



HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı
Matematik Eğitimi Programı

TÜRKİYE VE SİNGAPUR MATEMATİK DERS KİTAPLARININ İSTATİSTİK
KONULARINDA ÇOKLU TEMSİLLERE GÖRE KARŞILAŞTIRILMASI

Busenur ŞAHİN

Yüksek Lisans Tezi

Ankara, 2024

Liderlik, araştırma, inovasyon, kaliteli eğitim ve değişim ile

Daha ileriye... En İyiyeye...



Fen ve Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Programı

TÜRKİYE VE SİNGAPUR MATEMATİK DERS KİTAPLARININ İSTATİSTİK KONULARINDA
ÇOKLU TEMSİLLERE GÖRE KARŞILAŞTIRILMASI

A COMPARISON OF TURKEY AND SINGAPORE MATHEMATICS TEXTBOOKS
ACCORDING TO MULTIPLE REPRESENTATIONS ON STATISTICS

Busenur ŞAHİN

Yüksek Lisans Tezi

Ankara, 2024

Kabul ve Onay

Eğitim Bilimleri Enstitüsü M¼d¼rl¼đ¼ne,

Busenur ŞAHİN'in hazırladığı "T¼rkiye Ve Singapur Matematik Ders Kitaplarının İstatistik Konularında oklu Temsillere G¼re Karşılaştırılması" başlıklı bu çalışma j¼rimiz tarafından **Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalında Y¼ksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

J¼ri Başkanı

Doç. Dr. İlknur ÖZPINAR

İmza

J¼ri Üyesi (Danışman)

Doç. Dr. Yasemin SAĞLAM
KAYA

İmza

J¼ri Üyesi

Doç. Dr. Selin URHAN

İmza

Enstit¼ Y¼netim Kurulunun
..../.../.... Tarihli ve
sayılı kararı.

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisans¼st¼ Eğitim, ğretim ve Sınav Y¼netmeliđi'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki j¼ri yeleri tarafından 23 / 09 / 2024 tarihinde uygun g¼r¼lm¼ř ve Enstit¼ Y¼netim Kurulunca / / tarihi itibarıyla kabul edilmiştir.

Prof. Dr. İsmail Hakkı MİRİCİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü M¼d¼r¼

Öz

Ders kitapları eğitim öğretim sürecinin en temel materyali niteliğindedir. Öyle ki yapılan uluslararası karşılaştırmalı çalışmalar, öğrencilerin akademik başarıları ile ders kitapları arasında olumlu bir ilişkinin var olduğunu ispatlamıştır. Ayrıca, bilgiye ya da verilere kolayca ulaşılabilen günümüzde, mevcut verilerden anlamlı sonuçlar çıkarabilme becerisinin önemi artmıştır. Bu bakımdan lise öğrencilerinin veri analizi için gerekli alt yapısını oluşturan matematik ders kitaplarındaki istatistik konularıyla işlenen içerik ve bu içeriğin farklı ülkelerdeki temsilleri merak konusu olmuştur. Bu çalışma ile uluslararası arenada matematik eğitimindeki başarısıyla adından sıkça bahsedilen Singapur ile Türkiye lise matematik ders kitaplarında yer alan istatistik konuları çoklu temsil kullanımlarına göre karşılaştırılmıştır. Türkiye ve Singapur lise seviyesinde matematik derslerinde kullanılan 7 kitaptan toplanan veriler, doküman analizi ile incelenmiş, kullanılan çoklu temsiller ve temsiller arasındaki geçişler kodlanarak analiz edilmiştir. Çalışma sonunda her iki ülkenin de istatistik öğretiminde en çok sözel temsilleri kullandığı tespit edilmiş, sık sık günlük hayatla ilişkili durumlar içerdiği görülmüştür. İstatistik konularında Türkiye kitaplarının cebirsel temsilleri kullanım oranı Singapur kitaplarına kıyasla bir miktar fazla olmasına karşın, Singapur kitaplarının görsel ve teknolojik temsiller bakımından daha zengin olduğu tespit edilmiştir. Temsiller arası geçişlerde her iki ülkede de en yaygın olarak sözel temsilden cebirsel temsile geçiş kullanılmıştır. Ayrıca, Singapur kitaplarında farklı temsiller arası geçişlerin daha sık olduğu, Türkiye’de ise bu durumun sınırlı olduğu tespit edilmiştir. Singapur kitaplarında aynı anda tüm temsil türlerinin birbiriyle ilişkilendirildiği durumlarla pek çok kez karşılaşılırken, Türkiye kitaplarında hiç rastlanmamış olması dikkat çekmektedir.

Anahtar sözcükler: matematik ders kitapları, karşılaştırmalı analiz, veri-sayma ve olasılık, çoklu temsiller

Abstract

Textbooks are the most basic material of the education and training process. In fact, international comparative studies have proven that there is a positive relationship between students' academic success and textbooks. In addition, in today's world where information or data can be easily accessed, the importance of the ability to draw meaningful conclusions from existing data has increased. In this respect, the content covered with statistics topics in mathematics textbooks, which constitute the necessary infrastructure for high school students' data analysis, and the representations of this content in different countries have become a matter of curiosity. In this study, Singapore, which is frequently mentioned with its success in mathematics education in the international arena, and Turkey were compared according to the use of multiple representations in statistics topics in high school mathematics textbooks. The data collected from 7 books used in mathematics courses at the high school level in Turkey and Singapore were examined with the document analysis, and the multiple representations used and the transitions between representations were coded and analyzed. At the end of the study, it was determined that both countries used verbal representations the most in statistics education, and it was seen that they frequently included situations related to daily life. Although the rate of using algebraic representations in Turkish books on statistics is slightly higher than in Singapore, it has been found that Singapore books are richer in terms of visual and technological representations. In both countries, the transition from verbal to algebraic was the most common transition between representations. In addition, it has been found that transitions between different representations are more frequent in Singapore books, while this situation is limited in Turkey. While it is often encountered in Singapore books where all types of representations are associated with each other, it is noteworthy that it is not encountered in Turkish books.

Keywords: mathematics textbooks, comparative analysis, data-counting and probability, multiple representations

Teşekkür

Bu tez, matematik ders kitaplarındaki çoklu temsiller üzerine bir çalışma olarak başlamış olsa da, aslında hayatın her alanında farklı temsillerin varlığını hatırlatan bir yolculuğa dönüştü. Temsillerimiz ne kadar farklı olursa olsun, bu çalışmayı tüm sevenlerime armağan etmek istiyorum. Destekleriyle yanımda olan aileme, dostlarıma ve her daim varlığını hissettiğim sevdiğime teşekkür ederim.

Bu yolculuk boyunca beni asla yalnız bırakmayan, her adımda destekleyen ve teşvik eden danışman hocam Doç. Dr. Yasemin Sağlam Kaya'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Kendisi olmasaydı, bu tez asla tamamlanamazdı. Yılmadan rehberlik eden ve inancını hiç kaybetmeyen hocama minnettarım.

Ayrıca, tezimin gelişimine kıymetli fikirleri ile katkı sağlayarak çalışmanın daha iyi bir noktaya gelmesine olanak sağlayan değerli jüri üyelerim Doç. Dr. Selin Urhan ve Doç. Dr. İlknur Özpınar'a teşekkürlerimi sunarım.

İçindekiler

Kabul ve Onay.....	ii
Öz.....	iii
Abstract.....	iv
Teşekkür.....	v
Tablolar Dizini.....	viii
Şekiller Dizini.....	x
Simgeler ve Kısaltmalar Dizini.....	xi
Bölüm 1 Giriş.....	1
Problem Durumu.....	3
Araştırmanın Amacı ve Araştırma Problemi.....	4
Sayıtlılar.....	4
Sınırlılıklar.....	5
Tanımlar.....	5
Bölüm 2 Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar.....	7
Ders Kitapları ve Karşılaştırmalı Analizi.....	7
Matematik Eğitiminde Çoklu Temsiller.....	10
Bölüm 3 Yöntem.....	23
Araştırmanın Türü.....	23
Veri Kaynağı.....	23
Veri Analiz Çerçevesi ve Veri Analizi.....	28
Güvenilirlik ve Geçerlik.....	35
Bölüm 4 Bulgular, Yorumlar ve Tartışma.....	37
Türkiye Ders Kitaplarının İstatistik Konularda Kullanılan Temsiller ve Geçiş Durumlarına Yönelik Bulgular.....	37
Singapur Ders Kitaplarının İstatistik Konularda Kullanılan Temsiller ve Geçiş Durumlarına Yönelik Bulgular.....	50

Türkiye ve Singapur Ders Kitaplarının İstatistik Konularında Temsil Kullanımının Karşılaştırılması	66
Bölüm 5 Tartışma, Sonuç ve Öneriler	72
Kaynaklar	77
EK-A: Araştırma Etik Komisyon İzin Muafiyeti Formu/ Araştırma Etik Komisyonu Onay Bildirimi	86
EK-B: Etik Beyanı	87
EK-C: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu	88
EK-Ç: Thesis/Dissertation Originality Report.....	89
EK-D: Yayımlama ve Fikrî Mülkiyet Hakları Beyanı.....	90

Tablolar Dizini

Tablo 1 <i>Janvier'in (1987) Temsiller Arası Geçiş Zihinsel Süreçleri</i>	12
Tablo 2 <i>Singapur ve Türkiye Lise Düzeyi İstatistik Alt Öğrenme Alanlarının Karşılaştırılması</i>	24
Tablo 3 <i>Türkiye ve Singapur'a Ait İncelenen Ders Kitaplarının İçerikleri</i>	26
Tablo 4 <i>Kitap İçeriklerinin Eşleştirilmesi</i>	28
Tablo 5	38
<i>Fen Lisesi 9. Sınıf Ders Kitabı 360 – 395 Sayfalarındaki Durumlarda Sözel Temsillerin Dağılımı</i>	38
Tablo 6 <i>Fen Lisesi 9. Sınıf Ders Kitabı 360 – 395 Sayfalarındaki Durumlarda Görsel Temsillerin Dağılımı</i>	39
Tablo 7 <i>Fen Lisesi 9. Sınıf Ders Kitabı 360 – 395 Sayfalarındaki Durumlarda Temsil Türlerinin Dağılımı</i>	40
Tablo 8 <i>Fen Lisesi 9. Sınıf Ders Kitabı Örneklerden Çözümüne Temsiller Arası Geçiş Dağılımı</i>	40
Tablo 9 <i>Fen Lisesi 10. Sınıf Ders Kitabı 54 – 63 Sayfalarındaki Durumlarda Temsil Türlerinin Dağılımı</i>	44
Tablo 10 <i>Fen Lisesi 10. Sınıf Ders Kitabı Örneklerden Çözümüne Temsiller Arası Geçiş Dağılımı</i>	46
Tablo 11 <i>Fen Lisesi 11. Sınıf Ders Kitabı 252 – 276 Sayfalarındaki Durumlarda Temsil Türlerinin Dağılımı</i>	48
Tablo 12 <i>Fen Lisesi 11. Sınıf Ders Kitabı Örneklerden Çözümüne Temsiller Arası Geçiş Dağılımı</i>	50
Tablo 13 <i>think! Mathematics 1B Ders Kitabı 199 – 227 Sayfalarındaki Durumlarda Temsil Türlerinin Dağılımı</i>	52
Tablo 14 <i>Singapur Kitabı think! Mathematics 1B Temsiller Arası Geçiş Dağılımı</i> 54	
Tablo 15 <i>think! Mathematics 2B Ders Kitabı 121 – 198 Sayfalarındaki Durumlarda Temsil Türlerinin Dağılımı</i>	57
Tablo 16 <i>Singapur Kitabı Think! Mathematics 2B Temsiller Arası Geçiş Dağılımı</i> 58	
Tablo 17 <i>think! Mathematics 4A Ders Kitabı 33 – 133 Sayfalarındaki Durumlarda Temsil Türlerinin Dağılımı</i>	60
Tablo 18 <i>Singapur Kitabı think! Mathematics 4A örneklerden çözüme temsiller arası geçiş dağılımı</i>	62

Tablo 19 <i>think! Mathematics 4B Ders Kitabı 159 – 180 Sayfalarındaki Durumlarda Temsil Türlerinin Dağılımı</i>	63
Tablo 20 <i>Singapur Kitabı think! Mathematics 4B Temsiller Arası Geçiş Dağılımı</i>	64
Tablo 21 <i>Türkiye ve Singapur Kitaplarındaki Temsil Türleri Kullanım Sıklığı ve Yüzdesel Dağılımı</i>	66
Tablo 22 <i>Sayfa Başına Düşen Temsil Türü Sıklığı</i>	67
Tablo 23 <i>Türkiye ve Singapur Kitaplarındaki Temsiller Arası Geçiş Durumlarının Dağılımı</i>	68

Şekiller Dizini

Şekil 1 Piramit Modeli (Rezat, 2006; akt. Ata Özer, 2018)	8
Şekil 2 Janvier(1987) Temsiller Arası Geçiş Yıldız Modeli.....	12
Şekil 3 Huinker (2015) Tarafından Revize Edilen Lesh (1987) Temsiller Arası Geçiş Modeli.....	13
Şekil 4 Nakahara(2008) Temsiller Arası Geçiş Modeli.....	14
Şekil 5 İstatiksel Kavramların Sözel, Cebirsel, Görsel, Teknolojik ve Gerçekçi Temsillerine Örnek	30
Şekil 6 Örnek Kodlamalar	33
Şekil 7 Fen Lisesi 9. Sınıf Ders Kitabına Ait Bir Örnek – Çözüm	41
Şekil 8 Fen Lisesi 9. Sınıf Ders Kitabına Ait Bir Açıklama	42
Şekil 9 Fen Lisesi 9. Sınıf Ders Kitabına Ait Teknolojik Temsil.....	43
Şekil 10 Fen Lisesi 10. Sınıf Ders Kitabı Durumlarında Temsil Türlerini Birlikte Kullanımını Gösteren Venn Şeması	45
Şekil 11 Fen Lisesi 10. Sınıf Ders Kitabına Ait Bir Açıklama (s.54)	46
Şekil 12 Fen Lisesi 10. Sınıf Ders Kitabına Ait Bir Örnek – Çözüm	47
Şekil 13 Fen Lisesi 11. Sınıf Ders Kitabına Ait Bir Teknolojik Temsil.....	49
Şekil 14 Fen Lisesi 11. Sınıf Ders Kitabına Ait Bir Örnek – Çözüm	50
Şekil 15 Singapur Ders Kitaplarında Yer Alan Açıklama Kutucukları.....	51
Şekil 16 think! Mathematics 1B Ders Kitabına Ait Piktogram Grafikleri (s.203)....	53
Şekil 17 think! Mathematics 1B Kitabına Ait Görselden Görsele İlişkilendirmeler	55
Şekil 18 think! Mathematics 2B Kitabına Ait Görselden Görsele İlişkilendirmeler (s. 155).....	58
Şekil 19 think! Mathematics 2B Kitabına Ait Görselden Görsele İlişkilendirmeler 2 (s. 156).....	58
Şekil 20 think! Mathematics 2B Kitabına Ait Açıklama.....	59
Şekil 21 think! Mathematics 4A Ders Kitabına Ait Olasılık Hesabı Modelleri (s.56)	61
Şekil 22 think! Mathematics 4A Kitabına Ait Örnek – Çözüm (s. 125)	62
Şekil 23 think! Mathematics 4B Kitabına Ait Bir Alıştırma	65
Şekil 24 Türkiye ve Singapur Lise Matematik Ders Kitaplarında Yer Alan Temsil Türleri Arasındaki Etkileşime Dair Venn Şeması	70

Simgeler ve Kısaltmalar Dizini

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

MOE: Ministry of Education / Singapur Eğitim Bakanlığı

OGM: Ortaöğretim Genel Müdürlüğü

OECD: Organisation for Economic Co-operation and Development (Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Teşkilatı)

PISA: Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)

TIMSS: Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Bilimleri Eğilimleri Araştırması)

Bölüm 1

Giriş

Matematik eğitimi alan yazını incelendiğinde temsiller, hatırı sayılır bir yer kaplamaktadır. Bunun en önemli nedenleri arasında matematik öğretimi sırasında bir kavrama ait farklı temsillerin kullanmanın kavramları daha iyi anlaşılmasına neden olması (Adadan, 2013), kavramların somutlaştırılmasının matematiksel temsiller sayesinde olabildiğidir (Duval, 1999). Temsil, bir şeyin yerini dolduran başka bir şey (Duval, 2006) olarak tanımlanabilmektedir. Matematik eğitiminde çoklu temsiller; en genel tanımıyla matematiksel bir ifadenin sembol, grafik, tablo, diyagram, resim, formül, nesne ya da sözel bir açıklama olarak farklı biçimlerde ifade edilmesine denir (Düşünsel, 2019; Ergene, 2011; İncikabı, 2017 & Özdemir, 2012).

Farklı temsillerle tekrar tekrar aynı kavrama maruz kalmak (İncikabı, 2017), öğrencinin dikkatini daha iyi çekmekte, bu da daha esnek (Özdemir, 2012), etkili ve anlamlı bir öğrenme için daha uygun bir ortam hazırlanmasını sağlamaktadır (Can, 2014). Çoklu temsillerin aktif bir şekilde kullanılması, birçok karmaşık yapının farklı yönlerini ortaya çıkarıp farklı bakış açıları kazandırmakta (Düşünsel, 2019; Sezgin, 2019) ve öğrencilerin derse odaklanmalarını olumlu yönde etkileyip ve öğrenmeyi zenginleştirmektedir (Can, 2014; Düşünsel, 2019). Ayrıca farklı temsiller arası geçiş yapabilmek, öğrencinin matematiksel kavramları ilişkilendirmesini kolaylaştırır (Baloğlu Demir, 2022; İncikabı, 2017) ve o kavramı tüm yönleriyle derinlemesine öğrenebilmesini sağlar (Çiçek, 2020).

Ders kitapları ise eğitim öğretim sürecinin en temel materyallerinden biridir. Öyle ki, okul müfredatı için birinci derece yardımcı öğretim materyali, öğretmenler için müfredatta belirtilen içeriğin öğretimini kolaylaştıran bir kılavuz diğer bir ifadeyle ders planı, öğrenciler açısından öğrenmeye yardımcı en önemli öğretim aracıdır (Özer, 2012).

Temsillerin ders kitaplarında nasıl yer aldığını değerlendirmek, öğrencilerin farklı öğrenme stillerine uygun olarak kavramların daha iyi sunulabilmesine olanak sağlar. Her temsil türü, farklı öğrenme ihtiyaçlarına hitap eder ve öğrencilerin konuyu anlamasını

kolaylaştırır. Örneğin, sözel açıklamalar kavramsal anlayış için önemlidir, görsel temsiller ise soyut kavramları somutlaştırır. Cebirsel temsiller, problem çözme becerilerini geliştirirken, teknolojik temsiller ise dijital okuryazarlığı artırır. Gerçekçi temsiller ise öğrencilerin öğrendikleri bilgiyi gerçek dünyada nasıl uygulayabileceklerini görmelerini sağlar (Goldin & Shteingold, 2001; Johnson, 2018; Pape & Tchoshanov, 2001)

Günümüzde bilgi çağıyla birlikte veri her yerde karşımıza çıkmaktadır. Bu verileri anlamlandırma becerisi, bireylerin bilinçli kararlar almasına ve sorunları çözmesine yardımcı olur. Öğrencilerin verilerle çalışarak sayısal bilgileri yorumlama, grafik ve tablo oluşturma gibi temel beceriler geliştirmesi, onların hem akademik hem de kişisel yaşamlarında daha başarılı olmalarını sağlar. Uygun gerçekleştirilmiş bir öğretim sonucunda, verileri çalışma becerisi kazanan öğrencilerin eleştirel düşünme becerilerinin gelişimine katkı sağlar, öğrencilere verilerin doğruluğunu sorgulatır ve daha bilinçli bireyler olmalarına olanak tanır (Halpern, 1997; Van de Walle ve ark., 2016).

Eğitim süreci boyunca istatistik öğrenmek, öğrencilerin yalnızca matematiksel kavramları daha derinlemesine anlamalarına yardımcı olmakla kalmaz, aynı zamanda bu bilgileri gerçek dünya durumlarına nasıl uygulayacaklarını da gösterir. Bu sayede öğrenciler, topladıkları verileri analiz ederek hayatlarına yön veren kararlar alabilir ve bilgiye dayalı değerlendirmeler yapabilirler (GAISE, 2005; Gal, 2019). Bu nedenle, istatistik eğitimi matematik müfredatının vazgeçilmez bir parçası olarak görülmeli ve öğrencilerin bu alandaki bilgi ve becerilerinin sürekli olarak geliştirilmesi hedeflenmelidir (Baki & Çelik, 2018; Kaya, 2023; Yağız, 2023).

Lise düzeyinde ders kitapları, öğrencilerin akademik başarılarının yanı sıra, mesleki yönelimlerinin de şekillendiği kritik bir döneme hitap etmektedir. Bu seviyede kitapların bilişsel düzey, problem çözme stratejileri, görsellerin kullanımı ve sunum tarzı açısından nasıl farklılaştığı, ülkelerin uzun vadeli mesleki gücünü belirleme açısından önemlidir. Lise düzeyindeki ders kitaplarının daha kapsamlı bir şekilde incelenmesi, eğitim sistemimizdeki

sorunların çözümüne katkı sağlayacağı gibi, ülkemizin uluslararası başarı sıralamalarındaki yerini yükseltmek için de stratejik bir adım olarak düşünülebilir (Yükselen, 2020).

Problem Durumu

Türkiye matematik ders kitaplarının uluslararası kıyaslamalar dikkate alındığında başarı sıralamasında ülkemizden üstte olan ülkelerin ders kitapları ile karşılaştırılması büyük önem taşımaktadır (Yükselen, 2020). Singapur, Japonya, Güney Kore, Çin gibi uzak doğu ülkeleri, matematik eğitiminde performanslarıyla dikkat çekmektedir (TIMSS,2019). Bu ülkeler arasında uluslararası sınavlarda zirvede bulunan Singapur (OECD, 2023) önemli bir yere sahiptir. Bu araştırmada değerlendirilmek üzere Singapur ve Türkiye liselerinde kullanılan matematik ders kitapları seçilmiştir. Karşılaştırılan ülkenin Singapur olarak belirlenmesinde, PISA (2022) sınav sonuçlarının yanı sıra eğitim dili olarak küresel bir dil olan İngilizcenin kullanılıyor olması da etkili olmuştur.

Günümüzde bilgiye ya da veriye ulaşmak değil, mevcut verilerden anlamlı sonuçlar çıkarabilmek daha önemlidir. Veri bilimine artan talep, istatistik konularındaki öğrenme zorluğu (Boyacıoğlu ve diğerleri, 1996; Çakmak & Durmuş, 2015; Gürbüz 2007), buna bağlı olarak başka ülkelerde istatistik konularının nasıl ele alındığı noktasındaki merak ve yine alan yazında veri işleme konularındaki açık, lise düzeyi ders kitaplarında istatistik öğrenme alanının tercih edilmesine sebep olmuştur.

İstatistik konuları lise düzeyi öğretim programlarımızda “Veri, Sayma ve Olasılık” öğrenme alanı başlığıyla karşımıza çıkmaktadır (MEB, 2018). Ancak bu öğrenme alanına ait kısımların ders kitaplarımızdaki ağırlığı diğer öğrenme alanlarına göre azdır. Daha fazla karşılaştırabilecek içeriğe sahip olmak amacıyla ülkemiz adına konuların en kapsamlı ele alındığı Fen Lisesi ders kitapları tercih edilmiştir.

Bu bağlamda lise öğrencilerinin veri bilimi için gerekli alt yapısını oluşturan “Veri, sayma ve olasılık” konusunun matematik ders kitaplarında temsilleri ve temsiller arası

ilişkilendirmelerinin farklı ülke kitaplarında farklılaşıp farklılaşmadığı merak konusu olmuştur.

Araştırmanın Amacı ve Araştırma Problemi

Bu araştırmanın amacı Türkiye ve uluslararası sınavlarda zirvede bulunan Singapur (OECD, 2023) matematik kitaplarının istatistik konularında kullanılan temsillerin farklılaşıp farklılaşmadığı tespit etmek, iki ülkenin kitaplarında kullanılan teslim türlerinin dağılımlarını ve birbiriyle ilişkisini belirlemektir. Türkiye ve Singapur'un istatistik konularını ele alış biçimine odaklanılarak, iki ülkenin matematik ders kitaplarında yer alan çoklu temsil dağılımları ve temsiller arası geçiş süreçleri incelenmektedir.

Bu amaç doğrultusunda araştırmada cevap aranan problem “Türkiye ve Singapur lise matematik ders kitaplarının istatistik konularında (veri, sayma ve olasılık için) kullanılan temsiller nelerdir ve temsiller arasındaki geçişler nasıl farklılık göstermektedir?

Araştırma problemine bağlı olarak cevap aranan alt problemler ise şöyledir:

1. Türkiye lise matematik ders kitaplarının “veri, sayma ve olasılık” konularında kullanılan temsil ve temsiller arası geçiş türleri nelerdir?
2. Singapur lise matematik ders kitaplarının “veri, sayma ve olasılık” konularında kullanılan temsil ve temsiller arası geçiş türleri nedir?
3. Türkiye ve Singapur lise matematik ders kitaplarının “veri, sayma ve olasılık” konularında kullanılan temsil ve temsiller arası geçiş kullanımı nasıl farklılaşmaktadır?

Sayıtlar

Bu araştırmanın varsayımları aşağıdaki gibi sıralanabilir:

1. İncelenen 9. sınıf fen lisesi matematik ders kitaplarının, bu sınıf düzeyindeki Türkiye ders kitaplarını temsil edebileceği kabul edilmiştir.

2. İncelenen 10. sınıf fen lisesi matematik ders kitaplarının, bu sınıf düzeyindeki Türkiye ders kitaplarını temsil edebileceği kabul edilmiştir.
3. İncelenen 11. sınıf fen lisesi matematik ders kitaplarının, bu sınıf düzeyindeki Türkiye ders kitaplarını temsil edebileceği kabul edilmiştir.
4. İncelenen Shing Lee Publishers tarafından yayımlanan kitapların, Singapur eğitim sistemi kapsamında kullanılan ders kitaplarını yeterli düzeyde temsil edebileceği kabul edilmiştir.

Sınırlılıklar

1. Bu çalışma, MEB tarafından yayımlanan ve Ortaöğretim Genel Müdürlüğü (OGM) Materyal platformu üzerinden erişime sunulan 2020-2021 eğitim öğretim yılından itibaren kullanılmakta olan 9., 10. ve 11. sınıf fen lisesi matematik ders kitapları ve Shing Lee Publishers tarafından yayımlanan ve çevrimiçi erişimi mümkün olan kitaplar *think! Mathematics* 1B, 2B, 4A ve 4B kitapları ile sınırlıdır. Çalışma kapsamında toplamda 7 kitap yer almaktadır.
2. Çalışma, incelenen kitapların yalnızca "istatistik" konuları ile sınırlıdır. Bu nedenle, diğer öğrenme alanları ya da matematiksel içerik çalışmanın kapsamı dışında bırakılmıştır.

Tanımlar

Ders kitabı: Öğretim programında belirtilen öğretme ve öğrenme hedeflerine ulaşmak amacıyla tasarlanmış, yazılı ve görsel içerikler sunan bir eğitim materyalidir (Yükselen, 2020).

Temsil: Bir şeyin yerini dolduran başka bir şeydir (Duval, 2006).

Çoklu temsil: Bir kavramın; sözel, görsel, cebirsel, teknolojik gibi farklı biçimlerde ifade edilmesini sağlayan gösterimlerdir (İncikabı, 2017).

Temsiller Arası Geçiş: Bir durumun veya bilginin farklı temsil türleri arasında anlamlı bir şekilde aktarılmasını ve bu temsiller arasındaki bağlantının kurulmasını sağlayan süreçtir (Kaya, 2023).

Veri, Sayma ve Olasılık: İstatistik konularının matematik öğretim programlarında yer aldığı alt öğrenme alanıdır (MEB, 2018).

Bölüm 2

Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar

Ders Kitapları ve Karşılaştırmalı Analizi

Matematik Ders Kitapları

Matematik ders kitapları özellikle matematik eğitiminin merkezinde yer alır; zira matematiksel bilgiyi sunarak problem çözme becerilerinin, mantıksal düşünmenin ve analitik yeteneklerin geliştirilmesine katkıda bulunurlar (Rezat, 2009). Bu kitaplar, temel matematik kavramlarını adım adım açıklar, problem çözme becerilerini geliştirmeye yönelik çeşitli örnekler ve uygulamalar sunar, görseller aracılığıyla soyut kavramları daha erişilebilir hale getirir ve matematiğin günlük yaşamdaki uygulamalarını vurgular, böylelikle öğrencilerin matematiksel kavramları gerçek dünya bağlamında anlamalarına olanak tanır (Rezat, 2009).

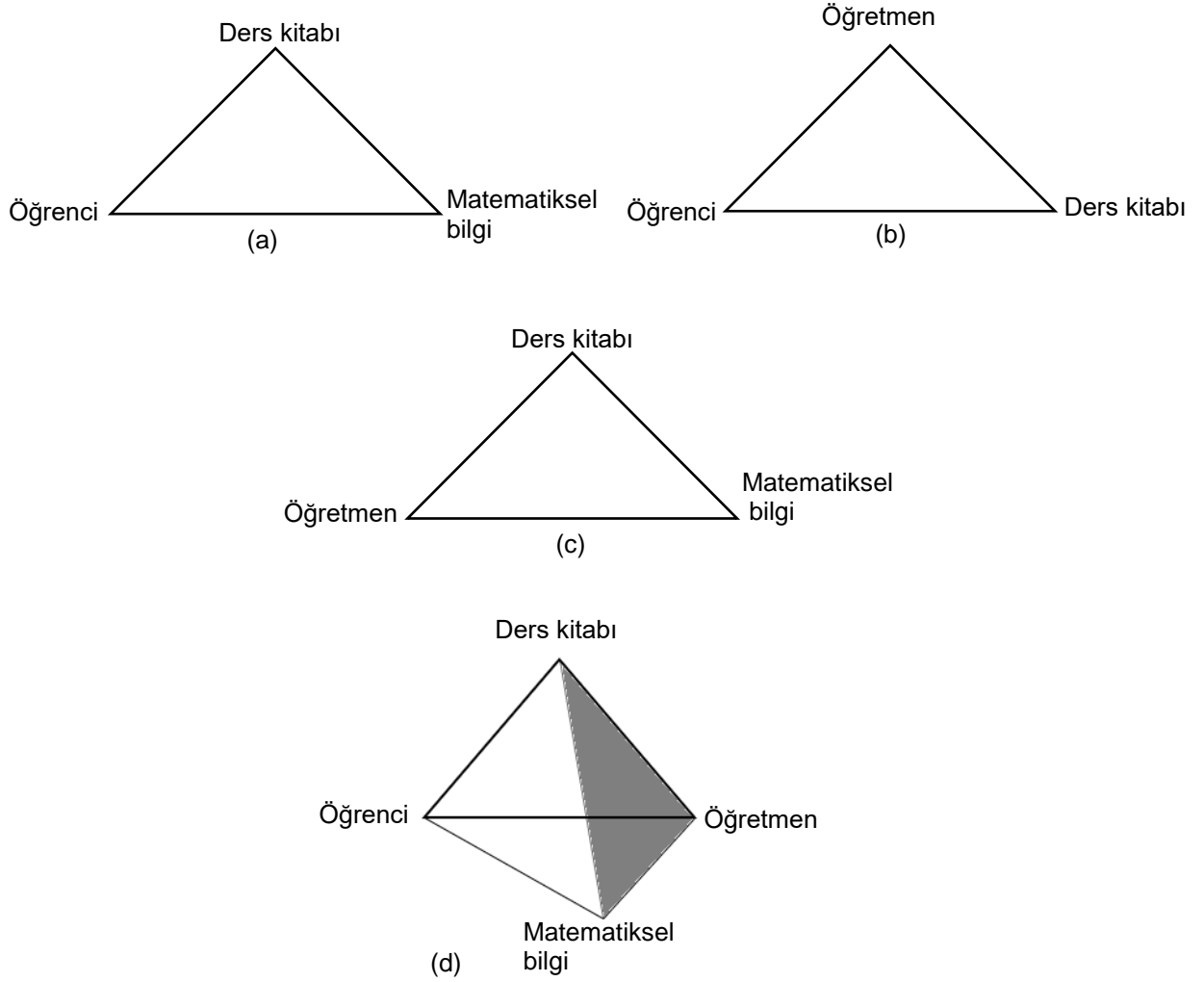
Matematik dersinde öğretimin etkilendiği pek çok faktör vardır. Bunlardan en önemli üçü öğretmen, öğrenci ve matematiksel bilgidir (Rezat, 2006; akt Ata Özer, 2018). Rezat'ın (2006) piramit modeli (Şekil 1), matematik ders kitabı kullanımının öğretmen, öğrenci ve bilgi ile bağlantısını özne, nesne ve araçsallıklar bakımından ilişkilendirerek ortaya koymaktadır (Rezat, 2006; akt. Memiş, 2022).

Piramit modelinin her bir yüzü, kitapların farklı bir kullanım amacını açıklamaktadır. Örneğin, öğrenci-kitap-bilgi üçgeninde öğrenci ders kitabını matematiksel bilgiye ulaşmak için bir araç olarak kullanmaktadır. Kitabı tek başına kullanıp, konu anlatımı ve çözümlü örnekleri inceleyerek bireysel bir öğrenme gerçekleştirebilir (Ata Özer, 2018). Benzer şekilde, öğretmen-kitap-bilgi üçgeninde kitap öğretmenler için bir kılavuz, bir rehber, bir ders planı niteliği taşımaktadır. Öğretmenler kitaplardan hangi konuyu, ne kadar ve nasıl anlatacaklarına bakarak faydalanabilirler (Matic & Gracin, 2016; akt. Memiş, 2022). Öğretmen-kitap-öğrenci üçgeninde ise kitap bir uygulama modülü gibi düşünülebilir. Son olarak, piramidin diğer yüzü öğretmen-bilgi-öğrenci üçgeninde ders kitabı yer almamaktadır.

Ancak bu üçgen ders kitabı kullanımının tamamlayıcı bir alt modeli olarak düşünölmekte ve piramitteki varlığını sürdürmektedir (Yazıcı, 2023).

Şekil 1

Piramit Modeli (Rezat, 2006; akt. Ata Özer, 2018)



Özetle, Özer'in (2012) de belirttiği gibi ders kitapları, okul müfredatı için birinci derece yardımcı öğretim materyali, öğretmenler için müfredatta belirtilen içeriğin öğretimi için kılavuz, öğrenciler açısından öğrenmeye yardımcı en önemli öğretim aracıdır.

Türkiye ve Singapur Matematik Ders Kitaplarının Karşılaştırılması

Bir ülkenin öğrencilere sunduğu öğrenim imkanlarının değerlendirilmesinde, ders kitaplarının incelenmesi, analiz edilmesi ve uluslararası karşılaştırmalarının yapılması önemli bir rol oynar. Bu incelemeler, daha üst düzey ders kitaplarına ihtiyaç olup olmadığını

belirleyebilir ve öğrencilere ve öğretmenlere daha kapsamlı rehberlik sunacak kaynakların geliştirilmesine katkı sağlayabilir (Yükselen, 2020).

Özellikle, matematik başarısında öne çıkan Singapur'un (OECD, 2023; TIMSS, 2019) ders kitapları ile Türkiye'nin ders kitaplarını karşılaştıran birçok çalışma yapılmıştır. Bu çalışmalarda, Türkiye ve Singapur matematik ders kitapları çeşitli açılardan analiz edilmiştir: Örneğin, Türkiye ve Singapur 8. sınıf ders kitaplarının Özer (2012) sorularını, Atasoy (2017) gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımlarını, Ata Özer (2018) ise içerik ve görsel öğeleri kıyaslamıştır. Ayrıca, Keskin (2018), iki ülkenin 5-8. sınıf matematik kitaplarını soruların bilişsel istem düzeylerine göre karşılaştırırken, Memiş (2020) bu kitapların orantısal düşünme bağlamında ele almıştır. Karancı (2011), 7 ve 8. sınıf matematik kitaplarının içerik ve yöntemlerini analiz ederken, Baltacı (2021) Geometri ve Ölçme konularını PISA yeterlik ölçeğine göre değerlendirmiştir.

Benzer şekilde, Özdoğan (2010), 6-8. sınıf ders kitaplarındaki Çevre, Alan ve Hacim konularını sunum biçimi ve problem güçlükleri açısından incelemiştir; Yükselen (2020) ise 5-7. sınıf kitaplarında Yüzdeler konusunu analiz etmiştir. Sağlam (2012), ikinci dereceden denklemler, eşitsizlikler ve fonksiyonlar konularını içerik, organizasyon ve sunuş şekilleri bakımından değerlendirerek Singapur ders kitaplarıyla karşılaştırma yapmıştır.

YÖKTEZ veri tabanında yer alan bu çalışmaların büyük çoğunluğunun ortaokul matematik ders kitaplarına yönelik olduğu görülmektedir. Uluslararası karşılaştırmalı araştırmalar, ders kitaplarının öğrenci başarıları üzerinde olumlu bir etkisi olduğunu göstermektedir (Karancı, 2011; Özdoğan, 2010). PISA 2022 sonuçlarına göre, Türkiye'nin matematik alanında OECD ortalamasının altında kalması (MEB, 2023), bu tür karşılaştırmalı eğitim çalışmalarının önemini artırmaktadır. Eğitim sorunlarına çözüm getirmek ve farklı ülkelerdeki benzer sorunların nasıl çözüldüğünü görmek adına, bu karşılaştırmalar önemli bir rehber niteliğindedir (Yükselen, 2020).

Matematik Eğitiminde Çoklu Temsiller

Temsil, bir şeyin yerini dolduran başka bir şeydir (Duval, 2006). Matematik eğitiminde çoklu temsiller; en genel tanımıyla matematiksel bir ifadenin sembol, grafik, tablo, diyagram, resim, formül, nesne ya da sözel bir açıklama olarak farklı biçimlerde ifade edilmesine denir (Düşünel, 2019; Ergene, 2011; İncikabı, 2017 & Özdemir, 2012). Farklı temsillerle tekrar tekrar aynı kavrama maruz kalmak (İncikabı, 2017), öğrencinin dikkatini daha iyi çekmekte, bu da daha esnek (Özdemir, 2012), etkili ve anlamlı bir öğrenme için daha uygun bir ortam hazırlanmasını sağlamaktadır (Can, 2014).

Çoklu temsillerin aktif bir şekilde kullanılması birçok karmaşık yapının farklı yönlerini ortaya çıkarıp farklı bakış açıları kazandırır (Düşünel, 2019; Sezgin, 2019), öğrencilerin derse odaklanmalarını olumlu yönde etkiler ve öğrenmeyi zenginleştirir (Can, 2014; Düşünel, 2019). Ayrıca farklı temsiller arası geçiş yapabilmek, öğrencinin matematiksel kavramları ilişkilendirmesini kolaylaştıracaktır (Baloğlu Demir, 2022; İncikabı, 2017) ve o kavramı tüm yönleriyle derinlemesine öğrenebilmesini sağlayacaktır (Çiçek, 2020).

Matematik yapısı gereği, gerçek dünyayı kavramsallaştırmayı ve yapılar arasında homomorfizm kurmayı sağlar ve bu nedenle matematik eğitimde çoklu temsiller kullanmak süreci kolaylaştıran, söz dizimi ile anlamsal tanımlama sağlayan önemli bir yapı taşıdır (Vergnaud, 1987 akt. Mainali, 2021). Bu bağlamda, matematik öğretim programlarında öğretmenlerden öğrencilerin matematiksel bilgiyi yapılandırma süreçlerinin çoklu temsiller ile desteklenmesi, temsilleri kullanmaya teşvik etmesi beklenmektedir (MEB,2018; NCTM, 2000).

Çoklu Temsil Sınıflamaları ve Temsiller Arası Geçiş

Çoklu temsil sınıflamaları, öğrencilerin soyut ve somut kavramları anlamalarını sağlamada önemli bir araçtır. Özellikle, temsiller arası geçiş süreçleri, öğrencilerin farklı temsillerdeki bilgileri transfer etme ve bu bilgileri anlamlandırma becerilerini güçlendirmektedir. Bu süreçlerin gelişimi ve öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerine olan etkisi, literatürde geniş bir şekilde ele alınmıştır.

Yapılan çalışmalara bakıldığında çoklu temsillerle ilgili bazı sınıflandırmaların mevcut olduğu görülmektedir. Bunlar: *içsel-dışsal* temsiller, *sembolik-görsel* temsiller ve *girdi-çıkıtı* temsilleri olarak karşımıza çıkmaktadır (Delice & Sevimli, 2016: s. 523). Bu sınıflandırmalarda öğrencilerin zihinlerindeki kurgulamaları ifade edenlere içsel; kavramları veya problem durumlarını somutlaştırma araçlarına bağlayarak ifade edenlere dışsal temsil denilmektedir (Duval, 1999, akt. Kaya, 2023; Goldin & Kaput, 1996). Dışsal temsiller öğretmen ya da öğrenci tarafından matematiksel bir fikri göstermek amacıyla direkt olarak kullanılabilen, diğer bir ifade ile görülebilen fiziksel bir ürün olarak düşünülebilir. Örneğin, sayı doğrusu, cebirsel bir denklem ya da kâğıt üzerine çizilmiş bir üçgen dışsal temsil türüdür, öyle ki öğretmen bunları puanlayabilir (Goldin & Shteingold, 2001, akt. Mainali, 2021). İçsel temsiller ise bir kişinin zihninde oluşturduğu ve soyut kavramları anlamlandırmak için kullandığı zihinsel imgeler, kavramlar veya modellerdir (Delice ve Sevimli, 2016), bu nedenle ölçülebilirliği zor olduğundan yapılan diğer tüm sınıflamaların dışsal temsillerin alt dalları olduğu iddia edilebilir (Mainali, 2021). Öte yandan, sembol gibi soyut yapılarla sembolik temsiller; resim, çizim, grafik ve diyagram gibi somut yapılarla görsel temsiller kastedilmiştir (Delice & Sevimli, 2016). Problem sürecinde üstlendikleri rollere göre verileri sunanlara girdi, çözümde ulaşılanlara da çıkıtı temsili denilmektedir (Delice & Sevimli, 2016: 526-527).

Bazı araştırmalarda bu ikili sınıflandırmaların haricinde farklı bir kategorize etme süreci izlenmiştir. Bruner (1966) etkileşime dayanan öğrenme modelinde eylemsel (enactive), ikonik (iconic) ve sembolik olmak üzere üç temsil türünden bahsetmektedir. Somut materyaller, eylemsel temsili; resim ve grafikler, ikonik temsili oluştururken; sayılar ise sembolik temsil türüne örnek olarak gösterilebilir (Bruner, 1966 akt. Pape & Tchoshanov, 2001; Bruner, 1966 akt. Şaşkan, 2023). Bruner'e (1966) göre zihinsel öğrenmenin belirli bir sırası vardır ve bir öğrenci ikonik ya da başka bir deyişle görsel temsil ve sembolik temsille karşılaştırılmadan önce somut bir temsille öğrenmeye başlamalıdır (Bruner, 1966 akt. Mainali, 2021).

Janvier (1987) içsel-dışsal ikili sınıflandırmadaki dışsal temsilleri *sözlü ifadeler*, *tablo*, *grafik*, ve *formül* olmak üzere dört moda ayırmaktadır. Ayrıca matematiksel temsiller arası ilişkileri vurgulamaktadır. Öyle ki Janvier (1987), temsiller arası geçişlerin zihinsel süreçlerini Tablo 1'deki gibi ifade etmektedir (akt. Mainali, 2021). Buna göre örneğin grafikten tabloya geçiş yapılırken zihin okuyarak aktarır, formülden grafiğe geçiş yaparken ise çizer. Janvier (1987) daha sonra bu sınıflandırmasını *nesne* diye adlandırdığı somut temsilleri ekleyerek genişletmiş ve temsiller arası geçişi bir yıldız ile modellemiştir (Şekil 2).

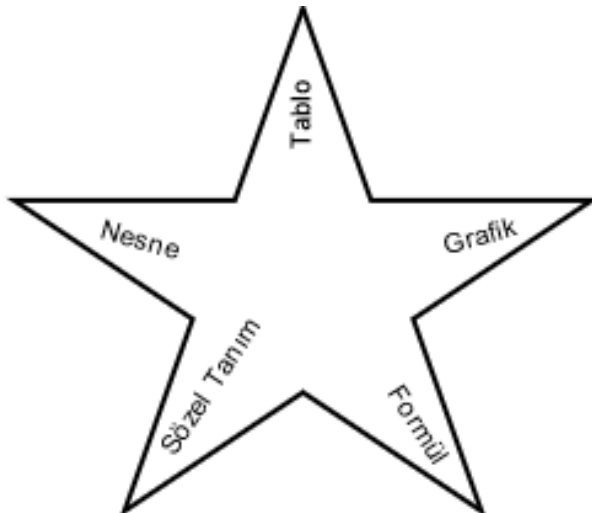
Tablo 1

Janvier'in (1987) Temsiller Arası Geçiş Zihinsel Süreçleri

...-dan	...-a	Sözlü Açıklama	Tablo	Grafik	Formül
Sözlü Açıklama	-	-	Ölçme	Çizme	Modelleme
Tablo	Okuma	-	-	Grafiğini çizme	Uydurma (fitting)
Grafik	Yorumlama	Okuyarak aktarma	-	-	Eğri Uydurma (curve fitting)
Formül	Parametre Tanıma	Hesaplama	-	Çizme	-

Şekil 2

Janvier(1987) Temsiller Arası Geçiş Yıldız Modeli

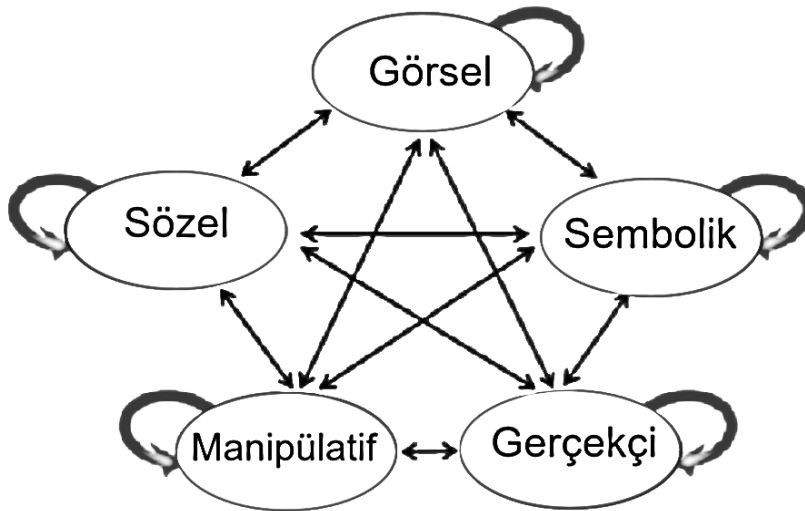


Lesh, Post ve Behr (1987) ise Janvier'in sınıflandırmasından biraz farklı olarak matematik eğitiminde kullanılan temsil türlerini beşe ayırmaktadır. Janvier'in sınıflandırmasında yer alan tablo ve grafik gibi açıklayıcı şekilleri bir başlıkta ele alıp bunları

görsel temsil olarak ifade etmişlerdir. Bu sınıflandırmada sözel, görsel ve sembolik temsillere ek olarak manipülatif ve gerçekçi temsillerden de bahsedilmektedir. Manipülatif ve gerçekçi temsiller, Bruner (1966) modelinde yer alan eylemsel temsilin parçaları olarak düşünülebilir (Nakahara, 2008). Manipülatif temsiller, ifadelerin alıcıda canlanmasını sağlayan yapay olarak üretilmiş geometri tahtası ya da onluk taban blokları gibi dokunulabilen somut materyallerdir (Şaşkan, 2023). Gerçekçi temsiller ise günlük hayat durumlarına ve deneyimlere dayanır. Manav alışverişinde para kullanılması, yemek pişirirken ölçeklendirme ya da bir zeminin ahşapla kaplanmasını konu alan içerikler, gerçekçi temsillere örnek olarak verilebilir. *Sembolik, dilbilimsel, görsel, manipülatif ve gerçekçi* olarak kategorize edilen bu beş temsil türünün birbiri ile olan ilişkisi "*Lesh Çoklu Temsil Geçiş Modeli*" ile şematize edilmektedir (Lesh ve diğerleri, 1987) (Şekil 3). Bu modelin şekilsel olarak Janvier'in yıldız modeli ile benzerliği dikkat çekmektedir.

Şekil 3

Huinker (2015) Tarafından Revize Edilen Lesh (1987) Temsiller Arası Geçiş Modeli



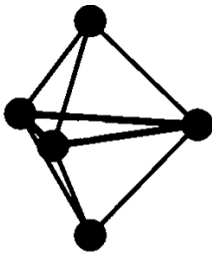
Japon araştırmacı Nakahara (2008), Bruner ve Lesh modellerini inceleyip güncellemek adına düzenlemeler yapmıştır. Lesh modelinde belirtilen "sözel" (*spoken*) temsil ifadesinin "yazılı" (*written*) temsil olarak değiştirilmesini daha uygun bulmuş ve bu yazılı temsilleri dilbilimsel (*linguistic*) ve sembolik olmak üzere ikiye ayırmıştır. Bruner (1966) modelinde yer alan eylemsel temsillerin manipülatif ve gerçekçi olarak Lesh (1987)

tarafından ayrıştırılmasını desteklemiş ve manipülatif temsillerin somut ve yapay, gerçekçi temsillerin ise soyut ve doğal olduğunu ifade etmiştir. Temsilleri Lesh (1987) modelinde olduğu gibi sembolik, dilbilimsel, görsel (*illustrative*), manipülatif ve gerçekçi olmak üzere beş ana kategoriye ayırmıştır. Bu beş temsilin birbiriyle olan ilişkisini *trigonal bipyramid* şekli (Şekil 4) üzerinden her bir köşeye bir temsil yerleştirerek modellemiştir. Ayrıca matematik eğitiminde kullanılan görsel temsillerin de birbirinden farklı olduğunu ve içerikleri bakımından durum, sahne, prosedür, yapı, kavramsal, ilişkisel, grafik ve figür olarak sekiz başlıkta incelenebileceğini belirtmiştir.

Huinker (2015), aynı temsil türünden aynı temsil türüne de geçiş yapılabileceğinden bahsetmektedir. Örneğin görsel bir temsil olan grafikten, bir başka görsel temsil tabloya geçiş yapılabilir. Bu nedenle, Lesh temsiller arası geçiş modelini (1987), temsil içi geçiş durumlarını da ekleyerek daha kapsamlı hâle getirmiştir (Şekil 3).

Şekil 4

Nakahara(2008) Temsiller Arası Geçiş Modeli



Elizabeth Johnson (2018), temsil sınıflamalarını günümüz gerçeğiyle yüzleştirmektedir. Yazılı, sözlü, gerçek hayat durumları, resimsel ve somut materyallerin yer bulduğu Lesh modeli'ne (1987) teknolojik temsil türünü de eklemeyi önermektedir. Daha önce bu temsil türünden *dinamik* ve *bağlantılı* temsiller olarak bahsedilmiştir (Goldin, 2014) ancak herhangi bir sınıflandırmaya entegre edilmemiştir. *Teknolojik* temsiller; hareketli resimler, somut materyal simülasyonları, üç-boyutlu grafikler, dinamikler ve videoları içermektedir. Örneğin, sanal onluk taban bloklarını sürükleyerek işlem yapmak teknolojik bir temsildir. Teknolojik temsiller basit hareketli görsellerin ötesinde oyun simülasyonları ile öğrenciye iyi bir gözlem ve deneyim imkânı sunabilir ya da daha karmaşık matematiksel

argümanların anlaşılmasını kolaylaştırabilir. Değişken değerine göre farklılaşan parabol grafikleri, grafiklerin yansıması, ötelenmesi ve bunların denklemlerle ilişkisi teknolojik temsillerin yer aldığı dinamik modeller ile hızla aktarılabilir (Johnson, 2018). Tablet, bilgisayar ya da telefon gibi teknolojik aletler kullanılarak web siteleri veya uygulamalar üzerinden teknolojik temsillere erişim mümkündür.

Çoklu Temsiller Üzerine Yapılmış Çalışmalar

Türkiye’de matematik eğitiminde 2003-2022 yılları arasında çoklu temsiller üzerine yazılmış 45’i lisansüstü tez ve 35’i makale olmak üzere toplamda 80 çalışma incelendiğinde 2010 yılından itibaren çoklu temsillere olan ilginin arttığı görülmektedir (Türer & Cantürk, 2022). İncelenen çalışmaların “Sayılar ve Cebir” öğrenme alanı üzerine yoğunlaştığı gözlemlenmiş, çalışmalardan yaklaşık %21’inin “Veri İşleme” öğrenme alanına yöneldiğini ve bunların da neredeyse hiçbirinin lise seviyesinde olmadığı fark edilmiştir (Türer & Cantürk, 2022). Türkiye matematik eğitiminde 2010-2017 yılları arasında yapılmış lisansüstü çalışmalara bakıldığında ise araştırmacıların en çok geometri ve ölçme öğrenme alanını tercih ettiğini, veri işleme öğrenme alanının çok az çalışıldığını, bu alanda çalışmalara ihtiyaç olduğunu belirtilmiştir (Tereci & Bindak, 2019). Bu nedenle lise düzeyinde “Veri, Sayma ve Olasılık” öğrenme alanını inceleyen çalışmamız önem arz etmektedir. Ayrıca birçok çalışmada bu konu alanı öğrencilerin öğrenmekte zorlandığı bir konu alanı olarak raporlanması ders kitaplarının bu konu bağlamında incelenmesini önemli hale getirmektedir.

Matematik eğitiminde ilgili alan yazın incelendiğinde çalışmaların öğretmen adayları, öğretmenler ve öğrenciler olmak üzere çoklu temsillerin daha çok insanlar üzerindeki etkilerine odaklandığı fark edilmiştir. Öğrenmen adaylarıyla yapılan çalışmaların bazılarında İnce (2020) çoklu temsiller ile öğretmen adaylarının fonksiyon kavramına, Ergene (2011) ise türev kavramına ilişkin alan bilgilerini değerlendirmiştir. Özdemir (2012) çoklu temsiller ile öğretmen adaylarının problem çözme algılarını incelerken, Pehlivan (2018) cebirsel düşüncelerine odaklanmıştır. Öğretmenlerle yapılan çalışmalardan Çiçek’in (2020)

çalışmasında çoklu temsiller kullanarak fonksiyon öğretiminde, Yılmaz (2016) ise kesir öğretiminde öğretmenlerin yaklaşımlarını incelemiştir.

Öğrencilerle yapılan çalışmalardan Sezgin (2019) çalışmasında, çoklu temsiller kullanılarak öğretildiğinde, öğrencilerin matematiksel anlamalarının nasıl farklılaştığını ve bunun cebirsel problem çözmelerine nasıl yansıdığını analiz etmiştir. Ballard (2000) öğrencilerin problem çözerken farklı temsil kullanımlarını incelemiştir. Baloğlu Demir (2022), öğrencilerin cebir konusunda temsiller arası geçiş becerilerini değerlendirmiş; Akyüz (2019) çoklu temsil kullanımının öğrencilerin tam sayılarda, Can (2014) ise fonksiyonlar konusundaki başarılarına etkisine bakmıştır.

Matematik Ders Kitaplarında Çoklu Temsiller

Öğretmen, öğrenci ve öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmalardan farklı olarak, çoklu temsiller ve matematik ders kitapları üzerine incelemeler nispeten az da olsa mevcuttur. Bu bölümde matematik ders kitaplarında çoklu temsillere yönelik çalışmalara değinilecektir.

Gürmen (2024) yüksek lisans çalışmasında 2022-2023 yıllarında en yaygın kullanılan MEB 8. ve 9. sınıf matematik ders kitaplarını çoklu temsiller bağlamınca incelemiştir. Sembolik, görsel, sözel, model ve gerçekçi olarak beş kategoriye ayırdığı temsillerin bu iki farklı sınıf seviyesi kitaplarında nasıl dağıldığına, ne sıklıkla kullanıldığına bakmış ve kitapların soru kısımlarında yer alan temsillerin çözüm temsilleriyle ilişkilendirilmesine, başka bir deyişle sorudan çözüme temsiller arası geçiş durumlarına odaklanmıştır. Doküman analizi kullanarak yaptığı araştırmasında 8. sınıf matematik ders kitabından 939 soru ve 355 çözümü; 9. sınıf matematik ders kitabından ise 1096 soru ve 522 çözümü kodlayıp temsil dağılım ve geçişlerini yüzde ve frekans verilerine göre değerlendirmiştir. Çalışma sonucunda her iki ders kitabında yer alan soruların en sık sembolik temsil, sonra görsel temsil türü ile ifade edildiğine ulaşmış; model ve gerçekçi temsil türlerinin ise kullanım sıklığının oldukça az olduğunu belirtmiştir. Buradan hareketle kullanılan temsillerin ders kitaplarında dengesiz bir dağılımı olduğunu ifade etmiştir. Ancak

her iki ders kitabında da birbirinin devamı niteliğinde olan kısımlarda temsillerin devamlılığının sağlandığını, bir başka deyişle aynı konuyu anlatan ünitelerde en çok ve en az kullanılan temsil türlerinin de aynı olduğunu belirtmiştir.

Şaşkan (2023) yüksek lisans çalışmasında Cumhuriyet sonrası dönemi matematik ders kitaplarında yer alan kesir konusunu çoklu temsiller açısından incelemiştir. 1940, 1951, 2013 ve 2018 senelerinde kullanılmış ortaokul matematik ders kitaplarında yer alan temsilleri beşi temel (sembolik, dilbilimsel, görsel, manipülatif, gerçekçi temsil) ve beşi de kendi geliştirdiği gömülü temsil biçimi (*sembolik gömülü dilbilimsel, gerçekçi gömülü dilbilimsel, sembolik gömülü görsel, sembolik gömülü gerçekçi, dilbilimsel gömülü gerçekçi temsil*) olmak üzere toplamda on kategoride değerlendirmiştir. Doküman analizi ile yaptığı bu çalışmasında, kitaplarda yer alan temsil türleri kodlanmış ve betimsel istatistikleri (frekans ve yüzdeleri) bakımından dağılımları karşılaştırılmıştır. Analiz sonucunda tüm ders kitaplarında en sık sembolik temsil türünün kullanıldığı tespit etmiştir. Özellikle bu temsil türünün eski (1940 ve 1951) ders kitaplarında günümüz kitaplarından daha çok tercih edildiğini gözlemlenmiştir. Güncel ders kitaplarında ise dilbilimsel ve görsel temsil türlerine daha çok rastlandığını belirtmiştir. Ayrıca bulgularına göre ders kitaplarında manipülatif temsil türüne rastlanmazken, sembolik gömülü gerçekçi temsil türünün diğer gömülü temsil türlerine göre daha fazla ön plana çıktığını ifade etmiştir.

Kaya (2023) ise yüksek lisans çalışmasında ortaokul (5, 6, 7 ve 8. sınıf) matematik ders kitaplarında yer alan Veri İşleme öğrenme alanına ait sorulardaki temsil türleri ve temsiller arası geçiş durumlarını incelemiştir. Nitel yöntemlerden doküman analizini kullanarak yaptığı bu çalışma sırasında literatüre ve uzman görüşlerine dayanarak “Temsiller Arası Geçiş Durumlarını Belirleme ve Kodlama Çerçevesi” formu hazırlanmıştır. Dört ana başlıkta soruyu analiz eden bu çerçeve ikisi “etkinlik türleri”, dördü “görsel türler”, beşi “temsil türleri” ve on tanesi “temsiller arası geçiş durumları” olmak üzere toplamda 21 koddan oluşmaktadır. Etkinlik türü kodu, sorunun kitaptaki konumunun örnek veya alıştırmaya olduğunu belirtmektedir. Soruda yer alan görsel türünü farklı bir başlıkta incelemek isteyen

bu çerçeveye göre bir soruda ya görsel yoktur ya da varsa soruyla ilişkili, ilişkisiz veya tablo-grafikten oluşmaktadır. Temsil türleri; model, numerik, metinsel, tablo-grafik ve temsil türünün bulunmadığını ifade eden açık temsil olarak beş kategoriye ayrılmıştır. Bu beş temsil türünün ikili olarak birbiriyle ilişkisini ele almak için $(c(5,2)=10)$ farklı kod oluşturulmuştur. Özetle bu çerçeveye ders kitaplarında yer alan toplam 424 sorunun konumu, içeriyorsa görsel türü, temsil türü ve geçiş durumu kodlanmış ve betimsel analize tabi tutularak değerlendirilmiştir. Kitaplarda yer alan veriler altı hafta arayla iki kez kodlanmış ve tartışmalı noktalarda uzman görüşleri alınarak analizin güvenilirliği sağlanmıştır. Analiz sonucunda incelenen tüm sınıf seviyelerindeki kitaplarda soruların yaklaşık 2/3'ünün alıştırma kısımlarında yer aldığı ve çoğunlukla “tablo ve grafik” temsil türünden oluştuğu ifade edilmiştir. Ayrıca temsiller arası geçiş türleri farklılık gösterse de yine her sınıf düzeyinde “tablo ve grafik” temsil türünden öteki temsil türlerine geçişlerin yoğunlukta olduğu bulunmuştur.

Özer (2018), yüksek lisans çalışması kapsamında 2017-2018 dönemi ilkököl (1, 2, 3 ve 4. sınıf) matematik ders kitaplarının kesirler konusundaki örnekler ve alıştırma incelemiştir. Çalışmasında 153 örnek ve alıştırmanın başka bir öğrenme alanıyla ilişkilendirilme durumlarını, ilişkilendirme durumlarının sınıf seviyelerine göre farklılaşmasını, içerdikleri problem özelliklerini değerlendirmiş; bunların yanı sıra örnek ve alıştırmanın temsil türleri ve temsiller arası geçiş durumlarını da analiz etmiştir. Doküman analizi kullanarak yapılan bu çalışmada literatürdeki temsil türleri geliştirilerek kesir konusu örnek ve alıştırma sorularında yer alan soruların temsil türleri metinsel, numerik, model ve sayı doğrusu olmak üzere 4 başlıkta kodlanmıştır. Soruların çözümünde ise kullanılması istenen temsil net olarak belirtilmemişse, bu durum “soru çözümünde kitapta verilen temsillerden herhangi biri kullanılabilir” olarak dikkate alınmış ve “açık” olarak kodlanmıştır. Bu durumda soruda yer alabilecek 4 farklı temsil türü, çözümde 5 farklı temsil türüne geçiş yapabileceğinden olası geçiş durumlarını ifade eden 20 farklı kod oluşturulmuştur. Ayrıca örnek ya da alıştırma sorularında alt problemler ya da birden fazla temsil türü içeren durumların

her biri ayrı ayrı olarak değerlendirilmiştir. İki araştırmacı tarafından yapılan kodlamalar betimsel istatistiğe tabi tutulmuştur. Araştırma sonucunda ilkokul matematik ders kitapları kesirler konusunda en çok metinsel temsiller, sonra model temsillerin kullanıldığına rastlanmıştır. En az tercih edilen numerik ve sayı doğrusu temsillerinin ise kullanımının üçüncü sınıftan itibaren arttığı gözlemlenmiştir. Yine araştırma sonucunda modelden modele, modelden sayı doğrusuna ve numerikten sayı doğrusuna olan temsiller arası geçişlerin diğer geçişlere oranla oldukça düşük olduğu dikkat çekmiştir.

İncikabı (2016), matematik ders kitaplarının çoklu temsilleri kullanım biçimlerini araştırmıştır. 2015-2016 eğitim öğretim yılında kullanılan ortaokul (5, 6, 7 ve 8. sınıf) matematik ders kitapları üzerine yapılan bu çalışmada, sorular ve çözümlerinde istenen temsil türleri belirlenmiş, sorudan çözüme temsillerin birbiriyle ilişkisi incelenmiş ve temsillerin öğrenme alanlarına ve sınıf düzeylerine göre dağılımı analiz edilmiştir. Sorulardaki temsil türleri cebirsel, sözel, tablo, model, grafik ve gerçek yaşam olmak üzere altı farklı kategoride incelenmiştir. Kitapta çözümü yer almayan soruların geçiş durumlarına bakabilmek için sorudaki anahtar kelimelerden yola çıkılarak olası çözüm için kodlama yapılmıştır. Örneğin, “yazınız” ifadesi sözel; “tabloda gösteriniz” tablo, “problem kurunuz” gerçek yaşam temsili olarak değerlendirilmiştir. Birden fazla temsil türü ile yapılabilecek olası çözümler için ilaveten “açık” temsil türü eklenmiş ve çözüm temsilleri yedi kategoride ele alınmıştır. Bu durumda soru temsillerinden çözüm temsillerine 42 farklı ilişkilendirme ortaya çıkmıştır. Kitaplarda yer alan etkinlik, çözümlü ve çözümsüz tüm sorular ve geçişlerin temsil türleri, toplamda 7930 içerik iki araştırmacı tarafından kodlanmış ve kodların tutarlılığında uzlaşıp güvenilirliği tespit edilerek hareket edilmiştir. İncikabı'nın (2016) bu araştırması sonucunda tüm ortaokul ders kitaplarında sırasıyla en sık cebirsel, sözel ve model temsil türleri ile karşılaşıldığı tespit edilmiştir. Bu en yaygın üç temsil türünden sözel temsillerin neredeyse incelenen içeriklerinin yarısında yer aldığı ifade edilmiştir. Yine geçiş durumları da en çok bu üç temsil türleri arasında gözlemlenmiştir. Diğer bir ifade ile cebirsel, sözel, model temsillerden cebirsel, sözel model ve açık temsil türlerine ilişkilendirilmelerde

yoğunluk görülmüştür. Grafik, tablo ve gerçek yaşam temsil türlerinin ise tüm ortaokul düzeyi kitaplarında düşük oranda yer aldığı ifade edilmiştir. Öğrenme alanlarına göre ise “sayılar ve işlemler” ve “cebir” konularında cebirsel temsil; “geometri ve ölçme” konusunda model; “olasılık” ve “veri işleme” konularında sözel temsil yoğunluğu dikkat çekmiştir/ ön plana çıkmaktadır.

Eroğlu ve Akkuş (2021), çoklu temsiller bağlamında 2020-2021 MEB 9. sınıf fen lisesi matematik ders kitabının üçgenler ünitesini incelemişlerdir. Bu kitabın geometri ünitesinde konu anlatım kısmına pek yer verilmediğini, bunun kazanım odaklı örneklerle sağlandığını gözlemlemişler ve kitapta yer alan çözümlü ve çözümsüz problemleri analiz etmişlerdir. Bu çalışma kapsamında problemler girdi temsili, çözümleri ise çıktı temsili olarak değerlendirilmiş; sembolik temsil türü de cebirsel ve geometrik olarak iki alt kategoriye ayrılmıştır. Sonuçta şekil, geometrik, cebirsel, sözel ve günlük hayat olarak beş kategoride incelenen temsil türlerinin hangi oranda dağıldığına bakılmıştır. İçerik analizi kullanarak yapılan çalışmada veriler iki araştırmacı tarafından kodlanmış olup, farklı kodlarda görüş birliği sağlandıktan sonra güvenilirlik onayı alınmıştır. Araştırma sonunda tüm problemlerin girdi temsillerinde en sık olarak şekil ve geometrik sembolik temsiller ile karşılaşmış; sözel, cebirsel sembolik ve günlük hayat temsillerine ise yeterince yer verilmediği gözlemlenmiştir. Sadece çözümlü problemlerin çıktı temsilleri incelenmiş, buralarda ise en çok geometrik sembolik ve cebirsel sembolik temsillere rastlanmıştır. Çıktı temsillerinde sözel temsil ile hiç karşılaşmamış ve bu durumun sözel anlamlandırmaya yatkın öğrenciler üzerinde olumsuz bir etkisi olabileceği ifade edilmiştir.

Alkhateeb (2018), yaptığı çalışmasında Ürdün 8. sınıf standart matematik ders kitabında yer alan cebir ünitesindeki temsillerin dağılımını, temsil türleri arasındaki geçişi ve öğretmenlerin bu temsilleri kullanımını analiz etmiştir. Sembolik, sözel, gerçek hayat, manipülatif ve resim ya da diyagramlar olmak üzere beş kategoride incelen temsiller üç kişi tarafından kodlanmış, kodlarda görülen farklılıklar tekrar gözden geçirilerek çalışmanın güvenilirliği sağlanmıştır. Analizinin sonucunda (Lesh ve Doerr (2003) modelinde yer alan)

bu beş temsil türünden en çok ikisinin: sözel ve sembolik temsilin hem kitaplarda hem de öğretmen kullanımında daha yüksek oranda tercih edildiği bilgisine ulaşmıştır.

Zhang ve arkadaşları (2023) öğrencilerin istatistik konularındaki öğrenme gücünü (örneğin, aynı veri türü hem histogram hem de kutu grafiği ile gösterildiğinde dahi, bu iki grafik türü ve bunları oluşturan R kodları arasındaki ilişkilendirmeyi yapmakta zorlanabileceği) fark etmişlerdir. Bu nedenle istatistik konularında temsiller arası ilişkilendirmeyi sağlayan bir format/bir harita (representation-mapping intervention) geliştirmişler ve bunu çevrimiçi etkileşimli bir istatistik kitabına entegre ederek test etmişlerdir. Bu format dört temel temsil türünü içermektedir: sözel, grafik (histogram ve kutu grafiği), (grafikleri oluşturan) R kodu ve denklem. CourseKata platformunda (<https://coursekata.org>) erişimi mümkün olan Zhang ve arkadaşlarının (2023) üzerine çalıştıkları “*Statistics and Data Science: A Modeling Approach*” adlı bu kitap hâli hazırda metin, videolar, sorular ve R kodlama çalışmalarını içermektedir. Ancak çalışma kapsamında istatistiksel ilişkinin farklı temsilleri arasındaki ortak yapıyı vurgulamak için hazırlanan 5 video, kitabın iki ünitesine eklenmiştir. Psikolojik İstatistiğe Giriş dersini alan ve bu kitabı aktif bir şekilde kullanan 210 öğrenci deney ve gözlem grubu olarak ikiye ayrılmış; bir grup öğrenci kitabın temsiller arası ilişkilendirmeleri anlatan videolu versiyonu, diğerleri ise videosuz eski halini deneyimlemiştir. Çalışmanın sonunda öğrencilerden kitaptaki sorulara benzer sorulu kısa sınavları (quiz) evde çözmeleri (take-homee quizzes) istenmiştir. Kısa sınav soruları öğrencilerin temsil türleri arasında kurulan bağlantıyı fark etmelerini ölçmeye yöneliktir, örneğin verilen R kodu ve kutu grafiğinin karşılaştırılmasını istemektedir. Bu sınavlardan elde edilen skorlar analiz edilmiştir. Çalışma sonunda çoklu temsil ilişkilendirilmesini gösteren video entegrasyonun öğrenimi geliştirdiğine ulaşılmıştır. Bu çalışma, temsiller arası ilişkilendirmelerin ders kitapların nasıl ele alınabileceği konusunda öncü bir çalışma olmuştur.

Chang, Cromley, ve Tran (2015), fonksiyonlar konusunda yer alan çoklu temsiller arası koordinasyonu diğer bir ifadeyle geçişini analiz etmişlerdir. Çalışmada Harvard

komitesi tarafından yayınlanan ve üniversitelerde kullanılan “Applied Calculus 4/E” kitabı ele alınmıştır. Bir fonksiyonun tablo, grafik, sözel ya da (cebirsal-sembolik) formül olmak üzere dört farklı şekilde temsil edildiği durumlara (açıklama, örnek ve alıştırmalara) odaklanılmıştır. Bu nedenle ilgili kitabın sadece fonksiyonlarla ilgili iki ünitesi incelenmiştir. Çalışma kapsamında 707 durum, bu dört temsilin birbirine geçişi 12 farklı kodla kategorize edilmiş ve bunların matematik konularına ve pozisyonlarına (açıklama ya da örnek??) göre dağılımı değerlendirilmiştir. Kitaptaki veriler Chang ve Cromley tarafından kodlanmış ve farklılık durumunda tartışılıp uzlaşmaya varılarak çalışmanın güvenilirliği sağlanmıştır. Kodlar ki-kare testleri uygulanarak analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda konu ve durumlarına göre temsiller arası geçişin farklılaştığı gözlemlenmiştir. Örneğin, hesaplama içerikli ilk konularda cebirden metine geçiş ön plana çıkarken; fonksiyonlar konusunda kavramsal öğrenmenin hedeflendiği ileri konularda grafikten cebire geçişin göze çarptığı belirtilmiştir.

Yapılan taramada ülkemiz kitapları üzerinde çoklu temsil türleri bakımından yapılmış uluslararası karşılaştırmalı herhangi bir çalışmaya ise rastlanmamıştır.

Bölüm 3

Yöntem

Bu çalışma için Türkiye ve Singapur lise düzeyi matematik ders kitaplarının “Veri, Sayma ve Olasılık” öğrenme alanında yer alan temsil türleri temel almıştır.

Araştırmanın Türü

Ders kitaplarını incelemek, metinlerin içsel yapısını, pedagojik yaklaşımlarını ve eğitimsel amaçlarını derinlemesine analiz ederek, eğitim içeriklerinin nasıl yapılandırıldığını ve öğrencilere nasıl sunulduğunu anlamayı hedeflediği için nitel bir araştırma yöntemi olarak değerlendirilmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2018). Nitel araştırma yöntemlerinden biri olan doküman analizi hem basılı hem de elektronik belgeleri gözden geçirme veya değerlendirme amacıyla uygulanan sistematik bir yöntemdir (Bowen, 2009). Bu yöntemle göre seçilen belgelerden ilgili veriler toplanır, kodlanır, analiz edilir ve yorumlanır (Bowen, 2009). Bu çalışmada, Türkiye ve Singapur lise düzeyi matematik ders kitaplarının istatistik konularında yer alan çoklu temsil kullanımları kıyaslanmak amacıyla doküman analizi yöntemi kullanılmıştır.

Veri Kaynağı

Bu çalışmanın veri kaynağı ders kitaplarıdır. Uygun bulunan ders kitaplarının seçimi ve ilgili kitapların içerikleri başlıklar halinde açıklanmıştır.

Ders Kitaplarının Seçimi

Veri, Sayma ve Olasılık öğrenme alanına ait kısımların Türkiye lise ders kitaplarındaki ağırlığı diğer öğrenme alanlarına (*Sayılar ve Cebir* ve *Geometri*'ye) kıyasla azdır. Daha fazla karşılaştırabilecek içeriğe sahip olmak amacıyla ülkemiz adına, konuların kazanımlar bakımından en kapsamlı (MEB, 2018; MEB, 2018) ele alındığı Fen Lisesi ders kitapları tercih edilmiştir. Böylece Anadolu Lisesi kazanımlarında yer almayan ancak Fen Lisesi kazanımları ve ders kitaplarında yer alan serpmeye ve kutu grafiği; merkezi eğilim

ölçülerinden alt çeyrek, üst çeyrek ve çeyrekler açıklığı gibi istatistik konularını da temsilleri bakımından karşılaştırma imkânı sağlanmıştır.

Singapur Lise Matematik müfredatı, içerik düzeylerine göre Ordinary (O-level), Normal Akademik (N(A)-level) ve Normal Teknik (NT)-level olmak üzere üçe ayrılmaktadır. Ordinary, en kapsamlı müfredat olup, öğrencilerin ileri düzey istatistik ve olasılık teorisini öğrenmelerini sağlar. Normal Akademik ise orta düzeyde bir müfredat sunar; burada temel istatistik konuları yer almakla birlikte, O-level konuları basitleştirilmiş veya müfredattan çıkarılmıştır. Normal Teknik ise en temel seviyededir ve pratik uygulamalara daha fazla odaklanır; bu nedenle bu seviyede daha basit grafiksel temsiller ve temel istatistik kavramları (ortalama, medyan, mod) üzerinde durulur. Bu düzeylerin ötesinde, Advanced level (A-level) de mevcuttur. A-level, Ordinary seviyesinin ardından gelen ve genellikle iki yıl süren daha ileri düzey bir müfredattır. Bu seviyede öğrenciler, derinlemesine akademik bilgi edinir ve üniversiteye giriş için hazırlanırlar (MOE, 2020).

Tablo 2

Singapur ve Türkiye Lise Düzeyi İstatistik Alt Öğrenme Alanlarının Karşılaştırılması

Alt Öğrenme Alanları	Singapur				Türkiye		
	O-Level	N(A) Level	N(T) Level	A-Level	Fen Lisesi	Anadolu Lisesi	Temel Lise
Veri toplama ve düzenleme	Var	Var	Var	Var	Var	Var	Var
Grafikler ve tablolar	Var	Var	Var	Var	Var	Kismen	Var
Merkezi eğilim ölçüleri (Ortalama, medyan, mod)	Var	Var	Var	Var	Var	Kismen	Var
Merkezi Yayılım ölçüleri (varyans, standart sapma)	Var	Var	-	Var	Var	Var	-
Temel istatistiksel analiz	Var	Var	-	Var	Var	Var	-
Temel olasılık kavramları	Var	Var	Var	Var	Var	Var	Var
Olasılık hesaplama	Var	Var (basit düzeyde)	Var	Var	Var	Var	Var
Permütasyon ve kombinasyon	-	-	-	Var	Var	Var	Var
Basit olasılık problemleri	Var	Var	-	-	Var	Var	-

Alt Öğrenme Alanları	Singapur				Türkiye		
	O-Level	N(A) Level	N(T) Level	A-Level	Fen Lisesi	Anadolu Lisesi	Temel Lise
Olasılık dağılımları (binom, Poisson, vb.)	-	-	-	Var	-	-	-
İstatistiksel tahmin ve hipotez testleri	-	-	-	Var	-	-	-

Bu ayırım, Türkiye eğitim sisteminde Fen Lisesi, Anadolu Liseleri ve Temel Lise müfredatlarına benzemektedir. Kapsamları açısından Fen Lisesi, Singapur'daki O-level ile Anadolu Liseleri, N(A)-level ile Temel Lise ise N(T)-level ile ilişkilendirilebilir. Her iki ülkenin tüm düzey müfredatları, veri, sayma ve olasılık alt öğrenme alanları içerikleri açısından karşılaştırılmıştır (Tablo 2). Bu karşılaştırmaya dayanarak, çalışmanın Türkiye matematik müfredatında Fen Liselerine en yakın karşılık gelen Singapur O-level ile ilenmesine karar verilmiştir.

Singapur Millî Eğitim Bakanlığı (Ministry of Education, MOE) tarafından onaylanan ve yaygın olarak kullanılan matematik ders kitapları arasında "New Syllabus Mathematics" (NSM), "Discovering Mathematics", "Think! Mathematics", "Mathematics Achiever" ve "Additional Mathematics" serileri yer almaktadır. Kavramsal öğrenmeye ağırlık vermesi, istatistik konularını diğerlerine nazaran daha detaylı ele alması ve etkileşimli kitap uygulaması üzerinden erişimi mümkün olması nedeniyle, "Think! Mathematics" serisi tercih edilmiştir.

İncelenen Ders Kitapları ve İçerikleri

Türkiye ve Singapur'a ait incelenen ders kitaplarının içerikleri Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3

Türkiye ve Singapur'a Ait İncelenen Ders Kitaplarının İçerikleri

Ülke	İncelenen Ders Kitabı	İlgili İçerik
Türkiye	MEB (2021). Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 9 Ders Kitabı s. 360 – 395	9.5. Veri 9.5.1. Merkezî Eğilim ve Yayılım Ölçüleri 1. Merkezî Eğilim Ölçüleri: Aritmetik Ortalama, Medyan, Mod 2. Merkezî Yayılım Ölçüleri: Açıklık, Alt Çeyrek, Üst Çeyrek, Çeyrekler Açıklığı, Standart Sapma 9.5.2. Verilerin Grafikle Gösterilmesi 1. Histogram Oluşturma 2. Grafik Türleri: Çizgi Grafiği, Sütun Grafiği, Daire Grafiği, Serpme Grafiği, Kutu Grafiği
	MEB (2021). Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 10 Ders Kitabı s. 13 – 64	10.1. Sayma ve Olasılık 10.1.1. Sıralama ve Seçme 1. Sayma Yöntemleri 2. Permütasyon 3. Tekrarlı Permütasyon 4. Dönel Permütasyon 5. Kombinasyon 6. Pascal Üçgeni 7. Binom Açılımı 10.1.2. Basit Olayların Olasılıkları 1. Temel Kavramlar 2. Olasılık Hesabı
	MEB (2021). Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 11 Ders Kitabı s. 254 – 277	11.7. Olasılık 11.7.1. Koşullu Olasılık 1. Koşullu Olasılık 2. Bağımlı ve Bağımsız Olayların Olasılıkları 3. Bileşik Olayların Olasılıkları 11.7.2. Deneysel ve Teorik Olasılık Deneysel ve Teorik Olasılık
		Chapter 14: Statistical Data Handling 14.1 Frequency table 14.2 Pictogram 14.3 Bar graph 14.4 Pie chart 14.5 Line graph 14.6 Evaluation of statistical representations 14.7 Statistical investigation
Singapur	Shinglee Publishers (2024). think! Mathematics 1B s. 199 – 227	Chapter 12: Probability of Single Events 12.1 Probability experiment and sample space 12.2 Probability of single events

Ülke	İncelenen Ders Kitabı	İlgili İçerik
	Shinglee Publishers (2024). think! Mathematics 2B s. 121- 198	12.3 Further examples of probability of single events 12.4 Experimental approach to finding probability Chapter 13: Statistical Diagrams 13.1 Dot diagrams 13.2 Histograms for ungrouped data 13.3 Stem-and-leaf diagrams 13.4 Histograms for grouped diagrams Chapter 14: Averages of Statistical Data 14.1 Mean 14.2 Median 14.3 Mode 14.4 Measures of central tendency
	Shinglee Publishers (2024). think! Mathematics 4A s. 33 – 133	Chapter 2: Probability of Combined Events 2.1 Probability of single event 2.2 Probability of combined events 2.3 Addition Law of Probability and mutually exclusive events 2.4 Multiplication Law of Probability and independent events Chapter 3: Statistical Data Analysis 3.1 Cumulative frequency table and curve 3.2 Median, quartiles, percentiles, range and interquartiler range 3.3 Box-and-whisker plots 3.4 Standart deviation
	Shinglee Publishers (2024). think! Mathematics 4B s. 159 – 167	Chapter 8: Revision: Probability and Statistics 8.1 Probability 8.2 Statistics

Tutarlı bir karşılaştırma yapabilmek adına iki ülkenin ders kitaplarında yer alan içerikler kapsamı bakımından Tablo 4'te eşleştirilmiştir. Permütasyon, kombinasyon ve binom konularının yer aldığı kısım bu eşleştirmede karşılık bulamadığından değerlendirilmeye alınmamıştır (MEB, 2018; MOE, 2023)

Tablo 4*Kitap İçeriklerinin Eşleştirilmesi*

	Ortaöğretim Matematik Fen Lisesi	Think! Mathematics
Grafikler	9.5.1	2B – Chapter 14 4A – Chapter (3.1 + 3.2 + 3.4)
Merkezi Eğilim ve Yayılim Ölçüleri	9.5.2	1B – Chapter 14 2B – Chapter 13 4A – Chapter 3.3
Basit Olayların Olasılığı	10.1.2	2B – Chapter 12
Koşullu Olasılık	11.7	4A – Chapter 2 4B – Chapter 8

Veri Analiz Çerçevesi ve Veri Analizi***Veri Analiz Çerçevesi***

Nakahara (2008) modeline göre çoklu temsiller; dilbilimsel, görsel, sembolik, manipülatif ve gerçekçi olmak üzere beşe ayrılmaktadır. Ders kitaplarında kullanılan temsil türleri incelenirken manipülatif ve gerçekçi temsil türleri çalışma analizimize farklı şekilde dahil edilmiştir. Bunun nedeni, ders kitaplarının hâli hazırda somut bir materyal diğer bir ifade ile manipülatif olması ve ders kitaplarında yer alan gerçekçi temsillerin de kelimelerle yani sözel temsil türü kullanılarak ifade edilmiş olmalarıdır. Şaşkan (2023) da ders kitaplarının kesir konularında yer alan çoklu temsilleri incelediği çalışmasında herhangi bir manipülatif temsile rastlamamıştır. Bu durum manipülatif temsil türünün analizimize farklı şekilde dahil edilmesini desteklemektedir. Nakahara (2008) manipülatif temsillerin somut ve yapay, gerçekçi temsilleri ise somut ve doğal olduğunu belirtmiştir. Bu bakımdan ders kitaplarına hapsolmuş matematiksel bir kavramı açıklayan, matematiksel bir öğrenmeyi kolaylaştıran somut materyal görselleri çalışmamız kapsamında matematiksel model (Abrams, 2001) olarak ele alınmıştır. Ders kitaplarında yer alan gerçekçi temsil ise çoğunlukla sözel temsil türü kullanılarak ifade edilmektedir. Bu nedenle çalışmamız kapsamında gerçekçi temsiller, sözel temsil türüne gömülü gerçek hayat durumu kastettiklerinden bir temsil türü olarak değil de içerik olarak düşünülmektedir.

Tablo ve grafik temsilleri, istatistik konusunun önemli bir parçasıdır. Janvier (1987) modelinde ayrı bir başlıkta belirtilen bu iki temsil türü, Nakahara (1987) modelinde görsel temsil türüne entegre edilmiştir. Ayrıca çalışma boyunca etkileşimli kitaplar kullanılmıştır. Bu sayede kitaplarda dinamik yazılımlara, bağlantılara veya videolara bir yönlendirme mevcutsa erişim mümkün olmaktadır. Böylece Johnson'ın (2018) vurguladığı teknolojik temsiller de değerlendirilebileceği için kategorizasyona dahil edilmiştir.

Özetle, ders kitaplarında yer alan istatistik konularını inceleyebilmek için Nakahara (2008), Janvier (1987) ve Johnson (2018) çoklu temsil sınıflandırmaları çalışmamız kapsamında uyarlanmıştır. Çalışmamız ders kitaplarında yer alan temsil türlerini sözel, görsel, cebirsel ve teknolojik olmak üzere dört ana başlıkta değerlendirmekte ve görsel temsilleri tablo, grafik, model ve resim olmak üzere dört kategoriye ayırmaktadır. Ayrıca sözel temsil türünün gerçek hayat durumu içerip içermediği ayrıca değerlendirilmektedir.

Çalışma kapsamında yer alan temsil türleri şu şekilde tanımlanmaktadır:

- a. **Sözel Temsil:** Bir kavramın veya problemin kelimelerle ifade edilmesidir (Janvier,1987; Lesh, 1987 & Nakahara 2008).
 - o **Gerçekçi Temsil:** Bir matematiksel kavramın veya problemin gerçek hayattaki durumlarla ilişkilendirilmesidir. Bu, öğrencilerin teorik bilgiyi gerçek dünya bağlamında anlamalarına yardımcı olur (Lesh ve diğerleri 1987)
- b. **Görsel Temsil:** Kavramların veya problemlerin çizim, şekil, resim, tablo veya grafik gibi görsel araçlar kullanılarak ifade edilmesidir (Lesh ve diğerleri, 1987)
 - o **Tablo:** Verilerin veya bilgilerin satır ve sütunlar halinde düzenlenmiş biçimde gösterildiği bir temsil şeklidir. Genellikle sayıların veya diğer verilerin düzenli bir biçimde sunulması için kullanılır (Janvier, 1987).
 - o **Grafik:** Verilerin eğilimleri veya ilişkilerini göstermek için kullanılan, karşılaştırılabilmesini sağlayan görsel türüdür (Janvier,1987).

- **Model:** Tablo ve grafik dışında diyagram ve şema gibi matematiksel soyut bir kavramı somutlaştırarak anlaşılmasını kolaylaştıran görsel temsil türüdür (Abrams, 200; Nakahara, 2008)
 - **Resim:** Matematiksel bir ifadeyi açıklamayan ancak ders kitaplarını renklendirerek ilgi çekici hâle getiren görsel türüdür. Örneğin, ev, araba, elma, portre resimleri vs.
- c. Cebirsel Temsil:** Matematiksel ifadelerin semboller ve formüller aracılığıyla gösterilmesidir. Bu temsil türü, denklemler, eşitsizlikler, fonksiyonlar gibi matematiksel ifadeleri içerir (Goldin ve Kaput, 1996 akt. Delice ve Sevimli, 2016)
- d. Teknolojik Temsil:** Bilgisayarlar, hesap makineleri, interaktif yazılımlar veya diğer dijital araçlar kullanılarak yapılan temsildir. Örneğin, Geogebra veya Desmos gibi araçlarla bir fonksiyonun grafik olarak çizdirilmesi, teknolojik bir temsildir (Johnson, 2018).

Şekil 5'te çalışma analizi çerçevesince kullanılan temsil türlerinin anlaşılmasını kolaylaştırmak amacıyla bazı örnekler yer almaktadır.

Şekil 5

İstatiksel Kavramların Sözel, Cebirsel, Görsel, Teknolojik ve Gerçekçi Temsillerine Örnek

a.Sözel Temsil

- Aritmetik Ortalama
- Sütun Grafiği
- Merkezi Eğilim

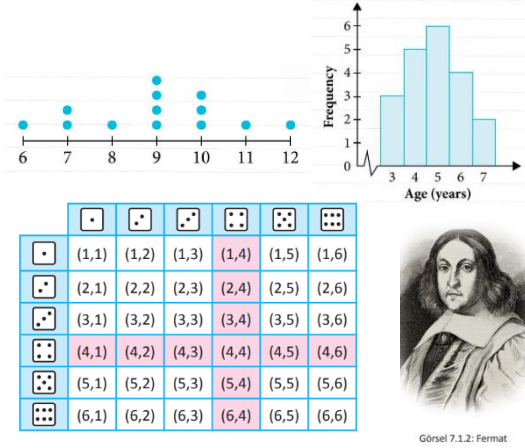
a.1.Gerçekçi Gömülü Sözel Temsil

Bir sınıftaki öğrencilerin sınav puanları 70, 75, 85 ve 90 ise ortalaması $320 / 4 = 80$ olur. Bu, sınıfın genel başarısını ve sınavın zorluk seviyesini anlamamıza yardımcı olabilir.

b.Cebirsel Temsil

$$\bar{X} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} \quad P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

c.Görsel Temsil



d.Teknolojik Temsil

```
python
def aritmetik_ortalama(veriler):
    toplam = sum(veriler)
    n = len(veriler)
    return toplam / n
```

	F	G	H
Ortalama	Average		
1	=AVERAGE(
1	AVERAGE (number1; [number2]; ...)		
1			
0			

Temsiller arası geçiş durumlarını diğer bir ifadeyle temsiller arası ilişkilendirmeleri inceleyebilmek için ise Lesh (1987) temsiller arası yıldız geçiş modelinin revizasyonu olan Huinker (2015) modeli çalışmamız kapsamında uyarlanmıştır. Huinker (2015) modeli, Lesh (1987) modeline ek olarak aynı temsil türünden aynı temsil türüne geçiş durumlarına da ele almaktadır. Çalışmamızda sözel, cebirsel, görsel ve teknolojik olmak üzere dört ana temsil türü incelenmektedir. Bu dört ana temsil türünden yine dört ana temsile, toplamda on altı geçiş durumu söz konusudur. Örnekler ve çözümler birden fazla temsil türünden oluşabilir, bu nedenle bir örnekten çözümüne birden fazla geçiş durumu görülebilir.

Böylece çözümlü sorularındaki temsiller arası ilişkilendirme sözelden sözele (SS), sözelden cebirsel (SC), sözelden görsel (SG), sözelden teknolojiğe (ST), cebirselden sözele (CS), cebirselden cebirsel (CC), cebirselden görsel (CG), cebirselden teknolojiğe (CT), görselden sözele (GS), görselden cebirsel (GC), görselden görsel (GG), görselden teknolojiğe (GT), teknolojikten sözele (TS), teknolojikten cebirsel (TC), teknolojikten görsel (TG) ve teknolojikten teknolojiğe (TT) olmak üzere örnekten çözümüne tüm bu on altı geçiş türüne göre değerlendirilmiştir.

Veri Analizi

Temsil türlerini keskin çizgilerle birbirinden ayırmak her zaman mümkün olmayabilir. Örneğin sözel bir temsil ile ifade edilmiş bir problemin içinde cebirsel bir temsil belirebilir ya

da görsel bir temsil olan bir tabloda sözel temsiller yer alabilir. Bu nedenle veriler kodlanırken buldukları konuma göre temsil türlerinin mevcudiyet durumları baz alınmıştır.

Temsil türlerinin buldukları konum açıklama, örnek-çözüm ve alıştıırma olmak üzere üçe ayrılmıştır. Ders kitaplarının konu hakkında detaylı bilgi veren, kavramı açıklayan, merak uyandıran, tarihsel bilgi veren kısımlarına açıklama; çözümü ders kitaplarında bulunan genellikle konunun pekişmesini sağlayan soruların yer aldığı kısımlara örnek-çözüm ve çözümü kitapta yer almayan sorular içeren veya etkinliklerle öğrenmenin ilerlemesine yardımcı olan, genellikle ünite sonunda yer alan kısımlara ise alıştıırma denilmiştir. Başlık ya da numaralarla ayrılmış her kısım başka bir durum olarak ele alınmıştır.

Özetle; açıklama, örnek-çözüm ve alıştıırmalarda yer alan sözel(S), cebirsel(C), görsel(G) ve teknolojik(T) temsiller mevcudiyet durumlarına göre var ise 1 yok ise 0 olarak kodlanmıştır. Ayrıca sözel (S) temsil durumu gerçek hayat durumundan bahsediyorsa gerçekçi sözel S(G) olarak varlığı belirtilmiştir. Benzer şekilde görsel temsil (G) türü ise tablo (T), grafik (G), model (M) ve resim (R) olarak ayrıca kategorize edilmiş ve ders kitaplarının istatistik konularında yaygın olarak kullanılan görsel temsil tespit edilmeye çalışılmıştır. Kodlama 1 ve 0 olarak yapıldığından harflendirmeye ilgili herhangi bir karışıklık söz konusu olmamıştır. Böylece temsil türlerini keskin çizgilerle ayırmak ve gömülü temsil türleri türetmek yerine; temsil türlerinin birbiriyle uyumunu diğer bir ifade ile hangi temsil türünün hangi temsil türü ile daha sık kullanıldığını inceleme fırsatı sağlanmıştır.

Örnek Kodlamalar

Aşağıda verilerin konumu ve içerdiği temsil türünü kutu içinde ifade eden örnek kodlamalar verilmiştir (Şekil 6).

Şekil 6

Örnek Kodlamalar

Worked Example



9

Finding median when number of data values is even

Find the median of the following set of data.

12, 8, 19, 30, 14, 21, 9, 5

Solution

Total number of data values = 8

$$\begin{aligned} \text{Position of median} &= \frac{n+1}{2} \\ &= \frac{8+1}{2} \\ &= 4.5 \end{aligned}$$

Rearranging the data in ascending order:

5, 8, 9, 12, 14, 19, 21, 30

4.5th position

4th value = 12

5th value = 14

∴ median = mean of 4th value and 5th value

$$\begin{aligned} &= \frac{12+14}{2} \\ &= 13 \end{aligned}$$

think! Mathematics 2B, s.183)

	S		C	G				T
Konum	S(G)	S		T	G	M	R	
Örnek-Çözüm	0	1	1	0	0	0	0	1

Singapur ders kitabında yer alan yandaki örnek ve çözümü; sözel, cebirsel ve teknolojik temsil türlerinden oluşmaktadır.

"=" ve kesir gibi semboller cebirsel temsillerin varlığını gösterirken, "worked example" başlığı altında verilen kırmızı video ikonu etkileşimli kitap üzerinde tıklanıldığında soru ve çözümünün anlatıldığı video içeriğine, diğer bir ifadeyle teknolojik temsile ulaştırmaktadır. Ayrıca kelimeler de sözel temsil türünün varlığını göstermektedir. Bu nedenle mevcut olan temsil türlerinin varlığı tablodaki gibi kodlanmıştır.

2. Grafik Türleri

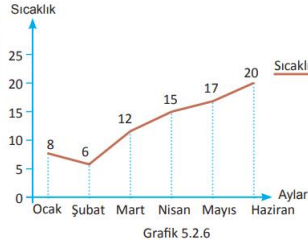
Çizgi Grafiği

Sürekli verilerin yatay ve düşey eksendeki değerleri işaretlenerek bulunan noktaların düz çizgilerle birleştirilmesi sonucunda elde edilen grafik türüdür.

Bir ilin yılın ilk 6 ayındaki ortalama sıcaklık değerleri Tablo 5.2.2 ve Grafik 5.2.6'da verilmiştir.

Aylar	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran
Ortalama Sıcaklık °C	8	6	12	15	17	20

Tablo: 5.2.2



Grafik 5.2.6

Tablo ve grafik incelendiğinde şubat ayından itibaren sıcaklıkların artmaya başladığı görülmektedir.

(Fen Lisesi Ders Kitabı 9, s.378)

	S		C	G				T
Konum	S(G)	S		T	G	M	R	
Açıklama	1	1	0	1	1	0	0	0

Türkiye ders kitabında yer alan yandaki açıklama; sözel ve görsel temsil türlerinden oluşmaktadır. Burada görsel temsillerden hem tablo hem de grafik mevcuttur. Ayrıca sözel temsil türü ile gerçek hayat durumuna değinilmiştir. Bu nedenle mevcut olan

ÖRNEK 7

Soyadları Mavi, Kırmızı ve Yeşil olan üç ailenin hangi aylarda kaç kW (kilowatt) elektrik harcadığını gösteren tablo aşağıda verilmiştir. Tablodaki verileri bir tablolaştırma programı olan Excel'de uygun bir grafik türü ile gösteriniz.

Tablo: Mavi, Kırmızı ve Yeşil Ailelerinin Aylık Elektrik Tüketimi

	OCAK	ŞUBAT	MART	NİSAN	MAYIS
Mavi ailesi	100	80	120	100	60
Kırmızı ailesi	160	100	120	60	80
Yeşil ailesi	110	100	90	70	60

ÇÖZÜM

Elektrik sarfiyatı sürekli veri belirttiği için çizgi grafiği ile gösterilebilir.

Bir Excel sayfası açarak verileri aşağıdaki gibi yerleştiriniz ve bu hücrelerin tümünü seçerek üstteki "EKLE" sekmesine tıklayınız (Seçmek istediğiniz hücreleri fare kullanarak, sürükleyip bırak yöntemi ile seçebilirsiniz).



Daha sonra grafikler bölümünden çizgi grafiğine tıklayınız ve aşağıdaki görselede daha koyu renk ile görülen çizgi grafiği türüne tıklayınız.



(Fen Lisesi Ders Kitabı 9, s.354)

Örnek

Sözel Temsil (Gerçekçi)
Görsel Temsil (Tablo)

Temsiller arası geçiş durumları:

Sözel → Teknolojik
Görsel → Teknolojik

Çözüm

Teknolojik Temsil

1. ÖRNEK

Madeni paranın bir kez havaya atılması, bir zarın bir kez atılması deneylerindeki çıktılar ve örnek uzayları yazınız.

ÇÖZÜM

Deney	Çıktılar	Örnek Uzay
Madeni paranın bir kez havaya atılması	Tura (T), Yazı (Y)	$E = \{T, Y\}$
Zarın bir kez atılması	1, 2, 3, 4, 5, 6	$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Bir Madeni Paranın N Kez (n Tane Madeni Paranın) Havaya Atılması Deneyinde Örnek Uzayın Eleman Sayısı

a) 1 tane madeni paranın 1 kez havaya atılması deneyinde	b) 1 tane madeni paranın 2 kez havaya atılması deneyinde
Örnek Uzay: $E = \{T, Y\}, s(E) = 2 = 2^1$	Örnek Uzay: $E = \{(Y, Y), (Y, T), (T, Y), (T, T)\}, s(E) = 4 = 2^2$

(Fen Lisesi Ders Kitabı 10, s.54)

Örnek

Sözel Temsil

Temsiller arası geçiş durumları:

Sözel → Görsel
Sözel → Cebirsel

Çözüm

Görsel Temsil (Tablo)
Görsel Temsil (Model)
Cebirsel Temsil

18. In a game, the player tosses a fair coin and rolls a fair 6-sided die simultaneously. If the coin shows a head, the player's score is the score on the die. If the coin shows a tail, then the player's score is twice the score on the die. Some of the player's possible scores are shown in the possibility diagram below.

		Die					
		1	2	3	4	5	6
Coin	H	1					
	T			6			

- (i) Copy and complete the possibility diagram.
(ii) Using the possibility diagram, find the probability that the player's score is
(a) odd, (b) even,
(c) a prime number,
(d) less than or equal to 8,
(e) a multiple of 3.

(think! Mathematics 4A, s.35)

Alıştırma

Sözel Temsil (Gerçekçi)
Görsel Temsil (Tablo)

Exercise 2A

1. List the sample space of each of the following probability experiments.
(a) A fair 12-sided die, numbered from 1 to 12, is rolled.



think! Mathematics 4A, s.45

Alıştırma

Sözel Temsil
Görsel Temsil (Resim)

Veriler önce araştırmacı tarafından kodlanmış, sonra tez danışmanı tarafından kodlar kontrol edilip gerekli düzenlemeler sağlanmıştır. Bütün veriler örneklerdeki gibi kodlandıktan sonra temsil türleri dağılımları ve temsiller arası geçiş durumları betimsel istatistiklerine (frekans ve yüzde) bakılarak analiz edilmiştir.

Güvenilirlik ve Geçerlik

Geçerlik ve güvenilirlik, nitel bir araştırmada elde edilen verilerin doğruluğu ve tutarlılığı açısından kritik bir öneme sahiptir. Geçerlik, araştırmacının amacına uygun verilerin toplanması ve analiz edilmesiyle sağlanırken, güvenilirlik ise bu verilerin tekrarlandığında benzer sonuçlar verebilme özelliğini ifade eder. Lincoln ve Guba (1985), nitel araştırmalarda

güvenilirlik ve geçerlik kavramlarının sağlanması için kodlamaların birden fazla araştırmacı tarafından yapılması veya aynı araştırmacı tarafından belirli bir süre sonra tekrarlanması gerektiğini vurgulamaktadır. Benzer şekilde, Creswell (2013), araştırma sonuçlarının güvenilirliğini artırmak için kodlamaların zaman aralığı bırakılarak tekrarlanmasını ve elde edilen bulguların karşılaştırılmasını önermektedir. Ayrıca, kodlama sürecinde oluşabilecek farklılıkların giderilmesi için araştırmacılar arasında uzlaşma sağlanması da geçerlik ve güvenilirlik açısından önemli bir adımdır. Bu nedenle, nitel araştırmalarda kodlamaların zaman aralığı bırakılarak tekrarlanması ve elde edilen bulguların karşılaştırılması, geçerlik ve güvenilirliğin sağlanmasında kilit bir rol oynar.

Bu çalışmada, tutarlılık için veriler araştırmacı tarafından sekiz hafta arayla tekrar kodlanmıştır. Temsil türlerinin iç içe geçmesi gibi türün tespitinin karmaşık ve zorlu olduğu durumlar ortaya çıktığında, tez danışmanı ve alanında uzman diğer matematik öğretmenleri ile yapılan müzakereler sonucunda ilgili verinin türüne karar verilip uzlaşma sağlanmıştır. Diğer bir yandan analiz edilen veriler erişime açık kaynak ders kitaplarıdır, her zaman teyit için incelenebilir. Araştırma sürecinde yapılan bu uygulamalar ile çalışmanın tutarlılığı ve teyit edilebilirliği; diğer bir ifadeyle iç ve dış güvenilirliği sağlanmaya çalışılmıştır ve araştırma sonucunun geçerliliğine katkıda bulunulmuştur.

Bölüm 4

Bulgular, Yorumlar ve Tartışma


Bu kısımda Türkiye ve Singapur ders kitaplarının “veri, sayma ve olasılık” ünitelerinde yer alan çoklu temsil türleri ve temsiller arası geçiş durumuna ilişkin analiz bulgularına ve yorumlara yer verilmiştir. Bulgular Türkiye ders kitapları, Singapur ders kitapları ve iki ülkenin karşılaştırıldığı kısım olmak üzere üç başlıkta ele alınmaktadır.

Türkiye Ders Kitaplarının İstatistik Konularda Kullanılan Temsiller ve Geçiş Durumlarına Yönelik Bulgular

Ülkemize ait incelediğimiz bu ders kitaplarımız “Neler Öğreneceksiniz?”, “Neden Önemlidir?”, “Etkinlik”, “Örnek-Çözüm”, “Sıra Sizde”, “Alıştırmalar”, “Ölçme ve Değerlendirme” gibi başlıklı kısımlardan oluşmaktadır. Bunlardan “Neler Öğreneceksiniz?”, “Neden Önemlidir?” ya da ilgili konu başlığı ile başlanıp konun açıklandığı kısımlar, açıklama; çözümleri kitapta yer alan sorular, örnek-çözüm; ve “Etkinlik”, “Sıra Sizde”, “Alıştırmalar” ve “Ölçme ve Değerlendirme” gibi çözümü kitapta yer almayan soru içerikleri, alıştırma kısımlarını oluşturmaktadır.

Ortaöğretim Genel Müdürlüğünce (OGM Materyal) yayınlanan etkileşimli tüm bu kitaplarımız bazı uygulama ikonları ve kare kodlar içermektedir. Genellikle ünite başlarında yer alan kare kodlar, konu ile ilgili slayt dosyalarına ve konu anlatım videolarına iletmektedir. Yine ünite başında yer alan ikon ile konunun birkaç sayfalık özetini sunan pdf dosyasına erişmek mümkündür. Böylece öğrenciye konuyla ilgili materyal desteği sunulmaktadır.

Soru çözümü, boşluk doldurma, çoklu seçim soruları, karma test ve resim eşleştirmeye yönlendiren diğer ikonlar; bulgularımıza göre etkileşimli kitaplarımızda yaygınca yer almaktadır. Analiz boyunca ikonlara teker teker tıklanıp, ilgili kısımda yer alan mevcut temsil türünün sağladığı öğrenmeden farklı bir aktiviteye ya da öğrenme biçimine yönlendirip yönlendirmediğine ya da başka bir duyu organını harekete geçirip geçirmediğine göre teknolojik temsil varlığı değerlendirilmiştir. Ancak örnek ve alıştırmaların başında

bulunan bu ikonlar aracılığıyla ders kitabında yer alan soru ve çözümlerin temsil türü değiştirilmeden sadece dijital platforma aktarıldığı görülmüştür. Bu nedenle her ne kadar bu ikonlar yaygın olarak ders kitaplarımızda yer alsada bu ikonlarla aktarılan içeriğin büyük bir kısmı farklı bir öğrenme durumuna iletmediğinden teknolojik temsil türüne dahil edilememiştir. Örneğin,  ikonu ders kitabında yer alan örnek ve çözümünü sadece başka bir sekmede açmaktadır, bu nedenle teknolojik bir temsil sunmamaktadır.

Bu durumlar Türkiye'ye ait incelediğimiz etkileşimli kaynakların hepsinde olduğundan, burada ifade edilmek istenmiştir.

Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 9 Ders Kitabına Ait Bulgular

Ülkemiz Fen liseleri 9. sınıflarınca kullanılan kitapta istatistik konularına “Veri” ünitesinde yer verilmiştir. Bu ünite de mod, medyan, aritmetik ortalama, standart sapma gibi merkezi eğilim ve yayılım ölçüleri açıklanmış ve verilerin çizgi, sütun, daire, kutu gibi grafiklerle gösterimi öğretilmiştir.

Bu ders kitabı kapsamında ilgili kısmında 25 (%26,9) açıklama, 34 (%26,2) örnek-çözüm, 61 (%46,9) alıştırma olmak üzere 120 durum mevcuttur. 120 durumun tamamının sözel temsil türü içerdiği tespit edilmiştir. Bu sözel temsillerin büyük bir kısmının (%73,3) gerçek hayatla ilişkilendirildiği görülmüştür (Tablo 5).

Tablo 5

Fen Lisesi 9. Sınıf Ders Kitabı 360 – 395 Sayfalarındaki Durumlarda Sözel Temsillerin

Dağılımı

	Sözel		Miktar f(%)
	Gerçekçi	Sözel	
Açıklama	11	25	25 (26.9)
Örnek-Çözüm	30	34	34 (26.2)
Alıştırma	47	61	61 (46.9)
Toplam f (%)	88(73.3)	120(100)	120 (100)

Tablo 6

Fen Lisesi 9. Sınıf Ders Kitabı 360 – 395 Sayfalarındaki Durumlarda Görsel Temsillerin Dağılımı

	Görsel				Görsel Temsil İçeren Durum Sayısı	Toplam Durum Sayısı
	Tablo	Grafik	Model	Resim		
Açıklama	4	14	0	1	15	25
Örnek-Çözüm	10	15	8	0	29	34
Alıştırma	10	34	0	2	41	61
	24	63	8	3		
Toplam			98		85	120

Açıklama, örnek-çözüm ve alıştırma durumlarında sözel temsil türünden sonra %70,8 (Tablo 7) rastlama oranıyla en çok karşılaşılan bir diğer temsil, görsel temsil türü olmuştur. Kitabın bu kısmında yer alan 120 durumun 85'inde 98 görsel temsil türü ile karşılaşılmıştır. Bir durumda birden fazla temsil türü olabileceği gibi, birbirinden farklı görsel temsil türleri de kullanılmış olabilir. Örneğin, burada 61 alıştırma durumunun 41'inde görsel temsil türü vardır. Bu 41 görsel temsil türünün 34'ü grafik, 10'u tablo ve 2'si resim içermektedir. Ancak bazı alıştırmalarda birden fazla görsel temsil kullanıldığı için 41 (alıştırma durum sayısı) görsel temsil yerine alıştırma durumlarında 46 görsel temsile rastlanmıştır. Bu veriden hareketle 13 (98-85) durumda da birden fazla görsel temsil türü ile karşılaşıldığı söylenebilir. Burada özellikle görsel temsillerden tablo ve grafik türlerinin birlikte kullanıldığı durumlara rastlanılmıştır (bkz. Şekil 7, Şekil 8 ve Şekil 9). Ayrıca alıştırma kısımlarında görsel temsil türlerinden grafiğin yoğunluğu dikkat çekmektedir (Tablo 6). Grafik kullanımındaki bu yoğunluğun sebebi, konunun grafik türleri olması nedeniyle aşıkardır.

Tablo 7

Fen Lisesi 9. Sınıf Ders Kitabı 360 – 395 Sayfalarındaki Durumlarda Temsil Türlerinin Dağılımı

	Sözel	Cebirsel	Görsel	Teknolojik	Durum Sayısı
Açıklama	25	4	15	2	25
Örnek-Çözüm	34	31	29	0	34
Alıştırma	61	2	41	1	61
Toplam (%)	120(100)	37(30,8)	85(70,8)	3(2,5)	120

Bulgularda bir diğer dikkat çeken kısım ise, örnek-çözümlerde karşılaşılan cebirsel temsil sıklığıdır. Bu durum temsiller arası geçişler incelendiğinde de kolayca anlaşılmaktadır (Tablo 8). Tüm örneklerden çözüme geçişlerde, sözel temsilden sözel temsile geçiş durumu mevcuttur. Yine neredeyse örnek-çözümlerin tamamında (%91,2) sözel temsilden cebirsel temsile geçiş durumunun varlığından söz edilebilir. Bu, cebirsel temsillerin özellikle çözüm kısımlarında yer aldığını ortaya koymaktadır.

Temsiller arası geçişler incelendiğinde görselden sözele (%64,7) ve görselden cebirsel (%50) geçiş, örnek - çözüm durumlarının en az yarısında bulunmaktadır (Tablo 8). Bu bulgu, görsellerin çözümlerden ziyade örneklerde yer aldığını ispatlamaktadır. Buradan hareketle ders kitaplarımızın öğrenciye bir grafik çizdirmekten daha çok verilen bir grafiği yorumlatma, grafikten anlam çıkarma becerilerinin öğretilmesine ağırlık verildiği söylenebilir.

Tablo 8

Fen Lisesi 9. Sınıf Ders Kitabı Örneklerden Çözüme Temsiller Arası Geçiş Dağılımı

	SS	SC	SG	ST	CS	CC	CG	CT	GS	GC	GG	GT	TS	TC	TG	TT
f	34	31	10	0	0	0	0	0	22	17	1	0	0	0	0	0
%	100	91.2	29.4	0	0	0	0	0	64.7	50	2.9	0	0	0	0	0

Tablo 8’de sözel (S), cebirsel (C), görsel (G) ve teknolojik (T) olmak üzere her bir harf bir temsil türüne karşılık gelmektedir. Yan yana gelen iki harften ilk harfin karşılık bulunduğu temsil türünden ikinci harfin ifade ettiği temsil türüne geçişi sembolize etmektedir.

Örneğin, SS sözelden sözele; CG cebirselden görsele; TS teknolojikten sözele geçiş durumunu ifade eder. Bir örnek-çözüm durumunda birden fazla geçiş olabildiği için (Şekil 7 de olduğu gibi sözel temsilden sözel temsile, sözel temsilden cebirsel temsile, sözel temsilden görsele temsile) toplam geçiş sayısı durum sayısından fazla çıkabilmektedir.

Şekil 7

Fen Lisesi 9. Sınıf Ders Kitabına Ait Bir Örnek – Çözüm

1. ÖRNEK >>>

19 kişilik bir sınıftaki öğrencilerin fizik dersi sınav sonuçları aşağıda verilmiştir. 43, 22, 86, 77, 24, 37, 59, 30, 64, 36, 48, 74, 41, 90, 53, 27, 40, 50, 31 Sınav sonuçlarını 7 grup olacak şekilde gösteren histogramı çiziniz ve yorumlayınız.

Sözel

ÇÖZÜM >>>

Histogramı oluşturmak için veriler küçükten büyüğe doğru sıralanır. 22, 24, 27, 30, 31, 36, 37, 40, 41, 43, 48, 50, 53, 59, 64, 74, 77, 86, 90 Grup genişliğini bulmak için açıklık seçilen grup sayısına bölündüğünde

$$\begin{aligned} \text{Açıklık} &= 90 - 22 \\ &= 68 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\frac{\text{Açıklık}}{\text{Grup sayısı}} < \text{Grup genişliği}$$

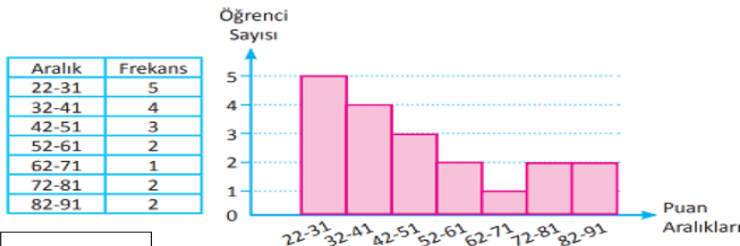
$$\frac{68}{7} < \text{Grup genişliği}$$

$$9,7 < \text{Grup genişliği}$$

Eşitsizliği sağlayan en küçük doğal sayı alınacağından grup genişliği 10 olur.

Cebirsel

Veriler, grup genişliği 10 olacak şekilde tablodaki gibi gruplanır.



Tablo

Grafik

Oluşturulan histograma göre 9 öğrencinin 22-41 aralığında puan aldığı görülmektedir. Sınıfta 52 puandan yüksek alan 7 öğrenci, 51 puandan düşük alan 12 öğrenci vardır. Sınıfın yarısından fazlası 51 puandan düşük almıştır.

Sözel

9. Sınıf Fen Lisesi sayfa 377'den alıntılanan Şekil 7'de sözel temsil ile ifade edilmiş bir örnek ve hem sözel hem cebirsel hem tablo hem de grafik temsillerinden oluşan çözümü gösterilmektedir. Bu kısım sözelden sözele, sözelden cebirsel ve sözelden görsele geçiş durumuna örnek teşkil etmektedir.

Şekil 8

Fen Lisesi 9. Sınıf Ders Kitabına Ait Bir Açıklama

2. Grafik Türleri

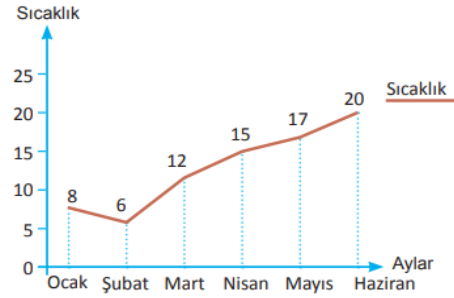
Çizgi Grafiği

Sürekli verilerin yatay ve düşey eksendeki değerleri işaretlenerek bulunan noktaların düz çizgilerle birleştirilmesi sonucunda elde edilen grafik türüdür.

Bir ilin yılın ilk 6 ayındaki ortalama sıcaklık değerleri Tablo 5.2.2 ve Grafik 5.2.6'da verilmiştir.

Aylar	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran
Ortalama Sıcaklık °C	8	6	12	15	17	20

Tablo: 5.2.2



Grafik 5.2.6

Tablo ve grafik incelendiğinde şubat ayından itibaren sıcaklıkların artmaya başladığı görülmektedir.

Çizgi grafiğinin açıklandığı yukarıdaki Şekil 8'de de yine hem sözel hem de görsel temsil türünden faydalanılmıştır. Görsel temsil türü tablo ve grafikten oluşmaktadır.




Şekil 9

Fen Lisesi 9. Sınıf Ders Kitabına Ait Teknolojik Temsil

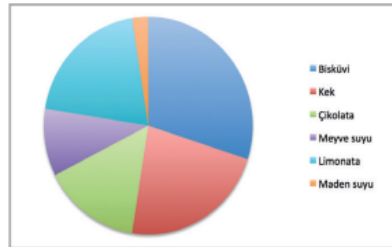
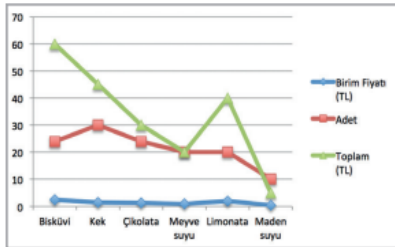
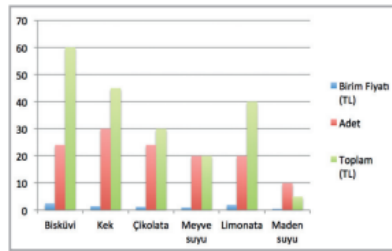
Teknoloji Uygulaması

Sosyal Etkinlik dersinde bir köy ilkokuluna yardım ve tanışma amaçlı gezi planlanmıştır. Öğrenciler, ilkokul öğrencilerini mutlu etmek ve onlar üzerinde güzel etki bırakabilmek için onlara hikâye kitabı dağıtmayı ve kendi aralarında topladıkları 200 TL ile yiyecek ve içecek almayı planlıyorlar.

Yiyecek ve içecekler grubuna karşı gelen tablo ve tablo kullanılarak oluşturulan sütun, çizgi, pasta grafikleri aşağıdaki gibidir. İnceleyiniz.

	Bir elektronik tablo programı çalıştırınız.
	Tablodaki A sütununa alınan ürünlerin isimleri, B sütununa birim fiyatları, C sütununa adetleri ve D sütununa da toplam maliyet yazılarak tablo oluşturulur.
	Tablonun tamamı seçilerek Ekle menüsünün "Grafikler" bölümüne giriniz. "Sütun" şablonlarından birini seçiniz.
	Tablonun tamamı seçilerek Ekle menüsünün "Grafikler" bölümüne giriniz. "Çizgi" şablonlarından birini seçiniz.
	Tablonun A ve D sütunları seçilir. Ekle menüsünün "Grafikler" bölümüne giriniz. "Pasta" şablonlarından birini seçiniz.

	A	B	C	D
		Birim Fiyatı (TL)	Adet	Toplam (TL)
1				
2	Bisküvi	2,5	24	60
3	Kek	1,5	30	45
4	Çikolata	1,25	24	30
5	Meyve suyu	1	20	20
6	Limonata	2	20	40
7	Maden suyu	0,5	10	5
8		Genel Toplam		200



Ünitenin içindeki 3 teknolojik temsilden biri Şekil 9'da gösterilmektedir. Bu kısımda öğrenciden bir uygulama kullanarak oluşturduğu tabloyu programda grafiklere nasıl dönüştüreceği açıklanmaktadır. Bu açıklama yapılırken hem sözel hem teknolojik hem görsel temsil türlerinden faydalanılmıştır. Bu kısımdaki görsel temsil türü, tablo ve grafiklerden oluşmaktadır. Tablolardan biri bahsedilen elektronik tablo programından alınmıştır. Ancak bu elektronik tablo programının ne olduğundan, nasıl ulaşılabileceğinden ve nasıl çalıştırılabileceğinden bahsedilmemiştir. Bu nedenle teknolojik temsil türünün yeterince açık olarak ifade edilmediği söylenebilir.

Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 10 Ders Kitabına Ait Bulgular

Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 10 Ders Kitabının istatistik konularını içeren “Sayma ve Olasılık” ünitesinden sadece “Basit Olayların Olasılıkları” konusunun anlatıldığı kısım analize tabi tutulmuştur. Permütasyon, kombinasyon, binomun anlatıldığı “Sıralama ve Seçme” konusu Singapur kitaplarında yer almadığından analiz kapsamında incelemeye alınmamıştır. Analiz bulguları Tablo 9’da yer almaktadır.

Tablo 9

Fen Lisesi 10. Sınıf Ders Kitabı 54 – 63 Sayfalarındaki Durumlarda Temsil Türlerinin Dağılımı

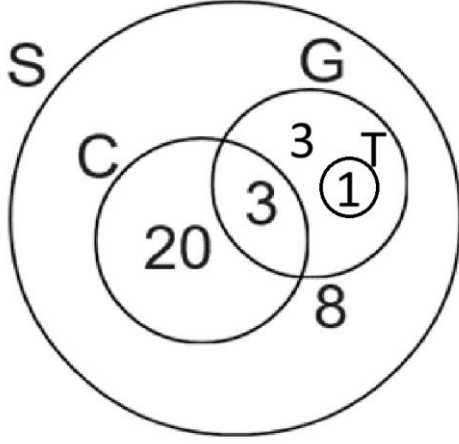
	Sözel		Cebirsel	Görsel				Teknolojik	Durum Sayısı f (%)
	Gerçekçi	Sözel		Tablo	Grafik	Model	Resim		
Açıklama	5	12	8	2	0	2	1	1	12 (34.3)
Ö-Ç	9	14	14	2	0	1	1	0	14 (40)
Alıştırma	8	9	1	0	0	0	0	0	9(25.7)
Toplam	22(62.8)	35(100)	23	4	0	3	2	1	35(100)
f (%)	35 (100)		23(65.7)	9 7(20)			1(2.9)		

*Ö-Ç: Örnek-Çözüm durumlarını ifade etmektedir. Çözümler dahildir.

Bu ders kitabı kapsamında ilgili kısmında 12 (%34,3) açıklama, 14 (%40) örnek-çözüm, 9 (%25,7) alıştırma olmak üzere 35 durum mevcuttur. Bu 35 durumun hepsi (%100) sözel temsil türünü içermektedir. Bu sözel temsillerden 22 tanesi (%62,8) gerçek hayat durumuyla ilişkilendirilmektedir. Alıştırmaların neredeyse tamamının gerçekçi sözel temsil türünden oluşması dikkat çekmektedir. Ayrıca tüm örnek – çözüm durumlarında cebirsel temsil kullanıldığı görülmektedir (Tablo 9).

Şekil 10

Fen Lisesi 10. Sınıf Ders Kitabında Yer Alan Durumlarda Temsil Türlerinin Birlikte Kullanımını Gösteren Venn Şeması



Şekil 10'daki Venn şemasında bu bölümde yer alan 35 durumun temsil türlerine göre dağılımı modellenmiştir. 35 durumun 23'ünde (%65.7) cebirsel temsil türüne rastlanırken, sadece 7'sinde görsel temsil türü bulunmaktadır (Tablo 9). İki açıklama durumunda hem tablo hem model olmak üzere iki görsel temsil türü kullanılmıştır (örneğin: Şekil 11). Bu nedenle görsel temsillerin yer aldığı 7 durumda toplam 9 görsel temsile rastlanmaktadır (Tablo).

Görsel temsil türlerinden bu kısımda en sık karşılaşılan temsil tablo (f=4), sonra modeldir (f=3) (Tablo 9). Ayrıca kitabın bu kısmında öğrenmeyi kolaylaştıran, ilgi çekici iki de resim mevcuttur (bkz. Şekil 11'de yer alan madeni para ve Şekil 12'deki zar). Bu bölümde kare kod ile ilgili videolara yönlendiren yalnızca bir adet teknolojik temsil türüne rastlanmamıştır. Ünite başında yer alan bu kare kod bir açıklamada hem görsel temsillerden resim hem de sözel temsille birlikte kullandığından, bu durum venn şemasında Sözel (S), Görsel (G) ve Teknolojik (T) temsillerin kesişim noktasında gösterilmiştir (Şekil 10).

Tablo 10

Fen Lisesi 10. Sınıf Ders Kitabı Örneklerden Çözümde Temsiller Arası Geçiş Dağılımı

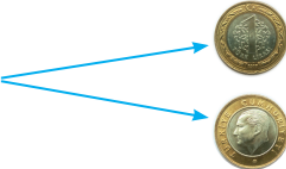
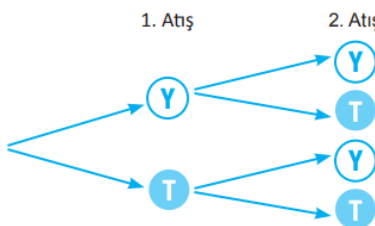
	SS	SC	SG	ST	CS	CC	CG	CT	GS	GC	GG	GT	TS	TC	TG	TT
f	12	14	1	0	1	1	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0
%	85.7	100	7.1	0	7.1	7.1	0	0	14.3	14.3	0	0	0	0	0	0

Kitabın bu kısmında yer alan 14 örnek-çözüm durumunun içerdiği temsiller arası geçiş durumları ile ilgili bulgular ise Tablo 10'da gösterilmektedir. Tüm örneklerden çözümlerine, sözel temsilden cebirsel temsile (%100) geçiş söz konusudur. Bunu takiben bu bölümde en sık rastlanan bir diğer geçiş türü ise sözel temsilden sözel temsile (%85,7) geçiştir.

Şekil 11

Fen Lisesi 10. Sınıf Ders Kitabına Ait Bir Açıklama (s.54)

Bir Madenî Paranın N Kez (n Tane Madenî Paranın) Havaya Atılması Deneyinde Örnek Uzayın Eleman Sayısı

a) 1 tane madenî paranın 1 kez havaya atılması deneyinde	b) 1 tane madenî paranın 2 kez havaya atılması deneyinde
	
Örnek Uzay: $E = \{T, Y\}, s(E) = 2 = 2^1$	Örnek Uzay: $E = \{(Y, Y), (Y, T), (T, Y), (T, T)\}, s(E) = 4 = 2^2$

Şekil 11'de bu kitaba ait bir açıklama yer almaktadır. Bu açıklama; madenin paranın n kez havaya atılması deneyinin ilk iki basamağını ağaç diyagramlarından oluşan modeller üzerinden anlatmaktadır. Bunu bir tablo içinde sunmakta, cebirsel ve sözel ifadelerden faydalanarak yapmakta ve ayrıca madeni para resimleri koyarak ilgi çekici hâle getirmektedir. Özetle bu sözel, cebirsel ve görsel (tablo, model ve resim) temsillerle oluşturulmuş bir açıklama durumudur.

Şekil 12

Fen Lisesi 10. Sınıf Ders Kitabına Ait Bir Örnek – Çözüm

3. ÖRNEK

Bir çift zarın atılması deneyinde zarların üst yüzlerine gelen sayıların

A: Çarpımlarının en çok 3 olma olayı

B: Eşit olma olayı

C: Toplamlarının en az 10 olma olayı şeklinde veriliyor.

Buna göre

- A, B ve C olaylarını liste yöntemi ile yazınız.
- A, B ve C olaylarından ayrık olanları ve ayrık olmayanları bulunuz.



ÇÖZÜM

- Zarların üst yüzlerine gelen sayıların çarpımlarının en çok 3 olma olayı

$A = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (3,1)\}$ şeklindedir.

Zarların üst yüzlerine gelen sayıların eşit olma olayı

$B = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$ şeklindedir.

Zarların üst yüzlerine gelen sayılar toplamının en az 10 olma olayı

$C = \{(4,6), (5,5), (5,6), (6,4), (6,5), (6,6)\}$ şeklindedir.

- $A \cap C = \emptyset$ olduğundan A ile C olayları ayrık olaylardır.

$A \cap B = \{(1,1)\}$ ve $B \cap C = \{(5,5), (6,6)\}$ olduğundan A ile B ve B ile C olayları ayrık olmayan olaylardır.

Şekil 12'de (s. 57) ise bu kitaba ait bir örnek-çözüm durumu gösterilmektedir. Sözel ve görsel (resim) temsil ile oluşturulan örnek, sözel ve cebirsel temsil ile çözülmüştür. Bu durumda sözelden sözele ve sözelden cebirsel geçiş durumu yer almaktadır. Resim ile oluşturulmuş görsel temsil, sorunun çözümüne herhangi bir katkı sağlamadığından bu ve benzeri durumlarda temsiller arası geçiş verilerine eklenmemiştir.

Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 11 Ders Kitabına Ait Bulgular

Ülkemiz Fen liseleri 11. sınıflarınca kullanılan kitapta istatistik konularına "Olasılık" ünitesinde yer verilmiştir. Bu ünite de koşullu olasılık; bağımlı, bağımsız ve bileşik olayların olasılıkları; deneysel ve teorik olasılık hesaplamaları gösterilmiştir. Bu konuların öğretilmesinde kullanılan çoklu temsillerin dağılımları Tablo 11'deki gibidir.

Tablo 11

Fen Lisesi 11. Sınıf Ders Kitabı 252 – 276 Sayfalarındaki Durumlarda Temsil Türlerinin Dağılımı

	Sözel		Cebirsel	Görsel				Teknolojik	Durum Sayısı f(%)
	Gerçekçi	Sözel		Tablo	Grafik	Model	Resim		
Açıklama	7	13	7	1	0	1	1	1	14(17.5)
Ö-Ç	28	32	29	4	0	7	4	4	32(40)
Alıştırma	26	34	2	3	3	0	3	1	34(42.5)
Toplam	61(77.2)	79(100)		8	3	8	8		80(100)
f (%)	79(98.75)		38(47.5)		²⁶ 22 (27.5)			6(7.5)	

Bu ders kitabı kapsamında ilgili kısmında 14 (%17,5) açıklama, 32 (%40) örnek-çözüm, 34 (%42,5) alıştırmaya olmak üzere **80** durum mevcuttur. 80 durumun neredeyse tamamının (%98,75) sözel temsil türü içerdiği tespit edilmiştir. Bu sözel temsillerin yine büyük bir kısmının (%77,2) gerçek hayat durumuyla ilişkilendirildiği görülmüştür (Tablo 11). Özellikle olasılık hesaplarında günlük hayat durumlarından madeni para ve zar atma problemlerine sıklıkla rastlanmaktadır.

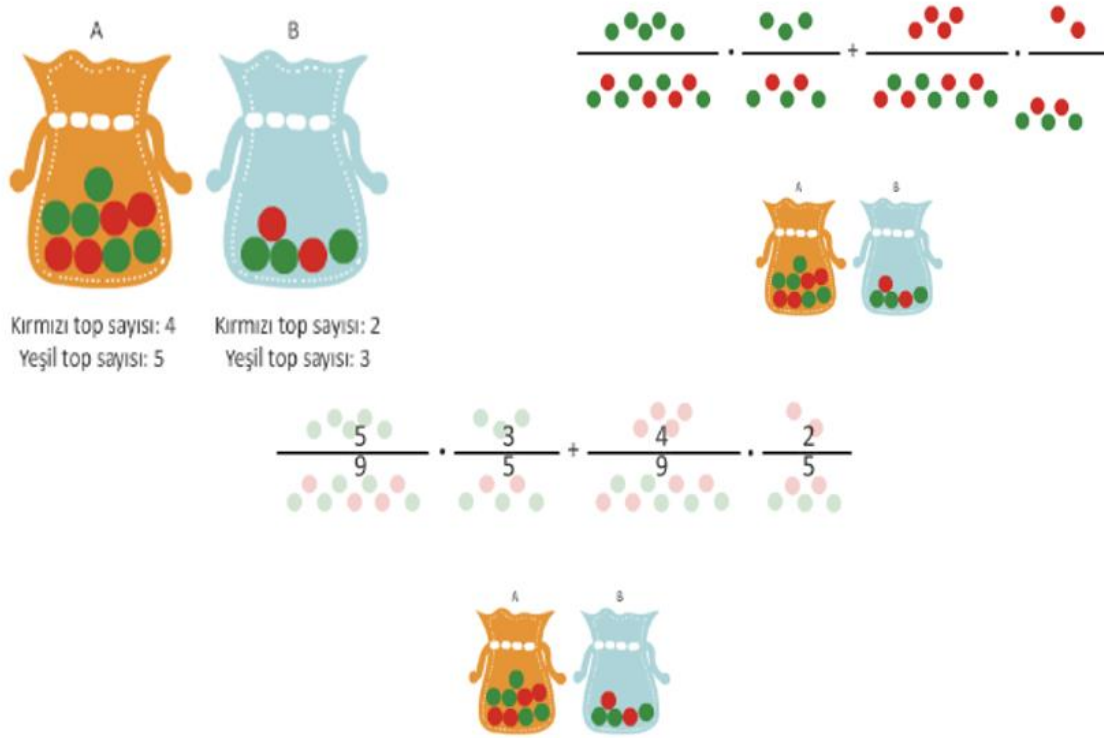
Tablo 11’de ifade edilen bulgulardan hareketle sözel temsillerin ardından sırasıyla cebirsel ve görsel temsil türlerinin kullanımlarıyla sıklıkla karşılaşıldığı görülmektedir. Cebirsel temsiller en çok örnek-çözüm durumlarında görülmektedir, çünkü çözümlerde sayısal işlemler gösterilmektedir.

80 durumun 22’sinde 26 farklı görsel temsil türü ile karşılaşılmıştır. Ayrıca görsel temsil türlerinin dağılımının birbirine çok yakın olduğu, diğer bir ifade ile dengeli olduğu söylenebilir. Kitabın bu kısmında yer alan tablo (f=8), model (f=8) ve resim (f=8) miktarlarının aynı olduğu gözlemlenmektedir. Çünkü bu kitapta olasılık hesaplamaları yapılırken venn şemaları, ağaç diyagramları, olasılık tabloları ve problem durumunu görselleştiren resimler birlikte kullanmakta ve birbiriyle ilişkilendirmektedir.

Burada dikkat çeken bir diğer durum ise teknolojik temsil kullanımının diğer iki ders kitabımıza nazaran bir miktar daha yüksek olmasıdır. Özellikle bu teknolojik temsillerin örnek-çözümlerde yoğunlaştığı görülmüştür. Bu bölümde yer alan 6 teknolojik temsilin 4'ü örnek-çözüm durumunda yer almaktadır. Bunun sebebi, birkaç problem durumunu oluşturan topların torbadan çekilişinin simüle edilmiş ve hareketli olarak etkileşimli kitabımıza entegre edilmiş olmasıdır (bkz. Şekil 13)

Şekil 13

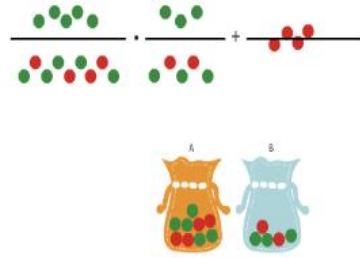
Fen Lisesi 11. Sınıf Ders Kitabına Ait Bir Teknolojik Temsil



Şekil 13'te bu hareketli simülasyondan kesitler yer almaktadır. Bu simülasyonun yer aldığı sorunun tamamı ise Şekil 14'te bulunmaktadır. Sözel ve teknolojik temsil ile ifade edilen örnek; sözel, cebirsel ve teknolojik temsiller kullanılarak çözülmüştür. Bu örnek-çözüm durumunda sözelden sözele, sözelden cebirsel, sözelden teknolojiğe, teknolojikten sözele, teknolojikten cebirsel, teknolojikten teknolojiğe toplam altı temsiller arası geçiş durumu mevcuttur.

Şekil 14**Fen Lisesi 11. Sınıf Ders Kitabına Ait Bir Örnek – Çözüm****1. ÖRNEK**

A torbasında özdeş 4 kırmızı ve 5 yeşil renkli top, B torbasında özdeş 2 kırmızı ve 3 yeşil renkli top vardır. Her iki torbadan birer top çekildiğinde çekilen her iki topun da aynı renkte olma olasılığını bulunuz.

**ÇÖZÜM**

Y_A , A torbasından çekilen topun yeşil renkli olma olayı,
 Y_B , B torbasından çekilen topun yeşil renkli olma olayı,
 K_A , A torbasından çekilen topun kırmızı renkli olma olayı,
 K_B , B torbasından çekilen topun kırmızı renkli olma olayı olsun.
İstenilen olay, topların $\{Y \text{ ve } Y\}$ veya $\{K \text{ ve } K\}$ olmasıdır. Bu durumda

$P(Y_A \text{ ve } Y_B)$ veya $P(K_A \text{ ve } K_B)$ olur. Buradan

$$P(Y_A \cap Y_B) + P(K_A \cap K_B) = P(Y_A) \cdot P(Y_B) + P(K_A) \cdot P(K_B) = \frac{5}{9} \cdot \frac{3}{5} + \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{5} = \frac{15+8}{45} = \frac{23}{45} \text{ bulunur.}$$

Bu bölümde 32 örnek-çözüm durumunun 25'inde (%78,1) sözelden sözele, 27'sinde (%90,6) sözelden cebirsel temsil geçiş durumu mevcuttur. Buradan hareketle örneklerin büyük bir kısmının sözel temsil ile çözümlerin ise cebirsel temsille ifade edildiği çıkarılmaktadır (Tablo 12).

Tablo 12**Fen Lisesi 11. Sınıf Ders Kitabı Örneklerden Çözümde Temsiller Arası Geçiş Dağılımı**

	SS	SC	SG	ST	CS	CC	CG	CT	GS	GC	GG	GT	TS	TC	TG	TT
f	25	29	7	2	0	2	0	0	4	3	0	0	2	1	0	2
%	78.1	90.6	21.9	6.3	0	6.3	0	0	12.5	9.4	0	0	6.3	3.1	0	6.3

Singapur Ders Kitaplarının İstatistik Konularda Kullanılan Temsiller ve Geçiş Durumlarına Yönelik Bulgular

Singapur'u temsilen incelediğimiz ShingLee Yayınevine ait think! Mathematics kitapları pek çok bölümden oluşmaktadır. Bu bölümlerden açıklama durumlarını “attention” (dikkat), “information” (bilgi), “problem–solving tip” (problem-çözme ipucu), “big idea” (büyük fikir), “coding” (kodlama), “looking back” (geriye bakma) gibi başlıklar oluştururken; örnek-çözüm durumları “worked example” başlığı altında gösterilmiş ve alıştırmaya durumlarına

“introductory problem” (giriş problemi), “practise now” (şimdi uygulama zamanı), “reflection” (yansıtma/düşünme), “exercise” (alıştırma), “investigation (araştırma), “review exercise” (gözden geçirme alıştırmaları), “just for fun” (sadece eğlence için), “class discussion” (sınıf tartışması) ve “performance task” (performans görevi) gibi kısımlarda yer verilmiştir.

Açıklama durumlarının bir kısmı sayfaların kenarında kutucuk halinde yer almaktadır. Şekil 15’te bu kutucuklardan örnekler vardır. Bu kutucuklar, bazen soru çözümü ile ilgili bir ipucu verirken bazen kavramın etimolojik yapısından bahsetmekte, bazen günlük hayat durumu ile ilişkilendirmekte ya da tanım içermektedir.

Şekil 15

Singapur Ders Kitaplarında Yer Alan Açıklama Kutucukları

Attention

Since a frequency table is not a statistical graph, we use the term **‘statistical diagrams’** to include both the frequency table and *statistical graphs* such as pictograms and bar graphs.

Big Idea

Diagrams

A pictogram is another statistical diagram used to display statistical data. The key (or legend) indicates the number of items represented by each picture and the number of pictures represents the frequency of each category. The size of each picture should be the same and the pictures should be equally spaced out.

Problem-solving Tip

(i) The area of a sector is proportional to its angle.
Therefore,

$$\frac{\text{area of sector}}{\text{area of circle}} = \frac{\text{angle of sector}}{\text{angle of circle}}$$
 and the angle of the circle is 360° .
 Visually, we can also see that the red sector makes up $\frac{1}{4}$ of the circle.

Singapur kitaplarında ünitelere başlarken öğrencinin keşfederek ilgili kavrama ihtiyacı duymasını sağlayan, ortalarında verilmiş örnekten hareketle öğrencinin tekrar benzer bir soru çözmeye fırsat sunan ve ünite sonlarında konuyla ilgili öz değerlendirme yapmasına fırsat sunan çözümü kitapta yer almayan pek çok alıştırma durumu yer almaktadır.

Alıştırmaların çoğunun verilen örnek çözümü taklit etmekten ziyade kavramsal anlamaya iten “neden ve nasıl?” sorularından oluştuğu gözlemlenmiştir. Bu nedenle genel olarak Singapur kitaplarında alıştırma durumlarının, çözümlü örnek miktarından daha yüksek oranda bulunduğu görülmektedir.

think! Mathematics 1B Ders Kitabına Ait Bulgular

Bu ders kitabı kapsamında farklı istatistiksel diyagramlar, sıklık tabloları ve grafik türlerine yer verilmiştir. İlgili kısımda 16 (%22,22) açıklama, 2 (%2,78) örnek-çözüm, 54 (%75) alıştırma olmak üzere toplam 72 durum mevcuttur. 72 durumun tamamının (%100) sözel temsille ifade edildiği ve büyük bir kısmının (%77,78) gerçek hayat durumuyla ilişkilendirildiği görülmüştür. Örnek miktarının az ve alıştırma kısımlarının çok olması dikkat çekicidir. Temsil türlerinin dağılımı Tablo 13'te yer almaktadır.

Tablo 13

think! Mathematics 1B Ders Kitabı 199 – 227 Sayfalarındaki Durumlarda Temsil Türlerinin Dağılımı

	Sözel		Cebirsel	Görsel				Teknolojik	Miktar f (%)
	Gerçekçi	Sözel		Tablo	Grafik	Model	Resim		
Açıklama	5	16	0	8	2	1	3	0	16(22.22)
Ö-Ç	2	2	1	1	2	0	0	2	2(2.78)
Alıştırma	49	54	2	11	35	0	9	0	54(%75)
Toplam	56(77.78)	72(100)		20	39	1	12		72(100)
f (%)	72 (100)		3 (4.16)	72 58 (80.56)				2 (2.7)	

Bu kısımda, sözel temsilin ardından en sık karşımıza görsel temsil türü çıkmaktadır. Görsel temsil türü, tüm durumların yaklaşık %80'inde yer almıştır. Bazı durumların aynı anda hem tablo hem grafik hem de resim içerdiği fark edilmiştir. Ülkemiz kitaplarından farklı olarak resimli histogram grafiği, piktogram adı ile tanıtılmış ve daha detaylı olarak ele alınmıştır. Aşağıda bu kitaptan alınan iki adet piktogram grafiği gösterilmektedir (Şekil 16).

Şekil 16

think! Mathematics 1B Ders Kitabına Ait Piktogram Grafikleri (s.203)

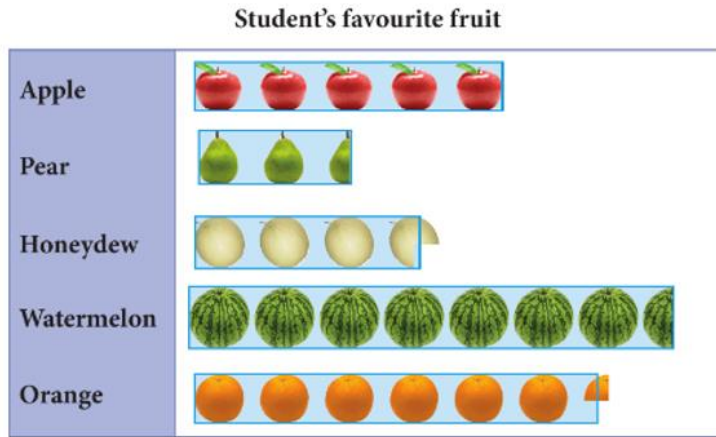



Fig. 14.4

Key:
Each picture represents 20 students.



Key:
 represents \$1 000 000

Bu bölümde yalnızca iki adet çözümlü örnek yer almaktadır. Bu iki örneğin temsiller arası geçiş durumu bilgisi tablodaki gibidir. Tablo 14'teki bulgulardan hareketle, iki örneğin de sözel, görsel ve teknolojik temsillerle sorulduğu, ikisinin çözümünde de sözel ve teknolojik temsillere gidildiği aşikardır.

Tablo 14

Singapur Kitabı think! Mathematics 1B Temsiller Arası Geçiş Dağılımı

	SS	SC	SG	ST	CS	CC	CG	CT	GS	GC	GG	GT	TS	TC	TG	TT
f	2	1	1	2	0	0	0	0	2	1	1	2	1	1	0	2
%	100	50	50	100	0	0	0	0	100	50	50	100	50	50	0	100

Tüm bunlara ek olarak burada bir örneğin ünite boyunca kullanıldığı ve konular arası bütünlük sağlandığı görülmektedir. Bu, sadece örnekten çözüme değil aynı zamanda açıklama ve alıştırmalar arası temsiller arası geçişe katkıda bulunmuştur. Bu örnekte öğrencilerin favori meyveleri, öğrenilen her bir grafik türü ile tekrar görselleştirilmiştir. Hatta aynı grafik türü ile farklı bir gösterimi mevcutsa ek olarak o da gösterilmiştir. Örneğin, dikey ve yatay eksenlerdeki veriler yer değiştirilerek bar grafiğinin iki farklı kullanımına yer verilmiştir. Tüm bunlar, görselden görsele temsiller arası geçiş için güzel bir örnek sunmaktadır. Bahsedilen görselden görsele ilişkilendirme örneği Şekil 17’de yer almaktadır.

Şekil 17

think! Mathematics 1B Kitabına Ait Görselden Görsele İlişkilendirmeler

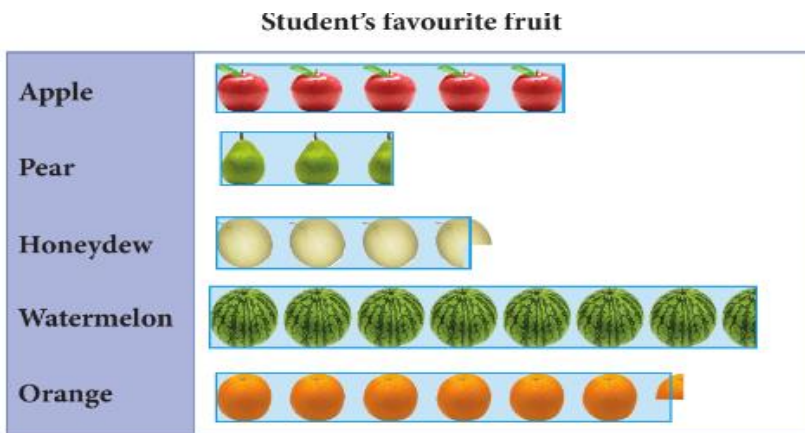
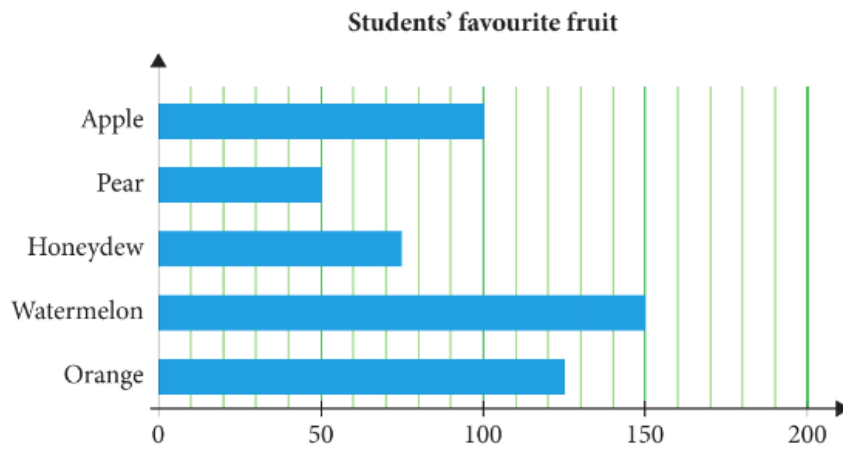
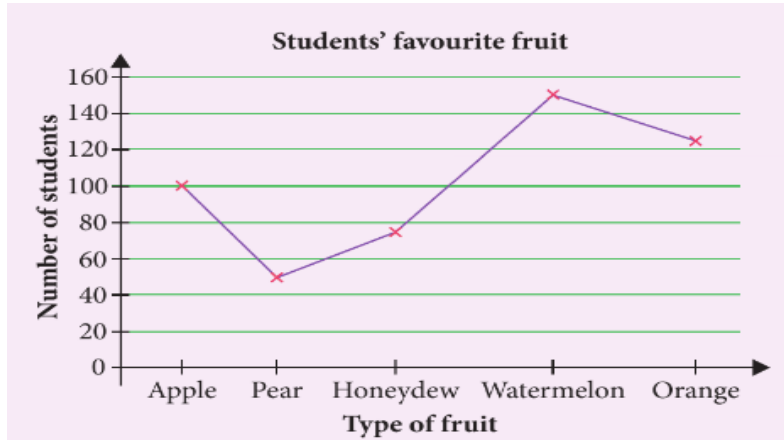
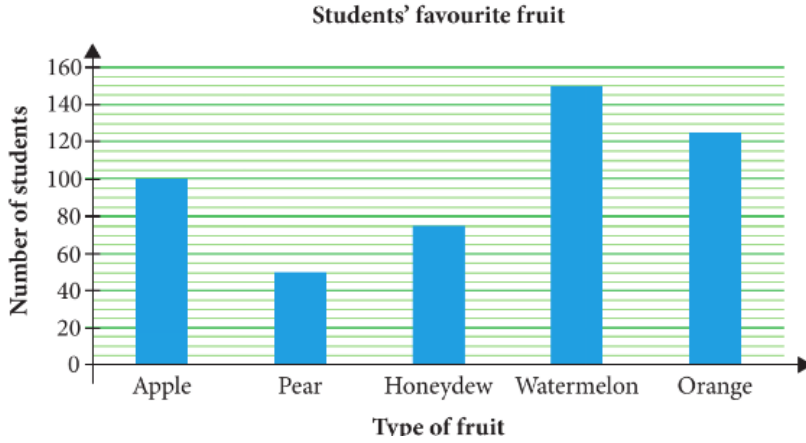


Fig. 14.4





think! Mathematics 2B Ders Kitabına Ait Bulgular

Bu kitapta istatistik konularına üç ünite boyunca yer verilmiştir. İstatistik konularına ait ilk ünite basit olayların olasılık hesaplamaları anlatılmış; ikinci ünite 1. kitapta (1B) yer almayan nokta ve histogram grafiği gibi diğer istatistiksel diyagramlara yer verilmiş ve son olarak üçüncü ünite mod, medyan, aritmetik ortalama gibi merkezi eğilim ölçüleri açıklanmıştır.

Bu ders kitabı kapsamında ilgili kısmında 91 (%25,92) açıklama, 29 (%8,26) örnek-çözüm, 231 (%65,81) alıştırma olmak üzere 351 durum mevcuttur. Alıştırma ve örnek-çözüm durumlarının tamamının sözel temsil kullandığı, 231 alıştırmanın ise 213'ünde sözel temsil kullanıldığı, dolayısıyla sözel temsil kullanılmadan ifade edilebilen alıştırma durumlarının mevcut olduğu görülmüştür. İncelendiğinde bu alıştırma durumlarının, verilen görsellerde bulunan boşlukların doldurması gibi sorular içerdiği görülmüştür (Tablo 15).

Genele bakıldığında, tüm durumların yine büyük bir kısmının (%94,8) sözel temsil türünü içerdiği ve yarıdan fazlasının (%53,8) günlük hayat durumlarıyla ilişkilendirildiği görülmüştür. Sözel temsil türünden sonra kitabın bu bölümünü oluşturan durumların neredeyse yarısında (%45,6) görsel temsil türüne rastlanmıştır (Tablo 15).

Bir durumda birden fazla görsel türü ile karşılaşılması mümkündür. Görsel temsillerin yaklaşık yarısında tablo ve yine yaklaşık yarısında (%46,1) grafik olduğu tespit edilmiştir. Görsel temsil dağılımları incelendiğinde, elde edilen bulgular tablo ve grafiklerin birlikte yer aldığı durumlar olduğunu; ayrıca görsel temsilleri oluşturan tablo ve grafik kullanımının da hemen hemen aynı, dengeli olduğunu göstermektedir (Tablo 15). Böylece görsel temsil türleri arasındaki ilişkilendirmeleri de görmek mümkün olmuştur. Şekil 18 ve Şekil 19 bu ders kitabına ait görselden görsele ilişkilendirme örneklerini sunmaktadır. Şekil 18, nokta grafiği ve histogram grafiğinin ilişkisine; Şekil 19, tablo, dal-yaprak grafiği ve histogram grafiğinin ilişkisine örnektir.

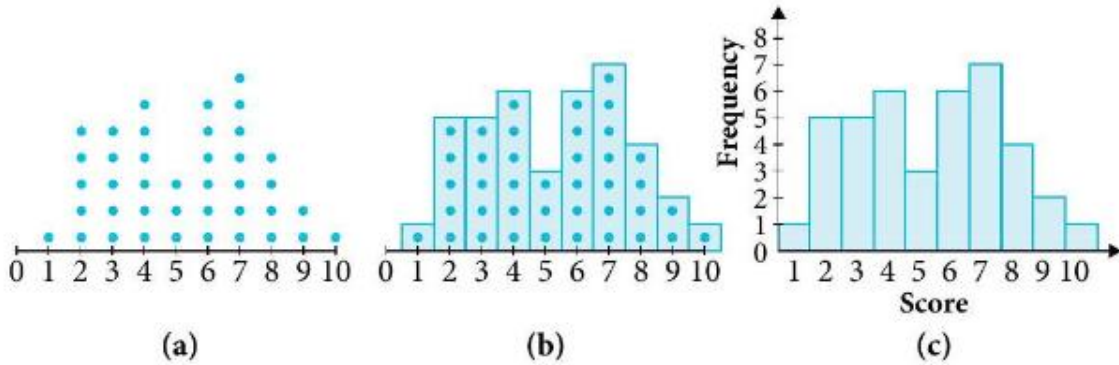
Tablo 15

think! Mathematics 2B Ders Kitabı 121 – 198 Sayfalarındaki Durumlarda Temsil Türlerinin Dağılımı

	Sözel		Cebirsel	Görsel				Teknolojik	Durum Sayısı f (%)
	Gerçekçi	Sözel		Tablo	Grafik	Model	Resim		
Açıklama	11	91	29	12	11	2	4	2	91 (25.9)
Ö-Ç	21	29	28	9	9	1	0	26	29 (8.26)
Alıştırma	147	213	28	70	63	3	12	4	231(65.8)
Toplam	179 (53.8)	333 (100)		91	83	6	16		351 (100)
f (%)	333 (94.8)		85 (24.2)	196 160 (45.6)				32(9.)	

Şekil 18

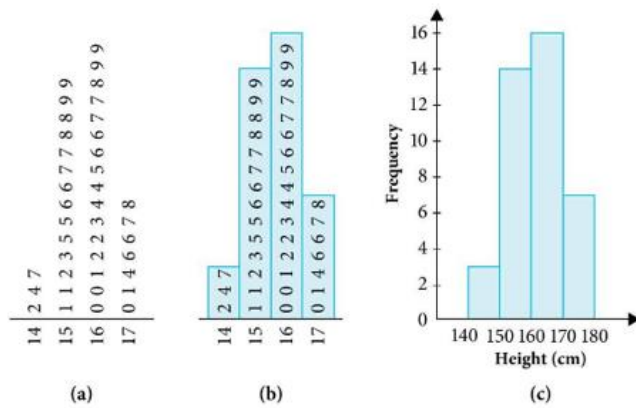
think! Mathematics 2B Kitabına Ait Görselden Görsele İlişkilendirmeler (s. 155)

**Şekil 19**

think! Mathematics 2B Kitabına Ait Görselden Görsele İlişkilendirmeler 2 (s. 156)

142	144	147	151	151	152	153	155	155	156
156	157	157	158	158	159	159	160	160	161
162	162	163	164	164	165	166	166	167	167
168	169	169	170	171	174	176	176	177	178

Height (x cm)	Tally	Frequency
$140 \leq x < 150$		3
$150 \leq x < 160$		14
$160 \leq x < 170$		16
$170 \leq x < 180$		7



Bulgulara dikkat çeken bir diğer durum ise bu kitabın ilgili kısmında yer alan 28 örneğin 26'sında (%92,86) teknolojik temsil türünün yer almasıdır. Neredeyse tüm örneklerde teknolojik temsil türü kullanılmıştır. Benzer şekilde, bu kitaba ait temsiller arası örneklerden çözümlere geçiş durumlarına yönelik bulgular da bunu desteklemektedir. En çok teknolojikten teknolojiğe ve sözelden cebirsel temsil geçiş durumu ile karşılaşılmıştır. Bunları takiben sözelden teknolojiğe, teknolojikten cebirsel geçiş durumu da yine en sık karşılaşılan temsil geçiş durumlarından (Tablo 16).

Tablo 16



Singapur Kitabı Think! Mathematics 2B Temsiller Arası Geçiş Dağılımı

	SS	SC	SG	ST	CS	CC	CG	CT	GS	GC	GG	GT	TS	TC	TG	TT
f	17	25	7	26	0	3	1	3	6	11	7	13	14	24	5	26
%	60.71	89.3	25	92.8	0	10.7	3.6	10.7	21.4	39.3	25	46.4	50	85.7	17.9	92.8

Ayrıca bu kitap boyunca açıklama kısımlarında da tablodan faydalandığı, bu tablolar sayesinde kavramlarla ilgili karşılaştırmalı durumların görsel temsille de sunulabilir olduğu görülmüştür (örneğin, Şekil 20).

Şekil 20

think! Mathematics 2B Kitabına Ait Açıklama

Dot diagram	
 Advantages	 Disadvantages
Suitable to display a small set of numerical data	Not suitable to display a large set of numerical data (since each dot only represents one unit)
	Not suitable to display a data set with many different values or a large range

think! Mathematics 4A Ders Kitabına Ait Bulgular

Singapur'a ait bu ders kitabında yer alan istatistik ünitelerin birinde bağımlı, bağımsız ve bileşik olayların olasılık hesaplamalarına yer verilirken; diğerinde standart sapma, açıklık, çeyrekler açıklığı, frekans tablosu ve kutu grafiği gibi merkezi yayılım ölçüleriyle ilgili içeriklerden bahsedilmiştir. Bu konuların öğretilmesinde kullanılan çoklu temsillerin dağılımları Tablo 16'daki gibidir.

Tablo 17

think! Mathematics 4A Ders Kitabı 33 – 133 Sayfalarındaki Durumlarda Temsil Türlerinin Dağılımı

	Sözel		Cebirsel	Görsel				Teknolojik
	Gerçekçi	Sözel		Tablo	Grafik	Model	Resim	
Açıklama (89)	8	89	38	4	8	9	8	5
Ö-Ç (53)	52	53	47	7	12	14	2	53
Alıştırma (249)	179	249	45	57	63	13	9	8
Toplam (391)	239(61.1)	391(100)		68	83	36	19	
f (%)	391(100)		130(33.2)	206 179(45.8)			66(16.9)	

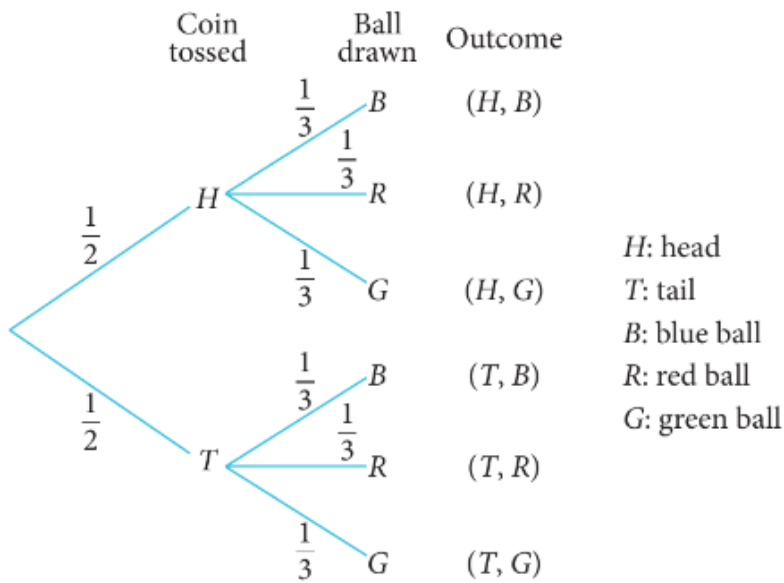
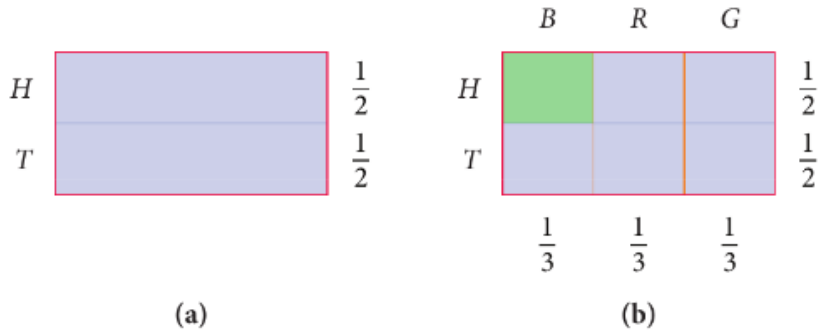
Durumların altında parantez içinde sayıları verilmiştir.

Bu ders kitabı kapsamında ilgili kısmında 89 (%22,76) açıklama, 53 tane (%13,55) örnek-çözüm, 249 (%63,68) alıştırma olmak üzere 391 durum mevcuttur. 391 durumun tamamının sözel temsil türü içerdiği tespit edilmiştir. Bu sözel temsillerin yarısından fazlasının (%61,1) gerçek hayat durumuyla ilişkilendirildiği görülmüştür. Sözel temsillerin ardından görsel temsil kullanımının geldiği ve neredeyse kitapta bulunan durumların yarısında (%45,8) yer aldığı gözlemlenmektedir. Daha sonra ise %33,2 bulunma oranıyla cebirsel temsil varlığı karşımıza çıkmaktadır. Cebirsel temsillerin yaklaşık yarısı kadar (%16,9) ise teknolojik temsil durumları ile karşılaşılmaktadır (Tablo 17).

Burada dikkati çeken bulgulardan biri model kullanımının diğer kitaplardan fazla olmasıdır. Görsel temsil türlerinden modele bu kitabın ilgili kısımlarında 36 kez rastlanmıştır. Bunun sebebi olasılık hesabı yapılırken, ağaç diyagramları ve olasılık tablolarına kitapta sık sık başvurulmasıdır. Şekil 21’de olasılık hesabı modellerinden örnekler yer almaktadır.

Şekil 21

think! Mathematics 4A Ders Kitabına Ait Olasılık Hesabı Modelleri (s.56)



Bir diğer dikkat çeken durum ise tüm örneklerde teknolojik temsile yer verilmesidir. Bu kitaba ait temsiller arası geçiş durumları bulguları (Tablo 18) ise bunu desteklemektedir. Tüm örneklerden çözümlerine sözelden teknolojiğe ve teknolojikten teknolojiğe geçiş durumu vardır. Bu geçiş durumlarını takiben sözelden cebirsel ve teknolojikten cebirsel geçiş durumuna sıklıkla rastlanmaktadır. Bu bulgulardan hareketle kitapta yer alan örneklerin daha çok sözel ve teknolojik temsillerden, çözümlerinin ise cebirsel ve teknolojik temsillerden oluştuğu söylenebilir.

Tablo 18

Singapur Kitabı think! Mathematics 4A örneklerden çözüme temsiller arası geçiş dağılımı

	SS	SC	SG	ST	CS	CC	CG	CT	GS	GC	GG	GT	TS	TC	TG	TT
f	20	47	20	53	3	4	4	7	8	14	6	18	20	47	20	53
%	37.7	88.7	37.7	100	5.7	7.5	7.5	13.2	15.1	26.4	11.3	33.9	37.7	88.7	37.7	100

Ayrıca bu kitapta bütün geçiş durumlarına ait bir ilişkilendirme bulmak mümkündür.

Şekil 22'de hepsini temsilen tüm geçiş durumlarını içeren bir örnek bulunmaktadır.

Şekil 22

think! Mathematics 4A Kitabına Ait Örnek – Çözüm (s. 125)



Finding standard deviation of frequency distribution of grouped data
100 students, each from School A and School B, were asked to clock their total number of hours of exercise, in one month. The survey results are given in the tables below.

School A

Number of hours (x)	Number of students
10 < x ≤ 15	3
15 < x ≤ 20	12
20 < x ≤ 25	19
25 < x ≤ 30	36
30 < x ≤ 35	22
35 < x ≤ 40	8

School B

Mean	26.3 hours
Standard deviation	3.14 hours

Sözel

Teknolojik

Cebirsel

Görsel (Tablo)

- (i) Find an estimate of the mean and standard deviation of the number of hours of exercise clocked by the 100 students from School A, showing your working clearly.

Solution

Number of hours (x)	Frequency (f)	Mid-value (x)	fx	fx ²
10 < x ≤ 15	3	12.5	37.5	468.75
15 < x ≤ 20	12	17.5	210	3675
20 < x ≤ 25	19	22.5	427.5	9618.75
25 < x ≤ 30	36	27.5	990	27 225
30 < x ≤ 35	22	32.5	715	23 237.5
35 < x ≤ 40	8	37.5	300	11 250
Sum	∑f = 100		∑fx = 2680	∑fx² = 75 475

Görsel (Tablo)

Cebirsel

$$\begin{aligned}\text{Mean } \bar{x} &= \frac{\sum fx}{\sum f} \\ &= \frac{2680}{100} \\ &= 26.8 \text{ hours}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Standard deviation} &= \sqrt{\frac{\sum fx^2}{\sum f} - \bar{x}^2} \\ &= \sqrt{\frac{75\,475}{100} - 26.8^2} \\ &= 6.04 \text{ hours (to 3 s.f.)}\end{aligned}$$

∴ for School A, the mean is 26.8 hours and the standard deviation is 6.04 hours.

Sözel

Reflection

In Worked Example 10, we used the alternative formula

$\sqrt{\frac{\sum fx^2}{\sum f} - \bar{x}^2}$ to compute the standard deviation. Do you think the computations would be easier if we used the original formula $\sqrt{\frac{\sum f(x - \bar{x})^2}{\sum f}}$ instead? Explain.

think! Mathematics 4B Ders Kitabına Ait Bulgular

Bu kitapta yer alan ünite kapsamında önceki bahsettiğimiz Singapur kitaplarındaki olasılık ve istatistik konuları tekrar edilmiş ve bu konularla ilgili ek örnek çözümü yapılmıştır. Burada 6 (%9,23) açıklama, 29 (%44,61) örnek-çözüm ve 30 (%46,15) alıştırmaya olmak üzere 65 durum mevcuttur. Kitapta yer alan örnek-çözüm ve alıştırmalar neredeyse eşit sayıda bulunmaktadır. Durumların bu dağılımı, konu tekrarı yapmayı ve pekiştirmeyi hedefleyen ünite amacıyla örtüşmektedir.

Kitapta bulunan bütün (%100) durumlar sözel temsil içermekte ve çok büyük bir kısmı (%87,7) gerçek hayat durumları ile ilişkilendirilmektedir. Bu ek olarak bu durumların yaklaşık yarısında (%50,7) cebirsel temsil, yarıdan biraz fazlasında (%61,5) görsel temsil bulunmaktadır (Tablo 18).

Tablo 19

think! Mathematics 4B Ders Kitabı 159 – 180 Sayfalarındaki Durumlarda Temsil Türlerinin Dağılımı

	Sözel		Cebirsel	Görsel			Teknolojik	
	Gerçekçi	Sözel		Tablo	Grafik	Model		Resim
Açıklama (6)	1	6	5	0	0	0	1	0
Ö-Ç (29)	29	29	25	5	11	5	1	0
Alıştırma (30)	27	30	5	9	12	4	0	0
Toplam (65)	57(87.7)	65(100)		14	23	9	2	0
f (%)	65(100)		35(53.8)	48 43(66.2)			0	

Tablo 19'da belirtilen bulgulardan hareketle cebirsel temsillerin büyük bir kısmının örnek-çözümlerde kullanıldığı anlaşılmaktadır. Temsiller arası geçiş durumu bulguları (Tablo 20) ise bu cebirsel temsillerin daha çok çözüm durumunda yer aldığını ortaya koymaktadır. Ayrıca 65 durumun 43'ünde 48 farklı görsel temsil türü ile karşılaşmıştır

(Tablo 19). Bu görsel temsillerin ise neredeyse yarısında grafiğin tercih edildiği görülmektedir.

Tablo 20

Singapur Kitabı think! Mathematics 4B Temsiller Arası Geçiş Dağılımı

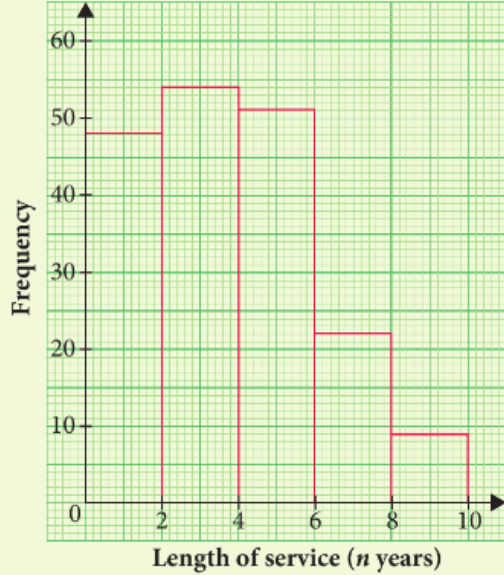
	SS	SC	SG	ST	CS	CC	CG	CT	GS	GC	GG	GT	TS	TC	TG	TT
f	27	26	12	0	2	2	2	0	12	10	5	0	0	0	0	0
%	93.1	89.7	41.1	0	6.9	6.9	6.9	0	41.1	34.5	17.2	0	0	0	0	0

Daha önceki incelediğimiz Singapur kitaplarında yer alan örnek-çözümlerin neredeyse tamamı teknolojik temsiller ile desteklenmekteydi. Bunun aksine bol bol örnek-çözüm içeren bu bölümde herhangi bir teknolojik temsil türüne rastlanmamıştır (Tablo 19). Ayrıca örneklerden çözüme temsiller arası geçiş durumlarına yönelik tabloda verilen bulgular incelendiğinde sözelden sözele ve sözelden cebirsele geçiş durumunun yaygın olduğunun, bunu takiben sözelden görsele, görselden sözele ve görselden cebirsele geçiş durumlarının mevcudiyeti de dikkat çekmektedir. Buradan hareketle bu kısımda yer alan örneklerin daha çok sözel ve görsel temsillerle ifade edildiği, çözümlerinin ise daha çok sözel, cebirsel ve görsel temsillerle oluşturulduğu çıkarılmaktadır.

Şekil 23

think! Mathematics 4B Kitabına Ait Bir Alıştırma (s.178)

11. The histogram shows the length of service, n years, of a group of workers at an automobile company.



- (i) Copy and complete the grouped frequency table for the data.

Length of service (n years)	Frequency
$0 < n \leq 2$	48
$2 < n \leq 4$	
$4 < n \leq 6$	
$6 < n \leq 8$	22
$8 < n \leq 10$	

- (ii) Find the total number of workers in the group.
 (iii) Find an estimate of the mean number of years of service per worker.
 (iv) Explain why the answer to part (iii) is only an estimate of the mean.
 (v) Calculate the greatest possible mean number of years of service per worker.

Ek olarak, bu kitabın ilgili kısmında yer alan ve birden fazla temsil türü içeren bir alıştırmaya Şekil 23'te gösterilmektedir. Bu alıştırmada görsel temsil olarak grafik ve tablo, cebirsel temsil olarak eşitsizlikler ve soruda istenen durumları açıklayan sözel temsiller mevcuttur.

Türkiye ve Singapur Ders Kitaplarının İstatistik Konularında Temsil Kullanımının Karşılaştırılması

Türkiye lise düzeyi matematik ders kitaplarında istatistik konularına 71 sayfa ayrılırken, Singapur lise düzeyi için incelediğimiz matematik ders kitabında istatistik konularına 230 sayfa ayrılmıştır. Sayfa miktarı bakımından Singapur'un istatistik konularını daha detaylı ele aldığı söylenebilir. Türkiye ders kitapları bu 71 sayfaya açıklama, örnek-çözüm ve alıştırmalar durumlarından 245 adet sığdırırken, Singapur 230 sayfada 879 duruma yer vermiştir. Türkiye ders kitaplarında yer alan bu 245 durumu ve Singapur ders kitaplarında yer alan 879 durumu oluşturan temsil türlerinin dağılımı Tablo 21'de verilmektedir.

Tablo 21

Türkiye ve Singapur Kitaplarındaki Temsil Türleri Kullanım Sıklığı ve Yüzdesele Dağılımı

		Sözel	Cebirsel	Görsel	Teknolojik	Toplam Durum Miktarı
	f	234	98	113	10	244
Türkiye	%	99,6	40	46,3	4,1	100
	f	861	253	440	100	879
Singapur	%	97,9	28,8	50,1	11,8	100

İki ülkenin ders kitaplarının istatistik kısımlarında da sözel temsil kullanımının tüm durumların tamamına yakınında mevcut olduğu görülmektedir. Yüzdesele analizleri incelendiğinde Türkiye ders kitaplarının durumlarda cebirsel temsil türlerine daha sık yer verdiği bulgusuna ulaşılmaktadır. Hatta Türkiye ders kitaplarını oluşturan durumların neredeyse yarısında cebirsel veya görsel temsil türüne rastlamanın mümkün olduğu söylenebilir. Görsel temsil kullanma oranının ise iki ülke düzeyinde neredeyse aynı olduğu, durumların yaklaşık yarısında görsel temsil kullanıldığı görülmektedir. Buna karşın Singapur ders kitaplarının oransal olarak Türkiye durumlarının yaklaşık üç katı teknolojik temsil türüne değindiği gözlemlenmektedir.

Analizler yapılırken yeni bir başlık ile bahsedilen her bir açıklamanın farklı bir durum olarak değerlendirileceği belirtilmişti. Singapur kitaplarında farklı başlıklarla belirtilmiş küçük kutucuklar halinde açıklamalar yer almaktadır. Bu başlıklar genel olarak farklı bir konudan bahsetmemekte ancak öğrencinin o bilgiyi nasıl kullanacağı hakkında bilgi vermektedir. Örneğin, “problem-solving tip” soru çözerken yardımcı olabilecek ipuçlarını içermekte; “attention” dikkatli olunması gereken bir detay olduğunu bildirmekte; “big idea” konunun kullanım amacını hatırlatan ana fikirden haberdar etmektedir. Tüm bu küçük küçük durumlar farklı başlıklarla ele alındığından farklı bir açıklama durumu olarak değerlendirilmiştir. Ancak Türkiye ders kitapları bu tarz durumları farklı başlıklarla değil, farklı paragraflarla açıklamaktadır. Dolayısıyla Singapur ders kitabında yer alan sözel temsil türü çok daha yüksek frekansta ($f=861$) görünmektedir.

Bu nedenle sağlıklı bir karşılaştırma yapabilmek adına durum miktarlarının yanı sıra, sayfa miktarına oranla temsil türlerinin dağılımı iki ülke genelinde bir kez daha tablolandırılmıştır (Tablo 22). Böylece sayfa başına düşen temsil türü frekansı saptanmış ve yorumlanmıştır.

Tablo 22

Sayfa Başına Düşen Temsil Türü Sıklığı

		Sözel	Cebirsel	Görsel	Teknolojik	Toplam Sayfa Sayısı
	f	234	98	113	10	71 sayfa
Türkiye	f/s	3.29	1.38	1.59	0.14	
	f	861	251	440	100	230 sayfa
Singapur	f/s	3.74	1.09	1.91	0.43	

Sayfa başına düşen sözel temsil miktarları her iki ülkede de 3.5 bandındadır. Buradan hareketle her sayfada 3 ila 4 sözel temsil türü içeren durumun bulunduğu söylenebilir.

Cebirsel temsil türü kullanımı Türkiye ders kitaplarında bir miktar fazla olsa da her iki ülke ders kitapları için her sayfada en az bir cebirsel temsil türüne yer verildiği söylenebilir.

Bu oranlamada görsel temsil türlerinin dağılımı daha dengeli görülmektedir. Her iki ülkede de 1.5 – 2 bandında bir oran ortaya çıkmıştır. Bu iki ülkenin kitaplarının her bir sayfasında 2'ye yakın görsel temsil türü ile karşılaşılabilirdiğinden haberdar etmektedir.

Teknolojik temsil dağılımı ise bu oranlamada önceki durumunu korumakta, Singapur kitaplarında Türkiye kitaplarının üç katı oranında teknolojik temsil türüne rastlanabileceği sonucunu sürdürmektedir. Ayrıca bu oranlamaya göre Singapur kitaplarında her 2 ila 3 sayfada bir; Türkiye kitaplarında ise her 7 ila 8 sayfada bir teknolojik temsil türü ile karşılaşılabilirdiğine işaret etmektedir.

Tablo 23

Türkiye ve Singapur Kitaplarındaki Temsiller Arası Geçiş Durumlarının Dağılımı

		SS	SC	SG	ST	CS	CC	CG	CT	GS	GC	GG	GT	TS	TC	TG	TT
TR (80)	f	8,5	74	18	2	1	3	0	0	28	22	1	0	2	1	0	2
	%	88,8	92,5	22,5	2,5	1,3	3,8	-	-	35	27,5	1,3	-	2,5	1,3	-	2,5
SG (113)	f	66	99	40	81	5	9	7	10	28	36	19	33	35	72	25	81
	%	58,4	87,6	35,4	71,7	4,4	7,9	6,2	8,6	25,8	31,9	16,8	29,2	30,1	63,7	22,1	71,7

Her iki ülkenin temsiller arası geçiş durumları ile ilgili bulgular ise tablodaki (Tablo 23) gibidir. Türkiye ders kitaplarının istatistik konularında 80 örnek-çözüm durumu mevcutken, Singapur ders kitaplarında 113 örnek-çözüm durumu ile karşılaşmıştır. Türkiye ders kitapları istatistik konularında her sayfada en az bir örnek çözerken (örnek miktarı/sayfa sayısı = $80/71 \approx 1$); Singapur ders kitaplarında (örnek miktarı/sayfa sayısı = $113/230 \approx 0.5$) yaklaşık her iki sayfada bir çözümlü örnek durumu mevcuttur.

Temsiller arası geçiş durumları bakımından Türkiye ders kitabı istatistik konularında sözelden cebirsel ve sözelden sözele geçiş durumunun oldukça baskın olduğu görülmektedir. Ayrıca her geçiş durumunu Türkiye ders kitaplarının istatistik konularında gözlemlenmek mümkün değildir.

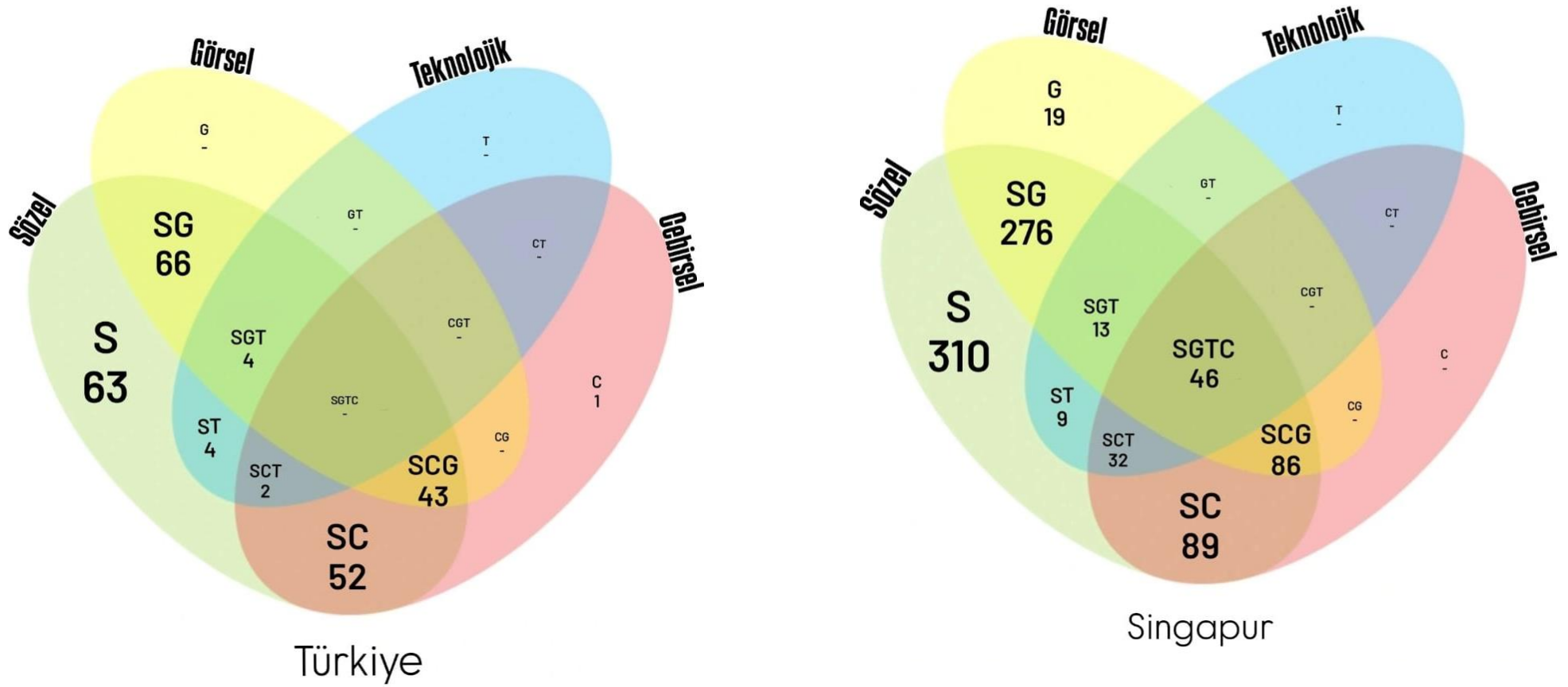
Singapur ders kitaplarının istatistik konularında ise sözelden cebirsel, teknolojikten cebirsel, sözelden teknolojiğe ve teknolojikten teknolojiğe geçiş durumlarının oldukça

yaygın olarak kullanıldığı sonucuna ulaşılmaktadır. Yine teknolojikten cebirsele ve sözelden sözele geçiş durumları da yaklaşık her iki örnekten birinde karşılaşılan geçiş durumlarıdır. Buradan hareketle Singapur ders kitaplarının istatistik konulu örneklerinde sözel, cebirsel ve teknolojik temsillerin iş birliği içinde olduğu ifade edilebilir.

Şekil 24'te Türkiye ve Singapur ders kitaplarında kullanılan temsillerin ortaklaşa kullanımlarına bağlı olarak venn şeması modellenmiştir. Her bir temsil türüne karşılık bir küme kullanılmış ve kümelerin birbiriyle etkileşiminden hareketle, temsil türlerinin birbiriyle ilişkisi modellenmiştir.

Şekil 24

Türkiye ve Singapur Lise Matematik Ders Kitaplarında Yer Alan Temsil Türleri Arasındaki Etkileşime Dair Venn Şeması



Venn şemasından (Şekil 24) çıkan sonuca göre, Türkiye lise düzeyi matematik ders kitaplarının istatistik konularında en çok sözel-görsel, sözel-cebirselle ve sözel-cebirselle-görsel temsillerinin birlikte kullanılması dikkat çekmektedir. Sözel temsil kullanımındaki ağırlık dikkat çekerken, tüm temsillerin ortaklaşa yer aldığı herhangi bir içerik durumuna rastlanmadığı görülmektedir.

Singapur lise düzeyi matematik ders kitaplarının istatistik konularında ise sözel-görsel iş birliğinin çok büyük bir sıklıkla karşımıza çıktığı görülmektedir. Ayrıca sözel-cebirselle, sözel-cebirselle-görselle ve tüm temsil türlerinin ortaklaşa kullanıldığı sözel-cebirselle-görselle-teknolojik iş birliklerinin kullanım sıklığı da yine dikkat çekici düzeydedir. Türkiye kitaplarında olduğu gibi burada da yalnızca sözel temsil türünün kullanıldığı durumlar en sık karşılaşılan durumlar olduğu, sözel temsil türünün yaygın ifade biçimlerinden biri olduğu görülmektedir. Singapur kitaplarında Türkiye kitaplarından farklı olarak yalnız görsel temsil türü ile ifade edilen durumların bulunduğu da fark edilmiştir.

Bölüm 5

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu bölümde, Türkiye ve Singapur lise düzeyi matematik ders kitaplarında yer alan istatistik konularında kullanılan temsillerin ve temsiller arası geçişlerin karşılaştırmalı olarak incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular değerlendirilmiştir. Bulguların literatürle uyumu ve eğitim uygulamalarına yönelik çıkarımlar tartışılarak, gelecek araştırmalara ve uygulamalara yönelik öneriler sunulmuştur.

Tartışma

İstatistik, verilerin toplanması, analizi ve yorumlanması süreçlerini içeren önemli bir matematiksel alan olarak öğrencilerin analitik düşünme becerilerinin gelişimine katkı sağlar. Bu bağlamda, ders kitaplarının içeriği ve kullanılan temsiller, öğrencilerin istatistik kavramlarını anlamaları ve uygulamaları açısından büyük önem taşır. Araştırmada, her iki ülkenin de istatistik konularını günlük yaşam durumlarıyla ilişkilendirerek öğrencilere anlamlı bağlamlar sunduğu ve yaygın olarak sözel temsilleri tercih ettiği ortaya çıkmıştır. Sözel temsillerin yaygın kullanımı, matematiksel kavramların günlük hayatla ilişkilendirilmesinin anlamlandırmayı güçlendirdiğine dair önceki araştırmalarla (İlgar ve Gülten, 2023) uyumludur.

Buna karşın, Singapur matematik ders kitaplarının görsel, teknolojik ve sözel temsiller açısından Türkiye'ye göre daha zengin bir içerik sunduğu belirlenmiştir. Görsel temsillerin, öğrencilerin görsel algılarını güçlendirmesi ve soyut kavramların somutlaştırılması açısından etkili olduğu bilinmektedir. Teknolojik temsillerin ise giderek daha yaygın hale gelen teknoloji kullanımını matematik öğrenimine entegre etme çabasını yansıttığı görülmektedir (Johnson, 2018). Singapur'un kitaplarında teknolojik temsillerin daha fazla yer alması, bu ülkede teknolojinin öğretim sürecine daha bütüncül bir şekilde entegre edildiğini ve öğrencilerin teknolojiyle desteklenen matematiksel düşünme becerilerinin geliştirilmesine önem verildiğini göstermektedir. Bu durum, öğrencilere farklı

bilgi kaynaklarıyla etkileşimde bulunma ve problem çözme süreçlerini teknolojik araçlarla destekleme fırsatı sunar.

Türkiye matematik ders kitaplarının ise cebirsel temsillerin kullanım sıklığı açısından daha baskın olduğu tespit edilmiştir. Bu durum, daha geleneksel bir öğretim yaklaşımının hâkim olduğunu ve cebirsel temsillerin matematiksel ilişkilerin soyut düzeyde anlaşılması için ön plana çıktığını göstermektedir. Ancak, bu yaklaşımın öğrencilere çeşitli temsil türleri arasında ilişki kurma fırsatlarını sınırladığı ve farklı temsillerin dönüştürülmesi becerilerinin geliştirilmesine yeterince katkıda bulunmadığı da söylenebilir. Oysa ki yapılandırmacı yaklaşımlar, öğrencilerin matematiksel kavramları farklı temsiller aracılığıyla daha derinlemesine anlamalarına olanak tanır (Lesh ve Doerr, 2003). Bu nedenle, Türkiye ders kitaplarının, daha çeşitli temsil türlerini içerecek ve bu temsiller arasında geçişleri teşvik edecek şekilde güncellenmesi, öğrencilerin anlamayı güçlendirmesi açısından faydalı olacaktır.

Temsiller arası geçişler incelendiğinde, her iki ülkede de sözelden cebirsel geçişin yaygın olarak kullanıldığı gözlemlenmiştir. Ancak, Singapur kitapları sözelden teknolojiğe, teknolojikten cebirsel ve teknolojikten teknolojiğe gibi daha geniş bir yelpazede geçişlere yer vererek temsiller arası ilişkilendirme açısından daha kapsamlı bir yaklaşım sergilemektedir. Temsiller arası geçişlerin daha çeşitli ve dinamik bir şekilde ele alınması, öğrencilerin farklı temsil türleri arasında ilişki kurma ve bu temsilleri dönüştürme becerilerini geliştirmelerine katkı sağlar (Baloğlu Demir, 2022; Kaya, 2023). Türkiye kitaplarının ise sözelden cebirsel geçiş dışında sınırlı bir temsil geçişine sahip olması, temsiller arası ilişkilendirme fırsatlarının yeterince sunulmadığını göstermektedir. Bu durum, öğrencilerin farklı matematiksel temsilleri dönüştürme ve ilişkili düşünme becerilerini sınırlayabilir.

Sonuç

Bu araştırmanın sonuçları, Türkiye ve Singapur lise düzeyi matematik ders kitaplarının istatistik konularını ele alış biçimlerinde dikkate değer farklılıklar ve benzerlikler olduğunu ortaya koymaktadır. Singapur, istatistik konularına daha fazla sayfa ayırarak (230 sayfa) ve daha çok örnek-açıklama (879 durum) sunarak, konuyu daha detaylı bir şekilde

ele almaktadır. Türkiye ders kitapları ise 71 sayfa içinde 245 duruma yer vermiş olup, daha sınırlı bir kapsam sunmaktadır. Bu farklılık, Singapur'un istatistik öğretiminde daha kapsamlı bir yaklaşım benimsediğini göstermektedir.

Her iki ülkenin ders kitaplarında da sözel temsil yaygın olarak kullanılmış ve sayfa başına düşen sözel temsil miktarları benzer oranlarda (3.5) tespit edilmiştir. Ancak Singapur, teknolojik temsillere üç kat daha fazla yer vermekte ve bu temsillerin öğrenci anlamlandırmasını desteklemek amacıyla farklı başlıklarla sunulması dikkat çekmektedir. Buna karşın, Türkiye ders kitaplarında cebirsel temsiller daha fazla yer almakta, bu da daha formel bir anlatım tercih edildiğine işaret etmektedir.

Görsel temsillerin kullanım oranları her iki ülke için benzer seviyelerde kalmıştır (1.5-2). Bu durum, görsel temsillerin her iki ülkenin öğretim materyallerinde dengeli bir şekilde yer aldığını göstermektedir. Ancak, teknolojik temsillerin dağılımında Singapur'un üstünlüğü belirgin bir farklılık olarak öne çıkmaktadır. Singapur ders kitaplarında her 2-3 sayfada bir teknolojik temsille karşılaşıırken, Türkiye'de bu oran 7-8 sayfada bir düşmektedir. Bu bulgu, Singapur'un teknolojiye dayalı öğretim materyallerini daha yaygın kullanarak öğrencilerin dijital becerilerini geliştirmeye yönelik daha fazla çaba gösterdiğini göstermektedir.

Örneklerden çözümlerine temsiller arası geçiş analizlerinde, Türkiye ders kitaplarında sözelden-cebirsele ve sözelden-sözele geçişlerin baskın olduğu tespit edilmiştir. Buna karşılık, Singapur ders kitaplarında temsiller arası geçişlerin daha çeşitli olduğu, özellikle sözel, cebirsel ve teknolojik temsillerin birlikte kullanıldığı örneklerin yaygınlaştığı gözlemlenmiştir. Bu durum, Singapur'un farklı temsil türleri arasında geçiş yaparak öğrencilerin kavramsal anlayışını güçlendirmeyi hedeflediğini göstermektedir.

Venn şeması analizinde de Türkiye'de sözel ile görsel ve sözel ile cebirsel temsiller yaygın bir şekilde bir arada kullanılırken, tüm temsillerin (sözel, cebirsel, görsel ve teknolojik) bir arada bulunduğu durumlara rastlanmamıştır. Singapur'da ise bu tür temsilleri birlikte kullanım durumlarına daha sık yer verilmiştir, bu da farklı temsillerin entegrasyonuna yönelik daha kapsamlı bir yaklaşımı yansıtmaktadır.

Sonuç olarak, Türkiye ve Singapur'un ders kitaplarındaki istatistik konularının ele alınış biçimleri, eğitim felsefeleri ve öğretim materyallerinin tasarımındaki farklılıkları yansıtmaktadır. Singapur'un kapsamlı ve teknolojiyi entegre eden yaklaşımı, daha geniş bir kavramsal anlayış sağlama amacını taşıırken; Türkiye'nin daha formel ve cebirsel odaklı yaklaşımı, matematiksel düşünmenin geliştirilmesine yönelik bir eğilimi göstermektedir. Bu bulgular, farklı eğitim sistemlerinin öğretim materyali tasarımı ve temsillerin kullanımı açısından nasıl çeşitlilik gösterebileceği konusunda önemli ipuçları sunmaktadır.

Öneriler

Bu araştırmanın bulgularına dayanarak aşağıdaki öneriler sunulmaktadır:

1. **Ders Kitaplarının İçerik Zenginliğinin Artırılması:** Türkiye'deki matematik ders kitaplarının istatistik konuları görsel ve teknolojik temsillerin daha fazla ve etkili bir şekilde yer aldığı zengin içeriklerle yeniden düzenlenebilir. Bu, öğrencilerin farklı öğrenme stillerine uygun materyaller sunarak anlamlandırma süreçlerini destekleyebilir.
2. **Öğretmen Eğitim Programlarının Geliştirilmesi:** Öğretmenlerin temsiller arası geçişleri daha etkin bir şekilde kullanabilmeleri için mesleki gelişim programlarının çeşitlendirilebilir. Bu programlar, öğretmenlere farklı temsil türlerinin nasıl etkili bir şekilde kullanılacağını ve ilişkilendirileceğini öğretmek amacıyla düzenlenebilir ve uygulanabilir.
3. **Farklı Ülkeler ve Farklı Alt Öğrenme Alanlarında Çalışma Yapılması:** Araştırma Singapur ve Türkiye'nin "Veri, Sayma ve Olasılık" konuları ile sınırlıdır. Gelecekte, farklı ülkeler ve farklı alt öğrenme alanlarında da benzer çalışmalar yürütülebilir. Bu tür karşılaştırmalı araştırmalar, eğitim öğretim programlarının geliştirilmesine yönelik değerli çıkarımlar sunabilir.
4. **Güncel Müfredatlara Uyum Sağlama:** Bu çalışmanın yapıldığı dönemde Türkiye'de müfredat güncellemesi yapılmıştır. Bu nedenle, benzer çalışmaların Yeni Yüzyıl Maarif Modeli öğretim programıyla geliştirilen güncel ders kitapları üzerinde yapılması önerilmektedir. Bu tür güncellemelerle, mevcut araştırmanın bulgularının

yeni müfredatın etkinliğinin değerlendirilmesinde de kullanılabileceği düşünülmektedir.

5. **Gelecek Araştırmalar İçin Öneriler:** Bu çalışma, temsillerin varlığı ve kullanım sıklığını kodlayarak analiz etmiştir. Gelecek araştırmalarda, her bir temsilin kullanıldığı duruma göre yoğunluk analizi yapılabilir. Örneğin, yapay zeka teknolojileri ile ders kitaplarındaki temsillerin sayfa üzerinde kapladığı alan hesaplanarak, temsillerin dağılımı ve yoğunluğu daha objektif bir şekilde değerlendirilebilir.
6. **Dijital İçeriklerin Entegrasyonu:** Matematik ders kitaplarının dijital versiyonları, etkileşimli grafikler, simülasyonlar ve animasyonlarla desteklenerek zenginleştirilebilir. Bu tür içerikler, öğrencilerin farklı temsiller arası geçişleri aktif bir şekilde deneyimlemesine olanak tanıyabilir.

Bu öneriler, matematik eğitiminin daha dengeli ve çok boyutlu temsillerle desteklenmesine katkı sağlayarak, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmeyi hedeflemektedir.

Kaynaklar

- Abrams, J. P. (2001). Teaching mathematical modeling and the skills of representation. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *The Roles of Representation in School Mathematics içinde* (ss. 269- 282).
- Adadan, E. (2013). Using multiple representations to promote grade 11 students'scientific understanding of the particle theory of matter. *Research in Science Education*, 43, 1079– 1105.
- Akyüz, M. (2019) Tam Sayıların Çoklu Temsillerle Öğretiminin 7. Sınıf Öğrenci Başarısına Etkisi Ve Öğrenci Görüşleri. Yüksek Lisans Tezi, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Rize
- Alkhateeb, M. (2018). Multiple Representations in 8th Grade Mathematics Textbook and the Extent to which Teachers Implement Them. *International Electronic Journal of Mathematics Education*. 14. DOI: <http://dx.doi.org/10.12973/iejme/3982>
- Ata Özer, A. (2018). Türkiye 8. Sınıf Matematik Konularına Göre Türkiye, Singapur ve ABD Matematik Ders Kitaplarının İçerik Ve Görsellik Açısından Karşılaştırılması. Yüksek Lisans Tezi. Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi.
- Atasoy, M. (2017). Türkiye ve Singapur Ortaokul Son Sınıf Matematik Ders Kitaplarının Analizi: Gerçekçi Matematik Eğitimi Perspektifi. Yüksek Lisans Tezi. Başkent Üniversitesi, Ankara.
- Baki, A., Çelik, S. 2018. Veri işleme öğrenme alanına yönelik sınıf içi söylemlerin matematiksel dil bağlamında incelenmesi. *Turkish Journal of Computer And Mathematics Education*, 9(2): 283-311.
- Ballard, J. W. (2000). Students' Use Of Multiple Representations In Mathematical Problem Solving. Doctor Of Education. Montana State University-Bozeman Bozeman, Montana.

- Baloğlu Demir, S. (2022). Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Konusunda Çoklu Temsiller Arasındaki Geçiş Becerilerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Kayseri.
- Baltacı M. (2021). Türkiye Ve Singapur Matematik Ders Kitaplarının PISA Matematik Yeterlik Ölçeğine Göre Karşılaştırmalı Analizi. Yüksek Lisans Tezi. Kastamonu Üniversitesi.
- Bowen, G.A.(2009), "Document Analysis as a Qualitative Research Method", *Qualitative Research Journal* Vol. 9 No. 2, pp. 27-40. <https://doi.org/10.3316/QRJ0902027>
- Boyacıoğlu, H., Erduran, A. & Alkan, H. (1996). Permütasyon, kombinasyon ve olasılık öğretiminde rastlanan güçlüklerin giderilmesi. II. Ulusal Eğitim Sempozyumu, Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, İstanbul.
- Bruner, J. (1966). Towards a theory of instruction. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2008). Bilimsel araştırma yöntemleri. Pegem Akademi.
- Can, C. (2014). Fonksiyonlar Konusunun Çoklu Temsiller ile Öğretiminin Öğrenci Başarısına Etkisinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi.
- Chang, B., Cromley, J.G., & Tran, N.K. (2016). Coordinating Multiple Representations in a Reform Calculus Textbook. *International Journal of Science and Mathematics Education, 14*, 1475-1497.
- Creswell, J. W. (2013). Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches (3rd ed.). Sage Publications.
- Çakmak, Z. T., Durmuş, S. (2015). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin istatistik ve olasılık öğrenme alanında zorlandıkları kavram ve konuların belirlenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 15 (2)*, 27-58.

- Çiçek, M. İ. (2020). Matematik Öğretmenlerinin Fonksiyon Öğretiminde Ders İmecesini Ve Çoklu Temsilleri Kullanabilme Düzeylerinin Araştırılması. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Delice A, Sevimli E, 2016, Matematik Eğitiminde Çoklu Temsiller, Bingölbali E, Arslan S, Zembat İ Ö (Ed.), Matematik Eğitiminde Teoriler (519–537), Pegem Akademi Yayıncılık, 1016s, Ankara.
- Delice, A. & Sevimli, E. (2016). 32. Bölüm: Matematik Eğitiminde Çoklu Temsiller, Matematik Eğitiminde Teoriler (I. Baskı, 519-537). Pegem Akademi
- Dinç, S. (2021). Veri İşleme Ve Olasılık Öğrenme Alanlarında Yapılan Lisansüstü Tezlerin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Kocaeli Üniversitesi.
- Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 3-26). Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Düşünsel, C. M. (2019). Sınıf Öğretmenlerinin Matematik Dersinde Çoklu Temsilleri Kullanma İle İlgili Görüşlerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Kırıkkale Üniversitesi.
- Ergene, B. (2011). Matematik Öğretmen Adaylarının Türev Kavramına İlişkin Teknolojik Pedagojik Alan Bilgilerinin Çoklu Temsiller Bileşeninde İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Eroğlu, D. & Akkuş, B. (2021). 9.Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Üçgenler Ünitesinin Çoklu Temsiller Bağlamında İncelenmesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 12 (2) , 786-804 . DOI: 10.51460/baebd.995676

Eroğlu, D. ve Akkuş, B.(2021). 9.Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Üçgenler Ünitesinin Çoklu Temsiller Bağlamında İncelenmesi. Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, 12(2), 786-804.

GAISE 2005. Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A curriculum framework for PreK-12 statistics education. The American Statistical Association (ASA).

Gal, I. 2019. Understanding statistical literacy: About knowledge of contexts and models. In J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín, ve E. MolinaPortillo (Ed), Actas Del Tercer Congreso Internacional Virtual De Educación Estadística, 1-15.

Goldin, G. (2014). Mathematical Representations. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_103

Goldin, G., Shteingold N. (2001). Systems of Representations and the Development of Mathematical Concepts. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *The Roles of Representation in School Mathematics* içinde (ss. 1-23)

Gürbüz, R. (2007). Olasılık konusunda geliştirilen materyallere dayalı öğretime ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşleri, Kastamonu Eğitim Dergisi,15, 259-270.

Gürmen, S. (2024). *8. ve 9. Sınıf Matematik Ders Kitaplarının Çoklu Temsiller Bağlamında İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Halpern, D. F. 1997. Critical thinking across the curriculum: A brief edition of thought and knowledge. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

İnce, S.(2020). Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Sahip Olduğu Teknolojik Pedagojik Alan Bilgilerinin Fonksiyon Kavramına İlişkin Çoklu Temsiller Ve Kavram Yanılgıları Bileşenlerinde İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

- İncikabı, S. (2016). *Ortaokul Matematik Ders Kitaplarının Farklı Temsilleri Kullanım Biçimlerinin Araştırılması*. Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- İncikabı, S. (2017). Çoklu Temsiller Ve Matematik Öğretimi: Ders Kitapları Üzerine Bir İnceleme . Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi , 6 (1) , 66-81 . Doi: 10.30703/Cije.321438
- İlgar, L., Gülten, D. Ç. (2013). Matematik Konularının Günlük Yaşamda Kullanımının Öğrencilere Öğretilmesinin Gerekliliği ve Önemi. İZÜ Sosyal Bilimler Dergisi, 2(3), 119-128.
- Janvier, C. (1987), Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics, Lawrence Erlbaum Associates, pp. 247, ISBN 0-89859-802-8
- Johnson, E.L. (2018). A New Look at the Representations for Mathematical Concepts: Expanding on Lesh's Model of Representations of Mathematical Concepts.
- Karancı, O. (2011). 7. Ve 8. Sınıf Türk Ve Singapur Matematik Ders Kitaplarının Karşılaştırmalı Analizi. Yüksek Lisans Tezi. Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- Kaya, C. (2023). *Ortaokul Matematik Ders Kitaplarında Veri İşleme Öğrenme Alanındaki Temsil Türleri ve Temsiller Arası Geçiş Durumlarının İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Giresun Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Keskin, S. (2018). Singapur, ABD, Türkiye Ders Kitaplarında Sayılar Alt Öğrenme Alanındaki Soruların Bilişsel İstem Düzeylerinin Karşılaştırılması. Yüksek Lisans Tezi. Ankara Üniversitesi.
- Lesh, R., & Doerr, H. (Eds.). (2003). Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching. Lawrence Erlbaum Associates.
- Lesh, R., Post, T. R., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.),

Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics, (pp. 33-40). Lawrence Erlbaum Associates.

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). Naturalistic inquiry. Sage Publications.

Mainali, B. (2021). Representation in teaching and learning mathematics. International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST), 9(1), 1-21. <https://doi.org/10.46328/ijemst.1111>

MEB (2018). *Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik Dersi (9, 10,11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı*

MEB. (2018). *Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı*

MEB (2021). Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik Ders Kitabı. <https://ogmmateryal.eba.gov.tr/etkilesimli-kitaplar/matematik>

MEB. (2023, Aralık 5). Pisa 2022 Sonuçlarına Göre Türkiye Her Alanda Sıralamasını Yükseltti. T.C. Millî Eğitim Bakanlığı. <https://www.meb.gov.tr/pisa-2022-sonuclarina-gore-turkiye-her-alanda-siralamasini-yukseltti/haber/31837/tr>

Memiş, Y. (2022) Türkiye, Singapur Ve Kanada'dan Seçilen Ortaokul Ders Kitaplarının Orantısal Düşünme Bağlamında İncelenmesi. Doktora Tezi. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir

MOE (2020). Mathematics Syllabus. Curriculum Planning and Development Division, Singapore

MOE (2023). *Mathematics GCE Ordinary Level Syllabus (4048)*. Singapore Examination and Assessment Board.

MOE (2023). Mathematics Syllabus A GCE Normal (Academic) Level Syllabus (4045). Singapore Examination and Assessment Board.

MOE (2023). Mathematics Syllabus T GCE Normal (Technical) Level Syllabus (4046). Singapore Examination and Assessment Board.

- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science*. Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website: <https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results/>
- Nakahara, T. (2008). Cultivating Mathematical Thinking Through Representation. In Utilizing the representational system. Talk given at the APEC-Tsukuba International Conference (III), 9-14 December, Tsukuba.
- NTCM. (2020). *Standards for the Preparation of Secondary Mathematics Teachers*.
- OECD (2023), *PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education*, PISA, OECD Publishing, Paris, <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>.
- Özdemir, Ş. (2012). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Çoklu Temsiller Kullanılarak Problem Çözme Algılarının Açınlanması. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi.
- Özdoğan, S. (2010). A Comparative Analysis of Perimeter, Area and Volume Topics In The Selected Sixth, Seventh And Eighth Grades Mathematics Textbooks From Turkey, Singapore And The United States. A Master's Thesis. Middle East Technical University, Ankara
- Özer, E. (2012). Türkiye 8. Sınıf Matematik Konularına Göre Türkiye, Singapur Ve ABD Kitaplarındaki Soruların Karşılaştırmalı Analizi. Yüksek Lisans Tezi. Ankara Üniversitesi.
- Özer, T. (2018). *İlkokul Matematik Ders Kitaplarındaki Kesirler Konusu İle İlgili Örneklerin Ve Alıştırmaların İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Kastamonu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Pape, S. J., & Tchoshanov, M. A. (2001). The Role of Representation(s) in Developing Mathematical Understanding. *Theory Into Practice*, 40(2), 118–127.

- Pehlivan, Z. (2018). Investigation Of Preservice Mathematics Teachers' Algebraic Thinking Through Translations Among Multiple Representations. Master Thesis, Bogazici University, İstanbul.
- Rezat, S. (2006). A model of textbook use. *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 409–416. Prague: PME.
- Rezat, S. (2009). "The utilization of mathematics textbooks as instruments for learning." *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 41(6), 718-731.
- Sağlam, R. (2012). A Comparative Analysis Of Quadratics in Mathematics Textbooks From Turkey, Singapore, And The International Baccalaureate Diploma Programme. A Master's Thesis. Bilkent University, Ankara
- Sezgin, A. N. (2019).Çoklu Temsillerle Öğretimin 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Anlama Seviyelerine Ve Cebirsel Problem Çözme Sürecine Etkisinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Shinglee Publishers (2024). *think! Mathematics*. Singapore <https://sl-education.myshopify.com/collections/o-level-n-level-ten-year-series>
- Şaşkan, M (2023). *Kesir Konusunun Cumhuriyet Sonrası Dönem Matematik Ders Kitaplarında Çoklu Temsiller Açısından İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Tereci, A., & Bindak, R. (2019). 2010-2017 yılları arasında türkiye'de matematik eğitimi alanında yapılan lisansüstü tezlerin incelenmesi. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi [MSKU Journal of Education]*, 6(1), 40-55. DOI: 10.21666/muefd.485737
- Türer, G., & Cantürk Günhan, B. (2022). Türkiye'de Matematik Eğitiminde Çoklu Temsiller ile İlgili Yapılan Çalışmaların İncelenmesi. *Fen Matematik Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Dergisi*, 5(3), 214-236.

- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2016). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (9th ed.). Pearson.
- Vygotsky, L. S. (1980). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Yağız, H. (2023). "İstatistik eğitimi ve toplumsal farkındalık: İstatistiksel okuryazarlık üzerine bir inceleme." *Eğitim Bilimleri Dergisi*, 28(3), 345-367.
- Yazıcı, M. (2023). DÖrdüncü Sınıf Matematik Ders Kitaplarının Karşılaştırmalı Analizi: Türkiye ve Singapur Örneği. Yüksek Lisans Tezi. Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2018). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (11. baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz, G. (2016). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Çoklu Temsilleri Kullanarak Kesirlerle Toplama ve Çıkarma İşlemlerini Öğretme Yaklaşımlarının İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Yükselen, A. (2020). Türkiye, Singapur ve Avustralya Ortaokul Matematik Ders Kitaplarındaki Yüzdeler Konusu Sorularının Karşılaştırmalı Analizi. Yüksek Lisans Tezi. Kastamonu Üniversitesi
- Zhang, I. (Y.), Gray, M. E., Cheng, A. (X.), Son, J. Y., & Stigler, J. W. (2024). Representational-Mapping Strategies Improve Learning From An Online Statistics Textbook. *Journal of Experimental Psychology: Applied*, 30(2), 293–317. <https://doi.org/10.1037/xap0000474>

**EK-A: Araştırma Etik Komisyon İzin Muafiyeti Formu/ Araştırma Etik Komisyonu
Onay Bildirimi**



T.C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Araştırma Etik Kurulu



Sayı : E-51944218-050-00003558594
Konu : Etik Kurul İzni (Yasemin SAĞLAM KAYA ve Busenur ŞAHİN)

29/05/2024

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI BAŞKANLIĞINA

İlgi : 16.05.2024 tarihli ve E-82474949-600-00003536839 sayılı yazı.

Anabilim Dalınız Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı öğrencisi **Busenur ŞAHİN**'in, **Doç. Dr. Yasemin SAĞLAM KAYA** danışmanlığında yürüttüğü *“Türkiye ve Singapur Matematik Ders Kitaplarının İstatistik Konularında Çoklu Temsillere Göre Karşılaştırılması”* başlıklı tez çalışması Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Araştırma Etik Kurulunun **17.05.2024** tarihinde yapmış olduğu toplantıda incelenmiş olup, etik açıdan uygun bulunmuştur.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof. Dr. İsmail Hakkı MİRİCİ
Kurul Başkanı

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu: B38C9CE6-D936-4FB2-A5F6-4339583CAD69

Belge Doğrulama Adresi: <https://www.turkiye.gov.tr/hu-ebys>

Adres: Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü 06800
Beytepe-ANKARA

Bilgi için: Gülşin İLKDOĞAN (EBE ARAŞTIRMA
ETİK KURUL ÜYESİ)

E-posta: Elektronik Ağ: www.hacettepe.edu.tr

Kurul Üyesi

Telefon: Faks:

Telefon: 2978571

Keş:



EK-B: Etik Beyanı

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada,

- * tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- * görsel, işitsel ve yazılı bütün bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- * başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- * atıfta bulunduğum eserlerin bütününe kaynak olarak gösterdiğimi,
- * kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- * bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

...../...../.....

(İmza)

Busenur ŞAHİN

EK-C: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu

...../...../.....

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Başkanlığına,

Tez Başlığı : Türkiye ve Singapur Matematik Ders Kitaplarının İstatistik Konularında Çoklu Temsillere Göre Karşılaştırılması

Yukarıda başlığı verilen tez çalışmamın tamamı (kapak sayfası, özetler, ana bölümler, kaynakça) aşağıdaki filtreler kullanılarak **Turnitin** adlı intihal programı aracılığı ile kontrol edilmiştir. Kontrol sonucunda aşağıdaki veriler elde edilmiştir:

Rapor Tarihi	Sayfa Sayısı	Karakter Sayısı	Savunma Tarihi	Benzerlik Oranı	Gönderim Numarası
21/10/2024	104	123408	23/09 /2024	%9	2413988370

Uygulanan filtreler:

- Kaynaklar hariç
- Alıntılar dâhil
- 5 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esaslarını inceledim ve çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan eder, gereğini saygılarımla arz ederim.

Ad Soyadı: Busenur Şahin

Öğrenci No.: N21132050

Ana Bilim Dalı: Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi

İmza

Programı: Matematik Eğitimi

Statüsü: Y.Lisans Doktora Bütünleşik Dr.

DANIŞMAN ONAYI

UYGUNDUR.

(Doç. Dr., Yasemin SAĞLAM KAYA, İmza)

EK-Ç: Thesis/Dissertation Originality Report

HACETTEPE UNIVERSITY
Graduate School of Educational Sciences
To The Department of Mathematics and Science Education

...../...../.....

Thesis Title: A Comparison of Turkey And Singapore Mathematics Textbooks According To Multiple Representations on Statistics

The whole thesis that includes the *title page, introduction, main chapters, conclusions and bibliography section* is checked by using **Turnitin** plagiarism detection software take into the consideration requested filtering options. According to the originality report obtained data are as below.

Time Submitted	Page Count	Character Count	Date of Thesis Defense	Similarity Index	Submission ID
21/10/2024	104	123408	23/09 /2024	9%	2413988370

Filtering options applied:

1. Bibliography excluded
2. Quotes included
3. Match size up to 5 words excluded

I declare that I have carefully read Hacettepe University Graduate School of Educational Sciences Guidelines for Obtaining and Using Thesis Originality Reports; that according to the maximum similarity index values specified in the Guidelines, my thesis does not include any form of plagiarism; that in any future detection of possible infringement of the regulations I accept all legal responsibility; and that all the information I have provided is correct to the best of my knowledge.

I respectfully submit this for approval.

Name Lastname: Busenur ŞAHİN

Student No.: N21132050

Department: Department of Mathematics and Science Education

Program: Mathematics Education

Status: Masters Ph.D. Integrated Ph.D.

Signature

ADVISOR APPROVAL

APPROVED
(Doç. Dr., Yasemin SAĞLAM KAYA, Signature)

EK-D: Yayınlama ve Fikrî Mülkiyet Hakları Beyanı

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kâğıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

Yükseköğretim Kurulu tarafından yayınlanan "**Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge**" kapsamında tezim aşağıda belirtilen koşullar haricince YÖK Ulusal Tez Merkezi / H.Ü. Kütüphaneleri Açık Erişim Sisteminde erişime açılır.

- O Enstitü/Fakülte yönetim kurulu kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihinden itibaren 2 yıl ertelenmiştir. ⁽¹⁾
- O Enstitü/Fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihinden itibaren ... ay ertelenmiştir. ⁽²⁾
- O Tezimle ilgili gizlilik kararı verilmiştir. ⁽³⁾

..... / /

(imza)

Busenur ŞAHİN

"Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge"

- (1) Madde 6. 1. Lisansüstü teze ilgili patent başvurusu yapılması veya patent alma sürecinin devam etmesi durumunda, tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu iki yıl süre ile tezin erişime açılmasının ertelenmesine karar verebilir.
- (2) Madde 6. 2. Yeni teknik, materyal ve metodların kullanıldığı, henüz makaleye dönüşmemiş veya patent gibi yöntemlerle korunmamış ve internetten paylaşılması durumunda 3. şahıslara veya kurumlara haksız kazanç; imkânı oluşturabilecek bilgi ve bulguları içeren tezler hakkında tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile altı ayı aşmamak üzere tezin erişime açılması engellenebilir.
- (3) Madde 7. 1. Ulusal çıkarları veya güvenliği ilgilendiren, emniyet, istihbarat, savunma ve güvenlik, sağlık vb. konulara ilişkin lisansüstü tezlerle ilgili gizlilik kararı, tezin yapıldığı kurum tarafından verilir". Kurum ve kuruluşlarla yapılan işbirliği protokolü çerçevesinde hazırlanan lisansüstü tezlerle ilişkin gizlilik kararı ise, ilgili kurum ve kuruluşun önerisi ile enstitü veya fakültenin uygun görüşü üzerine üniversite yönetim kurulu tarafından verilir. Gizlilik kararı verilen tezler Yükseköğretim Kuruluna bildirilir.
Madde 7. 2. Gizlilik kararı verilen tezler gizlilik süresince enstitü veya fakülte tarafından gizlilik kuralları çerçevesinde muhafaza edilir, gizlilik kararının kaldırılması halinde Tez Otomasyon Sistemine yüklenir.
*Tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu tarafından karar verilir.

