PORTFÖY OPTİMİZASYONUNDA DEĞİŞTİRİLMİŞ PARÇACIK SÜRÜ OPTİMİZASYONU YAKLAŞIMI

MODIFIED PARTICLE SWARM OPTIMIZATION APPROACH IN PORTFOLIO OPTIMIZATION

ILGIM YAMAN

Doç. Dr. Çağdaş Hakan ALADAĞ

Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

İstatistik Anabilim Dalı için Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak hazırlanmıştır

2014

ILGIM YAMAN'ın hazırladığı "**Portföy Optimizasyonunda Değiştirilmiş Parçacık Sürü Optimizasyonu Yaklaşımı**" adlı bu çalışma aşağıdaki jüri tarafından **İSTATİSTİK ANABİLİM DALI**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZi** olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Erol EĞRİOĞLU

Başkan

....

Yrd. Doç. Dr. UFUK YOLCU

Üye

....

Doç. Dr. Çağdaş Hakan ALADAĞ

Danışman

....

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tarafından **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak onaylanmıştır.

Prof. Dr. Fatma SEVİN DÜZ

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Biricik oğlum Sarp Kaya için,

ETİK

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında,

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,

- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,

- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,

- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,

- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı,

beyan ederim.

22/09/2014

ILGIM YAMAN

ÖZET

PORTFÖY OPTİMİZASYONUNDA DEĞİŞTİRİLMİŞ PARÇACIK SÜRÜ OPTİMİZASYONU YAKLAŞIMI

Ilgım YAMAN

Yüksek Lisans, İSTATİSTİK BÖLÜMÜ

Danışmanı: Doç. Dr. Çağdaş Hakan ALADAĞ

AĞUSTOS 2014, 50 sayfa

Sırt çantası problemi birçok optimizasyon probleminin temelini oluşturur. Bunlardan biri de günümüzün önemli optimizasyon problemlerinden biri olan portföy optimizasyonudur. Portföy optimizasyonu bir NP zor problemdir. Bu nedenle son zamanlarda portföy optimizasyonunun çözümünde sezgisel algoritmalar kullanılmıştır. Yapılan tez çalışmasında ilk kez değiştirilmiş parçacık sürü optimizasyonu portföy optimizasyonun çözümünde kullanılmıştır. Tezde ilk olarak parçacık sürü optimizasyonun temel kavramlarını, işleyişi ve çeşitleri yer alır. Daha sonra sırt çantası probleminin çeşitleri üzerinde durulmuştur. Portföy optimizasyonun tanımı ve modern portföy teorisi açıklanarak tezde kullanılan nicelik kısıtlı ortalama varyans modeli ve Sharpe oranı modeli açıklanmıştır.

Uygulama kısmında değiştirilmiş parçacık sürü optimizasyonu, portföy optimizasyonu probleminin çözümünde kullanılarak MATLAB2010b ortamında kodlanmıştır. Standart parçacık sürü optimizasyonu ve değiştirilmiş parçacık sürü optimizasyonu bu modeller için karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak değiştirilmiş parçacık sürü optimizasyonunun daha kısa zamanda daha optimal sonuçlar verdiği görülmüştür.

ABSTRACT

MODIFIED PARTICLE SWARM OPTIMIZATION APPROACH IN PORTFOLIO OPTIMIZATION

Ilgım YAMAN

Master of Science, DEPARTMENT OF STATISTICS

Supervisor: Doç. Dr. Çağdaş Hakan ALADAĞ

AĞUSTOS 2014, 50 pages

One of the most studied problem in optimization world is portfolio selection problem which is based on knapsack problems. Portfolio optimization is a NP-hard problem. Because of that heuristic methods are preferred solving portfolio selection problem. In this thesis, modified particle swarm is used to solve portfolio optimization which is first application in literature. In this thesis, firstly particle swarm optimization's basic concepts, process and their versions are given. Secondly, Knapsack problems' versions are shown. Thirdly, modified particle swarm optimization and standard particle swarm optimization are used to solve two portfolio model which are cardinality constraint mean-variance model and Sharpe ratio model. In application, standard particle swarm optimization and modified particle swarm optimization are compared by using these models which are cardinality constraint mean-variance model and Sharpe model. Finally, As a result of the analysis, it is concluded that modified particle swarm optimization gets more optimal solutions than standard particle swarm optimization.

TEŞEKKÜRLER

Tez çalışmam süresince bana engin bilgisi ile yol gösteren danışmanım Doç. Dr Çağdaş Hakan ALADAĞ'a, akademik hayata atılmam konusunda beni yüreklendiren, bu yolda bana ışık tutan saygı değer Rektörüm Prof. Dr. Aygün ATTAR'a, tez çalışmalarım sırasında bana göstermiş olduğu destek için değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Nurgül Okur Bekar'a, kaynak bulmamda her an bana yardımcı olan eski sınıf arkadaşım ve şuan ki canım dostum Ceyda Yazıcı'ya, aralarında olmaktan mutluluk duyduğum Giresun Üniversitesi İstatistik ve Matematik bölümlerindeki hocalarıma ve arkadaşlarıma, teze başladığım ilk günden bu yana bana Ankara'da desteklerini esirgemeyen değerli halalarım Feza ÜLKÜ ve Asuman TURANALP'e, bu zamana kadar verdikleri emeklerden ötürü değerli ailem Seyhan - Asaf KİTAPÇI'ya, bana bu yolda da destek olup yalnız bırakmadığı ve her tökezlediğimde elimden tuttuğu için kıymetli eşim Kubilay YAMAN'a,

TEŞEKKÜR EDERİM

İÇİNDEKİLER

Sayfa

1.GİRİŞ

Antik Yunandan beri insanın akılcı varlık olduğu düşünülmektedir. Bu yüzden karar alırken seçenekleri bilinçli bir şekilde tahlil ettiğimiz, artılarla eksileri dikkatli bir şekilde tarttığımız varsayılır. Başka bir deyişle insanoğlunun mantıkla düşünüp buna göre hareket eden varlıklar olduğu düşünülür. Platon ve Descartes felsefesinin temelinde bu basit fikir yatar. Aynı zamanda modern iktisadın temelini de bu fikir oluşturur [1]. Karar almak sık sık karşımıza çıkan bir durumdur. Zaman içinde karar almamızı gerektiren problemler zorlaşmış, zorlaştıkça bu problemleri çözmek için yeni yöntemler geliştirilmiştir. Bir askerin sırt çantasının oluşturmasından yola çıkılarak oluşan sırt çantası problemi, zaman içerisinde birçok problemin de temelini oluşturmuştur. Örneğin finans alanındaki portföy seçimi problemi; yatırımcının sahip olduğu portföy, sırt çantası problemindeki sırt çantasıyla eşdeğerdir. Sırt çantası probleminde faydasına göre çantaya hangi aracın alınmasına karar verilir. Portföy seçiminde ise menkul kıymetin hangisinin alınmasına, menkul değerin getiri ve varyansına bakılarak karar verilir. Sırt çantası problemi günümüz önemli optimizasyon problemleri arasında yer alan bir NP-hard problemdir. Eğer NP sınıfındaki her problem, bir Π problemine indirgenebiliyorsa Π problemi NP-zor (NP-hard) adını alır [2]. Mantıkla karar vermek NP-hard sınıfındaki bir problemde epey zor ve çoğu zaman imkansızdır. Literatürde sırt çantası problemini temel alan portföy seçimi probleminde daha makul zamanda optimale yakın sonuç elde etmek için sezgisel yöntemler kullanılmıştır. Sezgisel kelimesi eski Yunancada “problemleri çözmek için yeni yöntemler geliştirme” ya da “problem çözme sanatı” anlamına gelen “heuriskein” kelimesinden gelmektedir [3]. Sezgisel yöntemler optimal çözümü garanti etmezler fakat hızlı, pratik olmakla birlikte optimal olmasa da optimale en yakın çözümü elde edilebilirler. İyi sezgisel yöntemler, prensipte, izin verilen zamanda elde edilebilecek en iyi çözümü belirleyebilmelerine rağmen optimal bir çözüm bulmayı garanti etmez [4]. Tezimizde sırt çantası probleminin bir çeşidi olan portföy optimizasyonu problemini çözmek için kullandığımız parçacık sürü optimizasyonu sürülerin davranışlarından esinlenerek ortaya çıkmış bir sezgisel algoritmadır.

2.SÜRÜ ZEKASI

Kuş balık ve hayvan sürüleri; etkileyici üretim, senkronize hareket ve çakışma olmadan hareket gibi doğal sistem hareketleri göstermektedirler. Kuşlar uçarken komşuları ile aralarındaki belirli bir mesafeyi korurlar. Balıklar ise normal şartlar altında yüzerken komşularından uzak yüzerler fakat, herhangi bir avcı tehlikesi fark ettiklerinde yoğun gruplar haline gelirler. Bu gruplar şeklini dışarıdan gelebilen herhangi bir tehdit ile değiştirebilir, ayrılabilirler, ya da yeniden birleşebilirler [5]. Başka bir değişle dışarıdan gelen bilgiye göre topluca verilen cevap sürü zekasının bir göstergesidir.

2.1.PARÇACIK SÜRÜ OPTİMİZASYONU

Parçacık sürü optimizasyonun temeli Reeves'in 1993 yılında Lucas film'de çalışması sırasında bulut veya patlama gibi bulanık bir objenin oluşturulmasını gerçekleştirmek için birlikte çalışan çok sayıda bireyi kullanan bir parçacık sistemini uygulamasıyla ortaya çıkmıştır [6]. Reynolds [7] Reeves'in tanımladığı parçacık sistemine oryantasyon ve iç-cisim iletişimini dahil etmiştir. Böylece parçacıklar bazı basit sürü kurallarını uygulayabilir hale gelmişlerdir. Parçacık sürü optimizasyon sezgisel bir yöntemdir. Doğadaki bazı sürü davranışlarının dahil edilmesiyle gelişmiş bir algoritmadır. Kuşların, balıkların, ve arıların davranışları gözlenerek meydana gelen parçacık sürü optimizasyonu algoritması popülasyon tabanlıdır [8]. Parçacık sürü optimizasyonu, Heppener ve Grenarde [9] 1990 yılındaki kuş sürülerinin mısır arayışların benzeşmesini içeren çalışmasından etkilenen Kennedy ve Eberhart'ın [10] geliştirdiği güçlü bir optimizasyon olarak ortaya çıkmıştır [11].

2.2.PARÇACIK SÜRÜ OPTİMİZASYONU UYGULAMASI

Her parçacık n-boyutlu bir uzayda yayılır. $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{in})$ i. parçacığı temsil eder. $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \ldots p_{in})$ i. parçacığın kaydedilen önceki en iyi pozisyonunu (pbest) temsil eder. Popülasyondaki bütün parçacıklar arasında en iyi parçacık gbest (global) ile temsil edilir. Parçacığın topolojik komşuluğundaki en iyi pozisyon l (local) ile gösterilir. Parçacığın hızındaki değişim $v_i = (\, v_{i1}, v_{i2} \ldots.., v_{in})$ (velocity) ile gösterilir. Hız, her parçacığın elde ettiği pbest değeri ve o ana kadar ki gbest değeri değerlendirerek yeniden güncellenir ve parçacıkların yeni pozisyonları oluşturulur. Durdurma koşulu sağlanıncaya kadar bu iterasyon devam eder. Hız, iki bileşenden oluşur; bilişsel bileşen ve sosyal bileşenleri.

2.2.1 BİLİŞSEL BİLEŞEN, SOSYAL HAFIZA BİLEŞENİ:

$$v_{i,d}^{t+i} = w \times v_{i,d}^{t+1} + \overbrace{\mathrm{c}_1 \times \mathrm{rand}_1 \times (\mathrm{p}_{\mathrm{i,d}} - \mathrm{x}_{\mathrm{i,d}})}^{\text{bilişsel bileşen}} + \overbrace{\mathrm{c}_2 \times \mathrm{rand}_2 \times (\mathrm{p}_{\mathrm{g,d}} - \mathrm{x}_{\mathrm{i,d}})}^{\text{sosyal bileşen}} \quad (2.1)$$

$$x_{i,d}^{t+i} = x_{i,d} + v_{i,d}^{t+1} \quad (2.2)$$

d boyutu temsil ederken $(1 \leq d \leq n)$, c_1 ve c_2 pozitif sabitler, w eylemsizlik ağırlığını (inertia weight), $\boldsymbol{p_{id}}$ d boyutlu parçacıkların sahip olduğu kendilerinin o ana kadar ki (yerel) en iyi pozisyonu, p_{gd}, tüm parçacıkların içinde tümel (global) en iyi pozisyon, rand_1ve rand_2 ise $p_i$ve p_g için oluşacak rastgele gücün büyüklüğünü belirler. Eğer araştırma yerel düzeyde ise $p_{g,d}$ parametresini $p_{i,d}$ ile değiştirilir. rand_1 ve rand_2, [0,1] aralığında tekdüze dağılımdan gelen rastgele iki sayıdır. Bu rastgele değerler algoritmaya stokastik bir özellik sağlamaktadır. Denklem 2.1 de parçacığın yeni hızının v_{id}, önceki hızına ve o ana kadar ki kendi en iyi pozisyonuna (pbest, $\boldsymbol{p_{id}}$) ve grubun en iyi pozisyona (gbest;p_{gd}) göre hesaplanması verilmiştir. Bilişsel bileşen (cognitive), geçmiş performanslara göre i. parçacığın en iyi pozisyonun bilgisini taşır. Böylece parçacıklar kendi en iyi pozisyonlarına çekilirler. Sosyal bileşen ise parçacığın komşuluğunda bulunan en iyi pozisyona çekilmesini sağlar. Denklem 2.2 de ise konum hıza bağlı olarak güncellenir.

2.3.PARÇACIK SÜRÜ OPTİMİZASYONU TEMEL KAVRAMLARI

2.3.1.HIZ ENGELLEME

Parçacık sürü optimizasyonun ilk uygulamalarında hızın uzakta kalan parçacıklar için birden hızlı bir şekilde arttığı görülmüştür. Bu da parçacıklarda büyük pozisyon değişimlerine uğramalarına neden olmaktadır. Bu problemin düzelmesi için hızın sınırlandırılması gerekmiştir bunun için parçacıkların hızları önceden belirlenen maksimum hızı geçtiğinde yeniden maksimum hıza atanır. Bu atama işlemi hız engelleme olarak adlandırılmıştır. Yapılan bu atama işleminde V_{max}, yani maksimum hız değeri önemli rol oynar. Büyük V_{max} değerleri küresel araştırmanın iyi yapılmasını sağlarken küçük değerler ise yerel araştırmanın iyi yapılmasını sağlar. Fakat çok küçük V_{max} küresel minimumun bulunmasını zorlaştırır. Hız aşağıdaki denklemdeki gibi atanır.

$$v_{i,d}^{t+i} = \begin{cases} v_{i,d}^{t+1} & , \quad v_{i,d}^{t+i} < V_{max,j} \\ V_{max,d} & , \quad v_{i,d}^{t+i} \geq V_{max,j} \end{cases} \quad (2.3)$$

2.3.2 EYLEMSİZLİK AĞIRLIĞI (ATALET AĞIRLIĞI)

Shi ve Eberhartın [12] geliştirdiği eylemsizlik ağırlığı (w), sürünün yerel araştırma kabiliyetini kontrol etmeyi sağlayan bir parametredir. Eylemsizlik ağırlığı önceki hızın katkısını ayarlamak suretiyle parçacığın momentumunu kontrol eder. Yani uçuş yönünün yeni hızı ne kadar etkileyeceğini belirler [13]. Böylece V_{max}'ın önemi azaltılmış olur. Aşağıdaki hız güncelleme denkleminin birinci kısmına eylemsizlik ağırlığı çarpan olarak eklenmiştir. Shi ve Eberhart aynı çalışmada [0.9 1.2] aralığındaki eylemsizlik ağırlığının etkili performans sergilediğinin üzerinde durmuşlardır. Büyük eylemsizlik ağırlığı, araştırma bölgesinde tümel araştırma yapılmasını sağlarken, küçük eylemsizlik ağırlığı yerel araştırma yapılmasını sağlar. Böylece eylemsizlik ağırlığı (w)'nı azaltmak tümel araştırma yeteneğinin kaybedilmesine, yerel araştırma yeteneğinin gelişmesini yol açar [12]. Zheng ve arkadaşları [14] eylemsizlik ağırlığının büyümesinin daha iyi sonuçlar verdiğini gösteren çalışmalar yapmıştır.

2.3.3.SINIRLAMA KATSAYISI (CONSTRICTION COEFFICIENT)

Parçacık sürü algoritması hızda kısıtlama olmaksızın çalıştığında birkaç iterasyonda hızda ani artışlar meydana gelmektedir. Kennedy'nin [15] belirttiği gibi sınırlama katsayısı $0 < \phi_1 + \phi_2 < 4$ aralığında iken stokastik olmayan tek boyutlu parçacıkların yörüngeleri ilginç süreklilikler içerirler. Sınırlama katsayısı parçacıkların yakınsamasını kontrol eder. Clerc ve Kennedy [16] sınırlama katsayısı hesaplamasında birçok yöntem geliştirmişlerdir. Aşağıda (2.6) en basitlerinden biri verilmiştir.

$$v_{id} = w_i \times \mathrm{v_{id}} + \mathrm{c_1} \times \mathrm{U}(0, \phi 1) \times (\mathrm{p_{id}} - \mathrm{x_{id}}) + \mathrm{c_2} \times \mathrm{U}(0, \phi 2) \times \left(\mathrm{p_{gd}} - \mathrm{x_{id}}\right) \quad (2.4)$$

$$x_{id} = x_{id} + v_{id} \quad (2.5)$$

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 > 4 \quad (2.6)$$

$$X = \frac{2}{\phi - 2 + \sqrt{\phi^2 - 4\phi}} \quad (2.7)$$

2.4.PARÇACIK SÜRÜ OPTİMİZASYON MODELLERİ

Parçacık Sürü modelinin üç çeşidi bulunmaktadır. Bunlar ana modelin türevleri olarak değerlendirilebilirler. Bu üç model aşağıdaki gibidir.

1.Tam (Full) Parçacık Sürü Optimizasyon Modeli

2.Sadece Bilişsel Parçacık Sürü Optimizasyon Modeli (Cognition Only Model)

3.Sadece Sosyal Parçacık Sürü Optimizasyon Modeli (Social Only Model)

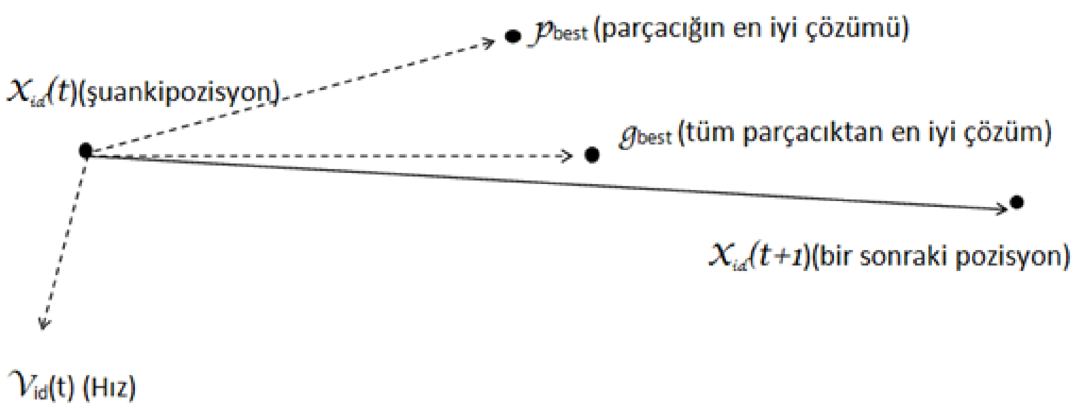
Full modelde hız hesabı hem bilişsel hem de sosyal bilenlere dayalı olan iki PSO algoritması ile tanıtılmaktadır [13]. Orijinal hız denkleminden sosyal bileşen çıkartıldığında elde edilen modele sadece bilişsel model denir. Hız eşitliği denklem (2.8)'deki hale gelir. Orijinal hız denkleminden bilişsel bileşen çıkartıldığında elde edilen model de sadece sosyal parçacık sürü optimizasyon modeli denir (2.9).

$v_{i,d}^{t+i} = v_{i,d}^{t+1} + c_1 \times \mathrm{rand}_1 \times (p_{i,d} - x_{i,d})$ (2.8)

$v_{i,d}^{t+i} = v_{i,d}^{t+1} + c_2 \times \mathrm{rand}_2 \times (p_{i,d} - x_{g,d})$(2.9)

2.5.PARÇACIK SÜRÜ OPTİMİZASYONUN İŞLEYİŞİ

Bir grup kuş belirli bir alanda yemek aramaktadır. Sabit ve tek bir yerde olan yemek kaynağını bulmak için kuşlar öncelikle rastgele dağılırlar. Daha sonra aramaları esnasında edindikleri bilgiyi değerlendirerek yemek kaynağını bulurlar. Her kuş kendisinin ve diğer kuşların yemeğe ne kadar uzaklıkta oldukları bilgisine sahiptir. En etkili yol olarak o zamana kadar yemeğe en çok yakınlaşabilen kuşu takip ederler. Bu evrimsel algoritmada kuşlar yani her bir potansiyel çözüm parçacıkları temsil eder. Parçacıklar problemin arama uzayında rastgele yerleşirler. Her parçacık bulunduğu durumdaki uygunluk fonksiyonunu değerlendirerek kendilerinin ve diğer parçacıkların yemek kaynağına göre konum bilgisini (p_{best}) paylaşır. Bir sonraki iterasyonda ise parçacıklar yemeğe en yakın olan (g_{best}) parçacığa göre hızını belirler. Her parçacık üç boyutlu bir vektörden oluşur. Üç boyutlu bu vektörde p_{best} parçacığın o ana kadar ki en iyi kendi konumunu, g_{best} ise o ana kadar ki küresel en iyi konumu, v_i ise parçacığın hızını temsil eder.



Şekil 2.1 [8]

Konum x_{id} her iterasyonda hesaplanır ve problemin çözümü olarak kabul edilir. Her yeni, en iyi çözümde g_{best} güncellenir. Bu yöntem elit çözüm ile benzerlik gösterir [8] Yüksek kaliteli yerel optimal çözüm elit çözüm olarak adlandırılır [17]. En iyi çözüm her zaman saklanır. Fakat ufak bir fark vardır. g_{best} bütün parçacıklardan aldığı bilgi doğrultusunda aynı iterasyonda yenilenir. İyi bir uygunluk değerine sahip olan parçacık o ana kadar ki tümel en iyi değerden mutlak olarak büyük bir farka sahip olan yerel en iyi değere sahip olduğunda çeşitlilik artmaktadır. Ne zaman parçacıkların ortalama p_{best} değerleri g_{best}'e yaklaşırsa o zaman kuşların bir araya toplaştığı görülür. Böylece en iyi çözüm elde edilmiş olur.

2.5.1. PARÇACIK SÜRÜ OPTİMİZASYON ALGORİTMASI

Algoritma

Orijinal Parçacık Sürü Optimizasyonu

1. D büyüklükte popülasyon için rastgele pozisyon ve hız değerleri vektörlere ata.
2. Her parçacık için uygunluk fonksiyonu hesapla.
3. Komşuluktaki o ana kadar en iyi olan parçacık belirlenir ve bu g_{best} olarak sakla.
4. Her bir parçacık o ana dek sahip olduğu en iyi değeri belirler ve p_{best} olarak sakla.
5. Aşağıdaki denklem göz önüne alınarak hız ve konum bilgisi güncelle.

$$v_{id} = \mathrm{v_{id}} + \mathrm{c_1} \times \mathrm{U}(0, \phi 1) \times (\mathrm{p_{id}} - \mathrm{x_{id}}) + \mathrm{c_2} \times \mathrm{U}(0, \phi 2) \times (\mathrm{p_{gd}} - \mathrm{x_{id}}) \quad (2.10)$$

$$x_{id} = x_{id} + v_{id} \quad (2.11)$$

6. Adım 2,3 ve 4'ü tekrarla
7. Parçacığın uygunluk değerini kendi p_{best} değeri ile karşılaştırılır eğer uygunluk değeri p_{best}'ten daha iyi ise p_{best} uygunluk değeri ile güncelle.

8. Eğer yeterli uygunluk sağlandıysa ya da iterasyon sayısı maksimuma ulaştıysa sağlanıyorsa döngüden çıkılır. Sağlanmadıysa adım 5'e geri dön.
9. Döngü sonu

2.6. SOSYAL AĞ YAPILARI

Sosyal ağların yapılarına göre parçacık sürü optimizasyonun performansı değişmektedir. Bir etkileşim türü olan sosyal ağ yapıları parçacıkların daha iyi bilgiyi öğrenmesi ve böyle bilgiye sahip komşularına benzeyecek şekilde hareket etmesidir. Parçacık sürü optimizasyonu için farklı sosyal ağ yapıları vardır. Bunlardan bazıları; yıldız, halka, teker, piramit, dört küme ve Von Neuman gibi sosyal ağ yapılarıdır. Parçacık sürü optimizasyonunda yaygın olarak kullanılan Gbest stratejisi yıldız topolojisinin bir örneğidir.

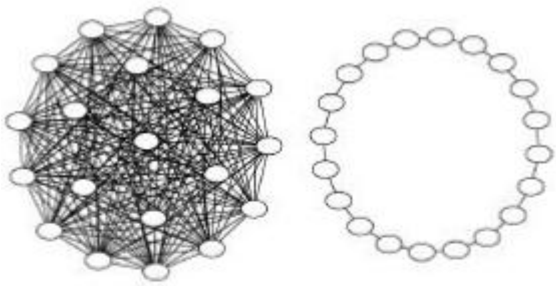
2.6.1. POPÜLASYON TOPOLOJİSİ

Kuşların yemek arayışından esinlenerek oluşturulan parçacık sürü optimizasyonunda kuşların yönelimleri çeşitli stratejilerle belirlenmiştir. Parçacık sürü optimizasyonunu ilk oluştururken topolojileri kuşların araştırma alanındaki yakınlığına dayandırılmıştır. Buna karşın hesaplama zorluğunun yanı sıra Öklit komşuluğuna dayanan bu iletişim modelli istenen yakınsamayı göstermemiştir. Bu yüzden Öklit komşuluğundan vazgeçilmiştir. Watts [18] makalesinde bu topolojilerdeki sosyal ağın çeşitlerini belirleyen birkaç özellikten bahsetmiştir. İlk olarak parçacıklar k tane komşuluğa sahiptirler. İkinci olarak da ortak komşulukların sayısı da bu topolojilerin farklılaşmalarına neden olur. Ortak komşuluk (C), bir p_1 parçacığının komşuluğundaki p_2 parçacığı ile diğer bir p_3 parçacığının komşuluğunda ise, p_1 ve p_2 aynı sınıfta yer alır. Bu ortak sınıfa ortak komşuluk denir.

2.6.2. KOMŞULUK ÇEŞİTLERİ

Parçacık sürü optimizasyonunda yaygın olarak kullanılan iki komşuluk yapısı gbest (tümel en iyi) ve lbest (yerel en iyi) topolojileridir. Gbest topolojide bütün parçacıkların birbirine komşu olduğu kabul edilir. Böylece en iyi fonksiyon değeri veren parçacığın bilgisi saklanır. Bütün parçacıklar en iyi parçacığa göre eş zamanlı olarak hareket ederler. Bu topoloji eşzamanlı hareketten dolayı oldukça hızlıdır. Fakat tümel en iyi değer parçacığın yakınında değilse diğer parçacıklar en iyi değerden fazla uzaklaşamadığından yerel optimuma takılma riski çok fazla olmaktadır.

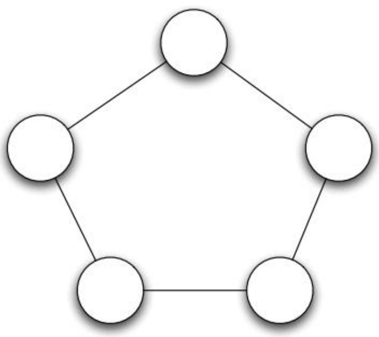
Kennedy ve Eberhart tarafından [10] ortaya atılan lbest topolojisi, her parçacığın diğer iki parçacığa bağlı olduğu halka şeklindeki bir popülasyona sahiptir. Bu topoloji paralel araştırmaya izin verir. Daha yavaş sonuca yaklaşır. Çünkü her komşuluk önce kendi aralarındaki en iyi komşuluğun bilgisini tutar. Böylece araştırma alanı alt gruplara ayrılmış olur. Bu topoloji gbest topolojisine göre tümel optimuma ulaşma şansı daha fazladır.Aşağıdaki farklı topolojilere göre çeşitli komşuluk yapıları verilmiştir.



Şekil 2.2 Gbest (sol), lbest topolojileri [16]

Halka (ring) topolojisine dayalı komşuluk yapısı:

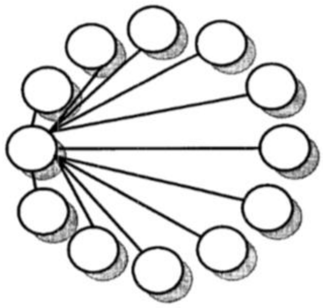
Watts ve Strogetz [18] tarafından çalışılmış olan halka topolojisinde her bir birey (parçacık) K komşuluğa bağlıdır. Popülasyondaki parçalar birbirlerinden bağımsızdır, yani birbirinden ayrı hareket ederler. Bir parça yerel minimuma yakınsarken diğer parça başka bir optimum değer verebilir. Bu topoloji de en iyi değer bulunana kadar komşular araştırma alanında dağılırlar. Optimum değer bulunduğunda bütün parçacıklar orada toplanır. lbest topoloji hakla topolojisinin bir örneğidir.



Şekil 2.3:Halka topolojisi [20]

Tekerlek (wheel) topolojisine dayalı komşuluk yapısı:

Bu topolojide bir birey (odak birey) diğer bütün bireylere bağlıdır. Bütün bireylerde sadece bu tek bireye bağlıdır. Bireyler etkili bir şekilde diğerlerinden izole edilir. Odak birey (focal individual) bütün bireylerin performanslarını kontrol eder ve bireylere en iyi performansa yönelecek şekilde yörünge değerleri verir.



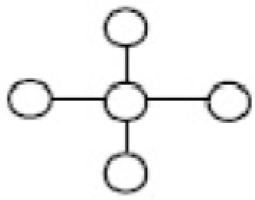
Şekil 2.4: Tekerlek topolojisi [21]

Yıldız Star Topolojisine Dayalı Komşuluk Yapısı:

Yıldız Gbest topolojisi olarak da bilinir; bu topolojide her bir birey diğer bireye bağlıdır. Yani her birey diğerinin komşusudur. Böylece bir parçacıklar için tümel en iyi (Gbest) aynıdır [22]. Şekil yapı bakımından yıldız şekline benzediği için yıldız adını almıştır.

VonNeuman topolojisine dayalı komşuluk yapısı:

Von neumann topoloji Kennedy ve Mendes tarafından [23] 2002 yılında önerilmiş olup lbest topoloji modelinin bir çeşididir. Ancak bu topoloji de parçacıklar kafes ağı sistemi kullanarak bağlanmıştır. Her parçacık üstten alttan sağdan ve soldaki diğer parçacığı bağlıdır.



Şekil 2.5: [24]

2.7. PARÇACIK SÜRÜ OPTİMİZASYONU VARYASYONLARI VE ÖZEL DURUMLAR

2.7.1 İKİLİ PARÇACIK SÜRÜ OPTİMİZASYONU

İkili Parçacık sürü optimizasyonu Kennedy ve Eberhart tarafından [25] ortaya konmuştur. Problemin elemanları sıralanabiliyor yada gruplandırılabiliyorsa bu gibi kesikli problemlerin çözümünde ikili parçacık sürü optimizasyonu kullanılabilir [25]. Yol problemleri ya da çizelgeleme gibi birçok optimizasyon problemi araştırma kesikli bir uzayda yer almaktadır. Araştırma alanı $S=\{0,1\}^D$ için uygunluk fonksiyonu f'i maksimize etmektedir (*max f(x)*). D boyutta i'inci parçacık $\mathrm{Xi} = (\mathrm{xi1}, \mathrm{xi2}, , \ldots \mathrm{xid})^T$, $x_{id} \in \{0,1\}$, d=1,2,…D şeklinde tanımlanmıştır. D boyutta hız vektörü $V_i=(v_{i1},v_{i2},\ldots,v_{id})^T$, $v_{id} \in [-V_{max},V_{max}]$, d=1,2,…,D şeklinde gösterilebilir. Vmax ise maksimum hız vektörüdür. Bir önceki en iyi pozisyon $P_i= (p_{i1},p_{i2},\ldots,p_{id})^T$ $p_{id} \in \{0,1\}$, d=1,2,…,D şeklinde verilebilir.[26]. Verilen notasyona göre tanımlar aşağıdaki gibi verilebilir.

Hız denklemi:

$$v_{id} = v_{id} + c_1 rand_1(p_{id} + x_{id}) + c_2 rand_2(p_{gd} - x_{id}) \qquad (2.12)$$

Pozisyon denklemi:

$$X_{id}=\begin{cases} 1 & if\ U(0,1) < sigm(v) \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad d = 1,2,\ldots D\ ;\ i = 1,2,\ldots N \qquad (2.13)$$

Dönüşüm fonksiyonu:

$$sigm(v_{id}):\ \frac{1}{1+\exp(-\lambda v_{id})} \qquad (2.14)$$

g: en iyi performans gösteren parçacığın indeksi

p_{gd}: en iyi parçacık

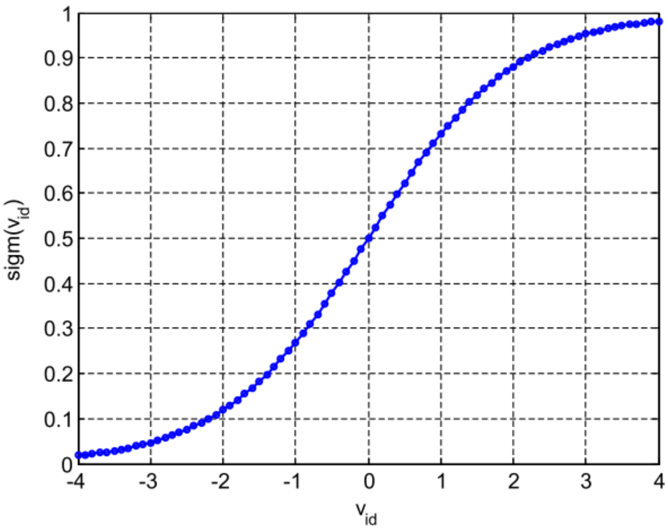
N: sürünün genişliği

c_1, c_2: sosyal ve bilişsel bileşen sabitleri

$rand_1$,$rand_2$: U(0,1) rastgele sayılar

$sigm(v_{id})$: sigmoid dönüşüm fonksiyonu

r_1,r_2 rasgele değişkenleri U(0,1), uniform [0,1] aralığından seçilmiş rastgele değişkenlerdir. Sigmoid dönüşüm fonksiyonu Şekil 2.6'daki gibi S şeklindedir. λ sigmoid fonksiyonun dikliğini kontrol eder. λ=1 için 2.12 ve 2.13 denklemleriyle ikili parçacık sürü optimizasyonu oluşur [25] .



Şekil:2.6

2.7.2 DEĞİŞTİRİLMİŞ PARÇACIK SÜRÜ OPTİMİZASYONU

Aladağ ve arkadaşları 2012 yılında yaptıkları çalışmada [28]; Y. Shi ve R.eberhart'ın [29] uyarlanabilir eylemsizlik ağırlığını (adaptive inertia weight) ve Y. Ma, C. Jiang, Z. Hou ve C. Wang, [30] kullandığı parçacıkların konum ve hızının zamana bağlı şekilde adapte edilmesini aynı algoritma içinde kullanarak yeni bir yöntem öne sürmüşlerdir. Aladağ vd. [28] önerdikleri bu yaklaşıma değiştirilmiş Parçacık sürü optimizasyonu (modified particle swarm optimization) adını vermişlerdir. Bu yaklaşım ile yöntemin yakınsama hızını artırmışlardır.Belirtilen yaklaşımın algoritması Aladağ vd. [28] taradından aşağıdaki gibi verilmişştir.

Adım 1

X_k parçacık pozisyonlarının vektörü rastgele oluşturulur.

$X_k = \{x_{k,1}, x_{k,2}, \ldots, x_{k,d}\}$, $(k=1, 2, \ldots, p_n)$, $(i = 1, 2, \ldots, d)$,

Adım 2

Vk; Hız vektörü rastgele hızlardan oluşturulur.

$V_k = \{v_{k,1}, v_{k,2}, \ldots, v_{k,d}\}$, $k=1, 2, \ldots, p_n$

Adım 3

Pbest; parçacıkların kendi en iyi performansları

Gbest; parçacıkların o zamana kadar elde ettiği genel en iyi performansı

belirlenir.

Adım 4

$$c_1 = (c_{1f} - c_{1i})\ \frac{t}{maxt} + c_{1i}$$

$$c_2 = (c2f - c2i)\frac{t}{maxt} + c2i$$

$$\mathrm{w} = (\mathrm{w2} - \mathrm{w1})\frac{maxt - t}{maxt} + \mathrm{w1}$$

Adım 5

$$v_{i,d}^{t+i} = [w \times v_{i,d}^{t+1} + c_1 \times rand_1 \times (p_{i,d} - x_{i,d}) + c_2 \times rand_2 \times (p_{g,d} - x_{i,d})]$$

$$x_{i,d}^{t+1} = x_{i,d} + v_{i,d}^{t+1}$$

X_k : k. Parçacığın i. pozisyonu.

p_n : parçacık sayısı

d : parçacıkların pozisyonu,

c_1: bilişsel sabit,

c_2: sosyal sabit,

w: eylemsizlik ağırlığı

maxt: maksimum iterasyon sayısı

t: o andaki iterasyon sayısı

Hız ve konum 5. adımdaki pozisyonlar kullanılarak güncellenir. Rand1,2 [0-1] aralığındaki rastgele değerler alır.

3.SIRT ÇANTASI PROBLEMİ

Sırt çantası problemi günümüzün önemli optimizasyon problemleri arasında yer alan bir NP-hard problemdir. N tane nesne içerisinden belirli bir hacimdeki sırt çantasını doldurarak en fazla fayda sağlayacak şekilde nesnelerin seçilmesi problemidir [32]. Örneğin portföy seçimi, sermaye artırımı, bagaj yükleme, kargo yükleme, bütçe hesaplamaları ve benzeri problemler NP-zor sınıfında yer alırlar. Sırt çantası problemi genel olarak, N tane nesne ile belirli bir hacimdeki sırt çantası doldurulmak istendiğinde, toplam yarar en büyük olacak şekilde sırt çantasına nesnelerin yerleştirmesi biçiminde tanımlanabilir [32]. Bir askerin bir göreve çıkarken belli bir ağırlığı geçmeden en çok yarar sağlayacağı şekilde sırt çantasını doldurması bu probleme örnek olarak verilebilir. Askerin alacağı maddelere göre problemin ana hatları oluşmaktadır. Örneğin, askerin uyku tulumu, dürbün, haritadan birer tane alması gerekirken, konserve yiyecekten birden fazla alması gerekebilir.

Sırt çantası problemi teorik bir alt yapıya sahip ve aynı zamanda pratik olarak gerçek hayatta sıkça karşılaşılan bir problem türüdür. Finans ve endüstri, yatırım, üretim ve bunun gibi birçok alanda çeşitli uygulamaları bulunmaktadır. Örneğin sermaye bütçeleme, portföy seçimi, proje seçimi, kaynak atanması, mal yüklemesi ve benzeri problemler bu çerçevede yer alır. Sırt çantası probleminin birçok farklı konuda önemli uygulama alanları bulmasından dolayı, literatürde bu problem türü için önerilen çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Tanımı oldukça anlaşılır olan sırt çantası problemlerinin, taşıdığı karakteristik özelliklerinden dolayı çözümü bu kadar kolay değildir. Bu nedenle, problemin çözümü için ileri düzey algoritmalara ihtiyaç duyulmaktadır. Son yıllarda bu problemin çözümü için en çok tercih edilen yaklaşım sezgisel algoritmaların kullanılmasıdır. Sırt çantası problemi günümüze değin farklı sezgisel yöntemler ile çözümlenmiştir. Bu yöntemler tavlama benzetimi, genetik algoritmalar, karınca koloni optimizasyonu, diferansiyel değişim, bağışıklık algoritması ve parçacık sürü optimizasyonu yöntemleridir.

Tarihsel sürece bakıldığında, Bellman 1957 yılında dinamik programlama yaklaşımı kullanarak ikili sırt çantası probleminin ilk kesin çözüm algoritmasını geliştirmiştir [33]. Dantzig [34] sırt çantası problemi çalışmasıyla öncülük ettiğinden beri sırt çantası problemi geniş bir şekilde çalışılmaktadır [26]. Daha sonraki yıllarda Gilmore ve Gomory sırt çantası problemini dinamik programlama ile çözmüşlerdir [35]. Ingargiola ve Korsh indirgeme yöntemi kullanarak değişken sayısını azaltmışlardır [36]. Gallo 1980 yılında ikili quadratik sırtçantası problemini tanıtmıştır [37]. 1990 yılında Martello ile Toth sırt çantası için geniş bir tekrar yapıp kesin ve heuristic algoritmalar ile çözümler yapmışlardır [38]. 2007 yılında Pisinger quadratik sırt çantası problemlerini detaylıca araştırmış çeşitli gevşetmeler kullanarak problemin çözümüne gidilirken hızları da ölçülmüştür [39].

Sırt çantasının kısıtlarına ve içine konacak maddelerin seçimine bağlı olarak farklı çeşitlerde Sırt çantası problemleri vardır [26].

a. İkili Sırt Çantası Problemi
b. Negatif Olmayan Tamsayı Sırt Çantası Problemi
c. Çoktan Seçmeli Sırt Çantası Problemi
d. Çok Boyutlu Sırt Çantası Problemi

3.1. İKİLİ SIRT ÇANTASI PROBLEMİ

İkili sırt çantası problemi farklı büyüklükteki ve her birinden yalnız bir tane bulunan maddelerin maksimum yararı sağlayacak şekilde seçilmesi problemi olarak kabaca ifade edilebilir. Bu problemi diğer sırt çantası problemlerinden ayıran unsur, farklı çeşitteki maddelerin her birinden sadece bir tane olmasıdır. ikili sırt çantası problemlerinin bir tam sayılı programlama modeli olarak ifade edilişi aşağıda verilmiştir.

Karar Değişkeni:

$$x_i = \begin{cases} 1 & i.\, maddenin\ çantaya\ konulması \\ 0 & i.\, maddenin\ çantaya\ konulmaması \end{cases}$$

Amaç Fonksiyonu:

$$enbZ = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$$

Kısıtlar:

$$\sum w_i x_i \leq C$$

$x_i = \{0, 1\}$, i=1,2,3….n

Verilen modelde:

c: toplam alan c kapasitesini geçemez

p_i: sırt çantasına i maddesi konulduğunda sağlayacağı yarar

$w_{i:}$ i. Maddenin birim başına sırt çantasında kaplayacağı alan

$x_{j:}$ sırt çantasında içerilecek i türündeki madde sayısı

n: madde sayısı

Örneğin dağa çıkmaya hazırlanan bir dağcı en fazla 5 kglık bir çanta taşıyabilmektedir. Sırt çantasına konulabilecek matara, dürbün, bıçak, pusula, kibrit, yağmurluk, konserve yiyecek, gibi maddelerden maksimum yarar sağlanacak şeklide seçim yapılır. Bu problem tipinin özelliği her nesne ya bir tane alınır ya da hiç alınmaz. Dürbün çantaya konulur yada konulmaz ama birden fazla dürbün çantaya konulmamaktadır.

	Su	*Dürbün*	*Bıçak*	*Pusula*	*Kibrit*	*Yağmurluk*	*Konserve*
Kg	*500*	*300*	*150*	*10*	*15*	*50*	*250*
Yarar	*6*	*1*	*7*	*5*	*2*	*3*	*4*

$$\text{enbZ} = 6x_1 + 1x_2 + 7x_3 + 5x_4 + 2x_5 + 3x_6 + 4x_7$$

$$500x_1 + 300x_2 + 150x_3 + 10x_4 + 15x_5 + 50x_6 + 250x_7 < 5000$$

$$x_i = \begin{cases} 1 & i.\,maddenin\ çantaya\ konulması \\ 0 & i.\,maddenin\ çantaya\ konulmaması \end{cases}$$

3.2. NEGATİF OLMAYAN TAMSAYI SIRT ÇANTASI PROBLEMİ

Dağa çıkmak isteyen asker sırt çantasını doldururken aynı tür maddeden birden fazla koyması gerekebilir. Bu durumda problemin türü ikili sırt çantası probleminden karar değişkenin 1 den büyük değerler alabilmesi yönüyle farklılaşmaktadır. Negatif olmayan tamsayı sırt çantası probleminin tam sayılı programlama modeli aşağıda verilmiştir.

Karar Değişkeni:

x_i=Sırt çantasının içerdiği j türündeki madde sayısı

Amaç Fonksiyonu:

$$enbZ = \sum_{i=0}^{n} p_i x_i$$

Kısıtlar:

$$\sum w_i x_i \leq C$$

$x_i \geq 0$ ve tamsayı

Verilen modelde:

c: toplam alan c kapasitesini geçemez

$w_{i:}$ i. Maddenin birim başına sırt çantasında kaplayacağı alan

p_i: sırt çantasına i maddesi konulduğunda sağlayacağı yarar

$x_{i:}$ sırt çantasında içerilecek i türündeki madde sayısı

n: madde sayısı

Örnek

Uzun süreli bir tırmanış yapacak olan dağcı bazı maddelerden birden fazla almalıdır. En fazla 5 kg taşıyabildiğini göz önünde bulundurarak hangi malzemeyi sırt çantasına koyar. Bir litreden fazla su birden fazla konserve, kibrit, ilk yardım malzemesini çantasına koymak istemektedir.

	Su	*Konserve*	*Kibrit*	*İlk Yardım Malzemesi*
Gr	*500*	*250*	*10*	*50*
Yarar	*4*	*3*	*0.5*	*2*

Kısıtlı alana en çok yarar sağlayacak şekilde hangi maddeden kaç tane alacağını belirlediğimiz problem türüne negatif olmayan sırt çantası problemi denir.

$enbZ = 4x_1 + 3x_2 + 0.5x_3 + 2x_4$

$500x_1 + 250x_2 + 10x_3 + 50x_4 < 5000$

$x_i = \text{Sırt çantasının içerdiği } i \text{ türündeki madde sayısı}$

3.3. ÇOKLU SEÇMELİ SIRT ÇANTASI PROBLEMİ

Dağcının yolculuğuna başlamadan önce sırt çantasına alabileceği maddelerin ana maddeler ve bu ana maddelerin alt kümeleri olarak var olduğu düşünülsün. Örneğin yiyecek, içecek, ekipman, ve giysi dağcının yanına alabileceği ana maddeler olsun. Ve yiyecek ana maddesinin alt kümesini konserve baklagilleri, konserve et ve konserve balık seçenekleri oluştursun. Buna göre belirtilen gruptan en fazla yararı sağlayacak bir tane besin maddesinin seçilmesi ile ilgilenilsin. Genel olarak n tane maddenin bulunduğu sırt çantası probleminde bu n maddenin p tane birbirinden ayrık ve sırasıyla $n_1, n_2, \ldots n_p$ tane elemandan oluşan, $\{1,\ldots,n_1\}$, $\{n_1+1,\ldots,n_1+n_2\}$, …. $\{n_1+\ldots+n_{p-1}+1,\ldots, n_1+\ldots+n_p\}$ alt kümelere ayrıştığını varsayalım. Ve son olarak, $n_1+n_2+\ldots+n_p=n$ olmak üzere alt kümelerin her birinden sadece bir maddenin seçilmek istendiği düşünülsün [40]. Buna göre, belirtilen problem bir çoklu seçmeli sırt çantası problemidir ve tamsayılı programlama modeli aşağıda verilmiştir.

$$enbZ = \sum_{j=1}^{n} p_j\, x_j$$

j :konulacak madde çeşidi

p_j: j. Maddenin sağlayacağı yarar

x_j= j.madde miktarı

Karar Değişkeni:

$$x_j = \begin{cases} 1 & j.\,maddenin\ çantaya\ konulması \\ 0 & j.\,maddenin\ çantaya\ konulmaması \end{cases}$$

$x_1+x_2+\ldots+x_{n1}=1,$

$x_{n1}+x_{n1+1}+\ldots+x_{n1+n2}=1,$

$x_{n1+\cdots+np-1}+\ldots+x_{n1+n2}=1,$

Örneğin dağcı dağa çıkmadan önce sırt çantasını hazırlarken kararsız kalmıştır. Yiyecek içecek ve kıyafet çeşitleri aşağıdaki kilolarda ve faydalarda sahiptir. Dağcının en fazla 2 kg taşıyabileceği göz önüne alındığında sırtçantasını hazırlama

	Yiyecek		İçecek		Kıyafet	
	Konserve Et	Konserve Balık	Su	Enerji içeceği	Şapka	Yağmurluk
Kg	0.05	0.06	0.50	0.25	0.01	0.30
Yarar	4	4	5	3	3	5

enbZ= $4\ x_{11} + 4\ x_{12} + 5\ x_{21} + 3\ x_{22} + 3\ x_{31} + 5\ x_{32}$

$0.5\ x_{11} + 0.06\ x_{12} + 0.5\ x_{21} + 0.25\ x_{22} + 0.01\ x_{31} + 0.30\ x_{32} < 2$

$x_{11} + x_{12} = 1,$

$x_{21} + x_{22} = 1,$

$x_{31} + x_{32} = 1$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & i.\,maddenin\ j.\,çeşidinin\ çantaya\ konulması \\ 0 & i.\,maddenin\ j.\,çeşidinin\ çantaya\ konulmaması \end{cases}$$

3.4. ÇOK BOYUTLU SIRT ÇANTASI PROBLEMİ

Çok boyutlu ikili sırtçantası problemi genelleştirerek oluşturulmuş bir NP-zor problemdir. Çok boyutlu SÇP'leri, ikili SÇP'lerden farklı olarak iki veya daha fazla kısıt içerirler. Örneğin askerin hem taşıyabileceği maksimum yük miktarı hem de çantanın hacmi sınırlı olduğunu varsayalım, çantaya yerleştirilecek maddelerin toplam yararı en büyüklenecek şekilde modellenmelidir. Çok boyutlu sırt çantası problemleri ilk olarak Weingartner ve Ness [41] dinamik programlamaya dayandırılarak sunulmuştur daha sonra Gavish ve Pirkul [42] tarafından gevşetme uygulanmıştır. Doğrusal programlama gevşetmesi 2 boyutlu SÇP için ikinci kapasite kısıtı, Campello ve Maculan [40], Bagchi et al. [44], ve Martello ve Toth [45] tarafından çalışılarak hız kazanmıştır. Zitzler ve Thiele [46] m-boyutlu sırt çantası problemleri için deneysel karşılaştırmalar yapan çeşitli algoritmaları tanıtmışlardır.

Amaç Fonksiyonu:

$$enbZ = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$$

Kısıtlar:

$\sum w_{ij} x_i \leq C_{\mathrm{j}}$, j=1,2,3,…,m

$w_{ij} \geq 0$, C_j ve tamsayı

$x_i \in \{0,1\}$, i=1,2,3,…,n

Sırt çantası problemi bir çok problemin temeli olduğu gibi portföy seçimi probleminin de temelini oluşturmaktadır. Portföy seçimi probleminde hisse senetlerinden oluşan bir portföy oluşturulmak istenilir. Bu problem negatif olmayan sırt çantası probleminin bir örneği olarak kabul edilebilir.

4.FİNANSAL PORTFÖY OPTİMİZASYONU

4.1. PORTFÖY TANIMI

Portföy, çeşitli menkul kıymetlerden meydana gelen, ağırlıklı olarak hisse senedi, tahviller gibi menkul kıymetlerden ve türev ürünlerden oluşan, belirli bir kişi veya grubun elinde olan finansal nitelikli kıymetler olarak tanımlanabilir [47].

4.2. PROTFÖY OPTİMİZASYONU

Portföy optimizasyonu, yatırımcının kazancı maksimum hale getirirken, riski minimize etmek istemesinden ortaya çıkan bir optimizasyon problemidir. Yüksek kazanç elde etmek isteyen yatırımcı büyük riskleri göze almaktadır.Riskten kaçınan bir yatırımcı ise düşük kazançlara razı olacaktır. Belirtilen dengede en iyi çözüm ya da çözümlere ulaşılmaya çalışılır.

4.2.1. RİSK

Portföy seçimi yapılırken menkul kıymetlerin veya türevlerinin kazancına bakarken aldığınız riski göz ardı etmemeniz gerekir. Yani, risk ile getiri arasındaki ilişki önem teşkil etmektedir. Yatırımcı getiriyi hesaplaya bilse de riski hesaplaması oldukça zor olmaktadır. Bununla birlikte bir portföy yatırımcının portföyü kontrol altına alabilme ve sınırlandırabilme özelliklerine göre iki grup riske sahiptir. Bunlar sistematik risk ve sistematik olmayan risklerdir. Satın alma gücü riski, faiz oranı riski, piyasa riski, politik risk, kur riski, sistematik riski oluşturmaktadır. Sistematik olamayan risk finansal risk, yönetim riski, iş ve endüstri riskinden oluşmaktadır. Toplam risk sistematik risk ve sistematik olmayan riskten oluşur. Aşağıda toplam riskin formülü verilmiştir.

$$\theta_i^2 = \beta_i^2 \, \theta_m^2 + \theta_e^2 \quad (4.1)$$

θ_i^2 : Yatırım yapılan menkul değerlerin toplam riski

β_i^2 : Menkul kıymetin sistematik riske karşı duyarlılığını

θ_m^2 :Sistematik riski

θ_e^2 :Menkul kıymetin kendisine özgü olan ve sistematik olmayan riski

Modern portföy yönetiminden önce riski azaltmak için yatırımcılar portföyde yer alan menkul kıymetlerin sayısını arttırmayı seçmişlerdir. Oysa modern portföy yaklaşımında sadece portföy çeşitlendirmesine gidilerek riskin azaltılmayacağını, çünkü; portföyde yer alan menkul kıymetlerin aynı ya da ters yönde hareket ettiği söylenmektedir [48].

4.2.2.SİSTEMATİK RİSK

Sistematik riskin kaynakları, sosyal, ekonomik ve politik çevredeki değişmelerdir. Söz konusu değişmeler, menkul kıymet pazarlarını etkilemektedir [46]. Piyasadaki bütün menkul kıymetleri aynı anda etkileyen riske sistematik risk diyebiliriz. Yatırımcılar Türkiye gibi gelişmekte olan ülke ekonomilerinde faiz enflasyon veya döviz kurundaki değişikliklerin menkul kıymet fiyatlarında meydana gelen değişikliğin doğurduğu riski kontrol edemeyeceklerini bilmeleri gerekmektedir.

Sistematik riskin başlıca kaynakları şunlardır [50]

1. Satın Alma Gücü Riski
2. Faiz Oranı Riski
3. Piyasa Riski
4. Politik Risk
5. Kur Riski

4.2.3. SİSTEMATİK OLMAYAN RİSK

Menkul kıymetin kendisine ya da sektörüne bağlı olan risk çeşidine sistematik olmayan risk denir. Yönetim hataları, yeni marka satın almaları, kar açıklaması işçi grevi menkul kıymetin gelirini sistematik olmayan bir şekilde düşürebilir. Sistematik olmayan risk, çok iyi çeşitlendirilmiş bir portföy ile ortadan kaldırılabilecek bir risk türüdür. [51]

Sistematik olamayan riskin kaynakları

1. Finansal Risk
2. İş ve Endüstri Riski
3. Yönetim Riski

4.3. GELENEKSEL PORTFÖY YAKLAŞIMI

Geleneksel portföy yaklaşımı daha sezgilere dayalı bir yaklaşım olup amacı yatırımcının sağlayacağı faydayı maksimize etmektir. Başka bir değişle, ortaya çıkan risk düzeyine göre yatırımcı belirlemiş olduğu faydayı maksimize etmeye çalışmaktadır [51]. Geleneksel portföy yönetiminde, risk portföyü çeşitlendirerek azaltılmaktadır.

Geleneksel portföy yaklaşımı aşağıda verilen bileşenleri içerir [52].

1. Yatırımcıya ait bilgilerin toplanması,
2. Portföy amacının saptanması,
3. Yatırım politikaları,
4. Portföye dahil edilecek menkul kıymetlerin seçilmesidir.

4.4. MODERN PORTFÖY TEORİSİ

Geleneksel portföy yaklaşımı 1950'lere kadar riski azaltmak için uygulanmış bir yöntemdir. Modern portföy teorisinin babası olarak bilinen Harry Markowitz 1952 ve 1959 yılında yaptığı çalışmalar ile modern portföy teoremini ortaya koymuştur [50,51]. Markowitz'in ortalama-varyans modeli modern finans teorisinin temelini oluşturmaktadır. Bu teoremde Markowitz portföyden kazanılan toplam getiriyi ortalama aktif karlılık ve riskin varyansı ile açıklar. Bu teorem üç aşamalı olarak ortaya konmuştur. İlk olarak modern portföy teorisinde kısımların veya parçaların toplamının bütüne eşit olmadığını ispatlanmıştır. Portföyün riskinin portföydeki varlıkların riskinden daha fazla olabileceğini ve belli koşullarda portföyün sistematik olmayan riskinin sıfır yapılabileceğini gösterilmiştir. İkinci olarak üstünlük ilkesini ortaya atılmıştır. Bu ilkede bir örnek üzerinden daha iyi açıklanabilir. Örneğin iki farklı portföy varken ve bu iki portföy de aynı gelire sahipse, ikinci portföy daha az riskli olduğu için tercih edilir, ya da eğer iki portföyde aynı riske sahip iken ikinci portföy birinciye göre daha fazla gelir getirdiği için tercih edilir. Üçüncü olarak Markowitz kuadratik programlama ile etkin sınır elde edilebileceği göstermiştir. Daha sonra 1963 yılında Markowitz'in öğrencisi olan William Sharpe biraz karmaşık olan bu yöntemi sadeleştirerek tek indeksli model haline getirmiştir. Tek indeksli model daha çok alternatif hisse senetlerine yapılan yatırımların en büyüklenmesi için kullanılırken, Markowitz'in geliştirdiği model tahvil hisse senedi gibi gayrimenkullere yapılan yatırımların analizinde kullanılmaktadır. Portföy seçimi, kavram olarak menkul kıymet seçimi kavramından daha geniş ve farklıdır. İyi bir portföyü, iyi hisse senetleri ve tahvillerden oluşan uzun bir liste olarak düşünmemek gerekir. Çünkü, portföye belirli amaçlar ve tekniklerle alınan menkul kıymetlerin tek tek ele alınması, farklılıklarının ve özelliklerinin araştırılması gerekir [48]. Modern portföy teorisinin temelinde portföy getirilerinin belirsizliği ve menkul kıymet getirileri arasındaki ilişkiler yatar.

4.4.1. MODERN PORTFÖY TEORİSİ VARSAYIMLARI

Modern portföy yönetimi varsayımları aşağıdaki gibidir [48].

1. Amaç yatırımcının fayda fonksiyonunu en büyüklenmektir [55].
2. Yatırım yapılırken sadece beklenen getiri ve risk göz önüne alınmaktadır.
3. Tüm yatırımcılar, aynı risk düzeyinde daha fazla getiriyi azına tercih ederler.
4. Yatırımcılar özdeş zaman aralığında yatırım yaparlar.
5. Sermaye piyasasında bilgiler süratle tamamen ve doğru olarak menkul kıymet fiyatlarına yansır. Piyasa her zaman dengededir. Yatırımcı için bilgi her zaman ulaşılırdır.

Markowitz etkin portföylerin beklenen getiri ve bu getirinin varyansının göz önüne alındığı, ortalama-varyans modeli diye adlandırılan bir model ortaya koymuştur. Belirtilen modelin varsayımları şu şekildedir;

1. Yatırımcılar riskten kaçan bireylerdir.
2. Yatırım yapılacak unsurların ölçümleri normal dağılmaktadır.

Üstünlük ilkesine göre yatırımcı iki aynı beklenen getiriye (ortalamaya) sahip iki yatırımdan standart sapması yani riski düşük olanı seçecektir. Riski aynı olan yatırımlardan ise ortalaması en yüksek olanı seçmesi beklenmektedir [48].

4.4.2. ORTALAMA-VARYANS ÖLÇÜTÜ

K ve T gibi iki yatırım aşağıdaki koşullar sağlandığında K'nın T'den üstün olduğunu söylenebilir. Yani K'nın beklenen değeri yani getirisi T'den büyük iken, T'nin varyansı (riski) riski K'nın riskinden fazladır. Bu durumda K yatırımının, T yatırımına göre daha çok tercih edilmesi gerekmektedir. Belirtilen ölçüt matematiksel olarak aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir.

$$E(R_K) \geq E(R_T) \qquad (4.2)$$

$$\sigma_K^2 \leq \sigma_T^2$$

$R_K R_T$: K ve T menkul kıymetlerinin getirileri

$E(R_K)$: K 'nın getirisinin beklenen değeri (ortalaması)

$E(R_T)$: T 'nin getirisinin beklenen değeri (ortalaması)

σ_K^2 : K menkul kıymetinin varyansı

σ_T^2 :T menkul kıymetinin varyansı

4.4.3. BEKLENEN GETİRİ ve RİSK'İN HESAPLANMASI

Bir portföyün beklenen getirisi menkul kıymetin getirilerinin ağırlıklı ortalamasıyla hesaplanır. Portföyün riski ise menkul kıymetlerinin varyansları ile bu getiriler arasındaki kovaryanslar ile hesaplanır. Aşağıda n menkul kıymetten oluşan bir portföyün getirisi ve varyansının hesaplanması verilmiştir.

Portföyün Beklenen Getirisi:

$$E(R_P) = \sum_{i=1}^{N} xi\mu_i$$

$$\sum_{i=1}^{N} xi = 1$$

Portföyün Riski:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i x_j \sigma_{ij}}$$

N: portföyde bulunan menkul kıymetlerin sayısı

x_i: i. menkul kıymetin yatırımcı portföy modelindeki ağırlığı

μ_i: i. menkul kıymetin beklenen getirisi

σ_p: portföyün varyansı (riski)

σ_{ij}: i. ve j. menkul kıymetler arasındaki korelasyon

4.4.4. KORELASYON

Markowitz'in ortaya koyduğu portföy çeşitlendirmesinin amacı bir menkul kıymet değer kaybederken, portföyde bulunan diğer menkul kıymetin değer kazanıp riski minimuma indirmesidir. Buna karşın Markowitz'in çeşitlendirmesi sadece menkul kıymetlerin riskleriyle ilgilenmez ayrıca bu menkul kıymetlerin korelasyonlarını göz önünde tutar. İki menkul değerin korelasyonunun -1'e yaklaşması bir menkul değer kazanırken diğerinin değer kaybettiği anlamına gelir. Bu da riskin azaldığını gösterir. Korelasyon katsayısının -1 olması ise az rastlanan bir durumdur. Çünkü korelasyon -1 olması mükemmel negatif lineer ilişki anlamına gelmektedir ki bu da iki menkul değerin birinin artış oranı ile diğerinin azalma oranı aynı olması demektir. Piyasalar da bu kadar mükemmel bir ilişkiye rastlamak oldukça zor hatta imkansızdır. Ancak yatırımcı için menkul kıymetler arasındaki korelasyon değerinin -1' e yakın olması tabiki arzu edilen bir durumdur. Menkul kıymetlerin korelasyolarının +1 olması, iki menkul kıymetin fiyatlarının aynı yönde değiştiğinin göstergesidir. Bu durum riski minimize etmeye yaramaz. Çeşitlendirme yapılmış gibi değil aksine portföyde tek bir menkul kıymet var gibi görünmektedir. Yani korelasyonun +1 olması istenen bir durum değildir. Menkul kıymetler arasındaki korelasyon sıfır olduğu durumda doğrusal bir ilişki bulunmadığını söyleyebiliriz. İki menkul kıymete sahip portföy için kovaryans formülü aşağıda verilmiştir.

$$\mathrm{COV}(R_1, R_2) = \sigma_{12} \quad (4.5)$$

$$\sigma_{12} = \sigma_1 \sigma_2 \, \rho_{12}$$

σ_{12} : Birinci ve ikinci menkul kıymet arasındaki covaryans

σ_1 : Birinci menkul kıymetin standart sapması

ρ_{12} : Birinci ve ikinci menkul kıymet arasındaki korelasyon

4.4.5. MARKOWİTZ'İN ORTALAMA-VARYANS MODELİ

Markowitzin ünlü ortalama - varyans modeli aşağıdaki gibidir.

$$enk \ \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i x_j \sigma_{ij} \qquad (4.6)$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1$$

$$\sum_{j=1}^{N} x_i \mu_i = R^* \qquad (4.7)$$

$$0 \leq x_i \leq 1, \ \text{i=1,...N}$$

N: portföydeki menkul kıymetlerin sayısı

μ_i: i. menkul kıymetin ortalama getirisi

σ_{ij}: i ve j'inci menkul kıymetlerin arasındaki korelasyon

$\lambda \in [0,1]$ riskten kaçınma (önleme) parametresi

x_i: i menkul kıymetinin portföyde bulunma oranı

R^*: porföyden istenen getirir

Verilen modelde varlıkları kısıtlayan ve varlıkların porföyde bulunma oranını kısıtlayan bir ifade yer almamaktadır. Belirtilen terimlerin bulunduğu ve Ortalama - Varyans modeli Nicelik Kısıtlı Ortalama-Varyans modeli (Cardinality constrained mean-variance) olarak adlandırılan başka bir model de aşağıdaki gibidir [57,58] .

$$\text{enk} \ \lambda\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} z_{pi}x_{pi}z_{pj}x_{pj}\sigma_{ij}\right] + (1\text{-}\lambda)\left[-\sum_{i=1}^{N} z_{pi}\, x_{pi}\mu_i\right] \qquad (4.8)$$

$$\sum_{j=1}^{N} x_i = 1,$$

$$\sum_{i=1}^{N} z_i = K$$

$$\varepsilon_i z_i \leq x_i \leq \delta_i z_i, \ \ i = 1, \dots . N$$

$$z_i \in \{0,1\}, \quad i = 1, \dots . N$$

$$0 \leq x_i \leq 1, \quad i = 1, \dots . . N$$

z_i: $i.$ $menkul\ kıymetin\ portföyde\ bulunma\ durumu$

ε_i: $i.$ $menkul\ değerin\ portföyde\ bulunma\ oranının\ alt\ sınırı$

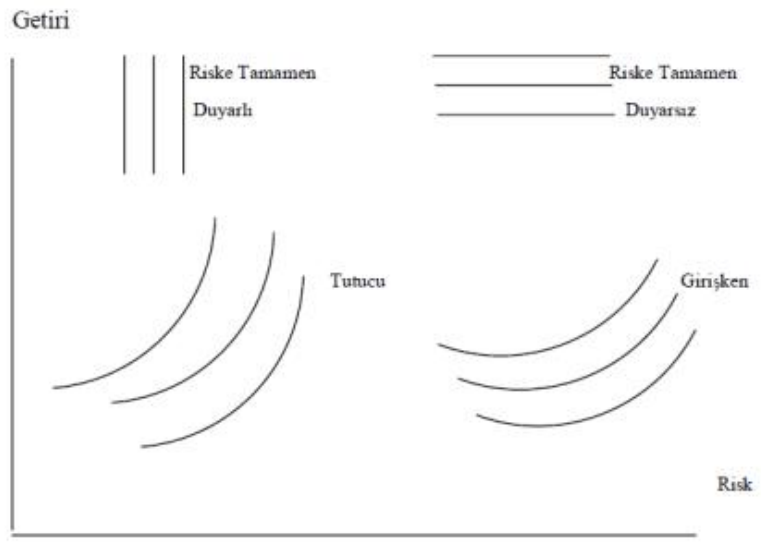
δ_i: $i.$ $menkul\ değerin\ portföyde\ bulunma\ oranının$ üst $sınırı$

Nicelik kısıtlı ortalama varyans modelinde, orijinal modele ek olarak iki kısıt eklenmiştir. İlki menkul değerlerin sayısını kısıtlamaktır. Bu kısıtlanmayı $z_i \in \{0,1\}$ ile sağlamaktadır. Menkul değerin portföye dahil edilmesi için $z_i = 1$ olması gerekir. İkinci kısıt oranı kısıtlamak ile getirilmiştir. Portföyde bulunma yüzdelerini ε_i , δ_i alt ve üst sınırları ile belirlenir.

Eğer λ =0 ise varyansın etkisi göz ardı edilerek portföyün ortalama kazancı en büyüklenmiştir. En büyük ortalama getiriye sahip olan menkul kıymet optimum çözümü oluşturur. Eğer λ =1 ise ortalama gelirin etkisi göz ardı edilerek toplam varyans en küçüklenir ve optimum çözüm bir çok farklı menkul kıymeti içerir. λ sıfır bir aralığında herhangi bir değer alması getirinin varyansı ve ortalaması arasında bir ödünleşimi temsil eder [56].

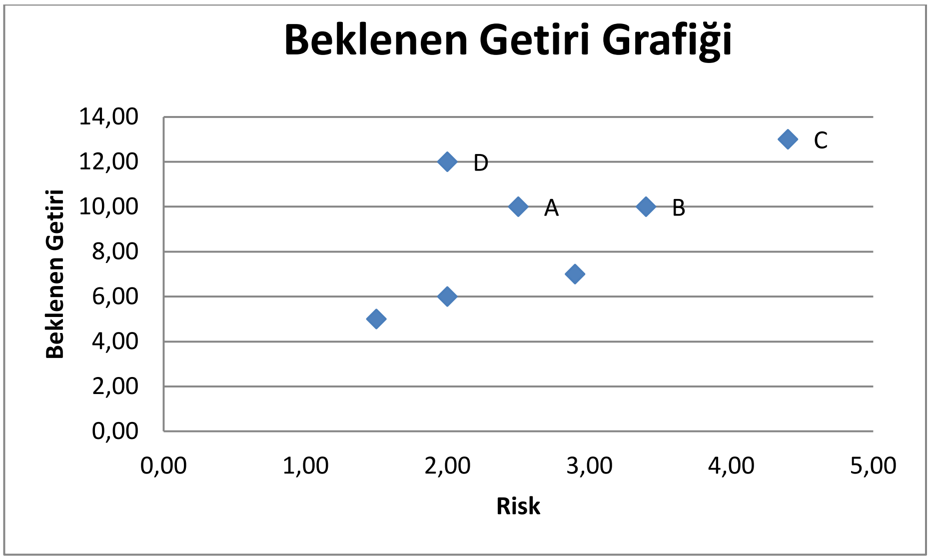
4.4.6. ETKİNLİK

Etkin portföy aynı varyansa sahip tüm portföyler arasında en yüksek getiriye sahip olandır [45]. Kayıtsızlık eğrileri yatırımcıların risk ve getiri tercihleri arasındaki ilişkiyi gösteren eğrilerdir [56]. Kayıtsızlık eğrilerinde en iyi yatırım için her zaman kuzey batıya bakılması gerekir. En kuzey batıdaki menkul kıymet en iyisidir. x ekseni yatırımcının alacağı risklerden oluşurken, y ekseni yatırımcının alacağı getirileri göstermektedir. Kayıtsızlık eğrisinin yatay eksene paralel olması, risk düzeyi ne olursa olsun belirli bir getiri düzeyinin aynı tatmini vermesi anlamındadır. Ancak, riske tamamen duyarlı yatırımcı tipi gibi bu yatırımcı tipi de uç durumu temsil etmektedir. Gerçek hayatta yatırımcılar bu iki uç noktanın arasında yer almaktadırlar. Tutucu yatırımcı, risk düzeyindeki küçük bir artışı daha büyük getiri artışı karşılığında kabullenebilen yatırımcı tipidir ve riske verilen önem getiriden daha fazladır. Girişken yatırımcı, tutucu yatırımcının aksine, göreceli olarak düşük getiri artışlarını sağlayabilmek için daha büyük tutarda risk üstlenme eğiliminde olan yatırımcıdır ve bu yatırımcı için getiri riskten daha çok önem taşımaktadır. Uç yatırımcı tipleri dikkate alınmazsa yatırımcıların aynı fayda düzeyini koruyabilmeleri için risk-getiri değişimi gerekli görülmektedir [60]. Belirtilen bu durumlar Grafik 4.1'de görülmektedir.



Grafik 4.1 [61]

Etkinlik sınırı ise finans literatüründe etkin portföyleri birleştiren eğriye denir**.** Grafik 4.2 incelenecek olursa A ve B varlıkları aynı getiriye sahip oldukları halde B varlığının daha fazla riske sahip olduğu görülür. Aynı getiriye sahip iki portföyden yatırımcının riski düşük olan A portföyünü seçmesi beklenmektedir. Portföyün geneline bakılarak hangi varlığa yatırım yapmak gerektiği düşünüldüğünde bunun yatırımcının riskten kaçınmak isteyip istemediğine bağlı olarak değiştiğini göz ardı etmemek gerekir. Grafik 4.2 göz önüne alındığında risk almak isteyen yatırımcı C yatırımını seçerken riskten kaçmak isteyen yatırımcı D yatırımını seçecektir.



Grafik 4.2 Beklenen Getiri Risk Grafiği

4.4.7. SHARPE ORANI

Wiliam Sharpe tarafından bulunan bu oranda her birim riske düşen getiri hesaplanmaktadır. Örneğin iki hisse senedi için birincinin getirisi daha yüksek ve riski de ikincisine göre daha yüksekse, reel olarak hangisinin daha fazla getiri sağladığını görmek için Sharpe oranı kullanılabilir. Portföyü oluştururken yatırımcı Sharpe oranı yüksek olan menkul kıymeti seçmelidir.

$$\text{Sp}=\frac{E(R_p)-R_f}{\sigma_p} \qquad (4.9)$$

$$\text{E}(R_p)=\sum_{i=1}^{N} x_i \mu_i$$

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i x_j \sigma_{ij}}$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1$$

$$0 \leq x_i \leq 1 \quad i=1,\ldots,N$$

S_p: $Sharpe\ oran$ı

R_f: $Risksiz\ faiz\ oran$ı

σ_p: $Portf$öyün $standart\ sapmas$ı

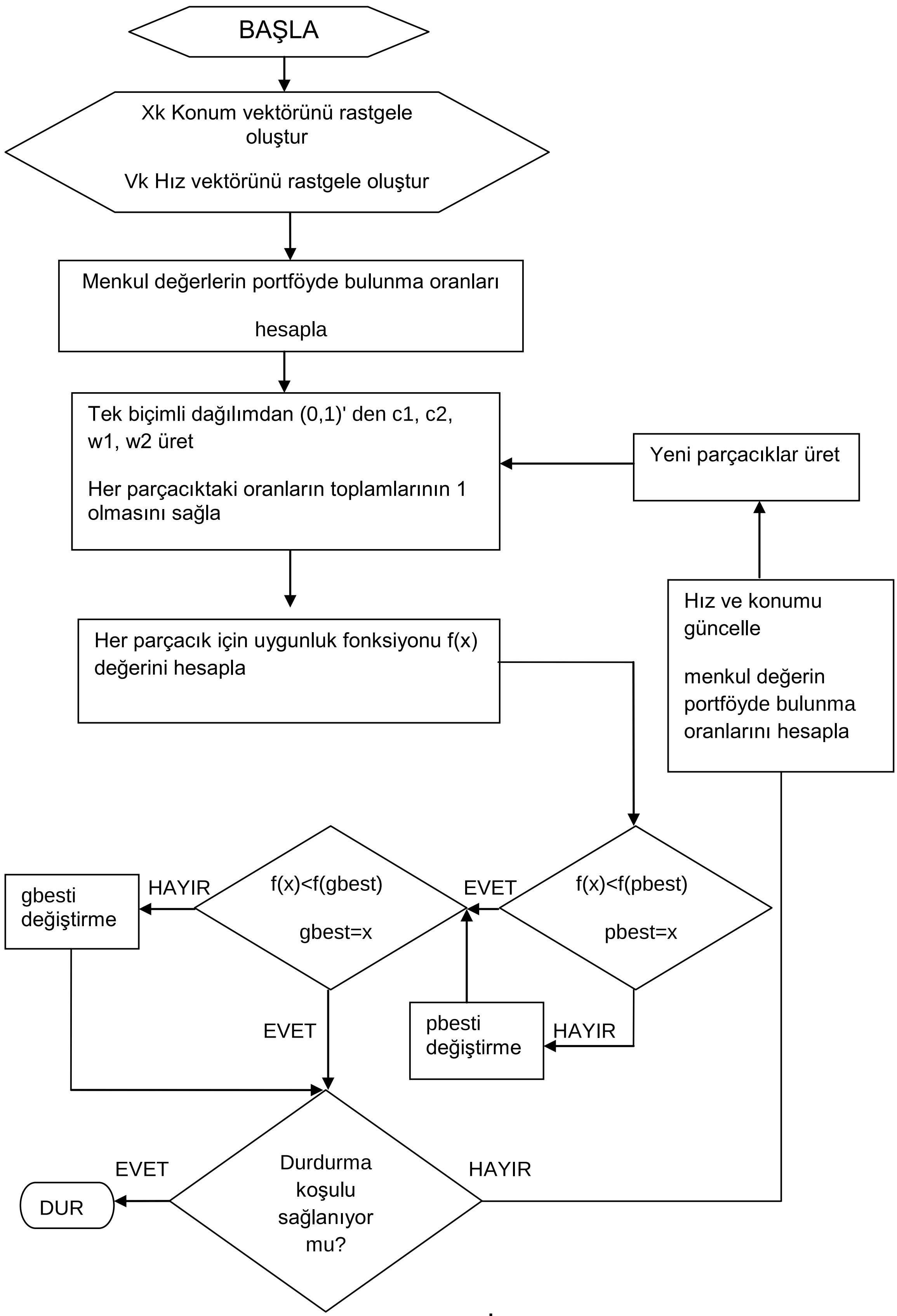
5. UYGULAMA

Değiştirilmiş parçacık sürü optimizasyonu probleminin sınanması için veriler Beasley Üniversitesinin yöneylem kütüphanesinden elde edilmiştir [61]. Bu veriler daha önce çeşitli makalelerde [55,56,62] kullanılmıştır. Bu makalelerde genetik algoritma, tavlama benzetimi, tabu arama algoritması ve parçacık sürü optimizasyonu kullanılarak etkinlik sınırı hesaplanmıştır. Çalışmamızda değiştirilmiş parçacık sürü optimizasyonu ve standart parçacık sürü algoritması karşılaştırılmıştır. Portföy Optimizasyonu problemi için bu veriler içerisinden 31 menkul değere sahip olan Hong Kong borsası (Hang Seng) verisi kullanılmıştır. Ayrıca çözüme ulaşmak için Gbest topolojisi kullanılmıştır. Amaç fonksiyonu olarak ilk Nicelik Kısıtlı Portföy optimizasyonu modeli daha sonra Sharpe Oranı modeli kullanılmıştır. Markovitz'in modelinin üzerine kısıt ve parametreler ekleyen nicelik kısıtlı ortalama varyans modelinde yatırımcı tarafından alınmak istenen risk göz önünde bulundurulmaktadır. Buna karşın bu çalışmada modeldeki z kısıtı yerine yatırımcının tüm menkul değerlere yatırım yaptığı kabul edilmiştir. Hang Seng verisi 1992 ve 1997 yılları arasındaki Hong Kong borsasının haftalık verilerden elde edilmiştir. 10 parçacık (K=10) için parçacık sürü algoritması hazırlanmış olup λ=0.02 alınmıştır. Buna göre elde edilen model, getirinin daha önemli olduğu fakat riskinde sıfırlanmadığı bir portföy denklemidir. Geliştirilen algoritmanın program kodu MATLAB2010b ortamında yazılmıştır. Durdurma sınırı olarak 500 iterasyon kabul edilmiştir. İlk önce her parçacık için tek biçimli dağılımdan (tekbiçimli(0,1)) rastgele, V (hız) ve xid (oran) oluşturulmuştur. Daha sonra yatırımcının yaptığı yatırımların oranları toplamının %100 olması sağlanmıştır.

$$\sum_{j=1}^{N} x_i = 1$$

Değiştirilmiş parçacık sürü optimizasyonunun standart parçacık sürü optimizasyondan farkını görmek için uygulama sırasında her iki algoritma çalıştırılmış ve sonuçlar alınmıştır. Bu iki algoritmanın performansı iki farklı uygunluk fonksiyonu için de incelenmiştir. Aynı zamanda bu iki algoritma iki farklı uygunluk fonksiyonu için çalıştırılmıştır. Bu iki uygunluk fonksiyonundan nicelik kısıtlı ortalama varyans modeli en küçükleme amaç fonksiyonuna sahip iken sharpe oranı en büyükleme uygunluk fonksiyonuna sahip olması nedeniyle de farklılık göstermektedir. Ayrıca Sharpe Oranı uygunluk fonksiyonundaki faizsiz risk oranı 0 olarak alınmıştır.

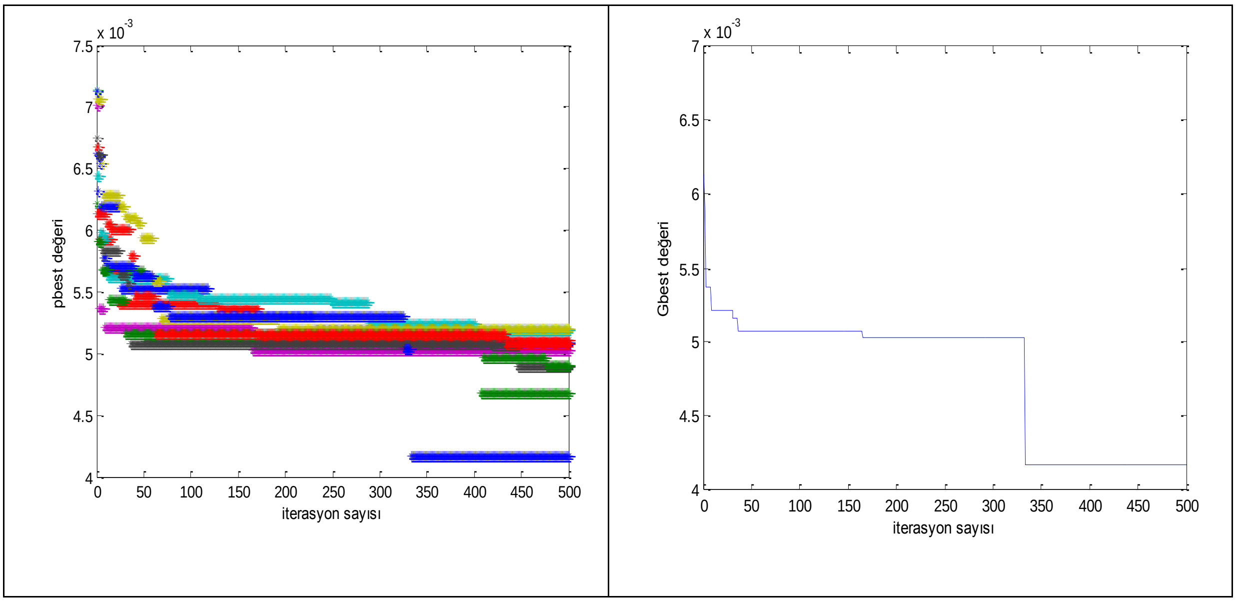
Değiştirilmiş Parçacık Sürü Optimizasyonu Akış Şeması



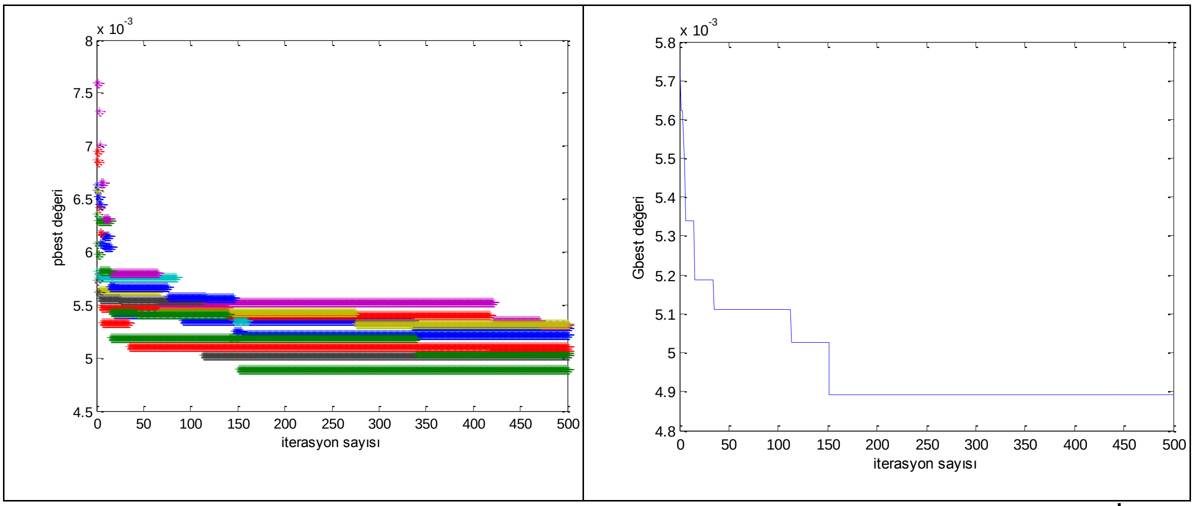
Şekil 5.1 En Küçükleme Amaç Fonksiyonu İçin Akış Çizelgesi

5.1 Nicelik Kısıtlı Ortalama Varyans Modeli

İlk olarak nicelik kısıtlı ortalama varyans modeli değiştirilmiş parçacık sürü optimizasyonu ile çözümlenmiştir. Getirinin daha önemli olduğu fakat riskinde sıfırlanmadığı bir portföy denklemi olması için λ=0,02 alınmıştır. 500 iterasyonla çalıştırıldığında Şekil 5.1 deki sağdaki grafikte de görüldüğü gibi Gbest değeri 0,0042 bulmuştur. Model en küçükleme (minimizasyon) problemi olduğundan soldaki grafikten de anlaşılacağı gibi en iyi uygunluk değeri sürekli düşmektedir. Soldaki grafikte her renk bir parçacığı temsil etmektedir. Yine bu grafikte parçacıklar gruptaki minimum değere sahip olan parçacığı takip ettiği görülmektedir. En iyi uygunluk değerini sağlayan portföyün beklenen getirisi 0,0036 iken varyansı 0,6481 dir. İkinci olarak nicelik kısıtlı ortalama varyans modeli standart parçacık sürü optimizasyonu ile çözümlenmiştir. Şekil 5.2'den de anlaşıldığı gibi minimum uygunluk değeri 0,0049 bulunmuştur. Minimum değeri veren portföyün beklenen getirisi 0,0040 iken varyansı (riski) 0,6716'dır.



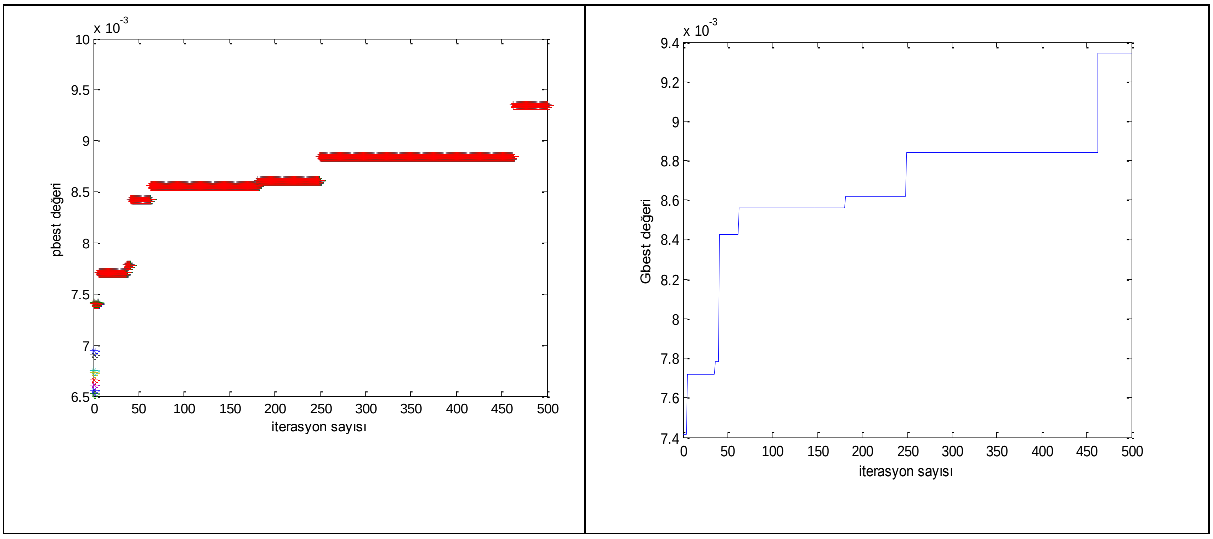
Şekil 5.1: Nicelik Kısıtlı Ortalama Varyans Modelinin Değiştirilmiş Parçacık Sürü Optimizasyonu ile Çözümlenmesi



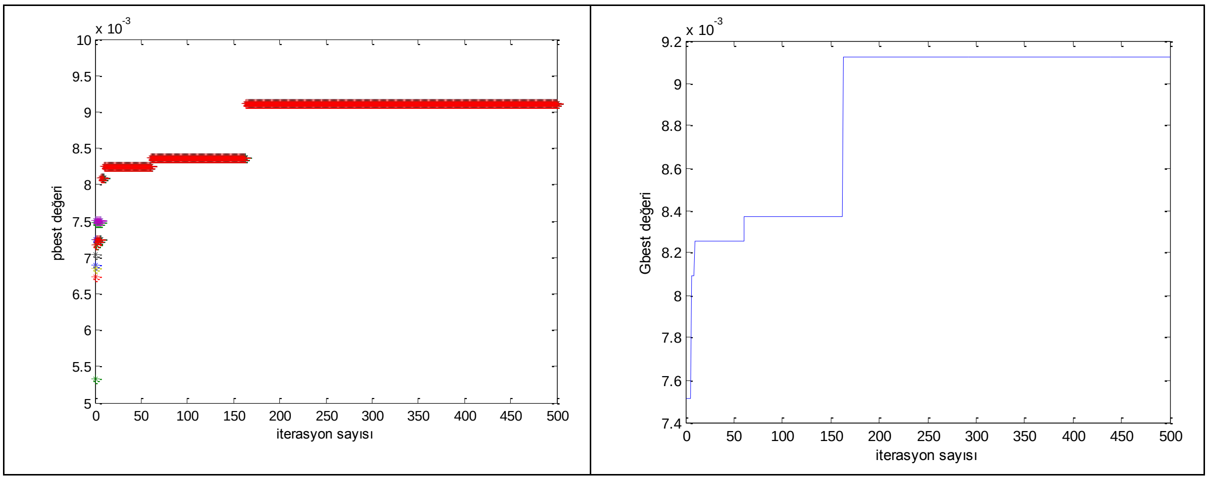
Şekil 5.2 Nicelik Kısıtlı Ortalama Varyans Modelinin Standart Parçacık Sürü Optimizasyonu İle Çözümlenmesi

5.2 Sharpe Oranı Modeli

En büyükleme modeli olan Sharpe Oranı modeli değiştirilmiş parçacık sürü optimizasyonu ile çözümlendiğinde, uygunluk fonksiyonun optimum değeri 0.0093 bulunmuştur. Bu portföyün ortalama getirisi 0.0045 iken varyansı (riski) 0.6917 bulunmuştur. Aynı model standart parçacık sürü optimizasyonu ile çözümlendiğinde, Sharpe Oranında değiştirilmiş parçacık sürü optimizasyonuna göre daha küçük bir değer (0.0091) bulmuştur. En büyük uygunluk değerini veren portföyün ortalama getirisi 0.0045 iken varyansı (riski) 0.7039'dur.



Şekil 5.3 Sharpe Oranı Modelinin Değiştirilmiş Parçacık Sürü Optimizasyonu ile çözümlenmesi



Şekil 5.4 Sharpe Oranı Modelinin Standart Parçacık Sürü Optimizasyonu ile çözümlenmesi

5.3 Uygulamada Elde Edilen Sonuçlar

Tablo 5.'ten de görüldüğü gibi Hong Kong borsası veri seti için değiştirilmiş parçacık sürü optimizasyonu hem nicelik kısıtlı ortalama varyans hem de Sharpe Oranı modelinde daha iyi uygunluk değeri vermiştir. Nicelik kısıtlı ortalama varyans modelinin beklenen getirisi, standart parçacık sürü optimizasyonun beklenen getirisine göre daha yüksektir. Portföyün sahip olduğu risk ise standart parçacık sürü optimizasyonunda daha yüksektir. Sharpe Oranı modelinde ise beklenen getiri değişmezken varyans yine standart parçacık sürü optimizasyonunda daha büyük bulunmuştur.

Model	Nicelik Kısıtlı Ortalama Varyans		Sharpe Oranı	
Optimizasyon	Standart Parçacık Sürü	Değiştirilmiş Parçacık Sürü	Standart Parçacık Sürü	Değiştirilmiş Parçacık Sürü
Uygunluk Değeri	0.0049	0.0042	0.0091	0.0093
Beklenen Getiri	0.0040	0.0036	0.0045	0.0045
Risk	0.6716	0.6481	0.7039	0.6917
İterasyon	152	333	163	464
Süre (sn)	21.42	11.28	6.73	6.21

Tablo 5. Model ve Optimizasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması

6. SONUÇ VE TARTIŞMA

Birçok birey belirli bir birikim elde ettiğinde parasına değer kazandırmak için farklı yatırım türlerini seçmek ister. Fakat yatırım yapmak için hangi menkul kıymeti seçmek gerektiğinin kararını vermek oldukça zordur. 1950'li yıllarda Harry Markowitz tarafından ortaya konan Modern Portföy Teoremi ile portföyü çeşitlendirerek riski azalmak üzerine kurulmuştur. Markowitz'in Ortalama Varyans modeli literatürde sıkça kullanılan bir modeldir. Ortalama Varyans modeline, varlıkların portföyde bulunmalarını ve portföyde bulunan varlıkların ise oranlarını kısıtlayan iki kısıt eklenerek elde edilen Nicelik Kısıtlı Ortalama Varyans modeli de tercih edilen modeller arasındadır. Sharpe Oranı modeli ise beklen değerin varyansa bölünmesi ile elde edilen bir modeldir.

Günümüzde de karı maksimum etmek sıkça isten bir durum olduğundan, portföy optimizasyonu önemi her geçen gün artmaktadır. Literatürde bir çok sezgisel algoritma ile portföy optimizasyonu çözümlenmeye çalışılmıştır. Bunlardan biri olan parçacık sürü optimizasyonu ile portföy optimizasyonu defalarca çözülmüş olmasına rağmen, değiştirilmiş parçacık sürü optimizasyonu ile ilk kez bu tezde çözümlenmiştir. İki farklı model için, nicelik kısıtlı ortalama varyans modeli ve Sharpe Oranı modeli, çözümlenen değiştirilmiş parçacık sürü optimizasyonu çalışılan veri için standart parçacık sürü optimizasyonuna göre daha iyi optimum değerler vermiştir. Değiştirilmiş parçacık sürü optimizasyonunun bulduğu en iyi portföyün ortalama getirisi standart parçacık sürü optimizasyonuna göre daha yüksek, riski de daha düşüktür.

Daha sonra ki çalışmalarda farklı özelliklere sahip menkul kıymet verileri ile değiştirilmiş parçacık optimizasyonu çalıştırılabilir. Daha sonra alınan sonuçlar elimizdeki sonuçlar ile karşılaştırılabilir.

ÖZGEÇMİŞ

Kimlik Bilgileri

Adı Soyadı : ILGIM YAMAN

Doğum Yeri : GİRESUN

Medeni Hali : EVLİ

E-posta : ilgimyaman@gmail.com

Adresi : Giresun Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü

Eğitim

Lise : 2000-2003 Özel Ordu Fen Lisesi

Lisans : 2003-2009 Orta Doğu Teknik Üniversitesi

Yüksek Lisans : 2011-2014 Hacettepe Üniversitesi

Yabancı Dil ve Düzeyi : İngilizce ileri, Almanca Orta

İş Deneyimi

2009-2011 Otel KİT-TUR Yönetici

2013 Şubat- halen Giresun Üniversitesi Araştırma Görevlisi

KAYNAKLAR

[1] Lehrer, J. Karar Anı*, Boğaziçi Üniversitesi Yayın Evi*, **2010**

[2] M.E. Berberler, Sırtçantası Problem türleri ve uygulamaları, Doktora

[3] Tezi, Ege Üniversitesi Fenbilimleri Enstütüsü, Bornov-İzmir. **2010**

[4] Aladağ, Ç.H. Tabu arama algoritması ile bir ders zaman çizelgeleme probleminin çözümü, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, **2004**

[5] Murty, K.G., Operations Research: Deterministic optimization models, *Prentice Hall*, 581, New Jersey, **1995**

[6] Parsopoulos, K.E. & Vrahatis, M.N. Particle Swarm Optimization and intelligence: Advances and application. *Information Science Reference*, USA, **2010**

[7] Reeves,W.T. Particle Systems - a Technique for modeling a class of fuzzy objects, *Association for Computing Machinery Trans Graphics,* 91-108,**1983**

[8] Reynolds,C.W, Flocks, herds and schools: a distributed behavioral model. *Computer Graphics*, 21(4), 25-34,**1987**

[9] Hembecker, F., Lopes, H.S., Godoy W.J. Particle Swarm Optimization for the Multidimensional Knapsack Problem, International Conference on Adaptive and Natural Computing Algorithms, Part I LNCS 4431, 358-365 *Springer - Verlag* Berlin Heidelberg, **2007**

[10] Heppner, Frank, and Ulf Grenander. A stochastic nonlinear model for coordinated bird flocks. *American Association For The Advancement Of Science, Washington, Dc(Usa),***1990**

[11] Kennedy, J., Eberhart, R.C. Particle Swarm Optimization. In Proceedings of the Institute of Electrical and Electronics Engineers international Conference on Neural Networks, Perth, Australia (pp.1942 - 1948), **1995**

[12] Poli, R., Kennedy, J., Blackwell, T., Particle Swarm Optimization An overview *Springer Science +Business Media*, 1:33-57, **2007**

[13] Shi, Y., Eberhart, R.C., Emprical Study of Particle Swarm Optimization, Evolutionary Computation,1999 CEC 99 Proceedings of the 1999 Congeression, Institute Of Electrical And Electronics Engineers press,1945-1950, **1998**

[14] Karaboğa,D. Yapay Zeka Algoritmaları, *Nobel Yayın Dağıtım*, Ankara, **2011**

[15] ZhengY. L., Ma, L.Y., & Qian, J.X. On the convergence analysis and parameter selection in particle swarm optimization In proceedings of the Institute Of Electrical And Electronics Engineers international conference on machine learning and cybernetics (pp.1802-1807). Piscataway *Institute Of Electrical And Electronics Engineers,* **2003**

[16] Kennedy, J. The behavior of particles. In V. W. Porto, N. Saravanan, D. Waagen & A. E. Eiben (Eds.), Lecture notes in computer science. Evolutionary programming VII: *proceedings of the 7-th annual conference on evolutionary programming* (pp. 581–589). San Diego, CA. Berlin: Springer**, 1998**

[17] Clerc, M., Kennedy, J., The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. Institute Of Electrical And Electronics Engineers Transaction on Evolutionary Computation, 6(1), 58-73, **2002**

[18] Glover, F., Laguna, M. *Tabu search* 2093-2229, *Springer*, US.

[19] Watts, D.J., Strogatz, S.H., Collective Dynamics of 'small-world' networks, *Nature*, 393, 440-442,**1998**

[20] Kennedy, J., Mendes R., Population structure and particle swarm performance, *Proceeding of the Institute Of Electrical And Electronics Engineers Congress on Evolutionary Computation*, **2002**

[21] Settles, M., An Introduction to Particle Swarm Optimization. Department of Computer Science, University of Idaho, Moscow, U.S.A 83844, **2005**

[22] Kennedy, J, Small Worlds and Mega-Minds: Effects of Neighborhood Topology on Particle Swarm Performance, *Proceedings of the 1999 Conference on Evolutionary Computation* 1931-1938,**1999**

[23] Krink, T., Vesterstrom, J.S., Riget,J., *Institute of Electrical and Electronics Engineers,*1474-1479,**2002**

[24] Kenedy, J., Mendes, R., Population structure and particle swarm performance. *In Proceedings of The Institute Of Electrical And Electronics Engineers Congress on Evolutionary Computation*, 1671-1676, Hawaii. USA, **2002**

[25] Hamdan, S.A., Hybrid Particle Swarm Optimizer using multi-neighborhood topologies, *Journal of Computer Science*,**2008**

[26] Kennedy, J., Eberhart R.C., A discrete binary version of the particle swarm optimization, *in Proceedings of the World Multiconference on systemics, Cybernetics, Informatics*, 4104-4109,**1997**

[27] Bansal, J.C., Deep, K., A modified binary particle swarm optimization for Knapsack Problems. *Applied Mathematics and Computation* 218 11042-11061,**2012**

[28] Parsopoulos, K., E., Vrahatis, M. N., Particle swarm optimizer in noisy and continuously changing environments. *Methods* 5.6 : 23, **2001**

[29] Aladağ, Ç.H., Yolcu U., Eğrioğlu E., Dalar, A.Z., A new time invariant fuzzy time series forecasting method based on particle swarm optimization, *Applied Soft Computing*,3291-3299, **2012**

[30] Shi, Y., Eberhart, R.C, Empirical study of particle swarm optimization. *Evolutionary Computation, CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress on*. Vol. 3. Institute Of Electrical And Electronics Engineers, **1999**

[31] Ma,Y., Jiang, C., Hou, Z.,Wang C, The formulation of the optimal strategies for the electricity producers based on the particle swarm optimization algorithm. *Power Systems, Institute Of Electrical And Electronics Engineers Transactions on* 21.4,1663-1671**, 2006**

[32] Aladağ, Ç.H. Tamsayılı programlamaya Giriş*, Ekin Yayınevi*, ISBN 978-1-61324-286-5, **2010**

[33] Bellman, R. E., Dynamic Programming, *Princeton University Press*, New Jersey, **1957**

[34] Dantzig, G.B, Discrete variable extrmum problems, *Operations Research* 5 266-277,**1957**

[35] Gilmore, P.C., Gomory R.E., The theory and computation of knapsack functions, *Operations Research*,14(6) 1045-1074,**1966**

[36] Ingargiola, Giorgio P., and James F. Korsh. Reduction algorithm for zero-one single knapsack problems. *Management Science* 20.4 -Part-I 460-463,**1973**

[37] Pisinger, D, The quadratic knapsack problem-a survey. *Discrete Applied Mathematics* 155(5), 623–648,**2007**

[38] Chu, P.C, Beasley,J.E.. A genetic algorithm for the multidimensional Knapsack Problem. *Journal of Heuristics*, 4: 63–86, **1998**

[39] Gaivoronski, A.A.,Lisser, A.,Lopez,R.,Xu,H.Knapsack problem with probability constraints. Spinger *Science+Busiiness Media LLC*, 49:397–413, **2010**

[40] Bakır, M.A , Altunkaynak, B., Tamsayılı programlama: Teori modeller ve algoritmalar, *Nobel yayın dağıtım*, Ankara.,**2003**

[41] Weingartner, H. M., Ness, D. N. Methods for the solution of the multidimensional 0/1 knapsack problem. *Operation Research.*15 83–103,**1967**

[42] Gavish, B., H. Pirkul. Efficient algorithms for solving multiconstraint zero-one knapsack problems to optimality. *Mathematical Programming* 31 78–105, **1985.**

[43] Campello, R., N. Maculan. An *O_n*3_ worst case bounded special *LP* knapsack (0–1) with two constraints. *RAIRO Recherche Opérationnelle* 22 27–32., **1988**

[44] Bagchi, A., N. Bhattacharyya, N. Chakravarti. LP relaxation of the two dimensional knapsack problem with box and GUB constraints. *Europe Journal Operational Research* 89 609–617., **1996**

[45] Martello, S. Toth, P., *Knapsack problems: algorithms and computer implementations*. *John Wiley & Sons, Inc.,* **1990.**

[46] Zitzler, E., L. Thiele. Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength pareto approach. *Institute Of Electrical And Electronics Engineers Trans. Evolutionary Computation* 3 257–271., **1999**

[47] Memmers,E.E., Dictionery of economics and Business, *Littlefields, Adams Co*, New jersey, **1976**

[48] Ceylan, A., Korkmaz, T., Borsada uygulamalı portföy yönetimi, *Ekin Kitapevi yayınları*, **1998**

[49] Ceylan, A. İşletmelerde Finansal Yönetim, *Uludağ Üniversitesi Basımevi*, Bursa, **1991**

[50] Amling, F., İnvestments: An İntroduction to Analysisi and Management, *Prentice –Hall, Inc.*, Englewood cliffs, NewJersey, **1978**

[51] Bekçioğlu, S. Hisse senetlerinin riskliliği: Bazı Türk firmalarına ait hisse senetleri üzerinde bir deneme, *İstanbul üniversitesi işletme fakültesi Muhasebe enstitüsü dergisi*, **1984**

[52] Bekçioğlu, S. Portföy Yaklaşımları Ve Markowitz Portföy Yaklaşımının Türk Hisse Senedi Piyasasına Uygulaması, Ankara, **1984**

[53] Markowitz, H. Portfolio selection. *Journal of finance*, **1952**

[54] Markowitz, H. Portfolio selection efficient diversification of investment. Newyork Wiley, **1959**

[55] Harrington, D.R., Modern portfolio Theory, The Dow-Jones-Irwin Guide, Homewood, Illinois, New York,**1979**

[56] Fernández A. Gómez S., Portfolio selection using neural networks, *Computers & Operations Research*, 1177-1191,**2007**

[57] Chang, T. J., Meade, N., Beasley, J. E., & Sharaiha, Y. M. Heuristics for cardinality constrained portfolio optimization. *Computers & Operations Research*, *27*(13), 1271-1302,**2000**

[58] Fernandez, S. Gomez, Portfolio selection using neural Networks, Computers & Operations Resarch 34,1177-1191,**2007**

[59] Karan,M.B., Yatırım analizi ve portföy yönetimi, *Gazi kitap evi*, **2004**

[60] Sabuncu, B., Varlık Fiyatlama Modelleri ve İ.M.K.B Uygulaması, *Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü*, **2005**

[61] Bıtırak, A. İ., Türkiyedeki makro ekonomik verilerin imkb'de işlem gören hisse senetleri getirileri üzerine etkisinin arbitraj fiyatlama modeli ile analizi, *Süleyman Demirel üniversitesi sosyal bilimler enstitüsü,* **2010**

[62] Burnel University operational research library portfolio data sets, http://people.brunel.ac.uk/%257Emastjjb/jeb/orlib/portinfo.html, (**2014**, Mayıs)

[63] Cura,T. Particle swarm optimization approach to portfolio optimization, Nonlinear analysis: *Real world application*, 2396-2406, **2014**