

**GİRİŞ ÇIKIŞ MODELİNE DAYALI  
RÖLE İLE KAYAN KIPLI DENETİM**

**RELAY SLIDING MODE CONTROL  
BASED ON THE INPUT OUTPUT MODEL**

**ŞÖLEN KUMBAY YILDIZ**

**Prof. Dr. HÜSEYİN DEMİRCİOĞLU**

**Tez Danışmanı**

Hacettepe Üniversitesi  
Lisansüstü Eğitim - Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin  
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı İçin Öngördüğü  
DOKTORA TEZİ  
olarak hazırlanmıştır.

2013

**ŞÖLEN KUMBAY YILDIZ**'ın hazırladığı **Giriş Çıkış Modeline Dayalı RÖle ile Kayan Kipli Denetim** adlı bu çalışma aşağıdaki jüri tarafından **ELEKTRİK VE ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**'nda **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

BaŐkan

(Prof. Dr. Alper Uraz)

DanıŐman

(Prof. Dr. Hüseyin Demircioğlu)

Üye

(Yrd. Doç. Dr. Yakup Sabri Özkazanç)

Üye

(Yrd. Doç. Dr. Derya Altunay)

Üye

(Yrd. Doç. Dr. Semih Bingöl)

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tarafından **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Fatma SEVİN DÜZ

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

## ETİK

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

... / ... / 20...

Şölen KUMBAY YILDIZ

## ÖZET

### GİRİŞ ÇIKIŞ MODELİNE DAYALI RÖLE İLE KAYAN KIPLI DENETİM

**ŞÖLEN KUMBAY YILDIZ**

**Doktora, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü**

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. HÜSEYİN DEMİRCİOĞLU**

**Ağustos 2013, 264 sayfa**

Sistem yapısı veya değişen çalışma koşullarından kaynaklı belirsizlikler, parametre değişiklikleri ve bozucu etkiler denetim uygulamalarında sıkça karşılaşılan sorunların başında yer alır. Kayan kipli denetim (KKD) bu koşullar altında dahi denetim başarımını hedeflenen düzeyde tutabilmek amacıyla geliştirilen gürbüz denetim yöntemlerinden biridir.

KKD'in elde edilebildiği yapılardan biri de röleli sistemlerdir. Röle elemanının kayan kipte çalışması sağlanarak parametre değişiklikleri ve gürültü gibi bozucu etkenlere karşı gürbüz bir sistem elde edilmesi amaçlanır. Geleneksel olarak durum uzayında tanımlanan KKD yöntemi, röle denetimli sistemler için giriş çıkış modeli esas alınarak tanımlanabilir. Böylece, yöntemin uygulanabilmesi için sistem durumlarının bilinmesine gerek kalmadan, yalnızca çıkış sinyali kullanılarak röleli sistemlerde kayan kipli denetim gerçekleştirilebilmektedir.

Bu tez çalışmasında, ilk olarak daha önce tek girişli tek çıkışlı sistemler için ele alınan giriş çıkış modeline dayalı röle ile KKD (GÇ-RKKD) yöntemi üzerinde yeniden durulmuş, yöntemin en küçük evreli olmayan sistemlerin denetimi, bakışımı olmayan röle, bozucular ve gürültünün kayan kip koşulları üzerindeki etkileri gibi eksik kalan yönleri ayrıntılı olarak incelenmiş ve analiz edilmiştir.

Çalışmanın bir sonraki aşamasında GÇ-RKKD yöntemi çokdeğişkenli sistemlere genişletilmiştir. Bu doğrultuda önce daha basit olan çokdöngülü yapılar üzerinde durulmuş, ardından çokdeğişkenli sistemler genel olarak ele alınmıştır. Bu sistemler



için kayan kip koşullarının türetilmesine yer verilmiş, ideal olmayan çalışma koşulları ve bakımsız olamayan röle elemanlarının kayan kip koşullarını nasıl etkilediği incelenmiştir. Çokdöngülü ve çokdeğişkenli yapılar karmaşıklık, uygulama zorluğu ve denetim başarımı yönünden karşılaştırılmıştır.

Son olarak elde edilen sonuçlar benzetim çalışmaları ve gerçek zamanlı uygulamalar ile desteklenmiştir. Uygulamalarda kullanılan sistem ardışık bağlı üç adet gözden oluşan bir su tankı sistemidir. Su tankı sistemi, hem tek girişli tek çıkışlı, hem de çokdeğişkenli olarak ayarlanmış ve GÇ-RKKD yöntemleri kullanılarak gözlerdeki su seviyesi denetlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Kayan kipli denetim (KKD), röleli denetim, gürbüz denetim, çokdöngülü denetim, çokdeğişkenli denetim, çokdeğişkenli sistemlerin denetimi, giriş çıkış modeline dayalı röle ile KKD (GÇ-RKKD)

## **ABSTRACT**

### **RELAY SLIDING MODE CONTROL BASED ON THE INPUT OUTPUT MODEL**

**ŞÖLEN KUMBAY YILDIZ**

**Doctor of Philosophy, Department of  
Electrical and Electronics Engineering**

**Supervisor: Prof. Dr. HÜSEYİN DEMİRCİOĞLU**

**August 2013, 264 pages**

Uncertainties, parameter changes and disturbances caused by the system structure and/or changing operating conditions lie among the most frequently encountered problems in practical control applications. Sliding mode control (SMC) is one of the robust control methods, developed to provide a certain control performance under such circumstances.

SMC can also be obtained in relay control systems. The aim is to obtain an overall system that is robust to disturbances, noise and parameter changes by forcing the relay element to operate in sliding mode. While SMC methods have been traditionally developed in state-space; in relay control systems, it is possible to define SMC based on the input-output model of a system. In this way, sliding motion can be achieved by only utilizing the output signal, without the need to know or measure the system states.

In the first part of this study, the relay sliding mode control method based on the input-output model (RSMC-IO), which has been previously designed for single-input single-output (SISO) systems, is revisited. And some issues that have not been addressed previously such as control of non-minimum phase systems, the effects of non-symmetric relay, disturbances and measurement noise on the sliding mode conditions have been examined and analyzed in detail.

In the second part of the study, the RSMC-IO method is extended to multivariable systems. Firstly, the simpler multi-loop structure is examined and then multivariable

systems in general are taken into consideration. Sliding mode conditions for these systems are derived, and the effects of non-ideal operating conditions and the use of non-symmetrical relays on these conditions are investigated. Multi-loop and multi-variable approaches are compared with each other regarding complexity, application difficulty and control performance.

Finally, the theoretical results are put to test by simulations and real-time applications. The system used in the applications is a water tank system which consists of three cascaded tanks. The water tank is arranged to represent a single-input single-output and a multivariable system and the water levels in the tanks are controlled by using the RSMC-IO methods.

**Keywords:** Sliding mode control (SMC), relay control, robust control, multi-loop control, multivariable control, control of multivariable systems, relay sliding mode control based on the input output model (RSMC-IO)

## TEŞEKKÜR

Uzun ve zorlu tez alıőmamız süresince bilgi ve ilgisini hiç esirgemeyen yol göstericim ve tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Hüseyin Demircioğlu'na değerli katkı ve paylaşımlarından dolayı içtenlike teşekkürlerimi sunarım.

Bilgi ve deneyimlerini paylaşarak çalıőmamıza yön veren tez izleme komitesi ve savunma sınavı jüri üyesi kıymetli hocalarıma teşekkür ederim.

Hayatımın her anında olduğu gibi tez çalıőmam süresince de sonsuz sevgi ve destekleriyle beni hiç yalnız bırakmayan sevgili annem ve babama, meslektaőı olmaktan gurur duyduğum canım kardeşim Eren'e, güven ve sevgisi ile hep yanımda olan ve bana güç veren değerli eşim Gökay'a ve varlığıyla hayatın her anını yaşamaya daha da değer kılan biricik kızım Arya'ya yürekten teşekkür ederim.

# İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET .....	i
ABSTRACT .....	iii
TEŞEKKÜR .....	v
İÇİNDEKİLER .....	vi
ŞEKİLLER .....	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR .....	xvi
1. GİRİŞ .....	1
2. TEK GİRİŞLİ TEK ÇIKIŞLI SİSTEMLERDE GÇ-RKKD .....	6
2.1. Kayan Kip Koşulları .....	6
2.2. <i>E</i> ve <i>F</i> Süzgeçleri .....	12
2.3. GÇ-RKKD'de Gürbüzlük .....	15
2.3.1. Parametre Değişiklikleri .....	15
2.3.2. Bozucular .....	15
2.3.3. Ölçüm Gürültüsü .....	19
2.4. Bakımsız Olmayan Röle ile KKD .....	21
2.5. Kararsız Sistemlerde GÇ-RKKD .....	25
2.6. En Küçük Evreli Olmayan Sistemlerde GÇ-RKKD .....	30
2.7. Benzetim Çalışması .....	35
2.7.1. Kayan Kip Koşullarının İncelenmesi .....	35
2.7.2. <i>E</i> ve <i>F</i> Süzgeçlerinin Kullanımı .....	50
2.7.3. Parametre Değişikliklerinin Etkilerinin İncelenmesi .....	54
2.7.4. Bozucuların Denetim Başarımı Üzerindeki Etkilerinin İncelenmesi .....	59
2.7.5. Bakımsız Olmayan Röle Kullanımı .....	66
2.7.6. Kararsız Sistemlerin Denetimi .....	68
3. ÇOKDÖNGÜLÜ SİSTEMLERDE GÇ-RKKD .....	71
3.1. Çokdöngülü Sistemler İçin Kayan Kip Koşulları .....	71

3.2. <b>E</b> ve <b>F</b> Matrisleri . . . . .	86
3.3. Çokdöngülü GÇ-RKKD'de Gürbüzlük . . . . .	92
3.3.1. Parametre Değişiklikleri . . . . .	92
3.3.2. Bozucular . . . . .	93
3.3.3. Ölçüm Gürültüsü . . . . .	97
3.4. Çokdöngülü Sistemlerde Bakımsız Olmayan Röle ile KKD . . . . .	99
3.5. Benzetim Çalışması . . . . .	106
3.5.1. Çokdöngülü Sistemlerde Kayan Kip Koşullarının İncelenmesi . . . . .	106
3.5.2. <b>E</b> ve <b>F</b> Matrislerinin Kullanımı . . . . .	121
3.5.3. Parametre Değişikliklerinin Etkilerinin İncelenmesi . . . . .	130
3.5.4. Bozucuların Denetim Başarımı Üzerindeki Etkilerinin İncelenmesi . . . . .	139
3.5.5. Bakımsız Olmayan Röle Kullanımı . . . . .	150
3.5.6. Kararsız Sistemlerin Denetimi . . . . .	153
4. ÇOKDEĞİŞKENLİ SİSTEMLERDE GÇ-RKKD . . . . .	158
4.1. Çokdeğişkenli Sistemler İçin Kayan Kip Koşulları . . . . .	158
4.2. <b>E</b> ve <b>F</b> Matrisleri . . . . .	175
4.3. Çokdeğişkenli GÇ-RKKD'de Gürbüzlük . . . . .	177
4.3.1. Parametre Değişiklikleri . . . . .	177
4.3.2. Bozucular . . . . .	177
4.3.3. Ölçüm Gürültüsü . . . . .	180
4.4. Çokdeğişkenli Sistemlerde Bakımsız Olmayan Röle ile KKD . . . . .	182
4.5. Benzetim Çalışması . . . . .	188
4.5.1. <b>E</b> ve <b>F</b> Matrislerinin Kullanımı . . . . .	198
4.5.2. Parametre Değişikliklerinin Etkilerinin İncelenmesi . . . . .	204
4.5.3. Bozucuların Denetim Başarımı Üzerindeki Etkilerinin İncelenmesi . . . . .	212
4.5.4. Bakımsız Olmayan Röle Kullanımı . . . . .	223
4.5.5. Kararsız Sistemlerin Denetimi . . . . .	226
5. UYGULAMALAR . . . . .	231

5.1. Uygulamalarda Kullanılan Sistem . . . . .	231
5.2. Su Tankı Sisteminin Matematiksel Modeli . . . . .	234
5.3. Uygulama Sonuçları . . . . .	237
5.3.1. Tek girişli tek çıkışlı GÇ-RKKD yöntemi ile elde edilen sonuçlar	238
5.3.2. Çokdöngülü GÇ-RKKD yöntemi ile elde edilen sonuçlar . . . . .	243
5.3.3. Çokdeğişkenli GÇ-RKKD yöntemi ile elde edilen sonuçlar . . . . .	249
6. SONUÇLAR . . . . .	252
KAYNAKLAR . . . . .	257
EKLER . . . . .	261
ÖZGEÇMİŞ . . . . .	263

## ŞEKİLLER

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1. Röleli denetim yapısı .....	6
Şekil 2.2. Röleli denetim için genişletilmiş yapı .....	13
Şekil 2.3. Çıkış sinyali üzerinde bozucu .....	16
Şekil 2.4. Ölçüm gürültüsünün etkisi .....	20
Şekil 2.5. Bakışımli olmayan röleli denetim yapısı .....	21
Şekil 2.6. Bakışımli olmayan röle .....	22
Şekil 2.7. Eş. 2.75'te verilen sisteme ait evre portresi ( $u = 0$ ) .....	26
Şekil 2.8. Eş. 2.75'te verilen sisteme ait evre portresi ( $r = 5$ ) .....	27
Şekil 2.9. Şekil 2.8'de verilen evre portresinde sistem tepkisinin kararlı olduğu ve $e\dot{e} < 0$ koşulunun sağlandığı bölgeler .....	28
Şekil 2.10. Eş. 2.78'de verilen sistem için düz röle ile benzetim sonuçları .....	30
Şekil 2.11. Eş. 2.78 ile verilen sistem için düz röle ( $r > 0$ ) kullanıldığında elde edilen evre portresi .....	31
Şekil 2.12. Eş. 2.78 ile verilen sistem için ters röle ( $r < 0$ ) kullanıldığında elde edilen evre portresi .....	33
Şekil 2.13. Ters röle ile benzetim sonucu ( $x(0) = [0.6 \ 0]^T$ ) .....	34
Şekil 2.14. Ters röle ile benzetim sonucu ( $x(0) = [0 \ 0]^T$ ) .....	34
Şekil 2.15. $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları ( $r = 3$ ) .....	42
Şekil 2.16. $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları ( $r = 0.9$ ) .....	43
Şekil 2.17. $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları ( $r = 0.8$ ) .....	44
Şekil 2.18. $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları ( $r = 0.8$ ) .....	45
Şekil 2.19. $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları ( $r = 15$ ) .....	46
Şekil 2.20. $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları ( $r = 1.2$ ) .....	47
Şekil 2.21. $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları ( $r = 0.8$ ) .....	48
Şekil 2.22. $G_2(s)$ ve $M_2(s)$ için benzetim sonuçları ( $r = 20$ ) .....	49
Şekil 2.23. $F(s)$ süzgecinin kullanımı ( $r=15$ ) - $G_3(s)$ ve $M_3(s)$ için benzetim sonuçları .....	52



Şekil 2.24. $E(s)$ ve $F(s)$ süzgeçlerinin kullanımı ( $r=5$ ) - $G_4(s)$ ve $M_4(s)$ için benzetim sonuçları	53
Şekil 2.25. Ani parametre değişimlerinin denetim başarımı üzerindeki etkisi ( $r = 6$ )	56
Şekil 2.26. Ani parametre değişimlerinin denetim başarımı üzerindeki etkisi ( $r = 15$ )	57
Şekil 2.27. Sürekli değişen parametrelerin denetim başarımı üzerindeki etkisi ( $r = 15$ )	58
Şekil 2.28. Basamak tipi bozucunun denetim başarımı üzerindeki etkisi ( $r = 5$ )	62
Şekil 2.29. Basamak tipi bozucunun denetim başarımı üzerindeki etkisi ( $r = 10$ )	63
Şekil 2.30. Beyaz gürültünün denetim başarımı üzerindeki etkisi ( $r = 10$ )	64
Şekil 2.31. Ölçüm gürültüsünün denetim başarımı üzerindeki etkisi ( $r = 5$ )	65
Şekil 2.32. Bakışımli olmayan röle ile denetim başarımı ( $r_o = -5, \Delta r = -10$ )	67
Şekil 2.33. Karasız sistemde denetim başarımı ( $r = 15$ )	69
Şekil 2.34. Karasız sistemde denetim başarımı ( $r = 25$ )	70
Şekil 3.1. İki girişli ve iki çıkışlı bir sistemde çokdöngülü röleli denetim yapısı	71
Şekil 3.2. Üç girişli ve üç çıkışlı çokdöngülü röleli denetim yapısı	78
Şekil 3.3. Çokdöngülü röleli denetim yapısı	84
Şekil 3.4. İki girişli ve iki çıkışlı yapıda $E$ ve $F$ matrisleri	87
Şekil 3.5. $E$ ve $F$ matrisleri köşegen biçimde seçildiğinde ortaya çıkan denetim yapısı	90
Şekil 3.6. Çokdöngülü röleli denetim yapısında çıkış sinyali üzerinde etkili bozucu	93
Şekil 3.7. Çokdöngülü röleli denetim yapısında ölçüm gürültüsü	97
Şekil 3.8. İki girişli ve iki çıkışlı çokdöngülü bakışımli olmayan röleli denetim yapısı	100
Şekil 3.9. $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci döngü ( $r_1 = 5$ )	113
Şekil 3.10. $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci döngü ( $r_2 = 10$ )	114
Şekil 3.11. $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci döngü ( $r_1 = 0.6$ )	115
Şekil 3.12. $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci döngü ( $r_2 = 4.6$ )	116
Şekil 3.13. $G_2(s)$ ve $M_2(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci döngü ( $r_1 = 8$ )	117

Şekil 3.14. $\mathbf{G}_2(s)$ ve $\mathbf{M}_2(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci döngü ( $r_2 = 12$ ) . . . . .	118
Şekil 3.15. $\mathbf{G}_2(s)$ ve $\mathbf{M}_2(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci döngü ( $r_1 = 1$ ) . . . . .	119
Şekil 3.16. $\mathbf{G}_2(s)$ ve $\mathbf{M}_2(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci döngü ( $r_2 = 3$ ) . . . . .	120
Şekil 3.17. $\mathbf{F}(s)$ matrisinin kullanımı - Birinci döngü ( $r_1 = 5$ ) - $\mathbf{G}_3(s)$ ve $\mathbf{M}_3(s)$ için benzetim sonuçları . . . . .	124
Şekil 3.18. $\mathbf{F}(s)$ matrisinin kullanımı - İkinci döngü ( $r_2 = 5$ ) - $\mathbf{G}_3(s)$ ve $\mathbf{M}_3(s)$ için benzetim sonuçları . . . . .	125
Şekil 3.19. $\mathbf{E}(s)$ ve $\mathbf{F}(s)$ matrislerinin kullanımı - Birinci döngü ( $r_1 = 15$ ) - $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları . . . . .	126
Şekil 3.20. $\mathbf{E}(s)$ ve $\mathbf{F}(s)$ matrislerinin kullanımı - İkinci döngü ( $r_2 = 25$ ) - $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları . . . . .	127
Şekil 3.21. $\mathbf{F}(s)$ matrisinin kullanımı - Birinci döngü ( $r_1 = 15$ ) - $\mathbf{G}_4(s)$ ve $\mathbf{M}_4(s)$ için benzetim sonuçları . . . . .	128
Şekil 3.22. $\mathbf{F}(s)$ matrisinin kullanımı - İkinci döngü ( $r_2 = 10$ ) - $\mathbf{G}_4(s)$ ve $\mathbf{M}_4(s)$ için benzetim sonuçları . . . . .	129
Şekil 3.23. Ani değişen sistem parametrelerinin etkisi - Birinci döngü ( $r_1 = 10$ ) - $\mathbf{G}_4(s)$ ve $\mathbf{M}_4(s)$ için benzetim sonuçları . . . . .	133
Şekil 3.24. Ani değişen sistem parametrelerinin etkisi - İkinci döngü ( $r_2 = 5$ ) - $\mathbf{G}_4(s)$ ve $\mathbf{M}_4(s)$ için benzetim sonuçları . . . . .	134
Şekil 3.25. Ani değişen sistem parametrelerinin etkisi - Birinci döngü ( $r_1 = 45$ ) - $\mathbf{G}_4(s)$ ve $\mathbf{M}_4(s)$ için benzetim sonuçları . . . . .	135
Şekil 3.26. Ani değişen sistem parametrelerinin etkisi - İkinci döngü ( $r_2 = 30$ ) - $\mathbf{G}_4(s)$ ve $\mathbf{M}_4(s)$ için benzetim sonuçları . . . . .	136
Şekil 3.27. Sürekli değişen sistem parametrelerinin etkisi - Birinci döngü ( $r_1 = 15$ ) - $\mathbf{G}_4(s)$ ve $\mathbf{M}_4(s)$ için benzetim sonuçları . . . . .	137
Şekil 3.28. Sürekli değişen sistem parametrelerinin etkisi - İkinci döngü ( $r_2 = 10$ ) - $\mathbf{G}_4(s)$ ve $\mathbf{M}_4(s)$ için benzetim sonuçları . . . . .	138
Şekil 3.29. Basamak tipi bozucuların etkisi - Birinci döngü ( $r_1 = 4$ ) - $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları . . . . .	142
Şekil 3.30. Basamak tipi bozucuların etkisi - İkinci döngü ( $r_2 = 8$ ) - $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları . . . . .	143
Şekil 3.31. Basamak tipi bozucuların etkisi - Birinci döngü ( $r_1 = 20$ ) - $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları . . . . .	144

Şekil 3.32. Basamak tipi bozucuların etkisi - İkinci döngü ( $r_2 = 40$ ) - $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları	145
Şekil 3.33. Beyaz gürültünün etkisi - Birinci döngü ( $r_1 = 5$ ) - $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları	146
Şekil 3.34. Beyaz gürültünün etkisi - İkinci döngü ( $r_2 = 15$ ) - $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları	147
Şekil 3.35. Ölçüm gürültünün etkisi - Birinci döngü ( $r_1 = 5$ ) - $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları	148
Şekil 3.36. Ölçüm gürültünün etkisi - İkinci döngü ( $r_2 = 15$ ) - $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları	149
Şekil 3.37. Bakışımli olmayan röle kullanımı - Birinci döngü ( $r_{1o} = 2, \Delta r_1 = 5$ ) - $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları	151
Şekil 3.38. Bakışımli olmayan röle kullanımı - İkinci döngü ( $r_{2o} = -9, \Delta r_2 = 15$ ) - $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları	152
Şekil 3.39. Kararsız sistemde denetim başarımı - Birinci döngü ( $r_1 = 2$ ) - $G_5(s)$ ve $M_5(s)$ için benzetim sonuçları	154
Şekil 3.40. Kararsız sistemde denetim başarımı - İkinci döngü ( $r_2 = 3$ ) - $G_5(s)$ ve $M_5(s)$ için benzetim sonuçları	155
Şekil 3.41. Kararsız sistemde denetim başarımı - Birinci döngü ( $r_1 = 15$ ) - $G_5(s)$ ve $M_5(s)$ için benzetim sonuçları	156
Şekil 3.42. Kararsız sistemde denetim başarımı - İkinci döngü ( $r_2 = 20$ ) - $G_5(s)$ ve $M_5(s)$ için benzetim sonuçları	157
Şekil 4.1. İki girişli iki çıkışlı çokdeğişkenli röleli denetim yapısı	158
Şekil 4.2. Üç girişli ve üç çıkışlı çokdeğişkenli röleli denetim yapısı	166
Şekil 4.3. İki girişli iki çıkışlı çokdeğişkenli yapıda $E$ ve $F$ matrisleri	175
Şekil 4.4. Çokdeğişkenli röleli denetim yapısında çıkış sinyali üzerinde etkili bozucu	178
Şekil 4.5. Çokdeğişkenli röleli denetim yapısında ölçüm gürültüsü	180
Şekil 4.6. İki girişli ve iki çıkışlı bakışımli olmayan röleli çokdeğişkenli denetim yapısı	182
Şekil 4.7. $G_1(s)$ ve $M_1(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 4, r_{12} = 1$ )	192

Şekil 4.8. $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 2, r_{22} = 8$ )	193
Şekil 4.9. $\mathbf{G}'_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 2, r_{12} = 8$ )	194
Şekil 4.10. $\mathbf{G}'_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 4, r_{22} = 1$ )	195
Şekil 4.11. $\mathbf{G}_2(s)$ ve $\mathbf{M}_2(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 10, r_{12} = 2$ )	196
Şekil 4.12. $\mathbf{G}_2(s)$ ve $\mathbf{M}_2(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 2, r_{22} = 14$ )	197
Şekil 4.13. $\mathbf{E}(s)$ ve $\mathbf{F}(s)$ matrislerinin kullanımı - $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 12, r_{12} = 3$ )	200
Şekil 4.14. $\mathbf{E}(s)$ ve $\mathbf{F}(s)$ matrislerinin kullanımı - $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 5, r_{22} = 20$ )	201
Şekil 4.15. $\mathbf{F}(s)$ matrisinin kullanımı - $\mathbf{G}_4(s)$ ve $\mathbf{M}_4(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 1, r_{12} = 9$ )	202
Şekil 4.16. $\mathbf{F}(s)$ matrisinin kullanımı - $\mathbf{G}_4(s)$ ve $\mathbf{M}_4(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 15, r_{22} = 2$ )	203
Şekil 4.17. Ani değişen sistem parametrelerinin etkisi - $\mathbf{G}_4(s)$ ve $\mathbf{M}_4(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 1, r_{12} = 9$ )	206
Şekil 4.18. Ani değişen sistem parametrelerinin etkisi - $\mathbf{G}_4(s)$ ve $\mathbf{M}_4(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 15, r_{22} = 2$ )	207
Şekil 4.19. Ani değişen sistem parametrelerinin etkisi - $\mathbf{G}_4(s)$ ve $\mathbf{M}_4(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 10, r_{12} = 20$ )	208
Şekil 4.20. Ani değişen sistem parametrelerinin etkisi - $\mathbf{G}_4(s)$ ve $\mathbf{M}_4(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 35, r_{22} = 10$ )	209
Şekil 4.21. Sürekli değişen sistem parametrelerinin etkisi - $\mathbf{G}_4(s)$ ve $\mathbf{M}_4(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 1, r_{12} = 9$ )	210

Şekil 4.22. Sürekli değişen sistem parametrelerinin etkisi - $\mathbf{G}_4(s)$ ve $\mathbf{M}_4(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 15, r_{22} = 2$ ) . . . . .	211
Şekil 4.23. Basamak tipi bozucuların etkisi - $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 4, r_{12} = 1$ ) . . . .	215
Şekil 4.24. Basamak tipi bozucuların etkisi - $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 2, r_{22} = 8$ ) . . . . .	216
Şekil 4.25. Basamak tipi bozucuların etkisi - $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 15, r_{12} = 5$ ) . . .	217
Şekil 4.26. Basamak tipi bozucuların etkisi - $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 7, r_{22} = 18$ ) . . . .	218
Şekil 4.27. Beyaz gürültünün etkisi - $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 8, r_{12} = 3$ ) . . . . .	219
Şekil 4.28. Beyaz gürültünün etkisi - $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 5, r_{22} = 15$ ) . . . . .	220
Şekil 4.29. Ölçüm gürültünün etkisi - $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 8, r_{12} = 3$ ) . . . . .	221
Şekil 4.30. Ölçüm gürültünün etkisi - $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 5, r_{22} = 15$ ) . . . . .	222
Şekil 4.31. Bakımsız olmayan röle kullanımı - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar - $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları . . . . .	224
Şekil 4.32. Bakımsız olmayan röle kullanımı - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar - $\mathbf{G}_1(s)$ ve $\mathbf{M}_1(s)$ için benzetim sonuçları . . . . .	225
Şekil 4.33. Kararsız sistemde denetim başarımı - $\mathbf{G}_5(s)$ ve $\mathbf{M}_5(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 3, r_{12} = 1$ ) . . . .	227
Şekil 4.34. Kararsız sistemde denetim başarımı - $\mathbf{G}_5(s)$ ve $\mathbf{M}_5(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 2, r_{22} = 4$ ) . . . . .	228
Şekil 4.35. Kararsız sistemde denetim başarımı - $\mathbf{G}_5(s)$ ve $\mathbf{M}_5(s)$ için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 10, r_{12} = 5$ ) . . .	229
Şekil 4.36. Kararsız sistemde denetim başarımı - $\mathbf{G}_5(s)$ ve $\mathbf{M}_5(s)$ için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 2, r_{22} = 18$ ) . . . .	230
Şekil 5.1. Uygulamada kullanılan su tankı sistemi . . . . .	231
Şekil 5.2. Su tankı sisteminin şematik gösterimi . . . . .	232

Şekil 5.3. 2. derece olarak düzenlenmiş su tankı sisteminin şematik gösterimi	234
Şekil 5.4. İki girişli iki çıkışlı olarak düzenlenmiş su tankı sisteminin şematik gösterimi	235
Şekil 5.5. Tek girişli tek çıkışlı GÇ-RKDD yönteminine ait uygulama sonuçları ( $r_a = 5.77, r_b = 0$ )	241
Şekil 5.6. Tek girişli tek çıkışlı GÇ-RKDD yönteminde $E$ ve $F$ süzgeçlerinin kullanımı ( $r = 30$ )	242
Şekil 5.7. Çokdöngülü GÇ-RKDD yöntemi ile elde edilen sonuçlar - Birinci döngü ( $r_{1a} = 5.77, r_{1b} = 0$ )	245
Şekil 5.8. Çokdöngülü GÇ-RKDD yöntemi ile elde edilen sonuçlar - İkinci döngü ( $r_{2a} = 5.77, r_{2b} = 0$ )	246
Şekil 5.9. Çokdöngülü GÇ-RKDD yönteminde $F$ matrisinin kullanımı - Birinci döngü ( $r_1 = 20$ )	247
Şekil 5.10. Çokdöngülü GÇ-RKDD yönteminde $F$ matrisinin kullanımı - İkinci döngü ( $r_2 = 20$ )	248
Şekil 5.11. Çokdeğişkenli GÇ-RKDD yönteminde $F$ matrisinin kullanımı - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 15, r_{12} = 5$ )	250
Şekil 5.12. Çokdeğişkenli GÇ-RKDD yönteminde $F$ matrisinin kullanımı - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = -2, r_{22} = 15$ )	251

## SİMGELER VE KISALTMALAR

### Simgeler

$y, \mathbf{y}$	sistem çıkışı
$u, \mathbf{u}$	sistem girişi veya denetim sinyali
$\bar{u}, \bar{u}_o$	eşdeğer denetim sinyali ve durgun durumda aldığı değer
$y_m, \mathbf{y}_m$	dayanak model çıkışı
$w, \mathbf{w}$	dayanak girişi
$e, \mathbf{e}$	hata sinyali veya röle girişi
$\phi, \boldsymbol{\phi}$	modelin tersi ile süzgeçlenmiş sistem çıkışı
$r$	röle genliği
$\mathbf{r}$	röle genliklerini içeren vektör
$\mathbf{R}$	röle genliklerini içeren matris
$\beta$	$\phi$ sinyalinin anlık değişen kısmı
$\boldsymbol{\beta}$	$\dot{\phi}$ sinyalinin anlık değişen kısımlarını içeren matris
$\beta_{ij}$	$\boldsymbol{\beta}$ matrisinin $i$ . satır $j$ . sütunundaki elemanı
$\dot{\phi}^o$	$\dot{\phi}$ sinyalinin anlık değişmeyen kısmı
$\boldsymbol{\phi}^o$	$\dot{\phi}$ sinyalinin anlık değişmeyen kısımlarını içeren matris
$s, \mathbf{s}$	genişletilmiş KKD yapısında röle girişi
$v, \mathbf{v}$	genişletilmiş KKD yapısında röle çıkışı
$E, F$	genişletilmiş KKD yapısında kullanılan süzgeç çokterimlileri
$\mathbf{E}, \mathbf{F}$	genişletilmiş KKD yapısında kullanılan matrisler
$n, \mathbf{n}$	çıkış sinyali üzerinde etkili bozucu sinyal
$d, \mathbf{d}$	çıkış sinyali üzerinde etkili basamak tipi bozucu
$m, \mathbf{m}$	ölçüm gürültüsü
$r_a, r_b$	bakışımli olmayan röle genlikleri
$r_o, \mathbf{r}_o, \mathbf{R}_o$	bakışımli olmayan röle genliklerinin ortalama değeri
$\Delta r, \Delta \mathbf{r}, \Delta \mathbf{R}$	ortalama değerlerinden arınmış röle genlikleri

## **Kısaltmalar**

KKD	Kayan Kipli Denetim
SMC	Sliding Mode Control
GÇ-RKKD	Giriş Çıkış Modeline Dayalı Röle ile Kayan Kipli Denetim
RSMC-IO	Relay Sliding Mode Control Based on the Input-Output Model
ÖS-SÖ	Örneksel-Sayısal Sayısal-Örneksel



# 1. GİRİŞ

Denetim uygulamalarında en sık karşılaşılan sorunların başında sistem yapısına veya değişen çalışma koşullarına bağlı olarak meydana gelen parametre değişiklikleri ile bozucu etkiler gelmektedir. Değişken yapıli sistemler (variable structure systems) yaklaşımı ve kayan kipli denetim (sliding mode control), bu koşulları dikkate alarak geliştirilen ve bozucu etkiler ve parametre değişikliklerine karşı gürbüz bir denetim elde etmeyi amaçlayan yöntemlerden biridir. Yaklaşımın temelleri 30'lu yıllarda Sovyet araştırmacılar tarafından atılmıştır [1, 2], ancak o dönemde kayan kip terimi kullanılmamıştır. Yöntemin modern denetim terminolojisi kullanılarak ifade edilmesi ve yayınlanması 70'li yıllarda yine Sovyet araştırmacılar tarafından gerçekleştirilmiştir [3, 4]. Değişken yapıli sistemler ve kayan kipli denetim yayınladığı tarihten günümüze dek pek çok araştırmacının ilgisini çekmiş ve çok sayıda yayına konu olmuştur [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13]. Yöntem, sürekli ve kesikli zaman sistemler, çokdeğişkenli, doğrusal olmayan, belirsiz, sonsuz boyutlu ve zaman gecikmeli sistemler ile model takibi gibi farklı pek çok alan kapsamında araştırılmıştır [14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26].

Uygun bir anahtarlama mantığı ile birbirine bağlanmış alt sistemlerden oluşan yapılar değişken yapıli sistemler olarak adlandırılırlar. Bu tür sistemlerde denetim sinyali sürekli değil, sistem durumları, dayanak girişi ve bozucu etkenlerin kesikli bir işlevidir. Belirlenen anahtarlama mantığına bağlı olarak sistem bir alt sistemden diğerine atlar. Böylece sistem yapısı değişmiş olur. Bu anahtarlama sayesinde sistemin dinamik davranışı sabit tutulmaya çalışılarak, belirsizliklere ve bozuculara karşı gürbüz bir denetim sistemi elde edilmesi hedeflenir.

Kayan kipli denetim (KKD), değişken yapıli sistemlerde özel bir durum olarak ortaya çıkmaktadır. KKD yönteminde sistem durumları, durum uzayı üzerinde önceden belirlenen bir yüzey üzerinde tutulmaya çalışılır. Sistem durumları, tanımlanmış olan yüzeyin diğer tarafına geçtikçe, denetim sinyali de önceden tanımlı değerlerden birine atlar. Amaç, kapalı döngü sistem dinamiklerinin yalnızca bu yüzey tarafından belirlenmesini sağlamaktır. Böylece, parametre belirsizliklerinin ve gürültünün sistem çıkışı üzerindeki etkisi ortadan kaldırılmış olur. Durum gezinteleri tanımlanan yüzeyin her iki tarafında da yüzeye doğru ise sistem durumları bu yüzey üzerinde kalır ve orijine doğru kaymaya başlar. Ortaya çıkan bu durum kayan kip (slid-

ing mode), tanımlanan yüzey ise kayma manifoldu (sliding manifold) veya kayma yüzeyi (sliding surface) olarak adlandırılır. Kayan kipin gerçekleşebilmesi için iki ayrı evrenin oluşması gerekir. Sistem durumlarının uygun denetim sinyalleriyle herhangi bir başlangıç değerinden kayma yüzeyine taşınması için gereken süre erişme evresi (reaching phase) olarak adlandırılır. Erişme evresi tamamlandığında ise kayma evresi (sliding phase) başlar. Kayma evresi anahtarlama evresi olarak da adlandırılır (switching phase). Kayma evresi süresince sistem çıkışı, belirsizlikler ve bozucular-dan bağımsız olarak, kayma yüzeyi tarafından belirlenir. Böylece gürbüz bir denetim elde edilmiş olur. KKD yöntemlerinin bir diğer avantajı, sistem dinamiği ifadelerinin doğrusallaştırılmış olmasını zorunlu kılmamasıdır. Bunun yanısıra, sistem kayma evresindeyken elde edilen yapı, denetlenen sistemden daha düşük dereceli bir dinamik ile ifade edilebilmektedir.

KKD'de durum değişkenlerini kayma yüzeyi üzerinde tutabilmek için denetim kuralı, genliği ve yönü sürekli değişen bir denetim sinyali üretir. Kuramsal olarak denetim sinyalleri arasındaki bu geçişin anlık olarak gerçekleştiği kabul edilse de, uygulamada durum farklıdır. Fiziksel sistemler ele alındığında anahtarlama için sonlu bir zaman gerekmektedir. Bu nedenle, KKD'in pratik uygulamalarında çatırtı (chattering) olarak adlandırılan ve istenmeyen bir durum ortaya çıkmaktadır. Çatırtı enerji kayıplarına, mekanik parçalarda yorulmalara ve en önemlisi de modellenmeyen dinamiklerin tetiklenmesine sebep olduğundan sistem üzerindeki etkisi son derece olumsuzdur. Çatırtının azaltılması için pek çok yöntem önerilmiştir. Bunlardan en yaygın olanı, kesikli denetim işlevini sürekli bir işlevle değiştirmektir [27, 28, 29, 30]. Bu şekilde her ne kadar çatırtı bir miktar azaltılsa da sistem başarımının düştüğü, gürbüzlük özelliğinin zayıfladığı gözlenmiştir. Bir diğer yaklaşım, çatırtıyı azaltabilmek için denetim sinyalinin genliğini mümkün olduğunca küçültme ilkesine dayanır. Örneğin denetim sinyali genliğinin sistem durumlarına bağlı olarak uyarlamalı bir şekilde ayarlanması da önerilmiştir [29, 31, 32]. Yüksek sıklıkta değişen denetim sinyalini alçak geçiren bir süzgeçten geçirerek denetlenen sisteme uygulamak da, çatırtıyı giderme amacıyla önerilen bir diğer yöntemdir [33, 34]. Temel olarak önerilen tüm yöntemler denetimin yapısının gürbüzlüğü ile çatırtı arasında bir uzlaşma sağlanması esasına dayanır. Diğer bir deyişle, çatırtı azaltılmaya çalışılırken KKD yönteminin gürbüzlük özelliğinden bir miktar fedakarlık edilmektedir.

KKD geleneksel olarak durum uzayında tanımlandığından, kayma yüzeyi sistem durumlarının bir işlevi olarak belirlenir. Bir başka deyişle, yöntemin kullanılabilmesi için sistem durumlarının bilinmesi gerekir. Bu durum kayan kipli denetimin uygulanması açısından bir dezavantaj teşkil etmektedir. Durum bilgisinin olmadığı veya durumların ölçülemediği yapılarda, önce gözleyiciler yardımıyla sistem durumları kestirilmeye çalışılır, ardından kestirilen durumlar KKD yöntemlerinde kullanılır [35, 36, 37, 38]. Bu tür yöntemler genellikle gözleyici tabanlı KKD yöntemleri olarak adlandırılır.

Durum gözleyicileri başlı başına çözülmesi gereken bir tasarım problemidir ve KKD yöntemlerinin uygulanmasını oldukça karmaşık bir hale getirmektedir. Bu nedenle, özellikle 90'lı yılların başından itibaren sistem çıkışına dayalı KKD denetim yöntemi (output feedback sliding mode control) üzerinde durulmuştur [39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46]. Genel olarak önerilen bu yeni yaklaşımda, kayma yüzeyi sistem durumları üzerinden değil, sistem çıkışı cinsinden tanımlanmaktadır. Böylece sistem durumlarını kestirmek için gözleyicilerin kullanılmasına gerek kalmadan yalnızca sistem çıkışı kullanılarak KKD elde edilebilmektedir.

KKD'in elde edilebileceği değişken yapılı sistem türlerinden biri de röle denetimli sistemlerdir. Bozuculara ve parametre değişikliklerine karşı gürbüz bir yapı elde etmek amacıyla, röle elemanının kayan kipte çalışması sağlanır. Geleneksel yaklaşımdan farklı olarak, KKD röle denetimli sistemlerde giriş çıkış modeli üzerinden tanımlanabilmektedir. Böylece sistem durumlarının bilinmesine gerek kalmadan KKD denetim elde edilebilir. Yöntemin bir diğer avantajı, durum uzayında tanımlı yöntemlerle karşılaştırıldığında, matematiksel ifadelerin daha basit yapıda olması ve uygulamalar esnasında daha az işlem gücü gerektirmesidir.

Giriş çıkış modeline dayalı röle ile KKD (GÇ-RKKD) yöntemi bildiğimiz kadarıyla ilk olarak [47, 48] tarafından ele alınmıştır. Tek girişli tek çıkışlı yapıların incelendiği bu çalışmalarda, sistemin kayan kipte çalışması için gereken koşullar belirlenmiştir. Yöntemin başarılı bir şekilde uygulanabilmesi için sistem parametrelerinin veya sistem durumlarının bilinmesine gerek olmadığı, yalnızca denetlenen sistemin görece derecesi ile ilgili bir ön koşulun sağlanması gerektiği vurgulanmıştır. Bu ön koşulu sağlamayan sistemler için genişletilmiş bir denetim yapısı da önerilmiştir. Ayrıca, önerilen yöntemin sergilediği denetim başarımları benzetimler ve gerçek uygula-

malar aracılığıyla gösterilmiştir. Yakın zamanda yapılan bir başka çalışmada, yine tek girişli tek çıkışlı sistemler için, giriş çıkış modeline dayalı model dayanaklı KKD yöntemi, model dayanaklı özayarlamalı denetim yöntemleriyle benzetimler aracılığıyla karşılaştırmalı olarak incelenmiştir [49, 50]. Gürültü etkisi altında her iki yöntem de benzer başarımlar gösterirken, özellikle sistem parametrelerinin anlık veya hızlı değiştiği durumlarda röle ile KKD yönteminin özayarlamalı yöntemine göre üstün olduğu gözlenmiştir.

Yukarıda bahsedilen GÇ-RKKD yöntemi, yalnızca tek girişli tek çıkışlı sistemler için tanımlanmış ve kayan kipi elde edilmesi için gerekli koşullar ideal durumlar için ortaya konulmuştur. Sistemin bozucuların etkisi altında olduğu durumlarda kayan kip koşullarının nasıl değiştiği konusunda herhangi bir çalışma yapılmamıştır. Bunun yanısıra, kullanılan röle elemanının bakışımı olduğu kabul edilmiştir. Bakışımı olmayan röle kullanıldığı durumlar için kayan kip koşulları türetilmemiştir. Son olarak GÇ-RKKD yönteminin çokdeğişkenli sistemlere genişletilmesi ile ilgili bir çalışma bilginiz dahilinde bulunmamaktadır.

Bu tez çalışmasında temel olarak GÇ-RKKD yönteminin çokdeğişkenli sistemlere genişletilmesi hedeflenmiştir. Bu çerçevede ilk olarak tek girişli tek çıkışlı sistemler ele alınmıştır. Öncelikle ideal çalışma şartları altında kayan kipi gerçekleştirebilmesi için gereken koşullar sunulmuş, ardından gürültünün etkili olduğu durumlarda kayan kip koşullarının nasıl değiştiği incelenmiş ve yeni koşullar belirlenmiştir. Daha sonra bakışımı olmayan röle kullanıldığı durumlar irdelenmiş ve kayan kip koşulları türetilmiştir. Kararsız ve en küçük evreli olmayan sistemlerde GÇ-RKKD yönteminin başarımlarının irdelenmesiyle çalışmanın ilk kısmı tamamlanmıştır. Bir sonraki kısımda çokdeğişkenli sistemler üzerinde durulmuştur. Tez çalışmasının esas odak noktasını oluşturan çokdeğişkenli sistemler öncelikle daha basit olan çokdöngülü (multi-loop) yapıda ele alınmış, tek girişli tek çıkışlı sistemlerde üzerinde durulan analizlerin benzerleri çokdöngülü sistemler için de yapılmıştır. Çalışmanın bir sonraki aşamasında çokdeğişkenli sistemler genel olarak incelenmiş ve ulaşılan sonuçlar çokdöngülü yapıları da kapsayacak biçimde en genel haliyle sunulmuştur. Hem tek girişli tek çıkışlı hem de çokdöngülü ve çokdeğişkenli sistemler için yapılan analiz ve çalışmalar, ilgili kısımların ardından benzetim örnekleri aracılığıyla desteklenmiştir. Son olarak, GÇ-RKKD yönteminin gerçek zamanlı olarak üç göz- lü su tankı sistemine uygulanması ile elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Uygula-

malar esnasında su tankı sistemi hem tek girişli tek çıkışlı hem de çokdeğişkenli olarak ayarlanmış, kuramsal olarak elde edilen sonuçlar sistem üzerinde sınanmış ve denetim başarımları gözlenmiştir.

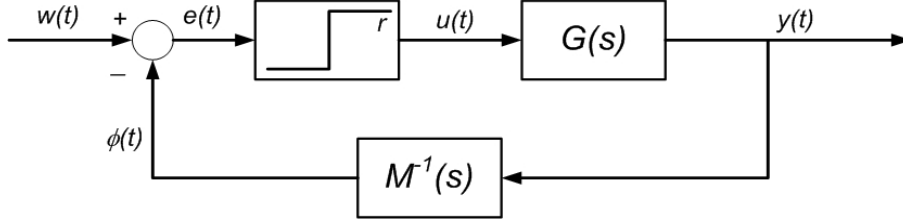
Bu çalışma 6 temel bölüm halinde sunulmuştur. İlk bölüm değişken yapılı sistemler ve KKD hakkında genel bilgileri içeren giriş bölümüdür. Bölüm 2'de tek girişli tek çıkışlı sistemlerde GÇ-RKKD yöntemi anlatılmış ve benzetim örneklerine yer verilmiştir. GÇ-RKKD yöntemi Bölüm 3'te çokdöngülü sistemlere genişletilmiş ve benzetim örnekleri aracılığıyla elde edilen sonuçlar sınanmıştır. Çokdeğişkenli sistemler için GÇ-RKKD yöntemi Bölüm 4'te geliştirilmiştir. Çokdöngülü yapıları da kapsayacak şekilde genel bir ifade ortaya konulmuştur. Hem tek girişli tek çıkışlı hem de çokdeğişkenli yöntemlerin su tankı sistemine uygulanması ile elde edilen sonuçlar Bölüm 5'te sunulmuştur. Tez çalışmasında ulaşılan sonuçlar ve gelecekte yapılabilecek çalışmalar Bölüm 6'da özetlenmiştir.

## 2. TEK GİRİŞLİ TEK ÇIKIŞLI SİSTEMLERDE GÇ-RKKD

Bu bölümde tek girişli tek çıkışlı sistemlerde giriş çıkış modeli üzerinden tanımlanan röle ile kayan kipli denetim yöntemi üzerinde durulacaktır. İlk olarak ideal şartlarda kayma evresinin oluşabilmesi için gerekli koşullar verilecek, ardından yöntemin parametre değişiklikleri ve bozucular karşısındaki başarımı incelenecektir. Kullanılan röle elemanının bakışımli olmaması durumunda kayan kip koşullarının nasıl değiştiği irdelendikten sonra, yöntemin kararsız ve en küçük evreli olmayan sistemlerin denetimindeki başarımı üzerinde durulacaktır. Son olarak elde edilen sonuçlar benzetim örnekleri aracılığıyla sınanacaktır.

### 2.1 Kayan Kip Koşulları

Röleli denetimde kullanılan genel yapı Şekil 2.1'de görülmektedir. Burada  $G(s)$  açık döngü sistemin aktarım işlevi,  $M(s)$  ise modele ait aktarım işlevidir.  $G(s)$ 'nin kesin uygun (strictly proper) olduğu kabul edilmiştir.  $u(t)$  ve  $y(t)$  giriş ve çıkış sinyallerini,  $\phi(t)$  model aktarım işlevinin tersi ( $M^{-1}(s)$ ) ile süzgeçlenmiş çıkış sinyalini,  $w(t)$  dayanak girişini ve  $e(t)$  röle girişini ifade etmektedir.  $e(t)$  hata sinyali olarak da adlandırılmaktadır.  $s$  türev işlecidir ( $d/dt$ ).



Şekil 2.1. Röleli denetim yapısı

Şekil 2.1'de görülen yapıda röle elemanının bakışımli ve ideal olduğu kabul edilmiştir. Rölenin çıkışında oluşan denetim sinyali

$$u(t) = r \operatorname{sign}(e(t)) \begin{cases} r, & e(t) \geq 0 \\ -r, & e(t) < 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

şeklindedir. Burada  $r$  röle genliğini ifade etmektedir. Yukarıda verilen sistemde

kayan kipi oluşabilmesi için gerekli koşul

$$e(t)\dot{e}(t) < 0 \quad (2.2)$$

biçimindedir [51]. Diğer bir deyişle, erişme evresinde hata sinyali pozitifken azalma eğiliminde, negatifken ise artma eğiliminde olmalıdır. Böylece hata sinyali eşik değerini ( $e(t) = 0$ ) her geçtiğinde tekrar eşik değerine döner ve kayma evresi oluşur.  $e(t) = 0$  eşitliği kayma yüzeyini tanımlamaktadır. Sistem kayma evresindeyken  $e(t) = 0$  olduğundan, kapalı döngü sistem çıkışı

$$\begin{aligned} e &= 0 \\ w - \phi &= 0 \\ w - M^{-1}y &= 0 \\ y &= Mw \end{aligned} \quad (2.3)$$

biçiminde ifade edilir. Görüldüğü gibi sistem kayan kipte çalışırken kapalı döngü sistem davranışı model ( $M(s)$ ) tarafından belirlenmektedir. Kalıcı durum hatasının olmaması için model aktarım işlevinin durgun durum kazancının  $M(0) = 1$  olması gerekir. Tez çalışması boyunca bu koşulun sağlandığı varsayılmıştır.

İdeal olmayan durumda  $e(t) = 0$  eşitliği tam anlamıyla sağlanamayacağından sistem çıkışı

$$y = Mw - Me \quad (2.4)$$

olacaktır. Ancak  $e(t)$  sıfır etrafında salınan düşük genlikli ve oldukça yüksek sıklıklı bir sinyal olduğundan, model aktarım işlevi  $M(s)$  tarafından süzgeçlenerek çıkışa yansımaları engellenecektir. Diğer bir ifadeyle " $Me$ " terimi hemen hemen sıfır olacaktır.

Şekil 2.1'deki öbek çizeneğinden faydalanılarak hata ifadesi ve türevi aşağıdaki gibi yazılabilir (dayanak girişinin ( $w$ ) türevlenebilir olduğu kabul edilmiştir).

$$\begin{aligned}
e &= w - \phi \\
\dot{e} &= \dot{w} - \dot{\phi} \\
&= \dot{w} - sM^{-1}Gu \\
&= \dot{w} - (\beta u + \dot{\phi}^o) \\
&= \dot{w} - \beta u - \dot{\phi}^o \\
&= \dot{w} - \beta r \text{sign}(e) - \dot{\phi}^o \\
\dot{e} &= \begin{cases} \dot{w} - \beta r - \dot{\phi}^o, & e > 0 \\ \dot{w} + \beta r - \dot{\phi}^o, & e < 0 \end{cases}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

$\beta u$ ,  $\dot{\phi}$  sinyalinin, yani  $sM^{-1}Gu$  teriminin anlık değişen kısmı,  $\dot{\phi}^o$  ise anlık değişmeyen kısmıdır.  $\beta$  şöyle tanımlanır.

$$\beta = \lim_{s \rightarrow \infty} sM^{-1}(s)G(s) \tag{2.6}$$

Eş. 2.5 incelendiğinde, Eş. 2.2'de verilen koşulun sağlanması için aşağıdaki eşitsizliklerin sağlanması gerektiği görülür.

$$\begin{aligned}
\beta r &> \dot{w} - \dot{\phi}^o, & e > 0 \\
\beta r &> -\dot{w} + \dot{\phi}^o, & e < 0
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Bu eşitsizlikler

$$\beta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \tag{2.8}$$

biçiminde tek eşitsizlik olarak da yazılabilir. Eğer model ve sistemin oluşturduğu döngü aktarım işlevi  $M^{-1}G$ 'nin görelî derecesi 1'den büyükse; yani

$$\rho(M^{-1}G) > 1 \tag{2.9}$$

ise ( $\rho$  görelî dereceyi ifade etmektedir),  $\beta = 0$  olacağından, Eş. 2.8'in sağlanması olanaklı değildir. Bu nedenle sistemin kayan kipte çalışabilmesi için gerekli koşulun

$$\rho(M^{-1}G) = 1 \tag{2.10}$$



olduğu görülmektedir [51].

Eş. 2.8 aynı zamanda  $\beta$ 'nin işaretine de bağlıdır. Eğer  $\beta > 0$  ise  $r > 0$  olmalıdır,  $\beta < 0$  ise kayan kip koşullarının sağlanabilmesi için ters röle kullanılmalıdır ( $r < 0$ ).

Dikkat edilirse, Şekil 2.1'de görülen röleli sistemin kayan kipte çalışabilmesi için hata sinyali  $e(t)$ 'nin sifıra ulaşabilmesi gerekir. Bunun için seçilen röle genliği yeterince büyük olmalıdır. Röle genliği yeterince büyük seçilmediği takdirde  $|\phi| < |w|$  olduğundan  $e(t)$  sifıra ulaşamaz ve kayan kip elde edilemez. Bu durumun sistemin kayan kipte çalışması için yeni bir koşul olmadığı ve Eş. 2.8'de verilen kayan kip koşulunun bu koşulu da kapsadığı, iki farklı dayanak sinyali için aşağıda gösterilmiştir. Uygulamalarda sıklıkla kullanılan sabit ve sinuzoidal dayanak sinyalleri ele alınmıştır.

Kapalı döngü sistem çıkışının sabit bir dayanak sinyalini takip etmesi istendiğinde, hatanın sifıra ulaşabilmesi için

$$|rM^{-1}(0)G(0)| > |w| \quad (2.11)$$

koşulunun sağlanması gerekir. Aksi takdirde  $e(t)$  hiçbir zaman sifıra ulaşamayacağından kayan kip gerçekleşemez. Model aktarım işlevinin durgun durum kazancı  $M(0) = 1$  kabul edildiğinden bu koşul

$$|rG(0)| > |w| \quad (2.12)$$

veya

$$|r| > \left| \frac{w}{G(0)} \right| \quad (2.13)$$

biçiminde yazılabilir.

Röle elemanının çıkışında oluşan ve  $\pm r$  değerleri arasında yüksek sıklıkla salınan denetim sinyalinin ortalama değeri, kayan kipli denetim literatüründe eşdeğer denetim sinyali olarak adlandırılır. Denetim sinyalinin yüksek sıklıklı bileşenleri sistem tarafından süzgeçlendiğinden, kapalı döngü sistem eşdeğer denetim sinyali üze-

rinden analiz edilebilir. Aşağıdaki eşitliklerde eşdeğer denetim sinyali  $\bar{u}$  ile,  $\bar{u}$ 'nun durgun durumda alacağı sabit değer ( $w$  sabit olduğundan) ise  $\bar{u}_o$  ile gösterilmiştir. Sistem kayan kipte çalışırken  $e = 0$  olduğundan, durgun durumda

$$\bar{u}_o G(0) = w \quad (2.14)$$

eşitliği sağlanır. Eş. 2.13 ve Eş. 2.14 dikkate alındığında sistemin kayan kipte çalışabilmesi için gerekli koşulun

$$|r| > |\bar{u}_o|, \quad \bar{u}_o = \frac{w}{G(0)} \quad (2.15)$$

olduğu görülür.

Dayanak girişi  $w$  sabit olduğunda ( $\dot{w} = 0$ ) Eş. 2.8 ile verilen kayan kip koşulu

$$\beta r > |\dot{\phi}^o| \quad (2.16)$$

biçimini alır. Sistem kayan kipte çalışırken durgun duruma ulaştığında  $\dot{\phi}^o$  sinyali de sabit bir değer alacaktır. Bu değer

$$\dot{\phi} = \beta \bar{u}_o + \dot{\phi}^o \quad (2.17)$$

eşitliğinden, sistem kayan kipte çalışırken  $\dot{e} = 0$  ve dolayısıyla  $\dot{\phi} = 0$  olduğundan

$$\dot{\phi}^o = -\beta \bar{u}_o \quad (2.18)$$

olarak bulunur. Eş. 2.16 ve Eş. 2.18 incelendiğinde kayan kipte gerçekleşebilmesi için gerekli koşul

$$|r| > |\bar{u}_o| \quad (2.19)$$

olarak elde edilir. Bu koşul Eş. 2.15'te verilen koşul ile aynıdır. Bir başka deyişle Eş. 2.16 ile verilen kayan kip koşulu Eş. 2.13 ile verilen koşulu kapsamaktadır.

Benzer bir analiz sinüzoidal dayanak girişi için de yapılabilir. Dayanak girişi

$$w(t) = w_o \sin(\omega t) \quad (2.20)$$

biçiminde ifade edilebilir. Sistem kayan kipte çalıştığında, durgun durumda, eşdeğer denetim sinyali  $\bar{u}$  da aynı sıklıkta sinüzoidal bir sinyaldir ve aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\bar{u}(t) = \bar{u}_o \sin(\omega t - \theta) \quad (2.21)$$

Burada  $\bar{u}_o$ , eşdeğer denetim sinyalinin durgun durumdaki genliğini ifade etmektedir.  $\theta$  ise döngü aktarım işlevi  $M^{-1}(s)G(s)$ 'nin  $\omega$  sıklığında sebep olduğu evre kaymasıdır.

$$\theta = \angle M^{-1}(j\omega)G(j\omega) \quad (2.22)$$

Eş. 2.20 ve Eş. 2.21 dikkate alındığında, sistem kayan kipte çalışırken

$$\begin{aligned} w(t) &= \phi(t) \\ \phi(t) &= \bar{u}_o |M^{-1}(j\omega)G(j\omega)| \sin(\omega t) \\ w_o &= \bar{u}_o |M^{-1}(j\omega)G(j\omega)| \end{aligned} \quad (2.23)$$

eşitlikleri yazılabilir. Buradan, sistemin kayan kipte çalışabilmesi için

$$|r| > |\bar{u}_o|, \quad \bar{u}_o = \frac{w_o}{|M^{-1}(j\omega)G(j\omega)|} \quad (2.24)$$

koşulunun sağlanması gerektiği görülür. Hata sinyalinin türevi eşdeğer denetim sinyali cinsinden

$$\dot{e} = \dot{w} - \beta \bar{u} - \dot{\phi}^o \quad (2.25)$$

şeklinde yazılabilir. Kayma evresinde  $\dot{e} = 0$  olduğundan

$$\dot{w} - \dot{\phi}^o = \beta \bar{u} \quad (2.26)$$

eşitliğine ulaşılır. Eş. 2.26 ve Eş. 2.8 ile verilen kayan kip koşulundan

$$|r| > |\bar{u}_o| \quad (2.27)$$

koşulu elde edilir. Görüldüğü gibi Eş. 2.27, Eş. 2.24 ile verilen koşul ile aynıdır; yani Eş. 2.8'de verilen kayan kip koşulu Eş. 2.24 ile verilen koşulu kapsamaktadır.

Özetle, Eş. 2.8 ile verilen kayan kip koşulu genel bir koşuldur ve bu koşul sağlandığı sürece sistem kayan kipte çalışmaktadır.

Dikkat edilirse, Eş. 2.8, sistemin kayan kipte çalışabilmesi için  $\beta r$  çarpımının belirli bir pozitif değerden büyük olması gerektiğini ifade eder. Yani,

$$\beta r > 0 \quad (2.28)$$

ise, röle genliği belli bir değerden büyük seçilerek kayan kip koşulu sağlanabilir. Yukarıda verilen analizler, sabit dayanak sinyali için bu değer

$$|r| > \left| \frac{w}{G(0)} \right|, \quad (2.29)$$

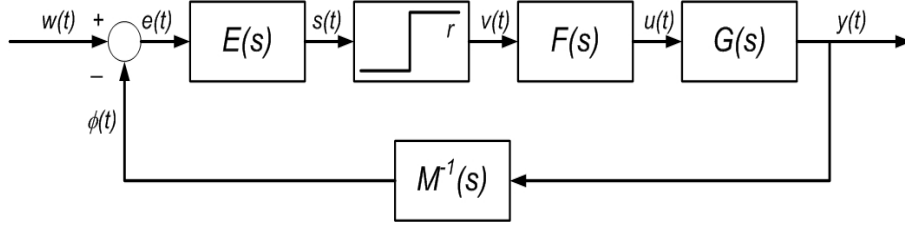
sinuzoidal dayanak sinyali için ise

$$|r| > \frac{w_o}{|M^{-1}(j\omega)G(j\omega)|} \quad (2.30)$$

olduğunu göstermiştir. Bu nedenle, kolaylık açısından  $\beta r > 0$  koşulu kayan kip için gerekli koşul olarak kullanılabilir. Bu koşul sağlanmıyorsa kayan kipi elde edilebilmesi zaten olanaklı değildir.  $\beta r > 0$  ise röle genliği yeterince büyük seçilerek sistemin kayan kipte çalışması sağlanabilir.

## 2.2 E ve F Süzgeçleri

Denetlenen sisteme ve takip edilmesi istenen modele ait aktarım işlevleri Eş. 2.10'da verilen görelî derece koşulunu sağlamayabilir. Eş. 2.10'un sağlanmadığı durumlarda röle elemanının önüne ve/veya arkasına uygun dereceli süzgeçler yerleştirilerek



Şekil 2.2. Röleli denetim için genişletilmiş yapı

görelilik derecesi koşulu sağlanabilir [47] ve röleli denetim için kullanılan genel yapı Şekil 2.2'deki gibi genişletilebilir [50].

$E(s)$  ve  $F(s)$  kullanıcı tarafından seçilen süzgeçlerdir. Bu yapıda röle giriş sinyali  $s(t)$  olduğundan röle elemanının kayan kipte çalışabilmesi için

$$s(t)\dot{s}(t) < 0 \quad (2.31)$$

eşitsizliğinin sağlanması gerekir [47]. Sistem çıkışı

$$y = Mw - \frac{M}{E}s \quad (2.32)$$

biçiminde ifade edilebilir. Kayma evresindeyken  $s = 0$  olacağından sistem tepkisi yalnızca model tarafından belirlenir. İdeal olmayan durumda  $s \neq 0$  olsa bile bu sinyal yüksek sıklıklı ve düşük genlikli olduğundan  $M/E$  ile süzgeçlendiğinde çıkışa yansımaları büyük ölçüde engellenir.

Röle giriş sinyali ve türevi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} s &= E(w - \phi) \\ \dot{s} &= E(\dot{w} - \dot{\phi}) \\ &= E(\dot{w} - sM^{-1}GFv) \\ &= E\dot{w} - sEM^{-1}GFv \\ &= E\dot{w} - (\beta v + \dot{\phi}^o) \\ &= E\dot{w} - \beta v - \dot{\phi}^o \\ &= E\dot{w} - \beta r \text{sign}(s) - \dot{\phi}^o \\ \dot{s} &= \begin{cases} E\dot{w} - \beta r - \dot{\phi}^o, & s > 0 \\ E\dot{w} + \beta r - \dot{\phi}^o, & s < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Görüldüğü gibi, Eş. 2.31'in sağlanması için aşağıdaki eşitsizlikler sağlanmalıdır.

$$\begin{aligned}\beta r &> E\dot{w} - \dot{\phi}^o \\ \beta r &> -E\dot{w} + \dot{\phi}^o\end{aligned}\tag{2.34}$$

Bu eşitsizlikler

$$\beta r > |E\dot{w} - \dot{\phi}^o|\tag{2.35}$$

şeklinde de verilebilir. Burada  $\beta v$ , önceki analizlere benzer şekilde,  $\dot{\phi}$  sinyalinin, yani  $sEM^{-1}GFv$  teriminin anlık değişen kısmı,  $\dot{\phi}^o$  ise anlık değişmeyen kısmıdır.  $\beta$ , Eş. 2.6'dan farklı olarak

$$\beta = \lim_{s \rightarrow \infty} sE(s)M^{-1}(s)G(s)F(s)\tag{2.36}$$

şeklinde tanımlanır.

Eş. 2.35 ile verilen kayan kip koşulu, bir önceki analizde olduğu gibi,  $\beta r$  çarpımının belirli bir pozitif değerden büyük olması gerektiğini ifade etmektedir. Dolayısıyla,  $\beta r > 0$  koşulu burada da gerekli koşul olarak kullanılabilir. Eğer  $\beta r > 0$  ise röle genliği yeterince büyük seçildiği takdirde kayan kip elde edilebilir.  $\beta < 0$  olduğu durumlarda ters röle ( $r < 0$ ) kullanılarak  $\beta r > 0$  koşulu sağlanabilir.

$M(s)$  aktarım işlevi Eş. 2.10 sağlanacak şekilde; yani  $M^{-1}G$  döngü aktarım işlevinin görelî derecesi 1 olacak şekilde seçilebiliyorsa  $E(s) = F(s) = 1$  seçilir. Eş. 2.10'un sağlanamadığı durumlarda ise  $E(s)$  ve  $F(s)$  süzgeçleri,

$$\rho(EM^{-1}GF) = 1\tag{2.37}$$

olacak şekilde belirlenmelidir, aksi takdirde Eş. 2.35 sağlanmaz. Bunun için  $E(s)$  ve  $F(s)$  süzgeçlerinin yalnızca biri veya her ikisi kullanılabilir. Eş. 2.37'nin sağlanması için gereken süzgeç yalnızca türevler içeriyorsa  $E(s)$  olarak seçilmelidir, yalnızca türev içermiyorsa  $E(s)$  veya  $F(s)$  olarak seçilebilir. Bilindiği gibi, röleli denetimde karşılaşılabilecek istenmeyen etkilerden biri, röle elemanının çıkışında oluşan yüksek sıklıklı

sinyalin doğrudan denetlenen sisteme uygulanmasıdır. Giriş bölümünde de anlatıldığı gibi, çatırdama olarak adlandırılan ve istenmeyen sonuçlara yol açan bu durumun etkisi  $E(s)$  ve  $F(s)$  süzgeçleri yardımıyla azaltılabilir. Göreli derece koşulunu sağlamak için gereken süzgeç yalın türevler içermiyorsa bu süzgeç  $F(s)$  olarak seçilerek röle elemanından sonra kullanılırsa denetim sinyali yumuşatılmış, başka bir deyişle yüksek sıklıklı bileşenleri süzgeçlenmiş olur. Bu sayede hem çatırtının önüne geçilmiş hem de denetlenen sistem (eyleyici) ani değişen giriş sinyallerinden korunmuş olur. Bunun yanı sıra, Eş. 2.10'da verilen göreli derece koşulu sağlansa dahi, uygun dereceli  $E(s)$  ve  $F(s)$  süzgeçleri yardımıyla daha yavaş değişen bir denetim sinyalinin sisteme uygulanması ve böylece çatırtı probleminin büyük ölçüde giderilmesi mümkündür.

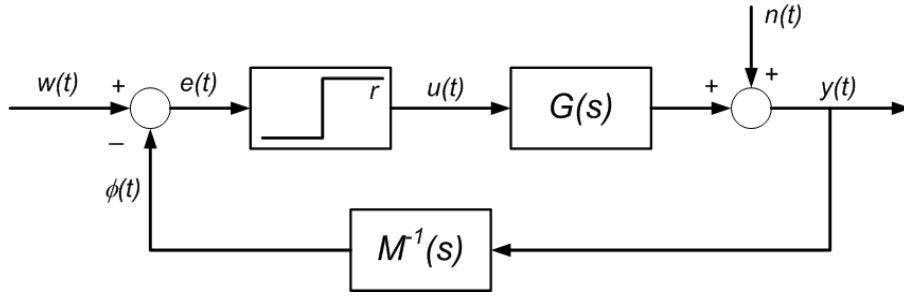
## 2.3 GÇ-RKKD'de Gürbüzlük

### 2.3.1 Parametre Değişiklikleri

Denetim uygulamalarında sıklıkla karşılaşılan sorunlardan biri, değişen çalışma koşulları veya sistem yapısından kaynaklanan parametre belirsizlikleridir. Eş. 2.3'ten hatırlanacağı gibi, sistem kayma evresindeyken sistem davranışı yalnızca model tarafından belirlenir. Parametre değişikliklerinin  $\phi^o$  sinyalinde yaratacağı etki Eş. 2.8 ve Eş. 2.35 ile verilen kayan kip koşullarını bozmadığı sürece sistem kayan kipte çalışmaya devam eder; yani meydana gelen parametre değişikliklerinin denetim başarımına bir etkisi olmaz. Röle genliği  $r$  yeterince büyük seçilerek parametre değişikliklerinin kayan kip koşullarını bozması engellenebilir. Röle ile KKD yönteminin parametre belirsizlikleri içeren durumlardaki başarımı bu bölümün sonunda benzetimler yardımıyla incelenecektir.

### 2.3.2 Bozucular

Parametre değişiklikleri gibi bozucu sinyaller de denetim başarımını etkileyen önemli sorunlardandır. Bu kısımda çıkış sinyali üzerinde etkili olan bozucu sinyaller ile bozucuların kayan kip koşulu üzerindeki etkilerinden bahsedilecektir. İlgili öbek çizeneği Şekil 2.3'te görülmektedir.



Şekil 2.3. Çıkış sinyali üzerinde bozucu

$n(t)$  bozucu sinyali temsil etmektedir. Şekil 2.3 yardımıyla hata sinyali aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} e &= w - \phi \\ &= w - M^{-1}Gu - M^{-1}n \end{aligned} \quad (2.38)$$

Yukarıdaki eşitlikte  $M^{-1}n = \psi$  olarak adlandırıldığında hata sinyalinin türevi

$$\dot{e} = \dot{w} - sM^{-1}Gu - \dot{\psi} \quad (2.39)$$

şeklinde ifade edilir. Önceki analizlerde olduğu gibi,  $sM^{-1}Gu$  terimi anlık değişen ( $\beta u$ ) ve anlık değişmeyen ( $\dot{\phi}^o$ ) kısımlarına ayrıldığında hata türevi ifadesi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{w} - (\beta r \text{sign}(e) + \dot{\phi}^o) - \dot{\psi} \\ \dot{e} &= \begin{cases} \dot{w} - \beta r - \dot{\phi}^o - \dot{\psi}, & e > 0 \\ \dot{w} + \beta r - \dot{\phi}^o - \dot{\psi}, & e < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Eş. 2.40 incelendiğinde, sistemin kayan kipte çalışabilmesi için gerekli koşulların

$$\begin{aligned} \beta r &> \dot{w} - \dot{\phi}^o - \dot{\psi} \\ \beta r &> -\dot{w} + \dot{\phi}^o + \dot{\psi} \end{aligned} \quad (2.41)$$

ya da

$$\beta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \dot{\psi}| \quad (2.42)$$



olduğu görülmektedir.

Dikkat edilirse, Şekil 2.3'te görülen sistemin çıkışı

$$y = Mw - Me \quad (2.43)$$

eşitliği ile verilir. Kayma evresi esnasında  $Me = 0$  olduğundan, sistem tepkisi model tarafından belirlenir; yani bozucu sinyal  $n(t)$ 'nin çıkış üzerinde bir etkisi yoktur. Bir başka ifadeyle sistem bozuculara karşı gürbüzdür.

Denetim sistemlerinde sıkça karşılaşılan bazı bozucu türlerinin kayan kip koşulu üzerindeki etkileri aşağıda sunulmuştur.

Şekil 2.3'te verilen yapıda

$$n(t) = d \quad (2.44)$$

basamak tipi bozucuya eşit kabul edildiğinde, durgun durumda

$$\begin{aligned} \psi &= M^{-1}(0)d = d \\ \dot{\psi} &= 0 \end{aligned} \quad (2.45)$$

olacağından kayan kip koşulu

$$\beta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (2.46)$$

biçimini alır. Yani durgun durumda sistemin kayan kipte çalışabilmesi için gerekli koşul bozucusuz durum ile aynıdır. Ancak geçici tepki esnasında, yani basamak tipi bozucu başka bir değere atladığında  $\dot{\psi} \neq 0$  olacağından  $\beta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \dot{\psi}|$  koşulu bozulabilir ve kayan kip koşulu yeniden sağlanana kadar sistem kayan kipten çıkabilir. Röle genliği yeterince büyük seçilerek sistemin sürekli kayan kipte çalışması sağlanabilir. Bir başka deyişle basamak tipi bozucuların sistemi kayan kipten çıkarmasını önlemek için, bozucusuz duruma göre daha büyük bir röle genliğine ihtiyaç duyulabilir.

Çıkış sinyali üzerinde etkili olan bozucu sinüzoidal bir sinyal olduğunda

$$\begin{aligned}n(t) &= A \sin(\omega t) \\ \dot{n}(t) &= A\omega \cos(\omega t) \\ \dot{\psi}(t) &= M^{-1} \dot{n}(t)\end{aligned}\tag{2.47}$$

eşitlikleri yazılabilir. Dikkat edilirse,  $\dot{\psi}$  sinyalinin büyüklüğü bozucu sinyalin sıklığı ile doğru orantılıdır. Diğer bir deyişle, bozucunun sıklığı ne kadar yüksekse Eş. 2.42'de verilen kayan kip koşulunun sağlanabilmesi için gerekli röle genliği de o kadar büyük olmalıdır.

Çıkış sinyali üzerinde etkili olan bozucu beyaz gürültü olarak modellenenebilir. Türev işlevi nedeniyle beyaz gürültünün kayan kip koşulu üzerindeki etkisi yukarıda bahsedilen diğer bozucu tiplerine kıyasla daha fazla olacağından, Eş. 2.42'de verilen kayan kip koşulunu sağlamak için çok daha büyük bir röle genliğine ihtiyaç duyulur. Ancak bu röle genliği genellikle gerçek çalışmalarda uygulanamayacak kadar yüksektir. Şekil 2.3'te görüldüğü gibi, üzerine gürültü eklenmiş çıkış sinyali model aktarım işlevinin tersi ile süzgeçlenmektedir. Model aktarım işlevine (durgun durum kazancı  $M(0) = 1$  bozulmayacak şekilde) uygun seçilmiş sıfırlar eklenerek, çıkış sinyali üzerinde etkili olan yüksek sıklıklı gürültü bileşenlerinin süzgeçlenmesi sağlanabilir. Bu durumda model aktarım işlevinin tersi

$$M'^{-1}(s) = \frac{M^{-1}(s)}{D(s)}\tag{2.48}$$

biçiminde ifade edilebilir. Burada  $D(s)$ , model aktarım işlevine ilave edilen sıfırlara karşılık gelen çokterimli,  $M'(s)$  ise elde edilen yeni model aktarım işlevidir. Dikkat edilirse,  $D(s)$  çokterimlisi nedeniyle Eş. 2.10'da verilen görece derece koşulu bozulmaktadır. Özellikle,  $n(t)$ 'nin etkili olduğu yüksek sıklıklarda

$$\frac{1}{D(j\omega)} \approx 0,\tag{2.49}$$

dolayısıyla

$$M'^{-1}(j\omega) \approx 0\tag{2.50}$$

olduğundan, bu sıklılarda kayan kip elde edilemez. Ancak, çıkış sinyali  $y(t)$ 'nin etkili olduğu daha düşük sıklıklarda

$$\frac{1}{D(j\omega)} \approx 1 \quad (2.51)$$

olduğundan

$$M'^{-1}(j\omega) \approx M^{-1}(j\omega) \quad (2.52)$$

eşitliği yazılabilir. Başka bir deyişle, denetlenen sistemin normal çalışma sıklığında görelî derece koşulu, bunun sonucunda da kayan kip koşulu sağlanabilir. Böylece, gerçek çalışmalarda uygulanabilecek kadar küçük bir röle genliğiyle dahi kayan kipli denetim elde edilebilir.

### 2.3.3 Ölçüm Gürültüsü

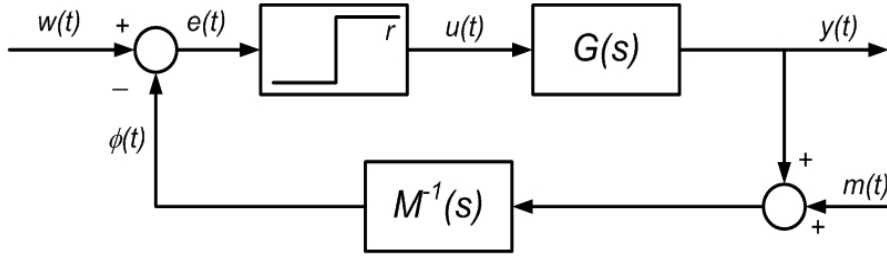
Denetim problemlerinde sıkça karşılaşılan bir başka sorun ölçüm gürültüsüdür. Ölçüm gürültüsünün etkili olduğu röleli denetim yapısı Şekil 2.4'te görülmektedir. Ölçüm gürültüsü  $m(t)$  ile gösterilmiştir.

Şekil 2.4 yardımıyla hata sinyali ve türevi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned} e &= w - \phi \\ &= w - M^{-1}(y + m) \\ &= w - M^{-1}Gu - M^{-1}m \\ &= w - M^{-1}Gu - \mu \\ \dot{e} &= \dot{w} - sM^{-1}Gu - \dot{\mu} \\ &= \dot{w} - \beta u - \dot{\phi}^o - \dot{\mu} \\ &= \dot{w} - \beta r \text{sign}(e) - \dot{\phi}^o - \dot{\mu} \\ \dot{e} &= \begin{cases} \dot{w} - \beta r - \dot{\phi}^o - \dot{\mu}, & e > 0 \\ \dot{w} + \beta r - \dot{\phi}^o - \dot{\mu}, & e < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.53)$$

Burada,  $\mu = M^{-1}n$  olarak tanımlanmıştır. Eş. 2.53 incelendiğinde, kayan kip koşulunun

$$\left. \begin{aligned} \beta r &> \dot{w} - \dot{\phi}^o - \dot{\mu} \\ \beta r &> -\dot{w} + \dot{\phi}^o + \dot{\mu} \end{aligned} \right\} \beta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \dot{\mu}| \quad (2.54)$$



Şekil 2.4. Ölçüm gürültüsünün etkisi

olduğu görülür. Dikkat edilirse, Eş. 2.54'te verilen kayan kip koşulu Eş. 2.42 ile benzerlik göstermektedir. Ancak ölçüm gürültüsünün çıkış üzerindeki etkisi bozucular-  
dan farklıdır. Kayma evresinde çıkış sinyali

$$\begin{aligned}
 e &= 0 \\
 w - M^{-1}(y + m) &= 0 \\
 y &= Mw - m
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

biçimindedir. Sistem kayan kipte çalışırken ölçüm gürültüsünün çıkışa aynen yansıdığı görülmektedir. Bir başka deyişle, KKD bozuculara karşı gürbüz bir denetim yöntemi iken ölçüm gürültüsüne karşı hassastır. Bu nedenle KKD uygulamalarında duyurgaç seçimine özen gösterilmelidir. Bu durum KKD literatüründe genellikle göz ardı edilmektedir.

Ölçüm gürültüsü ve bozucular bir arada düşünüldüğünde kayan kip koşulları en genel haliyle

$$\begin{aligned}
 \beta r &> \dot{w} - \dot{\phi}^o - \dot{\psi} - \dot{\mu} \\
 \beta r &> -\dot{w} + \dot{\phi}^o + \dot{\psi} + \dot{\mu}
 \end{aligned} \tag{2.56}$$

veya

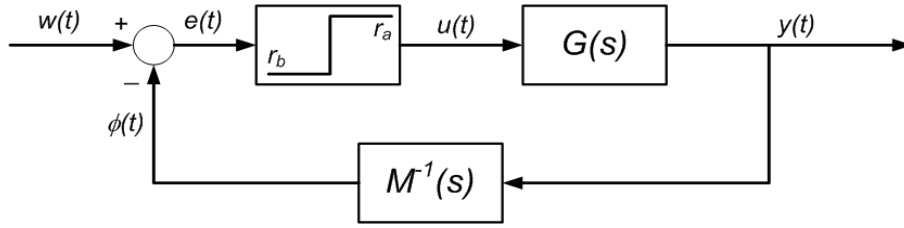
$$\beta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \dot{\psi} - \dot{\mu}| \tag{2.57}$$

biçiminde ifade edilebilir.

## 2.4 Bakışımı Olmayan Röle ile KKD

Tez çalışmasının bu kısmına kadar yapılan analizlerde, kullanılan röle elemanlarının bakışımı olduğu kabul edilmiştir. Ancak bilindiği gibi gerçek zamanlı uygulamalarda kullanılan eyleyicilerin pek çoğu bu bakışımı yapıya uymamaktadır. Eyleyiciler üzerindeki fiziksel kısıtlamalar bakışımı olmayan röle kullanımını gerektirebilmektedir. Örneğin bir motorun her iki yöndeki dönüş hızı aynı olmayabilir, ya da bir su pompasının suyu doldurma yetisi olabilir ancak suyu dışarıya pompalamayabilir. Bu ve bunun gibi pek çok durum için, KKD'de bakışımı olmayan röleler kullanıldığında ortaya çıkan kayan kip koşullarının türetilmesi gerekmektedir. Çalışmanın bu kısmında tek girişli tek çıkışlı bir sistemde bakışımı olmayan röle kullanımı irdelenecektir.

Tek girişli tek çıkışlı ve bakışımı olmayan röle denetimli bir sistem yapısı Şekil 2.5'te görülmektedir.



Şekil 2.5. Bakışımı olmayan röleli denetim yapısı

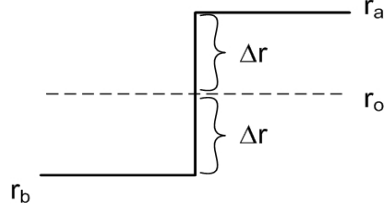
Bu yapıda kullanılan denetim yasası

$$u(t) = \begin{cases} r_a, & e(t) \geq 0 \\ r_b, & e(t) < 0 \end{cases} \quad (2.58)$$

şeklindedir.  $r_a$  ve  $r_b$  bakışımı olmayan röleye ait genliklerdir ve Şekil 2.6'dan görülebileceği gibi

$$\begin{aligned} r_a &= r_o + \Delta r \\ r_b &= r_o - \Delta r \end{aligned} \quad (2.59)$$

eşitlikleriyle ifade edilebilirler. Burada  $r_o$  röle genliklerinin ortalama değeridir.



Şekil 2.6. Bakışımı olmayan röle

Şekil 2.5'te verilen sistemde kayma evresinin oluşabilmesi için Eş. 2.2 sağlanmalıdır. Bu koşulun sağlanması için gerekli şartları bulmak amacıyla hata sinyali ve türevi incelenmelidir.

$$\begin{aligned}
 e &= w - \phi \\
 \dot{e} &= \dot{w} - \dot{\phi} \\
 &= \dot{w} - sM^{-1}Gu \\
 &= \dot{w} - \beta u - \dot{\phi}^o \\
 \dot{e} &= \begin{cases} \dot{w} - \beta(r_o + \Delta r) - \dot{\phi}^o, & e > 0 \\ \dot{w} - \beta(r_o - \Delta r) - \dot{\phi}^o, & e < 0 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{2.60}$$

Hatırlanacağı gibi,  $\beta$  Eş. 2.6'da tanımlanmıştır. Önceki analizlerde olduğu gibi  $\dot{\phi}$  terimi anlık değişen ve değişmeyen bileşenlerine ayrılmıştır. Eş. 2.60 incelendiğinde Eş. 2.2'nin sağlanabilmesi için gerekli koşullar aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned}
 \beta\Delta r &> \dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta r_o \\
 \beta\Delta r &> -\dot{w} + \dot{\phi}^o + \beta r_o
 \end{aligned} \tag{2.61}$$

Bu koşullar tek bir eşitsizlik olarak ifade edildiğinde

$$\beta\Delta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta r_o| \tag{2.62}$$

koşulu elde edilir. Dikkat edilirse,  $r_o = 0$  olduğunda, Eş. 2.62 bakışımı röle kullanılan durumda elde edilen kayan kip koşuluna (Eş. 2.8) indirgenir; yani Eş. 2.62 ile verilen koşul bakışımı röleli yapıyı da kapsamakta ve daha genel bir koşulu ifade etmektedir.

Eş. 2.62'nin sağlanabilmesi için, bakışımı röleli yapıda olduğu gibi,  $\beta$ 'nin sıfır olmaması, diğer bir deyişle Eş. 2.10'da verilen görelî derece koşulunun sağlanması

gerektiği unutulmamalıdır. Röle genlikleri  $r_a$  ve  $r_b$  ters veya aynı işaretlere sahip olabilir. Aynı zamanda,  $\beta > 0$  ise  $\Delta r > 0$ , yani  $r_a > r_b$  olmalıdır.  $\beta < 0$  ise  $\Delta r < 0$  olması gerektiğinden bu kez  $r_b > r_a$  seçilerek, bir başka deyişle ters röle kullanılarak kayan kip koşullarının sağlanabileceği görülmektedir.

Önceki kısımlarda türetilen kayan kip koşullarına benzer şekilde Eş. 2.62,  $\beta\Delta r$  çarpımının pozitif bir değerden daha büyük olması gerektiğini ifade etmektedir. Dolayısıyla bakışımli olmayan röleli yapılar söz konusu olduğunda  $\beta\Delta r > 0$  gerekli koşul olarak kabul edilebilir ve bu koşul sağlanıyorsa  $|\Delta r|$  belli bir değerden büyük seçilerek sistemin kayan kipte çalışması sağlanabilir. Bu değer, dayanak girişinin sabit olduğu durum için aşağıdaki gibi bulunabilir.

Denetlenen sistemin sabit bir dayanak girişini takip etmesi istendiğinde, sistem kayan kipte çalışırken ( $\dot{e} = 0$ ),  $\dot{\phi}^o$  sinyalinin durgun durumda ( $\dot{\phi} = 0$  olduğundan) sabit bir değer aldığı ve bu sabit değer

$$\dot{\phi}^o = -\beta\bar{u}_o \quad (2.63)$$

olduğu, bakışımli röleli yapının incelendiği kısımdaki analizlerde gösterilmişti. Hatırlanacağı gibi,  $\bar{u}_o$  eşdeğer denetim sinyalinin durgun durumda aldığı sabit değerdir ve

$$\bar{u}_o = \frac{w}{G(0)} \quad (2.64)$$

eşitliğiyle ifade edilir.  $w$  sabit olduğundan, durgun durumda ( $\dot{w} = 0$ ) Eş. 2.62 ile verilen kayan kip koşulu ve Eş. 2.63 dikkate alındığında

$$\beta\Delta r > |\beta(\bar{u}_o - r_o)| \quad (2.65)$$

eşitsizliği elde edilir. Görüldüğü gibi,  $\Delta r$  değeri

$$|\Delta r| > |\bar{u}_o - r_o| \quad (2.66)$$

koşulunu sağlayacak şekilde belirlenmelidir. Eş. 2.66 incelendiğinde,  $r_o = \bar{u}_o$  ise  $|\Delta r| > 0$  koşulunun kayan kipte gerçekleşebilmesi için yeterli olduğu görülmektedir.

Yukarıda sabit dayanak girişi için verilen analizin bir benzeri sinüzoidal dayanak girişi için tekrarlanabilir. Dayanak sinyali

$$w(t) = w_c + w_o \sin(\omega t) \quad (2.67)$$

biçiminde  $w_o$  genlikli ve  $w_c$  ortalama değerli sinüzoidal bir sinyal olduğunda, sistem kayma evresinde ve durgun durumdayken, eşdeğer denetim sinyali dayanak girişi ile aynı sıklıkta sinüzoidal bir sinyaldir ve aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\bar{u}(t) = \bar{u}_c + \bar{u}_o \sin(\omega t - \theta), \quad \bar{u}_o = \frac{w_o}{|M^{-1}(j\omega)G(j\omega)|}, \quad \bar{u}_c = \frac{w_c}{G(0)} \quad (2.68)$$

Burada,  $\bar{u}_o$  eşdeğer denetim sinyalinin genliği,  $\bar{u}_c$  ise ortalama değeridir. Şekil 2.5 yardımıyla hata sinyalinin türevi  $\dot{u}$  cinsinden

$$\dot{e} = \dot{w} - \beta \bar{u} - \dot{\phi}^o \quad (2.69)$$

şeklinde ifade edilebilir. Kayma evresinde  $\dot{e} = 0$  olduğundan

$$\dot{w} - \dot{\phi}^o = \beta \bar{u} \quad (2.70)$$

eşitliği yazılır. Eş. 2.62 ve Eş. 2.70'ten

$$\beta \Delta r > |\beta(\bar{u}_c + \bar{u}_o \sin(\omega t - \theta) - r_o)| \quad (2.71)$$

eşitsizliği elde edilir. Buradan  $\Delta r$ 'nin sağlaması gereken koşul aşağıdaki gibi bulunur.

$$|\Delta r| > |\bar{u}_o + \bar{u}_c - r_o| \quad (2.72)$$

Eş. 2.66 ve Eş. 2.72 dikkate alındığında  $\bar{u}_o$  değişkeninin, sabit dayanak girişinde eşdeğer denetim sinyalinin durgun durumda aldığı sabit değeri, sinüzoidal durumda ise eşdeğer denetim sinyalinin durgun durumdaki genliğini ifade ettiği unutulmamalıdır.



Sonuç olarak, yukarıda verilen analizler  $\beta\Delta r > 0$  koşulu sağlandığında,  $|\Delta r|$  belli bir değerden büyük seçilerek kayan kipi elde edilebileceğini göstermiştir. Bu değer sabit dayanak girişi için

$$|\Delta r| > \left| \frac{w}{G(0)} - r_o \right|, \quad (2.73)$$

sinüzoidal dayanak girişi için ise

$$|\Delta r| > \left| \frac{w_o}{|M^{-1}(j\omega)G(j\omega)|} + \frac{w_c}{G(0)} - r_o \right| \quad (2.74)$$

olarak bulunmuştur. Görüldüğü gibi her iki durumda da  $r_o = 0$  olduğunda elde edilen koşullar bakışimli röle için bulunan koşullara indirgenmektedir. Hatırlanacağı gibi, bakışimli röleli yapının incelendiği kısımda verilen analizde sinüzoidal dayanak girişinin sıfır ortalamalı bir sinyal olduğu kabul edilmişti ( $w_c = 0$ ).

## 2.5 Kararsız Sistemlerde GÇ-RKKD

Bu kısımda, GÇ-RKKD yönteminin kararsız sistemlerin denetimindeki başarımı üzerinde durulacaktır. Kararsızlığın kayan kip koşulu üzerindeki etkisi basit bir tek girişli tek çıkışlı sistem üzerinden incelenecektir. Şekil 2.1'de görülen yapı ele alınmıştır. Denetlenen sisteme ait aktarım işlevi  $G(s)$ , kullanılan model  $M(s)$  ve  $G(s)$ 'nin durum uzayındaki gösterimi ile hata sinyali ve denetim yasası aşağıda verilmiştir. Kolaylık açısından  $w(t) = 0$  kabul edilmiştir.

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s-1)}, \quad M(s) = \frac{1}{0.5s+1}$$

$$\dot{x} = Ax + Bu = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (2.75)$$

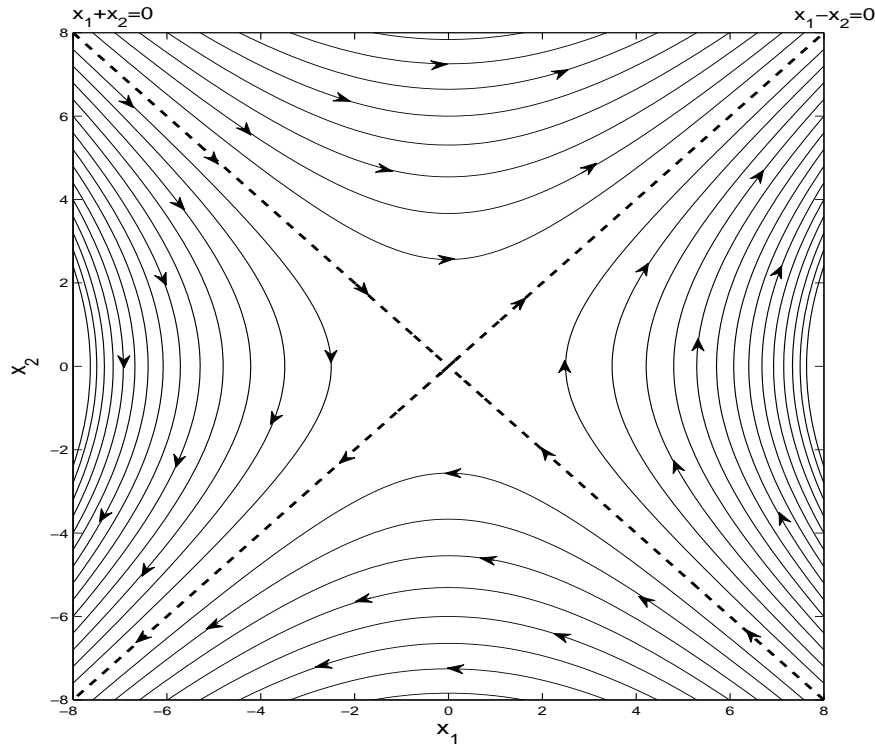
$$y = Cx = [0 \ 1]x$$

$$\begin{aligned}
e &= -M^{-1}y \\
&= -0.5\dot{y} - y
\end{aligned}
\tag{2.76}$$

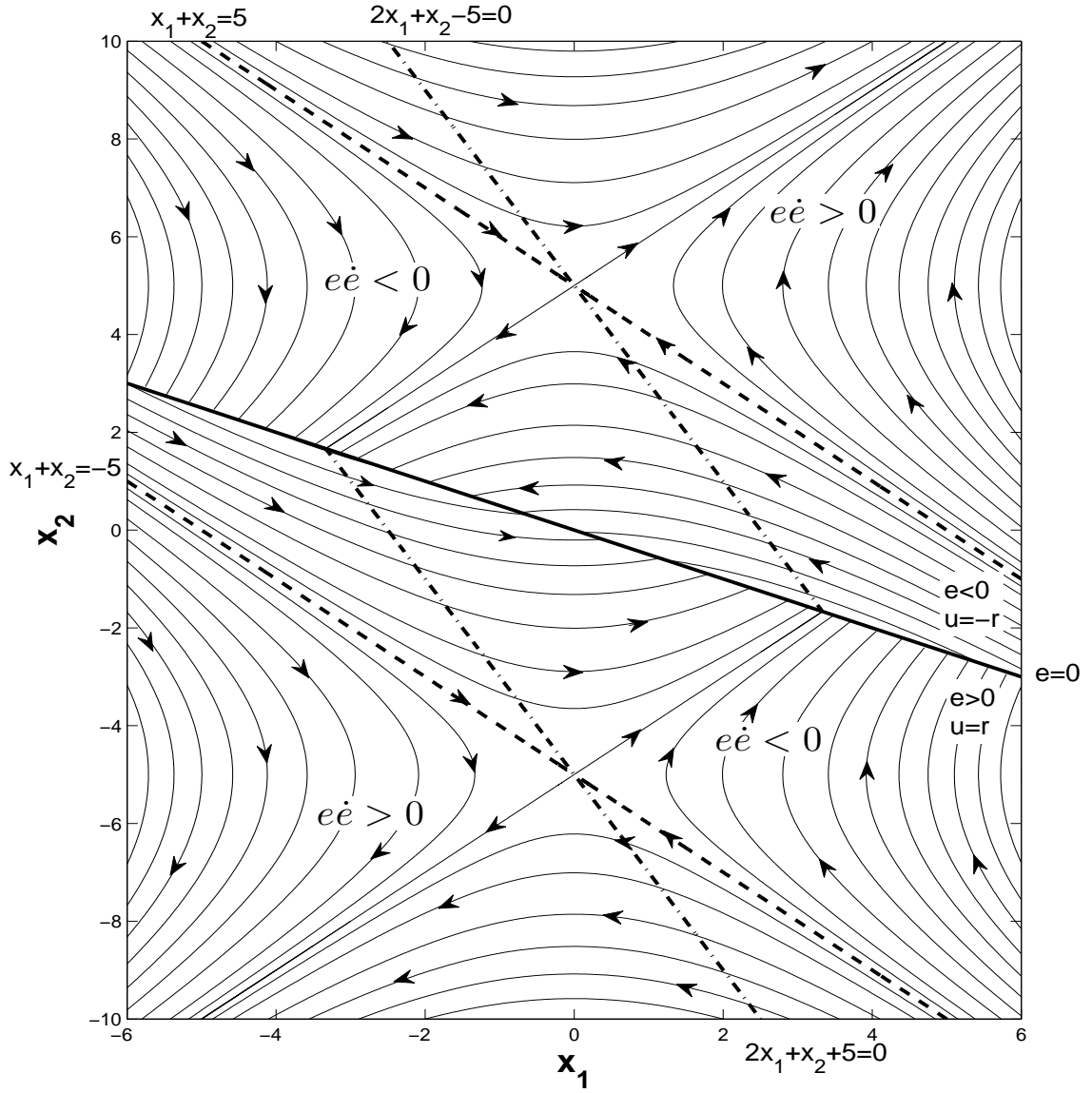
$$u = \begin{cases} r, & e \geq 0 \\ -r, & e < 0 \end{cases}$$

Görüldüğü gibi, denetlenen sistemde  $s = 1$ 'de bir adet kararsız kutup bulunmaktadır. Hatırlanacağı gibi, KKD'in gerçekleşebilmesi için gerekli koşul olan  $e\dot{e} < 0$  eşitsizliğinin sağlanabilmesi için açık döngü aktarım işlevinin göreceli derecesinin 1 olması gerekmektedir. Bu koşulun sağlandığı görülmektedir.

Bilindiği gibi, ikinci derece sistemler söz konusu olduğunda durum uzayı evre düzlemi adı verilen düzleme indirgenmektedir. Evre düzlemi incelenerek kayan kip koşulu ve kararsızlığın bu koşul üzerindeki etkisi daha kolay anlaşılabilir. Denetlenen sisteme ait evre portresi Şekil 2.7'de gösterilmiştir ( $u = 0$ ).  $(0, 0)$  noktasında, yani orijinde bir semer noktası olduğu gözlenmektedir. Kararlı ve kararsız gezingeleri ayıran sonuşur doğruları (asymptotes) şekil üzerinde kesikli çizgiler ile belirtilmiştir ( $x_1 + x_2 = 0$  ve  $x_1 - x_2 = 0$ ).



Şekil 2.7. Eş. 2.75'te verilen sisteme ait evre portresi ( $u = 0$ )



Şekil 2.8. Eş. 2.75'te verilen sisteme ait evre portresi ( $r = 5$ )

Eş. 2.75'te verilen sistem için röle genliği  $r = 5$  seçilerek yapılan benzetim sonucunda elde edilen evre portresi Şekil 2.8'de görülmektedir. Ortaya çıkan yeni yapıda semer noktalarının  $r$  kadar aşağıya ve yukarıya kaydığı gözlenebilir. Kayma yüzeyini ifade eden  $e = 0$  doğrusu şekil üzerinde gösterilmiştir. Kesikli çizgilerle belirtilmiş sonuçur doğruları ( $x_1 + x_2 = r = 5$  ve  $x_1 + x_2 = -r = -5$ ) arasında kalan bölgede sistem tepkisi karardır. Kayan kip için gerekli  $e\dot{e} < 0$  koşulunun sağlandığı bölgeler Eş. 2.77'deki gibi hesaplanmış ve şekil üzerinde gösterilmiştir.

$$e = -0.5\dot{y} - y$$

$$= -0.5x_1 - x_2$$

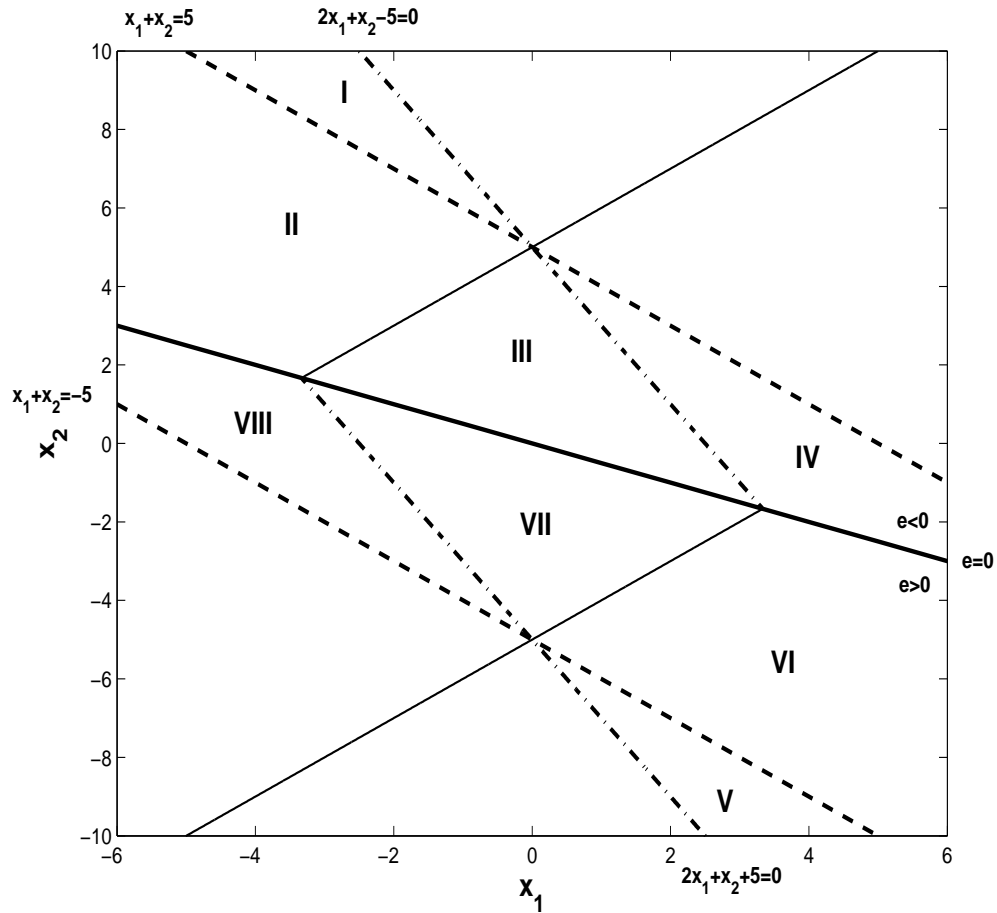
$$\dot{e} = -0.5\dot{x}_1 - \dot{x}_2$$

$$= -0.5x_2 - 0.5u - x_1$$

$$= -x_1 - 0.5x_2 - 0.5r \text{ sign}(e)$$
(2.77)

$$e\dot{e} < 0 \Rightarrow \begin{cases} e = -0.5x_1 - x_2 > 0 & \text{ve} & \dot{e} = -x_1 - 0.5x_2 - 0.5r < 0 \\ e = -0.5x_1 - x_2 < 0 & \text{ve} & \dot{e} = -x_1 - 0.5x_2 + 0.5r > 0 \end{cases}, (r = 5)$$

Dikkat edilirse, sistem durumlarının başlangıç koşullarına bağlı olarak, durum gezinmelerinin bir kısmı kayma yüzeyine ulaşmakta, büyük bir bölümü de kayma yüzeyinden uzaklaşmaktadır. Sistem tepkisinin kararlı olduğu bölgeler ile  $e\dot{e} < 0$  koşulunun sağlandığı bölgeler Şekil 2.9'da daha açık gösterilmiştir.



Şekil 2.9. Şekil 2.8'de verilen evre portresinde sistem tepkisinin kararlı olduğu ve  $e\dot{e} < 0$  koşulunun sağlandığı bölgeler

Şekil 2.9'da  $e < 0$  iken  $e\dot{e} < 0$  koşulunun sağlandığı bölgeler **I**, **II** ve **III** ile,  $e > 0$  iken bu koşulunun sağlandığı bölgeler **V**, **VI** ve **VII** ile gösterilmiştir. Evre düzleminin diğer kısımlarında  $e\dot{e} < 0$  koşulu sağlanmamaktadır. Bunun yanı sıra, kesikli çizgilerle gösterilmiş sonuşur doğruları arasında kalan, yani **II**, **III**, **IV**, **VI**, **VII** ve **VIII** ile numaralandırılmış bölgelerde sistem tepkisinin kararlı olduğu, diğer bölgelerde ise çıkışın kararsız olduğu gözlenmektedir. Sistem durumlarının başlangıç değerleri bu kararlı bölgede ise durum gezingeleri kayma yüzeyine ulaşmakta ve kayan kip gerçekleşmektedir. Başlangıç koşulları **II** veya **VI** numaralı bölgelerde ise durum gezingelerinin ikinci anahtarlama zamanından itibaren, diğer kararlı bölgelerde (**III**, **IV**, **VII** ve **VIII**) ise ilk anahtarlama zamanından itibaren kaymaya başlayarak orijine ulaştıkları görülmektedir.

Şekil 2.9 incelendiğinde,  $e\dot{e} < 0$  koşulunun sağlandığı bölgeler ile sistem tepkisinin kararlı olduğu bölgelerin tam olarak örtüşmediği görülebilir. Dikkat edilirse, **I** ve **V** numaralı bölgelerde  $e\dot{e} < 0$  eşitsizliği sağlanmaktadır. Ancak başlangıç koşulları bu bölgelerde ise gezingeler önce kayma yüzeyine yaklaşırsa da bir süre sonra kayma yüzeyinden uzaklaşmakta ve çıkış kararsız olmaktadır. Diğer yandan, **IV** ve **VIII** numaralı bölgelerde sistem tepkisi kararlı olmakla beraber  $e\dot{e} < 0$  koşulunun sağlanmadığı görülmektedir. Bu bölgelerde durum gezingeleri önce kayma yüzeyinden uzaklaşmaktadır, ancak **III** ve **VII** numaralı bölgelere geçtikleri anda tekrar kayma yüzeyine yönelmektedirler ve kayan kip gerçekleşmektedir.

Özetle, sistem durumlarının başlangıç değerleri kararsız sistemlerin denetim başarımında önemli rol oynamaktadır. Başlangıç koşulları kararlı bölgede olduğu takdirde durum gezingelerinin kayma yüzeyine ulaştığı ve ilk veya ikinci anahtarlama zamanından sonra orada kaldıkları gözlenebilir. Bunun yanı sıra, hem kararlı bölgelerin hem de  $e\dot{e} < 0$  koşulunun sağlandığı bölgelerin genişliklerinin seçilen röle genliği  $r$  ile ilintili olduğu açıkça görülebilir. Bir başka deyişle, röle genliği büyüdükçe kayan kipi elde edilebileceği başlangıç koşullarını içeren bölge de büyümektedir. Bilindiği gibi, uygulamalar esnasında parametre değişiklikleri ve bozucular sistem durumlarını doğrudan değiştirebilmektedir. Bu nedenle kararsız sistemlerin denetiminde röle genliği yeterince büyük seçilmelidir. Röle genliği yeterince büyük seçilmediği takdirde belirsizlikler ve bozucular sistem durumlarını sistem tepkisinin kararsız olduğu bölgelere itebilir.

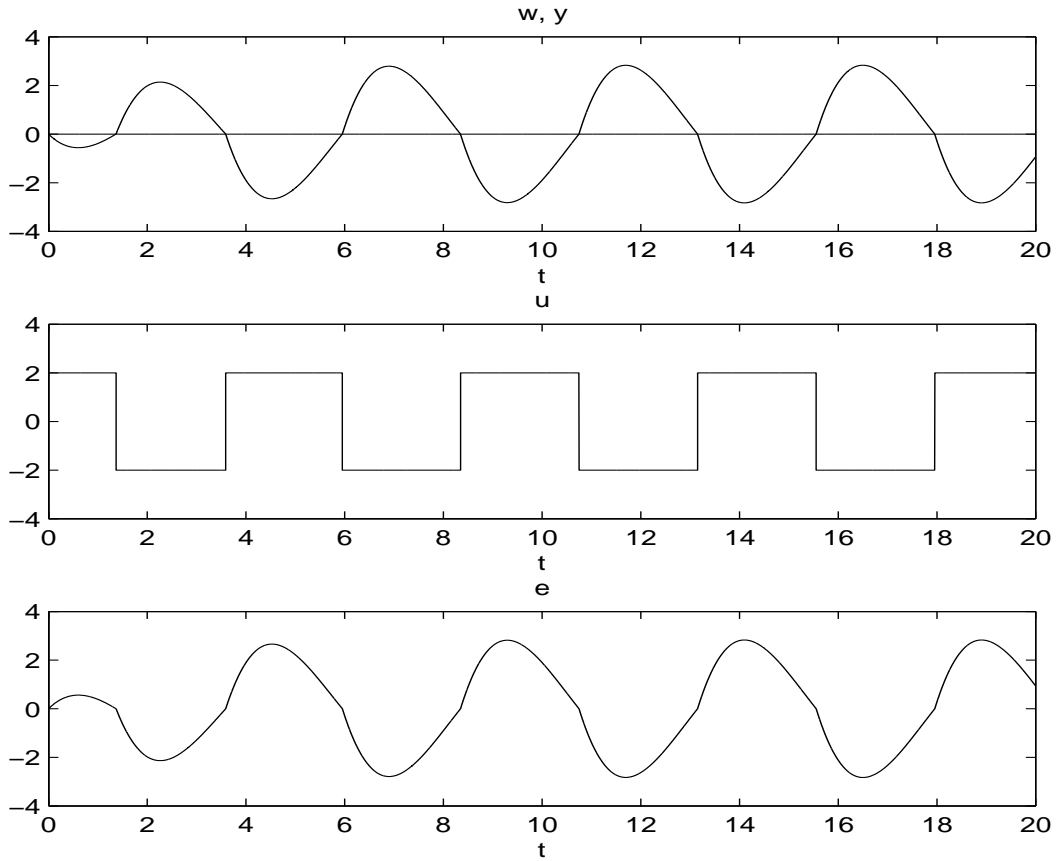
## 2.6 En Küçük Evreli Olmayan Sistemlerde GÇ-RKKD

En küçük evreli olmayan sistemlerde GÇ-RKKD yönteminin başarımı bu bölümde irdelenecektir. Bunun için yine Şekil 2.1'deki yapıdan ve örnek bir sistemden faydalanılmıştır. Denetlenen sisteme ait aktarım işlevi ve durum uzayındaki gösterimi Eş. 2.78'de verilmiştir.

$$G(s) = \frac{-s+1}{s^2+s+1}$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (2.78)$$

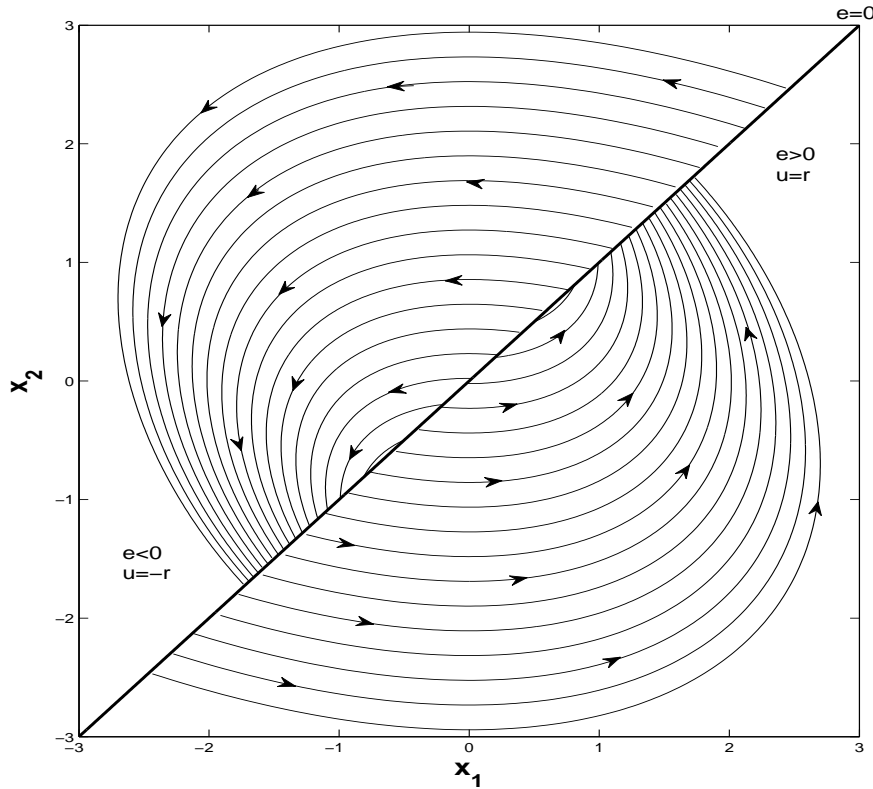
$$y = [-1 \ 1]x$$



Şekil 2.10. Eş. 2.78'de verilen sistem için düz röle ile benzetim sonuçları

Bu sistemde,  $s = 1$ 'de bir adet sıfır bulunmaktadır.  $\rho(G) = 1$  olduğundan  $M(s) = 1$  alınmıştır. Dayanak giriş sinyali  $w$  sıfır kabul edilmiştir. Röle genliği  $r = 2$  seçilerek, bir başka deyişle düz röle ( $r > 0$ ) kullanılarak elde edilen benzetim sonucu Şekil 2.10'da gösterilmiştir.

Şekil 2.10 incelendiğinde, sistem çıkışının dayanak girişine ulaştığı, yani erişme evresinin gerçekleştiği, ancak kayma evresinin oluşmadığı gözlenmektedir. Bir süre sonra çıkış sinyali dönemli (periodic) bir davranış sergilemektedir. Ortaya çıkan bu durum Şekil 2.11'de verilen evre portresi incelendiğinde daha iyi anlaşılabilir. Görüldüğü gibi durum gezinmeleri, başlangıç noktaları ne olursa olsun, kayma yüzeyine ulaşmakta ancak yüzey üzerinde kalmamaktadır. Bunun sonucunda bir kısıt çevrim (limit cycle) oluşmaktadır. Bu davranış Şekil 2.10'da görülen sistem çıkışını net bir şekilde açıklamaktadır.



Şekil 2.11. Eş. 2.78 ile verilen sistem için düz röle ( $r > 0$ ) kullanıldığında elde edilen evre portresi

Dikkat edilirse, bu sistemde  $\beta = -1$  olduğundan Eş. 2.8 ile verilen kayan kip koşulunun düz röle kullanılarak sağlanması zaten beklenmemektedir. Gerekli koşulun sağlanabilmesi için ters röle ( $r < 0$ ) kullanılmalıdır. Ters röle ( $r = -2$ ) kullanılarak

yapılan benzetim sonucunda, verilen sisteme ait evre portresi Şekil 2.12'deki gibi elde edilmiştir. Kayma yüzeyi ( $e = 0$ ) ve  $e\dot{e} < 0$  koşulunun sağlandığı bölge aşağıdaki gibi hesaplanmış ve şekil üzerinde gösterilmiştir.

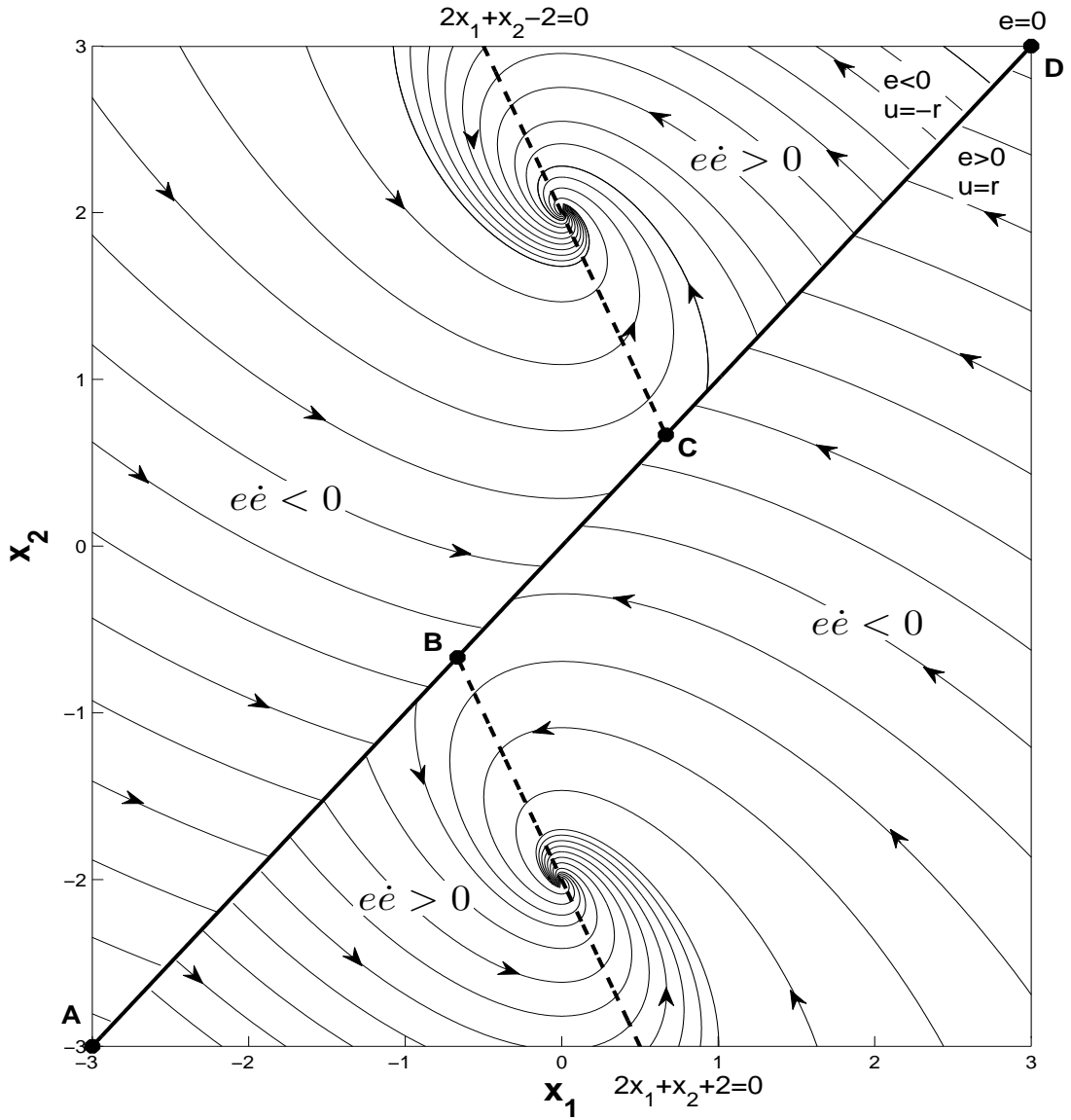
$$\begin{aligned}
 e &= -y \\
 &= x_1 - x_2 \\
 \dot{e} &= \dot{x}_1 - \dot{x}_2 \\
 &= -2x_1 - x_2 + u \\
 &= -2x_1 - x_2 + r \operatorname{sign}(e)
 \end{aligned} \tag{2.79}$$

$$e\dot{e} < 0 \Rightarrow \begin{cases} e = x_1 - x_2 > 0 & \text{ve} & \dot{e} = -2x_1 - x_2 + r < 0 \\ e = x_1 - x_2 < 0 & \text{ve} & \dot{e} = -2x_1 - x_2 - r > 0 \end{cases}, \quad (r = -2)$$

Şekil 2.12 incelendiğinde, kayan kipin gerçekleşmesi için gerekli  $e\dot{e} < 0$  koşulunun evre düzleminin her yerinde sağlanmadığı görülebilir. Bu koşulun sağlandığı ve sağlanmadığı bölgeler şekil üzerinde gösterilmiştir. Ayrıca, anlatım kolaylığı için kayma yüzeyini belirleyen  $e = 0$  doğrusu üzerinde **A**, **B**, **C** ve **D** noktaları işaretlenmiştir.

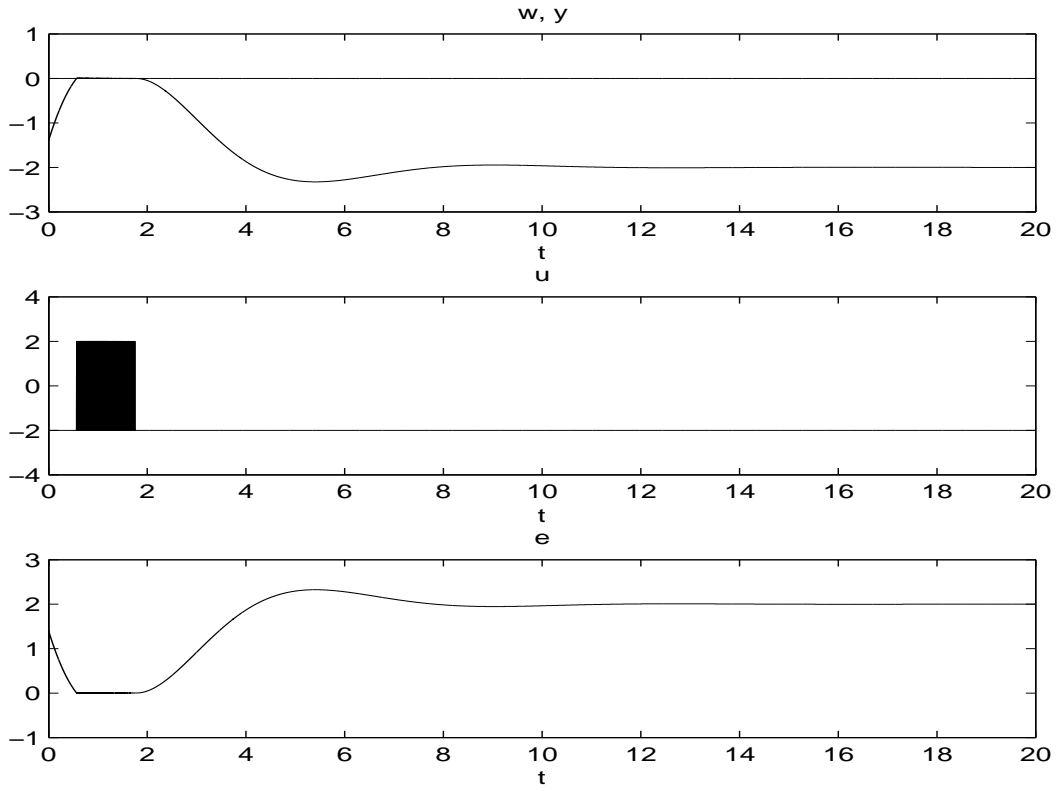
$e\dot{e} < 0$  koşulunun sağlandığı bölgeler dikkate alındığında, durum gezingelerinin bir kısmının kayma yüzeyine ulaştığı, bir kısmının ise yüzeye ulaşmadan,  $(0, 2)$  ve  $(0, -2)$ 'de bulunan iki kararlı noktadan birinde sonlandığı gözlenmektedir. **A** ve **B** noktaları arasında kayma yüzeyine ulaşan gezingeler, kayma gerçekleşmeden,  $e\dot{e} < 0$  koşulunun sağlanmadığı bölgeye geçerek  $(0, -2)$ 'de bulunan kararlı noktada sonlanmaktadır. Benzer şekilde, **C** ve **D** noktaları arasında kayma yüzeyine ulaşan gezingeler de  $(0, 2)$  noktasına yönelmekte ve orada kalmaktadır. Kaymanın olduğu tek bölge **B** ve **C** noktaları arasındadır. Ancak kayma orijine doğru değil, orijinden uzaklaşacak şekilde gerçekleşmektedir. Yani, **B** noktasına daha yakın bir noktada kayma yüzeyine ulaşan gezingeler **B** noktasına doğru, **C** noktasına yakın bir noktada yüzeye ulaşan gezingeler ise **C** noktasına doğru kaymaktadırlar. Gezingelerin, **B** - **C** arasındaki bölgeden çıktıkları anda kayma yüzeyini terkettikleri ve başlangıç koşullarına bağlı olarak iki kararlı noktadan birine ulaştıkları görülmektedir. Bu durum bir benzetim aracılığıyla Şekil 2.13'te gösterilmiştir. Sistem durumlarının başlangıç değerleri  $x(0) = [0.6 \ 0]^T$  olarak seçilmiştir.



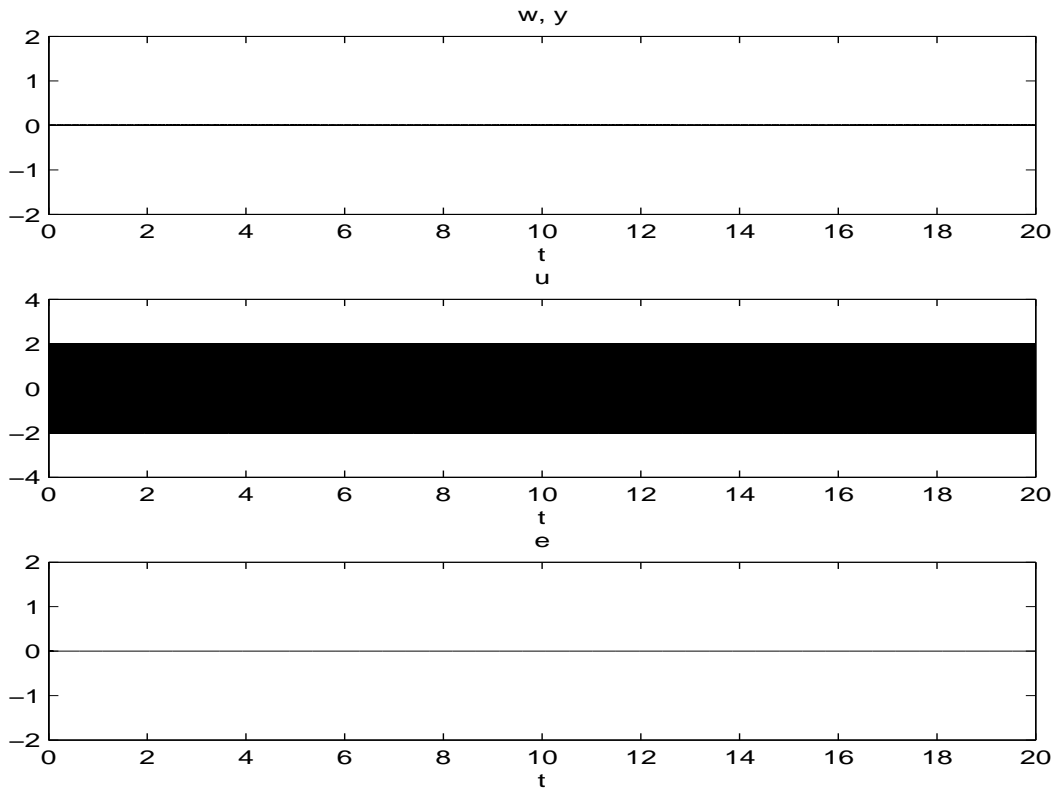


Şekil 2.12. Eş. 2.78 ile verilen sistem için ters röle ( $r < 0$ ) kullanıldığında elde edilen evre portresi

Şekil 2.13 incelendiğinde bir erişme evresinin ardından sistemin kayan kipte bir süre çalıştığı fakat bu sürenin ardından kayma evresinin devam etmediği gözlenebilir. Bu örnek için tek istisnai durum başlangıç koşulları  $x(0) = [0 \ 0]^T$  olarak seçildiğinde ortaya çıkmaktadır. Bu noktada durum gezinimleri birbirleriyle tam karşılıklı olduğundan sistem kayan kipte çalışmaya devam edebilmektedir. Bahsedilen bu başlangıç koşulları kullanılarak yapılan benzetim sonucu Şekil 2.14'te görülebilir. Bilindiği gibi uygulamalar esnasında sistemler gürültü ve parametre değişiklikleri gibi bozucu unsurların etkisi altındadırlar. Bu nedenle sistem durumlarının sürekli aynı değerlerde kalması olanaklı değildir. Şekil 2.12'den de görülebileceği gibi sistem durumlarındaki



Şekil 2.13. Ters röle ile benzetim sonucu ( $x(0) = [0.6 \ 0]^T$ )



Şekil 2.14. Ters röle ile benzetim sonucu ( $x(0) = [0 \ 0]^T$ )

en ufak bir değişiklik dahi sistemin kayan kipten çıkmasına neden olacaktır.

Sonuç olarak, en küçük evreli olmayan sistemler üzerinde yapılan çalışmalar bu tür sistemlerin, kapalı döngü sistem kararlılığı sağlansa dahi, GÇ-RKKD yöntemiyle denetlenmesinin olanaklı olmadığını göstermiştir.

## 2.7 Benzetim Çalışması

Bu bölümde, tek girişli tek çıkışlı sistemler üzerinden anlatılan GÇ-RKKD yöntemine ait benzetim örneklerine yer verilmiştir. İlk kısımda Eş. 2.8'de verilen kayan kip koşulunun sınanması hedeflenmiş ve röle genliğinin önemi vurgulanmıştır. Ardından  $E$  ve  $F$  süzgeçlerinin kullanımına ilişkin örnekler sunulmuştur. Parametre değişiklikleri ve bozucuların denetim başarımı üzerindeki etkileri irdelendikten sonra bakışımli olmayan röle ile yapılan benzetim örneğine yer verilmiştir. Son olarak kararsız bir sistem kullanılarak gerçekleştirilen benzetimler sunulmuştur.

### 2.7.1 Kayan Kip Koşullarının İncelenmesi

Bu kısımda, Eş. 2.8 ile verilen kayan kip koşulunun sınanması amacıyla Eş. 2.80'de görülen sistem ve model kullanılarak elde edilen benzetim sonuçlarına yer verilmiştir. Farklı dayanak sinyalleri ve röle genlikleri ile gerçekleştirilen bu benzetimler aracılığıyla kayan kip koşulunun sağlandığı ve sağlanmadığı durumlara ilişkin örnekler verilmiştir. Çalışmaların sonuçlarını gösteren şekiller üç grafik halinde sunulmuştur. İlk grafikte dayanak girişi  $w$  (sinüzoidal veya kare dalga), sistem çıkışı  $y$  ve model çıkışı  $y_m$  (kesikli çizgi), ikinci grafikte denetim sinyali  $u$  yer almaktadır. Üçüncü ve son grafikte hata sinyali  $e$  ve " $\beta r$ " çarpımının (sabit) yanı sıra, benzetimlerin bir kısmında " $|\dot{w} - \dot{\phi}^o|$ " terimi, diğer kısmında ise  $e > 0$  olduğu anlarda " $\dot{w} - \dot{\phi}^o$ ",  $e < 0$  olduğu anlarda ise " $-\dot{w} + \dot{\phi}^o$ " sinyalleri gösterilmiştir. Benzetimlerde süre  $t = 20s$  olarak belirlenmiş ve örnekleme aralığı  $h = 1ms$  olarak seçilmiştir.

$$G_1(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}, \quad M_1(s) = \frac{1}{0.25s + 1} \quad (2.80)$$

Eş. 2.80 incelendiğinde, Eş. 2.10'da verilen görece derece koşulunun bu örnek için sağlandığı görülmektedir.  $\beta = 0.25$ , yani pozitif olduğundan Eş. 2.7'de verilen eşitsizliklerin sağlanabilmesi için röle genliği de pozitif olmalıdır ( $r > 0$ ). Yapılan ilk benzetimde sinüzoidal dayanak sinyali kullanılmış ve röle genliği  $r = 3$  seçilmiştir.

Elde edilen sonuçlar Şekil 2.15'te verilmiştir. Şekil 2.15.c incelendiğinde benzetimin başlangıcından itibaren  $\beta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  koşulunun (Eş. 2.8) sağlandığı ve hatanın sıfır olduğu görülebilir. Buna bağlı olarak röle ilk andan itibaren  $\pm r$  değerleri arasında yüksek sıklıkta salınmakta, diğer bir ifadeyle kayan kipte çalışmaktadır ve sistem çıkışı modeli hatasız bir biçimde takip etmektedir.

Bölüm 2.1'den hatırlanacağı gibi, sinüzoidal dayanak girişi söz konusu olduğunda, kayan kip koşulunun sağlanabilmesi için röle genliğinin belirli bir değerden büyük seçilmesi gerekmektedir. Eş. 2.30 yardımıyla bu değer, Eş. 2.80'de verilen örnek için yaklaşık  $|r| > 0.87$  olarak bulunur. Bu koşulu sağlayan ancak sınır değere çok yakın bir röle genliği seçilerek yapılan benzetime ait sonuçlar Şekil 2.16'da sunulmuştur. Röle genliği  $r = 0.9$ 'dur. Şekil 2.16.a dikkate alındığında, benzetimin ilk saniyelerinde model takibinin gerçekleşmediği, yaklaşık  $t = 3$ s'den sonra sistem çıkışının modeli takip ettiği gözlenebilir. Rölenin benzetimin ilk saniyelerinde kayan kipte çalışmadığı ve  $u = r = 0.9$  değerinde sabit olduğu Şekil 2.16.b'de görülmektedir. Bu durum, Şekil 2.16.c incelenerek daha iyi anlaşılabilir. Dikkat edilirse, başlangıçta hata pozitifdir ( $e > 0$ ) ve artma eğilimindedir; yani kayan kip için gerekli olan  $e\dot{e} < 0$  koşulu sağlanmamaktadır. Bu esnada  $\beta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  eşitsizliğinin de sağlanmadığı açıkça görülmektedir. Bir süre sonra hata sinyalinin artışı sonlanmış ve azalma eğilimine geçmiştir. Tam tepe noktasında ( $t \approx 1$ s)  $\beta r = |\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  olduğu ve bu andan itibaren  $\beta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  koşulunun benzetim boyunca sağlandığı gözlenmektedir.  $e\dot{e} < 0$  koşulu sağlandığından hata sinyali bir süre sonra sıfıra ulaşmış ve orada kalmıştır. Hatanın sıfıra ulaştığı andan itibaren röle elemanının kayan kipte çalışmaya başladığı Şekil 2.16.b'den görülebilir. Benzetimin kalan süresi boyunca kayan kip koşulu sağlandığından röle kayan kipte çalışmakta ve model takibi hatasız bir biçimde gerçekleşmektedir.

Röle genliği bu kez  $r = 0.8$  olarak seçildiğinde elde edilen benzetime ait sonuçlar Şekil 2.17'de görülmektedir. Dikkat edilirse, Eş. 2.30 sağlanmamaktadır; yani seçilen röle genliği yukarıda hesaplanan sınır değerinin altındadır. Bir önceki benzetimde olduğu gibi, başlangıçta hata pozitif ve artma eğilimindedir ( $e\dot{e} > 0$ ). Kayan kip koşulu sağlanmadığından röle kayan kipte çalışmamaktadır.  $e > 0$  olduğundan röle çıkışında oluşan denetim sinyali  $u = r = 0.8$  sabit değerindedir, ayrıca sistem çıkışının modeli takip etmediği görülebilir. Hata sinyalinin tam tepe noktasında ( $t \approx 1.3$ s)  $\beta r = |\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  eşitliği sağlanmıştır, bu andan itibaren hata pozitif ve azalma eğili-

mindedir ( $e \dot{e} < 0$ ). Hata sinyali sıfıra ulaşır ulaşmaz rölenin kayan kipe girdiği ve model takibinin gerçekleştiği gözlenmektedir. Bu durum  $t \approx 6s$ 'de  $\beta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  koşulu bozulana dek sürmektedir. Kayan kip koşulunun bozulması ile beraber röle kayan kipten çıkmıştır. Hata sinyali negatif ve azalma eğilimindedir. Model takibinin de bozulduğu Şekil 2.17.a'dan görülebilir.  $e < 0$  olduğundan denetim sinyali  $u = -r = -0.8$  değerini almıştır. Yaklaşık  $t \approx 7.5s$  civarında  $\beta r = |\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  eşitliği yeniden sağlandığından ve hata artmaya başladığından, bir süre sonra hata tekrar sıfıra ulaşmış ( $t \approx 8s$ ) ve  $\beta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  koşulunun bozulduğu bir sonraki ana dek röle tekrar kayan kipte çalışmaya başlamıştır.

Şekil 2.18'de yine  $r = 0.8$  ile gerçekleştirilen benzetim sonuçlarına yer verilmiştir. Ancak Şekil 2.18.c'de bu kez, hatanın pozitif ( $e > 0$ ) olduğu anlarda  $\dot{w} - \dot{\phi}^o$ , negatif ( $e < 0$ ) olduğu anlarda ise  $-\dot{w} + \dot{\phi}^o$  sinyalleri gösterilmiştir. Hata sinyalinin  $e = 0$ 'a ulaştığı anların hemen ardından, Eş. 2.7'de verilen kayan kip koşulları sağlandığı sürece, hata sıfır etrafında yüksek sıklıkla salındığından,  $\dot{w} - \dot{\phi}^o$  ve  $-\dot{w} + \dot{\phi}^o$  sinyalleri arasındaki anahtarlanmanın da aynı sıklıkta olduğu açıkça görülmektedir. Ayrıca, Şekil 2.18.b ve Şekil 2.18.c bir arada incelendiğinde,  $\dot{w} - \dot{\phi}^o$  ve  $-\dot{w} + \dot{\phi}^o$  terimlerinin anahtarlandığı bu anlar ile rölenin kayan kipte çalıştığı anların tamamen örtüştüğü gözlenebilir.

Şimdiye kadar verilen benzetim örneklerinde dayanak girişi sinüzoidal bir sinyaldir. Benzetim çalışmasının bundan sonraki bölümünde dayanak sinyali olarak uygulamalarda sıkça tercih edilen kare dalga kullanılmıştır.

Eş. 2.80'de verilen sistem için röle genliği  $r = 15$  seçilerek, kare dalga dayanak girişi ile gerçekleştirilen benzetime ait sonuçlar Şekil 2.19'da verilmiştir. Şekil 2.19.c incelendiğinde, dayanak girişinin işaret değiştirdiği anlar hariç,  $\beta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  koşulunun benzetim süresi boyunca sağlandığı görülebilir. Dayanak sinyalinin işaret değiştirdiği anlarda  $|\dot{w}|$  sinyalinin aldığı değerler çok büyük olduğundan bu anlarda kayan kip koşulunun sağlanması beklenmemektedir. Bu esnalarda anlık olarak bozulan kayan kip koşulu hemen yeniden sağlanmakta ve  $e \dot{e} < 0$  eşitsizliği sağlandığından hata sinyali  $e = 0$ 'a dönmektedir.  $\beta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  koşulunun bozulmasıyla beraber kayan kipten çıkan röle, bir erişme evresini takiben tekrar kayan kipte çalışmaya başlamaktadır. Hatırlanacağı gibi, seçilen röle genliğinin büyüklüğü erişme evrelerinin süresini belirler. Röle genliği arttıkça erişme evresi kısalmış ve sistem

daha çabuk kayan kipe geri döner. Şekil 2.19.a dikkate alındığında, erişme evreleri sırasında sistem çıkışının model çıkışını durgun durumdaki kadar iyi takip etmediği görülmektedir. Röle genliği arttırılarak geçici tepki esnasında model takibi iyileştirilebilir.

Büyüklüğü  $|w| = 1$  olan sabit dayanak sinyali söz konusu olduğunda, Eş. 2.80'de verilen sistemin kayan kipte çalışabilmesi için seçilecek röle genliğinin sağlaması gereken koşul, Eş. 2.29 yardımıyla  $|r| > 1$  olarak bulunur.  $r = 1.2$  seçilerek yapılan benzetime ait sonuçlar Şekil 2.20'de sunulmuştur. Şekil 2.18'de olduğu gibi burada da üçüncü grafikte  $\dot{w} - \dot{\phi}^o$  ve  $-\dot{w} + \dot{\phi}^o$  terimleri gösterilmiştir. Şekil 2.20.a incelendiğinde, röle genliği sınır değere oldukça yakın seçildiğinden, geçici tepki esnasında sistem ve model tepkilerinin birbirinden çok farklı olduğu, yalnızca durgun durumda model takibinin hatasız gerçekleştiği gözlenmektedir. Dikkat edilirse, model takibi bir önceki benzetimle karşılaştırıldığında oldukça geç başlamaktadır. Bu durum Şekil 2.20.c incelenerek daha iyi anlaşılabilir. Hata sinyali benzetimin başlangıcında pozitifdir ve buna bağlı olarak denetim sinyalinin  $u = r = 1.2$  olduğu Şekil 2.20.b'den görülebilir. Aynı zamanda hata azalma eğilimdedir, yani  $e \dot{e} < 0$  eşitsizliği sağlanmaktadır. Eş. 2.7'den hatırlanacağı gibi,  $e > 0$  olduğundan, kayan kip için sağlanması gereken koşul  $\beta r > \dot{w} - \dot{\phi}^o$ 'dur ve bu koşulun sağlandığı görülmektedir. Bu nedenle, hata sinyali  $e = 0$  değerine ulaşır ulaşmaz sistem kayan kipte çalışmaya başlamıştır. Dayanak girişinin diğer değere atladığı ana dek kayan kip koşulu bozulmadığından sistem kayan kipte çalışmaya devam etmektedir. Dayanak sinyalinin işaret değiştirdiği  $t = 5s$ 'de kayan kip koşulu anlık olarak bozulmuştur. Hata negatif ( $e < 0$ ) olduğundan kayan kip koşulu bu kez  $\beta r > -\dot{w} + \dot{\phi}^o$ 'dur. Dayanak sinyalinin işaret değiştirmesinin hemen ardından bu koşulun sağlandığı görülmektedir.  $e < 0$  olduğundan denetim sinyali  $u = -r = -1.2$  değerinde sabittir.  $t \approx 7s$  anında hata sıfıra ulaşmış, fakat kayan kip koşulu bozulmuştur. Bu nedenle hatanın artmaya devam ettiği görülebilir.  $e > 0$  olduğundan denetim sinyali bu kez  $u = r = 1.2$  değerini almıştır. Kısa bir süre sonra  $\beta r > \dot{w} - \dot{\phi}^o$  eşitsizliği yeniden sağlanmış ve hata azalmaya başlamıştır.  $e = 0$  değerine ulaştığı anda röle, dolayısıyla sistem kayan kipte çalışmaya başlamıştır. Özetle, kayan kip, ilk anahtarlama anında değil ikinci anahtarlama anında gerçekleşmekte ve dayanak sinyalinin işaret değiştirdiği bir sonraki ana dek devam etmektedir.

Sıradaki benzetimde röle genliği  $r = 0.8$  olarak seçilmiştir; yani Eş. 2.29 sağlanmamaktadır. Bu benzetime ait sonuçlar Şekil 2.21'de verilmiştir. Şekil 2.21.a ve Şekil 2.21.b dikkate alındığında, dayanak sinyalinin  $w = 1$  değerinde olduğu ilk 5s boyunca sistem çıkışının modeli yakalayamadığı ve denetim sinyalinin  $u = r = 0.8$  değerinde sabit kaldığı gözlenmektedir. Bir başka deyişle sistem kayan kipte çalışmamaktadır. Bu durum Şekil 2.21.c üzerinden daha iyi anlaşılabilir. Başlangıç anında hata pozitif ve azalmaktadır ( $e > 0$ ), dolayısıyla  $u = r = 0.8$ 'dir. Aynı zamanda  $\beta r > \dot{w} - \dot{\phi}^o$  eşitsizliğinin sağlandığı görülmektedir. Ancak, hata  $e = 0$  değerine ulaşmadan  $\beta r > \dot{w} - \dot{\phi}^o$  koşulu bozulmakta ( $t \approx 3.7s$ ) ve hata yeniden artmaya başlamaktadır. Dayanak sinyalinin işaret değiştirmesine kadar geçen süre içerisinde  $e = 0$  eşitliği hiç sağlanamadığından kayan kip, sonuç olarak da model takibi hiç gerçekleştirilmemiştir. Dayanak sinyalinin  $w = -1$  değerine atladığı anda hata sinyali negatif bir değer almıştır. Buna bağlı olarak  $u = -r = -0.8$ 'dir.  $e < 0$  olduğundan kayan kip için gerekli koşul  $\beta r > -\dot{w} + \dot{\phi}^o$ 'dur. Bu koşulun sağlandığı ve hatanın arttığı gözlenmektedir. Hata  $e = 0$  değerine ulaştığında kayan kip koşulu hala sağlanmakta olduğundan sistemin kayan kipte çalışmaya başladığı Şekil 2.21.b ve Şekil 2.21.c'den görülebilir. Şekil 2.21.a'ya dikkat edilirse, kayan kipte gerçekleşmesinin ardından sistem çıkışı modeli yakalamış ve takip etmeye başlamıştır. Ancak kısa bir süre sonra  $\beta r > -\dot{w} + \dot{\phi}^o$  koşulu bozulduğundan rölenin kayan kipten çıktığı ve model takibinin sonlandığı gözlenmektedir.  $e < 0$  olduğundan denetim sinyali  $u = -r = -0.8$  değerini almıştır. Sistem davranışı dayanak sinyalinin farklı değere atladığı anlardan sonra benzer şekilde devam etmektedir. Özetle, kayan kip koşulu sağlanmadığından, beklenildiği gibi denetimin başarılı olmadığı sonucuna ulaşılabılır.

Kayan kip koşullarının irdelendiği bu kısma ait son benzetim için Eş. 2.81 ile verilen sistem ve model kullanılmıştır.

$$G_2(s) = \frac{-7}{s^3 + 2s^2 + s + 1}, \quad M_2(s) = \frac{1}{(0.25s + 1)^2} \quad (2.81)$$

Denetlenen sistemin görelî derecesi  $\rho(G) = 3$  olduğundan, görelî derece koşulunu sağlamak amacıyla 2. derece bir model tanımlanmıştır. Önceki örneklerden farklı olarak burada  $\beta < 0$  olduğundan  $\beta r > 0$  gerekli koşulunun sağlanması için negatif bir röle genliği seçilmiştir ( $r = -20$ ). Benzetim sonuçları Şekil 2.22'de verilmiştir. Şekil 2.22.c incelendiğinde  $\beta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  koşulunun, dayanak girişinin işaret değiş-



tirdiği anlar hariç,  $t > 0$  için sağlandığı görülebilir. Buna bağlı olarak röle ilk andan itibaren kayan kipte çalışmakta ve model takibi gerçekleşmektedir. Hata ( $e$ ) ve  $|\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  sinyallerinin, önceki benzetim sonuçlarıyla karşılaştırıldığında, daha gürültülü olduğu göze çarpmaktadır. Bunun nedeni, önceki benzetimlerde sistem çıkışının 1. derece bir model aktarım işlevinin tersi ile süzgeçlenirken, bu örnekte 2. derece bir aktarım işlevinin tersi ile süzgeçlenmesidir. Diğer bir deyişle,  $\phi$  sinyali çıkış sinyalinin ikinci derece türevlerini de içermektedir. Bu nedenle  $\dot{\phi}$  sinyali, dolayısıyla da  $e$  ve  $|\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  sinyalleri de diğer örneklere oranla daha gürültülüdür.

Eş. 2.80'de görülen sistem kullanılarak farklı röle genlikleri ile yapılan benzetimler Bölüm 2.1'de türetilen ve Eş. 2.7 ve Eş. 2.8 ile verilen kayan kip koşullarının doğru olduğunu göstermiştir. Sinüzoidal dayanak sinyali ile yapılan benzetimler, röle genliğinin Eş. 2.30 sağlanacak şekilde seçilmesi gerektiğini ortaya koymuştur. Röle genliği yeterince büyük seçildiği takdirde  $\beta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  koşulunun benzetimin başlangıcından itibaren sağlandığı ve sistemin sürekli kayan kipte çalıştığı görülmüştür. Belirlenen röle genliği Eş. 2.30 ile bulunan sınır değere yakın ama bu değerden büyük seçildiğinde ise kayan kip koşulu benzetim başladıktan bir süre sonra sağlanmaktadır ve benzetim sonuna dek sistem kayan kipte çalışmaya devam etmektedir. Eş. 2.30'un sağlanmadığı durumlarda kayan kip koşulunun zaman zaman bozulduğu, bu nedenle denetim başarımının kesintiye uğradığı sonucuna ulaşılmıştır.

Dayanak girişi olarak kare dalga kullanıldığında röle genliğinin bu kez Eş. 2.29'u sağlayacak şekilde seçilmesi gerektiği gözlenmiştir. Sinüzoidal sinyalin kullanıldığı durumda olduğu gibi, röle genliği yeterince büyükse, dayanak sinyalinin işaret değiştirdiği anlar hariç, sistemin benzetim boyunca kayan kipte çalıştığı gözlenmiştir. Dayanak sinyalinin bir başka değere atladığı anlarda kayan kip koşulunun sağlanabilmesi için gereken röle genliği genellikle gerçekleştirilemeyecek kadar büyük olduğundan bu anlarda kayan kipli denetimin kesintisiz devam etmesi beklenmemektedir. Ancak röle genliği mümkün olduğunca büyük seçilerek sistemin kayan kipten çıktuktan sonra kayan kip geri dönmesi için geçen sürelerin, yani erişme evrelerinin kısaltılması olanaklıdır. Eş. 2.29'u sağlayan ancak bu değere oldukça yakın bir röle genliği seçilerek yapılan benzetim sistemin ilk anahtarlama anında değil ikinci anahtarlama anında kayan kipe girdiğini göstermiştir. Ayrıca, röle genliği yeterince büyük olmadığından model takibinin de başarılı olmadığı gözlenmiştir. Hatırlanacağı gibi



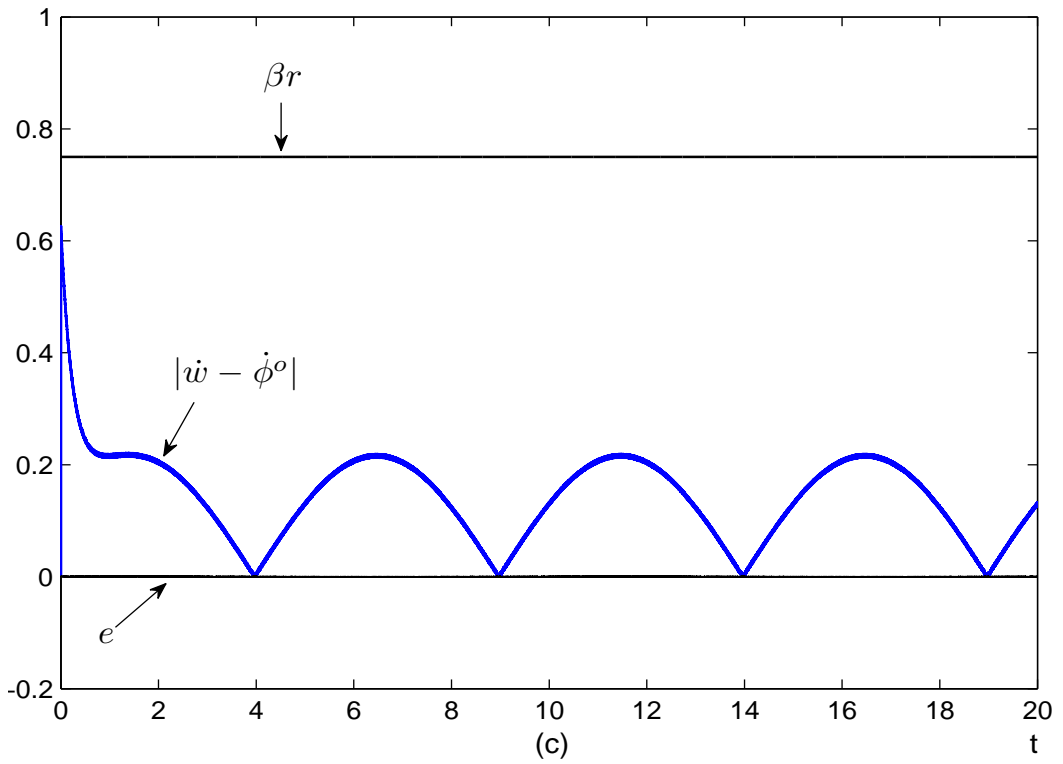
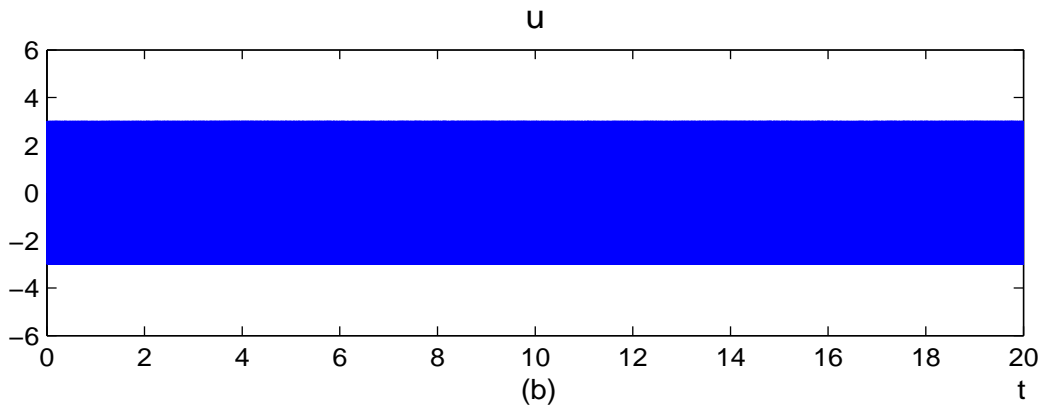
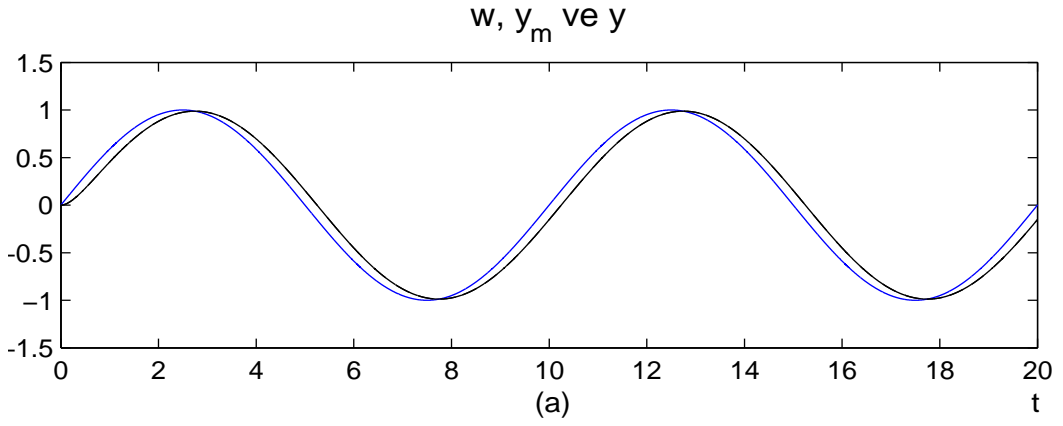
Eş. 2.29, sistem durgun duruma ulaştığında kayan kipi sağlanabilmesi için röle genliğinin sağlanması gereken koşuldur. Geçici tepki süresince hem kayan kipi elde edilebilmesi hem de model takibinin başarıyla gerçekleşmesi için gereken röle genliğinin Eş. 2.29 ile bulunan değerden büyük olması gerektiği yapılan benzetimler aracılığıyla ortaya konmuştur. Eş. 2.29'u sağlamayan bir röle genliği seçildiğinde ise denetimin başarısız olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Eş. 2.81 ile yapılan son benzetim örneğinde  $\beta < 0$  durumu ele alınmış ve kayan kipi koşulunu sağlamak amacıyla negatif röle genliği kullanılmıştır. Ayrıca, yüksek dereceli model aktarım işlevi kullanıldığında, çıkış sinyali modelin tersi ile süzgeçlendiğinden,  $|\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  sinyali biraz gürültülü de olsa, denetim başarımının olumsuz etkilenmediği gözlenmiştir.

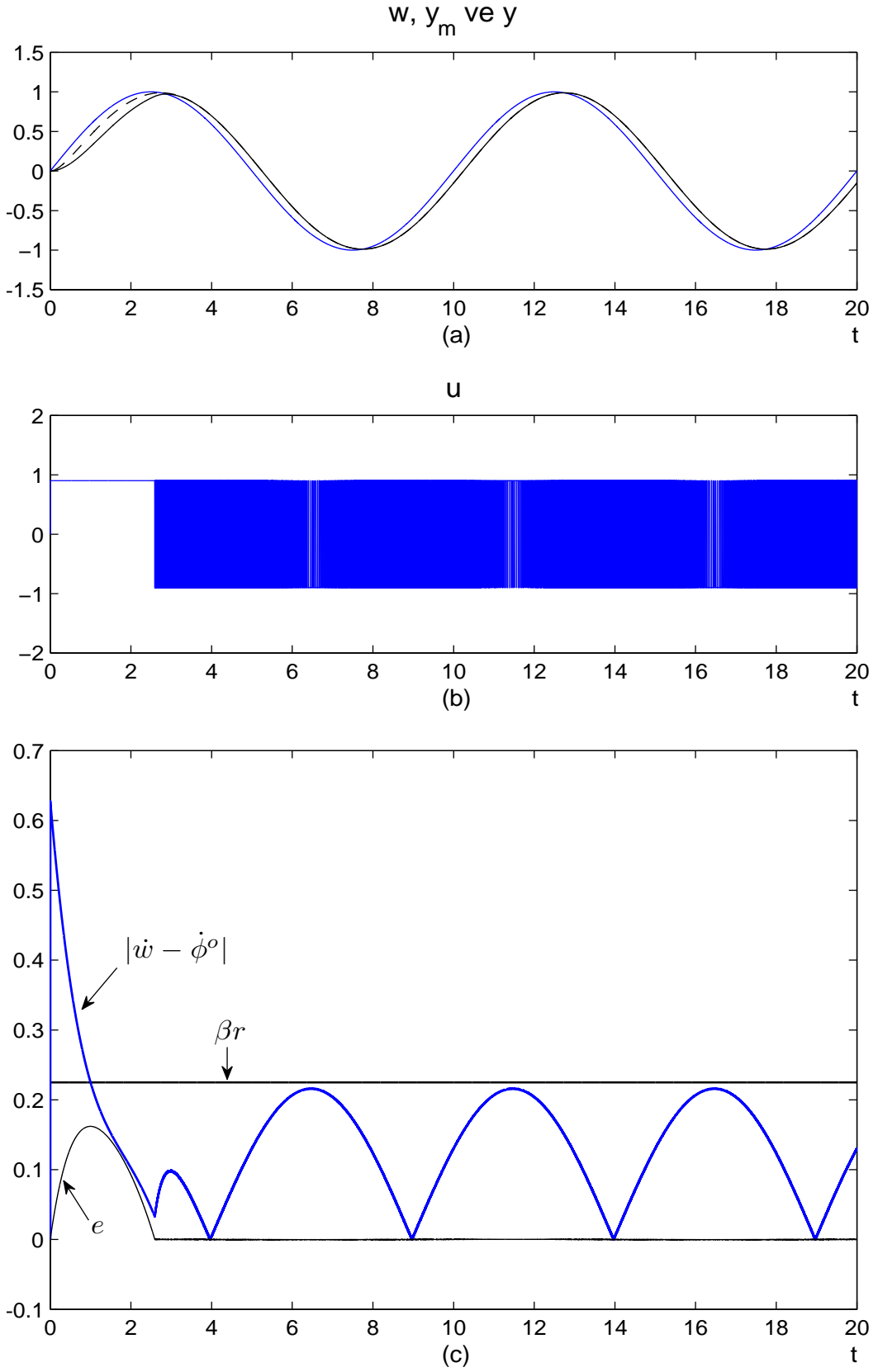
Sonuç olarak, denetlenen sistemin kayan kipte çalışabilmesi için  $\beta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  koşulunun sağlanması gerektiği görülmektedir. Eğer bu koşul  $t \geq 0$  için tüm  $t$  değerlerinde sağlanırsa, sistem başlangıç anından itibaren kayan kipte çalışmaktadır. Bu durum için kayan kipi koşulu

$$\beta r > \sup |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (2.82)$$

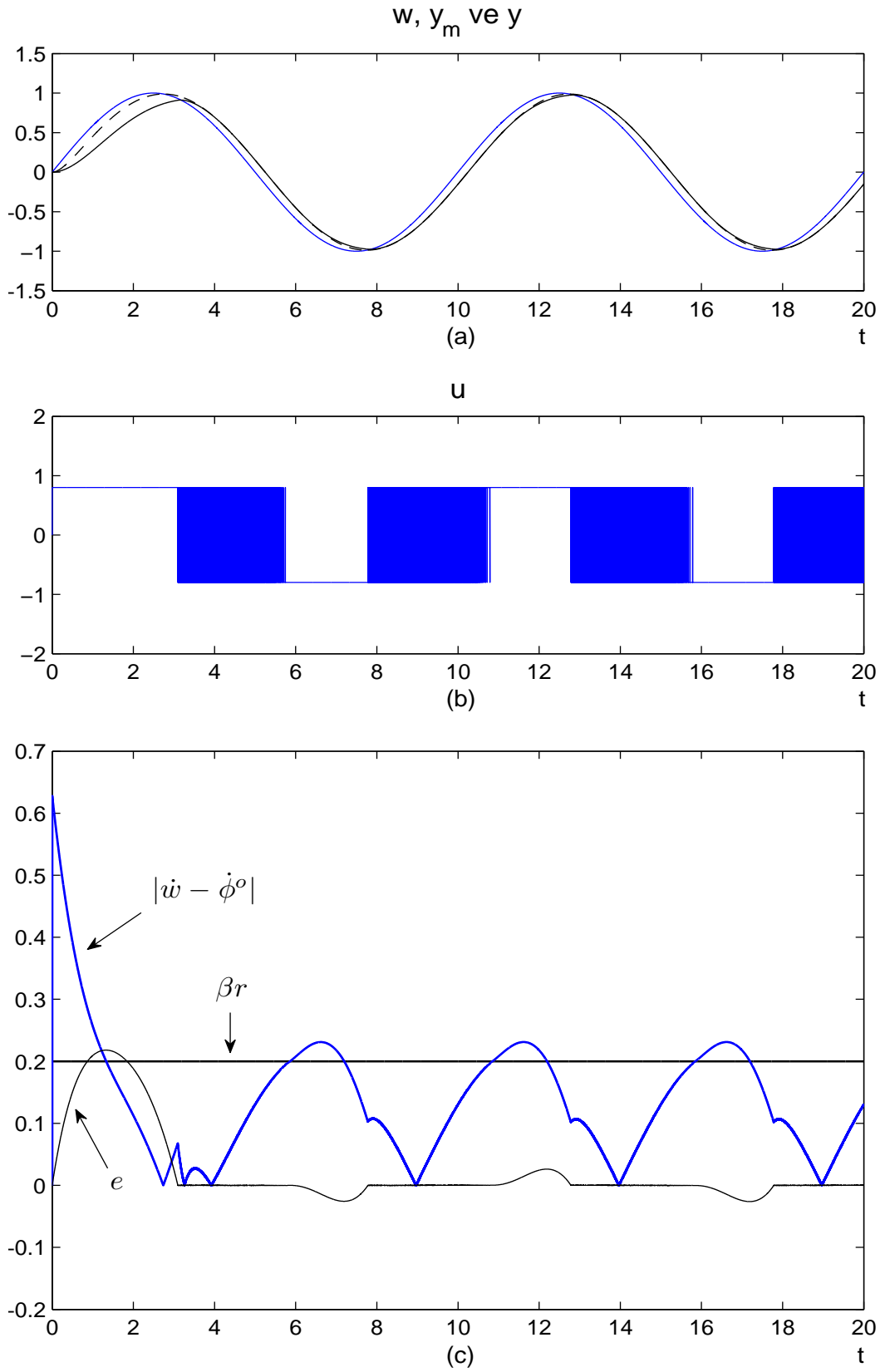
biçiminde ifade edilebilir. Özetle,  $\beta r$  çarpımının  $|\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  teriminden mümkün olduğunca büyük olması gerekir.  $\beta$  sabit olduğundan,  $|r|$ 'nin yeterince büyük olması gerektiği söylenebilir.



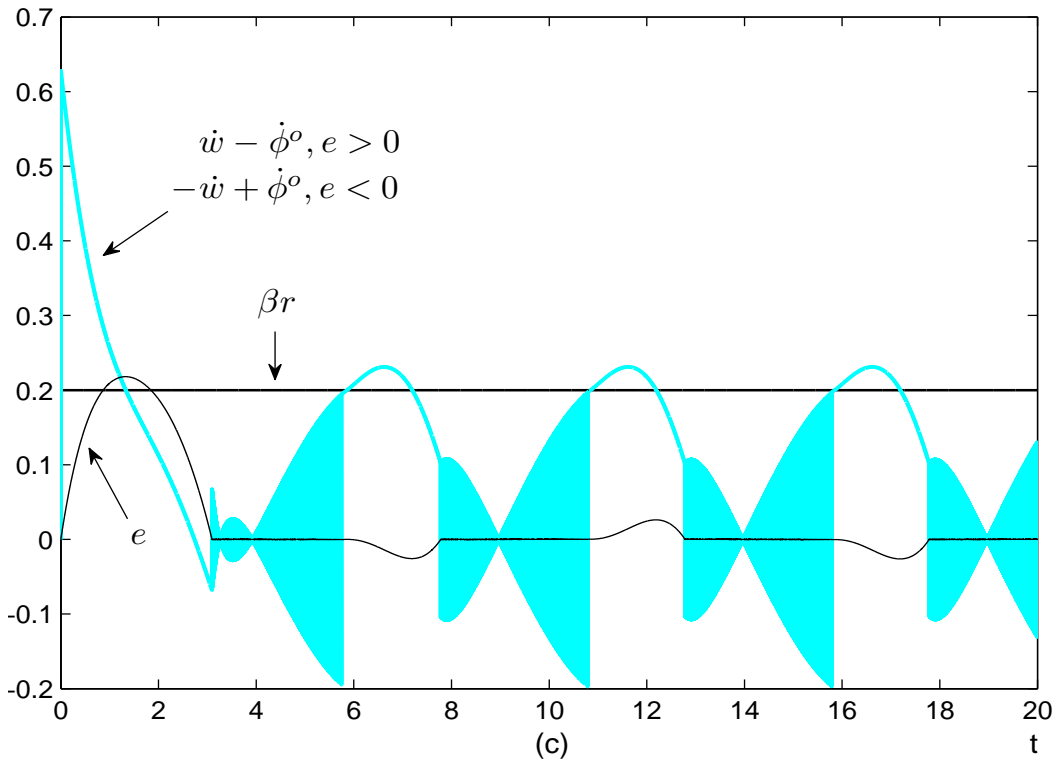
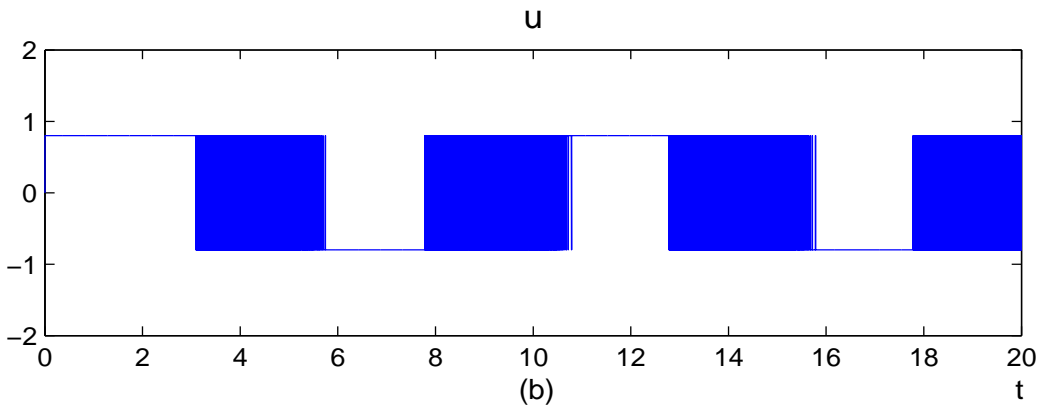
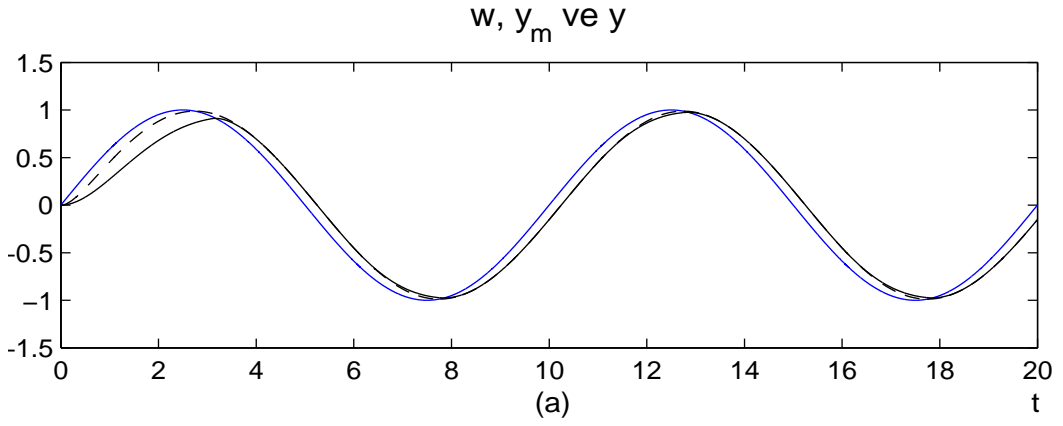
Şekil 2.15.  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları ( $r = 3$ )



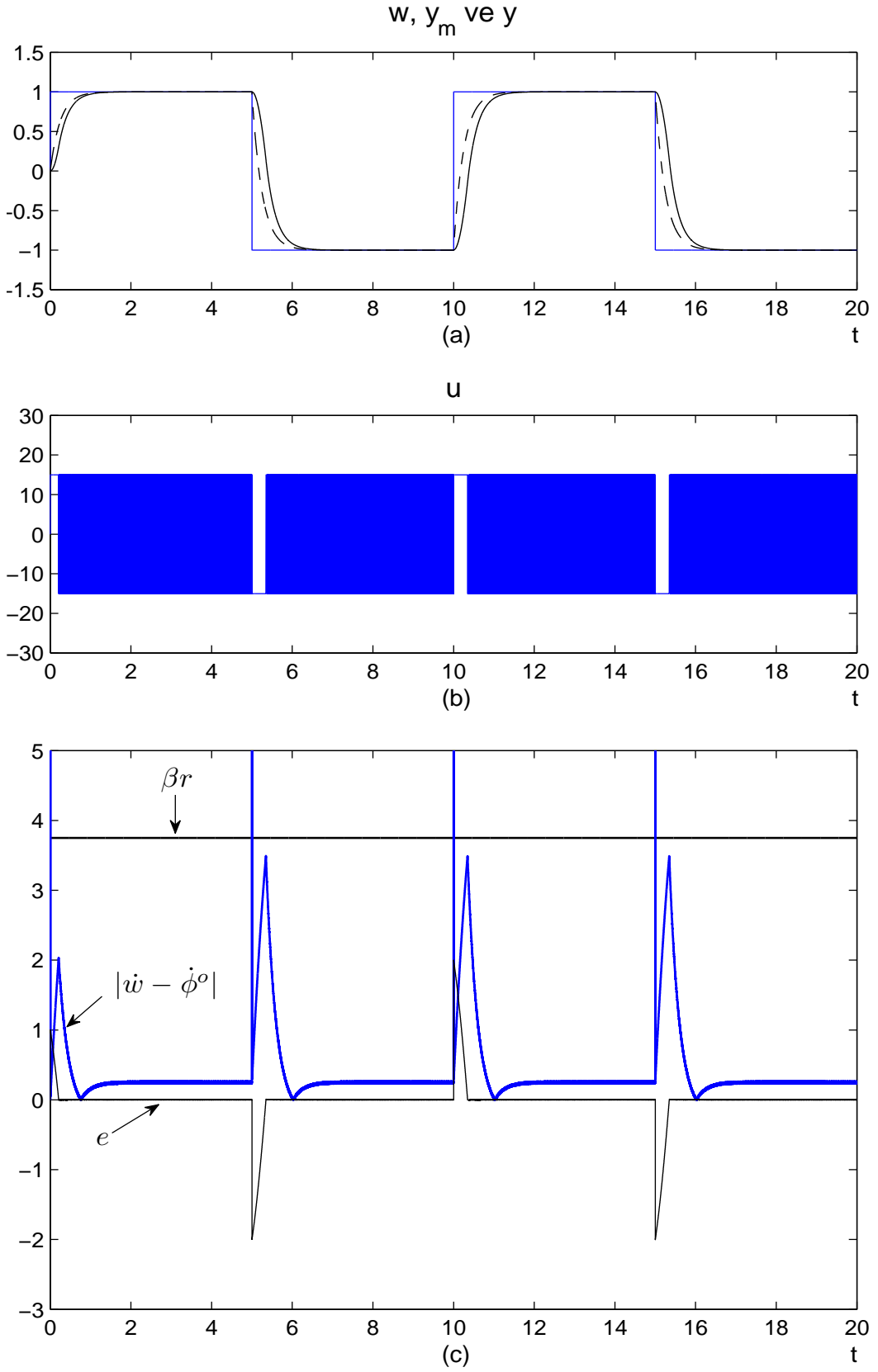
Şekil 2.16.  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları ( $r = 0.9$ )



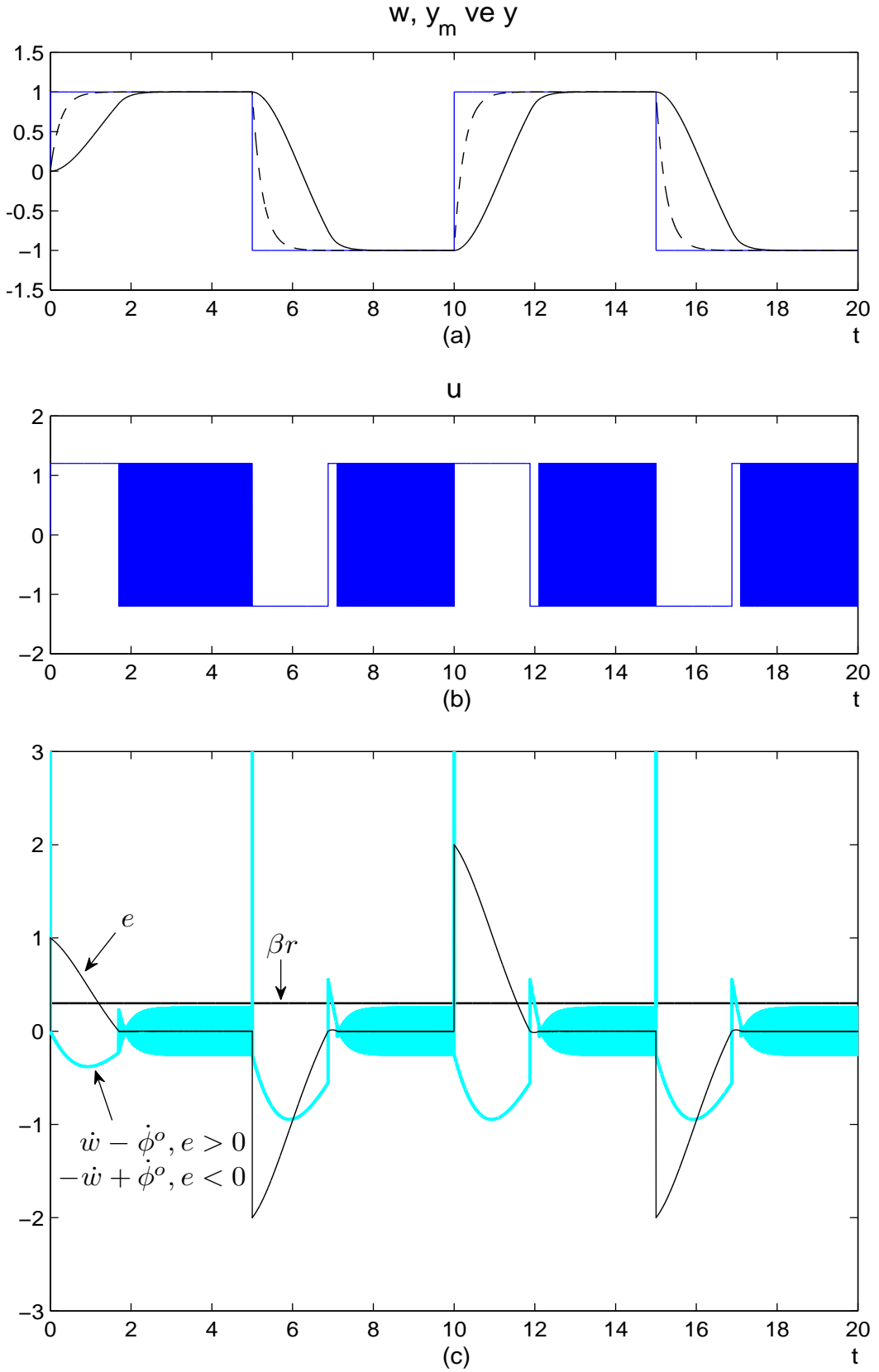
Şekil 2.17.  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları ( $r = 0.8$ )



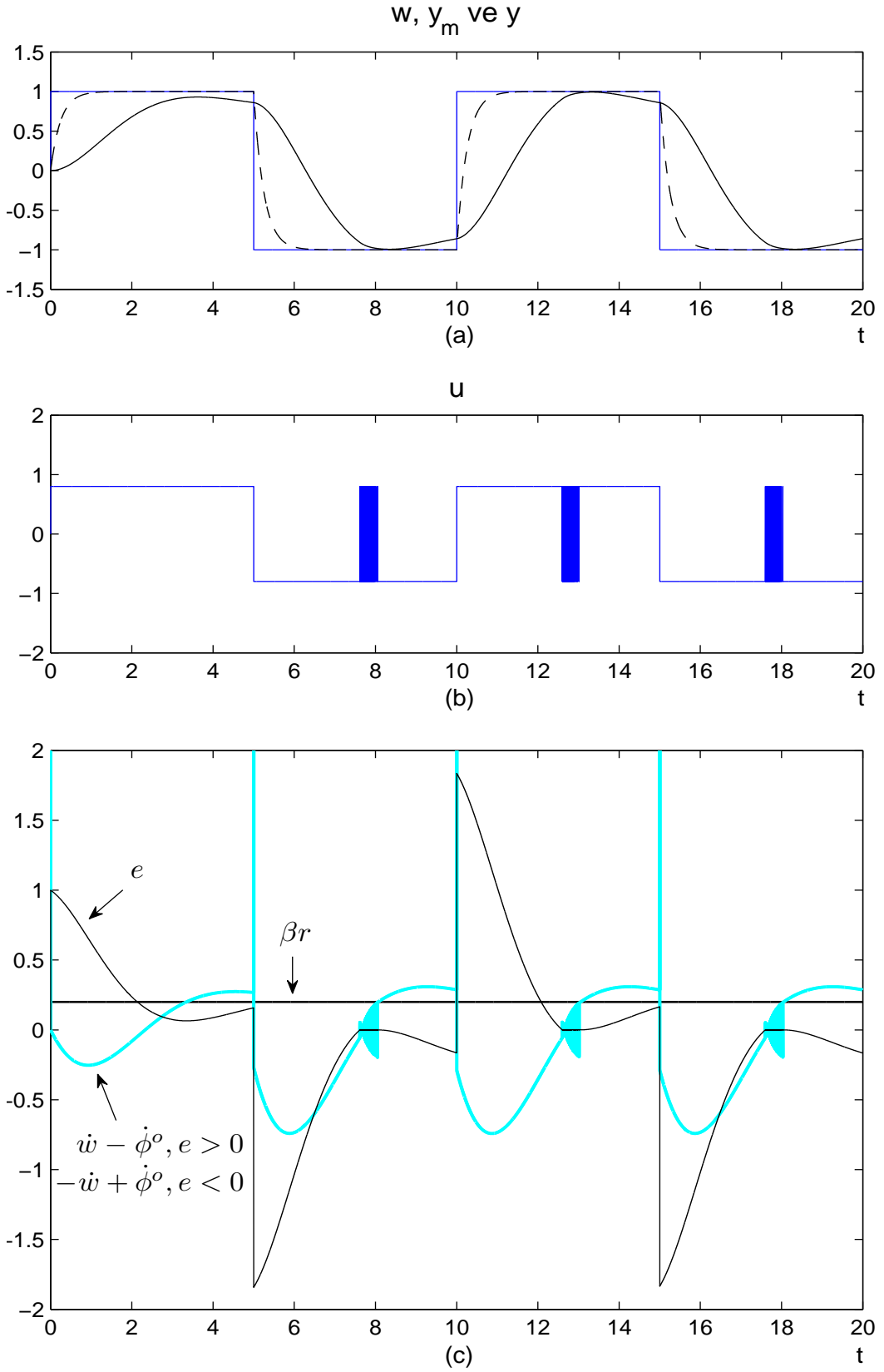
Şekil 2.18.  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları ( $r = 0.8$ )



Şekil 2.19.  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları ( $r = 15$ )

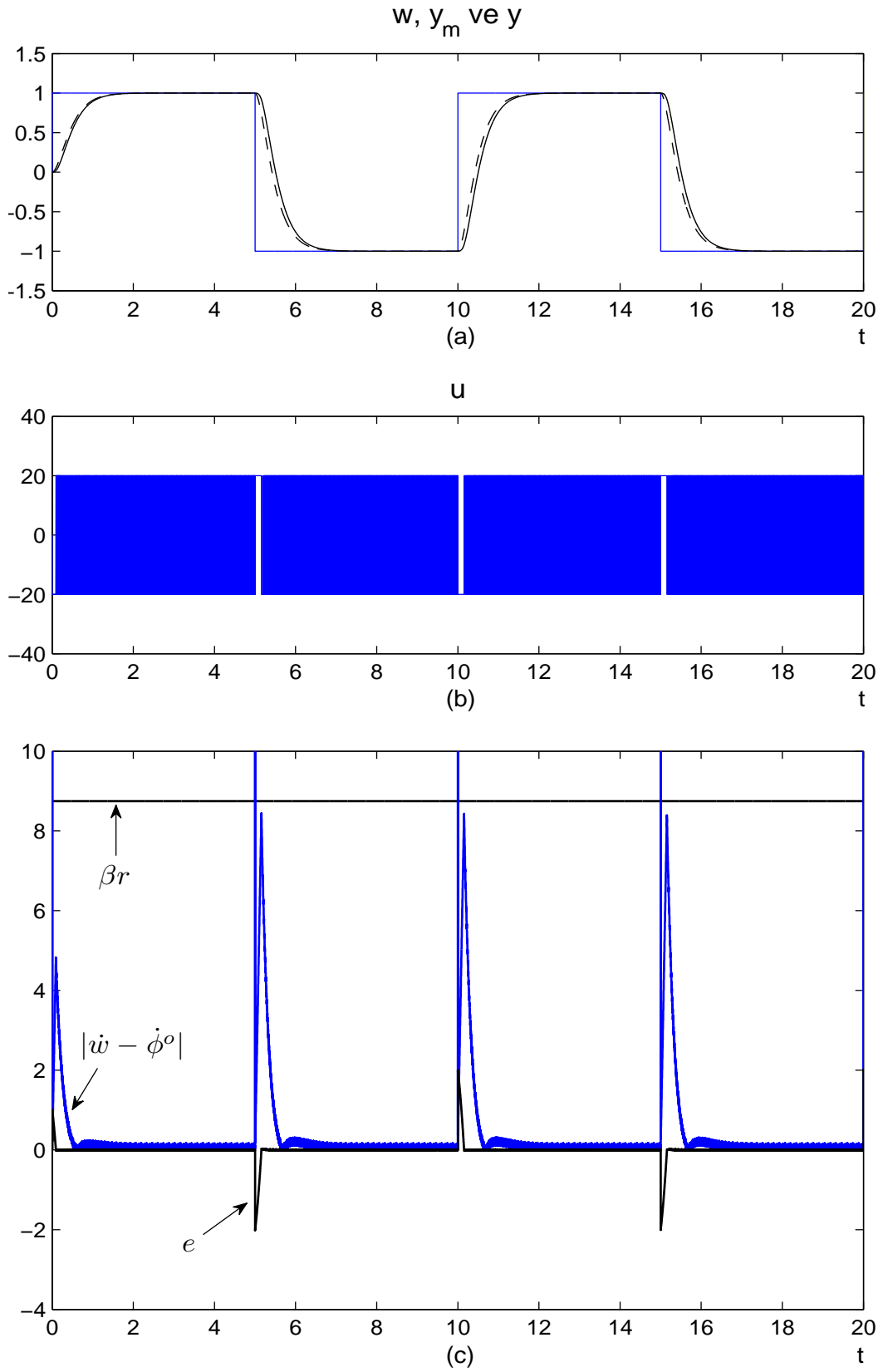


Şekil 2.20.  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları ( $r = 1.2$ )



Şekil 2.21.  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları ( $r = 0.8$ )





Şekil 2.22.  $G_2(s)$  ve  $M_2(s)$  için benzetim sonuçları ( $r = 20$ )

## 2.7.2 E ve F Süzgeçlerinin Kullanımı

Bu kısımda Bölüm 2.2'de bahsedilen  $E(s)$  ve  $F(s)$  süzgeçlerinin kullanımına dair iki benzetim örneğine yer verilmiştir. Bu kısımdan itibaren benzetim süreleri 30s olarak belirlenmiştir. Hatırlanacağı gibi, Eş. 2.10 ile verilen görelî derece koşulunun sağlanmadığı durumlarda, röle elemanının önüne ve/veya arkasına uygun dereceli süzgeçler yerleştirilerek Eş. 2.37 sağlanabilmekte, yani açık döngü aktarım işlevinin görelî derecesi 1 yapılabilmektedir. Ortaya çıkan yeni yapı için kayan kip koşulu Eş. 2.35'te verilmiştir.

Bu kısma ait ilk benzetim örneğinde kullanılan sistem ve model aktarım işlevleri Eş. 2.83'te verilmiştir. Görüldüğü gibi bu örnekte açık döngü aktarım işlevinin görelî derecesi  $\rho(M^{-1}G) = 0$  olduğundan,  $F(s)$  süzgeci tanımlanarak Eş. 2.37 ile verilen görelî derece koşulunun sağlanması hedeflenmiştir ( $\rho(M^{-1}GF) = 1$ ). Elde edilen benzetim sonuçları Şekil 2.23'te görülmektedir. Şekil 2.23.a'da, önceki benzetimlerde olduğu gibi, dayanak girişi  $w$  (kare dalga), model tepkisi  $y_m$  (kesikli çizgi) ve sistem çıkışı  $y$ , Şekil 2.23.b'de ise denetim sinyali  $u$  görülmektedir. Dikkat edilirse, bu örnekte Şekil 2.2'de gösterilen genişletilmiş röleli denetim yapısı söz konusudur; yani denetim sinyali röle çıkışında oluşan sinyal değil, röle çıkışının  $F(s)$  ile süzgeçlenmesi sonucu ortaya çıkan sinyaldir. Röle çıkışı  $v$  Şekil 2.23.c'de verilirken, hata sinyali  $e$  ise Şekil 2.23.d'de gösterilmiştir.

$$G_3(s) = \frac{s + 0.5}{2s^2 + 2s + 1}, \quad M_3(s) = \frac{1}{\frac{1}{3}s + 1} \quad (2.83)$$

$$F(s) = \frac{1}{0.2s + 1}$$

Röle genliği  $r = 15$  olarak belirlenmiştir. Benzetimin ilk anlarında hatanın pozitif olduğu ancak çok kısa bir sürede sıfıra ulaştığı ve dayanak sinyalinin işaret değiştirdiği ana kadar sıfıra kaldığı ve rölenin kayan kipte çalıştığı gözlenmektedir. Buradan, benzetimin başlangıcından itibaren Eş. 2.35'te verilen kayan kip koşulunun sağlandığı sonucuna ulaşılabilir. Kayan kip koşulu yalnızca dayanak sinyalinin diğer değere atladığı anlarda bozulmaktadır. Röle genliği yeterince büyük seçildiğinden, kısa erişme evrelerinin ardından hata tekrar sıfır olmakta ve sistem kayan kipte çalışmaya başlamaktadır. Tanımlanan  $F(s)$  süzgeci sayesinde, kayan kip için gerekli

görelî derece koşulunun sağlanmasının yanı sıra, yüksek sıklıklı röle çıkışı yumuşatılarak daha yavaş değışen bir denetim sinyali sisteme uygulanmıştır. Model takibinin hem geçici tepki esnasında hem de durgun durumda oldukça başarılı olduğu Şekil 2.23.a'dan açıkça görölmektedir.

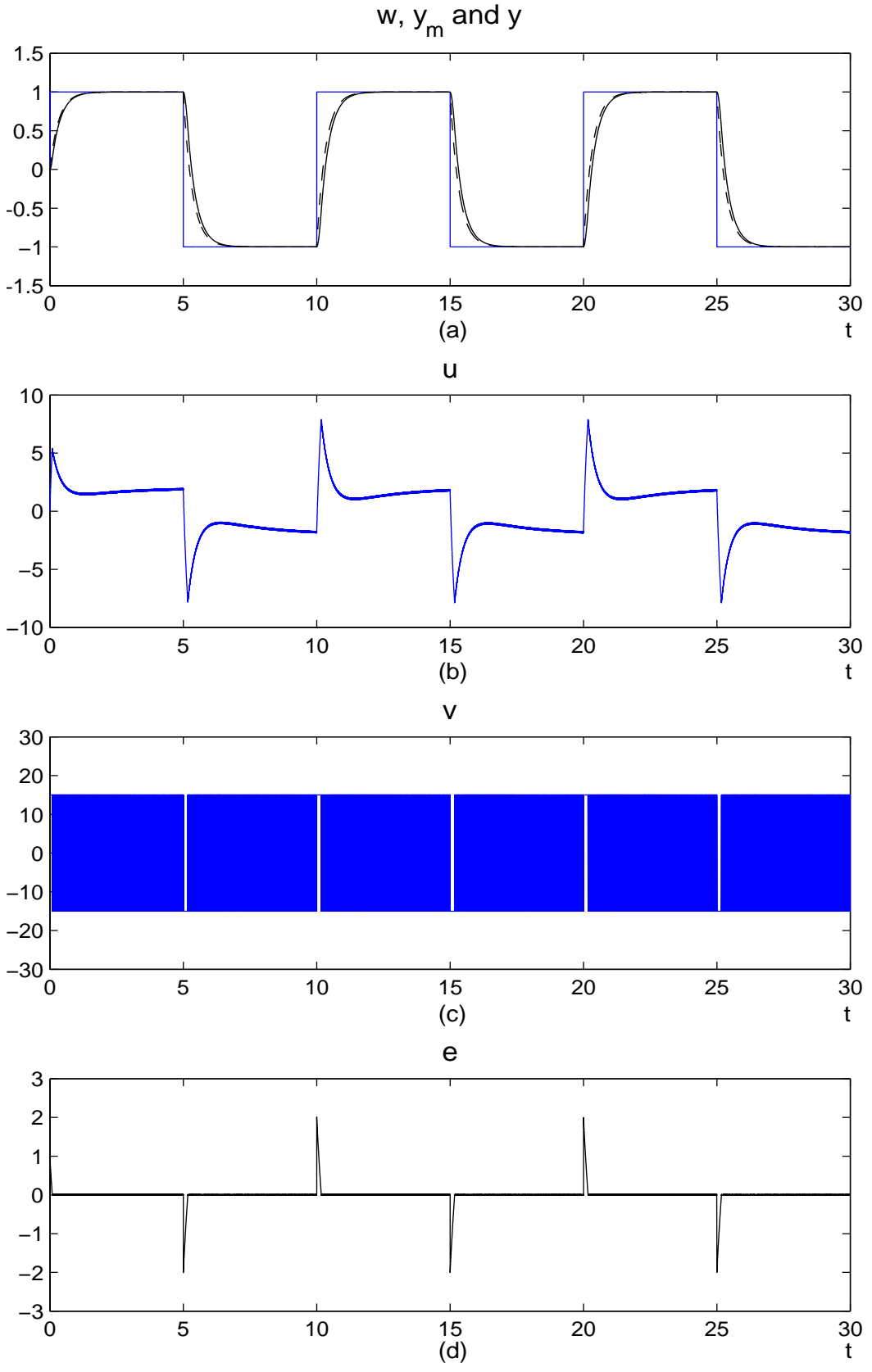
Bir sonraki benzetim örneği için Eş. 2.84'te verilen sistem ve model aktarım işlevleri seçilmiştir.

$$G_4(s) = \frac{5}{(s+3)^2} , \quad M_4(s) = \frac{1}{0.5s+1} \quad (2.84)$$

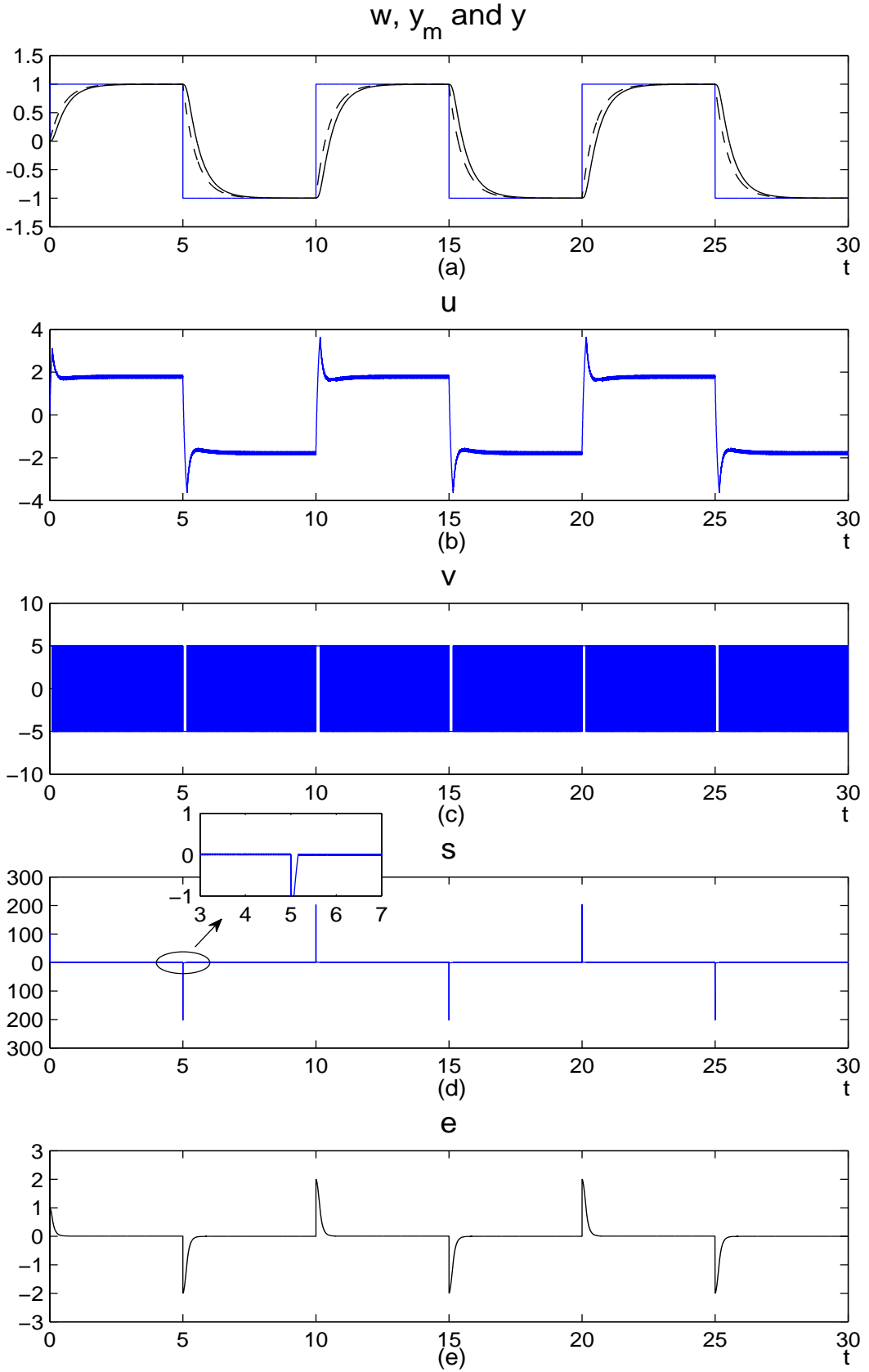
$$E(s) = 0.1s+1 , \quad F(s) = \frac{1}{0.1s+1}$$

Bu örnekte  $\rho(M^{-1}G) = 1$  koşulu sağlandığı halde, röle çıkışındaki hızlı değışen sinyalin sisteme uygulanması tercih edilmediğinden  $E(s)$  ve  $F(s)$  süzgeçlerinden faydalanılmıştır. Uygun dereceli süzgeçler seçilerek Eş. 2.37'nin sağlanmasına dikkat edilmiştir. Bu süzgeçlerden, yalın türev içeren  $E(s)$  röle elemanının önüne,  $F(s)$  ise röle elemanının arkasına yerleştirilmiştir. Şekil 2.24'te verilen benzetim sonuçlarında üçüncü grafik röle çıkışını ( $v$ ), dördüncü grafik röle girişini ( $s$ ), son grafik ise hata sinyalini ( $e$ ) göstermektedir. Röle genliği  $r = 5$  olarak belirlenmiştir. Şekil 2.24.d'ye dikkat edilirse, dayanak sinyalinin işaret değıştirdiği anlar hariç,  $s$  sinyalinin sıfır etrafında düşük genlikli yüksek sıklıklı bir sinyal olduğu, buna bağlı olarak rölenin kayan kipte çalıştığı gözlenebilir. Kullanılan  $F(s)$  süzgeci sayesinde röle çıkışında oluşan sinyalin yüksek sıklıklı bileşenleri büyük ölçüde süzgeçlenmiş, böylece denetim sinyali yumuşatılmıştır. Model takibinin gerçekleştiği Şekil 2.24.a' dan görölebilir. Röle genliği arttırılarak geçici tepki esnasındaki model takibi iyileştirilebilir.

Dikkat edilirse, hem Eş. 2.83 hem de Eş. 2.84'te verilen örneklerde röle elemanları eyleyici olarak kullanılmamıştır. Bunun yerine röle çıkışlarındaki yüksek sıklıklı sinyaller  $F(s)$  ile süzgeçlendikten sonra sistemlere uygulanmıştır. Bu gibi durumlarda röle genlikleri, fiziksel kısıtlamalar ortadan kalktığından, röle elemanlarının eyleyici olarak kullanıldığı durumlara göre daha büyük seçilebilir.



Şekil 2.23.  $F(s)$  süzgecinin kullanımı ( $r=15$ )  
 $G_3(s)$  ve  $M_3(s)$  için benzetim sonuçları



Şekil 2.24.  $E(s)$  ve  $F(s)$  süzgeçlerinin kullanımı ( $r=5$ )  
 $G_4(s)$  ve  $M_4(s)$  için benzetim sonuçları

### 2.7.3 Parametre Değişikliklerinin Etkilerinin İncelenmesi

Bilindiği gibi, uygulamalar sırasında denetlenen sisteme ait parametreler, gerek değişen çalışma koşulları gerekse sistem yapısından kaynaklanan belirsizliklerden ötürü değişiklik gösterebilir. Bu kısımda değişen sistem parametrelerinin denetim başarımı üzerindeki etkileri incelenmiştir.

İlk örnekte, ani parametre değişikliklerinin KKD üzerindeki etkisini incelemek üzere Eş. 2.83'te verilen sistemden yararlanılmıştır. Denetlenen sisteme ait aktarım işlevinin parametrelerinin sabit olmadığı ve ani değişiklikler gösterebileceği varsayılmıştır. Bu durumu yansıtmak amacıyla sisteme ait aktarım işlevi Eş. 2.85'teki gibi gösterilebilir.

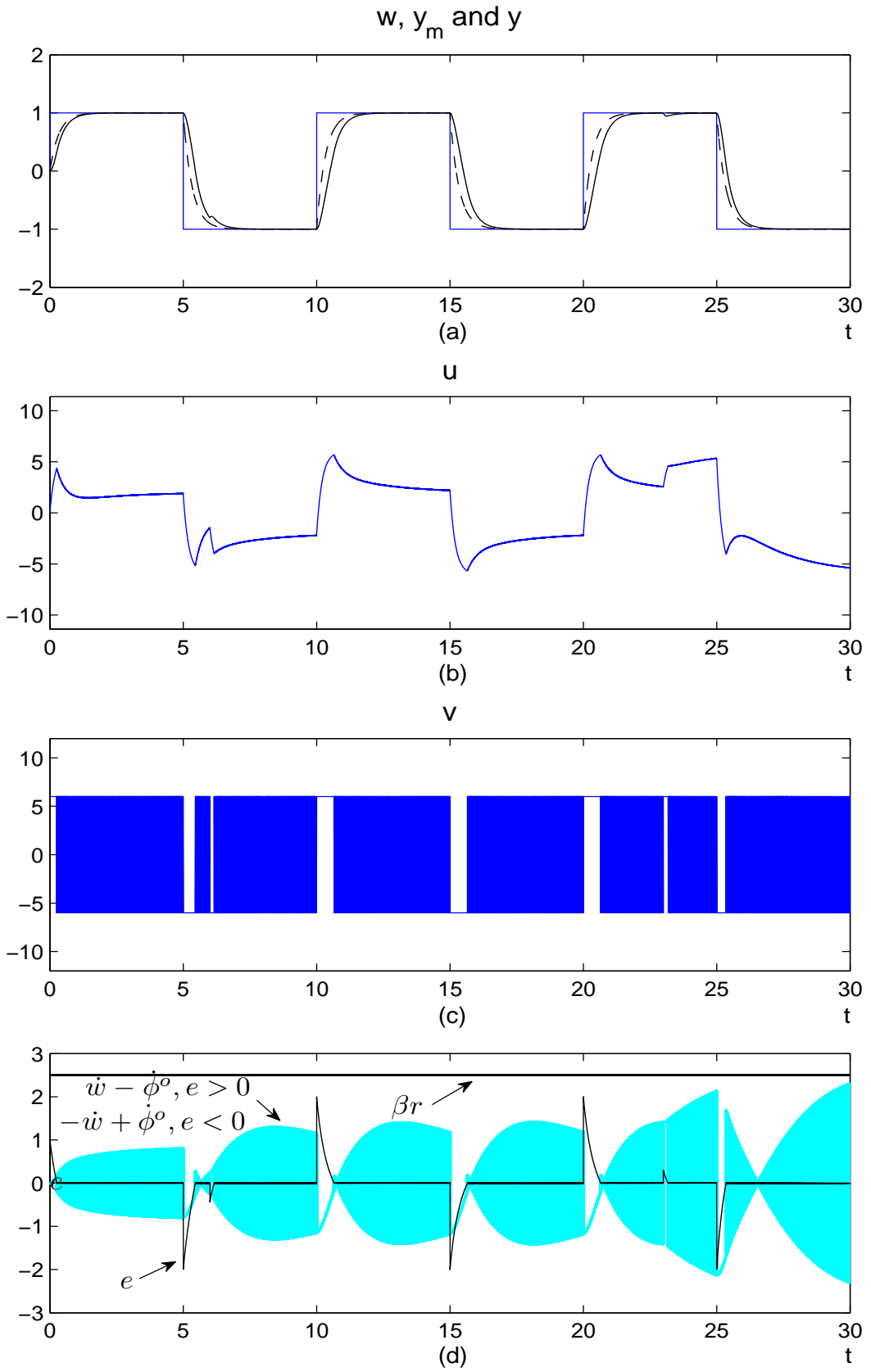
$$G_3(s) = \frac{s + 0.5}{2s^2 + 2s + 1} = \frac{s + 0.5}{a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (2.85)$$

Bu sistem için yapılan benzetimde,  $t = 6s$  anında  $a_1$  parametresi  $a_1 = 4$ ,  $t = 23s$  anında ise  $a_0$  parametresi  $a_0 = 3$  olarak değiştirilmiştir. Röle genliği  $r = 6$  seçilerek elde edilen benzetim sonuçları Şekil 2.25'te verilmiştir. Kayan kip koşullarının sırandığı kısımda olduğu gibi, son grafikte hata sinyalinin yanı sıra  $e > 0$  olduğu anlarda  $\dot{w} - \dot{\phi}^o$ ,  $e < 0$  olduğu anlarda ise  $-\dot{w} + \dot{\phi}^o$  sinyalleri ve  $\beta r$  terimi gösterilmiştir. Şekil 2.25.c ve Şekil 2.25.d incelendiğinde, seçilen röle genliğinin kayan kip koşulunu sağladığı ve sistemin ilk anahtarlama anında kayan kipte çalışmaya başladığı görülebilir. Ayrıca parametre değişikliklerinin meydana geldiği anlarda hatanın sıfırdan farklı bir değer aldığı ve bu nedenle model takibinde de kısa süreli bozulmalar olduğu gözlenmektedir. Ancak her iki değişikliğin de kayan kip koşulunu bozmadığı ve bu nedenle hata sinyalinin hızla yeniden sıfır değerine döndüğü görülebilir. Bir başka deyişle, bir erişme evresinin ardından sistem kayan kipe geri dönmektedir. Ayrıca, parametre değişikliklerinin ardından sistem yapısı değiştiğinden üretilen denetim sinyalinin de değişiklik gösterdiği Şekil 2.25.b'den açıkça görülmektedir. Sistem yapısında meydana gelen değişiklikler, dayanak girişinin işaret değiştirdiği anlardan sonra oluşan erişme evrelerinin sürelerinin birbirinden farklı olmasından (Şekil 2.25.c) ve model takibi başarımının değişiklik göstermesinden de anlaşılabilir (Şekil 2.25.a).

Yukarıdaki benzetim bu kez  $r = 15$  seçilerek tekrarlanmış ve Şekil 2.26'da verilen sonuçlar elde edilmiştir. Daha düşük seçilen röle genliği ile dahi kayan kip koşulunun sağlandığı bir önceki benzetimden bilindiğinden  $\dot{w} - \dot{\phi}^o$  ve  $-\dot{w} + \dot{\phi}^o$  terimlerinin gösterilmesine gerek duyulmamıştır. Parametre değişikliklerinin olduğu anlarda  $e = 0$  eşitliği önceki benzetimde olduğu gibi kısa süreliğine bozalsa da, daha yüksek bir röle genliği seçildiğinden,  $e = 0$  değerine daha çabuk geri dönmektedir. Meydana gelen değişikliklerin röle elemanını grafik ölçeğinde görülebilecek kadar uzun süreli kayan kipten çıkarmadığı görülebilir. Şekil 2.26.a incelendiğinde, çıkış sinyali üzerindeki bozulmaların bir önceki benzetime göre daha küçük olduğu gözlenmektedir. Röle genliği arttırılarak sistemin kayan kipten çıktığı anların daha da kısaltılması sağlanabilir. Ancak uygulamalarda kullanılacak röle genliklerinin eyleyicinin fiziksel özellikleri ile sınırlı olduğu unutulmamalıdır.

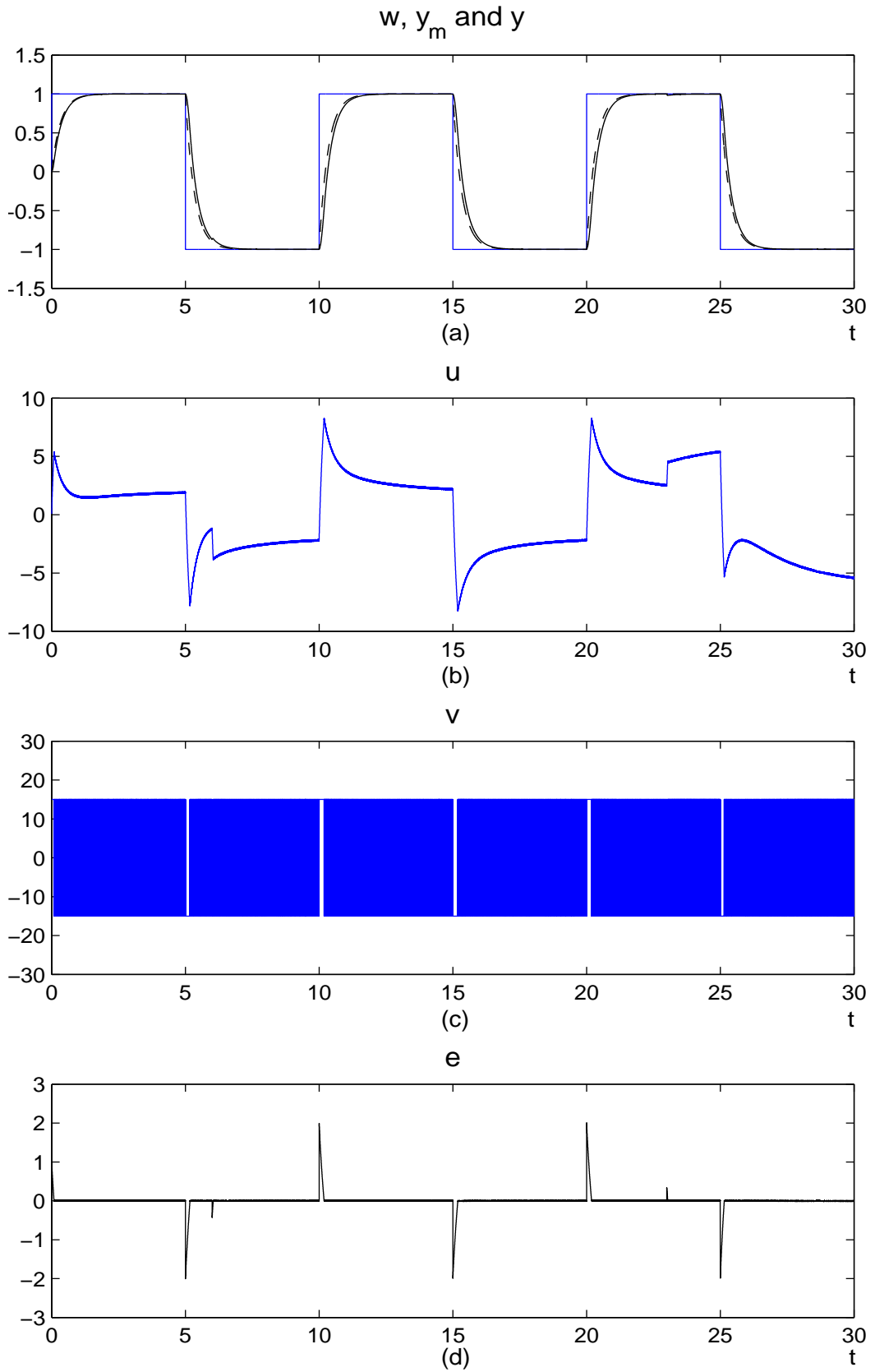
$$\begin{aligned}
 a_2(t) &= 2 + \sin\left(\frac{2\pi t}{T'_2}\right), \quad T'_2 = 25s \\
 a_1(t) &= 2 + \sin\left(\frac{2\pi t}{T'_1}\right), \quad T'_1 = 10s \\
 a_0(t) &= 1 + \sin\left(\frac{2\pi t}{T'_0}\right), \quad T'_0 = 5s
 \end{aligned} \tag{2.86}$$

Sürekli değişen sistem parametrelerinin etkisini gözlemlemek amacıyla Eş. 2.85'te verilen sistem parametrelerinin bu kez Eş. 2.86'daki gibi değiştiği varsayılmıştır. Röle genliği  $r = 15$  seçilerek yapılan benzetim sonuçları Şekil 2.27'de verilmiştir. Değişen sistem yapısı nedeniyle hem üretilen denetim sinyali hem de dayanak sinyalinin işaret değiştirdiği anlardan hemen sonraki erişme evrelerinin süreleri değişiklik göstermektedir. Buna bağlı olarak model takibi başarımının da sürekli değiştiği Şekil 2.27.a'dan açıkça görülmektedir. Dayanak sinyalinin işaret değiştirdiği anlar dışında röle elemanı benzetim boyunca kayan kipte çalışmaktadır. Özetle, röle genliği yeterince büyük seçildiği takdirde kayan kip koşulu bozulmadığından, sürekli değişen sistem parametrelerinin denetim başarımını olumsuz etkilemediği sonucuna ulaşılabılır.

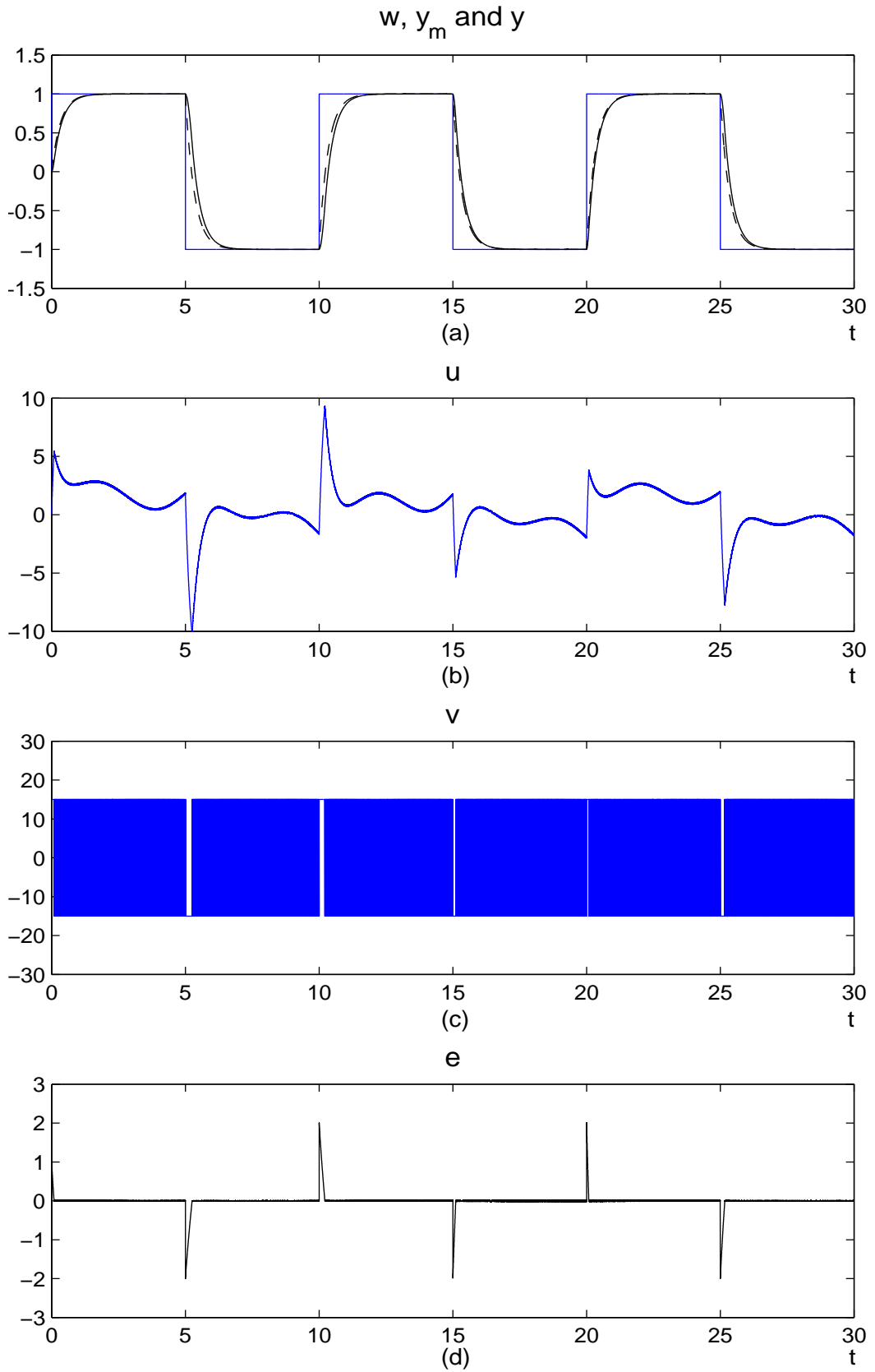


Şekil 2.25. Ani parametre değişimlerinin denetim başarımı üzerindeki etkisi ( $r = 6$ )





Şekil 2.26. Ani parametre değişimlerinin denetim başarımı üzerindeki etkisi ( $r = 15$ )



Şekil 2.27. Sürekli değişen parametrelerin denetim başarımı üzerindeki etkisi ( $r = 15$ )

#### 2.7.4 Bozucuların Denetim Başarımı Üzerindeki Etkilerinin İncelenmesi

Bozucu sinyaller denetim uygulamalarında sıkça karşılaşılan önemli sorunlardandır. Bu kısımda, çıkış sinyali üzerinde etkili olan bozucuların GÇ-RKKD yönteminin denetim başarımı üzerindeki etkileri incelenmiştir. Bunun için Eş. 2.84'te verilen sistem ve model aktarım işlevleri kullanılarak benzetimler yapılmıştır.

İlk olarak basamak tipi bozucu irdelenmiştir. Röle genliği  $r = 5$  seçilerek gerçekleştirilen ve sonuçları Şekil 2.28'de verilen benzetimin ilk anlarında basamak tipi bozucu  $d = 0$ 'dır.  $t = 8s$  anında bozucu  $d = 0.75$  değerine,  $t = 21s$  anında ise  $d = -0.2$  değerine atlamıştır. Bozucu sinyalin kayan kip koşulunu nasıl etkilediğini görmek amacıyla Şekil 2.28.c'de hata sinyali ile beraber  $\beta r$  terimi ve  $e > 0$  olduğu anlarda  $\dot{w} - \dot{\phi}^o$ ,  $e < 0$  olduğu anlarda ise  $-\dot{w} + \dot{\phi}^o$  sinyalleri gösterilmiştir. Bozucu sinyalin etkisi Şekil 2.28.a'da verilen çıkış sinyali üzerinde net bir şekilde görülmektedir. Bozucu nedeniyle Eş. 2.42'de verilen kayan kip koşulunun  $t = 8s$ 'de anlık olarak bozulup yeniden sağlandığından, hata tekrar sıfıra ulaşana olana dek röle elemanının kayan kipten çıktığı ve bir erişme evresinin ardından yeniden kayan kipte çalışmaya başladığı gözlenmektedir. Buna bağlı olarak sistem çıkışı yeniden model çıkışını takip etmeye başlamaktadır. Bozucunun  $t = 21s$ 'de aldığı yeni değer kayan kip koşulunu bozmadığı görülmektedir. Ancak bozucu nedeniyle bu esnada da  $e = 0$  eşitliği bozulduğundan, hata sinyali yeniden sıfıra dönene dek bir erişme evresi meydana gelmiştir. Dayanak girişinin işaret değiştirdiği anlara benzer şekilde, bozucunun yeni bir değere atladığı anlarda, Eş. 2.45 ile verilen  $\psi$  teriminin türevi oldukça büyük olduğundan, bozucunun sistemi kayan kipten çıkarmasını engellemek için gerekli röle genliği uygulamalarda gerçekleştirilemeyecek kadar büyük olabilir. Bunun yanı sıra, kayan kip koşulu bozulmasa dahi  $e = 0$  eşitliği bozulmakta ve röle kayan kipten çıkmaktadır. Röle genliği, eyleyicinin fiziksel sınırları dahilinde, mümkün olduğunca büyük seçilerek, bozucunun değer değiştirdiği anların hemen ardından oluşan erişme evreleri kısaltılabilir ve sistemin daha çabuk kayan kipe geri dönmesi sağlanabilir.  $r = 10$  ile yapılan ve sonuçları Şekil 2.29'da verilen benzetim bu sonucu desteklemektedir.  $e = 0$  eşitliğinin bozulduğu anlar hata sinyali üzerinde net bir şekilde görülse de, bir önceki grafikte karşılaştırıldığında, hata sıfır değerine daha çabuk geri dönmektedir. Bu nedenle rölenin kayan kipten çıktığı anlar ilgili grafik ölçeğinde görülemeyecek kadar kısalmıştır.

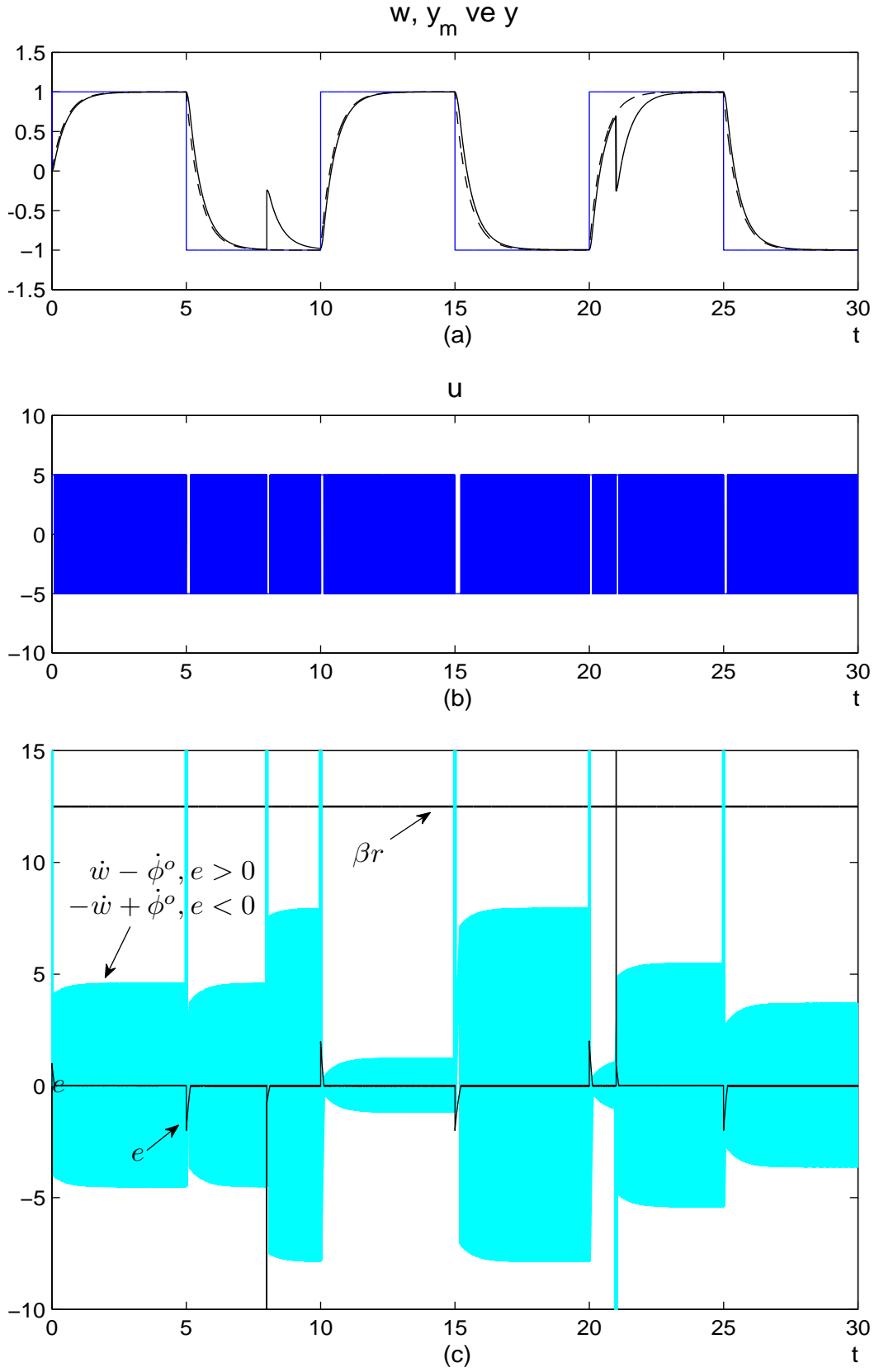
Sonuçları Şekil 2.30'da sunulmuş olan benzetimde, Eş. 2.84'te verilen yapı üzerinde ortalama değeri  $\mu = 0$ , standart sapması ise  $\sigma = 0.01$  olan beyaz gürültü bozucu sinyali etkilidir. Bölüm 2.3.2'de bahsedildiği gibi, beyaz gürültünün türevleri hata türevi üzerine eklenmekte ve kayan kip koşulunun gerçekte uygulanabilir röle genlikleri ile sağlanmasını olanaklı kılmamaktadır. Bu nedenle Eş. 2.84'te verilen model aktarım işlevi aşağıdaki gibi değiştirilmiştir.

$$M'(s) = D(s)M_4(s) = \frac{(0.01s + 1)^2}{0.5s + 1} \quad (2.87)$$

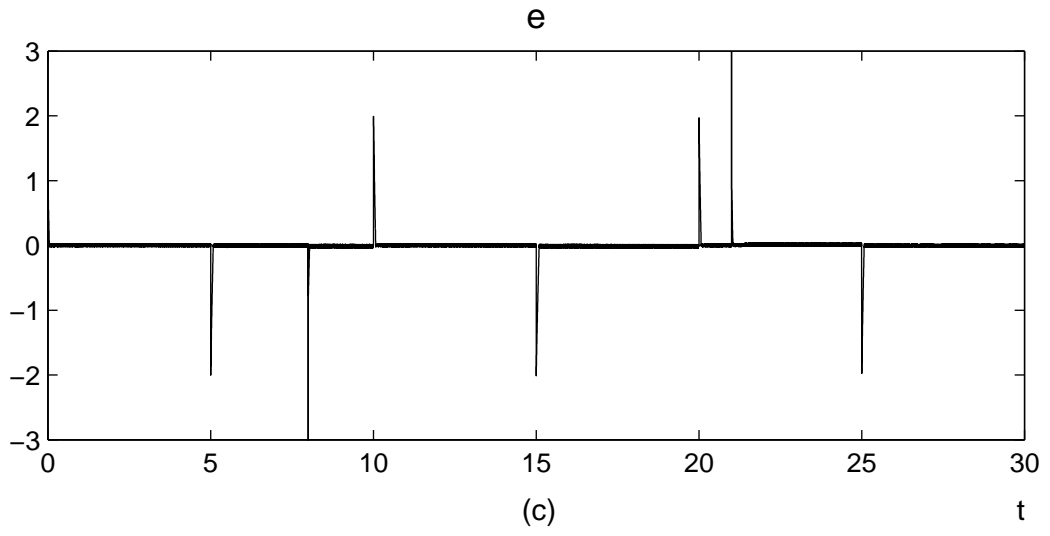
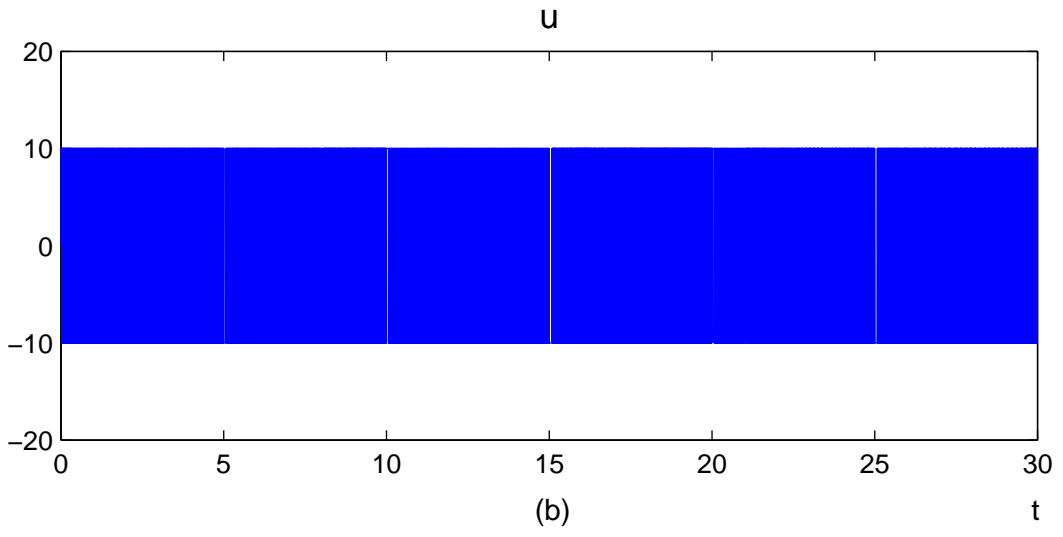
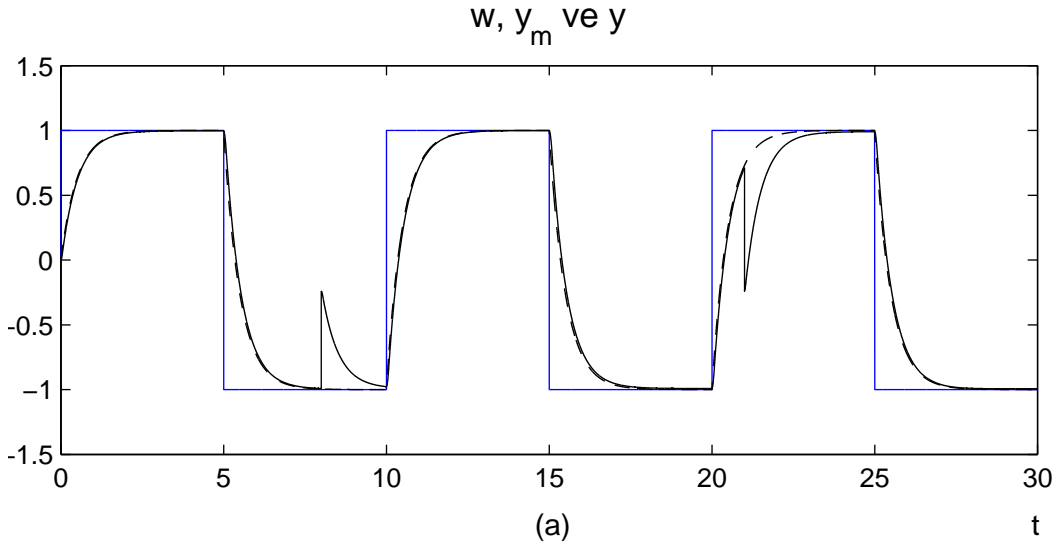
Dikkat edilirse, model aktarım işlevine  $s = -100$ 'de bulunan 2 adet sıfır yerleştirilmiştir. Şekil 2.1'deki yapıdan da açıkça görüldüğü gibi, çıkış sinyali model aktarım işlevinin tersi ile süzgeçlendiğinden, eklenen sıfırlar bir alçak geçiren süzgeç görevi görmektedir. Model aktarım işlevinin değiştirilmesi sonucu Eş. 2.10'da verilen görelî derece koşulu artık sağlanmasa da  $(\rho(M'^{-1}G_4) = 3)$ , sistemin çalışma sıklığında yani daha düşük sıklıklarda KKD elde edilebilir. Şekil 2.30'daki benzetim sonuçları bu saptamayı desteklemektedir. Model aktarım işlevine eklenen sıfırlar sayesinde gürültünün yüksek sıklıklı bileşenleri büyük ölçüde süzgeçlenmiş, bu sayede sistemin, düşük bir röle genliği seçildiği halde ( $r = 10$ ), kayan kipte çalışması sağlanmıştır. Süzgeçlenemeyen gürültü bileşenleri Şekil 2.30.c'de verilen hata sinyali üzerinde açıkça görülebilir. Hatırlanacak olursa, ideal olmayan durumda sistem çıkışı  $y = Mw - Me$  eşitliği ile verilmekteydi. Diğer bir deyişle, hata sinyali model aktarım işlevi ile süzgeçlenmekte ve çıkış sinyaline yansımaktadır. Bu durum Şekil 2.30.a'da verilen sistem çıkışı üzerinden gözlenebilir. Hata sinyali üzerinde etkili olan gürültü bileşenleri sistem çıkışı üzerinde de etkilidir. Buna rağmen sistem kayan kipte çalışmakta ve model takibi gerçekleşmektedir. Bu örnekte, model aktarım işlevine sıfırlar eklenmediği durumda, seçilen hiçbir röle genliği ile KKD elde edilememiştir.

Model aktarım işlevine eklenecek olan  $D(s)$  çokterimlisi belirlenirken sistemin çalışma sıklığı esas alınmalıdır. Bant genişliği çok dar, yani sistemin normal çalışma sıklığına yakın olursa görelî derece koşulları bu sıklıklarda sağlanamayacağından KKD'in elde edilmesi mümkün değildir. Seçilen süzgecin bant genişliği çok geniş tutulursa bu kez gürültüye ait bileşenler yeterince süzgeçlenemeyeceğinden KKD yine elde edilemez.

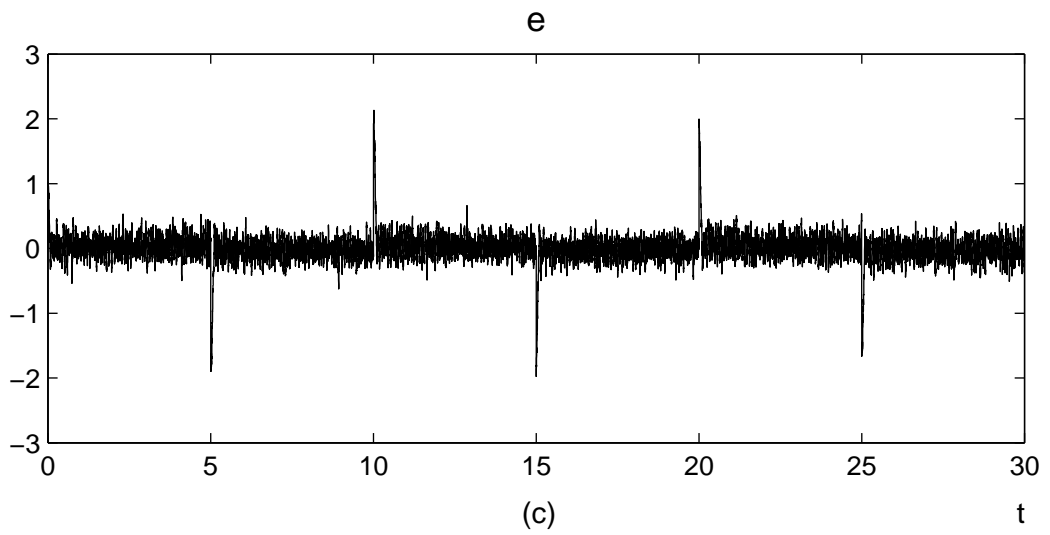
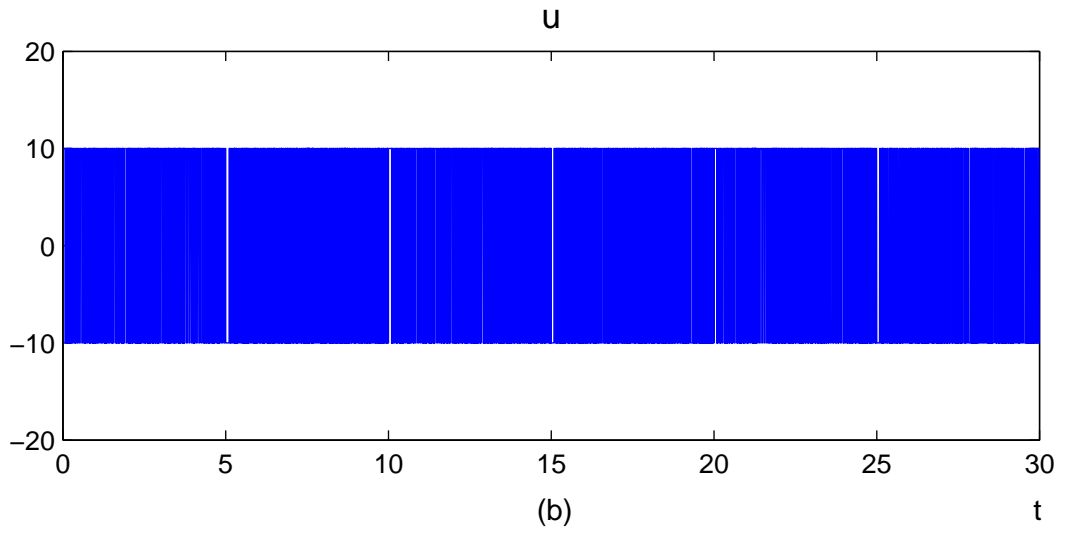
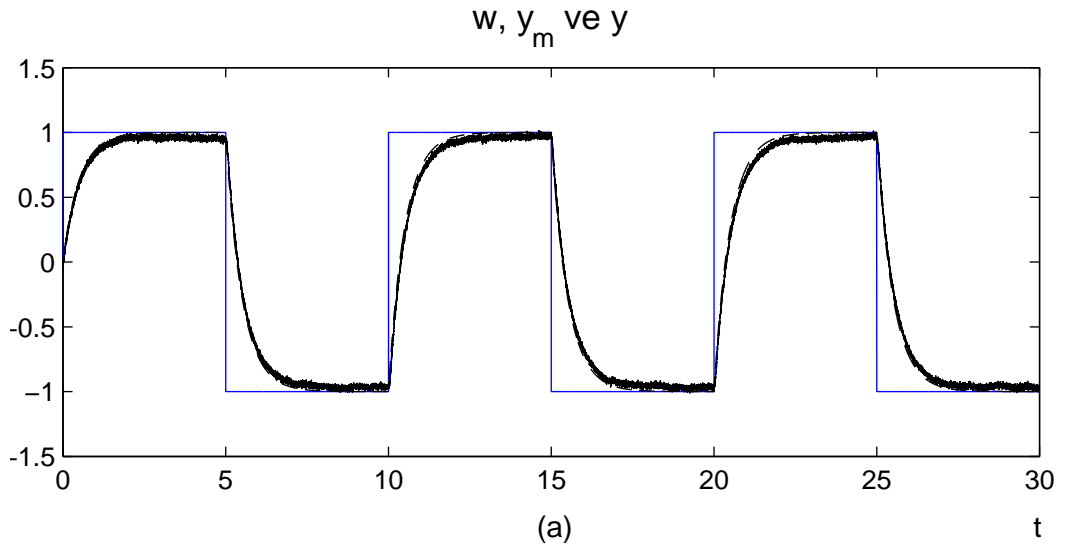
Ölçüm gürültüsünün sistem üzerinde etkili olduğu durumda denetim başarımını irdelemek amacıyla yine Eş. 2.84'te verilen sistemden faydalanılmıştır. Burada sistemin, çıkış sinyalini ölçen sensörden kaynaklı  $m(t) = 0.05\sin(4000\pi t) + 0.1$  biçiminde yüksek sıklıklı sinüzoidal bir ölçüm gürültüsüne maruz kaldığı kabul edilmiştir. Şekil 2.31'de sunulan benzetim sonuçları, röle elemanı kayan kipte çalıştığı halde, model takibinin tam olarak gerçekleşmediğini ve Bölüm 2.3.3'te bahsedildiği gibi, ölçüm hatasının sistem çıkışı üzerine eklenmiş olduğunu göstermektedir.



Şekil 2.28. Basamak tipi bozucunun denetim başarımı üzerindeki etkisi ( $r = 5$ )

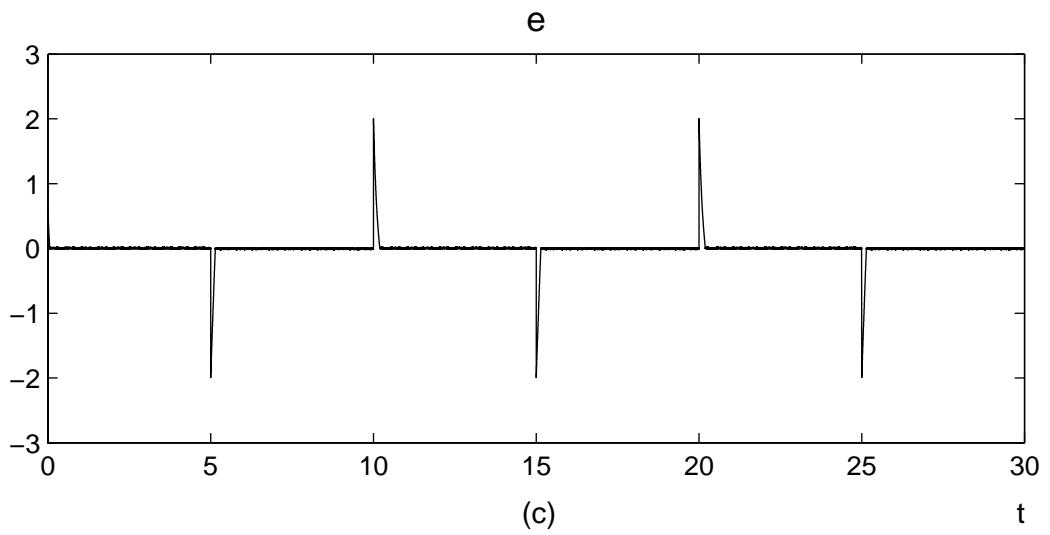
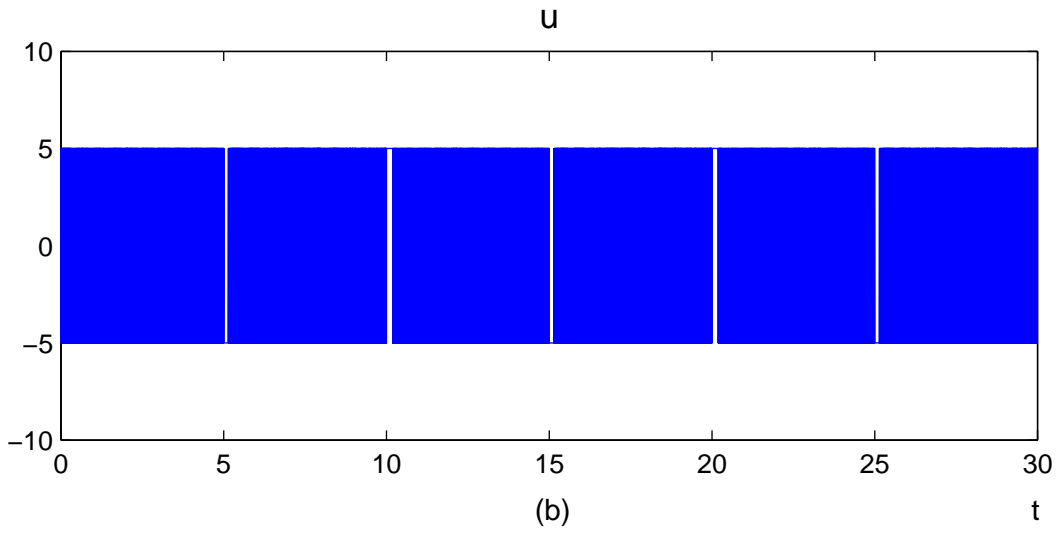
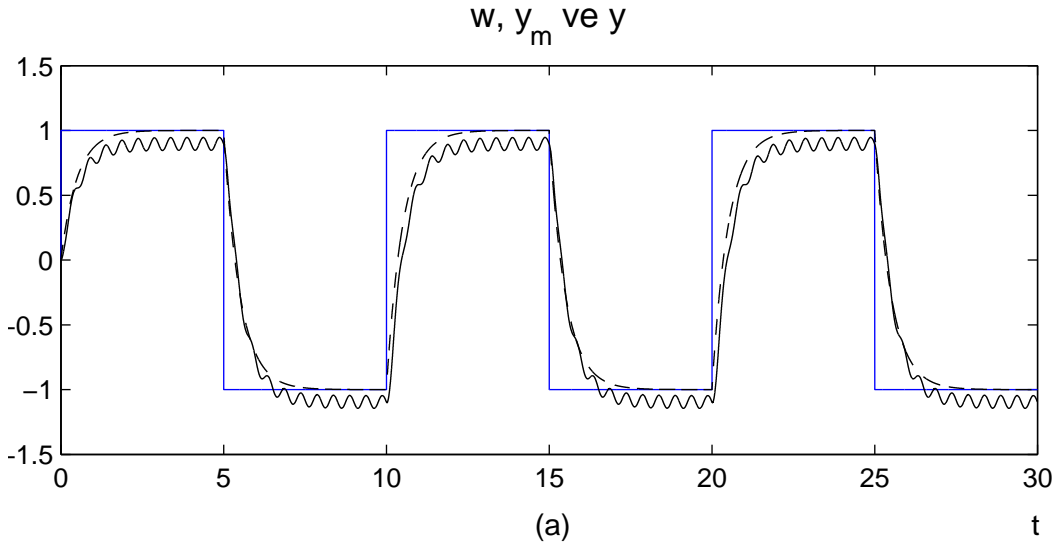


Şekil 2.29. Basamak tipi bozucunun denetim başarımı üzerindeki etkisi ( $r = 10$ )



Şekil 2.30. Beyaz gürültünün denetim başarımı üzerindeki etkisi ( $r = 10$ )





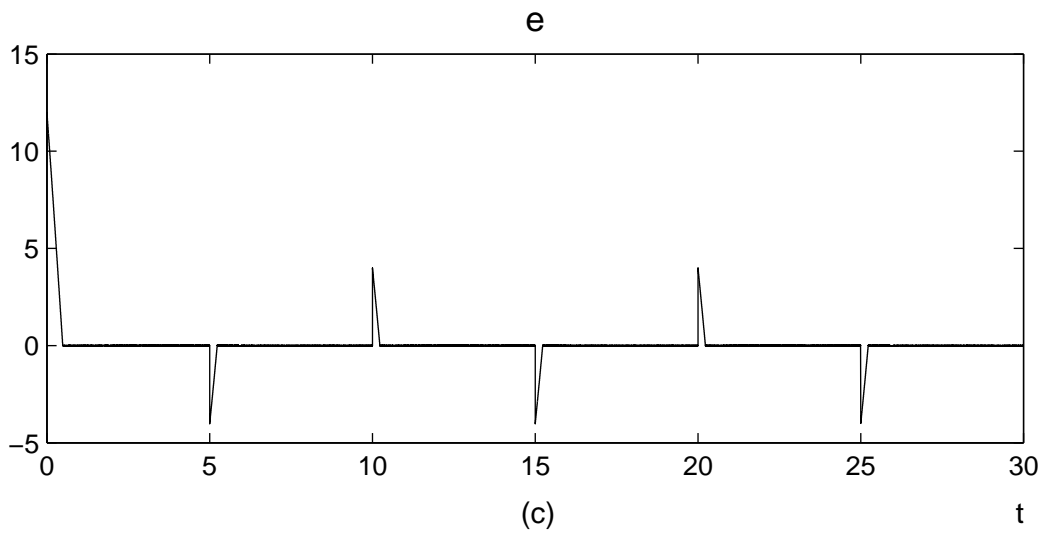
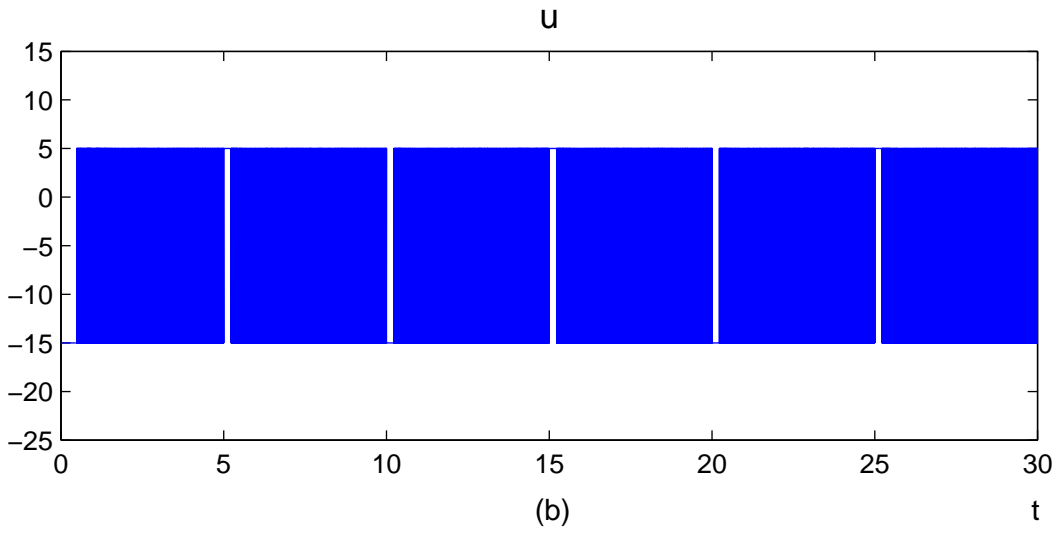
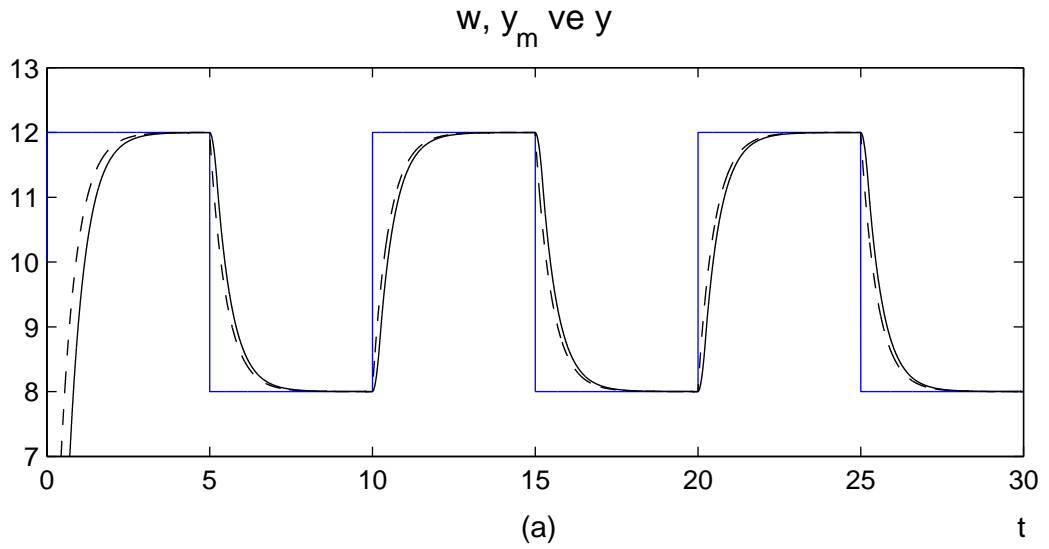
Şekil 2.31. Ölçüm gürültüsünün denetim başarımı üzerindeki etkisi ( $r = 5$ )

### 2.7.5 Bakışımı Olmayan Röle Kullanımı

Bölüm 2.4'ten hatırlanacağı gibi, bazı gerçek zamanlı uygulamalarda kullanılan eyleyiciler bakışımı röle yapısına uymayabilir. Bu nedenle rölenin bakışımı olmadığı durum için kayan kip koşulu türetilmiş ve Eş. 2.62'de verilmiştir. Bakışımı olmayan röle ile yapılan benzetim çalışmasında Eş. 2.88'de görülen sistem ve model aktarım işlevleri kullanılmıştır.

$$G_5(s) = \frac{-3s - 2}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1} , \quad M_5(s) = \frac{1}{0.5s + 1} \quad (2.88)$$

Yukarıdaki sistemde  $\beta < 0$  olduğundan Eş. 2.62 ile verilen kayan kip koşulunun sağlanabilmesi için  $\Delta r = -10$  şeklinde belirlenerek ters röle kullanılmıştır. Röle genliklerinin ortalaması ise  $r_o = -5$  biçiminde seçilmiştir. Şekil 2.32'de verilen sonuçlar incelendiğinde, kayan kip koşullarının sağlandığı ve model takibinin başarılı olduğu görülmektedir.



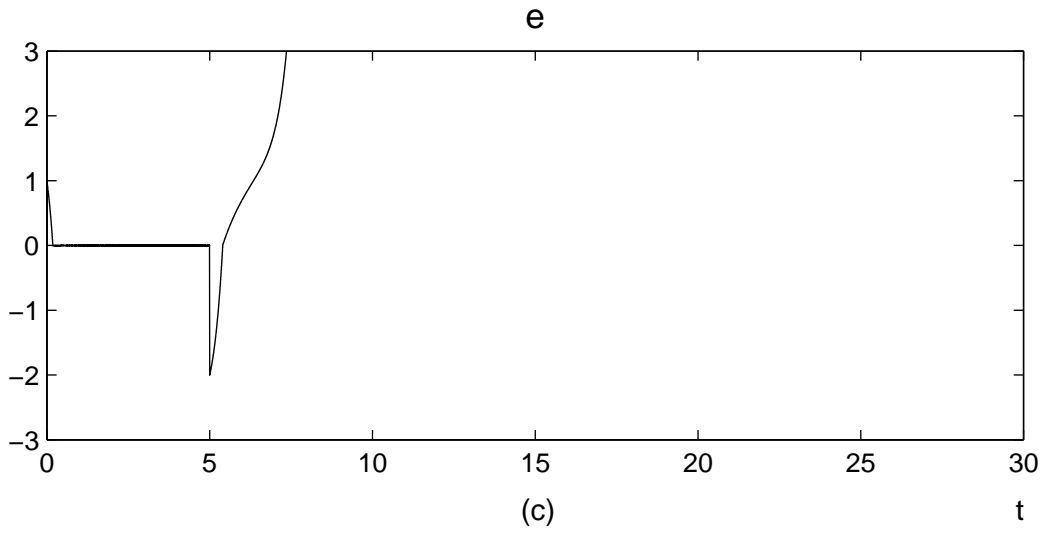
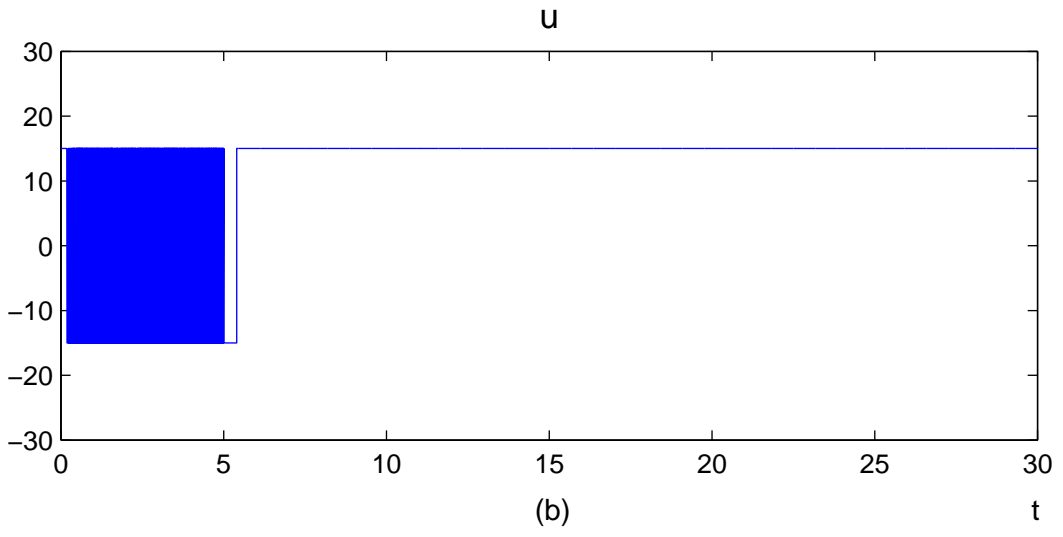
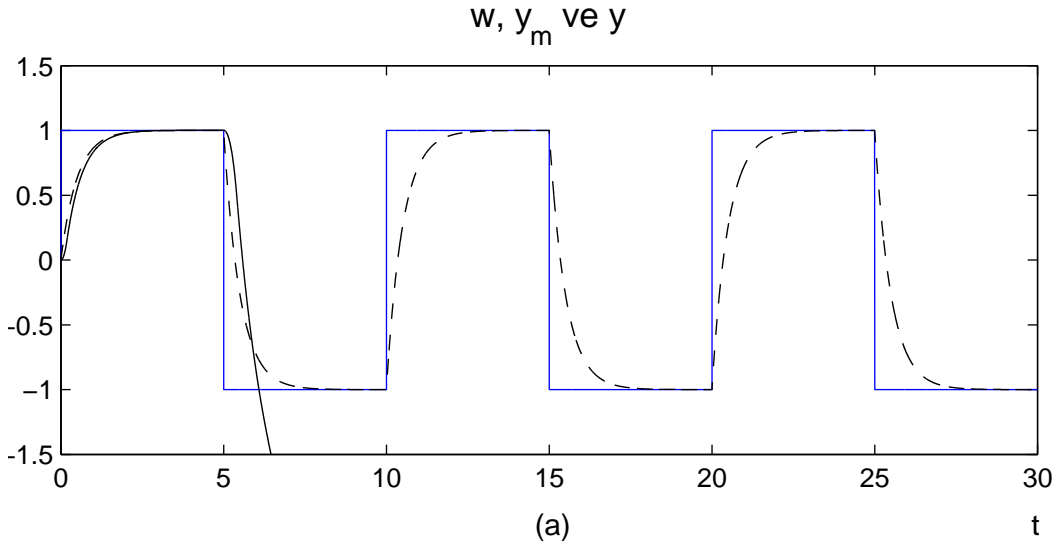
Şekil 2.32. Bakışlı olmayan röle ile denetim başarımı ( $r_o = -5, \Delta r = -10$ )

## 2.7.6 Kararsız Sistemlerin Denetimi

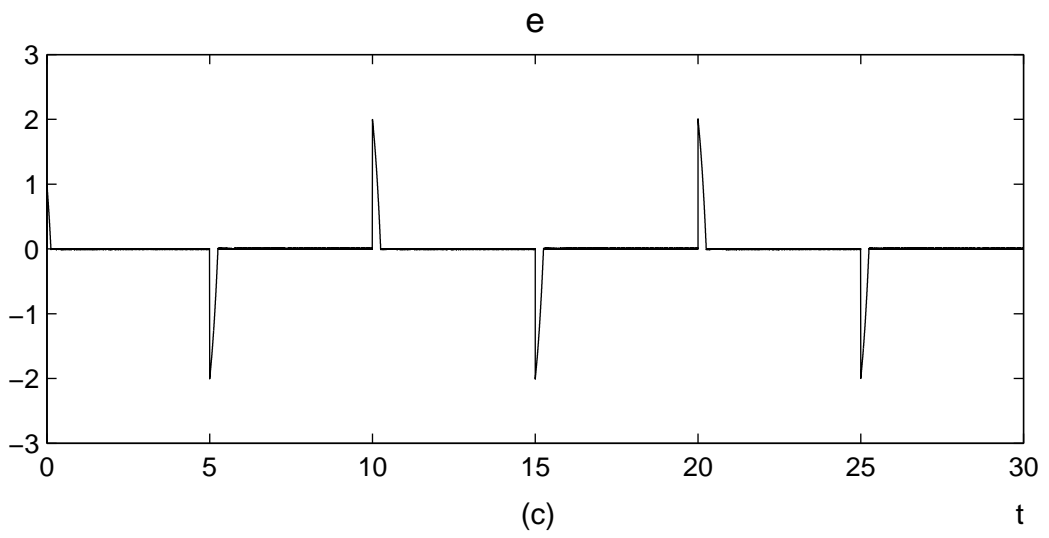
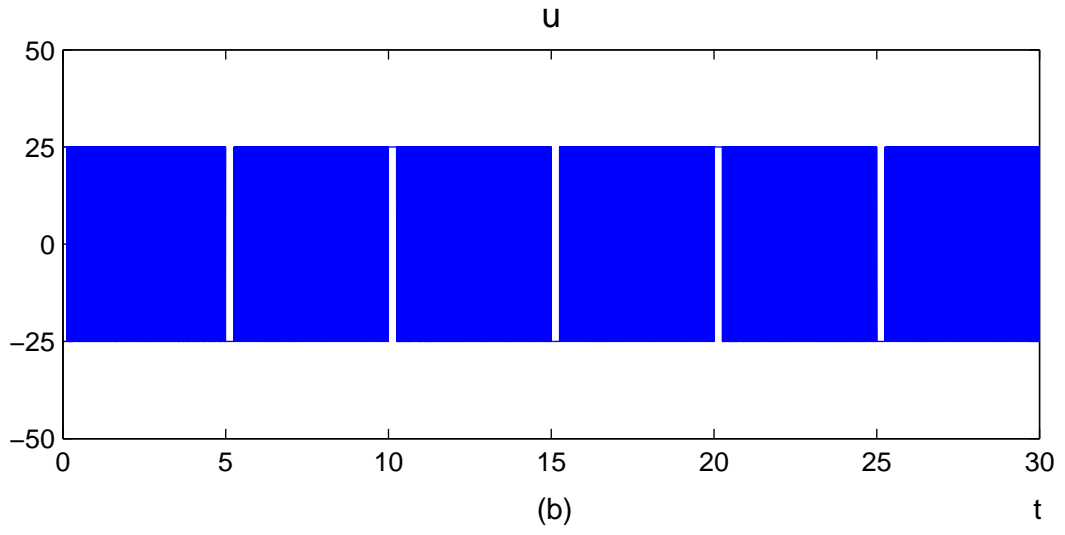
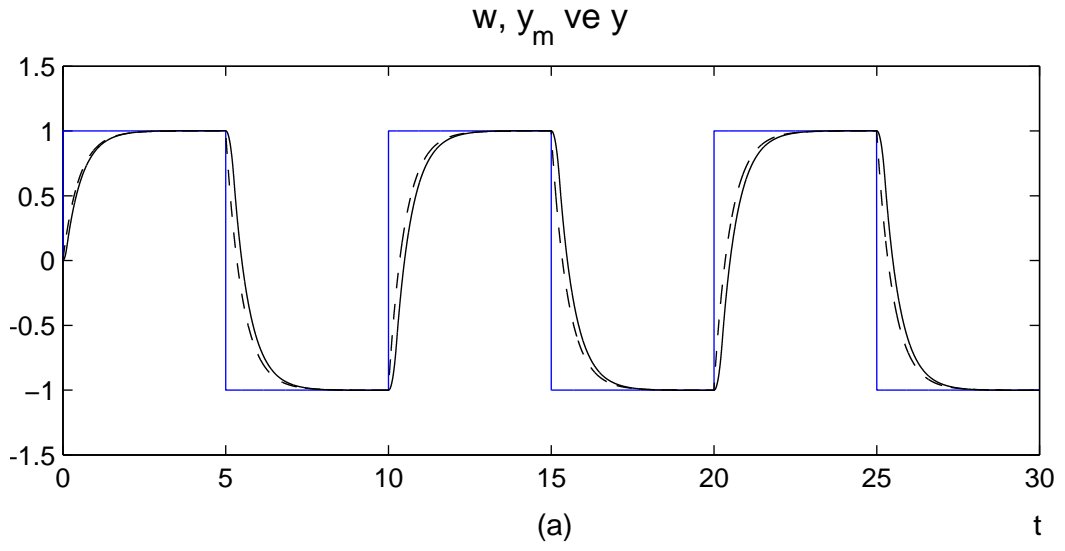
GÇ-RKKD yönteminin kararsız sistemlerin denetimindeki başarımını irdelemek amacıyla Eş. 2.89'da verilen sistem ve model aktarım işlevleri dikkate alınmıştır.

$$G_6(s) = \frac{0.5}{(s+3)(s-1)} , \quad M_6(s) = \frac{1}{0.5s+1} \quad (2.89)$$

Dikkat edilirse, denetlenen sistemde  $s = 1$ 'de bir adet kararsız kutup bulunmaktadır. Röle genliği  $r = 15$  seçilerek yapılan benzetime ait sonuçlar Şekil 2.33'te görülmektedir. Dayanak sinyalinin  $w = 1$  değerinde olduğu ilk saniyelerde hatanın sifıra ulaştığı, buna bağlı olarak kayan kipin gerçekleştiği ve sistem tepkisinin model çıkışını takip ettiği gözlenmektedir. Ancak dayanak girişi işaret değiştirdikten sonra KKD elde edilememiştir ve sistem tepkisi kararsızdır. Hatırlanacağı gibi kararsız sistemler söz konusu olduğunda, hem kayan kip için gerekli koşul olan  $e\epsilon < 0$  eşitsizliğinin sağlandığı, hem de sistem tepkisinin kararlı olduğu başlangıç koşullarını içeren bölgeler, evre düzleminin yalnızca bir bölümünü kapsamaktadır. Bu bölgelerin genişliği kullanılan röle genliği ile doğru orantılıdır; diğer bir deyişle röle genliği arttırıldıkça bu bölgeler genişlemektedir.  $t = 5$ 's'de, yani dayanak girişi  $w = -1$  değerine atladığında sistem durumları sistem çıkışının kararsız olduğu bir bölgeye atladığından KKD elde edilememiştir. Şekil 2.34'te aynı sisteme ait ikinci bir benzetim sonucu görülmektedir. Röle genliği  $r = 25$  olarak belirlenmiştir. Sistem tepkisinin kararlı olduğu bölge bir önceki duruma göre daha geniş olduğundan, dayanak sinyalinin işaret değiştirdiği anlardan sonra sistemin kayan kipte çalışması sağlanmış ve model takibi gerçekleşmiştir.



Şekil 2.33. Karasız sistemde denetim başarımı ( $r = 15$ )



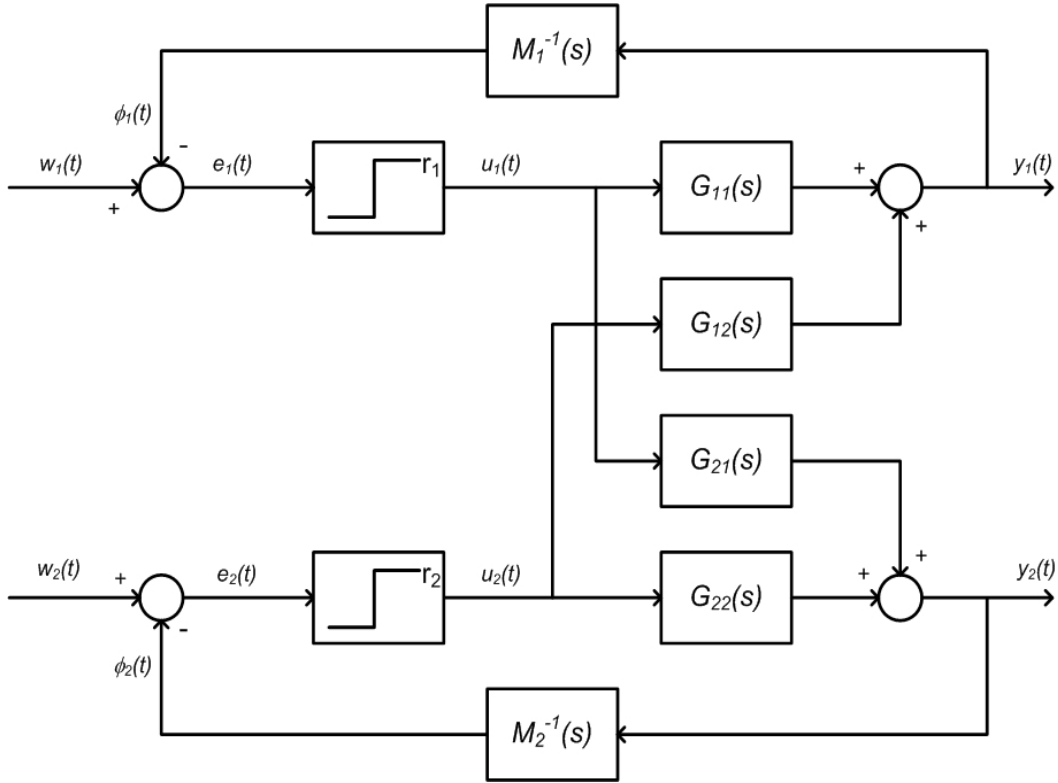
Şekil 2.34. Kararlı sistemde denetim başarımı ( $r = 25$ )

### 3. ÇOKDÖNGÜLÜ SİSTEMLERDE GÇ-RKKD

Tez çalışmasının bu bölümünde giriş çıkış modeli üzerinden tanımlanan röle ile kayan kipli denetim yönteminin çokdöngümlü sistemlere genişletilmesi hedeflenmiştir. Bir önceki bölümde tek girişli tek çıkışlı sistemler için yapılan analizlerin benzerleri bu kez çokdöngümlü yapılar için tekrarlanacaktır. İlk olarak, çokdöngümlü sistemler söz konusu olduğunda röle elemanlarının kayan kipte çalışabilmesi için gerekli koşullar türetilenektir. Bunun için öncelikle iki girişli iki çıkışlı ve üç girişli üç çıkışlı yapılar ele alınacak, ardından elde edilen sonuçlar  $n$  girişli  $n$  çıkışlı sistemler için genelleştirilecektir. Bozucuların etkisi altındayken kayan kip koşullarının nasıl değiştiği irdelendikten sonra bakışımli olmayan röle kullanımına değinilecektir. Son olarak çokdöngümlü sistemler ile yapılan benzetim çalışması sunulacaktır.

#### 3.1 Çokdöngümlü Sistemler İçin Kayan Kip Koşulları

İki girişli ve iki çıkışlı bir sistem için çokdöngümlü röleli denetim yapısı Şekil 3.1'de görölmektedir.



Şekil 3.1. İki girişli ve iki çıkışlı bir sistemde çokdöngümlü röleli denetim yapısı

Burada,  $G_{ij}(s)$  denetlenen sisteme ait kesin uygun aktarım işlevlerini,  $M_i(s)$  model aktarım işlevlerini,  $w_i(t)$  dayanak girişlerini,  $u_i(t)$  ve  $y_i(t)$  giriş ve çıkış sinyallerini,  $\phi_i(t)$   $M_i^{-1}(s)$  ile süzgeçlenmiş çıkış sinyallerini,  $e_i(t)$  hata sinyalleri olarak da adlandırılan röle girişlerini,  $s$  ise türev işlecini ( $d/dt$ ) ifade etmektedir ( $i, j = 1, 2$ ).

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}(s) = \begin{bmatrix} M_1(s) & 0 \\ 0 & M_2(s) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w}(t) = \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\boldsymbol{\phi}(t) = \begin{bmatrix} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}(t) = \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix}$$

Röle elemanlarının bakışımı ve ideal oldukları kabul edilmiştir. Buna göre röle çıkışlarında oluşacak denetim sinyalleri aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{R} \text{sign}(\mathbf{e}(t)) \quad (3.2)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$\mathbf{R}$  röle genliklerini içeren matristir.  $\text{sign}(\mathbf{e}(t))$  ise hata sinyallerinin işaretlerini veren bir vektördür.  $r_1$  ve  $r_2$  sırasıyla birinci ve ikinci döngüdeki röle genlikleridir. Bu sistemde kayan kipli denetimin gerçekleşebilmesi için gerekli koşullar şöyledir.

$$e_1(t)\dot{e}_1(t) < 0, \quad e_2(t)\dot{e}_2(t) < 0 \quad (3.4)$$

Burada,  $e_1(t) = 0$  ve  $e_2(t) = 0$  eşitlikleri kayma yüzeylerini tanımlamaktadır. Şekil 3.1 incelendiğinde kapalı döngü sistem çıkışı

$$\begin{aligned} w_i - \phi_i &= e_i \\ w_i - M_i^{-1}y_i &= e_i, \quad i = 1, 2 \\ y_i &= M_i w_i - M_i e_i \end{aligned} \quad (3.5)$$



eşitliğiyle verilir. Sistem kayan kipte çalışırken, ideal durumda  $e_1 = e_2 = 0$  olduğundan, kapalı döngü sistem davranışı model aktarım işlevleri tarafından belirlenir. Ideal olmayan durumda ise, sıfır etrafında düşük genlikli ve yüksek sıklıklı olan hata sinyalleri model aktarım işlevleri ile süzgeçlendiğinden çıkış üzerinde ciddi etkileri olmamaktadır.

Eş. 3.4'te verilen eşitsizliklerin sağlanması için gerekli koşulları türetmek üzere hata sinyalleri ve türevleri incelenmelidir. Şekil 3.1'deki öbek çizeneğinden faydalanılarak hata sinyalleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}
e_1 &= w_1 - \phi_1 \\
&= w_1 - M_1^{-1} y_1 \\
&= w_1 - (M_1^{-1} G_{11} u_1 + M_1^{-1} G_{12} u_2)
\end{aligned} \tag{3.6}$$

$$\begin{aligned}
e_2 &= w_2 - \phi_2 \\
&= w_2 - M_2^{-1} y_2 \\
&= w_2 - (M_2^{-1} G_{21} u_1 + M_2^{-1} G_{22} u_2)
\end{aligned}$$

Hata türevleri ise şöyledir.

$$\begin{aligned}
\dot{e}_1 &= \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1 \\
&= \dot{w}_1 - (sM_1^{-1} G_{11} u_1 + sM_1^{-1} G_{12} u_2) \\
&= \dot{w}_1 - (\beta_{11} u_1 + \dot{\phi}_{11}^o + \beta_{12} u_2 + \dot{\phi}_{12}^o) \\
&= \dot{w}_1 - (\beta_{11} u_1 + \beta_{12} u_2 + \dot{\phi}_1^o) \\
&= \dot{w}_1 - \beta_{11} r_1 \text{sign}(e_1) - \beta_{12} r_2 \text{sign}(e_2) - \dot{\phi}_1^o
\end{aligned} \tag{3.7}$$

$$\begin{aligned}
\dot{e}_2 &= \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2 \\
&= \dot{w}_2 - (sM_2^{-1} G_{21} u_1 + sM_2^{-1} G_{22} u_2) \\
&= \dot{w}_2 - (\beta_{21} u_1 + \dot{\phi}_{21}^o + \beta_{22} u_2 + \dot{\phi}_{22}^o) \\
&= \dot{w}_2 - (\beta_{21} u_1 + \beta_{22} u_2 + \dot{\phi}_2^o) \\
&= \dot{w}_2 - \beta_{21} r_1 \text{sign}(e_1) - \beta_{22} r_2 \text{sign}(e_2) - \dot{\phi}_2^o
\end{aligned}$$

Tek girişli tek çıkışlı yapılar için verilen analizlerde olduğu gibi,  $\dot{\phi}_1(t)$  ve  $\dot{\phi}_2(t)$  sinyalleri, yani  $sM_i^{-1} G_{i1} u_1$  ve  $sM_i^{-1} G_{i2} u_2$  terimleri anlık değişen ve değişmeyen kısımlarına

ayrılmıştır.  $\beta_{i1}u_1$  ve  $\beta_{i2}u_2$  bu terimlerin anlık değişen kısımları,  $\dot{\phi}_{i1}^o$  ve  $\dot{\phi}_{i2}^o$  ise anlık değişmeyen kısımlarıdır ( $i=1,2$ ).  $\beta_{ij}$  aşağıda tanımlanan  $\beta$  matrisinin elemanlarıdır.

$$\beta = \lim_{s \rightarrow \infty} sM^{-1}(s)G(s) = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$\beta_1$  ve  $\beta_2$ ,  $\beta$  matrisine ait satırları ifade etmektedir. İlgili terimlerin anlık değişmeyen kısımları

$$\dot{\phi}^o = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_{11}^o + \dot{\phi}_{12}^o \\ \dot{\phi}_{21}^o + \dot{\phi}_{22}^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1^o \\ \dot{\phi}_2^o \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

biçiminde gösterilir. Eş. 3.7 dikkate alındığında aşağıda verilen dört durumun incelenmesinin gerektiği görülür.

$$e_1 > 0 \quad \text{ve} \quad e_2 > 0$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{w}_1 - \beta_{11}r_1 - \beta_{12}r_2 - \dot{\phi}_1^o \\ \dot{e}_2 &= \dot{w}_2 - \beta_{21}r_1 - \beta_{22}r_2 - \dot{\phi}_2^o \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$e_1 > 0 \quad \text{ve} \quad e_2 < 0$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{w}_1 - \beta_{11}r_1 + \beta_{12}r_2 - \dot{\phi}_1^o \\ \dot{e}_2 &= \dot{w}_2 - \beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 - \dot{\phi}_2^o \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$e_1 < 0 \quad \text{ve} \quad e_2 > 0$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{w}_1 + \beta_{11}r_1 - \beta_{12}r_2 - \dot{\phi}_1^o \\ \dot{e}_2 &= \dot{w}_2 + \beta_{21}r_1 - \beta_{22}r_2 - \dot{\phi}_2^o \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$e_1 < 0 \quad \text{ve} \quad e_2 < 0$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{w}_1 + \beta_{11}r_1 + \beta_{12}r_2 - \dot{\phi}_1^o \\ \dot{e}_2 &= \dot{w}_2 + \beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 - \dot{\phi}_2^o \end{aligned} \quad (3.13)$$

Eş. 3.10 - Eş. 3.13 incelendiğinde, Eş. 3.4'te verilen kayan kip koşullarının sağlanabilmesi için aşağıdaki eşitsizliklerin sağlanması gerektiği görülür.

$$\begin{aligned}\beta_{11}r_1 + \beta_{12}r_2 &> \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o \\ \beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 &> \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o\end{aligned}\quad (3.14)$$

$$\begin{aligned}\beta_{11}r_1 - \beta_{12}r_2 &> \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o \\ -\beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 &> -\dot{w}_2 + \dot{\phi}_2^o\end{aligned}\quad (3.15)$$

$$\begin{aligned}\beta_{11}r_1 - \beta_{12}r_2 &> -\dot{w}_1 + \dot{\phi}_1^o \\ -\beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 &> \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o\end{aligned}\quad (3.16)$$

$$\begin{aligned}\beta_{11}r_1 + \beta_{12}r_2 &> -\dot{w}_1 + \dot{\phi}_1^o \\ \beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 &> -\dot{w}_2 + \dot{\phi}_2^o\end{aligned}\quad (3.17)$$

Yukarıda verilen eşitsizlikler matris formunda yazıldığında

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} > \begin{bmatrix} |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \\ |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o| \end{bmatrix}\quad (3.18)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} & -\beta_{12} \\ -\beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} > \begin{bmatrix} |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \\ |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o| \end{bmatrix}\quad (3.19)$$

eşitsizlikleri elde edilir. Bu eşitsizlikler

$$\beta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|\quad (3.20)$$

$$\bar{\beta} r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|\quad (3.21)$$

biçiminde de ifade edilebilir. Eş. 3.20 ve Eş. 3.21'de vektörün mutlak değeri her bir elemanın mutlak değerini ifade etmektedir.  $r$  röle genliklerini içeren vektördür.

$$r = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}\quad (3.22)$$

$\bar{\beta}$  matrisi

$$\bar{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & -\beta_{12} \\ -\beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

şeklinde,  $\bar{\beta}$  matrisi ile  $\beta$  arasındaki ilişki ise

$$\bar{\beta} = -\beta + 2 \text{diag}(\beta) \quad (3.24)$$

eşitliğiyle verilir. Burada  $\text{diag}(\beta)$ ,  $\beta$  matrisinin köşegen elemanlarından oluşan köşegen matristir. Bir başka deyişle,  $\bar{\beta}$  ve  $\beta$  matrislerinin köşegen elemanları aynı, diğer elemanlarının işaretleri terstir.

Eş. 3.20 ve Eş. 3.21'de  $\beta r$  ve  $\bar{\beta} r$  çarpımlarına ait satırların, eşitsizliklerin sağ tarafında bulunan vektörün ilgili satırından büyük olmaları gerektiği kastedilmiştir. Verilen eşitsizlikler incelendiğinde,  $\beta_{ij} r_j > 0$  ise Eş. 3.21'de verilen koşulun sağlanmasının (bu durumda Eş. 3.20 de sağlanacağından) kayan kipi gerçekleşmesi için yeterli olduğu görülür ( $i, j = 1, 2$ ).

Dikkat edilirse, denetlenen sistemde görelî derece koşulları  $\rho(M_1^{-1} G_{11}) > 1$  ve/veya  $\rho(M_2^{-1} G_{22}) > 1$  biçiminde olursa  $\beta_{11} = 0$  ve/veya  $\beta_{22} = 0$  olur, dolayısıyla Eş. 3.18 ve Eş. 3.19 sağlanmaz. Bu nedenle kayan kip koşullarının sağlanabilmesi için gerekli görelî derece koşulları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \rho(M_1^{-1} G_{11}) &= 1 \\ \rho(M_1^{-1} G_{12}) &\geq 1 \\ \rho(M_2^{-1} G_{21}) &\geq 1 \\ \rho(M_2^{-1} G_{22}) &= 1 \end{aligned} \quad (3.25)$$

Eğer  $\rho(M_1^{-1} G_{12}) > 1$  ve  $\rho(M_2^{-1} G_{21}) > 1$  olursa,  $\beta_{12} = \beta_{21} = 0$  olacağından Eş. 3.18 ve Eş. 3.19 ile verilen koşullar sadeleşerek aşağıdaki iki eşitsizliğe indirgenir.

$$\begin{aligned} \beta_{11} r_1 &> |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \\ \beta_{22} r_2 &> |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o| \end{aligned} \quad (3.26)$$

Eş. 3.26 incelendiğinde,  $\beta_{11} > 0$  ve  $\beta_{22} > 0$  olduğu durumlarda, kayan kipi gerçekleştirebilmesi için röle genliklerinin de pozitif olması gerektiği görülür ( $r_1 > 0$ ,  $r_2 > 0$ ).  $\beta_{11} < 0$  ve/veya  $\beta_{22} < 0$  ise karşılık gelen röle genliklerinin işaretlerinin değiştirilmesi, yani ilgili döngüde ters röle kullanılması gerekir.

Eş. 3.18 ve Eş. 3.19 ile verilen kayan kip koşulları,  $\beta$  matrisi satırları yardımıyla, Eş. 3.27 ve Eş. 3.28'deki gibi de ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} > \begin{bmatrix} |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \\ |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o| \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \end{bmatrix} > \begin{bmatrix} |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \\ |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o| \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Dikkat edilirse, eğer sadece

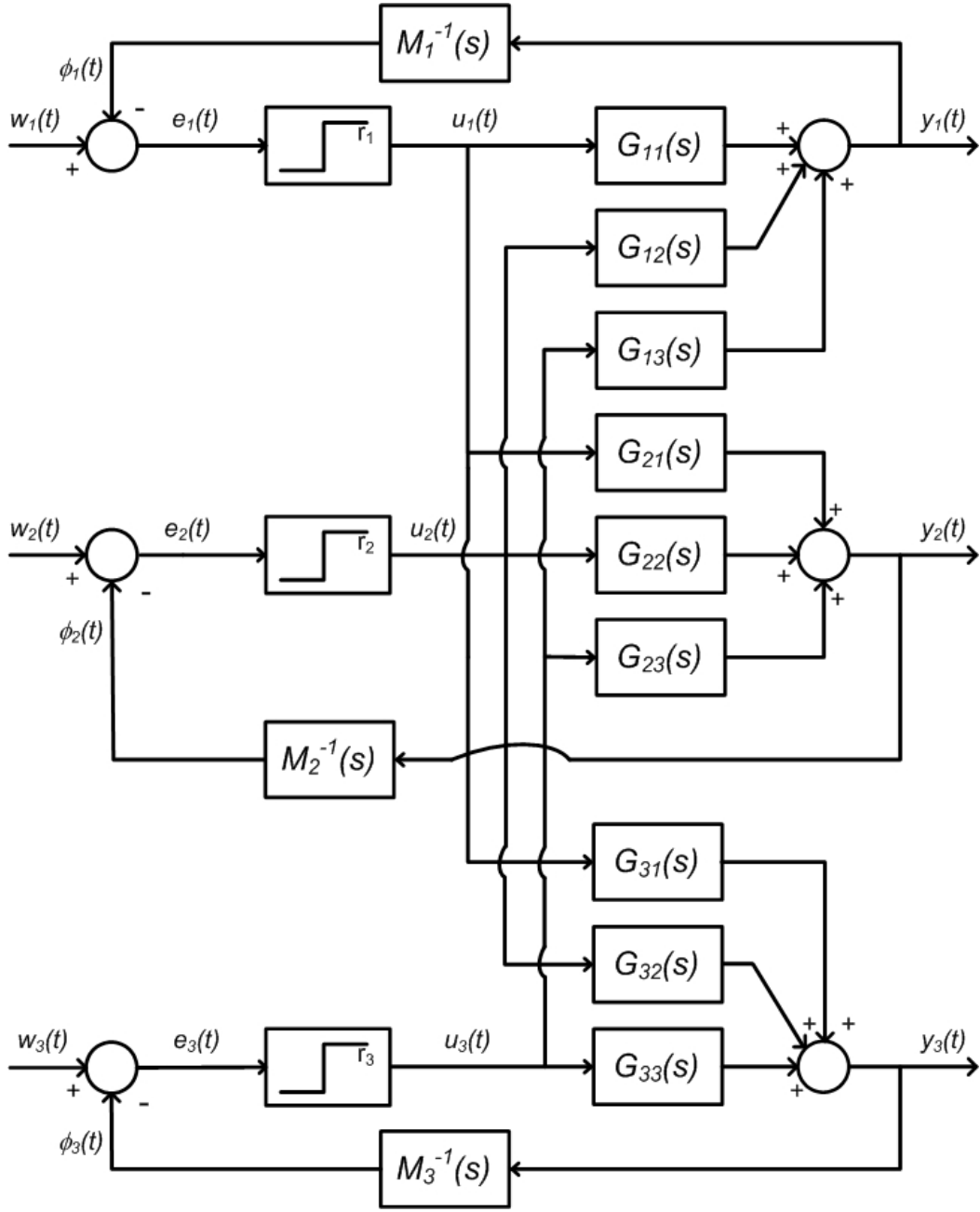
$$\beta_1 \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} > |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o|, \quad \beta_1 \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \end{bmatrix} > |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \quad (3.29)$$

eşitsizlikleri sağlanırsa sistem kısmi olarak kayan kipte çalışır. Bu durumda yalnızca  $e_1$ 'e karşılık gelen röle kayan kipte çalışacağından ilk döngüde KKD elde edilir; yani  $y_1$  çıkışı istenen model tepkisini takip eder. Benzer şekilde yalnızca

$$\beta_2 \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} > |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o|, \quad -\beta_2 \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \end{bmatrix} > |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o| \quad (3.30)$$

eşitsizlikleri sağlanırsa bu kez  $e_2$ 'ye karşılık gelen röle, dolayısıyla da sistemin  $y_2$  çıkışına karşılık gelen kısmi kayan kipte çalışır.

İki girişli ve iki çıkışlı sistemler için türetilen kayan kip koşulları  $n$  girişli  $n$  çıkışlı sistemler için genişletilmeden önce üç girişli ve üç çıkışlı yapı ele alınmıştır. Bu yapı Şekil 3.2'de gösterilmiştir.



Şekil 3.2. Üç girişli ve üç çıkışlı çokdöngülü röleli denetim yapısı

Denetim yasası Eş. 3.2'deki gibidir. Röle genliklerini içeren  $R$  matrisi

$$R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

biçimindedir. Bu yapıda kayan kipin elde edilebilmesi için

$$e_1(t)\dot{e}_1(t) < 0, \quad e_2(t)\dot{e}_2(t) < 0 \quad \text{ve} \quad e_3(t)\dot{e}_3(t) < 0 \quad (3.32)$$

eşitsizliklerinin sağlanması gerekir. Bunun için gerekli koşulları bulabilmek amacıyla, önceki analizlerde olduğu gibi, hata sinyalleri ve türevleri incelenmelidir.

$$\begin{aligned}
e_1 &= w_1 - \phi_1 \\
\dot{e}_1 &= \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1 \\
&= \dot{w}_1 - (sM_1^{-1}G_{11}u_1 + sM_1^{-1}G_{12}u_2 + sM_1^{-1}G_{13}u_3) \\
&= \dot{w}_1 - (\beta_{11}u_1 + \dot{\phi}_{11}^o + \beta_{12}u_2 + \dot{\phi}_{12}^o + \beta_{13}u_3 + \dot{\phi}_{13}^o) \\
&= \dot{w}_1 - \beta_{11}r_1 \text{sign}(e_1) - \beta_{12}r_2 \text{sign}(e_2) - \beta_{13}r_3 \text{sign}(e_3) - \dot{\phi}_1^o \\
\\
e_2 &= w_2 - \phi_2 \\
\dot{e}_2 &= \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2 \\
&= \dot{w}_2 - (sM_2^{-1}G_{21}u_1 + sM_2^{-1}G_{22}u_2 + sM_2^{-1}G_{23}u_3) \\
&= \dot{w}_2 - (\beta_{21}u_1 + \dot{\phi}_{21}^o + \beta_{22}u_2 + \dot{\phi}_{22}^o + \beta_{23}u_3 + \dot{\phi}_{23}^o) \\
&= \dot{w}_2 - \beta_{21}r_1 \text{sign}(e_1) - \beta_{22}r_2 \text{sign}(e_2) - \beta_{23}r_3 \text{sign}(e_3) - \dot{\phi}_2^o
\end{aligned} \tag{3.33}$$

$$\begin{aligned}
e_3 &= w_3 - \phi_3 \\
\dot{e}_3 &= \dot{w}_3 - \dot{\phi}_3 \\
&= \dot{w}_3 - (sM_3^{-1}G_{31}u_1 + sM_3^{-1}G_{32}u_2 + sM_3^{-1}G_{33}u_3) \\
&= \dot{w}_3 - (\beta_{31}u_1 + \dot{\phi}_{31}^o + \beta_{32}u_2 + \dot{\phi}_{32}^o + \beta_{33}u_3 + \dot{\phi}_{33}^o) \\
&= \dot{w}_3 - \beta_{31}r_1 \text{sign}(e_1) - \beta_{32}r_2 \text{sign}(e_2) - \beta_{33}r_3 \text{sign}(e_3) - \dot{\phi}_3^o
\end{aligned}$$

Üç girişli üç çıkışlı yapılar için  $\beta$  ve  $\phi^o$  matrisleri aşağıda verilmiştir.

$$\beta = \lim_{s \rightarrow \infty} sM^{-1}(s)G(s) = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} \tag{3.34}$$

$$\phi^o = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_{11}^o + \dot{\phi}_{12}^o + \dot{\phi}_{13}^o \\ \dot{\phi}_{21}^o + \dot{\phi}_{22}^o + \dot{\phi}_{23}^o \\ \dot{\phi}_{31}^o + \dot{\phi}_{32}^o + \dot{\phi}_{33}^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1^o \\ \dot{\phi}_2^o \\ \dot{\phi}_3^o \end{bmatrix} \tag{3.35}$$

Eş. 3.33'te verilen ifadeler ele alındığında 8 farklı durumun incelenmesi gerektiği görülür. Bu durumlar ile Eş. 3.32'de verilen koşulların sağlanabilmesi için gereken

eşitsizlikler aşağıdaki gibidir.

$$e_1 > 0 \quad e_2 > 0 \quad \text{ve} \quad e_3 > 0$$

$$\dot{e}_1 = \dot{w}_1 - \beta_{11}r_1 - \beta_{12}r_2 - \beta_{13}r_3 - \dot{\phi}_1^o < 0 \quad (3.36)$$

$$\dot{e}_2 = \dot{w}_2 - \beta_{21}r_1 - \beta_{22}r_2 - \beta_{23}r_3 - \dot{\phi}_2^o < 0$$

$$\dot{e}_3 = \dot{w}_3 - \beta_{31}r_1 - \beta_{32}r_2 - \beta_{33}r_3 - \dot{\phi}_3^o < 0$$

$$e_1 > 0 \quad e_2 > 0 \quad \text{ve} \quad e_3 < 0$$

$$\dot{e}_1 = \dot{w}_1 - \beta_{11}r_1 - \beta_{12}r_2 + \beta_{13}r_3 - \dot{\phi}_1^o < 0 \quad (3.37)$$

$$\dot{e}_2 = \dot{w}_2 - \beta_{21}r_1 - \beta_{22}r_2 + \beta_{23}r_3 - \dot{\phi}_2^o < 0$$

$$\dot{e}_3 = \dot{w}_3 - \beta_{31}r_1 - \beta_{32}r_2 + \beta_{33}r_3 - \dot{\phi}_3^o > 0$$

$$e_1 > 0 \quad e_2 < 0 \quad \text{ve} \quad e_3 > 0$$

$$\dot{e}_1 = \dot{w}_1 - \beta_{11}r_1 + \beta_{12}r_2 - \beta_{13}r_3 - \dot{\phi}_1^o < 0 \quad (3.38)$$

$$\dot{e}_2 = \dot{w}_2 - \beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 - \beta_{23}r_3 - \dot{\phi}_2^o > 0$$

$$\dot{e}_3 = \dot{w}_3 - \beta_{31}r_1 + \beta_{32}r_2 - \beta_{33}r_3 - \dot{\phi}_3^o < 0$$

$$e_1 > 0 \quad e_2 < 0 \quad \text{ve} \quad e_3 < 0$$

$$\dot{e}_1 = \dot{w}_1 - \beta_{11}r_1 + \beta_{12}r_2 + \beta_{13}r_3 - \dot{\phi}_1^o < 0 \quad (3.39)$$

$$\dot{e}_2 = \dot{w}_2 - \beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 + \beta_{23}r_3 - \dot{\phi}_2^o > 0$$

$$\dot{e}_3 = \dot{w}_3 - \beta_{31}r_1 + \beta_{32}r_2 + \beta_{33}r_3 - \dot{\phi}_3^o > 0$$

$$e_1 < 0 \quad e_2 > 0 \quad \text{ve} \quad e_3 > 0$$

$$\dot{e}_1 = \dot{w}_1 + \beta_{11}r_1 - \beta_{12}r_2 - \beta_{13}r_3 - \dot{\phi}_1^o > 0 \quad (3.40)$$

$$\dot{e}_2 = \dot{w}_2 + \beta_{21}r_1 - \beta_{22}r_2 - \beta_{23}r_3 - \dot{\phi}_2^o < 0$$

$$\dot{e}_3 = \dot{w}_3 + \beta_{31}r_1 - \beta_{32}r_2 - \beta_{33}r_3 - \dot{\phi}_3^o < 0$$

$$e_1 < 0 \quad e_2 > 0 \quad \text{ve} \quad e_3 < 0$$

$$\dot{e}_1 = \dot{w}_1 + \beta_{11}r_1 - \beta_{12}r_2 + \beta_{13}r_3 - \dot{\phi}_1^o > 0 \quad (3.41)$$

$$\dot{e}_2 = \dot{w}_2 + \beta_{21}r_1 - \beta_{22}r_2 + \beta_{23}r_3 - \dot{\phi}_2^o < 0$$

$$\dot{e}_3 = \dot{w}_3 + \beta_{31}r_1 - \beta_{32}r_2 + \beta_{33}r_3 - \dot{\phi}_3^o > 0$$



$$e_1 < 0 \quad e_2 < 0 \quad \text{ve} \quad e_3 > 0$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{w}_1 + \beta_{11}r_1 + \beta_{12}r_2 - \beta_{13}r_3 - \dot{\phi}_1^o > 0 \\ \dot{e}_2 &= \dot{w}_2 + \beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 - \beta_{23}r_3 - \dot{\phi}_2^o > 0 \\ \dot{e}_3 &= \dot{w}_3 + \beta_{31}r_1 + \beta_{32}r_2 - \beta_{33}r_3 - \dot{\phi}_3^o < 0 \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$e_1 < 0 \quad e_2 < 0 \quad \text{ve} \quad e_3 < 0$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{w}_1 + \beta_{11}r_1 + \beta_{12}r_2 + \beta_{13}r_3 - \dot{\phi}_1^o > 0 \\ \dot{e}_2 &= \dot{w}_2 + \beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 + \beta_{23}r_3 - \dot{\phi}_2^o > 0 \\ \dot{e}_3 &= \dot{w}_3 + \beta_{31}r_1 + \beta_{32}r_2 + \beta_{33}r_3 - \dot{\phi}_3^o > 0 \end{aligned} \quad (3.43)$$

Eş. 3.36 - Eş. 3.43 ile verilen eşitsizlikler aşağıdaki gibi matris formunda yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} > \begin{bmatrix} |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \\ |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o| \\ |\dot{w}_3 - \dot{\phi}_3^o| \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & -\beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & -\beta_{23} \\ -\beta_{31} & -\beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} > \begin{bmatrix} |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \\ |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o| \\ |\dot{w}_3 - \dot{\phi}_3^o| \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} & -\beta_{12} & \beta_{13} \\ -\beta_{21} & \beta_{22} & -\beta_{23} \\ \beta_{31} & -\beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} > \begin{bmatrix} |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \\ |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o| \\ |\dot{w}_3 - \dot{\phi}_3^o| \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} & -\beta_{12} & -\beta_{13} \\ -\beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ -\beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} > \begin{bmatrix} |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \\ |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o| \\ |\dot{w}_3 - \dot{\phi}_3^o| \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

Elde edilen kayan kip koşulları incelendiğinde, Şekil 3.2'de verilen yapının aşağıdaki görelî derece koşullarını sağlaması gerektiği görülür.

$$\begin{aligned} \rho(M_1^{-1}G_{11}) &= 1, \quad \rho(M_1^{-1}G_{12}) \geq 1, \quad \rho(M_1^{-1}G_{13}) \geq 1 \\ \rho(M_2^{-1}G_{21}) &\geq 1, \quad \rho(M_2^{-1}G_{22}) = 1, \quad \rho(M_2^{-1}G_{23}) \geq 1 \\ \rho(M_1^{-1}G_{31}) &\geq 1, \quad \rho(M_2^{-1}G_{32}) \geq 1, \quad \rho(M_2^{-1}G_{33}) = 1 \end{aligned} \quad (3.48)$$

Kayan kip koşulları, Eş. 3.34'te verilen  $\beta$  matrisinin satırları cinsinden şöyle yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (3.49)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ -\beta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ -r_3 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (3.50)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (3.51)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ -\beta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \\ -r_3 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (3.52)$$

Eş. 3.49 - Eş. 3.52'de verilen eşitsizlikler üç girişli üç çıkışlı çokdöngülü sistemlerde kayan kipi elde edilebilmesi için genel koşullardır. Eğer  $\beta_{ij}r_j \geq 0$ ,  $i, j = 1, 2, 3$  koşulu sağlanırsa bu koşullar aşağıdaki gibi sadeleşir:

Kayan kip koşullarının  $\beta_1$  ile ilgili olan terimleri ele alındığında

$$\beta_1 \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} > |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o|, \quad \beta_1 \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ -r_3 \end{bmatrix} > |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o|, \quad (3.53)$$

$$\beta_1 \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} > |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o|, \quad \beta_1 \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \\ -r_3 \end{bmatrix} > |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o|$$

eşitsizliklerine ulaşılır.  $\beta_{1j}r_j \geq 0$ ,  $j = 1, 2, 3$  ise

$$\beta_1 \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \\ -r_3 \end{bmatrix} > |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \quad (3.54)$$

koşulu sağlandığı takdirde diğer 3 eşitsizlik de sağlanır. Benzer şekilde  $\beta_2$  ve  $\beta_3$  ile ilgili terimler incelendiğinde,  $\beta_{2j}r_j \geq 0$  ve  $\beta_{3j}r_j \geq 0$ ,  $j = 1, 2, 3$  eşitsizlikleri sağlanıyorsa, kayan kipi gerçekleşmesi için gerekli koşullar aşağıdaki gibi bulunur.

$$\beta_1 \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \\ -r_3 \end{bmatrix} > |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o|, \beta_2 \begin{bmatrix} -r_1 \\ r_2 \\ -r_3 \end{bmatrix} > |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o|, \beta_3 \begin{bmatrix} -r_1 \\ -r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} > |\dot{w}_3 - \dot{\phi}_3^o| \quad (3.55)$$

Bu koşullar

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} & -\beta_{12} & -\beta_{13} \\ -\beta_{21} & \beta_{22} & -\beta_{23} \\ -\beta_{31} & -\beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} > \begin{bmatrix} |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \\ |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o| \\ |\dot{w}_3 - \dot{\phi}_3^o| \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

veya

$$\bar{\beta} \mathbf{r} > |\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o| \quad (3.57)$$

şeklinde de ifade edilebilir. Hatırlanacağı gibi  $\mathbf{r}$  röle genliklerini içeren vektördür.

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$\bar{\beta}$  matrisi

$$\bar{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & -\beta_{12} & -\beta_{13} \\ -\beta_{21} & \beta_{22} & -\beta_{23} \\ -\beta_{31} & -\beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

şeklinde yazılır ve  $\beta$  matrisi ile olan ilişkisi Eş. 3.24'teki gibidir.

İki girişli iki çıkışlı yapılarıdakine benzer şekilde,  $\rho(M_i^{-1}G_{ij}) > 0$ ,  $i \neq j$  olduğu takdirde,  $\beta_{ij} = 0$ ,  $i \neq j$  olacağından kayan kip koşulları daha da sadeleşerek

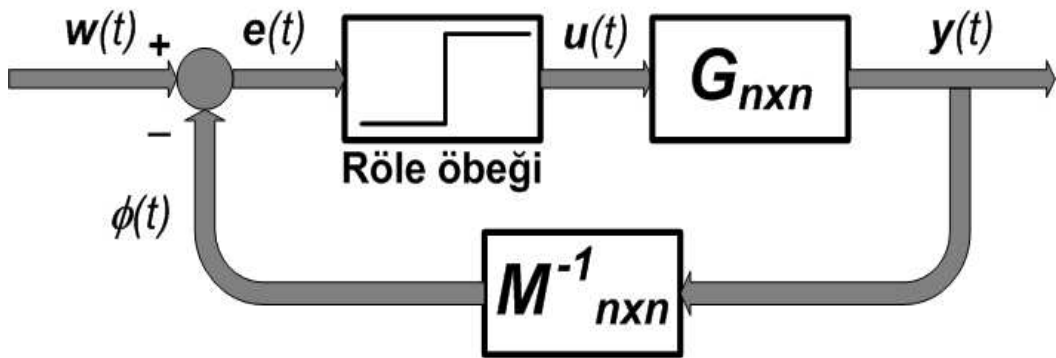
$$\begin{aligned}\beta_{11}r_1 &> |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \\ \beta_{22}r_2 &> |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o| \\ \beta_{33}r_3 &> |\dot{w}_3 - \dot{\phi}_3^o|\end{aligned}\tag{3.60}$$

biçimini alır. Görüldüğü gibi, sistemin kayan kipte çalışabilmesi için  $\beta_{ii}r_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  çarpımları pozitif olmalıdır. Bu nedenle  $\beta_{ii}$  teriminin negatif olduğu döngülerde ters röle kullanılmalıdır ( $r_i < 0$ ).

#### $n$ girişli ve $n$ çıkışlı sistemler:

Bir önceki kısımda üç girişli üç çıkışlı sistemler için türetilen ve Eş. 3.49 - Eş. 3.52'de verilen kayan kip koşulları incelendiğinde, eşitsizliklerin sol tarafında yer alan terimlerin belirli bir örüntü takip ettiği görülmektedir. Bu örüntü şu şekilde ifade edilebilir: Röle genliklerini içeren vektörün ilk elemanı daima  $r_1$ 'dir, diğer elemanları ise  $r_2$ ,  $-r_2$ ,  $r_3$  ve  $-r_3$ 'ün tüm kombinasyonlarını içermektedir.  $-r_2$ 'ye karşılık gelen  $\beta_2$  ile  $-r_3$ 'e karşılık gelen  $\beta_3$  terimlerinin başında da eksi (-) işareti bulunmaktadır.

Eş. 3.27 ve Eş. 3.28'e dikkat edilirse, yukarıda ifade edilen örüntü iki girişli iki çıkışlı sistemler için türetilen kayan kip koşullarında da gözlenmektedir. Bu tespit doğrultusunda,  $n$  girişli ve  $n$  çıkışlı sistemler için kayan kip koşulları aşağıdaki gibi genelleştirilebilir:



Şekil 3.3. Çokdöngülü röleli denetim yapısı

Şekil 3.3'te  $n$  girişli ve  $n$  çıkışlı sistemler için röleli denetim yapısı gösterilmiştir. Kayan kipin gerçekleştirilmesi için gerekli koşul

$$e_i \dot{e}_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.61)$$

eşitsizliği ile verilir.  $n$  boyutlu sistemlerde  $\beta$  ve  $\bar{\beta}$  matrisleri ile  $r$  vektörü

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \dots & \beta_{1n} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{n1} & \dots & \dots & \beta_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

$$\bar{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & -\beta_{12} & \dots & -\beta_{1n} \\ -\beta_{21} & \beta_{22} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\beta_{n1} & \dots & \dots & \beta_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

$$r = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

olmak üzere kayan kip koşullarının genel hali Eş. 3.65 ile verilir.

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_{n-1} \\ r_n \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|, \quad \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ -\beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_{n-1} \\ -r_n \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|, \quad \dots, \quad (3.65)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \vdots \\ -\beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \\ \vdots \\ -r_{n-1} \\ r_n \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|, \quad \begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \vdots \\ -\beta_{n-1} \\ -\beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \\ \vdots \\ -r_{n-1} \\ -r_n \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|$$

Bir başka ifadeyle, röle genliklerini içeren vektörün ilk elemanı daima  $r_1$  olmak üzere, geri kalan elemanları  $r_i$  ve  $-r_i$ 'nin tüm kombinasyonlarını içerecek şekilde toplam  $2^{n-1}$  koşul elde edilir.  $-r_i$ 'ye karşılık gelen her  $\beta$  matrisi satırının başında eksi (-) işareti olmalıdır ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

Denetlenen sistemde  $\beta_{ij}r_j \geq 0$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$  koşulu sağlanıyorsa kayan kip koşulları sadeleşerek

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} & -\beta_{12} & \cdots & -\beta_{1n} \\ -\beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & -\beta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\beta_{n1} & -\beta_{n2} & \cdots & \beta_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix} > \begin{bmatrix} |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \\ |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o| \\ \vdots \\ |\dot{w}_n - \dot{\phi}_n^o| \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

veya

$$\bar{\beta}r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (3.67)$$

eşitsizliğiyle verilir.  $\beta_{ij} = 0$  ( $i \neq j$ ) olduğunda kayan kip koşulları daha da sadeleşerek aşağıdaki eşitsizliğe indirgenir.

$$\beta_{ii}r_i > |\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^o|, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.68)$$

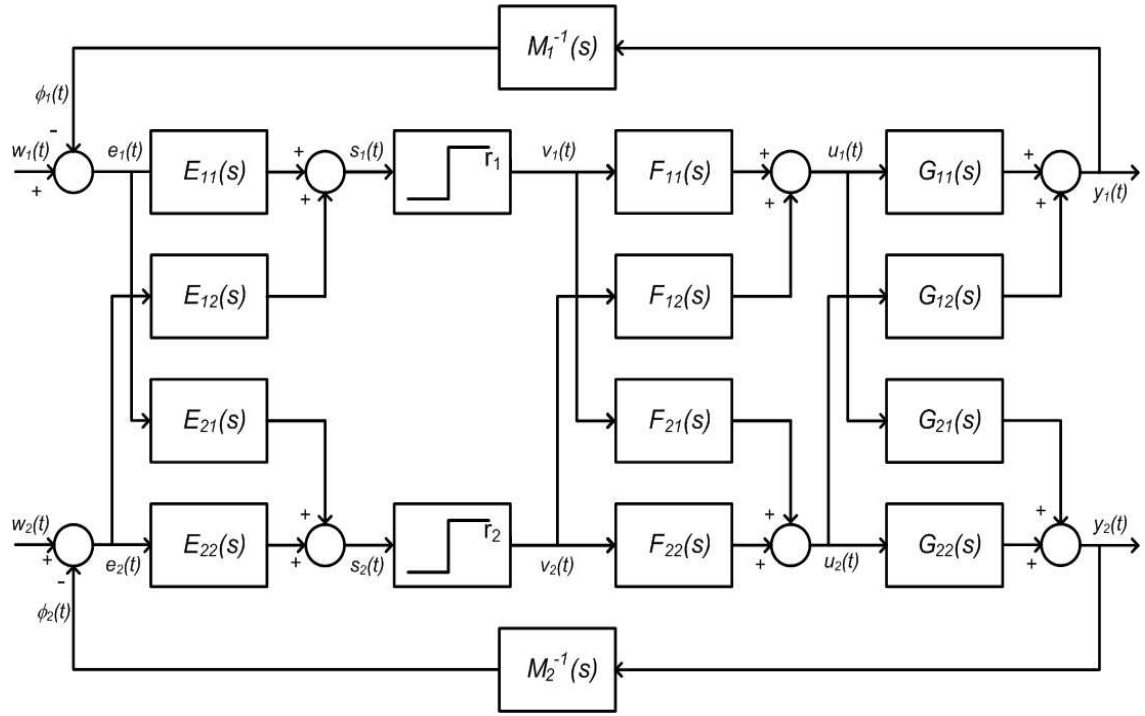
Eş. 3.25 ve Eş. 3.48 ile verilen görelî derece koşullarının genel hali ise şöyledir.

$$\begin{aligned} \rho(M_i^{-1}G_{ii}) &= 1 \\ \rho(M_i^{-1}G_{ij}) &\geq 1, \quad i \neq j \end{aligned}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.69)$$

### 3.2 E ve F Matrisleri

Kayan kipi gerçekteşebilmesi için gerekli olan ve iki girişli iki çıkışlı sistemler için Eş. 3.25 ile verilen görelî derece koşullarının sağlanamadığı durumlarda röle elemanlarının önüne ve arkasına uygun dereceli süzgeçler içeren matrisler yerleştirilebilir. Bu durumda iki girişli iki çıkışlı KKD yapısı Şekil 3.4'teki gibi genişletilebilir. **E** ve **F** kullanıcı tarafından seçilen süzgeçleri içeren matrislerdir.

$$\mathbf{E}(s) = \begin{bmatrix} E_{11}(s) & E_{12}(s) \\ E_{21}(s) & E_{22}(s) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(s) = \begin{bmatrix} F_{11}(s) & F_{12}(s) \\ F_{21}(s) & F_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.70)$$



Şekil 3.4. İki girişli ve iki çıkışlı yapıda  $E$  ve  $F$  matrisleri

Bu yapıda kayan kip koşulları

$$s_1(t)\dot{s}_1(t) < 0, \quad s_2(t)\dot{s}_2(t) < 0 \quad (3.71)$$

eşitsizlikleri ile verilir. Sistem çıkışı

$$\mathbf{y} = \mathbf{M}\mathbf{w} - \mathbf{M}\mathbf{E}^{-1}\mathbf{s} \quad (3.72)$$

eşitliği ile ifade edilir. Görüldüğü gibi ideal durumda ( $s_1 = s_2 = 0$ ) sistem tepkisi yalnızca model tarafından belirlenir. İdeal olmayan durumda ise  $\mathbf{s}$  sinyali  $\mathbf{M}\mathbf{E}^{-1}$  ile süzgeçlendiğinden çıkış üzerindeki etkisi oldukça azalmaktadır.

Kayan kip koşullarını türetmek üzere röle girişi ve türevi şöyle yazılabilir.

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &= \mathbf{E}(\mathbf{w} - \boldsymbol{\phi}) \\ &= \mathbf{E}(\mathbf{w} - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{y}) \\ &= \mathbf{E}(\mathbf{w} - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{G}\mathbf{u}) \\ &= \mathbf{E}(\mathbf{w} - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{G}\mathbf{F}\mathbf{v}) \\ \dot{\mathbf{s}} &= \mathbf{E}\dot{\mathbf{w}} - \mathbf{s}\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{G}\mathbf{F}\mathbf{v} \end{aligned} \quad (3.73)$$

Kolaylık açısından döngü aktarım işlevi matrisi

$$\mathbf{K}(s) = \mathbf{E}(s)\mathbf{M}^{-1}(s)\mathbf{G}(s)\mathbf{F}(s) = \begin{bmatrix} K_{11}(s) & K_{12}(s) \\ K_{21}(s) & K_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

biçiminde tanımlanabilir.  $\mathbf{K}$  matrisi yardımıyla Eş. 3.73'te verilen türev ifadesi

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{E}\dot{\mathbf{w}} - s\mathbf{K}\mathbf{v}$$

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= E_{11}\dot{w}_1 + E_{12}\dot{w}_2 - sK_{11}v_1 - sK_{12}v_2 \\ \dot{s}_2 &= E_{21}\dot{w}_1 + E_{22}\dot{w}_2 - sK_{21}v_1 - sK_{22}v_2 \end{aligned} \quad (3.75)$$

biçiminde yazılır.  $s\mathbf{K}\mathbf{v}$  terimine ait bileşenler önceki analizlerde olduğu gibi anlık değişen ve değişmeyen kısımlarına ayrıldığında aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= E_{11}\dot{w}_1 + E_{12}\dot{w}_2 - \beta_{11}r_1 \text{sign}(s_1) - \dot{\phi}_{11}^o - \beta_{12}r_2 \text{sign}(s_2) - \dot{\phi}_{12}^o \\ &= E_{11}\dot{w}_1 + E_{12}\dot{w}_2 - \beta_{11}r_1 \text{sign}(s_1) - \beta_{12}r_2 \text{sign}(s_2) - \dot{\phi}_1^o \end{aligned} \quad (3.76)$$

$$\begin{aligned} \dot{s}_2 &= E_{21}\dot{w}_1 + E_{22}\dot{w}_2 - \beta_{21}r_1 \text{sign}(s_1) - \dot{\phi}_{21}^o - \beta_{22}r_2 \text{sign}(s_2) - \dot{\phi}_{22}^o \\ &= E_{21}\dot{w}_1 + E_{22}\dot{w}_2 - \beta_{21}r_1 \text{sign}(s_1) - \beta_{22}r_2 \text{sign}(s_2) - \dot{\phi}_2^o \end{aligned}$$

Anlık değişmeyen bileşenler  $\dot{\phi}_1^o$  ve  $\dot{\phi}_2^o$  Eş. 3.9'daki gibi tanımlanır.  $\beta_{ij}$  ise aşağıda tanımlı verilen  $\boldsymbol{\beta}$  matrisinin elemanlarıdır.

$$\boldsymbol{\beta} = \lim_{s \rightarrow \infty} s\mathbf{K}(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s\mathbf{E}(s)\mathbf{M}^{-1}(s)\mathbf{G}(s)\mathbf{F}(s) \quad (3.77)$$

Eş. 3.71'de verilen kayan kip koşulunun sağlanması için gerekli eşitsizlikleri elde etmek amacıyla aşağıdaki 4 durum incelenmelidir.

$$s_1 > 0 \quad \text{ve} \quad s_2 > 0$$

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= E_{11}\dot{w}_1 + E_{12}\dot{w}_2 - \beta_{11}r_1 - \beta_{12}r_2 - \dot{\phi}_1^o \\ \dot{s}_2 &= E_{21}\dot{w}_1 + E_{22}\dot{w}_2 - \beta_{21}r_1 - \beta_{22}r_2 - \dot{\phi}_2^o \end{aligned} \quad (3.78)$$



$$s_1 > 0 \quad \text{ve} \quad s_2 < 0$$

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= E_{11}\dot{w}_1 + E_{12}\dot{w}_2 - \beta_{11}r_1 + \beta_{12}r_2 - \dot{\phi}_1^o \\ \dot{s}_2 &= E_{21}\dot{w}_1 + E_{22}\dot{w}_2 - \beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 - \dot{\phi}_2^o \end{aligned} \quad (3.79)$$

$$s_1 < 0 \quad \text{ve} \quad s_2 > 0$$

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= E_{11}\dot{w}_1 + E_{12}\dot{w}_2 + \beta_{11}r_1 - \beta_{12}r_2 - \dot{\phi}_1^o \\ \dot{s}_2 &= E_{21}\dot{w}_1 + E_{22}\dot{w}_2 + \beta_{21}r_1 - \beta_{22}r_2 - \dot{\phi}_2^o \end{aligned} \quad (3.80)$$

$$s_1 < 0 \quad \text{ve} \quad s_2 < 0$$

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= E_{11}\dot{w}_1 + E_{12}\dot{w}_2 + \beta_{11}r_1 + \beta_{12}r_2 - \dot{\phi}_1^o \\ \dot{s}_2 &= E_{21}\dot{w}_1 + E_{22}\dot{w}_2 + \beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 - \dot{\phi}_2^o \end{aligned} \quad (3.81)$$

Yukarıdaki eşitsizlikler incelendiğinde, kayan kipin gerçekleşebilmesi için aşağıdaki koşulların sağlanması gerektiği görülür.

$$\begin{aligned} \beta_{11}r_1 + \beta_{12}r_2 &> E_{11}\dot{w}_1 + E_{12}\dot{w}_2 - \dot{\phi}_1^o \\ \beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 &> E_{21}\dot{w}_1 + E_{22}\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o \end{aligned} \quad (3.82)$$

$$\begin{aligned} \beta_{11}r_1 - \beta_{12}r_2 &> E_{11}\dot{w}_1 + E_{12}\dot{w}_2 - \dot{\phi}_1^o \\ -\beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 &> -E_{21}\dot{w}_1 - E_{22}\dot{w}_2 + \dot{\phi}_2^o \end{aligned} \quad (3.83)$$

$$\begin{aligned} \beta_{11}r_1 - \beta_{12}r_2 &> -E_{11}\dot{w}_1 - E_{12}\dot{w}_2 + \dot{\phi}_1^o \\ -\beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 &> E_{21}\dot{w}_1 + E_{22}\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o \end{aligned} \quad (3.84)$$

$$\begin{aligned} \beta_{11}r_1 + \beta_{12}r_2 &> -E_{11}\dot{w}_1 - E_{12}\dot{w}_2 + \dot{\phi}_1^o \\ \beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 &> -E_{21}\dot{w}_1 - E_{22}\dot{w}_2 + \dot{\phi}_2^o \end{aligned} \quad (3.85)$$

Bu koşullar matris formunda da yazılabilir.

$$\beta r > |E\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (3.86)$$

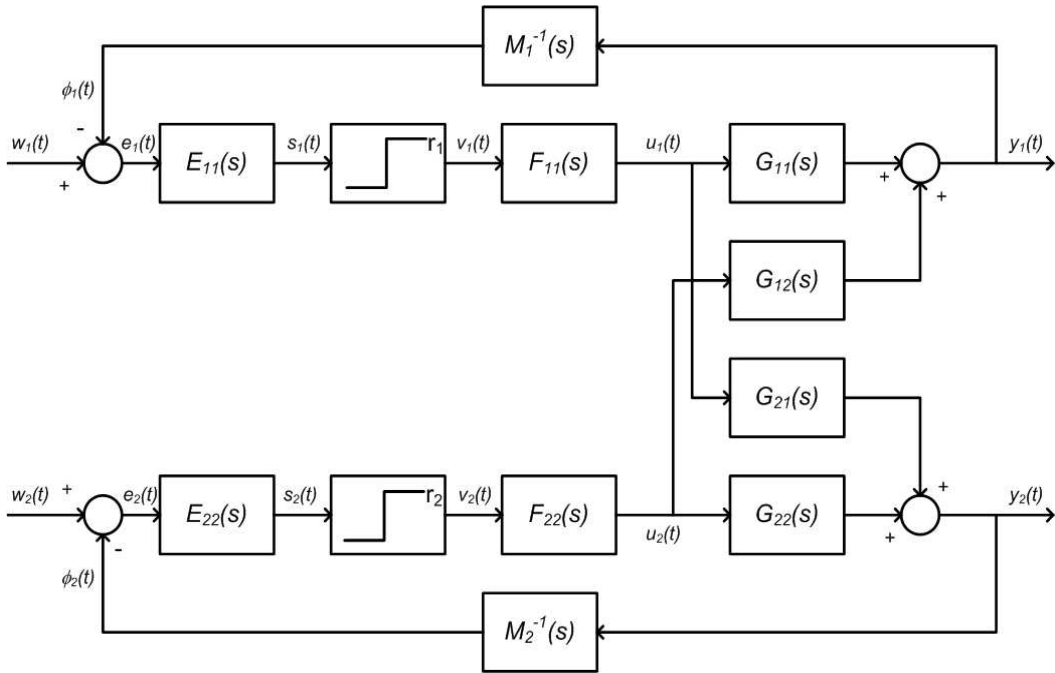
$$\bar{\beta} r > |E\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (3.87)$$

Hatırlanacağı gibi,  $r$  röle genliklerini içeren vektördür ve Eş. 3.22'de gösterilmiştir. Elde edilen kayan kip koşullarının sağlanabilmesi için gerekli görelî derece koşulları şöyledir.

$$\begin{aligned} \rho(K_{11}) &= 1 \\ \rho(K_{12}) &\geq 1 \\ \rho(K_{21}) &\geq 1 \\ \rho(K_{22}) &= 1 \end{aligned} \quad (3.88)$$

Gerçek uygulamaların çoğunda  $E$  ve  $F$  matrislerinin aşağıdaki gibi köşegen yapıda seçilmeleri Eş. 3.88'de verilen görelî derece koşullarının sağlanması için yeterlidir.

$$E(s) = \begin{bmatrix} E_{11}(s) & 0 \\ 0 & E_{22}(s) \end{bmatrix}, \quad F(s) = \begin{bmatrix} F_{11}(s) & 0 \\ 0 & F_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.89)$$



Şekil 3.5.  $E$  ve  $F$  matrisleri köşegen biçimde seçildiğinde ortaya çıkan denetim yapısı

Bu durumda Şekil 3.4'te görülen iki girişli iki çıkışlı denetim yapısı Şekil 3.5'teki gibi daha basit bir yapıya indirgenir. Ancak bazı özel durumlarda köşegen olmayan yapıda seçilmeleri de gerekebilir.

$n$  girişli ve  $n$  çıkışlı sistemler için  $E$  ve  $F$  matrisleri ile görelî derece koşullarının genel hali aşağıdaki gibidir.

$$E(s) = \begin{bmatrix} E_{11}(s) & E_{12}(s) & \dots & E_{1n}(s) \\ E_{21}(s) & E_{22}(s) & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E_{n1}(s) & \dots & \dots & E_{nn}(s) \end{bmatrix} \quad (3.90)$$

$$F(s) = \begin{bmatrix} F_{11}(s) & F_{12}(s) & \dots & F_{1n}(s) \\ F_{21}(s) & F_{22}(s) & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{n1}(s) & \dots & \dots & F_{nn}(s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \rho(K_{ii}) &= 1 \\ \rho(K_{ij}) &\geq 1, \quad i \neq j \end{aligned}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.91)$$

Kayan kip koşullarının genel hali ise şöyledir.

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_{n-1} \\ r_n \end{bmatrix} > |E\dot{w} - \phi^o|, \quad \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ -\beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_{n-1} \\ -r_n \end{bmatrix} > |E\dot{w} - \phi^o|, \quad \dots, \quad (3.92)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \vdots \\ -\beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \\ \vdots \\ -r_{n-1} \\ r_n \end{bmatrix} > |E\dot{w} - \phi^o|, \quad \begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \vdots \\ -\beta_{n-1} \\ -\beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \\ \vdots \\ -r_{n-1} \\ -r_n \end{bmatrix} > |E\dot{w} - \phi^o|$$

$E(s)$  ve  $F(s)$  matrislerinin kullanıldığı durumlarda  $\beta_{ij}r_j \geq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$  koşulu sağlanırsa, kayan kip koşulları

$$\bar{\beta}r > |E\dot{w} - \phi^o| \quad (3.93)$$

eşitsizliği ile verilir.  $\beta_{ij} = 0$ ,  $i \neq j$  olduğunda ise bu koşullar daha da sadeleşerek

$$\beta_{ii} r_i > \left| \sum_{j=1}^n E_{ij} \dot{w}_j - \dot{\phi}_i^o \right|, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.94)$$

şeklini alır. Eş. 3.94 ile verilen kayan kip koşulları daha basit olduğundan,  $\mathbf{E}(s)$  ve  $\mathbf{F}(s)$  matrislerinin kullanılmadığı durumda kayan kip koşulları sağlanıyor, ancak  $\beta_{ij} \neq 0$ ,  $i \neq j$  ise, uygun seçilen  $\mathbf{E}(s)$  ve  $\mathbf{F}(s)$  matrisleri yardımıyla  $\beta_{ij} = 0$ ,  $i \neq j$  yapılarak kayan kip koşulları bu basit biçime getirilebilir.

Bölüm 2.2'den hatırlanacağı gibi, Eş. 3.91'de verilen görelî derece koşullarının sağlanması için gereken süzgeçlerden yalnız türevler içerenleri  $\mathbf{E}(s)$  matrisi içerisinde kullanılmalıdır. Gerekli süzgeçler yalnız türevler içermiyorsa  $\mathbf{E}(s)$  veya  $\mathbf{F}(s)$  matrisi elemanı olarak seçilebilir. Tek girişli tek çıkışlı sistemlerdekine benzer şekilde,  $\mathbf{E}(s)$  ve  $\mathbf{F}(s)$  matrisleri yalnızca görelî derece koşullarını sağlamak için değil, aynı zamanda çatırtının etkisini azaltmak için de kullanılabilir. Görelî derece koşullarını sağlamak için gerekli (yalın türevler içermeyen) süzgeçler  $\mathbf{F}(s)$  matrisi içerisinde kullanılarak röle çıkışlarında oluşan yüksek sıklıklı sinyaller süzgeçlenebilir ve böylece daha yavaş değişen denetim sinyalleri sisteme uygulanabilir.

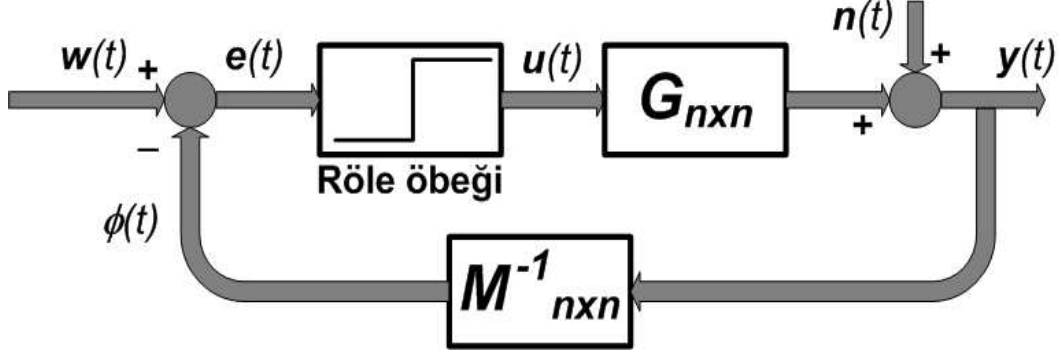
### 3.3 Çokdöngülü GÇ-RKKD'de Gürbüzlük

#### 3.3.1 Parametre Değişiklikleri

Tek girişli ve tek çıkışlı sistemlerde olduğu gibi, çokdöngülü KKD denetim yapısında da sistem kayma evresinde çalışırken, sistem tepkisi model tarafından belirlenmektedir (Eş. 3.5). Bu nedenle sistem parametreleri veya çalışma koşullarında meydana gelebilecek değişiklikler Eş. 3.65'te verilen kayan kip koşullarını bozmadığı sürece etkileri çıkışa yansımaz. Meydana gelen parametre değişiklikleri nedeniyle kayan kip koşulları bozulsa ve sistem kayan kipten çıksa dahi, kayan kip koşulları yeniden sağlandığında sistem kayma evresine geri döner. Röle genlikleri yeterince büyük seçilerek kayan kip koşullarının parametre değişiklikleri nedeniyle bozulmasının önüne geçilebilir veya sistem kayma evresinden çıktıktan sonra oluşan erişme evreleri kısaltılarak sistemin daha çabuk kayan kipe geri dönmesi sağlanabilir. Bu durum benzetim çalışması kısmında örnekler aracılığıyla irdelenmiştir.

### 3.3.2 Bozucular

Bu kısımda, çıkış sinyali üzerinde etkili olan bozucuların çokdöngülü yapılarda kayan kip koşullarını nasıl değiştirdiği incelenmiştir. İlgili çokdöngülü röleli denetim yapısına ait öbek çizeneği Şekil 3.6'da görülmektedir.



Şekil 3.6. Çokdöngülü röleli denetim yapısında çıkış sinyali üzerinde etkili bozucu

$n(t)$  bozucu sinyalleri temsil etmektedir ve

$$\mathbf{n}(t) = \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_n(t) \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

biçiminde ifade edilir. Şekil 3.6 yardımıyla hata sinyali

$$\begin{aligned} \mathbf{e} &= \mathbf{w} - \boldsymbol{\phi} \\ &= \mathbf{w} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{u} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{n} \end{aligned} \quad (3.96)$$

şeklinde yazılır. Burada,

$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{n} = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_n \end{bmatrix} \quad (3.97)$$

olarak tanımlandığında, hata sinyalinin türevi

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}} &= \dot{\mathbf{w}} - s\mathbf{M}^{-1}\mathbf{G}\mathbf{u} - \dot{\boldsymbol{\psi}} \\ &= \dot{\mathbf{w}} - \boldsymbol{\beta}\mathbf{R}\text{sign}(\mathbf{e}) - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o - \dot{\boldsymbol{\psi}}\end{aligned}\quad (3.98)$$

eşitliği ile ifade edilir. Bozucusuz durumda olduğu gibi, hata sinyallerin işaretlerinin alabileceği tüm durumlar ele alınarak benzer analizler tekrarlandığında, bozucuların etkili olduğu durumlar için geçerli kayan kip koşulları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_{n-1} \\ r_n \end{bmatrix} &> |\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o - \dot{\boldsymbol{\psi}}|, \quad \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ -\beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_{n-1} \\ -r_n \end{bmatrix} > |\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o - \dot{\boldsymbol{\psi}}|, \quad \dots, \\ & \hspace{15em} (3.99)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \vdots \\ -\beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \\ \vdots \\ -r_{n-1} \\ r_n \end{bmatrix} &> |\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o - \dot{\boldsymbol{\psi}}|, \quad \begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \vdots \\ -\beta_{n-1} \\ -\beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \\ \vdots \\ -r_{n-1} \\ -r_n \end{bmatrix} > |\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o - \dot{\boldsymbol{\psi}}|\end{aligned}$$

Denetlenen yapıda  $\beta_{ij}r_j \geq 0$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$  koşulu sağlanırsa, kayan kip koşulları

$$\bar{\boldsymbol{\beta}}\mathbf{r} > |\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o - \dot{\boldsymbol{\psi}}| \quad (3.100)$$

şeklini alır.  $\beta_{ij} = 0$ ,  $i \neq j$  olduğunda ise bu koşullar daha da sadeleşerek

$$\beta_{ii}r_i > |\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^o - \dot{\psi}_i|, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.101)$$

eşitsizlikleri ile verilir.

Dikkat edilirse, bozucusuz durum için türetilen kayan kip koşullarında eşitsizliğin sağ tarafında bulunan  $|\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^o|$  teriminin yerini, bozucuların etkili olduğu durumlarda  $\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^o - \dot{\psi}_i$  terimi almıştır. Bu terimin büyüklüğü bozucusuz durumdan çok daha

büyük olabilir; bu nedenle bozucuların etkili olduğu durumlarda bozucusuz duruma göre daha büyük röle genliklerinin seçilmesi gerektiği görülebilir.

Çıkış sinyalleri üzerinde etkili olan bozucular

$$\mathbf{n}(t) = \mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} \quad (3.102)$$

biçiminde basamak tipi olarak modellendiğinde, sistem durgun durumda iken

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\psi} &= \mathbf{M}^{-1}(0)\mathbf{d} \\ \dot{\boldsymbol{\psi}} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.103)$$

olur. Burada  $\mathbf{0}$  sıfır vektörüdür. Eş. 3.103,  $\dot{\boldsymbol{\psi}}$  vektörünün tüm elemanlarının sıfır olduğunu ifade etmektedir. Bu durumda, kayan kip koşulları Eş. 3.65'teki gibidir; yani bozucusuz durumla aynıdır. Ancak, dikkat edilirse, basamak değişikliklerinin olduğu anlarda  $\dot{\boldsymbol{\psi}} \neq \mathbf{0}$  olacağından Eş. 3.99'daki kayan kip koşulları geçerlidir. Basamak tipi bozucular bir değerden başka değere atladığında,  $\psi_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) sinyalleri çok büyük değerler alabileceğinden, bu koşulların bir kısmı veya tamamı bozulabilir ve kayan kip koşulları yeniden sağlanana dek ilgili röle elemanları kayan kipten çıkabilir. Bu nedenle, sistemin sürekli kayan kipte çalışabilmesi için gereken röle genlikleri bozucusuz duruma kıyasla çok daha büyüktür. Üstelik çoğu uygulamada bu değerler gerçekleştirilemeyecek kadar yüksektir. Röle genlikleri yeterince büyük seçilmeye çalışılarak sistemin kayan kipten çıktığı sürelerin, yani erişme evrelerinin kısaltılması olanaklıdır.

Sistem çıkışı üzerinde etkili olan bozucular sinüzoidal sinyaller olabilir ve

$$\mathbf{n}(t) = \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_n(t) \end{bmatrix}, \quad n_i(t) = A_i \sin(\omega_i t), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.104)$$

şeklinde ifade edilebilir. Buradan

$$\begin{aligned} \dot{h}_i(t) &= A_i \omega \cos(\omega_i t) \\ \dot{\psi}_i(t) &= M_i^{-1} \dot{h}_i(t) \end{aligned} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.105)$$

eşitlikleri yazılır. Görüldüğü gibi,  $\dot{\psi}_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) sinyallerinin büyüklükleri bozucu sinyallerin sıklıklarıyla doğru orantılıdır. Bir başka deyişle, bozucu sinyallerin sıklıkları ne kadar yüksekse kayan kip koşullarını sağlamak için gereken röle genlikleri de o kadar büyük olmalıdır.

Çıkış sinyalleri üzerinde etkili olan bozucular beyaz gürültü olarak modellenenir. Türev işlevleri nedeniyle ( $\dot{\psi}_i(t) = M_i^{-1} \dot{h}_i(t)$ ) beyaz gürültünün kayan kip koşulları üzerindeki olumsuz etkisi diğer bozucu türlerine kıyasla çok daha fazladır. Eş. 3.99'da verilen kayan kip koşullarını sağlamak için gerekli röle genlikleri genellikle uygulamalarda gerçekleştirilemeyecek kadar büyüktür. Tek girişli tek çıkışlı yapılarda olduğu gibi çokdöngülü sistemlerde de bu sorun, model aktarım işlevlerine uygun seçilmiş sıfırlar eklenerek çözülebilir. Çıkış sinyalleri model aktarım işlevinin tersi ile süzgeçlendiğinden eklenen bu sıfırlar bir alçak geçiren süzgeç görevi görerek gürültünün yüksek sıklıklı bileşenlerinin etkisini azaltmaktadır. Elde edilen yeni model aktarım işlevi matrisinin tersi

$$M'^{-1}(s) = \begin{bmatrix} \frac{M_1^{-1}(s)}{D_1(s)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{M_2^{-1}(s)}{D_2(s)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \frac{M_n^{-1}(s)}{D_n(s)} \end{bmatrix} \quad (3.106)$$

şeklinde verilebilir. Burada  $D_i(s)$  model aktarım işlevlerine ilave edilen sıfırlara karşılık gelen çokterimlidir. Değiştirilen model aktarım işlevleri nedeniyle Eş. 3.69 ile verilen görece derece koşulları bozulacağından, KKD'in tüm sıklıklarda elde edilmesi olanaklı değildir. Özellikle, bozucuların etkisinin daha belirgin olduğu yüksek sıklıklarda

$$\frac{1}{D_i(j\omega)} \approx 0 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.107)$$



olduğundan buradan

$$M_i^{-1}(j\omega) \approx 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.108)$$

ifadesi yazılabilir. Bir başka deyişle bu sıklıklarda KKD elde edilemez. Çıkış sinyallerinin etkili olduğu daha düşük sıklıklarda ise

$$\frac{1}{D_i(j\omega)} \approx 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.109)$$

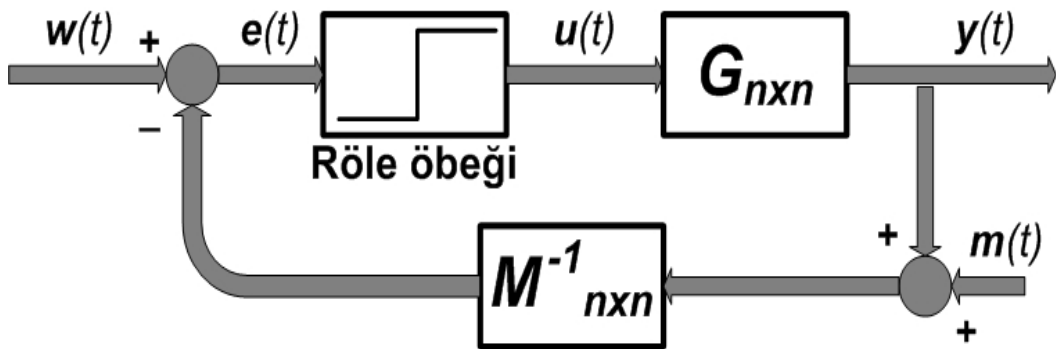
ifadesi geçerli olduğundan

$$M'^{-1}(j\omega) \approx M^{-1}(j\omega) \quad (3.110)$$

eşitliğine ulaşılır. Sonuç olarak denetlenen sistemin çalışma sıklığında görelî derece koşulu sağlanabilir ve sistem kayan kipte çalışabilir.  $D_i(s)$  çokterimlileri sayesinde gerçek çalışmalarda uygulanabilecek kadar düşük röle genlikleri ile kayan kipli denetim elde edilebilir.

### 3.3.3 Ölçüm Gürültüsü

Bozuculara karşı gürbüz bir denetim yöntemi olan KKD'in ölçüm gürültüsüne karşı hassas olduğu tek girişli tek çıkışlı sistemler için Bölüm 2.3.3'te gösterilmiştir. Ölçüm gürültüsünün çokdöngülü yapılar üzerindeki etkisini incelemek üzere Şekil 3.7'de görülen öbek çizeneğinden faydalanılmıştır.



Şekil 3.7. Çokdöngülü röleli denetim yapısında ölçüm gürültüsü

$m(t)$  ölçüm gürültüsünü temsil etmektedir. Şekil 3.7 yardımıyla hata sinyali ve türevi

$$\begin{aligned}
 \mathbf{e} &= \mathbf{w} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{u} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{m} \\
 \dot{\mathbf{e}} &= \dot{\mathbf{w}} - s \mathbf{M}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{u} - \dot{\boldsymbol{\mu}} \\
 &= \dot{\mathbf{w}} - \boldsymbol{\beta} \mathbf{R} \text{sign}(\mathbf{e}) - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o - \dot{\boldsymbol{\mu}}
 \end{aligned} \tag{3.111}$$

eşitlikleriyle ifade edilir. Burada,  $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{m}$  tanımı yapılmıştır. Bozucusuz durumda kayan kip koşullarını türetebilmek amacıyla yapılan analizler burada da tekrarlanarak, ölçüm gürültüsü etkisi altında olan çokdöngülü sistemler için kayan kip koşulları aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_{n-1} \\ r_n \end{bmatrix} &> |\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o - \dot{\boldsymbol{\mu}}|, & \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ -\beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_{n-1} \\ -r_n \end{bmatrix} &> |\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o - \dot{\boldsymbol{\mu}}|, \dots, \\
 \begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \vdots \\ -\beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \\ \vdots \\ -r_{n-1} \\ r_n \end{bmatrix} &> |\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o - \dot{\boldsymbol{\mu}}|, & \begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \vdots \\ -\beta_{n-1} \\ -\beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \\ \vdots \\ -r_{n-1} \\ -r_n \end{bmatrix} &> |\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o - \dot{\boldsymbol{\mu}}|
 \end{aligned} \tag{3.112}$$

Eş. 3.112'de verilen kayan kip koşulları bozucusuz va çıkış sinyali üzerinde bozucuların etkili olduğu durumlarda türetilen kayan kip koşulları ile benzerlik gösterse de, ölçüm gürültüsünün çıkış sinyalleri üzerindeki etkisinin farklı olduğu aşağıdaki eşitliklerden açıkça görülebilir. Sistem kayma evresindeyken  $\mathbf{e} = \mathbf{0}$  olduğundan sistem çıkışı

$$\begin{aligned}
 \mathbf{e} &= \mathbf{0} \\
 \mathbf{w} - \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{y} + \mathbf{m}) &= \mathbf{0} \\
 \mathbf{y} &= \mathbf{M} \mathbf{w} - \mathbf{m}
 \end{aligned} \tag{3.113}$$

eşitliği ile ifade edilir. Görüldüğü gibi, kayan kip koşulları sağlansa dahi, ölçüm hataları sistem çıkışları üzerine eklenmektedir. Hatırlanacağı gibi, KKD uygulamalarında sensör seçimine dikkat edilmesi gerektiği önceki bölümde de vurgulanmıştı.

Denetlenen sistem üzerinde hem bozucular hem de ölçüm gürültüsü etkili olduğunda, kayan kip koşullarının en genel hali Eş. 3.114'teki gibidir.

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_{n-1} \\ r_n \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \dot{\psi} - \dot{\mu}|, \quad \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ -\beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_{n-1} \\ -r_n \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \dot{\psi} - \dot{\mu}|, \quad \dots, \quad (3.114)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \vdots \\ -\beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \\ \vdots \\ -r_{n-1} \\ r_n \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \dot{\psi} - \dot{\mu}|, \quad \begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \vdots \\ -\beta_{n-1} \\ -\beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2 \\ \vdots \\ -r_{n-1} \\ -r_n \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \dot{\psi} - \dot{\mu}|$$

Bu genel koşullar,  $\beta_{ij}r_j \geq 0$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$  koşulu sağlandığında

$$\bar{\beta}r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \dot{\psi} - \dot{\mu}| \quad (3.115)$$

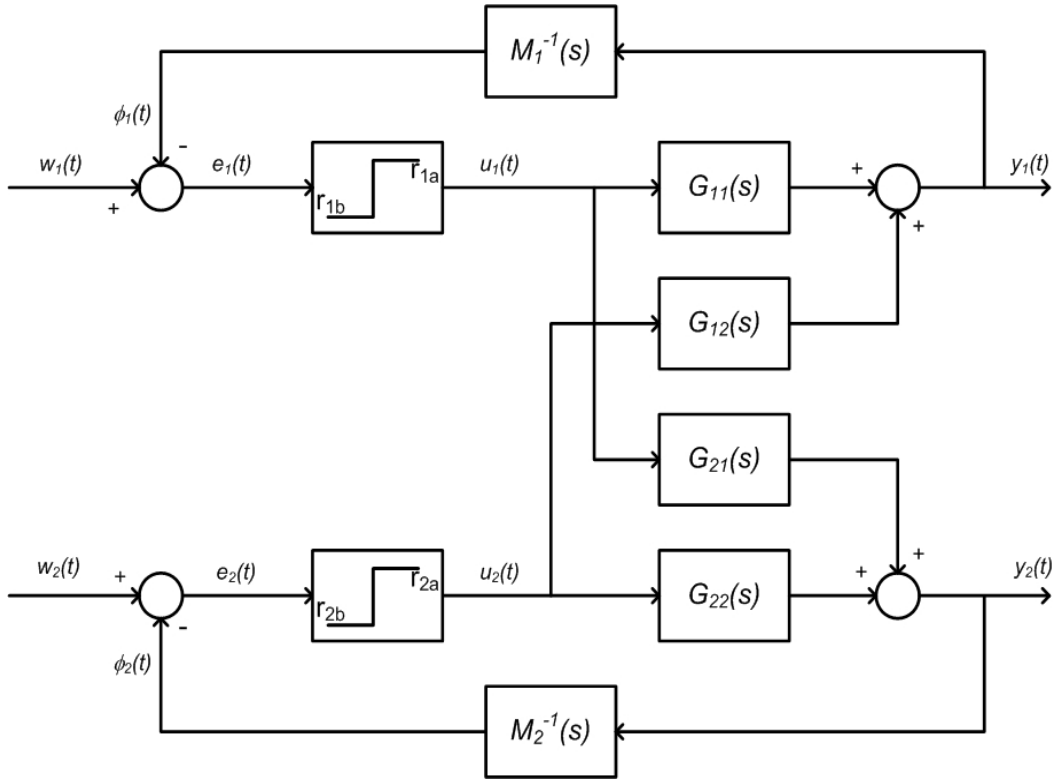
eşitsizliğiyle,  $\beta_{ij} = 0$ ,  $i \neq j$  olduğunda ise sadeleşerek

$$\beta_{ii}r_i > |\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^o - \dot{\psi}_i - \dot{\mu}_i|, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.116)$$

biçiminde ifade edilir.

### 3.4 Çokdöngülü Sistemlerde Bakışımı Olmayan Röle ile KKD

Hatırlanacağı gibi, uygulamalarda kullanılan eyleyicilerin bir kısmı bakışimli yapıda olmadıklarından, KKD'de bakışimli olmayan röle kullanıldığı durumlarda ortaya çıkan kayan kip koşullarının incelenmesi gerektiği vurgulanmış ve bu koşullar tek girişli ve tek çıkışlı yapılar için türetilmişti. Bu kısımda ise çokdöngülü sistemlerde bakışimli olmayan röle kullanımı üzerinde durulmuş ve kayan kip koşulları türetilmiştir. Bakışimli röle ile yapılan analizlerde olduğu gibi öncelikle iki girişli ve iki çıkışlı sistemler incelenmiş, ardından elde edilen sonuçlar genelleştirilmiştir.



Şekil 3.8. İki girişli ve iki çıkışlı çokdöngülü bakışımı olmayan röleli denetim yapısı

Bakışımı olmayan rölelerin kullanıldığı iki girişli ve iki çıkışlı denetim yapısı Şekil 3.8’ de görülmektedir.

Yukarıdaki yapıda denetim yasası

$$u_1(t) = \begin{cases} r_{1a}, & e_1(t) \geq 0 \\ r_{1b}, & e_1(t) < 0 \end{cases}, \quad u_2(t) = \begin{cases} r_{2a}, & e_2(t) \geq 0 \\ r_{2b}, & e_2(t) < 0 \end{cases} \quad (3.117)$$

eşitlikleri ile verilir.  $r_{1a}$  ve  $r_{1b}$  birinci döngüdeki,  $r_{2a}$  ve  $r_{2b}$  ise ikinci döngüdeki rölelere ait genliklerdir. Röle genlikleri aşağıdaki gibi de yazılabilir.

$$\begin{aligned} r_{ia} &= r_{i0} + \Delta r_i \\ r_{ib} &= r_{i0} - \Delta r_i \end{aligned}, \quad i = 1, 2 \quad (3.118)$$

$r_{10}$  ve  $r_{20}$  röle genliklerinin ortalama değeridir. Şekil 3.8’de görülen yapıda kayan kipin elde edilebilmesi için gerekli koşullar Eş. 3.4 ile verilir. Eş. 3.4’ün sağlanabilmesi için gerekli koşulları türetmek üzere hata sinyalleri ve türevleri aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned}
e_1 &= w_1 - \phi_1 \\
\dot{e}_1 &= \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1 \\
&= \dot{w}_1 - sM_1^{-1}G_{11}u_1 - sM_1^{-1}G_{12}u_2 \\
&= \dot{w}_1 - \beta_{11}u_1 - \beta_{12}u_2 - \dot{\phi}_1^o
\end{aligned} \tag{3.119}$$

$$\begin{aligned}
e_2 &= w_2 - \phi_2 \\
\dot{e}_2 &= \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2 \\
&= \dot{w}_2 - sM_2^{-1}G_{21}u_1 - sM_2^{-1}G_{22}u_2 \\
&= \dot{w}_2 - \beta_{21}u_1 - \beta_{22}u_2 - \dot{\phi}_2^o
\end{aligned}$$

$\beta_{ij}$ , Eş. 3.8 ile verilen  $\beta$  matrisinin elemanlarıdır.  $\dot{\phi}_1^o$  ve  $\dot{\phi}_2^o$  ise Eş. 3.9'da tanımlanmıştır. Bakışlımlı röleli yapıda olduğu gibi, kayan kip koşullarının türetilmesi için incelenmesi gereken 4 durum bulunmaktadır. Bunlar aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}
e_1 &> 0 \quad \text{ve} \quad e_2 > 0 \\
\dot{e}_1 &= \dot{w}_1 - \beta_{11}(r_{1o} + \Delta r_1) - \beta_{12}(r_{2o} + \Delta r_2) - \dot{\phi}_1^o \\
\dot{e}_2 &= \dot{w}_2 - \beta_{21}(r_{1o} + \Delta r_1) - \beta_{22}(r_{2o} + \Delta r_2) - \dot{\phi}_2^o
\end{aligned} \tag{3.120}$$

$$\begin{aligned}
e_1 &> 0 \quad \text{ve} \quad e_2 < 0 \\
\dot{e}_1 &= \dot{w}_1 - \beta_{11}(r_{1o} + \Delta r_1) - \beta_{12}(r_{2o} - \Delta r_2) - \dot{\phi}_1^o \\
\dot{e}_2 &= \dot{w}_2 - \beta_{21}(r_{1o} + \Delta r_1) - \beta_{22}(r_{2o} - \Delta r_2) - \dot{\phi}_2^o
\end{aligned} \tag{3.121}$$

$$\begin{aligned}
e_1 &< 0 \quad \text{ve} \quad e_2 > 0 \\
\dot{e}_1 &= \dot{w}_1 - \beta_{11}(r_{1o} - \Delta r_1) - \beta_{12}(r_{2o} + \Delta r_2) - \dot{\phi}_1^o \\
\dot{e}_2 &= \dot{w}_2 - \beta_{21}(r_{1o} - \Delta r_1) - \beta_{22}(r_{2o} + \Delta r_2) - \dot{\phi}_2^o
\end{aligned} \tag{3.122}$$

$$\begin{aligned}
e_1 &< 0 \quad \text{ve} \quad e_2 < 0 \\
\dot{e}_1 &= \dot{w}_1 - \beta_{11}(r_{1o} - \Delta r_1) - \beta_{12}(r_{2o} - \Delta r_2) - \dot{\phi}_1^o \\
\dot{e}_2 &= \dot{w}_2 - \beta_{21}(r_{1o} - \Delta r_1) - \beta_{22}(r_{2o} - \Delta r_2) - \dot{\phi}_2^o
\end{aligned} \tag{3.123}$$

Eş. 3.4'te verilen kayan kip koşullarının sağlanabilmesi için aşağıdaki eşitsizliklerin de sağlanması gerektiği görülür.

$$e_1 > 0 \quad \text{ve} \quad e_2 > 0$$

$$\begin{aligned} \beta_{11}\Delta r_1 + \beta_{12}\Delta r_2 &> \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o - \beta_{11}r_{1o} - \beta_{12}r_{2o} \\ \beta_{21}\Delta r_1 + \beta_{22}\Delta r_2 &> \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o - \beta_{21}r_{1o} - \beta_{22}r_{2o} \end{aligned} \quad (3.124)$$

$$e_1 > 0 \quad \text{ve} \quad e_2 < 0$$

$$\begin{aligned} \beta_{11}\Delta r_1 - \beta_{12}\Delta r_2 &> \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o - \beta_{11}r_{1o} - \beta_{12}r_{2o} \\ -\beta_{21}\Delta r_1 + \beta_{22}\Delta r_2 &> -\dot{w}_2 + \dot{\phi}_2^o + \beta_{21}r_{1o} + \beta_{22}r_{2o} \end{aligned} \quad (3.125)$$

$$e_1 < 0 \quad \text{ve} \quad e_2 > 0$$

$$\begin{aligned} \beta_{11}\Delta r_1 - \beta_{12}\Delta r_2 &> -\dot{w}_1 + \dot{\phi}_1^o + \beta_{11}r_{1o} + \beta_{12}r_{2o} \\ -\beta_{21}\Delta r_1 + \beta_{22}\Delta r_2 &> \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o - \beta_{21}r_{1o} - \beta_{22}r_{2o} \end{aligned} \quad (3.126)$$

$$e_1 < 0 \quad \text{ve} \quad e_2 < 0$$

$$\begin{aligned} \beta_{11}\Delta r_1 + \beta_{12}\Delta r_2 &> -\dot{w}_1 + \dot{\phi}_1^o + \beta_{11}r_{1o} + \beta_{12}r_{2o} \\ \beta_{21}\Delta r_1 + \beta_{22}\Delta r_2 &> -\dot{w}_2 + \dot{\phi}_2^o + \beta_{21}r_{1o} + \beta_{22}r_{2o} \end{aligned} \quad (3.127)$$

Eş. 3.124 - Eş. 3.127 matris formunda yazıldığında

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ \Delta r_2 \end{bmatrix} > \left| \begin{bmatrix} \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o \\ \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{1o} \\ r_{2o} \end{bmatrix} \right| \quad (3.128)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} & -\beta_{12} \\ -\beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ \Delta r_2 \end{bmatrix} > \left| \begin{bmatrix} \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o \\ \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{1o} \\ r_{2o} \end{bmatrix} \right| \quad (3.129)$$

eşitsizlikleri elde edilir. Bu eşitsizlikler

$$\beta \Delta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta r_o| \quad (3.130)$$

$$\bar{\beta} \Delta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta r_o| \quad (3.131)$$

şeklinde de gösterilebilir. Burada,

$$\Delta \mathbf{r} = \begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ \Delta r_2 \end{bmatrix} \quad (3.132)$$

ve

$$\mathbf{r}_o = \begin{bmatrix} r_{1o} \\ r_{2o} \end{bmatrix} \quad (3.133)$$

olarak verilir.  $\bar{\beta}$  Eş. 3.23'te tanımlanmıştır.

Yukarıda verilen kayan kip koşulları incelendiğinde, denetlenen sistemde  $\beta_{ij}\Delta r_j > 0$ ,  $i, j = 1, 2$  eşitsizliği sağlanıyorsa, kayan kipi gerçekleşmesi için gerekli koşulların yalnızca Eş. 3.129 ile verilebileceği görülür. Ayrıca, türetilen kayan kip koşullarının sağlanabilmesi için Eş. 3.25'te verilen göreceli derece koşulları da sağlanmalıdır. Bakışimli röleli yapılarda olduğu gibi, eğer  $\rho(M_1^{-1}G_{12}) > 1$  ve  $\rho(M_2^{-1}G_{21}) > 1$  ise,  $\beta_{12} = 0$  ve  $\beta_{21} = 0$  olacağından kayan kip koşulları

$$\begin{aligned} \beta_{11}\Delta r_1 &> |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o - \beta_{11}r_{1o}| \\ \beta_{22}\Delta r_2 &> |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o - \beta_{22}r_{2o}| \end{aligned} \quad (3.134)$$

eşitsizliklerine indirgenir. Görüldüğü gibi, röle genlikleri  $\beta_{11}\Delta r_1$  ve  $\beta_{22}\Delta r_2$  çarpımları pozitif olacak şekilde seçilmelidir.  $\beta_{11} > 0$  ve  $\beta_{22} > 0$  ise  $\Delta r_1 > 0$  ve  $\Delta r_2 > 0$  olmalıdır.  $\beta_{11} < 0$  ve/veya  $\beta_{22} < 0$  ise bu kez ilgili döngüde ters röle kullanılmalıdır.

Eş. 3.128 ve Eş. 3.129 ile verilen kayan kip koşulları,  $\beta$  matrisinin satırları cinsinden, Eş. 3.135 ve Eş. 3.136'daki gibi de ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ \Delta r_2 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta \mathbf{r}_o| \quad (3.135)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ -\Delta r_2 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta \mathbf{r}_o| \quad (3.136)$$

Bakışimli olmayan röleler ile denetlenen üç girişli ve üç çıkışlı bir sistem için kayan kip koşulları aşağıdaki gibi bulunmuştur. Bu koşulları türetmek için bakışimli olmayan röleli durumdakine benzer bir analiz yapılmıştır.

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ \Delta r_2 \\ \Delta r_3 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta r_o| \quad (3.137)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ -\beta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ \Delta r_2 \\ -\Delta r_3 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta r_o| \quad (3.138)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ -\Delta r_2 \\ \Delta r_3 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta r_o| \quad (3.139)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ -\beta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ -\Delta r_2 \\ -\Delta r_3 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta r_o| \quad (3.140)$$

Kayan kip koşullarının sağlanabilmesi için Eş. 3.48 ile verilen görelî derece koşulları sağlanmalıdır. Denetlenen yapıda  $\beta_{ij}\Delta r_j \geq 0$ ,  $i, j = 1, 2, 3$  koşulu sağlanıyorsa kayan kip koşulları daha da sadeleşerek

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} & -\beta_{12} & -\beta_{13} \\ -\beta_{21} & \beta_{22} & -\beta_{23} \\ -\beta_{31} & -\beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ \Delta r_2 \\ \Delta r_3 \end{bmatrix} > \left| \begin{bmatrix} \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o \\ \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o \\ \dot{w}_3 - \dot{\phi}_3^o \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{1o} \\ r_{2o} \\ r_{3o} \end{bmatrix} \right| \quad (3.141)$$

veya

$$\bar{\beta}\Delta r > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta r_o| \quad (3.142)$$

biçimini alır.



Yukarıda, önce iki girişli iki çıkışlı ardından ise üç girişli üç çıkışlı bakışimli olmayan röleli sistemler için türetilen kayan kip koşulları  $n$  girişli  $n$  çıkışlı sistemler için genelleştirildiğinde aşağıdaki sonuçlara ulaşılır.

Bakışimli röleli sistemlerde olduğu gibi kayan kip koşulları toplam  $2^{n-1}$  adet matris eşitsizliğinden oluşmaktadır ve bu koşullar şöyledir.

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ \Delta r_2 \\ \vdots \\ \Delta r_{n-1} \\ \Delta r_n \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta r_o|, \quad \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ -\beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ \Delta r_2 \\ \vdots \\ \Delta r_{n-1} \\ -\Delta r_n \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta r_o|, \quad \dots, \quad (3.143)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \vdots \\ -\beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ -\Delta r_2 \\ \vdots \\ -\Delta r_{n-1} \\ \Delta r_n \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta r_o|, \quad \begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \vdots \\ -\beta_{n-1} \\ -\beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ -\Delta r_2 \\ \vdots \\ -\Delta r_{n-1} \\ -\Delta r_n \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta r_o|$$

Bu koşullardan Eş. 3.69 ile verilen görelî derece koşullarının sağlanması gerektiği görülür. Denetlenen sistemde  $\beta_{ij}\Delta r_j \geq 0$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$  koşulu sağlandığı takdirde kayan kip koşulları Eş. 3.142 ile ifade edilir.  $\bar{\beta}$  matrisinin genel hali Eş. 3.63'te görülmektedir.  $\beta_{ij} = 0$ ,  $i \neq j$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$  olduğunda ise koşullar daha da sadeleşerek

$$\beta_{ii}\Delta r_i > |\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^o - \beta_{ii}r_{io}|, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.144)$$

eşitsizliklerine indirgenir. Basitlik açısından tercih edilen durum budur. Eğer denetlenen yapıda  $\beta_{ij} \neq 0$ ,  $i \neq j$  ise uygun seçilen  $E$  ve  $F$  matrisleri yardımıyla denetlenen yapı bu duruma getirilebilir.

Dikkat edilirse, Eş. 3.143 ile verilen koşullar bakışimli röleli sistemleri de kapsamaktadır;  $r_o = \mathbf{0}$  olduğunda bakışimli röle ile denetlenen sistemler için türetilen kayan kip koşulları elde edilir ( $\Delta r = r$ ).

### 3.5 Benzetim Çalışması

Bu bölümde, çokdöngülü sistemlerde GÇ-RKKD yöntemine ait benzetim örnekleri sunulmuştur. Öncelikle türetilen kayan kip koşullarının doğruluğu sınanmış, ardından  $E$  ve  $F$  matrislerinin kullanımına dair örnekler verilmiştir. Bir sonraki kısımda parametre değişiklikleri ve bozucuların çokdöngülü yapıların denetimi üzerindeki etkileri incelenmiştir. Bakışlı olmayan röle ile gerçekleştirilen benzetim örneğinin ardından kararsız bir sistem örneği verilerek benzetim çalışması sonlandırılmıştır. Verilen örneklerde kullanılan sistemler iki girişli ve iki çıkışlıdır. Benzetimlerde süre  $t = 30s$ , örnekleme aralığı ise  $h = 1ms$  olarak belirlenmiştir.

#### 3.5.1 Çokdöngülü Sistemlerde Kayan Kip Koşullarının İncelenmesi

Çokdöngülü sistemlerle yapılan benzetim çalışmasının ilk kısmında, Bölüm 3.1'de türetilen kayan kip koşulları irdelenmiştir. Benzetim sonuçları iki ayrı şekil halinde sunulmuştur. İlk şekilde birinci döngüye, ikinci şekilde ise ikinci döngüye ait grafikler verilmiştir. Her iki döngüye ait şekilde de üçer adet grafik bulunmaktadır. İlk grafikte ilgili döngüye ait dayanak girişi  $w_i$  (kare dalga), sistem çıkışı  $y_i$  ve model çıkışı  $y_{m_i}$  (kesikli çizgi), ikinci grafikte denetim sinyali  $u_i$  yer almaktadır. Üçüncü grafikte ise hata sinyali  $e_i$  ile  $\beta_i r$  ve  $\bar{\beta}_i r$  terimleri görülmektedir. Üçüncü grafikte ayrıca, bazı benzetimlerde  $|\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^o|$  terimleri verilirken, bazılarında ise  $e_i > 0$  olduğu anlarda  $\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^o$ ,  $e_i < 0$  olduğu anlarda ise  $-\dot{w}_i + \dot{\phi}_i^o$  sinyalleri gösterilmiştir ( $i = 1, 2$ ).

$$\mathbf{G}_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{2}{s^2 + s + 1} & \frac{s + 2}{(s + 3)^2(s + 4)^2} \\ \frac{1}{(2s^2 + 2s + 1)(s + 2)} & \frac{s + 0.5}{(s + 1)^2(s + 2)} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{M}_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.5s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.4s + 1} \end{bmatrix} \quad (3.145)$$

$$\rho(\mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{G}_1) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.4 \end{bmatrix}$$

İlk benzetim örneğinde kullanılan sistem ve model aktarım işlevleri Eş. 3.145'te verilmiştir. Eş. 3.145'te ayrıca açıkdöngü aktarım işlevinin görelî dereceleri ( $\rho(\mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{G}_1)$ )

ve  $\beta$  matrisi de gösterilmiştir. Bu örnekte  $\rho(M_1^{-1}G_{12}) > 1$  ve  $\rho(M_2^{-1}G_{21}) > 1$  olduğundan  $\beta_{12} = 0$  ve  $\beta_{21} = 0$ 'dır. Bu nedenle bu sistemde KKD'in elde edilebilmesi için gerekli kayan kip koşulları Eş. 3.26'daki gibidir.

Eş. 3.145'te verilen sistem ve model ile yapılan ilk benzetime ait sonuçlar Şekil 3.9 ve Şekil 3.10'da görülmektedir.  $\beta_{11} > 0$  ve  $\beta_{22} > 0$  olduğundan pozitif röle genlikleri seçilmiştir ( $r_1 = 5$ ,  $r_2 = 10$ ). Şekil 3.9.c ve Şekil 3.10.c incelendiğinde, dayanak girişlerinin işaret değiştirdiği anlar hariç, benzetim boyunca Eş. 3.26'da verilen kayan kip koşullarının sağlandığı görülebilir. Bu nedenle her iki röle elemanı da bu anlarda kayan kipten çıksa da hızla tekrar kayan kipe dönmektedir ve sistem çıkışları model çıkışlarını iyi bir biçimde takip etmektedir. Tek girişli ve tek çıkışlı sistemlerle yapılan benzetim örneklerinden hatırlanacağı gibi, dayanak girişlerinin işaret değiştirdiği anlarda  $|\dot{w}_1|$  ve  $|\dot{w}_2|$  sinyallerinin aldığı değerler çok büyük olduğundan, bu anlarda kayan kip koşullarının sağlanması zaten beklenmemektedir. Bu esnalarda kayan kip koşulları anlık olarak bozulup yeniden sağlandığından hata sinyalleri  $e_1 = 0$  ve  $e_2 = 0$ 'a geri dönmektedir. Kayan kipten çıkan röle elemanları da birer erişme evresini takiben yeniden kayan kipte çalışmaya başlamaktadırlar. Röle genlikleri arttırılarak bu erişme evrelerinin süreleri kısaltılabilir ve sistem çıkışlarının model çıkışlarını geçici tepki sırasında daha iyi takip etmeleri sağlanabilir.

Şekil 3.11 ve Şekil 3.12'de yine Eş. 3.145'te verilen sistem ve model ile yapılan benzetim sonuçlarına yer verilmiştir. Ancak röle genlikleri bu kez  $r_1 = 0.6$  ve  $r_2 = 4.6$  şeklinde belirlenmiştir. Benzetim sonuçlarını daha iyi yorumlayabilmek amacıyla Eş. 3.26'da verilen kayan kip koşulları şöyle ifade edilebilir.

Birinci döngünün kayan kipte çalışabilmesi için

$$\begin{aligned} e_1 > 0 &\Rightarrow \beta_{11}r_1 > \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o \\ e_1 < 0 &\Rightarrow \beta_{11}r_1 > -\dot{w}_1 + \dot{\phi}_1^o \end{aligned} \quad (3.146)$$

eşitsizlikleri, ikinci döngü için ise

$$\begin{aligned} e_2 > 0 &\Rightarrow \beta_{22}r_2 > \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o \\ e_2 < 0 &\Rightarrow \beta_{22}r_2 > -\dot{w}_2 + \dot{\phi}_2^o \end{aligned} \quad (3.147)$$

koşulları sağlanmalıdır.

Şekil 3.11.c incelendiğinde, başlangıç anında  $e_1 > 0$  olduğundan sağlanması gereken kayan kip koşulunun Eş. 3.146 yardımıyla  $\beta_{11}r_1 > \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o$  olduğu görülür. Bu koşul sağlandığından  $e_1$  sinyali azalarak bir süre sonra  $e_1 = 0$  değerine ulaşmış ve sistem kayan kipte çalışmaya başlamıştır. Şekil 3.9.c ile karşılaştırıldığında, seçilen röle genliği daha küçük olduğundan, bu erişme evresinin daha uzun sürdüğü görülebilir. Yaklaşık  $t = 5s$ 'de kayan kip koşulunun bozulduğu ve sistemin kayan kipten çıktığı görülmektedir.  $e_1$  pozitif ve artma eğilimindedir, yani kayan kip için gerekli  $e_1 \dot{e}_1 < 0$  koşulu sağlanmamaktadır. Kısa bir süre sonra  $\beta_{11}r_1 = \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o$  eşitliği sağlanmış ve  $e_1$  tekrar azalmaya başlamıştır ( $e_1 \dot{e}_1 < 0$ ). Kayan kip koşulu tekrar sağlandığından röle kayan kipe geri dönmüştür.  $t = 7.5s$  anında dayanak sinyali  $w_1$  işaret değiştirmiş ve bu nedenle kayan kip koşulu anlık olarak bozulmuştur.  $e_1 < 0$  olduğundan geçerli olan kayan kip koşulu  $\beta_{11}r_1 > -\dot{w}_1 + \dot{\phi}_1^o$  ile verilir ve bu koşul hemen yeniden sağlandığından negatif olan  $e_1$  sinyali artarak  $e_1 = 0$  değerini almıştır.  $w_1$ 'in işaret değiştirdiği diğer anlarda da kayan kip koşulu anlık olarak bozulup yeniden sağlandığından bir erişme evresinin ardından sistem yeniden kayan kipte çalışmaya başlamıştır.  $t = 10s$  ve  $t = 26s$  anlarında  $\beta_{11}r_1 > -\dot{w}_1 + \dot{\phi}_1^o$  koşulunun ( $e_1 < 0$  olduğundan),  $t = 21s$ ' de ise ( $e_1 > 0$  olduğundan)  $\beta_{11}r_1 > \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o$  koşulunun kısa süreli olarak bozulduğu ve koşullar yeniden sağlanana dek sistemin kayan kipten çıktığı gözlenmektedir. Bu anlarda röle elemanının kayan kipten çıktığı Şekil 3.11.b' den, buna bağlı olarak model takibinde meydana gelen bozulmalar Şekil 3.11.a'dan görülebilir.

Benzer şekilde Şekil 3.12.c incelenecek olursa, benzetimin başlangıç anında  $e_2 > 0$  olduğundan sağlanması gereken kayan kip koşulunun  $\beta_{22}r_2 > \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o$  olduğu görülür. Bu koşul sağlandığı için  $e_2$  azalarak sifıra ulaşmıştır.  $w_2$  sinyalinin işaret değiştirdiği anlar hariç, kayan kip koşulunun  $t = 13s$  civarında bozulduğu ve hatanın pozitif ve artma eğiliminde olduğu gözlenebilir ( $e_2 \dot{e}_2 > 0$ ). Sağlanması gereken kayan kip koşulu yine  $\beta_{22}r_2 > \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o$  eşitsizliği ile verilir. Bu koşul yeniden sağlanmadan  $t = 15s$ 'de dayanak sinyali işaret değiştirdiğinden sistemin uzun süre kayan kipte çalışmadığı görülebilir. Bu esnada model takibindeki bozulma Şekil 3.12.a'da gösterilmiştir. Dayanak sinyali işaret değiştirdiği anda  $e_2 < 0$  olduğundan kayan kip koşulu  $\beta_{22}r_2 > -\dot{w}_2 + \dot{\phi}_2^o$  eşitsizliği ile verilir. Koşulun anlık olarak bozulup hemen yeniden sağlandığı, bir erişme evresinin ardından hatanın  $e_2 = 0$ 'a ulaştığı ve kayma evresinin yeniden başladığı gözlenmektedir. Son olarak  $t = 19.5s$ 'de kayan kip koşulu

tekrar bozulmuş ve koşul yeniden sağlanamadan dayanak sinyali işaret değiştirmiştir. Bu nedenle rölenin yine uzun bir süre kayan kipte çalışmadığı Şekil 3.12.b'de görülmektedir.

Kayan kip koşullarının irdelendiği bir sonraki benzetimde Eş. 3.148'de verilen sistem ve model kullanılmıştır.

$$\mathbf{G}_2(s) = \begin{bmatrix} \frac{2}{s^2 + s + 1} & \frac{0.5s + 1}{(s + 3)^2(s + 4)} \\ \frac{1}{2s^2 + 2s + 1} & \frac{s + 0.5}{(s + 1)^2(s + 2)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_2(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.5s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.4s + 1} \end{bmatrix} \quad (3.148)$$

$$\rho(\mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{G}_2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0.25 \\ 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}$$

Önceki örnekten farklı olarak, bu sistemde  $\rho(\mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{G}_{12}) = \rho(\mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{G}_{21}) = 1$ 'dir. Bu nedenle kayan kip koşulları Eş. 3.20 ve Eş. 3.21'deki gibidir.  $r_1 = 8$  ve  $r_2 = 12$  seçilerek gerçekleştirilen benzetime ait sonuçlar Şekil 3.13 ve Şekil 3.14'te verilmiştir. Şekil 3.13.c ve Şekil 3.14.c incelenecek olursa, benzetim boyunca hem  $\boldsymbol{\beta} \mathbf{r}$  hem de  $\bar{\boldsymbol{\beta}} \mathbf{r}$  çarpımlarının  $|\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o|$  ve  $|\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o|$  terimlerinden büyük olduğu, bu nedenle her iki döngünün de kayan kipte çalıştığı ve model takiplerinin başarıyla gerçekleştiği gözlenebilir.

Hatırlanacağı gibi, iki girişli ve iki çıkışlı sistemler için türetilen kayan kip koşulları  $\boldsymbol{\beta}$  matrisi satırları cinsinden Eş. 3.27 ve Eş. 3.28 ile verilmişti. Ayrıca, bu koşulların kısmi olarak sağlanması durumunda sistemin de kısmi olarak kayan kipte çalışabileceği Eş. 3.29 ve Eş. 3.30'da verilen koşullar yardımıyla vurgulanmıştı. Sıradaki benzetim sonuçlarının kolay yorumlanabilmesi için bu koşullar,  $e_1$  ve  $e_2$  sinyallerinin farklı işaretler alabileceği 4 durum için aşağıdaki gibi yeniden yazılmıştır.

Birinci döngünün kayan kipte çalışabilmesi için gerekli koşullar

$$e_1 > 0 \begin{cases} e_2 > 0, \beta_{11}r_1 + \beta_{12}r_2 > \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o & \text{veya } \beta_1 r > \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o \\ e_2 < 0, \beta_{11}r_1 - \beta_{12}r_2 > \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o & \text{veya } \bar{\beta}_1 r > \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o \end{cases} \quad (3.149)$$

ve

$$e_1 < 0 \begin{cases} e_2 > 0, \beta_{11}r_1 - \beta_{12}r_2 > -\dot{w}_1 + \dot{\phi}_1^o & \text{veya } \bar{\beta}_1 r > -\dot{w}_1 + \dot{\phi}_1^o \\ e_2 < 0, \beta_{11}r_1 + \beta_{12}r_2 > -\dot{w}_1 + \dot{\phi}_1^o & \text{veya } \beta_1 r > -\dot{w}_1 + \dot{\phi}_1^o \end{cases} \quad (3.150)$$

eşitsizlikleri ile verilirken, ikinci döngünün kayan kipte çalışabilmesi için

$$e_2 > 0 \begin{cases} e_1 > 0, \beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 > \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o & \text{veya } \beta_2 r > \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o \\ e_1 < 0, -\beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 > \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o & \text{veya } \bar{\beta}_2 r > \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o \end{cases} \quad (3.151)$$

ve

$$e_2 < 0 \begin{cases} e_1 > 0, -\beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 > -\dot{w}_2 + \dot{\phi}_2^o & \text{veya } \bar{\beta}_2 r > -\dot{w}_2 + \dot{\phi}_2^o \\ e_1 < 0, \beta_{21}r_1 + \beta_{22}r_2 > -\dot{w}_2 + \dot{\phi}_2^o & \text{veya } \beta_2 r > -\dot{w}_2 + \dot{\phi}_2^o \end{cases} \quad (3.152)$$

koşullarının sağlanması gerekir.

Eş. 3.148'de verilen sistem ve model ile yapılan bir sonraki benzetimde röle genlikleri  $r_1 = 1$  ve  $r_2 = 3$ 'tür. Birinci ve ikinci döngüye ait benzetim sonuçları sırasıyla Şekil 3.15 ve Şekil 3.16'da görülmektedir. Özellikle ikinci döngüde olmak üzere her iki döngüde de denetim başarımının bir önceki benzetime göre düşük olduğu Şekil 3.15.a ve Şekil 3.16.a'dan görülebilir. Eş. 3.149 - Eş. 3.152'de verilen kayan kip koşulları yardımıyla bu durum aşağıdaki gibi açıklanabilir.

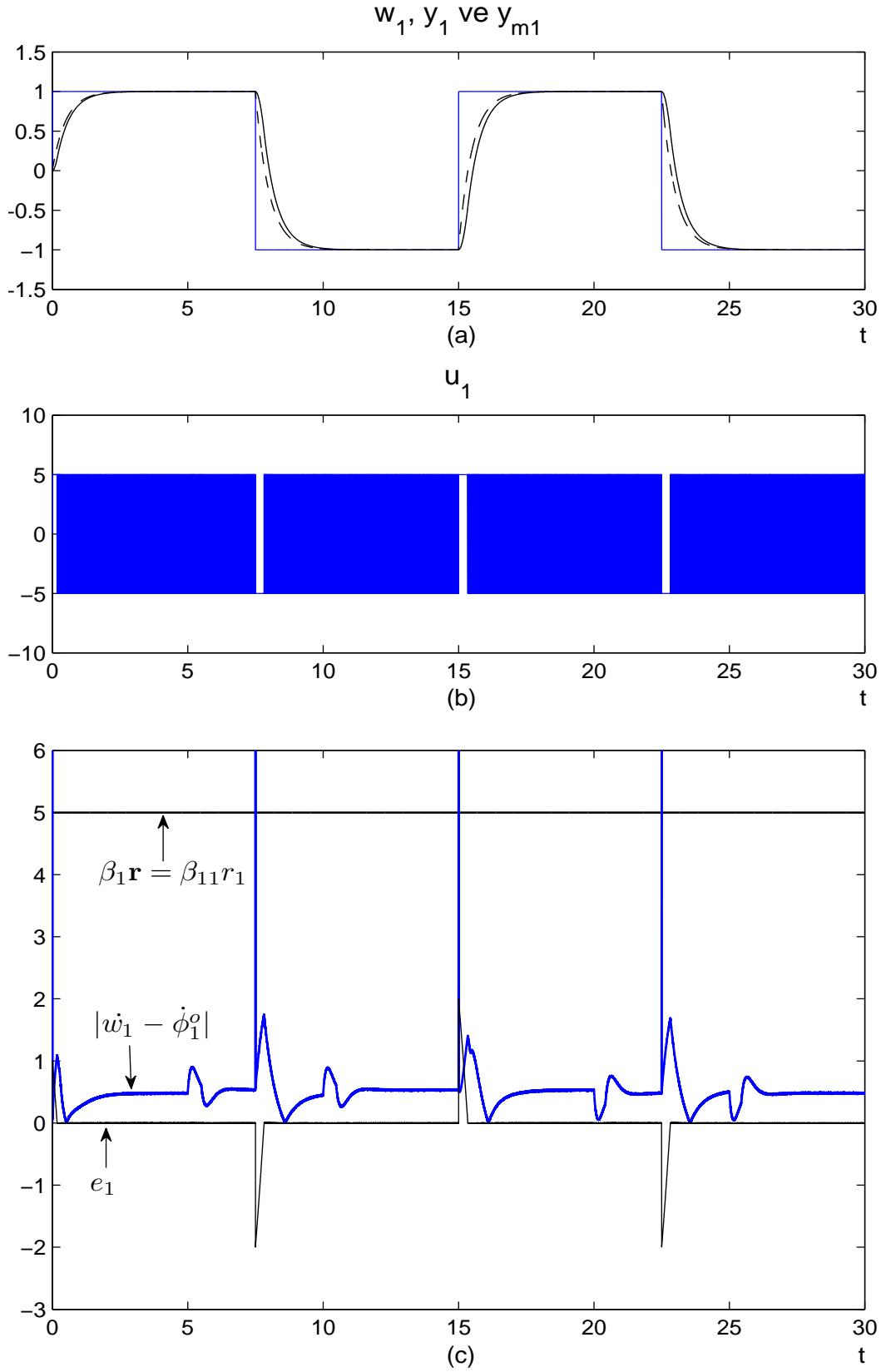
Şekil 3.15.c'ye dikkat edilecek olursa, başlangıç anında  $e_1 > 0$  olduğu görülebilir. Bu esnada  $e_2$  sinyali de pozitif olduğundan (Şekil 3.16.c) sağlanması gereken kayan kip koşulunun Eş. 3.149 yardımıyla  $\beta_1 r > \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o$  olduğu görülür. Bu koşul sağlandığından  $e_1$  sinyali azalarak bir süre sonra  $e_1 = 0$  değerine ulaşmış ve kayma evresi başlamıştır.  $t = 5$ 's'de sistem kayan kipten çıkmış ve  $e_1$  artmaya başlamıştır ( $e_1 \dot{e}_1 > 0$ ). Bu esnada  $e_1 > 0$  ve  $e_2 < 0$  (Şekil 3.16.c) olduğundan kayan kip koşulu

$\bar{\beta}_1 r > \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o$  ile verilir. Görüldüğü gibi bu koşul sağlanmamaktadır. Model takibinin bozulduğu Şekil 3.15.a'dan görülebilir. Ancak kısa süre sonra,  $\bar{\beta}_1 r = \dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o$  eşitliği sağlandığı andan itibaren  $e_1$  tekrar azalarak  $e_1 = 0$  değerine ulaşmıştır.  $t = 7.5$ s'de dayanak sinyali  $w_1$  işaret değiştirdiğinden kayan kip koşulu anlık olarak bozulmuş, sistem kayan kipten çıkmış ve  $e_1$  negatif olmuştur. Bu esnada  $e_2$  sinyali de negatif olduğundan geçerli kayan kip koşulu  $\beta_1 r > -\dot{w}_1 + \dot{\phi}_1^o$  eşitsizliği ile verilir ve bu koşul sağlanmaktadır. Bu nedenle  $e_1$  artarak yeniden sıfıra ulaşmış ve kayan kip elde edilmiştir.  $t = 10$ s'de sistemin kayan kipten çıktığı ve  $e_1$  sinyalinin negatif ve azalma eğiliminde olduğu görülmektedir. Aynı esnada  $e_2 > 0$  olduğundan kayan kipten gerçekleşebilmesi için  $\bar{\beta}_1 r > -\dot{w}_1 + \dot{\phi}_1^o$  koşulu sağlanmalıdır. Dikkat edilirse bu koşul  $t = 10$ s'de sağlanmazken kısa süre sonra yeniden sağlanmış ve  $e_1$  artmaya başlamıştır.  $e_1 = 0$  eşitliği sağlandığında sistem kayan kipte çalışmaya başlamıştır. Kayan kip koşulu son olarak  $t = 21$ s civarında bozulmuştur, ancak oldukça kısa süre içerisinde kayan kip koşulu yeniden sağlandığından sistem çıkışı üzerinde gözle görülür bir etkisi olmamıştır.

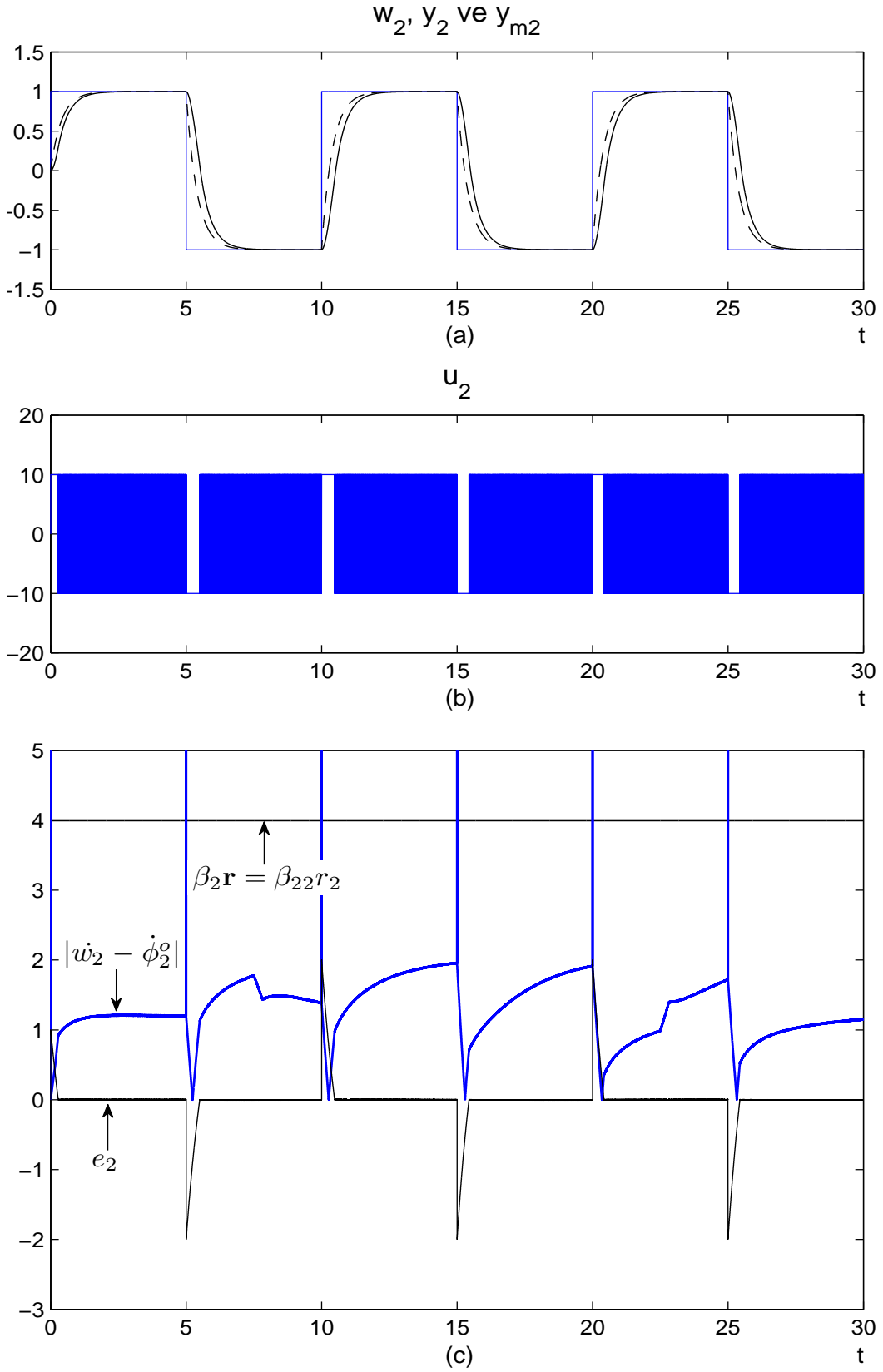
Denetim başarımının ikinci döngüde oldukça kötü olduğu Şekil 3.16'dan gözlenmektedir. Şekil 3.16.c incelenek olursa, başlangıç anında  $e_2 > 0$  olduğu görülür. Bu esnada  $e_1$  sinyali de pozitif olduğundan sağlanması gereken kayan kip koşulu  $\beta_2 r > \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o$  eşitsizliği ile verilir. Söz konusu koşul sağlandığından  $e_2$  azalarak sıfıra ulaşmış ve kayma evresi gerçekleşmiştir.  $t = 5$ s'de  $w_2$  sinyalinin işaret değiştirdiği ve  $e_2 < 0$  olduğu görülebilir. Bu esnada birinci döngüde de kayan kip koşulu bozulduğundan  $e_1 > 0$ 'dır. Bu nedenle bu anda sağlanması gereken kayan kip koşulu  $\bar{\beta}_2 r > -\dot{w}_2 + \dot{\phi}_2^o$  eşitsizliği ile verilir. Bu koşul sağlandığından  $e_2$  artma eğilimindedir ( $e_2 \dot{e}_2 < 0$ ). Ancak yaklaşık  $t = 7$ s'de bu koşul bozulduğundan  $e_2$  yeniden azalma eğilimine geçmiştir.  $t = 7.5$ s'de birinci döngüye ait dayanak sinyali işaret değiştirdiğinden  $e_1 < 0$  olmuştur.  $e_2$  de negatif olduğundan kayan kip için geçerli koşul artık  $\beta_2 r > -\dot{w}_2 + \dot{\phi}_2^o$  eşitsizliği ile verilir.  $t = 10$ s'de dayanak sinyali  $w_2$  işaret değiştirene dek bu koşul sağlanmaya devam ettiğinden  $e_2$  artmaktadır ancak dayanak sinyali  $e_2 = 0$  eşitliği sağlanmadan işaret değiştirdiğinden kayan kip elde edilememiştir.  $t = 10$ s'de  $e_2 > 0$  ve  $e_1 < 0$  olduğundan kayan kip koşulu  $\bar{\beta}_2 r > \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o$  ile ifade edilir ve bu koşul sağlandığından pozitif olan  $e_2$  azalmaktadır ( $e_2 \dot{e}_2 < 0$ ). Ancak yaklaşık  $t = 11.5$ s'de kayan kip koşulu bozulmuştur ve  $e_2$  yeniden artmaya başlamıştır ( $e_2 \dot{e}_2 > 0$ ). Dayanak sinyalinin işaret değiştirdiği bir sonraki an olan

$t = 15$ s'ye kadar kayan kip koşulunun sağlanamadığı gözlenebilir.  $t = 15$ s'de her iki döngüde de dayanak sinyalleri işaret değiştirmiştir.  $e_2 < 0$  ve  $e_1 > 0$  olduğundan geçerli koşul  $\bar{\beta}_2 r > -\dot{w}_2 + \dot{\phi}_2^o$ 'dır. Bu koşul yaklaşık  $t = 16$ s'ye kadar sağlandığından  $e_2$  artma eğilimindedir ancak koşul bozulduktan sonra yeniden azalmaya başlamıştır.  $t = 20$ s anında  $w_2$  sinyalinin tekrar işaret değiştirmesiyle beraber  $e_2 > 0$  olmuştur. Bu esnada hem  $\beta_2 r > \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o$  hem de  $\bar{\beta}_2 r > \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o$  koşulları sağlandığından  $e_2$  azalarak  $e_2 = 0$ 'a ulaşmış ve uzun bir aradan sonra ikinci döngüde yeniden kayan kip elde edilmiştir.  $t = 22.5$ s'de birinci döngüye ait dayanak sinyali işaret değiştirdiğinden  $e_1 < 0$  olmuş, buna bağlı olarak geçerli kayan kip koşulu  $\bar{\beta}_2 r > \dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o$  bozulduğundan  $e_2$  artmaya başlamıştır.  $w_2$ 'nin işaret değiştirdiği bir sonraki ana dek kayan kip koşulu sağlanmadığından sistem kayan kipte çalışmamıştır.  $t = 25$ s'de  $w_2$  sinyalinin yeniden işaret değiştirmesiyle  $e_2 < 0$  olmuştur. Bu esnada  $\bar{\beta}_2 r > -\dot{w}_2 + \dot{\phi}_2^o$  ve  $\beta_2 r > -\dot{w}_2 + \dot{\phi}_2^o$  koşullarının her ikisi de sağlandığından  $e_2 = 0$ 'a ulaşmış ve sistem benzetim süresinin sonuna dek kayma evresinde çalışmıştır.

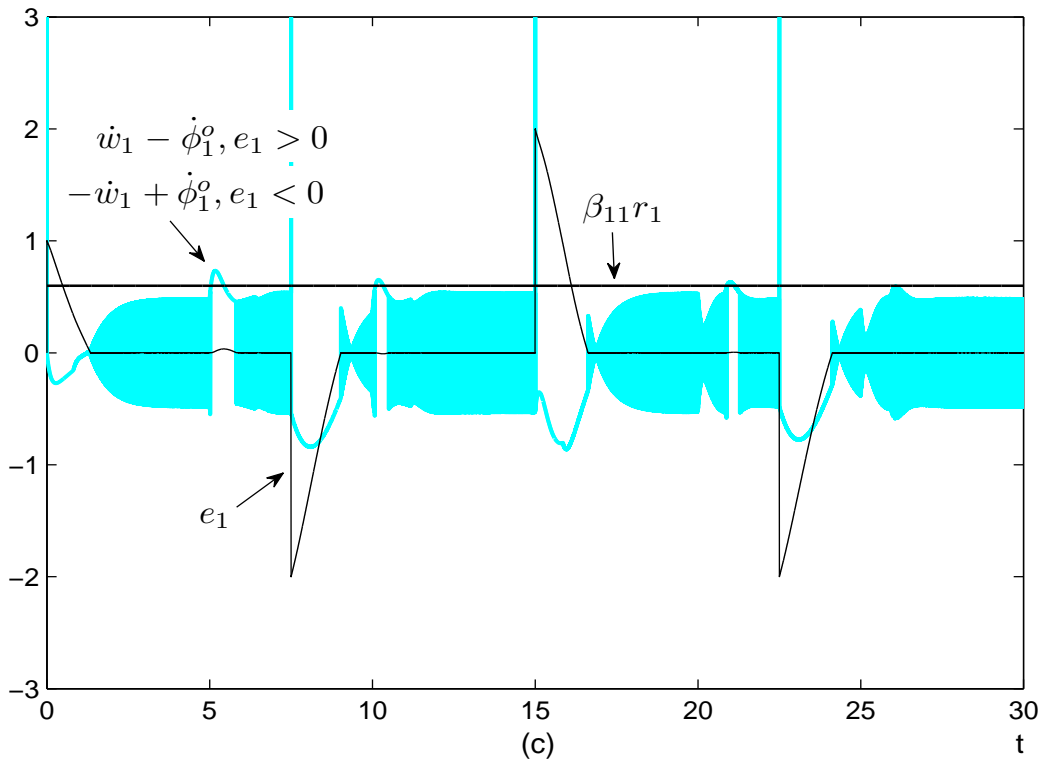
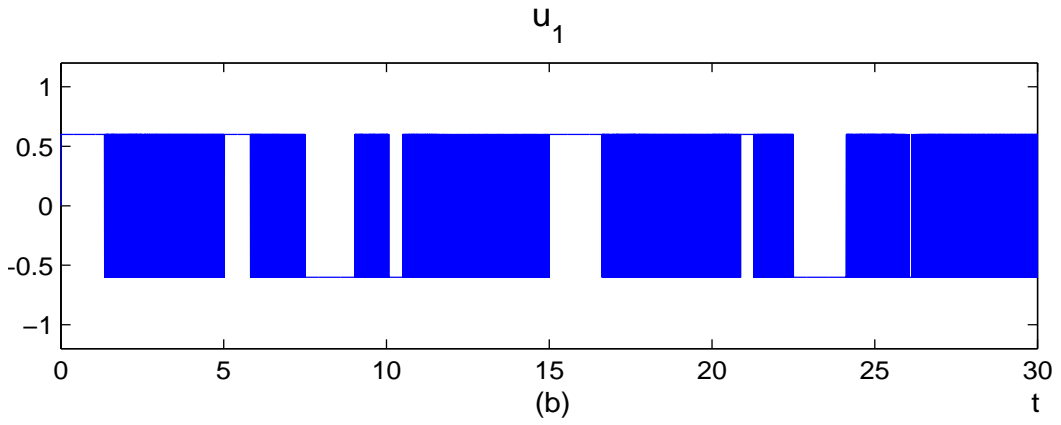
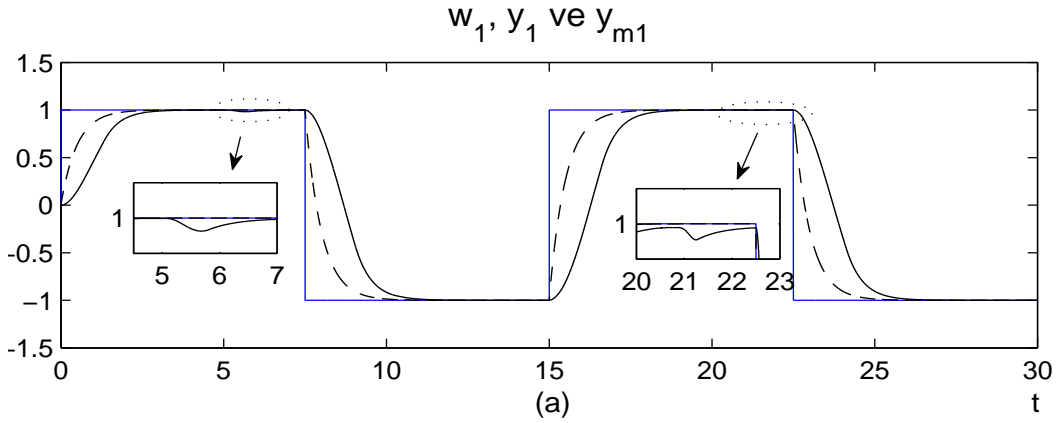




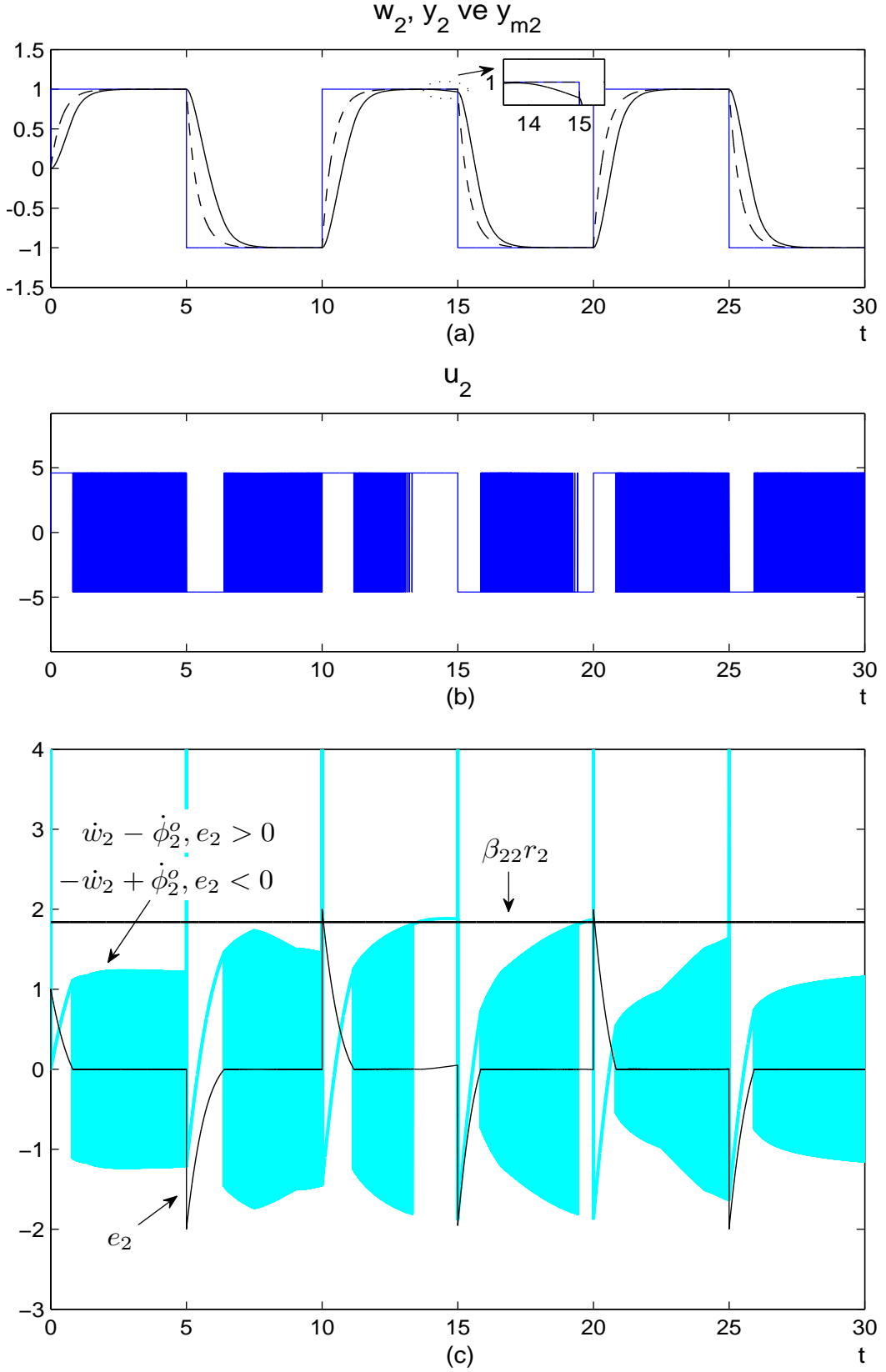
Şekil 3.9.  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
Birinci döngü ( $r_1 = 5$ )



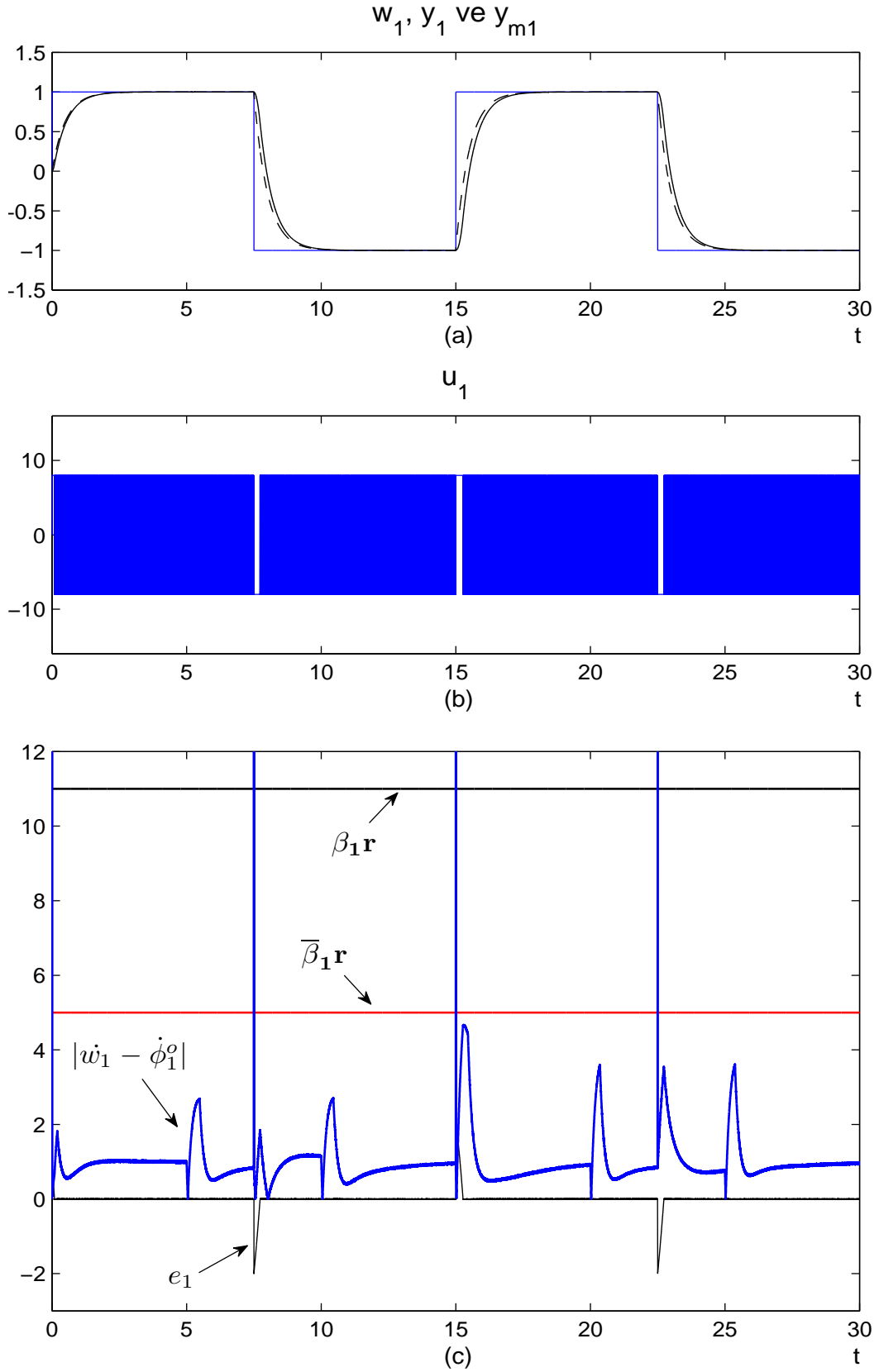
Şekil 3.10.  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
İkinci döngü ( $r_2 = 10$ )



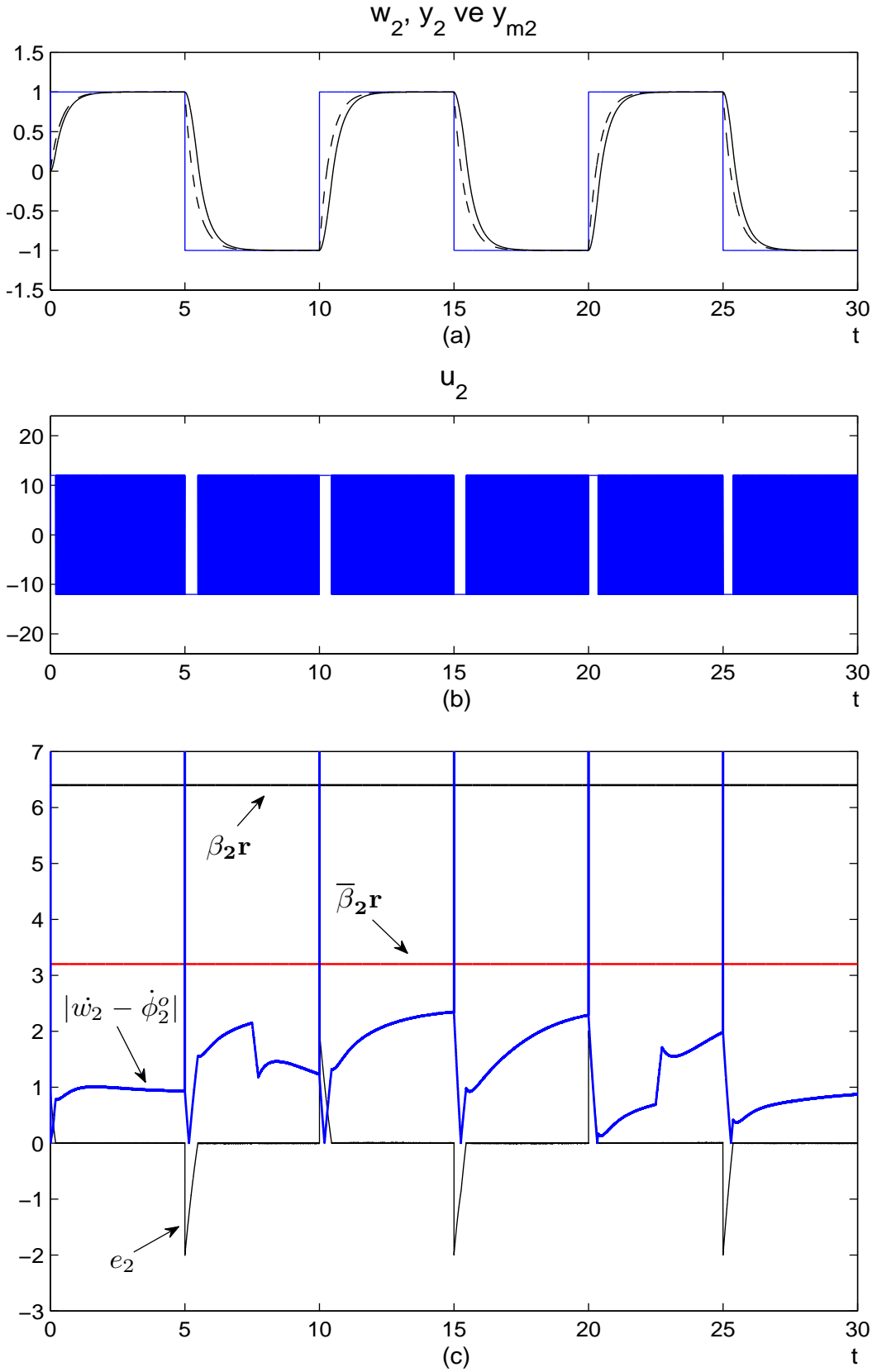
Şekil 3.11.  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
Birinci döngü ( $r_1 = 0.6$ )



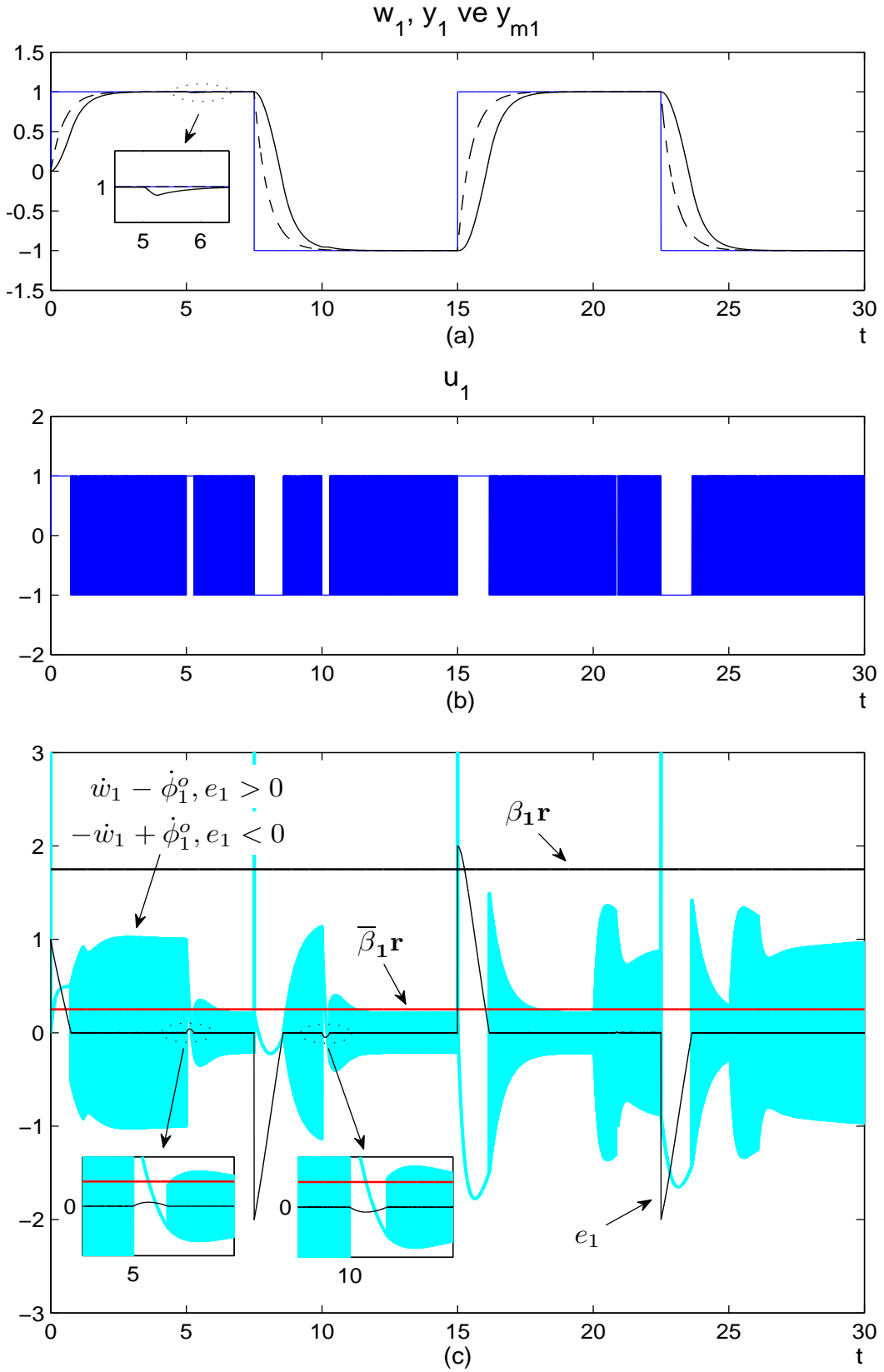
Şekil 3.12.  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
İkinci döngü ( $r_2 = 4.6$ )



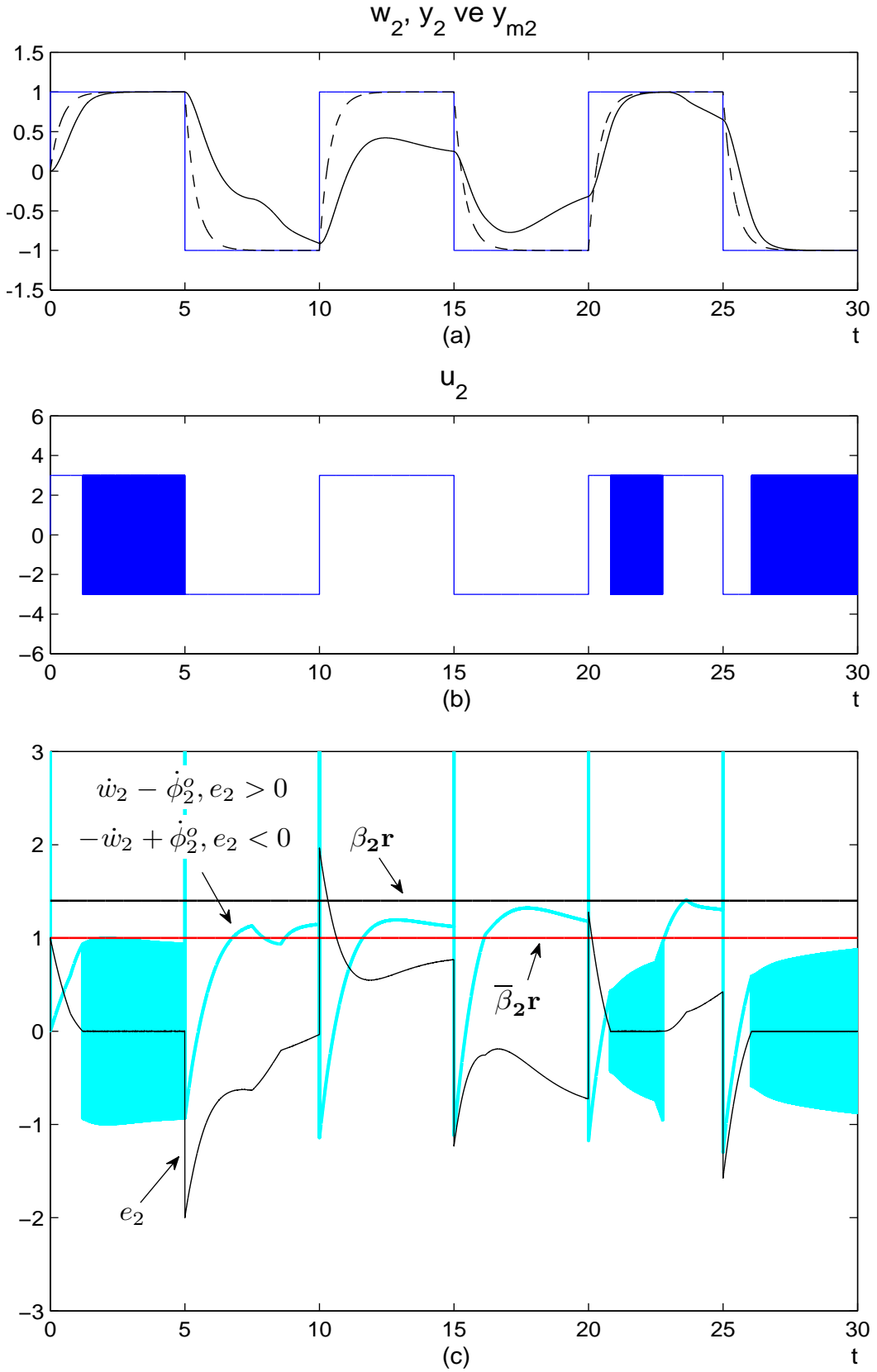
Şekil 3.13.  $G_2(s)$  ve  $M_2(s)$  için benzetim sonuçları  
Birinci döngü ( $r_1 = 8$ )



Şekil 3.14.  $G_2(s)$  ve  $M_2(s)$  için benzetim sonuçları  
İkinci döngü ( $r_2 = 12$ )



Şekil 3.15.  $G_2(s)$  ve  $M_2(s)$  için benzetim sonuçları  
 Birinci döngü ( $r_1 = 1$ )



Şekil 3.16.  $G_2(s)$  ve  $M_2(s)$  için benzetim sonuçları  
 İkinci döngü ( $r_2 = 3$ )



### 3.5.2 *E* ve *F* Matrislerinin Kullanımı

Benzetim çalışmasının bu kısmında Bölüm 3.2'de bahsedilen *E* ve *F* matrislerinin kullanıldığı benzetim örnekleri bulunmaktadır. Bölüm 3.1'den hatırlanacağı gibi, Eş. 3.18 ve Eş. 3.19'da verilen kayan kip koşullarının sağlanabilmesi için Eş. 3.25 ile verilen görelî derece koşullarının sağlanması gerekmektedir. Denetlenen sistem ve seçilen model aktarım işlevlerinin bu koşulu sağlamaması durumunda uygun dereceli süzgeçlerden oluşan *E* ve/veya *F* matrisleri yardımıyla görelî derece koşulları sağlanabilir ve KKD elde edilebilir. Bu durumda ortaya çıkan yeni kayan kip koşulları Eş. 3.86 ve Eş. 3.87'de verilmiştir.

*E* ve *F* matrislerinin kullanımına ilişkin ilk benzetim örneğinde Eş. 3.153'te verilen sistem ve modelden faydalanılmıştır.

$$\mathbf{G}_3(s) = \begin{bmatrix} \frac{s+1}{s^2+s+1} & \frac{1}{(s+2)^2} \\ \frac{0.8s+1}{(2s^2+2s+1)(s+2)} & \frac{2}{s+3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_3(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.5s+1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.4s+1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.2s+1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.2s+1} \end{bmatrix} \quad (3.153)$$

$$\rho(\mathbf{M}_3^{-1}\mathbf{G}_3) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \rho(\mathbf{M}_3^{-1}\mathbf{G}_3\mathbf{F}) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} 2.5 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Bu örnekte, denetlenen sistem ve modelin kayan kip için gerekli görelî derece koşullarını sağlamadığı  $\rho(\mathbf{M}_3^{-1}\mathbf{G}_3)$  matrisinden görülebilir. Görelî derece koşullarını sağlamak için gerekli olan süzgeçler yalın türevler içermediğinden bu süzgeçler tanımlanan  $\mathbf{F}(s)$  matrisi içerisinde kullanılmıştır. Dikkat edilirse,  $\mathbf{F}(s)$  matrisinin köşegen yapıda seçilmesi görelî derece koşullarını sağlamak için yeterli olmuştur. Yani ortaya çıkan yapı Şekil 3.5'te görülen öbek çizeneğindeki gibidir.  $r_1 = r_2 = 5$  seçilerek elde edilen benzetim sonuçları Şekil 3.17 ve Şekil 3.18'de verilmiştir. Dört grafik halinde sunulan şekillerde önceki örneklerden farklı olarak, üçüncü grafikte ilgili döngüye ait röle çıkışı ( $v_i$ ), dördüncü grafikte ise hata sinyali ( $e_i$ ) gösterilmiştir ( $i = 1, 2$ ). Benzetimin başlangıç anından itibaren kayan kip koşulları sağlandığından

her iki döngüye ait hata sinyallerinin de hızla sıfıra ulaştığı ve dayanak sinyallerinin işaret değiştirdiği anlara dek sıfırda kaldığı gözlenebilir. Kayan kip koşulları yalnızca dayanak sinyallerinin değer değiştirdiği anlarda bozulmaktadır. Ancak röle genlikleri yeterince büyük seçildiğinden, erişme evreleri oldukça kısa sürmekte ve hata sinyalleri yeniden sıfır değerine ulaşmaktadır. Bunun sonucunda sistem tekrar kayan kipte çalışmaya başlamaktadır. Görüldüğü gibi, kullanılan  $F(s)$  matrisi yardımıyla hem görelî derece koşulları, buna bağılı olarak da kayan kip koşulları sağlanmış, hem de röle elemanlarının çıkışında oluşan yüksek sıklıklı  $v_1$  ve  $v_2$  sinyalleri yumuşatılmıştır. Her iki döngüye ait grafikler incelendiğinde, sistem çıkışları  $y_1$  ve  $y_2$ 'nin model çıkışlarını oldukça iyi takip ettiğı gözlenebilir.

Sıradaki benzetim örneğinde Eş. 3.145'te verilen sistem ve model kullanılmıştır. Hatırlanacağı gibi, bu örnekte görelî derece koşulları sağlanmaktaydı. Ancak röle çıkışlarında oluşan yüksek sıklıklı sinyallerin denetim sinyali olarak sisteme uygulanması istenmediğinden Eş. 3.154'te görülen  $E(s)$  ve  $F(s)$  matrisleri kullanılmıştır.

$$E(s) = \begin{bmatrix} 0.1s + 1 & 0 \\ 0 & 0.1s + 1 \end{bmatrix}, \quad F(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.2s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.2s + 1} \end{bmatrix} \quad (3.154)$$

Dikkat edilirse,  $E(s)$  ve  $F(s)$  matrislerinde kullanılan süzgeçler Eş. 3.88 ile verilen görelî derece koşulları sağlanacak şekilde seçilmiştir. Bu süzgeçlerden yalnız türevler içerenler  $E(s)$  matrisinde, yalnız türev içermeyenler ise  $F(s)$  matrisi içerisinde kullanılmıştır. Röle genlikleri  $r_1 = 15$  ve  $r_2 = 25$  olarak belirlenmiştir. Şekil 3.19 ve Şekil 3.20'de verilen benzetim sonuçlarında üçüncü grafik ilgili döngüye ait röle çıkışını ( $v_1$  ve  $v_2$ ), dördüncü grafik röle girişini ( $s_1$  ve  $s_2$ ), beşinci ve son grafik ise hata sinyalini ( $e_1$  ve  $e_2$ ) göstermektedir. Her iki döngüye ait sonuçlar incelendiğinde, dayanak sinyallerinin işaret değiştirdiği anlar haricinde, röle girişleri  $s_1$  ve  $s_2$ 'nin sıfır etrafından yüksek sıklıkta salındığı, buna bağılı olarak röle elemanlarının kayan kipte çalıştığı gözlenmektedir.  $F(s)$  matrisi yardımıyla yüksek sıklıklı röle çıkışları yerine daha yavaş değişen denetim sinyalleri sisteme uygulanmıştır. Her iki çıkışın da model çıkışlarını özellikle durgun durumda takip ettiğı görülebilir. Geçici tepki esnasındaki model takibini iyileştirmek için röle genlikleri arttırılabilir.

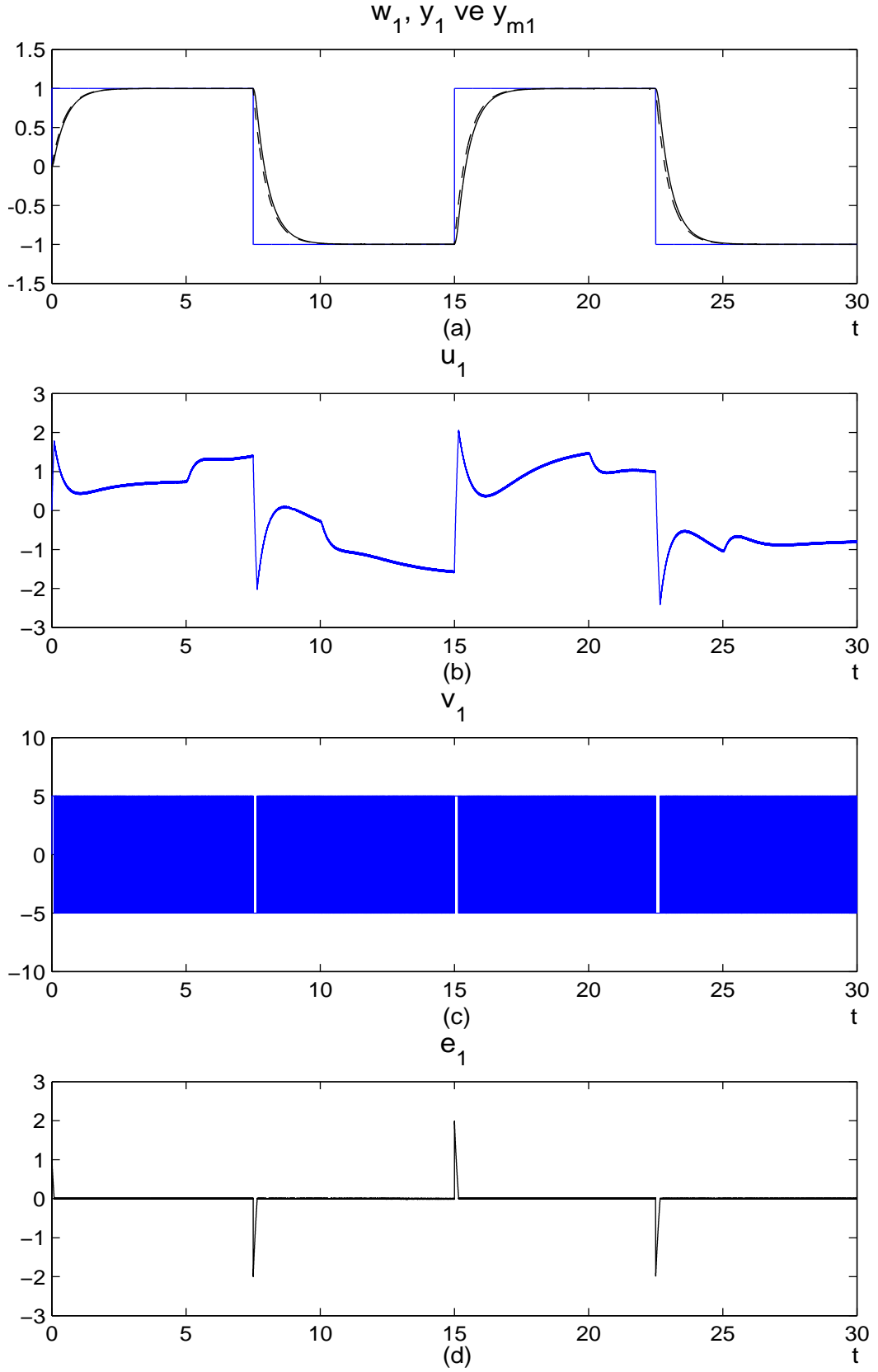
Bu kısma ait son benzetim Eş. 3.155'te görülen sistem ve model aktarım işlevleri kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

$$\mathbf{G}_4(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.5}{s^2 + s + 1} & \frac{s + 2}{(s + 3)(s + 4)} \\ \frac{2s + 3}{2s^2 + 2s + 1} & \frac{s + 0.5}{(s + 1)^2(s + 2)} \end{bmatrix}$$

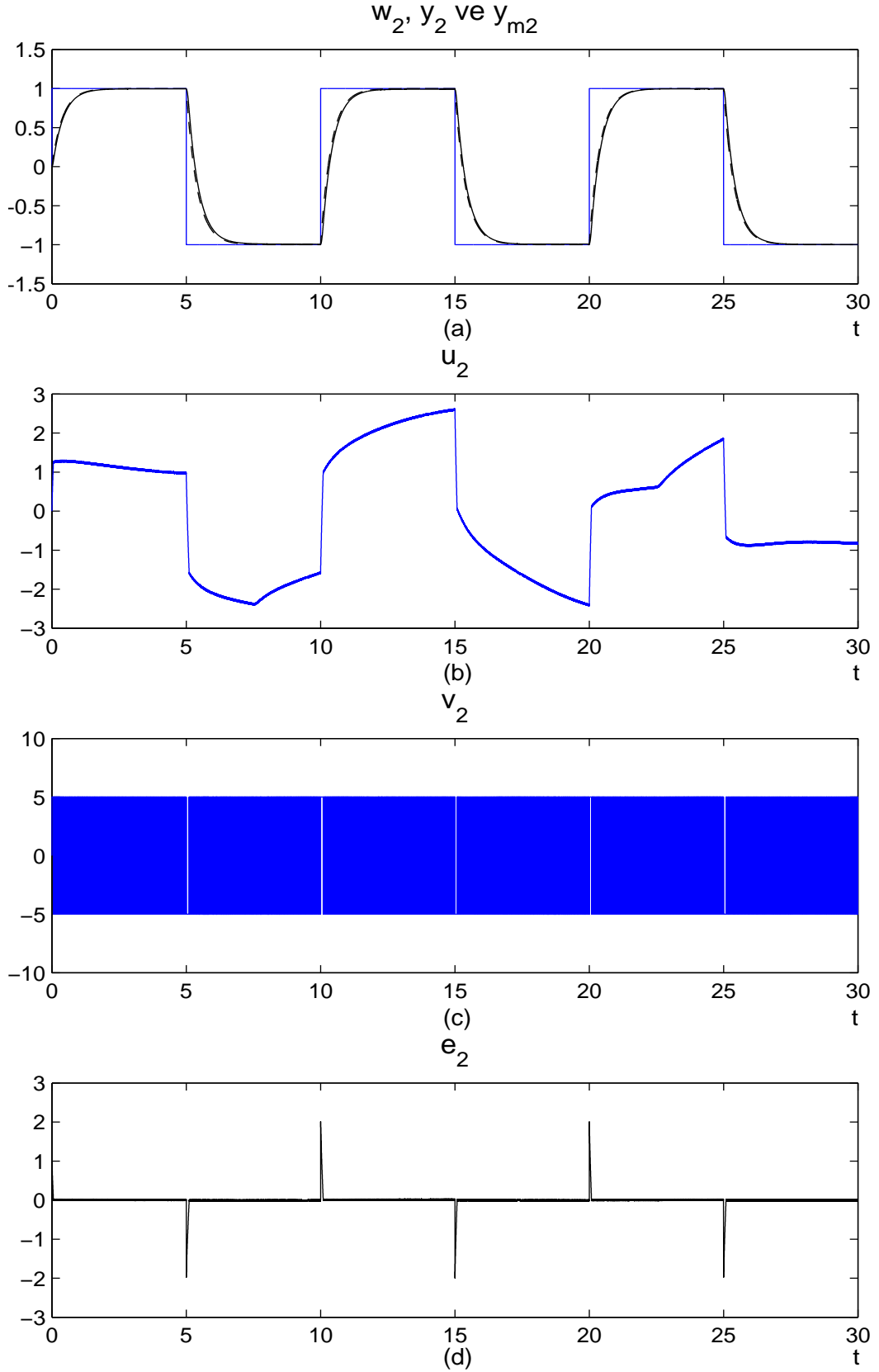
$$\mathbf{M}_4(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.5s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.4s + 1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(s) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{0.3s + 1} \\ \frac{1}{0.6s + 1} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.155)$$

$$\rho(\mathbf{M}_4^{-1} \mathbf{G}_4) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \rho(\mathbf{M}_4^{-1} \mathbf{G}_4 \mathbf{F}) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} 5/6 & 0 \\ 0 & 4/3 \end{bmatrix}$$

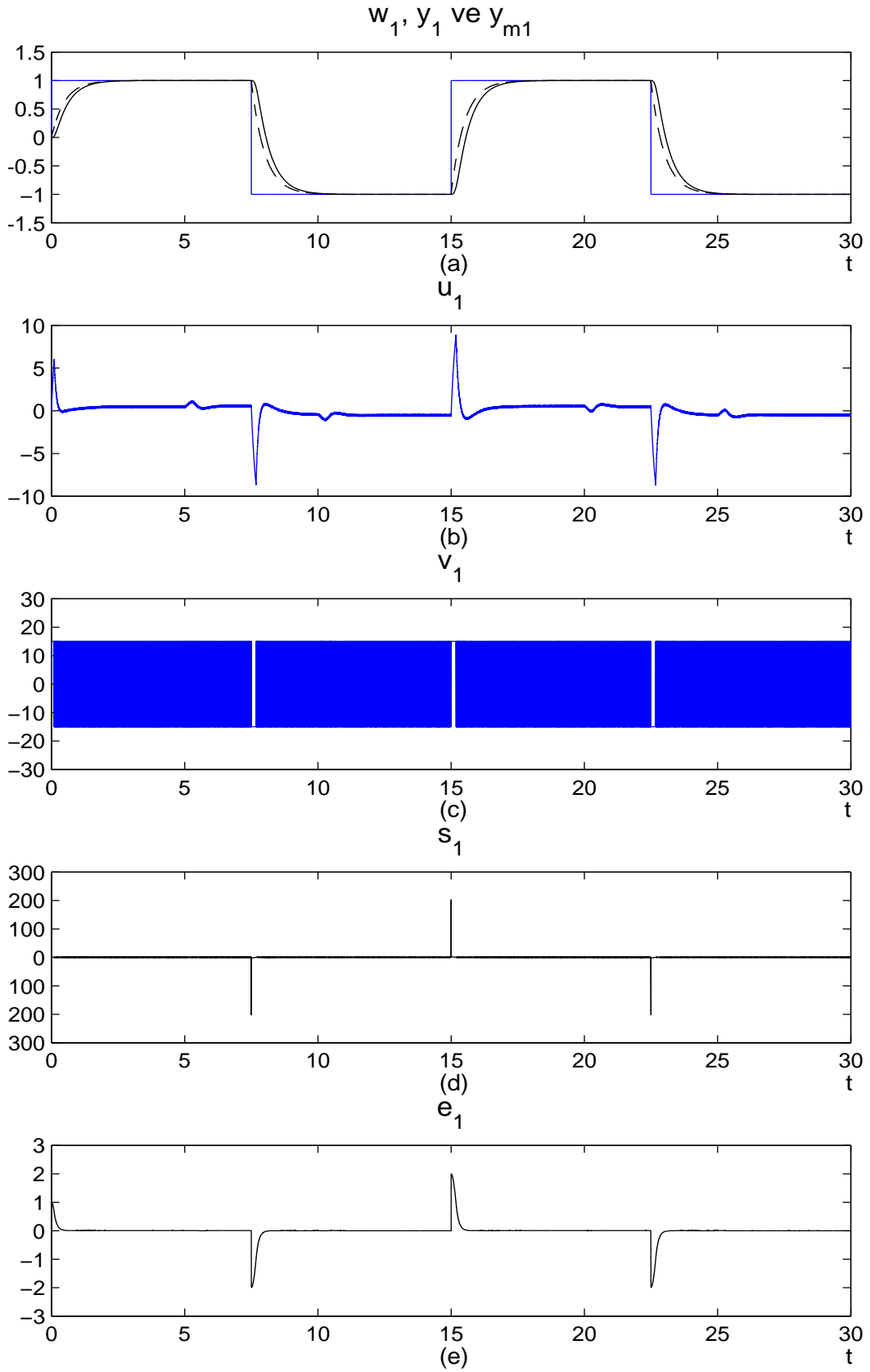
Görüldüğü gibi, Eş. 3.88'de verilen görelî derece koşullarını sağlamak için gerekli olan süzgeçler yalın türevler içermediğinden  $\mathbf{F}(s)$  matrisi içerisinde kullanılmıştır. Dikkat edilirse  $\mathbf{F}(s)$  matrisi bu kez ters köşegen yapıdadır.  $r_1 = 15$  ve  $r_2 = 10$  seçilerek yapılan benzetime ait sonuçlar Şekil 3.21 ve Şekil 3.22'de sunulmuştur. Benzetim sonuçları incelendiğinde, her iki döngüde de görelî derece koşulları sağlandığından kayan kipin elde edildiği ve sistem çıkışlarının model çıkışlarını takip ettiği görülebilir. Önceki örneklerde olduğu gibi, kullanılan  $\mathbf{F}(s)$  matrisi yardımıyla, sisteme uygulanan denetim sinyallerinin yüksek sıklıklı bileşenleri süzgeçlenmiştir.



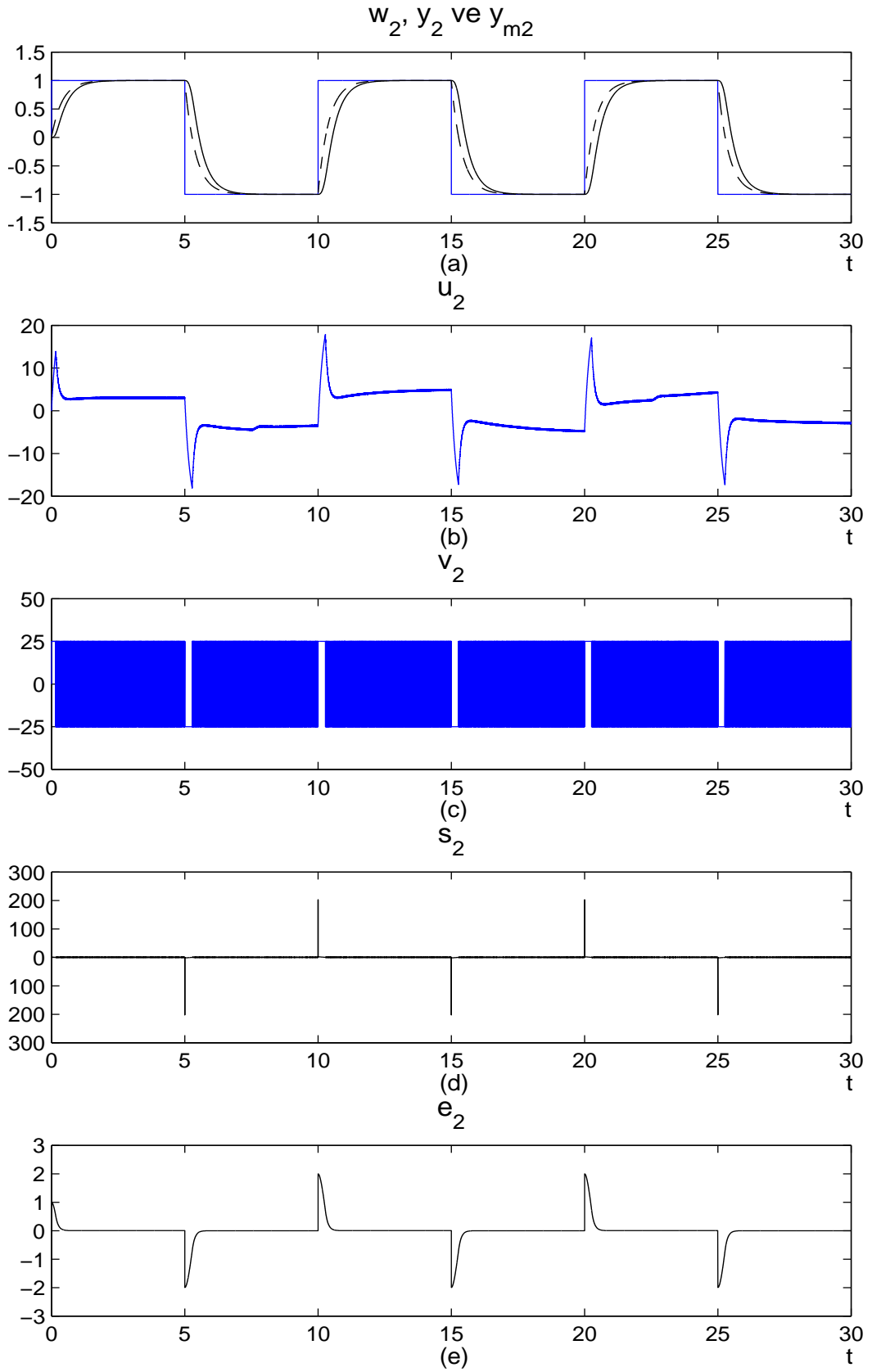
Şekil 3.17.  $F(s)$  matrisinin kullanımı - Birinci döngü ( $r_1 = 5$ )  
 $G_3(s)$  ve  $M_3(s)$  için benzetim sonuçları



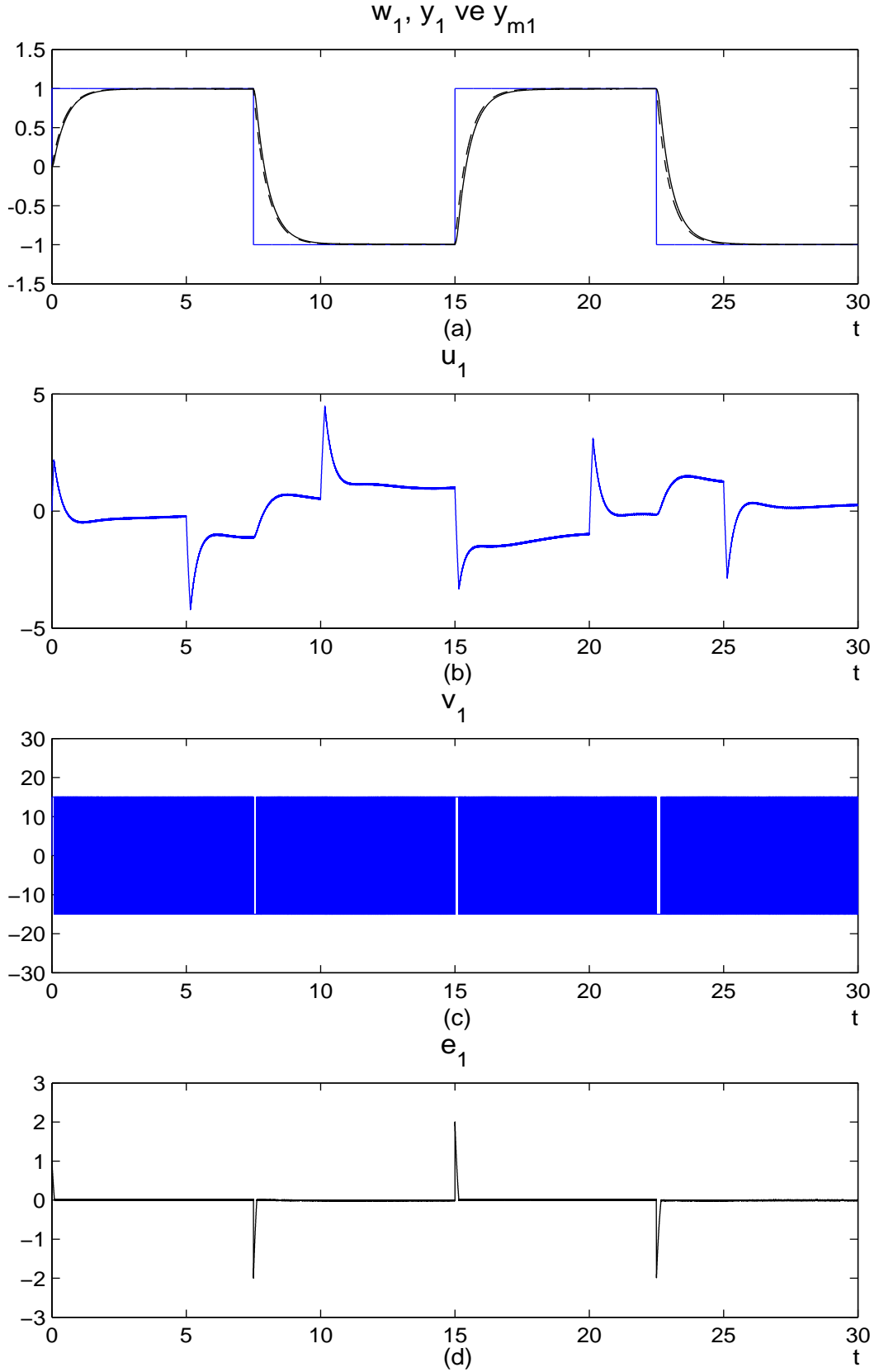
Şekil 3.18.  $F(s)$  matrisinin kullanımı - İkinci döngü ( $r_2 = 5$ )  
 $G_3(s)$  ve  $M_3(s)$  için benzetim sonuçları



Şekil 3.19.  $E(s)$  ve  $F(s)$  matrislerinin kullanımı - Birinci döngü ( $r_1 = 15$ )  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları

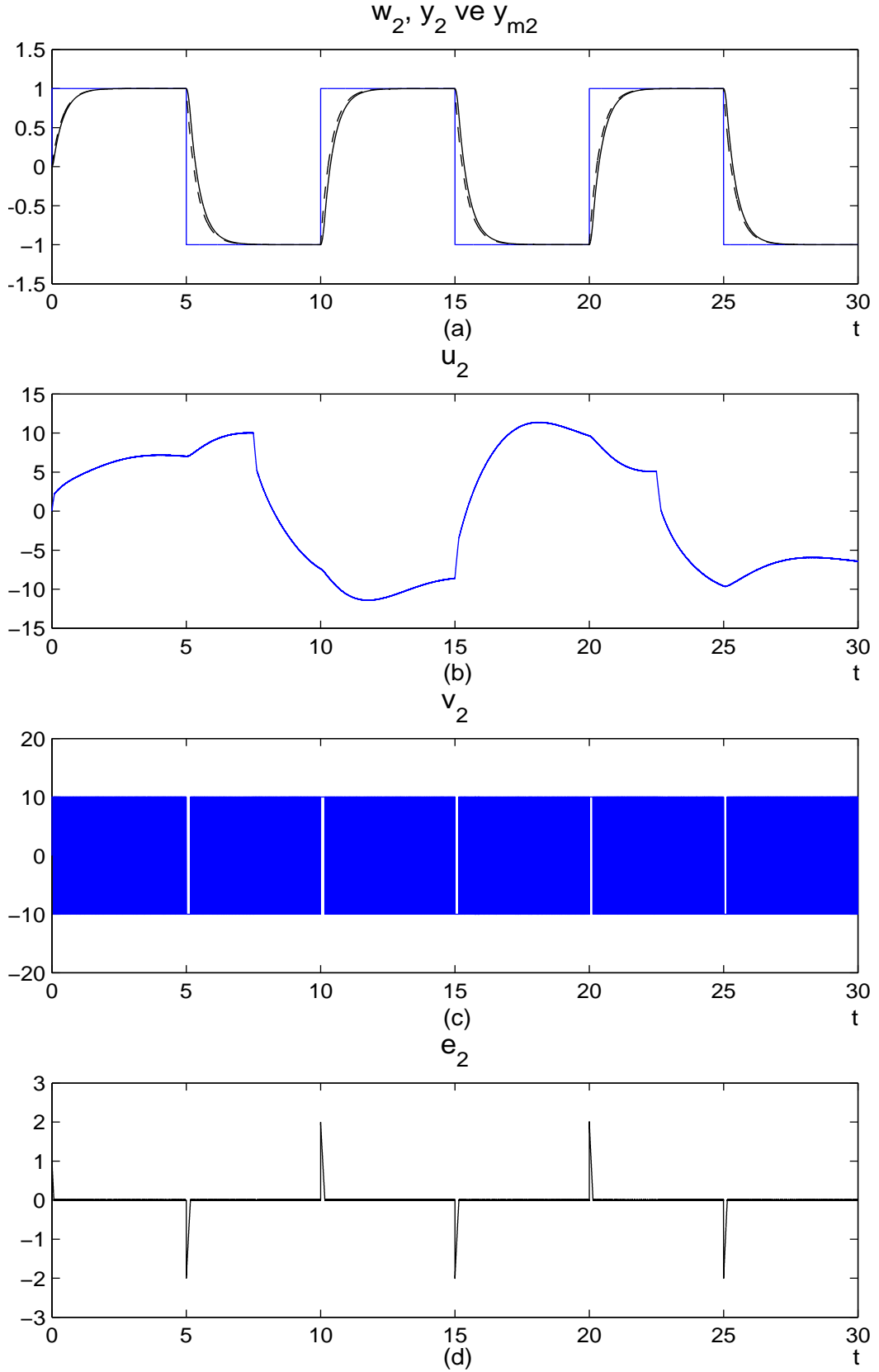


Şekil 3.20.  $E(s)$  ve  $F(s)$  matrislerinin kullanımı - İkinci döngü ( $r_2 = 25$ )  
 $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları



Şekil 3.21.  $F(s)$  matrisinin kullanımı - Birinci döngü ( $r_1 = 15$ )  
 $G_4(s)$  ve  $M_4(s)$  için benzetim sonuçları





Şekil 3.22.  $F(s)$  matrisinin kullanımı - İkinci döngü ( $r_2 = 10$ )  
 $G_4(s)$  ve  $M_4(s)$  için benzetim sonuçları

### 3.5.3 Parametre Değişikliklerinin Etkilerinin İncelenmesi

Bu kısımda, zamanla değişen sistem parametrelerinin kayan kip koşulları ve denetim başarımındaki etkisi benzetim örnekleri aracılığıyla irdelenmiştir.

İlk benzetim örneğinde ani değişen sistem parametrelerinin etkisinin incelenmesi amacıyla Eş. 3.155'te verilen sistem ve model kullanılmıştır. Denetlenen sisteme ait parametrelerin sabit olmadığı kabul edildiğinden, sisteme ait aktarım işlevi aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$\mathbf{G}_4(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.5}{s^2 + s + 1} & \frac{s + 2}{(s + 3)(s + 4)} \\ \frac{2s + 3}{2s^2 + 2s + 1} & \frac{s + 0.5}{(s + 1)^2(s + 2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{B_{11}(s)}{A_{11}(s)} & \frac{B_{12}(s)}{A_{12}(s)} \\ \frac{B_{21}(s)}{A_{21}(s)} & \frac{B_{22}(s)}{A_{22}(s)} \end{bmatrix} \quad (3.156)$$

Gerçekleştirilen ilk benzetim sırasında denetlenen sisteme ait parametreler  $t = 5s$  anında  $A_{12}(s) = (s + 2)(s + 2.5)$ ,  $t = 12s$  anında  $A_{21}(s) = 2s^2 + 2s + 0.5$ ,  $t = 17s$  anında  $A_{12}(s) = (s + 2.5)(s + 3)$  ve son olarak  $t = 22s$  anında  $A_{22}(s) = (s + 1)^2(s + 0.4)$  biçiminde değiştirilmiştir. Röle genlikleri  $r_1 = 15$  ve  $r_2 = 10$  seçilerek yapılan benzetime ait sonuçlar Şekil 3.23 ve Şekil 3.24'te görülmektedir. Burada  $\mathbf{E}$  matrisi kullanılmadığından kayan kip için gerekli koşul  $\beta r > |\dot{\mathbf{w}} - \dot{\phi}^o|$  şeklindedir. Eş. 3.155'ten görülebileceği gibi,  $\beta_{ij} = 0$ ,  $i \neq 0$  olduğundan bu koşullar Eş. 3.146 ve Eş. 3.147 ile verilen eşitsizliklere indirgenir. Şekil 3.23.d ve Şekil 3.24.d' de, kayan kip koşullarının incelendiği ilk benzetim çalışmalarında olduğu gibi,  $\beta_{ii}r_i$  çarpımları ile  $e_i > 0$  olduğu anlarda  $\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^o$ ,  $e_i < 0$  olduğu anlarda ise  $-\dot{w}_i + \dot{\phi}_i^o$  terimleri gösterilmiştir ( $i = 1, 2$ ). Şekil 3.23.d incelendiğinde,  $t = 5s$  ve  $t = 17s$  anlarında meydana gelen parametre değişiklikleri nedeniyle bu anlarda  $e_1 = 0$  eşitliğinin bozulduğu ancak kayan kip koşullarının bozulmadığı görülmektedir. Bu nedenle her iki anda da  $e_1$  sinyali hızla sıfır değerine geri dönmüştür.  $t = 5s$  anında  $e_1 < 0$  olduğundan röle çıkışı  $v_1 = -10$ ,  $t = 17s$  anında ise  $e_1 > 0$  olduğundan  $v_1 = 10$  değerini almıştır.  $e_1 = 0$  eşitliği yeniden sağlandığı andan itibaren röle elemanı kayan kipte çalışmaya devam etmiştir. Parametre değişiklikleri nedeniyle sistem çıkışında meydana gelen bozulmalar Şekil 3.23.a'dan gözlenmektedir. Benzer şekilde, Şekil 3.24.d'ye dikkat edilirse,  $t = 12s$  ve  $t = 22s$  anlarında meydana gelen parametre değişiklikleri nedeniyle bu kez  $e_2 = 0$  eşitliği bozulmuştur. Ancak kayan kip koşulları bozulmadığından hata

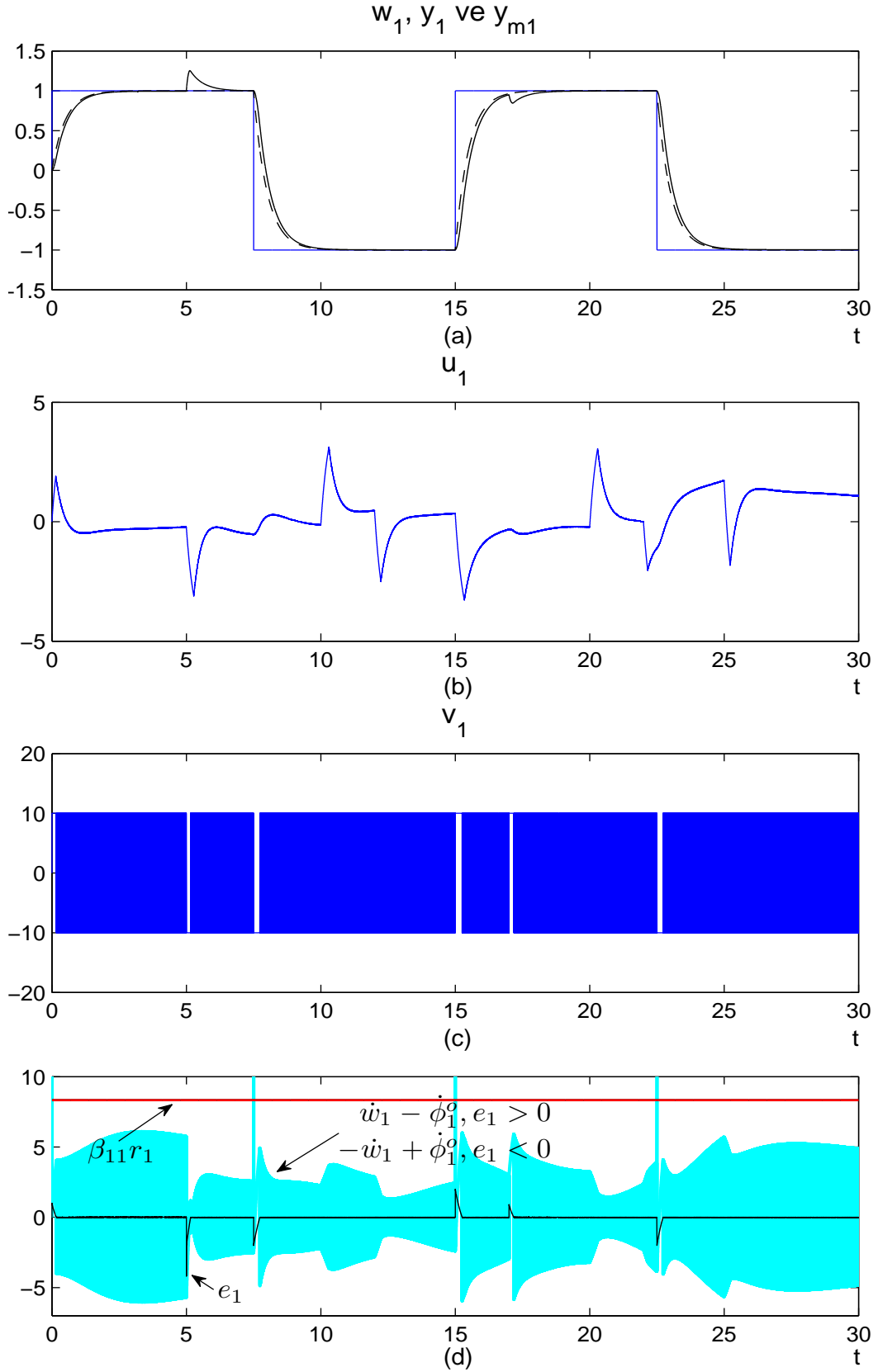
sinyali sıfır değerine kısa sürede geri dönmüştür. Her iki parametre değişikliği sonrasında  $e_2 < 0$  olduğundan röle çıkışı  $v_2 = -5$  değerini almış ve  $e_2 = 0$  eşitliği sağlanır sağlanmaz röle kayan kipte çalışmaya başlamıştır. Şekil 3.24.a incelendiğinde, parametre değişiklikleri nedeniyle model takibinin de bozulduğu gözlenebilir.

Aynı benzetim bu kez röle genlikleri  $r_1 = 45$  ve  $r_2 = 30$  seçilerek tekrarlanmış ve sonuçları Şekil 3.25 ve Şekil 3.26'da verilmiştir. Daha düşük röle genlikleri ile dahi kayan kip koşullarının sağlandığı bilindiğinden  $\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^o$  ve  $-\dot{w}_i + \dot{\phi}_i^o$  terimlerinin gösterilmesine gerek duyulmamıştır. Parametre değişikliklerinin meydana geldiği anlarda  $e_1 = 0$  ve  $e_2 = 0$  eşitliklerinin önceki benzetimde olduğu gibi bozulduğu, ancak daha büyük röle genlikleri seçildiğinden daha kısa sürede yeniden sıfır değerine ulaştıkları gözlenmektedir. Oluşan erişme evreleri grafik ölçeğinde görülmeyecek kadar kısalmıştır. Buna bağlı olarak, her iki döngüde de sistem çıkışları model çıkışlarını daha kısa sürede yakalamıştır.

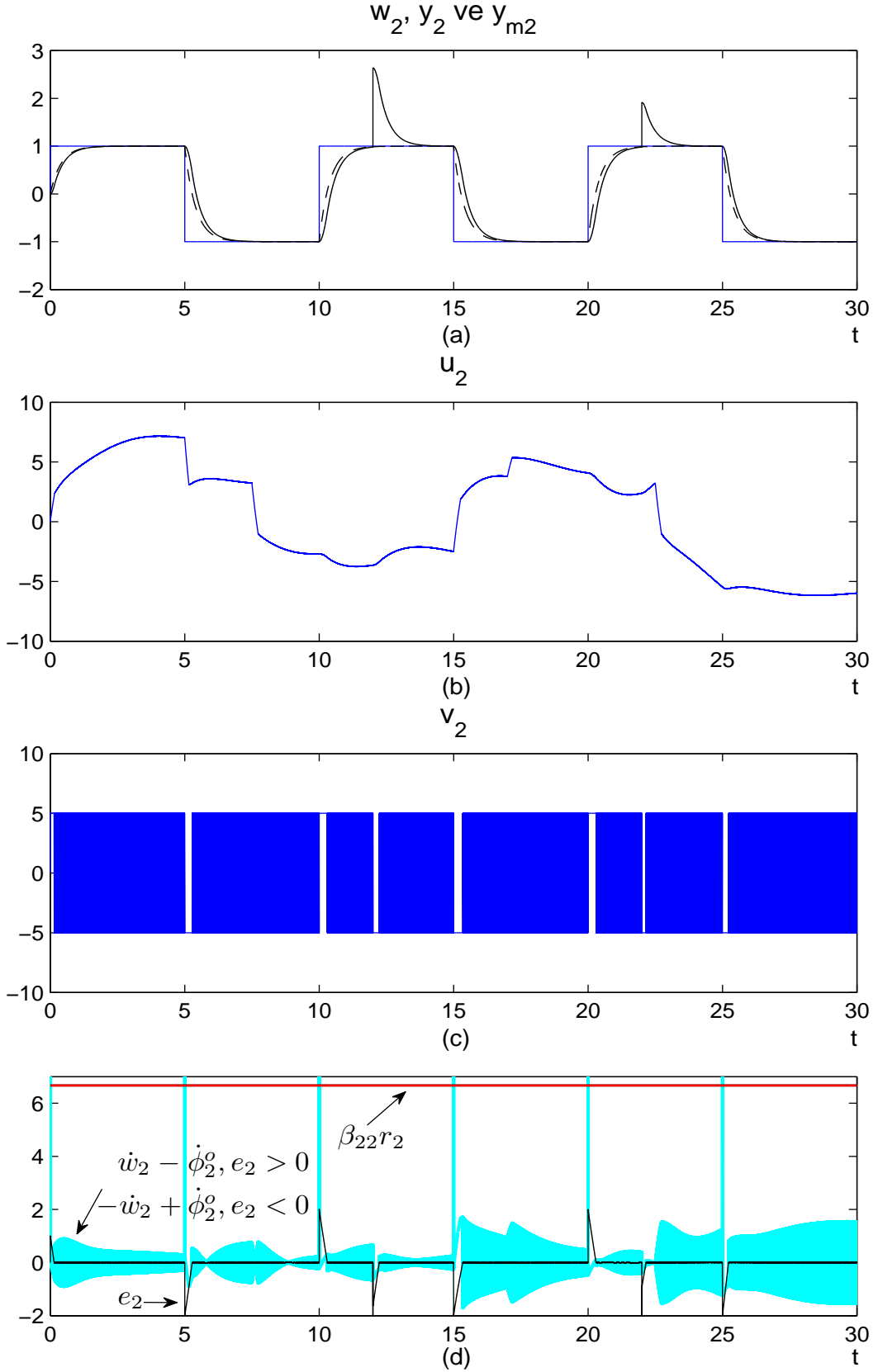
Özetle, bu örnekte meydana gelen ani parametre değişikliklerinin  $\dot{\phi}_1^o$  ve  $\dot{\phi}_2^o$  sinyalleri üzerindeki etkileri kayan kip koşullarının bozulmasına neden olmamış ve parametre değişikliklerinin ardından oluşan kısa erişme evrelerinin ardından sistem kayan kipte çalışmaya devam etmiştir. Röle genlikleri arttırılarak bu erişme evrelerinin sürelerinin daha da kısaltılabileceği gösterilmiştir.

Bu kısma ait son benzetimde yine Eş. 3.155'te verilen sistemden faydalanılmıştır. Ancak bu kez sistem parametrelerinin bazılarının Eş. 3.157'de görüldüğü gibi zamanla sürekli değiştiği varsayılmıştır. Röle genlikleri  $r_1 = 15$  ve  $r_2 = 10$  seçilerek yapılan benzetime ait sonuçlar Şekil 3.27 ve Şekil 3.28'de görülmektedir. Elde edilen sonuçlar zamanla sürekli değişen sistem parametrelerinin kayan kip koşullarını bozmadığını ve denetim başarımını olumsuz etkilemediğini göstermektedir. Röle genlikleri yeterince büyük olduğundan her iki çıkış da model tepkilerini başarılı bir şekilde takip etmektedir. Kayan kip koşulları yalnızca dayanak girişlerinin işaret değiştirdiği anlarda bozulduğundan bu anlar dışında röle elemanları sürekli kayan kipte çalışmaktadır. Değişen sistem yapısına bağlı olarak üretilen denetim sinyalleri de zamanla sürekli değişmektedir.

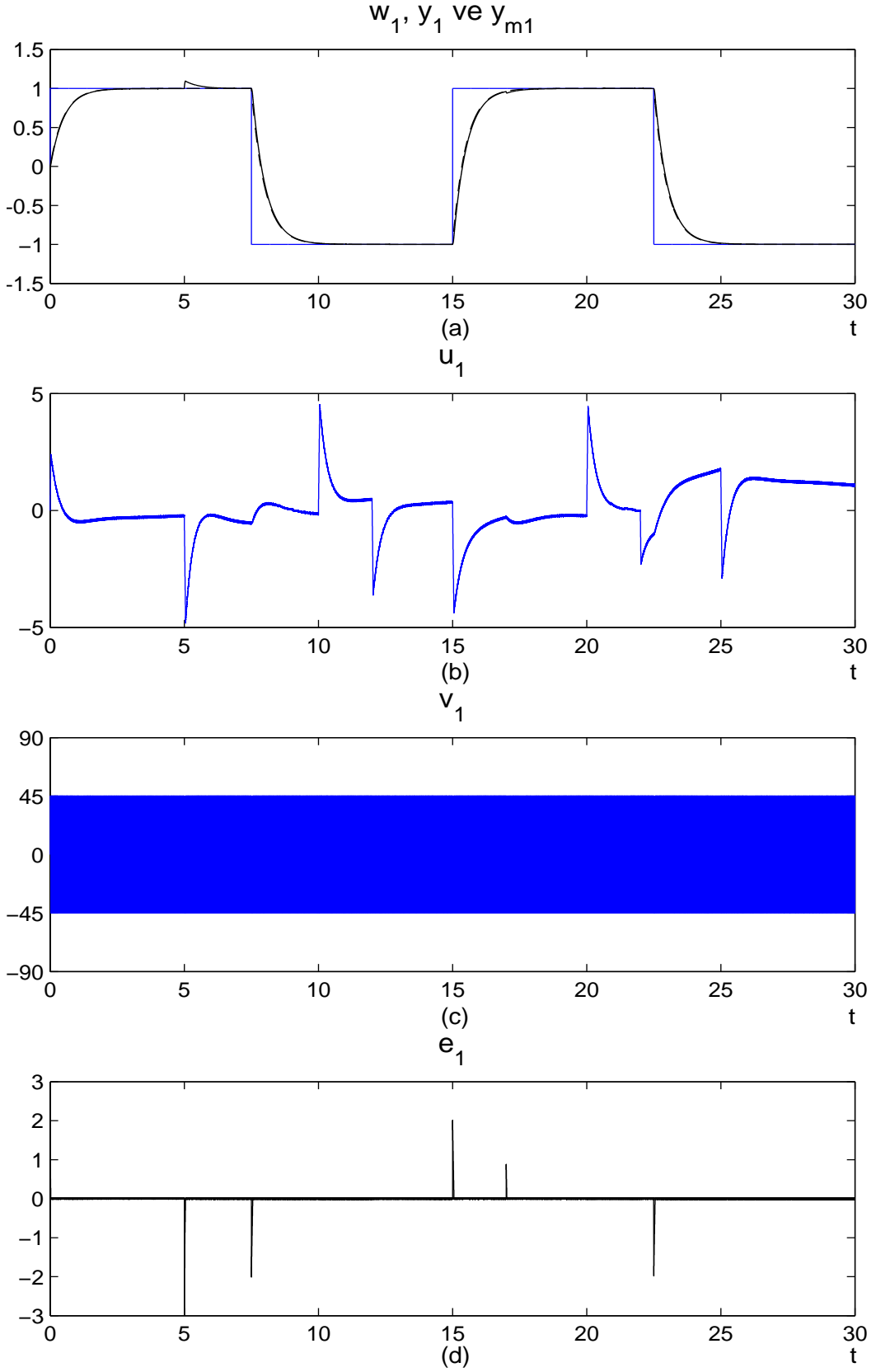
$$\begin{aligned}
A_{11}(s) &= s^2 + a_{11}s + 1, \quad a_{11}(t) = 1 + 0.2 \sin\left(\frac{2\pi t}{T'_1}\right), \quad T'_1 = 8s \\
A_{12}(s) &= (s + 3)(s + a_{12}), \quad a_{12}(t) = 4 + 0.3 \sin\left(\frac{2\pi t}{T'_2}\right), \quad T'_2 = 12s \\
A_{21}(s) &= 2s^2 + 2s + a_{21}, \quad a_{21}(t) = 1 + 0.1 \sin\left(\frac{2\pi t}{T'_3}\right), \quad T'_3 = 5s \\
A_{22}(s) &= (s + 1)^2(s + a_{22}), \quad a_{22}(t) = 2 + 0.2 \sin\left(\frac{2\pi t}{T'_4}\right), \quad T'_4 = 10s \\
B_{12}(s) &= s + b_{12}, \quad b_{12}(t) = 2 + 0.3 \sin\left(\frac{2\pi t}{T'_5}\right), \quad T'_5 = 17s \\
B_{22}(s) &= (s + 1)^2(s + b_{22}), \quad b_{22}(t) = 0.5 + 0.1 \sin\left(\frac{2\pi t}{T'_6}\right), \quad T'_6 = 25s
\end{aligned} \tag{3.157}$$



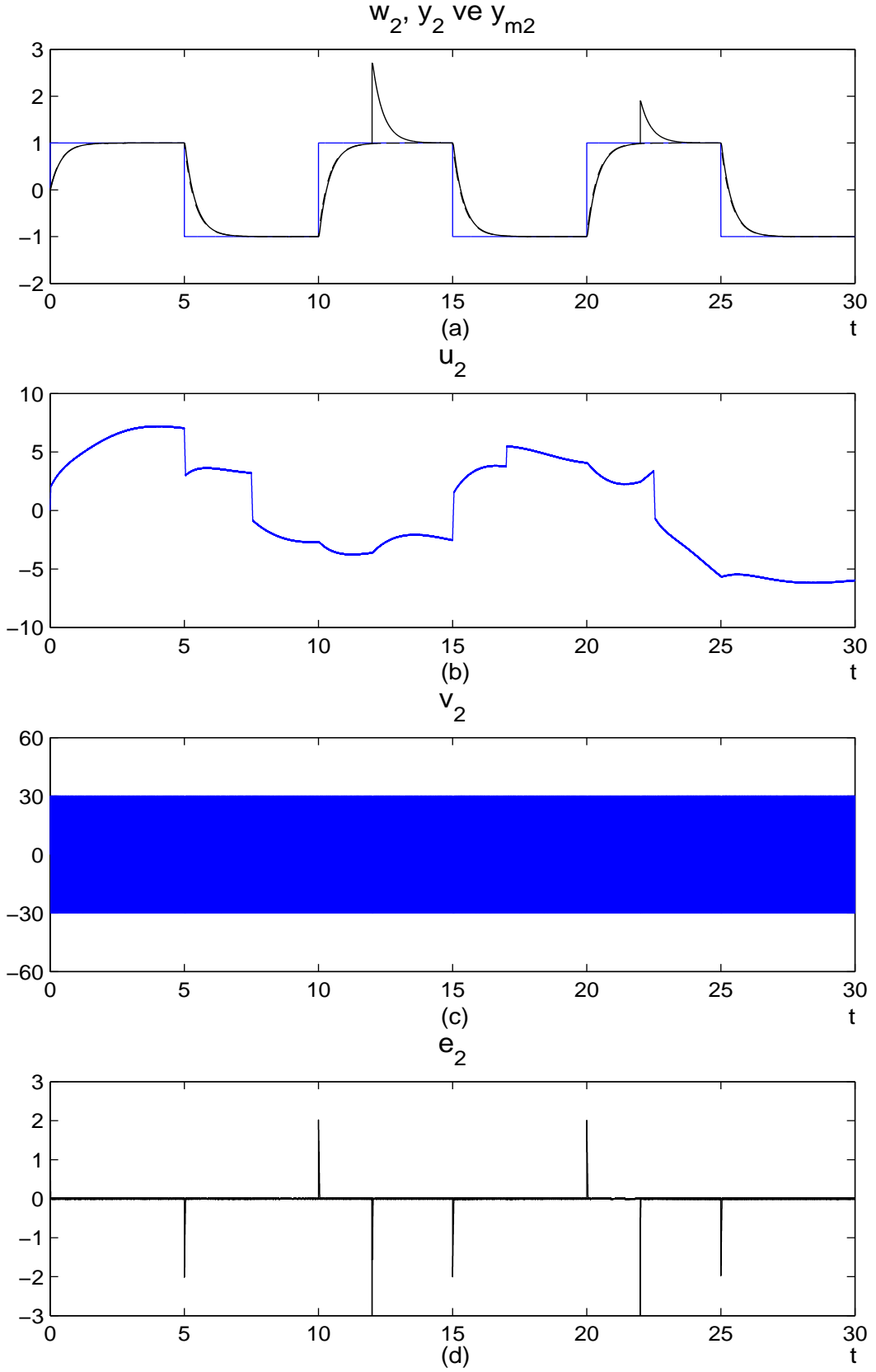
Şekil 3.23. Ani değişen sistem parametrelerinin etkisi - Birinci döngü ( $r_1 = 10$ )  $G_4(s)$  ve  $M_4(s)$  için benzetim sonuçları



Şekil 3.24. Ani değişen sistem parametrelerinin etkisi - İkinci döngü ( $r_2 = 5$ )  $G_4(s)$  ve  $M_4(s)$  için benzetim sonuçları

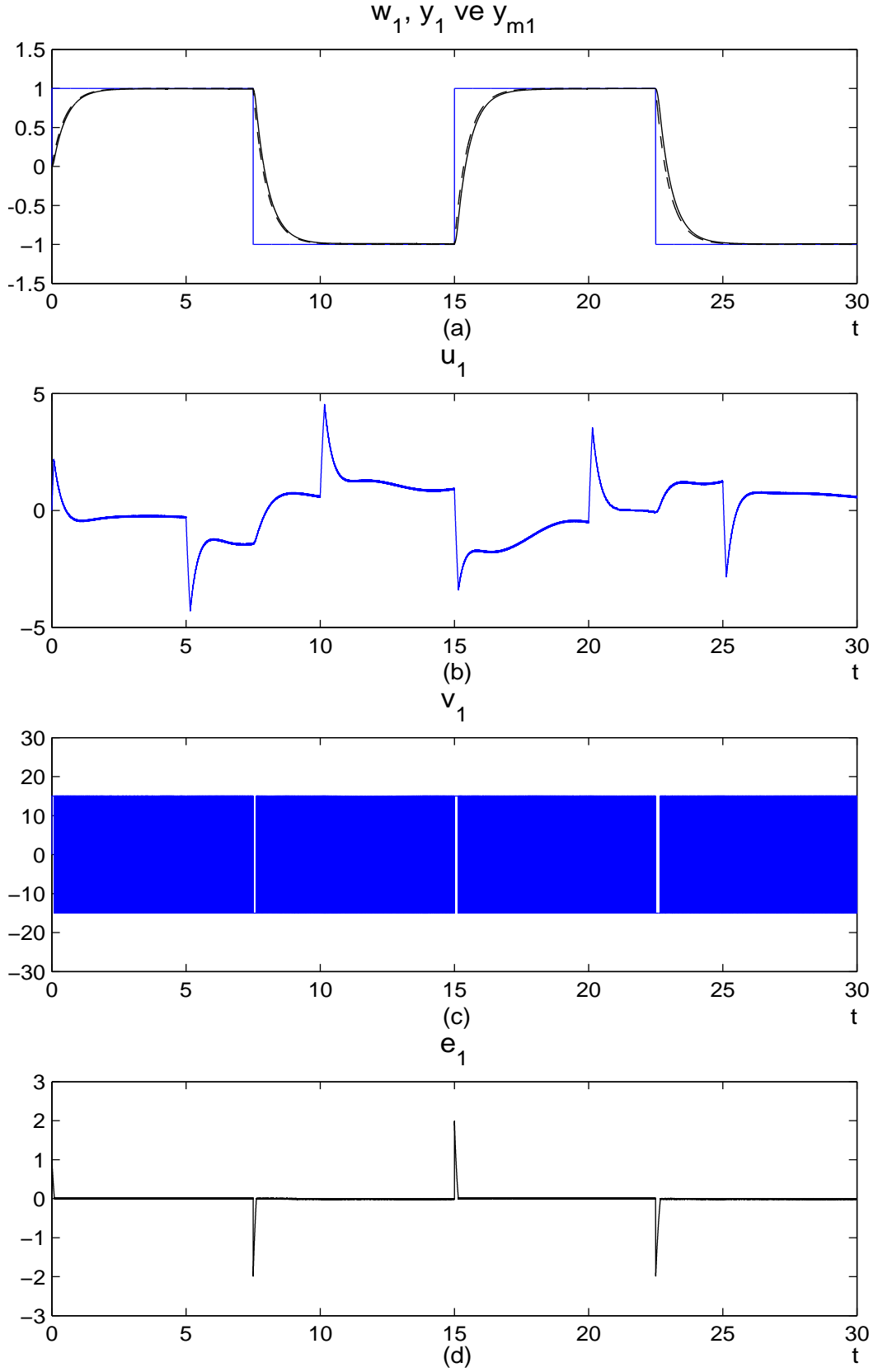


Şekil 3.25. Ani değişen sistem parametrelerinin etkisi - Birinci döngü ( $r_1 = 45$ )  $G_4(s)$  ve  $M_4(s)$  için benzetim sonuçları

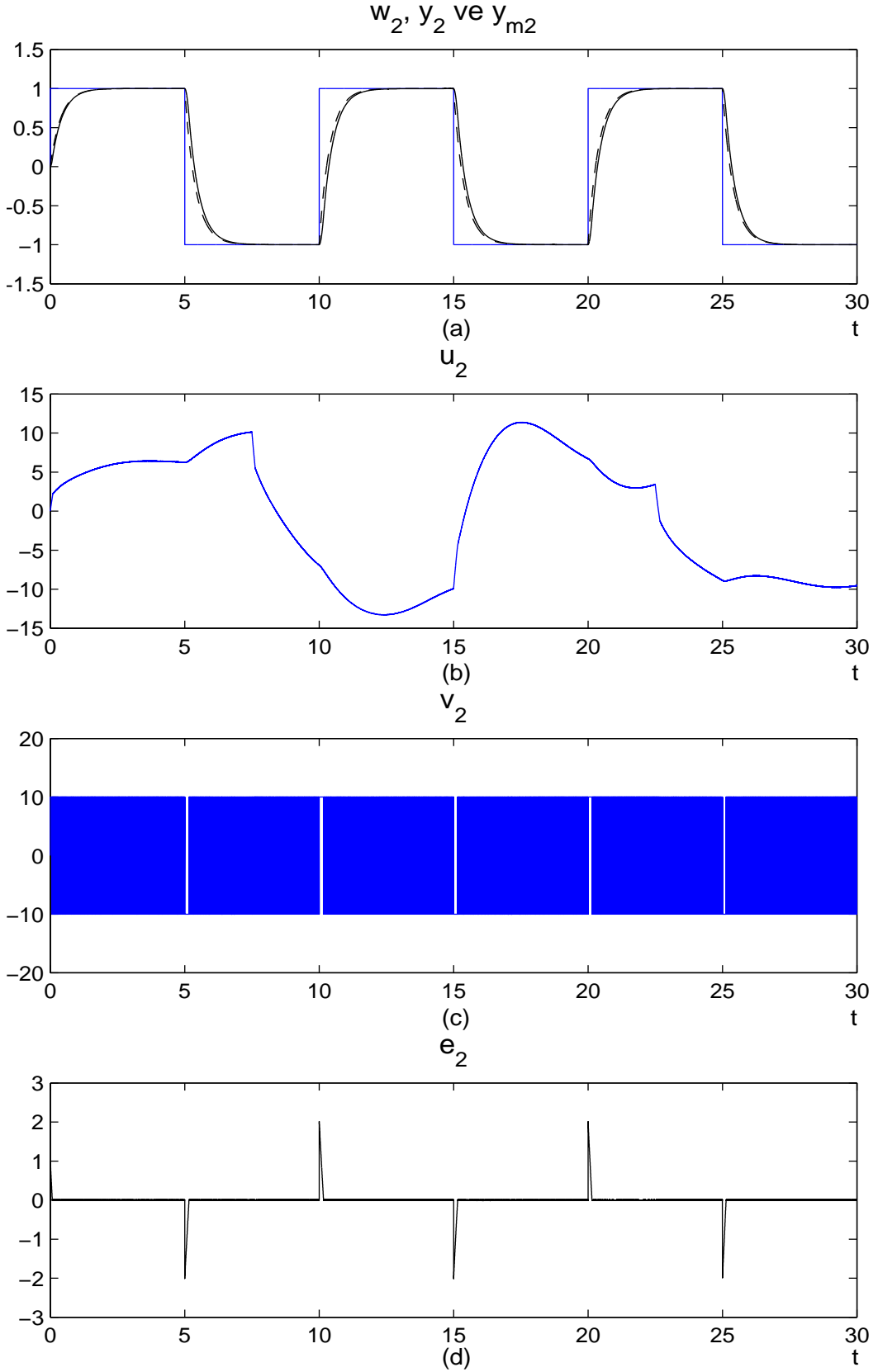


Şekil 3.26. Ani değışen sistem parametrelerinin etkisi - İkinci döngü ( $r_2 = 30$ )  
 $G_4(s)$  ve  $M_4(s)$  için benzetim sonuçları





Şekil 3.27. Sürekli değişen sistem parametrelerinin etkisi - Birinci döngü ( $r_1 = 15$ )  
 $G_4(s)$  ve  $M_4(s)$  için benzetim sonuçları



Şekil 3.28. Sürekli değişen sistem parametrelerinin etkisi - İkinci döngü ( $r_2 = 10$ )  $G_4(s)$  ve  $M_4(s)$  için benzetim sonuçları

### 3.5.4 Bozucuların Denetim Başarımı Üzerindeki Etkilerinin İncelenmesi

Bu kısımda, denetim problemlerinde karşılaşılan sorunların başında gelen bozucuların çokdöngülü sistemlerin denetim başarımı üzerindeki etkileri incelenmiştir. Benzetimlerde Eş. 3.145'te verilen sistem kullanılmıştır.

Basamak tipi bozucuların irdelendiği ilk benzetim örneğinde, benzetimin başlangıç anında çıkış sinyalleri üzerinde etkili olan  $d_1$  ve  $d_2$  bozucuların değeri sıfırdır. Birinci döngüye ait çıkış sinyali  $y_1$  üzerinde  $t = 11$ 's'den itibaren  $d_1 = 0.5$  değerinde bozucu etkilidir.  $d_1$  sinyali  $t = 23$ s anında  $d_1 = -0.1$  değerine atlamıştır.  $y_2$  üzerinde etkili olan  $d_2$  sinyali ise  $t = 6$ 's'de  $d_1 = 0.25$ ,  $t = 22$ 's'de ise  $d_1 = 0.75$  değerini almıştır. Röle genlikleri  $r_1 = 4$  ve  $r_2 = 8$  şeklinde belirlenerek elde edilen benzetim sonuçları Şekil 3.29 ve Şekil 3.30'da görülmektedir. Eş. 3.99'da verilen kayan kip koşullarının bozulup bozulmadığını irdelemek amacıyla Şekil 3.29.c ve Şekil 3.30.c'de  $e_i > 0$  olduğu anlarda  $\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^o - \psi_i$ ,  $e_i < 0$  olduğu anlarda ise  $-\dot{w}_i + \dot{\phi}_i^o + \psi_i$  sinyalleri gösterilmiştir ( $i = 1, 2$ ). Dikkat edilirse, basamak tipi bozucuların değer değiştirdiği anlarda kayan kip koşullarının bozulduğu gözlenebilir. Kayan kip koşulları anlık olarak bozulduğundan ilgili döngüye ait hata sinyallerinin hızla sıfır değerine geri döndüğü ve bozucular nedeniyle kayan kipten çıkan rölelerin yeniden kayan kipte çalışmaya başladığı görülmektedir. Bozucu sinyallerin yeni bir değere atladığı anlarda  $\psi_1$  ve  $\psi_2$  sinyallerinin aldığı değerler çok yüksek olduğundan, bozucuların sistemi kayan kipten çıkarmaması için gerekli olan röle genlikleri uygulamalarda gerçekleştirilemeyecek kadar büyüktür. Yine de röle genlikleri mümkün olduğunca büyük seçilerek, sistemin kayma evresinden çıktığı süreler kısaltılabilir. Bu amaçla yukarıda verilen benzetim bu kez  $r_1 = 20$  ve  $r_2 = 40$  seçilerek tekrarlanmış ve elde edilen sonuçlar Şekil 3.31 ve Şekil 3.32'de gösterilmiştir. Şekil 3.31.c ve Şekil 3.32.c incelendiğinde, bozucuların değer değiştirdiği anlarda kayan kip koşulları bozulduğundan  $e_1 = 0$  ve  $e_2 = 0$  eşitliklerinin bozulduğu görülebilir. Bir önceki benzetimle karşılaştırıldığında hata sinyallerinin daha çabuk sıfır değerine geri döndüğü, buna bağlı olarak Şekil 3.31.b ve Şekil 3.32.b'den röle elemanlarının kayan kipten çıktığı anların grafik ölçeğinde görülemeyecek kadar kısaldığı gözlenmektedir.

Beyaz gürültünün denetim başarımı üzerindeki etkisini incelemek üzere Eş. 3.145'te verilen sistem ile yapılan benzetimde,  $y_1$  sinyali üzerinde ortalama değeri  $\mu_1 = 0$ , standart sapması  $\sigma_1 = 0.01$  olan,  $y_2$  sinyali üzerinde ise ortalama değeri  $\mu_2 = 0$ ,

standart sapması  $\sigma_2 = 0.015$  olan beyaz gürültü etkilidir. Hatırlanacağı gibi, beyaz gürültünün türevleri hata türevleri üzerine eklendiğinden kayan kip koşullarının gerçekleştirilebilir röle genlikleri ile sağlanabilmesini ve KKD'in elde edilmesini olanaksız kılmaktadır. Bu nedenle, Bölüm 3.3.2'de bahsedildiği gibi, model aktarım işlevlerine uygun seçilmiş sıfırlar eklenerek gürültünün yüksek sıklıklı bileşenlerinin süzgeçlenmesi hedeflenmiştir. Benzetimde kullanılan model aktarım işlevi şöyledir.

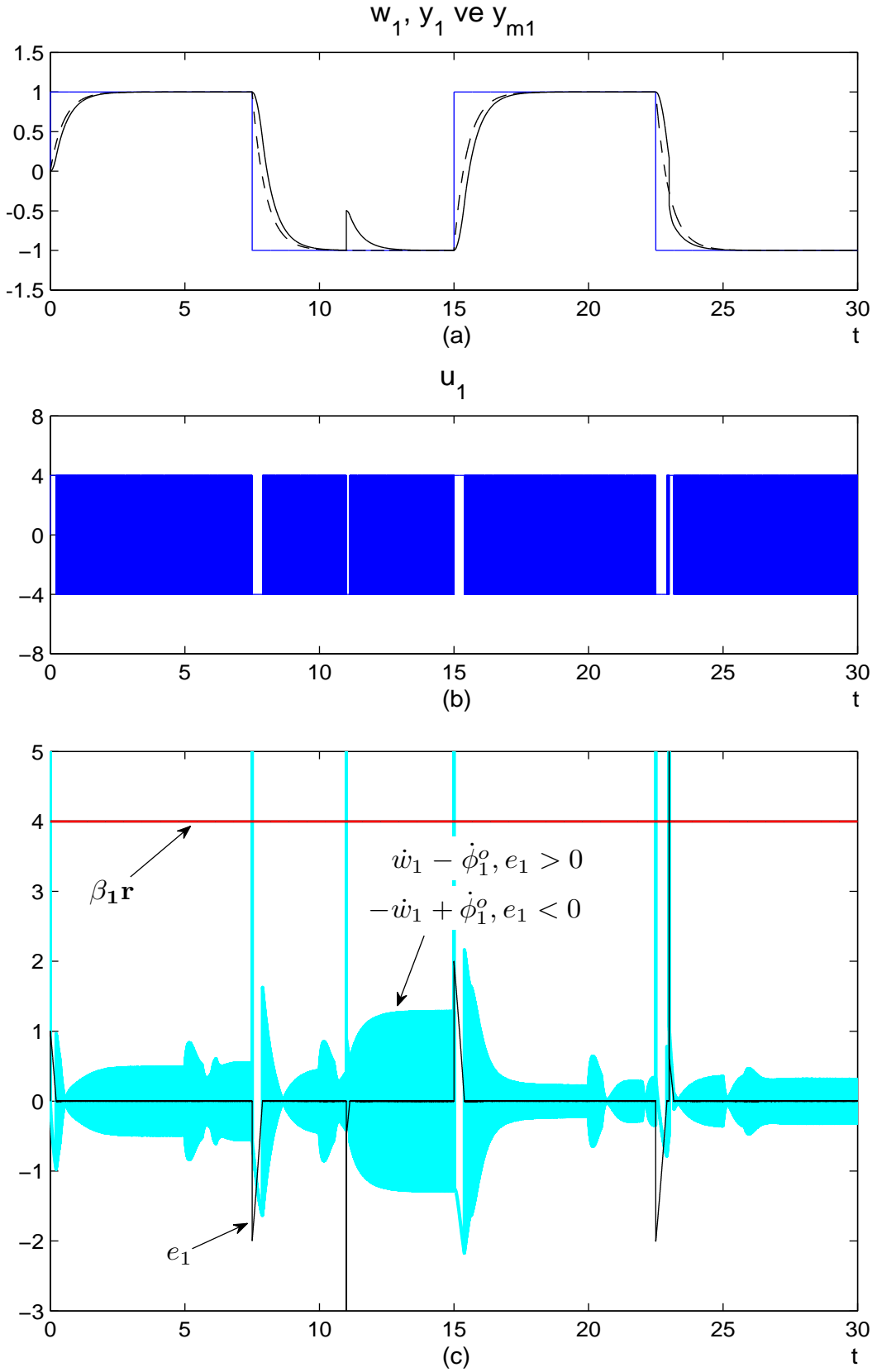
$$M'_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{(0.0125s + 1)^2}{0.5s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{(0.0125s + 1)^2}{0.4s + 1} \end{bmatrix} \quad (3.158)$$

Eş. 3.158 incelendiğinde, her iki model aktarım işlevine de  $s = -80$ 'de bulunan iki adet sıfır yerleştirildiği görülebilir. Eklenen sıfırlar nedeniyle Eş. 3.25 ile verilen görelî derece koşulları özellikle bozucuların etkili olduğu yüksek sıklıklarda sağlanmamaktadır. Ancak sistemin çalışma sıklığı olan daha düşük sıklıklarda KKD elde edilebilir.  $r_1 = 5$  ve  $r_2 = 15$  seçilerek gerçekleştirilen ve sonuçları Şekil 3.33 ve Şekil 3.34'te görülen benzetim bu saptamayı desteklemektedir. Model aktarım işlevlerine eklenen sıfırlar sayesinde her iki döngüde de gürültüye ait yüksek sıklıklı bileşenler süzgeçlenmiş ve gürültüsüz durum ile aynı seçilen röle genlikleriyle KKD elde edilebilmiştir. Süzgeçlenemeyen gürültü bileşenleri Şekil 3.33.c ve Şekil 3.34.c' de verilen hata sinyalleri üzerinde açıkça görülebilir. Hatırlanacağı gibi sistem çıkışı  $y = Mw - Me$  eşitliği ile verilmekteydi. Buna bağılı olarak hata sinyalleri üzerindeki gürültünün model aktarım işlevi ile süzgeçlenerek sistem çıkışlarına da yansıdığı görülmektedir. Buna rağmen her iki sistem çıkışı da model çıkışlarını takip etmektedir.

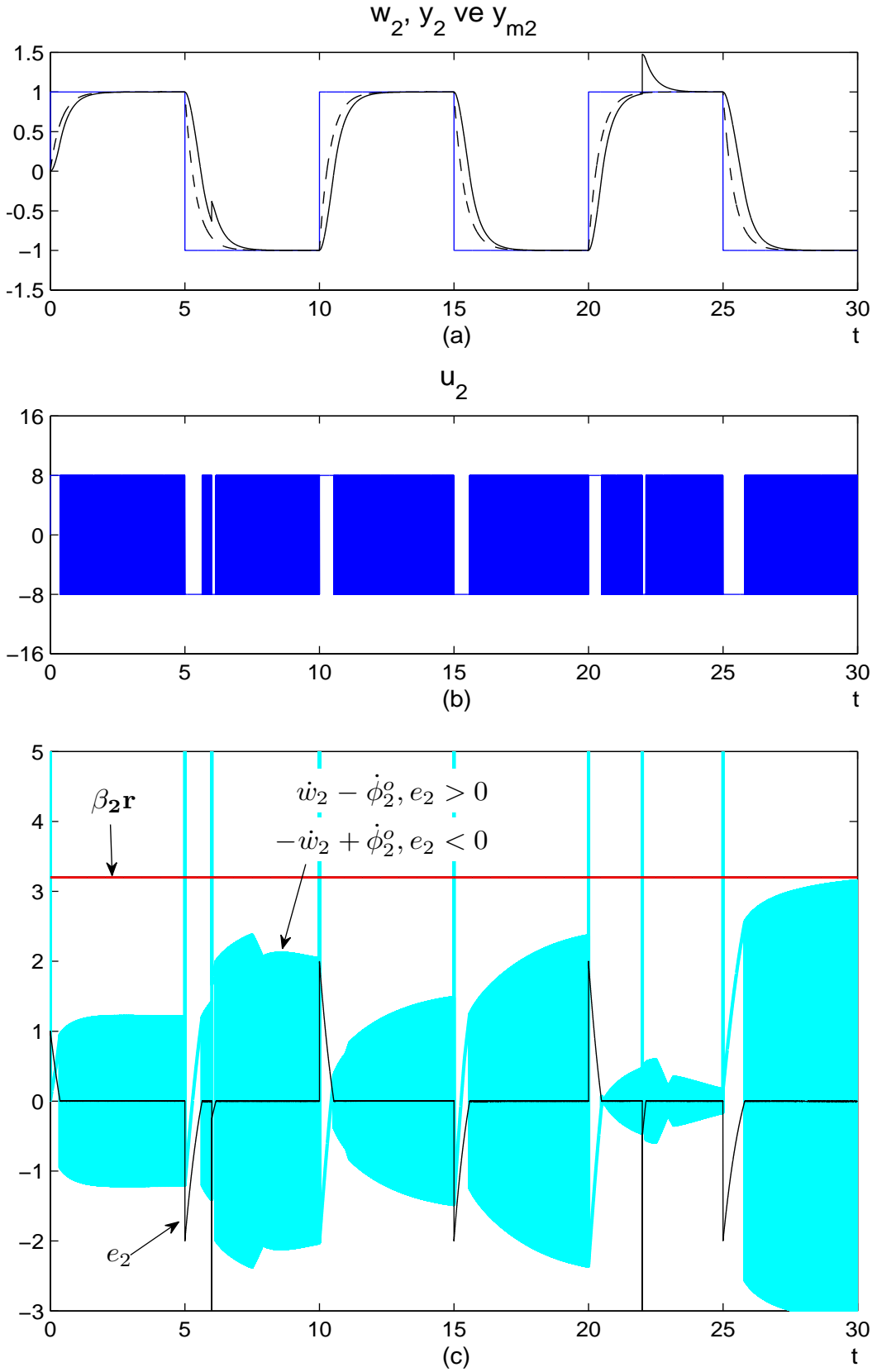
Ölçüm gürültüsünün etkisini incelemek amacıyla yine Eş. 3.145 ile verilen sistemden faydalanılmıştır. Benzetim sırasında sistemin, birinci çıkışı ölçen duyargaçtan kaynaklı  $m_1(t) = 0.05\sin(4000\pi t) + 0.1$  şeklinde yüksek sıklıklı sinüzoidal, ikinci çıkışı ölçen duyargaçtan kaynaklı ise  $\mu_{m_2} = 0.15$  ortalamalı, standart sapması  $\sigma_{m_2} = 0.01$  olan beyaz gürültü biçiminde ölçüm gürültüsüne maruz kaldığı kabul edilmiştir. İkinci çıkışı ölçen duyargaçtan kaynaklanan beyaz ölçüm gürültüsünün yüksek sıklıklı bileşenlerini süzgeçlemek amacıyla model aktarım işlevi matrisi Eş. 3.159'daki gibi değiştirilmiştir.

$$M_1'(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.5s+1} & 0 \\ 0 & \frac{(0.0125s+1)^2}{0.4s+1} \end{bmatrix} \quad (3.159)$$

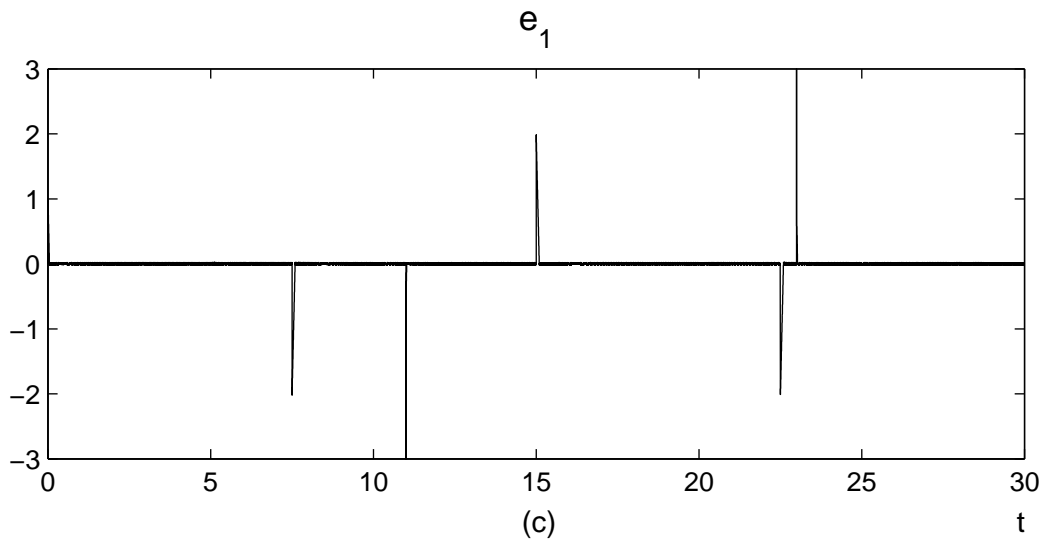
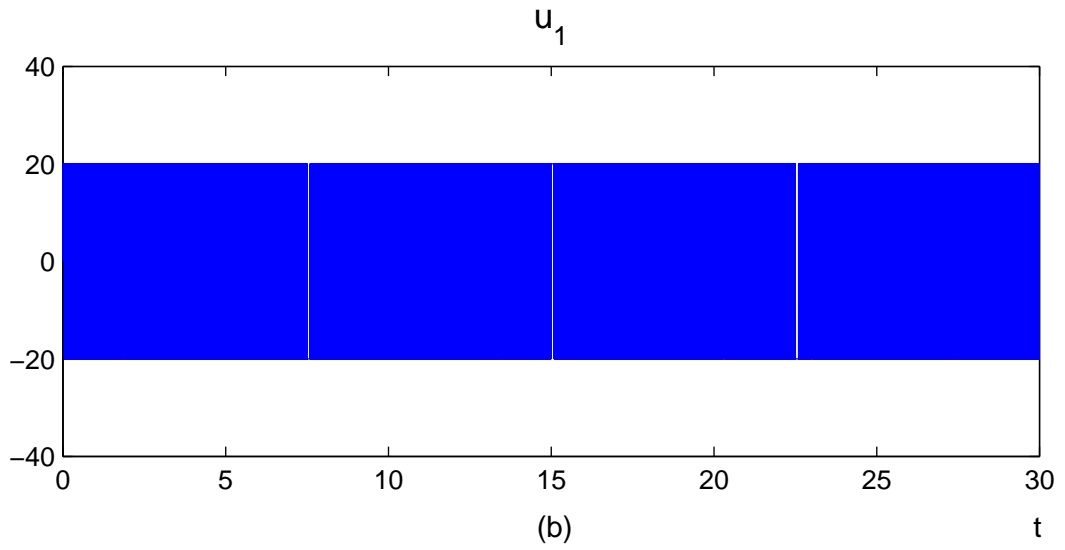
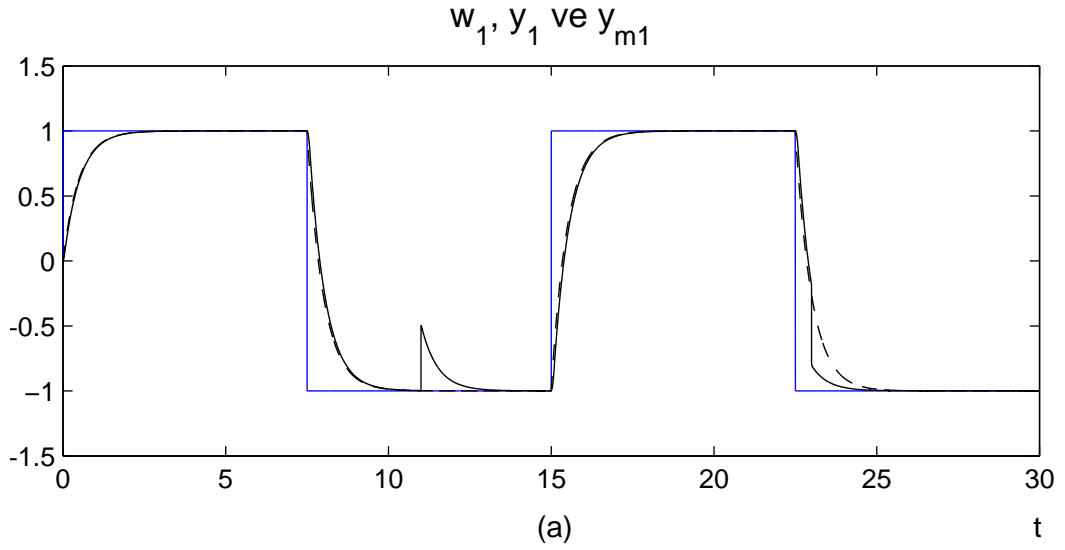
Yapılan benzetime ait sonuçlar Şekil 3.35 ve Şekil 3.36'da görülmektedir. Röle genlikleri  $r_1 = 5$  ve  $r_2 = 15$  olarak belirlenmiştir. Şekil 3.35.c'ye dikkat edilirse  $e_1$  sinyali dayanak girişi  $w_1$ 'in işaret değiştirdiği anlar dışında sıfır değerinde kalmıştır. Buna bağlı olarak birinci röle kayan kipte çalışmaktadır (Şekil 3.35.b). Ancak Şekil 3.35.a incelendiğinde birinci çıkışı ölçen sensörden kaynaklanan sinüzoidal ölçüm hatasının  $y_1$  üzerine eklendiği görülmektedir. Yüksek sıklıklı bileşenleri model aktarım işlevine eklenen sıfırlar sayesinde süzgeçlenen ikinci döngüdeki ölçüm gürültüsünün süzgeçlenemeyen bileşenleri Şekil 3.36.c'den görüldüğü gibi  $e_2$  sinyali üzerinde etkili olmuştur. Bir önceki örnekte olduğu gibi görelî derece koşulları sistemin çalışma sıklığında sağlandığından rölenin kayan kipte çalıştığı gözlenebilir. Ancak Şekil 3.36.a'dan da görülebileceği gibi ölçüm hatası (ölçüm gürültüsü sıfır ortalamalı olmadığından) çıkış üzerine eklenmiştir.



Şekil 3.29. Basamak tipi bozucuların etkisi - Birinci döngü ( $r_1 = 4$ )  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları

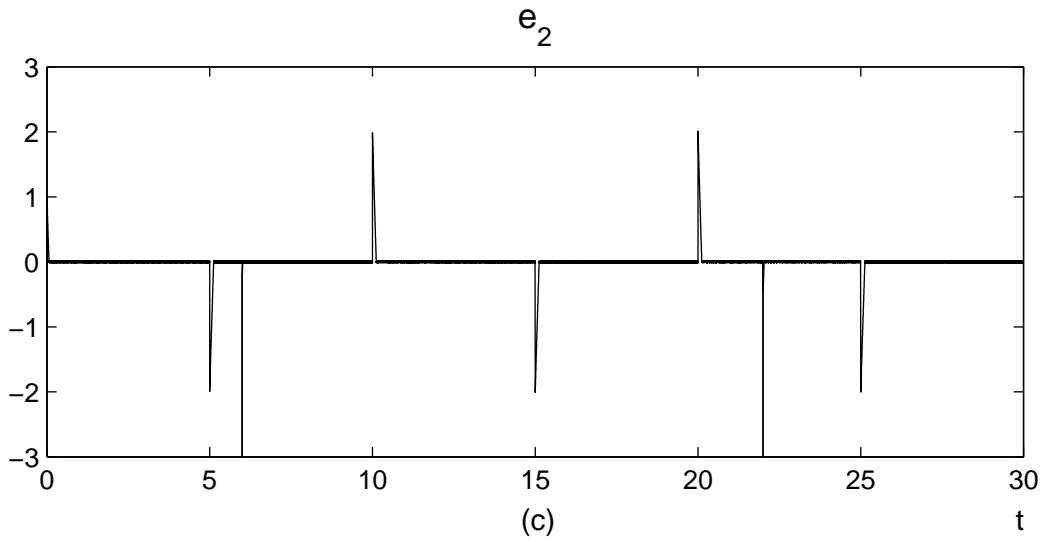
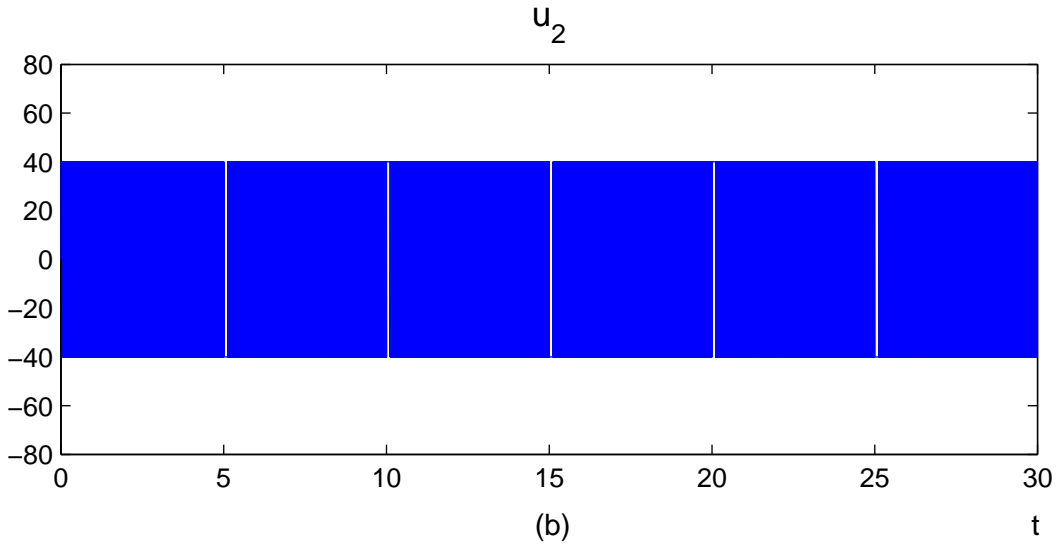
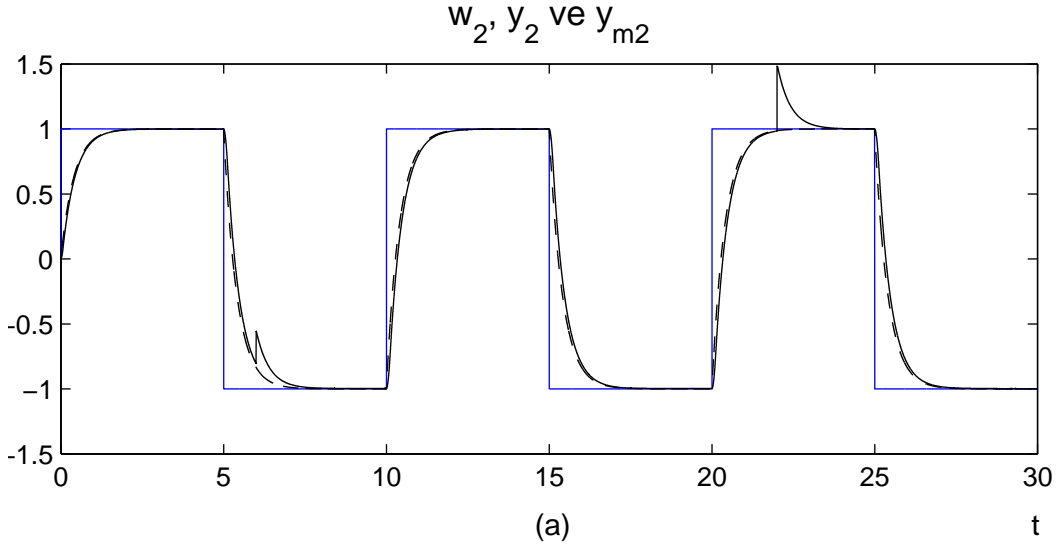


Şekil 3.30. Basamak tipi bozucuların etkisi - İkinci döngü ( $r_2 = 8$ )  
 $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları

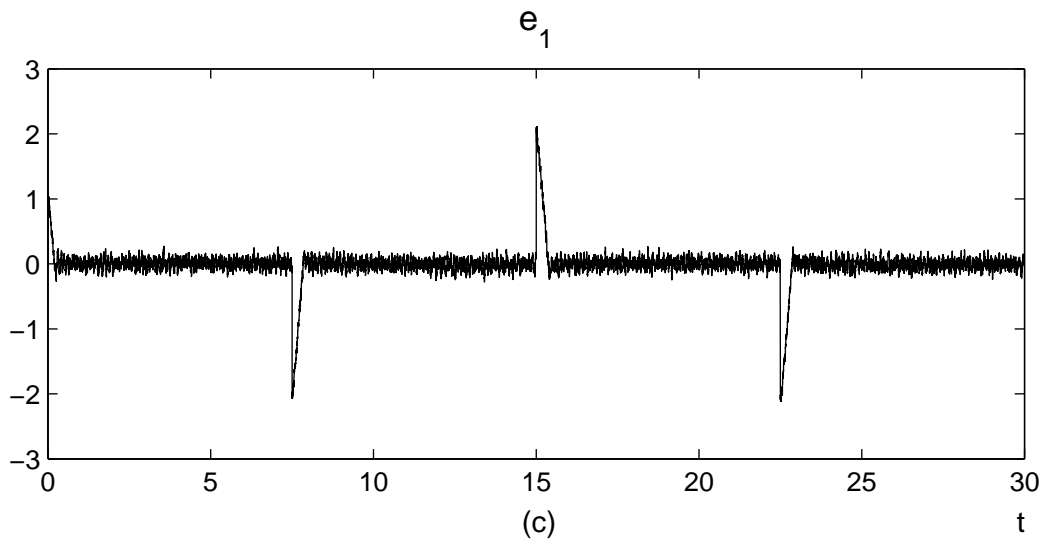
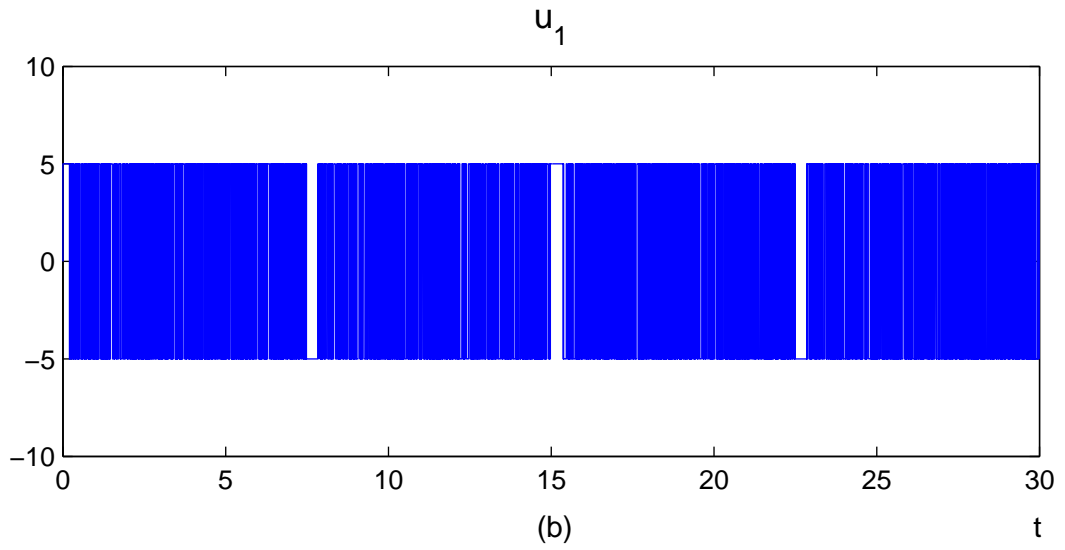
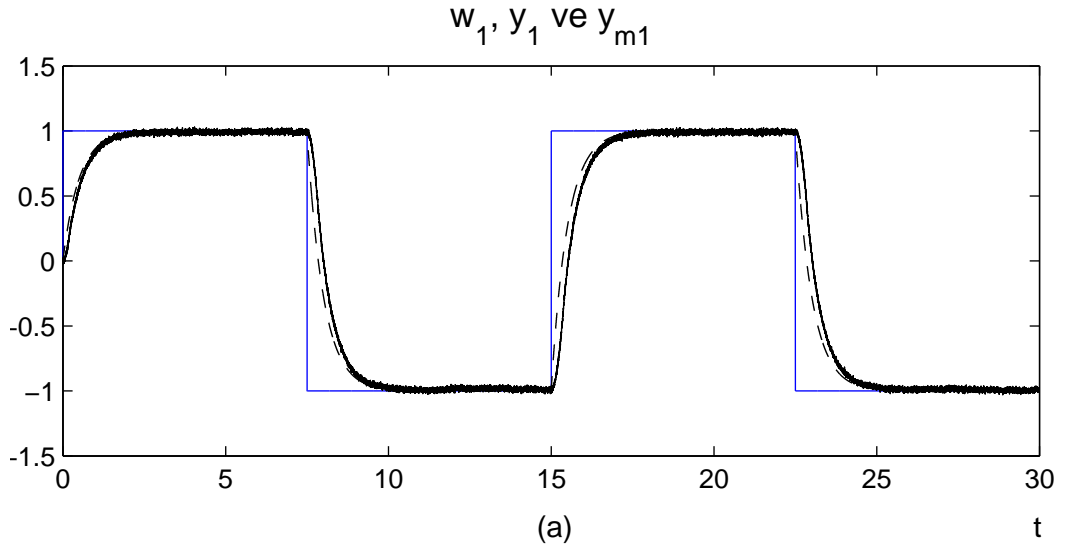


Şekil 3.31. Basamak tipi bozucuların etkisi - Birinci döngü ( $r_1 = 20$ )  
 $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları

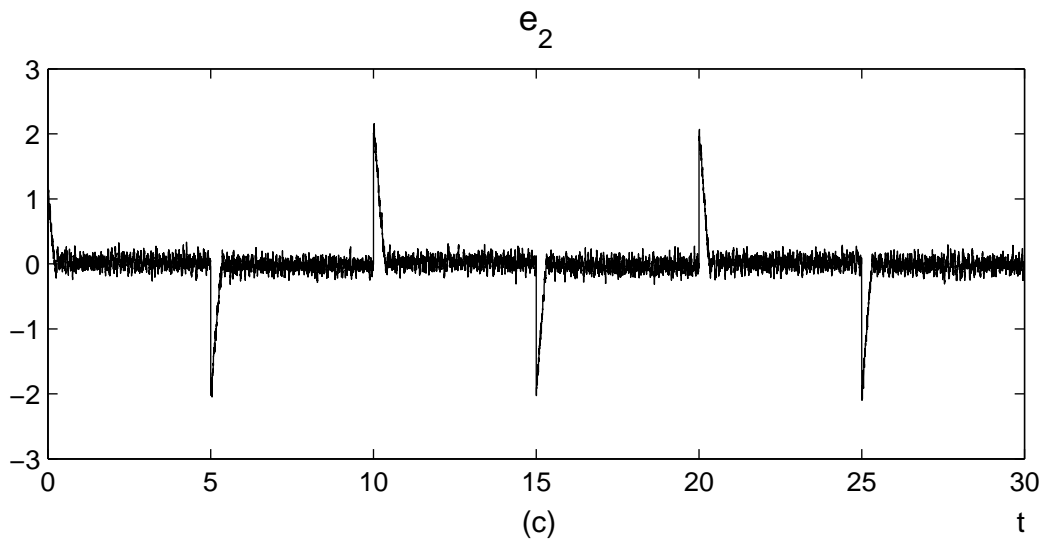
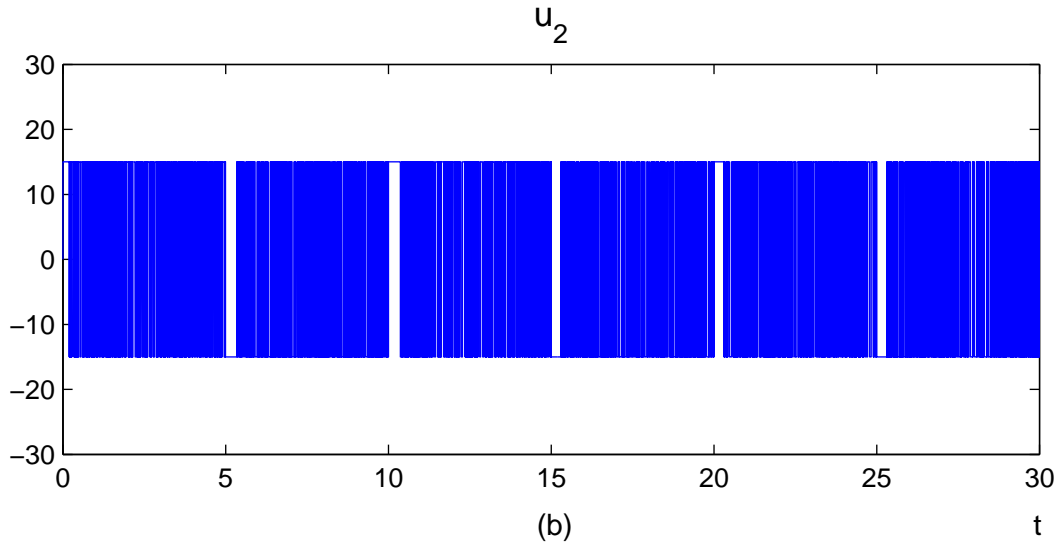
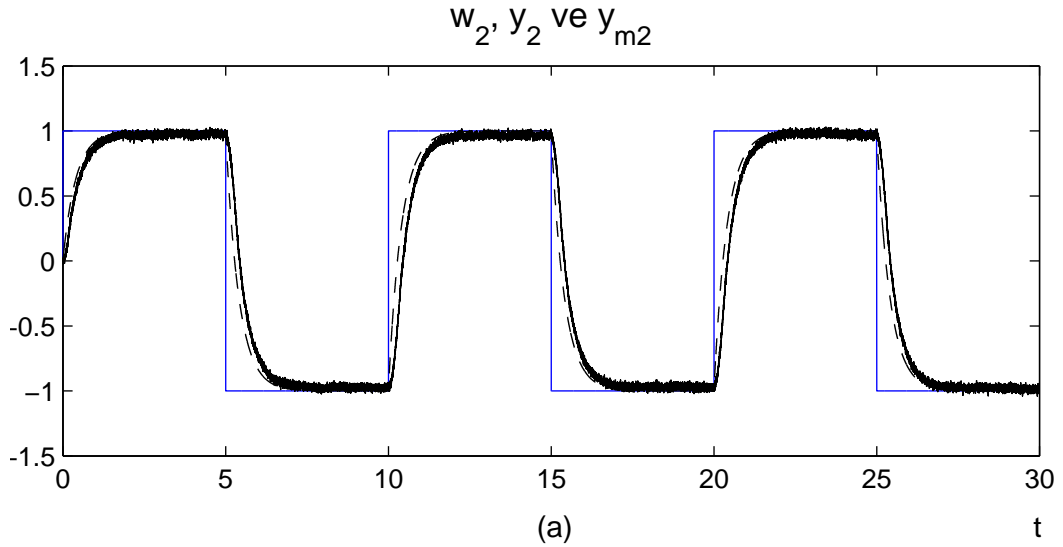




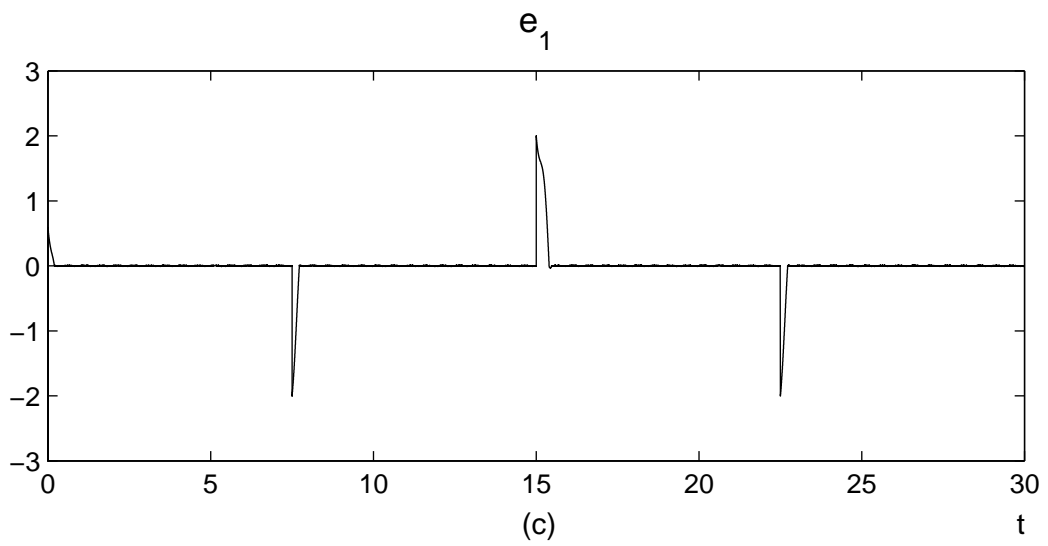
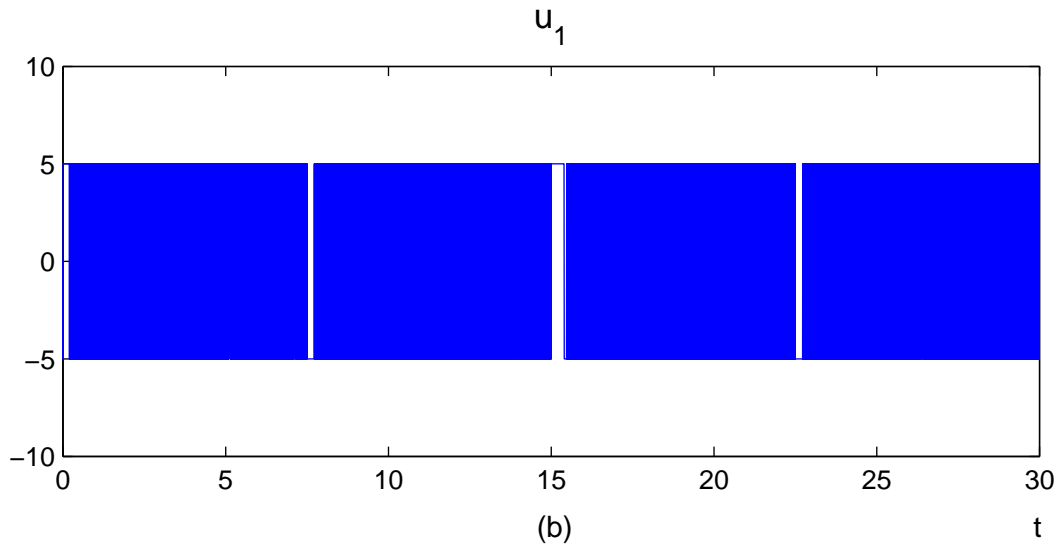
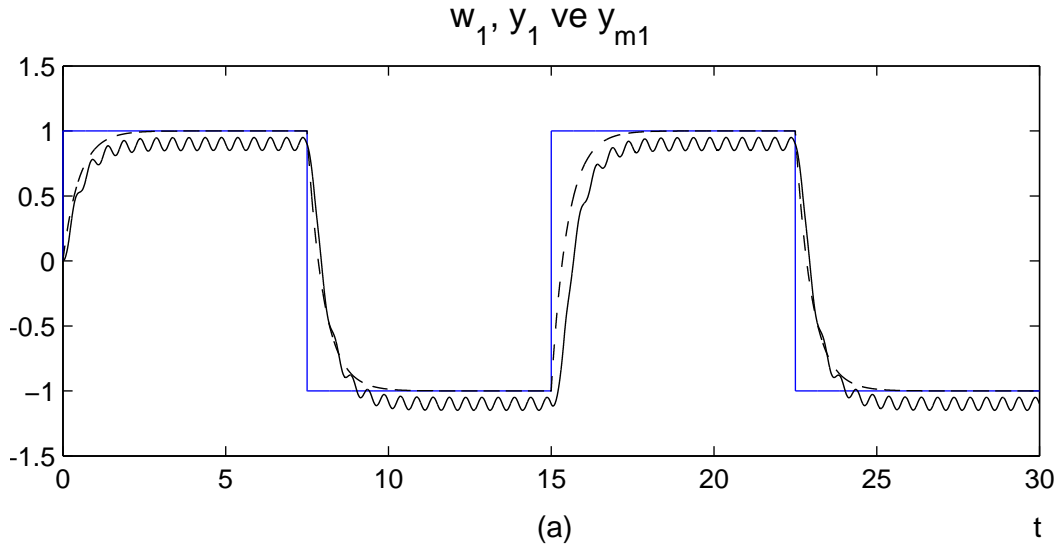
Şekil 3.32. Basamak tipi bozucuların etkisi - İkinci döngü ( $r_2 = 40$ )  
 $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları



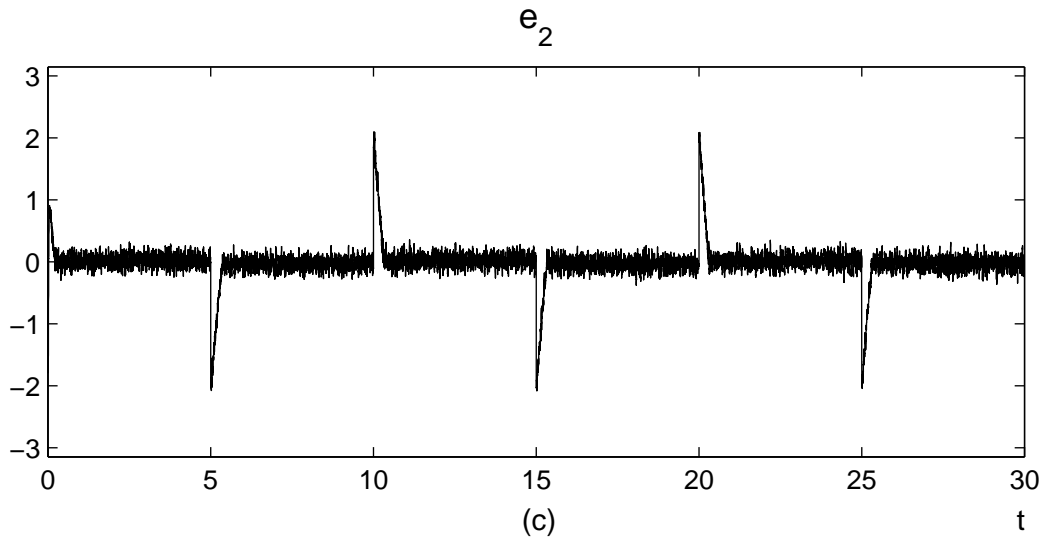
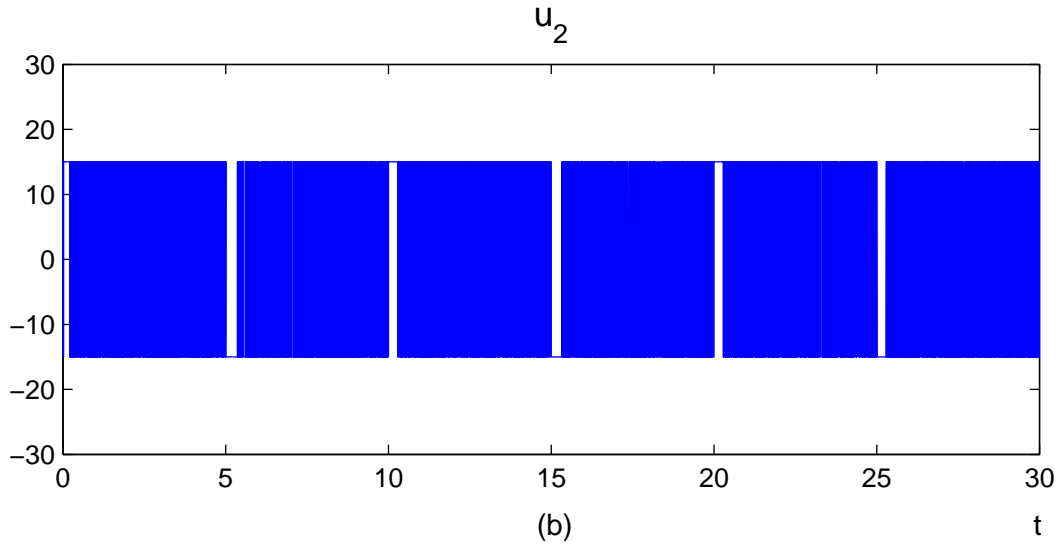
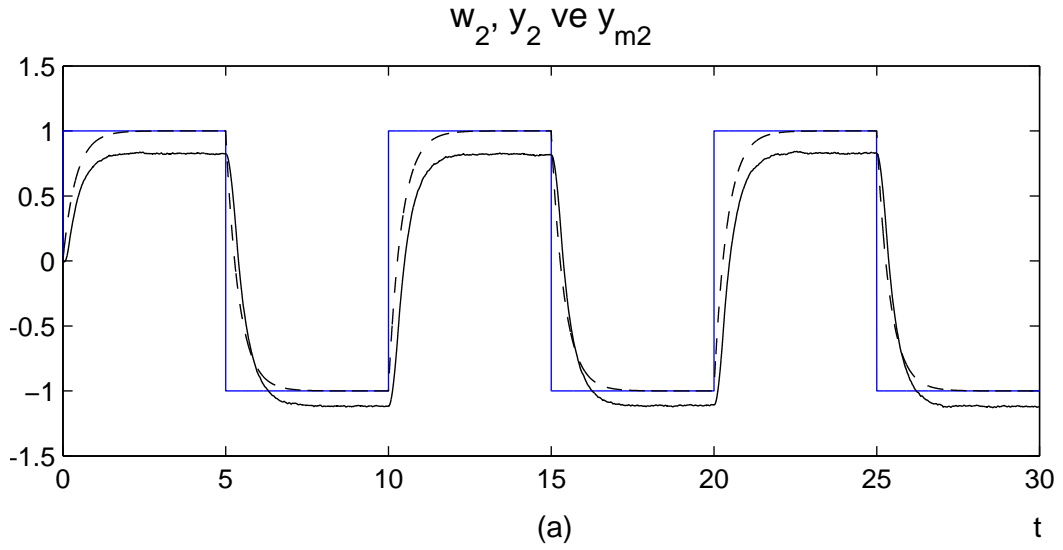
Şekil 3.33. Beyaz gürültünün etkisi - Birinci döngü ( $r_1 = 5$ )  
 $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları



Şekil 3.34. Beyaz gürültünün etkisi - İkinci döngü ( $r_2 = 15$ )  
 $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları



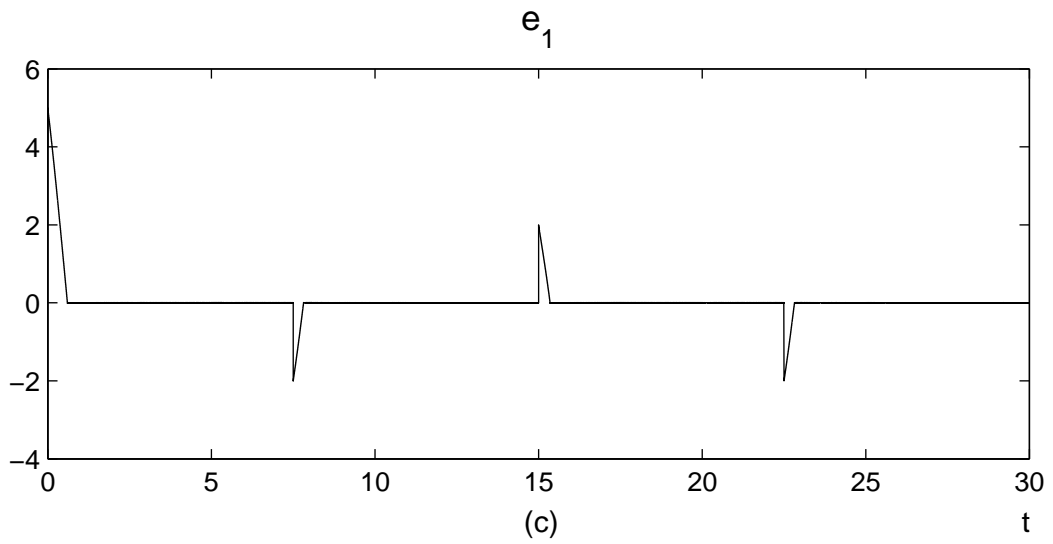
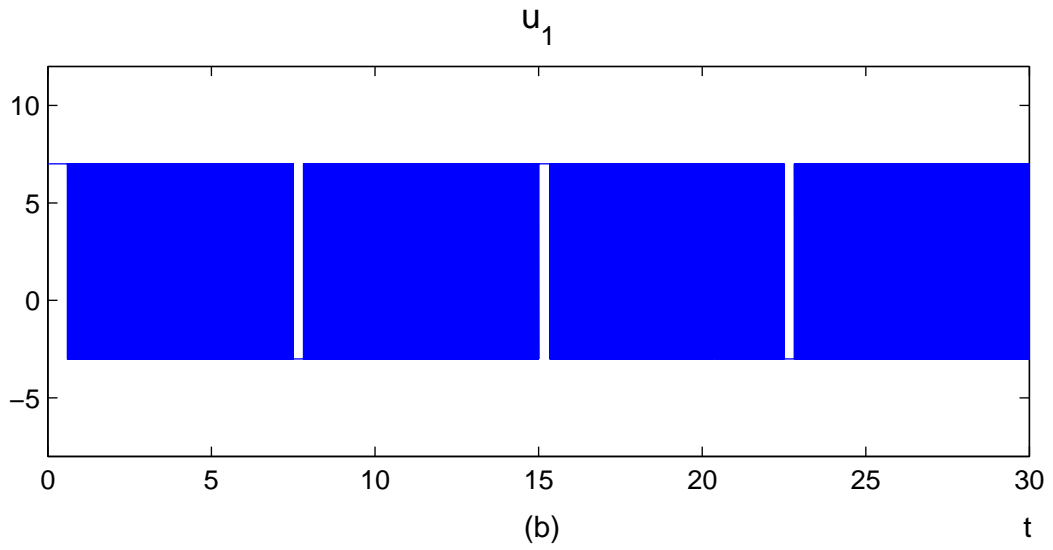
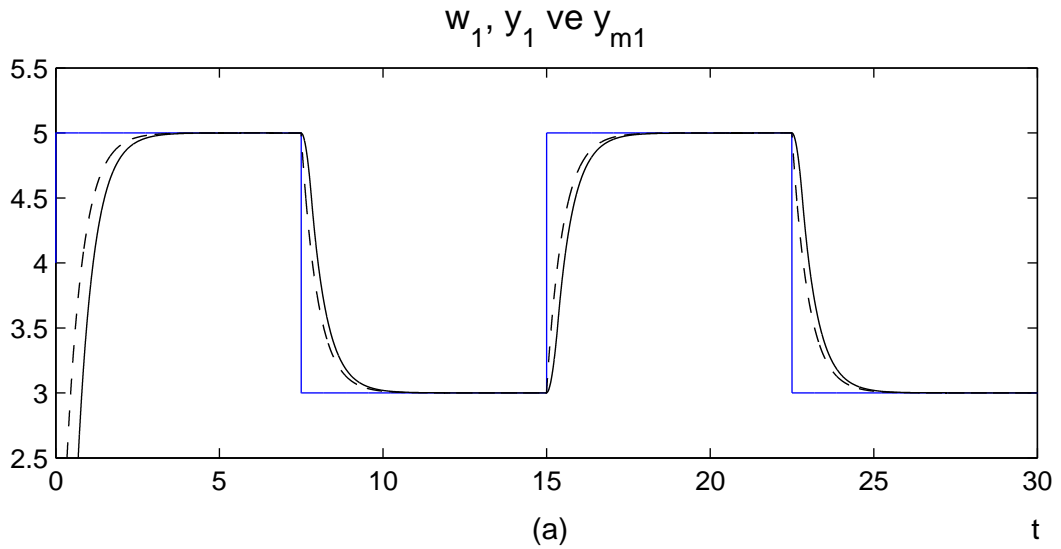
Şekil 3.35. Ölçüm gürültünün etkisi - Birinci döngü ( $r_1 = 5$ )  
 $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları



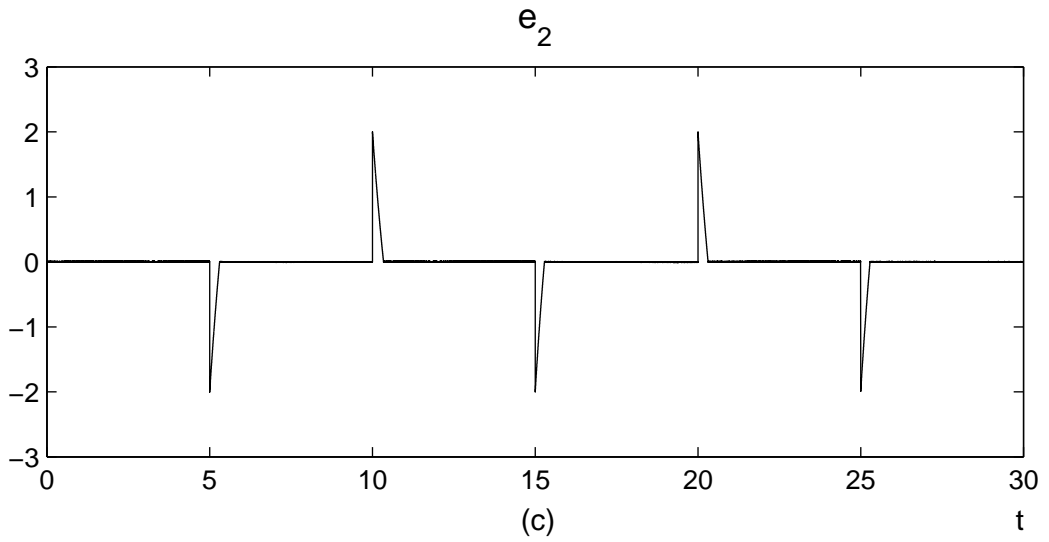
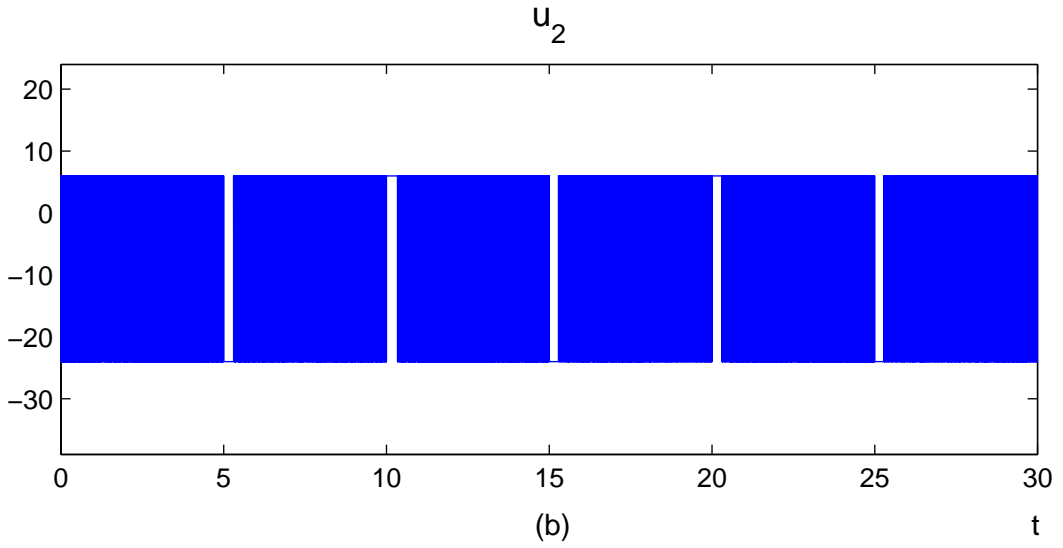
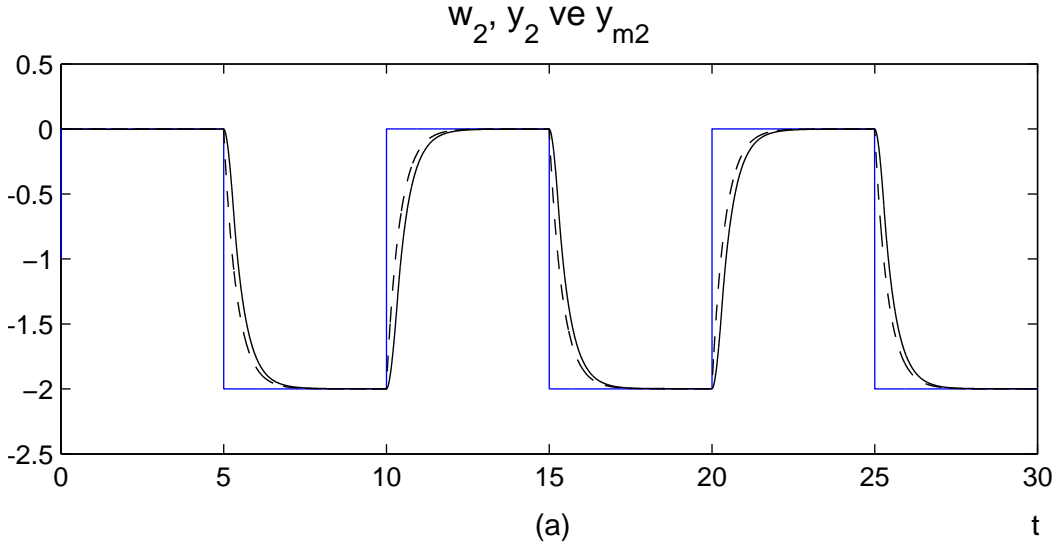
Şekil 3.36. Ölçüm gürültünün etkisi - İkinci döngü ( $r_2 = 15$ )  
 $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları

### 3.5.5 Bakışımı Olmayan Röle Kullanımı

Bakışımı olmayan rölelerin çokdöngülü denetim yapısında kullanımına bir örnek vermek amacıyla Eş. 3.145'te verilen sistemden yararlanılarak bir benzetim gerçekleştirilmiştir. Hatırlanacağı gibi, iki girişli iki çıkışlı bakışımı olmayan röleli sistemler için kayan kip koşulları Eş. 3.135 ve Eş. 3.136 ile verilmişti. Sonuçları Şekil 3.37 ve Şekil 3.38'de görülen benzetimde birinci röleye ait parametreler  $r_{1o} = 2$ ,  $\Delta r_1 = 5$ , ikinci röleye ait parametreler ise  $r_{2o} = -9$ ,  $\Delta r_2 = 15$  şeklinde belirlenmiştir. Benzetim sonuçları incelendiğinde, her iki döngüde de KKD'in elde edildiği ve model takibinin başarıyla gerçekleştiği gözlenebilir.



Şekil 3.37. Bakışımı olmayan röle kullanımı - Birinci döngü ( $r_{1o} = 2, \Delta r_1 = 5$ )  
 $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları



Şekil 3.38. Bakışımı olmayan röle kullanımı - İkinci döngü ( $r_{20} = -9, \Delta r_2 = 15$ )  
 $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları



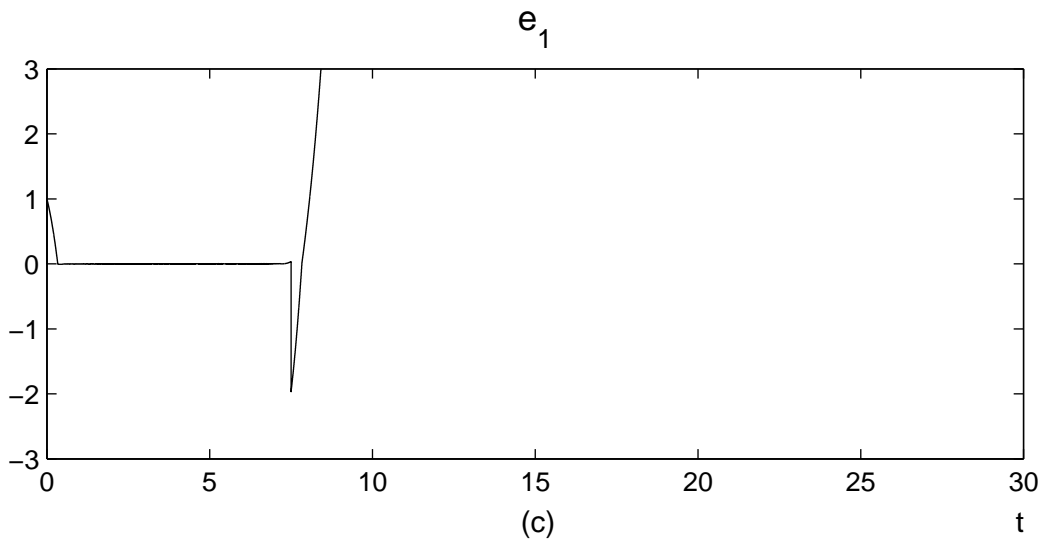
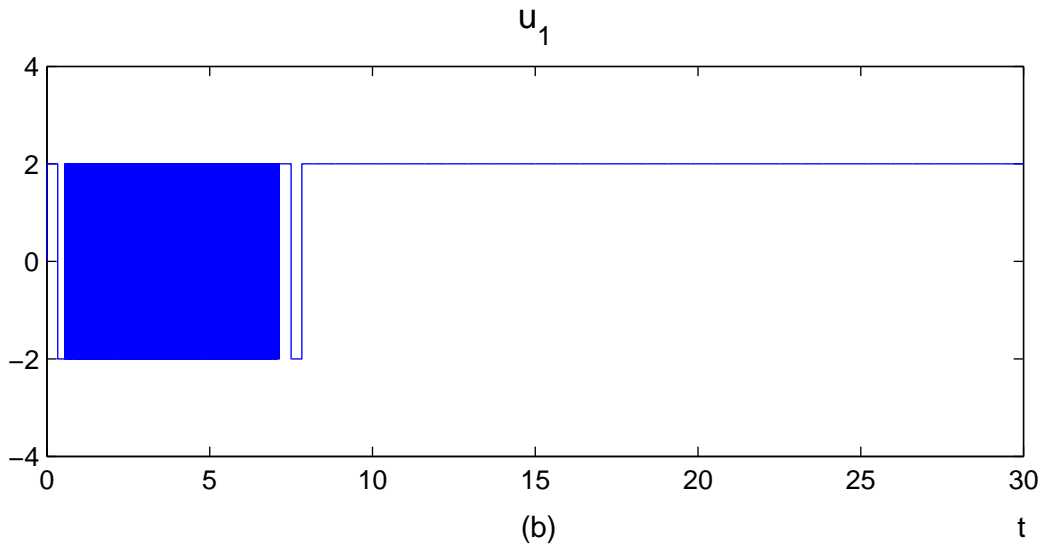
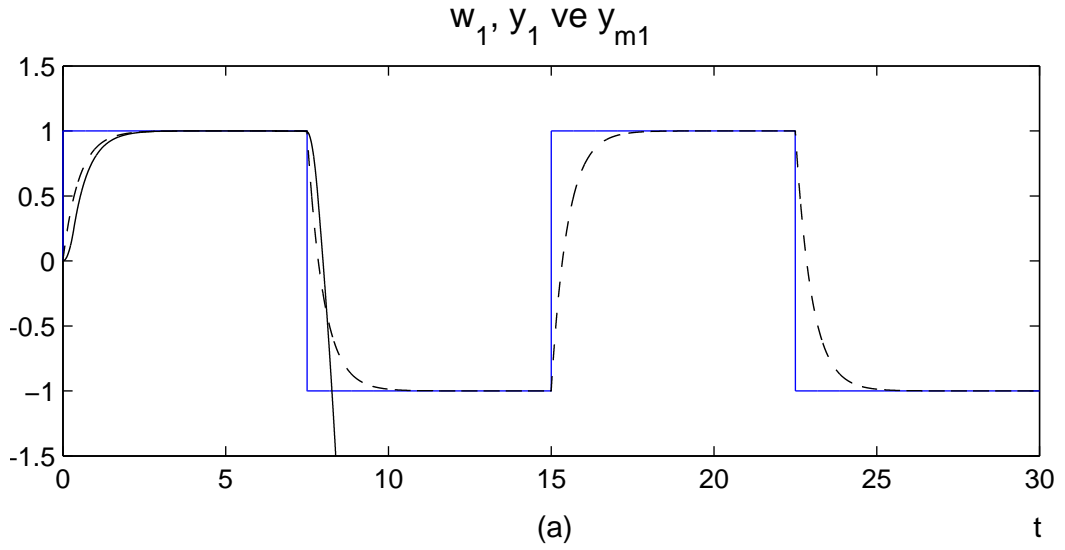
### 3.5.6 Kararsız Sistemlerin Denetimi

Bu bölümde, çokdöngülü GÇ-RKKD yönteminin kararsız sistemlerin denetimindeki başarımının incelenmesi hedeflenmiştir. Tek girişli tek çıkışlı sistemlerden hatırlanacağı gibi, kararsız sistemler söz konusu olduğunda sistem durumlarının başlangıç değerleri önemli rol oynamaktadır. Kayan kip için gerekli koşul olan  $e\dot{e} < 0$  eşitsizliği durum uzayının her bölgesinde sağlanmadığı gibi, sistem tepkisi de başlangıç koşullarının durum uzayındaki yerine bağlı olarak, kayan kip koşulları sağlansa dahi, kararsız olabilmekteydi. Bunun yanı sıra, sistem tepkisinin kararlı olduğu bölgeler ile  $e\dot{e} < 0$  eşitsizliğinin sağlandığı bölgelerin genişliklerinin seçilen röle genliği ile doğru orantılı olduğu vurgulanmıştı. Yani, röle genliği büyüdükçe kayan kipi elde edilebileceği başlangıç koşullarını içeren durum uzayı bölgesi büyümektedir. Tek girişli tek çıkışlı sistemler üzerinden anlatılan bu durumun çokdöngülü sistemler için de geçerli olduğu Eş. 3.160'ta verilen sistem ve model aktarım işlevleri kullanılarak yapılan benzetimler aracılığıyla gösterilmiştir.

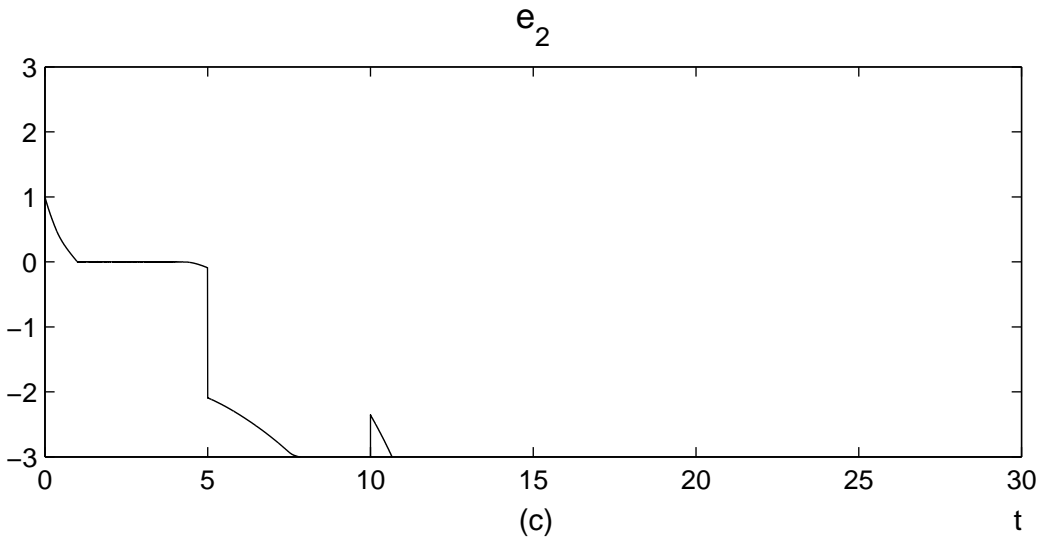
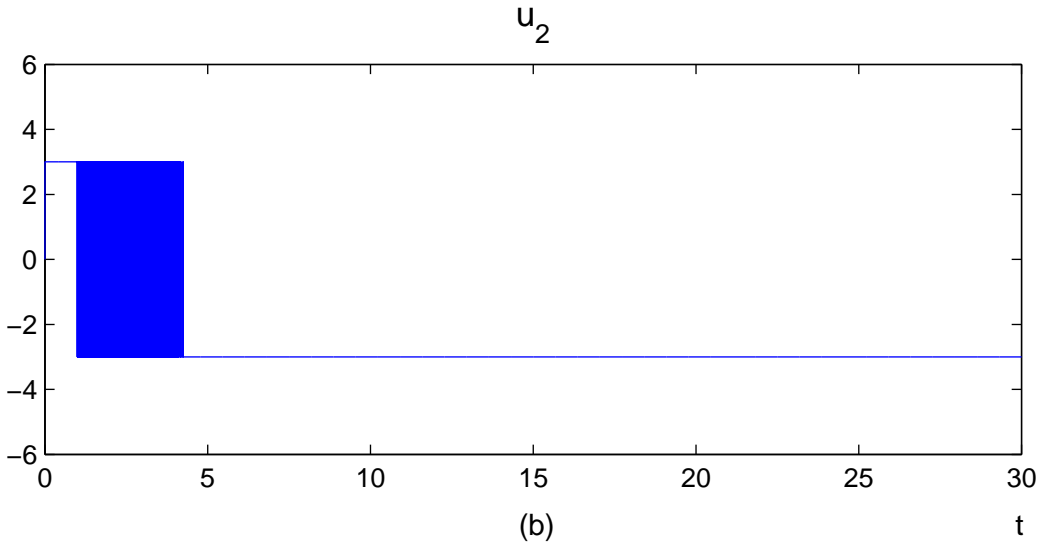
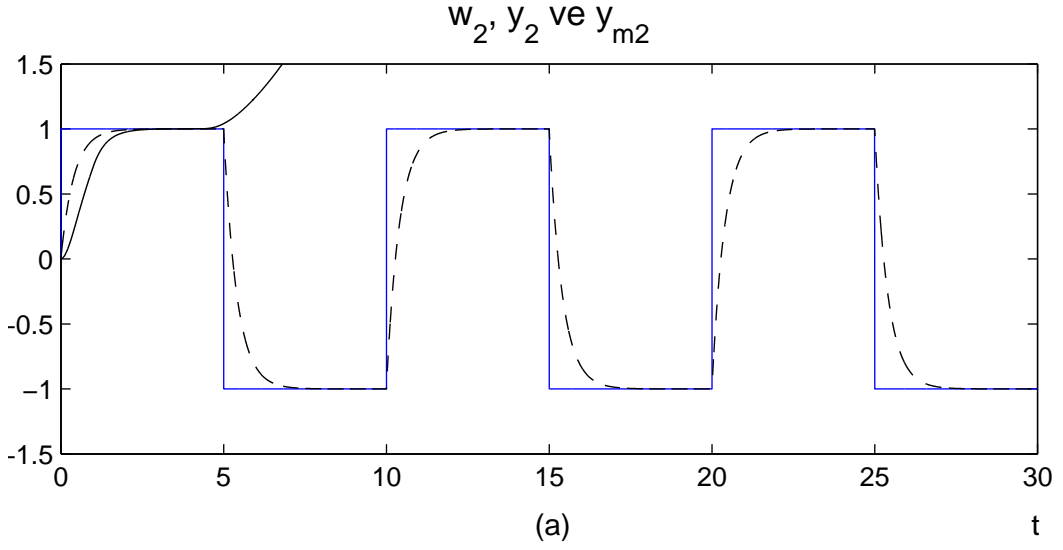
$$\mathbf{G}_5(s) = \begin{bmatrix} \frac{2}{(s-1)(s+1)} & \frac{1}{s(s-1)(s+2)} \\ \frac{4s+1}{(3s^2+3s+1)(s+3)^2} & \frac{3s+1}{(2s^2+2s-1)(s+4)} \end{bmatrix} \quad (3.160)$$

$$\mathbf{M}_5(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.5s+1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.4s+1} \end{bmatrix}, \quad \rho(\mathbf{M}_5^{-1}\mathbf{G}_5) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

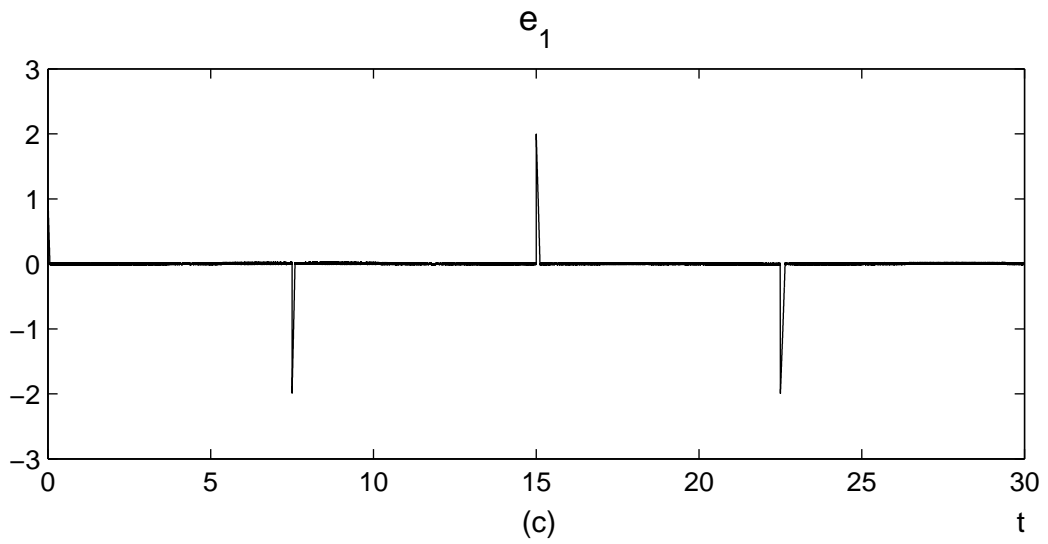
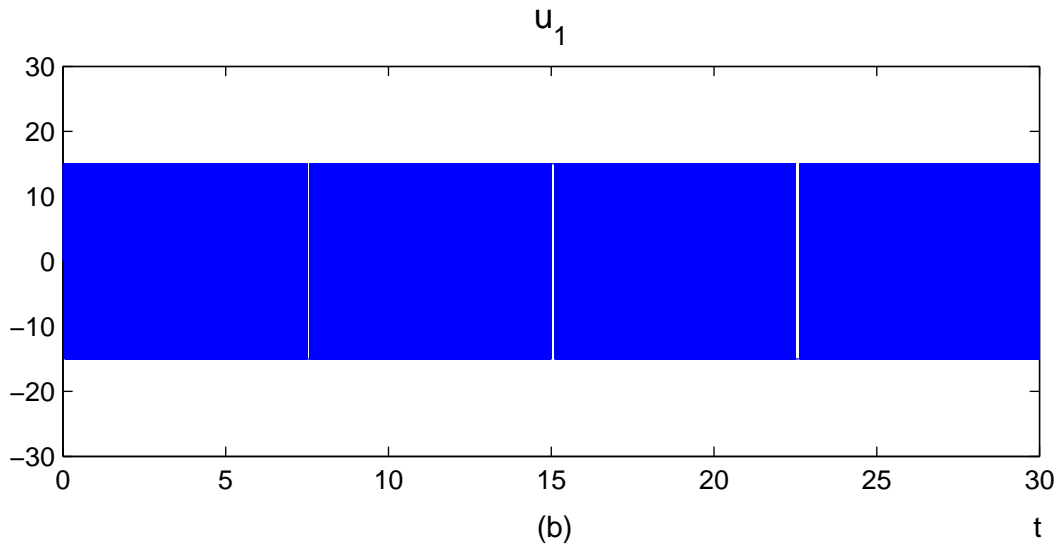
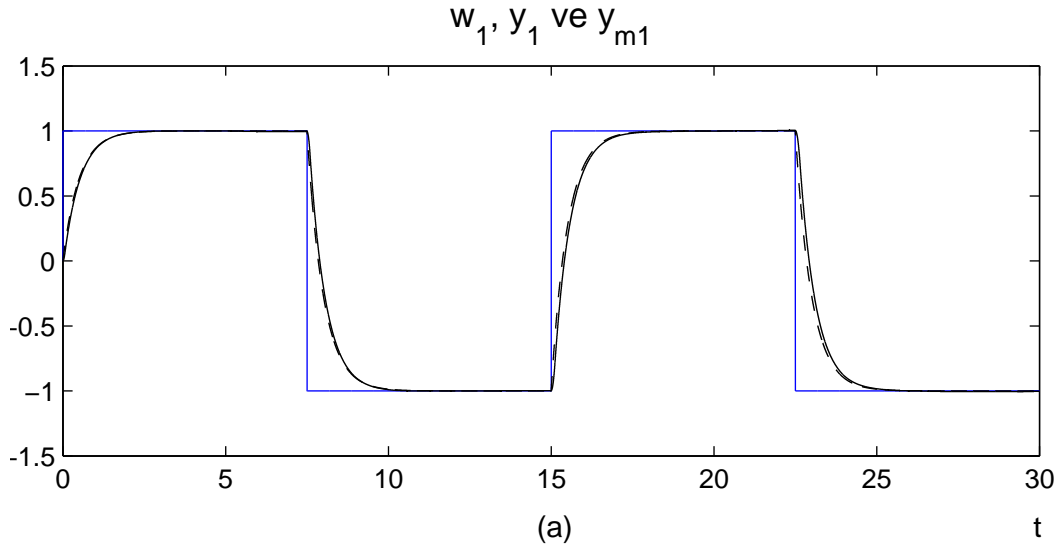
Bu kısımda yapılan ilk benzetimde röle genlikleri  $r_1 = 2$  ve  $r_2 = 3$  olarak belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlar Şekil 3.39 ve Şekil 3.40'ta verilmiştir. Şekil 3.39 incelendiğinde, benzetimin ilk saniyelerinde KKD'in elde edildiği ancak  $w_1$  sinyali işaret değiştirdikten sonra sistem durumları sistem çıkışının kararsız olduğu bir bölgeye atladığından kayan kipi devam etmediği ve  $y_1$ 'in kararsız olduğu görülmektedir. Benzer şekilde ikinci döngüde de sistemin kısa bir süre kayan kipte çalıştığı ancak daha sonra sistem tepkisinin kararsız olduğu gözlemlenebilir. Röle genlikleri arttırılarak ( $r_1 = 15$ ,  $r_2 = 20$ ) aynı benzetim tekrarlanmış ve sonuçlar Şekil 3.41 ve Şekil 3.42'de sunulmuştur. Sonuçlar incelendiğinde, bu kez her iki döngüde de KKD'in elde edildiği ve model takibinin başarıyla gerçekleştiği görülebilir.



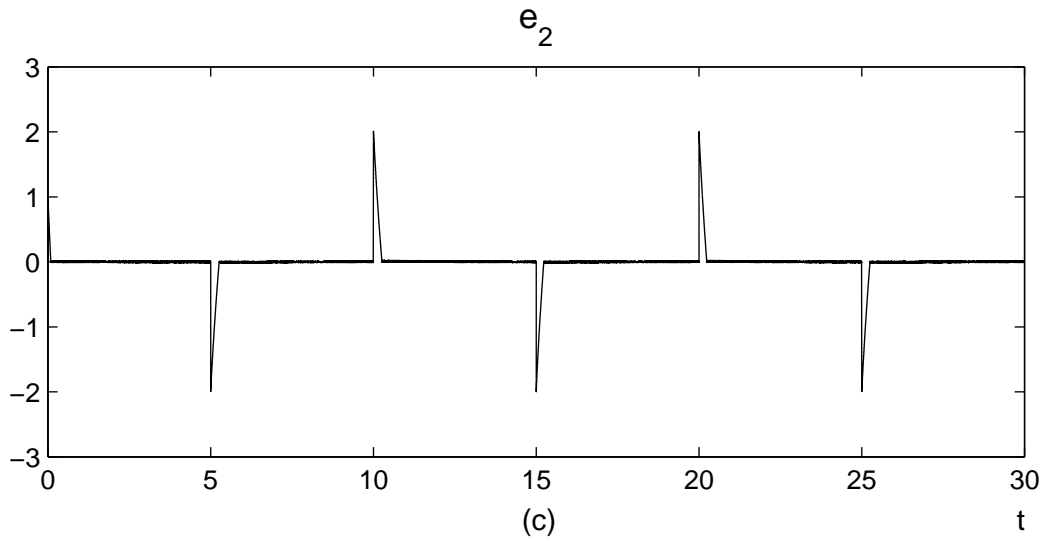
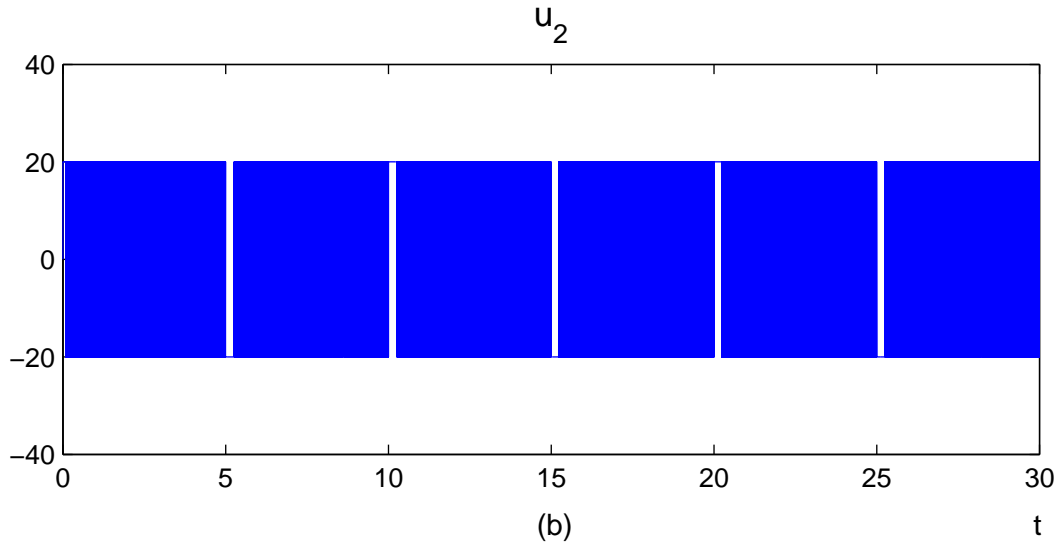
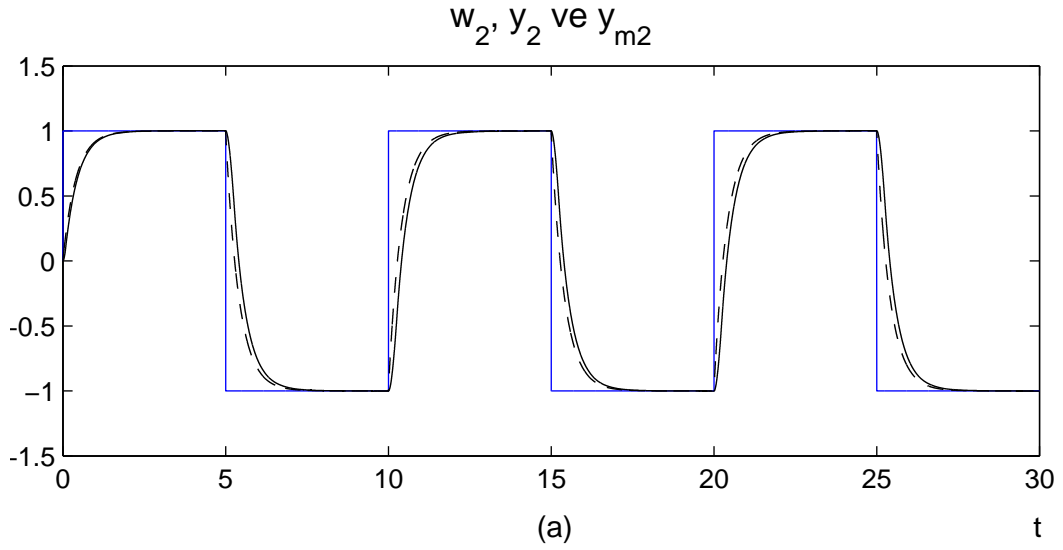
Şekil 3.39. Kararsız sistemde denetim başarımı - Birinci döngü ( $r_1 = 2$ )  
 $G_5(s)$  ve  $M_5(s)$  için benzetim sonuçları



Şekil 3.40. Kararsız sistemde denetim başarımı - İkinci döngü ( $r_2 = 3$ )  
 $G_5(s)$  ve  $M_5(s)$  için benzetim sonuçları



Şekil 3.41. Kararsız sistemde denetim başarımı - Birinci döngü ( $r_1 = 15$ )  
 $G_5(s)$  ve  $M_5(s)$  için benzetim sonuçları



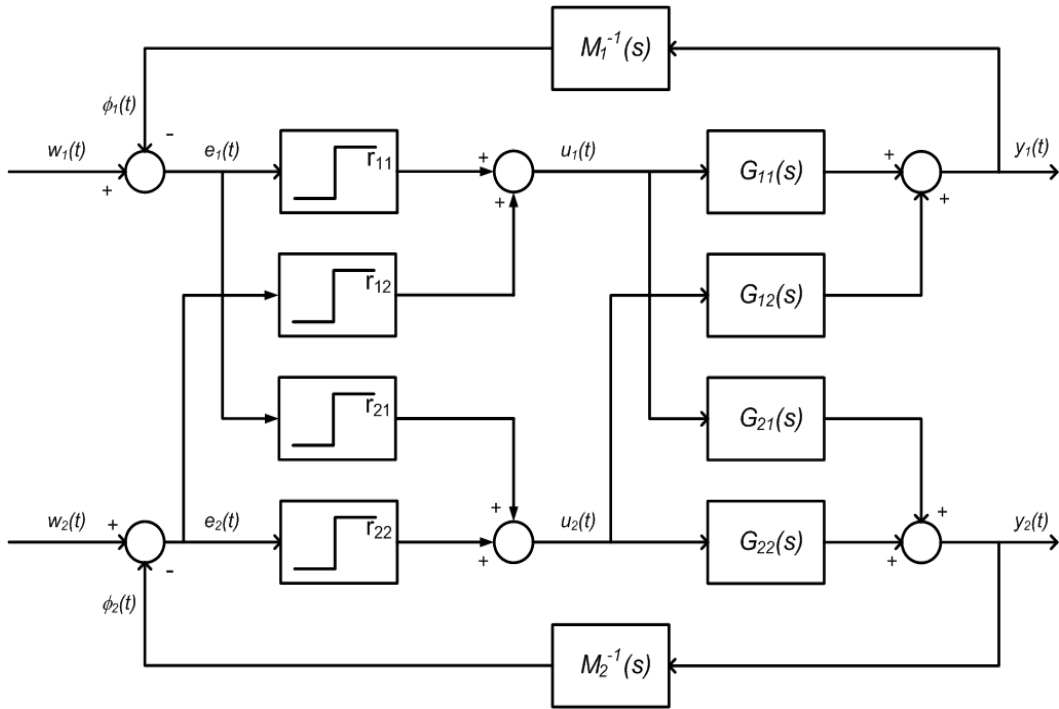
Şekil 3.42. Kararsız sistemde denetim başarımı - İkinci döngü ( $r_2 = 20$ )  
 $G_5(s)$  ve  $M_5(s)$  için benzetim sonuçları

## 4. ÇOKDEĞİŞKENLİ SİSTEMLERDE GÇ-RKKD

Bu bölümde, daha önce tek girişli tek çıkışlı ve çokdöngülü sistemler için tanımlanmış olan giriş çıkış modeline dayalı röle ile kayan kipli denetim yöntemi çokdeğişkenli sistemler için ele alınmıştır. İlk kısımda kayan kipli denetimin elde edilebilmesi için gereken koşullara ve bunların türetilmesine yer verilmiştir. Çokdöngülü yapıların anlatıldığı bir önceki bölümde olduğu gibi, anlatım kolaylığı açısından önce iki girişli iki çıkışlı ve üç girişli üç çıkışlı sistemler üzerinde durulmuş, ardından elde edilen sonuçlar  $n$  girişli  $n$  çıkışlı sistemler için genelleştirilmiştir. Gürbüzlük analizlerinin yapıldığı bir sonraki kısımda parametre değişiklikleri ve bozucuların kayan kip koşulları üzerindeki etkisi irdelenmiştir. Ardından bakışımı olmayan röleli sistemler üzerinde durulmuş, çokdeğişkenli sistemler ile gerçekleştirilen benzetim çalışması ile bölüm sonlandırılmıştır.

### 4.1 Çokdeğişkenli Sistemler İçin Kayan Kip Koşulları

İki girişli iki çıkışlı bir sistem için çokdeğişkenli röleli denetim yapısı Şekil 4.1'de verilmiştir.



Şekil 4.1. İki girişli iki çıkışlı çokdeğişkenli röleli denetim yapısı

Yukarıda görülen öbek çizeneğindeki sinyaller ve aktarım işlevleri Eş. 3.1'deki gibidir. Dikkat edilirse, bu yapı ile çokdöngülü denetim yapısı arasındaki fark kullanılan röle elemanı sayısıdır. Çokdöngülü yapıda her iki döngüdeki hata ve denetim sinyali arasında bir adet röle yer almaktadır. Çokdeğişkenli yapıda ise, çokdöngülü yapıya ek olarak,  $e_1$  ile  $u_2$  ve  $e_2$  ile  $u_1$  sinyalleri arasında da birer adet röle ile bağlantı kurulmuştur ve toplam dört adet döngü bulunmaktadır.

Şekil 4.1'de verilen yapıda röle elemanlarının bakışımı ve ideal oldukları kabul edildiğinde röle çıkışlarında oluşan denetim sinyalleri

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{R} \text{sign}(\mathbf{e}(t)) \quad (4.1)$$

şeklinde verilir.  $\mathbf{R}$  röle genliklerini içeren matristir.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} = [\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2] \quad (4.2)$$

$r_{11}$ ,  $r_{12}$ ,  $r_{21}$  ve  $r_{22}$  Şekil 4.1'de verilen yapıda kullanılan röle elemanlarının genlikleridir.  $\mathbf{r}_1$  ve  $\mathbf{r}_2$ ,  $\mathbf{R}$  matrisine ait sütunları ifade etmektedir. Bilindiği gibi, bu sistemde kayan kipli denetimin gerçekleştirilmesi için

$$e_i \dot{e}_i < 0, \quad i = 1, 2 \quad (4.3)$$

koşulunun sağlanması gerekir. Önceki bölümlerden hatırlanacağı gibi  $e_1(t) = 0$  ve  $e_2(t) = 0$  eşitlikleri kayma yüzeylerini tanımlamaktadır. Şekil 4.1'deki öbek çizeneğinden faydalanılarak kapalı döngü sistem çıkışı

$$\begin{aligned} \mathbf{w} - \boldsymbol{\phi} &= \mathbf{e} \\ \mathbf{w} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{y} &= \mathbf{e} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{M} \mathbf{w} - \mathbf{M} \mathbf{e} \end{aligned} \quad (4.4)$$

eşitliği ile ifade edilir. Dikkat edilirse, tek girişli tek çıkışlı ve çokdöngülü sistemlerde olduğu gibi çokdeğişkenli sistemlerde de, sistem kayma evresindeyken ideal durumda  $\mathbf{e} = \mathbf{0}$  olacağından, sistem tepkisi model tarafından belirlenir. Bilindiği gibi,

ideal olmayan durumda  $e_1$  ve  $e_2$  sinyalleri sıfır etrafında yüksek sıklıklı ve düşük genlikli sinyaller olduğundan, model aktarım işlevlerinin tersi ile süzgeçlendiklerinde çıkışa etkileri yok denecek kadar azdır.

Şekil 4.1 yardımıyla hata ve türevi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{e} &= \mathbf{w} - \boldsymbol{\phi} \\
 &= \mathbf{w} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{y} \\
 &= \mathbf{w} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{u}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{e}} &= \dot{\mathbf{w}} - s\mathbf{M}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{u} \\
 &= \dot{\mathbf{w}} - \boldsymbol{\beta} \mathbf{u} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o \\
 &= \dot{\mathbf{w}} - \boldsymbol{\beta} \mathbf{R} \text{sign}(\mathbf{e}) - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \mathbf{R} \begin{bmatrix} \text{sign}(e_1) \\ \text{sign}(e_2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1^o \\ \dot{\phi}_2^o \end{bmatrix}$$

Önceki analizlerde olduğu gibi burada da  $\dot{\boldsymbol{\phi}}(t)$  sinyali, bir başka ifadeyle  $s\mathbf{M}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{u}$  terimi anlık değişen ve değişmeyen kısımlarına ayrılmıştır.  $\boldsymbol{\beta} \mathbf{u}$ ,  $\dot{\boldsymbol{\phi}}(t)$ 'nin anlık değişen kısmı,  $\dot{\boldsymbol{\phi}}^o$  ise anlık değişmeyen kısmıdır. Hatırlanacağı gibi, iki girişli iki çıkışlı yapılar için  $\boldsymbol{\beta}$  matrisi

$$\boldsymbol{\beta} = \lim_{s \rightarrow \infty} s\mathbf{M}^{-1}(s)\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_1 \\ \boldsymbol{\beta}_2 \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

şeklinde tanımlanmıştı.  $\dot{\boldsymbol{\phi}}^o$  vektörü ise Eş. 3.9'dan hatırlanabilir.

$e_1$  ve  $e_2$  sinyallerinin alabileceği işaretler dikkate alındığında, Eş. 4.3 ile verilen eşitsizliğin sağlanması için gerekli koşulları türetebilmek için, incelenmesi gereken 4 durum ortaya çıkmaktadır. Bu durumlar ile her durumda kayan kipin elde edilebilmesi



için sağlanması gereken koşullar aşağıda verilmiştir.

$$e_1 > 0 \text{ ve } e_2 > 0$$

$$\dot{e} = \dot{w} - \beta R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}^o \quad (4.8)$$

$$\Rightarrow \dot{w}_1 - \beta_1 R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_1^o < 0 \quad , \quad \dot{w}_2 - \beta_2 R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_2^o < 0$$

$$e_1 > 0 \text{ ve } e_2 < 0$$

$$\dot{e} = \dot{w} - \beta R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}^o \quad (4.9)$$

$$\Rightarrow \dot{w}_1 - \beta_1 R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_1^o < 0 \quad , \quad \dot{w}_2 - \beta_2 R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_2^o > 0$$

$$e_1 < 0 \text{ ve } e_2 > 0$$

$$\dot{e} = \dot{w} - \beta R \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}^o \quad (4.10)$$

$$\Rightarrow \dot{w}_1 - \beta_1 R \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_1^o > 0 \quad , \quad \dot{w}_2 - \beta_2 R \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_2^o < 0$$

$$e_1 < 0 \quad \text{ve} \quad e_2 < 0$$

$$\dot{e} = \dot{w} - \beta R \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}^o \quad (4.11)$$

$$\Rightarrow \dot{w}_1 - \beta_1 R \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_1^o > 0 \quad , \quad \dot{w}_2 - \beta_2 R \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_2^o > 0$$

Bu koşullar matris formunda da yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (4.12)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (4.13)$$

Yukarıda verilen eşitsizlikler Şekil 4.1'de görülen sistemde kayan kipin elde edilebilmesi için gerekli genel koşullardır. Eğer denetlenen sistemde  $\beta_i r_j > 0$  ise Eş. 4.13 ile verilen koşulların sağlanması yeterlidir. Çünkü bu durumda Eş. 4.12'de verilen koşullar da sağlanır ( $i, j = 1, 2$ ). Eş. 4.13,

$$\begin{bmatrix} \beta_1 r_1 & -\beta_1 r_2 \\ -\beta_2 r_1 & \beta_2 r_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (4.14)$$

biçiminde de yazılabilir.

Eş. 4.12 ve Eş. 4.13 incelendiğinde,  $\beta$  matrisi içerisinde aynı satırdaki veya aynı sütundaki tüm elemanlar 0 (sıfır) olduğu takdirde bu koşulların sağlanamayacağı görülür. Örneğin,  $\beta_{11} = \beta_{12} = 0$  olursa,

$$\beta_1 R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (4.15)$$

olacağından kayan kip koşulları sağlanmaz. Benzer şekilde,  $\beta_{11} = \beta_{21} = 0$  olduğu takdirde kayan kip koşulları

$$\begin{bmatrix} \beta_{12}(r_{21} + r_{22}) \\ \beta_{22}(r_{21} + r_{22}) \end{bmatrix} > |\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o|, \quad \begin{bmatrix} \beta_{12}(r_{21} - r_{22}) \\ -\beta_{22}(r_{21} - r_{22}) \end{bmatrix} > |\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o| \quad (4.16)$$

şeklini alır. Bu eşitsizliklerin birbirleri ile çeliştiği ve seçilen hiçbir  $r_{21}$  ve  $r_{22}$  değeriyle sağlanamayacağı açıktır. Sonuç olarak, kayan kip koşullarının sağlanabilmesi için  $\boldsymbol{\beta}$  matrisinin aynı satırında veya aynı sütununda bulunan tüm elemanlar 0 (sıfır) olmamalıdır, bir başka deyişle  $\boldsymbol{\beta}$  matrisi tüm kerte (full rank) olmalıdır. Buradan, Şekil 4.1'de görülen sistemde KKD'in elde edilebilmesi için gerekli görelî derece koşulları şöyle bulunur:

Denetlenen sistem ve modele ait aktarım işlevlerinin görelî dereceleri

$$\begin{aligned} \rho(M_1^{-1} G_{11}) &= 1 \\ \rho(M_1^{-1} G_{12}) &\geq 1 \\ \rho(M_2^{-1} G_{21}) &\geq 1 \\ \rho(M_2^{-1} G_{22}) &= 1 \end{aligned} \quad (4.17)$$

veya

$$\begin{aligned} \rho(M_1^{-1} G_{11}) &\geq 1 \\ \rho(M_1^{-1} G_{12}) &= 1 \\ \rho(M_2^{-1} G_{21}) &= 1 \\ \rho(M_2^{-1} G_{22}) &\geq 1 \end{aligned} \quad (4.18)$$

koşullarından birini sağlamalıdır. Hatırlanacak olursa, çokdöngülü denetim yapısında yalnızca Eş. 4.17'de verilen görelî derece koşulları sağlanırsa KKD elde edilebilmekteydi. Eş. 4.18'de görülen görelî derece koşulları söz konusu olduğunda ise çokdöngülü yapılarda KKD elde etmek olanaklı değildir.

Aşağıda verilen iki özel durum için Eş. 4.12 ve Eş. 4.13 ile verilen eşitsizlikler daha da sadeleşir:

Görelî dereceler Eş 4.17'deki gibi olduğunda ve  $\rho(M_1^{-1} G_{12}) > 1$  ve  $\rho(M_2^{-1} G_{21}) > 1$  eşitsizlikleri sağlanıyorsa,  $\beta_{12} = \beta_{21} = 0$  olacağından kayan kip koşulları

$$\begin{aligned}
\beta_{11}(r_{11} + r_{12}) &> |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \\
\beta_{22}(r_{21} + r_{22}) &> |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o|
\end{aligned}
\tag{4.19}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{11}(r_{11} - r_{12}) &> |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \\
\beta_{22}(r_{22} - r_{21}) &> |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o|
\end{aligned}$$

eşitsizliklerine indirgenir.  $\beta_{11} > 0$  ise röle genlikleri  $r_{11} + r_{12} > 0$  ve  $r_{11} - r_{12} > 0$  koşullarını sağlayacak şekilde,  $\beta_{11} < 0$  ise bu kez  $r_{11} + r_{12} < 0$  ve  $r_{11} - r_{12} < 0$  şeklinde seçilmelidir. Benzer şekilde, bu koşulların  $\beta_{22} > 0$  için  $r_{21} + r_{22} > 0$  ve  $r_{22} - r_{21} > 0$ ,  $\beta_{22} < 0$  için ise  $r_{21} + r_{22} < 0$  ve  $r_{22} - r_{21} < 0$  olması gerektiği görülmektedir. Denetlenen sistemde  $\beta_i r_j > 0$  ( $i, j = 1, 2$ ) koşulu sağlanıyorsa röle genliklerinin sağlanması gereken koşullar basitçe  $|r_{11}| > |r_{12}|$  ve  $|r_{22}| > |r_{21}|$  eşitsizlikleri ile ifade edilebilir.

Diğer yandan, görelî derece koşulları Eş 4.18'deki gibiyse ve  $\rho(M_1^{-1}G_{11}) > 1$  ile  $\rho(M_2^{-1}G_{22}) > 1$  koşulları sağlanıyorsa, bu kez  $\beta_{11} = \beta_{22} = 0$  olacağından kayan kip koşulları

$$\begin{aligned}
\beta_{12}(r_{21} + r_{22}) &> |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \\
\beta_{21}(r_{11} + r_{12}) &> |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o|
\end{aligned}
\tag{4.20}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{12}(r_{21} - r_{22}) &> |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \\
\beta_{21}(r_{12} - r_{11}) &> |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o|
\end{aligned}$$

biçimini alır. Bir önceki durumdakine benzer bir analiz uygulandığında,  $\beta_i r_j > 0$  ( $i, j = 1, 2$ ) koşulu sağlanmak kaydıyla, röle genliklerinin  $|r_{12}| > |r_{11}|$  ve  $|r_{21}| > |r_{22}|$  koşullarını sağlayacak şekilde seçilmesi gerektiği sonucuna ulaşılır.

Hatırlanacağı gibi, çokdöngülü sistemlerle ilgili bölümde, kayan kip koşullarının kısmi olarak sağlandığı durumlarda sistemin de kısmi olarak kayan kipte çalışabileceği vurgulanmıştı. Benzer bir durum çokdeğişkenli yapılar için de geçerlidir. Eş. 4.12 ve Eş. 4.13 ile verilen kayan kip koşulları dikkate alındığında, eğer sadece

$$\beta_1 R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o|, \quad \beta_1 R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} > |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o|
\tag{4.21}$$

eşitsizlikleri sağlanıyorsa  $y_1$  çıkışına ve  $e_1$ 'e karşılık gelen rölelerin kayan kipte çalışacağı görülür. Eğer yalnızca

$$\beta_2 \mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o|, \quad \beta_2 \mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} > |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o| \quad (4.22)$$

eşitsizlikleri sağlanırsa, bu kez  $y_2$  çıkışına ve  $e_2$ 'ye karşılık gelen kısım kayan kipte çalışır.

Çokdöngülü yapılarda verilen analizlerde olduğu gibi, çokdeğişkenli sistemler için türetilen kayan kip koşullarının  $n$  girişli  $n$  çıkışlı sistemlere genişletilebilmesi için öncelikle üç girişli ve üç çıkışlı denetim yapısı ele alınmıştır. Bu yapı Şekil 4.2'de görülmektedir. Denetim yasası Eş. 4.1'deki gibidir.  $\mathbf{R}$  matrisi

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = [\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{r}_3] \quad (4.23)$$

şeklinde verilir. Bilindiği gibi, bu yapıda KKD'in elde edilebilmesi için gerekli koşullar

$$e_i \dot{e}_i < 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.24)$$

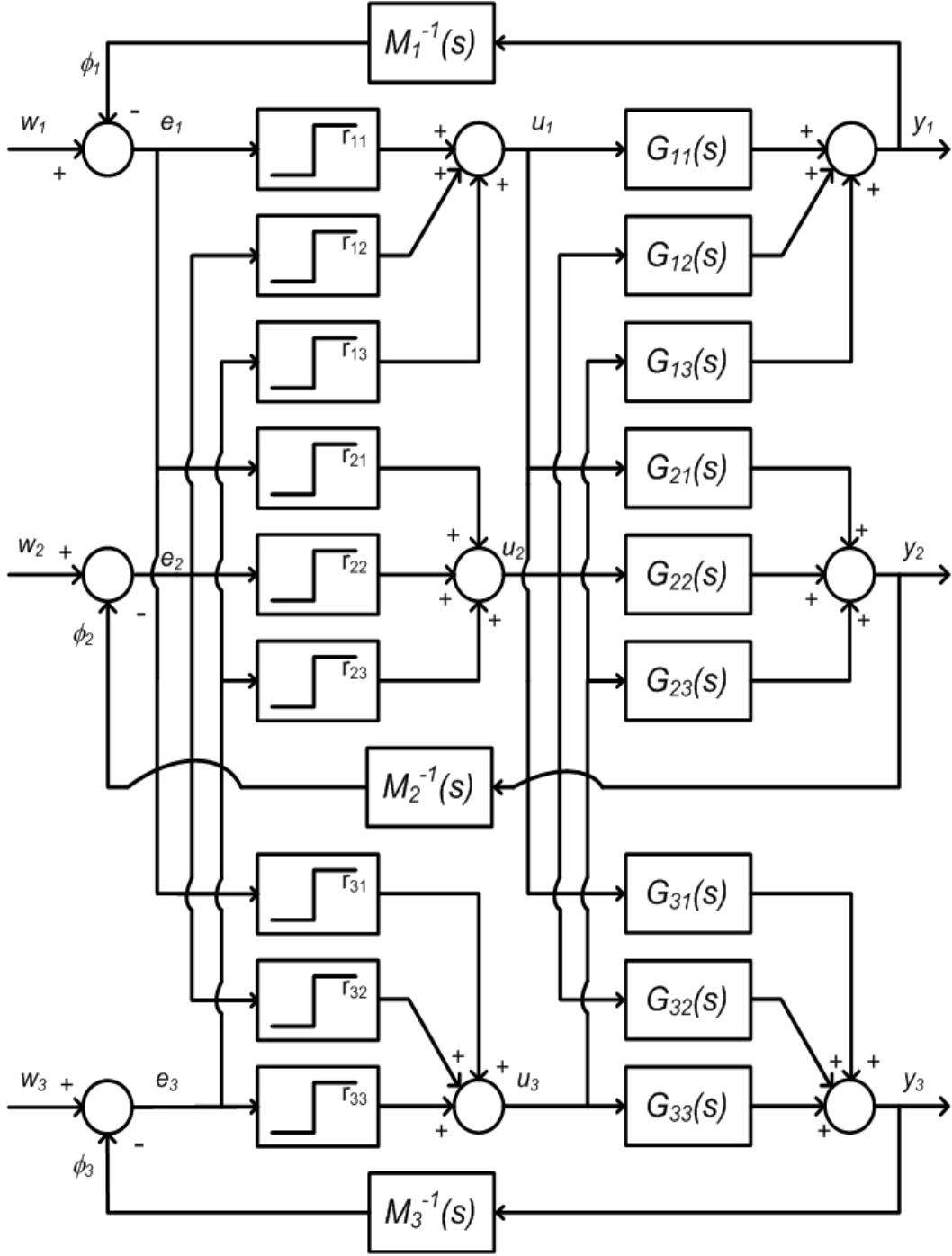
eşitsizlikleriyle ifade edilir. Bu eşitsizliklerin sağlanabilmesi için gerekli koşulları türetmek amacıyla, önceki analizlerdekine benzer şekilde hata sinyali ve türevi incelenmelidir. Eş. 4.5 ve Eş. 4.6 dikkate alınarak hata sinyallerinin türevleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \\ \dot{w}_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} \mathbf{R} \begin{bmatrix} \text{sign}(e_1) \\ \text{sign}(e_2) \\ \text{sign}(e_3) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1^o \\ \dot{\phi}_2^o \\ \dot{\phi}_3^o \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Bölüm 3.1'den de hatırlanacağı gibi, üç girişli üç çıkışlı yapılar için  $\beta$  matrisi

$$\beta = \lim_{s \rightarrow \infty} s \mathbf{M}^{-1}(s) \mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

biçimindedir.  $\phi$  sinyalinin anlık değişmeyen kısımları, yani  $\phi^o$  matrisi Eş. 3.35'te gösterilmiştir.



Şekil 4.2. Üç girişli ve üç çıkışlı çokdeğişkenli röleli denetim yapısı

Eş. 4.25 ile  $e_1, e_2$  ve  $e_3$  sinyallerinin alabileceği işaretler dikkate alındığında, Eş. 4.24 ile verilen eşitsizliklerin sağlanması için gerekli koşulları bulabilmek için aşağıda verilen 8 farklı durum incelenmelidir.

$e_1 > 0$   $e_2 > 0$  ve  $e_3 > 0$

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{w}} - \boldsymbol{\beta}\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o \Rightarrow \dot{w}_1 - \beta_1\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_1^o < 0, \quad (4.27)$$

$$\dot{w}_2 - \beta_2\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_2^o < 0, \quad \dot{w}_2 - \beta_3\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_3^o < 0$$

$e_1 > 0$   $e_2 > 0$  ve  $e_3 < 0$

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{w}} - \boldsymbol{\beta}\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o \Rightarrow \dot{w}_1 - \beta_1\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_1^o < 0, \quad (4.28)$$

$$\dot{w}_2 - \beta_2\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_2^o < 0, \quad \dot{w}_2 - \beta_3\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_3^o > 0$$

$e_1 > 0$   $e_2 < 0$  ve  $e_3 > 0$

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{w}} - \boldsymbol{\beta}\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o \Rightarrow \dot{w}_1 - \beta_1\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_1^o < 0, \quad (4.29)$$

$$\dot{w}_2 - \beta_2\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_2^o > 0, \quad \dot{w}_2 - \beta_3\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_3^o < 0$$

$$e_1 > 0 \quad e_2 < 0 \quad \text{ve} \quad e_3 < 0$$

$$\dot{e} = \dot{w} - \beta R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}^o \Rightarrow \dot{w}_1 - \beta_1 R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_1^o < 0, \quad (4.30)$$

$$\dot{w}_2 - \beta_2 R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_2^o > 0, \quad \dot{w}_2 - \beta_3 R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_3^o > 0$$

$$e_1 < 0 \quad e_2 > 0 \quad \text{ve} \quad e_3 > 0$$

$$\dot{e} = \dot{w} - \beta R \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}^o \Rightarrow \dot{w}_1 - \beta_1 R \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_1^o > 0, \quad (4.31)$$

$$\dot{w}_2 - \beta_2 R \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_2^o < 0, \quad \dot{w}_2 - \beta_3 R \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_3^o < 0$$

$$e_1 < 0 \quad e_2 > 0 \quad \text{ve} \quad e_3 < 0$$

$$\dot{e} = \dot{w} - \beta R \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}^o \Rightarrow \dot{w}_1 - \beta_1 R \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_1^o > 0, \quad (4.32)$$

$$\dot{w}_2 - \beta_2 R \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_2^o < 0, \quad \dot{w}_2 - \beta_3 R \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_3^o > 0$$



$$e_1 < 0 \quad e_2 < 0 \quad \text{ve} \quad e_3 > 0$$

$$\dot{e} = \dot{w} - \beta R \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}^o \Rightarrow \dot{w}_1 - \beta_1 R \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_1^o > 0, \quad (4.33)$$

$$\dot{w}_2 - \beta_2 R \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_2^o > 0, \quad \dot{w}_2 - \beta_3 R \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_3^o < 0$$

$$e_1 < 0 \quad e_2 < 0 \quad \text{ve} \quad e_3 < 0$$

$$\dot{e} = \dot{w} - \beta R \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}^o \Rightarrow \dot{w}_1 - \beta_1 R \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_1^o > 0, \quad (4.34)$$

$$\dot{w}_2 - \beta_2 R \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_2^o > 0, \quad \dot{w}_2 - \beta_3 R \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_3^o > 0$$

Eş. 4.27 - Eş. 4.34 ile verilen koşullar matris formunda yazıldığında aşağıdaki eşitsizliklere ulaşılır.

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (4.35)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ -\beta_3 \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (4.36)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (4.37)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ -\beta_3 \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (4.38)$$

İki girişli iki çıkışlı yapılarda olduğu gibi, elde edilen bu koşullar kayan kip için genel koşullardır. Denetlenen sistemde  $\beta_i r_j > 0$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) koşulu sağlanırsa kayan kip koşulları aşağıdaki gibi sadeleşir:

$\beta_1$  ile ilgili terimler ele alındığında,

$$\beta_1 R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o|, \quad \beta_1 R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} > |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o|, \quad (4.39)$$

$$\beta_1 R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o|, \quad \beta_1 R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} > |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o|$$

eşitsizliklerine ulaşılır.  $\beta_i r_j > 0$  ise,

$$\beta_1 R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} > |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o| \quad (4.40)$$

koşulu sağlandığı takdirde diğer üç koşul da sağlanır.

Benzer şekilde,  $\beta_2$  ve  $\beta_3$  ile ilgili terimler ele alındığında, kayan kip için gerekli koşullar

$$\beta_1 \mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} > |\dot{w}_1 - \dot{\phi}_1^o|, \quad \beta_2 \mathbf{R} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} > |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o|, \quad (4.41)$$

$$\beta_3 \mathbf{R} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w}_3 - \dot{\phi}_3^o|$$

olarak elde edilir. Bu koşullar matris formunda da yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \beta_1 r_1 & -\beta_1 r_2 & -\beta_1 r_3 \\ -\beta_2 r_1 & \beta_2 r_2 & -\beta_2 r_3 \\ -\beta_3 r_1 & -\beta_3 r_2 & \beta_3 r_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (4.42)$$

Elde edilen kayan kip koşulları incelendiğinde, iki girişli iki çıkışlı sistemlerde olduğu gibi, kayan kip koşullarının sağlanabilmesi için  $\beta$  matrisinin tüm kerte olması gerektiği görülür. Bu doğrultuda denetlenen sistemin aşağıda verilen görece derece koşullarından birini sağlaması gerekir.

$$\rho(\mathbf{M}^{-1} \mathbf{G}) = \begin{bmatrix} 1 & \geq 1 & \geq 1 \\ \geq 1 & 1 & \geq 1 \\ \geq 1 & \geq 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \rho(\mathbf{M}^{-1} \mathbf{G}) = \begin{bmatrix} \geq 1 & \geq 1 & 1 \\ \geq 1 & 1 & \geq 1 \\ 1 & \geq 1 & \geq 1 \end{bmatrix}, \quad (4.43)$$

$$\rho(\mathbf{M}^{-1} \mathbf{G}) = \begin{bmatrix} 1 & \geq 1 & \geq 1 \\ \geq 1 & \geq 1 & 1 \\ \geq 1 & 1 & \geq 1 \end{bmatrix}, \quad \rho(\mathbf{M}^{-1} \mathbf{G}) = \begin{bmatrix} \geq 1 & \geq 1 & 1 \\ 1 & \geq 1 & \geq 1 \\ \geq 1 & 1 & \geq 1 \end{bmatrix}, \quad (4.44)$$

$$\rho(\mathbf{M}^{-1} \mathbf{G}) = \begin{bmatrix} \geq 1 & 1 & \geq 1 \\ 1 & \geq 1 & \geq 1 \\ \geq 1 & \geq 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \rho(\mathbf{M}^{-1} \mathbf{G}) = \begin{bmatrix} \geq 1 & 1 & \geq 1 \\ \geq 1 & \geq 1 & 1 \\ 1 & \geq 1 & \geq 1 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Eş. 4.43 - Eş. 4.45 incelendiğinde, çokdeğişkenli GÇ-RKKD yönteminin çokdöngülü yöneme göre bir esneklik sağladığı görülmektedir. Üç girişli üç çıkışlı çokdeğişkenli bir sistemde KKD'in elde edilebilmesi için denetlenen yapının bu altı koşuldan birini

sağlaması yeterlidir. Buna karşılık aynı sistem çokgöngülü yöntem ile denetlenirse, yalnızca Eş. 4.43'te verilen ilk görelî derece koşulları sağlandığında, yani görelî derece matrisinin köşegen elemanları 1, diğêr elemanları 1 veya 1'den büyük olduğunda KKD elde edilebilmekteydi (bkz. Eş. 3.48).

Denetlenen yapıda hem  $\beta_i r_j > 0$  koşulu sağlanır, hem de  $\beta$  matrisi tüm kerte olmak şartıyla toplam yalnızca 3 adet elemandan oluşursa özel bir durum ortaya çıkmaktadır (Bir başka deyişle, Eş. 4.43 - Eş. 4.45'te verilen görelî derece matrislerinde  $\geq 1$  ile gösterilen elemanlar yerine  $> 1$  olduğu durum). Bu durumda kayan kip koşulları en basit haliyle

$$\beta_{ij}(r_{j1} - \sum_{k=2}^3 r_{jk}) > |\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^o|, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (\beta_{ij} \neq 0) \quad (4.46)$$

eşitsizliğı ile verilir.

#### **n girişli ve n çıkışlı sistemler:**

Yukarıda iki girişli iki çıkışlı ve üç girişli üç çıkışlı çokdeğişkenli sistemler için türetilen kayan kip koşullarına dikkat edilecek olursa, çokdöngülü yapılarda olduğu gibi, burada da eşitsizliklerin sol tarafında yer alan terimlerin belirli bir örüntü takip ettiğı görülebilir. Buna göre, 1 ve -1'lerden oluşan vektörün ilk elemanı daima 1'dir, diğêr elemanları ise 1 ve -1'in tüm kombinasyonlarını içermektedir. -1'e karşılık gelen  $\beta$  matrisi satırının başında eksi (-) işareti bulunmaktadır. Bu örüntü dikkate alınarak  $n$  girişli  $n$  çıkışlı sistemler için kayan kip koşulları aşğıdaki gibi genellenebilir:

Kayan kipi gerçekteşebilmesi için

$$e_i \dot{e}_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.47)$$

eşitsizlikleri sağlanmalıdır.  $n$  boyutlu  $\beta$  ve  $R$  matrisleri

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \dots & \beta_{1n} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{n1} & \dots & \dots & \beta_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

ve

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & \cdots & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix} = [r_1 \ r_2 \ \cdots \ r_n] \quad (4.49)$$

olmak üzere, KKD'in elde edilebilmesi için genel koşullar

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|, \quad \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ -\beta_n \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|, \quad \dots, \quad (4.50)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \vdots \\ -\beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ \vdots \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|, \quad \begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \vdots \\ -\beta_{n-1} \\ -\beta_n \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ \vdots \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o|$$

eşitsizlikleriyle verilir. Görüldüğü gibi, kayan kip koşulları, 1 ve -1lerden oluşan vektörün ilk elemanı 1 olacak, geri kalan elemanları ise 1 ve -1'in tüm kombinasyonlarını kapsayacak şekilde toplam  $2^{n-1}$  adet matris eşitsizliğinden oluşmaktadır. -1'e karşılık gelen  $\beta$  matrisi satırlarının da başında eksi (-) işareti bulunmaktadır.  $\beta_i r_j > 0$  ( $i, j = 1, \dots, n$ ) koşulu sağlandığı takdirde bu koşullar aşağıdaki gibi sadeleşir.

$$\begin{bmatrix} \beta_1 r_1 & -\beta_1 r_2 & -\beta_1 r_3 & \cdots & \beta_1 r_n \\ -\beta_2 r_1 & \beta_2 r_2 & -\beta_2 r_3 & \cdots & -\beta_2 r_n \\ -\beta_3 r_1 & -\beta_3 r_2 & \beta_3 r_3 & \cdots & -\beta_3 r_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\beta_n r_1 & -\beta_n r_2 & -\beta_n r_3 & \cdots & \beta_n r_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (4.51)$$

Yukarıda verilen kayan kip koşullarının sağlanabilmesi için, denetlenen yapının görelî dereceleri,  $\beta$  matrisi tüm kerte olacak şekilde ayarlanmalıdır.  $\beta$  matrisi tüm kerte

olmakla beraber toplam yalnızca  $n$  adet sıfırdan farklı elemandan oluştuğunda ve  $\beta_i r_j > 0$  koşulu sağlandığında ortaya çıkan özel durum için kayan kip koşullarının en basit hali aşağıdaki gibidir.

$$\beta_{ij}(r_{j1} - \sum_{k=2}^n r_{jk}) > |\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^o|, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (\beta_{ij} \neq 0) \quad (4.52)$$

Dikkat edilirse,  $\mathbf{R}$  matrisi

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & r_{22} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

biçiminde seçildiğinde, yani tüm döngülerde tek röle kullanıldığında Eş. 4.51'de verilen kayan kip koşulları

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} r_{11} & -\beta_{12} r_{22} & -\beta_{13} r_{33} & \cdots & -\beta_{1n} r_{nn} \\ -\beta_{21} r_{11} & \beta_{22} r_{22} & -\beta_{23} r_{33} & \cdots & -\beta_{2n} r_{nn} \\ -\beta_{31} r_{11} & -\beta_{32} r_{22} & \beta_{33} r_{33} & \cdots & -\beta_{3n} r_{nn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\beta_{n1} r_{11} & -\beta_{n2} r_{22} & -\beta_{n3} r_{33} & \cdots & \beta_{nn} r_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (4.54)$$

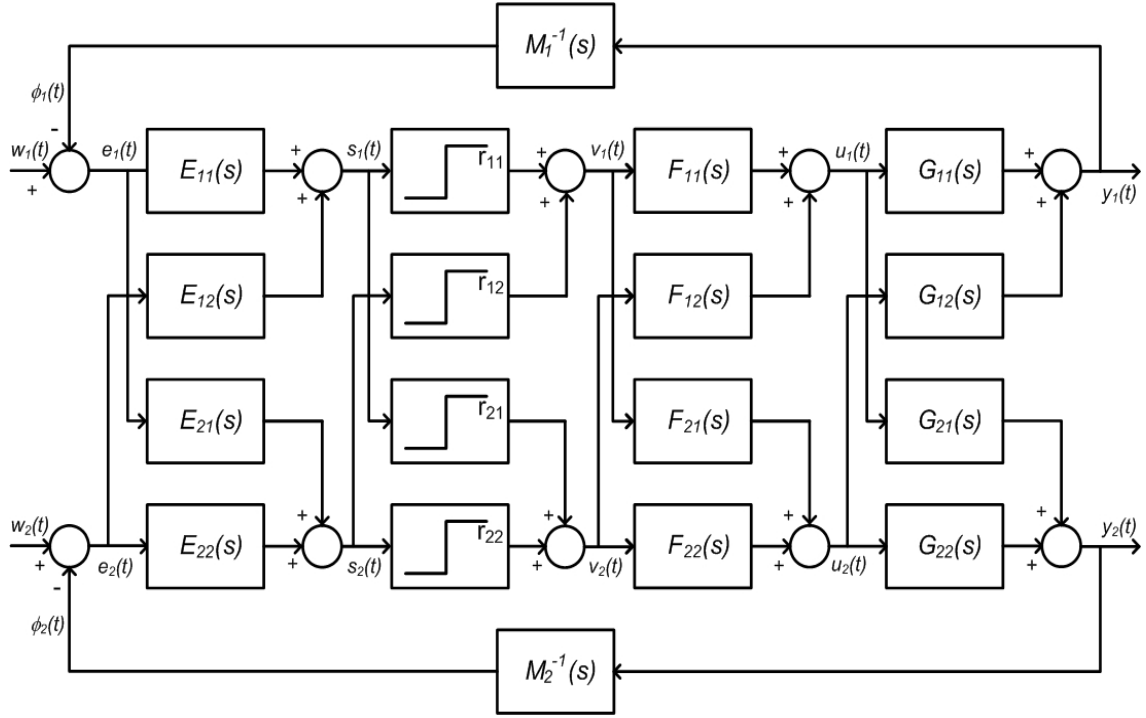
şeklini alır. Eş. 4.54,

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} & -\beta_{12} & -\beta_{13} & \cdots & -\beta_{1n} \\ -\beta_{21} & \beta_{22} & -\beta_{23} & \cdots & -\beta_{2n} \\ -\beta_{31} & -\beta_{32} & \beta_{33} & \cdots & -\beta_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\beta_{n1} & -\beta_{n2} & -\beta_{n3} & \cdots & \beta_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} \\ r_{22} \\ r_{33} \\ \vdots \\ r_{nn} \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o| \quad (4.55)$$

biçiminde yeniden yazıldığında, elde edilen bu koşulların daha önce çokdöngülü yapılar için türetilen ve Eş. 3.66'da verilen kayan kip koşulları ile aynı olduğu görülebilir ( $r_{ij} = r_i, i = 1, \dots, n$ ). Özetle, bu bölümde çokdeğişkenli sistemler için türetilen kayan kip koşulları çokdöngülü sistemleri de kapsamakta ve daha genel bir ifade sunmaktadır.

## 4.2 E ve F Matrisleri

Önceki bölümlerden hatırlanacağı gibi, sistemin kayma evresine girebilmesi için gerekli görece derece koşullarının sağlanamadığı durumlarda röle elemanlarının önüne ve arkasına uygun dereceli süzgeçler yerleştirilerek derece koşulları sağlanabilmektedir. Bu durumda iki girişli iki çıkışlı çokdeğişkenli röleli denetim yapısı Şekil Şekil 4.3'teki gibi genişletilebilir.



Şekil 4.3. İki girişli iki çıkışlı çokdeğişkenli yapıda  $E$  ve  $F$  matrisleri

Şekil 4.3'te görülen yapıda kayan kipin elde edilebilmesi için

$$s_i \dot{s}_i < 0, \quad i = 1, 2 \quad (4.56)$$

koşulu sağlanmalıdır. Röle giriş sinyalleri ve türevleri,

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &= \mathbf{E}(\mathbf{w} - \boldsymbol{\phi}) \\ \dot{\mathbf{s}} &= \mathbf{E}(\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}) \\ &= \mathbf{E}\dot{\mathbf{w}} - \mathbf{sEM}^{-1}\mathbf{GFv} \\ &= \mathbf{E}\dot{\mathbf{w}} - \boldsymbol{\beta}\mathbf{v} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o \\ &= \mathbf{E}\dot{\mathbf{w}} - \boldsymbol{\beta}\mathbf{R}\text{sign}(\mathbf{s}) - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o \end{aligned} \quad (4.57)$$

eşitlikleri ile verilir.  $E$  ve  $F$  kullanıcı tarafından seçilen süzgeçleri içeren matrislerdir.

$$\mathbf{E}(s) = \begin{bmatrix} E_{11}(s) & E_{12}(s) \\ E_{21}(s) & E_{22}(s) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(s) = \begin{bmatrix} F_{11}(s) & F_{12}(s) \\ F_{21}(s) & F_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

Bu süzgeçlerin seçimi esnasında dikkat edilmesi gereken hususlara Bölüm 2.2 ve Bölüm 3.2'de ayrıntılı olarak değinilmişti. Çokdeğişkenli sistemlerde kayan kip koşullarını türetmek amacıyla yukarıda verilen analize benzer bir analiz burada tekrarlandığında, kayan kip koşulları  $\mathbf{EM}^{-1}\mathbf{GF}$  döngü aktarım işlevi üzerinden elde edilebilir. Bu durumda  $\beta$  matrisi

$$\beta = \lim_{s \rightarrow \infty} s\mathbf{E}(s)\mathbf{M}^{-1}(s)\mathbf{G}(s)\mathbf{F}(s) \quad (4.59)$$

olarak tanımlanır. İki girişli iki çıkışlı sistemlerde kayan kip koşulları

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\mathbf{E}\dot{\mathbf{w}} - \dot{\phi}^o| \quad (4.60)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \end{bmatrix} \mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} > |\mathbf{E}\dot{\mathbf{w}} - \dot{\phi}^o| \quad (4.61)$$

eşitsizlikleri ile ifade edilir. Bu koşullar  $n$  boyutlu sistemler için genelleştirildiğinde, Eş. 4.50 ile verilen koşulların sağ tarafındaki  $|\dot{\mathbf{w}} - \dot{\phi}^o|$  teriminin yerini  $|\mathbf{E}\dot{\mathbf{w}} - \dot{\phi}^o|$  teriminin aldığı görülür.

$n$  boyutlu  $E$  ve  $F$  matrisleri Bölüm 3.2'den hatırlanabilir (Eş. 3.90). Kayan kip koşullarının sağlanabilmesi için denetlenen sistem, seçilen model aktarım işlevleri ile kullanıcı tarafından belirlenen  $E$  ve  $F$  matrislerinden oluşan döngü aktarım işlevlerinin görelî dereceleri  $\beta$  matrisi tüm kerte olacak şekilde ayarlanmalıdır. Denetlenen yapıda  $\beta_{ij} > 0$  koşulu sağlandığı takdirde bu koşullar, eşitsizliğin sağ tarafındaki terim  $|\mathbf{E}\dot{\mathbf{w}} - \dot{\phi}^o|$  olacak şekilde Eş. 4.51'deki gibi sadeleşir ( $i, j = 1, \dots, n$ ). Önceki kısımlardan hatırlanacak olursa,  $\beta$  matrisi tüm kerte olmak koşuluyla toplam yalnızca  $n$  adet sıfırdan farklı elemandan oluştuğunda kayan kip koşulları daha da sadeleşmekteydi. Denetlenen sistem ve model aktarım işlevlerinden oluşan açık



döngü aktarım işlevi gerekli görece koşullarını sağlasa dahi, basitlik açısından bu durum tercih edileceğinden,  $E$  ve  $F$  matrisleri yardımıyla  $\beta$  matrisi bu duruma getirilecek şekilde bir ayarlama yapılabilir.

### 4.3 Çokdeğişkenli GÇ-RKKD'de Gürbüzlük

#### 4.3.1 Parametre Değişiklikleri

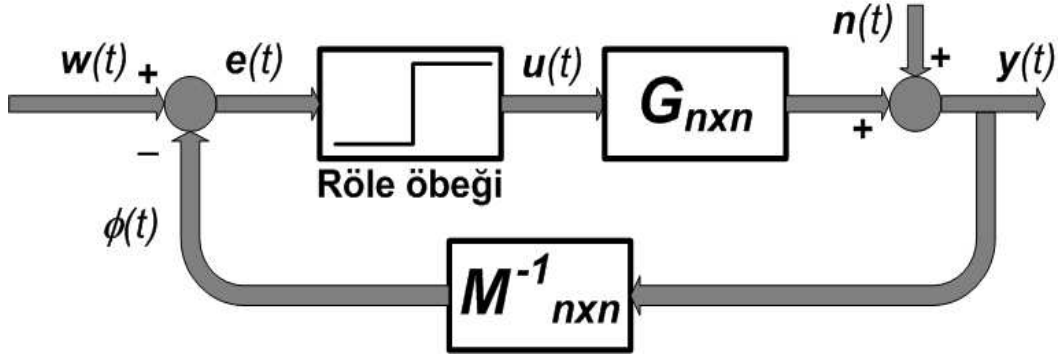
Bölüm 2 ve Bölüm 3'ün ilgili kısımlarından da hatırlanabileceği gibi, kayan kipte çalışan sistemin tepkisi yalnızca model tarafından belirlenmektedir (Bkz. Eş. 4.4). Denetim uygulamaları sırasında, gerek çalışma koşulları gerekse sistem parametrelerinden kaynaklanabilecek belirsizliklerin  $\phi^o$  sinyali üzerinde yarattığı etki, Eş. 4.50 ile verilen kayan kip koşullarının bozulmasına neden olabilir. Koşullar yeniden sağlandığında sistem tekrar kayan kipte çalışmaya başlar. Kayan kip koşulları bozulmasa dahi meydana gelen değişiklikler nedeniyle  $e = 0$  eşitliği bozulabilir, ancak bu eşitlik hızla yeniden sağlanır ( $e_i \dot{e}_i < 0$  koşulu bozulmadığından) ve sistem kısa sürede kayan kipe geri döner. Kayan kip koşullarının bozulmasının önüne geçebilmek amacıyla kullanılan röle genliklerinin yeterince büyük seçilmesi gerekmektedir. Koşulların bozulması engellenemese dahi, röle genlikleri mümkün olduğunca büyük seçilerek sistemin kayan kipten çıktıktan sonra yeniden kayan kipe dönmesi için gereken süre olan erişme evreleri kısaltılabilir. Bu bölümün sonunda yer alan benzetim çalışmasının ilgili kısmında çokdeğişkenli sistemlerin denetiminde parametre değişikliklerinin etkisi örnekler yardımıyla incelenmiştir.

#### 4.3.2 Bozucular

Bu kısımda, çıkış sinyali üzerinde etkili olan bozucu sinyallerin çokdeğişkenli GÇ-RKKD yönteminin başarımı üzerindeki etkisi ve bozucuların kayan kip koşullarını nasıl değiştirdiği irdelenmiştir. İlgili yapıya ait öbek çizeneği Şekil 4.4'te verilmiştir.

Görüldüğü gibi,  $n(t)$  çıkış sinyalleri üzerine eklenen bozucuları temsil etmektedir.

$$n(t) = \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_n(t) \end{bmatrix} \quad (4.62)$$



Şekil 4.4. Çokdeğişkenli röleli denetim yapısında çıkış sinyali üzerinde etkili bozucu

Şekil 4.4 dikkate alındığında, hata sinyali ve türevi

$$\begin{aligned}
 \mathbf{e} &= \mathbf{w} - \boldsymbol{\phi} \\
 &= \mathbf{w} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{u} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{n}
 \end{aligned} \tag{4.63}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{e}} &= \dot{\mathbf{w}} - s \mathbf{M}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{u} - \dot{\boldsymbol{\psi}} \\
 &= \dot{\mathbf{w}} - \beta \mathbf{R} \text{sign}(\mathbf{e}) - \boldsymbol{\phi}^{\circ} - \dot{\boldsymbol{\psi}}
 \end{aligned}$$

eşitlikleriyle verilir. Burada, model aktarım işlevinin tersi ile süzgeçlenen gürültü sinyali

$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{n} \tag{4.64}$$

biçiminde adlandırılmıştır. Kayan kip koşullarını türetebilmek için hata sinyallerinin her birinin alabileceği işaretleri içeren toplam  $2^n$  adet durum bir arada incelenmelidir ( $n$ : sistem boyutu). Dikkat edilirse, Eş. 4.63'te verilen hata türevi ile Eş. 4.6 ile gösterilen bozucusuz duruma ait türev ifadesi karşılaştırıldığında, bozucusuz durumda yapılan analizin benzerinin burada da tekrarlanarak kayan kip koşullarına ulaşılabileceği görülebilir. Bozucusuz durumdan farklı olarak, elde edilen matris eşitsizliklerinin sağ tarafında bulunan terim  $|\dot{\mathbf{w}} - \boldsymbol{\phi}^{\circ}|$  yerine  $|\dot{\mathbf{w}} - \boldsymbol{\phi}^{\circ} - \dot{\boldsymbol{\psi}}|$  olmalıdır. Herhangi bir döngüdeki  $|\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^{\circ} - \dot{\psi}_i|$  sinyalinin büyüklüğü  $|\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^{\circ}|$  sinyalinin büyüklüğünden daha fazla olabilir; bu nedenle bozucusuz duruma göre daha büyük röle genliklerine ihtiyaç duyulabilir.

Denetim uygulamalarında farklı türlerde bozucu sinyallerle karşılaşılacağı bilin-

mektedir. Örneğin, sistem çıkışına eklenen bozucu basamak tipi olabilir ve bu durumda

$$\begin{aligned} \mathbf{n}(t) &= \mathbf{d} \\ \boldsymbol{\psi} &= \mathbf{M}^{-1} \mathbf{d} \end{aligned} \quad (4.65)$$

eşitlikleri yazılabilir ( $\mathbf{d}$ : basamak tipi bozucu). Sistem durgun durumda iken  $\dot{\boldsymbol{\psi}} = \mathbf{0}$  olduğu görülür. Diğer bir deyişle, kayan kip koşulları bozucusuz durum ile aynıdır. Ancak basamak tipi bozucuların değer değiştirdiği anlarda  $\dot{\boldsymbol{\psi}} \neq \mathbf{0}$  olacağından kayan kip koşulları, eşitsizliklerin sağ tarafındaki terim  $|\dot{\boldsymbol{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}} - \dot{\boldsymbol{\psi}}|$  olacak şekildedir. Eş. 4.64 ile verilen tanıma dikkat edilecek olursa, bozucu sinyaller model aktarım işlevinin tersi ile süzgeçlenmektedir, bir başka deyişle bozucuların türevleri hata sinyalleri üzerine eklenmektedir. Bozucuların bir başka değere atladığı anlarda, bu türev işlevi nedeniyle,  $\dot{\boldsymbol{\psi}}$  sinyalinin alabileceği değerler oldukça büyük olabileceğinden kayan kip koşulları bozulabilir. Koşullar bozulmasa dahi  $\mathbf{e} = \mathbf{0}$  eşitliği bozulacağından röleler kayan kipten çıkabilir ve bir erişme evresini takiben yeniden kayan kipte çalışmaya başlayabilir. Bilindiği gibi, erişme evrelerinin süresi kullanılan röle genlikleriyle ilintilidir. Röle genlikleri büyüdükçe erişme evreleri kısalmır. Bu nedenle kullanılan rölelere ait genlikler, eyleyiciler üzerindeki fiziksel kısıtlamalar dikkate alınmak kaydıyla, mümkün olduğunca büyük seçilmelidir.

Sinüzoidal bozucu sinyaller çıkış sinyalleri üzerinde etkili olduğunda bu kez

$$\begin{aligned} n_i(t) &= A_i \sin(\omega_i t) \\ \dot{n}_i(t) &= A_i \omega_i \cos(\omega_i t) , \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \dot{\psi}_i(t) &= M_i^{-1} \dot{n}_i(t) \end{aligned} \quad (4.66)$$

eşitlikleri yazılabilir. Görüldüğü gibi, bozucu sinyallerin sıklığı ne kadar yüksekse  $\dot{\psi}_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) sinyallerinin büyüklükleri de o kadar fazladır. Dolayısıyla, kayan kip koşullarının sağlanabilmesi için gerekli röle genlikleri de o kadar büyük olmalıdır.

Sıklıkla karşılaşılan bozucu türlerinden biri de beyaz gürültüdür. Bölüm 2.3.2 ve Bölüm 3.3.2'de de vurgulandığı gibi, türev işlevi nedeniyle beyaz gürültünün hata sinyali ve türevi üzerindeki etkisi daha fazladır. Bu nedenle, kayan kip koşullarının uygulamalarda gerçekleştirilebilecek röle genlikleri ile sağlanması genellikle olanaklı

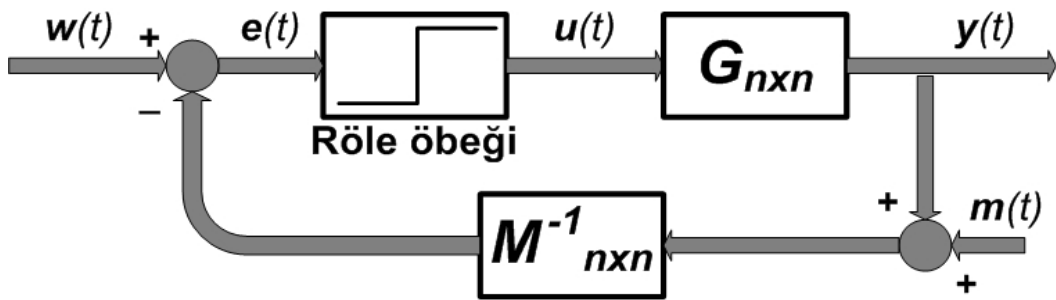
değildir. Hem tek girişli tek çıkışlı hem de çokdöngülü yapıların denetiminde olduğu gibi, model aktarım işlevlerine uygun seçilmiş sıfırlar eklenerek bu sorun çözülebilir. İlave edilen sıfırlar sayesinde yüksek sıklıklı gürültü bileşenleri süzgeçlenerek etkileri azaltılabilir. Hatırlanacağı gibi,  $D_i(s)$  model aktarım işlevlerine ilave edilen sıfırlar olmak üzere, elde edilen yeni model aktarım işlevi

$$M^{-1}(s) = \begin{bmatrix} \frac{M_1^{-1}(s)}{D_1(s)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{M_2^{-1}(s)}{D_2(s)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \frac{M_n^{-1}(s)}{D_n(s)} \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

şeklindedir. Bozucuların daha etkili olduğu yüksek sıklıklarda  $M_i^{-1}(j\omega) \approx 0$  olacağından KKD'in elde edilmesi olanaklı değildir ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Çıkış sinyallerinin etkili olduğu düşük sıklıklarda ise  $M^{-1}(j\omega) \approx M^{-1}(j\omega)$  eşitliği yazılabileceğinden görece derece koşullarının sağlanması ve gerçek çalışmalarda uygulanabilecek kadar küçük röle genlikleri ile KKD'in elde edilmesi olanaklıdır.

### 4.3.3 Ölçüm Gürültüsü

KKD yönteminin ölçüm gürültüsüne karşı hassas bir yöntem olduğu, tek girişli tek çıkışlı ve çokdöngülü yapılar üzerinden önceki bölümlerde gösterilmiştir. Benzer bir gösterim çokdeğişkenli sistemler üzerinden de yapılabilir.



Şekil 4.5. Çokdeğişkenli röleli denetim yapısında ölçüm gürültüsü

Şekil 4.5'te görülen öbek çizeneğinde  $m(t)$  ölçüm gürültüsüdür. Bu yapıda hata ve türevi aşağıdaki eşitliklerle ifade edilir.

$$\begin{aligned}
\mathbf{e} &= \mathbf{w} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{u} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{m} \\
\dot{\mathbf{e}} &= \dot{\mathbf{w}} - s \mathbf{M}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{u} - \dot{\boldsymbol{\mu}} \\
&= \dot{\mathbf{w}} - \boldsymbol{\beta} \mathbf{R} \text{sign}(\mathbf{e}) - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o - \dot{\boldsymbol{\mu}}
\end{aligned} \tag{4.68}$$

Kayan kip koşullarını türetmek üzere Bölüm 4.1'de verilen analiz Eş. 4.68 üzerinden tekrarlandığında, Eş. 4.50 ile verilen koşulların sağ tarafındaki  $|\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o|$  teriminin yerini  $|\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o - \dot{\boldsymbol{\mu}}|$  teriminin aldığı görülür. Ancak kayan kip koşulları sağlansa ve sistem kayma evresinde çalışsa dahi, sistem çıkışı

$$\begin{aligned}
\mathbf{e} &= \mathbf{0} \\
\mathbf{w} - \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{y} + \mathbf{m}) &= \mathbf{0} \\
\mathbf{y} &= \mathbf{M} \mathbf{w} - \mathbf{m}
\end{aligned} \tag{4.69}$$

eşitliğiyle ifade edildiğinden, ölçüm hatalarının çıkışa yansıdığı görülebilir.

Sistem üzerinde hem bozucular hem de ölçüm gürültüsü etkili olduğunda, kayan kip koşullarının en genel hali, Eş. 4.50 ile verilen koşulların sağ tarafındaki  $|\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o|$  teriminin yerine  $|\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o - \dot{\boldsymbol{\psi}} - \dot{\boldsymbol{\mu}}|$  terimi yazılarak elde edilir. Denetlenen yapıda  $\beta_j r_j > 0$  koşulunun sağlanması halinde, kayan kip koşulları

$$\begin{bmatrix} \beta_1 r_1 & -\beta_1 r_2 & -\beta_1 r_3 & \cdots & \beta_1 r_n \\ -\beta_2 r_1 & \beta_2 r_2 & -\beta_2 r_3 & \cdots & -\beta_2 r_n \\ -\beta_3 r_1 & -\beta_3 r_2 & \beta_3 r_3 & \cdots & -\beta_3 r_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\beta_n r_1 & -\beta_n r_2 & -\beta_n r_3 & \cdots & \beta_n r_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{\mathbf{w}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o - \dot{\boldsymbol{\psi}} - \dot{\boldsymbol{\mu}}| \tag{4.70}$$

matris eşitsizliği ile ifade edilir. Daha önce de belirtildiği gibi, elde edilen bu koşullardan  $\boldsymbol{\beta}$  matrisinin tüm kerte olması gerektiği görülür.  $\boldsymbol{\beta}$  matrisinin yalnızca  $n$  adet elemandan oluştuğu özel durumlarda ise kayan kip koşulları

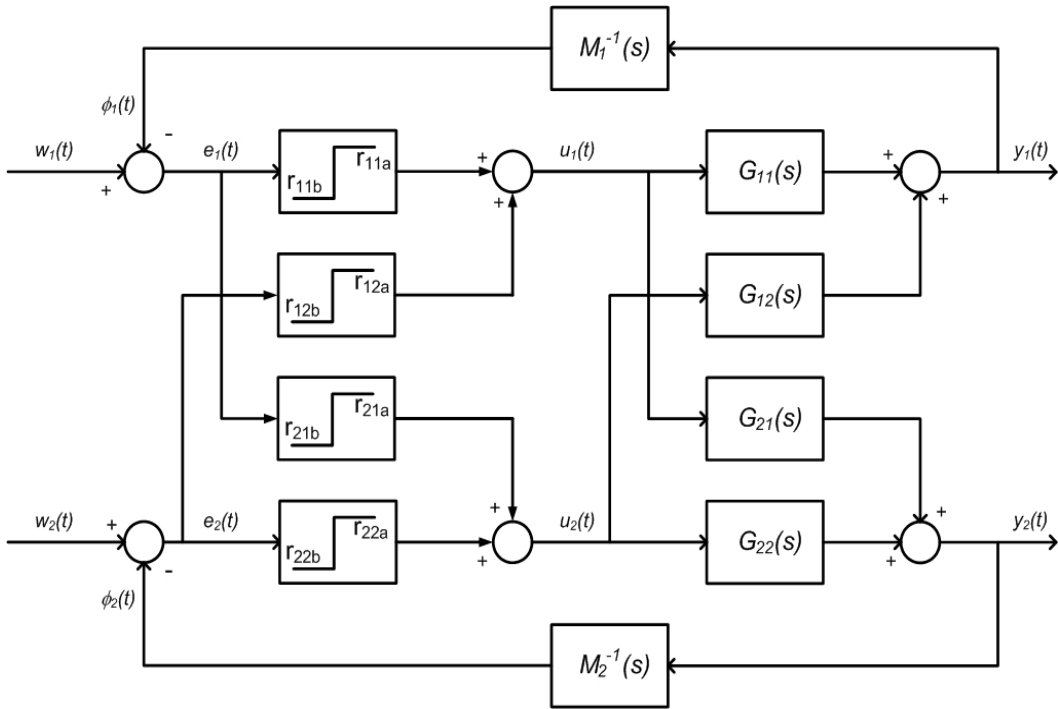
$$\beta_{ij}(r_{j1} - \sum_{k=2}^n r_{jk}) > |\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^o - \dot{\psi}_i - \dot{\mu}_i|, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (\beta_{ij} \neq 0) \tag{4.71}$$

eşitsizliklerine indirgenir. Hatırlanacağı gibi,  $\mathbf{E}$  ve  $\mathbf{F}$  matrisleri yardımıyla sistem bu duruma getirilecek şekilde bir ayarlama yapılabileceği vurgulanmıştı.

#### 4.4 Çokdeğişkenli Sistemlerde Bakışımı Olmayan Röle ile KKD

Bu kısımda çokdeğişkenli sistemlerde bakışımı olmayan röle kullanımı irdelenmiş ve sağlanması gereken kayan kip koşulları türetilmiştir. Bakışımı röle ile yapılan analizlerdekine benzer şekilde öncelikle iki girişli iki çıkışlı ve üç girişli üç çıkışlı sistemler üzerinde durulmuş, ardından elde edilen sonuçlar  $n$  boyutlu sistemler için genelleştirilmiştir.

Bakışımı olmayan rölelerin kullanıldığı iki girişli ve iki çıkışlı çokdeğişkenli denetim yapısı Şekil 4.6'da görülmektedir.



Şekil 4.6. İki girişli ve iki çıkışlı bakışımı olmayan röleli çokdeğişkenli denetim yapısı

Burada,  $r_{ija}$  ve  $r_{ijb}$  bakışımı olmayan rölelere ait genliklerdir ( $i, j = 1, 2$ ). Önceki bölümlerden hatırlanacağı gibi, röle genlikleri aşağıdaki gibi de ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} r_{ija} &= r_{ijo} + \Delta r_{ij} \\ r_{ijb} &= r_{ijo} - \Delta r_{ij} \end{aligned} \quad , \quad i, j = 1, 2 \quad (4.72)$$

Şekil 4.6'da görülen yapıda denetim yasası aşağıdaki eşitliklerle verilir.

$$u_1 = r_{11o} + \Delta r_{11} \text{sign}(e_1) + r_{12o} + \Delta r_{12} \text{sign}(e_2)$$

$$u_2 = r_{21o} + \Delta r_{21} \text{sign}(e_1) + r_{22o} + \Delta r_{22} \text{sign}(e_2)$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11o} \\ r_{21o} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{12o} \\ r_{22o} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta r_{11} & \Delta r_{12} \\ \Delta r_{21} & \Delta r_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{sign}(e_1) \\ \text{sign}(e_2) \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{r}_{1o} + \mathbf{r}_{2o} + \Delta \mathbf{R} \text{sign}(\mathbf{e})$$

$\Delta \mathbf{R}$  matrisi şöyle tanımlanmıştır.

$$\Delta \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \Delta r_{11} & \Delta r_{12} \\ \Delta r_{21} & \Delta r_{22} \end{bmatrix} = [\Delta \mathbf{r}_1 \quad \Delta \mathbf{r}_2] \quad (4.74)$$

$\mathbf{r}_{1o}$  ve  $\mathbf{r}_{2o}$  röle genliklerinin ortalama değerlerinden oluşan matrisin sütunlarıdır.

$$\mathbf{R}_o = \begin{bmatrix} r_{11o} & r_{12o} \\ r_{21o} & r_{22o} \end{bmatrix} = [\mathbf{r}_{1o} \quad \mathbf{r}_{2o}] \quad (4.75)$$

Şekil 4.6'da verilen yapıda KKD'in elde edilebilmesi için gerekli koşul Eş. 4.3'teki gibidir. Yani, kayan kip koşullarının türetilmesi için hata sinyali ve türevi incelenmelidir.

$$\begin{aligned} \mathbf{e} &= \mathbf{w} - \phi \\ &= \mathbf{w} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{u} \\ \dot{\mathbf{e}} &= \dot{\mathbf{w}} - s \mathbf{M}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{u} \\ &= \dot{\mathbf{w}} - \beta \mathbf{u} - \dot{\phi}^o \\ &= \dot{\mathbf{w}} - \beta (\mathbf{r}_{1o} + \mathbf{r}_{2o}) - \beta \Delta \mathbf{R} \text{sign}(\mathbf{e}) - \dot{\phi}^o \end{aligned} \quad (4.76)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} (\mathbf{r}_{1o} + \mathbf{r}_{2o}) - \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{R} \begin{bmatrix} \text{sign}(e_1) \\ \text{sign}(e_2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1^o \\ \dot{\phi}_2^o \end{bmatrix}$$

Daha önce yapılan tüm analizlerde olduğu gibi  $\dot{\phi}$  sinyali anlık değişen ( $\beta \mathbf{u}$ ) ve değişmeyen ( $\dot{\phi}^o$ ) kısımlarına ayrılmıştır.  $e_1$  ve  $e_2$  sinyallerinin alabileceği işaretler

doğrultusunda incelenmesi gereken 4 durum ortaya çıkmaktadır. Bu durumlar aşağıda verilmiştir. Ayrıca, her durum söz konusu olduğunda, KKD'in elde edilebilmesi için sağlanması gereken eşitsizlikler de ifade edilmiştir.

$$e_1 > 0 \quad \text{ve} \quad e_2 > 0$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= \dot{\mathbf{w}} - \boldsymbol{\beta}(r_{1o} + r_{2o}) - \boldsymbol{\beta}\Delta\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o \\ \dot{w}_1 - \beta_1(r_{1o} + r_{2o}) - \beta_1\Delta\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_1^o &< 0 \\ \Rightarrow \\ \dot{w}_2 - \beta_2(r_{1o} + r_{2o}) - \beta_2\Delta\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_2^o &< 0 \end{aligned} \tag{4.77}$$

$$e_1 > 0 \quad \text{ve} \quad e_2 < 0$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= \dot{\mathbf{w}} - \boldsymbol{\beta}(r_{1o} + r_{2o}) - \boldsymbol{\beta}\Delta\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\boldsymbol{\phi}}^o \\ \dot{w}_1 - \beta_1(r_{1o} + r_{2o}) - \beta_1\Delta\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_1^o &< 0 \\ \Rightarrow \\ \dot{w}_2 - \beta_2(r_{1o} + r_{2o}) - \beta_2\Delta\mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_2^o &> 0 \end{aligned} \tag{4.78}$$



$$e_1 < 0 \quad \text{ve} \quad e_2 > 0$$

$$\dot{e} = \dot{w} - \beta(r_{1o} + r_{2o}) - \beta \Delta R \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}^o$$

$$\dot{w}_1 - \beta_1(r_{1o} + r_{2o}) - \beta_1 \Delta R \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_1^o > 0$$

$\Rightarrow$

$$\dot{w}_2 - \beta_2(r_{1o} + r_{2o}) - \beta_2 \Delta R \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_2^o < 0$$

$$e_1 < 0 \quad \text{ve} \quad e_2 < 0$$

$$\dot{e} = \dot{w} - \beta(r_{1o} + r_{2o}) - \beta \Delta R \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}^o$$

$$\dot{w}_1 - \beta_1(r_{1o} + r_{2o}) - \beta_1 \Delta R \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_1^o > 0$$

$\Rightarrow$

$$\dot{w}_2 - \beta_2(r_{1o} + r_{2o}) - \beta_2 \Delta R \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} - \dot{\phi}_2^o > 0$$

Eş. 4.77 - Eş. 4.80 matris formunda yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \Delta R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta(r_{1o} + r_{2o})|$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \end{bmatrix} \Delta R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta(r_{1o} + r_{2o})|$$

Bakışimli röleli yapılarıdaki benzer şekilde, denetlenen sistemde  $\beta_i \Delta r_j > 0$  koşulu sağlanıyorsa, kayan kip koşulları yalnızca Eş. 4.82 ile verilebilir ( $i, j = 1, 2$ ) ve bu

koşullar

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \Delta r_1 & -\beta_1 \Delta r_2 \\ -\beta_2 \Delta r_1 & \beta_2 \Delta r_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta(r_{1o} + r_{2o})| \quad (4.83)$$

biçiminde de ifade edilebilir. Türetilen kayan kip koşullarının sağlanabilmesi için Eş. 4.17 veya Eş. 4.18'de verilen görelî derece koşullarının sağlanması gerektiği, bir başka deyişle  $\beta$  matrisinin tüm kerte olması gerektiği görülmektedir.

Bakışımli olmayan rölelerin kullanıldığı iki girişli iki çıkışlı sistemler için kayan kip koşullarını türetmek amacıyla yukarıda verilen analiz üç girişli üç çıkışlı sistemler için tekrarlandığında, genel kayan kip koşulları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} \Delta R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta(r_{1o} + r_{2o} + r_{3o})| \quad (4.84)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ -\beta_3 \end{bmatrix} \Delta R \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta(r_{1o} + r_{2o} + r_{3o})| \quad (4.85)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} \Delta R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta(r_{1o} + r_{2o} + r_{3o})| \quad (4.86)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ -\beta_2 \\ -\beta_3 \end{bmatrix} \Delta R \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta(r_{1o} + r_{2o} + r_{3o})| \quad (4.87)$$

Denetlenen yapıda  $\beta_i \Delta r_j > 0$  koşulunun sağlanması halinde Eş. 4.84 - Eş. 4.87 ile verilen kayan kip koşullarının sadeleşerek aşağıdaki eşitsizliğe indirildiği görülür.

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \Delta r_1 & -\beta_1 \Delta r_2 & -\beta_1 \Delta r_3 \\ -\beta_2 \Delta r_1 & \beta_2 \Delta r_2 & -\beta_2 \Delta r_3 \\ -\beta_3 \Delta r_1 & -\beta_3 \Delta r_2 & \beta_3 \Delta r_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta(r_{1o} + r_{2o} + r_{3o})| \quad (4.88)$$

İki girişli iki çıkışlı ve üç girişli üç çıkışlı sistemler için elde edilen sonuçlar doğrultusunda  $n$  girişli  $n$  çıkışlı sistemlerde bakışımı olmayan röleler ile KKD'in elde edilebilmesi için gerekli koşullar aşağıdaki gibi genelleştirilebilir.

Denetlenen sistem ve model aktarım işlevlerinin görece dereceleri  $\beta$  matrisi tüm kerte olacak şekilde ayarlanmalıdır. KKD'in elde edilebilmesi için gerekli koşullar, Eş. 4.50 ile verilen koşullarda eşitsizliklerin sağ tarafındaki  $|\dot{w} - \dot{\phi}^o|$  teriminin yerine  $|\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta(r_{1o} + \dots + r_{no})|$  terimi yazılarak elde edilir. Aynı zamanda  $R$  yerine  $\Delta R$  yazılmalıdır.

Hatırlanacağı gibi,  $\beta$  matrisinin genel hali Eş. 4.48'de gösterilmişti. Röle genliklerini içeren  $n$  boyutlu  $R_o$  ve  $\Delta R$  matrisleri ise şöyledir.

$$R_o = \begin{bmatrix} r_{11o} & r_{12o} & \cdots & r_{1no} \\ r_{21o} & r_{22o} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1o} & \cdots & \cdots & r_{nno} \end{bmatrix} = [r_{1o} \ r_{2o} \ \cdots \ r_{no}] \quad (4.89)$$

$$\Delta R = \begin{bmatrix} \Delta r_{11} & \Delta r_{12} & \cdots & \Delta r_{1n} \\ \Delta r_{21} & \Delta r_{22} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta r_{n1} & \cdots & \cdots & \Delta r_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.90)$$

Denetlenen yapıda  $\beta_i \Delta r_j > 0$  koşulu sağlanıyorsa ( $i, j = 1, \dots, n$ ) kayan kip koşulları aşağıdaki gibi sadeleşir.

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \Delta r_1 - \beta_1 \Delta r_2 \cdots - \beta_1 \Delta r_n \\ -\beta_2 \Delta r_1 \ \beta_2 \Delta r_2 \cdots - \beta_2 \Delta r_n \\ \vdots \quad \quad \quad \ddots \quad \quad \quad \vdots \\ -\beta_n \Delta r_1 - \beta_n \Delta r_2 \cdots \ \beta_n \Delta r_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta(r_{1o} + \dots + r_{no})| \quad (4.91)$$

$\beta$  matrisinin tüm kerte olup yalnızca  $n$  adet sıfırdan farklı elemandan oluştuğu özel durumlarda bu koşullar daha da sadeleşerek

$$\beta_{ij}(\Delta r_{j1} - \sum_{k=2}^n \Delta r_{jk}) > |\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^o - \beta_i(r_{1o} + \dots + r_{no})|, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (4.92)$$

biçiminde yazılır ( $\beta_{ij} \neq 0$ ). Yukarıda verilen koşullarda  $r_{io} = \mathbf{0}$  ve  $\Delta r_i = r_i$  yazıldığında, koşulların bakışımli röleli sistemleri de kapsayarak daha genel bir ifade sundukları görülebilir ( $i = 1, \dots, n$ ).

Dikkat edilirse,  $R_o$  ve  $\Delta R$  matrisleri

$$R_o = \begin{bmatrix} r_{11o} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & r_{nno} \end{bmatrix} = [r_{1o} \ r_{2o} \ \cdots \ r_{no}] \quad (4.93)$$

$$\Delta R = \begin{bmatrix} \Delta r_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Delta r_{22} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \Delta r_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.94)$$

biçiminde köşegen olarak seçildiğinde, bir başka deyişle tüm döngülerde tek röle kullanılarak çokdöngülü denetim yapıldığında Eş. 4.91

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} & -\beta_{12} & -\beta_{13} & \cdots & -\beta_{1n} \\ -\beta_{21} & \beta_{22} & -\beta_{23} & \cdots & -\beta_{2n} \\ -\beta_{31} & -\beta_{32} & \beta_{33} & \cdots & -\beta_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\beta_{n1} & -\beta_{n2} & -\beta_{n3} & \cdots & \beta_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_{11} \\ \Delta r_{22} \\ \Delta r_{33} \\ \vdots \\ \Delta r_{nn} \end{bmatrix} > |\dot{w} - \dot{\phi}^o - \beta r_o| \quad (4.95)$$

şeklini alır. Bölüm 3.4'ten hatırlanacağı gibi bu koşullar çokdöngülü bakışımli olmayan röleli yapılar için türetilen koşullar ile aynıdır ( $\Delta r_{ii} = r_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ ). Yani, bakışımli röleli yapılarda olduğu gibi burada da çokdeğişkenli sistemler için türetilen kayan kip koşulları çokdöngülü sistemler için türetilen kayan kip koşullarını kapsamaktadır.

#### 4.5 Benzetim Çalışması

Bu kısımda çokdeğişkenli sistemlerde GÇ-RKKD yöntemine ilişkin benzetim çalışmasına yer verilmiştir. İlk örneklerde türetilen kayan kip koşulları sağlandığı takdirde

KKD'in başarıyla elde edildiği vurgulanmıştır. Takip eden örneklerde parametre değişiklikleri ve bozucuların denetim başarımına olan etkileri incelenmiş, ardından bakışlı olmayan röleler ile gerçekleştirilen benzetim sunulmuştur. Son olarak kararsız bir sistem örneği üzerinde durulmuştur. Denetim başarımlarını karşılaştırabilmek amacıyla, Bölüm 3.4'te çokdöngülü GÇ-RKKD yönteminin incelenmesi için kullanılan sistem ve model aktarım işlevleri bu kısımda da kullanılmıştır. Benzetim süreleri  $30s$ , örnekleme aralığı ise  $h = 1s$ 'dir.

İlk benzetim örneğinde kullanılan sistem ve model aktarım işlevleri ile görelî derece,  $\beta$  ve  $R$  matrisleri Eş. 4.96'daki gibidir.

$$\mathbf{G}_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{2}{s^2 + s + 1} & \frac{s + 2}{(s + 3)^2(s + 4)^2} \\ \frac{1}{(2s^2 + 2s + 1)(s + 2)} & \frac{s + 0.5}{(s + 1)^2(s + 2)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.5s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.4s + 1} \end{bmatrix} \quad (4.96)$$

$$\rho(\mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{G}_1) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$$

Dikkat edilirse bu örnekte Eş. 4.17 ile verilen görelî derece koşulları sağlanmaktadır. Ayrıca,  $\beta_{12} = \beta_{21} = 0$  olduğundan, kayan kip koşulları Eş. 4.19 ile verilir.

Benzetime ait sonuçlar Şekil 4.7 ve Şekil 4.8'de görülmektedir. Çokdöngülü GÇ-RKKD yönteminin irdelendiği bir önceki benzetim çalışmasında olduğu gibi, sonuçlar her çıkış için üçer grafik halinde sunulmuştur. Birinci grafikte ilgili dayanak girişi  $w_i$  (kare dalga), sistem çıkışı  $y_i$  ve model çıkışı  $y_{m_i}$  (kesikli çizgi), ikinci grafikte denetim sinyali  $u_i$ , üçüncü grafikte ise hata sinyali  $e_i$  ile  $\beta_{ii}(r_{ii} \pm r_{ij})$  ve  $|\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^o|$  terimleri gösterilmiştir ( $i, j = 1, 2, i \neq j$ ). Eş. 4.19'da verilen kayan kip koşulları benzetimin başlangıcından itibaren (dayanak sinyalinin işaret değiştirdiği anlar hariç) sağlandığından her iki çıkışta da de KKD'in elde edildiği ve model takibinin gerçekleştiği gözlenmektedir. Dayanak sinyalinin işaret değiştirdiği anlarda anlık olarak bozulan kayan kip koşulları hemen yeniden sağlandığından, bir erişme evresinin ardından

hata sinyallerinin sıfır değerine döndüğü ve rölelerin tekrar kayan kipte çalışmaya devam ettiği görülebilir.

Bir sonraki benzetim örneğinde, denetlenen sisteme ait aktarım işlevi Eş. 4.97'deki gibi değiştirilmiştir. Kullanılan model önceki benzetimle aynıdır.

$$\mathbf{G}'_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{s+2}{(s+3)^2(s+4)^2} & \frac{2}{s^2+s+1} \\ \frac{s+0.5}{(s+1)^2(s+2)} & \frac{1}{(2s^2+2s+1)(s+2)} \end{bmatrix} \quad (4.97)$$

$$\rho(\mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{G}'_1) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.4 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Görüldüğü gibi, döngü aktarım işlevi bu kez Eş. 4.18 ile verilen görelî derece koşullarını sağlamaktadır.  $\beta_{11} = \beta_{22} = 0$  olduğundan, kayan kip koşulları Eş. 4.20'de verilen eşitsizliklere indirgenir. Şekil 4.9 ve Şekil 4.10'da sunulan benzetim sonuçları incelendiğinde, bir önceki örnekte olduğu gibi, kayan kip koşullarının benzetim boyunca sağlandığı ve model takibinin başarıyla gerçekleştiği gözlenebilir.

Yukarıdaki örnek için, Eş. 3.25 ile verilen görelî derece koşulları sağlanmadığından, çokdöngülü yapıda KKD elde edilmesi olanaklı değildir. Bu durum çokdeğişkenli yöntemin çokdöngülü yöntemle kıyasla bir avantajı olarak dikkat çekmektedir.

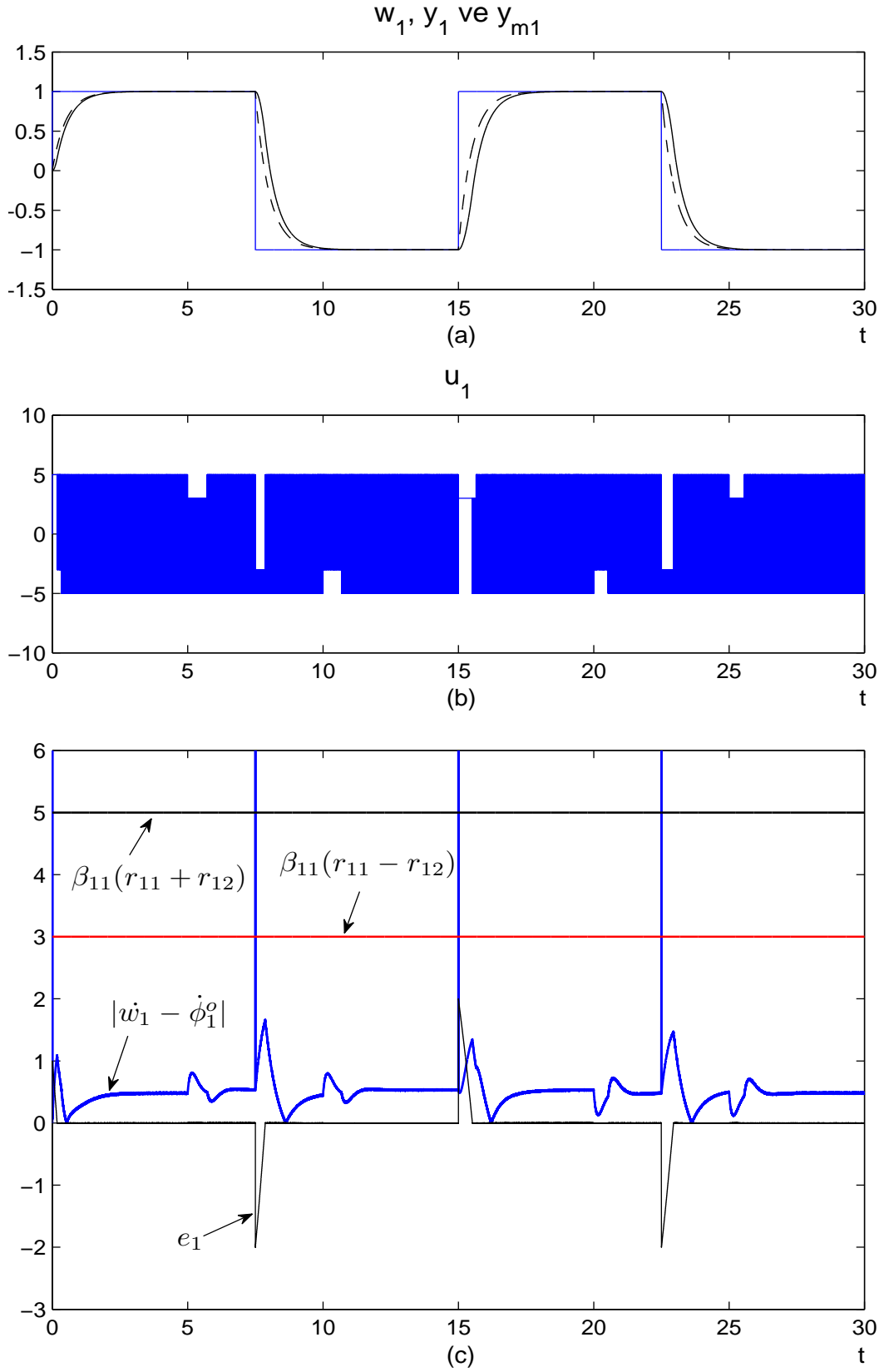
Sıradaki benzetimde Eş. 4.98'de verilen sistem ve model aktarım işlevleri kullanılmıştır.

$$\mathbf{G}_2(s) = \begin{bmatrix} \frac{2}{s^2+s+1} & \frac{0.5s+1}{(s+3)^2(s+4)} \\ \frac{1}{2s^2+2s+1} & \frac{s+0.5}{(s+1)^2(s+2)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_2(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.5s+1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.4s+1} \end{bmatrix} \quad (4.98)$$

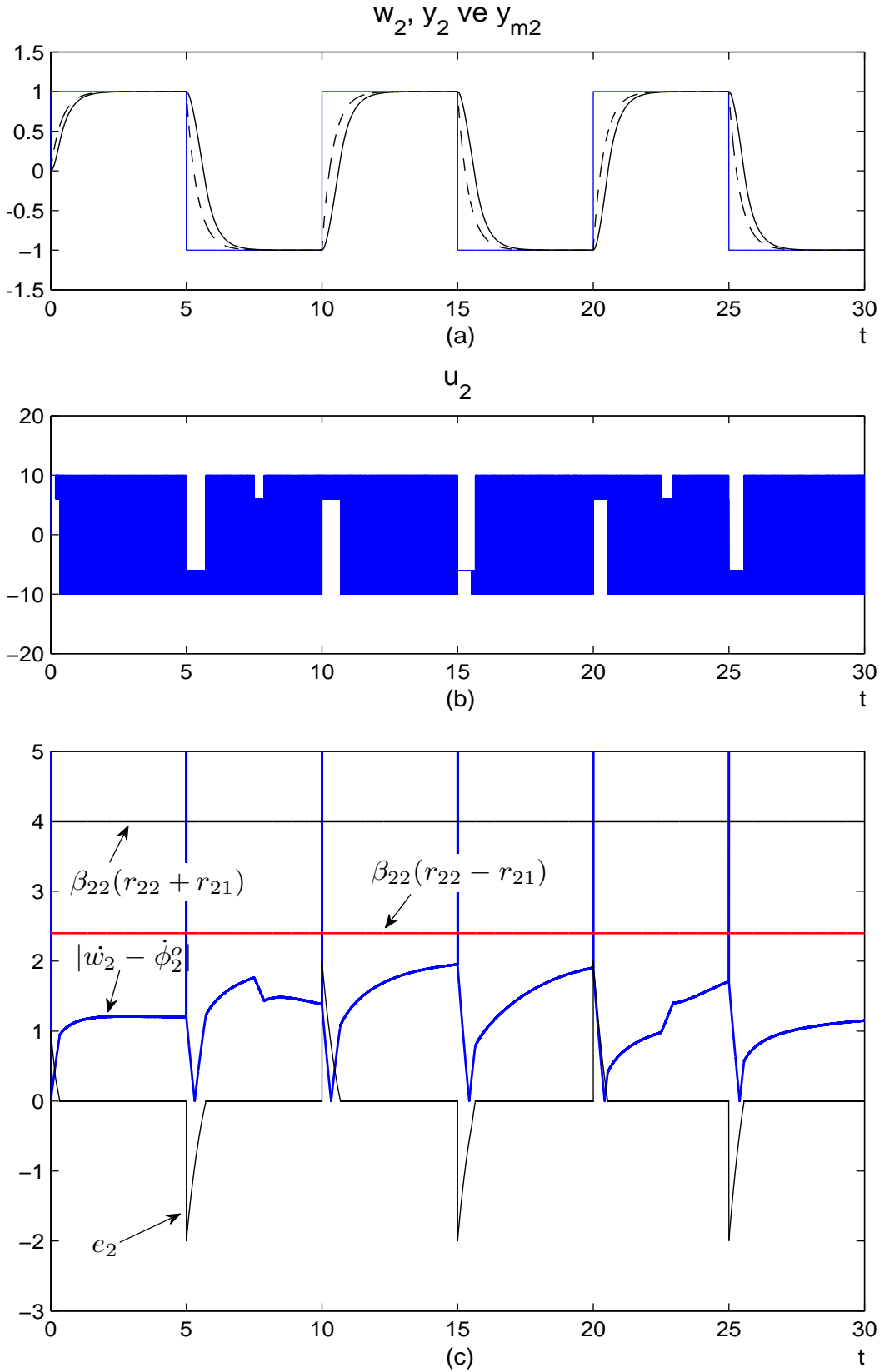
$$\rho(\mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{G}_2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0.25 \\ 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 2 & 14 \end{bmatrix}$$

Bu örnekte  $\beta$  matrisinin tüm elemanları sıfırdan farklı olduğundan Eş. 4.12 ve Eş. 4.13'te verilen genel kayan kip koşullarının sağlanması gerekmektedir. Şekil 4.11 ve Şekil 4.12'de sunulan benzetim sonuçları incelenecek olursa, kayan kip koşullarının dayanak girişinin işaret değiştirdiği anlar dışında benzetim boyunca sağlandığı ve tüm rölelerin kayan kipte çalıştığı görülebilir.

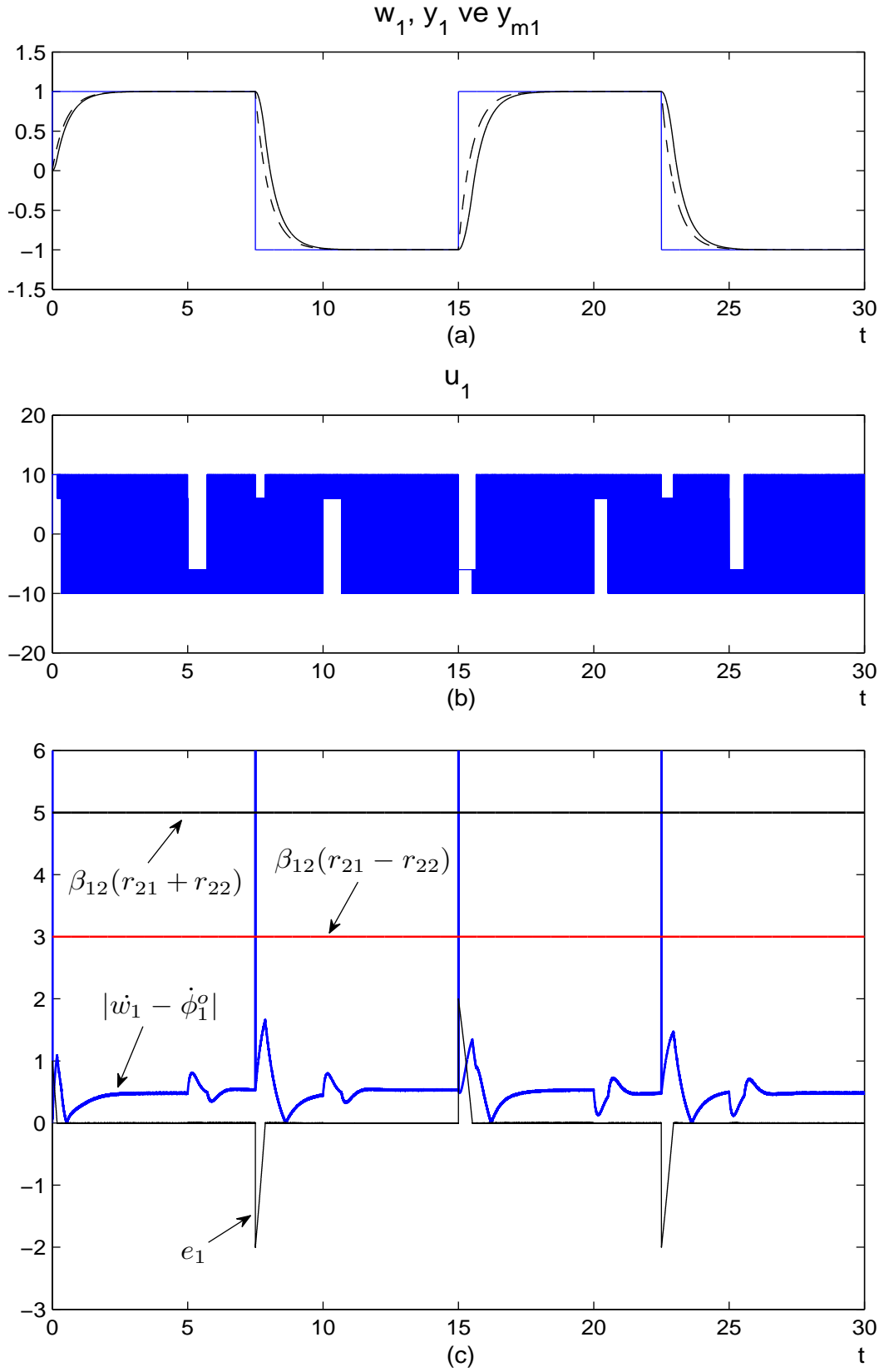


Şekil 4.7.  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
 Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 4, r_{12} = 1$ )

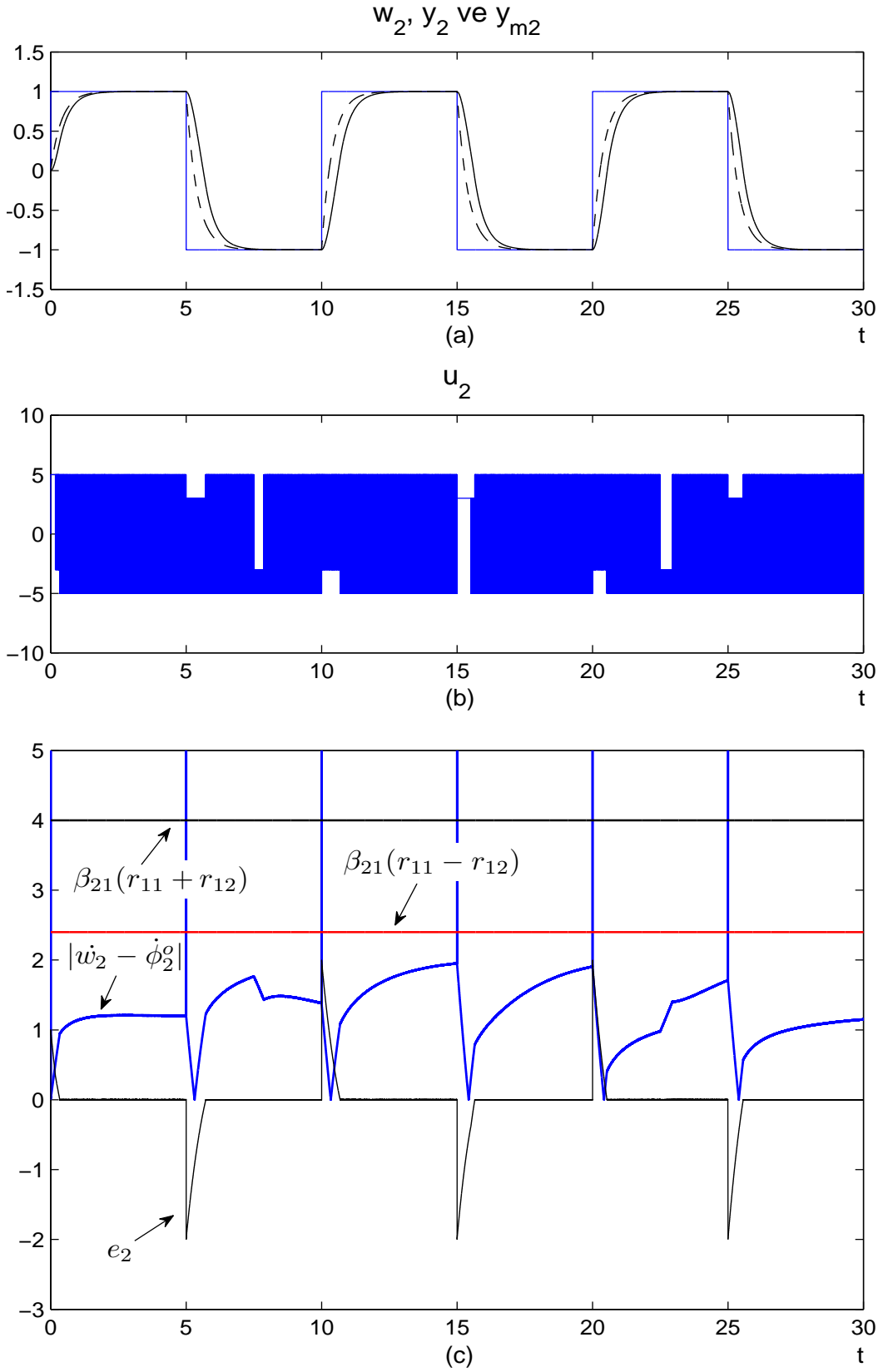




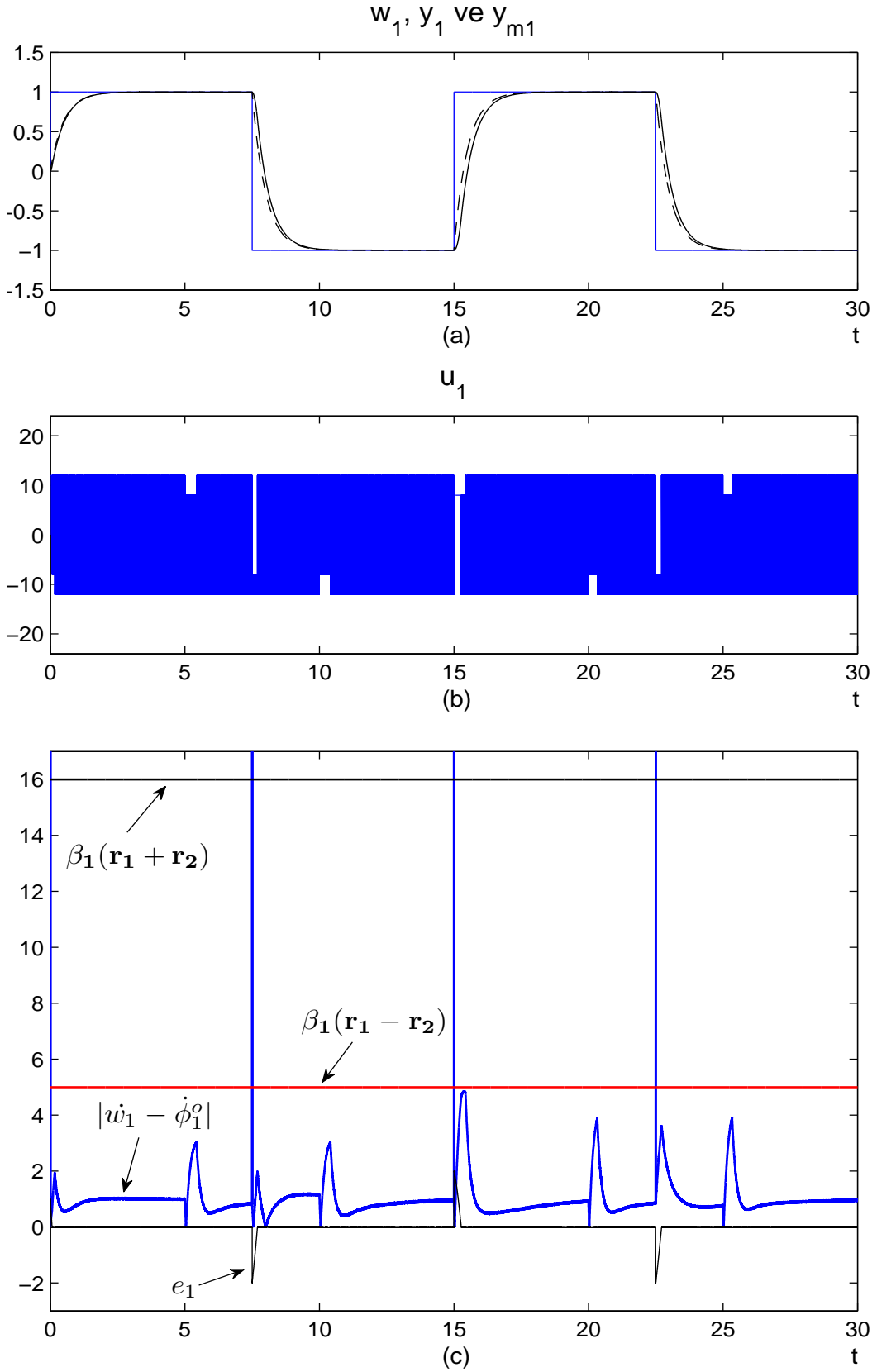
Şekil 4.8.  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 2, r_{22} = 8$ )



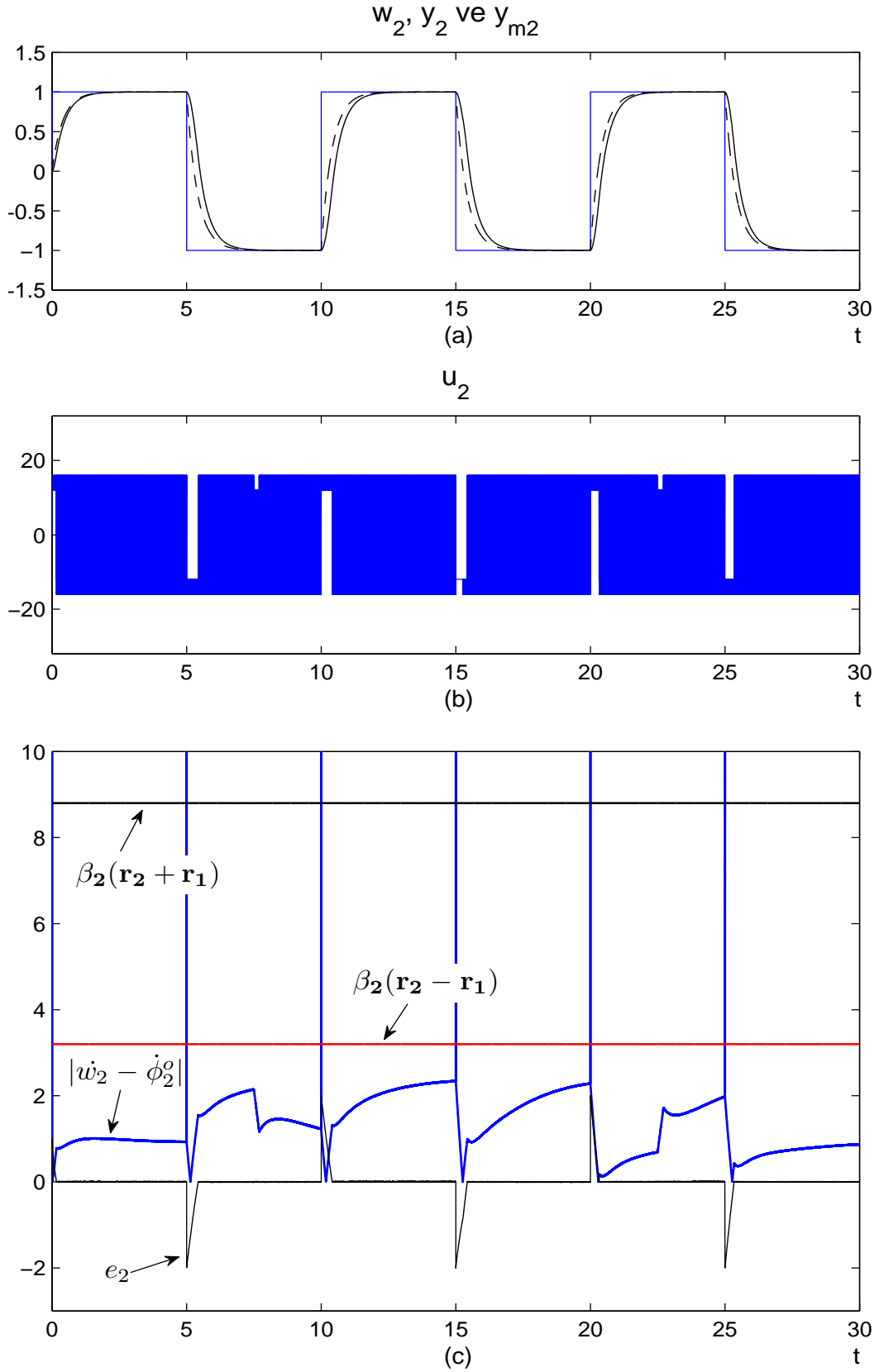
Şekil 4.9.  $G'_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 2, r_{12} = 8$ )



Şekil 4.10.  $G'_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
 ikinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 4, r_{22} = 1$ )



Şekil 4.11.  $G_2(s)$  ve  $M_2(s)$  için benzetim sonuçları  
 Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 10, r_{12} = 2$ )



Şekil 4.12.  $G_2(s)$  ve  $M_2(s)$  için benzetim sonuçları  
İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 2, r_{22} = 14$ )

#### 4.5.1 *E* ve *F* Matrislerinin Kullanımı

Bölüm 4.2’de değinilen *E* ve *F* matrislerinin kullanımına ait ilk benzetim örneğinde Eş. 4.96’da verilen sistem ve model kullanılmıştır. Bu örnekte kayan kip için gerekli görelî derece koşullarının sağlandığı önceki benzetim çalışması esnasında vurgulanmıştı. Ancak röle çıkışlarında oluşan yüksek sıklıklı sinyallerin sisteme uygulanmadan önce yumuşatılabilmesi için aşağıda verilen *E* ve *F* matrislerinden faydalanılmıştır.

$$E(s) = \begin{bmatrix} 0.1s+1 & 0 \\ 0 & 0.1s+1 \end{bmatrix}, \quad F(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.2s+1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.2s+1} \end{bmatrix} \quad (4.99)$$

Röle genlikleri

$$R = \begin{bmatrix} 12 & 3 \\ 5 & 20 \end{bmatrix} \quad (4.100)$$

biçiminde seçilmiştir. Benzetime ait sonuçlar Şekil 4.13 ve Şekil 4.14’te görülmektedir. Verilen grafiklerde önceki sonuçlardan farklı olarak, üçüncü grafik ilgili röle çıkışlarını ( $v_1$  ve  $v_2$ ), dördüncü grafik röle girişlerini ( $s_1$  ve  $s_2$ ), beşinci ve son grafik ise hata sinyallerini ( $e_1$  ve  $e_2$ ) göstermektedir. Sonuçlar incelendiğinde, kayan kip koşullarının benzetim boyunca sağlandığı, buna bağlı olarak  $s_1$  ve  $s_2$  sinyallerinin sıfır etrafında yüksek sıklıkla salındığı ve röle elemanlarının kayan kipte çalıştığı görülmektedir (dayanak girişlerinin işaret değıştirdiği anlar hariç). Kullanılan *F* matrisi sayesinde röle çıkışlarındaki sinyallerin yüksek sıklıklı bileşenleri süzgeçlenmiş ve daha yavaş değışen denetim sinyalleri elde edilmiştir. Röle genlikleri artırılarak geçici tepki esnasındaki model takibinin iyileştirilmesi mümkündür.

Bir sonraki benzetimde Eş. 4.101’de görülen sistem ve model aktarım işlevinden yararlanılmıştır. Dikkat edilirse, bu örnekte Eş. 4.17 ve Eş. 4.18 ile verilen görelî derece koşullarından herhangi biri sağlanmadığından, tanımlanan *F* matrisi yardımıyla açık döngü aktarım işlevinin Eş. 4.17’de verilen görelî derece koşullarını sağlama hedeflenmiştir.

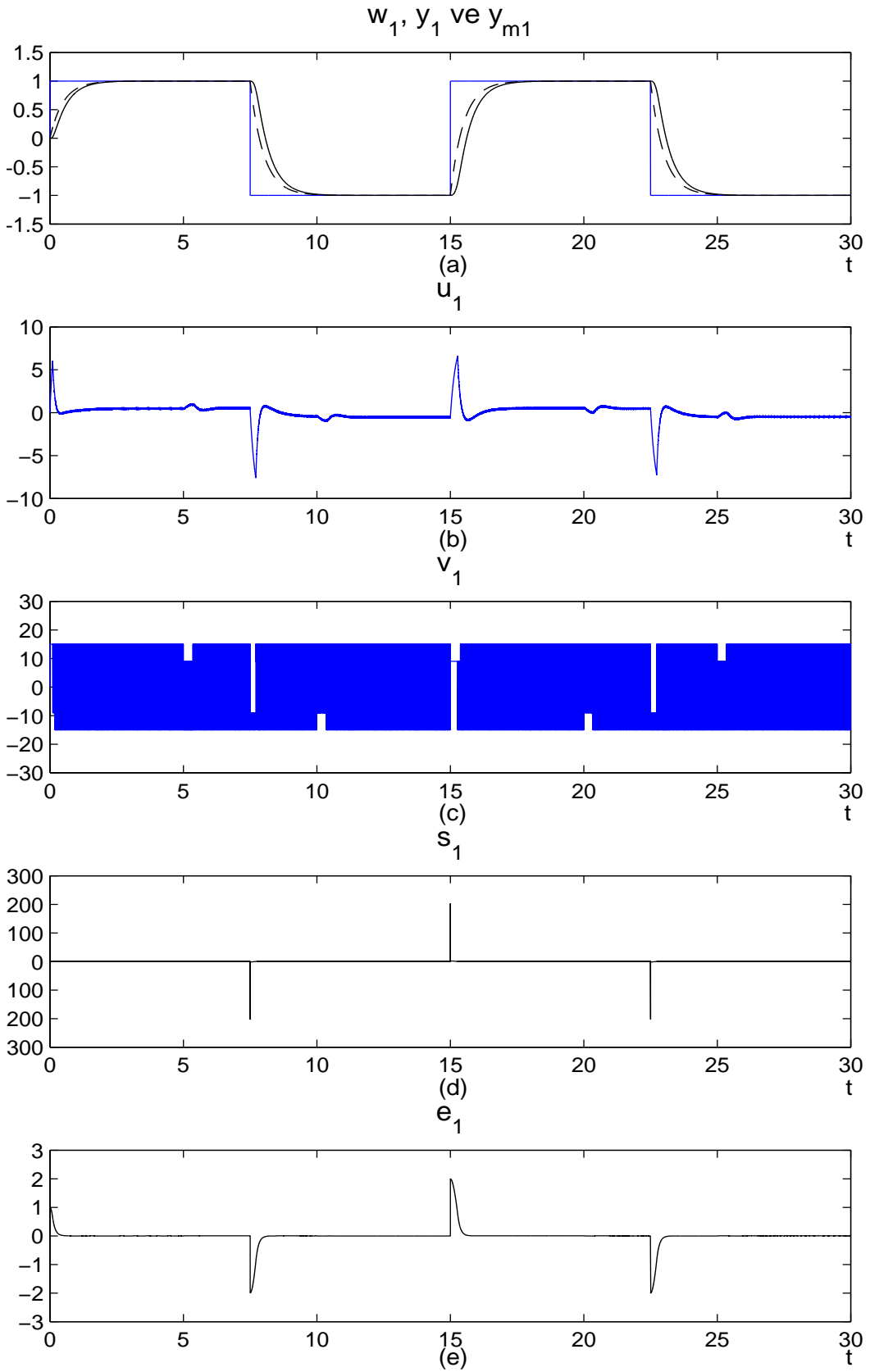
$$\mathbf{G}_4(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.5}{s^2 + s + 1} & \frac{s+2}{(s+3)(s+4)} \\ \frac{2s+3}{2s^2 + 2s + 1} & \frac{s+0.5}{(s+1)^2(s+2)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_4(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.5s+1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.4s+1} \end{bmatrix}, \quad \rho(\mathbf{M}_4^{-1} \mathbf{G}_4) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.101)$$

$$\mathbf{F}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.3s+1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.6s+1} \end{bmatrix}, \quad \rho(\mathbf{M}_4^{-1} \mathbf{G}_4 \mathbf{F}) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

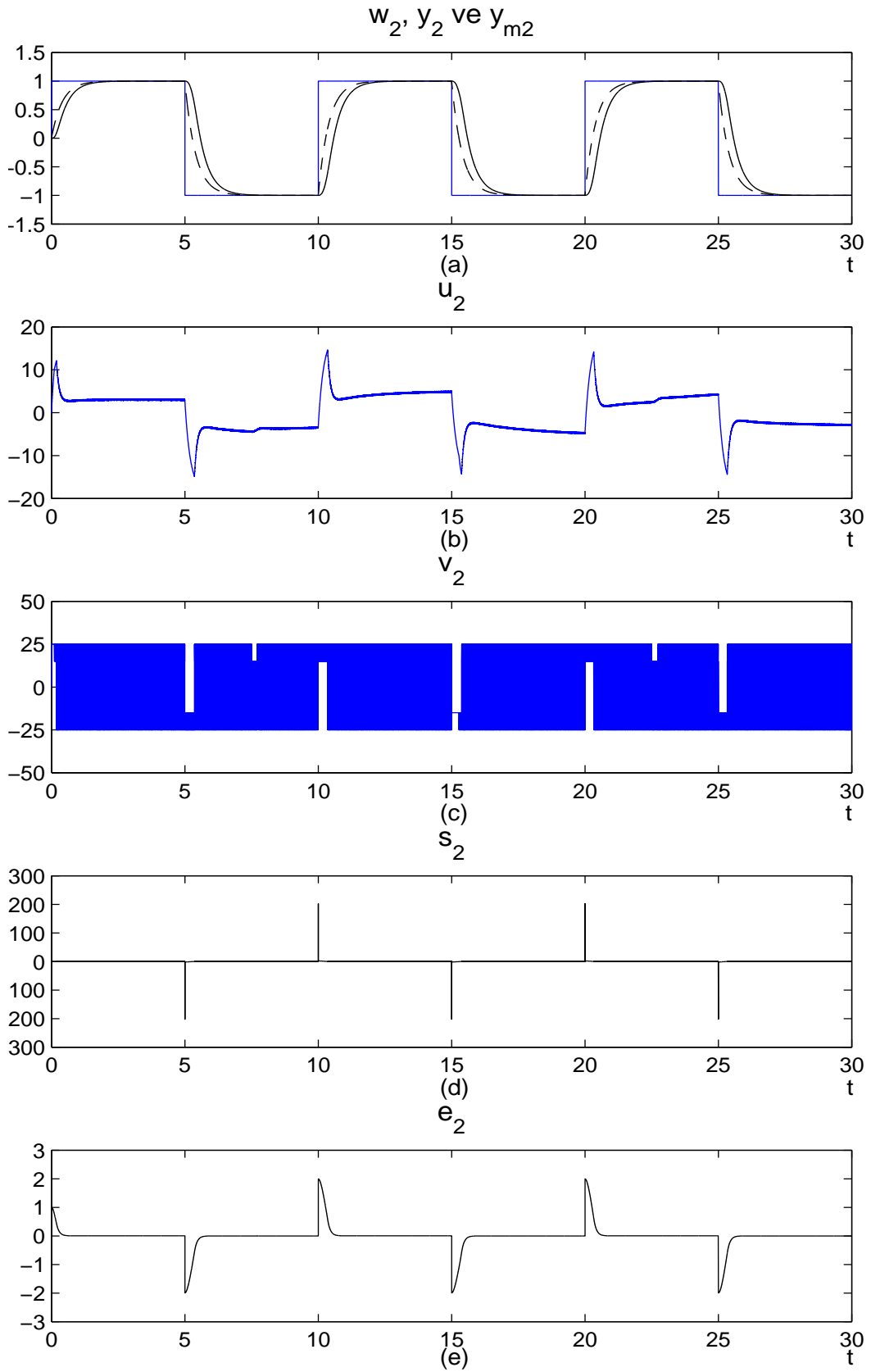
$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} 0 & 5/6 \\ 4/3 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 15 & 2 \end{bmatrix}$$

Elde edilen benzetim sonuçları Şekil 4.15 ve Şekil 4.16'da verilmiştir. Görüldüğü gibi, görelî derece koşulları ve buna bağılı olarak kayan kip koşulları sağlandığından sistem çıkışları model çıkışlarını başarıyla takip etmektedir. Ayrıca,  $\mathbf{F}$  matrisi sayesinde, sisteme daha yavaş değişen denetim sinyalleri uygulanmıştır.

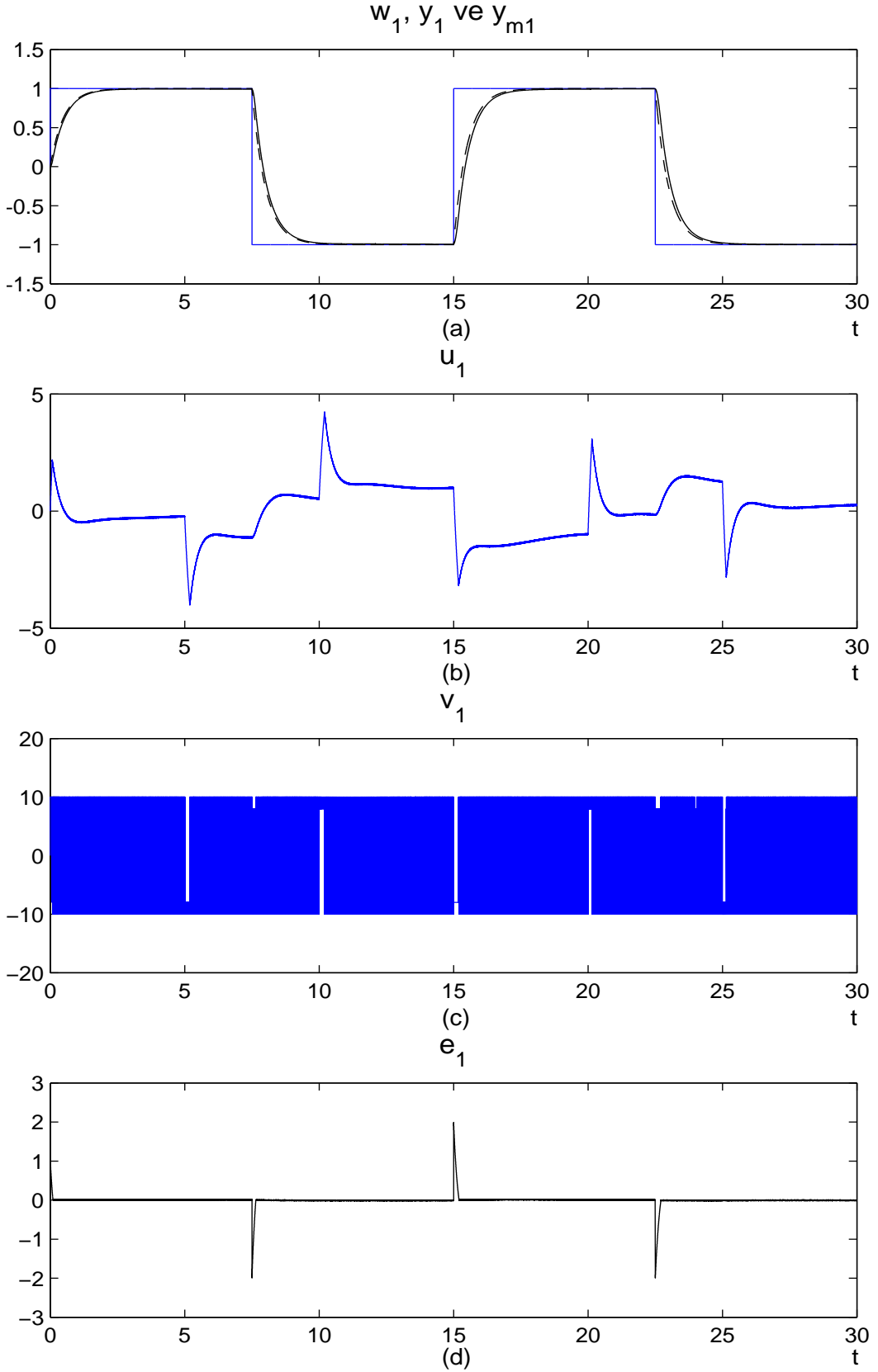


Şekil 4.13.  $E(s)$  ve  $F(s)$  matrislerinin kullanımı -  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 12, r_{12} = 3$ )

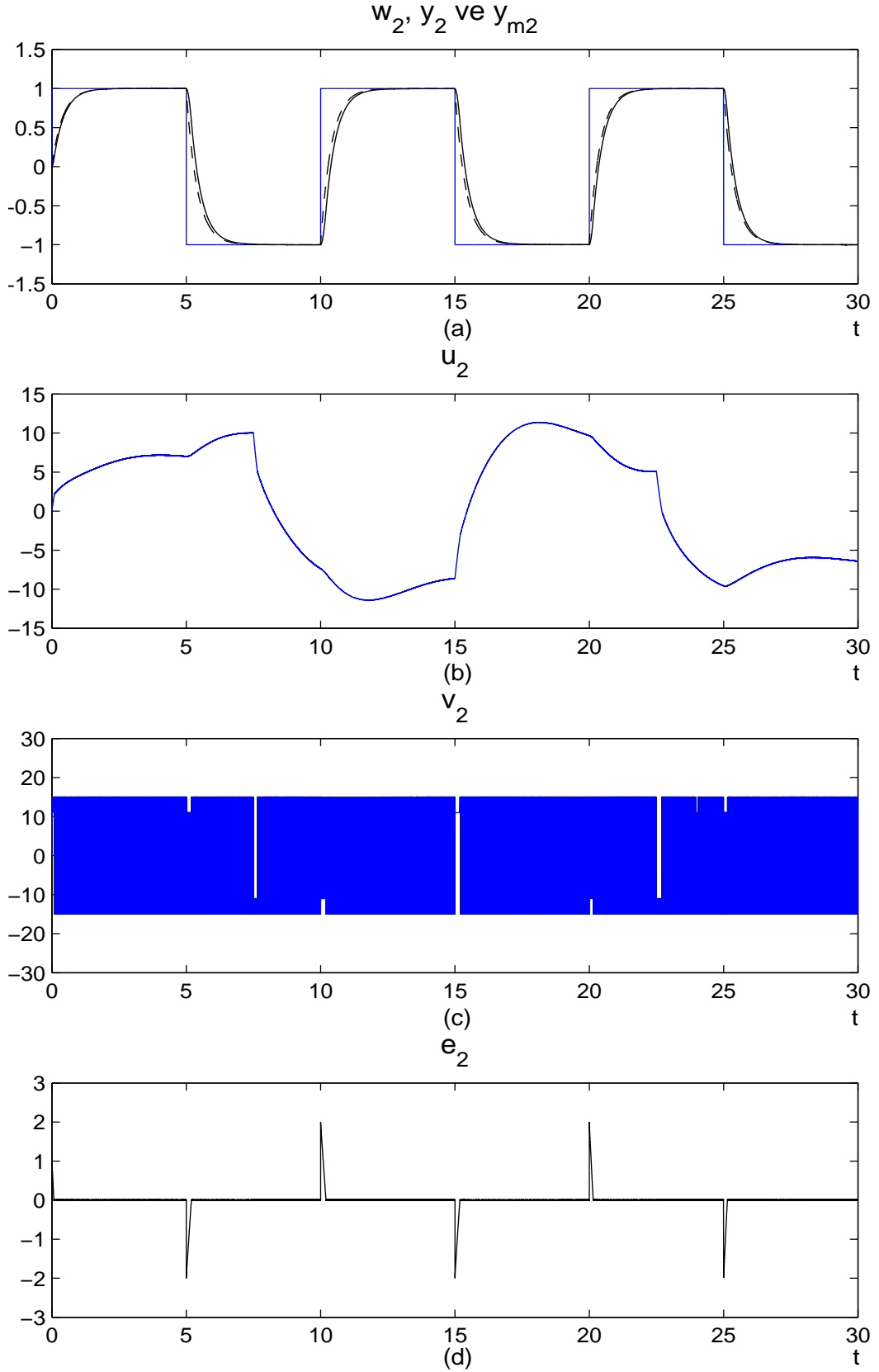




Şekil 4.14.  $E(s)$  ve  $F(s)$  matrislerinin kullanımı -  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 5, r_{22} = 20$ )



Şekil 4.15.  $F(s)$  matrisinin kullanımı -  $G_4(s)$  ve  $M_4(s)$  için benzetim sonuçları  
Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 1, r_{12} = 9$ )



Şekil 4.16.  $F(s)$  matrisinin kullanımı -  $G_4(s)$  ve  $M_4(s)$  için benzetim sonuçları  
İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 15, r_{22} = 2$ )

#### 4.5.2 Parametre Değişikliklerinin Etkilerinin İncelenmesi

Ani değişen sistem parametrelerinin denetim başarımı üzerindeki etkilerini incelemek üzere Eş. 4.101 ile verilen sistemden faydalanılmıştır. Denetlenen sisteme ait aktarım işlevi parametrelerinin sabit olmadığı ve çalışma süresi içerisinde aşağıda bahsedildiği gibi değiştiği kabul edilmiştir.

$$\mathbf{G}_4(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.5}{s^2 + s + 1} & \frac{s + 2}{(s + 3)(s + 4)} \\ \frac{2s + 3}{2s^2 + 2s + 1} & \frac{s + 0.5}{(s + 1)^2(s + 2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{B_{11}(s)}{A_{11}(s)} & \frac{B_{12}(s)}{A_{12}(s)} \\ \frac{B_{21}(s)}{A_{21}(s)} & \frac{B_{22}(s)}{A_{22}(s)} \end{bmatrix} \quad (4.102)$$

Eş. 4.101'de verilen aktarım işlevi parametreleri Eş. 4.102'deki gibi ifade edilebilir. Benzetim esnasında bu sisteme ait parametreler  $t=5s$  anında  $A_{12}(s) = (s + 2)(s + 2.5)$ ,  $t=12s$  anında  $A_{21}(s) = 2s^2 + 2s + 0.5$ ,  $t=17s$  anında  $A_{12}(s) = (s + 2.5)(s + 3)$  ve son olarak  $t=22s$  anında  $A_{22}(s) = (s + 1)^2(s + 0.4)$  biçiminde değiştirilmiştir. Yapılan ilk benzetimde röle genlikleri

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 15 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.103)$$

olarak belirlenmiştir. Benzetime ait sonuçlar Şekil 4.17 ve Şekil 4.18'de verilmiştir. Dikkat edilirse, anlık olarak gerçekleşen parametre değişikliklerinin  $\dot{\phi}_1^o$  ve  $\dot{\phi}_2^o$  sinyalleri üzerindeki etkileri Şekil 4.17.d ve Şekil 4.18.d'den açıkça görülebilir. Bu anlarda kayan kip koşullarının bozulmadığı gözlenmektedir, ancak  $e_1 = 0$  ve  $e_2 = 0$  eşitlikleri bozulduğundan, hata sinyalleri sıfır değerine dönene dek ilgili röle elemanları kayan kipten çıkmıştır. Röle genlikleri arttırılarak röle elemanlarının kayan kipten çıktığı bu anlar, yani parametre değişiklikleri ardından oluşan erişme evreleri kısaltılabilir. Şekil 4.19 ve Şekil 4.20'de verilen benzetim sonuçları, röle genlikleri

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 10 & 20 \\ 35 & 10 \end{bmatrix} \quad (4.104)$$

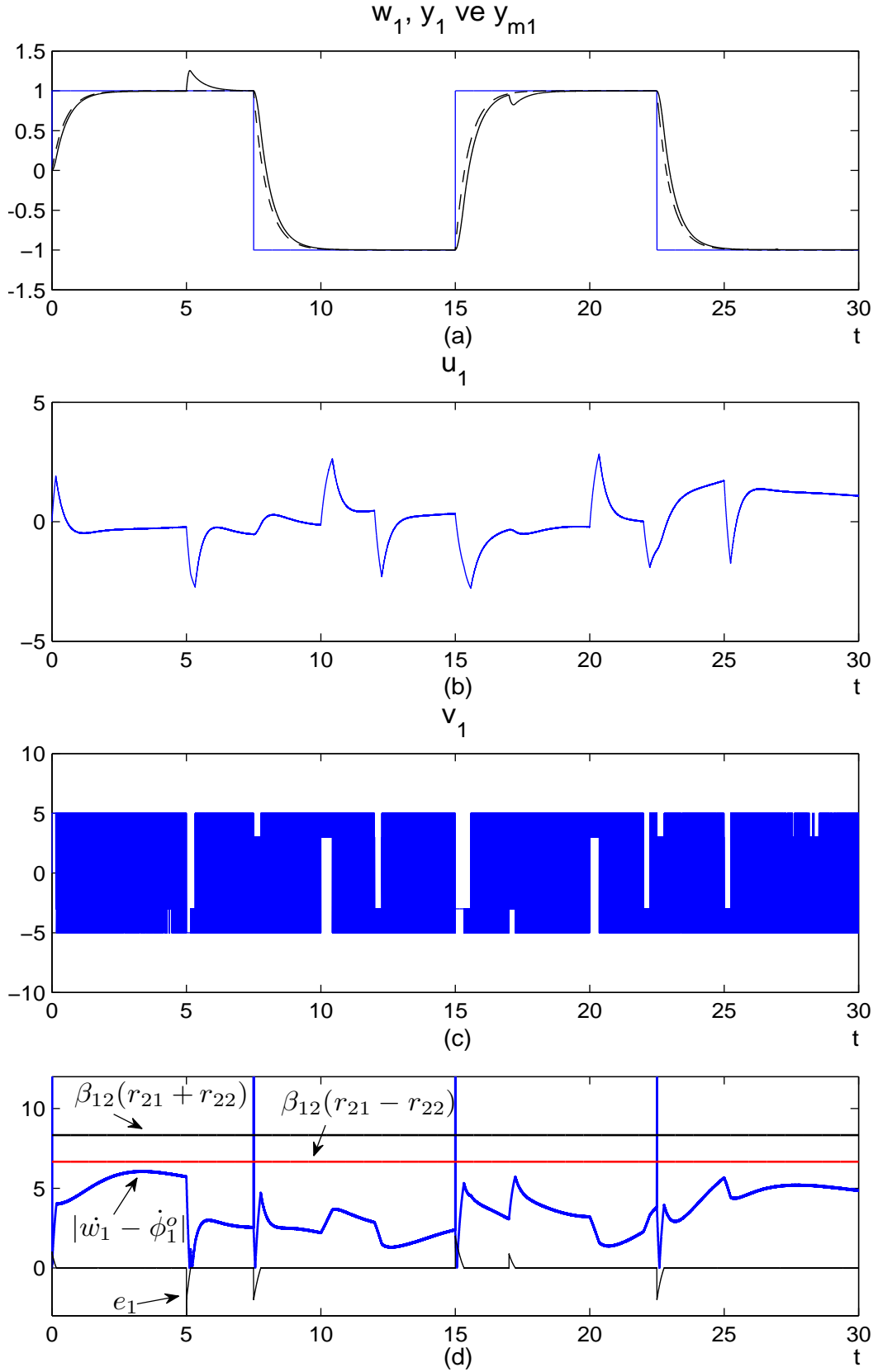
seçilerek elde edilmiştir. Daha düşük röle genlikleriyle dahi kayan kip koşullarının bozulmadığı bir önceki benzetim aracılığı ile tespit edilmişti. Bu nedenle Şekil 4.19.d

ve Şekil 4.20.d'de yalnızca hata sinyallerine yer verilmiştir. Görüldüğü gibi, parametre değişikliklerinin oluştuğu anlarda  $e_1 = 0$  ve  $e_2 = 0$  eşitlikleri bozulsa da, hata sinyalleri sıfır değerine bir önceki benzetime oranla daha çabuk dönmüştür. Buna bağlı olarak röle elemanlarının kayan kipten çıktığı sürelerin oldukça kısaldığı Şekil 4.19.c ve Şekil 4.20.c'den gözlenebilir.

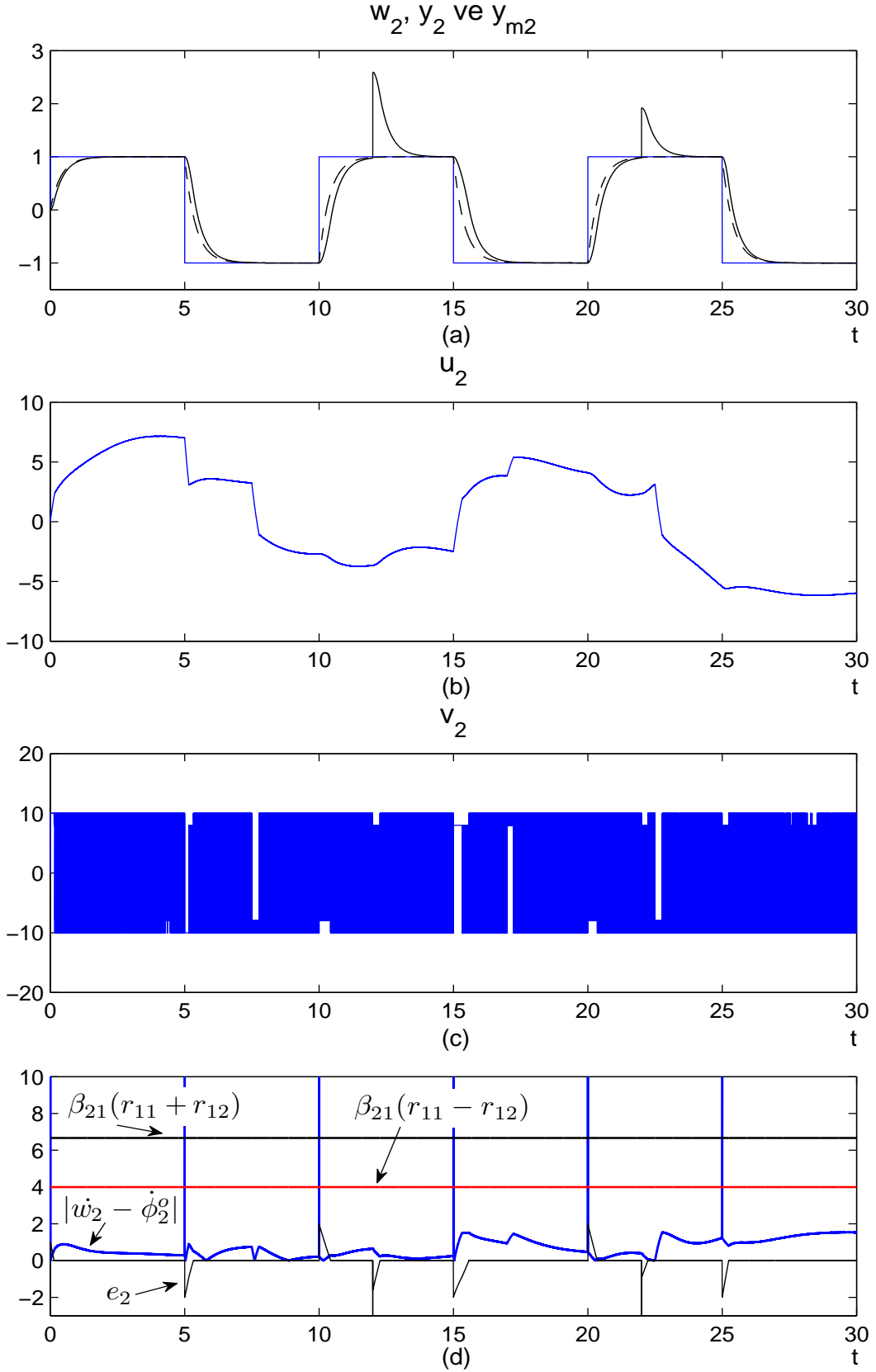
Eş. 4.101 ile verilen sistem ve model aktarım işlevleri bu kez zamanla sürekli değişen sistem parametrelerinin etkilerini irdelemek amacıyla gerçekleştirilen bir benzetimde kullanılmıştır. Benzetim süresince Eş. 4.102'de verilen  $G_4(s)$  aktarım işlevinin parametreleri Eş. 4.105'teki gibi değiştirilmiştir.

$$\begin{aligned}
 A_{11}(s) &= s^2 + a_{11}s + 1, \quad a_{11}(t) = 1 + 0.2 \sin\left(\frac{2\pi t}{T'_1}\right), \quad T'_1 = 8s \\
 A_{12}(s) &= (s + 3)(s + a_{12}), \quad a_{12}(t) = 4 + 0.3 \sin\left(\frac{2\pi t}{T'_2}\right), \quad T'_2 = 12s \\
 A_{21}(s) &= 2s^2 + 2s + a_{21}, \quad a_{21}(t) = 1 + 0.1 \sin\left(\frac{2\pi t}{T'_3}\right), \quad T'_3 = 5s \\
 A_{22}(s) &= (s + 1)^2(s + a_{22}), \quad a_{22}(t) = 2 + 0.2 \sin\left(\frac{2\pi t}{T'_4}\right), \quad T'_4 = 10s \\
 B_{12}(s) &= s + b_{12}, \quad b_{12}(t) = 2 + 0.3 \sin\left(\frac{2\pi t}{T'_5}\right), \quad T'_5 = 17s \\
 B_{22}(s) &= (s + 1)^2(s + b_{22}), \quad b_{22}(t) = 0.5 + 0.1 \sin\left(\frac{2\pi t}{T'_6}\right), \quad T'_6 = 25s
 \end{aligned} \tag{4.105}$$

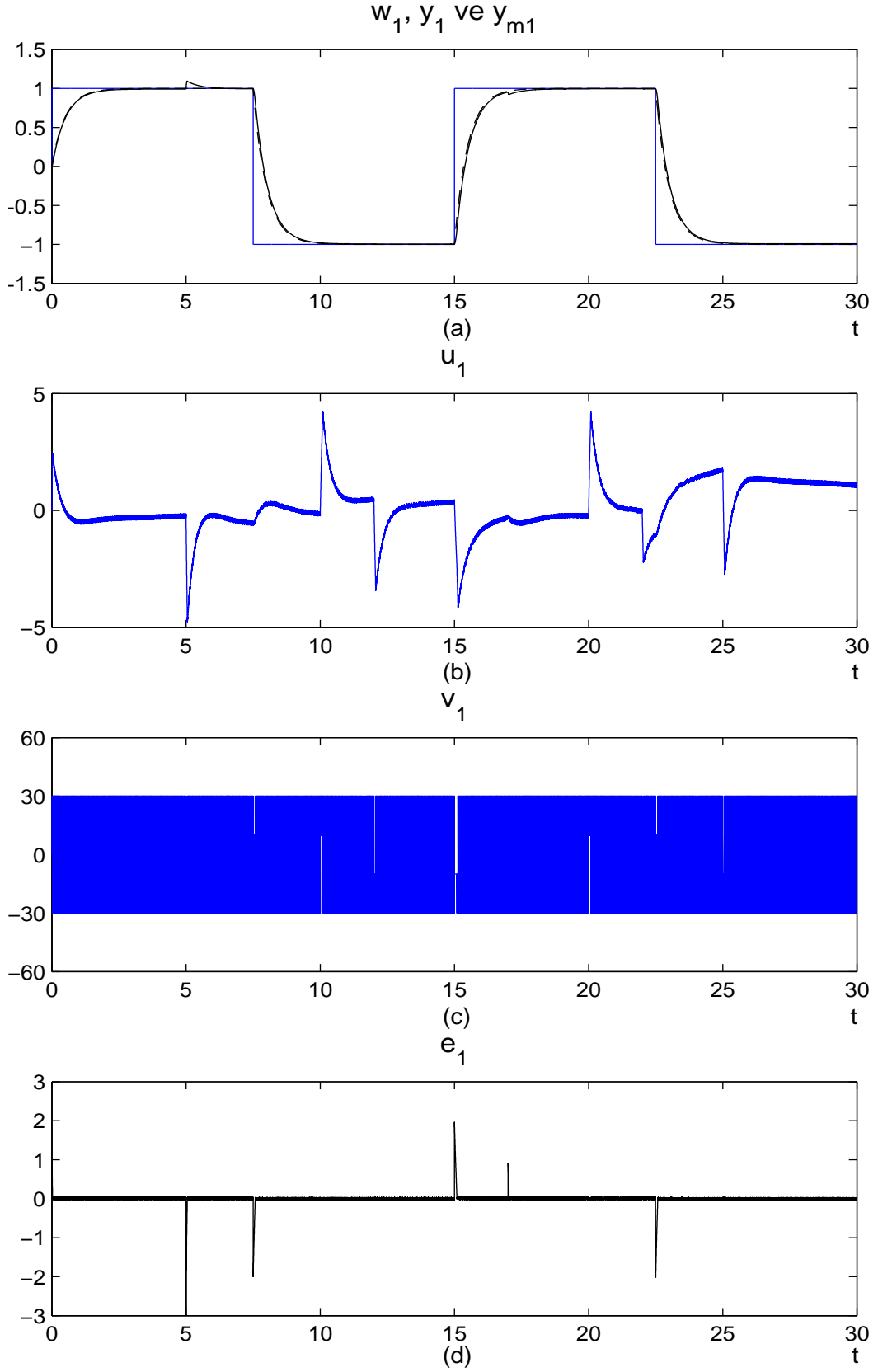
Eş. 4.103'te verilen röle genlikleri ile gerçekleştirilen benzetim sonuçları Şekil 4.21 ve Şekil 4.22'de sunulmuştur. Zamanla sürekli değişen sistem parametrelerinin denetim başarımını olumsuz etkilemediği, dayanak girişinin işaret değiştirdiği anlar haricinde kayan kip koşullarının bozulmadığı ve röle elemanlarının kayan kipte çalıştığı gözlenmektedir. Sistem yapısı zamanla sürekli değiştiğinden üretilen denetim sinyalleri de sürekli değişmektedir. Her iki sistem çıkışı da ilgili model çıkışını başarılı bir şekilde takip etmektedir.



Şekil 4.17. Ani değişen sistem parametrelerinin etkisi -  $G_4(s)$  ve  $M_4(s)$  için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 1, r_{12} = 9$ )

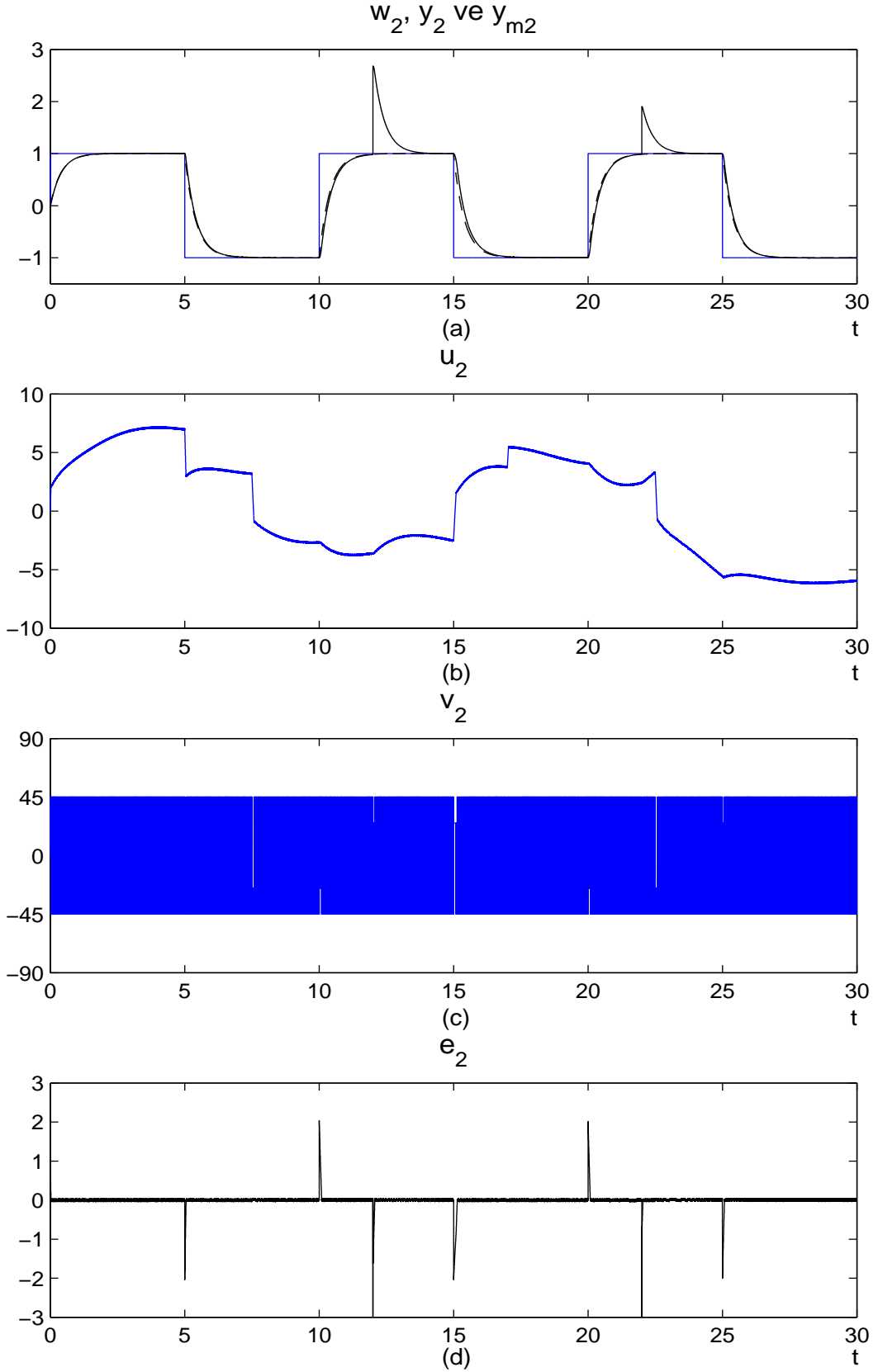


Şekil 4.18. Ani değişen sistem parametrelerinin etkisi -  $G_4(s)$  ve  $M_4(s)$  için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 15, r_{22} = 2$ )

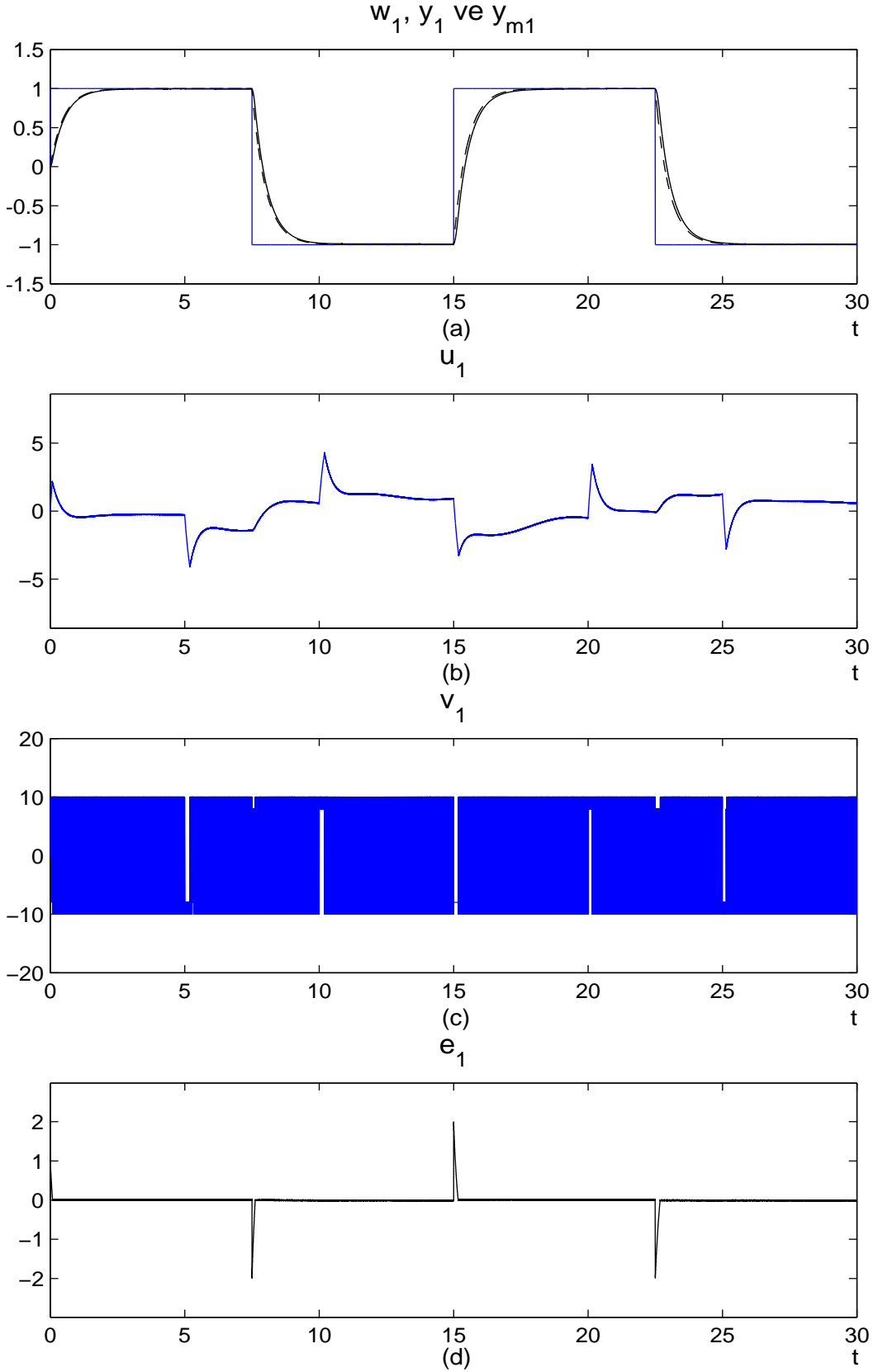


Şekil 4.19. Ani değişen sistem parametrelerinin etkisi -  $G_4(s)$  ve  $M_4(s)$  için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 10, r_{12} = 20$ )

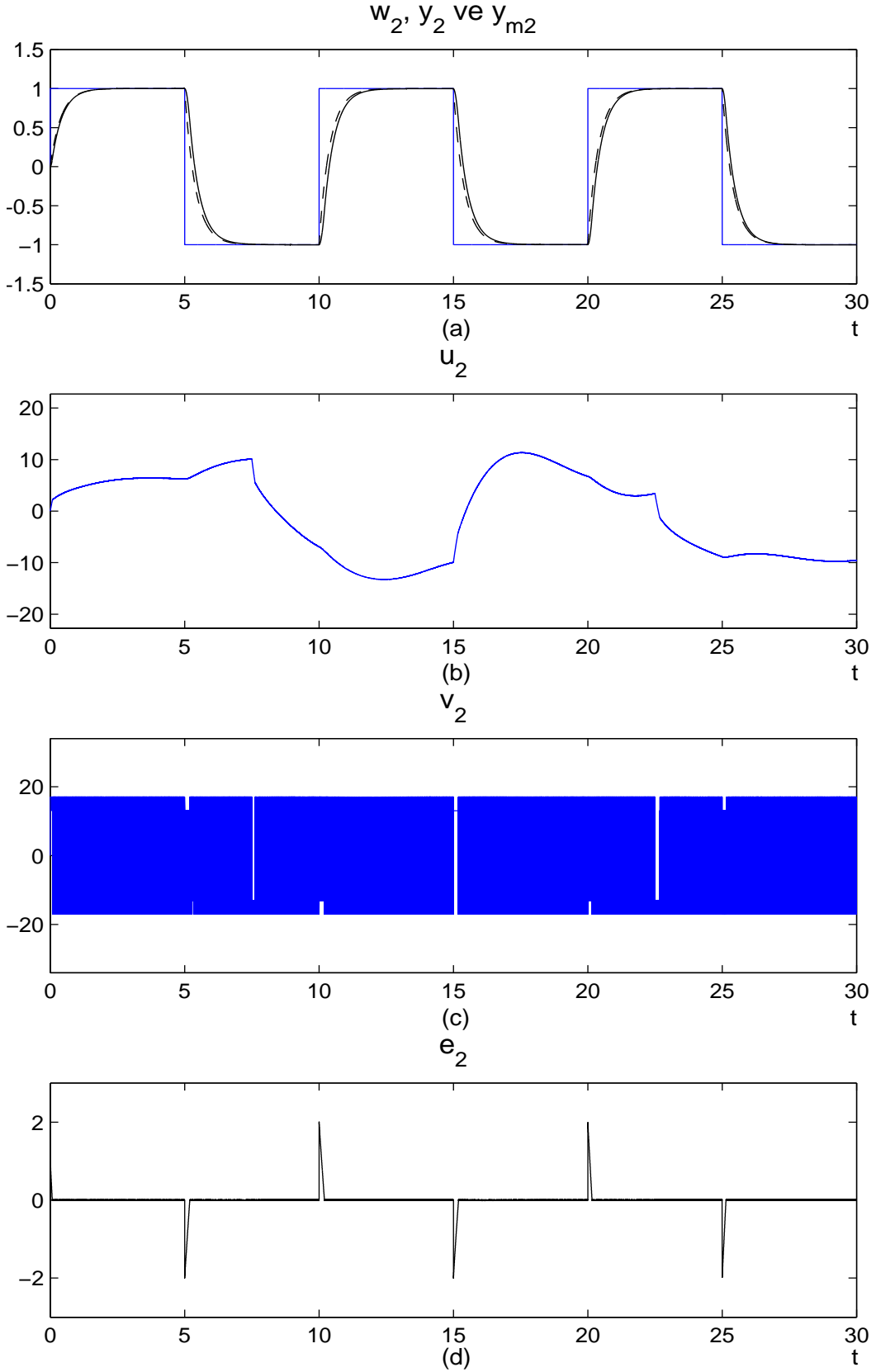




Şekil 4.20. Ani değişen sistem parametrelerinin etkisi -  $G_4(s)$  ve  $M_4(s)$  için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 35, r_{22} = 10$ )



Şekil 4.21. Sürekli değişen sistem parametrelerinin etkisi -  $G_4(s)$  ve  $M_4(s)$  için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 1, r_{12} = 9$ )



Şekil 4.22. Sürekli değişen sistem parametrelerinin etkisi -  $\mathbf{G}_4(s)$  ve  $\mathbf{M}_4(s)$  için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 15, r_{22} = 2$ )

### 4.5.3 Bozucuların Denetim Başarımı Üzerindeki Etkilerinin İncelenmesi

Çokdeğişkenli sistemlerin GÇ-RKKD yöntemi ile denetiminde bozucuların etkilerini incelemek amacıyla gerçekleştirilen benzetimler bu kısımda sunulmuştur. İlk olarak basamak tipi bozucular ele alınmıştır. Bunun için gerçekleştirilen ilk benzetimde, Eş. 4.96'da verilen yapı üzerinde etkili olan basamak tipi bozucular  $d_1$  ve  $d_2$ 'nin değeri başlangıçta sıfır iken,  $t = 11s$  anında  $d_1$  sinyali  $d_1 = 0.5$ ,  $t = 23s$  anında ise  $d_1 = -0.1$  değerine atlamıştır.  $y_2$  üzerinde etkili olan  $d_2$  sinyali ise  $t = 6s$ 'de  $d_2 = 0.25$ ,  $t = 22s$ 'de ise  $d_2 = 0.75$  değerini almıştır. Röle genlikleri

$$R = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 8 \end{bmatrix} \quad (4.106)$$

şeklinde belirlenerek elde edilen benzetim sonuçları Şekil 4.23 ve Şekil 4.24'te görülmektedir. Bozucuların kayan kip koşullarını nasıl etkilediğini irdelemek amacıyla Şekil 4.23.c ve Şekil 4.24.c'de  $e_i > 0$  olduğu anlarda  $\dot{w}_i - \dot{\phi}_i^o - \dot{\psi}_i$ ,  $e_i < 0$  olduğu anlarda ise  $-\dot{w}_i + \dot{\phi}_i^o + \dot{\psi}_i$  sinyalleri verilmiştir ( $i = 1, 2$ ). Bozucuların değer değiştirdiği anlarda  $\dot{\psi}_1$  ve  $\dot{\psi}_2$  sinyallerinin oldukça büyük değerler aldığı görülmektedir. Şekil 4.23.c incelendiğinde,  $y_1$  üzerinde etkili olan basamak tipi bozucunun değer değiştirdiği anlarda kayan kip koşullarının bozulmadığı gözlenmektedir. Ancak bozucu nedeniyle  $e_1 = 0$  eşitliği bozulduğundan, bu eşitlik yeniden sağlanana dek ilgili röle elemanları ( $r_{11}$  ve  $r_{21}$ ) kayan kipten çıkmıştır. Şekil 4.24.c'ye dikkat edilirse,  $y_2$  üzerinde etkili olan bozucunun değer değiştirdiği anların ilkinde ( $t = 6s$ ) kayan kip koşulunun anlık olarak bozulduğu,  $t = 22s$ 'de ise koşulların bozulmadığı görülür. Her iki esnada da  $e_2 = 0$  eşitliği bozulmuş ve bu eşitlik yeniden sağlanana dek ilgili röle elemanları ( $r_{12}$  ve  $r_{22}$ ) kayan kipten çıkmıştır.

Özetle, basamak tipi bozucuların kayan kip koşullarını bozup bozmadıklarından bağımsız olarak  $e_i = 0$  eşitlikleri bozucuların değer değiştirdikleri anda bozulmaktadır. Bu nedenle hata sinyalleri sıfır değerine dönene dek röle elemanları kayan kipten çıkmaktadır. Röle genliklerini arttırarak bu esnalarda oluşan erişme evrelerinin sürelerini kısaltmak mümkündür. Röle genlikleri

$$R = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 7 & 18 \end{bmatrix} \quad (4.107)$$

seçilerek yukarıdaki benzetim tekrarlandığında elde edilen sonuçlar Şekil 4.25 ve Şekil 4.26'da verilmiştir. Bir önceki benzetimle karşılaştırıldığında, bozucuların etkili olduğu anların hemen ardından hata sinyallerinin sıfır değerine daha çabuk döndüğü, bu nedenle rölelerin kayan kipten çıktığı anların kısaldığı gözlenebilir.

Sonuçları Şekil 4.27 ve Şekil 4.28'de sunulan benzetim örneğinde, Eş. 4.96 ile verilen yapıda,  $y_1$  sinyali üzerine ortalama değeri  $\mu_1 = 0$ , standart sapması  $\sigma_1 = 0.01$  olan,  $y_2$  sinyali üzerine ise ortalama değeri  $\mu_2 = 0$ , standart sapması  $\sigma_2 = 0.015$  olan beyaz gürültü eklenmiştir. Röle genlikleri

$$R = \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 5 & 15 \end{bmatrix} \quad (4.108)$$

biçimindedir. Daha önce de bahsedildiği gibi, beyaz gürültünün türevleri hata türevleri üzerine eklendiğinden kayan kip koşullarının gerçekleştirilebilir röle genlikleri ile sağlanabilmesi olanaklı olmayabilir. Bu nedenle, benzetimde kullanılan model aktarım işlevlerine Eş. 4.109'da görüldüğü gibi, uygun seçilmiş sıfırlar eklenerek gürültünün yüksek sıklıklı bileşenlerinin süzgeçlenmesi amaçlanmıştır.

$$M'_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{(0.0125s + 1)^2}{0.5s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{(0.0125s + 1)^2}{0.4s + 1} \end{bmatrix} \quad (4.109)$$

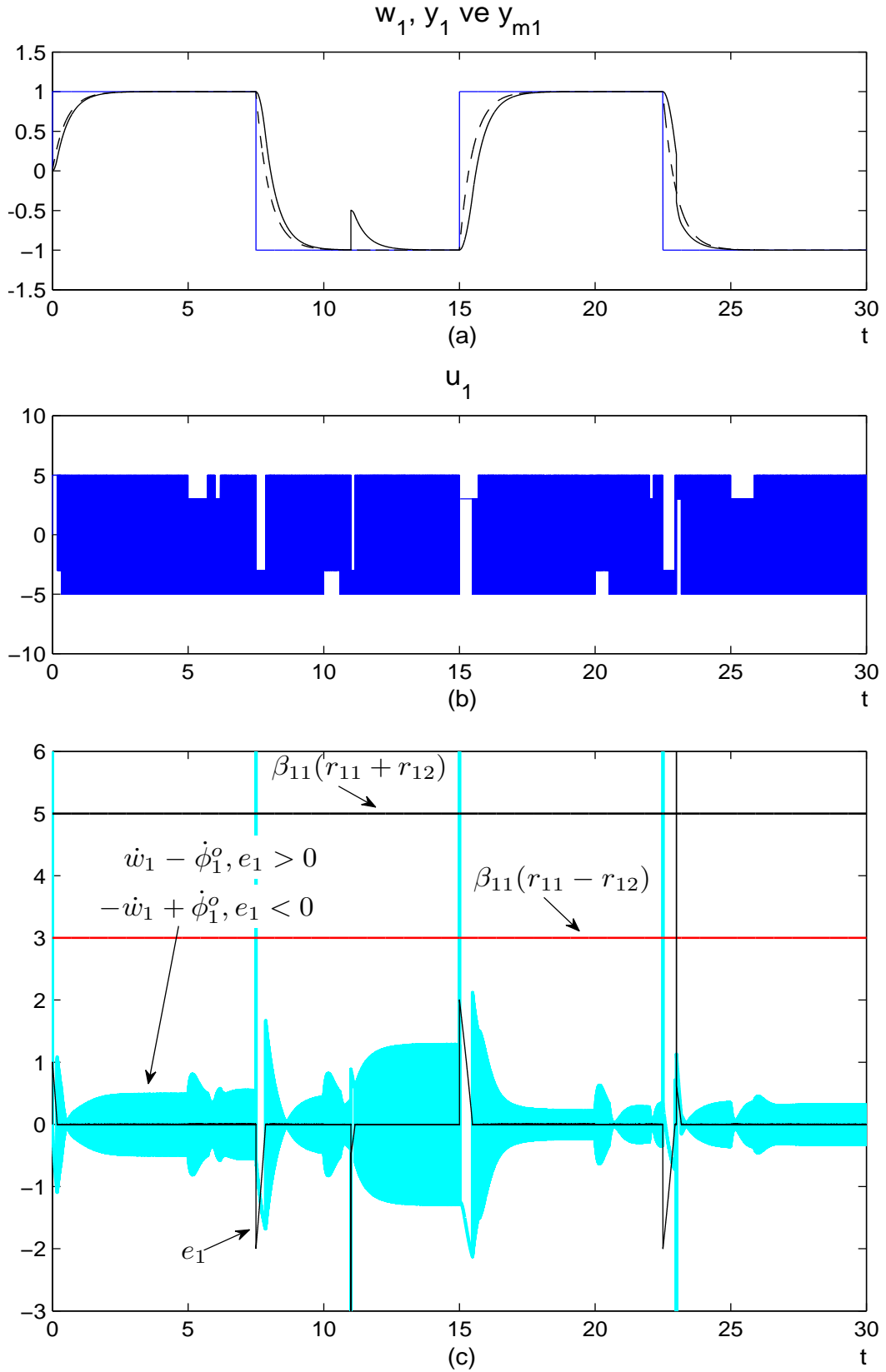
Süzgeçlenemeyen gürültü bileşenleri Şekil 4.27.c ve Şekil 4.28.c'de verilen hata sinyalleri üzerinde açıkça görülmektedir. Bilindiği gibi sistem tepkisi  $y = Mw - Me$  eşitliği ile verildiğinden, gürültünün model aktarım işlevlerinin tersi ile süzgeçlenerek çıkış sinyalleri üzerinde de etkili olduğu gözlenebilir. Yine de sistem çıkışları model çıkışlarını başarılı bir şekilde takip etmektedir. Verilen bu örnek için, model aktarım işlevine sıfırlar eklenmediği durumlarda seçilen hiçbir röle genliği matrisi ile KKD elde edilememiştir.

Bu kısma ait son benzetim örneğinde ölçüm gürültüsü ele alınmıştır. Gerçekleştirilen benzetimde, Eş. 4.96 ile verilen sistem üzerinde, birinci çıkışı ölçen duyargaçtan kaynaklı  $m_1(t) = 0.05\sin(4000\pi t) + 0.1$  şeklinde yüksek sıklıklı sinüzoidal, ikinci çıkışı ölçen duyargaçtan kaynaklı ise  $\mu_{m_2} = 0.15$  ortalamalı, standart sapması  $\sigma_{m_2} = 0.01$  olan beyaz gürültü biçiminde ölçüm gürültüsünün etkili olduğu varsayı-

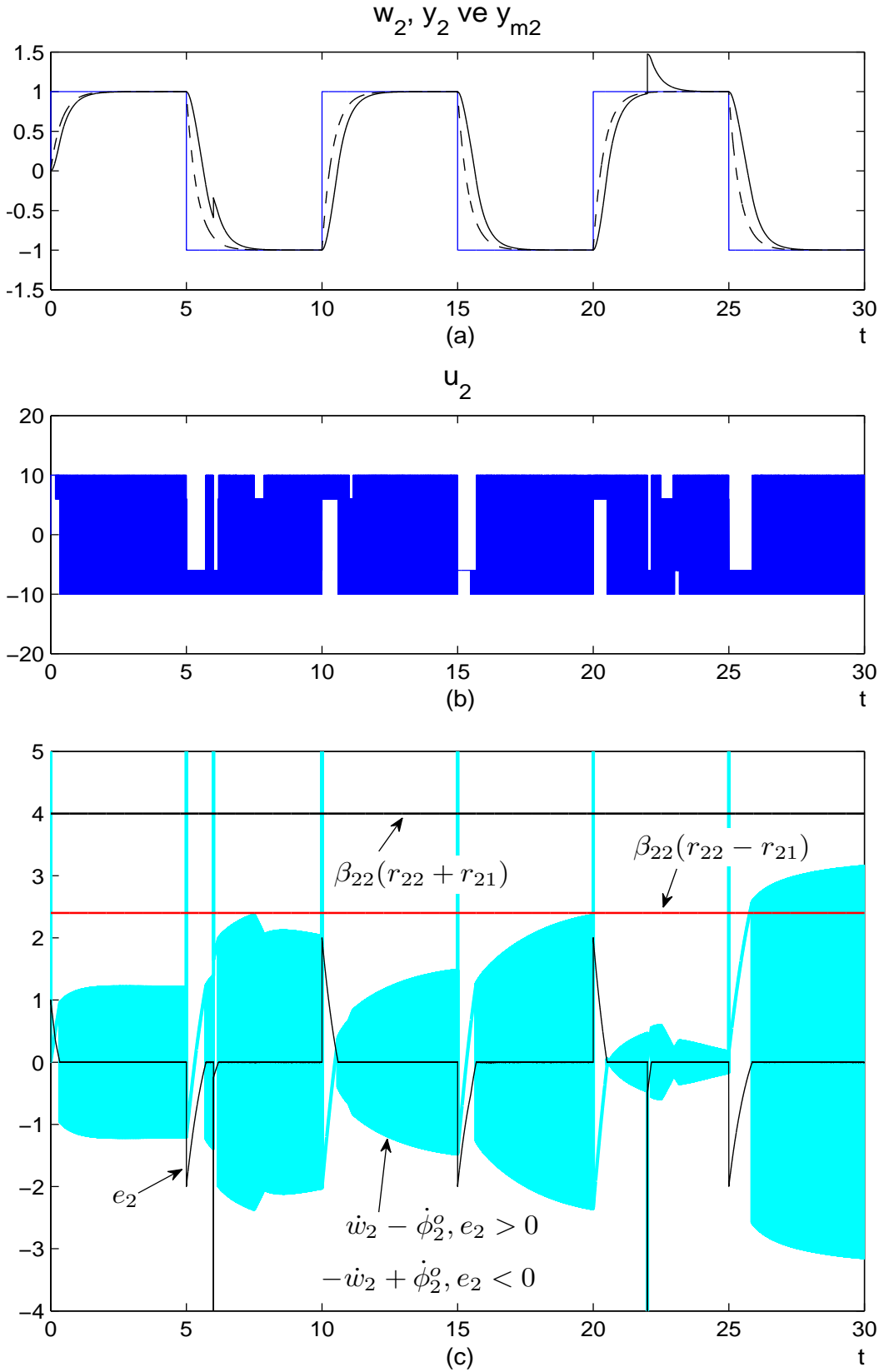
mıştır. İkinci çıkışı ölçen duyargaçtan kaynaklanan beyaz ölçüm gürültüsünün yüksek sıklıklı bileşenlerini süzgeçlemek amacıyla model aktarım işlevi matrisi Eş. 4.110'daki gibi değiştirilmiştir.

$$M'_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.5s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{(0.0125s + 1)^2}{0.4s + 1} \end{bmatrix} \quad (4.110)$$

Elde edilen sonuçlar Şekil 4.29 ve Şekil 4.30'da görülmektedir. Röle genlikleri bir önceki örnekteki gibidir. Röle çıkışlarına dikkat edilecek olursa, tüm röle elemanlarının (dayanak sinyalinin işaret değiştirdiği anlar dışında) kayan kipte çalıştığı gözlenebilir. Ancak Şekil 4.29.a incelendiğinde, sinüzoidal ölçüm hatasının beklenildiği gibi (Eş. 4.68) sistem çıkışına yansıdığı görülmektedir. İkinci çıkış üzerinde etkili olan ölçüm gürültüsünün yüksek sıklıklı bileşenleri model aktarım işlevine eklenen sıfırlar sayesinde süzgeçlenmiştir. Ancak Şekil 4.30.a'dan da görülebileceği gibi, ölçüm hatası sıfır ortalamalı olmadığından  $y_2$  üzerine eklenmiştir.

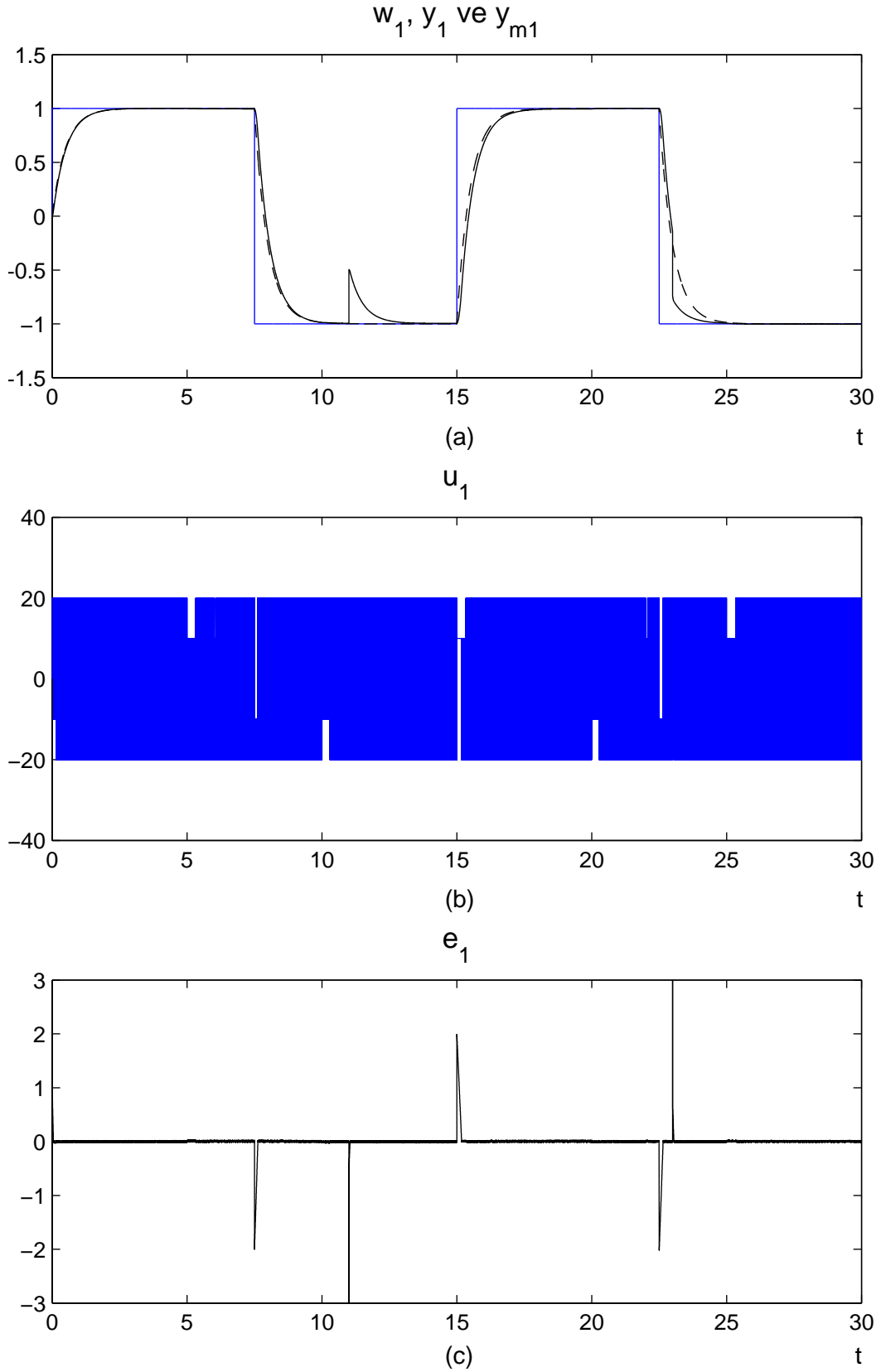


Şekil 4.23. Basamak tipi bozucuların etkisi -  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 4, r_{12} = 1$ )

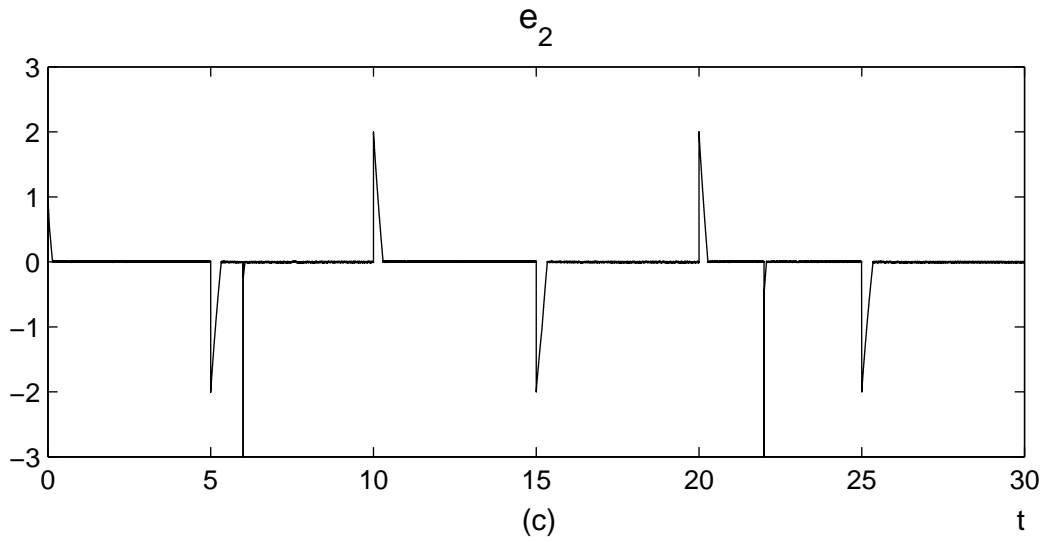
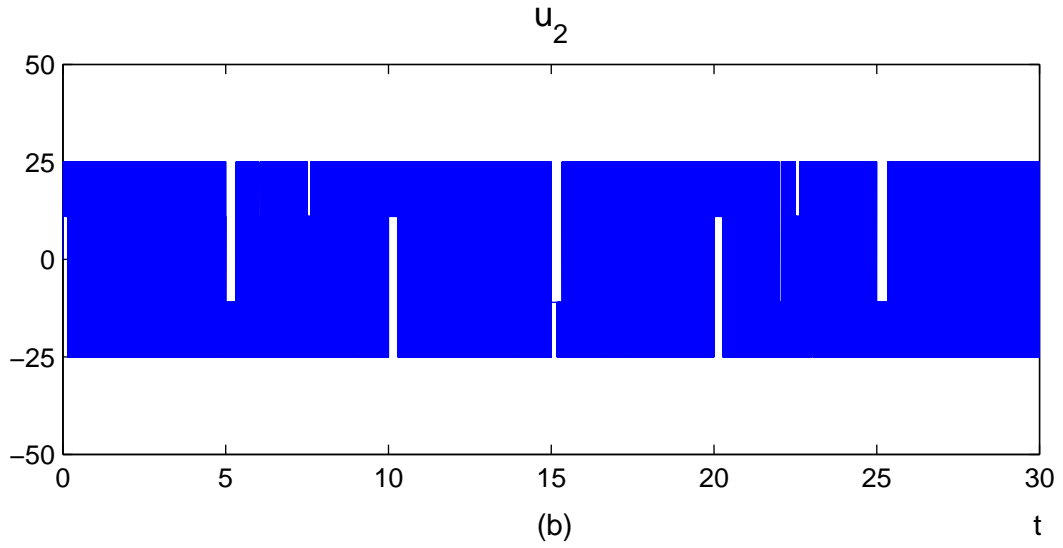
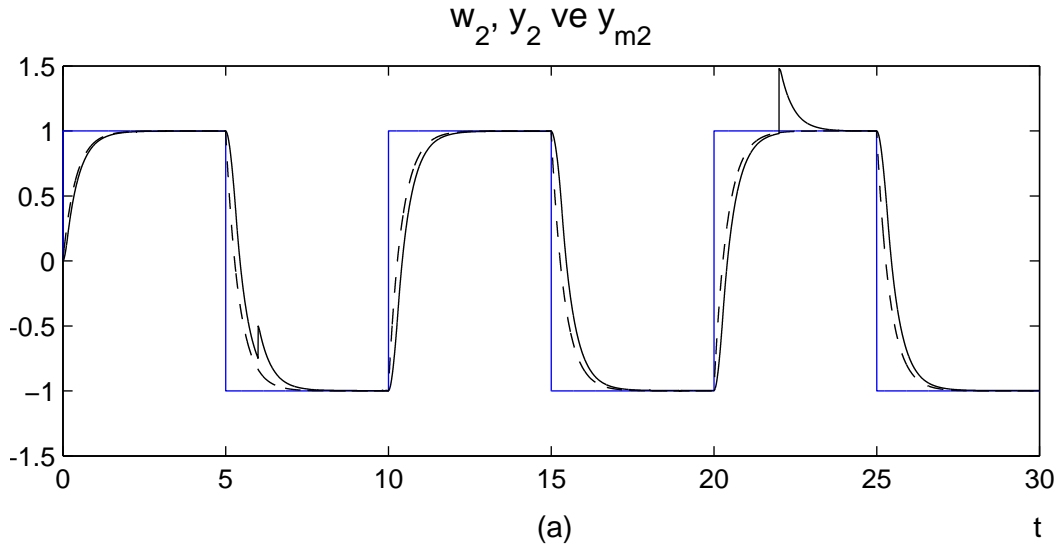


Şekil 4.24. Basamak tipi bozucuların etkisi -  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 2, r_{22} = 8$ )

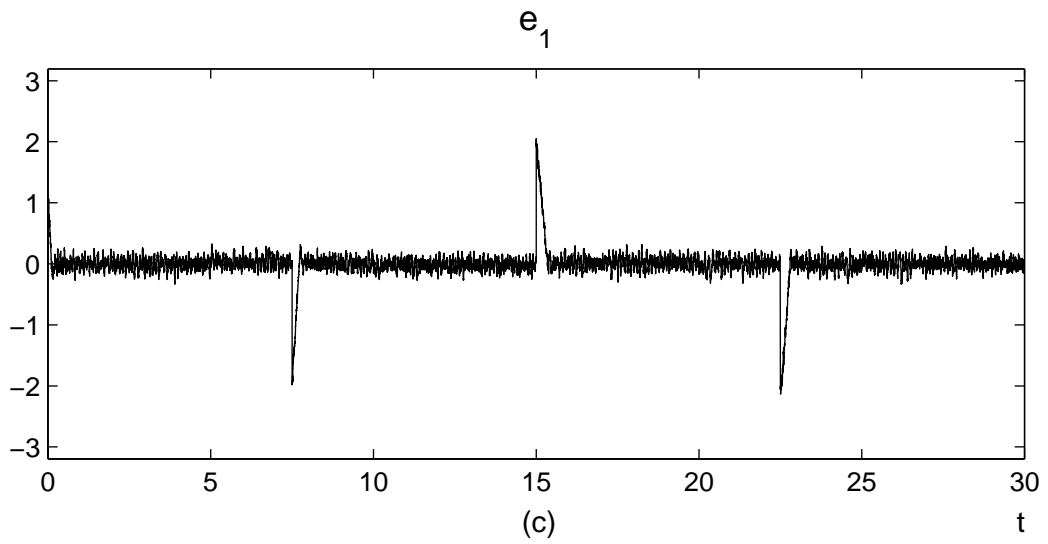
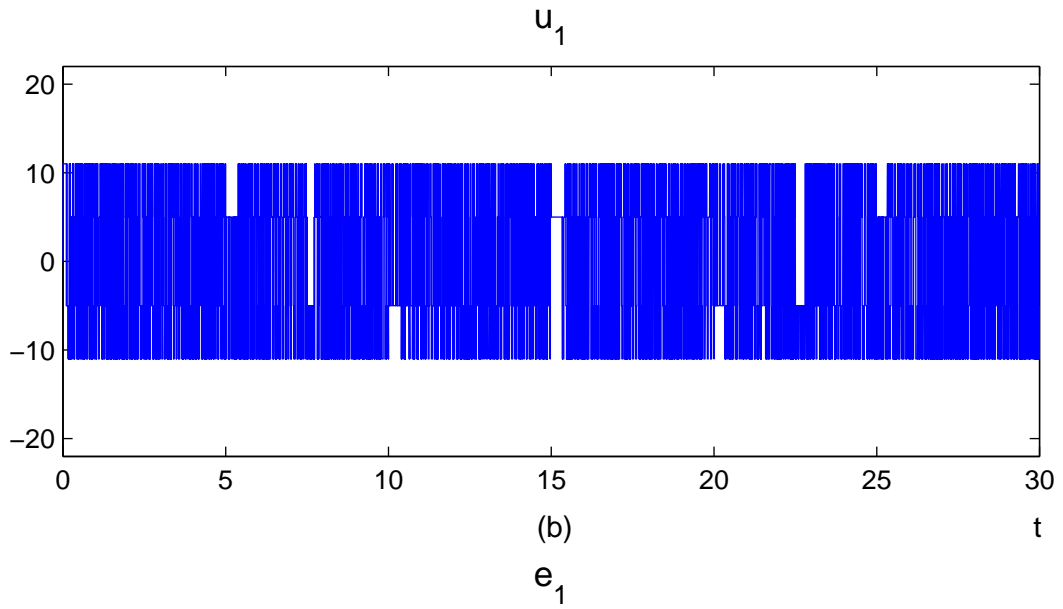
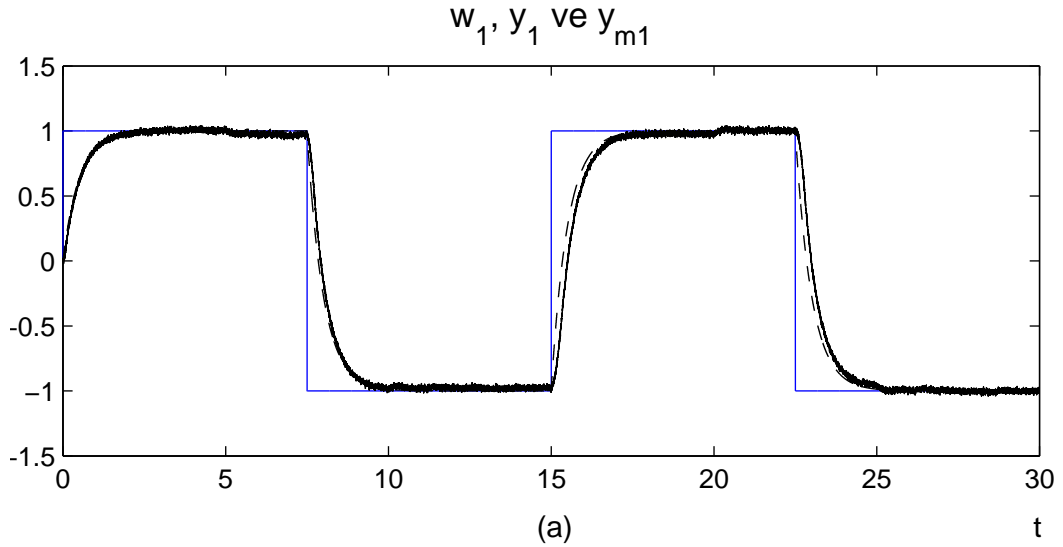




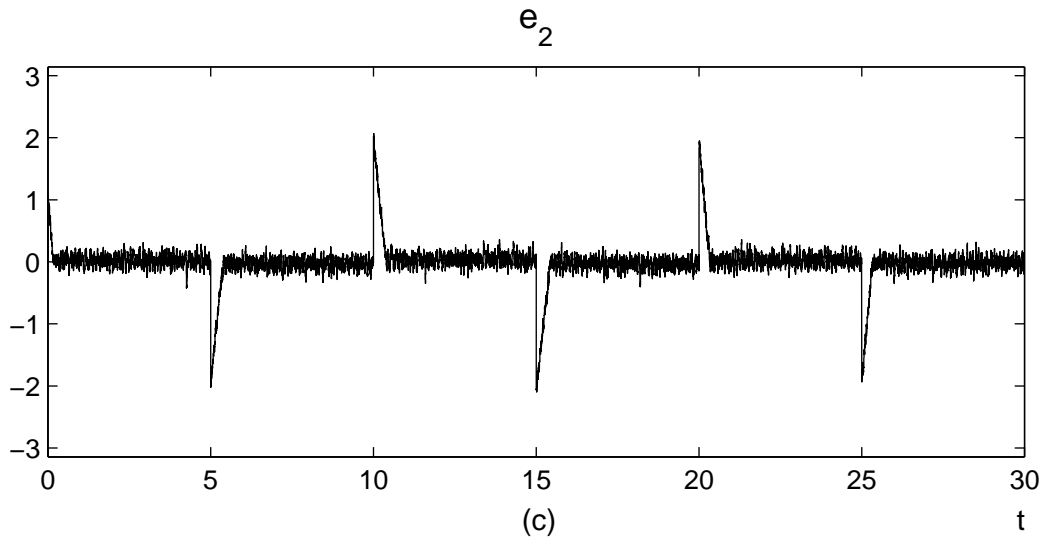
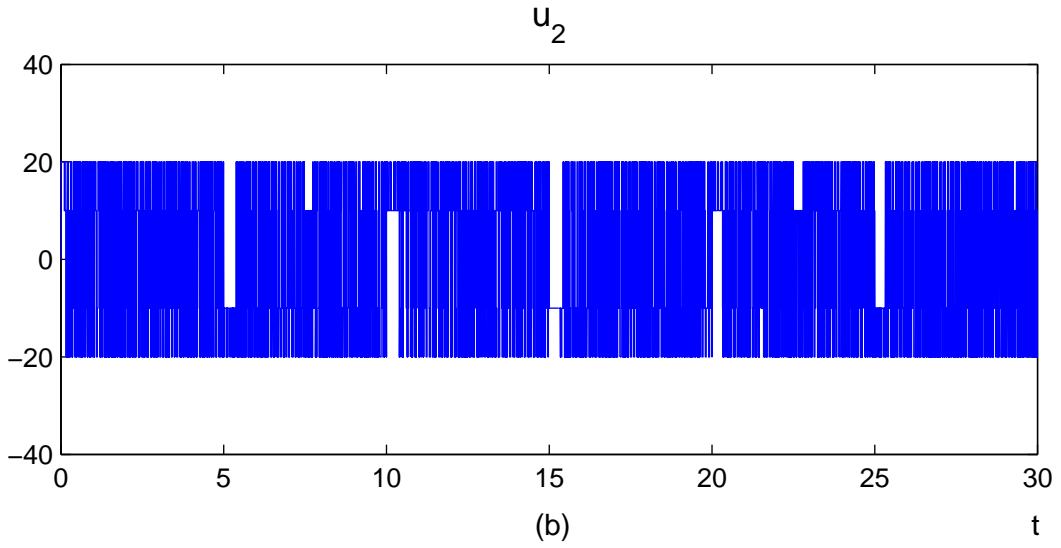
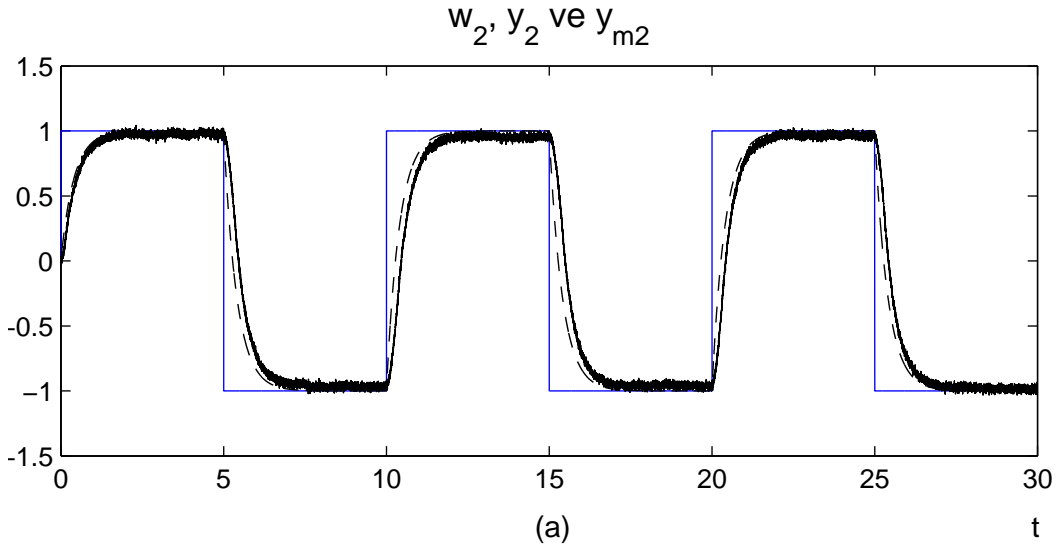
Şekil 4.25. Basamak tipi bozucuların etkisi -  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
 Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 15, r_{12} = 5$ )



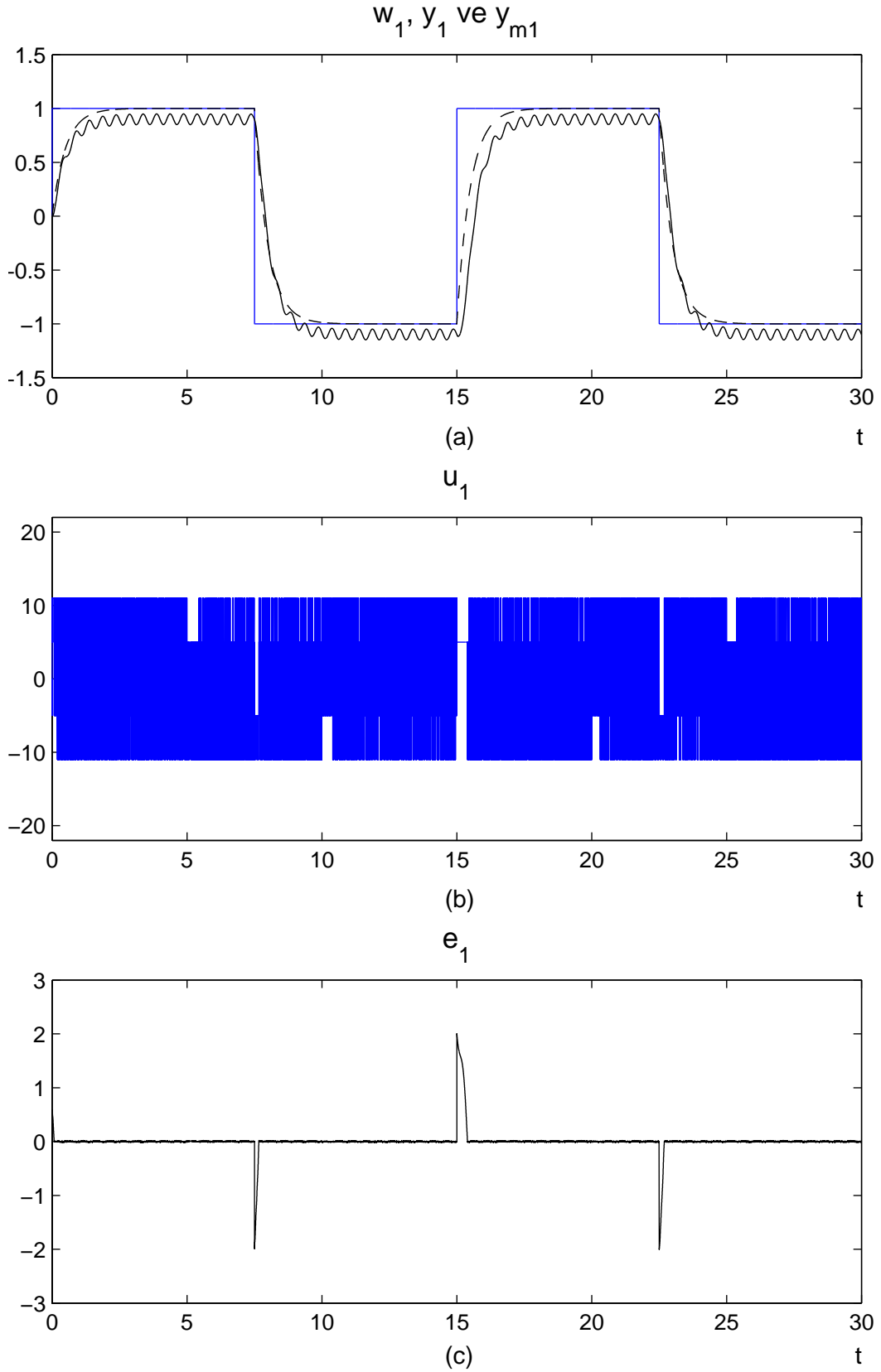
Şekil 4.26. Basamak tipi bozucuların etkisi -  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 7, r_{22} = 18$ )



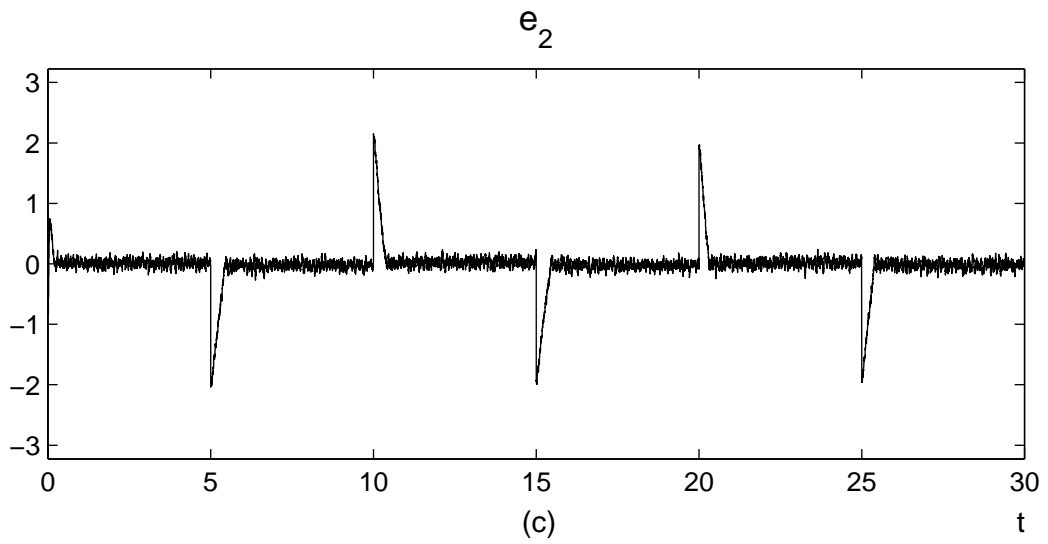
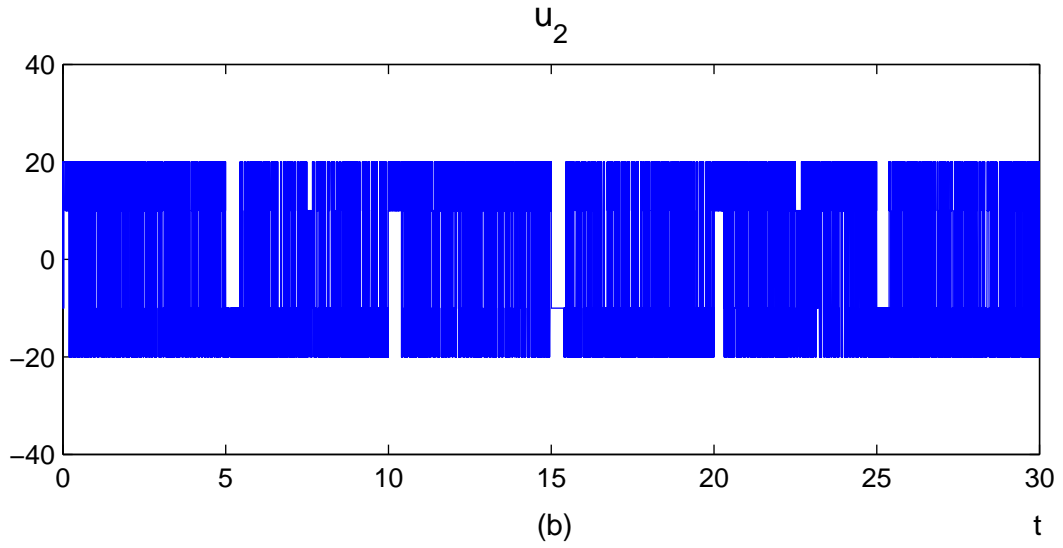
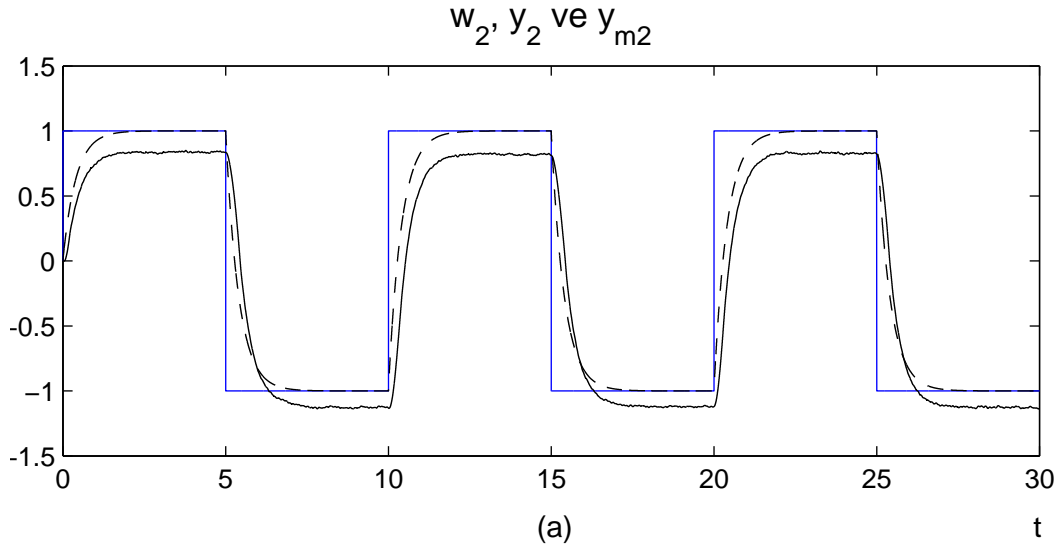
Şekil 4.27. Beyaz gürültünün etkisi -  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 8, r_{12} = 3$ )



Şekil 4.28. Beyaz gürültünün etkisi -  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 5, r_{22} = 15$ )



Şekil 4.29. Ölçüm gürültünün etkisi -  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 8, r_{12} = 3$ )



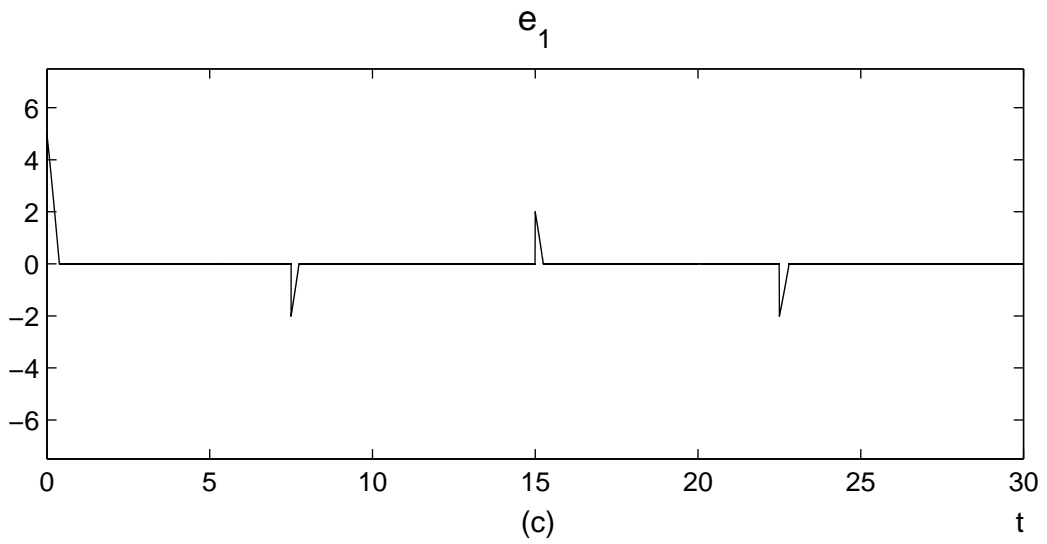
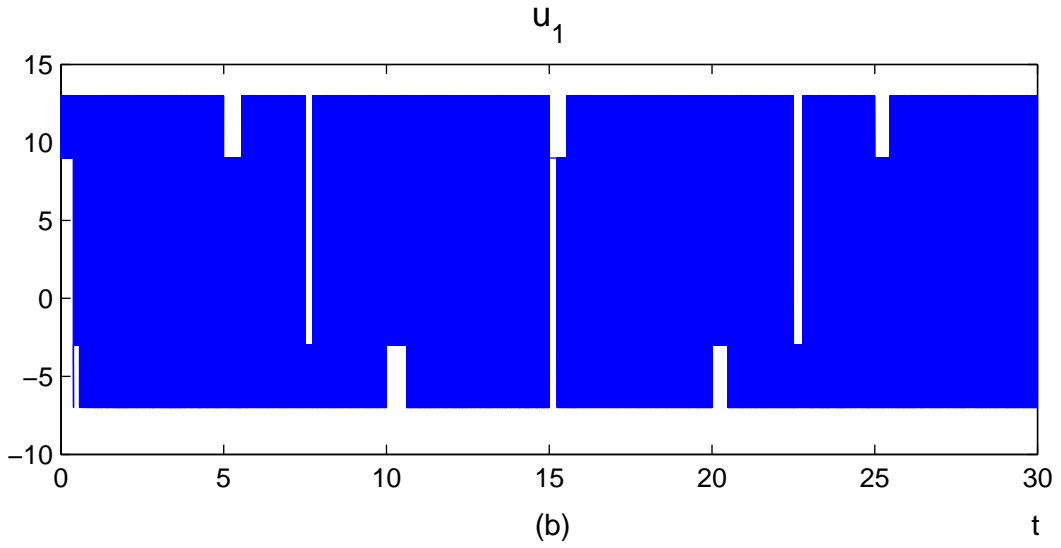
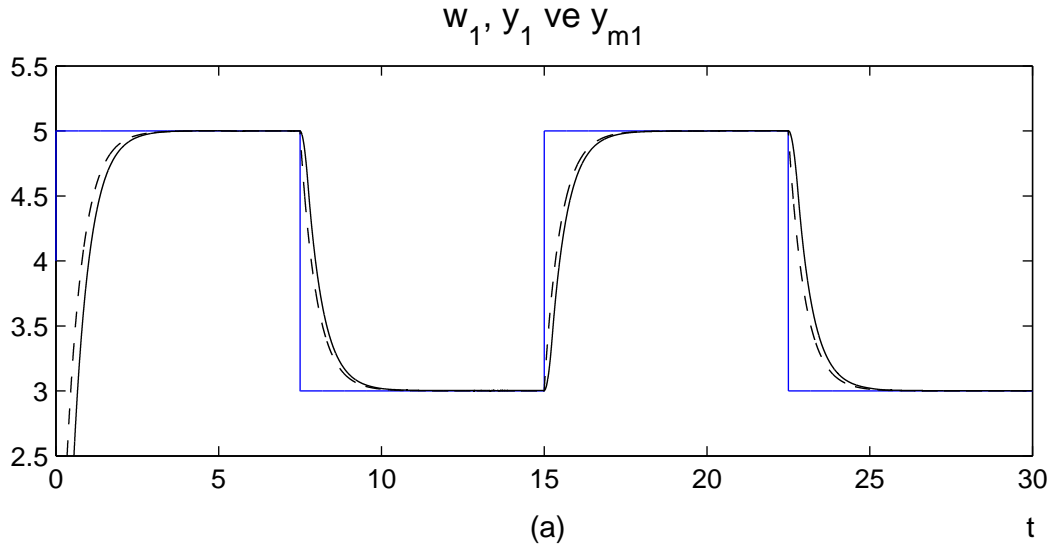
Şekil 4.30. Ölçüm gürültünün etkisi -  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları  
İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 5, r_{22} = 15$ )

#### 4.5.4 Bakışımı Olmayan Röle Kullanımı

Çokdeğişkenli GÇ-RKKD yönteminde bakışımı olmayan röle kullanımına ilişkin bir benzetim Eş. 4.96 ile verilen sistem ve model aktarım işlevleri ile gerçekleştirilmiştir. Röle genlikleri

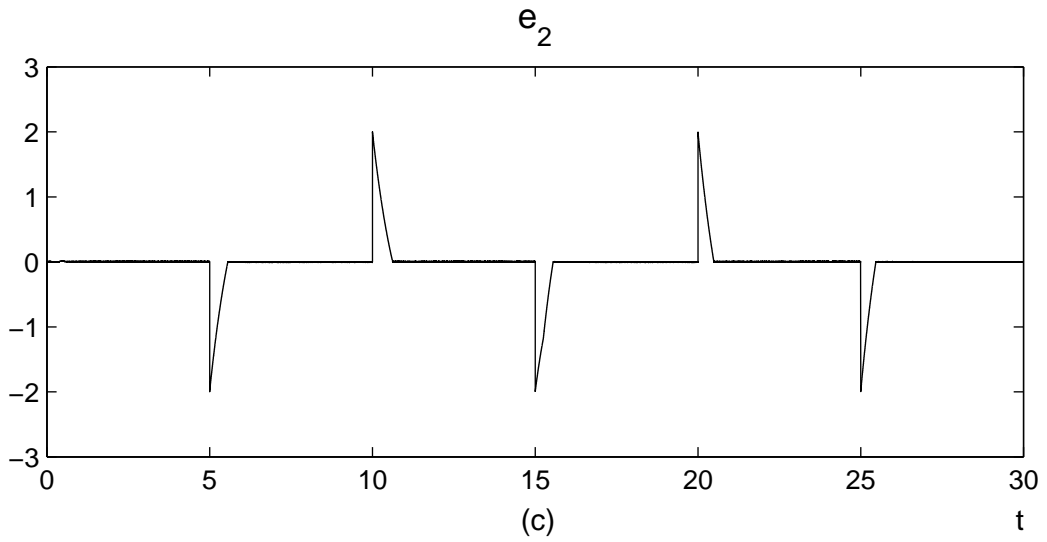
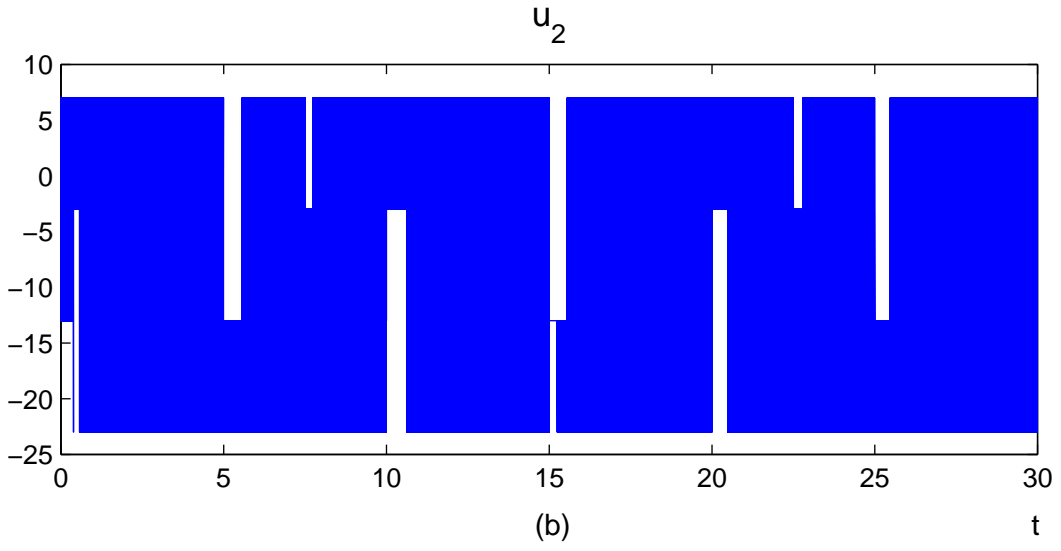
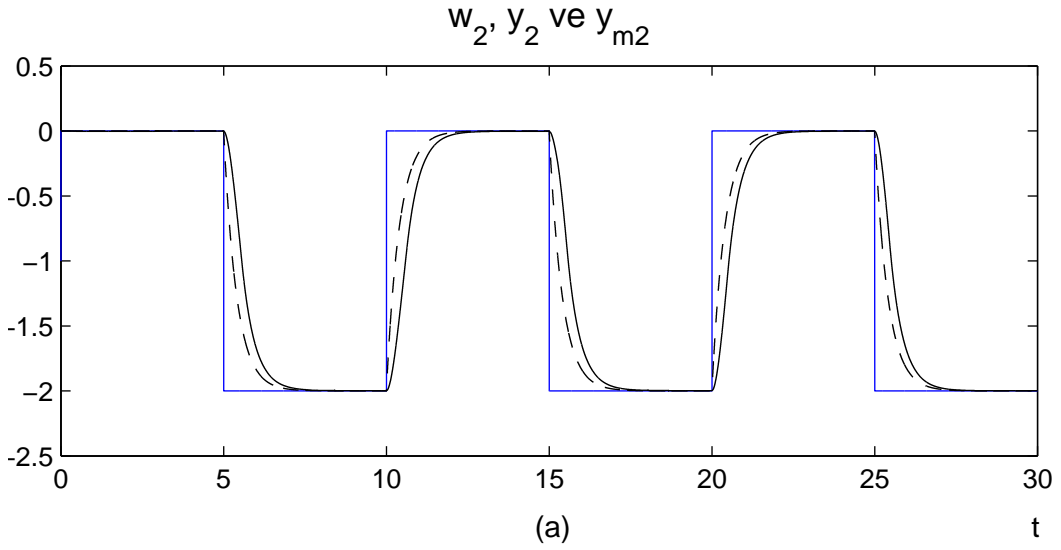
$$\mathbf{R}_o = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -7 \end{bmatrix}, \quad \Delta \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 5 & 10 \end{bmatrix} \quad (4.111)$$

şeklinde belirlenmiştir. Şekil 4.31 ve Şekil 4.32'de verilen benzetim sonuçları her iki çıkışta da KKD'in elde edildiğini ve model takibinin gerçekleştiğini göstermiştir.



Şekil 4.31. Bakışımı olmayan röle kullanımı - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları





Şekil 4.32. Bakışımı olmayan röle kullanımı - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar  $G_1(s)$  ve  $M_1(s)$  için benzetim sonuçları

#### 4.5.5 Kararsız Sistemlerin Denetimi

Hatırlanacağı gibi, kararsız sistemler söz konusu olduğunda sistem durumlarının başlangıç değerlerinin önemli rol oynadığı ve röle genlikleri arttırılarak kayan kipin elde edilebileceği başlangıç koşullarını içeren durum uzayı bölgesinin büyütülebileceği önceki bölümlerde vurgulanmıştı. Benzer bir durumun çokdeğişkenli sistemlerin denetiminde de geçerli olduğu Eş. 4.112'de verilen sistem ve model aktarım işlevleri kullanılarak yapılan benzetimler ile gösterilmiştir.

$$\mathbf{G}_5(s) = \begin{bmatrix} \frac{2}{(s-1)(s+1)} & \frac{1}{s(s-1)(s+2)} \\ \frac{4s+1}{(3s^2+3s+1)(s+3)^2} & \frac{3s+1}{(2s^2+2s-1)(s+4)} \end{bmatrix} \quad (4.112)$$

$$\mathbf{M}_5(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.5s+1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.4s+1} \end{bmatrix}, \quad \rho(\mathbf{M}_5^{-1}\mathbf{G}_5) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

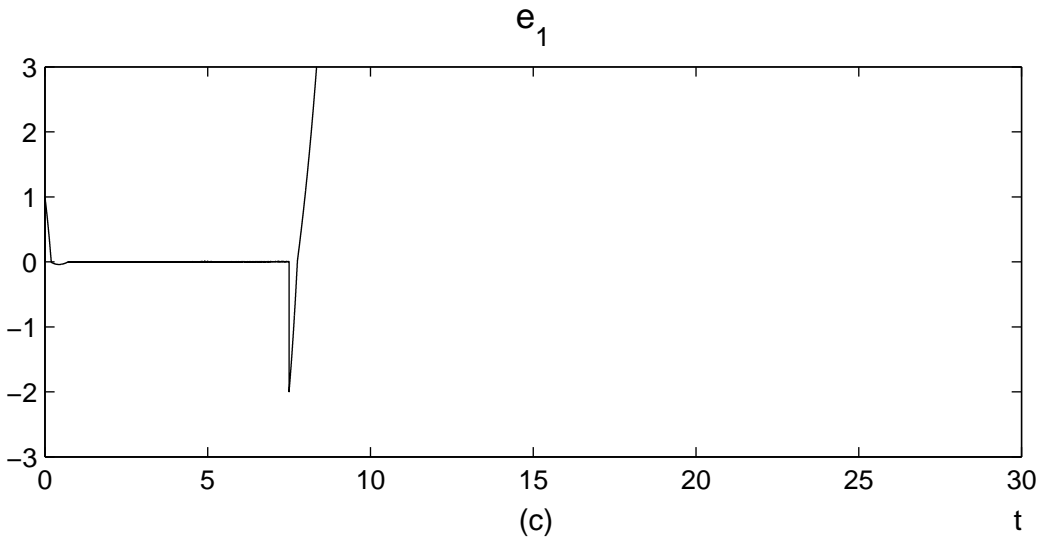
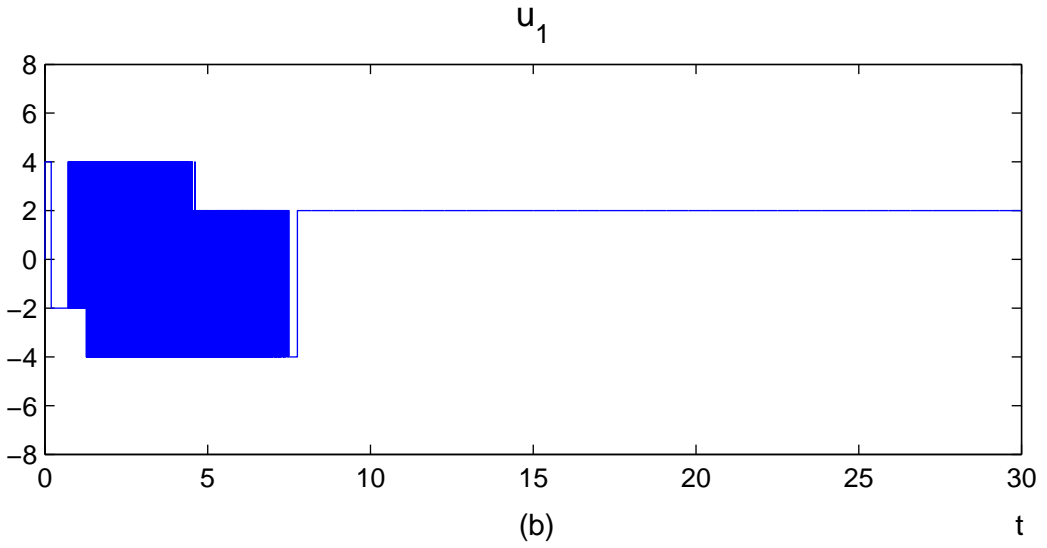
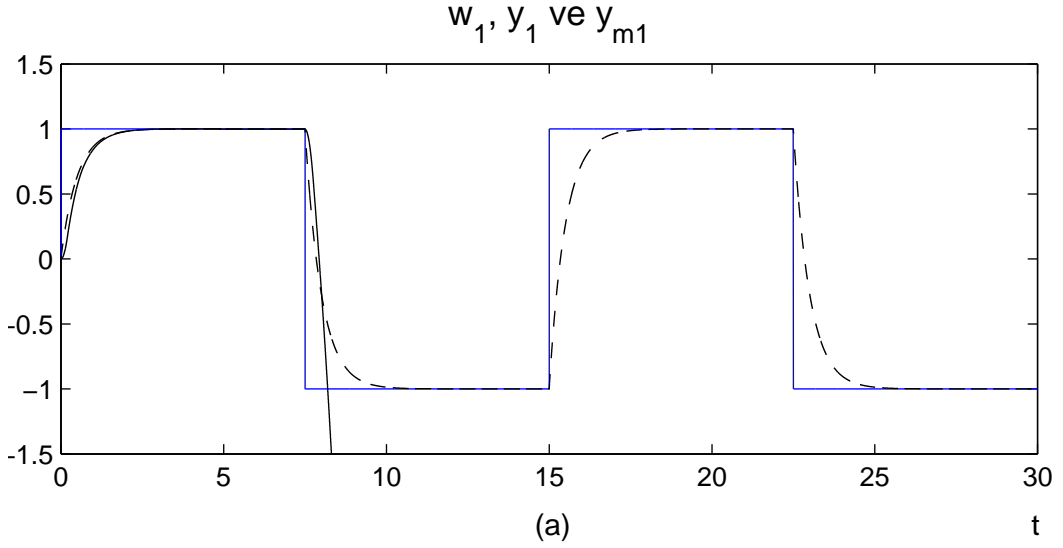
Röle genlikleri

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (4.113)$$

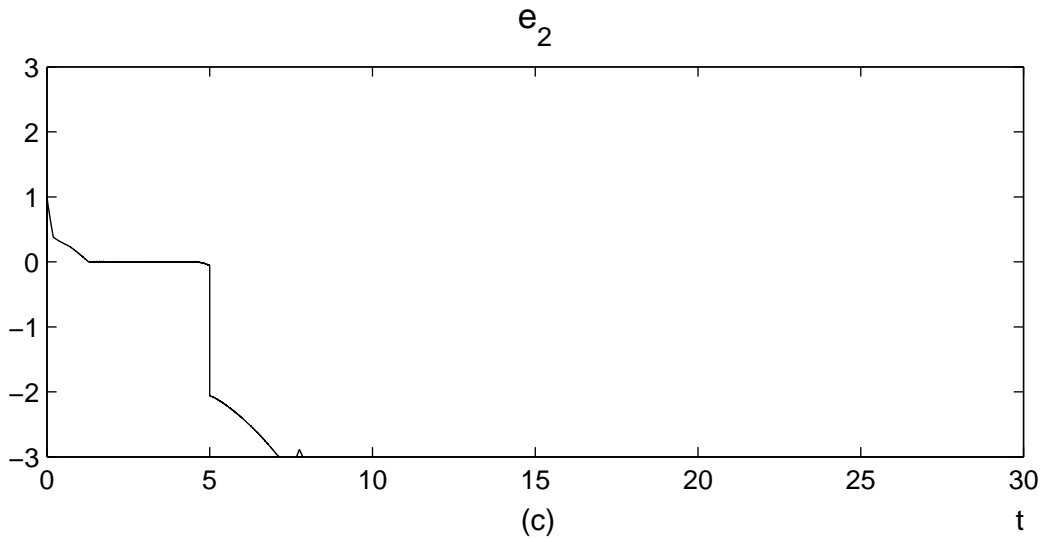
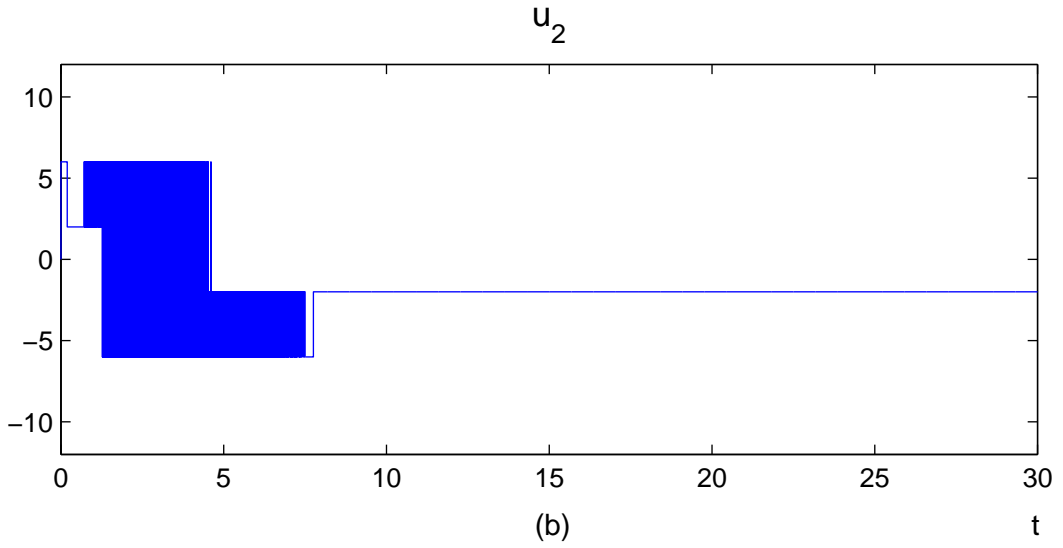
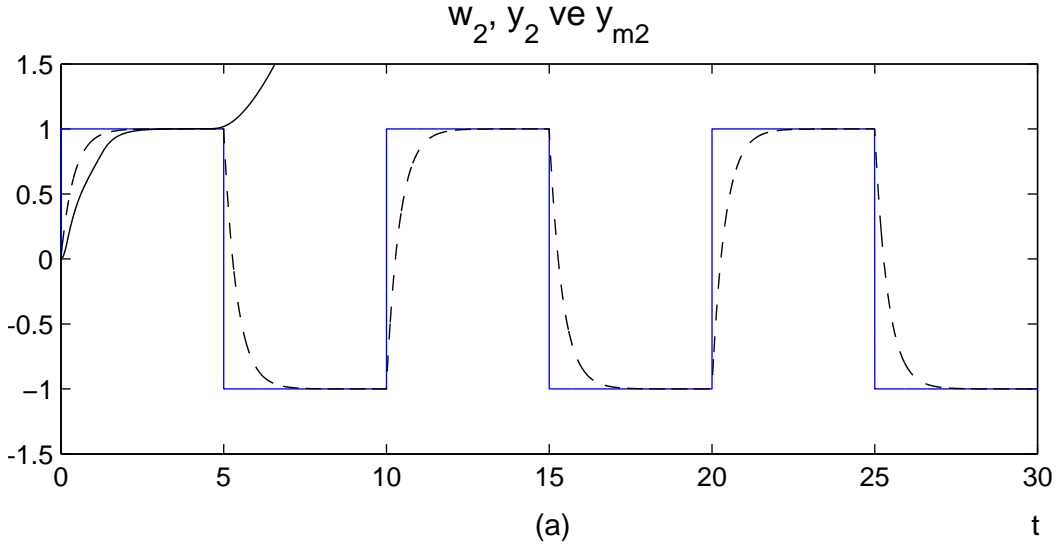
seçilerek yapılan ilk benzetime ait sonuçlar Şekil 4.33 ve Şekil 4.34'te görülmektedir. Her iki grafikte de dayanak sinyalleri işaret değiştirene dek kayan kip koşullarının sağlandığı ve KKD'in elde edildiği gözlenebilir. Ancak dayanak sinyalleri işaret değiştirdikten sonra sistem durumları sistem tepkisinin kararsız olduğu bir bölgeye atıldığından denetim başarısız olmuştur. Röle genlikleri bu kez

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 2 & 18 \end{bmatrix} \quad (4.114)$$

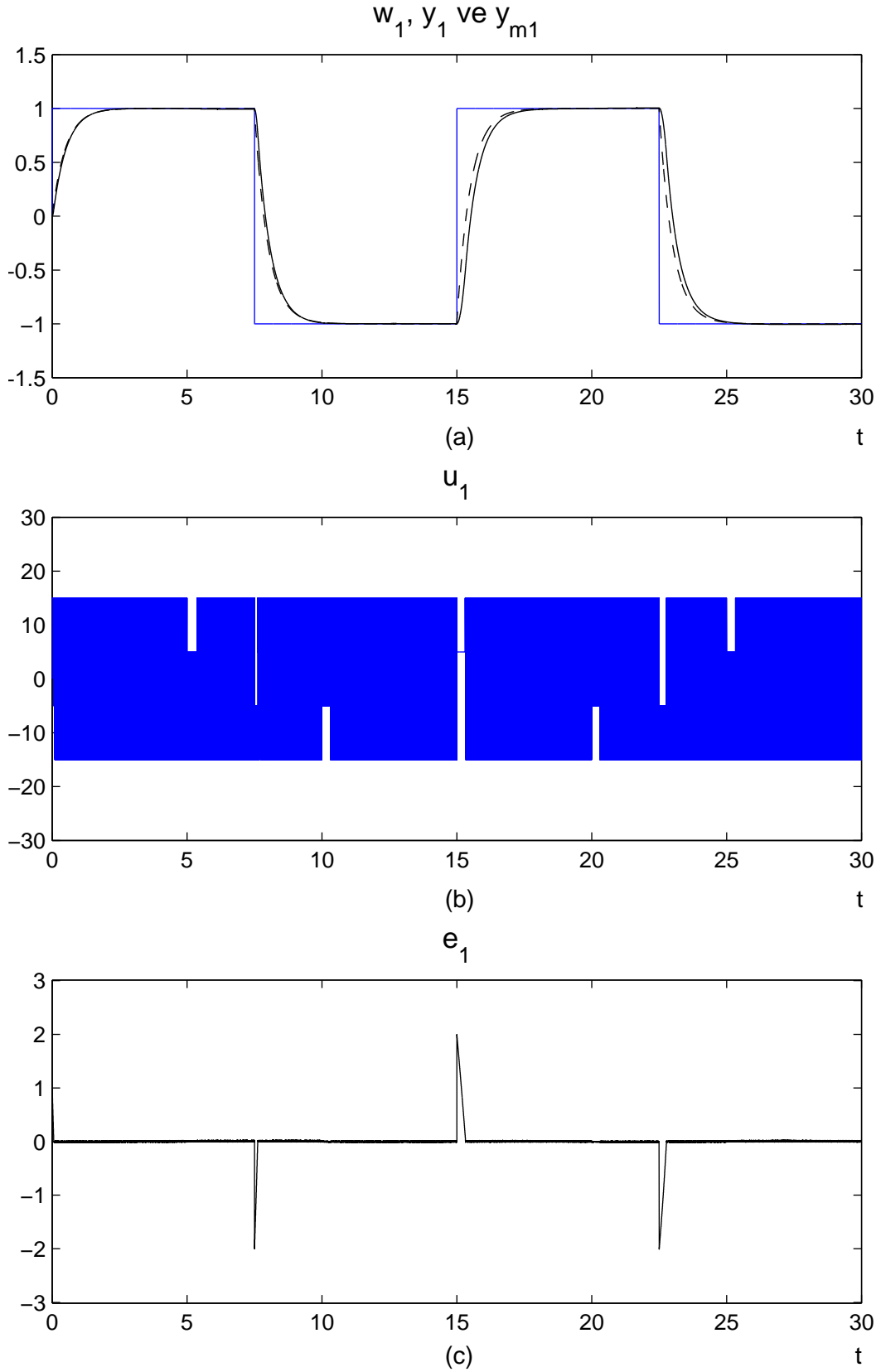
biçiminde seçilerek aynı benzetim tekrarlandığında, her iki çıkışta da KKD'in elde edildiği ve model takibinin başarıyla gerçekleştiği Şekil 4.35 ve Şekil 4.36'da verilen sonuçlardan görülebilir.



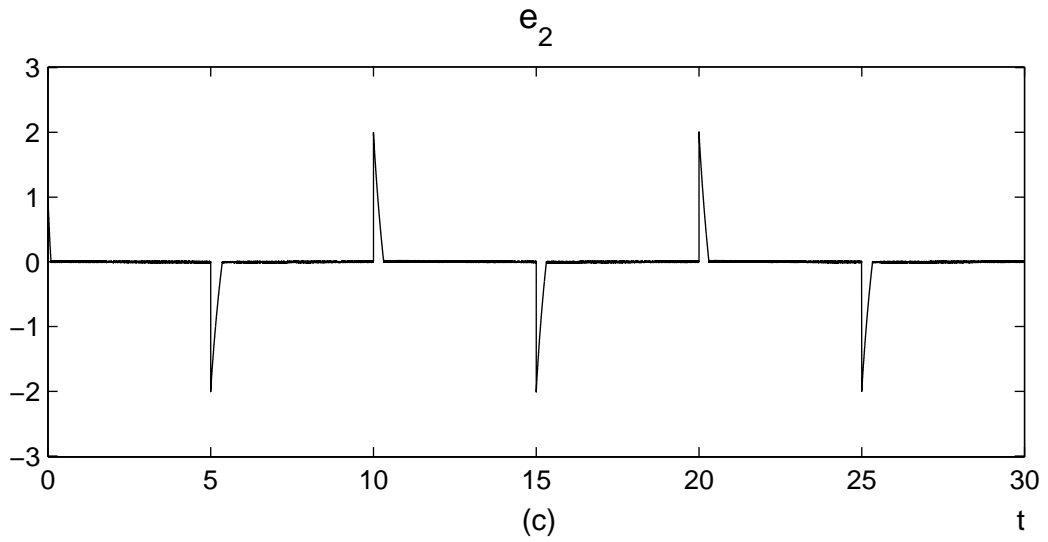
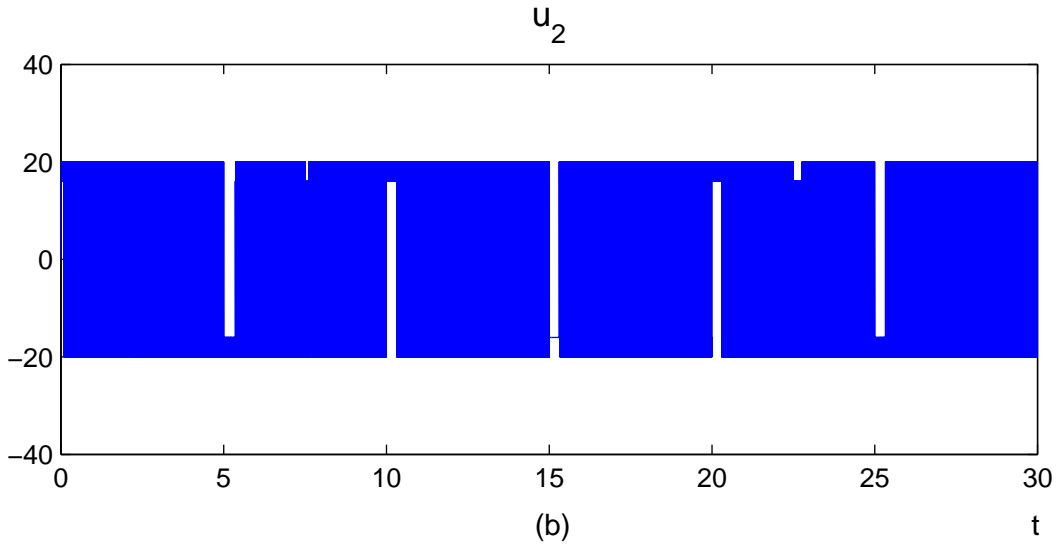
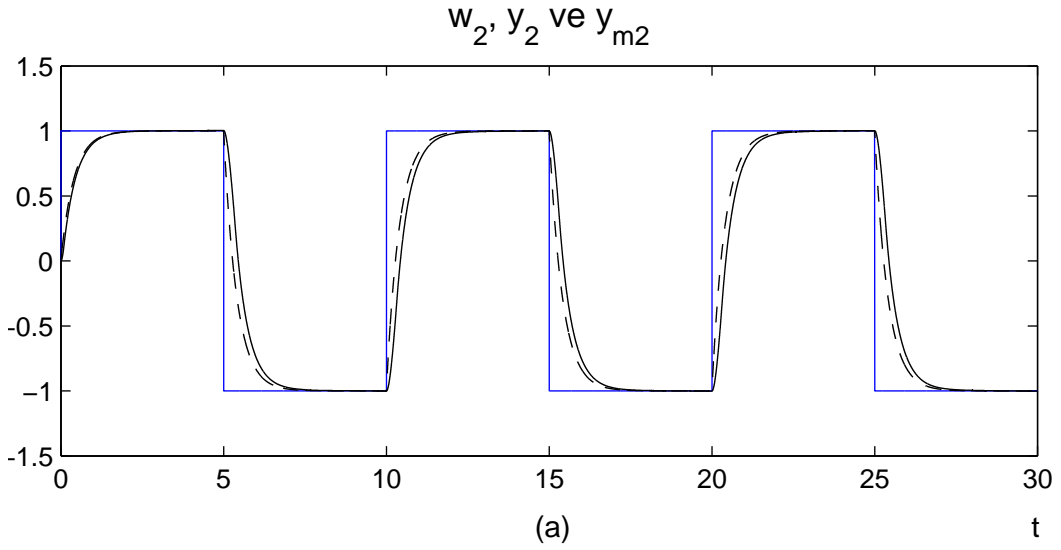
Şekil 4.33. Kararsız sistemde denetim başarımı -  $G_5(s)$  ve  $M_5(s)$  için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 3, r_{12} = 1$ )



Şekil 4.34. Kararsız sistemde denetim başarımı -  $G_5(s)$  ve  $M_5(s)$  için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 2, r_{22} = 4$ )



Şekil 4.35. Kararsız sistemde denetim başarımı -  $G_5(s)$  ve  $M_5(s)$  için benzetim sonuçları - Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 10, r_{12} = 5$ )



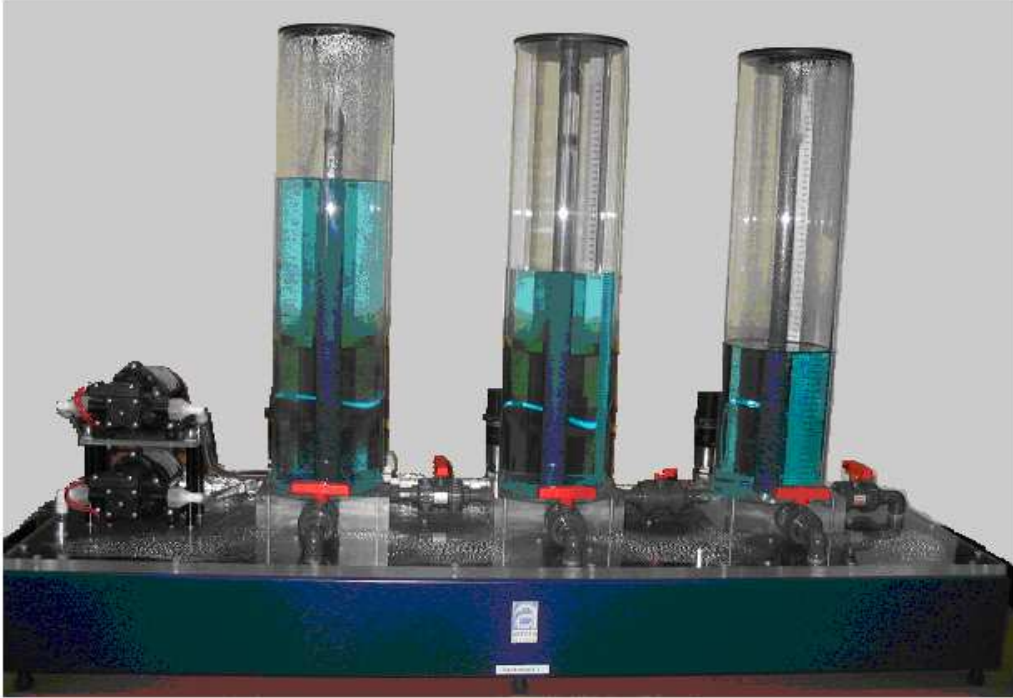
Şekil 4.36. Kararsız sistemde denetim başarımı -  $G_5(s)$  ve  $M_5(s)$  için benzetim sonuçları - İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = 2, r_{22} = 18$ )

## 5. UYGULAMALAR

Bu bölümde, Bölüm 2, Bölüm 3 ve Bölüm 4'te anlatılan yöntemlerin gerçek zamanlı olarak bir sisteme uygulanması ile elde edilen sonuçlara yer verilmiştir. İlk olarak uygulamalarda kullanılan sistem tanıtılmış, ardından uygulama sonuçları aracılığıyla ilgili yöntemlerin denetim başarımları incelenmiştir.

### 5.1 Uygulamalarda Kullanılan Sistem

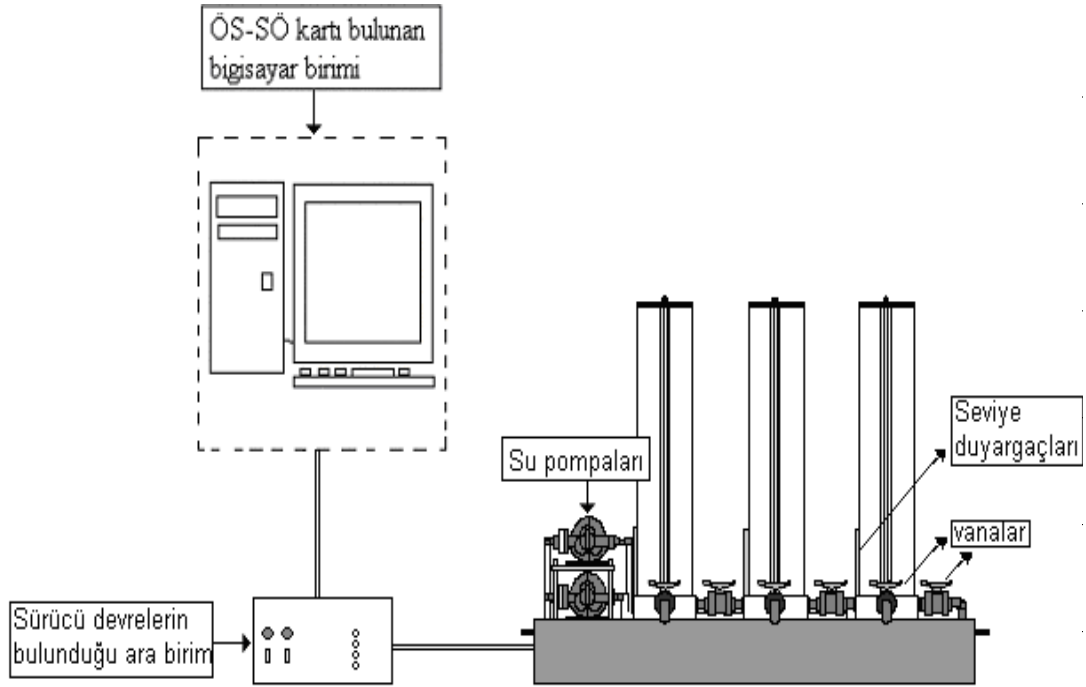
Uygulamalar, Şekil 5.1'de görülen AMIRA firmasına ait DTS200 su tankı sistemi üzerinde gerçekleştirilmiştir.



Şekil 5.1. Uygulamada kullanılan su tankı sistemi

Su tankı sisteminde seviye denetimi yapılabilen üç adet ardışık bağlı göz bulunmaktadır. Sisteme su girişini sağlayan iki adet DC motor, alt haznede bulunan suyu sağ ve sol başlardaki gözlere pompalamaktadır. Her üç gözün birbirine ve de alt hazneye olan bağlantısı ayarlanabilir vanalar aracılığıyla sağlanmaktadır. Gözlerdeki su seviyeleri basınca duyarlı duyargaçlar tarafından ölçülür. Bir ara birim bu duyargaçları besleme ve su pompalarını sürme görevini yürütmektedir. Ara birim, bir Örneksel-Sayısal Sayısal-Örnekse (ÖS-SÖ) çevirici kart yoluyla bir bilgisayara bağlıdır. Bu ÖS-SÖ kart yardımıyla seviye duyargaçlarından alınan su seviyesi bil-

gisi bilgisayarda bulunan denetim algoritmasına, algoritma tarafından hesaplanan denetim sinyali ise su pompalarına iletilmektedir. Su tankı sisteminin şematik bir gösterimi Şekil 5.2'de görülmektedir.



Şekil 5.2. Su tankı sisteminin şematik gösterimi

Seviye denetiminin yapıldığı gözler sabit kesit alanına sahip olan özdeş silindirlere sahiptir. Silindirler  $14\text{cm}$  çapındadır ve yükseklikleri  $63\text{cm}$ 'dir. Gözler arasındaki bağlantıyı sağlayan vanaların istenildiği gibi açılıp kapanmasıyla, uygulama yapılacak sistem modeli tek girişli tek çıkışlı veya çokdeğişkenli olacak şekilde düzenlenebilmektedir. Tek girişli tek çıkışlı yapıda düzenlenen sistemin derecesi 1'den 3'e kadar ayarlanabilirken, çokdeğişkenli yapıda iki girişli iki çıkışlı olarak düzenlenebilmektedir. Denetim yapılan gözlerden tahliye edilen su miktarı da yine ayarlanabilir vanalar sayesinde artırılabilir veya azaltılabilir. Vanaların fiziksel yapısı ve vanalardaki çalkantılı su akışı sebebiyle sistem modeli üzerinde önemli doğrusal olmayan etkiler oluşmaktadır. Su tankı sistemi üzerinde gerçekleştirilen önceki çalışmalarda bu etkilerden ayrıntılı olarak bahsedilmiştir [52].

Su tankı sisteminde denetim problemi, 1. ve 3. gözlere giren su miktarını idare ederek gözlerdeki su seviyelerinin denetlenmesi biçiminde tanımlanabilir. Giriş değişkeni, su pompaların bastığı  $lt/dak$  cinsinden su miktarıdır. Su pompalarının doğrusal giriş-çıkış ilişkisine sahip oldukları katalog bilgisi olarak mevcuttur [53]. Algoritma



tarafından üretilen denetim sinyalleri ile bunlara karşılık gelen ve su pompalarına gönderilmesi gereken gerilim değerleri arasındaki bu ilişki su tankı sistemi üzerinde yapılan önceki çalışmalarda deneysel olarak doğrulanmış ve üretilen denetim sinyallerine karşılık gelen gerilim değerlerini bulmak için gerekli ifadeler aşağıdaki gibi bulunmuştur [54].

$$v_1 = 3.5229u - 9.8568 \quad (5.1)$$

$$v_2 = 3.4287u - 9.8098 \quad (5.2)$$

Burada  $u$  algoritma tarafından üretilen denetim sinyalini,  $v_1$  ve  $v_2$  ise sırasıyla 1. ve 2. motorlara gönderilmesi gereken gerilim değerlerini göstermektedir. Sistem modelinde doğrusallığı bozan önemli bir etken, yapılan uygulamalar esnasında su pompaları daha uzun süre çalıştıklarından, pompaların ısınması ve bu nedenle karakteristiklerinin değişmesidir. Bu konuda ayrıntılı bilgi [52]'de sunulmuştur.

Seviye denetimi probleminin çıkış değişkeni, denetim yapılan göz veya gözlerdeki duyargaçlar yardımıyla okunan  $cm$  cinsinden su seviyesidir. Seviye duyargaçları her üç gözde de sabit olduğundan istenilen gözde seviye denetimi yapılabilmektedir. Basınç ölçen bu duyargaçlar, buldukları gözdeki su yüksekliği ile doğru orantılı gerilim üretmektedirler. Su seviyesi ve duyargaçlar tarafından üretilen gerilimler arasındaki ilişkiler daha önce yapılan çalışmalarda şöyle bulunmuştur [54].

$$y_1 = -3.3945v_1 + 30.1175 \quad (5.3)$$

$$y_2 = -3.3496v_2 + 29.6341 \quad (5.4)$$

$$y_3 = -3.4020v_3 + 30.4109 \quad (5.5)$$

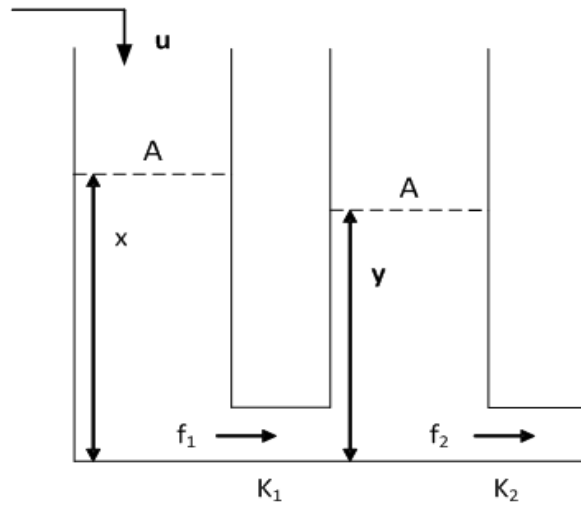
Burada  $y_1$ ,  $y_2$  ve  $y_3$   $cm$  cinsinden su yüksekliklerini,  $v_1$ ,  $v_2$  ve  $v_3$  ise duyargaçların ürettikleri gerilimleri ifade etmektedir.

Su tankı sistemi, Intel Pentium 4 3.2 GHz işlemcisine sahip bir bilgisayar yardımıyla denetlenmektedir. Yüksek seviyeli bir bilimsel programlama yazılımı olan MATLAB

7.6.0 ile kodlanan denetim algoritmaları National Instruments firmasına ait LabView 7.0 programı içerisinde kullanılmıştır. Su tankı ile bilgisayar arasındaki veri alışverişi yine National Instruments'a ait PCI-6024 ÖS-SÖ kart aracılığıyla sağlanmıştır. 12 bit çözünürlük ve 200 KHz'e varabilen örnekleme hızına sahip bu kart, seviye duyarğaçlarının ölçtüğü gerilimleri denetim algoritmasına, algoritmanın ürettiği denetim sinyallerine karşılık gelen gerilimleri ise ara birim üzerinde bulunan motor sürücü devrelere iletmektedir.

## 5.2 Su Tankı Sisteminin Matematiksel Modeli

Bu çalışmada röle ile KKD yöntemleri hem tek girişli tek çıkışlı hem de çokdeğişkenli sistemler için uygulanmıştır. Tek girişli tek çıkışlı sistemler üzerinde yapılan uygulamalarda su tankı 2. derece olarak düzenlenmiştir. Sistemin derecesi ardışık bağlı göz sayısına eşittir. 2. derece olarak düzenlenmiş tek girişli tek çıkışlı su tankı sisteminin şematik bir gösterimi Şekil 5.3'te gösterilmiştir.



Şekil 5.3. 2. derece olarak düzenlenmiş su tankı sisteminin şematik gösterimi

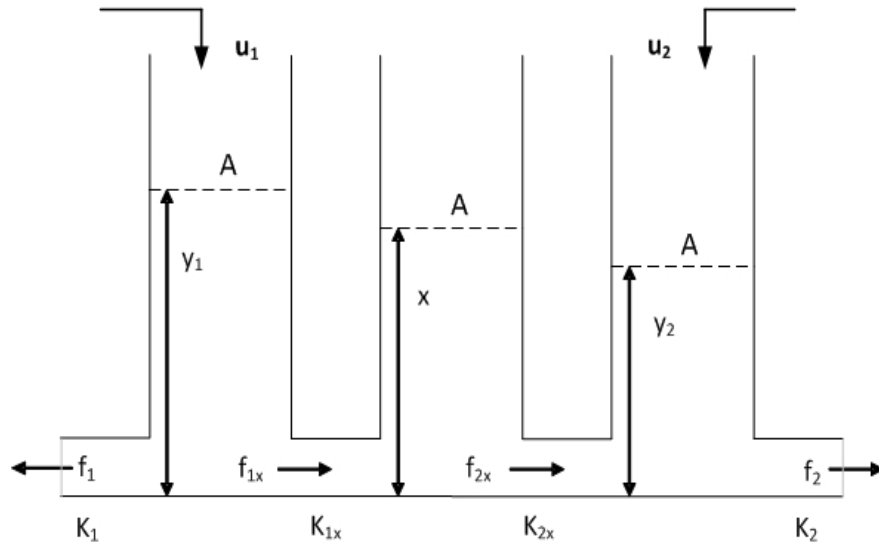
Şekil 5.3'te ilk göze akan su miktarı, yani sistem girişi  $u$  ile, seviye denetimi yapılan gözdeki su seviyesi, yani sistem çıkışı ise  $y$  ile ifade edilmektedir. Her iki gözün de kesit alanı aynıdır ve  $A$  ile gösterilmiştir.  $f_1$  ve  $f_2$  sırasıyla birinci gözden ikinci göze ve ikinci gözden dışarıya akan su miktarlarını göstermektedir.  $f_1$  değişkeninin  $(x - y)$  seviye farkıyla,  $f_2$  değişkeninin ise  $y$  seviyesiyle orantılı olduğu varsayıldığında sis-

temi temsil eden doğrusal model aşağıdaki gibi elde edilir.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} \quad (5.6)$$

Bilindiği gibi, gözler arasındaki su akışı ile dışarıya akan su miktarının, yani  $f_1$  ve  $f_2$  değişkenlerinin su seviyeleri ile doğru orantılı olduğu kabulü gerçeğe uygun değildir. Gerçekte bu değişkenler su seviyelerinin kare kökleriyle orantılıdır. Bir başka deyişle Eş. 5.6 ile verilen doğrusal modelin katsayıları sabit değildir ve gözlerdeki su seviyeleri değiştikçe katsayılar da değişmektedir [55, 56]. Bu durum, su tankı sisteminde doğrusal olmayan bir etkiye neden olan diğer bir unsurdur.

Çokdöngülü ve çokdeğişkenli GÇ-RKKD yöntemlerinin uygulanabilmesi için su tankı sistemi iki girişli iki çıkışlı olacak şekilde düzenlenmiştir. İlgili şematik gösterim Şekil 5.4'teki gibidir.



Şekil 5.4. İki girişli iki çıkışlı olarak düzenlenmiş su tankı sisteminin şematik gösterimi

Burada,  $u_1$  ve  $u_2$  birinci ve üçüncü gözler için su miktarlarını,  $y_1$ ,  $x$  ve  $y_2$  ise gözlerdeki su seviyelerini göstermektedir. Seviye denetimi birinci ve üçüncü gözlerde yapılmaktadır.  $f_1$  ve  $f_2$  sırasıyla birinci ve ikinci gözden dışarıya doğru olan su akışını,  $f_{1x}$  birinci gözden ikinci göze,  $f_{2x}$  ise ikinci gözden üçüncü göze olan su akışını ifade etmektedir. Tek girişli tek çıkışlı yapıya benzer şekilde,  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_{1x}$  ve  $f_{2x}$  değişkenlerinin sırasıyla  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_1 - x$  ve  $x - y_2$  seviyeleri ile doğru orantılı olduğu kabul edildiğinde su tankı sistemi aşağıdaki gibi modellenir. Tek girişli tek çıkışlı sistem modelinde

olduğu gibi sistem parametreleri çalışma noktasına göre farklılık göstermekte, yani zamanla değişmektedir.

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{B_{11}(s)}{A(s)} & \frac{B_{12}(s)}{A(s)} \\ \frac{B_{21}(s)}{A(s)} & \frac{B_{22}(s)}{A(s)} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Burada,

$$\begin{aligned} A &= a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + 1 \\ B_{11} &= b_{110}s^2 + b_{111}s + b_{112} \\ B_{12} &= b_{120} \\ B_{21} &= b_{210} \\ B_{22} &= b_{220}s^2 + b_{221}s + b_{222} \end{aligned} \quad (5.8)$$

biçimindedir. Tek girişli tek çıkışlı olarak düzenlenmiş su tankı sistemi için Eş. 5.6, okdeğişkenli biçimde düzenlenmiş sistem için ise Eş. 5.7 ve Eş. 5.8 ile verilen doğrusal sistem modellerinin nasıl türetildiği ve model katsayılarına dair ayrıntılı bilgiye daha önce yapılan çalışmalardan ulaşılabilir [52, 57, 58, 54]. Ancak hatırlanacağı gibi, G-RKKD yönteminin uygulanabilmesi için sistem parametrelerinin bilinmesine veya kestirilmesine gerek yoktur. Gerekli n bilgi denetlenen sistemin görelili derecesidir. Yukarıda verilen doğrusal modeller yardımıyla tek girişli tek çıkışlı 2. derece su tankı sisteminin görelili derecesinin

$$\rho(\mathbf{G}) = 2, \quad (5.9)$$

Çokdeğişkenli sistemin görelili derecelerinin ise

$$\rho(\mathbf{G}) = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

biçiminde olduğu görülebilir. Uygulamalar esnasında model aktarım işlevleri ile  $E$  ve  $F$  süzgeçlerinin seçiminde bu görelili derece bilgisi esas alınmıştır.

Sonuç olarak, su tankı sistemi kuvvetli doğrusal olmayan özellikler sergilemektedir. Doğrusallığı bozucu sebepler vana yapıları, vanalardaki çalkantılı su akışı, zamanla değişen pompa karakteristikleri ve zamanla değişen sistem parametreleri biçiminde özetlenebilir. Önceki bölümlerde, GÇ-RKKD yönteminin bu tür etkiler karşısında gürbüz bir yöntem olduğu vurgulanmış ve yapılan analizler ve benzetim örnekleri ile bu durum gösterilmişti. Su tankı sisteminin, sergilediği bu özellikler nedeniyle, GÇ-RKKD yönteminin gerçek zamanlı başarımını sınamak için uygun bir yapı oluşturduğu görülmektedir.

### 5.3 Uygulama Sonuçları

Bu kısımda tek girişli tek çıkışlı, çokdöngülü ve çokdeğişkenli GÇ-RKDD yöntemlerinin üç gözlü su tankı sistemi üzerinde uygulanması ile elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Su tankı ilk olarak tek girişli tek çıkışlı 2. derece bir sistem olarak düzenlenmiş, ardından çokdöngülü ve çokdeğişkenli yöntemlerin uygulanabilmesi için iki girişli iki çıkışlı olarak ayarlanmıştır.

Su tankı sistemi üzerinde yapılan önceki çalışmalarda uygun örnekleme aralığı  $2sn$  olarak belirlenmiştir [52, 57, 58, 54]. Ancak bilindiği gibi, röle ile KKD yöntemleri kuramsal olarak röle elemanlarının anlık olarak anahtarlanabildiği kabul edilmektedir. Pratik uygulamalarda ise anahtarlama için sonlu bir zaman aralığı gerektiğinden, örnekleme aralığı sistemin fiziksel özellikleri elverdiği ölçüde düşük seçilmelidir. Bu doğrultuda, sisteme su girişini sağlayan pompaların aç-kapa biçiminde kullanıldığı uygulamalarda örnekleme aralığı  $1sn$  olarak belirlenmiştir. Hem pompaların tepki süreleri hem de sürekli aç-kapa biçiminde çalışmalarının pompalar üzerinde yaratacağı yıpratıcı etki göz önüne alındığında, daha düşük bir örnekleme aralığının seçilmesi uygun bulunmamıştır. Su pompalarının aç-kapa biçiminde kullanılmadığı durumlarda, röle elemanları sanal olduğundan ve denetim sinyalindeki değişimler çok daha küçük olduğundan, örnekleme aralığı  $0.25sn$  olarak seçilmiştir.

Uygulamalar esnasında dikkat edilmesi gereken bir diğer husus su pompalarının sağlayabildiği kısıtlı su girişi miktarıdır. Pompalar en fazla dakikada  $5.77lt$  su basabilmektedir. Benzer şekilde, su tankının gözlerinden dışarıya su basma olanağı bulunmadığından, hesaplanan negatif denetim sinyalleri yine algoritma içerisinde  $0lt/dk$  ile kısıtlanmıştır. Özetle, giriş değişkenleri, sistemin fiziksel özelliklerinden kaynaklı olarak  $0lt/dak$  ve  $5.77lt/dak$  ile sınırlıdır.

### 5.3.1 Tek girişli tek çıkışlı GÇ-RKKD yöntemi ile elde edilen sonuçlar

Bu kısımda tek girişli tek çıkışlı GÇ-RKKD yönteminin 2. derece olarak düzenlenmiş su tankı sistemine uygulanmasına ilişkin sonuçlara yer verilmiştir. Uygulama süresi 60dak olarak belirlenmiştir. Gerçekleştirilen ilk uygulamaya ait sonuçlar üç grafik halinde Şekil 5.5'te gösterilmiştir. İlk grafikte dayanak girişi  $w$  (kare dalga), sistem çıkışı  $y$  ve model çıkışı  $y_m$  (kesikli çizgi), ikinci grafikte denetim sinyali  $u$  üçüncü ve son grafikte ise hata sinyali  $e$  yer almaktadır. Dikkat edilirse, bu uygulamada su pompası aç-kapa biçiminde çalıştırılmıştır. Önceki kısımdan hatırlanacağı gibi, su girişi  $0\text{lt}/\text{dak}$  ve  $5.77\text{lt}/\text{dak}$  arasında sınırlı olduğundan, röle genlikleri  $r_a = 5.77$  ve  $r_b = 0$  olarak seçilmiştir. Bir başka deyişle bu uygulama bir bakışlı olmayan röle ile KKD uygulamasıdır. Sistem tepkisinin Eş. 5.11'de görülen 1. derece modeli takip etmesi istenmiştir.

$$M(s) = \frac{1}{50s + 1}, \quad \rho(M^{-1}G) = 1 \quad (5.11)$$

Bir önceki kısımda su tankı sisteminin görece derecesi  $\rho(G) = 2$  olarak belirlendiğinden, 1. derece model kullanılarak Eş. 2.10 ile verilen koşulun sağlandığı görülebilir. Uygulama sırasında çıkış sinyali üzerinde düşük genlikli ve yüksek sıklıklı gürültünün etkili olduğu gözlenmiştir. Gürültünün yüksek sıklıklı bileşenlerini süzmek amacıyla model aktarım işlevi

$$M'(s) = \frac{(s + 1)^2}{50s + 1} \quad (5.12)$$

şeklinde değiştirilmiştir. Hatırlanacağı gibi, model aktarım işlevine eklenen sıfırlar nedeniyle görece derece koşulu yüksek sıklıklarda sağlanmasa da sistemin normal çalışma sıklığında sağlanabilmekte ve KKD elde edilebilmekteydi.

Şekil 5.5.c incelendiğinde, hatanın benzetimin başlangıç anından itibaren azalmaya başladığı görülmektedir. Hata pozitif ve azalma eğilimindedir, bir başka deyişle  $e \dot{e} < 0$  eşitsizliği yani kayan kip koşulu başlangıç anından itibaren sağlanmaktadır.  $e = 0$  eşitliği sağlandığı andan itibaren hatanın sıfır etrafında yüksek sıklıkta salındığı gözlenebilir. Ayrıca gürültünün etkisi hata sinyali üzerinde açıkça görülmektedir. Şekil 5.5.b'ye dikkat edilirse,  $e = 0$  eşitliği sağlandığı anda röle kayan kipte çalışmaya başlamıştır. Dayanak sinyalinin değer değiştirdiği anlarda kayan kip koşulları

anlık olarak bozulsa da,  $e\epsilon < 0$  koşulu hemen yeniden sağlandığından hata sinyali sıfır değerine ulaşmış ve röle tekrar kayan kipte çalışmaya başlamıştır.

Şekil 5.5.a'da verilen sistem ve model çıkışlarına dikkat edilirse, model takibinin durgun durumda dahi bir miktar sapmalı olduğu göze çarpmaktadır. Bunun nedeni seçilen örnekleme aralığının ( $h = 1sn$ ) yeterince düşük olmamasıdır. Hatırlanacağı gibi, kuramsal olarak rölenin çok yüksek sıklıkla anahtarlanabilmesi gerekmektedir. Örnekleme aralığı azaltılarak model takibinin iyileştirilebileceği, daha düşük örnekleme aralığı ile yapılan kısa süreli uygulamalarla desteklenmiştir. Ancak daha önce de belirttiği gibi, bu durum su pompaları üzerinde aşırı ısınmaya neden olduğundan ve olası yıpratıcı etkileri nedeniyle uzun süreli uygulamalar gerçekleştirilmemiş ve  $1sn$  örnekleme aralığı seçilerek gerçekleştirilen uygulama sonuçları sunulmuştur. Benzetim çalışmalarından hatırlanacağı gibi, röle genliğini arttırarak geçici tepki esnasındaki model takibini iyileştirmek mümkündür. Fakat su pompaları aç-kapa şeklinde kullanıldığından pompalar üzerindeki fiziksel kısıtlar nedeniyle röle genliğinin arttırılması, bu uygulama için söz konusu değildir.

Tek girişli tek çıkışlı su tankı sistemi üzerinde gerçekleştirilen bir sonraki uygulamaya ait sonuçlar Şekil 5.6'da verilmiştir. Bu uygulamada, röle çıkışında oluşan yüksek sıklıklı denetim sinyalinin sisteme doğrudan uygulanması istenmediğinden, Eş. 5.13'te verilen  $E$  ve  $F$  süzgeçlerinden faydalanılmıştır.

$$E(s) = 20s + 1, \quad F(s) = \frac{1}{400s + 1}, \quad \rho(EM^{-1}GF) = 1 \quad (5.13)$$

Sistem çıkışının Eş. 5.11'de verilen 1. derece modeli takip etmesi istenmiş, ancak çıkış sinyali üzerinde etkili olan gürültünün süzgeçlenmesi amacıyla model aktarım işlevi

$$M'(s) = \frac{\left(\frac{1}{3}s + 1\right)^2}{50s + 1} \quad (5.14)$$

biçiminde değiştirilmiştir. Röle genliği  $r=30$  olarak belirlenmiştir. Beş grafik halinde sunulan benzetim sonuçlarında, bir önceki uygulamadan farklı olarak üçüncü grafikte röle çıkışı  $v$ , dördüncü grafikte röle girişi  $s$ , beşinci ve son grafikte ise hata sinyali  $e$  görülmektedir. Bilindiği gibi röle giriş sinyali  $s$ , dayanak girişinin işaret değiştirdiği

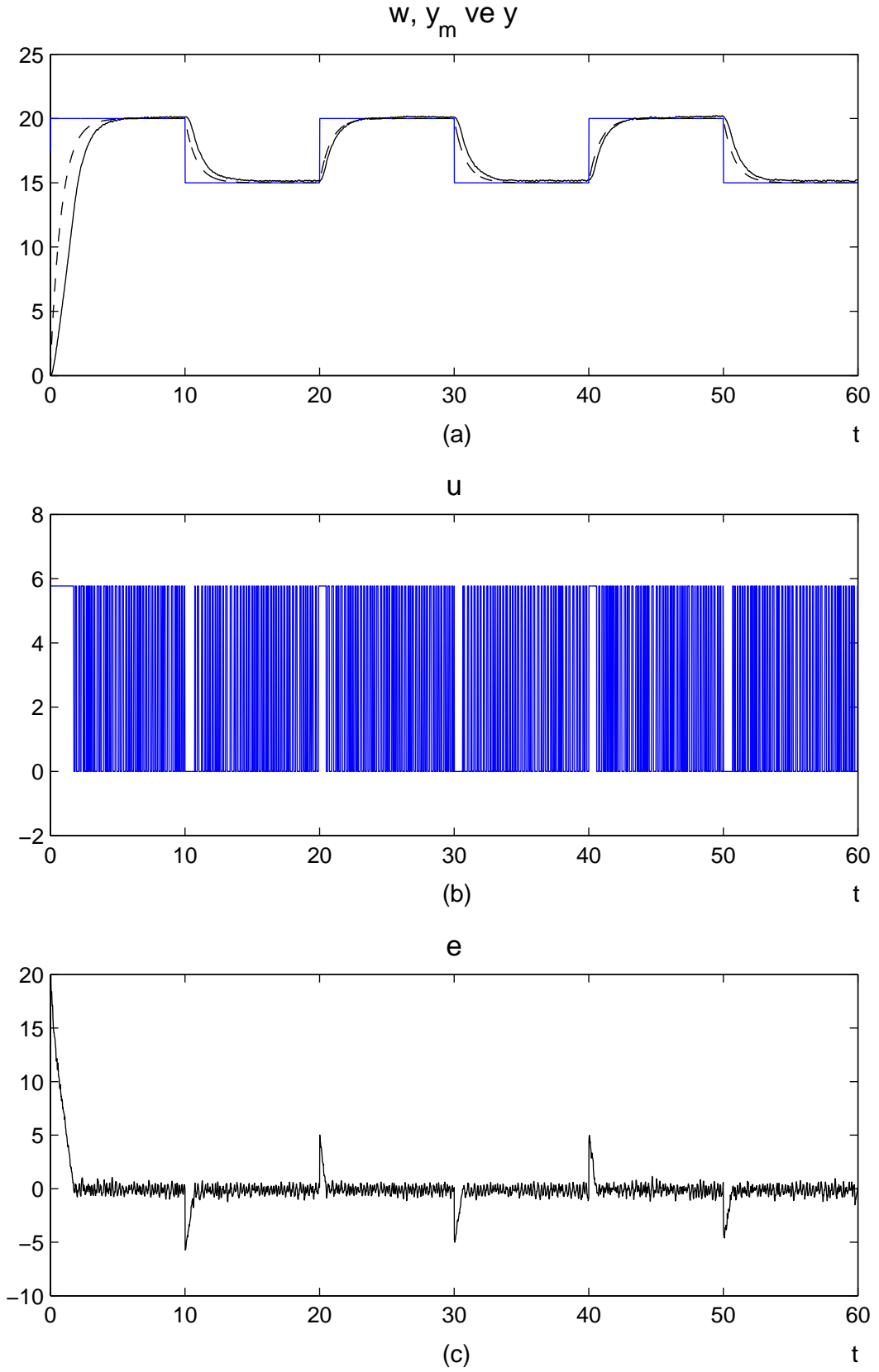
anlarda oldukça büyük genlikli, geri kalan anlarda ise sıfır etrafında düşük genlikli ve yüksek sıklıklı bir sinyaldir. Bu nedenle, daha iyi incelenebilmesi için, grafikte yakınlaştırılmış biçimde gösterilmiştir.

Bölüm 2.2'den de hatırlanabileceği gibi, bu yapıda kayan kip koşulu röle giriş sinyali  $s$  üzerinden tanımlanmaktadır (Eş. 2.31). Şekil 5.6.d'den görüldüğü gibi, uygulamanın başlangıcında kayan kip koşulu sağlanmakta, bu nedenle  $s$  pozitif ve azalma eğilimindedir ( $s\dot{s} < 0$ ). Röle girişi  $s = 0$  değerine ulaştığı halde kayan kip koşulu bir süre sonra bozulduğundan burada kalmamış ve azalmaya devam etmiştir. Ancak dikkat edilirse,  $s$  sinyali  $s = 0$  değeri civarında iken, gürültünün etkisiyle rölenin birkaç kez  $\pm r$  arasında salındığı görülebilir.  $s$  sinyali bir süre sonra artarak  $s = 0$ 'a yeniden ulaşmış fakat artmaya devam etmiştir. Gürültünün etkisiyle rölenin yine  $\pm r$  arasında birkaç salınım gerçekleştirdiği gözlenebilir. Röle girişi azalarak  $s = 0$  değerine yeniden ulaştıktan sonra dayanak girişinin değer değiştirdiği ana dek  $s = 0$  etrafında düşük genlikli ve yüksek sıklıklı bir sinyal olarak kalmıştır. Buna bağlı olarak röle elemanı kayan kipte çalışmış, diğer bir deyişle KKD elde edilmiştir.

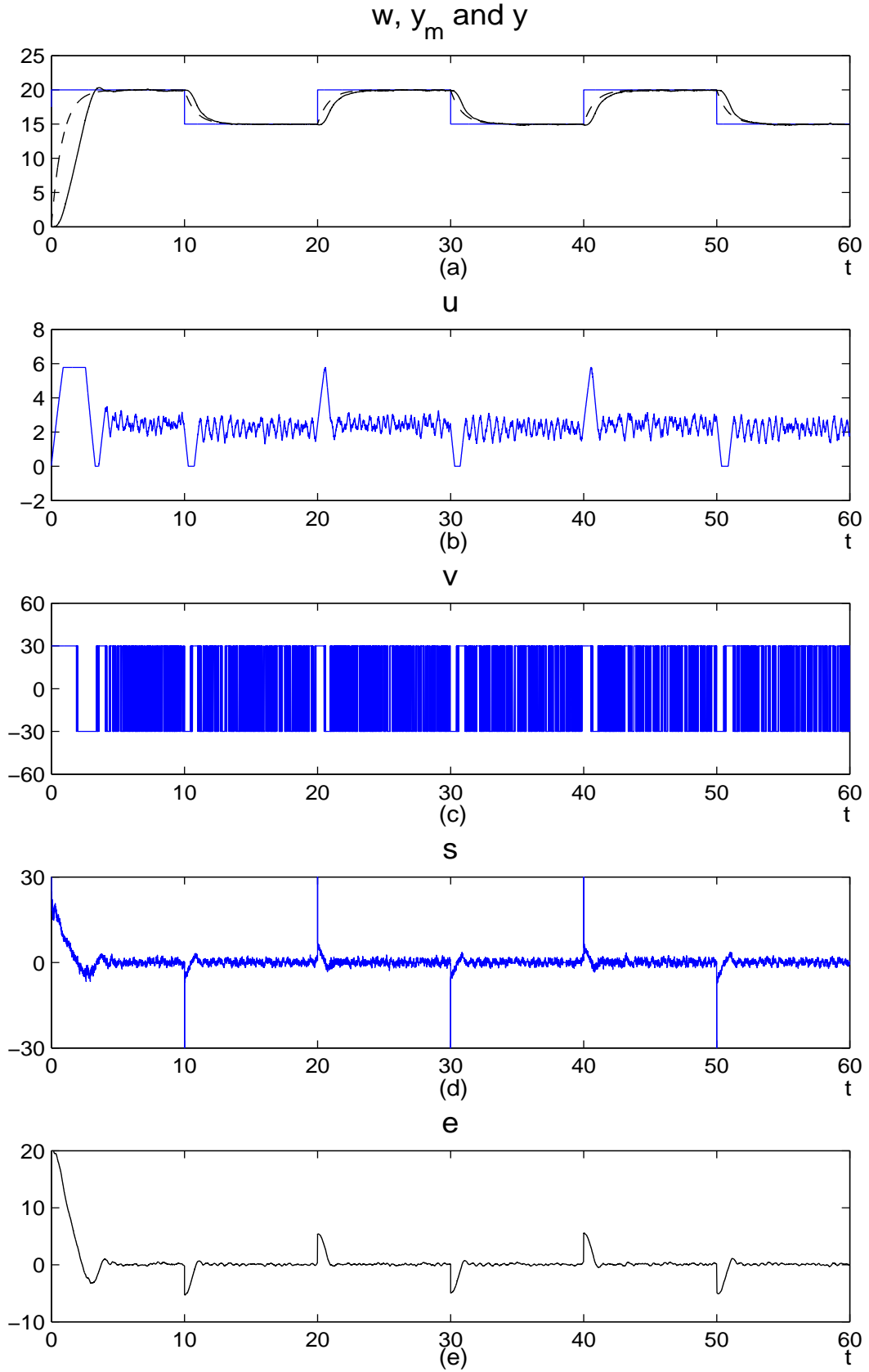
Şekil 5.6.b incelendiğinde, denetim sinyalinin uygulamanın başlangıcında su pompası üzerindeki  $5.77\text{lt/dak}$  ve  $0\text{lt/dk}$  kısıtlarına takıldığı görülür. Uygulamada kullanılan KKD algortiması bu kısıtların dışında kalan bir denetim sinyali hesapladığında, denetim sinyali algoritma içinde kırılmaktadır. Bu durum uygulamanın başlangıcında birkaç kez kayan kip koşulunun bozulup sağlanmasının ve röle giriş sinyalindeki anahtarlanmanın bir nedenidir. Uygulamanın geri kalanında ise denetim sinyalinin, dayanak girişinin  $15\text{cm}'ye$  düştüğü anlarda kısa süreli olarak  $0\text{lt/dak}$  kısıtına takıldığı gözlenmektedir.

Şekil 5.6.a'dan görülebileceği gibi, model takibi özellikle durgun durumda oldukça başarılıdır. Röle genliği arttırılarak geçici tepki esnasındaki model takibinin iyileştirilmesi olanaklı olsa da, denetim sinyali eyleyiciden (su pompası) kaynaklı fiziksel kısıtlara takılacağından, sistem ve model tepkilerinin tam olarak örtüşmesi olanaklı değildir.





Şekil 5.5. Tek girişli tek çıkışlı GÇ-RKDD yönteminine ait uygulama sonuçları ( $r_a = 5.77$ ,  $r_b = 0$ )



Şekil 5.6. Tek girişli tek çıkışlı GÇ-RKDD yönteminde  $E$  ve  $F$  süzgeçlerinin kullanımı ( $r = 30$ )

### 5.3.2 Çokdöngülü GÇ-RKKD yöntemi ile elde edilen sonuçlar

Çokdöngülü GÇ-RKKD yönteminin denetim başarımını sınamak amacıyla su tankı sistemi iki girişli iki çıkışlı olarak düzenlenmiş ve yapılan uygulamalara ait sonuçlar aşağıda sunulmuştur. Uygulamalarda süre 30dak olarak belirlenmiştir. Bölüm 5.2' den hatırlanacağı gibi, bu şekilde düzenlenen su tankı sisteminin görelî dereceleri Eş. 3.25 ile verilen koşulları sağlamaktaydı (Eş. 5.10). Bu nedenle, gerçekleştirilen ilk uygulamada bir model aktarım işlevi tanımlanmamış ( $M_1(s) = M_2(s) = 1$ ), sistem çıkışlarının dayanak girişlerini takip etmesi istenmiştir. Su pompalarının aç-kapa şeklinde kullanıldığı bu uygulamaya ait sonuçlar Şekil 5.7 ve Şekil 5.8'de verilmiştir. Her iki döngüye ait şekilde de üçer adet grafik bulunmaktadır. İlk grafikte ilgili döngüye ait dayanak girişi  $w_i$  (kare dalga), sistem çıkışı  $y_i$  ve model çıkışı  $y_{m_i}$  (kesikli çizgi), ikinci grafikte denetim sinyali  $u_i$ , üçüncü grafikte ise hata sinyali  $e_i$  yer almaktadır ( $i = 1, 2$ ).

Şekil 5.7.c ve Şekil 5.8.c incelendiğinde, uygulamanın başlangıç anından itibaren  $e_1$  ve  $e_2$  sinyallerinin azalmaya başladığı, her iki sinyalin de sıfır değerine ulaştıktan sonra sıfır etrafında düşük genlikli olarak salındığı gözlenmektedir. Şekil 5.7.b ve Şekil 5.8.b'de verilen denetim sinyallerine dikkat edilirse, her iki döngünün de ilk anahtarlama anında kayan kipte çalışmaya başladığı görülebilir. Sistem çıkışlarının dayanak girişlerini takip ettiği, ancak çatırdamanın etkisinin oldukça yoğun olduğu gözlenmektedir. Hatırlanacağı gibi, bu uygulamada model olmadığı için hata sinyalleri  $e_1$  ve  $e_2$  doğrudan çıkışlar üzerine binmektedir. Örnekleme aralığı azaltılarak çatırdamanın etkisi bir miktar azaltılabilir. Ancak daha önce de bahsedildiği gibi, pompaların aç-kapa biçiminde kullanıldığı uygulamalarda daha düşük örnekleme aralıklarının kullanılması uygun bulunmamıştır.

Yukarıda verilen uygulamada KKD elde edildiği halde, özellikle çatırtının etkisi nedeniyle denetim başarımı tatmin edici değildir. Bunu yanı sıra su pompalarının aç-kapa biçiminde kullanılması hem röle genliklerinin hem de örnekleme aralığının seçimini sınırlamaktadır. Ayrıca, dayanak girişinin işaret değiştirdiği anlardaki sistem tepkisinin dolma ve boşalma anlarında birbirinden oldukça farklı olduğu gözlenmektedir. Bu nedenle bir sonraki uygulamada sistem çıkışlarının aşağıda verilen modele ait tepkileri takip etmesi istenmiştir.

$$\mathbf{M}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\frac{100}{3}s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{25s + 1} \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Dikkat edilirse, tanımlanan model aktarım işlevi nedeniyle görelî derece koşulları bozulmaktadır. Görelî derece koşullarını (Eş. 3.88) sağlamak amacıyla aşağıdaki gibi bir  $\mathbf{F}$  matrisi belirlenmiş ve genişletilmiş KKD yapısı kullanılmıştır.

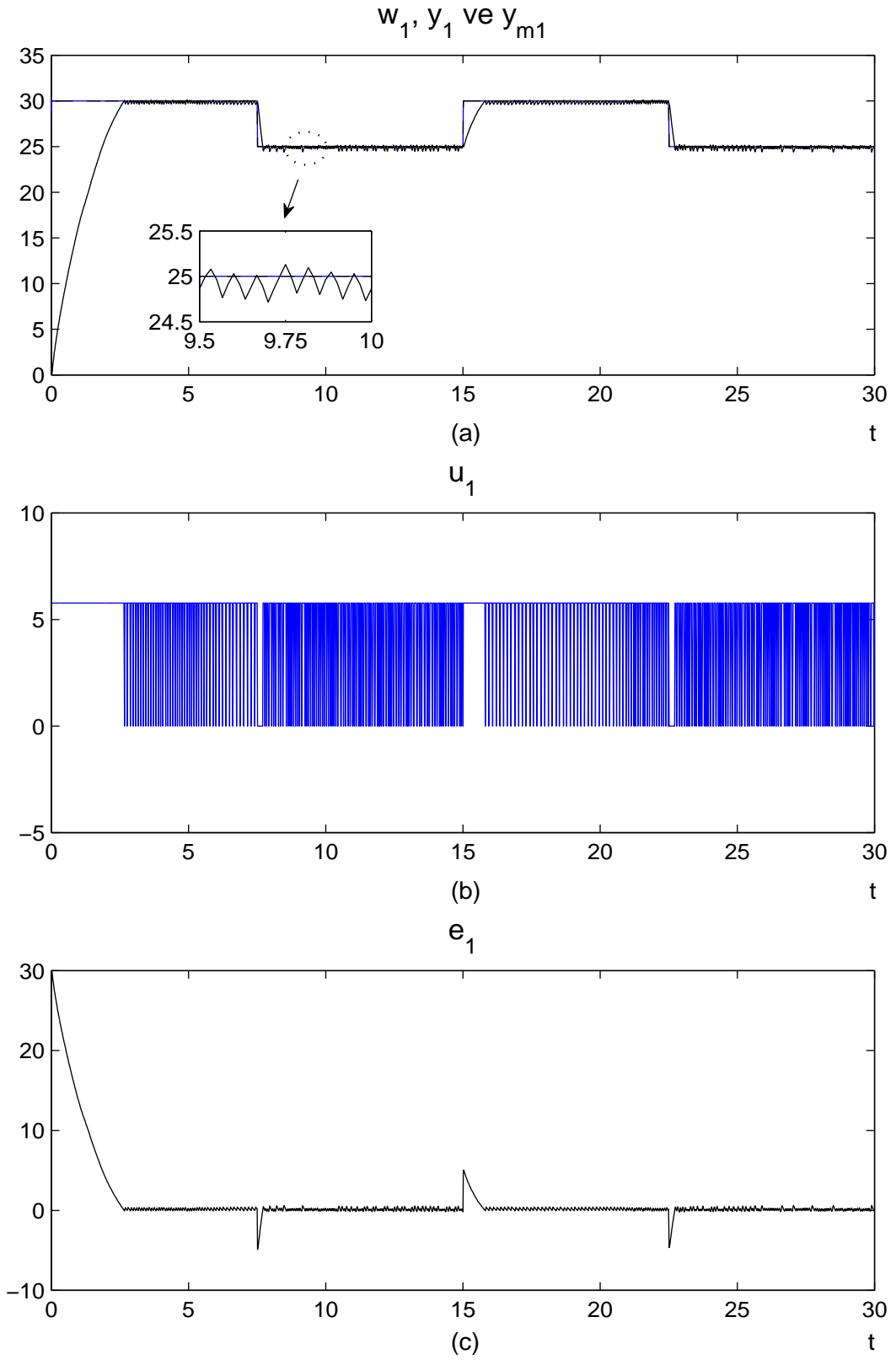
$$\mathbf{F}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{150s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{150s + 1} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Görelî derece koşullarının sağlanmasının yanı sıra,  $\mathbf{F}$  matrisi içerisinde yer alan süzgeçler sayesinde röle çıkışlarındaki sinyallerin yüksek sıklıklı bileşenlerinin süzgeçlenmesi ve böylece çatırtı sorununun da önüne geçilmesi hedeflenmiştir. Ayrıca, su pompaları artık aç-kapa biçiminde çalıştırılmayacağından, röle genlikleri üzerindeki fiziksel kısıtlar da ortadan kalkmıştır. Röle genlikleri  $r_1 = r_2 = 20$  biçiminde belirlenmiştir.

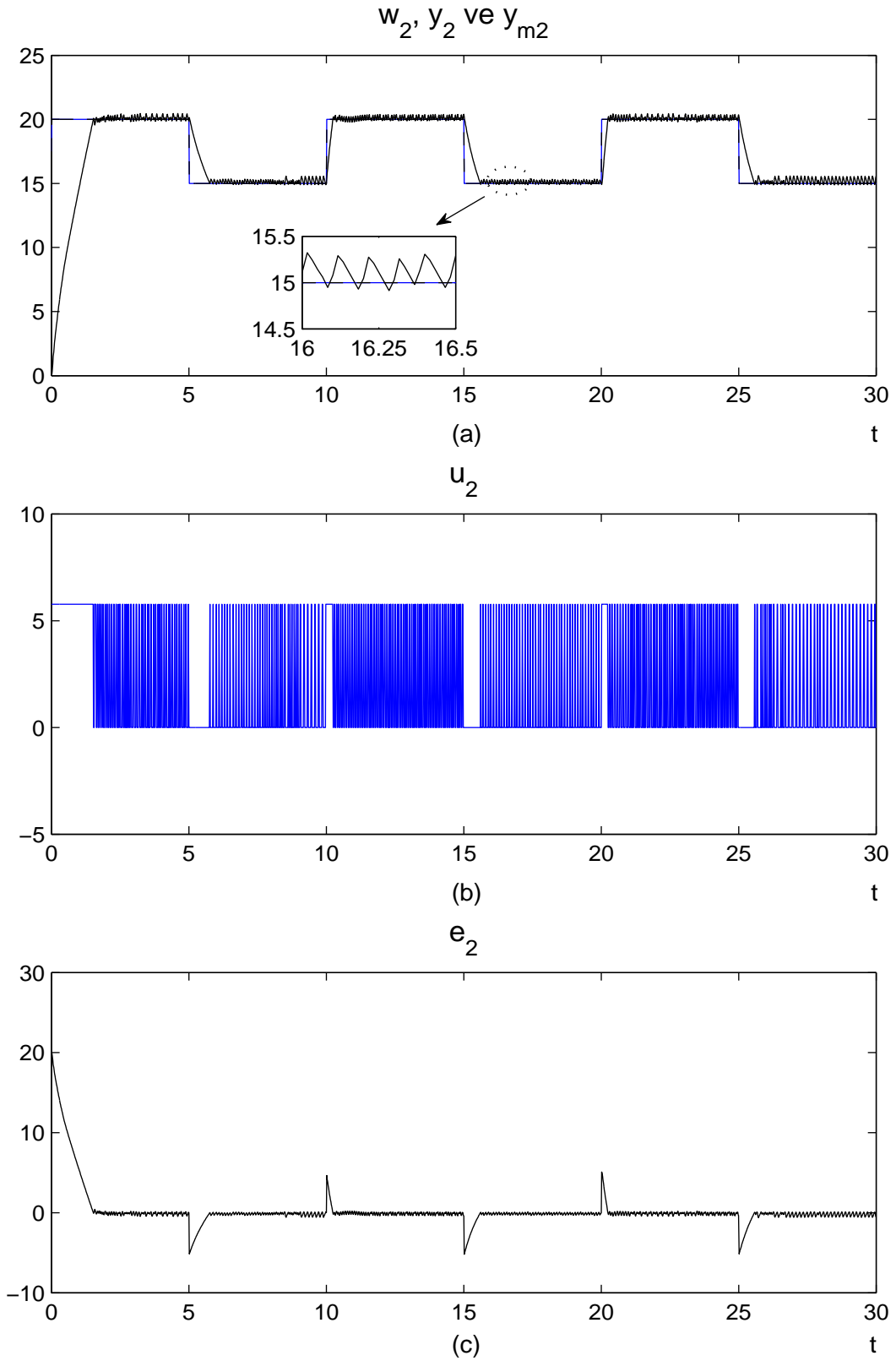
Sistem çıkışları üzerinde etkili olan bozucu sinyallerin etkisini azaltmak amacıyla model aktarım işlevi

$$\mathbf{M}'(s) = \begin{bmatrix} \frac{(0.5s + 1)^2}{\frac{100}{3}s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{(0.5s + 1)^2}{25s + 1} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

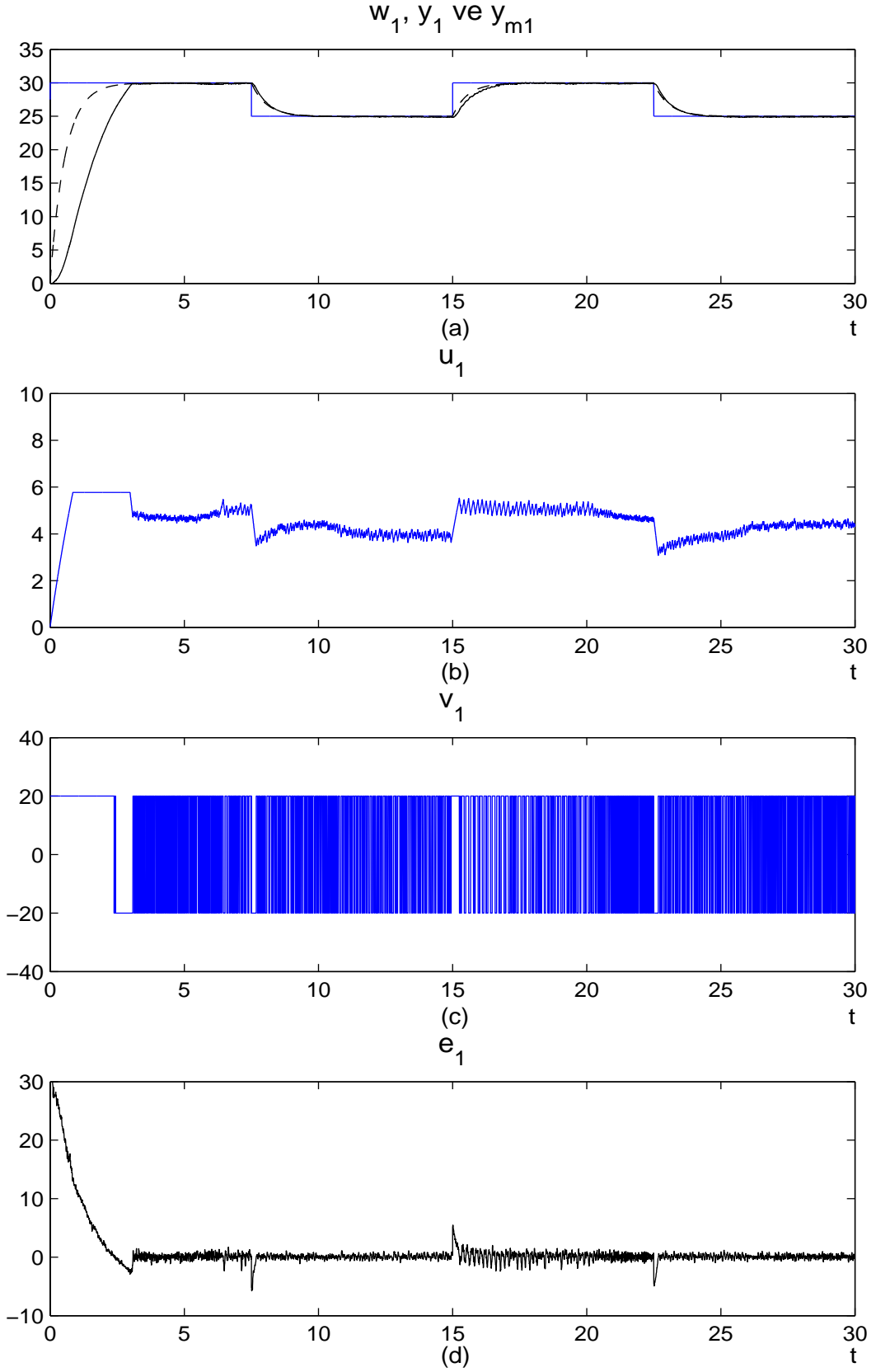
şeklinde değiştirilmiştir. Şekil 5.9 ve Şekil 5.10'da verilen uygulama sonuçlarında, önceki uygulamadan farklı olarak, üçüncü grafikte ilgili döngüye ait röle çıkışı  $v_i$ , dördüncü grafikte ise hata sinyali  $e_i$  gösterilmiştir ( $i = 1, 2$ ). Sonuçlar incelendiğinde her iki sistem çıkışının da model çıkışlarını, hem geçici tepki esnasında hem de durgun durumda oldukça iyi takip ettiği gözlenmektedir. Uygun seçilen model aktarım işlevi ve  $\mathbf{F}$  matrisi sayesinde denetim sinyallerinin, uygulamanın ilk dakikaları hariç, su pompalarından kaynaklı fiziksel kısıtlara takılmadığı gözlenmektedir. Bunun yanı sıra, yine kullanılan  $\mathbf{F}$  matrisi yardımıyla röle çıkışlarında oluşan sinyallerin yüksek sıklıklı bileşenleri süzgeçlenerek denetim sinyalleri yumuşatılmıştır.



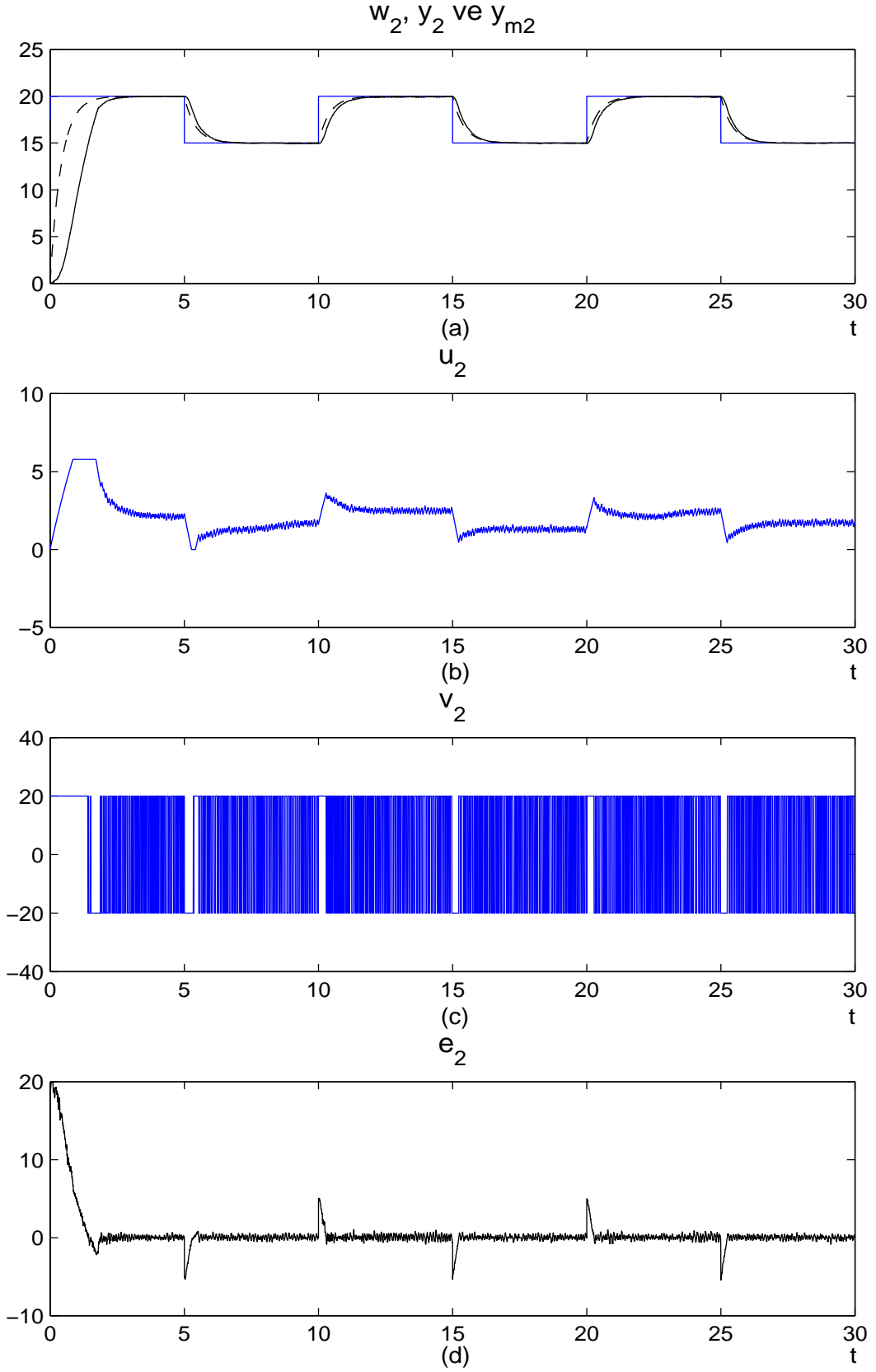
Şekil 5.7. Çokdöngülü GÇ-RKDD yöntemi ile elde edilen sonuçlar  
Birinci döngü ( $r_{1a} = 5.77$ ,  $r_{1b} = 0$ )



Şekil 5.8. Çokdöngülü GÇ-RKDD yöntemi ile elde edilen sonuçlar  
İkinci döngü ( $r_{2a} = 5.77, r_{2b} = 0$ )



Şekil 5.9. Çokdöngülü GÇ-RKDD yönteminde  $F$  matrisinin kullanımı  
Birinci döngü ( $r_1 = 20$ )



Şekil 5.10. Çokdöngülü GÇ-RKDD yönteminde  $F$  matrisinin kullanımı  
İkinci döngü ( $r_2 = 20$ )



### 5.3.3 Çokdeğişkenli GÇ-RKKD yöntemi ile elde edilen sonuçlar

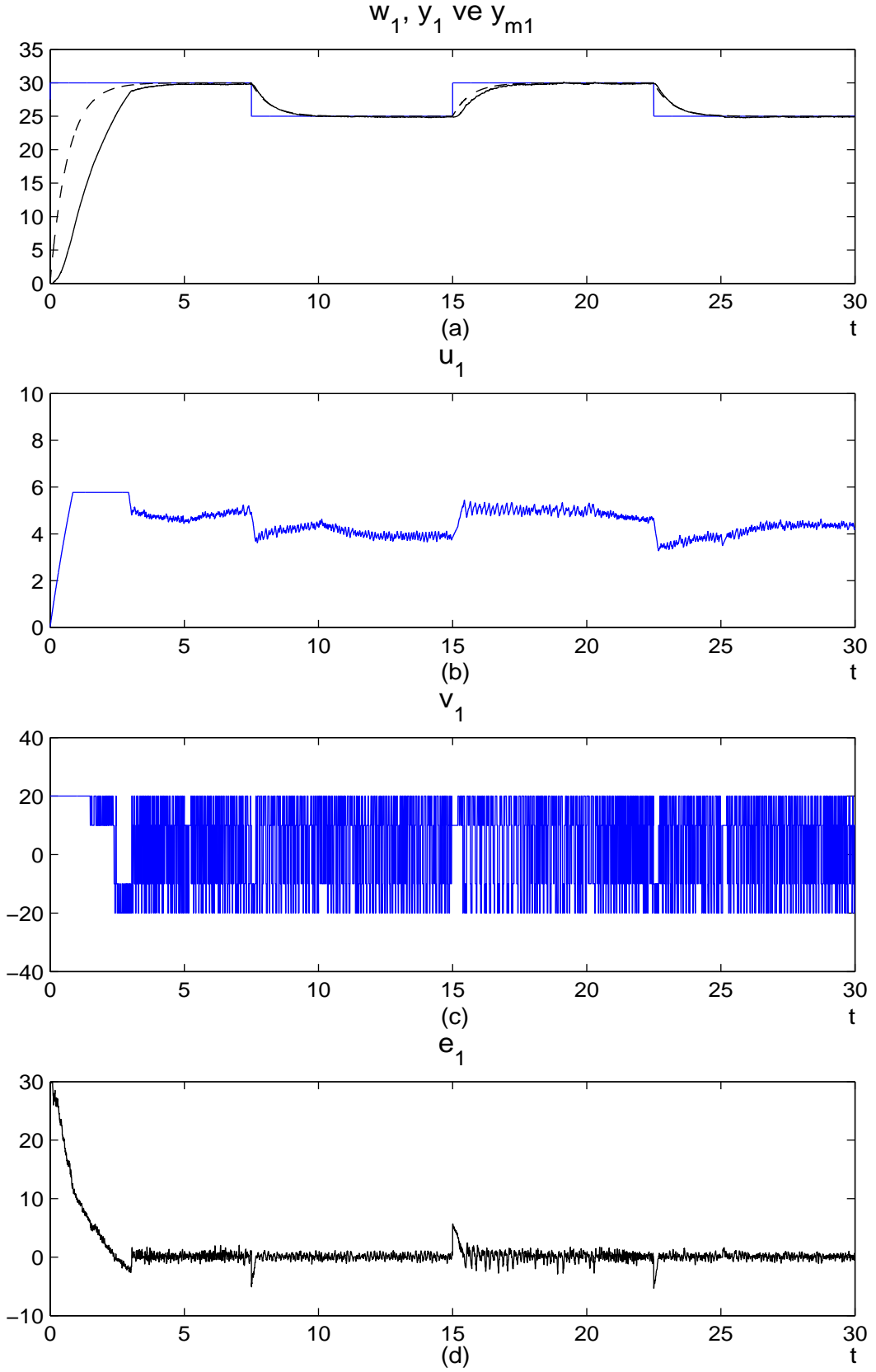
Bu kısımda, su tankı üzerinde çokdeğişkenli GÇ-RKKD yöntemi ile gerçekleştirilen uygulamaya ait sonuçlara yer verilmiştir. Bölüm 4.1'den hatırlanacağı gibi, iki girişli iki çıkışlı bir sistemde çokdeğişkenli GÇ-RKKD yönteminin uygulanabilmesi için 4 adet röle elemanına ihtiyaç duyulmaktadır. Su tankı sisteminde ise yalnızca 2 adet su pompası bulunmaktadır. Bu nedenle yapılan uygulamada sanal röleler kullanılmıştır, bir başka deyişle su pompaları aç-kapa biçiminde kullanılmamıştır. Uygulama süresi 30dak'dır.

Uygulamada kullanılan model aktarım işlevi Eş. 5.15'teki gibidir. Gürültünün etkisini azaltmak amacıyla çokdöngülü yöntemine ait uygulamada olduğu gibi Eş. 5.17 biçiminde değiştirilmiştir. Göreli derece koşulunu sağlamak ve röle çıkış sinyallerini yumuşatmak için Eş. 5.16'da verilen  $F$  matrisinden faydalanılmıştır. Röle genlikleri

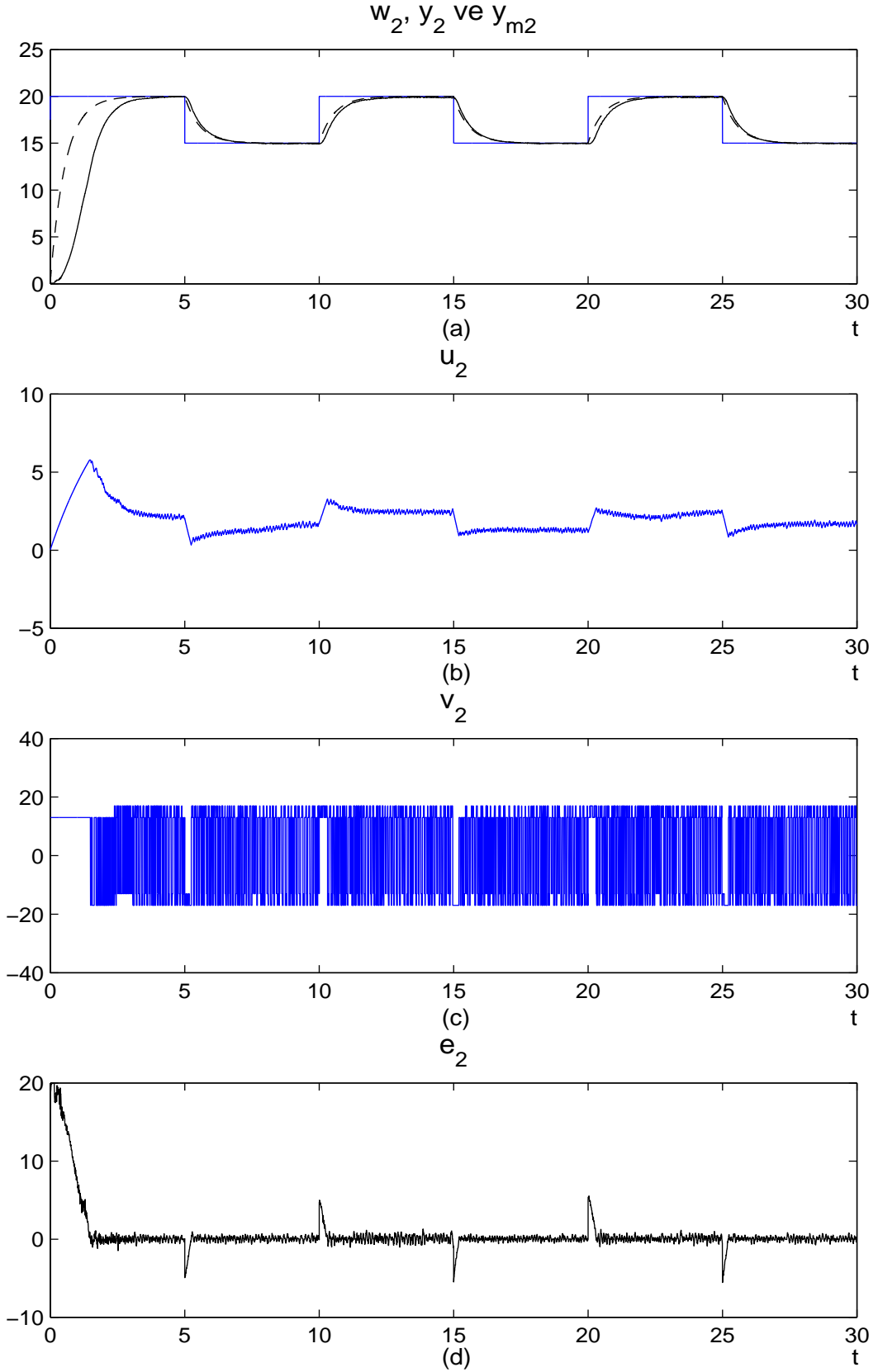
$$R = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ -2 & 15 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

şeklinde seçilmiştir. Dikkat edilirse, bu yapıda kayan kip koşulları Eş. 4.19 ile verilen eşitsizliklerle ifade edilir. Denetlenen yapıda  $\beta_{11} > 0$  olduğundan  $r_{11} > 0$  ve  $r_{11} > r_{12}$  seçilmiştir. Benzer şekilde,  $\beta_{22} > 0$  olduğundan  $r_{22} > 0$  ve  $r_{22} > r_{21}$  koşulları sağlanmıştır.  $\beta_{22}(r_{22} - r_{21}) > |\dot{w}_2 - \dot{\phi}_2^o|$  koşulunu sağlamak için  $r_{21} = -2$  yani ters röle kullanılmıştır. İlgili sonuçlar Şekil 5.11 ve Şekil 5.12'de sunulmuştur. Model takibinin her iki döngüde de başarıyla gerçekleştiği gözlenmektedir.  $F$  matrisi sayesinde yüksek sıklıklı röle çıkış sinyalleri yerine daha yavaş değişen denetim sinyallerinin sisteme uygulandığı görülebilir.

Elde edilen sonuçlar, çokdöngülü yöntem ile (Şekil 5.9 ve Şekil 5.10) ile karşılaştırıldığında, üretilen denetim sinyallerinin, buna bağlı olarak da denetim başarımlarının oldukça benzer olduğunu ortaya koymuştur. Dikkat edilirse, çokdeğişkenli yöntemde kullanılan röle genlikleri çokdöngülü yöntemde kullanılanlara göre daha düşüktür. Bu durum çokdeğişkenli yöntemin bir avantajı olarak düşünülebilir. Ancak kullanılan röle sayısı daha fazladır. Ayrıca, bir önceki paragraftan görülebileceği gibi, çokdeğişkenli yöntemde kullanılması gereken röle genliklerinin belirlenmesi daha zordur. Özetle, uygulamalar esnasında hangi yöntemin kullanılacağına karar verilirken, her iki yöntemin sağladığı avantaj ve dezavantajlar göz önüne alınmalıdır.



Şekil 5.11. Çokdeğişkenli GÇ-RKDD yönteminde  $F$  matrisinin kullanımı  
Birinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{11} = 15, r_{12} = 5$ )



Şekil 5.12. Çokdeğişkenli GÇ-RKDD yönteminde  $F$  matrisinin kullanımı  
İkinci çıkışa karşılık gelen sonuçlar ( $r_{21} = -2, r_{22} = 15$ )

## 6. SONUÇLAR

Bu çalışmanın temel katkısı, daha önce tek girişli tek çıkışlı sistemler için geliştirilen GÇ-RKKD yönteminin çokdeğişkenli sistemlere genişletişmesidir. Bu doğrultuda öncelikle, tek girişli tek çıkışlı sistemler için kayan kip koşulları türetilmiş, eski çalışmalara ek olarak gürbüzlük analizleri tamamlanmış, ardından sırasıyla bakışımı olmayan röleli, kararsız ve en küçük evreli olmayan sistemler üzerinde durulmuştur. Tek girişli tek çıkışlı sistemler için yapılan analizler önce çokdöngülü, sonra çokdeğişkenli sistemler için tekrarlanarak yöntem genelleştirilmiştir.

Yapılan kuramsal çalışmalar benzetim çalışmaları ile desteklenmiş, son olarak üç gözlü su tankı sistemi üzerinde gerçekleştirilen gerçek zamanlı uygulamalar aracılığıyla denetim başarımları irdelenmiştir.

Hem tek girişli tek çıkışlı hem de çokdeğişkenli sistemlerin GÇ-RKKD yöntemi ile denetlenebilmesi için denetlenen yapının ve kullanılan röle elemanlarının genliklerinin belirli koşulları sağlaması gerekmektedir. Kayan kip koşulları tek girişli tek çıkışlı sistemler için basit bir eşitsizlik ile ifade edilirken, çokdöngülü sistemlerde KKD elde edilebilmesi için daha fazla sayıda koşul bulunmaktadır. Çokdeğişkenli sistemler söz konusu olduğunda ise kayan kip koşullarının daha da karmaşıklaştığı görülmüştür. Buna karşılık, çokdeğişkenli sistemler için türetilen kayan kip koşullarının çokdöngülü yapıları da kapsayarak daha genel bir ifade ortaya koyduğu vurgulanmıştır.

Denetlenen sistemin yapısına müdahale etmek çoğunlukla olanaklı olmadığından röle genlikleri kayan kip koşullarının sağlanmasında belirleyicidir, bir başka deyişle koşulların sağlanabilmesi için röle genlikleri yeterince büyük seçilmelidir. Röle genlikleri büyüdükçe denetim başarımlarının iyileştiği gözlenmiştir. Ancak gerçek uygulamalar dikkate alındığında, fiziksel kısıtlamalar söz konusu olduğundan, röle genliklerini istenildiği kadar arttırmak olanaklı olmayabilir. Genliklerin seçimi kullanılan eyleyicilerin fiziksel sınırları dahilinde olmalıdır.

GÇ-RKKD yönteminin elde edilebilmesi için türetilen koşullar dikkate alındığında, bu koşulların sağlanabilmesi için denetlenen yapının belirli görelî derece özelliklerini de sağlaması gerektiği görülmektedir. Aksi takdirde KKD'in elde edilmesi olanaklı değildir. Tek girişli tek çıkışlı sistemler için görelî derece koşulunun sağlanmadığı du-

rumlarda, uygun dereceli süzgeçler vasıtasıyla denetim yapısı genişletilebilmekte ve görelî derece koşulları sağlanabilmektedir. Çokdöngülü ve çokdeğişkenli yapılarda ise bu kez uygun dereceli süzgeçlerden oluşan matrisler yardımıyla bu koşullar sağlanabilir. Görelî derece koşullarının bazı özel durumlarında, çokdöngülü ve çokdeğişkenli sistemler için türetilen kayan kip koşulları sadeleşmekte ve daha basit bir biçim almaktadır. Söz konusu matrisler yardımıyla genişletilmiş denetim yapısı kullanılarak, denetlenen yapı basitlik nedeniyle tercih edilen bu biçimlere getirilebilir.

Genişletilmiş denetim yapısında röle elemanlarından sonra kullanılan süzgeçlerin önemli bir işlevi de, röle çıkışlarında oluşan yüksek sıklıklı sinyallerin süzgeçlenmesini sağlamaktır. Bu sayede denetlenen yapı bu yüksek sıklıklı bileşenlerden korunmuş olurken, diğer yandan da KKD'de istenmeyen bir problem olan çatırtının büyük ölçüde önüne geçilmiş olur. Ayrıca, bu yapıda röle elemanları artık eyleyici olarak kullanılmadığından, röle genliğinin seçimindeki eyleyicinin fiziksel özelliklerinden kaynaklanan kısıtlamalar da ortadan kalkmaktadır.

KKD yöntemlerinin gürbüz denetim yöntemleri olduğu bilinmektedir. GÇ-RKKD yöntemi ile denetlenen tek girişli tek çıkışlı ve çokdeğişkenli sistemler üzerinde yapılan analizler ideal olmayan çalışma koşulları altında da KKD'in elde edilebileceğini göstermiştir. Parametre değişikliklerinin ve bozucuların etkili olduğu durumlar için türetilen kayan kip koşulları, röle genliklerinin ideal duruma göre daha yüksek seçilmesi gerektiğini ortaya koymuştur. Yapılan benzetimler sonucunda, röle genlikleri yeterince büyük seçildiği takdirde denetim başarımının bozucu etkenlerden olumsuz etkilenmediği ve sistemlerin kayan kipte çalışmaya devam ettiği gözlenmiştir. Bu konuda istisnai bir durum, çıkış sinyali üzerinde beyaz gürültü etkili olduğunda ortaya çıkmaktadır. Benzetimler, uygulamalarda gerçekleştirilebilecek kadar küçük röle genlikleri ile KKD'in elde edilemediğini göstermiştir. Bu nedenle model aktarım işlevlerine alçak geçiren süzgeçler ilave edilerek, görelî derece koşullarının bozucunun etkili olduğu yüksek sıklıklarda sağlanmasa da, sistemin normal çalışma sıklığında sağlanması hedeflenerek, hem benzetimlerde hem de gerçek zamanlı uygulamalarda KKD başarılı bir şekilde elde edilmiştir.

Pratikte kullanılan pek çok eyleyici bakışlıklı röle yapısına uymamaktadır. Bu nedenle, bakışlıklı olmayan röle elemanlarının eyleyici olarak kullanıldığı durumlar için kayan kip koşulları türetilmiştir. Bu koşulların doğruluğu benzetimler ve gerçek za-

manlı uygulamalar ile gösterilmiştir. Ayrıca, bakışımı olmayan röleli durum için elde edilen kayan kip koşullarının, hem tek girişli tek çıkışlı, hem de çokdöngülü ve çokdeğişkenli yapılar söz konusu olduğunda, bakışımı röleli durumu kapsadığı ve daha genel bir ifade ortaya koyduğu belirtilmiştir.

GÇ-RKDD yönteminin kararsız sistemlerin denetimindeki başarımı tek girişli tek çıkışlı örnek bir sistem üzerinden incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar sistem durumlarının başlangıç değerlerinin kararsız sistemlerin denetiminde önemli bir rol oynadığını göstermiştir. Başlangıç değerlerinin durum uzayındaki konumuna bağlı olarak sistem tepkisi kararlı veya kararsız olabilmektedir. Bunun yanı sıra, kayan kip için gerekli olan  $e\dot{e} < 0$  koşulunun durum uzayında sağlandığı bölgeler ile sistem tepkisinin kararlı olduğu bölgelerin tam olarak örtüşmediği, ayrıca her iki bölgenin de genişliğinin seçilen röle genlikleriyle ilintili olduğu görülmektedir. Sonuç olarak, kararlı sistemlerde KKD'in elde edilebilmesi için  $e\dot{e} < 0$  koşulu yeterli iken, kararsız sistemlerin GÇ-RKDD yöntemi ile denetlenebilmesi için sistem durumlarının başlangıç değerlerinin sistem tepkisinin kararlı olduğu durum uzayı bölgesinde bulunması gerekmektedir. Röle genliği artırılarak kayan kipten elde edilebileceği başlangıç koşullarını içeren bu bölge genişletilebilir. Tek girişli tek çıkışlı sistemler için elde edilen bu sonucun çokdöngülü ve çokdeğişkenli sistemler için de geçerli olduğu düşünülmektedir. Bu düşünce benzetim çalışması ile desteklenmiştir.

En küçük evreli olmayan tek girişli tek çıkışlı bir sistem üzerinde yapılan analiz, bu tür sistemlerde, sistem durumlarının başlangıç değerlerinin durum uzayındaki konumlarına bağlı olarak üç farklı sonucun ortaya çıkabileceğini göstermiştir. Durum uzayının büyük bir kısmında yer alan başlangıç değerleri için KKD elde edilememekte, sistem tepkisi kararlı bir noktaya ulaşarak orada kalmaktadır. Başlangıç değerleri belirli bir bölge içerisinde kaldığında, kısmi olarak KKD'in elde edilebildiği ancak belirli bir süre sonra sistemin kayan kipten çıktığı ve çıkışın kararlı bir noktaya ulaştığı görülmüştür. KKD'in kalıcı olarak elde edilebildiği tek bir durum söz konusudur. Bu istisnai durum, başlangıç değerleri  $x_0 = 0$  iken ortaya çıkmaktadır. Ancak bilindiği gibi, gerçek uygulamalar esnasında sistemler sürekli belirsizlikler ve bozucu unsurların etkisi altında olduğundan, sistem durumlarının sürekli aynı değerde kalabileceği varsayımı gerçekçi değildir. Özetle, tek girişli tek çıkışlı sistemler için elde edilen bu sonuçlar doğrultusunda, çokdöngülü ve çokdeğişkenli sistemler de dahil olmak üzere, en küçük evreli olmayan sistemlerin bu tez çalışması kapsamında

sunulan GÇ-RKKD yöntemi ile denetlenemeyeceği sonucuna ulaşılmıştır.

Daha önce de belirtildiği gibi, bu tez çalışmasının öncelikli amacı GÇ-RKKD yöntemini çokdeğişkenli sistemlere genişletmektir. Öncelikle daha basit bir yapı olan çokdöngülü sistemler ele alınmış, ardından yöntem çokdeğişkenli sistemleri kapsayacak şekilde genelleştirilmiştir. Denetim başarımlarını gerçek zamanda karşılaştırmak amacıyla üç gözlü su tankı sistemi üzerinde uygulamalar gerçekleştirilmiştir. Uygulamalar esnasında parametre kestirimi yapılmamış, doğrusal modelleme tekniği kullanılarak elde edilen görelî derece bilgisi dışında herhangi bir ön bilgi kullanılmamıştır. Su tankı sistemi güçlü doğrusal olmayan özellikler sergilediği halde, hem tek girişli tek çıkışlı, hem de çalışma kapsamında geliştirilen çokdöngülü ve çokdeğişkenli yöntemler oldukça başarılı sonuç vermiştir.

Çokdöngülü ve çokdeğişkenli yöntemlerin denetim başarımları karşılaştırıldığında, her iki yöntem kullanılarak elde edilen benzetim ve uygulama sonuçlarının başarılı sonuç verdiği, elde edilen denetim başarımlarının oldukça benzer olduğu görülmüştür. Ancak bu iki yöntemin birbirine kıyasla bazı avantajları ve dezavantajları bulunmaktadır. Çokdeğişkenli yapılar için türetilen kayan kip koşulları çokdöngülü sistemler için türetilen koşullara oranla daha karmaşıktır. Bu nedenle, çokdöngülü yöntem kullanılarak KKD'in elde edilebileceği röle genliklerini saptamak daha kolaydır. Çokdöngülü yapılarda  $n$  adet röle kullanılırken ( $n$ : sistem boyutu), çokdeğişkenli yapılarda röle sayısı  $n^2$ 'dir. Bu nedenle denetim algoritmasının oluşturulması aşamasında çokdöngülü yöntemin daha basit olduğu görülmektedir. Buna karşılık, çokdöngülü yapılarda KKD'in elde edilebilmesi için gerekli olan görelî derece koşulları daha bağlayıcıdır. Çokdeğişkenli yöntem ise görelî derece koşulları hususunda belirgin bir esneklik getirmektedir. Bunun yanı sıra, röle elemanlarının eyleyici olarak kullanıldığı, ancak eyleyiciler üzerindeki fiziksel kısıtlamalar nedeniyle kayan kip koşullarının her döngüde tek röle kullanılarak sağlanamadığı durumlar söz konusu olabilir. Bu gibi durumlarda çokdeğişkenli GÇ-RKKD yöntemi tercih edilebilir, bir başka deyişle her döngüde düşük genlikli birden fazla eyleyici kullanılarak (eyleyici maliyetleri de göz önüne alınarak) KKD elde edilebilir.

Özetle, pratik uygulamalarda, denetim başarımları birbirine çok yakın olan bu iki yöntemden daha basit olan çokdöngülü GÇ-RKKD yönteminin kullanılması önerilmektedir. Ancak, çokdeğişkenli GÇ-RKKD yönteminin getirdiği esnekliklere ihtiyaç

duyulduğu takdirde bu yöntem tercih edilmelidir.

Bu tez çalışmasının ardından ileriye dönük gerçekleştirilebilecek çalışmalar;

- Belirli bir ayarlama mekanizması geliştirilerek röle genliğinin uyarlamalı olarak belirlenmesi,
- Kararsız sistemler üzerinde kapsamlı çözümler yapılarak, sistem tepkisinin kararlı olduğu durum uzayı bölgelerinin röle genliği ile ilintili kesin sınırlarının belirlenmesi,
- GÇ-RKKD yöntemlerinin denetim başarımlarının durum uzayında tanımlı KKD yöntemleri ile karşılaştırılması ve
- GÇ-RKKD yöntemlerinin endüstriyel uygulamalarda kullanılması

biçiminde özetlenebilir.



## KAYNAKLAR

- [1] V. Kulebakin, "On theory of vibration controller for electric machines," *Theoretical and Experimental Electronics (in Russian)*, vol. 4, **1932**.
- [2] G. Nikolski, "On automatic stability of a ship on a given course," *Proc. of the Central Communication Laboratory (in Russian)*, vol. 1, pp. 34–75, **1934**.
- [3] S. V. Emelyanov, *Theory of Variable Structure Control Systems*. Nauka, Moscow, **1970**.
- [4] V.I. Utkin, *Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems*. English translation (1978), MIR Publishers, **1974**.
- [5] V.I. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," *IEEE Trans. Auto. Control*, vol. 22(2), pp. 212–222, **1977**.
- [6] A. S. I. Zinober, *Variable Structure and Lyapunov Control*. Springer-Verlag, **1993**.
- [7] J. Y. Hung, W. Gao, ve J. C. Hung, "Variable structure control: a survey," *IEEE Trans. Ind. Electronics*, vol. 40(1), pp. 2–22, **1993**.
- [8] C. Edwards ve S. K. Spurgeon, *Sliding Mode Control, Theory and Applications*. Vol. 7 of Systems and Control Book Series, Taylor and Francis Ltd., **1998**.
- [9] K. D. Young, V. Utkin, ve U. Özgüner, "A control engineer's guide to sliding mode control," *IEEE Trans. Auto. Control*, vol. 7(3), pp. 328–342, **1999**.
- [10] V. Utkin, J. Guldner, ve J. Shi, *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. CRC Press, **1999**.
- [11] W. Perruquetti ve J. P. Barbot, *Sliding Mode Control in Engineering*. Marcel Dekker, USA, **2002**.
- [12] T. C. Manjunath, "Design of moving sliding surfaces in a variable structure plant & chattering phenomena," *International Journal of Electronics, Circuits and Systems*, vol. 1(3), pp. 182–188, **2006**.
- [13] A. Bartoszewicz ve J. Zuk, "Sliding mode control - basic concepts and current trends," *IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, pp. 3772–3777, **2010**.
- [14] K. D. Young, "Design of variable structure model-following control systems," *IEEE Trans. Auto. Control*, vol. 23(6), pp. 1079–1085, **1978**.
- [15] A. S. I. Zinober, O. M. E. El-Ghezawi, ve S. A. Billings, "Multivariable variable-structure adaptive model-following control systems," *IEE Proceedings D Control Theory and Applications*, vol. 129(1), pp. 3772–3777, **1982**.
- [16] S. Sarptürk, Y. I Stefanopoulos, ve O. Kaynak, "On the stability of discrete-time sliding mode control systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 32(10), pp. 930–932, **1987**.

- [17] R. A. DeCarlo, S. H. Zak, ve G. P. Matthews, "Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial," *Proc. IEEE*, vol. 76(3), pp. 212–232, **1988**.
- [18] S. K. Spurgeon ve R. J. Patton, "Robust variable structure control of model reference systems," *IEE Proceedings D Control Theory and Applications*, vol. 137(6), pp. 341–348, **1990**.
- [19] S. K. Spurgeon, "On the development of discrete-time sliding mode control systems," *International Conference on Control*, vol. 1, pp. 505–510, **1991**.
- [20] V. Utkin, "Adaptive discrete-time sliding mode control of infinite-dimensional systems," *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 4033–4038, **1998**.
- [21] G. Monsees, "Discrete-time sliding mode control," Doktora Tezi, Technische Universiteit Delft, **2002**.
- [22] J. L. Chang, "Discrete sliding-mode control of mimo linear systems," *Asian Journal of Control*, vol. 4(2), pp. 217–222, **2002**.
- [23] Y. Wu, J. Gu, ve X. Yu, "Finite time sliding mode control for time delay systems," *Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation*, pp. 872–877, **2002**.
- [24] E. Punta, "Multivariable second order sliding mode control of mechanical systems," *45th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 4939–4944, **2006**.
- [25] R. Dong ve G. Y. Tang, "Optimal sliding mode control for linear systems with time-delay," *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, pp. 4524–4528, **2006**.
- [26] Y. Xia, M. Fu, P. Shi, ve M. Wang, "Robust sliding mode control for uncertain discrete-time systems with time delay," *IET Control Theory and Applications*, vol. 4(4), pp. 613–624, **2010**.
- [27] P. Kachroo ve M. Tomizuka, "Integral action for chattering reduction and error convergence in sliding mode control," *American Control Conference (ACC)*, pp. 867–870, **1992**.
- [28] K. D. Young ve S. V. Drakunov, "Sliding mode control with chattering reduction," *American Control Conference (ACC)*, pp. 1291–1292, **1992**.
- [29] J. Y. Hung ve J. C. Hung, "Chatter reduction in variable structure control," *20th International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation, IECON '94*, vol. 3, pp. 1914–1918, **1994**.
- [30] I. M. Boiko, "Analysis of chattering in sliding mode control systems with continuous boundary layer approximation of discontinuous control," *American Control Conference (ACC)*, pp. 757–762, **2011**.
- [31] V. Utkin ve H. Lee, "Chattering problem in sliding mode control systems," *International Workshop on Variable Structure Systems, VSS'06.*, pp. 346–350, **2006**.

- [32] V. Utkin ve H. Lee, "The chattering analysis," *12th International Power Electronics and Motion Control Conference, EPE-PEMC*, pp. 2014–2019, **2006**.
- [33] L. M. Fridman, "An averaging approach to chattering," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 46(8), pp. 1260–1265, **2001**.
- [34] M. L. Tseng ve M. S. Chen, "Chattering reduction of slidingmode control by low-pass filtering the control signal," *Asian Journal of Control*, vol. 12(3), pp. 392–398, **2010**.
- [35] S. V. Drakunov, "Sliding mode observers based on equivalent control method," *Proc. 31st Conf. on Decision and Control*, pp. 2368–2369, **1992**.
- [36] S. V. Drakunov ve V. Utkin, "Sliding mode observers - tutorial," *Proc. 34th Conf. on Decision and Control*, pp. 3376–3378, **1995**.
- [37] T. Fernando, V. Sreeram, ve B. Bandyopadhyay, "Sliding mode functional observers," *10th Int. Conf. Control, Automation, Robotics and Vision*, vol. 40(1), pp. 2–22, **2008**.
- [38] G. Bartolini ve E. Punta, "Sliding mode control based on observers for uncertain nonlinear systems," *American Control Conference (ACC)*, pp. 6178–6183, **2012**.
- [39] B. S. Heck ve A. A. Ferri, "Application of output feedback in variable structure control systems," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 12(6), pp. 932–935, **1989**.
- [40] B. A. White, "Applications of output feedback to variable structure systems," *Deterministic Control of Uncertain Systems, Ed. A.S.I. Zinober*, **1990**.
- [41] R. El-Khazali ve R. DeCarlo, "Variable structure output feedback control," *American Control Conference*, pp. 871–875, **1992**.
- [42] S. H. Zak ve S. Hui, "On variable structure output feedback controllers for uncertain dynamic systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 38(10), pp. 1691–1693, **1993**.
- [43] C. Edwards ve S. K. Spurgeon, "Sliding mode stabilization of uncertain systems using only output information," *International Journal of Control*, vol. 62(5), pp. 1129–1144, **1995**.
- [44] C. M. Kwan, "On variable structure output feedback controllers," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 41(11), pp. 1691–1693, **1996**.
- [45] C. Edwards R. Cortes ve S. K. Spurgeon, "Sliding mode stabilization of uncertain systems using only output information," *IEE Colloquium on Robust Control: Theory, Software and Applications*, pp. 10/1–10/4, **1997**.
- [46] Y. A. Jiang, T. Hesketh, ve D. J. Clements, "Output feedback sliding mode control of linear systems," *Proc. of the American Control Conference*, pp. 2145–2149, **1997**.

- [47] H. Demircioğlu ve P. Gawthrop, "Continuous-time relay self-tuning control," *Int. J. Control*, vol. 47(4), pp. 1061–1080, **1988**.
- [48] H. Demircioğlu, "Continuous-time self-tuning algorithms," Doktora Tezi, University of Glasgow, **1989**.
- [49] O. Özol, "Model dayanaklı kayan kipli denetim," Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, **2008**.
- [50] H. Demircioğlu ve O. Özol, "Model dayanaklı kayan kipli denetim ile model dayanaklı uyarlamalı denetimin karşılaştırılması," *TOK'2008 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı*, **2008**.
- [51] Y.Z. Tsyppkin, *Relay Control Systems*. Cambridge University Press. Translated by C. Constanda, **1984**.
- [52] G. Civan, "Çokdeğişkenli SÜGÖNDE yönteminin pratik bir uygulaması," Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, **2004**.
- [53] *DTS200 Laboratory Setup Three Tank System Manual*, **2002**.
- [54] Ş. Kumbay, "Model dayanaklı uyarlamalı denetim uygulamaları," Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, **2006**.
- [55] H. Demircioğlu ve E. Karasu, "Generalized predictive control: A practical application and comparison of discrete- and continuous-time versions," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 20(5), pp. 36–47, **2000**.
- [56] H. Demircioğlu ve Ç. Yavuzylmaz, "Constrained predictive control in continuous-time," *IEEE Control System Magazine*, vol. 22(4), pp. 57–67, **2002**.
- [57] S. Zobar, "Kutup atama yaklaşımı kullanılarak özayarlamalı çokdeğişkenli OTÜM ve OTT denetim," Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, **2004**.
- [58] Ç. Yavuzylmaz, "Kısıtlamalı sürekli zaman öngörölü denetim," Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, **2006**.

## EKLER

### EK 1: TÜRKÇE-İNGİLİZCE TERİMLER SÖZLÜĞÜ

açık döngü	: open-loop
aktarım işlevi	: transfer function
bakışimli	: symmetric
basamak tipi bozucu	: load disturbance
başarım	: performance
benzetim	: simulation
bozucu	: disturbance
çalkantılı	: turbulent
çatırdama	: chattering
çıkış	: output
çokdeğişkenli	: multivariable
çokdöngülü	: multi-loop
çokterimli	: polynomial
dayanak	: reference
değişken yapılı sistemler	: variable structure systems
denetim	: control
doğrusal	: linear
dönemli	: periodic
döngü aktarım işlevi	: loop transfer function
durgun durum	: steady-state
durum	: state
durum uzayı	: state space
duyargaç	: sensor
en küçük evreli	: minimum phase
en küçük evreli olmayan	: non-minimum phase
erişme evresi	: reaching phase
evre	: phase
evre düzlemi	: phase plain
evre portresi	: phase portrait

eyleyici	: actuator
geçici tepki	: transient response
genlik	: amplitude
gezinge	: trajectory
giriş	: input
görelî derece	: relative degree
gözleyici	: observer
gürbüz	: robust
gürültü	: noise
işleç	: operator
işlev	: function
kapalı döngü	: closed-loop
kararlı	: stable
kararsız	: unstable
kayan kip	: sliding mode
kayma evresi	: sliding phase
kayma yüzeyi	: sliding surface/manifold
kesin uygun	: strictly proper
kestirme	: estimation
kısıt çevrim	: limit cycle
kutup	: pole
öbek çizeneği	: block diagram
örnekleme aralığı	: sampling period
örneksel-sayısal	: analog-digital
özayarlamalı	: self-tuning
röle	: relay
semer noktası	: saddle point
sıfır	: zero
sinyal	: signal
sonuşur doğrusu	: asymptote
süzgeç	: filter
teпки	: response
uygun	: proper

## ÖZGEÇMİŞ

### Kimlik Bilgileri

Adı Soyadı: Şölen KUMBAY YILDIZ

Doğum Yeri: Ankara

Medeni Hali: Evli

E-posta: solen@ee.hacettepe.edu.tr , skumbay@gmail.com

Adresi: Bişkek Caddesi Köşem Apartmanı No:1 B Blok D: 12 Emek / ANKARA

### Eğitim

Lise: Özel Alman Lisesi, İSTANBUL

Lisans: Hacettepe Üniversitesi Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, ANKARA

Yüksek Lisans: Hacettepe Üniversitesi Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, ANKARA

Doktora: Hacettepe Üniversitesi Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, ANKARA

### Yabancı Dil ve Düzeyi

İngilizce : Çok iyi

Almanca : Çok iyi

### İş Deneyimi

Haziran 2004-Aralık 2004: Uygulama Mühendisi, Sistem Modelleme Grubu, FİGES, Fizik ve Geometride Bilgisayar Simülasyonu A.Ş., ANKARA

Aralık 2004-... : Araştırma Görevlisi, Hacettepe Üniversitesi Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, ANKARA

### Deneyim Alanları

Algoritma Geliştirme, Denetim Sistemleri Tasarımı, Uyarlamalı Denetim, Kayan Kipli Denetim

### Tezden Üretilmiş Projeler ve Bütçesi

### Tezden Üretilmiş Yayınlar

**Tezden Üretilmiş Tebliğ ve/veya Poster Sunumu ile Katıldığı Toplantılar**

Çokdeğişkenli Sistemlerin Röle ile Kayan Kipli Denetimi, *Ş. K. Yıldız, H. Demircioğlu*, TOK2010 Türkiye Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, KOCAELİ

Simetrik Olmayan Röle ile Kayan Kipli Denetim, *Ş. K. Yıldız, H. Demircioğlu*, TOK2012 Türkiye Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, NIĞDE