TABAKALI UÇ SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ YÖNTEMİNDE KİTLE ORTALAMASININ KALİBRASYON TAHMİN EDİCİLERİ

CALIBRATION ESTIMATORS OF POPULATION MEAN IN STRATIFIED EXTREME RANKED SET SAMPLING DESIGN

ARZU ECE ÇETİN

PROF. DR. NURSEL KOYUNCU

Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Egitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

İstatistik Anabilim Dalı için Öngördüğü

DOKTORA TEZİ olarak hazırlanmıştır.

2024

ÖZET

TABAKALI UÇ SIRALI KÜME ÖRNEKLEMESİ YÖNTEMİNDE KİTLE ORTALAMASININ KALİBRASYON TAHMİN EDİCİLERİ

Arzu Ece ÇETİN

Doktora, İstatistik Bölümü

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Nursel KOYUNCU

Mart 2024, 72 sayfa

Tabakalı basit rastgele örnekleme, araştırmalarda en sık kullanılan örnekleme tekniklerinden biridir. Ancak kitlenin çok büyük olduğu ve örneklem birimlerini ölçmenin zor, ancak bunları sıralamanın daha kolay olduğu durumlarda tabakalı sıralı küme örneklemesi yöntemi tercih edilir. Literatürde tabakalı sıralı küme örneklemesi yöntemine alternatif olarak tabakalı medyan, uç, yüzdelik, kartil sıralı küme örnekleme yöntemleri önerilmiştir. Tez kapsamında "tabakalı uç sıralı küme örneklemesi" yöntemi kullanılmış ve tanıtılmıştır. Sıralı küme örneklemesinde her bir kümeden ilgili sıralı istatistiklerinin hatasız bir şekilde seçilmesi gerekirken, uç sıralı küme örneklemesinde sadece en küçük ve en büyük sıralı istatistiklerinin doğru bir şekilde belirlenmesi yeterlidir. Bu nedenle sıralı küme örneklemesine göre daha çok tercih edilir. Bu durumda, büyük kitlelerde uygulanabilir olduğu için zaman ve maliyet açısından tercih edilebilir bir yöntemdir. Tabakalı uç sıralı küme örneklemesi yönteminde son yıllarda kitle ortalama tahmini için çeşitli tahmin ediciler önerilerek birçok çalışma yapılmıştır. Örnekleme araştırmalarında parametre tahmin edicilerinin kesinliğini ve doğruluğunu artırmak amacıyla ilgilenilen değişkendeki yardımcı bilgileri kullanan kalibrasyon tahmini, istatistikte yaygın olarak kullanılan bir tekniktir. Tez çalışmasında öncelikle tabakalı basit rastgele örnekleme, tabakalı sıralı küme örneklemesi ve tabakalı uç sıralı küme örneklemesi yöntemleri ve klasik tahmin edicileri tanıtılmış, daha sonra bu örnekleme yöntemlerinde çeşitli yazarlar tarafından önerilmiş olan kalibrasyon tahmin edicileri incelenmiştir. Bu tez çalışmasında tabakalı uç sıralı küme örneklemesi yönteminde kitle ortalamasının tahmini için yeni kısıtlar altında yeni bir kalibrasyon tahmin edicisi önerilmiştir. Önerilen tahmin ediciyi, literatürde var olan kalibrasyon tahmin edicileri ile etkinlik bakımından karşılaştırmak amacıyla bir benzetim çalışması yapılmıştır. Benzetim çalışması için hem gerçek veri hem de sentetik veri düşünülerek farklı örneklem büyüklüklerinde hata kareler ortalaması ve göreli etkinlik değerleri hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre her iki veri setinde tabakalı uç sıralı küme örneklemesinde önerilen kalibrasyon tahmin edicilerinin tabakalı basit rastgele örnekleme yönteminde önerilmiş olan kalibrasyon tahmin edicilere göre daha etkin olduğu bulunmuştur.

Anahtar Kelimeler: Kalibrasyon**,** Tabakalı uç sıralı küme örneklemesi, Kalibrasyon tahmin edicisi, Yardımcı bilgi, Etkinlik, Hata kareler ortalaması.

ABSTRACT

CALIBRATION ESTIMATORS OF POPULATION MEAN IN STRATIFIED EXTREME RANKED SET SAMPLING DESIGN

Arzu Ece ÇETİN

Doctor of Philosophy, Department of Statistics

Supervisor: Prof. Dr. Nursel KOYUNCU

March 2024, 72 pages

Stratified simple random sampling is one of the most frequently used sampling techniques in research. However, in cases where the population is very large and it is difficult to measure the sample units, but it is easier to rank them, the stratified ranked set sampling design is preferred. In the literature, stratified median, extreme, percentile and quartile ranked set sampling design have been proposed as alternatives to the stratified ranked set sampling design. Within the scope of the thesis, the "stratified extreme ranked set sampling" design is used and introduced. The reason why this sampling design is preferred is that, while in ranked set sampling the relevant ranked statistic from each set is selected without error, in extreme ranked set sampling it is sufficient to accurately determine only the smallest and largest ranked statistics. In this case, it is a more preferable design in terms of time and cost since it can be applied to large masses. In recent years, many studies have been carried out on stratified extreme ranked set sampling design, proposing various estimators for population mean estimation. Calibration estimation, which uses auxiliary information in the study variable to increase the precision and accuracy of population parameter estimators in sampling studies, is a widely used technique in statistics. In the thesis study, primarily stratified simple random sampling, stratified ranked set sampling and stratified extreme ranked set sampling designs and classical estimators were introduced, and then calibration estimators proposed by various authors were examined. In this thesis study, a new calibration estimator is proposed under new constraints for estimating the population mean in the stratified extreme ranked set sampling design. A simulation study was conducted to compare the proposed estimator with the calibration estimators existing in the literature in terms of effectiveness. For the simulation study, mean square error and relative efficiency values were calculated for different sample sizes, considering both real data and synthetic data. According to the results obtained, it was found that the calibration estimators proposed in the stratified extreme ranked set sampling in both data sets were more effective than the calibration estimators proposed in the stratified simple random sampling design.

Keywords: Calibration, Stratified extreme ranked set sampling, Calibration estimator, Auxiliary information, Efficiency, Mean square error.

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam süresince, değerli yorum ve katkılarıyla çalışmama yön veren, güleryüzlü, ilgisi ve desteği ile her zaman yanımda olan değerli danışmanım canım hocam Prof. Dr. Nursel KOYUNCU'ya, önemli yorumları ve değerlendirmeleriyle çalışmama katkıda bulunan Prof. Dr. Mehtap Akçil Ok' a ve Prof. Dr. Yaprak Arzu ÖZDEMİR'e, çalışmanın her aşamasında yardımlarını esirgemeyen Prof. Dr. Nihal ATA TUTKUN'a ve değerli katkılarından dolayı Prof. Dr. Duru KARASOY'a teşekkür ederim.

Tüm öğrenim hayatım boyunca yardım ve desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen ve bugünlere gelmemi sağlayan canım annem Yasemin DOĞRU'ya, desteğini hep hissettiğim her daim yanımda olan canım babam Prof. Dr. Mahmut DOĞRU'ya ve canım ablam Meryem Sedef DOĞRU'ya içtenlikle teşekkür ederim.

Her zaman sevgi, ilgi ve desteğiyle yanımda olan ve beni seven canım eşim Ali İhsan ÇETİN'e ve ailesine içtenlikle teşekkür ederim.

Bu süreçte hayatıma giren en önemli varlığım canımıniçi oğlum Ali Musab ÇETİN'e hayatıma kattığı güzellikler için çok teşekkür ederim.

ARZU ECE ÇETİN

ANKARA, 2024

İÇİNDEKİLER

ŞEKİLLER DİZİNİ

ÇİZELGELER DİZİNİ

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

BRÖ	Basit Rastgele Örnekleme
KÖ	Küme Örneklemesi
SKÖ	Sıralı Küme Örneklemesi
TÖ	Tabakalı Örnekleme
TBRÖ	Tabakalı Basit Rastgele Örneklemesi
TSKÖ	Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi
TUSKÖ	Tabakalı Uç Sıralı Küme Örneklemesi

Kısaltmalar

$\overline{y}_{st}$	TBRÖ klasik tahmin edicisi
$\overline{y}_{st(TSKO)}$	TSKÖ klasik tahmin edicisi
$\overline{y}_{st(TUSKO)}$	TUSKÖ klasik tahmin edicisi
$\overline{y}^{*}_{st(TBRO)}$	TBRÖ kalibrasyon tahmin edicisi
$\overline{y}^{*}_{DS}$	Deville ve Sarndal [10] TBRÖ kalibrasyon tahmin edicisi
$\overline{y}^{*}_{st(TBRO)}(SH)$	Singh [14] TBRÖ kalibrasyon tahmin edicisi
$\overline{y}^{*}_{st(TBRO)}(T)$	Tracy ve diğerleri [15] TBRÖ kalibrasyon tahmin edicisi
$\overline{y}^{*}_{st(TBRO)}(RK)$	Rao ve diğerleri [17] TBRÖ kalibrasyon tahmin edicisi
$\overline{y}^{*}_{st(TBRO)}(KSHa)$	Kim ve diğerleri [16] TBRÖ kalibrasyon tahmin edicisi
$\overline{y}^{*}_{st(TBRO)}(KSHb)$	Kim ve diğerleri [16] TBRÖ kalibrasyon tahmin edicisi
$\overline{y}^{*}_{st(TBRO)}(RKR)$	Rao ve diğerleri [20] TBRÖ kalibrasyon tahmin edicisi

$\bar{y}^{*}_{st(TBRO)}(KK)$	Koyuncu ve Kadılar [22] TBRÖ kalibrasyon tahmin edicisi
$\bar{y}^{*}_{st(TBRO)}(SN)$	Sinha ve diğerleri [23] TBRÖ kalibrasyon tahmin edicisi
$\bar{y}^{*}_{st(TBRO)}(SNa)$	Sinha ve diğerleri [23] TBRÖ özel durum kalibrasyon tahmin edicisi
$\bar{y}^{*}_{st(TBRO)}(SNb)$	Sinha ve diğerleri [23] TBRÖ özel durum kalibrasyon tahmin edicisi
$\bar{y}^{*}_{st(TSKO)}(NK)$	Koyuncu [24] TSKÖ kalibrasyon tahmin edicisi
$\bar{y}^{*}_{st(TUSKO)}(CK)$	Cetin ve Koyuncu [30] TUSKÖ kalibrasyon tahmin edicisi
$\bar{y}^{*}_{st(TUSKO)}(A1)$	Cetin ve Koyuncu [30] TUSKÖ özel durum kalibrasyon tahmin edicisi
$\bar{y}^{*}_{st(TUSKO)}(A2)$	Cetin ve Koyuncu [30] TUSKÖ özel durum kalibrasyon tahmin edicisi

1. GİRİŞ

Örneklem araştırmalarının tasarımındaki amaç, kitle hakkında çıkarımların yapılabilmesi için kitleyi temsil eden bir örneklem elde etmektir. Örnekleme yöntemleri günümüzde hem araştırma hem de idari amaçlarla geniş yelpazedeki konularda bilgi sağlamanın yaygın olarak kabul edilen araçlarıdır. Sosyoloji, sosyal psikoloji, demografi, siyaset bilimi, ekonomi, istatistiksel analiz, tıbbi araştırma, eğitim ve halk sağlığı gibi disiplinlerde araştırma hipotezlerini geliştirmek, test etmek ve iyileştirmek için çok sayıda araştırma yapılırken bu yöntemler kullanılmaktadır.

Örneklemenin avantajlarından bazıları şunlardır:

i. Kolay ve uygun maliyetlidir.

ii. Daha küçük ölçekte bir operasyon gerektirdiğinden, verilerin toplanması, işlenmesi ve sonuçların üretilmesi için gereken süreyi azaltır.

iii. Uygun verinin kullanılmasını sağlar.

iv. Örnekleme yapılarak ölçülmesi zor kitle birimi özelliklerinin tahmin edilmesine olanak tanır.

Kitleye ait etkili tahminler sağlamak için çeşitli örnekleme yöntemleri geliştirilmiştir. En yaygın kullanılanlar arasında basit rastgele örnekleme (BRÖ), tabakalı örnekleme (TÖ), küme, sıralı küme, çift ve çok aşamalı örnekleme sayılabilir. Tabakalı basit rastgele örnekleme (TBRÖ), örneklem araştırmalarında yaygın olarak kullanılan çeşitli örnekleme tasarımları arasında popüler bir tekniktir. Ancak tabakaların kesin olarak tanımlanmadığı ve tabakalardaki birim sayısının bilinmediği durumlarda seçim işlemini yapmak zorlaşır ve analiz oldukça karmaşık hale gelebilmektedir [1].

Kitlenin çok geniş bir alana yayıldığı durumlarda, örnekleme yöntemleri arasında özellikle etkili olan bir yöntem, küme örneklemesi (KÖ) yöntemidir [2]. KÖ, çoğu durumda daha düşük maliyetli ve daha az zaman alıcı olduğu için daha tercih edilebilir bir seçenek olarak öne çıkmaktadır. BRÖ ve TÖ'den daha kolay bir uygulanabilirliğe sahip olan KÖ yöntemi, genelde gruplar arası olası farklara karşı daha düşük duyarlılık göstermektedir [3].

Sıralı küme örneklemesi (SKÖ) yöntemi BRÖ'ye bir alternatif olarak McIntyre [4] tarafından geliştirilmiştir. SKÖ'nün duyarlılığını etkileyen etkenler arasında kitlenin niteliği, rastgele seçilen küme birimleri ve sıralama hataları sıralanabilir. Büyüklükleri sonsuz olarak nitelenebilir kitlelerde kullanılabilir olma özelliği ve seçilen örneklemdeki bütün birimlerin ölçüm yoluyla belirlenmesine ihtiyaç duyulmaması gibi avantajları, SKÖ'yü diğer yöntemlere göre tercih edilebilir kılmaktadır. Ancak, sıralama sürecinin araştırmacının gözlemsel kararlarına bağlı olması, hatalı uygulamalara neden olabilecek bir dezavantaj olarak öne çıkmaktadır.

SKÖ, özellikle sonsuz niteliğe sahip büyüklükteki kitlelerde örneklem birimlerinin ölçülmesinin güç olduğu, diğer yandan bunları sıralamanın daha kolay olduğu durumlarda tercih edilir. Aynı zamanda, birimlerin ilgilenilen özellikler bakımından sıralanmaya uygun olduğu durumlar için SKÖ' nün tercih edilmesi de etkili bir faktördür. Günümüzde SKÖ'ye alternatif olarak, uç, çift, yüzdelik, medyan, kartil SKÖ yöntemleri önerilmiştir.

Ünyazıcı [5] çalışmasında çeşitli SKÖ yöntemlerini incelemiştir.

Özdemir [6] SKÖ ile doğrusal regresyon modelinde parametre tahminlerinin etkisi için araştırma yapmıştır.

Tabakalama ile SKÖ'nün birleştirilerek oluşturulduğu her bir tabakaya SKÖ' nin uygulandığı örnekleme yöntemine tabakalı sıralı küme örneklemesi (TSKÖ) adı verilir. Samawi [7] tarafından yapılmış olan TSKÖ ile ilgili ilk çalışma da, TBRÖ ve BRÖ'den daha etkili olduğunu göstermiştir [7].

TSKÖ yöntemlerinden tabakalı uç sıralı küme örneklemesi (TUSKÖ) yöntemi Samawi ve Saeid [8] tarafından kitle ortalamasını tahmin etmek için önerilmiştir. TUSKÖ, her bir tabakaya uç SKÖ yönteminin uygulandığı örnekleme yöntemine denir. Bu örnekleme yöntemi uygun koşullar altında TSKÖ'ye tercih edilmesinin sebebi, SKÖ'de her bir kümeden ilgili sıralı istatistiklerinin hatasız bir şekilde seçilmesi gerekirken, uç sıralı küme örneklemesinde sadece en küçük ve en büyük sıralı istatistiklerinin doğru bir şekilde belirlenmesinin yeterli olmasıdır. Bu nedenle, küme çapının büyük olduğu durumlarda uygulanması daha pratik bir yaklaşım sunmaktadır. Bu metodolojik fark, büyük kitlelerin yönetimi ve istatistiksel doğruluğun korunması bakımından uç sıralı küme örneklemesini daha etkili ve uygulanabilir kılmaktadır. Böylece maliyet ve zaman bakımından daha tercih edilebilir bir yöntem olmaktadır. TUSKÖ yöntemi son yıllarda popülerlik kazanmış ve bu yöntemde kitle ortalama tahmini için oransal, üstel, sağlam ve kalibrasyon tahmin ediciler önerilerek birçok çalışma yapılmıştır.

Örneklem araştırmalarında çalışılan değişkene veya hakkında çıkarımlarda bulunmak istenilen değişkene ilgilenilen değişken denir. Pek çok araştırmada, ilgilenilen değişkenin yanı sıra bazı değişken(ler) hakkında da bilgi toplamak mümkündür. Bu bilgi, birçok kaynaktan doğru olarak bilinen ve elde edilmesi ilgilenilen değişkene göre daha ucuz olan yardımcı bilgi veya değişken olarak bilinir. Bazen yardımcı değişkenler ilgilenilen değişken ile yakından ilişkilidir.

Bir yardımcı değişkenin varlığında parametre tahmin etme problemi, sonlu kitle örnekleme literatüründe geniş çapta tartışılmıştır. Oransal, üstel ve regresyon tahmin yöntemleri bu bağlamda iyi örneklerdir. Tahmin aşamasında bir veya birkaç yardımcı değişkenin sağladığı yardımcı değişken bilgilerinin etkin kullanımı da daha kesin ve güvenilir tahminler elde etmek açısından oldukça faydalı bir tekniktir. Khan ve diğerleri [9] yaptıkları çalışmada güçlü yardımcı bilgilerin, yan ve örnekleme hatasını başarılı bir şekilde azalttığını göstermişlerdir.

Son yıllarda, yardımcı bilgiler kullanılarak kitle parametrelerine ilişkin yeni tahmin ediciler elde etmek amacıyla kalibrasyon yaklaşımı ortaya çıkmıştır.

Kalibrasyon tahmininin tarihi çok eski yıllara kadar uzanmaktadır. Kalibrasyon tahmini, örneklemede araştırma değişkenindeki parametre tahmin edicilerinin kesinliğini ve doğruluğunu artırmak için yardımcı bilgileri kullanan bir tekniktir. Bu teknik, mevcut yardımcı bilgileri kullanarak araştırma tahminlerini iyileştirmek için tasarım ağırlıklarını ayarlayarak çalışır. Deville ve Sarndal [10] tarafından ilk kez yapılan kalibrasyon tahmini, kalibrasyon denklemine dayalı olarak son ve ilk ağırlıklar arasındaki uzaklığı en düşük seviyeye getiren bir teknik olarak tanıtılmıştır. Ağırlıklandırma yöntemleri ile kalibrasyon fikri bu makalede sunulan çalışmadan çok önce mevcut olmasına rağmen, 'kalibrasyon' terimi ilk olarak bu yazarlar tarafından türetilmiş olup, onların yöntemleri kalibrasyona yönelik en standart yaklaşım olmaya devam etmektedir.

Deville ve Sarndal'a [10] göre, pratikte (uygulamada) kalibrasyon için altı ana motivasyon ve kullanım vardır:

Öncelikle kalibrasyon doğrusal bir ağırlıklandırma yöntemi olarak kullanılabilir. Ulusal istatistik ofisleri sıklıkla ağırlıklandırma yöntemlerini kullanır ve bu, kalibrasyon metodolojisinin arkasındaki ana motivasyondur. Her örneklem birimine uygun bir ağırlık atamak ve ardından tahminler oluşturmak için değişken değerlerinin ağırlıklı toplamını dikkate almak özellikle toplamların ve ortalamaların tahmininde standart bir prosedür olarak kabul edilmiştir.

İkinci olarak kalibrasyon, yardımcı bilgilerin sistematik bir şekilde kullanılması olarak düşünülebilir. Yardımcı bilgiler, kalibrasyon terimi kullanımından çok önce, anket tahmininin doğruluğunu artırmak için uzun bir süredir kullanılmaktaydı. Rueda ve diğerlerinin [11] de tartıştığı gibi kalibrasyon, tahmin sürecinin bir parçası olarak yardımcı bilgileri dahil etmenin basit ve pratik bir yoludur.

Kalibrasyonun üçüncü kullanımı tutarlılık sağlamaktır. Kalibrasyon, bilinen toplamlarla tutarlı tahminler elde etme yöntemidir. Kalibrasyon, ağırlıklı örneklem tahminlerinin bilinen kitle toplamlarını sağlaması için ağırlıklara kısıtlamalar getirir.

Dördüncüsü, kalibrasyon yöntem olarak kolaylık ve şeffaflık sunar. Ortaya çıkan tahminleri yorumlamak nispeten kolaydır ve tasarım ağırlıklarına ve kalibrasyon kısıtlarına dayandığından yöntemin motive edilmesi kolaydır.

Dikkate alınması gereken son iki nokta ise kalibrasyonun diğer terimlerle birlikte kullanılabileceği ve yeni düşünce yönleri vermek üzere geliştirilebileceğidir. Kalibrasyonu diğer terimlerle birleştiren mevcut yöntemlerin örnekleri arasında model kalibrasyonu, g-kalibrasyon ve regresyon kalibrasyonu yer alır.

Kalibrasyon literatürü oldukça geniştir ve çok sayıda yazar kalibrasyon problemini çözmeye yönelik yöntemler ve yaklaşımlar önermektedir. Ancak kalibrasyonla ilgili literatürün çoğu oldukça teoriktir ve pratikte uygulanması zordur. Bundan dolayı kalibrasyon, rutin olarak uygulanabilecek ve tüm veri kullanıcılarının anlayabileceği nispeten basit yöntemlerin kullanılmasıyla ilgilenmektedir. Bu nedenle, mevcut kalibrasyon yöntemlerinin yalnızca küçük bir kısmı uygulanmaktadır.

Kalibrasyon tahminini yaparken bazı problemler ortaya çıkabilir. Yardımcı değişkenler üzerinde kalibre edilmiş ağırlıkların elde edilmesi için kullanılan kısıtların tam olarak karşılanması gerekmektedir. Ancak bu durum negatif ağırlıklar ve çok büyük (aşırı) ağırlıklar gibi istenmeyen etkilere yol açabilir.

Negatif ağırlıklar, örneklem biriminin kitledeki hiçbir birimi, hatta kendisini bile hesaba katmadığını gösterir. Benzer şekilde, çok büyük ağırlıklar pratikte istenmez çünkü bu, örneklemin belirli birimlerinin sonuçlara hakim olmasına yol açar. Bazı örneklem birimlerinin diğerlerinden "daha temsili" olduğu düşünülse de, örneklem birimlerinin tümü kitle tahminlerine katkıda bulunmalıdır. Diğer örneklem birimleri için genellikle küçük kalibrasyon ağırlıklarıyla birlikte büyük kalibrasyon ağırlıkları gözlenir. Araştırmada büyük ağırlığa sahip olanlar genellikle fazla temsil edilirken, küçük ağırlığa sahip olanlar yetersiz temsil edilmektedir.

Negatif ve aşırı ağırlıkları önlemek için alternatif kalibrasyon fonksiyonları kullanılabilir veya kalibre edilmiş ağırlıkların başlangıç ağırlıklarından çok fazla sapmamasını sağlamak için kalibre edilmiş ağırlıklara bir kısıtlama getirilebilir. Bunlar, kalibrasyon ağırlıklarının içinde bulunması gereken önceden belirlenmiş sınırlardır. Kesin sınırlar kalibrasyon ağırlıklarının başlangıç ağırlıklarına daha yakın olmasına neden olurken, çok katı sınırlar koymak kalibrasyon sorununun çözümsüz kalmasına neden olabilir.

İstatistikçiler için çoğunlukla kitleden seçilen örneklemden yararlanılarak elde edilen tahminlerin duyarlılığı önemlidir ve bununla ilgilenirler. Genelleştirilmiş doğrusal regresyon (GREG) tahmin edicisi, kitle ortalaması ve toplamının tahmini için sıkça kullanılan bir tahmin edicidir. Literatürde bilinen ve sıkça başvurulan bir kalibrasyon tahmin edicisi olan GREG tahmin edicisi, regresyon tahmin edicisine farklı bir seçenek olarak önerilmiştir Ancak GREG tahmin edicisi ile regresyon tahmin edicisinin farkı, tahminlerde GREG tahmin edicisinin yardımcı değişken bilgisini regresyon tahmin edicisinden farklı bir şekilde kullanmasıdır [12].

Kalibrasyon konusunda birçok yazarın önerdiği ve genişlettiği alternatif yöntemlere dair kapsamlı bir literatür mevcuttur. Literatüre bakıldığında toplam, kovaryans veya varyans tahminleri için kullanılan kalibrasyon tahmin edicilerinin büyük bir çoğunluğu BRÖ’de tanımlanmıştır.

Singh ve diğerleri [13] TBRÖ’de kalibrasyon yaklaşımını tanıtmıştır. Çalışmada GREG için, tek bir yardımcı değişken kullanarak yeni kalibrasyon tahmin edicileri önermişlerdir.

Kalibrasyon yaklaşımında temel kısıtlar Singh [14] kalibrasyon tahmin edicisinde verilmektedir. Singh [14], kalibre edilmiş ağırlık toplamının tabaka ağırlığı toplamına eşit olduğu yeni bir kalibrasyon denklemi sunarak TBRÖ de kitle ortalaması için kalibrasyon tahmin edicisini önermiştir.

Tracy ve diğerleri [15] çalışmasında yardımcı değişken bilgisi kullanarak farklı kalibrasyon kısıtları altında TBRÖ'de kitle ortalamasını tahmin etmek için yardımcı değişkenin ikinci dereceden momentlerinden yararlanarak yeni bir kalibrasyon denklemi ortaya koymuşlardır.

Kim ve diğerleri [16] çalışmasında TBRÖ'de yardımcı değişken bilgisi kullanarak birleştirilmiş oransal tahmin ediciler için kalibrasyon tahmin edicisi önermişlerdir.

Rao ve diğerleri [17] çalışmasında TBRÖ'de kitle ortalaması için birden fazla yardımcı değişken kullanarak çok değişkenli kalibrasyon tahmin edicisi önermişlerdir. Çok değişkenli kalibrasyon ağırlıklandırmalarında dikkat edilmesi gereken nokta, kalibrasyon kısıtlarında iki veya daha fazla yardımcı değişkenin aynı parametrelerine ilişkin kısıtların kullanılmasıdır.

Koyuncu ve Kadılar [18] çalışmasında TBRÖ'de farklı uzaklık ölçümleri kullanarak kitle ortalaması için yeni ağırlıklar önermişlerdir.

Koyuncu ve Kadılar [19] çalışmasında tabakalı çift örneklemede kitle ortalaması için kalibrasyon tahmin edicisi önermişlerdir.

Rao ve diğerleri [20] çalışmasında TBRÖ'de iki yardımcı değişkeni kullanarak kitle ortalaması için çok değişkenli bir kalibrasyon tahmin edicisi önermiştir.

Nidhi ve diğerleri [21] çalışmasında tabakalı çift örneklemede farklı kalibrasyon kısıtları altında yeni kalibrasyon tahmin edicisi önermişlerdir.

Koyuncu ve Kadılar [22] çalışmasında TBRÖ’de üç kalibrasyon kısıtı altında yeni kalibrasyon tahmin edicileri önermişlerdir.

Sinha ve diğerleri [23] çalışmasında TBRÖ ve tabakalı çift örneklemede yeni kalibrasyon tahmin edicileri önermişlerdir.

Koyuncu [24] çalışmasında TSKÖ’de yeni kalibrasyon tahmin edicileri önermiştir. Bu çalışma sonucunda TSKÖ yöntemi kullanılarak önerilen tahmin edicinin TBRÖ yöntemine göre önerilen tahmin ediciden daha etkili olduğu görülmüştür.

Garg ve Pachori [25] çalışmasında tabakalı basit rastgele örneklemede yardımcı değişkenin bilinen değişim katsayısı kullanarak yeni kalibrasyon kısıtları altında kitle ortalamasını tahmin etmek için yeni bir kalibrasyon tahmin edicisi önermişlerdir.

Singh ve diğerleri [26] çalışmasında örnekleme dışı hataların varlığında kalibrasyon tahmin edicilerini incelemişlerdir.

Metin [27] çalışmasında örneklemede ağırlıklandırma prosedürleri ve kalibrasyon yaklaşımını incelemiş ve negatif ağırlıklar üzerinde durmuştur.

Shahzad ve diğerleri [28] çalışmasında tabakalı medyan sıralı küme örneklemesinde yeni kalibrasyon tahmin edicileri önermişlerdir.

Shahzad ve diğerleri [29] çalışmasında en önemli parametrelerden biri olan varyans için L-Momentler şeması altında bazı yeni kalibrasyon tahmin edicileri önermişlerdir.

Cetin ve Koyuncu [30] çalışmasında tabakalı uç sıralı küme örneklemesinde yeni kalibrasyon tahmin edicileri önermişlerdir.

Kalibrasyon çalışmalarının çoğunluğunda önerilen tahmin edicilerin performansını görmek için gerçek veri kullanılmıştır. Shahzad ve diğerleri [31] çalışmasında Dünya Sağlık Örgütü (WHO)'nden elde edilen COVID-19 verisini kullanarak, ülkeler tabaka olarak, toplam vaka sayısını yardımcı değişken ve toplam iyileşme sayısını ilgilenilen değişken alarak yapılan çalışmada önerilen kalibrasyon tahmin edicisinin klasik tahmin edicilerden daha etkili olduğunu ortaya koymuşlardır.

Pandey ve diğerleri [32] çalışmasında, University of California Irvine (UCI) makine öğrenimi deposundan elde edilen Türkiye'nin kuzeybatı bölgesinde yer alan bir gaz türbininden egzoz gazı emisyonlarının analizi için ortalama veya toplam hesaplama yöntemleri kullanılarak bir saat boyunca toplanan 11 sensör ölçümünü içeren 36.733'lük kitleden oluşan veri seti kullanmıştır. Çalışmada yanıt vermeme (non-response) ve ölçüm hatalarıyla dolu pratik senaryolarda, tabakalı iki aşamalı örnekleme yönteminde kitle varyansı için yeni bir kalibrasyon tahmin edicisi önermişlerdir ve klasik tahmin edicilerden daha etkili olduğunu ortaya koymuşlardır.

Singh ve Arnab [33] çalışmasında, Boston'da yapılan çocukluk dönemi hastalıkları araştırmasından 654 çocuğa ilişkin verileri içeren veri setini kullanarak, kalibre edilmiş ağırlıkların toplamının tasarım ağırlıklarının toplamına eşit olması gerektiğini dört farklı tahmin edici ile karşılaştırma yaparak açıklamışlardır.

Bu tez çalışmasında kalibrasyon tahmini kullanılarak tabakalı uç sıralı küme örneklemesinde tahminlerin hassasiyetinin arttırılmasına yönelik yeni bir kalibrasyon tahmin edicisi önerilmiştir. Tezin ikinci bölümünde, TÖ yöntemleri detaylı bir şekilde incelenmiş ve klasik tahmin edicileri ele alınmıştır. Bölüm üçte TBRÖ, TSKÖ ve TUSKÖ yöntemleri için literatürdeki kalibrasyon tahmin edicileri verilmiştir. Bölüm dörtte önerilen tahmin edici, gerçek bir veri seti ve sentetik veri üretilerek yapılan benzetim çalışmasında kitlenin ortalama tahmini için literatürdeki TBRÖ için tanımlanan Sinha ve diğerleri [23] tahmin edicisi ve TBRÖ'nin klasik tahmin edicisiyle karşılaştırılmıştır. Beşinci bölümde tez kapsamında elde edilen sonuçlar özetlenmiştir.

2. TABAKALI ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİ

Örneklemenin amacı, kitlenin özelliklerini tahmin etmek için hedef kitleden, kitleyi en iyi temsil edecek birimlerden oluşan örneklemi seçmektir. Başka bir ifadeyle kitle parametre tahminindeki varyansın mümkün olduğunca küçük olması hedeflenmektedir. TÖ yöntemi, belirlenen kitle ve ilgilenilen özellik bakımından heterojen olduğunda bu amacı gerçekleştirmeye imkan tanıyan yöntemdir [34].

Örneklem araştırmasında bir özelliğin tahmininde kesinlik kazanmak için tabakalı örnekleme yaygın olarak kullanılan bir örnekleme tekniğidir. Ayrıca bazı yardımcı değişkenlere ilişkin bilgiler mevcut olduğunda, yardımcı bilgilerin tahmin aşamasında etkin olması durumunda tahminlerin kesinliği daha da artırılabilir. Oran tahmini, regresyon tahmini ve kalibrasyon tahmini yardımcı bilgilerin kullanıldığı tekniklerdir.

Bu bölümde farklı tabakalı örnekleme yöntemleri anlatılacaktır.

2.1. Tabakalı Basit Rastgele Örnekleme

TBRÖ yöntemi, kitleyi oluşturan her bir kitle biriminin tek bir tabakaya mensup olacak şekilde alt gruplara bölünüp hiçbir kitle biriminin açıkta kalmadığı, tabaka içi değişimin mümkün olduğunca küçük ve tabakalar arası değişimin ise olabildiğince büyük olduğu alt gruplara ayrılıp örneklemin her bir tabakadan ayrı ve birbirine bağlı olmadan çekildiği yönteme denir [35]. Genel olarak kitle birimlerinin tabakalaştırılması araştırmanın amacına bağlıdır. Örneğin bir ülkenin gelir gider araştırması için, il ve ilçeler tabaka olarak kabul edilebilir. Tarımsal araştırmalar için köyler ve coğrafi bölgeler tabakaları oluşturabilir.

TBRÖ, verimliliği artırmak (yani tahmindeki hatayı azaltmak) için kitlenin tüm özelliklerinin örneklemde temsil edilmesini sağlayarak olası örneklemi "daha az uç" olanlarla sınırlamaya çalışan bir tekniktir.

TBRÖ'nün avantajlarından bazıları şunlardır:

1. Kitlenin tamamından ziyade tabakalardan ayrı olarak örneklem almak daha kolaydır (özellikle kitlenin çok büyük olduğu durumlarda). Bu aynı zamanda her tabakanın ayrı ayrı analiz edilmesine de olanak tanıyabilir, dolayısıyla tabakalar arasındaki farklılıklar değerlendirilebilir.

2. Her tabaka için tahminler ayrı ayrı elde edilebilir. Bu, tüm önemli alt grupların örneklemde temsil edilmesini sağlar.

3. Tabakalar içindeki birimler arasındaki değişkenlik, tüm kitlenin içindeki değişkenliğe kıyasla azaltılırsa, tabakalaşma örnekleme verimliliğini artırır.

4. Örnekleme dahil edilmek üzere seçilen birimler olasılıksal yöntemler kullanılarak seçildiğinden, tabakalı basit rastgele örnekleme, toplanan verilerden geçerli sayılacak istatistiksel sonuçlar çıkarmamıza olanak tanır.

Tabakalı örnekleme içerisindeki her bir tabaka ayrı bir kitle olarak düşünülebileceğinden söz konusu olan bu tabakalardan, BRÖ ile yerine koymadan n_h büyüklüğünde örneklemler tercih edilir. X yardımcı ve Y ilgilenilen değişken olmak üzere; $h.$ tabakada Y ile X değişkeninin sırasıyla y_{hi} ve x_{hi} gözlemlenen değerleri olsun. $\bar{y}_h = \frac{1}{n_h}\sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}$ ve $\bar{x}_h = \frac{1}{n_h}\sum_{i=1}^{n_h} x_{hi}$ $h.$ tabaka örneklem ortalamalarını göstersin. Böylece sırasıyla X yardımcı değişkeni ile Y ilgilenilen değişkenin TBRÖ'de ortalama tahmin edicileri;

$$\bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{y}_h \tag{2.1}$$

$$\bar{x}_{st} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{x}_h \tag{2.2}$$

şeklinde gösterilir.

Burada $W_h = \frac{N_h}{N}$ h. tabakanın ağırlığıdır.

TBRÖ'de Y ve X değişkeni için kitle ortalaması sırasıyla $\bar{Y} = \bar{Y}_{st} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{Y}_h$ ve $\bar{X} = \bar{X}_{st} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{X}_h$ olacaktır. Y ve X değişkeni için h. tabaka kitle ortalaması $\bar{Y}_h = \frac{1}{N_h} \sum_{i=1}^{N_h} Y_{hi}$ ve $\bar{X}_h = \frac{1}{N_h} \sum_{i=1}^{N_h} X_{hi}$ olacaktır [36].

2.2. Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi

Tanım olarak TSKÖ, her bir tabakaya SKÖ'nin uygulandığı yönteme denir ve ilk defa Samawi [7] tarafından önerilmiştir. Ortalama tahminlerinde TSKÖ yönteminin, TBRÖ ve BRÖ yöntemlerinden daha etkili olduğu gösterilmiştir [7].

Örneklem seçimi TSKÖ yönteminde iki kademede yapılmaktadır. Örnek seçimi işlemi yapılırken ilk önce; herhangi bir $F(y)$ dağılım fonksiyonuna sahip, sayılabilir sonsuzluktaki bir kitleden, her bir tabaka içerisinden r_h büyüklüğünde r_h adet örneklem rastgele seçilir. Seçilen bu örneklerin her birine "küme" adı verilir. Seçilen kümenin büyüklüğü araştırmacılarca belirlenen bir tasarım parametresidir. Sıralama açısından oluşturulan bu kümelerin $r_h = 2, 3, 4, 5$ birimden oluşması daha tercih edilen bir durumdur. Bu sıralama işlemi, kitleden seçilecek r_h^2 büyüklüğünde basit rastgele örneğin, her biri r_h büyüklüğünde r_h kümeye bütünüyle rastgele olarak paylaştırılmasıyla yapılabilir. Böylelikle, bu işlemle oluşturulan kümeler birbirinden tamamen bağımsız nitelik kazanacaktır. Örnek seçim işleminin ilk safhasında, her bir tabaka içerisinde bulunan her bir küme Y değişkeni açısından duyarlı olmayan bir ölçümle en küçükten en büyüğe doğru sıralanmış olur. Bu durum, fazla maliyet gerektirmeyen daha düşük düzeyli bir ölçüm niteliğine sahiptir ve bu durumda birimlerin sıralanması; daha önceki tecrübeler, yardımcı bir değişken veya görsel bir ölçümle yapılabilir. Sonraki safhada; birinci kümeden birinci sırada yer alan birim, sonraki kümeden ikinci sıradaki birim olacak şekilde devamla r_h 'ıncı kümeden r_h 'ıncı sıradaki birim seçilerek istenilen hassaslığı (duyarlılığı) sağlayan iyi düzeyli bir ölçümle Y değişkeni bakımından ölçülmüş olur [6].

h. tabakada k. tekrar için i. örneklemin i. sıralı istatistiği $Y_{hi(i)k}$ $\left(h=1,2,...,L, i=1,2,...,r_h, k=1,2,...,m\right)$ ile gösterilsin. Burada kullanılan $(\ )$ indisi, sıralamanın Y değişkenine göre yapıldığını ifade etmektedir. Böylece Y değişkenine ilişkin sıralama mükemmel olurken, X değişkenine ilişkin sıralama hatalar içermektedir. Bu aşamalar Çizelge 2.1.' de gösterilmiştir.

Çizelge 2.1. r_h büyüklüğündeki sıralı küme örneğinin oluşumu.

Tabaka	Küme	Kitleden seçilen örnek birimleri	Sıralanan örnek birimleri	Örneğe alınan örnek birimleri
1	1	$Y_{111}\quad Y_{112}\quad \cdots\quad Y_{11r_1}$	$Y^1_{1[1:r_1]}\quad Y^1_{1[2:r_1]}\quad \cdots\quad Y^1_{1[r_1:r_1]}$	$Y_{11(1)}\quad *\quad \cdots\quad *$
	2	$Y_{121}\quad Y_{122}\quad \cdots\quad Y_{12r_1}$	$Y^2_{1[1:r_1]}\quad Y^2_{1[2:r_1]}\quad \cdots\quad Y^2_{1[r_1:r_1]}$	$*\quad Y_{12(2)}\quad \cdots\quad *$
	$\vdots$	$\vdots\quad \vdots\quad \ddots\quad \vdots$	$\vdots\quad \vdots\quad \ddots\quad \vdots$	$\vdots\quad \vdots\quad \ddots\quad *$
	r_1	$Y_{1r_11}\quad Y_{1r_12}\quad \cdots\quad Y_{1r_1r_1}$	$Y^{r_1}_{1[1:r_1]}\quad Y^{r_1}_{1[1:r_1]}\quad \cdots\quad Y^{r_1}_{1[1:r_1]}$	$*\quad *\quad \cdots\quad Y_{1r_1(r_1)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
L	1	$Y_{L11}\quad Y_{L12}\quad \cdots\quad Y_{L1r_L}$	$Y^1_{L[1:r_L]}\quad Y^1_{L[2:r_L]}\quad \cdots\quad Y^1_{L[r_L:r_L]}$	$Y_{L1(1)}\quad *\quad \cdots\quad *$
	2	$Y_{L21}\quad Y_{L22}\quad \cdots\quad Y_{L2r_L}$	$Y^2_{L[1:r_L]}\quad Y^2_{L[2:r_L]}\quad \cdots\quad Y^2_{L[r_L:r_L]}$	$*\quad Y_{L2(2)}\quad \cdots\quad *$
	$\vdots$	$\vdots\quad \vdots\quad \ddots\quad \vdots$	$\vdots\quad \vdots\quad \ddots\quad \vdots$	$\vdots\quad \vdots\quad \ddots\quad *$
	r_L	$Y_{Lr_L1}\quad Y_{Lr_L2}\quad \cdots\quad Y_{Lr_Lr_L}$	$Y^{r_L}_{L[1:r_L]}\quad Y^{r_L}_{L[2:r_L]}\quad \cdots\quad Y^{r_L}_{L[r_L:r_L]}$	$*\quad *\quad \cdots\quad Y_{Lr_L(r_L)}$

Çizelge 2.1. içeresinde $i=1,2,...,r_h$ olacak şekilde, Y_{hii}, h. tabakanın i. küme için kitle içerisinden seçilen rastgele örnek birimlerini $\left\{Y^i_{h[1:r_h]}, Y^i_{h[2:r_h]}, ..., Y^i_{h[r_h:r_h]}\right\}$ h. tabakada i. küme için hassas olmayan bir ölçümle en küçükten en büyüğe doğru sıralanmış örnek birimlerini ve $Y_{hi(i)}$ h. tabakada i. kümeden hassas ölçüm yapılarak alınan i. sıradaki

örnek birimini tanımlamaktadır. Birimlerin hassas olmayan ölçümle sıralanmasında hata yapılmadığı varsayımıyla, $Y_{hi(i)}$ aynı zamanda, r_h çaplı sıralı küme örneğindeki $i.$ kümedeki $i.$ sıra istatistiğini göstermektedir.

TSKÖ yönteminin kullanıldığı uygulamalarda, r_h büyüklüğünde sıralı küme örneği oluşturulurken, görsel olarak sıralama gibi, araştıran kişilerin şahsi yargılarının önde olduğu, bir sıralama yöntemi kullanılması durumunda, böyle bir sıralamanın daha kolay ve hata olmadan yapılabilmesi açısından, küme çapı r_h ’ın genellikle 5 ve 5’den küçük olması tercih edilir. Fakat, istenilen örnek büyüklüğünün 5’den büyük olması halinde, Çizelge 2.1’ deki örnek seçim işlemi, yeterli sayıda birim elde etmek için m defa tekrarlanır. Meydana getirilen $n_h = mr_h$ birim h. tabaka için sıralı küme örneklemini oluşturur. Bu durumda her bir kümeden bir birim alınarak, sonsuz büyüklüğe sahip kitleden seçilen mr_h^2 birimden yalnızca mr_h^2 birim ölçülüp, $h.$ tabaka için kitle parametreleri tahmin edilmiş olacaktır [6].

Böylece h. tabaka için ilgilenilen değişken ile yardımcı değişkenin örneklem ortalaması

$$\overline{y}_{h(r_h)} = \frac{1}{n_h} \sum_{k=1}^{m} \sum_{i=1}^{r_h} Y_{hi(i)k} \,, \tag{2.3}$$

$$\overline{x}_{h[r_h]} = \frac{1}{n_h} \sum_{k=1}^{m} \sum_{i=1}^{r_h} X_{hi[i]k} \tag{2.4}$$

biçiminde elde edilir. Buna göre

$$\overline{y}_{st(TSKO)} = \sum_{h=1}^{L} W_h \overline{y}_{h(r_h)} \tag{2.5}$$

ilgilenilen değişken için kitle ortalaması tahmin edicisidir.

2.3. Tabakalı Uç Sıralı Küme Örneklemesi

TUSKÖ yöntemi, Samawi ve Saeid [8] tarafından kitle ortalamasını tahmin etmek için önerilmiştir. Örneklem seçim sürecinde, h. tabakadan her biri r_h büyüklüğünde r_h kadar örneklem seçilir ve örneklemdeki her bir birim ilgilenilen değişken bakımından sıralanır. İlk r_h kümeden ilgilenilen değişkene göre sıralanıp en küçük birim seçilir. Daha sonra ikinci r_h kümeden en büyüğü seçilir ve üçüncü r_h kümeden en küçük seçilerek seçim işlemi bu şekilde devam eder. Böylece ilk $(r_h - 1)$ kümeden $(r_h - 1)$ birim seçilir. r_h'ın tek veya çift olmasına bağlı olarak son kümeden ilk birimi ya da son birimi seçmek değişkenlik gösterecektir.

Son birimin ölçümünde;

i. r_h çift olduğunda sıralanan en büyük birimin ölçüm değeri ölçülür.

ii. r_h tek olduğunda ise iki yaklaşım söz konusudur. Birincisi, son kümeden en büyük ve en düşük birimlerin ortalaması alınarak seçilir. İkincisi ise son kümenin medyanı seçilir.

Bu basamaklar $n_h = mr_h$ büyüklüğüne varıncaya kadar m kez tekrarlanır. Tüm tabakalar için bu süreç uygulanır.

TUSKÖ yönteminde, r_h çift ise $Y_{h1(1)}, Y_{h2(r_h)}, Y_{h3(1)}, \ldots, Y_{h(r_h-1)(1)}, Y_{hr_h(r_h)}$, r_h tek olduğu ve ikinci yaklaşımın kullanıldığı durumda $Y_{h1(1)}, Y_{h2(r_h)}, Y_{h3(1)}, \ldots, Y_{h(r_h-1)(1)}, Y_{hr_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}$’dır. Tez kapsamında ikinci yaklaşım kabul edilerek notasyonlar yazılmış ve benzetim çalışması yapılmıştır.

Burada en önemli varsayım, kümenin en küçük ve en büyük birimlerinin görsel olarak veya az bir maliyetle belirlenebilmesidir. Bu örnekleme yöntemini sıralı küme örneklemesine tercih edilmesine sebep olan en önemli etken sıralı küme örneklemesinde her bir kümede ilgili sıralı istatistiği hatasız seçmek gerekirken uç sıralı küme örneklemesinde sadece en küçük ve en büyük sıralı istatistiğin doğru belirlemek yeterlidir. Bu nedenlerle büyük kitlelerde uygulanması daha pratiktir.

Çizelge 2.2’de r_h büyüklüğündeki uç sıralı küme örneklemesine göre elde edilen örneklem birimleri verilmiştir.

Çizelge 2.2. r_h büyüklüğünde uç sıralı küme örneğinin oluşumu

Tabaka	Küme	Örneğe alınan örnek birimleri
1	1 2 $\vdots$ r_1	$Y_{11(1)}$ $*$ $\cdots$ $*$ $*$ $*$ $\cdots$ $Y_{12(r_1)}$ $Y_{13(1)}$ $*$ $\ddots$ $*$ $*$ $*$ $\cdots$ $Y_{1r_1(r_1)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
L	1 2 $\vdots$ r_L	$Y_{L1(1)}$ $*$ $\cdots$ $*$ $*$ $*$ $\cdots$ $Y_{L2(r_1)}$ $Y_{L3(1)}$ $*$ $\ddots$ $*$ $*$ $*$ $\cdots$ $Y_{Lr_1(r_1)}$

Buradan, TUSKÖ’ de ilgilenilen değişkenin örneklem ortalaması,

$$\bar{y}_{st(TUSKO)} = \sum_{h=1}^{a} W_h \bar{y}_{(USKO)h(e)} + \sum_{h=a+1}^{L} W_h \bar{y}_{(USKO)h(o)} \qquad (2.6)$$

şeklindedir. Burada L tabaka sayısını, (a) çift tabaka sayısını, $(L-a)$ ise tek tabaka sayısını göstermektedir. Ayrıca notasyonların daha anlaşılır olabilmesi için $m=1$ kabul edilip $n_h = r_h$ ve $(n=r)$ kullanılmıştır.

Burada,

$$\bar{y}_{(USKO)h(e)}=\frac{1}{2}\left(\bar{Y}_{h(1)}+\bar{Y}_{h(r_h)}\right),$$

$$\bar{y}_{(USKO)h(o)}=\frac{Y_{h1(1)}+Y_{h2(r_h)}+Y_{h3(1)}+\ldots+Y_{h(r_h-1)(r_h)}+Y_{hr_h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}}{r_h},$$

$$\bar{Y}_{h(1)}=2\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}}\frac{Y_{h(2i-1)(1)}}{r_h},$$

$$\bar{Y}_{h(r_h)}=2\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}}\frac{Y_{h(2i)(r_h)}}{r_h},$$

şeklinde tanımlanır.

Yardımcı değişkenin örneklem ortalaması ise

$$\bar{x}_{st[TUSKO]}=\sum_{h=1}^{a}W_h\bar{x}_{[USKO]h(e)}+\sum_{h=a+1}^{L}W_h\bar{x}_{[USKO]h(o)} \tag{2.7}$$

şeklindedir.

Burada

$$\bar{x}_{[USKO]h(e)}=\frac{1}{2}\left(\bar{X}_{h[1]}+\bar{X}_{h[r_h]}\right),$$

$$\bar{x}_{[USKO]h(o)}=\frac{X_{h1[1]}+X_{h2[r_h]}+X_{h3[1]}+\ldots+X_{h[r_h-1][r_h]}+X_{hr_h\left[\frac{r_h+1}{2}\right]}}{r_h}$$

$$\bar{X}_{h[1]}=2\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}}\frac{X_{h[2i-1][1]}}{r_h},$$

$$\bar{X}_{h[r_h]} = 2\sum_{i=1}^{\frac{r_h}{2}} \frac{X_{h[2i][r_h]}}{r_h}$$

şeklinde tanımlanır.

Beklenen değerler

$$E\left(\bar{y}_{(USKO)h(i)}\right) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\bar{Y}_{h(1)} + \bar{Y}_{h(r_h)}\right), & i = e \\ \left(\frac{r_h - 1}{2r_h}\right)\left(\bar{Y}_{h(1)} + \bar{Y}_{h(r_h)}\right) + \frac{1}{r_h}\bar{Y}_{h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}, & i = o. \end{cases} \tag{2.8}$$

ve

$$E\left(\bar{x}_{[USKO]h(i)}\right) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\bar{X}_{h[1]} + \bar{X}_{h[r_h]}\right), & i = e \\ \left(\frac{r_h - 1}{2r_h}\right)\left(\bar{X}_{h[1]} + \bar{X}_{h[r_h]}\right) + \frac{1}{r_h}\bar{X}_{h\left[\frac{r_h+1}{2}\right]}, & i = o. \end{cases} \tag{2.9}$$

şeklinde tanımlanır. Buradan

$$E\left(\bar{y}_{st(TUSKO)}\right) = \frac{1}{2}\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{Y}_{h(1)} + \bar{Y}_{h(r_h)}\right) + \frac{1}{2}\sum_{h=a+1}^{L} \frac{W_h}{r_h}\left[2\bar{Y}_{h\left(\frac{r_h+1}{2}\right)} - \left(\bar{Y}_{h(1)} + \bar{Y}_{h(r_h)}\right)\right] \tag{2.10}$$

$$E\left(\bar{x}_{st[TUSKO]}\right) = \frac{1}{2}\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{X}_{h[1]} + \bar{X}_{h[r_h]}\right) + \frac{1}{2}\sum_{h=a+1}^{L} \frac{W_h}{r_h}\left[2\bar{X}_{h\left[\frac{r_h+1}{2}\right]} - \left(\bar{X}_{h[1]} + \bar{X}_{h[r_h]}\right)\right] \tag{2.11}$$

sonucuna ulaşılır.

TUSKÖ ile $\bar{y}_{st(SERSS)}$ ve $\bar{x}_{st[SERSS]}$ varyansı,

$$\operatorname{Var}\left(\bar{y}_{st(TUSKO)}\right)=\frac{1}{2}\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h}\left(S_{Yh(1)}^2+S_{Yh(r_h)}^2\right)+\frac{1}{2}\sum_{h=a+1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h^2}\left[2S_{Yh\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}^2-\left(S_{Yh(1)}^2+S_{Yh(r_h)}^2\right)\right]$$

(2.12)

$$\operatorname{Var}\left(\bar{x}_{st[TUSKO]}\right)=\frac{1}{2}\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h}\left(S_{Xh[1]}^2+S_{Xh[r_h]}^2\right)+\frac{1}{2}\sum_{h=a+1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h^2}\left[2S_{Xh\left[\frac{r_h+1}{2}\right]}^2-\left(S_{Xh[1]}^2+S_{Xh[r_h]}^2\right)\right] \quad (2.13)$$

biçiminde tanımlanmıştır.

Burada her tabaka için dağılım simetrik olduğunda $E\left(\bar{y}_{st(TUSKO)}\right)=\bar{Y}$ ve $E\left[\bar{x}_{st[TUSKO]}\right]=\bar{X}$ olur ve Eşitlik (2.12) ve Eşitlik (2.13) düzenlendiğinde,

$$\operatorname{Var}\left(\bar{y}_{st(TUSKO)}\right)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h}S_{Yh(1)}^2+\sum_{h=a+1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h^2}\left[S_{Yh\left(\frac{r_h+1}{2}\right)}^2-S_{Yh(1)}^2\right], \quad (2.14)$$

$$\operatorname{Var}\left(\bar{x}_{st[TUSKO]}\right)=\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h}S_{Xh[1]}^2+\sum_{h=a+1}^{L}\frac{W_h^2}{r_h^2}\left[S_{Xh\left[\frac{r_h+1}{2}\right]}^2-S_{Xh[1]}^2\right] \quad (2.15)$$

elde edilir [8].

3. KALİBRASYON

Örnekleme çalışmalarında tahmin yapmak için kullanılan birçok yöntem vardır. Bu yöntemlerden temel olarak kabul edilen kalibrasyon, öncelikle büyük çaplı örneklem araştırmaları içerisinde oldukça önemli bir konuma sahiptir. Kalibrasyon yaklaşımı, örnekleme literatüründe yer alan, ilgilenilen değişkendeki parametre tahmin edicilerinin doğruluğunu artırmak için yardımcı bilgileri kullanan bir tekniktir.

Daha doğru tahminler yapabilmek adına "bilinen kitle toplamından" yararlanılarak ağırlıkların ayarlandığı tahmin edicilere kalibrasyon tahmin edicileri denir. Herhangi bir kalibrasyon tahmin edicisi, içerisinde kalibrasyon eşitliği kısıtlarını sağlayan, verilen bir ölçüye göre yeni ile bilinen ağırlıklar arasındaki uzaklığı en düşük değer yapan ağırlıklar kullanılır.

Kitlenin sonlu olduğu durum için kalibrasyon yaklaşımı, aşağıdaki adımlardan oluşmaktadır [12]:

i. Kalibrasyon denklemleri kullanılarak tanımlanmış olan kısıtlar ve yardımcı değişken bilgilerinin kullanıldığı ağırlıkların hesaplanması,
ii. Hesaplanan ağırlıkların kitle toplamı veya kitleye bağlı parametre tahminlerinde lineer olarak kullanılması,
iii. Hemen hemen yanlı olmayan (yansız) tahminler verebilen tasarımların oluşturulması

Doğrusal bir ağırlıklandırma yöntemi olarak da tanımlanan kalibrasyon, elde edilen ağırlıkların yorumlanmasının kolay ve bu ağırlıkların tek olması sebebiyle uygulamalarda sıkça kullanılmaktadır. Ayrıca elde edilen bu ağırlıklarda özellikle tutarlılığın sağlanması için kalibrasyon kısıtları belirlenmektedir [12].

Kalibrasyon tahmininde, optimum kalibre edilmiş ağırlıklar, uzaklık fonksiyonunun minimizasyonunu amaçlayan bir optimizasyon probleminin formüle edilmesiyle belirlenir. Bu nedenle uzaklık fonksiyonları sıklıkla optimum problemde en aza indirilecek hata veya maliyet fonksiyonları olarak kullanılır. Deville ve Sarndal [10], kalibrasyon tahmini için bazı uzaklık fonksiyonları ile ilgili çalışma yapmışlardır.

TBRÖ yönteminde pratikte sıklıkla kullanılan bazı uzaklık fonksiyonları şunlardır:

Ki-kare uzaklık ölçümü,

$$\sum_{h=1}^{L} \frac{\left(\Omega_h - W_h\right)^2}{Q_h W_h} \tag{3.1}$$

biçimindedir. Burada Q_h farklı tahmin edici biçimlerine karar vermek için uygun şekilde seçilmiş ağırlıklardır.

Ortalama ki-kare hatası,

$$\sum_{h=1}^{L} \frac{\left(\Omega_h - W_h\right)^2}{Q_h L} \tag{3.2}$$

biçimindedir. Burada L tabaka sayısıdır.

Öklid uzaklık ölçümü,

$$\sqrt{\sum_{h=1}^{L} \frac{\left(\Omega_h - W_h\right)^2}{Q_h}} \tag{3.3}$$

biçimindedir.

Hellinger uzaklık ölçümü,

$$\sum_{h=1}^{L} \frac{\left(\sqrt{\Omega_h} - \sqrt{W_h}\right)^2}{Q_h} \tag{3.4}$$

biçimindedir.

Minimum entropi,

$$\sum_{h=1}^{L}\frac{\left(\Omega_h - W_h\right)^2}{Q_h} - \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{Q_h}\log\left(\frac{\Omega_h}{W_h}\right) \tag{3.5}$$

biçimindedir.

Son yıllarda yapılan çalışmalarda araştırmacılar tarafından kalibrasyon tahmini için büyük çoğunlukla ki-kare uzaklık ölçüsünün kullanılması tercih edilmiştir. Yeniden ağırlıklandırma işleminde ki-kare uzaklık ölçümü yerine başka uzaklık ölçümleri de kullanılabilir. Fakat, Deville ve Sarndal [10] çalışmalarında farklı uzaklık ölçümlerinin ki-kare uzaklık ölçümüyle aşağı yukarı benzer sonuçları verdiği ve ki-kare uzaklık ölçümüne de asimptotik olarak denk olduklarını göstermişlerdir.

Bu tezde, kalibre edilmiş tahminde optimum ağırlıkları belirleme problemleri, mevcut kalibrasyon kısıtlamalarına bağlı olarak mesafeyi en aza indiren Lagrange çarpanı tekniği kullanılarak çözülmüştür. Lagrange çarpanı tekniği, tüm kısıtların eşitlik biçiminde olduğu durumlarda bu eşitlikleri çözmek için kullanılabilir:

Maximize (veya Minimize) $Z = f\left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right)$,

$$\begin{aligned} g_1\left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right) &= b_1 \\ g_2\left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right) &= b_2 \\ &\vdots \\ g_m\left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right) &= b_m \end{aligned} \tag{3.6}$$

Eşitlik (3.6)'yı çözmek için λ_1 çarpanı i . kısıtla ilişkilendirilir. Lagrange fonksiyonu;

$$\Delta\left(x_1, x_2, \cdots, x_n, \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m\right) = f\left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right) + \sum_{i=1}^{m}\lambda_i\left[g_i\left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right) - b_i\right] \tag{3.7}$$

biçimindedir.

Daha sonra, Lagrange fonksiyonunu $\left(x_1, x_2, \cdots, x_n, \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m\right)$ maksimuma çıkaran (veya minimuma indiren) sabit bir $\Delta\left(x_1, x_2, \cdots, x_n, \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m\right)$ noktası bulmaya çalışılır.

Eşitlik (3.6)'nın çözümü için gerekli koşullar şunlardır:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial x_1} = \frac{\partial \Delta}{\partial x_2} = \ldots = \frac{\partial \Delta}{\partial x_m} = \frac{\partial \Delta}{\partial \lambda_1} = \frac{\partial \Delta}{\partial \lambda_2} = \ldots = \frac{\partial \Delta}{\partial \lambda_m} = 0 \tag{3.8}$$

$f\left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right)$ amaç fonksiyonu bir maksimizasyon probleminde içbükey bir fonksiyon veya bir minimizasyon probleminde dışbükey bir fonksiyon ise, o zaman Eşitlik (3.8)'i karşılayan herhangi bir $\left(x_1, x_2, \cdots, x_n, \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m\right)$ noktası bir optimum çözüm $\left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right)$ verir. Böylece, optimumun belirlenmesi sorunu Lagrange Çarpanı tekniği kullanılarak formüle edilmiş olur.

Kalibrasyon yaklaşımına artan ilgiyle birlikte, tutarlı tahminlere yol açması, veri kaynaklarının etkin kombinasyonu için önemli bir teknik sınıfı sağlaması ve tahminleri hesaplamak için hesaplama avantajına sahip olması nedeniyle birçok ulusal/uluslararası İstatistik Kurumu bu tekniği benimsemektedir.

Bu bölümde birçok yazar tarafından önerilmiş olan çeşitli örnekleme yöntemlerindeki kalibrasyon tahmin edicileri verilmiştir.

3.1. Basit Rastgele Örneklemede Kalibrasyon Tahmin Edicileri

3.1.1. Deville ve Sarndal Tarafından Önerilen Kalibrasyon Tahmin Edicisi

Deville ve Sarndal [10] tarafından tanıtılan kalibrasyon tahmini, kalibrasyon denklemine sadık kalınarak son ile ilk ağırlıklar arasındaki uzaklığın en aza indirildiği yöntem olarak BRÖ'de verilmiştir.

Deville ve Sarndal [10] yaptığı çalışmada,

$$\bar{y}_{ds} = \sum_{i=1}^{n} \Omega_i y_i \tag{3.9}$$

tahmin edicisini kalibre etmiştir. Burada Ω_i yardımcı değişkene bağlı yapılan kalibrasyon ağırlığını ifade eder.

Kalibrasyon kısıtı olarak,

$$\sum_{i=1}^{n} \Omega_i x_i = \sum_{i=1}^{N} x_i = X \tag{3.10}$$

belirlenmiştir. Burada X yardımcı değişkenin bilinen kitle toplamını ifade eder.

Ki-kare uzaklığı,

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{(\Omega_i - d_i)}{d_i Q_i} \tag{3.11}$$

şeklinde tanımlanır. Burada Q_i farklı tahmin edici biçimlerine karar vermek için uygun şekilde seçilmiş ağırlıklardır. Çoğu durumda $Q_i = 1$ 'dir. Burada; $d_i = \frac{1}{\pi_i}$ örneklem tasarım ağırlıklarını ifade eder.

Örneklem tasarım ağırlıkları, genellikle araştırmacının deneyim ve bilgisine bağlı olarak bir araştırmadan diğerine değişebilir. Diğer yandan, örnekleme tasarım ağırlıklarının genellikle veri toplayan kişi tarafından belirlendiği de düşünülebilir. d_i ağırlıkları kitleden rastgele seçilen örneklemde yardımcı değişkenin kitle toplamlarını tahmin etme işleminde kullanılabilir.

Eşitlik (3.11)'de verilen ki-kare uzaklığı, Eşitlik (3.10)'da tanımlanan kalibrasyon kısıtına göre minimize eden Langrange fonksiyonu,

$$\Delta_{DS} = \sum_{h=1}^{L} \frac{\left(\Omega_i - d_i\right)^2}{d_i Q_i} - 2\lambda\left[\sum_{h=1}^{L}\left(\Omega_i x_i - X\right)\right] \tag{3.12}$$

şeklindedir. Ω_i 'ye göre türevlenip sıfıra eşitlendiğinde elde edilen yeni optimum kalibrayson ağırlıkları,

$$\Omega_i = d_i + \frac{d_i Q_i x_i}{\sum_{h=1}^{n} d_i Q_i x_i^2}\left(X - \sum_{h=1}^{n} d_i x_i\right) \tag{3.13}$$

şeklinde elde edilir.

Bulunan yeni ağırlıklar Eşitlik (3.9)'da yerine koyulduğunda elde edilen regresyon tipi tahmin edici,

$$\begin{aligned} \overline{y}_{DS}^{*} &= \sum_{h=1}^{n} d_i y_i + \frac{\sum_{h=1}^{n} d_i Q_i x_i y_i}{\sum_{h=1}^{n} d_i Q_i x_i^2}\left(X - \sum_{h=1}^{n} d_i x_i\right) \\ &= \sum_{h=1}^{n} d_i y_i + \hat{\beta}_{(DS)}\left(X - \sum_{h=1}^{n} d_i x_i\right) \end{aligned} \tag{3.14}$$

biçiminde elde edilir. Burada

$$\hat{\beta}_{(DS)} = \frac{\sum_{h=1}^{n} d_i Q_i x_i y_i}{\sum_{h=1}^{n} d_i Q_i x_i^2} \tag{3.15}$$

olarak tanımlanır.

Böylelikle, GREG tahmin edicisi ile kalibrasyon tahmin edicisi arasında bağlantı kurulmuş olur.

3.2. Tabakalı Basit Rastgele Örneklemede Kalibrasyon Tahmin Edicileri

TBRÖ için ortalama tahmin edicisi,

$$\bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{y}_h \tag{3.16}$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Tabakalı basit rastgele örneklemede kalibrasyon tahmin edicisi,

$$\bar{y}_{st(TBRO)} = \sum_{h=1}^{L} \Omega_h \bar{y}_h \tag{3.17}$$

şeklinde tanımlanır. Ω_h yeni ağırlıklardır. Bu ağırlıklar Eşitlik (3.18)' de verilen ki-kare uzaklık fonksiyonundan seçilir;

$$\sum_{h=1}^{L} \frac{\left(\Omega_h - W_h\right)^2}{Q_h W_h}. \tag{3.18}$$

Burada Q_h farklı tahmin edici biçimlerine karar vermek için uygun şekilde seçilmiş ağırlıklardır.

Kalibrasyon kısıtı,

$$\sum_{h=1}^{L} \Omega_h \bar{x}_h = \bar{X} \tag{3.19}$$

olarak tanımlanır. Eşitlik (3.18)'i bu kalibrasyon kısıtına göre minimize eden Langrange fonksiyonu,

$$\Delta = \sum_{h=1}^{L} \frac{\left(\Omega_h - W_h\right)^2}{Q_h W_h} - 2\lambda\left[\sum_{h=1}^{L}\left(\Omega_h \bar{x}_h - \bar{X}\right)\right] \tag{3.20}$$

şeklinde olur. Bu eşitlik Ω_h ’a göre türevlenip sıfıra eşitlendiğinde elde edilen yeni ağırlıklar,

$$\Omega_h = W_h + \frac{Q_h W_h \bar{x}_h}{\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h^2}\left[\bar{X} - \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{x}_h\right] \tag{3.21}$$

şeklinde elde edilir.

Elde edilen yeni ağırlıklar Eşitlik (3.17)’de yerine koyulduğunda elde edilen regresyon tipi tahmin edici,

$$\bar{y}^*_{st(TBRO)} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{y}_h + \frac{Q_h W_h \bar{x}_h}{\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h^2}\left[\bar{X} - \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{x}_h\right] \tag{3.22}$$

şeklinde elde edilir.

3.2.1. Singh Tarafından Önerilen Kalibrasyon Tahmin Edicisi

Singh [14] tarafından TBRÖ’de,

$$\bar{y}_{st(TBRO)}\left(SH\right) = \sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{SH} \bar{y}_h \tag{3.23}$$

tahmin edicisi verilmiştir. Ki-kare uzaklığı,

$$\sum_{h=1}^{L} \frac{\left(\chi^* - W_h\right)^2}{Q_h W_h} \tag{3.24}$$

olarak alınmıştır. Burada χ^* tahmin edicinin ağırlığını ifade eden genel bir notasyondur. Eşitlik (3.24)' de verilen ki-kare uzaklık ölçüsü eşitliğinde $\chi^* = \Omega_h^{SH}$ olacaktır.

Kalibrasyon kısıtı

$$\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{SH} = \sum_{h=1}^{L} W_h = 1 \tag{3.25}$$

$$\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{SH} \bar{x}_h = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{x}_h = \bar{X} \tag{3.26}$$

şeklinde belirlenmiştir.

Eşitlik (3.24)'de tanımlanan ki-kare uzaklık ölçüsünü bu kalibrasyon kısıtlarına göre minimize eden Langrange fonksiyonu,

$$\Delta_{SH} = \sum_{h=1}^{L} \frac{\left(\Omega_h^{SH} - W_h\right)^2}{Q_h W_h} - 2\lambda_{0(SH)} \left(\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{SH} - 1 \right) - 2\lambda_{1(SH)} \left(\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{SH} \bar{x}_h - \bar{X} \right) \tag{3.27}$$

eşitliğiyle tanımlanır.

Eşitlik (3.27) Ω_h^{SH} terimine göre türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde,

$$\Omega_h^{SH} = W_h + \left(\lambda_{0(SH)} + \lambda_{1(SH)} \bar{x}_h \right) Q_h W_h \tag{3.28}$$

bulunur. Eşitlik (3.28) kısıtlarda yerine koyulduğunda Lagrange çarpanları,

$$\lambda_{0(SH)} = \frac{\left(\bar{X} - \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{x}_h \right) \left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \bar{x}_h \right)}{\left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \right) \left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \bar{x}_h^2 \right) - \left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \bar{x}_h \right)^2}, \tag{3.29}$$

$$\lambda_{1(SH)} = \frac{\left(\bar{X} - \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{x}_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} W_h \bar{x}_h\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \bar{x}_h^2\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \bar{x}_h\right)^2} \tag{3.30}$$

biçiminde elde edilir. Elde edilen $\lambda_{0(SH)}$ ve $\lambda_{1(SH)}$ Eşitlik (3.28) yerine yazıldığında

$$\Omega_h^{SH} = \frac{\left(W_h Q_h \bar{x}_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h\right) - \left(W_h Q_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \bar{x}_h\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \bar{x}_h^2\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \bar{x}_h\right)^2}\left(\bar{X} - \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{x}_h\right) \tag{3.31}$$

kalibrasyon ağırlıkları bulunur. Eşitlik (3.31)'in Eşitlik (3.23)'de yerine yazılmasıyla elde edilen tahmin edici

$$\bar{y}^{*}_{st(TBRO)}\left(SH\right) = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{y}_h + \hat{\beta}_{(SH)}\left(\bar{X} - \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{x}_h\right) \tag{3.32}$$

şeklindedir. Burada,

$$\hat{\beta}_{(SH)} = \frac{\left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \bar{x}_h \bar{y}_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \bar{y}_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \bar{x}_h\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \bar{x}_h^2\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \bar{x}_h\right)^2} \tag{3.33}$$

olur.

3.2.2. Tracy ve diğerleri Tarafından Önerilen Kalibrasyon Tahmin Edicisi

Kalibrasyon tahminini iyileştirme sürecinde Tracy ve diğerleri [15], kalibrasyon tahmininde çok parametreli kalibrasyon ağırlıklandırmaları kavramını ortaya koymuştur. Çok parametreli kalibrasyon ağırlıklandırmaları, aynı yardımcı değişkenin iki veya daha fazla parametresinden gelen bilgileri kullanarak kalibrasyon ağırlıklarının ifadesini elde etmek için belirli bir mesafe ölçüsüne göre kalibrasyon kısıtlamalarının formülasyonudur.

Tracy ve diğerleri [15] tarafından tabakalı basit rastgele örneklemede,

$$\bar{y}_{st(TBRO)}(T) = \sum_{h=1}^{L} \Omega_h^T \bar{y}_h \tag{3.34}$$

tahmin edici verilmiştir.

Burada Eşitlik (3.24)' de verilen ki-kare uzaklık ölçüsü eşitliğinde $\chi^* = \Omega_h^T$ olacaktır.

Kalibrasyon kısıtı

$$\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^T \bar{x}_h = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{X}_h \tag{3.35}$$

$$\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^T s_{xh}^2 = \sum_{h=1}^{L} W_h S_{xh}^2 \tag{3.36}$$

şeklinde tanımlanır. Burada $s_{xh}^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n_h}\left(x_{hi} - \bar{x}_h\right)^2}{\left(n_h - 1\right)}$ ve $S_{xh}^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{N_h}\left(X_{hi} - \bar{X}_h\right)^2}{\left(N_h - 1\right)}$.

Eşitlik (3.24)'de tanımlanan ki-kare uzaklık ölçüsünü bu kalibrasyon kısıtlarına göre minimize eden Langrange fonksiyonu,

$$\Delta_T = \sum_{h=1}^{L} \frac{\left(\Omega_h^T - W_h\right)^2}{Q_h W_h} - 2\lambda_{0(T)}\left(\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^T \bar{x}_h - \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{X}_h\right) - 2\lambda_{1(T)}\left(\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^T s_{xh}^2 - \sum_{h=1}^{L} W_h S_{xh}^2\right) \tag{3.37}$$

eşitliğiyle tanımlanır. Eşitlik (3.37) Ω_h^T terimine göre türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde,

$$\Omega_h^T = W_h + Q_h W_h \left(\lambda_{0T} \bar{x}_h + \lambda_{1T} s_{xh}^2\right) \tag{3.38}$$

olarak bulunur. Eşitlik (3.38) kısıtlarda yerine koyulduğunda Lagrange çarpanları,

$$\lambda_{0(T)}=\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^4\right)\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\bar{X}_h-\bar{x}_h\right)\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_hs_{xh}^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(S_{xh}^2-s_{xh}^2\right)\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^4\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h^2\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_hs_{xh}^2\right)} \tag{3.39}$$

$$\lambda_{1(T)}=\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(S_{xh}^2-s_{xh}^2\right)\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_hs_{xh}^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\bar{X}_h-\bar{x}_h\right)\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^4\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h^2\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_hs_{xh}^2\right)} \tag{3.40}$$

elde edilir. Elde edilen $\lambda_{0(T)}$ ve $\lambda_{1(T)}$ Eşitlik (3.38)' de yerine yazıldığında

$$\begin{aligned}\Omega_h^T &= W_h \\ &+Q_hW_h\left[\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^4\right)\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\bar{X}_h-\bar{x}_h\right)\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_hs_{xh}^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(S_{xh}^2-s_{xh}^2\right)\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^4\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h^2\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_hs_{xh}^2\right)}\bar{x}_h\right. \\ &\left.+\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(S_{xh}^2-s_{xh}^2\right)\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_hs_{xh}^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\bar{X}_h-\bar{x}_h\right)\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^4\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h^2\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_hs_{xh}^2\right)}s_{xh}^2\right]\end{aligned} \tag{3.41}$$

kalibrasyon ağırlıkları elde edilir. Eşitlik (3.41)'in Eşitlik (3.34)'de yerine yazılmasıyla bulunan tahmin edici

$$\bar{y}_{st(TBRO)}^{*}\left(T\right)=\sum_{h=1}^{L}W_h\bar{y}_h+\hat{\beta}_{1(T)}\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\bar{X}_h-\bar{x}_h\right)\right)+\hat{\beta}_{2(T)}\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(S_{xh}^2-s_{xh}^2\right)\right) \tag{3.42}$$

elde edilir. Burada,

$$\hat{\beta}_{1(T)}=\left[\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^4\right)\left(\sum_{h=1}^{L}W_hQ_h\bar{x}_h\bar{y}_h\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_hs_{xh}^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}W_hQ_hs_{xh}^2\bar{y}_h\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^4\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h^2\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_hs_{xh}^2\right)^2}\right] \tag{3.43}$$

$$\hat{\beta}_{2(T)}=\left[\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^2\bar{y}_h\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_hs_{xh}^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}W_hQ_h\bar{x}_h\bar{y}_h\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^4\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h^2\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_hs_{xh}^2\right)^2}\right] \tag{3.44}$$

şeklindedir.

3.2.3. Rao ve diğerleri Tarafından Önerilen Kalibrasyon Tahmin Edicisi

Rao ve diğerleri [17] çalışmasında tabakalı basit rastgele örneklemede,

$$\bar{y}_{st(TBRO)}(RK)=\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{RK}\bar{y}_h \tag{3.45}$$

tahmin edici verilmiştir.

Burada Ω_h^{RK} tabakalı basit rastgele örneklemesinde kalibrasyon ağırlığıdır. Eşitlik (3.24)'de verilen ki-kare uzaklık ölçüsü eşitliğinde $\chi^*=\Omega_h^{RK}$ olacaktır.

Bu uzaklığı minimize eden iki kısıt,

$$\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{RK}\bar{x}_{1h}=\bar{X}_1 \tag{3.46}$$

$$\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{RK}\bar{x}_{2h}=\bar{X}_2 \tag{3.47}$$

olarak tanımlanır.

Eşitlik (3.24)'de tanımlanan ki-kare uzaklık ölçüsünü bu kalibrasyon kısıtlarına göre minimize eden Langrange fonksiyonu,

$$\Delta_{RK}=\sum_{h=1}^{L}\frac{\left(\Omega_h^{RK}-W_h\right)^2}{Q_hW_h}-2\lambda_{0(RK)}\left(\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{RK}\overline{x}_{1h}-\overline{X}_1\right)-2\lambda_{1(RK)}\left(\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{RK}\overline{x}_{2h}-\overline{X}_2\right) \qquad (3.48)$$

şeklindedir. Burada $\lambda_{0(RK)}$ ve $\lambda_{1(RK)}$ Lagrange çarpanlarıdır.

Eşitlik (3.48) Ω_h^{RK} ‘a göre türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde kalibrasyon ağırlığı,

$$\Omega_h^{RK}=W_h+Q_hW_h\left(\lambda_{0(RK)}\overline{x}_{1h}+\lambda_{1(RK)}\overline{x}_{2h}\right) \qquad (3.49)$$

şeklindedir. Eşitlik (3.49) kısıtlarda yerine koyulduğunda Lagrange çarpanları,

$$\lambda_{0(RK)}=-\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{2h}^2\right)\left(\overline{X}_1-\hat{\overline{X}}_1\right)+\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}\overline{x}_{2h}\right)\left(\overline{X}_2-\hat{\overline{X}}_2\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}\overline{x}_{2h}\right)^2-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{2h}^2\right)} \qquad (3.50)$$

$$\lambda_{1(RK)}=\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}\overline{x}_{2h}\right)\left(\overline{X}_1-\hat{\overline{X}}_1\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}^2\right)\left(\overline{X}_2-\hat{\overline{X}}_2\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}\overline{x}_{2h}\right)^2-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{2h}^2\right)} \qquad (3.51)$$

elde edilir. Burada $\hat{\overline{X}}_1=\sum_{h=1}^{L}W_h\overline{x}_{1h}$ ve $\hat{\overline{X}}_2=\sum_{h=1}^{L}W_h\overline{x}_{2h}$ ’dır.

Elde edilen $\lambda_{0(RK)}$ ve $\lambda_{1(RK)}$ Eşitlik (3.49)’da yerine yazıldığında,

$$\Omega_h^{RK}=W_h+Q_hW_h\left[-\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{2h}^2\right)\left(\overline{X}_1-\hat{\overline{X}}_1\right)+\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}\overline{x}_{2h}\right)\left(\overline{X}_2-\hat{\overline{X}}_2\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}\overline{x}_{2h}\right)^2-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{2h}^2\right)}\overline{x}_{1h}\right.$$
$$\left.+\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}\overline{x}_{2h}\right)\left(\overline{X}_1-\hat{\overline{X}}_1\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}^2\right)\left(\overline{X}_2-\hat{\overline{X}}_2\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}\overline{x}_{2h}\right)^2-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{2h}^2\right)}\overline{x}_{2h}\right] \tag{3.52}$$

kalibrasyon ağırlıkları elde edilir. Eşitlik (3.52)'nin Eşitlik (3.45)'de yerine yazılmasıyla elde edilen tahmin edici,

$$\overline{y}_{st(TBRO)}^{*}\left(RK\right)=\overline{y}_{st}+\widehat{\beta}_{1(RK)}\left(\overline{X}_1-\hat{\overline{X}}_1\right)+\widehat{\beta}_{2(RK)}\left(\overline{X}_2-\hat{\overline{X}}_2\right) \tag{3.53}$$

şeklindedir. Burada,

$$\widehat{\beta}_{1(RK)}=\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{y}_h\overline{x}_{2h}\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}\overline{x}_{2h}\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{y}_h\overline{x}_{1h}\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{2h}^2\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}\overline{x}_{2h}\right)^2-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}^2\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{2h}^2\right)}, \tag{3.54}$$

$$\widehat{\beta}_{2(RK)}=\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{y}_h\overline{x}_{1h}\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}\overline{x}_{2h}\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{y}_h\overline{x}_{2h}\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}^2\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}\overline{x}_{2h}\right)^2-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{1h}^2\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\overline{x}_{2h}^2\right)} \tag{3.55}$$

biçimindedir.

3.2.4. Kim ve diğerleri I Tarafından Önerilen Kalibrasyon Tahmin Edicisi

Kim ve diğerleri [16] tarafından tabakalı basit rastgele örneklemede,

$$\overline{y}_{st(TBRO)}\left(KSHa\right)=\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{KSHa}\overline{y}_h \tag{3.56}$$

tahmin edici verilmiştir. Eşitlik (3.24)' de verilen ki-kare uzaklık ölçüsü eşitliğinde $\chi^{*} = \Omega_h^{KSHa}$ olacaktır.

Kalibrasyon kısıtı,

$$\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{KSHa} \left(\bar{x}_h + c_{hx} \right) = \sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h + C_{hx} \right) \tag{3.57}$$

şeklinde belirlenmiştir. Burada $c_{hx} = \dfrac{s_{hx}}{\bar{x}_h}$, $C_{hx} = \dfrac{S_{hx}}{\bar{X}_h}$, $s_{hx}^2 = \dfrac{1}{n_h - 1} \sum_{i=1}^{n_h} \left(x_{hi} - \bar{x}_h \right)^2$ ve $S_{hx}^2 = \dfrac{1}{N_h - 1} \sum_{i=1}^{N_h} \left(X_{hi} - \bar{X}_h \right)^2$ biçimindedir.

Eşitlik (3.24)'de tanımlanan ki-kare uzaklık ölçüsünü bu kalibrasyon kısıtlarına göre minimize eden Langrange fonksiyonu,

$$\Delta_{KSHa} = \sum_{h=1}^{L} \frac{\left(\Omega_h^{KSHa} - W_h \right)^2}{Q_h W_h} - 2\lambda_{0(KSH)} \left(\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{KSHa} \left(\bar{x}_h + c_{hx} \right) - \sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h + C_{hx} \right) \right) \tag{3.58}$$

eşitliğiyle tanımlanır.

Eşitlik (3.58), Ω_h^{KSHa} terimine göre türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde,

$$\Omega_h^{KSHa} = W_h + \lambda_{0(KSHa)} \left(\bar{x}_h + c_{hx} \right) Q_h W_h \tag{3.59}$$

olarak bulunur. Eşitlik (3.59) kısıtda yerine koyulduğunda Lagrange çarpanı,

$$\lambda_{0(KSHa)} = \frac{\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h + C_{hx} \right) - \sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{KSHa} \left(\bar{x}_h + c_{hx} \right)}{\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \left(\bar{x}_h + c_{hx} \right)^2} \tag{3.60}$$

biçiminde elde edilir. Elde edilen $\lambda_{0(KSHa)}$ Eşitlik (3.59) yerine yazıldığında

$$\Omega_h^{KSHa} = W_h + \frac{W_h Q_h \left(\bar{x}_h + c_{hx}\right)}{\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \left(\bar{x}_h + c_{hx}\right)^2} \left(\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h + C_{hx}\right) - \sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{x}_h + c_{hx}\right) \right) \tag{3.61}$$

kalibrasyon ağırlıkları elde edilir. Eşitlik (3.61)'in Eşitlik (3.56)'da yerine yazılmasıyla elde edilen tahmin edici

$$\bar{y}^*_{st(TBRO)}\left(KSHa\right) = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{y}_h + \hat{\beta}_{(KSHa)} \left(\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h + C_{hx}\right) - \sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{x}_h + c_{hx}\right) \right) \tag{3.62}$$

elde edilir. Burada,

$$\hat{\beta}_{(KSHa)} = \frac{\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \bar{y}_h \left(\bar{x}_h + c_{hx}\right)}{\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \left(\bar{x}_h + c_{hx}\right)^2} \tag{3.63}$$

şeklindedir.

3.2.5. Kim ve diğerleri II Tarafından Önerilen Kalibrasyon Tahmin Edicisi

Kim ve diğerleri [16] tarafından tabakalı basit rastgele örneklemede,

$$\bar{y}_{st(TBRO)}\left(KSHb\right) = \sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{KSH_b} \bar{y}_h \tag{3.64}$$

tahmin edici verilmiştir. Eşitlik (3.24)'de verilen ki-kare uzaklık ölçüsü eşitliğinde $\chi^* = \Omega_h^{KSHb}$ olacaktır.

Kalibrasyon kısıtı,

$$\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{KSHb} \left(1 + \bar{x}_h + c_{hx}\right) = \sum_{h=1}^{L} W_h \left(1 + \bar{X}_h + C_{hx}\right) \tag{3.65}$$

şeklinde belirlenmiştir.

Eşitlik (3.24)'de tanımlanan ki-kare uzaklık ölçüsünü bu kalibrasyon kısıtına göre minimize eden Langrange fonksiyonu,

$$\Delta_{KSHb} = \sum_{h=1}^{L} \frac{\left(\Omega_h^{KSHb} - W_h\right)^2}{Q_h W_h} - 2\lambda_{0(KSHb)} \left(\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{KSHb} \left(1 + \bar{x}_h + c_{hx}\right) - \sum_{h=1}^{L} W_h \left(1 + \bar{X}_h + C_{hx}\right) \right)$$

(3.66)

eşitliğiyle tanımlanır.

Eşitlik (3.66), Ω_h^{KSHb} terimine göre türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde,

$$\Omega_h^{KSHb} = W_h + \lambda_{0(KSHb)} \left(1 + \bar{x}_h + c_{hx}\right) Q_h W_h \tag{3.67}$$

bulunur. Eşitlik (3.67) kısıtlarda yerine koyulduğunda Lagrange çarpanları,

$$\lambda_{0(KSHb)} = \frac{\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h + C_{hx}\right) - \sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{KSHb} \left(\bar{x}_h + c_{hx}\right)}{\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \left(1 + \bar{x}_h + c_{hx}\right)^2} \tag{3.68}$$

elde edilir. Elde edilen $\lambda_{0(KSHb)}$ Eşitlik (3.68) yerine yazıldığında,

$$\Omega_h^{KSHb} = W_h + \frac{W_h Q_h \left(1 + \bar{x}_h + c_{hx}\right)}{\sum_{h=1}^{L} W_h Q_h \left(1 + \bar{x}_h + c_{hx}\right)^2} \left(\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h + C_{hx}\right) - \sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{x}_h + c_{hx}\right) \right) \tag{3.69}$$

kalibrasyon ağırlıkları elde edilir. Eşitlik (3.69)'in Eşitlik (3.54)'da yerine yazılmasıyla elde edilen tahmin edici,

$$\bar{y}^{*}_{st(TBRO)}\left(KSHb\right)=\sum_{h=1}^{L}W_h\bar{y}_h+\hat{\beta}_{(KSHb)}\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\bar{X}_h+C_{hx}\right)-\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\bar{x}_h+c_{hx}\right)\right) \tag{3.70}$$

biçimindedir. Burada,

$$\hat{\beta}_{(KSHb)}=\frac{\sum_{h=1}^{L}W_hQ_h\bar{y}_h\left(1+\bar{x}_h+c_{hx}\right)}{\sum_{h=1}^{L}W_hQ_h\left(1+\bar{x}_h+c_{hx}\right)^2} \tag{3.71}$$

şeklindedir.

3.2.6. Rao ve diğerleri Tarafından Önerilen Kalibrasyon Tahmin Edicisi

Rao ve diğerleri [20] çalışmasında tabakalı basit rastgele örneklemede,

$$\bar{y}_{st(TBRO)}\left(RKR\right)=\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{RKR}\bar{y}_h \tag{3.72}$$

tahmin edici verilmiştir. Burada Ω_h^{RKR} tabakalı basit rastgele örneklemesinde kalibrasyon ağırlığıdır.

Ki-kare uzaklığı

$$\sum_{h=1}^{L}\frac{\left(\Omega_h^{RKR}-W_h\right)^2}{Q_hW_h} \tag{3.73}$$

şeklinde tanımlanır. Burada $Q_h=\left(\sum_{j=1}^{p}\frac{1}{q_{hj}}\right)^{-1}$.

Bu uzaklığı minimize eden kısıtlar

$$\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{RKR}=\sum_{h=1}^{L}W_h=1 \tag{3.74}$$

$$\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{RKR}\bar{x}_{hj}=\bar{X}_j \qquad j=1,2,...,p \tag{3.75}$$

şeklinde tanımlanır. Burada p yardımcı değişken sayısı ve $\bar{x}_{hj}=\frac{\sum_{i=1}^{n_h}x_{hij}}{n_h}$ biçimindedir.

Eşitlik (3.73)'ü bu kalibrasyon kısıtlarına göre minimize eden Langrange fonksiyonu,

$$\Delta_{RKR}=\sum_{h=1}^{L}\frac{\left(\Omega_h^{RKR}-W_h\right)^2}{Q_hW_h}-2\lambda_{0(RKR)}\left(\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{RKR}-1\right)-2\lambda_{j(RKR)}\left(\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{RKR}\bar{x}_{hj}-\bar{X}_j\right) \tag{3.76}$$

şeklinde tanımlanır. Burada $\lambda_{k(RKR)}$ $k=0,1,2,...,p$ Lagrange çarpanlarıdır.

Eşitlik (3.76) Ω_h^{RKR} 'a göre türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde kalibrasyon ağırlığı,

$$\Omega_h^{RKR}=W_h+Q_hW_h\left(\lambda_{0(RKR)}+\sum_{j=1}^{p}\lambda_{j(RKR)}\bar{x}_{hj}\right) \tag{3.77}$$

şeklindedir.

İki yardımcı değişken için $p=2$ olarak alındığında elde edilen kalibrasyon ağırlıkları,

$$\Omega_h^{RKR}=W_h+Q_hW_h\left(\lambda_{0(RKR)}+\lambda_{1(RKR)}\bar{x}_{h1}+\lambda_{2(RKR)}\bar{x}_{h2}\right) \tag{3.78}$$

şeklinde tanımlanır.

Buna göre $p=2$ durumu için elde edilen Ω_h^{RKR} kısıtlarda yerine yazıldığında elde edilen Lagrange çarpanları,

$$\lambda_{0(RKR)} = \frac{K_1\left(\bar{X}_1 - \bar{x}_{st(1)}\right) + K_2\left(\bar{X}_2 - \bar{x}_{st(2)}\right)}{Z} \tag{3.79}$$

$$\lambda_{1(RKR)} = \frac{K_3\left(\bar{X}_1 - \bar{x}_{st(1)}\right) + K_4\left(\bar{X}_2 - \bar{x}_{st(2)}\right)}{Z} \tag{3.80}$$

$$\lambda_{2(RKR)} = \frac{K_4\left(\bar{X}_1 - \bar{x}_{st(1)}\right) + K_5\left(\bar{X}_2 - \bar{x}_{st(2)}\right)}{Z} \tag{3.81}$$

şeklindedir. Burada $\bar{x}_{st(j)} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{x}_{hj} \quad j = 1, 2,$

$$K_1 = \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h2}\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h1} \bar{x}_{h2}\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h1}\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h2}^2\right),$$

$$K_2 = \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h1}\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h1} \bar{x}_{h2}\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h2}\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h1}^2\right),$$

$$K_3 = \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h2}^2\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h2}\right)^2,$$

$$K_4 = \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h2}\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h1}\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h1} \bar{x}_{h2}\right),$$

$$K_5 = \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h1}^2\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h1}\right)^2,$$

$$\begin{aligned} Z = &\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h1}^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h2}^2\right) + 2\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h1}\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h1} \bar{x}_{h2}\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h2}\right) \\ &- \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h1} \bar{x}_{h2}\right)^2 - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h2}\right)^2\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h1}^2\right) \\ &- \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h1}\right)^2\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h2}^2\right). \end{aligned}$$

şeklindedir.

Elde edilen $\lambda_{0(RKR)}$, $\lambda_{1(RKR)}$ ve $\lambda_{2(RKR)}$ Eşitlik (3.78)'de yerine yazıldığında kalibrasyon ağırlıkları,

$$\begin{aligned}\Omega_h^{RKR} = W_h &+ \frac{Q_h W_h K_1 + Q_h W_h \bar{x}_{h1} K_3 + Q_h W_h \bar{x}_{h2} K_4}{Z}\left(\bar{X}_1 - \bar{x}_{st(1)}\right) \\ &+ \frac{Q_h W_h K_2 + Q_h W_h \bar{x}_{h1} K_4 + Q_h W_h \bar{x}_{h2} K_5}{Z}\left(\bar{X}_2 - \bar{x}_{st(2)}\right)\end{aligned} \tag{3.82}$$

biçiminde elde edilir. Eşitlik (3.82)'nin Eşitlik (3.72)'de yerine yazılmasıyla elde edilen tahmin edici,

$$\bar{y}^*_{st(TBRO)}(RKR) = \bar{y}_{st} + \hat{\beta}_{1(RKR)}\left(\bar{X}_1 - \bar{x}_{st(1)}\right) + \hat{\beta}_{2(RKR)}\left(\bar{X}_2 - \bar{x}_{st(2)}\right) \tag{3.83}$$

şeklindedir. Burada,

$$\hat{\beta}_{1(RKR)} = \frac{K_1\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{y}_h\right) + K_3\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h1}\bar{y}_h\right) + K_4\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h2}\bar{y}_h\right)}{Z} \tag{3.84}$$

$$\hat{\beta}_{2(RKR)} = \frac{K_2\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{y}_h\right) + K_4\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h1}\bar{y}_h\right) + K_5\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h2}\bar{y}_h\right)}{Z} \tag{3.85}$$

şeklindedir.

3.2.7. Koyuncu ve Kadılar Tarafından Önerilen Kalibrasyon Tahmin Edicisi

Koyuncu ve Kadılar [22] çalışmasında tabakalı basit rastgele örneklemede

$$\bar{y}_{st(TBRO)}(KK) = \sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{KK} \bar{y}_h \tag{3.86}$$

tahmin edicisi önermiştir. Burada Ω_h^{KK} tabakalı basit rastgele örneklemesinde kalibrasyon ağırlığıdır. Eşitlik (3.24)'de verilen ki-kare uzaklık ölçüsü eşitliğinde $\chi^* = \Omega_h^{KK}$ olacaktır.

Bu uzaklığı minimize eden üç kısıt,

$$\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{KK} \bar{x}_h = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{X}_h , \tag{3.87}$$

$$\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{KK} s_{xh}^2 = \sum_{h=1}^{L} W_h S_{xh}^2 , \tag{3.88}$$

$$\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{KK} = \sum_{h=1}^{L} W_h = 1 \tag{3.89}$$

şeklinde tanımlanır.

Eşitlik (3.24)'de tanımlanan ki-kare uzaklık ölçüsünü bu kalibrasyon kısıtlarına göre minimize eden Langrange fonksiyonu,

$$\begin{aligned} \Delta_{KK} = & \sum_{h=1}^{L} \frac{\left(\Omega_h^{KK} - W_h\right)^2}{Q_h W_h} - 2\lambda_{0(KK)} \left(\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{KK} \bar{x}_h - \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{X}_h \right) \\ & - 2\lambda_{1(KK)} \left(\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{T} s_{xh}^2 - \sum_{h=1}^{L} W_h S_{xh}^2 \right) - 2\lambda_{2(KK)} \left(\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{KK} - \sum_{h=1}^{L} W_h \right) \end{aligned} \tag{3.90}$$

şeklindedir. Burada $\lambda_{0(KK)}$, $\lambda_{1(KK)}$ ve $\lambda_{2(KK)}$ Lagrange çarpanlarıdır.

Eşitlik (3.90), Ω_h^{KK} 'a göre türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde kalibrasyon ağırlığı

$$\Omega_h^{RK} = W_h + Q_h W_h \left(\lambda_{0(KK)} \bar{x}_h + \lambda_{1(KK)} s_{xh}^2 + \lambda_{2(KK)} \right) \tag{3.91}$$

şeklindedir. Eşitlik (3.91) kısıtlarda yerine koyulduğunda Lagrange çarpanları

$$\lambda_{0(KK)}=\frac{A_1}{B}, \tag{3.92}$$

$$\lambda_{1(KK)}=\frac{A_2}{B}, \tag{3.93}$$

$$\lambda_{2(KK)}=\frac{A_3}{B}, \tag{3.94}$$

biçiminde elde edilir. Burada,

$$\begin{aligned}A_1=&\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\bar{X}_h-\bar{x}_h\right)\right)\left[\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^4\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^2\right)^2\right]\\&+\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(S_{xh}^2-s_{xh}^2\right)\right)\left[\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^2\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^2\bar{x}_h\right)\right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A_2=&\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(S_{xh}^2-s_{xh}^2\right)\right)\left[\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h^2\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h\right)^2\right]\\&-\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\bar{X}_h-\bar{x}_h\right)\right)\left[\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^2\bar{x}_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^2\right)\right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A_3=&\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\bar{X}_h-\bar{x}_h\right)\right)\left[\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^2\bar{x}_h\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^4\right)\right]\\&+\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(S_{xh}^2-s_{xh}^2\right)\right)\left[\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_hs_{xh}^2\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^2\right)\right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B=&\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^4\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h^2\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h\right)^2\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^4\right)\\&-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^2\bar{x}_h\right)^2-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^2\right)^2\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h^2\right)\\&+2\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_hs_{xh}^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_hs_{xh}^2\right)\end{aligned}$$

şeklindedir.

Elde edilen $\lambda_{0(KK)}$, $\lambda_{1(KK)}$ ve $\lambda_{2(KK)}$ Eşitlik (3.91)'de yerine yazıldığında kalibrasyon ağırlıkları,

$$\Omega_h^{KK} = W_h + Q_h W_h \frac{\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h\right)\bar{x}_h - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h\right)^2}\left(\sum_{h=1}^{L} W_h\left(\bar{X} - \bar{x}_h\right)\right) \quad (3.95)$$

biçiminde elde edilir. Eşitlik (3.95)'in Eşitlik (3.86)'da yerine yazılmasıyla elde edilen tahmin edici,

$$\bar{y}^*_{st(TBRO)}\left(KK\right) = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{y}_h + \hat{\beta}_{1(KK)}\left(\sum_{h=1}^{L} W_h\left(\bar{X}_h - \bar{x}_h\right)\right) + \hat{\beta}_{2(KK)}\left(\sum_{h=1}^{L} W_h\left(S_{xh}^2 - s_{xh}^2\right)\right) \quad (3.96)$$

şeklindedir. Burada,

$$\hat{\beta}_{1(KK)} = \frac{A_4}{B}, \quad (3.97)$$

$$\hat{\beta}_{2(KK)} = \frac{A_5}{B} \quad (3.98)$$

şeklindedir. Burada,

$$\begin{aligned} A_4 = &\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h \bar{y}_h\right)\left[\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h s_{xh}^4\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h s_{xh}^2\right)^2\right] \\ &- \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h s_{xh}^2 \bar{y}_h\right)\left[\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h s_{xh}^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h s_{xh}^2\right)\right] \\ &+ \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{y}_h\right)\left[\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h s_{xh}^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h s_{xh}^2 \bar{x}_h\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h s_{xh}^4\right)\right] \end{aligned}$$

$$A_5 = \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h \bar{y}_h\right)\left[\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h s_{xh}^2\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h s_{xh}^2 \bar{x}_h\right)\right]$$
$$+\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h s_{xh}^2 \bar{y}_h\right)\left[\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h^2\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h\right)^2\right]$$
$$+\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{y}_h\right)\left[\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h s_{xh}^2\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_h^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h s_{xh}^2\right)\right]$$

şeklindedir.

3.2.8. Sinha ve diğerleri Tarafından Önerilen Kalibrasyon Tahmin Edicisi

Sinha ve diğerleri [23] çalışmasında tabakalı basit rastgele örneklemede

$$\bar{y}_{st(TBRO)}(SN) = \sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{SN} \bar{y}_h \tag{3.99}$$

tahmin edicisi önermişlerdir. Burada Ω_h^{SN} tabakalı basit rastgele örneklemesinde kalibrasyon ağırlığıdır. Eşitlik (3.24)' de verilen ki-kare uzaklık ölçüsü eşitliğinde $\chi^* = \Omega_h^{SN}$ olacaktır.

Bu uzaklığı minimize eden iki kısıt,

$$\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{SN} = \sum_{h=1}^{L} W_h = 1, \tag{3.100}$$

$$\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{SN} \bar{x}_h = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{X}_h \tag{3.101}$$

şeklinde tanımlanır.

Eşitlik (3.24)'de tanımlanan ki-kare uzaklık ölçüsünü bu kalibrasyon kısıtlarına göre minimize eden Langrange fonksiyonu,

$$\Delta_{SN}=\sum_{h=1}^{L}\frac{\left(\Omega_h^{SN}-W_h\right)^2}{Q_hW_h}-2\lambda_{0(SN)}\left(\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{SN}-\sum_{h=1}^{L}W_h\right)-2\lambda_{1(SN)}\left(\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{SN}\bar{x}_h-\sum_{h=1}^{L}W_h\bar{X}_h\right)$$

(3.102)

şeklindedir. Burada $\lambda_{0(SN)}$ ve $\lambda_{1(SN)}$ Lagrange çarpanlarıdır.

Eşitlik (3.102) Ω_h^{SN} ‘a göre türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde kalibrasyon ağırlığı,

$$\Omega_h^{SN}=W_h+Q_hW_h\left(\lambda_{1(SN)}\bar{x}_h+\lambda_{0(SN)}\right) \tag{3.103}$$

şeklindedir. Eşitlik (3.103) kısıtlarda yerine koyulduğunda Lagrange çarpanları,

$$\lambda_{0(SN)}=-\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\mu_{xh}-\bar{x}_h\right)\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h\right)^2}, \tag{3.104}$$

$$\lambda_{1(SN)}=\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\mu_{xh}-\bar{x}_h\right)\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h\right)^2} \tag{3.105}$$

elde edilir. Elde edilen $\lambda_{0(SN)}$ ve $\lambda_{1(SN)}$ Eşitlik (3.103) yerine yazıldığında kalibrasyon ağırlıkları,

$$\Omega_h^{SN}=W_h+Q_hW_h\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\right)\bar{x}_h-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h\right)^2}\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\bar{X}-\bar{x}_h\right)\right) \tag{3.106}$$

biçiminde elde edilir. Eşitlik (3.106)’nın Eşitlik (3.99)’da yerine yazılmasıyla elde edilen tahmin edici,

$$\bar{y}^{*}_{st(TBRO)}\left(SN\right)=\bar{y}_{st}+\hat{\beta}_{(SN)}\left(\bar{X}-\bar{x}_{st}\right) \tag{3.107}$$

şeklindedir. Burada,

$$\hat{\beta}_{(SN)}=\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{y}_h\bar{x}_h\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{y}_h\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h^2\right)\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}Q_hW_h\bar{x}_h\right)^2} \tag{3.108}$$

şeklindedir.

Özel durum 1: Eşitlik (3.106)'da $Q_h=1$ olarak alınırsa tahmin edici,

$$\bar{y}^{*}_{st(TBRO)}\left(SNa\right)=\bar{y}_{st}+\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\bar{y}_h\bar{x}_h\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\bar{x}_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\bar{y}_h\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\bar{x}_h^2\right)-\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\bar{x}_h\right)^2}\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\bar{X}_h-\bar{x}_h\right)\right) \tag{3.109}$$

biçiminde olur.

Özel durum 2: Eşitlik (3.108)'de $Q_h=\dfrac{1}{\bar{x}_h}$ olarak alınırsa yeni tahmin edici

$$\bar{y}^{*}_{st(TBRO)}\left(SNb\right)=\bar{y}_{st}+\frac{\left(\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{\bar{x}_h}\right)\bar{y}_{st}-\left(\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h\bar{y}_h}{\bar{x}_h}\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\bar{x}_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{\bar{x}_h}\right)-1}\left(\sum_{h=1}^{L}W_h\left(\bar{X}_h-\bar{x}_h\right)\right) \tag{3.110}$$

biçiminde elde edilir.

3.3. Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesinde Kalibrasyon Tahmin Edicileri

3.3.1 Koyuncu Tarafından Önerilen Kalibrasyon Tahmin Edicisi

Koyuncu [24] tarafından tabakalı sıralı küme örneklemesinde

$$\bar{y}_{st(TSKO)}\left(NK\right)=\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{NK}\bar{y}_{h(r_h)} \tag{3.111}$$

tahmin edicisi önerilmiştir. Burada Ω_h^{NK} tabakalı sıralı küme örneklemesinde kalibrasyon ağırlığıdır. Eşitlik (3.24)' de verilen ki-kare uzaklık ölçüsü eşitliğinde $\chi^* = \Omega_h^{NK}$ olacaktır.

Bu uzaklığı minimize eden iki kısıt,

$$\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{NK}=\sum_{h=1}^{L}W_h=1, \tag{3.112}$$

$$\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{NK}\bar{x}_{h[r_h]}=\sum_{h=1}^{L}W_h\bar{X}_h \tag{3.113}$$

şeklindedir.

Bu kalibrasyon kısıtlarına göre Eşitlik (3.24)' de verilen ki-kare uzaklık ölçüsünü minimize eden Langrange fonksiyonu,

$$\Delta_{NK}=\sum_{h=1}^{L}\frac{\left(\Omega_h^{NK}-W_h\right)^2}{Q_hW_h}-2\lambda_{0(NK)}\left(\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{NK}-\sum_{h=1}^{L}W_h\right)-2\lambda_{1(NK)}\left(\sum_{h=1}^{L}\Omega_h^{NK}\bar{x}_{h[r_h]}-\sum_{h=1}^{L}W_h\bar{X}_h\right) \tag{3.114}$$

şeklindedir. Burada $\lambda_{0(NK)}$ ve $\lambda_{1(NK)}$ Lagrange çarpanlarıdır.

Eşitlik (3.114), Ω_h^{NK} 'a göre türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde kalibrasyon ağırlığı,

$$\Omega_h^{NK} = W_h + Q_h W_h \left(\lambda_{1(NK)} \bar{x}_{h[r_h]} + \lambda_{0(NK)} \right) \tag{3.115}$$

şeklindedir. Eşitlik (3.115) kısıtlarda yerine koyulduğunda Lagrange çarpanları,

$$\lambda_{0(NK)} = -\frac{\left(\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\mu_{X_h} - \bar{x}_{h[r_h]} \right) \right) \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[r_h]} \right)}{\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[r_h]}^2 \right) \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[r_h]} \right)^2} \tag{3.116}$$

$$\lambda_{1(NK)} = \frac{\left(\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h - \bar{x}_{h[r_h]} \right) \right) \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \right)}{\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[r_h]}^2 \right) \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[r_h]} \right)^2} \tag{3.117}$$

elde edilir.

Bu Lagrange çarpanları Eşitlik (3.115) de yerine koyulduğunda kalibrasyon ağırlığı,

$$\begin{aligned} \Omega_h^{NK} = W_h + Q_h W_h & \frac{\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \right) \bar{x}_{h[r_h]} - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[r_h]} \right)}{\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[r_h]}^2 \right) \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[r_h]} \right)^2} \\ & \times \left(\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h - \bar{x}_{h[r_h]} \right) \right) \end{aligned} \tag{3.118}$$

verilmiştir.

Bu ağırlıklar Eşitlik (3.111) 'de yerine koyulduğunda TSKÖ için yeni kalibrasyon tahmin edicisi,

$$\bar{y}^*_{st(TSKO)}(NK) = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{y}_{h(r_h)}$$
$$+\frac{\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{y}_{h(r_h)} \bar{x}_{h[r_h]}\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[r_h]}\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{y}_{h(r_h)}\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}^2_{h[r_h]}\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[r_h]}\right)^2}$$
$$\times\left(\sum_{h=1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h - \bar{x}_{h[r_h]}\right)\right) \tag{3.119}$$

elde edilir.

Bu tahmin edici yeniden yazıldığında,

$$\bar{y}^*_{st(TSKO)}(NK) = \bar{y}_{st} + \hat{\beta}_{(NK)}\left(\mu_x - \bar{x}_{st}\right) \tag{3.120}$$

şeklinde elde edilir. Burada,

$$\hat{\beta}_{(NK)} = \frac{\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{y}_{h(r_h)} \bar{x}_{h[r_h]}\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[r_h]}\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{y}_{h(r_h)}\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}^2_{h[r_h]}\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[r_h]}\right)^2} \tag{3.121}$$

şeklindedir.

3.4. Tabakalı Uç Sıralı Küme Örneklemesinde Önerilen Kalibrasyon Tahmin Edicileri

Cetin ve Koyuncu [30] tarafından tabakalı uç sıralı küme örneklemesinde

$$\bar{y}_{st(TUSKO)}(CK) = \sum_{h=1}^{a} \Omega_h^{CK} \bar{y}_{TUSKOh(e)} + \sum_{h=a+1}^{L} \Omega_h^{CK} \bar{y}_{TUSKOh(o)} \tag{3.122}$$

tahmin edicisi önerilmiştir. Burada Ω_h^{CK} tabakalı uç sıralı küme örneklemesinde kalibrasyon ağırlığıdır. Eşitlik (3.24)' de verilen ki-kare uzaklık ölçüsü eşitliğinde $\chi^* = \Omega_h^{CK}$ olacaktır.

Kalibrasyon kısıtı,

$$\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{CK} = \sum_{h=1}^{L} W_h = 1, \tag{3.123}$$

$$\sum_{h=1}^{L} \Omega_h^{CK} \bar{x}_{[USKO]h} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{X}_h \tag{3.124}$$

olarak tanımlanmıştır.

Eşitlik (3.24)'de tanımlanan ki-kare uzaklık ölçüsünü bu kalibrasyon kısıtlarına göre minimize eden Langrange fonksiyonu,

$$\Delta_{TUSKO(i)} = \begin{cases} \displaystyle\sum_{h=1}^{a} \frac{\left(\Omega_h^{CK} - W_h\right)^2}{Q_h W_h} - 2\lambda_{0TUSKO(i)} \left(\sum_{h=1}^{a} \Omega_h^{CK} - \sum_{h=1}^{a} W_h \right) \\ \qquad - 2\lambda_{1TUSKO(i)} \left(\displaystyle\sum_{h=1}^{a} \Omega_h^{CK} \bar{x}_{[USKO]h(i)} - \sum_{h=1}^{a} W_h \bar{X}_h \right) \\ \displaystyle\sum_{h=a+1}^{L} \frac{\left(\Omega_h^{CK} - W_h\right)^2}{Q_h W_h} - 2\lambda_{0TUSKO(i)} \left(\sum_{h=a+1}^{L} \Omega_h^{CK} - \sum_{h=a+1}^{L} W_h \right) \\ \qquad - 2\lambda_{1TUSKO(i)} \left(\displaystyle\sum_{h=a+1}^{L} \Omega_h^{CK} \bar{x}_{[USKO]h(i)} - \sum_{h=a+1}^{L} W_h \bar{X}_h \right) \end{cases} \tag{3.125}$$

şeklinde verilmiştir.

Burada $i = e, o$ olmak üzere $\lambda_{0TUSKO(i)}$ ve $\lambda_{1TUSKO(i)}$ Lagrange çarpanlarıdır.

Eşitlik (3.125) Ω_h^{CK} 'a göre türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde kalibrasyon ağırlığı

$$\Omega_h^{CK} = \begin{cases} \sum_{h=1}^{a} W_h + Q_h W_h \left(\lambda_{1TUSKO(i)} \bar{x}_{[USKO]h(i)} + \lambda_{0TUSKO(i)} \right), & i = e \\ \sum_{h=a+1}^{L} W_h + Q_h W_h \left(\lambda_{1TUSKO(i)} \bar{x}_{[USKO]h(i)} + \lambda_{0TUSKO(i)} \right), & i = o. \end{cases} \tag{3.126}$$

şeklindedir. Eşitlik (3.126) kısıtlarda yerine koyulduğunda Lagrange çarpanları,

$$\lambda_{0TUSKO} = \begin{cases} -\dfrac{\left(\sum_{h=1}^{a} W_h \left(\bar{X}_h - \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)\right)\left(\sum_{h=1}^{a} Q_h W_h \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)}{\left(\sum_{h=1}^{a} Q_h W_h \bar{x}^2_{[USKO]h(i)}\right)\left(\sum_{h=1}^{a} Q_h W_h\right) - \left(\sum_{h=1}^{a} Q_h W_h \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)^2}, & i = e \\ -\dfrac{\left(\sum_{h=a+1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h - \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)\right)\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)}{\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{x}^2_{[USKO]h(i)}\right)\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h\right) - \left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)^2}, & i = o \end{cases} \tag{3.127}$$

$$\lambda_{1TUSKO} = \begin{cases} \dfrac{\left(\sum_{h=1}^{a} W_h \left(\bar{X}_h - \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)\right)\left(\sum_{h=1}^{a} Q_h W_h\right)}{\left(\sum_{h=1}^{a} Q_h W_h \bar{x}^2_{[USKO]h(i)}\right)\left(\sum_{h=1}^{a} Q_h W_h\right) - \left(\sum_{h=1}^{a} Q_h W_h \bar{x}_{h[USKO]h(i)}\right)^2}, & i = e \\ \dfrac{\left(\sum_{h=a+1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h - \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)\right)\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h\right)}{\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{x}^2_{[USKO]h(i)}\right)\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h\right) - \left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[USKO]h(i)}\right)^2}, & i = o \end{cases} \tag{3.128}$$

biçimindedir. Bu Lagrange çarpanları Eşitlik (3.126)'da yerine koyulduğunda kalibrasyon ağırlığı,

$$\Omega_h^{CK} = \begin{cases} W_h + Q_h W_h \dfrac{\left(\sum\limits_{h=1}^{a} Q_h W_h\right) \bar{x}_{[USKO]h(i)} - \left(\sum\limits_{h=1}^{a} Q_h W_h \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)}{\left(\sum\limits_{h=1}^{a} Q_h W_h \bar{x}_{[USKO]h(i)}^2\right)\left(\sum\limits_{h=1}^{a} Q_h W_h\right) - \left(\sum\limits_{h=1}^{a} Q_h W_h \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)^2} \\ \quad \times \left(\sum\limits_{h=1}^{a} W_h \left(\bar{X}_h - \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)\right), & i = e \\ W_h + Q_h W_h \dfrac{\left(\sum\limits_{h=a+1}^{L} Q_h W_h\right) \bar{x}_{[USKO]h(i)} - \left(\sum\limits_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)}{\left(\sum\limits_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{[USKO]h(i)}^2\right)\left(\sum\limits_{h=a+1}^{L} Q_h W_h\right) - \left(\sum\limits_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)^2} \\ \quad \times \left(\sum\limits_{h=a+1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h - \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)\right), & i = o \end{cases} \tag{3.129}$$

olarak verilmiştir.

Bu ağırlıklar Eşitlik (3.122)'de yerine koyulduğunda TUSKÖ için yeni kalibrasyon tahmin edicileri,

$$\bar{y}_{st(TUSKO)}(CK) = \bar{y}_{st(TUSKO)}(CK)_{(e)} + \bar{y}_{st(TUSKO)}(CK)_{(o)} \tag{3.130}$$

şeklindedir.

Burada,

$$\begin{aligned} \bar{y}_{st(TUSKO)}(CK)_{(e)} &= \sum_{h=1}^{a} W_h \bar{y}_{(USKO)h(i)} \\ &+ \frac{\left(\sum\limits_{h=1}^{a} Q_h W_h\right)\left(\sum\limits_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{y}_{(USKO)h(i)} \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right) - \left(\sum\limits_{h=1}^{a} Q_h W_h \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)\left(\sum\limits_{h=1}^{a} Q_h W_h \bar{y}_{(USKO)h(i)}\right)}{\left(\sum\limits_{h=1}^{a} Q_h W_h \bar{x}_{[USKO]h(i)}^2\right)\left(\sum\limits_{h=1}^{a} Q_h W_h\right) - \left(\sum\limits_{h=1}^{a} Q_h W_h \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)^2} \\ &\times \left(\sum_{h=1}^{a} W_h \left(\bar{X}_h - \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)\right) \end{aligned} \tag{3.131}$$

ve

$$\bar{y}_{st(TUSKO)}(CK)_{(o)} = \sum_{h=a+1}^{L} W_h \bar{y}_{(USKO)h(i)}$$
$$+\frac{\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h\right)\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{y}_{(USKO)h(i)} \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right) - \left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{y}_{(USKO)h(i)}\right)}{\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{x}^2_{[USKO]h(i)}\right)\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h\right) - \left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)^2}$$
$$\times\left(\sum_{h=a+1}^{L} W_h \left(\bar{X}_h - \bar{x}_{[USKO]h(i)}\right)\right)$$
(3.132)

olarak verilmiştir.

Bu tahmin edici tekrar yazıldığında,

$$\bar{y}^*_{st(TUSKO)}(CK) = \bar{y}_{st(TUSKO)} + \hat{\beta}_{st(TUSKO)}\left(\bar{X}_h - \bar{x}_{st[TUSKO]}\right) \tag{3.133}$$

elde edilir.

Burada,

$$\hat{\beta}_{st(TUSKO)} = \begin{cases} \dfrac{\left(\sum_{h=1}^{a} Q_h W_h\right)\left(\sum_{h=1}^{a} Q_h W_h \bar{y}_{h(USKO)(i)} \bar{x}_{h[USKO](i)}\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}^2_{h[USKO](i)}\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[USKO](i)}\right)^2} \\ \quad - \dfrac{\left(\sum_{h=1}^{a} Q_h W_h \bar{x}_{h[USKO](i)}\right)\left(\sum_{h=1}^{a} Q_h W_h \bar{y}_{h(USKO)(i)}\right)}{\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}^2_{h[USKO](i)}\right)\left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h\right) - \left(\sum_{h=1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[USKO](i)}\right)^2}, & i = e \\ \dfrac{\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h\right)\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{y}_{h(USKO)(i)} \bar{x}_{h[USKO](i)}\right)}{\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{x}^2_{h[USKO](i)}\right)\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h\right) - \left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[USKO](i)}\right)^2} \\ \quad - \dfrac{\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[USKO](i)}\right)\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{y}_{h(USKO)(i)}\right)}{\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{x}^2_{h[USKO](i)}\right)\left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h\right) - \left(\sum_{h=a+1}^{L} Q_h W_h \bar{x}_{h[USKO](i)}\right)^2}, & i = o \end{cases}$$
(3.134)

şeklindedir.

Özel durum 1: Eşitlik (3.129) de $Q_h = 1$ olarak alınırsa yeni tahmin edici,

$$\bar{y}^*_{st(TUSKO)}(A1) = \bar{y}^*_{st(TUSKO)}(A1)_{(e)} + \bar{y}^*_{st(TUSKO)}(A1)_{(o)} \tag{3.135}$$

şeklindedir.

Burada,

$$\bar{y}^*_{st(TUSKO)}(A1)_{(e)} = \bar{y}_{st(USKO)h(e)} + \frac{\left(\sum_{h=1}^{a} W_h \bar{y}_{(USKO)h(e)} \bar{x}_{[USKO]h(e)}\right) - \bar{x}_{st[USKO](e)} \bar{y}_{st(USKO)(e)}}{\left(\sum_{h=1}^{a} W_h \bar{x}^2_{[USKO]h(e)}\right) - \left(\sum_{h=1}^{a} W_h \bar{x}_{[USKO]h(e)}\right)^2} \left(\bar{X}_h - \bar{x}_{st[USKO](e)}\right) \tag{3.136}$$

ve

$$\bar{y}^*_{st(TUSKO)}(A1)_{(o)} = \bar{y}_{st(USKO)h(o)} + \frac{\left(\sum_{h=a+1}^{L} W_h \bar{y}_{(USKO)h(o)} \bar{x}_{[USKO]h(o)}\right) - \bar{x}_{st[USKO](o)} \bar{y}_{st(USKO)(o)}}{\left(\sum_{h=a+1}^{L} W_h \bar{x}^2_{[USKO]h(o)}\right) - \left(\sum_{h=a+1}^{L} W_h \bar{x}_{[USKO]h(o)}\right)^2} \left(\bar{X}_h - \bar{x}_{st[USKO](o)}\right) \tag{3.137}$$

şeklindedir.

Özel durum 2: Eşitlik (3.129) de $Q_h = \dfrac{1}{\bar{x}_{[USKO]h(i)}}$ olarak alınırsa yeni tahmin edici,

$$\bar{y}^*_{st(TUSKO)}(A2) = \bar{y}^*_{st(TUSKO)}(A2)_{(e)} + \bar{y}^*_{st(TUSKO)}(A2)_{(o)} \tag{3.138}$$

$$\bar{y}^{*}_{st(TUSKO)}\left(A2\right)_{(e)}=\bar{y}_{st(USKO)h(e)}+\frac{\left(\sum_{h=1}^{a}\frac{W_h}{\bar{x}_{[USKO]h(e)}}\right)\bar{y}_{st(USKO)h(e)}-\left(\sum_{h=1}^{a}\frac{W_h\bar{y}_{(USKO)h(e)}}{\bar{x}_{[USKO]h(e)}}\right)}{\bar{x}_{st[ERSS](e)}\left(\sum_{h=1}^{a}\frac{W_h}{\bar{x}_{[USKO]h(e)}}\right)-1}\left(\bar{X}_h-\bar{x}_{st[USKO](e)}\right)$$

(3.139)

$$\bar{y}^{*}_{st(TUSKO)}\left(A2\right)_{(o)}=\bar{y}_{st(USKO)h(o)}+\frac{\left(\sum_{h=a+1}^{L}\frac{W_h}{\bar{x}_{[USKO]h(o)}}\right)\bar{y}_{st(USKO)h(o)}-\left(\sum_{h=a+1}^{L}\frac{W_h\bar{y}_{(USKO)h(o)}}{\bar{x}_{[USKO]h(o)}}\right)}{\bar{x}_{st[USKO](o)}\left(\sum_{h=a+1}^{L}\frac{W_h}{\bar{x}_{[USKO]h(o)}}\right)-1}\left(\bar{X}_h-\bar{x}_{st[USKO](o)}\right)$$

(3.140)

olur.

4. BENZETİM ÇALIŞMASI

Bu kısımda, önerilen tahmin edicilerin etkinliğini araştırmak için bir benzetim uygulaması yapılmıştır. Benzetim çalışması için hem gerçek veri kullanılmış hem de sentetik veri üretilerek sonuçlar incelenmiştir.

4.1. Gerçek Veri Kullanılarak Yapılan Benzetim Çalışması

Konu ile ilgili gerçek veri üzerinden bir örnek vermek amacıyla 1994 tarihli "The Population Biology of Abalone (*Haliotis* species) in Tasmania. I. Blacklip Abalone (*H. rubra*) from the North Coast and Islands of Bass Strait" adlı çalışmadan gelen ve ilk olarak 1995 yılında Sam Waugh [37] tarafından doktora tezinde kullanılmak üzere farklı sınıflandırma algoritmalarını karşılaştırmak için kullanılan Denizkulağı (Abalone) verisi kullanılmıştır. Bu veriler Sam Waugh tarafından UCI makine öğrenimi havuzuna bağışlanmıştır ve o zamandan beri bu veri seti hem sınıflandırma hem de regresyon algoritmalarını ele alan birçok makalede kullanılmıştır. Orijinal veri setinde eksik değerler vardır ancak bunlar veri seti bağışlanmadan önce kaldırılmıştır.

Denizkulağı; hem yumuşakçalar (Mollusca) hem de deniz salyangozlarını da içine alan karındanbacaklılar (Gastropoda) sınıfının da üyesidir. Denizkulağının tüm çeşitleri (tür) Haliotidae familyasında ve *Haliotis* cinsinde yer alır ve dünyada yaklaşık olarak yetmiş denizkulağı türü bulunmaktadır. Denizkulağı (Abalone) aynı zamanda birçok kültürde, özellikle Asya ve Kuzey Amerika'da popüler bir besin kaynağıdır. Gıda olarak popülerliği ve kabuklarına olan yüksek talep nedeniyle birçok denizkulağı türü aşırı avlanma sebebiyle şu anda nesli tehlike altındadır [38].

Şekil 4.1. Denizkulağı (Abalone).

Denizkulağı veri seti, denizkulağının fiziksel ölçümlerini içerir. Toplamda 4177 olan bu veri seti kitle olarak tanımlanmıştır ve bu kitle üzerinden analizler yapılmıştır. Çalışmada ilgilenilen değişken olarak ağırlık (weight) (denizkulağının gram cinsinden ağırlığı), yardımcı değişken olarak yükseklik (height) (kabuğun mm cinsinden yüksekliği) değişkenleri seçilmiştir.

Kitle,

1. tabaka: Kadın
2. tabaka: Erkek
3. tabaka: Yavru (Infant)

olmak üzere üç tabakaya ayrılmıştır.

Cinsiyet belirleme salyangozların iç organlarının gelişimi ile ilgilidir. Bu organlar genellikle bir süre sonra belirgin hale gelir ve cinsiyet ayrımı mümkün olur. Ancak, bu süreç tamamen türden türe değişiklik gösterebilir. Denizkulağı türleri genellikle birkaç yıl içinde cinsiyet belirleme yeteneğine ulaşırlar. Cinsiyet belirleme anatomik ve histolojik incelemeler gerektirdiğinden, bu tür bilgiler laboratuvar ortamında veya saha çalışmaları sırasında elde edilir. Bu sebepten dolayı veri setinde tabaka olarak düşünülen cinsiyet değişkeni üç kategoriden oluşmaktadır.

Yükseklik ve ağırlık değişkenlerine ait kitle bilgileri Çizelge 4.1 ‘de verilmiştir.

Çizelge 4.1. Yükseklik (X) (mm) ve Ağırlık (Y) (gr) değişkenlerine ait kitle bilgileri

$\bar{X} = 0,13$	$\bar{Y} = 0,82$
$C_x = 0,2955$	$C_y = 0,5916$
$S_x^2 = 0,0017$	$S_y^2 = 0,2404$
$\rho_{xy} = 0,82$	$S_{xy} = 0,0168$

Yükseklik (X) (mm) ve Ağırlık (Y) (gr) değişkenlerine ait tabaka bilgileri Çizelge 4.2’de verilmiştir.

Çizelge 4.2. Yükseklik (X) (mm) ve Ağırlık (Y) (gr) değişkenlerine ait tabaka bilgileri

1.Tabaka	**2.Tabaka**	**3.Tabaka**
$N_{h1} = 1307$	$N_{h2} = 1528$	$N_{h3} = 1342$
$\bar{Y}_{h1} = 1,046$	$\bar{Y}_{h2} = 0,9914$	$\bar{Y}_{h3} = 0,4313$
$\bar{X}_{h1} = 0,1580$	$\bar{X}_{h2} = 0,1513$	$\bar{X}_{h3} = 0,1079$
$C_{xh1} = 0,2525$	$C_{xh2} = 0,2300$	$C_{xh3} = 0,2956$
$C_{yh1} = 0,1768$	$C_{yh2} = 0,4745$	$C_{yh3} = 0,6635$
$W_{h1} = 0,3129$	$W_{h2} = 0,3658$	$W_{h3} = 0,3212$

$N = 4177$ birimlik kitleden TBRÖ ve TUSKÖ yöntemleri kullanılarak $r_h = n_h = 3,5$ ‘lik 10000 örneklem yerine koyularak seçilmiştir [39]. TUSKÖ yöntemi kullanılarak seçilen örneklemde küme içi sıralama Y değişkenine (ağırlık) göre yapılmıştır. Benzetim uygulamasında R programlama dili kullanılmıştır ve elde edilen sonuçlar Çizelge 4.3’de verilmiştir. Bu benzetim çalışmasında hata kareler ortalaması (HKO) değerleri Eşitlik (4.1)’deki formüle göre elde edilmiştir:

$$\mathrm{HKO}\left(\bar{y}_{(\alpha)}\right)=\frac{\sum_{k=1}^{10000}\left[\bar{y}_{(\alpha)k}-\bar{Y}\right]^2}{10000} \tag{4.1}$$

olarak elde edilmiştir.

Göreli etkinlik (GE) değerleri yüzdelik olarak

$$\mathrm{GE}=\frac{\mathrm{HKO}\left(\bar{y}_{st}\right)}{\mathrm{HKO}\left(\bar{y}_{(\alpha)}\right)}*100 \tag{4.2}$$

biçiminde hesaplanmıştır. Burada,

$$\alpha=\bar{y}_{st},\bar{y}^*_{st(TBRO)}\left(SNa\right),\bar{y}^*_{st(TBRO)}\left(SNb\right),\bar{y}^*_{st(TUSKO)}\left(A1\right),\bar{y}^*_{st(TUSKO)}\left(A2\right)$$

biçimindedir.

Bu uygulamada TBRÖ yönteminde klasik ortalama tahmin edicisi $\left(\bar{y}_{st}\right)$ temel alınarak diğer örnekleme yöntemlerindeki ortalama tahmin edicilerinin GE değerleri hesaplanmıştır. Benzetim çalışmasında Sinha ve diğerleri [23] tarafından önerilen kalibrasyon tahmin edicileri tez kapsamında önerilen Cetin ve Koyuncu [30] kalibrasyon tahmin edicileri ile paralel kısıtlar kullanıldığı için bu tahmin ediciler ile performans karşılaştırması yapılması uygun görünmüştür.

Çizelge 4.3. Denizkulağı verisine ait kitle ortalaması tahminlerinin HKO ve GE değerleri

Tahmin Ediciler	$n_h=3$		$n_h=5$	
	HKO	GE	HKO	GE
$\bar{y}_{st}$	0.018607	100	0.011121	100
$\bar{y}^*_{st(TBRO)}\left(SNa\right)$	0.010199	182.44	0.004694	236.93
$\bar{y}^*_{st(TBRO)}\left(SNb\right)$	0.010254	181.46	0.004736	234.83
$\bar{y}^*_{st(TUSKO)}\left(A1\right)$	**0.006807**	**273.36****	**0.004480**	**248.21***
$\bar{y}^*_{st(TUSKO)}\left(A2\right)$	0.006891	269.98	0.004570	243.35

*Her örneklem için etkin tahmin ediciler
**Tüm örneklemler arasındaki en etkili tahmin edici

Çizelge 4.3'e bakıldığında TBRÖ'nün klasik tahmin edicisi, TBRÖ'de Sinha ve diğerleri [23] tarafından önerilmiş olan kalibrasyon edicileri ve TUSKÖ'de Cetin ve Koyuncu [30] tarafından önerilen kalibrasyon tahmin edicisi denizkulağı verisi kullanılarak yapılan benzetim çalışması ile performansları karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre HKO en küçük GE değeri en büyük olan $\bar{y}^{*}_{st(TUSKO)}\left(A1\right)$ önerilen tahmin edici, Sinha ve diğerleri [23] çalışmasındaki tahmin edicilere göre daha fazla etkin bulunmuştur $\left(n_h = 3, HKO = 0.006807, GE = 273.36\right)$.

4.2. Sentetik Veri Kullanılarak Yapılan Benzetim Çalışması

Önerilen tahmin edicinin etkinliğini araştırmak için bir de sentetik veri türetilmiştir. Üretilen veri iki değişkenli normal (Gauss) dağılımdan $N\left(\bar{X},\ \bar{Y},\ S_x^2,\ S_y^2,\ \rho_{xy}\right)$ ve kitle $N = 10000$ olarak düşünülmüştür. Benzetim çalışmasında $\bar{X}$= 2, $\bar{Y}$= 4, $S_x^2 = 2$ ve $S_y^2 = 1$ olarak alınmış olup her bir tabaka için değişkenler arasındaki ilişki ρ_{xy} için farklı değerler alınmıştır.

Her bir tabaka için iki değişkenli normal (Gauss) dağılımları, varyans-kovaryans matrisi sırasıyla şu şekilde verilir:

- 1.Tabaka

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.90 \\ 0.90 & 1 \end{bmatrix}$$

- 2.Tabaka

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.76 \\ 0.76 & 1 \end{bmatrix}$$

- 3. Tabaka

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.55 \\ 0.55 & 1 \end{bmatrix}$$

- 4. Tabaka

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.30 \\ 0.30 & 1 \end{bmatrix}$$

Benzetim çalışmasında, yardımcı değişken ile ilgilenilen değişken arasındaki ilişki için hem yüksek hem düşük olması durumuna yer verilmiştir.

Her tabakadan TBRÖ ve TUSKÖ yöntemleri kullanılarak $r_h = n_h = 3, 5, 6, 7, 8, 10$ ‘luk 10000 örneklem yerine konularak seçilmiştir. Benzetim çalışmasında R programlama dili kullanılmıştır ve elde edilen sonuçlar Çizelge 4.4’de verilmiştir.

Çizelge 4.4’de Eşitlik (4.1) ve Eşitlik (4.2) kullanılarak TBRÖ’de klasik ortalama tahmin edicisi $(\bar{y}_{st})$ temel alınarak başka örnekleme yöntemlerindeki ortalama tahmin edicilerinin HKO değerleri hesaplanmış ve Çizelge 4.5’de ise bu tahmin edicilerin GE değerleri verilmiştir.

Çizelge 4.4. Sentetik veriye ait kitle ortalaması tahminlerinin HKO

Tahmin Ediciler	$n_h = 3$	$n_h = 5$	$n_h = 6$	$n_h = 7$	$n_h = 8$	$n_h = 10$
$\bar{y}_{st}$	0.08224	0.04804	0.04055	0.03421	0.03017	0.02396
$\bar{y}^*_{st(TBRO)}(SNa)$	0.090	0.06243	0.04848	0.04355	0.03564	0.03381
$\bar{y}^*_{st(TBRO)}(SNb)$	0.09079	0.06252	0.04852	0.04353	0.03562	0.03384
$\bar{y}^*_{st(TUSKO)}(A1)$	**0.06339***	0.03018	0.02384	**0.01787***	0.01587	0.01127
$\bar{y}^*_{st(TUSKO)}(A2)$	0.063	**0.03016***	**0.02382***	0.01788	**0.01585***	**0.01124****

*Her örneklem için etkin tahmin ediciler
**Tüm örneklemler arasındaki en etkili tahmin edici

Çizelge 4.5. Sentetik veriye ait kitle ortalaması tahminlerinin GE değerleri

Tahmin Ediciler	$n_h = 3$	$n_h = 5$	$n_h = 6$	$n_h = 7$	$n_h = 8$	$n_h = 10$
$\bar{y}_{st}$	100	100	100	100	100	100
$\bar{y}^*_{st(TBRO)}(SNa)$	91.37	76.96	83.64	78.55	84.67	70.86
$\bar{y}^*_{st(TBRO)}(SNb)$	90.57	76.84	83.56	78.57	84.69	70.80
$\bar{y}^*_{st(TUSKO)}(A1)$	**130.54***	159.20	170,08	**191.38***	190.15	212.67
$\bar{y}^*_{st(TUSKO)}(A2)$	129.72	**159.28***	**170.22***	191.35	**190.40***	**213.10****

*Her örneklem için etkin tahmin ediciler
**Tüm örneklemler arasındaki en etkili tahmin edici

Çizelge 4.4 ve Çizelge 4.5'e bakıldığında küçük ve büyük örneklem büyüklükleri düşünülerek TBRÖ'nin klasik tahmin edicisi, TBRÖ'de Sinha ve diğerleri [23] tarafından önerilmiş olan kalibrasyon edicileri ve TUSKÖ'de Cetin ve Koyuncu [30] tarafından önerilen kalibrasyon tahmin edicisi normal dağılımdan sentetik veri türetilerek yapılan benzetim çalışması ile performansları karşılaştırılmıştır.

Elde edilen sonuçlara göre Cetin ve Koyuncu [30] tahmin edicisinin diğer tahmin edicilere göre yaklaşık olarak iki katından daha fazla etkin bulunduğu gözlemlenmiştir. Örneğin, HKO en küçük GE değeri en büyük olan $\overline{y}^{*}_{st(TUSKO)}\left(A2\right)$ önerilen tahmin edicisinin, Sinha ve diğerleri [23] ve TBRÖ'nün klasik tahmin edicilerine göre daha etkin olduğu söylenir $\left(n_h = 10,\ HKO = 0.01124,\ GE = 213.10\right)$.

Böylece TUSKÖ yöntemi kullanılarak önerilen kalibrasyon tahmin edicilerin TBRÖ'de önerilen tahmin edicilere göre daha iyi olduğu sonucuna varılmaktadır.

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Örnekleme literatüründe görüleceği üzere ortalama ve varyans tahminleri için istatistik bilim alanında çalışan birçok bilim insanı kalibrasyon tahmin edicileri ile çalışmıştır. Örneklem araştırmalarında yardımcı değişken bilgisinin olması durumunda, tahminlerin doğruluğu ve etkinliğinin arttırılmasında varyansta da geniş çaplı azalmaların elde edilmesinde bir ağırlıklandırma yöntemi olan kalibrasyon tahmin edicisinin kullanımı güvenli olarak önerilebilmektedir.

GREG tahmin edicisi, yardımcı değişken bilgisi elde edilebildiği durumlarda kitle toplamı veya ortalaması için çok sık kullanılan tahmin edicidir. Kalibrasyon yöntemi ile GREG tahmin edicisinde kullanılan ağırlıklar en uygun (optimum) ağırlıklar olarak bulunmuştur. Bir bakıma kalibrasyon tahmin edicilerinin GREG tahmin edicilerine alternatif olduğu söylenebilir. Böylece tahminlerin daha iyi elde edilmesi amaçlanmaktadır. Ayrıca, yardımcı bilgileri içeren kalibrasyon tahmini, kitle parametresi tahmin edicilerinin kesinliğini ve doğruluğunu artırmak için araştırma örneklemesinde yaygın olarak kullanılan bir tekniktir.

Literatürde kalibrasyon tahmin edicilerinin tutarlılığı arttırmak amacıyla yeni kısıtlar ve uzaklık ölçütleri kullanılmıştır. Bu alanda etkin olarak çalışmalar yapan bilim insanları yardımcı değişkenler için çok iyi düzeyde tahminler sağlayan ağırlıkların, ilgilenilen değişken için de iyi bir tahmin sağlayacağına inanmaktadırlar. Ağırlıkların uygulanması ile yansız tahminler elde edilebileceği tam olarak söylenemezse de, yansızlığa çok yakın olunacağı rahatlıkla ifade edilebilir [40].

Birçok araştırmacı kalibrasyon tahmin edicisinin tutarlı bir tahmin edici olduğu, kalibrasyon ağırlıkları temel ağırlıklara yakın olmasına ve yardımcı değişken toplamları üzerinde kontrol (denetim) sağlama özelliklerini taşıdığı fikrine inanmaktadır [41]. Kalibrasyonda ilgilenilen değişken ile ilişkisinin olduğu bilinen ne kadar çok yardımcı değişken bilgisi kullanılmışsa o kadar "iyi" düzeyde ağırlıklandırma sistemi yapıldığı söylenir. Kalibrasyon tahmin edicilerin duyarlılığı ilgilenilen değişken ile ilişkili olan çok sayıda yardımcı değişken (otokorelasyon sorunu olmayan ve kitle toplamı bilinen) kullanımıyla artış gösterecektir. Uygulama verisinde yardımcı bilginin efektif kullanımı hem tahmin edilecek kitle değerlerine hem de ilgilenilen değişken ile yardımcı değişkenler arasındaki reel ilişkiye bağlıdır. Yardımcı değişkenler üzerinde bilinçsizce kalibre etmek her zaman iyi bir yaklaşım değildir. Kalibrasyonda temel amaç ağırlıkları yeniden düzenleyerek, bilinen yardımcı değişken toplamlarını örnek için yeniden temsil edilir hale getirmektir. Kalibrasyon tahmin edicilerinin yapılabilmesinde uzaklık ölçümü ve kalibrasyon denklemleri olarak adlandırılan iki temel bileşen vardır.

Bu tez çalışmasında öncelikle TBRÖ, TSKÖ ve TUSKÖ yöntemleri ve tahmin edicileri tanıtılmıştır. TBRÖ, araştırmalarda en sık kullanılan örnekleme tekniklerinden biridir. Ancak kitlenin çok büyük olduğu, örneklem birimlerini sıralamanın daha kolay ancak bunları ölçmenin zor olduğu durumlarda TSKÖ yöntemi tercih edilir. Ayrıca, birimlerin ilgilenilen özellikler bakımından sıralanmaya uygun olduğu durumlarda TSKÖ'nün tercih edilmesi de etkili bir faktördür. TSKÖ'ye bir seçenek olarak tabakalı medyan, uç, yüzdelik, kartil sıralı küme örnekleme yöntemleri önerilmiştir. Tez kapsamında TUSKÖ yöntemi kullanılmış ve tanıtılmıştır.

TUSKÖ, her bir tabakaya uç sıralı küme örneklemesi yönteminin uygulandığı tabakalı örneklemeye denir. Sıralı küme örneklemesinde her bir kümeden ilgili sıralı istatistiklerinin hatasız bir şekilde seçilmesi gerekirken, uç sıralı küme örneklemesinde sadece en küçük ve en büyük sıralı istatistiklerinin doğru bir şekilde belirlenmesi yeterlidir. Bu nedenle sıralı küme örneklemesine göre daha çok tercih edilir. Bu nedenle, küme çapının büyük olduğu durumlarda uygulanabilir olması bu yöntemin avantajları arasındadır. Ayrıca bu durum zaman ve maliyet bakımından daha tercih edilebilir bir yöntem olduğu açıktır. TUSKÖ yönteminde son yıllarda kitle ortalama tahmini için çeşitli tahmin ediciler önerilerek birçok çalışma yapılmıştır [42].

Örnekleme araştırmalarında sıklıkla tahminlerin kalitesini arttırmak için bazı kalibrayon yöntemleri kullanılmaktadır. Bu tez çalışmasında TBRÖ, TSKÖ ve TUSKÖ yöntemlerinde ağırlıklandırma yöntemlerinden biri olan kalibrasyon tahmin edicisi incelenmiştir.

Tezin üçüncü bölümünde TBRÖ, TSKÖ ve TUSKÖ yöntemlerinde farklı yazarlar tarafından önerilmiş olan kalibrasyon tahmin edicileri tanıtılmıştır. Yapılan çalışmalarda çoğunlukla TBRÖ yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca tahmin edicilerin tutarlılık ve duyarlılığını arttırmak için çeşitli kalibrasyon kısıtları kullanılmıştır. TSKÖ yönteminde önerilmiş tahmin ediciler ise TBRÖ yöntemiyle karşılaştırılmış ve daha etkin olduğu görülmüştür. Son olarak tezde önerilmiş olan TUSKÖ yöntemindeki Cetin ve Koyuncu [30] kalibrasyon tahmin edicisinin TBRÖ yönteminde önerilmiş olan kalibrasyon tahmin edicisine göre daha etkin olduğu bulunmuştur.

Çalışmanın dördüncü bölümünde TUSKÖ yönteminde önerilen tahmin edicilerin literatürde TBRÖ için tahmin edici önermiş olan Sinha ve diğerleri [23] çalışmasındaki kalibrasyon tahmin edicileri ve TBRÖ'nin klasik tahmin edicileri ile benzetim çalışması yapılarak karşılaştırılmıştır. Benzetim çalışması için hem gerçek veri hem de sentetik veri düşünülerek farklı örneklem büyüklüklerinde HKO ve GE değerleri bulunmuş ve sonuçlar yorumlanmıştır.

Sonuçlara göre; ilk olarak bir deniz canlısı olan denizkulağının fiziksel ölçümlerini içeren toplamda 4177 olan denizkulağı veri seti, kitle olarak düşünülmüş ve kabul edilen bu kitle üzerinden analizler gerçekleştirilmiştir. Çalışmamızda ilgilenilen değişken olarak ağırlık, yardımcı değişken olarak yükseklik ve tabaka olarak da cinsiyet değişkeni seçilmiştir. Yapılan benzetim çalışması ile TBRÖ'nin klasik tahmin edicisi, TBRÖ'de Sinha ve diğerleri [23] tarafından önerilmiş olan kalibrasyon tahmin edicileri ve TUSKÖ'de Cetin ve Koyuncu [30] tarafından önerilen kalibrasyon tahmin edicilerinin performansları karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre Cetin ve Koyuncu [30] tarafından önerilen $\bar{y}^*_{st(TUSKO)}(A1)$ tahmin edicisinin çizelgedeki diğer tahmin edicilere göre daha etkin olduğu bulunmuştur.

İkinci olarak, iki değişkenli normal (Gauss) dağılımdan farklı örneklem büyüklükleri düşünülerek yardımcı değişken ile ilgilenilen değişken arasındaki ilişki için hem yüksek hem düşük olması durumuna göre sentetik veri türetilerek benzetim çalışması yapılmıştır. TBRÖ'nin klasik tahmin edicisi, TBRÖ'de Sinha ve diğerleri [23] tarafından önerilmiş olan kalibrasyon edicileri ve TUSKÖ'de Cetin ve Koyuncu [30] tarafından önerilen kalibrasyon tahmin edicisinin performansları karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre, Cetin ve Koyuncu [30] tarafından önerilen $\overline{y}^{*}_{st(TUSKO)}\left(A2\right)$ tahmin edicinin çizelgedeki diğer tahmin edicilerine göre daha etkin olduğu bulunmuştur.

Böylece hem gerçek veri hem de sentetik veri ile yapılan benzetim çalışması sonucunda TUSKÖ yöntemi kullanılarak önerilen kalibrasyon tahmin edicilerinin TBRÖ’de önerilen tahmin edicilere göre daha iyi olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca Cetin ve Koyuncu [30] tarafından önerilen tahmin edicilerin, yardımcı değişken bilgisinin kullanılması ile daha etkin tahmin ediciler elde edildiği görülmüştür.

Bundan sonraki çalışmalarda farklı örnekleme yöntemlerinde çeşitli kısıtlar altında veya farklı uzaklık ölçümleri kullanılarak yeni kalibrasyon tahmin edicileri çalışılabilir.

6. KAYNAKLAR

[1] Elhan H., Veri Tipleri ve Örnekleme Yöntemleri, Ankara Üniversitesi Tıp Fakültesi Biyoistatistik Anabilim Dalı, 2014**.**

[2] Özen Y., Gül A., ‘‘Sosyal ve egitim bilimleri araştırmalarında evren örneklem sorunu’’, *KKEFDI*, 2007.

[3] Gay L. R., and Airasion, ‘‘Edueational researeh; competendes for analysis and appieation’’, *Upper SaddIe River*, NJ: Meril Gentice Hall, 2003.

[4] Mclntyre G. A., “A method for unbiased selective sampling, using ranked sets,” *Australian Journal of Agricultural Research,* vol. 3, pp. 385-390, 1952.

[5] Ünyazıcı Y., ‘‘Çeşitli Sıralı Küme Örneklemesi Yöntemleri Ve Uygulama (Various Ranked Set Sampling Methods And Application’’, Hacettepe Üniversitesi, İstatistik Bölümü, Yüksek Lisans Tezi, 2002.

[6] Özdemir Y. A., ‘‘Sıralı Küme Örneklemesiyle Doğrusal Regresyon Modelinde Parametre Tahminlerinin İncelenmesi’’, Gazi Üniversitesi, İstatistik Bölümü, Doktora Tezi, 2005.

[7] Samawi H. M., ‘‘Stratified ranked set sample,’’ *Pak.J. Statist.*, 1996.

[8] Samawi H. M., L. J. Saeid, ‘‘Stratified extreme ranked set sample with application to ratio estimators,’’ *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 2004.

[9] Khan M. G. M, Maiti T., and Ahsan M. J., “An optimal multivariate stratified sampling design using auxiliary ınformation: an ınteger solution using goal programming approach,*” Journal of Official Statistics*, vol. 26, no. 4, pp. 695-708, 2010.

[10] Deville J. C.,. Sarndal C. E, “Calibration estimators in survey sampling,” *Journal of the American Statistical Association* , vol. 87, no. 418, pp. 376-382, 1992.

[11] Rueda M., Martinez S., Martinez H., and Arcos A., “Mean estimation with calibration techniques in presence of missing data,”, *Computational Statistics & Data Analysis*, vol. 50, no. 11, pp. 3263-3277, 2006.

[12] Koyuncu N., Örnekleme Kuramında Tahmin Edicilere Kalibrasyon Yönteminin Uygulanması, Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri

Enstitüsü, Ankara, 2012.

[13] Singh S., Horn S., and Yu F., "*Estimation of variance of the general regression estimator: higher level calibration approach,"* Survey Methodology, vol. 24, pp. 41-50, 1998.

[14] Singh S., "Advanced sampling theory with applications*," Dordrecht: Kluwer Academic Publishers*, 2003.

[15] Tracy D. S., Singh S., Arnab R., "Note on calibration in stratified and double sampling," *Survey Methodology* , vol. 29, no. 1, pp. 99-104, 2003.

[16] Kim J. M., Sungur E. A., Heo T. Y., "Calibration approach estimators in stratified sampling," *Statistics and Probability Letters*, vol. 77, no. 1, 99-103, 2007.

[17] Rao D., Khan M. G. M., and Khan S., "Mathematical programming on multivariate calibration estimation in stratified sampling," *World Academy of Science, Engineering and Technology*, vol. 72, no. 12, p. 27, 2012.

[18] Koyuncu N., Kadılar C., "Calibration estimator using different distance measures in stratified random sampling," *International Journal of Modern Engineering Research (IJMER)*, vol.3, no. 1, pp. 415-419, 2013**.**

[19] Koyuncu N., Kadılar C., " A new calibration estimator in stratified double sampling,"*Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, vol. 43, no. 2, pp. 337-346. 2014**.**

[20] Rao D. K., Khan M. G. M., Reddy K. G., "Stratified calibration estimator of population mean using multi-auxiliary information," *Asia-Pacific World Congress on Computer Science and Engineering*, 2014.

[21] Nidhi S., Sisodia B. V. S, Singh S., Sanjay K., "Calibration approach estimation of the mean in stratified sampling and stratified double sampling," *Communications in Statistics - Theory and Methods*, vol. 46, no. 10, pp. 4932-4942, 2017.

[22] Koyuncu N., Kadilar C., "Calibration weighting in stratified random sampling," *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, vol. 45, no. 7, pp. 2267-227, 2016.

[23] Sinha N., Sisodia B. V. S., Singh S., Singh K., "Calibration approach estimation of mean in stratified sampling and stratified double sampling," *Communications in Statistics: Theory and Methods*, vol. 46, no. 10, pp. 4932-42, 2017.

[24] Koyuncu N., "Calibration estimator of population mean under stratified ranked set sampling design," *Communications in Statistics-Theory and Methods*, vol. 47, no. 23, pp. 5845-5853, 2017.

[25] Garg N. and Pachori M., "Use of coefficient of variation in calibration estimation of population mean in stratified sampling," *Communications in Statistics: Theory and Methods*, vol. 49, 5842–5852, 2019.

[26] Singh G. N., Bhattacharyya D., Bandyopadhyay A., "A general class of calibration estimators under stratified random sampling in presence of various kinds of non-sampling errors,", *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, vol. 52, no. 2, pp. 320-333, 2023.

[27] Metin C. B., "Örneklemede Ağırlıklandırma Prosedürleri Ve Kalibrasyon Yaklaşımı," Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, Ankara, 2020.

[28] Shahzad U., Ahmad I., Alshahrani F., Almanjahie I. M., Iftikhar S., "Calibration-based mean estimators under stratified median ranked set sampling," *Mathematics*, vol. 11, no. 8, p. 1825, 2023a.

[29] Shahzad U., Ahmad I., Mufrah Almanjahie I., Hanif M.,. Al-Noor N. H, "L-Moments and calibration-based variance estimators under double stratified random sampling scheme: Application of Covid-19 pandemic", *Scientia Iranica*, vol. 30, no. 2, pp. 814-821, 2023b.

[30] Cetin A. E., Koyuncu N., "Calibration estimator of population mean in stratified extreme ranked set sampling with simulation study," *Filomat* , vol. 38, no. 2, pp. 599-608, 2024.

[31] Shahzad U., Ahmad I., García-Luengo A. V., Zaman T., Al-Noor N. H., Kumar A., "Estimation of coefficient of variation using calibrated estimators in double stratified random sampling," *Mathematics*, vol. 11, no. 1, p. 252, 2023.

[32] Pandey M. K., Singh G. N., Zaman T., Mutairi A. A., Mustafa M. S., "A general class of improved population variance estimators under non-sampling errors using calibrated weights in stratified sampling," *Scientific Reports*, vol. 14, no. 1, p. 2948, 2024.

[33] Singh S., Arnab R., "On calibration of design weights," *Metron*, vol. 69, pp. 185-205, 2011.

[34] Özdamar K., Odabaşı Y., Hoşcan Y., Bir A. A., Kırcaali İftar G., Özmen A., Uzuner Y., Anadolu Üniversitesi Yayınları, no. 1081, pp. 37-38, 2008.

[35] Çıngı H., Örnekleme Kuramı, 3. Baskı, Bizim Büro Basımevi, Ankara, 2009.

[36] Cetin A. E., Çeşitli Tabakalı Sıralı Küme Örneklemesi Tasarımlarında Kitle Ortalamasının Tahmin Edilmesi, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2017.

[37] Waugh S., Extending and Benchmarking Cascade-Correlation, Dept of Computer Science, University of Tasmania, Ph. D. Dissertation, Australia, 1995.

[38] Soygun S., Gören I., "Su Ürünleri Üretiminde Alternatif Tür Denizkulağı (Abalon) Yetiştiriciliği Ve Türkiye'deki Olanakları,", *Ordu Üniversitesi Bilim Teknoloji Dergisi*, vol. 5, no.1, pp. 9-28, 2015.

[39] Alam S., Singh S., Shabbir J., "Optimal calibrated weights while minimizing a variance function," *Communications in Statistics-Theory and Methods*, vol. 52, no. 5, pp. 1634-1651, 2023.

[40] Alkaya Surat A., "Calibration estimator," G.*Ü. Fen Bilimleri Dergisi*, vol. 18, no. 4, pp. 591-601, 2005.

[41] Estevao V. M. and Sarndal C. S., "A functional form approach to calibration," *Journal Of Official Statistics*, vol.16, no.4, pp. 379-399, 2000.

[42] Cetin A. E., Koyuncu N., "Estimation of population mean under different stratified ranked set sampling designs with simulation study application to BMI data, " *Commun. Fac. Sci.*, vol. 69, pp. 560-575, 2020.

EKLER

EK 1 – Tezden Türetilmiş SCI Kapsamındaki Yayınlar

1. A. E. Cetin, N. Koyuncu, “Calibration estimator of population mean in stratified extreme ranked set sampling with simulation study,” *Filomat* , vol. 38, no. 2, pp. 599-608, 2024.