çalışmada önceki faktör sayısı iki, üç ve dört iken MAP yöntemiyle iki faktör elde edilmiştir. Örneklem büyüklüğünün 810, değişken sayısının 10 olduğu ikinci çalışmada önceki faktör sayısı üç iken MAP yöntemi ile iki faktör elde edilmiştir. Örneklem büyüklüğünün 212, değişken sayısının 17 olduğu üçüncü çalışmada önceki faktör sayısı beş iken MAP yöntemi üç faktör elde etmiştir. Örneklem büyüklüğünün 305, değişken sayısının 8 olduğu dördüncü çalışmada önceki faktör sayısı iki ve üç iken MAP yöntemi iki faktör önermiştir. Örneklem büyüklüğünün 213, değişken sayısının 13 olduğu beşinci çalışmada önceki faktör sayısı dört iken MAP yöntemi iki ve üç faktör önermiş ve örneklem büyüklüğünün 649, değişken sayısının 33 olduğu altıncı çalışmada önceki faktör sayısı 9, 10 ve 11 iken MAP yöntemi beş faktör önermiştir.

MAP yöntemi; düşük faktör yükü olduğunda veya faktör başına düşen değişken sayısı az olduğunda bileşen sayısını aşağıda kestirecektir. MAP yönteminin birikimli varyans yüzdesi, yamaç grafiği ve Kaiser ölçütüne göre daha iyi olduğunu gösteren çalışmalar da vardır (15, 56). Faktör seçiminde ikinci en iyi yöntemdir ve %84 doğru sonuçlar vermektedir (15). MAP ve Paralel analiz (PA) çok doğru yöntemler olmasına

rağmen birçok araştırmacı kullanmamaktadır (8). MAP yöntemi, faktör başına ortalama değişken sayısı arttıkça daha doğrudur (56). Sürekli değişkenlerde MAP² %65 doğru faktör sayısı verirken MAP⁴ %55 doğru sınıflama göstermiştir (1).

Ledesma ve Valero-Mora'ya (7) göre; MAP yöntemi; çoğu koşullarda doğru olmakla birlikte, bazı koşullarda faktör sayısını beklenenden daha az kestirebilir. Özellikle faktör yükleri düşük ve faktör başına düşen değişken sayısı az olduğunda MAP yöntemi önemli faktör sayısını beklenen faktör sayısından daha az kestirecektir.

Zwick ve Velicer (56)'e göre; değişken sayısının çok olması; MAP üzerinde pozitif, K1 üzerinde negatif etkiye sahiptir. Büyük örneklem büyüklüğü; MAP ve K1 ölçütlerinin performansını orta derecede geliştirmektedir.

Warne ve Larsen (77)'in yaptığı çalışmada değişken sayısı 15, 30 ve 45; örneklem büyüklüğünün değişken sayısına oranı 2:1, 5:1, 8:1, 11:1, 14:1, 17:1 ve 20:1; faktör yükleri 0,30 (zayıf), 0,50 (orta) ve 0,70 (güçlü); faktör sayısı 1, 3 ve 5 alınarak sonuçlar değerlendirildiğinde; yöntemlerin doğrulukları K1 yöntemi için %13,5; MAP için %48,5 ve PA için %26,2 elde edilmiştir. Değişken sayısı arttıkça MAP'teki yanlılığın sıfıra yaklaştığı, K1 ve PA'de ise yanlılığın K1'de daha fazla olmak üzere arttığı gösterilmiştir. Faktör yükü arttıkça üç yöntemde yanlılıklarının sıfıra yaklaştığı görülmüştür.

Ruscio ve Roche (59)'un; 200-1000 örneklem büyüklüğü, faktör sayısının 1-5, değişken sayısının 15-60 olarak aldığı çalışmalarında doğrulukları bakımından yöntem performanslarının PA (%76,42), MAP (%59,60) ve K1 (%8,77) olarak sıralandığını göstermiştir. Ayrıca yazarlar bu çalışmalarında, faktör sayısını belirlemek amacıyla son zamanlarda kullanılmaya başlanan CD (Comparison Data) yöntemini de incelemiş ve daha yüksek doğruluğa (%87,14) sahip olduğunu göstermiştir.

Tüm faktörler 0,50'nin üzerinde yüklü olduğunda, ilişkisiz faktörler olduğunda ve faktörler görece aynı sayıda değişkenden oluştuğunda MAP ve PA birçok yayında faktör sayısını doğru belirlemiştir. Başka bir çalışmada MAP yönteminin faktör sayısını belirlemede daha az yanlılığa yol açtığı gösterilmiştir (62). Başka bir çalışmada PA'nın %76,42 ve MAP'in ise %59,6 doğru sınıflama yaptığı, sıralı verilerde polikorik korelasyon üzerinden hesaplamaların yapılması gerektiği vurgulanmıştır (1).

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Çeşitli senaryolar bakımından K1, MAP ve PA yöntemlerinin performanslarının karşılaştırıldığı bu çalışmada bulgulardan elde edilen sonuçlar ve yapılması öngörülen öneriler bu bölümde anlatılmıştır. MAP yöntemi için EÇOB ve EKK sonuçları benzer sonuçlar ürettiği için ayrıca ifade edilmemiştir.

6.1. Sonuçlar

Tek faktörlü evrenden elde edilen sonuçlar incelenip faktör yükü 0,30 ve üzeri olan 210 senaryo değerlendirildiğinde doğru faktör sayısını belirleme yöntemlerinin MAP (%75), PA (%44) ve K1 (%36) şeklinde sıralandığı görülmektedir. K1 ve PA yöntemlerinin örneklem büyüklüklerinden ve faktör yüklerinden oldukça ciddi etkilendiği ve önemli faktör yüklerinde K1 ile PA'nın benzer sonuçlar verdiği, MAP yönteminin ise her durumda daha iyi performans gösterdiği görülmüştür. Buradan hareketle 1976 yılında ortaya atılan yaklaşım olan MAP yönteminin tek faktörlü yapılarda kullanılması gerektiği, son yıllarda yazılımlara eklenmeye başlanan PA'nın da kullanılabileceği, K1'in ise özellikle örneklem büyüklüğü düşük iken kullanılmaması gerektiği söylenebilir. Ayrıca örneklem büyüklüğündeki değişimden en fazla etkilenen yöntemin K1 olduğu görülmüştür (bkz. Şekil 4.6).

İki faktörlü evrenden elde edilen sonuçlar incelendiğinde; değişken sayısı düşük iken ($p=6$, yani her faktörde üç değişken durumu) performanslar; K1, PA ve MAP şeklinde sıralanmakla birlikte, değişken sayısının artmasıyla her bir faktörde değişken sayısı artmış ve performansları MAP, PA ve K1 şekilde sıralanmaya başlamıştır. Bu durumda da en kötü performansı K1'in gösterdiği görülmüştür. Bazı senaryolarda PA'nın kısmen MAP'in önüne geçtiği de gözlenmiştir. İki faktörlü evrenden elde edilen sonuçlar incelenip faktör yükü 0,30 ve üzeri olan 210 senaryo genel olarak değerlendirildiğinde doğru faktör sayısını belirleme yöntemlerinin MAP (%46), PA (%45) ve K1 (%36) şeklinde sıralandığı görülmektedir.

Üç faktörlü evrenden elde edilen sonuçlar incelendiğinde; değişken sayısı düşük iken ($p=6$, yani her faktörde iki değişken durumu) performanslar K1, PA ve MAP şeklinde sıralanmakla birlikte (faktör yükü 0,90 olduğunda MAP yöntemi diğer

yöntemlere ancak erişebilmektedir) değişken sayısının artmasıyla beraber herbir faktörde değişken sayısı artmış ve performansları MAP, PA ve K1 şeklinde sıralanmaya başlamıştır. Bu durumda da en kötü performansı K1'in gösterdiği görülmüştür. Bazı senaryolarda PA'nın kısmen MAP'in önüne geçtiği de gözlenmiştir. Üç faktörlü evrenden elde edilen sonuçlar incelenip faktör yükü 0,30 ve üzeri olan 210 senaryo genel olarak değerlendirildiğinde doğru faktör sayısını belirleme yöntemlerinin PA (%38), MAP (%33) ve K1 (%32) şeklinde sıralandığı görülmektedir.

Dört faktörlü evrenden elde edilen sonuçlar incelendiğinde; değişken sayısı düşük iken ($p=6, 12$ ve 18) performanslar PA, K1 ve MAP şeklinde sıralanmakla birlikte değişken sayısının artmasıyla birlikte her bir faktörde değişken sayısı artmış ve MAP, PA ve K1 şeklinde sıralanmaya başlamıştır. Dört faktörlü evrenden elde edilen sonuçlar incelenip faktör yükü 0,30 ve üzeri olan 210 senaryo genel olarak değerlendirildiğinde doğru faktör sayısını belirleme yöntemlerinin PA (%29), MAP (%27) ve K1 (%27) şeklinde sıralandığı görülmektedir.

5'li likertle ölçülmüş değişkenlere ilişkin sonuçlar değerlendirildiğinde; Pearson korelasyon katsayısı ve Polikorik korelasyon katsayısından elde edilen sonuçların senaryoların çoğunda benzer performans gösterdiği görülmüştür. Tek faktörlü yapıda değişken sayısı ne olursa olsun yöntemlerin performansları MAP, PA ve K1 şeklinde sıralanmıştır. İki, üç ve dört faktörlü yapıda değişken sayısı düşük iken ($p=6$) sürekli değişkenlerdeki duruma benzer olarak yöntemlerin performansları K1, PA ve MAP şeklinde sıralanmıştır. Değişken sayısının artmasıyla birlikte sürekli değişkenlerde elde edilen sonuçlara benzer olarak yöntemlerin performansları MAP, PA ve K1 şeklinde sıralanmıştır. Faktör sayısı ve değişken sayısı arttıkça MAP'in performansı daha yüksek olmaktadır.

Özetlenecek olursa; sürekli ya da 5'li likertle ölçülmüş değişkenlerde MAP yönteminin doğru faktör sayısını belirlemede oldukça iyi performansa sahip olduğu, istatistiksel yazılımlarda en fazla kullanılan yöntemlerden olan K1'in ise en kötü performansa sahip olduğu, sadece değişken sayısı altı iken iyi performans gösterebildiği ve örneklem büyüklüğündeki değişimden en fazla etkilenen yöntem olduğu, PA'nın da MAP ile benzer sonuçlar ürettiği görülmüştür.

6.2. Öneriler

Alanyazında yaygın kabul gören ve istatistiksel yazılımlarda sıklıkla kullanılan K1 ölçütü yerine ele alınan senaryolar ışığında doğru faktör sayısını belirlemesi bakımından MAP ve PA'nın kullanılması gerektiği sonucuna ulaşılan bu çalışmada aşağıdaki öneriler sunulmaktadır:

- İlgili senaryolar faktör analizinin kuramsal yapısı gereği çok değişkenli normal dağılımdan üretilmekle birlikte uygulamada bu varsayımın sağlanmadığı durumlarda çok değişkenli kontamine (bozulmuş) dağılımlardan üretilen veriler üzerinden değerlendirmeler yapılabilir.
- Farklı kestirim yöntemleri ve kategori sayılarının olduğu durumlarında içeren senaryolar değerlendirilebilir.
- Uygulamada genellikle sürekli değişkenler veya aynı kategori sayısına sahip ordinal değişkenler faktör analizinde kullanılmakla birlikte sürekli ve farklı kategorili ordinal yapıların olduğu duruma yönelik olarak karma korelasyon (*mixed correlation*) yapısı ele alınabilir.
- Uygulamada yaygın kullanılan istatistiksel yazılımlarda (JASP, JAMOVI, SPSS, STATA, STATISTICA, NCSS vb.) faktör sayısını belirleme yöntemi olarak kullanıcı tanımlı faktör sayısı belirleme yöntemi bulunmaktadır. JASP ve JAMOVI'de ayrıca PA yöntemi otomatik (*default*) olarak seçilidir. SPSS yazılımında K1 yöntemi otomatik (*default*) olmasına rağmen bu çalışmada bu yöntemin örneklem büyüklüğündeki değişimden daha fazla etkilendiği ve faktör sayısını doğru belirlemede kötü performans gösterdiği görülmüştür. MAP ve PA yöntemleri SPSS'e eklenti yapılarak elde edilebilmekte, ancak bu da versiyon uyumu gibi zamana bağlı sorunları da getirmektedir. MAP ve PA yöntemleri söz dizimi (*syntax*) ile çalıştırılması da dikkatli olmayı gerektirdiğinden ve MAP'in faktör sayısını belirlemede daha doğru olduğu görüldüğünden MAP yöntemini içeren yazılım geliştirilebilir.
- Son yıllarda kullanılmaya başlanan MAP ve PA yöntemleri ele alınmakla birlikte Ruscio ve Roche (59)'un çalışmasında yer alan CD (Comparison Data) ve AF (Acceleration Factor) yöntemlerinin de performansları karşılaştırılabilir.

KAYNAKLAR

1. Courtney MGR. Determining the Number of Factors to Retain in EFA: Using the SPSS R-Menu v2.0 to Make More Judicious Estimations. *Practical Assessment, Research, and Evaluation*. 2013; 18(8).
2. Alpar R. *Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Yöntemler*. Beşinci Baskı. Ankara: Detay Yayıncılık; 2017.
3. Park HS, Dailey R, Lemus D. The Use of Exploratory Factor Analysis and Principal Component Analysis in Communication Research. *Human Communication Research*. 2002; 28(4).
4. Milewska AJ, Jankowska D, Citko D, Wiesak T, Acacio B, Milewski R. The Use of Principal Component Analysis and Logistic Regression in Prediction of Infertility Treatment Outcome. *Studies in Logic, Grammar, and Rhetoric*. 2014; 39 (52).
5. Conway JM, Huffcutt AI. A Review and Evaluation of Exploratory Factor Analysis Practices in Organizational Research. *Organizational Research Methods*. 2003; 6, 147-168.
6. Fabrigar LR, Wegener DT, Maccallum RC, Strahan EJ. Evaluating the Use of Exploratory Factor Analysis in Psychological Research. *Psychological Methods*. 1999; 4 (3). 272-299.
7. Ledesma RD, Valero-Mora P. Determining the Number of Factors to Retain in EFA: an easy-to-use computer program for carrying out Parallel Analysis. *Practical Assessment, Research, and Evaluation*. 2007; 12 (2).
8. Henson RK, Roberts JK. Use of Exploratory Factor Analysis in Published Research. *Educational and Psychological Measurement*. 2006; 66 (3).
9. Beavers AS, Lounsbury JW, Richards JK. Practical Considerations for Using Exploratory Factor Analysis in Educational Research. *Practical Assessment, Research, and Evaluation*. 2013.
10. Yang Y, Xia Y. On the number of factors to retain in exploratory factor analysis for ordered categorical data. *Behav Res*. 2015; 47.
11. Habing B. *Exploratory Factor Analysis*. University of South Carolina Lecture Notes; 2003.
12. Hair JF, Anderson RE, Tatham RL, Black WC. *Multivariate Data Analysis with Readings*. Fourth Edition. Prentice-Hall International Inc; 1995.

13. Stevens J. *Applied Multivariate Statistics for the Social Sciences*. 4th Edition. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates; 2002.
14. Izquierdo I, Olea J, Abad FJ. *Exploratory Factor Analysis in Validation Studies: Uses and Recommendations*. *Psicothema*. 2014; 26(3).
15. Taherdoost H, Sahibuddin S, Jalaliyoon N. *Exploratory Factor Analysis: Concepts and Theory, Advances in Applied and Pure Mathematics*. 2014.
16. Xue Q. *Factor Analysis*. Harvard Catalyst | The Harvard Clinical and Translational Science Center; 2016.
17. Liu L, Rijmen F. A modified procedure for parallel analysis of ordered categorical data. *Behavior Research Methods*. 2008; 40 (2).
18. Yurdabakan İ, Çüm S. Davranış Bilimlerinde Ölçek Geliştirme (Açıklayıcı Faktör Analizine Dayalı). *TJFMPC*. 2017; 11 (2).
19. Hayton JJ, Allen D, Scarpello V. Factor Retention Decisions in Exploratory Factor Analysis: A Tutorial on Parallel Analysis. *Organizational Research Methods*. 2004; 7 (2).
20. Winter JC, Dodou D. Common Factor Analysis versus Principal Component Analysis: A Comparison of Loadings by Means of Simulations. *Communications in Statistics - Simulation and Computation*. 2016; 45(1).
21. Osborne JW, Costello AB. *Best Practices in Exploratory Factor Analysis: Four Recommendations for Getting the Most From Your Analysis*. *Practical Assessment, Research, and Evaluation*. 2005;10 (7).
22. Özdamar K. *Paket Programlar ile İstatistiksel Veri Analizi*. 9. Baskı. Nisan Kitabevi. Cilt 2; 2013.
23. Johnson RA, Wichern DW. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Pearson Education; 2007.
24. Yong AG, Pearce S. *A Beginner's Guide to Factor Analysis: Focusing on Exploratory Factor Analysis*. *Tutorials in Quantitative Methods for Psychology*. 2013; 9 (2).
25. Jain PM, Shandliya VK. A survey paper on comparative study between Principal Component Analysis and Exploratory Factor Analysis. *International Journal of Computer Science and Applications*. 2013; 6 (2).

26. Anderson TW. Asymptotic Theory for Principal Component Analysis. The Annals of Mathematical Statistics.1962.
27. Ford JK, MacCallum RC, Tait M. The Applications of Exploratory Factor Analysis in Applied Psychology: A Critical Review and Analysis. Personnel Psychology.1986; 39. 291-314.
28. Kim HJ. Common Factor Analysis Versus Principal Component Analysis: Choice for Symptom Cluster Research. Asian Nursing Research. 2008; 2 (1).
29. Gorsuch R. Factor Analysis. W.B. Saunders Company; 1974.
30. Dunteman GH. Principal Components Analysis. Sage Publication;1989.
31. Bektaş H. Açıklayıcı Faktör Analizi. Beta Yayınları; 2017.
32. Zoller M. A Comparison between Principal Component Analysis and Factor Analysis. University of Applied Sciences Wurzburg-Schweinfurt. 2012.
33. Albayrak AS. Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri. Ankara: Asil; 2006.
34. Khalaf K. Faktör Analizi ve Bir Uygulaması [Yüksek lisans tezi]. Ankara: Gazi Üniversitesi; 2007.
35. Matsunaga M. How To Factor-Analyze Your Data Right: Do's, Don'ts, and How-To's; International Journal of Psychological Research. 2010; 3 (1).
36. Karaman H, Atar B, Aktan D. Açıklayıcı Faktör Analizinde Kullanılan Faktör Çıkartma Yöntemlerinin Karşılaştırılması. GEFAD / GUJGEF.2017; 37 (3).
37. Revelle W. Package: "psych". R cran. 2019.
38. Henson R, Capraro RM, Capraro MM. Reporting Practice and Use of Exploratory Factor Analysis in Educational Research Journals. Research in the Schools. 2004; 11 (2). 61-72.
39. Hair JF, Anderson RE, Tatham RL, Black WC. Multivariate Data Analysis. 5th Edition. Upper Saddle River. NJ: Prentice-Hall;1998.
40. Hellton K. Principal component analysis and the asymptotic distribution of high-dimensional sample eigenvectors, Focus Driven Statistical Inference with Statistical Data. 2015.

41. Koltchinskii V, Lounici K. New Asymptotic Results in Principal Component Analysis. *The Indian Journal of Statistics*. 2017; 79-A(2)
42. Thompson B. *Exploratory and Confirmatory Factor Analysis: Understanding Concepts and Applications*. First Edition. Washington: American Psychological Association; 2004.
43. Onatski A. Asymptotics of the principal components estimator of large factor models with weak factors and i.i.d. Gaussian noise. 2007.
44. Sahalia Y, Xiu D. *Principal Component Analysis of High Frequency Data*. 2015.
45. Samuels P, *Advice on Exploratory Factor Analysis*. Centre for Academic Success, Birmingham City University; 2017.
46. Şencan H. *Sosyal ve Davranışsal Ölçümlerde Güvenilirlik ve Geçerlilik*. Birinci Baskı. Ankara: Seçkin Yayınları; 2005.
47. Tabachnick BG, Fidell LS. *Using Multivariate Statistics*. Sixth Edition. USA: Pearson Education Limited; 2014.
48. Kim J, Müller CW. *Factor Analysis Statistical Methods and Practical Issues*. Twelfth Printing. University of Iowa, London: Sage Publications; 1987.
49. Thurstone LL, 1969. *Multiple Factor Analysis A Development and Expansion of the Vectors of Mind*. The University Of Chicago Press, Chicago And London, USA
50. Widaman KF. Common Factor Analysis Versus Principal Component Analysis: Differential Bias in Representing Model Parameters? *Multivariate Behavioral Research*. 1993; 28: 263-311.
51. Harman H. *Modern Factor Analysis*. Third Edition Revised; 1967.
52. Comrey A, Lee H. *A First Course In Factor Analysis*. Psychology Press; 1992.
53. Jung S. Exploratory Factor Analysis with Small Sample Sizes: A Comparison of Three Approaches. *Behavioral Processes*. 2013; 97: 90–95.
54. Velicer WF. Determining the number of components from the matrix of partial correlations. *Psychometrika*. 1976; 41(3).
55. Loewen S, Gönülal T. *Factor Analysis*; 2015.
56. Zwick WR, Velicer WF. Comparison of Five Rules for Determining the Number of Components to Retain. *Psychological Bulletin*. 1986; 99(3).

57. Akçil Ok M. Faktör Sayısının Belirlenmesinde Velicer'in MAP Testi, Horn'un Paralel Analizi ve Kaiser Yöntemlerinin Karşılaştırılması: Besin Gücü Ölçeği Uygulaması. XXI. Ulusal ve IV. Uluslararası Biyoistatistik Kongresi. 2019.
58. Reise S, Waller N, Comrey A. Factor Analysis and Scale Revision. *Psychological Assessment*. 2000; 12 (3).
59. Ruscio J, Roche B. Determining the Number of Factors to Retain in an Exploratory Factor Analysis Using Comparison Data of Known Factorial Structure. *Psychological Assessment*. 2012; 24 (2).
60. Osborne J, Banjanovic E. *Exploratory Factor Analysis with SAS*. SAS Publications; 2016.
61. Çokluk Ö, Koçak D. Using Horn's Parallel Analysis Method in Exploratory Factor Analysis for Determining the Number of Factors. *Educational Sciences: Theory ve Practice*. 2016; 16 (2).
62. Caron PO. Minimum Average Partial Correlation and Parallel Analysis: The influence of oblique structures. *Communications in Statistics*. 2019; 48 (7).
63. MacCallum R, Widaman K, Zhang S, Hong S. Sample Size in Factor Analysis. *Psychological Methods*. 1999; 4 (1).
64. Hogarty K, Hines C, Kromrey J, Ferron J, Mumford K. The Quality of Factor Solutions in Exploratory Factor Analysis: The Influence of Sample Size, Communalities, and Overdetermination. *Educational and Psychological Measurement*. 2005; 65 (2).
65. Jin R. *Sample Size In Exploratory Factor Analysis with Ordinal Data [Ph.D. Thesis]*. University of Florida; 2012.
66. Crawford A, Green S, Levy R, Wen-Juo L, Scott L, Svetina D, Thompson M. Evaluation of Parallel Analysis Methods for Determining the Number of Factors. *Educational and Psychological Measurement*. 2010; 70 (6).
67. Garrido L, Abad F, Poncato V. Performance of Velicer's Minimum Average Partial Factor Retention Method with Categorical Variables. *Educational and Psychological Measurement*. 2011; 71 (3).
68. Lingard H, Rowlinson S. *Sample Size in Factor Analysis: Why Size Matters*. 2006.
69. Hatcher L. *A Step-by-Step Approach to Using the SAS System for Factor Analysis and Structural Equation Modeling*. Cary. NC: SAS Institute Inc. 1994.

70. Tran U, Formann A. Performance of Parallel Analysis in Retrieving Unidimensionality in the Presence of Binary Data. *Educational and Psychological Measurement*. 2009; 69 (1).
71. Greer T, Dunlap W, Beatty G. A Monte Carlo Evaluation of the Tetrachoric Correlation Coefficient. *Educational and Psychological Measurement*. 2003; 63 (6).
72. Basto M, Pereira JM. An SPSS R-Menu for Ordinal Factor Analysis. *Journal of Statistical Software*. 2012; 46 (4).
73. Rebekic A, Loncaric Z, Petrovic S, Maric S. Pearson's and Spearman's Correlation Coefficient-Which One to Use?. *Agriculture*. 2015; 21 (2).
74. Cho SJ, Li F, Bandalos D. Accuracy of the Parallel Analysis Procedure with Polychoric Correlation. *Educational and Psychological Measurement*. 2009; 69 (5).
75. Canivez GL, Konold TR, Collins JM, Wilson G. Construct validity of the Wechsler Abbreviated Scale of Intelligence and Wide Range Intelligence Test: Convergent and structural validity. *School Psychology Quarterly*. 2009; 24 (4).
Aktaran Beaujean A. Factor Analysis using R. *Practical Assessment, Research, and Evaluation*. 2013; 18 (4).
76. Franklin S, Gibson D, Robertson P, Pohlmann J, Fralis J. Parallel Analysis: a method for determining significant principal components. *Journal of Vegetation Science*. 1995; 6.
77. Warne RT, Larsen R. Evaluating a proposed modification of the Guttman rule for determining the number of factors in an exploratory factor analysis. *Psychological Test and Assessment Modeling*. 2014; 56 (1).
78. Weng LJ, Cheng CP. Parallel Analysis with Unidimensional Binary Data. *Educational and Psychological Measurement*. 2005; 65 (5).
79. Endo H. An Asymptotic Theory of Categorical Principal Component Analysis. *Journal Japan Statist. Soc.* 1978; 8 (2).