

**ISI ÜRETİMİ OLAN SÜRTÜNMELİ TEMASLARIN SICAKLIK
BAĞIMLI ÖZELLİKLER KULLANILARAK ANALİZİ**

**ANALYSIS OF FRICTIONAL CONTACTS WITH HEAT
GENERATION CONSIDERING TEMPERATURE DEPENDENT
PROPERTIES**

MEHMET NURULLAH BALCI

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim – Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

MAKİNA Mühendisliği Anabilim Dalı İçin Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ

olarak hazırlanmıştır.

2012

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Bu çalışma jürimiz tarafından **MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI'** nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan

:
(Yrd. Doç. Dr. Benat KOÇKAR)

Danışman

:
(Prof. Dr. Bora YILDIRIM)

Üye

:
(Doç. Dr. Serkan DAĞ)

ONAY

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri üyeleri tarafından/...../..... tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunca/...../..... tarihinde kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Fatma SEVİN DÜZ

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ISI ÜRETİMİ OLAN SÜRTÜNMELİ TEMASLARIN SICAKLIK BAĞIMLI ÖZELLİKLER KULLANILARAK ANALİZİ

Mehmet Nurullah Balcı

ÖZ

Tezin amacı; sürtünmeye bağlı ısı üretimi olan temasların sıcaklık bağımlı özellikler kullanılarak analiz edilmesi ve bunun sonucunda da temas yüzeyi gerilme ve sıcaklık dağılımının hesaplanmasıdır. Sürtünmeli temaslar makine mühendisliğinin birçok uygulamasında karşılaşılan bir durumdur. Temas problemleri genellikle çözümü kolay olmayan ve içerdiği parametrelere göre de zorluk derecesi artan problemlerdir. Örneğin sürtünmesiz temaslar çözümü en basit temas problemleri iken, sürtünme kaynaklı ısı üretimi olan temas problemlerinin çözümü bu kadar kolay değildir. Bu tez kapsamında sürtünme kaynaklı ısının malzemenin termal ve mekanik özelliklerini de değiştireceği düşünülerek, sabit özellik kullanımıyla elde edilen sonuçlar ile karşılaştırması ve hata analizleri yapılmıştır. Problemin çözümü için sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır. Kararlı rejimde sonuçların elde edilebilmesi için sürtünme kaynaklı ısının temas bölgesinde dengeye ulaşması gerekmektedir. Bu kapsamda sonlu elemanlar ortamında iteratif bir kod oluşturulmuş, bu kod genel amaçlı bir sonlu elemanlar analizi yazılımı olan ANSYS, 1997 içerisine entegre edilerek sonuçlar elde edilmiştir.

Bu tezde temas yüzeyinde sürtünme katsayısı sabit ve Coulomb tipi sürtünme modeli esas alınarak, rijit ve yalıtkan kayan zımba kabulü ile, homojen izotropik metal katman ve seramik kaplamalı metal katman modelleri için problem çözülmüştür. Ayrıca fonksiyonel derecelendirilmiş kaplama katmanı / metal alt katman için sonuçlar elde edilmiş, literatürde elde edilen diğer sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Sıcaklık bağımlı malzeme özellikleri kullanımı ile elde edilen sonuçlar ile sabit özellik kullanımı ile elde edilen sonuçlar arasındaki hata analizi ile bu tür problemlerde sıcaklık bağımlı malzeme özellikleri kullanımının önemi vurgulanmıştır.

Anahtar kelimeler: Temas mekaniği, sürtünmeli temaslar, ısı üretimi, sonlu elemanlar analizi, temas gerilmeleri, sıcaklık bağımlı malzeme özellikleri

Danışman: Prof. Dr. Bora YILDIRIM, Hacettepe Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü

ANALYSIS OF FRICTIONAL CONTACTS WITH HEAT GENERATION CONSIDERING TEMPERATURE DEPENDENT PROPERTIES

Mehmet Nurullah Balcı

ABSTRACT

The aim of this study is to analyze the frictional contacts with heat generation considering temperature dependent thermoelastic material properties. Frictional contacts take place in almost all the applications of the mechanical engineering. Generally, the solutions of contact problems are not so easy and while the contact problem involves more parameters, it becomes more difficult problem to solve. For instance, the frictionless contact problem is the easiest one whereas the contact problem with frictional heat generation is the more difficult one to solve. In this scope, it is considered that the heat generation in the contact region enters the material and changes the thermoelastic material properties. Contact problem is solved by using temperature dependent and constant material properties and these solutions are compared and error analysis is done between these solutions. In frictional contacts with heat generation, generated heat in the contact zone must be in equilibrium. In order to solve the problem, finite element analysis is used and an iterative code is created and integrated in ANSYS which is a general purpose finite element analysis software.

In this study, the friction coefficient in the contact zone is assumed constant and Coulomb type friction model is taken as a basis. Moreover, punch is assumed rigid, flat and insulated. Results are obtained for homogenous isotropic metal layer and ceramic coated metal substrate. In addition metal substrate with coated, functionally graded material model is also solved to compare the results with other results in the literature. Error analysis is done by using the results of the constant material properties and the temperature dependent material properties. It shows and emphasizes that the usage of temperature dependent properties in this type problems are crucial.

Keywords: Contact mechanics, frictional contacts, heat generation, finite element analysis, contact stresses, temperature dependent material properties

Advisor: Prof. Dr. Bora YILDIRIM, Hacettepe University, Department of Mechanical Engineering

TEŞEKKÜR SAYFASI

Yüksek lisans öğrenimim süresince bana sağladığı katkılardan dolayı TÜBİTAK – BİDEB, Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığına,

Verdiği yapıcı destek ve öneriler için danışmanım Prof. Dr. Bora YILDIRIM' a,

Ve yüksek lisans öğrenimim süresince bana sağladığı her türlü maddi ve manevi desteklerden dolayı bütün aileme,

En içten teşekkürlerimi sunarım.

Hacettepe Üniversitesi
Makine Mühendisliği Bölümü
Aralık 2012

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

Sayfa

ÖZ	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR SAYFASI	iii
ŞEKİLLER DİZİNİ	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ	1
1.1. Temas Mekanığı Genel Prensipleri.....	1
1.2. Literatür Araştırması.....	2
1.3. Tezin Amacı	7
2. PROBLEM TANIMI, MODELLEME VE FORMULASYON	8
2.1. Problemin İki Boyutlu Düzlem Şekilde Modellenmesi.....	9
2.2. İki Boyutlu Düzlem Gerinim Problem Modeli İçin Sınır Şartları Belirlenmesi	10
2.3. İki Boyutlu Düzlem Gerinim Problem İçin Termoelastik Bağlıntılar	12
2.3.1. Termal model çözümü için bağıntılar	12
2.3.2. Mekanik model çözümü için bağıntılar	13
3. SONLU ELEMENLAR ANALİZİ	14
3.1. Sonlu Elemanlar Analizi Genel Bilgiler	14
3.2. Şekil (interpolasyon) Fonksiyonları	16
3.3. Sonlu Elemanlar Yönteminde Denklem Takımının Elde Edilmesi İçin Kullanılan Yaklaşımlar.....	17
3.3.1. Varyasyonel yaklaşım (Rayleigh- Ritz Metodu)	18
3.3.2. Ağırlıklı kalanlar yaklaşımı (Galerkin Metodu)	19
3.3.3. Enerji dengesi yaklaşımı	21
3.4. Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Çözüm Yapılırken İzlenecek Adımlar	23
3.5. Sonlu Elemanlar Prosedürünün Probleme Uygulanması	23
3.6. Sonlu Elemanlar Yönteminde Temas Mekanığının İfade Edilmesi	27
3.6.1. Penaltı metodu.....	29
3.6.2. Lagrange çarpanları metodu.....	31
3.6.3. Karışık lagrange metodu.....	32
3.6.4. Takviyeli lagrange metodu.....	33

3.7. Coulomb Sürtünme Kanunu	34
3.8. Sürtünmeli Temas Modeli İçin Sonlu Elemanlar Denklem Takımının Elde Edilmesi	35
4. ANALİZLERDE KULLANILACAK MALZEMELER VE ÖZELLİKLERİ	45
4.1. Titanyum Alaşımı (Ti-6Al-4V)	45
4.2. Zirkonyum (ZrO ₂).....	48
4.3. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme (FGM).....	51
5. ANALİZLER VE SONUÇLAR	54
5.1. Homojen Metal Malzeme Katmanı İçin Analiz Sonuçlarının Karşılaştırılması	54
5.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme (FGM) Kaplamalı Homojen Metal Malzeme Katmanı İçin Analiz Sonuçlarının Karşılaştırılması	60
5.3. Homojen Metal Malzeme Katmanı (Ti-6Al-4V) ve Rijit Düz Zimba İçin Analiz Sonuçları ve Hata Analizleri	65
5.3.1. Zimba kayma hızının sonuçlar üzerindeki etkisinin araştırılması	65
5.3.2. Temas yüzeyindeki sürtünme katsayısının sonuçlar üzerindeki etkisinin araştırılması	71
5.4. Seramik (ZrO ₂) Kaplamalı Homojen Metal Malzeme (Ti-6Al-4V) Katmanı ve Rijit Düz zimba İçin Analiz Sonuçları ve Hata Analizleri	78
5.4.1. Zimba kayma hızının sonuçlar üzerindeki etkisinin araştırılması	79
5.4.2. Temas yüzeyindeki sürtünme katsayısının sonuçlar üzerindeki etkisinin araştırılması	84
5.4.3. Zimba genişliği ve seramik kaplama kalınlığının sonuçlar üzerindeki etkisinin araştırılması	90
6. SONUÇLARIN YORUMLANMASI VE ÖNERİLER	97
KAYNAKLAR.....	100
ÖZGEÇMİŞ	103

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1.1 Elastik kama problemi.....	2
Şekil 1.2 Yarı düzleme etkiyen tekil yükleme durumu $\alpha = -\pi$ ve $\beta = 0$	2
Şekil 1.3 Yarı düzlem malzeme üzerinde kayan zımba şematik resmi (Hills and Barber,1985)	4
Şekil 2.1 Otomotiv uygulamalarında kullanılan fren diski ve kaliper çifti modeli (Toyota Automotive, Technical Training Series, 2012).....	8
Şekil 2.2 Problem şematik görüntüsü (2 Boyutlu, Düzlem gerinim)	10
Şekil 3.1 1-Boyutlu 2 düğüm noktalı lineer eleman.....	15
Şekil 3.2 1-Boyutlu 3 düğüm noktalı kuadratik eleman.....	15
Şekil 3.3 2-Boyutlu 6 düğüm noktalı kuadratik eleman.....	15
Şekil 3.4 2-Boyutlu 8 düğüm noktalı kuadratik eleman.....	15
Şekil 3.5 İki boyutlu bir çözüm bölgesi: a) 4 düğüm noktalı lineer eleman ve b) 3 düğüm noktalı lineer elemanlar ile oluşturulan ağ yapısı	16
Şekil 3.6 Lineer ve kuadratik elemanların yaklaşımı (Madenci and Guven, 2006)	16
Şekil 3.7 Lineer şekil fonksiyonları (Madenci and Guven, 2006)	17
Şekil 3.8 Kuadratik şekil fonksiyonları (Madenci and Guven, 2006)	17
Şekil 3.9 Diferansiyel denklem için iki boyutlu çözüm bölgesi	20
Şekil 3.10 İki boyutlu problem modelinin şematik görüntüsü	24
Şekil 3.11 Termal sınır şartlarını gösteren şematik resim.....	25
Şekil 3.12 Mekanik temas ve sınır şartlarını gösteren şematik resim	25
Şekil 3.13 Temas problemi çözümü için geliştirilen algoritmanın akış şeması.....	26
Şekil 3.14 Temas şartı şematik resmi.....	27
Şekil 3.15 İki temas halindeki cismin şematik görüntüsü	28
Şekil 3.16 Cismin iki kenarı için a) t ve b) “ t+dt” zamanlarındaki cisim kenarlarının şematik görüntüsü (yüzey deformasyonu).....	29
Şekil 3.17 Coulomb sürtünme kanunu ve sürtünme kuvveti	34
Şekil 3.18 Düz temas yüzeyine sahip elemenda sürtünmeli temas modeli	35
Şekil 3.19 PLANE 77 elemanı: 8 düğüm noktalı dörtgen ve 8 düğüm noktalı üçgen eleman opsiyonları, ANSYS,1997	38
Şekil 3.20 TARGE 169 ve CONTA 172 temas elemanları (3 düğüm noktalı kuadratik elemanlar, ANSYS,1997).....	39
Şekil 3.21 8 düğüm noktalı dörtgen elemanın global koordinat sisteminden lokal koordinat sistemi üzerine oturtulması	39
Şekil 3.22 2 Noktalı Gauss integrasyon noktalarının iki katlı integral için lokal (r,s) koordinat sistemi üzerinde gösterimi	44
Şekil 4.1 Ti-6Al-4V mikro yapısı	45
Şekil 4.2 Ti-6Al-4V Elastik modül (GPa) - Sıcaklık (K) grafiği.....	46
Şekil 4.3 Ti-6Al-4V Isı iletim katsayısı (W/mK) - Sıcaklık (K) grafiği	47
Şekil 4.4 Ti-6Al-4V Isıl genleşme katsayısı (1/K) - Sıcaklık (K) grafiği.....	47
Şekil 4.5 ZrO ₂ mikro yapısı.....	48

Şekil 4.6 Zirkonyum (ZrO ₂) Elastik modül (GPa) - Sıcaklık (K) grafiği	49
Şekil 4.7 Zirkonyum (ZrO ₂) Isı iletim katsayısı (W/mK) - Sıcaklık (K) grafiği	50
Şekil 4.8 Zirkonyum (ZrO ₂) Isıl genleşme katsayısı (1/K) - Sıcaklık (K) grafiği	50
Şekil 4.9 Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme şematik görüntüsü (malzeme özellikleri değişimi sürekli tiptedir.) (NASA, 2000)	51
Şekil 4.10 Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemede termoelastik özelliklerin dağılımı	52
Şekil 5.1 İki boyutlu homojen metal malzeme geometrik modeli ve sınır koşulları	54
Şekil 5.2 Homojen bir metal malzeme katmanı için mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Hills and Barber,1985) çözümü sonuçlarının karşılaştırılması $V_0 = 0.0, f = 0.3, \beta = 0.25, J = 1.0$	56
Şekil 5.3 Homojen bir metal malzeme katmanı için mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Hills and Barber,1985) çözümü sonuçlarının karşılaştırılması $V_0 = 0.0, f = 0.6, \beta = 0.25, J = 1.0$	56
Şekil 5.4 Homojen bir metal malzeme katmanı için mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Hills and Barber,1985) ve * (Ke et al., 2011) çözümü sonuçlarının karşılaştırılması $Pe = 0.5, f = 0.3, \beta = 0.25, J = 1.0$	57
Şekil 5.5 Homojen metal malzeme katmanında temas bölgesindeki sıcaklık dağılımı $Pe = 0.5, f = 0.3, \beta = 0.25, J = 1.0$	57
Şekil 5.6 Homojen metal katman modeli için a) sonlu elemanlar ağının deforme olmuş şekli b) sonlu elemanlar ağının yakın plan görüntüsü $V_0 = 0.0 f = 0.3$ c) sonlu elemanlar ağının yakın plan görüntüsü $V_0 = 0.0375 f = 0.3$	58
Şekil 5.7 Homojen metal malzeme katmanında temas bölgesindeki y yönlü gerilme dağılımı $V_0 = 0.0375, f = 0.3, \beta = 0.25, J = 1.0$	59
Şekil 5.8 Homojen metal malzeme katmanında temas bölgesindeki kayma gerilmesi dağılımı $V_0 = 0.0375, f = 0.3, \beta = 0.25, J = 1.0$	59
Şekil 5.9 Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme ile kaplanmış Ti-6Al-4V malzeme	60
Şekil 5.10 Sonlu elemanlar ağının düz zımba basma bölgesinde deforme olmuş şekli	61
Şekil 5.11 Mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Guler, 2001) y yönlü gerilme sonuçlarının karşılaştırılması $a/h_c = 0.1 V_0 = 0.0 f = 0.3$	61
Şekil 5.12 Mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Guler, 2001) x yönlü gerilme sonuçlarının karşılaştırılması $a/h_c = 0.1 V_0 = 0.0 f = 0.3$	62
Şekil 5.13 Mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Choi and Paulino, 2008) y yönlü normal gerilme sonuçlarının karşılaştırılması $a/h_c = 0.2 V_0 = 0.0 f = 0.5$	62
Şekil 5.14 Mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Choi and Paulino, 2008) x yönlü normal gerilme sonuçlarının karşılaştırılması $a/h_c = 0.2 V_0 = 0.0 f = 0.5$	63
Şekil 5.15 Mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Choi and Paulino, 2008) y yönlü normal gerilme sonuçlarının karşılaştırılması $a/h_c = 0.2 V_0 = 0.05 f = 0.5$	63

Şekil 5.16 Mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Choi and Paulino, 2008) x yönlü normal gerilme sonuçlarının karşılaştırılması $a/h_c = 0.2$ $V_0 = 0.05$ $f = 0.5$	64
Şekil 5.17 Mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Choi and Paulino, 2008) y yönlü normal gerilme sonuçlarının karşılaştırılması $a/h_c = 0.2$ $V_0 = 0.10$ $f = 0.5$	64
Şekil 5.18 Mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Choi and Paulino, 2008) x yönlü normal gerilme sonuçlarının karşılaştırılması $a/h_c = 0.2$ $V_0 = 0.10$ $f = 0.5$	65
Şekil 5.19 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak y yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklıktan bağımsız özellikler kullanılmıştır.) $f = 0.3$ $\sigma_0 = P/2a$	66
Şekil 5.20 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak y yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır.) $f = 0.3$ $\sigma_0 = P/2a$	66
Şekil 5.21 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı y yönlü gerilme için hata dağılımı $f = 0.3$	68
Şekil 5.22 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak x yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklıktan bağımsız özellikler kullanılmıştır.) $f = 0.3$ $\sigma_0 = P/2a$	68
Şekil 5.23 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak x yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $f = 0.3$ $\sigma_0 = P/2a$	69
Şekil 5.24 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı x yönlü gerilme için hata dağılımı $f = 0.3$	70
Şekil 5.25 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı temas yüzeyi sıcaklık dağılımı (kırmızı çizgiler sıcaklık bağımlı özellik sonuçlarını göstermektedir.) $f = 0.3$ $T_0 = 300 K$	70
Şekil 5.26 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak y yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V_0 = 0.08$ $\sigma_0 = P/2a$	72
Şekil 5.27 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak y yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V_0 = 0.08$ $\sigma_0 = P/2a$	72
Şekil 5.28 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak kayma gerilmesi dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V_0 = 0.08$ $\sigma_0 = P/2a$	73
Şekil 5.29 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak y yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V = 37.7 \mu m/s$ $\sigma_0 = P/2a$	73
Şekil 5.30 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak y yönündeki normal gerilme için hata dağılımı	74

Şekil 5.31 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak x yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V = 37.7 \mu\text{m/s}$ $\sigma_0 = P/2a$	75
Şekil 5.32 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı x yönlü normal gerilme için hata dağılımı	76
Şekil 5.33 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı temas yüzeyi sıcaklık dağılımı (kırmızı çizgiler sıcaklık bağımlı özellik sonuçlarını göstermektedir) $V = 37.7 \mu\text{m/s}$ $T_0 = 300 K$	77
Şekil 5.34 İki boyutlu seramik kaplamalı metal malzeme geometrik modeli ve sınır koşulları	78
Şekil 5.35 Kaplamalı malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak y yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $f = 0.3$ $a/h_c = 0.2$ $\sigma_0 = P/2a$	79
Şekil 5.36 Kaplamalı metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı y yönlü normal gerilme için hata dağılımı	80
Şekil 5.37 Kaplamalı metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak x yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $f = 0.3$ $a/h_c = 0.2$ $\sigma_0 = P/2a$	81
Şekil 5.38 Kaplamalı metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak kayma gerilmesi dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $f = 0.3$ $a/h_c = 0.2$ $\sigma_0 = P/2a$	81
Şekil 5.39 Kaplamalı metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı x yönlü gerilme için hata dağılımı	82
Şekil 5.40 Kaplamalı metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı temas yüzeyi sıcaklık dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $f = 0.3$ $a/h_c = 0.2$ $T_0 = 300 K$	83
Şekil 5.41 Kaplamalı metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı temas yüzeyi sıcaklığı için hata dağılımı	83
Şekil 5.42 Kaplamalı metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak y yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V_0 = 0.04$ $a/h_c = 0.2$ $\sigma_0 = P/2a$	85
Şekil 5.43 Kaplamalı metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak x yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V_0 = 0.04$ $a/h_c = 0.2$ $\sigma_0 = P/2a$	85
Şekil 5.44 Kaplamalı metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak kayma gerilmesi dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V_0 = 0.04$ $a/h_c = 0.2$ $\sigma_0 = P/2a$	86
Şekil 5.45 Kaplamalı metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak y yönünde normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V = 8.503 \mu\text{m/s}$ $a/h_c = 0.2$ $\sigma_0 = P/2a$	86

Şekil 5.46 Kaplamalı metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak x yönünde normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V = 8.503 \mu\text{m/s}$ $a/h_c = 0.2$ $\sigma_0 = P/2a$	88
Şekil 5.47 Kaplamalı metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı temas yüzeyi sıcaklık dağılımı (kırmızı çizgiler sıcaklık bağımsız sonuçları göstermektedir.) $V = 8.503 \mu\text{m/s}$ $a/h_c = 0.2$ $T_0 = 300 K$	89
Şekil 5.48 Kaplamalı metal malzeme için a/h_c oranına bağlı olarak y yönünde normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V_0 = 0.075$ $f = 0.5$ $\sigma_0 = P/2a$	91
Şekil 5.49 Kaplamalı metal malzeme için a/h_c oranına bağlı y yönlü gerilmeler için hata dağılımı	92
Şekil 5.50 Kaplamalı metal malzeme için a/h_c oranına bağlı olarak x yönünde normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V_0 = 0.075$ $f = 0.5$ $\sigma_0 = P/2a$	93
Şekil 5.51 Kaplamalı metal malzeme için a/h_c oranına bağlı olarak sıcaklık dağılımı (kırmızı çizgiler sıcaklık bağımsız sonuçlarını göstermektedir) $V_0 = 0.075$ $f = 0.5$ $T_0 = 300 K$	94
Şekil 5.52 Kaplamalı metal için derinlik yönünde oluşan x yönlü normal gerilme (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $a/h_c = 0.1$ $f = 0.5$ $V_0 = 0.12$	96
Şekil 5.53 Kaplamalı metal için yüzey sıcaklık dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $a/h_c = 0.1$ $f = 0.5$ $V_0 = 0.12$ $T_0 = 300 K$	96

ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa

Çizelge 4.1 Ti-6Al-4V sıcaklıktan bağımsız termoelastik malzeme özellikleri.....	45
Çizelge 4.2 ZrO ₂ sıcaklıktan bağımsız termoelastik malzeme özellikleri	48
Çizelge 5.1 Değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak temas yüzeyindeki y yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V katman)	67
Çizelge 5.2 Değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak temas yüzeyindeki x yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V katman)	69
Çizelge 5.3 Değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak temas yüzeyindeki sıcaklık değişimi için hata analizi (Ti-6Al-4V katman)	71
Çizelge 5.4 Değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak temas yüzeyindeki y yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V).....	74
Çizelge 5.5 Değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak temas yüzeyindeki x yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V katman)	76
Çizelge 5.6 Değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak temas yüzeyindeki sıcaklık değişimi için hata analizi (Ti-6Al-4V katman)	77
Çizelge 5.7 Değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak temas yüzeyindeki y yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO ₂ kaplama katmanı)	80
Çizelge 5.8 Değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak temas yüzeyindeki x yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO ₂ kaplama katmanı)	82
Çizelge 5.9 Değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak temas yüzeyindeki sıcaklık değişimi için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO ₂ kaplama katmanı)	84
Çizelge 5.10 Değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak temas yüzeyindeki y yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO ₂ kaplama katmanı)	87
Çizelge 5.11 Değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak temas yüzeyindeki x yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO ₂ kaplama katmanı)	89
Çizelge 5.12 Değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak temas yüzeyindeki sıcaklık dağılımı için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO ₂ kaplama katmanı)	90
Çizelge 5.13 Kaplamalı metal malzeme için a/h_c oranına bağlı olarak y yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO ₂ kaplama katmanı)	92
Çizelge 5.14 Kaplamalı metal malzeme için a/h_c oranına bağlı olarak x yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO ₂ kaplama katmanı)	94
Çizelge 5.15 Kaplamalı metal malzeme için a/h_c oranına bağlı olarak sıcaklık dağılımı için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO ₂ kaplama katmanı)	95

1. GİRİŞ

1.1. Temas Mekanikliği Genel Prensipleri

Genel anlamda, temas mekanikliği, iki katı cismin birbirine bir veya daha çok noktada dokunması halinde temas bölgesinde oluşacak kuvvet, yer değiştirme, temas alanı ve sıcaklık gibi parametrelerin incelenmesini amaçlamaktadır. Temas mekanikliğinde temaslar genel olarak iki başlık halinde incelenebilir. Bunlar “Yapışan” ve “Yapışmayan” temaslardır.

Yapışan temaslarda, iki cisim birbirine yaklaştırıldığında aralarında oluşun *Van Der Waals* kuvvetlerinden dolayı cisim yüzeylerinde çekme gerilmesi oluşacaktır. Yapışan temaslar, *Bradley Van Der Waals* modeli ile incelenebilmektedir. Düşük yükleme durumunda:

- Tahmin edilen temas alanı Hertz Temas teorisinin öngördüğü temas alanından daha fazladır.
- Yük kaldırıldığında, temas alanı yine oluşacaktır.
- Temas yüzeyleri kuru ve temiz olduğunda, temas yüzeylerinde kuvvetli bir çekme kuvveti oluşmaktadır.

Yapışmayan temaslarda cisimler birbirine yük uygulanmadığı takdirde, herhangi bir kuvvet uygulamamaktadırlar. Yapışmayan temaslar Hertz elastik temas teorisi ile modellenebilmektedir.

Hertz Elastik Temas Teorisi genel prensipleri:

- Elastik limit düşünülerek küçük gerinim yaklaşımı uygulanmaktadır.
- Yüzeyler, sürekli ve birbirinden bağımsızdır.
- Oluşacak temas alanı, cisimlerin karakteristik yarıçapından küçüktür.
- Yüzeylerde sürtünme olmadığı kabul edilir.

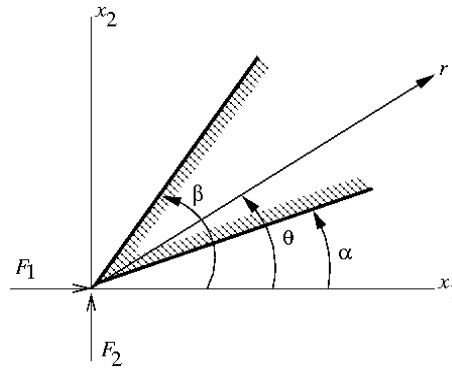
Hertz temas problem çözümü en temel temas problemi çözümü olmakla beraber sürtünme ve bundan dolayı oluşacak ısı etkisini ihmal etmektedir. Ancak bu tezde sürtünmeli temaslar ve mekanik yüklemeye ek olarak ısı yükü ile oluşacak gerilme, gerinim ve sıcaklık dağılımları incelenecektir.

Yapışmayan basit temasların incelenmesinde, temas yüzeylerinin geometrisine göre temaslar iki tiptir. Eğer iki cisim herhangi bir deformasyon oluşmadan önce

birbirine birçok nokta halinde dokunmakta ise bunlar uyuşan temaslar, geometrilerin birbiri ile uyumsuzluğundan dolayı herhangi bir yükleme olmadan önce cisimler birbirine noktasal veya çizgisel olarak temas sağlıyorsa, bunlar uyuşmayan temaslar olarak adlandırılır. Uyuşmayan temaslarda bu durumdan dolayı temas bölgelerinde yüksek gerilme konsantrasyonları oluşmaktadır.

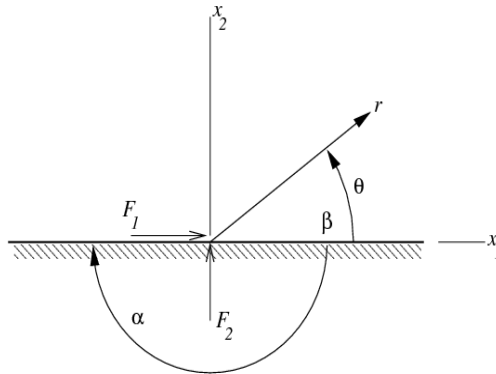
1.2. Literatür Araştırması

Lineer elastisitenin temas problemi yaklaşımı, bütün temas noktalarındaki çözümlerin süperpozisyonu ilkesine dayanır. Kama ucu tekil nokta için temas problemi çözümü "A. Flamant (1892)" tarafından "Boussineq" 3 boyutlu temas problemi çözümü modifiye edilerek gerçekleştirilmiştir. Bu yöntem noktasal temas çözümlerinin süperpozisyonu ilkesine dayanır ve en temel temas problemi çözümü olarak düşünülmüştür.



Şekil 1.1 Elastik kama problemi

Bir elastik kama problemi için kama ucu bitiş açısı $\alpha = -\pi$ ve $\beta = 0$ olduğunda, kama problemi, bir yarı düzlem problemine dönüşecektir. Bu durumda, kuvvetler yarı düzlem içerisinde tekil bir noktadan etkiyen, normal ve teğet kuvvetlere dönüşecektir.



Şekil 1.2 Yarı düzleme etkiyen tekil yükleme durumu $\alpha = -\pi$ ve $\beta = 0$

(Johnson, 1985) kaynağında elastik yarı düzlemlerin çeşitli traksiyon yükleme durumlarına göre (tekil veya yayılı yüklemeler) analitik çözümleri sunulmuştur. Temas problemi çözümleri için çeşitli sınır koşullarını içeren durumların ifade edilmesi yararlı görülmüştür.

(Johnson, 1985) kaynağında temas problemi çözülürken temas bölgesinin değişik kısımları için farklı sınıf temas koşulu içerebileceği belirtilmiştir.

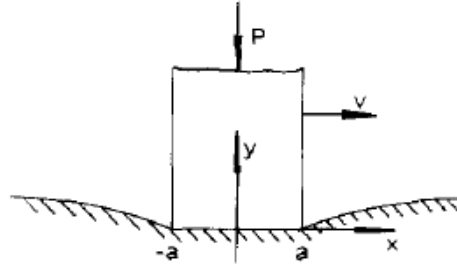
Sürtünme kaynaklı ısı üretimi olan bazı termoelastik temas problemleri analitik olarak incelenmiş (Barber,1976), çalışmalarda temas halindeki cisimlerden birisi yalıtkan kabul edilmiştir. Bu çalışmalarda sürtünme kaynaklı ısı üretimi olan kaymalı temas halindeki iki cisim arasındaki temas gerilmelerin bulunmasında termal ve mekanik etkilerin birlikte ele alınması gerektiğinden dolayı çözümün zorluğu vurgulanmıştır. (Barber,1976) temas alanının bir cisme göre sabit olduğunu, bir cismin yalıtkan olduğunu, temas alanında teğetsel ve normal traksiyonlar arasındaki kuplajın ihmal edilebilir olduğunu varsayarak önemli analitik sonuçlar elde etmiştir. Ayrıca aksenal simetrik problem, küre ve düzlem teması, iki boyutlu düzlem gerinim problem ve silindir düzlem teması için analitik sonuçlar elde edilmiştir.

İki cismin dıştan termoelastik teması Green fonksiyonları kullanılarak analitik olarak incelenmiştir. (Dundurs and Comninou, 1979). Temas bölgesinde üretilen ısının temas bölgesinde ayrılmalara yol açacağı belirtmiştir. Dıştan termoelastik temas probleminde Green fonksiyonlarının kullanılmasındaki amaç temas bölgesinde sıcaklık dağılımındaki süreksizlik sağlanırken, ısı, traksiyonlar ve mekanik alandaki sürekliliği sağlıyor olmasıdır. Ayrıca temas bölgesinde negatif boşluk olamayacağı öngörülmüş ve temas yüzeyinde traksiyonların çekme olmayacağı ifade edilmiştir.

Green fonksiyonları kararsız rejim termoelastik temas problemlerinin incelenmesi için kullanılmış temas alanındaki hareketli tipte ısı kaynakları problem için analitik olarak ifade edilmiş ve sayısal olarak çözülebilmesi için formülasyonu temas alanında diskretize edilmiştir. (Barber and Moran,1982)

(Hills and Barber, 1985) kaynağında temas problemi düz rijit ve yalıtkan bir zımba ve homojen malzeme için kararlı rejimde incelenmiş, Coulomb sürtünmesi

nedeniyle oluşan ısının bütünüyle malzemeye girdiği ve bu ısı etkisi ile oluşan termal deformasyonların yüzey gerilmeleri üzerindeki etkileri bulunmuştur. Bu kaynakta, $p(x)$ normal traksiyon olmak üzere Coulomb sürtünme yasasını esas alarak temas yüzeyindeki teğetsel traksiyon $t(x) = -f.p(x)$ şeklinde tanımlanmış, temas yüzeyindeki oluşacak ısı akısının sürtünmeye karşı yapılacak işe eşit olacağı belirtilmiştir. $q(x)$ ısı akısı ve V zımba kayma hızı olmak üzere, $q(x) = -f.V.p(x)$ şeklinde ifade edilmiştir. Kaymalı sürtünme ortamında zımba kayma hızı ile malzeme difüzyon katsayısı arasında bir ilişki kuran Pe sayısı tanımlanmış, çeşitli Pe sayılarına göre temas yüzeyindeki gerilme ve sıcaklık dağılımları incelenmiştir.



Şekil 1.3 Yarı düzlem malzeme üzerinde kayan zımba şematik resmi (Hills and Barber,1985)

Elastik katmanlı bir düzlem için sürtünme kaynaklı ısı etkisinin temas yüzeyindeki sıcaklık ve basınç parametrelerine olan etkileri araştırılmış (Kulchitsky-Zhyhailo and Yevtushenko, 1997) , ideal temas şartları kabulü yapılarak, mekanik ve termal etkiler analitik olarak ifade edilmiştir. Yaklaşık çözüm kararlı rejimde ince katmanın iletkenliği ve rijitliği alt katman değerlerine göre çok düşük alındığında elde edilmiştir.

Termoelastisite ve temas kavramları (Barber,1999) kaynağında detaylı biçimde anlatılmış, termoelastik deformasyonların cisimlerin temasına olan etkileri araştırılmıştır. Bu kapsamda Hertz temas problemi iki farklı sıcaklığa sahip cisimlerin teması için incelenmiştir. Ayrıca iki farklı sıcaklığa sahip cismin ideal temasında oluşabilecek termoelastik kararsızlık kavramı incelenmiştir.

Rijit bir zımbanın termoelastik yüzeye batması işlemi sürtünmesiz ve sürtümlü temas şartları için analitik olarak incelenmiş (Chao and Gao ,1999), bu kapsamda

düz, kama uçlu ve parabolik profillere sahip zımbanın temasında oluşan gerilme dağılımları incelenmiştir. İdeal temas şartları ile birlikte yüzeyde oluşacak ayrılmalar incelenmiş temas gerilmesi dağılımları bulunmuştur.

(Matysiak and Yevtushenko, 2001) tarafından sürtünme kaynaklı ısı üzerine yapılan çalışmada temas problemi zımba kayma hızına göre kararlı, yarı kararlı ve kararsız durumlar için sınıflandırılmış, yüksek kayma hızlarında ısı iletim denkleminde konvektif etkilerde dikkate alınmıştır.

Fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik malzemelerin sürtünmesiz teması (Yang et al.,2008) tarafından incelenmiş, rijit düz, üçgensel ve silindirik zımba için sonuçlar elde edilmiştir.

Fonksiyonel derecelendirilmiş ortamda ve ara yüzeyinde çatlak bulunan bir düzlemde rijit zımbanın sürtünmeli temas problemi (Choi and Paulino, 2009) tarafından analitik olarak modellenerek çatlağın temas gerilmelerine olan etkileri ile beraber, çatlak ucu ve düz zımba uçları için gerilme konsantrasyonları farklı koşullar için bulunmuştur. (Guler, 2001) yaptığı araştırmalarda fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplama katmanlarının kaymalı ortamdaki sürtünmeli temasını incelemiş, düz ve üçgensel profilli rijit zımbalar için önemli sonuçlar elde etmiştir. Buna karşın, bu çalışmada sürtünme nedeni ile temas yüzeyinde oluşan ısının gerilme ve sıcaklık dağılımına olan etkileri yer almamaktadır.

Düz rijit bir zımba ve fonksiyonel derecelendirilmiş kaplama/alt katman düzlem modeli için sürtünmeli temas mekaniği (Choi and Paulino, 2008) tarafından araştırılmış, temas yüzeyinde sürtünme kaynaklı oluşan ısı üretimi dikkate alınmış, problem analitik olarak çözümlenerek temas yüzeyindeki gerilme dağılımları ve düz zımba uçlarındaki gerilme konsantrasyonu değerleri elde edilmiştir. Bu makalede termal model için ısı iletimi çözümlenirken konvektif etkiler ihmal edilmiştir.

Yatay yönde fonksiyonel derecelendirilmiş bir düzlem ile bu düzlem üzerinde kayan düz ve üçgensel rijit zımbanın sürtünmeli teması (Dag, S. et al, 2009) tarafından araştırılmış, temas problemi analitik yöntem ve sonlu elemanlar analizi ile çözümlenerek sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada temas yüzeyinde sürtünme kaynaklı ısı üretimi dikkate alınmamıştır.

Kuadratik profilli, farklı özelliklere sahip ve farklı sıcaklıklardaki iki elastik cismin Hetz temas modeli ile incelenmesi (Jang et al., 2009) tarafından yapılmış, sıcaklık farkının temas alanındaki gerilme dağılımına olan etkileri araştırılmıştır.

Fonksiyonel derecelendirilmiş kaplama/ homojen alt malzeme ve rijit zımbanın sürtünmeli teması (Ke et al., 2011) tarafından incelenmiş, temas yüzeyindeki sürtünme kaynaklı ısı üretimi modellenmiştir. Bu çalışmada, kaymalı ortamdaki konvektif etkilerde dikkate alınarak, değişen Pe sayılarına ve değişen diğer parametrelere göre temas yüzeyi gerilme dağılımları ve sıcaklık dağılımı elde edilmiştir.

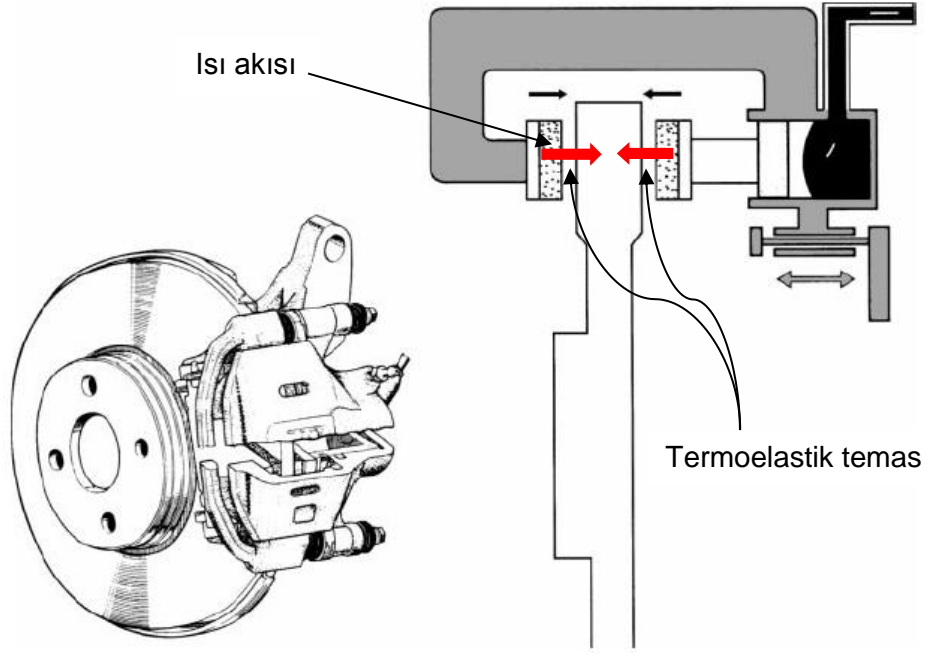
Dolayısıyla literatür araştırması ısı üretimi olan sürtünmeli temas problemi çözümlerinde sıcaklığa bağlı malzeme özelliklerinin kullanımıyla sonuç elde edilmediğini göstermektedir.

1.3. Tezin Amacı

Sürtünmeli temaslar özellikle makine mühendisliğinin birçok uygulamasında karşılaşılan önemli bir konudur. Temas mekaniğinde problemler çözümü kolay olmayan ve birçok parametreyi de içinde barındıran tiptedir. En basit temas problemi sürtünmenin ve ısı etkisinin olmadığı sadece mekanik yüklerin etkili oldukları problemlerdir. Gerçeğe daha yakın sonuçların elde edilmesi amacıyla temaslardaki sürtünme ve bu sürtünme etkisi ile oluşacak ısı üretimi de dikkate alınmalıdır. Bu tez kapsamında sürtünme kaynaklı ısı üretimi dikkate alınarak, oluşan bu ısının malzemenin termoelastik özelliklerini de değiştireceği düşünülerek sürtünmeli temas problemi termal ve mekanik olarak akuple biçimde çözülmüştür. Oluşturulan çözüm algoritması genel amaçlı bir sonlu elemanlar analizi yazılımı olan (ANSYS, 1997) içerisine entegre edilerek, temas yüzeyi gerilmeleri ve sıcaklık dağılımları bulunmuştur. Homojen izotropik metal (Ti-6Al-4V) katman ve seramik (ZrO_2) kaplamalı metal (Ti-6Al-4V) alt katman ile birlikte fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplamalı metal (Ti-6Al-4V) alt katman modelleri düzlem gerinim şeklinde modellenerek çözümler yapılmıştır. Bu kapsamda homojen izotropik malzemeler için sıcaklıktan bağımsız ve sıcaklığa bağlı malzeme özellikleri kullanımı ile elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak bu sonuçlar arasında hata analizleri yapılmıştır. Böylelikle sürtünmeli temaslar incelenirken sürtünme etkisi ile oluşacak ısının malzemenin mekanik ve termal özelliklerini değiştireceği de dikkate alınarak, daha gerçekçi sonuçların elde edilmesi amaçlanmıştır.

2. PROBLEM TANIMI, MODELLEME VE FORMULASYON

Teze konu olan problemin en geniş uygulama alanlarından birisi sürtünmeli bir elastik temas olan fren disk rotoru ve kaliper çiftidir. Problem iki boyutlu düzlem gerinim şekline indirgenerek analiz edilecek ve temas bölgesinde değişen parametrelere göre gerilme ve sıcaklık dağılımları araştırılacaktır.



Şekil 2.1 Otomotiv uygulamalarında kullanılan fren disk ve kaliper çifti modeli (Toyota Automotive, Technical Training Series, 2012)

Fren disk rotoru ve kaliper başta otomotiv endüstrisi olmak üzere makine sanayisinin birçok uygulamasında kullanılmaktadır. Rotor malzemeleri homojen izotropik metal malzemelerden gelişmiş kompozit malzemelere ve özel bir malzeme tipi olan fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme (FGM) tipine kadar çeşitlilik göstermektedir.

Homojen izotropik metal malzemeler, seramik kaplamalı metaller ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FGM) için sürtünmeli temas problemi analiz edilecektir. Özellikle Ti-6Al-4V ve ZrO₂ kaplamalı Ti-6Al-4V malzemeler havacılık ve uzay sanayisinde termal ve mekanik yüklerin birlikte etkili olduğu birçok uygulama için kullanılmaktadır. Sürtünmeli temas problemi rijit zımba kabulü esas alınarak homojen izotropik Ti-6Al-4V metal malzeme ve ZrO₂ kaplamalı Ti-6Al-4V metal malzeme için sıcaklıktan bağımsız ve sıcaklık bağımlı malzeme özellikleri

kullanılarak sonuçlar yorumlanacaktır. Ayrıca oluşturulan sonlu elemanlar tabanlı çözüm yöntemi fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler için de uygulanacak, elde edilecek sonuçlar literatürde yapılan diğer sonuçlar ile karşılaştırılacaktır. Bu tez kapsamında fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme için sıcaklıktan bağımsız özellikler kullanılarak çözüm yapılacak, elde edilen sonuçlar literatürde elde edilen diğer sonuçlar ile karşılaştırılacaktır.

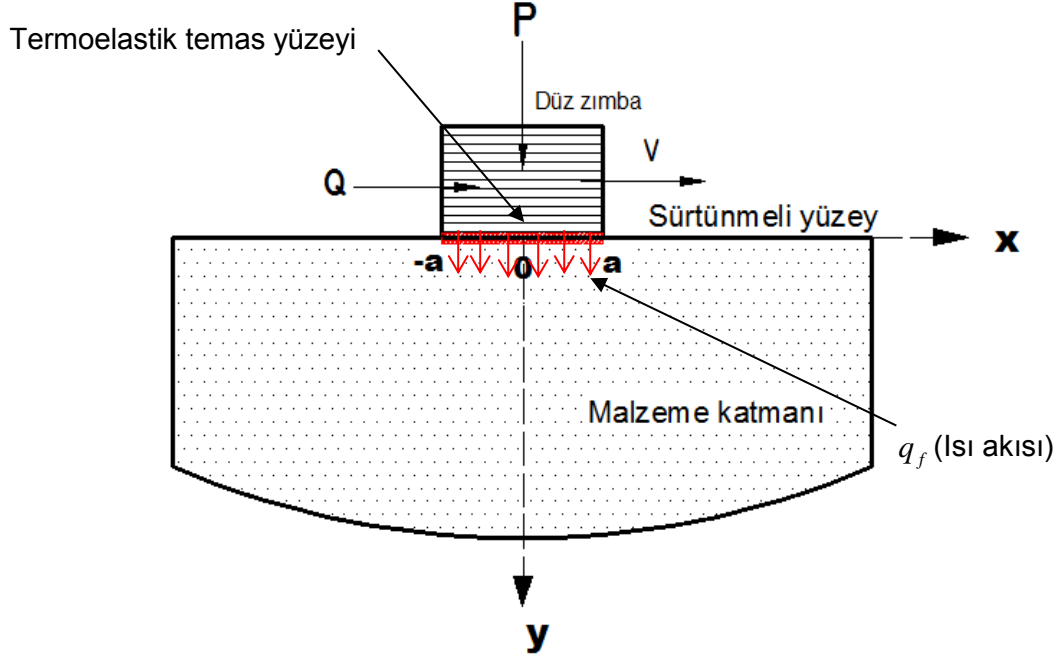
2.1. Problemin İki Boyutlu Düzlem Şekilde Modellenmesi

Bir malzeme katmanı üzerinde zımba belirli bir hızda kaymaktadır. Zımba üzerinde belirli bir P basma kuvveti etki etmekte ve zımba ile malzeme arasında oluşan sürtünmeden dolayı ısı açığa çıkmaktadır. Temas bölgesinde oluşan ısının tamamının malzeme üzerine akacağı kabul edilecektir. Ayrıca temas bölgesi dışında kalan yüzeylerin yalıtılmış olduğu kabul edilecektir. Analizlerde rijit ve yalıtkan zımba kabulü yapılacaktır. İki boyutlu modelleme sonucunda yapılacak analizler ve bu analizlerde kullanılacak malzemeler aşağıda belirtilen şekildedir.

Analiz edilecek modeller:

- I. Model: Ti-6Al-4V metal alaşım katmanı
- II. Model: ZrO₂ kaplamalı Ti-6Al-4V alaşım katmanı
- III. Model: Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplamalı Ti-6Al-4V (metal) alt katman

III. modelde yapılacak analizlerde fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme sonuçları literatürde elde edilen sonuçlar ile karşılaştırma amaçlı yer alacaktır.



Şekil 2.2 Problem şematik görüntüsü (2 Boyutlu, Düzlem gerinim)

Temas yüzeyindeki sürtünme katsayısı sabit kabul edilerek yüzeyde oluşan sürtünme kaynaklı teğetsel traksiyon ve sürtünme kaynaklı oluşan ısı enerjisi ve akısı Coulomb sürtünme yasası esas alınarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\mu_f = C \quad : \text{Coulomb tipi sürtünme katsayısı (temas yüzeyinde sabit)}$$

$$Q = \mu_f xP \quad : \text{Sürtünme nedeniyle oluşan teğetsel traksiyon}$$

$$Q_f = -\mu_f xPxV \quad : \text{Yüzeyde oluşan sürtünme ısı enerjisi}$$

$$q_f = -V.\tau_{xy}(x,0) \quad : \text{Yüzeyde oluşan sürtünme ısı akısı (Choi and Paulino,2008)}$$

2.2. İki Boyutlu Düzlem Gerinim Problem Modeli İçin Sınır Şartları Belirlenmesi

Problemin çözümü için belirlenen sınır şartları aşağıda ifade edilmiştir.

Termoelastik temas alanı dışında kalan yüzeyler tamamen yalıtılmış ve gerilmesizdir.

$$\sigma_{xx}(x,0) = \sigma_{xy}(x,0) = \sigma_{yy}(x,0) = 0, \quad -\infty < x < -a \quad a < x < \infty \quad (2.1)$$

Temas alanı altında kalan alan için gerilmeler “x” ekseninin fonksiyonları şeklinde ifade edilir.

$$\sigma_{yy}(x,0) = p(x), \quad \sigma_{xy}(x,0) = \mu p(x), \quad -a < x < a \quad (2.2)$$

Düz geometriye sahip zımba için zımba altında kalan alan için yer-değiştirme değeri sabittir.

$$u(x,0) = u_0, \quad \frac{du_{x0}(x)}{dy} = 0, \quad -a < x < a \quad (2.3)$$

Malzeme tabanında (y=sonsuz) herhangi bir yer değiştirmeye izin verilmemektedir.

$$u(-\infty, \infty) = 0 \quad v(x, \infty) = 0 \quad |x| < \infty \quad (2.4)$$

Temas alanı altında kalan normal gerilmelerin integrasyonu zımba üzerine uygulanan kuvveti vermelidir.

$$\int_{-a}^a \sigma_{yy}(x,0) dx = -P \quad (2.5)$$

Zımba ve malzeme arasındaki sürtünme sonucu oluşan ısı akısı, temas alanından malzemeye etkimektedir.

$$k \frac{dT}{dy}(x,0) = \begin{cases} -q_f(x) & -a < x < a \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases} \quad (2.6)$$

$$q_f(x,0) = 0 \quad \infty < x < -a \quad a < x < \infty \quad (2.7)$$

$$q_f(x) = -V \cdot \sigma_{xy}(x,0) \quad -a < x < a \quad (2.8)$$

Sonsuz uzaklıktaki (y yönünde) sıcaklık değeri 0 (sıfır) ile belirtilmiş, sıfır değeri oda sıcaklığını göstermektedir. Diğer yüzeyler termal olarak yalıtılmış kabul edilmektedir.

$$T(x, \infty) = 0 \quad |x| < \infty \quad (2.9)$$

$$q(\infty, y) = 0 \quad (2.10)$$

$$q(-\infty, y) = 0 \quad (2.11)$$

Temas yüzeyi tamamen pürüzsüz yüzey şeklinde kabul edilerek modellenmiştir.

2.3. İki Boyutlu Düzlem Gerinim Problem İçin Termoelastik Bağlıntılar

Belirtilen problem mekanik ve termal koşullara bağlı olarak bir fizik içermektedir. Bu yüzden, problemin ifade edilebilmesi için termoelastik bağlantılar kullanılmak zorundadır. Kullanılacak bağlantılar en genel halde aşağıdaki gibi sıralanabilir.

- Enerji denklemleri
- Gerinim- yer değiştirme denklemleri
- Gerinim- uyumluluk denklemleri
- Denge denklemleri
- Hooke Kanunu bağlantıları

2.3.1. Termal model çözümü için bağlantılar

Homojen, izotropik ve fonksiyonel derecelendirilmiş bir ortamda Fourier ısı iletim denklemleri ve temas yüzeyindeki ısı akısı (Wartremetz et al., 2006) kaynağında ifade edilmiştir. Eğer kararlı rejimde analizler söz konusu ise bağlantılar aşağıdaki şekli alacaktır.

$$\nabla(k \cdot \nabla T) = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{d}{dx} \left(k \cdot \frac{dT}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left(k \cdot \frac{dT}{dy} \right) = 0 \quad (2.13)$$

Eğer sıcaklığa bağımlı özellikler kullanımı ile çözüm yapılıyorsa $k = k(T)$ olacaktır. Eğer y yönünde derecelendirilmiş malzeme kullanımı söz konusu ise ısı iletim denklemleri aşağıdaki hali alır:

$$k_x \frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{d}{dy} \left(k_y \frac{dT}{dy} \right) = 0 \quad (2.14)$$

$$q(x, y=0) = -k(0) \cdot \frac{dT}{dy} \Big|_{y=0} \quad (2.15)$$

2.3.2. Mekanik model çözümü için bağıntılar

Mekanik alan çözümünü sağlayacak bağıntılar 2 boyutlu elastisite probleminin çözümünü sağlayacak iki adet diferansiyel denklem ile ifade edilebilir. Bu iki denklemin elde edilmesi elastik gerilme - gerinim ilişkilerinin denge denklemleri içerisinde ifade edilmesi ile olur. Bu *Navier* denklemleri olarak ifade edilir ve sürekli elastik bir ortamda lineer ve küçük gerinim yaklaşımı ve düzlem gerinim durumunda aşağıdaki gibi ifade edilir: (Wartremetz et al., 2006)

$$(\lambda + 2\mu)\frac{d^2u}{dx^2} + \mu\frac{d^2u}{dy^2} + \lambda\frac{d^2v}{dxdy} + \mu\frac{d^2v}{dxdy} = \frac{d}{dx}((3\lambda + 2\mu)\alpha T) \quad (2.16)$$

$$(\lambda + 2\mu)\frac{d^2v}{dy^2} + \mu\frac{d^2u}{dxdy} + \mu\frac{d^2v}{dx^2} + \lambda\frac{d^2u}{dxdy} = \frac{d}{dy}((3\lambda + 2\mu)\alpha T) \quad (2.17)$$

Eğer y yönünde derecelendirilmiş malzeme kullanımı söz konusu ise bu denklemler aşağıdaki hali alır:

$$(\lambda + 2\mu)\frac{d^2u}{dx^2} + \lambda\frac{d^2v}{dxdy} + \frac{d}{dy}\left(\mu\frac{du}{dy}\right) + \frac{d}{dy}\left(\mu\frac{dv}{dx}\right) = \frac{d}{dx}((3\lambda + 2\mu)\alpha T) \quad (2.18)$$

$$\frac{d}{dy}\left((\lambda + 2\mu)\frac{dv}{dy}\right) + \frac{d}{dy}\left(\lambda\frac{du}{dx}\right) + \mu\frac{d^2v}{dx^2} + \mu\frac{d^2u}{dxdy} = \frac{d}{dy}((3\lambda + 2\mu)\alpha T) \quad (2.19)$$

$$\sigma_{xx} = (\lambda + 2\mu)\left(\frac{du}{dx}\right) + \lambda\frac{dv}{dy} - (3\lambda + 2\mu)\alpha T \quad (2.20)$$

$$\sigma_{xy} = \mu\left(\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx}\right) \quad (2.21)$$

$$\sigma_{yy} = \lambda\left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy}\right) + 2\mu\left(\frac{dv}{dy}\right) - (3\lambda + 2\mu)\alpha T \quad (2.22)$$

Ele alınan problem için yukarıda ifade edilen bağıntılar belirlenen sınır şartlarında analitik olarak çözülmesi için ileri düzeyde matematik içeren Fourier dönüşümü ve tekil integral denklemleri çözümlenmeleri veya kompleks değişken yöntemleri kullanılabilir. (Ke et al., 2011, Dag et al., 2009, Choi and Paulino, 2008, Guler, 2001)

3. SONLU ELEMANLAR ANALİZİ

3.1. Sonlu Elemanlar Analizi Genel Bilgiler

Sonlu elemanlar metodu, analitik olarak modellenmesi zor ve karmaşık olan problemlerin aynı özellikleri taşıyan basit parçalara bölünerek, her bir parçanın kendi içerisinde çözülmesiyle genel problemin çözümünün bulunduğu bir analiz metodudur. Sonlu elemanlar yönteminde elde edilen sonuçlar yaklaşık sonuçlardır. Problemlerin analitik olarak çözülmesini zor kılan parametreler analiz edilecek modelin her zaman düzgün sınırlara sahip olamayışı ve malzemelerin her zaman lineer davranış gösterememesidir. Sonlu elemanlar metodunun üç temel özelliği vardır: (Topcu ve Tasgetiren, 1998)

- Geometrik olarak karmaşık olabilecek çözüm bölgesi, her birisi sonlu elemanlar olarak adlandırılan basit alt geometrik bölgelere ayrılır.
- Her bir elemandaki sürekli fonksiyonlar cebirsel polinomların lineer kombinasyonları olarak tanımlanabileceği kabulü yapılır.
- İstenen değerler, problemi oluşturan sürekli denklemlerin elemanlar içinde belirli düğüm noktalarında bulunması ile elde edilir. Bu değerlerin bulunmasında yaklaşım fonksiyonları kullanılır. Yaklaşım fonksiyonları, interpolasyon teorisi temel alınan polinomlardan seçilir. Seçilecek yaklaşım fonksiyonunun derecesi kullanılacak eleman düğüm sayısına bağlıdır.

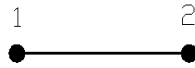
Sürekli bir ortamda problemin içerdiği fiziksel alana göre birçok alan değişkeni bulunur. Örneğin, termal ve mekanik alanda gerilme, yer-değiştirme ve sıcaklık başlıca alan değişkenleridir. Bunlar çözüm yapılacak düğümdeki serbestlik dereceleri olarak adlandırılır.

Sürekli ortamın sonlu elemanlara ayrılmış alt bölgeleri de aynı karakteristik özellikleri gösterdiğinden her eleman için elde edilen denklem takımı birleştirildiğinde bütün sistemi ifade eden global denklem takımı elde edilecektir. Denklem takımının çözümü ile sürekli ortam alan değişkenleri düğüm noktalarında elde edilecektir.

Sonlu elemanlar metodunu diğer sayısal yöntemlere göre üstün kılan başlıca unsurlar aşağıdaki gibidir. (Topcu ve Tasgetiren, 1998)

- Kullanılan sonlu elemanların boyutlarının ve şekillerinin değişebilirliği özelliği ile ele alınan çözüm geometrisi küçük miktarda hatalar ile ifade edilebilmektedir.
- Değişik geometrilere ve farklı malzeme özelliklerine sahip parçalar diğer sayısal analiz yöntemlerine göre daha kolay incelenebilir.
- Problemi oluşturan modelin sonlu sayıda elemanlara ayrılmasından sonra, her eleman için eleman rijitlik matrisi oluşturulur ve daha sonra bu eleman rijitlik matrisleri birleştirilerek bütün problemi ifade eden global rijitlik matrisi oluşturulur.

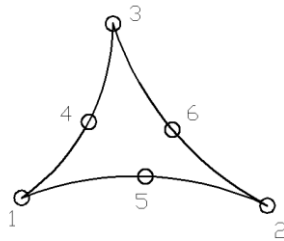
Sonlu elemanlar yönteminde kullanılan eleman tiplerinden bazıları aşağıda gösterilmiştir.



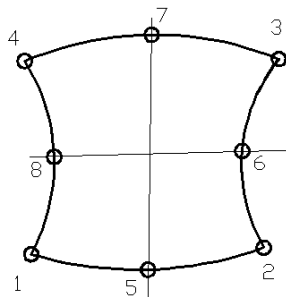
Şekil 3.1 1-Boyutlu 2 düğüm noktalı lineer eleman



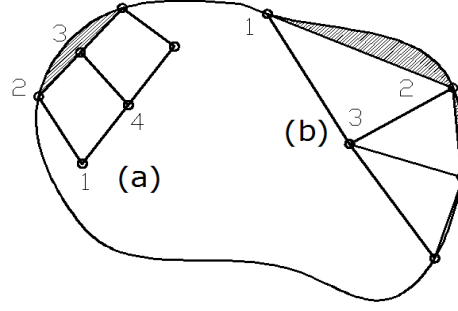
Şekil 3.2 1-Boyutlu 3 düğüm noktalı kuadratik eleman



Şekil 3.3 2-Boyutlu 6 düğüm noktalı kuadratik eleman



Şekil 3.4 2-Boyutlu 8 düğüm noktalı kuadratik eleman

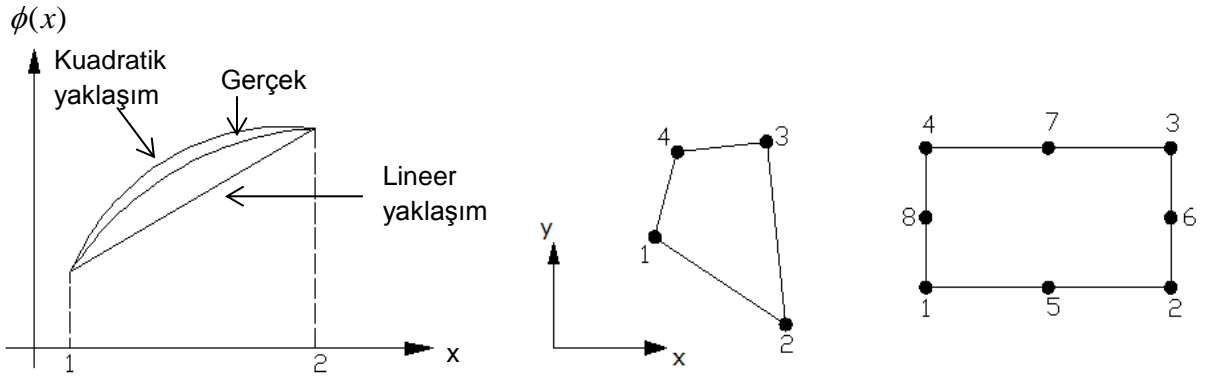


Şekil 3.5 İki boyutlu bir çözüm bölgesi: a) 4 düğüm noktalı lineer eleman ve b) 3 düğüm noktalı lineer elemanlar ile oluşturulan ağ yapısı

Şekil 3.5' deki taralı bölgeler lineer elemanların geometriyi tam ifade edememesinden dolayı oluşan hataları göstermektedir.

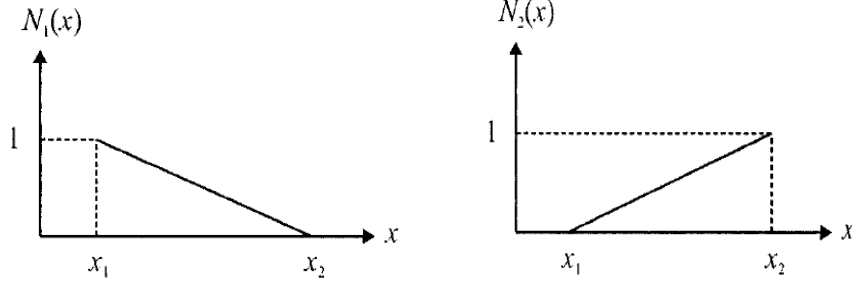
3.2. Şekil (interpolasyon) Fonksiyonları

Şekil fonksiyonları literatürde interpolasyon fonksiyonları olarak da isimlendirilir. Yaptığı interpolasyonun derecesine göre lineer veya kuadratik şekil fonksiyonları biçiminde ifade edilebilirler. (Topcu ve Tasgetiren, 1998) Aşağıdaki şekilde lineer ve kuadratik şekil fonksiyonları gösterilmiştir.

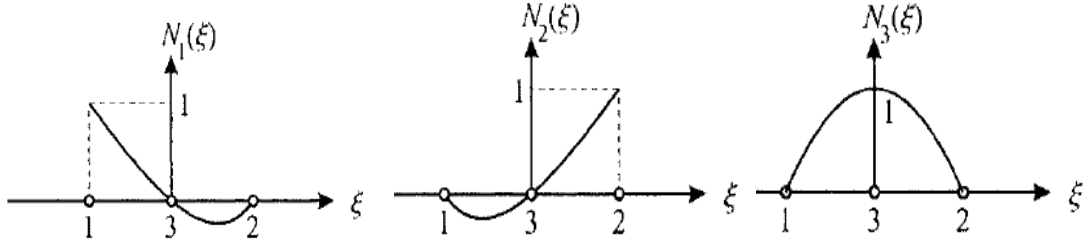


Şekil 3.6 Lineer ve kuadratik elemanların yaklaşımı (Madenci and Guven, 2006)

Yukarıdaki şekilde gerçek bir sonuca lineer ve kuadratik yaklaşımı simgeleyen grafik, 4 düğümlü lineer dörtgen ve 8 düğümlü kuadratik dörtgen elemanlar görülmektedir. 4 düğümlü lineer eleman lineer interpolasyon kullanmakta, bir kenarında 3 düğüm olan 8 düğümlü dörtgen eleman ise kuadratik interpolasyon kullanmaktadır.



Şekil 3.7 Lineer şekil fonksiyonları (Madenci and Guven, 2006)



Şekil 3.8 Kuadratik şekil fonksiyonları (Madenci and Guven, 2006)

3.3. Sonlu Elemanlar Yönteminde Denklem Takımının Elde Edilmesi İçin Kullanılan Yaklaşımlar

Sonlu elemanlar metodunda problemler genellikle kısmi diferansiyel denklemler ile ifade edilmektedir. Kompleks geometri ve yükleme durumlarında problemlerin çözümü için sonlu elemanlar yöntemi kullanılmakta bunun sonucunda da gerçek çözüme yaklaşık sonuçlar elde edilmektedir. Yaklaşık çözümün elde edilmesi için öncelikle her bir elemana ait fiziksel özellikleri içeren denklem takımının elde edilmesi gerekmektedir. Bir elemana ait yaklaşık çözümü sağlayan denklemlerin elde edilmesinde değişik yöntemler kullanılabilir. Genel olarak yaklaşımlar “Direkt yaklaşım” , “Varyasyonel yaklaşım”, “Ağırlıklı kalanlar yaklaşımı” ve “ Enerji dengesi yaklaşımı” olarak ayrılır. Direkt yaklaşım genellikle 1-Boyutlu ve basit yükleme durumlarında tercih edilir. Varyasyonel yaklaşım ise tanımlanacak bir fonksiyonelin minimize edilmesi ilkesine dayanır. Örneğin katı cisim mekaniğinde en çok kullanılan fonksiyonellerden birisi potansiyel enerji fonksiyoneldir. Potansiyel enerji, sistemin konumunu belirleyen koordinatlara bağlı olarak integral ifade ile tanımlanabilir. Sınır şartlarını sağlayan durumda sistemin denge şartlarını sağlaması için potansiyel enerjisinin minimumda olması gereklidir. Minimum potansiyel enerjiyi sağlayan durum için sistemi ifade eden denklem takımları çözümlenerek alan değişkenleri değerleri bulunabilir. Şekil değiştirme enerjisi iç kuvvetlerin potansiyel enerjisini, cisme uygulanan dış kuvvetler ve oluşturduğu yer-

değişiklikler ise dış kuvvetlerin potansiyel enerjisini oluşturmaktadır. Böylece toplam potansiyel enerji ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir: (Topcu ve Tasgetiren, 1998)

$$\pi = U + W \quad : \text{ Toplam potansiyel enerji ifadesi} \quad (3.1)$$

U : Şekil değiştirme enerjisi (İç kuvvetlerin potansiyel enerjisi)

W : Dış kuvvetlerin potansiyel enerjisi

3.3.1. Varyasyonel yaklaşım (Rayleigh- Ritz Metodu)

Sürekli bir ortam içerisinde, toplam potansiyel enerji ifadesi yaklaşık çözüm elde etmek için kullanılabilir. Rayleigh- Ritz yönteminde bir deplasman alanı tahmini yapılarak, çözüm araştırılmaktadır.

Deplasman alanı aşağıdaki gösterildiği şekilde tanımlanır:

$$u = \sum a_i \phi_i(x, y, z) \quad , \quad i = 1 \rightarrow l \quad (3.2)$$

$$v = \sum a_j \phi_j(x, y, z) \quad , \quad j = l+1 \rightarrow m \quad (3.3)$$

$$w = \sum a_k \phi_k(x, y, z) \quad , \quad k = m+1 \rightarrow n \quad n > m > l \quad (3.4)$$

ϕ_i fonksiyonları genellikle polinom fonksiyon seçilir. Alınan u, v, w deplasman alanları belirli sınır şartlarını sağlamak zorundadır. Gerilme-şekil değiştirme ve şekil değiştirme - yer değiştirme (deplasman) denklemleri kullanıldığında toplam potansiyel enerji ifadesi "r" adet bağımsız değişkene sahip bir fonksiyon olmakta aşağıdaki gibi ifade edilebilmektedir:

$$\pi = \pi(a_1, a_2, \dots, a_r) \quad (3.5)$$

Bağımsız değişkenlere göre yapılacak minimizasyon işlemi;

$$\frac{d\pi}{da_i} = 0 \quad , \quad i = 1, 2, 3, \dots, r \quad (3.6)$$

Toplam potansiyel enerji ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\pi = U + W \quad (3.7)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_V \{\sigma\} \{\varepsilon\} dV \quad : \text{Malzeme içerisindeki şekil değiştirme enerjisi (İç kuvvetlerin potansiyel enerjisi)} \quad (3.8)$$

Sürekli alanda deplasmanlar, kütle kuvvetleri ve yüzey kuvvetleri ve tekil kuvvetler aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\{u\} = (u, v, w) \quad : \text{Deplasman vektörü} \quad (3.9)$$

$$\{f\} = (f_x, f_y, f_z) \quad : \text{Kütle kuvveti vektörü} \quad (3.10)$$

$$\{T\} = (T_x, T_y, T_z) \quad : \text{Yüzey kuvvetleri vektörü} \quad (3.11)$$

$$\{P\} = \{P_i\} \quad : \text{Tekil kuvvetler} \quad (3.12)$$

$$W = - \int_V \{u\}^T \{f\} dV - \int_S \{u\}^T \{T\} ds - \sum_{i=1} \{u_i\}^T \{P_i\} \quad : \text{Dış kuvvetlerin cisim üzerinde oluşturduğu potansiyel enerji ifadesi} \quad (3.13)$$

Toplam potansiyel enerji ifadesi:

$$\pi = \frac{1}{2} \int_V \{\sigma\} \{\varepsilon\} dV - \int_V \{u\}^T \{f\} dV - \int_S \{u\}^T \{T\} ds - \sum_{i=1} \{u_i\}^T \{P_i\} \quad (3.14)$$

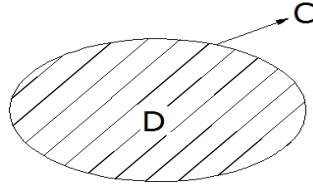
Potansiyel enerjinin minimizasyonu ise aşağıdaki gibi yapılabilir:

$$\frac{d\pi}{d\{u\}} = 0 \quad (3.15)$$

3.3.2. Ağırlıklı kalanlar yaklaşımı (Galerkin Metodu)

Bir fonksiyonun çeşitli değerler karşılığında, elde edilen yaklaşık çözümü ile gerçek çözümü arasındaki farkın belirli bir ağırlık fonksiyonu ile çarpılarak belirlenen eleman üzerindeki toplamını minimize etme prensibine dayanır. (Topcu ve Tasgetiren,1998) Varyasyonel yaklaşıma göre üstünlüğü, fonksiyonelin elde edilemediği durumda uygulanabilir olmasıdır. Bir çözüm bölgesi "D" üzerinde termal alan çözümü için diferansiyel denklem olarak iki boyutlu ısı iletim denklemi ele alınacak olursa:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{d^2\phi}{dy^2} = f(x, y) \quad (3.16)$$



Şekil 3.9 Diferansiyel denklem için iki boyutlu çözüm bölgesi

Galerkin metodunda yaklaşık çözüm aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\phi(x, y) \cong \tilde{\phi}(x, y) = \phi_0(x, y) + \sum_{i=1} a_i \phi_i(x, y) \quad (3.17)$$

C üzerinde;

$\phi(x, y) = g(x, y)$ şeklinde tanımlanmış olsun.

$\phi_i(x, y)$: C üzerinde sınır şartlarını sağlayan özel deneme fonksiyonları

a_i : İşlem sonucu bulunacak katsayı değerleri

$\phi_0(x, y)$: Homojen olmayan sınır koşullarını sağlamak üzere seçilecek fonksiyon

$\tilde{\phi}(x, y)$: Yaklaşım çözüm

$L\{\tilde{\phi}(x, y)\} - f(x, y) = R(x, y)$: Artık değer (Gerçek çözüm ile yaklaşık çözüm arasındaki fark) (3.18)

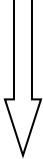
$$\iint_D R(x, y) \cdot \phi_i(x, y) \cdot dx \cdot dy = 0 \quad (3.19)$$


$$\iint_D \left[\frac{d^2\tilde{\phi}}{dx^2} + \frac{d^2\tilde{\phi}}{dy^2} - f(x, y) \right] \cdot \phi_i(x, y) \cdot dx \cdot dy = 0 \quad (3.20)$$


Denklemin hesaplanması için diverjans teoremi kullanılarak ve gerekli cebirsel işlemler yapılarak aşağıdaki sonuca ulaşılır.

$$\phi(x, y) = g(x, y) + \sum_{i=1} a_j \phi_j(x, y) \quad (3.21)$$

$$\iint_D \left[\frac{d\phi_j}{dx} \frac{d\phi_i}{dx} + \frac{d\phi_j}{dy} \frac{d\phi_i}{dy} \right] dx dy \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = - \iint_D \left(f(x, y) \cdot \phi_i + \frac{dg}{dx} \cdot \frac{d\phi_i}{dx} + \frac{dg}{dy} \frac{d\phi_i}{dy} \right) dx dy$$


 $\{K_{ij}\}$


 $\{a_i\}$


 $\{f_j\}$

$i, j = 1, 2, \dots, n$

(3.22)

$$\{K_{ij}\} \times \{a_i\} = \{f_j\} \text{ elde edilir.} \quad (3.23)$$

Galerkin metodu daha çok skaler alan problemlerinde (örneğin, termal alanda sıcaklık dağılımı bulunmasında) daha yaygın kullanılmaktadır.

3.3.3. Enerji dengesi yaklaşımı

Ele alınan sisteme giren ve çıkan mekanik veya termal enerjinin eşitliği prensibine dayanır. Bu yaklaşım bir fonksiyonele ihtiyaç göstermez. Mekanik alanda δu sınır şartlarını sağlayan sonsuz küçüklükte bir yer-değiştirme değişkeni olarak tanımlanırsa, buna karşılık gelen gerinim (şekil değiştirme) alanı aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\delta \epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\delta u_i}{dx_j} + \frac{d\delta u_j}{dx_i} \right) \quad (3.24)$$

Enerji dengesi prensibine göre cisim içerisinde depolanan enerji, cisme dıştan uygulanan kuvvetlerin oluşturduğu enerjiye eşittir. Bu denge aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\iiint_V \sum_i \sum_j \tau_{ij} \delta \epsilon_{ij} dV = \iint_S \sum_i T_i \delta u_i ds \quad (3.25)$$

$$\int_V [\delta \epsilon]^T \{\tau\} dV = \int_S \{\delta u\}^T \{T\} ds \quad (3.26)$$

Hooke Kanunu aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$[C]$: Elastisite matrisi

Üç boyutlu durumda Hooke kanunu matris formda yazılacak olursa, izotropik malzemelerde elastisite matrisi aşağıdaki 6x6 matristir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

İki boyutlu düzlem gerilme ve düzlem gerinim durumları için elastisite matrisi aşağıdaki şekilde yazılır.

$$[C] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{Düzlem gerilme durumu}) \quad (3.28)$$

$$[C] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{Düzlem gerinim durumu}) \quad (3.29)$$

Yer-değiştirme alanı aşağıdaki gibi yazılır.

$$\{u\} = \begin{bmatrix} u_1(x_i, y_i) \\ u_2(x_i, y_i) \end{bmatrix} = [N(x, y)]\{\delta\} \quad (3.30)$$

$[N(x, y)]$: Sonlu elemanlar şekil (interpolasyon) fonksiyonu vektörü

$\{\delta\}$: Düğüm noktaları yer-değiştirme vektörü

3.4. Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Çözüm Yapılırken İzlenecek Adımlar

Öncelikle ele alınan problem geometrik olarak modellenir ve daha sonra sonlu elemanlar ağı geometrik model için oluşturulur. Geometri sonlu elemanlara bölündüğünde elemanların tipine göre hesaplama yapılacak şekil fonksiyonları da belirlenmiş olur. Her sonlu eleman için malzeme özelliği tanımlanır. Homojen yapı malzemelerde malzeme özellikleri sabittir ancak kompozit ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde malzeme özellikleri eksenlere ve pozisyona bağlı olarak değişecektir. Daha sonra geometrik model için düğüm noktalarındaki yükler (mekanik alanda kuvvet, moment, basınç, termal alanda ısı akısı ve sıcaklık) uygulanır. Model için sınır şartları belirlenir ve sisteme zorlanır.

Her eleman için eleman rijitlik matrisleri hesaplanır ve bunlar toplanarak problemin genel sonucunu verecek global rijitlik matrisini oluşturur. (Topcu ve Tasgetiren, 1998)

$$\{K\}_{GLOBAL} \leftarrow \sum_e \{[K]_e\}.$$

Ayrıca, her elemana etkiyen yükler de hesaplanarak bunların sonucunda genel yük vektörü oluşturulur. (Topcu ve Tasgetiren, 1998)

$$\{f\}_{GLOBAL} \leftarrow \sum_e \{[f]_e\}$$

Bu aşamadan sonra çözülecek denklem en genel halde

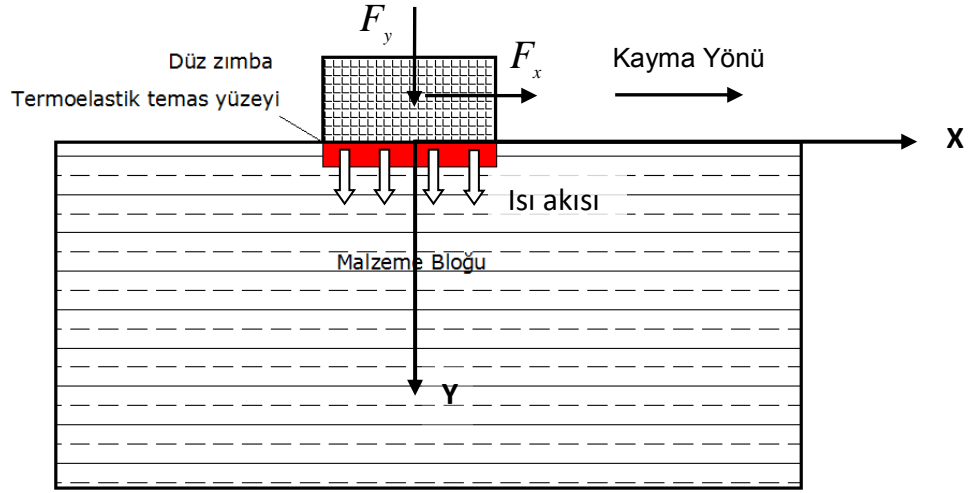
$$[K]\{u\} = \{f\} \quad (3.31)$$

ile ifade edilecektir. Bu durumda çözülecek sistem matrislerinin boyutları kullanılan eleman tipi, eleman sayısı ve elemanlardaki serbestlik dereceleri sayısına bağlı olacaktır.

3.5. Sonlu Elemanlar Prosedürünün Probleme Uygulanması

Günümüzde bir çok yazılım, analiz edilecek model üzerinde hem eleman ağ yapısını oluşturmakta, hem de problemi oluşturan sınır şartları sisteme giriş yapıldığında, eleman rijitlik matrislerini her eleman için hesaplama ve bunları global rijitlik matrisine birleştirerek çözüm yapabilme kabiliyetine sahiptir. Bu tez kapsamında sürtünmeli temas problemi (ANSYS, 1997) programının parametrik programlama yapılabilen APDL (ANSYS Parametric Design Language) ortamında modellenmiştir. Teze konu olan problem sürtünme kaynaklı ısı üretimli temasların

incelenmesi olduğundan problem birbirinden ayrı ancak bir alan değerinin sınır şartlarını oluşturacak şekilde modellenmiştir.



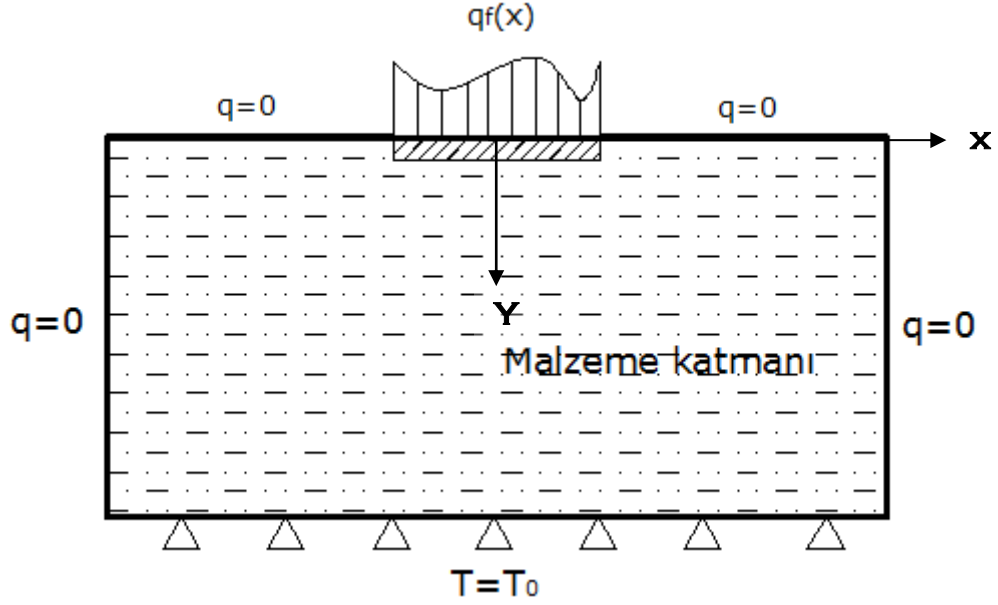
Şekil 3.10 İki boyutlu problem modelinin şematik görüntüsü

Ele alınan konuda sürtünme kaynaklı ısı üretimi ve bu ısı üretiminin malzeme sıcaklık dağılımını oluşturacağını düşünürsek öncelikle sonlu eleman düğüm noktalarındaki sıcaklık değerlerinin bilinmesi gerekmektedir.

Sürekli rejimde ve 2-boyutlu bir ortamda ısı iletimi aşağıdaki denklem ile ifade edilir.

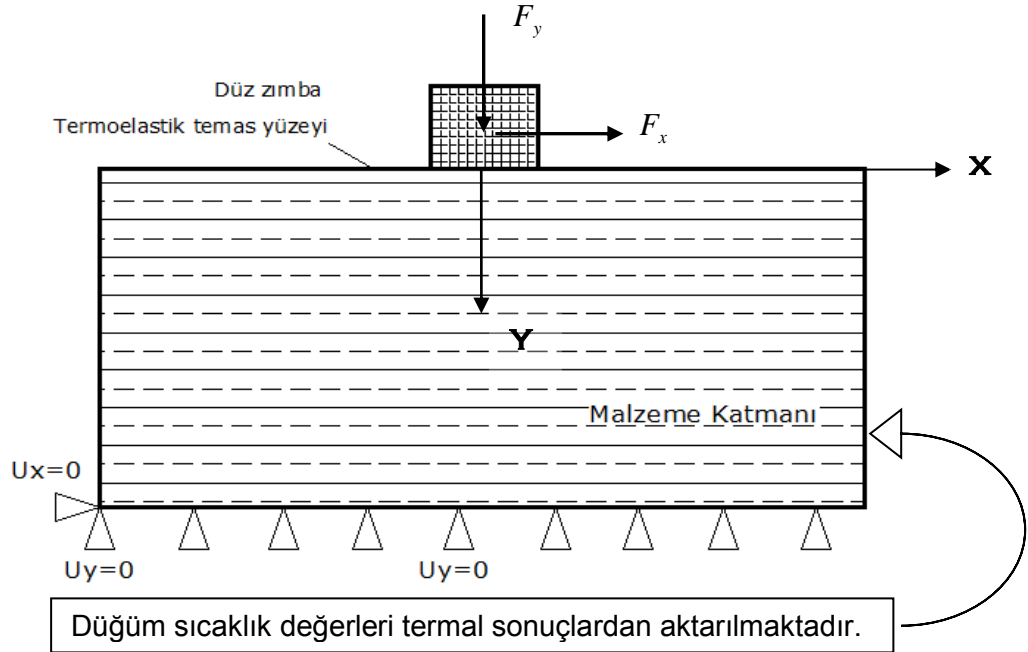
$$\frac{d}{dx} \left(k_x \frac{dT}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left(k_y \frac{dT}{dy} \right) = 0 \quad (3.32)$$

Bu denklemde k_x ve k_y , x ve y yönlerindeki ısı iletim katsayılarını göstermektedir. Homojen izotropik bir malzeme katmanı için k_x ve k_y değerleri birbirine eşittir. Isı iletim denkleminde kayma nedeniyle oluşacak konveksiyon terimi ihmal edilmiştir. Problemin termal alan çözümünün yapılabilmesi için genellikle Galerkin metodu kullanılarak sistemi ifade eden denklem takımı elde edilir. Termal alan çözümünde (ANSYS,1997) programı içerisinde yer alan elemanlardan PLANE 77 elemanı kullanılmıştır. PLANE 77 elemanı için serbestlik derecesi sıcaklıktır. Gerekli sınır şartları belirlenerek (temas yüzeyinden malzeme içerisine etki eden ısı akısı ve diğer sınır şartları) sıcaklık dağılımı bulunur.



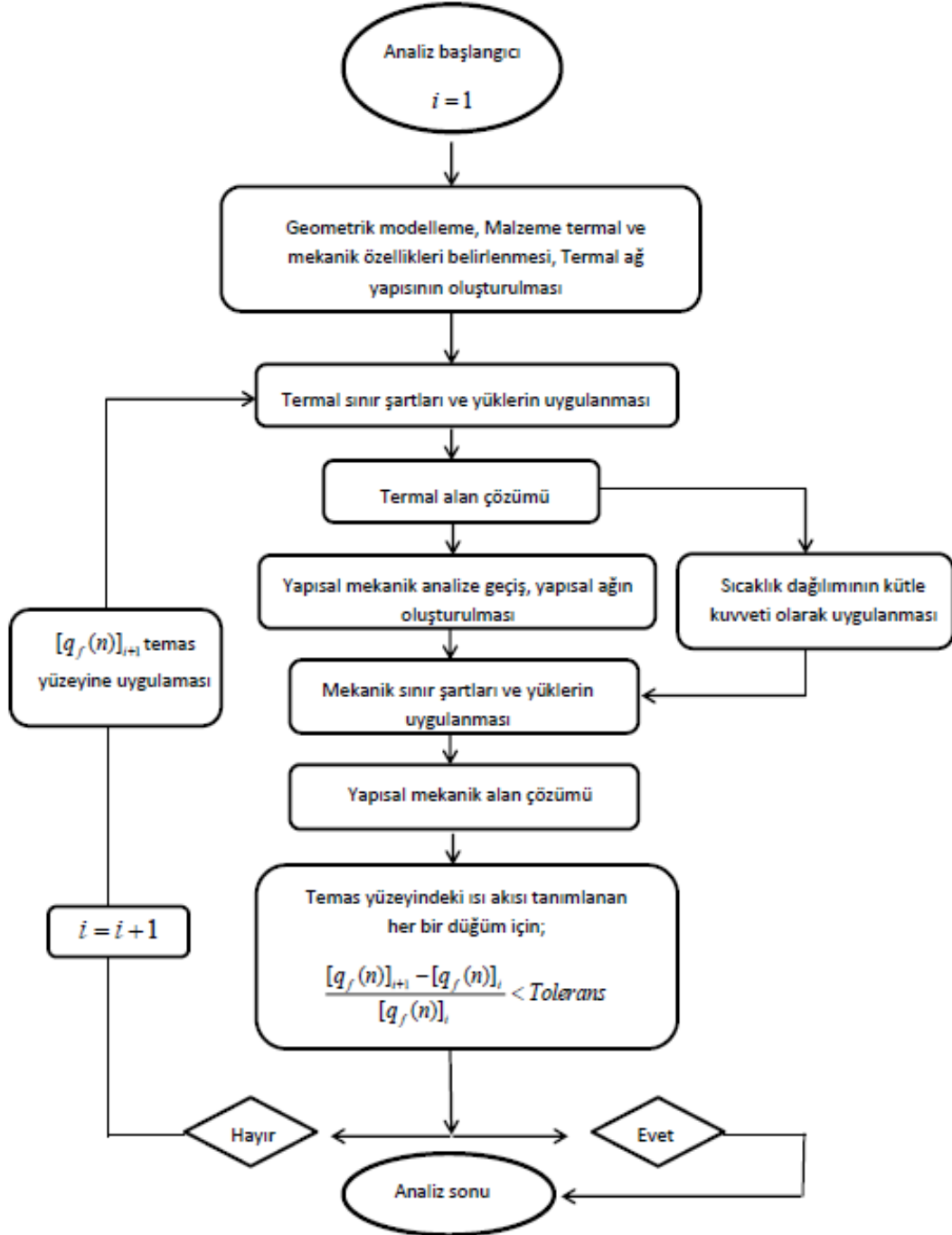
Şekil 3.11 Termal sınır şartlarını gösteren şematik resim

Çözümün ikinci aşamasında sıcaklık farkı nedeniyle oluşan termal etkilerin mekanik olarak belirlenecek sınır şartları ile birlikte temas yüzeyinde ve malzeme bloğunda oluşturduğu gerilme, gerinim ve yer-değiştirme parametreleri incelenecektir. Mekanik çözümün bulunması için termal eleman tipi yapısal mekanik eleman olan PLANE 183 elemanına dönüştürülmüştür.



Şekil 3.12 Mekanik temas ve sınır şartlarını gösteren şematik resim

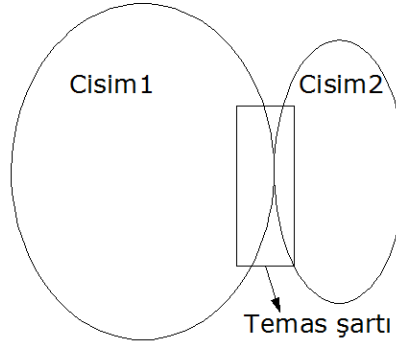
Mekanik alan çözümünün yapılabilmesi için öncelikle sürtünmeli temasın modellenmesi ve daha sonra da zımba basma kuvvetleri ve malzeme bloğunun sabitlenmesi gibi sınır şartlarının girilmesi gerekmektedir. Isı üretimi olan bu sürtünmeli temas probleminin çözümü için oluşturulan algoritmanın akış şeması Şekil 3.13'de verilmiştir.



Şekil 3.13 Temas problemi çözümü için geliştirilen algoritmanın akış şeması

3.6. Sonlu Elemanlar Yönteminde Temas Mekanikinin İfade Edilmesi

Bu bölümde temas mekaniğinde kullanılan temas şartlandırma yöntemi ve bu şartlandırmalarda kullanılan metotlar incelenmiştir. Temel olarak sonlu elemanlar analizlerinde temas problemlerinin çözülmesinde Penaltı Metodu, Lagrange çarpanları metodu ve Takviyeli Lagrange metotları kullanılmaktadır. Yapılan çözümlerde Takviyeli Lagrange metodu kullanılmıştır. Aşağıda bu metotlar hakkında kısa bilgiler verilecektir. Bu bölümde (3.6) anlatılan konu, kavramlar ve eşitlikler (3.33 - 3.60), (Mohammadi, S., 2003), Chapter 3 kaynağından alınmıştır.



Şekil 3.14 Temas şartı şematik resmi

Sonlu elemanlar analizinde temas şartlandırması matematiksel olarak aşağıdaki formül ile ifade edilebilir.

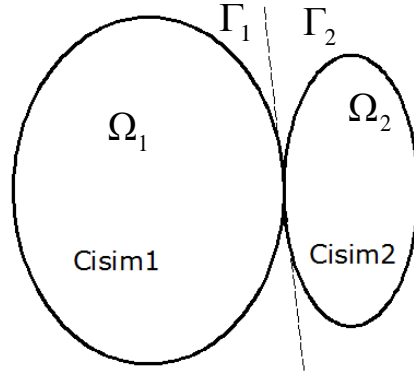
$$[C]\{u\} = \{Q\} \quad (3.33)$$

$[C]$: Kısıtlar (şartlar) matrisi

$\{u\}$: Değişkenler matrisi (genellikle yer değiştirme vektörü)

$\{Q\}$: Sabitler matrisi

Yukarıdaki denklem mekanik sistemi oluşturan sonlu elemanlar denklem takımına ilave edilerek aynı anda çözülmektedir. Bu denklem takımının çözülmesi için birçok yöntem geliştirilmesine rağmen, birçok araştırmacı sistem potansiyel enerjisinin minimizasyonu ilkesi ile sistem denklem takımını elde edip çözüm yapmışlardır.



Şekil 3.15 İki temas halindeki cismin şematik görüntüsü

Yukarıdaki şekilde Ω_1 cisim 1 i, Ω_2 cisim 2' i ifade etmekte, Γ_1 cisim 1'in temas yüzeyini, Γ_2 ise cisim2'nin temas yüzeyini ifade etmektedir.

$$\pi = \int_{\Omega_1+\Omega_2} \frac{du_i}{dx_j} \cdot \sigma_{ij} \cdot d\Omega - \int_{\Omega_1+\Omega_2} u_i \cdot b_i \cdot d\Omega - \int_{\Gamma_1+\Gamma_2} u_i \cdot t_i \cdot d\Gamma \quad (3.34)$$

$$\pi(u) = \frac{1}{2} \{u\}^T [K] \{u\} - \{u\}^T \{R\} \quad (3.35)$$

$\{u\}$: Düğüm noktaları yer değıştirme vektörü

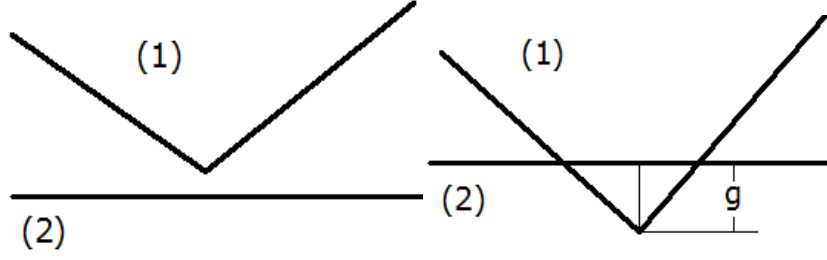
$[K]$: Sistem rijitlik matrisi

$\{R\}$: Kuvvet vektörü

Ω_1 ve Ω_2 cisimlerinin temas şartını sağlaması için yukarıdaki denkleme kısıtlandırma ifadesi eklenmelidir. Bu kısıtlandırma ifadesi bir fonksiyonel olarak denkleme ifade edilmelidir. (Zienkiewicz and Taylor, 1994)

$$\bar{\pi} = \pi(u) + \pi^{con}(C, u, \dots) \quad (3.36)$$

Denklemin çözülmesi için iki cismin birbiri sınırları içersine geçememesi prensibi uygulanabilir. Aşağıdaki şekilde iki cisim kenarı için prensip açıklanmıştır.



Şekil 3.16 Cismnin iki kenarı için a) t ve b) " t+dt" zamanlarındaki cisim kenarlarının şematik görüntüsü (yüzey deformasyonu)

Temas sınır şartını tanımlayan denklem aşağıda gösterilmiştir.

Temas yüzeyi $\Gamma^c = \Gamma^1 \cap \Gamma^2$ olarak tanımlanmakta boşluk fonksiyonu $g = (x^1 - x^2) \cdot n \geq 0$ durumunu sağlamalıdır.

Γ^c : İki cismin temas yüzeyi

x^1, x^2 : Deformasyona uğramış cisimlerin pozisyonları

n : Cisim (2) yüzey normal vektörü

g : Boşluk fonksiyonu

Boşluk fonksiyonu genellikle aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$g = C \cdot \{u\} - Q \quad (3.37)$$

Eğer g değeri kesin bir biçimde sıfır koşulunu sağlıyorsa gerçek çözüm elde edilmiş olur ancak temas analizlerinin çoğunda bir miktar içe girme değeri nedeniyle g değeri tam olarak sıfır çıkmamaktadır. İçe geçme değeri belirli toleranslar konularak çözüm hassasiyeti ayarlanabilir.

Aşağıda temas analizlerinde kullanılan dört temel metot açıklanacaktır.

3.6.1. Penaltı metodu

Penaltı metodu temas mekaniğinde temas şartlandırma yöntemi olarak kullanılan ilk metotlardan birisidir. Bu yöntem 70'li yılların sonunda (Hallquist et.al.,1985) tarafından temas ve çarpma mekaniği analizleri için geliştirilmiştir. Temas şartlandırılması yapılmış durum için toplam potansiyel enerji ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

Kısıt fonksiyoneli $\pi^{con}(C, u, \dots) = 1/2 g^T \alpha \cdot g$ olarak tanımlanmıştır. Toplam potansiyel enerji ifadesi denklem (3.38) de belirtilmiştir.

$$\bar{\pi} = \pi(u) + \frac{1}{2} g^T \alpha g \quad (3.38)$$

α : Normal temas rijitliği (penaltı sayısı olarak adlandırılmaktadır)

g : Normal boşluk vektörü

Eğer boşluk vektörü $g = 0$ şartını sağlarsa şartlandırma tamamen sağlanmış olur.

Bu durumda toplam potansiyel enerji $\bar{\pi}(u) \cong \pi(u)$ olacaktır. Potansiyel enerjinin minimizasyonu uygulanacak olursa elde edilecek denklemler aşağıdaki gibi olur.

$$\delta \bar{\pi} = \left[\frac{d\pi}{du} \delta u + g^T \alpha \frac{dg}{du} \delta u \right] \quad (3.39)$$

$$\delta \bar{\pi} = \left[\frac{d\pi}{du} + g^T \alpha \frac{dg}{du} \right] \delta u \quad (3.40)$$

Yukarıdaki denklemin minimizasyonu sağlaması için $d\bar{\pi} = 0$ şartını sağlaması gerekmektedir. Denklemin ilk terimi rijitlik denklemi olarak adlandırılır.

$$\frac{d\pi}{du} = K\{u\} - R \quad (3.41)$$

$$\frac{dg}{du} = C \quad (3.42)$$

$$g^T \alpha \frac{dg}{du} = (C \cdot \{u\} - Q)^T \cdot \alpha \cdot C = C^T \alpha C \{u\} - C^T \alpha Q \quad (3.43)$$

Potansiyel enerjinin türevi ifadesi $\delta \bar{\pi} = [K\{u\} - R + C^T \alpha C \cdot \{u\} - C^T \alpha Q] \delta u = 0$ olarak elde edilir.

$$(K + C^T \alpha C)\{u\} = R + C^T \alpha Q \quad (3.44)$$

K : Temas halindeki sistemin rijitlik matrisi

$C^T \alpha C$: Sistem rijitlik matrisine eklenmesi gereken terim. Eklenen bu terim sayesinde temas yüzeylerinde iki cismin birbiri içerisine geçememezlik ilkesi sisteme uygulanmış olmaktadır.

Penaltı metodunda sisteme temas sınır şartının uygulanması için fazladan denklem tanımlanmasına gerek yoktur. Çözüm sonucu penaltı sayısının durumuna göre değişebilir. Bu yüzden yaklaşık sonuçlar elde edilir.

3.6.2. Lagrange çarpanları metodu

Lagrange çarpanları yöntemi de iki temas halindeki cismin toplam potansiyel enerjisini minimize etmek amacıyla kullanılmaktadır. Toplam potansiyel enerji ifadesine bir adet yeni değişken eklenmektedir. Yeni terim eklenerek oluşturulan toplam potansiyel enerji ifadesi aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$\bar{\pi}(u, \lambda) = \pi(u) + \lambda^T \cdot g \quad (3.45)$$

λ : Lagrange çarpanları vektörü

Sistem $g = 0$ ve bunun sonucu olarak da $\bar{\pi} = \pi$ koşulunu sağlamak üzere toplam potansiyel enerji ifadesi u ve λ değişkenlerine göre minimize edilirse aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\delta_u \bar{\pi} = \left[\frac{d\pi}{du} + \lambda^T \frac{dg}{du} \right] \cdot \delta u \quad (3.46)$$

$$\delta_\lambda \bar{\pi} = g \delta \lambda \quad (3.47)$$

Penaltı metodunda uygulanan diskretizasyon yöntemi bu kısım için de uygulanırsa elde edilecek sistem aşağıdadır.

$$K\{u\} - R + C^T \lambda = 0 \quad (3.48)$$

$$C \cdot \{u\} = Q \quad (3.49)$$

Sistem denklemleri matris formunda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} K & C^T \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ Q \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

Lagrange çarpanları metodunda sistemi çözmek üzere ilave denklem seti eklenmiş buna karşın kısıt denklemleri temas üzerinde kesin bir biçimde sağlanmaktadır. Lagrange çarpanları yöntemi uygulanması sonucunda temas yüzeyinde düzgün kuvvet dağılımı korunamayabilir.

3.6.3. Karışık lagrange metodu

Karışık Lagrange metodu klasik lagrange metodu ile prensip olarak aynı ancak potansiyel enerji ifadesine ilave terimler eklenerek minimizasyon yapılması amaçlanmıştır. Toplam potansiyel enerji ifadesi aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\bar{\pi}(u, \lambda) = \pi(u) + \lambda^T g - \frac{1}{2} \lambda^T A \lambda \quad (3.51)$$

Bu ifadedeki $(1/2)\lambda^T A \lambda$ terimi oluşacak matristeki diyagonalin sıfır olmasını önlemektedir.

A matrisi bir diyagonal matris olup aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$A_{ii} = \frac{1}{\alpha_{ii}}$ olup, α_{ii} terimi kısıt denklemleri ile ilgili penaltı parametrelerini ifade etmektedir.

Bu durumda toplam potansiyel enerji kısmi olarak u ve λ ' ya göre minimize edilmelidir.

$$\delta_u \bar{\pi} = \left[\frac{d\pi}{du} + \lambda^T \frac{dg}{du} \right] \delta u \quad (3.52)$$

$$\delta_u \bar{\pi} = [g - A\lambda] \delta \lambda \quad (3.53)$$

Penaltı metodunda da kullanılan diskretizasyon şekli uygulanacak olursa elde edilecek denklemler aşağıdaki gibidir.

$$K \cdot \{u\} - R + C^T \lambda = 0 \quad (3.54)$$

$$C \{u\} - Q - A\lambda = 0 \quad (3.55)$$

Denklemler matris formunda yazılacak olursa,

$$\begin{bmatrix} K & C^T \\ C & -A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ Q \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

Bu yöntemde de kısıt denklemleri temas üzerinde kesin bir biçimde sağlanamaz. Penaltı sayısının durumuna göre yaklaşık çözüm değeri doğru sonuca doğru

yakınsar. Eğer penaltı terimleri çok küçük seçilirse diyagonal terimleri sonsuza gitmekte, bunun sonucunda da metot doğru çözüme yakınsamayacaktır. Penaltı parametresi sonsuza giderken elde edilecek çözüm doğru çözüm olacaktır.

3.6.4. Takviyeli lagrange metodu

Takviyeli Lagrange metodu 90'lı yılların başında geliştirilmiş olup, Lagrange ve penaltı metotlarının olumsuz durumlarını ortadan kaldırmak üzere geliştirilmiştir. Bu metot penaltı sayısı büyüklüğünden bağımsız biçimde çalışmakta, sisteme ilave denklem içermemektedir. Takviyeli lagrange metodunda potansiyel enerji ifadesi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\bar{\pi}(u, \lambda) = \pi(u) + \lambda^T \cdot g + \frac{1}{2} g^T \cdot \alpha \cdot g \quad (3.57)$$

Yukarıdaki ifadeye bakılacak olunursa, potansiyel enerji ifadesi penaltı ve lagrange metotlarının birleşimi gibi düşünülebilir. Potansiyel enerji ifadesi $g = 0$ kısıdını sağlamak üzere minimize edilmelidir.

$$\delta_u \bar{\pi} = \left[\frac{d\pi}{du} + \lambda^T \frac{dg}{du} + g^T \alpha \cdot \frac{dg}{du} \right] \cdot \delta u \quad (3.58)$$

Bu ifade diskretize edilmiş matris formunda aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$K\{u\} - R + C^T \lambda + C^T \alpha C\{u\} - C^T \alpha Q = 0 \quad (3.59)$$

$$(K + C^T \alpha C)\{u\} = R - C^T (\alpha Q - \lambda) \quad (3.60)$$

Bu denklem sisteminin çözülmesi λ ve $\{u\}$ terimlerinin aynı anda çözülmesi ile gerçekleşebilir. Bunun için de iteratif bir çözüm prosedürü izlenmelidir. Bu prosedür aşağıda özetlenmiştir. (Crook, 1996)

1. Çözümü başlatacak ilk λ_1 terimi atanır.
2. İterasyona başlanır.
 - 2.1. $(K + C^T \alpha C)\{u\} = R - C^T (\alpha Q - \lambda)$ denklemini yer değiştirmeler için çözülür.
 - 2.2. Penaltı kuvvetleri $f^C = \Delta \lambda = \Delta g$ eşitliği ile hesaplanır.
 - 2.3. Yakınsama kontrolü yapılır.

* Eğer $|\Delta \lambda| \leq Tolerans$ ise iterasyon sonlandırılır.

* Değilse, Lagrange çarpanı değeri güncellenir.

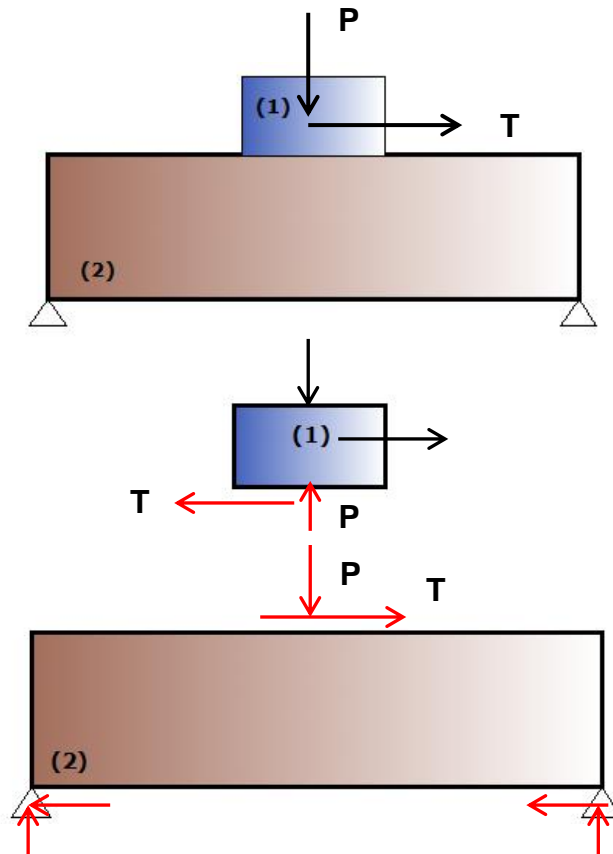
$$\lambda_{k+1} = \lambda_k + \Delta\lambda$$

2.4. 2. İşlem basamağında devam edilir.

Takviyeli lagrange metodu, temas kuvvetleri hesaplamasında penaltı rijitliğini kullanır ve temas gerilmeleri istenilen tolerans değerine ulaşana kadar güncellenmek kaydıyla iteratif çözüm uygulanır. Çok büyük penaltı sayısı değerleri, sistem rijitlik matrisinin kötü koşullanmaması nedeniyle kullanılmaz.

3.7. Coulomb Sürtünme Kanunu

İki cisim arasında oluşacak sürtünme kuvvetleri Coulomb sürtünme kanunu vasıtası ile hesaplanabilir. En genel halde Coulomb sürtünme kanunu aşağıda gösterilen şekil ve eşitlikler ile ifade edilebilir.



Şekil 3.17 Coulomb sürtünme kanunu ve sürtünme kuvveti

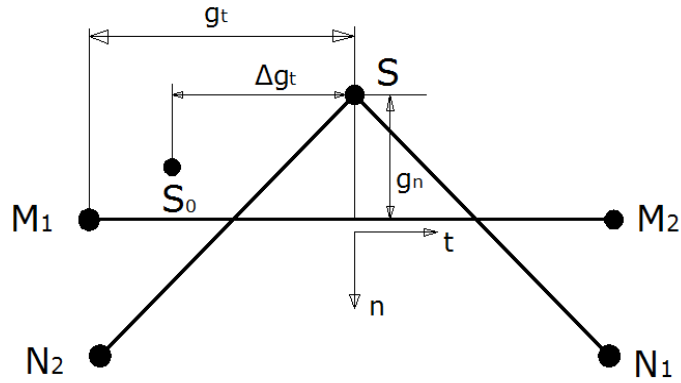
Yukarıdaki şekilde gösterildiği gibi cisim (1) ve cisim (2) ile oluşan iki boyutlu sürtünmeli temas modelinde cisim (1) sağa doğru bir T kuvveti ile çekildiğinde aşağıdaki koşullara göre cisim (1) cisim (2) üzerinde hareket etmeye başlar. Coulomb kanunu aşağıdaki biçimde açıklanabilir.

- Eğer iki temas halindeki yüzey hareket etmiyor ise, $|T| < \mu P$
- Eğer iki temas halindeki yüzey kaymaya başlamış ise, $|T| = \mu P$
- Eğer temas halindeki yüzeyler kaymaya başlamış ise yüzeydeki sürtünme kuvveti $T = \pm \mu P$ ile ifade edilir. Sürtünme kuvveti uygulanan cisme göre \pm ile yönü belirlenir.

Bir çok mühendislik probleminde sürtünme katsayısı $0 < \mu < 1$ aralığındadır. (Introduction to Engineering and Statics, Brown University, 2012)

3.8. Sürtülmeli Temas Modeli İçin Sonlu Elemanlar Denklem Takımının Elde Edilmesi

Yüzeydeki normal ve teğetsel gerilmelerden, düğüm kuvvetlerini elde etmek için alan tanımlanmaktadır. Bu bölümde (3.8) anlatılan global rijitlik matrisleri ve global yük vektörlerinin oluşturulması ile ilgili kavramlar ve eşitlikler (3.61- 3.75), (Mohammadi, S., 2003), Chapter 3 kaynağından alınmıştır.



Şekil 3.18 Düz temas yüzeyine sahip elemanda sürtülmeli temas modeli

$$A = \frac{1}{2} \left(\|x^S - x^{M1}\| + \|x^S - x^{N2}\| \right) t^S \quad (3.61)$$

$$t = \frac{x^{M2} - x^{M1}}{\|x^{M2} - x^{M1}\|}, \quad n = e_3 \times t \quad (3.62)$$

$$g_n = (x^S - x^{M1}) \cdot n \quad (3.63)$$

$$g_t = (x^S - x^{M1}) \cdot t \quad (3.64)$$

t_s : Temas düğüm noktalarındaki kalınlık değeri

Temas yüzeyindeki gerilmeler $\sigma^C = (\tau, \sigma_n)^T$

Boşluk fonksiyonu $g = (g_t, g_n)^T$

Deplasmanlar $u = (u_x, u_y)$

Temas yüzeyindeki kuvvetler ise $f^C = (f_t, f_n)^T = A \cdot \sigma^C$ şeklinde yazılabilir. Temas yüzeyinde oluşan kuvvet vektörü sonlu elemanlar modeline eklenecek olursa kuvvet vektörü sistemi standart sonlu elemanlar kuvvet vektörü ile temas noktaları artık kuvvetleri toplamı şeklinde yazılabilir. Bu aşağıdaki formda gösterilebilir:

$$R = R_b + R_c = \sum_{e=1}^{nel} r^e + \sum_{c=1}^{ncn} r^c \quad (3.65)$$

nel : Sistemdeki toplam sonlu eleman sayısı

ncn : Temas durumundaki eleman sayısı

Tek bir temas noktasının artık kuvvet vektörüne katkısı (3.80) ile ifade edilebilir.

$$r_c^S = T^T f^C \quad (3.66)$$

“s” üst indisi temas yüzeyini simgelemektedir.

Yukarıdaki ifadede T dönüşüm matrisi olarak adlandırılır ve aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$T = \frac{dg}{du^S} = \begin{bmatrix} \frac{dg_t}{du_x^S} & \frac{dg_t}{du_y^S} \\ \frac{dg_n}{du_x^S} & \frac{dg_n}{du_y^S} \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

Bir temas probleminin sonlu elemanlar ile çözülmesi belirlenen kısıtlar kullanılarak toplam potansiyel enerjinin minimizasyonu ile sağlanır. Sonlu elemanlar diskretizasyonunda, temas koşulu bir temas rijitlik matrisi ile sağlanır ve bu sistemin global rijitlik matrisine ilave edilerek genel mekanik sistem çözülmüş olur. Bu durumda, temas rijitlik matrisi aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$K_C^S = K_C^{SS} + K_C^{SN_i} \quad i = 1,2 \quad (3.68)$$

S hedef cismini, N_1 ve N_2 ise temas cismi üzerindeki noktaları simgelemektedir.

K_{SS} : Rijitlik matrisi

$K_C^{SN_i}$: Komşu noktaların rijitlik katkı matrisi

$$K_C^{SS} = \frac{dr_C^S}{du^S} \quad \text{ve} \quad K_C^{SN_i} = \frac{dr_C^S}{du^{N_i}} \quad i = 1,2 \quad (3.69)$$

Artık kuvvet vektörünün yukarıdaki denklemle gösterildiği gibi kısmi türevleri alınacak olursa toplam rijitlik matrisi şu şekilde bulunur:

$$\frac{dr_C^S}{du^S} = T^T \cdot A \cdot \frac{d\sigma^C}{du^S} + T^T \cdot \sigma^C \cdot \frac{dA}{du^S} + A \cdot \sigma^C \cdot \frac{dT}{du^S} \quad (3.70)$$

$$K_C^{SS} = T^T \left[A \cdot \frac{d\sigma^C}{dg} \cdot T + \sigma^C \cdot \frac{dA}{du^S} \right] + [f_t \cdot T_{2t} + f_n \cdot T_{2n}] \quad (3.71)$$

$$T_{2t} = \begin{bmatrix} \frac{d^2 g_t}{du_x^S du_x^S} & \frac{d^2 g_t}{du_x^S du_y^S} \\ \frac{d^2 g_t}{du_x^S du_y^S} & \frac{d^2 g_t}{du_y^S du_y^S} \end{bmatrix} \quad T_{2n} = \begin{bmatrix} \frac{d^2 g_n}{du_x^S du_x^S} & \frac{d^2 g_n}{du_x^S du_y^S} \\ \frac{d^2 g_n}{du_x^S du_y^S} & \frac{d^2 g_n}{du_y^S du_y^S} \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

Hedef noktasına komşu iki temas noktasından gelen rijitlik katkısı da aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$K_C^{SN_i} = \frac{dr_C^S}{du^{N_i}} = T^T \cdot \sigma^C \cdot \frac{dA}{du^{N_i}} \quad i = 1,2 \quad (3.73)$$

Daha sonra, genel mekanik sistemin rijitlik matrisi aşağıdaki gibi yazılabilir. Bu, sistemin diğer mekanik sınır şartları altında oluşturulan rijitlik matrisi ile temas koşulu ile oluşan rijitlik matrisinin toplamıdır.

$$K_{GLOBAL} = \sum_{e=1}^{nel} \{k\}_e + \sum_{cn=1}^{ncn} K_C^S \quad (3.74)$$

Mekanik sistemin belirlenen sınır ve temas şartları sonucunda oluşturulan kuvvet vektörü ise noktasal uygulanan kuvvetler, yüzeysel ve diğer sınır şartlarından oluşan kuvvetler ile temas yüzeyinde oluşan kuvvetlerin toplamına eşit olacaktır.

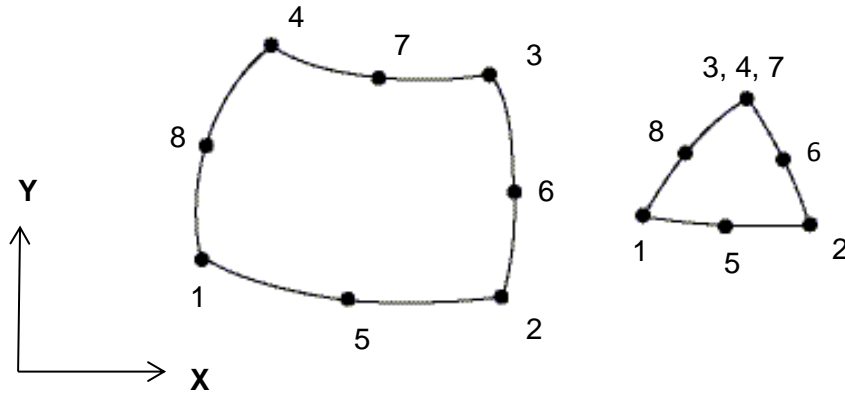
$$F = F_{Noktasal} + \sum_{e=1}^{nel} \{f\}_e + \sum_{cn=1}^{ncn} f^{C,cn} \quad (3.75)$$

nel : Sistemdeki toplam sonlu eleman sayısı

ncn : Temas durumundaki eleman sayısı

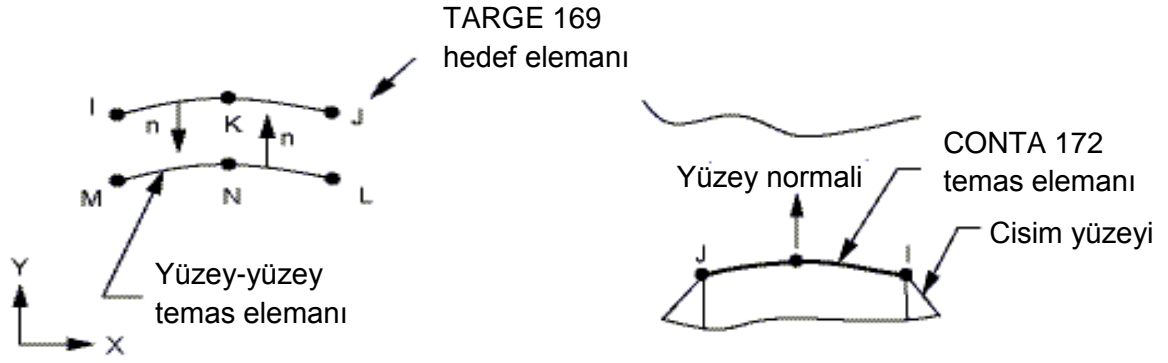
Sistemi ifade eden global rijitlik matrisinin hesaplanması için her elemanın eleman rijitlik matrisi hesaplanmalı ve bunlar birleştirilmelidir. Ayrıca, sistemdeki toplam kuvvet vektörü de yukarıda açıklandığı gibi kütle kuvvetleri, yüzey kuvvetleri ve tekil kuvvetlerden oluşan vektör şeklinde ifade edilir.

Termal alan çözümünde sıcaklık dağılımı bulunması için ANSYS, 1997 programı içerisinde yer alan PLANE 77 elemanı kullanılmış, mekanik alan çözümünde ise eleman tipi termalden mekaniğe çevrilmiş PLANE 183 tipi elemanlar ile birlikte temas sınır şartı oluşturan TARGE 169 ve CONTA 172 elemanları kullanılmıştır.

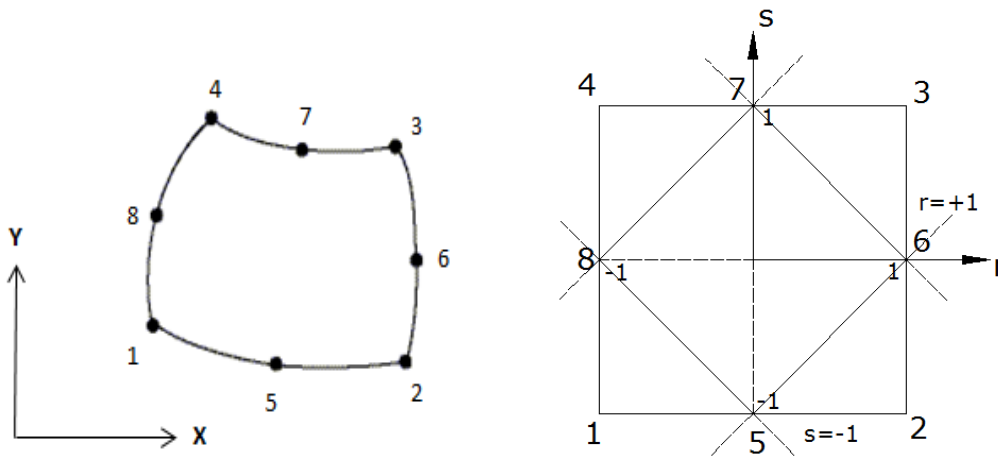


Şekil 3.19 PLANE 77 elemanı: 8 düğüm noktalı dörtgen ve 8 düğüm noktalı üçgen eleman opsiyonları, ANSYS,1997

PLANE 183 eleman tipi 8 düğüm noktalı mekanik alan elemanıdır.



Şekil 3.20 TARGE 169 ve CONTA 172 temas elemanları (3 düğüm noktalı kuadratik elemanlar, ANSYS,1997)



Şekil 3.21 8 düğüm noktalı dörtgen elemanın global koordinat sisteminden lokal koordinat sistemi üzerine oturtulması

Gerinim-yer değıştirme ilişkisi iki boyutlu durumda aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{du}{dx} \\ \frac{dv}{dy} \\ \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} \end{Bmatrix} \quad (3.76)$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{du}{dx} \\ \frac{du}{dy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\det[J]} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{du}{dr} \\ \frac{du}{ds} \end{Bmatrix} \quad (3.77)$$

(3.76) – (3.105) arası eşitlikler (Topcu ve Tasgetiren,1998) kaynağından alınmıştır.

$$\begin{bmatrix} \frac{dv}{dx} \\ \frac{dv}{dy} \end{bmatrix} = \frac{1}{\det[J]} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dv}{dr} \\ \frac{dv}{ds} \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

$$\text{Türevleri içeren Jacobian matrisi : } [J] = \begin{bmatrix} \frac{dx}{dr} & \frac{dy}{dr} \\ \frac{dx}{ds} & \frac{dy}{ds} \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

Analizlerde kullanılan elemanlar 8 düğüm noktalı kuadratik elemanlar olduğundan dolayı her eleman için 8 adet şekil fonksiyonu tanımlanmaktadır. İzoparametrik ifadeye, koordinatlarda şekil fonksiyonları ile ifade edilebildiğinden, eleman içindeki bir noktanın koordinatı şu şekilde yazılabilir:

$$x = N_1x_1 + N_2x_2 + N_3x_3 + N_4x_4 + N_5x_5 + N_6x_6 + N_7x_7 + N_8x_8 = \sum_{i=1}^8 N_i x_i \quad (3.80)$$

$$y = N_1y_1 + N_2y_2 + N_3y_3 + N_4y_4 + N_5y_5 + N_6y_6 + N_7y_7 + N_8y_8 = \sum_{i=1}^8 N_i y_i \quad (3.81)$$

Şekil fonksiyonları aşağıda belirtilmiştir.

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{-1}{4}(1-r)(1-s)(1+r+s) & N_5 &= \frac{1}{2}(1-r^2)(1-s) \\ N_2 &= \frac{-1}{4}(1+r)(1-s)(1-r+s) & N_6 &= \frac{1}{2}(1+r)(1-s^2) \\ N_3 &= \frac{-1}{4}(1+r)(1+s)(1-r-s) & N_7 &= \frac{1}{2}(1-r^2)(1+s) \\ N_4 &= \frac{-1}{4}(1-r)(1+s)(1+r-s) & N_8 &= \frac{1}{2}(1-r)(1-s^2) \end{aligned} \quad (3.82)$$

(3.77), (3.78) ve (3.79) denklemlerinden

$$\{\varepsilon\} = [M] \begin{bmatrix} \frac{du}{dr} \\ \frac{du}{ds} \\ \frac{dv}{dr} \\ \frac{dv}{ds} \end{bmatrix} \text{ elde edilir.} \quad (3.83)$$

$$[M] = \frac{1}{\det[J]} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -J_{21} & J_{11} \\ -J_{21} & J_{11} & J_{22} & -J_{12} \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

Yer-değişiklikler de şekil fonksiyonları cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\{u\} = \{u, v\}$$

$$u = \sum_{i=1}^8 N_i u_i = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 + N_4 u_4 + N_5 u_5 + N_6 u_6 + N_7 u_7 + N_8 u_8$$

$$v = \sum_{i=1}^8 N_i v_i = N_1 v_1 + N_2 v_2 + N_3 v_3 + N_4 v_4 + N_5 v_5 + N_6 v_6 + N_7 v_7 + N_8 v_8 \quad (3.85)$$

(3.85) eşitliği yardımıyla ifade $\left\{ \begin{array}{c} \frac{du}{dr} \\ \frac{du}{ds} \\ \frac{dv}{dr} \\ \frac{dv}{ds} \end{array} \right\} = [G]\{u\}$ şeklinde yazılabilir.

Böylece elemanların düğümlerindeki gerinim-yer değiştirme ifadesi son durumda aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{u\} \quad (3.86)$$

$$[B] = [M].[G] \quad (3.87)$$

Gerilme - gerinim arası ilişki ise aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (3.88)$$

veya gerilmeler yer değiştirmeler cinsinden aşağıdaki gibi de ifade edilebilir:

$$\{\sigma\} = [D].[B]\{u\} \quad (3.89)$$

[D]: Elastisite matrisi

Sıcaklık değişiminin dağılımı $\Delta T(x, y)$ malzeme içerisinde biliniyorsa, bu değişim nedeniyle oluşan termal gerinim ve gerilmeler aşağıdaki gibi ifade edilir. Düzlem gerinim durumu için başlangıç durumdaki gerinim ε_0 (Topcu ve Tasgetiren,1998) :

$$\{\varepsilon_0\} = (1-\nu) \begin{bmatrix} \alpha.\Delta T \\ \alpha.\Delta T \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.90)$$

Termal gerilme ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\{\sigma\} = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) \quad (3.91)$$

Sıcaklık değişiminin elemanın iç enerjisindeki değişimi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$U = \frac{1}{2} \int_e (\{\varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} - 2\{\varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon_0\} + \{\varepsilon_0\}^T [D] \{\varepsilon_0\}) t.dA \quad (3.92)$$

Gerinim-yer değiştirme ilişkisi $\{\varepsilon\} = [B]\{u\}$ kullanılarak, eleman termal yük ifadesi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\int_e \{\varepsilon\}^T . [D] . \{\varepsilon_0\} . t.dA = \sum_e \{u\}^T ([B]^T [D] . \varepsilon_0) t.dA \quad (3.93)$$

elde edilir.

Sonlu elemanda oluşacak termal yük:

$$\{\theta\}_e = t.A.[B]^T . [D] . \{\varepsilon_0\} \quad (3.94)$$

şeklinde ifade edilebilir.

$\{\varepsilon_0\}$: Başlangıç durumundaki gerinim

t : Eleman kalınlığı

Eleman içinde oluşacak termal gerilmeler:

$$\{\sigma\} = [D] . \{[B]\{u\} - \varepsilon_0\} \quad \text{şeklinde bulunur.} \quad (3.95)$$

Bütün sistemin genel sonlu elemanlar ifadesini $\{K\}_{GLOBAL} \cdot \{u\} = \{f\}_{GLOBAL}$ şeklinde ifade edebilmek için her elemanın rijitlik matrislerinin hesaplanması ve global rijitlik matrisinde birleştirilmesi gerekmektedir. Bir sonlu eleman için gerinim enerjisi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$U = \sum_e \frac{1}{2} \{u\}^T \left[t \cdot \iint_A [B]^T . [D] . [B] . dA \right] \{u\} \quad (3.96)$$

(r, s) lokal koordinat sisteminde

$$U = \sum_e \frac{1}{2} \{u\}^T \left[t \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^T [D] [B] \det[J] dr ds \right] \{u\} \text{ olarak yazılabilir.} \quad (3.97)$$

$$U = \sum_e \frac{1}{2} \{u\}^T [k]_e \{u\} \quad (3.98)$$

Burada, $[k]_e$ eleman rijitlik matrisi olup aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$[k]_e = t \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^T [D] [B] \det[J] dr ds \quad (3.99)$$

Eleman rijitlik matrisi 8 düğüm noktalı kuadratik elemanlar kullanıldığından dolayı 16x16 boyutlarındadır. İntegrasyon sınırları lokal koordinat sisteminde (-1,+1) arasında olduğundan dolayı gerekli integraller Gauss sayısal integrasyon yöntemi kullanılarak hesaplanacaktır. İki katlı bir integral hesaplaması için Gauss integrasyon yöntemi aşağıdaki gibi uygulanır:

$$I = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} f(r,s) dr ds = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j f(r_i, s_j) \quad (3.100)$$

Eleman rijitlik matrisi teriminde $[B]$ ve $[J]$ matrisleri (r,s) 'nin fonksiyonlarıdır. Eleman rijitlik matrisi 16x16 matris olduğundan dolayı 256 eleman için Gauss integrali alınır. $\psi(r,s)$ eleman rijitlik matrisinde integrali alınacak (i,j) inci terim olmak üzere;

$$\psi(r,s) = t \left([B]^T [D] [B] \det[J] \right)_{ij} \quad (3.101)$$

$$I = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \psi(r,s) dr ds \text{ şeklinde ifade edilir.} \quad (3.102)$$

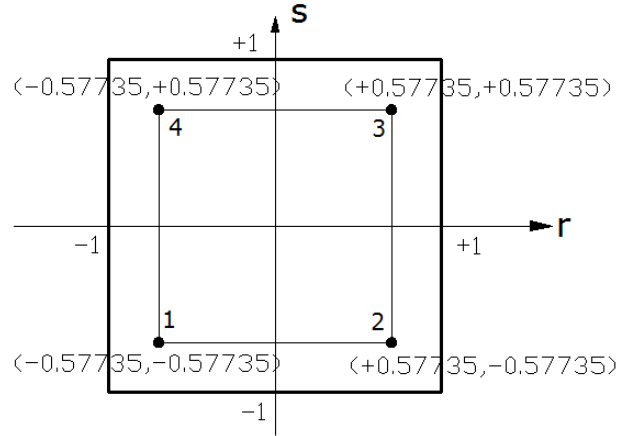
$$[k]_{ij} = I = \sum_{i=1}^{n=2} \sum_{j=1}^{n=2} \alpha_i \alpha_j \psi(r_i, s_j) \quad (3.103)$$

α_i, α_j : Gauss integral ağırlık katsayıları

(r_i, s_j) : Gauss noktaları

İntegraller için 2 noktalı ($n=2$) Gauss integrasyon metodu uygulanacak olursa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$[k]_{ij} = \alpha_1^2 \cdot \psi(r_1, s_1) + \alpha_1 \alpha_2 \cdot \psi(r_1, s_2) + \alpha_2 \cdot \alpha_1 \cdot \psi(r_2, s_1) + \alpha_2^2 \cdot \psi(r_2, s_2) \quad (3.104)$$



Şekil 3.22 2 Noktalı Gauss integrasyon noktalarının iki katlı integral için lokal (r,s) koordinat sistemi üzerinde gösterimi

2 Noktalı Gauss integrali için gauss noktaları ve ağırlık katsayıları şu şekildedir:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 1.0$$

$$r_1 = s_1 = -0.57735... \text{ ve } r_2 = s_2 = +0.57735...$$

Gauss noktaları Şekil 3.24’de gösterildiği üzere 1, 2, 3, 4 olarak numaralandırılırsa eleman rijitlik matrisi şu şekilde yazılır:

$$[k_{ij}] = \sum_{GIN=1}^4 \alpha_{GIN} \cdot \psi_{GIN} \quad (3.105)$$

“GIN” : Gauss integrasyon noktalarını simgelemektedir.

4. ANALİZLERDE KULLANILACAK MALZEMELER VE ÖZELLİKLERİ

4.1. Titanyum Alaşımı (Ti-6Al-4V)

Ti-6Al-4V alaşımı, yüksek mukavemetli bir titanyum alaşımıdır. Ti-6Al-4V alaşımı yüksek mukavemet ile birlikte, hafiflik, şekil verilebilirlik ve yüksek korozyon direnci de sağlamaktadır. Bu nedenle uçak ve uzay sanayinde birçok uygulama için tercih edilen bir malzeme olmuştur. Uygulama alanlarından bazıları, uçak türbin motorları parçaları, uçak yapısal parçaları, uzay sanayinde kullanılan bağlantı elemanları, yüksek performans istenen otomotiv uygulamaları, sağlık ve spor sektörü olarak sıralanabilir.



Şekil 4.1 Ti-6Al-4V mikro yapısı

Ti-6Al-4V malzemesi bulunduğu fiziksel koşullar ve alaşım oranlarına göre farklı mekanik özelliklere sahip olabilmektedir. Bu yüzden literatürde farklı özellikler bulunabilmektedir. Analiz sonuçlarının literatürdeki diğer sonuçlar ile karşılaştırılabilmesi için kullanılacak malzeme özellikleri karşılaştırma yapılacak kaynak referanslar ile aynı olacaktır.

Çizelge 4.1 Ti-6Al-4V sıcaklıktan bağımsız termoelastik malzeme özellikleri

Termoelastik özellikler	Ti-6Al-4V alaşımı
Elastik modül (E)	66.2GPa
Termal genleşme katsayısı (α)	10.3x10 ⁻⁶ K ⁻¹
Isı iletim katsayısı (k)	18.1W / mK
Yoğunluk (ρ)	4420kg / m ³
Özgül ısı (Cp)	808.3J / kgK
Poisson oranı (ν)	0.321

(Termoelastik özellikler (Fujimoto and Noda, 2001) kaynağından alınmıştır.)

Ti-6Al-4V sıcaklık bağımlı malzeme özellikleri (Ootao et al.,1999) kaynağından elde edilmiştir. Sıcaklık bağımsız (karşılaştırma amaçlı kullanılan) ve sıcaklık

bağımlı özellikler değişik kaynaklardan elde edildiği için farklılık gösterebilmektedir. Ti-6Al-4V malzemesi için $300K \leq T \leq 1300K$ aralığında sıcaklığa bağlı malzeme özellikleri aşağıdaki formüller ile ifade edilebilir. (Ootao et al.,1999)

Elastik modül:

$$E(T) = 122.7 - 0.0565T \quad (GPa) \quad (4.1)$$

Termal genleşme katsayısı:

$$\alpha(T) = 7.43 \cdot 10^{-6} + 5.56 \cdot 10^{-9}T - 2.69 \cdot 10^{-12}T^2 \quad (1/K) \quad : 300 K \leq T \leq 1100 K$$

$$\alpha(T) = 10.291 \cdot 10^{-6} \quad (1/K) \quad : 1100 K \leq T \leq 1300 K \quad (4.2)$$

Isı iletim katsayısı:

$$k(T) = 1.1 + 0.017T \quad (W/mK) \quad (4.3)$$

Yoğunluk:

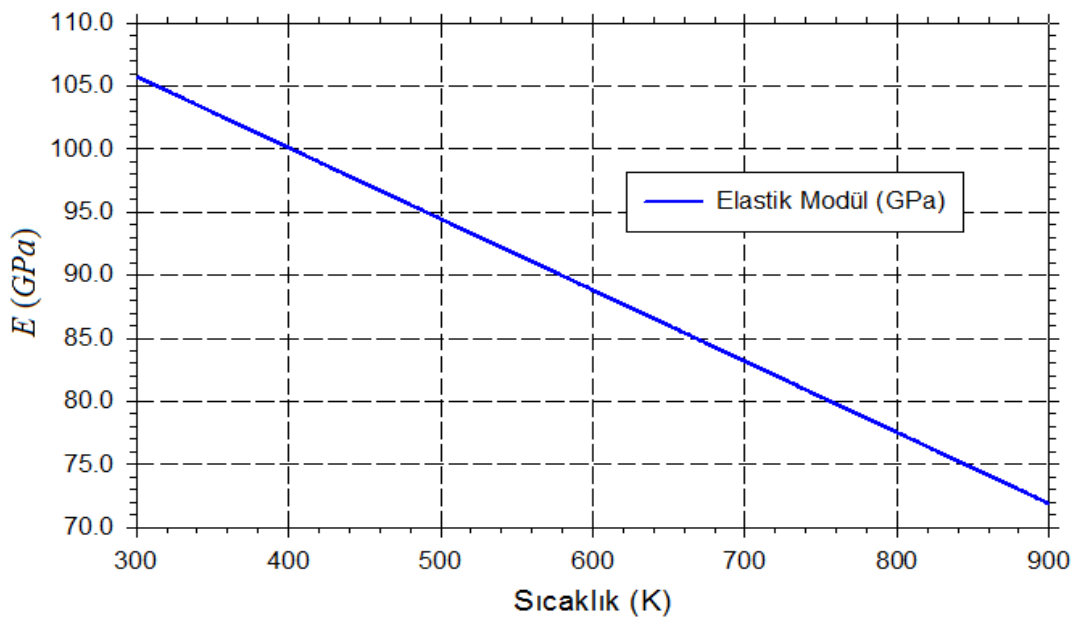
$$\rho(T) = 4420.0 / \{1.0 + \alpha(T - 300)\}^3 \quad (kg/m^3) \quad (4.4)$$

Özgül ısı:

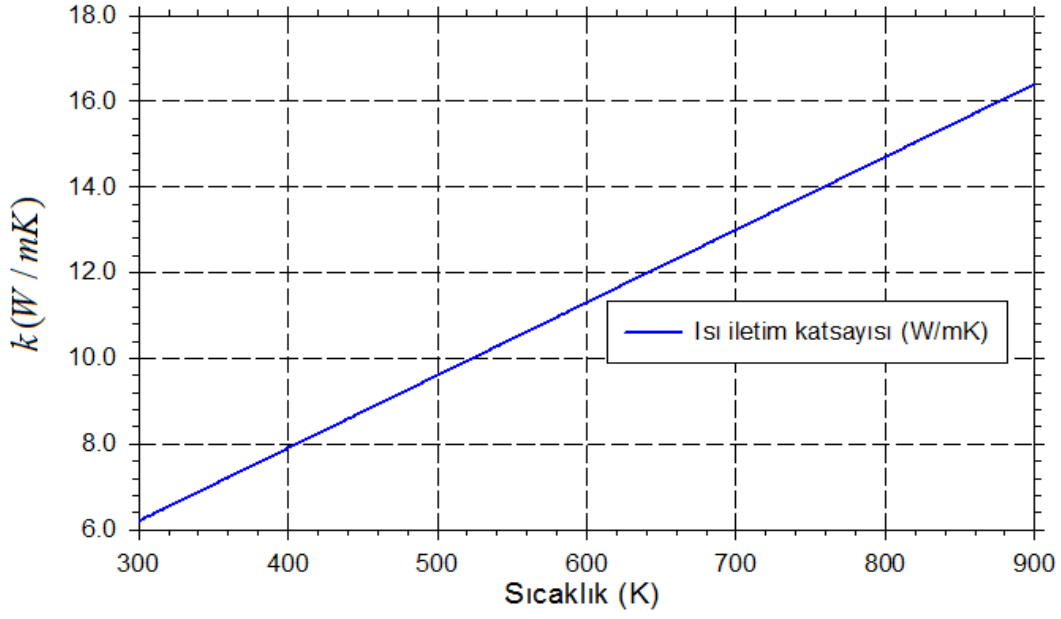
$$C(T) = 3.5 \cdot 10^2 + 8.78 \cdot 10^{-1}T - 9.74 \cdot 10^{-4}T^2 + 4.43 \cdot 10^{-7}T^3 \quad (J/kgK) \quad (4.5)$$

Poisson oranı:

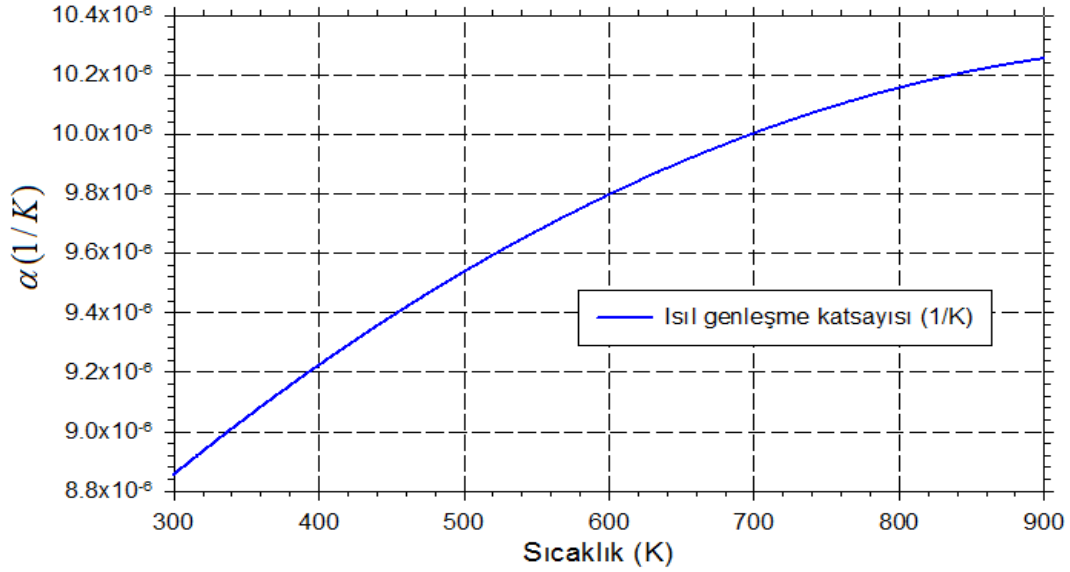
$$\nu(T) = 0.2888 + 32 \cdot 10^{-6}T \quad (4.6)$$



Şekil 4.2 Ti-6Al-4V Elastik modül (GPa) - Sıcaklık (K) grafiği



Şekil 4.3 Ti-6Al-4V Isı iletim katsayısı (W/mK) - Sıcaklık (K) grafiği

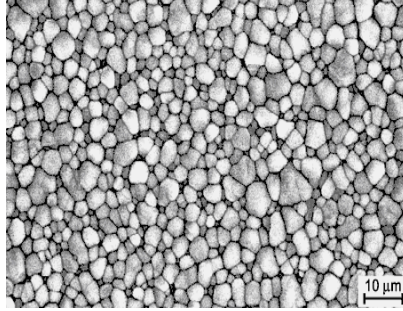


Şekil 4.4 Ti-6Al-4V Isıl genleşme katsayısı (1/K) - Sıcaklık (K) grafiği

Ti-6Al-4V alaşımı için sıcaklık arttıkça malzeme elastik modülü azalmakta, ısı iletim katsayısı ve ısı genleşme katsayısı ise artmaktadır. Kararlı rejim analizlerinde sürtünme kaynaklı konveksiyon terimi ihmal edildiğinden dolayı yoğunluk ve özgül ısı parametreleri analizleri etkilemeyecektir.

4.2. Zirkonyum (ZrO₂)

ZrO₂ seramik tipi bir malzeme olup, yüksek sıcaklığa maruz ve yüksek aşınmaların olduğu ortamlarda, alaşımı korumak üzere kaplama olarak kullanılabilir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde seramik fazı olarak da kullanılabilir.



Şekil 4.5 ZrO₂ mikro yapısı

Bu tezde yapılacak çalışmalarda, ZrO₂, Ti-6Al-4V alaşımını korumak üzere kaplama şeklinde modellenecek, daha sonra fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme için kullanılarak temas problemi analiz edilecek ve sonuçlar incelenecektir.

Çizelge 4.2 ZrO₂ sıcaklıktan bağımsız termoelastik malzeme özellikleri

Termoelastik özellikler	Zirkonyum (ZrO ₂)
Elastik modül (E)	117GPa
Termal genleşme katsayısı (α)	$7.11 \times 10^{-6} K^{-1}$
Isı iletim katsayısı (k)	2.036W/mK
Yoğunluk (ρ)	5600kg/m ³
Özgül ısı (Cp)	615.6J/kgK
Poisson oranı (ν)	0.333

(Termoelastik özellikler (Fujimoto and Noda, 2001) kaynağından alınmıştır)

Zirkonyum (ZrO₂) sıcaklık bağımlı malzeme özellikleri (Ootao et al.,1999) kaynağından elde edilmiştir. Sıcaklık bağımsız (karşılaştırma amaçlı kullanılan) ve sıcaklık bağımlı özellikler değişik kaynaklardan elde edildiği için farklılık gösterebilmektedir. Zirkonyum (ZrO₂) malzemesi için $300K \leq T \leq 1300K$ aralığında sıcaklığa bağlı malzeme özellikleri aşağıdaki formüller ile ifade edilebilir. (Ootao et al.,1999)

Elastik modül:

$$E(T) = 132.2 - 50.3 \cdot 10^{-3} T - 8.1 \cdot 10^{-6} T^2 \quad (GPa) \quad (4.7)$$

Termal genişleme katsayısı:

$$\alpha(T) = 13.3 \cdot 10^{-6} - 18.9 \cdot 10^{-9} T + 12.7 \cdot 10^{-12} T^2 \quad (1/K) \quad (4.8)$$

Isı iletim katsayısı:

$$k(T) = 1.71 + 0.21 \cdot 10^{-3} T + 0.116 \cdot 10^{-6} T^2 \quad (W/mK) \quad (4.9)$$

Yoğunluk:

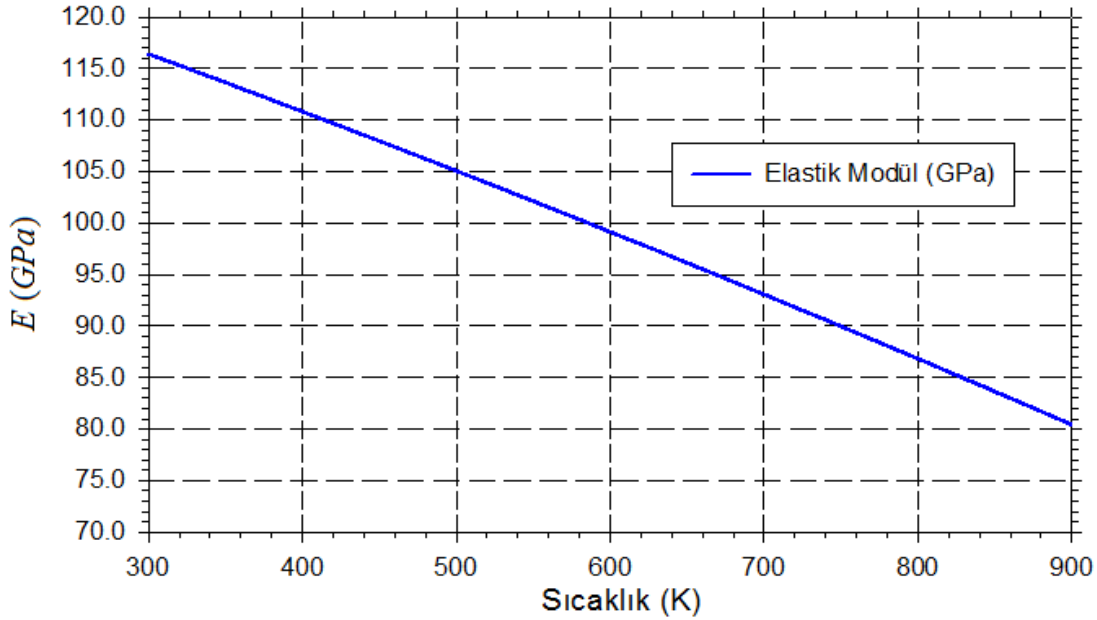
$$\rho(T) = 3657.0 / \{1.0 + \alpha(T - 300)\}^3 \quad (kg/m^3) \quad (4.10)$$

Özgül ısı:

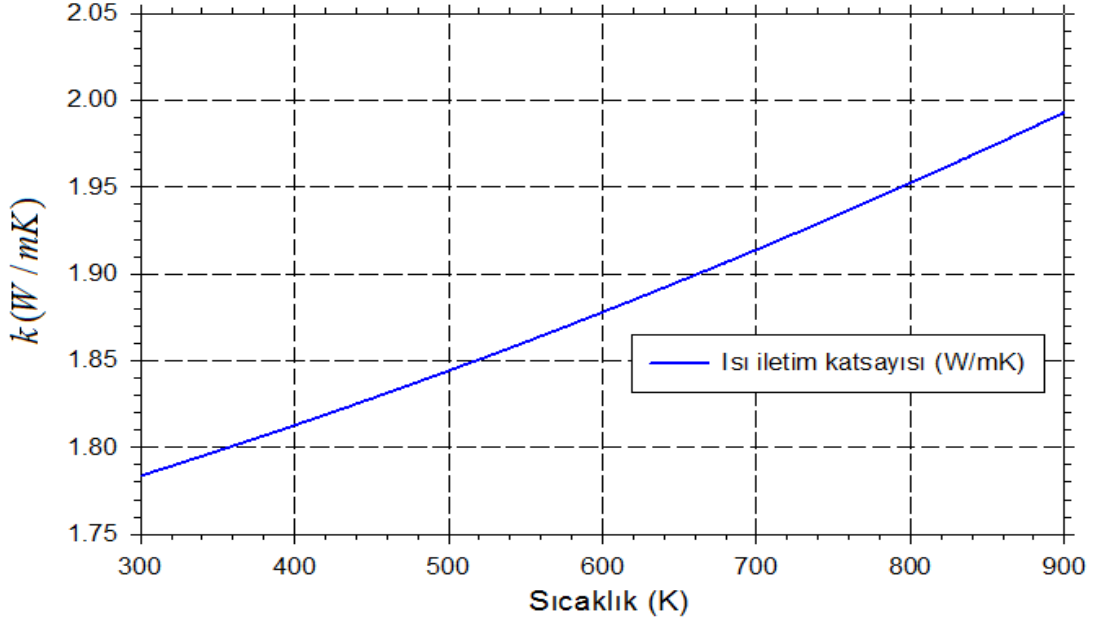
$$C(T) = 2.74 \cdot 10^2 + 7.95 \cdot 10^{-1} T - 6.19 \cdot 10^{-4} T^2 + 1.71 \cdot 10^{-7} T^3 \quad (J/kgK) \quad (4.11)$$

Poisson oranı:

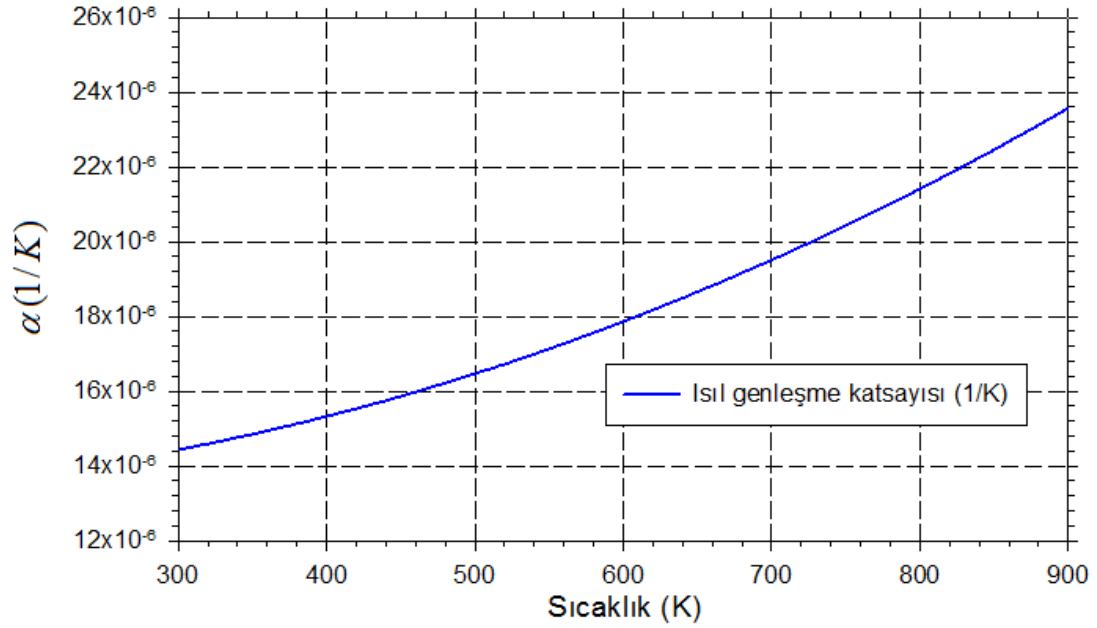
$$\nu(T) = 0.333 \quad (4.12)$$



Şekil 4.6 Zirkonyum (ZrO₂) Elastik modül (GPa) - Sıcaklık (K) grafiği



Şekil 4.7 Zirkonyum (ZrO₂) Isı iletim katsayısı (W/mK) - Sıcaklık (K) grafiği



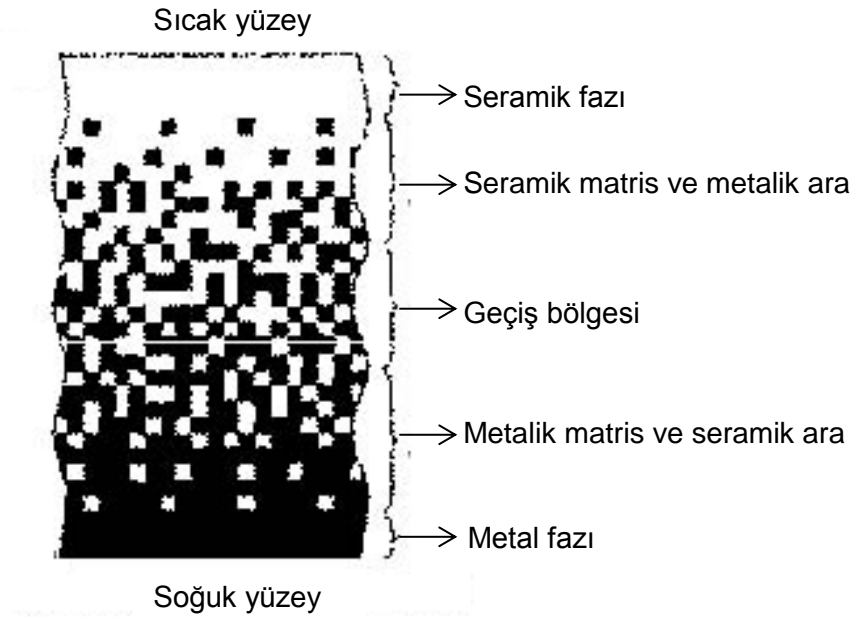
Şekil 4.8 Zirkonyum (ZrO₂) Isıl genleşme katsayısı (1/K) - Sıcaklık (K) grafiği

ZrO₂ seramik malzeme için sıcaklık arttıkça malzeme elastik modülü azalmakta, ısı iletim katsayısı ve ısıl genleşme katsayısı ise artmaktadır. Kararlı rejim analizlerinde sürtünme kaynaklı konveksiyon terimi ihmal edildiğinden dolayı yoğunluk ve özgül ısı parametreleri analizleri etkilemeyecektir.

4.3. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme (FGM)

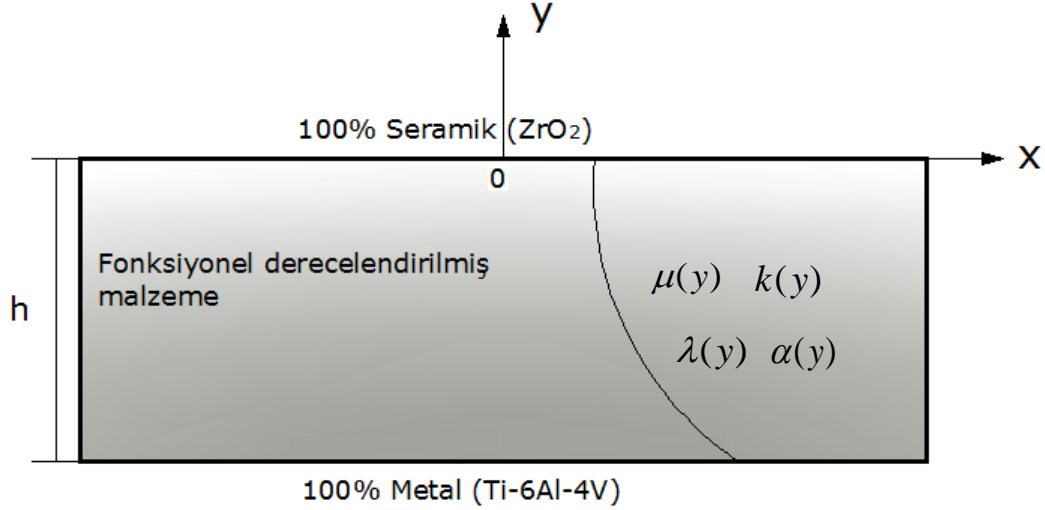
Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler birden çok malzemenin bir hacim içerisinde malzeme fazlarının hacim içerisinde sürekli değişmesi nedeniyle malzeme yapısının ve davranışlarının değiştirildiği özel amaçlar için kullanılan bir malzeme tipidir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme konsepti ilk olarak 1984 yılında Japonya'da bir uzay aracı projesinde ortaya çıkmıştır. Bu projede fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kullanılmasıdaki amaç malzemenin dış katmanının 2000 K' e varan sıcaklıklara karşı termal bariyer oluşturabilmesini ve 10mm'lik bir kesitte 1000 K sıcaklık değişimini karşılayabilmektir. (Ruys A. and Sun D., 2002) Günümüzde fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme konsepti Almanya başta olmak üzere Avrupa' danda popülerlik kazanmıştır. Bu malzemeler toz metalürji ve döküm ana başlıkları altında birçok farklı üretim yöntemi ile imal edilebilmektedirler.

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin birçok uygulama alanı vardır. Bu uygulama alanları genellikle termal değişimlerin yüksek olduğu havacılık, uçak ve uzay sanayii, ve elektronik devre endüstrisidir. Termal değişimlerin çok yüksek olduğu bu alanlarda kullanılacak malzemelerin bu yüksek termal değişimler ile başa çıkabilmesi için derecelendirilmiş malzeme seramik ve metal fazlardan oluşturulur.



Şekil 4.9 Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme şematik görüntüsü (malzeme özellikleri değişimi sürekli tiptedir.) (NASA, 2000)

NOT: Bu tez kapsamında fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme yalnızca sıcaklıktan bağımsız özellikler kullanılarak analiz edilecek, elde edilen sonuçlar literatürde yapılan diğer çalışma sonuçları ile karşılaştırılacaktır.



Şekil 4.10 Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedeki termoelastik özelliklerin dağılımı

Yukarıdaki şekilden de görülebileceği gibi malzeme özellikleri y eksenine doğrultusunda değişmektedir. "h" kalınlığında derecelendirilmiş bir katmanın $y = 0$ yüzeyi tamamen seramik fazından, $y = -h$ yüzeyi ise tamamen metal fazından oluşmaktadır. "h" kalınlığı boyunca malzeme özellikleri fonksiyonel biçimde değişmekte ve bu fonksiyonel değişim (Ke et al., 2011) kaynağında aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir.

$$\mu(y) = \mu_1 \cdot e^{\beta_1 \cdot y} \quad , \quad \beta_1 = -\ln(\mu_2 / \mu_1) / h \quad (4.13)$$

$$k(y) = k_1 \cdot e^{\beta_2 \cdot y} \quad , \quad \beta_2 = -\ln(k_2 / k_1) / h \quad (4.14)$$

$$\alpha(y) = \alpha_1 \cdot e^{\beta_3 \cdot y} \quad , \quad \beta_3 = -\ln(\alpha_2 / \alpha_1) / h \quad (4.15)$$

$$\lambda(y) = \lambda_1 \cdot e^{\beta_4 \cdot y} \quad , \quad \beta_4 = -\ln(\lambda_2 / \lambda_1) / h \quad (4.16)$$

μ : Kayma modülü (GPa)

k : Isı iletim katsayısı (W/mK)

α : Isıl genişleme katsayısı (1/K)

λ : Isıl yayılım (m^2 / s)

Malzeme özellikleri içerisinde 1 ve 2 ile ifade edilen indisler sırasıyla derecelendirilmiş malzeme yüzeyi olan seramik ve metal fazlarını simgelemektedir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme, problemin çözümünde metal malzeme üzerine kaplama şeklinde modellenecek ve sonuçlar literatürde yapılan diğer sonuçlar ile karşılaştırılacaktır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeyi oluşturan metal ve seramik malzemeler için Çizelge 4.1 ve Çizelge 4.2 özellikleri kullanılmıştır.

5. ANALİZLER VE SONUÇLAR

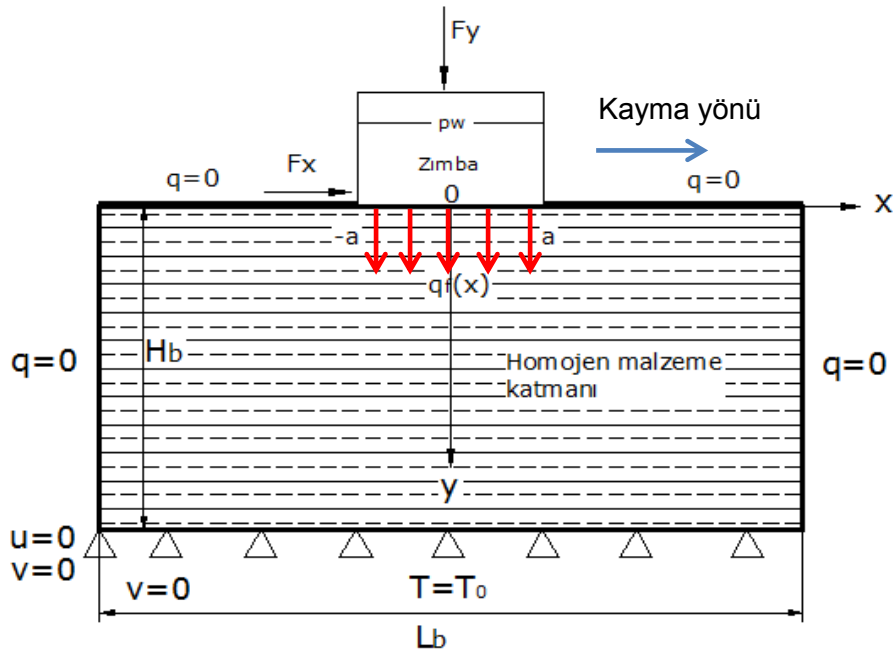
5.1. Homojen Metal Malzeme Katmanı İçin Analiz Sonuçlarının Karşılaştırılması

Analiz sonuçlarında önemli etkileri olan parametreler kayma hızı, kayma hızını doğrudan ilgilendiren Pe “Peclet” sayısı ve temas alanındaki sürtünme katsayısıdır.(Hills and Barber, 1985), (Ke et al.,2011) Ancak bu tezde sürtünme kaynaklı konveksiyon terimi ihmal edildiğinden dolayı Pe sayısı analizlerde etkisiz olacak, değişen kayma hızları ve sürtünme katsayılarına bağlı olarak temas yüzeyinde oluşan gerilme ve sıcaklıklar incelenecektir.

V : Zimba kayma hızı

a, b : Zimba ucu pozisyonu

Düz zimba için a ve b uzunlukları $b = a$ şeklindedir. Dolayısıyla aşağıdaki şekilde başlangıç noktası olarak tanımlanan 0 noktasının her iki tarafında a olarak gösterilmiştir. Oluşturulan sonlu elemanlar geometrik modeli ve sınır koşulları aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



Şekil 5.1 İki boyutlu homojen metal malzeme geometrik modeli ve sınır koşulları

H_b : Malzeme katmanı yüksekliği

p_w : Zimba genişliği

L_b : Malzeme katmanı uzunluğu

$P = F_y$

Bölüm 2.2 de belirlenen sınır şartları oluşturulan sonlu eleman temas modeline uygulanarak çözümler yapılmış, homojen metal malzeme için sonuçlar irdelenerek (Hills and Barber,1985) sonuçları ile karşılaştırılmıştır. (Hills and Barber,1985) yaptıkları çözüm için malzeme özelliklerine bağlı boyutsuz β ve J parametreleri tanımlamışlardır.

$$\beta = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \quad (5.1)$$

$$J = \frac{2.\alpha.\mu.(1+\nu)}{\rho.Cp.(1-\nu)} \quad (5.2)$$

(Hills and Barber,1985) birçok metal için $\beta = 0.25$ olacağını öngörmüş ve $J = 1.0$ için çözüm yapmışlardır. Aşağıdaki grafiklerde sonlu elemanlar ile yapılan mevcut çözüm ile (Hills and Barber,1985) ve (Ke et al., 2011) sonuçları karşılaştırılmıştır.

Boyutsuz kayma hızı (Choi and Paulino, 2008) ve (Ke et al., 2011) kaynağında aşağıdaki formül ile ifade edilmekte zımbanın kayma hızına bağlı olarak boyutsuz kayma hızı da değişmektedir.

$$V_0 = \frac{\mu.(1+\nu).\alpha.f.a}{4k.(1-\nu)}.V \quad (5.3)$$

μ : Kayma modülü

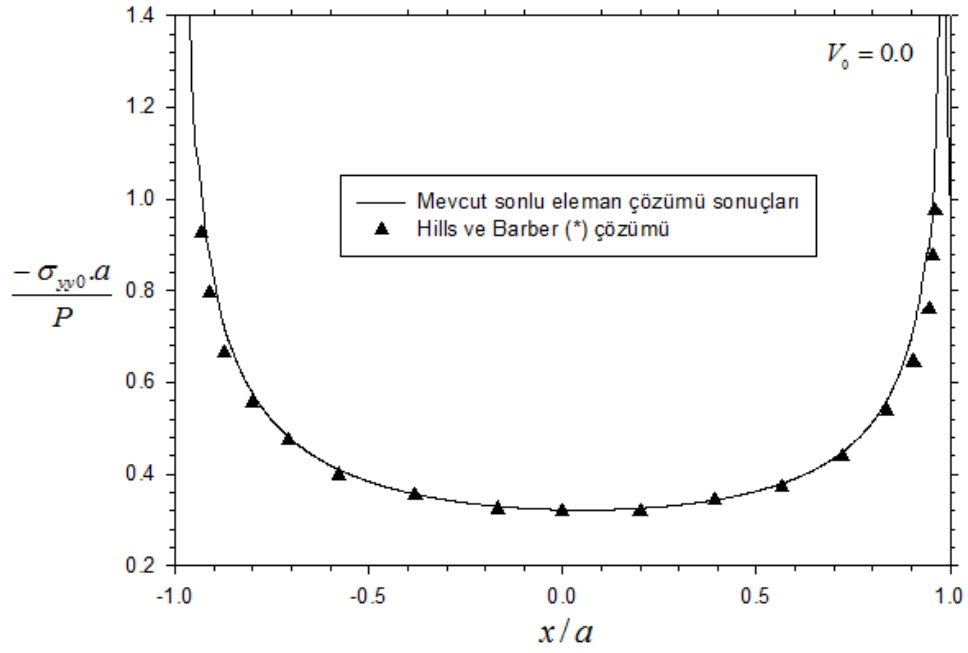
α : Termal genleşme katsayısı

f : Sürtünme katsayısı

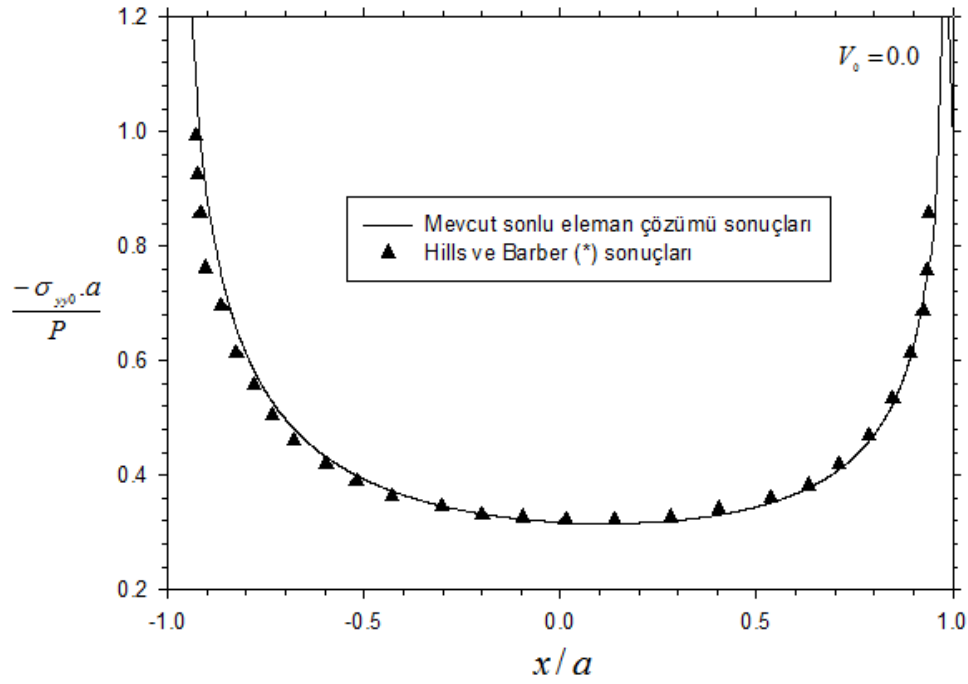
k : Isıl iletim katsayısı

ν : Poisson oranı

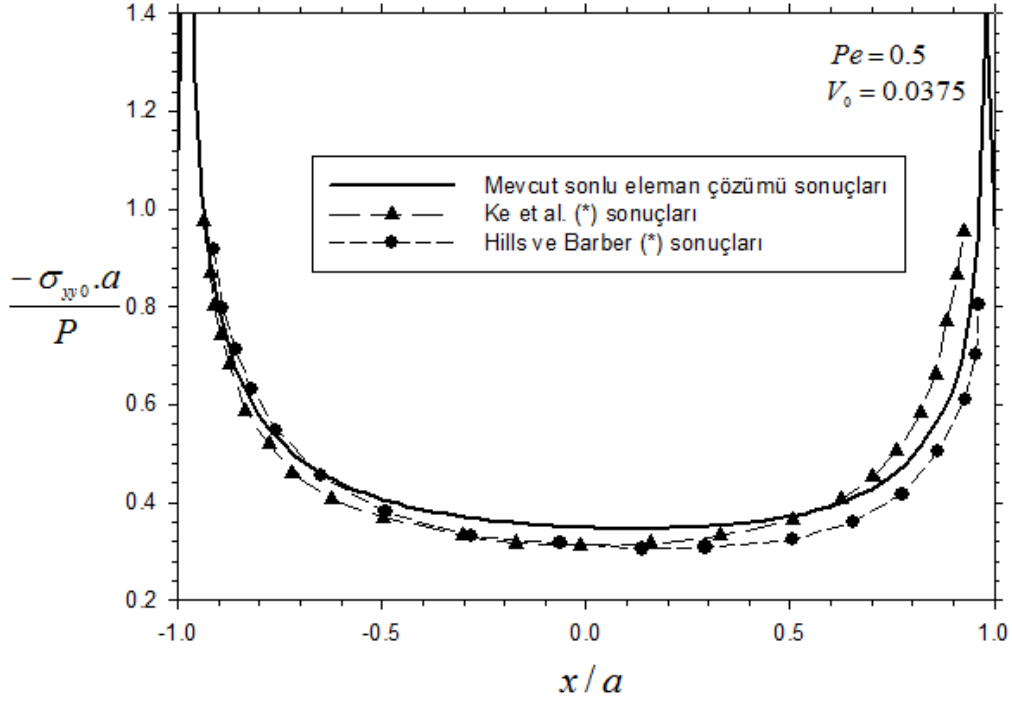
Şekil 5.2 ve Şekil 5.3'de verilen grafikler, malzeme katmanı üzerinde zimba hareketsiz durumda iken zimba altındaki y yönündeki gerilme dağılımını göstermektedir. Sonlu elemanlar analizi vasıtası ile elde edilen sonuçlar, literatürde yapılan diğer çözüm sonuçları ile karşılaştırılmış, ve elde edilen sonuçlar ile Hills ve Barber (1985) sonuçlarının birbirine çok yakın sonuçlar verdiği gözlenmiştir.



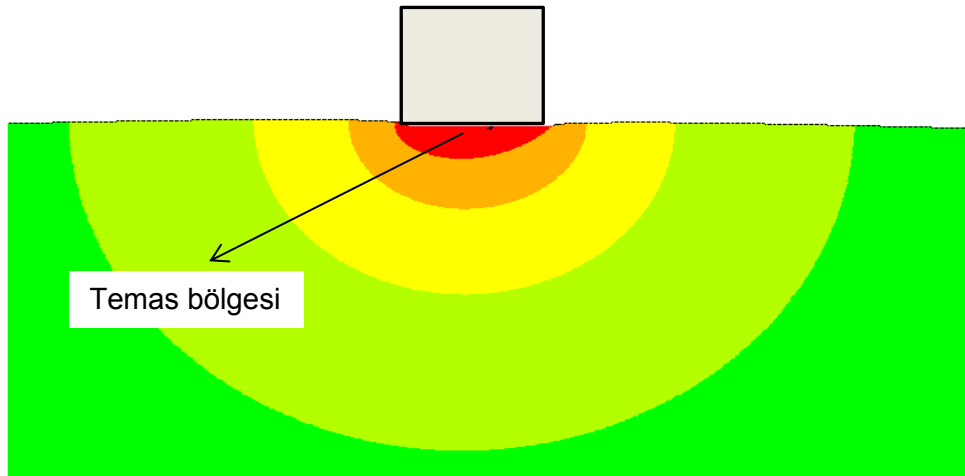
Şekil 5.2 Homojen bir metal malzeme katmanı için mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Hills and Barber,1985) çözümü sonuçlarının karşılaştırılması
 $V_0 = 0.0, f = 0.3, \beta = 0.25, J = 1.0$



Şekil 5.3 Homojen bir metal malzeme katmanı için mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Hills and Barber,1985) çözümü sonuçlarının karşılaştırılması
 $V_0 = 0.0, f = 0.6, \beta = 0.25, J = 1.0$

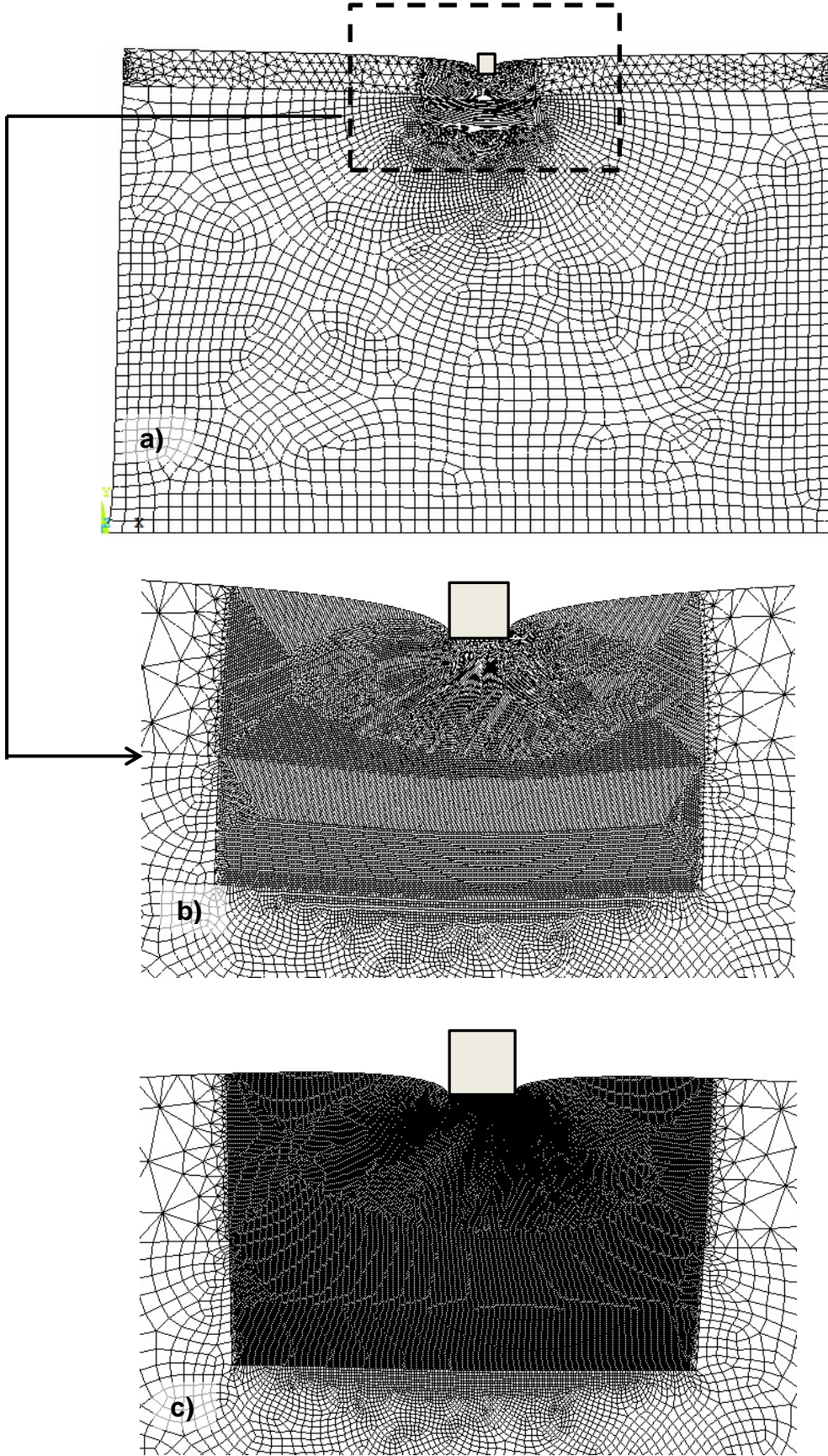


Şekil 5.4 Homojen bir metal malzeme katmanı için mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Hills and Barber,1985) ve * (Ke et al., 2011) çözümü sonuçlarının karşılaştırılması $Pe = 0.5$, $f = 0.3$, $\beta = 0.25$, $J = 1.0$

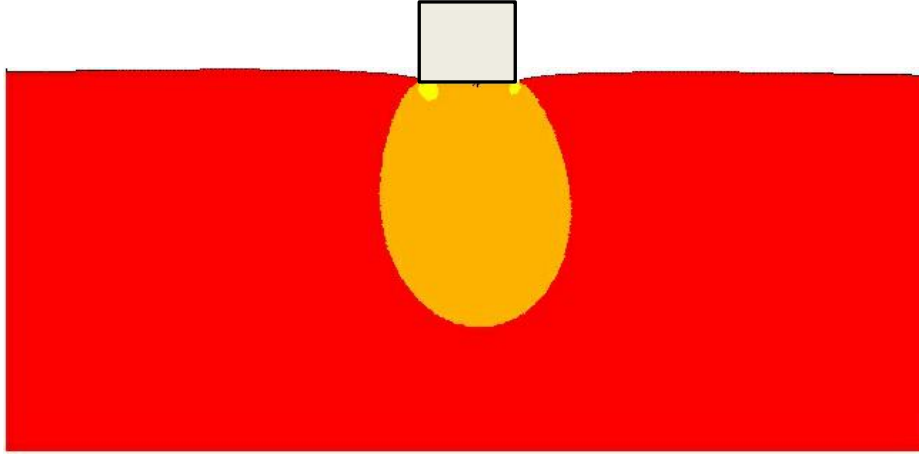


Şekil 5.5 Homojen metal malzeme katmanında temas bölgesindeki sıcaklık dağılımı $Pe = 0.5$, $f = 0.3$, $\beta = 0.25$, $J = 1.0$

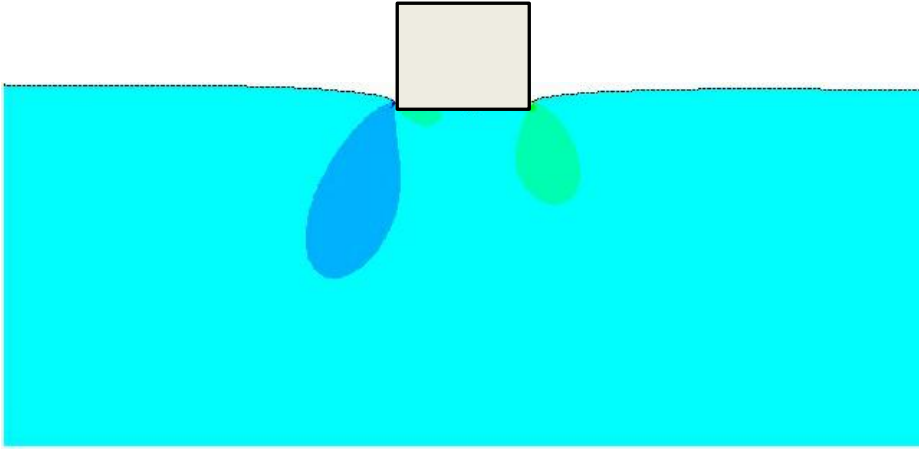
Şekil 5.4' de gösterilen grafikte homojen metal malzeme katmanında belirli bir kayma hızında zımba altında kalan gerilme dağılımı bulunmuş ve literatürde elde edilen diğer sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Kayma hızının artması ile mevcut çözüm sonucu ile Hills ve Barber (1985) ve Ke et. al.(2011) sonuçları arasındaki farkın bir miktar arttığı gözlenmiş, bunun sebebinin ise araştırmacıların bulduğu sonuçlarda sürtünme kaynaklı konveksiyon terimini dikkate almalarıdır.



Şekil 5.6 Homojen metal katman modeli için a) sonlu elemanlar ağının deforme olmuş şekli b) sonlu elemanlar ağının yakın plan görüntüsü $V_0 = 0.0$ $f = 0.3$
c) sonlu elemanlar ağının yakın plan görüntüsü $V_0 = 0.0375$ $f = 0.3$

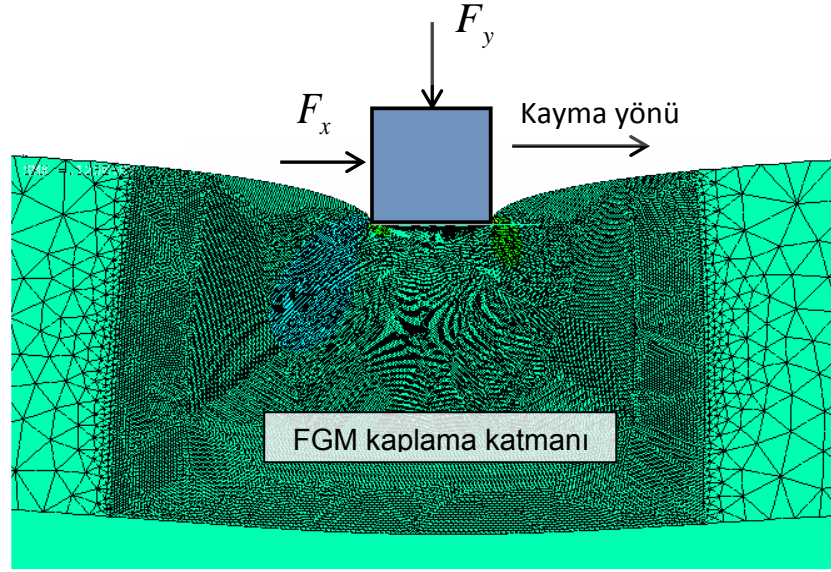


Şekil 5.7 Homojen metal malzeme katmanında temas bölgesindeki y yönlü gerilme dağılımı $V_0 = 0.0375$, $f = 0.3$, $\beta = 0.25$, $J = 1.0$



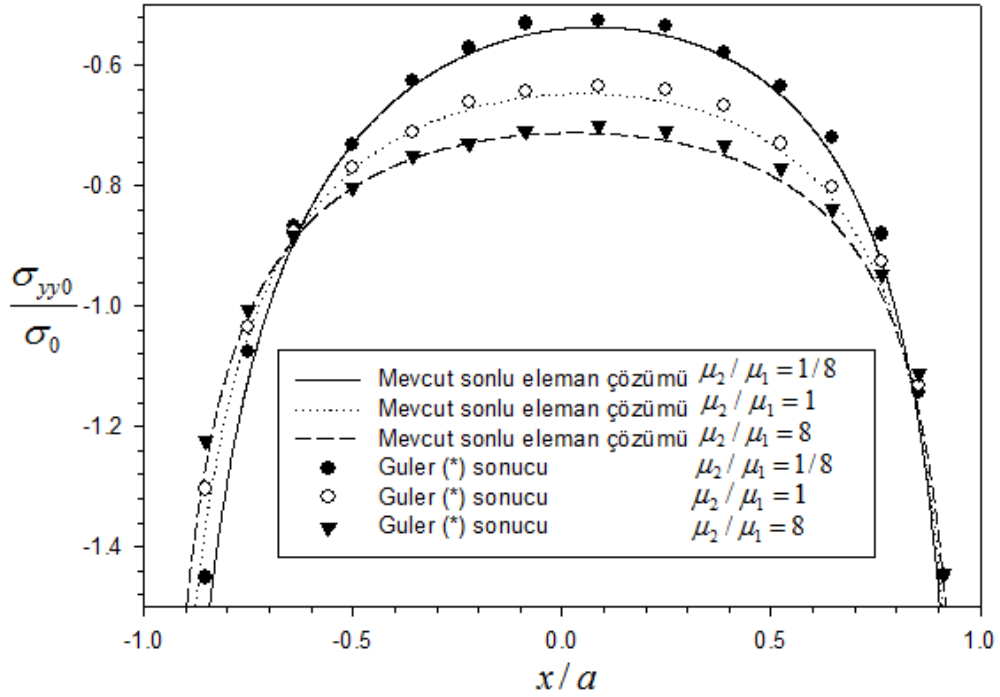
Şekil 5.8 Homojen metal malzeme katmanında temas bölgesindeki kayma gerilmesi dağılımı $V_0 = 0.0375$, $f = 0.3$, $\beta = 0.25$, $J = 1.0$

Temas bölgesindeki sıcaklık dağılımı Şekil 5.5'de gösterilen eliptik bir dağılıma sahiptir. Sonlu elemanlar ağının deforme olmuş şekli Şekil 5.6'da gösterilmiş, zımba durmakta iken temas yüzeyinde batma şeklinde bir deformasyon meydana gelmiştir. (Şekil 5.6a ve Şekil 5.6b) Ayrıca, zımba malzeme katmanı üzerinde belirli bir hızda kayarken, sonlu elemanlar ağının deforme olmuş şekli Şekil 5.6c'de gösterilmiş, temas yüzeyindeki malzeme içerisine doğru olan batma değerinin azaldığı gözlenmiştir. Bunun nedeni, temas yüzeyinde sürtünme nedeniyle oluşan ısı sebebiyle temas yüzeyinde dışarıya doğru termal deformasyonların oluşmasıdır. Şekil 5.7 ve Şekil 5.8'de zımbanın belirli bir kayma hızında malzeme katmanı üzerinde oluşan normal y gerilmesi ve kayma gerilmesi dağılımları gösterilmiştir.

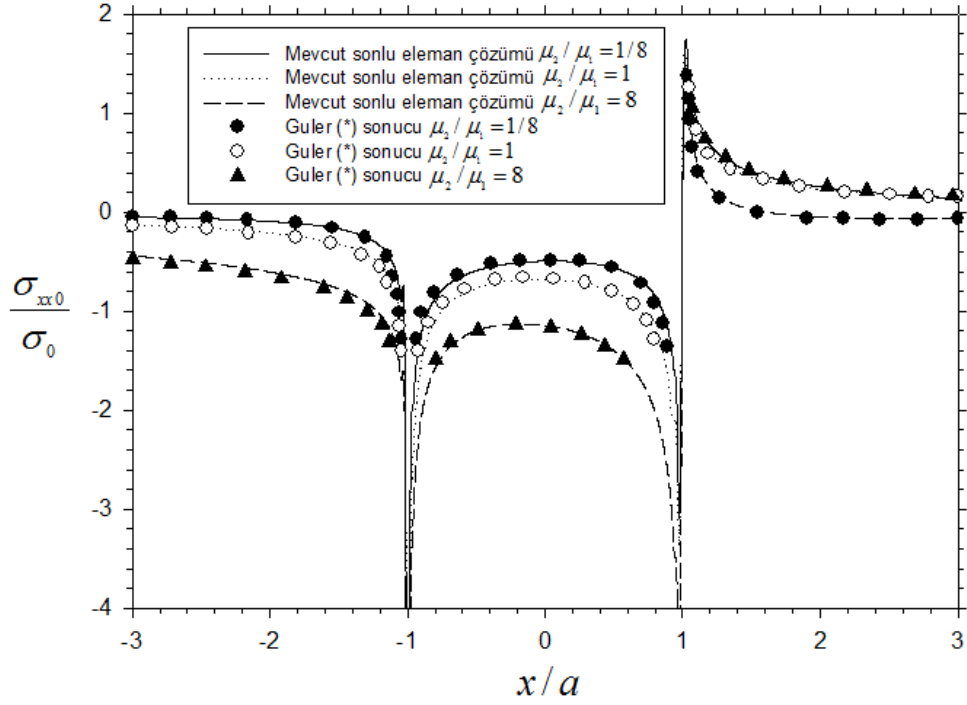


Şekil 5.10 Sonlu elemanlar ağının düz zımba basma bölgesinde deforme olmuş şekli

Zımbanın hareketsiz olduğu durumda derecelendirilmiş malzemeyi oluşturan malzemelerin değişen kayma modülü oranları için (Guler, 2001) ve mevcut sonlu elemanlar çözümü karşılaştırılmış, aşağıdaki grafik elde edilmiştir. Şekil 5.11 ve Şekil 5.12 için zımba kayma yönü Şekil 5.9' da gösterilen yönün tersi yöndedir.

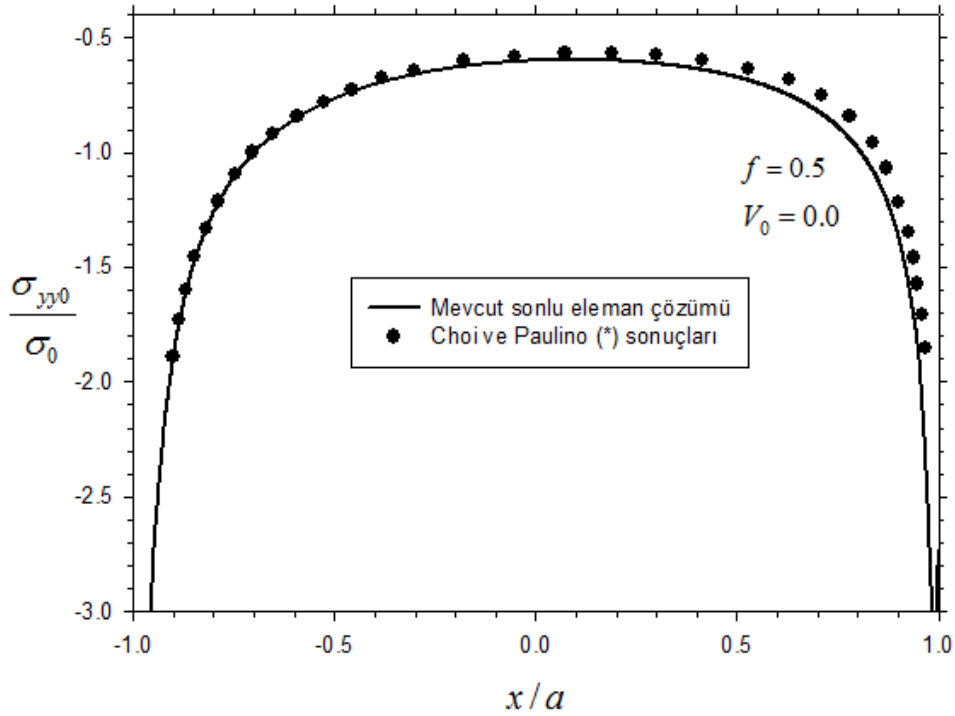


Şekil 5.11 Mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Guler, 2001) y yönlü gerilme sonuçlarının karşılaştırılması $a/h_c = 0.1$ $V_0 = 0.0$ $f = 0.3$

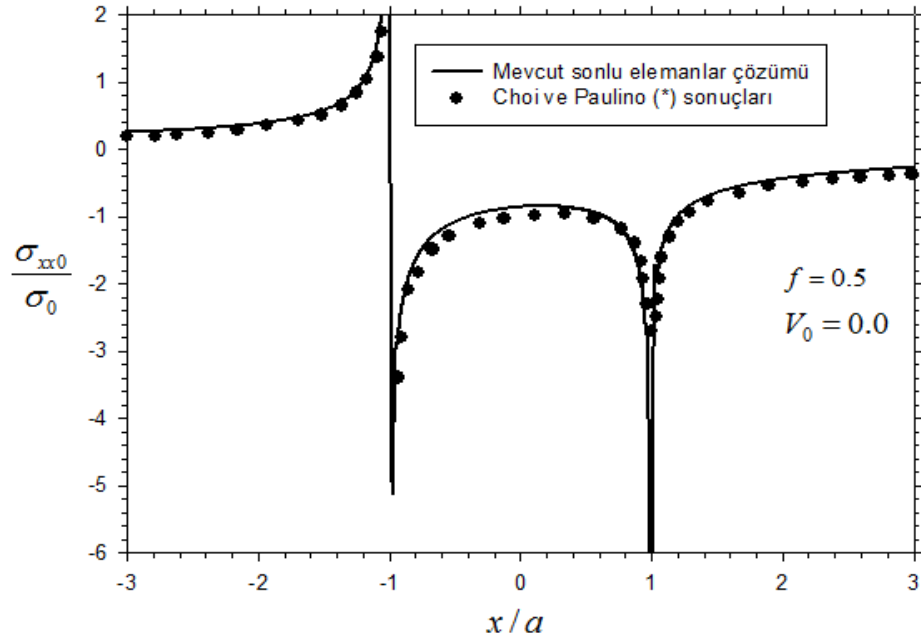


Şekil 5.12 Mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Guler, 2001) x yönlü gerilme sonuçlarının karşılaştırılması $a/h_c = 0.1$ $V_0 = 0.0$ $f = 0.3$

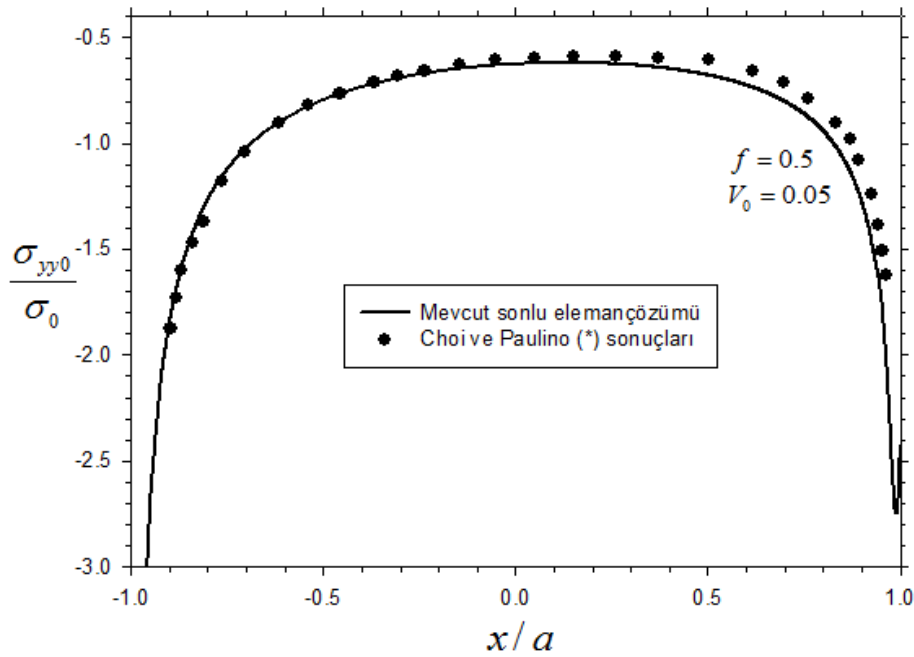
Aşağıdaki grafiklerde farklı boyutsuz kayma hızları için elde edilen sonlu elemanlar çözümü sonuçları ile (Choi and Paulino, 2008) sonuçları karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.13 Mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Choi and Paulino, 2008) y yönlü normal gerilme sonuçlarının karşılaştırılması $a/h_c = 0.2$ $V_0 = 0.0$ $f = 0.5$

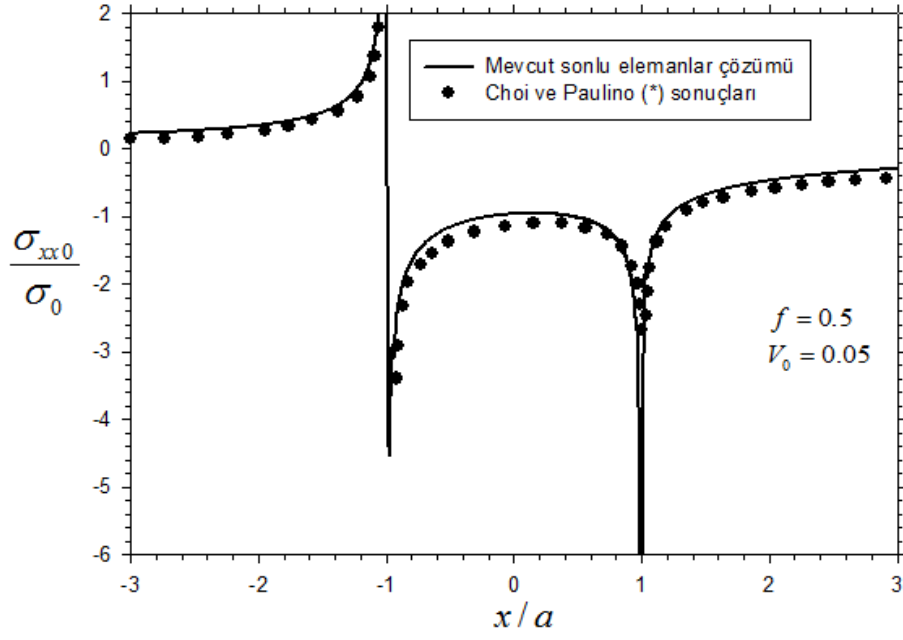


Şekil 5.14 Mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Choi and Paulino, 2008) x yönlü normal gerilme sonuçlarının karşılaştırılması $a/h_c = 0.2$ $V_0 = 0.0$ $f = 0.5$

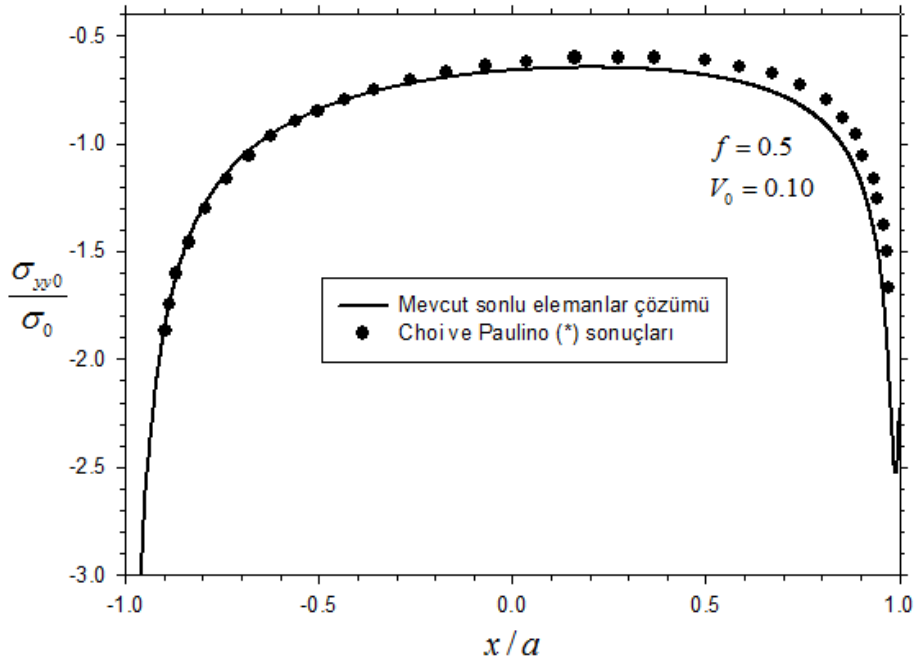


Şekil 5.15 Mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Choi and Paulino, 2008) y yönlü normal gerilme sonuçlarının karşılaştırılması $a/h_c = 0.2$ $V_0 = 0.05$ $f = 0.5$

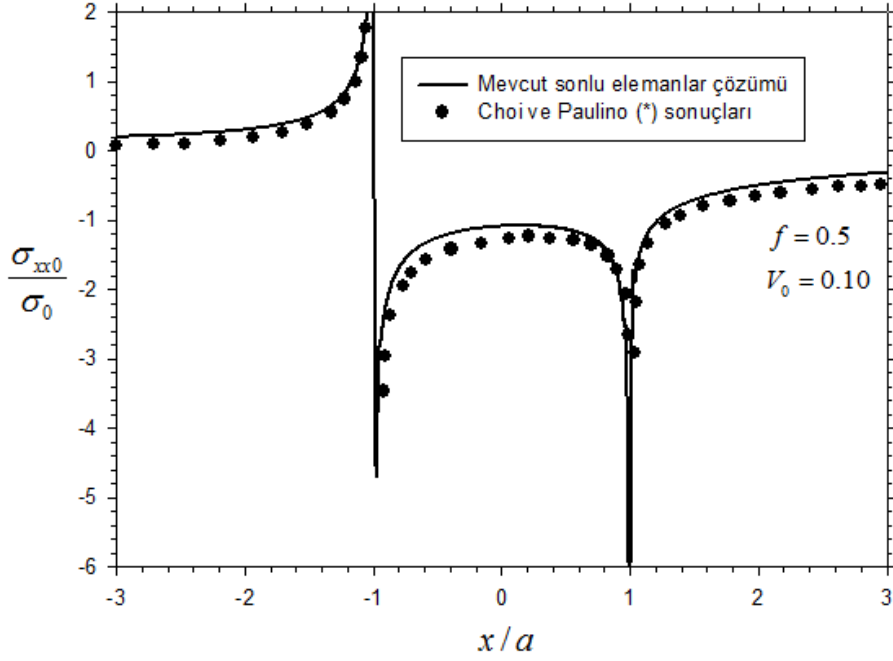
Şekil 5.13 - Şekil 5.18 ile gösterilen grafiklerde yapılan çözümler sonucunda elde edilen x ve y yönlü temas gerilmeleri ile literatürde yapılan bir diğer çözüm olan Choi and Paulino (2008) sonuçları ile karşılaştırılmış, çözümlerin iyi bir uyum gösterdiği gözlenmiştir.



Şekil 5.16 Mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Choi and Paulino, 2008) x yönlü normal gerilme sonuçlarının karşılaştırılması $a/h_c = 0.2$ $V_0 = 0.05$ $f = 0.5$



Şekil 5.17 Mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Choi and Paulino, 2008) y yönlü normal gerilme sonuçlarının karşılaştırılması $a/h_c = 0.2$ $V_0 = 0.10$ $f = 0.5$



Şekil 5.18 Mevcut sonlu elemanlar çözümü ile * (Choi and Paulino, 2008) x yönlü normal gerilme sonuçlarının karşılaştırılması $a/h_c = 0.2$ $V_0 = 0.10$ $f = 0.5$

5.3. Homojen Metal Malzeme Katmanı (Ti-6Al-4V) ve Rijit Düz Zimba İçin Analiz Sonuçları ve Hata Analizleri

Bu bölümde Şekil 5.1'de gösterilen homojen metal katman temas modeli esas alınacaktır. Analizlerde kullanılan Ti-6Al-4V alaşımı için sıcaklıktan bağımsız ve sıcaklık bağımlı özellikler kullanılarak sonuçlar karşılaştırılacak ve hata analizleri yapılacaktır. Sıcaklıktan bağımsız özelliklere sahip Ti-6Al-4V malzeme için (Hills and Barber, 1985) tarafından tanımlanan boyutsuz parametreler aşağıdaki gibidir.

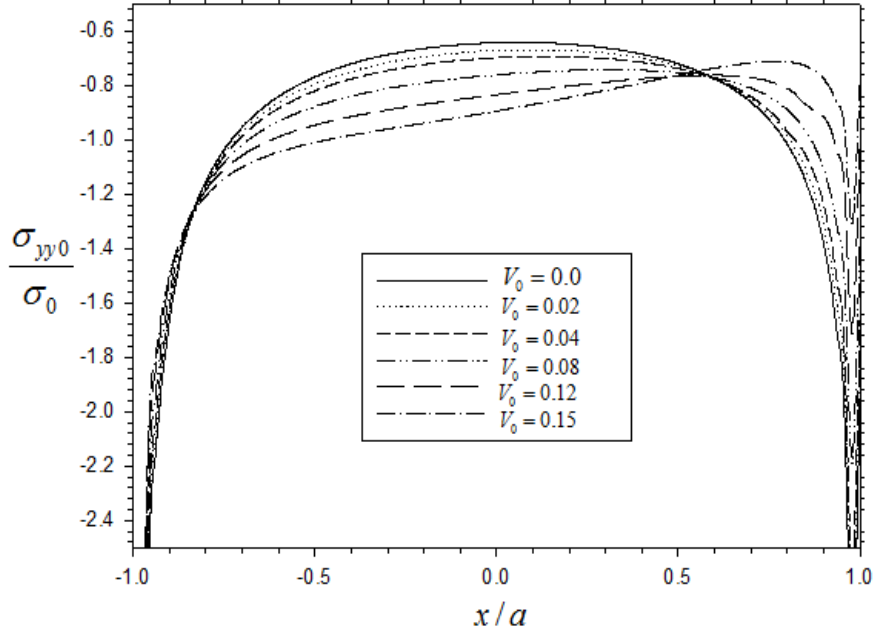
$$\beta = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} = 0.24684$$

$$J = \frac{2\alpha\mu(1+\nu)}{\rho Cp(1-\nu)} = 1.42815$$

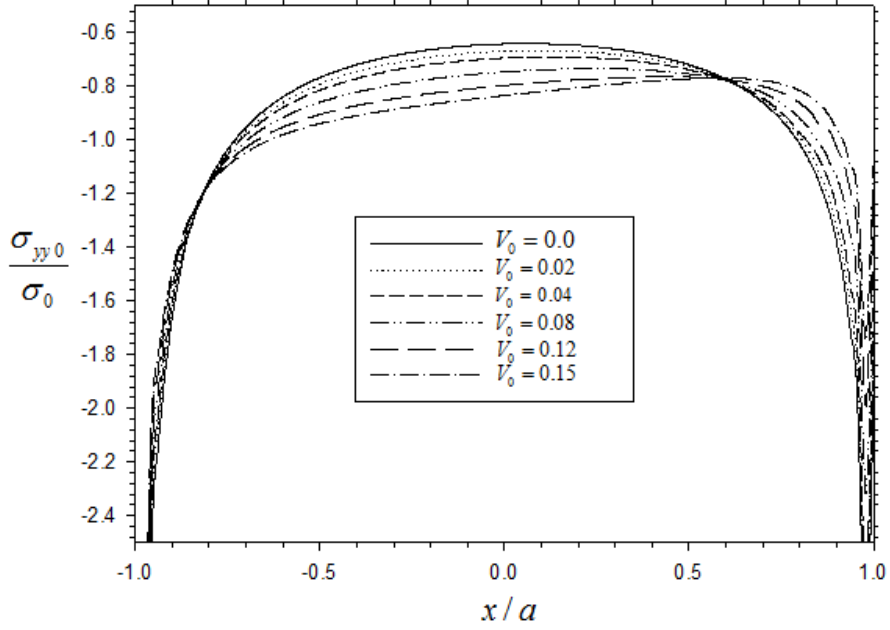
$$P = F_y$$

5.3.1. Zimba kayma hızının sonuçlar üzerindeki etkisinin araştırılması

Malzeme üzerinde değişen kayma hızlarına sahip zimba için temas yüzeyinde gerilme ve sıcaklık dağılımları hesaplanmış, sonuçlar sıcaklıktan bağımsız ve sıcaklığa bağlı malzeme özellikleri kullanılarak elde edilmiş, bu iki farklı sonuç arasında hata analizi yapılmıştır. Boyutsuz kayma hızı denklem (5.3) ile ifade edilmekte, boyutsuz kayma hızının değişimine bağlı sonuçlar elde edilmiştir.



Şekil 5.19 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak y yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklıktan bağımsız özellikler kullanılmıştır.) $f = 0.3$ $\sigma_0 = P/2a$



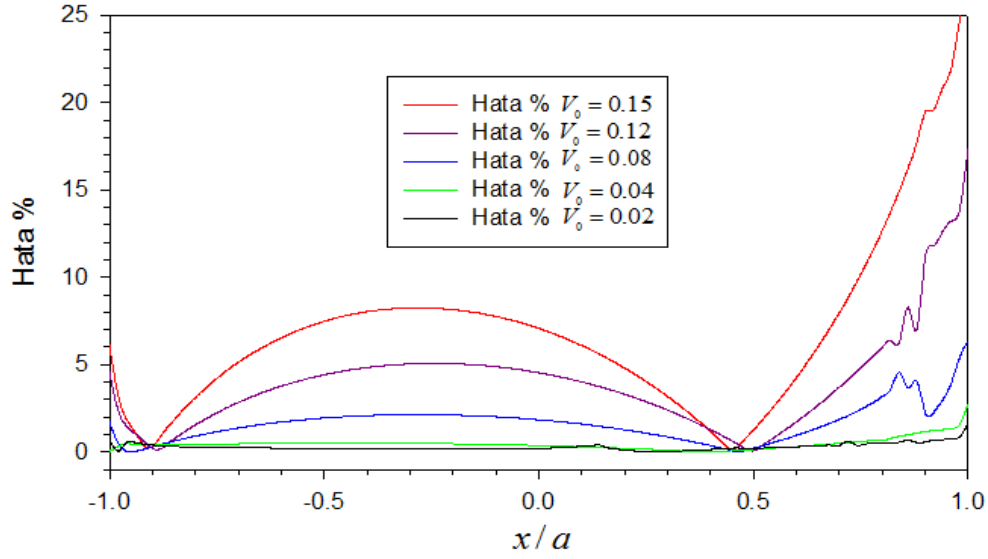
Şekil 5.20 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak y yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır.) $f = 0.3$ $\sigma_0 = P/2a$

Aşağıdaki çizelgede değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı sıcaklık bağımlı ve sıcaklıktan bağımsız özelliklerin kullanılması ile elde edilen y yönündeki normal gerilmeler için hata analizi sonuçları gösterilmiştir. ("C" indisi sıcaklıktan bağımsız özellik sonucunu, "D" indisi sıcaklık bağımlı özellik sonucunu göstermektedir.)

Çizelge 5.1 Değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak temas yüzeyindeki y yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V katman)

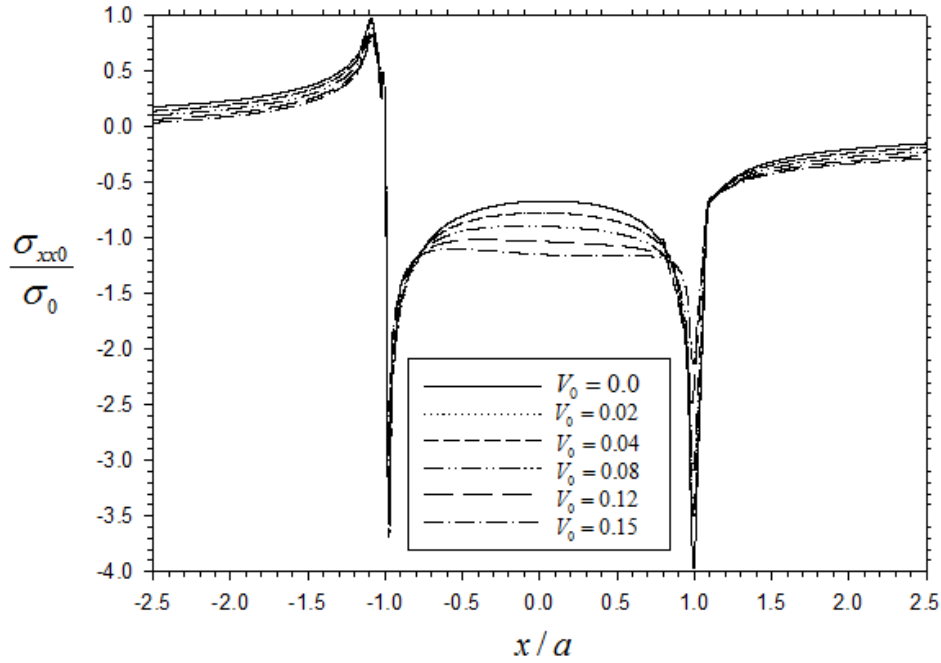
Hiz x/a	$V_0 = 0.15$			$V_0 = 0.12$			$V_0 = 0.08$			$V_0 = 0.04$		
	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %
-1.0	-2.696	-2.873	6.153	-2.865	-3.002	4.557	-3.136	-3.191	1.724	-3.400	-3.401	0.029
-0.9	-1.493	-1.489	0.306	-1.513	-1.516	0.203	-1.562	-1.557	0.306	-1.609	-1.603	0.403
-0.8	-1.205	-1.169	3.134	-1.183	-1.165	1.557	-1.173	-1.163	0.920	-1.166	-1.161	0.437
-0.7	-1.099	-1.046	5.133	-1.057	-1.028	2.842	-1.018	-1.004	1.383	-0.985	-0.980	0.477
-0.6	-1.045	-0.981	6.540	-0.989	-0.953	3.776	-0.932	-0.916	1.722	-0.884	-0.880	0.507
-0.5	-1.01	-0.939	7.482	-0.945	-0.905	4.425	-0.877	-0.860	1.952	-0.820	-0.816	0.522
-0.4	-0.983	-0.910	8.034	-0.914	-0.872	4.839	-0.839	-0.822	2.092	-0.776	-0.772	0.523
-0.3	-0.960	-0.887	8.246	-0.890	-0.847	5.042	-0.811	-0.794	2.143	-0.745	-0.741	0.510
-0.2	-0.939	-0.868	8.150	-0.869	-0.827	5.054	-0.790	-0.774	2.120	-0.723	-0.719	0.478
-0.1	-0.917	-0.851	7.756	-0.851	-0.811	4.884	-0.773	-0.758	2.023	-0.708	-0.704	0.437
0.0	-0.894	-0.835	7.074	-0.834	-0.798	4.539	-0.761	-0.747	1.850	-0.698	-0.695	0.377
0.1	-0.870	-0.820	6.100	-0.818	-0.786	4.015	-0.751	-0.739	1.604	-0.694	-0.691	0.304
0.2	-0.845	-0.806	4.808	-0.802	-0.777	3.307	-0.745	-0.736	1.281	-0.694	-0.693	0.217
0.3	-0.818	-0.793	3.182	-0.788	-0.769	2.402	-0.742	-0.736	0.872	-0.701	-0.700	0.114
0.4	-0.790	-0.781	1.178	-0.775	-0.765	1.283	-0.744	-0.742	0.378	-0.714	-0.715	0.008
0.5	-0.763	-0.772	1.269	-0.766	-0.766	0.081	-0.753	-0.754	0.228	-0.738	-0.739	0.154
0.6	-0.737	-0.769	4.264	-0.762	-0.775	1.731	-0.772	-0.779	0.955	-0.776	-0.778	0.316
0.7	-0.716	-0.778	7.968	-0.771	-0.800	3.710	-0.809	-0.825	1.865	-0.841	-0.845	0.504
0.8	-0.713	-0.816	12.67	-0.811	-0.863	5.990	-0.889	-0.918	3.175	-0.969	-0.975	0.660
0.9	-0.774	-0.96	19.45	-0.913	-1.027	11.11	-1.106	-1.131	2.244	-1.234	-1.249	1.176
1.0	-0.797	-1.091	26.9	-1.031	-1.248	17.41	-1.375	-1.469	6.403	-1.663	-1.710	2.779

Çizelge 5.1’de farklı kayma hızlarında zımba altındaki bölge için y yönündeki normal gerilmeler, sıcaklıktan bağımsız özellikler ve sıcaklık bağımlı özellikler kullanılarak elde edilmiştir. Sıcaklığa bağlı malzeme özellikleri kullanımı ile zımba kayma hızı arttıkça genel olarak % hata değerleri artmış ve önemsenecek değerlere ulaşmıştır. Zımba arka ucu ile orta kısmı ilerisine kadar ($x/a= 0.5$) olan bölgede % hatalar eğrisel bir dağılım göstermiş, bu bölge içerisindeki en fazla hatalar $x/a= -0.25$ bölgesinde görülmüştür. Zımba ön ucu ile ortası arasındaki bölgede ise % hatanın zımba ucuna doğru arttığı görülmüş, yüksek kayma hızlarında % hata değeri 20% seviyelerine ulaşmıştır. Hatalar bütün kayma hızları için $x/a= 0.5$ pozisyonu için en az seviyeye düşmüştür. Aşağıdaki şekilde % hatanın zımba pozisyonuna göre dağılımı gösterilmiştir. Temas yüzeyi sıcaklık dağılımı grafiklerinde boyutsuz sıcaklık değeri elde etmek için kullanılan T_0 : Oda sıcaklığını simgelemekte değeri ise 300 K’dir.

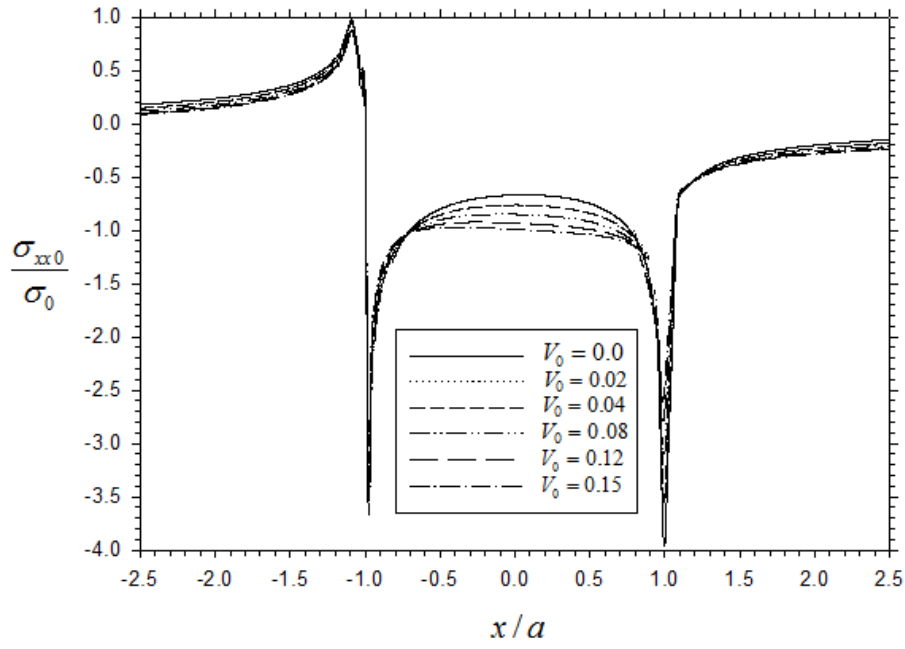


Şekil 5.21 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı y yönlü gerilme için hata dağılımı $f = 0.3$

Şekil 5.19 ve Şekil 5.20 incelendiğinde artan kayma hızına göre sıcaklık bağımlı özellik kullanımı ile elde edilen y yönlü gerilme dağılımlarının birbirine daha yakın davranış gösterdiği gözlenmiştir. Şekil 5.22 ve Şekil 5.23'de x yönlü gerilmelerin değişen kayma hızlarına göre temas bölgesindeki dağılımı gösterilmiştir. Aynı davranış x yönlü normal gerilmeler içinde gözlemlenmektedir.



Şekil 5.22 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak x yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklıktan bağımsız özellikler kullanılmıştır.) $f = 0.3$ $\sigma_0 = P/2a$

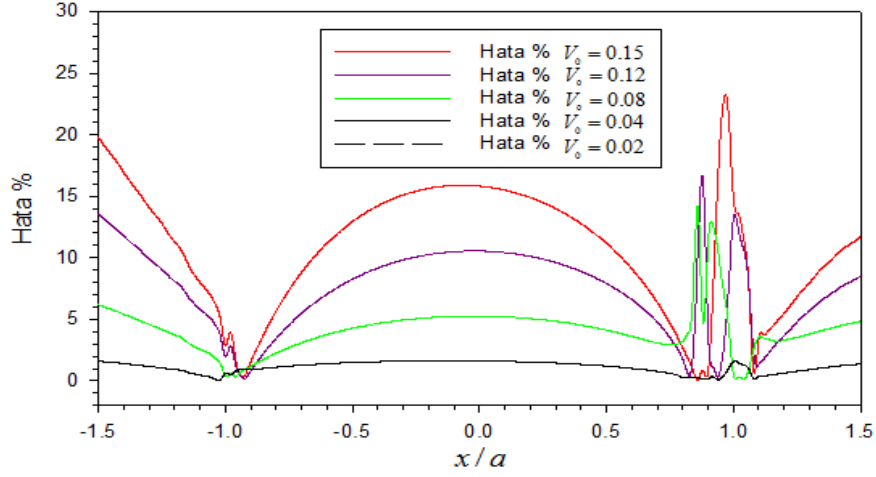


Şekil 5.23 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak x yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $f = 0.3$ $\sigma_0 = P/2a$

Çizelge 5.2 Değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak temas yüzeyindeki x yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V katman)

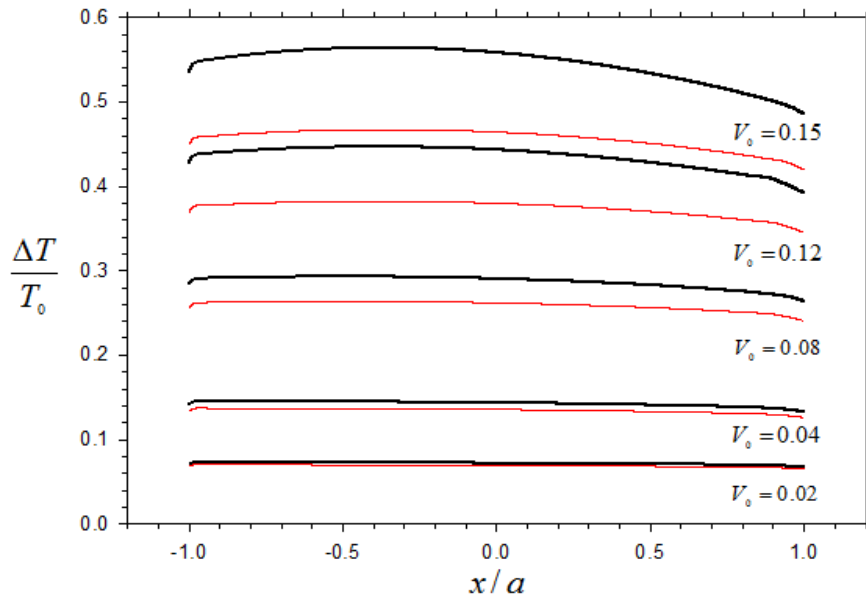
Hiz	$V_0 = 0.15$			$V_0 = 0.12$			$V_0 = 0.08$			$V_0 = 0.04$		
x/a	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %
-2.0	0.094	0.145	35.52	0.121	0.157	22.97	0.160	0.177	9.868	0.198	0.203	2.428
-1.8	0.130	0.183	28.69	0.158	0.195	18.99	0.197	0.215	8.374	0.235	0.240	2.106
-1.6	0.183	0.237	22.54	0.211	0.249	15.26	0.250	0.268	6.893	0.289	0.294	1.767
-1.4	0.268	0.323	16.92	0.296	0.335	11.75	0.336	0.355	5.405	0.376	0.382	1.399
-1.2	0.452	0.509	11.29	0.481	0.524	8.08	0.527	0.547	3.729	0.573	0.578	0.921
-1.0	0.321	0.331	2.87	0.316	0.322	1.95	0.311	0.312	0.404	0.308	0.307	0.607
-0.8	-1.185	-1.121	5.70	-1.178	-1.139	3.46	-1.189	-1.163	2.252	-1.197	-1.184	1.108
-0.6	-1.099	-0.989	11.19	-1.039	-0.970	7.06	-0.979	-0.944	3.753	-0.925	-0.913	1.392
-0.4	-1.107	-0.969	14.23	-1.015	-0.930	9.17	-0.916	-0.875	4.658	-0.829	-0.816	1.559
-0.2	-1.129	-0.976	15.66	-1.019	-0.924	10.26	-0.896	-0.852	5.134	-0.787	-0.775	1.637
0.0	-1.147	-0.991	15.84	-1.030	-0.932	10.55	-0.895	-0.850	5.252	-0.775	-0.763	1.626
0.2	-1.157	-1.007	14.90	-1.043	-0.947	10.11	-0.907	-0.863	5.062	-0.785	-0.773	1.532
0.4	-1.158	-1.027	12.78	-1.059	-0.972	8.89	-0.935	-0.894	4.526	-0.819	-0.808	1.339
0.6	-1.156	-1.060	9.10	-1.086	-1.018	6.60	-0.993	-0.958	3.614	-0.897	-0.888	1.013
0.8	-1.184	-1.153	2.71	-1.155	-1.135	1.75	-1.152	-1.117	3.197	-1.013	-1.010	0.293
1.0	-2.110	-2.479	14.91	-2.336	-2.692	13.24	-3.071	-3.088	0.544	-3.494	-3.550	1.577
1.2	-0.562	-0.533	5.50	-0.553	-0.533	3.67	-0.553	-0.536	3.298	-0.537	-0.534	0.629
1.4	-0.454	-0.412	10.12	-0.436	-0.406	7.30	-0.414	-0.396	4.359	-0.386	-0.382	1.169
1.6	-0.397	-0.351	13.04	-0.375	-0.343	9.48	-0.346	-0.328	5.250	-0.313	-0.309	1.535
1.8	-0.360	-0.312	15.18	-0.336	-0.302	11.07	-0.303	-0.286	5.988	-0.268	-0.264	1.813
2.0	-0.333	-0.285	16.83	-0.307	-0.274	12.29	-0.273	-0.256	6.592	-0.237	-0.232	2.040

Yukarıdaki çizelgede değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı sıcaklık bağımlı ve sıcaklıktan bağımsız özelliklerin kullanılması ile elde edilen x yönündeki normal gerilmeler için hata analizi sonuçları gösterilmiştir.



Şekil 5.24 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı x yönlü gerilme için hata dağılımı $f = 0.3$

x yönlü gerilmeler için de genel olarak zımba kayma hızı arttıkça % hata değerleri artmaktadır. Zımba basma bölgesi içerisinde hatalar eğrisel bir dağılım sergilemekte $x/a=0.0$ pozisyonunda maksimum değere ulaşmaktadır. Zımba ön ucunda hatalarda sıçramalar görülmekte, zımbanın her iki ucu dışında kalan bölge için hatalar giderek artmaktadır.



Şekil 5.25 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı temas yüzeyi sıcaklık dağılımı (kırmızı çizgiler sıcaklık bağımlı özellik sonuçlarını göstermektedir.) $f = 0.3$ $T_0 = 300 K$

Aşağıdaki çizelgede değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı sıcaklık bağımlı ve sıcaklıktan bağımsız özelliklerin kullanılması ile elde edilen temas yüzeyi sıcaklık değişimi için hata analizi sonuçları gösterilmiştir.

Çizelge 5.3 Değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak temas yüzeyindeki sıcaklık değişimi için hata analizi (Ti-6Al-4V katman)

x/a	$V_0 = 0.15$			$V_0 = 0.12$			$V_0 = 0.08$			$V_0 = 0.04$		
	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_D$	Hata %
-1.0	0.5353	0.4497	19.1	0.4277	0.3697	15.7	0.2837	0.2566	10.6	0.1417	0.1341	5.7
-0.8	0.5555	0.4627	20.1	0.4421	0.3797	16.4	0.2918	0.2630	10.9	0.1450	0.1371	5.8
-0.6	0.5614	0.4659	20.5	0.4454	0.3817	16.7	0.2926	0.2636	11.0	0.1448	0.1369	5.8
-0.4	0.5636	0.4671	20.7	0.4466	0.3823	16.8	0.2926	0.2636	11.0	0.1445	0.1366	5.8
-0.2	0.5624	0.4666	20.5	0.4457	0.3817	16.8	0.2918	0.2630	11.0	0.1440	0.1362	5.7
0.0	0.5579	0.4642	20.2	0.4429	0.3799	16.6	0.2903	0.2618	10.9	0.1433	0.1356	5.7
0.2	0.5503	0.4602	19.6	0.4382	0.3769	16.3	0.2879	0.2601	10.7	0.1424	0.1348	5.6
0.4	0.5396	0.4544	18.8	0.4317	0.3728	15.8	0.2847	0.2577	10.4	0.1413	0.1339	5.5
0.6	0.5262	0.4468	17.8	0.4234	0.3674	15.2	0.2805	0.2547	10.1	0.1399	0.1327	5.5
0.8	0.5098	0.4373	16.6	0.4134	0.3606	14.6	0.2751	0.2509	9.7	0.1382	0.1312	5.4
1.0	0.4851	0.4190	15.8	0.3918	0.3449	13.6	0.2631	0.2401	9.6	0.1320	0.1256	5.1

5.3.2. Temas yüzeyindeki sürtünme katsayısının sonuçlar üzerindeki etkisinin araştırılması

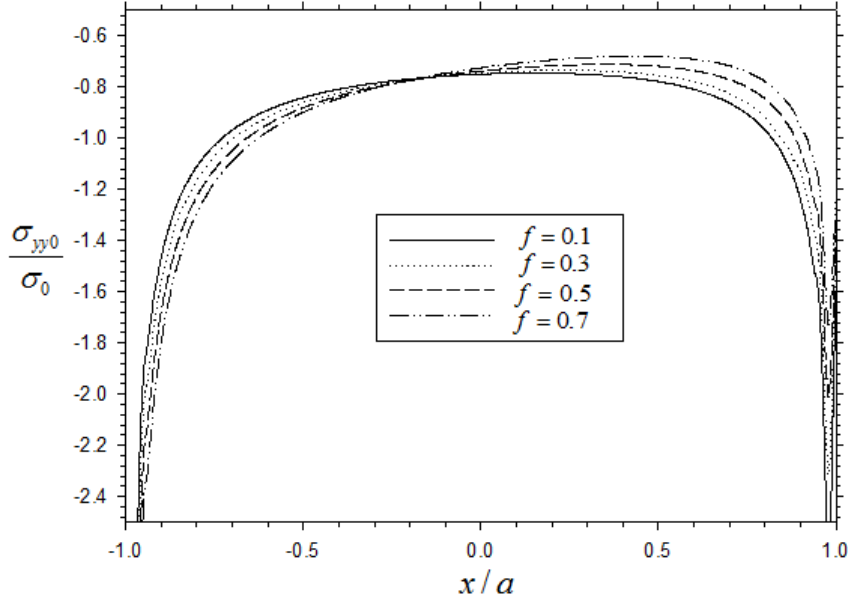
İlk olarak analizlerde sadece sürtünme katsayısı değişiminin sonuçlar üzerine etkisinin gözlemlenmesi için boyutsuz kayma hızı sabitlenerek sürtünme katsayısının çeşitli değerlerine göre temas gerilmeleri incelenmiştir.

Boyutsuz kayma hızı (5.3) :

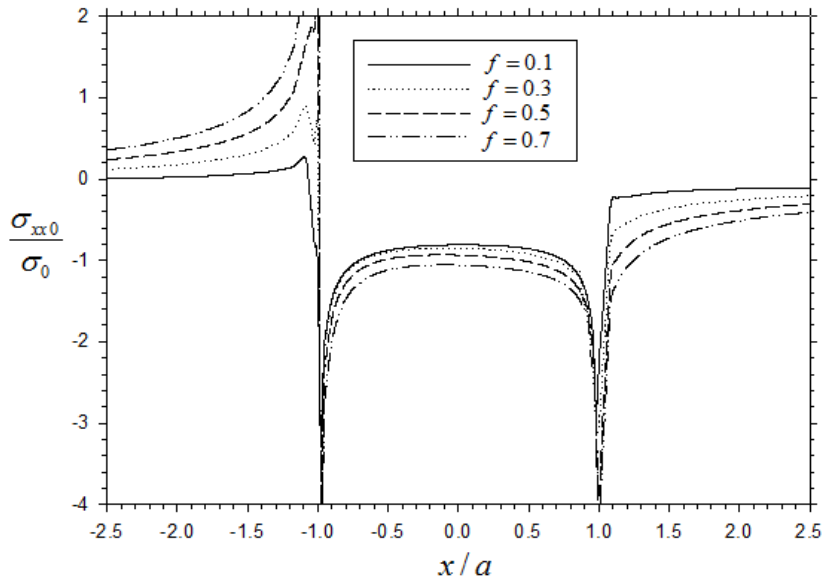
$$V_0 = \frac{\mu \cdot (1 + \nu) \cdot \alpha \cdot f \cdot a}{4k \cdot (1 - \nu)} \cdot V$$

ile ifade edilmekteydi. Aşağıda değişen sürtünme katsayılarına bağlı sabit boyutsuz kayma hızı esas alınarak sonuçlar verilmiştir. Boyutsuz kayma hızının sabitlenmesi için, sürtünme katsayısı arttığında zımba kayma hızı azalmıştır. Bu nedenle yüzeydeki sıcaklık değişimi sürtünme katsayısının artmasına rağmen yaklaşık olarak aynı değerlerde elde edilmiştir. Bu yüzden Şekil 5.26, Şekil 5.27 ve Şekil 5.28'de elde edilen sonuçlar boyutsuz kayma hızı sabitlenerek elde edilmiştir. Buna ek olarak, zımbanın gerçek kayma hızı sabitlenerek değişen

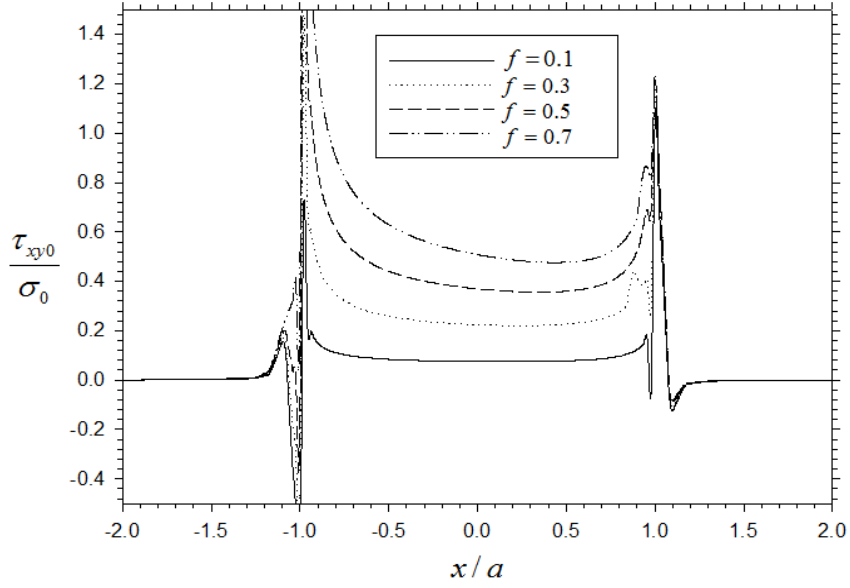
sürtünme katsayılarına bağlı sonuçlar elde edilmiştir. Gerçek (boyutlu) kayma hızının sabitlenmesi ile temas yüzeyindeki ısı akısı sürtünme katsayısının artması ile artmaktadır. Böylece temas bölgesinde, artan sürtünme katsayısına bağlı olarak artan ısının gerilme ve sıcaklık dağılımına olan etkileri araştırılmıştır.



Şekil 5.26 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak y yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V_0 = 0.08$ $\sigma_0 = P/2a$

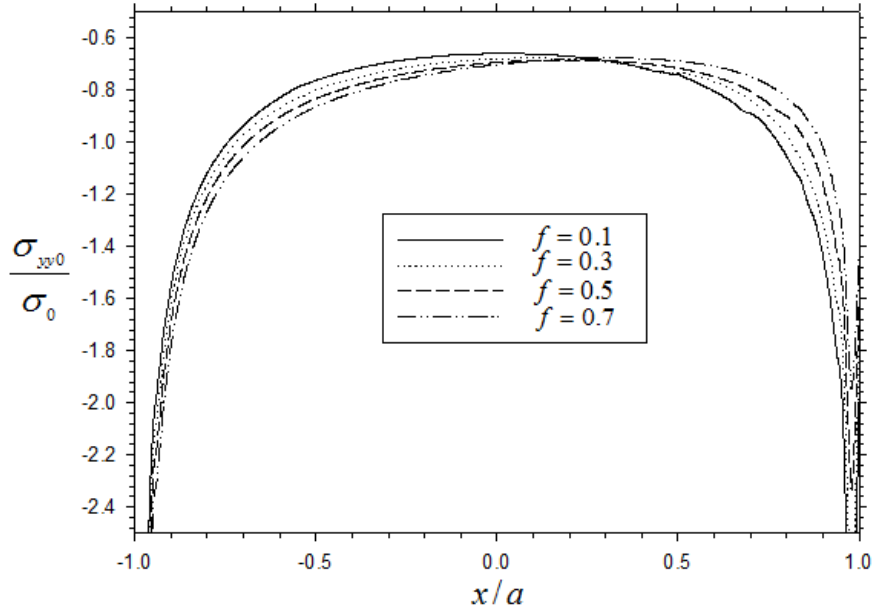


Şekil 5.27 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak x yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V_0 = 0.08$ $\sigma_0 = P/2a$



Şekil 5.28 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak kayma gerilmesi dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V_0 = 0.08$
 $\sigma_0 = P/2a$

Aynı zımba (boyutlu) kayma hızında sürtünme katsayısı arttıkça temas bölgesindeki ısı üretimi artmış bu nedenle temas yüzeyi sıcaklık değerleri de artmakta, bu durum sıcaklığa bağlı malzeme özellikleri kullanımının analizlerdeki önemini önemli ölçüde arttırmaktadır.

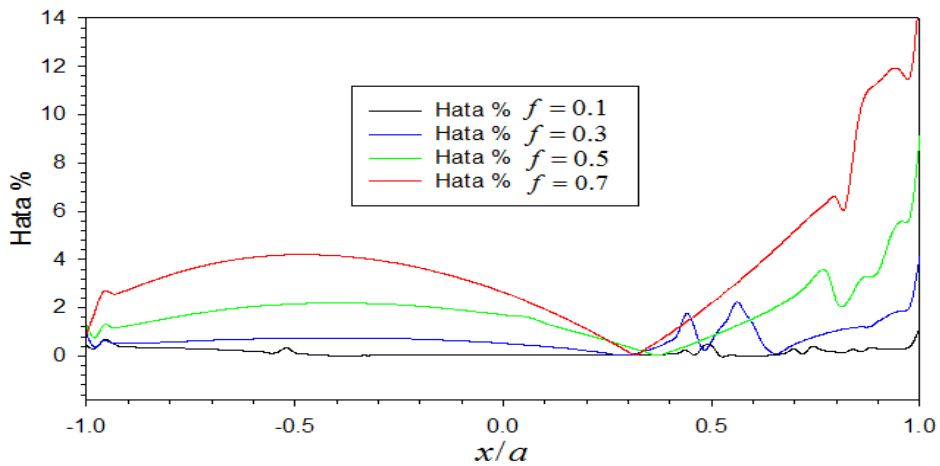


Şekil 5.29 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak y yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V = 37.7 \mu\text{m/s}$ $\sigma_0 = P/2a$

Aşağıdaki çizelgede değişen sürtünme katsayılarına bağlı sıcaklık bağımlı ve sıcaklıktan bağımsız özelliklerin kullanılması ile elde edilen y yönündeki normal gerilmeler için hata analizi sonuçları yer almaktadır.

Çizelge 5.4 Değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak temas yüzeyindeki y yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V)

f	$f = 0.7$			$f = 0.5$			$f = 0.3$			$f = 0.1$		
	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %
-1.0	-3.928	-3.965	0.942	-3.661	-3.708	1.267	-3.464	-3.495	0.885	-3.309	-3.324	0.447
-0.9	-1.826	-1.778	2.745	-1.709	-1.688	1.256	-1.620	-1.612	0.525	-1.556	-1.550	0.374
-0.8	-1.307	-1.264	3.359	-1.227	-1.208	1.578	-1.165	-1.158	0.587	-1.121	-1.118	0.322
-0.7	-1.097	-1.057	3.817	-1.031	-1.012	1.857	-0.978	-0.971	0.652	-0.938	-0.935	0.278
-0.6	-0.979	-0.940	4.091	-0.922	-0.903	2.052	-0.873	-0.867	0.707	-0.831	-0.829	0.193
-0.5	-0.901	-0.865	4.202	-0.851	-0.833	2.161	-0.807	-0.801	0.741	-0.762	-0.763	0.140
-0.4	-0.845	-0.812	4.156	-0.802	-0.785	2.200	-0.762	-0.756	0.750	-0.722	-0.722	0.000
-0.3	-0.803	-0.772	3.970	-0.766	-0.750	2.160	-0.730	-0.724	0.736	-0.694	-0.694	0.029
-0.2	-0.770	-0.743	3.654	-0.740	-0.725	2.061	-0.708	-0.703	0.693	-0.675	-0.675	0.040
-0.1	-0.743	-0.720	3.205	-0.720	-0.706	1.907	-0.693	-0.688	0.620	-0.664	-0.664	0.039
0.0	-0.721	-0.702	2.640	-0.706	-0.694	1.710	-0.684	-0.680	0.529	-0.660	-0.659	0.038
0.1	-0.703	-0.689	1.944	-0.696	-0.686	1.360	-0.680	-0.678	0.393	-0.662	-0.661	0.036
0.2	-0.689	-0.681	1.126	-0.690	-0.684	0.877	-0.683	-0.681	0.215	-0.670	-0.670	0.030
0.3	-0.678	-0.677	0.167	-0.690	-0.687	0.378	-0.691	-0.692	0.039	-0.687	-0.686	0.039
0.4	-0.673	-0.679	0.932	-0.696	-0.697	0.172	-0.708	-0.712	0.627	-0.715	-0.714	0.084
0.5	-0.673	-0.688	2.189	-0.710	-0.716	0.829	-0.736	-0.732	0.611	-0.737	-0.740	0.450
0.6	-0.683	-0.709	3.613	-0.736	-0.748	1.551	-0.777	-0.767	1.313	-0.804	-0.804	0.008
0.7	-0.709	-0.748	5.189	-0.784	-0.805	2.494	-0.835	-0.839	0.485	-0.913	-0.910	0.293
0.8	-0.774	-0.828	6.547	-0.879	-0.900	2.268	-0.966	-0.976	1.052	-1.052	-1.054	0.158
0.9	-0.901	-1.017	11.34	-1.118	-1.159	3.481	-1.290	-1.309	1.426	-1.430	-1.434	0.297
1.0	-1.217	-1.435	15.20	-1.468	-1.616	9.151	-1.722	-1.797	4.178	-1.946	-1.969	1.178

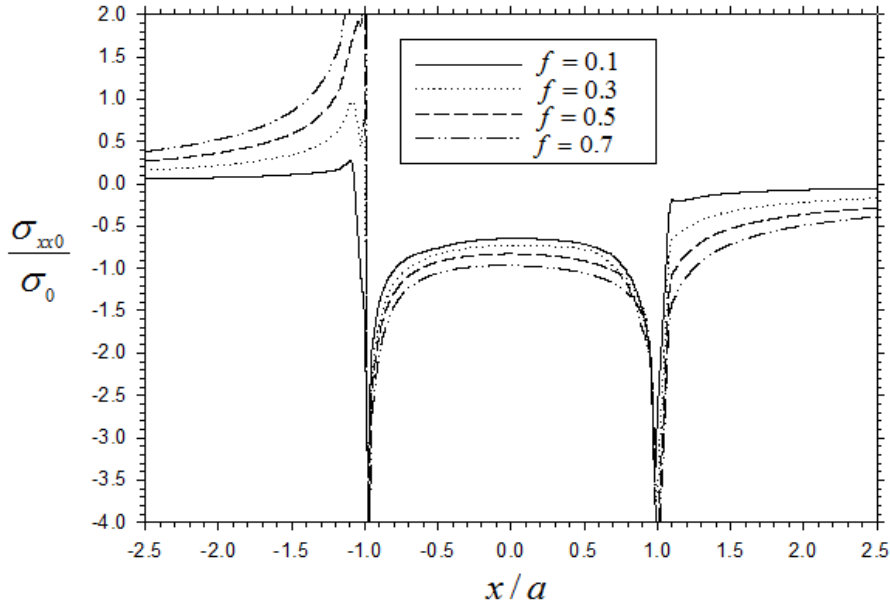


Şekil 5.30 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak y yönündeki normal gerilme için hata dağılımı

Aynı zımba kayma hızında sürtünme katsayısı arttıkça temas bölgesindeki ısı üretimi artmış, bu yüzden genel olarak, sürtünme katsayısının artması ile y yönlü

normal gerilmeler için hata miktarı artmıştır. Hataların minimize olduğu pozisyon $x/a=0.32$ etrafındadır. $x/a=0.32$ ile zımba arka ucu arasında hatalar eğrisel bir davranış izlemiştir, bu bölge içerisinde hataların maksimum olduğu pozisyon $x/a= -0.5$ civarındadır. $x/a=0.32$ ile zımba ön ucu arasında da, zımba ön ucuna yaklaştıkça hatalar artmakta artan sürtünme katsayısına bağlı olarak 15% seviyelerine ulaşmaktadır.

Şekil 5.31'de artan sürtünme katsayısına bağlı temas yüzeyindeki x yönündeki normal gerilme dağılımı belirtilmiştir. Artan sürtünme katsayısına bağlı olarak, zımba arka ucundaki gerilmeler çekme yönünde çok yüksek seviyelere ulaşmaktadır. Bu yüzden zımba arka ucundan kırılma eğilimi göstermektedir. Temas bölgesinde ise gerilmeler basma yönünde artmaktadır. Genel bir yorum yapılacak olursa, temas bölgesindeki sürtünme arttıkça temas bölgesi ve zımba önündeki bölge için x yönlü normal gerilme basma yönünde artmakta, zımba temasının arkasında kalan bölge için x gerilmesi çekme yönünde artmaktadır. x gerilmeleri için hatalar temas bölgesinin orta kısmında maksimum olmakta, zımba uçlarına doğru azalmaktadır. Zımba ön uç bölgesinde hatalarda sıçramalar gözlenmiştir.

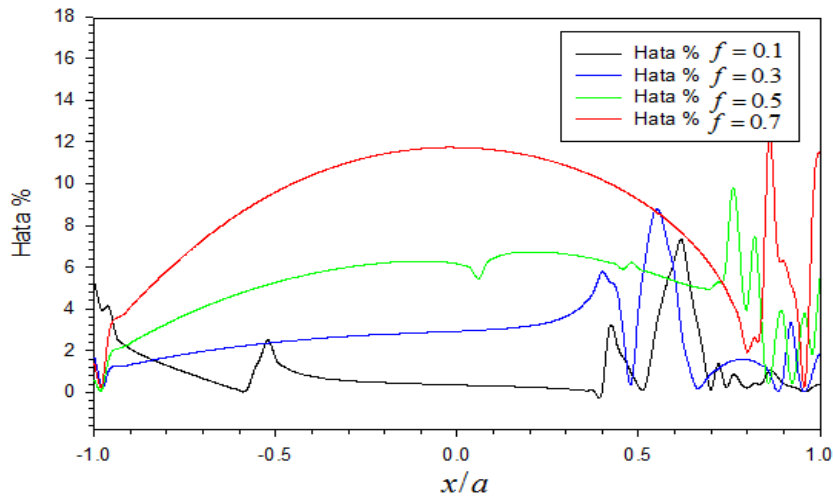


Şekil 5.31 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak x yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V = 37.7 \mu\text{m/s}$ $\sigma_0 = P/2a$

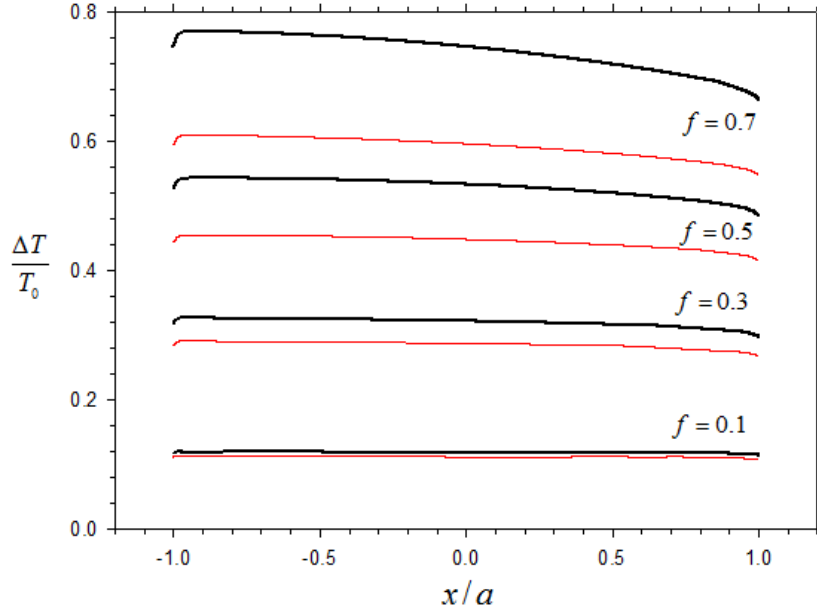
Aşağıdaki çizelgede değişen sürtünme katsayılarına bağlı sıcaklık bağımlı ve sıcaklıktan bağımsız özelliklerin kullanılması ile elde edilen x yönündeki normal gerilmeler için hata analizi sonuçları yer almaktadır.

Çizelge 5.5 Değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak temas yüzeyindeki x yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V katman)

f	$f = 0.7$			$f = 0.5$			$f = 0.3$			$f = 0.1$		
	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_c$	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_c$	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_c$	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_c$	$\left(\frac{\sigma_{yy0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %
-2.0	0.498	0.524	4.998	0.348	0.365	4.736	0.208	0.216	3.864	0.070	0.073	3.638
-1.8	0.592	0.618	4.139	0.412	0.429	4.076	0.245	0.254	3.428	0.080	0.083	3.728
-1.6	0.732	0.756	3.219	0.506	0.524	3.366	0.299	0.308	2.949	0.094	0.098	3.924
-1.4	0.968	0.989	2.190	0.663	0.680	2.587	0.387	0.396	2.426	0.113	0.118	4.639
-1.2	1.501	1.516	0.976	1.016	1.033	1.646	0.584	0.594	1.739	0.150	0.161	6.560
-1.0	4.352	4.292	1.385	2.162	2.150	0.580	0.308	0.303	1.650	-1.790	-1.700	5.318
-0.8	-1.535	-1.450	5.810	-1.330	-1.288	3.287	-1.199	-1.179	1.673	-1.005	-1.018	1.290
-0.6	-1.216	-1.120	8.574	-1.033	-0.986	4.734	-0.912	-0.893	2.203	-0.809	-0.809	0.091
-0.4	-1.118	-1.013	10.41	-0.932	-0.881	5.695	-0.808	-0.788	2.556	-0.719	-0.714	0.766
-0.2	-1.084	-0.973	11.44	-0.891	-0.839	6.206	-0.762	-0.741	2.788	-0.666	-0.663	0.464
0.0	-1.079	-0.966	11.74	-0.879	-0.828	6.161	-0.747	-0.725	2.923	-0.649	-0.647	0.354
0.2	-1.093	-0.981	11.35	-0.896	-0.840	6.733	-0.755	-0.731	3.182	-0.655	-0.654	0.248
0.4	-1.125	-1.021	10.19	-0.933	-0.877	6.308	-0.787	-0.744	5.786	-0.675	-0.675	0.069
0.6	-1.189	-1.102	7.944	-1.009	-0.958	5.338	-0.889	-0.942	5.640	-0.848	-0.797	6.403
0.8	-1.323	-1.299	1.910	-1.204	-1.254	4.034	-1.141	-1.123	1.561	-1.072	-1.070	0.212
1.0	-4.255	-4.809	11.52	-4.129	-4.368	5.476	-3.618	-3.687	1.859	-2.774	-2.785	0.402
1.2	-1.082	-1.097	1.307	-0.838	-0.832	0.641	-0.534	-0.523	1.957	-0.194	-0.190	2.087
1.4	-0.808	-0.798	1.194	-0.609	-0.596	2.120	-0.379	-0.369	2.651	-0.132	-0.129	2.445
1.6	-0.669	-0.651	2.748	-0.497	-0.482	3.113	-0.305	-0.296	3.136	-0.104	-0.101	2.693
1.8	-0.580	-0.559	3.879	-0.427	-0.411	3.871	-0.260	-0.251	3.536	-0.086	-0.083	2.918
2.0	-0.517	-0.493	4.785	-0.378	-0.362	4.495	-0.228	-0.220	3.874	-0.074	-0.071	3.102



Şekil 5.32 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı x yönlü normal gerilme için hata dağılımı



Şekil 5.33 Ti-6Al-4V metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı temas yüzeyi sıcaklık dağılımı (kırmızı çizgiler sıcaklık bağımlı özellik sonuçlarını göstermektedir) $V = 37.7 \mu\text{m/s}$ $T_0 = 300 \text{ K}$

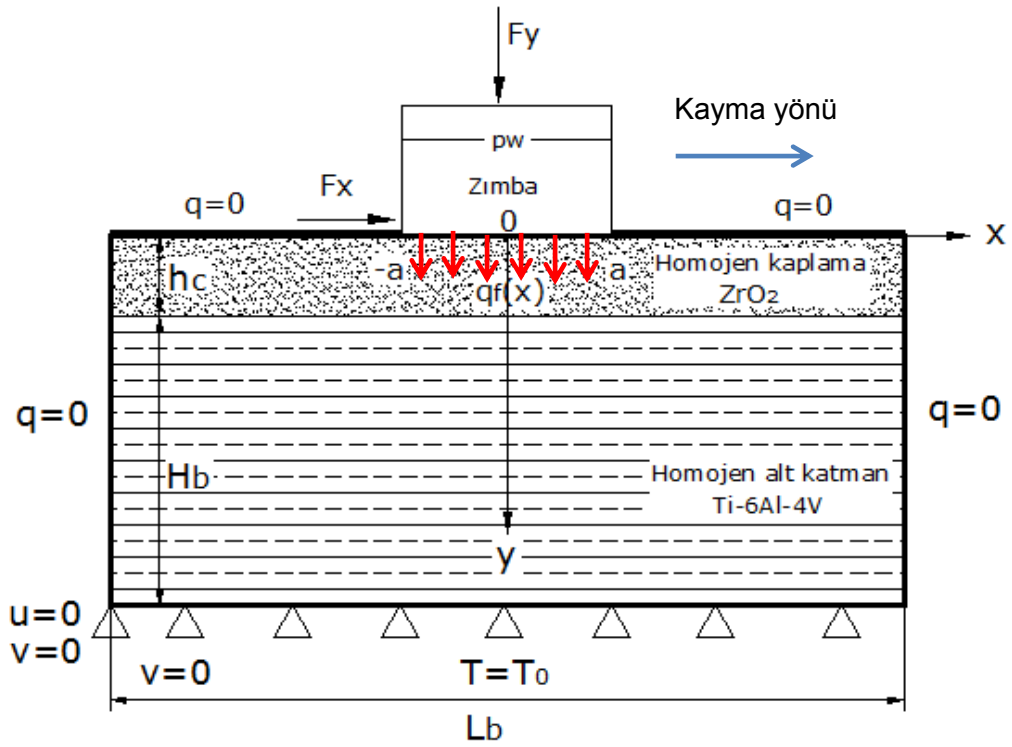
Aşağıdaki tabloda değişen sürtünme katsayılarına bağlı sıcaklık bağımlı ve sıcaklıktan bağımsız özelliklerin kullanılması ile elde edilen temas yüzeyi sıcaklık değişimi için hata analizi sonuçları yer almaktadır. Sürtünme katsayısının artan değerlerine göre temas bölgesinde sıcaklık için hatalar 25 % seviyelerine ulaşmaktadır.

Çizelge 5.6 Değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak temas yüzeyindeki sıcaklık değişimi için hata analizi (Ti-6Al-4V katman)

x/a	$f = 0.7$			$f = 0.5$			$f = 0.3$			$f = 0.1$		
	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_B$	Hata %	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_B$	Hata %	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_B$	Hata %	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_B$	Hata %
-1.0	0.7473	0.5958	25.4	0.5279	0.4446	18.8	0.3190	0.2852	11.8	0.1180	0.1122	5.149
-0.8	0.7690	0.6095	26.2	0.5433	0.4554	19.3	0.3261	0.2909	12.1	0.1197	0.1132	5.758
-0.6	0.7658	0.6075	26.0	0.5421	0.4545	19.3	0.3253	0.2903	12.1	0.1203	0.1136	5.952
-0.4	0.7609	0.6047	25.8	0.5401	0.4532	19.2	0.3244	0.2896	12.0	0.1191	0.1127	5.696
-0.2	0.7545	0.6012	25.5	0.5372	0.4513	19.0	0.3233	0.2888	12.0	0.1187	0.1123	5.612
0.0	0.7464	0.5968	25.1	0.5336	0.4489	18.9	0.3218	0.2877	11.9	0.1184	0.1122	5.578
0.2	0.7368	0.5915	24.6	0.5290	0.4459	18.6	0.3200	0.2864	11.7	0.1184	0.1121	5.571
0.4	0.7256	0.5853	24.0	0.5232	0.4423	18.3	0.3179	0.2851	11.5	0.1186	0.1123	5.607
0.6	0.7126	0.5779	23.3	0.5162	0.4380	17.9	0.3158	0.2827	11.7	0.1184	0.1121	5.618
0.8	0.6972	0.5688	22.6	0.5074	0.4325	17.3	0.3100	0.2778	11.6	0.1180	0.1117	5.635
1.0	0.6649	0.5478	21.4	0.4857	0.4160	16.7	0.2979	0.2682	11.1	0.1146	0.1087	5.403

5.4. Seramik (ZrO₂) Kaplamalı Homojen Metal Malzeme (Ti-6Al-4V) Katmanı ve Rijit Düz zımba İçin Analiz Sonuçları ve Hata Analizleri

Temas yüzeyindeki gerilmeler ve sürtünme nedeniyle oluşacak termal gerilme ve aşınmalara karşı korunması amacıyla metal alaşım malzeme yüzeyi seramik malzeme ile kaplanabilir. Analizlerde kullanılan Ti-6Al-4V ve ZrO₂ için sıcaklıktan bağımsız ve sıcaklık bağımlı özellikler kullanılarak sonuçlar karşılaştırılacak ve hata analizleri yapılacaktır. Sıcaklıktan bağımsız özelliklere sahip Ti-6Al-4V ve ZrO₂ malzeme için (Hills and Barber, 1985) tarafından tanımlanan boyutsuz parametreler aşağıdaki gibidir.



Şekil 5.34 İki boyutlu seramik kaplamalı metal malzeme geometrik modeli ve sınır koşulları

H_b : Malzeme katmanı yüksekliği

h_c : Kaplama malzemesi kalınlığı

L_b : Malzeme katmanı uzunluğu

pw : Zımba genişliği

$$\beta_{Ti-6Al-4V} = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} = 0.246844$$

$$\beta_{ZrO_2} = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} = 0.2503748$$

$$J_{Ti-6Al-4V} = \frac{2\alpha\mu(1+\nu)}{\rho Cp(1-\nu)} = 1.42815$$

$$J_{ZrO_2} = \frac{2\alpha\mu(1+\nu)}{\rho Cp(1-\nu)} = 1.49161$$

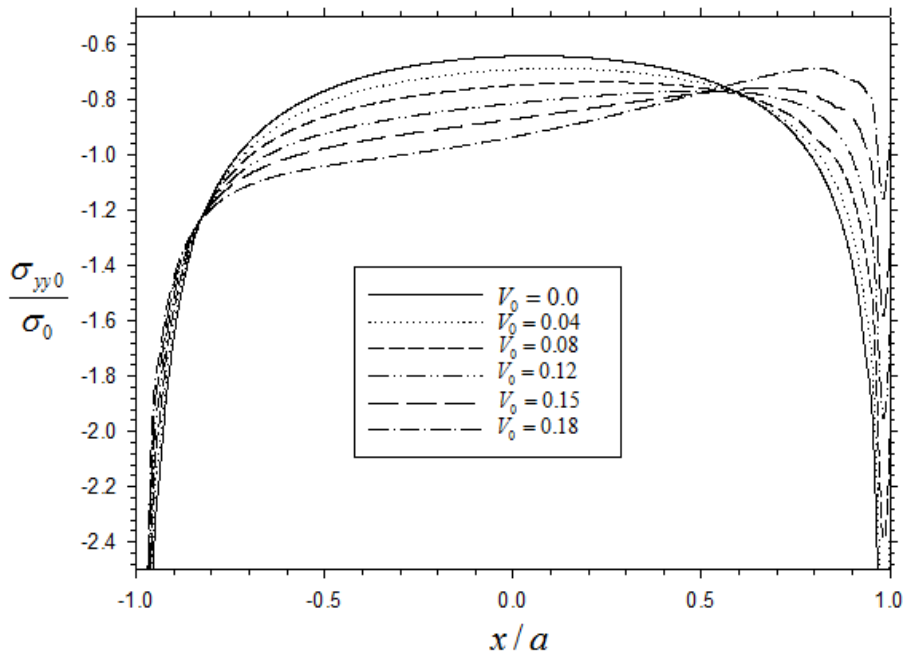
Boyutsuz kayma hızı denklem (5.3) ile ifade edilmekte, zımbanın kayma hızına bağlı olarak boyutsuz kayma hızı da değişecektir. Zımba ile temas halindeki malzeme ZrO_2 olduğundan dolayı boyutsuz kayma hızı ifadesinde ZrO_2 özellikleri kullanılacaktır.

$$V_0 = \frac{\mu \cdot (1 + \nu) \cdot \alpha \cdot f \cdot a}{4k \cdot (1 - \nu)} \cdot V$$

$$P = F_y$$

5.4.1. Zımba kayma hızının sonuçlar üzerindeki etkisinin araştırılması

Seramik kaplamalı metal üzerinde değişen kayma hızlarına sahip zımba için temas yüzeyinde gerilme ve sıcaklık dağılımları hesaplanmış, sonuçlar sıcaklık bağımsız ve sıcaklığa bağlı malzeme özellikleri kullanılarak elde edilmiş, bu iki farklı sonuç arasında hata analizi yapılmıştır.



Şekil 5.35 Kaplamalı malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak y yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır)

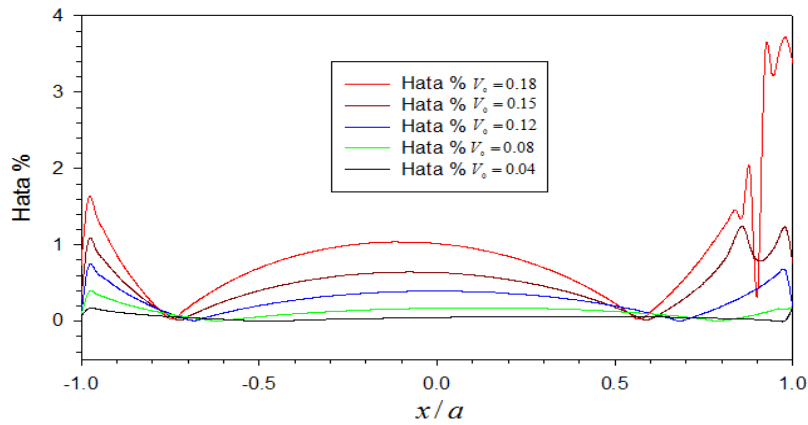
$$f = 0.3 \quad a/h_c = 0.2 \quad \sigma_0 = P/2a$$

Aşağıdaki tabloda değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı sıcaklık bağımlı ve sıcaklıktan bağımsız özelliklerin kullanılması ile elde edilen y yönündeki normal gerilmeler için hata analizi yapılmıştır. Aynı yükleme koşullarında seramik kaplamalı modelde zımba boyutsuz kayma hızı $V_0=0.18$ seviyesine kadar

yükseltilmiş, yüksek kayma hızlarında seramik kaplamalı modelin homojen metal katman modele göre daha dayanıklı olduğu gözlenmiştir. Zimba arka ucu ile orta ön bölgesine kadar basma yönünde oluşan y yönlü gerilmeler homojen metal katman modele göre şiddetlenmiş, ön orta bölge ile zimba uç bölgesi arasında ise azalmıştır.

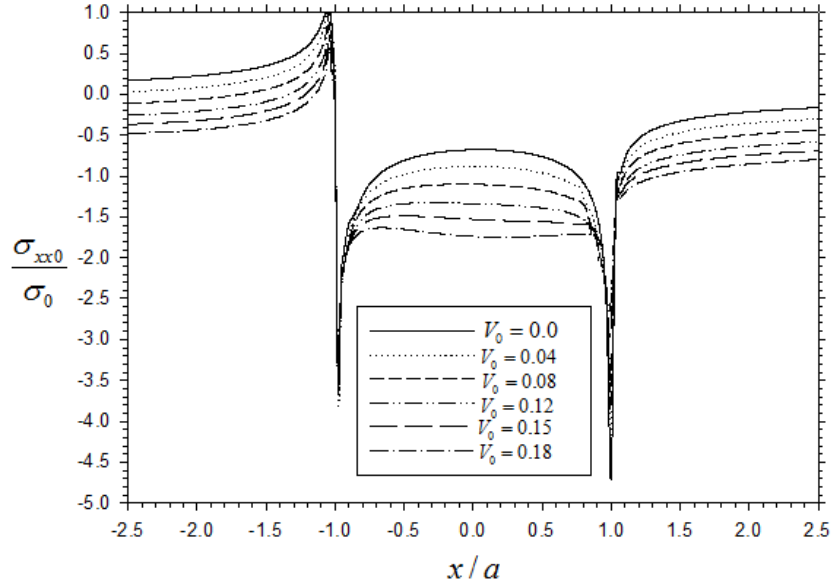
Çizelge 5.7 Değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak temas yüzeyindeki y yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO₂ kaplama katmanı)

Hız	$V_0 = 0.18$			$V_0 = 0.15$			$V_0 = 0.12$			$V_0 = 0.08$		
x/a	$\left(\frac{\sigma_{y0}}{\sigma_0}\right)_c$	$\left(\frac{\sigma_{y0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{y0}}{\sigma_0}\right)_c$	$\left(\frac{\sigma_{y0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{y0}}{\sigma_0}\right)_c$	$\left(\frac{\sigma_{y0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{y0}}{\sigma_0}\right)_c$	$\left(\frac{\sigma_{y0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %
-1.0	-2.919	-2.897	0.739	-3.122	-3.113	0.283	-3.344	-3.342	0.072	-3.629	-3.631	0.066
-0.9	-1.452	-1.440	0.867	-1.479	-1.470	0.606	-1.514	-1.508	0.442	-1.559	-1.555	0.257
-0.8	-1.195	-1.192	0.242	-1.179	-1.177	0.209	-1.172	-1.170	0.192	-1.164	-1.162	0.136
-0.7	-1.106	-1.108	0.177	-1.067	-1.068	0.060	-1.038	-1.038	0.021	-1.005	-1.004	0.054
-0.6	-1.061	-1.066	0.478	-1.008	-1.011	0.255	-0.966	-0.967	0.108	-0.917	-0.917	0.011
-0.5	-1.033	-1.040	0.696	-0.971	-0.975	0.400	-0.920	-0.922	0.204	-0.861	-0.861	0.058
-0.4	-1.011	-1.019	0.853	-0.944	-0.949	0.506	-0.887	-0.889	0.274	-0.822	-0.823	0.097
-0.3	-0.991	-1.000	0.958	-0.922	-0.927	0.578	-0.862	-0.865	0.331	-0.794	-0.795	0.126
-0.2	-0.970	-0.980	1.020	-0.902	-0.907	0.624	-0.842	-0.845	0.367	-0.773	-0.774	0.147
-0.1	-0.949	-0.958	1.037	-0.883	-0.889	0.641	-0.824	-0.828	0.387	-0.757	-0.759	0.163
0.0	-0.925	-0.934	1.015	-0.864	-0.870	0.635	-0.809	-0.813	0.394	-0.746	-0.747	0.171
0.1	-0.898	-0.907	0.955	-0.846	-0.851	0.604	-0.796	-0.799	0.385	-0.739	-0.740	0.178
0.2	-0.870	-0.877	0.851	-0.827	-0.831	0.546	-0.785	-0.788	0.363	-0.735	-0.736	0.174
0.3	-0.839	-0.844	0.699	-0.808	-0.812	0.458	-0.775	-0.778	0.327	-0.736	-0.737	0.166
0.4	-0.806	-0.810	0.499	-0.790	-0.793	0.341	-0.768	-0.771	0.273	-0.742	-0.743	0.151
0.5	-0.772	-0.774	0.233	-0.774	-0.775	0.183	-0.766	-0.768	0.198	-0.755	-0.756	0.130
0.6	-0.738	-0.738	0.119	-0.762	-0.762	0.029	-0.771	-0.772	0.101	-0.781	-0.782	0.097
0.7	-0.709	-0.705	0.581	-0.761	-0.758	0.314	-0.791	-0.791	0.023	-0.829	-0.829	0.053
0.8	-0.696	-0.687	1.196	-0.788	-0.783	0.757	-0.845	-0.844	0.194	-0.937	-0.937	0.009
0.9	-0.732	-0.729	0.329	-0.867	-0.860	0.795	-1.013	-1.008	0.428	-1.141	-1.140	0.090
1.0	-0.961	-0.930	3.374	-1.312	-1.302	0.750	-1.650	-1.647	0.165	-2.021	-2.025	0.198

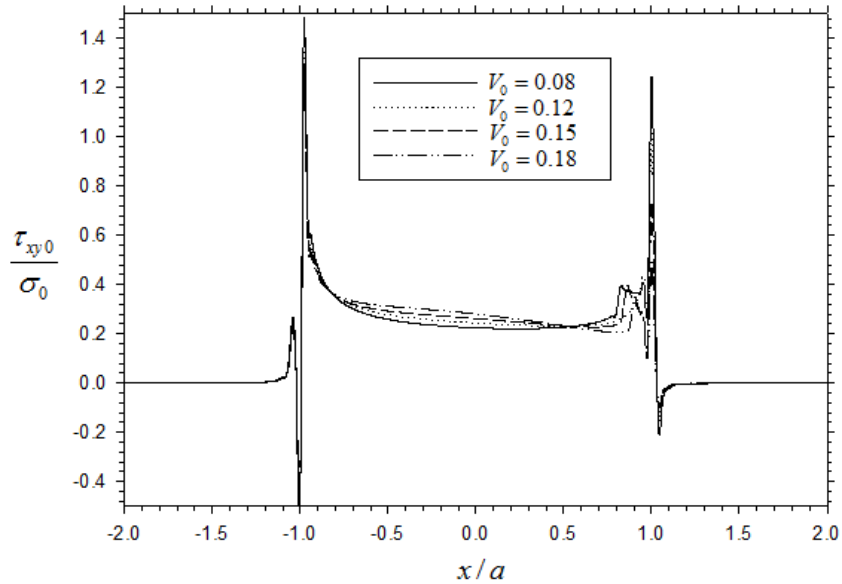


Şekil 5.36 Kaplamalı metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı y yönlü normal gerilme için hata dağılımı

Seramik kaplamalı model için hata % değerleri metal katman modele oranla çok düşük çıkmaktadır. Bunun başlıca nedeni ise seramik (ZrO_2) malzemenin ısı iletim katsayısının düşük olması ve buna bağlı olarak yüzeyde yüksek sıcaklık değişimlerinin oluşmaması ile hataların azalması şeklinde açıklanabilir.



Şekil 5.37 Kaplamalı metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak x yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $f = 0.3$ $a/h_c = 0.2$ $\sigma_0 = P/2a$

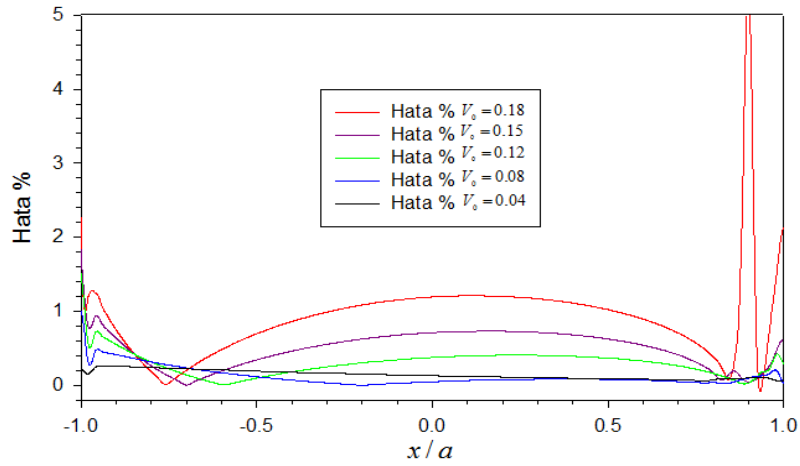


Şekil 5.38 Kaplamalı metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak kayma gerilmesi dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $f = 0.3$ $a/h_c = 0.2$ $\sigma_0 = P/2a$

Aşağıdaki tabloda değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı sıcaklık bağımlı ve sabit özelliklerin kullanılması ile elde edilen x yönündeki normal gerilmeler için hata analizi yapılmıştır.

Çizelge 5.8 Değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak temas yüzeyindeki x yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO₂ kaplama katmanı)

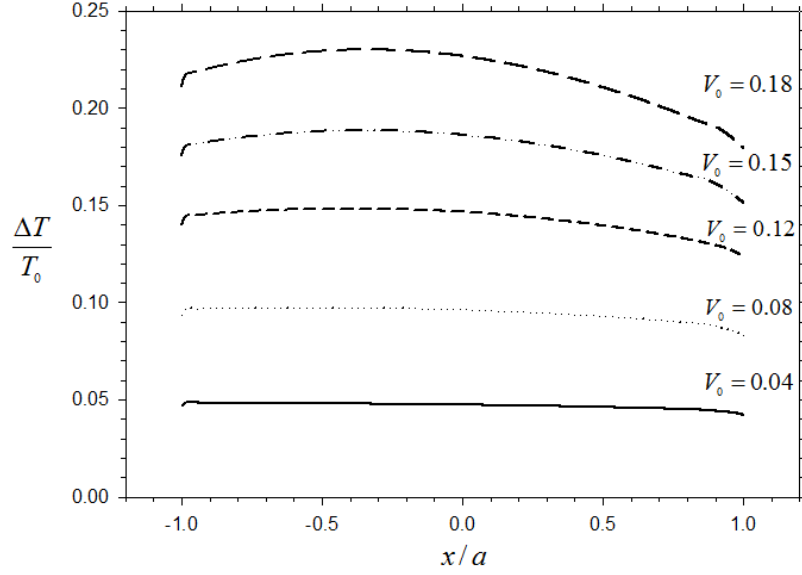
Hiz	$V_0 = 0.18$			$V_0 = 0.15$			$V_0 = 0.12$			$V_0 = 0.08$		
x/a	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %
-2.0	-0.425	-0.435	2.394	-0.316	-0.321	1.811	-0.206	-0.209	1.438	-0.062	-0.063	0.675
-1.8	-0.393	-0.403	2.682	-0.283	-0.289	2.084	-0.172	-0.175	1.763	-0.028	-0.028	1.493
-1.6	-0.344	-0.355	3.144	-0.234	-0.240	2.585	-0.122	-0.126	2.508	0.023	0.023	1.760
-1.4	-0.262	-0.273	4.194	-0.151	-0.157	4.004	-0.038	-0.042	7.526	0.109	0.108	0.292
-1.2	-0.088	-0.099	11.95	0.026	0.020	32.56	0.142	0.139	2.231	0.295	0.294	0.061
-1.0	-0.372	-0.381	2.269	-0.309	-0.315	1.830	-0.245	-0.249	1.509	-0.160	-0.162	1.004
-0.8	-1.676	-1.673	0.179	-1.591	-1.587	0.262	-1.515	-1.510	0.315	-1.413	-1.408	0.315
-0.6	-1.628	-1.636	0.482	-1.489	-1.491	0.193	-1.360	-1.360	0.009	-1.196	-1.194	0.169
-0.4	-1.657	-1.672	0.861	-1.485	-1.492	0.461	-1.327	-1.329	0.182	-1.128	-1.127	0.069
-0.2	-1.693	-1.711	1.084	-1.501	-1.511	0.625	-1.324	-1.328	0.303	-1.104	-1.104	0.000
0.0	-1.718	-1.739	1.193	-1.518	-1.529	0.711	-1.332	-1.337	0.375	-1.101	-1.102	0.047
0.2	-1.729	-1.750	1.200	-1.532	-1.543	0.730	-1.347	-1.352	0.405	-1.114	-1.115	0.074
0.4	-1.724	-1.744	1.109	-1.543	-1.554	0.680	-1.368	-1.374	0.392	-1.144	-1.145	0.084
0.6	-1.710	-1.725	0.894	-1.558	-1.567	0.540	-1.409	-1.414	0.327	-1.207	-1.208	0.070
0.8	-1.707	-1.714	0.376	-1.593	-1.595	0.167	-1.528	-1.531	0.159	-1.301	-1.302	0.038
1.0	-2.545	-2.491	2.135	-2.921	-2.903	0.620	-3.538	-3.528	0.278	-3.841	-3.841	0.010
1.2	-1.077	-1.084	0.639	-0.988	-0.992	0.395	-0.908	-0.909	0.176	-0.782	-0.781	0.046
1.4	-0.974	-0.982	0.886	-0.874	-0.879	0.546	-0.777	-0.779	0.288	-0.642	-0.642	0.006
1.6	-0.916	-0.925	0.988	-0.813	-0.818	0.616	-0.710	-0.712	0.343	-0.572	-0.572	0.014
1.8	-0.876	-0.885	1.035	-0.771	-0.776	0.652	-0.666	-0.669	0.374	-0.527	-0.527	0.030
2.0	-0.845	-0.854	1.049	-0.740	-0.745	0.663	-0.634	-0.637	0.386	-0.495	-0.495	0.036



Şekil 5.39 Kaplamalı metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı x yönlü gerilme için hata dağılımı

Seramik kaplamalı metal katmanda metal katman modele göre x yönlü gerilmeler basma yönünde şiddetlenmiştir. Zimba basma bölgesi içerisinde x gerilmesi hata dağılımı eğrisel bir davranış göstermiş bu bölge içerisinde en fazla hatalar

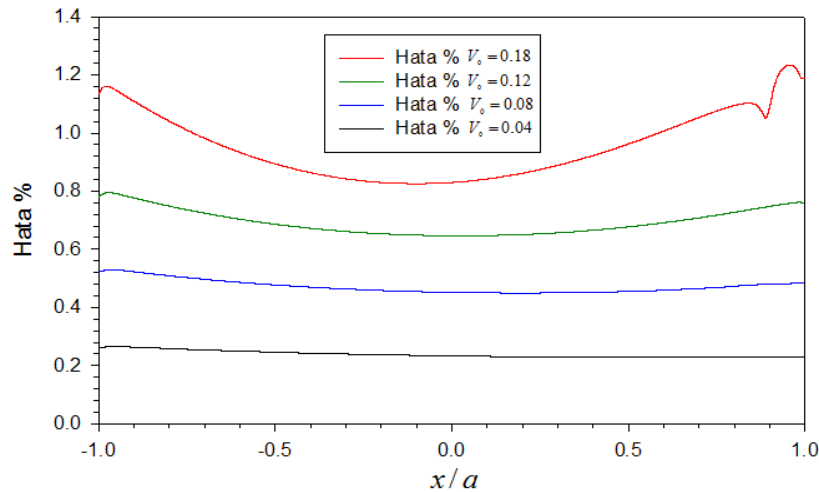
$x/a=0.25$ pozisyonu etrafında görülmektedir. Genel olarak hatalar zımba kayma hızının artması ile artmaktadır. Şekil 5.40'da temas bölgesi sıcaklık dağılımı gösterilmiştir. Gösterilen dağılım için sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır.



Şekil 5.40 Kaplamalı metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı temas yüzeyi sıcaklık dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $f = 0.3$

$$a/h_c = 0.2 \quad T_0 = 300 \text{ K}$$

Çizelge 5.9 ve Şekil 5.41' de değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı sıcaklık bağımlı ve sıcaklıktan bağımsız özelliklerin kullanılması ile elde edilen temas yüzeyi sıcaklık değişimi için hata analizi yapılmıştır.



Şekil 5.41 Kaplamalı metal malzeme için değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı temas yüzeyi sıcaklığı için hata dağılımı

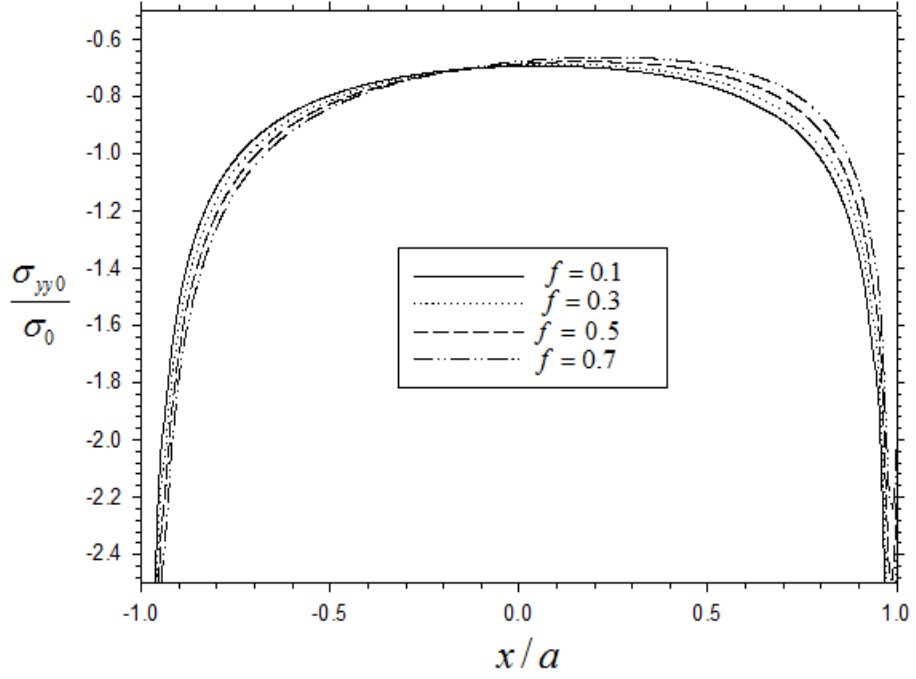
Zimba kayma hızı arttığında temas yüzeyindeki ısı akısı artmakta bu nedenle hatalar artmaktadır. Hata % değerleri homojen metal katman malzeme modeline göre düşük çıkmıştır. Bunun nedeni temas yüzeyinde seramik kaplamanın olmasıdır. Kayma hızı arttıkça sıcaklıklar için hata dağılımı eğri şekli almakta, zimba uçlarına doğru hata değerleri artmaktadır.

Çizelge 5.9 Değişen boyutsuz kayma hızlarına bağlı olarak temas yüzeyindeki sıcaklık değişimi için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO₂ kaplama katmanı)

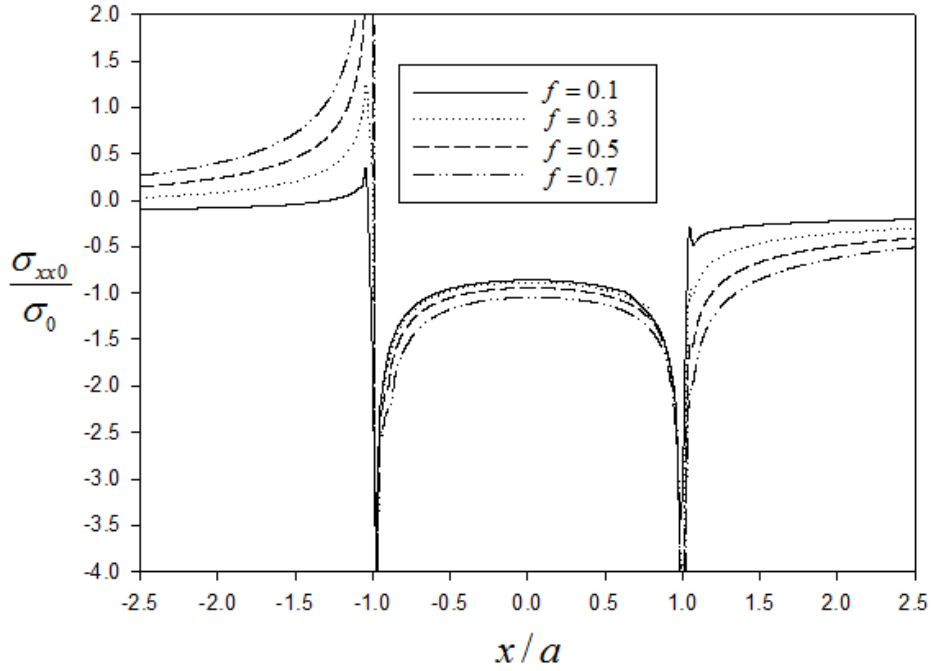
x/a	$V_0 = 0.18$			$V_0 = 0.15$			$V_0 = 0.12$			$V_0 = 0.08$		
	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_D$	Hata %
-1.0	0.2110	0.2087	1.135	0.1754	0.1736	1.01	0.1401	0.1390	0.78	0.0936	0.0931	0.52
-0.8	0.2236	0.2213	1.041	0.1847	0.1830	0.95	0.1466	0.1455	0.75	0.0972	0.0967	0.51
-0.6	0.2280	0.2259	0.933	0.1874	0.1858	0.88	0.1479	0.1469	0.70	0.0975	0.0970	0.49
-0.4	0.2300	0.2280	0.864	0.1885	0.1869	0.84	0.1484	0.1474	0.67	0.0974	0.0970	0.47
-0.2	0.2295	0.2276	0.830	0.1881	0.1866	0.82	0.1479	0.1470	0.65	0.0970	0.0966	0.46
0.0	0.2267	0.2248	0.830	0.1862	0.1847	0.82	0.1466	0.1456	0.65	0.0963	0.0959	0.45
0.2	0.2217	0.2198	0.862	0.1829	0.1814	0.84	0.1444	0.1435	0.65	0.0952	0.0948	0.45
0.4	0.2148	0.2128	0.923	0.1783	0.1767	0.89	0.1414	0.1405	0.67	0.0938	0.0934	0.45
0.6	0.2060	0.2039	1.007	0.1724	0.1708	0.97	0.1375	0.1366	0.69	0.0920	0.0916	0.46
0.8	0.1955	0.1934	1.095	0.1655	0.1636	1.16	0.1326	0.1316	0.73	0.0899	0.0894	0.47
1.0	0.1794	0.1773	1.186	0.1514	0.1502	0.84	0.1232	0.1222	0.76	0.0831	0.0827	0.48

5.4.2. Temas yüzeyindeki sürtünme katsayısının sonuçlar üzerindeki etkisinin araştırılması

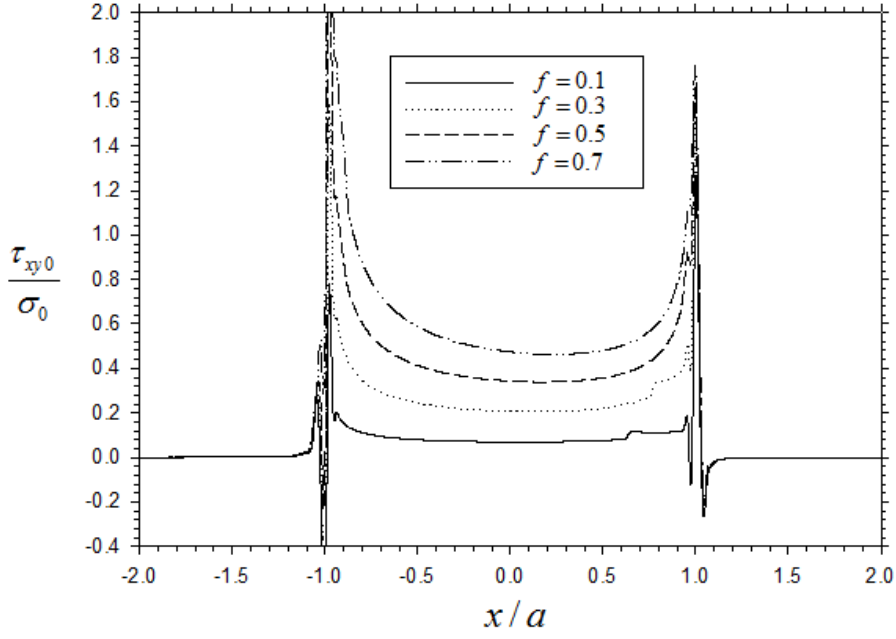
İlk olarak analizlerde sadece sürtünme katsayısı değişiminin sonuçlar üzerine etkisinin gözlemlenmesi için boyutsuz kayma hızı sabitlenerek sürtünme katsayısının çeşitli değerlerine göre temas gerilmeleri incelenmiştir. Aşağıda değişen sürtünme katsayılarına bağlı sabit boyutsuz kayma hızı esas alınarak sonuçlar elde edilmiştir. (Bkz. Şekil 5.42, Şekil 5.43 ve Şekil 5.44) Boyutsuz kayma hızının sabitlenmesi için, sürtünme katsayısı arttığında zimba kayma hızı azalmıştır. Bu nedenle yüzeydeki sıcaklık değişimi sürtünme katsayısının artmasına rağmen yaklaşık olarak aynı değerlerde elde edilmiştir. Termal etkilerin sonuçlarının daha iyi görülebilmesi için buna ek olarak, sabit zimba kayma hızında değişen sürtünme katsayısına bağlı gerilmeler ve sıcaklık değişimleri de incelenecektir.



Şekil 5.42 Kaplamalı metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak y yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V_0 = 0.04$ $a/h_c = 0.2$ $\sigma_0 = P/2a$



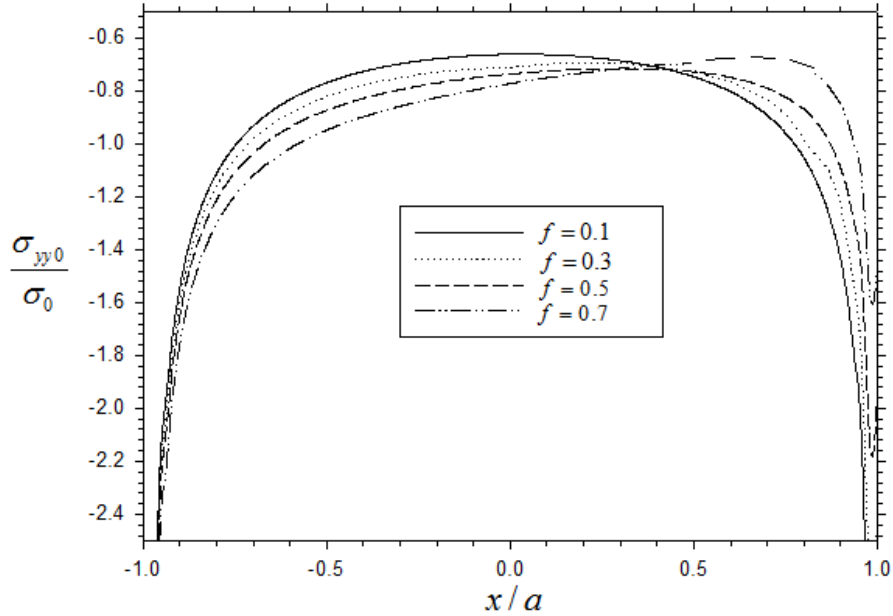
Şekil 5.43 Kaplamalı metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak x yönündeki normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V_0 = 0.04$ $a/h_c = 0.2$ $\sigma_0 = P/2a$



Şekil 5.44 Kaplamalı metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak kayma gerilmesi dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V_0 = 0.04$

$$a/h_c = 0.2 \quad \sigma_0 = P/2a$$

Aynı zımba (boyutlu) kayma hızında sürtünme katsayısı arttıkça temas bölgesindeki sıcaklık değerleri de artmakta bu durum sıcaklığa bağlı malzeme özellikleri kullanımının analizlerdeki önemini önemli ölçüde arttırmaktadır.



Şekil 5.45 Kaplamalı metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak y yönünde normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır)

$$V = 8.503 \mu\text{m/s} \quad a/h_c = 0.2 \quad \sigma_0 = P/2a$$

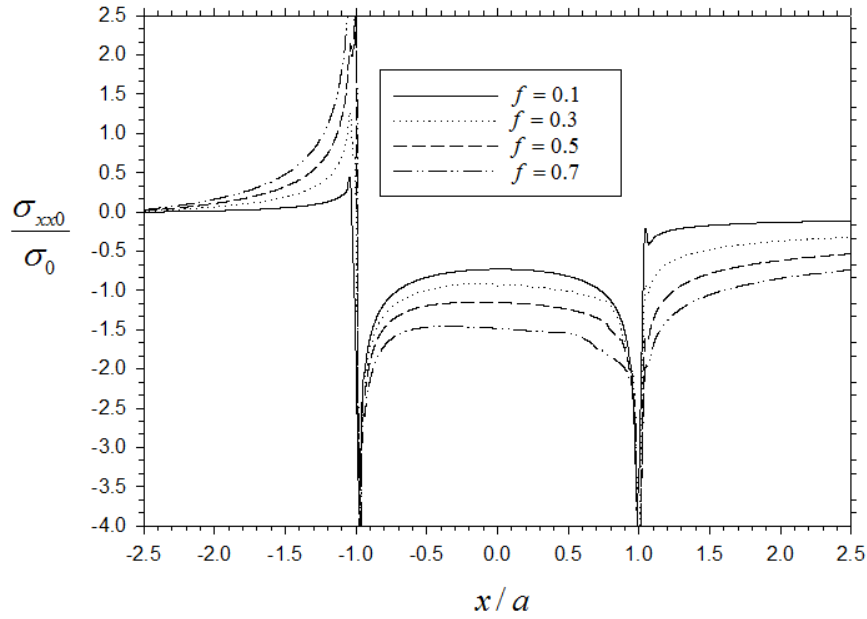
Aşağıdaki çizelgede değişen sürtünme katsayılarına bağlı sıcaklık bağımlı ve sıcaklıktan bağımsız özelliklerin kullanılması ile elde edilen y yönündeki normal gerilmeler için hata analizi sonuçları gösterilmiştir.

Çizelge 5.10 Değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak temas yüzeyindeki y yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO₂ kaplama katmanı)

f	$f = 0.7$			$f = 0.5$			$f = 0.3$			$f = 0.1$		
	$\left(\frac{\sigma_{y0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{y0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{y0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{y0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{y0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{y0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{y0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{y0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %
-1.0	-4.164	-4.159	0.122	-3.960	-3.966	0.140	-3.855	-3.865	0.271	-3.821	-3.827	0.146
-0.9	-1.777	-1.755	1.253	-1.662	-1.649	0.789	-1.599	-1.594	0.347	-1.544	-1.543	0.086
-0.8	-1.308	-1.302	0.512	-1.216	-1.211	0.407	-1.161	-1.159	0.184	-1.112	-1.111	0.042
-0.7	-1.120	-1.120	0.012	-1.037	-1.035	0.148	-0.983	-0.982	0.081	-0.932	-0.932	0.021
-0.6	-1.013	-1.017	0.354	-0.936	-0.936	0.050	-0.883	-0.883	0.000	-0.832	-0.832	0.000
-0.5	-0.942	-0.948	0.633	-0.871	-0.873	0.206	-0.820	-0.821	0.065	-0.769	-0.769	0.017
-0.4	-0.890	-0.898	0.839	-0.825	-0.828	0.322	-0.777	-0.778	0.111	-0.726	-0.726	0.028
-0.3	-0.849	-0.858	0.987	-0.792	-0.795	0.419	-0.748	-0.749	0.160	-0.697	-0.697	0.029
-0.2	-0.816	-0.825	1.091	-0.766	-0.770	0.485	-0.728	-0.729	0.183	-0.678	-0.678	0.029
-0.1	-0.788	-0.797	1.155	-0.747	-0.751	0.533	-0.716	-0.718	0.232	-0.666	-0.667	0.039
0.0	-0.763	-0.772	1.174	-0.732	-0.736	0.562	-0.724	-0.722	0.286	-0.661	-0.662	0.041
0.1	-0.742	-0.750	1.146	-0.721	-0.725	0.570	-0.697	-0.698	0.134	-0.663	-0.663	0.044
0.2	-0.723	-0.731	1.094	-0.714	-0.718	0.566	-0.691	-0.693	0.173	-0.670	-0.671	0.050
0.3	-0.708	-0.715	0.998	-0.712	-0.715	0.540	-0.694	-0.695	0.182	-0.685	-0.686	0.049
0.4	-0.696	-0.703	0.864	-0.714	-0.718	0.492	-0.707	-0.708	0.179	-0.710	-0.710	0.038
0.5	-0.692	-0.697	0.746	-0.725	-0.728	0.421	-0.723	-0.724	0.129	-0.746	-0.747	0.036
0.6	-0.708	-0.708	0.023	-0.746	-0.749	0.321	-0.764	-0.764	0.087	-0.802	-0.803	0.025
0.7	-0.711	-0.710	0.143	-0.788	-0.789	0.203	-0.835	-0.835	0.096	-0.892	-0.892	0.015
0.8	-0.714	-0.712	0.309	-0.868	-0.868	0.046	-0.984	-0.985	0.061	-1.053	-1.053	0.000
0.9	-0.859	-0.851	0.901	-1.092	-1.090	0.239	-1.235	-1.234	0.070	-1.437	-1.437	0.023
1.0	-1.448	-1.438	0.686	-1.911	-1.920	0.451	-2.357	-2.368	0.481	-2.746	-2.752	0.211

Sürtünme katsayısının artması ile y yönlü normal gerilmeler zımba orta noktası ile arka ucu arasındaki konumda şiddetlenmekte, zımba orta noktası ile ön ucu arasında ise gerilme şiddeti azalmaktadır. (Bkz. Şekil 5.45). Aynı zamanda x yönlü gerilmeler incelendiğinde sürtünme katsayısı arttığında, zımba arka ucu noktasında gerilmelerin çekme yönünde şiddetini arttırdığı görülmektedir. Bu durum zımba arka ucunda gerilme konsantrasyonunun önemli ölçüde arttığını belirtmekte, malzemenin zımba arka ucu bölgesinden kırılma eğilimi olduğunu göstermektedir. Çizelge 5.10'da gösterildiği gibi aynı (boyutlu) kayma hızında sürtünme katsayısı arttıkça temas bölgesindeki ısı akısı artmakta, böylece temas yüzeyi sıcaklık değerleri de arttığından dolayı hata değerleri de genel olarak artmaktadır. Temas yüzeyi içerisinde hata dağılımı sürtünme katsayısının artması ile eğrisel bir biçim almakta hatanın en fazla olduğu pozisyon ise zımba orta noktası ($x/a=0.0$) ile $x/a=0.5$ aralığındadır. Homojen metal katman ve kaplamalı

metal katman modelleri için değişen sürtünme katsayılarına bağlı temas yüzeyinde oluşan kayma gerilmesi profili ise sırasıyla Şekil 5.28 ve Şekil 5.44'de gösterilmiştir. Sürtünmeli temas problemi üzümünde temas bölgesine uygulanan ısı miktarı kayma gerilmesi ve zımba kayma hızına bağlı Şekilde ifade edilmektedir. Bu nedenle temas yüzeyine uygulanan ısı profili de kayma profiline benzer olmakta, zımba uçlarına doğru, temas uygulanan ısı miktarı artmaktadır. Bu nedenle sıcaklık dağılımındaki hatalar zımba uç bölgesine yaklaşıkça artan eğilim göstermiştir.



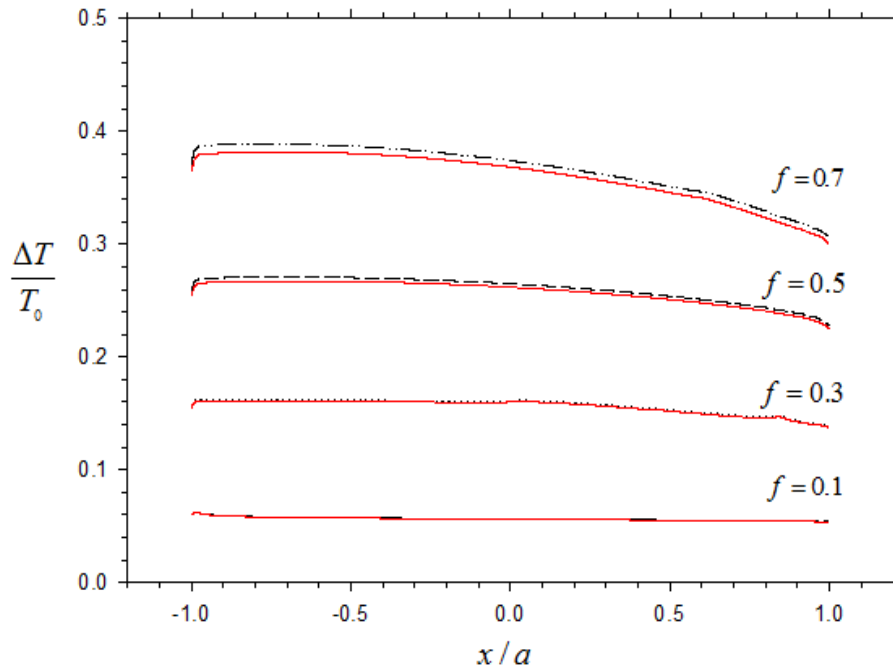
Şekil 5.46 Kaplamalı metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak x yönünde normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır)

$$V = 8.503 \mu\text{m/s} \quad a/h_c = 0.2 \quad \sigma_0 = P/2a$$

Şekil 5.46'da sıcaklık bağımlı özelliklerin kullanımı ile elde edilen x yönlü gerilmelerin dağılımı gösterilmiştir. Çizelge 5.11'de değişen sürtünme katsayılarına bağlı sıcaklık bağımlı ve sıcaklıktan bağımsız özelliklerin kullanılması ile elde edilen x yönündeki normal gerilmeler için hata analizi sonuçları gösterilmiştir.

Çizelge 5.11 Değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak temas yüzeyindeki x yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO₂ kaplama katmanı)

f	$f = 0.7$			$f = 0.5$			$f = 0.3$			$f = 0.1$		
	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %
-2.0	0.171	0.160	6.648	0.111	0.107	3.367	0.063	0.063	0.295	0.013	0.014	7.562
-1.8	0.261	0.250	4.461	0.171	0.168	2.194	0.098	0.098	0.319	0.024	0.025	4.460
-1.6	0.395	0.384	3.061	0.262	0.258	1.442	0.151	0.151	0.357	0.041	0.042	2.889
-1.4	0.622	0.610	2.074	0.414	0.410	0.919	0.239	0.240	0.389	0.068	0.070	1.939
-1.2	1.125	1.110	1.369	0.748	0.744	0.556	0.433	0.434	0.401	0.128	0.130	1.243
-1.0	4.125	4.058	1.644	1.856	1.836	1.104	-0.026	-0.020	26.98	-1.857	-1.857	0.036
-0.8	-1.739	-1.707	1.886	-1.496	-1.480	1.113	-1.324	-1.318	0.491	-1.174	-1.172	0.228
-0.6	-1.510	-1.498	0.743	-1.249	-1.242	0.580	-1.056	-1.053	0.336	-0.897	-0.895	0.216
-0.4	-1.460	-1.460	0.055	-1.174	-1.172	0.199	-0.958	-0.956	0.216	-0.792	-0.791	0.202
-0.2	-1.456	-1.465	0.610	-1.150	-1.151	0.075	-0.909	-0.907	0.162	-0.745	-0.744	0.197
0.0	-1.471	-1.485	0.983	-1.150	-1.154	0.289	-0.881	-0.939	6.199	-0.730	-0.729	0.183
0.2	-1.493	-1.512	1.208	-1.169	-1.174	0.398	-0.967	-0.941	2.699	-0.741	-0.739	0.180
0.4	-1.520	-1.539	1.265	-1.206	-1.212	0.462	-1.018	-0.997	2.112	-0.782	-0.780	0.179
0.6	-1.623	-1.603	1.227	-1.280	-1.286	0.441	-1.086	-1.048	3.658	-0.877	-0.875	0.168
0.8	-1.821	-1.851	1.639	-1.501	-1.508	0.455	-1.185	-1.195	0.865	-1.133	-1.131	0.159
1.0	-4.847	-4.824	0.491	-4.904	-4.902	0.041	-4.285	-4.296	0.248	-3.329	-3.330	0.030
1.2	-1.378	-1.384	0.414	-1.073	-1.074	0.099	-0.660	-0.658	0.196	-0.248	-0.246	0.680
1.4	-1.122	-1.129	0.649	-0.847	-0.849	0.236	-0.517	-0.516	0.194	-0.189	-0.188	0.755
1.6	-0.989	-0.997	0.789	-0.736	-0.738	0.316	-0.447	-0.446	0.167	-0.162	-0.161	0.793
1.8	-0.902	-0.910	0.872	-0.665	-0.667	0.376	-0.403	-0.403	0.141	-0.145	-0.144	0.820
2.0	-0.838	-0.846	0.930	-0.614	-0.617	0.418	-0.372	-0.372	0.124	-0.133	-0.132	0.848



Şekil 5.47 Kaplamalı metal malzeme için değişen sürtünme katsayılarına bağlı temas yüzeyi sıcaklık dağılımı (kırmızı çizgiler sıcaklık bağımsız sonuçları göstermektedir.) $V = 8.503 \mu\text{m/s}$ $a/h_c = 0.2$ $T_0 = 300 \text{ K}$

Çizelge 5.12 Değişen sürtünme katsayılarına bağlı olarak temas yüzeyindeki sıcaklık dağılımı için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO₂ kaplama katmanı)

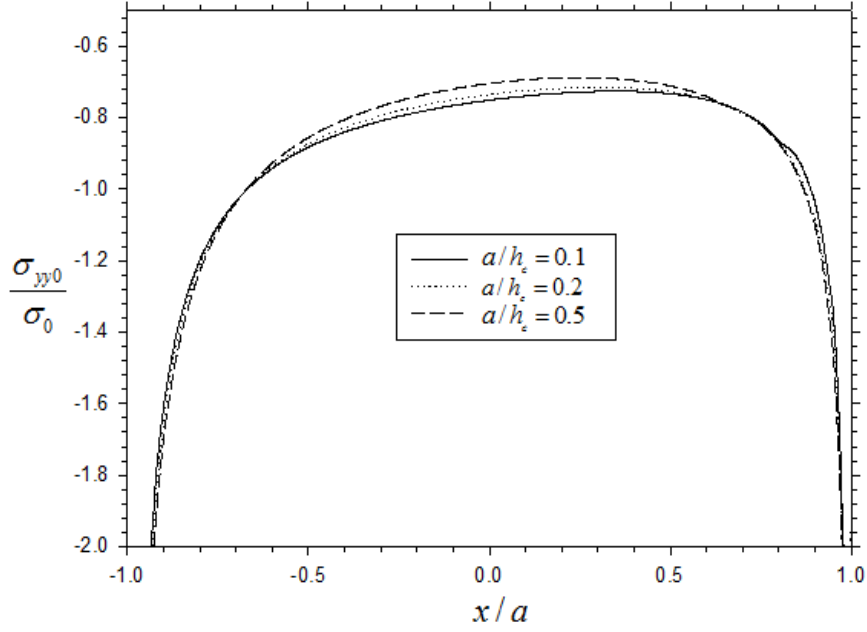
x/a	$f = 0.7$			$f = 0.5$			$f = 0.3$			$f = 0.1$		
	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_D$	Hata %
-1.0	0.3717	0.3645	1.975	0.2588	0.2552	1.422	0.1565	0.1552	0.823	0.0602	0.0600	0.267
-0.8	0.3888	0.3817	1.867	0.2707	0.2670	1.378	0.1619	0.1606	0.826	0.0585	0.0584	0.274
-0.6	0.3880	0.3814	1.720	0.2707	0.2672	1.301	0.1618	0.1605	0.803	0.0577	0.0575	0.269
-0.4	0.3851	0.3790	1.620	0.2697	0.2664	1.246	0.1615	0.1602	0.786	0.0571	0.0570	0.265
-0.2	0.3804	0.3746	1.559	0.2678	0.2646	1.208	0.1611	0.1598	0.772	0.0567	0.0566	0.262
0.0	0.3740	0.3683	1.532	0.2650	0.2619	1.186	0.1612	0.1600	0.713	0.0564	0.0562	0.260
0.2	0.3659	0.3604	1.536	0.2613	0.2582	1.177	0.1595	0.1582	0.825	0.0560	0.0559	0.258
0.4	0.3564	0.3509	1.566	0.2566	0.2536	1.181	0.1554	0.1542	0.836	0.0557	0.0556	0.257
0.6	0.3466	0.3411	1.607	0.2509	0.2480	1.199	0.1508	0.1495	0.827	0.0553	0.0552	0.256
0.8	0.3292	0.3234	1.772	0.2438	0.2408	1.239	0.1468	0.1456	0.811	0.0549	0.0548	0.256
1.0	0.3051	0.2998	1.759	0.2274	0.2246	1.269	0.1378	0.1367	0.781	0.0536	0.0535	0.242

Aynı yükleme koşullarında seramik kaplamalı metal model temas durumunda, doğrudan metal katman temas modeline göre y yönlü gerilmeler zımba orta noktası ile zımba arka ucu arasında basma yönünde şiddetini arttırmış, zımba ön ucu bölgesine doğru ise basma yönünde gerilmeler azalmıştır. Öte yandan x yönlü normal gerilmeler karşılaştırılacak olursa, zımba basma bölgesi altında gerilmelerin basma yönünde şiddetlendiği görülmüştür. (Bkz. Çizelge 5.2 ve Çizelge 5.8). Bu durum, bu tür ısı üretimi olan sürtünmeli temaslarda yüzeyde aşınma ve yüzey hasarına karşı koymak için kullanılan sert malzemelerin genel olarak x yönlü gerilmelerde basma yönünde şiddetini arttırmasına sebep olduğunu ve kaplama malzemesinde gevrek kırılma davranışını önlediği şeklinde belirtilmektedir. (Choi and Paulino, 2008).

5.4.3. Zımba genişliği ve seramik kaplama kalınlığının sonuçlar üzerindeki etkisinin araştırılması

Zımba genişliği ve seramik kaplama kalınlığının sonuçlar üzerindeki etkisinin araştırılması için üç farklı zımba genişliğinin kaplama kalınlığına oranı sonuçları elde edilmiş, sıcaklık bağımlı özelliklerin kullanılmasının bu üç durumda sıcaklık bağımsız özellikler kullanılarak elde edilen sonuçlar ile karşılaştırması ve hata analizleri yapılmıştır.

$\frac{a}{h_c}$: Zımba genişliğinin kaplama kalınlığına oranı



Şekil 5.48 Kaplamalı metal malzeme için a/h_c oranına bağlı olarak y yönünde normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V_0 = 0.075$

$$f = 0.5 \sigma_0 = P/2a$$

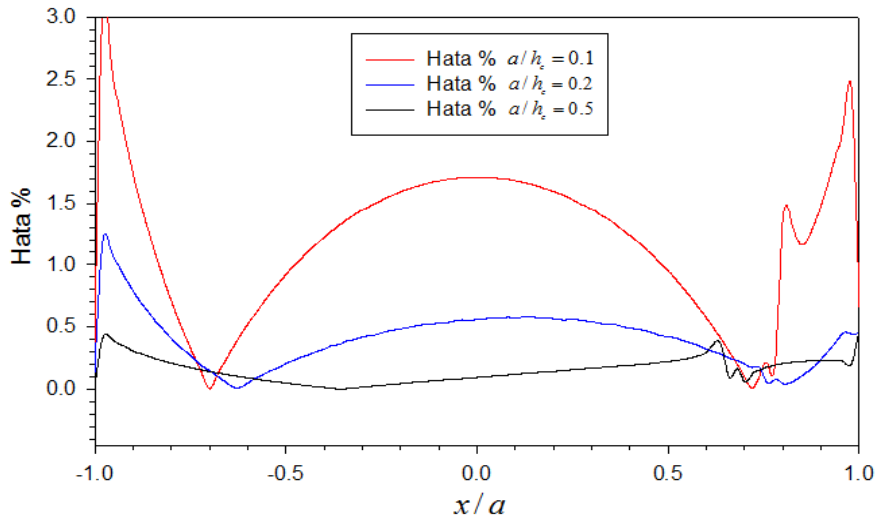
Şekil 5.48 sürtünmeli yüzey üzerinde kayan zımba genişliğinin (a/h_c) temas gerilmelerine olan etkilerini göstermektedir. Şekil 5.48'den de görüleceği gibi zımba genişliği arttıkça temas bölgesi orta kısımlarında y yönlü gerilmelerin şiddetinin düştüğü görülmekte, zımba uç noktalarına yaklaşıldıkça ise gerilme şiddetinin arttığı görülmektedir. Değişen zımba genişliklerine göre temas yüzeyindeki y yönlü gerilmeler için hata analizleri yapılmış, elde edilen sonuçlar Çizelge 5.13'de gösterilmiştir. Çizelge incelendiğinde zımba genişliğinin artması ile hata % değerlerinin azaldığı gözlemlenmektedir. Bunun başlıca sebebi zımba genişliğinin azalması ile temas yüzeyinde daha yüksek gerilmelerin oluşması ve bu gerilmelerin daha fazla yüzey sıcaklığı değişimine sebep olmalarıdır. Bu yüzden yüksek sıcaklık değişimlerinin olduğu a/h_c oranının en az olduğu durumda hata % değerleri diğer durumlara oranla daha fazla çıkmıştır.

Aşağıdaki çizelgede değişen $\frac{a}{h_c}$ oranına bağlı sıcaklık bağımlı ve sıcaklıktan bağımsız malzeme özelliklerin kullanılması ile elde edilen y yönündeki normal gerilmeler için hata analizi sonuçlarına yer verilmiştir. y yönlü gerilmeler için zımba

orta bölgesinde ($x/a=-0.5$ ve $x/a=0.5$) hata değerleri eğri biçiminde artmış, en fazla hatalar zımba orta noktasında oluşmaktadır.

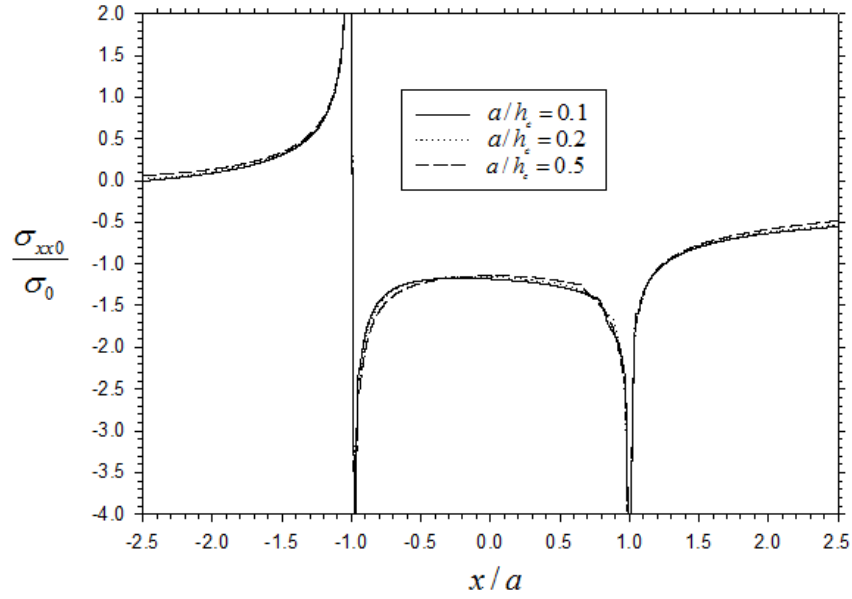
Çizelge 5.13 Kaplamalı metal malzeme için a/h_c oranına bağlı olarak y yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO₂ kaplama katmanı)

a/h_c	$a/h_c = 0.1$			$a/h_c = 0.2$			$a/h_c = 0.5$		
x/a	$\left(\frac{\sigma_{330}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{330}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{330}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{330}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{330}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{330}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %
-1.0	-3.843	-3.829	0.374	-3.960	-3.966	0.140	-3.614	-3.614	0.005
-0.9	-1.638	-1.610	1.741	-1.662	-1.649	0.789	-1.704	-1.699	0.304
-0.8	-1.207	-1.199	0.709	-1.216	-1.211	0.407	-1.233	-1.230	0.210
-0.7	-1.034	-1.034	0.003	-1.037	-1.035	0.148	-1.038	-1.037	0.141
-0.6	-0.937	-0.942	0.524	-0.936	-0.936	0.050	-0.928	-0.927	0.092
-0.5	-0.875	-0.883	0.921	-0.871	-0.873	0.206	-0.856	-0.856	0.051
-0.4	-0.831	-0.841	1.221	-0.825	-0.828	0.322	-0.806	-0.806	0.014
-0.3	-0.798	-0.810	1.445	-0.792	-0.795	0.419	-0.768	-0.769	0.017
-0.2	-0.773	-0.786	1.595	-0.766	-0.770	0.485	-0.740	-0.741	0.045
-0.1	-0.754	-0.767	1.683	-0.747	-0.751	0.533	-0.719	-0.720	0.072
0.0	-0.739	-0.752	1.712	-0.732	-0.736	0.562	-0.704	-0.705	0.095
0.1	-0.727	-0.740	1.685	-0.721	-0.725	0.570	-0.694	-0.695	0.120
0.2	-0.720	-0.732	1.599	-0.714	-0.718	0.566	-0.688	-0.689	0.143
0.3	-0.717	-0.727	1.453	-0.712	-0.715	0.540	-0.688	-0.690	0.169
0.4	-0.718	-0.727	1.233	-0.714	-0.718	0.492	-0.695	-0.696	0.191
0.5	-0.727	-0.734	0.950	-0.725	-0.728	0.421	-0.710	-0.712	0.222
0.6	-0.746	-0.750	0.573	-0.746	-0.749	0.321	-0.739	-0.741	0.299
0.7	-0.784	-0.785	0.098	-0.788	-0.789	0.203	-0.784	-0.785	0.059
0.8	-0.877	-0.866	1.352	-0.868	-0.868	0.046	-0.871	-0.872	0.206
0.9	-1.054	-1.039	1.479	-1.092	-1.090	0.239	-1.102	-1.104	0.229
1.0	-2.090	-2.077	0.653	-1.911	-1.920	0.451	-2.504	-2.516	0.477



Şekil 5.49 Kaplamalı metal malzeme için a/h_c oranına bağlı y yönlü gerilmeler için hata dağılımı

Hata % değeri $x/a = -0.75$ ve $x/a = 0.75$ konumu etrafında minimum seviyeye inmekte, bu noktadan sonra hata değerlerinin arttığı gözlenmiştir.



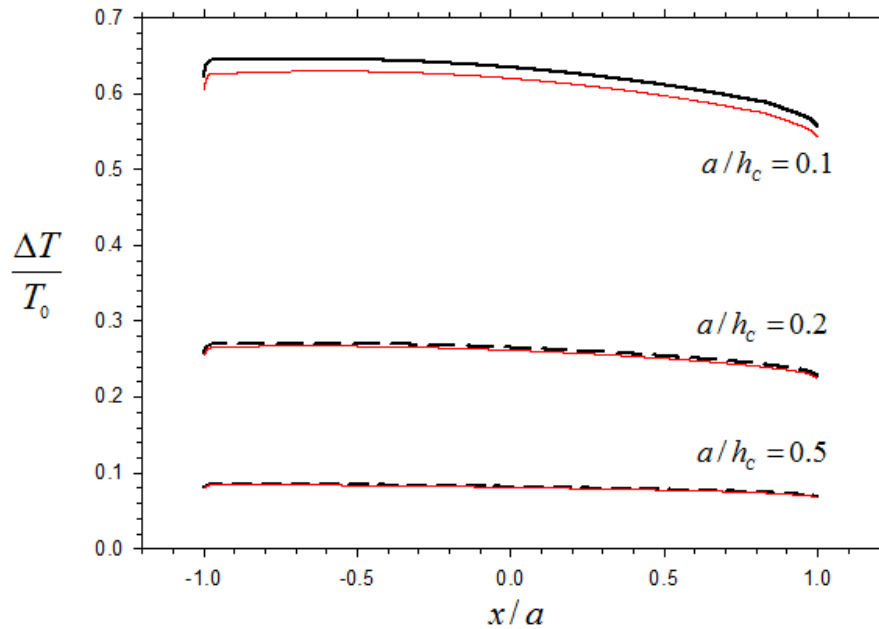
Şekil 5.50 Kaplamalı metal malzeme için a/h_c oranına bağlı olarak x yönünde normal gerilme dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $V_0 = 0.075$
 $f = 0.5 \sigma_0 = P/2a$

Şekil 5.50'de gösterilen x yönlü normal gerilme dağılımı incelendiğinde zımba genişliğinin x yönlü gerilme dağılımına y yönündeki gerilmeye oranla etkisinin daha az olduğu görülmektedir.

Aşağıdaki çizelgede (Çizelge 5.14) değişen $\frac{a}{h_c}$ oranına bağlı sıcaklık bağımlı ve sıcaklıktan bağımsız özelliklerin kullanılması ile elde edilen x yönündeki normal gerilmeler için hata analizi yapılmıştır.

Çizelge 5.14 Kaplamalı metal malzeme için a/h_c oranına bağlı olarak x yönündeki normal gerilme için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO₂ kaplama katmanı)

a/h_c	$a/h_c = 0.1$			$a/h_c = 0.2$			$a/h_c = 0.5$		
x/a	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_C$	$\left(\frac{\sigma_{xx0}}{\sigma_0}\right)_D$	Hata %
-2.0	0.106	0.089	18.619	0.111	0.107	3.367	0.133	0.136	1.722
-1.8	0.168	0.151	11.151	0.171	0.168	2.194	0.189	0.191	1.152
-1.6	0.259	0.242	7.051	0.262	0.258	1.442	0.274	0.276	0.748
-1.4	0.412	0.395	4.410	0.414	0.410	0.919	0.423	0.425	0.447
-1.2	0.747	0.728	2.599	0.748	0.744	0.556	0.762	0.764	0.205
-1.0	1.724	1.672	3.143	1.856	1.836	1.104	1.926	1.922	0.225
-0.8	-1.477	-1.448	1.975	-1.496	-1.480	1.113	-1.577	-1.567	0.628
-0.6	-1.240	-1.236	0.380	-1.249	-1.242	0.580	-1.296	-1.289	0.537
-0.4	-1.172	-1.180	0.706	-1.174	-1.172	0.199	-1.199	-1.194	0.462
-0.2	-1.153	-1.170	1.456	-1.150	-1.151	0.075	-1.159	-1.154	0.403
0.0	-1.157	-1.180	1.955	-1.150	-1.154	0.289	-1.146	-1.142	0.353
0.2	-1.177	-1.204	2.235	-1.169	-1.174	0.398	-1.152	-1.149	0.309
0.4	-1.215	-1.243	2.298	-1.206	-1.212	0.462	-1.181	-1.178	0.282
0.6	-1.285	-1.312	2.091	-1.280	-1.286	0.441	-1.262	-1.233	2.374
0.8	-1.386	-1.495	7.271	-1.501	-1.508	0.455	-1.558	-1.516	2.739
1.0	-4.984	-4.931	1.061	-4.904	-4.902	0.041	-5.241	-5.251	0.190
1.2	-1.069	-1.077	0.771	-1.073	-1.074	0.099	-1.070	-1.067	0.234
1.4	-0.846	-0.858	1.371	-0.847	-0.849	0.236	-0.839	-0.836	0.321
1.6	-0.738	-0.751	1.744	-0.736	-0.738	0.316	-0.722	-0.719	0.394
1.8	-0.668	-0.682	2.004	-0.665	-0.667	0.376	-0.644	-0.641	0.468
2.0	-0.620	-0.634	2.199	-0.614	-0.617	0.418	-0.587	-0.584	0.540



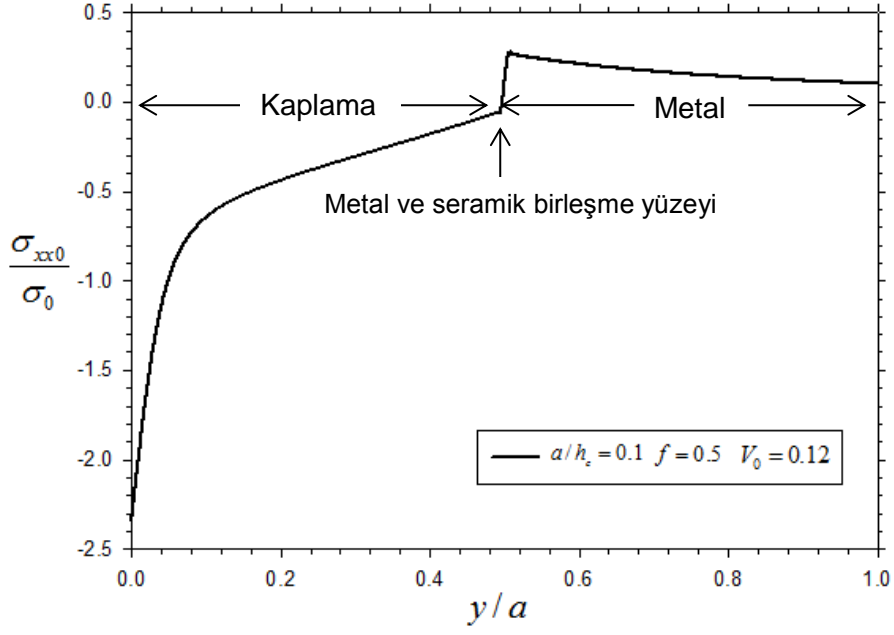
Şekil 5.51 Kaplamalı metal malzeme için a/h_c oranına bağlı olarak sıcaklık dağılımı (kırmızı çizgiler sıcaklık bağımsız sonuçlarını göstermektedir) $V_0 = 0.075$
 $f = 0.5$ $T_0 = 300$ K

Çizelge 5.15 Kaplamalı metal malzeme için a/h_c oranına bağlı olarak sıcaklık dağılımı için hata analizi (Ti-6Al-4V/ZrO₂ kaplama katmanı)

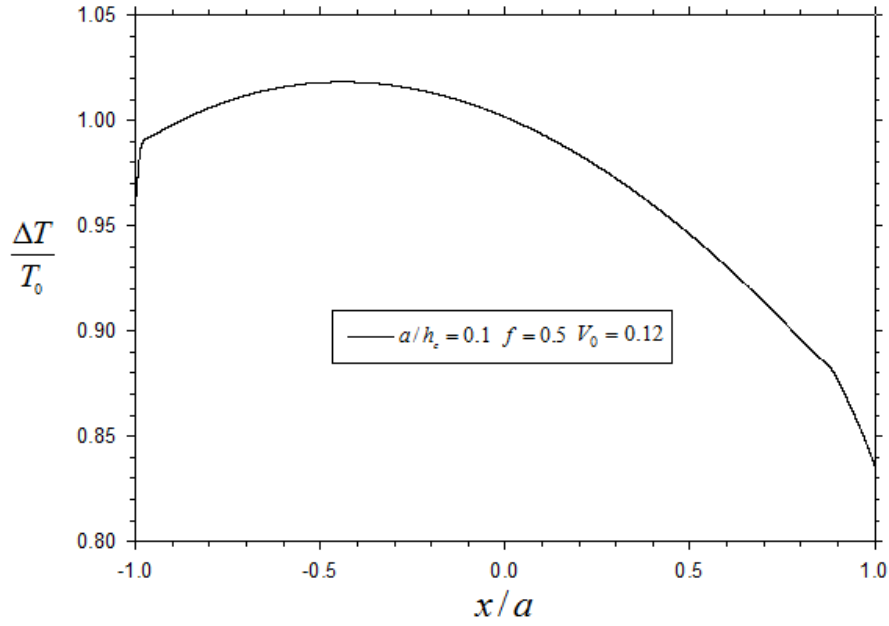
x/a	$a/h_c = 0.1$			$a/h_c = 0.2$			$a/h_c = 0.5$		
	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_D$	Hata %	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_c$	$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_D$	Hata %
-1.0	0.6230	0.6063	2.765	0.2588	0.2552	1.422	0.0805	0.0800	0.695
-0.8	0.6453	0.6286	2.648	0.2707	0.2670	1.378	0.0850	0.0844	0.671
-0.6	0.6455	0.6299	2.477	0.2707	0.2672	1.301	0.0845	0.0839	0.643
-0.4	0.6437	0.6289	2.359	0.2697	0.2664	1.246	0.0837	0.0832	0.620
-0.2	0.6399	0.6256	2.284	0.2678	0.2646	1.208	0.0827	0.0822	0.601
0.0	0.6342	0.6202	2.248	0.2650	0.2619	1.186	0.0816	0.0811	0.583
0.2	0.6265	0.6127	2.248	0.2613	0.2582	1.177	0.0802	0.0798	0.566
0.4	0.6168	0.6030	2.281	0.2566	0.2536	1.181	0.0787	0.0782	0.550
0.6	0.6049	0.5910	2.343	0.2509	0.2480	1.199	0.0769	0.0765	0.523
0.8	0.5905	0.5767	2.396	0.2438	0.2408	1.239	0.0745	0.0741	0.573
1.0	0.5561	0.5424	2.529	0.2274	0.2246	1.269	0.0681	0.0677	0.578

Yukarıdaki çizelgede değişen $\frac{a}{h_c}$ oranına bağlı sıcaklık bağımlı ve sıcaklıktan bağımsız özelliklerin kullanılması ile elde edilen temas yüzeyi sıcaklık dağılımı için hata analizi yapılmıştır. Sıcaklık dağılımındaki hata % dağılımına bakılacak olursa hata % değerlerinin zımba uç noktalarına doğru arttığı görülmektedir. Bunun nedeni azalan a/h_c değerinde yüzeyde daha yüksek kayma gerilmeleri oluşmuş, özellikle zımba uç noktalarına doğru şiddetini arttırmıştır. Bu da o bölgeye uygulanan ısı miktarının artmasına neden olmuştur.

Seramik kaplamalı metal malzeme temas mekaniği incelenirken, seramik ve metal malzemenin birleşim yüzeyinde x yönlü gerilmelerin önemli ölçüde arttığı gözlemlenmektedir. Bu durum yüksek gerilme ve sıcaklık değişimlerinin olduğu durumda iki malzemenin birleşim yüzeyinde kırılma ve ayrılmalara neden olabilmektedir. Yüksek gerilme ve ısı üretiminin olduğu koşullarda sonuçlar aşağıdaki grafiklerde (Şekil 5.52 ve Şekil 5.53) belirtilmiştir. Bu tür yükleme koşullarının etkili olduğu durumlarda (dişli, kam ve yataklar gibi makine elemanları ve kesici takımlarda) yüzeyde aşınmaya karşı direncin artırılmasında seramik kaplanabilir ancak iki malzeme birleşim noktasındaki bağlanma dayanımının zayıflığı, yüksek artık gerilme oluşumu ve kaplamanın kırılabilirliği bu tür bir uygulamanın dezavantajıdır. Bu yüzden bu tür olumsuz etkilerden kurtulmak için derecelendirilmiş malzemeler kullanılabilir. (Guler and Erdogan, 2004)



Şekil 5.52 Kaplamalı metal için derinlik yönünde oluşan x yönlü normal gerilme (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $a/h_c = 0.1$ $f = 0.5$ $V_0 = 0.12$



Şekil 5.53 Kaplamalı metal için yüzey sıcaklık dağılımı (sıcaklık bağımlı özellikler kullanılmıştır) $a/h_c = 0.1$ $f = 0.5$ $V_0 = 0.12$ $T_0 = 300 K$

6. SONUÇLARIN YORUMLANMASI VE ÖNERİLER

Tez kapsamında homojen izotropik metal malzeme (Ti-6Al-4V) katmanı, yüzeyi seramik (ZrO₂) kaplamalı metal malzeme ve fonksiyonel derecelendirilmiş kaplama katmanına sahip metal (Ti-6Al-4V) için ısı üretimi olan sürtünmeli temas problemi sonlu elemanlar yöntemi vasıtası ile çözülmüştür. Fonksiyonel derecelendirilmiş kaplama katmanı / metal alt katman modeli için sabit termoelastik özellikler kullanılmış, sonuçlar literatürde elde edilen diğer sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Metal katman ve seramik kaplamalı metal katman modelleri için çözümler sıcaklıktan bağımsız ve sıcaklığa bağlı malzeme özellikleri kullanılarak elde edilmiş, temas yüzeyi gerilme ve sıcaklık dağılımları bulunmuş ve hata analizleri yapılmıştır.

Homojen izotropik metal katman / rijit zımba modelinde zımba kayma hızı arttıkça temas yüzeyindeki sıcaklık değeri artmakta, artışın en fazla görüldüğü bölge ise zımbanın ortası ile arka kısmı arasındadır. Bunun sonucunda y yönündeki normal gerilme bu bölgelerde basma yönünde daha fazla, zımba ortası ile ucu arasında kalan bölgede ise daha azdır. Zımba kayma hızı arttıkça, temas yüzeyindeki y yönlü normal gerilme uç bölge kısmından eğilmektedir. Metal malzemenin ısıl iletim katsayısı yüksek olduğundan dolayı sürtünme kaynaklı ısı malzemede daha fazla sıcaklık değişimine yol açmakta, bu değişim malzeme termal ve mekanik özelliklerini önemli ölçüde değiştirmektedir. Bu nedenle metal malzeme için temas yüzeyindeki y yönlü normal gerilmelerde hata oranı 20 % seviyelerine ulaşmaktadır. Çizelgelerde de gösterildiği üzere zımba kayma hızı arttıkça hata oranları artmaktadır. Aynı şekilde x yönlü normal gerilmeler de zımba kayma hızı arttıkça temas bölgesinde basma yönünde şiddetlenmektedir. Bir diğer önemli parametre ise, zımba ön ucu bölgesinde normal x gerilmesi negatif değerlerde (basma yönünde) iken, zımba arka ucu bölgesinde ise normal x gerilmesi çok büyük ve pozitif (çekme) değerlerine ulaşabilmektedir. Bu durum, zımba malzeme üzerinde kayarken malzemenin zımbanın arka ucu bölgesinden kırılabileceğini göstermektedir. Kayma hızı arttıkça, normal x gerilmesi zımba temas yüzeyinde, temas bölgesi arkasında ve temas bölgesi önünde basma yönünde artmaktadır. Daha sonra yüzey sürtünme katsayısının sonuçlar üzerindeki etkisini gözlemlemek için boyutsuz kayma hızı sabitlenmiş, değişik sürtünme katsayıları için gerilme dağılımları bulunmuştur. Sürtünme katsayısı arttıkça, y yönlü normal gerilme zımba

arka ucu ile ortası arasındaki bölgede basma yönünde artmakta, ortası ile ön ucu arasındaki bölgede basma yönünde azalmaktadır. Normal x gerilmesi zımba temas bölgesinde basma yönünde artarken, temas arkasında kalan bölgede de çekme (pozitif) yönde artmaktadır. Kayma gerilmesi ise sürtünme katsayısı arttıkça zımba temas bölgesinde pozitif yönde artmaktadır. Daha sonra zımbanın kayma hızı (m/s) sabitlenerek (termal etkilerin daha açık görülebilmesi amacıyla), değişen sürtünme katsayılarına göre analizler yapılmıştır. Aynı kayma hızında sürtünme katsayısı arttıkça temas yüzeyindeki sıcaklık artmakta, bu durum sıcaklıktan bağımsız ve sıcaklık bağımlı özellikler ile elde edilen sonuçların arasındaki farkı arttırmaktadır. Yüksek sürtünme katsayısı değerlerinde temas yüzeyi sıcaklık dağılımında 20 - 25 % seviyelerinde hataların olduğu gözlemlenmiştir.

Seramik malzemeler, metal alaşım malzemeyi ısı ve aşınmaya karşı koruma amaçlı kaplama şeklinde kullanılabilirler. Bu kapsamda seramik (ZrO_2) kaplamalı metal malzeme (Ti-6Al-4V) modeli de analiz edilmiş, değişen zımba kayma hızı ve sürtünme katsayıları için sonuçlar elde edilmiştir. Fiziksel olarak benzer eğilimler sergileyen sonuçlarda yüzey sıcaklık değişimi metal temasa göre oldukça düşüktür. Bunun nedeni seramiğin ısı iletim katsayısının metal malzemeye oranla düşük olmasıdır. Seramik kaplama katmanı bir termal bariyer gibi davranmıştır. Bu nedenle sıcaklıktan bağımsız ve sıcaklık bağımlı özelliklerin kullanımı ile elde edilen sonuçlar arasındaki farklar doğrudan metal malzeme temasına oranla düşük elde edilmiştir. Daha sonra değişen zımba genişliği / kaplama kalınlığı oranlarına göre sonuçlar elde edilmiş, bu oran arttıkça y yönlü normal gerilme zımba temas bölgesinde basma yönünde azalmakta, x yönlü normal gerilme zımba arka bölgesinde basma yönünde artmakta, ön bölgesinde ise basma yönünde azalmaktadır. Zımba genişliği / kaplama kalınlığı oranı azaldıkça artan yüzey gerilmesi nedeniyle artan ısı akısı yüzey sıcaklık değerlerini de önemli ölçüde arttırmıştır. Bu nedenle zımba genişliği / kaplama kalınlığı oranı azaldıkça gerilmeler ve yüzey sıcaklık dağılımı için hata % değerleri artmıştır.

Seramik kaplamalı model için aşırı bir yükleme durumunda (yüksek basma kuvveti, yüksek kayma hızı ve yüksek sürtünme katsayısı) yüzey sıcaklığında 300 K' e varan sıcaklık değişimi gözlenmiş, metal ve kaplama birleşme yüzeyinde normal x gerilmesinde keskin bir geçiş oluşmuştur. (Bu durum metal ve seramik malzemenin ısı genleşme katsayılarının farklı olmasından kaynaklanmaktadır.) Bu

durum birleşme yüzeyinden ayrılma ve kırılmalara sebebiyet verebilir. Bu durumu önlemek amacıyla derecelendirilmiş malzeme katmanları kullanılabilir.

Geleceğe yönelik öneri olarak, derecelendirilmiş malzeme katmanı ve düz rijit zımba modeli için sıcaklık bağımlı özellikler kullanılarak hata analizleri, rijit olmayan zımba temasının incelenmesi ve hata analizleri, değişen zımba profilleri için (silindirik, üçgensel, vs) çözümler ve hata analizleri yapılabilir. Ayrıca temas yüzeyindeki sürtünme katsayısının farklı koşullara göre değişimini de dikkate alan ve temas yüzeyi pürüzlülük parametreleri de modellenerek analizler yapılabilir.

KAYNAKLAR

- ANSYS, 1997, ANSYS Basic Analysis Procedures Guide, Release 5.4., ANSYS Inc., Canonsburg, PA, USA
- Barber, J.R. , 1999, Thermoelasticity and Contact, General lecture, Third International Congress on Thermal Stresses, Journal of Thermal Stresses 22:513-525
- Barber, J.R. ,Moran-M C.J., 1982, Green's Functions for Transient Thermoelastic Contact Problems for the Half-Plane, Wear, 79, 11-19
- Barber, J.R. , 1976, Some Thermoelastic Contact Problems Involving Frictional Heating, J. Mech. Appl. Math., Vol. XXIX, Pt. 1
- Chao, C.-K. and Gao, B. , 2000, Rigid stamp indentation for a thermoelastic half-plane, International Journal of Solids and Structures 37, 4635-4654
- Choi, H.J. and Paulino, G.H., 2010, Interfacial cracking in a graded coating/substrate system loaded by a frictional sliding flat punch, Proc. R. Soc.. A 2010 466, 853-880
- Choi, H.J. and Paulino, G.H. , 2008, Thermoelastic contact mechanics for a flat punch sliding over a graded coating/substrate system with frictional heat generation, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 56, 1673-1692
- Crook, A., Combined finite/discrete element method., 1996 Lecture Notes, University of Wales Swansea
- Dag, S., Guler, M.A., Yıldırım, B., Ozatag, A.C., 2009, Sliding frictional contact between a rigid punch and a laterally graded elastic medium, International Journal of Solids and Structures 46, 4038-4053
- Dundurs, J. and Comninou, M., 1979, Green's Functions for Planar Thermoelastic Contact Problems – Exterior Contact, Mechanics Research Communications Vol. 6 (5), 309-316
- Fujimoto, T., Noda, N., 2001, Influence of the compositional profile of functionally graded material on the crack path under thermal shock, J. Am. Ceram. Soc. 84, 1480-1486
- Guler, M.A., Erdogan F.,2004, Contact mechanics of graded coatings, International Journal of Solids and Structures, 41, 3865-3889

- Guler, M.A., 2001, Contact mechanics of FGM coatings. Ph.D. Dissertation, Lehigh University, 276p
- Hallquist, J., Goudreau, G., Benson, D., Sliding interfaces with contact impact in large scale lagrangian computations, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 51, 1985
- Hills, D.A. and Barber, J.R., 1985, Steady Motion of an Insulating Rigid Flat- Ended Punch Over a Thermally conducting Half-Plane, *Wear*, 102, 15-22
- Introduction to Engineering and Statics, 2012, Division of Engineering, Brown University, <http://www.engin.brown.edu/courses/en3/Notes/Statics/friction/friction.htm>
- Johnson, K.L., *Contact Mechanics*, 1985, Cambridge University Press, 452p
- Jang, Y.H., Cho, H., Barber, J.R., 2009, The thermoelastic Hertzian contact problem, *International Journal of Solids and Structures* 46, 4073-4078
- Ke, L.-L., Liu, J., Wang, Y.-S., 2011, Two dimensional thermoelastic contact problem of functionally graded materials involving frictional heating, *International Journal of Solids and Structures* 48, 2536-2548
- Ke, L.-L., Yang, J., Kitipornchai, S., and Wang, Y.-S., 2008, Frictionless contact analysis of a functionally graded piezoelectric layered half-plane, *Smart Mater. Struct.* 17, 025003, (12pp)
- Kulchytsky-Zhyhailo, R.D. and Yevtushenko, A.A., 1998, Approximate Method for Analysis of the Contact Temperature and Pressure due to Frictional Load in an Elastic Layered Medium, *Int. J. Solids Structures* Vol. 35, Nos. 3-4, pp. 319-329
- Madenci, E., Guven, I., 2006 *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS*, Springer Science+Business Media, LLC
- Matysiak, S., J., and Yevtushenko, A.A., 2001, On Heating Problems of Friction, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics* 3, 39
- Mohammadi, S., 2003, *Discontinuum Mechanics Using Finite and Discrete Elements*, WIT Press, 285p
- NASA, 2000, *Research and Technology 2000, Higher Order Theory for Functionally Graded Materials*, <http://www.grc.nasa.gov/WWW/RT/RT2000>
- Ootao, Y., Tanigawa, Y., Nakamura, T., 1999, Optimization of material composition of FGM hollow circular cylinder under thermal loading: a neural network approach, *Composites: Part B* 30, 415-422

- Ruys A. and Sun D., 2002, Functionally Graded Materials (FGM) and Their Production Methods, <http://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=1592>
- Topçu, M., Taşgetiren, S., 1998, Mühendisler için sonlu elemanlar metodu, PAÜ Mühendislik Fakültesi Matbaası, Ders kitapları Yayın No: 007, Denizli
- Toyota Automotive Technical Training Series, 2012, Disc Brakes, [http:// www.autoshop101.com](http://www.autoshop101.com)
- Wartremetz, B., Baietto-Dubourg, M.C., Lubrecht, A.A., 2007, 2D thermomechanical contact simulations in a functionally graded material: A multigrid-based approach, Tribology International 40, 754-762
- Zienkiewicz, O. and Taylor, R., 1994, The Finite Element Method. McGraw Hill, 4th edition

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Mehmet Nurullah BALCI

Doğum Yeri: ÇANKIRI

Doğum Yılı: 1988

Medeni Hali: Bekar

Eğitim ve Akademik Durumu: Makine Mühendisliği Lisans

Lise: Mehmet Emin Resulzade Anadolu Lisesi, ANKARA, 2002-2006

Lisans: Makine Mühendisliği Bölümü (Burslu) , Başkent Üniversitesi, (3.72 / 4.00),
2006-2010

Yabancı Dil: İngilizce

İş Tecrübesi

2011- Devam etmekte, Araştırma Görevlisi, Makine Mühendisliği Bölümü,
Hacettepe Üniversitesi, ANKARA