İLKOKUL DÖRDÜNCÜ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN SAYI DUYULARININ BAĞLAM TEMELLİ VE BAĞLAM TEMELLİ OLMAYAN PROBLEM DURUMLARINDA İNCELENMESİ

EXAMINATION OF FOURTH GRADE ELEMENTARY SCHOOL STUDENTS' NUMBER SENSE IN CONTEXT-BASED AND NONCONTEXT-BASED PROBLEMS

Derya CAN

Hacettepe Üniversitesi

İlköğretim Anabilim Dalı, İlköğretim Bilim Dalı

Doktora Tezi

olarak hazırlanmıştır.

2017

KABUL ve ONAY

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Derya CAN'ın hazırladığı "İlkokul Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Sayı Duyularının Bağlam Temelli ve Bağlam Temelli Olmayan Problem Durumlarında İncelenmesi" başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından **İlköğretim Anabilim Dalı, İlköğretim Bilim Dalı'nda Doktora Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Başkan	Doç. Dr. Çiğdem HASER	
Üye (Danışman)	Doç. Dr. İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR	
Üye	Doç. Dr. Yeşim ÇAPA AYDIN	
Üye	Yrd. Doç. Dr. Elif SAYGI	
Üye	Yrd. Doç. Dr. Mesture KAYHAN ALTAY	

ONAY

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri üyeleri tarafından 26 / 04 / 2017 tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunca ..... / ..... / .... tarihinde kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ali Ekber ŞAHİN
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

YAYIMLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kağıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

☐ **Tezimin/Raporumun tamamı dünya çapında erişime açılabilir ve bir kısmı veya tamamının fotokopisi alınabilir.**
(Bu seçenekle teziniz arama motorlarında indekslenebilecek, daha sonra tezinizin erişim statüsünün değiştirilmesini talep etseniz ve kütüphane bu talebinizi yerine getirse bile, teziniz arama motorlarının önbelleklerinde kalmaya devam edebilecektir)

☒ **Tezimin/Raporumun 10/05/2018 tarihine kadar erişime açılmasını ve fotokopi alınmasını (İç Kapak, Özet, İçindekiler ve Kaynakça hariç) istemiyorum.**
(Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin/raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir, kaynak gösterilmek şartıyla bir kısmı veya tamamının fotokopisi alınabilir).

☐ **Tezimin/Raporumun …………….. tarihine kadar erişime açılmasını istemiyorum ancak kaynak gösterilmek şartıyla bir kısmı veya tamamının fotokopisinin alınmasını onaylıyorum.**

☐**Serbest Seçenek/Yazarın Seçimi:** ………………………………………………
………………………………………………………………………………………

10 /05 /2017

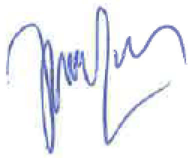
Derya CAN

ETİK BEYANNAMESİ

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında,

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.



Derya CAN

TEŞEKKÜR

Doktora öğrenimim boyunca desteğini ve emeğini hiçbir zaman esirgemeyen, her zaman yol gösteren, araştırmamın her aşamasında ayrıntılı dönütleriyle ve önerileriyle çalışmama yön veren, kendisinden çok şey öğrendiğim değerli danışmanım Doç. Dr. İ. Elif Yetkin Özdemir'e sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Tez izleme komitesinde yer alarak bu çalışma için değerli zamanını ayıran, görüş ve önerileriyle tezime katkı sağlayan, bilgi ve tecrübelerinden faydalandığım sevgili hocalarım Doç. Dr. Yeşim Çapa Aydın'a ve Yrd. Doç. Dr. Mesture Kayhan Altay'a; tez jürimde yer alarak eleştiri ve önerileriyle tezimi zenginleştirmeme katkı sağlayan değerli hocalarım Doç. Dr. Çiğdem Haser'e ve Yrd. Doç. Dr. Elif Saygı'ya teşekkürlerimi sunuyorum.

Lisans eğitimi sürecinden itibaren tanıdığım, kendimi geliştirmeme katkıda bulunan, bilgi ve tecrübelerinden faydalandığım ve birlikte çalışma imkânı bulduğum Hacettepe Üniversitesi Sınıf Eğitimi ve Matematik Eğitimi Anabilim Dalları'nda görev yapmakta olan değerli hocalarıma ve arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunuyorum. Bu alandaki çalışmalarımı destekleyen, bilgi ve tecrübelerinden faydalandığım değerli hocam Prof. Dr. Ali Ekber Şahin'e çok teşekkür ediyorum.

Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nde görev yapmakta olan hocalarıma ve mesai arkadaşlarıma tezime sundukları katkıları için teşekkür ediyorum.

Bu süreçteki manevi destekleri ve tezime sundukları katkıları için sevgili arkadaşlarım Ayşegül Avşar Tuncay'a ve Sezan Sezgin'e çok teşekkür ediyorum.

Her zaman yanımızda olan, desteğini hiçbir zaman eksik etmeyen, tez çalışma sürecimi mümkün olduğunca kolaylaştırmaya çalışan canım aileme yıllardır verdikleri ve vermeye devam ettikleri emek ve destek için çok teşekkür ediyorum. Doktora eğitimimin bir kısmını yanlarında geçirdiğim, bu süreçte desteğini eksik etmeyen ikinci ailem olarak gördüğüm eşimin ailesine teşekkür ediyorum.

Bu süreçte bana en büyük desteği veren, hep yanımda olan, eğitim hayatımın her aşamasını benimle birlikte paylaşan ve desteğini asla esirgemeyen canım eşim Veli Can'a, daha tez önerisi hazırlarken yeni dünyaya gelmiş olan ve tüm sürecin en büyük tanıklarından canım oğlum Okyanus Can'a, doğmasına iki hafta kala anne karnında tez savunması heyecanıma ortak olan ve destekte bulunan canım oğlum Deniz Can'a, her zaman bana güç veren Can'larıma sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum. İyiki varsınız…

Yüksek lisans ve doktora öğrenimim boyunca sağlamış olduğu destek için Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu'na teşekkür ediyorum.

Okyanus’uma ve Deniz’ime…

İLKOKUL DÖRDÜNCÜ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN SAYI DUYULARININ BAĞLAM TEMELLİ VE BAĞLAM TEMELLİ OLMAYAN PROBLEM DURUMLARINDA İNCELENMESİ

Derya CAN

ÖZ

Bu araştırmanın amacı ilkokul 4. sınıfta öğrenim görmekte olan öğrencilerin bağlam içeren ve içermeyen problemleri çözerken sayı duyusundan yararlanma durumlarını ve çözüm yollarını incelemektir. Araştırmada tarama deseni kullanılmıştır. Nicel veriler araştırmacı tarafından geliştirilen bir araçla toplanmıştır. Bu veri toplama aracı öğrencilerin bağlam içeren ve bağlam içermeyen problemlerin çözümünde sayı duyusunu kullanmalarını ölçen iki ölçekten oluşmaktadır. Bu verilerin analizi ile öğrencilerin sayı duyusu, sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma durumu ve sayı duyusu kullanımının bağlam içeren ve içermeyen problemlerde farklılaşma durumu incelenmiştir. Araştırmanın nitel aşamasında ise bağlam içeren problemlerde kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerden soruyu farklı bir yoldan çözmeleri istendiğinde sayı duyusu temelli çözüm yollarını kullanma durumları incelenmiştir. Araştırmanın nicel aşamasında yer alan çalışma grubu, elverişli örnekleme yöntemiyle belirlenmiştir. Çalışma grubunu, Burdur ilinde sekiz farklı ilkokulda öğrenim görmekte olan 496 ilkokul 4. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmanın nitel aşamasında yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmış olup çalışma grubu maksimum çeşitlilik örneklemesi yoluyla belirlenmiştir.

Bu araştırmanın sonucunda, ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin sayı duyusunun oldukça düşük olduğu görülmüştür. Öğrencilerin çok büyük bir kısmı çözümde kural temelli yaklaşımı tercih etmiş olup sayı duyusu bileşenlerinden oldukça az yararlanmıştır. Bu araştırmaya, öğrencilerin bağlam içeren problemlerde sayı duyusu temelli çözüm yollarını kullanma oranlarının daha yüksek olabileceği varsayımı ile başlanmıştır. Fakat öğrencilerin on maddelik ölçekteki sadece iki sorunun bağlam içeren örneğinde rutin hesaplamalardan biraz daha uzaklaşarak farklı stratejiler geliştirmeye çalıştıkları görülmüştür. Bağlam içeren diğer problemlerde sonucun bu şekilde olmadığı tespit edilmiştir. Bağlam içeren problemlerde kural temelli çözüm yollarını kullanan öğrencilerden alternatif çözüm yolları üzerinde düşünmeleri istendiğinde, öğrencilerin farklı sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma durumlarının sorunun yapısına, soruda kullanılan sayıların özelliklerine ve bağlamına göre değişim gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca hem sayı duyusu temelli hem de kural temelli çözüm yollarını kullanan öğrencilerden bir kısmının hatalı sonuçlara ulaştıkları görülmüştür. Öğrencilerin çözüm yolları incelendiğinde, kavramsal bilgilerinin yeterince gelişmediği, bazı matematiksel kavramları anlamlandıramadıkları ve birtakım kavram yanılgılarına sahip oldukları durumlar tespit edilmiştir.

Anahtar sözcükler: Sayı duyusu, sayı duyusu bileşenleri, sayı duyusu temelli çözüm yolu, kural temelli çözüm yolu, bağlam temelli problem durumu, bağlam temelli olmayan problem durumu

Danışman: Doç. Dr. İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR, Hacettepe Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

EXAMINATION OF FOURTH GRADE ELEMENTARY SCHOOL STUDENTS' NUMBER SENSE IN CONTEXT-BASED AND NONCONTEXT-BASED PROBLEMS

Derya CAN

ABSTRACT

The aim of this study is to analyze the use of number sense and strategies of fourth grade primary school students as they solve context-based and noncontext-based problems. Survey design was employed. The quantitative data was collected by means of an instrument developed by the author. It includes two scales assessing students’ number sense in context-based and noncontext-based problems. With the analysis of data obtained, participants’ number sense, the use of number sense components and the differential use of number sense in context-based and noncontext-based problems were examined. In the qualitative part of the study, participants who used rule-based strategies in context-based problems were asked to use a different way. During this process their use of number sense-based strategies was observed. For the quantitative part of the study, the participants were selected using a convenience sampling technique. The participants of the study were 496 fourth-grade students attending eight elementary schools in Burdur. The qualitative data of the study were collected through semi-structured interviews and the participants were chosen by maximum variation sampling technique.

The findings of the study indicated that the fourth-grade students participated in the study had considerably lower levels of number sense. The majority of the participants were found to prefer rule-based strategies and they used less the components of number sense. It was hypothesized that students would mostly employ number sense-based strategies for context-based problems. However, participants used non-conventinal strategies only for two context-based problems in the scale. For other context-based problems, they used the routine algorithms. When the participants who used a rule-based strategy in context-based problems were asked to use different ways, their use of number sense components varied based on the nature of task, the numbers used in the task and the context.

Besides, it was seen that some of those students who employed both number sense-based and rule-based strategies reached incorrect solutions. When problem solving ways of the participants were analyzed, it was found that the conceptual knowledge of the participants was not adequately developed, that they could not manage to make sense of some mathematical concepts and also they had some mathematical misconceptions.

Keywords: Number sense, number sense components, number-sense based strategies, rule-based strategies, context-based problems, noncontext-based problems

Advisor: Assoc. Prof. Dr. İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR, Hacettepe University, Department of Mathematics and Science Education, Division of Mathematics Education

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR DİZİNİ

ŞEKİLLER DİZİNİ

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

AFA: Açımlayıcı Faktör Analizi

DFA: Doğrulayıcı Faktör Analizi

KT: Kural Temelli

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics

NRC: National Research Council

PISA: The Programme For International Student Assessment

SDT: Sayı Duyusu Temelli

TIMSS: Third International Mathematics and Science Study

1. GİRİŞ

Bu bölümde problem durumu, araştırmanın amacı ve önemi, problem ve alt problemler, sayıltılar ve tanımlar üzerinde durulacaktır.

1.1. Problem Durumu

Sayı duyusu, sayıları ve işlemleri anlamlandırmayı, matematiksel kararlar verirken bu beceriyi kullanabilmeyi ve etkili ve yararlı stratejiler geliştirebilmeyi içermektedir (McIntosh, Reys & Reys, 1992; Reys & Yang, 1998; Reys, Reys, McIntosh, Emanuelsson, Johansson & Yang, 1999; Yang, 2007). Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]) okul matematiği için gerekli ilke ve standartları oluştururken sayı duyusunun matematiğin temel yapı taşlarından birisi olduğunu belirterek öğrencilerin bu beceriyi kazanmaları durumunda sayılar ve işlemler arasındaki ilişkileri anlama, akıcı hesaplama yapabilme ve mantıklı tahminlerde bulunabilme becerileri edineceğini belirtmektedir (NCTM, 2000). Türkiye'de 2005 yılında uygulanmaya başlayan İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nın temel hedeflerinden birisi de çocuklarda zengin ve sağlam bir sayı kavramının oluşturulması ve işlem becerilerinin geliştirilmesidir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009)[1]. Bu amaçla, öğretmenlerin öğrencilerin temel sayma becerilerinden daha ileri düzey sayı bilgisi oluşturmalarına, sayılarla işlem yapmalarına, sayılar arasındaki ilişkileri, sayı örüntülerini ve basamak değeri kavramını anlamalarına yardımcı olmaları gerekmektedir. Ayrıca öğrencilerin sayılarla olan deneyimleri arttıkça sayılar hakkında daha esnek düşünebilecekleri ve öğretmenlerin bu konuda öğrencileri akıl yürütmeleri için cesaretlendirmeleri gerektiği vurgulanan noktalar arasındadır. Böylece özellikle okul öncesi ve ilkokul seviyesinde öğrencilerin sayılar, işlemler ve sayılarla işlemler arasındaki ilişkiyi kavramaları, sayı duyusu becerilerinin

[1]Türkiye'de 2012-2013 eğitim-öğretim döneminden itibaren 4+4+4 eğitim sistemi uygulanmaya başlanmış olup 2015 yılından itibaren 1-4. sınıf seviyelerine uygun program hazırlama çalışmaları devam etmektedir. Hazırlanan İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programı (1, 2, 3 ve 4. sınıflar)'na 2016-2017 eğitim-öğretim dönemi itibariyle 1. sınıflardan başlayarak kademeli geçişin yapılacağı belirtildiğinden, ilkokul 4. sınıf öğrencileriyle yapılan bu araştırmada 2005 yılında hazırlanan İlköğretim Matematik Dersi 1-5. Sınıflar Öğretim Programı (2009)'nda yer alan amaç ve kazanımlar dikkate alınmıştır.

gelişmesini ve dolayısıyla matematik dersi başarılarının artmasını sağlayacaktır (Jordan, Kaplan, Locuniak & Ramineni, 2007).

Çocukların formal eğitim süreci başlamadan önce sosyal ve kültürel yaşantılarından edindikleri deneyimleri de sayı duyularını geliştirmelerini sağlar (Case & Okamoto, 1996). Alanyazında yer alan çalışmalar erken çocukluk döneminde informal yollarla kazanılan matematiksel becerilerin, formal öğretim sürecine bir temel oluşturduğunu ortaya koymaktadır (Ginsburg, 1997; National Research Council [NRC], 2001; Van Luit & Schopman, 2000). Erken çocukluk döneminde sahip olunması beklenen bu matematiksel beceriler birçok araştırmacı tarafından "sayı duyusu" (number sense) olarak isimlendirilirken (Berch, 2005; Gersten, Jordan & Flojo, 2005) bazı araştırmacılar bu becerileri farklı terimler kullanarak (örneğin, 'numerosity', 'number competence', 'numerical proficiency', 'mathematical proficiency') isimlendirmişlerdir (Butterworth, 2005; Jordan, Kaplan, Ramineni & Locuniak, 2009; Landerl, Bevan & Butterworth, 2004; Ramani & Siegler, 2008). Alanyazında yapılan çalışmalarda benzer bileşenleri ifade eden matematiksel becerilerin sayı duyusunun dışındaki kavramlarla da ifade ediliyor olması sayı duyusu kavramının tanımını ortaya koymayı gerektirmektedir.

Howden (1989) tarafından sayı duyusu, sayıları, sayılar arasındaki ilişkileri farklı bağlamlarda incelemeyi ve yorumlamayı gerektiren bir sezgi olarak tanımlanmıştır. Turkel ve Newman (1988) ise bireylerin sayıları esnek bir şekilde kullanabilmelerini, yorumlayabilmelerini ve anlamlandırabilmelerini sayı duyusunun özellikleri olarak nitelendirmiştir. Alanyazında yer alan diğer sayı duyusu özellikleri ise sayıları rahat, esnek bir şekilde kullanabilme, sayıların anlamını kavrama, sayılar arasında çoklu ilişkiler geliştirebilme ve işlemlerin sayılar üzerindeki etkisini fark etme gibi tanımlamaları içermektedir (Greeno, 1991; Reys ve diğerleri, 1999; Sowder & Schappelle, 1994). İki araştırmacı arasında bile sayı duyusunun tanımı hakkında bir görüş birliği sağlanamasa da (Gersten ve diğerleri, 2005) birçok araştırmacı, çocuklarda erken yaşlarda görülmeye başlayan sayma, şipşak sayılama, sayı örüntülerini fark etme, sayı büyüklüklerini karşılaştırma, tahminde bulunma ve temel sayı dönüşümleri yapma gibi becerilerin sayı duyusunun temel bileşenlerini oluşturduğu yönünde hemfikirdir (Berch, 2005; Jordan, Kaplan, Olah, & Locuniak, 2006; Lago & DiPerna, 2010). Birçok çocuk bu bileşenleri içeren sayı duyusunu formal eğitim öncesi kazanmaya başlamakta olup (Gersten & Chard,

1999) bazı araştırmacılar tarafından bu durumun bebekliğe uzandığı ileri sürülmektedir (Antell & Keating, 1983; Wynn, 1992). Bebeklikte küçük sayı değerlerine olan duyarlılık, sonrasında ise okul öncesi dönemde temel aritmetik hesaplamaları öğrenmeye başlayan çocukların sahip oldukları temel düzey sayı duyusu, formal eğitimle birlikte işlemlerde esneklik ve akıcılık gibi özellikleri ifade eden üst düzey sayı duyusuna bir temel oluşturmaktadır (Berch, 2005). Dolayısıyla sayı duyusu, okul öncesi ve ilkokul dönemlerinde edinilen tecrübelerin daha sonraki matematik becerilerinin kazanımına temel oluşturduğu bir beceri olarak düşünülmektedir (Gersten & Chard, 1999; Gersten ve diğerleri, 2005; Jordan, Glutting, Ramineni & Watkins, 2010). Bu konuda yapılan araştırmalar sayı büyüklüklerini karşılaştırma, nicelik ayrımı gibi birtakım sayı duyusu bileşenlerinin matematik başarısıyla ilişkisini ortaya koymakta (Clarke & Shinn, 2004; Mazzocco & Thompson, 2005) ve erken yaşlarda gelişmeye başlayan sayı duyusu ile ilkokul dönemindeki matematik başarısı arasındaki pozitif ilişkiye dikkat çekmektedir (Jordan ve diğerleri, 2007).

Alanyazında sayı duyusu konusunda çalışan araştırmacılar sayı duyusu bileşenlerine yönelik farklı sınıflandırmalar yapmışlardır (Greeno, 1991; Kayhan Altay, 2010; McIntosh ve diğerleri, 1992; Reys ve diğerleri, 1999; Yang, 1995; Yapıcı, 2013). Bu bileşenlerden birisi araştırmacılar arasında farklı isimlendirilen (sayıların denk gösterimleri, sayısal hesaplamada esneklik, sayıları ayrıştırma/birleştirme) “sayıların çoklu gösterimleri” bileşenidir. Bu bileşen farklı formlarda yer alan sayıları tanımayı ve işlem yaparken bu formlardan yararlanabilmeyi gerektirmektedir. 2+2+2+2 ifadesinin 4x2 ile aynı olduğunu bilme, $\frac{3}{4}$’ün $\frac{6}{8}$’ya, 0,75’in % 75’e eşit olduğunu fark etme, 25 ile 27’yi toplarken 27’yi 25+2 olarak düşünerek işlemi 25+25+2 şeklinde gerçekleştirme, 240x0,25 işlemini yaparken 0,25=$\frac{1}{4}$ ilişkisinden yararlanma durumları bu bileşene örnek oluşturmaktadır (Greeno, 1991; Kayhan Altay, 2010; McIntosh ve diğerleri, 1992; Reys ve diğerleri, 1999; Yang, 1995). Alanyazında tanımlanan bir diğer bileşen “sayı büyüklükleri” bileşenidir. Bu bileşen bir sayının niceliğini ya da göreceli değerini tanımayı ve sayının genel büyüklüğüne ilişkin duyuya sahip olmayı gerektirmektedir. 1000 sayısının öğrenci için ne ifade ettiği, öğrencilerin yaşadıkları gün sayısının yaklaşık kaç olduğu, iki ondalık sayı arasında kaç tane sayı olduğu yönündeki sorular bu bileşene örnek oluşturmaktadır (McIntosh ve diğerleri, 1992; Reys ve diğerleri, 1999; Yang, 1995). "Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma"yı içeren bileşen ise genelde bir cevabın büyüklüğüne karar verirken ya da zihinsel hesaplamayı kolaylaştırmak için bir sayıyı yuvarlarken kullanılmaktadır (Kayhan Altay, 2010; McIntosh ve diğerleri, 1992; Reys ve diğerleri, 1999; Yang, 1995). Araştırmacılar arasında ortak olarak ifade edilen bir diğer bileşen de "işlemlerin etkisini ve anlamını kavramak"tır (McIntosh ve diğerleri, 1992; Reys ve diğerleri, 1999; Yang, 1995). McIntosh ve diğerleri (1992) bu bileşeni 1'den küçük iki sayının ya da birisi 1'den büyük, diğeri 1'den küçük iki sayının çarpılması durumunda ne tür sonuçların elde edilebileceği durumlar üzerinden örneklendirmiştir. Greeno (1991) tarafından "niceliksel muhakeme ve çıkarım" olarak isimlendirilen bir diğer bileşen ise sayısal değerlere ilişkin nicelikler hakkında çıkarımda bulunmayı ve karar vermeyi gerektirmektedir. Yang (1995) bu bileşenin genellikle zihinden hesaplama ve hesaplamaya dayalı tahmin durumlarında kullanıldığını belirtmiş ve bu bileşen kapsamında öğrencilerden iki sayının çarpım sonucunu tahmin etmelerini istemiştir. Greeno (1991) "sayısal tahmin" becerisini ayrı bir bileşen olarak tanımlamış, Yang (2003) ise bu beceriyi gerektiren bileşeni sonuçların akla uygunluğuna karar vermek olarak adlandırmıştır. Kayhan Altay (2010) tarafından ortaya atılan bir diğer bileşen de "kesirlerde kavramsal düşünme"dir. Bu beceri kesirlerin anlamını kavrama, kesirleri sayı doğrusu, tablo ve daire modellerinden yararlanarak gösterebilme olarak tanımlanmıştır. Yapıcı (2013) tarafından "görsel temsil biçimi" olarak adlandırılan bileşen ise modellerden ve şekillerden yararlanarak sorulara cevap verebilmeyi gerektirmektedir.

Sayı duyusunun uluslararası alanyazında önemi vurgulanmakla birlikte matematik eğitimi alanında sayı duyusu kavramıyla ilgili çalışmalara Türkiye'de son yıllarda yer verilmeye başlanmıştır. Bu konuda yapılan çalışmalar sınırlı sayıda olup genellikle uluslararası alanyazında yer alan farklı sayı duyusu tanımlarından ve bileşenlerinden yola çıkılarak ortaokul öğrencileri ve öğretmen adayları ile yürütülmüştür (Akkaya, 2016; Gülbağcı Dede, 2015; Harç, 2010; İymen, 2012; Kayhan Altay, 2010; Kayhan Altay & Umay, 2013; Şengül, 2013; Şengül & Gülbağcı Dede, 2013; Şenol, Dündar & Gündüz, 2015; Yaman 2015a, 2015b; Yapıcı, 2013). 6-8. sınıftaki öğrencilerin sayı duyusu düzeyini belirlemeye yönelik yapılan araştırmalar sonucunda öğrencilerin sayı duyusunu kullanma performanslarının oldukça düşük olduğu ortaya konulmuştur (Akkaya, 2016; Harç, 2010; İymen, 2012; Kayhan Altay, 2010; Yapıcı, 2013).

Ulusal alanda sayı duyusu konusunda yapılan çalışmalar yanında, Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (The Programme for International Student Assessment [PISA]) ve Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (Trend in International Mathematic and Science Study [TIMSS]) çerçevesinde Türk öğrencilerin matematik alanındaki bilgi ve becerilerinin sayı duyusu gelişimleri açısından incelenmesi de mümkündür. Bu sınavlar doğrudan sayı duyusu kavramını ölçmeye yönelik olmamakla birlikte öğrencilerin matematik alanındaki bilgi ve becerileri kazanma durumu, matematik okuryazarlığı ve öğrenilen bilgi ve becerilerin günlük yaşamda kullanılabilme durumu değerlendirildiğinden öğrencilerde sayı duyusu kavramının gelişimi hakkında bilgi sahibi olmamızı sağlayabilir. Örneğin 2003-2012 yılları arasında yapılan PISA uygulaması çerçevesinde Türkiye ortalamasının birinci ve ikinci yeterlik düzeylerinde olduğu görülmektedir. Yani Türkiye'de 15 yaşına gelmiş öğrenciler sınırlı gösterim biçimlerini kullanma, belirgin yönergelere göre soruları çözme ve rutin işlemleri yapabilme gibi becerilere sahipken; etkin stratejiler kullanma, farklı gösterim biçimleri arasında ilişki kurma, esnek düşünme, gösterim biçimlerini yorumlama gibi becerileri içeren yeterlik düzeylerine çıkamamıştır. 2015 yılında yapılan PISA sonuçlarına göre ise alt yeterlik düzeylerindeki öğrenci oranının önceki yıllara oranla arttığı, üst yeterlik düzeyindeki öğrencilerin oranının ise azaldığı görülmektedir. 2011 yılında yapılan Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (Trend in International Mathematic and Science Study [TIMSS]) sınavına katılan 4. sınıf öğrencilerinin matematik alanındaki yeterlikleri incelendiğinde ise %21'inin üst ve ileri düzey, %56'sının ise orta ve düşük düzey yeterliğe sahip olduğu görülmektedir. Türkiye'deki 8. sınıf öğrencilerinin 2011 TIMSS'ten elde ettikleri sonuçlar Türkiye ile benzer sosyoekonomik düzeydeki ülkelerin öğrencilerinin sonuçlarıyla karşılaştırıldığında ise göreli olarak en zayıf oldukları öğrenme alanının "Sayılar" olduğu görülmektedir. 2015 yılında yapılan TIMSS sonuçları da bu durumu destekler nitelikte olup bu bulgular öğrencilerin matematik alanında birtakım zorluklar yaşadıklarını ortaya koymaktadır.

Türkiye'de 2005 yılında uygulanmaya başlayan İlköğretim Matematik Dersi 1-5. Sınıflar Öğretim Programı incelendiğinde "Sayılar" öğrenme alanının büyük bir bölümü kapsadığı görülmektedir. İlkokul öğrenimi sonunda öğrencilerden temel sayma becerilerinden daha ileri düzey sayı bilgisi oluşturmaları, sayılarla işlem yapmaları, sayılar arasındaki ilişkileri, sayı örüntülerini ve basamak değeri kavramını anlamaları beklenmektedir (MEB, 2009). Basamak kavramının ve onluk sayı sisteminin temellerinin atılmasıyla birlikte öğrencilerin problem çözümünde farklı stratejiler geliştirmeleri hedeflenmektedir. Doğal sayı kavramının yanı sıra kesir kavramıyla da tanışmaya başlayan öğrencilerden kesirlere ve ondalık kesirlere dair büyüklük kavramı geliştirmeleri ve bu bilgilerini günlük yaşamla ilişkilendirmeleri beklenmektedir. Bu süreçte tahmin, zihinden hesaplama, sayı örüntüleri oluşturma, sayı örüntülerinde takip eden ögeleri tahmin etme gibi becerilere de vurgu yapılmaktadır (MEB, 2009). Bu kapsamda öğretim programında sayı duyusu kavramına doğrudan yer verilmediği (Umay, Akkuş & Paksu, 2006) fakat zihinden işlem, tahmin gibi sayı duyusuyla ilişkili birtakım becerilere vurgu yapıldığı görülmektedir. Bu becerilerin önemine sadece sayılar öğrenme alanında değil, ölçme ve veri öğrenme alanlarında da değinilmektedir (MEB, 2009).

Ülkemizde ilkokul öğrencileriyle yapılan çalışmalara baktığımızda ise, doğrudan sayı duyusuyla ilgili çalışmaların sınırlı sayıda olduğu (Çekirdekci, Şengül & Doğan, 2016; Olkun, Altun, Göçer-Şahin & Akkurt-Denizli, 2015), daha çok çocukların sayı ve işlem becerilerine yönelik çalışmalara yer verildiği görülmektedir. Örneğin Dinç Artut ve Tarım (2006) tarafından ilkokul öğrencileriyle yapılan çalışmada öğrencilerden sadece %1,5'inin 16 sayısının onlar basamağında yer alan 1 için 10 tane sayma çubuğu gösterebildiği bulgusuna ulaşılmıştır. Pilten ve Yener (2009) tarafından yapılan çalışmada ilkokul öğrencilerinin tahmin becerilerinin sınıf seviyesine göre arttığı gözlemlenirken işlemsel tahmin stratejilerinden özellikle yuvarlama ve gruplandırmada başarılı oldukları, fakat ölçmeye dayalı tahmin stratejilerinde başarısız oldukları gözlenmiştir. Ayyıldız (2014) tarafından yapılan çalışmada ise ilkokul 2, 3 ve 4. sınıf öğrencilerinden 0-10, 0-20, 0-100 ve 0-1000 aralıklarındaki sayı doğrularında söylenen bir sayının yerini tahmin etmeleri istenmiştir. Öğrencilerin sayı doğrusunda sayıların yerini tahmin edebilme becerileri ile sayı, geometri ve ölçme alt öğrenme alanlarındaki başarıları arasındaki ilişkileri araştırmayı amaçlayan bu çalışmada düşük başarılı grupların tahminlerinin daha fazla hata içerdiği görülmüştür. Çekirdekci ve diğerleri (2016) tarafından yapılan sayı duyusu çalışmasında ise ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin sayı duyuları ile matematik başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin sayı duyularının düşük olduğu, soruların çözümünde daha çok kural temelli stratejileri tercih ettiği ve sayı duyuları ile matematik dersi akademik başarıları arasında pozitif yönde bir ilişki olduğu bulunmuştur.

Uluslararası alanyazında yapılan çalışmalara baktığımızda ilkokul öğrencilerinin sayı duyularının, sayı duyusu bileşenleri kapsamında ölçüldüğü görülmektedir (Yang & Li, 2008; Yang, Li & Li, 2008; Yang, Li & Lin, 2008). Araştırmalar sonucunda öğrencilerin performanslarının sayı duyusu bileşenlerine göre farklılaştığı bulgusuna ulaşılmıştır. Örneğin 5. sınıf öğrencilerinin en iyi performans gösterdikleri bileşenin sayı büyüklüğü, en kötü performans gösterdikleri bileşenin ise hesaplama sonuçlarının akla uygunluğuna karar vermek olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Yang, Li & Lin, 2008). 3. sınıflarda yapılan bir diğer çalışmada öğrencilerin performansının düşük olduğu ve en düşük performansı hesaplama sonuçlarının akla uygunluğuna karar verme bileşeninde gösterdikleri görülmüştür (Yang & Li, 2008). Bu bulgu ortaokul öğrencileriyle yapılan araştırmaların sonuçlarıyla paralellik göstermektedir (Yang, 2005; Yang, Hsu & Huang, 2004). Kayhan Altay (2010) tarafından yapılan çalışmada ortaokul öğrencilerinin en çok kesirlerde kavramsal düşünme bileşeninde, en az ise referans noktasının kullanımı bileşeninde sayı duyusuna başvurdukları görülmüştür. Öğrencilerin bileşenler arasında farklı performans göstermelerinin nedenleri programda, ders kitaplarında ve öğretim sürecinde o bileşeni içeren kazanım ve etkinliklere yer verilme düzeyiyle açıklanmıştır (Kayhan Altay, 2010; Li & Yang, 2010; Yang & Li, 2008; Yang, Li & Li, 2008).

Öğrencilerin sayı ve işlem becerilerine yönelik performanslarının öğretim programı, ders kitapları ve öğretim süreci gibi nedenlerle farklılaşmasının yanı sıra etkinlik ve problemlerin bağlamına göre de farklılaştığı görülmüştür. Örneğin Irwin (2001) tarafından 11-12 yaşlarındaki öğrencilerle ondalık sayılar konusunda yapılan çalışmada sekiz öğrenci bağlam temelli sorular, sekiz öğrenci de bağlam içermeyen sorular üzerinde çalışmıştır. Ön test-son test sonuçları karşılaştırıldığında bağlam temelli sorular üzerinde çalışan öğrencilerin ondalık sayılar konusunda daha fazla ilerleme kaydettikleri görülmüştür. Bu bulgular zengin içerikli problemlerin çocukların sadece problem çözme becerilerini geliştirmediğini, aynı zamanda farklı sayı duyusu bileşenlerinin kullanımına teşvik ettiğini ortaya koymaktadır (McIntosh ve diğerleri, 1992). Örneğin bir öğrenci 26 ile 38 sayılarının toplamının 514 olarak belirtildiği bir algoritmada bu sonucu sorgulama gereği duymazken, aynı öğrenci bir alışveriş esnasında böyle bir sonucu sorgular hale gelebilmektedir (McIntosh ve diğerleri, 1992). Alanyazında çocukların bir bağlam içerisinde sayılarla işlem yapmaları durumunda onlar için sayıların ve işlemlerin daha çok anlam kazanacağı belirtilmektedir (Anghileri, 2000; McIntosh ve diğerleri, 1992). Örneğin bir öğretmen 5. sınıf öğrencilerinden okuldaki öğrenci sayısını tahmin etmelerini ve tahminlerine nasıl ulaştıklarını açıklamalarını istediğinde büyük sayılar 5. sınıf öğrencileri için gerçek yaşamla ilişkili problem bağlamında daha anlamlı hale gelmiştir. Ayrıca öğrenciler doğru tahminde bulunabilmek için birtakım referans noktaları geliştirmeye çalışmışlardır (Yang, 2003). Bu bulgular öğrencilerin bağlam temelli problemlerde bağlamın içeriğiyle sayı ve işlemleri daha anlamlı hale getirebildiklerinin, uygun referans noktaları geliştirebildiklerinin ve tahminlerinin akla uygunluğuna karar verebildiklerinin bir örneğini oluşturmaktadır. Yang ve Wu (2010) tarafından yapılan bir başka çalışmada gerçek yaşam durumlarıyla ilgili bağlamlar içeren etkinliklerin yer aldığı öğretim sürecinin deney grubundaki 3. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu performansı üzerinde olumlu bir etki yarattığı görülmüştür.

Alanyazında bağlam içeren ve içermeyen problemlerde öğrencilerin performanslarındaki farklılaşmanın yanı sıra kullandıkları stratejilerin de değiştiği görülmüştür. Bir grup çalışmada öğrencilerin bağlam temelli etkinliklerde rutin hesaplamalardan uzaklaşarak farklı stratejiler geliştirdiklerine dair bulgular elde edilmiştir (Hope, 1989; Markovits & Sowder, 1994; McIntosh, Reys & Reys, 1997). Örneğin McIntosh ve arkadaşları (1997) tarafından yapılan çalışmada çocukların 2,39+0,99 ifadesinin sonucunu hesaplarken $2,39+$0,39 ifadesindeki hesaplamalarına göre daha fazla algoritmalara başvurma eğiliminde olduğu görülmüştür. Sorunun parayla ilgili bir bağlam içermesi çocukların informal bilgilerinden yola çıkarak farklı stratejiler geliştirmesini sağlamıştır (Pilmer, 2008). Hope (1989) tarafından yapılan çalışmada da aynı sayıları içeren problemin bağlam temelli olması ve olmaması durumunda öğrencilerin kullandıkları stratejilerin farklılaştığı, bağlam temelli problemlerde kâğıt-kalem hesaplamalarından daha çok zihinden hesaplama stratejilerine yöneldikleri görülmüştür. Bir başka çalışmada 25x48 sorusuna öğrencilerin bir kısmının problem bağlamı oluşturarak cevap vermeye çalıştığı bulgusuna ulaşılmıştır. Örneğin bir öğrenci 48 çeyrek doları olduğu düşüncesinden yola çıkarak 4 çeyrek doların 1 dolar, 48 çeyrek doların da 12 dolar yapacağını hesaplamış ve cevabın 1200 olacağını belirtmiştir (Markovits & Sowder, 1994).

Alanyazında bağlam temelli etkinlik ve problemlerin öğrencilerin sayı duyularını geliştirdiği yönünde bulgular yer almasına rağmen bu durumu desteklemeyen araştırmalara da rastlanmaktadır. Örneğin Yang ve Liu (2013) tarafından yapılan çalışmada 5. sınıf öğrencilerinin bağlamsal ve sayısal kesir problemlerindeki performansları karşılaştırılmış ve araştırma sonucunda öğrencilerin sayısal problemlerde bağlamsal problemlere göre daha iyi performans gösterdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Yang ve Wu (2012) tarafından yapılan bir diğer çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin bağlamsal ve sayısal problemlerdeki tahmin becerileri karşılaştırılmış olup öğrencilerin sayısal problemlerde daha iyi performans gösterdikleri görülmüştür. Bu durumun nedeni öğrencilerin bağlamsal problemlerde verilen durumu özetleyebilmek için verilenleri ve istenilenleri sembollere dönüştürme gereği duymaları ve bu süreçte zorlanmaları ile açıklanmıştır. Bunun yanında öğrencilerin bağlam temelli problemlerde bağlamın içeriğini anlamaksızın anahtar sözcüklerden ve bağlam içerisindeki sayılardan yola çıkarak işlem yaptıklarına dair bulgular da elde edilmiştir (Yang & Li, 2008). Örneğin 5'er metrelik aralıklarla 8 ağaç diken bir çiftçinin ne kadarlık bir uzunluğa ağaç diktiği sorulduğunda öğrencilerin 8 ve 5 sayılarını çarpma eğiliminde oldukları gözlemlenmiştir (Yang & Li, 2008). Bu yöndeki bulgular ise öğrencilerin bağlam üzerinde düşünmeden algoritmaya dayalı hesaplamalar yapmayı tercih ettiklerini göstermektedir. Alanyazında yapılan bazı çalışmalarda öğrencilerin sayı ve işlem becerilerine dair performanslarının bağlam içeren, bazı çalışmalarda ise bağlam içermeyen problemlerde arttığına dair elde edilen bulgular bu konudaki farklılaşmaları ortaya koymaktadır. Bu nedenle bağlam temelli etkinlik ve problemlerin öğrencilerin sayı duyusundan yararlanma durumlarında ne tür farklılaşmalara yol açacağı konusunda daha fazla çalışmaya ihtiyaç olduğu düşünülmektedir.

İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda, öğrencilerin tahmin yapmaları, sayılar arası ilişkileri incelerken sayı örüntülerinden yararlanmaları, işlemlerin anlamını fark edecekleri problemler üzerinde çalışmaları, sayılar ve işlemler hakkında esnek düşünmeleri gerektiği vurgulanan noktalar arasındadır. Ayrıca, programda standart algoritmalara geçmeden önce öğrencilerin günlük yaşamdan seçilen problemlerin çözümleri için strateji geliştirmelerine fırsat tanınması gerektiği belirtilmektedir (MEB, 2009). Programın bu konudaki hedefleri de göz önünde bulundurulduğunda, ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu becerilerini incelemenin programın ne derece amacına ulaştığını görmemiz açısından yarar sağlayacağı düşünülmektedir. Bu nedenle bu çalışmada ilkokul öğrencilerinin bağlam içeren ve içermeyen problemlerde sayı duyusundan ve sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma durumlarının ve kullandıkları çözüm yollarının incelenmesi amaçlanmıştır.

1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi:

Bu araştırmada ilkokul 4. sınıfta öğrenim görmekte olan öğrencilerin bağlam içeren ve içermeyen problemlerin sonuçlarına ulaşma sürecinde sayı duyusundan yararlanma durumlarını incelemek amaçlanmıştır. Bu amaçla, alanyazında sayı duyusunun tanımı ve bileşenleri konusunda ortak bir görüş olmadığı için Yang (1995) tarafından ortaya atılmış bileşenler göz önünde bulundurularak 4. sınıf düzeyinde sayı duyusu ölçme araçları geliştirilmiştir. Bağlam içeren ve bağlam içermeyen problemlerden oluşan iki farklı ölçme aracında yer alan sorular sayı duyusundan yararlanmayı gerektirecek niteliktedir. Ölçme araçlarından elde edilen veriler yardımıyla öğrencilerin bağlam içeren ve içermeyen problemlerde sayı duyusunu kullanma performanslarının ve çözüm yollarının detaylı olarak incelenmesi amaçlanmıştır.

Uluslararası alanda sayı duyusunun matematik eğitimindeki önemine vurgu yapılmakla birlikte ülkemizde son yıllarda sayı duyusu üzerinde çalışılmaya başlanmıştır. İlkokul öğrencilerinin sayı duyusundan ve sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma durumlarının incelenmesini amaçlayan bu çalışmanın özellikle ilkokul öğrencilerinin sayı duyusu hakkında sınırlı sayıda çalışmanın yer aldığı ulusal alanyazına katkı getireceği düşünülmektedir.

Bu çalışma çerçevesinde geliştirilecek olan sayı duyusu ölçme araçlarının öğrencilerin sayı duyusu düzeyi hakkında bilgi vermesi açısından eğitimcilere ve araştırmacılara yarar sağlayacağı düşünülmektedir. Eğitimciler ve araştırmacılar sayı duyusu ölçme araçları yardımıyla geniş bir öğrenci grubunun sayı duyusu hakkında fikir sahibi olabileceği gibi öğrencileri bireysel olarak değerlendirme, ilerleme gösterdikleri ya da eksik kaldıkları alanları tespit etme imkânı bulabileceklerdir.

İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı incelendiğinde, öğrencilerden kavramsal ve işlemsel bilgi arasında ilişkilendirme yapmaları, matematiksel kavram ve kuralları çoklu temsil biçimleriyle göstermeleri ve matematiği günlük yaşamlarında kullanmaları beklenmektedir (MEB, 2009). Sayı duyusu ise öğrencilerin sayıları esnek bir şekilde kullanabilmelerini, günlük yaşamla ilişkili durumlarda sayıları anlamlı hale getirebilmelerini, sayılar arası çoklu ilişkiler geliştirebilmelerini ve tahmin, zihinden işlem gibi bir takım stratejilerden yararlanarak işlem sonuçlarının akla uygunluğuna karar verebilmelerini gerektirmektedir (Greeno, 1991; Reys ve diğerleri, 1999; Sowder & Schappelle, 1994). İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (MEB, 2009) sayı duyusu kavramına doğrudan yer verilmemekle birlikte aslında programın sayı duyusunu geliştirmeye yönelik hedefleri de içerdiği görülmektedir. Bu doğrultuda, öğrencilerin sayı duyusundan bağlam içeren ve içermeyen problemler kapsamında ne kadar ve nasıl yararlanacakları bilgisi öğretim programının (MEB, 2009) hedefine ulaşma düzeyini görmemiz açısından da yarar sağlayacaktır.

Alanyazında öğrencilerin sayı duyusu kullanımlarının bağlam içeren ve içermeyen problem durumlarında nasıl farklılaştığı konusunda farklı görüşler yer almaktadır. Bir grup araştırmacı bağlam temelli etkinlik ve problemlerde sayı duyusu kullanımının arttığı sonucunu ortaya koyarken (Anghileri, 2000; Irwin, 2001; Markovits & Sowder, 1994; McIntosh ve diğerleri, 1997), bazı araştırmacılar bağlamın öğrencilerin matematik performansı ve sayı duyusu kullanımı üzerindeki olumsuz etkisinden bahsetmektedir (Yang & Li, 2008; Yang & Liu, 2013; Yang & Wu, 2012). Bu araştırmanın, bağlam içeren ve içemeyen problem durumlarında sayı duyusu kullanımının nasıl farklılaşacağı konusunda alanyazına katkı getireceği düşünülmektedir. Ayrıca çözüm yollarının detaylı olarak incelenmesi, öğrencilerin sayı duyusu temelli ve kural temelli çözüm yollarını tercih durumlarının problemin yapısına ve bağlamına göre nasıl farklılaştığı konusunda eğitimcilere ve araştırmacılara bilgi sağlayacaktır. Böylece öğretmenler, aileler ve araştırmacılar etkinlik ve problemlerde kullanılan bağlam, bağlamın öğrencinin günlük yaşantısıyla ilişkisi, sorunun yapısı, kullanılan sayıların özellikleri gibi durumların sayı duyusu kullanımına etkisi konusunda değerlendirme yapma imkânı bulabileceklerdir.

1.3. Problem Cümlesi:

İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin bağlam içeren ve bağlam içermeyen problemlerde sayı duyusunu kullanma performansları ve bu süreçte kullandıkları çözüm yolları nasıldır?

1.3.1. Alt Problemler:

Araştırmanın alt problemleri şu şekildedir:

1. Öğrencilerin bağlam içeren problemlerde sayı duyusunu kullanma ve sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma performansları nasıldır?

2. Öğrencilerin bağlam içermeyen problemlerde sayı duyusunu kullanma ve sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma performansları nasıldır?

3. Öğrencilerin bağlam temelli ve bağlam temelli olmayan problemlerde sayı duyusundan ve sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma durumları nasıl farklılaşmaktadır?

4. Bağlam içeren problemlerde kural temelli çözüm yolu kullanan öğrencilerden farklı bir çözüm yolu kullanmaları istendiğinde sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanma durumları nasıldır?

1.4. Sayıltılar:

1. Öğrenciler problemlerin çözümünde kullandıkları yöntemlerin nedenlerini kâğıt üzerine açık bir şekilde aktarabilmektedir.

2. Görüşmeye dahil edilen öğrencilerin, görüşme süresince farklı çözüm yolları üzerinde gerçek durumlarını yansıtacak şekilde düşündükleri varsayılmaktadır.

1.5. Sınırlılıklar:

Araştırmanın sınırlılıkları şu şekildedir:

Araştırmanın nicel aşamasında öğrencilerin çözüm yolunun belirlenebilmesi öğrencilerin yaptıkları işlemlerle ve açıklamalarla sınırlıdır. Bu nedenle herhangi bir işlem yapmayan ya da açıklamada bulunmayan öğrencilerin çözüm yolları belirlenememiştir.

1.6. Sınırlamalar:

Bu araştırmada uygulanan sınırlamalar şunlardır:

Sayı duyusunu ölçmeye yönelik hazırlanan, bağlam içeren ve bağlam içermeyen sorulardan oluşan ölçme araçlarında yer alan sorular alanyazında tanımlanan sayı duyusu bileşenleri ile sınırlıdır.

Araştırma kapsamında, öğrencilerin sayı duyusu kullanım performanslarını belirlemek amacıyla geliştirilen sayı duyusu ölçme araçlarında yer alan sorular ilkokul 4. sınıf düzeyi ile sınırlıdır.

1.7. Tanımlar:

Sayı duyusu: Sayısal ifadeler içeren durumlarda, sayıların çoklu gösterimlerinden yararlanma, sayıları karşılaştırma ve sıralama, kıyaslama noktası geliştirme, işlemlerin sayılar üzerindeki etkisini kavrama, tahminde ve çıkarımda bulunabilme becerilerinin kullanımını gerektirmektedir (Greeno, 1991; McIntosh ve diğerleri, 1992, Reys ve diğerleri, 1999; Yang, 1995).

Kıyaslama (referans) noktası: Bir cevabın büyüklüğüne karar verirken ya da zihinsel hesaplamayı kolaylaştırmak için bir sayıyı yuvarlarken kullanılmaktadır (McIntosh ve diğerleri, 1992, Reys ve diğerleri, 1999; Yang, 1995).

Hesaplamada esneklik: Farklı formlarda yer alan sayıları tanıma, işlem yaparken bu formlardan yararlanabilme, sayıları ayrıştırma/birleştirme ve sayıların denk gösterimlerini kullanmayı gerektirmektedir (Greeno, 1991; McIntosh ve diğerleri, 1992, Reys ve diğerleri, 1999; Yang, 1995). Ayrıca yapılan işlemin sayılar ve işlem sonucu üzerindeki etkisinin farkında olmayı gerektirmektedir (McIntosh ve diğerleri, 1992, Reys ve diğerleri, 1999).

Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış: Sayı büyüklüğünü kavramayı ve sayının genel büyüklüğüne ilişkin duyuya sahip olmayı gerektirmektedir (McIntosh ve diğerleri, 1992, Reys ve diğerleri, 1999; Yang, 1995).

Bağlam içeren problem: Öğrencilerin problemin içeriğinden yola çıkarak matematiksel durumu yorumlayabilme becerilerini kullanmalarını gerektirmekte olup çocukların gerçek yaşamlarıyla ilişkili sözel problem durumlarını içermektedir (Fosnot & Dolk, 2001; Van De Walle, Karp, & Bay-Williams, 2012). Bu araştırmada kullanılan bağlam temelli problemler içeriğin, sayıların ve işlemlerin özelliği açısından hem sayı duyusu temelli hem de kural temelli çözüm yollarını kullanarak çözülebilecek niteliktedir.

Bağlam içermeyen problem: Öğrencilere matematiksel durumun verildiği ve işlem sonuçlarının istenildiği sayısal ifadeleri içermektedir (Yang & Liu, 2013; Yang & Wu, 2012). Bu araştırmada yer alan bağlam içermeyen problemlerde kullanılan sayılar ve işlemler bağlam içeren problemlerle aynı olup hem sayı duyusu temelli hem de kural temelli çözüm yollarının kullanımına uygundur.

Kural temelli çözüm yolu: Öğrencilerin problemlerde yer alan sayıların ve işlemlerin birbiriyle ilişkisi üzerinde düşünmeden standart hesaplamalar yaparak veya belirli algoritmaları takip ederek sonuca ulaştığı çözüm yoludur.

Sayı duyusu temelli çözüm yolu: Öğrencilerin problemlerin çözümünde referans noktasından yararlanma, sayıları dönüştürme, sayıları ayrıştırma/birleştirme, sayı büyüklüklerinden yararlanma gibi becerileri kullanabilmesini gerektirir. Yani öğrencilerin belirli kural ve algoritmalara bağlı kalmadan sayı ve işlemleri esnek bir şekilde kullanabilmesini gerektiren çözüm yoludur.

1.8. Araştırmanın Kuramsal Temeli

Bu bölümde sayı duyusunun tanımı, sayı duyusu bileşenleri, öğretim programında sayı duyusunun yeri gibi konular üzerinde durulmuştur. Ayrıca bağlam içeren ve içermeyen problemlerde öğrencilerin matematik performansları ve farklı çözüm yollarını kullanabilme durumları ile ilgili farklı görüşlerdeki araştırma sonuçlarına yer verilmiştir.

A. Sayı Duyusunun Yapısı

Sayı duyusunun yapısı üzerinde 20. yüzyılın başlarından beri çalışılıyor olsa da (örneğin, Brownell, 1945; Danzing, 1954), sayı duyusu hakkındaki çalışmalar özellikle son 20 yılda yoğunlaşmıştır (Berch, 2005; Resnick, Lesgold & Bill, 1990). Sayı duyusunun yapısının iki sistemden oluştuğu ileri sürülmektedir: yaklaşık sayı sistemi ve sembolik sayı sistemi (Baroody, Eiland & Thompson, 2009; Dehaene, 1997; Halberda & Feingenson, 2008; Le Corre & Carey, 2007). Yaklaşık sayı sistemi niceliklere ilişkin sembol öncesi kavramları içeren sezgisel sayı duyusu olarak tanımlanmakta olup (Dehaene, 1997; Halberda & Feingenson, 2008), yapılan araştırmalar insanların ve hayvanların doğuştan sayı duyusuna sahip olduklarını ortaya koymaktadır (Brannon, 2002; Dehaene, 1997; Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004). Örneğin bebeklerin şipşak sayılama yapabildikleri (3 nesneye kadar), çoklukları ayırt edebildikleri, temel aritmetik sonuçlardaki değişimi fark edebildikleri (örneğin, 1 eksik ya da 1 fazla) ve daha fazla sayıdaki çokluklara ilişkin karşılaştırma yapabildikleri yapılan araştırmalarla ortaya konulmuştur (Feigenson ve diğerleri, 2004; Wynn, 1995; Xu & Spelke, 2000). Matematiksel düşüncenin gelişimi daha çocuklar konuşmayı öğrenmeden başlamakta olup konuşma öncesi dönemdeki bebekler ve bazı hayvanlar 3'e ya da 4'e kadar olan çoklukları tanıyabilme yetisine sahiptir (Feigenson ve diğerleri, 2004). Doğuştan itibaren gelişmeye başlayan bu sayı sistemi dilden, kültürden ve bir öğretim sürecinden bağımsız olarak gelişmekte ve bireysel farklılıkları içermektedir (Dehaene, 1997; Feigenson ve diğerleri, 2004; Halberda & Feigenson, 2008). Bu sezgisel sayı duyusu, yaklaşık sayı sistemi olarak adlandırılmış olup bu sistem şipşak sayılama, nicelik ayrımı, büyüklük karşılaştırma ve konuşma öncesi aritmetik gibi sezgisel becerileri gerektirmektedir. Sembolik sayı sistemi ise sayılar, sözel sayma, basamak değeri kavramı gibi sembolik kavramları içeren sayı duyusudur (Baroody ve diğerleri, 2009; Le Corre & Carey, 2007). Konuşma öncesi dönemdeki sembolik olmayan beceriler sembolik sayı sistemini öğrenmeye bir temel oluşturmaktadır. Çünkü çocuklar bebeklikten itibaren sayılar hakkındaki temel fikirleri edinmeye başlamakta ve bu gelişim erken çocukluk ve ilkokul döneminde gelişerek devam etmektedir (Xu & Spelke, 2000).

Yapılan araştırmalar doğuştan gelen yaklaşık sayı sistemini geliştirmeye yönelik eğitimin ilerleyen yıllardaki sembolik sayı etkinliklerindeki performansı arttırdığını ortaya koymaktadır (Hyde, Khanum & Spelke, 2014). Dolayısıyla yaklaşık sayı sistemi ve sembolik sayı sistemi birbirinden ayrı sistemler gibi görünse de aynı zamanda birbirlerini desteklemektedir. Araştırmalar sembolik sayı sisteminin gelişimine bağlı olarak yaklaşık sayı sisteminin özellikle ilkokul yıllarında daha da keskinleştiğini ve netleştiğini ileri sürmektedir (Halberda & Feignenson, 2008). Yaklaşık sayı sistemindeki bu keskinleşme olgunlaşmanın bir sonucu olmakla birlikte, aynı zamanda sembolik sayılarla ve niceliklerin görsel gösterimleriyle olan tecrübeden de kaynaklanmaktadır. Yani yaklaşık sayı sistemini geliştirmeye yönelik yapılan öğretimin sembolik sayı sistemi performansını arttırmada önemli bir rol oynadığı söylenebilir (Hyde ve diğerleri, 2014).

Sayma ve sayılama sembolik sayı sisteminde kazandırılması gereken ve erken çocukluk döneminde gelişmeye başlayan matematiksel becerilerdendir. Gelman ve Gallsitel (1986) sayma becerisinin gelişimini beş ilke ile açıklamışlardır. Bunlardan birincisi düzenli sayma ilkesi olup sayma yaparken sayı dizisini takip etmeyi gerektirmektedir. Daha sonra çocuğun nesneleri sayarken her bir nesneyi sadece bir kez saymasını gerektiren birebir eşleme becerisi gelişir. Üçüncü sıradaki kardinal değer ilkesi, çocuğun nesneleri saydıktan sonra son söylediği sözcüğün nesnelerin toplam sayısını ifade ettiğini bilmesini gerektirmektedir. Soyutluluk ilkesi, bir nesne setinde birden fazla türde nesnenin sayılabileceği düşüncesinin gelişmesini, düzensiz sıra ilkesi ise herhangi bir sıralamaya sahip olmayan, karışık durumdaki nesnelerin sayılabileceğini gösterir. Çocuklarda sayma ilkelerinin gelişimi tamamlandıktan sonra matematiksel kavramların gelişiminde önemli bir role sahip olan onluk sayı sisteminin ve basamak değeri kavramının gelişimi başlar (Baroody, 1990). Yani, konuşma öncesi dönemdeki yaklaşık sayı sisteminin ve daha sonrasında sembolik sayı sisteminin gelişimi ile birlikte çocuklar sayma, sayıları tanıma, sayı büyüklüklerini karşılaştırma, sayıları dönüştürme, tahminde bulunma gibi birçok beceriyi kazanabilir (Jordan ve diğerleri, 2006). Bu becerilerin gelişimi güçlü bir sayı duyusuna sahip olmayı sağlamakta olup, gelecekteki matematik başarısının önemli bir yordayıcısı olarak görülmektedir (Jordan ve diğerleri, 2006).

B. Sayı Duyusu Nedir?

"Bir ağaçta 600 tane kelebek vardır. Bu kelebeklerden 378 tanesi uçtuğunda ağaçta kaç kelebek kalır?" sorusu 3. sınıf öğrencilerine sorulduğunda öğrencilerin çoğu 600 sayısında bulunan sıfırlar nedeniyle 378 sayısını 600'den nasıl çıkaracakları üzerinde tartışırken bir öğrenci bu soruya, "378+2=380, 380+20=400, 400+200=600, dolayısıyla ağaçta 222 kelebek kalmıştır." cevabını vermiştir. Bu yaklaşım bu öğrencinin güçlü bir sayı duyusuna sahip olduğunu göstermektedir (Shumway, 2011).

Sayı duyusu, sayı sistemini ve sayılar arası ilişkileri kavramayı, mantıklı tahminlerde bulunmayı, akıcı ve esnek hesaplama yapabilmeyi, farklı akıl yürütme stratejileri kullanabilmeyi ve görsellerden, şekillerden ya da modellerden yararlanarak bir problemi çözebilmeyi gerektirmektedir (Shumway, 2011). Matematik eğitiminde kazandırılması gereken temel becerilerden biri haline gelen sayı duyusuna matematik başarısına sahip öğrencilerin bir özelliği ve matematik öğretiminin istenen bir çıktısı olarak bakılmaktadır (Howell & Kemp, 2005). Araştırmacılar arasında sayı duyusu farklı şekillerde tanımlandığı için, bu bölümde sayı duyusunun farklı tanımları üzerinde durulmuştur (Berch, 2005; Gersten & Chard, 1999; Griffin, 2004; Kayhan Altay, 2010; McIntosh ve diğerleri, 1992; Reys ve diğerleri, 1999; Sowder & Schappelle; 1989).

Sayı duyusu, sayı ve işlemleri kavrama, esnek ve faydalı stratejilerden yararlanarak matematiksel muhakeme yapabilme becerisidir. Sayı duyusu matematiksel düşüncenin gelişimini etkilemekte olup bireylerin tahmin, zihinden hesaplama, yazılı hesaplama gibi hesaplama yöntemlerinden hangisini seçeceği ve kullanacağı konusunda önemli bir rol oynamaktadır (McIntosh ve diğerleri, 1992). Reys ve arkadaşları (1999) tarafından sayı duyusu, matematiksel kararlar verirken sayı ve işlemler arasındaki ilişkiyi esnek bir şekilde kullanabilme ve sayısal ifadeler içeren durumlarda etkili ve yararlı stratejiler geliştirebilme becerisi olarak tanımlanmıştır. Sowder ve Schappelle (1989) ise işlem sonuçlarının akla uygunluğuna karar verebilme, zihinden hesaplamada kullanılan stratejilerde esneklik, uygun kıyaslama noktası kullanabilme, sayıları ve nicelikleri içeren durumları anlamlandırmaya çalışma, ondalık gösterimleri ve kesirleri doğru kullanabilme, sayılar üzerinde işlemlerin etkisini fark edebilme ve sayı büyüklüğünü kavrayabilme gibi sayı duyusuna ilişkin birçok olası tanıma yer verilebileceğini ifade etmiştir. Ayrıca sayı duyusunu tek bir açıdan tanımlamanın zor olacağı, sayı duyusu üzerinde ne kadar düşünülürse ve tartışılırsa bu konudaki farkındalığımızın da o kadar artacağı belirtilmiştir (Sowder ve Schappelle, 1989).

Araştırmacılar alanyazında sayı duyusunun net bir tanımının henüz yapılamadığını, çünkü iki yazarın bile sayı duyusunu aynı şekilde tanımlamadığını ileri sürmüşlerdir (Berch, 2005; Gersten ve diğerleri, 2005). Berch (2005) matematik eğitimi ve bilişsel gelişimle ilgili alanyazında çalışırken sayı duyusunun özelliklerine ilişkin bir liste ortaya koymuştur. Berch'e (2005) göre sayı duyusu, farkındalık, sezgi, bilgi, beceri, yetenek, his, süreç, kavramsal yapı ve zihinsel sayı doğrusu gibi kavramları içermektedir. Bu matematiksel özellikler karmaşık matematiksel prosedürleri basitleştirmede esneklik sağlamaktadır. Griffin (2004) ise matematiğin gerçek nicelikler, konuşma dilindeki sayı sözcükleri ve yazılı formdaki sayı, sembol ve işaretlerden oluştuğunu belirterek sayı duyusunun bu üç bileşen arasındaki ilişkinin gelişmesiyle oluştuğunu ileri sürmektedir. Gersten ve Chard (1999) sayı duyusunu, bir çocuğun sayıların anlamını kavrama, zihinden hesaplama yapabilme ve sayı büyüklüklerini karşılaştırabilme becerilerine sahip olması olarak tanımlamaktadır. Kayhan Altay (2010) tarafından sayı duyusu, sayıları esnek bir şekilde kullanma, sayılarla işlemlerde esnek düşünme, etkin ve kullanışlı çözüm yolunu seçme, kesirlerde kavramsal düşünme ve kesirlerde farklı gösterim biçimlerini kullanma olarak tanımlanmıştır.

Sayı duyusunun farklı tanımları göz önünde bulundurulduğunda yaş ve tecrübeyle bağlantılı olarak karmaşık bir yapıyı içerdiği görülmektedir (Malofeeva, Day, Saco, Young & Cianco, 2004). Araştırmacılar tarafından sayı duyusu kavramına ilişkin yapılan birçok farklı tanımlamanın ortak noktası, sayı duyusunun sayılar ve işlemler arasındaki ilişkiden yararlanarak esnek hesaplama yapabilme ve etkili stratejiler geliştirebilme becerisi gerektirmesidir. Farklı tanımlamalar ve araştırma kapsamında kullanılan sayı duyusu bileşenleri göz önünde bulundurulduğunda, sayı duyusu sayılar arası ilişkilerden, sayı büyüklüğünden yararlanabilmeyi, kıyas noktası geliştirebilmeyi ve sayı ve işlemler arası ilişkiden yararlanarak esnek hesaplama yapabilmeyi gerektiren bir beceri olarak tanımlanmaktadır.

C. Sayı Duyusunun Bileşenleri

Alanyazında araştırmacılar arasında sayı duyusunun tanımı ve bileşenleri konusunda ortak bir görüş birliği bulunmamaktadır. Bu bölümde farklı araştırmacılar tarafından tanımlanan sayı duyusu bileşenleri ortaya konulmaya çalışılmış ve bileşenlerin benzer ve farklı yönleri üzerinde durulmuştur.

McIntosh ve diğerleri (1992) tarafından *“sayıların çoklu gösterimleri”* olarak ortaya atılan bileşen farklı formlarda yer alan sayıları tanımayı ve işlem yaparken bu formlardan yararlanabilmeyi gerektirmektedir. Örneğin bir çocuğun 2+2+2+2 ifadesinin 4x2 ifadesi ile aynı olduğunu fark etmesi toplama ve çarpma arasındaki kavramsal ilişkiyi gördüğünü ve bu yolla sayıların farklı formları arasında ilişki kurabildiğini göstermektedir. İlerleyen sınıf düzeylerinde $\frac{3}{4}$'ün $\frac{6}{8}$'ya, 0,75'in % 75'e eşit olduğunu fark etmesi, çocuğun sayıların farklı formlarına ilişkin duyuya sahip olduğunun bir göstergesidir. Sayıları ayrıştırma ve birleştirme de bu bileşen altında incelenmektedir. Çünkü küçük çocuklar için birleştirme ve ayrıştırma aritmetik problemleri çözerken yeni yollar keşfetme olarak görülmektedir. Örneğin 25 ile 27'yi toplayan bir birinci sınıf öğrencisi 27'yi 25+2 olarak düşünerek işlemi 25+25+2 şeklinde gerçekleştirebilir. Bu öğrencinin keşfedilmiş bu prosedürü uygulaması, sayılar ve toplama hakkında sezgisel bir anlama gerçekleştirdiğini ortaya koymaktadır. Greeno (1991) bu bileşeni sayısal hesaplamada esneklik olarak isimlendirmiş ve örneğin 25x48 işleminde $\frac{100}{4}$ x 48, 100 x $\frac{48}{4}$, 100 x 12 gibi dönüşümler yapabilme becerisi olarak açıklamıştır. Reys ve diğerleri (1999) tarafından sayıların denk gösterimlerini kullanmak olarak isimlendirilen bu bileşen $\frac{2}{5}$ kesrini farklı gösterim biçimleri ile ifade edebilmeyi gerektiren bir örnek ile açıklanmıştır. Yang (1995) ise bu bileşeni sayıları ayrıştırma ve yeniden birleştirme olarak isimlendirmiştir. Sayıların farklı gösterimlerini esnek bir şekilde kullanabilmeyi ve hesaplamaya uygun gösterim biçimini seçebilmeyi gerektirmektedir. Örneğin 0,25=$\frac{1}{4}$ ilişkisinden 240x0,25 işleminde zihinden çarpma yaparken yararlanılabilir. McIntosh ve diğerleri (1992) ise bu beceriyi sayıların çoklu gösterimleri olarak adlandırılan bileşenin alt boyutu olarak tanımlamıştır.

Bir diğer bileşen *"sayı büyüklükleri"* bileşenidir. McIntosh ve diğerleri (1992) tarafından göreceli ve tam sayı büyüklükleri olarak adlandırılan bu bileşen bir sayının niceliğini ya da göreceli değerini tanıma becerisi ve sayının genel büyüklüğüne ilişkin duyuya sahip olma olarak açıklanmıştır. Örneğin bir 3. sınıf öğrencisine 1000 sayısının kendisi için ne ifade ettiği, 1000 günden daha fazla mı yoksa daha az mı yaşadığı yönünde sorular sorularak 1000 sayısı hakkında bağlam içinde düşünme fırsatı yaratılabilir. Reys ve diğerleri (1999) tarafından sayıların büyüklüğünü ve anlamını kavramak olarak isimlendirilen bu bileşen kesir büyüklüklerini karşılaştırmaya yönelik sorularla örneklendirilmiştir. Yang (1995) ise bu bileşeni $\frac{1}{5}$ kesrinin $\frac{1}{3}$'ten küçük olması, 1359 sayısının 1500'den küçük olması durumlarıyla örneklendirmiştir. Markovits ve Sowder (1994) sayı büyüklüğünü kavramanın sayıları karşılaştırma, sıralama, iki sayıdan hangisinin üçüncüsüne yakın olduğunu bilme, iki sayı arasındaki sayıları tanımlama gibi becerileri gerektirdiğini ifade etmiştir. Ayrıca sayı büyüklüğü, hesaplama sonuçlarının akla uygunluğuna karar vermeyi de kolaylaştırmaktadır (Sowder & Schappelle, 1994). Örneğin 543,6 x 0,545=291357 ifadesinde ondalık virgülün nereye geleceğini tahmin edemeyen öğrencilerde sayı büyüklüğünün yeterince gelişmediği düşünülmektedir (Sowder & Schappelle, 1994).

Bir diğer bileşen *"kıyaslama (referans) noktası kullanımı"*dır. Bu bileşen araştırmacılar arasında ortak bir dille ifade edilmiş olup McIntosh ve diğerleri (1992) kıyaslama noktasının genelde bir cevabın büyüklüğüne karar verirken ya da zihinsel hesaplamayı kolaylaştırmak için bir sayıyı yuvarlarken kullanıldığını ifade etmektedir. İki basamaklı iki sayının toplamının 200'den daha az olduğunun farkında olmak, 0,98'in 1'e yakın olduğunun, $\frac{4}{9}$'ün yarımdan daha az olduğunun farkında olmak bu bileşene örnek oluşturmaktadır. Ayrıca kıyaslama noktasının bağlamdan bağımsız sayısal değerler alabileceği gibi (örneğin 20'nin, 10'un katları, ½ ya da % 50 gibi orta nokta vb.) tecrübe ya da kişisel rastlantılar yoluyla oluşturulabileceği belirtilmiştir (McIntosh ve diğerleri, 1992). 50 kg olan bir bireyin kilosunu bir başka kişinin kilosunu tahmin ederken kullanması, 50 000 kişilik katılımcının olduğu bir basketbol oyununu izlemiş bir çocuğun bu tecrübesini başka büyüklükte bir kalabalığın kaç kişi olduğuna karar verirken kullanması bu beceriye örnek oluşturmaktadır. Sayılar ve sayısal bağlamlar hakkında karar verirken kullanılan referans noktalarının çeşitliliği sayı duyusunun önemli bir göstergesidir. Reys ve diğerleri (1999) tarafından bu bileşene büyük bir nesnenin yüksekliğinin nasıl tahmin edilebileceği, bir referans noktasından yararlanılıp yararlanılmayacağı yönündeki sorular örnek gösterilmiştir. Yang (1995) da bu bileşeni benzer şekilde ifade etmiştir.

Araştırmacılar tarafından ortaya atılan bir diğer bileşen de *"işlemlerin etkisini ve anlamını kavramak"* bileşenidir. McIntosh ve diğerleri (1992) bu bileşeni 1'den küçük iki sayının çarpım sonucunun ne olabileceği, sayılardan birisinin 1'den büyük, diğerinin 1'den küçük olması durumunun sonucu nasıl etkileyebileceği durumlarından yola çıkarak örneklendirmiştir. Reys ve diğerleri (1999) tarafından bu bileşene ilişkin geliştirilen örnekler ise 750÷0,98 işleminin sonucunun 750 sayısından, 29x0,8 işleminin sonucunun 29'dan büyük mü yoksa küçük mü olduğu şeklindedir.

Greeno (1991) tarafından *"niceliksel muhakeme ve çıkarım"* olarak isimlendirilen bir diğer bileşen ise sayısal değerlere ilişkin nicelikler hakkında çıkarımda bulunmayı ve karar vermeyi gerektirmektedir. Örneğin "1128 asker her bir otobüs 36 kişi alacak şekilde taşınacaktır. Kaç otobüs gereklidir?" sorusuna öğrencilerin "31 otobüs, geriye 12 kalıyor." şeklinde cevap vermesi, sayıların anlamına ilişkin bir duyuya sahip olmaksızın aritmetik hesaplamaya başvurduklarını göstermektedir. Bu soruya benzer bir soru Yang (1995)'ın çalışmasında hesaplama durumlarında sayılarla ve işlemlerle esneklik olarak adlandırılmıştır. Yang (1995) bu bileşenin genellikle zihinden hesaplama ve hesaplamaya dayalı tahmin durumlarında kullanıldığını belirtilmiş ve 38x86 işleminin en yakın tahminini sorarak örneklendirmiştir. Reys ve diğerleri (1999) ise zihinden hesaplama ve yazılı hesaplama için sayma stratejilerinde ve hesaplamada esneklik olarak isimlendirdiği bu bileşeni "6x98 işlemini zihinden çarpabilir misin?" şeklinde örneklendirmiştir.

Bir diğer bileşen olan *"sayısal tahmin"* ise Greeno (1991)'nun çalışmasında aktarıldığı gibi bir öğrencinin çözümüyle örneklendirilmiştir: "$\frac{376x6}{43}$ işleminin yaklaşık değerini bulurken ilk önce 43 ile 6 sayısını sadeleştirmek daha kolaydır ve sonra $\frac{347}{7}$ işlemini yaparız ve yaklaşık olarak 50 buluruz" (Reys, Rybolt, Bestgen & Wyatt, 1982; Akt: Greeno, 1991). Greeno'nun ortaya attığı sayısal tahmin bileşenini örneklendiren bu çözümde öğrenci payda bulunan sayıları çarpıp işlem sonucunu paydadaki sayıya bölmeyi gerektiren algoritma temelli bir yolu tercih etmeyip pay ve paydada yer alan sayılar arasında sadeleştirme yapmış ve yaklaşık bir sonuç bulma yoluna gitmiştir. Yang (2003) ise tahmin, zihinden hesaplama gibi farklı stratejileri kullanmayı gerektiren bu bileşeni sonuçların akla uygunluğuna karar vermek olarak adlandırmıştır.

Kayhan Altay (2010) tarafından ortaya atılan bir diğer bileşen de *"kesirlerde kavramsal düşünme"*dir. Bu bileşen kesirlerin anlamını kavrama, kesirleri sayı doğrusu, tablo ve daire modellerinden yararlanarak gösterebilme olarak tanımlanmıştır. Yapıcı (2013) ise yüzdeler konusunda modellerden ve şekillerden yararlanmayı gerektiren soruların yer aldığı bileşeni *"görsel temsil biçimi"* olarak adlandırmıştır.

D. İlkokul Matematiğinde Sayı Duyusunun Yeri

2005 yılında hazırlanan ve uygulamaya konulan İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı sekiz yıllık kesintisiz eğitimin bütünlüğünü esas alarak sarmal bir yapıda düzenlenmiş olup 2008 yılında bazı kazanım ve etkinlik örneklerinde yapılan değişiklikler nedeniyle güncellenmiştir (MEB, 2009). 2005 yılından itibaren uygulamaya konulan bu program zorunlu temel eğitimin 12 yıla çıkmasıyla ve 2012-2013 eğitim-öğretim yılı itibariyle 4+4+4 eğitim sisteminin uygulanmaya başlanmasıyla birlikte 2015 yılında yenilenmiştir. 2005 programının, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığının 28/07/2015 tarih ve 55 sayılı kararıyla 2016-2017 eğitim-öğretim yılından itibaren 1. sınıflardan başlanarak kademeli olarak uygulamadan kaldırılması kararlaştırıldığından bu araştırmada 2005 yılında hazırlanan İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nın amaç ve kazanımları dikkate alınmıştır. 2017 yılında ise Milli Eğitim Bakanlığı tarafından öğretim programlarının güncellenmesi çalışmaları kapsamında kamuoyunun görüş, öneri ve eleştirilerini almak amacıyla taslak Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1-8. Sınıflar) hazırlanmış olup programla ilgili çalışmalar devam etmektedir.

Gerek 2015 yılında hazırlanan program gerekse 2017 yılında hazırlanan taslak program sayı duyusu kavramı açısından incelendiğinde her iki programda da bu kavrama doğrudan yer verilmediği görülmektedir. Fakat programların temel amaçlarının, kazandırılması hedeflenen becerilerin ve bazı kazanımların sayı duyusu kavramının gelişimini desteklemeye yönelik olduğu görülmektedir. Örneğin 2015 yılında hazırlanan program incelendiğinde, Sayılar ve İşlemler öğrenme alanında rakam ve sayıların kademeli olarak kavratılması, basamak kavramının vurgulanması, modellemelere ve parça-bütün ilişkisine yer verilmesi, işlemler arası ilişkilendirmeler yapılması sayı duyusuna ilişkin becerilere vurgu yapıldığını göstermektedir. 2017 yılında hazırlanan taslak program ise kavramsal öğrenmeye, işlemlerde akıcılığa, matematiksel kavramlar arası ilişkilendirmeye vurgu yapmakta olup bu tür becerilerin öğrencilerin sayı duyusu gelişimlerini olumlu yönde destekleyeceği düşünülmektedir.

Araştırma kapsamında dikkate alınan ve 2005 yılında hazırlanan İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2009) incelendiğinde programda sayı duyusu kavramına doğrudan yer verilmediği ve bazı sayı duyusu bileşenlerine dolaylı yoldan vurgu yapıldığı görülmektedir (Umay, Akkuş & Paksu, 2006). İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (MEB, 2009) sayma becerilerinin sayı ile ilgili kavramların temelini oluşturduğu vurgulanarak bir sayıdan ileriye ve geriye sayma, ritmik sayma, sayma etkinliklerinde birebir eşleme yapma, nesnelerin dizilişinin veya sırasının sonucu değiştirmediğini fark etme; bir sonraki sayının bir öncekinden bir fazla olduğunu, en son söylenen sayının sayılan nesnelerin sayısını gösterdiğini bilme gibi beceriler üzerinde durulmaktadır. Böylece öğrencilerin sayılarla deneyimleri arttıkça sayılar hakkında daha esnek düşünebilecekleri, tek tek saymak yerine farklı modeller kullanarak belli çoklukları gösterebilecekleri belirtilmektedir (MEB, 2009).

Programda ikinci sınıftan itibaren basamak kavramı ve onluk sayı sisteminin temellerinin atılması hedeflenmektedir. Doğal sayıların yanı sıra kesir kavramı da günlük yaşamla ilişkilendirilerek eşit paylaşım üzerinde durulmaktadır (MEB, 2009). Yarım, çeyrek ve bütün arasındaki ilişkiden yola çıkarak bütünün bölündüğü eş parça sayısı ve ortaya çıkan parçaların büyüklüğü arasındaki ilişkiye dikkat çekilmektedir. Kesir kavramıyla ilişkili olarak ondalık kesir kavramına ve bu sayıların büyüklüklerine vurgu yapılmaktadır (MEB,2009).

Sayı sisteminin yanı sıra doğal sayılarla hesap yapabilme sayılar öğrenme alanının diğer amaçlarından birisidir. Bu kapsamda, standart algoritmalara geçmeden önce öğrencilerin günlük yaşamla ilişkili problemlerin çözümleri için strateji geliştirmeleri ve bu stratejilerini sınıfta açıklamaya ve savunmaya yönlendirilmeleri beklenmektedir (MEB, 2009). Sayılar öğrenme alanının diğer önemli becerilerinden birisi de tahminde bulunmadır. Öğrencilerin problemlerin sonuçlarını hesaplamadan önce tahmin etmeleri gerektiği, tahmin yaparken ne tür yaklaşımlar izledikleri vurgulanan noktalar arasındadır. Ayrıca tahmin, ilişkilendirme, akıl yürütme, zihinden hesaplama gibi sayı duyusuyla ilişkili birtakım becerilere sadece sayılar öğrenme alanında değil diğer öğrenme alanlarında da vurgu yapılmaktadır. Örneğin standart olmayan ve standart ölçme birimleriyle yapılan uzunluk, alan, zaman ölçme etkinliklerinde tahmin becerisine, veri öğrenme alanında sayı duyusuyla ilişkili sınıflandırma, karşılaştırma, sayma etkinliklerine yer verilmektedir (MEB, 2009). İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı sayı duyusu bileşenleri açısından incelendiğinde programda yer alan öğrenme alanlarında hesaplamada esneklik, sayıların çoklu gösterimleri, referans noktasından yararlanma, çıkarımda bulunma, işlemlerin etkisini kavrama, sayı büyüklükleri gibi sayı duyusu bileşenlerine dolaylı yoldan vurgu yapıldığı ve bunlara yönelik kazanımlara yer verildiği görülmektedir. Ayrıca öğrencilerden derslerde kazandırılması hedeflenen üst düzey becerilerdeki gelişimlerini günlük yaşamla ilişkilendirerek göstermeleri beklenmektedir (MEB, 2009).

E. Bağlam İçeren ve İçermeyen Problemlerin Öğrencilerin Matematiksel Performansına Etkisi

Matematik eğitiminde “sözel problem” olarak adlandırılan bağlam içeren problemler matematiği gerçek yaşam durumuna aktarabilmenin ve kullanabilmenin bir yolu olarak görülmektedir. Bu tür problemler öğrencilerin gerçek yaşam durumlarıyla ilişkili problemler için tecrübe kazanmaları, matematiksel kavramların önemini kavrama konusunda öğrencileri motive etmeleri, yaratıcı ve eleştirel problem çözme becerileri edinmeleri açısından önemli görülmektedir (Chapman, 2006; Verschaffel, 2002; Verschaffel, Greer & De Corte, 2000). Bağlam içeren problemlere verilen önemin artmasıyla, öğrenmenin değerlendirilmesi sürecinde de daha çok bu tür problemlere yer verilmeye başlanmıştır.

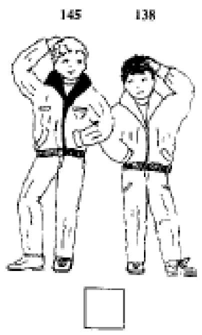
Bağlam içeren ve içermeyen problemleri çözmek matematiksel bilişi farklı açılardan kullanmayı gerektirmektedir. Bu konuda iki farklı bakış açısı bulunmaktadır. Bir bakış açısına göre, bağlamsal problemleri çözmek birden fazla bilişsel süreci içeren karmaşık bir yapı gerektirmektedir (Fuchs ve diğerleri, 2006, 2008; Wu & Adams, 2006). Bağlamsal problemlerde öncelikle problemin bağlamını içeren durum ve matematiksel gösterimini ortaya koyan “matematikselleştirme” (mathematization) adı verilen bir süreç şekillenir (Verschaffel ve diğerleri, 2000). Dolayısıyla hesaplama becerileri doğru matematiksel model oluşturulduktan ve uygun aritmetik işlem seçildikten sonra devreye girmektedir. Yani öncelikli olarak hesaplama becerilerinin dışındaki faktörlerin bağlamsal problemlerin çözümündeki başarıya katkı getirdiği söylenebilir. Bu yüzden bağlamsal problemlerin sayısal problemlere göre daha zor olması beklenmekte ve bu durum yapılan çalışmalarla desteklenmektedir (Ahmad, Salim & Zainuddin, 2008; Cooper, 1992; Cooper & Dunne, 1999; Akt: Zevenbergen, Sullivan & Mousley, 2002).

Öğrencilerin bağlamsal problemlerde zorlanmasının sebeplerinden bir tanesi matematiksel olarak istenilenlerin neler olduğunu tanımlamak durumunda kalmaları ile açıklanmaktadır. Örneğin “Spor festivalinde 315 öğrenci bulunmaktadır. Bir otobüs 60 kişi taşıyorsa tüm öğrencileri taşıyabilmek için kaç otobüs gereklidir?" probleminde öğrenciler "6; 5, kalan 15; 5 ve bazı öğrenciler bir koltuğa 3 kişi oturabilir; 5 ve bazıları ayakta durabilir; 5 ve bir minibüs; kaç tane öğretmenin geldiğine bağlı; 5 ve bazı öğrenciler öğretmenlerinin arabasında gidebilir" şeklinde cevaplar vermektedir. Burada öğrencilerden 6 cevabını vermesi beklenmektedir. Ya da öğrencilerin rutin bir bölme işlemi yapması ve sorunun bağlamını dikkate almaması durumunda da sonucun 5, kalanın 15 olduğunu söylemesi beklenebilir. Bu cevaplar dışında kalan cevaplar daha çok günlük hayat durumlarındaki bağlamlarla ilişkili olup matematiksel bağlamda bu cevaplar yanlış kabul edilmektedir (Zevenbergen ve diğerleri, 2002). Dolayısıyla bazı araştırmacılar bu tür bağlamlar içeren problemlerde bağlamın matematiksel durumun önüne geçebilme ihtimalinin olması sebebiyle öğrencilerin performanslarını olumsuz yönde etkileyebileceği görüşünü savunmaktadır (Cooper, 1992; Zevenbergen ve diğerleri, 2002).

Bir diğer görüş, bağlamsal problemlerin sayısal problemlerden daha kolay olabileceği yönündedir. Yani gerçekçi bir bağlam öğrencinin gerçek yaşama ilişkin bilgisini aktive edebilir, böylece farklı stratejik yaklaşımları ortaya çıkararak problem çözümünü destekleyebilir (Carraher, Carraher & Schliemann, 1985). Cebir alanında çalışan araştırmacılar tarafından (Koedinger & Nathan, 2004) yapılan çalışmada öğrencilerin sembolik ifadeler içeren cebirsel eşitlikleri çözmekten daha çok sözel problemleri çözmede daha başarılı oldukları görülmüştür. Çünkü bağlam içeren sözel problemlerde öğrenciler daha sezgisel, informal stratejileri kullanabilmektedir. Carraher ve arkadaşları (1985) tarafından yapılan çalışmada araştırmacılar sokak satıcılığı yapan 12 yaşındaki bir çocuk ile tanesi 35 lira olan hindistan cevizinden 10 tane almak istediğinde ne kadar ödeyecekleri üzerine görüşmüşlerdir. Çocuk soruya "üç tanesi 105, üç tanesi daha 210 eder. Geriye 4 tane daha kalıyor. Yani ….315….sanırım 350 ediyor." (s. 189) cevabını vermiştir. Satıcı çocuk 35'i 10 ile kolay çarpabilecekken 3 tane hindistan cevizinin fiyatından yola çıkarak hesaplama yapmayı tercih etmiştir. Bu durumun nedeni 3 hindistan cevizi fiyatının bilinmeyeni bulmak için bir referans noktası oluşturması ya da 3 hindistan cevizinin fiyatının (105) 100'lük ve 5'liklere ayrılarak kolaylık sağlaması ile açıklanabilmektedir. Bu durum sayı duyusunun beklentilerden farklı yönde gelişebileceğine de örnek oluşturmaktadır (Greeno, 1991). Aynı öğrenci formal testte 35x4 işleminin sonucunu hesaplarken "4x5 20 eder, 2'yi taşıyoruz, 2, 3 daha 5 eder, 4 kere 5 de 20 eder." açıklamasında bulunmuş ve cevabın 200 olduğunu belirtmiştir (Carraher ve diğerleri, 1985). Bir başka çalışmada öğrenciye 75 sentlik şeker satın almak için 5 dolar verdiğinde ne kadar para üstü alacağı sorulmuş ve öğrencilerin farklı çözüm yolları ile doğru sonuçlara ulaşabildikleri görülmüştür. Ancak aynı durum öğrencilere 500-75 şeklinde ya da ondalık gösterimlerle sorulduğunda öğrencilerin yanlış cevap verme oranının arttığı ve verdikleri cevaplardan emin olmadıkları görülmüştür (Carraher, 1988). Yapılan çalışmalar öğrencilerin satıcılık bağlamı içeren değiş-tokuş durumlarında hesaplama yaparken performanslarının arttığını ve kendi yöntemlerini keşfettiklerini, fakat aynı etkinliklerin okul bağlamı içinde sunulduğunda yeterince anlaşılmadığını ortaya koymaktadır (Carraher, 1988).

Irwin (2001) tarafından yapılan çalışmada ondalık sayılar konusunda bağlamsal problemler üzerinde çalışan öğrencilerin bağlam içermeyen problemler üzerinde çalışan öğrencilere göre performanslarında daha fazla ilerleme kaydettikleri görülmüştür. Problem türü (bağlamlı/bağlamsız) ile öğrencilerin son testte elde ettikleri puanlar arasındaki anlamlı etkileşim bu sonucu doğrulamıştır. Ayrıca öğrencilerin son testteki yazılı cevapları ve görüşmelerden elde edilen sonuçlar, bağlam içeren sorular üzerinde çalıştıktan sonra öğrencilerin kavrama düzeylerinin geliştiğini ortaya koymaktadır. Clements (1980) tarafından yapılan çalışmada 6. sınıf öğrencilerine aynı sayılardan oluşan bağlam içeren ve içermeyen problemlerin yanıtları sorulmuştur. Örneğin bağlam içeren soruda "Bir kek dört eşit parçaya bölünmüş ve parçalardan birisini Bill almıştır. Kekin kalan kısmını kesir ile ifade ediniz." gibi bir soru sorulurken; bağlam içermeyen soru örneğinde 1- ¼ işleminin sonucunu bulmaları istenmiştir. Bağlam içermeyen soruyu 126 tane 6. sınıf öğrencisinden %45'i doğru yanıtlarken bağlam içeren problemi %78'i doğru cevaplamıştır. Van den Heuvel-Panhuizen (2005) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerden, bir kavanozdaki 47 boncuğun 43 tanesi kolye yapmak için kullanıldıktan sonra kavanozda kalan boncuk sayısını bulmaları istenmektedir. Çalışma sonucunda bağlam içeren soruya öğrencilerin %60'ının doğru cevap verdiği, 47-43 işleminin sonucu doğrudan sorulduğunda ise %38'inin doğru yanıt verdiği görülmüştür.

Lave (1988) bağlam içeren matematiksel bir problemin sadece öğrenci performansını etkilemediğini, aynı zamanda öğrencinin çözüm yoluna ilişkin seçimini de etkilediğini belirtmektedir (Akt: Boaler, 1993). Örneğin Taylor (1989) bağlamın etkisinin öğrencilerin çözüm stratejilerindeki etkisini kesirler konusundaki iki farklı soruyla ortaya koymuştur. Soruların birisinde bir kekin altı eşit parçaya bölünmesi durumunda her bir öğrenciye kekin ne kadarının düşeceği sorulmuştur. Bir diğer soruda ise beş öğrenci arasında paylaştırılmış bir somun ekmeğinin her bir öğrenciye ne kadarının düşeceği sorulmuştur. Çalışmaya dahil edilen öğrencilerden birisinin çözüm yolunun kek ve somun ekmeği ifadelerine göre değişiklik gösterdiği görülmüştür. Yani öğrenci keki altı eşit parçaya ayrılabilen tekil bir varlık olarak görürken somun ekmeğinin daima birçok dilime ayrılabileceğini ifade etmiştir. Bu nedenle öğrenci somun ekmeğinin en az 10 dilime ayrılabileceğini ve her bir kişiye ekmeğin $\frac{2}{10}$'sinin düşeceğini belirtmiştir (Akt: Boaler, 1993). Bir başka örnekte öğrencilere Şekil 1.1'deki görsel gösterilmiş ve çocukların boyları arasındaki farkı hesaplayarak karşılaştırma yapmaları istenmiştir. Bu sorunun sorulduğu dönemde öğrencilerin yaklaşık yarısı 145-138 işleminde olduğu gibi üç basamaklı sayılardan oluşan ve onluk bozmayı gerektiren çıkarma işlemlerini yeterince öğrenmemiştir. Bu nedenle öğrencilere sorunun bağlam içermeyen örneği sorulmamıştır. Fakat testte iki basamaklı sayılardan oluşan ve onluk bozmayı gerektiren sorular (33-25 ve 94-26) yer almaktadır. Araştırma sonucunda bağlam içeren boy karşılaştırma sorusunda öğrencilerin üzerine sayma yöntemini kullanarak verdikleri doğru cevap oranının bağlam içermeyen iki örneğe göre %12 ve %15 oranında arttığı görülmektedir (Van den Heuvel-Panhuizen, 2005).



Şekil 1.1. Boyları karşılaştırma problemi

(Van den Heuvel-Panhuizen, 2005)

Araştırmacılar gerçekçi problemlerin problemi ve sayıları anlamlandırmada önemli bir role sahip olduğunu ve bu nedenle öğrencilerin bağlam içeren problemlerde daha iyi performans gösterdiklerini ortaya koymaktadır (Carraher, 1988; Carraher ve diğerleri, 1985; Clements, 1980; Irwin, 2001; Van den Heuvel-Panhuizen, 2005). Fakat bazı çalışmalar sonucunda (Yang & Huang, 2004; Yang & Liu, 2013; Yang & Wu, 2012) öğrencilerin sözel problemleri çözerken daha düşük performans gösterdikleri bulgusuna ulaşılmıştır. Örneğin Yang ve Liu (2013) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerden $\frac{4}{9}$ ve $\frac{4}{12}$ kesirlerini karşılaştırmaları istenmiştir. Sorunun bağlam içeren örneğinde ise aynı durum "Bir poşette 36 tane tatlı vardır. Tim bir poşet tatlının $\frac{4}{9}$'ünü, Jane ise $\frac{4}{12}$'ünü yemiştir. Hangisi daha çok tatlı yemiştir?" sorusu ile ifade edilmiştir. Kesirleri karşılaştırma konusunda farklı stratejileri kullanmayı gerektiren problemlerin (bağlamlı/sayısal) yer aldığı araştırma sonucunda öğrencilerin sayısal problemlerde bağlamsal problemlere oranla daha iyi performans elde ettikleri görülmüştür.

Yang ve Wu (2012) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin tahmin becerilerinin ve kullandıkları tahmin stratejilerinin bağlam içeren ve içermeyen problemlere göre farklılaşıp farklılaşmadığı incelenmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin bağlam içermeyen sorulardaki performansının daha iyi olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Çünkü sayısal problemler sayı ve işlemlerden oluşmakta ve öğrenciler doğrudan problemin sonucuna ulaşmak için gerekli çözüm yolunu uygulayabilmektedir. Fakat bağlam içeren problemlerde öğrenciler sayıları ve işlemleri listelemek, verilenleri ve istenilenleri belirlemek durumundadır. Bu nedenle öğrencilerin sayısal problemlerde bağlam içeren problemlere oranla daha iyi performans gösterdiği belirtilmiştir (Yang & Wu, 2012). Yang ve Huang (2004) tarafından yapılan çalışmada da öğrencilerin yazılı hesaplamalarda başarılı oldukları, ancak bu becerilerini sembol ya da görsel gösterimleri içeren ve öğrencilerin sayı duyularını kullanmayı gerektiren problemlerin çözümünde gösteremedikleri görülmüştür. Örneğin 6. sınıf öğrencilerine tam sayılı kesirlerle toplama işlemi yapmayı gerektiren bir soru sorulduğunda öğrencilerin doğru cevap verme oranı %82 iken, aynı sorunun görsel gösterimini içeren örneğine verdikleri doğru cevap oranı %40,2, sembolik gösterim içeren örneğine verdikleri doğru cevap oranı ise %30,1'dir. Bu durum öğrencilerin yazılı hesaplamalarda kullandıkları algoritmaları yeterince anlamlandıramadıklarını ortaya koymaktadır. Öğrencilerin bağlam içermeyen, işlemsel bir soruya verdikleri doğru yanıt oranı, aynı sayılardan oluşan farklı bir soru formunda (görsel, sembolik) ve sayı duyusu kullanımı gerektiğinde oldukça düşmektedir. Bu nedenle öğrencilerin sayısal problemlerde daha başarılı oldukları görülmüştür (Yang & Huang, 2004).

Sonuç olarak, alanyazında yer alan bazı araştırmaların sonucunda problemin bağlam içerisinde verilmesi durumunda öğrencilerin hem matematik performansının arttığı hem de kullandıkları stratejilerin farklılaştığı görülmektedir (Carraher, 1988; Carraher ve diğerleri, 1985; Greeno, 1991; Irwin, 2001; Koedinger & Nathan, 2004; Van den Heuvel-Panhuizen, 2005). Öte yandan bir grup araştırmacı bağlamsal problemleri çözmenin birden fazla bilişsel süreci içeren karmaşık bir yapı içerdiğini ve bu nedenle sayısal problemlere göre bağlam içeren problemlerin daha zor olduğunu ileri sürmektedir (Cooper, 1992; Fuchs ve diğerleri, 2006, 2008; Wu & Adams, 2006). Bu yaklaşımı destekleyen araştırmalar da mevcuttur. Bu çalışmalar öğrencilerin bağlamsal durumları yorumlamakta, matematiksel duruma dönüştürmekte zorlandıklarını ya da bağlamın içeriğinin öğrencilerin problem çözme motivasyonlarını olumsuz yönde etkilendiğini ortaya koymaktadır (Cooper, 1992; Gravemeijer, 1994; Greer, 1993; Mack, 1993). Öğrencilerin sayısal problemlerde bağlamsal problemlere göre daha iyi performans gösterdikleri, işlemsel soruya verdikleri doğru yanıt oranının bağlamsal nitelikli soru formunda düştüğü yapılan çalışmalarla ortaya konulmuştur (Yang & Huang, 2004; Yang & Liu, 2013; Yang & Wu, 2012). Sonuç olarak, araştırma sonuçları problemin bağlam içerip içermemesi durumunun öğrencilerin matematiksel performansını ve strateji kullanımını ne yönde etkilediğine dair farklı bakış açılarını ortaya koymaktadır.

2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde ulusal ve uluslararası alanyazında yapılan, araştırma konusuyla ilgili olan çalışmalara yer verilecektir.

2.1. Öğrencilerin Sayı Duyusunun İncelenmesine Yönelik Çalışmalar

Aunio, Ee, Lim, Hautamaki ve Van Luit (2004) tarafından yapılan çalışmada Finlandiyalı (n=254), Hong Konglu (n=246) ve Singapurlu (n=130) çocuklar ile çalışılmıştır. Çocukların yaşları 45 ay ile 96 ay arasında değişmektedir. Van Luit ve diğerleri (1994) tarafından geliştirilen erken dönem sayı testi (Early Numeracy Test) kullanılarak çocukların sayı duyusu ölçülmüştür. Çalışmanın amacı yaş, cinsiyet, milliyet ve dil farklılıklarının çocukların sayı duyusu üzerindeki etkisini incelemektir. Araştırma sonucunda küçük çocukların sayı duyusu performanslarının cinsiyete ve dil yapılarına göre bir farklılık göstermediği görülmüştür. Hong Konglu ve Singapurlu çocukların Finlandiyalı akranlarına göre daha iyi performans gösterdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Bu farklılığın nedeni öğretimsel farklılıklar ile açıklanmıştır.

Aunio ve diğerleri (2006) tarafından yapılan bir başka çalışmada milliyet, yaş ve cinsiyetin Çinli ve Finlandiyalı okul öncesi öğrencilerinin sayı duyusu üzerindeki etkisi incelenmiştir. Çocukların sayı duyusunu değerlendirmek için Van Luit ve diğerleri (1994) tarafından geliştirilen Utrecht Erken Dönem Sayı Testi (Utrecht Early Numeracy Test) kullanılmıştır. Bu test karşılaştırma, sınıflandırma, birebir eşleme, sıralama, sayı sözcüklerini kullanma, yapısal sayma, sonuçsal sayma, sayıların genel yapısını kavrama olmak üzere sekiz bileşeni ölçmektedir. Bu bileşenlerin dördü (karşılaştırma, sınıflandırma, birebir eşleme, sıralama) çocukların nicelikleri ve nicelikler arası ilişkileri kavramalarını sağlayan genel sayısal beceriler ya da ilişkisel beceriler olarak tanımlanmıştır. Diğer bileşenler ise (sayı sözcüklerini kullanma, yapısal sayma, sonuçsal sayma, sayıların genel yapısını kavrama) sayıları kavramayı ve kullanmayı gerektiren sayma becerileri ya da özel sayısal beceriler olarak adlandırılmıştır. Araştırmacıların hipotezleri bu sekiz bileşenin özel ve genel sayısal beceriler olarak iki boyutlu modelde tanımlanacağı, iki boyutlu modelin sayı duyusunu bir boyutlu modele göre daha iyi tanımlayacağı ve yaş ve milliyet değişkenlerinin çocukların sayı duyusu performansında farklılık yaratacağı yönündedir. Araştırmaya 130 Çinli, 203 Finli çocuk katılmış olup yaş aralıkları 4,5 ile 7,5 arasında değişmektedir. Araştırma sonucunda elde edilen veriler sayı duyusunu iki faktörlü modelin tek faktörlüye göre daha iyi açıkladığını göstermiştir. Her iki faktörde toplanan bileşenler kapsamında çocukların sayı duyusu performansı yaşa bağlı olarak sistematik bir artış göstermiştir. Fakat özel sayısal becerilerde Çinli öğrenciler yaştan bağımsız olarak Finlandiyalı öğrencilere göre daha başarılı olmuştur. Çünkü özel sayısal beceriler öğretimden ve dilsel farklılıklardan daha fazla etkilenmekte olup özel sayısal beceriler daha çok o ülkede okutulan sembolik sayı sistemine bağlıdır. Çinli çocuklar daha erken yaşta okula gittiği için ve müfredatta daha fazla süre matematiğe yer verildiği için öğretim süreci iki grup arasındaki farklılığı açıklayabilecek bir neden olarak görülmektedir. Ayrıca çocukların sayma ve hesaplama becerilerini destekleyen bir dil olan Çince, Fin sayı sistemini ifade eden dil yapısından daha sistematiktir. Bu nedenle Çinli öğrencilerin daha başarılı olması dilsel yapıdaki farklılık ile de açıklanmaktadır.

Howell ve Kemp (2010) tarafından yapılan çalışmada 50-68 ay aralığında bulunan çocuklarla çalışılmıştır. Sayma, sayma ilkeleri ve sayı büyüklüğü boyutlarından oluşan 18 bileşen içeren sayı duyusu testi kullanılmıştır. Bu çalışma daha geniş çaplı bir araştırmanın parçası olup erken çocukluk dönemindeki sayı duyusu bileşenleri ile okul öncesinin ve birinci sınıfın sonundaki matematik performansı arasındaki olası bağlantılar incelenmiştir. Pilot çalışmada sayı duyusu bileşenleri ile kelime algısı arasında bir ilişki görüldüğü için bu öğrencilerin dilsel yeterlikleri ve matematiksel becerileri arasındaki ilişki cinsiyet değişkenine bağlı olarak incelenmiştir. Araştırma sonucunda dil becerileri ve sayı duyusu bileşenlerindeki başarı oranları arasında farklılaşmalar görülmüştür. Aynı yaş grubundaki öğrencilerin bir kısmının daha dezavantajlı durumda bulunduğu, bir kısmının ise oldukça yüksek performans gösterdiği görülmüştür. Örneğin çocukların %92’si 10’a kadar ezbere sayabilirken sadece %8’i ordinal değer kavramına sahiptir. Sayma ilkeleri çok az sayıda çocuğun iyi performans gösterdikleri bir boyuttur. Sayı duyusu bileşenleri açısında kızlar ve erkekler arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığı incelendiğinde ise kızlarla erkekler arasındaki tek anlamlı farklılığın kızlar lehine şipşak sayılama bileşeninde olduğu görülmüştür.

Jordan ve arkadaşları (2006) tarafından yapılan çalışmada 5,5 yaş civarındaki 411 çocukla çalışılmıştır. Çalışmada kullanılan sayı duyusu testi anaokulda öğrenim görmekte olan çocuklara 4 kez uygulanmıştır. Kullanılan sayı duyusu testi temel bilişsel becerilerden (örneğin, işleyen hafıza) daha çok ilkokul müfredatında yer alan boyutları içermektedir. Testte sayma becerileri, sayılama, sayma dizisi, sayma ilkeleri, sayı bilgisi, sözel olmayan hesaplama, sözel problemler, sayı kombinasyonları, tahmin, sayı örüntüleri ve sayı tanılama bileşenlerini içeren etkinliklere yer verilmiştir. Çocukların sayı duyusu performansları yaş, cinsiyet, sosyoekonomik düzey ve okuma becerisi değişkenlerine göre incelenmiştir. Araştırma sonucunda düşük, orta ve yüksek düzeyde sayı duyusu performansı gösteren öğrenci grupları ortaya çıkmıştır. Sosyoekonomik düzeyi düşük olan çocukların performansları akranlarına göre düşük bulunmuştur. Ayrıca sözel problemler hariç tüm gelir seviyesindeki öğrencilerin yıl içindeki ilerlemeleri birbirine benzer durumdadır. Cinsiyet açısından erkekler kızlara oranla daha avantajlı durumdadır. Okuma becerisi ve yaşın ise çocukların sayı duyusu performansının önemli bir yordayıcısı olduğu görülmüştür.

Jordan ve diğerleri (2007) tarafından yapılan çalışmada 277 okul öncesi öğrencisiyle anaokulunun başından birinci sınıfın sonuna kadarki süreçte çalışılmıştır. Sayı duyusu testi bu süreç boyunca altı kez uygulanmış olup sayma, sayı bilgisi, sözel olmayan hesaplama, sözel problemler ve sayı kombinasyonları bileşenlerini içermektedir. Ayrıca öğrencilerin birinci sınıf sonundaki matematik başarıları da ölçülerek sayı duyusu performansları ile matematik başarıları arasındaki ilişkiye bakılmıştır. Araştırma sonucunda erken dönemde gelişen sayı duyusunun birinci sınıfın sonundaki matematik başarısının güçlü ve güvenilir bir yordayıcısı olduğu görülmüştür.

Jordan ve diğerleri (2010) boylamsal bir çalışmadan yararlanarak, 204 çocuğa anaokulundan üçüncü sınıfın ortalarına kadar altı kez sayı duyusu testi uygulamıştır. Bu test matematik başarısında önemli bir rol oynayan sayı yeterliklerini (sayı, sayılar arası ilişkiler ve işlemler) içermektedir. Ayrıca çocukların üç yılın sonundaki matematik başarılarını ölçmek için matematik başarı testi uygulanmıştır. Araştırma sonucunda anaokulunda ve birinci sınıfta sayı duyusu testinden elde edilen puanların üçüncü sınıftaki matematiksel yeterliliğin bir yordayıcısı olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Böylece anaokulunda ve birinci sınıfta çocukların gösterdiği performans sonucunda ilerleyen dönemlerde matematiksel zorluklar yaşayıp yaşamayacakları yordanabilmektedir.

Çerkirdekci ve diğerleri (2016) tarafından yapılan çalışmada ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin sayı duyularını kullanma durumlarının ve matematik dersi akademik başarıları ile sayı duyularını kullanma durumları arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmıştır. 115 tane ilkokul 4. sınıf öğrencisinin katıldığı çalışmada veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilen sayı duyusu testi kullanılmıştır. Sayı duyusu testinin hazırlanması aşamasında İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nın kazanımları göz önünde bulundurulmuş olup soruların ikisi açık uçlu, dokuz tanesi ise çoktan seçmelidir. Testten elde edilen veriler sonuçların doğruluk durumuna ve kullanılan çözüm yoluna (sayı duyusu temelli/kural temelli) göre puanlanmıştır. Araştırma sonucunda ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu kullanımlarının düşük olduğu ve genellikle kural temelli çözüm yolunu kullanmayı tercih ettikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin sayıların farklı gösterimlerinden yararlanmayı gerektiren ve sonuçları muhakeme edebilme becerilerini ölçen soruların yer aldığı bileşende en düşük performansı gösterdikleri görülmüştür. En yüksek sayı duyusu kullanımı ise sayıların anlamını kavramayı ve esnek düşünmeyi gerektiren bileşende yer alan soruları içermektedir. Ayrıca öğrencilerin sayı duyuları ile matematik dersi akademik başarıları arasında pozitif yönde, anlamlı bir ilişki bulunmuştur.

Torbeyns ve Verschaffel (2016) tarafından yapılan çalışmada 58 tane 4. sınıf öğrencisiyle çalışılmıştır. Bu çalışmada öğrencilerin 1000'e kadar olan sayılarla yapılan çıkarma işlemlerinde farklı stratejilerden yararlanma yeterliklerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bunun için sistematik olarak öğrencilerin zihinden hesaplama stratejilerini ve standart algoritmaları tercih durumları kullanılan stratejinin sıklığı, etkililiği ve esnekliği boyutlarında incelenmiştir. Öğrenciler bireysel olarak üç farklı durumda üç farklı soru formuna yanıt vermiştir. Birinci durum öğrencilerin seçimini içermekte olup öğrencilerden her bir soru için zihinden hesaplama ya da standart algoritma arasında tercihte bulunmaları istenmiştir. Örneğin 802-247 işleminin sonucuna ulaşırken öğrencinin "Standart algoritma kullanırım." ya da "Zihinden hesaplama yaparım." gibi bir tercihte bulunması beklenmektedir. İkinci durumda öğrencilerden tüm sorulara zihinden hesaplama yaparak cevap vermeleri beklenmektedir. Üçüncü durumda ise öğrencilerin soruların çözümünde algoritma kullanmaları beklenmektedir. Öğrencilerin ikinci ve üçüncü durumda beklenen stratejiyi kullanmalarını sağlamak için sorularda birtakım düzenlemeler yapılmıştır. Örneğin zihinden hesaplama soruları bir sonraki yüzlüğe kolay yuvarlanabilecek şekilde (örneğin, 963-499) seçilmiştir. Araştırma sonucunda seçim fırsatı verilen sorularda öğrencilerin çoğunluğunun algoritma kullanmayı tercih edeceğini belirttiği görülmüştür. Öğrencilerin kolay şekilde yuvarlama yapabilecekleri 963-499 şeklindeki sorularda bile algoritma kullanarak sonuca ulaşmaları bu tercihlerini destekler niteliktedir. Araştırmacılar öğrencilerin kural temelli çözüm yolunu kullanmalarını öğretimsel geçmişleri ile açıklamışlardır.

Yang, Li & Lin (2008) tarafından yapılan çalışmada Tayvan'da öğrenim görmekte olan 5. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu performanslarını ve sayı duyusunun matematik başarısıyla ilişkisini araştırmak amacıyla bilgisayar destekli sayı duyusu testi geliştirilmiştir. Test sayı büyüklüğünü tanımak, sayı ve işlemlerin çoklu gösterimlerini kullanmak, sonuçların akla uygunluğuna karar vermek ve işlemlerin sayılar üzerindeki etkisini fark etmek olmak üzere dört bileşen içermektedir. 1212 öğrenci üzerinde uygulanan test sonucunda öğrencilerin en iyi "sayı büyüklüğünü tanımak", en kötü "sonuçların akla uygunluğuna karar vermek" bileşenlerinde performans gösterdikleri görülmüştür. Bunun yanında sayı büyüklüğünü tanımak bileşeninde kız öğrencilerin erkek öğrencilere oranla daha iyi performans gösterdikleri bulgusuna ulaşılmıştır. Ayrıca, öğrencilerin matematik dersi başarıları sayı duyusuyla anlamlı derecede ilişkili bulunmuştur.

Purnomo, Kowiyah, Alyani, & Assiti (2014) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin sayı duyusu bileşenlerindeki ve alt bileşenlerindeki performanslarının nasıl olduğunun incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmaya şehir, köy, kasaba gibi farklı yerleşim yerlerindeki üç farklı okuldan 12-13 yaşlarında 80 6. sınıf öğrencisi katılmıştır. Sayı duyusunu ölçme aracında yer alan sorular hazırlanırken McIntosh ve diğerleri (1992, 2009) tarafından ortaya atılan sayı duyusu bileşenlerinden ve sorulardan yararlanılmıştır. Bazı sorular doğrudan sayı duyusu ölçme aracına alınırken bazı sorular öğretim programına ve öğrencilerin düzeylerine göre yeniden düzenlenmiştir. Ölçme aracında 30 soru yer almakta olup güvenirlik katsayısı 0,73 olarak hesaplanmıştır. Ölçme aracıyla elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin sayı duyularının sayıların anlamını kavramayı gerektiren bileşende oldukça düşük olduğu görülmüştür. En yüksek ortalamaya ise işlemlerin etkisini ve anlamını kavramayı gerektiren bileşende yer alan sorularda ulaşılmıştır. Öğrencilerin verdikleri cevaplar incelendiğinde genellikle yazılı hesaplamaları tercih ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin özellikle kesirleri ve ondalık ifadeleri içeren, sayı kavramını ve sayıların anlamını kavramayı gerektiren bileşende yer alan sorularda zorlandıkları gözlenmiştir. Öğrencilerin kesirler ve ondalık ifadeler konusunda yaşadıkları kavram yanılgıları dikkat çekmektedir. Ayrıca kurallara ve algoritmalara ilişkin kavramsal anlamaları yeterince gelişmediğinden standart hesaplama durumlarındaki hataları dikkat çekmektedir.

Kayhan Altay (2010) tarafından yapılan çalışmada ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyularının sınıf düzeyi, cinsiyet ve sayı duyusu bileşenlerine göre değişiminin incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmacı tarafından geliştirilen 17 maddelik sayı duyusu testi kullanılarak veriler toplanmış ve öğrencilerin sayı duyularının sınıf düzeyine, cinsiyete ve sayı duyusu bileşenlerine göre farklılaşmasının anlamlılığını test etmek üzere varyans analizi ve t testi yapılmıştır. Araştırma sonucunda ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyularının oldukça düşük olduğu saptanmıştır. Çözüm yolları incelendiğinde sayı duyusunun her bir bileşeninde öğrencilerin sayı duyusundan çok rutin hesaplamaları tercih ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin sayı duyularının sınıf düzeyine göre anlamlı bir şekilde değiştiği bulgusuna ulaşılırken cinsiyet değişkeni açısından anlamlı bir fark bulunmamıştır.

İymen (2012) tarafından yapılan çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin üslü ifadelerle ilgili sorularda sayı duyularının sayı duyusu bileşenleri bakımından incelenmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler sonucunda 8. sınıf öğrencilerinin üslü ifadelere yönelik sorularda başarılı bir şekilde sayı duyularını kullanamadıkları ve daha çok işleme dayalı çözümlere yöneldikleri sonucuna varılmıştır.

Lin, Yang ve Li (2016) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin sayı duyularını belirlemek ve kavram yanılgılarını tanımlamak amacıyla web tabanlı iki aşamalı sayı duyusu testi geliştirilmiştir. Testte yer alan maddeleri hazırlamak için araştırmacıların daha önceki çalışmalarında öğrencilerle yaptıkları görüşmelerden yararlanılmıştır. Böylece hem sorular hem de olası cevaplar öğrencilerin görüşme esnasında sıklıkla verdikleri cevaplardan yola çıkarak hazırlanmıştır. Testin birinci aşaması çoktan seçmeli sorulardan oluşmaktadır. İkinci aşamasında ise her bir seçenek için üç ya da dört gerekçe yer almaktadır. Doğru seçeneklere ilişkin gerekçeler genellikle “sayı duyusu temelli çözüm yolu”, “kural temelli çözüm yolu”, “kavram yanılgıları” ve “tahmin” stratejilerini içermektedir. Çalışmaya 1248 6. sınıf öğrencisi dahil edilmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin soruları çözerken yaklaşık %20’sinin sayı duyusunu kullandığı ve %50’sinin kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir. Öğrencilerin soruların cevabına nasıl ulaştıklarına ilişkin gerekçeleri incelendiğinde, genellikle işlemlerin anlamını kavrama bileşeninde yer alan sorularda yüksek düzeyde kavram yanılgılarının olduğu görülmektedir. Araştırmacılar bu durumun sebebini okulda ve evde sayı duyularını geliştirmeye yönelik sınırlı imkanın olmasıyla açıklamaktadır.

2.2. Sayı Duyusunun Problem Bağlamına Göre İncelenmesine Yönelik Çalışmalar

Bu bölümde sayı duyusu bileşenlerini ve sayı duyusuyla ilgili birtakım becerileri içeren problemlerin ve etkinliklerin bağlam içerip içermemesine göre öğrencilerin performansının, kullandıkları stratejilerin nasıl farklılaştığını ortaya koyan ulusal ve uluslararası çalışmalara yer verilmiştir.

Irwin (2001) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin bağlam içeren ve içermeyen problemler üzerinde çalışmalarının ondalık ifadeler konusundaki gelişimlerine etkisi araştırılmıştır. 11-12 yaşlarındaki 16 öğrenciden çiftler halinde grup oluşturarak ondalık ifadeler hakkında kavram yanılgısına neden olabilecek problemler üzerinde çalışmaları istenmiştir. Gruplar yarısı bağlam içeren, diğer yarısı ise bağlam içermeyen problemler üzerinde çalışmıştır. Bağlam içeren ve içermeyen problemlerde öğrencilerin performanslarını karşılaştırabilmek amacıyla ön test ve son test sonuçları incelenmiş ve bağlamsal problemler üzerinde çalışan öğrencilerin diğerlerine oranla daha fazla ilerleme kaydettikleri görülmüştür. Çiftler arasında geçen diyaloglar analiz edildiğinde ise bağlamsal problemler üzerinde çalışan öğrencilerin günlük yaşam bilgilerini yansıtarak ondalık ifadeler konusunu daha iyi kavramsallaştırabildikleri bulgusuna ulaşılmıştır.

Kılıç ve Olkun (2013) tarafından yapılan çalışmada ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin ölçmeye dayalı tahminlerini gerektiren günlük yaşam durumlarında ne tür stratejiler kullandıkları ve strateji kullanma ile başarı düzeyleri arasında bir ilişki olup olmadığı incelenmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin ölçümsel tahmin yapmalarını gerektiren durumlarda kullandıkları stratejilerin bağlama göre değiştiği görülmüştür. Örneğin sınıfın, sınıf kapısının ve otomobilin yüksekliğini tahmin etmeleri istenen sorularda okul ve okul bahçesiyle ilgili tahmin sorularına göre karşılaştırma stratejisi ile birlikte önceki bilgi stratejisini de kullandıkları görülmüştür. Önceki bilgi stratejisi, öğrencilerin bildikleri bir ölçümden yola çıkarak verilen durumu tahmin etmelerini gerektirmektedir. Öğrencilerin sınıfın, sınıf kapısının ve otomobilin yüksekliğiyle ilgili sorularda okul ve okul bahçesiyle ilgili sorulara oranla daha fazla önceki bilgi stratejisini kullanmalarının nedeni öğrencilere sunulan bağlamın öğrencilerin geçmiş yaşantılarıyla daha ilişkili olması şeklinde açıklanmıştır.

Koedinger ve Nathan (2004) tarafından yapılan çalışmada problemlerin bağlam içerip içermemesi durumuna göre öğrencilerin cebire giriş sorularındaki performanslarının ve bilişsel süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç çerçevesinde karmaşık aritmetik problemlerin ve daha basit düzeyde cebir problemlerinin yer aldığı formlar lise öğrencilerine uygulanmıştır. Her bir soru formunda sekiz soru bulunmakta olup soruların dört tanesi sözel problemlerden, dört tanesi bağlam içermeyen denklem ve eşitlik sorularından oluşmaktadır. Araştırma sonucunda cebire giriş problemleri çözen lise öğrencilerinin sembolik problemlerde daha çok zorlandıkları görülmüştür. Öğrencilerin performansının yanında kullandıkları stratejilerin ve hatalarının problemin bağlam içerip içermemesine göre nasıl ve neden farklılaştığı üzerinde de durulmuştur. Yapılan analizler sonucunda öğrencilerin sözel problemlerde daha iyi performans göstermelerinin nedeni bu problemleri çözmek için informal stratejiler geliştirebilmeleri ile açıklanmıştır.

Yang ve Li (2008) tarafından yapılan çalışmada Tayvan'da öğrenim görmekte olan 3. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu performansının ve sayı duyusu gelişiminde eksiklik yaşadıkları alanların tespit edilmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin sayı duyusu bileşenlerindeki performanslarının düşük olduğu ve en düşük performansı da "hesaplama sonuçlarının akla uygunluğuna karar vermek" bileşeninde gösterdikleri görülmüştür. Bu bileşen kapsamında üç basamaklı bir sayı ile üç basamaklı bir sayının toplamının kaç basamaklı olabileceği yönünde soru sorulmuş ve öğrencilerin bir kısmının sorunun bağlamını anlamaksızın 3+3=6 işleminden yola çıkarak 6 basamaklı olabileceği yönündeki seçeneği işaretledikleri bulgusuna ulaşılmıştır. Sayıların çoklu gösterimlerinden yararlanmalarını gerektiren bir başka soruda ise öğrencilerin sorunun bağlamını anlamaksızın sadece gördükleri sayılardan ve anahtar sözcüklerden yola çıkarak sorudaki iki sayıyı çarpma eğiliminde oldukları bulgusuna ulaşılmıştır.

Yang ve Liu (2013) tarafından yapılan çalışmada 5. sınıf öğrencilerinin bağlamsal ve sayısal kesir problemlerindeki performanslarının karşılaştırılması amaçlanmıştır. Araştırmaya 355 tane 5. sınıf öğrencisi katılmıştır. Veri toplama aracı araştırmacılar tarafından geliştirilmiş olup 16 bağlamsal, 16 sayısal sorunun yer aldığı iki ayrı form hazırlanmıştır. Her iki formdaki sorularda yer alan sayılar aynı seçilmiştir. Örneğin bağlam içermeyen soruda öğrencilerden $\frac{4}{9}$ ve $\frac{4}{12}$ kesirlerini karşılaştırmaları istenirken, diğer formda aynı kesirleri karşılaştırmaya yönelik soru, bir poşette yer alan 36 tatlının iki kişi tarafından farklı oranlarda ($\frac{4}{9}$ ve $\frac{4}{12}$) yenmesi durumunda hangisinin daha çok yediğinin karşılaştırılması şeklinde sorulmuştur. Öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtlar doğruluk durumları ve gerekçeleri göz önünde bulundurularak puanlanmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin performanslarının bağlamsal problemlerde sayısal problemlere göre daha düşük olduğu ve bu farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Yang ve Wu (2012) tarafından yapılan çalışmada ise 8. sınıf öğrencilerinin bağlamsal ve sayısal problemleri çözerken kullandıkları tahmin stratejileri karşılaştırılmıştır. İki ölçme aracı kullanılmış olup her iki formdaki sorularda aynı sayılar yer almaktadır. Araştırma sonucunda öğrencilerin sayısal problemlerde bağlamsal problemlere oranla daha iyi performans gösterdikleri bulgusuna ulaşılmıştır. Araştırmacılar bu durumu sayısal problemlerde öğrencilerin yapacakları işlemleri daha iyi kavramaları ile açıklamış olup, bu tür problemlerin öğrencilerin tahmin becerilerini geliştirmeye yardımcı olduğunu belirtmişlerdir. Araştırmacılara göre öğrencilerin bağlam içeren problemlerde düşük performans göstermelerinin nedeni bağlamsal problemleri matematiksel işlemlere dönüştürme gereksinimi duymaları ve bu durumun başarılarını düşürmesi ile açıklanmaktadır.

2.3. İlgili Araştırmalar Özet

Ulusal ve uluslararası alanyazında çocukların sayı duyusu düzeyini belirlemeye yönelik yapılan çalışmalar incelendiğinde çalışmaların yaş grubu özellikleri ve sayı duyusu bileşenleri açısından iki modele dayalı olarak gruplandığı görülmektedir. Birinci modelde sayı duyusu ölçülen grubun yaş aralığı genelde erken çocukluk ve okul öncesi dönemini içermektedir. Ayrıca bu yaş grubuna yönelik belirlenen sayı duyusu bileşenleri sayma, sayı büyüklüklerini karşılaştırma, sayı-nesne eşleştirme, şipşak sayılama, sayı tanılama, temel hesaplamalar, sözel problemler, tahmin gibi bileşenleri içermektedir. Bu bileşenler Berch (2005) tarafından tanımlanan temel düzey sayı duyusu ile örtüşmektedir. Alanyazındaki bir diğer model ise Berch'in üst düzey olarak nitelendirdiği sayı ve işlemlerde esneklik ve akıcılığı içeren daha üst düzey becerileri içermektedir (İymen, 2012; Kayhan Altay, 2010; McIntosh ve diğerleri, 1992; Reys ve diğerleri, 1999; Yang, 1995). Bu bileşenlerin isimleri araştırmacılar arasında farklılaşsa da genel olarak hesaplamada esneklik, sayı büyüklükleri, kıyaslama noktasından yararlanma, işlemlerin sayılar üzerindeki etkisi, tahmin ve hesaplama sonuçlarının akla uygunluğuna karar vermek gibi becerileri içermektedir. Alanyazında bu bileşenlerden yararlanılarak sayı duyusu düzeyi belirlenen çocuklar ise genelde ilkokul ve ortaokulda öğrenim görmekte olup yaş aralığı 8-14 arasında değişmektedir.

Yapılan ölçümler sonucunda sayı duyusunun formal eğitim öncesi gelişmeye başladığı, fakat sosyal ve kültürel tecrübelere bağlı olarak aynı yaş grubundaki çocuklarda bile farklılaştığı görülmüştür (Berch, 2005; Jordan ve Levine, 2009). Çocukların sayı duyusu düzeyindeki bu farklılaşmanın çeşitli nedenleri bulunmaktadır (Aunio ve diğerleri, 2006; Jordan, Levine & Huttenlocher,1994; Jordan ve diğerleri, 2010; Kayhan Altay, 2010; Yang, 1995). Örneğin yapılan çalışmalarda çocukların sayı duyusu, ailelerinin sosyoekonomik düzeyiyle ilişkili bulunmuş ve sosyoekonomik düzeyi düşük olan ailelerin çocuklarının sözel sayı kombinasyonları ve sözel problemlerdeki performanslarının daha düşük olduğu görülmüştür (Jordan ve diğerleri, 1994; Jordan ve diğerleri, 2010). Ayrıca formal eğitim süresince çocukların sayı duyusunda gelişme gözlemlenebilirken düşük sosyoekonomik düzeydeki ailelerin çocuklarında bu ilerleme oldukça az görülmüştür (Jordan ve diğerleri, 2006). Çocukların sayı kavramı ve sayma ilkeleri gelişimini etkileyen bir diğer değişkenin de okul öncesi eğitim alma durumu olduğu görülmektedir. Araştırmalardan elde edilen bulgular okul öncesi eğitim alan ilkokul birinci sınıf öğrencilerinin sayma gerektiren problemlerde daha başarılı olduklarını ortaya koymaktadır (Olkun, Çelik, Tural Sönmez & Can, 2014). Bunun yanında çocukların sayı duyusu düzeylerinde yaşa bağlı olarak bir artış gözlemlenirken (Aunio ve diğerleri, 2006; Yang, 1995), Kayhan Altay (2010) tarafından yapılan çalışmada 8. sınıfların sayı duyularının 6. ve 7. sınıflara göre düşük olduğu görülmüştür. Yapılan çalışmalarda öğrencilerin sayı duyusunda cinsiyet açısından ise anlamlı bir farklılık bulunmamıştır (Aunio ve diğerleri, 2006; Yang, 1995; Kayhan Altay, 2010). Bu bulgular bebeklikten itibaren gelişmeye başlayan sayı duyusunun bireysel farklılıklara ve sosyokültürel değişkenlere göre farklılaştığını ortaya koymaktadır.

Öğretim sürecinde kullanılan etkinlik ve problemlerin bağlam içerip içermeme durumunun öğrencilerin sayı duyusu kullanımlarını nasıl etkilediğine dair yapılan çalışmalar incelendiğinde, bağlam temelli problemlerde öğrencilerin sayı ve işlemleri daha anlamlı hale getirebildikleri ve bağlamın öğrencilerin gerek matematiksel performansı gerekse sayı duyusu kullanımı üzerinde olumlu bir etkiye sahip olduğu görülmektedir (Anghileri, 2000; Irwin, 2001; McIntosh ve diğerleri, 1992; Yang, 2003; Yang & Wu, 2010). Ayrıca öğrencilerin bağlam temelli etkinliklerde rutin hesaplamalardan uzaklaşarak farklı stratejiler geliştirdiklerine dair bulgulara da rastlamak mümkündür (Hope, 1989; Markovits & Sowder, 1994; McIntosh ve diğerleri, 1997). Fakat bağlam temelli etkinlik ve problemlerin öğrencilerin sayı duyularını geliştirdiği yönünde bulgular yer almasına rağmen bu durumu desteklemeyen araştırmalara da rastlanmak mümkündür. Bu yöndeki bulgular ise öğrencilerin bağlam üzerinde düşünmeden algoritmaya dayalı hesaplamalar yapmayı tercih ettiklerini göstermektedir (Yang & Li, 2008; Yang & Liu, 2013; Yang & Wu, 2012). Alanyazında yapılan bazı çalışmalarda öğrencilerin sayı ve işlem becerilerine dair performanslarının bağlam içeren, bazı çalışmalarda ise bağlam içermeyen problemlerde arttığına dair elde edilen bulgular bu konudaki farklılaşmaları ortaya koymaktadır.

3. YÖNTEM

3.1. Araştırmanın Yöntemi

Bağlam içeren ve içermeyen problemlerin sonuçlarına ulaşma sürecinde öğrencilerin sayı duyusundan ve sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma durumlarını ve çözüm yollarını incelemeyi amaçlayan bu araştırmada betimsel araştırma türlerinden tarama deseni kullanılmıştır. Araştırmada amaç var olan durumu ortaya koymak olduğu için bu araştırma deseni tercih edilmiştir. Tarama deseni kullanılan araştırmalarda katılımcıların görüşleri veya diğer özellikleri daha fazla sayıda kişiye ulaşılarak tespit edilmekte ve betimlenmeye çalışılmaktadır (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2012; Fraenkel, Wallen & Hyun, 2012).

Araştırma kapsamında öncelikle çalışmanın nicel aşaması yürütülmüştür. Bu aşamada, çalışma grubunda yer alan ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin bağlam içeren ve bağlam içermeyen problemlerin çözümünde sayı duyusundan ve sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma durumunu ortaya koymak amaçlanmıştır. Öğrencilerin sayı duyusunu kullanma ve sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma performanslarını ortaya koyabilmek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen, bağlam içeren ve bağlam içermeyen problemlerin yer aldığı sayı duyusu ölçeklerinden yararlanılmıştır. Ölçme araçlarından elde edilen verilerin analizi ile öğrencilerin sayı duyusunu kullanma performansları ve sayı duyusu kullanımının bağlam içeren ve içermeyen problemlerde farklılaşma durumu incelenmiştir.

Araştırmanın nicel aşaması tamamlandıktan ve elde edilen veriler incelendikten sonra nitel aşamaya geçilmiştir. Araştırmanın nitel aşamasının amacı kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerden alternatif çözüm yolları sunmaları istendiğinde öğrencilerin sayı duyusu temelli çözüm yollarını kullanma durumlarını incelemektir. Bu amaçla bağlam içeren problemlerde kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerden problemi farklı bir yoldan çözmesi istendiğinde öğrencilerin sayı duyusu temelli çözüm yolunu keşfetme durumları incelenmiştir.

Alanyazında yapılan bazı araştırmalar öğrencilerin bağlam içeren durumlarda sayı ve işlemlerden esnek bir şekilde yararlanabildiklerini ve etkili çözüm stratejileri geliştirebildiklerini ortaya koymaktadır (Anghileri, 2000; McIntosh ve diğerleri, 1992; Yang, 2003). Öğrencilerin bağlam içeren durumlarda işlem sonucunu sorgulayıp, farklı stratejiler kullanarak hesaplamalar yapmaya çalıştıkları, bağlam içermeyen durumlarda ise standart hesaplamalar yaptıkları ve elde ettikleri sonuçları sorgulamadıkları görülmektedir (Hope, 1989; Markovits & Sowder, 1994; McIntosh ve diğerleri, 1997; Pilmer, 2008). Bu nedenle bağlam içermeyen problemlerin öğrencilerde standart hesaplama yapma eğilimi oluşturabilecekken bağlam içeren problemlerin öğrencileri sayılar ve işlemler arası ilişkileri anlamlandırmaya, referans noktası kullanmaya ve esnek hesaplama yapmaya sevk edebileceği düşünülmüştür. Böylece araştırmaya öğrencilerin bağlam içeren problemlerde sayı duyusu temelli çözüm yollarını kullanma eğilimlerinin daha fazla olacağı varsayımı ile başlanmıştır. Fakat araştırmanın nicel aşamasında öğrencilerin gerek bağlam içeren gerekse bağlam içermeyen problemlerde çoğunlukla kural temelli çözüm yollarını tercih ettikleri görüldüğünden bu durumun sebebinin öğrencilerin sayı duyusu temelli çözüm yollarını bilmemesinden mi yoksa tercih etmemesinden mi kaynakladığını ortaya koymak hedeflenmiştir. Bu doğrultuda bağlam içeren problemlerde kural temelli çözüm yollarını kullanan öğrencilerden alternatif çözüm yolları üzerinde düşünmeleri istenerek öğrencilere fırsat tanındığında sayı duyusu temelli çözüm yollarını kullanabilme durumları incelenmiştir.

Bu amaç çerçevesinde maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemi ile belirlenen öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Görüşmelerden elde edilen veriler yardımıyla kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin birtakım yönlendirmeler yapıldığında sayı duyusu temelli çözüm yollarını keşfedebilme durumları ortaya çıkarılmış ve sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin çözüm yolları detaylı olarak incelenmiştir.

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın nicel aşamasında yer alan çalışma grubu elverişli örnekleme yöntemiyle belirlenmiştir. Çalışma grubunu, Burdur ilinde sekiz farklı devlet okulunda öğrenim görmekte olan 496 (%50,5 kız, %49,5 erkek) ilkokul 4. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Okullarda öğrenim görmekte olan öğrencilerin sosyoekonomik durumları ve başarı durumları düşük, orta ve yüksek düzeylerde yer almakta olup çeşitlilik göstermektedir.

Çalışmanın temel amacı öğrencilerin İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nı tamamladıklarında sayı duyusundan yararlanma performanslarının nasıl olduğunu ortaya koyabilmek olduğu için ilkokul 1, 2, 3 ve 4. sınıf düzeyleri arasından ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin çalışmaya dahil edilmesine karar verilmiştir. İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı (2009)'nda doğrudan sayı duyusu kavramına yer verilmemekle birlikte sayılar ve işlemler arasındaki ilişkiden ve sayı duyusu bileşenlerinden yararlanmayı gerektiren kazanımlara yer verilmiştir. Bu nedenle ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin programda yer alan kazanımlara ilişkin öğretim sürecini tamamladıklarında sayı duyularını kullanma performanslarının ne durumda olduğunu belirlemek, programın hedeflerine ulaşma düzeyini görmemiz açısından da yarar sağlayacaktır.

Araştırmanın nitel aşamasında yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmış olup çalışma grubu maksimum çeşitlilik örneklemesi yoluyla belirlenmiştir. Bu amaçla araştırmanın nicel aşamasından elde edilen veriler çerçevesinde, sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanma performansı yüksek, orta ve düşük düzeyde olan üç gruptan yaklaşık 10'ar öğrenci seçilerek görüşmeler yapılmıştır. Toplamda 32 öğrenci ile görüşme yapılmış olup öğrencilerin 17 tanesi kız, 15 tanesi erkektir. Araştırmanın nicel aşamasından elde edilen verilere göre, sayı duyusu kullanım performansı diğer öğrencilere göre daha yüksek olan öğrencilerden dört tanesi on problemin altısını, üç tanesi beşini, dört tanesi ise dördünü sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanarak cevaplamıştır. Yani sayı duyusu kullanım performansı diğer öğrencilere göre daha yüksek olan öğrenciler problemlerin yaklaşık yarısında sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanmıştır. Dolayısıyla bu gruptaki öğrencilerin de problemlerin yaklaşık yarısında sayı duyusunu kullanmaması nedeniyle, alternatif çözüm yolları üzerinde düşünmeleri istendiğinde sayı duyusu temelli çözüm yollarını keşfetme durumunun incelenmesi önem taşımaktadır. Sayı duyusu kullanım performansı düşük ve orta düzeydeki öğrencilerle yapılan görüşmeler sonucunda ise kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerden alternatif çözüm yolları sunmaları istendiğinde öğrencilerin sayı duyusu temelli çözüm yollarını kullanma durumlarını incelemek amaçlanmıştır. Bu gerekçelerle araştırmanın nitel aşamasında sayı duyusu kullanım performansı düşük, orta ve yüksek düzeyde olan öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır.

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın nicel aşamasında veri toplama aracı olarak bağlam içeren sayı duyusu ölçeği ve bağlam içermeyen sayı duyusu ölçeği olmak üzere iki araç kullanılmıştır. Araştırmanın nitel aşamasında ise bağlam içeren sayı duyusu ölçeğinde yer alan problemlerden yararlanılmış ve öğrencilerden bu problemlerin çözümlerine ilişkin açıklama yapmaları istenmiştir.

3.3.1. Bağlam İçeren ve Bağlam İçermeyen Sayı Duyusu Ölçme Araçlarının Hazırlanması

Sayı duyusu ölçme araçları, ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin bağlam içeren ve içermeyen problemlerde sayı duyusunu kullanma durumlarını inceleyebilmek amacıyla geliştirilmiştir. Alanyazında yer alan bileşenlerden ve öğretim programındaki kazanımlardan yola çıkılarak hazırlanan, bağlam içeren ve içermeyen problemlerin yer aldığı sayı duyusu ölçekleri şu aşamalar gerçekleştirilerek hazırlanmıştır:

1. Amaca dönük boyutların belirlenmesi: Sayı duyusu ölçeğini geliştirmek için öncelikle alanyazında yer alan sayı duyusu bileşenleri ve öğretim programında yer alan kazanımlar incelenmiştir. Alanyazındaki sayı duyusu bileşenlerinin ortak ve benzer yönleri, bileşenleri yansıtan soru örnekleri ve kazanımlar gözden geçirilerek Yang (1995) tarafından belirlenen altı bileşenin sayı duyusu ölçeğinin boyutlarını oluşturmasına karar verilmiştir. Bu bileşenler (1) sayıların anlamını kavrama, (2) sayıları ayrıştırma ve yeniden birleştirme, (3) sayı büyüklükleri, (4) kıyaslama (referans) noktasından yararlanma, (5) işlemlerin etkisini ve anlamını kavrama, (6) hesaplama durumlarında sayılarla ve işlemlerle esneklik olmak üzere altı boyutta toplanmaktadır.

Yang (1995) tarafından belirlenen altı bileşenin sayı duyusu ölçeğinin boyutlarını oluşturmasının temel sebeplerinden birisi bu bileşenlerin alanyazında farklı araştırmacılar tarafından ortaya atılan sayı duyusu bileşenlerinin (Case, 1989; Greeno, 1991; McIntosh ve diğerleri, 1992; NCTM, 1989; Resnick, 1989) ortak noktalarını oluşturmasıdır. Bir diğer sebep ise belirlenen altı bileşenin İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nın temel hedefleri arasında yer alan sayılar arası ilişkileri ve işlemlerin anlamını kavramayı gerektiren beceriler ile örtüşmesidir. Öğretim programında sayı duyusu kavramına ve sayı duyusu bileşenlerine doğrudan yer verilmese de sayılar ve işlemler arası ilişkiyi geliştirecek bir takım becerilere (zihinden hesaplama, tahmin, sayı örüntülerinden yararlanma, sayıları sıralama, karşılaştırma vb.) vurgu yapılmakta ve "sayılar" öğrenme alanı, programın büyük bir bölümünü kapsamaktadır (MEB, 2009). Dolayısıyla öğretim programında sayı ve işlemler arası ilişkiyi geliştirmeye yönelik tanımlanan beceriler ve kazanımlar Yang (1995) tarafından belirlenen altı bileşen ile ilişkilidir.

İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda öğrencilerin sayıları tanıması, anlamlarını bilmesi ve kullanması vurgulanan noktalar arasındadır. Aynı zamanda öğrencilerin sayılar arasındaki ilişkileri belirleyebilmeleri ve bunları problem durumlarına uygulamaları beklenmektedir (MEB, 2009). Bu nedenle gerek matematik öğretimi sürecinin gerekse İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nın temelini oluşturan "sayıların anlamını kavramak" bileşenine bu çalışma kapsamında yer verilmiştir. "Sayıları ayrıştırma ve yeniden birleştirme" olarak adlandırılan bir diğer bileşen ise işlem yaparken sayıların farklı gösterim biçimlerinden yararlanabilmeyi, hesaplamaya uygun gösterim biçimini seçebilmeyi gerektirmektedir. İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda, örneğin öğrencilerin 34 sayısının hem 3 onluk ve 4 birlikten hem de 34 tane birlikten oluştuğunu anlayabilmeleri gerektiği, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramlarını geliştirirken çoklukları birleştirme ve ayrıştırmadan yararlanılması gerektiği vurgulanan noktalar arasındadır (MEB, 2009). "Sayı büyüklüğü" bileşeni sayıları sıralama, karşılaştırma, iki sayıdan hangisinin üçüncüsüne daha yakın olduğunu bilme, iki sayı arasındaki sayıları tanımlama gibi becerileri içermekte olup İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda, somut nesnelerle, onluk taban bloklarıyla, sayı doğrusu üzerinde ya da somut kesir modelleriyle karşılaştırma ve sıralama etkinliklerinin yapılması gerektiği belirtilmektedir (MEB, 2009). Bir diğer bileşen olan "kıyaslama (referans) noktasından yararlanma" hesaplamayı kolaylaştıracak birtakım sayılardan (0, 1, 10, 25, ½ vb.) yararlanmayı ya da ölçmeye dayalı tahminde bulunurken bir referans noktasından yararlanmayı gerektirmekte olup öğretim programında özellikle ölçmeye dayalı tahmin yaparken ölçüsü tahmin edilecek nesnenin bir referans ölçüsü ile karşılaştırılması gerektiği üzerinde durulmaktadır (MEB, 2009). "İşlemlerin etkisini ve anlamını kavrama" bileşeni, ondalık ifadelerle ve kesirlerle yapılan çarpma ve bölme işlemlerinin sonucu nasıl etkilediği yönündeki sorularla örneklendirilmiştir. İlköğretim Matematik

Dersi Öğretim Programı'nda "Ondalık Sayılar ve Kesirler" öğrenme alanlarında çarpma ve bölme becerilerine yer verilmese de bu bileşeni bir işlemin sonucundan yararlanarak başka bir işlemin sonucunu tahmin etme gibi durumlarla örneklendirmek mümkündür. "Hesaplama durumlarında sayılarla ve işlemlerle esneklik" bileşeni ise genellikle zihinden hesaplama ve tahmin gibi esnek hesaplama yapmayı gerektiren becerileri içermekte olup öğretim programında toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin sonuçlarını hesaplamadan önce tahminde bulunma ve tahminini işlem sonucuyla karşılaştırma kazanımlarıyla örtüşmektedir.

2. Boyutları kapsayan maddelerin yazılması: Sayı duyusu ölçeğinde yer alan sorular Yang (1995) tarafından belirlenen 6 bileşen temel alınarak yazılmıştır. Çalışmanın amacı doğrultusunda her bir sorunun bağlam içeren ve içermeyen örneğine yer verilmiştir. Madde yazımında alanyazındaki soru örneklerinden yararlanılmış ve bu konuda uzman kişilerin görüşlerine başvurulmuştur. Ölçekte her bir bileşeni ölçecek en az 4 maddeye yer verilmiştir (Ek-6).

3. Ön pilot çalışmanın yapılması: Her bir bileşeni karşıladığı düşünülen en az dört madde hazırlandıktan sonra ön pilot çalışmaya yer verilmiştir. Ön pilot çalışma okulların yeni açılmış olması ve ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin henüz ilgili kazanımları edinmemiş olması nedeniyle 40 kişiden oluşan 5. sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Bu uygulama ile araştırmacı tarafından soruların sınıf seviyesine uygunluğu tespit edilmeye çalışılmıştır. Öğrenci cevaplarının incelenmesinin ardından öğrencilerin çözmekte zorlandığı sorular tekrar gözden geçirilmiştir.

4. Uzman görüşlerinin alınması: Maddelere araştırmacı tarafından son şekli verildikten sonra her bir maddenin belli ölçütlere (maddelerin anlaşılırlığı, istenilen özelliğe ve boyuta uygunluğu, teknik açıdan madde yazım kurallarına uygunluğu, öğrencilerin düzeyine uygunluğu, bilimsel hata içerip içermediği vb. özellikler) uygunluğu konusunda matematik eğitimi, ölçme-değerlendirme ve dil bilimi konusunda uzman 12 kişiye başvurulmuştur. Uzman görüşleri arasındaki uyum/uyumsuzluk, kapsam geçerliği için bir kestirim niteliği taşımaktadır (Yurdugül, 2005). Ölçme aracında yer alan maddeler sayı duyusu alanında çalışma yapmış olan 9 konu alanı uzmanı, 2 ölçme-değerlendirme uzmanı ve 1 öğretmen tarafından incelenmiştir.

Uzman görüş formunda maddelerle ilgili olduğu düşünülen kazanımlara ve sayı duyusu bileşenlerine yer verilerek uzmanlardan maddeleri sınıf seviyesine uygunluğu, bileşene uygunluğu ve soruların ifade ediliş biçiminin uygunluğu (kullanılan dilin, bağlamın, görsellerin ve yönergelerin uygunluğu) açısından değerlendirmeleri istenmiştir. Değerlendirmeyi yaparken uzmanlardan sorular belirtilen özelliği tam olarak ölçmeye aday madde ise "uygun", madde özelliği ölçmekte ama düzenlenmesi ya da değiştirilmesi gerekiyorsa "uygun ama geliştirilmeli", madde belirtilen özelliği ölçmüyor ise "uygun değil" seçeneklerini işaretlemeleri ve görüşlerini açıklama bölümüne belirtmeleri istenmiştir. Uzman görüşleri elde edildikten sonra Lawshe (1975) tekniği kullanılarak her bir maddeye ilişkin kapsam geçerlik oranları (KGO) elde edilmiştir. KGO hesaplaması için her bir maddeye yönelik "uygun" görüşünü belirten uzman sayısının maddeye ilişkin görüş belirten toplam uzman sayısının yarısına oranının 1 eksiği alınmıştır.

$$\text{KGO}=\frac{N_G}{N/2}-1$$

N_G : Maddeye "uygun" diyen uzman sayısı N : Toplam uzman sayısı

Uzmanların yarısının ya da yarısından daha fazlasının "uygun" şeklinde görüş bildirmemesi durumunda KGO değerleri 0 ya da negatif değer alacağından bu maddeler elenir (Yurdugül, 2005).

Taslak sayı duyusu ölçeğinde (Ek-6) yer alan 30 maddenin kapsam geçerlik oranları incelendiğinde maddelerin KGO değerlerinin pozitif olduğu görülmektedir (Tablo 3.1). Ancak her bir sayı duyusu bileşenine ait 4 maddeye yer verilmesi hedeflendiğinden 6 maddenin bulunduğu bileşenlerde KGO değerleri daha düşük olan ve uzmanlardan eleştiri alan 25-26, 27-28, 29-30 numaralı maddeler ölçme aracından çıkarılmıştır. Diğer maddeler üzerinde uzmanlardan gelen dönütler doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılmıştır.

Tablo 3.1: Uzman Görüşlerine İlişkin Kapsam Geçerlik Oranları

Sayı Duyusu Bileşeni	*Madde No**	*Sınıf Seviyesine Uygunluk KGO*	*Bileşene Uygunluk KGO*	*Soruların İfade Ediliş Biçimi KGO*	*Sayı Duyusu Bileşeni*	*Madde No*	*Sınıf Seviyesine Uygunluk KGO*	*Bileşene Uygunluk KGO*	*Soruların İfade Ediliş Biçimi KGO*
1. Sayıların anlamını kavramak	3a	0,67	0,83	0,17	***4. Kıyaslama noktasının kullanımı***	9a	0,83	0,33	0,33
	24a	0,67	0,83	0,83		15a	0,83	0,33	0,50
	13b	0,83	0,83	0,50		8b	1	0,50	0,50
	6b	0,67	0,83	0,50		19b	1	0,33	0,50
	25c	0,67	0,67	0,33					
	26c	0,67	0,50	0,17					
2. Sayıları ayrıştırma ve yeniden birleştirme	1a	0,83	0,67	0,83	***5. İşlemlerin etkisini ve anlamını kavramak***	18a	1	0,67	0,83
	14a	0,83	0,67	0,67		2a	1	0,83	0,83
	5b	1	0,83	1		16b	0,83	1	0,83
	11b	1	0,83	1		20b	1	1	1
3. Sayı büyüklükleri	10a	1	0,67	1	***6. Hesaplama durumlarında sayılarla ve işlemlerle esneklik***	17a	0,83	0,67	0,67
	7a	1	0,67	1		4a	0,83	0,67	0,83
	22b	1	0,83	1		***29b***	1	0,50	0,50
	12b	1	0,83	1		***30b***	1	0,67	0,67
	27c	1	0,67	0,50		21c	1	1	0,83
	28c	1	0,50	0,67		23c	1	1	1

*Her bir alt boyutta bağlam içeren ve içermeyen paralel maddeler, aynı harf (a,b ve c) ile gösterilmiştir. Örneğin, "Sayıların anlamını kavramak" alt boyutunda yer alan 3a ve 24a maddelerinden biri bağlam içeren ve diğeri bağlam içermeyen paralel maddelerdir.

Ölçme aracında yer alan her bir madde için elde edilen KGO değeri 0 ya da negatif çıkan maddeler çıkarıldıktan sonra geriye kalan maddelerin KGO değerlerinin ortalamaları kapsam geçerlik indeksini (KGİ) vermektedir. Hesaplama kolaylığı açısından p=0,05 anlamlılık düzeyinde KGO'ların minimum değerleri Veneziano ve Hooper (1997) tarafından tablolaştırılmış olup 12 uzman için minimum kapsam geçerlik ölçütü (KGÖ) değeri 0,56 olarak hesaplanmıştır (Yurdugül, 2005). 24 madde üzerinden hesaplanan KGİ değerleri sınıf seviyesine uygunluk kriteri için 0,90; bileşene uygunluk kriteri için 0,73; soruların ifade ediliş kriteri için 0,75 olarak bulunmuş olup bu değerler ölçme aracının kapsam geçerliğinin istatistiksel olarak anlamlılığını göstermektedir (KGİ > KGÖ, p=0,05).

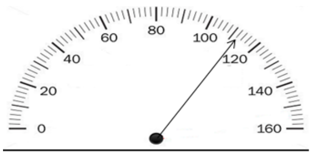
5. Ölçme aracının oluşturulması: Her bir bileşene ait 4'er maddenin yer aldığı 24 maddelik taslak sayı duyusu ölçeği Ek-7'de yer almaktadır. Ölçekte yer alan maddeler düzenlenerek yaş aralığına uygun yazı karakteri, puntosu ve satır aralıkları belirlenmiştir. Taslak sayı duyusu ölçeğindeki soruların öngörülen bileşenlere göre dağılımı aşağıda yer almaktadır.

Taslak sayı duyusu ölçeğindeki 3-24, 13-6 numaralı soru çiftleri *sayıların anlamını kavramak* bileşenini ölçmek için tasarlanmıştır (Tablo 3.2). Sayıları tanıma, anlamlarını bilme, sayılar arası ilişkilerden yararlanma gibi becerileri içeren bu bileşen sayıların temsil ettiği miktarları anlayabilmeyi gerektirmektedir (Yang, 1995). 3-24 numaralı soru çifti TIMSS'ten (2007) uyarlanmış olup sayıların anlamını ve sayılar arası ilişkileri yeterince kavramış bir öğrencinin verilen durumda sayılar arasındaki artışın birer birer olmadığını fark ederek cevap vermesi beklenmektedir. Phipps (2008)'den uyarlanan 6-13 numaralı soru çiftinde ise kesirlerin anlamını yeterince kavramış bir öğrencinin dört tane çeyreğin bir tam yapacağını fark etmesi beklenmektedir.

Tablo 3.2: Sayıların Anlamını Kavramak Bileşeninde Yer Aldığı Öngörülen Sorular

<table>
<tr><th>Bağlam içeren madde</th><th>Bağlam içermeyen madde</th></tr>
<tr><td>

3.



Yukarıdaki resimde Ali Bey’in arabasının hız göstergesi görülmektedir. Buna göre, Ali Bey’in arabasının hızı kaç km’dir?

</td><td>

24.

Yukarıdaki sayı doğrusunda ok işaretinin olduğu yere hangi sayı gelmelidir?

</td></tr>
<tr><td>

13.

Yukarıda bir paket çikolatanın çeyreği görülmektedir. Buna göre 2 $\frac{1}{4}$ paket çikolata yiyen Sevil’in yediği çikolata miktarını yukarıdaki noktalı bölüme çizerek gösteriniz.

</td><td>

6.

Yukarıdaki şekilde yer alan taralı bölge bir bütünün çeyreğini temsil etmektedir. Buna göre 2 $\frac{1}{4}$ kesrini temsil eden şekli yukarıdaki noktalı bölüme çizerek gösteriniz.

</td></tr>
</table>

Taslak sayı duyusu ölçeğindeki 1-14, 5-11 numaralı soru çiftleri *sayıları ayrıştırma ve yeniden birleştirme* bileşenini ölçmek için hazırlanmıştır (Tablo 3.3). Bu bileşen sayıların farklı gösterimlerini esnek bir şekilde kullanabilmeyi ve hesaplamaya uygun gösterim biçimini seçebilmeyi gerektirmektedir (Yang, 1995). Louange (2007)’nin çalışmasından uyarlanan 1-14 numaralı soru çiftinde sayı duyusu kullanan öğrencilerin sayıları 90’a ya da 100’e tamamlayacak şekilde ayrıştırma-birleştirme yapmaları beklenmektedir. Alsawaie (2012)’nin çalışmasından uyarlanan 5-11 numaralı soru çiftinde ise 28 x 52 = 28 x (50+2) ve 30 x 50 = (28 + 2) x 50 eşitliklerinde öğrencinin 28 x 50 ifadesinin ortak olduğunu fark etmesi beklenir. Bu durumda 28 x 2 ve 2 x 50 ifadelerinin sonuçlarını karşılaştırması yeterli olmaktadır.

Tablo 3.3: Sayıları Ayrıştırma ve Yeniden Birleştirme Bileşeninde Yer Aldığı Öngörülen Sorular

Bağlam içeren madde	Bağlam içermeyen madde
1. Fuar alanında dört gün boyunca kitap satan kitabevinin kazandığı para miktarları şu şekildedir: 1. gün: 91 TL 2. gün: 93TL 3. gün: 97 TL 4. gün: 99 TL Dört günün sonunda kitabevinin kazandığı para miktarı, fuar alanına ödediği 380 TL kira miktarından az mıdır, çok mudur veya bu miktara eşit midir?	**14.** 91 + 93 + 97 + 99 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A. 380'den büyüktür. B. 380'e eşittir. C. 380'den küçüktür.
5. Ayşe öğretmen kırtasiyeden içerisinde 50 tane kâğıt bulunan paketlerden 30 adet satın almıştır. Bahar öğretmen ise içerisinde 52 tane kâğıt bulunan paketlerden 28 adet satın almıştır. Buna göre aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur? A. Ayşe öğretmen daha fazla kâğıt almıştır. B. Bahar öğretmen daha fazla kâğıt almıştır. C. Her iki öğretmen eşit miktarda kâğıt almıştır.	**11.** Aşağıdaki işlemlerin sonuçları için hangisi doğrudur? 28x52=? 30x50=? A. 28x52 işleminin sonucu daha büyüktür. B. 30x50 işleminin sonucu daha büyüktür. C. Her iki işlemin sonucu eşittir.

Taslak sayı duyusu ölçeğindeki 10-7, 22-12 numaralı soru çiftleri sayı büyüklüğü bileşenini ölçmek için tasarlanmıştır (Tablo 3.4). Araştırmacı tarafından geliştirilen 10-7 numaralı soru çiftinde sayı duyusunu kullanan öğrencilerden doğru cevaba hesaplama yapmadan, çarpanlara bakarak karar vermeleri beklenmektedir. Kerslake (1986)'den uyarlanan 22-12 numaralı soru çiftinde sayı duyusu temelli çözüm yapan öğrencilerden verilen çokluğun belirtilen kesir kadarını hesaplamadan kesir büyüklüklerine göre karar vermesi beklenmektedir.

Tablo 3.4: Sayı Büyüklüğü Bileşeninde Yer Aldığı Öngörülen Sorular

Bağlam içeren madde	Bağlam içermeyen madde
10. Bir tiyatronun A salonunda 9 sıra olup her bir sırada 18 tane sandalye vardır. B salonunda 10 sıra olup her bir sırada 18 tane sandalye vardır. C salonunda ise 9 sıra olup her bir sırada 17 tane sandalye vardır. Salonları alabileceği kişi sayısına göre büyükten küçüğe sıralayınız.	**7.** 18x9, 18x10, 17x9 işlemlerinin sonuçlarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.
22. Ahmet ve Nilay'ın 32'şer TL parası vardır. Ahmet parasının $\frac{1}{2}$'sini, Nilay ise $\frac{5}{8}$'ini biriktiriyor. Bu durumda Ahmet ve Nilay'ın biriktirdikleri para miktarları için hangisi doğrudur? A. Nilay'ın biriktirdiği para miktarı Ahmet'inkinden daha fazladır. B. Ahmet'in biriktirdiği para miktarı Nilay'ınkinden daha fazladır. C. İkisinin de biriktirdiği para miktarları eşittir.	**12.** 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si ile $\frac{5}{8}$'ini karşılaştırınız. A. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'ine eşittir. B. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden büyüktür. C. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden küçüktür.

Taslak sayı duyusu ölçeğindeki 9-15, 8-19 numaralı soru çiftleri *kıyaslama (referans) noktasından yararlanma* bileşenini ölçmek için hazırlanmıştır (Tablo 3.5). TIMSS (2007)'den uyarlanan 9-15 numaralı soru çiftinde sayı duyusunu kullanan öğrencilerin 490 sayısını 500'e yuvarlayarak cevabın 100 cm'den kısa olduğunu söylemeleri beklenmektedir. Kayhan Altay (2010)'dan uyarlanan 8-19 numaralı soru çiftinde sayı duyusunu kullanan öğrencilerin 98 sayısını önce 100 ile çarpıp sonra ikiye bölmeleri beklenmektedir.

Tablo 3.5: Kıyaslama (Referans) Noktasından Yararlanma Bileşeninde Yer Aldığı Öngörülen Sorular

Bağlam içeren madde	Bağlam içermeyen madde
15. Şekildeki ağacın boyunun uzunluğu 490 cm'dir. Çocuğun boyunun uzunluğu, ağacın uzunluğunun beşte biri olduğuna göre çocuğun boyu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A. 100 cm'dir. B. 100 cm'den uzundur. C. 100 cm'den kısadır. 	**9.** 490 ÷ 5 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A. Sonuç 100'dür. B. Sonuç 100'den büyüktür. C. Sonuç 100'den küçüktür.
8. Bir fabrika içerisinde 50 tane düğme bulunan kutulardan 98 kutu satın almıştır. Fabrikanın aldığı düğme sayısı aşağıdakilerden hangisine daha yakındır? A. 500 B. 5000 C. 50 000	**19.** 50 x 98 işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine daha yakındır? A. 500 B. 5000 C. 50 000

Taslak sayı duyusu ölçeğindeki 18-2, 16-20 numaralı soru çiftleri *işlemlerin etkisini ve anlamını kavramak* bileşenini ölçmek için tasarlanmıştır (Tablo 3.6). Louange (2007)'den uyarlanan 18-2 numaralı soru çiftinde sayı duyusunu kullanan öğrencilerden çarpanlardan birisinin yarıya inerken diğer çarpanın iki katına çıkması durumunda sonucun değişmeyeceğini fark etmesi beklenmektedir. Kayhan Altay (2010)'dan uyarlanan 16-20 numaralı soruda sayı duyusu gelişmiş öğrencilerden çıkan sayıdaki 20 azalmanın sonucu 20 arttıracağını işlem yapmadan bulması beklenmektedir.

Tablo 3.6: İşlemlerin Etkisini ve Anlamını Kavramak Bileşeninde Yer Aldığı Öngörülen Sorular

Bağlam içeren madde	Bağlam içermeyen madde
18. Bir market, her birinde 12 şişe olan 18 kasa su sattığında, toplam 216 şişe su satılmış olduğuna göre, her birinde 24 şişe bulunan 9 kasa sattığında, kaç şişe su satılmış olur?	**2.** 12x18=216 ise 24x9 işleminin sonucunu bulunuz.

16. 372-38=334 işleminin sonucunu kontrol etmek isteyen Ekin sayıları hesap makinesine yanlışlıkla 372-18 şeklinde yazmıştır. Ekin'in hesap makinesi ile bulduğu sonuç için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A. 334 sayısından 2 eksiktir. B. 334 sayısından 2 fazladır. C. 334 sayısından 20 eksiktir. D. 334 sayısından 20 fazladır.	**20.** 372-38=334 ise 372-18 işleminin sonucu için hangisi doğrudur? A. 334 sayısından 2 eksiktir. B. 334 sayısından 2 fazladır. C. 334 sayısından 20 eksiktir. D. 334 sayısından 20 fazladır.

Taslak sayı duyusu ölçeğindeki 17-4, 21-23 numaralı soru çiftleri *hesaplama durumunda sayılarla ve işlemlerle esneklik* bileşenini ölçmek için tasarlanmıştır (Tablo 3.7). Lan, Sung, Tan, Lin ve Chang (2010) tarafından yapılan çalışmadan uyarlanan 17-4 numaralı soru çiftinde sayı duyusunu kullanan öğrencilerin sayıları (39+61)+(23+77)+(52+48) şeklinde gruplandırdığında birbirini 100'e tamamlayan sayı grupları oluşturduğunu fark etmesi beklenmektedir. 21-23 numaralı soru çiftinde ise öğrencilerin 150+150'nin 300 ettiği bilgisinden yararlanarak bu soruya kısa yoldan cevap verebilmeleri beklenmektedir.

Tablo 3.7: Hesaplama Durumunda Sayılarla ve İşlemlerle Esneklik Bileşeninde Yer Aldığı Öngörülen Sorular

Bağlam içeren madde	Bağlam içermeyen madde
17.  Alışveriş Listesi İçecek..39 TL Sebze..23 TL Meyve..52 TL Temizlik malz..48 TL Süt ürünleri..61 TL Et ürünleri..77 TL Veli Bey'in marketten aldığı her bir ürün grubu için ödediği para miktarı yukarıda yer almaktadır. Veli Bey markete kaç lira ödemiştir? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.	**4.** 39+23+52+48+61+77 işleminin sonucu kaçtır?
21. Mert, bisiklet alabilmek için 150 TL biriktirmiştir. İstediği 325 TL'lik bisiklet, indirimde yarı fiyatına düşmüştür. Buna göre Mert'in parası bisikleti almak için yeterli olur mu? A. Yeterlidir. B. Yeterli değildir.	**23.** 325 ÷ 2 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A. Sonuç 150'dir. B. Sonuç 150'den büyüktür. C. Sonuç 150'den küçüktür.

6. Pilot uygulamaların yapılması: Hazırlanan ve test formu haline getirilen ölçme araçlarının uygulanacağı grup belirlenerek Hacettepe Üniversitesi Etik Komisyonundan ve ilgili Milli Eğitim Müdürlüğü'nden gerekli izinler (Ek-1, Ek-2) alınmış ve pilot uygulama yapılmıştır. Çalışmanın pilot uygulamasının yapılacağı

örneklem grubu elverişli örnekleme yöntemine göre belirlenmiştir. 2015-2016 eğitim-öğretim yılının bahar döneminde 4 ilkokuldaki 383 tane 4. sınıf öğrencisiyle pilot uygulama yapılmıştır. Öğrencilerin %45'i kız, %55'i erkektir. Cevaplama sürecinde öğrencilerden çözümlerinin yanında o çözüme nasıl ulaştıklarını belirten açıklamada bulunmaları istendiğinden cevaplama süresi 60 dakika olarak belirlenmiştir. Uygulamalar sınıf öğretmeni gözetmenliğinde araştırmacı tarafından yapılmıştır. Uygulama esnasında öğrencilere araştırmacının kimliği, sayı duyusu ölçeğinin içeriği, çalışmanın amacı ve cevaplama süresi konusunda bilgilendirme yapılmıştır. Ayrıca sorulara verdikleri cevapların karne notlarını etkilemeyeceği, sadece çözüm yollarının inceleneceği belirtilmiştir.

7. Pilot uygulamadan elde edilen verilerin çözümlenmesi: İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin sayı duyusunu ölçmek amacıyla uygulanan sayı duyusu ölçeğinden elde edilen veriler değerlendirilirken soruyu doğru cevaplayan öğrencilere 1 puan, yanlış cevaplayan ve boş bırakan öğrencilere 0 puan verilmiştir.

8. Pilot uygulamadan elde edilen verilerin analizi: Madde analizleri

Pilot uygulama sonucuna göre sayı duyusu ölçeğinin her bir sorusunun madde ayırıcılık katsayıları ile birlikte madde güçlük indeksleri Tablo 3.8'de gösterilmiştir. Madde güçlüğü sorunun kolaylığı ya da zorluğu hakkında bir bilgi verir. Madde güçlüklerinin 0,09 ile 0,85 arasında değiştiği gözlenmektedir. Madde güçlüğü 0 ile 1 arasında değerler alır. Madde güçlüğünün sıfıra yaklaşması sorunun zor; 1'e yaklaşması sorunun kolay olduğu hakkında bilgi verir. Tablo 3.8 incelendiğinde sayı duyusu testinde yer alan maddelerden madde güçlük indeksi 0,00-0,39 arasında olan 3, 6, 13, 18 ve 24 numaralı maddeler zor, madde güçlük indeksi 0,70-1 arasında yer alan 1, 2, 7, 9, 14 ve 15 numaralı maddeler kolay, madde güçlük indeksi 0,40-0,69 arasında yer alan 13 madde ise orta güçlüktedir. Bu durum sayı duyusu testinde orta zorlukta maddelerin ağırlıkta olduğunu göstermektedir.

Tablo 3.8: Sayı Duyusu Ölçeğindeki Her Bir Maddeye Ait Madde Ayırıcılık Katsayıları ve Madde Güçlük İndeksleri

No	*Madde Güçlüğü*	*Madde ayırıcılığı*	*Nokta-çift serili korelasyon katsayısı*	*Madde toplam korelasyonu*
1	0,79	0,43	0,48	0,43
2	0,85	0,33	0,48	0,43
3	0,09	0,21	0,31	0,26
4	0,65	0,48	0,44	0,37
5	0,51	0,70	0,56	0,50
6	0,34	0,60	0,48	0,41
7	0,75	0,53	0,57	0,51
8	0,61	0,79	0,65	0,60
9	0,77	0,51	0,57	0,52
10	0,60	0,78	0,66	0,61
11	0,66	0,57	0,52	0,46
12	0,42	0,70	0,58	0,52
13	0,35	0,66	0,53	0,47
14	0,73	0,61	0,59	0,54
15	0,74	0,48	0,52	0,46
16	0,63	0,64	0,56	0,50
17	0,58	0,58	0,51	0,45
18	0,28	0,62	0,53	0,47
19	0,65	0,72	0,65	0,60
20	0,60	0,71	0,62	0,57
21	0,59	0,73	0,63	0,57
22	0,41	0,72	0,57	0,51
23	0,64	0,70	0,62	0,57
24	0,11	0,28	0,37	0,32

Madde ayırıcılık katsayıları madde geçerliği olarak da adlandırılır. Madde ayırıcılıkları 0,21 ile 0,79 arasında değişkenlik göstermektedir. Nokta çift serili korelasyon katsayısı da madde geçerlik katsayısı olarak yorumlanmaktadır. Nokta çift serili korelasyon katsayılarının 0,31 ile 0,66 arasında değiştiği gözlenmektedir. Madde toplam korelasyonları ise 0,26 ile 0,61 arasındadır. Madde-toplam korelasyonu 0,30 ve daha yüksek olan maddeler bireyleri iyi derecede ayırt ettiğinden (Büyüköztürk, 2012) sayı duyusu testinde yer alan 3 numaralı madde haricindeki diğer maddelerin öğrencileri sayı duyusu kullanma durumları açısından ayırt ettikleri ve geçerliklerinin yüksek olduğu söylenebilir. Madde ayırıcılık katsayısı değerlerinin yorumlanmasında Tablo 3.9'daki ölçütler dikkate alınmıştır (Atılgan, Kan & Doğan, 2007). Tüm maddelerin madde ayırıcılık katsayılarının 0,19 değerinden düşük olmadığı gözlenmektedir. Fakat 3-24 numaralı madde çiftinin madde ayırıcılık katsayısının 0,20-0,29 aralığında olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 3.9: Madde Ayırıcılık Katsayılarının Yorumlanmasında Dikkate Alınan Ölçütler

Madde ayırıcılık katsayısı	*Madde Seçme Kararı*
>0.40	Çok iyi işleyen maddedir, testte olduğu gibi alınabilir.
0.30 - 0.39	Düzeltme yapmaksızın ya da küçük düzeltmelerle testte alınabilir.
0.20 - 0.29	Sınırdaki maddedir, gerekirse düzeltilerek testte alınabilir.
<0.19	Kesinlikle testten alınmalı ya da tamamen değiştirilmelidir.

Test toplam puanlarına göre oluşturulan alt %27 ile üst %27'lik grupların madde ortalama puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığı Tablo 3.10'da gösterilmiştir. Sonuçlara göre madde ortalamaları üst ve alt grup arasında anlamlı bir farklılık göstermektedir ($p<0.05$). Bir başka deyişle her bir maddeyi bilen üst grup madde ortalaması ile bilmeyen alt grup madde ortalaması arasındaki fark manidardır. Ayrıca sayı duyusu testinin güvenirliği için hesaplanan KR-20 iç tutarlılık güvenirlik katsayısı 0,898 olarak hesaplanmış olup elde edilen bu değer sayı duyusu testi ile yapılan ölçümlerin güvenilir olduğunu ortaya koymaktadır. Yapılan geçerlik ve güvenirlik çalışmaları sonucunda 3 numaralı maddenin madde-toplam korelasyonunun 0,30'un altında olması ve 3-24 numaralı madde çiftinin madde ayırıcılık katsayılarının 0,20-0,29 aralığında olması sebebiyle bu maddelerin testten çıkarılmasının uygun olduğuna karar verilmiştir.

Tablo 3.10: Alt %27 ile üst %27'lik Grupların Madde Ortalama Puanları Arasında Farkın Anlamlılığına İlişkin T Testi Sonuçları

	Grup	*N*	*Ortalama*	*Standart sapma*	*t*	*p*
m1	Alt grup	103	0,50	0,50	-8,781	0,000
	Üst grup	103	0,96	0,19		
m2	Alt grup	103	0,60	0,49	-7,199	0,000
	Üst grup	103	0,97	0,17		
m3	Alt grup	103	0,01	0,10	-5,197	0,000
	Üst grup	103	0,23	0,42		
m4	Alt grup	103	0,34	0,48	-9,323	0,000
	Üst grup	103	0,87	0,33		
m5	Alt grup	103	0,18	0,39	-14,870	0,000
	Üst grup	103	0,90	0,30		
m6	Alt grup	103	0,11	0,31	-10,817	0,000
	Üst grup	103	0,70	0,46		
m7	Alt grup	103	0,40	0,49	-10,807	0,000

	Üst grup	103	0,96	0,19		
m8	Alt grup	103	0,17	0,38	-19,359	0,000
	Üst grup	103	0,97	0,17		
m9	Alt grup	103	0,43	0,50	-10,155	0,000
	Üst grup	103	0,96	0,19		
m10	Alt grup	103	0,13	0,33	-20,268	0,000
	Üst grup	103	0,94	0,24		
m11	Alt grup	103	0,31	0,47	-11,555	0,000
	Üst grup	103	0,92	0,27		
m12	Alt grup	103	0,07	0,25	-16,788	0,000
	Üst grup	103	0,83	0,38		
m13	Alt grup	103	0,06	0,24	-13,775	0,000
	Üst grup	103	0,74	0,44		
m14	Alt grup	103	0,32	0,47	-12,814	0,000
	Üst grup	103	0,96	0,19		
m15	Alt grup	103	0,43	0,50	-9,495	0,000
	Üst grup	103	0,94	0,24		
m16	Alt grup	103	0,25	0,44	-12,869	0,000
	Üst grup	103	0,91	0,28		
m17	Alt grup	103	0,24	0,43	-10,831	0,000
	Üst grup	103	0,84	0,36		
m18	Alt grup	103	0,00	0,00	-13,778	0,000
	Üst grup	103	0,65	0,48		
m19	Alt grup	103	0,16	0,36	-17,784	0,000
	Üst grup	103	0,93	0,25		
m20	Alt grup	103	0,16	0,36	-16,652	0,000
	Üst grup	103	0,91	0,28		
m21	Alt grup	103	0,17	0,38	-17,361	0,000
	Üst grup	103	0,94	0,24		
m22	Alt grup	103	0,06	0,24	-15,186	0,000
	Üst grup	103	0,78	0,42		
m23	Alt grup	103	0,18	0,39	-16,880	0,000
	Üst grup	103	0,94	0,24		
m24	Alt grup	103	0,01	0,10	-6,271	0,000
	Üst grup	103	0,30	0,46		

9. Pilot uygulamadan elde edilen verilerin analizi: Açımlayıcı Faktör Analizi (AFA)

Alanyazında sayı duyusuna ait birçok farklı bileşene yer verilmektedir. Ayrıca bu bileşenler farklı araştırmacılar tarafından farklı şekillerde tanımlanabildiği gibi bir soru örneği iki farklı bileşene de dâhil edilebilmektedir. Bu nedenle alanyazında yer alan 6 bileşene göre hazırlanan maddelerin uygun ve yorumlanabilir boyutlar altında toplanıp toplanmadığının incelenerek araştırma probleminin belirlenen boyutlar temelinde ortaya konulması hedeflenmiş olup ilgili sayı duyusu bileşenlerini ortaya koyabilmek amacıyla faktör analizi yapılmıştır. Verilerin faktör analizine uygunluğu Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) katsayısı ve Barlett testi ile kontrol edilmiştir. Verilerin faktör analizine uygunluğu belirlendikten sonra sayı duyusu ölçeğinin faktör yapısını incelemek için açımlayıcı faktör analizi yapılmıştır. Puanlamanın kategorik olması nedeniyle FACTOR programı kullanılarak tetrakorik korelasyon matrisi üzerinden analiz yapılmıştır. Faktörleştirme tekniği olarak temel bileşenler analizi ve varimax dik döndürme tekniği kullanılmıştır. Analizde maddelerin faktör yükleri ve varyans oranları incelenmiştir.

10. Sayı duyusu ölçeğinin faktör analizi sonuçları: İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin sayı duyusunu ölçmeyi amaçlayan ve 24 maddeden oluşan araç, altı teorik boyut temel alınarak geliştirilmiştir. Bu boyutlar, sayıların anlamını kavramak, sayıları ayrıştırma ve yeniden birleştirme, sayı büyüklüğü, kıyaslama (referans) noktasından yararlanma, işlemlerin etkisini ve anlamını kavrama, hesaplama durumlarında sayılarla ve işlemlerle esneklik şeklindedir. Bu çerçevede, aracın faktör desenini ortaya koymak amacıyla AFA yapılmıştır.

AFA'dan önce, örneklem büyüklüğünün faktörleşmeye uygunluğunu test etmek amacıyla Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) testi uygulanmıştır. Analiz sonucunda KMO değerinin 0,87 olduğu belirlenmiştir. Bu bulgu doğrultusunda, örneklem büyüklüğünün faktör analizi yapmak için "iyi derecede yeterli" olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Tavşancıl, 2005). Ayrıca Bartlett küresellik testi sonuçları incelendiğinde, elde edilen ki-kare değerinin manidar olduğu görülmüştür ($X^2_{(383)}$ = 3185,1; p<0,01). Bu doğrultuda verilerin çok değişkenli normal dağılımdan geldiği kabul edilmiştir.

Sayı duyusu ölçeğinin faktör desenini ortaya koymak amacıyla faktörleştirme yöntemi olarak temel bileşenler analizi; döndürme yöntemi olarak da dik döndürme yöntemlerinden maksimum değişkenlik (varimax) seçilmiştir.

Yapılan analiz sonucunda, analize temel olarak alınan 24 madde için öz değeri 1'in üzerinde olan yedi bileşen olduğu görülmüştür. Ancak faktör yapısına karar verirken her bir faktörün toplam varyansa yaptığı katkı ile birlikte kuramsal altyapı da değerlendirildiğinde faktör sayısının üç olarak belirlenmesine karar verilmiştir.

Puanlamanın kategorik olması nedeniyle tetrakorik korelasyon matrisi üzerinden yapılan AFA sonucunda analize temel olarak alınan 24 maddenin üç faktör altında toplandığı saptanmıştır. Maddelerin faktör yük değerleri incelendiğinde 4 maddenin (5-11, 3-24) düşük faktör yük değerine sahip olduğu görülmüştür.

Madde analizi sonuçlarına göre madde ayırıcılık indeksi düşük bulunan 3-24 numaralı madde çiftinin testten çıkarılmasının uygun olabileceği yönündeki bulgular AFA sonuçlarıyla da desteklenmiştir. Faktör yük değerleri ve madde ayırıcılık indeksleri düşük bulunan bu maddelerin analiz dışı bırakılması ile birlikte geriye kalan maddelerin faktör yük değerlerinin 0,351 ile 0,896 arasında değiştiği ve üç faktörlü yapının toplam varyansı açıklama oranının %51,66 olduğu tespit edilmiştir. Elde edilen faktör döndürme sonuçları Tablo 3.11'de yer almaktadır. Faktör döndürme sonuçları incelendiğinde, ölçme aracında yer alan 2-18, 8-19- 9-15 numaralı madde çiftlerinin birinci faktörde, 1-14, 4-17, 7-10, 16-20 numaralı madde çiftlerinin ikinci faktörde, 6-13, 12-22, 21-23 numaralı madde çiftlerinin üçüncü faktörde toplandığı görülmektedir.

Tablo 3.11: Sayı Duyusu Ölçeğinin Faktör Deseni

	Bileşenler		
Maddeler	1*	***2*****	***3******
6			0.867
13			0.896
12			0.519
22			0.604
21			0.351
23			0.392
2	0.545		
18	0.678		
8	0.684		
19	0.636		
9	0.704		
15	0.779		
1		0.613	
14		0.680	
4		0.528	
17		0.590	
7		0.605	
10		0.720	
16		0.743	
20		0.747	

*Birinci sayı duyusu bileşeni: Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma
**İkinci sayı duyusu bileşeni: Hesaplamada esneklik
***Üçüncü sayı duyusu bileşeni: Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış

Yapılan faktör analizi sonucunda sayı duyusu ölçeğinde 20 soru yer almaktadır. Faktör analizi sonucunda oluşan boyutların adı ve boyutlarda yer alan sorular Tablo 3.12'de özetlenmiştir.

Tablo 3.12: Açımlayıcı Faktör Analiz Sonucunda Oluşan Boyutlar ve Boyutlarda Yer Alan Sorular

Birinci sayı duyusu bileşeni: Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma	
Bağlam içeren madde	Bağlam içermeyen madde
9. Şekildeki ağacın boyunun uzunluğu 490 cm'dir. Çocuğun boyunun uzunluğu, ağacın uzunluğunun beşte biri olduğuna göre çocuğun boyu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?  A. 100 cm'dir. B. 100 cm'den uzundur. C. 100 cm'den kısadır.	15. 490 ÷ 5 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A. Sonuç 100'dür. B. Sonuç 100'den büyüktür. C. Sonuç 100'den küçüktür.
8. Bir fabrika içerisinde 50 tane düğme bulunan kutulardan 98 kutu satın almıştır. Fabrikanın aldığı düğme sayısı aşağıdakilerden hangisine daha yakındır? A. 500 B. 5000 C. 50 000	19. 50 x 98 işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine daha yakındır? A. 500 B. 5000 C. 50 000
18. Bir market, her birinde 12 şişe olan 18 kasa su sattığında, toplam 216 şişe su satılmış olduğuna göre, her birinde 24 şişe bulunan 9 kasa sattığında, kaç şişe su satılmış olur?	2. 12x18=216 ise 24x9 işleminin sonucunu bulunuz.

İkinci sayı duyusu bileşeni: Hesaplamada esneklik	
Bağlam içeren madde	Bağlam içermeyen madde
1. Fuar alanında dört gün boyunca kitap satan kitabevinin kazandığı para miktarları şu şekildedir: 1. gün: 91 TL 2. gün: 93TL 3. gün: 97 TL 4. gün: 99 TL Dört günün sonunda kitabevinin kazandığı para miktarı, fuar alanına ödediği 380 TL kira miktarından az mıdır, çok mudur veya bu miktara eşit midir?	14. 91 + 93 + 97 + 99 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A. 380'den büyüktür. B. 380'e eşittir. C. 380'den küçüktür.


Alışveriş Listesi
İçecek..39 TL Sebze..23 TL Meyve..52 TL Temizlik malz..48 TL Süt ürünleri..61 TL Et ürünleri..77 TL

17. Veli Bey'in marketten aldığı her bir ürün grubu için ödediği para miktarı yukarıda yer almaktadır. Veli Bey markete kaç lira ödemiştir? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.	4.39+23+52+48+61+77 işleminin sonucu kaçtır?
10. Bir tiyatronun A salonunda 9 sıra olup her bir sırada 18 tane sandalye vardır. B salonunda 10 sıra olup her bir sırada 18 tane sandalye vardır. C salonunda ise 9 sıra olup her bir sırada 17 tane sandalye vardır. Salonları alabileceği kişi sayısına göre büyükten küçüğe sıralayınız.	7. 18x9, 18x10, 17x9 işlemlerinin sonuçlarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.
16. 372-38=334 işleminin sonucunu kontrol etmek isteyen Ekin sayıları hesap makinesine yanlışlıkla 372-18 şeklinde yazmıştır. Ekin'in hesap makinesi ile bulduğu sonuç için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A. 334 sayısından 2 eksiktir. B. 334 sayısından 2 fazladır. C. 334 sayısından 20 eksiktir. D. 334 sayısından 20 fazladır.	20. 372-38=334 ise 372-18 işleminin sonucu için hangisi doğrudur? A. 334 sayısından 2 eksiktir. B. 334 sayısından 2 fazladır. C. 334 sayısından 20 eksiktir. D. 334 sayısından 20 fazladır.

Üçüncü sayı duyusu bileşeni: Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış

Bağlam içeren madde	Bağlam içermeyen madde
13.  Yukarıda bir paket çikolatanın çeyreği görülmektedir. Buna göre $2\frac{1}{4}$ paket çikolata yiyen Sevil'in yediği çikolata miktarını yukarıdaki noktalı bölüme çizerek gösteriniz.	6.  Yukarıdaki şekilde yer alan taralı bölge bir bütünün çeyreğini temsil etmektedir. Buna göre $2\frac{1}{4}$ kesrini temsil eden şekli yukarıdaki noktalı bölüme çizerek gösteriniz.
22. Ahmet ve Nilay'ın 32'şer TL parası vardır. Ahmet parasının $\frac{1}{2}$'sini, Nilay ise $\frac{5}{8}$'ini biriktiriyor. Bu durumda Ahmet ve Nilay'ın biriktirdikleri para miktarları için hangisi doğrudur? A. Nilay'ın biriktirdiği para miktarı Ahmet'inkinden daha fazladır. B. Ahmet'in biriktirdiği para miktarı Nilay'ınkinden daha fazladır. C. İkisinin de biriktirdiği para miktarları eşittir.	12. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si ile $\frac{5}{8}$'ini karşılaştırınız. A. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'ine eşittir. B. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden büyüktür. C. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden küçüktür.
21. Mert, bisiklet alabilmek için 150 TL biriktirmiştir. İstediği 325 TL'lik bisiklet, indirimde yarı fiyatına düşmüştür. Buna göre Mert'in parası bisikleti almak için yeterli olur mu? A. Yeterlidir. B. Yeterli değildir.	23. 325 ÷ 2 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A. Sonuç 150'dir. B. Sonuç 150'den büyüktür. C. Sonuç 150'den küçüktür.

Pilot uygulamanın yapıldığı 24 maddelik sayı duyusu ölçeği formunda (Ek-7) bağlam içeren ve içermeyen soru çiftleri birlikte yer almaktadır. Pilot uygulama sürecinde, öğrencilerin birbirinin eşdeğeri olan soru çiftlerini fark ettiği ve bir önceki çözüme bakarak o çözümü yineleme yoluna gittiği karşılaşılan sorunlar arasında yer almaktadır. Bu nedenle sayı duyusu ölçeği bağlam içeren ve içermeyen sorulardan oluşmak üzere iki farklı form halinde hazırlanmış ve öğrencilere önce bağlam içeren soruların yer aldığı 10 maddelik sayı duyusu ölçeği (Ek-8) uygulanmıştır. Öğrencilerin çözümlerini tamamlamasının ardından bağlam içeren sayı duyusu ölçeği toplanmış ve daha sonra bağlam içermeyen problemlerin yer aldığı 10 maddelik sayı duyusu ölçeği (Ek-9) dağıtılmıştır. Alanyazında yer alan bazı araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin bağlam içeren problemlerde daha esnek hesaplamalar yapabildikleri, farklı stratejiler geliştirdikleri ve elde ettikleri sonuçları sorguladıklarını görülmektedir (Anghileri, 2000; McIntosh ve diğerleri, 1992; Yang, 2003). Bu doğrultuda araştırmaya öğrencilerin bağlam içeren problemlerde sayı duyusu temelli çözüm yollarını kullanma eğilimlerinin daha fazla olacağı varsayımı ile başlanmıştır. Bu nedenle bağlam içermeyen problemlerin öğrencilerin standart hesaplama yapma eğilimlerini arttırabileceği düşüncesi ile önce bağlam içeren problemlerin uygulanması tercih edilmiştir.

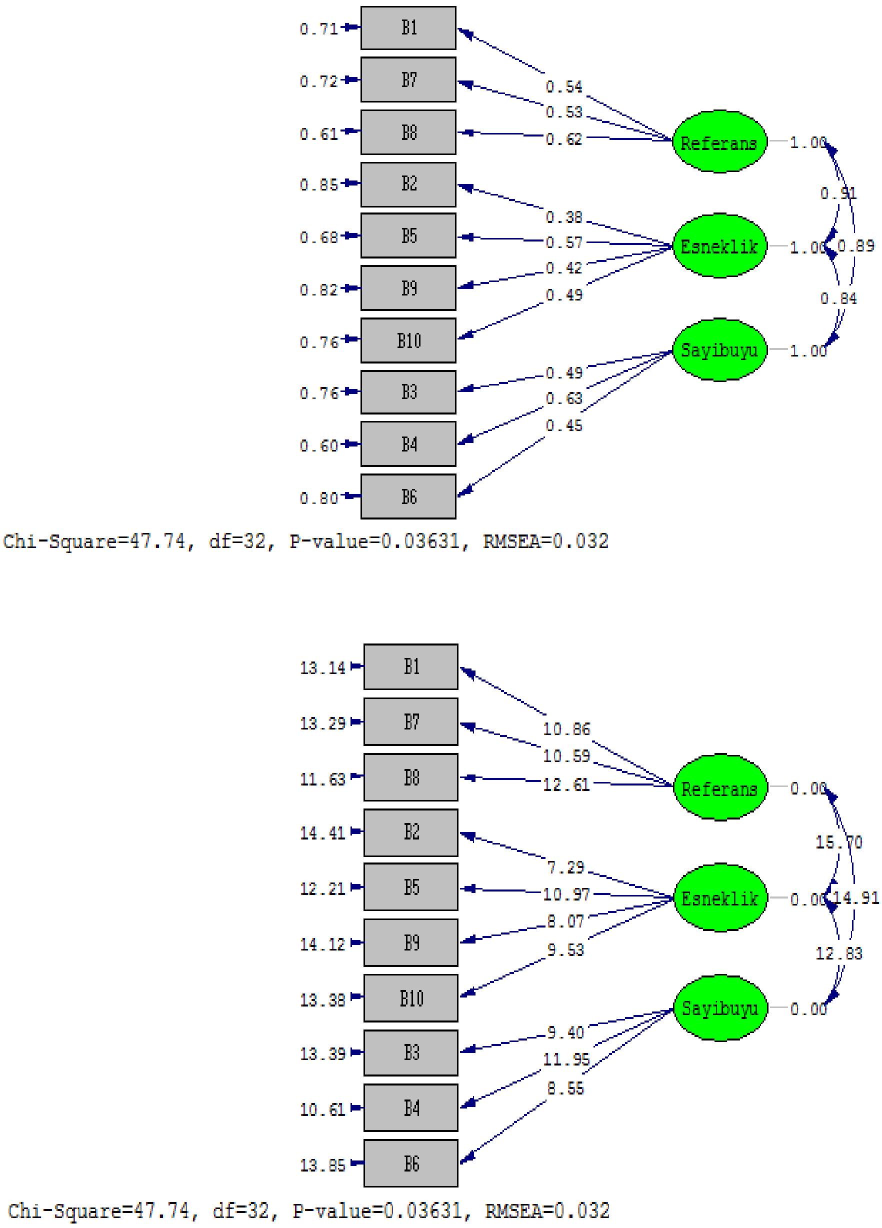
Pilot uygulamanın yapıldığı 24 maddelik sayı duyusu ölçeğindeki maddelerin 10'ar maddelik sayı duyusu ölçeklerindeki soru numarası karşılıkları Tablo 3.13'te yer almaktadır.

Tablo 3.13: Pilot Uygulama Yapılan 24 Maddelik Sayı Duyusu Ölçeğinde Yer Alan Problemlerin Asıl Uygulama Yapılan 10'ar Maddelik Bağlam İçeren ve İçermeyen Ölçeklerdeki Soru Numarası Karşılıkları

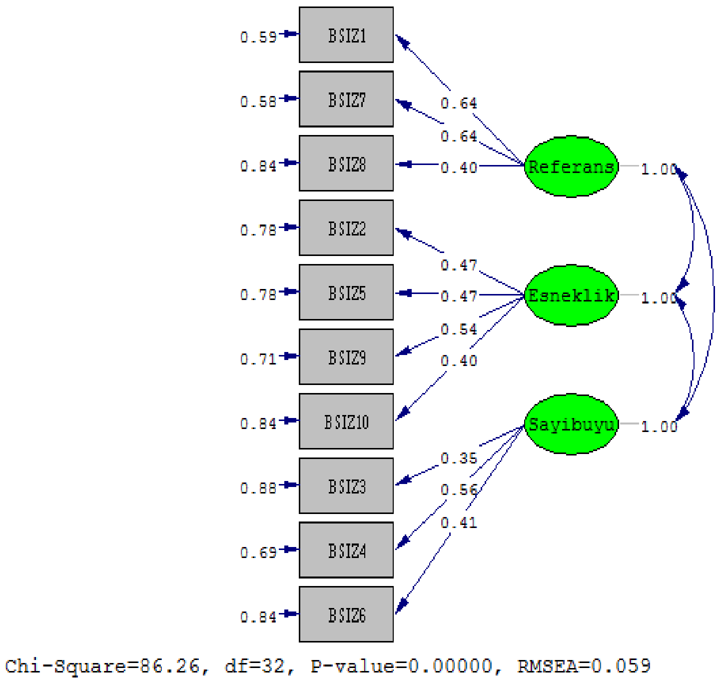
Bileşenler								
Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde yer alan soruların madde numaraları			*Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan soruların madde numaraları*			*Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan soruların madde numaraları*		
24 maddelik sayı duyusu ölçeği	*10 maddelik bağlam içeren sayı duyusu ölçeği*	*10 maddelik bağlam içermeyen sayı duyusu ölçeği*	*24 maddelik sayı duyusu ölçeği*	*10 maddelik bağlam içeren sayı duyusu ölçeği*	*10 maddelik bağlam içermeyen sayı duyusu ölçeği*	*24 maddelik sayı duyusu ölçeği*	*10 maddelik bağlam içeren sayı duyusu ölçeği*	*10 maddelik bağlam içermeyen sayı duyusu ölçeği*
2	-	8	1	9	-	6	-	3
18	8	-	14	-	9	13	3	-
8	1	-	4	-	10	12	-	6
19	-	1	17	10	-	22	6	-

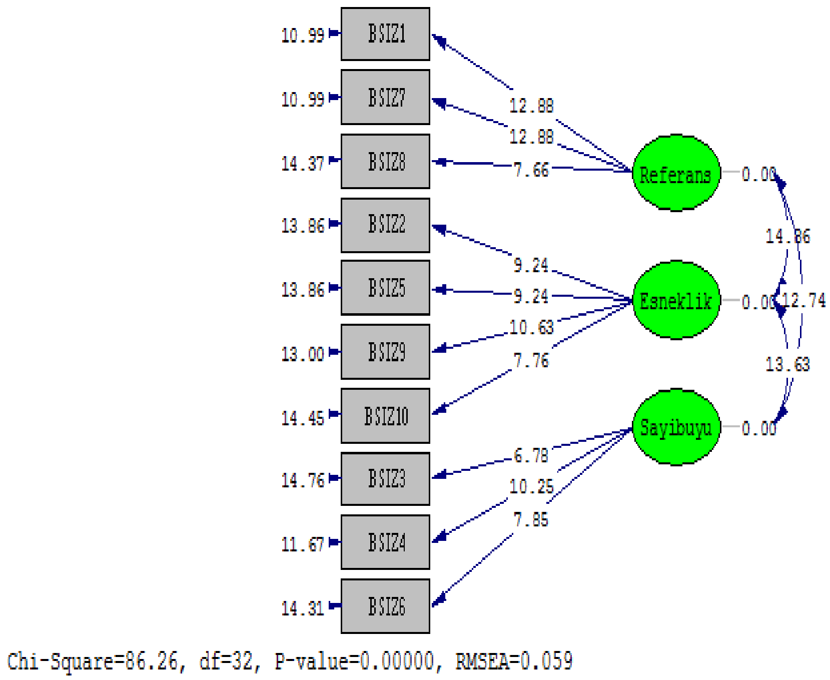
9	7	-	7	-	5	21	4	-
15	-	7	10	5	-	23	-	4
			16	2	-			
			20	-	2			

Sayı duyusu testinin geliştirmesi aşamasında açımlayıcı faktör analizi sonucunda belirlenen üç faktörlü yapının geçerliğine kanıt elde etmek amacıyla ikinci bir çalışma yapılmıştır. Bu yapıya göre, Tablo 3.13'ten de görüldüğü gibi, 1, 7 ve 8 numaralı maddelerin kıyaslama (referans) noktasından yararlanma; 2, 5, 9 ve 10 numaralı maddelerin hesaplamada esneklik; 3, 4 ve 6 numaralı maddelerin sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşenleri altında toplanması beklenmektedir. Pilot uygulamanın yapıldığı örnekleme benzeyen 496 ilkokul 4. sınıf öğrencisinden oluşan başka bir gruptan, AFA sonuçlarına dayanarak hazırlanan iki ayrı sayı duyusu ölçeği aracılığıyla veri toplanmış ve bu veriler üzerinde doğrulayıcı faktör analizi (DFA) çalışmaları yürütülmüştür. Elde edilen verilerin DFA uygulamasına uygun olup olmadığı, verilerin DFA'nın sayıltılarını karşılayıp karşılamadığı kontrol edilmiştir. Yapılan inceleme sonucu 16 kişi veri setinden çıkarılmış; analize 480 sayıda öğrenci ile devam edilmiştir. DFA'dan elde edilen modelin geçerliğini değerlendirmek için alanyazında, X^2'nin örneklem büyüklüğüne duyarlı olması nedeniyle, normlaştırılmış ki-kare olarak adlandırılan X^2/sd oranının kullanılması önerilmekte; büyük örneklemlerde bu oranın 3'ün altında olması mükemmel uyumun, 5'in altında olması ise orta düzeyde uyumun göstergesi kabul edilmektedir (Kline, 2005). RMSEA ve RMR değerlerinin 0,05'ten küçük veya eşit olması iyi bir uyumu, 0,05 ile 0,08 arasında olması yeterli bir uyumu, 0,08 ile 0,10 arasında olması ise orta düzeyde uyumu göstermektedir (Brown, 2006). CFI değerinin ise 0,95'ten daha büyük olması mükemmel uyumun, 0,90 ve üzerinde olması kabul edilebilir bir uyumun göstergesidir (Tabachnick & Fidell, 2001). Bağlam temelli sayı duyusu ölçeğinden elde edilen veriler analiz edildiğinde RMSEA =0,032; CFI = 0,99; SRMR = 0,032 olarak elde edilmiştir. Ayrıca X^2= 47,74 (sd = 32) istatistiğinin manidar olmadığı ($p > 0,01$) gözlenmiş ve X^2/ sd = 1,49 olarak hesaplanmıştır. Bu sonuçlar, modelin kabul edilebilir bir uyum iyiliğine sahip olduğunu göstermektedir. Bağlam içermeyen sayı duyusu ölçeğinden elde edilen veriler analiz edildiğinde ise RMSEA =0,059; CFI = 0,95; SRMR = 0,044 olarak elde edilmiştir. Ayrıca X^2= 86,26 (sd = 32) istatistiğinin manidar olduğu ($p < 0,01$) gözlenmiş ve X^2/ sd = 2,69 olarak hesaplanmıştır. Bu sonuçlar, modelin kabul edilebilir bir uyum iyiliğine sahip olduğunu göstermektedir. Bağlam içeren ve içermeyen sayı duyusu ölçeklerinin üç faktörlü deseninin bir model olarak doğrulanıp doğrulanmadığını belirlemek amacıyla yapılan DFA sonucunda analize dahil edilen 10'ar madde için t değerlerinin manidar olduğu ve faktör yüklerinin bağlam içeren maddeler için 0.38-0.63, bağlam içermeyen maddeler için 0.35-0.64 aralığında olduğu görülmüştür (Şekil 3.1- Şekil 3.2).



Şekil 3.1. Bağlam içeren sayı duyusu ölçeği standardize edilmiş DFA sonuçları ve t değerleri





Şekil 3.2. Bağlam içermeyen sayı duyusu ölçeği standardize edilmiş DFA sonuçları ve t değerleri

3.4. Veri Toplama Araçlarının Uygulanışı

Araştırmanın birinci aşamasında, bağlam içeren ve bağlam içermeyen problemlerin bir arada yer aldığı sayı duyusu ölçeği kullanılarak pilot uygulama yapılmıştır. Pilot uygulama, 2015-2016 eğitim-öğretim yılının mart ayında, dört farklı okulda öğrenim görmekte olan 383 tane ilkokul 4. sınıf öğrencisi ile yapılmıştır. Uygulama zamanı olarak mart ayının seçilmesinin sebebi, kesirlere ilişkin kazanımlara yönelik öğretim sürecinin tamamlanmasıdır. Çünkü ölçme aracında yer alan sorular İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı (2009)'nda yer alan 4. sınıf kazanımları ile uyumlu olup öğrencilerin soruları yanıtlayabilmeleri için kesirler konusuna ilişkin kazanımları edinmiş olmaları beklenmektedir. Pilot uygulamadan elde edilen verilere ilişkin gerekli madde analizleri ve açımlayıcı faktör analizi yapıldıktan sonra ölçme aracına son şekli verilmiştir. Pilot uygulamada kullanılan sayı duyusu ölçeğinde bağlam içeren ve bağlam içermeyen soru çiftleri aynı formda yer almaktadır. Uygulama sürecinde öğrencilerin soruların bağlam içeren ve içermeyen örneklerinin benzerliğini fark ettiği ve bu durumun çözüm yollarını etkilediği gözlemlenmiştir. Örneğin bir sorunun bağlam içeren örneğini önce çözen bir öğrenci bağlam içermeyen örneğiyle karşılaştığında soruların benzerliğini fark ederek bir önceki çözümünün aynısını tekrarlamayı tercih edebilmektedir. Bu durumu engellemek için asıl uygulama sürecinde kullanılmak üzere bağlam içeren ve bağlam içermeyen problemlerin yer aldığı iki ayrı soru formu hazırlanmıştır.

Araştırmanın ikinci aşamasında, bağlam içeren ve bağlam içermeyen problemlerden oluşan sayı duyusu ölçme araçları ayrı ayrı uygulanmıştır. Asıl uygulamalar 2015-2016 eğitim-öğretim yılının mayıs-haziran aylarında yapılmıştır. Asıl uygulamalar, pilot uygulamaya katılan öğrenci grubundan farklı, Burdur ilindeki 8 farklı ilkokulda öğrenim görmekte olan 496 ilkokul 4. sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. Bağlam içeren ve bağlam içermeyen sayı duyusu ölçme araçları ilkokul 4. sınıf öğrencilerine iki ders saati süresince uygulanmıştır. Öncelikle bağlam içeren sayı duyusu ölçeği sınıftaki tüm öğrencilere dağıtılmış ve öğrencilerden yanıt bölümüne sorunun cevabını, açıklama bölümüne ise o yanıta nasıl ulaştıklarına dair açıklamalarını yazmaları istenmiştir. Bağlam içeren sayı duyusu ölçeğindeki soruların yanıtlanması tamamlandıktan sonra soru formları öğrencilerden toplanmış ve bağlam içermeyen soru formları dağıtılmıştır.

Öğrencilerden bu formdaki sorulara ilişkin yanıtlarını yanıt kutucuğuna, soruyu nasıl çözdüklerine ilişkin açıklamalarını da açıklama kutucuğuna yazmaları istenmiştir. Her iki ölçeğin uygulaması sınıf öğretmenlerinin gözetmenliğinde araştırmacı tarafından yapılmıştır. Gerek pilot uygulamaya gerekse asıl uygulamaya katılan öğrencilere, ailelerine, öğrencilerin öğrenim gördükleri okulların yöneticilerine ve öğretmenlerine çalışma hakkında gerekli bilgiler verilmiş ve gerekli izinler alınmıştır (Ek-4, Ek-5). Ayrıca öğrencilere araştırma sonucunda elde edilen verilerin herhangi bir not sistemine dönüştürülmeyeceği, karne notlarını ve okul başarı durumlarını etkilemeyeceği belirtilmiştir.

Araştırmanın üçüncü aşamasında, asıl uygulamadan elde edilen veriler sonucunda sayı duyusu düşük, orta ve yüksek düzeyde olduğu tespit edilen 32 öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme sürecinde öğrencilerden bağlam içeren problemleri çözmeleri istenmiştir. Bu süreçte kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerden problemi farklı bir yoldan çözmesi istenerek, öğrencilerin sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanma durumu incelenmiştir. Böylece problemlerin çözümünde kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin birtakım yönlendirmeler yapıldığında sayı duyusu temelli çözüm yollarını fark edip etmedikleri ve bu çözüm yollarını nasıl kullandıkları detaylı olarak incelenmiştir.

Öğrencilerle yapılan görüşmeler en kısa 25 dakika, en uzun 45 dakika sürmüştür. Yarı yapılandırılmış görüşme sürecinde bağlam içeren sayı duyusu ölçeğinde yer alan problemler üzerinde konuşularak öğrencilerden problemi nasıl çözdüğünü açıklaması istenmiştir. Bu süreçte kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencileri farklı çözüm yolları üzerinde düşünmeye yönlendirmek amacıyla öğrencilere,

1. Bu problemi nasıl çözdüğünü açıklar mısın?
2. Başka bir yoldan çözmeni istesem nasıl çözersin?
3. Başka hangi yolları kullanarak çözüme ulaşabilirsin?

gibi sorular sorulmuş ve verdikleri cevaplar ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmıştır.

3.5. Verilerin İşlenmesi ve Çözümlenmesi

Araştırmanın pilot uygulaması ile elde edilen verilerin çözümlenmesinde sorulara doğru yanıt verenlere 1 puan, yanlış yanıt verenlere ve soruyu boş bırakanlara 0 puan verilmiştir. Pilot uygulama ile elde edilen veriler doğru-1 ve yanlış/boş-0 olarak kodlandıktan sonra, sayı duyusu ölçeğinde yer alan maddelerin madde ayırıcılık katsayıları ve madde güçlük indeksleri hesaplanmıştır. Ayrıca ölçekte yer alan her bir sorunun üst grupta bulunan yani soruyu bilen öğrenciler ile alt grupta bulunan öğrencileri ayırt etme durumu hesaplanmıştır. Pilot uygulamadan elde edilen verilerin puanlamasının kategorik olması sebebiyle tetrakorik korelasyon matrisi üzerinden açımlayıcı faktör analizi yapılmıştır. Verilerin faktör analizine uygunluğu Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) katsayısı ve Barlett testi ile kontrol edilmiştir. Faktörleştirme tekniği olarak temel bileşenler analizi ve varimax dik döndürme tekniği kullanılmıştır. Analizde maddelerin faktör yükleri ve varyans oranları incelenmiştir.

Asıl uygulama ile elde edilen verilerin çözümlenmesinde öğrencilerin hem matematik performansı hem de kullandıkları çözüm yolları incelenmiştir. Bu çerçevede, öğrencilerin matematik performansı soruya doğru yanıt verenler, yanlış yanıt verenler ve soruyu boş bırakanlar olarak üç kategoride toplanmaktadır. Doğru ve yanlış yanıt veren öğrencilerin kullandıkları çözüm yolları incelendiğinde ise sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullananlar, kural temelli çözüm yolunu kullananlar ve soruyu nasıl çözdüklerine dair hiçbir açıklamada bulunmayanlar olduğu tespit edilmiştir. Asıl uygulama ile elde edilen veriler, yanıtların matematiksel doğruluk durumuna ve kullanılan çözüm yoluna göre incelenerek her bir kategoriye ilişkin yüzde ve frekans değerlerine yer verilmiştir. Böylece öğrencilerin bağlam içeren ve içermeyen problemlerde sayı duyusundan ve sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma durumları detaylı olarak analiz edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin sayı duyusunu kullanma performansının bağlam içeren ve bağlam içermeyen problemlere göre farklılaşıp farklılaşmadığını ortaya koyabilmek amacıyla McNemar testi uygulanmıştır.

Araştırmanın nitel aşamasında elde edilen verileri analiz etmek için betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Elde edilen veriler öğrencilerin verdikleri cevapların doğruluk durumu, kullandıkları çözüm yolu ve öğrencinin problemi farklı bir yoldan çözmesi istendiğinde hangi çözüm yollarını kullandığına dair oluşturulan çerçevede incelenmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşme sürecinde ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınan veriler araştırmacı tarafından çözümlenmiştir. Verilerin sunumunda öğrenci isimlerinin kullanılması etik açıdan uygun olmadığından öğrencilere O1, O2,…,O32 şeklinde kodlar verilmiştir.

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde, ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin bağlam içeren ve bağlam içermeyen problemlerde sayı duyusundan ve sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma durumlarının incelenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca öğrencilerin sayı duyusundan yararlanma durumlarının bağlam içeren ve içermeyen problemlerde nasıl farklılaştığı üzerinde durularak öğrencilerin kullandıkları sayı duyusu temelli ve kural temelli çözüm yolları örneklendirilmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşmeler ile kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerden soruyu farklı bir yoldan çözmesi istenerek, öğrencilerin sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanma durumları incelenmiştir. Araştırma sonucunda elde edilen bulgular alt problemlere göre ele alınmıştır.

4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Öğrencilerin bağlam içeren problemlerde sayı duyusunu kullanma ve sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma performansları nasıldır?

İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin bağlam içeren problemlerde sayı duyusunu kullanma performanslarını değerlendirmek amacıyla hazırlanan sayı duyusu ölçeğinde yer alan sorular üç ayrı sayı duyusu bileşeni altında toplanmıştır. Bağlam içeren ölçme aracındaki 1, 7 ve 8 numaralı sorular "kıyaslama (referans) noktasından yararlanma" bileşeninde; 2, 5, 9 ve 10 numaralı sorular "hesaplamada esneklik" bileşeninde; 3, 4 ve 6 numaralı sorular ise "sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış" bileşeninde yer almaktadır. Bu alt problem kapsamında öğrencilerin sayı duyusu ölçeğindeki sorulara verdikleri yanıtlar matematiksel açıdan doğruluğa ve kullanılan çözüm yollarına göre incelenmiştir. Tablo 4.1'de öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtların doğruluk durumuna ilişkin dağılımlarına ait yüzde ve frekans değerleri yer almaktadır. Ayrıca öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtlarda kullandıkları çözüm yolları incelenerek sayı duyusu temelli ve kural temelli çözüm yollarını kullanan öğrencilere ilişkin yüzde ve frekans değerlerine de yer verilmiştir. Bu durumda ölçme aracında yer alan sorulara doğru ve yanlış yanıt veren öğrenciler, sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullananlar, kural temelli çözüm yolunu kullananlar ve çözüm yoluna dair hiçbir açıklamada bulunmayanlar olarak üç ayrı kategoride toplanmaktadır.

Tablo 4.1: İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin bağlam içeren problemlerde sayı duyusunu kullanma performanslarının sayı duyusu bileşenlerine göre dağılımı

Bileşen	*Bağlam içeren soru*	*Matematiksel Doğruluk Durumu*	*Çözüm Yolu*	*Frekans*	*Yüzde*
Kıyaslama (Referans) Noktasından Yararlanma	1.soru	Doğru	SDT*	16	3,3
			KT**	374	77,9
			Açıklama yok	-	-
		Yanlış	SDT	5	1
			KT	30	6,2
			Açıklama yok	10	2,1
		Boş		45	9,4
	7.soru	Doğru	SDT	18	3,7
			KT	378	78,8
			Açıklama yok	-	-
		Yanlış	SDT	-	-
			KT	16	3,3
			Açıklama yok	21	4,4
		Boş		47	9,8
	8.soru	Doğru	SDT	25	5,2
			KT	284	59,2
			Açıklama yok	-	-
		Yanlış	SDT	-	-
			KT	63	13,1
			Açıklama yok	-	-
		Boş		108	22,5
Hesaplamada Esneklik	2.soru	Doğru	SDT	36	7,5
			KT	290	60,4
			Açıklama yok	5	1
		Yanlış	SDT	29	6
			KT	74	15,4
			Açıklama yok	13	2,7
		Boş		33	6,9
	5.soru	Doğru	SDT	44	9,2
			KT	294	61,2
			Açıklama yok	3	0,6
		Yanlış	SDT	19	4
			KT	47	9,8
			Açıklama yok	6	1,2
		Boş		67	14
	9.soru	Doğru	SDT	12	2,5
			KT	380	79,1
			Açıklama yok	-	-
		Yanlış	SDT	-	-
			KT	55	11,5
			Açıklama yok	-	-
		Boş		33	6,9
	10.soru		SDT	8	1,7

		Doğru	KT	309	64,4
			Açıklama yok	-	-
		Yanlış	SDT	-	-
			KT	106	22,1
			Açıklama yok	-	-
		Boş		57	11,9
Sayı Büyüklüklerine Yönelik Kavrayış	3.soru	Doğru	SDT	249	51,9
			KT	-	-
			Açıklama yok	-	-
		Yanlış	SDT	9	1,9
			KT	175	36,4
			Açıklama yok	-	-
		Boş		47	9,8
	4.soru	Doğru	SDT	20	4,2
			KT	342	71,2
			Açıklama yok	12	2,5
		Yanlış	SDT	-	-
			KT	7	1,5
			Açıklama yok	22	4,6
		Boş		77	16
	6.soru	Doğru	SDT	30	6,2
			KT	203	42,3
			Açıklama yok	37	7,7
		Yanlış	SDT	25	5,2
			KT	64	13,3
			Açıklama yok	26	5,4
		Boş		95	19,8

* SDT: Sayı Duyusu Temelli **KT: Kural Temelli

Tablo 4.1'de yer alan veriler incelendiğinde, öğrencilerin bağlam içeren sorulara verdikleri yanıtlar matematiksel doğruluk durumu açısından doğru, yanlış ve boş olmak üzere üç kategoride toplanmıştır. Öğrencilerin verdikleri yanıtlar incelendiğinde özellikle 3 ve 6 numaralı soruların cevaplarına ilişkin doğruluk oranının (%51,9, %56,2) diğer sorulara oranla daha düşük olduğu dikkat çekmektedir.

3 numaralı soruda öğrencilerden çeyreği verilen bir çikolata şeklinden yararlanarak $2\frac{1}{4}$ paket çikolatayı temsil eden şekli çizmeleri beklenmektedir. 6 numaralı soruda ise 32'şer TL parası olan Ahmet'in parasının $\frac{1}{2}$'ini, Nilay'ın ise $\frac{5}{8}$'ini biriktirdiği belirtilerek Ahmet ve Nilay'ın biriktirdikleri para miktarlarını karşılaştırmaları istenmektedir. Her iki soru sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer almakta olup kesir büyüklüklerine yönelik kavramsal anlamayı ve karşılaştırma yapabilmeyi gerektirmektedir. Dolayısıyla bu iki soruda öğrencilerin doğru sonuca

ulaşma oranının diğer sorulara oranla daha düşük olması, öğrencilerin kesirlerde kavramsal anlamayı gerektiren durumlarda yaşadıkları zorlukları ortaya koymaktadır.

İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı incelendiğinde 4. sınıfta öğrencilerin kesirler, kesirlerle toplama işlemi ve kesirlerle çıkarma işlemi alt öğrenme alanlarına ait kazanımları edinmeleri beklenmektedir. Ölçme aracının uygulandığı süreçte özellikle öğrencilerin kesirler konusuna ilişkin kazanımları tamamlamış olmaları dikkate alınmıştır. Bu nedenle, öğrencilerin 3 ve 6 numaralı sorularda hata yapma oranının fazla olması, kesirler konusuna ilişkin kavramsal anlamanın yeterince gelişmemesi ile açıklanabilir. Özellikle 3. soruya verilen cevapların yaklaşık %40'ının hatalı olması bu durumu destekler niteliktedir.

3 numaralı soru kesir büyüklüklerinin anlamını kavramaya yönelik temel bilgi ve becerileri içermekte olup öğrencilerin büyük bir kısmı (%90) bu soruya cevap vermiştir. Öğretim programında yer alan kazanımlar gereği öğrencilerin 1. sınıftan itibaren parça-bütün ilişkisini kavramayı gerektiren etkinlikler içinde bulunması, çeyrek ve bütün arasındaki ilişkiden yararlanmayı gerektiren bu soruya cevap verme oranını arttırmış olabilir. Fakat gelen cevapların yaklaşık %40'ının hatalı olması öğrencilerin kesir büyüklüklerini kavramaya yönelik temel kazanımları edinmede ve öğrendikleri bilgileri kavramsallaştırmada yaşadıkları zorlukları ortaya koymaktadır. Alanyazında yapılan çalışmaların sonuçları da bu bulguları destekler niteliktedir (Cramer, Post & delMas, 2002; Pesen, 2007; Yang, 2005; Yang & Li, 2008). Örneğin Yang ve Li (2008) tarafından yapılan çalışmada ilkokul 3. sınıf öğrencilerinin yaklaşık %40'ının kesirlerde eşit parçalar oluşturmayı ya da parça-bütün ilişkisini anlamayı gerektiren durumları kavrayamadığı görülmektedir. Pesen (2007) tarafından yapılan çalışmada da 3. sınıf öğrencilerinden bir kesri temsil eden şekli çizmeleri istendiğinde öğrencilerin bütünün eş parçalara ayrılması durumunu dikkate almadıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin yaklaşık yarısı eş parçalara ayrılmamış bir bütünü kesir sayısı ile ifade etmeye çalışmıştır.

Yanıtların matematiksel doğruluk durumu, sayı duyusu bileşenleri açısından incelendiğinde, öğrencilerin sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan sorularda doğru sonuca ulaşma oranının diğer bileşenlerdeki sorulara göre daha düşük olduğu görülmektedir. Bu durumun nedenini sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan kesir sorularıyla açıklamak mümkündür.

Purnomo ve arkadaşları (2014) tarafından yapılan çalışmada da sayı duyusu kullanımını ölçen kesir sorularında öğrencilerin kavram yanılgısına sahip oldukları ve parça-bütün ilişkisini yeterince anlamlandıramadıkları görülmektedir. Öğrencilerin kesirler konusunda kavramsal bilgilerindeki eksiklikler matematiksel performanslarını ve sayı duyusu kullanımlarını olumsuz yönde etkilemektedir (Cramer ve diğerleri, 2002; Purnomo ve diğerleri, 2014; Yang & Huang, 2004; Yang, Li & Lin, 2008; Yang, Reys & Wu, 2010).

Tablo 4.1'de öğrencilerin verdikleri cevapların matematiksel doğruluğuna ilişkin dağılımının yanı sıra öğrencilerin farklı çözüm yollarını tercih etme durumlarına ilişkin dağılımı da yer almaktadır. Öğrencilerin doğru ve yanlış cevap verdikleri durumlarda kullandıkları çözüm yolları sayı duyusu temelli, kural temelli ve açıklama yok şeklinde üç kategoride toplanmıştır. Tablo 4.1'de yer alan veriler incelendiğinde öğrencilerin soruların genelinde daha çok kural temelli çözüm yolunu kullanmayı tercih ettikleri görülmekte olup sayı duyusu kullanım oranları %1,7 ile %53,8 arasında değişim göstermektedir. Öğrencilerin %53,8'inin sayı duyusunu kullandığı 3 numaralı soru dışındaki dağılıma bakıldığında sayı duyusu kullanım oranının %1,7 ile %13,5 arasında değiştiği görülmektedir. Elde edilen bulgular öğrencilerin sayı duyusundan yararlanma performanslarının oldukça düşük olduğunu ortaya koymaktadır. Bu bulgu daha önce yapılan birçok araştırmanın bulgularıyla paralellik göstermektedir (Akkaya, 2016; Çekirdekci ve diğerleri, 2016; Gülbağcı Dede, 2015; İymen, 2012; Kayhan Altay, 2010; Markovits & Sowder, 1994; Reys & Yang, 1998; Reys ve diğerleri, 1999; Tsao, 2005; Yang, 2000; Yang & Li, 2008; Yapıcı, 2013). Örneğin Akkaya (2016) tarafından yapılan çalışmada ortaokul öğrencilerinin en fazla 50 puan alabilecekleri bir sayı duyusu testinden aldıkları puanların 8,78 ile 15,02 arasında değiştiği görülmektedir. İlkokul 4. sınıf öğrencileriyle yapılan bir başka çalışmada öğrencilerin sayı duyusu kullanımının %33,9 ile %0,9 arasında değişiklik gösterdiği görülmüştür (Çekirdekci ve diğerleri, 2016). Yang ve Li (2008) tarafından 3. sınıf öğrencileriyle yapılan çalışmada öğrencilerin sayı duyusu testindeki performanslarının düşük olduğu ve doğru sonuca ulaşma oranlarının ortalama %34 olduğu görülmüştür. Ulusal ve uluslararası alanyazından elde edilen bulgular ortaokul öğrencilerinin, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerinin sayı duyusu kullanım performanslarının düşük olmasının yanı sıra (Akkaya, 2016; Gülbağcı Dede, 2015; İymen, 2012; Kayhan

Altay, 2010; Markovits & Sowder, 1994; Reys & Yang, 1998; Reys ve diğerleri, 1999; Tsao, 2005; Yang, 2000; Yapıcı, 2013) ilkokul öğrencilerinin de sayı duyusu kullanımlarının yetersiz olduğunu (Çekirdekci ve diğerleri, 2016; Yang & Li, 2008) göstermekte olup, bu araştırma sonucunda elde edilen bulguları desteklemektedir.

3 numaralı soruda diğer sorulara oranla öğrencilerin sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanma oranının oldukça fazla olduğu görülmektedir. Bu durumun nedenini sorunun yapısıyla açıklamak mümkündür. Bu soruda sayı duyusu temelli çözüm ile öğrencilerin çeyreği verilen şekli kullanarak 2 bütün ve 1 çeyrek elde edebilmesi ve $2\frac{1}{4}$ kesrini oluştururken bütün ile çeyrek arasındaki ilişkiyi doğru yansıtacak şekilde çizim yapabilmesi beklenmektedir. Bazı öğrenciler soruda verilen çeyreği kullanarak 1 tam ve 1 çeyrek, 2 tam gibi modellemeler yaptıklarından bu öğrencilerin çözüm yolu yanlış-sayı duyusu temelli olarak kodlanmıştır. Çünkü bu öğrencilerin çeyrek ile bütün arasındaki ilişkiyi kurabildikleri fakat soruda istenen kesri modelleyemedikleri görülmektedir. Kural temelli çözüm yolu ise öğrencilerin tamsayılı kesri bileşik kesre dönüştürme ihtiyacı duyduğu, bütünü belirtmeden 9 çeyrek kareyi yan yana çizdiği, çeyreği temsil eden şekli bütün gibi düşünerek modelleme yapmaya çalıştığı ya da eşit büyüklükte parçalar kullanmadan bütün oluşturduğu durumları yansıtmaktadır. Yani kesirlerde parça-bütün ilişkisini kavramsallaştıramamış öğrenci cevapları kural temelli çözüm yolu olarak kodlanmıştır. Bu nedenle 3. soruda doğru sonuca ulaşan öğrencilerin tamamı sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanmıştır. Yanlış sonuca ulaşan öğrencilerin büyük bir kısmı da kural temelli çözüm yolunu kullanmıştır. Analizden kaynaklanan bu durum sebebiyle 3. soruda çözüm yollarının ve matematiksel doğruluk durumunun dağılımı diğer sorulardan farklı değerlendirilmiştir.

Sorunun analizinden kaynaklanan bu durumun yanı sıra bu sorunun görselle desteklenmesi ve öğrencilerin cevaplarını şekil çizerek göstermelerinin istenmesi de öğrencilerin sayı duyusu kullanımlarını arttırmış olabilir. Çünkü ilköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı’nda parça-bütün ilişkisini yansıtan örneklerin somut materyallerle ve görsellerle desteklenmesi gerektiği 1. sınıftan itibaren vurgulanan noktalar arasındadır. Kayhan Altay (2010) tarafından yapılan çalışmada kesirlerin anlamını kavramayı ve modellerden yararlanmayı gerektiren sorularda öğrencilerin sayı duyusu kullanımlarının yüksek çıkması da bu bulguyu destekler niteliktedir. Yapıcı (2013) ise yüzdeler konusuna yönelik modelleri içeren soruların yer aldığı görsel temsil biçimi bileşenindeki soruların çözümünde öğrencilerin sayı duyularını kullanma oranlarının yüksek çıktığını ortaya koymuştur. Bu sonuçlar, elde edilen bulgunun alanyazında yapılan araştırmaların sonuçlarıyla benzerliğini ortaya koymaktadır.

Öğrencilerin sayı duyusunu kullanma performansının en düşük olduğu bileşen kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşenidir. Kıyaslama (referans) noktasından yararlanmayı gerektiren sorularda öğrencilerin 100, 500 gibi sayıları ya da birbirinin katı olan sayıları referans alarak sonuca karar verebilmesi beklenmektedir. Kıyaslama noktasından yararlanma becerisi sayı duyusunun temel karakteristik özelliklerinden birisidir (NCTM, 2000; Reys & Yang, 1998; Yang, 2005; Yang & Lai, 2013; Yang & Wu, 2010). Fakat araştırma sonucunda, öğrencilerin bu soruların çözümünde genellikle standart hesaplamalar yapmayı tercih ettikleri görülmektedir. İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2009) incelendiğinde özellikle ölçmeye dayalı tahmin becerisini destekleyecek birtakım etkinliklerde referans noktasının kullanımına vurgu yapıldığı görülmektedir. Fakat ağacın boyunun uzunluğu ile çocuğun boyunun uzunluğunu karşılaştırırken referans noktasından yararlanmayı gerektiren bağlam içeren 7. soruda 480 öğrencinin sadece 18 tanesinin sayı duyusunu kullanması ve genel olarak referans noktasından yararlanmayı gerektiren sorularda öğrencilerin sayı duyusunu kullanma performanslarının düşük çıkması programın bu konudaki hedeflerine yeterince ulaşmadığını göstermektedir. Alanyazında yapılan bazı araştırmalarda da ilkokul ve ortaokul öğrencilerinin referans noktasından yararlanma konusunda zorlandıkları görülmektedir (Cramer ve diğerleri, 2002; Kayhan Altay, 2010; Reys & Yang, 1998; Yang, 2005; Yang & Huang, 2004; Yang, Lai, 2013). Örneğin, Kayhan Altay (2010) tarafından ortaokul öğrencileriyle yapılan çalışmada öğrencilerin sayı duyusu kullanımının en düşük olduğu bileşenin referans noktasından yararlanma bileşeni olduğu görülmüştür. Yang (2005) tarafından yapılan çalışmada 534,6x0,545=291357 işlemi sonucunda ondalık virgülün nereye gelmesi gerektiği sorulduğunda öğrencilerin hiçbirinin 0,545 sayısını referans alarak sonucun 534,6 sayısının yaklaşık yarısı edeceği ve dolayısıyla ondalık virgülün yerinin 291,357 şeklinde olması gerektiğini açıklayamadığı görülmektedir.

Tablo 4.1’de öğrencilerin sayı duyusu temelli ve kural temelli çözüm yollarını kullanma oranlarının yanı sıra bu çözüm yolları ile doğru ve yanlış cevaplara ulaşma durumlarına ilişkin dağılımlar da yer almaktadır. Öğrencilerin kullandıkları çözüm yolları ile doğru sonuca ulaşma durumları arasında karşılaştırma yapıldığında, soruların genelinde sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin tamamının doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanarak yanlış sonuca ulaşma çok az soruda gözlenmiştir. Örneğin 2 ve 6 numaralı sorularda sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanmayı tercih eden öğrencilerin yaklaşık yarısının yanlış sonuca ulaştığı görülmektedir. 2. soruda 372-38=334 işleminin sonucunu hesap makinesinde kontrol etmek isteyen Ekin’in sayıları hesap makinesine yanlışlıkla 372-18 şeklinde yazdığı belirtilmiştir. Öğrencilerden, Ekin’in hesap makinesinde bulduğu sonucu 334 sayısı ile karşılaştırmaları beklenmektedir. Sorunun çözümünde sayı duyusunu kullanan fakat hatalı sonuca ulaşan öğrenciler 18 sayısının 38 sayısından 20 eksik olduğunu fark etmiş, fakat sonucun 334 sayısından 20 eksik olacağını düşünerek yanlış muhakemede bulunmuştur.

6. soruda öğrencilere 32’şer lirası olan Ahmet ve Nilay’dan Ahmet’in parasının $\frac{1}{2}$’sini, Nilay’ın ise $\frac{5}{8}$’ini biriktirdiği belirtilmiştir. Öğrencilerden Ahmet ve Nilay’ın biriktirdikleri para miktarlarını karşılaştırmaları beklenmektedir. Sayı duyusunu kullanan öğrencilerden aynı bütünün belirtilen kesir kadarını bulmadan kesir büyüklüklerini karşılaştırarak karar vermesi beklenmektedir. Sayı duyusunu kullanan fakat hatalı sonuca ulaşan öğrencilerin kesir büyüklüklerini karşılaştırdıkları, fakat $\frac{1}{2}$ kesrinin $\frac{5}{8}$’ten büyük olacağını düşündükleri görülmüştür. Bu durumun nedeni öğrencilerin kesir büyüklüklerini karşılaştırmaya yönelik kavramsal anlamasının yeterince gelişmemesi ile açıklanabilir. Yapılan çalışmalarda bazı öğrencilerin pay ve paydanın küçüldükçe kesrin büyüyeceği yönünde kavram yanılgısına sahip olduğu görülmekte olup (Stafylidou & Vosniadou, 2004) bu durum öğrencilerin kesir büyüklüklerine yönelik kavrayışının yeterince gelişmediği bulgusunu desteklemektedir.

Yukarıda incelenen her iki sorunun (2 ve 6) ortak noktası direkt hesaplama yapmadan sonuca ilişkin karar vermeye imkân tanıyor olmasıdır. Her iki soruda da sayı duyusunu kullanan öğrencilerin akıl yürütme, muhakeme edebilme, sonucun akla uygunluğuna karar verme gibi birtakım becerileri de kullanması beklenmektedir. 2 ve 6 numaralı sorularda sayı duyusunu kullanan öğrencilerin yaklaşık yarısının hatalı sonuca ulaşması, sayı duyusu gelişiminde oldukça önemli görülen, sonuçların akla uygunluğuna karar verme becerisinin yeterince gelişmemiş olması ile açıklanabilir. Çünkü öğrencilerin düşünce yapısının genellikle standart hesaplamalar yapmaya yönelik olması, hem sayı duyusu gelişimlerini hem de düşünme ve akıl yürütme becerilerinin gelişimini olumsuz yönde etkileyebilmektedir (Reys & Yang, 1998; Yang, 2005; Yang & Huang, 2004).

Öğrencilerin sayı duyusunu en az kullandıkları soru 10 numaralı sorudur. 10. soruda öğrencilerden birbirini 100'e tamamlayan sayı çiftlerini fark ederek ya da birbirini 10'a tamamlayan birliklerden yola çıkarak toplama işlemini kolay yoldan yapabilmeleri beklenmektedir. Kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrenciler ise genellikle soruda yer alan altı sayıyı alt alta yazarak toplama işlemi yapmışlardır. Kaminski (2002) tarafından yapılan çalışmada da öğretmen adaylarından 26+32+9+24+18+41 işleminin sonucunu bulmaları istendiğinde öğretmen adaylarının dörtte üçünün tüm sayıları alt alta yazarak standart hesaplama yaptığı görülmüştür. Alanyazında yapılan çalışmalar sonucunda öğrencilerin bir işlem sonucunu doğru bir şekilde hesaplayabilirken bu becerilerini sayıları ve işlemleri anlamlandırarak esnek hesaplama yapmaları gereken durumlara aktaramadıkları görülmektedir. (Kaminski, 2002; Yang & Huang, 2004). Bu nedenle öğrencilerin matematik problemlerini çözerken ne yaptıklarını anlamlandırmaları, işlemin sonucuna ulaşmak için uyguladıkları prosedürlerden daha önemli görülmelidir (Yang & Huang, 2004).

Tablo 4.1'den elde edilen veriler ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin bağlam içeren problemlerde sayı duyusunu kullanma performansı ve sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma durumları açısından genel bir tablo ortaya koymaktadır. Öğrencilerin matematik performansının kesirler konusunu içeren sorularda (3 ve 6 numaralı sorular) düşük çıkması dikkat çeken noktalar arasındadır. Parça-bütün ilişkisinden ve referans noktasından yararlanarak kesir büyüklüklerini karşılaştırmayı gerektiren bu sorularda öğrencilerin kesir büyüklükleri arasındaki ilişkileri yeterince anlamlandıramaması, farklı çözüm yollarını kullanarak ulaştıkları sonuçlarda hata yapma oranını arttırmıştır.

Öğrencilerin sayı duyusu kullanımlarının düşük olması ve soruların genelinde kural temelli çözüm yolunu kullanmayı tercih etmesi dikkat çeken bir diğer noktadır. Alanyazında yapılan çalışmalarda da farklı yaş gruplarındaki öğrencilerin sayı duyusu kullanımlarının düşük olduğuna dair bulgular yer almaktadır (Gülbağcı Dede, 2015; İymen, 2012; Kayhan Altay, 2010; Markovits & Sowder, 1994; Reys & Yang, 1998; Reys ve diğerleri, 1999; Tsao, 2005; Yang, 2000; Yapıcı, 2013). Özellikle kıyaslama (referans) noktasından yararlanmaya yönelik soruların yer aldığı bileşende öğrencilerin sayı duyusu kullanımları oldukça düşüktür. Öğretim programında referans noktasının kullanımını gerektiren etkinlikler yer almasına rağmen öğrencilerin sayı duyusunu kullanma performansının düşük çıkması, bu öğrenci grubu için programın bu konudaki hedeflerine tam olarak ulaşmadığını göstermektedir.

Öğrencilerin sayı duyusu kullanımında sorun yaşamaları dikkat çeken bir diğer noktadır. Örneğin 2 ve 6 numaralı sorularda sayı duyusunu kullanarak soruyu çözen öğrencilerin yaklaşık yarısının hatalı sonuca ulaştığı görülmüştür. Sayı duyusu kullanımının en düşük olduğu ve sayı duyusunu kullanan öğrencilerin yaklaşık yarısının hatalı sonuca ulaştığı sorular göz önünde bulundurulduğunda, öğrencilerin bu sorulardaki matematik performansının diğer sorulara oranla daha düşük olduğu görülmektedir. Bu durum öğrencilerin sayı duyusunu etkili kullanma konusunda yeterli olmadığını ve bu konuda desteklenmeleri gerektiğini ortaya koymaktadır. Çünkü sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanarak hatalı sonuca ulaşan öğrencilerin bu tür deneyimleri bu yaklaşımdan uzaklaşmalarına ve kural temelli yaklaşıma daha fazla güvenmelerine sebep oluyor olabilir. Bu nedenle öğrencilerin sayı duyusunu geliştirmeyi hedeflediğimiz etkinliklerde sayı duyusu temelli çözüm yollarının yanlış kullanımlarına da odaklanarak neden yanlış olduğu üzerinde tartışılmalıdır.

İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin bağlam içeren problemlerde sayı duyusunu kullanma performanslarına ilişkin elde edilen verilerin genel değerlendirmesinin ardından, öğrencilerin sayı duyusunu kullanma durumları ve çözüm yolları her bir sayı duyusu bileşeninde yer alan sorular çerçevesinde incelenmiştir.

4.1.1. Kıyaslama (Referans) Noktasından Yararlanma

Aşağıda öğrencilerin bağlam içeren soruların çözümünde sayı duyusunu kullanma performansları kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşenine göre soru bazında incelendiğinde elde edilen bulgular sunulmuştur.

Kıyaslama (referans) noktasından yararlanmayı gerektiren, bağlam içeren 1 numaralı soruda sayı duyusunu kullanan öğrencilerden 98 sayısını 100'e yuvarlayarak 100 sayısını referans almaları ve doğru cevaba ulaşmaları beklenmektedir.

1.Bir fabrika, içerisinde 50 tane düğme bulunan kutulardan 98 kutu satın almıştır. Fabrikanın aldığı düğme sayısı aşağıdakilerden hangisine daha yakındır?

A.500

B.5000

C.50 000

Öğrencilerin bu soruya verdikleri yanıtlar incelendiğinde (Şekil 4.1), sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin 98 sayısını 100'e yuvarlayarak 5000 sonucuna ulaştığı görülmektedir (Örnek 1). Sayı duyusunu kullanan bir başka öğrenci 5000 seçeneğini işaretleyerek *"İlk önce kafamdan 50'şer saydım. Sonra 500'e gelince ne kadar 50 saydığımı buldum. Sonra 10'la 500'ü çarptım."* açıklamasında bulunmuştur (Örnek 2). Bir diğer öğrenci *"Ben b şıkkı diye yanıtladım. Çünkü 50x50=2500 ve böylece B şıkkına daha yakın."* şeklinde cevabını açıklamıştır (Örnek 3). Bu yanıtlar öğrencilerin 100, 500, 2500 gibi farklı referans noktaları geliştirdiklerine dair örnekler sunmaktadır. Sayı duyusu temelli başka bir çözüm yolunu kullanan öğrenciler ise 98 sayısını 100 ile çarpıp 2'ye bölmeyi tercih etmiştir (Örnek 4). İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2009) incelendiğinde 4. sınıf "Doğal Sayılarla Çarpma İşlemi Alt Öğrenme Alanı" nda yer alan altıncı kazanımda "En çok iki basamaklı doğal sayıları 5, 25 ve 50 ile kısa yoldan çarpar." ifadesi yer almaktadır. Programın açıklamalar bölümünde 5 ve 50 ile kısa yoldan çarpılacak sayıların 2'ye bölünebilen sayılardan seçilmesi gerektiği vurgulanmaktadır. Etkinlik örneklerinde ise öğrencilerin "Bir sayıyı kısa yoldan 50 ile çarpmak için sayı, 2'ye bölünüp 100 ile çarpılır." şeklinde stratejiler geliştirmeleri önerilmektedir. Dolayısıyla bu çözüm yolunu kullanan öğrencilerin kısa yoldan çarpma işlemine yönelik bir strateji geliştirdiği söylenebilir. Beşinci örnekte yer alan çözüm yolunda ise öğrenci kısa yoldan çarpma işlemine yönelik stratejiyi kullanmaya çalışmış, fakat 49 sayısını 100 ile çarpmak yerine

10’la çarpmıştır. Burada öğrencinin bu stratejiyi bir kural olarak algıladığı ve elde ettiyi sonucu sorgulamadığı görülmektedir.

Örnek 1

$$98 \Rightarrow 100$$
$$\times 50$$
$$5000$$

Örnek 2

Açıklama: ilk önce hatamdan 50 yi saydım sonra 5000 gelince ne kadar 50 saydım buldum sonra 10la 500'ü çarptım

Örnek 3

Açıklama: Ben b şıkkı diye işaretledim çünkü 50 × 50 = 2500 ve böylece B şıkkına daha yakın.

Örnek 4

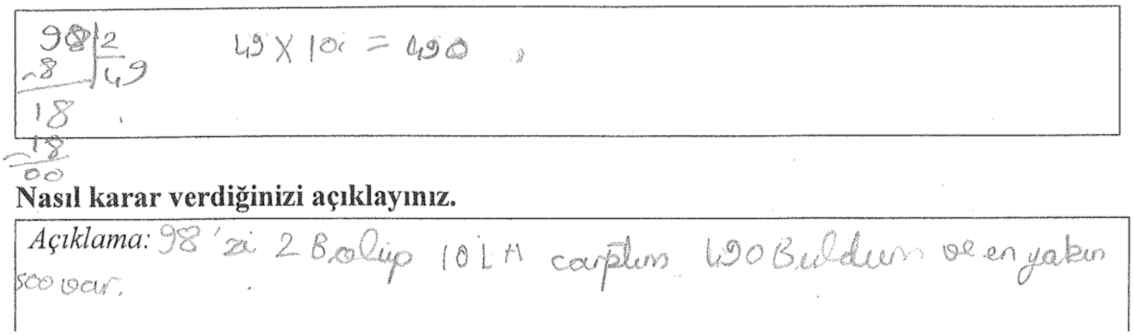
98 × 100 = 9800 ; 9800 | 2 → 4900 ; 5000

8
18
18
0000

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

Açıklama: Önce 98'i kısa yoldan 50 ile çarptım. Sonra 4900 buldum. Ondan sonra 4900'ü en yakın yüzlüğe yuvarladım. Sonuç 5000 çıktı

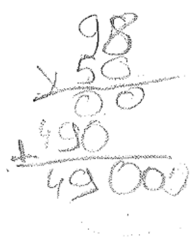
Örnek 5



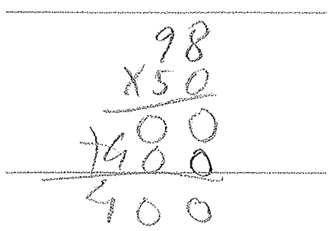
Şekil 4.1. Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde yer alan bağlam içeren birinci soruya ilişkin sayı duyusu temelli çözüm yollarından örnekler

Bağlam içeren 1. soruda standart (rutin) hesaplama yaparak doğru cevaba ulaşan öğrenci sayısı 374 iken (%77,9), yanlış cevaba ulaşan öğrenci sayısı 30 (%6,2)'dur. Kural temelli çözüm yolunu kullanarak yanlış cevaba ulaşan öğrencilerin çözümlerine ilişkin örnekler incelendiğinde (Şekil 4.2), bir öğrencinin 98 ve 50 sayılarını alt alta yazarak çarpma işlemi yaptığı, fakat sonucu 4900 yerine 49 000 olarak bulduğu görülmektedir (Örnek 1). 98 ile 50 sayılarının çarpımının 50 000 sayısına yakın olacağını düşünen öğrencilerin bu iki sayının çarpımının kaç civarında çıkabileceğine dair bir referans geliştiremedikleri söylenebilir. Bir diğer çözüm yolunda öğrencinin iki sayıyı alt alta yazarak çarpma işlemi yaptığı fakat 400 sonucuna ulaştığı görülmektedir (Örnek 2). Bu nedenle öğrenci sonucun 500 sayısına yakın olacağını belirtmiştir.

Örnek 1



Örnek 2



Şekil 4.2. Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde yer alan bağlam içeren birinci soruya ilişkin kural temelli çözüm örnekleri

Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde yer alan 7. soruda öğrencilerden 500 sayısının beşte birinin 100 olduğu bilgisinden yola çıkarak 500 sayısını referans almaları ve 490 sayısının beşte birinin 100'den küçük olacağı sonucuna varmaları beklenmektedir.

7. Şekildeki ağacın boyunun uzunluğu 490 cm'dir. Çocuğun boyunun uzunluğu, ağacın uzunluğunun beşte biri olduğuna göre çocuğun boyu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

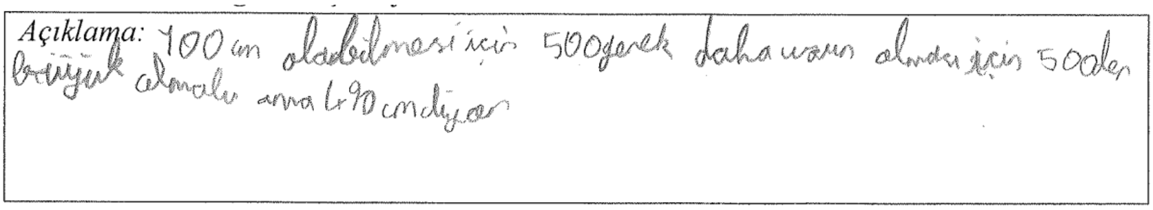
A. 100 cm'dir.

B. 100 cm'den uzundur.

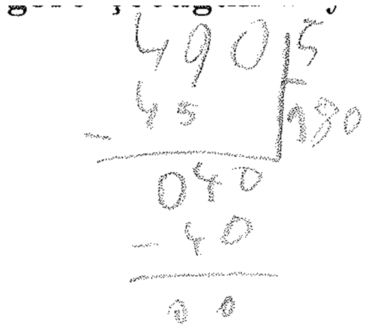
C. 100 cm'den kısadır.

Bağlam içeren 7. soruyu sayı duyusunu kullanarak çözen ve doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 18 (%3,8)'dir. Bu öğrencilerin bir kısmı 100x5 işleminin sonucunun 500 ettiği, bir kısmı ise 500÷5 işleminin sonucunun 100 ettiği bilgisinden yola çıkarak doğru sonuca ulaşmıştır. Örneğin bir öğrencinin *"100 cm olabilmesi için 500 gerek, daha uzun olması için 500'den büyük olmalı. Ama 490 cm diyor."* şeklindeki açıklaması bu soruyu sayı duyusunu kullanarak doğru yanıtlayan öğrenci çözümlerine örnek oluşturmaktadır (Örnek 1). Bağlam içeren 7. soruyu, 490 sayısını 5'e bölerek çözen ve doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 378 (%78,8)'dir. 16 öğrenci (%3,3,) ise bölme işlemini hatalı yapmış ve yanlış sonuca ulaşmıştır. Kural temelli çözüm yolunu kullanarak hatalı sonuca ulaşan öğrenci 490 sayısını 5'e bölmüş fakat sonucu 980 bulmuştur (Örnek 2). Burada öğrencinin hatası kalan olarak elde ettiği 0'ı bölüme de yazmasından kaynaklanmaktadır. Bu sonuç öğrencinin, 500 sayısının beşte birinin 100 ettiği, dolayısıyla 490 sayısının beşte birinin 100'den daha küçük olması gerektiği yönünde bir referans noktası geliştiremediğini ve çıkan sonucun akla uygunluğunu sorgulamadığını göstermektedir.

Örnek 1


Açıklama: 100 cm olabilmesi için 500 gerek daha uzun olması için 500den büyük olmalı ama 490 cm diyor

Örnek 2



Şekil 4.3. Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde yer alan bağlam içeren yedinci soruya ilişkin sayı duyusu ve kural temelli çözüm örnekleri

Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde yer alan bağlam içeren 8 numaralı soruda öğrencilerden 12x18 işleminin sonucunu referans alarak ve 12-24, 9-18 sayı çiftleri arasındaki ilişkilerden yararlanarak doğru sonuca ulaşmaları beklenmektedir.

8.Bir market, her birinde 12 şişe olan 18 kasa su sattığında, toplam 216 şişe su satılmış olduğuna göre, her birinde 24 şişe bulunan 9 kasa sattığında, kaç şişe su satılmış olur?

Bağlam içeren 8. soruda sayı duyusunu kullanarak doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 25 (%5,2)’tir. Kural temelli çözüm yolunu kullanarak doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 284 (%59,2), yanlış sonuca ulaşan öğrenci sayısı ise 63 (%13,1)’tür. Öğrencilerin %22,5’i ise bu soruyu boş bırakmıştır. Yanlış sonuca ulaşan öğrenciler 24 ile 9 sayılarını çarparken işlem hatası yapmıştır. Şekil 4.4’te yer alan birinci çözüm yolunda öğrencinin hem kural temelli hem de sayı duyusu temelli çözüm yollarına örnek oluşturacak şekilde soruyu cevapladığı görülmektedir. Her iki çözüm yolu (Örnek 1,2) da öğrencilerin sayılar arasındaki ilişkiyi fark ederek sonucun değişmeyeceğine dair açıklamalarına örnek oluşturmaktadır. Üçüncü örnekte yer alan çözüm yolunda ise öğrencinin iki sayıyı alt alta yazarak çarpma işlemi yaptığı, fakat 216 yerine 116 sonucuna ulaştığı görülmektedir. Yine bu soruda da öğrencilerin 24 ile 10 sayısını çarptıklarında 240 elde edileceği, dolayısıyla 24 ile 9 sayılarını çarptığında 240’tan küçük ama 240 sayısına yakın bir sonuç elde etmesi gerektiği yönünde bir kıyas noktası geliştiremedikleri görülmektedir.

Örnek 1

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 9 \\ \hline 216 \end{array} \quad 3$$

216 şişe.

Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama: bu problem iki yolla çözülür. İlkinde 12 ve 18, ikincide 24 ve 9 var. 24, 12'nin 2 katıdır 9 da 18'in $\frac{1}{2}$'sidir. sonuç aynı olur.

Örnek 2

Açıklama: 1.'de 24; 12'nin 2 katı, 2.'de 18, 9'un 2 katı buyüzden eşit olur

Örnek 3

Bir market, her birinde 12 şişe olan 18 kasa su sattığında, toplam 216 şişe su satılmış olduğuna göre, her birinde 24 şişe bulunan 9 kasa sattığında, kaç şişe su satılmış olur?

Yanıt:

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 9 \\ \hline 116 \end{array}$$

Şekil 4.4. Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde yer alan bağlam içeren sekizinci soruya ilişkin sayı duyusu temelli ve kural temelli çözüm örnekleri

Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde yer alan 1, 7 ve 8 numaralı sorularda öğrencilerin sayı duyusu kullanım oranları incelendiğinde oldukça az sayıda öğrencinin sayı duyusunu kullandığı dikkat çekmektedir. Fakat 7 ve 8 numaralı sorularda sayı duyusunu kullanan öğrencilerin tamamının, 1 numaralı soruda ise %76,2'sinin doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. 1. soruda sayı duyusunu kullanarak hatalı sonuca ulaşan 5 öğrencinin çözümleri incelendiğinde öğrencilerin 98x50 işleminin sonucuna ulaşmak için 98 sayısını 2'ye bölüp 10 ile çarptığı görülmektedir. İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda öğrencilerin bir sayıyı 50 ile kısa yoldan çarpmak için sayının, 2'ye bölünüp 100 ile çarpılabileceği yönünde stratejiler geliştirebileceği önerilmektedir (MEB, 2009). Hatalı sonuca ulaşan 5 öğrenci 98 sayısını 2'ye bölüp 10 ile çarparak sonuca ulaşmıştır. Bu öğrencilerin kısa yoldan çarpma yöntemlerini anlamlandırmadan uyguladığı söylenebilir. Referans noktası geliştirerek soruyu yanıtlamaya çalışan öğrencilerin doğru sonuca ulaşma oranlarının yüksek olması, öğrencilerin soruları çözerken referans noktaları geliştirmeleri durumunda hata yapma oranlarının azaldığını ortaya koymaktadır. Alanyazında yapılan çalışmalar bu bulguyu destekler nitelikte olup referans noktasının kullanımına yönlendirilen öğrencilerin matematiksel performanslarının arttığını ortaya koymaktadır. Örneğin Yang ve Lai (2013) tarafından yapılan çalışmada, referans noktası stratejisinin öğretiminin öğrencilerin kesirleri karşılaştırma konusundaki kavramsal bilgilerini ve performanslarını olumlu yönde etkilediği görülmektedir. Bu strateji kullanımının kazandırılması ile öğrenciler sadece kesirleri anlamlandırmakla kalmamış aynı zamanda problemleri etkili ve esnek yollardan çözmeye başlamıştır. Bir başka çalışma sonucunda da referans noktasından yararlanma stratejisinin kullanımının öğrencilerin doğru sonuca yakın tahminlerde bulunma becerileri ile istatistiksel olarak ilişkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Joram, Gabriele, Bertheau, Gelman & Subrahmanyam, 2005).

8 numaralı soruda kural temelli çözüm yolunu kullanarak hatalı sonuca ulaşan öğrenci oranı, 1 ve 7 numaralı sorulara oranla daha fazladır. Kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin çoğunun sorunun çözümünde işlem hatası yaptığı görülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin 8. sorunun çözümü için 24x9 işleminin sonucunu hesaplarken 50 ile çarpmayı ya da 5'e bölmeyi gerektiren 1 ve 7 numaralı sorulara göre daha çok hata yaptıkları söylenebilir. Oysaki öğrencilerin 24x9 işleminin sonucunu hesaplarken 24x10 işleminden de yararlanabileceği göz önünde bulundurulduğunda, öğrencilerin işlem odaklı düşündükleri ve sayılar arası ilişkileri dikkate almadıkları görülmektedir. Yang ve Huang (2004) tarafından yapılan çalışmada da 6. sınıf öğrencilerinin sadece %27'sinin 38x29 işleminin

38x30-38 işlemine eşit olduğunu fark ettiği, öğrencilere 38x29 işleminin sonucu doğrudan sorulduğunda ise %79'unun doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Bu bulgular öğrencilerin standart hesaplama yapmaya yönelik eğilimlerinin sayılar arası ilişkileri anlamlandırmalarını ve akıl yürütme becerilerinin gelişimini olumsuz yönde etkilediğini, farklı çözüm yollarını keşfetmeye yönelik bakış açılarını sınırlandırdığını ortaya koymaktadır (Kaminski, 2002; Yang, 2005).

4.1.2. Hesaplamada Esneklik

Aşağıda öğrencilerin bağlam içeren soruların çözümünde sayı duyusunu kullanma performansları hesaplamada esneklik bileşenine göre soru bazında incelendiğinde elde edilen bulgular sunulmuştur.

Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan 2 numaralı soruda sayı duyusunu kullanan öğrencilerden 372-38 işleminin sonucundan yararlanarak 372-18 işleminin sonucuna ilişkin çıkarımda bulunmaları beklenmektedir.

2.372-38=334 işleminin sonucunu kontrol etmek isteyen Ekin sayıları hesap makinesine yanlışlıkla 372-18 şeklinde yazmıştır. Ekin'in hesap makinesi ile bulduğu sonuç için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A.334 sayısından 2 eksiktir.

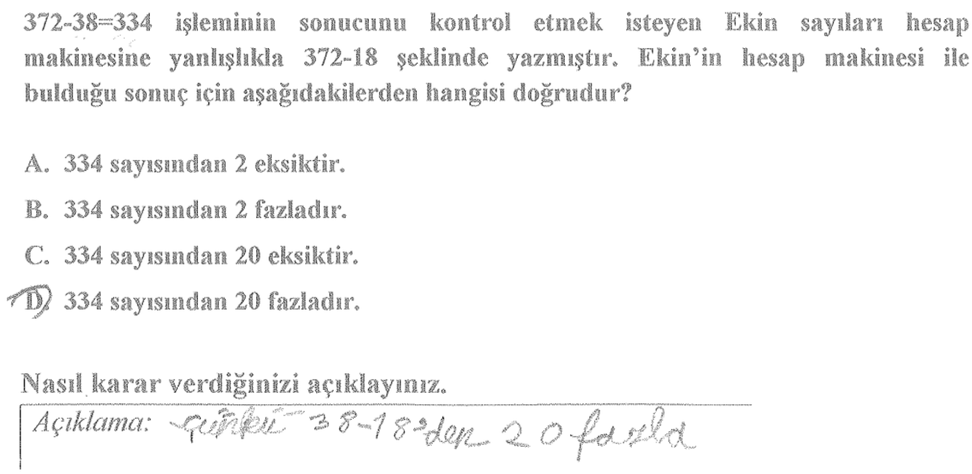
B.334 sayısından 2 fazladır.

C.334 sayısından 20 eksiktir.

D.334 sayısından 20 fazladır.

Bu soruya ilişkin veriler incelendiğinde öğrencilerin çoğunlukla (%60,4) kural temelli çözüm yolunu kullanmayı tercih ettikleri görülmüştür. Sayı duyusunu kullanarak doğru cevaba ulaşan öğrenci sayısı 36 (%7,5), yanlış cevaba ulaşan öğrenci sayısı 29 (%6)'dur. Sayı duyusunu kullanarak doğru ve yanlış cevaplara ulaşan öğrencilerin çözümlerine ilişkin örnekler aşağıda yer almaktadır (Şekil 4.5). Öğrenci çözümlerinde de görüldüğü gibi sayı duyusunu kullanarak doğru cevaba ulaşan öğrenciler 38 ile 18 arasındaki farkın 20 olduğu düşüncesinden yola çıkarak sonucun 20 artacağını belirtmiştir (Örnek 1). Soruya yanlış cevap veren öğrenciler ise 38 sayısının 18 sayısından 20 az olması nedeniyle sonucun da 20 azalacağını düşünmüştür (Örnek 2). Bu öğrencilerin ilişkisel düşünmeyi destekleyecek şekilde sayılar arası ilişkilere odaklanabildiği, fakat aritmetik işlemlerin özelliğini göz önünde bulundurarak çıkan sayının azalması durumunda farkın artacağı düşüncesini uygulayamadığı görülmektedir.

Örnek 1



372-38=334 işleminin sonucunu kontrol etmek isteyen Ekin sayıları hesap makinesine yanlışlıkla 372-18 şeklinde yazmıştır. Ekin'in hesap makinesi ile bulduğu sonuç için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A. 334 sayısından 2 eksiktir.

B. 334 sayısından 2 fazladır.

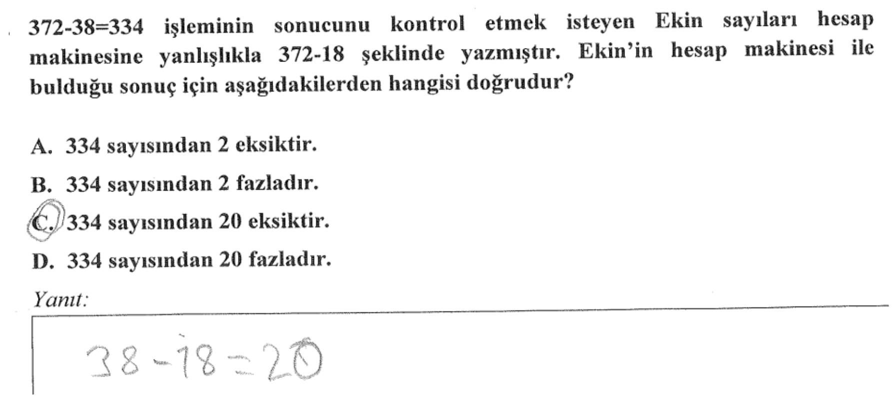
C. 334 sayısından 20 eksiktir.

D. 334 sayısından 20 fazladır.

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

Açıklama: çünkü 38-18'den 20 fazla

Örnek 2



372-38=334 işleminin sonucunu kontrol etmek isteyen Ekin sayıları hesap makinesine yanlışlıkla 372-18 şeklinde yazmıştır. Ekin'in hesap makinesi ile bulduğu sonuç için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A. 334 sayısından 2 eksiktir.

B. 334 sayısından 2 fazladır.

C. 334 sayısından 20 eksiktir.

D. 334 sayısından 20 fazladır.

Yanıt:

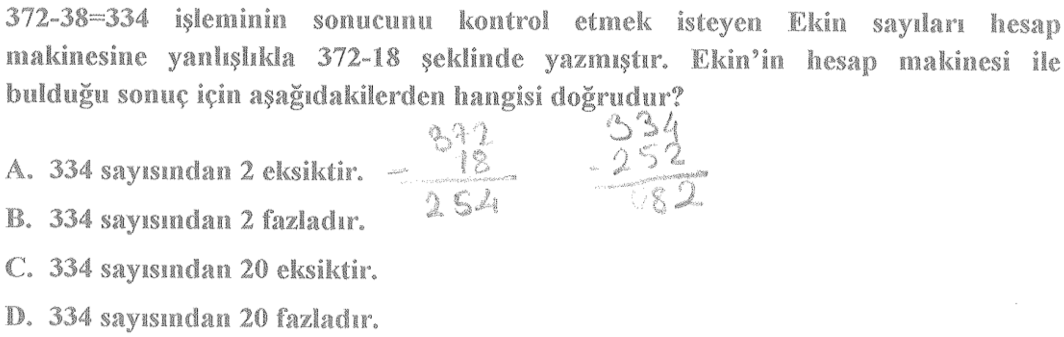
38-18=20

Şekil 4.5. Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan bağlam içeren ikinci soruya ilişkin sayı duyusu temelli çözüm örnekleri

Bağlam içeren 2. soruda standart (rutin) hesaplama yaparak doğru cevaba ulaşan öğrenci sayısı 290 (%60,4), yanlış cevaba ulaşan öğrenci sayısı 74 (%15,4)'tür. Standart hesaplama yaparak doğru cevaba ulaşan öğrenciler algoritmaya dayalı çıkarma işlemi yapmışlardır. Yanlış sonuca ulaşan öğrencilerin bir kısmı çıkarma işlemini hatalı yaparken bir kısmı ise doğru sonuca ulaşıp çıkan sonucun 334 sayısından 20 eksik olduğunu düşünmüş ve C seçeneğini işaretlemiştir.

Şekil 4.6'da yer alan çözüm yolları incelendiğinde öğrencinin sayıları alt alta yazarak çıkarma işlemi yaptığı, fakat sonucu 354 yerine 254 bulduğu görülmektedir (Örnek 1). 334 sayısıyla 254 sayısı arasındaki farkı bulmaya çalıştığında ise 254 yerine 252 yazdığı ve seçeneklere uygun bir cevaba ulaşamadığı görülmektedir. Buradaki hatalar öğrencinin dikkat eksikliğinden kaynaklanmış olabileceği gibi çıkan sonuç öğrencinin 372 sayısının yaklaşık 20 eksiğinin nasıl 254 gibi bir sayı çıkabileceği durumunu sorgulamadığını da göstermektedir. İkinci çözüm yolunda ise öğrencinin 18'in 38 sayısının 2 eksiği olduğunu düşünerek A seçeneğini tercih ettiği görülmektedir. Bu durum öğrencide basamak değeri kavramının yeterince gelişmemiş olmasıyla açıklanabilir.

Örnek 1



372-38=334 işleminin sonucunu kontrol etmek isteyen Ekin sayıları hesap makinesine yanlışlıkla 372-18 şeklinde yazmıştır. Ekin'in hesap makinesi ile bulduğu sonuç için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A. 334 sayısından 2 eksiktir.

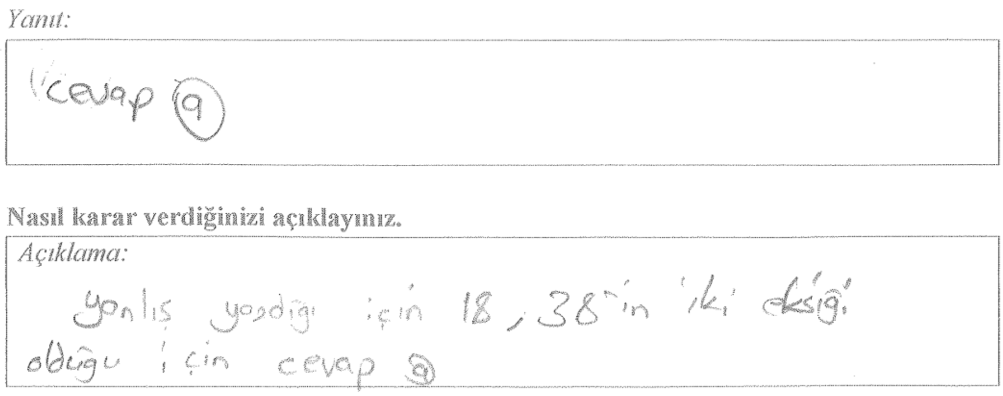
B. 334 sayısından 2 fazladır.

C. 334 sayısından 20 eksiktir.

D. 334 sayısından 20 fazladır.

$$372 - 18 = 254 \qquad 334 - 252 = 082$$

Örnek 2



Yanıt:

cevap a

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

Açıklama:

yanlış yazdığı için 18, 38'in iki eksiği olduğu için cevap a

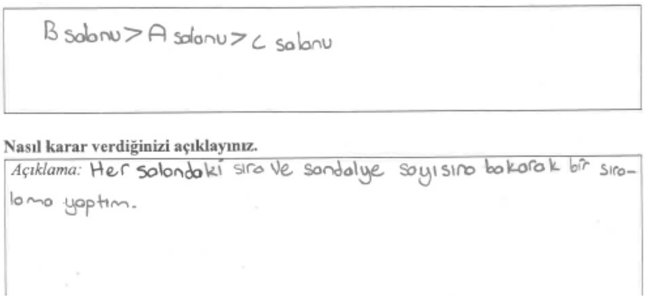
Şekil 4.6. Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan bağlam içeren ikinci soruya ilişkin kural temelli çözüm örnekleri

Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan 5 numaralı soruda öğrencilerden standart hesaplamaya dayalı çarpma işlemini yapmadan çarpanların büyüklüklerine bakarak sıralama yapabilmeleri beklenmektedir.

5. Bir tiyatronun A salonunda 9 sıra olup her bir sırada 18 tane sandalye vardır. B salonunda 10 sıra olup her bir sırada 18 tane sandalye vardır. C salonunda ise 9 sıra olup her bir sırada 17 tane sandalye vardır. Salonları alabileceği kişi sayısına göre büyükten küçüğe sıralayınız.

Bağlam içeren 5. soruda sayı duyusunu kullanarak doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 44 (%9,2), yanlış sonuca ulaşan öğrenci sayısı 19 (%4)'dur. Doğru sonuca ulaşan öğrenciler çarpma işlemi yapmadan sıra ve sandalye sayılarının büyüklüklerine göre karar vermişlerdir (Örnek 1). Yanlış sonuca ulaşan öğrenciler ise örnekte de görüldüğü gibi sadece sandalye sayılarını ya da sadece sıra sayılarını karşılaştırmışlardır (Örnek 2). Bağlam içeren 5. soruda çarpma işlemi yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 294 (%61,2), yanlış sonuca ulaşan öğrenci sayısı 47 (%9,8)'dir. Yanlış sonuca ulaşan öğrencilerin bir kısmı hatalı algoritmaya dayalı çarpma işlemi yaparken bir kısmı ise sandalye ve sıra sayılarını toplayarak karşılaştırma yapmıştır.

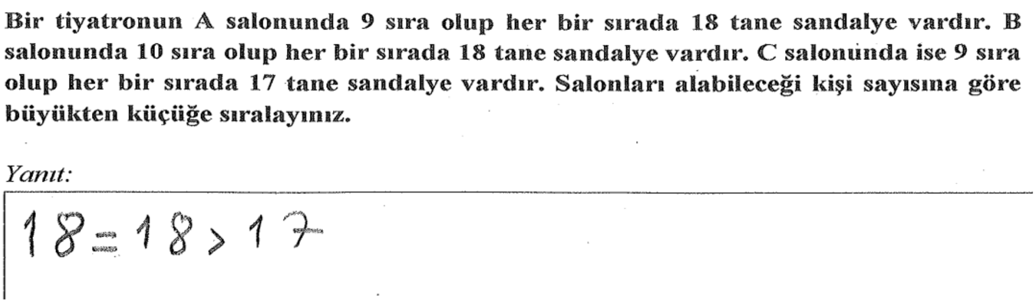
Örnek 1


B salonu > A salonu > C salonu

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

Açıklama: Her salondaki sıra ve sandalye sayısına bakarak bir sıralama yaptım.

Örnek 2


Bir tiyatronun A salonunda 9 sıra olup her bir sırada 18 tane sandalye vardır. B salonunda 10 sıra olup her bir sırada 18 tane sandalye vardır. C salonunda ise 9 sıra olup her bir sırada 17 tane sandalye vardır. Salonları alabileceği kişi sayısına göre büyükten küçüğe sıralayınız.

Yanıt:

18 = 18 > 17

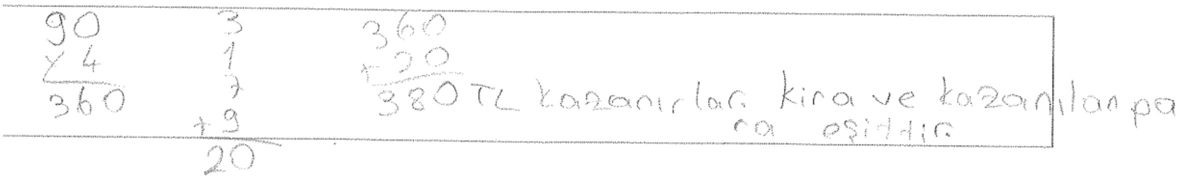
Şekil 4.7. Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan bağlam içeren beşinci soruya ilişkin sayı duyusu temelli çözüm örnekleri

Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan 9 numaralı soruda öğrencilerden standart hesaplama yapmak yerine sayıları 90'a ya da 100'e yuvarlayarak kolay yoldan sonuca ulaşmaları beklenmektedir.

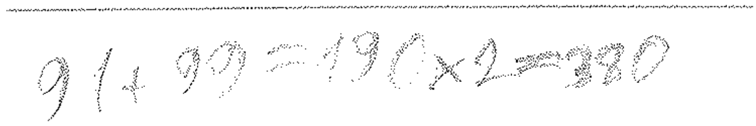
9. Fuar alanında dört gün boyunca kitap satan kitabevinin kazandığı para miktarları şu şekildedir: 1. gün: 91 TL 2. gün: 93TL 3. gün: 97 TL 4. gün: 99 TL Dört günün sonunda kitabevinin kazandığı para miktarı, fuar alanına ödediği 380 TL kira miktarından az mıdır, çok mudur veya bu miktara eşit midir?

Soruyu sayı duyusunu kullanarak çözen öğrenci sayısı 12 (%2,5)’dir. Sayı duyusunu kullanarak sonuca ulaşan öğrencilerin çözüm yollarına ilişkin örnekler incelendiğinde (Şekil 4.8), birinci çözüm yolunu kullanan öğrencinin sayıları onluklarına ve birliklerine ayırarak, ikinci çözüm yolunu kullanan öğrencinin ise birbirini 190’a tamamlayan sayı çiftlerini toplayarak kısa yoldan sonuca ulaştığı görülmektedir.

Örnek 1



Örnek 2



Şekil 4.8. Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan bağlam içeren dokuzuncu soruya ilişkin sayı duyusu temelli çözüm örnekleri

Bağlam içeren 9. soruyu standart hesaplama yaparak çözen ve doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 380 (%79,1)’dir. 55 (%11,5) öğrenci ise toplama işleminde hata yaparak yanlış sonuca ulaşmıştır.

Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan 10 numaralı soruda öğrencilerden birbirini 100’e tamamlayan sayı çiftlerini fark ederek sonuca ulaşmaları beklenmektedir.

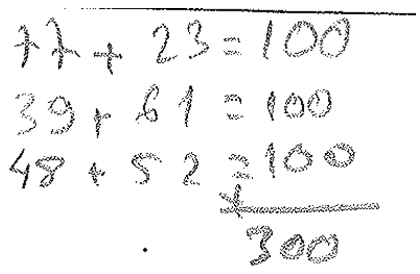
10. Alışveriş Listesi

İçecek..39 TL Sebze..23 TL Meyve..52 TL Temizlik malz..48 TL Süt ürünleri..61 TL Et ürünleri..77 TL

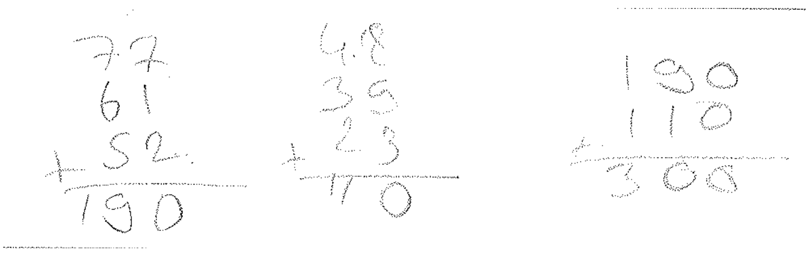
Veli Bey’in marketten aldığı her bir ürün grubu için ödediği para miktarı yukarıda yer almaktadır. Veli Bey markete kaç lira ödemiştir? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız

Sayı duyusunu kullanarak doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 8 (%1,7)’dir. Sayı duyusu temelli çözüm yolları incelendiğinde (Şekil 4.9), öğrencinin birbirini 100’e tamamlayan sayı çiftlerini fark ederek sonuca ulaştığı görülmektedir (Örnek 1). İkinci çözüm yolunda ise öğrenci birbirini 100’e tamamlayan sayı çiftlerini fark etmese de birliklerinin toplamı 10 ve 10’un katı eden sayıları gruplayarak doğru sonuca ulaşmıştır.

Örnek 1



Örnek 2



Şekil 4.9. Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan bağlam içeren onuncu soruya ilişkin sayı duyusu temelli çözüm örnekleri

Bağlam içeren 10. soruyu standart çözüm yolunu kullanarak çözen ve doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 309 (%64,4), işlem hatası yaparak yanlış sonuca ulaşan öğrenci sayısı ise 106 (%22,1)'dır.

Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan sorulara ilişkin yanıtlar ve çözüm yolları incelendiğinde öğrencilerin 9 ve 10 numaralı sorularda sayı duyusunu kullanma oranının 2 ve 5 numaralı sorulara göre daha düşük olduğu görülmektedir. 9 ve 10 numaralı sorular toplama işlemi yapmayı gerektirmekte olup öğrencilerin çoğu, sorularda yer alan sayıları alt alta yazarak toplamayı tercih etmiştir. Fakat 9. soruda standart hesaplama yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci oranı %79,1 iken 10. soruda bu oran %64,4'e düşmektedir. Bu durum 10 numaralı soruda yer alan sayıların (39+23+52+48+61+77), 9 numaralı soruda yer alan sayılara (91+93+97+99) göre daha fazla sayıda olması ve farklı rakamlardan oluşması ile açıklanabilir. Elde edilen veriler öğrencilerin iki basamaklı sayılarla yaptıkları toplama işleminde birbirini 10'a tamamlayan birlikleri ve onlukları fark edemediklerini göstermektedir. Yani öğrencilerin hesaplamada sayılar arası ilişkilerden yararlanmadıkları ve basit standart hesaplamalarda işlem hataları yapabildikleri görülmektedir. Yapılan çalışmalarda öğrencilerin işlem sonuçlarını doğru şekilde hesaplayabilirken bu becerilerini sayıları ve işlemleri anlamlandırarak esnek hesaplama yapmaları gereken durumlara aktaramaması bu duruma kanıt oluşturmaktadır (Yang & Huang, 2004). Oysaki toplamları 10 veya 20 eden sayı ikililerini belirlemek 1. sınıfta öğrencilerin kazanmaları gereken kazanımlar arasında yer almakta olup ilerleyen sınıf düzeylerinde bu kazanıma ardışık doğal sayıları toplama etkinliği ile vurgu yapılmıştır (MEB, 2009). Öğretim programında, 1, 3, 5, 7 ve 9 ardışık doğal sayılarının kısa yoldan toplanması “1+9, 3+7, 5+5, 7+3, 9+1 işlemlerinin sonucu 10 eder. 5 tane 10, 50 eder. Fakat her sayıyı iki kez topladığımız için 50 ÷ 2=25 eder.” şeklinde örneklendirilmiştir (MEB, 2009, s. 208). Öğrencilerin birbirini 10’a ya da 100’e tamamlayan sayı çiftlerini fark etmemesi ve standart hesaplama yaparken de sayılar arası ilişkilere yönelik temel sayı bilgisini kullanmaması çalışmaya katılan öğrenci grubu için öğretim programının yeterince hedefine ulaşmadığını ortaya koymaktadır.

2 ve 5 numaralı sorularda öğrencilerin sayı duyusunu kullanım oranı 9 ve 10 numaralı sorulara göre daha yüksek olmasına rağmen özellikle 2 numaralı soruda sayı duyusunu kullanan öğrencilerin yaklaşık yarısı yanlış sonuca ulaşmıştır. Bu durum öğrencilerin bir çıkarma işleminde çıkanın azalması durumunda farkın bundan nasıl etkileneceğine dair muhakeme becerilerindeki eksiklikten kaynaklanmaktadır.

4.1.3. Sayı Büyüklüklerine Yönelik Kavrayış

Aşağıda öğrencilerin bağlam içeren soruların çözümünde sayı duyusunu kullanma performansları sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşenine göre soru bazında incelendiğinde elde edilen bulgular sunulmuştur.

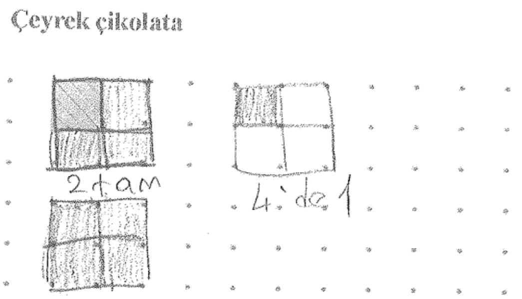
Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan 3 numaralı soruda öğrencilerden bir bütünün çeyreği gösterilen model üzerinden iki tam ve bir çeyrek elde etmeleri beklenmektedir.

3.

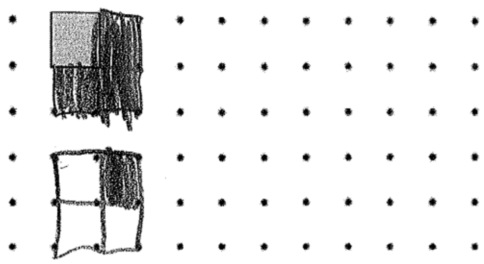
Yukarıda bir paket çikolatanın çeyreği görülmektedir. Buna göre $2\frac{1}{4}$ paket çikolata yiyen Sevil’in yediği çikolata miktarını yukarıdaki noktalı bölüme çizerek gösteriniz.

Bu soruda diğer sorulardan farklı olarak sayı duyusunu kullanarak doğru cevaba ulaşan öğrenci oranı daha fazladır. Sayı duyusunu kullanarak doğru cevaba ulaşan öğrenci sayısı 249 (%51,9), yanlış cevaba ulaşan öğrenci sayısı 9 (%1,9)'dur. Öğrenci çözümleri incelendiğinde (Şekil 4.10), sayı duyusunu kullanarak doğru cevaba ulaşan öğrencinin dört çeyreğin bir bütün ettiği düşüncesinden yola çıkarak $2\frac{1}{4}$ paket çikolatayı temsil eden şekli doğru bir şekilde çizdiği görülmektedir (Örnek 1). Bu soruya sayı duyusunu kullanmasına rağmen yanlış cevap veren öğrenciler ise $1\,\frac{1}{4}$ kesrini temsil eden şekli (Örnek 2) ya da 9 çeyrek yerine 8 çeyreği göstererek 2 bütünü temsil eden şekli (Örnek 3) çizmiştir.

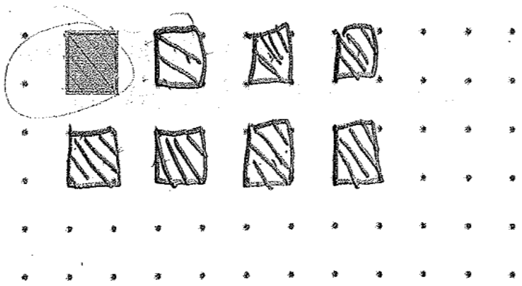
Örnek 1



Örnek 2



Örnek 3

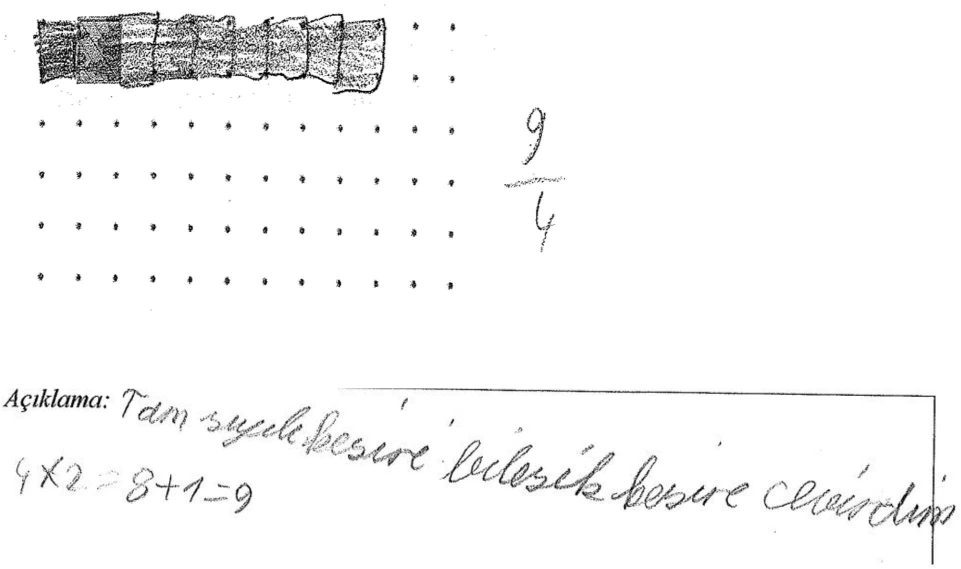


Açıklama: Dört çeyrek bir bütün eder Şekin çeyrekte iki bütün eder

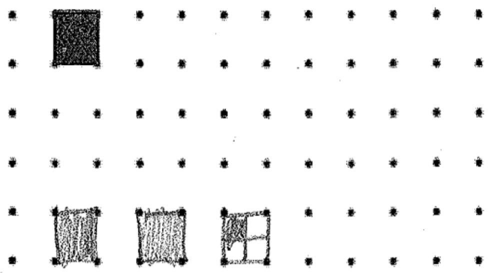
Şekil 4.10. Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan bağlam içeren üçüncü soruya ilişkin sayı duyusu temelli çözüm örnekleri

Soruya yanlış cevap veren öğrenci sayısı 171 (%35,6)'dir. Standart hesaplama yaparak yanlış cevaplara ulaşan öğrenci çözümlerine ilişkin örnekler aşağıda yer almaktadır (Şekil 4.11). Hatalı çizim yapan öğrencilerden 4 tanesi tam sayılı kesri bileşik kesre çevirerek 9 tane çeyreği temsil eden şekli yan yana çizmiştir. Bu öğrencilerin yanıtları bütünü temsil eden şekli göstermemeleri nedeniyle hatalı kabul edilmiştir (Örnek 1). Öğrencilerin bir kısmı ise problemde verilen çeyreği bütün olarak kabul ederek $2\frac{1}{4}$ kesrini göstermiştir (Örnek 2). Bir kısmı ise problemde verilen çeyrek modelini göz önünde bulundurmadan $2\frac{1}{4}$ kesrini modellediği için yanıtı yanlış kabul edilmiştir (Örnek 3). Bu hataları yapan öğrenciler aslında $2\frac{1}{4}$ kesrini modelleyebilmişler fakat problemde verilen çeyrek bilgisini kullanmamışlardır. Bu öğrencilerin bütünü oluşturan kesirsel parçaların eşit büyüklükte olması gerektiğinin farkında olmadıkları görülmektedir. Bu nedenle öğrenciler $2\frac{1}{4}$ kesrini modelleyebilseler bile oluşturdukları çizimler parça-bütün ilişkisinden yararlanmayı gerektiren kesir büyülüklerine ilişkin sayı duyusuna sahip olmadıklarını göstermektedir.

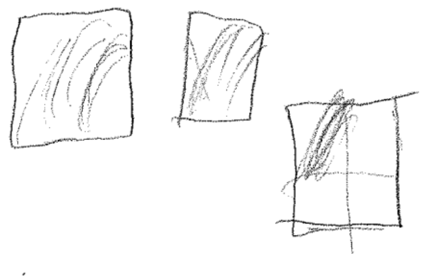
Örnek 1



Örnek 2



Örnek 3



Şekil 4.11. Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan bağlam içeren üçüncü soruya ilişkin kural temelli hatalı çözüm örnekleri

Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan 4 numaralı soruda öğrencilerden standart hesaplama gerektiren bölme işlemini gerçekleştirmeden, 150 sayısının 2 katının 300 olduğu bilgisinden yola çıkarak 300’den daha büyük olan 325 TL’lik bir bisikletin yarı fiyatına düşmesi durumunda 150 TL’nin yeterli olmayacağını düşünmesi beklenmektedir.

4.Mert, bisiklet alabilmek için 150 TL biriktirmiştir. İstediği 325 TL'lik bisiklet, indirimde yarı fiyatına düşmüştür. Buna göre Mert'in parası bisikleti almak için yeterli olur mu?

A.Yeterlidir.
B. Yeterli değildir.

Bağlam içeren 4. soruyu sayı duyusunu kullanarak doğru yanıtlayan öğrenci sayısı 20 (%4,2)'dir. Bu öğrenciler 150 sayısının 2 katının 300 ettiği bilgisinden yola çıkarak doğru sonuca ulaşmıştır. Öğrenci yanıtlarına ilişkin örnekler Şekil 4.12'de yer almaktadır (Örnek 1,2). Soruyu standart hesaplamaya dayalı çözüm yolunu kullanarak çözen ve doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 342 (%71,2), yanlış sonuca ulaşan öğrenci sayısı 7 (%1,5)'dir. Yanlış sonuca ulaşan öğrencilerin genellikle bölme işlemi yaparken işlem hatası yaptığı görülmekte olup buna ilişkin bir örnek aşağıda yer almaktadır (Örnek 3).

Örnek 1

Yanıt:

150 325
2 300
300 025
7

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

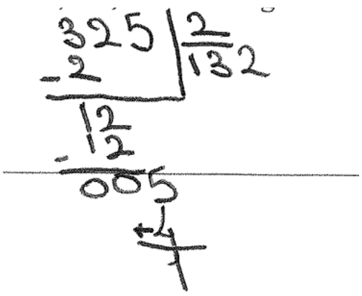
Açıklama: 150nin 2 katı 300 eder yani yeterli değildir.

Örnek 2

A. Yeterlidir.
B. Yeterli değildir.

Açıklama: Çünkü 150 lira olduğu yarım yeri diyor. 160 larda bir şeydir

Örnek 3



Şekil 4.12. Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan bağlam içeren dördüncü soruya ilişkin çözüm örnekleri

Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan 6 numaralı soruda öğrencilerden hesaplama yapmadan, yani miktarın kesir kadarını bulmadan, kesir büyüklüklerinden yola çıkarak doğru sonuca ulaşmaları beklenmektedir.

6.Ahmet ve Nilay'ın 32'şer TL parası vardır. Ahmet parasının $\frac{1}{2}$'sini, Nilay ise $\frac{5}{8}$'ini biriktiriyor. Bu durumda Ahmet ve Nilay'ın biriktirdikleri para miktarları için hangisi doğrudur?

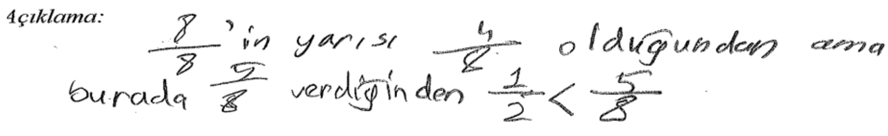
A.Nilay'ın biriktirdiği para miktarı Ahmet'inkinden daha fazladır.

B.Ahmet'in biriktirdiği para miktarı Nilay'inkinden daha fazladır.

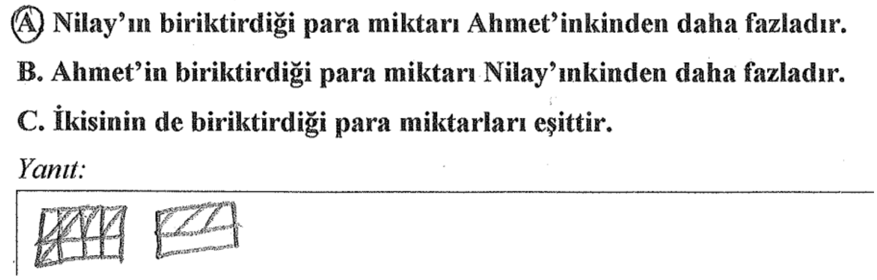
C.İkisinin de biriktirdiği para miktarları eşittir.

Bağlam içeren 6. soruda kesir büyüklüklerini karşılaştırarak doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 30 (%6,2), yanlış sonuca ulaşan öğrenci sayısı 25 (%5,2)'tir. Öğrenci çözümleri incelendiğinde (Şekil 4.13), sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanarak doğru sonuca ulaşan öğrencilerin yarımı referans alarak kesir büyüklüklerini karşılaştırdıkları görülmektedir (Örnek 1,2). Üçüncü örnekteki çözüm yolunda öğrenci kesir büyüklüklerini hatalı olarak karşılaştırmış, yarımın $\frac{5}{8}$'ten daha büyük olmasının sebebini kesrin bütünüyle karşılaştırma yaparak açıklamıştır. Yanlış seçeneği işaretleyen bir başka öğrenci ise model üzerinde $\frac{1}{2}$ ve $\frac{5}{8}$ kesirlerini göstermiş, yarımın oluşturduğu parçanın daha büyük olduğu gerekçesiyle yanlış cevap vermiş ve B seçeneğini tercih etmiştir (Örnek 4).

Örnek 1



Örnek 2



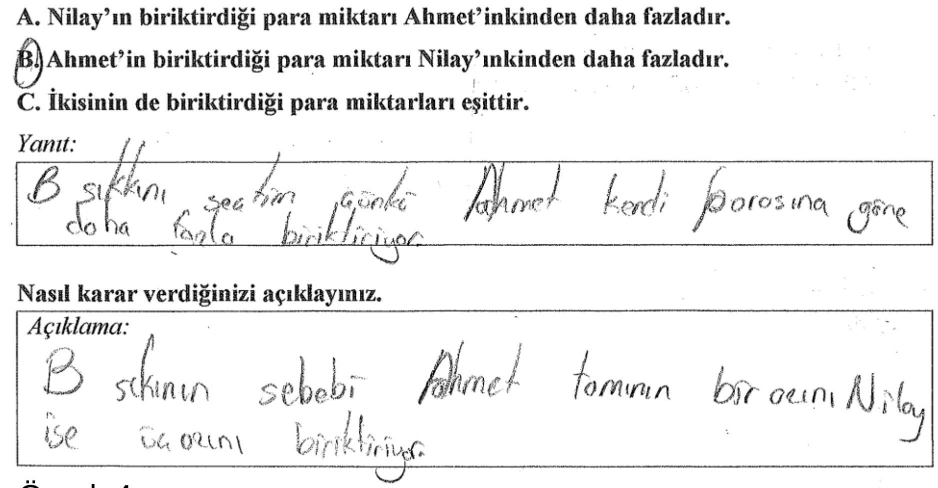
Ⓐ Nilay'ın biriktirdiği para miktarı Ahmet'inkinden daha fazladır.

B. Ahmet'in biriktirdiği para miktarı Nilay'ınkinden daha fazladır.

C. İkisinin de biriktirdiği para miktarları eşittir.

Yanıt:

Örnek 3



A. Nilay'ın biriktirdiği para miktarı Ahmet'inkinden daha fazladır.

Ⓑ Ahmet'in biriktirdiği para miktarı Nilay'ınkinden daha fazladır.

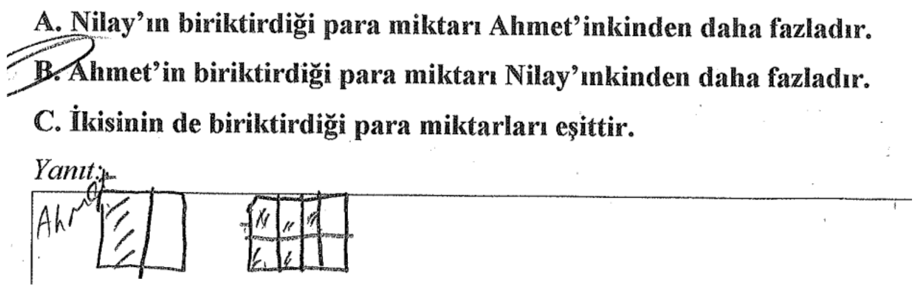
C. İkisinin de biriktirdiği para miktarları eşittir.

Yanıt: B şıkkını seçtim çünkü Ahmet kendi parasına göre daha fazla biriktiriyor

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

Açıklama: B şıkkının sebebi Ahmet tamının bir ouını Nilay ise üç ouını biriktiriyor

Örnek 4



A. Nilay'ın biriktirdiği para miktarı Ahmet'inkinden daha fazladır.

B. Ahmet'in biriktirdiği para miktarı Nilay'ınkinden daha fazladır.

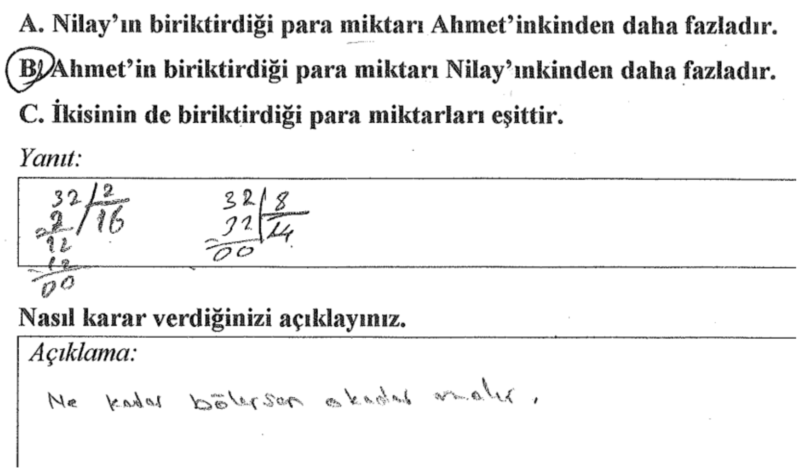
C. İkisinin de biriktirdiği para miktarları eşittir.

Yanıt: Ahmet

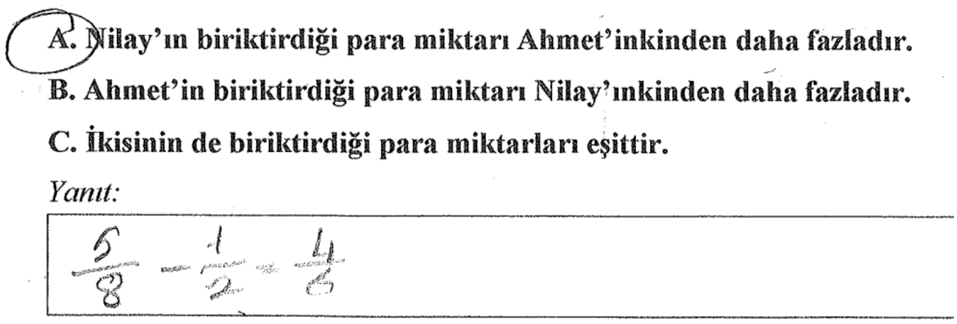
Şekil 4.13. Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan bağlam içeren altıncı soruya ilişkin sayı duyusu temelli çözüm örnekleri

Bağlam içeren 6. soruda standart (rutin) hesaplama yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 203 (%42,3), yanlış sonuca ulaşan 64 (%13,3,)'tür. Doğru sonuca ulaşan öğrencilerin büyük bir çoğunluğu 32 sayısını paydaya bölüp pay ile çarparak buldukları sonuçlar arasında karşılaştırma yapmıştır. 5 öğrenci ise payda eşitleyerek 32 sayısının $\frac{8}{16}$'ini ve $\frac{10}{16}$'unu bulmuştur. Yanlış sonuca ulaşan öğrencilerin cevapları incelendiğinde bir grup öğrencinin paydayla çarpma işlemi yaparak sonuca karar verdiği görülmektedir. Öğrencilerin bir kısmı ise 32 sayısının yarısını bulmuş ve daha sonra 16 sayısının $\frac{5}{8}$'ini hesaplamıştır. Öğrenci yanıtlarına ilişkin örnekler incelendiğinde (Şekil 4.14), öğrencinin 32 sayısının $\frac{1}{2}$'ini ve $\frac{5}{8}$'ini bulmak yerine sadece paydalara bölerek karşılaştırma yaptığı ve gerekçesini *“Ne kadar bölersen o kadar azalır.”* diyerek açıkladığı görülmektedir (Örnek 1). Bu çözüm yolu öğrencinin bütünün neden paydaya bölünüp payla çarpıldığına dair kuralı anlamlandırmadığına bir kanıt oluşturmaktadır. Dolayısıyla öğrencinin kesir büyüklüklerine yönelik kavrayışının yeterince gelişmediği söylenebilir. İkinci örnekteki çözüm yolunda ise öğrencinin payda eşitleme yapmadan, paydaki sayıları ve paydadaki sayıları birbirinden çıkararak $\frac{4}{6}$ sonucuna ulaştığı görülmektedir. Öğrencinin kesir büyüklüklerine yönelik kavramsal anlamasının yeterince gelişmediği ve $\frac{5}{8}$ kesrinin pay ve paydasında yer alan sayıların $\frac{1}{2}$ kesrinden büyük olması nedeniyle $\frac{5}{8}$'ten $\frac{1}{2}$'yi çıkarmayı tercih ettiği söylenebilir.

Örnek 1


A. Nilay'ın biriktirdiği para miktarı Ahmet'inkinden daha fazladır.
B. Ahmet'in biriktirdiği para miktarı Nilay'ınkinden daha fazladır.
C. İkisinin de biriktirdiği para miktarları eşittir.
Yanıt:
32 / 2 = 16   32 / 8 = 4
Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.
Açıklama:
Ne kadar bölersen okadar azalır.

Örnek 2


A. Nilay'ın biriktirdiği para miktarı Ahmet'inkinden daha fazladır.
B. Ahmet'in biriktirdiği para miktarı Nilay'ınkinden daha fazladır.
C. İkisinin de biriktirdiği para miktarları eşittir.
Yanıt:
$\frac{5}{8} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6}$

Şekil 4.14. Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan bağlam içeren altıncı soruya ilişkin kural temelli çözüm örnekleri

Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan 3 numaralı soruda öğrencilerin sayı duyusunu kullanma oranının diğer sorulara oranla daha yüksek olduğu görülmektedir. Bu durumun sebebi 3. sorunun diğer sorulardan farklı olarak görselle desteklenmesi ile açıklanabilir.

Bağlam içeren problemlerde ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin sayı duyusunun bileşenlerine göre dağılımı incelenmiş ve yüzde değerleri hesaplanmıştır. Tablo 4.2'de öğrencilerin sayı duyusundan yararlanma performanslarının sayı duyusu bileşenlerine göre dağılımı verilmiştir. Elde edilen veriler incelendiğinde, öğrencilerin en çok sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde, en az ise referans noktasından yararlanma bileşeninde sayı duyusunu kullandığı görülmektedir.

Tablo 4.2: Bağlam içeren problemlerde sayı duyusu bileşenlerine göre dağılım

Çözüm Yolları	***Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşenindeki sorulara ilişkin çözüm yollarının dağılımı (%)***	***Hesaplamada esneklik bileşenindeki sorulara ilişkin çözüm yollarının dağılımı (%)***	***Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşenindeki sorulara ilişkin çözüm yollarının dağılımı (%)***
Kural temelli çözüm yolu	95,54	92,3	76,84
Sayı duyusu temelli çözüm yolu	4,46	7,7	23,16

Kıyaslama (referans) noktasından yararlanmayı gerektiren üç sorunun ikisinde öğrencilerden 100 sayısını referans noktası olarak kullanmaları, bir soruda ise birbirinin katı olan sayı çiftlerini fark ederek sayılar arası ilişkiden yararlanmaları beklenmektedir. Fakat öğrencilerin bu sorularda sayı duyusunu kullanma oranları oldukça düşüktür. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu işlemleri kolaylaştıracak bir kıyas noktası üzerinde düşünmeden verilen sayıları alt alta yazarak standart hesaplama yapmayı tercih etmektedir. İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2009) incelendiğinde özellikle ölçmeye dayalı tahmin gerektiren sorularda referans noktasından yararlanılması gerektiğine vurgu yapıldığı görülmektedir. Fakat öğrencilerin ölçmeye dayalı referans noktasından yararlanmayı gerektiren 7 numaralı soruda bile sayı duyusu kullanımlarının %5 oranında olması programın bu konuda yeterince hedeflerine ulaşmadığını ortaya koymaktadır. Kayhan Altay (2010) tarafından yapılan çalışmada da ortaokul öğrencilerinin en düşük performansı kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde göstermeleri bu bulguyu destekler niteliktedir.

Benzer durum öğrencilerin toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerini hem rutin hesaplama yaparak hem de sayılar arasındaki ilişkiden yararlanarak çözebilecekleri soruların yer aldığı, hesaplamada esneklik bileşeni için de geçerlidir. Bu bileşende de öğrencilerin büyük bir çoğunluğu standart hesaplama yapmayı tercih etmiştir. Alanyazında farklı yaş gruplarından öğrencilerle yapılan çalışmalarda da öğrencilerin gerek referans noktasından yararlanma bileşeninde gerekse hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan sorularda sayı duyusu kullanımlarının düşük olduğu görülmektedir (Gülbağcı Dede, 2015; İymen, 2012; Kayhan Altay, 2010; Yapıcı, 2013).

Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan sorulardan özellikle üçüncü soruda öğrencilerin sayı duyusunu kullanma performansı oldukça yüksektir. Bu soruda öğrencilerden kesirlerde parça-bütün ilişkisinden yararlanarak sonuca ulaşmaları beklenmektedir. Öğrencilerin yarısından fazlasının çeyreği verilen şekli bütüne tamamlayarak istenilen kesri oluşturabildiği görülmektedir. Gerek 2005 yılında hazırlanmış olan ve uygulamanın yapıldığı dördüncü sınıf öğrencilerine okutulan, gerekse 2015 yılında revize edilen öğretim programında kesirler konusu birinci sınıftan itibaren ele alınmaktadır (MEB, 2009, 2015). Programda yarım, çeyrek ve bütün arasındaki ilişkilerin kağıt katlama, bölünebilir nesneleri eşit parçalama gibi etkinliklerle vurgulanması gerektiği belirtilmektedir (MEB, 2009). Ayrıca bu soruda diğer sorulardan farklı olarak bir görsel üzerinden soru sorulması ve öğrencilerin şekil üzerinde sonuçlarını göstermelerinin istenmesi de sınıf içerisinde yapılması önerilen etkinliklerle örtüşmektedir.

Aynı bileşende yer alan bir diğer kesir sorusunda (6. soru) öğrencilerden kesir büyüklüklerine ilişkin karşılaştırma yapmaları beklenmektedir. Burada dikkat çeken nokta öğrencilerin sayı duyusunu kullanma performanslarının bir önceki kesir sorusundan oldukça düşük olmasıdır. İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı’nda bir bütünün değişik sayıda eş parçalara bölünerek birim kesir kavramının oluşturulması ve bir miktarın basit kesir kadarının bulunması gerektiği, bütünün bölündüğü eş parça sayısı ile ortaya çıkan parçaların büyüklüğü arasındaki ilişkiye dikkat çekilmesi gerektiği ve bir kesrin yarımdan ve bütünden az mı çok mu olduğunun sorgulanması gerektiği vurgulanan noktalar arasındadır.

Fakat bu soruda öğrencilerin problemde verilen miktarın belirtilen kesir kadarını bulma eğiliminde olduğu ve paydaya bölüp payla çarpma kuralını uygulamaya çalıştığı görülmektedir. Kesirleri karşılaştırma yolunu tercih eden öğrencilerin ise daha çok parçaya bölünen kesrin parçalarının küçük olması sebebiyle daha küçük olacağı düşüncesine sahip oldukları görülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin kesir büyüklüklerine yönelik kavramsal anlamalarının yeterince gelişmediği söylenebilir.

Bu bileşene ait 4. soruda öğrencilerden bir referans noktasından ve sayılar arasındaki ilişkilerden yararlanarak sayı büyüklüklerini karşılaştırmaları istenmektedir. Bu soruda öğrencilerin geneli bölme işlemi yapmayı tercih etmiştir. Kural temelli çözüm yolunu kullanarak hatalı bölme işlemi yapan öğrencilerin sonuçları incelendiğinde öğrencilerin ulaştıkları sonuçların akla yatkınlığını sorgulama eğiliminde olmadıkları, 300'ün yarısının 150 ettiği bilgisine sahip olmalarına rağmen bu bilgilerini sayı büyüklükleri karşılaştırmak için kullanamadıkları görülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin bu bileşendeki sayı duyusu kullanımlarının yüksek olması 3. sorudaki sayı duyusu kullanımının yüksek olması ile açıklanmakta olup diğer iki soruda (4 ve 6 numaralı sorular) öğrencilerin sayı duyusu kullanım performansları oldukça düşüktür.

4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Öğrencilerin bağlam içermeyen problemlerde sayı duyusunu kullanma ve sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma performansları nasıldır?

İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin bağlam içermeyen problemlerde sayı duyusunu kullanma performanslarını değerlendirmek amacıyla hazırlanan sayı duyusu ölçeğinde yer alan sorular üç ayrı sayı duyusu bileşeni altında toplanmaktadır. Bağlam içeren ölçme aracındaki soruların bağlam içermeyen örneğini oluşturan 1, 7 ve 8. soruların "kıyaslama (referans) noktasından yararlanma" bileşeninde; 2, 5, 9 ve 10. soruların "hesaplamada esneklik" bileşeninde; 3, 4 ve 6. soruların "sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış" bileşeninde yer aldığı görülmektedir. Her bir bileşende yer alan sorulara verilen yanıtların matematiksel doğruluk durumu doğru, yanlış ve boş olmak üzere üç kategoride incelenmiş ve bu kategorilere ilişkin yüzde ve frekans değerlerine Tablo 4.3'te yer verilmiştir. Ayrıca tabloda öğrencilerin doğru ve yanlış cevaplara ulaşma sürecinde sayı duyusu temelli ve kural temelli çözüm yollarını kullanma oranları yer almaktadır. Doğru/yanlış cevap veren, fakat sonuca nasıl ulaştığına dair hiçbir açıklamada bulunmayan öğrencilerin cevapları açıklama yok kategorisinde değerlendirilmiş olup bu kategoriye ait yüzde ve frekans değerleri de incelenmiştir.

Tablo 4.3: İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin bağlam içermeyen problemlerde sayı duyusunu kullanma performanslarının sayı duyusu bileşenlerine göre dağılımı

Bileşen	*Bağlam içermeyen soru*	*Matematiksel Doğruluk Durumu*	*Çözüm yolu*	*Frekans*	*Yüzde*
Kıyaslama (Referans) Noktasından Yararlanma	1.soru	Doğru	SDT*	15	3,1
			KT**	396	82,5
			Açıklama yok	4	0,8
		Yanlış	SDT	-	-
			KT	48	10
			Açıklama yok	3	0,6
		Boş		14	2,9
	7.soru	Doğru	SDT	24	5
			KT	390	81,2
			Açıklama yok	6	1,2
		Yanlış	SDT	-	-
			KT	15	3,1
			Açıklama yok	-	-
		Boş		45	9,4
	8.soru	Doğru	SDT	11	2,3
			KT	409	85,2
			Açıklama yok	7	1,5
		Yanlış	SDT	-	-
			KT	23	4,8
			Açıklama yok	-	-
		Boş		30	6,2
Hesaplamada Esneklik	2.soru	Doğru	SDT	34	7,1
			KT	280	58,3
			Açıklama yok	16	3,3
		Yanlış	SDT	20	4,2
			KT	50	10,4
			Açıklama yok	27	5,6
		Boş		53	11
	5.soru	Doğru	SDT	42	8,8
			KT	375	78,1
			Açıklama yok	-	-
		Yanlış	SDT	-	-
			KT	39	8,1
			Açıklama yok	-	-
		Boş		24	5
	9.soru	Doğru	SDT	14	2,9
			KT	375	78,1
			Açıklama yok	-	-

		Yanlış	SDT	1	0,2
			KT	43	9
			Açıklama yok	-	-
		Boş		47	9,8
	10.soru	Doğru	SDT	15	3,1
			KT	333	69,4
			Açıklama yok	-	-
		Yanlış	SDT	-	-
			KT	92	19,2
			Açıklama yok	-	-
		Boş		40	8,3
Sayı Büyüklüklerine Yönelik Kavrayış	3.soru	Doğru	SDT	256	53,3
			KT	-	-
			Açıklama yok	-	-
		Yanlış	SDT	14	2,9
			KT	166	34,6
			Açıklama yok	-	-
		Boş		44	9,2
	4.soru	Doğru	SDT	11	2,3
			KT	385	80,2
			Açıklama yok	9	1,9
		Yanlış	SDT	-	-
			KT	8	1,7
			Açıklama yok	7	1,5
		Boş		60	12,5
	6.soru	Doğru	SDT	28	5,8
			KT	204	42,5
			Açıklama yok	42	8,8
		Yanlış	SDT	18	3,8
			KT	38	7,9
			Açıklama yok	39	8,1
		Boş		111	23,1

*SDT: Sayı Duyusu Temelli **KT: Kural Temelli

Tablo 4.3'te yer alan veriler incelendiğinde, öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtların doğruluk oranlarının %53,3 ile %89 arasında değiştiği görülmektedir. 3 numaralı soru en çok hata yapılan soru olup öğrencilerin yaklaşık % 40'ının bu soruya yanlış cevap verdiği görülmektedir. 3 numaralı sorudan sonra doğru cevaplanma yüzdesi en düşük soru ise 6. sorudur (%57,1). 3 ve 6 numaralı soruları incelediğimizde her iki sorunun da kesirler konusunu içermesi dikkat çekmektedir. 3 numaralı soru kesir büyüklüklerinin anlamını kavramaya yönelik temel bilgileri kullanmayı gerektirirken (parça-bütün ilişkisi) 6 numaralı soru kesir büyüklükleri arasında karşılaştırma yapmayı gerektirmektedir. Bu durum öğrencilerin kesirler konusunu yeterince anlamlandıramadıklarını ortaya koymaktadır.

6 numaralı soruda hata yapılma oranı %20 civarında olmasına rağmen öğrencilerin %23,1'i bu soruyu boş bırakmıştır. Bu soruda kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin bir bütünün belirtilen kesir kadarını bularak sonuca ulaşması beklenirken sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin direkt kesir büyüklüklerini ($\frac{1}{2}$ ve $\frac{5}{8}$) karşılaştırarak sonuca ulaşması beklenmektedir. İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı (2009) incelendiğinde, 4. sınıf öğrencilerinin örneğin $\frac{3}{4}$ kesrinin yarımdan büyük olduğunu model üzerinde gösterebilmesi ve kesir büyüklüklerini karşılaştırabilmesi beklenmektedir. Dolayısıyla 6. soruda yanlış ve boş yanıtların sayıca fazla olması öğrencilerin kesirleri karşılaştırmada sorun yaşadıklarını göstermektedir. Öğretim programındaki bir diğer kazanım da bir çokluğun belirtilen basit kesir kadarını bulmaya yöneliktir. Bu kazanımı edinen öğrencilerin 6. soruda 32 sayısının $\frac{1}{2}$'ini ve $\frac{5}{8}$'ini hesaplayarak sonuçları karşılaştırması beklenmektedir. Fakat kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin %24'ünün, sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin de %45,5'inin 6. soruyu yanlış cevaplaması öğrencilerin hem kesirleri karşılaştırmada hem de bir çokluğun basit kesir kadarını bulmada zorluk yaşadıklarını ortaya koymaktadır. Alanyazında yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin kesirler konusunda gerek matematik performansının, gerekse sayı duyusunu kullanma performansının düşük olduğuna dair bulgulara rastlanmaktadır (Markovits ve Sowder, 1994; Yang, Li ve Lin, 2008). Örneğin Markovits ve Sowder (1994) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin kesirleri karşılaştırmayı ya da sıralamayı gerektiren sorularda payda eşitleyerek paylar üzerinden karşılaştırma ya da sıralama yapmayı tercih ettikleri ve kuralları uygulama eğiliminde oldukları görülmektedir. Öğrencilerin bu yöntemi tercih etmesi sadece kural temelli çözüm yolunu kullandıklarının bir kanıtı olmayıp aynı zamanda öğrencilerin kesir sayıları arasındaki ilişkileri anlamlandırmada yaşadıkları zorlukları da ortaya koymaktadır (Markovis ve Sowder, 1994).

Öğrencilerin soruların çözümünde sayı duyusu temelli ve kural temelli çözüm yollarını kullanma oranları arasında bir karşılaştırma yapıldığında genel olarak kural temelli çözüm yolunu kullanma eğiliminde oldukları dikkat çekmektedir.

Sadece 3. soruda öğrencilerin sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanma yüzdesi diğer sorulara oranla oldukça yüksektir. Bu sorunun görselle desteklenmesi ve öğrencilerin cevaplarını şekil çizerek göstermelerinin istenmesi öğrencilerin sayı duyusu kullanım performanslarını arttırmış olabilir (Kayhan Altay, 2010; Yang & Lai, 2013; Yapıcı, 2013). Çünkü İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda parça-bütün ilişkisini yansıtan örneklerin somut materyallerle ve görsellerle desteklenmesi gerektiği 1. sınıftan itibaren vurgulanan noktalar arasındadır (MEB, 2009). Bu durum öğrencilerin küçük yaşlardan itibaren parça-bütün ilişkisine yönelik kavrayışının farklı gösterim biçimleriyle desteklendiğini ortaya koymaktadır.

3. soru dışında kalan sorularda öğrencilerin sayı duyusu kullanım yüzdeleri %2,3 ile %11,3 aralığında değişmekte olup bu oran kural temelli çözüm yolunun kullanım yüzdesinden oldukça düşüktür. Bu durum öğrencilerin bağlam içermeyen problemlerin çözümünde standart hesaplama yapmayı tercih ettiklerinin bir kanıtıdır. Alanyazın incelendiğinde öğrencilerin sayı duyusu kullanımlarının düşük olduğunu ve algoritmaya dayalı hesaplamalar yapmayı tercih ettiklerini ortaya koyan çalışmalara rastlanmaktadır (Alsawaie, 2012; Kayhan Altay, 2010; Markovits & Sowder, 1994; Reys ve diğerleri, 1991; Yang, 2005; Yang, Li & Lin, 2008; Yapıcı, 2013). Örneğin Yang (2005) tarafından yapılan çalışmada 6. sınıf öğrencilerinin soruların çözümünde genellikle kural temelli yöntemleri kullandıkları ve sayı duyusu kullanımını yansıtan açıklamalarının oldukça az olduğu görülmektedir. Reys ve Yang (1998) tarafından yapılan çalışma öğrencilerin yazılı hesaplama becerilerinin yüksek olduğunu, fakat sayı duyularının yeterince gelişmediğini ve düşük olduğunu ortaya koymaktadır. Benzer nitelikteki araştırma sonuçları, öğrencilerin sayı duyusu kullanım performansının düşük olduğu ve standart hesaplamalar yapmayı tercih ettikleri yönündeki bulguları desteklemektedir.

Öğrencilerin kullandıkları çözüm yolları ile doğru sonuca ulaşma durumları arasında karşılaştırma yapıldığında, soruların yarısından fazlasında (1, 4, 5, 7, 8, 9, 10 numaralı sorular), sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin tamamının doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Kural temelli çözüm yolunu kullanmayı tercih eden öğrencilerin doğru cevaba ulaşma oranı yüksek olsa da hiçbir soruda öğrencilerin tamamı doğru cevaba ulaşamamıştır. Yani öğrencilerin bir kısmı standart hesaplama yaparken belli nedenlerle (işlem hatası, sayılar arası ilişkileri dikkate almama, kavram yanılgısı vb.) yanlış sonuçlara ulaşmıştır. Örneğin öğrencilerin 18x10 işleminin sonucunu 1800 ya da 490 ÷ 5 işleminin sonucunu 908 olarak bulduğu durumlara rastlanmaktadır. Yeterince anlamlandırılmamış yazılı hesaplama becerileri yanlış kullanılabilmekte, yanlış hatırlanabilmekte ya da birtakım kavram yanılgılarına yol açabilmektedir (Hiebert, 1999; Reys & Yang, 1998; Yang & Huang, 2004). Araştırmacılar öğrencilerin yazılı hesaplamalardaki başarısının yüksek olmasının her zaman anlamlı bir öğrenmeye kanıt oluşturmadığını ortaya koymaktadır (Hiebert, 1999; Reys & Yang, 1998). Örneğin 6. sınıf öğrencilerinden $1\frac{2}{5} + 2\frac{4}{5}$ işleminin sonucunu hesaplamaları istendiğinde öğrencilerin %82'sinin doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Fakat aynı işlemin sonucunu temsil eden şekli seçmeleri istendiğinde öğrencilerin $3(\frac{2+4}{5+5})$ işleminin sonucunu temsil eden şekli (3 tam + 10 parçaya bölünmüş ve 6'sı taranmış şekil) seçtikleri görülmektedir (Yang & Huang, 2004). Bu bulgu öğrencilerin standart hesaplamalardaki başarısının anlamlı öğrenmenin gerçekleştiğinin güvenilir bir göstergesi olmadığı sonucunu desteklemektedir (Yang & Huang, 2004). Yani öğrencilerin standart hesaplama yapma eğilimleri sayılar arası ilişkilerden yararlanmayı ve sayı duyusu kullanımını gerektiren durumlarda zorlanmalarına sebep olmaktadır (Reys ve diğerleri, 1991; Yang, 2005; Yang, Li & Lin, 2008).

İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin bağlam içermeyen problemlerde sayı duyusunu kullanma performanslarına ilişkin elde edilen verilerin genel değerlendirmesinin ardından, öğrencilerin sayı duyusunu kullanma durumları ve çözüm yolları her bir sayı duyusu bileşeninde yer alan sorular çerçevesinde incelenmiştir.

4.2.1. Kıyaslama (Referans) Noktasından Yararlanma

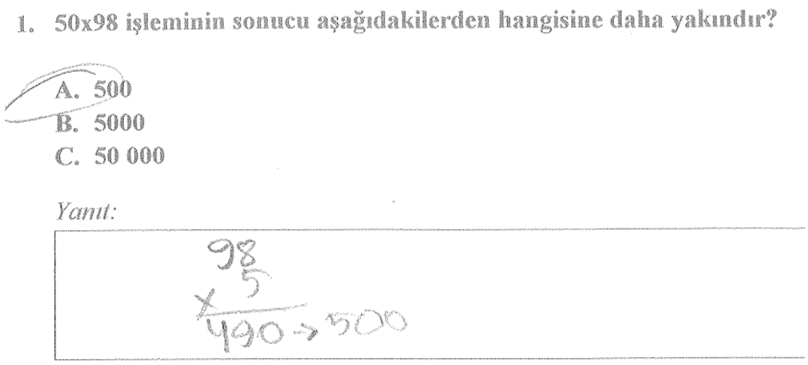
Aşağıda öğrencilerin bağlam içermeyen soruların çözümünde sayı duyusunu kullanma performansları kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşenine göre soru bazında incelendiğinde elde edilen bulgular sunulmuştur.

Kıyaslama (referans) noktasından yararlanmayı gerektiren, bağlam içermeyen 1 numaralı soruda sayı duyusunu kullanan öğrencilerden 98 sayısını 100'e yuvarlayarak sonuca ulaşmaları beklenmektedir. Bağlam içermeyen birinci soruyu sayı duyusunu kullanarak çözen ve doğru cevaba ulaşan öğrenci sayısı 15 (%3,1)'tir. Standart (rutin) hesaplama yaparak doğru cevaba ulaşan öğrenci sayısı 396 iken (%82,5), yanlış cevaba ulaşan öğrenci sayısı 48 (%10)'dir.

1. 50 x 98 işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine daha yakındır?

A.500
B.5000
C.50 000

Sayı duyusu temelli ve kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin yanıtları bağlam içeren soruya verilen yanıtlarla benzer örnekler içermektedir. Öğrencilerin verdikleri yanıtlar incelendiğinde (Şekil 4.15) bir öğrencinin 98 sayısı ile 50 yerine 5 sayısını çarpmayı tercih ettiği görülmektedir. Fakat sonrasında bir sıfır eklemeyi unuttuğu, 500 seçeneğini işaretlediği görülmektedir. Bu çözümde öğrenci uygun kıyas noktası geliştirememiştir. Oysaki öğrenci 5 tane 100'ün 500 ettiği bilgisini kullanabilseydi yaklaşık 50 tane 100'ün 500 etmeyeceğini düşünerek doğru sonuca ulaşabilirdi.


1. 50x98 işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine daha yakındır?

A. 500
B. 5000
C. 50 000

Yanıt:

98
x 5
490 -> 500

Şekil 4.15. Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde yer alan bağlam içermeyen birinci soruya ilişkin hatalı çözüm örneği

Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde yer alan 7. soruda öğrencilerden 500 sayısının beşte birinin 100 olduğu bilgisinden yola çıkarak 500 sayısını referans almaları ve 490 sayısının beşte birinin 100'den küçük olacağı sonucuna varmaları beklenmektedir.

7. 490 ÷ 5 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A. Sonuç 100'dür.
B. Sonuç 100'den büyüktür.
C. Sonuç 100'den küçüktür.

Bağlam içermeyen 7. soruyu sayı duyusu kullanarak doğru çözen öğrenci sayısı 24 (%5)'tür. Bu öğrencilerin tamamı 500 sayısının beşte birinin 100 ettiği düşüncesinden yola çıkmıştır. 490 sayısını 5'e bölerek doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 390 (%81,2), yanlış sonuca ulaşan öğrenci sayısı ise 15 (%3,1)'tir.

Bu öğrencilerin çözümlerine ilişkin örnekler Şekil 4.16'da yer almaktadır. Birinci örnekte yer alan çözüm yolunda öğrenci, algoritmaya dayalı bölme işlemini yapmış ve doğru sonuca ulaşmıştır. Fakat bulduğu 98 sayısını 100'e yuvarlayarak A seçeneğini işaretlemiştir. Burada öğrencinin 500 sayısının beşte birinin 100 ettiği bilgisini 490 sayısının beşte birinin 100'den küçük olması gerektiğine dair çıkarımda bulunmak için kullanamadığı görülmektedir. Bir diğer öğrencinin 490 sayısını 5'e bölerek 908 sonucuna ulaştığı görülmektedir (Örnek 2). Bölme işlemi yaparken benzer bir hataya bu sorunun bağlam içeren örneğine verilen yanıtlarda da rastlanmış ve öğrencilerin bazılarının 980 sonucuna ulaştığı görülmüştür (Şekil 4.3, Örnek 2). Her iki durumda öğrencilerin bölme işlemini yeterince kavramsallaştıramadığı ve buldukları sonuçlar üzerinde düşünmedikleri söylenebilir. Bu durum öğrencilerin kural temelli çözüm yollarını benimsemesinden ve bu yöntemleri de yeterince anlamlandıramadığı için doğru uygulayamamasından kaynaklanmaktadır. (Yang, 2005; Yang, Li & Lin, 2008). Örneğin Yang (2005) tarafından yapılan çalışmada 6. sınıf öğrencilerinden 8326 ÷ 86 işleminin yanıtını tahmin etmeleri istenmiştir. Öğrenciler bu soruda sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanmamış ve standart bölme işlemi yapmayı tercih etmiştir. Bu bulgu yazılı hesaplamaya dayalı algoritmaların öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini yeterince desteklemediğini ortaya koymaktadır (Yang, Li & Lin, 2008). Ayrıca öğrencilerin "Ancak kağıt-kalem kullanarak sorunun cevabını bulabilirim." şeklindeki açıklamaları sayı duyusu gelişimlerinin yetersiz olduğuna bir kanıt oluşturmaktadır (Yang, 2005).

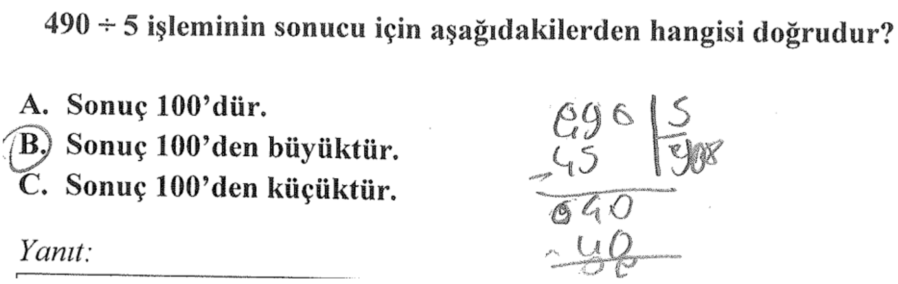
Örnek 1

490 ÷ 5 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A. Sonuç 100'dür.
B. Sonuç 100'den büyüktür.
C. Sonuç 100'den küçüktür.

490 | 5
-45 | 98 = 100
40

Örnek 2


490 ÷ 5 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A. Sonuç 100'dür.
B. Sonuç 100'den büyüktür.
C. Sonuç 100'den küçüktür.

Yanıt:

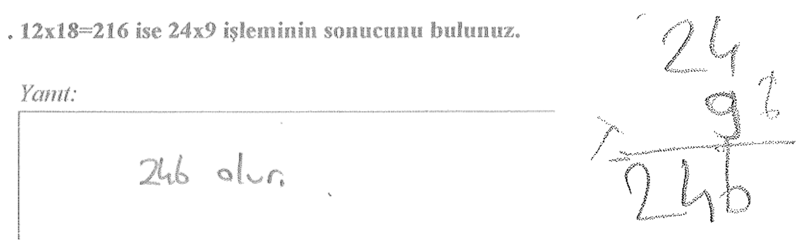
Şekil 4.16. Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde yer alan bağlam içermeyen yedinci soruya ilişkin kural temelli hatalı çözüm örnekleri

Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde yer alan, bağlam içermeyen 8 numaralı soruda öğrencilerden 12x18 işleminin sonucunu referans alarak ve 12-24, 9-18 sayı çiftleri arasındaki ilişkilerden yararlanarak doğru sonuca ulaşmaları beklenmektedir.

8.12x18=216 ise 24x9 işleminin sonucunu bulunuz.

Bu soruda sayı duyusunu kullanarak doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 11 (%2,3)'dir. Kural temelli çözüm yolunu kullanarak doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 409 (%85,2), yanlış sonuca ulaşan öğrenci sayısı ise 23 (%4,8)'tür. Şekil 4.17'de yer alan öğrenci çözümleri incelendiğinde, öğrencilerin 24 ve 9 sayılarını çarparak 246, 342 gibi sonuçlara ulaştığı görülmektedir (Örnek 1,2). Bu sonuçlar öğrencilerin yaptıkları işlemlerin sonuçları üzerinde düşünmediklerini göstermektedir. Bu soruda hem 24x10 işleminin sonucundan hem de sayılar arasındaki ilişkiden yararlanabilecekleri durumları içeren iki farklı kıyas noktası olmasına rağmen öğrencilerin büyük bir kısmı kural temelli çözüm yolunu kullanmayı tercih etmiştir.

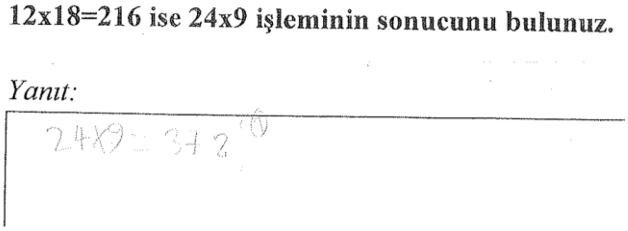
Örnek 1


. 12x18=216 ise 24x9 işleminin sonucunu bulunuz.

Yanıt:

246 olur.

Örnek 2


12x18=216 ise 24x9 işleminin sonucunu bulunuz.

Yanıt:

24x9=342

Şekil 4.17. Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde yer alan bağlam içermeyen sekizinci soruya ilişkin kural temelli hatalı çözüm örnekleri

Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde yer alan sorularda sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin tamamı doğru sonuca ulaşmıştır. Problemleri çözerken kıyaslama (referans) noktasından yararlanma becerisinin kullanımı sayı duyusunun temel karakteristik özelliklerinden birisi olup bu becerinin gelişimi öğrencilerin matematik performanslarını da arttırmaktadır (NCTM, 2000; Yang & Lai, 2013; Yang & Wu, 2010). Örneğin Joram ve arkadaşları (2005) tarafından yapılan çalışmada referans noktasından yararlanma becerisini geliştirmeye yönelik düzenlenen öğretim sürecinin öğrencilerin tahminde bulunma becerilerini arttırdığı görülmektedir. Yang ve Lai (2013) tarafından yapılan çalışmada referans noktası stratejisinin kullanımının öğrencilerin kesirleri kavramsal olarak anlamlandırmalarını sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda da referans noktasının kullanımı becerisine farklı öğrenme alanlarında vurgu yapılmıştır (MEB, 2009). Bu araştırmada, referans noktası geliştirerek soruları çözen öğrencilerin tamamının doğru sonuca ulaştığına dair elde edilen bulgular referans noktasının önemine vurgu yapan bu araştırma sonuçlarıyla örtüşmektedir. Fakat referans noktasından yararlanma bileşeninde yer alan soruları kural temelli çözüm yolunu kullanarak çözen öğrenci oranı fazladır. Standart hesaplama yapan bazı öğrencilerin hatalı sonuçlara ulaşması ise öğrencilerin sayılar arası ilişkilerden yararlanarak farklı kıyas noktası geliştiremediklerini, elde ettikleri sonuçları sorgulamadıklarını göstermektedir. Örneğin öğrencilerin 490 sayısını 5'e bölerek 980, 908 gibi sonuçlara ulaşması, 24x9 işleminin sonucunu 246, 342 gibi 24x10 işleminin sonucundan daha büyük bulması bu duruma kanıt oluşturmaktadır. Bu tür yanlış cevaplar öğrencilerin matematiksel tecrübesinin tek bir cevaba ulaşmaya yönelik algoritmalarla sınırlı olduğunu göstermekte olup benzer bulgulara alanyazında yapılan çalışmalarda da rastlanmaktadır (Markovits ve diğerleri, 1989).

4.2.2. Hesaplamada Esneklik

Aşağıda öğrencilerin bağlam içermeyen soruların çözümünde sayı duyusunu kullanma performansları hesaplamada esneklik bileşenine göre soru bazında incelendiğinde elde edilen bulgular sunulmuştur.

Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan, bağlam içermeyen 2 numaralı soruda sayı duyusunu kullanan öğrencilerden 372-38 işleminin sonucundan yararlanarak 372-18 işleminin sonucuna ilişkin çıkarımda bulunmaları beklenmektedir.

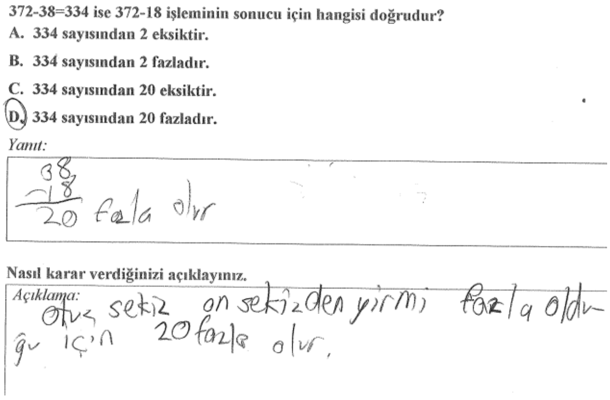
---

2. 372-38=334 ise 372-18 işleminin sonucu için hangisi doğrudur?

A.334 sayısından 2 eksiktir.
B.334 sayısından 2 fazladır.
C.334 sayısından 20 eksiktir.
D.334 sayısından 20 fazladır.

Bağlam içermeyen 2. soruda sayı duyusu kullanarak doğru cevaba ulaşan öğrenci sayısı 34 (%7,1)'tür. Sayı duyusunu kullanan fakat yanlış sonuca ulaşan öğrenci sayısı ise 20 (%4,2)'dir. Öğrencilerin bu soruya yönelik çözümleri incelendiğinde (Şekil 4.18), sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanan ve doğru yanıta ulaşan öğrenciler 18 sayısının 38 sayısından 20 eksik olması sebebiyle sonucun 334 sayısından 20 fazla olacağını belirtmiştir (Örnek 1). Sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanarak yanlış sonuca ulaşan öğrenciler ise çıkan sayının 20 azalması sebebiyle sonucun da 20 azalacağını belirtmiştir (Örnek 2). İlişkisel düşünmeyi kullanan öğrenciler tüm hesaplamaları yapmak yerine verilen işlemlerdeki sayılar arası ilişkilere odaklanırlar ya da aritmetik işlemlerin temel özelliklerinden yararlanırlar. Burada Örnek 2'deki gibi çözümler yapan öğrencilerin sayılar arası ilişkilere odaklanmalarına rağmen çıkan sayının azalması durumunda farkın artacağını düşünemedikleri görülmektedir. Standart (rutin) hesaplama yaparak doğru cevaba ulaşan öğrenci sayısı 280 (%58,3), yanlış cevaba ulaşan öğrenci sayısı 50 (%10,4)'dir. Kural temelli çözüm yolunu kullanarak doğru cevaba ulaşan öğrenci 372-18 işleminin sonucunu hesaplayarak bulduğu sonuçtan 334 sayısını çıkarmıştır (Örnek 3). Yanlış sonuca ulaşan öğrencilerin bir kısmı işlem hatası yaparken bir kısmı ise 354 sayısına ulaşmış fakat çıkarma işlemi yapmaları nedeniyle sonucun da 20 azalacağını düşünmüşlerdir. Kural temelli çözüm yolunu kullanırken işlem hatası yapan bir öğrencinin çözümü (Örnek 4) ve doğru hesaplama yapıp sonucun azalacağını düşünerek yanlış seçeneği işaretleyen başka bir öğrencinin çözümü (Örnek 5) kural temelli çözüm yoluna ilişkin hatalı örnekleri yansıtmaktadır.

Örnek 1



372-38=334 ise 372-18 işleminin sonucu için hangisi doğrudur?
A. 334 sayısından 2 eksiktir.
B. 334 sayısından 2 fazladır.
C. 334 sayısından 20 eksiktir.
D. 334 sayısından 20 fazladır.

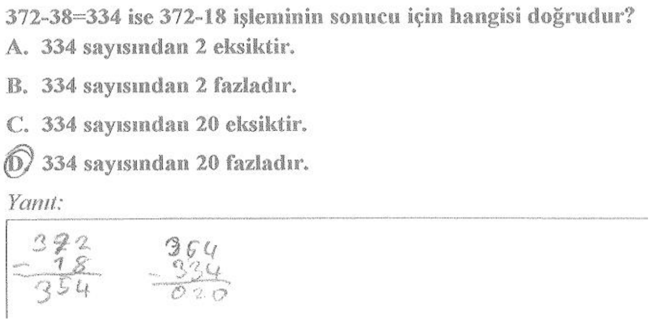
Yanıt:

38
−18
20 fazla olur

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

Açıklama: Otuz sekiz on sekizden yirmi fazla olduğu için 20 fazla olur.

Örnek 2



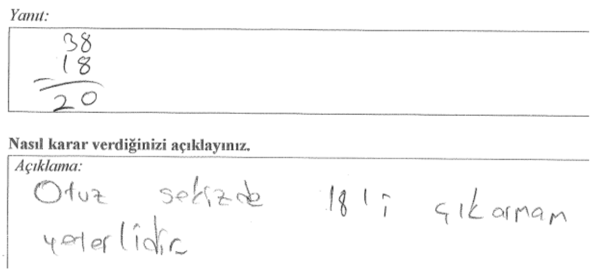
372-38=334 ise 372-18 işleminin sonucu için hangisi doğrudur?
A. 334 sayısından 2 eksiktir.
B. 334 sayısından 2 fazladır.
C. 334 sayısından 20 eksiktir.
D. 334 sayısından 20 fazladır.

Yanıt:

372
−18
354

364
−334
020

Örnek 3



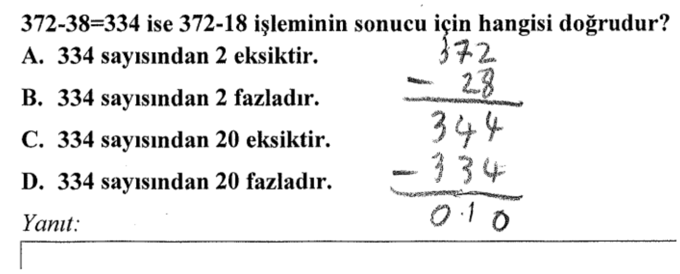
Yanıt:

38
−18
20

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

Açıklama: Otuz sekizde 18'i çıkarmam yeterlidir

Örnek 4


372-38=334 ise 372-18 işleminin sonucu için hangisi doğrudur?

A. 334 sayısından 2 eksiktir.

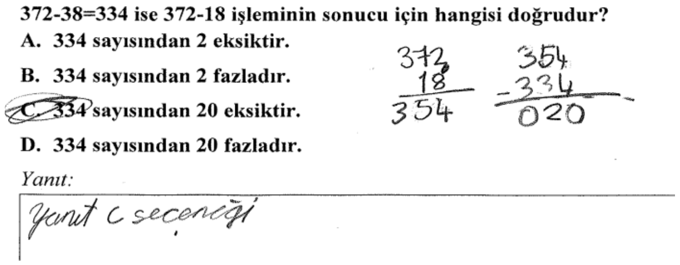
B. 334 sayısından 2 fazladır.

C. 334 sayısından 20 eksiktir.

D. 334 sayısından 20 fazladır.

Yanıt:

Örnek 5


372-38=334 ise 372-18 işleminin sonucu için hangisi doğrudur?

A. 334 sayısından 2 eksiktir.

B. 334 sayısından 2 fazladır.

C. 334 sayısından 20 eksiktir.

D. 334 sayısından 20 fazladır.

Yanıt:

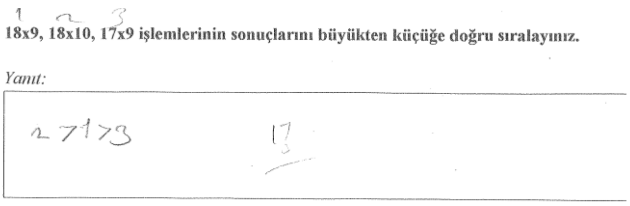
Şekil 4.18. Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan bağlam içermeyen ikinci soruya ilişkin çözüm örnekleri

Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan, bağlam içermeyen 5 numaralı soruda öğrencilerden standart hesaplamaya dayalı çarpma işlemini yapmadan çarpanların büyüklüklerine bakarak sıralama yapabilmeleri beklenmektedir.

5. 18x9, 18x10, 17x9 işlemlerinin sonuçlarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Bu soruda sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanan öğrenci sayısı 42 (%8,8)’dir. Sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanan öğrenci çarpma işlemi yapmadan çarpanların büyüklüklerine göre doğru sıralama yapmış ve gerekçesini *“Birinde 10 birinde 9 tane vardı, en büyük 10’lu olandır.”* şeklinde açıklamıştır (Örnek 1). Standart hesaplama yaparak doğru sıralama yapan öğrenci sayısı 371 (%78,1), yanlış sıralama yapan öğrenci sayısı 39 (%8,1)’dur. Kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin yanıtları incelendiğinde (Şekil 4.19), bir öğrencinin rutin çarpma işlemi yaparak doğru sonuca ulaştığı (Örnek 2), başka bir öğrencinin çarpma işleminde hata yaptığı (Örnek 3) görülmektedir.

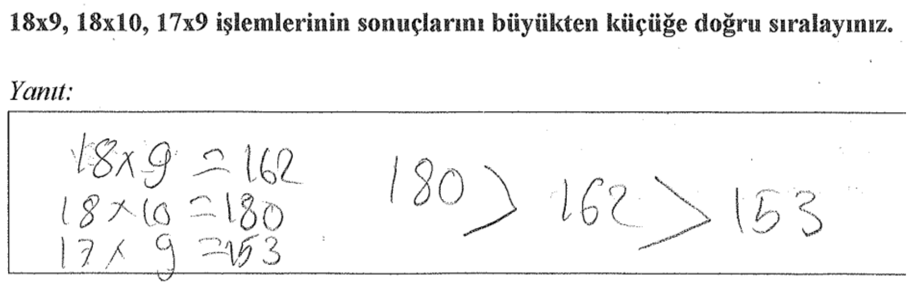
Örnek 1


18x9, 18x10, 17x9 işlemlerinin sonuçlarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Yanıt:

2 > 1 > 3

Örnek 2

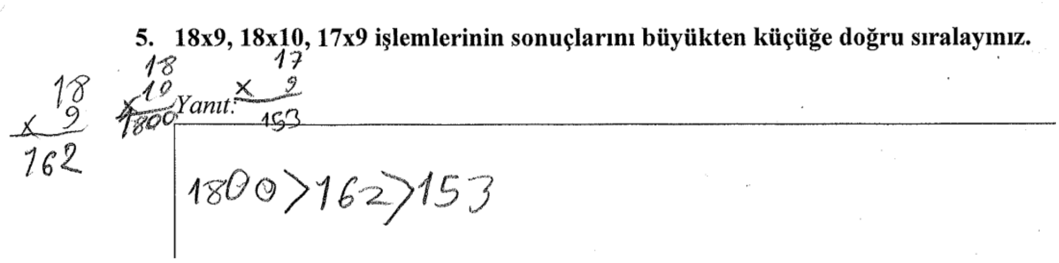

18x9, 18x10, 17x9 işlemlerinin sonuçlarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Yanıt:

18x9 = 162
18x10 = 180
17x9 = 153

180 > 162 > 153

Örnek 3


5. 18x9, 18x10, 17x9 işlemlerinin sonuçlarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Yanıt:

1800 > 162 > 153

Şekil 4.19. Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan bağlam içermeyen beşinci soruya ilişkin çözüm örnekleri

Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan, bağlam içermeyen 9 numaralı soruda öğrencilerden standart hesaplama yapmak yerine sayıları 90'a ya da 100'e yuvarlayarak kolay yoldan sonuca ulaşmaları beklenmektedir.

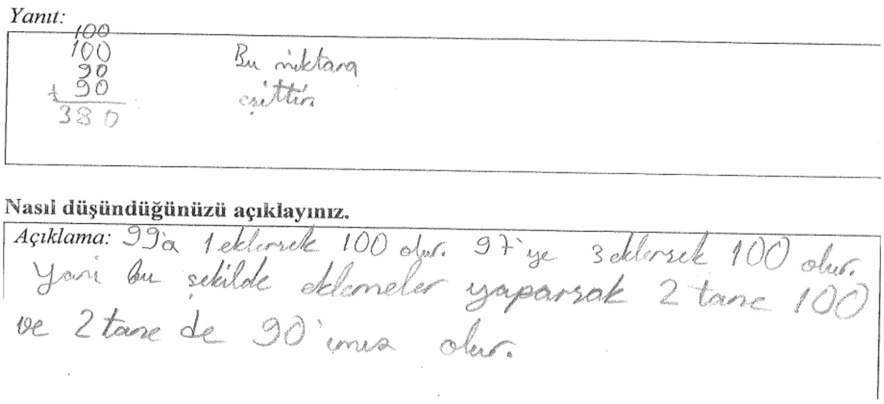
---

9. 91 + 93 + 97 + 99 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A. 380'den büyüktür.
B. 380'e eşittir.
C. 380'den küçüktür.

Bu soruyu sayı duyusunu kullanarak doğru çözen öğrenci sayısı 14 (%2,9)'tür. Öğrenci çözümleri incelendiğinde (Şekil 4.20), sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanan bir öğrencinin sayılar arasında ayrıştırma/birleştirme yaparak 99 ve 97 sayılarını 100'e, 91 ve 93 sayılarını 90'a yuvarladığı görülmektedir (Örnek 1). Standart hesaplama yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 375 (%78,1), yanlış sonuca ulaşan öğrenci sayısı ise 43 (%9)'tür. Kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin genellikle sayıları alt alta yazarak toplama işlemi yaptığı görülmektedir.

Örnek 1


Yanıt:
100
100
90
+ 90
380
Bu miktara eşittir

Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama: 99'a 1 eklersek 100 olur. 97'ye 3 eklersek 100 olur. Yani bu şekilde eklemeler yaparsak 2 tane 100 ve 2 tane de 90'ıma olur.

Şekil 4.20. Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan bağlam içermeyen dokuzuncu soruya ilişkin sayı duyusu temelli çözüm örneği

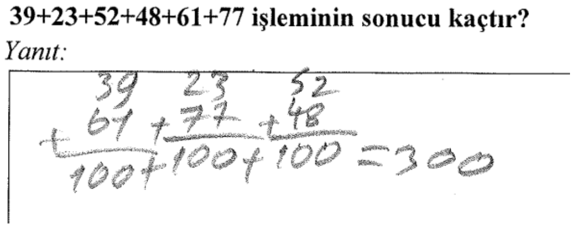
Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan, bağlam içermeyen 10 numaralı soruda öğrencilerden birbirini 100'e tamamlayan sayı çiftlerini fark ederek sonuca ulaşmaları beklenmektedir.

---

10. 39+23+52+48+61+77 işleminin sonucu kaçtır?

Bu soruda sayı duyusu kullanarak doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 15 (%3,1)'tir. Öğrencilerin yanıtları incelendiğinde (Şekil 4.21), sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanan bir öğrencinin birbirini 100'e tamamlayan sayı çiftlerini toplayarak sonuca ulaştığı görülmektedir (Örnek 1). Öğrencilerin çoğu kural temelli çözüm yolunu kullanmış olup yaklaşık %20'si hatalı sonuca ulaşmıştır. Bu durum öğrencilerin toplama işlemi yaparken birbirini 10'a, 20'ye tamamlayan sayı çiftlerini fark etmediğini ve sayılar arasındaki ilişkilerden yararlanmadığını göstermektedir. Öğrenci çözümleri incelendiğinde, işlem hatası yaparak yanlış sonuca ulaşan öğrencinin birbirini 10'a tamamlayan birlikleri fark etmediği görülmektedir (Örnek 2).

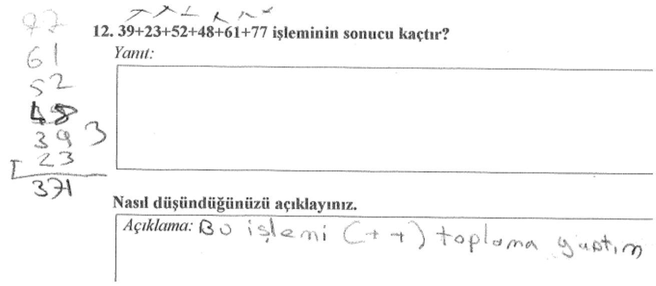
Örnek 1


39+23+52+48+61+77 işleminin sonucu kaçtır?

Yanıt:

39 23 52
+ 61 + 77 + 48
100+100+100 = 300

Örnek 2


12. 39+23+52+48+61+77 işleminin sonucu kaçtır?

Yanıt:

77
61
52
48
39
23
371

Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama: Bu işlemi (+ +) toplama yaptım

Şekil 4.21. Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan bağlam içermeyen onuncu soruya ilişkin çözüm örnekleri

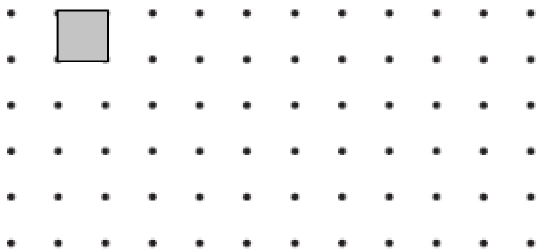
Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan 9 ve 10 numaralı sorularda öğrencilerin sayı duyusu kullanım oranı %3,1 olup bu oran oldukça düşüktür. Bu sorular iki basamaklı sayılarla toplama işlemi yapmayı gerektirmektedir. Sayı duyusunu kullanan öğrencilerinden sayılar arası ilişkilerden yararlanarak (birbirini 10'a, 20'ye tamamlayan birlikler, onluklar, birbirini 100'e tamamlayan sayı çiftleri) kısa yoldan toplama işlemi yapabilmeleri beklenmektedir. Fakat bu sorularda öğrencilerin çoğu sayıları alt alta yazarak toplama işlemi yapmayı tercih etmiş ve özellikle 10. soruda öğrencilerin %19,2'si yanlış sonuca ulaşmıştır. Bu bulgu öğrencilerin standart hesaplama yaparken sayılar arasındaki ilişkileri kullanmadıklarına bir kanıt oluşturmaktadır. Benzer bulgulara alanyazında yapılan çalışmalarda da rastlanmaktadır (Yang & Li, 2008). Örneğin Yang ve Li (2008) tarafından yapılan çalışmada 3. sınıf öğrencilerine 199 ve 399 liralık oyuncak aldıklarında kaç tane 100'lük banknot vermeleri gerektiği sorulmuştur. Öğrencilerin %60'ından fazlasının sayıları ayrıştırma/birleştirme stratejisini kullanarak sonuca karar veremediği gözlenmiştir. Yani öğrenciler 199 ve 399 sayılarını 200 ve 400 sayılarına yuvarlayarak sonuca karar vermek yerine kâğıt-kalem hesabı yapmayı tercih etmişlerdir. Bu bulgu önce prosedürleri öğrenen öğrencilerin daha sonra kavramsal anlamayı gerçekleştirmelerinin zor olduğu sonucunu desteklemektedir (Yang & Li, 2008).

4.2.3. Sayı Büyüklüklerine Yönelik Kavrayış

Aşağıda öğrencilerin bağlam içermeyen soruların çözümünde sayı duyusunu kullanma performansları sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşenine göre soru bazında incelendiğinde elde edilen bulgular sunulmuştur.

Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan 3 numaralı soruda öğrencilerden çeyreği gösterilen bir modelden yararlanarak $2\frac{1}{4}$ kesrini modellemeleri beklenmektedir.

3.

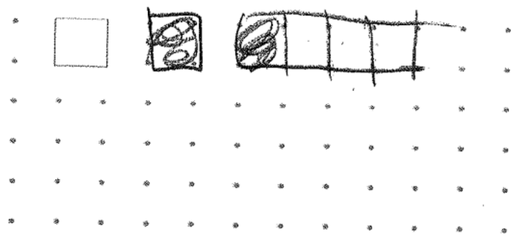


Yukarıdaki şekilde yer alan taralı bölge bir bütünün çeyreğini temsil etmektedir. Buna göre $2\frac{1}{4}$ kesrini temsil eden şekli yukarıdaki noktalı bölüme çizerek gösteriniz.

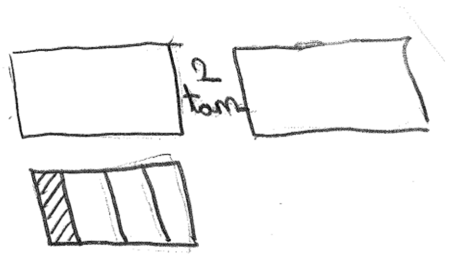
Bu soruda sayı duyusu kullanarak doğru cevaba ulaşan öğrenci sayısı 256 (%53,3), yanlış cevaba ulaşan öğrenci sayısı 14 (%2,9)'tür. Soruya yanlış cevap veren öğrenci sayısı ise 166 (%34,6) olup diğer sorulara oranla yanlış yapan öğrenci sayısı oldukça fazladır. Alanyazında yapılan çalışmalar öğrencilerin kesirleri ve ondalık ifadeleri içeren sayı büyüklüklerini anlamlandırmada doğal sayılara göre daha fazla zorlandıklarını ortaya koymaktadır (Pilmer, 2008; Yang, Li & Lin, 2008). Yanlış sonuca ulaşan öğrencilerin bir kısmı çeyreği temsil eden şekli bir bütünü temsil eden şekil olarak düşünmüştür. Şekil 4.22'de yer alan öğrenci çözümleri incelendiğinde, bir öğrencinin 2 bütünü temsil eden şekli 2 çeyrek ile gösterirken ¼'i bütünü oluşturarak, doğru bir şekilde gösterdiği görülmektedir (Örnek 1). Bir başka öğrenci soruda verilen ve çeyreği temsil eden şekli kullanmadan $2\frac{1}{4}$ kesrini temsil eden bir modelleme yapmıştır (Örnek 2). İki öğrenci ise tam sayılı kesri bileşik kesre çevirerek 9 tane çeyreği temsil eden şekli çizmiştir

(Örnek 3). Bu öğrencilerin yanıtları bütünü temsil eden şekli göstermedikleri için hatalı kabul edilmiştir.

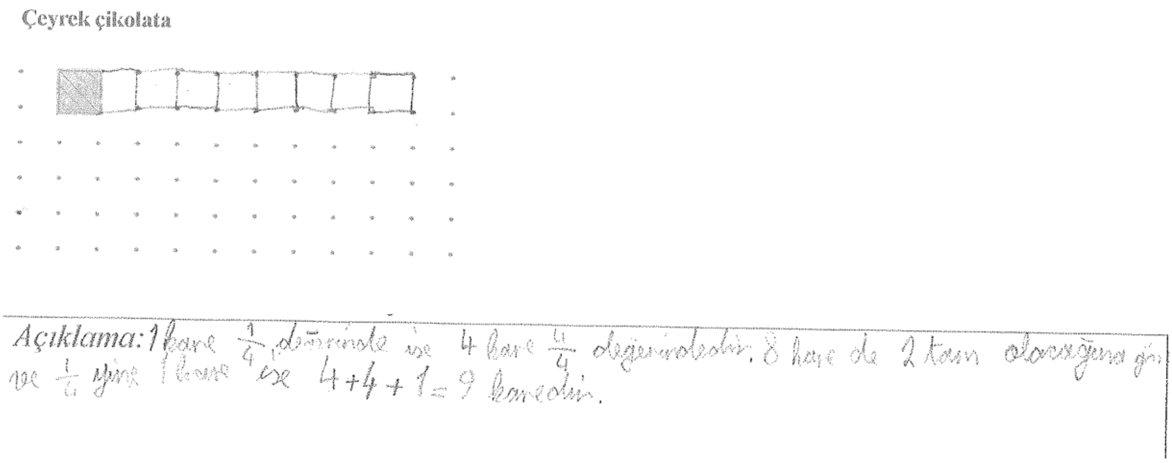
Örnek 1



Örnek 2



Örnek 3



Şekil 4.22. Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan bağlam içermeyen üçüncü soruya ilişkin çözüm örnekleri

Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan, bağlam içermeyen 4 numaralı soruda öğrencilerden standart hesaplama gerektiren bölme işlemini gerçekleştirmeden 150 sayısının 2 katının 300 olduğu bilgisinden yola çıkarak

300’den daha büyük olan 325 TL’lik bir bisikletin yarı fiyatına düşmesi durumunda 150 TL’nin yeterli olmayacağını düşünmesi beklenmektedir.

4. 325 ÷ 2 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

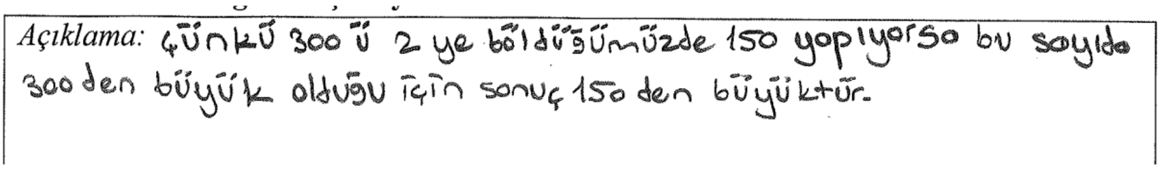
A. Sonuç 150’dir.

B. Sonuç 150’den büyüktür.

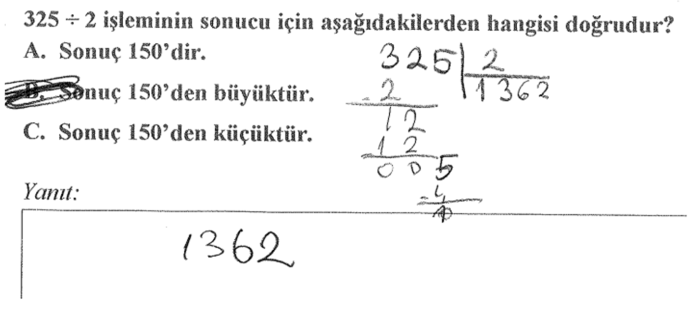
C. Sonuç 150’den küçüktür.

Bu soruyu sayı duyusu kullanarak doğru yanıtlayan öğrenci sayısı 11 (%2,3)’dir. Sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanan bir öğrenci, 300 sayısının yarısının 150 ettiği bilgisinden yola çıkarak doğru sonuca ulaşmıştır (Örnek 1). Standart hesaplamaya dayalı çözüm yolunu kullanan ve doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 385 (%80,2), yanlış sonuca ulaşan öğrenci sayısı 8 (%1,7)’dir. Yani öğrencilerin çoğunluğu 325 sayısını 2’ye bölerek doğru sonuca ulaşmıştır. Hatalı bölme işlemi yapan öğrenci ise 325 sayısını 2’ye bölerek 1362 sonucuna ulaşmıştır (Örnek 2).

Örnek 1


Açıklama: çünkü 300 ü 2 ye böldüğümüzde 150 yapıyorsa bu sayıda 300 den büyük olduğu için sonuç 150 den büyüktür.

Örnek 2


325 ÷ 2 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A. Sonuç 150’dir.

B. Sonuç 150’den büyüktür.

C. Sonuç 150’den küçüktür.

Yanıt:

1362

Şekil 4.23. Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan bağlam içermeyen dördüncü soruya ilişkin çözüm örnekleri

Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan, bağlam içermeyen 6 numaralı soruda öğrencilerden kesir büyüklüklerinden yola çıkarak doğru sonuca ulaşmaları beklenmektedir.

6.32 sayısının $\frac{1}{2}$'si ile $\frac{5}{8}$'ini karşılaştırınız.

A.32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'ine eşittir.

B. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden büyüktür.

C. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden küçüktür.

Bu soruda 28 öğrenci (%5,8) kesir büyüklüklerini karşılaştırarak doğru sonuca ulaşmıştır. 18 öğrenci (%3,8) ise kesir büyüklüklerini karşılaştırmış; fakat yarımın daha büyük olduğu cevabını vermiştir.

Bu soruda kural temelli çözüm yolunu kullanarak doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısı 204 (%42,5)'tür. Bu öğrencilerin büyük bir kısmı bütünü paydaya bölüp payla çarparak doğru sonuca ulaşırken 6 öğrenci payda eşitleyerek kesirlerle işlem yapmış ya da kesir büyüklüklerini karşılaştırmıştır. Öğrenci çözümleri incelendiğinde, şekilde (Şekil 4.24) bir çokluğun belirtilen kesir kadarını bularak doğru sonuca ulaşan öğrencinin çözümü örnek olarak verilmiştir (Örnek 1). Örnek 2'de yer alan çözümde öğrenci payda eşitledikten sonra 32 sayısının belirtilen kesir kadarını bularak karşılaştırma yapmıştır. Bir başka öğrenci ise payda eşitledikten sonra kesir büyüklüklerini karşılaştırmıştır (Örnek 3). Sayı duyusu temelli çözüm yolunu hatalı kullanan bir öğrenci ise kesir büyüklüklerini tama uzaklıklarına bakarak karşılaştırmıştır. Fakat karşılaştırmasını farklı birim kesirler üzerinden (1 parça-1/2 uzaklıkta ve 3 parça-3 tane 1/8 uzaklıkta) hatalı yapmıştır (Örnek 4). Birim kesir kavramını yeterince anlamlandıramayan öğrencilerin özellikle kesirlerde karşılaştırma yaparken hata yaptıkları görülmektedir (Markovits & Sowder, 1994; Yang & Lai, 2013). Markovits ve Sowder (1994) tarafından yapılan çalışmada da 7. sınıf öğrencilerinin $\frac{5}{6}$ ve $\frac{9}{10}$ kesirlerinin birbirine eşit olduklarını düşündükleri görülmektedir. Öğrenciler bu durumun nedenini her iki kesrin de bütünden bir birim eksik olması ile açıklamışlardır. Benzer bulguya $\frac{2}{3}$ ve $\frac{3}{4}$ kesirlerinin karşılaştırılmasında da rastlanmıştır (Moss, 2005).

Örnek 1

5. **32 sayısının $\frac{1}{2}$'si ile $\frac{5}{8}$'ini karşılaştırınız.**

A. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'ine eşittir.

B. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden büyüktür.

C. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden küçüktür.

Yanıt:

32 | 2
-2 | 16
12
-12
00

32 | 8
-32 | 4
00

4
x 5
20

Örnek 2

32 sayısının $\frac{1}{2}$'si ile $\frac{5}{8}$'ini karşılaştırınız.

A. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'ine eşittir.

B. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden büyüktür.

C. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden küçüktür.

Yanıt:

$\frac{4}{8}$

32 | 8
-32 | 4 x 4 = 16
00

4
x 5
20

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

Açıklama: Birinci kesri ikinci kesre tamamladım. İkisini karşılaştırdım.

Örnek 3

A. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'ine eşittir.

B. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden büyüktür.

C. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden küçüktür.

Yanıt:

$\frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8}$ $\frac{1}{2} < \frac{5}{8}$

Örnek 4

A. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'ine eşittir.

B. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden büyüktür.

C. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden küçüktür.

Açıklama:

B cevabını verdim çünkü $\frac{1}{2}$ de tamın bir eksiğini
$\frac{5}{8}$ de ise üç eksiğini verdiğinden dolayı
B cevabını verdim

Şekil 4.24. Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan bağlam içermeyen altıncı soruya ilişkin çözüm örnekleri

Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan sorulardan ikisi kesirlerle ilgili olup öğrencilerin kesir sorularının birisinde (3 numaralı soru) sayı duyusunu kullanma oranı %56,2 iken diğer soruda (6 numaralı soru) sayı duyusu kullanım oranı %9,6’dır. Bu durumun nedeni 3 numaralı sorunun görselle desteklenmesi ile açıklanabilir. Alanyazında yapılan çalışmalarda da görsel nitelikteki sorularda öğrencilerin sayı duyusu kullanımlarının arttığı görülmüştür (Kayhan Altay, 2010; Yapıcı, 2013).

Bağlam içermeyen problemlerde ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin sayı duyusunun bileşenlerine göre dağılımı incelenmiş ve yüzde değerleri hesaplanmıştır. Tablo 4.4’te öğrencilerin sayı duyusundan yararlanma performanslarının sayı duyusu bileşenlerine göre dağılımı verilmiştir.

Tablo 4.4: Bağlam içermeyen problemlerde sayı duyusu bileşenlerine göre dağılım

Çözüm Yolları	***Referans noktasından yararlanma bileşenindeki sorulara ilişkin çözüm yollarının dağılımı (%)***	***Hesaplamada esneklik bileşenindeki sorulara ilişkin çözüm yollarının dağılımı (%)***	***Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşenindeki sorulara ilişkin çözüm yollarının dağılımı (%)***
Kural temelli çözüm yolu	96,54	93,45	77,3
Sayı duyusu temelli çözüm yolu	3,46	6,55	22,7

Bağlam içermeyen problemlerde öğrencilerin sayı duyusunu kullanma performanslarının sayı duyusu bileşenlerine göre dağılımı incelendiğinde sayı duyusunu kullanma yüzdesinin en yüksek sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde, en düşük referans noktasından yararlanma bileşeninde çıktığı görülmektedir. Sayı büyüklerine yönelik kavrayış bileşeninde öğrencilerin sayı duyusunu kullanım oranının artması 3. soruda sayı duyusu kullanım oranının yüksek olması ile açıklanabilir. Bu durumun sebebi 3 numaralı sorunun görsel içermesi olup alanyazında yapılan çalışmalar görsel içeren sorularda öğrencilerin sayı duyusundan yararlanma performanslarının daha yüksek olduğunu desteklemektedir (Kayhan Altay, 2010; Yapıcı, 2013).

4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Öğrencilerin bağlam temelli ve bağlam temelli olmayan problemlerde sayı duyusundan ve sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma durumları nasıl farklılaşmaktadır?

Bu alt problem kapsamında ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin bağlam içeren ve bağlam içermeyen problemlerde sayı duyusunu kullanma performanslarında bir farklılaşma olup olmadığı incelenmiştir. Öğrencilerin bağlam içeren ve bağlam içermeyen problemlerde kullandıkları çözüm yolları sayı duyusu temelli ve kural temelli olmak üzere iki kategoride toplanmıştır. Sayı duyusu temelli ve kural temelli çözüm yollarını kullanan öğrencilerin dağılımlarına ilişkin yüzde değerleri Tablo 4.5'te yer almaktadır. Tabloda yer alan değerler çözüm yolu belirli olan ve hem doğru hem de yanlış cevap veren öğrencileri içermektedir. Soruyu boş bırakan ya da çözüm yoluna ilişkin herhangi bir açıklamada bulunmayan öğrencilerin sayısı bu orana dahil edilmemiştir. Örneğin bağlam içeren 1. soruya 425 öğrenci cevap vermiş olup bu öğrencilerden 21 tanesi (%4,94) sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanırken 404 tanesi (%95,06) kural temelli çözüm yolunu kullanmıştır.

Tablo 4.5: İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin bağlam içeren ve bağlam içermeyen problemlerde sayı duyusu temelli ve kural temelli çözüm yollarını kullanma performanslarına ilişkin dağılımları

		Bağlam İçeren Sorular		***Bağlam İçermeyen Sorular***	
Bileşen	***Soru no***	***SDT Çözüm Yolunu Kullananlar* (%)***	***KT Çözüm Yolunu Kullananlar** (%)***	***SDT Çözüm Yolunu Kullananlar* (%)***	***KT Çözüm Yolunu Kullananlar** (%)***
Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma	***1.soru***	4,94	95,06	3,26	96,74
	7. soru	4,39	95,61	5,59	94,41
	8. soru	6,72	93,28	2,48	97,52
Hesaplamada Esneklik	***2. soru***	15,15	84,85	14,06	83,94
	5.soru	15,59	84,41	9,21	90,79
	9.soru	2,68	97,32	3,46	96,54

	10.soru	1,89	98,11	3,40	96,60
Sayı Büyüklükleri ne Yönelik Kavrayış	***3.soru***	59,58	40,42	61,92	38,08
	4.soru	5,42	94,58	2,72	97,28
	6.soru	17,62	82,38	15,97	84,03

*SDT: Sayı Duyusu Temelli **KT: Kural Temelli

Tablo 4.5'te yer alan veriler incelendiğinde, öğrencilerin genellikle kural temelli çözüm yollarını kullanarak soruları çözmeyi tercih ettiği görülmektedir. Bu bulgu daha önce yapılan araştırmaların sonuçlarıyla örtüşmekte olup öğrencilerin gerek bağlam içeren problemlerde gerekse bağlam içermeyen problemlerde sayı duyusu kullanımlarının oldukça düşük olduğu dikkat çekmektedir. Öğrencilerin kullandıkları çözüm yolları soru bazında incelendiğinde 1, 4, 7, 8, 9 ve 10 numaralı bağlam içeren ve bağlam içermeyen sorularda öğrencilerin yaklaşık %95 ve üzeri oranda kural temelli çözüm yolunu kullanmayı tercih ettiği görülmektedir. Bu soruların özellikleri incelendiğinde, öğrencilerden 1 ve 8 numaralı sorularda çarpma işlemi yapmaları (5x98, 24x9), 7 ve 4 numaralı sorularda bölme işlemi yapmaları (490÷5, 325÷2), 9 ve 10 numaralı sorularda toplama işlemi yapmaları (91+93+97+99, 39+23+52+48+61+77) beklenmektedir. Öğrencilerin bu soruları sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanarak çözmeleri durumunda ise sayılar ve işlemler arasındaki ilişkiden ve referans noktasından yararlanarak esnek hesaplamalar yapabilmeleri beklenmektedir. Fakat elde edilen veriler öğrencilerin bu soruları gerek bağlam içeren gerekse bağlam içermeyen durumlarda standart hesaplamalar yaparak çözdüklerini göstermektedir.

Bağlam içeren ve bağlam içermeyen bazı problemlerde sayı duyusu kullanımının diğerlerine oranla daha yüksek olduğu sorular 2, 5, 3 ve 6 numaralı sorulardır. 2 numaralı soruda öğrencilere 372-38=334 işlemi verilmiştir. Öğrencilerin bu işlemden yararlanarak, 372-18 işleminin sonucuna karar vermesi beklenmektedir. 2 numaralı sorunun bağlam içeren örneğinde sayı duyusu kullanımı %15,15, bağlam içermeyen örneğinde %14,06'dır. Sorunun 372-18 işleminin sonucuna karar verirken 334 sayısıyla karşılaştırma yapmayı gerektirecek şekilde hazırlanması, öğrencilerin 18 ve 38 sayıları arasındaki ilişkiyi fark etmelerini sağlamış olabilir. Böylece öğrencilerin bir kısmı (%15,15, %14,06) soruyu çözerken bu işlemden yararlanmaları gerektiği düşüncesiyle standart hesaplama yapmayı tercih etmemiş ve esnek hesaplama yapmıştır. Bu soru Kayhan Altay

(2010) tarafından yapılan çalışmadan uyarlanmış olup ortaokul öğrencilerinin de bu sorudaki sayı duyusu kullanım yüzdelerinin diğer sorulara oranla daha yüksek olduğu bulgusuna ulaşılmıştır (Kayhan Altay, 2010).

5 numaralı soruda öğrencilerden tiyatro salonunda bir sırada kaç sandalye bulunduğu ve salonda kaç sıra sandalye olduğu bilgisinden yararlanarak salon büyüklüklerini karşılaştırmaları istenmektedir. Sorunun bağlam içermeyen örneğinde ise öğrencilerden 18x9, 18x10, 17x9 işlemlerinin sonuçlarını büyükten küçüğe sıralamaları beklenmektedir. Sorunun bağlam içeren örneğinde öğrencilerin %15,59'u, bağlam içermeyen örneğinde ise %9,21'i sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanmıştır. Bağlam içeren soruda öğrencilere doğrudan çarpma işleminin sonucunun sorulmaması, öğrencilerin salon büyüklüklerini karşılaştırmak için salondaki sıra ve sandalye sayılarından yararlanmalarını sağlamış olabilir. Sorunun bağlam içermeyen örneğinde ise öğrencilerin sayı duyusu kullanımının düştüğü görülmektedir. Bu durumun sebebi öğrencilerden doğrudan 18x9, 18x10, 17x9 işlemlerinin sonuçlarını karşılaştırmalarının istenmesi ile açıklanabilir. Yani sorunun bağlam içermemesi ve çarpma işlemlerinin sonuçlarını karşılaştırmayı gerektirmesi öğrencileri çarpanların büyüklüklerinden yararlanmak yerine direkt çarpma işlemi yapmaya yönlendirmiş olabilir.

Sayı duyusu kullanımının diğer sorulara oranla daha yüksek olduğu 3 ve 6 numaralı sorular kesir büyüklüklerini kavramayı gerektirmektedir. Özellikle 3 numaralı soruda sayı duyusu kullanımının oldukça yüksek olması, sorunun görsel içermesinden kaynaklanmaktadır. Alanyazında yapılan çalışmalar görsel içeren sorularda öğrencilerin sayı duyusu kullanımlarının daha yüksek olduğunu ortaya koymaktadır (Kayhan Altay, 2010; Yapıcı, 2013). 6 numaralı soru 32 sayısının $\frac{1}{2}$'ini ve $\frac{5}{8}$'ini karşılaştırmayı gerektirmektedir. Sorunun bağlam içeren örneğinde sayı duyusu kullanımı %17,62, bağlam içermeyen örneğinde ise %15,97'dir. Bu bulgu öğrencilerin bir kısmının bir bütünün belirtilen kesir kadarını bulmak yerine kesir büyüklüklerini karşılaştırmayı tercih ettiğini göstermektedir.

Öğrencilerin sayı duyusu temelli çözüm yolu ile kural temelli çözüm yolunu kullanım oranlarının bağlam içeren ve bağlam içermeyen soru çiftlerinde nasıl farklılaştığı incelenmiştir. Sorulardan altı tanesinin (1, 8, 2, 5, 4 ve 6 numaralı sorular) bağlam içeren örneğinde, dört tanesinin (7, 9, 10 ve 3 numaralı sorular) bağlam içermeyen örneğinde sayı duyusu kullanımının daha yüksek olduğu görülmektedir (Tablo 4.5). Fakat sayı duyusu kullanımının bağlam durumuna göre farklılaşmasına ilişkin bu oranlar oldukça düşük düzeydedir. 5 ve 8 numaralı sorularda diğer sorulara göre daha yüksek oranda bir farklılaşma dikkat çekmektedir. Öğrencilerin %6,38'i 5 numaralı sorunun, %4,24'ü 8 numaralı sorunun bağlam içeren örneğinde, bağlam içermeyen örneğine göre daha fazla sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanmıştır. Tablo 4.6'da yer alan 5 ve 8 numaralı sorular incelendiğinde, her iki sorunun da çarpma işlemi yapmayı gerektirdiği görülmektedir. Fakat bağlam içermeyen problemlerde direkt işlem verildiği için bu durum öğrencileri algoritma kullanmaya sevk ederken, işlemin direkt verilmediği bağlam içeren problemlerde öğrencilerin sayılar arası karşılaştırma yapma imkanı bulmuş olması sayı duyusu kullanımını az da olsa desteklemiştir. Yani bağlam içermeyen 5 ve 8 numaralı sorularda doğrudan çarpma işleminin sonucunu bulmaya yönelik ifadelerin yer alması öğrencilerin standart hesaplama yapma oranlarını arttırmış olabilir. Bu bulgu, doğrudan bir işlemin sonucunu sormak yerine, sayı duyusu kullanımını destekleyici bağlamların kullanılmasının öğrencilerin sayı duyusu temelli çözüm yollarını kullanma oranlarını az da olsa arttırabileceğini ortaya koymaktadır.

Tablo 4.6: 5 ve 8 numaralı soruların bağlam içeren ve bağlam içermeyen örnekleri

Bağlam içeren soru	***Bağlam içermeyen soru***
5. Bir tiyatronun A salonunda 9 sıra olup her bir sırada 18 tane sandalye vardır. B salonunda 10 sıra olup her bir sırada 18 tane sandalye vardır. C salonunda ise 9 sıra olup her bir sırada 17 tane sandalye vardır. Salonları alabileceği kişi sayısına göre büyükten küçüğe sıralayınız.	5. 18x9, 18x10, 17x9 işlemlerinin sonuçlarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.
8.Bir market, her birinde 12 şişe olan 18 kasa su sattığında, toplam 216 şişe su satılmış olduğuna göre, her birinde 24 şişe bulunan 9 kasa sattığında, kaç şişe su satılmış olur?	8.12x18=216 ise 24x9 işleminin sonucunu bulunuz.

Öğrencilerin sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanma performanslarının bağlam içeren ve bağlam içermeyen problemlere göre anlamlı bir farklılık gösterip göstermediğini test etmek için McNemar testi yapılmıştır. Öğrencilerin sayı duyusunu kullanma performansının problemin bağlam içerme durumuyla ilişkili olup olmadığına ilişkin McNemar testi sonuçları Tablo 4.7'de verilmiştir.

Tablo 4.7: Problemin Bağlam İçerip İçermeme Durumuna Göre Öğrencilerin Kullandıkları Çözüm Yollarının Dağılımı-McNemar Testi Sonuçları

1.Soru		***Bağlam İçermeyen Soru*** ***KT (%)***	***SDT (%)***	X^2	***p***
Bağlam İçeren Soru	***KT (%)***	98,9	1,1	1,43	0,210
	SDT (%)	52,4	47,6		
7.Soru		***Bağlam İçermeyen Soru*** ***KT (%)***	***SDT (%)***		
Bağlam İçeren Soru	***KT (%)***	97,6	2,4	1,77	0,210
	SDT (%)	27,8	72,2		
8.Soru		***Bağlam İçermeyen Soru*** ***KT (%)***	***SDT (%)***		
Bağlam İçeren Soru	***KT (%)***	98,9	1,1	70,35	0,011*
	SDT (%)	72	28		
2.Soru		***Bağlam İçermeyen Soru*** ***KT (%)***	***SDT (%)***		
Bağlam İçeren Soru	***KT (%)***	96,4	3,6	1,79	0,117
	SDT (%)	40	60		
5.Soru		***Bağlam İçermeyen Soru*** ***KT (%)***	***SDT (%)***		
Bağlam İçeren Soru	***KT (%)***	94	6	30,19	0,017*
	SDT (%)	73	27		
9.Soru		***Bağlam İçermeyen Soru*** ***KT (%)***	***SDT (%)***		
Bağlam İçeren Soru	***KT (%)***	98,5	1,5	1,64	0,549
	SDT (%)	33,3	66,7		
10.Soru		***Bağlam İçermeyen Soru*** ***KT (%)***	***SDT (%)***		
Bağlam İçeren Soru	***KT (%)***	97,9	2,1	94,74	0,092
	SDT (%)	37,5	62,5		
3.Soru		***Bağlam İçermeyen Soru*** ***KT (%)***	***SDT (%)***		
Bağlam İçeren Soru	***KT (%)***	85,1	14,9	2,87	0,134
	SDT (%)	8,1	91,9		
4.Soru		***Bağlam İçermeyen Soru*** ***KT (%)***	***SDT (%)***		
Bağlam İçeren Soru	***KT (%)***	98,7	1,3	48,06	0,078
	SDT (%)	75	25		
6.Soru		***Bağlam İçermeyen Soru*** ***KT (%)***	***SDT (%)***		
Bağlam İçeren Soru	***KT (%)***	95,3	4,7	1,018	0,253
	SDT (%)	52,7	47,3		

*p<0,05

Tablo 4.7 incelendiğinde, 5 ve 8 numaralı sorularda, öğrencilerin sayı duyusu temelli ve kural temelli çözüm yolunu kullanma performansının problemin bağlam içerip içermeme durumuna göre anlamlı bir şekilde farklılaştığı görülmektedir, X^2_5(sd=1, n=480)= 30,19, p<0,05; X^2_8(sd=1, n=480)= 70,35, p<0,05. Diğer soruların bağlam içerip içermeme durumu ile öğrencilerin kullandıkları çözüm yolları (kural temelli/sayı duyusu temelli) arasında anlamlı bir ilişki bulunmamaktadır, $p>0,05$.

Diğer sorulara oranla, 5 ve 8 numaralı soruların bağlam içeren örneklerinde sayı duyusu kullanımının bağlam içermeyen örneklerine göre daha yüksek olduğu bulgusu, McNemar testi sonucunda anlamlı farkın ortaya çıkması ile istatistiksel olarak da desteklenmiştir.

4.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bağlam içeren problemlerde kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin problemi farklı bir yoldan çözmesi istendiğinde sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanma durumu nasıldır?

Çalışmanın nitel boyutunda sayı duyusu testine katılan bir grup öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Görüşmelere katılan öğrencilerin belirlenmesinde maksimum çeşitlilik örneklemesi yöntemi kullanılmıştır. Bağlam içeren ve bağlam içermeyen sayı duyusu ölçeklerinde yer alan problemlerde sayı duyusu kullanma performansı düşük, orta ve yüksek düzeyde olan 32 öğrenci belirlenmiştir. Bağlam içeren problemlerin yer aldığı sayı duyusu ölçeğindeki sorular görüşme esnasında öğrencilere tekrar yöneltilerek kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerden soruyu farklı bir yoldan çözmesi istenmiştir. Böylece kural temelli çözüm yollarını kullanan öğrencilerin, sayı duyusu temelli çözüm yolunu keşfetme durumu ve keşfeden öğrencilerin bu çözüm yolunu nasıl kullandığı üzerinde durulmuştur. Yarı yapılandırılmış görüşmeler ile elde edilen bulgular her bir sayı duyusu bileşeninde yer alan sorular bazında incelenerek aşağıda sunulmuştur.

4.4.1. Kıyaslama (Referans) Noktasından Yararlanma

Aşağıda bağlam içeren problemlerin çözümünde kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin, problemi farklı bir yoldan çözmeye yönelik ikinci denemesinde sayı duyusunu kullanma performansları, kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşenine göre soru bazında incelendiğinde elde edilen bulgular sunulmuştur.

Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde yer alan 1. soruda öğrencilerden içerisinde 50 tane düğme bulunan kutulardan 98 kutu satın alan fabrikanın aldığı düğme sayısının seçeneklerden hangisine yakın olduğunu bulmaları istenmektedir. Bu soruda öğrencilerden beş tanesi sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanırken 27 tanesi kural temelli çözüm yolunu kullanmıştır. Sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanan 5 öğrenci 98 sayısını 100'e yuvarlayarak fabrikanın aldığı düğme sayısının 5000 sayısına yakın olduğunu belirtmiştir. 27 öğrenci ise 98 ile 50 sayılarını çarpma yoluna gitmiş fakat öğrencilerden 2 tanesi hatalı sonuçlara ulaşmıştır.

Problemi kural temelli çözüm yolunu kullanarak yanıtlayan öğrencilere *"Farklı bir yoldan çözebilir misin?"* sorusu yöneltildiğinde ise 22 öğrenci 100 sayısını referans alarak 98 sayısını 100'e yuvarlamış ve sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Fakat öğrencilerin 4 tanesi 98 sayısını 100'e yuvarlamayı düşünse de, 100 ile 50'nin çarpımının 500 ya da 50 000 sayılarına daha yakın olacağı yönünde yanlış cevaplar vermişlerdir.

Birinci soruda kural temelli çözüm yolunu kullanarak sonuca ulaşan öğrencilerden farklı bir yoldan sonuca ulaşmaları istendiğinde öğrencilerin çoğunun sayı duyusu temelli çözüm yolunu fark ettiği görülmektedir. Fakat yine de bazı öğrenciler kural temelli çözüm yolunun dışına çıkmakta zorlanmış ve araştırmacının daha fazla yönlendirmesi ile farklı bir çözüm yolunu denemeye çalışmıştır. Örneğin O1 öncelikle 50 ile 98 sayılarını çarpmış ve doğru sonuca ulaşmıştır. Farklı bir yoldan çözmesi istendiğinde *"Başka bir yoldan sonucu bulamam."* yanıtını vermiştir. Araştırmacı tarafından sorulan *"Bu soruda 98 sayısı yerine hangi sayı olsaydı kolay yoldan çarpma işlemi yapabilirdin?"* sorusu üzerine 100 cevabını vermiş ve doğru seçeneği işaretlemiştir.

Öğrencilerin yaşadığı bir diğer sorun ise standart çözüm yolunun dışında bir çözüm yolunu kullanmaya çalıştıklarında birtakım hatalara düşmeleridir. Örneğin O8 kodlu öğrenci kural temelli çözüm yolunu tercih ederek doğru cevaba ulaşmıştır. Araştırmacı tarafından farklı bir çözüm yolu kullanarak doğru cevaba ulaşıp ulaşamayacağı sorulduğunda *"Sayıları ayrı ayrı çarparım. Yani 9 ile 5'i çarparım, sonra 8 ile 5'i çarparım ve sonucu bulurum."* cevabını vermiştir. Bu işlemi gerçekleştirerek sonuca ulaşması istendiğinde 9 ve 5 sayılarını çarparak 45 bulmuş, sonra da 8'le 5'i çarparak 40 bulmuş ve bu iki sayıyı toplayarak 85 cevabına ulaşmıştır. Bu cevabın bir önceki cevaptan farklı çıktığını belirterek hatasını fark etmiş ve çözüm yolunda değişiklik yapması gerektiğini şu şekilde belirtmiştir:

> *"98 sayısı 90 ve 8 sayılarından oluşur. Her ikisini de 50 ile çarpmam gerekir. O zaman 90'la 50'yi çarptığımızda 4500 eder. 8'le 50'yi çarptığımızda da 400 eder ve sonuç 4900 çıkar."*

Burada öğrencinin basamak değeri kavramına ilişkin anlayışını yansıtacak şekilde sayıları parçalayabildiği görülmektedir. Öğrencinin bu çözümü, yönlendirme yapıldığında sayılar arası ilişkileri dikkate alarak sayıları ayrıştırıp birleştirebildiğini ve sayı duyusu temelli çözüm yolunu keşfedebildiğini göstermektedir.

Kural temelli çözüm yolunu kullanarak doğru sonuca ulaşan öğrencilerden bir diğerine (O9) farklı bir yoldan soruyu çözüp çözemeyeceği sorulduğunda "98'i 5 ile çarpar sonra sonuna bir sıfır eklerim." cevabını vermiştir. 98 yerine hangi sayı olsaydı kısa yoldan yaklaşık bir cevaba ulaşabileceği sorulduğunda ise şu cevabı vermiştir:

> *"Sonu sıfır olursa daha kolay yoldan çarpma yapabilirim. O zaman 98'i 100'e yuvarlarım. Sıfırları kaldırım. 5'le 1'i çarparım. 5 eder. Sonra iki sıfır eklerim 500 olur."*

Kural temelli çözüm yolunu kullanarak doğru cevaba ulaşan bir başka öğrenciden (O10) soruyu farklı bir yoldan çözmesi istendiğinde öğrenci 98 sayısını 100'e, 50 sayısını ise 60'a yuvarlayacağını belirtmiştir. 50'yi neden 60 sayısına yuvarladığı sorulduğunda ise *"Çünkü 5, 6, 7, 8, 9 olan sayılar ileriye doğru, 4, 3, 2, 1 olan sayılar geriye doğru yuvarlanır."* cevabını vermiştir. Öğrenci bu açıklamasıyla sayıları yuvarlamaya ilişkin aşırı genelleme yapmış, 98 sayısını 100'e yuvarlarken, 50 sayısını da 60'a yuvarlamıştır. İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı incelendiğinde, 3. sınıf doğal sayılarla toplama işlemi alt öğrenme alanında "İki doğal sayının toplamını tahmin eder ve tahminini işlem sonucuyla karşılaştırır." kazanımına yönelik etkinliklerde yuvarlama yöntemine vurgu yapılmıştır (MEB, 2009). Ayrıca 4. sınıf doğal sayılar alt öğrenme alanına ilişkin kazanımlar arasında "Doğal sayıları en yakın onluğa veya yüzlüğe yuvarlar." kazanımı yer almaktadır. Bu doğrultuda programda 326+442 işleminin sonucunu tahmin ettirmek için öğrencilerin sayıları 330'a ve 440'a yuvarlayabileceklerine dair örneğe yer verilmiştir (MEB, 2009, s.156). Bu soruda öğrencinin 98 sayısını 100'e yuvarlarken 50 sayısına da 60'a yuvarladığı görülmekte olup bu durum öğrencinin sayıları neden yuvarladığını anlamadığını, hangi durumlarda sayıları yuvarladığımıza ya da sayıları yuvarlamanın ne işimize yaradığına dair sorulara zihninde cevap oluşturamadığını göstermektedir. Öğretim programında farklı tahmin stratejilerine vurgu yapılması ve farklı sınıf düzeylerinde bu stratejilerin kullanımının desteklenmesi öğrencilerin sayı duyusu gelişimlerini desteklemektedir. Fakat öğrencilerin bu tür stratejileri yeterince anlamlandıramaması farklı kavram yanılgılarına yol açabilmektedir.

Kural temelli çözüm yolunu kullanarak doğru cevaba ulaşan öğrencilerden soruyu farklı bir yoldan çözmesi istendiğinde dört öğrenci (O11, O12, O13, O29) 98 sayısını 2'ye bölüp 100 ile çarparak doğru sonuca ulaşabileceklerini belirtmiştir. Neden 98 sayısını 2'ye böldüğü sorulduğunda O29 cevabını,

> *"Çünkü 50 ile çarparken 2'ye bölünüyor. Öğretmen 25'le çarparken 4'e, 50 ile çarparken 2'ye bölün dedi."*

şeklinde açıklamıştır. Araştırmacı *"Neden 25'le çarparken 4'e bölüyorsun da 50'yle çarparken 2'ye bölüyorsun?"* diye sorduğunda, *"Bilmiyorum."* cevabını vermiş ve 98 sayısını ikiye böldükten sonra sorunun çözümüne şu şekilde devam etmiştir:

> *"Sonuç 4900 eder. Yok 490. Bir daha düşüneyim. 100'le çarparken 2 sıfır ekliyoruz, 4900."*

Bu öğrencilerin çözüm yolu incelendiğinde, öğretim programında öğrencilere kazandırılması hedeflenen standart hesaplama dışındaki stratejileri bir kural olarak algıladıkları ve anlamlandıramadıkları görülmektedir. Bu nedenle öğrenciler sayılar arası ilişkileri dikkate almamış ve uygun kıyaslama noktaları geliştirememiştir.

Kural temelli çözüm yolunu kullanarak yanlış cevaba ulaşan öğrenciler (O17, O25) 50 ile 98 sayılarını çarptığında 490 çıktığını ve cevabın 500'e yakın olduğunu belirtmişlerdir. O17'ye bu cevabının sonrasında 100 ile 5 sayısını çarptığında sonucun kaç çıkacağı sorulduğunda 500 cevabını vermiştir. Bunun üzerine araştırmacı tarafından *"50 ile 98 sayısını çarptığında da 500 civarında bir sonuç mu çıkar?"* sorusu sorulduğunda *"Hııım, yanlış yaptım. 50 ile 98'i çarpacağım. Aklıma gelmiyor ama."* cevabını vermiştir. Araştırmacı *"Bu soruda 98 yerine hangi sayı olsaydı kolay yoldan çarpabilirdin?"* sorusunu sorduğunda O17 *"90"* diyerek 90 ile 50'yi çarpıp 4500 bulduğunu ve sonucun 50 000 sayısına daha yakın olduğunu ifade etmiştir. Bu bulgu öğrencide sayı büyüklüğüne ilişkin sayı duyusunun yeterince gelişmediğini göstermektedir. Sayı büyüklüğü, sayıları karşılaştırma, sıralama, iki sayıdan hangisinin üçüncüsüne yakın olduğunu bilme gibi becerileri içermektedir (Markovits & Sowder, 1994). Ayrıca sayı büyüklüğü hesaplama sonuçlarının akla uygunluğuna karar vermeyi de kolaylaştırmaktadır (Sowder & Schappelle, 1994). Bu öğrencinin sayı büyüklüğü duyusunun yeterince gelişmemesi 4500 sayısına en yakın sayıyı seçenekler arasından doğru belirlemesinde ve ulaştığı sonucu mantıklılığı yönünde sorgulamasında yetersiz olduğunu ortaya koymaktadır.

Öğrencilerin verdikleri bu yanıtlardan soruların çözümündeki öncelikli tercihlerinin standart hesaplama yönünde olduğu görülmektedir. Farklı bir yoldan çözüme ulaşıp ulaşamayacağı sorulan öğrencilerin bir kısmı (18 öğrenci) sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanmayı tercih etmiş ve doğru sonuca ulaşmıştır. Öğrencilerden dört tanesi ise 98 ile 50 sayılarının çarpımına yakın olan sonucu bulmak için 100 sayısını referans almayı düşünse bile çözüm sürecinde sayı ve işlemlere dair anlamlandıramadıkları durumlar ya da yaptıkları hatalar (örneğin, 50 ile kolay yoldan çarpma işlemi yapmak için 100 ile çarpıp neden 2'ye böldüğünü açıklayamama, 98 sayısını 100'e yuvarlarken 50 sayısını da 60'a yuvarlama, 4500 sayısının 50 000'e daha yakın olduğunu düşünme) öğrencilerin kural temelli çözüm yollarından vazgeçemediklerine ve basamak değeri kavramı, sayı büyüklüğü gibi birtakım temel bilgileri kavramsallaştıramadıklarına kanıt oluşturmaktadır. Bu hataların bir diğer nedeni ise öğrencilerin sonuçların akla uygunluğunu sorgulamamaları ile açıklanabilmektedir.

Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde yer alan 7. soruda öğrencilere bir ağacın boyunun 490 cm uzunluğunda olduğu belirtilmiştir. Bu bilgiden yola çıkarak ağacın boyunun beşte biri uzunluğunda olan bir çocuğun boyuna ilişkin çıkarımda bulunmaları beklenmektedir. Öğrencilerden çocuğun boyunun 100 cm, 100 cm'den kısa ya da 100 cm'den uzun olma ihtimallerinden birisini tercih etmeleri istenmektedir. Bu soruda ağacın boyunun beşte birini hesaplayarak 98 sonucuna ulaşan öğrenci sayısı 24'tür. 8 öğrenci ise sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanarak 490 sayısını 500'e yuvarlamış ve 500'ün beşte birinin 100 ettiği düşüncesinden yola çıkarak çocuğun boyunun 100'den kısa olduğunu belirtmiştir. Kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerden soruyu farklı bir yoldan çözmeleri istendiğinde sadece 6 öğrenci sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanabileceğini fark etmiştir. O19 kodlu öğrenci ise 490 sayısını 500'e yuvarlayarak beşte birini 100 olarak bulmuştur. Fakat çocuğun boyunu hesaplarken *"490'a 10 eklediğime göre 100'den de 10'u çıkarırım. Böylece çocuğun boyu 90 cm olur."* şeklinde cevap vermiştir. Burada öğrenci kıyaslama noktası olarak 100'ü kullanmıştır, ancak soruda çocuğun boyuna ilişkin yaklaşık değer istenilmesine rağmen tam bir sonuç bulmaya çalışmış ve bu amaçla ağacın ve çocuğun boyunu bulurken yaptığı yuvarlama işleminin ters işlemini yaparak bir düzeltme yapmaya çalışmıştır. Bu durum öğrencinin yaklaşık sonuç bulma, tahmin etme gibi matematiksel becerilere çok da güvenmediğini, tam sonuç bulma eğiliminde olduğunu göstermektedir.

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin bir kısmının yönlendirmelere rağmen çocuğun boyuna ilişkin çıkarımlarının hatalı olduğu görülmektedir. Özellikle sayı duyusunu kullanma performansı daha düşük olan öğrenciler 500 sayısını referans alarak seçeneklerden hangisinin doğru olacağına kolay yoldan karar verebileceklerini düşünememiştir. Bu soruda öğrencilerden 490÷5 işleminin sonucunu hesaplamadan 100 sayısını referans alarak bir tahminde bulunmaları istenmesine rağmen öğrencilerin standart hesaplama yapmaya olan eğilimleri bir işlem sonucuna ilişkin tahminde bulunma becerilerini olumsuz yönde etkilemiştir. Bu bulgu tahmin becerilerinin gelişiminin sayı duyusu gelişimiyle ilişkili olduğunu ve tahmin becerilerindeki eksikliğin sayı duyusu gelişiminin yetersizliğinden kaynaklandığını desteklemektedir (Markovits & Sowder, 1994; Reys ve diğerleri, 1991; Yang, 2005).

Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeninde yer alan 8. soruda bir markette her birinde 12 şişe olan 18 kasa su satıldığında toplam 216 şişe su satılmış olduğu belirtilmiştir. Öğrencilerden istenilen, her birinde 24 şişe bulunan 9 kasa satıldığında kaç şişe su satıldığını bulmalarıdır. Bu soruda sayı duyusunu kullanan öğrencilerden sayılar arasındaki ilişkiyi fark etmeleri ve sonucun değişmeyeceğini belirtmeleri beklenmektedir. Öğrencilerin soruları cevaplarken kullandıkları çözüm yolları incelendiğinde 11 öğrencinin sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullandığı fakat öğrencilerden bir tanesinin yanlış sonuca ulaştığı görülmektedir. 20 öğrenci ise kural temelli çözüm yolunu kullanmış, yine öğrencilerden bir tanesi yanlış sonuca ulaşmıştır. 1 öğrenci ise soruya cevap verememiştir.

Sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanarak yanlış sonuca ulaşan O18 kodlu öğrenci sonucun 216'nın yarısı olacağını belirtmiş ve nedenini *"Çünkü burada 24'ün yarısı 12, 18'in yarısı da 9. Bu yüzden sonuç yarıya düşer."* şeklinde açıklamıştır. Öğrenci sayılar arasındaki ilişkiyi fark etmesine rağmen sayılardaki değişimin sonucu nasıl etkileyeceğine dair doğru bir çıkarımda bulunamamıştır. Yani öğrenci, sayılardan birisinin diğerinin yarısı olduğu fikrinden yola çıkmış ve sonucun da yarıya ineceğini düşünmüştür. 24x9 işlemine göre sayılardan birisinin 2 katına çıkarken diğerinin yarıya düştüğünü belirleyememiştir. Bu durum öğrencinin soruda verilen ilişkileri bir bütün olarak değerlendiremediğini göstermektedir.

Kural temelli çözüm yolunu kullanarak sonuca ulaşan öğrencilere soruyu farklı bir yoldan çözüp çözemeyecekleri sorulduğunda 3 öğrencinin sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullandığı, bunlardan bir tanesinin ise yanlış sonuca ulaştığı görülmektedir. O3 kodlu öğrenci *“24, 12’nin 2 katı, 18 de 9’un 2 katı. Bu yüzden sonuç daha fazla olur. Çünkü birisinde 24 şişe var, birisinde 12 şişe.”* şeklinde düşüncesini belirtmiştir. Buradan öğrencinin sayılar arası ilişkiyi fark etmesine rağmen sonucun bu durumdan nasıl etkileneceğini belirleyemediği görülmektedir. Önceki örnekte olduğu gibi bu öğrenci de problemde verilen nicelikler arasındaki ilişkileri birlikte değerlendirememiş ve sayılardan birinin iki katına çıkarken diğerinin yarıya indiğini ve dolayısıyla sonucun değişmeyeceğini belirleyememiştir.

Standart hesaplama yapan öğrencilerden farklı bir çözüm yolunu kullanması istendiğinde sadece 3 öğrencinin sayı duyusu temelli çözüm yolunu fark ettiği görülmektedir. Bu nedenle farklı bir yoldan soruyu çözemeyeceğini belirten öğrencilere çarpma işlemi yaparak 216 sonucuna ulaşmalarının ardından *“Sence neden sonuçlar eşit çıktı?”* sorusu sorulmuştur. Bunun üzerine 11 öğrenci sayılar arasındaki ilişkiyi fark ederek sonucun değişmeyeceğini belirtmiştir.

Kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerden soruyu farklı bir yoldan çözmesi istendiğinde 1. soruda öğrencilerin %81,5’inin (27 öğrenciden 22 tanesi), 7. soruda %25’inin (24 öğrenciden 6 tanesi), 8. soruda %15’inin (20 öğrenciden 3 tanesi) sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanarak soruyu çözdüğü görülmektedir. 1, 7 ve 8 numaralı sorular kıyaslama (referans) noktasından yararlanmayı gerektiren sorular olup 1. soruda öğrencinin 98 sayısını 100’e yuvarlaması beklenmektedir. 7. soruda öğrencilerin 490 sayısını 500’e yuvarlamaları ve beşte bir oranı, 500 sayısı ve 100 sayısı arasındaki ilişkiyi iyi kavramış olmaları gerekmektedir. 8. soru ise öğrencilerin 9,18 ve 12, 24 sayıları arasındaki ilişkiyi fark edebilmelerini ve soruyu bütüncül yapıda değerlendirerek sayıların artış ve azalış miktarlarını doğru değerlendirebilmelerini gerektirmektedir. Yani öğrenci sayıların birbirinin katı olduğunu fark etse bile sayılardan birisinin artıp diğerinin azalması durumunda sonucun değişmeyeceği durumunu doğru değerlendirebilmelidir.

Her üç soru bağlamsal yapısı ve sayı özellikleri açısından incelendiğinde öğrencilerin 1. soruda 100 sayısının referans alınabileceğini daha kolay fark etmesi beklenmektedir. Bu nedenle 1. soruda öğrencilerin referans noktasını fark ederek sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanma olasılığının daha fazla olduğu görülmektedir. Görüşmeler sonucunda elde edilen bulgular da bu durumu destekler niteliktedir. Bazı durumlarda ise öğrencilerin sayı duyusu kullanımını gerektiren referansları (örneğin, 98 sayısını 100'e yuvarlamak, 490 sayısını 500'e yuvarlamak ve beşte birinin 100 olduğu düşüncesinden yola çıkmak, 12,24 ve 9,18 sayıları arasındaki ilişkiyi fark etmek) fark etmesine rağmen hatalı sonuçlara ulaştıkları görülmektedir. Öğrencilerin 98 sayısını 100'e yuvarlarken 50 sayısını 60'a yuvarlaması, 4500 sayısının 50 000'e yakın olduğunu düşünmesi, ağacın boyunun 490 cm yerine 500 cm olması durumunda çocuğun boyunun 90 cm olacağını düşünmesi, 24'ün 12'nin 2 katı olduğunu fark etmesi fakat sayının 2 katına çıkması nedeniyle sonucun da 2 katına çıkacağını düşünmesi gibi durumlar hatalı sonuçlara sebep olmaktadır. Bu öğrencilerin çözüm yollarına baktığımızda, sayı duyusu kullanıma ilişkin örneklere rastlansa da öğrencilerin sayı duyusu gelişiminin yetersiz olduğu söylenebilir. Çünkü elde ettikleri hatalı sonuçlar öğrencilerin sayı büyüklüğü, sayılar arası ilişkileri fark etme, farklı referans noktalarını kullanma, esnek hesaplama gibi birtakım sayı duyusu bileşenlerinden de yeterince yararlanamadıklarını, sonuçların mantıklılığını sorgulamadıklarını ve soruyu bütüncül olarak değerlendiremediklerini göstermektedir.

4.4.2. Hesaplamada Esneklik

Aşağıda bağlam içeren soruların çözümünde kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin, soruyu farklı bir yoldan çözmeye yönelik ikinci denemesinde sayı duyusunu kullanma performansları, hesaplamada esneklik bileşenine göre soru bazında incelendiğinde elde edilen bulgular sunulmuştur.

Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan 2. soruda öğrencilere 372-38=334 işleminin sonucunu kontrol etmek isteyen Ekin'in sayıları hesap makinesine yanlışlıkla 372-18 şeklinde yazdığı belirtilmiştir. Öğrencilerden Ekin'in hesap makinesi ile bulduğu sonuç için 334 sayısında 2 eksik, 2 fazla, 20 eksik ve 20 fazla durumlarından hangisinin doğru olduğunu belirlemeleri istenmektedir. Öğrencilerden 17 tanesi sayı duyusu temelli çözüm yolunu tercih etmiş; fakat 6 tanesi yanlış sonuca ulaşmıştır. Öğrencilerin 15 tanesi ise kural temelli çözüm yolunu kullanmış; fakat 2 tanesi hatalı işlem yapmıştır.

Sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanarak doğru sonuca ulaşan öğrenciler 38 sayısı ile 18 sayısı arasındaki farkın 20 olduğunu bularak çıkan sayısının 20 azalması durumunda farkın 20 artacağı sonucuna varmıştır. 6 öğrenci ise 38 ile 18 sayıları arasındaki farkın 20 olması nedeniyle sonucun da 20 azalacağını belirtmiş ve yanlış cevap vermiştir.

Kural temelli çözüm yolunu kullanarak doğru sonuca ulaşan öğrenciler 372 sayısı ile 18 sayısı arasındaki farkın 354 ettiği bilgisinden yola çıkarak Ekin'in hesap makinesinde bulduğu sonucun 334 sayısından 20 fazla olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Standart hesaplama yaparak 354 sayısı ile 334 sayısı arasındaki farkın 20 olduğunu bulan O11 sonucun 20 azalacağını düşünerek yanlış seçeneği işaretlemiştir. Bu öğrenci çıkarma işlemi yapıp 354 sayısına ulaşmasına rağmen problemi bağlamı içerisinde doğru değerlendirememiştir. 354 sayısının 334 sayısından 20 fazla olduğunu belirtmek yerine çıkarma işlemi yapması sebebiyle sonucun da 20 azalacağını düşünmüştür. O16 ise 18 sayısı ile 18 sayısını toplamış, 38'den 36'yı çıkararak *"334 sayısından 2 fazladır."* seçeneğini işaretlemiştir. Öğrenciye 18 ile 18'i toplamasının nedeni sorulduğunda "*38'den 36'yı çıkarmak daha kolay olur. Ne kadar eksik olduğunu bulmak için de 38'den 36'yı çıkardım, 2 kaldı. O yüzden 2 fazladır."* açıklamasını yapmıştır. Bu öğrenci 372 sayısından 18 ve 38 sayılarının çıkarılmasına yönelik iki farklı işlem sonucunu karşılaştırabilmek için çıkan sayılardan birisine 18 eklemiş ancak bu işlemi diğer durumda yapmadığı için işlem sonuçları arasında yaptığı karşılaştırma hatalı olmuştur.

Standart hesaplama yapan öğrencilere soruyu farklı bir yoldan çözüp çözemeyecekleri sorulduğunda 5 öğrenci sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanarak da doğru cevaba ulaşabileceğini fark etmiştir.

Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan 5. soruda öğrencilere üç ayrı tiyatro salonunda bulunan sıra sayıları ve her bir sırada bulunan sandalye sayıları hakkında bilgi verilerek öğrencilerden tiyatro salonlarını büyüklüklerine göre sıralamaları istenmektedir. Sayı duyusu kullanarak bu soruyu çözen öğrencilerin her bir salondaki sıra ve sandalye sayılarına bakarak bir karşılaştırma yapmaları beklenmektedir. Standart hesaplama yapan öğrencilerden ise bir sırada bulunan sandalye sayısından yola çıkarak sıra ve sandalye sayılarını çarpmaları ve her bir salonun alabileceği kişi sayısı hakkında bilgiye ulaşarak karşılaştırma yapmaları beklenmektedir.

Bu soruda sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanarak doğru karşılaştırma yapan 15 öğrenci, hatalı karşılaştırma yapan 2 öğrenci bulunmaktadır. O2 kodlu öğrenci sadece sandalye sayılarına bakarak bir karşılaştırma yapmış ve her bir sırasında 18'er sandalye bulunan A ve B salonlarının eşit büyüklükte, 17'şer sandalye bulunan C salonunun ise onlardan daha küçük olduğunu belirtmiştir. Öğrenci bu çözüm yolu ile salonlardaki toplam sandalye sayısı yerine sadece bir sırada bulunan sandalye sayılarını karşılaştırmıştır.

Kural temelli çözüm yolunu kullanan 15 öğrenciden 13'ü doğru karşılaştırma yaparken 2 öğrenci ise her bir salona ait sıra sayısını ve salonun bir sırasında bulunan sandalye sayısını toplayarak hatalı bir karşılaştırma yapmıştır. Bu öğrenciler örneğin, 9 sıra bulunan ve her bir sırasında 18 sandalye bulunan A salonunun alabileceği kişi sayısını 9+18=25 olarak hesaplamış ve yanlış cevap vermiştir. Bu durum öğrencilerin problemi yeterince anlamamasından kaynaklanmış olabilir.

Kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerden soruyu farklı bir yoldan çözmesi istendiğinde 9 öğrencinin çarpma işlemi yapmadan sıra ve sandalye sayılarına bakarak bir karşılaştırma yapabileceğini fark ettiği görülmektedir.

Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan 9. soruda 4 gün boyunca satış yapan bir kitabevinin her bir günde kazandığı para miktarlarının 91 TL, 93 TL, 97 TL ve 99 TL olduğu belirtilerek, öğrencilerden kitabevinin dört günün sonunda kazandığı toplam para miktarını fuar alanına ödenen 380 TL'lik kira miktarıyla karşılaştırmaları istenmiştir. Bu soruda standart hesaplama yapan öğrencilerin sayılar arasındaki ilişkileri dikkate almadan sırayla sayıları toplamaları beklenmektedir. Sayı duyusunu kullanan öğrencilerden ise kolay yoldan toplama yapmalarını sağlayacak şekilde sayılar arasında ayrıştırma/birleştirme yaparak sonuca ulaşmaları beklenmektedir. Bu soruyu öğrencilerden 18 tanesi sayı duyusu temelli, 14 tanesi ise kural temelli çözüm yollarını kullanarak çözmüştür. Bu soruyu sayı duyusunu kullanarak çözen öğrencilerden bazıları (O3, O4, O31, O32) 91-99 ve 93-97 sayı çiftlerini topladıklarında 190 elde etmiş ve böylece 190 sayısını ikiyle çarparak sonuca ulaşmıştır. Öğrencilerin çoğunluğu sayıları onluklarına ve birliklerine ayırarak önce birbirlerini 10'a tamamlayan birlikleri toplama (3+7, 1+9), daha sonra 90 sayısını 4 ile çarpma (360) ve 360 sayısını birliklerin toplamından elde edilen 20 sayısıyla toplama yoluna gitmiştir. O23 kodlu öğrenci toplama işlemini kağıt-kalem kullanmadan yapmış ve düşüncesini şu şekilde açıklamıştır:

> *"97'yi biraz zor toplayabilirim diye 99'u 100 yaptım 97'yi de 1 azalttım. İki sayının toplamı 196 oldu. Sonra 91'in 1'ini 93 e verdim. 94 ile 90'ı topladım. 184 oldu. 184, 196 daha 380 eder."*

Standart hesaplama yapan öğrencilerden soruyu farklı bir yoldan çözmesi istendiğinde öğrencilerden sadece bir tanesi sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanmıştır. O19 kodlu bu öğrenci 91-99 ve 93-97 sayı çiftleri arasında ayrıştırma birleştirme yaparak (91-1, 99+1, 93-3, 97+3) 90 ve 100 sayılarını elde etmiştir. Böylece sonuca kolay yoldan ulaşabilmiştir.

Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan 10. soruda öğrencilerden bir marketten alışveriş yapan Veli Bey'in markete ödediği para miktarını hesaplamaları istenmektedir. Bu soruda sayı duyusu kullanarak birbirini 100'e tamamlayan sayı çiftlerini (39-61, 23-77, 52-48) fark eden ve kısa yoldan 300 cevabına ulaşan öğrenci sayısı 6'dır. 26 öğrenci standart hesaplama yapmayı tercih etmiş, bu öğrencilerden 4 tanesi toplama işlemini yaparken işlem hatası yapmıştır. Kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerden soruyu farklı bir yoldan çözmeleri istendiğinde hiçbir öğrenci farklı bir çözüm yolu kullanmamıştır.

Hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan sorularda kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerinden soruyu farklı bir yoldan çözmeleri istendiğinde 2 numaralı soruda öğrencilerin %33'ünün (15 öğrenciden 5 tanesi), 5 numaralı soruda %60'ının (15 öğrenciden 9 tanesi) sayı duyusu temelli çözüm yolunu fark ettiği görülmektedir. 9 numaralı soruda sadece 1 öğrenci sayı duyusu temelli çözüm yolunu fark ederken 10 numaralı soruda hiçbir öğrenci standart hesaplama dışında farklı bir yoldan soruyu çözememiştir. 9 ve 10 numaralı sorular bağlamsal yapısı gereği birbiriyle benzerlik göstermekte olup iki basamaklı sayılarla toplama işlemi yapmayı gerektirmektedir. Öğrencilerin sayılar arasındaki ilişkileri (birbirini 10'a, 20'ye tamamlayan birlikleri, birbirini 100'e tamamlayan sayı çiftlerini) fark etmeleri ve sayılarda ayrıştırma/birleştirme yaparak kolay yoldan sonuca ulaşabilmeleri beklenmektedir. Öğrencilerin bu sorularda kural temelli çözüm yolunu kullanmayı tercih etmesi öğrencilerin problemde verilen nicelikler arasındaki ilişkileri gözetmeden çözüm için direkt hesaplama yapma eğiliminde olduklarını göstermektedir (Yang, 2005). Bu durum öğrencilerin esnek ve pratik yollardan hesaplama yapmalarını engellemektedir. Alanyazında yapılan çalışmalar öğrencilerin sayıları alt alta yazarak işlem yapma eğiliminde olduklarını ve bu tür sorularda sayı duyusu kullanımının oldukça düşük olduğunu ortaya koymaktadır (Kayhan Altay, 2010). Kaminski (2002) tarafından öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmada da iki basamaklı sayılarla toplama işlemi yapmayı gerektiren bir soruda öğretmen adaylarının dörtte üçünün sayıları alt alta yazarak hesaplama yapma eğiliminde olduğu görülmüştür.

4.4.3. Sayı Büyüklüklerine Yönelik Kavrayış

Aşağıda bağlam içeren soruların çözümünde kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin, soruyu farklı bir yoldan çözmeye yönelik ikinci denemesinde sayı duyusunu kullanma performansları, sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşenine göre soru bazında incelendiğinde elde edilen bulgular sunulmuştur.

Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan 3. soruda öğrencilere noktalı kâğıt üzerinde bir çikolatanın çeyreği gösterilmiş ve öğrencilerden $2\frac{1}{4}$ paket çikolata yiyen Sevil'in yediği çikolata miktarını çizerek göstermeleri istenmektedir. Bu soruda sayı duyusu gelişmiş bir öğrencinin kesir büyüklüklerine yönelik kavramsal anlamayı geliştirmiş olması ve 4 tane $\frac{1}{4}$'in 1 tam yapacağını fark etmesi beklenmektedir. Kesir büyüklüklerinin anlamını yeterince kavramamış bir öğrenci ise $2\frac{1}{4}$ kesrini 2 tane ¼ olarak yorumlayarak hatalı çizim yapabilir.

Bu soruda sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanan 28 öğrenciden 1 tanesi (O3) $2\frac{1}{4}$ paket çikolata yerine 2 tam çikolatayı temsil eden şekli çizdiği için yanlış sonuca ulaşmıştır. Kesir büyüklüklerine yönelik kavramsal anlaması yeterince gelişmeyen 4 öğrenci ise $\frac{1}{4}$ kesrini temsil eden şekli bir bütün olarak düşünmüş ve hatalı bir çizim yapmıştır.

Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan 4. soruda Mert'in bisiklet alabilmek için 150 TL biriktirdiği ve almak istediği bisikletin 325 TL olduğu bilgileri verilmiştir. Mert'in almak istediği bisikletin indirimde yarı fiyatına düşmesi durumunda Mert'in parasının bisikleti almak için yeterli olup olmadığı sorulmaktadır. Bu soruda sayı duyusunu kullanan öğrencilerin 325 sayısını 2'ye bölmeden 300'ün yarısının 150 ettiği bilgisinden yararlanarak Mert'in parasının bisikleti almak için yeterli olmadığına karar vermeleri beklenmektedir.

Bu soruyu öğrencilerden 8 tanesi sayı duyusunu kullanarak çözmüş ve doğru sonuca ulaşmıştır. Öğrencilerin verdikleri cevabın nedenlerine ilişkin örnekler şu şekildedir:

> *"300 ün yarısı 150 eder, ama 325 olduğu için yeterli değildir." (O4)*
>
> *"Yarısı yaklaşık 170'lerde çıkıyor. 150 lirası olduğu için yetmez. Bisiklet 300 lira olsa tam yeterdi. " (O5)*
>
> *"150'nin 2 katı 300'den daha fazla olduğu için yeterli değildir. Bölerek daha çok uğraşacağımı düşündüğüm için bu soruda başka bir yol aradım." (O16)*
>
> *"150, 150 daha 300 eder. 25 fazla olduğu için yeterli değildir." (O17)*
>
> *" Yeterli olmaz çünkü 300'ün yarısı 150 eder. 325'in yarısı daha fazla olur." (O18)*

Soruyu standart hesaplama yaparak çözen 24 öğrenciden 19 tanesi doğru sonuca ulaşırken 5 öğrenci 325 sayısını 2'ye bölmek dışında işlemler yapmayı tercih etmiş ya da hatalı bölme işlemi yapmışlardır. Örneğin O10 kodlu öğrencinin *"Yetersizdir, çünkü bisiklet 325 TL, Mert'in biriktirdiği para 150 TL."* şeklinde açıklama yapması üzerine bisikletin yarı fiyatına düştüğü tekrar hatırlatıldığında öğrenci bisikletin yarı fiyatını hesaplamak için 325 sayısını 2'ye bölmüş ve sonucu 275 bulmuştur. *"Bisiklet 275 lira olsaydı Mert'in parası yeterdi."* ifadesini kullanmıştır. O24 kodlu öğrenci *"325'i 2'ye böldüğümüzde 124 çıkar. O yüzden biriktirdiği para bisikleti almak için yeterlidir."* açıklamasında bulunmuştur. Araştırmacı tarafından 300'ün yarısının kaç ettiği sorulduğunda 150 cevabını vermiştir. *"Peki bu durumda yeterli olduğuna emin misin?"* sorusu üzerine evet cevabını vermiştir. Bu durum öğrencinin 300'ün yarısının 150 ettiği bilgisinden yararlanarak 325'in yarısının 124 etmesi durumunu sorgulamadığını göstermektedir. O25 kodlu öğrenci ise 325 sayısını 2'ye bölerken "32'nin içinde 2, 21 kere var." diyerek bölümü 21, kalanı 5 bulmuştur. Kural temelli çözüm yolunu kullanarak hatalı sonuçlara ulaşan öğrencilerin cevaplarına ilişkin bu örnekler öğrencilerde sayı büyüklüğü kavramının yeterince gelişmediğinin bir göstergesi olarak görülebilir.

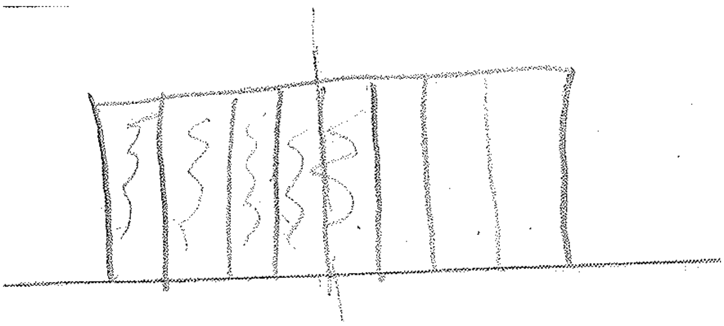
Kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilere soruyu farklı bir yoldan çözüp çözemeyeceği sorulduğunda 8 öğrenci sayı duyusu temelli çözüm yolundan yararlanarak sonuca ulaşabileceğini fark etmiştir. O15 bu konudaki düşüncesini “320’nin yarısı yaklaşık 160 çıkar. 150 yetmez. Bisiklet 300 lira olsaydı Mert’in parası yeterdi.” şeklinde ifade ederken diğer öğrenciler 150 ile 2’yi çarptıklarında 300 edeceği bilgisinden yola çıkmıştır.

Bu soruda öğrencilerden 150 ve 300 sayılarını referans noktası olarak kullanmaları beklenmektedir. Fakat öğrencilerden bazıları 300’ün yarısının 150 ettiği bilgisine sahip olsalar bile bu bilgilerini 325 sayısının yarısının 150’den büyük/küçük olması durumuna aktaramamışlardır. Bunun sebebi öğrencilerde sayı büyüklüklerine yönelik kavrayışın yeterince oluşmaması ile açıklanabilir. Örneğin 325 sayısını 2’ye bölüp 124 sonucuna ulaşan bir öğrenciye 300’ün yarısı sorulduğunda 150 cevabını vermesine rağmen hala 325’in yarısının 124 olduğunu savunması, başka bir öğrencinin 325 sayısını 2’ye böldüğünde 275 sonucuna ulaşması ve bu sonucun akla uygunluğunu sorgulamaması ya da 325’in yarısını 21 olarak bulması aslında bu öğrencilerde sayı büyüklüğüne yönelik kavrayışın yeterince gelişmediğini göstermektedir.

Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan 6. soruda Ahmet ve Nilay’ın 32’şer TL parası olduğu ve Ahmet’in parasının $\frac{1}{2}$’ini, Nilay’ın ise $\frac{5}{8}$’ini biriktirdiği belirtilmiştir. Öğrencilerden Ahmet ve Nilay’ın biriktirdikleri para miktarlarını karşılaştırmaları istenmektedir. Bu soruda sayı duyusu temelli çözüm yapan öğrencilerden verilen çokluğun belirtilen kesir kadarını hesaplamadan kesir büyüklüklerine göre karar vermesi beklenmektedir.

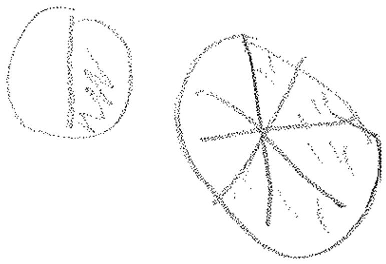
Bu soruda 12 öğrenci sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanmış olup 5 tanesi yanlış sonuca ulaşmıştır. Doğru sonuca ulaşan öğrencilerden O1 ve O4 model üzerinden Ahmet’in parasının yarısını, Nilay’ın ise yarısından $\frac{1}{8}$ kadar fazlasını biriktirdiğini göstermiştir (Şekil 4.25). Diğer öğrencilerin çözüm yollarına ilişkin açıklamalar şu şekildedir:

> *“Nilay $\frac{4}{8}$’ünü biriktirseydi tam yarısı olurdu, Ahmet tam yarısını biriktiriyor.” (O15)*
>
> *“Ahmet’in parası yarım, $\frac{5}{8}$ yarımdan daha fazla oluyor.” (O26)*
>
> *“$\frac{1}{2}$ yarım, $\frac{5}{8}$ yarımdan 1 fazla. Yarım olması için $\frac{4}{8}$ olması gerekirdi.” (O32)*



Şekil 4.25. Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan bağlam içeren altıncı soruya ilişkin sayı duyusu temelli çözüm örneği

Sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanıp yanlış sonuca ulaşan öğrencilerden O2 iki ayrı model üzerinden (Şekil 4.26) kesir büyüklüklerini göstererek $\frac{5}{8}$ kesrindeki parçaların daha küçük olması gerekçesiyle $\frac{1}{2}$'nin daha büyük olacağını belirtmiştir. O14, $\frac{5}{8}$ kesrinin payındaki ve paydasındaki sayıların daha büyük olması gerekçesiyle $\frac{1}{2}$'den daha büyük olduğunu belirtmiştir. $\frac{1}{8}$ ve $\frac{3}{8}$ kesirlerinin $\frac{1}{2}$'den büyük olup olmadığı sorulduğunda ise yine paydasının daha büyük olması sebebiyle daha büyük olduklarını ifade etmiştir. O24 ise $\frac{1}{2}$'nin yarım, $\frac{5}{8}$'in de yarım daha fazla olduğunu ifade etmesine rağmen *"Nilay parasının $\frac{5}{8}$'i yerine ne kadarını biriktirseydi yarısını biriktirmiş olurdu?"* sorusu üzerine $\frac{2}{8}$'si cevabını vermiştir. Bu bulgular öğrencilerin kesir büyüklüklerine göre karşılaştırma yapmaya çalıştıklarını, fakat kesir büyüklüklerine yönelik kavrayışının yeterince gelişmediğini göstermektedir.



Şekil 4.26. Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan bağlam içeren altıncı soruya ilişkin sayı duyusu temelli hatalı çözüm örneği

Kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerden soruyu farklı bir yoldan çözmeleri istendiğinde 16 öğrencinin kesir büyüklüklerini karşılaştırarak çözüme ulaşmaya çalıştığı, fakat 4 tanesinin hatalı sonuca ulaştığı görülmektedir. Bu öğrenciler (O7, O12, O13, O17) $\frac{1}{2}$ kesrinin $\frac{5}{8}$'ten daha büyük olduğunu belirterek bunun sebebini bir bütünün 8 parçaya bölündüğünde oluşan parçalarının, 2 parçaya bölündüğünde oluşan parçalardan daha küçük olması ile açıklamışlardır. Yani öğrenciler karşılaştırma yaparken sadece her bir kesrin parça büyüklüğünü karşılaştırmış, kesrin pay kısmını yani kaç parçanın alındığını göz ardı etmiştir. Öğrenciler bu konudaki görüşlerini şu şekilde ifade etmiştir:

> *"$\frac{5}{8}$ $\frac{1}{2}$'den daha küçüktür. Çünkü bir bütünü 8'e böldüğümüzde daha çok parça olur ve parçalar daha küçük olur. 2'ye böldüğümüzde daha az parça olur. $\frac{1}{2}$ daha büyüktür." (O12)*
>
> *"$\frac{1}{2}$ daha büyüktür. Yarısı olduğu için. $\frac{5}{8}$ 8 parçaya bölündüğü için parçalar daha küçük olur." (O13)*
>
> *"$\frac{5}{8}$ daha küçük parçalar olduğu için daha küçüktür. " (O17)*

Öğrencilerin kesirler konusuna ilişkin kavram yanılgılarının sayı duyusu gelişimlerine olumsuz etkilerini ortaya koyan bu bulgu alanyazındaki araştırma sonuçları ile (Reys, Kim ve Bay, 1999; Yang, Li & Lin, 2008) örtüşmektedir. Örneğin Yang, Li ve Lin (2008) tarafından yapılan çalışmada 5. sınıf öğrencilerine $\frac{7}{10}$ ve $\frac{7}{11}$ kesirlerinden hangisinin daha büyük olduğu sorulduğunda öğrencilerin %16'sının paydası büyük olan kesrin daha büyük olduğu gerekçesi ile $\frac{7}{11}$ kesrini seçtiği görülmektedir. Reys ve arkadaşları (1999) tarafından 5. sınıf öğrencileriyle yapılan çalışmada, öğrenciler kesirler konusuna ilişkin 6 haftalık üniteyi yeni tamamlamıştır. Buna rağmen öğrencilerden $\frac{2}{5}$ kesrini temsil eden şekli çizmeleri istendiğinde bazılarının bir daireyi 4 parçaya ayırdığı ve parçalardan birisini tekrar 2'ye bölerek 5 parça oluşturduğu görülmektedir. Öğrenciler 5 farklı büyüklükte parçadan 2'sini tarayarak $\frac{2}{5}$ kesrini ifade etmiştir.

Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde yer alan sorularda kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerden soruyu farklı bir yoldan çözmesi istendiğinde 4 numaralı soruda öğrencilerin %33'ünün (24 öğrenciden 8 tanesi), 6 numaralı soruda %80'inin (20 öğrenciden 16 tanesi) sayı duyusu temelli çözüm yolunu fark ettiği görülmektedir. 3 numaralı soruda bir bütünün çeyreğini temsil eden şekli kullanarak $2\frac{1}{4}$ kesrini oluşturmaları istendiğinde 4 öğrencinin çeyreği temsil eden şekli bir bütün olarak kabul ettiği görülmektedir. Öğrencilerin verdikleri yanıtlar üzerinde tekrar düşünmeleri istendiğinde öğrencilerin hiçbirinin hatasını fark etmediği görülmüştür.

Bağlam içeren problemlerde kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerden soruyu farklı bir yoldan çözmesi istendiğinde öğrencilerin sayı duyusu temelli çözüm yolunu fark etme durumunun sorunun yapısına, bağlamına, soruda kullanılan sayıların özelliklerine göre değiştiği görülmektedir. Tablo 4.8'de yer alan veriler incelendiğinde örneğin 1 numaralı soruda sayı duyusu temelli çözüm yolunu fark eden öğrenci sayısı oldukça fazlayken 9 ve 10 numaralı sorularda öğrencilerin farklı bir çözüm yolu geliştiremedikleri görülmektedir. 1 numaralı soru öğrencilerin 98 sayısını 100'e yuvarlayacak şekilde daha kolay bir kıyas noktası geliştirmelerini gerektirirken, 9 ve 10 numaralı sorular iki basamaklı sayılarla toplama işlemini sayılar arası ilişkileri dikkate alarak yapmayı gerektirmektedir. Öğrenciler bu tür sorularda derslerde uygulamaya alışkın oldukları şekilde sayıları alt alta yazarak toplama işlemi yapmayı tercih etmektedir. Bu durum öğrencilerin sayı duyusu gelişimlerini desteklemek ve geliştirmek için kullanılan sorularda sayıların özellikleri, sorunun bağlamı, bağlamın öğrencilerin günlük yaşantısıyla ilişkisi gibi faktörlerin sayı duyusu gelişimini destekleme ve sayı duyusu temelli çözüm yoluna yönlendirme konusunda önemli olduğunu ortaya koymaktadır.

Tablo 4.8: Bağlam İçeren Problemlerde Kural Temelli Çözüm Yolunu Kullanan Öğrencilerin Sayı Duyusu Temelli Çözüm Yolunu Fark Etme Durumu

Sayı Duyusu Bileşenleri	*Soru No*	*KT çözüm yolunu kullanan öğrenci sayısı*	*Soruyu farklı yoldan çözmesi istendiğinde SDT çözüm yolunu kullanan öğrenci sayısı ve yüzdesi*	
			frekans (f)	*Yüzde (%)*
Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma	1	27	22	%81,5
	7	24	6	%25
	8	20	3	%15
Hesaplamada esneklik	2	15	5	%33
	5	15	9	%60
	9	14	1	%7,14
	10	26	-	-
Sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış	3	4	-	-
	4	24	8	%33
	6	20	16	%80

5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmanın bulgu ve yorumlarına dayalı olarak ulaşılan sonuçların özetine ve bu sonuçlardan yola çıkarak geliştirilen önerilere yer verilmiştir.

5.1. Sonuçlar

Bu araştırmada, ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin bağlam içeren ve içermeyen problemlerde sayı duyusunu kullanma performanslarını incelemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda öğrencilere bağlam içeren ve bağlam içermeyen sorulardan oluşan sayı duyusu ölçme araçları uygulanmıştır. Alt problemler doğrultusunda, öğrencilerin sayı duyusu kullanım performansları, kullandıkları çözüm yolları ve problemin bağlam içerip içermeme durumuna göre sayı duyusu kullanımlarının nasıl farklılaştığı incelenmiştir. Ayrıca bağlam içeren problemlerde kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerden soruyu farklı bir yoldan çözmeleri istendiğinde sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanabilme durumları detaylı olarak analiz edilmiştir.

Bu araştırmada ortaya çıkan önemli sonuçlardan biri sayı duyusu kavramının tanımına ve sayı duyusu bileşenlerine yöneliktir. Alanyazında yapılan çalışmalar incelendiğinde (Berch, 2005; Gersten & Chard, 1999; Griffin, 2004; Kayhan Altay, 2010; McIntosh ve diğerleri, 1992; Reys ve diğerleri, 1999; Sowder & Schappelle; 1989) sayı duyusu tanımlarının farklılaştığı ve araştırmacılar tarafından farklı sayı duyusu bileşenlerinin ortaya atıldığı görülmektedir. Bu araştırmada, hem farklı sayı duyusu bileşenlerinin ortak noktalarını içermesi hem de öğretim programıyla örtüşmesi sebebiyle Yang (1995) tarafından ortaya atılan bileşenler dikkate alınmıştır. Bu doğrultuda sayıların anlamını kavrama, sayıları ayrıştırma/birleştirme, sayı büyüklükleri, kıyaslama (referans) noktasından yararlanma, işlemlerin etkisini ve anlamını kavrama ve hesaplama durumlarında sayılarla ve işlemlerle esneklik olmak üzere altı boyuttan oluşan, bağlam içeren ve bağlam içermeyen problemlerden oluşan iki ayrı ölçme aracı hazırlanmıştır. Gerekli analizler yapıldıktan sonra, hem bağlam içeren hem de bağlam içermeyen ölçme araçlarında yer alan problemlerin üç ayrı boyutta toplandığı görülmüştür. Boyutlar kıyaslama (referans) noktasından yararlanma, hesaplamada esneklik ve sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşenleri olarak adlandırılmıştır.

Araştırmada altı bileşenin temel alınmasına rağmen yapılan istatistiksel analizler doğrultusunda, sayı duyusunun yapısına ilişkin üç ayrı boyutun ortaya çıkması bazı boyutların bir arada toplandığını göstermektedir. Ortaya çıkan boyutlardan sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeni ve kıyaslama (referans) noktasından yararlanma bileşeni Yang tarafından ortaya atılan bileşenler ile paralellik gösterirken hesaplamada esneklik bileşeni sayıların ve işlemlerin anlamını kavramayı, sayıları ayrıştırmayı /birleştirmeyi ve sayı ve işlemlerin özelliklerinden yararlanarak esnek hesaplamalar yapabilmeyi gerektirmektedir. Bu açıdan Yang (1995) tarafından ortaya atılan dört bileşenin (sayıların anlamını kavrama, sayıları ayrıştırma/birleştirme, işlemlerin etkisini ve anlamını kavrama, hesaplama durumlarında sayılarla ve işlemlerle esneklik) bu araştırmada tek bir boyutta toplandığı görülmekte olup bu boyut hesaplamada esneklik bileşeni olarak adlandırılmıştır. Ayrıca her üç bileşen de alanyazında farklı araştırmacılar tarafından ortaya atılan sayı duyusu bileşenleri ile benzerlik göstermektedir (Greeno, 1991; Kayhan Altay, 2010; Kayhan Altay ve Umay, 2013; McIntosh ve diğerleri, 1992; Reys ve diğerleri, 1999; Yapıcı, 2013). Bu açıdan, araştırma sonucunun sayı duyusu kavramına ve sayı duyusu bileşenlerine ilişkin tanımlamaların geliştirilmesi sürecine katkı sağladığı düşünülmektedir.

Araştırma sonucunda, sayı duyusu bileşenlerine yönelik oluşan iki boyutun (kıyaslama noktasından yararlanma ve hesaplamada esneklik) isimlendirilmesi ve soruların özelliği açısından alanyazında yapılan çalışmalarla paralellik gösterdiği görülmektedir (Greeno, 1991; Kayhan Altay, 2010; Kayhan Altay ve Umay, 2013; McIntosh ve diğerleri, 1992; Reys ve diğerleri, 1999; Yang, 1995; Yapıcı, 2013). Bir diğer boyut olan “sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış” bileşeni altında yer alan sorular ise kesir ve doğal sayı büyüklüklerine yönelik kavramsal anlamayı gerektirmekte olup kesirlerde kavramsal anlamayı gerektiren soru yapıları yönüyle kesirlerin ayrı bir boyutta toplandığı bazı çalışmalarla (Kayhan Altay, 2010; Sowder & Schappelle, 1994) benzerlik göstermektedir. Aynı zamanda bu bileşende yer alan sorular doğal sayı büyüklüklerine yönelik kavramsal anlamayı ve sayı büyüklüklerini karşılaştırmayı gerektirmekte olup bu açıdan da alanyazında yapılan diğer çalışmalarla (Markovits & Sowder, 1994; McIntosh ve diğerleri, 1992; Reys ve diğerleri, 1999; Yang, 1995) benzerlik göstermektedir.

Araştırmada ortaya çıkan bir diğer önemli sonuç, öğrencilerin çok büyük bir kısmının çözümde kural temelli bir yaklaşımı tercih ettiğidir. Bu sonuç alanyazında ilkokul öğrencilerinin sayı duyularını ölçmeye yönelik yapılan araştırmaların bulgularıyla paralellik göstermektedir (Çekirdekci ve diğerleri, 2016; Zanzali & Ghazali, 1999; Yang & Li, 2008). Öğrenciler özellikle bazı soruların hem bağlam içeren hem de bağlam içermeyen durumlarında çoğunlukla kural temelli çözüm yolunu kullanmıştır. Bu sorularda sonuca ulaşmak için yapılacak işlemin diğer sorulara kıyasla daha açık bir şekilde görülüyor olması öğrencileri direkt işlemi yapmaya sevk etmiş olabilir. Böylece öğrenciler derslerinde karşılaştıkları bu tür soruların çözümünde uygulamaya alışkın oldukları kural temelli çözüm yollarını kullanmış olabilirler. Sonuca ulaşmak için izlenecek yolların ve işlemlerin daha örtük olduğu durumlarda ise sayı duyusu kullanma oranı az da olsa artmıştır.

Öğrencilerin çözümlerinde çoğunlukla sonuç odaklı düşündükleri, sayılar arası ilişkileri dikkate almadıkları, ulaştıkları sonuçların sorunun bağlamına uygunluğunu sorgulamadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca bazı sorularda sayı duyusunu kullanan öğrencilerin yaklaşık yarısının hatalı sonuca ulaştığına dair elde edilen bulgular, gerek sayı duyusu temelli gerekse kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin sonuçlar üzerinde düşünme, akıl yürütme, muhakeme etme, sonuçların uygunluğuna karar verme gibi becerilerinin yeterince gelişmediği sonucunu desteklemektedir. Örneğin öğrencilerin 500 sayısının beşte birinin 100 ettiği, dolayısıyla 490 sayısının beşte birinin 100'den daha küçük olması gerektiği ya da 24x10 işleminin sonucundan yararlanarak 24 ile 9 sayılarını çarptığında 240'tan küçük ama 240 sayısına yakın bir sonuç elde edilmesi gerektiği yönünde kıyas noktaları geliştiremedikleri görülmektedir. Bir başka örnekte, öğrencilerin 490 ÷ 5 işleminin sonucunu 980 ya da 908 bulduğu durumlara rastlanmıştır. Bu da öğrencilerin uygun kıyas noktaları geliştiremediklerini, elde ettikleri sonuçların akla uygunluğunu ve sorunun bağlamına uygunluğunu kontrol etmediklerini ve bu sonuçları sorgulamadıklarını göstermektedir. Bu çalışmada sonuçların akla uygunluğuna karar vermek ayrı bir bileşen olarak ele alınmasa da öğrencilerin soruların geneline verdikleri cevaplar ve çözüm yolları incelendiğinde bu beceriye yeterince sahip olmadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Alanyazında yapılan çalışmalarda, öğrencilerin ulaştıkları sonuçların anlamlılığını ve uygunluğunu sorgulama gereği duymadıklarına dair elde edilen bulgular da bu sonucu destekler niteliktedir (Çekirdekci ve diğerleri, 2016; İymen, 2012; Yapıcı, 2013).

Araştırma sonucunda dikkat çeken bir diğer nokta, öğrencilerin sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma performanslarının oldukça düşük düzeyde olmasıdır. Öğrencilerin kural temelli çözüm yollarını kullanma eğilimlerinin esnek hesaplama yapma becerilerine olumsuz etkisi göz önünde bulundurulduğunda, öğrencilerin sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma performanslarının düşük çıkması beklenen bir durum olup diğer araştırma bulguları da bu sonucu desteklemektedir (Chen, Li & Yang, 2013; Harç, 2010; Kartal, 2016; Şengül & Gülbağcı, 2013; Yapıcı, 2013). Sayı duyusu bileşenleri arasında en az kullanılan bileşen kıyaslama noktasından yararlanmadır. Kıyaslama (referans) noktasından yararlanma becerisi sayı duyusunun temel karakteristik özelliklerinden birisi olup bu becerinin öğretimi ile öğrenciler sadece öğrendikleri konuyu anlamlandırmakla kalmaz aynı zamanda esnek ve etkili çözüm yolları kullanmaya başlayabilirler (NCTM, 2000; Reys & Yang, 1998; Yang, 2005; Yang & Lai, 2013; Yang & Wu, 2010). Fakat ulusal ve uluslararası alanyazında yapılan bazı araştırmalar ilkokul ve ortaokul öğrencilerinin referans noktasından yararlanma konusunda zorlandıklarını göstermekte olup bu durum araştırma sonucunu desteklemektedir (Cramer ve diğerleri, 2002; Çekirdekci ve diğerleri, 2016; Kayhan Altay, 2010; Markovits & Sowder, 1994; Reys & Yang, 1998; Yang, 2005; Yang & Huang, 2004; Yang & Lai, 2013). Ayrıca bu beceriye ilköğretim matematik dersi öğretim programının farklı öğrenme alanlarında vurgu yapılmasına rağmen öğrencilerin düşük performans göstermesi, derslerde referans noktasının kullanımına daha fazla yönlendirilmeleri gerektiğini ortaya koymaktadır. Alanyazında yapılan çalışmalar sonucunda da öğrencilerin soruları çözerken referans noktaları geliştirmeleri durumunda hata yapma oranlarının azaldığı, kavramsal bilgilerinin ve performanslarının olumlu yönde geliştiği, etkili ve esnek çözüm yolları geliştirmeye başladıkları görülmektedir (Joram ve diğerleri, 2005; Yang & Lai, 2013). Sayı duyusunun farklı bileşenlerine ilişkin elde edilen bulgular birlikte değerlendirildiğinde öğrencilerin kural temelli çözüm yollarını kullanmaya eğilim gösterdikleri ve sayı duyusundan oldukça az yararlandıkları sonucuna ulaşılmaktadır. Sadece sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde öğrencilerin sayı duyusu kullanımlarının diğer bileşenlere oranla daha yüksek olduğu görülmektedir. Ancak bu durum görsel içeren 3 numaralı soruda öğrencilerin sayı duyusu kullanımındaki artıştan kaynaklanmaktadır. Kesirlerde kavramsal anlamayı ölçmek amacıyla hazırlanan ve kesirleri temsil eden şekillerden yararlanmayı gerektiren görsel nitelikli bu soruda öğrencilerin sayı duyusu kullanımı diğer sorulara oranla daha yüksektir. Bu sonuç görsellerden yararlanmayı gerektiren soruların yer aldığı bileşenlerde sayı duyusu kullanımının arttığını ortaya koyan araştırma bulgularıyla örtüşmektedir (Kayhan Altay, 2010; Yang & Lai, 2013; Yapıcı, 2013).

İçeriğinde ve çözüm sürecinde görsel kullanımı gerektiren soruların öğrencilerin sayı duyusu kullanımlarını arttırması soruların yapısal özelliklerinin öğrencilerin sayı duyusu kullanım performanslarını etkileyebileceği sonucunu doğurmaktadır. Ayrıca bağlam içeren problemlerde kural temelli çözüm yollarını kullanan öğrencilerden alternatif çözüm yolları üzerinde düşünmeleri istendiğinde, öğrencilerin farklı sayı duyusu bileşenlerinden yararlanma durumlarının sorunun yapısına, soruda kullanılan sayıların özelliklerine ve bağlamına göre değişim gösterdiği görülmektedir. Örneğin 2 numaralı sorunun 372-18 işleminin sonucuna karar verirken 372-38=334 işleminin sonucuyla karşılaştırma yapmayı gerektirecek şekilde hazırlanması, öğrencilerin 18 ve 38 sayıları arasındaki ilişkiyi fark etmelerini sağlamıştır. Bu soru Kayhan Altay (2010) tarafından yapılan çalışmadan uyarlanmış olup ortaokul öğrencilerinin de bu sorudaki sayı duyusu kullanım yüzdelerinin diğer sorulara oranla daha yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Kayhan Altay, 2010). Kıyaslama noktasından yararlanmayı gerektiren 1 numaralı soruda ise öğrencilerin çoğunluğunun sayı duyusu temelli çözüm yolunu sonradan fark edebildiği görülmüştür. Bu durumun nedenini sorunun 98 sayısını öğrenciler için daha bilindik bir referans olan 100 gibi bir sayıya yuvarlamayı gerektirmesi ile açıklamak mümkündür. Kesir büyüklüklerini karşılaştırmayı gerektiren 6 numaralı soru sayı büyüklüklerine yönelik kavrayış bileşeninde sayı duyusu kullanımının en yüksek oranda fark edildiği sorudur. Bu sorunun da kesir büyüklüklerini karşılaştırırken yarımı referans alabilecek şekilde hazırlanması, öğrencilerin sorunun yapısına bağlı olarak sayı duyusu temelli çözüm yolunu daha kolay keşfetmelerine bir örnek oluşturmaktadır. Öğrencilerin bazı sorularda sayı duyusu kullanımının düşük olması ise bu sorularda sayı duyusu kullanımını destekleyecek unsurların fark edilmesinin daha zor olması ile açıklanabilir. Örneğin hesaplamada esneklik bileşeninde yer alan 10 numaralı sorunun çözümünde birbirini 100'e tamamlayan sayı çiftlerinin fark edilmesi diğer sorulardaki durumlara göre daha örtüktür. Dolayısıyla kural odaklı düşünen öğrenciler bu ilişkileri aramamış ve soruyu farklı bir yoldan çözmesi istendiğinde dahi sayıları alt alta yazarak toplama eğilimi göstermişlerdir. Bu nedenle soruların sayı duyusunun kullanımına dikkat çekecek unsurları içerecek ve öğrencileri sayı duyusundan yararlanmaları konusunda cesaretlendirecek nitelikte hazırlanması, öğrencilerin sayı duyusunu ortaya çıkarmada ya da geliştirmede destekleyici bir unsur olabilir.

Öğrencilerin gerek bağlam içeren gerekse bağlam içermeyen problemlerde çoğunlukla kural temelli çözüm yolunu kullanmayı tercih ettikleri görülmektedir. Sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanma performanslarının bağlam içeren ve bağlam içermeyen problemlere göre anlamlı bir farklılık gösterip göstermediğini test etmek için yapılan analiz sonucunda, iki soruda (5 ve 8 numaralı sorular) öğrencilerin sayı duyusu kullanımlarının bağlam içeren problemlerde anlamlı bir şekilde daha yüksek olduğu görülmüştür. Bu sorularda sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin çarpanların büyüklüklerinden ve sayılar arası ilişkilerden yararlanarak sonuca karar verdikleri görülmektedir. Soruların bağlam içermeyen örneklerinde ise doğrudan çarpma işleminin sonucunu bulmaya yönelik ifadelerin yer alması öğrencilerin standart hesaplama yapma oranlarını arttırmış olabilir. Bu sonuç, doğrudan bir işlemin sonucunu sormak yerine, sayı duyusu kullanımını destekleyici bağlamların kullanılmasının öğrencilerin sayı duyusu temelli çözüm yollarını kullanma oranlarını arttırabileceği fikrini desteklemektedir. Örneğin, 5 numaralı soruda öğrencilerden tiyatro salonunda bir sırada kaç sandalye bulunduğu ve salonda kaç sıra sandalye olduğu bilgisinden yararlanarak salon büyüklüklerini karşılaştırmaları istenmektedir. Sorunun bağlam içermeyen örneğinde ise öğrencilerden 18x9, 18x10, 17x9 işlemlerinin sonuçlarını büyükten küçüğe sıralamaları beklenmektedir. 8 numaralı sorunun bağlam içeren örneğinde 12x18 işleminin sonucunun 216 ettiği bilgisi verilerek 24x9 işleminin sonucunu bulmaya yönelik durum bağlam içerisinde sunulmuştur. Sorunun bağlam içermeyen örneğinde ise doğrudan işlemsel durumlar üzerinden (12x18=216 ise 24x9 işleminin sonucunu bulunuz.) soru sorulmuştur. Bağlam içeren soru örneklerinde öğrencilere doğrudan çarpma işleminin sonucunun sorulmaması, öğrencilerin çarpanların büyüklüklerinden ve sayılar arası ilişkilerden yararlanmalarını sağlamış olabilir. Soruların bağlam içermeyen örneğinde ise doğrudan işlem sonuçlarına ulaşmaya yönelik ifadelerin yer alması, öğrencileri direkt işlemi yapmaya yönlendirmiş ve standart hesaplama yapma oranlarını arttırmış olabilir.

Bu araştırmaya, öğrencilerin bağlam içeren problemlerde sayı duyusu temelli çözüm yollarını kullanma oranlarının daha yüksek olabileceği varsayımı ile başlanmıştır. Fakat araştırma bulguları sonucunda bu durumun sadece iki soruda geçerli olduğu görülmüştür. Öğrencilerin iki sorunun bağlam içeren örneğinde rutin hesaplamalardan biraz daha uzaklaşarak farklı stratejiler geliştirmeye çalışmaları alanyazındaki bazı çalışmaların bulgularıyla örtüşmekle birlikte (Hope, 1989; Markovits & Sowder, 1994; McIntosh ve diğerleri, 1997) bağlam içeren diğer problemlerde sonucun bu şekilde olmadığı görülmektedir. Bu durumun sebeplerinden birisi bağlam içeren problemlerde öğrencilerin problem çözme becerilerinin önemli bir rol oynaması ile açıklanabilir. Çünkü yapılan araştırmalar öğrencilerin sayı duyuları ile problem çözme becerileri arasında güçlü bir ilişki olduğunu ortaya koymaktadır (Louange & Bana, 2010). Bu nedenle, öğrenci problemi anlamadıysa ya da yanlış anladıysa bu durum çözüm sırasında sayı duyusu kullanımını olumsuz yönde etkilemiş olabilir. Ayrıca bağlam içeren problemlerin kâğıt-kalem ortamında sunulması da öğrencileri direkt standart hesaplamalar yapmaya sevk etmiş olabilir. Bu nedenle öğrencilerin sayı duyusunu ölçmek için performans temelli değerlendirmeler, günlükler, mülakatlar kullanılarak alternatif ölçme araçları geliştirilebilir. Örneğin öğrencilere sayılar ve işlemler arasındaki ilişki üzerinde düşünmelerini sağlayacak şekilde “4x7 işleminin 7x4 işlemi ile niçin aynı olduğunu açıklayan bir yazı yazınız.” şeklinde yazım yönlendirmeleri yapılabilir. Öğrencilerin sayı duyusu gelişimlerine olumsuz etki eden kavram yanılgılarını ortaya çıkarmak için farklı mülakat soruları (örneğin, Hangisi daha büyük? $\frac{4}{4}$ mü yoksa $\frac{4}{8}$ mü?) hazırlanabilir (Van De Walle, Karp, & Bay-Williams, 2012).

Araştırma sonucunda, hem sayı duyusu temelli hem de kural temelli çözüm yollarını kullanan öğrencilerinden bir kısmının hatalı sonuçlara ulaştıkları görülmektedir. Öğrencilerin hatalı sonuçlara ulaştıkları çözüm yolları incelendiğinde kavramsal bilgilerinin yeterince gelişmediği, bazı matematiksel kavramları anlamlandıramadıkları ve birtakım kavram yanılgılarına sahip oldukları durumlara rastlanmaktadır. Örneğin kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerden bazıları 18x10 işleminin sonucunu 1800 bulabilmekte ya da 490 ÷ 5 işlemini yaparken 908 sonucuna ulaşabilmektedir. Sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin bir kısmı ise standart hesaplama yapmadan kesir büyüklüklerini karşılaştırarak soruyu çözeceğini fark etmekte, fakat $\frac{1}{2}$ kesrinin $\frac{5}{8}$'ten büyük olacağını düşünmektedir. Ya da 50x98 işlemini sayı duyusu temelli çözüm yolunu kullanarak çözmeye çalışırken 98 sayısını 100'e, 50 sayısını da 60'a yuvarlayarak aşırı genelleme yapabilmektedir. Bu tür çözümler öğrencilerin kavramsal bilgilerindeki eksikliklerine ya da birtakım kavram yanılgılarına sahip olduklarına kanıt oluşturmaktadır. Bu örnekler öğrencilerin bazı kavramları yeterince anlamlandıramaması durumunda soruları gerek işlem yaparak gerekse sayı duyusunu kullanarak çözse bile hatalı sonuçlara ulaşabileceğini göstermektedir. Bu nedenle hem yazılı hesaplama becerileri hem de sayı duyusu kullanımını gerektiren birtakım beceriler yeterince anlamlandırılamadığında yanlış kullanılabilmekte, yanlış hatırlanabilmekte ya da birtakım kavram yanılgılarına yol açabilmektedir (Hiebert, 1999; Reys & Yang, 1998; Yang & Huang, 2004). Yang ve Huang (2004) tarafından yapılan çalışmada da, öğrencilerin büyük bir çoğunluğu sayıları ve işlemleri anlamlandırarak esnek hesaplama yapmaları gereken durumlarda hatalı sonuçlara ulaşmıştır. Oysaki öğrencilerin sayıların ve işlemlerin özelliklerini yeterince kavramsallaştırmaları hem sayı duyusu gelişimleri için hem de yazılı hesaplama becerilerinin gelişimi için kritik bir öneme sahiptir (Lan ve diğerleri, 2010). Bu nedenle, okul matematiği öğrencilerin esnek hesaplama yapabilme becerilerini, kavramsal anlamalarını ve hesaplama becerilerine ilişkin yeterlikleri desteklemelidir (NCTM, 2000; Yang & Huang, 2004).

5.2. Öneriler

Bu bölümde araştırma sonuçlarından yola çıkılarak öğretmenlere, eğitimcilere ve araştırmacılara yönelik farklı önerilerde bulunulmuştur.

5.2.1. Uygulamaya Dönük Öneriler

Sayı duyusunun önemi ulusal ve uluslararası alanyazında vurgulanmasına rağmen öğrencilerin sayı duyusu kullanımlarının yeterince gelişmediği görülmektedir. Araştırmaya katılan ilkokul öğrencilerinin bağlam içeren ve içermeyen problemlerde sayı duyusu kullanımları oldukça düşük düzeydedir. Bu nedenle öğrencilerin sayı duyusu gelişimini destekleyecek çalışmalara yer verilmelidir. Hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin matematiği anlamlandırılması gereken bir disiplin olarak görmeleri, sayı duyusu gelişimini destekleyecek farklı stratejileri keşfetme ve uygulama eğilimlerini arttıracaktır. Öğretmenler öğrencilerin sayı duyusu gelişimini desteklemek için öncelikle her bir öğrencinin sayı duyusu gelişimi hakkında fikir sahibi olmalı ve öğrencilerin matematiksel kavram ve prosedürleri anlamlandırdığından emin olmalıdır.

İlkokul öğrencilerinin sayı duyusu gelişimlerini destekleyebilecek en önemli etmenlerden birisi öğretmenlerdir. Bu nedenle öncelikle sınıf öğretmenlerinin sayı duyusu kavramı ve sayı duyusu bileşenleri hakkındaki bilgi ve görüşleri tespit edilerek bu konudaki eksiklerini gidermeye ve farkındalıklarını arttırmaya yönelik hizmet içi eğitimler düzenlenebilir. Bu süreçte öğretmenlerin kendi sayı duyusu gelişimlerini destekleyecek çalışmalara yer verilebileceği gibi öğrencilerin sayı duyusu gelişimlerini destekleyecek etkinlikler üzerinde de düşünmeleri ve çalışmaları sağlanmalıdır. Örneğin farklı soru örnekleri üzerinde çalışılarak öğrencilerin sorularda hangi çözüm yollarını kullanmasını bekledikleri, sayı duyusu temelli çözüm yolunu keşfettirmeye yönelik ne tür yönlendirmeler yapabilecekleri üzerinde durulabilir.

Öğrencilerin sayı duyusu gelişimini destekleyecek bir diğer etmen de öğretim programı ve ders kitaplarıdır. İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (MEB, 2009) sayı duyusu kavramına doğrudan yer verilmemekle birlikte öğrencilerin sayılar ve işlemler arasındaki ilişkiyi anlamlandırmasını, tahminde bulunmasını, sayı büyüklüklerini karşılaştırmasını ve referans noktası geliştirmesini destekleyecek kazanımlara yer verilmiştir. Bu kazanımlar genellikle sayılar öğrenme alanında yer almakta olup farklı sayı duyusu bileşenlerini destekleyecek kazanımlar farklı öğrenme alanlarında da yer almaktadır. Buna rağmen öğrencilerin sayı duyusu kullanımlarının düşük çıkması öğretim programının ve ders kitaplarının sayı duyusu kavramına daha açık vurgu yapacak şekilde düzenlenmesini gerektirmektedir. Özellikle günlük yaşamla ilişkili bağlamların ders kitaplarına eklenmesi, öğrencilerin sayılar ve işlemler arasındaki ilişkiyi daha anlamlı hale getirmelerinde destekleyici bir unsur olabilir.

Öğrencilerin sayı duyusu gelişimini destekleyecek bir diğer önemli etmen sınıf içi tartışmalardır. Sınıf ortamında öğrencilerin kendi çözüm yollarını keşfetmesi, bu çözüm yollarını öğretmenleriyle ve diğer öğrencilerle paylaşması desteklenmelidir.

Öğrencilerin bu süreçte yapacağı hatalar öğrenmesini destekleyecek bir fırsat olarak görülmelidir. Öğrencilerin kullandıkları stratejiler ve ulaştıkları sonuçlar üzerinde sınıf içinde tartışılmalı, bu süreçte öğretmen rehberliğinde öğrencilerin akıl yürütme süreçlerini destekleyecek açıklamalara ve yönlendirici sorulara yer verilmelidir.

Geleceğin öğretmenleri olarak öğretmen adaylarının sayı duyusu gelişimini desteklemek amacıyla eğitim fakültelerinin öğretmen yetiştirme programlarında sayı duyusu gelişimini desteklemeye yönelik uygulamalara yer verilmelidir. Böylece hem öğretmen adaylarının sayı duyusu gelişimi desteklenmeli hem de öğrencilerin sayı duyusunu nasıl geliştirebilecekleri konusunda yönlendirmeler yapılmalıdır.

Öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının sayı duyusu gelişimi konusunda desteklenmesi, öğretim programının ve ders kitaplarının bu konuya daha fazla vurgu yapacak şekilde düzenlenmesi öğrencilerin sayı duyusu gelişiminde rol oynayacak önemli etmenler olarak görülmektedir. Bu faktörlerin yanında ailelerin, çocuklarının sayı duyusu gelişimi konusunda bilgi sahibi olmaları informal öğrenme sürecindeki sayı duyusu gelişimi açısından oldukça önemlidir. Bu nedenle ailelerin sayı duyusu gelişimi hakkında bilgilendirilmesi sağlanmalıdır.

5.2.2. Araştırmaya Dönük Öneriler

Bu araştırmada öğrencilerin bağlam içeren ve içermeyen problemlerde sayı duyusu kullanımları incelenmiş ve genellikle öğrencilerin sayı duyusu kullanımlarının soruların bağlam içerip içermeme durumuna göre farklılaşmadığı görülmüştür. Bu durumun sebebi öğrencilerin kural temelli çözüm yollarını benimsemeleri ve gerek sayısal gerekse sözel problemlerde farklı stratejiler geliştirme eğiliminde bulunmamaları ile açıklanabilir.

Öğrencilerin sayı duyusu gelişimlerinde bağlamın etkisini ortaya koyabilmek amacıyla bağlam içeren durumlar kullanılarak deneysel desende araştırmalar düzenlenebilir. Günlük yaşamla ilişkili farklı bağlamlarda öğrencilerin sayıları ve işlemleri anlamlandırma, tahminde bulunma, referans noktası geliştirme, sayı büyüklüklerini karşılaştırma, sayıları ayrıştırma/birleştirme, elde ettikleri sonuçları sorgulama yönünde birçok becerisini destekleyecek öğretim süreci hazırlanarak öğrencilerin bağlam içeren ve bağlam içermeyen sorularda sayı duyusu kullanımlarının ne yönde değiştiği üzerinde durulmalıdır. Ayrıca kağıt-kalem hesaplamaları dışında performans temelli değerlendirmeler, günlükler, mülakatlar gibi alternatif ölçme araçları kullanılarak öğrencilerin farklı bağlamlarda ve durumlarda sayı duyusunu kullanma durumu incelenebilir.

Bu araştırmada ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu kullanımları incelenmiş ve 4. sınıf öğrencilerine yönelik bağlam içeren ve içermeyen sorulardan oluşan sayı duyusu ölçme araçları geliştirilmiştir. Öğrencilerin sayı duyusu gelişimlerindeki eksiklikleri daha erken yaşlarda fark etmek ve öğretim sürecinde sayı duyusu gelişimini destekleyici unsurlara yer verebilmek için öğrencilerin erken yaşlardan itibaren sayı duyusu kullanım durumları tespit edilmelidir.

Öğrencilerin sayı duyusu gelişiminde önemli rol oynayan öğretmenlere ve öğretmen adaylarına sayı duyusu ile ilgili verilecek eğitimlerin sayı duyusu gelişimlerine ve matematik öğretim süreçlerine etkisi üzerinde araştırmalar yapılmalıdır. Örneğin, öğretmen adaylarına öğrencilerle birebir çalışma olanağı tanınarak öğrencilerin düşünme süreçlerine ve sayı duyusu gelişimine dair somut örnekler görmeleri sağlanabilir. Bu uygulamanın, öğretmen adaylarının sayı duyusunu geliştirici öğretim ortamı hazırlama sürecine etkisi üzerinde durulabilir.

Öğrencilerin genellikle kural temelli çözüm yolunu kullanma eğilimlerinin nedenleri üzerinde durularak bu konuda öğretim süreci, öğretmen yaklaşımı, ailenin sosyoekonomik durumu, ailenin tutumu, öğrenci başarısı, Türkiye’de uygulanmakta olan sınav sistemleri gibi faktörlerin etkisi araştırılmalıdır.

Öğrencilerin sayı duyusu gelişimlerini olumsuz yönde etkileyen faktörlerin tespiti ve olumsuzlukları engellemeye yönelik alınacak önlemler matematik eğitiminde önemli yapı taşlarından birisi olarak görülen sayı duyusunu desteklemede oldukça önemlidir. Bu nedenle boylamsal ve kestirimsel çalışmalar yapılarak sayı duyusu gelişim süreci derinlemesine incelenmelidir.

KAYNAKÇA

Ahmad, A., Salim, S. S., & Zainuddin, R. (2008). A cognitive tool to support mathematical communication in fraction word problem solving. *WSEAS Transactions on Computers, 4*(7), 228-236.

Alsawaie, O. N. (2012). Number sense-based strategies used by high-achieving sixth grade students who experienced reform textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *10*, 1071-1097.

Akkaya, R. (2016). An investigation into the number sense performance of secondary school students in Turkey. *Journal of Education and Training Studies, 4*(2), 113-123.

Anghileri, J. (2000). *Teaching Number Sense.* Great Britain, London: Cromwell Press.

Antell, S. E., & Keating, D. P. (1983). Perceptions of Numerical Invariance in Neonates. *Child Development, 54,* 695-701.

Atılgan, H., Doğan, N., & Kan, A. (2007). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme* (2. baskı). Ankara: Anı Yayıncılık.

Aunio, P., Ee, J., Lim, S. E. A., Hautamaki, J., & Van Luit, J. E. H. (2004). Young children’s number sense in Finland, Hong Kong and Singapore. *International Journal of Early Years Education, 12*(3), 195–216.

Aunio, P., Niemivirta, M., Hautamaki, J., Van Luit, J. E. H., Shi, J., & Zhang, M. (2006). Young children’s number sense in China and Finland. *Scandinavian Journal of Educational Research, 50*(5), 483–502.

Ayyıldız, N. (2014). *İlkokul öğrencilerinin sayı doğrusunda tahmin becerilerinin çeşitli değişkenler açısından karşılaştırılması.* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Baroody, A. (1990). How and when should place value concepts and skills be taught? *Journal for Research in Mathematics Education, 21*(4), 281-286.

Baroody, A. J., Eiland, M., & Thompson, B. (2009). Fostering at-risk preschoolers' number sense. *Early Education and Development, 20,* 80-120.

Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 38*(4), 333-339.

Boaler, J. (1993). Encouraging the transfer of “school” mathematics to the “real world” through the integration of process and content, context and culture. *Educational Studies in Mathematics, 25*(4), 341-373.

Brannon, E. M. (2002). The development of ordinal numerical knowledge in infancy. *Cognition, 83*(3), 223-240.

Brownell, W. A. (1945). When is arithmetic meaningful? *Journal of Educational Research, 38*(March), 481–498.

Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 46(*1), 3–18.

Büyüköztürk, Ş. (2012). *Veri analizi el kitabı.* (16. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2012). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri.* (18. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Carraher, T. N. (1988). *Street mathematics and school mathematics*. In A. Borbas (Ed.), Proceeding of the twelfth PME conference (Vol. 1, pp. 1-23). Veszprem, Hungary: International group for the Psychology of Mathematics Education.

Carraher, T. N., Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (1985). Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology, 3,* 21-29.

Case, R. (1989). *Fostering the development of children's number sense: Reflections on the conference.* In J. Sowder, & B. Schappelle (Eds.), Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference (pp. 57–64). San Diego, CA: San Diego State University.

Case, R., & Okamoto, Y. (Eds). (1996). *The role of central conceptual structures in the development of children's thought.* Monographs of the Society for Research in Child Development, 61.

Chapman, O. (2006). Classroom practices for context of mathematics word problems. *Educational Studies in Mathematics*, *62,* 211-230.

Chen, P. C., Li, M. N., & Yang, D. C. (2013). An effective remedial instruction in number sense for third graders in Taiwan. *New Waves-Educational Research & Development, 16*(1), 3-21.

Clarke, B., & Shinn, M. R. (2004). A preliminary investigation into the identification and development of early mathematics curriculum-based measurement. *School Psychology Review, 33,* 234-248.

Clements, M. A. (1980). Analyzing Children's Errors on Written Mathematical Tasks. *Educational Studies in Mathematics, 11*(1), 1-21.

Cooper, B. (1992). Testing National Curriculum Mathematics: Some critical comments on the treatment of "real" contexts for mathematics. *The Curriculum Journal, 3,* 231-243.

Cooper, B., & Dunne, M. (1999). *Assessing children's mathematical knowledge: Social class, sex and problem solving*. London: Open University Press.

Cramer, K. A., Post, T. R., & del Mas, R. C. (2002). Initial fraction learning by fourth- and fifth-grade students: A comparison of the effects of using commercial curricula with the effects of using the rational number project curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education, 33*(2) 111-144.

Çekirdekci, S., Şengül, S., & Doğan, M. C. (2016). 4. sınıf öğrencilerinin sayı hissi ile matematik başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Qualitative Studies (NWSAQS), 11*(4), 48-66.

Dehaene, S. (1997). *The number sense.* New York: Oxford University Press.

Dinç Artut, P. & Tarım, K. (2006). İlköğretim öğrencilerinin basamak değeri kavramını anlama düzeyleri. *Eğitimde Kuram ve Uygulama, 2*(1), 26-36.

Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences, 8,* 307–314.

Fraenkel, J. R., Wallen, N. E. & Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education.* (8th ed). New York: McGraw-Hill.

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M., Schatschneider, C., & Fletcher, J. M. (2006). The Cognitive Correlates of Third-Grade Skill in Arithmetic, Algorithmic Computation, and Arithmetic Word Problems. *Journal of Educational Psychology, 98*(1), 29-43.

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Stuebing, K., Fletcher, J. M., Hamlett, C. L., & Lambert, W. E. (2008). Problem-solving and computation skills: Are they shared or distinct aspects of mathematical cognition? *Journal of Educational Psychology, 100,* 30-47.

Gelman, R., & Gallsitel, C. R. (1986). *The Child's Understanding of Number*. Harvard Universtiy Press: Cambridge, Massachusetts, London.

Gersten, R., & Chard, D. (1999). Number sense: Rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *The Journal of Special Education, 33*(1), 18–28.

Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, *38,* 293-304.

Ginsburg, H. P. (1997). Mathematics learning disabilities: A view from developmental psychology. *Journal of Learning Disabilities*, *30,* 20-33.

Gravemeijer, K. (1994). Educational development and educational research in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(5), 443-471.

Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain source. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(3), 170–218.

Greer, B. (1993). The mathematical modeling perspective on wor(l)d problems. *Journal of Mathematical Behavior*, *12,* 239-250.

Griffin, S. (2004). Teaching number sense. *Educational Leadership, 61*(5), 39–42.

Gülbağcı Dede, H. (2015). *İlköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının sayı hissinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the "number sense": The approximate number system in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental Psychology, 44*(5), 1457-1465.

Harç, S. (2010). *6. sınıf öğrencilerinin sayı duygusu kavramı açısından mevcut durumlarının analizi*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Hiebert, J. (1999). Relationships between research and the NCTM Standards. Journal *for Research in Mathematics Education*, *30*, 3–19.

Hope, J. (1989). Promoting number sense in school. *Arithmetic Teacher*, 12–16.

Howden, H. (1989). Teaching number sense. *Arithmetic Teacher*, 6–11.

Howell, S., & Kemp, C. (2005). *Defining early number sense: A participatory Australian study. Educational Psychology, 25*(5), 555–571.

Howell, S. C., & Kemp, C. R. (2010). Assesing preschool number sense: skills demonstrated by children prior to school entry. *Educational Psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology, 30*(4), 411-429.

Hyde, D. C., Khanum, S., & Spelke, E. S. (2014). Brief non-symbolic, approximate number practice enhances subsequent exact symbolic arithmetic in children. *Cognition, 131,* 92-107.

Irwin, K. C. (2001). Using everyday knowledge of decimals to enhance understanding. *Journal for Research in Mathematics Education, 32*(4), 399-420.

İymen, E. (2012). *8. sınıf öğrencilerinin üslü ifadelerle ilgili sayı duyularının sayı duyusu bileşenleri bakımından incelenmesi*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Pamukkale Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Denizli.

Joram, E., Gabriele, A. J., Bertheau, M., Gelman, R., & Subrahmanyam, K. (2005). Childen's use of the reference point strategy for measurement estimation. *Journal for Research in Mathematics Education, 36*(1), 4-23.

Jordan, N. C., Glutting, J., Ramineni, C., & Watkins, M. W. (2010). Validating a number sense screening tool for use in kindergarten and first grade: Prediction of mathematics proficiency in third grade. *School Psychology Review*, *39,* 181–185.

Jordan, N. C., & Levine, S. C. (2009). Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. *Developmental Disabilities Research Reviews*, *15,* 60-68.

Jordan, N. C., Levine, S. C., & Huttenlocher, J. (1994). Development of calculation abilities in middle- and low-income children after formal instruction in school. *Journal of Applied Developmental Psychology*, *15,* 223-240.

Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N., & Ramineni, C. (2007). Predicting firstgrade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice, 22*(1), 36-46.

Jordan, N. C., Kaplan, D., Olah, L. N., & Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development, 77,* 153-175.

Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology, 45*(3), 850-867.

Kaminski, E. (2002). Promoting mathematical understanding: number sense in action. *Mathematics Education Research Journal, 14*(2), 133-149.

Kartal, A. (2016). *8. sınıf öğrencilerinin kesirlerde sayı duyularının incelenmesi*. (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Rize.

Kayhan Altay, M. (2010). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyularının; sınıf düzeyine, cinsiyete ve sayı duyusu bileşenlerine göre incelenmesi.* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Kayhan Altay, M. & Umay, A. (2013). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerine yönelik sayı duyusu ölçeği'nin geliştirilmesi. *Education and Science, 38*(167), 241-255.

Kerslake, D. (1986). *Fractions: Children's strategies and errors: A report of the strategies and errors in secondary mathematics project*. England: NFER-Nelson Publishing Company.

Kılıç, Ç. & Olkun, S. (2013). Primary school students'measurement estimation performance and strategies they used in real life situaitons. *Elementary Education Online, 12*(1), 295-307.

Kline, R. B. (2005). *Principles and practice of structural equation modeling.* (2nd ed.). New York: The Guildford Press.

Koedinger, K. R., & Nathan, M. J. (2004). The real story behind story problems: Effects of representations on quantitative reasoning. *Journal of the Learning Sciences, 13*(2), 129-164.

Lago, R., & DiPerna, J. (2010). Number sense in kindergarten: A factor-analytic study of the construct. *School Psychology Review, 39,* 164-180.

Lan, Y. J., Sung, Y. T., Tan, N. C., Lin, C. P., & Chang, K. E. (2010). Mobile-Device-Supported Problem-Based Computational Estimation Instruction for Elementary School Students. *Educational Technology & Society, 13*(3), 55–69.

Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8–9 year-old students. *Cognition*, *93*, 99-125.

Lawshe, C. H. (1975). A quantitative approach to content validity. *Personnel Psychology*, *28,* 563-575.

Le Corre, M., & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition, 105*(2), 395-438.

Li, M. N. F., & Yang, D. C. (2010). Development and validation of a computer-administered number sense scale for fifth-grade children in Taiwan. *School Science and Mathematics, 110*(4), 220-230.

Li, Y. C., Yang, D. C., & Li, M. N. (2016). Misconceptions in number sense via a web-based two-tier test. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 12*(1), 41-55.

Louange, J. E. G. (2007). *An examination of the relationships between teaching and learning styles, and the number sense and problem solving ability of Year 7 students.* Unpublished Doctoral Dissertation, Edith Cowan University.

Mack, N. (1993). Learning rational numbers with understanding: the case of informal knowledge. In Carpenter, T., Fennema, E., and Romberg, T. (Eds). *Rational* *numbers: an integration of research, 85-106.* Hillsdale, NJ, Lawrence Erlbaum Associates.

Malofeeva, E., Day, J., Saco, X., Young, L., & Cianco, D. (2004). Construction and evaluation of a number sense test with head start children. *Journal of Educational Psychology, 96*(4), 648–659.

Markovits, Z., & Sowder, J. (1994). Developing number sense: An intervention study in grade7*. Journal for Research in Mathematics Education, 25*(1), 4-29.

Mazzocco, M. M. M., & Thompson, R. E. (2005). Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research & Practice*, *20,* 142-155.

McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics, 12*(3), 2-9.

McIntosh, A., Reys, R. E., & Reys, B. J. (1997). Mental computation in the middle grades: The importance of thinking strategies. *Mathematics Teaching in the Middle School, 2,* 322-327.

MEB (2009). *İlköğretim matematik dersi 1-5. sınıflar öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

MEB (2015). *İlkokul matematik dersi (1, 2, 3 ve 4. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

Moss, J. (2005). *Pipes, tubes, and beakers: New approaches to teaching rational-number system.* In M. Donovan & J. D. Bransford (Eds.), How students learn: Mathematics in the classroom (pp. 309–350). Washington, D.C.: The National Academies Press.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics.* J. Carpenter & S. Gorg (Eds). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

National Research Council (NRC) (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* J. Kilpatrick, J. Swafford, and B. Findell (Eds.). Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC: National Academy Press.

Olkun, S., Altun, A., Göçer-Şahin, S., & Akkurt-Denizli, Z. (2015). Temel sayı yeterliklerindeki eksiklikler ilköğretim öğrencilerinde düşük matematik başarısına neden olabilir. *Eğitim ve Bilim, 40*(177), 141-159.

Olkun, S., Çelik, E., Tural Sönmez, M., & Can, D. (2014). İlköğretim birinci sınıf Türk öğrencilerinde sayma ilkelerinin gelişimi. *Baskent University Journal of Education, 1*(2), 115-125.

Pesen, C. (2007). Öğrencilerin kesirlerle ilgili kavram yanılgıları. *Eğitim ve Bilim, 32*(143), 79-88.

Phipps, M. C. (2008). *A phenomenological investigation on eighth graders' number sense of fractions*. Unpublished Doctoral Dissertation. University of Northern Colorado.

Pilmer, D. (2008). *Number Sense.* Nova Scotia School for Adult Learning. Department of Labour and Workforce Development. [Çevrim-içi: http://www.gonssal.ca/documents/NumberSense.pdf/, Erişim tarihi: 10 Haziran 2016.]

Pilten, P. & Yener, D. (2009). İlköğretim 1. kademe öğrencilerinin matematiksel örüntüleri analiz etme ve tahminde bulunma becerilerinin değerlendirilmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *18,* 62-78.

Purnomo, Y. W., Kowiyah, Alyani, F., & Assiti, S. S. (2014). Assesing number sense performance of Indonesian elementary school students*. International Education Studies, 7*(8), 74-84.

Ramani, G. B., & Siegler, R. S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development, 7,* 375–394.

Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist, 44*(2), 162-169.

Resnick, L. B., Lesgold, S., & Bill, V. (1990). *From protoquantities to number sense.* In G. Booker, J. Cobb, & T. N. de Mendicuti (Eds.), Proceedings of the Fourteenth Psychology of Mathematics Education Conference (Vol. 3, pp. 305-311). Mexico City, Mexico: International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Reys, B. J., Kim, O. K. & Bay, J. M. (1999). Establishing fraction benchmarks. *Mathematics Teaching in the Middle School, 9*(9), 350-52.

Reys, R., Reys, B., McIntosh, A., Emanuelsson, G., Johansson, B., & Yang, D. C. (1999). Assessing number sense of Students in Australia, Sweeden, Taiwan, and the United States. *School Science and Mathematics, 99*(2), 61-70.

Reys, R. E., & Yang, D. C. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth- and eighth- grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(2), 225-237.

Shumway, J. F. (2011). *Number sense routines: building numerical literacy every day in grades K-3.* Maine: Stenhouse Publishers.

Sowder, J. T., & Schappelle, B. P. (Eds.) (1989). *Establishing foundations for research on number sense and related topics*: Report of a conference. San Diego, CA: San Diego State University, Center for Research in Mathematics and Science Education.

Sowder, J., & Schappelle, B. (1994, Feb). Number sense-making. *Arithmetic Teacher,* 342-345.

Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The development of student's understanding of numerical value of fractions. *Learning and Instruction, 14,* 503-518.

Şengül, S. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının kullandıkları sayı duyusu stratejilerinin belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 13*(3), 1951-1974.

Şengül, S. & Gülbağcı, H. (2013). 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı hissi ile matematik öz yeterlikleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *International Journal of Social Science, 6*(4), 1049-1060.

Şenol, A., Dündar, S., & Gündüz, N. (2015). Analysis of the relationship between estimation skills based on calculation and number sense of prospective classroom teachers. *International Journal of Progressive Education, 11*(3), 90-105.

Tabachnick, G. B., & Fidell, L. S. (2001). *Using multivariate statistics*. Needham Heights: Allyn & Bacon, Inc.

Tavşancıl, E. (2005). *Tutumların ölçülmesi ve SPSS ile veri analizi*. Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.

TIMSS (2011). *International Database, TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, Chestnut Hill, MA and International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA), IEA Secretariat, Amsterdam, the Netherlands.* [Çevrim-içi: http://timssandpirls.bc.edu/timss2011/internationaldatabase.html, Erişim tarihi: 12 Mayıs 2015.]

Torbeyns, J. & Verschaffel, L. (2016). Mental computation or standart algorithm? Children's strategy choices on multi-digit subtractions. *European Journal of Psychology of Education, 31*(2), 99-116.

Tsao, Y .L. (2005). The number sense of preservice elementary teachers. *College Student Journal. 39*(4), 647-679.

Turkel, S., & Newman, C. (1988). What's your number? Developing number sense. *Arithmetic Teacher, 36*(6), 53-55.

Umay, A., Akkuş, O., & Duatepe Paksu, A. (2006). Matematik dersi 1. – 5. sınıf öğretim programlarının NCTM prensip ve standartlarına göre incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *31,* 198-211.

Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2005). The role of contexts in assessment problems in mathematics. *For the Learning of Mathematics, 25*(2), 2-23.

Van De Walle, J. A., Karen, S. K., & Bay-Williams, J. B. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim.* (Çev. Edit. Soner Durmuş). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Van Luit, J. E. H., & Schopman, E. (2000). Improving early numeracy of young children with special education needs. *Remedial and Special Education, 21*(1), 27–40.

Van Luit, J. E. H., Van de Rijt, B. A. M., & Pennings, A. H. (1994). *Utrechtse Gatalbegrip Toets, UGT [Utrecht Test of Number Sense; in Dutch]*. Doetinchem, The Netherlands: Graviant.

Veneziano L. ve Hooper J. (1997). A method for quantifying content validity of health-related questionnaires. *American Journal of Health Behavior, 21*(1), 67-70.

Verschaffel, L. (2002). *Taking the modeling perspective seriously at the elementary level: Promises and pitfalls*. A. D. Cockburn, & E. Nardi (Eds.). Proceedings of the PME 26, University of East Anglia, Norwich*, 1,* 64-80.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.

Wu, M., & Adams, R. (2006). Modelling mathametics problem solving item responses using a multidimensional IRT model. *Mathematics Education Research Journal, 18*(2), 93-113.

Wynn, K. (1992). Addition and substraction by human infants. *Nature, 358*(27), 749-750.

Wynn, K. (1995). Origins of numerical knowledge. *Mathematical Cognition, 1,* 35-60.

Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-mpnth-old infants. *Cognition, 74,* 1-11.

Yaman, H. (2015a). The mathematics education I and II courses' effect on teacher candidates' development of number sense. *Educational Sciences: Theory & Practice, 15*(4), 1119-1135.

Yaman, H. (2015b). Sınıf düzeyine göre öğretmen adaylarının sayı duyusu performansları. *K. Ü. Kastamonu Eğitim Dergisi, 23*(2), 739-754.

Yang, D. C. (1995). *Number sense performance and strategies possessed by sixth and eighth grade students in Taiwan*. (Unpublished Doctoral Dissertation). University of Missouri, Columbia.

Yang, D. C. (2003). Developing number sense through realistic settings. *APMC, 8*(3), 12–17.

Yang, D. C. (2005). Number sense strategies used by sixth grade students in Taiwan. *Educational Studies, 31*(3), 317-334.

Yang, D. C. (2007). Investigating the strategies used by pre-service teachers in Taiwan when responding to number sense questions. *School Science and Mathematics, 107*(7), 293-301.

Yang, D. C., Hsu, C. J., & Huang, M. C. (2004). A study of teaching and learning number sense for sixth grade students in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education, 2*(3), 407-430.

Yang, D. C., & Huang, F. Y. (2004). Relationships among computational performance, pictorial representation, symbolic representation and number sense of sixth-grade students in Taiwan. *Educationai Studies, 30*(4), 373-389.

Yang, D. C., & Li, M. F. (2008). An investigation of 3rd-grade Taiwanese students' performance in number sense. *Educational Studies, 34*(5), 443-455.

Yang, D. C., Li, M. F., & Li, W. J. (2008). Development of a computerized number sense scale for 3rd graders: reliability and validity analysis. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 3*(2), 110-124.

Yang, D. C., Li, M. N., & Lin, C. I. (2008). A Study of the performance of 5th graders in number sense and its relationship to achievement in mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education, 6,* 789-807.

Yang, D. C., & Liu, Y. F. (2013). Examining the differences on comparing fraction size for 5th graders between contextual and numerical problems. *Asian Journal of Education and e-Learning, 1*(2), 112-117.

Yang, D. C., Reys, R. E., & Wu, L. L. (2010). Comparing how fractions were developed in textbooks used by the 5th- and 6th-graders in Singapore, Taiwan, and the U.S.A. *School Science and Mathematics, 110*(3), 118-127.

Yang, D. C., & Wu, W. R. (2010). The study of number sense: Realistic activities integrated into third-grade math classes in Taiwan. *The Journal of Educational Research, 103,* 379-392.

Yang, D. C., & Wu, S. S. (2012). Examining the differences of 8th graders' estimation performance between contextual and numerical problems. *US-China Educational Review*, *12*, 1061-1067.

Yapıcı, A. (2013). *5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin yüzdeler konusunda sayı duyularının incelenmesi*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Yurdugül, H. (2005). *Ölçek geliştirme çalışmalarında kapsam geçerliği için kapsam geçerlik indekslerinin kullanılması*. XIV. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi, 28-30 Eylül 2005. [Çevrim içi: http://yunus.hacettepe.edu.tr/~yurdugul/3/indir/PamukkaleBildiri.pdf, Erişim tarihi: 2 Ocak 2015.]

Zanzali, N.A., & Ghazali, M., (2002). Assessment of School Childrens' Number Sense. [Çevrim-içi: http://math.unipa.it/~grim/ENoor8, Erişim Tarihi: 20 Şubat 2016.]

Zevenbergen, R., Sullivan, P., & Mousley, J. (2002). *Context in mathematics education: Help? Hindrance? For whom?.* P. Valero & O. Skovsmose (2002) (Eds.). Proceedings of the 3rd International MES Conference. Copenhagen: Centre for Research in Learning Mathematics, 1-9.

EKLER DİZİNİ

EK 1. ETİK KOMİSYONU ONAY BİLDİRİMİ

T.C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
Rektörlük

0 6 Ocak 2016

Sayı : 35853172/ 433-25

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi: 25.12.2015 tarih ve 2515 sayılı yazınız.

Enstitünüz İlköğretim Anabilim Dalı doktora öğrencilerinden **Derya CAN'ın Yrd. Doç. Dr. İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR** danışmanlığında hazırladığı **"İlkokul Öğrencilerinin Sayı Duyularının Bağlam Temelli ve Bağlam Temelli Olmayan Problem Durumlarına Göre İncelenmesi"** başlıklı tez çalışması, Üniversitemiz Senatosu Etik Komisyonunun **29 Aralık 2015** tarihinde yapmış olduğu toplantıda incelenmiş olup, etik açıdan uygun bulunmuştur.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof. Dr. Ömer UĞUR
Rektör a.
Rektör Yardımcısı

Hacettepe Üniversitesi Rektörlük 06100 Sıhhiye-Ankara
Telefon: 0 (312) 305 3001 - 3002 • Faks: 0 (312) 311 9992

Ayrıntılı Bilgi için:
Yazı İşleri Müdürlüğü

EK 2. MEB ARAŞTIRMA İZNİ BİLDİRİMİ

T.C.
BURDUR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 39958266-600-E.893378

Konu: Tez çalışması anket izni

25.01.2016

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
ANKARA

Yazı İşl.

İlgi:13/01/2015 tarih ve 76000869/152-111 sayılı yazınız.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı doktora öğrencisi Derya CAN' ın İlimize bağlı ilgi yazınız ekinde gelen isimleri yazılı okullarda "İlkokul Öğrencilerinin Sayı Duyularının Bağlam Temelli ve Bağlam Temelli Olmayan Problem Durumlarına Göre İncelenmesi" başlıklı tez çalışmasına esas olmak anket uygulamasının uygun görüldüğüne dair 22.01.2016 tarih ve 806480 sayılı Müdürlüğümüz Olur'u yazımız ekinde gönderilmiştir.

Bilgilerinize arz ederim.

Mahmut BAYRAM
İl Millî Eğitim Müdürü

EKİ: Form (1 sayfa)

Bu evrakın 6070 sayılı Kanun gereğince E-İMZA ile imzalandığı tasdik olunur.
26/01/2016
Osman ERKAN
Şef

Burdur Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğü
Bahçelievler Mh.Şeker Cad.
15100 BURDUR

Ayrıntılı bilgi: Ö.UNAT Şb. Md.
Telefon : (0248) 233 11 19-125
Faks : (0248) 233 13 43

[illegible] http://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden ad60-445c-364a-a8a6-09fd kodu ile teyit edilebilir.

EK 3. ORİJİNALLİK RAPORU

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORİJİNALLİK RAPORU

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

İLKÖĞRETİM ANA BİLİM / BİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tarih: 11/05/2017

Tez Başlığı: İLKOKUL DÖRDÜNCÜ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN SAYI DUYULARININ BAĞLAM TEMELLİ VE BAĞLAM TEMELLİ OLMAYAN PROBLEM DURUMLARINDA İNCELENMESİ

Yukarıda başlığı verilen tez çalışmamın tamamı (kapak sayfası, özetler, ana bölümler, kaynakça) aşağıdaki filtreler kullanılarak **Turnitin** adlı intihal programı aracılığı ile kontrol edilmiştir. Kontrol sonucunda aşağıdaki veriler elde edilmiştir.

Rapor Tarihi	Sayfa Sayısı	Karakter Sayısı	Savunma Tarihi	Benzerlik Endeksi	Gönderim Numarası
10/05/2017	215	348219	26/04 /2017	%7	812340508

Uygulanan filtreler:

1- Kaynakça hariç
2- Alıntılar dâhil
3- 5 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

11.05.2017

Adı Soyadı:	Derya CAN
Öğrenci No:	N11241262
Anabilim Dalı:	İLKÖĞRETİM
Programı:	İLKÖĞRETİM
Statüsü:	☐ Y.Lisans ☒ Doktora ☐ Bütünleşik Dr.

DANIŞMAN ONAYI

UYGUNDUR.

Doç. Dr. İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR

HACETTEPE UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF EDUCATIONAL SCIENCES
THESIS/DISSERTATION ORIGINALITY REPORT

HACETTEPE UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF EDUCATIONAL SCIENCES
TO THE DEPARTMENT OF PRIMARY EDUCATION

Date: 11/05/2017

THESIS TITLE : EXAMINATION OF FOURTH GRADE ELEMENTARY SCHOOL STUDENTS' NUMBER SENSE IN CONTEXT-BASED AND NONCONTEXT-BASED PROBLEMS

The whole thesis that includes the *title page, introduction, main chapters, conclusions and bibliography section* is checked by using **Turnitin** plagiarism detection software take into the consideration requested filtering options. According to the originality report obtained data are as below.

Time Submitted	Page Count	Character Count	Date of Thesis Defence	Similarity Index	Submission ID
10/05/2017	215	348219	26/04 /2017	%7	812340508

Filtering options applied:
1. Bibliography excluded
2. Quotes excluded
3. Match size up to 5 words excluded

I declare that I have carefully read Hacettepe University Graduate School of Educational Sciences Guidelines for Obtaining and Using Thesis Originality Reports; that according to the maximum similarity index values specified in the Guidelines, my thesis does not include any form of plagiarism; that in any future detection of possible infringement of the regulations I accept all legal responsibility; and that all the information I have provided is correct to the best of my knowledge.

I respectfully submit this for approval.

11.05.2017

Name Surname: Derya CAN

Student No: N11241262

Department: PRIMARY EDUCATION

Program: ELEMENTARY EDUCATION

Status: ☐ Masters ☒ Ph.D. ☐ Integrated Ph.D.

ADVISOR APPROVAL

APPROVED

Assoc. Prof. Dr. İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR

EK 4. GÖNÜLLÜ KATILIM VELİ FORMU

Sayın Veli,

Ben Hacettepe Üniversitesinde doktora öğrencisiyim. Doktora tezimde ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin sayı ve işlemler arasındaki ilişkiden yararlanmalarını gerektiren problemleri nasıl yanıtladıkları üzerine çalışmaktayım. Bu süreçte 4. sınıf öğrencileriyle uygulama yapmam gerektiği için öğrenci velilerinin iznine ihtiyaç duymaktayım.

Tez çalışmam kapsamında öğrencilerin 24 matematik probleminden oluşan bir testi bir ders saati süresinde cevaplamaları gerekmektedir. Bu sürecin ardından bazı öğrencilerle testte yer alan sorulara ilişkin çözüm yolları hakkında görüşme yapmam gerekebilir. Görüşme süreci öğrencilerin soruları çözerken nasıl düşündükleri, hangi yöntemleri kullandıkları, başka hangi yolları kullanarak çözüme ulaşabilecekleri konusunda detaylı bilgi edinmemi sağlayacaktır. Görüşme süreci yaklaşık 30 dakika sürecek olup daha sonra analiz edileceği için ses kaydı almak gerekecektir. Kullanılacak test formu ve görüşme soruları Hacettepe Üniversitesi Etik Komisyon tarafından uygun bulunmuş olup İl Milli Eğitim Müdürlüğünden gerekli izin alınmıştır.

Öğrencilerin sorulara ilişkin cevapları ve ses kayıtları konusunda benim ve danışman hocamın dışında hiç kimsenin bilgisi olmayacaktır. Ayrıca testi yanıtlayan öğrencilere görüşme sürecinde tekrar ulaşmam gerekeceğinden test formundaki ad-soyad bölümünü doldurmaları istenecektir. Fakat bu bilgiler araştırmacıda saklı kalacak ve çalışma bittiğinde yok edilecektir. Çalışma raporunda okul isimlerine de yer verilmeyecektir. Elde edilen veriler rapor edilirken görüşmeye katılan öğrencilerin isimleri kullanılması gerektiğinde takma ad kullanılacaktır. Çalışmaya katılımda gönüllülük esastır. Yani çocuğunuz çalışmaya katılmama ya da istediği zaman çekilme hakkına sahiptir. Çocuğunuzun çalışmaya katılım durumunun ve testten elde ettiği puanlamanın okul başarısına herhangi bir etkisi bulunmayacaktır.

Bu çalışma Hacettepe Üniversitesi öğretim üyesi Yrd. Doç. Dr. İ. Elif Yetkin Özdemir danışmanlığında yürütülmektedir. Çalışma sürecine ve çalışma bitiminde elde edilen verilere ilişkin sorularınızı telefon ya da e-posta ile iletebilirsiniz.

Çocuğumun çalışmaya katılmasını kabul ediyorum. ☐

Çocuğumun çalışmaya katılmasını kabul etmiyorum. ☐

Tarih:

Öğrenci Velisinin:

Adı, soyadı:

İmza:

Araştırmacı:

Arş. Gör. Derya Can

Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi

Eğitim Fakültesi

0248 213 4149

deryacakmak@mehmetakif.edu.tr

Danışman:

Yrd. Doç. Dr. İ. Elif Yetkin Özdemir

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi

ozdemiry@hacettepe.edu.tr

EK 5. GÖNÜLLÜ KATILIM ÖĞRENCİ FORMU

Merhaba,

Ben Hacettepe Üniversitesinde doktora öğrencisiyim. İlkokul 4. sınıf öğrencileriyle bir çalışma yürütmekteyim. Bu çalışmada öğrencilerin sayı ve işlemler arasındaki ilişkiden yararlanmayı gerektiren matematik problemlerini nasıl çözdüklerini inceliyorum. Çalışmaya gönüllü olarak katılmak istersen sana vereceğim testteki soruları cevaplaman gerekecektir. Ayrıca testi cevapladıktan sonra görüşme için tekrar sana ulaşmam gerekebilir. Bunun için senden test formuna adını-soyadını yazmanı istiyorum. Fakat bu bilgiler gizli kalacak ve çalışma bittiğinde yok edilecektir. Görüşme sırasında bu soruları nasıl çözdüğün, hangi tür çözüm yolları kullandığın, başka bir yoldan çözüp çözemeyeceğin üzerinde konuşacağız. Bu görüşmeleri tekrar dinlemem gerekeceği için kayıt altına almak zorundayım. Sorulara verdiğin cevaplar ve kaydettiğim görüşmeler sadece benim ve danışmanım tarafından incelenecektir. Çalışmaya katılmak istememe ya da katıldıktan sonra vazgeçme hakkına sahipsin. Bu durum senin okul başarını ve ders notlarını etkilemeyecektir.

Çalışmaya gönüllü olarak katılmak istiyorum. ☐

Çalışmaya katılmak istemiyorum. ☐

Tarih:

Öğrencinin:

Adı, soyadı:

İmza:

Araştırmacı:

Arş. Gör. Derya Can

Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi

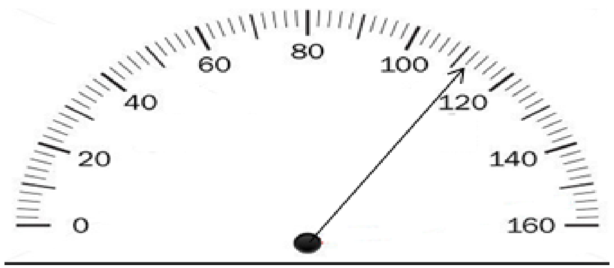
Eğitim Fakültesi

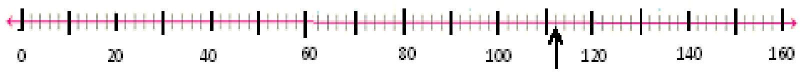
Danışman:

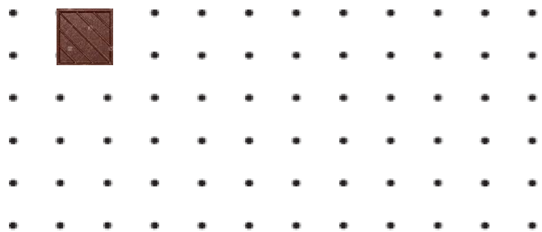
Yrd. Doç. Dr. İ. Elif Yetkin Özdemir

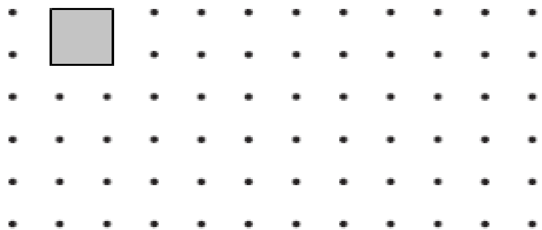
Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi

EK 6. 30 MADDELİK TASLAK SAYI DUYUSU ÖLÇEĞİ

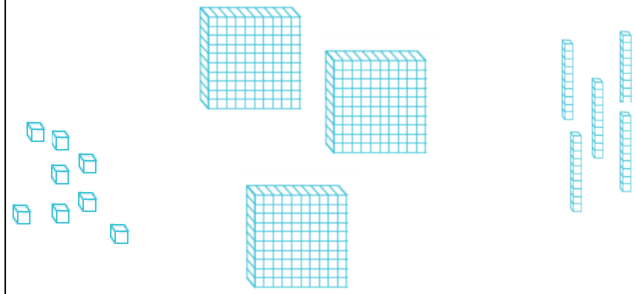
<table>
<tr><th>Bileşenler</th><th>Madde no</th><th>Bağlam Temelli Problem Durumu</th><th>Madde no</th><th>Bağlam İçermeyen Problem Durumu</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Sayıların Anlamını Kavramak</td><td>3</td><td>


Yukarıdaki resimde Ali Bey’in arabasının hız göstergesi görülmektedir. Buna göre, Ali Bey’in arabasının hızı kaç km’dir?</td><td>24</td><td>


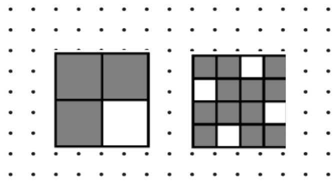
Yukarıdaki sayı doğrusunda ok işaretinin olduğu yere hangi sayı gelmelidir?</td></tr>
<tr><td>13</td><td>


Yukarıda bir paket çikolatanın çeyreği görülmektedir. Buna göre $2\frac{1}{4}$ paket çikolata yiyen Sevil’in yediği çikolata</td><td>6</td><td>


Yukarıdaki şekilde yer alan taralı bölge bir bütünün çeyreğini temsil etmektedir. Buna göre $2\frac{1}{4}$ kesrini temsil eden şekli</td></tr>
</table>

		miktarını yukarıdaki noktalı bölüme çizerek gösteriniz.		yukarıdaki noktalı bölüme çizerek gösteriniz.
	25	 Okulda öğrencilere dağıtmak için marketten aşağıda gösterilen kadar şeker alan bir okul müdürü kaç tane şeker almış olur?  A. 16 B. 538 C. 853 D. 358	26	 Onluk taban bloklarıyla gösterilen sayı kaçtır? A. 16 B. 538 C. 853 D. 358
Sayıları Ayrıştırma ve Yeniden Birleştirme	1	Fuar alanında dört gün boyunca kitap satan kitabevinin kazandığı para miktarları şu şekildedir: 1. gün: 91 TL 2. gün: 93TL 3. gün: 97 TL 4. gün: 99 TL Dört günün sonunda kitabevinin kazandığı para miktarı, fuar alanına ödediği 380 TL kira miktarından az mıdır, çok mudur veya bu miktara eşit midir?	14	91 + 93 + 97 + 99 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A. 380'den büyüktür. B. 380'e eşittir. C. 380'den küçüktür.

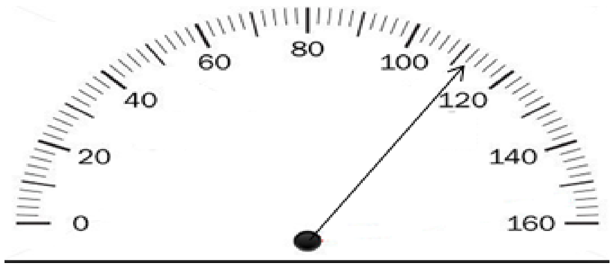
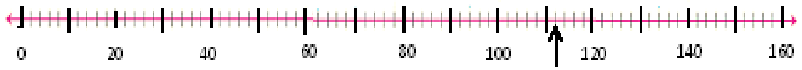
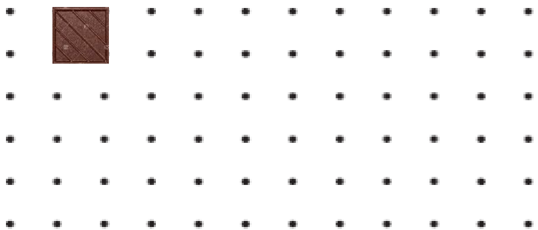
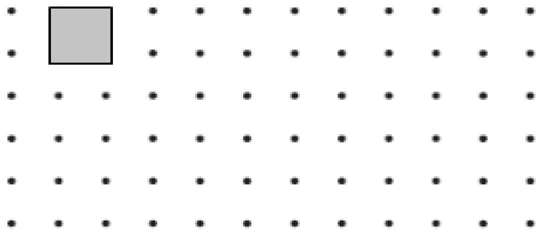
	5	Ayşe öğretmen kırtasiyeden içerisinde 50 tane kâğıt bulunan paketlerden 30 adet satın almıştır. Bahar öğretmen ise içerisinde 52 tane kâğıt bulunan paketlerden 28 adet satın almıştır. Buna göre aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur? A. Ayşe öğretmen daha fazla kâğıt almıştır. B. Bahar öğretmen daha fazla kâğıt almıştır. C. Her iki öğretmen eşit miktarda kâğıt almıştır.	11	Aşağıdaki işlemlerin sonuçları için hangisi doğrudur? 28x52=? 30x50=? A. 28x52 işleminin sonucu daha büyüktür. B. 30x50 işleminin sonucu daha büyüktür. C. Her iki işlemin sonucu eşittir.
Sayı Büyüklüğü	10	Bir tiyatronun A salonunda 9 sıra olup her bir sırada 18 tane sandalye vardır. B salonunda 10 sıra olup her bir sırada 18 tane sandalye vardır. C salonunda ise 9 sıra olup her bir sırada 17 tane sandalye vardır. Salonları alabileceği kişi sayısına göre büyükten küçüğe sıralayınız.	7	18x9, 18x10, 17x9 işlemlerinin sonuçlarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.
	22	Ahmet ve Nilay'ın cüzdanında 32'şer TL para bulunmaktadır. Ahmet cüzdanındaki paranın $\frac{1}{2}$'sini, Nilay ise $\frac{4}{8}$'ini biriktiriyor. Bu durumda Ahmet ve Nilay'ın biriktirdikleri para miktarları için hangisi doğrudur? Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız. A. Nilay'ın biriktirdiği para miktarı Ahmet'inkinden daha fazladır. B. Ahmet'in biriktirdiği para miktarı Nilay'ın biriktirdiği paradan daha fazladır. C. İkisinin de biriktirdiği para miktarları eşittir.	12	32 sayısının $\frac{1}{2}$'si ile $\frac{4}{8}$'ini karşılaştırınız. Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız. A. 32'nin $\frac{1}{2}$'si, $\frac{4}{8}$'ine eşittir. B. 32'nin $\frac{1}{2}$'si, $\frac{4}{8}$'inden büyüktür. C. 32'nin $\frac{1}{2}$'si, $\frac{4}{8}$'inden küçüktür.

	27	Aynı büyüklükteki iki pizzadan birisi 8 eş parçaya, diğeri ise 4 eş parçaya bölünmüştür. Veli 8 eş parçaya bölünmüş pizzanın 4 dilimini yemiştir. Deniz ise 4 eş parçaya bölünmüş diğer pizzanın 2 dilimini yemiştir. Veli, Deniz'den daha çok pizza yediğini; Deniz her ikisinin de eşit miktarda pizza yediğini söylemektedir. Sence hangisi haklı? Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.	28	 Şekil A Şekil B A ve B şekillerinde taralı olmayan kısımların temsil ettiği kesirleri karşılaştırınız. Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.
Kıyaslama (Referans) Noktasından Yararlanma	9	 Şekildeki adamın boyunun uzunluğu 149 cm'dir. Ağacın boyunun uzunluğu, adamın boyunun uzunluğunun yaklaşık 4 katı olduğuna göre ağacın uzunluğunu tahmin ediniz. Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.	15	149 x 4 işleminin sonucunu tahmin ediniz. Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.
	8	İçerisinde 50 tane düğme bulunan kutulardan 864 kutu sipariş eden bir fabrika kaç tane düğme sipariş etmiş olur? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.	19	864x50 işleminin sonucu kaçtır? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

İşlemlerin Etkisini ve anlamını Kavramak	18	Bir çiftçi elmalarını her bir kasada 12 elma olacak şekilde 18 kasaya yerleştiriyor. Fakat kasalar arabasına sığmadığı için tüm elmalarını 9 kasaya sığacak şekilde yeniden paketlemek istiyor. Bu durumda her bir kasada kaç elma olur? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.	2	12x18=216 ise 24x9 işleminin sonucunu bulunuz. Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.
	16	372-38=334 işleminin sonucunu kontrol etmek isteyen Ekin sayıları hesap makinesine yanlışlıkla 372-18 şeklinde yazmıştır. Ekin'in hesap makinesi ile bulduğu sonuç için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A. 334 sayısından 2 eksiktir. B. 334 sayısından 2 fazladır. C. 334 sayısından 20 eksiktir. D. 334 sayısından 20 fazladır.	20	372-38=334 ise 372-18 işleminin sonucu için hangisi doğrudur? A. 334 sayısından 2 eksiktir. B. 334 sayısından 2 fazladır. C. 334 sayısından 20 eksiktir. D. 334 sayısından 20 fazladır.
Hesaplama Durumunda Sayılarla ve İşlemlerle Esneklik	17	 Alışveriş Listesi İçecek..39 TL Sebze..23 TL Meyve..52 TL Temizlik malz..48 TL Süt ürünleri..61 TL Et ürünleri..77 TL Veli Bey'in marketten aldığı her bir ürün grubu için ödediği para miktarı yukarıda yer almaktadır. Veli Bey markete kaç lira ödemiştir? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.	4	39+23+52+48+61+77 işleminin sonucu kaçtır?
	21	Mert, bisiklet alabilmek için 150 TL biriktirmiştir. İstediği 325 TL'lik bisiklet, indirimde yarı fiyatına düşmüştür. Buna göre Mert'in parası bisikleti almak için yeterli olur mu? A. Yeterlidir. B. Yeterli değildir.	23	325 ÷ 2 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A. Sonuç 150'dir. B. Sonuç 150'den büyüktür. C. Sonuç 150'den küçüktür.

	29	Doğum gününe arkadaşlarını davet etmek isteyen Melis kişi başı 11 liraya bir parti evi ile anlaşmıştır. Melis'in doğum günü partisinde kendisiyle birlikte 38 kişi olacağına göre parti evine ödemesi gereken para miktarı hakkında hangisi doğrudur? Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız. A. Melis'in ödemesi gereken para miktarı 380 liradır. B. Melis'in ödemesi gereken para miktarı 380 liradan fazladır. C. Melis'in ödemesi gereken para miktarı 380 liradan azdır.	30	11x38 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız. A. Sonuç 380'dir. B. Sonuç 380'ten büyüktür. C. Sonuç 380'den küçüktür.

EK 7. 24 MADDELİK TASLAK SAYI DUYUSU ÖLÇEĞİ

Bileşenler	Madde no	Bağlam Temelli Problem Durumu	Madde no	Bağlam İçermeyen Problem Durumu
Sayıların Anlamını Kavramak	3	 Yukarıdaki resimde Ali Bey'in arabasının hız göstergesi görülmektedir. Buna göre, Ali Bey'in arabasının hızı kaç km'dir?	24	 Yukarıdaki sayı doğrusunda ok işaretinin olduğu yere hangi sayı gelmelidir?
	13	 Yukarıda bir paket çikolatanın çeyreği görülmektedir. Buna göre $2\frac{1}{4}$ paket çikolata yiyen Sevil'in yediği çikolata miktarını yukarıdaki noktalı bölüme çizerek gösteriniz.	6	 Yukarıdaki şekilde yer alan taralı bölge bir bütünün çeyreğini temsil etmektedir. Buna göre $2\frac{1}{4}$ kesrini temsil eden şekli yukarıdaki noktalı bölüme çizerek gösteriniz.

Sayıları Ayrıştırma ve Yeniden Birleştirme	1	Fuar alanında dört gün boyunca kitap satan kitabevinin kazandığı para miktarları şu şekildedir: 1. gün: 91 TL 2. gün: 93TL 3. gün: 97 TL 4. gün: 99 TL Dört günün sonunda kitabevinin kazandığı para miktarı, fuar alanına ödediği 380 TL kira miktarından az mıdır, çok mudur veya bu miktara eşit midir?	14	91 + 93 + 97 + 99 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A. 380'den büyüktür. B. 380'e eşittir. C. 380'den küçüktür.
	5	Ayşe öğretmen kırtasiyeden içerisinde 50 tane kâğıt bulunan paketlerden 30 adet satın almıştır. Bahar öğretmen ise içerisinde 52 tane kâğıt bulunan paketlerden 28 adet satın almıştır. Buna göre aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur? A. Ayşe öğretmen daha fazla kâğıt almıştır. B. Bahar öğretmen daha fazla kâğıt almıştır. C. Her iki öğretmen eşit miktarda kâğıt almıştır.	11	Aşağıdaki işlemlerin sonuçları için hangisi doğrudur? 28x52=? 30x50=? A. 28x52 işleminin sonucu daha büyüktür. B. 30x50 işleminin sonucu daha büyüktür. C. Her iki işlemin sonucu eşittir.
Sayı Büyüklüğü	10	Bir tiyatronun A salonunda 9 sıra olup her bir sırada 18 tane sandalye vardır. B salonunda 10 sıra olup her bir sırada 18 tane sandalye vardır. C salonunda ise 9 sıra olup her bir sırada 17 tane sandalye vardır. Salonları alabileceği kişi sayısına göre büyükten küçüğe sıralayınız.	7	18x9, 18x10, 17x9 işlemlerinin sonuçlarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.
	22	Ahmet ve Nilay'ın 32'şer TL parası vardır. Ahmet parasının $\frac{1}{2}$'sini, Nilay ise $\frac{5}{8}$'ini biriktiriyor. Bu durumda Ahmet ve Nilay'ın biriktirdikleri para miktarları için hangisi doğrudur? A. Nilay'ın biriktirdiği para miktarı Ahmet'inkinden daha	12	32 sayısının $\frac{1}{2}$'si ile $\frac{5}{8}$'ini karşılaştırınız. A. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'ine eşittir. B. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden büyüktür.

		fazladır. B. Ahmet'in biriktirdiği para miktarı Nilay'ınkinden daha fazladır. C. İkisinin de biriktirdiği para miktarları eşittir.		C. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden küçüktür.
Kıyaslama (Referans) Noktasından Yararlanma	9	 Şekildeki ağacın boyunun uzunluğu 490 cm'dir. Çocuğun boyunun uzunluğu, ağacın uzunluğunun beşte biri olduğuna göre çocuğun boyu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A. 100 cm'dir. B. 100 cm'den uzundur. C. 100 cm'den kısadır.	15	490 ÷ 5 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A. Sonuç 100'dür. B. Sonuç 100'den büyüktür. C. Sonuç 100'den küçüktür.
	8	Bir fabrika içerisinde 50 tane düğme bulunan kutulardan 98 kutu satın almıştır. Fabrikanın aldığı düğme sayısı aşağıdakilerden hangisine daha yakındır? A. 500 B. 5000 C. 50 000	19	50 x 98 işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine daha yakındır? A. 500 B. 5000 C. 50 000
İşlemlerin Etkisini ve anlamını Kavramak	18	Bir market, her birinde 12 şişe olan 18 kasa su sattığında, toplam 216 şişe su satılmış olduğuna göre, her birinde 24 şişe bulunan 9 kasa sattığında, kaç şişe su satılmış olur?	2	12x18=216 ise 24x9 işleminin sonucunu bulunuz.
	16	372-38=334 işleminin sonucunu kontrol etmek isteyen Ekin sayıları hesap makinesine yanlışlıkla 372-18 şeklinde yazmıştır. Ekin'in hesap makinesi ile bulduğu sonuç için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A. 334 sayısından 2 eksiktir.	20	372-38=334 ise 372-18 işleminin sonucu için hangisi doğrudur? A. 334 sayısından 2 eksiktir. B. 334 sayısından 2 fazladır.

		B. 334 sayısından 2 fazladır. C. 334 sayısından 20 eksiktir. D. 334 sayısından 20 fazladır.		C. 334 sayısından 20 eksiktir. D. 334 sayısından 20 fazladır.
Hesaplama Durumunda Sayılarla ve İşlemlerle Esneklik	17	 Alışveriş Listesi İçecek..39 TL Sebze..23 TL Meyve..52 TL Temizlik malz..48 TL Süt ürünleri..61 TL Et ürünleri..77 TL Veli Bey'in marketten aldığı her bir ürün grubu için ödediği para miktarı yukarıda yer almaktadır. Veli Bey markete kaç lira ödemiştir? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.	4	39+23+52+48+61+77 işleminin sonucu kaçtır?
	21	Mert, bisiklet alabilmek için 150 TL biriktirmiştir. İstediği 325 TL'lik bisiklet, indirimde yarı fiyatına düşmüştür. Buna göre Mert'in parası bisikleti almak için yeterli olur mu? A. Yeterlidir. B. Yeterli değildir.	23	325 ÷ 2 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A. Sonuç 150'dir. B. Sonuç 150'den büyüktür. C. Sonuç 150'den küçüktür.

EK 8. BAĞLAM İÇEREN PROBLEMLERDEN OLUŞAN SAYI DUYUSU ÖLÇEĞİ

Ad - Soyad:
Cinsiyet: Kız ☐ **Erkek** ☐

SORULAR

1. **Bir fabrika, içerisinde 50 tane düğme bulunan kutulardan 98 kutu satın almıştır. Fabrikanın aldığı düğme sayısı aşağıdakilerden hangisine daha yakındır?**

   A. 500
   B. 5000
   C. 50 000

   Yanıt:

   Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

   Açıklama:

2. **372-38=334 işleminin sonucunu kontrol etmek isteyen Ekin sayıları hesap makinesine yanlışlıkla 372-18 şeklinde yazmıştır. Ekin'in hesap makinesi ile bulduğu sonuç için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

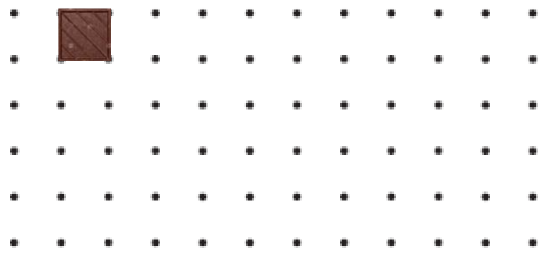
   A. 334 sayısından 2 eksiktir.
   B. 334 sayısından 2 fazladır.
   C. 334 sayısından 20 eksiktir.
   D. 334 sayısından 20 fazladır.

   Yanıt:

   Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

   Açıklama:

3. **Çeyrek çikolata**



Yukarıda bir paket çikolatanın çeyreği görülmektedir. Buna göre $2\frac{1}{4}$ paket çikolata yiyen Sevil'in yediği çikolata miktarını yukarıdaki noktalı bölüme çizerek gösteriniz.

Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

4. Mert, bisiklet alabilmek için 150 TL biriktirmiştir. İstediği 325 TL'lik bisiklet, indirimde yarı fiyatına düşmüştür. Buna göre Mert'in parası bisikleti almak için yeterli olur mu?

A. Yeterlidir.
B. Yeterli değildir.

Yanıt:

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

Açıklama:

5. Bir tiyatronun A salonunda 9 sıra olup her bir sırada 18 tane sandalye vardır. B salonunda 10 sıra olup her bir sırada 18 tane sandalye vardır. C salonunda ise 9 sıra olup her bir sırada 17 tane sandalye vardır. Salonları alabileceği kişi sayısına göre büyükten küçüğe sıralayınız.

Yanıt:

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

Açıklama:

6. Ahmet ve Nilay'ın 32'şer TL parası vardır. Ahmet parasının $\frac{1}{2}$'sini, Nilay ise $\frac{5}{8}$'ini biriktiriyor. Bu durumda Ahmet ve Nilay'ın biriktirdikleri para miktarları için hangisi doğrudur?

A. Nilay'ın biriktirdiği para miktarı Ahmet'inkinden daha fazladır.

B. Ahmet'in biriktirdiği para miktarı Nilay'ınkinden daha fazladır.

C. İkisinin de biriktirdiği para miktarları eşittir.

Yanıt:

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

Açıklama:

7. 

Şekildeki ağacın boyunun uzunluğu 490 cm'dir. Çocuğun boyunun uzunluğu, ağacın uzunluğunun beşte biri olduğuna göre çocuğun boyu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A. 100 cm'dir.

B. 100 cm'den uzundur.

C. 100 cm'den kısadır.

Yanıt:

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

Açıklama:

8. Bir market, her birinde 12 şişe olan 18 kasa su sattığında, toplam 216 şişe su satılmış olduğuna göre, her birinde 24 şişe bulunan 9 kasa sattığında, kaç şişe su satılmış olur?

Yanıt:

Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

9. Fuar alanında dört gün boyunca kitap satan kitabevinin kazandığı para miktarları şu şekildedir:

1. gün: 91 TL 2. gün: 93TL 3. gün: 97 TL 4. gün: 99 TL
Dört günün sonunda kitabevinin kazandığı para miktarı, fuar alanına ödediği 380 TL kira miktarından az mıdır, çok mudur veya bu miktara eşit midir?

Yanıt:

Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

10.

Alışveriş Listesi

İçecek..39 TL Sebze..23 TL Meyve..52 TL Temizlik malz..48 TL Süt ürünleri..61 TL Et ürünleri..77 TL

Veli Bey'in marketten aldığı her bir ürün grubu için ödediği para miktarı yukarıda yer almaktadır. Veli Bey markete kaç lira ödemiştir? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Yanıt:

Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

EK 9. BAĞLAM İÇERMEYEN PROBLEMLERDEN OLUŞAN SAYI DUYUSU ÖLÇEĞİ

Ad - Soyad:
Cinsiyet: Kız ☐ **Erkek** ☐

SORULAR

1. 50x98 işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine daha yakındır?

A. 500
B. 5000
C. 50 000

Yanıt:

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

Açıklama:

2. 372-38=334 ise 372-18 işleminin sonucu için hangisi doğrudur?

A. 334 sayısından 2 eksiktir.

B. 334 sayısından 2 fazladır.

C. 334 sayısından 20 eksiktir.

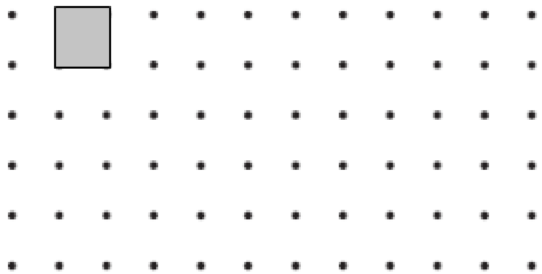
D. 334 sayısından 20 fazladır.

Yanıt:

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

Açıklama:

3.



Yukarıdaki şekilde yer alan taralı bölge bir bütünün çeyreğini temsil etmektedir. Buna göre 2 $\frac{1}{4}$ kesrini temsil eden şekli yukarıdaki noktalı bölüme çizerek gösteriniz.
Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

4. 325 ÷ 2 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A. Sonuç 150'dir.

B. Sonuç 150'den büyüktür.

C. Sonuç 150'den küçüktür.

Yanıt:

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

Açıklama:

5. 18x9, 18x10, 17x9 işlemlerinin sonuçlarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Yanıt:

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

Açıklama:

6. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si ile $\frac{5}{8}$'ini karşılaştırınız.

A. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'ine eşittir.

B. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden büyüktür.

C. 32 sayısının $\frac{1}{2}$'si, $\frac{5}{8}$'inden küçüktür.

Yanıt:

Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.

Açıklama:

7. 490 ÷ 5 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A. Sonuç 100'dür.
B. Sonuç 100'den büyüktür.
C. Sonuç 100'den küçüktür.

Yanıt:

Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

8. 12x18=216 ise 24x9 işleminin sonucunu bulunuz.

Yanıt:

Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

9. 91 + 93 + 97 + 99 işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A. 380'den büyüktür.
B. 380'e eşittir.
C. 380'den küçüktür.

Yanıt:

Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

10. 39+23+52+48+61+77 işleminin sonucu kaçtır?

Yanıt:

Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı	Derya CAN
Doğum Yeri	UŞAK
Doğum Tarihi	23.01.1988

Eğitim Durumu

Lise	Uşak Hasan Zeki Boz Lisesi	2005
Lisans	Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Sınıf Öğretmenliği Anabilim Dalı	2009
Yüksek Lisans	Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı	2011
Yabancı Dil	İngilizce: Okuma (Çok iyi), Yazma (İyi), Konuşma (Orta)	

İş Deneyimi

Çalıştığı Kurumlar	Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Sınıf Öğretmenliği Anabilim Dalı (Araştırma Görevlisi)	2009 - 2012
	Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Sınıf Öğretmenliği Anabilim Dalı (Araştırma Görevlisi, 35. Madde)	2012 - 2015
	Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Temel Eğitim Bölümü, Sınıf Eğitimi Anabilim Dalı (Araştırma Görevlisi)	2015 - …

Akademik Çalışmalar

Yayınlar (Ulusal, uluslararası makale, bildiri, poster vb gibi.)

Uluslararası hakemli dergilerde yayımlanan makaleler:

Can, D., Pekbay, C., Hakverdi Can, M., Kaya, G., Avşar Tuncay, A., & Candan, S. (2017). İlköğretim Ders Kitaplarında Engellilik. *PAU Eğitim Fakültesi Dergisi,* 41, 75-89.

Çakmak, D., Demirkaya, H., & Can, D. (2010). Perception of Teacher of Primary School Students' Parents. *e-Journal of New World Sciences Academy, 6*(1), 1309-1317.

Ulusal hakemli dergilerde yayımlanan makaleler:

Olkun, S. Çelik, E. Tural Sönmez, M., & Can, D. (2014). İlköğretim Birinci Sınıf Türk Öğrencilerinde Sayma İlkelerinin Gelişimi. *Baskent University Journal of Education, 1*(2), 115-125.

Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan bildiriler:

Akhun, B., Sarı Ay, Ö., Pekbay, C., & Can D. (2014). Secondary School Students' Perception Towards Different Subject Teachers. *International Journal of Arts and Sciences' (IJAS) Conference*, Boston-United States of America, May 26-30.

Can, D., Pekbay, C., Hakverdi Can, M., Kaya, G., Avşar Tuncay, A., & Candan, S. (2013). Invisibility of Disabled People in Elementary School Textbooks. *9th International Congress of Qualitative Inquiry, University of Illinois- Urbana-Champaign*, May 13-18.

Kaya, G., Candan, S., Avşar Tuncay, A., Hakverdi Can, M., Can, D., & Pekbay, C. (2013). Aging Education in Elementary Textbooks. *5th World Conference on Educational Sciences*, Rome- Italy, February 5-8.

Şahin, A.E., Avşar Tuncay, A., Can, D., Kardaş, N., & İnce, N.B. (2013). A Qualitative Analysis of Students' Age Differences in Their Adaptions to a New Program. *The Ninth International Congress of Qualitative Inquiry, University of Illinois, Urbana-Champaign,* May 13-18, s.57.

Öztürk, M. K. & Can, D. (2012). The Levels of Primary Teachers' Being Able To Benefit From The Enviromental Opportunities Within The Scope Of The Social Sciences Courses. *The Ninth International Congress of Qualitative Inquiry, University of Illinois, Urbana-Champaign,* May 16-19, s.325.

Ulusal bilimsel toplantılarda sunulan bildiriler:

Olkun, S., Can, D. & Yeşilpınar, M. (2013). Hesaplama Performansı Testi: Geçerlilik ve Güvenilirlik Çalışması. Adnan Menderes Üniversitesince 23-25 Mayıs 2013 tarihlerinde Aydın'da düzenlenen XII. Ulusal Sınıf Öğretmenliği Eğitimi Sempozyumunda (USOS) sunulmuş ve bildiri kitabında basılmıştır, s. 89-92.

Can, D. (2011). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Çocuk Hakları Konusundaki Görüşleri. Mehmet Akif Ersoy Üniversitesince 8-10 Eylül 2011 tarihlerinde Burdur'da düzenlenen 20. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayında sunulmuş bildiridir.

Can, D. (2011). İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Bakış Açısıyla Matematik. Mehmet Akif Ersoy Üniversitesince 8-10 Eylül 2011 tarihlerinde Burdur'da düzenlenen 20. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayında sunulmuş bildiridir.

İletişim

e-Posta Adresi	deryacakmak88@gmail.com
	deryacakmak@mehmetakif.edu.tr

Jüri Tarihi	26.04.2017