

**SIRALANABİLİR KARESEL OLUMSALLIK  
TABLOLARINDA UYUM PARAMETRESİ  
İÇEREN İLİŞKİ MODELLERİ**

**ASSOCIATION MODELS WITH AGREEMENT  
PARAMETER FOR SQUARE CONTINGENCY TABLES  
WITH ORDERED CATEGORIES**

**AYFER EZGİ YILMAZ**

Hacettepe Üniversitesi  
Lisansüstü Eğitim – Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin  
İSTATİSTİK Anabilim Dalı İçin Öngördüğü  
YÜKSEK LİSANS TEZİ  
olarak hazırlanmıştır.

**2013**

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Bu çalışma jürimiz tarafından **İSTATİSTİK ANABİLİM DALI** 'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan : .....  
Doç.Dr. S. Kenan KÖSE

Üye : .....  
Doç.Dr. Serpil AKTAŞ ALTUNAY

Üye (Danışman) : .....  
Prof.Dr. Tülay SARAÇBAŞI

ONAY

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim–Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri üyeleri tarafından .../.../2013 tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunca .../.../2013 tarihinde kabul edilmiştir.

Prof.Dr. Fatma SEVİN DÜZ

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

# SIRALANABİLİR KARESEL OLUMSALLIK TABLOLARINDA UYUM PARAMETRESİ İÇEREN İLİŞKİ MODELLERİ

**Ayfer Ezgi Yılmaz**

## ÖZ

Karesel tablolarda değişkenler arasındaki uyum incelenirken, çoğunlukla kappa katsayısından yararlanılır. Fakat kappa katsayısı tek bir değer verdiği için tabloları yorumlamada yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle sınıflanabilir karesel olumsuzluk tablolarında kullanılmak üzere uyum modelleri önerilmiştir. Özellikle son yıllarda tıp, sosyoloji, psikoloji vb. alanlarda yapılan çalışmalarda sıralanabilir karesel olumsuzluk tablolarına daha sık rastlanmaktadır. Bu özellikteki tablolarda uyum modellerini kullanmak sadece değişkenlerin sıralı özelliğini göz ardı ederek mümkündür. Bu da bilgi kaybına yol açmaktadır. Sıralanabilir karesel tablolarda uyum incelemesi yapabilmek için ilişki ve uyumu birlikte inceleyen uyum parametresi içeren ilişki modelleri önerilmiştir.

Bu çalışmada, sıralanabilir karesel olumsuzluk tablolarında uyum parametresi içeren ilişki modellerini tanıtmak amaçlanmıştır. Değişkenlerin sıralanabilir olması nedeniyle farklı skor eşitliklerinin modelin anlamlılığına ve parametre tahminlerine etkisi araştırılmıştır. Daha önceki çalışmalarda önerilen modeller tanıtılmıştır. Ayrıca tez çalışmasında uyum parametresi içeren ilişki modelleri önerilmiştir. İki ve çok boyutlu olumsuzluk tablolarında farklı skor eşitlikleri ile modeller iki farklı veri kümesine uygulanarak sonuçları tartışılmıştır. Uyum gösteren modeller için hesaplanan ayırt edilebilirlik dereceleri ile tablonun doğru ölçeklenip ölçeklenmediği tartışılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Sıralanabilir kategorik veri, karesel olumsuzluk tablosu, kappa katsayıları, ilişki modelleri, uyum modelleri, ayırt edilebilirlik derecesi

**Danışman:** Prof.Dr. Tülay SARAÇBAŞI, Hacettepe Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, Uygulamalı İstatistik Anabilim Dalı

# ASSOCIATION MODELS WITH AGREEMENT PARAMETER FOR SQUARE CONTINGENCY TABLES WITH ORDERED CATEGORIES

**Ayfer Ezgi Yılmaz**

## ABSTRACT

Kappa coefficient is the most popular measure for summarizing degree of agreement between variables in square tables. However, kappa has some insufficient features for summarizing the tables by a single number. Hence, the agreement models are suggested to be used in square contingency tables with nominal categories. In recent studies, the square contingency tables having ordered categories are frequently used in many fields, such as medicine, sociology and behavioral sciences. The single way to apply agreement models for such tables is to ignore the ordered structure of the variables. However, this will lead loss of information. In order to analyze the agreement for square contingency tables having ordered categories, the association models with agreement parameter which analyze agreement and association together are suggested.

The aim of this study is to introduce the association models with agreement parameter for square contingency tables with ordered categories. Because the variables are ordinal, the effects of different score values on the model fit and parameter estimates are investigated. The models suggested in recent studies are introduced. Additionally, in this study, the association models with agreement parameter are suggested. In two-way and multiway contingency tables, different score equalities are applied on the models through an application with two different data sets and the results are discussed. By means of the degrees of distinguishability which are calculated for the proper models, it is discussed whether the scaling of the categories is assigned accurately or not.

**Keywords:** Ordinal categorical data, square contingency tables, kappa coefficients, association model, agreement models, degree of distinguishability

**Advisor:** Prof.Dr. Tülay SARAÇBAŞI, Hacettepe University, Faculty of Science, Department of Statistics, Applied Statistics Major

## TEŐEKKÖRLER

Lisans eğitimimden bu yana beni her zaman destekleyen, tez alıőmamım tđm aőamalarında yanımda olan ve yardımlarını esirgemeyen, bana yol gösteren danıőmanım Sayın Prof.Dr. Tđlay SARAÇBAŞI' na,

Değerli katkı ve eleőtirileri ile bana yol gösteren Sayın Doç.Dr. Serpil AKTAŞ ALTUNAY' a,

Tez çalıőmam boyunca beni destekleyen ve yanımda olan çalışma arkadaşlarıma,

Beni her zaman sabırla dinleyen ve destek olan sevgili arkadaşlarım Zđleyha ÇAKIR ve Burçin KARTAL' a,

Sevgi ve desteklerini asla esirgemeyen, her zaman yanımda olan canım AİLEM' e,

İçtenlikle TEŐEKKÖR EDERİM...

## İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
ÖZ .....	i
ABSTRACT .....	ii
TEŞEKKÜRLER.....	iii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ .....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ .....	xii
EKLER DİZİNİ .....	xiv
1. GİRİŞ .....	1
1.1. Giriş ve Amaç.....	1
1.2. Önceki Çalışmalar .....	2
2. GENEL BİLGİLER.....	5
2.1. Değişken Türleri ve Tanımları .....	5
2.2. Olumsuzluk Tabloları.....	6
2.2.1. R x C olumsuzluk tabloları .....	8
2.2.2. Karesel olumsuzluk tabloları.....	8
2.3. Olumsuzluk Tablolarının Yorumlanması.....	9
2.3.1. Odds oranı.....	9
2.3.2. Karesel tablolarda odds oranı.....	11
2.3.3. Ayırt edilebilirlik derecesi .....	11
2.3.3.1. İki düzey arası ayırt edilebilirlik derecesi .....	12
2.3.3.2. Ortak ayırt edilebilirlik derecesi.....	13
2.4. Kappa Katsayısı .....	14

2.4.1. Cohen kappa katsayısı .....	14
2.4.2. Çoklu değerlendiriciler için kappa katsayısı .....	16
2.4.3. Ağırlıklı kappa katsayısı .....	17
2.5. Sıralanabilir Olumsuzluk Tablolarının Çözümlemesinde Kullanılan Skor Eşitlikleri .....	19
2.5.1. Eşit aralıklı skorlar .....	19
2.5.2. Ridit skorlar .....	19
2.5.3. Üstel skorlar .....	20
2.5.4. Orta sıra skorlar .....	21
2.6. İki Boyutlu Olumsuzluk Tablolarında Log-Doğrusal Modeller .....	21
2.6.1. Bağımsızlık modeli .....	22
2.6.2. Sınıflanabilir olumsuzluk tablolarında kullanılan log-doğrusal modeller .....	22
2.6.2.1. Uyum modeli .....	22
2.6.2.2. Uyumsuzluk modeli .....	23
2.6.2.3. Simetrik bant uyumsuzluk modeli .....	23
2.6.3. Sıralanabilir olumsuzluk tablolarında kullanılan log-doğrusal modeller .....	24
2.6.3.1. Doğrusal ilişki modeli .....	24
2.6.3.2. Tekdüze ilişki modeli .....	25
2.6.3.3. Üstel skorlu ilişki modeli .....	25
2.6.3.4. Farklı ağırlıklandırılmış tekdüze ilişki modeli .....	26
2.6.4. Tekdüze olmayan ilişki modelleri .....	26
2.6.4.1. Tam tekdüze olmayan ilişki modeli .....	27
2.6.4.2. Simetrik tekdüze olmayan ilişki modeli .....	30
2.6.4.3. Bitişik tekdüze olmayan ilişki modeli .....	31
2.6.4.4. Karışık tekdüze olmayan ilişki modeli .....	33
2.6.5. Parametrelerin anlamlılığın test edilmesi .....	34

2.7. Olabilirlik Oran Test İstatistiği ve Bilgi Kriterleri .....	35
3. UYUM PARAMETRESİ İÇEREN İLİŞKİ MODELLERİ .....	37
3.1. Doğrusal ilişki + uyum modeli .....	37
3.2. Tekdüze ilişki + uyum modeli .....	38
3.3. Üstel skorlu ilişki + uyum modeli .....	39
3.4. Tekdüze ilişki + simetrik uyumsuzluk modeli .....	39
3.5. Farklı Ağırlıklandırılmış Tekdüze İlişki + Uyum Modeli .....	40
3.6. Tekdüze Olmayan İlişki + Uyum Modelleri .....	41
3.6.1. Tam tekdüze olmayan ilişki + uyum modeli .....	41
3.6.2. Simetrik tekdüze olmayan ilişki + uyum modeli .....	43
3.6.3. Bitişik tekdüze olmayan ilişki + uyum modeli .....	43
3.6.4. Karışık tekdüze olmayan ilişki + uyum modeli .....	44
4. ÇOK BOYUTLU OLUMSALLIK TABLOLARINDA UYUM PARAMETRESİ İÇEREN İLİŞKİ MODELLERİ .....	46
4.1. Çok Boyutlu Tablolarda Bağımsızlık Modeli .....	46
4.2. Çok Boyutlu Tablolarda Tekdüze İlişki Modeli .....	46
4.3. Çok Boyutlu Tablolarda Uyum Modeli .....	47
4.4. Çok Boyutlu Tablolarda Tekdüze İlişki + Uyum Modelleri .....	49
5. TEZ ÇALIŞMASINDA ÖNERİLEN MODELLER .....	51
5.1. Üstel Skorlu İlişki + Simetrik Uyumsuzluk Modeli .....	51
5.2. Çok Boyutlu Karesel Tablolarda Tekdüze Olmayan İlişki + Uyum Modeli .....	53
5.3. Çok Boyutlu Karesel Tablolarda Farklı Ağırlıklandırılmış Tekdüze Olmayan İlişki + Uyum Modeli .....	56
5.4. Çok Boyutlu Karesel Tablolarda Tekdüze Olmayan İlişki + Bütünsel İlişki Modeli .....	56
5.5. Çok Boyutlu Karesel Tablolarda Tekdüze Olmayan İlişki + Bütünsel İlişki + Bütünsel Uyum Modeli .....	58



5.6. Çok Boyutlu Karesele Tablolarda Bütünsel İlişki + Bütünsel Uyum Modeli .....	59
5.7. Çok Boyutlu Karesele Tablolarda Bütünsel İlişki + Kısmi Uyum Modeli .....	59
5.8. Çok Boyutlu Tablolarda Bütünsel İlişki + Uyum Modeli .....	60
5.9. Üç Değerlendirici İçin Ayırt Edilebilirlik Derecesi .....	61
6. UYGULAMA.....	62
6.1. New York Kolonoskopi Tabanlı Vaka-Kontrol Çalışmasında Displazi Dereceleri.....	62
6.2. Rahim Kanseri Hastalarının İçerdikleri Lezyonlara Göre 3 Patolog Tarafından Değerlendirilmesi Çalışması .....	83
6.3. Sonuç ve Tartışma.....	91
KAYNAKLAR.....	94
EKLER .....	100
ÖZGEÇMİŞ .....	101

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1. 12 serbestlik dereceli DEA modeli olabilirlik oran test istatistiklerinin üs parametrelerine göre dağılımı.....	92
--	----

## ÇİZELGELER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 2.1. R x C boyutlu olumsuzluk tablosu.....	7
Çizelge 2.2. R x C boyutlu olumsuzluk tablosu göze oranları.....	7
Çizelge 2.3. Kappa katsayısının yorumlanması.....	18
Çizelge 2.4. 6 x 6 boyutlu olumsuzluk tablosunda ardışık düzeyler arasındaki farklı ayırt edilebilirlik desen örnekleri .....	29
Çizelge 2.5. SNUA modeline göre eşit olabilecek simetrik konumdaki ilişki parametreleri ve model serbestlik dereceleri .....	31
Çizelge 2.6. CNUA modeline göre eşit olabilecek bitişik konumdaki ilişki parametreleri ve model serbestlik dereceleri .....	32
Çizelge 2.7. 5 x 5 boyutlu olumsuzluk tablolarında kurulabilecek ilişki parametresi eşitlikleri ve farklı ayırt edilebilirlik desenlerine örnekler .....	34
Çizelge 3.1. Modellere göre <i>i</i> ve $(i+1)$ ardışık düzeyleri için ayırt edilebilirlik dereceleri.....	45
Çizelge 4.1. Üç boyutlu tablolar için önerilen tekdüze ilişki, uyum ve tekdüze ilişki + uyum model eşitlikleri .....	50
Çizelge 5.1. Üç değişken için oluşturulabilecek tekdüze olmayan ilişki ve tekdüze olmayan ilişki + uyum model eşitlikleri.....	55
Çizelge 6.1. New York kolonoskopi tabanlı vaka-kontrol çalışmasında displazi dereceleri.....	63
Çizelge 6.2. Veri kümesi için hesaplanan skor değerleri .....	64
Çizelge 6.3. Uygulanan modellerin $G^2$ değerleri, serbestlik dereceleri ve <i>P</i> -değerleri.....	65
Çizelge 6.4. Uyum bulunan modeller için hesaplanan bilgi kriterleri .....	66
Çizelge 6.5. Çizelge 6.3' te uyum bulunan modellerin parametrelerinin tahmin değerleri, standart hataları ve <i>P</i> -değerleri .....	67
Çizelge 6.6. NUA modelleri için $G^2$ değerleri, serbestlik dereceleri, <i>P</i> -değerleri ve bilgi kriterleri .....	68
Çizelge 6.7. NUAGA modelleri için $G^2$ değerleri, serbestlik dereceleri, <i>P</i> -değerleri ve bilgi kriterleri .....	69
Çizelge 6.8. 4. NUA ve 4. NUAGA model parametrelerinin tahmin değerleri, standart hataları ve <i>P</i> -değerleri .....	70

Çizelge 6.9. EA, 4. NUA ve 4. NUAGA modellerine göre elde edilen beklenen sıklıklar .....	71
Çizelge 6.10. EA, 4. NUA ve 4. NUAGA modellerine göre hesaplanan ardışık düzeyler için ayırt edilebilirlik dereceleri ve %95 güven aralıkları .....	73
Çizelge 6.11. Yeniden sınıflandırma yapılarak oluşturulmuş 3 x 3 boyutlu olumsuzluk tablosu-1.....	74
Çizelge 6.12. Yeniden sınıflandırma yapılarak oluşturulmuş 3 x 3 boyutlu olumsuzluk tablosu-2.....	74
Çizelge 6.13. Çizelge 6.11 ve 6.12 için kapa ve ağırlıklı kapa katsayıları ile bu katsayıların standart hataları, z-değerleri ve %95 güven aralıkları ....	74
Çizelge 6.14. Yeniden sınıflama yapılan tablolarda modellerin $G^2$ değerleri, serbestlik dereceleri ve $P$ -değerleri .....	75
Çizelge 6.15. Çizelge 6.14' te uyum bulunan modeller için hesaplanan bilgi kriterleri .....	76
Çizelge 6.16. Çizelge 6.11 için UAA ve NUAGA modellerin parametre tahminleri, standart hataları ve $P$ -değerleri .....	77
Çizelge 6.17. (1+2+3), 4, 5 yapısında UAA ve NUAGA modellerine göre hesaplanan beklenen sıklıklar .....	77
Çizelge 6.18. Çizelge 6.12 için UAA ve NUAGA modellerin parametre tahminleri, standart hataları ve $P$ -değerleri .....	79
Çizelge 6.19. (1+2), (3+4), 5 yapısında EAA ve NUAGA modellerine göre hesaplanan beklenen sıklıklar .....	80
Çizelge 6.20. (1+2+3), 4, 5 ve (1+2), (3+4), 5 yapılarına göre ardışık düzeyler için hesaplanan ayırt edilebilirlik dereceleri ve %95 güven aralıkları .....	81
Çizelge 6.21. 118 slaytın 3 patolog tarafından sınıflandırılması çalışması .....	83
Çizelge 6.22. 3 patolog için kapa katsayıları, standart hata ve %95 güven aralıkları.....	84
Çizelge 6.23. Modellerin $G^2$ değerleri, serbestlik dereceleri, $P$ -değerleri ve hesaplanan bilgi kriterleri.....	85
Çizelge 6.24. M3, M8(2), M14 ve M15 modellerinin parametre tahminleri, bu parametrelerin standart hataları ve $P$ -değerleri .....	86
Çizelge 6.25. M3, M8(2), M14 ve M15 modellerine göre hesaplanan beklenen sıklıklar .....	87
Çizelge 6.26. Patolog çiftleri için M8(2) modeli için hesaplanan odds oranları ve odds oranlarının %95 güven aralıkları .....	89

Çizelge 6.27. Ayırt edilebilirlik dereceleri ve ayırt edilebilirlik derecelerinin %95 güven aralıkları .....	90
--	----

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$K_w$	Ağırlıklı kappa katsayısı
$w_{ij}$	Ağırlıklı kappa katsayısı için ağırlık değeri
$\hat{\sigma}_{K_w}$	Ağırlıklı kappa katsayısının standart hatası
$\gamma_{ij}$	Ayirt edilebilirlik derecesi değeri
$K$	Cohen kappa katsayısı
$\hat{\sigma}_K$	Cohen kappa katsayısının standart hatası
$K_F$	Fleiss kappa katsayısı
$\hat{\sigma}_{K_F}$	Fleiss kappa katsayısının standart hatası
$P_0$	Genel uyum olasılığı
$u_i$	i. satırın skor değeri
$a_i$	i. sınıfın orta sıra skor değeri
$\beta$	İlişki parametresi
$K_j$	j. düzeyde değerlendiriciler arası kappa katsayısı
$\hat{\sigma}_{K_j}$	j. düzeyde değerlendiriciler arası kappa katsayısının standart hatası
$v_j$	j. kolonun skor değeri
$r_j$	j. sınıfın ridit değeri
$\tau_{ij}$	Karesel olumsuzluk tabloları için odds oranı
$\lambda$	Log-doğrusal modelde sabit etki
$\lambda_i^X$	Log-doğrusal modelde X değişkeninin i. düzey etkisi
$\lambda_j^Y$	Log-doğrusal modelde Y değişkeninin j. düzey etkisi
$\theta_{ij}$	Odds oranı
$G^2$	Olabilirlik oran test istatistiği

$\gamma$	Ortak ayırt edilebilirlik derecesi
$P_e$	Rasgele uyum olasılığı
$\delta_{ij}$	Uyum parametreleri
$a$	Üs parametresi
$\alpha$	I . tip hata olasılığı
<i>AIC</i>	Akaike bilgi kriteri
<i>BIC</i>	Bayesian bilgi kriteri
CNUA	Bitişik tekdüze olmayan ilişki modeli
CNUAGA	Bitişik tekdüze olmayan ilişki + uyum modeli
DD	Ayırt edilebilirlik derecesi
DEA	Üstel skorlu ilişki + simetrik uyumsuzluk modeli
DUA	Tekdüze ilişki + simetrik uyumsuzluk modeli
EA	Üstel skorlu ilişki modeli
EAA	Üstel skorlu ilişki + uyum modeli
LL	Doğrusal ilişki modeli
LLA	Doğrusal ilişki + uyum modeli
MNUA	Karışık tekdüze olmayan ilişki modeli
MNUAGA	Karışık tekdüze olmayan ilişki + uyum modeli
NUA	Tekdüze olamayan ilişki modeli
NUAGA	Tekdüze olamayan ilişki + uyum modeli
SNUA	Simetrik tekdüze olmayan ilişki modeli
SNUAGA	Simetrik tekdüze olmayan ilişki + uyum modeli
UA	Tekdüze ilişki modeli
UA <sub>1</sub>	Farklı ağırlıklandırılmış tekdüze ilişki modeli
UA <sub>1</sub> A	Farklı ağırlıklandırılmış tekdüze ilişki + uyum modeli
UAA	Tekdüze ilişki + uyum modeli

## **EKLER DİZİNİ**

Ek 1. EA ve EAA modellerinin üs parametresinin farklı değerlerine göre  $G^2$  ve  $P$ -değerleri

Ek 2. DEA modelinin üs parametresinin farklı değerlerine göre  $G^2$  ve  $P$ -değerleri



# 1. GİRİŞ

## 1.1. Giriş ve Amaç

Sıralanabilir ölçekli değişken içeren olumsuzluk tablolarının çözümlenmesi, sıralanabilir kategorik verilerin farklı bir bölümünü oluşturmaktadır. Önceleri psikolojik araştırmalarda bireylerin davranış bozukluklarının şiddetini ölçmede kullanılan sıralanabilir ölçekler, günümüzde sağlık araştırmaları ve hastalıkların iyileştirilmesinde de önemli bir yere sahip olmuştur. Daha detaylı yorumlar için sıralanabilir olumsuzluk tablo çözümlenmesi geliştirilmiştir.

Kategorik verilerde bağımlı örneklem çalışmaları, eşleştirilmiş örneklem ya da karesel tablolar olarak isimlendirilir. Sıralanabilir kategorik verilerde, satır ve kolon skorlarının aynı kritere göre sıralandığı bağımlı örneklem çalışmaları sıralanabilir karesel tablolar olarak da adlandırılır. Bu tür veriler değerlendirilirken, öncelikle satır ve kolon değişkenleri arasındaki uyum araştırılır.

Sınıflanabilir karesel olumsuzluk tablolarında uyum incelemesi yapılırken kapa katsayısı hesaplanır ya da marjinal homojenlik test edilir. Sıralanabilir karesel olumsuzluk tablolarında uyum incelenirken ise düzey sıralamalarının da dikkate alınması gerekir. Cohen ağırlıklı kapa katsayısı bu amaç için geliştirilen bir uyum katsayısıdır. Kapa katsayısı ve ağırlıklı kapa katsayısı karesel tablolarda uyum için tek bir değer vermektedir ve bu nedenle de tabloların ayrıntılı yorumları yapılamamaktadır. Yapılan çalışmalarda değerlendirmeler her ne kadar birbirinden bağımsız olarak yapılsa da, aralarında ilişki ortaya çıkacaktır. Değerlendiriciler arasındaki ilişki ve uyumu birlikte incelemek amacıyla logaritmik doğrusal (log-doğrusal) modeller geliştirilmiştir.

Tez çalışmasında, sıralanabilir karesel olumsuzluk tablolarında uyum parametresi içeren ilişki modellerini tanıtmak amaçlanmıştır. Tablo yapısının sıralanabilir olması nedeniyle modellerde (satır ve kolonlar için) kullanılan farklı skor eşitliklerinin modelin anlamlılığına ve parametre tahminlerine etkisi araştırılmıştır. SAS 9.1 ve SPSS 15.0 paket programları yardımıyla, literatürde yer alan ve ayrıca tez çalışmasında önerilen ilişki ve uyum modelleri ile uyum parametresi içeren ilişki modelleri New York'ta, 1988 ve 1998 yılları arasında yapılan kolonoskopi tabanlı vaka-kontrol çalışmasına ve üç patoloğun rahim kanseri hastalarını

değerlendirdiği çalışmaya uygulanmıştır. Tablo yapısına en uygun modele göre sonuçlar yorumlanmıştır.

Tez çalışması altı bölümden oluşmaktadır. Birinci bölüm giriş bölümüdür. İkinci bölümde olumsuzluk tabloları ile ilgili genel bilgilere değinilmiştir. Daha sonra, kapa katsayıları ve iki boyutlu olumsuzluk tablolarında kullanılan logaritmik doğrusal modeller tanıtılmıştır. Bunun yanı sıra, sıralanabilir kategorik değişkenler için kullanılabilir skor eşitliklerinden söz edilmiştir. Üçüncü bölümde uyum parametresi içeren ilişki modelleri detaylı olarak incelenmiştir. Dördüncü bölümde çok boyutlu olumsuzluk tablolarında uyum parametresi içeren ilişki modellerinden bahsedilmiştir. Beşinci bölümde tez çalışmasında önerilen modeller yer almaktadır. Çalışmanın altıncı bölümünde iki ve üç değerlendircisi olan iki farklı veri kümesi üzerinde modeller tartışılmıştır. Uygulamalar sonucunda elde edilen ve bulguları verilen çalışmaların değerlendirmesi yapılmıştır.

## **1.2. Önceki Çalışmalar**

Sıralanabilir karesel olumsuzluk tablolarını yorumlamak için ilk olarak Cohen (1968) çalışmasında, iki değişken arasındaki uyumu araştıran ağırlıklı kapa katsayısı önerilmiştir. Tek bir değer olarak elde edilen bu katsayı tabloların detaylı yorumlanmasında yeterli değildir. Bu nedenle tablo yapısına uygun modeller geliştirilerek tabloların daha iyi yorumlanması sağlanmıştır.

Sıralanabilir olumsuzluk tablolarını incelerken en çok kullanılan modellerden birisi Goodman (1979) tarafından önerilen tekdüze ilişki modelidir. Bu modelde ardışık düzeyler arası mesafeler eşit olarak kabul edilir. Ardışık düzeyler arasındaki tüm odds oranları birbirine eşittir.

Tanner and Young (1985a-1985b) çalışmasında, uyum, uyumsuzluk ve simetrik bant uyumsuzluk modelleri önerilmiştir. Bu modeller kapa katsayılarına alternatif olarak önerilmiştir. Fakat bu modeller sınıflanabilir olumsuzluk tablolarında kullanılabilen iken, sıralanabilir olumsuzluk tablolarında ancak sıralı yapıyı ihmal ederek uygulanabilmektedir.

Agresti (1988) çalışmasında, sıralanabilir iki kategorik veri içeren olumsuzluk tablolarında ilişki modeline uyum parametresinin eklendiği tekdüze ilişki + uyum modeli önerilir. Önerilen bu model, Landis and Koch (1977b) çalışmasında yer alan, 118 rahim kanseri hastasının 7 patoloğ tarafından değerlendirilen çalışmasının A ve B patoloğ sonuçları için uygulanmıştır.

Yapılan bu çalışmalar birden fazla değerlendirici olduğu durumda nasıl bir yol izleneceği sorusunu beraberinde getirmiştir. Çoklu değerlendiriciler için ilişki + uyum modelleri Melia and Diener-West (1994) çalışmasında önerilmiştir. 612 hastanın gözlerindeki nekroz derecelerinin üç değerlendirici tarafından sınıflandırıldığı veri kümesine, önerilen modeller uygulanmıştır (Lawal, 2003). Landis and Koch (1977b) çalışmasında yer alan A, B ve C patoloğlarına ait veriler üç boyutlu olumsuzluk tablosunda Melia and Diener-West (1994) modellerine uygulanmış, en uygun model belirlenerek odds oranları yorumlanmıştır (Saraçbaşı, 2011).

Aktaş and Saraçbaşı (2009) çalışmasında, tekdüze ilişki + simetrik uyumsuzluk modeli önerilmiştir. Önerilen model, rahim kanseri tanısı konulmuş 280 kadında, hastalık şiddetinin bir patoloğ tarafından 1982-1983 yıllarında 6 farklı düzeyde sınıflandırıldığı veriye uygulanmıştır.

Valet *et al.*, (2007) çalışmasında, ardışık düzeyler arası ayırt edilebilirlik derecelerinin değişimlerini de dikkate alan tekdüze olmayan ilişki ve tekdüze olmayan ilişki + uyum modelleri önerilmiştir. 2001 yılında, kadınların yüzlerinde meydana gelen yaşlanma belirtilerini sınıflandırabilmek için fotografik ölçekleme kullanılmaya başlanmıştır. Bu çalışmada, bir dermatoloğın iki farklı zamanda, nazolabial kıvrım ve ifade çizgisi ölçülerini kullanarak yaptığı değerlendirmeler, 6 x 6 boyutlu iki olumsuzluk tablosu olarak oluşturulmuş ve önerilen modeller uygulanmıştır. Analizler sonucunda modellere uyum araştırılmış ve modeller karşılaştırılmıştır. Parametre tahminleri ve ayırt edilebilirlik dereceleri hesaplanarak yorumlanmıştır. Bu çalışmayı, Valet *et al.* tarafından 2008, 2009 ve 2011 yıllarında yapılan benzetim ve birden fazla değerlendirici içeren çalışmalar izlemiştir.

Sıralanabilir olumsuzluk tablolarının çözümlenmelerinde, verinin yapısını belirten skorların seçimi tartışılmıştır. Eşit aralıklı skorlar Simon (1974), Goodman (1979), Agresti (1984), Graubard and Korn (1987) çalışmasında tartışılmıştır. Eşit aralıklı olmayan skor eşitlikleri Bross (1958), Agresti (1984), Iki *et al.* (2009), Bagheban and Zayeri (2010) çalışmalarında yer alır.

Bagheban and Zayeri (2010) çalışmasında, tekdüze ilişki modeline alternatif olarak üstel skorlu ilişki modeli ve tekdüze ilişki + uyum modeline alternatif olarak da üstel skorlu ilişki + uyum modeli önerilmiştir. Yumurtalık kanseri tanısı konulmuş 80 kadının hastalık şiddeti bir radyolog tarafından ve 69 hastanın diş dökümü ihtiyacı bir ortodonti uzmanı tarafından iki farklı zamanda derecelendirilmiştir. Bu iki veri kümesine farklı üs değerleri kullanılarak önerilen modeller uygulanmış ve modellere uyum araştırılmıştır. En uygun modelin ayırt edilebilirlik dereceleri yorumlanmıştır.

## 2. GENEL BİLGİLER

### 2.1. Değişken Türleri ve Tanımları

Belirli bir amaç için verilerin toplanması, düzenlenmesi, uygun bir yöntem kullanılarak çözümlenmesi ve sonuçlarının yorumlanması ile ilgili yöntemleri içeren bilim dalına istatistik denir. Gözlemden gözleme değişik değerler alabilen nesnelere, özelliklere ya da durumlara değişken adı verilir (Arıcı, 1972). İstatistik biliminde değişkenler nicel (quantitative) ve nitel (qualitative) olarak ikiye ayrılır. Nicel değişkenler bir gözlemin ölçülebilir ve sayılabilir özelliğini veren değişkenlerdir. Sayarak ve ölçerek elde edilirler. Yaş, kilo, nüfus, hava sıcaklığı, aylık gelir, çocuk sayısı vb. nicel değişkenlerdir. Nicel değişkenler, sürekli ve kesikli nicel değişkenler olarak ikiye ayrılır. Nitel değişkenler ise bir gözlemden diğerine farklılık gösterir. Bu farklılık derece yönünden değil, çeşit ve kalite yönündendir. Cinsiyet, maddi durum, eğitim düzeyi, siyasi görüş vb. nitel değişkenlere örnektir. Nitel değişkenler, sınıflanabilir (ordinal) ve sıralanabilir (nominal) olarak ikiye ayrılır. Nitel değişkenler kategorik değişkenler olarak da adlandırılır.

Sınıflanabilir kategorik veriler benzer özellikteki nesnelere bir araya toplanmasıyla elde edilir. Bir birim cinsinden sayı ile gösterilmeye uygun yapıda değillerdir. Genellikle isimsel düzeylere sahiplerdir. Cinsiyet (kadın, erkek), medeni durum (evli, bekar, dul, boşanmış), siyasi görüşler (cumhuriyetçi, demokrat, bağımsız), etnik köken, din vb. sınıflanabilir kategorik verilere örnek olarak verilebilir (Lawal, 2003). Bu örneklerde de görüldüğü gibi değişkenlerin düzeyleri birbirinden bağımsızdır ve aralarında birleştirme yapılamaz.

Sıralanabilir kategorik veriler ise belirli bir miktar belirtmeyip, bir sıralama ya da dereceleme sonucunda elde edilir. Düzeyler arasında hiyerarşi olup, bir düzeyden diğerine geçiş mümkündür. Sosyal statü (yüksek, orta, düşük), öğrenim durumu (ilköğretim, lise, üniversite, yüksek lisans, doktora), ordu rütbeleri (albay, yarbay, subay, ...) vb. sıralanabilir kategorik verilere örnektir. Sıralanabilir kategorik değişkenler genellikle bir gözlemin diğerlerinden daha üstün olduğunu gösterir. Düzeyler arasındaki mesafeler hakkında bilgi sahibi olmadığımız için, daha iyi olan düzeyin ne kadar iyi olduğu sorusuna cevap alamayız (Lawal, 2003).

## 2.2. Olumsallık Tabloları (*Contingency Tables*)

Kategorik verilerin analizinde kullanılan yaygın yöntemlerden birisi de olumsallık tablo çözümleridir. Çapraz tablolar olarak da bilinen olumsallık tabloları, iki veya daha fazla değişkenin sıklık dağılımını matris biçiminde gösteren tablolardır. Olumsallık tablosu kavramı ilk defa Karl Pearson (1904) tarafından kullanılmıştır (Agresti, 2002). Olumsallık tabloları içerdikleri değişken sayısına göre iki ve çok boyutlu olarak düzenlenir.

Olumsallık tablolarını çözümlene yöntemleri, kategorik verilerin özelliklerine göre farklılık gösterir. Satır ve kolonlarda yer alan değişkenlerin sınıflanabilir ya da sıralanabilir olma özelliğine göre kullanılacak çözümlene yöntemi de değişir. Sıralanabilir kategorik değişkenlerin sıralı yapısı göz ardı edilerek, sınıflanabilir kategorik değişkenler için kullanılan yöntemler kullanılabilirken, sınıflanabilir kategorik değişkenlere sıralanabilir özellik yüklenemez. Bu nedenle kategorik veri çözümlerinde değişken yapısının dikkate alınması önemlidir (Agresti, 2002).

Bir kitleden rasgele çekilen iki kategorik değişkenden biri R düzeye sahip X, diğeri ise C düzeye sahip Y olsun. (X, Y) cevapları bileşik olasılık dağılımına sahiptir. Bu dağılım, X değişkenine ait R satır ve Y değişkenine ait C kolondan oluşan bir dikdörtgendir. Oluşan bu dikdörtgen, iki değişkenin sıklık tablosudur. Bu tabloya R x C boyutlu olumsallık tablosu adı verilir (Agresti, 2002). Çizelge 2.1' de R x C boyutlu olumsallık tablosunun genel bir gösterimi yer almaktadır.

Çizelgede  $n_{ij}$ , X değişkeninin  $i$ . düzeyinde, Y değişkeninin  $j$ . düzeyinde bulunan sıklık sayısıdır.  $n_{ij}$ 'ler gözlenen sıklıklar olarak adlandırılır.  $n_{i.}$   $i$ 'nin sabit düzeyleri için  $n_{ij}$  değerlerinin toplamıdır ( $i = 1, 2, \dots, R$ ). X değişkeninin  $i$ . düzeyindeki marjinal toplamıdır.  $n_{.j}$  ise  $j$ 'nin sabit düzeyleri için  $n_{ij}$  değerlerinin toplamıdır ( $j = 1, 2, \dots, C$ ). Y değişkeninin  $j$ . düzeyindeki marjinal toplamıdır. Bu toplamalar aşağıdaki eşitliklerle ifade edilir.

$$n_{i.} = \sum_{j=1}^C n_{ij} \quad \text{ve} \quad n_{.j} = \sum_{i=1}^R n_{ij} \quad (2.1)$$

**Çizelge 2.1.** R x C boyutlu olumsuzluk tablosu

<b>i/j</b>	<b>Y</b>						<b>Toplam</b>
	<b>1</b>	<b>2</b>	...	<b>j</b>	...	<b>C</b>	
<b>1</b>	$n_{11}$	$n_{12}$		$n_{1j}$		$n_{1C}$	<b><math>n_{1.}</math></b>
<b>2</b>	$n_{21}$	$n_{22}$		$n_{2j}$		$n_{2C}$	<b><math>n_{2.}</math></b>
⋮							
<b>X i</b>	$n_{i1}$	$n_{i2}$		$n_{ij}$		$n_{iC}$	<b><math>n_{i.}</math></b>
⋮							
<b>R</b>	$n_{R1}$	$n_{R2}$		$n_{Rj}$		$n_{RC}$	<b><math>n_{R.}</math></b>
<b>Toplam</b>	<b><math>n_{.1}</math></b>	<b><math>n_{.2}</math></b>		<b><math>n_{.j}</math></b>		<b><math>n_{.C}</math></b>	<b><math>n_{..} = n</math></b>

R x C tablosunun olasılıklar ile gösterimi Çizelge 2.2' de gösterilmiştir.

**Çizelge 2.2.** R x C boyutlu olumsuzluk tablosu göze oranları

<b>i/j</b>	<b>Y</b>						<b>Toplam</b>
	<b>1</b>	<b>2</b>	...	<b>j</b>	...	<b>C</b>	
<b>1</b>	$\pi_{11}$	$\pi_{12}$		$\pi_{1j}$		$\pi_{1C}$	<b><math>\pi_{1.}</math></b>
<b>2</b>	$\pi_{21}$	$\pi_{22}$		$\pi_{2j}$		$\pi_{2C}$	<b><math>\pi_{2.}</math></b>
⋮							
<b>X i</b>	$\pi_{i1}$	$\pi_{i2}$		$\pi_{ij}$		$\pi_{iC}$	<b><math>\pi_{i.}</math></b>
⋮							
<b>R</b>	$\pi_{R1}$	$\pi_{R2}$		$\pi_{Rj}$		$\pi_{RC}$	<b><math>\pi_{R.}</math></b>
<b>Toplam</b>	<b><math>\pi_{.1}</math></b>	<b><math>\pi_{.2}</math></b>		<b><math>\pi_{.j}</math></b>		<b><math>\pi_{.C}</math></b>	<b><math>\pi_{..} = 1</math></b>

### 2.2.1. R x C olumsuzluk tabloları

X değişkeninin  $i$ ., Y değişkeninin  $j$ . düzeyinde bulunan sıklık sayısının toplam sıklık sayısına (örneklem büyüklüğüne) oranı  $\pi_{ij}$  ile ifade edilmektedir.  $\pi_{ij}$  bileşik olasılık olarak adlandırılır ve aşağıdaki eşitliğe göre hesaplanır.

$$\pi_{ij} = \frac{n_{ij}}{n} \quad (2.2)$$

$\pi_{i.}$  ve  $\pi_{.j}$  marjinal olasılıkları ise aşağıdaki eşitlikler yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$\pi_{i.} = \frac{n_{i.}}{n} \quad \text{ve} \quad \pi_{.j} = \frac{n_{.j}}{n} \quad (2.3)$$

Olasılıklar,

$$\sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^C \pi_{ij} = \sum_{i=1}^R \pi_{i.} = \sum_{j=1}^C \pi_{.j} = 1$$

koşulunu sağlamalıdır.

### 2.2.2. Karesel olumsuzluk tabloları (*Square contingency tables*)

Olumsuzluk tablolarının satır ve kolon değişkenlerinin aynı kriterlere göre değerlendirilmesi ile oluşturulan tablolara karesel tablolar adı verilir. Değişkenler arasında bağımlı bir yapı vardır. Karesel olumsuzluk tabloları R x R boyutlu olumsuzluk tabloları olarak gösterilir. Karesel olumsuzluk tabloları birçok yolla oluşturulabilir. Bunlardan bazıları:

1. Aynı araştırma biriminin iki benzer kritere göre sınıflandırıldığı durumdur. 1943-1946 yıllarında yapılan bir çalışmada, Royal Ordnance fabrikalarında çalışan 30-39 yaşları arasında 7477 kadının sağ ve sol göz görme dereceleri (1) en iyi, (4) en kötü olmak üzere 4 sınıfta derecelendirilmiştir (Stuart, 1955).



2. Değişkenlerin eşleştirilmiş yapıda olduğu durumdur. Karı-koca, baba-oğul, ikiz kardeşler gibi çiftler aynı kriterlere göre sınıflandırılır. Baba ve oğulun sosyal statülerine göre derecelendirildiği ya da ikiz kardeşlerin eğitim düzeyleri için oluşturulan çapraz tablolar karesel tablolara örnektir.
3. Gözlemlerin farklı zaman noktalarında aynı özelliğe göre değerlendirildiği durumdur. Seçim çalışmaları, piyasa araştırmaları, güvenilirlik araştırmaları, hastalıkların ilerleme durumu gibi birçok alanda yapılan çalışmalar bu tür karesel tablolara örnektir.
4. Aynı gözlemlerin iki bağımsız değerlendirici tarafından değerlendirildiği durumdur. Genellikle sağlık alanında yapılan çalışmalar uzmanlara başvurularak yapılır. Örneğin Landis and Koch (1977a) çalışması bu tür karesel tablolara örnektir. Bu çalışmada, 149 MS hastası iki nörolog tarafından 4 sınıfta derecelendirilmiştir. Burada değişkenler nörologlar, kriter ise hastalık derecesidir.

(Lawal, 2003)

## 2.3. Olumsallık Tablolarının Yorumlanması

### 2.3.1. Odds oranı

R x C boyutlu olumsallık tablolarında, değişkenler arasındaki ilişkiyi tek bir değerle ifade etmek bilgi kaybına yol açar. Bu nedenle sıralanabilir olumsallık tablolarının 2 x 2 alt tablolarında odds oranları yorumlanır. Odds oranı sıklıklar ya da oranlar kullanılarak hesaplanır.

$$\theta_{ij} = \frac{n_{ij} \times n_{i+1,j+1}}{n_{i,j+1} \times n_{i+1,j}} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, R \\ j = 1, 2, \dots, C \end{array} \quad (2.4)$$

$$\theta_{ij} = \frac{\pi_{ij} \times \pi_{i+1,j+1}}{\pi_{i,j+1} \times \pi_{i+1,j}} \quad (2.5)$$

Tüm satır ve kolon değişkenleri için (R-1)(C-1) tane odds oranı elde edilir (Agresti, 2002).

2 x 2 tablosunda değişkenler bağımlı (cevap) ve bağımsız (etken) olarak tanımlandığında,

- $\theta_{ij} = 1$  ise cevap değişkeni etkenden bağımsızdır.
- $0 < \theta_{ij} < 1$  ise etken, cevap değişkenine rastlama olasılığını azaltır. Etken bir risk faktörü değildir.
- $1 < \theta_{ij} < \infty$  ise etken, cevap değişkeni için bir risk faktörüdür. Etkenlerin incelenmesi gerekir.

Odds oranının e tabanına göre logaritması alındığında log-odds oranı elde edilir. Log-odds oranının standart hatasının yaklaşık değeri aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır (Morris and Gardner, 1988).

$$\sigma_{(\ln\theta_{ij})} = \sqrt{\frac{1}{n_{ij}} + \frac{1}{n_{i+1,j+1}} + \frac{1}{n_{i,j+1}} + \frac{1}{n_{i+1,j}}} \quad (2.6)$$

Eşitlik olumsuzluk tablosundaki gözeler çok küçük değerlere sahip iken anlamlı sonuçlar vermez. Bu durumda  $n_{ij}$  düzeltilmesi yapılmalıdır.

$\alpha$ , I. tip hata olasılığı olmak üzere, odds oranının  $(1 - \alpha)$  güven aralığı aşağıdaki eşitlik ile hesaplanır.

$$\exp\{\ln\theta_{ij} \pm Z_{\alpha/2} \times \sigma_{(\ln\theta_{ij})}\} \quad (2.7)$$

Odds oranının anlamlılığı,

$$H_0: \ln\theta = 1$$

$$H_1: \ln\theta \neq 1$$

hipotezleri altında,

$$z = \frac{\ln\theta}{\sigma(\ln\theta)} \quad (2.8)$$

ile test edilir. Odds oranının anlamlılığını test etmenin bir diğer yolu da güven aralığından faydalanmaktır. Eşitlik 2.7' den elde edilen güven aralığı "1" değerini içeriyorsa hipotez kabul edilir.

### 2.3.2. Karesel tablolarda odds oranı

Darroch and McCloud (1986) çalışmasında, karesel tablolarda uyumsuzluklar yerine uyumluluklar göz önüne alınarak,  $i = 1, 2, \dots, R$  ve  $j = 1, 2, \dots, C$  olmak üzere odds oranı,

$$\tau_{ij} = \frac{m_{ii} \times m_{jj}}{m_{ij} \times m_{ji}} \quad i < j \quad (2.9)$$

eşitliğinde tanımlanmıştır. Bu eşitlikte,  $m_{ij}$  değerleri model altında hesaplanan beklenen sıklıklardır.

### 2.3.3. Ayırt edilebilirlik derecesi (DD) (*Degree of distinguishability*)

Özellikle sağlık alanında daha fazla karşılaşılan karesel tablo çözümlerinde, değişkenler değerlendiriciler ya da farklı zaman noktaları olabilir. Örneğin, kanser hastalarında hastalık tanısı koymada iki farklı doktorun bilgisine başvurularak hastalığı aynı kriterlere göre derecelendirmeleri istenir. Bazen de hastalığın ilerleme durumunu incelemek için, aynı doktordan, farklı zamanlarda hastalar hakkında tekrar değerlendirme yapması istenir. Çalışmalar sonucunda oluşturulan olumsuzluk tabloları karesel tablo yapısındadır.

Değerlendiriciler değerlendirmelerini her ne kadar birbirinden bağımsız olarak yapsalar da, yapılan bu değerlendirmeler birbiriyle ilişkilidir. Değerlendirmeler arasındaki bu ilişkinin iki önemli bileşeni vardır:

1. Düzeylerin ayırt edilebilirliği: Değerlendiricinin düzeyler arasında ayırım yapabilme yeteneğidir
2. Değerlendiriciler arası marjinal homojenlik: Her bir değerlendiricinin kararlarının marjinal dağılımlarındaki farklardır (Darroch and McCloud, 1986).

(Valet *et al.*, 2011)

### 2.3.3.1. İki düzey arası ayırt edilebilirlik derecesi

Değerlendirmeler arasında ortaya çıkan ilişki düzeylerin ayırt edilebilirliğine de yansır.  $i$  ve  $j$  düzeylerinin ayırt edilebilirlik derecesi (DD) aşağıdaki eşitlikle tanımlanır (Darroch and McCloud, 1986).

$$\gamma_{ij} = 1 - \tau_{ij}^{-1} \quad , 0 \leq \gamma_{ij} \leq 1 \quad , i = 1, 2, \dots, (R - 1) \quad (2.10)$$

DD'nin "1" e yakın değer alması,  $i$ . ve  $j$ . düzeyleri için hesaplanan  $\tau_{ij}$ ' nin çok büyük pozitif değer almasına bağlıdır. DD'nin "1" e yakın değer alması,  $i$ . ve  $j$ . düzeylerinin ayırt edilebilirliğinin mükemmel olduğunu gösterir. Mükemmel ayırt edilebilirlik doğru ölçekleme göstergesidir. DD'nin "0" olması ise,  $i$ . ve  $j$ . düzeylerini birbirinden ayırt etmenin imkânsız olduğu anlamına gelir. Çalışmalarda tercih edilen bir durum değildir.

DD formülünde  $j = i + 1$  olarak alındığında, iki ardışık düzey arasındaki DD elde edilir. Ardışık iki düzey için ayırt edilebilirlik derecesi aşağıdaki eşitlikle verilir.

$$\gamma_{i,i+1} = 1 - \tau_{i,i+1}^{-1} = 1 - \theta_{ii}^{-1} \quad (2.11)$$

$$\tau_{i,i+1} = \theta_{ii}$$

R x R boyutlu tablo için hesaplanan (R-1) tane ayırt edilebilirlik derecesi, R tane ardışık düzeyin ayırt edilebilirlik göstergesidir. DD' ler yardımıyla tablonun homojen ya da heterojen yapıda olduğuna karar verilir. Eğer hesaplanan DD değerleri

birbirlerine yakın değerli elde edilirse, tablo homojen yapıdadır ve düzeyler arasındaki mesafeler de birbirlerine yaklaşık olarak eşittir. Bu da ölçeklemenin iyi yapıldığı anlamına gelir. Örneğin, 6 x 6 boyutlu karesel tablo düşünelim. DD değerleri, merkezde yer alan düzeyler arasında, uçlarda yer alanlara göre daha yüksek değerli ise, merkezde yer alan düzeylerin uçtakilere göre daha ayırt edilebilir olduğunu gösterir. Bu değişkenlik heterojen yapının göstergesidir (Valet *et al.*, 2008).

Kappa katsayısı ile ayırt edilebilirlik derecesi paralel davranış göstermeyebilir. Kappa katsayısına göre yüksek uyum olsa bile, DD' ye göre tablo yapısı heterojen olabilir. Tablo yapısının heterojen olduğu kanısına varılırsa ya da düşük derecede ayırt edilebilirlik gözlenirse, tablo hatalı ölçeklendirilmiştir. Bu aşamada yapılan bir hata, örneğin bir sağlık araştırmasında yapıldıysa, tedavi yönteminin seçiminde ve dolayısıyla seçilen yöntemin sonuçları üzerinde önemli etkiler yaratacaktır. Bu nedenle, mükemmel uyum bulunsa dahi DD' lerde meydana gelen değişimlerin de incelenmesi gerekir. Bu durumda çözüm olarak bazı ölçeklerde düzenlemeler yapılabilir. Böylece daha sonra yapılacak çalışmalara katkıda bulunulmuş olunur (Valet *et al.*, 2008).

DD'nin bir diğer özelliği de ardışık olmayan düzeylerin ayırt edilebilirliğinin, ardışık düzeylerinkinden faydalanılarak yorumlanabilmesidir. İki ardışık olmayan düzeyin ayırt edilebilirliği, bu iki düzey arasında yer alan ve ardışık olan düzeylerinkine bağlıdır. Örneğin, 1-2 ve 2-3 düzeyleri arasında "iyi" olarak derecelendirilen bir ayırt edilebilirlik varsa o zaman 1-3 düzeyleri arasında "çok iyi" olarak derecelendirilebilecek bir ayırt edilebilirlik vardır (Valet *et al.*, 2007).

### **2.3.3.2. Ortak ayırt edilebilirlik derecesi**

Her bir düzey çifti arasındaki ayırt edilebilirliği ayrı ayrı hesaplamak tabloyu detaylı olarak yorumlayabilmeyi sağlar. Fakat tüm düzeyler üzerinden genel bir ayırt edilebilirlik yorumu yapabilmek de mümkündür. Bunun için Darroch and McCloud (1986) çalışmasında, ortak ayırt edilebilirlik derecesi  $\gamma$  önerilmiştir.

Tüm  $(i, j)$  çiftleri için, ortak ayırt edilebilirlik derecesi,

$$\gamma = \frac{1}{\binom{R}{2}} \sum_{i < j} \gamma_{ij} = \frac{1}{\binom{R}{2}} \sum_{i < j} (1 - \tau_{ij}^{-1}) \quad (2.12a)$$

$$= \frac{1}{\binom{R}{2}} \sum_{i < j} \frac{m_{ii}m_{jj} - m_{ij}m_{ji}}{m_{ii}m_{jj}} \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (2.12b)$$

eşitliği kullanılarak hesaplanır ( $i = 1, 2, \dots, (R - 1)$  ;  $j = 2, 3, \dots, R$ ).

Ortak ayırt edilebilirlik derecesi,

- $\gamma = 1$  ise olası tüm düzey çiftleri mükemmel ayırt edilebilirdir.
- $\gamma = 0$  ise olası tüm düzey çiftleri ayırt edilemezdir.

## 2.4. Kappa Katsayısı (*Kappa coefficient*)

Karesel olumsuzluk tablolarında iki değerlendiricinin kararları arasındaki uyum ya da bir değerlendiricinin iki farklı zamanda yaptığı değerlendirmeler arasındaki uyum, sınıflanabilir karesel tablolarda Cohen kappa katsayısı ile sıralanabilir karesel tablolarda ağırlıklı kappa katsayısı ile ölçülür. Çok boyutlu karesel tablolarda ikiden çok değerlendirici arasındaki uyum Fleiss kappa katsayısına göre hesaplanır.

### 2.4.1. Cohen kappa katsayısı

Cohen kappa katsayısı ( $K$ ),  $P_0$  genel uyum olasılığı, iki değerlendiricinin aynı kararı verme olasılığını,  $P_e$  ise rasgele uyum olasılığını vermek üzere aşağıdaki eşitlikten hesaplanır (Cohen, 1960).

$$K = \frac{P_0 - P_e}{1 - P_e} \quad (2.13)$$

$$P_0 = \sum_{i=1}^R \pi_{ii} \quad ; \quad P_e = \sum_{i=1}^R \pi_i \cdot \pi_i \quad (2.14)$$

$$K = \frac{\sum_{i=1}^R \pi_{ii} - \sum_{i=1}^R \pi_i \cdot \pi_i}{1 - \sum_{i=1}^R \pi_i \cdot \pi_i} \quad (2.15)$$

$K$  katsayısı gözlenen sıklıklar kullanılarak da aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$K = \frac{n \sum_{i=1}^R n_{ii} - \sum_{i=1}^R n_i \cdot n_i}{n^2 - \sum_{i=1}^R n_i \cdot n_i} \quad (2.16)$$

Kappa katsayısı -1 ile +1 arasında değerler almaktadır.  $K = 1$  olması iki değerlendiricinin görüşlerinin tam tutarlı olduğu,  $K > 0$  olması tutarlılığın geçerli olduğu ve  $K < 0$  olması tutarlılığın şansa bağlı olduğu anlamına gelir. Kappa katsayısı 0 ile +1 arasında yorumlanabilir olup, negatif ( $K < 0$ ) değerleri güvenilir değildir.

Kappa katsayısının standart hatasının hesaplanmasına ilişkin yaklaşım,

$$A = \sum_{i=1}^R \pi_{ii} (\pi_i + \pi_i) \quad (2.17)$$

$$B = \sum_{i,j}^R \pi_{ij} (\pi_j + \pi_i)^2 \quad (2.18)$$

olmak üzere,

$$\hat{\sigma}_K = \frac{1}{\sqrt{n}} \left[ \frac{P_0(1 - P_0)}{(1 - P_e)^2} + \frac{2(1 - P_0)(2P_0P_e - A)}{(1 - P_e)^3} + \frac{(1 - P_0)^2(B - 4P_e^2)}{(1 - P_e)^4} \right]^{1/2} \quad (2.19)$$

eşitliğinde verilmiştir (Bishop *et al.*, 1975). Örneklem büyüklüğünün fazla olduğu çalışmalarda ( $N \geq 100$ ),  $K$  yaklaşık olarak normal dağılım gösterecektir.

Kappa katsayısının  $(1 - \alpha)$  güven aralıkları  $[K \pm Z_{\alpha/2} \times \hat{\sigma}_K]$ ' dir (Cohen, 1960).

#### 2.4.2. Çoklu değerlendiriciler için kappa katsayısı

Cohen kappa katsayısı sadece iki değerlendirici olduğunda kullanılabilir. Çok boyutlu tablolarda uyum incelemesi, Fleiss (1971) çalışmasında önerilen yöntemle mümkündür. Bu yöntem, Cohen kappa katsayısının geliştirilmiş halidir.

Fleiss kappa katsayısı,  $n$  gözlemin her birinin  $R$  düzeyde,  $M$  ( $M \geq 2$ ) değerlendirici tarafından bağımsız bir biçimde değerlendirilmesi durumunda kullanılır. Sınıflanabilir kategorik verilerde kullanılan bir yöntemdir. Örneğin, 30 hastanın her biri 6 farklı psikolog tarafından 5 düzeyden birine yerleştirilsin. Bu durumda psikologların değerlendirmeleri arasındaki uyum incelenmek istendiğinde, Fleiss kappa katsayısından yararlanılabilir (Banerjee *et al.*, 1999).

$k_{ij}$ ,  $M$  değerlendirici tarafından değerlendirilen  $i$ . gözlem için,  $j$ . düzeydeki değerlendirme sayısıdır.  $\bar{\pi}_j$  ise  $j$ . düzeyde yer alan değerlendirmelerin genel oranıdır ( $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $j = 1, 2, \dots, R$ ).

$$\bar{\pi}_j = \frac{1}{Mn} \sum_{i=1}^n k_{ij} \quad (2.20)$$

Fleiss kappa katsayısı ( $K_F$ ) aşağıdaki eşitlikle tanımlanmıştır.

$$K_F = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^R k_{ij}^2 - Mn\{1 + (M-1) \sum_{j=1}^R \bar{\pi}_j^2\}}{nM(M-1)(1 - \sum_{j=1}^R \bar{\pi}_j^2)} \quad (2.21)$$

Kappa katsayısının standart hatasının hesaplanmasına ilişkin yaklaşım,

$$\hat{\sigma}_{K_F} = \left[ \frac{2}{nM(M-1)} \times \frac{\sum_{j=1}^R \bar{\pi}_j^2 - (2M-3)(\sum_{j=1}^R \bar{\pi}_j^2)^2 + 2(M-2) \sum_{j=1}^R \bar{\pi}_j^3}{(1 - \sum_{j=1}^R \bar{\pi}_j^2)^2} \right]^{1/2} \quad (2.22)$$

eşitliğinde verilmiştir (Fleiss, 1971).



Fleiss (1971) çalışmasında değerlendiriciler arasındaki genel uyumun yanı sıra, her bir düzey için de uyumu veren bir kappa katsayısı önerilmiştir.  $j$ . düzeyde değerlendiriciler arasındaki uyum aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$K_j = \frac{\sum_{i=1}^n k_{ij}^2 - Mn\bar{\pi}_j\{1 + (M-1)\bar{\pi}_j\}}{nM(M-1)\bar{\pi}_j(1-\bar{\pi}_j)} \quad j = 1, 2, \dots, R \quad (2.23)$$

$K_j$ ' ye ait standart hatanın hesaplanmasına ilişkin yaklaşım aşağıdaki eşitlikte tanımlanmıştır.

$$\hat{\sigma}_{K_j} = \left[ \frac{\{1 + 2(M-1)\bar{\pi}_j\}^2 + 2(M-1)\bar{\pi}_j(1-\bar{\pi}_j)}{nM(M-1)^2\bar{\pi}_j(1-\bar{\pi}_j)} \right]^{1/2} \quad j = 1, 2, \dots, R \quad (2.24)$$

#### 2.4.3. Ağırlıklı kappa katsayısı (*Weighted kappa coefficient*)

Sıralanabilir karesel olumsuzluk tablolarında uyum, Cohen (1968) tarafından önerilen ağırlıklı kappa katsayısı ile ölçülmektedir. Ağırlıklı olmayan kappa katsayısı hesaplanırken tüm uyumsuzluklar eşit olarak kabul edilir, fakat ağırlıklı kappa katsayısı hesaplanırken uyumsuzluklar arasında derecelendirme yapılır. Ağırlıklı kappa katsayısı ( $K_w$ ) aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$K_w = \frac{P_0 - P_e}{1 - P_e} \quad (2.25)$$

$$P_0 = \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^R w_{ij}\pi_{ij} \quad (2.26)$$

$$P_e = \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^R w_{ij}\pi_{i.}\pi_{.j} \quad (2.27)$$

$$K_w = \frac{(\sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^R w_{ij}\pi_{ij}) - (\sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^R w_{ij}\pi_{i.}\pi_{.j})}{(1 - \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^R w_{ij}\pi_{i.}\pi_{.j})} \quad (2.28)$$

Ağırlıklandırma için önerilen eşitlikler:

- Doğrusal ağırlıklandırma:  $w_{ij} = 1 - \frac{|i-j|}{R-1}$  (Cicchetti and Allison, 1971)
- Karesel ağırlıklandırma:  $w_{ij} = 1 - \frac{(i-j)^2}{(R-1)^2}$  (Fleiss and Cohen, 1973)

(Vanbelle and Albert, 2009)

Ağırlıklı kappa katsayısının standart hatasının hesaplanmasına ilişkin yaklaşım,

$$\bar{w}_{i.} = \sum_{j=1}^R w_{ij} \pi_{.j} \text{ ve } \bar{w}_{.j} = \sum_{i=1}^R w_{ij} \pi_{i.} \quad (2.29)$$

$$P_t = w_{ij}(1 - P_e) - (\bar{w}_{i.} + \bar{w}_{.j})(1 - P_0) \quad (2.30)$$

$$P_g = P_0 P_e - 2P_e + P_0 \quad (2.31)$$

$$\hat{\sigma}_{K_w} = \sqrt{\frac{1}{n(1 - P_e)^2} \times \left[ \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^R P_{ij} P_t^2 - P_g^2 \right]} \quad (2.32)$$

olmak üzere, Eşitlik 2.32' de verilmiştir (Fleiss *et al.*, 1969).

Landis and Koch (1977a) çalışmasında, hesaplanan kappa katsayılarının yorumlanması için aşağıdaki çizelge önerilmiştir.

**Çizelge 2.3.** Kappa katsayısının yorumlanması

Kappa katsayısı	Uyum
<0.20	Yetersiz
0.00-0.20	Çok zayıf
0.21-0.40	Zayıf
0.41-0.60	Orta
0.61-0.80	İyi
>0.80	Çok iyi

## 2.5. Sıralanabilir Olumsuzluk Tablolarının Çözümlemesinde Kullanılan Skor Eşitlikleri

Sıralanabilir olumsuzluk tablosu çözümlemelerinde, değişkenler arasındaki ilişkiyi yansıtan ilişki parametresi kullanılır. İlişki parametreleri tahminlerinde kullanılan satır ve kolon değişkenlerine ait skor değerleri sıralanabilir yapıyı yansıtır. Tabloda bulunan değişkenlerin özelliklerine göre, araştırmacı her zaman ardışık düzeyler arasındaki mesafeleri eşit almak istemeyebilir. Hangi skorların kullanılacağı, düzeyler arasındaki aralıkların nasıl belirleneceği konusunda karar vermede bazı problemler ile karşılaşılabilir. Bu nedenle, kullanılacak skor değerlerinin seçimi tabloların doğru yorumlanması açısından önemlidir. Literatürde birçok skor eşitliği yer almaktadır fakat tablo yapısına en uygun skorlar tercih edilmelidir.

### 2.5.1. Eşit aralıklı skorlar (*Equal-integer scores*)

Eşit aralıklı skorlarda, ardışık düzeyler arasındaki tüm aralıklar eşit kabul edilir.  $u_i$ ,  $i$ . satıra ait skor değeri ( $i = 1, 2, \dots, R$ ) ve  $v_j$ ,  $j$ . kolona ait skor değeri ( $j = 1, 2, \dots, C$ ) olmak üzere, eşit aralıklı skorlar,

$$u_i = i \quad \text{ve} \quad v_j = j \quad (2.33)$$

eşitliği ile tanımlanmıştır. (Agresti,1984)

### 2.5.2. Ridit skorlar (*Ridit scores*)

Ridit skorlar ilk kez Bross (1958) çalışmasında önerilmiştir. Ridit skorlar kullanılırken dağılımların kümülatif olasılıklarından faydalanılır. Kolon değişkeni sıralanabilir, satır değişkeni sınıflanabilir kategorik veriler ise iki boyutlu olumsuzluk tablolarında marjinal olasılıklar  $\pi_{.j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, R$  olmak üzere,  $j$ . ridit  $r_j$ ,

$$r_j = \sum_{k=1}^{j-1} \pi_{.k} + \frac{1}{2} \pi_{.j} \quad (2.34)$$

olarak hesaplanır.

Riditler  $F_j^Y = \sum_{k \leq j} \pi_{.k}$  olarak tanımlanan birikimli sıklıklar kullanılarak da hesaplanabilir.

$$r_j = \frac{F_{j-1}^Y + F_j^Y}{2} \quad (2.35)$$

Sıralanabilir kategorik değişkenin  $j$ . düzeyi için skor değerleri  $\{v_j = r_j\}$  olarak alınarak modelde kullanılır.

İki *et al.* (2009) çalışmasında, ridit skorlar, sıralanabilir karesel olumsuzluk tablolarında kullanılabilecek şekilde uyarlanmıştır. Hem satır hem de kolon değişkenleri sıralanabilir kategorik değişkenler olduğu için marjinal riditler,

$$r_i^X = \sum_{k=1}^{i-1} \pi_{k.} + \frac{1}{2} \pi_{i.} \quad \text{ve} \quad r_i^Y = \sum_{l=1}^{i-1} \pi_{.l} + \frac{1}{2} \pi_{.i} \quad (2.36)$$

şeklinde tanımlanmışlardır.

$F_1^X = \sum_{k=1}^i \pi_{k.}$  ve  $F_1^Y = \sum_{l=1}^i \pi_{.l}$  ile tanımlanan birikimli sıklıklar kullanılarak,

$$r_i^X = \frac{F_{i-1}^X + F_i^X}{2} \quad \text{ve} \quad r_i^Y = \frac{F_{i-1}^Y + F_i^Y}{2} \quad (2.37)$$

tanımlanır.  $i$ . düzey için skor değerleri,  $i = 1, 2, \dots, R$  olmak üzere,  $u_i = (r_i^X + r_i^Y)/2$  olarak tanımlanır. Ridit skorları da sıralı yapıda olduğu için ( $r_1^X < r_2^X < \dots < r_R^X$  ve  $r_1^Y < r_2^Y < \dots < r_R^Y$ ), skorlar da sıralı yapıdadır ( $u_1 < u_2 < \dots < u_R$ ).

### 2.5.3. Üstel skorlar (*Exponential scores*)

Değişken düzeyleri eşit aralıklı sınıflandırılmayan sıralanabilir kategorik veri çözümlerinde skor değerlerinin düzeltilmesi gerekir. Bu durumda, değişken düzeyleri arasında aritmetik olarak artan yapı ortadan kaybolur.

Bagheban and Zayeri (2010) çalışmasında, düzeyler arasında geometrik olarak artan bir yapı olduğunda üstel skorların kullanılması önerilmiştir. Üstel skor eşitliği,

$$\begin{aligned} u_i &= i^a & , i &= 1, 2, \dots, R \\ v_j &= j^a & , j &= 1, 2, \dots, C \end{aligned} \quad (2.38)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada,  $a > 0$  'üs parametresi' olarak adlandırılır ve  $a = 1$  olarak alındığında, eşit aralıklı skorlar elde edilir.

#### 2.5.4. Orta sıra skorlar (*Midrank scores*)

Sıralanabilir kategorik bir değişkenin bir düzeyindeki ortalama rank, orta sıra skor değeri olarak adlandırılır (Agresti, 1984).  $i$ . orta sıra skor değeri  $a_i$  ve  $j$ . orta sıra skor değeri  $a_j$ ,

$$a_i^X = \frac{[(\sum_{k=1}^{i-1} n_{.k}) + 1] + [\sum_{k=1}^i n_{.k}]}{2} \quad (2.39a)$$

$$a_j^Y = \frac{[(\sum_{k=1}^{j-1} n_{.k}) + 1] + [\sum_{k=1}^j n_{.k}]}{2} \quad (2.39b)$$

olarak hesaplanır. Satır düzeyleri için skor değerleri  $\{u_i = a_i^X\}$ , kolon düzeyleri için skor değerleri  $\{v_j = a_j^Y\}$  olarak alınarak modelde kullanılır.

Orta sıra skorlar ile ridit skorlar arasında doğrusal bir bağıntıdan söz edilebilir (Agresti, 1984). Bu bağıntı aşağıdaki eşitlikle gösterilir.

$$a_i^X = nr_i^X + 0.5 \quad \text{ve} \quad a_j^Y = nr_j^Y + 0.5 \quad (2.40)$$

#### 2.6. İki Boyutlu Olumsallık Tablolarında Log-Doğrusal Modeller

$R \times C$  ve  $R \times R$  boyutlu olumsallık tablolarında değişkenler arasındaki bağıntıyı araştıran hipotezler için hesaplanan beklenen sıklıkların  $(m_{ij})$  her birinin e tabanına göre logaritması modellenerek logaritmik doğrusal model eşitlikleri oluşturulur. Tabloların çözümlenmesi, tabloya en uygun logaritmik doğrusal model parametreleri ile ayrıntılı olarak yapılabilir.

R x C boyutlu bir olumsuzluk tablosunda satır değişkeni X ve sütun değişkeni Y olmak üzere, kurulan log-doğrusal modellerde,  $\lambda$  sabit etkiyi;  $\lambda_i^X$ , X değişkeninin  $i$ . düzey etkisini ve  $\lambda_j^Y$ , Y değişkeninin  $j$ . düzey etkisini ifade eder.

Modeller,

$$\sum_{i=1}^R \lambda_i^X = \sum_{j=1}^C \lambda_j^Y = 0 \quad (2.41)$$

kısıtlaması altında kurulur.

### 2.6.1. Bağımsızlık modeli (*Independence model*)

İki boyutlu olumsuzluk tablolarında, sıralanabilir ya da sınıflanabilir kategorik değişkenler arasındaki ilişkinin varlığına bağımsızlık modeli ile karar verilir. X ve Y değişkenleri için bağımsızlık modeli aşağıdaki eşitlikte ifade edilmiştir.

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, R \\ j = 1, 2, \dots, C \end{array} \quad (2.42)$$

Model,  $(R - 1)(C - 1)$  serbestlik derecesine (*sd*) sahiptir (Agresti, 1984).

### 2.6.2. Sınıflanabilir olumsuzluk tablolarında kullanılan log-doğrusal modeller

#### 2.6.2.1. Uyum modeli (*Agreement model*)

Tanner and Young (1985a) çalışmasında, sınıflanabilir karesel tablolarda uyum modeli önerilmiştir.  $\delta_{ij}$  uyum parametresi olmak üzere uyum modeli aşağıdaki gibidir.

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, R \quad (2.43)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \delta & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases} \quad (2.44)$$

Uyum modeli için log-odds oranları aşağıdaki eşitlikten elde edilir (Bagheban & Zayeri, 2010).

$$\log \theta_{ij} = \begin{cases} 2\delta & |i - j| = 0, \\ -\delta & |i - j| = 1, \\ 0 & |i - j| > 1. \end{cases} \quad (2.45)$$

Model, bağımsızlık modelinden bir fazla parametreye sahiptir. Modelin serbestlik derecesi  $(R - 1)^2 - 1$ 'dir.

### **2.6.2.2. Uyumsuzluk modeli (*Disagreement model*)**

Değişkenler arasındaki uyumsuzluğu yorumlamak için uyumsuzluk modeli önerilmiştir. Tanner and Young (1985b) çalışmasında,  $\delta_{ij}$  uyumsuzluk parametresi olmak üzere önerilen bu model aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, R \quad (2.46)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \delta & \text{eğer } i \neq j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases} \quad (2.47)$$

Uyumsuzluk modeli için log-odds oranları aşağıdaki eşitlikten elde edilir.

$$\log \theta_{ij} = \begin{cases} -2\delta & |i - j| = 0, \\ \delta & |i - j| = 1, \\ 0 & |i - j| > 1. \end{cases} \quad (2.48)$$

Modelin serbestlik derecesi uyum modelinin serbestlik derecesine eşittir.

### **2.6.2.3. Simetrik bant uyumsuzluk modeli (*Symmetric band disagreement model*)**

Değişkenler arasındaki uyumsuzluğu yorumlamak için Tanner and Young (1985b) çalışmasında önerilen bir diğer model de simetrik bant uyumsuzluk modelidir.  $\delta_{ij}$  simetrik bant uyumsuzluk parametresi olmak üzere bu model aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, R \quad (2.49)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \delta_1 & |i - j| = 1, \\ \delta_2 & |i - j| = 2, \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \delta_{R-1} & |i - j| = R - 1, \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases} \quad (2.50)$$

Model, uyum ve uyumsuzluk modelinden  $(R - 2)$  tane fazla parametreye sahiptir. Modelin serbestlik derecesi  $(R - 1)^2 - R + 1$ 'dir.

### 2.6.3. Sıralanabilir olumsuzluk tablolarında kullanılan log-doğrusal modeller

#### 2.6.3.1. Doğrusal ilişki modeli (LL) (*Linear-by-linear association model*)

Doğrusal ilişki modeli değişkenlerin sıralanabilir yapısını kullanarak oluşturulan bir log-doğrusal modeldir. Bu model, bağımsızlık modeline tek bir parametre eklenerek oluşturulur. Doğrusal ilişki modeli aşağıdaki eşitlikte verilmiştir.

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \beta \times u_i v_j \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, R \\ j = 1, 2, \dots, C \end{matrix} \quad (2.51)$$

Burada  $\beta$ , X ve Y değişkenleri arasındaki ilişkiyi gösteren ilişki parametresi,  $u_i$  ve  $v_j$ , sırasıyla satır ve kolon skor değerleridir. Skor değerleri  $u_1 < u_2 < \dots < u_R$  ve  $v_1 < v_2 < \dots < v_C$  koşulunu sağlar (Agresti, 2002).

Doğrusal ilişki modeli için log-odds oranları aşağıdaki eşitlikten elde edilir.

$$\log \theta_{ij} = \beta(u_{i+1} - u_i)(v_{j+1} - v_j) \quad (2.52)$$

$\beta$  parametresi yardımıyla ilişkinin yönü ve gücü hakkında yorum yapmak mümkündür. Eğer  $\beta < 0$  ise, X arttıkça Y'nin azalması; eğer  $\beta > 0$  ise, X arttıkça Y'nin de artması beklenir. Model,  $\beta = 0$  olduğu durumda bağımsızlık modeline dönüşür.

Modele ait serbestlik derecesi  $(R - 1)(C - 1) - 1$ 'dir.



### 2.6.3.2. Tekdüze ilişki modeli (UA) (Uniform association model)

Doğrusal ilişki modelinde skor değerlerinin  $\{u_i = i\}$  ve  $\{v_j = j\}$  biçiminde eşit aralıklı olarak kullanılmasıyla tekdüze ilişki modeli elde edilir (Goodman, 1979).

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \beta \times ij \quad \begin{array}{l} i = 1,2, \dots, R \\ j = 1,2, \dots, C \end{array} \quad (2.53)$$

Ardışık satır düzeyleri  $i$  ve  $i + 1$  ve ardışık sütun düzeyleri  $j$  ve  $j + 1$  için log-odds oranı  $\log \theta_{ij} = \beta$  olarak tekdüze bir dağılım gösterir.

Modelin serbestlik derecesi  $(R - 1)(C - 1) - 1$ 'dir.

### 2.6.3.3. Üstel skorlu ilişki modeli (EA) (Exponential scores association model)

İstatistiksel analiz yaparken, değişkenlerin düzeyleri arasındaki mesafeleri eşit aralıklı olarak kabul etmek her zaman doğru sonuçlar vermeyebilir. Farklı alınan skor değerleri, modelin anlamlılığını ve parametre tahminlerini etkilemektedir. Bu nedenle değişkenin yapısına en uygun skor değerlerinin kullanılması tablonun doğru yorumlanması açısından önemlidir.

Bagheban and Zayeri (2010) çalışmasında önerilen üstel skorlar doğrusal ilişki modeline uygulanarak üstel skorlu ilişki modeli (EA) önerilmiştir. Önerilen EA modeli aşağıdaki eşitlikle tanımlanmıştır.

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \beta \times u_i v_j \quad \begin{array}{l} i = 1,2, \dots, R \\ j = 1,2, \dots, C \end{array} \quad (2.54)$$

Skor değerleri  $u_i = i^a$  ve  $v_j = j^a$  olarak tanımlanır. Bu modelde  $a = 1$  olarak kabul edildiğinde, UA modeli ile aynı sonuçlar elde edilmektedir.

EA modeli için log-odds oranı eşitliği, Eşitlik 2.52' de yer alan LL modelinin log-odds oranı eşitliği ile aynıdır.

EA modelinin serbestlik derecesi LL modelinde olduğu gibi  $(R - 1)(C - 1) - 1$  'dir.

#### 2.6.3.4. Farklı ağırlıklandırılmış tekdüze ilişki modeli (UA<sub>1</sub>)

Valet *et al.* (2007) çalışmasında, tekdüze ilişki modeli üzerinde yapılan farklı bir ağırlıklandırma ile UA<sub>1</sub> modeli önerilmiştir. Bu model aşağıdaki eşitlikle ifade edilmektedir.

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y - \frac{1}{2} (i - j)^2 \times \beta \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, R \\ j = 1, 2, \dots, C \end{array} \quad (2.55)$$

UA ve UA<sub>1</sub> modelleri aynı ilişki parametresine sahiptir. UA<sub>1</sub> modelinin değişkenler için olabilirlik eşitlikleri diğer modellerden farklılık gösterir.

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y - \frac{1}{2} \times i^2 \times \beta - \frac{1}{2} \times j^2 \times \beta + ij \times \beta \quad (2.56a)$$

$$= \lambda + \left( \lambda_i^X - \frac{i^2}{2} \times \beta \right) + \left( \lambda_j^Y - \frac{j^2}{2} \times \beta \right) + ij \times \beta \quad (2.56b)$$

Bu şekilde yapılan bir ağırlıklandırma sonucunda modelin olabilirlik oran test istatistiği ve  $\beta$  parametresinin tahmin değeri UA modeli ile eşittir.

#### 2.6.4. Tekdüze olmayan ilişki modelleri (NUA) (*Non-uniform association models*)

UA modeli, ardışık düzeyler için ayırt edilebilirlik derecelerini aynı kabul eden bir yapıya sahiptir. Fakat olumsuzluk tablosunda ardışık düzeyler arasındaki ayırt edilebilirlik dereceleri birbirinden farklı değerler de alabilir. Bu durumda, değişimleri açıklayabilmek için tekdüze olmayan ilişki modeli (NUA), Valet *et al.* (2007) çalışmasında önerilmiştir.

Tekdüze olmayan ilişki modelinin beklenen sıklıklarından hesaplanan DD değerleri, sıralanabilir karesel olumsuzluk tablolarında düzeyler arası ayırt edilebilirlik derecelerini tahmin eder.

Tekdüze olmayan ilişki modelleri ilişki parametresi  $\beta'$  nın yapısına göre dört farklı başlıkta verilmiştir. Bunlar, (R-1) tane farklı  $\beta$  parametresi içeren tam tekdüze ilişki modeli, simetrik gözelerdeki ilişkiyi modelleyen simetrik tekdüze olmayan ilişki modeli, bitişik gözelerdeki ilişkiyi modelleyen bitişik tekdüze olmayan ilişki modeli ve hem simetrik hem de bitişik gözelerdeki ilişkileri modelleyen karışık tekdüze

olmayan ilişki modelidir. Model eşitlikleri ve konulan kısıtlar alt bölümlerde verilecektir.

#### **2.6.4.1. Tam tekdüze olmayan ilişki modeli (*The full NUA model*)**

NUA modelleri log-doğrusal modellerdir ve tanımlanırken UA<sub>1</sub> modelinden faydalanılmıştır. DD' lerdeki değişimi açıklamak için Valet *et al.* (2007) çalışmasında, NUA modelinde her bir ardışık düzey çifti için,  $k = 1, 2, \dots, (R - 1)$  olmak üzere,  $\beta_{k,k+1}$  ilişki parametresi tanımlanmıştır.

Modelde ilişki parametreleri  $(-|i - j|/2)$  ile ağırlıklandırılmıştır.

$R \geq 3$  olmak üzere tam NUA modeli aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y - \frac{|i - j|}{2} \times \sum_{k=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{k,k+1} \quad i, j = 1, 2, \dots, R \quad (2.57)$$

Tanımlanan modelde, ardışık olmayan düzeyler arasındaki ilişki miktarı, ardışık düzeyler arasındaki ilişki miktarından yararlanarak hesaplanır. Bu karmaşık yapıdan dolayı model tam NUA modeli adını alır. Ardışık olmayan  $i$  ve  $j$  düzeyleri için ( $|i - j| > 1$ ) model,  $\beta_{k,k+1}$  parametrelerinin ortalamasının bir fonksiyonudur ( $k = \min(i, j), \dots, \{\max(i - j) - 1\}$ ).

Örneğin, 6 düzeyli bir sıralanabilir karesel olumsuzluk tablosunda 1 ve 2, 2 ve 3, 3 ve 4, 4 ve 5, 5 ve 6 düzeyleri arasındaki ayırt edilebilirlikler incelenebilir (Valet *et al.*, 2007). Çizelge 2.4' te birbirine benzer ayırt edilebilirlikler (+) işaretiyle, birbirinden farklı ayırt edilebilirliklerse (-) işareti ile gösterilmiştir. Ardışık düzeyler arasındaki (+) ya da (-) işaretlerinin sayıları, ayırt edilebilirliklerin derecesini göstermektedir. (a) örneğinde tüm bu düzeyler arasındaki ayırt edilebilirlik dereceleri birbirine eşittir. Bu yapı UA ve UA<sub>1</sub> modellerinde görülen bir yapıdır. (b) örneğinde ise tüm ayırt edilebilirlik dereceleri birbirinden farklıdır. Bu tür bir yapı tam NUA modelini yansıtmaktadır (Valet *et al.*, 2007).

$(R - 1)$  tane  $\beta_{k,k+1}$  parametresi olduğu için modelin serbestlik derecesi aşağıdaki gibi bulunur.

$$sd = R \times R - [1 + (R - 1) + (R - 1) + (R - 1)] \quad (2.58a)$$

$$= R(R - 3) + 2 = R^2 - 3R + 2 \quad (2.58b)$$

$i$  ve  $j$  düzeyleri için odds oranı eşitliği,

$$\tau_{ij} = \frac{m_{ii} \times m_{jj}}{m_{ij} \times m_{ji}}$$

olarak tanımlanmıştır. Bu eşitliğin her iki tarafının logaritması alınırsa,

$$\log \tau_{ij} = \log m_{ii} + \log m_{jj} - \log m_{ij} - \log m_{ji} \quad (2.59)$$

elde edilir.

Eşitlik 2.57' de yer alan model denklemleri, Eşitlik 2.59' da yerine yazıldığında,

$$\log \tau_{ij} = \left( \lambda + \lambda_i^X + \lambda_i^Y - \frac{|i - i|}{2} \times \sum_{k=\min(i,i)}^{\max(i,i)-1} \beta_{k,k+1} \right) \quad (2.60a)$$

$$+ \left( \lambda + \lambda_j^X + \lambda_j^Y - \frac{|j - j|}{2} \times \sum_{k=\min(j,j)}^{\max(j,j)-1} \beta_{k,k+1} \right)$$

$$- \left( \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y - \frac{|i - j|}{2} \times \sum_{k=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{k,k+1} \right)$$

$$- \left( \lambda + \lambda_j^X + \lambda_i^Y - \frac{|j - i|}{2} \times \sum_{k=\min(j,i)}^{\max(j,i)-1} \beta_{k,k+1} \right)$$

$$= 2 \times \frac{|i - j|}{2} \sum_{k=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{k,k+1} = |i - j| \times \sum_{k=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{k,k+1} \quad (2.60b)$$

olarak tam NUA modelinin log-odds oranı elde edilir.

Tam NUA modelinin odds oranı aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$\tau_{ij} = \exp \left\{ |i - j| \times \sum_{k=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{k,k+1} \right\} \quad (2.61)$$

Odds oranından faydalanarak ayırt edilebilirlik derecesi eşitliği elde edilebilir. Tam NUA modeli için ayırt edilebilirlik dereceleri aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$\gamma_{ij} = 1 - \exp \left\{ -|i - j| \times \sum_{k=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{k,k+1} \right\} \quad (2.62)$$

**Çizelge 2.4.** 6 x 6 boyutlu olumsuzluk tablosunda ardışık düzeyler arasındaki farklı ayırt edilebilirlik desen örnekleri

Tüm ayırt edilebilirlikler aynı ise:
a. 1<++++>2<++++>3<++++>4<++++>5<++++>6
Her bir ayırt edilebilirlik birbirinden farklı ise:
b. 1<----->2<->3<---->4<----->5<---->6
Simetrik konumdaki bazı ayırt edilebilirlikler aynı ise:
c. 1<+++++++>2<---->3<-->4<---->5<+++++++>6
d. 1<+++++++>2<++++>3<->4<++++>5<+++++++>6
Bitişik konumdaki bazı ayırt edilebilirlikler aynı ise:
e. 1<++++>2<++++>3<---->4<->5<----->6
f. 1<----->2<+++>3<+++>4<+++>5<----->6
Hem simetrik hem de bitişik konumdaki ayırt edilebilirlikler aynı ise:
g. 1<+++++++>2<+++>3<+++>4<+++>5<+++++++>6
h. 1<++++>2<++++>3<-->4<++++>5<----->6

#### **2.6.4.2. Simetrik tekdüze olmayan ilişki modeli (SNUA) (The symmetric NUA model)**

Tam NUA modelinde simetrik konumda bulunan bazı ilişki parametreleri birbirine eşit olduğunda NUA modeli, Valet *et al.* (2007) çalışmasında simetrik tekdüze olmayan ilişki (SNUA) modeli olarak adlandırılmıştır.

Çizelge 2.4' te verilen 6 düzeyli yapıda (c) ve (d) örnekleri, simetrik NUA modelinin ayırt edilebilirlik derecelerini yansıtan yapıdır. (c) örneğinde, 1 ve 2 düzeyleri ile, 5 ve 6 düzeyleri arasındaki ayırt edilebilirlik derecesi (8'er birim) birbirine eşittir. (1-2) ve (5-6) bu yapıda birbirlerine simetrik konumda yer almaktadır. (d) örneğinde ise 1 ve 2 düzeyleri ile 5 ve 6 düzeyleri arasındaki ayırt edilebilirlik derecesi (7'şer birim) birbirine eşittir. Aynı zamanda, 2 ve 3 düzeyleri ile 4 ve 5 düzeyleri arasındaki ayırt edilebilirlik derecesi (5'er birim) birbirine eşittir. (1-2) ve (5-6), (2-3) ve (4-5) bu yapıda birbirlerine simetrik konumda yer almaktadır.

SNUA modeli, tam NUA modelinde yer alan bazı ilişki parametreleri için eşitlik koşulu konularak oluşturulur. Simetrik modelinin ilişki parametreleri,

$$\beta_{k,k+1} = \beta_{R-k,R-k+1} \quad \forall k \in V, V = (v_1, v_2, \dots, v_S) \quad (2.63)$$

koşulunu sağlar.  $S$ , simetrik konumda eşit olan ilişki parametre çiftinin sayısı olmak üzere,  $2 \times S$  tane  $\beta_{v_i, v_{i+1}}$  ve  $\beta_{R-v_i, R-v_{i+1}}$  ilişki parametresi eşittir ( $i = 1, 2, \dots, S$ ).

SNUA modelinin serbestlik derecesi, tam NUA modelinden  $S$  kadar fazladır.

$$sd = R(R - 3) + 2 + S \quad (2.64)$$

$$S = \begin{cases} R \text{ çift ise,} & \leq \frac{(R - 2)}{2} \\ R \text{ tek ise,} & \leq \frac{(R - 1)}{2} \end{cases} \quad (2.65)$$

Farklı boyutlardaki karesel tablolar için eşit olabilecek simetrik konumdaki ilişki parametreleri ve bu eşitliklere göre hesaplanan model serbestlik dereceleri Çizelge 2.5' te yer almaktadır.

**Çizelge 2.5.** SNUA modeline göre eşit olabilecek simetrik konumdaki ilişki parametreleri ve model serbestlik dereceleri

Boyut	Eşit olabilecek simetrik parametreler	k	S	sd
4 x 4	$\beta_{1,2} = \beta_{3,4}$	1	$\leq 1$	$\leq 7$
5 x 5	$\beta_{1,2} = \beta_{4,5}$	1	$\leq 1$	$\leq 13$
6 x 6	$\beta_{1,2} = \beta_{5,6} ; \beta_{2,3} = \beta_{4,5}$	1, 2	$\leq 2$	$\leq 22$
7 x 7	$\beta_{1,2} = \beta_{6,7} ; \beta_{2,3} = \beta_{5,6}$	1, 2	$\leq 2$	$\leq 32$

#### **2.6.4.3. Bitişik tekdüze olmayan ilişki modeli (CNUA) (The close NUA model)**

NUA modelinde, birbiriyle bitişik konumda bulunan bazı ilişki parametreleri birbirine eşit olabilir. Bu durumda Valet *et al.* (2007) çalışmasında NUA modeli, bitişik tekdüze olmayan ilişki (CNUA) modeli olarak tanımlanmıştır.

Çizelge 2.4' te verilen 6 düzeyli yapıda (e) ve (f) örnekleri, bitişik NUA modelinin ayırt edilebilirlik derecelerini yansıtan yapıdır. (e) örneğinde, 1 ve 2 düzeyleri ile 2 ve 3 düzeyleri arasındaki ayırt edilebilirlik derecesi (5'er birim) birbirine eşittir. (1-2) ve (2-3) bu yapıda birbirlerine bitişik konumda yer almaktadır. (f) örneğinde ise 2 ve 3 düzeyleri, 3 ve 4 ile 4 ve 5 düzeyleri arasındaki ayırt edilebilirlik derecesi (3'er birim) birbirine eşittir. (2-3), (3-4) ve (4-5) bu yapıda birbirine bitişik konumda yer almaktadır.

CNUA modeli, tam NUA modelinde yer alan bazı ilişki parametreleri için simetrik modeldeki gibi eşitlik koşulu konularak oluşturulur. Bitişik NUA modelinin ilişki parametreleri,

$$\beta_{k,k+1} = \beta_{k+1,k+2} \quad \forall k \in W, W = (w_1, w_2, \dots, w_C) \quad (2.66)$$

koşulunu sağlar.  $C$ , bitişik konumda eşit olan ilişki parametre çifti sayısı olmak üzere,  $2xC$  tane  $\beta_{w_i,w_{i+1}}$  ve  $\beta_{w_{i+1},w_{i+2}}$  ilişki parametresi vardır ( $i = 1, 2, \dots, C$ ).

CNUA modelinin serbestlik derecesi, tam NUA modelinden  $C$  kadar fazladır.

$$sd = R(R - 3) + 2 + C \quad (2.67)$$

$$C = \begin{cases} R \text{ çift ise,} & \leq \frac{(R - 2)}{2} \\ R \text{ tek ise,} & \leq \frac{(R - 1)}{2} \end{cases} \quad (2.68)$$

Farklı boyutlardaki karesel tablolar için eşit olabilecek bitişik konumdaki ilişki parametreleri ve bu eşitliklere göre hesaplanan model serbestlik dereceleri Çizelge 2.6' da yer almaktadır.

**Çizelge 2.6.** CNUA modeline göre eşit olabilecek bitişik konumdaki ilişki parametreleri ve model serbestlik dereceleri

Boyut	Eşit olabilecek bitişik parametreler	k	C	sd
4 x 4	$\beta_{1,2} = \beta_{2,3} ; \beta_{2,3} = \beta_{3,4}$	1, 2	$\leq 2$	$\leq 8$
5 x 5	$\beta_{1,2} = \beta_{2,3} ; \beta_{2,3} = \beta_{3,4} ; \beta_{3,4} = \beta_{4,5}$	1, 2, 3	$\leq 3$	$\leq 15$
6 x 6	$\beta_{1,2} = \beta_{2,3} ; \beta_{2,3} = \beta_{3,4} ; \beta_{3,4} = \beta_{4,5} ;$ $\beta_{4,5} = \beta_{5,6}$	1, 2, 3, 4	$\leq 4$	$\leq 24$
7 x 7	$\beta_{1,2} = \beta_{2,3} ; \beta_{2,3} = \beta_{3,4} ; \beta_{3,4} = \beta_{4,5} ;$ $\beta_{4,5} = \beta_{5,6} ; \beta_{5,6} = \beta_{6,7}$	1, 2, 3, 4, 5	$\leq 5$	$\leq 35$

Çizelge 2.6' da yer alan eşitliklerin yanı sıra, Çizelge 2.4' te yer alan (f) örneğinde olduğu gibi, tablonun boyutuna göre ikiden fazla bitişik konumdaki ilişki parametresi için de eşitlik kısıtı konulabilmektedir.



#### **2.6.4.4. Karışık tekdüze olmayan ilişki modeli (MNUA) (The mixed NUA model)**

Aynı anda hem bazı simetrik hem de bazı bitişik konumdaki ilişki parametreleri birbirine eşit olan NUA modeli, Valet *et al.* (2007) çalışmasında, karışık NUA (MNUA) modeli olarak adlandırılmıştır.

Çizelge 2.4' te verilen 6 düzeyli yapıda (g) ve (h) örnekleri, karışık NUA modelinin ayırt edilebilirlik derecelerini yansıtan yapıdır. (g) örneğinde, (1-2) ve (5-6) simetrik konumdaki ayırt edilebilirlik dereceleri birbirine eşitken aynı zamanda (2-3),(3-4) ve (4-5) bitişik konumdaki ayırt edilebilirlik dereceleri birbirine eşittir. (h) örneğinde, (1-2) ve (2-3) bitişik konumdaki ayırt edilebilirlik dereceleri birbirine eşitken aynı zamanda (2-3) ve (4-5) simetrik konumdaki ayırt edilebilirlik dereceleri birbirine eşittir. Hem simetrik hem de bitişik konumdaki eşitlikler içerdikleri için, bu iki örnek karışık yapıdadır.

Karışık NUA modeli, tam NUA modelinde yer alan bazı ilişki parametreleri için simetrik ve bitişik modellerdeki gibi eşitlik koşulu konularak oluşturulur. Eşitlik 2.63' te verilen simetrik olma koşulu ve Eşitlik 2.66' da verilen bitişik olma koşulu karışık model için birlikte geçerlidir. Benzer biçimde karışık NUA modelinin serbestlik derecesi, tam NUA modelinden ( $S + C$ ) kadar fazladır.

$$sd = R(R - 3) + 2 + S + C \quad (2.69)$$

Çizelge 2.7 'de 5 x 5 boyutlu bir olumsuzluk tablosu için ilişki parametreleri ve bu parametrelerin olası eşitlikleri yer almaktadır. Bu eşitliklere bağlı olarak bazı ayırt edilebilirlik desenleri örnek olarak gösterilmiştir. Tüm ilişki parametrelerinin eşit olduğu durum (0) yapısıyla gösterilmiştir. Sadece iki düzey arasındaki ölçekleme hatasını belirleyebilmek için (1)' de yer alan yapılar kullanılabilir. Simetrik ve bitişik ilişki parametrelerinin eşitliği (2)' de yer alan yapılar kullanılarak test edilebilir. Son olarak da tüm ilişki parametrelerinin birbirinden farklı olması durumu vardır. Bu durum (3)' te yer alan yapı ile test edilebilir (Valet *et al.*, 2011).

**Çizelge 2.7.** 5 x 5 boyutlu olumsuzluk tablolarında kurulabilecek ilişki parametresi eşitlikleri ve farklı ayırt edilebilirlik desenlerine örnekler

Yapı	İlişki Parametreleri	Ayırt edilebilirlik deseni
0	<b>Tüm ilişki parametreleri eşit</b> $\beta_{1,2} = \beta_{2,3} = \beta_{3,4} = \beta_{4,5}$	1<++++>2<++++>3<++++>4<++++>5
1	<b>Bir ilişki parametresi farklı</b>	1< + >2<+++>3<++++>4<++++>5
1.1	$\beta_{1,2} \neq \beta_{2,3} = \beta_{3,4} = \beta_{4,5}$	1<+++++>2<+>3<+>4<++++>5
1.2	$\beta_{2,3} \neq \beta_{1,2} = \beta_{3,4} = \beta_{4,5}$	1<++++>2<+>3<++++>4<++++>5
1.3	$\beta_{3,4} \neq \beta_{1,2} = \beta_{2,3} = \beta_{4,5}$	1<+++>2<+++++>3<+++>4<+++>5
1.4	$\beta_{4,5} \neq \beta_{1,2} = \beta_{2,3} = \beta_{3,4}$	1<++++>2<++++>3< + >4<++++>5
2	<b>İki ilişki parametresi farklı</b>	1<+++>2< ++ >3< +++++ >4<++++>5
2.1	$\beta_{1,2} = \beta_{2,3} \neq \beta_{3,4} = \beta_{4,5}$	1<++++>2<++++>3<+>4<+>5
2.2	$\beta_{1,2} = \beta_{3,4} \neq \beta_{2,3} = \beta_{4,5}$	1<+++>2< +++++ >3< ++ >4<++++>5
2.3	$\beta_{1,2} = \beta_{4,5} \neq \beta_{2,3} = \beta_{3,4}$	1<++++>2<+>3<++++>4<+>5
3	<b>Tüm ilişki parametreleri farklı</b> $\beta_{1,2} \neq \beta_{2,3} \neq \beta_{3,4} \neq \beta_{4,5}$	1< + >2<+++++>3<++++>4<+++++>5

### 2.6.5. Parametrelerin anlamlılığın test edilmesi

Log-doğrusal modellerle yapılan çözümler sonucunda model parametreleri tahmin edilir. Bu parametrelerin anlamlılığı için hipotez testi uygulanmalıdır.  $\beta$  herhangi bir parametre ve  $\hat{\beta}$  bu parametrenin tahmini olmak üzere, parametrenin anlamlılığı,

$$H_0: \beta = 0$$

$$H_1: \beta \neq 0$$

hipotezi altında,

$$Z = \frac{\hat{\beta}}{\text{Asimptotik standart hata}(\hat{\beta})} \quad (2.70)$$

eşitliği ile test edilir.

$|Z| > Z_{\alpha/2}$  ise  $H_0$  hipotezi reddedilir. Parametrenin  $\alpha$  yanılma düzeyinde anlamlı olduğu söylenir.

## 2.7. Olabilirlik Oran Test İstatistiği ve Bilgi Kriterleri

Tabloların, incelenen modele uygunluğu uyum iyiliği test istatistikleri ile araştırılır. Asimptotik olarak  $\chi^2$  dağılım gösteren uyum iyiliği test istatistiklerinden olabilirlik oran test istatistiği ( $G^2$ ),

$$G^2 = 2 \sum_i \sum_j n_{ij} \times \log \left( \frac{n_{ij}}{m_{ij}} \right) \quad (2.71)$$

eşitliğinden hesaplanır. Modelde  $n_{ij}$  gözlenen sıklık,  $m_{ij}$  ise model beklenen sıklığıdır. Modele uyum olduğu yokluk hipotezine karşılık, uyum olmadığı hipotezi test edilir. Hesaplanan  $G^2$  değeri, modelin serbestlik derecesine sahip ki-kare tablo değeri ile karşılaştırılır (Agresti, 1984).

Kategorik verilerle yapılan çalışmalarda, aynı veri kümesine birden çok log-doğrusal model uygulanabilir. Bazen bu modellerden birden fazlasında modele uyum bulunabilir. Bu çalışmalarda amaç veri kümesini en iyi temsil eden modeli bulmak olduğu için, uyum bulunan modeller içinden en uygun olanın seçilmesi gerekmektedir. En uygun modele bilgi kriterleri yardımıyla karar verilir. En çok kullanılan bilgi kriterleri Akaike ve Bayesian bilgi kriterleridir. Bu kriterler  $G^2$  değeri kullanılarak hesaplanır.

**Akaike Bilgi Kriteri (AIC) (*Akaike's information criteria*):** En yaygın kullanılan bilgi kriteridir. Akaike (1974) çalışmasında önerilen bu bilgi kriteri, aşağıdaki eşitlikte tanımlanmıştır.

$$AIC = -2(\text{en çok log olabilirlik}) + 2(\text{bağımsız parametre sayısı}) \quad (2.72)$$

Bu tanımlamaya rağmen istatistiksel çalışmalarda, düzeltilmiş *AIC* olan,

$$AIC = G^2 - 2 \times sd \quad (2.73)$$

eşitliği kullanılmaktadır. Burada, *sd* modelin serbestlik derecesidir. En küçük *AIC* değerine sahip model en uygun model olarak seçilir.

**Bayesian Bilgi Kriteri (BIC) (*Bayesian information criteria*):** Bayesian bilgi kriteri Schwarz (1978) çalışmasında önerilmiştir. *AIC*'ye alternatif olarak kullanılan bir yöntemdir. *AIC*'den farklı olarak örneklem büyüklüğünü de dikkate alır. Model seçiminde kesin sonuçlar veren bir yaklaşımdır. Örneklemelerde doğru modeli seçme olasılığı daha fazladır. *BIC* aşağıdaki formül ile hesaplanır.

$$BIC = G^2 - sd \times \log(n) \quad (2.74)$$

*AIC*'ye benzer biçimde, uyum bulunan modeller içinde en küçük *BIC* değerine sahip model en uygun model olarak belirlenir.

### 3. UYUM PARAMETRESİ İÇEREN İLİŞKİ MODELLERİ

Karesel tablolarda değişkenler arasındaki uyum incelenirken tek bir değer veren kappa katsayısı yerine uyum modelleri kullanılarak tablo daha iyi yorumlanabilir. Uyum modellerinin uygulanabilmesi için değişken yapısının sınıflanabilir olması gerekir. Fakat karesel tablolarda her zaman sınıflanabilir kategorik değişkenlerle karşılaşılmaz. Özellikle hastalık şiddetinin değerlendirildiği sağlık araştırmalarında sıralanabilir kategorik değişkenlerle daha fazla karşılaşılır. Sıralanabilir karesel tablolarda uyum incelemesi yapılırken Cohen kappa katsayısı yerine ağırlıklı kappa katsayısı tercih edilir. Fakat Cohen kappa katsayısı gibi ağırlıklı kappa katsayısı da değişkenler arası uyum hakkında genel bir yorum verir. Tablo hakkında daha fazla yorum yapabilmek için log-doğrusal modellere başvurulması gerekir. Sıralanabilir yapıya uygun olarak, hem uyum hem de ilişki parametrelerini bir arada içeren modeller önerilmiştir.

#### 3.1. Doğrusal ilişki + uyum modeli (LLA) (*Linear-by-linear association plus agreement model*)

Agresti (1988) çalışmasında, sıralanabilir kategorik değişken içeren karesel tablolarda kullanılmak üzere tekdüze ilişki + uyum modeli önerilmiştir. Bu model,

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \beta \times u_i v_j + \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, R \quad (3.1)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \delta & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

biçiminde tanımlanır. Bu model, Eşitlik 2.51' de tanımlanan doğrusal ilişki modeline uyum parametresi eklenmesi ile oluşur.

Modelde,  $\beta$  ilişki parametresi,  $\delta_{ij}$  ise uyum parametresidir. Model,  $\beta = 0$  olduğu durumda sınıflanabilir olumsuzluk tabloları için önerilen uyum modeline,  $\delta = 0$  olduğu durumda doğrusal ilişki modeline ve  $\beta = \delta = 0$  olduğu durumda ise bağımsızlık modeline dönüşür.

Doğrusal ilişki + uyum modeli için log-odds oranları aşağıdaki eşitlikten elde edilir.

$$\log\theta_{ij} = \begin{cases} \beta(u_{i+1} - u_i)(v_{j+1} - v_j) + 2\delta & |i - j| = 0, \\ \beta(u_{i+1} - u_i)(v_{j+1} - v_j) - \delta & |i - j| = 1, \\ \beta(u_{i+1} - u_i)(v_{j+1} - v_j) & |i - j| > 1. \end{cases} \quad (3.2)$$

Modelin serbestlik derecesi  $(R - 1)^2 - 2$  'dir.

### 3.2. Tekdüze ilişki + uyum modeli (UAA) (*Uniform association plus agreement model*)

Skorlar eşit aralıklı olarak kullanıldığında, doğrusal ilişki modeli tekdüze ilişki modeli olarak adlandırılır. Doğrusal ilişki + uyum modelinde, skor değerleri  $\{u_i = i\}$  ve  $\{v_j = j\}$  biçiminde eşit aralıklı alınarak tekdüze ilişki + uyum modeli elde edilir. Bu model,

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \beta \times ij + \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, R \quad (3.3)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \delta & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

olarak tanımlanmıştır.

UAA modeli için log-odds oranları,

$$\log\theta_{ij} = \begin{cases} \beta + 2\delta & |i - j| = 0, \\ \beta - \delta & |i - j| = 1, \\ \beta & |i - j| > 1. \end{cases} \quad (3.4)$$

eşitliğinden yararlanarak hesaplanır.

Modelin serbestlik derecesi  $(R - 1)^2 - 2$  'dir (Agresti, 1988).

### 3.3. Üstel skorlu ilişki + uyum modeli (EAA) (*Agreement plus exponential scores association model*)

Bagheban and Zayeri (2010) çalışmasında, üstel skorlu ilişki modeline uyum parametresi de dahil edilerek, üstel skorlu ilişki + uyum modelini önerilmiştir. Model,

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \beta \times u_i v_j + \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, R \quad (3.5)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \delta & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

ve  $u_i = i^a$  ve  $v_j = j^a$  olacak biçimde tanımlanır. Bu modelde  $a = 1$  olarak alındığında, tekdüze ilişki + uyum modeli ile aynı sonuçlar elde edilir.

EAA modeli için log-odds oranları eşitliği, Eşitlik 3.2' de tanımlanan doğrusal ilişki + uyum modelinin log-odds oranı eşitliği ile aynıdır. Modelin serbestlik derecesi de LLA modeli ile aynı olarak  $(R - 1)^2 - 2$  'dir.

### 3.4. Tekdüze ilişki + simetrik uyumsuzluk modeli (DUA) (*Symmetric disagreement plus uniform association model*)

Tanner and Young (1985b) çalışmasında önerilen ve Eşitlik 2.49 ve 2.50' de yer alan simetrik bant uyumsuzluk modeli sadece sınıflanabilir karesel tablolarda kullanılabilir. Sıralanabilir karesel tablolarda kullanılmak üzere Aktaş and Saraçbaşı (2009) çalışmasında, tekdüze ilişki + simetrik uyumsuzluk (DUA) modeli önerilmiştir. Bu çalışmada, Eşitlik 2.50' de tanımlanan simetrik bant uyumsuzluk parametresine farklı bir yaklaşımda bulunulmuştur.  $\delta_{ij}$  simetrik uyumsuzluk parametresi olmak üzere, DUA modeli,

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \beta \times ij + \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, R \quad (3.6)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \delta_1 & |i - j| = 1, \\ \delta_2 & |i - j| = 2, \\ \delta & |i - j| \geq 3, \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.7)$$

olarak tanımlanmıştır.

Bu modelde değişkenlerin ve değişkenler arasındaki ilişkinin sıralanabilir yapısı da dikkate alınarak uyumsuzluk incelenmiştir.

DUA modeli için log-odds oranları,

$$\log\theta_{ij} = \begin{cases} \beta + 2\delta_1 - \delta_2 & |i - j| = 1, \\ \beta - \delta_1 + 2\delta_2 - \delta & |i - j| = 2, \\ \beta + \delta - \delta_2 & |i - j| = 3, \\ \beta & |i - j| > 3 \end{cases} \quad (3.8)$$

eşitliğinden yararlanarak hesaplanır.

Model  $(R - 1)^2 - 4 = (R + 1)(R - 3)$  serbestlik derecesine sahiptir.

Bu model  $R > 4$  boyutlu tablolarda uygulanabilmektedir.

### 3.5. Farklı Ağırlıklandırılmış Tekdüze İlişki + Uyum Modeli (UA<sub>1</sub>A)

UA<sub>1</sub> modeli Eşitlik 2.55' te verilmişti. Valet *et al.* (2007) çalışmasında, bu modele uyum parametresi de eklenerek farklı ağırlıklandırılmış tekdüze ilişki + uyum modeli (UA<sub>1</sub>A) önerilmiştir.  $\delta_{ij}$  uyum parametresi olmak üzere model,

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y - \frac{1}{2} (i - j)^2 \times \beta + \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, R \quad (3.9)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \delta & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

olarak tanımlanmıştır.

UA<sub>1</sub>A modelinde  $\beta$  ilişki parametresi yalnızca ( $i \neq j$ ) iken,  $\delta_{ij}$  uyum parametresi ise yalnızca ( $i = j$ ) iken modelde yer alır. Bu özellik UAA modelinde geçerli değildir.

- **$i = j$  iken,**

UAA modeli,  $\log m_{ii} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_i^Y + ii \times \beta + \delta_{ii} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_i^Y + i^2\beta + \delta_{ii}$

UA<sub>1</sub>A modeli,  $\log m_{ii} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_i^Y + \delta_{ii}$



- $i \neq j$  iken,

UAA modeli,  $\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \beta \times ij = \text{UA modeli}$

UA<sub>1</sub>A modeli,  $\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y - \frac{1}{2} (i - j)^2 \times \beta = \text{UA}_1 \text{ Modeli}$

elde edilir.

UA<sub>1</sub>A modeli, köşegen üzeri ve köşegen dışı konumundaki düzeyler için aşağıdaki eşitlikle genelleştirilebilir.

$$UA_1A \text{ modeli} = \begin{cases} i = j \text{ ise} & \log m_{ii} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_i^Y + \delta_{ii} \\ i \neq j \text{ ise} & \log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y - \frac{1}{2} (i - j)^2 \times \beta \end{cases} \quad (3.10)$$

### 3.6. Tekdüze Olmayan İlişki + Uyum Modelleri (NUAGA) (*The NUA plus global agreement models*)

Valet *et al.* (2007) çalışmasında NUA modellerine uyum parametresi de dahil edilerek tekdüze olmayan ilişki + uyum modelleri (NUAGA) önerilmiştir. Bu modeller, NUA modellerine göre bir fazla parametre içermektedir. Model eşitlikleri alt bölümlerde verilecektir.

#### 3.6.1. Tam tekdüze olmayan ilişki + uyum modeli

Valet *et al.* (2007) çalışmasında önerilen tam tekdüze olmayan ilişki modeline uyum parametresi de eklenerek tam tekdüze olmayan ilişki + uyum modeli önerilmiştir.  $\delta_{ij}$  uyum parametresi olmak üzere model aşağıdaki eşitlikle tanımlanır.

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y - \frac{|i - j|}{2} \times \sum_{k=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{k,k+1} + \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, R \quad (3.11)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \delta & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

$(R - 1)$  tane  $\beta_{k,k+1}$  parametresi ve bir tane uyum parametresi olduğu için modelin serbestlik derecesi aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$sd = R \times R - [1 + (R - 1) + (R - 1) + (R - 1) + 1] \quad (3.12a)$$

$$= R^2 - 3R + 1 \quad (3.12b)$$

$$= R(R - 3) + 1 \quad (3.12c)$$

$i$  ve  $j$  düzeyleri için odds oranı Eşitlik 2.9' da tanımlanmıştı.  $\tau_{ij}$  değerinin her iki tarafının logaritması alındığında,

$$\log \tau_{ij} = \log m_{ii} + \log m_{jj} - \log m_{ij} - \log m_{ji} \quad (3.13)$$

elde edilir.

Eşitlik 3.11' de yer alan model denklemi, Eşitlik 3.13' te yerine yazıldığında,

$$\log \tau_{ij} = \left( \lambda + \lambda_i^X + \lambda_i^Y - \frac{|i - i|}{2} \times \sum_{k=\min(i,i)}^{\max(i,i)-1} \beta_{k,k+1} + \delta \right) \quad (3.14a)$$

$$+ \left( \lambda + \lambda_j^X + \lambda_j^Y - \frac{|j - j|}{2} \times \sum_{k=\min(j,j)}^{\max(j,j)-1} \beta_{k,k+1} + \delta \right)$$

$$- \left( \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y - \frac{|i - j|}{2} \times \sum_{k=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{k,k+1} \right)$$

$$- \left( \lambda + \lambda_j^X + \lambda_i^Y - \frac{|j - i|}{2} \times \sum_{k=\min(j,i)}^{\max(j,i)-1} \beta_{k,k+1} \right)$$

$$= 2 \times \frac{|i - j|}{2} \times \sum_{k=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{k,k+1} + 2\delta \quad (3.14b)$$

$$\log \tau_{ij} = |i - j| \times \sum_{k=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{k,k+1} + 2\delta \quad (3.14c)$$

olarak tam NUAGA modelinin log-odds oranı elde edilir.

Tam NUAGA modelinin odds oranı aşağıdaki eşitlikle verilmiştir.

$$\tau_{ij} = \exp \left\{ |i - j| \times \sum_{k=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{k,k+1} + 2\delta \right\} \quad (3.15)$$

Odds oranından faydalanarak ayırt edilebilirlikler elde edebilir. Tam NUAGA modeli için ayırt edilebilirlik dereceleri aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$\gamma_{ij} = 1 - \exp \left\{ -|i - j| \times \sum_{k=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{k,k+1} - 2\delta \right\} \quad (3.16)$$

### 3.6.2. Simetrik tekdüze olmayan ilişki + uyum modeli (SNUAGA)

NUA modelinde olduğu gibi, tam NUAGA modelinde de, simetrik konumda bulunan ilişki parametreleri birbirine eşit olduğunda NUAGA modeli, simetrik tekdüze olmayan ilişki + uyum (SNUAGA) modeli olarak adlandırılmıştır (Valet *et al.*, 2007). Model, tam NUAGA modelinde yer alan bazı ilişki parametreleri için Eşitlik 2.63' te yer alan simetrik olma koşulu altında oluşturulur.

SNUAGA modelinin serbestlik derecesi tam NUAGA modelinden SNUA modelinde tanımlanan simetrik konumda eşit olan ilişki parametre çifti sayısı  $S$  kadar fazla, SNUA modelinden ise bir eksiktir.

$$sd = R(R - 3) + 1 + S \quad (3.17)$$

### 3.6.3. Bitişik tekdüze olmayan ilişki + uyum modeli (CNUAGA)

NUA modelinde olduğu gibi, tam NUAGA modelinde de, birbiriyle bitişik konumda bulunan bazı ilişki parametreleri birbirine eşit olabilir. Bu durumda, NUAGA modeli, bitişik tekdüze olmayan ilişki + uyum (CNUAGA) modeli olarak adlandırılmıştır (Valet *et al.*, 2007). Model, tam NUAGA modelinde yer alan bazı ilişki parametreleri için Eşitlik 2.66' da yer alan bitişik olma koşulu altında oluşturulur.

CNUAGA modelinin serbestlik derecesi tam NUAGA modelinden CNUA modelinde tanımlanan bitişik konumda eşit olan ilişki parametre çifti sayısı  $C$  kadar fazla, CNUA modelinden ise bir eksiktir.

$$sd = R(R - 3) + 1 + C \quad (3.18)$$

#### **3.6.4. Karışık tekdüze olmayan ilişki + uyum modeli (MNUAGA)**

Modelde, aynı anda hem bazı simetrik hem de bazı bitişik konumdaki ilişki parametreleri birbirine eşit olabilir. Bu durumda NUAGA modelleri, Valet *et al.* (2007) çalışmasında karışık tekdüze olmayan ilişki + uyum (MNUAGA) modelleri olarak adlandırılmıştır.

MNUAGA modelinin serbestlik derecesi, tam NUAGA modelinden  $(S + C)$  kadar, karışık NUA modelinden ise bir eksiktir.

$$sd = R(R - 3) + 1 + S + C \quad (3.19)$$

Bu bölüme kadar tanımlanan modeller için  $i$  ve  $(i + 1)$  ardışık düzeyleri arasındaki ayırt edilebilirlik dereceleri,  $i = 1, 2, \dots, (R - 1)$  olmak üzere, Çizelge 3.1' de özetlenmiştir.

**Çizelge 3.1.** Modellere göre  $i$  ve  $(i+1)$  ardışık düzeyleri için ayırt edilebilirlik dereceleri

<b>Model</b>	<b>Ayırt edilebilirlik dereceleri</b>
LL	$1 - \exp(-\beta(u_{i+1} - u_i)^2)$
UA	$1 - \exp(-\beta)$
Uyum	$1 - \exp(-2\delta)$
Uyumsuzluk	$1 - \exp(2\delta)$
NUA	$1 - \exp(-\beta_{i,i+1})$
EA	$1 - \exp(-\beta(u_{i+1} - u_i)^2)$
LLA	$1 - \exp(-\beta(u_{i+1} - u_i)^2 - 2\delta)$
UAA	$1 - \exp(-\beta - 2\delta)$
EAA	$1 - \exp(-\beta(u_{i+1} - u_i)^2 - 2\delta)$
DUA	$1 - \exp(-\beta + 2\delta_1)$
NUAGA	$1 - \exp(-\beta_{i,i+1} - 2\delta)$

#### 4. ÇOK BOYUTLU OLUMSALLIK TABLOLARINDA UYUM PARAMETRESİ İÇEREN İLİŞKİ MODELLERİ

İkinci ve üçüncü bölümlerde, iki boyutlu olumsuzluk tablolarında uygulanabilecek ilişki, uyum ve uyum parametresi içeren ilişki modellerinden bahsedildi. Bu bölümde ise ikiden fazla boyutta sahip olumsuzluk tablolarında uygulanabilecek log-doğrusal modellerden bahsedilecektir.

##### 4.1. Çok Boyutlu Tablolarda Bağımsızlık Modeli

Çok boyutlu tablolarda değişkenler arasındaki ilişkinin varlığına bağımsızlık modeli uygulanarak karar verilir. Sıralanabilir ya da sınıflanabilir kategorik değişkenler X, Y ve Z olarak alındığında, üç boyutlu R x C x K olumsuzluk tablosu için bağımsızlık modeli,

$$\log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z \quad (4.1)$$

$i = 1, 2, \dots, R$  ,  $j = 1, 2, \dots, C$  ve  $k = 1, 2, \dots, K$  olmak üzere tanımlanır (Agresti, 2002).

Çok boyutlu tablolarda model,

$$\sum_{i=1}^R \lambda_i^X = \sum_{j=1}^C \lambda_j^Y = \sum_{k=1}^K \lambda_k^Z = 0 \quad (4.2)$$

kısıtları altında kurulur.

Modele ait serbestlik derecesi  $sd = RCK - R - C - K + 2$ ' dir.

##### 4.2. Çok Boyutlu Tablolarda Tekdüze İlişki Modeli

Üç boyutlu R x C x K olumsuzluk tablosunda tüm değişkenler sıralanabilir kategorik değişkenler olduğunda, tekdüze ilişki modelinden yararlanılabilir. X, Y ve Z tabloda yer alan değişkenler olmak üzere doğrusal ilişki modeli,

$$\log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \beta_1 \times u_i v_j + \beta_2 \times u_i w_k + \beta_3 \times v_j w_k \quad (4.3)$$

$i = 1, 2, \dots, R$ ,  $j = 1, 2, \dots, C$  ve  $k = 1, 2, \dots, K$  olmak üzere, Eşitlik 4.3' te tanımlanmıştır. Modelde  $\beta_1$  X ve Y değişkenleri,  $\beta_2$  X ve Z değişkenleri ve  $\beta_3$  Y ve Z değişkenleri arasındaki kısmi ilişki parametresidir (Agresti, 1984).

Doğrusal ilişki modelinde skorlar eşit aralıklı olarak alındığında üç boyutlu olumsuzluk tablolarında tekdüze ilişki modeli elde edilir. Bu model,

$$\log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \beta_1 \times ij + \beta_2 \times ik + \beta_3 \times jk \quad (4.4)$$

olarak tanımlanır.

Modele ait serbestlik derecesi  $sd = RCK - R - C - K - 1$ 'dir.

Tüm skor değerleri eşit olan bu modelde koşullu odds oranları,

$$\begin{aligned} \log \theta_{ij(k)} &= \beta_1 \\ \log \theta_{i(j)k} &= \beta_2 \\ \log \theta_{(i)jk} &= \beta_3 \end{aligned} \quad (4.5)$$

olarak tanımlanmıştır.

### 4.3. Çok Boyutlu Tablolarda Uyum Modeli

Çok boyutlu tablolarda değerlendiriciler arasındaki uyum araştırılırken, Fleiss (1971) çalışmasında önerilen kappa katsayısı kullanılmaktadır. Fakat diğer kappa katsayılarında olduğu gibi, çoklu değerlendiriciler için kullanılan kappa katsayısı da tabloyu yorumlamada yeterli olmamaktadır. Bu nedenle tablo hakkında daha detaylı yorum yapabilmek için Tanner and Young (1985a) çalışmasında önerilen çoklu değerlendiriciler için uyum modelinden yararlanılır.

$M$  ( $M > 3$ ) değerlendiricinin,  $n$  tane gözlemi,  $R$  sınıf üzerinden değerlendirdiğini düşünelim. Bu durumda tablo  $M$  boyutlu bir tablodur ve  $R^M$  olarak ifade edilir. Bu durumda  $i, j, \dots, r = 1, 2, \dots, R$  olmak üzere uyum modeli,

$$\log m_{ij\dots r} = \lambda + \lambda_i^{R_1} + \lambda_j^{R_2} + \dots + \lambda_r^{R_M} + \delta_{ij\dots r} \quad (4.6)$$

olarak tanımlanmıştır. Eşitlik 4.6' da yer alan homojen olmayan G-boyutlu uyum parametresi aşağıdaki eşitlikteki gibidir.

$$\delta_{ij\dots r} = \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_{\binom{M}{G}} \quad (4.7)$$

Aralarında uyum araştırılan değişken sayısı G olmak üzere modelde yer alan uyum parametresi sayısı  $v = \binom{M}{G}$ ' dir.  $2 \leq G \leq M$  olmak üzere en az iki, en fazla M tane değişken arasındaki uyum incelenebilir.

Uyum parametreleri G=2 için aşağıdaki eşitlikle tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases} \\ &\vdots \\ \delta_{\binom{M}{G}} &= \begin{cases} 1 & \text{eğer } k = r \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Modele ait serbestlik derecesi  $R^M - M(R - 1) - 1 - v$ 'dir (Tanner and Young, 1985a).

Tanner and Young (1985a) çalışmasında önerilen ve Eşitlik 4.6' da verilen uyum modeli üç değerlendirici için yorumlanmıştır. G=2 ve G=3 olarak alındığında uyum modeli,

$$\log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 \quad (4.9)$$

eşitliği ile ifade edilir.

Modelde X-Y arasındaki uyum  $\delta_1$  parametresi ile, X-Z arasındaki uyum  $\delta_2$  parametresi ile ve Y-Z arasındaki uyum  $\delta_3$  parametresi ile ifade edilmektedir.  $\delta_4$  ise üç değişken arasındaki bütünsel uyumu göstermektedir.



Uyum parametreleri aşağıdaki eşitlikler ile tanımlanmıştır,

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases} & \delta_2 &= \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases} & (4.10) \\ \delta_3 &= \begin{cases} 1 & \text{eğer } j = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases} & \delta_4 &= \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = j = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases} \end{aligned}$$

Modele ait serbestlik derecesi  $sd = R^3 - 3R - 2$ .

Çoklu değerlendiriciler için uyum modelinin odds oranları modele göre hesaplanır.

#### 4.4. Çok Boyutlu Tablolarda Tekdüze İlişki + Uyum Modelleri

Çok boyutlu tablolardan söz edilebilmesi için en az üç değişken olması gerekmektedir. UAA modeli üç değişken olduğu durum için geliştirilmiştir.

Üç boyutlu  $R \times R \times R$  olumsallık tablosunda  $X$ ,  $Y$  ve  $Z$  sıralanabilir kategorik değişkenler ve  $i, j, k = 1, 2, \dots, R$  olmak üzere model aşağıdaki gibi tanımlanmıştır (Lawal, 2003).

$$\begin{aligned} \log m_{ijk} &= \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z & (4.11) \\ &+ \beta_1 \times u_i v_j + \beta_2 \times u_i w_k + \beta_3 \times v_j w_k + \beta_4 \times u_i v_j w_k \\ &+ \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases} & \delta_2 &= \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases} \\ \delta_3 &= \begin{cases} 1 & \text{eğer } j = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases} & \delta_4 &= \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = j = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases} \end{aligned}$$

Bu modelde  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  ve  $\delta_4$  uyum parametreleridir.  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  ve  $\beta_3$  değişkenler arasındaki ikili ilişki parametreleri iken,  $\beta_4$  üç değişken arasındaki ilişki parametresidir.  $u_i$ ,  $v_j$  ve  $w_k$  sırasıyla  $X$ ,  $Y$  ve  $Z$  değişkenleri için skor değerleridir.

Skorlar eşit aralıklı skorlar olarak alınmıştır. X değişkeni için  $\{u_i = i\}$ , Y değişkeni için  $\{v_j = j\}$  ve Z değişkeni için  $\{w_k = k\}$  olarak alınır (Saraçbaşı, 2011).

Bu modele ait serbestlik derecesi  $sd = R^3 - 3R - 6$  dır.

Çok boyutlu tablolarda tekdüze ilişki + uyum modelinin odds oranları modele göre hesaplanır.

3 boyutlu olumsuzluk tabloları için Melia and Diener-West (1994) çalışmasında önerilen tekdüze ilişki, uyum ve tekdüze ilişki + uyumu birlikte modelleyen denklemler Çizelge 4.1' de verilmiştir (Lawal, 2003).

**Çizelge 4.1.** Üç boyutlu tablolar için önerilen tekdüze ilişki, uyum ve tekdüze ilişki + uyum model eşitlikleri

	<b>Modeller</b>
M1	$\log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4$
M2	$\log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \beta_1 \times u_i v_j + \beta_2 \times u_i w_k + \beta_3 \times v_j w_k + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4$
M3	$\log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \beta_1 \times u_i v_j + \beta_2 \times u_i w_k + \beta_3 \times v_j w_k + \beta_4 \times u_i v_j w_k$
M4	$\log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \beta_1 \times u_i v_j + \beta_2 \times u_i w_k + \beta_3 \times v_j w_k + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$
M5	$\log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \beta_1 \times u_i v_j + \beta_2 \times u_i w_k + \beta_3 \times v_j w_k + \delta_4$
M6	$\log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \beta_1 \times u_i v_j + \beta_2 \times u_i w_k + \beta_3 \times v_j w_k + \beta_4 \times u_i v_j w_k + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$
M7	$\log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \beta_1 \times u_i v_j + \beta_2 \times u_i w_k + \beta_3 \times v_j w_k + \beta_4 \times u_i v_j w_k + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4$

## 5. TEZ ÇALIŞMASINDA ÖNERİLEN MODELLER

Tez çalışmasında, ikinci, üçüncü ve dördüncü bölümlerde bahsedilen modellere ek olarak iki ve çok boyutlu karesel olumsuzluk tablolarında kullanılmak üzere bazı uyum parametresi içeren ilişki modelleri önerilmiştir.

### 5.1. Üstel Skorlu İlişki + Simetrik Uyumsuzluk Modeli (DEA)

DUA modeli skorların eşit aralıklı olarak kabul edilmesiyle oluşturulur. Tez çalışmasında DUA modeline alternatif olarak üstel skorlu ilişki + simetrik uyumsuzluk (DEA) modeli önerilmiştir.  $\delta_{ij}$ , Aktaş and Saraçbaşı (2009) çalışmasında önerilen simetrik uyumsuzluk parametresi olmak üzere model,

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \beta \times (ij)^a + \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, R \quad (5.1)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \delta_1 & |i - j| = 1, \\ \delta_2 & |i - j| = 2, \\ \delta & |i - j| \geq 3, \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$$

olarak tanımlanmıştır.

Herhangi bir  $i$  ve  $j = (i + 2)$  düzeyleri için odds oran,

$$\theta_{i,i+2} = \frac{m_{i,i+2} \times m_{i+1,i+3}}{m_{i,i+3} \times m_{i+1,i+2}} \quad (5.2)$$

eşitliği ile tanımlanır. Bu eşitliğin her iki tarafının logaritması alındığında,

$$\log \theta_{i,i+2} = \log m_{i,i+2} + \log m_{i+1,i+3} - \log m_{i,i+3} - \log m_{i+1,i+2} \quad (5.3)$$

elde edilir. Eşitlik 5.1' de yer alan model denklemi, Eşitlik 5.3' te yerine yazıldığında,

$$\log \theta_{i(i+2)} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_{i+2}^Y + \beta \times i^a (i+2)^a + \delta_2 \quad (5.4a)$$

$$+ \lambda + \lambda_{i+1}^X + \lambda_{i+3}^Y + \beta \times (i+1)^a (i+3)^a + \delta_2$$

$$- \lambda - \lambda_i^X - \lambda_{i+3}^Y - \beta \times i^a (i+3)^a - \delta$$

$$- \lambda - \lambda_{i+1}^X - \lambda_{i+2}^Y - \beta \times (i+1)^a (i+2)^a - \delta_1$$

$$= \beta \times i^a(i+2)^a + \beta \times (i+1)^a(i+3)^a - \beta \times i^a(i+3)^a \quad (5.4b)$$

$$- \beta \times (i+1)^a(i+2)^a + 2\delta_2 - \delta_1 - \delta$$

$$= \beta \times i^a[(i+2)^a - (i+3)^a] + \beta \times (i+1)^a[(i+3)^a - (i+2)^a] \quad (5.4c)$$

$$+ 2\delta_2 - \delta_1 - \delta$$

$$\log\theta_{i(i+2)} = \beta[(i^a - (i+1)^a)][(i+2)^a - (i+3)^a] + 2\delta_2 - \delta_1 - \delta \quad (5.5)$$

olarak elde edilir.

DEA modeli için log-odds oranları aşağıdaki eşitlikten elde edilir.

$$\log\theta_{ij} = \begin{cases} \beta[i^a - (i+1)^a]^2 - 2\delta_1 & |i-j| = 0, \\ \beta[i^a - (i+1)^a][j^a - (j+1)^a] + 2\delta_1 - \delta_2 & |i-j| = 1, \\ \beta[i^a - (i+1)^a][j^a - (j+1)^a] - \delta_1 + 2\delta_2 - \delta & |i-j| = 2, \\ \beta[i^a - (i+1)^a][j^a - (j+1)^a] + \delta - \delta_2 & |i-j| = 3, \\ \beta[i^a - (i+1)^a][j^a - (j+1)^a] & |i-j| > 3 \end{cases} \quad (5.6)$$

Ayrırt edilebilirlik derecesinin hesaplandığı eşitlikler, Eşitlik 2.9 ve 2.10' da  $i$  ve  $j$  düzeyleri için verilmişti.  $i$  ve  $(i+1)$  düzeyleri için odds oranı  $\tau_{i,i+1}$ ,

$$\tau_{i,i+1} = \frac{m_{ii} \times m_{i+1,i+1}}{m_{i+1,i} \times m_{i,i+1}}$$

olarak yazılır. Denklemin her iki tarafının logaritması alındığında,

$$\log\tau_{i,i+1} = \log m_{ii} + \log m_{i+1,i+1} - \log m_{i+1,i} - \log m_{i,i+1} \quad (5.7)$$

elde edilir. Eşitlik 5.1' de yer alan model denklemi, Eşitlik 5.7' de yerine yazıldığında,

$$\log\tau_{i,i+1} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_i^Y + \beta \times i^a i^a \quad (5.8)$$

$$+ \lambda + \lambda_{i+1}^X + \lambda_{i+1}^Y + \beta \times (i+1)^a (i+1)^a$$

$$- \lambda - \lambda_{i+1}^X - \lambda_i^Y - \beta \times (i+1)^a i^a - \delta_1$$

$$- \lambda - \lambda_i^X - \lambda_{i+1}^Y - \beta \times i^a (i+1)^a - \delta_1$$

$$\log \tau_{i,i+1} = \beta[(i^a - (i+1)^a)]^2 - 2\delta_1 \quad (5.9)$$

olarak bulunur.

Bulunan log-odds oranı Eşitlik 2.10' da yerine yazılırsa, ardışık düzeyler  $i$  ve  $(i+1)$  için DEA modelinin ayırt edilebilirlik derecesi,

$$\gamma_{i,i+1} = 1 - \exp\{-\beta[i^a - (i+1)^a]^2 + 2\delta_1\} \quad (5.10)$$

olarak bulunur.

Model, DUA modelinde olduğu gibi  $(R-1)^2 - 4 = (R+1)(R-3)$  serbestlik derecesine sahiptir.

Bu model  $R > 4$  boyutlu tablolarda uygulanabilmektedir.

6 x 6 boyutlu bir tabloda, DEA modelinin analizi için istatistiksel paket programlarına yapılacak veri girişi aşağıdaki matris yardımıyla yapılabilir.

$$\begin{bmatrix} 0 + \beta & \delta_1 + 2^a\beta & \delta_2 + 3^a\beta & \delta + 4^a\beta & \delta + 5^a\beta & \delta + 6^a\beta \\ \delta_1 + 2^a\beta & 0 + 4^a\beta & \delta_1 + 6^a\beta & \delta_2 + 8^a\beta & \delta + 10^a\beta & \delta + 12^a\beta \\ \delta_2 + 3^a\beta & \delta_1 + 6^a\beta & 0 + 9^a\beta & \delta_1 + 12^a\beta & \delta_2 + 15^a\beta & \delta + 18^a\beta \\ \delta + 4^a\beta & \delta_2 + 8^a\beta & \delta_1 + 12^a\beta & 0 + 16^a\beta & \delta_1 + 20^a\beta & \delta_2 + 24^a\beta \\ \delta + 5^a\beta & \delta + 10^a\beta & \delta_2 + 15^a\beta & \delta_1 + 20^a\beta & 0 + 25^a\beta & \delta_1 + 30^a\beta \\ \delta + 6^a\beta & \delta + 12^a\beta & \delta + 18^a\beta & \delta_2 + 24^a\beta & \delta_1 + 30^a\beta & 0 + 36^a\beta \end{bmatrix}$$

## 5.2. Çok Boyutlu Karesel Tablolarda Tekdüze Olmayan İlişki + Uyum Modeli

Tez çalışmasında Valet *et al.* (2007) çalışmasında önerilen tekdüze olmayan ilişki + uyum modelleri çok boyutlu karesel tablolar için geliştirilmiştir.

$R \times R \times R$  boyutlu bir olumsuzluk tablosunda,  $(R \geq 3)$  olmak üzere  $X$ ,  $Y$  ve  $Z$  sıralanabilir kategorik değişkenler olsun. Skor değerleri  $X$  değişkeni için  $\{u_i = i\}$ ,  $Y$  değişkeni için  $\{v_j = j\}$  ve  $Z$  değişkeni için  $\{w_k = k\}$  olarak alınsın.  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  ve  $\delta_4$  uyum parametreleri olmak üzere eşit aralıklı skorlar kullanılarak tekdüze olmayan ilişki + uyum modeli aşağıdaki eşitlikteki gibi yazılabilir  $(i, j, k = 1, 2, \dots, R)$ .

$$\log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + ij \times \sum_{l=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{l,l+1} \quad (5.11)$$

$$+ ik \times \sum_{l=\min(i,k)}^{\max(i,k)-1} \varphi_{l,l+1} + jk \times \sum_{l=\min(j,k)}^{\max(j,k)-1} \omega_{l,l+1}$$

$$+ \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4$$

$$\delta_1 = \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

$$\delta_3 = \begin{cases} 1 & \text{eğer } j = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

$$\delta_4 = \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = j = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

Modelde,  $l = 1, 2, \dots, (R - 1)$  olmak üzere,

- $\beta_{l,l+1}$ , X ve Y değişkenleri için  $l$  ve  $(l + 1)$  ardışık düzeyleri arasındaki ilişki
- $\varphi_{l,l+1}$ , X ve Z değişkenleri için  $l$  ve  $(l + 1)$  ardışık düzeyleri arasındaki ilişki
- $\omega_{l,l+1}$ , Y ve Z değişkenleri için  $l$  ve  $(l + 1)$  ardışık düzeyleri arasındaki ilişki katsayısıdır.

X ve Y değişkenleri için  $(i, j)$  indisleri kullanılır.

- $i = j$  iken  $\delta_1$ ,
- $i \neq j$  iken  $\beta$  modelde yer alır.

X ve Z değişkenleri için  $(i, k)$  indisleri kullanılır.

- $i = k$  iken  $\delta_2$ ,
- $i \neq k$  iken  $\varphi$  modelde yer alır.

Y ve Z değişkenleri için  $(j, k)$  indisleri kullanılır.

- $j = k$  iken  $\delta_3$ ,
- $j \neq k$  iken  $\omega$  modelde yer alır.

$(R - 1)$ 'er tane  $\beta$ ,  $\varphi$  ve  $\omega$  parametresi olduğu için üç boyutlu modele ait serbestlik derecesi,

$$\begin{aligned} sd &= R \times R \times R - [1 + (R - 1) + (R - 1) + (R - 1) + (R - 1) + (R - 1) + (R - 1) + (R - 1) + 4] \\ &= R^3 - 6R + 1 \end{aligned} \quad (5.12)$$

eşitliği yardımıyla hesaplanır.

X, Y ve Z değişkenleri için oluşturulabilecek tekdüze olmayan ilişki ve tekdüze olmayan ilişki + uyum model eşitlikleri Çizelge 5.1' de yer almaktadır. Burada X, Y ve Z üç farklı değerlendirici ya da aynı değerlendiricinin üç farklı zamanda yaptığı değerlendirmeler olabilir.

**Çizelge 5.1.** Üç değişken için oluşturulabilecek tekdüze olmayan ilişki ve tekdüze olmayan ilişki + uyum model eşitlikleri

	<b>Modeller</b>
M8	$\log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + ij \times \sum_{l=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{l,l+1}$ $+ ik \times \sum_{l=\min(i,k)}^{\max(i,k)-1} \varphi_{l,l+1} + jk \times \sum_{l=\min(j,k)}^{\max(j,k)-1} \omega_{l,l+1}$
M9	$\log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + ij \times \sum_{l=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{l,l+1}$ $+ ik \times \sum_{l=\min(i,k)}^{\max(i,k)-1} \varphi_{l,l+1} + jk \times \sum_{l=\min(j,k)}^{\max(j,k)-1} \omega_{l,l+1} + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$
M10	$\log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + ij \times \sum_{l=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{l,l+1}$ $+ ik \times \sum_{l=\min(i,k)}^{\max(i,k)-1} \varphi_{l,l+1} + jk \times \sum_{l=\min(j,k)}^{\max(j,k)-1} \omega_{l,l+1} + \delta_4$
M11	$\log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + ij \times \sum_{l=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{(l,l+1)}$ $+ ik \times \sum_{l=\min(i,k)}^{\max(i,k)-1} \varphi_{l,l+1} + jk \times \sum_{l=\min(j,k)}^{\max(j,k)-1} \omega_{l,l+1} + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4$

Çok boyutlu tablolarda tekdüze olmayan ilişki + uyum modelinin odds oranları modele göre hesaplanır.

### 5.3. Çok Boyutlu Karesel Tablolarda Farklı Ağırlıklandırılmış Tekdüze Olmayan İlişki + Uyum Modeli

Bölüm 5.2' de önerilen çok boyutlu karesel tabloların tekdüze olmayan ilişki + uyum modeli eşit aralıklı skorlar yerine, Valet *et al.* (2007) çalışmasında önerilen skorlar kullanılarak aşağıdaki eşitlikte tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned} \log m_{ijk} = & \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z - \frac{|i-j|}{2} \times \sum_{l=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{l,l+1} \\ & - \frac{|i-k|}{2} \times \sum_{l=\min(i,k)}^{\max(i,k)-1} \varphi_{l,l+1} - \frac{|j-k|}{2} \times \sum_{l=\min(j,k)}^{\max(j,k)-1} \omega_{l,l+1} \\ & + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 \end{aligned} \quad (5.13)$$

$$\delta_1 = \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

$$\delta_3 = \begin{cases} 1 & \text{eğer } j = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

$$\delta_4 = \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = j = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

Modelin serbestlik derecesi Eşitlik 5.12' de verilen serbestlik derecesi ile aynıdır. Çizelge 5.1' de yer alan model eşitlikleri farklı ağırlıklandırılmış tekdüze olmayan ilişki modeli için de uygulanabilir.

### 5.4. Çok Boyutlu Karesel Tablolarda Tekdüze Olmayan İlişki + Bütünsel İlişki Modeli

Valet *et al.* (2007) çalışmasında önerilen ağırlıklandırma ile elde edilen tekdüze olmayan ilişki + uyum modeline alternatif olarak tez çalışmasında, çok boyutlu karesel tablolarda tekdüze olmayan ilişki + bütünsel ilişki modeli önerilmiştir. Model, tekdüze olmayan ilişki modelinde yer alan ilişki parametreleri için farklı bir ağırlıklandırma kullanılarak ve modele bütünsel ilişki parametresi eklenerek oluşturulmuştur.



Cicchetti and Allison (1971) çalışmasında iki ve çok boyutlu tablolar için önerilen doğrusal ağırlıklandırma yöntemleri sırasıyla Eşitlik 5.14 ve Eşitlik 5.15' te verilmiştir (Mielke and Berry, 2009).

$$w_{ij} = 1 - \frac{|i - j|}{(R - 1)} \quad i, j = 1, 2, \dots, R \quad (5.14)$$

$$w_{ijk} = 1 - \frac{|i - j| + |i - k| + |j - k|}{(M - 1)(R - 1)} \quad i, j, k = 1, 2, \dots, R \quad (5.15)$$

$i, j, k = 1, 2, \dots, R$  olmak üzere bu eşitliklerde  $M$  değişken (boyut) sayısı ve  $R$  her bir değişkendeki düzey sayısıdır.

İki değişken arasındaki ilişki parametreleri Eşitlik 5.14' te verilen eşitlikten yararlanılarak, ikiden fazla değişken arasındaki Eşitlik 5.15' te verilen eşitlikten yararlanılarak ağırlıklandırılmıştır.

( $R \geq 3$ ) olmak üzere, üç boyutlu bir  $R \times R \times R$  tablosu için önerilen tekdüze olmayan ilişki + bütünsel ilişki modeli,

$$\begin{aligned} \mathbf{M12:} \quad \log m_{ijk} = & \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z - \frac{|i - j|}{(R - 1)} \times \sum_{l=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{l,l+1} \quad (5.16) \\ & - \frac{|i - k|}{(R - 1)} \times \sum_{l=\min(i,k)}^{\max(i,k)-1} \varphi_{l,l+1} - \frac{|j - k|}{(R - 1)} \times \sum_{l=\min(j,k)}^{\max(j,k)-1} \omega_{l,l+1} \\ & - \frac{|i - j| + |i - k| + |j - k|}{2(R - 1)} \times \beta \end{aligned}$$

eşitlikte verilmiştir ( $i, j, k = 1, 2, \dots, R$ ).

Bu modelin Çizelge 5.1' de yer alan M8 modelinden farkı üç değişken arasındaki bütünsel ilişki parametresi olan  $\beta$ ' yı da içeriyor olmasıdır.

Modelin serbestlik derecesi,

$$\begin{aligned} sd &= R \times R \times R - [1 + (R - 1) + (R - 1) + (R - 1) + (R - 1) + (R - 1) + (R - 1) + 1] \\ &= R^3 - 6R + 4 \end{aligned} \quad (5.17)$$

eşitliği yardımıyla hesaplanır.

### 5.5. Çok Boyutlu Karesel Tablolarda Tekdüze Olmayan İlişki + Bütünsel İlişki + Bütünsel Uyum Modeli

Tekdüze olmayan ilişki + bütünsel ilişki modeline bütünsel uyum parametresi de eklenerek tekdüze olmayan ilişki + bütünsel ilişki + bütünsel uyum modeli önerilmiştir.  $\beta$  üç değişken arasındaki bütünsel ilişki parametresi ve  $\delta$  bütünsel uyum parametresidir. ( $R \geq 3$ ) olmak üzere üç boyutlu bir  $R \times R \times R$  tablosu için model,

$$\begin{aligned} \mathbf{M13:} \quad \log m_{ijk} &= \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z - \frac{|i-j|}{(R-1)} \times \sum_{l=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{l,l+1} \\ &\quad - \frac{|i-k|}{(R-1)} \times \sum_{l=\min(i,k)}^{\max(i,k)-1} \varphi_{l,l+1} - \frac{|j-k|}{(R-1)} \times \sum_{l=\min(j,k)}^{\max(j,k)-1} \omega_{l,l+1} \\ &\quad - \frac{|i-j| + |i-k| + |j-k|}{2(R-1)} \times \beta + \delta \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = j = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

olarak tanımlanır ( $i, j, k = 1, 2, \dots, R$ ).

Modelin serbestlik derecesi,

$$\begin{aligned} sd &= R \times R \times R - [1 + (R - 1) + (R - 1) + (R - 1) + (R - 1) + (R - 1) + (R - 1) + 1 + 1] \\ &= R^3 - 6R + 3 \end{aligned} \quad (5.19)$$

eşitliği yardımıyla hesaplanır.

## 5.6. Çok Boyutlu Karesele Tablolarda Bütünsel İlişki + Bütünsel Uyum Modeli

Tez çalışmasında, üç boyutlu  $R \times R \times R$  tablolarında sadece üç değişken arasındaki bütünsel ilişki ve bütünsel uyum parametresini içeren bütünsel ilişki + bütünsel uyum modeli önerilmiştir.  $\beta$  üç değişken arasındaki ilişki parametresi ve  $\delta$  bütünsel uyum parametresi olmak üzere model,

$$\mathbf{M14:} \quad \log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z - \frac{|i-j| + |i-k| + |j-k|}{2(R-1)} \times \beta + \delta \quad (5.20)$$

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = j = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

olarak tanımlanır.

Bütünsel ilişki + bütünsel uyum modeli, köşegen üzeri ve köşegen dışı konumundaki düzeyler için aşağıdaki eşitliklerle genelleştirilebilir.

- $(i = j = k)$  ise,  $\log m_{iii} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_i^Y + \lambda_i^Z + \delta$  (5.21)
- En az birisi farklı ise,  $\log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z - \frac{|i-j| + |i-k| + |j-k|}{2(R-1)} \times \beta$

Modelin serbestlik derecesi aşağıdaki eşitlik yardımıyla bulunur.

$$\begin{aligned} sd &= R \times R \times R - [1 + (R-1) + (R-1) + (R-1) + 1 + 1] \\ &= R^3 - 3R \end{aligned} \quad (5.22)$$

## 5.7. Çok Boyutlu Karesele Tablolarda Bütünsel İlişki + Kısmi Uyum Modeli

Tez çalışmasında,  $(R \geq 3)$  olmak üzere, üç boyutlu  $R \times R \times R$  tablolarında sadece üç değişken arasındaki bütünsel ilişki ve değişkenler arasındaki kısmi uyum parametrelerini içeren bütünsel ilişki + kısmi uyum modeli önerilmiştir.  $\beta$  üç değişken arasındaki ilişki ve  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$  kısmi uyum parametreleri olmak üzere model Eşitlik 5.23' te tanımlandığı gibidir.

$$\mathbf{M15:} \quad \log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z - \frac{|i-j| + |i-k| + |j-k|}{2(R-1)} \times \beta \quad (5.23)$$

$$+ \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$$

$$\delta_1 = \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases} \quad \delta_2 = \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

$$\delta_3 = \begin{cases} 1 & \text{eğer } j = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

( $i = j = k$ ) olduğu durumda  $\beta$  parametresinin katsayısı "0" olacağı için modelde sadece uyum parametreleri yer alacaktır.

Modelin serbestlik derecesi,

$$\begin{aligned} sd &= R \times R \times R - [1 + (R-1) + (R-1) + (R-1) + 1 + 1 + 1 + 1] \\ &= R^3 - 3R - 2 \end{aligned} \quad (5.24)$$

eşitliği yardımıyla hesaplanır.

### 5.8. Çok Boyutlu Tablolarda Bütünsel İlişki + Uyum Modeli

Tez çalışmasında, ( $R \geq 3$ ) olmak üzere, üç boyutlu  $R \times R \times R$  tablolarında üç değişken arasındaki bütünsel ilişki, bütünsel uyum ve değişkenler arasındaki kısmi uyum parametrelerini içeren bütünsel ilişki + uyum modeli önerilmiştir.  $\beta$  üç değişken arasındaki ilişki,  $\delta_4$  üç değişken arasındaki uyum ve  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ , uyum parametreleri olmak üzere model aşağıdaki eşitlikle tanımlanır.

$$\mathbf{M16:} \quad \log m_{ijk} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z - \frac{|i-j| + |i-k| + |j-k|}{2(R-1)} \times \beta \quad (5.25)$$

$$+ \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4$$

$$\delta_1 = \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases} \quad \delta_2 = \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

$$\delta_3 = \begin{cases} 1 & \text{eğer } j = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases} \quad \delta_4 = \begin{cases} 1 & \text{eğer } i = j = k \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

$(i = j = k)$  olduğu durumda  $\beta$  parametresinin katsayısı “0” olacağı için modelde sadece uyum parametreleri yer alacaktır.

Modelin serbestlik derecesi aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$\begin{aligned} sd &= R \times R \times R - [1 + (R - 1) + (R - 1) + (R - 1) + 1 + 1 + 1 + 1 + 1] \\ &= R^3 - 3R - 3 \end{aligned} \quad (5.26)$$

### 5.9. Üç Değerlendirici İçin Ayırt Edilebilirlik Derecesi

Üç değerlendiricisi olan çalışmalarda kullanılmak üzere ardışık düzeyler için ayırt edilebilirlik derecesi, tez çalışmasında önerilmiştir.

X, Y ve Z değerlendiricilerine sahip  $R \times R \times R$  boyutlu bir tabloda uygun model altında hesaplanan beklenen sıklıklar  $m_{ijk}$  ile gösterilsin  $(i, j, k = 1, 2, \dots, R)$ . Dikkate alınmayan boyut “+” ile gösterilmek üzere marjinal sıklıklar, beklenen sıklıklardan hesaplanır.

$$\begin{aligned} m_{ij+} &= \sum_{k=1}^R m_{ijk} \\ m_{i+k} &= \sum_{j=1}^R m_{ijk} \\ m_{+jk} &= \sum_{i=1}^R m_{ijk} \end{aligned} \quad (5.27)$$

Değerlendiricilerden birinin sabit düzeylerinde ayırt edilebilirlik derecesi eşitlikleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned} \gamma_{i,i+1(k)} &= 1 - \frac{m_{i,i+1,+} \times m_{i+1,i,+}}{m_{i,i,+} \times m_{i+1,i+1,+}} \\ \gamma_{i(j)i+1} &= 1 - \frac{m_{i,+,i+1} \times m_{i+1,+,i}}{m_{i,+,i} \times m_{i+1,+,i+1}} \\ \gamma_{(i)j,j+1} &= 1 - \frac{m_{+,j,j+1} \times m_{+,j+1,j}}{m_{+,j,j} \times m_{+,j+1,j+1}} \end{aligned} \quad (5.28)$$

## 6. UYGULAMA

Daha önce yapılan çalışmalarda önerilen ve Bölüm 2, 3 ve 4' te tanıtılan modeller ile tez çalışmasında geliştirilen ve Bölüm 5' te yer alan modeller, klasik örnek olarak nitelendirilen Terry *et al.* (2002b) ve Landis and Koch (1977b) çalışmalarındaki araştırma verisine uygulanmıştır. Yazılımlarda tez çalışmasında incelenen model çözümlerinin gerçekleştirilebilmesi için tasarım matrisi yapısını dikkate almak gerekir. Tablonun bütün gözeleri için model denkleminde yer alan parametre katsayıları veri girişinde yer alır. Parametreler "Covariates" olarak değerlendirilerek çözümler GLIM programlarında gerçekleştirilir.

### 6.1. New York Kolonoskopi Tabanlı Vaka-Kontrol Çalışmasında Displazi Dereceleri

Kolon (kolorektal, kalın bağırsak) kanseri günümüzde en çok karşılaşılan üçüncü tümör türüdür. Kolon kanserin evreleri:

1. Preneoplastik evre (Hiperproliferasyon – Displazi)
2. Prekanseroz evre (Tübüler adenom – Tübülovillöz adenom)
3. Karsinoma evresi (Karsinoma in situ (CIS) – Invazif karsinom)

olarak tanımlanmıştır [1] \*.

Displazi anormal bir çoğalma sürecidir. Belirli bir bölgede aşırı büyüme, hacim artışı ve hasta bölgenin yapısında bozukluk ortaya çıkar [2] \*. Displazi safhası, tümöre dönüşebilecek lezyon olarak tanımlanır. Karsinoma ise epitel ya da bezsel dokularda oluşan herhangi bir kanserli, tümörlü kısma verilen addır [3] \*.

Günümüzde kolon kanseri hastalığının gelişimini incelemek için yapılan çalışmalarda amaç, iltihap – displazi – karsinoma sıralamasında displazi safhasında hastalara müdahale etmektir (Özer, 2011).

---

\* İnternet kaynağı gösterimidir.

Tez çalışmasında uygulama verisi olarak Terry *et al.* (2002b) tarafından yapılan kolonoskopi tabanlı vaka-kontrol çalışması kullanılmıştır. New York' ta yapılan bu çalışmada, 190 tane ileri düzeyde olan ve olmayan adenoma vakası slaytlar halinde, gerçek tanısı bilinmeden, bir patoloğa gösterilerek sınıflandırılmıştır. 10 yıllık bir süre sonunda hastalar tekrar sınıflandırılmıştır. Bu çalışmanın amacı değerlendirmeler arasındaki uyumu araştırmaktır ve bunun için de kappa ve ağırlıklı kappa katsayılarından yararlanarak tablo yorumlanmıştır.

Bu patologdan hastalık şiddetini 5 düzeyden birinde derecelendirmesi istenmiştir. Kolon kanserinin şiddeti: **(1)** “Displazi yok ya da hafif var”, **(2)** “Orta düzeyde displazi”, **(3)** “Şiddetli displazi”, **(4)** “CIS” ya da **(5)** “İntramukozal karsinoma” olarak tanımlanmıştır. Hastalık tanımları 5 x 5 boyutlu çapraz tablonun düzeylerini oluşturur.

Uygulama verileri ve bu verilerden hesaplanan kappa ve ağırlıklı kappa katsayıları ile bu katsayıların standart hataları, z-değerleri ve %95 güven aralıkları Çizelge 6.1’ de yer almaktadır.

**Çizelge 6.1.** New York kolonoskopi tabanlı vaka-kontrol çalışmasında displazi dereceleri

1988	1998					Toplam
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	
(1)	8	13	4	1	1	<b>27</b>
(2)	9	16	12	2	0	<b>39</b>
(3)	1	13	8	1	1	<b>24</b>
(4)	2	19	12	9	6	<b>48</b>
(5)	2	6	11	6	27	<b>52</b>
<b>Toplam</b>	<b>22</b>	<b>67</b>	<b>47</b>	<b>19</b>	<b>35</b>	<b>190</b>

	Tahmin	Standart hata	Z-değeri	%95 güven aralığı
$K$	0.2016	0.0344	5.8531	[0.1203 ; 0.2829]
$K_w$	0.3886	0.0473	8.0000	[0.2917 ; 0.4655]

Çizelge 6.1 incelendiğinde 1988 ve 1998 yılları arasında kapa katsayısına göre çok düşük, ağırlıklı kapa katsayısına göre düşük derecede, ancak istatistiksel olarak anlamlı uyuma rastlanmıştır.

**Çizelge 6.2.** Veri kümesi için hesaplanan skor değerleri

Skorlar	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$
Eşit aralıklı	1	2	3	4	5
Üstel*	1	4	9	16	25
Ridit	0.065	0.268	0.501	0.683	0.886
Orta sıra	12.85	51.42	95.69	130.27	168.84

\* Üstel skorlar, sadece üs parametresi  $a = 2$  olduğu durum için gösterilmiştir.

Doğrusal ilişki, tekdüze ilişki, tekdüze ilişki + uyum modellerinin çözüm sonuçları Çizelge 6.3-6.5' te verilmiştir. Tekdüze olmayan ilişki ve tekdüze olmayan ilişki + uyum modellerinin sonuçları ise Çizelge 6.6-6.9' da yer almaktadır.

Bu veri kümesi için ikinci ve üçüncü bölümlerde detaylı olarak incelenen modellerin olabilirlik oran test istatistikleri, serbestlik dereceleri ve  $P$ -değerleri Çizelge 6.3' te verilmiştir.

Üstel skorların kullanıldığı EA, EAA ve DEA modellerinde birden çok üs parametresi denenmiştir. EA ve EAA modelleri için farklı üs parametrelerine ait analiz sonuçları Ek 1' de, DEA modeli için farklı üs parametrelerine ait analiz sonuçları ise Ek 2' de özetlenmiştir.



**Çizelge 6.3.** Uygulanan modellerin  $G^2$  değerleri, serbestlik dereceleri ve  $P$ -değerleri

Model	$G^2$	$sd$	$P$ -değeri
Bağımsızlık	86.460	16	0.000 *
UA	19.134	15	0.208
Uyum	56.565	15	0.000 *
Uyumsuzluk	56.565	15	0.000 *
Simetrik bant uyumsuzluk	15.096	12	0.236
UAA	18.148	14	0.200
EA +	14.558	15	0.484
EAA +	13.956	14	0.453
DUA	15.096	12	0.236
DEA ++	9.451	12	0.664
Ridit skorlu LL	20.847	15	0.142
Ridit skorlu LLA	19.679	14	0.141
Ridit skorlu DUA	15.099	12	0.236
Orta sıra skorlu LL	20.847	15	0.142
Orta sıra skorlu LLA	19.679	14	0.141
Orta sıra skorlu DUA	15.099	12	0.236

\* Modele uyum yoktur ( $P < 0.05$ ).

+ En uygun modele  $\alpha = 2$  olduğu durumda ulaşılmıştır.

++ En uygun modele  $\alpha = 6$  olduğu durumda ulaşılmıştır.

Uyum ve uyumsuzluk modelleri aynı olabilirlik test istatistiği, ridit skorlar kullanılarak elde edilen modeller ile orta sıra skorlar kullanılarak elde edilen modeller aynı olabilirlik test istatistiği sonuçları vermiştir. Olabilirlik oran test istatistikleri ve serbestlik dereceleri aynı olsa da parametre tahminleri ve tablonun yorumlanmasında bu modeller farklılık gösterir.

Çizelge 6.3' te yer alan modellerden 13 tanesinde modele uyum bulunmuştur. Tablo yapısına en uygun modele karar vermek için bilgi kriterlerinden yararlanılır. Uyum bulunan modeller için hesaplanan  $AIC$  ve  $BIC$  değerleri Çizelge 6.4' te yer almaktadır.

**Çizelge 6.4.** Uyum bulunan modeller için hesaplanan bilgi kriterleri

<b>Model</b>	<b><i>AIC</i></b>	<b><i>BIC</i></b>
UA	-10.866	-15.047
Simetrik bant uyumsuzluk	-8.904	-12.249
UAA	-9.852	-13.755
<b>EA</b>	<b>-15.442</b>	<b>-19.623</b>
EAA	-14.044	-17.947
DUA	-8.904	-12.249
DEA	-14.549	-17.894
Ridit skorlu LL	-9.153	-13.334
Ridit skorlu LLA	-8.321	-12.224
Ridit skorlu DUA	-8.901	-12.246
Orta sıra skorlu LL	-9.153	-13.334
Orta sıra skorlu LLA	-8.321	-12.224
Orta sıra skorlu DUA	-8.901	-12.246

Çizelge 6.4 incelendiğinde hem *AIC* hem de *BIC* bilgi kriterine göre en uygun model  $a = 2$  üs parametresi değeri ile üstel skorlu ilişki modeli olarak bulunmuştur.

Kullanılan her bir model ve bu modellerde kullanılan farklı skorların modelin anlamlılık düzeyini değiştirmektedir. Çizelge 6.5' te, Çizelge 6.3' te uyum bulunan modellerin parametrelerinin tahmin değerleri, standart hataları ve *P*-değerleri yer almaktadır.

Çizelge 6.5 incelendiğinde, modele giren farklı parametreler ve değişen skor eşitliklerinin parametre tahminlerini değiştirdiği görülmektedir. Skorlardaki bu değişim parametrelerin anlamlılığını değiştirmemektedir.

**Çizelge 6.5.** Çizelge 6.3' te uyum bulunan modellerin parametrelerinin tahmin değerleri, standart hataları ve *P*-değerleri

Model	Parametre tahmini	Standart hata	<i>P</i> -değeri
Simetrik bant uyumsuzluk	$\hat{\delta}_1 = -0.375$	0.184	0.042 *
	$\hat{\delta}_2 = -0.965$	0.238	0.000 *
	$\hat{\delta}_3 = -2.341$	0.393	0.000 *
	$\hat{\delta}_4 = -2.469$	0.633	0.000 *
UA	$\hat{\beta} = 0.430$	0.066	0.000 *
EA	$\hat{\beta} = 0.011$	0.002	0.000 *
Ridit skorlu LL	$\hat{\beta} = 9.856$	1.519	0.000 *
Orta sıra skorlu LL	$\hat{\beta} = 0.00027$	0.000042	0.000 *
UAA	$\hat{\beta} = 0.392$	0.075	0.000 *
	$\hat{\delta} = 0.196$	0.197	0.320
EAA	$\hat{\beta} = 0.010$	0.002	0.000 *
	$\hat{\delta} = 0.156$	0.200	0.436
Ridit skorlu LLA	$\hat{\beta} = 8.913$	1.719	0.000 *
	$\hat{\delta} = 0.213$	0.197	0.278
Orta sıra skorlu LLA	$\hat{\beta} = 0.00025$	0.000048	0.000 *
	$\hat{\delta} = 0.213$	0.197	0.278
DUA	$\hat{\beta} = 0.037$	0.196	0.852
	$\hat{\delta}_1 = -0.357$	0.211	0.090
	$\hat{\delta}_2 = -0.892$	0.465	0.055
	$\hat{\delta} = -2.176$	1.107	0.049 *
DEA	$\hat{\beta} = 0.000000007$	0.000000003	0.200
	$\hat{\delta}_1 = -0.191$	0.204	0.347
	$\hat{\delta}_2 = -0.632$	0.273	0.021 *
	$\hat{\delta} = -1.696$	0.451	0.000 *
Ridit skorlu DUA	$\hat{\beta} = -0.781$	4.373	0.858
	$\hat{\delta}_1 = -0.393$	0.209	0.060
	$\hat{\delta}_2 = -1.034$	0.447	0.021 *
	$\hat{\delta} = -2.555$	1.085	0.019 *
Orta sıra skorlu DUA	$\hat{\beta} = -0.000022$	0.00012	0.858
	$\hat{\delta}_1 = -0.393$	0.209	0.060
	$\hat{\delta}_2 = -1.034$	0.447	0.021 *
	$\hat{\delta} = -2.555$	1.085	0.019 *

\* Parametre anlamlıdır ( $P < 0.05$ ).

Tekdüze olmayan ilişki modelinde,  $R = 5$  olduğu için modelde 4 tane ilişki parametresi yer almalıdır. (1 ve 2), (2 ve 3), (3 ve 4), (4 ve 5) düzeyleri arasındaki ilişki parametreleri, sırasıyla  $\beta_{1,2}$ ,  $\beta_{2,3}$ ,  $\beta_{3,4}$  ve  $\beta_{4,5}$  modelde yer almalıdır.

Veri kümesine, olası tüm ilişki parametresi eşitliklerine göre kurulan NUA modelleri uygulanmış ve sonuçlar Çizelge 6.6' da özetlenmiştir.

**Çizelge 6.6.** NUA modelleri için  $G^2$  değerleri, serbestlik dereceleri,  $P$ -değerleri ve bilgi kriterleri

No	Model Yapısı	$G^2$	$sd$	$P$ -değeri	$AIC$	$BIC$
1	$\beta_{1,2} \neq \beta_{2,3} = \beta_{3,4} = \beta_{4,5}$	18.410	14	0.189	-9.590	-10.114
2	$\beta_{2,3} \neq \beta_{1,2} = \beta_{3,4} = \beta_{4,5}$	15.842	14	0.323	-12.158	-12.682
3	$\beta_{3,4} \neq \beta_{1,2} = \beta_{2,3} = \beta_{4,5}$	19.077	14	0.162	-8.923	-9.447
4	$\beta_{4,5} \neq \beta_{1,2} = \beta_{2,3} = \beta_{3,4}$	14.162	14	0.438	<b>-13.838</b>	<b>-14.362</b>
5	$\beta_{1,2} = \beta_{2,3} \neq \beta_{3,4} = \beta_{4,5}$	15.578	14	0.340	-12.422	-12.946
6	$\beta_{1,2} = \beta_{3,4} \neq \beta_{2,3} = \beta_{4,5}$	18.596	14	0.181	-9.404	-9.928
7	$\beta_{1,2} = \beta_{4,5} \neq \beta_{2,3} = \beta_{3,4}$	16.791	14	0.268	-11.209	-11.733
8	$\beta_{1,2} = \beta_{2,3} \neq \beta_{3,4} \neq \beta_{4,5}$	14.149	13	0.363	-11.851	-12.338
9	$\beta_{1,2} = \beta_{3,4} \neq \beta_{2,3} \neq \beta_{4,5}$	13.909	13	0.380	-12.091	-12.578
10	$\beta_{1,2} = \beta_{4,5} \neq \beta_{2,3} \neq \beta_{3,4}$	15.680	13	0.267	-10.320	-10.807
11	$\beta_{1,2} \neq \beta_{2,3} = \beta_{3,4} \neq \beta_{4,5}$	14.051	13	0.370	-11.949	-12.436
12	$\beta_{1,2} \neq \beta_{2,3} = \beta_{4,5} \neq \beta_{3,4}$	18.345	13	0.145	-7.655	-8.142
13	$\beta_{1,2} \neq \beta_{2,3} \neq \beta_{4,5} = \beta_{3,4}$	15.103	13	0.301	-10.897	-11.384
14	$\beta_{1,2} \neq \beta_{2,3} \neq \beta_{3,4} \neq \beta_{4,5}$	13.900	12	0.307	-10.100	-10.549

Çizelge 6.6' da verilen model yapıları NUAGA modeline de uygulanmış ve sonuçlar Çizelge 6.7' de özetlenmiştir.

**Çizelge 6.7.** NUAGA modelleri için  $G^2$  değerleri, serbestlik dereceleri,  $P$ -değerleri ve bilgi kriterleri

No	Model Yapısı	$G^2$	$sd$	$P$ -değeri	$AIC$	$BIC$
1	$\beta_{1,2} \neq \beta_{2,3} = \beta_{3,4} = \beta_{4,5}$	17.299	13	0.186	-8.701	-12.325
2	$\beta_{2,3} \neq \beta_{1,2} = \beta_{3,4} = \beta_{4,5}$	15.160	13	0.297	-10.840	-14.464
3	$\beta_{3,4} \neq \beta_{1,2} = \beta_{2,3} = \beta_{4,5}$	22.642	13	0.061	-3.358	-6.982
4	$\beta_{4,5} \neq \beta_{1,2} = \beta_{2,3} = \beta_{3,4}$	13.689	13	0.396	<b>-12.311</b>	<b>-15.935</b>
5	$\beta_{1,2} = \beta_{2,3} \neq \beta_{3,4} = \beta_{4,5}$	14.664	13	0.329	-11.336	-14.960
6	$\beta_{1,2} = \beta_{3,4} \neq \beta_{2,3} = \beta_{4,5}$	17.680	13	0.170	-8.320	-11.944
7	$\beta_{1,2} = \beta_{4,5} \neq \beta_{2,3} = \beta_{3,4}$	16.349	13	0.231	-9.651	-13.275
8	$\beta_{1,2} = \beta_{2,3} \neq \beta_{3,4} \neq \beta_{4,5}$	13.637	12	0.324	-10.363	-13.708
9	$\beta_{1,2} = \beta_{3,4} \neq \beta_{2,3} \neq \beta_{4,5}$	13.429	12	0.339	-10.571	-13.916
10	$\beta_{1,2} = \beta_{4,5} \neq \beta_{2,3} \neq \beta_{3,4}$	15.110	12	0.235	-8.890	-12.235
11	$\beta_{1,2} \neq \beta_{2,3} = \beta_{3,4} \neq \beta_{4,5}$	13.633	12	0.325	-10.367	-13.712
12	$\beta_{1,2} \neq \beta_{2,3} = \beta_{4,5} \neq \beta_{3,4}$	17.287	12	0.139	-6.713	-10.058
13	$\beta_{1,2} \neq \beta_{2,3} \neq \beta_{4,5} = \beta_{3,4}$	14.297	12	0.282	-9.703	-13.048
14	$\beta_{1,2} \neq \beta_{2,3} \neq \beta_{3,4} \neq \beta_{4,5}$	13.428	11	0.266	-8.572	-11.638

Çizelge 6.6 ve Çizelge 6.7' de yer alan tüm modellere uyum bulunmuştur. Tablo yapısına en uygun modele karar vermek için hesaplanan  $AIC$  ve  $BIC$  değerleri incelendiğinde, NUA modelleri içinden 4. model her iki bilgi kriterine göre en uygun bulunmuştur. NUAGA modelleri içinden de 4. model her iki bilgi kriterine göre en uygun bulunmuştur.

En uygun olarak bulunan 4. NUA ve 4. NUAGA model parametrelerinin tahmin değerleri, standart hata ve  $P$ -değerleri Çizelge 6.8' de yer almaktadır.

NUA ve NUAGA modellerinin ilişki parametreleri birbirine yakın değerli ve etkin parametrelerdir. NUAGA modelinde ilişki parametreleri ve ana köşegen üzerinde pozitif değerli olan uyum parametresi yer alır.

**Çizelge 6.8.** 4. NUA ve 4. NUAGA model parametrelerinin tahmin değerleri, standart hataları ve *P*-değerleri

Yapı	Parametre tahmini	Standart hata	<i>P</i> -değeri
4. NUA Modeli	$\hat{\beta}_{1,2} = 0.288$	0.089	0.001 *
	$\hat{\beta}_{2,3} = 0.288$	0.089	0.001 *
	$\hat{\beta}_{3,4} = 0.288$	0.089	0.001 *
	$\hat{\beta}_{4,5} = 0.947$	0.248	0.000 *
4. NUAGA Modeli	$\hat{\beta}_{1,2} = 0.268$	0.093	0.004 *
	$\hat{\beta}_{2,3} = 0.268$	0.093	0.004 *
	$\hat{\beta}_{3,4} = 0.268$	0.093	0.004 *
	$\hat{\beta}_{4,5} = 0.898$	0.258	0.000 *
	$\hat{\delta} = 0.141$	0.204	0.490

\* Parametre anlamlıdır ( $P < 0.05$ ).

Üstel skorlu ilişki, 1-2, 2-3 ve 3-4 düzeyleri arasındaki ilişki parametrelerinin birbirine eşit olduğu tekdüze olmayan ilişki ve tekdüze olmayan ilişki + uyum modellerinin en uygun modeller olduğuna karar verilmiştir. Bu modeller veri özelliğine göre aşağıdaki denklemlerle ifade edilir.

(1) Üstel skorlu ilişki modeli,

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^{1988} + \lambda_j^{1998} + \beta \times i^2 j^2 \quad i, j = 1, 2, 3, 4, 5$$

(2)  $\beta_{4,5} \neq \beta_{1,2} = \beta_{2,3} = \beta_{3,4}$  kısıtları ile bitişik NUA modeli,

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^{1988} + \lambda_j^{1998} - \frac{|i-j|}{2} \times \sum_{k=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{k,k+1} \quad i, j = 1, 2, 3, 4, 5$$

(3)  $\beta_{4,5} \neq \beta_{1,2} = \beta_{2,3} = \beta_{3,4}$  kısıtları ile bitişik NUAGA modeli,

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^{1988} + \lambda_j^{1998} - \frac{|i-j|}{2} \times \sum_{k=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{k,k+1} + \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \delta & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

(1) , (2) ve (3)' te verilen modellere karşı gelen beklenen sıklıklar, 1. satır gözlenen sıklıklar olmak üzere, Çizelge 6.9' un 2, 3 ve 4. satırlarında verilmiştir.

**Çizelge 6.9.** EA, 4. NUA ve 4. NUAGA modellerine göre elde edilen beklenen sıklıklar

	1998					
1988	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	Toplam
(1)	8 5.893 7.103 7.631	13 14.209 13.789 13.159	4 5.867 5.086 5.124	1 0.803 0.857 0.897	1 0.228 0.165 0.189	27
(2)	9 7.418 7.426 6.813	16 19.723 19.228 20.347	12 9.584 9.460 9.002	2 1.649 2.127 2.060	0 0.627 0.758 0.778	39
(3)	1 3.460 3.057 2.954	13 10.826 10.560 10.002	8 6.902 6.930 7.678	1 1.736 2.079 1.996	1 1.076 1.374 1.350	24
(4)	2 3.968 3.628 3.731	19 15.598 16.713 16.551	12 14.546 14.631 14.406	9 6.232 5.854 6.486	6 7.656 7.174 6.829	48
(5)	2 1.261 0.786 0.871	6 6.644 6.711 6.921	11 10.102 10.893 10.790	6 8.580 8.082 7.561	27 25.413 25.528 25.858	52
<b>Toplam</b>	<b>22</b>	<b>67</b>	<b>47</b>	<b>19</b>	<b>35</b>	<b>190</b>

Çizelge 6.9' da yer alan gözlenen sıklıklardan yararlanarak hesaplanan odds oranları,

$$\theta_{ij} = \begin{bmatrix} 1.094 & 2.438 & 0.667 & 0.250 \\ 7.313 & 0.821 & 0.750 & 4.000 \\ 0.731 & 1.026 & 6.000 & 0.667 \\ 0.316 & 2.903 & 0.727 & 6.750 \end{bmatrix}$$

matrisi ile özetlenmiştir.

Çizelge 6.9' da verilen beklenen sıklıklar kullanılarak EA modeli için (1,2) gözesine ait odds oranı,

$$\hat{\theta}_{12} = \frac{14.209 \times 9.584}{5.867 \times 19.723} = 1.177$$

olarak hesaplanır.

Aynı odds oranı Çizelge 6.5' te yer alan parametre tahminleri kullanılarak,

$$\hat{\theta}_{12} = \exp(0.011 \times (4 - 1)(9 - 4)) = 1.179$$

olarak bulunur. Patoloğun 1988 yılında bir slaytı 2 yerine 1 olarak değerlendirmesi olasılığı, 1998 yılında 3 yerine 2 olarak değerlendirmesi olasılığına göre yaklaşık olarak 1.18 kat daha fazladır.

EA, 4. NUA ve 4. NUAGA modelleri için odds oranları hesaplanarak aşağıdaki matrislerle özetlenmiştir. Model yapısı sonuçları odds oranı matrislerinde gözlenir.

$$\hat{\theta}_{EA} = \begin{bmatrix} 1.104 & 1.179 & 1.260 & 1.346 \\ 1.179 & 1.317 & 1.470 & 1.640 \\ 1.260 & 1.470 & 1.714 & 1.999 \\ 1.346 & 1.640 & 1.999 & 2.438 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\theta}_{NUA} = \begin{bmatrix} 1.334 & 1.334 & 1.334 & 1.854 \\ 1.334 & 1.334 & 1.334 & 1.854 \\ 1.334 & 1.334 & 1.334 & 1.854 \\ 1.854 & 1.854 & 1.854 & 2.578 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\theta}_{NUAGA} = \begin{bmatrix} 1.733 & 1.135 & 1.307 & 1.791 \\ 1.135 & 1.733 & 1.135 & 1.791 \\ 1.307 & 1.135 & 1.733 & 1.556 \\ 1.791 & 1.791 & 1.556 & 3.254 \end{bmatrix}$$

Ardışık düzeylere karşı gelen ayırt edilebilirlik dereceleri ile Çizelge 6.5 ve Çizelge 6.8' de yer alan parametre tahminlerinden yararlanarak hesaplanan ayırt edilebilirlik dereceleri ve ayırt edilebilirlik derecelerinin %95 güven aralıkları EA, 4. NUA ve 4. NUAGA modelleri için Çizelge 6.10' da verilmiştir.



**Çizelge 6.10.** EA, 4. NUA ve 4. NUAGA modellerine göre hesaplanan ardışık düzeyler için ayırt edilebilirlik dereceleri ve %95 güven aralıkları

Model	$\hat{\gamma}_{12}$	$\hat{\gamma}_{23}$	$\hat{\gamma}_{34}$	$\hat{\gamma}_{45}$
EA	0.0943 [0.0617;0.1257]	0.2404 [0.1622;0.3113]	0.4167 [0.2931;0.5186]	0.5898 [0.4364;0.7014]
4. NUA	0.2502 [0.1074;0.3702]	0.2502 [0.1074;0.3702]	0.2502 [0.1074;0.3702]	0.6121 [0.3693;0.7614]
4. NUAGA	0.4230 [0;0.7839]	0.4230 [0;0.7839]	0.4230 [0;0.7839]	0.6927 [0;0.9167]

Çizelge 6.10' da yer alan ayırt edilebilirlik derecelerine göre hastalık düzeyleri arttıkça EA modelinin ayırt edilebilirlik derecelerinin de artış gösterdiği söylenebilir. 4. NUA ve 4. NUAGA modellerinde ise 1-2, 2-3 ve 3-4 arası hastalık derecelendirmelerinde ayırt edilebilirliklerin eşit ve NUAGA da daha büyük olduğu söylenebilir. Hastalığın son iki derecesi arasında ise ayırt edilebilirliğin artış gösterdiği, tüm modeller için söylenebilir.

Kappa katsayıları incelendiğinde düşük derecede uyum bulunmuştu. Fakat 4-5 düzeyleri arasında genel yapıdan farklı bir yapı olduğu görülmektedir. Ayırt edilebilirlik dereceleri sonuçlarına göre 4 ve 5 düzeylerinin kararlardaki uyumu bozduğu söylenebilir.

Terry *et al.* (2002a) çalışmasında, şiddetli displazi, CIS ya da intramukozal karsinoma “ileri düzeyli adenomlar” olarak, displazi olmayan, hafif ya da orta düzeyde displazi ise “ileri düzeyde olmayan adenomlar” olarak tanımlanmış ve (1+2), (3+4+5) sınıflandırması yapılmıştır. Bu sınıflandırmadan farklı sınıflandırmalar da denenebilir.

Hem 4. NUA hem de 4. NUAGA modeli sonuçlarına göre, patoloğların yanlış karar vermesini önlemek için veriler, tablo boyutu (1+2+3), 4, 5 ve (1+2), (2+3), 5 olacak şekilde yeniden sınıflandırılarak sonuçlar karşılaştırılacaktır.

**Çizelge 6.11.** Yeniden sınıflandırma yapılarak oluşturulmuş 3 x 3 boyutlu olumsuzluk tablosu-1

	1998			
1988	(1+2+3)	4	5	Toplam
(1+2+3)	84	4	2	90
4	33	9	6	48
5	19	6	27	52
Toplam	136	19	35	190

**Çizelge 6.12.** Yeniden sınıflandırma yapılarak oluşturulmuş 3 x 3 boyutlu olumsuzluk tablosu-2

	1998			
1988	(1+2)	(3+4)	5	Toplam
(1+2)	46	19	1	90
(3+4)	35	30	7	48
5	8	17	27	52
Toplam	136	19	35	190

**Çizelge 6.13.** Çizelge 6.11 ve 6.12 için kappa ve ağırlıklı kappa katsayıları ile bu katsayıların standart hataları, z-değerleri ve %95 güven aralıkları

	Tahmin	Standart hata	Z-değeri	%95 güven aralığı
<b>Çizelge 6.11 için</b>				
$K$	0.3705	0.0482	7.6805	[0.2696 ; 0.4714]
$K_w$	0.4485	0.0566	7.9231	[0.3427 ; 0.5543]
<b>Çizelge 6.12 için</b>				
$K$	0.3012	0.0510	5.9051	[0.1923 ; 0.4100]
$K_w$	0.4038	0.0549	7.3575	[0.3004 ; 0.5071]

Çizelge 6.13 incelendiğinde her iki tablo yapısı içinde kappa katsayılarında artış olduğu görülmektedir. Zayıf ve çok zayıf derecede olan uyumun orta dereceye çıktığı görülmektedir. (1+2+3), 4, 5 sınıflandırmasında uyumun daha fazla olduğu söylenebilir.

Çizelge 6.11 ve 6.12' te verilen 3 x 3 boyutlu karesel tablolara log-doğrusal modeller uygulanmış ve sonuçları Çizelge 6.14' te verilmiştir.

**Çizelge 6.14.** Yeniden sınıflama yapılan tablolarda modellerin  $G^2$  değerleri, serbestlik dereceleri ve  $P$ -değerleri

		Çizelge 6.11' e göre		Çizelge 6.12' ye göre	
Model	<i>sd</i>	$G^2$	$P$ -değeri	$G^2$	$P$ -değeri
Bağımsızlık	4	65.759	0.000 *	65.068	0.000 *
UA	3	2.640	0.450	4.770	0.189
Uyum	3	9.907	0.019 *	32.037	0.000 *
UAA	2	0.047	0.977	4.766	0.092
EA <sup>+</sup>	2	4.347	0.266	0.337	0.953
EAA <sup>+</sup>	2	0.492	0.782	0.274	0.872
Ridit skorlu LL	3	4.964	0.174	10.136	0.017 *
Ridit skorlu LLA	2	1.842	0.398	9.966	0.007 *
Orta sıra skorlu LL	3	4.964	0.174	10.136	0.017 *
Orta sıra skorlu LLA	2	1.842	0.398	9.966	0.007 *
NUA	2	2.635	0.268	0.494	0.781
NUAGA	1	0.017	0.896	0.262	0.609

\* Modele uyum yoktur ( $P < 0.05$ ).

<sup>+</sup> Bu modellerde  $\alpha$  parametresi  $\alpha = 2$  olarak alınmıştır.

DUA modeli  $R > 4$  olduğu durumda kullanıldığı için, çalışmanın bu kısmında kullanılmamıştır.

Çizelge 6.14' te uygulanan 12 modellerden 10 tanesine uyum bulunmuştur. Uyum bulunan modeller içinden tablo yapısına en uygun modellere karar vermek için  $AIC$  ve  $BIC$  değerleri hesaplanmış ve sonuçları Çizelge 6.15' te verilmiştir.

**Çizelge 6.15.** Çizelge 6.14' te uyum bulunan modeller için hesaplanan bilgi kriterleri

Hipotez	Çizelge 6.11' e göre		Çizelge 6.12' ye göre	
	AIC	BIC	AIC	BIC
UA	-3.360	-4.196	-1.230	-2.066
UAA	<b>-3.953</b>	<b>-4.511</b>	0.766	0.209
EA	0.347	-0.211	-3.663	-4.221
EAA	-3.508	-4.066	<b>-3.726</b>	<b>-4.284</b>
Ridit skorlu LL	-1.036	-1.872	–	–
Ridit skorlu LLA	-2.158	-2.716	–	–
Orta sıra skorlu LL	-1.036	-1.872	–	–
Orta sıra skorlu LLA	-2.158	-2.716	–	–
NUA	-1.365	-1.923	-3.506	-4.064
NUAGA	-1.983	-2.262	-1.738	-2.017

– Modellere uyum bulunmadığı için bilgi kriterleri hesaplanmamıştır

Çizelge 6.15 incelendiğinde, Çizelge 6.11' de yer alan (1+2+3), 4, 5 yapısı için her iki bilgi kriterine göre tekdüze ilişki + uyum modeli en uygun model olarak bulunmuştur. UAA modelinin yanı sıra, NUAGA modellerinin sonuçları da tartışılacaktır. Bu modeller veri özelliğine göre aşağıdaki denklemlerle ifade edilir.

(1) Tekdüze ilişki + uyum modeli,

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^{1988} + \lambda_j^{1998} + \beta \times ij + \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \delta & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

(2) NUAGA modeli,

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^{1988} + \lambda_j^{1998} - \frac{|i-j|}{2} \times \sum_{k=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{k,k+1} + \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \delta & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

Çizelge 6.11 için (1) ve (2) modellerinin parametre tahminleri, standart hataları ve *P*-değerleri Çizelge 6.16' da yer almaktadır.

**Çizelge 6.16.** Çizelge 6.11 için UAA ve NUAGA modellerin parametre tahminleri, standart hataları ve *P*-değerleri

Model	Parametre tahmini	Standart hata	<i>P</i> -değeri
UAA	$\hat{\beta} = 0.740$ $\hat{\delta} = 0.545$	0.243 0.334	0.002 * 0.103
NUAGA	$\hat{\beta}_{1,2} = 0.663$ $\hat{\beta}_{2,3} = 0.800$ $\hat{\delta} = 0.555$	0.506 0.425 0.340	0.190 0.060 0.102

\* Parametre anlamlıdır ( $P < 0.05$ ).

(1) ve (2)' de verilen modellere karşı gelen beklenen sıklıklar, 1. satır gözlenen sıklıklar olmak üzere, Çizelge 6.17' nin 2 ve 3. satırlarında verilmiştir.

**Çizelge 6.17.** (1+2+3), 4, 5 yapısında UAA ve NUAGA modellerine göre hesaplanan beklenen sıklıklar

	1998			
1988	(1+2+3)	4	5	Toplam
(1+2+3)	84 84.220 84	4 3.702 3.878	2 2.079 2.122	90
4	33 32.859 33.122	9 9 9	6 6.141 5.878	48
5	19 18.921 18.878	6 6.298 6.112	27 26.780 27	52
<b>Toplam</b>	136	19	35	190

Çizelge 6.17' de yer alan gözlenen sıklıklardan yararlanarak hesaplanan odds oranları,

$$\theta_{ij} = \begin{bmatrix} 5.727 & 1.333 \\ 1.158 & 6.750 \end{bmatrix}$$

matrisi ile özetlenmiştir.

Çizelge 6.17' de verilen beklenen sıklıklar kullanılarak UAA modeli için (1, 2) gözesine ait odds oranı,

$$\hat{\theta}_{12} = \frac{3.702 \times 6.141}{2.079 \times 9} = 1.215$$

olarak hesaplanır. Aynı odds oranı Çizelge 6.16' da yer alan parametre tahminleri kullanılarak,

$$\hat{\theta}_{12} = \exp(0.740 - 0.545) = 1.215$$

olarak bulunur. Patoloğun 1988 yılında bir slaytı 4 yerine (1+2+3) olarak değerlendirmesi olasılığı, 1998 yılında 5 yerine 4 olarak değerlendirmesi olasılığına göre yaklaşık olarak 1.22 kat daha fazladır.

$$\hat{\theta}_{UAA} = \begin{bmatrix} 6.234 & 1.215 \\ 1.215 & 6.234 \end{bmatrix}$$

NUAGA modeli için (1, 2) gözesine ait odds oranı,

$$\hat{\theta}_{12} = \frac{3.878 \times 5.878}{2.122 \times 9} = 1.930$$

olarak hesaplanır. Aynı odds oranı Çizelge 6.16' da yer alan parametre tahminleri kullanılarak,

$$\hat{\theta}_{12} = \exp((0.663 + 0.800)/2 - 0.555) = 1.930$$

olarak bulunur. Patoloğun 1988 yılında bir slaytı 4 yerine (1+2+3) olarak değerlendirmesi olasılığı, 1998 yılında 5 yerine 4 olarak değerlendirmesi olasılığına göre yaklaşık olarak 1.93 kat daha fazladır.

$$\hat{\theta}_{NUAGA} = \begin{bmatrix} 5.888 & 1.930 \\ 1.930 & 6.753 \end{bmatrix}$$

Çizelge 6.12' de yer alan (1+2), (3+4), 5 yapısı için üstel skorlu ilişki + uyum modeli, her iki bilgi kriterine göre en uygun model olarak bulunmuştur. EAA modelinin yanı sıra, NUAGA modellerinin sonuçları da tartışılacaktır. Bu modeller veri özelliğine göre aşağıdaki denklemlerle ifade edilir.

(1) Üstel skorlu ilişki + uyum modeli,

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^{1988} + \lambda_j^{1998} + \beta \times i^2 j^2 + \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \delta & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

(2) NUAGA modeli,

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^{1988} + \lambda_j^{1998} - \frac{|i-j|}{2} \times \sum_{k=\min(i,j)}^{\max(i,j)-1} \beta_{k,k+1} + \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \delta & \text{eğer } i = j \text{ ise,} \\ 0 & \text{diğer.} \end{cases}$$

Çizelge 6.12 için (1) ve (2) modellerinin parametre tahminleri, standart hataları ve *P*-değerleri Çizelge 6.18' de yer almaktadır.

**Çizelge 6.18.** Çizelge 6.12 için UAA ve NUAGA modellerin parametre tahminleri, standart hataları ve *P*-değerleri

Model	Parametre tahmini	Standart hata	<i>P</i> -değeri
EAA	$\hat{\beta} = 0.072$ $\hat{\delta} = 0.052$	0.015 0.208	0.000 * 0.802
NUAGA	$\hat{\beta}_{1,2} = 0.514$ $\hat{\beta}_{2,3} = 1.732$ $\hat{\delta} = 0.114$	0.399 0.384 0.236	0.198 0.000 * 0.630

\* Parametre anlamlıdır ( $P < 0.05$ ).

(1) ve (2)' de verilen modellere karşı gelen beklenen sıklıklar, 1. satır gözlenen sıklıklar olmak üzere, Çizelge 6.19' un 2 ve 3. satırlarında verilmiştir.

**Çizelge 6.19.** (1+2), (3+4), 5 yapısında EAA ve NUAGA modellerine göre hesaplanan beklenen sıklıklar

	1998			
1988	(1+2)	(3+4)	5	Toplam
(1+2)	46 46.196 46	19 18.349 18.530	1 1.455 1.470	90
(3+4)	35 35.373 35.470	30 29.943 30	7 6.684 6.530	48
5	8 7.431 7.530	17 17.708 17.470	27 26.861 27	52
<b>Toplam</b>	136	19	35	190

Çizelge 6.19' da yer alan gözlenen sıklıklardan yararlanarak hesaplanan odds oranları aşağıdaki matris ile özetlenmiştir.

$$\theta_{ij} = \begin{bmatrix} 2.075 & 4.433 \\ 2.479 & 6.807 \end{bmatrix}$$

Çizelge 6.19' da verilen beklenen sıklıklar kullanılarak EAA modeli için (1, 2) gözesine ait odds oranı,

$$\hat{\theta}_{12} = \frac{18.349 \times 6.684}{1.455 \times 29.943} = 2.815$$

olarak hesaplanır. Aynı odds oranı Çizelge 6.18' de yer alan parametre tahminleri kullanılarak,

$$\hat{\theta}_{12} = \exp(0.072(4 - 1)(9 - 4) - 0.052) = 2.795$$

olarak bulunur. Patoloğun 1988 yılında bir slaytı (3+4) yerine (1+2) olarak değerlendirmesi olasılığı, 1998 yılında 5 yerine (3+4) olarak değerlendirmesi olasılığına göre yaklaşık olarak 2.8 kat daha fazladır.

$$\hat{\theta}_{EAA} = \begin{bmatrix} 2.121 & 2.795 \\ 2.795 & 6.713 \end{bmatrix}$$



NUAGA modeli için (1, 2) gözesine ait odds oranı,

$$\hat{\theta}_{12} = \frac{18.530 \times 6.530}{1.470 \times 30} = 2.744$$

olarak hesaplanır. Aynı odds oranı Çizelge 6.18' de yer alan parametre tahminleri kullanılarak,

$$\hat{\theta}_{12} = \exp((0.514 + 1.732)/2 - 0.114) = 2.744$$

olarak bulunur.

$$\hat{\theta}_{NUAGA} = \begin{bmatrix} 2.100 & 2.744 \\ 2.744 & 7.100 \end{bmatrix}$$

Ardışık düzeylere karşı tahmin edilen ayırt edilebilirlik dereceleri ile bu ayırt edilebilirlik derecelerinin %95 güven aralıkları, (1+2+3), 4, 5 yapısında UAA ve NUAGA modelleri için, (1+2), (3+4), 5 yapısında EAA ve NUAGA modelleri için hesaplanmış ve sonuçları Çizelge 6.20' de verilmiştir.

**Çizelge 6.20.** (1+2+3), 4, 5 ve (1+2), (3+4), 5 yapılarına göre ardışık düzeyler için hesaplanan ayırt edilebilirlik dereceleri ve %95 güven aralıkları

<b>(1+2+3), 4, 5</b>				
<b>Sınıflama ve model</b>	$\hat{Y}_{12}$	<b>%95 güven aralığı</b>	$\hat{Y}_{23}$	<b>%95 güven aralığı</b>
UAA	0.840	[0.043;0.973]	0.840	[0.043;0.973]
NUAGA	0.830	[0;0.983]	0.850	[0;0.983]
<b>(1+2), (3+4), 5</b>				
<b>Sınıflama ve model</b>	$\hat{Y}_{12}$	<b>%95 güven aralığı</b>	$\hat{Y}_{23}$	<b>%95 güven aralığı</b>
EAA	0.529	[0;0.840]	0.851	[0.298;0.968]
NUAGA	0.524	[0;0.914]	0.859	[0.246;0.974]

Çizelge 6.20 incelendiğinde iki farklı tablo yapısı için de, hangi model kullanılırsa kullanılsın benzer ayırt edilebilirlik dereceleri gözlenmiştir.

(1+2), (3+4), 5 sınıflandırmasına göre, (3+4) ve 5 düzeyleri arasında yüksek bir ayırt edilebilirlik varken, (1+2) ve (3+4) düzeyleri arasında orta düzeyde bir ayırt edilebilirlik vardır. Modelde 1988 ve 1998 yıllarında patoloğ, (3+4)'ten 5'e geçişlerde, (1+2)'den (3+4)'e geçişlere göre düzeyleri daha iyi ayırt edebiliyor demektir.

(1+2+3), 4, 5 sınıflandırmasına göre, (1+2+3) ve 4 ya da 4 ve 5 düzeyleri arasında yüksek bir ayırt edilebilirlik vardır. Homojen bir yapıdan söz edilebilir. Bu düzeyler birbirinden kolayca ayırt edilebilir ve aralarında güçlü bir ilişki vardır. (1+2), (3+4), 5 sınıflandırmasının, (1+2+3), 4, 5 sınıflandırmasına göre daha kararsızlık yaratıcı bir yapısı vardır.

Terry *et al.* (2002a) çalışmasında önerilen (1+2), (3+4+5) sınıflandırması için gözlenen sıklıklardan hesaplanan bu iki ardışık düzey için ayırt edilebilirlik derecesi 0.769 olarak bulunmuştur. (1+2+3), 4, 5 yeniden sınıflandırması sonucunda hesaplanan ayırt edilebilirlik derecelerinin daha yüksek olduğu görülmüştür. Tez çalışmasında uyum bulunan modeller için hesaplanan ayırt edilebilirlik dereceleri, tablo yapısı için daha sağlıklı yorumlar yazabilmeye imkan tanımıştır.

Sonuç olarak, patoloğlar tarafından daha sonra yapılacak displazi çalışmalarında, hastalık şiddetini **(1)** "Yok ya da hafif", **(2)** "Orta", **(3)** "Şiddetli", **(4)** "CIS" ya da **(5)** "Intramukozal" olarak tanımlamak yerine, (1+2+3) düzeylerini birleştirerek, **(1)** "Şiddetli ve daha az", **(2)** "CIS" ve **(3)** "Intramukozal" olarak tanımlanması tavsiye edilir.

Sınıflandırmalar yapılırken, klinik özelliklerle birlikte, modelden elde edilen sonuçların bir arada değerlendirilmesi ile olası karışıklıkların önlenmiş olacağı düşünülmektedir.

## 6.2. Rahim Kanseri Hastalarının İçerdikleri Lezyonlara Göre 3 Patolog Tarafından Değerlendirilmesi Çalışması

Landis and Koch (1977b) çalışmasında, Holmquist *et al.* (1967) çalışmasından elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır. Bu çalışmada, 118 rahim kanseri hastası 7 patolog tarafından içerdikleri lezyonlara göre değerlendirilmiştir. Değerlendirmeler, **(1)** “Negatif”, **(2)** “Atipikal skuamöz hiperplazi”, **(3)** “CIS”, **(4)** “Erken stromal invazyolu skuamöz karsinoma”, **(5)** “İnvasif karsinoma” olmak üzere yapılmıştır.

Tezin uygulama bölümünde Landis and Koch (1977b) çalışmasında yer alan B, C ve F patolog sonuçları birlikte değerlendirilmiştir. Asıl çalışmada çok fazla örneklem sıfırı yer aldığı için (3), (4) ve (5) düzeyleri Perkins and Becker (2002) çalışmasında olduğu gibi birleştirilmiştir. B, C ve F patologlarına ilişkin sonuçlar Çizelge 6.21’ de verilmiştir.

**Çizelge 6.21.** 118 slaytın 3 patolog tarafından sınıflandırılması çalışması

B	C	F			Toplam
		1	2	3	
1	1	20	0	0	20
	2	7	0	0	7
	3	0	0	0	0
2	1	4	0	0	4
	2	6	1	0	7
	3	0	1	0	1
3	1	5	1	1	7
	2	13	12	3	28
	3	7	16	21	44
Toplam		62	31	25	118

Patologlar ikili ve üçlü olarak değerlendirilmiştir. Kappa ve ağırlıklı kappa katsayıları ile bu katsayıların standart hataları ve %95 güven aralıkları hesaplanmıştır. Sonuçlar Çizelge 6.22’ de yer almaktadır. Analiz SAS 9.1 yazılımında yapılmıştır.

Tablo çok fazla örneklem sıfırı içerdiği için  $(n_{ij} + 0.5)$  düzeltmesi yapılarak çözümlenmeler gerçekleştirilmiştir.

**Çizelge 6.22.** 3 patoloj için kappaya katsayıları, standart hata ve %95 güven aralıkları

Değerlendirici çifti	Katsayısı	Tahmin	Standart hata	%95 güven aralığı
B-C	$K$	0.3468 *	0.0577	[0.2337 ; 0.4598]
	$K_w$	0.4506 *	0.0595	[0.3340 ; 0.5672]
B-F	$K$	0.2098 *	0.0496	[0.1168 ; 0.3029]
	$K_w$	0.2871 *	0.0516	[0.1860 ; 0.3882]
C-F	$K$	0.2880 *	0.0595	[0.1715 ; 0.4046]
	$K_w$	0.3897 *	0.0582	[0.2757 ; 0.5037]
B-C-F	$K$	0.1701	0.0591	[0.0543 ; 0.2860]
	$K_w$	0.2450	0.0619	[0.1236 ; 0.3663]

\* Katsayı anlamlıdır ( $P < 0.05$ ).

Çizelge 6.22 incelendiğinde B ve C patolojleri arasında kappaya katsayısına göre zayıf, ağırlıklı kappaya katsayısına göre ise orta derecede, B-F ve C-F patolojleri arasında zayıf derecede ancak istatistiksel olarak anlamlı uyuma rastlanmıştır. Üç patoloj arasında ise istatistiksel olarak anlamlı bir uyuma rastlanmamıştır.

Üç değerlendirici olduğu durum için uygulanabilecek model eşitlikleri 4. ve 5. bölümlerde yer almaktadır. Bağımsızlık, uyum, tekdüze ilişki, tekdüze ilişki + uyum modellerinin çözüm sonuçları bağımsızlık, M1-7 modelleri olarak verilmiştir. Tekdüze olmayan ilişki ve tekdüze olmayan ilişki + uyum modelleri M8-13 modelleri olarak verilmiştir. M8-11 modellerinin eşit aralıklı skorlar kullanılarak yapılan çözümlenme sonuçları Model No (1) ve Valet *et al.* (2007) çalışmasında önerilen skorlar kullanılarak yapılan çözümlenme sonuçları Model No (2) biçiminde gösterilmiştir. Tez çalışmasında önerilen bütünsel ilişki + kısmi uyum, bütünsel ilişki + bütünsel uyum modelleri M14-16 olarak tanımlanmıştır.

Elde edilen sonuçlar ve uyum bulunan modeller için hesaplanan *AIC* ve *BIC* değerleri Çizelge 6.23' te yer almaktadır.

**Çizelge 6.23.** Modellerin  $G^2$  değerleri, serbestlik dereceleri,  $P$ -değerleri ve hesaplanan bilgi kriterleri

Model	$G^2$	$sd$	$P$ -değeri	$AIC$	$BIC$
Bağımsızlık	113.480	20	0.000 *	-	-
M1	43.666	16	0.000 *	-	-
M2	8.990	13	0.774	-17.010	-18.556
M3	9.354	16	0.898	<b>-22.646</b>	<b>-24.549</b>
M4	9.017	14	0.830	-18.983	-20.648
M5	9.509	16	0.891	-22.491	-24.394
M6	8.700	13	0.795	-17.300	-18.846
M7	8.683	12	0.730	-15.317	-16.744
M8 (1)	11.808	14	0.622	-16.192	-17.857
M9 (1)	7.684	11	0.741	-14.316	-15.624
M10 (1)	10.719	13	0.634	-15.281	-16.827
M11 (1)	7.666	10	0.661	-12.334	-13.523
M8 (2)	8.295	14	0.873	<b>-19.705</b>	<b>-21.370</b>
M9 (2)	7.684	11	0.741	-14.316	-15.624
M10 (2)	8.179	13	0.832	-17.821	-19.367
M11 (2)	7.666	10	0.661	-12.334	-13.523
M12	8.139	13	0.834	-17.861	-19.407
M13	8.139	12	0.774	-15.861	-17.288
M14	13.274	18	0.775	<b>-22.726</b>	<b>-24.867</b>
M15	9.094	16	0.909	<b>-22.906</b>	<b>-24.809</b>
M16	9.039	15	0.875	-20.961	-22.745

\* Modele uyum yoktur ( $P < 0.05$ ).

Çizelge 6.23 incelendiğinde hem  $AIC$  hem de  $BIC$ ' ye göre en uygun modeller, yakın sonuçlara sahip oldukları için, bütünsel ilişki + bütünsel uyum (M14) ve bütünsel ilişki + kısmi uyum (M15) modelleridir. M1-7 modelleri içinden en uygun model B-C, B-F, C-F be B-C-F patolojları arasındaki ilişki parametrelerinin yer aldığı M3 modelidir. İncelenen NUA ve NUAGA modelleri arasında en uygun model, Valet *et al.* (2007) çalışmasında önerilen skorlar kullanılarak elde edilen ve B-C, B-F ve C-F patolojları arasındaki ilişki parametrelerini içeren M8(2) modeli olarak bulunmuştur.

Tekdüze olmayan ilişki ve tekdüze olmayan ilişki + uyum modelleri incelendiğinde M8(1)-M8(2) ve M10(1)-M10(1) modellerinde kullanılan iki farklı skor eşitliğinin modellerin anlamlılık düzeyini etkilediği görülmüştür. M9(1)-M9(2) ve M11(1)-M11(2) modellerinde ise farklı skorlar sonuçları etkilememektedir. Çizelge 6.24' te M3, M8(2), M14 ve M15 modellerinin parametre tahminleri, bu parametrelerin standart hataları ve *P*-değerleri yer almaktadır.

**Çizelge 6.24.** M3, M8(2), M14 ve M15 modellerinin parametre tahminleri, bu parametrelerin standart hataları ve *P*-değerleri

Model	Parametre tahmini	Standart hata	<i>P</i> -değeri
M3	$\hat{\beta}_1 = 1.106$	0.449	0.014 *
	$\hat{\beta}_2 = 0.969$	0.651	0.137
	$\hat{\beta}_3 = 1.295$	0.828	0.118
	$\hat{\beta}_4 = -0.149$	0.295	0.614
M8 (2)	$\hat{\beta}_{1,2} = 0.846$	0.422	0.045 *
	$\hat{\beta}_{2,3} = 1.023$	0.510	0.045 *
	$\hat{\varphi}_{1,2} = 1.243$	0.576	0.031 *
	$\hat{\varphi}_{2,3} = 0.015$	0.606	0.981
	$\hat{\omega}_{1,2} = 0.731$	0.481	0.129
	$\hat{\omega}_{2,3} = 1.013$	0.425	0.017 *
M14	$\hat{\beta} = 3,780$	0,688	0.000 *
	$\hat{\delta} = -0.754$	0.505	0.136
M15	$\hat{\beta} = 4,678$	0,880	0.000 *
	$\hat{\delta}_1 = -0.548$	0.395	0.165
	$\hat{\delta}_2 = -0.955$	0.461	0.038 *
	$\hat{\delta}_3 = -0.670$	0.343	0.051

\* Parametre anlamlıdır ( $P < 0.05$ ).

M14 modelinde üç patoloj arasında negatif ve önemsiz uyum bulunmuştur. Üç patoloğun ikili uyumlarını modelleyen M15 modelinde ise, B-F ve C-F patolojları arasındaki uyumsuzluk anlamlı olarak bulunmuştur.

M3, M8(2), M14 ve M15 modellerine karşı gelen beklenen sıklıklar, 1. Satır gözlenen sıklıklar olmak üzere, sırasıyla Çizelge 6.25' in 2, 3, 4 ve 5. satırlarında verilmiştir.

**Çizelge 6.25.** M3, M8(2), M14 ve M15 modellerine göre hesaplanan beklenen sıklıklar

		<b>F</b>		
<b>B</b>	<b>C</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	20.5	0.5	0.5
		20.066	1.323	0.063
		19.888	1.187	0.124
		19.216	1.195	0.090
		19.816	1.637	0.107
	<b>2</b>	7.5	0.5	0.5
		7.089	1.471	0.219
		8.024	0.995	0.249
		7.735	1.498	0.113
		6.905	1.550	0.198
	<b>3</b>	0.5	0.5	0.5
		0.649	0.424	0.198
		0.687	0.204	0.140
		1.281	0.248	0.124
		0.809	0.355	0.123
<b>2</b>	<b>1</b>	4.5	0.5	0.5
		5.126	0.767	0.082
		4.757	0.984	0.193
		4.181	0.810	0.061
		4.754	0.603	0.103
	<b>2</b>	6.5	1.5	0.5
		4.717	1.913	0.557
		4.475	1.921	0.900
		5.242	3.163	0.507
		5.745	1.981	0.658
	<b>3</b>	0.5	1.5	0.5
		1.125	1.237	0.976
		0.975	1.002	1.293
		0.868	1.113	0.555
		1.164	0.784	0.708
<b>3</b>	<b>1</b>	5.5	1.5	1.5
		5.676	1.928	0.470
		5.712	2.215	0.440
		7.710	1.493	0.745
		5.990	1.975	0.516
	<b>2</b>	13.5	12.5	3.5
		13.604	10.790	6.140
		13.682	11.015	5.237
		9.667	12.392	6.184
		12.520	11.217	5.726
	<b>3</b>	7.5	16.5	21.5
		8.449	15.648	20.795
		8.297	15.978	20.925
		10.600	13.588	21.121
		8.797	15.399	21.361

Çizelge 6.24' te verilen parametre tahminleri kullanılarak M3 modeli için hesaplanan koşullu odds oranları aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\theta}_{(i)jk} = e^{\beta_3 + \beta_4} = 3.146$$

$$\hat{\theta}_{i(j)k} = e^{\beta_2 + \beta_4} = 2.270$$

$$\hat{\theta}_{ij(k)} = e^{\beta_1 + \beta_4} = 2.604$$

Çizelge 6.24' te verilen parametre tahminleri kullanılarak M8(2) modeli için hesaplanan koşullu odds oranları aşağıdaki matrislerle özetlenmiştir. Model yapısı sonuçları odds oranı matrislerinde gözlenir.

$$\hat{\theta}_{(i)jk} = \begin{bmatrix} \exp(\hat{\omega}_{1,2}) & \exp((\hat{\omega}_{1,2} + \hat{\omega}_{2,3})/2) \\ \exp((\hat{\omega}_{1,2} + \hat{\omega}_{2,3})/2) & \exp(\hat{\omega}_{2,3}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.077 & 2.392 \\ 2.392 & 2.754 \end{bmatrix} \quad i = 1,2,3$$

$$\hat{\theta}_{i(j)k} = \begin{bmatrix} \exp(\hat{\phi}_{1,2}) & \exp((\hat{\phi}_{1,2} + \hat{\phi}_{2,3})/2) \\ \exp((\hat{\phi}_{1,2} + \hat{\phi}_{2,3})/2) & \exp(\hat{\phi}_{2,3}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.466 & 1.876 \\ 1.876 & 1.015 \end{bmatrix} \quad j = 1,2,3$$

$$\hat{\theta}_{ij(k)} = \begin{bmatrix} \exp(\hat{\beta}_{1,2}) & \exp((\hat{\beta}_{1,2} + \hat{\beta}_{2,3})/2) \\ \exp((\hat{\beta}_{1,2} + \hat{\beta}_{2,3})/2) & \exp(\hat{\beta}_{2,3}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.330 & 2.546 \\ 2.546 & 2.782 \end{bmatrix} \quad k = 1,2,3$$

Çizelge 6.24' te verilen parametre tahminleri kullanılarak M14 modeli için hesaplanan koşullu odds oranları aşağıdaki matrislerle özetlenmiştir. Model yapısından dolayı  $i$ ,  $j$  ve  $k$ ' nin sabit düzeyleri için sonuçlar değişmez.

$$\hat{\theta}_{ijk} = \begin{bmatrix} \exp(\hat{\beta}/2 + \hat{\delta}) & \exp(0) \\ \exp(0) & \exp(\hat{\beta}/2) \\ \exp(\hat{\beta}/2 + \hat{\delta}) & \exp(-\hat{\delta}) \\ \exp(-\hat{\delta}) & \exp(\hat{\beta}/2 + \hat{\delta}) \\ \exp(\hat{\beta}/2) & \exp(0) \\ \exp(0) & \exp(\hat{\beta}/2 + \hat{\delta}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.114 & 1.000 \\ 1.000 & 6.619 \\ 3.114 & 2.125 \\ 2.125 & 3.114 \\ 6.619 & 1.000 \\ 1.000 & 3.114 \end{bmatrix}$$



Çizelge 6.24' te verilen parametre tahminleri kullanılarak M15 modeli için hesaplanan koşullu odds oranları aşağıdaki matrislerle özetlenmiştir. Model yapısı sonuçları odds oranı matrislerinde gözlenir.

$$\hat{\theta}_{(i)jk} = \begin{bmatrix} \exp(\hat{\beta}/2 + 2\hat{\delta}_3) & \exp(-\hat{\delta}_3) \\ \exp(-\hat{\delta}_3) & \exp(\hat{\beta}/2 + 2\hat{\delta}_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.716 & 1.954 \\ 1.954 & 2.716 \end{bmatrix} \quad i = 1,2,3$$

$$\hat{\theta}_{i(j)k} = \begin{bmatrix} \exp(\hat{\beta}/2 + 2\hat{\delta}_2) & \exp(-\hat{\delta}_2) \\ \exp(-\hat{\delta}_2) & \exp(\hat{\beta}/2 + 2\hat{\delta}_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.536 & 2.600 \\ 2.600 & 1.536 \end{bmatrix} \quad j = 1,2,3$$

$$\hat{\theta}_{ij(k)} = \begin{bmatrix} \exp(\hat{\beta}/2 + 2\hat{\delta}_1) & \exp(-\hat{\delta}_1) \\ \exp(-\hat{\delta}_1) & \exp(\hat{\beta}/2 + 2\hat{\delta}_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.466 & 1.730 \\ 1.730 & 3.466 \end{bmatrix} \quad k = 1,2,3$$

Tekdüze olmayan ilişki modelleri ardışık düzeyler arasındaki farklı ayırt edilebilirlik derecelerinin belirlendiği için yorumlar M8(2) modeli üzerinden verilecektir. Çizelge 6.25' te yer alan M8(2) modeli beklenen sıklıkları kullanılarak B-C, B-F ve C-F 3 x 3 boyutlu alt tabloları için odds oranları ve odds oranlarının %95 güven aralıkları Çizelge 6.26' da yer almaktadır.

**Çizelge 6.26.** Patolog çiftleri için M8(2) modeli için hesaplanan odds oranları ve odds oranlarının %95 güven aralıkları

Patolog çiftleri	Odds oranları ve %95 güven aralıkları			
	$\hat{\theta}_{11}$	$\hat{\theta}_{12}$	$\hat{\theta}_{21}$	$\hat{\theta}_{22}$
B-C	2.812 [0.744;10.637]	4.029 [0.359;45.174]	2.910 [0.772;10.971]	3.369 [0.844;13.442]
B-F	4.588 [0.788;26.716]	2.840 [0.093;86.772]	2.756 [0.769;9.878]	1.491 [0.274;8.114]
C-F	3.683 * [1.116;12.151]	2.656 [0.195;36.228]	3.243 * [1.174;8.955]	2.838 [0.919;8.770]

\* Odds oranı anlamlıdır ( $P < 0.05$ ).

C patoloğunun bir slaytı 2 yerine 1 olarak değerlendirmesi olasılığı, F patoloğunun 2 yerine 1 olarak değerlendirmesi olasılığına göre yaklaşık olarak 3.7 kat daha fazladır. C patoloğunun bir slaytı 3 yerine 2 olarak değerlendirmesi olasılığı ise, F patoloğunun 2 yerine 1 olarak değerlendirmesi olasılığına göre yaklaşık olarak 3.2 kat daha fazladır.

Çizelge 6.26' da verilen odds oranlarından yararlanarak hesaplanan ayırt edilebilirlik dereceleri ve bu ayırt edilebilirlik derecelerinin %95 güven aralıkları Çizelge 6.27' de yer almaktadır.

**Çizelge 6.27.** Ayırt edilebilirlik dereceleri ve ayırt edilebilirlik derecelerinin %95 güven aralıkları

Patolog çiftleri	Ayırt edilebilirlik dereceleri ve %95 güven aralıkları	
	$\hat{Y}_{12}$	$\hat{Y}_{23}$
B-C	0.644 [0;0,906]	0.703 [0;0,926]
B-F	0.782 [0;0,963]	0.330 [0;0,877]
C-F	0.729 [0.104;0,918]	0.648 [0;0,886]

Çizelge 6.27' de yer alan ayırt edilebilirlik derecelerine göre tüm patolog çiftleri için hastalık derecelendirmelerinde 1-2 düzeyleri ayırt edilebilirliklerinin yakın değerli olduğu görülmektedir. 2 ve 3 düzeyleri için ise B-C ve C-F patoloğları arasında ayırt edilebilirliklerin yakın değerler iken, B ve F patoloğları arasında ayırt edilebilirlik derecesinin daha düşük olduğu görülmektedir.

B-C ve C-F patoloğları için 1-2 ve 2-3 düzeyleri arası hastalık derecelendirmelerinde yüksek bir ayırt edilebilirlik vardır. Homojen bir yapı söz konusudur. B ve F patoloğları hastalık tanılarında 1-2 düzeylerinin ayırt edilebilirliğinin 2 ve 3' ten daha iyi olduğu görülmektedir.

### 6.3. Sonuç ve Tartışma

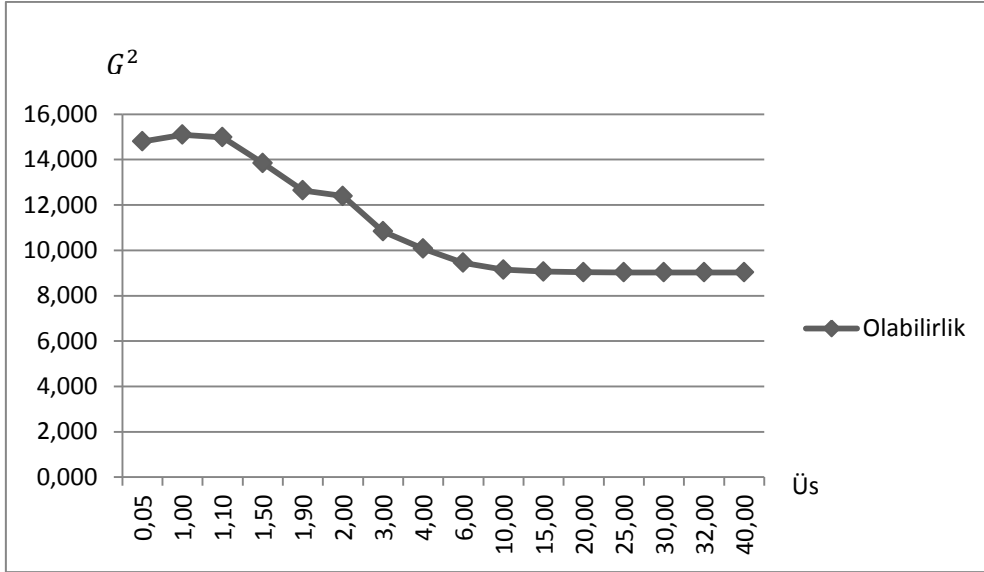
Tez çalışmasında iki boyutlu karesel olumsuzluk tablolarında kullanılabilen modeller Terry *et al.* (2002b) çalışmasına uygulanmıştır. Bu çalışmada tekdüze olmayan ilişki ve tekdüze olmayan ilişki + uyum modelleri sonucunda düzeylerin ayırt edilebilirlik derecelerinin homojen olmayan yapısından dolayı tablo yapısının yeniden sınıflandırılması önerilmiştir. Terry *et al.* (2002a) çalışmasında önerilen (1+2), (3+4+5) sınıflandırmasına alternatif olarak, düzeyler (1+2+3), 4, 5 ve (1+2), (3+4), 5 olarak yeniden düzenlemiş ve sonuçlar tartışılmıştır. Yeniden sınıflandırma sonucunda, kappa ve ağırlıklı kappa katsayılarına göre patoloğun kararları arasındaki uyumun arttığı görülmüş ve ardışık düzeyler arasında homojen ve yüksek ayırt edilebilirlik elde edilmiştir. (1+2+3), 4, 5 sınıflandırmasının daha az kararsızlık yaratıcı bir yapısı olduğu ve bu nedenle sonraki çalışmalarda bu sınıflandırmanın kullanılması tavsiye edilir.

Çok boyutlu tablolar için önceki çalışmalarda yer alan modeller ile tez çalışmasında önerilen modeller Landis and Koch (1997b) çalışmasına uygulanmıştır. Sonuçlar incelendiğinde tez çalışmasında önerilen bütünsel ilişki + bütünsel uyum ve bütünsel ilişki + kısmi uyum modelleri bilgi kriterlerinin en düşük değerleri ile en uygun modeller olarak bulunmuştur. Uygun modeller altında hesaplanan odds oranları modelin yapısını yansıtmaktadır. M8(2) modeline göre hesaplanan ayırt edilebilirlik dereceleri tüm patolog çiftlerinin 1 ve 2 düzeylerini iyi ayırt edebildiklerini göstermektedir. Fakat 2 ve 3 düzeyleri için hesaplanan ayırt edilebilirlik derecelerinin B-C çifti için en fazla, C-F çifti için biraz daha düşük ve B-F çifti için çok düşük olduğu görülmüştür. Bagheban *et al.* (2008) çalışmasında az deneyimli olan patoloğların ayırt edilebilirlik düzeylerinin deneyimli olan patoloğlarınkine göre daha düşük olduğu sonucuna varılmıştır. Bu çalışmada da ayırt edilebilirlik derecesinin sadece B-F çifti arasında düşük çıkması, bir ölçekleme hatası yerine, patoloğlardan birinin daha az tecrübeli olması ve hastalık şiddeti arttıkça kararsızlık yaşamasından kaynaklı olabilir.

Kappa katsayısı, değerlendiriciler arasındaki ya da aynı değerlendiricinin iki farklı zamandaki değerlendirmeleri arasındaki uyum hakkında bilgi vermektedir. Fakat bu katsayı tek bir değer verdiği için tablo hakkında sadece genel bir yorum yapılabilir. İlişki + uyum modellerinin denenmesi gerekir. Ayırt edilebilirlik derecesi

ise model altında değerlendiricinin karar verme sınıflandırmalarının doğruluğu hakkında bilgi verir. Bu nedenle değerlendiricinin yanlış karar vermesini önlemek için, ayırt edilebilirlik derecesi sonuçlarına göre yeniden sınıflandırma yapılması önerilir.

Tez çalışmasında karesel olumsuzluk tablolarında kullanılmak üzere önerilen DEA modeli,  $\alpha$  parametresinin farklı değerleri için veri kümesine uygulanmıştır.  $\alpha$  parametrelerine göre modelin olabilirlik oran test istatistiklerinin dağılımı Şekil 1' de verilmiştir.



**Şekil 1.** 12 serbestlik dereceli DEA modeli olabilirlik oran test istatistiklerinin  $\alpha$  parametrelerine göre dağılımı

DEA modelinin olabilirlik oran test istatistiği  $\alpha$  parametresinin  $a=32$  olduğu duruma kadar sürekli bir azalış gösterirken,  $a \geq 32$  için en küçük değerini almaktadır. Model her ne kadar  $a \geq 32$  ile en uygun model olarak bulunsa da bu  $\alpha$  parametresi değeri ile odds oranları hesaplanamaz. Bu nedenle Bagheban and Zayeri (2010) çalışmasında önerilen üstel skorların,  $\alpha$  parametresinin büyük değerleri için odds oranlarını hesaplayamama problemine neden olduğu görülmüştür. Daha sonraki çalışmalarda, üstel skorun modeller üzerindeki davranışı incelenerek modellere göre  $\alpha$  parametresinin aralığı tartışılabilir.

Tez çalışmasında çok boyutlu tablolar için önerilen kısmi uyum parametreleri içeren NUA modeli (M9) ve hem kısmi hem de uyum parametreleri içeren tekdüze olmayan ilişki modeli (M11) için kullanılan farklı skor eşitlikleri ile modelin anlamlılığını ve parametre tahminlerini değiştirmediği görölmüştür. Fakat çok boyutlu tablolarda NUA ve bütünsel uyum parametresi içeren NUA modellerinde farklı skor eşitliği kullanımının parametre tahminlerini değiştirdiği gözlenmiştir. Farklı skorlar kullanımı az bir değişime sebep olsa da parametrelerin anlamlılığını değiştirmemektedir.

Tekdüze ilişki ve tekdüze olmayan ilişki modellerinin bir arada denenmesi yerine, tablo yapısına uygun uyum parametresi içeren ilişki modelleri uygulanarak, tabloyu en iyi yorumlayan modele ulaşılmalıdır.

## KAYNAKLAR

Agresti, A., 1984, Analysis of Ordinal Categorical Data, John Wiley and Sons, New York, 10p, 25-26p, 78p, 90p, 178p .

Agresti, A., 1988, A Model for Agreement Between Ratings on an Ordinal Scale. Biometrics, 44 (2), 539-548.

Agresti, A., 2002, Categorical Data Analysis, John Wiley and Sons, New York, 36-39p, 55p, 318p, 369p.

Akaike, H., 1974, A New Look at the Statistical Model Identification. IEEE Transactions on Automatic Control, 19 (6), 716-723.

Aktaş, S. and Saraçbaşı, T., 2009, Estimation of Symmetric Disagreement Using a Uniform Association Model for Ordinal Agreement Data. AStA., 93 (3), 335-343.

Arıcı, H., 1972, İstatistik: Yöntemler ve Uygulama, Hacettepe Üniversitesi Basımevi, Ankara, s10-15.

Bagheban, A.A. and Zayeri, F., 2010, A Generalization of the Uniform Association Model for Assessing Rater Agreement in Ordinal Scales. Journal of Applied Statistics, 37 (8), 1265-1273.

Bagheban, A.A., Zayeri, F., Anaraki, F.B., Elahipanah, Z., 2008, The Reliability and Distinguishability of Ultrasound Diagnosis of Ovarian Masses. Indian Journal of Medical Sciences, 62 (6), 217-221.

- Banerjee, M., Capozzoli, M., McSweeney, L. and Sinha, D., 1999, Beyond Kappa: A Review of Interrater Agreement Measures. *The Canadian Journal of Statistics*, 27 (1), 3-23.
- Bishop Y.M.M., Fienberg, S.E., Holland P.W., 1975, *Discrete Multivariate Analysis: Theory and Practice*. The MIT Press, Cambridge, Mass, 395-396p.
- Bross, I.D.J, 1958, How to Use Ridit Analysis. *Biometrics*, 14 (1), 18-38.
- Cohen, J., 1960, A Coefficient of Agreement for Nominal Scales. *Educational and Psychological Measurement*, 20 (1), 37-46.
- Cohen, J., 1968, Weighted Kappa: Nominal Scale Agreement with Provision for Scaled Disagreement or Partial Credit. *Psychological Bulletin*, 70 (4), 213-220.
- Darroch, J.N. and McCloud, P.I., 1986, Category Distinguishability and Observer Agreement. *Austral. J. Statist.*, 28 (3), 371-388.
- Fleiss, J.L., 1971, Measuring Nominal Scale Agreement Among Many Raters. *Psychological Bulletin*, 76 (5), 378-382.
- Fleiss, J.L., Cohen, J., 1973, The Equivalence of Weighted Kappa and the Intraclass Correlation Coefficient as Measures of Reliability. *Educational and Psychological Measurement*, 33, 613-619.
- Fleiss, J.L., Cohen, J., Everitt, B.S., 1969, Large Sample Standard Errors of Kappa and Weighted Kappa. *Psychological Bulletin*, 72 (5), 323-327.

- Goodman, L.A., 1979, Simple Models for the Analysis of Association in Cross-Classifications having Ordered Categories. *JASA.*, 74 (367), 537-552.
- Graubard, B.I. and Korn, E.L., 1987, Choice of Column Scores for Testing Independence in Ordered 2xK Contingency Tables. *Biometric*, 43 (2), 471-476.
- Holmquist, N.S., McMahon C.A. and Williams O.D., 1967, Variability in Classification of Carcinoma in Stu of the Uterine Cervix. *Archives of Pathology*, 84, 334-345.
- Iki, K., Thata, K., Tomizawa, S., 2009, Ridit Score Type Quasi-Symmetry and Decomposition of Symmetry for Square Contingency Tables with Ordered Categories. *Austrian Journal of Statistics*, 38 (3), 183-192.
- Landis, J.R. and Koch, G.G., 1977a, The Measurement of Observed Agreement for Categorical Data. *Biometrics*, 33 (1), 159-174.
- Landis, J.R. and Koch, G.G., 1977b, An Application of Hierarchical Kappa-type Statistics in the Assessment of Majority Agreement among Multiple Observers. *Biometrics*, 33 (2), 363-374.
- Lawal, B., 2003, *Categorical Data Analysis with SAS and SPSS Applications*, Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers, New Jersey, 1-2p, 449-451p, 490-492p.
- Mielke Jr., P.W. and Berry, K.J., 2009, A Note on Cohen's Weighted Kappa Coefficient of Agreement with Liner Weights. *Statistical Methodology*, 6, 439-446.



- Morris, J.A. and Gardner, M.J., 1988, Calculating Confidence Intervals for Relative Risks (Odds Ratios) and Standardised Ratios and Rates. *British Medical Journal*, 296, 1313-1316.
- Özer, B., 2011, İnflamatuvar Barsak Hastalıklarında Kolorektal Kanser ve Displazi. *Güncel Gastroenteroloji*, 15 (4), 235-240.
- Perkins S.M., Becker, M.P., 2002, Assessing Rater Agreement Using Marginal Association Models. *Statistics in Medicine*, 21, 1743-1760.
- Saraçbaşı, T., 2011, Agreement Models for Multiraters. *Turk J. Med. Sci.*, 41 (5), 939-944.
- Schwarz, G., 1978, Estimating the Dimension of a Model. *The Annals of Statistics*, 6 (2), 461-464.
- Simon, G., 1974, Alternative Analyses for the Singly-Ordered Contingency Table. *Journal of the American Statistical Association*, 69 (348), 971-976.
- Stuart, A., 1955, A Testing for Homogeneity of the Marginal Distribution in a Two-way Classification. *Biometrika*, 42 (3/4), 412-416.
- Tanner, M.A., Young M.A., 1985a, Modeling Agreement among Raters. *JASA*, 80 (389), 175-180.
- Tanner, M.A., Young M.A., 1985b, Modeling Ordinal Scale Disagreement. *Psychological Bulletin*, 98 (2), 408-415.

- Terry, M.B., Neugut, A.I., Bostick, R.M., *et al.*, 2002a, Risk Factors for Advanced Colorectal Adenomas: A Pooled Analysis. *Cancer Epidemiology, Biomarkers & Prevention*, 11, 622-629.
- Terry, M.B., Neugut, A.I., Bostick, R.M., Potter, J.D., Haile, R.W., Fenoglio-Preiser C.M., 2002b, Reliability in the Classification of Advanced Colorectal Adenomas. *Cancer Epidemiology, Biomarkers & Prevention*, 11, 660-663.
- Valet, F., Ezzedine K., Malvy, D., Mary J.-Y. and Guinot, C., 2009, Assessing the Reliability of Four Severity Scales Depicting Skin Ageing Features. *British Journal of Dermatology*, 161, 153-158.
- Valet, F., Guinot, C., Ezzedine K., Mary J.-Y., 2008, Quality Assessment of Ordinal Scale Reproducibility: Log-linear Models Provided Useful Information on Scale Structure. *Journal of Clinical Epidemiology*, 61, 983-990.
- Valet, F., Guinot, C. and Mary J.Y., 2007, Log-linear Non-uniform Association Models for Agreement between Two Ratings on an Ordinal Scale. *Statistics in Medicine*, 26, 647-662.
- Valet, F. and Mary J.-Y., 2011, Power Estimation of Tests in Log-linear Non-uniform Association Models for Ordinal Agreement. *BMC Medical Research Methodology*, 11 (1), 70-81.
- Vanbelle, S., Albert A., 2009, A Note on the Linearly Weighted Kappa Coefficient for Ordinal Scales. *Statistical Methodology*, 6, 157-163.

Elektronik Kaynaklar:

- [1]: Kolon Kanseri. [www.istanbulsaglik.gov.tr/w/sb/egt/pdf/kolon\\_kanseri.pdf](http://www.istanbulsaglik.gov.tr/w/sb/egt/pdf/kolon_kanseri.pdf)  
(Erişim tarihi: 01.11.2012).
- [2]: Displazi. <http://www.saglikkitabi.org/displazi> . (Erişim tarihi: 01.11.2012).
- [3]: Karsinoma. <http://tr.wikipedia.org/wiki/Karsinom> . (Erişim tarihi: 01.11.2012).

## EKLER

**Ek 1.** EA ve EAA modellerinin üs parametresinin farklı değerlerine göre  $G^2$  ve  $P$ -değerleri

$a$	EA Modeli		EAA Modeli	
	$G^2$	$P$ -değeri	$G^2$	$P$ -değeri
<b>0.05</b>	35.439	0.002 *	32.006	0.004 *
<b>1.0</b>	19.134	0.208	18.148	0.200
<b>1.1</b>	18.165	0.254	17.261	0.243
<b>1.3</b>	16.620	0.342	15.841	0.323
<b>1.5</b>	15.552	0.412	14.859	0.388
<b>1.9</b>	14.597	0.481	13.988	0.451
<b>2.0</b>	<b>14.558</b>	<b>0.484</b>	<b>13.956</b>	<b>0.453</b>
<b>2.1</b>	14.583	0.482	13.984	0.451
<b>2.2</b>	14.667	0.476	14.066	0.445
<b>3.0</b>	16.719	0.336	15.987	0.314
<b>4.0</b>	20.592	0.150	19.508	0.146

\* Modele uyum yoktur ( $P < 0.05$ ).

**Ek 2.** DEA modelinin üs parametresinin farklı değerlerine göre  $G^2$  ve  $P$ -değerleri

$a$	$G^2$	$P$ -değeri	$a$	$G^2$	$P$ -değeri
<b>0.05</b>	14.796	0.253	<b>6.0</b> **	9.451	0.664
<b>1.0</b>	15.096	0.236	<b>10.0</b>	9.146	0.690
<b>1.1</b>	14.985	0.242	<b>15.0</b>	9.061	0.698
<b>1.5</b>	13.848	0.310	<b>20.0</b>	9.037	0.700
<b>1.9</b>	12.637	0.396	<b>25.0</b>	9.029	0.700
<b>2.0</b>	12.395	0.415	<b>30.0</b>	9.027	0.701
<b>3.0</b>	10.834	0.543	<b>32.0</b> +	9.026	0.701
<b>4.0</b>	10.073	0.610	<b>40.0</b>	9.026	0.701

+ Sonuçlar  $a \geq 32$  için aynıdır.

\*\*  $a = 6$ 'dan sonra sonuçlarda belirgin bir değişiklik olmadığı için, bu durum en uygun model olarak belirlenmiştir.

## ÖZGEÇMİŞ

**Adı Soyadı** : Ayfer Ezgi Yılmaz

**Doğum Yeri** : Ankara

**Doğum Yılı** : 1987

**Medeni Hali** : Bekar

### Eğitim ve Akademik Durumu

**Lise** : 2001-2004 Mobil Lisesi

**Lisans** : 2005-2010 Hacettepe Üniversitesi, Fen Fakültesi,  
İstatistik Bölümü

**Erasmus Programı** : 2008/2009 Güz Dönemi, University of Malta,  
Department of Statistics and Operation Research

**Yabancı Dil** : İngilizce

### İş Tecrübesi

Şubat 2011- Ekim 2011 Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü

Ekim 2011 - ... Hacettepe Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü