



HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Programı

BEŞİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DENK KESİRLER KONUSUNDAKİ KAVRAMSAL VE
İŞLEMSEL BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ

Funda GİRGIN

Yüksek Lisans Tezi

Ankara, 2023

Liderlik, araştırma, inovasyon, kaliteli eğitim ve değişim ile

Daha ileriye ... En İyiyeye ...



Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Programı

BEŞİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DENK KESİRLER KONUSUNDAKİ KAVRAMSAL VE
İŞLEMSEL BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ

INVESTIGATION OF FIFTH GRADE STUDENTS' CONCEPTUAL AND PROCEDURAL
KNOWLEDGE IN EQUIVALENT FRACTIONS

Funda GİRĞİN

Yüksek Lisans Tezi

Ankara, 2023

Kabul ve Onay

Eğitim Bilimleri Enstitüsü M¼d¼rl¼đ¼ne,

Funda GİRGİN'in hazırladığı "Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Denk Kesirler Konusundaki Kavramsal ve İşlemsel Bilgilerinin İncelenmesi" başlıklı bu çalışma j¼rimiz tarafından **Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalında Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

J¼ri Başkanı

Prof. Dr. Didem AKY¼Z

J¼ri Üyesi (Danışman)

Dr. Öğr. Üyesi Mesture
KAYHAN ALTAY

J¼ri Üyesi

Dr. Öğr. Üyesi Meltem SARI
UZUN

Enstit¼ Y¼netim Kurulunun
..../.../.... Tarihli ve
sayılı kararı.

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisans¼st¼ Eğitim, Öğretim ve Sınav Y¼netmeliđi'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki j¼ri üyeleri tarafından / / tarihinde uygun gör¼lm¼ş ve Enstit¼ Y¼netim Kurulunca / / tarihi itibarıyla kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Selahattin GELBAL

Eğitim Bilimleri Enstitüsü M¼d¼r¼

Öz

Bu araştırmada 5. sınıf öğrencilerinin denk kesirler konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgilerinin incelenerek bu konudaki performanslarının ortaya konması ve yaygın hatalarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırmanın örneklemini 2021 – 2022 eğitim – öğretim yılında Manisa ilinin Salihli ilçesine bağlı ve araştırmacının ulaşabileceği iki farklı ortaokulda öğrenim gören 435 beşinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmada öğrencilerin denk kesirler konusundaki var olan bilgilerinin kavramsal ve işlemsel açıdan incelenerek bu konudaki anlayışlarının ortaya çıkarılması amaçlandığından betimsel araştırma türlerinden tarama deseni kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından, öğrencilerin denk kesirler konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgilerini sergileyebilecekleri bir test geliştirilmiştir. 6 adet açık uçlu sorudan oluşan Denk Kesirler Bilgi Testi, okullardaki tüm 5. sınıf öğrencilerine kalem – kağıt aracılığıyla 40'ar dakikalık birer ders saatinde tek seferde uygulanmıştır. Öğrencilerin kavramsal ve işlemsel anlayışlarını incelemek amacıyla geliştirilen teste verdikleri cevaplar betimsel istatistik yöntemleri (frekans ve yüzde değerleri) ile analiz edilmiştir. Elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin testteki genel performansı %50'den düşük çıkmıştır. Öğrencilerin en yüksek performansı alan modeli içeren bir soruda, en düşük performansı ise bağlam içerisinde verilen bir küme modeli sorusunda sergilediği görölmüştür. Öğrenci yanıtlarının işlemsel ve kavramsal açıdan analizi sonucunda, öğrencilerin denk kesir bilgisini ölçen çoğu soruda işlemsel bilgilerini kullanmadaki performanslarının daha iyi olduğu saptanmıştır. Bir başka deyişle, öğrencilerin denk kesir oluşturmadaki bilgilerinin ağırlıklı olarak işlemsel nitelikte olduğuna ulaşılmıştır. Son olarak araştırmada denk kesirler konusunda karşılaşılan en yaygın hata, öğrencilerin bir kesri 2 ile çarpmayı ve 2 ile genişletmeyi aynı prosedür olarak görürken benzer şekilde bir kesri 2'ye bölmeyi ve 2 ile sadeleştirmeyi aynı prosedür olarak düşünmesi olmuştur.

Anahtar sözcükler: kavramsal bilgi, işlemsel bilgi, denk kesirler, birim denkliği, 5. sınıf

Abstract

In this study, it's aimed to investigate the conceptual and procedural knowledge of 5th grade students in equivalent fractions. The sample of the study consist of 435 fifth grade students studying in two different middle schools in Salihli, which is a district of Manisa, in the academic year of 2021 – 2022. Survey design, one of the descriptive research models, is used since the study is aimed to reveal students' current knowledge on equivalent fractions in terms of conceptual and procedural aspects. An instrument was developed by researcher in which students can demonstrate their conceptual and procedural knowledge about equivalent fractions. This paper – pencil instrument, which consists of 6 open – ended questions, was applied to all 5th graders in schools at once. Students' conceptual and procedural understanding were analyzed by using descriptive statistics (frequency and percentage values). According to the results obtained, the overall performance of students in the test was lower than %50. It was observed that the students showed the highest performance in a question which includes area model, and the lowest performance in a question given in context which includes set model. As a result of the procedural and conceptual analysis of students' responses, it was revealed that students' procedural performance is better than their conceptual performance in questions which are about equivalent fractions. In other words, it was found that the quality of students' knowledge about equivalent fractions is mainly procedural rather than conceptual. Finally, the most common error about equivalent fractions was that students consider multiplying a fraction by 2 and expanding it by 2 as the same procedure while they also think similarly dividing a fraction by 2 and simplifying it by 2 as the same procedure.

Keywords: conceptual knowledge, procedural knowledge, equivalent fractions, unit equivalence, 5th grade

Teşekkür

Yoğun emekler sonucunda ortaya çıkan tezimin her aşamasında değerli dönütleri ile yol gösterici olan tez danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Mesture KAYHAN ALTAY hocama, güler yüzü ve güzel enerjisiyle sağladığı her türlü destek için sonsuz teşekkür ediyorum. Tez savunma sınavımda jüri üyelerim olan ve bu esnada değerli görüşlerini benimle paylaşan Prof. Dr. Didem AKYÜZ ve Dr. Öğr. Üyesi Meltem SARI UZUN hocalarıma, tezime sağladıkları katkılardan ötürü çok teşekkür ediyorum.

Tezimin veri toplama sürecinde okullarla iletişim kurmamda büyük yardımları dokunan Fatih KARA ve Mustafa PALAS hocalarıma teşekkürlerimi sunuyorum. Lisans ve yüksek lisans eğitimlerimiz boyunca oldukça benzer süreçler geçirdiğimiz İrem BAYRAM'a gerek arkadaşım olarak manevi desteklerinden gerekse meslektaşım olarak akademik paylaşımlardan ötürü teşekkür ediyorum.

Bulduğum tüm akademik girişimleri hep en iyi şekilde tamamlayacağıma inanan ve bu inancı bana her daim hissettirerek güç veren Çağlar AKBAY'a teşekkür ediyorum. Tez sürecimde maddi – manevi hiçbir desteği esirgemeyen ve motivasyonumun düştüğü her anda güzel enerjileri ile yanımda bulunan ablam Fulya GİRGİN SUNAR ve eniştem Kamil SUNAR'a teşekkür ediyorum.

Eğitime duydukları yoğun inançla yıllarca her türlü imkanlarını ortaya koyan ve nihai olarak iki eğitimci evlat yetiştiren annem Fatma GİRGİN ve babam Ferhat GİRGİN'e tüm desteklerinden ötürü teşekkür ediyorum. En çok da bugün aramızda bulunmayan ama küçük yaşlarımızdan itibaren ablama ve bana sevgi denen güzel duyguyu en yürekten hissettirebilen canım babaannem İkbâl'e teşekkürü borç bilirim.

İçindekiler

Kabul ve Onay.....	ii
Öz.....	iii
Abstract.....	iv
Teşekkür.....	v
Tablolar Dizini.....	viii
Şekiller Dizini.....	ix
Simgeler ve Kısaltmalar Dizini.....	xii
Bölüm 1 Giriş.....	1
Problem Durumu.....	2
Araştırmanın Amacı ve Önemi.....	3
Araştırma Problemi.....	4
Sayıtlılar.....	5
Sınırlılıklar.....	5
Tanımlar.....	6
Bölüm 2 Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar.....	7
Matematiksel Bilgi.....	7
Kesirler.....	13
Denk Kesirler.....	19
Bölüm 3 Yöntem.....	26
Araştırmanın Türü.....	26
Araştırmanın Evreni ve Örnekleme.....	26
Veri Toplama Aracı.....	27
Veri Toplama Süreci.....	40
Verilerin Analizi.....	41
Bölüm 4 Bulgular ve Yorumlar.....	44
Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular.....	44

İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	46
Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular	65
Bölüm 5 Sonuç, Tartışma ve Öneriler	77
Sonuç & Tartışma	77
Öneriler	84
Kaynaklar	87
EK-A: Denk Kesirler Bilgi Testi	xcii
EK-B: Araştırma Etik Komisyonu Onay Bildirimi	xciv
EK-C: Milli Eğitim Bakanlığı İzin Belgesi	xcv
EK-Ç: Etik Beyanı	xcvi
EK-D: Yüksek Lisans Tez Çalışması Orijinallik Raporu	xcvii
EK-E: Thesis Originality Report	xcviii
EK-F: Yayımlama ve Fikrî Mülkiyet Hakları Beyanı	xcix

Tablolar Dizini

Tablo 1 İşlemsel ve Kavramsal Bilginin Türleri ve Nitelikleri (Star, 2005, s. 408).	10
Tablo 2 Araştırmaya Katılan Öğrencilerin Cinsiyete Göre Frekans ve Yüzde Dağılımları	27
Tablo 3 Denk Kesirler Bilgi Testine İlişkin Madde İstatistikleri	34
Tablo 4 Öğrenci Yanıtlarının İşlemsel ve Kavramsal Olarak Sınıflandırılması	42
Tablo 5 Testin Genelinden Elde Edilen Betimsel İstatistik Değerleri.....	44
Tablo 6 Soru Bazında Doğru ve Yanlış Dağılımları	45
Tablo 7 Doğru Cevapların İşlemsel ve Kavramsal Yaklaşım Dağılımları	47

Şekiller Dizini

Şekil 1 Kavramsal Anlayışı Gelişmiş Öğrenci Yaklaşımları (Van de Walle vd., 2013, s. 305)	22
Şekil 2 Test Geliştirme Süreci.....	29
Şekil 3 Veri Toplama Aracının Birinci Sorusu	35
Şekil 4 Veri Toplama Aracının İkinci Sorusu.....	36
Şekil 5 Veri Toplama Aracının Üçüncü Sorusu	37
Şekil 6 Veri Toplama Aracının Dördüncü Sorusu.....	37
Şekil 7 Veri Toplama Aracının Beşinci Sorusu.....	38
Şekil 8 Veri Toplama Aracının Altıncı Sorusu	39
Şekil 9 Birinci Sorunun Çözümüne Yönelik Bir Öğrenci Yaklaşımı	47
Şekil 10 Birinci Sorunun Çözümünde İşlemsel Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevapları.....	48
Şekil 11 Birinci Sorunun Çözümünde Çarpma İşleminin Tekrarlı Toplama Anlamından Yararlanan Bir Öğrenci Yaklaşımı	49
Şekil 12 Birinci Sorunun Çözümünde İçler – Dışlar Çarpımını Kullanan Öğrenci Yaklaşımı.....	49
Şekil 13 Birinci Sorunun Çözümünde Kavramsal Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevapları.....	50
Şekil 14 Birinci Sorunun Çözümünde Birimin Büyüklüğüne Odaklanan Öğrenci Yaklaşımı (Ö.75)	51
Şekil 15 İkinci Sorunun Çözümünde İşlemsel Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevapları.....	51
Şekil 16 İkinci Sorunun Çözümünde Kavramsal Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevapları.....	52
Şekil 17 İkinci Sorunun Çözümünde Birimin Büyüklüğünü Değiştiren Öğrenci Cevapları.....	53
Şekil 18 İkinci Sorunun Çözümünde Yüzde Kavramıyla İlişki Kuran Öğrenci Cevapları.....	53
Şekil 19 Üçüncü Sorunun Çözümünde İşlemsel Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevapları.....	54
Şekil 20 Üçüncü Sorunun Çözümünde Ö.321'in Asimetrik Şekli Simetrik Şekle Dönüştürmesi.....	55

Şekil 21 Üçüncü Sorunun Çözümünde Verilen Çokluğun İstenen Basit Kesir Kadarını Bulmada Birim Kesirden Yararlanan Öğrenci Cevapları	55
Şekil 22 Üçüncü Sorunun Çözümünde Kavramsal Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevapları.....	56
Şekil 23 Dördüncü Sorunun Çözümünde İşlemsel Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevapları.....	57
Şekil 24 Dördüncü Sorunun Çözümünde Kavramsal Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevapları.....	58
Şekil 25 Beşinci Sorunun Çözümünde İşlemsel Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevabı.....	59
Şekil 26 Beşinci Sorunun Çözümünde Verilen Çokluğun İstenen Basit Kesir Kadarını Bulurken Birim Kesirden Yararlanan Öğrenci Cevabı	60
Şekil 27 Beşinci Sorunun Çözümünde Kavramsal Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevabı.....	61
Şekil 28 Beşinci Sorunun Çözümünde Ö.57'nin Genişletme ve Sadeleştirme İşlemlerini Model Üzerinde Görselleştirmesi.....	62
Şekil 29 Altıncı Sorunun Çözümünde İşlemsel Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevabı	63
Şekil 30 Altıncı Sorunun Çözümünde Kavramsal Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevabı.....	64
Şekil 31 Genişletme ve Sadeleştirme İşlemlerinin Çarpma ve Bölme Algoritmaları ile Karıştırılmasına İlişkin Hata Örnekleri.....	67
Şekil 32 Alan Modelinde Eş Bütünler Çizilememesine / Bir Bütünün Eş Parçalara Ayrılamamasına İlişkin Hata Örnekleri	68
Şekil 33 Genişletme Yapılması Gereken Durumlarda Doğrudan Kesrin Payına Odaklanılmasına İlişkin Hata Örnekleri	69
Şekil 34 Tam, Yarım ve Çeyrek Kesir Kavramlarının Yeterince İçselleştirilememesine İlişkin Hata Örnekleri	70
Şekil 35 Denk Kesirlerin Payları ve Paydaları Arasında Toplamsal İlişki Kurulmasına Yönelik Hata Örnekleri	71
Şekil 36 Denk Kesir Oluşturma Sürecinde Birimler Arası Geçişte Yaşanan Zorluklar	72
Şekil 37 Birimler Arası Geçiş Esnasında Ö.77'nin Yaşadığı Zorluk	73

Şekil 38 Denk Kesirlerin Doğal Sayılardaki Gibi Karşılaştırılmasına İlişkin Hata Örneği	74
Şekil 39 Altıncı Sorunun Bağlamına Aykırı Bir Genişletme İşleminin Uygulanması	75
Şekil 40 Küme Modelinde Yeni Birimlerin Eş Büyüklüklerde Oluşturulamamasına İlişkin Hata Örneği	76

Simgeler ve Kısaltmalar Dizini

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics

Ö.1: Öğrenci 1

f: Frekans

%: Yüzde değeri

N: Katılımcı sayısı

Bölüm 1

Giriş

Matematik, doğası gereği içerisinde hem derin anlamlar hem de çokça işlemler dizisi barındırmaktadır. Sorgulandıkça ortaya çıkan derin anlamlar ve pratik yapıldıkça kazanılan işlem becerisi bir bütün olarak ele alınmalıdır. Aksi takdirde sorgulanmadan ezberlenmiş işlemler dizisinin farklı problem durumlarında kullanılması zorlaşacak ya da pratik yapılmadan yalnızca anlamına odaklanılan matematiksel bilgi bir problemi çözmede eksik kalacaktır (Yanık, 2016). Matematiksel yetkinliğe ulaşabilmedeki kriterler arasında ele alınan (Kilpatrick, Swafford ve Findell, 2001) bu iki yönlü yaklaşım, matematik eğitimi alanyazında kavramsal ve işlemsel bilgi ya da anlama şeklinde karşımıza çıkmakta ve uzun yıllar boyunca çokça tartışıldığı görülmektedir. 30 yılı aşkındır süren bu tartışmalardan biri de şüphesiz bu iki bilgi türünün nasıl tanımlandığına yönelik olmuştur. Örneğin, yıllar boyu birçok araştırmacı tarafından Hiebert ve Lefevre'nin (1986) kavramsal ve işlemsel bilgi tanımları kabul görürken neredeyse 20 yıl sonra Star (2005) bu tanımlardaki bilgi türüne ve niteliğine yönelik çeşitli eleştirilerde bulunmuştur.

Hiebert ve Lefevre'ye göre (1986) kavramsal bilgi, zengin ilişkiler barındıran bilgi türüdür. İşlemsel bilgi ise matematik dilinde kullanılan semboller ve matematik problemlerini çözmede kullanılan algoritmalar, kurallar ya da prosedürler bilgisidir ve yüzeysel niteliktedir çünkü bu bilgi türü yalnızca sembollerin kabul edilebilir bir formda yazılmasını ya da problemi çözmek için uygulanacak adımların uygun sırada takip edilmesini içermektedir (Hiebert ve Lefevre, 1986). Star (2005), bu tanımlardaki bilgi türlerinin niteliklerine odaklanarak kavramsal bilginin yalnızca derin nitelikte, işlemsel bilginin ise yalnızca yüzeysel nitelikte ele alınmasına dikkat çekmektedir. Fakat Star'a göre (2005) kavramsal bir bilgi çeşitli faktörlerden ötürü (örneğin, bireyin yaşı) kimi zaman sınırlı ve yüzeysel kalabilmektedir. İşlemsel bilginin ise yalnızca birbirini takip eden adımlardan ibaret yüzeysel bir bilgi olmayıp derin niteliği de bulunan bir bilgi çeşidi olduğunu savunan Star (2005), uyguladığı adımları idrak edebilen, esnekliğe sahip olup farklı yaklaşımlarda bulunabilen ve

eleştirel değerlendirmeler yapabilen bireylerin işlemsel bilgisini derin olarak nitelendirmektedir. Star'ın (2005) matematiksel bilginin türüne ve niteliğine yönelik bu yaklaşımı oldukça destek görse de elbette bazı eleştirilerine tepkiler de (Baroody, Feil ve Johnson, 2007) gecikmemiştir. Bir başka ifade ile Star'a göre (2005), birey kavramsal bilgiye sahip olsa da olmasa da derin işlemsel bilgiye sahip olabilmektedir (akt. Baroody vd., 2007). Ancak Baroody ve diğerleri (2007), işlemsel bilginin derin olabilmesi için kavramsal bilgi ile ilişkilendirilmesi gerektiğini savunan birçok çalışmanın varlığına dikkat çekerek, işlemsel ve kavramsal bilginin yüzeysel olması durumunda birbirinden bağımsız şekilde var olabileceğine fakat derin işlemsel bilginin derin bir kavramsal bilgi olmadan (ya da tam tersi) var olamayacağına inandığını belirtmektedir. Sonuç olarak, bu çeşitli yaklaşımlar her daim sıcaklığını korumakta ve daha çok veri ile desteklenmeye ihtiyaç duymaktadır.

Problem Durumu

Matematiksel bir bilginin öğrencilere tam anlamıyla kazandırılmasında hem kavramsal hem de işlemsel bilginin gelişimini destekleyecek çalışmalara yer verilmesinin önemi büyüktür. Gerek NCTM'in (2014) gerekse İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nın (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018) derslerde kavramsal ve işlemsel uygulamalara yer verilmesine yönelik açıkça önerilerde bulunması bu görüşü destekler niteliktedir. Matematik eğitiminde kritik bir öneme sahip bu kuramsal çerçevenin ulusal ve uluslararası alanyazında çeşitli konular ve çeşitli örneklemeler üzerinden incelendiği görülmüştür. Şüphesiz incelenen konulardan bir tanesi de matematikteki kavraması güç olan konulardan birisi olan kesirlerdir. Hatta Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2013), kesirlerin öğretiminde kavramsal anlamaya odaklanılmamasını kesirlerin öğrenciler tarafından zor bulunmasının nedenleri arasında belirtmektedir. Bu çıkarımdan da görüleceği üzere, yapılan çalışmalar en genel anlamda işlemsel bilginin daha çok gelişim gösterdiği, kavramsal bilginin ise yeterince desteklenmediği düşüncesi etrafında yoğunlaşmaktadır (Lenz, Reinhold ve Wittmann, 2022). Bu durum da matematiksel yetkinliğe ulaşabilmede bir problem teşkil etmektedir.

Öğrencilerin kavramada güçlük çektiği matematik konularından birisi olan kesirler konusunda ülkemizde yapılmış birçok çalışmaya (Aksu, 1997; Aytekin ve Toluk-Uçar, 2014; İpek, Işık ve Albayrak, 2005; Pesen, 2008; Soylu ve Soylu, 2005; Toluk ve Olkun, 2003; Toluk-Uçar, 2009) rastlanmaktadır. Öğrencilerin bu konudaki işlemsel ve kavramsal bilgilerinin incelendiği çalışmalara bakıldığında ise kesirlerin neredeyse tüm alt kazanımlarına odaklanıldığı görülmektedir. Bir başka ifade ile, bu çalışmalar (Birgin ve Gürbüz, 2009; Haser ve Ubuz, 2002; Örmeci, 2012) kesirleri sıralama, denk kesir oluşturma, kesirlerle toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri gibi birçok alt kazanıma odaklandığından her bir alana yönelik çok az soruya yer verebilmiş ve daha genel sonuçlar ortaya koymuşlardır. Kısacası, bu çerçevede yapılan çalışmalarda kesirlere bütüncül olarak yaklaşıldığından alt kazanımların yüzeysel olarak incelendiği görülmektedir. Halbuki kesirler konusu içerisinde yer alan her bir alt başlığın içselleştirilmesi bir diğeri için de önem arz etmektedir. Bu noktada, denk kesirlerin kavramsal bir şekilde anlaşılması, kesirlerle yapılan işlemlerin daha iyi anlaşılmasına yönelik bir adım olarak kabul edilmektedir (Jigyel ve Afamasaga-Fuata'i, 2007). Örneğin, kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerinin yapılabilmesi için öncelikle bu kesirlerin eş büyüklükteki birimler cinsinden ifade edilmesi gerektiği bilinmeli yani denk kesir oluşturma süreçleri hakkında bilgi sahibi olunmalıdır (Eroğlu, Camci ve Tanışlı, 2019). Bu düşünceyle yapılan alanyazın taramasında, denk kesirler konusu özelinde yapılmış çok fazla çalışmaya rastlanmamıştır. Genel olarak denk kesirlere, kesirlerin bütüncül olarak ele alındığı çalışmaların bir kısmında yer verildiği görülmüştür. Bu durum, denk kesirlere yönelik daha fazla ve daha derin incelemeler yapılmasını gerekli kılmıştır.

Araştırmanın Amacı ve Önemi

Güncel öğretim programımız (MEB, 2018) doğrultusunda sayılar ve işlemler öğrenme alanının alt öğrenme alanlarından birisi olan kesirler, ilköğretimin ilk yıllarından itibaren tanıtılmaya başlanmakta ve ilerleyen yıllarda bu konu temel alınarak birçok yeni kavram kesirler üzerine inşa edilmektedir. Denk kesir kavramı ve genişletme – sadeleştirme

yoluyla denk kesir oluşturma ilk kez ve sadece 5. sınıfta öğretilmekte fakat sonrasında bu bilgilerden kesirlerin sıralanması, kesirlerle dört işlem yapılması, ondalık gösterimler ve yüzdeler gibi birçok alanda yararlanılmaktadır. Öyle ki konular arasında önemli bir köprü görevi gören denk kesir kavramını içselleştiremeyen öğrenciler ezberle işlem yapmanın ötesine geçememektedir. Bu noktada, öğrencilerin ne yaptığının yanı sıra neden yaptığının da farkına varması önem arz etmektedir. Diğer bir ifade ile, öğrencilerin bu konudaki kavramsal ve işlemsel bilgiye/anlayışa sahip olması ve iki bilgi türü arasında ilişkilendirmeler yapabiliyor olması gerekmektedir. Nitekim öğretim programımızda da denk kesirlere yönelik kazanımın yönergesinde yer alan “İşlemsel uygulamalara geçmeden önce kesir modelleri ile kavramsal çalışmalara yer verilir.” (MEB, 2018, s. 53) ifadesiyle kavramsal ve işlemsel boyuta açıkça değinilmektedir. Örneklemini diğer ülkelerdeki öğrencilerin oluşturduğu denk kesir özelinde yapılmış birkaç kavramsal ve işlemsel bilgi çalışmasına rastlamak mümkündür, fakat ülkemizde özellikle denk kesirlerin kavramsal ve işlemsel bilgi çerçevesinde incelendiği bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle, öğrencilerin denk kesirler konusunda sahip oldukları kavramsal ve işlemsel bilgilerinin derinlemesine incelenip mevcut durumun ortaya konması önem arz etmektedir. Bu doğrultuda, bu çalışma ile 5. sınıf öğrencilerinin denk kesirler konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgilerinin incelenerek bu konudaki performanslarının ortaya konması ve yaygın hatalarının belirlenmesi amaçlanmıştır.

Araştırma Problemi

Araştırmanın amacı doğrultusunda şu soruya yanıt aranmıştır:

5. sınıf öğrencilerinin denk kesirler konusundaki performansları ne durumdadır, bu konuda kullandıkları yaklaşımlar ve yaptıkları yaygın hatalar nelerdir?

Alt Problemler

Araştırmanın alt problemleri ise şu şekildedir:

- 1) 5. sınıf öğrencilerinin denk kesirler konusundaki performansları ne durumdadır?

- 2) 5. sınıf öğrencilerinin denk kesirler konusunda kullandıkları işlemsel ve kavramsal yaklaşımlar nelerdir?
- 3) 5. sınıf öğrencilerinin denk kesirler konusunda yaptıkları yaygın hatalar nelerdir?

Sayıtlılar

Araştırmanın sayıtlıları şu şekildedir:

- 1) Öğrencilerin veri toplama aracındaki soruları yanıtlarken açık, ciddi ve içten oldukları varsayılmıştır.
- 2) Veriler denk kesir konusunun öğretiminden sonra toplandığından öğrencilerin bu konudaki kavramsal ve işlemsel bilgiye sahip oldukları fakat bu bilgilerin her bireyde farklı düzeyde gelişmiş olabileceği varsayılmıştır.

Sınırlılıklar

Araştırmanın sınırlılıkları şu şekildedir:

- 1) Araştırmanın örneklemi, 2021 – 2022 eğitim – öğretim yılında Manisa ilinin Salihli ilçesine bağlı iki farklı ortaokulda öğrenim gören 5. sınıf öğrencileri ile sınırlandırılmıştır.
- 2) Araştırma esnasında öğrenciler, sahip oldukları işlemsel ve kavramsal bilgilerinden hangisini ön plana çıkararak soruyu çözmeyi tercih ettiyse o kategoride değerlendirilmiştir.
- 3) Alanyazın incelendiğinde Pedersen ve Bjerre'nin (2021) denk kesir kavramını birim denkliği (unit equivalence) ve orantısal denklik (proportional equivalence) olmak üzere 2 kavramsal boyutta ele aldığı görülmüştür. Öğretim programında (MEB, 2018) oran kavramına ilk kez 6. sınıf düzeyinde, orantı kavramına ise ilk kez 7. sınıf düzeyinde değinilmektedir. Fakat bu çalışmanın örneklemi 5. sınıf öğrencilerini kapsadığından ve 5. sınıf düzeyinde kesrin parça – bütün anlamına yönelik

çalışmalara yer verildiğinden bu çalışmada kullanılan denk kesir kavramı, temelinde parça – bütün anlamının yer aldığı birim denkliği (unit equivalence) ile sınırlandırılmıştır.

Tanımlar

Kavramsal bilgi: Bireyde açık ya da örtük şekilde bulunabilen ve bir konunun bilgi parçaları arasındaki ilişkileri barındıran bilgi türüdür (Rittle-Johnson ve Alibali, 1999).

İşlemsel bilgi: Bir problem durumunu çözmeye kullanılan matematiksel algoritmaların bilgisidir (Rittle-Johnson ve Alibali, 1999).

İşlemsel akıcılık ve esneklik: Prosedürleri ne zaman ve nasıl uygulayacağını bilme, bir problem durumunu birden fazla yolla çözebilme ve hangi yolun daha kullanışlı olduğuna karar verebilme becerisidir.

Kesir: $\frac{a}{b}$ şeklinde ifade edilen ve üstteki sayının pay alttaki sayının payda olarak adlandırıldığı iki parçalı sembolik bir gösterimdir (Lamon, 2012).

Denk kesir: Bir kesrin değerinin değiştirilmeden payının ve paydasının sıfırdan farklı bir sayıyla çarpılması ya da bölünmesi ile elde edilen kesirdir.

Birim denkliği: Aynı iki bütünün farklı büyüklükteki eş parçalara bölünerek birbirine denk olacak kadar parçasının seçilmesini ifade eder.

Bölüm 2

Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar

Matematiksel Bilgi

Yaşamımızın büyük ve önemli bir kısmını oluşturan matematiksel bilgiye gerek günlük yaşantı aracılığıyla informel şekilde gerekse okul yaşantısı ile formel şekilde sahip olunmaktadır. Bireyde çeşitli yollarla gelişen matematiksel bilgi işlemsel (procedural) ve kavramsal (conceptual) olarak iki şekilde ele alınmaktadır. İşlemsel ve kavramsal *bilginin* alanyazında sıklıkla işlemsel ve kavramsal *anlama* olarak da kullanıldığına rastlanmaktadır. Hatta günümüzde işlemsel ve kavramsal olarak karşımıza çıkan bu iki bilgi türünün daha önceleri Skemp tarafından (1978) benzer özelliklerle enstrümantal (instrumental) ve ilişkisel (relational) anlama şeklinde ele alındığı görülmektedir.

Skemp'e göre (1978) enstrümantal anlama, nedenini bilmeksizin kuralları uygulamayı içermektedir. Skemp (1978), çıkarma işlemindeki komşudan ödünç almayı, kesirleri bölmedeki ters çevirip çarpmayı ve bir sayıyı eşitliğin diğer tarafına atarken işaretini değiştirmeyi bu tür anlamaya örnek olarak göstermektedir. Sorgulanmadan ezberlenmiş kuralların işe yaramadığı durumlarda öğrenciler hataya düşmekte ve yeni bir kural ezberleme yoluna girmektedir. Bu noktada ilişkisel anlamamanın gerekliliğine dikkat çeken Skemp (1978), ilişkisel anlamayı bireyin ne yaptığının yanı sıra neden yaptığının da farkında olması şeklinde tanımlamaktadır. Skemp'in (1978) tanımlamış olduğu bu anlama türü, kavramsal bir yapı/şema oluşturmayı ve sonrasında kurulacak ilişkilerle bu yapının/şemanın genişlemesini içermektedir. Bu tanımların ardından Skemp (1978), ilişkisel anlamayı enstrümantal anlamadan üstün gördüğünü belirtmektedir. Her ne kadar öğrencilerin var olan şemalarının yeniden şekillendirilmesi oldukça zor olsa da Skemp'e göre (1978) bu zorluk, ilişkisel anlama ile daha sağlam ve daha uzun süreli şemaların oluşmasına değerlidir.

Bu tanımlar doğrultusunda başta Hiebert ve Lefevre (1986) olmak üzere birçok araştırmacı tarafından (Baroody, Feil ve Johnson, 2007; Kilpatrick, Swafford ve Findell,

2001; Rittle-Johnson ve Alibali, 1999; Rittle-Johnson ve Siegler, 1998; Star, 2005; Willingham, 2009) matematiksel bilgi, işlemsel ve kavramsal olmak üzere iki şekilde ele alınmış ve çeşitli tanımlar ortaya konmuştur. Hiebert ve Lefevre (1986), her bilgiyi işlemsel ya da kavramsal olarak net şekilde sınıflandırmanın mümkün olmadığını belirtse de bu iki bilgi türünün belirgin özelliklerinin ortaya konmasının öğrenci yaklaşımlarının daha iyi analiz edilmesini sağlayacağına inanmaktadır.

İşlemsel Bilgi

Hiebert ve Lefevre (1986), işlemsel bilgiyi matematik dilinde kullanılan semboller ve matematik problemlerini çözmeye kullanılan algoritmalar, kurallar ya da prosedürler bilgisi olarak tanımlamaktadır. Hiebert ve Lefevre'ye göre (1986) işlemsel bilgi yalnızca sembollerin kabul edilebilir bir formda yazılmasını ya da problemi çözmek için uygulanacak adımların uygun sırada takip edilmesini içerdiğinden yüzeysel kalmaktadır. Rittle-Johnson ve Alibali (1999), Rittle-Johnson ve Siegler (1998) ve Willingham (2009) tarafından yapılan işlemsel bilgi tanımlarının da Hiebert ve Lefevre'nin (1986) tanımına benzer olduğu görülmektedir. Diğer bir ifade ile işlemsel bilgi bir problemi çözmek için gerekli olan işlemlerin ya da adımların sırasıdır (Rittle-Johnson ve Alibali, 1999; Rittle-Johnson ve Siegler, 1998; Willingham, 2009). Fakat bu araştırmacıların tanımında dikkat çeken unsur işlemsel bilgi türünün herhangi bir nitelikle sınırlandırılmamış olmasıdır.

İşlemsel bilgiyi birçok araştırmacının sıkı sıkıya bağlı kaldığı Hiebert ve Lefevre'nin (1986) tanımı üzerinden yeniden yapılandırmayı amaçlayan Star (2005), işlemsel bilginin yalnızca yüzeysel nitelikte ele alınmasına eleştiride bulunmaktadır. Star'a göre (2005), işlemsel bilgi yalnızca birbirini takip eden adımlardan ibaret yüzeysel bir bilgi olmayıp derin niteliği de bulunan bir bilgi çeşididir. Star (2005), uyguladığı adımları idrak edebilen, esnekliğe sahip olup farklı yaklaşımlarda bulunabilen ve eleştirel değerlendirmeler yapabilen bireylerin işlemsel bilgisini derin olarak nitelendirmektedir. Bu nedenle Star (2005), işlemsel bilginin değerlendirmesinde bireyin neyi yapıp yapamadığına

odaklanmanın yanı sıra nasıl yapıp yapamadığına ve sahip olduğu işlemsel bilginin derinliğine odaklanmanın da yararlı olacağını belirtmektedir.

İşlemsel Akıcılık ve Esneklik. Star'ın (2005) derin işlemsel bilgiye sahip olmanın bir göstergesi olarak ele aldığı işlemsel akıcılık ve esneklik kavramları, Kilpatrick, Swafford ve Findell tarafından (2001) ortaya koyulmuş matematiksel yeterlilikler altındaki beş başlıktan birisi olarak karşımıza çıkmaktadır. Kilpatrick ve diğerlerine göre (2001) işlemsel akıcılık, prosedürler hakkında bilgi sahibi olmanın yanı sıra onları ne zaman ve nasıl uygun şekilde kullanılacağını da bilmek ve esnek bir şekilde kullanabilmektir. Esneklik ise bir problemi çözmeye kullanılabilecek farklı yöntemleri göz önünde bulundurabilmek ve hangi problem durumunda hangi yöntemi tercih etmenin daha kullanışlı olduğuna dair eleştirel bir şekilde düşünerek karar verebilmektir (Star, 2005).

Buluşsal Stratejiler (Heuristics). Star tarafından (2005) derin işlemsel bilginin bir diğer göstergesi olarak değerlendirilen kavram ise *heuristics* yani buluşsal stratejilerdir. Star'a göre (2005) *heuristics*, bir problemi çözmeye bilinen algoritmaların dışında sezgiler gibi daha soyut prosedürlerin de kullanılmasıdır. Hiebert ve Lefevre (1986) ise problemlerin çözümünde görülen *heuristics* yani buluşsal stratejileri bir öğrencinin 8 ve 9'u toplarken önce $8 + 8$ şeklinde çiftleri toplayıp ardından 1 ekleyerek doğru sonuca ulaşması örneğiyle açıklamakta ve bu tür yaklaşımların işlemsel ve kavramsal bilginin kesişiminde yer alabileceğini belirtmektedir.

Kavramsal Bilgi

Hiebert ve Lefevre (1986), kavramsal bilgiyi zengin ilişkiler barındıran bilgi türü şeklinde ifade etmektedir. Bu ilişkiler önceden var olan iki bilgi parçası arasında ya da önceden var olan bir bilgi parçası ile yeni öğrenilen bir bilgi parçası arasında kurulabilir ve bireyin kavramsal bilgisi bu esnada gelişir. Benzer şekilde Rittle-Johnson ve Alibali (1999) ile Rittle-Johnson ve Siegler (1998) de kavramsal bilgiyi bir alandaki bilgi parçaları arasındaki ilişkinin açık ya da örtük şekilde anlaşılması olarak tanımlamaktadır. Ayrıca bu araştırmacıların, işlemsel bilgi tanımında olduğu gibi kavramsal bilgi türünü tanımlarken de

herhangi bir nitelikte sınırlandırmaması dikkat çekmektedir. Matematiksel yeterliliğin beş bileşeninden birisi olarak ele aldığı kavramsal anlamayı, matematiksel fikirlerin birbirinden ayrık değil ilişkisel olarak kavranması şeklinde tanımlayan Kilpatrick vd. de (2001) kavramsal anlamının her zaman açık bir şekilde sergilenemeyeceğine yani örtük bir şekilde de bulunabileceğine değinmektedir. Ayrıca Kilpatrick vd. (2001) farklı temsillerden yararlanabilmeyi kavramsal anlamının önemli bir göstergesi olarak ele almaktadır. Willingham'a göre (2009) kavramsal bilgi ise matematikte işleyen özellikleri ya da kuralları bilmenin yanı sıra bunların neden doğru olduğuna dair bilgiye de sahip olmaktır.

Son olarak, işlemsel bilgide olduğu gibi Hiebert ve Lefevre'nin (1986) kavramsal bilgi tanımında da bilgi türünün niteliğine odaklanan Star (2005), kavramsal bilginin ise yalnızca derin nitelikte sınıflandırıldığına dikkat çekmektedir. Halbuki Star'a göre (2005), kavramsal bir bilgi çeşitli faktörlerden ötürü (örneğin, bireyin yaşı) kimi zaman sınırlı ve yüzeysel kalabilmektedir. Star (2005), işlemsel ve kavramsal bilgi tanımlarına yönelik eleştirilerini Tablo 1'deki gibi özetlemektedir.

Tablo 1

İşlemsel ve Kavramsal Bilginin Türleri ve Nitelikleri (Star, 2005, s. 408)

Bilgi türü	Bilginin niteliği	
	Yüzeysel	Derin
İşlemsel	<i>İşlemsel bilginin yaygın kullanımı</i>	?
Kavramsal	?	<i>Kavramsal bilginin yaygın kullanımı</i>

Star tarafından (2005) işlemsel bilginin yeniden yapılandırılmasını değerlendiren Baroody, Feil ve Johnson (2007) ise işlemsel ve kavramsal bilgiye yönelik alternatif bir yaklaşım sunmaktadır. Star (2005), esnekliği (flexibility) derin işlemsel bilginin bir göstergesi olarak değerlendirmekte ve bireyin kavramsal bilgiye sahip olsa da olmasa da esnekliğe yani derin işlemsel bilgiye sahip olabileceğini belirtmektedir (akt. Baroody vd., 2007). Ancak Baroody ve diğerleri (2007), işlemsel bilginin derin olabilmesi için kavramsal bilgi ile

ilişkilendirilmesi gerektiğini savunan birçok çalışmanın varlığına dikkat çekerek, işlemsel ve kavramsal bilginin yüzeysel olması durumunda birbirinden bağımsız şekilde var olabileceğine fakat derin işlemsel bilginin derin bir kavramsal bilgi olmadan (ya da tam tersi) var olamayacağına inandığını belirtmektedir.

İşlemsel ve Kavramsal Bilgi Arasındaki İlişki

İşlemsel ve kavramsal bilgi arasındaki ilişki Rittle-Johnson ve Siegler tarafından (1998) dört farklı yaklaşımla ele alınmaktadır. Bunlardan ilki işlemsel bilginin kavramsal bilgiden önce geliştiğine yöneliktir. Örneğin, çocuklarda sayma eyleminin gelişimine yönelik yapılan çoğu çalışma (Briars ve Siegler, 1984; Fuson, 1988; Frye vd., 1989; Wynn, 1990) saymanın, sayma prensiplerine dair herhangi bir bilgiye sahip olmadan önce gerçekleşebildiğini ortaya koymaktadır (akt. Rittle-Johnson ve Siegler, 1998). İkinci yaklaşım ise işlemsel bilginin kavramsal bilgiden sonra geliştiğine yöneliktir. Örneğin, kesirlerle toplama işleminde kavramsal bilginin işlemsel bilgiden önce geliştiği görülmektedir (Byrnes ve Wasik, 1991). Bir başka ifade ile kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerinin yapılabilmesi için öncelikle bu kesirlerin eş büyüklükteki birimler cinsinden ifade edilmesi gerektiği bilinmelidir. Buna ek olarak, çeşitli matematiksel konularda çalışmalar yapan daha birçok araştırmacı (Baroody ve Gannon, 1984; Gelman ve Gallistel, 1978; Perry, 1991; Siegler ve Crowley, 1994) kavramsal bilginin işlemsel bilgiden önce geliştiğini ortaya koymaktadır (akt. Rittle-Johnson ve Siegler, 1998). Hatta bu yaklaşım uzunca bir süre kabul görmüş ve çoğu araştırmacı kavramsal bilginin işlemsel bilgiyi desteklediğini savunmuştur (Rittle-Johnson, Schneider ve Star, 2015). Diğer bir ifade ile, öğrenciler kavramsal bilgi sayesinde prosedürleri daha rahat anlayabilir ve hatta bu prosedürleri kendileri keşfedebilir. Görüldüğü üzere, hangi bilgi türünün daha önce geliştiği yani diğerine öncülük ettiği konudan konuya değiştiği gibi bu durum öğrenciden öğrenciye de değişkenlik göstermektedir (Rittle-Johnson ve Siegler, 1998). Rittle-Johnson, Schneider ve Star (2015) kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ilişkinin tek yönlü mü çift yönlü mü olduğu üzerine yapılan çalışmaları incelemiş ve hem kavramsal bilginin işlemsel bilgiyi desteklediğini ortaya

koyan hem de işlemsel bilginin kavramsal bilgiye öncülük ettiğini gösteren çalışmaların varlığına değinerek bu iki bilgi türü arasında çift yönlü bir ilişki olduğu yönünde görüş belirtmiştir.

Bu durumda kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ilişkinin tek yönlü olduğunu gösteren ilk iki yaklaşımdan farklı olarak diğer yaklaşımlar dikkat çekmektedir. Üçüncü bir yaklaşım işlemsel ve kavramsal bilginin eş zamanlı geliştiğine yöneliktir. Fakat çalışmalar doğrultusunda elde edilen bulgular, herhangi bir bilgi türünün mutlaka diğerinden önce var olduğunu gösterdiğinden eş zamanlı gelişmedikleri düşünülmektedir (Rittle-Johnson ve Siegler, 1998). Onun yerine dördüncü ve son yaklaşım olan işlemsel ve kavramsal bilginin tekrarlı şekilde gelişiminin daha olası olduğu belirtilmektedir. Diğer bir deyişle, bir bilgi türündeki küçük artışlar diğer bilgi türündeki artışları desteklemekte ve bu artışın yine diğer bilgi türündeki artışları tetiklemesiyle döngü devam etmektedir. Rittle-Johnson, Siegler ve Alibali (2001) 5. ve 6. sınıf öğrencileri ile ondalık kesirler konusunda yaptıkları çalışmada tekrarlamalı süreç (iterative process) olarak ele aldıkları bu yaklaşımı test etmiş ve ondalık kesirler konusunda öğrencilerdeki iki bilgi türünün de ne çalışmanın en başında tamamen var olduğunu ne de çalışmanın en sonunda tamamen geliştiğini ortaya koymuşlardır. Bunun yerine, öğrencilerin işlemsel ya da kavramsal bilgileri tekrarlamalı yaklaşıma uygun şekilde kademeli olarak gelişim göstermiş ve herhangi bir bilgi türündeki devam edecek olan her yeni artışla da bir diğeri tetiklenerek artış göstermeye devam edecektir. Bu yaklaşımlara ek olarak Haapasalo ve Kadıjevich (2000) ise işlemsel ve kavramsal bilginin birbirinden bağımsız şekilde gelişebildiği yani aralarında bir ilişki olmadığı yönünde bir yaklaşımın da varlığından söz etmiştir. Tüm bu yaklaşımlar göz önünde bulundurulduğunda çoğunlukla kabul gören yaklaşımın, iki bilgi türü arasında bir ilişkinin varlığını ve bu ilişkinin tek yönlü değil çift yönlü geliştiğini savunan tekrarlamalı (iteratively) yaklaşım olduğu söylenebilir (Rittle-Johnson ve Schneider, 2015).

Günümüzde kavramsal ve işlemsel bilginin birbirinden bağımsız olmayıp aralarında bir ilişkinin var olduğu noktasında hemfikir olunmasıyla beraber bu ilişkinin negatif yönlü mü

pozitif yönlü mü olduğuna dair yapılan çalışmaların çoğu (Canobi ve Bethune, 2008; Hallett, Nunes ve Bryant, 2010; Hecht, Close ve Santisi, 2003; Örmeci, 2012; Reimer ve Moyer, 2005) bu iki bilgi türü arasında pozitif yönde bir ilişkinin var olduğunu göstermektedir. Diğer bir deyişle, güçlü bir kavramsal bilgiye sahip öğrenci aynı zamanda güçlü bir işlemsel bilgiye de sahip olup iyi bir problem çözücüdür. Her ne kadar matematikteki konuların birbirinden bağımsız şekilde öğretilmesi gibi faktörlerden ötürü iki bilgi türü arasında bir ilişki kurabilmek kolay olmasa da bu ilişkilendirmenin birçok avantaj sağlayacağı da aşıkardır (Hiebert ve Lefevre, 1986). Hiebert ve Lefevre'ye göre (1986), uygulanan prosedürlerin daha anlamlı hale gelmesi ve daha kolay hatırlanabilmesi, uygun olan prosedürün seçilip uygun olmayanların ayırt edilebilmesi, uygulanan prosedürlerin esnek bir şekilde farklı durumlara transfer edilebilmesi bu avantajlardan bazılarıdır. Sonuç olarak, matematiksel bir alanda yetkinlik kazanabilmek için her iki bilgi türünün de gelişmesi ve öğrencilere yöneltilecek soruların hem işlemsel hem de kavramsal bilgiyi kazandırmayı hedeflemesi gerekmektedir (Rittle-Johnson, Siegler ve Alibali, 2001; Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2013).

Kesirler

Lamon'a göre (2012) kesir, $\frac{a}{b}$ şeklinde ifade edilen ve üstteki sayının pay alttaki sayının payda olarak adlandırıldığı iki parçalı sembolik bir gösterimdir. Her ne kadar kesrin daha çok parça – bütün anlamına odaklanıldığı görülse de kesir içeren bir problem durumu karşımıza beş farklı anlamla çıkabilmektedir (Lamon, 2012). Bir başka ifade ile bir kesir, problem durumundaki bağlama göre parça – bütün, ölçüm, işlemci, bölüm ve oran anlamlarını içerebilmektedir. Kesirlerin bu farklı anlamlarının bilinmesi ise kesirler konusunda kavramsal bilgiye sahip olmanın bir göstergesi olarak değerlendirilmektedir (Lenz, Dreher, Holzäpfel ve Wittmann, 2020).

Kesrin Anlamları

Parça – Bütün (Part – Whole) Anlamı. Bir $\frac{a}{b}$ kesrindeki b eş parçadan a tanesi bu kesrin parça – bütün anlamını ifade etmektedir (Lamon, 2012). Bir başka ifade ile,

paydadaki b sayısı bir bütünün kaç eş parçaya ayrıldığını ifade ederken paydaki a sayısı bu eş parçalardan kaç tanesinin ele alındığını ifade etmektedir. Şüphesiz kesir öğretiminde en çok üzerinde durulan ve dolayısıyla öğrencilerin aklında en çok kalan bilgi parça – bütün ilişkisidir. Ayrıca kesrin bu anlamının somutlaştırılmasında yaygın olarak alan modeli kullanılsa da küme modeli ve uzunluk modeli ile gösterimler de oldukça kullanışlı ve uygundur (Van de Walle vd., 2013).

Ölçüm (Measure) Anlamı. Bu anlamı içeren bir $\frac{a}{b}$ kesri, bir uzunluğun b eşit parçaya bölünmesiyle elde edilen $\frac{1}{b}$ 'lik ölçme birimlerinden a tanesini ifade etmektedir (Lamon, 2012). Burada bahsedilen ölçme birimi genellikle uzunluk cinsinden ele alınmakta ve sayı doğrusu üzerinden gösterimi sıkça tercih edilmektedir. Örneğin, bir uzunluğun 8 eş aralığa bölünmesi sonucu $\frac{1}{8}$ 'lik ölçme birimleri elde edilir ve bunlardan 5 tanesinin art arda koyulması sonucu elde edilen $\frac{5}{8}$ kesri bu bağlamda ölçüm anlamıyla karşımıza çıkmaktadır (Van de Walle vd., 2013).

İşlemci (Operator) Anlamı. Bir bütünün $\frac{a}{b}$ kadarının bulunmasını gerektiren problem durumlarında verilen bütünün b 'ye bölünüp a ile çarpılması sürecinde “ $\frac{a}{b}$ kadar” ifadesi kesrin işlemci anlamını karşılamaktadır (Lamon, 2012). Örneğin, “6'nın $\frac{2}{3}$ 'ü kaçtır?” sorusundaki $\frac{2}{3}$ kesri, 6'yı 3'e bölüp 2 ile çarpma sürecini ifade ettiğinden kesrin işlemci anlamını taşımaktadır. Bir başka ifade ile, kesirler çarpma ve bölme gibi işlemleri kullanmanın bir göstergesi olarak ele alınabilir (Van de Walle vd., 2013). Kesrin bu anlamında hangi işlemin önce gerçekleşeceği verilen problem durumuna göre esneklik gösterebilmektedir. Diğer bir deyişle, bir bütünün $\frac{a}{b}$ kadarını bulmada kimi zaman önce b 'ye bölüp daha sonra a ile çarpma anlamlı iken kimi zaman da a ile çarpıp b 'ye bölmek daha kullanışlıdır (Lamon, 2012). Bu nedenle hangi işlemin önce kullanılması gerektiği konusunda net bir kısıtlama bulunmamaktadır.

Bölüm (Quotient) Anlamı. Kesrin bu anlamı, a kadar eş çokluğun b kadar kişiye eşit olarak paylaşılması sonucu herkese $\frac{a}{b}$ kadar çokluğun düşmesi olarak ifade edilebilir (Lamon, 2012). Örneğin, 3 eş pizzanın 5 kişi arasında eşit olarak paylaşılması sonucu herkese pizzanın $\frac{3}{5}$ kadarının düşmesi kesrin bölüm anlamını içermektedir. Bu anlamda, $\frac{a}{b}$ kesri $a \div b$ bölme işlemi sonucunda elde ettiğimiz bölümü ifade etmektedir.

Oran (Ratio) Anlamı. Oran, iki çokluğun karşılaştırılması olarak ele alınmaktadır (Lamon, 2012). Bir oran karşımıza $\frac{a}{b}$ şeklinde kesir formuyla çıkabileceği gibi a/b ve $a:b$ şeklinde de gösterilebilir. Van de Walle ve diğerlerine göre (2013) eğer bu karşılaştırma bir sınıftaki kızların sayısının erkeklerin sayısına oranı şeklinde parça – parça arasında yapılıyorsa kesir olarak değerlendirilmemektedir. Fakat, karşılaştırma kızların sayısının sınıf mevcuduna oranı şeklinde parça – bütün arasında yapılıyorsa kesir olarak da nitelendirilebilir ve bu kesrin oran anlamını içerdiğini gösterir. Bu durumda, yüzdelerin gösteriminde ve olasılık hesaplamalarında kullanılan $\frac{a}{b}$ şeklindeki ifadeler kesrin oran anlamıyla karşımıza çıkmaktadır (Van de Walle vd., 2013).

Kesirler gerek kendi içerisinde barındırdığı anlam çeşitliliğinden gerekse ondalık gösterimler, yüzdeler, oran, orantı ve rasyonel sayılar gibi birçok konuyla olan ilişkisinden ötürü matematik eğitiminde önemli bir yer teşkil etmektedir. Bu nedendir ki kesirler üzerine yazılmış birçok araştırmaya rastlamak mümkündür. Yapılan alanyazın taramasında kesirler konusunun kavramsal ve işlemsel bilgi ya da anlama çerçevesinde incelendiği çalışmalarda (Birgin ve Gürbüz, 2009; Byrnes ve Wasik, 1991; Haser ve Ubuz, 2002; Örmeci, 2012) genel olarak öğrencilerin işlemsel bilgilerinin kavramsala göre daha gelişmiş olduğuna ve kavramsal ve işlemsel bilgi arasında pozitif yönlü bir ilişkinin var olduğuna ulaşılmıştır. Ayrıca, veri toplama araçlarında yer alan soruların genel olarak kavramsal bilgiyi ölçmeye yönelik sorular ve işlemsel bilgiyi ölçmeye yönelik sorular olmak üzere 2 ayrı başlıkta hazırlandığı görülmüştür.

Byrnes ve Wasik (1991) kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla kesirler konusunda 2 kısımdan oluşan bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmanın ilk kısmında, 4. ve 6. sınıf öğrencilerin genel olarak kesirler konusunda ne boyutta kavramsal ve işlemsel bilgiye sahip olduklarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu çalışmada kesirlere yönelik kavramların öğretildiği fakat kesirlerle işlem yapmanın henüz öğretilmediği 4. sınıf öğrencileri ile her ikisinin de öğretildiği 6. sınıf öğrencileri karşılaştırılmıştır. 19'u 4. sınıf ve 51'i 6. sınıf olmak üzere çalışma grubu toplam 70 öğrenciden oluşmuştur. Öğrencilere 9 tanesi kavramsal bilgiyi ölçmeye yönelik, 6 tanesi de işlemsel bilgiyi ölçmeye yönelik toplam 15 çoktan seçmeli sorudan oluşan bir *Kesir Bilgisi Testi* uygulanmıştır. Elde edilen bulgular, 6. sınıf öğrencilerinin kavramsal bilgiyi ölçmeye yönelik sorularda 4. sınıf öğrencilerinden daha başarılı olduklarını göstermiştir. İşlemsel bilgiyi ölçmeye yönelik soruların içeriğini oluşturan kesirlerle çarpma işleminde 6. Sınıf öğrencilerinin yine daha başarılı olduğu görülürken kesirlerle toplama işleminde sınıf düzeyleri arasında bir farklılığa ulaşılamamıştır. Fakat her iki sınıf düzeyinde de işlemsel sorulardaki kesirlerle çarpma işlemi yapmayı gerektiren sorularda kesirlerle toplama işlemine göre daha başarılı olunması dikkat çekmiştir. Öğrencilerin kesirlerle çarpma işlemine dair işlemsel bilgilerinin kavramsalardan önce gelişebildiği görülürken, kesirlerle toplama işleminde doğru işlemleri uygulayabilmek için önce kavramsal bilginin gelişmesi gerektiğine ulaşılmıştır. Bu durumda, öğrencilerin kesirler konusundaki kavramsal bilgilerinin işlemsel bilgileri ile ilişkili olduğuna rastlanmakla birlikte bu ilişkinin pozitif yönlü olduğuna dair bulgular da elde edilmiştir.

Byrnes ve Wasik (1991) çalışmanın ikinci kısmında ise öğrencilerin sıkça işlem hatası yaptıkları görülen kesirlerle toplama işlemi konusundaki hataları gidermek amacıyla birkaç öğretim müdahalesi tasarlamıştır. Bu kısımdaki çalışma grubunu kesirlerle ilgili kavramları ve işlemleri öğrenmiş olan 51 5. sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Öğrenciler rastgele 3 gruba ayrılarak bir kısmına sadece sözel olarak, bir kısmına sözel olarak ve manipülatif materyaller aracılığıyla, bir kısmına da sözel olarak ve analogilerden yararlanılarak müdahalede bulunulmuştur. Doğal sayılardaki toplama işlemi kesirlerdeki

toplama işlemine genelleme yanılıgısına düşen öğrencilerin hatalarını gidermek amacıyla en küçük ortak payda bulma konusundaki öğretim müdahalesi 20 dakikada gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın bu kısmında kullanılan test, çalışmanın ilk kısmında geliştirilen teste birkaç eklemeler yapılmasıyla elde edilmiştir. Öğrencilere müdahale öncesi uygulanan ön-test ve müdahale sonrası uygulanan son-test puanları incelendiğinde, öğrencilerin kesirlerle toplama işlemi konusundaki işlemsel bilgilerinin kavramsal bilgilerine nazaran daha çok gelişim gösterdiği gözlenmiştir. Fakat bu noktada, öğrenciler kavramsal bilgilerinin ölçüldüğü ön-testten genel olarak yüksek puan elde ettikleri için son test puanlarındaki küçük artışın anlamlı bir fark yaratmamış olabileceği düşünülmüştür. Buna ek olarak, 5. sınıf öğrencilerinin de kesirler konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgileri arasında pozitif yönlü bir ilişki olduğuna rastlanmış ve bu yönüyle çalışmanın ilk kısmıyla paralel bir sonuca ulaşılmıştır.

Birgin ve Gürbüz (2009) 6., 7. ve 8. sınıf düzeyindeki toplam 160 öğrenci ile yaptıkları özel durum çalışmasında katılımcıların rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerini incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışmada veri toplama aracı olarak rasyonel sayıların yalnızca pozitif örneklerini içeren 6 tanesi işlemsel 6 tanesi kavramsal olmak üzere toplam 12 sorudan oluşan çoktan seçmeli bir test geliştirilmiştir. Her bir bölümde rasyonel sayılara ilişkin denklik, toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve sıralama işlemi içeren birer soruya yer verilmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda, ortaokul kademesindeki tüm öğrencilerin işlemsel bilgi gerektiren sorularda kavramsal bilgi gerektiren sorulara oranla daha başarılı oldukları görülmüştür. Ayrıca her iki bilgi türü açısından da öğrencilerin sınıf seviyesi arttıkça doğru cevap yüzdelerinin de arttığı gözlenmiştir. Her iki bilgi türüne ilişkin alınan puanlar arasında anlamlı bir farkın olup olmadığı da incelenmiş ve ortaokul seviyesindeki tüm öğrencilerin aldıkları işlemsel ve kavramsal bilgi puan ortalamaları arasında işlemsel bilgi lehine anlamlı bir fark bulunmuştur. Bir başka ifade ile, öğrencilerin işlemsel bilgiyi kullanmadaki performanslarının daha iyi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Son olarak, öğrencilerin sınıf seviyesi arttıkça her iki bilgi türünü kullanmadaki performansları

artmış fakat hiçbir seviyede dengelenememiştir. Kısacası, Birgin ve Gürbüz (2009) tarafından yapılan bu çalışma ile öğrencilerin öğrenim seviyesinin arttıkça işlemsel bilgi gerektiren sorularda da kavramsal bilgi gerektiren sorularda da performanslarının arttığı görülmüş, fakat bu artışın işlemsel bilgi lehine olduğu belirlenerek öğrencilerin işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin dengeli olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Örmeci tarafından (2012) yapılan çalışmada ise başarılı ve daha az başarılı olarak belirlenen 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavramsal ve işlemsel anlayışlarının/bilgilerinin karşılaştırılarak bu iki bilgi türü arasında bir ilişki olup olmadığının incelenmesi ve öğrencilerin yaşadığı zorlukların ortaya konması amaçlanmıştır. Çalışmada veri toplama aracı olarak kesirler konusunda 13 tanesi kavramsal 8 tanesi işlemsel olmak üzere toplam 21 sorudan oluşan *Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Testi* geliştirilmiştir. Geliştirilen veri toplama aracı 33 öğrenciye uygulanmış ve öğrencilerin kavramsal bilgi testinden aldıkları puanlar ile işlemsel bilgi testinden aldıkları puanlar arasında güçlü ve pozitif yönlü bir ilişkiye rastlanmıştır. Bir başka ifade ile, öğrencilerin çoğunun bir bilgi türünde yüksek performans sergiliyorsa diğer bilgi türünde de yüksek performans sergilediği ya da bunun tersi şekilde her iki bilgi türünde de düşük performans sergilediği görülmüştür. Öğrenciler arasından başarılı ve daha az başarılı olarak belirlenen öğrencilerin sahip oldukları işlemsel bilgiler arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunamamış, yani işlemsel bilgileri benzer çıkmıştır. Kavramsal bilgi açısından ise başarılı öğrenciler lehine anlamlı bir farka ulaşılmıştır. Ayrıca başarılı olarak nitelendirilen öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgiyi eş zamanlı kullanabildiği görülürken, daha az başarılı olarak nitelendirilen öğrencilerin salt işlemsel bilgiye sahip oldukları görülmüştür. Bu nedenle matematikte başarının sağlanabilmesi, kavramsal ve işlemsel bilginin her ikisine de sahip olmayı gerektirmektedir (Örmeci, 2012).

Haser ve Ubuz (2002) tarafından 5. sınıf düzeyindeki toplam 145 öğrenci ile yapılan çalışmada ise öğrencilerin kesir konusundaki bilgi ve becerilerinin kavramsal ve işlemsel durumlarda kullanma performanslarının incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada veri

toplama aracı olarak içerisinde çeşitli sayıda alt sorular da içeren 14 soruluk *Kesirler Konusunda Kavramsal ve İşlemsel Performans Sınavı* geliştirilmiştir. Verilerin analizi esnasında soruların kavramsal performansı ölçmeye yönelik ve işlemsel performansı ölçmeye yönelik sorular şekilde ele alındığı görülmektedir. Elde edilen bulgular doğrultusunda, öğrencilerin özellikle tam sayılı kesir içeren kavramsal sorularda ve farklı tipteki kesirleri çıkarmayı-çarpmayı gerektiren işlemsel sorularda düşük performans sergiledikleri görülmüştür. Haser ve Ubuz'a göre (2002), kesirler konusunda hatalı örneklere de yer verilerek öğrencilere doğru ve hatalı örnekler arasındaki farkların kavratılması önem arz etmektedir. Son olarak Haser ve Ubuz (2002), öğrencilerin özellikle kesirlerin denkliğinde gösterdikleri düşük performansa dikkat çekerek kesirlerin denkliğinin apayrı bir konu olarak değil, diğer konular içerisinde ilişkili olarak ele alınması gerektiğini belirtmektedir.

Denk Kesirler

Farklı pay ve paydalara sahip olmalarına rağmen aynı miktarı temsil eden kesirlere “denk kesirler” denmektedir (Van de Walle vd., 2013). Bir kesrin değerini değiştirmeden oluşturulabilecek sonsuz sayıda denk kesir bulunmaktadır (Lamon, 2012; Pedersen ve Bjerre, 2021). Lamon'a göre (2012) birim kesir oluşturabilme denk kesirlerin anlaşılabilmesi için temel oluşturmaktadır. Denk kesirler ise kesirleri sıralama, toplama ve çıkarma işlemlerinin temelini oluşturmaktadır. Bununla ilgili Haser ve Ubuz (2002), öğrencilerin kesirleri sadeleştirirken yaptıkları yanlışların kesirlerle dört işlem uygulamalarında düşük performansa sebep olduğuna dair bulgular elde etmiştir. Öyle görünüyor ki denk kesirler, kesirler konusu içerisindeki çeşitli kavramlar ve işlemler arasında önemli bir geçiş sağlayarak köprü görevi görmektedir. Bu durumda, kesirler konusunun bütüncül bir şekilde anlaşılabilmesi için denk kesir kavramının ve denk kesir elde etme yöntemlerinin içselleştirilmesi önem arz etmektedir.

İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (MEB, 2018) denk kesir kavramına ilişkin kazanıma ilk kez 5. sınıf düzeyinde rastlanmaktadır. Müfredatta yer alan kazanım şu şekildedir:

M.5.1.3.4. Sadeleştirme ve genişletmenin kesrin değerini değiştirmeyeceğini anlar ve bir kesre denk olan kesirler oluşturur.

İşlemsel uygulamalara geçmeden önce kesir modelleri ile kavramsal çalışmalara yer verilir.

Öğretim programında (MEB, 2018) denk kesir oluşturma ile ilgili yer alan kazanımda da hem işlemsel hem kavramsal çalışmaların yer verilmesine açıkça vurgu yapıldığı görülmektedir. Bu noktada işlemselden önce kavramsal uygulamaların yapılması yönündeki öneri dikkat çekmektedir. Kavramsal ve işlemsel bilginin öğretilme sırası ile ilgili çok fazla çalışmaya rastlanmamakla birlikte NCTM'in de (2014) önce kavramsal daha sonra işlemsel bilginin öğretilmesi üzerinde durduğu görülmektedir (akt. Rittle-Johnson vd., 2015).

Denk Kesirlerde İşlemsel ve Kavramsal Bilgi

Denk kesirlere dair işlemsel bilgi en genel haliyle bir kesre denk olan kesri elde etmede kullanılan yöntemlerin bilgisi olarak ele alınmaktadır. Bir başka ifade ile, denk kesir oluşturmak için kesrin payını ve paydasını sıfırdan farklı bir sayıyla çarpmak ya da bölmek işlemsel olarak değerlendirilmektedir (Van de Walle vd., 2013). Denk kesir elde etmede kullanılan bu prosedürler öğretim programımızda (MEB, 2018) *genişletme* ve *sadeleştirme* olarak ele alınmaktadır. Bir kesrin payını ve paydasını sıfırdan farklı bir sayıyla çarpmak genişletmenin tanımını, bölmek ise sadeleştirmenin tanımını karşılamakta ve işlemsel olarak ele alınmaktadır (Lenz vd., 2020). Van de Walle vd. (2013) denk kesirlere yönelik işlemsel ve kavramsal yaklaşımları $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ denkliği üzerinden örneklendirmektedir. Bu iki kesrin birbirine denk olduğunu açıklamada $\frac{4}{6}$ kesrini 2 ile sadeleştirerek $\frac{2}{3}$ kesrine ulaştığını

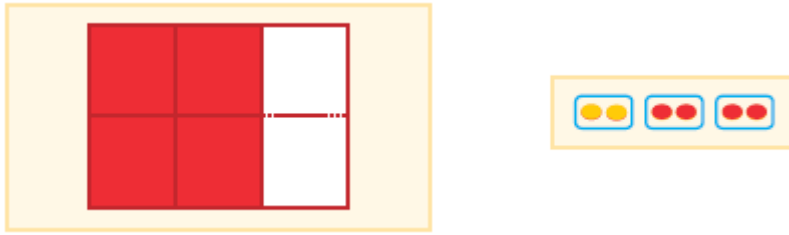
söyleyen veya $\frac{2}{3}$ kesrini 2 ile genişleterek $\frac{4}{6}$ kesrine ulaştığını söyleyen öğrenci yaklaşımları işlemsel olarak değerlendirilmektedir.

Yapılan tanımlamalardan ve verilen örnekten hem genişletmenin hem de sadeleştirmenin işlemsel olarak ele alındığı görülmektedir. Fakat Pedersen ve Bjerre (2021), denk kesir oluşturmada yalnızca genişletme yapılmasını, yani ortak payda oluşturmada yalnızca çarpma işlemine başvurulmasını işlemsel ve hatta standart algoritma olarak nitelendirmektedir. Pedersen ve Bjerre'e göre (2021) bir öğrencinin sadeleştirme yapılabilecek bir durumun farkına varmadan doğrudan genişletmeye başvurusu, denk kesir oluşturmada yeterli kavramsal anlayışa sahip olmayıp işlemsel anlayışa sahip olmanın bir göstergesidir.

Denk kesirlere dair kavramsal bilgi ise denk kesir kavramının içselleştirilmesi sonucu denkleğin sembolik gösteriminin dışında alan modeli ve sayı doğrusu modeli gibi farklı gösterimlerinin de etkili kullanılabilmesi olarak tanımlanabilir (Van de Walle vd., 2013; Wong ve Evans, 2007). Van de Walle vd. (2013) tarafından ele alınan örneklerde denk kesirlere yönelik kavramsal anlayışa sahip bir bireyin $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ denkleğini farklı temsillerle gösterebildiği görülmektedir. Örneğin, Şekil 1'deki gibi 3 eş parçaya bölünmüş ve 2 parçası taranmış alan temsilinde her parçayı ortadan ikiye bölüp elde edilen yeni görselde 6 parçadan 4'ünün taralı olduğunu ve taralı bölgenin alanının değişmediğini ifade eden bir bireyin kavramsal anlayışa sahip olduğu söylenmektedir. Ya da yine Şekil 1'deki gibi 6 elemanlı bir kümeyi ikişerli olarak 3 gruba ayıran ve 6 elemanın içindeki 4 elemanın aslında 3 grup içindeki 2 gruba denk geldiğini ifade eden bir bireyin yaklaşımı da kavramsal olarak değerlendirilmektedir. Benzer şekilde Lenz ve diğerlerine (2020) göre de denk kesir oluşturma sürecinin modeller aracılığıyla somutlaştırılması, kavramsal bilginin varlığına işaret etmektedir.

Şekil 1

Kavramsal Anlayışı Gelişmiş Öğrenci Yaklaşımları (Van de Walle vd., 2013, s. 305)



Bunlara ek olarak, bireyin denk kesir oluştururken uyguladığı genişletme ve sadeleştirme prosedürleri ile ne yaptığının farkında olması da kavramsal anlayışın geliştiğinin bir göstergesidir. Bir kesir genişletme işlemiyle aslında daha çok sayıdaki daha küçük birimlerle ifade edilirken sadeleştirme işlemiyle ise daha az sayıdaki daha büyük birimlerle ifade edilmektedir (Lamon, 2012). Diğer bir deyişle, denk kesir oluşturma aslında bir kesrin değerini değiştirmeden farklı büyüklükteki birimlerle yeniden ifade etme sürecidir. Ayrıca, bireyin ne yaptığının yanı sıra yaptığı şeyin nerede işe yaradığını bilmesi ve neden bu şeyden yararlandığının farkında olması da kavramsal açıdan önem arz etmektedir (Skemp, 1978). Denk kesir oluşturabilme kesirleri sıralama, toplama ve çıkarma işlemleri için bir ön bilgi niteliğindedir ve aynı birim kesir cinsinden ifade edebildiğimiz kesirleri toplayıp çıkarılabildiğimiz için bu süreçte denk kesir oluşturmaya ihtiyaç duyulur (Eroğlu vd., 2019; Lenz vd., 2022). Öğrencinin de bu durumların farkında olması yani konular arasında ilişki kurabilmesi kavramsal anlayışın geliştiğinin bir göstergesidir. Aksi takdirde, Örmeci'nin de (2012) belirttiği gibi öğrencilere ortak payda bulmanın nedeni sorulduğunda kesirlerde toplamaya yönelik daha çok işlemsel anlayışa sahip olan öğrenciler bunun kesirleri toplayabilmek için gerekli bir kural olduğunu dile getirmektedir. Son olarak, bir kesre denk olabilecek kesri oluşturmada sonsuz sayıda ortak payda bulunabileceğinin ve sonsuz sayıda denk kesir oluşturulabileceğinin farkındalığı da öğrencilerin denk kesirlere yönelik kavramsal anlayışlarının gelişmesinde önemli bir yer tutmaktadır (Pedersen ve Bjerre, 2021).

Alanyazın taraması sonucunda denk kesirlerin kavramsal ve işlemsel bilgi ya da anlama çerçevesinde incelendiği birkaç çalışmaya (Jigyel ve Afamasaga-Fuata'i, 2007; Kaur ve Pumadevi, 2009; Wong ve Evans, 2007) rastlanmıştır. Kaur ve Pumadevi tarafından (2009) yapılan çalışmada Malezya ders kitaplarında yer alan örneklerin ve etkinliklerin, öğrencilerin denk kesirlere yönelik kavramsal anlamalarını asimetric şekiller üzerinde gösterebilmeleri için yeterli olup olmadığı araştırılmıştır. Bir başka ifade ile, ders kitaplarında denk kesir gösterimine yönelik çoğunlukla simetric şekillerden oluşan örnekler ve etkinlikler yer almaktadır. Bu çalışma ile kitaplarda yer alan bu örneklerin/etkinliklerin öğrencilerin denk kesirler konusunda kavramsal bir anlamaya sahip olabilmeleri için yeterli olup olmadığı asimetric şekiller aracılığıyla ortaya konmak istenmiştir. Malezya'daki 5. sınıf düzeyindeki toplam 36 öğrenci ile karma yöntem kullanılarak yapılan bu çalışmada öğrencilerin denk kesirlere yönelik kavramsal anlayışlarını asimetric şekiller üzerinden belirlemek amacıyla 20 sorudan oluşan bir *Denk Kesir Testi* geliştirilmiş ve temelinde eş paylaşım anlayışının yer aldığı parça – bütün anlamı üzerinde durulmuştur. 70'ten düşük puan elde eden öğrencilerin denk kesir kavramını anlamadığı, 70 ve 100 arası puan elde edenlerin ise denk kesir kavramını anladığı kabul edilen bu çalışmada 36 öğrencinin *Denk Kesir Testi* ortalaması 60.14 bulunmuştur. Öğrencilerle yapılan görüşmelerde ise bazı öğrencilerde kesirlere yönelik en temel anlayışın bile oluşmadığı gözlenmiştir. Örneğin, bir öğrenci pay yerine paydadaki miktar kadarını şekil üzerinde taradığını belirtmiştir. Ayrıca, öğrencilerin verilen şekiller üzerinde eş paylaşımı kendisinin tamamlaması gerektiği durumlarda yani tipik örnekler dışında yanılığa düştükleri gözlenmiştir. Örneğin, görüşme yapılan öğrencilerden birisi şekil içerisinde eş parça oluşturmak yerine şekle eş olduğunu düşündüğü bir parça eklemeyi tercih etmiştir. Bunun yanı sıra, öğrencinin verilen asimetric şeklin üzerinde eklemeler yaparak daha önceden aşına olduğu simetric şekillere benzetmeye çalıştığı görülmüştür. Sonuç olarak Kaur ve Pumadevi (2009) çoğunlukla simetric/tipik örnekleri ve etkinlikleri içeren matematik ders kitaplarının, öğrencilerin denk kesirlere yönelik kavramsal anlayış geliştirmelerinde yeterli olmadığı sonucuna ulaşmıştır.

Wong ve Evans tarafından (2007) yapılan çalışmada ise öğrencilerin denk kesirlere yönelik kavramsal anlayışlarının sembolik ve görsel temsiller içeren sorular aracılığıyla incelenmesi amaçlanmıştır. Sidney’de bulunan 3 farklı ilkokuldaki 3., 4. ve 5. sınıf öğrencilerinden toplamda 213 öğrenci seçilmiştir. Bu öğrenciler arasından genel matematik başarıları hazır bir matematik başarı testi aracılığıyla düşük ve yüksek olarak belirlenen toplam 61 öğrenci ile çalışma sürdürülmüştür. Öğrencilerin denk kesirlere yönelik sahip oldukları bilgileri ölçmek amacıyla bu konudaki çeşitli ölçme araçları derlenerek tamamı açık uçlu sorulardan oluşan 34 soruluk bir test geliştirilmiştir. Çalışmada öğrencilerin sembolik ve görsel temsiller arasında geçiş yapmaları istenerek denk kesirlere yönelik sahip oldukları kavramsal anlayışları incelenmiş ve öğrencilerin özellikle sembolik temsil içeren soruları cevaplama işlemlerini kullandıkları görülmüştür. Sembolik ve görsel temsiller arasında başarılı geçişler yapabilen öğrencilerin ise özellikle sayı doğrusu gösteriminde daha başarılı oldukları görülmüştür. Son olarak, düşük ve yüksek matematik başarısına sahip öğrencilerin benzer hatalarda buldukları gözlenmiş, bu nedenle iki grup arasındaki farkın yaptıkları hatalardan ziyade sahip oldukları işlemsel ve kavramsal bilginin derinliğinden ve bu ikisi arasında kurulan bağlantının gücünden kaynaklandığı belirtilmiştir.

Jigyel ve Afamasaga-Fuata’i (2007) tarafından yapılan çalışmada kırsal bölgedeki 4., 6. ve 8. sınıf düzeyindeki toplam 55 Avustralyalı öğrencinin denk kesir kavramına yönelik anlayışlarının incelenmesi amaçlanmıştır. Tüm öğrencilere 6 adet açık uçlu sorudan oluşan hazır bir yazılı test uygulanmış ve ardından her sınıf seviyesinden test başarıları düşük, orta ve yüksek olarak belirlenen üçer kişiyle mülakat gerçekleştirilmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda, öğrencilerin çoğunun $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ denkleğini alan modeli ile gösterebildikleri görülmüştür. Hatta öğrencilerin kesirleri görselleştirmeyi küme modeline nazaran daha çok daire ve dikdörtgen gibi alan modeliyle ilişkilendirdikleri görülmüştür. Modeller arasındaki bu denkliği sözel olarak tanımlamada ise sırasıyla en çok 4. sınıf, daha sonra 6. sınıf ve en az 8. sınıf öğrencileri zorlanmıştır. Öğrencilerin alan modeli ile verilen denklikleri daha rahat açıklayabildiği görülürken $\frac{a}{b}$ formunda verilen denklikleri açıklamada zorlandıkları

gözlenmiştir. Bazı öğrencilerin denkliği tanımlarken sadeleştirmenin tanımından yararlanarak işlemsel anlayış sergiledikleri görülmüştür. Ayrıca elde edilen bulgular, öğrencilerde denk kesir kavramının 4. ve 6. sınıf arasında, 6. ve 8. sınıf arasına göre daha hızlı geliştiğini göstermiştir. Son olarak, öğrencilerin denk kesirlere yönelik kavramsal anlayışlarının gelişiminde denk kesirler konusundaki temel fikirlerin önemi de vurgulanmıştır.

Denk Kesirlere İlişkin Temel Fikirler

Denk kesirlere ilişkin ele alınan işlemsel ve kavramsal yaklaşımlar göz önünde bulundurulduğunda dikkat çeken temel fikirler şu şekilde sıralanabilir:

- Birim kesir kavramının içselleştirilmesi, denk kesirlerin anlaşılabilmesinde temel oluşturmaktadır.
- Denk kesirlerin payları ve paydaları arasında toplamsal (additive) değil çarpımsal (multiplicative) bir ilişki vardır.
- Bir kesre denk olan kesirlerin kümesi sonsuz elemanlıdır.

Örneğin, $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18} = \frac{20}{24} = \frac{25}{30} = \frac{30}{36} = \dots$

- Denk kesirlerin gösteriminde temsiller arası ilişkilendirme becerisinin gelişmesi kritik bir öneme sahiptir. Bunun için öğrencilerin, kesrin sembolik gösterimi ile alan modeli, uzunluk modeli ve küme modeli gösterimleri arasında geçiş yapabilmesi gerekmektedir.
- Denk kesirlerin gösteriminde tipik ve simetrik örnekler kadar asimetrik örneklerden ve örnek olmayan durumlardan faydalanmak da önem arz etmektedir.

Bölüm 3

Yöntem

Araştırmanın Türü

Araştırmada 5. sınıf öğrencilerinin denk kesirler ile ilgili var olan kavramsal ve işlemsel bilgilerinin incelenerek bu konudaki performanslarının ortaya konması amacıyla betimsel araştırma türlerinden tarama deseninin kullanılması tercih edilmiştir. Betimsel araştırmalar, mevcut bir durumu olabildiğince tam ve dikkatli bir şekilde tanımlayarak bu durumun aynen ortaya konmasını sağlayan incelemelerdir (Büyüköztürk vd., 2020). Hocaoğlu ve Akkaş-Baysal'a göre (2019) betimsel araştırma, var olan durum ya da ilişkilerle, sahip olunan fikirlerle, devam etmekte olan süreçlerle, açıkça belli olan etkilerle ya da gelişmekte olan eğilimlerle ilgilenen bir araştırma türüdür. Ayrıca, bu araştırma türünde elde edilen veriler arasında nedensel bir ilişki kurulmaz, yalnızca bu verilerin birlikte bulunma ilişkisi gözetilir (Hocaoğlu ve Akkaş-Baysal, 2019). Betimsel araştırma türleri içerisinde değerlendirilen tarama deseni ise bir grubun belirli bir konudaki mevcut özelliklerini betimlemek amacıyla olabildiğince büyük bir örneklemden verilerin toplanmasını ve betimsel istatistik hesaplamaları ile bulguların sunulmasını içeren bir yöntemdir (Sezgin Selçuk, 2019). Öğrencilerin denk kesirler konusundaki yaygın hatalarının belirlenmesinde ise derinlemesine bir analiz yapılarak adlandırmalar oluşturulmuştur.

Araştırmanın Evreni ve Örneklemi

Araştırmanın evreni, 2021 – 2022 eğitim – öğretim yılında Manisa ilindeki ortaokullarda öğrenim gören tüm 5. sınıf öğrencileri olarak belirlenmiştir. Araştırmanın örneklemini oluşturacak öğrenciler ise uygun/elverişli örnekleme yoluyla araştırmacının ikamet ettiği Manisa ilinin Salihli ilçesine bağlı ortaokullar arasından belirlenmiştir. Uygun örnekleme, örneklemin zaman, para, konum gibi koşulların göz önünde bulundurularak elverişlilik durumuna uygun şekilde belirlendiği bir yöntemdir (Büyüköztürk vd., 2020). Öğretim programımıza göre (MEB, 2018), denk kesir kavramına ve genişletme –

sadeleştirme yoluyla denk kesir oluşturmaya yönelik kazanıma (M.5.1.3.4.) ilk kez ve sadece 5. sınıfta yer verildiğinden örneklemin bu sınıf düzeyindeki öğrencilerden seçilmesi uygun bulunmuştur. Bu doğrultuda, araştırmanın örneklemini 2021 – 2022 eğitim – öğretim yılında Manisa ilinin Salihli ilçesine bağlı ve araştırmacının ulaşabildiği iki farklı ortaokulda öğrenim gören tüm 5. sınıf öğrencileri oluşturmuştur. Millî Eğitim Bakanlığına bağlı ve sosyoekonomik bakımdan orta düzeyde olan bu iki devlet okulunun birinde 8 şube (221 öğrenci) diğerinde ise 6 şube (214 öğrenci) olmak üzere toplam 14 şubedeki 435 beşinci sınıf öğrencisi araştırmanın örneklemini oluşturmuştur. Araştırmaya katılan öğrencilerin cinsiyet dağılımlarına Tablo 2’de yer verilmiştir. Tablodaki frekans değerlerine göre, öğrencilerin %47,4’ü kız öğrencilerden %52,6’sı ise erkek öğrencilerden oluşmaktadır. Bu durumda, öğrencilerin cinsiyet bakımından birbirine yakın bir dağılım gösterdiği söylenebilir.

Tablo 2

Araştırmaya Katılan Öğrencilerin Cinsiyete Göre Frekans ve Yüzde Dağılımları

	Kız		Erkek		Toplam	
	f	%	f	%	f	%
Okul A	104	23,9	117	26,9	221	50,8
Okul B	102	23,5	112	25,7	214	49,2
Toplam	206	47,4	229	52,6	435	100

Araştırmanın bu iki ortaokulda sürdürülebilmesi için Hacettepe Üniversitesi Etik Komisyonundan ve Milli Eğitim Bakanlığında gerekli izinler alınmıştır (Ek B ve C). Araştırma boyunca etik değerlere önem gösterilerek öğrencilerin gerçek adları kullanılmamış ve öğrenci kağıtları Ö.1, Ö.2, ..., Ö.435 şeklinde kodlanarak bulgular kısmında bu şekilde ele alınmıştır.

Veri Toplama Aracı

Alanyazın taraması sonucu öğrencilerin çeşitli konulara yönelik kavramsal ve işlemsel bilgilerinin ölçülmesinde çoğunlukla *kavramsal bilgiyi ölçen sorular ve işlemsel*

bilgiyi ölçen sorular olmak üzere ayrı ayrı soruların hazırlandığı görülmüştür. Fakat Hiebert ve Lefevre'nin de (1986) belirttiği gibi matematikte yer alan her bilgiyi kavramsal ve işlemsel olarak net bir şekilde sınıflandırmak mümkün değildir. Ancak bu bilgi türlerinin belirgin özellikleri doğrultusunda öğrencinin matematik bilgisini ölçen bir soruya *yaklaşımı* analiz edilebilir ve ne tür bilgisinin ön plana çıktığı belirlenebilir. Bu doğrultuda, araştırmada denk kesirler konusundaki önceki bölümün sonunda bahsedilen temel fikirler göz önünde bulundurularak 5. sınıf öğrencilerinin düzeyine uygun olacak şekilde araştırmacı tarafından bir veri toplama aracı hazırlanmış ve hazırlanan bu veri toplama aracında yer alan soruların kavramsal ve işlemsel olarak sınıflandırılmasından ziyade öğrenci yaklaşımlarının kavramsal ve işlemsel olarak sınıflandırılması amaçlanmıştır.

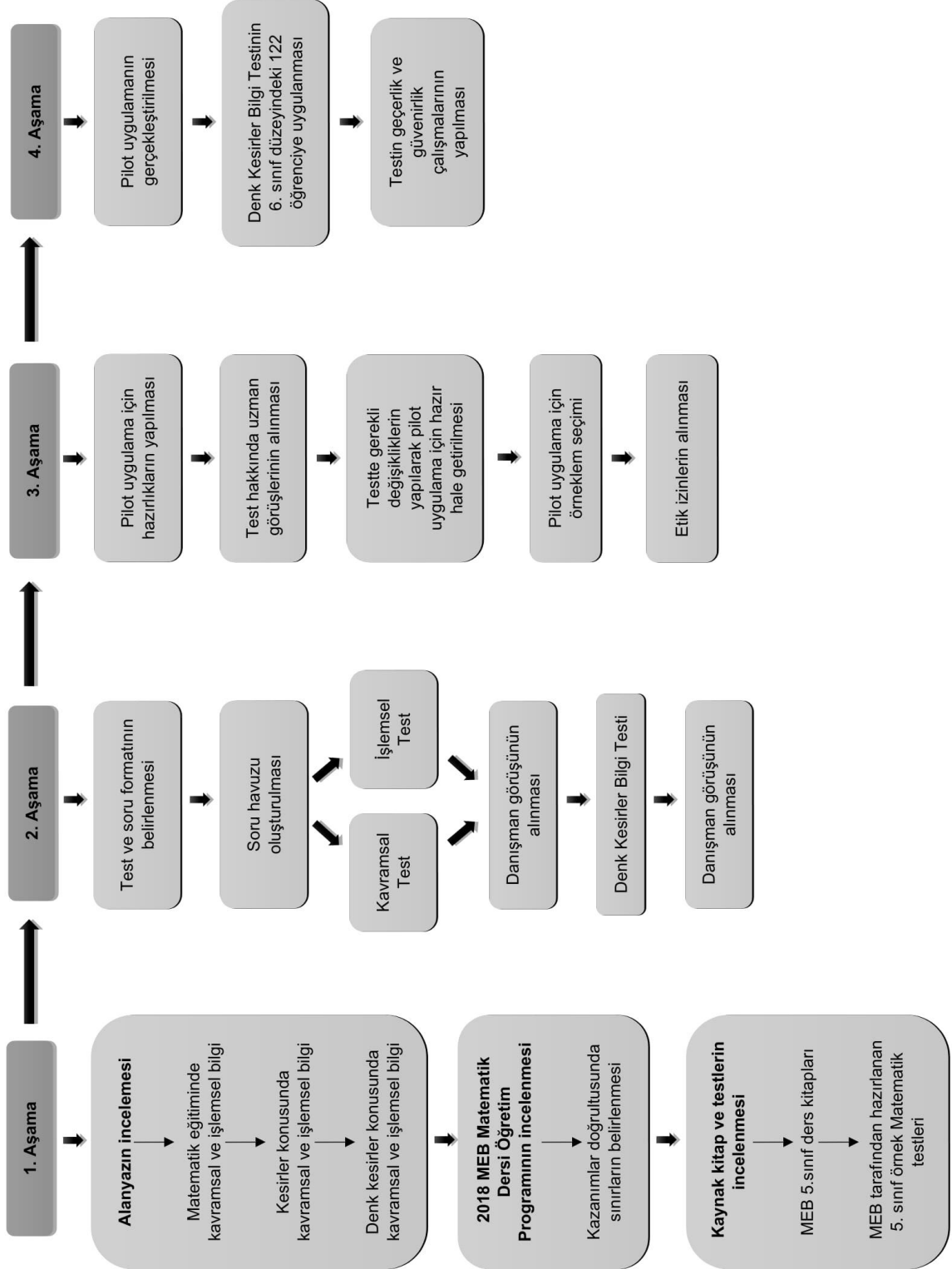
Araştırmanın veri toplama aracı olarak toplam 6 adet açık uçlu sorudan oluşan Denk Kesirler Bilgi Testi geliştirilmiştir (Ek A). Bu test ile öğrencilerin denk kesirler konusundaki sorulara yaklaşımlarını işlemsel ve kavramsal açıdan değerlendirmek ve mevcut durumu ortaya koymak amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda hazırlanan veri toplama aracı, alanyazında yer alan ilgili çalışmalar, Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2018) ve Milli Eğitim Bakanlığı tarafından kullanımı uygun görülen 5. sınıf matematik ders kitapları (Durmuş ve İpek, 2019; Göksülük, 2022) incelenerek oluşturulmuştur.

Denk Kesirler Bilgi Testinin Geliştirilmesi

Araştırmanın veri toplama aracı olan Denk Kesirler Bilgi Testinin geliştirilmesinde Şekil 2'deki süreç takip edilmiştir. Alanyazın incelemesi ile başlayan bu süreçte ilk olarak matematik eğitimindeki çeşitli konular üzerine yapılmış kavramsal ve işlemsel bilgi çalışmaları incelenmiştir. Ardından bu kapsam daraltılarak kesirler konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgi çalışmaları (Birgin ve Gürbüz, 2009; Byrnes ve Wasik, 1991; Haser ve Ubuz, 2002; Örmeci, 2012) incelenmiş ve bu çalışmalardaki özellikle denk kesir kavramına ilişkin sorular ve bulgular irdelenmiştir. Son olarak ise denk kesirler konusu özelinde yapılmış çalışmalar (Jigyel ve Afamasaga-Fuata'i, 2007; Kaur ve Pumadevi, 2009; Wong ve Evans, 2007) detaylı şekilde incelenerek alanyazın taraması tamamlanmıştır.

Şekil 2

Test Geliştirme Süreci



Yapılan alanyazın incelemesi sonucunda elde edilen bilgiler ışığında geliştirilmesi planlanan sorular 5. sınıf düzeyindeki öğrencilere uygulanacağından bu sınıf düzeyindeki kazanımların dışına çıkmamak ve sınırları belirlemek amacıyla 2018 Milli Eğitim Bakanlığı Matematik Dersi Öğretim Programı incelenmiştir. Örneğin, bu sınıf düzeyindeki öğrenciler henüz birinin paydası diğerinin paydasının tam katı olan kesirlerle işlemler yapabildikleri için hazırlanan sorularda bu durumun dışına çıkılmamasına dikkat edilmiştir. Test geliştirme sürecinin bu aşamasında son olarak, Milli Eğitim Bakanlığı 5. sınıf matematik ders kitapları (Durmuş ve İpek, 2019; Göksülük, 2022) ve MEB'e bağlı Ölçme – Değerlendirme birimi tarafından hazırlanan 5. sınıf örnek Matematik testleri incelenmiştir.

İlk aşamanın tamamlanmasının ardından çalışmanın amacına uygun olacak şekilde test ve soru formatı belirlenerek bir soru havuzu oluşturulmuştur. İlk olarak alanyazındaki çalışmaların çoğunda olduğu gibi denk kesirler konusunda kavramsal ve işlemsel bilgi düzeyini belirleyebilmek amacıyla iki ayrı test hazırlanması düşünülmüş ve işlemsel bölümde 8 soru, kavramsal bölümde 8 soru olacak şekilde toplam 16 sorudan oluşan bir Denk Kesirler Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Testi oluşturulmuştur. Fakat gerek sorular gerekse test formatı üzerine yapılan beyin fırtınalarının ardından açık uçlu sorulardan oluşan tek bir test ile öğrencilerin sorulara yaklaşımlarının işlemsel ve kavramsal olarak sınıflandırılması uygun görülmüştür. Böylece, soru havuzunda yer alan 16 sorudan bu formata uygun olan 10 tanesi seçilerek Denk Kesirler Bilgi Testi oluşturulmuştur.

Pilot uygulama için hazırlıkların yapıldığı üçüncü aşamada ise ilk olarak hazırlanan 10 soruluk Denk Kesirler Bilgi Testi hakkında uzman görüşlerinin alınması için bir uzman görüşü formu hazırlanmıştır. Bu form aracılığıyla matematik eğitimi alanında çalışmalarını yürüten öğretim üyesi 6 alan uzmanının, 15 yıllık öğretmenlik deneyimine sahip 1 matematik öğretmenin ve matematik eğitimi alanında 3 yüksek lisans öğrencisinin görüşleri alınmıştır. Formda ölçme aracındaki her bir soruya, soruların hazırlanmasında temel alınan fikirlere, yararlanılan kaynaklara, sorulara verilecek olası yanıtların işlemsel ve kavramsal şekilde sınıflandırılmasına yer verilmiştir. Uzmanlardan her bir soruya verilebilecek olası

yanıtların bilgi türü açısından işlemsel ya da kavramsal şekilde sınıflandırılmasının uygunluğunu, soruların sınıf seviyesine uygunluğunu ve ifade biçiminin doğruluğunu 1 ile 5 arasında (1 en düşük, 5 en yüksek olacak şekilde) puanlama yaparak değerlendirmeleri istenmiştir. Alınan dönütler üzerine araştırmanın danışmanı ile yapılan tartışmaların ardından testte bulunması uygun görülmeyen 4 sorunun çıkarılmasına karar verilmiştir. Kalan sorularda ise gerekli değişiklikler yapılmış ve yapılan bu değişikliklere soruların ayrıntılı olarak ele alındığı ileriki bölümde yer verilmiştir. Böylece, toplam 6 adet açık uçlu sorudan oluşan Denk Kesirler Bilgi Testi son halini almıştır.

Pilot uygulamanın gerçekleştirileceği örneklem, asıl uygulamanın gerçekleştirileceği okullardaki 6. sınıf öğrencileri arasından belirlenmiştir. Pilot uygulama için 6. sınıf düzeyindeki öğrencilerin seçilmesinin temel sebebi, pilot uygulamanın yapılacağı dönemde 5. sınıf düzeyindeki öğrencilerin henüz denk kesirlerin kavranmasına yönelik kazanımı işlememiş ve bu konuda yeterince yaşantı geçirmemiş olmalarıdır. Bu nedenle, pilot uygulama için en uygun özellikleri bir sonraki sınıf düzeyi olan 6. sınıf öğrencilerinin sağladığı düşünülmüştür. Bu amaç doğrultusunda, okullardaki 6. sınıf şubelerinden ikisi bir okulda ikisi diğer okulda olacak şekilde seçkisiz olarak belirlenen 4 şubedeki toplam 122 öğrenci pilot uygulamanın örneklemini oluşturmuştur.

Bu aşamada son olarak, araştırmacı tarafından öğrenci onay formu ve veli onay formu hazırlanmıştır. Aynı zamanda, veri toplama aracının etik açıdan uygunluğuna ilişkin Hacettepe Üniversitesi Etik Komisyonundan ve Millî Eğitim Bakanlığında izinler alınmıştır. Böylece, pilot uygulama için hazır hale gelmiştir.

Pilot Uygulama. Test geliştirme sürecinin son aşaması olan dördüncü aşamada 6 adet açık uçlu sorudan oluşan Denk Kesirler Bilgi Testi ilk haliyle, okuldaki matematik öğretmenlerinin programları dikkate alınarak her bir sınıfta ortalama 30 öğrencinin bulunduğu 4 farklı 6. sınıfa uygulanmıştır. 6. sınıf düzeyindeki toplam 122 öğrenciden elde edilen veriler, asıl uygulamada da olacağı gibi kâğıt – kalem aracılığıyla 40’ar dakikalık birer ders saatinde tek seferde toplanmıştır.

Veri Toplama Aracının Geçerliği Güvenirliği. Testin *kapsam geçerliği* uzmanlardan alınan görüşler ve bu doğrultuda yapılan değişiklikler ile sağlanmıştır. Uzman görüşlerine başvurmak için hazırlanan formun kapsam geçerliğinin sağlamasında denk kesirler konusundaki temel fikirler, öğretim programımızdaki kazanımların sınırları doğrultusunda geliştirilen sorular ve bu esnada yararlanılan kaynaklar eşleştirilerek bir tablo oluşturulmuştur. Ardından oluşturulan bu tablo uzmanlara sunularak görüşleri alınmıştır.

Testten elde edilen veriler SPSS 23.0 paket programına girilerek testin *iç tutarlılığına* ulaşmak için Cronbach- α güvenirlilik katsayısı hesaplanmış ve 0,702 katsayısı elde edilmiştir. Asıl uygulama sonucunda hesaplanan Cronbach- α güvenirlilik katsayısı ise 0,786 olarak bulunmuştur. 0,70 ve üstü güvenirlilik katsayıları, bir testin güvenirliliği için yeterli görölmektedir (Fraenkel, Wallen ve Hyun, 2011). Bu nedenle elde edilen bu güvenirlilik katsayıları ışığında, uygulanan testin güvenilir olduğu söylenebilir. Ayrıca açık uçlu soruların yer aldığı testlerin analizinde, bir kağıttaki tüm soruların puanlanmasının ardından diğer kağıda geçmenin güvenirliliği olumsuz etkilediği bilindiğinden öğrenci kağıtlarının soru soru analiz edilmesine özen gösterilmiştir.

Madde Analizi. Madde güçlüğü ve madde ayırt ediciliği, bir testin son halinde yer alacak maddelerin seğiminde sıklıkla tercih edilen ölçütler olarak bilinmektedir. Bir maddeyi doğru cevaplayanların tüm cevaplayıcı sayısına oranını veren *madde güçlüğük indeksi* (p_j), bu maddenin kolay ya da zor bir madde olup olmadığı hakkında bilgi vermektedir. Madde güçlüğük indeksi, 0,00 ve +1,00 arasında değer almakta ve bu değer sıfıra yaklaştıkça madde zorlaşırken +1,00'e yaklaştıkça madde kolaylaşmaktadır. Genel anlamda bir testte çok zor ($0,00 \leq p_j \leq 0,15$) ve çok kolay ($0,85 \leq p_j \leq 1,00$) maddelerin değil, güçlüğük indeksi 0,5'e yakın olan orta güçlüğükteki maddelerin kullanımı önerilmektedir (Başol, 2019). Orta güçlüğükteki bu maddelerin yanı sıra testlerin zor ($0,16 \leq p_j \leq 0,39$) ve kolay ($0,61 \leq p_j \leq 0,84$) maddelerle çeşitlendirilmesi uygun bulunmaktadır (Başol, 2019; Büyüköztürk vd., 2020). Denk Kesirler Bilgi Testine ilişkin madde güçlüğük indeksleri hakkında bilgilere Tablo 3'te yer verilmiştir. Pilot uygulama sonrası elde edilen bu güçlüğük indeksleri, asıl uygulama

sonrasında değişiklik göstermiştir. Bir başka ifade ile, 6. sınıf düzeyindeki 122 katılımcı ile gerçekleştirilen pilot uygulama sonrası sorular kolay ya da orta güçlükte bulunurken 5. sınıf düzeyindeki 435 katılımcı ile gerçekleştirilen asıl uygulama sonrası soruların zor ya da orta güçlükte çeşitlendiği görülmüştür. Ayrıca, 6 maddeden oluşan testin pilot uygulama sonrasındaki ortalaması 3,92 çıkarken asıl uygulama sonrası ortalama 2,40 bulunmuştur. Elde edilen bu değerler göz önünde bulundurulduğunda, 6. sınıf düzeyindeki öğrenciler denk kesirler konusuyla ilgili yeterince bilgiye ve yaşantıya sahip olduğundan soruların bu öğrencilere daha kolay geldiği düşünülebilir. 5. sınıf düzeyindeki öğrenciler ise denk kesirler konusunu henüz yeni öğrendiği ve bu konuda daha az deneyime sahip oldukları için madde güçlüklerindeki ve test ortalamasındaki bu değişim olağan karşılanmaktadır.

Madde ayırt edicilik indeksi (r_{jx}), bir maddenin ölçmek istediği kazanıma sahip olan öğrenciler ile olmayan öğrencileri ayırt etme derecesini ifade eder. Aslında bir korelasyon katsayısı olan ve -1,00 ile +1,00 arasında değerler alabilen madde ayırt edicilik indeksi, madde geçerliği hakkında bilgi vermektedir (Turgut ve Baykul, 2019). Bir başka deyişle, test maddelerinden elde edilen puanlar ile testin toplam puanı arasındaki ilişkiyi açıklayan madde – toplam korelasyonu hesaplanarak bir maddenin ayırt ediciliği yani geçerliği hakkında bilgiye ulaşılabılır (Uyar, 2020). Bir testteki maddelerden elde edilen r_{jx} değerleri, 0,40 ve üzerinde ise madde çok iyi ayırt edici, $0,30 \leq r_{jx} \leq 0,39$ aralığında ise madde iyi ayırt edici olarak değerlendirilmekte ve bu maddeler teste doğrudan kullanılabilir. Ancak madde ayırt ediciliği $0,20 \leq r_{jx} \leq 0,29$ aralığındaki maddelerin düzeltilerek kullanılabilceği, 0,19 ve altındaki maddelerin ise teste kullanılmaması gerektiği belirtilmektedir (Başol, 2019). Denk Kesirler Bilgi Testine ilişkin madde ayırt edicilik indeksleri hakkında bilgilere Tablo 3'te yer verilmiştir. Pilot uygulama sonrası elde edilen bu ayırt edicilik indekslerinden, yalnızca birinci ve dördüncü sorunun $0,20 \leq r_{jx} \leq 0,29$ aralığında kaldığı görülmüş ve bu soruların iyi ifade edilememiş olabileceği düşünülüp gerekli düzeltmeler yapılarak teste alınmasına özen gösterilmiştir. Nitekim asıl uygulama

sonrasında testteki sorulardan özellikle birinci sorunun ayırt ediciliğinin 0,39'a (iyi ayırt edici), dördüncü sorunun ayırt ediciliğinin ise 0,53'e (çok iyi ayırt edici) ulaştığı görülmüştür.

Tablo 3

Denk Kesirler Bilgi Testine İlişkin Madde İstatistikleri

Madde No	Madde Güçlük İndeksi		Madde Ayırt Edicilik İndeksi	
	p_j değeri	Yorum	r_{jx} değeri	Yorum
1	0,70	Kolay madde	0,25	Geliştirilmeli
2	0,75	Kolay madde	0,55	Çok iyi ayırt edici
3	0,73	Kolay madde	0,59	Çok iyi ayırt edici
4	0,53	Orta güçlükte	0,28	Geliştirilmeli
5	0,75	Kolay madde	0,57	Çok iyi ayırt edici
6	0,45	Orta güçlükte	0,43	Çok iyi ayırt edici

Denk Kesirler Bilgi Testi. Gerek süreç içerisinde alınan uzman görüşlerine dayanarak gerekse pilot uygulama esnasında edinilen gözlemler ışığında uygun görülen değişiklikler yapıp teste son hali verilmiştir. Pilot uygulamadaki gözlemler sırasında kimi öğrencilerin bazı soruların belirli kısımlarını anlamakta zorlandıkları görülmüştür. Bu nedenle soru köklerinin ve görsellerin daha açık, daha net ve daha yalın olması için gerekli değişikliklere gidilmiş; böylece test tesadüfi hatalardan olabildiğince arındırılarak güvenilirliğinin artmasına da katkı sağlanmıştır.

Denk Kesirler Bilgi Testinin 1. sorusu, kesirlerin denkleği konusunda Van de Walle vd. (2013) tarafından ele alınan temel bir örnekten yararlanılarak oluşturulmuş ve testin bu ilk sorusuna Şekil 3'te yer verilmiştir. Bu soruda öğrencilerden, $\frac{2}{6}$ ve $\frac{1}{3}$ kesrinin birbirine denk olduğunu açıklaması istenmektedir. Bir başka ifade ile bu soruda öğrencilerden, var olan bir denkleğe yönelik işlemsel ya da kavramsal bilgilerini ön plana çıkaracak açıklamalarda bulunması beklenmektedir. Böylece öğrencilerin, denk kesirleri pay ve payda arasındaki ilişki üzerinden açıklayabilmeleri gözlenmek istenmektedir. Alınan uzman görüşleri doğrultusunda, bu soruda yalnızca soru köküne "İki farklı yolla açıklama yapınız." şeklinde bir ekleme yapılması uygun görülmüştür. Bu eklemenin sebebi ise öğrencilerden tek bir

şekilde açıklama istendiğinde akıllarına ilk gelen yaklaşımı sergileyecek olmalıdır. Yani her ne kadar işlemsel ve kavramsal bilgi türünün her ikisine sahip olsalar da o an akıllarına gelen ilk yol ile değerlendirmenin önüne geçebilmek adına iki farklı yol ile açıklama yapmalarını istemek uygun görülmüştür. Böylece denk kesir konusunda salt işlemsel bilgiye sahip öğrencilerin her iki yaklaşımda da ısrarla işlemsel açıklamalarda bulunacağı; kesirlerin denkleğini yeterince içselleştiren öğrencilerin ise işlemsel bir açıklama yapsa dahi diğer açıklamasında kavramsal bir yaklaşımda bulunacağı öngörülmektedir.

Şekil 3

Veri Toplama Aracının Birinci Sorusu

1)
$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Yukarıda verilen kesirlerin denk olduğunu nasıl açıklarsınız? İki farklı yolla açıklayınız.

Açıklama:

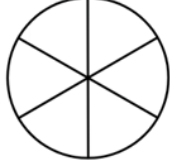
Denk Kesirler Bilgi Testinin 2. sorusu, Wong ve Evans'ın (2007) çalışmasından esinlenerek oluşturulmuş ve testin bu sorusuna Şekil 4'te yer verilmiştir. Bu soruda öğrencilerden, 6 eş parçaya ayrılmış dairesel bir alan modelinin $\frac{3}{6}$ 'ünü yani tamamını taraması beklenmektedir. Böylece öğrencilerin, kesrin sembolik gösterimi ile dairesel alan modeli gösterimi arasında geçiş yapabilmeleri gözlenmek istenmektedir. Wong ve Evans (2007) yapmış oldukları çalışmada dikdörtgensel bir alan modeli kullanırken bu çalışmada aynı amacı ölçmek amacıyla dairesel bir alan modeli tercih edilmiştir. Bunun sebebi ise testin ileriki sorularında dikdörtgensel bir alan modeli kullanıldığından bu soruda öğrencilerin yine çokça aşına oldukları dairesel bir alan modeli kullanılarak testin çeşitlendirilmek istenmesidir. Buna ek olarak, pilot uygulama esnasında öğrencilerin soru kökünde yer alan "şekli taramak" kalıbını anlamlandırmakta güçlük çektiği gözlemlendiğinden,

alan modeli içeren sorulara (2., 3. ve 4. sorular) son hali verilirken “şekli boyamak” kalıbının kullanılması tercih edilmiştir.

Şekil 4

Veri Toplama Aracının İkinci Sorusu

2)



Yukarıdaki eş parçalara ayrılmış şeklin $\frac{3}{3}$ 'ünü boyayıp nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

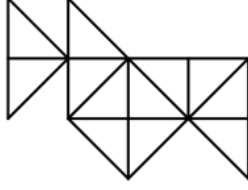
Açıklama:

Denk Kesirler Bilgi Testinin 3. sorusu, Kaur ve Pumadevi'nin (2009) asimetrik şekiller üzerinden yaptıkları çalışmadan esinlenerek oluşturulmuştur. Kaur ve Pumadevi (2009) yapmış oldukları bu çalışmada, çoğunlukla simetrik/tipik örnekleri ve etkinlikleri içeren matematik ders kitaplarının, öğrencilerin denk kesirlere yönelik kavramsal anlayış geliştirmelerinde yeterli olmadığı sonucuna ulaşmıştır. Ülkemizde de kesirler konusunda daha çok dikdörtgensel ve dairesel tipik alan modellerinin kullanımı tercih edildiğinden (Durmuş ve İpek, 2019; Göksülük, 2022), öğrencilerin tipik olmayan asimetrik bir şekil üzerinde nasıl bir performans sergileyecekleri merak edilerek böyle bir soruya yer verilmiştir. Bu soru ile öğrencilerin, kesrin sembolik gösterimi ile asimetrik bir alan modeli gösterimi arasında geçiş yapabilmeleri gözlenmek istenmiştir. Alınan uzman görüşleri doğrultusunda, ilk başta hazırlanan asimetrik alan modelinin bir parçasının yeri değiştirilmiş ve soru Şekil 5'teki son halini almıştır. Bunun sebebi ise soruya işlemsel olarak yaklaşmayı tercih etmeyen 5. sınıf düzeyindeki öğrencilerin, şekli görsel olarak bu hali ile zihinlerinde daha rahat gruplandırabileceklerine inanılmasıdır. Bir başka ifade ile, öğrencilerin kavramsal yaklaşımda bulunurken ikili gruplandırmaları daha rahat fark edebilecekleri bir şekil oluşturulmuştur.

Şekil 5

Veri Toplama Aracının Üçüncü Sorusu

3)



Yukarıdaki eş parçalardan oluşan şeklin $\frac{4}{6}$ 'sını boyayıp nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

Denk Kesirler Bilgi Testinin 4. sorusu, Wong ve Evans'ın (2007) çalışmasından yararlanılarak oluşturulmuş ve testin bu sorusuna Şekil 6'da yer verilmiştir. Bu soruda ise öğrencilere, $\frac{1}{7}$ 'si boyalı 7 eş parçaya ayrılmış dikdörtgensel bir alan modelinin $\frac{6}{14}$ 'ünün boyalı olması için kaç parçanın daha boyanması gerektiği sorulmaktadır. Böylece öğrencilerin, kesrin sembolik gösterimi ile dikdörtgensel alan modeli gösterimi arasında geçiş yapabilmeleri gözlenmek istenmektedir. Denk kesir oluşturmanın doğası gereği öğrencilerin bu soruda da farklı birimler arası doğru bir geçiş yapabilmesi gerekmektedir. İkinci ve üçüncü sorudaki alan modellerinden farklı olarak bu soruda, görsel üzerinden yeni birimler oluşturulurken birimleri büyütmek değil küçültmek gerekmektedir. Böylece öğrencilerin ikinci ve üçüncü sorularda sadeleştirme işlemi görselleştirmelerine fırsat tanınırken bu soruda genişletmeyi görselleştirebilmelerine fırsat verilmek istenmiştir.

Şekil 6

Veri Toplama Aracının Dördüncü Sorusu

4)



Yukarıdaki şeklin $\frac{6}{14}$ 'ünün boyalı olması için kaç parça daha boyanmalıdır? Nasıl çözdüğünüzü açıklayınız.

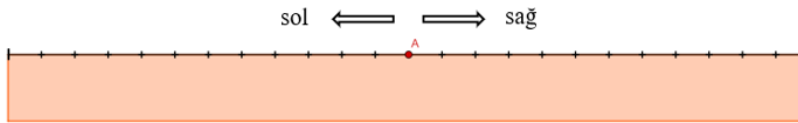
Açıklama:

Denk Kesirler Bilgi Testinin 5. sorusu, araştırmacı tarafından oluşturulmuş bir uzunluk modeli sorusudur ve testin bu sorusuna Şekil 7’de yer verilmiştir. Alanyazın incelemesi sonucu çalışmanın amacına uygun olacak şekilde bir uzunluk modeli örneğine rastlanmadığından, ancak kesirlerin sembolik gösterimi ve alan modeli dışındaki gösterimlerinden de yararlanmak istendiğinden araştırmacı tarafından bu soru geliştirilmiştir. Bu amaç doğrultusunda, orta noktası işaretlenmiş bir cetvel görseli verilmiş ve öğrencilerden kesirlerin denkleğini bu kez bir uzunluk modeli üzerinden yorumlaması beklenmiştir. Diğer bir deyişle öğrencilerin, 24 eş aralığa ayrılmış bir cetvelin tam ortasında bulunan A noktasının solunda kalan parçanın $\frac{5}{6}$ ’sı kadar uzaklık ile sağında kalan parçanın $\frac{20}{24}$ ’ü kadarlık uzaklığı karşılaştırması gerekmektedir. Böylece öğrencilerin, kesrin sembolik gösterimi ile uzunluk modeli gösterimi arasında geçiş yapabilmeleri gözlenmek istenmektedir. Uzmanlardan, soruda yer alan cetvelin eş aralıklara bölünüp bölünmemesi gerektiği konusunda çeşitli yorumlar gelmiştir. Bu görüşler çerçevesinde araştırmanın danışmanı ile yapılan tartışmalar neticesinde, öğrenci yaklaşımlarında daha belirgin farklılıklar gözlenebilmesi için cetvelin eş aralıklara bölünmüş şekilde verilmesi kararlaştırılmıştır.

Şekil 7

Veri Toplama Aracının Beşinci Sorusu

5)



Yukarıdaki cetvelin tam ortasında A noktası bulunmaktadır. Bu A noktasından başlanarak cetvelin soluna doğru, sol parçanın uzunluğunun $\frac{5}{6}$ ’sı kadar uzaklığa bir B noktası konuyor. Benzer şekilde, yine A noktasından başlanarak cetvelin sağına doğru, sağ parçanın uzunluğunun $\frac{20}{24}$ ’ü kadar uzaklığa ise bir C noktası konuyor. Buna göre, B ve C noktalarının A noktasına olan uzaklıklarını karşılaştırınız ve nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

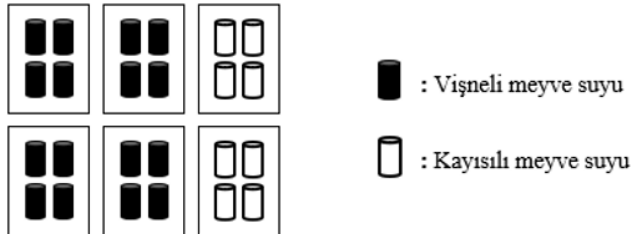
Denk Kesirler Bilgi Testinin 6. sorusu, araştırmacı tarafından oluşturulmuş bir küme modeli sorusudur ve testin son sorusuna Şekil 8’de yer verilmiştir. Bu soru öğrencilerin,

kesrin sembolik gösterimi ile küme modeli gösterimi arasında geçiş yapabilmelerini gözlemek amacıyla hazırlanmış ve bu amaç doğrultusunda ilk olarak küme modeli üzerinde çalışmayı gerektiren bir bağlama ihtiyaç duyulmuştur. Uzunluk modelindeki gibi alanyazında bu amaca yönelik bir küme modeli bağlamına da rastlanmamış ve araştırmacı tarafından testin bu son sorusu geliştirilmiştir. Soruların geliştirilmesinde en çok zorlanılan sorunun ise bu soru olduğu söylenebilir. Nitekim süreç içerisinde gerek içerik bakımından gerekse biçimsel olarak en çok değişiklik bu soruda yapılmıştır. Sorunun bağlamı başta bilyeler üzerine kurulmuştur. Fakat bilyeleri temsilen hazırlanan küme modeli görselinin öğrenciler tarafından tavla zarına benzetildiği gözlenmiştir. Sorunun daha anlaşılabilir olması adına sorunun bağlamı değiştirilmiş ve meyve suyu benzetmesi yapılmasına karar verilmiştir. Bir başka ifade ile sorudaki küme modelinde 16 adet vişneli 8 adet kayısıli olmak üzere toplam 24 adet meyve suyu öncelikle aynı cins olanlar bir arada olacak şekilde 6 kutuya ayrılmıştır. Öğrencilerden ise her birinde aynı cinsten dörder meyve suyu bulunan bu kutuları yine aynı cinsten fakat farklı sayıda meyve suyu içerecek şekilde yeniden düzenlemesi ve sonuç olarak kayısıli meyve sularının bulunduğu kutuların tüm kutuların kaçta kaç olduğunu $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{12}$ veya $\frac{8}{24}$ kesirlerinden herhangi ikisiyle ifade etmesi beklenmektedir.

Şekil 8

Veri Toplama Aracının Altıncı Sorusu

6)



Bir bakkal, vişneli ve kayısıli meyve sularını yukarıdaki gibi her bir kutuda aynı cins dörder meyve suyu olacak şekilde 6 kutuya ayırmıştır. Elinde yeteri kadar kutu olan bu bakkal, aynı cinsteki meyve sularını her bir kutuda dördten farklı sayıda meyve suyu olacak şekilde yeniden kutulamak istiyor. Buna göre, kayısıli meyve sularının bulunduğu kutular tüm kutuların kaçta kaç olur? İki farklı şekilde gruplandırarak açıklayınız.

Açıklama:

Veri Toplama Süreci

Araştırmanın asıl uygulaması 2021 – 2022 eğitim – öğretim yılının bahar döneminde Manisa ilinin Salihli ilçesine bağlı iki farklı ortaokuldaki tüm 5. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Veri toplama süreci, bir okuldaki 221 öğrenci ile Nisan ayında; diğer okuldaki 214 öğrenci ile Mayıs ayında gerçekleştirilmiştir. Okuldaki öğretmenlerin programları da dikkate alınarak planlanan bu süreçte veriler, kağıt – kalem aracılığıyla 40’ar dakikalık birer ders saatinde tek seferde toplanmıştır. Gerek pilot uygulama esnasında gerekse asıl uygulamada testin cevaplanması için verilen bu sürenin yeterli olduğu gözlenmiştir.

Veriler dersin öğretmeni gözetmenliğinde araştırmacı tarafından bizzat toplanmıştır. Bu esnada öğrenciler araştırmacının kimliği, testin konusu ve testin cevaplanma süresi hakkında kısaca bilgilendirilmiştir. Bunlara ek olarak, bu testin herhangi bir şekilde puanlanmayacağı ve öğrencilerin okuldaki matematik dersi puanlarına etki etmeyeceği de belirtilmiştir.

Araştırmanın İç ve Dış Geçerliliği

Araştırmanın *iç geçerliliği* gerek pilot uygulamadaki şubelerin yansız olarak seçilmesiyle gerekse asıl uygulamadaki şubeler arasından seçime gerek kalmadan iki okuldaki tüm öğrencilerin çalışmaya alınmasıyla sağlanmaya çalışılmıştır. Bunun yanı sıra veriler, iki devlet okulunun birbirine oldukça benzer sınıf ortamlarında benzer deneyimlere sahip olan katılımcılardan tek seferlik bir uygulama ile toplanarak iç geçerlik kontrol altına alınmaya çalışılmıştır. Bu uygulamanın kutlamaların ya da çeşitli etkinliklerin yapıldığı önemli tarihlerde yapılmamasına dikkat edilmiştir. Aksi takdirde öğrencilerin teste verecekleri cevaplar dış faktörlerden etkilenebilir ve bu durum iç geçerliliğin düşmesine sebep olabilirdi. Ayrıca, uygulama esnasında öğrenciler arasında oluşabilecek etkileşimin sonuçlar üzerindeki etkisini en aza indirmek amacıyla uygulama bizzat araştırmacı kontrolünde gerçekleştirilmiştir. Son olarak, araştırma olabildiğince büyük bir katılımcı ile

uygulanmaya başlanarak denek kaybının sonuçlar üzerindeki etkisi en aza indirgenmek ve böylece iç geçerlik kontrol altına alınmak istenmiştir.

Betimsel araştırmalarda, örneklemin en az 100 katılımcıdan oluşması önerilmektedir (Fraenkel vd., 2011). Elde edilen sonuçların evrene genellenebilirlik derecesi olarak ifade edilen *dış geçerlik*, betimsel çalışmaların minimum sınırının yaklaşık 4 katı kadar bir örneklemin seçilmesiyle sağlanmaya çalışılmıştır. Böylece elde edilen sonuçlar, ülkemizde sosyoekonomik bakımdan orta düzeydeki ve genellikle MEB tarafından kullanımı uygun görülen matematik ders kitaplarının kılavuzluğunda derslerini işleyen devlet okullarına genellenebilir.

Verilerin Analizi

Denk Kesirler Bilgi Testinin puanlaması iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Birinci puanlama kategorisinde soruları yanlış cevaplayanlar ya da boş bırakanlar 0, doğru cevaplayanlar ise 1 olacak şekilde kodlanmıştır. İkinci puanlama kategorisinde ise öğrencilerin sorulara işlemsel ya da kavramsal yaklaşımlarına göre bir puanlama gerçekleştirilmiştir. Soruyu doğru cevaplayan öğrenci yaklaşımlarından işlemsel olanlar 1, kavramsal olanlar 2 olacak şekilde kodlanmıştır. Kodlamalar sonucunda frekans ve yüzde tabloları oluşturularak betimsel analiz yapılmıştır. Soruların analizinde karşılaşılan öğrenci yanıtlarına işlemsel ve kavramsal olarak hangi kodun verildiği ise Tablo 4'te ele alınmıştır.

Son olarak, denk kesirler konusunda karşılaşılan yaygın hataların belirlenmesi amacıyla araştırmacı tarafından çalışmada elde edilen bulguların derinlemesine incelenerek kategorilerin keşfedilmesini içeren tümevarımsal analiz gerçekleştirilmiştir. Bu doğrultuda, çalışmada karşılaşılan hatalar alanyazında yer alan hatalar da göz önünde bulundurularak kategorilere ayrılmış ve adlandırılmalar oluşturulmuştur.

Tablo 4

Öğrenci Yanıtlarının İşlemsel ve Kavramsal Olarak Sınıflandırılması

Soru No	Temel Fikir	Kaynak	Öğrenci Yanıtları	
			İşlemsel Yaklaşım Örneği (1 puan)	Kavramsal Yaklaşım Örneği (2 puan)
1	Denk kesirleri pay ve payda arasındaki ilişki üzerinden açıklayabilme	Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2013)	Öğrenci, $\frac{2}{6}$ kesrini 2 ile sadeleştirince $\frac{1}{3}$ kesrine ya da $\frac{1}{3}$ kesrini 2 ile genişletince $\frac{2}{6}$ kesrine ulaştığı için bu iki kesrin denk olduğunu ifade edebilir.	Öğrenci, öncelikle $\frac{1}{3}$ kesrinden başlamayı tercih ederek 3 eş parçaya bölünmüş ve 1 parçası taranmış alan temsili oluşturabilir. Ardından, her parçayı ortadan ikiye bölüp (aslında daha fazla sayıda daha küçük birimler oluşturup) elde edilen 6 parçadan 2'si taralı kaldığı için bu kesirlerin denk olduğunu ifade edebilir.
2	Kesrin sembolik gösterimi ile dairesel alan modeli gösterimi arasında geçiş yapabileme	Wong ve Evans (2007)	Öğrenci, $\frac{3}{3}$ kesrinin aslında bir tam yaptığını fark edemeyip verilen şekilde 6 eş parça bulunduğu için öncelikle verilen kesri 2 ile genişleterek $\frac{6}{6}$ sembolik gösterimine ulaşabilir. Ardından, şeklin tamamını (6 parçasını) boyayabilir.	Öğrenci, $\frac{3}{3}$ kesrinin aslında bir tam yapması sebebiyle genişletme prosedürüne gerek duymadan direkt şeklin tamamını (6 parçasını) boyayabilir. Ya da öğrenci, şekil üzerinde ikili gruplandırmalar yaparak oluşan 3 tane ikili grubu yani şeklin tamamını boyayabilir.
3	Kesrin sembolik gösterimi ile asimetric bir alan modeli gösterimi arasında geçiş yapabileme	Kaur ve Purnadevi (2009)	Öğrenci, verilen asimetric şekilde 12 eş parça bulunduğu için öncelikle $\frac{4}{6}$ kesrini 2 ile genişleterek $\frac{8}{12}$ sembolik gösterimine ulaşabilir. Ardından, şekil üzerinde 8 parçayı boyayabilir.	Öğrenci, sadeleştirme ya da genişletme işlemlerine başvurmadan verilen asimetric şekil üzerinde ikili gruplandırmalar yaparak oluşan 6 tane ikili gruptan 4 tane ikili grubu yani toplamda 8 parçayı boyayabilir.

4	Kesrin sembolik gösterimi ile dikdörtgenel alan modeli gösterimi arasında geçiş yapabilmek	Wong ve Evans (2007) Öğrenci, verilen şekilde 7 eş parça bulunduğu için $\frac{6}{14}$ kesrini 2 ile sadeleştirerek ilk olarak $\frac{3}{7}$ kesrini elde edebilir. Ardından, $\frac{3}{7}$ kesrinden $\frac{1}{7}$ kesrini çıkararak $\frac{2}{7}$ kesrini elde edebilir ve 2 parçanın daha taranması gerektiğini ifade edebilir.	Öğrenci, sadeleştirme ya da genişletme işlemlerine başvurmadan verilen şekil üzerindeki her bir parçayı iki eş parçaya ayırarak (aslında daha çok sayıda daha küçük birimler oluşturarak) oluşan $\frac{1}{14}$ 'lük birimlerin 2 tanesinin boyalı olduğunu görebilir. Ardından, şeklin $\frac{6}{14}$ 'ünün boyalı olması için $\frac{1}{7}$ 'lik birimlerden oluşan asıl şekil üzerindeki 2 parçanın daha boyanması gerektiğini gösterebilir.
5	Kesrin sembolik gösterimi ile uzunluk modeli gösterimi arasında geçiş yapabilmek	Araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Öğrenci, A noktasının solunda ve sağında 12 parça bulunduğu için $\frac{5}{6}$ kesrini 2 ile genişleterek B noktasının yerini; $\frac{20}{24}$ kesrini 2 ile sadeleştirerek ise C noktasının yerini belirleyebilir. Bu işlemlerin ardından öğrenci, $\frac{10}{12} = \frac{10}{12}$ denkleğine ulaşarak A noktasına olan uzaklıkların eşit olduğuna karar verebilir.	Öğrenci, A noktasının cetvelin tam ortasında bulunmasından dolayı solda ve sağda kalan parçaların eşit olacağını düşünüp verilen kesirler de birbirine denk olduğu için A noktasının solunda ve sağında kalan eş parçaların $\frac{5}{6}$ 'sının ve $\frac{20}{24}$ 'ünün aynı uzunlukta olacağına karar verebilir. Böylece öğrenci, genişletme ve sadeleştirme prosedürleri ile $\frac{10}{12}$ kesrine ulaşmaya ve B ile C noktalarının cetvel üzerindeki yerlerini bulmaya ihtiyaç duymadan bu iki noktanın A noktasına eşit uzaklıkta olduğunu ifade edebilir.
6	Kesrin sembolik gösterimi ile küme modeli gösterimi arasında geçiş yapabilmek	Araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Öğrenci, öncelikle verilen görseli $\frac{2}{6}$ kesriyle ifade edebilir. Sorunun bağlamından ötürü $\frac{2}{6}$ kesri ancak 2 ile sadeleştirilebileceğinden ya da bu kesir 2 veya 4 sayılarından biriyle genişletilebileceğinden doğrudan bu işlemlere başvuracak öğrenciler, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{12}$ veya $\frac{8}{24}$ kesirlerinden herhangi ikisini elde edebilir.	Öğrenci, aynı renkte olan dörderli grupları birleştirerek (aslında daha az sayıda daha büyük birimler oluşturarak) tüm grubu 3 parçaya ayırabilir. Bu 3 parçadan biri açık renkli olacağından bu durumu $\frac{1}{3}$ kesriyle ifade edebilir. Ya da öğrenci, aynı renkte olan dörderli grupları parçalayarak (aslında daha çok sayıda daha küçük birimler oluşturarak) tüm grubu 12 veya 24 parçaya ayırabilir. 12 parçadan dördü açık renkli olacağından bu durumu $\frac{4}{12}$ kesriyle veya 24 parçadan sekizi açık renkli olacağından $\frac{8}{24}$ kesriyle ifade edebilir.

Bölüm 4

Bulgular ve Yorumlar

5. sınıf öğrencilerinin denk kesirler konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgilerinin incelenmesini amaçlayan bu çalışmada toplam 435 katılımcı öğrenciden elde edilen bulgular bu bölümde yer almaktadır. Bulgular ve yorumlar, araştırmanın alt problemlerine göre ele alınmıştır. İlk olarak, betimsel istatistik yöntemleri ile öğrencilerin denk kesirler konusundaki performansları değerlendirilmiştir. Ardından, öğrencilerin soruları doğru cevaplandırmada kullandıkları yaklaşımların işlemsel ve kavramsal olarak analizine yer verilmiştir. Son olarak, öğrencilerin soruları yanlış cevaplandırmalarına sebep olan yaygın hatalara ilişkin bulgular ele alınmıştır.

Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın birinci alt probleminde “5. sınıf öğrencilerin denk kesirler konusundaki performansları ne durumdadır?” sorusuna cevap aranmaktadır.

Araştırmada kullanılan testteki soruların puanlanması iki aşamada gerçekleştirilmiş ve birinci puanlama kategorisinde soruları yanlış cevaplayanlar ya da boş bırakanlar 0, doğru cevaplayanlar ise 1 olacak şekilde kodlanmıştır. Yapılan bu ilk kodlama ile öğrencilerin denk kesirler konusundaki performanslarına ilişkin bilgilere ulaşılmak istenmiştir. Öncelikle, testin genelinden elde edilen aritmetik ortalama, standart sapma, minimum ve maksimum değerleri gibi betimsel istatistik değerlerine Tablo 5’te yer verilmiştir.

Tablo 5

Testin Genelinden Elde Edilen Betimsel İstatistik Değerleri

	N	Minimum			Maximum			Ortalama	Standart Sapma
		Puan	f	%	Puan	f	%		
Test Toplamı	435	0	107	24,6	6	33	7,6	2,40	2,02

Tablo 5'te yer alan verilere göre, 5. sınıf düzeyindeki 435 öğrencinin Denk Kesirler Bilgi Testinden aldığı toplam puanların aritmetik ortalaması 2,40 iken standart sapması 2,02 olarak bulunmuştur. Testin genelinden alınabilecek toplam puan 6 olduğu için elde edilen bu ortalama değeri öğrencilerin %50'den düşük bir performans sergilediğini göstermektedir. Testten alınan toplam puanlar incelendiğinde ise öğrencilerin %24,6'sının hiçbir soruya doğru yanıt veremeyip 0 puan aldığı görülmüştür. Öğrencilerin yalnızca %7,6'sının ise tüm soruları doğru cevaplayarak 6 tam puan alabildiğine ulaşılmıştır. Bu verilere göre öğrencilerin denk kesirler bilgisini ölçen testin genelinde düşük bir performans sergilediği sonucuna ulaşılabilir.

Testteki her bir soruyu doğru ve yanlış cevaplayan öğrencilerin frekans ve yüzde değerlerine ise Tablo 6'da yer verilmiştir.

Tablo 6

Soru Bazında Doğru ve Yanlış Dağılımları

	Soru 1		Soru 2		Soru 3		Soru 4		Soru 5		Soru 6	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Doğru Yanıtlar	201	46,2	214	49,2	205	47,1	152	34,9	156	35,9	117	26,9
Yanlış Yanıtlar	234	53,8	221	50,8	230	52,9	283	65,1	279	64,1	318	73,1
Toplam	435	100	435	100	435	100	435	100	435	100	435	100

Tablo 6'da yer alan veriler incelendiğinde, en yüksek başarının %49,2'lik doğru cevaplanma oranıyla ikinci soruya ait olduğu görülmektedir. Doğru – yanlış dağılımının diğer sorulara nazaran daha dengeli olduğu bu soru, kesrin sembolik gösterimi ile dairesel alan modeli gösterimi arasında geçiş yapabilmeyi gerektirmektedir. En düşük başarının ise öğrencilerin yalnızca %26,9'unun doğru cevaplayabildiği altıncı soruya ait olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencilerin en düşük performansı sergiledikleri bu soru ise kesrin sembolik gösterimi ile küme modeli gösterimi arasında geçiş yapabilmelerini gözlemek amacıyla bir bağlam içerisinde hazırlanmıştır. Soruların içerdiği kesir modellerindeki bu

farklılaşmanın yanı sıra altıncı sorunun bir bağlam içerisinde verilmesi de bu soruda daha düşük bir başarı elde edilmesine sebep olmuş olabilir. İkinci sorudan sonra en yüksek performans gösterilen sorunun %47,1'lik doğru cevaplanma oranıyla asimetrik bir alan modeli içeren üçüncü soru olması ise dikkat çekmiştir. 5. sınıf matematik ders kitapları incelendiğinde (Durmuş ve İpek, 2019; Göksülük, 2022) tipik/simetrik alan modeli gösterimlerine sıklıkla yer verilip asimetrik modellerin yer almadığı görüldüğünden, uygulamadan önce öğrencelerin bu soruda düşük bir performans sergileyebileceği düşünülmüştür. Bu nedenle, öğrencilerin ikinci sorudan sonra en fazla başarıyı bu soruda sergileyebilmesi şaşırtıcı bulunmuştur. Soru bazındaki daha detaylı açıklamalara ise aşağıda yer verilecektir.

İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın ikinci alt probleminde *“5. sınıf öğrencilerin denk kesirler konusunda kullandıkları işlemsel ve kavramsal yaklaşımlar nelerdir?”* sorusuna cevap aranmaktadır.

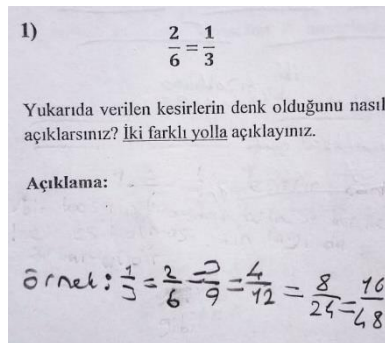
Araştırmanın birinci puanlama kategorisinin ardından, öğrencilerin sorulara işlemsel ya da kavramsal yaklaşımlarına göre ikinci bir puanlama gerçekleştirilmiş ve soruyu doğru cevaplayan öğrenci yaklaşımlarından işlemsel olanlar 1, kavramsal olanlar 2 olacak şekilde kodlanmıştır. Bu kısımda, öğrencilerin soruları doğru cevaplandırmada kullandıkları yaklaşımların analizinden elde edilen bulgulara soru bazında yer verilmiştir. Öncesinde ise bu öğrencilerin işlemsel ve kavramsal yaklaşımı kullanma frekansları ve yüzdeleri Tablo 7'de özetlenmek istenmiştir.

Tablo 7*Doğru Cevapların İşlemsel ve Kavramsal Yaklaşım Dağılımları*

	Soru 1		Soru 2		Soru 3		Soru 4		Soru 5		Soru 6	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
İşlemsel Yaklaşım	170	84,6	97	45,3	181	88,3	120	78,9	103	66,0	13	11,1
Kavramsal Yaklaşım	31	15,4	117	54,7	24	11,7	32	21,1	53	34,0	104	88,9
Toplam	201	100	214	100	205	100	152	100	156	100	117	100

Soru 1

İlk soruda öğrencilerden verilen iki kesrin birbirine denk olduğunu açıklaması beklenmektedir. Bir başka ifade ile bu soruda öğrencilerin var olan denklige açıklama getirerek doğruluğu aşikâr olan bir bilgiyi işlemsel ya da kavramsal bilgilerini ön plana çıkararak savunmaları gerekmektedir. Nitekim bazı öğrencilerin verilen kesirlere denk olan yeni kesirler oluşturarak açıklama getirmeye çalıştıkları da görülmüştür. Şekil 9'da bu öğrenci yaklaşımlarından birine örnek verilmiştir.

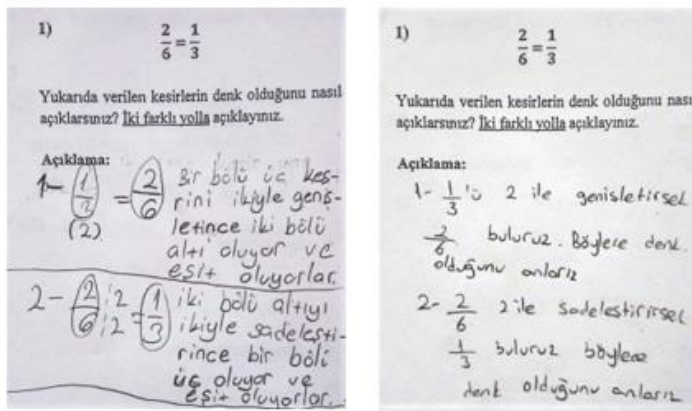
Şekil 9*Birinci Sorunun Çözümüne Yönelik Bir Öğrenci Yaklaşımı*

Tablo 7'deki veriler incelendiğinde, birinci soruyu doğru cevaplayan 201 öğrencinin %84,6'sı gibi büyük bir çoğunluğunun *işlemsel yaklaşımda* bulunduğu görülmektedir. Diğer bir deyişle bu öğrenciler, iki kesrin denkligini açıklamada Şekil 10'daki gibi genişletme ve

sadeleştirme işlemlerine başvurmayı yani işlemsel bilgilerini sergilemeyi tercih etmiştir. Bu öğrencilerden neredeyse hepsinin, kesirlerden hangisine genişletme hangisine sadeleştirme işlemi uygulanacağı konusunda bir karışıklık yaşamadığını görmek sevindiricidir. Yalnızca bir öğrenci bu konuda karışıklık yaşayarak $\frac{2}{6}$ kesrinin 2 ile genişletilmesi, $\frac{1}{3}$ kesrinin ise 2 ile sadeleştirilmesi gerektiğini düşünmüştür.

Şekil 10

Birinci Sorunun Çözümünde İşlemsel Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevapları



Uygulama öncesinde öğrenciler tarafından işlemsel yaklaşım olarak genellikle genişletme ve sadeleştirme işlemlerinin kullanılacağı ön görülmüştür. Nitekim öğrencilerin büyük bir kısmı da açıklamalarını bu algoritmalar aracılığıyla yapmayı tercih etmiş fakat farklı yaklaşımlarda bulunan öğrencilere de rastlanmıştır. Örneğin, kimi öğrencinin çarpma işleminin tekrarlı toplama anlamından faydalanması dikkat çekmiştir. Bir başka deyişle, $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ denkleğini açıklamada $\frac{1}{3}$ kesrinin hem payını hem de paydasını 2 ile çarpmak yerine 2 tane 1'i ve 2 tane 3'ü toplayan öğrenci yaklaşımlarına rastlanmıştır. Şekil 11'de bu duruma bir örnek sunulmuştur. Her ne kadar çarpma işleminin altındaki asıl anlama değinmesi açısından kabul edilebilir bir yaklaşım olsa da daha büyük sayılar ile genişletme ve sadeleştirme gerektiren durumlarda bu yaklaşım işlemsel olarak kalabalığa yol açacağından sıkı sıkıya bağlı kalınması ve sürekli bu yaklaşımın kullanılması dezavantaj yaratabilir.

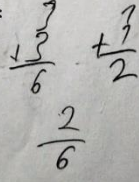
Şekil 11

Birinci Sorunun Çözümünde Çarpma İşleminin Tekrarlı Toplama Anlamından Yararlanan Bir Öğrenci Yaklaşımı

1) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Yukarıda verilen kesirlerin denk olduğunu nasıl açıklarsınız? İki farklı yolla açıklayınız.


Açıklama:



İşlemsel yaklaşımlar arasında en dikkat çekicisi ise birkaç öğrencinin matematikteki içler – dışlar çarpımı olarak adlandırılan yöntemden yararlanmaları olmuştur. İçler – dışlar çarpımı olarak bilinen bu yöntem ilk kez 7. sınıf düzeyindeki oran ve orantı alt öğrenme alanında ele alınmaktadır. Araştırmanın örneklemini oluşturan 5. sınıf öğrencilerinin ise buldukları sınıf düzeyi itibariyle bu yöntemden yararlanmaları dikkat çekmiştir. Şekil 12’de bu duruma örnek bir öğrenci yaklaşımı verilmiştir.

Şekil 12

Birinci Sorunun Çözümünde İçler – Dışlar Çarpımını Kullanan Öğrenci Yaklaşımı

1) 

Yukarıda verilen kesirlerin denk olduğunu nasıl açıklarsınız? İki farklı yolla açıklayınız.

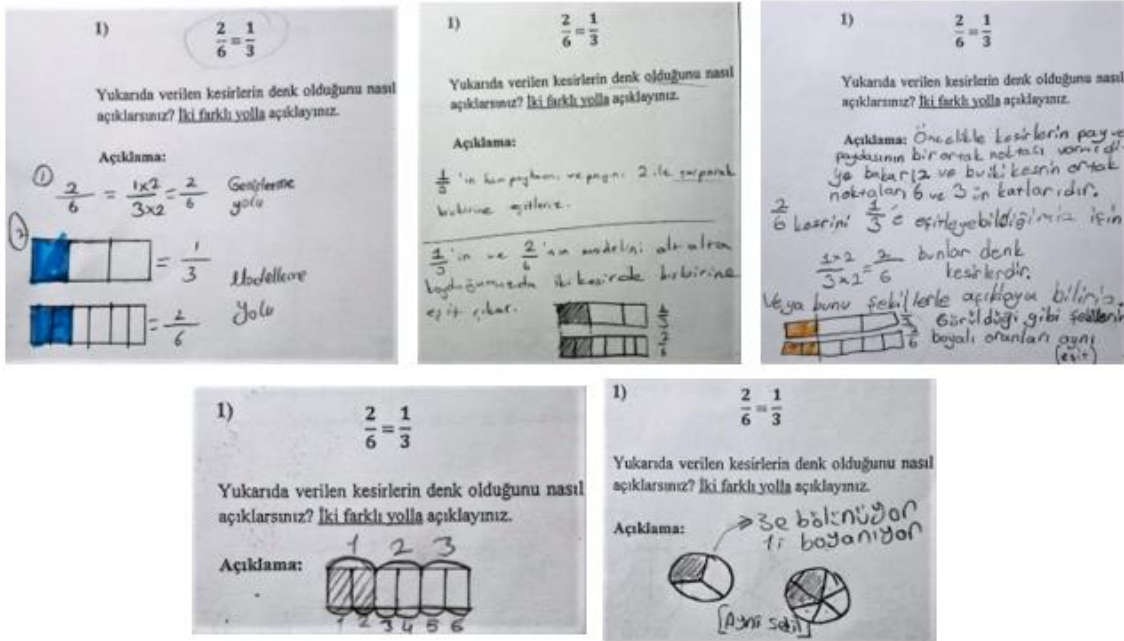
Açıklama:

$2 \times 3 = 6$ eder
 $6 \times 4 = 6$ eder

Tablo 7’deki verilere göre, soruyu doğru cevaplayan 201 öğrencinin %15,4’ü gibi oldukça az bir kısmı kavramsal yaklaşımda bulunmuştur. Bir başka ifade ile bu öğrenciler, iki kesrin denkleğini açıklamada Şekil 13’teki gibi alan modeli aracılığıyla kavramsal bilgilerini sergilemeyi tercih etmiştir.

Şekil 13

Birinci Sorunun Çözümünde Kavramsal Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevapları



Elde edilen bulgular neticesinde öğrencilerin yalnızca alan modelini kullanarak kavramsal bir yaklaşımda buldukları, küme ya da uzunluk modelinden ise yararlanmadıkları görülmüştür. Alan modelinde ise Şekil 13'te de görüldüğü üzere çoğunlukla dikdörtgensel bir alan çiziminin tercih edilerek doğru çizimler gerçekleştirildiği görülmüştür. Dairesel bir alan çizerek açıklama yapmaya çabalayan öğrencilerin ise daha az olduğu ve bu öğrencilerin de yalnızca birkaçının doğru çizimler gerçekleştirebildikleri görülmüştür.

Bu çalışmada merak edilen noktalardan bir tanesi de öğrencilerin, genişletme işleminin aslında daha çok sayıda daha küçük birimler elde etme süreci iken sadeleştirme işleminin ise daha az sayıda daha büyük birimler elde etme süreci olduğunun farkında olup olmadığını görmektir. Kavramsal olarak doğru yaklaşımda bulunan öğrencilerden yalnızca bir tanesinin denk kesir oluşturmada birimlerdeki değişime değindiği dikkat çekmiştir. Bir başka deyişle Ö.75'in, bir kesrin sadeleştirilmiş halindeki biriminin daha büyük olduğuna değindiği görülmüştür. Ö.75'in bu yaklaşımına Şekil 14'te yer verilmiştir.

Şekil 14

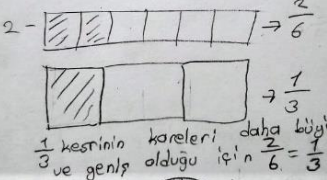
Birinci Sorunun Çözümünde Birimin Büyüklüğüne Odaklanan Öğrenci Yaklaşımı (Ö.75)

1) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Yukarıda verilen kesirlerin denk olduğunu nasıl açıklarsınız? İki farklı yolla açıklayınız.

Açıklama:

1- $\frac{2}{6} \div 2 = \frac{1}{3}$

2- 

$\frac{1}{3}$ kesrinin kenarları daha büyük ve geniş olduğu için $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$


Soru 2

İkinci soruda öğrencilerden 6 eş parçaya ayrılmış dairesel bir alan modelinin $\frac{3}{3}$ 'ünü taraması beklenmektedir. Bir başka ifade ile öğrencilerin doğru sonuca ulaşabilmesi için işlemsel ya da kavramsal yaklaşımlar sonucunda verilen modelin tamamını boyamaya karar vermesi gerekmektedir.

Tablo 7'deki verilere göre, ikinci soruyu doğru cevaplayan 214 öğrenciden yarıya yakını (%45,3) işlemsel yaklaşımda bulunmuştur. Diğer bir deyişle bu öğrenciler, farklı temsiller arası geçiş yaparken Şekil 15'teki gibi $\frac{3}{3}$ kesrini 2 ile genişletmeyi yani işlemsel bilgilerinin kullanmayı tercih etmiştir.

Şekil 15


İkinci Sorunun Çözümünde İşlemsel Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevapları

2) 

Yukarıdaki eş parçalara ayrılmış şeklin $\frac{3}{3}$ 'ünü boyayıp nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

$\frac{3}{3}$ diye ama 6 eş parçaya bölündüğü için 2 ile genişletiyoruz $\frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{6}{6}$

2) 

Yukarıdaki eş parçalara ayrılmış şeklin $\frac{3}{3}$ 'ünü boyayıp nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

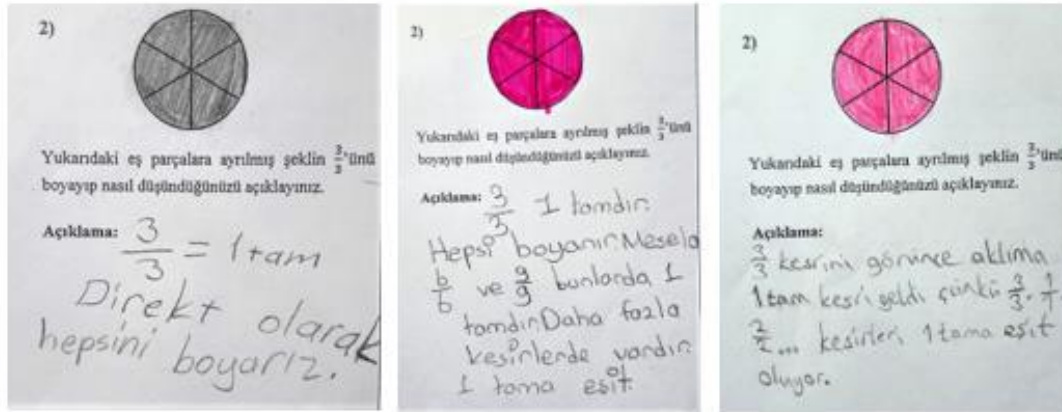
Açıklama: $\frac{3}{3}$ 'ü 2 ile genişlettiğimizde 6 olur $\frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 2}$ yani $\frac{6}{6}$

(2) $\frac{3}{3} = \frac{6}{6}$

Tablo 7'deki veriler incelendiğinde, soruyu doğru cevaplayan 214 öğrencinin yarısından biraz fazlasının (%54,7) *kavramsal yaklaşımda* bulunduğu görülmektedir. Bu öğrenciler, farklı temsiller arası geçiş yaparken Şekil 16'daki gibi $\frac{3}{3}$ kesrini 2 ile genişletmeye gerek duymadan verilen şeklin doğrudan tamamını boyayarak kavramsal bilgilerini sergilemeyi tercih etmiştir. Bir başka deyişle bu kategoride değerlendirilen öğrenciler, $\frac{3}{3}$ kesri 1 tama tekabül ettiği için verilen alan modeli kaç eş parçaya bölünürse bölünsün herhangi bir işleme gerek duymaksızın doğrudan şeklin tamamını boyayabileceklerinin farkındadır.

Şekil 16

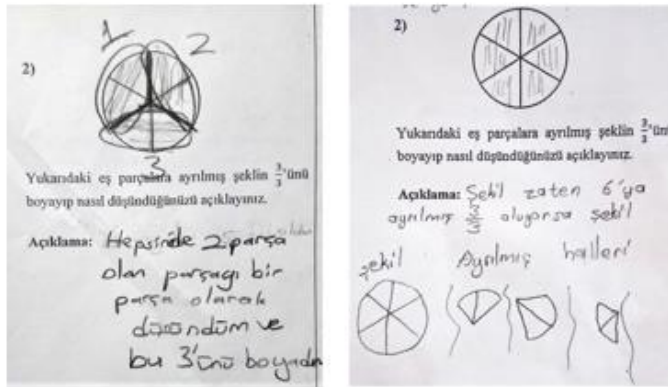
İkinci Sorunun Çözümünde Kavramsal Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevapları



Kavramsal yaklaşımda bulunarak doğru sonuca ulaşan öğrencilerden bir kısmının ise verilen şekildeki birimleri büyütmeyi tercih ettiği görülmüştür. Yani bazı öğrenciler $\frac{3}{3}$ kesrini 2 ile genişletme ya da $\frac{6}{6}$ kesrini 2 ile sadeleştirme prosedürünü uygulamak yerine, 6 eş parçaya bölünmüş şekildeki her iki parçayı bir düşünerek daha az sayıda daha büyük birimler elde etmiş yani aslında sadeleştirme işleminin altında yatan anlamı görselleştirmiştir. Bu öğrenci yaklaşımlarına Şekil 17'de yer verilmiştir.

Şekil 17

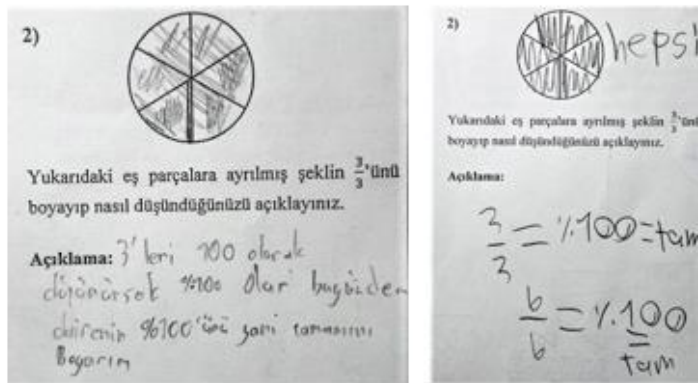
İkinci Sorunun Çözümünde Birimin Büyüklüğünü Değiştiren Öğrenci Cevapları



Öğrencilerin matematikteki konular arası ilişki kurabilmesi de kavramsal anlayışlarının gelişmiş olduğunun bir göstergesi olarak kabul edilmektedir (Kilpatrick, Swafford ve Findell, 2001). İkinci soruya yönelik bulgular incelendiğinde kimi öğrencinin yüzdeler konusu ile doğru bir ilişki kurarak bu soruya açıklık getirdiği de görülmektedir. Şekil 18'de bu duruma örnek öğrenci yaklaşımlarına yer verilmiştir.

Şekil 18

İkinci Sorunun Çözümünde Yüzde Kavramıyla İlişki Kuran Öğrenci Cevapları



Soru 3

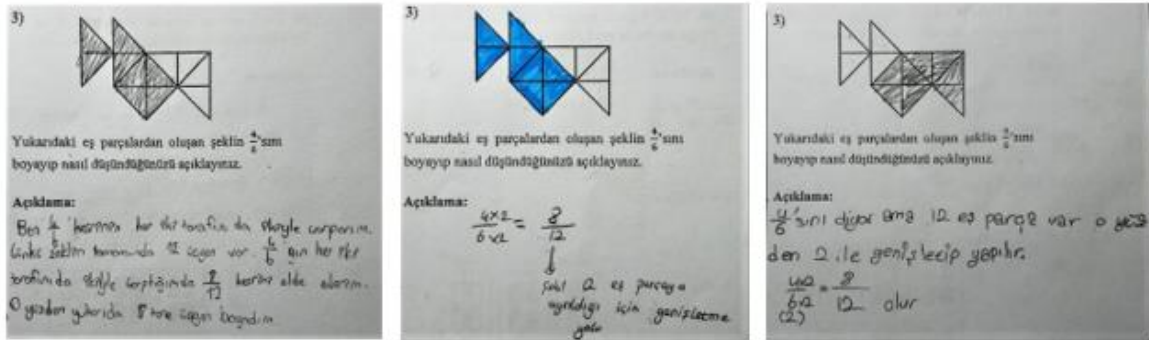
Üçüncü soruda öğrencilerden 12 eş parçaya ayrılmış asimetrik bir alan modelinin $\frac{4}{6}$ 'sını taraması beklenmektedir. Bir başka ifade ile öğrencilerin verilen kesrin sembolik

gösteriminden asimetrik bir alan modeline geçişini işlemsel ya da kavramsal yaklaşımlarla sağlayabilmesi gerekmektedir.

Tablo 7'deki veriler incelendiğinde, üçüncü soruyu doğru cevaplayan 205 öğrencinin %88,3'ü gibi oldukça büyük bir kısmının *işlemsel yaklaşımda* bulunduğu görülmektedir. Dahası, Denk Kesirler Bilgi Testindeki sorular arasından öğrencilerin doğru sonuca ulaşmada işlemsel bilgilerini kullanma oranının en fazla bu soruya ait olduğu söylenebilir. Bu öğrenciler, farklı temsiller arası geçiş yaparken Şekil 19'daki gibi toplam üçgen sayısına ulaşmak için $\frac{4}{6}$ kesrini 2 ile genişletmeyi tercih etmiştir.

Şekil 19

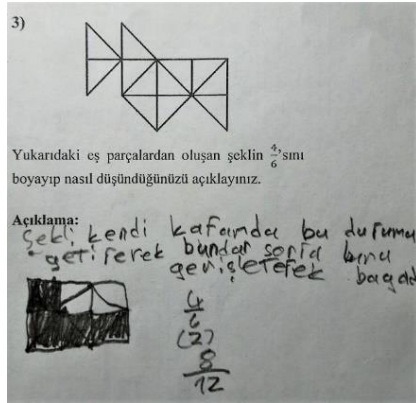
Üçüncü Sorunun Çözümünde İşlemsel Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevapları



Genişletme işlemini uygulayarak 8 parçanın boyanması gerektiğine karar veren öğrencilerden birinin verilen asimetrik şekli yeniden düzenleyerek simetrik bir hale dönüştürmeyi tercih ettiği dikkat çekmektedir. Ö.321'in bu yaklaşımına Şekil 20'de yer verilmiştir. Verilen asimetrik bir şekli, daha önceden aşına oldukları simetrik şekillere benzetmeye çalışan öğrenci yaklaşımlarına Kaur ve Pumadevi'nin (2009) çalışmasında da rastlanmaktadır.

Şekil 20

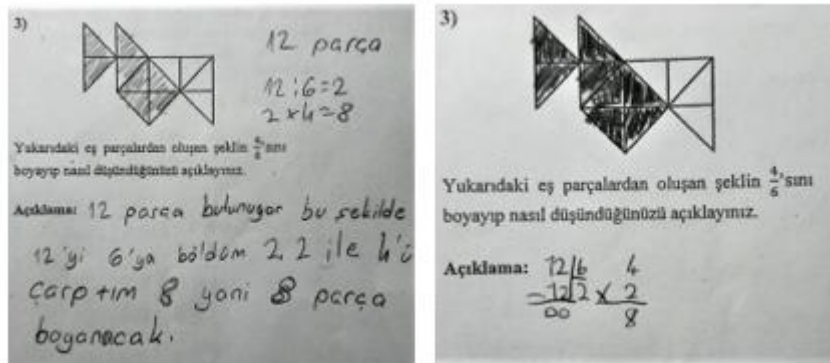
Üçüncü Sorunun Çözümünde Ö.321'in Asimetrik Şekli Simetrik Şekle Dönüştürmesi



İşlemsel yaklaşımda bulunarak doğru sonuca ulaşan öğrencilerin büyük bir kısmı genişletme işlemi aracılığıyla bir açıklama yapmayı tercih etse de bazı öğrencilerin farklı bir yaklaşımda bulunduğu da rastlanmıştır. Bir başka deyişle kimi öğrenciler verilen çokluğun (12 eş parçanın) istenen basit kesir kadarını ($\frac{4}{6}$ 'sını) birim kesirden yararlanarak bulmayı tercih etmiştir. Bu öğrencilerin 5. sınıf düzeyinde ele alınan sadeleştirme ve genişletme işlemlerine yönelik kazanımın ardından ele alınan bu kazanımı da içselleştirebildikleri söylenebilir. Şekil 21'de bu duruma örnek olabilecek öğrenci yaklaşımları verilmiştir.

Şekil 21

Üçüncü Sorunun Çözümünde Verilen Çokluğun İstenen Basit Kesir Kadarını Bulmada Birim Kesirden Yararlanan Öğrenci Cevapları



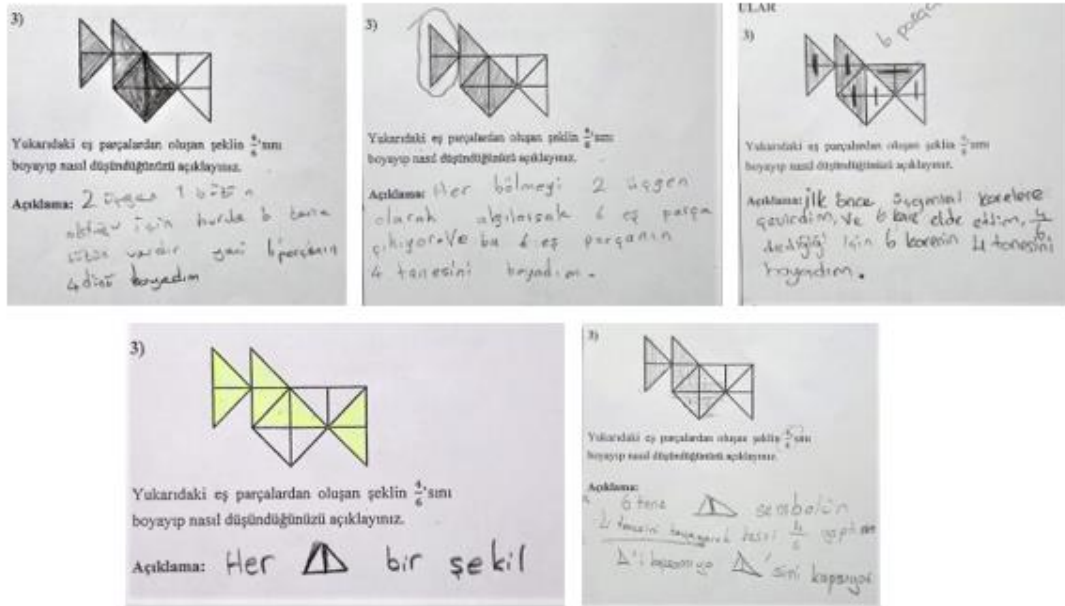
Tablo 7'deki verilere göre, soruyu doğru cevaplayan 205 öğrencinin %11,7'si gibi oldukça az bir kısmı *kavramsal yaklaşımda* bulunmuştur. Böylece, Denk Kesirler Bilgi

Testindeki sorular arasından öğrencilerin doğru sonuca ulaşmada kavramsal bilgilerini kullanma oranının en az bu soruya ait olduğu görülmektedir.

Kavramsal yaklaşımda bulunan bu öğrenciler, farklı temsiller arası geçiş yaparken Şekil 22'deki gibi $\frac{4}{6}$ kesrini 2 ile genişletmek yerine herhangi bir işlem kullanmadan görsel üzerinde $\frac{1}{12}$ 'lik birimleri büyötmeyi tercih etmiştir. Yani bu öğrenciler, 12 tane küçük üçgeni zihinlerinde ikiye bölerek birleştirip 6 tane daha büyük üçgenler ya da kareler oluşturduğunu ve oluşan bu daha büyük parçaların 4'ünü boyadığını belirtmektedir.

Şekil 22

Üçüncü Sorunun Çözümünde Kavramsal Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevapları



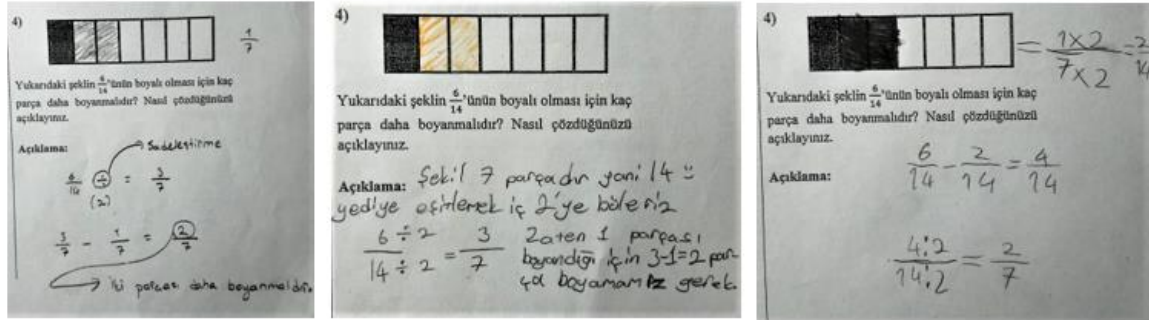
Soru 4

Dördüncü soruda $\frac{1}{7}$ 'si boyalı 7 eş parçaya ayrılmış dikdörtgenel bir alan modelinin $\frac{6}{14}$ 'ünün boyalı olması için kaç parçanın daha boyanması gerektiği sorulmaktadır. Diğer bir deyişle bu soruda, öğrencilerin farklı birimler arası işlemsel ya da kavramsal bir geçiş yaparak 2 parçanın daha boyanmasına karar vermesi gerekmektedir.

Tablo 7'deki veriler incelendiğinde, dördüncü soruyu doğru cevaplayan 152 öğrenciden %78,9'unun Şekil 23'teki gibi genişletme ve sadeleştirme işlemlerine başvurarak *işlemsel yaklaşımda* bulunduğu görülmektedir.

Şekil 23

Dördüncü Sorunun Çözümünde İşlemsel Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevapları



Öğrencilerin dördüncü sorunun çözümüne daha çok genişletme işlemiyle mi yoksa sadeleştirme işlemiyle mi başlamayı tercih ettikleri incelendiğinde bu tercihin dengeli dağıldığı görülmüştür. Ancak öğrenciler tarafından seçilen işlemin doğru bir sonuca mı yoksa yanlış bir sonuca mı ulaştırdığına bakıldığında belirgin bir farklılık gözlenmiştir. Bir başka deyişle bu sorunun çözümüne denk kesir oluşturma yöntemleri olan genişletme ve sadeleştirmeden hangisi ile başladığının hata yapma oranını etkilediğine dair bulgulara ulaşılmıştır.

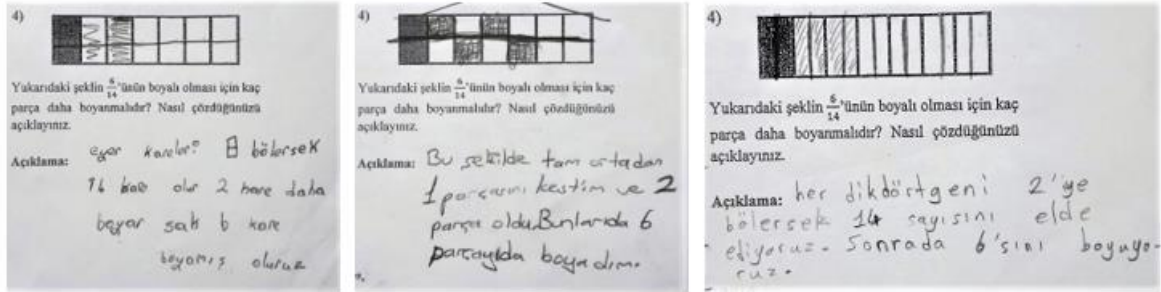
Sorunun çözümüne $\frac{1}{7}$ 'yi 2 ile genişleterek başlayıp ardından elde ettikleri $\frac{2}{14}$ kesrini $\frac{6}{14}$ 'ten çıkararak $\frac{4}{14}$ kesrine ulaşan öğrencilerin çoğu, verilen alan modelinin $\frac{1}{7}$ 'lik birimlere sahip olduğunu göz ardı ederek son aşamada elde ettikleri kesri yeniden 2 ile sadeleştirmeleri gerektiğini unutmuş ve $\frac{1}{14}$ 'lük birimler üzerinden yanlış bir çıkarımda bulunarak doğrudan 4 kutunun boyanması gerektiğini belirtmiştir. Ancak sorunun çözümüne ilk olarak $\frac{6}{14}$ kesrini 2 ile sadeleştirerek başlayıp ardından $\frac{1}{7}$ 'lik birimlerle işleme devam eden öğrencilerin doğru sonuca ulaşma oranının daha yüksek olduğu saptanmıştır. Bu sorunun çözümü, denk kesir oluşturma ve çıkarma işlemi olmak üzere işlemsel olarak en az iki adım

içerdiği için böyle bir farklılaşma ile karşılaşmış olabileceği düşünülmektedir. Nitekim testteki diğer soruların yaklaşımlarında böyle bir farklılaşmaya rastlanmamıştır.

Tablo 7'deki verilere göre, soruyu doğru cevaplayan 152 öğrencinin %21,1'i *kavramsal yaklaşımda* bulunmuştur. Bu öğrenciler, farklı temsiller arası geçiş yaparken Şekil 24'teki gibi genişletme ya da sadeleştirme işlemlerine başvurmak yerine herhangi bir işlem kullanmadan görsel üzerinde $\frac{1}{7}$ 'lik birimleri küçültmeyi tercih etmiştir. Bu öğrenciler, öncelikle 7 adet dikdörtgenin her birini yatay ya da dikey bir şekilde tam ortadan ikiye bölerek 14 eş parça elde etmiş yani aslında daha çok sayıda daha küçük birimler elde ederek genişletme işlemini görselleştirmiştir. Ardından bu öğrenciler, 14 eş parçanın 6 tanesinin boyalı olması için $\frac{1}{7}$ 'lik birimlerden 2 tanesinin daha boyanması gerektiğine ulaşmıştır.

Şekil 24

Dördüncü Sorunun Çözümünde Kavramsal Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevapları



Soru 5

Beşinci soruda orta noktası işaretlenmiş bir cetvel görseli verilmiş ve öğrencilerden kesirlerin denliğini bu kez bir uzunluk modeli üzerinden yorumlaması beklenmiştir. Yani öğrencilerin bu soruda, 24 eş aralığa ayrılmış bir cetvelin tam ortasında bulunan A noktasının solunda kalan parçanın $\frac{5}{6}$ 'sı kadar uzaklık ile sağında kalan parçanın $\frac{20}{24}$ 'ü kadarlık uzaklığı karşılaştırması ve bu uzaklıkların eşit olduğu sonucuna ulaşması gerekmektedir.

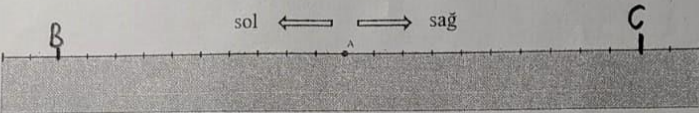
Tablo 7'deki veriler incelendiğinde, beşinci soruyu doğru cevaplayan 156 öğrenciden %66'sının *işlemsel yaklaşımda* bulunduğu görülmektedir. Bu öğrenciler, işlemsel prosedürleri kullanarak B ve C noktalarının yerlerine ulaşmış ve ardından bu iki noktanın A noktasına olan uzaklıklarını karşılaştırmayı tercih etmiştir. Bu esnada iki tip işlemsel yaklaşıma rastlanmıştır.

Bu yaklaşımlardan ilki, Şekil 25'teki gibi A noktasının solunda ve sağında 12 parça bulunduğu için $\frac{5}{6}$ kesrini 2 ile genişleterek B noktasının yerini; $\frac{20}{24}$ kesrini 2 ile sadeleştirerek ise C noktasının yerini belirleyen ve bu şekilde ulaştıkları $\frac{10}{12} = \frac{10}{12}$ denkleğinden A noktasına olan uzaklıkların eşit olduğuna karar veren öğrenci yaklaşımıdır.

Şekil 25

Beşinci Sorunun Çözümünde İşlemsel Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevabı

5)



Yukarıdaki cetvelin tam ortasında A noktası bulunmaktadır. Bu A noktasından başlanarak cetvelin soluna doğru, sol parçanın uzunluğunun $\frac{5}{6}$ 'sı kadar uzaklığa bir B noktası konuyor. Benzer şekilde, yine A noktasından başlanarak cetvelin sağına doğru, sağ parçanın uzunluğunun $\frac{20}{24}$ 'ü kadar uzaklığa ise bir C noktası konuyor. Buna göre, B ve C noktalarının A noktasına olan uzaklıklarını karşılaştırınız ve nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama: $\frac{5}{6} \cdot 2 = \frac{10}{12}$ $\frac{20}{24} : 2 = \frac{10}{12}$

B ve C noktalarının A noktasına uzaklıkları eşittir. Çünkü $\frac{5}{6}$ 'yı 2 ile genişletirsek $\frac{10}{12}$ olur ve $\frac{20}{24}$ 'ü 2 ile sadeleştirirsek yine $\frac{10}{12}$ olur yani $B=C$

İkinci yaklaşım ise verilen bir çokluğun istenen basit kesir kadarının birim kesirden yararlanılarak bulunmasıdır. Bu yaklaşımda bulunan öğrenciler, Şekil 26'daki gibi ilk olarak 12 parçayı 6'ya bölüp bir birimlik kısma tekabül eden 2 sayısını bulduktan sonra 2 ile 5'i çarparak 10 sonucuna ulaşmakta ve A noktasının 10 birim kadar soluna B noktasını yerleştirmektedir. Fakat $\frac{20}{24}$ kesrinin paydası, parça sayısı olan 12'den büyük olduğundan öğrencilerin bu noktada birim kesirden yararlanabilmek için öncelikle kesri sadeleştirdikleri, ardından benzer adımları izleyerek A noktasının 10 birim sağına C noktasını yerleştirdikleri

görülmüştür. Sonuç olarak ise bu öğrenciler, ulaştıkları $10 = 10$ eşitliğinden A noktasına olan uzaklıkların eşit olduğuna karar vermiştir.

Şekil 26

Beşinci Sorunun Çözümünde Verilen Çokluğun İstenen Basit Kesir Kadarını Bulurken

Birim Kesirden Yararlanan Öğrenci Cevabı

5)

Yukarıdaki cetvelin tam ortasında A noktası bulunmaktadır. Bu A noktasından başlanarak cetvelin soluna doğru, sol parçanın uzunluğunun $\frac{5}{6}$ 'sı kadar uzaklığa bir B noktası konuyor. Benzer şekilde, yine A noktasından başlanarak cetvelin sağına doğru, sağ parçanın uzunluğunun $\frac{20}{24}$ 'ü kadar uzaklığa ise bir C noktası konuyor. Buna göre, B ve C noktalarının A noktasına olan uzaklıklarını karşılaştırınız ve nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

Ölk önce ben 12'nin $\frac{5}{6}$ 'sını bulurum. 12'ye 6'ya bölüp 5 ile çarpığımızda sonuç 10 olur. Sol taraftan 10 birim giderseniz B noktasını ortaya koyarsınız. C noktasını nereye koyarsınız? Şimdi ben ölk önce $\frac{20}{24}$ kesrinin her iki tarafını da ölkıye böldüm. Sonuç $\frac{10}{12}$ çıktı. 12'nin $\frac{10}{12}$ 'unu bulmamız için 12'ye 12'ye bölüp 10 ile çarparsınız. Sonuç 10 olur. O yüzden sağa doğru 10 birim gittiğimizde C noktasını koyabiliriz.

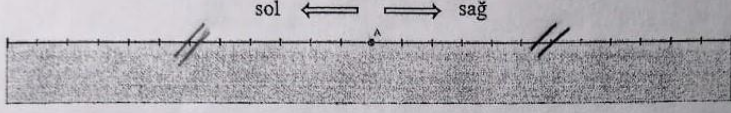
Yorum: B ve C noktasının A noktasına göre karşılıklı eşitliği.

Tablo 7'deki verilere göre, soruyu doğru cevaplayan 156 öğrencinin %34'ü *kavramsal yaklaşımda* bulunmuştur. Bu öğrenciler çoğunlukla Şekil 27'deki gibi A noktasının cetvelin tam ortasında bulunmasından dolayı solda ve sağda kalan parçaların eşit olacağını düşünmüş ve verilen kesirler birbirine denk olduğu için de A noktasının solunda ve sağında kalan eş parçaların $\frac{5}{6}$ 'sının ve $\frac{20}{24}$ 'ünün aynı uzunlukta olacağına karar verebilmiştir. Böylece bu öğrenciler, genişletme ve sadeleştirme işlemleri ile $\frac{10}{12}$ kesrine hiç ulaşmadan ve B ile C noktalarının cetvel üzerindeki yerlerini bulmaya gerek duymadan bu iki noktanın A noktasına eşit uzaklıkta olduğunu ifade edebilmiştir.

Şekil 27

Beşinci Sorunun Çözümünde Kavramsal Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevabı

5)



Yukarıdaki cetvelin tam ortasında A noktası bulunmaktadır. Bu A noktasından başlanarak cetvelin soluna doğru, sol parçanın uzunluğunun $\frac{5}{6}$ 'sı kadar uzaklığa bir B noktası konuyor. Benzer şekilde, yine A noktasından başlanarak cetvelin sağına doğru, sağ parçanın uzunluğunun $\frac{20}{24}$ 'ü kadar uzaklığa ise bir C noktası konuyor. Buna göre, B ve C noktalarının A noktasına olan uzaklıklarını karşılaştırınız ve nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

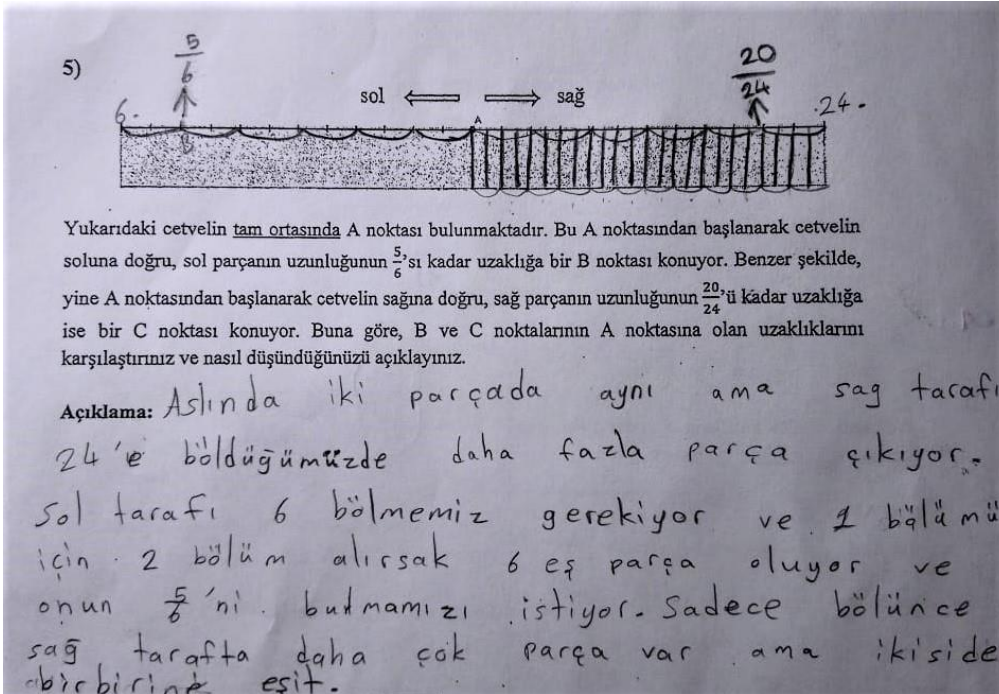
Açıklama: $\frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24}$ yani $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$ yani $B = C$

Günkü A noktası cetvelin tam ortasında konulmuştur. Bu yüzden B ve C noktası eşittir

Kavramsal yaklaşımda bulunarak doğru sonuca ulaşan bu öğrenciler arasında Ö.57 ise farklı bir yaklaşım sergilemiştir. Şekil 28'de görüldüğü üzere Ö.57, 2 ile genişletme ve sadeleştirme işlemlerini verilen kesir formları üzerinde çarpma ve bölme işlemleri aracılığıyla değil de model üzerinde daha çok sayıda daha küçük birimler ya da daha az sayıda daha büyük birimler oluşturarak görselleştirmeyi tercih etmiştir. Öğrencinin burada çarpma ya da bölme gibi herhangi algoritmadan yararlanmadan birimleri büyüterek ya da küçülterek bir sonuca ulaşması kavramsal anlayışının geliştiğini göstermektedir. Yalnızca bir öğrencinin bu yaklaşımda bulunabilmesinin birinci sorunun bulguları ile de paralellik gösterdiği söylenebilir. Nitekim birinci soruda da kavramsal yaklaşımda bulunan öğrencilerin uzunluk ve küme modelinden hiç yararlanmayıp sadece alan modelinden yararlandığına yönelik bulgular elde edilmişti. Bu nedenle uzunluk modeli üzerindeki bu yaklaşımın çok fazla öğrenci tarafından tercih edilmemesi olağan karşılanmıştır.

Şekil 28

Beşinci Sorunun Çözümünde Ö.57'nin Genişletme ve Sadeleştirme İşlemlerini Model Üzerinde Görselleştirmesi



Soru 6

Altıncı soruda yer alan görselde 16 adet vişneli 8 adet kayısıli olmak üzere toplam 24 adet meyve suyu, aynı cins olanlar bir arada olacak şekilde 6 kutuya ayrılmış ve öğrencilerden kesirlerin denkleğini bu kez bir küme modeli üzerinden yorumlaması beklenmiştir. Diğer bir deyişle bu soruda öğrencilerden, her birinde aynı cinsten dörder meyve suyu bulunan bu kutuları yine aynı cinsten fakat farklı sayıda meyve suyu içerecek şekilde yeniden düzenlemesi ve sonuç olarak kayısıli meyve sularının bulunduğu kutuların tüm kutuların kaçta kaç olduğunu $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{12}$ veya $\frac{8}{24}$ kesirlerinden herhangi ikisiyle ifade etmesi beklenmektedir.

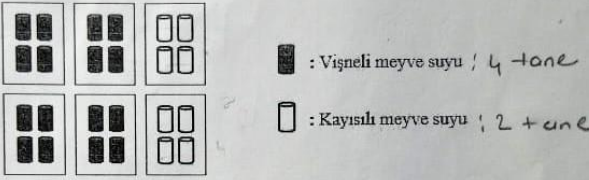
Tablo 7'deki veriler incelendiğinde, altıncı soruyu doğru cevaplayan 117 öğrencinin %11,1'i gibi oldukça az bir kısmının *işlemsel yaklaşımda* bulunduğu ve böylece Denk Kesirler Bilgi Testindeki sorular arasından öğrencilerin doğru sonuca ulaşmada işlemsel bilgilerini kullanma oranının en az bu soruya ait olduğu görülmektedir. Bu durumun, soruda

yer alan bağlamın işlem yapmaya çok elverişli olmayıp verilen küme modeli üzerinden birimleri değiştirmeye daha uygun olmasından kaynaklanmış olabileceği düşünülmektedir. Ancak Şekil 29'daki gibi doğrudan genişletme ve sadeleştirme işlemlerini kullanmayı tercih eden öğrencilere az da olsa rastlanmıştır.

Şekil 29

Altıncı Sorunun Çözümünde İşlemsel Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevabı

6)



Bir bakkal, vişneli ve kayısı meyve sularını yukarıdaki gibi her bir kutuda aynı cins dörder meyve suyu olacak şekilde 6 kutuya ayırmıştır. Elinde yeteri kadar kutu olan bu bakkal, aynı cinsteki meyve sularını her bir kutuda dörtten farklı sayıda meyve suyu olacak şekilde yeniden kutulamak istiyor. Buna göre, kayısı meyve suların bulunduğu kutular tüm kutuların kaçta kaç olur? İki farklı şekilde gruplandırarak açıklayınız.

Açıklama:

1. Yol: $\frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3}$

2. Yol: $\frac{2 \times 2}{6 \times 2} = \frac{4}{12}$

Bu öğrenciler, öncelikle soruda verilen küme modelini sembolik olarak $\frac{2}{6}$ kesriyle ifade etmiş ve ardından bu kesir üzerinde doğrudan sadeleştirme ve genişletme işlemlerini uygulamayı tercih etmiştir. Birinci soruda olduğu gibi bu soruda da iki farklı yaklaşım istendiği için öğrenciler işlemsel olarak doğrudan sıfırdan farklı bir sayı ile sadeleştirme ve genişletme yollarına başvurmuş olabilir. Şekil 29'da yer alan öğrenci yanıtındaki sadeleştirme ve genişletme işlemlerinde 2 sayısının kullanılması her ne kadar sorunun bağlamına uygun olsa ve bu yönüyle elde edilen sonuçlar doğru kabul edilse de öğrencinin bu sayıyı bilinçli olarak seçip seçmediğine dair bir işarete rastlanmamaktadır. Ya da öğrencinin bu yaklaşımında, kaçarlı gruplandırmalar yaptığına dair bir bilince sahip olup olmadığı hakkında yeterince bilgiye ulaşılamamaktadır. Yalnızca öğrencinin işlemsel olarak

bir kesri sıfırdan farklı bir sayıyla sadeleştirebilme ve genişletebilme becerilerine sahip olduğu söylenebilir.

Tablo 7'deki verilere göre, soruyu doğru cevaplayan 117 öğrencinin %88,9'u gibi oldukça büyük bir kısmı *kavramsal yaklaşımda* bulunmuştur. Böylece, Denk Kesirler Bilgi Testindeki sorular arasından öğrencilerin doğru sonuca ulaşmada kavramsal bilgilerinin kullanma oranının en fazla bu soruya ait olduğu görülmektedir. Her ne kadar öğrenciler en düşük performansı küme modeli içeren ve bir bağlam içerisinde verilen bu soruda sergilemiş olsa da soruyu çözmeye başarılı olan öğrencilerin daha çok Şekil 30'daki gibi bir yolu tercih ettiği söylenebilir. Sorunun bağlamı gereği meyve sularını temsilen verilen nesnelere dörderli gruplandırmadan farklı olacak şekilde tek tek, ikişerli, ya da sekizerli gruplandırılabilen ve bu gruplandırmalar sonucu sırasıyla $\frac{8}{24}$, $\frac{4}{12}$ ya da $\frac{1}{3}$ kesirlerinden herhangi ikisi sorunun doğru yanıtını vermektedir. Bu noktada öğrencilerin daha çok hangi gruplandırmaları yapmayı tercih ettikleri incelendiğinde, Şekil 30'daki gibi ikişerli ve sekizerli gruplandırma yaparak $\frac{4}{12}$ ve $\frac{1}{3}$ kesirlerine ulaşma eğiliminde oldukları saptanmıştır.

Şekil 30

Altıncı Sorunun Çözümünde Kavramsal Yaklaşımda Bulunan Öğrenci Cevabı

6)

• : Vişneli meyve suyu
○ : Kayısı meyve suyu

Bir bakkal, vişneli ve kayısı meyve sularını yukarıdaki gibi her bir kutuda aynı cins dörder meyve suyu olacak şekilde 6 kutuya ayırmıştır. Elinde yeteri kadar kutu olan bu bakkal, aynı cinsteki meyve sularını her bir kutuda dörtten farklı sayıda meyve suyu olacak şekilde yeniden kutulamak istiyor. Buna göre, kayısı meyve sularının bulunduğu kutular tüm kutuların kaçta kaç olur? İki farklı şekilde gruplandırarak açıklayınız.

Açıklama:

①

$\frac{8}{12}$ Vişneli
 $\frac{4}{12}$ Kayısı

②

$\frac{2}{3}$ Vişneli
 $\frac{1}{3}$ Kayısı

• = Vişneli ○ = Kayısı

Şekil 30'daki öğrenci yaklaşımının ilk yolunda meyve sularını temsilen verilen nesnelere ikişerli gruplandırıldığı görülmektedir. Yapılan bu ikişerli gruplandırma sonucunda 8 adet vişneli ve 4 adet kayısı meyve suyu kutusu olacak şekilde toplam 12 adet kutu elde edilmiş ve kayısı meyve sularının bulunduğu kutuların tüm kutuların kaçta kaçta olduğu $\frac{4}{12}$ kesriyle ifade edilmiştir. Yani aslında yapılan bu doğru gruplandırma ile daha fazla sayıda daha küçük birimler oluşturulmuş ve 2 ile genişletme işlemi çarpma algoritması kullanılmadan görselleştirilmiştir. Öğrencinin ikinci bir yol olarak ise meyve sularını temsilen verilen nesnelere sekizerli gruplandırıldığı görülmektedir. Yapılan bu sekizerli gruplandırma sonucunda 2 adet vişneli ve 1 adet kayısı meyve suyu kutusu olacak şekilde toplam 3 adet kutu elde edilmiş ve kayısı meyve sularının bulunduğu kutuların tüm kutuların kaçta kaçta olduğu $\frac{1}{3}$ kesriyle ifade edilmiştir. Yani aslında yapılan bu doğru gruplandırma ile daha az sayıda daha büyük birimler oluşturulmuş ve 2 ile sadeleştirme işlemi bölme algoritmasına başvurulmadan görselleştirilmiştir. Bulgulardan anlaşılacağı üzere, sorunun bağlamı bu görselleştirmelere oldukça elverişli olduğundan öğrencilerin işlemsel uygulamalar yerine küme modeli üzerinde birimleri değiştirmeyi tercih etmesi olağan karşılanmaktadır.

Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın üçüncü alt probleminde “5. sınıf öğrencilerin denk kesirler konusunda yaptıkları yaygın hatalar nelerdir?” sorusuna cevap aranmaktadır.

Araştırmada soruları doğru cevaplayan öğrenciler kadar yanlış cevaplayan öğrencilerin hatalı yaklaşımları da irdelenmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda bu bölümde ele alınan hatalar şu şekilde özetlenebilir:

- Genişletme ve sadeleştirme işlemlerinin çarpma ve bölme algoritmaları ile karıştırılması
- Alan modelinde eş bütünler çizilememesi ya da bir bütünün eş parçalara ayrılamaması

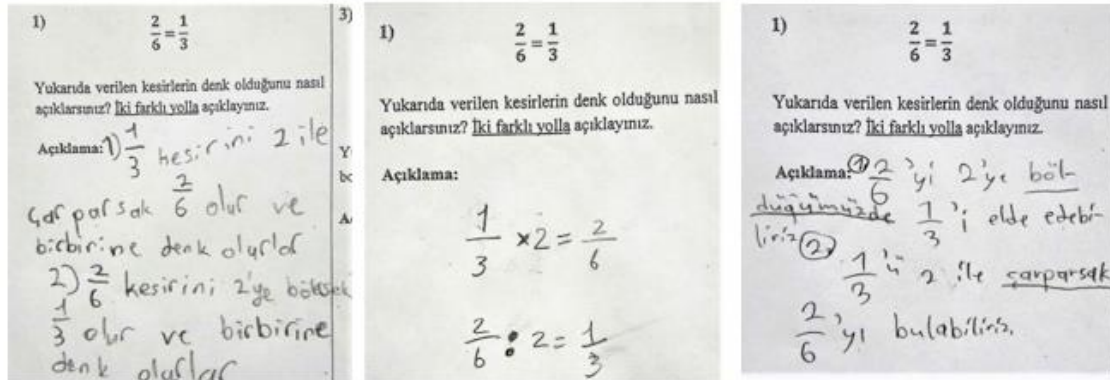
- Denk kesir elde edilmesi gereken durumlarda genişletme ya da sadeleştirme işlemlerine başvurmaksızın doğrudan kesrin payında yer alan sayıya odaklanılması
- Tam, yarım ve çeyrek kesir kavramlarının yeterince içselleştirilememesi
- Denk kesir oluşturmada kesirlerin payları ve paydaları arasında toplamsal ilişki kurulması
- Denk kesir oluşturma sürecinde birimler arasında doğru bir geçişin sağlanamaması
- Denk kesirleri karşılaştırmada doğal sayılardaki karşılaştırma gibi düşünülmesi ve bu yüzden kesirler denk olmasına rağmen birinin diğerinden daha küçük ya da daha büyük olduğunun düşünülmesi
- Sorunun bağlamından bağımsız şekilde bir kesrin sıfırdan farklı herhangi bir sayıyla doğrudan genişletilmesi ya da sadeleştirilmesi
- Küme modelinde yeni bir birimin eş büyüklüklerde oluşturulamaması

Genişletme & Sadeleştirme İşlemlerinin Çarpma & Bölme Algoritmaları ile Karıştırılması

Öğrencilerin hatalı yaklaşımları incelendiğinde, çoğu öğrencinin bir kesri 2 ile çarpmayı ve 2 ile genişletmeyi aynı prosedür olarak düşünürken benzer şekilde bir kesri 2'ye bölmeyi ve 2 ile sadeleştirmeyi aynı prosedür olarak düşündüğü görülmüştür. Halbuki bu prosedürlerden çarpma ve bölme işlemlerinde yalnızca paya ya da paydaya müdahale varken denk kesir oluşturma yöntemlerinden genişletme ve sadeleştirmede hem paya hem de paydaya müdahale söz konusudur. Ancak öğrencilerin ezbere yaptığı işlemler yani anlamadan uyguladıkları algoritmalar bu gibi karışıklıklara sebep olabilmektedir. Öğrencilerin bu konuda yaşadığı zorluğa yönelik örnekler Şekil 31'de sunulmuştur. Bu örneklerden de anlaşılacağı üzere, öğrenciler tarafından genişletme ve sadeleştirme esnasında hem pay hem de payda üzerinde aynı işlemler uygulansa dahi geçerli gösterimler ve söylemler kullanılamamıştır. Bu hata türü ile testin genelinde karşılaşılsa da en fazla birinci sorunun açıklamalarında rastlandığı söylenebilir.

Şekil 31

Genişletme ve Sadeleştirme İşlemlerinin Çarpma ve Bölme Algoritmaları ile Karıştırılmasına İlişkin Hata Örnekleri

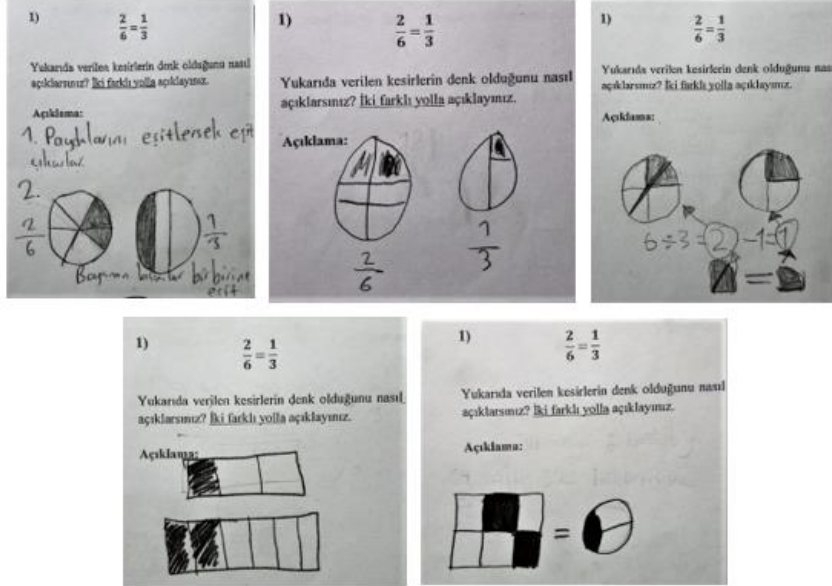


Alan Modelinde Eş Bütünler Çizilememesi / Bir Bütünün Eş Parçalara Ayrılamaması

Öğrencilerin hatalı yaklaşımları incelendiğinde, bütünleri eş çizememekten ya da çizibildikleri eş bütünleri eş parçalara ayıramamaktan kaynaklı zorluklar yaşayan öğrencilere rastlanmıştır. Bu hatalı yaklaşıma da özellikle birinci sorunun açıklamalarında rastlandığı söylenebilir. Öğrencilerin bu zorluğu hem dikdörtgensel bir alan modelinin çiziminde hem de dairesel bir alan modelinin çizimi esnasında yaşadığı görülse de bu hatanın dairesel olan çizimlerde daha fazla görüldüğünü söylemek mümkündür. Bir başka ifade ile iki kesrin birbirine denk olduğunu açıklamada dikdörtgensel alan modeli kullanmayı tercih eden öğrenciler arasında doğru cevaba ulaşma oranı daha yüksek iken dairesel alan modelini kullanmayı tercih eden öğrenciler arasında ise yanlış cevaplama oranının daha yüksek olduğuna yönelik bulgular elde edilmiştir. Öğrencilerin yaşadığı bu zorluk Şekil 32'de açıkça görülmektedir.

Şekil 32

Alan Modelinde Eş Bütünler Çizilememesine / Bir Bütünün Eş Parçalara Ayrılamamasına İlişkin Hata Örnekleri

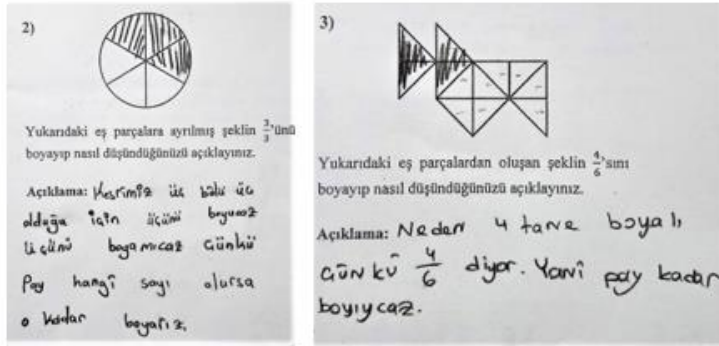
**Doğrudan Kesrin Payında Yer Alan Sayıya Odaklanılması**

Öğrencilerin hatalı yaklaşımlarından bir diğeri ise denk kesir elde edilmesi gereken durumlarda genişletme ya da sadeleştirme işlemlerine başvurmaksızın doğrudan kesrin payında yer alan sayıya odaklanılmasıdır. Bir başka deyişle sorulara yanlış yanıt veren öğrencilerin çoğu, paydadın bağımsız olarak kesrin payında hangi sayı varsa şekil üzerinde o kadar sayıda parçanın doğrudan boyanması gerektiğini düşünmektedir. Öğrencilerin bu konuda yaşadığı zorluklara yönelik örnekler Şekil 33'te sunulmuştur. Örneğin ikinci soruya yanlış yanıt veren öğrencilerin çoğu, kesrin payında 3 sayısı yer aldığı için yalnızca 3 parçayı boyadığını belirtmektedir. Yani şeklin tamamının boyanması gereken bu soruda öğrencilerin doğrudan sayılara odaklı karar verdiği ve 3 parçayı boyamasıyla aslında şeklin yarısını boyadığının farkına varamadığı görülmektedir. Üçüncü sorunun çözümlerinde de benzer şekilde, kesrin payında 4 sayısı yer aldığı için genişletme işlemini uygulamadan doğrudan 4 parçayı boyadığını belirten birçok öğrenciye rastlanmıştır. Son olarak, benzer bir hatalı yaklaşım uzunluk modeli içeren beşinci sorunun çözümlerinde de görülmüştür.

Beşinci soruda öğrencilerin gerek verilen kesirlerin gerekse cetvelin birimlerini dikkate almadan doğrudan pay kısmında yer alan sayıları kıyasladığı görülmüştür. Bir başka deyişle bu yanılgıya sahip öğrenciler, B noktasının A'nın 5 birim solunda, C noktasının ise A'nın 20 birim sağında yer alacağını belirterek B noktasının A'nın çok daha yakınında bulunduğunu savunmuştur.

Şekil 33

Genişletme Yapılması Gereken Durumlarda Doğrudan Kesrin Payına Odaklanılmasına İlişkin Hata Örnekleri



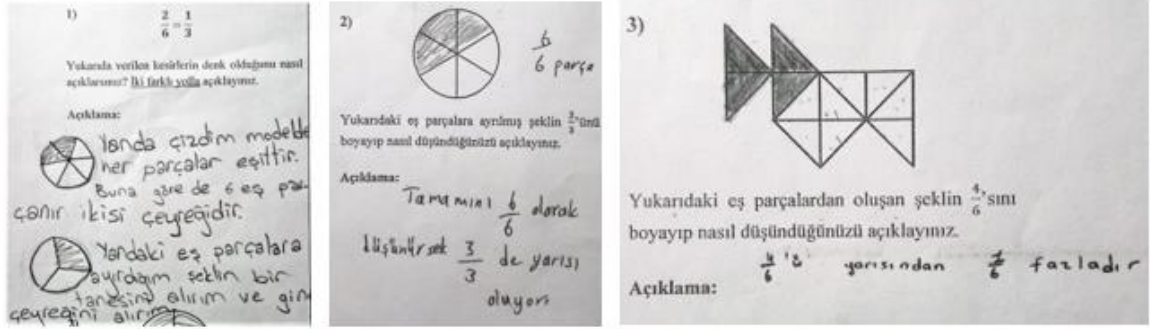
Tam, Yarım ve Çeyrek Kesir Kavramlarının Yeterince İçselleştirilememesi

Bir başka hatalı yaklaşımın ise öğrencilerin tam, yarım ve çeyrek kesir kavramlarını henüz içselleştirememesinden kaynaklanmış olabileceği düşünülmektedir. Şekil 34'te öğrencilerin böyle bir kavram kargaşasından ötürü soruya açıklık getirmede yaşadığı zorluklara örnekler verilmiştir. Bu örneklerden ilkinde, öğrenci her ne kadar birinci sorunun çözümü için doğru bir çizim gerçekleştirmiş olsa da yapmış olduğu açıklamada $\frac{2}{6}$ ve $\frac{1}{3}$ kesirlerinin çeyreğe tekabül ettiğini ifade etmektedir. Örneklerden ikincisinde ise öğrencinin kesirlerdeki yarım kavramını içselleştirememesinden ötürü zorluk yaşamış olabileceği düşünülmektedir. Bir başka ifade ile öğrencinin, şeklin tamamını boyaması gereken ikinci soruda $\frac{3}{3}$ kesrinin $\frac{6}{6}$ 'nın yarısı olduğunu düşünerek şeklin yalnızca yarısını boyadığı görülmektedir. Şekil 34'te yer alan son örnekte ise ilk iki soruda olduğu gibi üçüncü sorunun çözümünde de yarım kavramından yola çıkarak sonuca ulaşmaya çalışan bir öğrenci

yaklaşımına rastlanmaktadır. Bu öğrenci şeklin $\frac{4}{6}$ 'sının şeklin yarısından $\frac{1}{6}$ fazla olduğunu belirterek doğru bir yaklaşımda bulunmuş ancak görsel üzerinde boyanacak miktarı doğru belirleyemeyip şeklin yarısından az bir miktarını boyamıştır.

Şekil 34

Tam, Yarım ve Çeyrek Kesir Kavramlarının Yeterince İçselleştirilememesine İlişkin Hata Örnekleri



Denk Kesirlerin Payları ve Paydaları Arasında Toplamsal İlişki Kurulması

Bir diğer hatalı yaklaşım ise kimi öğrencinin denk kesirlerin payları ve paydaları arasında toplamsal bir ilişki kurduğu yönündedir. Ancak denk kesir oluşturmadaki temel fikirlerinden birisi de bu sürecin çarpımsal bir ilişki içermesidir. Dahası, denk kesir oluşturma sürecinin temelini oluşturan çarpımsal ilişkinin kavranması ileriki sınıf düzeylerinde kazandırılması hedeflenen orantısal düşünmenin gelişimi için de önem arz etmektedir. Bu temel fikrin öğrenciler tarafından yeterince içselleştirilememesi Şekil 35'teki gibi hatalı yaklaşımlara sebep olmuş olabilir. Örneğin, öğrencinin üçüncü soruda verilen $\frac{4}{6}$ kesrinin paydası ve payı arasındaki farkın 2 olmasına dayanarak modeldeki 12 parçadan kaç parçasını boyarsa aynı farka ulaşabileceğini düşünüp 10 parçanın boyanmasına karar verdiği görülmektedir. Yani bu yanılığa sahip öğrenciye göre, $\frac{4}{6}$ ve $\frac{10}{12}$ kesirleri birbirine denktir çünkü her iki kesrin de payı paydasından 2 eksiktir. Hatta aynı öğrencinin beşinci soruya da benzer hata ile yaklaştığı görülmüştür. Öğrenci cetvel üzerindeki uzaklıkların karşılaştırılmasını içeren bu soruda, $\frac{5}{6}$ kesrindeki payın paydadan 1 eksik olduğunu; $\frac{20}{24}$

kesirindeki payın ise paydadan 4 eksik olduğunu belirtmiş ve bu gerekçe ile C noktasının B'ye göre daha uzak bir noktada konumlandığına ulaşmıştır.


Şekil 35

Denk Kesirlerin Payları ve Paydaları Arasında Toplamsal İlişki Kurulmasına Yönelik Hata Örnekleri

1) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Yukarıda verilen kesirlerin denk olduğunu nasıl açıklarsınız? İki farklı yolla açıklayınız.

Açıklama: Ben $\frac{2}{6}$ da 2'iden 1 fazla 6 ise 3 den 3 fazla olduğu için denk olduğunu düşünüyorum

3) 

Yukarıdaki eş parçalardan oluşan şeklin $\frac{2}{3}$ 'ünü boyayarak nasıl açıkladığınızı yazınız.

Açıklama: Ben 12 de 10 tane simi boyadım çünkü 6 $\frac{12}{2}$ $\frac{-4}{2}$ $\frac{-10}{2}$ $\frac{0}{2}$ yani 12'sinde sorucu 2 çıkıyor

Açıklama: C noktası daha uzaktır çünkü: 5'bin 1 eksigidir ancak 20 24'ün 4 eksigidir

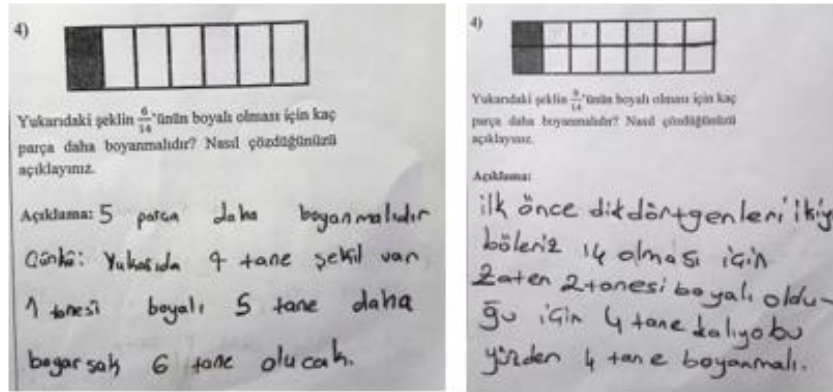
Denk Kesir Oluşturma Sürecinde Birimler Arası Geçişte Zorluk Yaşanması

Karşılaşılan hatalardan bir diğerinin de denk kesir oluşturma sürecinde birimler arasında doğru bir geçişin sağlanamamasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Öğrencilerin özellikle dördüncü soruda verilen alan modeli ile sembolik olarak verilen kesrin farklı birimlere sahip olduğuna dikkat etmemesi ve dolayısıyla genişletme ya da sadeleştirme işlemleri ile herhangi bir dönüşüme başvurmadan doğrudan matematiksel algoritmalara başvurması bu duruma bir örnek gösterilebilir. Bu öğrenciler, $\frac{6}{14}$ kesrinin hangi birimden oluştuğunun önemi olmaksızın doğrudan 6 parçanın boyalı olması gerektiğini düşünmekte ve verilen alan modeli $\frac{1}{7}$ 'lik birimlere sahip olsa dahi 1 parçası boyalı görüldüğü için 6'dan 1'i çıkararak 5 parçanın daha boyanması gerektiğini belirtmektedir. Yaptıkları işlemler esnasında birimler arası geçişte zorlanan öğrenciler kadar çizimleri esnasında bu

zorluğu yaşayan öğrencilere de rastlanmıştır. Bu öğrenciler ise birimleri küçülterek sonuca ulaşmaya çalışırken her ne kadar doğru bir süreç takip etse de öğrencilerin son aşamada boyanacak miktara $\frac{1}{7}$ 'lik birimler yerine oluşturdukları $\frac{1}{14}$ 'lük birimler üzerinden karar verdikleri görülmüştür. Dolayısıyla birimler arası geçiş esnasında böyle bir yanılgıya düşen öğrenciler 2 parça yerine 4 parçanın boyanması gerektiğini düşünebilmektedir. Öğrencilerin bu hatalı yaklaşımlarına ilişkin örneklere Şekil 36'da yer verilmiştir.

Şekil 36

Denk Kesir Oluşturma Sürecinde Birimler Arası Geçişte Yaşanan Zorluklar



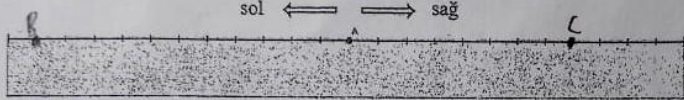
Uzunluk modeli içeren beşinci soruya yaklaşımı esnasında birimler arasında doğru bir geçiş sağlayamayan öğrenciler arasında ise Ö.77'nin yaklaşımı dikkat çekmektedir. Ö.77 diğer öğrencilerin aksine cetvelin uçlarında kalacak olan parçalar üzerinden yorum getirmek istemiştir. Nitekim öğrencinin takip ettiği işlemler doğru olsa da B ve C noktalarının yerlerini belirlerken farklı birimler arası geçişi doğru bir şekilde gerçekleştiremediğinden bu iki noktanın A noktasına olan konumlarını eşit uzaklıkta bulamamış olabileceği düşünülmektedir. Şekil 37'de görüldüğü üzere Ö.77, öncelikle 1 tam olarak gördüğü sol parçadan $\frac{5}{6}$ kesrini çıkararak cetvelin sol ucunda $\frac{1}{6}$ 'lık bir parçanın kalacağını bulmuştur. Fakat B noktasının cetvel üzerindeki yerine karar verirken sol parçanın 12 parçaya değil de 6 parçaya bölündüğünü varsayarak sol uçtan 1 birim içerideki noktaya B'yi yerleştirmiştir. Ardından benzer şekilde 1 tam olarak gördüğü sağ parçadan $\frac{20}{24}$ kesrini çıkararak cetvelin

sağ ucunda $\frac{4}{24}$ 'lük bir parçanın kalacağını bulmuştur. Fakat yine benzer bir hata ile C noktasının cetvel üzerindeki yerine karar verirken sağ parçanın 12 parçaya değil de bu kez 24 parçaya bölündüğünü varsayarak sağ uçtan 4 birim içerideki noktaya C'yi yerleştirmiştir. Böylece öğrenci, birimler arası geçişte yaşadığı bu zorluktan ötürü C noktasının A noktasına daha yakın olduğu sonucuna varmıştır. Halbuki öğrenci bulmuş olduğu bu kalan parçaların kesir formlarını karşılaştırırsa ve aynı bütünün kalan parçalarının aslında birbirine denk olduğunu fark etse verdiği bu yanlış kararı sorgulayabilirdi.

Şekil 37

Birimler Arası Geçiş Esnasında Ö.77'nin Yaşadığı Zorluk

5)



Yukarıdaki cetvelin tam ortasında A noktası bulunmaktadır. Bu A noktasından başlanarak cetvelin soluna doğru, sol parçanın uzunluğunun $\frac{5}{6}$ 'sı kadar uzaklığa bir B noktası konuyor. Benzer şekilde, yine A noktasından başlanarak cetvelin sağına doğru, sağ parçanın uzunluğunun $\frac{20}{24}$ 'ü kadar uzaklığa ise bir C noktası konuyor. Buna göre, B ve C noktalarının A noktasına olan uzaklıklarını karşılaştırınız ve nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

$$\frac{12}{12} = \frac{6}{6} \quad \frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{12}{12} \text{ den } 1 \text{ eksik olan çizgiye}$$

$$B \text{ noktasını koyabiliriz.}$$

$$\frac{12}{12} = \frac{24}{24} \quad \frac{24}{24} - \frac{20}{24} = \frac{4}{24}$$

$$\frac{24}{24} \text{ den } 4 \text{ eksik olan çizgiye}$$

$$C \text{ noktasını koyabiliriz.}$$

$$C \text{ noktası A noktasına B noktasından daha yakındır.}$$

Denk Kesirlerin Doğal Sayılardaki Gibi Karşılaştırılması

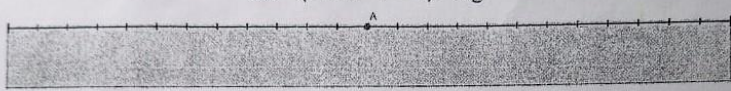
Beşinci soru özelinde dikkat çeken bir diğer hatada ise öğrencilerin kesirleri karşılaştırırken bir kavram kargaşası yaşadığı gözlenmiştir. Diğer bir deyişle bu öğrencilerin $\frac{5}{6}$ kesri ile $\frac{20}{24}$ kesrini kıyaslarken doğal sayılardaki karşılaştırma gibi düşündüğü görülmüştür. Bu yanılgıya sahip öğrenciler $\frac{5}{6}$ kesri daha küçük sayılar içerdiğinden bu kesrin değerinin daha az, $\frac{20}{24}$ kesri daha büyük sayılar içerdiğinden bu kesrin değerinin ise daha fazla

olduğunu düşünmekte ve bu hatalı kıyaslamadan ötürü B noktasının daha yakın olduğu sonucuna varmaktadır. Öğrencilerin yaşadığı bu yanılığa Şekil 38'de yer verilmiştir.

Şekil 38

Denk Kesirlerin Doğal Sayılardaki Gibi Karşılaştırılmasına İlişkin Hata Örneği

5)



Yukarıdaki cetvelin tam ortasında A noktası bulunmaktadır. Bu A noktasından başlanarak cetvelin soluna doğru, sol parçanın uzunluğunun $\frac{5}{6}$ 'sı kadar uzaklığa bir B noktası konuyor. Benzer şekilde, yine A noktasından başlanarak cetvelin sağına doğru, sağ parçanın uzunluğunun $\frac{20}{24}$ 'ü kadar uzaklığa ise bir C noktası konuyor. Buna göre, B ve C noktalarının A noktasına olan uzaklıklarını karşılaştırınız ve nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama: B daha yakındır çünkü $< \frac{20}{24}$ fazla olduğunu
 $\frac{5}{6}$ daha az olduğunu B daha yakındır

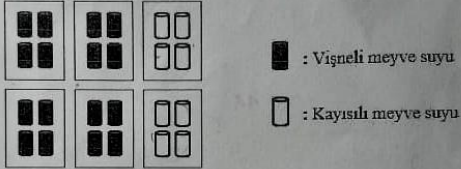
Sorunun Bağlamından Bağımsız Kesrin Doğrudan Genişletilmesi / Sadeleştirilmesi

Altıncı soru özelinde karşılaşılan bir hata ise soruda verilen küme modelinin sembolik olarak $\frac{2}{6}$ kesriyle ifade edilmesinin ardından öğrencilerin bu kesri sıfırdan farklı "herhangi" bir sayıyla genişletebileceğini düşünmesiyle ortaya çıkmıştır. Halbuki sorunun bağlamı gereği $\frac{2}{6}$ kesri ya 2 sayısı ile sadeleştirilebilir ya da 2 ve 4 sayıları ile genişletilebilir. Aksi takdirde her bir grupta aynı cins nesne bulundurma şartı sağlanmamış olacaktır. Karşılaşılan bu hatanın soruda verilen bağlam üzerine yeterince düşünülmemesinden ve sorunun öğrenciler tarafından anlamlandırılmamasından kaynaklanmış olabileceği düşünülmektedir. Şekil 39'da bu duruma örnek bir öğrenci yaklaşımına yer verilmiştir.

Şekil 39

Altıncı Sorunun Bağlamına Aykırı Bir Genişletme İşleminin Uygulanması

6)



■ : Vishneli meyve suyu
□ : Kayısı meyve suyu

Bir bakkal, vişneli ve kayısı meyve sularını yukarıdaki gibi her bir kutuda aynı cins dörder meyve suyu olacak şekilde 6 kutuya ayırmıştır. Elinde yeteri kadar kutu olan bu bakkal, aynı cinsteki meyve sularını her bir kutuda dörten farklı sayıda meyve suyu olacak şekilde yeniden kutulamak istiyor. Buna göre, kayısı meyve sularının bulunduğu kutular tüm kutuların kaçta kaç olur? İki farklı şekilde gruplandırarak açıklayınız.

Açıklama:

$$\text{Kayısı} \quad \frac{2}{6} \xrightarrow{\times 2} \frac{4}{12} = \frac{6}{18} = \dots$$

x3 iki tane istemiş

Şekil 39'da verilen bu öğrenci yaklaşımına bakıldığında, aslında öğrencide denk kesirlere yönelik temel bir fikrin geliştiğini görmek sevindiricidir. Bu temel fikir, bir kesre denk olan kesirlerin kümesinin sonsuz elemanlı olmasıdır. Öğrencinin bu gösteriminden, $\frac{2}{6}$ kesrini sıfırdan farklı sayılarla genişleterek sonsuz denk kesir oluşturabileceğinin farkında olduğu ancak soruda iki farklı yol istendiğinden çözümünü yalnızca iki farklı genişletme işlemi ile sınırlı bıraktığı anlaşılmaktadır. Ancak öğrencinin buradaki hatası soruda isteneni sorgulamaksızın doğrudan 2 ve 3 sayıları ile genişletmesi olmuştur. Bu sorunun bağlamı 2 ile genişletmeye uygun olsa da $\frac{2}{6}$ kesrinin 3 ile genişletilmesi için uygun değildir. Çünkü 3 ile genişletme sonucu paydada oluşan 18 sayısı toplam kutu sayısını verecektir ancak 24 adet nesne hiçbir eş paylaşım sonucu 18 kutuya yerleştirilemez. Ya da benzer şekilde 3 ile genişletme sonucu pay kısmında oluşan 6 sayısı kayısı meyve sularının bulunduğu kutu sayısını verecektir ancak yalnızca 8 adet kayısı meyve suyu bulunduğu için yine hiçbir eş paylaşım sonucunda 8 adet nesne 6 kutuya yerleştirilemeyecektir. Öğrencinin bu akıl yürütmeyi gerçekleştiremeyip doğrudan her sayıyla genişletme yapabileceğini düşünmesi ezbere işlem yapmanın ötesine geçemediğini göstermektedir.

Küme Modelinde Yeni Birimlerin Eş Büyüklüklerde Oluşturulamaması

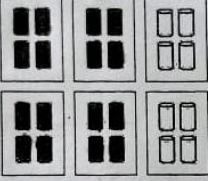
Altıncı soru özelindeki bir başka hataya ise öğrencilerin küme modeli üzerinden yeni birimler oluşturması esnasında rastlanmıştır. Bu öğrenciler, oluşturulan her bir yeni kümenin eşit sayıda nesne içermesi gerektiğini göz ardı ederek kümelerde farklı sayıda vişneli ve kayısıli meyve suları olacak şekilde gruplandırma yapmıştır. Örneğin, Şekil 40'ta yer alan öğrenci yaklaşımına bakıldığında kayısıli meyve sularının ikiyeşerli gruplandırıldığı görülürken vişneli meyve suları sekizerli gruplandırılmıştır. Küme modelinin bu şekilde yanlış düzenlenmesi aynı zamanda yanlış bir sembolik gösterim elde edilmesine neden olmuştur. Bu yaklaşımda bulunan öğrencilerin, alan ve uzunluk modelinde olduğu gibi küme modelinde de oluşturulacak her yeni birimin eş büyüklüklerde olması gerektiğini henüz kavrayamamış olabileceği düşünülmektedir.

Şekil 40

Küme Modelinde Yeni Birimlerin Eş Büyüklüklerde Oluşturulamamasına İlişkin Hata

Örneği

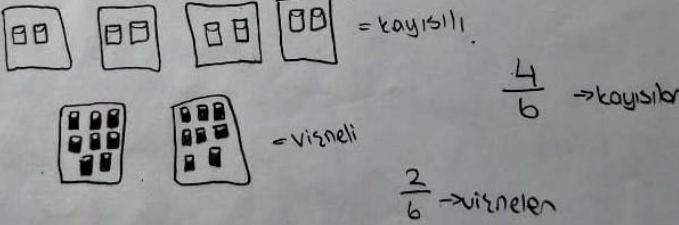
6)



■ : Vişneli meyve suyu
□ : Kayısıli meyve suyu

Bir bakkal, vişneli ve kayısıli meyve sularını yukarıdaki gibi her bir kutuda aynı cins dörder meyve suyu olacak şekilde 6 kutuya ayırmıştır. Elinde yeteri kadar kutu olan bu bakkal, aynı cinsteki meyve sularını her bir kutuda dörtten farklı sayıda meyve suyu olacak şekilde yeniden kutulamak istiyor. Buna göre, kayısıli meyve sularının bulunduğu kutular tüm kutuların kaçta kaç olur? İki farklı şekilde gruplandırarak açıklayınız.

Açıklama:



$\frac{4}{6} \rightarrow \text{kayısıli}$
 $\frac{2}{6} \rightarrow \text{vişneli}$

Bölüm 5

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu araştırmada 5. sınıf öğrencilerinin denk kesirler konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgilerinin incelenerek bu konudaki anlayışlarının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda 435 öğrenciye 6 adet açık uçlu sorudan oluşan Denk Kesirler Bilgi Testi uygulanmıştır. Öğrencilerin denk kesir bilgisini ölçmeye yönelik hazırlanmış sorulara ne gibi kavramsal ve işlemsel yaklaşımlarda buldukları, hangi tür anlayışlarını sergileyerek sorulara cevap aradıkları ve bu esnada yaygın olarak hangi hataları yaptıkları detaylı şekilde analiz edilmiş ve elde edilen tüm bulgulara önceki bölümde yer verilmiştir. Bu bölümde ise elde edilen bulgular ışığında öncelikle sonuç ve tartışma kısmı ardından öneriler kısmı ele alınacaktır.

Sonuç & Tartışma

Alanyazında birbirine benzer ve birbirlerini oldukça destekleyici kavramsal ve işlemsel bilgi tanımları ele alınmakta ve matematikteki birçok konunun bu iki bilgi türü çerçevesinde incelendiği görülmektedir. Rittle-Johnson ve Alibali'ye göre (1999) *işlemsel bilgi*, bir problem durumunu çözmeye kullanılan matematiksel prosedürlerin bilgisidir. *Kavramsal bilgi* ise bireyde açık ya da örtük şekilde bulunabilen ve bir konunun bilgi parçaları arasındaki ilişkileri barındıran bilgi türüdür (Rittle-Johnson ve Alibali, 1999). Denk kesir kavramına yönelik işlemsel bilgi ise denk kesir oluşturmak için kesrin payını ve paydasını sıfırdan farklı bir sayıyla çarpmak ya da bölmek olarak değerlendirilirken; kavramsal bilgi, denklemin sembolik gösteriminin dışındaki farklı temsillerinin de etkili kullanılabilmesi şeklinde değerlendirilmektedir (Van de Walle vd., 2013). Lenz vd. (2020) göre ise genişletme ve sadeleştirme işlemlerini kullanarak denk kesir oluşturma benzer şekilde işlemsel bilgi olarak ele alınırken, denk kesir oluşturma sürecinin modeller aracılığıyla somutlaştırılması kavramsal bilginin varlığına işaret etmektedir. Ek olarak, bir kesri genişletirken aslında daha çok sayıda daha küçük birimler; sadeleştirirken ise daha az

sayıda daha büyük birimler elde edilmektedir (Lamon, 2012). Kimi öğrenciler salt bir şekilde genişletme ya da sadeleştirme işlemi uygularken ve bu öğrencilerin yaklaşımı işlemsel olarak değerlendirilirken, kimisi bu prosedürlerin altında yatan anlamın farkında olduklarını sergileyerek denk kesir kavramını içselleştirdiğini göstermekte ve bu öğrencilerin yaklaşımı ise kavramsal olarak ele alınmaktadır. Spesifik olarak denk kesir kavramına yönelik gerçekleştirilen bu araştırmanın alanyazındaki bu görüşler çerçevesinde yoğunlaştığı söylenebilir.

Matematikte yer alan her bilginin kavramsal ve işlemsel olarak net bir şekilde sınıflandırılması mümkün olmasa da bu bilgi türlerinin belirgin özellikleri doğrultusunda öğrencilerin matematik bilgisini ölçen bir soruya yaklaşımı analiz edilebilir ve ne tür bilginin ön plana çıktığı belirlenebilir (Hiebert ve Lefevre, 1986). Araştırmanın amacı doğrultusunda oluşturulan her bir soruda da öğrenciler serbest kılınarak soruları çözmeye tercih edecekleri yaklaşımlar analiz edilmek istenmiştir. Örneğin, iki farklı çözüm yolu kullanılması istenen birinci soruda bazı öğrenciler yaptıkları açıklamaların ikisinde de sistematik bir şekilde işlemsel bilgilerini ortaya koyarken öğrencilerin kimisi de hem işlemsel hem de kavramsal bilgiye sahip olduğunu ortaya koyabilmiş ve gerek denk kesir kavramını içselleştirdiğini gerekse denk kesir oluşturma prosedürünü etkili bir şekilde kullanabildiğini sergilemiştir. Bu nedenle öğrencilere yöneltilen bir sorunun kavramsal ya da işlemsel bilgi gerektiren bir soru olarak sınıflandırılmasından ziyade öğrencilerin ne şekilde yaklaştığının analizi daha anlamlı görülmüş ve araştırmanın bulguları bu şekilde bir analizle elde edilmiştir.

Araştırmada elde edilen betimsel istatistik bulgularına göre Denk Kesirler Bilgi Testindeki genel performansın %50'den düşük çıktığı görülmüştür. Benzer şekilde Haser ve Ubuz'un (2002) da yaptıkları çalışmada öğrencilerin kesirlerin denkliğinde gösterdikleri düşük performansa dikkat çektiği görülmektedir. Öğrencilerin testteki sorular arasında en yüksek performansı alan modeli içeren ikinci soruda, en düşük performansı ise küme modeli içeren altıncı soruda sergilediği görülmüştür. MEB tarafından kullanımı uygun görülen 5. sınıf matematik ders kitaplarında (Durmuş ve İpek, 2019; Göksülük, 2022) denk kesirlerin

alan modeli ile gösterimlerine sıklıkla yer verilirken küme modeli gösterimlerine yer verilmediği görülmektedir. Böylece öğrenciler, denk kesirler konusunda alan modeli gösterimi ile yeterince yaşantıya sahip olurken küme modeli gösterimi ile çoğunlukla bir deneyime sahip olamayabiliyor. Bu durumun öğrencilerin ikinci soruda daha yüksek, altıncı soruda ise daha düşük performans sergilemelerine bir sebep olabileceği düşünülmektedir.

Araştırma sorularının işlemsel ve kavramsal olarak analizinden elde edilen bulgulara göre denk kesirler konusundaki altı sorunun dördünde öğrencilerin işlemsel bilgilerini kullanmadaki performanslarının daha iyi olduğu saptanmıştır. Bir başka deyişle öğrencilerin denk kesir oluşturmadaki bilgilerinin ağırlıklı olarak işlemsel nitelikte bulunduğu söylenebilir. Nitekim elde edilen bu sonuç, kesirler konusunun kavramsal ve işlemsel bilgi çerçevesinde incelendiği çalışmalarda elde edilen sonuçlarla da örtüşmektedir (Birgin ve Gürbüz, 2009; Byrnes ve Wasik, 1991; Haser ve Ubuz, 2002; Örmeci, 2012).

Araştırmanın bulgularında öğrencilerin birinci soruda yalnızca alan modelini kullanarak kavramsal bir yaklaşımda bulunması, küme ya da uzunluk modelinden ise yararlanmaması dikkat çekmiştir. Elde edilen bu bulgu, Jigyel ve Afamasaga-Fuata'i (2007) tarafından gerçekleştirilen çalışmanın bulguları ile paralellik göstermektedir. Jigyel ve Afamasaga-Fuata'i (2007) da yapmış oldukları çalışmada öğrencilerin çoğunun $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ denkleğini alan modeli ile gösterebildiklerine ulaşmış ve öğrencilerin kesirleri görselleştirmeyi küme modeline nazaran daha çok daire ve dikdörtgen gibi alan modeliyle ilişkilendirdiklerini gözlemlemiştir.

Öğrencilerin bu çalışmadaki alan modeli tercihinde bir eğilim dikkat çekmiş ve alan modelinde çoğunlukla dikdörtgensel bir alan çizimini tercih ederek doğru çizimler gerçekleştirdikleri görülmüştür. Dairesel bir alan çizerek açıklama yapmaya çabalayan öğrencilerin ise daha az olduğu ve bu öğrencilerin de yalnızca birkaçının doğru çizimler gerçekleştirebildikleri görülmüştür. Kısacası iki kesrin birbirine denk olduğunu açıklamada dikdörtgensel alan modeli kullanmayı tercih eden öğrenciler arasında doğru cevaba ulaşma oranı daha yüksek iken dairesel alan modelini kullanmayı tercih eden öğrenciler arasında

ise yanlış cevaplama oranının daha yüksek olduğu görülmüştür. Öğrencilerin dairesel bir alan modelini eş parçalara ayrılabilmede dikdörtgensel bir alan modeline göre daha fazla zorlanması, alan modelleri arasındaki bu başarı farkının bir sebebi olabilir. Nitekim Eroğlu, Camci ve Tanışlı tarafından (2019) kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerine yönelik bir tahmini öğrenme yol haritasının geliştirilmesi amacıyla yapılan çalışmada da altıncı sınıf öğrencilerinin dairesel alan modeli üzerinde eş parçalar oluşturmada oldukça zorlandıkları gözlenmiştir. Bu doğrultuda, öğrencilerin dikdörtgensel alan modeli gibi diğer alan modelleri üzerinde uzmanlaşma sağlamalarının ardından dairesel alan modeli ile çalışmalara yer verilmesi ve dairesel alan modelinin eş parçalara ayrılmasında çift sayıda eş parçalara ayırma çalışmalarından sonra tek sayıdaki parçalamalara geçilmesi önerilmektedir (Eroğlu vd., 2019).

Araştırmada elde edilen bulgulara göre çözümü esnasında işlemsel açıklamalardan yararlanan öğrenci sayısının en fazla olduğu sorunun asimetrik bir alan modelini içeren üçüncü soru olduğu görülmüştür. Diğer bir deyişle testteki sorular arasından öğrencilerin doğru sonuca ulaşmada kavramsal bilgilerini kullanma oranının en az bu soruya ait olduğu söylenebilir. Hatta bulgular bu yönüyle Kaur ve Pumadevi'nin (2009) araştırmasının sonuçlarını da destekler niteliktedir. Kaur ve Pumadevi (2009) asimetrik alan modellerini kullandıkları araştırmalarında, çoğunlukla simetrik/tipik örnekleri ve etkinlikleri içeren matematik ders kitaplarının, öğrencilerin denk kesirlere yönelik kavramsal anlayış geliştirmelerinde yeterli olmadığına ulaşmıştır. Nitekim ülkemizde MEB tarafından kullanımı uygun görülen matematik ders kitapları (Durmuş ve İpek, 2019; Göksülük, 2022) incelendiğinde de benzer şekilde çokça simetrik/tipik örnekler barındıkları görülmektedir. Bu araştırmada elde edilen bu paralel sonucun da öğrencilerin ders kitaplarında tipik olmayan modellere yeterince maruz kalmadığından kaynaklı olabileceği düşünülmektedir.

Araştırmanın bulgularından bir diğeri de öğrencilerin dördüncü sorunun çözümüne genişletme ve sadeleştirme işlemlerinden hangisi ile çözüme başlamayı tercih etmesinin doğru sonuca ulaşmalarını etkilemesi olmuştur. İşleme ilk olarak $\frac{6}{14}$ kesrini 2 ile

sadeleştirerek başlayıp ardından $\frac{1}{7}$ 'lik birimlerle devam eden öğrencilerin doğru sonuca ulaşma oranının daha yüksek olduğu saptanmıştır. Sorunun çözümüne $\frac{1}{7}$ 'yi 2 ile genişleterek başlayanların çoğunun ise verilen alan modelinin $\frac{1}{7}$ 'lik birimlere sahip olduğunu göz ardı ettiği ve son aşamada elde ettikleri kesri yeniden 2 ile sadeleştirmeleri gerektiğini unutarak $\frac{1}{14}$ 'lük birimler üzerinden çıkarımda bulunduğu gözlenmiştir. Sorunun çözümü, denk kesir oluşturma ve çıkarma işlemi olmak üzere en az iki farklı algoritmanın kullanımını içerdiği için bu farklılaşma ile karşılaşmış olabileceği düşünülmüştür.

Araştırmadan elde edilen bulgular değerlendirildiğinde öğrencilerin ilk dört soruya nazaran beşinci ve altıncı soruyu anlamlandırmada zorlandıkları ve dolayısıyla kendilerini daha zor ifade ettikleri gözlenmiştir. Her ne kadar Van de Walle vd. (2013) kesirlerin öğretiminde alan, uzunluk, küme modelleri gibi çeşitli modellere yer vermenin oldukça kullanışlı olduğunu belirtse de öğrencilerin alan modeline daha çok aşina oldukları ve diğer modellerde ise daha fazla zorluk yaşadıkları aşikardır. Ayrıca, öğrencilerin beşinci ve altıncı soruyu anlamlandırmada zorluk çekmelerine bir diğer sebep de bu soruların bir bağlam içerisinde ele alınması olabilir.

Araştırmada karşılaşılan hatalara ilişkin bulgular ise şu başlıklar altında toplanmıştır: *genişletme ve sadeleştirme işlemlerinin çarpma ve bölme algoritmaları ile karıştırılması, alan modelinde eş bütünler çizilememesi ya da bir bütünün eş parçalara ayrılamaması, denk kesir elde edilmesi gereken durumlarda genişletme ya da sadeleştirme işlemlerine başvurmaksızın doğrudan pay kısmında yer alan sayıya odaklanması, tam, yarım ve çeyrek kesir kavramlarının yeterince içselleştirilememesi, denk kesir oluşturmada kesirlerin payları ve paydaları arasında toplamsal ilişki kurulması, denk kesir oluşturma sürecinde birimler arası doğru bir geçişin sağlanamaması, denk kesirlerin doğal sayılardaki gibi karşılaştırılması, sorunun bağlamından bağımsız şekilde bir kesrin sıfırdan farklı herhangi bir sayıyla doğrudan genişletilmesi ya da sadeleştirilmesi, küme modelinde yeni bir birimin eş büyüklüklerde oluşturulamaması.*

Gözlenen bu hatalardan en yaygın olanı ise öğrencilerin bir kesri 2 ile çarpmayı ve 2 ile genişletmeyi aynı prosedür olarak görürken benzer şekilde bir kesri 2'ye bölmeyi ve 2 ile sadeleştirmeyi aynı prosedür olarak düşünmesi olmuştur. Halbuki bu prosedürlerden çarpma ve bölme işlemlerinde yalnızca paya ya da paydaya müdahale varken denk kesir oluşturma prosedürlerinden genişletme ve sadeleştirmede hem paya hem de paydaya müdahale söz konusudur. Bu hata türüne Lenz vd.'nin (2022) yapmış oldukları çalışmada da rastlamak mümkündür. Öğrencilerin denk kesirler konusunda yaptıkları hataların analiz edildiği Lenz vd.'nin (2022) çalışmasında, düşük kavramsal bilgiye sahip birçok öğrencinin 2 ile sadeleştirilmesi istenen kesri doğrudan 2'ye bölme hatasına düştükleri görülmüştür. Denk kesir kavramının ve denk kesir oluşturma yöntemlerinin öğretimi esnasında matematiksel dilin yanlış ya da eksik kullanılması öğrencilerin bu hatayı yapmasına bir sebep olabilir.

Denk kesir elde edilmesi gereken durumlarda genişletme ya da sadeleştirme işlemlerine başvurmaksızın doğrudan pay kısmında yer alan sayıya odaklanması ise araştırmada karşılaşılan önemli hatalardan bir diğeri olmuştur. Bu hatayı sergileyen öğrenciler, paydadan bağımsız olarak kesrin payında hangi sayı varsa şekil üzerinde o kadar sayıda parçanın doğrudan boyanması gerektiğini düşünmüştür. Örneğin verilen alan modelinin tamamının boyanması gereken ikinci soruda, öğrencilerin genişletme işlemine başvurmadan ya da kesrin değerini sorgulamadan doğrudan şeklin 3 parçasını yani yarısını boyadığı görülmüştür. Elde edilen bu bulgu, Wong ve Evans (2007) tarafından gerçekleştirilen çalışmanın bulgularını da destekler niteliktedir. Wong ve Evans (2007), öğrencilerden 4 eş parçaya ayrılmış dikdörtgenel alan modelinin $\frac{2}{2}$ 'sini yani tamamını boyamasını beklemektedir. Ancak Wong ve Evans da (2007) şeklin 4 parçasını boyamayan öğrencilerin genellikle 2 parçasını yani yarısını boyama eğiliminde olduğuna ulaşmıştır.

Araştırmada ele alınan kritik hatalardan bir diğeri de öğrencilerin denk kesir oluşturmada kesirlerin payları ve paydaları arasında çarpımsal değil toplamsal ilişki kurması olmuştur. Bu yanılgıya sahip bir öğrenciye göre, üçüncü soruda $\frac{4}{6}$ kesrine paydası 12 olacak

şekilde denk olan kesir $\frac{10}{12}$ kesridir çünkü her iki kesrin de payı paydasından 2 eksiktir. Bulgular bu yönüyle Lenz vd. (2022) tarafından gerçekleştirilen araştırmanın sonuçları ile paralellik göstermektedir. Lenz vd. (2022) bu çalışmada bir kesrin 2 ile sadeleştirilmesini istemiş ancak kesirlere yönelik özellikle düşük kavramsal bilgiye sahip öğrenciler arasında pay ve paydayı 2'ye bölmek ile ilişkilendirmek yerine 2 eksiltmek ile ilişkilendiren öğrencilere rastlanmıştır.

Araştırmadaki hatalardan bir başkasına ise verilen iki denk kesrin kıyaslanmasına dayanan ve dolayısıyla bir kesrin diğerinden daha küçük ya da daha büyük olmamasını gerektiren beşinci soruda rastlanmıştır. Öğrencilerin kimisi, $\frac{5}{6}$ kesri ile $\frac{20}{24}$ kesrini kıyaslarken doğal sayılardaki karşılaştırma gibi düşünmüş ve $\frac{5}{6}$ kesri daha küçük sayılar içerdiğinden bu kesrin değerinin daha az, $\frac{20}{24}$ kesri daha büyük sayılar içerdiğinden bu kesrin değerinin ise daha fazla olduğunu savunmuştur. Görünüş itibarıyla daha büyük sayılar içeren kesirlerin daha büyük algılanması diğer çalışmalarda elde edilen bulgular arasında da yer almaktadır (Jigyel ve Afamasaga-Fuata'i, 2007; Lenz vd., 2022).

Sonuç olarak, araştırmada elde edilen bulgular neticesinde denk kesir kavramına ve denk kesir oluşturmaya yönelik kritik noktalara değinmek gerekmektedir. Bunların başında şüphesiz birim kavramı gelmektedir çünkü birim kesir oluşturabilme denk kesirlerin anlaşılabilmesi için temel oluşturmaktadır (Lamon, 2012). Bu çalışmada da özellikle birden fazla algoritmanın kullanımını içeren dördüncü soruda, öğrencilerin matematiksel işlemlere başvurmadan önce birimlerin farklılığını göz ardı ettiklerine ve bunun sonucunda farklı birimler arası geçişi doğru bir şekilde gerçekleştiremediklerine rastlanmıştır. Ayrıca elde edilen bulgulara göre, yeni birimler oluşturulurken var olan bütünün değiştirilmemesi gerektiği de öğrencilerin kazanması gereken temel kavrayışlardan bir tanesi olmalıdır. Bunun yanı sıra, öğrencilerin denk kesir oluşturma prosedürlerinde birimlerin büyüklüklerindeki ve miktarındaki değişim üzerine yeterince düşünmedikleri saptanmıştır. Son olarak, genişletme ve sadeleştirme işlemleri aracılığıyla açıklamalarda bulunan

öğrencilerin yanı sıra verilen çokluğun istenen basit kesir kadarını birim kesirden yararlanarak bulmayı tercih eden öğrenci yaklaşımlarına da çokça rastlanmıştır. Öğrencilerin soruda yer alan bağlamın uygunluğunu göz önünde bulundurabilmesi ve hangi problem durumlarında hangi bilgiyi kullanmanın daha elverişli olacağını ayırt edebilmesi oldukça değerlidir.

Öneriler

Denk Kesir Öğretimine Yönelik Öneriler

Araştırma neticesinde öğrencilerin denk kesirler konusunda işlemsel bilgilerini kullanmadaki performanslarının daha iyi olduğuna ulaşılmıştır. Ancak matematiksel bir bilginin içselleştirilebilmesi hem işlemsel hem de kavramsal açıdan gelişmesiyle mümkün olduğundan denk kesir öğretimine yönelik yapılacak ilk öneri bu yönde olacaktır. Öğreticilerin genişletme ve sadeleştirme gibi işlemsel bilgiler kadar denk kesir oluşturmaya yönelik kavramsal çalışmalara da ağırlık vermeleri önem arz etmektedir. Nitekim bu konudaki benzer bir öneriye İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programının denk kesirlere ilişkin kazanımında da (MEB, 2018, s. 53) rastlanmaktadır. Öğretim esnasında yararlanılacak temsil biçimlerinin çeşitlendirilmesi öğrencilerin denk kesir kavramına yönelik anlayışlarını sağlamlaştıracağına inanılmaktadır. Yapılan incelemeler ve elde edilen bulgular neticesinde öğrencilerin kesirlerin sembolik gösterimini kullanmada, dikdörtgenel ve dairesel alan modeli gösterimlerinde, tipik ve simetrik örnekleri içeren durumlarda daha başarılı oldukları görülmüştür. Öğrencilerin bu başarısı edindikleri deneyimler ile orantılı olabileceğinden uzunluk modeli, küme modeli, tipik olmayan örnekler, asimetric örnekler ve örnek olmayan durumlar ile daha fazla yaşantı geçirmelerine fırsat tanınması önerilmektedir.

Farklı ülkelerde kullanılan matematik ders kitaplarının analizi sonucunda Singapur ve Tayvan'daki kesirler ünitesinin (Yang vd., 2010), Almanya'da kesirlerle işlemlerin (Lenz vd., 2019), ABD ve Kore'de ise kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinin (Son ve Senk, 2010)

öğretiminde kullanılan kitaplarda öğrencilerin daha çok işlemsel bilgilerinin gelişimine yönelik fırsatlar tanındığı görülmüştür (akt. Lenz vd., 2022). Ülkemizde MEB tarafından kullanımı uygun görülen 5. sınıf matematik ders kitaplarında ise (Durmuş ve İpek, 2019; Göksülük, 2022) denk kesirlerin öğretimine yönelik genişletme ve sadeleştirme gibi işlemsel bilgilerin kazandırılmasının yanı sıra öğrencilerin denk kesir oluşturma prosedürlerinde birimlerin büyüklüklerindeki ve miktarındaki değişim üzerine düşünmeleri de sağlanabilir. Ayrıca öğreticilerin kılavuzu niteliğindeki bu ders kitaplarında, denk kesirlerin gösteriminde alan modellerinin yanı sıra uzunluk ve küme modellerinin kullanımına yer verilmesi de bir diğer öneri olacaktır.

Araştırmada öğrencilerin bir bağlam içerisinde verilen soruları anlamlandırmada daha fazla zorluk çektiği gözlenmiştir. Ancak günlük hayatta akıl yürütmemizi gerektiren birçok durumla karşılaşabiliriz ve sorgulamadan ezbere kullandığımız salt işlemsel bilgilerimiz her zaman işe yaramayabilir. Bu nedenle, genişletme ve sadeleştirme işlemleri ile denk kesir oluşturma öğretiminin öğretilip öğrencilerin yeterince pratik yapmaları sağlandıktan sonra düzeylerine uygun bir bağlam üzerinde çalışmalarına fırsat tanınması önerilmektedir. Böylece, bu araştırmadaki testte yer alan son sorudaki gibi bir bağlam ile bir kesri sıfırdan farklı “herhangi” bir sayıyla genişletmenin ya da sadeleştirmenin her durumda işe yaramayacağı öğrencilere hissettirilebilir.

Son olarak, öğrencilerin birçoğu bir kesri 2 ile çarpmayı ve 2 ile genişletmeyi aynı prosedür olarak görürken benzer şekilde bir kesri 2'ye bölmeyi ve 2 ile sadeleştirmeyi aynı prosedür olarak düşündüğü görülmüştür. Öğrencilerin yaşadığı bu kargaşanın önüne geçebilmek için öğretim esnasında matematiksel dilin kullanımına özen gösterilmesi önerilebilir. Öyleyse öğretmenler, genişletme ve sadeleştirme işlemlerinin kazandırılması sürecinde “kesri 2 ile çarpalım” ya da “kesri 2 ile bölelim” ifadelerini kullanmaktan kaçınarak hem paya hem de paydaya aynı işlemin uygulandığını vurgulayabilir.

Gelecek Araştırmalara Yönelik Öneriler

Elde edilen sonuçlar araştırmanın yöntemi açısından değerlendirilecek olursa, öğrencilerin denk kesirler konusundaki mevcut durumları, çalışmada kullanılan açık uçlu sorular ile kalem – kâğıt aracılığıyla tek seferde toplanarak incelenmiştir. Bir başka deyişle derinlemesine bir sorgulamadan geçmeyen öğrenciler o anda hangi bilgilerini ön plana çıkararak soruyu çözmeyi tercih ettiyse o kategoride değerlendirilmiştir. Ancak öğrencilerin bir yaklaşımı kullanmayı tercih etmeleri diğerine yönelik hiçbir bilgiye sahip olmadıkları anlamına gelmemektedir. Bu nedenle, bu konu öğrencilerle birebir görüşmeler/mülakatlar içeren nitel araştırma yöntemleri kullanılarak derinlemesine analiz edilebilir. Bu esnada, öğrencilerin gerçekten salt işlemsel bilgiye mi sahip olduğu yoksa kavramsal bilgiye sahip olsa da o an soruyu çözmede ve kendini açıklamada işlemsel olarak açıklamayı mı tercih ettiği irdelenebilir.

Öğrencilerde her iki bilgi türünün gelişmesi ve doğru ilişkilendirilmelerin kurulabilmesi büyük ölçüde öğreticilere bağlıdır ve onların bu konudaki bilgi düzeylerinin belirlenmesi de oldukça değerlidir. Bu nedenle, matematik öğretmenlerinin ya da öğretmen adaylarının denk kesirler konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgilerinin incelenmesine yönelik bir çalışma da gerçekleştirilebilir. Ayrıca, öğreticilerin birer kılavuzu niteliğinde olan ders kitaplarının kavramsal ve işlemsel bilgi çerçevesinde incelenmesi de önerilebilir.

Kaynaklar

- Aksu, M. (1997). Student performance in dealing with fractions. *The Journal of Educational Research, 90*(6), 375-380.
- Aytekin, C., & Toluk-Uçar, Z. (2014). Ortaokul Öğrencilerinin Kesirlerde Tahmin Becerilerinin İncelenmesi. *İlköğretim Online, 13*(2), 546-563.
- Baroody, A. J., Feil, Y., & Johnson, A. R. (2007). Research commentary: An alternative reconceptualization of procedural and conceptual knowledge. *Journal for research in mathematics education, 38*(2), 115-131.
- Başol, G. (2019). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme* (6. bs.). Ankara: Pegem Akademi.
- Birgin, O., & Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 22*(2). 529-550.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2020). *Eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri* (29. bs.). Ankara: Pegem Akademi.
- Byrnes, J. P., & Wasik, B. A. (1991). Role of conceptual knowledge in mathematical procedural learning. *Developmental psychology, 27*(5), 777-786.
- Canobi, K. H., & Bethune, N. E. (2008). Number words in young children's conceptual and procedural knowledge of addition, subtraction and inversion. *Cognition, 108*(3), 675-686.
- Durmuş, S., & İpek, A.S. (Ed.). (2019). Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik 5 ders kitabı (2. bs.). Ankara: MEB Yayınları.
- Eroğlu, D., Camci, F., & Tanışlı, D. (2019). Altıncı sınıf öğrencilerinin kesirler ve kesirlerdeki toplama – çıkarma konusundaki bilgilerinin yapılandırılmasına ilişkin tahmini öğrenme yol haritası. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 45*, 116-143.

- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2011). *How to design and evaluate research in education* (8th ed.). New York: McGraw-Hill International Edition.
- Göksülük, G. (2022). Ortaokul ve imam hatip ortaokulu 5. sınıf matematik ders kitabı. Ankara: Özgün Yayınları.
- Haapasalo, L., & Kadıjevich, D. (2000). Two types of mathematical knowledge and their relation. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 21(2), 139-157.
- Hallett, D., Nunes, T., & Bryant, P. (2010). Individual differences in conceptual and procedural knowledge when learning fractions. *Journal of Educational Psychology*, 102(2), 395.
- Haser, Ç., & Ubuz, B. (2002). Kesirlerde kavramsal ve işlemsel performans. *Eğitim ve Bilim*, 27(126), 53-61.
- Hecht, S. A., Close, L. & Santisi, M. (2003). Sources of individual differences in fraction skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 86(4), 277-302.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erl-baum.
- Hocaoğlu, N., & Akkaş-Baysal, E. (2019). Nicel araştırma modelleri-desenleri. G. Ocak (Ed.), *Eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri içinde* (s. 66-119). Ankara: Pegem Akademi.
- İpek, A. S., Işık, C., & Albayrak, M. (2005). Sınıf öğretmeni adaylarının kesir işlemleri konusundaki performansları. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(11), 537-547.
- Jigyel, K., & Afamasaga-Fuata'i, K. (2007). Students' conceptions of models of fractions and equivalence. *Australian Mathematics Teacher*, 63(4), 17-25.

- Kaur, K., & Pumadevi, S. (2009). Examples and conceptual understanding of equivalent fractions among primary school students. In *Third International Conference on Science and Mathematics Education (CoSMEd)*.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Lamon, S. J. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (3rd ed.). New York: Routledge.
- Lenz, K., Dreher, A., Holzäpfel, L., & Wittmann, G. (2020). Are conceptual knowledge and procedural knowledge empirically separable? The case of fractions. *British Journal of Educational Psychology*, 90(3), 809-829.
- Lenz, K., Reinhold, F., & Wittmann, G. (2022). Topic specificity of students' conceptual and procedural knowledge and its impact on errors. *Research in Mathematics Education*, 1-25.
- MEB (2018). Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar). <http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329> adresinden erişilmiştir.
- NCTM. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Örmeci, Ş. (2012). Seventh grade students' conceptual and procedural understanding of fractions: comparison between successful and less successful students (Master's thesis, Bilkent University).
- Pedersen, P. L., & Bjerre, M. (2021). Two conceptions of fraction equivalence. *Educational Studies in Mathematics*, 1-23.
- Pesen, C. (2008). Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 157-168.

- Reimer, K., & Moyer, P. S. (2005). Third-graders learn about fractions using virtual manipulatives: A classroom study. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 24*(1), 5-25.
- Rittle-Johnson, B., & Siegler, R. S. (1998). The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review. In C. Donlan (Ed.), *Studies in developmental psychology. The development of mathematical skills* (p. 75-110). Psychology Press/Taylor & Francis (UK).
- Rittle-Johnson, B., & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other?. *Journal of Educational Psychology, 91*(1), 175.
- Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology, 93*(2), 346.
- Rittle-Johnson, B., & Schneider, M. (2015). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. *Oxford Handbook of Numerical Cognition, 1118-1134*.
- Rittle-Johnson, B., Schneider, M., & Star, J. R. (2015). Not a one-way street: Bidirectional relations between procedural and conceptual knowledge of mathematics. *Educational Psychology Review, 27*(4), 587-597.
- Sezgin Selçuk, G. (2019). Tarama yöntemi. H. Özmen ve O. Karamustafaoğlu (Ed.), *Eğitimde araştırma yöntemleri içinde* (s. 140-161). Ankara: Pegem Akademi.
- Skemp, R. R. (1978). Rational understanding and instrumental understanding. *The Arithmetic Teacher, 26*(3), 9-15.
- Soylu, Y., & Soylu, C. (2005). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki öğrenme güçlükleri: Kesirlerde sıralama, toplama, çıkarma, çarpma ve kesirlerle ilgili problemler. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi, 7*(2), 101-117.

- Star, J.R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal of Research in Mathematics Education*, 36(5), 404-411.
- Star, J. R. (2007). Research commentary: A rejoinder foregrounding procedural knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(2), 132-135.
- Toluk, Z., & Olkun, S. (2003). Childrens' strategies for solving fraction problems. A comparison of primary and intermediate grades. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 2(5), 207-217.
- Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education*, 25(1), 166-175.
- Turgut, M. F. & Baykul, Y. (2019). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme* (8. bs.). Ankara: Pegem Akademi.
- Uyar, Ş. (2020). Madde puanları üzerinde istatistiksel işlemler. N. Doğan (Ed.), *Eğitimde ölçme ve değerlendirme* içinde (s. 333-368). Ankara: Pegem Akademi.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (8th ed.). Boston, MA: Pearson Education.
- Willingham, D. T. (2009). Is it true that some people just can't do math. *American Educator*, 33(4), 14-19.
- Wong, M., & Evans, D. (2007). Students' conceptual understanding of equivalent fractions. *J. Watson & K. Beswick Mathematics: Essential Research Practice*, 2, 824-833.
- Yanık, H. B. (2016). Kavramsal ve işlemsel anlama. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* içinde (s. 101-114). Ankara: Pegem Akademi.

EK-A: Denk Kesirler Bilgi Testi

DENK KESİRLER BİLGİ TESTİ

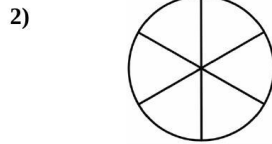
- ✓ Denk kesir bilgisini ölçen bu test toplam 6 sorudan oluşmaktadır.
- ✓ Testi cevaplama süresi 40 dakikadır.
- ✓ Her soruyu dikkatli bir biçimde okuduktan sonra, cevabınızı soruların altındaki açıklama kısmına **açık ve net** bir şekilde yazınız.
- ✓ Hiçbir soruyu **boş bırakmayınız.**
- ✓ Cevaplamaya istediğiniz sorudan başlayabilirsiniz.

SORULAR

1) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

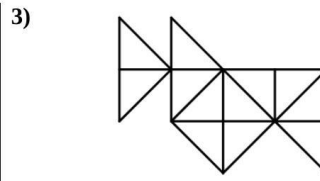
Yukarıda verilen kesirlerin denk olduğunu nasıl açıklarsınız? İki farklı yolla açıklayınız.

Açıklama:



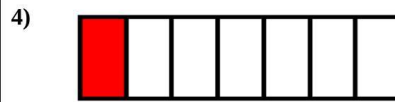
Yukarıdaki eş parçalara ayrılmış şeklin $\frac{3}{3}$ 'ünü boyayıp nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:



Yukarıdaki eş parçalardan oluşan şeklin $\frac{4}{6}$ 'sını boyayıp nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

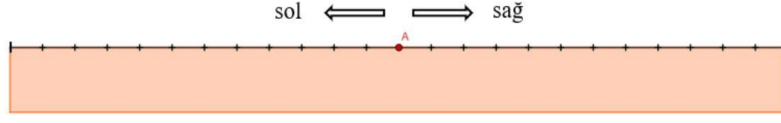
Açıklama:



Yukarıdaki şeklin $\frac{6}{14}$ 'ünün boyalı olması için kaç parça daha boyanmalıdır? Nasıl çözdüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

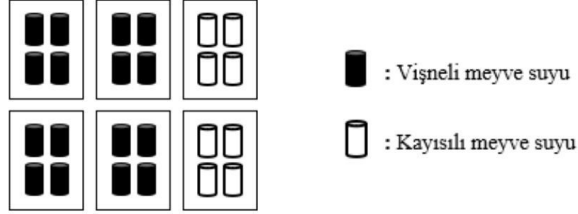
5)



Yukarıdaki cetvelin tam ortasında A noktası bulunmaktadır. Bu A noktasından başlanarak cetvelin soluna doğru, sol parçanın uzunluğunun $\frac{5}{6}$ 'sı kadar uzaklığa bir B noktası konuyor. Benzer şekilde, yine A noktasından başlanarak cetvelin sağına doğru, sağ parçanın uzunluğunun $\frac{20}{24}$ 'ü kadar uzaklığa ise bir C noktası konuyor. Buna göre, B ve C noktalarının A noktasına olan uzaklıklarını karşılaştırınız ve nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

6)



Bir bakkal, vişneli ve kayısı meyve sularını yukarıdaki gibi her bir kutuda aynı cins dörder meyve suyu olacak şekilde 6 kutuya ayırmıştır. Elinde yeteri kadar kutu olan bu bakkal, aynı cinsteki meyve sularını her bir kutuda dörtten farklı sayıda meyve suyu olacak şekilde yeniden kutulamak istiyor. Buna göre, kayısı meyve sularının bulunduğu kutular tüm kutuların kaçta kaç olur? İki farklı şekilde gruplandırarak açıklayınız.

Açıklama:

EK-B: Araştırma Etik Komisyonu Onay Bildirimi

Tarih: 05/02/2022
Sayı: E-35853172-300-00002017382
00002017382



T.C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Rektörlük

Sayı : E-35853172-300-00002017382
Konu : Funda GİRĞİN Hk. (Etik Komisyon İzni)

5.02.2022

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 06.01.2022 tarihli ve E-51944218-300-00001958327 sayılı yazınız.

Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi tezli yüksek lisans programı öğrencisi **Funda GİRĞİN**'in **Dr. Öğr. Üyesi Mesture KAYHAN ALTAY** danışmanlığında hazırladığı "**Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Denk Kesirler Konusundaki Kavramsal ve İşlemsel Bilgilerinin İncelenmesi**" başlıklı tez çalışması Üniversitemiz Senatosu Etik Komisyonunun **25 Ocak 2022** tarihinde yapmış olduğu toplantıda incelenmiş olup, etik açıdan uygun bulunmuştur.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof. Dr. Vural GÖKMEN
Rektör Yardımcısı

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu: A66F0C7F-B0B5-44EC-9DF6-BA341D52A7DB

Belge Doğrulama Adresi: <https://www.turkiye.gov.tr/hu-ebys>

Adres: Hacettepe Üniversitesi Rektörlük 06100 Sıhhiye-Ankara

Bilgi için: Duygu Didem İLERİ

E-posta yazımd@hacettepe.edu.tr İnternet Adresi: www.hacettepe.edu.tr Elektronik

Ağ: www.hacettepe.edu.tr

Memur

Telefon: 0 (312) 305 3001-3002 Faks: 0 (312) 311 9992

Telefon: .

Kep: hacettepeuniversitesi@hs01.kep.tr



EK-C: Milli Eğitim Bakanlığı İzin Belgesi

T.C.
MANİSA VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-46949512-605.01-44529482
Konu : Araştırma İzni
(Funda GİRGİN)

28.02.2022

MÜDÜRLÜK MAKAMINA

- İlgi: a) Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarih ve 1563890 sayılı 2020 / 2 No'lu Genelgesi,
b) Hacettepe Üniversitesi Rektörlüğü Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünün 18.02.2022 tarih ve 00002046323 sayılı yazısı.

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bilimleri Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi yüksek lisans programı öğrencisi Funda GİRGİN'in, Dr. Öğr. Üyesi Mesture KAYHAN ALTAY'ın danışmanlığında yürüttüğü "Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Denk Kesirler Konusundaki Kavramsal ve İşlemsel Bilgilerinin İncelenmesi" konu başlıklı çalışması kapsamında Manisa İli Salihli İlçesi 50.Yıl Ortaokulu, Milli Egemenlik Ortaokulu, Durasılı Mimar Sinan Ortaokulu, Kudret Demir Ortaokulu, Altınordu Ortaokulu, Rüştü Akbıykoğlu Ortaokulu 5.sınıf öğrencilerine yönelik yapmak istediği araştırma izin talebine ilişkin yazı ve ekleri incelenmiş olup;

Müdürlüğümüze bağlı resmi/özel okul ve kurumlarda öğrenci, öğretmen ve okul yöneticilerinin katılımıyla yapılması planlanan uygulamanın, covid-19 tedbirlerine uyulması ve denetimi il/ilçe millî eğitim müdürlükleri ve okul/kurum idaresinde olmak üzere, kurum faaliyetlerini aksatmadan, gönüllülük esasına göre; onaylı bir örneği Müdürlüğümüzde muhafaza edilen ve uygulama sırasında mühürlenmiş ve paraflanmış örnekten çoğaltılan veri toplama araçlarının kullanılması kaydı ile yukarıda adı geçen okullarda, 2021-2022 eğitim-öğretim yılında uygulanması ilgi (a) Genelge doğrultusunda Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Coşkun DEMİR
Şube Müdürü

OLUR

Mustafa DİKİCİ
İl Milli Eğitim Müdürü

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Nişancıpaşa Mh Ataturk Blv.No:36/A Şehzadeler/MANİSA

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Telefon No : 0 (236) 231 46 08

Bilgi için: Strateji Geliştirme - C.Sunay BULUT

E-Posta: ab45@meb.gov.tr

İnternet Adresi: manisa.meb.gov.tr

Unvan : Memur

Keş Adresi : meb@hs01.kep.tr

Faks:2362311251

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden **8b89-8c8c-3c81-9550-590e** kodu ile teyit edilebilir.

EK-Ç: Etik Beyanı

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada,

- * tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- * görsel, işitsel ve yazılı bütün bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- * başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- * atıfta bulunduğum eserlerin bütününe kaynak olarak gösterdiğimi,
- * kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- * bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

...../...../.....

Funda GİRGIN

EK-D: Yüksek Lisans Tez Çalışması Orijinallik Raporu

17/01/2023

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Başkanlığına,

Tez Başlığı: Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Denk Kesirler Konusundaki Kavramsal ve İşlemsel Bilgilerinin İncelenmesi

Yukarıda başlığı verilen tez çalışmamın tamamı (kapak sayfası, özetler, ana bölümler, kaynakça) aşağıdaki filtreler kullanılarak **Turnitin** adlı intihal programı aracılığı ile kontrol edilmiştir. Kontrol sonucunda aşağıdaki veriler elde edilmiştir:

Rapor Tarihi	Sayfa Sayısı	Karakter Sayısı	Savunma Tarihi	Benzerlik Oranı	Gönderim Numarası
17/01/2023	114	152,510	16/01/2023	%7	1994072725

Uygulanan filtreler:

- Kaynaklar hariç
- Alıntılar dâhil
- 5 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esaslarını inceledim ve çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan eder, gereğini saygılarımla arz ederim.

Ad Soyadı: Funda GİRGIN

Öğrenci No.: N19130651

Ana Bilim Dalı: Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi

İmza

Programı: Matematik Eğitimi

Statüsü: Y.Lisans Doktora Bütünleşik Dr.

DANIŞMAN ONAYI

UYGUNDUR.

Dr. Öğretim Üyesi Mesture KAYHAN ALTAY

EK-E: Thesis Originality Report

17/01/2023

HACETTEPE UNIVERSITY
Graduate School of Educational Sciences
To The Department of Mathematics and Science Education

Thesis Title: Investigation of Fifth Grade Students' Conceptual and Procedural Knowledge in Equivalent Fractions

The whole thesis that includes the *title page, introduction, main chapters, conclusions and bibliography section* is checked by using **Turnitin** plagiarism detection software take into the consideration requested filtering options. According to the originality report obtained data are as below.

Time Submitted	Page Count	Character Count	Date of Thesis Defense	Similarity Index	Submission ID
17/01/2023	114	152,510	16/01 /2023	%7	1994072725

Filtering options applied:

1. Bibliography excluded
2. Quotes included
3. Match size up to 5 words excluded

I declare that I have carefully read Hacettepe University Graduate School of Educational Sciences Guidelines for Obtaining and Using Thesis Originality Reports; that according to the maximum similarity index values specified in the Guidelines, my thesis does not include any form of plagiarism; that in any future detection of possible infringement of the regulations I accept all legal responsibility; and that all the information I have provided is correct to the best of my knowledge.

I respectfully submit this for approval.

Name Lastname: Funda GİRGIN

Student No.: N19130651

Department: Mathematics and Science Education

Program: Mathematics Education

Status: Masters Ph.D. Integrated Ph.D.

Signature

ADVISOR APPROVAL

APPROVED
Assist. Prof. Dr. Mesture KAYHAN ALTAY

EK-F: Yayınlama ve Fikrî Mülkiyet Hakları Beyanı

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kâğıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

Yükseköğretim Kurulu tarafından yayınlanan "**Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge**" kapsamında tezim aşağıda belirtilen koşullar haricince YÖK Ulusal Tez Merkezi / H.Ü. Kütüphaneleri Açık Erişim Sisteminde erişime açılır.

- Enstitü/Fakülte yönetim kurulu kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihinden itibaren 2 yıl ertelenmiştir. ⁽¹⁾
- Enstitü/Fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihinden itibaren ... ay ertelenmiştir. ⁽²⁾
- Tezimle ilgili gizlilik kararı verilmiştir. ⁽³⁾

..... / /

Funda GİRĞİN

"*Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge*"

- (1) Madde 6.1. Lisansüstü teze ilgili patent başvurusu yapılması veya patent alma sürecinin devam etmesi durumunda, tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu iki yıl süre ile tezinerişime açılmasının ertelenmesine karar verebilir.
- (2) Madde 6.2. Yeni teknik, materyal ve metotların kullanıldığı, henüz makaleye dönüşmemiş veya patent gibi yöntemlerle korunmamış ve internetten paylaşılması durumunda 3 şahıslara veya kurumlara haksız kazanç; imkânı oluşturabilecek bilgi ve bulguları içeren tezler hakkında tez danışmanın önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile altı ayı aşmamak üzere tezin erişime açılması engellenebilir.
- (3) Madde 7.1. Ulusal çıkarları veya güvenliği ilgilendiren, emniyet, istihbarat, savunma ve güvenlik, sağlık vb. konulara ilişkin lisansüstü tezlerle ilgili gizlilik kararı, tezin yapıldığı kurum tarafından verilir*. Kurum ve kuruluşlarla yapılan işbirliği protokolü çerçevesinde hazırlanan lisansüstü tezlere ilişkin gizlilik kararı ise, ilgili kurum ve kuruluşun önerisi ile enstitü veya fakültenin uygun görüşü üzerine üniversite yönetim kurulu tarafından verilir. Gizlilik kararı verilen tezler Yükseköğretim Kuruluna bildirilir.
Madde 7.2. Gizlilik kararı verilen tezler gizlilik süresince enstitü veya fakülte tarafından gizlilik kuralları çerçevesinde muhafaza edilir, gizlilik kararının kaldırılması halinde Tez Otomasyon Sistemine yüklenir
*Tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu tarafından karar verilir.

