

**SONLU HACİMLER YÖNTEMİ İLE KOR NÖTRONİK
ANALİZİ**

**CORE NEUTRONICS ANALYSIS BY FINITE VOLUME
METHOD**

GÖKHAN PEDİZ

PROF. DR. AYHAN YILMAZER
Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin
Nükleer Enerji Mühendisliği Anabilim Dalı İçin Öngördüğü
YÜKSEK LİSANS TEZİ
olarak hazırlanmıştır.

2021

ÖZET

SONLU HACİMLER YÖNTEMİ İLE KOR NÖTRONİK ANALİZİ

Gökhan PEDİZ

Yüksek Lisans, Nükleer Enerji Mühendisliği

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ayhan YILMAZER

Aralık 2021, 107 sayfa

Bu tezde, nükleer reaktör korlarının 3 boyutlu nötronik analizleri yapılırken kullanılacak bir kod geliştirilmiştir. Geliştirilen kod, oluşturulan girdi dosyasında yer alan geometri ve difüzyon parametrelerine göre, iki gruplu nötron difüzyon eşitliklerini sonlu hacimler yöntemini kullanarak ayrıklaştırır. Ayrıklaştırılma sonucunda elde edilen büyük seyrek lineer sistem, geliştirilen kod tarafından Krylov Alt Uzay Yöntemleri kullanılarak etkin bir şekilde çözülür. Geliştirilen kodun doğrulanması amacıyla, geliştirilen kodda, BEAVRS kıyaslama problemi modellenmiştir. Modellemenin yapılabilmesi için BEAVRS korundaki 165 farklı bölgeyi temsil eden iki gruplu nötron difüzyon parametreleri üretilmiştir. Difüzyon parametreleri üretilirken; Serpent kodundan elde edilen etkileşim hızları, akı ve akım dağılımları, bir genetik algoritma ve geliştirilen kod kullanılmıştır. Genetik algoritma, iki grup difüzyon katsayılarını ve saçılma matrisini tahmin etmek için kullanılmıştır. Tüm kor için yapılan modelleme sonucunda elde edilen sonuçlar, BEAVRS ve Serpent sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçların Serpent sonuçları ile tam bir uyum içerisinde olduğu, BEAVRS ölçüm sonuçlarıyla da tatmin edici seviyede tutarlı olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Nötronik, Sonlu Hacimler Yöntemi, Serpent, Genetik Algoritma, Krylov Alt Uzay Yöntemleri

ABSTRACT

CORE NEUTRONICS ANALYSIS BY FINITE VOLUME METHOD

Gökhan PEDİZ

Master of Science, Department of Nuclear Energy Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Ayhan YILMAZER

December 2021, 107 pages

In this thesis, a code that can be used to perform 3 dimensional neutronics analysis of nuclear reactor cores is developed. The code discretizes two group neutron diffusion equations using finite volume method for the geometry and diffusion parameters defined in the input file. The large sparse linear system obtained after discretization is solved effectively by using Krylov Subspace Methods. In order to verify the code developed, BEAVRS benchmark problem was modelled in the code. In order to model the problem, two group neutron diffusion parameters were generated for 165 different regions. The reaction rates, flux and current distributions obtained from the Serpent code, a genetic algorithm and the code developed were used to generate the diffusion parameters. Task of the genetic algorithm used is to estimate the two group diffusion coefficients and the scattering matrix. The results obtained after modelling full core were compared with the results of Serpent code and BEAVRS benchmark. The results obtained are found to be in complete agreement with Serpent code results and satisfactorily consistent with the measured data provided by BEAVRS.

Keywords: Neutronics, Serpent, Finite Volume Method, Genetic Algorithm, Krylov Subspace Methods

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, bana her türlü konuda her zaman yol gösteren ve tavsiyelerini esirgemeyen tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Ayhan YILMAZER'e; lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca beni eğiten, bilgilerinden çok fazla yararlandığım, her konuda bana yol gösteren ve tezimde çok büyük katkıya sahip olan Sayın Prof. Dr. Mehmet TOMBAKOĞLU'na, en derin ve sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans eğitimim boyunca bilimsel konulardaki sorularımı en ince ayrıntılarıyla cevaplandırarak beni her zaman aydınlatan Sayın Dr. Öğr. Üyesi Erol ÇUBUKÇU'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Kendisinden aldığım ileri optimizasyon teknikleri dersi ile, tezimde genetik algoritma kullanmama vesile olan Sayın Dr. Osman Tufan DOĞAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Tez savunma jürimde yer alan hocalarım, Sayın Prof. Dr. Cemil KOCAR'a ve Sayın Prof. Dr. İlker TARI'ya önerilerinden ve katkılarından dolayı saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak, Hacettepe Üniversitesi Nükleer Enerji Mühendisliği Ailesine ve değerli bölüm hocalarıma bana kattıkları için sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ	x
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xii
1. GİRİŞ.....	1
2. GENEL BİLGİLER	3
2.1. Nötron Difüzyon Teorisi.....	3
2.1.1. Nötron Etkileşim Hızlarının Hesaplanması	3
2.1.2. Nötron akımı	4
2.1.2.1. Fick Yasası	6
2.1.3. Enerjiye Bağlı Nötron Difüzyon Eşitliği	6
2.1.4 İki Gruplu Nötron Difüzyon Teorisi.....	7
2.1.5. Nötron Difüzyon Teorisinde Sınır Koşulları.....	10
2.1.5.1. Albedo Sınır Koşulları	11
2.2. Nötron Transport Eşitliği.....	12
2.3. Sonlu Hacimler Yöntemi.....	12
3. SONLU HACİMLER YÖNTEMİYLE İKİ GRUPLU NÖTRON DİFÜZYONUNUN 3 BOYUTTA MODELLENMESİ.....	13
3.1. Nötron Difüzyonunu Modellemek İçin SHY'nin Uygunluğu.....	13
3.2. Sonlu Hacimler Yöntemiyle İki Gruplu Nötron Difüzyonunun Modellenmesi.....	14
3.2.1. Hacim Elemanlarının Tanımlanması.....	14
3.2.2. Ara Yüzeylerde Nötron Akısının ve Nötron Akımının Sürekliliğinin Sağlanması.....	15

3.2.3. Geometri Sınırlarında Nötron Akısı (Sınır Koşulları)	18
3.2.4. Hacim Elemanı Yüzeylerinden Gerçekleşen Toplam Sızıntı Hızının Hesaplanması	22
3.2.5. Hacim Elemanı İçerisindeki Etkileşim Hızlarının Hesaplanması	24
3.2.6. Bir Sonlu Hacim Elemanı İçin Nötron Denge Eşitliği	24
3.3. Sonlu Hacimler Yöntemiyle Elde Edilen Nötron Difüzyon Eşitliklerinin Matris Formunda Gösterimi	25
3.4. Hacim Elemanlarının Yüzeylerindeki Kısmi Akımların Hesaplanması	27
4. SEYREK LİNEER SİSTEMİN ÇÖZÜMÜ	29
4.1. Krylov Alt Uzay Yöntemleri	30
4.1.1. Arnoldi Yöntemi.....	32
4.1.1.1. Arnoldi Yöntemiyle En Büyük Özdeğere ve Özvektörüne Yaklaşım Yapılması.....	33
4.1.2. Tam Dikleştirme Yöntemi (FOM).....	33
4.2. Genelleştirilmiş Özdeğer Probleminin Çözümü İçin Arnoldi Yöntemi ve Tam Dikleştirme Yönteminin Birlikte Kullanılması.....	35
4.3. Büyük Seyrek Matrislerin Depolanması	36
5. SONLU HACİMLER YÖNTEMİ NÖTRON DİFÜZYON KODUNUN GELİŞTİRİLMESİ	37
5.1. Geliştirilen Kodun Algoritması.....	38
5.2. Girdi Dosyasındaki Tanımlamalar.....	39
6. BEAVRS KORUNUN SHY DİFÜZYON KODUNDA MODELLENMESİ.....	41
6.1. BEAVRS Kıyaslama Problemi	42
6.2. İki Gruplu Nötron Difüzyon Parametrelerinin Üretilmesi.....	44
6.2.1. Difüzyon Parametrelerini Üretmek Amacıyla Serpent Kodunda Yakıt Demetlerinin Modellenmesi.....	45
6.2.2. Makroskopik Tesir Kesitlerinin Üretilmesi.....	49
6.2.3. Genetik Algoritma Kullanılarak Difüzyon Katsayıları ve Saçılma Matrisinin Tahmini	51
6.2.3.1. Genetik Algoritma	51
6.2.3.1.1. Sıralama Yöntemi (Rank Selection)	52
6.2.3.1.2. İkili Kodlama (Binary Encoding)	52
6.2.3.1.3. Tek Noktalı Çaprazlama.....	52

6.2.3.1.4. Mutasyon.....	53
6.2.3.2. Difüzyon Katsayıları ve Saçılma Matrisinin Tahmini İçin Kullanılan Genetik Algoritma.....	53
6.3. Albedo Sınır Koşullarının Üretilmesi.....	56
6.4. (n,2n) Etkileşimlerinin Hesaplamalara Katılması	57
7. SONUÇLAR VE TARTIŞMA.....	59
7.1. Üretilen Difüzyon Parametrelerinin İncelenmesi	59
7.1.1. Yakıt Demetleri Bazında Elde Edilen Çözümler	59
7.1.2. Tartışma ve Yorum	65
7.2. BEAVRS Koru Nötronik Analizi	66
7.2.1. Kor İç Dedektör Sonuçlarının Karşılaştırılması	66
7.2.1. Eksenel Dedektör Ölçümleri	66
7.2.2. Radyal Dedektör Ölçümleri.....	68
7.2.3. Kor Güç Dağılımı	70
7.2.4. Çoğaltma Faktörü	72
7.2.5. Tartışma ve Yorum	72
8. GELECEKTE YAPILABİLECEK ÇALIŞMALAR VE ÖNERİLER.....	75
9. KAYNAKLAR	76
EKLER.....	78
EK 1 – Yakıt Demetleri İçin Üretilen Difüzyon Parametreleri.....	78
EK 2 – Yakıt Demetleri İçin Üretilen Mikroskopik U-235 Fisyon Tesir Kesitleri	100
EK 3 – Üretilen Albedo Sınır Koşulları	104
ÖZGEÇMİŞ	107

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1.	Bir diferansiyel hacim elemanı.	6
Şekil 2.2.	Kısmi nötron akımlarının $n(r)$ normal vektörüne sahip bir yüzey üzerinden gösterimi.	11
Şekil 3.1.	Kartezyen koordinatlarda tanımlanan bir sonlu hacim elemanı.	14
Şekil 3.2.	Kartezyen koordinatlarda komşuluklarıyla beraber i,j,k indisli bir hacim elemanının gösterimi.	15
Şekil 3.3.	Komşu hacim elemanlarının ara yüzeylerinin y eksenini üzerinden gösterimi.....	16
Şekil 3.4.	$+y$ yönündeki yüzeyi sınırda bulunan hacim elemanı ve bu sınır yüzeydeki kısmi nötron akımlarının temsilen gösterimi.	19
Şekil 3.5.	i,j,k indisli bir hacim elemanının yanıl yüzeylerinin gösterimi ve yanıl yüzeylerin birim normal vektörleri.	24
Şekil 3.6.	X matrisi ile aynı formda olan bir seyrek matrisin gösterimi.	27
Şekil 3.7.	Y matrisi ile aynı formda olan bir seyrek matrisin gösterimi.	27
Şekil 5.1.	Geliştirilen SHY Difüzyon Kodu için hazırlanan bir girdi dosyası örneği ve girdilerin açıklamaları.....	40
Şekil 6.1.	Radyal yapıları ve yakıt demeti zenginleştirmelerini gösteren BEAVRS korunun radyal kesit alanı (1. Çevrim).	43
Şekil 6.2.	BEAVRS korunun akseneel ($x-z$) kesit alanı görüntüsü.	43
Şekil 6.3.	BEAVRS korunda bulunan kor içi dedektörlerin konumları.	44
Şekil 6.4.	Yakıt demetleri için difüzyon parametrelerinin üretildiği 15 bölgenin koordinatları ve bölge numaraları.	46
Şekil 6.5.	Difüzyon parametreleri üretilen yakıt demetlerinin BEAVRS koru içerisindeki konumları, yakıt demetlerinin isimlendirmeleri (mavi yazılar) ve kor yanıl sınırları için üretilen albedo değerlerinin numaralandırmaları.	47
Şekil 6.6.	Serpent kodunda modellenen yakıt demetlerinin kesit alanı görüntüleri ve U-235 açısından zenginlikleri.....	49
Şekil 6.7.	İkili kodlama biçiminin temsilen gösterimi.....	52

Şekil 6.8.	Genetik algoritmada kullanılan çaprazlama ve mutasyon işlemleri için bir örnek.	53
Şekil 6.9.	Difüzyon katsayıları ve saçılma matrisinin tahmini için kullanılan genetik algoritmanın akış diyagramı.	55
Şekil 6.10.	BEAVRS koru aktif yakıt bölgesinin radyal sınırları için albedo değerleri üretilirken Serpent kodunda kullanılan geometrinin x-y kesit alanı görüntüsü.....	57
Şekil 7.1.	Yakıt demeti b12 için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması.	59
Şekil 7.2.	Yakıt demeti b16 için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması.	60
Şekil 7.3.	Yakıt demeti b20 için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması.	60
Şekil 7.4.	Yakıt demeti rcw için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması.	61
Şekil 7.5.	Yakıt demeti r için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması.	61
Şekil 7.6.	Yakıt demeti w12 için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması..	62
Şekil 7.7.	Yakıt demeti w12 için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması..	62
Şekil 7.8.	Yakıt demeti rb için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması.	63

Şekil 7.9.	Yakıt demeti wcv için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması.	63
Şekil 7.10.	Yakıt demeti b için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması.	64
Şekil 7.11.	Yakıt demeti bcw için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması.	64
Şekil 7.12.	SHY Difüzyon Kodu kullanılarak eksenel yönde elde edilen dedektör sinyallerinin dağılımı ve BEAVRS sonuçlarıyla karşılaştırılması.	67
Şekil 7.13.	SHY Difüzyon Kodu kullanılarak tüm kordaki yakıt demetleri için eksenel yönde elde edilen dedektör sinyallerinin Serpent kodu sonuçlarıyla karşılaştırılması.	68
Şekil 7.14.	Geliştirilen SHY Difüzyon Kodunda 150x150x155 ağ noktası sayısı kullanılarak elde edilen radyal dedektör ölçümlerinin BEAVRS ölçümleriyle karşılaştırılması.	69
Şekil 7.15.	Geliştirilen SHY Difüzyon Kodunda 75x75x100 ağ noktası sayısı kullanılarak elde edilen radyal dedektör ölçümlerinin BEAVRS ölçümleriyle karşılaştırılması.	69
Şekil 7.16.	Geliştirilen SHY Difüzyon Kodunda 15x15x60 ağ noktası sayısı kullanılarak elde edilen radyal dedektör ölçümlerinin BEAVRS ölçümleriyle karşılaştırılması.	70
Şekil 7.17.	Geliştirilen SHY Difüzyon Kodu ile 150x150x155 ağ noktası sayısı için elde edilen radyal güç dağılımının Serpent kodu sonuçlarıyla karşılaştırılması.	71
Şekil 7.18.	Geliştirilen SHY Difüzyon Kodu ile 75x75x100 ağ noktası sayısı için elde edilen radyal güç dağılımının Serpent kodu sonuçlarıyla karşılaştırılması.	71
Şekil 7.19.	Geliştirilen SHY Difüzyon Kodu ile 15x15x60 ağ noktası sayısı için elde edilen radyal güç dağılımının Serpent kodu sonuçlarıyla karşılaştırılması.	72

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 7.1.	Yakıt demetleri için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen çoğaltma faktörlerinin Serpent kodu sonuçlarıyla karşılaştırılması..	65
Çizelge 7.2.	Geliştirilen SHY Difüzyon Kodu ile edilen çoğaltma faktörü değerinin BEAVRS korunun çoğaltma faktörüyle karşılaştırması.	72
Çizelge E1.1.	Yakıt demeti r için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.	78
Çizelge E1.2.	Yakıt demeti r için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.	79
Çizelge E1.3.	Yakıt demeti b12 için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.	80
Çizelge E1.4.	Yakıt demeti b12 için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.	81
Çizelge E1.5.	Yakıt demeti b için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.	82
Çizelge E1.6.	Yakıt demeti b için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.	83
Çizelge E1.7.	Yakıt demeti bcw için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.	84
Çizelge E1.8.	Yakıt demeti bcw için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.	85
Çizelge E1.9.	Yakıt demeti rcw için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.	86
Çizelge E1.10.	Yakıt demeti rcw için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.	87
Çizelge E1.11.	Yakıt demeti w16 için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.	88
Çizelge E1.12.	Yakıt demeti w16 için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.	89

Çizelge E1.13. Yakıt demeti b16 için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.....	90
Çizelge E1.14. Yakıt demeti b16 için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.....	91
Çizelge E1.15. Yakıt demeti w12 için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.....	92
Çizelge E1.16. Yakıt demeti w12 için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.....	93
Çizelge E1.17. Yakıt demeti wcw için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.....	94
Çizelge E1.18. Yakıt demeti wcw için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.....	95
Çizelge E1.19. Yakıt demeti rb için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.....	96
Çizelge E1.20. Yakıt demeti rb için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.....	97
Çizelge E1.21. Yakıt demeti b20 için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.....	98
Çizelge E1.22. Yakıt demeti b20 için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.....	99
Çizelge E2.1. Yakıt demeti b, bcw, b16, b20, wcw ve w12 için üretilen 1. grup mikroskopik U-235 fisyon tesir kesitleri.	100
Çizelge E2.2. Yakıt demeti w16, rcw, rb, r ve b12 için üretilen 1. grup mikroskopik U-235 fisyon tesir kesitleri.	101
Çizelge E2.3. Yakıt demeti b, bcw, b16, b20, wcw ve w12 için üretilen 2. grup mikroskopik U-235 fisyon tesir kesitleri.	102
Çizelge E2.4. Yakıt demeti w16, rcw, rb, r ve b12 için üretilen 2. grup mikroskopik U-235 fisyon tesir kesitleri.	103
Çizelge E3.1. Yakıt demetlerinin aktif yakıt bölgelerinin aksenel alt sınırları (z = 0 cm) için üretilen albedo değerleri.	104
Çizelge E3.2. Yakıt demetlerinin aktif yakıt bölgelerinin aksenel üst sınırları (z = 365,76 cm) için üretilen albedo değerleri.	105
Çizelge E3.3. BEAVRS koru radyal sınırları için üretilen albedo değerleri. .	106

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

$N(\underline{r}, \underline{\Omega}, E, t)$	Açısal Nötron Yoğunluğu
Σ_{Fg}	F tipi nötron etkileşimi için g. grup makroskopik tesir kesiti
Σ'_a	Makroskopik azaltılmış yutulma tesir kesiti
$\phi_g(\underline{r})$	g. grup için nötron akısı
J	Net nötron akımı
v_g	g. grup için nötron hızı
ν_g	g. grup için fisyon başına üretilen ortalama nötron sayısı
$\underline{\Omega}$	Birim yön vektörü
σ_F^j	j izotopu için F tipi mikroskopik tesir kesiti
E	Nötron enerjisi
χ_g	Fisyon nötronlarının g. grupta doğma olasılığı
$D_g(\underline{r})$	g. grup için difüzyon katsayısı
k_{eff}	Çoğaltma faktörü
J_g^\pm	g. grup için kısmi nötron akımları
\underline{n}	Birim yüzey normal vektörü
$\alpha_{g \rightarrow g'}$	g. gruptan g'. gruba albedo
\underline{x}	Sütun vektör notasyonu (x vektörü)
$ \underline{x} $	Öklidyen norm notasyonu (x vektörünün öklidyen normu)
\underline{x}	Matris notasyonu (x matrisi)
$\underline{x} \cdot \underline{y}$	Skaler vektör çarpımı notasyonu (x vektörünün y vektörüyle skaler çarpımı)

Kısaltmalar

SHY	Sonlu Hacimler Yöntemi
3B	Üç Boyut
T.E.D.M.	Transport Eşdeğer Difüzyon Modeli
FOM	Tam Dikleştirme Yöntemi (Full Orthogonalization Method)

HZP

Sıcak Sıfır Güç Durumu (Hot Zero Power)

RMSE

Kök Ortalama Kare Hatası (Root Mean Square Error)

1. GİRİŞ

Nükleer reaktörlerin tasarım aşamasında tüm kor nötronik hesaplamaları, tasarımın temelini oluşturur. Nötronik hesaplamalarla, kor içi yakıt yönetiminin nasıl yapılacağı belirlenir. Ayrıca, termal hidrolik hesaplamalar da nötronik hesaplamalardan elde edilen veriler kullanılarak yapılır. Kor içi yakıt yönetiminde, yakıt demetlerinin dizilimleri çevrim uzunluklarını (cycle length) ve reaktör basınç kabına etki edecek radyasyon hasarı miktarını belirler. Kor içi yakıt yönetiminin verimli olabilmesi için uzun süren çevrim uzunlukları ve çevrim boyunca düşük sızma reaktivitesi hedeflenir. Kor içi yakıt yönetimi, çok adımlı nötronik hesaplamalar gerektirir. Bu hesaplamaların hızlı bir şekilde yapılabilmesi için Monte Carlo yöntemlerini kullanmak iyi bir seçim değildir. Monte Carlo hesaplamaları stokastik olduğu için tüm kor analizlerinde örneklem büyüklüğü çok fazla olmalıdır. Bu durum da çok fazla işlem gücü gerekliliği anlamına gelir.

Bir nükleer reaktör korunun nötronik hesaplamalarını analitik yöntemlerle yapmak pek olası değildir. Bu yüzden, tüm kor nötronik için hesaplamalarında Monte Carlo yöntemleri kullanılmayacaksa sayısal yöntemler kullanılmalıdır. Sonlu hacimler yöntemi akışkanlar mekaniği, ısı ve kütle transferi alanlarında da yaygın olarak kullanılmaktadır. Birleşik termal hidrolik ve nötronik hesaplamaları, 3 boyutlu (3B) nötron difüzyon denklemlerinin çözümünde sonlu hacimler yönetiminin kullanılması ile daha hızlı yapılabilir.

Bu düşüncelerden yola çıkarak bu tezde, nükleer reaktör korları için 3 boyutlu (3B) nötron akısı dağılımını, etkileşim hızlarını, güç dağılımını ve çoğaltma faktörü değerlerini yeterli hassasiyette hesaplayabilen bir kod geliştirilmiştir. Geliştirilen kod, iki gruplu nötron difüzyon eşitliklerini 3B'de Kartezyen koordinatlarda sonlu hacimler yöntemiyle ayırklaştırır. Ayırklaştırma işlemi, geliştirilen koda tanımlanan girdi dosyasında yer alan bilgilere göre otomatik olarak yapılmaktadır ve elde edilen büyük seyrek lineer sistem, Arnoldi Yöntemi ve FOM (Krylov Alt Uzay Yöntemleri) kullanılarak hızlı bir şekilde çözülmektedir. Geliştirilen kod, Sonlu Hacimler Yöntemi Difüzyon Kodu olarak adlandırılmıştır ve tez ana metninde "SHY Difüzyon Kodu" ismiyle anılmaktadır.

Geliştirilen kod MIT tarafından yayınlanmış BEAVRS kıyaslama probleminin nötronik analizi yapılarak test edilmiştir. Kıyaslama problemini modellemek için korda yer alan yakıt demetlerini temsil eden konuma bağlı iki grulu nötron difüzyon parametreleri üretilmiştir. Konuma bağlı difüzyon parametreleri; Serpent kodundan elde edilen etkileşim hızları, akı ve kısmi akım dağılımı ile bir genetik algoritma ve geliştirilen SHY Difüzyon Kodu birlikte kullanılarak üretilmiştir. Kıyaslama problemindeki geometri ve üretilen parametreler, geliştirilen kodda girdi olarak kullanılmıştır ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Bu tez sekiz bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde, tezin amacı ve tezde yapılanlar hakkında kısa bir bilgilendirme yer almaktadır. İkinci bölümde, kor içi nötron dağılımı elde edilirken kullanılan kuramlardan ve sonlu hacimler yönteminden kısaca bahsedilmektedir. Üçüncü bölümde, sonlu hacimler yöntemiyle iki grulu nötron difüzyonunun 3 boyutta nasıl modellendiği açıklanmaktadır. Dördüncü bölümde, nötron difüzyon denkleminin sonlu hacimler yöntemiyle ayrıklaştırılması sonucunda karşılaşılan büyük seyrek lineer sistemlerin Krylov Alt Uzay Yöntemleri kullanılarak çözümü açıklanmaktadır. Beşinci bölümde, tez kapsamında geliştirilen SHY Difüzyon Kodu'nun algoritmasından ve kısaca kodun girdi yapısından bahsedilmektedir. Altıncı bölümde, BEAVRS kıyaslama problemi SHY Difüzyon Kodunda modellenirken kullanılan yaklaşımlardan ve difüzyon parametrelerinin üretilme tekniğinden bahsedilmektedir. Yedinci bölümde, BEAVRS tüm korunun geliştirilen SHY Difüzyon Kodunda modellenmesiyle elde edilen sonuçlar, üretilen difüzyon parametrelerinin incelenmesi ve sonuçlar için yapılan değerlendirmeler yer almaktadır. Sekizinci bölümde, ileride yapılabilecek çalışmalar ve öneriler yer almaktadır.

2. GENEL BİLGİLER

2.1. Nötron Difüzyon Teorisi

2.1.1. Nötron Etkileşim Hızlarının Hesaplanması

Herhangi bir ortam içerisinde; t anında, \underline{r} pozisyonu civarında, dV hacminde, $\underline{\Omega}$ ve $\underline{\Omega} + d\underline{\Omega}$ yön aralığı içerisinde bulunan, E ve $E + dE$ enerji aralığındaki nötronların sayısı $N(\underline{r}, \underline{\Omega}, E, t)dEd\underline{\Omega}dV$ olarak tanımlanabilir. Burada, $N(\underline{r}, \underline{\Omega}, E, t)$ açısal nötron yoğunluğu olarak adlandırılır.

Herhangi bir t anında, $\underline{\Omega}$ yönüne dik ve yüzey alanı dA olan bir diferansiyel alan üzerinde bulunan nötronlar, dt zaman aralığı içerisinde $v(E)dt$ kadar mesafe kat ederler. Burada, $v(E)$ nötron hızıdır. Bu sebeple, bahsi geçen nötronlar, dt zaman aralığında, $dV = v(E)dtdA$ hacmi içerisinde hareket etmiş olurlar ve bu hacimde $N(\underline{r}, \underline{\Omega}, E, t)dEd\underline{\Omega}dV = N(\underline{r}, \underline{\Omega}, E, t)dEd\underline{\Omega}v(E)dtdA$ kadar nötron bulunur. E ve $E + dE$ enerji aralığında bulunan nötronlar, dt zaman aralığında, $n^j(\underline{r})dV = n^j(\underline{r})v(E)dtdA$ kadar j izotopu çekirdeği ile karşılaşılırlar. Burada, $n^j(\underline{r})$ birim hacim başına j izotopu sayısıdır. Söz konusu j izotopu çekirdeklerinin E enerjili nötronlarla etkileşim olasılıklarıyla bağlantılı toplam mikroskopik tesir kesitini $\sigma_t^j(E)$ ile gösterelim. E civarında enerjiye sahip nötronlar dV hacmi içerisinde toplam $\sigma_t^j(E)n^j(\underline{r})v(E)dtdA$ kadarlık bir etkileşim tesir kesit alanıyla karşılaşılırlar (j izotopunun çekirdeklerinin birbirlerini gölgelemedikleri varsayılmıştır). Nötronların karşılaştığı toplam etkin tesir kesit alanının kesit alanına bölünmesiyle, $\frac{n^j(\underline{r})\sigma_t^j(E)v(E)dtdA}{dA} = n^j(\underline{r})\sigma_t^j(E)v(E)dt$ değeri elde edilir. Bu değer bir nötronun $v(E)dt$ kadar yol aldığı j izotopları ile etkileşim yapma olasılığına eşittir. Ortamda N çeşit izotop varsa, kat edilen birim mesafe başına nötronların etkileşim yapma olasılığı; $\Sigma_t(\underline{r}, E) = \frac{\sum_{j=1}^N n^j(\underline{r})\sigma_t^j(E)v(E)dt}{v(E)dt} = \sum_{j=1}^N n^j(\underline{r})\sigma_t^j(E)$ olarak tanımlanır ve bu terim toplam makroskopik tesir kesiti olarak adlandırılır. Her etkileşim çeşidi için ayrı bir makroskopik ve mikroskopik tesir kesiti tanımlanabilir.

Tanımlanan makroskopik tesir kesitleri kullanılarak bir hacim elemanı içerisindeki toplam etkileşim sayısı hesaplanabilir. Enerjisi E civarında olan $\underline{\Omega}$ yönü etrafındaki nötronlar dt zaman aralığında, \underline{r} konumu civarında bulunan dV hacminde, toplam $\Sigma_t(\underline{r}, E)v(E)dtN(\underline{r}, \underline{\Omega}, E, t)dEd\underline{\Omega}v(E)dtdA$ etkileşim gerçekleştirirler. Buna göre, dV hacmi içerisinde birim zaman başına toplam, $\Sigma_t(\underline{r}, E)v(E)N(\underline{r}, \underline{\Omega}, E, t)dEd\underline{\Omega}dV$ kadar nötron etkileşimi gerçekleşir [1].

Aşağıda tanımlanan nötron akısı yoğunluğu $\phi(\underline{r}, E, t)$

$$\phi(\underline{r}, E, t) = \int_{4\pi} v(E)N(\underline{r}, \underline{\Omega}, E, t)d\underline{\Omega} \quad (2.1)$$

kullanılarak, \underline{r} konumu civarında bulunan dV hacim elemanı içerisinde, E civarında enerjiye sahip nötronların toplam etkileşim hızı ($TEH(\underline{r}, E)$),

$$TEH(\underline{r}, E) = \int_{4\pi} \Sigma_t(\underline{r}, E)v(E)N(\underline{r}, \underline{\Omega}, E, t)d\underline{\Omega}dEdV = \Sigma_t(\underline{r}, E)\phi(\underline{r}, E, t)dEdV \quad (2.2)$$

şeklinde elde edilir.

2.1.2. Nötron akımı

Nötron akımı, bir yüzeyin birim alanından birim zamanda geçen net nötron sayısının hesaplanması için kullanılır. Nötron akımının açısal nötron yoğunluğuyla bağlantısı kurulabilir. Yüzey normal vektörü \underline{i} olan bir birim alandan birim zamanda geçen E civarında enerjiye sahip nötronların net sayısı olan $J_x(\underline{r}, E, t)dE$ değeri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$J_x(\underline{r}, E, t)dE = \int_{4\pi} N(\underline{r}, \underline{\Omega}, E, t)(\underline{\Omega} \cdot \underline{i})d\underline{\Omega}v(E)dE \quad (2.3)$$

$J_x(\underline{r}, E, t)dE$ 'nin değeri negatifse, nötronların net akışı -x yönündedir, pozitifse +x yönündedir. Eşitlik 2.3'teki tanımlama y ve z yönleri için de tekrarlanabilir. Sonuç olarak net nötron akım yoğunluğu olarak adlandırılan $\underline{J}(\underline{r}, E, t)$ elde edilir.

$\underline{J}(\underline{r}, E, t)$, kartezyen koordinatlarda aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\underline{J}(\underline{r}, E, t) = J_x(\underline{r}, E, t)\underline{i} + J_y(\underline{r}, E, t)\underline{j} + J_z(\underline{r}, E, t)\underline{k} \quad (2.4)$$

Net nötron akım yoğunluğu ile bir yüzeyin normal vektörü skaler olarak çarpılırsa, o yüzey için net nötron akımı elde edilir.

$$J(x, y, z, E) = \underline{J}(x, y, z, E) \cdot \underline{n} \quad (2.5)$$

Burada, $J(x, y, z, E)dE$ net nötron akımı ve \underline{n} yüzeyin birim normal vektörüdür. $J(x, y, z, E)$ değeri pozitifse, net nötron akımı yüzeyin normali ile aynı yöndedir; aksi halde nötronların net akımı, yüzeyin normali ile zıt yöndedir.

Şekil 2.1'de gösterilen diferansiyel hacim elemanının x eksenine dik yüzeylerinden gerçekleşen toplam nötron sızıntısı, nötron akım yoğunluğu kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$x + \frac{dx}{2} \text{ 'de bulunan yüzeydeki net nötron sızıntısı} = \left[\underline{J} \left(x + \frac{dx}{2}, y, z, E, t \right) \cdot \underline{i} \right] * dz * dy \quad (2.6)$$

$$x - \frac{dx}{2} \text{ 'de bulunan yüzeydeki net nötron sızıntısı} = \left[\underline{J} \left(x - \frac{dx}{2}, y, z, E, t \right) \cdot -\underline{i} \right] * dz * dy \quad (2.7)$$

x eksenine dik yüzeylerden gerçekleşen toplam nötron sızıntısı Eşitlik 2.6 ve Eşitlik 2.7 toplanarak aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$x \text{ eksenine dik yüzeylerden gerçekleşen toplam nötron sızıntısı} = \left[\underline{J} \left(x + \frac{dx}{2}, y, z, E, t \right) \cdot \underline{i} - \underline{J} \left(x - \frac{dx}{2}, y, z, E, t \right) \cdot \underline{i} \right] dz dy dE \quad (2.8)$$

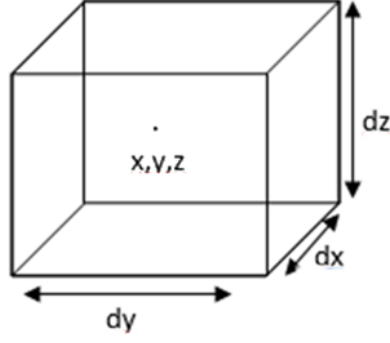
Eşitlik 2.8 türev formunda aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\left[\frac{\underline{J} \left(x + \frac{dx}{2}, y, z, E, t \right) - \underline{J} \left(x - \frac{dx}{2}, y, z, E, t \right)}{dx} \cdot \underline{i} \right] dz dy dx dE = \frac{\partial \underline{J}(x, y, z, E, t)}{\partial x} \cdot \underline{i} dz dy dx dE \quad (2.9)$$

Eşitlik 2.9'daki gibi y ve z eksenlerine dik yüzeylerden gerçekleşen sızıntı hızları da tanımlanabilir. Hacim elemanından gerçekleşen toplam sızıntı hızının hesabı aşağıdaki gibidir [1].

$$\text{Hacim elemanından gerçekleşen toplam sızıntı hızı} = \left(\frac{\partial \underline{J}(x, y, z, E, t)}{\partial x} \cdot \underline{i} + \frac{\partial \underline{J}(x, y, z, E, t)}{\partial y} \cdot \underline{j} + \frac{\partial \underline{J}(x, y, z, E, t)}{\partial z} \cdot \underline{k} \right) dz dy dx dE = \underline{\nabla} \cdot \underline{J}(\underline{r}, E, t) dz dy dx dE \quad (2.10)$$

Burada, $\underline{\nabla}$ diverjans operatörüdür.



Şekil 2.1. Bir diferansiyel hacim elemanı.

2.1.2.1. Fick Yasası

Fick yasası, nötron akım yoğunluğunun Eşitlik 2.1'de tanımlanan nötron akısı yoğunluğuyla ilişkilendirilmesini sağlar. Fick yasasına göre, nötron akım yoğunluğunu hesaplamak için aşağıdaki gibi bir yaklaşım yapılabilir [1].

$$\underline{J}(\underline{r}, E, t) = -D(\underline{r}, E) \underline{\nabla} \phi(\underline{r}, E, t) \quad (2.11)$$

Burada, $D(\underline{r}, E)$ konum ve nötron enerjisine bağlı bir difüzyon katsayısı, $\underline{\nabla}$ ise gradyan operatörüdür. Eşitlik 2.11, Kartezyen koordinatlarda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\underline{J}(x, y, z, E, t) = -D(x, y, z, E) \left[\frac{\partial \phi(x, y, z, E, t)}{\partial x} \underline{i} + \frac{\partial \phi(x, y, z, E, t)}{\partial y} \underline{j} + \frac{\partial \phi(x, y, z, E, t)}{\partial z} \underline{k} \right] \quad (2.12)$$

2.1.3. Enerjiye Bağlı Nötron Difüzyon Eşitliği

Şekil 2.1'deki hacim elemanı için dt zaman aralığı içerisinde enerjiye bağlı bir nötron denge eşitliği kurulabilir. Denge eşitliğini kurmak için hacim elemanından gerçekleşen sızıntı hızı, üretim hızı ve kayıp hızı eşitliklerini elde etmek gerekir. Nötron dengesini kurmak için gerekli olan eşitlikler aşağıda tanımlanmıştır.

$$\frac{dt \text{ zaman aralığında nötron sayısının değişimi} = \frac{(\int_{4\pi} N(\underline{r}, \Omega, E, t+dt) d\Omega) - (\int_{4\pi} N(\underline{r}, \Omega, E, t) d\Omega)}{dt} dx dy dz dE dt = \frac{1}{v(E)} \frac{\partial \phi(\underline{r}, E, t)}{\partial t} dV dE dt \quad (2.13)$$

$$\text{Nötronların toplam etkileşim yapma miktarı} = \Sigma_t(\underline{r}, E) \phi(\underline{r}, E, t) dE dV dt \quad (2.14)$$

$$\text{Nötronların hacim elemanından toplam sızıntı miktarı} = -\underline{\nabla} \cdot D(\underline{r}, E) \underline{\nabla} \phi(\underline{r}, E, t) dV dE dt \quad (2.15)$$

$$E' \text{ enerjili nötronların saçılma yoluyla } E \text{ enerjisine sahip olma miktarı} = \left(\int_0^\infty \Sigma_s(\underline{r}, E' \rightarrow E) \phi(\underline{r}, E', t) dE' \right) dV dEdt \quad (2.16)$$

Burada, $\Sigma_s(\underline{r}, E' \rightarrow E)$ diferansiyel makroskopik saçılma tesir kesiti olarak tanımlanır.

$$\begin{aligned} \text{Nötronların fisyon yoluyla } E \text{ enerjisinde doğma miktarı} \\ = \left(\int_0^\infty \sum_j \chi^j(E) \nu^j(E') \Sigma_f^j(\underline{r}, E') \phi(\underline{r}, E', t) dE' \right) dV dEdt \end{aligned} \quad (2.17)$$

Burada, $\nu^j(E')$ E' enerjili bir nötron j izotopunun çekirdeğini fisyonla uğrattığında fisyon başına yayınlanan ortalama nötron sayısı, $\chi^j(E)$ j izotopu için enerjiye göre normalize edilmiş fisyon nötron spektrumudur. $\Sigma_f^j(\underline{r}, E')$ j izotopu için makroskopik fisyon tesir kesiti olarak tanımlanır ve $n^j(\underline{r}) \sigma_f^j(E')$ 'ye eşittir.

$$\text{Dış kaynaktan doğan nötronların sayısı} = S(\underline{r}, E, t) dV dEdt \quad (2.18)$$

Burada, $S(\underline{r}, E, t)$ dış nötron kaynak yoğunluğudur.

Eşitlik 2.13'ten Eşitlik 2.18'e kadar tanımlanan denklemler kullanılarak Kartezyen koordinatlarda enerjiye bağlı nötron difüzyon denge eşitliği aşağıdaki gibi kurulabilir [1, 2].

$$\begin{aligned} \frac{1}{v(E)} \frac{\partial \phi(x, y, z, E, t)}{\partial t} = \nabla \cdot (D(\underline{r}, E) \nabla \phi(\underline{r}, E, t)) - \Sigma_t(\underline{r}, E) \phi(\underline{r}, E, t) + \\ \left(\int_0^\infty \Sigma_s(\underline{r}, E' \rightarrow E) \phi(\underline{r}, E', t) dE' \right) + \\ \left(\int_0^\infty \sum_j \chi^j(E) \nu^j(E') \Sigma_f^j(\underline{r}, E') \phi(\underline{r}, E', t) dE' \right) + S(\underline{r}, E, t) \end{aligned} \quad (2.19)$$

2.1.4 İki Gruplu Nötron Difüzyon Teorisi

Eşitlik 2.19'da tanımlanan enerjiye bağlı nötron difüzyon eşitliği kullanılarak iki gruplu nötron difüzyon eşitlikleri elde edilebilir. Bunun için enerji grupları üzerinden Eşitlik 2.19'un integrali alınır. Bir hafif sulu reaktör için birinci grup nötronları hızlı nötronlar olarak adlandırılır. İkinci grup nötronları ise termal nötronlar olarak adlandırılır. Birinci grup için enerji sınırlarını E_{max} ve E_1 ($E_{max} \geq E > E_1$) olarak; ikinci grubun enerji sınırlarını ise E_1 ve 0 ($E_1 \geq E > 0$) olarak tanımlayabiliriz. İki gruplu nötron difüzyon eşitliklerini oluşturmak için öncelikle gruplar için nötron akıları tanımlanmalıdır.

$$\int_{E_1}^{E_{max}} \phi(\underline{r}, E, t) dE = \phi_1(\underline{r}, t) \quad (2.20)$$

$$\int_0^{E_1} \phi(\underline{r}, E, t) dE = \phi_2(\underline{r}, t) \quad (2.21)$$

Burada, $\phi_1(\underline{r}, t)$ birinci grup için zamana bağlı nötron akısı olarak ve $\phi_2(\underline{r}, t)$ ikinci grup için zamana bağlı nötron akısı olarak adlandırılır. İki gruplu nötron difüzyon eşitliklerini elde etmek için gerekli olan diğer terimler aşağıda türetilmiştir. Difüzyon eşitlikleri türetilirken dış kaynak terimi ihmal edilmiştir.

$$\Sigma_{t_1}(\underline{r}) = \frac{\int_{E_1}^{E_{max}} \Sigma_t(\underline{r}, E) \phi(\underline{r}, E, t) dE}{\phi_1(\underline{r}, t)} \quad (2.22)$$

$$\Sigma_{t_2}(\underline{r}) = \frac{\int_0^{E_1} \Sigma_t(\underline{r}, E) \phi(\underline{r}, E, t) dE}{\phi_2(\underline{r}, t)} \quad (2.23)$$

$$\frac{1}{v_2} = \frac{\int_0^{E_1} \frac{1}{v(E)} \phi(\underline{r}, E, t) dE}{\phi_2(\underline{r}, t)} \quad (2.24)$$

$$\frac{1}{v_1} = \frac{\int_{E_1}^{E_{max}} \frac{1}{v(E)} \phi(\underline{r}, E, t) dE}{\phi_1(\underline{r}, t)} \quad (2.25)$$

$$\Sigma_{s_{1 \rightarrow 1}}(\underline{r}) = \frac{\int_{E_1}^{E_{max}} dE \int_{E_1}^{E_{max}} \Sigma_s(\underline{r}, E' \rightarrow E) \phi(\underline{r}, E', t) dE'}{\phi_1(\underline{r}, t)} \quad (2.26)$$

$$\Sigma_{s_{1 \rightarrow 2}}(\underline{r}) = \frac{\int_0^{E_1} dE \int_{E_1}^{E_{max}} \Sigma_s(\underline{r}, E' \rightarrow E) \phi(\underline{r}, E', t) dE'}{\phi_1(\underline{r}, t)} \quad (2.27)$$

$$\Sigma_{s_{2 \rightarrow 2}}(\underline{r}) = \frac{\int_0^{E_1} dE \int_0^{E_1} \Sigma_s(\underline{r}, E' \rightarrow E) \phi(\underline{r}, E', t) dE'}{\phi_2(\underline{r}, t)} \quad (2.28)$$

$$\Sigma_{s_{2 \rightarrow 1}}(\underline{r}) = \frac{\int_{E_1}^{E_{max}} dE \int_0^{E_1} \Sigma_s(\underline{r}, E' \rightarrow E) \phi(\underline{r}, E', t) dE'}{\phi_2(\underline{r}, t)} \quad (2.29)$$

$$\Sigma_{f_1}(\underline{r}) = \frac{\int_{E_1}^{E_{max}} \Sigma_f(\underline{r}, E') \phi(\underline{r}, E', t) dE'}{\phi_1(\underline{r}, t)} \quad (2.30)$$

$$\Sigma_{f_2}(\underline{r}) = \frac{\int_0^{E_1} \Sigma_f(\underline{r}, E') \phi(\underline{r}, E', t) dE'}{\phi_2(\underline{r}, t)} \quad (2.31)$$

$$v_2(\underline{r}) = \frac{\sum_{j=1} \int_0^{E_1} v^j(E') \Sigma_f^j(\underline{r}, E') \phi(\underline{r}, E', t) dE'}{\Sigma_{f_2}(\underline{r}) \phi_2(\underline{r}, t)} \quad (2.32)$$

$$v_1(\underline{r}) = \frac{\sum_{j=1} \int_{E_1}^{E_{max}} v^j(E') \Sigma_f^j(\underline{r}, E') \phi(\underline{r}, E', t) dE'}{\Sigma_{f_1}(\underline{r}) \phi_1(\underline{r}, t)} \quad (2.33)$$

$$\chi_1(\underline{r}) = \frac{\sum_{j=1} \int_{E_1}^{E_{max}} \chi^j(E) dE \int_0^{E_{max}} v^j(E') \Sigma_f^j(\underline{r}, E') \phi(\underline{r}, E', t) dE'}{\sum_{j=1} \int_0^{E_{max}} \chi^j(E) dE \int_0^{E_{max}} v^j(E') \Sigma_f^j(\underline{r}, E') \phi(\underline{r}, E', t) dE'} \quad (2.34)$$

$$\chi_2(\underline{r}) = \frac{\sum_{j=1} \int_0^{E_1} \chi^j(E) dE \int_0^{E_{max}} v^j(E') \Sigma_f^j(\underline{r}, E') \phi(\underline{r}, E', t) dE'}{\sum_{j=1} \int_0^{E_{max}} \chi^j(E) dE \int_0^{E_{max}} v^j(E') \Sigma_f^j(\underline{r}, E') \phi(\underline{r}, E', t) dE'} \quad (2.35)$$

Bu eşitliklerde, g nötron grubu numarası (g = 1 veya g = 2), $\Sigma_{t_g}(\underline{r})$ g. grup için toplam makroskopik tesir kesiti, $\frac{1}{v_g}$ g. grup için nötron hızının tersi, $\Sigma_{s_{g \rightarrow g'}}(\underline{r})$ makroskopik g. gruptan g'. gruba saçılma tesir kesiti, $\Sigma_{f_g}(\underline{r})$ g. grup için makroskopik fisyon tesir kesiti, $v_g(\underline{r})$ g. grup için fisyon başına doğan nötron sayısı, $\chi_g(\underline{r})$ fisyon nötronlarının g. grupta doğma olasılığı olarak tanımlanır. Eşitlik 2.20'den Eşitlik 2.35'e kadar tanımlanan terimler kullanılarak birinci grup için nötron difüzyon eşitliği aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{1}{v_1} \frac{\partial \phi_1(\underline{r}, t)}{\partial t} = \nabla \cdot D_1(\underline{r}) \nabla \phi_1(\underline{r}, t) - \Sigma_{t_1}(\underline{r}) \phi_1(\underline{r}, t) + \Sigma_{s_{1 \rightarrow 1}}(\underline{r}) \phi_1(\underline{r}, t) + \Sigma_{s_{2 \rightarrow 1}}(\underline{r}) \phi_2(\underline{r}, t) + \chi_1(\underline{r}) (v_1(\underline{r}) \Sigma_{f_1}(\underline{r}) \phi_1(\underline{r}, t) + v_2(\underline{r}) \Sigma_{f_2}(\underline{r}) \phi_2(\underline{r}, t)) \quad (2.36)$$

İkinci grup için nötron difüzyon eşitliği ise aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{1}{v_2} \frac{\partial \phi_2(\underline{r}, t)}{\partial t} = \nabla \cdot D_2(\underline{r}) \nabla \phi_2(\underline{r}, t) - \Sigma_{t_2}(\underline{r}) \phi_2(\underline{r}, t) + \Sigma_{s_{2 \rightarrow 2}}(\underline{r}) \phi_2(\underline{r}, t) + \Sigma_{s_{1 \rightarrow 2}}(\underline{r}) \phi_1(\underline{r}, t) + \chi_2(\underline{r}) (v_1(\underline{r}) \Sigma_{f_1}(\underline{r}) \phi_1(\underline{r}, t) + v_2(\underline{r}) \Sigma_{f_2}(\underline{r}) \phi_2(\underline{r}, t)) \quad (2.37)$$

Sistemin çoğaltma faktörüne bakılmak istendiğinde, Eşitlik 2.36 ve 2.37'den zamana bağımlılık kaldırılır ve fisyon kaynağı teriminin önüne $\frac{1}{k_{eff}}$ terimi eklenir.

Böylece kaynak ve kayıp terimleri birbirlerini dengeleyebilir [3]. Zamandan bağımsız iki gruplu nötron difüzyon eşitlikleri aşağıdaki gibidir.

$$-\nabla \cdot D_1(\underline{r}) \nabla \phi_1(\underline{r}) + \Sigma_{a_1}(\underline{r}) \phi_1(\underline{r}) + \Sigma_{s_{1 \rightarrow 2}}(\underline{r}) \phi_1(\underline{r}) - \Sigma_{s_{2 \rightarrow 1}}(\underline{r}) \phi_2(\underline{r}) = \chi_1(\underline{r}) \frac{1}{k_{eff}} \left(v_1(\underline{r}) \Sigma_{f_1}(\underline{r}) \phi_1(\underline{r}) + v_2(\underline{r}) \Sigma_{f_2}(\underline{r}) \phi_2(\underline{r}) \right) \rightarrow 1. \text{ Grup} \quad (2.38)$$

$$-\nabla \cdot D_2(\underline{r}) \nabla \phi_2(\underline{r}) + \Sigma_{a_2}(\underline{r}) \phi_2(\underline{r}) + \Sigma_{s_{2 \rightarrow 1}}(\underline{r}) \phi_2(\underline{r}) - \Sigma_{s_{1 \rightarrow 2}}(\underline{r}) \phi_1(\underline{r}) = \chi_2(\underline{r}) \frac{1}{k_{eff}} \left(v_1(\underline{r}) \Sigma_{f_1}(\underline{r}) \phi_1(\underline{r}) + v_2(\underline{r}) \Sigma_{f_2}(\underline{r}) \phi_2(\underline{r}) \right) \rightarrow 2. \text{ Grup} \quad (2.39)$$

Burada, $\Sigma_{a_g}(\underline{r}) = \Sigma_{t_g}(\underline{r}) - \sum_{g'=1}^2 \Sigma_{s_{g \rightarrow g'}}(\underline{r})$ olarak tanımlanır ve g. grup için makroskopik yutulma tesir kesiti olarak adlandırılır. k_{eff} , sistemin çoğaltma faktörüdür ve N. nesildeki nötron sayısının (N-1). nesildeki nötron sayısına oranı olarak tanımlanır.

$$k_{eff} = \frac{\text{Fisyonla nötron üretim hızı}}{\text{nötron yutulma hızı} + \text{nötron kaçağı hızı}} \quad (2.40)$$

2.1.5. Nötron Difüzyon Teorisinde Sınır Koşulları

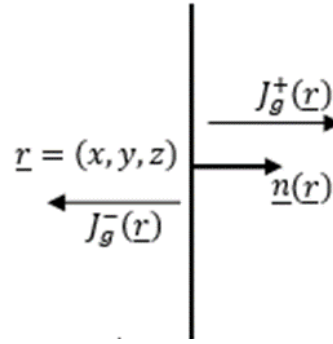
Nötron difüzyon teorisinde, bir yüzey için birim alan başına giren veya çıkan nötron sayıları, kısmi nötron akımlarıyla belirlenebilir. Kısmi akımlar, Şekil 2.2'de gösterildiği gibi bir yüzeyin normaline göre tanımlanır [4] ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$J_g^+(\underline{r}) = \frac{1}{4} \left[\phi_g(\underline{r}) + 2\underline{J}_g(\underline{r}) \cdot \underline{n}(\underline{r}) \right] \quad (2.41)$$

$$J_g^-(\underline{r}) = \frac{1}{4} \left[\phi_g(\underline{r}) - 2\underline{J}_g(\underline{r}) \cdot \underline{n}(\underline{r}) \right] \quad (2.42)$$

Burada, $J_g^+(\underline{r})$ Şekil 2.2'deki yüzeyin sol tarafından sağ tarafına geçen nötronların birim alan başına sayısını veren kısmi nötron akımı, $J_g^-(\underline{r})$, Şekil 2.2'deki yüzeyin sağ tarafından sol tarafına geçen nötronların birim alan başına sayısını veren kısmi nötron akımı olarak tanımlanır. $\underline{n}(\underline{r})$, \underline{r} konumunda bulunan söz konusu yüzey için normal vektörüdür.

Kısmi akımlar, nötron difüzyon denklemini çözmek için sınır koşulu görevi görürler. Örneğin, Şekil 2.2'deki yüzeye sağ taraftan hiç nötron girmiyorsa bu durum vakum sınır koşulu olarak adlandırılır ve $J_g^-(\underline{r}) = 0$ sınır koşulu sağlanmalıdır.



Şekil 2.2. Kısmi nötron akımlarının $\underline{n}(\underline{r})$ normal vektörüne sahip bir yüzey üzerinden gösterimi.

2.1.5.1. Albedo Sınır Koşulları

Albedo, bir yüzeyden geçen nötronlardan ne kadarının geri yansıdığını oran olarak ifade eden bir terimdir. Albedo, α sembolüyle gösterilir ve konuma bağlı olarak aşağıdaki gibi tanımlanır [4].

$$\alpha(\underline{r}) = \frac{J^-(\underline{r})}{J^+(\underline{r})} \quad (2.43)$$

Nötron enerji grupları arasında albedo değerleri aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\alpha_{g \rightarrow g'}(\underline{r}) = \frac{J_{g \rightarrow g'}^-(\underline{r})}{J_g^+(\underline{r})} \quad (2.44)$$

Burada, $\alpha_{g \rightarrow g'}(\underline{r})$ \underline{r} konumundaki söz konusu yüzeyden g . grup nötronları olarak çıkıp g' . grup nötronları olarak geri yansıyan nötronların oranını verir ve g . gruptan g' . gruba albedo olarak adlandırılır. $J_{g \rightarrow g'}^-(\underline{r})$, g . grup nötronları olarak yüzeyden çıkıp g' . grup nötronları olarak geri yansıyan nötronları ifade eden kısmi akımdır.

Albedo sınır koşullarının kullanımı sayesinde, reaktörün reflektör kısımları için ayrıca difüzyon denklemlerinin çözülmesine gerek kalmaz. Albedo sınır koşulları kullanılarak kısmi nötron akımları, sınır bölgelerde aşağıdaki gibi tanımlanabilir (2 grup için).

$$J_1^-(\underline{r}) = \alpha_{1 \rightarrow 1}(\underline{r}) J_1^+(\underline{r}) + \alpha_{2 \rightarrow 1}(\underline{r}) J_2^+(\underline{r}) \quad (2.45)$$

$$J_2^-(\underline{r}) = \alpha_{1 \rightarrow 2}(\underline{r}) J_1^+(\underline{r}) + \alpha_{2 \rightarrow 2}(\underline{r}) J_2^+(\underline{r}) \quad (2.46)$$

2.2. Nötron Transport Eşitliği

Nötronların bir reaktör içerisindeki dağılımının elde edilmesi, nükleer reaktör teorisinin en önemli problemidir. Nötronların reaktör içinde bir difüzyon sürecindeymiş gibi davrandıkları teorisi (nötron difüzyon teorisi), sadece sınırlı bir doğruluğa sahiptir. Nötronların reaktör içindeki davranışları çok daha karmaşıktır, nötronlar çok farklı yönlerde saçılmalar yapabilirler. Bu yüzden nötronların davranışlarını doğru bir şekilde modelleyen nötron transport eşitliği türetilmiştir. Nötron transport eşitliği aşağıda verilmiştir [2].

$$\begin{aligned} \frac{\partial N(\underline{r}, \underline{\Omega}, E, t)}{\partial t} + v(E) \underline{\Omega} \cdot \underline{\nabla} N(\underline{r}, \underline{\Omega}, E, t) + \Sigma_t(\underline{r}, E) v(E) N(\underline{r}, \underline{\Omega}, E, t) = \\ \int_{4\pi} d\underline{\Omega}' \int_0^\infty dE' v(E') \Sigma_s(\underline{r}, E' \rightarrow E, \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) N(\underline{r}, \underline{\Omega}', E', t) + \\ \frac{\chi(E)}{4\pi} \int_{4\pi} d\underline{\Omega}' \int_0^\infty dE' v(E') \Sigma_f(\underline{r}, E') v(E') N(\underline{r}, \underline{\Omega}', E', t) + S(\underline{r}, \underline{\Omega}, E, t) \end{aligned} \quad (2.47)$$

Burada, $S(\underline{r}, \underline{\Omega}, E, t)$ nötron kaynak yoğunluğudur, $\Sigma_s(\underline{r}, E' \rightarrow E, \underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega})$ ise çift diferansiyel saçılma tesir kesitidir. Eşitlik 2.47'deki diğer terimler nötron difüzyon teorisi kapsamında daha önce tanımlanmıştır.

Nötron transport eşitliğini üç boyutta analitik olarak çözmek mümkün değildir. Nötron transport eşitliğinin çözümüne eşdeğer sonuçlar elde etmek için Monte Carlo yöntemleri kullanılabilir. Monte Carlo yöntemi, nötron etkileşimlerinin stokastik olarak modellenmesini sağlar. Bu yöntemde parçacıklar tek tek takip edildiği için çok işlem gücüne ve zamana ihtiyaç duyulur.

2.3. Sonlu Hacimler Yöntemi

Sonlu hacimler yöntemi (SHY), diferansiyel hacimler üzerine uygulanan koruma yasalarından yola çıkarak, kısmi diferansiyel denklemleri çözülebilir cebirsel denklemlere dönüştüren sayısal bir yöntemdir ve akışkanlar mekaniği, ısı ve kütle transferi alanlarında yaygın olarak kullanılmaktadır [5].

3. SONLU HACİMLER YÖNTEMİYLE İKİ GRUPLU NÖTRON DİFÜZYONUNUN 3 BOYUTTA MODELLENMESİ

3.1. Nötron Difüzyonunu Modellemek İçin SHY'nin Uygunluğu

Bir nükleer reaktör korunun nötronik hesaplamaları için analitik yöntemlerin kullanılması pek mümkün değildir. Bu yüzden, tüm kor hesaplamalarında Monte Carlo yöntemleri kullanılmayacaksa sayısal yöntemler kullanılabilir. Sayısal yöntemler doğru bir şekilde kullanılırsa Monte Carlo yöntemlerinden çok daha hızlı sonuçlar verebilir. SHY ile nötron difüzyon denklemlerinin 3 boyutta (3B) çözümü, birleştirilmiş termal hidrolik ve nötronik hesapların daha kolay yapılmasını sağlayabilir [6].

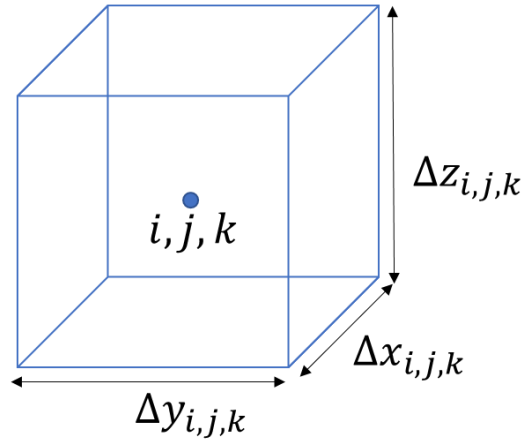
Bölüm 2.1.'de açıklandığı gibi, nötron difüzyon eşitlikleri bir diferansiyel hacim elemanı üzerinden elde edilir. Diferansiyel hacim elemanı, sonsuz küçüklükte bir hacmi ifade eder ve bir nokta gibi değerlendirilebilir. Nötron difüzyonu için koruma eşitliklerini, diferansiyel bir hacim elemanı yerine sonlu bir hacim üzerinden de yazmamız mümkündür. Sonlu bir hacim elemanı kullandığımızda, türev terimleri için yaklaşık ifadeler kullanmamız gerekecektir; ayrıca hacim elemanı içerisindeki kaynak veya yutulma terimleri için de yaklaşık ifadeler üretmek gerekecektir. Bu sebeple, sonlu hacimler yöntemiyle elde edilen sonuçların bir miktar hata içermesi beklenir. Bir sonlu hacim elemanının boyutları ne kadar küçültülürse, elde edilen sonuçların da o kadar az hata içermesi beklenir.

Sonlu hacimler yöntemi ile ayrıklaştırma 3B'de yapılacaksa çok büyük lineer sistemlerin çözümü gerekebilir. Örneğin, iki gruplu nötron difüzyonu, 3B olarak kartezyen koordinatlarda, x, y ve z yönlerinde 100'er adet ağ noktası kullanılarak modellenmek istenirse bir milyon adet hacim elemanının tanımlanması gerekir. Bu hacim elemanlarının her biri için ikişer adet eşitlik yazılmalıdır ve iki milyon eşitliğe sahip bir lineer sistem elde edilir. Elde edilen lineer sistemi çözmek kolay değildir. Bunun için 3B sonlu hacimler yöntemi kullanıldığında uygun lineer sistem çözme tekniklerinin de kullanılması gerekecektir.

3.2. Sonlu Hacimler Yöntemiyle İki Gruplu Nötron Difüzyonunun Modellenmesi

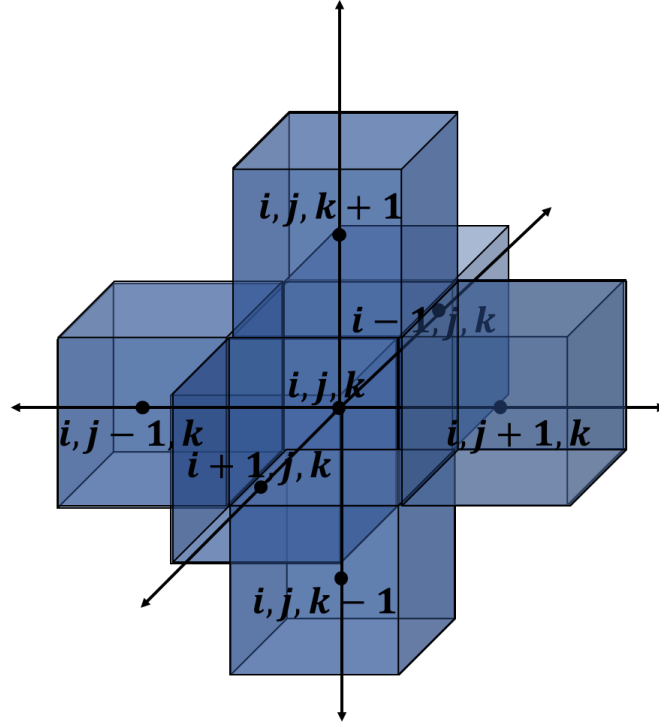
3.2.1. Hacim Elemanlarının Tanımlanması

Bu çalışmada kullanılan sonlu hacim elemanları, Kartezyen koordinatlarda tanımlanmıştır. Hacim elemanlarının boyutları ve içerdikleri malzemeler farklı olabilir. Bu yüzden, hacim elemanının boyutlarını ve difüzyon parametrelerini ayrı ayrı ifade edecek indisler kullanılmıştır. Şekil 3.1'deki hacim elemanında i, j ve k indisleri sırasıyla; x yönündeki, y yönündeki ve z yönündeki bir noktayı temsil eder. Tanımlanan hacim elemanlarının merkezi, bu i, j, k noktasıdır.



Şekil 3.1. Kartezyen koordinatlarda tanımlanan bir sonlu hacim elemanı.

3B'de tanımlanan bir sonlu hacim elemanı için nötron denge eşitlikleri zamandan bağımsız olarak yazılmak istendiğinde; etkileşim hızları, hacim elemanının merkezindeki nötron akısı değerine göre yazılabilir. Hacim elemanının yüzeylerinden gerçekleşen nötron sızıntısı ise, hacim elemanının yüzeylerinde hesaplanan yaklaşık net nötron akımları kullanılarak hesaplanabilir. Bunun için komşu hacim elemanlarındaki akılara ihtiyaç vardır. Merkezi i, j, k 'da bulunan bir hacim elemanı, komşuluklarıyla beraber Şekil 3.2'deki gibi gösterilebilir.

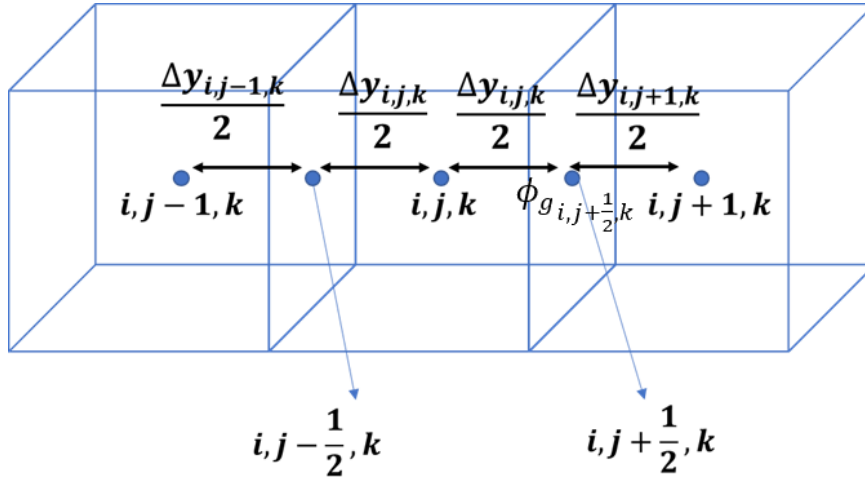


Şekil 3.2. Kartezyen koordinatlarda komşuluklarıyla beraber i, j, k indisli bir hacim elemanın gösterimi.

3.2.2. Ara Yüzelerde Nötron Akısının ve Nötron Akımının Sürekliliğinin Sağlanması

Hacim elemanlarının yüzeylerinde, nötron akı ve akımları sürekli olmalıdır. Komşu hacim elemanlarının difüzyon katsayılarının birbirlerinden farklı olduğu durumlarda bu sürekliliğin sağlanması için Kaynak [7]'de, difüzyon katsayılarının yüzeylerde interpolasyonu önerilmiştir. İnterpolasyon hata içermesi ihtimali yüksek, kaba bir yaklaşım olduğu için bu çalışmada interpolasyon yöntemi tercih edilmemiştir. Bunun yerine, hacim elemanlarının ara yüzeylerinde bir ara yüzey nötron akısı tanımlanmıştır. Tanımlanan ara yüzey nötron akıları, yaklaşık türev terimlerinde kullanılmıştır. Böylece, ara yüzeylerde hem nötron akıları hem de nötron akımlarının sürekli olması sağlanmıştır.

Sürekliliğin sağlanması için yapılan yaklaşımlar sadece y eksenini üzerinden gösterilecektir. Tüm hesaplamalar, x ve z eksenleri için de aynı şekilde yapılmıştır. Şekil 3.3'te gösterilen hacim elemanında, g . nötron enerji grubu için $i, j + \frac{1}{2}, k$ indisli ara yüzeyin merkezindeki akıyı $\phi_{g, i, j + \frac{1}{2}, k}$, net akımı ise $J_{g, i, j + \frac{1}{2}, k}$ olarak tanımlayabiliriz.



Şekil 3.3. Komşu hacim elemanlarının ara yüzeylerinin y eksenini üzerinden gösterimi.

Nötron akımının $i, j + \frac{1}{2}, k$ 'daki sürekliliğinin sağlanması için Eşitlik 3.1 sağlanmalıdır.

$$J_{g, i, j + \frac{1}{2}, k} = -D_{g, i, j, k} \frac{\partial \phi_g}{\partial y} \Big|_{(i, j + \frac{1}{2}, z)^-} = -D_{g, i, j + 1, k} \frac{\partial \phi_g}{\partial y} \Big|_{(i, j + \frac{1}{2}, z)^+} \quad (3.1)$$

Nötron akısının sürekli olma koşulu ise tanımlanan ara yüzey nötron akısı $\phi_{i, j + \frac{1}{2}, k}$ ile kendiliğinden sağlanmış olur.

Eşitlik 3.1'de yer alan türevlere sonlu farklar yaklaşımları yapılabilir. İleri ve geri yönlü sonlu farklar yaklaşımları için kullanılan eşitlikler aşağıda tanımlanmıştır.

$$\frac{\partial \phi_g}{\partial y} \Big|_{(i, j + \frac{1}{2}, z)^-} \approx \frac{(\phi_{g, i, j + \frac{1}{2}, k} - \phi_{g, i, j, k})}{\left(\frac{\Delta y_{i, j, k}}{2}\right)} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \phi_g}{\partial y} \Big|_{(i, j + \frac{1}{2}, z)^+} \approx \frac{(\phi_{g, i, j + 1, k} - \phi_{g, i, j + \frac{1}{2}, k})}{\left(\frac{\Delta y_{i, j + 1, k}}{2}\right)} \quad (3.3)$$

Eşitlik 3.2, geri yönlü sonlu farklar yaklaşımı olarak, Eşitlik 3.3 ileri yönlü sonlu farklar yaklaşımı olarak adlandırılır.

Eşitlik 3.1'deki türevlere sonlu farklar yaklaşımı yapıldığında, nötron akım süreklilik koşulu aşağıdaki gibi yazılır.

$$-D_{g_{i,j,k}} \frac{\left(\phi_{g_{i,j+\frac{1}{2},k}} - \phi_{g_{i,j,k}}\right)}{\left(\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}\right)} = -D_{g_{i,j+1,k}} \frac{\left(\phi_{g_{i,j+1,k}} - \phi_{g_{i,j+\frac{1}{2},k}}\right)}{\left(\frac{\Delta y_{i,j+1,k}}{2}\right)} \quad (3.4)$$

Eşitlik 3.4 kullanılarak $i, j + \frac{1}{2}, k$ noktasındaki akı ($\phi_{i,j+\frac{1}{2},k}$), komşu hacim elemanlarının difüzyon katsayıları ve hacim merkezlerindeki akılar cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\phi_{g_{i,j+\frac{1}{2},k}} = \frac{\left(\frac{D_{g_{i,j+1,k}} \phi_{g_{i,j+1,k}}}{\Delta y_{i,j+1,k}} + \frac{D_{g_{i,j,k}} \phi_{g_{i,j,k}}}{\Delta y_{i,j,k}}\right)}{\left(\frac{D_{g_{i,j+1,k}}}{\Delta y_{i,j+1,k}} + \frac{D_{g_{i,j,k}}}{\Delta y_{i,j,k}}\right)} \quad (3.5)$$

Benzer yaklaşımlar i, j, k merkezli hacim elemanının diğer yüzeylerindeki akımlar için de yapılabilir. Merkezi i, j, k olan bir hacim elemanının tüm yanıl yüzeylerinin merkezlerindeki akılar için eşitlikler aşağıda verilmiştir.

$$\phi_{g_{i,j-\frac{1}{2},k}} = \frac{\left(\frac{D_{g_{i,j-1,k}} \phi_{g_{i,j-1,k}}}{\Delta y_{i,j-1,k}} + \frac{D_{g_{i,j,k}} \phi_{g_{i,j,k}}}{\Delta y_{i,j,k}}\right)}{\left(\frac{D_{g_{i,j-1,k}}}{\Delta y_{i,j-1,k}} + \frac{D_{g_{i,j,k}}}{\Delta y_{i,j,k}}\right)} \quad (3.6)$$

$$\phi_{g_{i+\frac{1}{2},j,k}} = \frac{\left(\frac{D_{g_{i+1,j,k}} \phi_{g_{i+1,j,k}}}{\Delta x_{i+1,j,k}} + \frac{D_{g_{i,j,k}} \phi_{g_{i,j,k}}}{\Delta x_{i,j,k}}\right)}{\left(\frac{D_{g_{i+1,j,k}}}{\Delta x_{i+1,j,k}} + \frac{D_{g_{i,j,k}}}{\Delta x_{i,j,k}}\right)} \quad (3.7)$$

$$\phi_{g_{i-\frac{1}{2},j,k}} = \frac{\left(\frac{D_{g_{i-1,j,k}} \phi_{g_{i-1,j,k}}}{\Delta x_{i-1,j,k}} + \frac{D_{g_{i,j,k}} \phi_{g_{i,j,k}}}{\Delta x_{i,j,k}}\right)}{\left(\frac{D_{g_{i-1,j,k}}}{\Delta x_{i-1,j,k}} + \frac{D_{g_{i,j,k}}}{\Delta x_{i,j,k}}\right)} \quad (3.8)$$

$$\phi_{g_{i,j,k+\frac{1}{2}}} = \frac{\left(\frac{D_{g_{i,j,k+1}} \phi_{g_{i,j,k+1}}}{\Delta z_{i,j,k+1}} + \frac{D_{g_{i,j,k}} \phi_{g_{i,j,k}}}{\Delta z_{i,j,k}}\right)}{\left(\frac{D_{g_{i,j,k+1}}}{\Delta z_{i,j,k+1}} + \frac{D_{g_{i,j,k}}}{\Delta z_{i,j,k}}\right)} \quad (3.9)$$

$$\phi_{g,i,j,k-\frac{1}{2}} = \frac{\left(\frac{D_{g,i,j,k-1} \phi_{g,i,j,k-1}}{\Delta z_{i,j,k-1}} + \frac{D_{g,i,j,k} \phi_{g,i,j,k}}{\Delta z_{i,j,k}} \right)}{\left(\frac{D_{g,i,j,k-1}}{\Delta z_{i,j,k-1}} + \frac{D_{g,i,j,k}}{\Delta z_{i,j,k}} \right)} \quad (3.10)$$

Eşitlik 3.5'ten Eşitlik 3.10'a kadar tanımlanan akılar, hacim elemanlarının yüzeylerindeki net nötron akımı hesaplarında kullanılabilir. Bu sayede, akı ve net nötron akımının süreklilik şartı her zaman sağlanmış olacaktır.

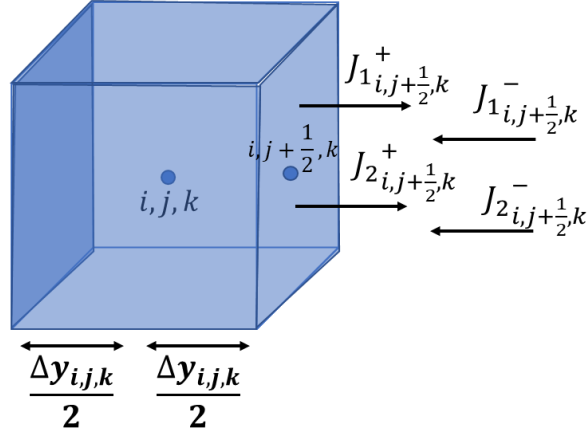
3.2.3. Geometri Sınırlarında Nötron Akısı (Sınır Koşulları)

Bu çalışmada, geometrinin sınırlarında bulunan yüzeylerdeki kısmi nötron akımlarını elde etmek Bölüm 2.1.5.1'de tanımlanan albedo sınır koşullarının kullanılması tercih edilmiştir. Şekil 3.4'te gösterilen hacim elemanının $i, j + \frac{1}{2}, k$ indisli yüzeyi (+y yönündeki yüzeyi), bir sınır bölgesinde bulunmaktadır. Bu yüzey için kısmi akımları Eşitlik 2.45 ve Eşitlik 2.46'yı kullanarak aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz.

$$J_{1,i,j+\frac{1}{2},k}^- = \alpha_{1 \rightarrow 1,i,j+\frac{1}{2},k} J_{1,i,j+\frac{1}{2},k}^+ + \alpha_{2 \rightarrow 1,i,j+\frac{1}{2},k} J_{2,i,j+\frac{1}{2},k}^+ \quad (3.11)$$

$$J_{2,i,j+\frac{1}{2},k}^- = \alpha_{1 \rightarrow 2,i,j+\frac{1}{2},k} J_{1,i,j+\frac{1}{2},k}^+ + \alpha_{2 \rightarrow 2,i,j+\frac{1}{2},k} J_{2,i,j+\frac{1}{2},k}^+ \quad (3.12)$$

Burada, $\alpha_{1 \rightarrow 1,i,j+\frac{1}{2},k}$ birinci gruptan birinci gruba albedo, $\alpha_{2 \rightarrow 1,i,j+\frac{1}{2},k}$ ikinci gruptan birinci gruba albedo, $\alpha_{1 \rightarrow 2,i,j+\frac{1}{2},k}$ birinci gruptan ikinci gruba albedo, $\alpha_{2 \rightarrow 2,i,j+\frac{1}{2},k}$ ikinci gruptan ikinci gruba albedo, $J_{1,i,j+\frac{1}{2},k}^-$ birinci grup için negatif yönlü kısmi akım, $J_{2,i,j+\frac{1}{2},k}^-$ ikinci grup için negatif yönlü kısmi akım, $J_{1,i,j+\frac{1}{2},k}^+$ birinci grup için pozitif yönlü kısmi akım ve $J_{2,i,j+\frac{1}{2},k}^+$ ikinci grup için pozitif yönlü kısmi akım olarak tanımlanır.



Şekil 3.4. +y yönündeki yüzeyi sınırdaki hacim elemanı ve bu sınır yüzeydeki kısmi nötron akımlarının temsilen gösterimi.

Eşitlik 3.11 ve Eşitlik 3.12’de tanımlanan kısmi nötron akımlarını Eşitlik 2.41 ve Eşitlik 2.42’yi kullanarak aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\frac{1}{4} \left[\phi_{s1,i,j+\frac{1}{2},k} - 2J_{\underline{1},i,j+\frac{1}{2},k} \cdot \underline{j} \right] = \alpha_{1 \rightarrow 1,i,j+\frac{1}{2},k} \frac{1}{4} \left[\phi_{s1,i,j+\frac{1}{2},k} + 2J_{\underline{1},i,j+\frac{1}{2},k} \cdot \underline{j} \right] + \alpha_{2 \rightarrow 1,i,j+\frac{1}{2},k} \frac{1}{4} \left[\phi_{s2,i,j+\frac{1}{2},k} + 2J_{\underline{2},i,j+\frac{1}{2},k} \cdot \underline{j} \right] \quad (3.13)$$

$$\frac{1}{4} \left[\phi_{s2,i,j+\frac{1}{2},k} - 2J_{\underline{2},i,j+\frac{1}{2},k} \cdot \underline{j} \right] = \alpha_{1 \rightarrow 2,i,j+\frac{1}{2},k} \frac{1}{4} \left[\phi_{s1,i,j+\frac{1}{2},k} + 2J_{\underline{1},i,j+\frac{1}{2},k} \cdot \underline{j} \right] + \alpha_{2 \rightarrow 2,i,j+\frac{1}{2},k} \frac{1}{4} \left[\phi_{s2,i,j+\frac{1}{2},k} + 2J_{\underline{2},i,j+\frac{1}{2},k} \cdot \underline{j} \right] \quad (3.14)$$

Burada, $J_{\underline{1},i,j+\frac{1}{2},k}$ $i, j + \frac{1}{2}, k$ indisli yüzey için birinci grup nötron akım yoğunluğu, $J_{\underline{2},i,j+\frac{1}{2},k}$ $i, j + \frac{1}{2}, k$ indisli yüzey için ikinci grup nötron akım yoğunluğu, \underline{j} yüzeyin birim normal vektörü ve $\phi_{s1,i,j+\frac{1}{2},k}$ ve $\phi_{s2,i,j+\frac{1}{2},k}$ sınır yüzeyin merkezindeki grup nötron akımlarıdır.

Eşitlik 3.13 ve Eşitlik 3.14’te yer alan nötron akım yoğunluğu terimleri, Eşitlik 2.12’de tanımlanan Fick yasası ile yazılabilir ve türev terimlerine sonlu farklar yaklaşımları yapılabilir. Bu yaklaşımlarla, sınır yüzeydeki kısmi nötron akımları için aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\left[\phi_{s1_{i,j+\frac{1}{2},k}} + 2D_{1,i,j,k} \frac{\left(\phi_{s1_{i,j+\frac{1}{2},k}} - \phi_{1_{i,j,k}} \right)}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} \right] = \alpha_{1 \rightarrow 1_{i,j+\frac{1}{2},k}} \left[\phi_{s1_{i,j+\frac{1}{2},k}} - \right. \\ \left. 2D_{1,i,j,k} \frac{\left(\phi_{s1_{i,j+\frac{1}{2},k}} - \phi_{1_{i,j,k}} \right)}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} \right] + \alpha_{2 \rightarrow 1_{i,j+\frac{1}{2},k}} \left[\phi_{s2_{i,j+\frac{1}{2},k}} - 2D_{2,i,j,k} \frac{\left(\phi_{s2_{i,j+\frac{1}{2},k}} - \phi_{2_{i,j,k}} \right)}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} \right] \quad (3.15)$$

$$\left[\phi_{s2_{i,j+\frac{1}{2},k}} + 2D_{2,i,j,k} \frac{\left(\phi_{s2_{i,j+\frac{1}{2},k}} - \phi_{2_{i,j,k}} \right)}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} \right] = \alpha_{1 \rightarrow 2_{i,j+\frac{1}{2},k}} \left[\phi_{s1_{i,j+\frac{1}{2},k}} - \right. \\ \left. 2D_{1,i,j,k} \frac{\left(\phi_{s1_{i,j+\frac{1}{2},k}} - \phi_{1_{i,j,k}} \right)}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} \right] + \alpha_{2 \rightarrow 2_{i,j+\frac{1}{2},k}} \left[\phi_{s2_{i,j+\frac{1}{2},k}} - 2D_{2,i,j,k} \frac{\left(\phi_{s2_{i,j+\frac{1}{2},k}} - \phi_{2_{i,j,k}} \right)}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} \right] \quad (3.16)$$

Eşitlik 3.15 ve Eşitlik 3.16 kullanılarak $i, j + \frac{1}{2}, k$ noktasındaki grup nötron akıları; albedolar, difüzyon katsayıları ve hacim elemanı merkezindeki akılar cinsinden yazılabilir. Sınırdaki bulunan $i, j + \frac{1}{2}, k$ noktasındaki grup akıları için elde edilecek eşitlikler çok uzun olduğu için aşağıda yer alan değişkenlerin tanımlanması gerekmiştir.

$$m_{1_{i,j+\frac{1}{2},k}} = \left(1 + \frac{2D_{1,i,j,k}}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} \right) + \left(\frac{2D_{1,i,j,k} \alpha_{1 \rightarrow 1_{i,j+\frac{1}{2},k}}}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} - \alpha_{1 \rightarrow 1_{i,j+\frac{1}{2},k}} \right) \quad (3.17)$$

$$n_{1_{i,j+\frac{1}{2},k}} = \left(\frac{2D_{1,i,j,k} \alpha_{1 \rightarrow 1_{i,j+\frac{1}{2},k}}}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} + \frac{2D_{1,i,j,k}}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} \right) \quad (3.18)$$

$$o_{1_{i,j+\frac{1}{2},k}} = \left(\frac{2D_{2,i,j,k} \alpha_{2 \rightarrow 1_{i,j+\frac{1}{2},k}}}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} \right) \quad (3.19)$$

$$p_{1_{i,j+\frac{1}{2},k}} = \left(\alpha_{2 \rightarrow 1_{i,j+\frac{1}{2},k}} - \frac{2D_{2,i,j,k}}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} \alpha_{2 \rightarrow 1_{i,j+\frac{1}{2},k}} \right) \quad (3.20)$$

$$m_{2_{i,j+\frac{1}{2},k}} = \left(1 + \frac{2D_{2,i,j,k}}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} \right) + \left(\frac{2D_{2,i,j,k} \alpha_{2 \rightarrow 2_{i,j+\frac{1}{2},k}}}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} - \alpha_{2 \rightarrow 2_{i,j+\frac{1}{2},k}} \right) \quad (3.21)$$

$$n_{2,i,j+\frac{1}{2},k} = \left(\frac{2D_{2i,j,k} \alpha_{2 \rightarrow 2,i,j+\frac{1}{2},k}}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} + \frac{2D_{2i,j,k}}{2} \right) \quad (3.22)$$

$$o_{2,i,j+\frac{1}{2},k} = \left(\frac{2D_{1i,j,k} \alpha_{1 \rightarrow 2,i,j+\frac{1}{2},k}}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} \right) \quad (3.23)$$

$$p_{2,i,j+\frac{1}{2},k} = \left(\alpha_{1 \rightarrow 2,i,j+\frac{1}{2},k} - \frac{2D_{1i,j,k}}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} \alpha_{1 \rightarrow 2,i,j+\frac{1}{2},k} \right) \quad (3.24)$$

Eşitlik 3.17'den Eşitlik 3.24'e kadar tanımlanan değişkenler kullanılarak dört yeni değişken daha aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$Y_{1,i,j+\frac{1}{2},k} = \left(\frac{p_{1,i,j+\frac{1}{2},k} o_{2,i,j+\frac{1}{2},k} + n_{1,i,j+\frac{1}{2},k} m_{2,i,j+\frac{1}{2},k}}{m_{1,i,j+\frac{1}{2},k} m_{2,i,j+\frac{1}{2},k} - p_{1,i,j+\frac{1}{2},k} p_{2,i,j+\frac{1}{2},k}} \right) \quad (3.25)$$

$$Y_{2,i,j+\frac{1}{2},k} = \left(\frac{p_{1,i,j+\frac{1}{2},k} n_{2,i,j+\frac{1}{2},k} + o_{1,i,j+\frac{1}{2},k} m_{2,i,j+\frac{1}{2},k}}{m_{1,i,j+\frac{1}{2},k} m_{2,i,j+\frac{1}{2},k} - p_{1,i,j+\frac{1}{2},k} p_{2,i,j+\frac{1}{2},k}} \right) \quad (3.26)$$

$$Y_{3,i,j+\frac{1}{2},k} = \left(\frac{m_{1,i,j+\frac{1}{2},k} n_{2,i,j+\frac{1}{2},k} + p_{2,i,j+\frac{1}{2},k} o_{1,i,j+\frac{1}{2},k}}{m_{1,i,j+\frac{1}{2},k} m_{2,i,j+\frac{1}{2},k} - p_{1,i,j+\frac{1}{2},k} p_{2,i,j+\frac{1}{2},k}} \right) \quad (3.27)$$

$$Y_{4,i,j+\frac{1}{2},k} = \left(\frac{m_{1,i,j+\frac{1}{2},k} o_{2,i,j+\frac{1}{2},k} + p_{2,i,j+\frac{1}{2},k} n_{1,i,j+\frac{1}{2},k}}{m_{1,i,j+\frac{1}{2},k} m_{2,i,j+\frac{1}{2},k} - p_{1,i,j+\frac{1}{2},k} p_{2,i,j+\frac{1}{2},k}} \right) \quad (3.28)$$

Eşitlik 3.25'ten 3.28'e kadar tanımlanan değişkenler kullanılarak bir sınırda bulunan $i, j + \frac{1}{2}, k$ noktasındaki grup akıları aşağıdaki gibi yazılır.

$$\phi_{s1,i,j+\frac{1}{2},k} = Y_{1,i,j+\frac{1}{2},k} \phi_{1,i,j,k} + Y_{2,i,j+\frac{1}{2},k} \phi_{2,i,j,k} \quad (3.29)$$

$$\phi_{s2,i,j+\frac{1}{2},k} = Y_{3,i,j+\frac{1}{2},k} \phi_{2,i,j,k} + Y_{4,i,j+\frac{1}{2},k} \phi_{1,i,j,k} \quad (3.30)$$

Bir hacim elemanının diğer yüzeyleri de geometri sınırlarında olabilir. Hacim elemanının altı yüzeyi için de albedo sınır koşulları aynı şekilde kullanılır; yüzeyden giren kısmi nötron akımları, yüzeyden çıkan kısmi nötron akımları cinsinden yazılır. Hacim elemanının altı yüzeyi için de bu işlemlerin gösterilmesi

çok uzun süreceğinden ötürü, sadece bir yüzey üzerinden örnek verilmiştir. Tüm yüzeyler için elde edilecek akılar, Eşitlik 3.29 ve Eşitlik 3.30 ile aynı formda olacaktır; sadece indislerde değişiklikler olacaktır. Örneğin, $i - \frac{1}{2}, j, k$ 'deki yüzeyde albedo sınır koşulları uygulanacaksa, Eşitlik 3.29 ve 3.30 türetilirken kullanılan tüm $i, j + \frac{1}{2}, k$ indisleri, $i - \frac{1}{2}, j, k$ ile değiştirilecektir.

3.2.4. Hacim Elemanı Yüzeylerinden Gerçekleşen Toplam Sızıntı Hızının Hesaplanması

Bir hacim elemanı üzerinde nötron dengesinin kurulabilmesi için hacim elemanının yüzeylerinden giren ve çıkan nötronların birim zamandaki net sayısının bilinmesi gerekir. Bir hacim elemanından gerçekleşen toplam net nötron akışı hızı, literatürde sızıntı hızı olarak adlandırılmaktadır. Hacim elemanından gerçekleşen sızıntı hızı, hacim elemanından birim zamanda çıkan nötron sayısından hacim elemanına birim zamanda giren nötron sayısının çıkartılmasıyla elde edilir. Sızıntı terimi negatif olursa, hacim elemanının içerisine net bir nötron akışı vardır. Sızıntı terimini pozitif olursa hacim elemanından komşu hacimlere net bir nötron akışı vardır.

Bir hacim elemanından gerçekleşen sızıntı hızının hesaplanması için hacim elemanının yüzeylerindeki net nötron akımı değerleri bilinmelidir. Net nötron akımının hesabı için Fick yasası kullanılır. Eşitlik 2.12'de tanımlanan kısmi türevlere sonlu farklar yöntemi ile yaklaşım yapılarak ve Eşitlik 2.5'te tanımlanan net nötron akımı kullanılarak, hacim elemanlarının yüzeylerinden gerçekleşen sızıntı hızları hesaplanabilir. Şekil 3.5'te gösterilen hacim elemanının yüzeylerinden gerçekleşen sızıntı hızları aşağıdaki eşitliklerde tanımlanmıştır.

$$A_{xz, i, j + \frac{1}{2}, k} \text{ yüzey alanından } g. \text{ grup için gerçekleşen net nötron sızıntısı hızı} = -D_{g, i, j, k} \frac{\phi_{g, i, j + \frac{1}{2}, k} - \phi_{g, i, j, k}}{\frac{\Delta y_{i, j, k}}{2}} \Delta x_{i, j, k} \Delta z_{i, j, k} \quad (3.31)$$

$$A_{xz, i, j - \frac{1}{2}, k} \text{ yüzey alanından } g. \text{ grup için gerçekleşen net nötron sızıntısı hızı} = D_{g, i, j, k} \frac{\phi_{g, i, j, k} - \phi_{g, i, j - \frac{1}{2}, k}}{\frac{\Delta y_{i, j, k}}{2}} \Delta x_{i, j, k} \Delta z_{i, j, k} \quad (3.32)$$

$$A_{xy, i, j, k + \frac{1}{2}} \text{ yüzey alanından } g. \text{ grup için gerçekleşen net nötron sızıntısı hızı} = -D_{g, i, j, k} \frac{\phi_{g, i, j, k + \frac{1}{2}} - \phi_{g, i, j, k}}{\frac{\Delta z_{i, j, k}}{2}} \Delta x_{i, j, k} \Delta y_{i, j, k} \quad (3.33)$$

$$A_{xy_{i,j,k-\frac{1}{2}}} \text{ yüzey alanından } g. \text{ grup için gerçekleşen net nötron sızıntısı hızı} = D_{g_{i,j,k}} \frac{\phi_{g_{i,j,k}} - \phi_{g_{i,j,k-\frac{1}{2}}}}{\frac{\Delta z_{i,j,k}}{2}} \Delta x_{i,j,k} \Delta y_{i,j,k} \quad (3.34)$$

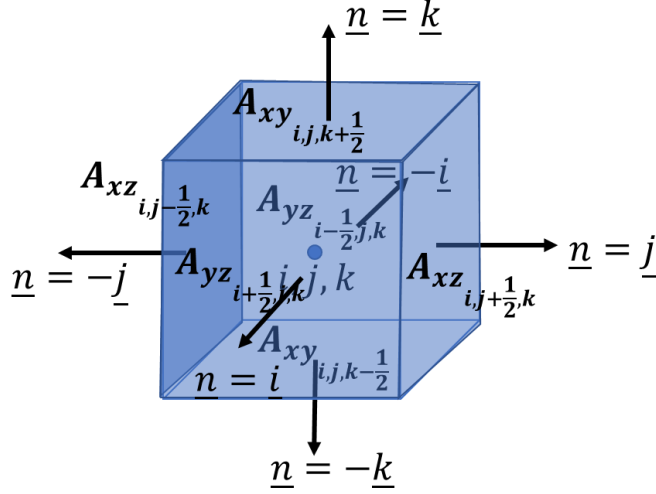
$$A_{yz_{i+\frac{1}{2},j,k}} \text{ yüzey alanından } g. \text{ grup için gerçekleşen net nötron sızıntısı hızı} = -D_{g_{i,j,k}} \frac{\phi_{g_{i+\frac{1}{2},j,k}} - \phi_{g_{i,j,k}}}{\frac{\Delta x_{i,j,k}}{2}} \Delta y_{i,j,k} \Delta z_{i,j,k} \quad (3.35)$$

$$A_{yz_{i-\frac{1}{2},j,k}} \text{ yüzey alanından } g. \text{ grup için gerçekleşen net nötron sızıntısı hızı} = D_{g_{i,j,k}} \frac{\phi_{g_{i,j,k}} - \phi_{g_{i-\frac{1}{2},j,k}}}{\frac{\Delta x_{i,j,k}}{2}} \Delta y_{i,j,k} \Delta z_{i,j,k} \quad (3.36)$$

Şekil 3.5'te gösterilen hacim elemanından gerçekleşen toplam sızıntı hızı, Eşitlik 3.31'den Eşitlik 3.36'ya kadar tanımlanan denklemler toplanarak elde edilir. Toplam sızıntı hızı aşağıda verilmiştir,

$$SR_{g_{i,j,k}} = D_{g_{i,j,k}} \left[\left(-\frac{\phi_{g_{i,j+\frac{1}{2},k}} - \phi_{g_{i,j,k}}}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} + \frac{\phi_{g_{i,j,k}} - \phi_{g_{i,j-\frac{1}{2},k}}}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} \right) \Delta x_{i,j,k} \Delta z_{i,j,k} + \left(-\frac{\phi_{g_{i,j,k+\frac{1}{2}}} - \phi_{g_{i,j,k}}}{\frac{\Delta z_{i,j,k}}{2}} + \frac{\phi_{g_{i,j,k}} - \phi_{g_{i,j,k-\frac{1}{2}}}}{\frac{\Delta z_{i,j,k}}{2}} \right) \Delta x_{i,j,k} \Delta y_{i,j,k} + \left(-\frac{\phi_{g_{i+\frac{1}{2},j,k}} - \phi_{g_{i,j,k}}}{\frac{\Delta x_{i,j,k}}{2}} + \frac{\phi_{g_{i,j,k}} - \phi_{g_{i-\frac{1}{2},j,k}}}{\frac{\Delta x_{i,j,k}}{2}} \right) \Delta y_{i,j,k} \Delta z_{i,j,k} \right] \quad (3.37)$$

Burada, $SR_{g_{i,j,k}}$ i, j, k indisli hacim elemanından $g.$ grup için gerçekleşen nötron sızıntı hızıdır. Eşitlik 3.37'deki ara yüzey nötron akımları için yüzeyler iç bölgelerdeyse Eşitlik 3.5, 3.6, 3.7, 3.8, 3.9, 3.10 kullanılır, yüzeyler sınırlardaysa Bölüm 3.2.3.'te anlatılan yöntem kullanılır. Böylece toplam sızıntı hızı, hacim elemanlarının merkezlerindeki nötron akıları cinsinden yazılabilir.



Şekil 3.5. i, j, k indisli bir hacim elemanın yan yüzeylerinin gösterimi ve yan yüzeylerin birim normal vektörleri.

3.2.5. Hacim Elemanı İçerisindeki Etkileşim Hızlarının Hesaplanması

Şekil 3.1’de tanımlanan hacim elemanın içerisinde gerçekleşen etkileşim hızları Eşitlik 2.2’den yola çıkarak; hacim elemanın merkezindeki nötron akısı, hacim elemanına ait makroskopik tesir kesitleri ve hacim elemanın hacmi kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$RR_{m_{g_{i,j,k}}} = \Sigma_{m_{g_{i,j,k}}} \phi_{g_{i,j,k}} \Delta x_{i,j,k} \Delta y_{i,j,k} \Delta z_{i,j,k} = \Sigma_{m_{g_{i,j,k}}} \phi_{g_{i,j,k}} V_{i,j,k} \quad (3.38)$$

Burada; $RR_{m_{g_{i,j,k}}}$ i, j, k indisli bir hacim elemanı içerisinde g . grupta gerçekleşen m tipi nötron etkileşiminin hızına, $\Sigma_{m_{i,j,k}}$ g . gruptaki m tipi etkileşim için makroskopik tesir kesitine, $\phi_{g_{i,j,k}}$ hacim elemanın merkezindeki g . grup nötron akısına ve $V_{i,j,k}$ hacim elemanın hacmi olan $\Delta x_{i,j,k} \Delta y_{i,j,k} \Delta z_{i,j,k}$ değerine eşittir.

3.2.6. Bir Sonlu Hacim Elemanı İçin Nötron Denge Eşitliği

Şekil 3.1’deki sonlu hacim elemanı için 1. grup nötron dengesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$SR_{1_{i,j,k}} + \Sigma_{a_{1_{i,j,k}}} \phi_{1_{i,j,k}} V_{i,j,k} + \Sigma_{s_{1 \rightarrow 2_{1_{i,j,k}}}} \phi_{1_{i,j,k}} V_{i,j,k} - \Sigma_{s_{2 \rightarrow 1_{1_{i,j,k}}}} \phi_{2_{i,j,k}} V_{i,j,k} = \frac{\chi_{1_{i,j,k}}}{k_{eff}} \left(\nu_{1_{i,j,k}} \Sigma_{f_{1_{i,j,k}}} \phi_{1_{i,j,k}} V_{i,j,k} + \nu_{2_{i,j,k}} \Sigma_{f_{2_{i,j,k}}} \phi_{2_{i,j,k}} V_{i,j,k} \right) \quad (3.39)$$

Şekil 3.5’teki sonlu hacim elemanı için 2. grup nötron dengesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$SR_{2i,j,k} + \Sigma_{a_{2i,j,k}} \phi_{2i,j,k} V_{i,j,k} + \Sigma_{S_{2 \rightarrow 1} 1i,j,k} \phi_{2i,j,k} V_{i,j,k} - \Sigma_{S_{1 \rightarrow 2} 1i,j,k} \phi_{1i,j,k} V_{i,j,k} = \frac{\chi_{2i,j,k}}{k_{eff}} \left(v_{1i,j,k} \Sigma_{f_{1i,j,k}} \phi_{1i,j,k} V_{i,j,k} + v_{2i,j,k} \Sigma_{f_{2i,j,k}} \phi_{2i,j,k} V_{i,j,k} \right) \quad (3.40)$$

Eşitlik 3.39'da ve Eşitlik 3.40'ta yer alan sızıntı hızları ($SR_{g_{i,j,k}}$), komşu hacim elemanlarının merkezlerindeki akılar cinsinden yazıldığında çok uzun ifadelerle karşılaşılmaktadır. Ek olarak, sızıntı hızları, hacim elemanının sınırda veya iç bölgelerde olmasına göre de değişmektedir çünkü ara yüzey akılarının tanımlaması değişmektedir. Bu yüzden, sızıntı hızı terimleri açık bir biçimde yazılmamıştır.

Eşitlik 3.39 ve Eşitlik 3.40 matris formunda yazılabilir. Bunun için bu eşitlikleri daha uygun bir formda aşağıdaki gibi yazabiliriz.

Şekil 3.1'deki sonlu hacim elemanı için 1. grup nötron dengesi:

$$a_{1i,j,k} \phi_{1i+1,j,k} + b_{1i,j,k} \phi_{1i,j+1,k} + c_{1i,j,k} \phi_{1i,j,k+1} + d_{1i,j,k} \phi_{1i-1,j,k} + e_{1i,j,k} \phi_{1i,j-1,k} + f_{1i,j,k} \phi_{1i,j,k-1} + g_{1i,j,k} \phi_{1i,j,k} + h_{1i,j,k} \phi_{2i,j,k} = \frac{1}{k_{eff}} \left(P_{1,1i,j,k} \phi_{1i,j,k} + P_{1,2i,j,k} \phi_{2i,j,k} \right) \quad (3.41)$$

Şekil 3.1'deki sonlu hacim elemanı için 2. grup nötron dengesi:

$$a_{2i,j,k} \phi_{2i+1,j,k} + b_{2i,j,k} \phi_{2i,j+1,k} + c_{2i,j,k} \phi_{2i,j,k+1} + d_{2i,j,k} \phi_{2i-1,j,k} + e_{2i,j,k} \phi_{2i,j-1,k} + f_{2i,j,k} \phi_{2i,j,k-1} + g_{2i,j,k} \phi_{2i,j,k} + h_{2i,j,k} \phi_{1i,j,k} = \frac{1}{k_{eff}} \left(P_{2,1i,j,k} \phi_{1i,j,k} + P_{2,2i,j,k} \phi_{2i,j,k} \right) \quad (3.42)$$

Eşitlik 3.41 ve Eşitlik 3.42'de g. grup için tanımlanan $a_{g_{i,j,k}}$, $b_{g_{i,j,k}}$, $c_{g_{i,j,k}}$, $d_{g_{i,j,k}}$, $e_{g_{i,j,k}}$, $f_{g_{i,j,k}}$, $g_{g_{i,j,k}}$, $h_{g_{i,j,k}}$, $P_{g,1i,j,k}$ ve $P_{g,2i,j,k}$ terimleri her hacim elemanı için farklıdır. Bu terimlerin Eşitlik 3.41 ve Eşitlik 3.42'de yazılma amacı, elde edilen eşitliklerin genel formunu göstermektir. Eşitlik 3.41 ve Eşitlik 3.42, nötron difüzyon parametreleri kullanılarak yazılmak istendiğinde çok uzun ve karmaşık ifadelerle karşılaşılmaktadır.

3.3. Sonlu Hacimler Yöntemiyle Elde Edilen Nötron Difüzyon Eşitliklerinin Matris Formunda Gösterimi

Bir nötron difüzyon problemi için N tane hacim elemanı tanımlandığında; N tane birinci grup nötron akısı, N tane de ikinci grup nötron akısı tanımlanmalıdır. Her hacim elemanı için Eşitlik 3.41 ve Eşitlik 3.42'deki formda cebirsel eşitlikler yazılır. Toplam, $2N$ adet eşitlik elde edilir. Bu eşitliklerde bilinmeyenler;

çoğaltma faktörü (k_{eff}), 1. grup akıları ve 2. grup akılarıdır. Elde edilen $2N$ adet eşitlik, matris formunda aşağıdaki gibi yazılabilir.

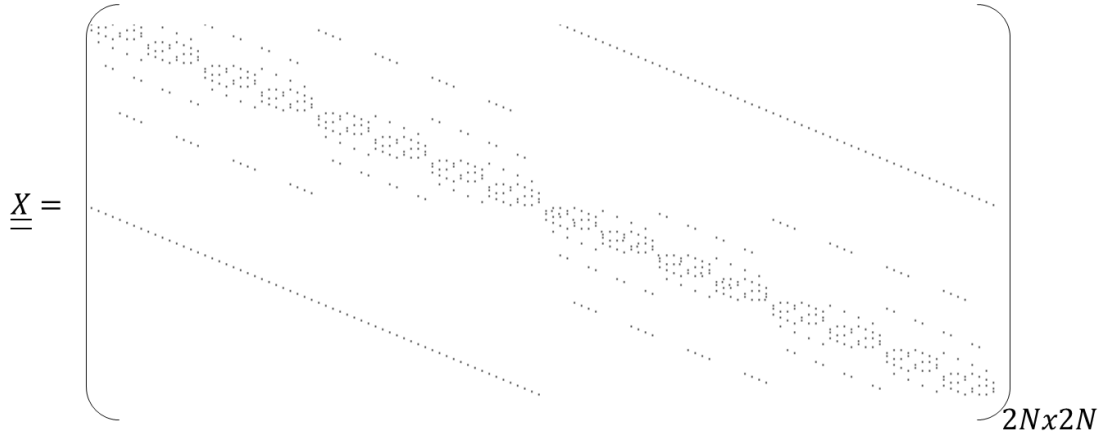
$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{A_1}} & \underline{\underline{S_{2 \rightarrow 1}}} \\ \underline{\underline{S_{1 \rightarrow 2}}} & \underline{\underline{A_2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{\phi_1}} \\ \underline{\underline{\phi_2}} \end{bmatrix} = \frac{1}{k_{eff}} \begin{bmatrix} \underline{\underline{F_{11}}} & \underline{\underline{F_{12}}} \\ \underline{\underline{F_{21}}} & \underline{\underline{F_{22}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{\phi_1}} \\ \underline{\underline{\phi_2}} \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Burada, $\underline{\underline{A_g}}$ g. grup için soğrulma ve sızıntı hızlarıyla ilgili katsayıları barındıran $N \times N$ boyutlu bir matris, $\underline{\underline{S_{2 \rightarrow 1}}}$ nötronların ikinci gruptan birinci gruba saçılma hızlarıyla ilgili terimleri barındıran bir $N \times N$ boyutlu matris, $\underline{\underline{S_{1 \rightarrow 2}}}$ nötronların birinci gruptan ikinci gruba saçılma hızlarıyla ilgili terimleri barındıran bir $N \times N$ boyutlu matris, $\underline{\underline{\phi_g}}$ g. grup için akı dağılımını içeren N boyutlu bir sütun vektör, $\underline{\underline{F_{gg' g' g}}}$ g. grupta gerçekleşen fisyon etkileşimlerinden doğan g. grup nötronlarıyla ilgili katsayıları barındıran bir $N \times N$ boyutlu matristir. Eşitlik 3.43 aşağıdaki formda tekrar yazılabilir.

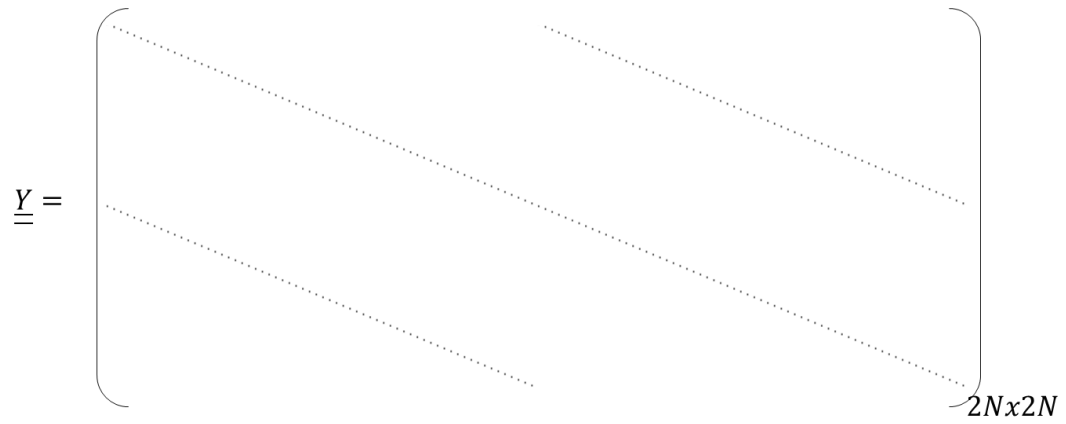
$$\underline{\underline{X}} \underline{\underline{\phi}} = \frac{1}{k_{eff}} \underline{\underline{Y}} \underline{\underline{\phi}} \quad (3.44)$$

Burada, $\underline{\underline{X}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{A_1}} & \underline{\underline{S_{2 \rightarrow 1}}} \\ \underline{\underline{S_{1 \rightarrow 2}}} & \underline{\underline{A_2}} \end{bmatrix}$, $\underline{\underline{\phi}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\phi_1}} \\ \underline{\underline{\phi_2}} \end{bmatrix}$ ve $\underline{\underline{Y}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{F_{11}}} & \underline{\underline{F_{12}}} \\ \underline{\underline{F_{21}}} & \underline{\underline{F_{22}}} \end{bmatrix}$ olarak tanımlanmıştır.

3 boyutlu nötron difüzyon problemlerinde karşılaşılan $\underline{\underline{X}}$ ve $\underline{\underline{Y}}$ matrisleri genelde büyük seyrek matrislerdir. Büyük ve seyrek $\underline{\underline{X}}$ matrisinin temsilen gösterimi Şekil 3.6'da, büyük ve seyrek $\underline{\underline{Y}}$ matrisinin temsilen gösterimi ise Şekil 3.7'de yer almaktadır. Şekil 3.6 ve Şekil 3.7'deki matris gösterimleri, gerçek bir 3B nötron difüzyon problemi modellenirken elde edilen matrislerin görünümünün küçültülmesiyle elde edilmiştir. Matris gösterimlerindeki boşluklar, sıfırları temsil etmektedir. Eşitlik 3.44'te karşılaşılan lineer sistem problemi, genelleştirilmiş seyrek matris özdeğer problemi olarak adlandırılır ve Bölüm 4'te çözüm yöntemi açıklanacaktır.



Şekil 3.6. $\underline{\underline{X}}$ matrisi ile aynı formda olan bir seyrek matrisin gösterimi.



Şekil 3.7. $\underline{\underline{Y}}$ matrisi ile aynı formda olan bir seyrek matrisin gösterimi.

3.4. Hacim Elemanlarının Yüzeylerindeki Kısmi Akımların Hesaplanması

Eşitlik 3.44 çözülerek sistemdeki akı dağılımı elde edildikten sonra, hacim elemanlarının yüzeylerindeki kısmi akımlar hesaplanabilir. Bunun için eşitlik 2.41 ve 2.42'ye sonlu farklar formundaki türevlerle yaklaşım yapılabilir. Her yüzey için elde edilen eşitlikler aynı formda olduğu için hesaplamalar tek bir yüzey üzerinden gösterilecektir. Şekil 3.4'te yer alan $i, j + \frac{1}{2}, k$ yüzeyi için kısmi akımlar aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$J_{g_{i,j+\frac{1}{2},k}}^- = \frac{1}{4} \left[\phi_{g_{i,j+\frac{1}{2},k}} + 2D_{g_{i,j,k}} \frac{(\phi_{g_{i,j+\frac{1}{2},k}} - \phi_{g_{i,j,k}})}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} \right] \quad (3.45)$$

$$J_{g_{i,j+\frac{1}{2},k}}^+ = \frac{1}{4} \left[\phi_{g_{i,j+\frac{1}{2},k}} - 2D_{g_{i,j,k}} \frac{\left(\phi_{g_{i,j+\frac{1}{2},k}} - \phi_{g_{i,j,k}} \right)}{\frac{\Delta y_{i,j,k}}{2}} \right] \quad (3.46)$$

Bu eşitliklerdeki ara yüzey akıları $(\phi_{g_{i,j+\frac{1}{2},k}})$, Bölüm 3.2'de bahsedildiği gibi komşu hacim elemanlarının merkezlerindeki akılar cinsinden ifade edilebilir.

4. SEYREK LİNEER SİSTEMİN ÇÖZÜMÜ

Bir nükleer reaktör korunu sayısal yöntemler kullanarak üç boyutlu (3B) olarak modellemek, büyük seyrek matrislerin (sparse matrix) çözümünü gerektirebilir. Seyrek matrisler, girdilerinin çoğu sıfır olan matrislerdir [8]. Bu çalışmada karşılaşılan lineer sistemler, büyük seyrek matrislerden oluşur ve söz konusu lineer sistemler Eşitlik 4.1'deki gibi temsil edilebilir.

$$\underline{X}\underline{\phi} = \frac{1}{\lambda}\underline{Y}\underline{\phi} \quad (4.1)$$

Bu eşitlik aşağıdaki gibi bir özdeğer problemine dönüştürülebilir.

$$\underline{X}^{-1}\underline{Y}\underline{\phi} = \lambda\underline{\phi} \quad (4.2)$$

Burada, λ $\underline{X}^{-1}\underline{Y}$ matrisinin en büyük özdeğeridir ve sistemin çoğaltma faktörüne (k_{eff}) eşittir. \underline{X} ve \underline{Y} matrisleri, nötron kayıp ve kaynak terimlerini içeren büyük seyrek matrislerdir. $\underline{\phi}$ vektörü, $\underline{X}^{-1}\underline{Y}$ matrisinin en büyük özdeğerine karşılık gelen özvektördür ve sistemin konuma göre akı dağılımına eşittir.

Eşitlik 4.1'deki gibi özdeğer problemlerine, genelleştirilmiş özdeğer problemleri denir [9]. Büyük seyrek matris genelleştirilmiş özdeğer problemlerinin özdeğer-özvektör çiftlerinin bulunması karmaşık olabilir çünkü bu tür problemler büyük seyrek matrislerin terslerinin bulunmasını gerektirebilir. Bu tür problemlerin çözülmesi için sıradan iteratif yöntemlerin kullanılması işlem gücü ve zaman açısından verimsiz olabilir. Literatürde, bu tür büyük seyrek matris problemleri için genellikle Krylov Alt Uzay Yöntemlerinin kullanılması tavsiye edilmektedir [8,9].

Bu çalışmada karşılaşılan büyük seyrek lineer sistemlerin en büyük özdeğer - özvektör çiftlerini hesaplayabilmek için Arnoldi Yöntemi; \underline{X} matrisinin tersini hesaplayabilmek için Tam Dikleştirme Yöntemi (Full Orthogonalization Method (FOM)) kullanılmıştır. Kullanılan iki yöntem de Krylov Alt Uzay Yöntemleri ailesine mensuptur.

4.1. Krylov Alt Uzay Yöntemleri

Bir Krylov serisi; $\underline{x}, \underline{Ax}, \underline{A^2x}, \dots, \underline{A^{j-1}x}$ vektörlerinden oluşur. Burada \underline{A} , $N \times N$ boyutlu bir seyrek matristir ve \underline{x} N boyutlu bir başlangıç vektörüdür. Bir Krylov alt uzayı, Krylov serisini oluşturan $\underline{x}, \underline{Ax}, \underline{A^2x}, \dots, \underline{A^{j-1}x}$ vektörlerinin tüm lineer kombinasyonlarına denir. Boyutu j olan bir Krylov alt uzayı ($K_j(A, x)$), bir lineer germe (span) ile aşağıdaki gibi gösterilebilir [8].

$$K_j(A, x) = \text{span}\{\underline{x}, \underline{Ax}, \underline{A^2x}, \dots, \underline{A^{j-1}x}\} \quad (4.3)$$

Bu gösterim, aşağıdaki gibi bir polinom ifadesine dönüştürebilir.

$$K_j(\underline{A}, \underline{x}) = a_0 \underline{x} + a_1 \underline{Ax} + a_2 \underline{A^2x} + \dots + a_{j-1} \underline{A^{j-1}x} \quad (4.4)$$

$$P(\underline{A}) = a_0 + a_1 \underline{A} + a_2 \underline{A^2} + \dots + a_{j-1} \underline{A^{j-1}} \quad (4.5)$$

$$K_j(\underline{A}, \underline{x}) = P(\underline{A}) \underline{x} \quad (4.6)$$

Bu eşitliklerde, $P(\underline{A})$ matris için polinom gösterimi, a_n değerleri de polinom katsayılarını ifade eder. Eğer \underline{A} 'nın özvektörleri lineer olarak birbirlerinden bağımsızlarsa \underline{x} , \underline{A} 'nın özvektörlerinin bir lineer kombinasyonu olarak aşağıda gösterildiği gibi yazılabilir.

$$\underline{x} = c_1 \underline{v}_1 + c_2 \underline{v}_2 + \dots + c_N \underline{v}_N \quad (4.7)$$

Burada, $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \dots, \underline{v}_N$ vektörleri \underline{A} matrisinin özvektörleri ve c_1, c_2, \dots, c_N değerleri katsayılarıdır.

Eşitlik 4.6 ve Eşitlik 4.7'nin beraber kullanımı, Krylov alt uzayının \underline{A} 'nın özdeğerleri ve özvektörleri cinsinden aşağıdaki gibi gösterilebilmesine olanak sağlar.

$$K_j(\underline{A}, \underline{x}) = a_0 (c_1 \underline{v}_1 + c_2 \underline{v}_2 + \dots + c_N \underline{v}_N) + \dots + a_{j-1} \underline{A^{j-1}} (c_1 \underline{v}_1 + c_2 \underline{v}_2 + \dots + c_N \underline{v}_N) = c_1 P(\lambda_1) \underline{v}_1 + c_2 P(\lambda_2) \underline{v}_2 + c_3 P(\lambda_3) \underline{v}_3 + \dots + c_N P(\lambda_N) \underline{v}_N \quad (4.8)$$

Burada, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ değerleri \underline{A} matrisinin $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \dots, \underline{v}_N$ özvektörlerine karşılık gelen özdeğerleridir.

Eşitlik 4.8'deki $P(\lambda_1)$ 'in mutlak değeri $P(\lambda_2), P(\lambda_3), \dots, P(\lambda_N)$ 'den yeterince büyükse $K_j(\underline{A}, \underline{x})$, \underline{A} 'nın bir özvektörü olan \underline{v}_1 'e yaklaşımdır. Bu durum, λ_1 diğer özdeğerlerden büyüklük olarak ayrıldığında meydana gelir [8].

Bir Krylov alt uzayının baz vektörleri $(\underline{x}, \underline{A}\underline{x}, \underline{A}^2\underline{x}, \dots, \underline{A}^{j-1}\underline{x})$ bazı düzenlemelerden sonra iyileştirilebilir. Bir Krylov serisini oluşturmak için başlangıç vektörü olarak $\underline{u}_1 = \frac{\underline{x}}{\|\underline{x}\|}$ 'i seçip Krylov serisini aşağıdaki gibi oluşturabiliriz.

$$h_{21}\underline{u}_2 = \underline{A}\underline{u}_1 - h_{11}\underline{u}_1$$

$$h_{32}\underline{u}_3 = \underline{A}\underline{u}_2 - h_{13}\underline{u}_1 - h_{23}\underline{u}_2$$

$$h_{j+1,j}\underline{u}_{j+1} = \underline{A}\underline{u}_j - \sum_{i=1}^j h_{i,j}\underline{u}_i$$

$$\underline{A}\underline{u}_j = \sum_{i=1}^{j+1} h_{i,j}\underline{u}_i \quad (4.9)$$

Bu durumda, Krylov alt uzayının baz vektörleri $\underline{u}_1, \underline{u}_2, \dots, \underline{u}_j$ olur. Eşitlik 4.9'daki $h_{i,j}$ katsayıları ileride tanımlanacaktır.

Bundan sonraki bölümlerde matrislerin boyutlarını göstermek için indisler kullanılacaktır. Örneğin $\underline{A}_{N \times N}$ matrisi $N \times N$ boyutlu bir matrisi temsil eder.

Boyutu k olan, iyileştirilmiş baz vektörlerinden oluşan bir Krylov alt uzayını ($K_k(\underline{A}_{N \times N}, \underline{x}) = \text{span}\{\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3, \dots, \underline{u}_k\}$) oluşturan baz vektörleri kullanılarak bir $\underline{U}_{N \times k} = [\underline{u}_1 \ \underline{u}_2 \ \underline{u}_3 \ \dots \ \underline{u}_k]_{N \times k}$ matrisi oluşturulabilir. $\underline{A}_{N \times N}$ matrisi ile $\underline{U}_{N \times k}$ matrisinin çarpımı sonucunda aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\underline{A}_{N \times N}\underline{U}_{N \times k} = \underline{U}_{N \times k}\underline{H}_{k \times k} + h_{k+1,k}\underline{u}_{k+1}\underline{e}_k^T \quad (4.10)$$

Burada, $\underline{H}_{k \times k}$ bir üst Hessenberg matrisidir. Üst Hessenberg matrisleri; girdileri, $i > j + 1$ için sıfıra eşit olan matrislerdir [10]. $\underline{H}_{k \times k}$ 'nin girdileri, Eşitlik 4.9'da tanımlanan $h_{i,j}$ değerleridir ve i satır numarasını, j sütun numarasını gösterir. \underline{e}_k^T vektörü son elemanı hariç tüm elemanları 0 olan k boyutlu bir satır birim vektördür.

Eşitlik 4.10'da tanımlanan $\underline{\underline{H}}_{k \times k}$ matrisinin bir özdeğer-özvektör çifti λ ve \underline{z} olsun. Bu durumda, $\underline{\underline{H}}_{k \times k} \underline{z} = \lambda \underline{z}$ 'dir. Eşitlik 4.10 ve λ , \underline{z} kullanılarak $\underline{\underline{A}}_{N \times N}$ matrisinin özdeğer-özvektör çiftlerine bir yaklaşım yapılabilir.

$$\underline{\underline{A}}_{N \times N} \underline{\underline{U}}_{N \times k} \underline{z} = \underline{\underline{U}}_{N \times k} \underline{\underline{H}}_{k \times k} \underline{z} + h_{k+1,k} \underline{u}_{k+1} \underline{e}_k^T \underline{z} \quad (4.11)$$

Genelde, $\left\| \underline{u}_{k+1} \right\| = 1$ 'dir. Eşitlik 4.11 düzenlenerek, elde edilen vektör eşitliğinin öklidyen normu alınırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\left\| \underline{\underline{A}}_{N \times N} \underline{\underline{U}}_{N \times k} \underline{z} - \lambda \underline{\underline{U}}_{N \times k} \underline{z} \right\| = |h_{k+1,k}| |z_{k,1}| \quad (4.12)$$

Burada, $z_{k,1}$ \underline{z} vektörünün k. satır elemanıdır. Eğer, Eşitlik 4.12'nin sağ tarafı yaklaşık olarak sıfıra eşitse λ ve $\underline{\underline{U}}_{N \times k} \underline{z}$, $\underline{\underline{A}}_{N \times N}$ matrisinin bir özdeğer-özvektör çiftine iyi bir yaklaşımdır. Buradan yola çıkarak, bir Krylov alt uzayının, matrislerin özdeğerleri ve özvektörlerine iyi yaklaşımlar içerebileceği görülür. Bir Krylov alt uzayı, ayrıca, lineer sistemlerin çözümleri için de iyi yaklaşımlar barındırabilir.

4.1.1. Arnoldi Yöntemi

Arnoldi Yöntemi, bir Krylov alt uzayı için ortonormal baz oluşturmaya yarar. Bunun için Gram-Schmidt dikleştirme yöntemini kullanır [11]. Ortonormal baz, birbirinden farklı baz vektörlerinin skaler çarpımlarının sıfıra eşit olduğunu ve her baz vektörünün normunun bire eşit olduğunu belirten bir terimdir. Arnoldi Yöntemi aynı zamanda, Arnoldi iterasyonu olarak da adlandırılır. Aşağıda Arnoldi iterasyonu için algoritma verilmiştir. Bu algoritma ile bir $\underline{\underline{A}}$ matrisi için dik bazlı ve k boyutlu bir Krylov alt uzayı oluşturulabilir.

Algoritma 4.1 Arnoldi İterasyonu [11]

1. Bir başlangıç vektörü (\underline{x}) tanımlanır.

2. Bu vektör normalize edilir $\rightarrow \underline{u}_1 = \frac{\underline{x}}{\|\underline{x}\|}$

3. $j = 1, 2, \dots, k$ için,

$$\underline{u}_{j+1} = \underline{\underline{A}} \underline{u}_j$$

3.1. $i = 1, 2, \dots, j$ için,

$$h_{i,j} = \underline{\underline{A}} \underline{u}_j \cdot \underline{u}_i$$

$$\underline{u}_{j+1} = \underline{u}_{j+1} - h_{i,j} \underline{u}_i \rightarrow \text{Gram Schmidt Dikleştirmesi}$$

$$h_{j+1,j} = \left| \underline{u}_{j+1} \right|$$

Eğer $h_{j+1,j} = 0$ ise döngüyü erken bitir

$$\underline{u}_{j+1} = \frac{\underline{u}_{j+1}}{h_{j+1,j}}$$

Algoritma 4.1 ile elde edilen \underline{u}_j vektörleri ve $h_{i,j}$ değerleri ise Eşitlik 4.9'u sağlar.

4.1.1.1. Arnoldi Yöntemiyle En Büyük özdeğere ve özvektörüne Yaklaşım Yapılması

Eşitlik 4.11'de yer alan $\underline{H}_{k \times k}$ ve $\underline{U}_{N \times k}$ matrisleri, k adımlı bir Arnoldi iterasyonu sonrası elde edilebilir. $\underline{H}_{k \times k}$ 'nin girdileri, Algoritma 4.1'de tanımlanan $h_{i,j}$ değerleridir. $\underline{H}_{k \times k}$ 'nin en büyük özdeğeri (λ), ve karşılık gelen özvektörü (\underline{z}) power yöntemi [12] kullanılarak elde edilebilir. Power yönteminin uygulanışı Kaynak [12]'de bulunabilir.

Eşitlik 4.12'de yer alan $|h_{k+1,k}| |z_{k,1}|$ değeri ihmal edilebilecek kadar küçükse ve $\underline{v} = \underline{U}_{N \times k} \underline{z}$ olarak tanımlanırsa, $\underline{A}_{N \times N}$ matrisinin en büyük özdeğeri ve buna karşılık gelen özvektörü aşağıdaki gibi yaklaşık olarak elde edilebilir.

$$\underline{A}_{N \times N} \underline{v} \approx \lambda \underline{v} \quad (4.13)$$

Burada λ ve \underline{v} sırasıyla, $\underline{A}_{N \times N}$ matrisinin en büyük özdeğerine ve buna karşılık gelen özvektörüne yaklaşımlardır.

Eğer $|h_{k+1,k}| |z_{k,1}|$ değeri ihmal edilebilecek kadar küçük değilse, Krylov alt uzayının boyutu artırılabilir. İkinci bir seğenek olarak, Arnoldi iterasyonu tekrar başlatılabilir ve \underline{u}_k vektörü, başlangıç vektörü olarak seçilir.

4.1.2. Tam Dikleştirme Yöntemi (FOM)

$$\underline{A} \underline{x} = \underline{f} \quad (4.14)$$

Eşitlik 4.14'te tanımlanan lineer sistemde, \underline{A} matrisinin boyutları çok büyükse \underline{x} vektörünü elde etmek için Jacobi, Gauss-Seidel gibi sıradan iteratif yöntemlerin kullanılması çok işlem gücü ve zaman gerektirebilir. Bu gibi durumlarda, Krylov

Alt Uzay Yöntemleri, \underline{x} vektörünü bulmak için kullanılabilir. Bu çalışmada, bu amaçla, FOM kullanılmıştır. FOM, hızlı sonuçlar veren bir yöntemdir. FOM'da, \underline{A} matrisi için Arnoldi iterasyonu kullanılarak bir ortonormal Krylov alt uzayı oluşturulur ve bu Krylov alt uzayı içerisinde çözüm aranır. Arnoldi iterasyonu için başlangıç vektörü olarak bir artık (residual) vektör \underline{r}_0 seçilir.

Eşitlik 4.14'ü çözmek amacıyla oluşturulan FOM algoritması aşağıda verilmiştir.

Algoritma 4.2 Tam Dikleştirme Yöntemi (FOM) [13]

1. Bir başlangıç vektörü (\underline{x}_0) tanımla
2. $\underline{r}_0 = \underline{f} - \underline{A}_{N \times N} \underline{x}_0$
3. $B = \|\underline{r}_0\|$, $\underline{u}_1 = \frac{\underline{r}_0}{B}$
4. Algoritma 4.1'i 3. adımından itibaren uygula (k adımlı Arnoldi iterasyonu)
5. $\underline{x}_k = \underline{x}_0 + \underline{U}_{N \times k} \underline{y}_k$ (4.15)
6. $\underline{r}_k = \underline{f} - \underline{A}_{N \times N} \underline{x}_k$ (artık vektör) (4.16)
7. Eğer $\|\underline{r}_k\|$ değeri yeterince küçükse algoritmayı bitir, küçük değilse $\underline{x}_0 = \underline{x}_k$ olarak tanımla ve 2. adıma geri git.

Eşitlik 4.15'te yer alan \underline{y}_k vektörü tam dikleştirme yönteminin en önemli bileşenidir. \underline{x}_k 'nin gerçek çözüm vektörü olan \underline{x} 'e iyi bir yaklaşım olabilmesi için ortonormal baz vektörlerinin lineer kombinasyonunu doğru bir şekilde oluşturmak gerekir. Bu katsayılar \underline{y}_k vektörü içinde bulunmaktadır. \underline{y}_k vektörünü doğru bir şekilde oluşturabilmek için Eşitlik 4.16 aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$\underline{r}_k = \underline{r}_0 + \underline{A}_{N \times N} \underline{x}_0 - \underline{A}_{N \times N} (\underline{x}_0 + \underline{U}_{N \times k} \underline{y}_k) = \underline{r}_0 - \underline{A}_{N \times N} \underline{U}_{N \times k} \underline{y}_k \quad (4.17)$$

Eşitlik 4.17'deki $\underline{A}_{N \times N} \underline{U}_{N \times k}$ matrisi Eşitlik 4.10'da tanımlandığı gibi yazılırsa,

$$\underline{r}_k = \underline{r}_0 - \left[\underline{U}_{N \times k} \underline{H}_{k \times k} + h_{k+1,k} \underline{u}_{k+1} \underline{e}_k^T \right] \underline{y}_k \quad (4.18)$$

FOM'daki amaç, artık vektörün normunun olabildiğince küçük olmasıdır. Bunun için Eşitlik 4.18'in öklidyen normu aşağıdaki gibi yazılır.

$$\|\underline{r}_k\| = \left\| \underline{r}_0 - \left[\underline{U}_{N \times k} \underline{H}_{k \times k} + h_{k+1,k} \underline{u}_{k+1} \underline{e}_k^T \right] \underline{y}_k \right\| \quad (4.19)$$

Eşitlik 4.19'da yer alan $h_{k+1,k} \underline{u}_{k+1} \underline{e}_k^T$ terimi ihmal edilirse,

$$\left\| \underline{r}_k \right\| \approx \left\| \underline{r}_0 - \underline{U}_{N \times k} \underline{H}_{k \times k} \underline{y}_k \right\| = \left\| \underline{U}_{N \times k} B \underline{e}_1 - \underline{U}_{N \times k} \underline{H}_{k \times k} \underline{y}_k \right\| \quad (4.20)$$

Burada, \underline{e}_1 k boyutlu $[1,0,0, \dots, 0]^T$ vektörüne eşittir. $\underline{U}_{N \times k}$ matrisi bir ortonormal matris olduğu için Eşitlik 4.20'deki normun değerini etkilemez. $\left\| \underline{r}_k \right\|$ yaklaşık olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\left\| \underline{r}_k \right\| \approx \left\| B \underline{e}_1 - \underline{H}_{k \times k} \underline{y}_k \right\| \quad (4.21)$$

$\left\| \underline{r}_k \right\| \approx 0$ Koşulunun sağlanması isteniyorsa, eşitlik 4.21'den yola çıkarak $\underline{H}_{k \times k} \underline{y}_k = B \underline{e}_1$ olmalıdır. Sonuç olarak \underline{y}_k aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\underline{y}_k = B \underline{H}_{k \times k}^{-1} \underline{e}_1 \quad (4.22)$$

Genelde, $k \ll N$ olacağı için $\underline{H}_{k \times k}$ 'nin tersini almak zor değildir. Elde edilen \underline{y}_k vektörü, Eşitlik 4.15'te kullanılarak yaklaşık çözüm vektörü \underline{x}_k elde edilir. Yaklaşık çözümün artık vektör normu; Eşitlik 4.22'de tanımlanan \underline{y}_k , Eşitlik 4.19'da yerine konulduğunda aşağıdaki gibi elde edilir [14].

$$\begin{aligned} \left\| \underline{r}_k \right\| &= \left\| \underline{U}_{N \times k} B \underline{e}_1 - \underline{U}_{N \times k} B \underline{e}_1 - h_{k+1,k} \underline{u}_{k+1} \underline{e}_k^T \underline{y}_k \right\| \\ &= \left\| h_{k+1,k} \underline{u}_{k+1} \underline{e}_k^T \underline{y}_k \right\| = h_{k+1,k} |y_{k,1}| \end{aligned} \quad (4.23)$$

Burada, $y_{k,1}$ \underline{y}_k vektörünün son satır elemanıdır.

4.2. Genelleştirilmiş Özdeğer Probleminin Çözümü İçin Arnoldi Yöntemi ve Tam Dikleştirme Yönteminin Birlikte Kullanılması

Bu çalışmada 2 grulu nötron difüzyon eşitliklerinin SHY ile ayrıklaştırılması sonucu elde edilen büyük seyrek genelleştirilmiş özdeğer problemleri, Arnoldi Yöntemi ve FOM beraber kullanılarak çözülmektedir. Tezde karşılaşılan lineer sistemler, her zaman Eşitlik 4.2 formundadır. Nötron akı dağılımının ve çoğaltma faktörünün elde edilebilmesi için Eşitlik 4.2'de yer alan $\underline{X}^{-1} \underline{Y}$ matrisinin en büyük özdeğerinin ve buna karşılık gelen özvektörünün bulunması gerekmektedir. Bu amaçla, $\underline{A} = \underline{X}^{-1} \underline{Y}$ olarak tanımlanır ve \underline{A} 'nın en büyük özdeğeri ve buna karşılık gelen özvektörü, Arnoldi Yöntemi kullanılarak hesaplanır. Algoritma 4.1'de görülebileceği gibi Arnoldi iterasyonu için, $\underline{A} \underline{u}_j =$

$\underline{\underline{X}}^{-1}\underline{\underline{Y}}\underline{\underline{u}}_j$ olarak tanımlanan matris vektör çarpımına ihtiyaç vardır. $\underline{\underline{X}}$ matrisi, seyrek ve büyük olduğu için tersinin hesaplanması zahmetlidir. $\underline{\underline{X}}$ matrisinin tersini hesaplamak yerine, Arnoldi iterasyonunun her adımında, $\underline{\underline{X}}\underline{\underline{u}}_{j+1} = \underline{\underline{Y}}\underline{\underline{u}}_j$ lineer sistemi, FOM kullanılarak çözülür ve $\underline{\underline{u}}_{j+1} = \underline{\underline{X}}^{-1}\underline{\underline{Y}}\underline{\underline{u}}_j = \underline{\underline{A}}\underline{\underline{u}}_j$ elde edilir. Böylece, $\underline{\underline{X}}$ matrisinin tersini almaya gerek kalmaz. Arnoldi iterasyonu sonucunda elde edilen ortonormal ve üst Hessenberg matrisler, Bölüm 4.1.1.1'de anlatıldığı gibi kullanılarak $\underline{\underline{X}}^{-1}\underline{\underline{Y}}$ 'nin en büyük özdeğeri ve buna karşılık gelen özvektörü elde edilir.

4.3. Büyük Seyrek Matrislerin Depolanması

Büyük seyrek matrisler, çoğunlukla sıfırlardan oluşmaktadırlar. Bu matrislerin boyutları çok büyük olduğu için bilgisayarların geçici hafızalarında (ram) depolanmaları sorun teşkil eder. Bu matrislerde bulunan sıfırların matris-vektör çarpımı işlemlerine dahil edilmelerine gerek yoktur çünkü sıfırlar, vektör elemanlarıyla çarpılsalar da sonuç değişmez. Buradan yola çıkarak, matrislerde bulunan sıfırların bilgisayar hafızasında tutulmasına gerek olmadığı sonucuna varılmıştır. Bu amaçla, bir matrisle ilgili bilgileri tutan üç adet vektör kullanılmıştır. Birinci vektör sıfır olmayan matris elemanlarını, ikinci vektör bu matris elemanlarının satır numaralarını, üçüncü vektör ise bu matris elemanlarının sütun numaralarını içerir. Matris-vektör çarpımı için bu üç vektördeki bilgiler yeterlidir. Kullanılan bu yöntem sayesinde, hem matris-vektör çarpımı için gerekli olan işlem süresi kısaltılmıştır hem de geçici depolama gereksinimi büyük ölçüde azaltılmıştır.

5. SONLU HACİMLER YÖNTEMİ NÖTRON DİFÜZYON KODUNUN GELİŞTİRİLMESİ

Bu tezde, iki gruplu nötron difüzyon problemlerini Kartezyen koordinatlarda sonlu hacimler yöntemi kullanarak 3B'de çözebilen bir kod geliştirilmiştir. Geliştirilen kod, MATLAB programlama dilinde yazılmıştır. Bu kod, tezin kalan kısmında SHY Difüzyon Kodu ismiyle anılacaktır. Geliştirilen kod, oluşturulan girdi dosyasında tanımlanan geometri ve difüzyon parametrelerine göre, Bölüm 3'te anlatılan sonlu hacimler yöntemini kullanarak iki gruplu nötron difüzyon eşitliklerini ayrıklaştırır. Ayrıklaştırma sonucu ortaya çıkan cebirsel eşitlikler, bir genelleştirilmiş özdeğer problemi meydana getirir. Geliştirilen kod, bu özdeğer problemini, Bölüm 4'te bahsedildiği gibi FOM ve Arnoldi Yöntemlerini beraber kullanarak çözer.

Geliştirilen kod çıktı olarak, sistemin çoğaltma faktörünü; hacim elemanları için iki grupta pozisyona bağlı akı dağılımını; hacim elemanları için yutulma, gruptan gruba saçılma, fisyon etkileşimi ile nötron üretimi hızlarını; her hacim elemanında üretilen gücü; hacim elemanlarının hacimlerini, yüzeylerinin alanlarını, merkezlerinin koordinatlarını ve yüzeylerin koordinatlarını; hacim elemanlarının yüzeylerindeki kısmi nötron akımı dağılımını verir.

Geliştirilen SHY Difüzyon Kodunun girdilerde ve çıktılarda kullandığı birimler aşağıda verilmiştir,

Uzunluklar: cm

Hacim: cm^3

Alan: cm^2

Nötron akısı: $cm^{-2}s^{-1}$

Etkileşim hızları: $cm^{-3}s^{-1}$

Güç: W

Nötron akımı: $cm^{-2}s^{-1}$

Makroskopik tesir kesitleri: cm^{-1}

Difüzyon katsayıları: cm

5.1. Geliştirilen Kodun Algoritması

Geliştirilen kodun algoritması, ayrıntılardan kaçınılarak ve olabildiğince açık bir biçimde Algoritma 5.1’de verilmiştir.

Algoritma 5.1 Geliştirilen SHY Difüzyon Kodunun algoritması

1. Girdi dosyasını oku, girdi dosyasına göre hacim elemanlarını oluştur (hacim elemanlarının hacimleri, boyutları, koordinatları) ve hepsine bir indis ver.
2. Hacim elemanlarının her yüzeyini iç bölgelerde olmaları veya sınırlara komşu olmaları açısından belirle. Bir yüzey sınırdaysa, gerekli albedo sınır koşulunu o yüzey için kaydet.
3. Her hacim elemanı için bulunduğu bölgedeki difüzyon parametrelerini, hacim elemanının indisine göre kaydet.
4. Her hacim elemanı için Eşitlik 3.41 ve Eşitlik 3.42’de yer alan katsayıları hesapla.
5. Eşitlik 3.44’teki \underline{X} ve \underline{Y} matrislerinin elemanlarını temsil edecek 6 adet vektör oluştur. Bu vektörler, matrislerdeki sıfır olmayan elemanları ve bu elemanların lineer sistemde hangi satır ve sütunlarda buldukları bilgilerini tutar.
6. Elde edilen genelleştirilmiş seyrek özdeğer problemini ($\underline{X}^{-1}\underline{Y}\phi = \lambda\phi$) Bölüm 4’te anlatıldığı gibi FOM ve Arnoldi Yöntemini beraber kullanarak çöz. Seyrek matris-vektör çarpımları için matrislerde sadece sıfır olmayan elemanları kullan. Bunun bilgisi için 5. adımda tanımlanan 6 adet vektörü kullan.
7. Elde edilen en büyük özdeğeri, sistemin çoğaltma faktörü olarak; buna karşılık gelen özvektörü, sistemdeki akı dağılımı olarak kabul et ve akı dağılımını, hacim elemanlarının indislerine göre kaydet.
8. Akı dağılımını, girdi dosyasında belirlenen normalizasyon koşuluna göre normalize et.
9. Normalize edilmiş akıları kullanarak, Bölüm 3.2.2’de bahsedilen yaklaşımlarla, ara yüzey nötron akılarını hesapla. Bu ara yüzey akılarını, eşitlik 3.43 ve 3.44’te kullanarak hacim elemanlarının yüzeylerindeki kısmi nötron akımlarını elde et.

10. Akı dağılımını ve gerekli parametreleri kullanarak etkileşim hızlarını ve güç dağılımını hesapla.

5.2. Girdi Dosyasındaki Tanımlamalar

Geliştirilen SHY Difüzyon Kodu için girdi dosyası, MATLAB programlama diline uygun bir biçimde oluşturulur. Girdi dosyasının uzantısı “.m”dir. Geliştirilen kodun girdi dosyasına; problemin geometrisi, farklı bölgeler için iki grup difüzyon parametreleri, albedo sınır koşulları ve her bölge için ağ noktası sayısı girilir. Geliştirilen kodda kullanılan hacim elemanları, dikdörtgen prizma şeklinde olduğu için girdi dosyasında tanımlanan geometri, dikdörtgen prizma parçalarından oluşacaktır. Girdi dosyasının yapısının anlaşılması amacıyla, Şekil 5.1’de bir girdi dosyası örneği açıklamalarıyla birlikte paylaşılmıştır.

```

NA=5; NA, sistemdeki yakıt demeti sayısıdır. Bu tasarımda 5 çeşit assembly bulunmaktadır
Nz=4; Nz, yakıt demetlerinde z ekseninde bulunan bölge sayısıdır. Bu tasarımda z ekseninde 4 bölge bulunmaktadır
Nx=7; Nx, x ekseninde bulunan farklı yakıt demeti sayısı
Ny=2; Ny, y ekseninde bulunan farklı yakıt demeti sayısı
Nz=4; Nz, z ekseninde bulunan farklı yakıt demeti sayısı
Nbc=2; Nbc, toplam farklı albedo sınır koşulu sayısı
normalization=2; Normalizasyon faktörü, 2 ise iki, toplam fisyonla üretilen nötron sayısını
kpowex_norm=1; fission_norm girdisinde tanımlanan sayıya normalize eder
fissionneutron_norm=1;

yx=[4 4 4 4 0 0 0 0 0;
1 1 1 1 4 4 4 4 0 0 0;
2 2 2 2 1 1 4 4 0 0 0;
3 3 3 3 1 1 4 4 0 0 0;
2 2 2 2 2 2 1 1 4 4 0;
2 2 2 2 2 2 1 1 4 4;
2 2 2 2 2 2 1 1 4 4;
2 2 2 2 2 2 1 1 4 4;
3 3 3 3 2 2 1 1 4 4;
3 3 3 3 2 2 1 1 4 4];

y_region=[10,20,20,20,20,20,20,20,20]; y eksenindeki yakıt demetlerinin sırasıyla yx matrisinin ilk sütunundan son sütununa kadar cm cinsinden genişlikleri
x_region=[20,20,20,20,20,20,20,20,10]; x eksenindeki yakıt demetlerinin sırasıyla yx matrisinin ilk satırından son satırına kadar cm cinsinden genişlikleri
z_region=[20,260,80,20]; Yakıt demetlerinin z eksenindeki bölgelerinin uzunlukları

%bc a11 a12 a21 a22
bc1=[0 0 0 0]; 1 numaralı sınır koşulu, vektör içi sırasıyla [ $\alpha_{1-1}, \alpha_{1-2}, \alpha_{2-2}, \alpha_{2-1}$ ]
bc2=[1 0 1 0]; 2 numaralı sınır koşulu, vektör içi sırasıyla [ $\alpha_{1-1}, \alpha_{1-2}, \alpha_{2-2}, \alpha_{2-1}$ ]

ybcmax=[0 0 0 1 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 1 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 1 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 1 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 1 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 1]; yx matrisinin y ekseninin en son kısmında bulunan yakıt demetlerinin son hacim elemanlarının  $i, j + \frac{1}{2}, k$  yüzlerine uygulanacak albedo sınır koşullarının numaraları. bc1 bu yüzlerde kullanılmakta. 0 sayısı o bölgelere sınır koşulu uygulanmayacağı anlamındadır.

ybcmin=[2 0 0 0 0 0 0 0 0;
2 0 0 0 0 0 0 0 0;
2 0 0 0 0 0 0 0 0;
2 0 0 0 0 0 0 0 0;
2 0 0 0 0 0 0 0 0;
2 0 0 0 0 0 0 0 0]; yx matrisinin y ekseninin başlangıç kısmında bulunan yakıt demetlerinin ilk hacim elemanlarının  $i, j - \frac{1}{2}, k$  yüzlerine uygulanacak albedo sınır koşullarının numaraları. bc2 bu yüzlerde kullanılmakta. 0 sayısı o bölgelere sınır koşulu uygulanmayacağı anlamındadır.

xbcmax=[0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0;
2 2 2 2 2 2 2 2 2]; yx matrisinin x ekseninin en son kısmında bulunan yakıt demetlerinin son hacim elemanlarının  $i + \frac{1}{2}, j, k$  yüzlerine uygulanacak albedo sınır koşullarının numaraları. bc2 bu yüzlerde kullanılmakta. 0 sayısı o bölgelere sınır koşulu uygulanmayacağı anlamındadır.

xbcmin=[1 1 1 1 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 1 1 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 1 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 1 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 1]; yx matrisinin x ekseninin başlangıç kısmında bulunan yakıt demetlerinin ilk hacim elemanlarının  $i - \frac{1}{2}, j, k$  yüzlerine uygulanacak albedo sınır koşullarının numaraları. bc1 bu yüzlerde kullanılmakta. 0 sayısı o bölgelere sınır koşulu uygulanmayacağı anlamındadır.

zbcmin=[1 1 1 1 0 0 0 0 0;
1 1 1 1 1 1 0 0 0;
1 1 1 1 1 1 1 0 0;
1 1 1 1 1 1 1 1 0;
1 1 1 1 1 1 1 1 1]; yx matrisinin z ekseninin en alt kısmında bulunan hacim elemanlarının  $i, j, k - \frac{1}{2}$  yüzlerine uygulanacak albedo sınır koşullarının numaraları. bc1 bu yüzlerde kullanılmakta. 0 sayısı o bölgelere sınır koşulu uygulanmayacağı anlamındadır.

zbcmin=[1 1 1 1 0 0 0 0 0;
1 1 1 1 1 1 0 0 0;
1 1 1 1 1 1 1 0 0;
1 1 1 1 1 1 1 1 0;
1 1 1 1 1 1 1 1 1]; yx matrisinin z ekseninin en üst kısmında bulunan hacim elemanlarının  $i, j, k + \frac{1}{2}$  yüzlerine uygulanacak albedo sınır koşullarının numaraları. bc1 bu yüzlerde kullanılmakta. 0 sayısı o bölgelere sınır koşulu uygulanmayacağı anlamındadır.

m1=[0,0,0,1,5,0,0,2,0,0,0,135,0,0,0,4,1,0,1,1]; Malzeme 1, vektör elemanları malzemeyi temsil eden difüzyon parametreleridir. Parametreler sırasıyla, [ $v\Sigma_f, \Sigma_{a1}, D_1, \Sigma_{s1-2}, \Sigma_{s2-1}, v\Sigma_f, \Sigma_{a2}, D_2, \chi_1, \chi_2, v_1, v_2$ ]
m2=[0,0,0,1,5,0,0,2,0,0,0,135,0,0,0,4,1,0,1,1]; Malzeme 2
m3=[0,0,0,1,5,0,0,2,0,0,0,135,0,13,0,4,1,0,1,1]; Malzeme 3
m4=[0,0,2,0,0,4,0,0,0,0,1,0,3,1,0,1,1]; Malzeme 4
m5=[0,0,2,0,0,4,0,0,0,0,0,55,0,3,1,0,1,1]; Malzeme 5

z_1=[m4, m1, m1, m1, m1]; Malzemelerin 1. yakıt demeti tipine doldurulmuş sırası. Sıralama alttan üste doğrudur (z=0'dan +z'ye doğru)
z_2=[m4, m2, m2, m2, m2]; Malzemelerin 2. yakıt demeti tipine doldurulmuş sırası
z_3=[m4, m3, m3, m3, m3]; Malzemelerin 3. yakıt demeti tipine doldurulmuş sırası
z_4=[m4, m4, m4, m4, m4]; Malzemelerin 4. yakıt demeti tipine doldurulmuş sırası
z_5=[m4, m5, m5, m5, m5]; Malzemelerin 5. yakıt demeti tipine doldurulmuş sırası

meshx=[4,4,4,4,4,4,4,4,2]; x eksenindeki her yakıt demetinin kaç ağ noktası içereceği (yx matrisindeki satırlara karşılık gelir). Örneğin ilk satırdaki yakıt demetleri x ekseninde 4 ağ noktası, son satırdaki yakıt demetleri x ekseninde 2 ağ noktası içerir.
meshy=[2,4,4,4,4,4,4,4,2]; y eksenindeki her yakıt demetinin kaç ağ noktası içereceği (yx matrisindeki sütunlarına karşılık gelir). Örneğin ilk sütundaki yakıt demetleri y ekseninde 2 ağ noktası, son sütundaki yakıt demetleri y ekseninde 4 ağ noktası içerir.

z eksenindeki her bölgenin kaç ağ noktası içereceği (z_1, z_2, ... gibi yakıt demetlerindeki z eksen yönündeki bölgelere karşılık gelir). Örneğin en alt bölgede (1. bölge) z ekseninde 2 ağ noktası, 2. bölgede z ekseninde 12 ağ noktası vardır.

```

Şekil 5.1. Geliştirilen SHY Difüzyon Kodu için hazırlanan bir girdi dosyası örneği ve girdilerin açıklamaları.

6. BEAVRS KORUNUN SHY DİFÜZYON KODUNDA MODELLENMESİ

SHY Difüzyon Kodu geliştirilirken kullanılan yöntem ve yaklaşımların doğrulanması gerekmektedir. Geliştirilen SHY Difüzyon Kodu, çok bölgeli 3B modellerindeki tutarlılığı temel alınarak doğrulanacaktır. Bu amaçla, çok detaylı bir model olan BEAVRS kıyaslama probleminin [15] HZP durumunun (sıfır güç durumu) nötronik analizi SHY Difüzyon Kodu ile gerçekleştirilmiştir.

BEAVRS kıyaslama probleminde tanımlanan kor yapısı (BEAVRS koru), oldukça detaylı ve heterojen bir modeldir. İki gruplu nötron difüzyon eşitlikleri ile bu korun modellenebilmesi için konuma bağlı difüzyon parametrelerinin üretilmesi gerekmektedir. Bu amaçla, 165 farklı bölge (11 farklı yakıt demetinin her birindeki 15 aksenal bölge) için iki gruplu nötron difüzyon parametreleri üretilmiştir.

BEAVRS korunu temsil edecek difüzyon parametrelerinin üretilmesi için Transporta Eşdeğer Difüzyon Modeli (T.E.D.M.) [16] kullanılmıştır. T.E.D.M'de nötron difüzyon denklemi ve nötron transport denklemi çözümlerinin birbirlerine eşdeğer olmasını sağlayacak difüzyon parametrelerinin üretilmesi amaçlanır. Difüzyon denklemi ve transport denklemi çözümlerinin denkleğini sağlayabilmek için difüzyon katsayılarını ve saçılma matrisini tahmin eden bir optimizasyon tekniği kullanılır.

Bu çalışmada, difüzyon katsayılarını ve saçılma matrisini tahmin etmek için optimizasyon tekniği olarak bir genetik algoritma kullanılmıştır. Tez kapsamında geliştirilen difüzyon kodu, difüzyon parametrelerinin üretilmesinde de büyük role sahiptir. Çünkü oluşturulan genetik algoritmada uygunluk fonksiyonu olarak geliştirilen difüzyon kodu kullanılmıştır. Nötron transport denklemi çözümü olarak ise Serpent kodundan elde edilen akı ve kısmi akım dağılımları kullanılmıştır.

BEAVRS korunun SHY Difüzyon Kodunda nötronik analizinin yapılabilmesi için sınır koşullarına ihtiyaç vardır. Bu amaçla, kor sınırlarında albedo sınır koşulları kullanılmıştır. Albedo sınır koşullarının kullanılması sayesinde kordaki reflektör

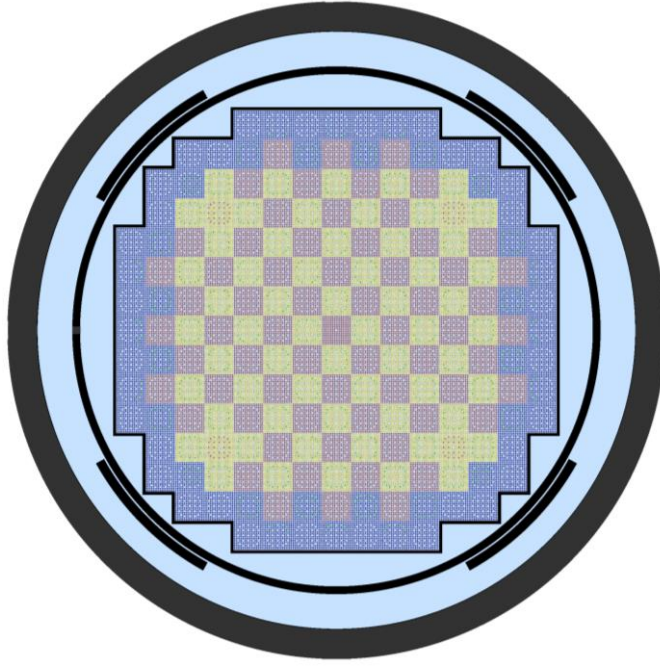
bölgesinin modellenmesine gerek kalmamış; işlem gücünden tasarruf edilmiştir. Albedo değerleri, Serpent kodundan elde edilen kısmi akıllar kullanılarak hesaplanmıştır.

Nötron difüzyon eşitliklerinde $(n, 2n)$ nötron etkileşimleri genelde ihmal edilmektedir. Daha gerçekçi bir analiz amaçlanıyorsa bu etkileşimler de hesaplamalara katılmalıdır. Bu amaçla, BEAVRS koru modellenirken $(n, 2n)$ etkileşimleri göz önüne alınmıştır ve iki gruplu nötron difüzyon eşitliklerine $(n, 2n)$ etkileşimleri dahil edilmiştir.

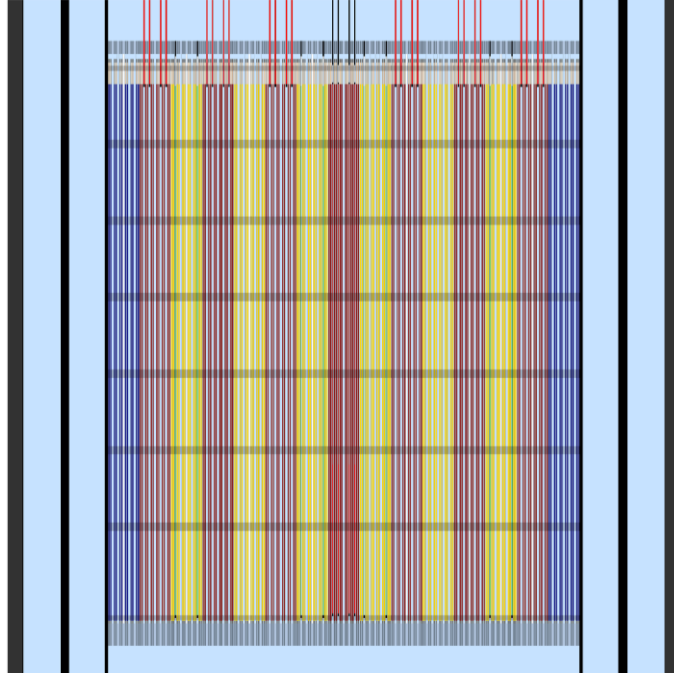
6.1. BEAVRS Kıyaslama Problemi

Nükleer reaktörlerin nötronik analizlerinin yapılması için kullanılan kodların ve yöntemlerin doğrulanabilmesi için karşılaştırma problemlerine ihtiyaç duyulur. BEAVRS karşılaştırma problemi, işletmede olan 4 döngülü bir Westinghouse reaktörünün tüm kor tasarımıyla ilgili son derecede ayrıntılı bilgiler içerir ve işletme anında ölçülen verileri, kor analizi yöntemlerinin doğrulanabilmesi için paylaşır [15]. BEAVRS karşılaştırma probleminin iddiası, şu ana kadar literatürde yer alan hafif sulu reaktör kıyaslama problemleri içerisinde en detaylı ve gerçekçi model olmasıdır.

BEAVRS korunun x-y düzlemindeki (radyal) kesit alanı Şekil 6.1'de, korunun x-z (eksenel) düzleminde kesit alanı Şekil 6.2'de gösterilmiştir. Korunun kesit alanı görüntülerine bakıldığında ne kadar detaylı bir model olduğu görülebilir.

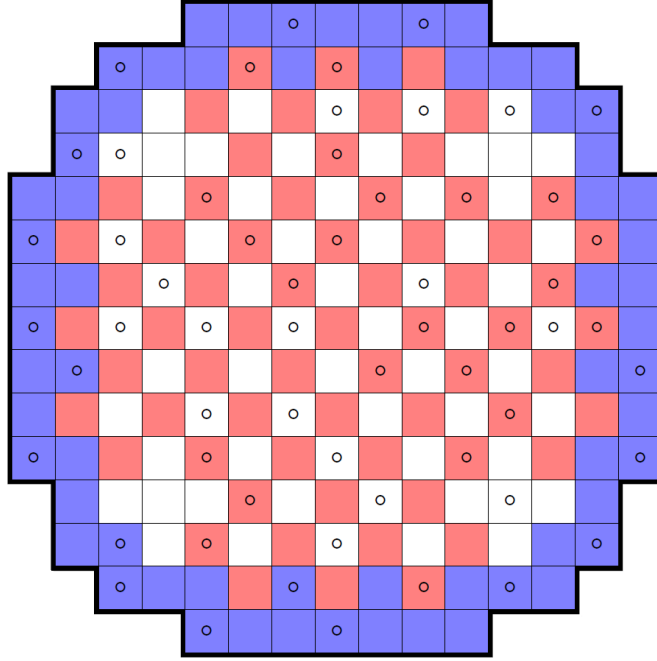


Şekil 6.1. Radyal yapıları ve yakıt demeti zenginleştirmelerini gösteren BEAVRS korunun radyal kesit alanı (1. Çevrim) (Siyah renk paslanmaz çeliği, koyu gri renk karbon alaşımlı çeliği, açık mavi renk hafif suyu; kırmızı, sarı ve koyu mavi renkler sırasıyla %1,6, %2,4 ve %3,1 oranında zenginleştirilmiş yakıtları belirtmektedir [15]).



Şekil 6.2. BEAVRS korunun aksenal (x-z) kesit alanı görüntüsü, aralama ızgaraları (spacer grid) koyu renk ile vurgulanmıştır [15].

BEAVRS korunda, kor içi dedektörler içeren 58 adet yakıt demeti vardır. Bu dedektörler U-235 fisyon odalarıdır. Bu 58 yakıt demetinden elde edilen ölçümler kıyaslama probleminin dokümanında yer almaktadır. Kor içi dedektörlerin yerleştirildiği yakıt demetlerinin konumları Şekil 6.3'te gösterilmiştir. BEAVRS koruyla ilgili daha detaylı bilgi Kaynak [15]'te bulunabilir.



Şekil 6.3. BEAVRS korunda bulunan kor içi dedektörlerin konumları [15].

6.2. İki Gruplu Nötron Difüzyon Parametrelerinin Üretilmesi

Nötron difüzyon teorisi, nötronların bir ortamdaki etkileşimlerini kolay bir şekilde modelleyebilmek için bir yaklaşımdır ve bu yaklaşımdan elde edilen sonuçlar, kullanılan difüzyon parametrelerinin kalitesine bağlıdır. Nötron difüzyon eşitlikleri ile elde edilen çözümlerin, nötron transport denklemlerine denk olması için difüzyon parametreleri optimize edilebilir. Bu denkliği sağlayabilmek için bu çalışmada difüzyon parametreleri, Transport Eşdeğer Difüzyon Modeli (T.E.D.M.) kullanılarak üretilmiştir.

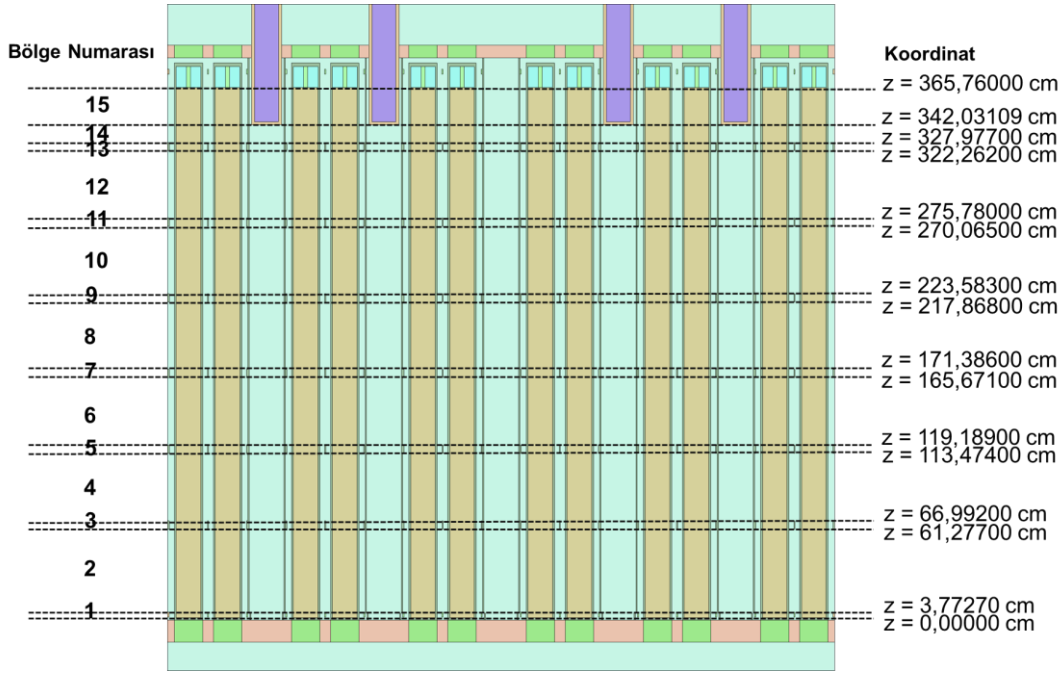
T.E.D.M.'de bir Monte Carlo kodu kullanılarak farklı bölgeler için konumsal nötron akı dağılımı ve bölge sınırlarındaki kısmi akımlar elde edilir. T.E.D.M'de amaç, nötron difüzyon denkleminin analitik çözümünün Monte Carlo koduyla

elde edilen transport denklemi çözümüne denk olmasını sağlamaktır. Bunun için iki grulu nötron difüzyon eşitlikleri, modellenen geometri için analitik olarak çözülür. Difüzyon katsayıları ve saçılma matrisi, nötron difüzyon eşitliklerinin analitik çözümünde bilinmeyen parametrelerdir. Bilinmeyen bu parametreler, difüzyon ve transport çözümleri arasındaki farkı en aza indirmek amacıyla bir optimizasyon tekniği kullanılarak tahmin edilir.

Bu çalışmada, bilinmeyen difüzyon parametrelerinin tahmini ve optimizasyonu için bir genetik algoritma kullanılmıştır. BEAVRS koru için difüzyon parametreleri üretilirken karşılaşılan geometrilerde, nötron difüzyon eşitliklerinin analitik olarak çözülmesi pek mümkün değildir. Bu sebepten ötürü, bu çalışmada, difüzyon parametrelerinin tahmini ve optimizasyonu sürecinde, analitik çözümler yerine, tez kapsamında geliştirilen SHY Difüzyon Kodundan elde edilen çözümler kullanılmıştır. Nötron transport denklemi çözümü olarak, bir Monte Carlo kodu olan Serpent 2.1.30 kullanılmıştır.

6.2.1. Difüzyon Parametrelerini Üretmek Amacıyla Serpent Kodunda Yakıt Demetlerinin Modellenmesi

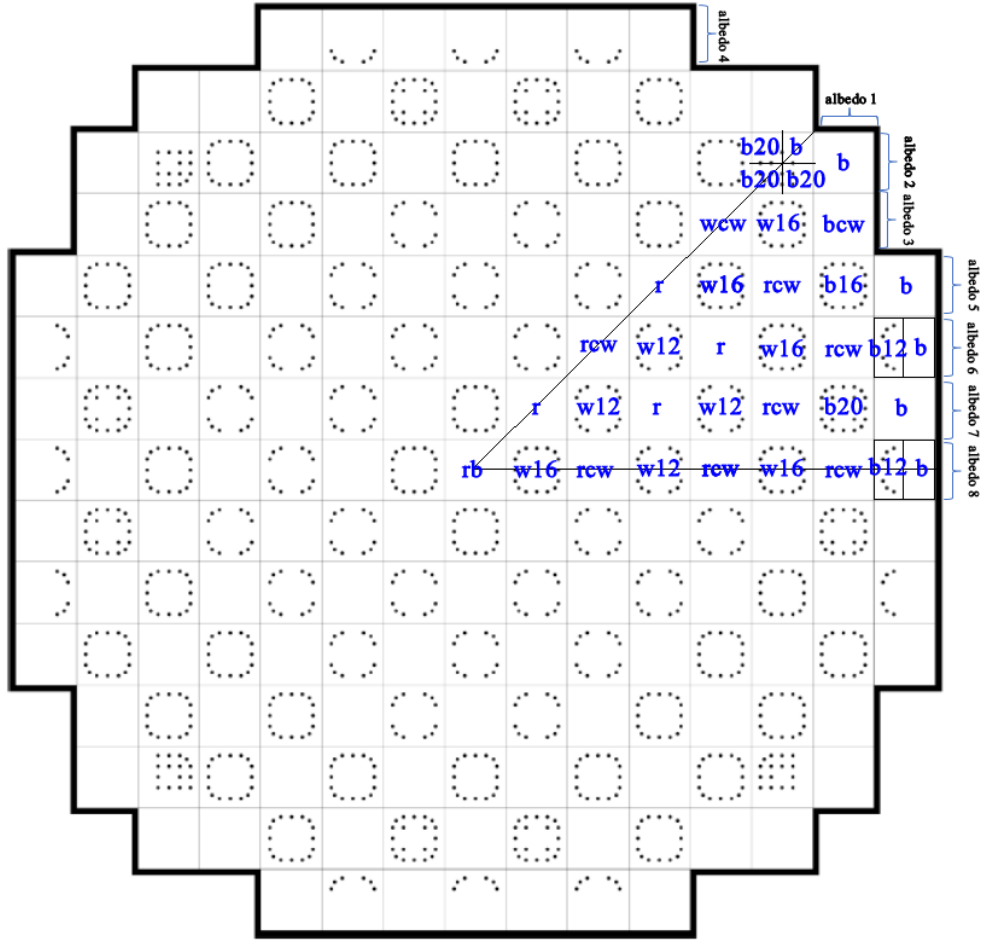
BEAVRS koru oldukça heterojen bir yapıdadır. Difüzyon parametreleri üretilirken bu heterojenite göz önüne alınmalıdır. Yapılan denemeler sonucunda, bu heterojeniteyi sağlayabilmek için her yakıt demetinin ayrı ayrı modellenmesi gerektiği ve yakıt demetlerinin eksenal yönde (z yönünde) 15 bölgeye ayrılması gerektiği görülmüştür. Yakıt demetlerinin sadece aktif yakıt bölgelerinde difüzyon katsayıları üretilmiştir. Her yakıt demeti için difüzyon parametrelerinin üretildiği 15 bölgenin koordinatları ve bölge numaraları Şekil 6.4'te yer almaktadır. Toplam 11 farklı yakıt demeti için iki grulu nötron difüzyon parametreleri üretilmiştir.



Şekil 6.4. Yakıt demetleri için difüzyon parametrelerinin üretildiği 15 bölgenin koordinatları ve bölge numaraları (yakıt demeti rb üzerinden, görüntü Serpent ile elde edilmiştir).

Yakıt demetleri için difüzyon parametreleri üretilirken kor içi dedektörler ihmal edilmiştir. Kor içi dedektörler, korun 1/8'lik simetrisini bozmaktadır ve ihmal edilmeleri, bu çalışma kapsamında büyük hatalara neden olmaz. Kor içi dedektörlerin ihmal edilmesi sayesinde, kor 1/8 simetriye sahip olmuş; 11 farklı yakıt demeti için üretilen difüzyon parametreleri tüm koru modellemek için yeterli olmuştur.

İki gruplu difüzyon parametreleri üretilen yakıt demetlerinin isimlendirmeleri ve kor içerisindeki pozisyonları Şekil 6.5'te gösterilmiştir.



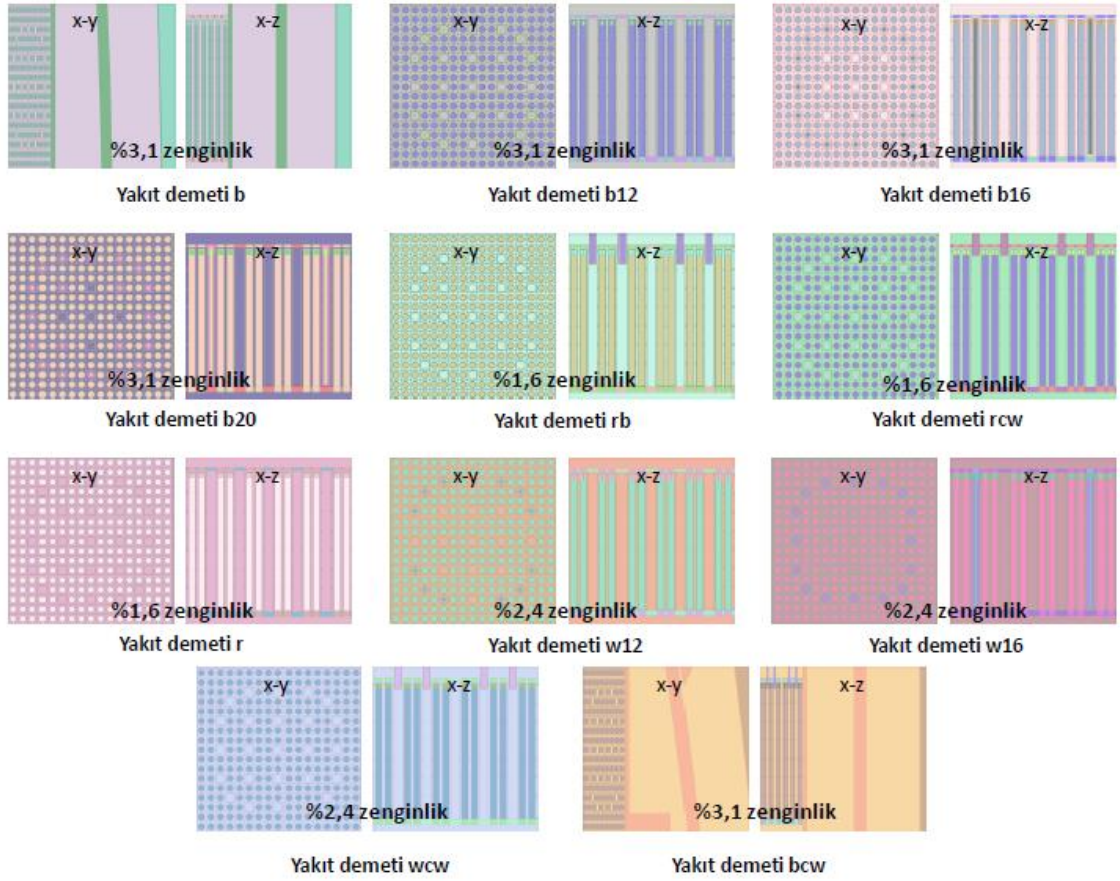
Şekil 6.5. Difüzyon parametreleri üretilen yakıt demetlerinin BEAVRS koru içerisindeki konumları, yakıt demetlerinin isimlendirmeleri (mavi yazılar) ve kor yanıl sınırları için üretilen albedo değerlerinin numaralandırılması (Siyah noktalar, yanabilir yutucuları (burnable absorber) temsil etmektedir).

Difüzyon parametrelerinin doğru bir spektrumda üretilmesi çok önemlidir. Korun iç bölgelerinde yer alan yakıt demetleri Serpent kodunda modellenirken yakıt demetlerinin radyal (x ve y) yönlerinde yansıma sınır koşulu kullanılmıştır. Yansıma sınır koşulunun kullanılma sebebi, işletim sırasında korun iç bölgelerinde bulunan yakıt demetlerindeki nötron spektrumunun, radyal yönde sonsuz yakıt demeti spektrumuna yakın olmasının beklenmesidir. Yakıt demetlerinin aksenal yöndeki (z yönü) sınırlarında ise vakum sınır koşulu kullanılmıştır.

Korun çevresinde bulunan yakıt demetlerinin nötron spektrumunun değişmesi beklenir. Bu amaçla, kor çevresinde bulunan yakıt demetleri için difüzyon parametreleri üretilirken yanal reflektör bölgesi de geometriye dahil edilmiştir. Tez için sonuçlar elde edilirken en başta bu yaklaşım yapılmamıştır; sonuç olarak da tüm kor modellemelerinde yüksek hata oranlarıyla karşılaşılmıştır. Yanal reflektör bölgesinin difüzyon parametreleri üretilirken hesaba katılması, karşılaşılan yüksek hata oranlarını büyük oranda düşürmüştür.

BEAVRS korunda yer alan yakıt demetlerinden bir tanesi, simetrik olmayan bir şekle sahiptir. Bu yakıt demeti 15 adet yanabilir yutucu içermektedir. Tezdeki çalışmalar sırasında, bu yakıt demetinin tek bir bölge gibi modellenmesinin yüksek hata oranlarına sebep olduğu gözlemlenmiştir. Bu yüzden, bu yakıt demeti, dört farklı bölge ile temsil edilmiştir. Bu yakıt demetini temsil etmek için üç bölgede yakıt demeti b20'nin difüzyon parametreleri, diğer bölgede ise yakıt demeti b'nin difüzyon parametreleri kullanılmıştır; böylece 15 yanabilir yutucu sayısı modellemede korunmuştur. Yapılan bu yaklaşım, Şekil 6.5'in sağ üst kısmında gösterilmiştir.

Difüzyon parametrelerini elde etmek için Serpent kodunda modellenen yakıt demetlerinin geometrileri Şekil 6.6.'da gösterilmiştir.



Şekil 6.6. Serpent kodunda modellenen yakıt demetlerinin kesit alanı görüntüleri ve U-235 açısından zenginlikleri.

Serpent kodunda gerçekleştirilen yakıt demeti modellemeleri sonucunda, her yakıt demetinde belirlenen 15 bölge için yakalama hızı, fisyon hızı, fisyon nötron üretimi hızı, $(n, 2n)$ etkileşimi hızı, ortalama akı, bölge sınırlarındaki kısmi akımlar ve konuma bağlı akı dağılımı iki nötron grubu için elde edilmiştir. Birinci nötron grubunun enerji aralığı $0.625 * 10^{-6} MeV - 20 MeV$ ve ikinci nötron grubunun enerji aralığı $10^{-11} MeV - 0.625 * 10^{-6} MeV$ olarak belirlenmiştir. Elde edilen bu değerler, Bölüm 6.2.2'de ve Bölüm 6.2.3'te anlatılan yöntemler kullanılarak iki grup difüzyon parametrelerinin üretilmesi için kullanılmıştır. Toplam 165 farklı bölgeyi temsil eden iki gruplu nötron difüzyon parametreleri üretilmiştir ve bu parametreler Ek. 1'de bulunabilir.

6.2.2. Makroskopik Tesir Kesitlerinin Üretilmesi

Bu çalışmada; makroskopik gruptan gruba saçılma tesir kesitleri (saçılma matrisi) dışındaki makroskopik tesir kesitleri, Serpent kodundan elde edilen etkileşim hızları ve akılar kullanılarak elde edilmiştir. Serpent kodu, cm^3 başına

etkileşim hızlarını elde etmek için çarpışma tahmin edicilerle bulunduğu nötron akı yoğunluğunu kullanır ve etkileşim hızlarının hacim ve enerji üzerinden integralini alır [17]. Serpent kodunun etkileşim hızlarını hesaplamak için kullandığı eşitlik aşağıda verilmiştir.

$$R_{F,g,i} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \int_{E_{gmin}}^{E_{gmax}} F(\underline{r}, E) \phi(\underline{r}, E) d^3 r dE \quad (6.1)$$

Burada; $R_{F,g,i}$ cm^3 başına i . bölgede gerçekleşen F tipi etkileşim hızı, V_i etkileşim hızlarının hesaplandığı bölgenin hacmi, E_{gmax} ve E_{gmin} sırasıyla g. nötron enerji grubunun maksimum ve minimum enerji sınırlarıdır. $F(\underline{r}, E)$ Etkileşim hızının hesaplanması için kullanıcı tarafından tanımlanan bir tepki fonksiyonudur.

Herhangi bir i . bölge için ortalama nötron akısı aşağıdaki gibi tanımlanır ve bu akı Serpent tarafından hesaplanabilir.

$$\phi_{g,i} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \int_{E_{gmin}}^{E_{gmax}} \phi(\underline{r}, E) d^3 r dE \quad (6.2)$$

Burada, $\phi_{g,i}$ i . bölgede g. grup için ortalama nötron akısıdır.

Farklı bölgeler için makroskopik tesir kesitleri, Eşitlik 6.1 ve Eşitlik 6.2 kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\Sigma_{F,g,i} = \frac{\frac{1}{V_i} \int_{V_i} \int_{E_{gmin}}^{E_{gmax}} \Sigma_F(\underline{r}, E) \phi(\underline{r}, E) d^3 r dE}{\frac{1}{V_i} \int_{V_i} \int_{E_{gmin}}^{E_{gmax}} \phi(\underline{r}, E) d^3 r dE} = \frac{R_{F,g,i}}{\phi_{g,i}} \quad (6.3)$$

Burada, $\Sigma_{F,g,i}$ g. grup için i . bölgeyi temsil eden F tipi makroskopik tesir kesitidir.

Fisyon başına üretilen nötron sayısı ise Eşitlik 6.3'e benzer şekilde aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$v_{g,i} = \frac{\frac{1}{V_i} \int_{V_i} \int_{E_{gmin}}^{E_{gmax}} \nu(\underline{r}, E) \Sigma_f(\underline{r}, E) \phi(\underline{r}, E) d^3 r dE}{\frac{1}{V_i} \int_{V_i} \int_{E_{gmin}}^{E_{gmax}} \Sigma_f(\underline{r}, E) \phi(\underline{r}, E) d^3 r dE} = \frac{R_{\nu\Sigma_f,g,i}}{R_{f,g,i}} \quad (6.4)$$

Burada, $v_{g,i}$ i . bölgede g. grup için fisyon başına üretilen ortalama nötron sayısıdır.

Herhangi bir bölge için saçılma matrisi ($\Sigma_{S_1 \rightarrow 2, i}$ ve $\Sigma_{S_2 \rightarrow 1, i}$), Serpent kodundan elde edilen etkileşim hızlarıyla hesaplanamaz. Bu nedenle, saçılma matrisi, bir genetik algoritma kullanılarak tahmin edilmiştir. Saçılma matrisi genetik algoritma ile elde edilirken $\Sigma_{S_2 \rightarrow 1, i}$ değerlerinin ihmal edilebileceği görülmüştür ve bu değerler sıfır olarak kabul edilmiştir. Bölgeler için makroskopik 1. gruptan 2. gruba saçılma tesir kesiti ($\Sigma_{S_1 \rightarrow 2, i}$) ihmal edilemez.

6.2.3. Genetik Algoritma Kullanılarak Difüzyon Katsayıları ve Saçılma Matrisinin Tahmini

BEAVRS korunda yer alan yakıt demetlerine ait farklı bölgelerdeki difüzyon katsayıları ve saçılma matrislerinin tahmini edilmesi için bir genetik algoritma kullanılmıştır. Genetik algoritmanın kullanılma nedeni, yakıt demetleri için Serpent kodundan elde edilen akı ve akım dağılımlarının basit bir şekilde sahip olmaması ve her yakıt demetindeki 15 bölge için aynı anda difüzyon katsayıları ve saçılma matrisinin tahmin edilmesinin gerekliliğidir. Genetik algoritma, bu tür çok değişkenli ve manuel olarak çözüm aranamayacak problemler için iyi bir optimizasyon yöntemidir. Kullanılan genetik algoritmanın anlaşılabilirliği için öncelikle genetik algoritma konseptinden kısaca bahsedilmelidir. Daha sonra geliştirilen algoritma açıklanacaktır.

6.2.3.1. Genetik Algoritma

Genetik algoritma, evrim teorisinden ilham alan popülasyon temelli bir optimizasyon yöntemidir. Genetik algoritmada; her bir çözüm önerisi bir bireyi (kromozomu), bireyleri oluşturan her bir parametre bir geni, bireyler ise bir topluluğu meydana getirir. Doğada, iyi genlere sahip bireylerin çiftleşme ve hayatını devam ettirme olasılıkları daha yüksektir; bu doğal seçilim olarak adlandırılır. Genetik algoritma doğal seçilimden ilham alarak toplulukta bulunan her bir bireyi bir uygunluk fonksiyonu ile test eder ve test sonucunda her bir bireye uygunluk puanı verir. Puanlama sonucunda yüksek uygunluk puanına sahip bireylerin hayatta kalma ve çaprazlama (çiftleşme) olasılığının yüksek olmasını sağlar. Böylece en optimum çözümü elde etmeyi amaçlar [18].

Bu çalışmada genetik algoritma uygulanırken; ebeveynlerin seçilmesi için sıralama yöntemi (rank selection), genlerin kodlanması için ikili kodlama

yöntemi (binary encoding), çaprazlama için ise tek noktalı yöntemin kullanılması tercih edilmiştir. Sıralama yönteminin tercih edilme nedeni, uygunluk fonksiyonu çıktılarının negatif değerlere sahip olmasıdır.

6.2.3.1.1. Sıralama Yöntemi (Rank Selection)

Sıralama yönteminde topluluk içerisindeki bireyler, uygunluk puanlarına göre sıralanırlar. Sıralaması yüksek olanların çaprazlama için seçilme ihtimalinin daha fazla olması sağlanır. Bunun için her bir bireye, bireyin sıralamasına göre bir seçilme olasılığı atanır. Bu olasılık aşağıdaki gibi belirlenir.

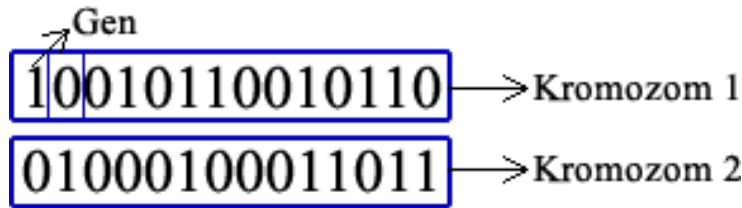
$$rtot_i = \sum_{j=1}^N r_{i,j} \quad (6.5)$$

$$P_{i,j} = \frac{r_{i,j}}{rtot_i} \quad (6.6)$$

Burada; $rtot_i$ i'ninci nesildeki bireylerin sıralamalarının toplamı, $r_{i,j}$ topluluk içindeki j'ninci bireyin i. nesildeki tersten sıralaması ve $P_{i,j}$ j'ninci bireyin i'ninci nesildeki seçilme olasılığıdır [19].

6.2.3.1.2. İkili Kodlama (Binary Encoding)

Bu kodlama biçiminde genler ikili sayı sistemi ile temsil edilir ve her bir bit (1 veya 0) çözümün karakteristiğini etkiler. Kromozomları oluşan sayı dizileri çözümlenerek gerçek değerlere dönüştürülür ve bu değerler uygunluk fonksiyonunda kullanılır. Bu kodlama biçiminde çok noktalı çaprazlama yapmak mümkündür [20]. İkili kodlama biçimi temsilen Şekil 6.7'de gösterilmiştir.



Şekil 6.7. İkili kodlama biçiminin temsilen gösterimi.

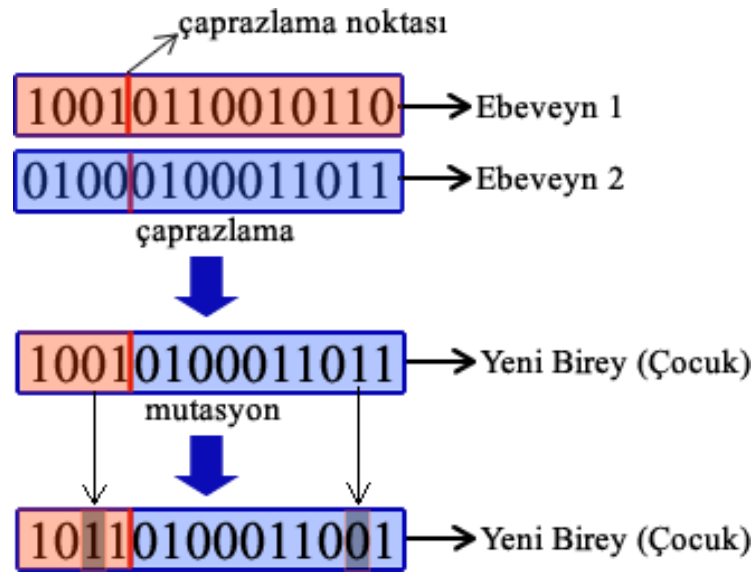
6.2.3.1.3. Tek Noktalı Çaprazlama

Yeni nesillerin oluşturulabilmesi için seçilen kromozomların çaprazlanması gerekir. Tezde kullanılan tek noktalı çaprazlamada, ebeveyn olarak seçilen bireylerin genlerinin rastgele seçilen bir noktadan sonraki ve önceki dizileri yer değiştirilir [18]. Seçilen ebeveynler arasında çaprazlamanın olup olmayacağı da

belirlenen bir olasılığa göre belirlenir. Çaprazlama işlemi için bir örnek Şekil 6.8'de gösterilmiştir.

6.2.3.1.4. Mutasyon

Çaprazlama işlemi sonucunda meydana gelen çocuk genlerinde belirlenen bir olasılıkla mutasyon gerçekleşmesi sağlanır. Mutasyon olasılığı genelde düşük tutulur. İkili kodlamada mutasyona uğrayan gen 1 ise 0'a, 0 ise 1'e dönüştürülür. Mutasyon işlemi çeşitliliğin devam ettirilmesi için önemlidir [18]. Mutasyon işlemi için bir örnek Şekil 6.8'de gösterilmiştir.

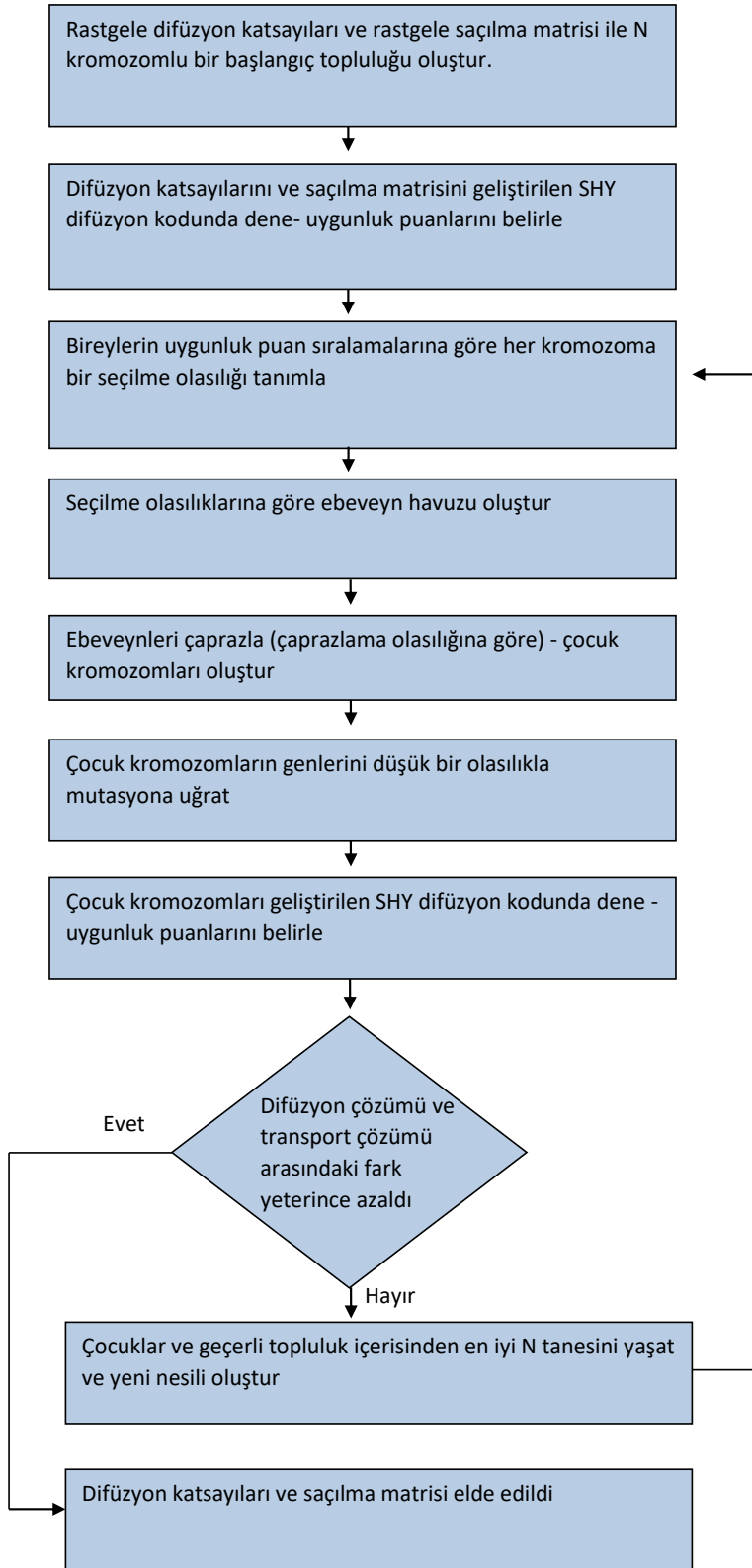


Şekil 6.8. Genetik algoritmada kullanılan çaprazlama ve mutasyon işlemleri için bir örnek.

6.2.3.2. Difüzyon Katsayıları ve Saçılma Matrisinin Tahmini İçin Kullanılan Genetik Algoritma

Yakıt demetleri için difüzyon parametreleri üretilirken, geliştirilen SHY Difüzyon Kodu ile elde edilen sonuçların Serpent kodunun verdiği sonuçlara denk olması amaçlanmıştır. Bu denkliği sağlayabilmek için yakıt demetlerindeki farklı bölgeler için difüzyon katsayıları ve saçılma matrisi bir genetik algoritma kullanılarak tahmin edilmiştir. 15 bölgeden oluşan yakıt demetlerini temsil eden bireyler, bu bölgeleri temsil eden iki grup difüzyon katsayıları ve makroskopik gruptan gruba saçılma tesir kesitlerinden meydana gelir. Topluluk ise N bireyden oluşur.

Topluluktaki bireylerin puanlanması için bir uygunluk testi gereklidir. Bu amaçla, geliştirilen difüzyon kodu, bir uygunluk fonksiyonu (fitness function) haline getirilmiştir. Geliştirilen difüzyon kodundan elde edilen iki grup akı dağılımı, akım dağılımı ve çoğaltma faktörünün Serpent sonuçlarıyla arasındaki farka göre bireylere birer uygunluk puanı verilir. Daha sonra, topluluğu oluşturan bireyler, uygunluk puanlarına göre sıralanırlar. Yüksek uygunluk puanına sahip bireylerin çaprazlama için seçilme ihtimali yükseltilir. Ebeveynlerin çaprazlanması sonucunda yeni bireyler (çocukları) doğar. Çocuklar ve topluluk içerisinde en yüksek uygunluk puanına sahip N bireyin yaşamasına izin verilir ve yaşatılan bireyler kullanılarak yeni nesil oluşturulur. Buradaki amaç, her bir nesilde daha iyi sonuçlar veren difüzyon parametrelerinin elde edilmesidir. Difüzyon katsayıları ve saçılma matrisinin tahmini için tezde kullanılan genetik algoritmanın akış diyagramı Şekil 6.9'da gösterilmiştir.



Şekil 6.9. Difüzyon katsayıları ve saçılma matrisinin tahmini için kullanılan genetik algoritmanın akış diyagramı.

6.3. Albedo Sınır Koşullarının Üretilmesi

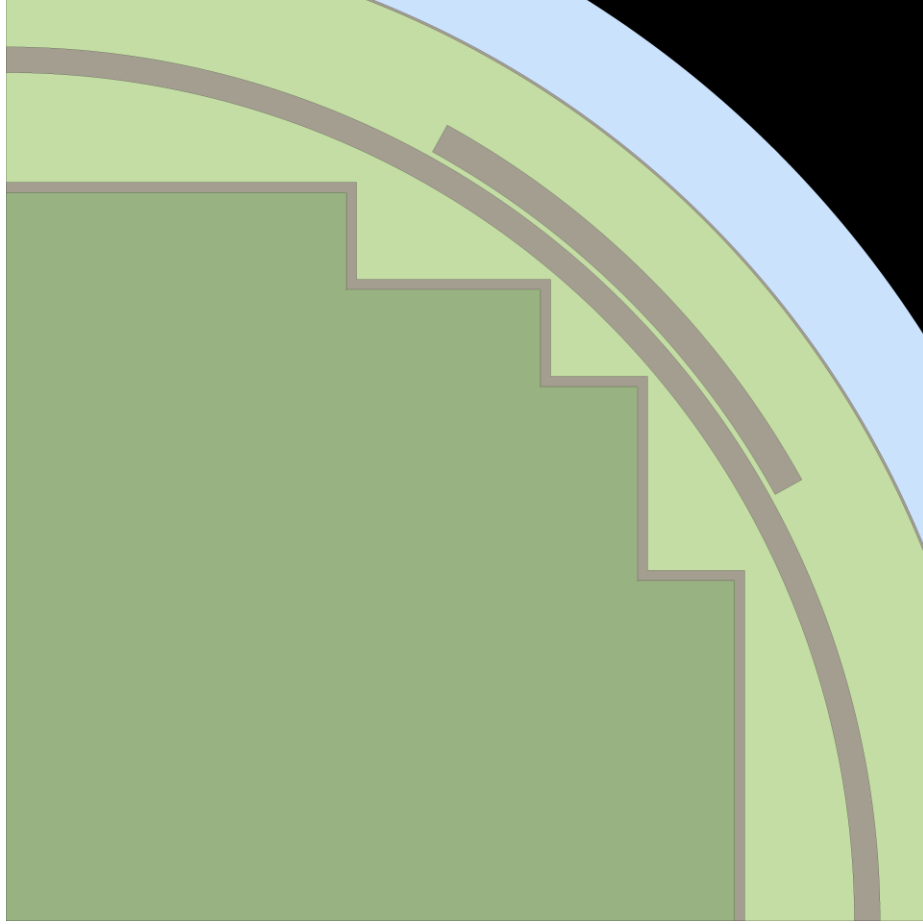
SHY Difüzyon Kodunda BEAVRS koru modellenirken sınır koşulu olarak albedolar kullanılmıştır. Albedolar, korun aktif yakıt bölgesinin eksenel ve radyal sınırları için üretilmiştir. Albedo değerlerini üretmek için Serpent kodundan elde edilen kısmi akımlar kullanılmıştır. Albedo değerleri elde edilirken yakıt bölgesine geri yansıyan kısmi akımların tutturulması esastır. Kısmi akımları tutturabilmek için sadece grup içi albedo değerlerinin kullanılması yeterlidir. Albedo değerleri Eşitlik 6.7 kullanılarak elde edilmiştir.

$$\alpha_{sg \rightarrow g} = \frac{J_{sg}^{iç}}{J_{sg}^{dış}} \quad (6.7)$$

Burada; $\alpha_{sg \rightarrow g}$ s yüzeyi için grup g'den grup g'ye albedo, $J_{sg}^{iç}$ s yüzeyi için aktif yakıt bölgesinin içine doğru olan kısmi nötron akımı ve $J_{sg}^{dış}$ s yüzeyinden aktif yakıt bölgesinin dışına doğru olan kısmi nötron akımıdır.

BEAVRS korunun aktif yakıt bölgesinin radyal sınırları için üretilen albedo değerlerinin üretildiği bölgeler ve numaralandırmaları Şekil 6.5'te gösterilmiştir. Kor geometrisi 3 boyutlu olduğu için, radyal sınırlarda albedo sınır koşulları üretilirken, yakıt demetlerinden yakıt demetlerine gerçekleşen nötron akışı da göz önüne alınmalıdır. Bu amaçla, korun çevresinde yer alan %3,1 zenginleştirme oranına sahip yakıt demetinin malzemeleri bir karışım haline getirilerek BEAVRS kor modelinin 1/4'lük kısmına doldurulmuştur ve Serpent kodunda modellenmiştir. Serpent kodunda yapılan modelleme Şekil 6.10'da gösterilmektedir. Yapılan modelleme sonucunda, yan yüzeylerdeki kısmi akımlar elde edilmiştir. Bu kısmi akımlar Eşitlik 6.7'de kullanılarak radyal sınırlar için albedo değerleri hesaplanmıştır.

Yakıt demetlerinin eksenel yöndeki sınırları için albedo değerleri, Bölüm 6.2.1'de bahsedilen modellemeler sonucunda elde edilen kısmi nötron akımları kullanılarak hesaplanmıştır. Eksenel yöndeki albedo değerleri, aktif yakıt bölgesinin en alt ve en üst yüzeyleri için üretilmiştir. Aktif yakıt bölgesinin en alt ve üst yüzeylerinin koordinatları Şekil 6.4'te gösterilen yakıt demeti modelindeki $z=0$ cm ve $z=365,76$ cm'dir.



Şekil 6.10. BEAVRS koru aktif yakıt bölgesinin radyal sınırları için albedo değerleri üretilirken Serpent kodunda kullanılan geometrinin x-y kesit alanı görüntüsü (Koyu yeşil renk %3,1 zenginleştirmeye sahip yakıt demeti karışımını, gri renk paslanmaz çeliği, açık yeşil renk suyu, açık mavi renk karbon alaşımlı çeliği temsil eder).

6.4. (n,2n) Etkileşimlerinin Hesaplamalara Katılması

Bu çalışmanın ilk aşamalarında nötron difüzyon eşitliklerinde (n,2n) etkileşimleri ihmal edilmiş, sonuç olarak da nötron difüzyon çözümünün transport çözümü ile yeterince örtüşmediği gözlemlenmiştir. Bunun üzerine, (n,2n) etkileşimleri iki gruplu nötron difüzyon eşitliklerine eklenmiştir ve (n,2n) etkileşimleri için makroskopik tesir kesitleri üretilmiştir. (n,2n) etkileşimleri nötron difüzyon eşitliklerine eklendiğinde, difüzyon ve transport çözümleri örtüşmeye başlamıştır.

(n,2n) etkileşimleri sadece birinci grupta meydana gelmektedir ve etkileşim sonucunda doğan nötronlar tekrar birinci grupta yer almaktadır. Bu sebeple,

(n, 2n) etkileşimleri sadece birinci grup nötron difüzyon eşitliğinde değişikliğe yol açar. (n, 2n) etkileşiminin hesaplamalara katıldığı durumda, birinci grup için nötron difüzyon eşitliği aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot D_1(\underline{r}) \nabla \phi_1(\underline{r}, t) - \left(\Sigma_{f_1}(\underline{r}) + \Sigma_{c_1}(\underline{r}) + \Sigma_{n,2n}(\underline{r}) \right) \phi_1(\underline{r}, t) + \\ 2\Sigma_{n,2n}(\underline{r}) \phi_1(\underline{r}, t) - \Sigma_{s_1 \rightarrow 2}(\underline{r}) \phi_1(\underline{r}, t) + \Sigma_{s_2 \rightarrow 1}(\underline{r}) \phi_2(\underline{r}, t) + \\ \frac{\chi_1(\underline{r})}{k_{eff}} \left(\nu_1(\underline{r}) \Sigma_{f_1}(\underline{r}) \phi_1(\underline{r}, t) + \nu_2(\underline{r}) \Sigma_{f_2}(\underline{r}) \phi_2(\underline{r}, t) \right) = 0 \end{aligned} \quad (6.8)$$

Burada; $\Sigma_{n,2n}$ (n,2n) etkileşimleri için makroskopik tesir kesiti, Σ_{c_1} ise ikincil nötron üretimlerine neden olmayan makroskopik yakalama tesir kesiti olarak tanımlanır.

Eşitlik 6.8'den yola çıkarak bir makroskopik azaltılmış yutulma tesir kesiti [21] tanımlanabilir.

$$\Sigma'_{a_1} = \Sigma_{f_1} + \Sigma_{c_1} - \Sigma_{n,2n} \quad (6.9)$$

Burada, Σ'_{a_1} makroskopik azaltılmış yutulma tesir kesitidir. Σ'_{a_1} , iki gruplu nötron difüzyon eşitliklerinde kullanıldığında birinci grup için difüzyon eşitliği aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot D_1(\underline{r}) \nabla \phi_1(\underline{r}, t) - \Sigma'_{a_1}(\underline{r}) \phi_1(\underline{r}, t) - \Sigma_{s_1 \rightarrow 2}(\underline{r}) \phi_1(\underline{r}, t) + \Sigma_{s_2 \rightarrow 1}(\underline{r}) \phi_2(\underline{r}, t) + \\ \frac{\chi_1(\underline{r})}{k_{eff}} \left(\nu_1(\underline{r}) \Sigma_{f_1}(\underline{r}) \phi_1(\underline{r}, t) + \nu_2(\underline{r}) \Sigma_{f_2}(\underline{r}) \phi_2(\underline{r}, t) \right) = 0 \end{aligned} \quad (6.10)$$

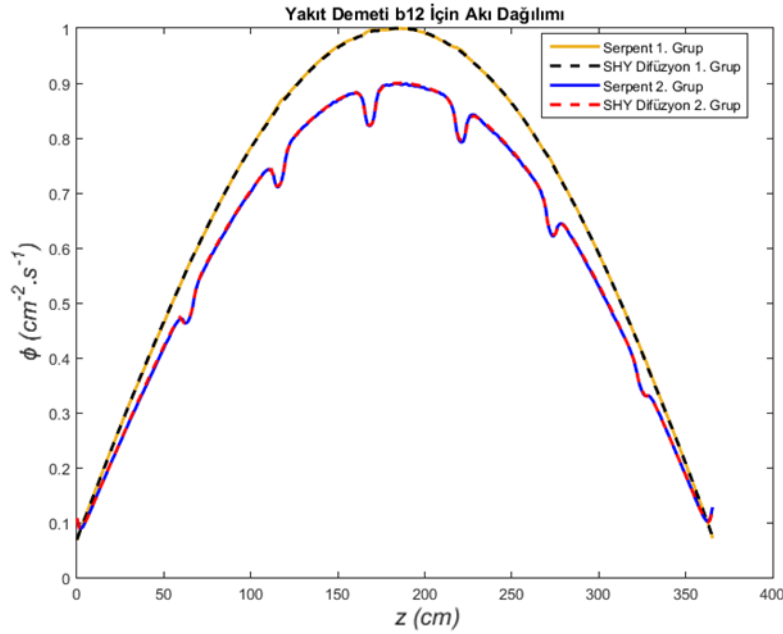
BEAVRS koru, SHY Difüzyon Kodunda modellenirken Eşitlik 6.10'daki gibi Σ_{a_1} yerine Σ'_{a_1} kullanılmıştır.

7. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

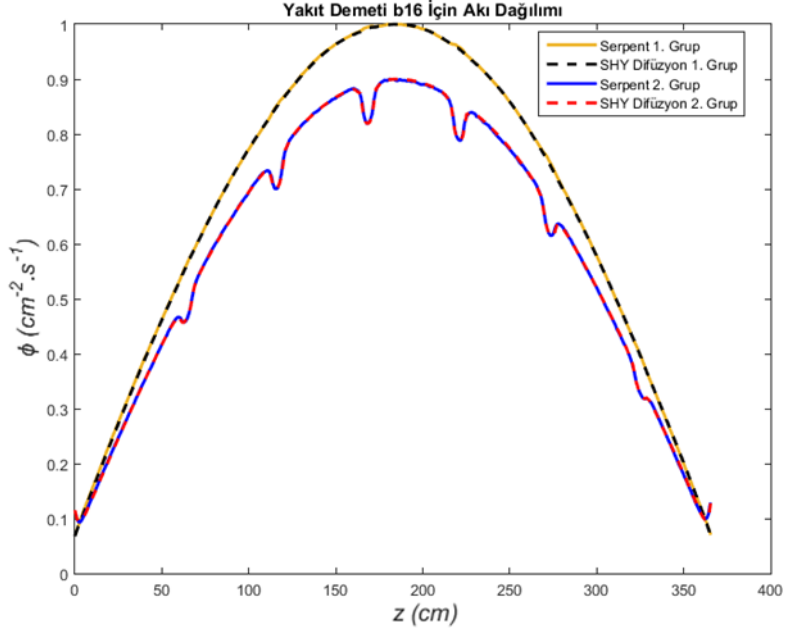
7.1. Üretilen Difüzyon Parametrelerinin İncelenmesi

7.1.1. Yakıt Demetleri Bazında Elde Edilen Çözümler

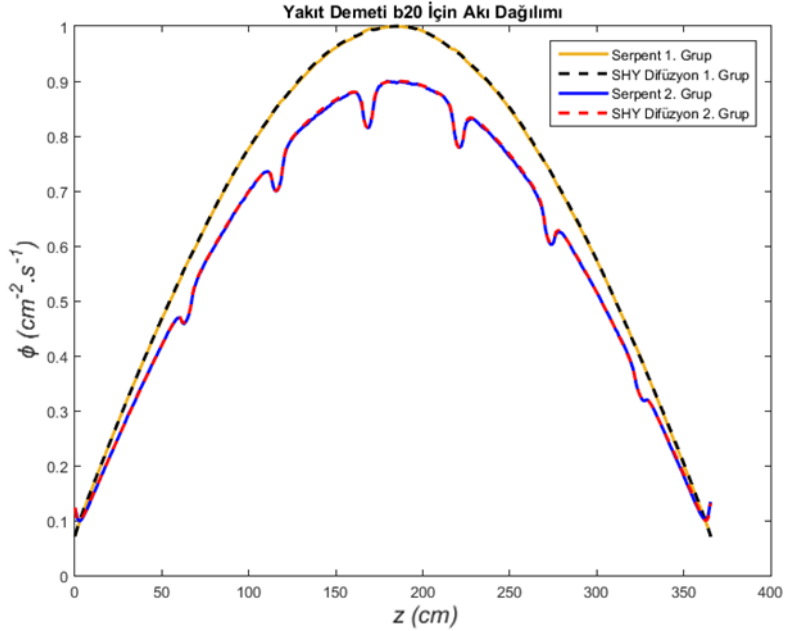
BEAVRS korundaki yakıt demetleri için difüzyon parametreleri üretilirken amaç, yakıt demeti bazında difüzyon denklemi ile elde edilen çözümlerin Serpent kodu sonuçlarına denk olmasını sağlamaktır. Bu amaca ulaşıp ulaşılmadığını görmek için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak yakıt demetleri bazında elde edilen akı dağılımları, Serpent kodu ile karşılaştırmalı olarak Şekil 7.1'den Şekil 7.11'e kadar gösterilmiştir. Akılar çizdirilirken, birinci grup için akı dağılımları maksimum akı 1'e eşit olacak şekilde; ikinci grup akı dağılımları maksimum akı 0,9'a eşit olacak şekilde normalize edilmiştir. Üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen çoğaltma faktörü sonuçları ise Serpent kodu ile karşılaştırmalı olarak Çizelge 7.1'de bulunabilir.



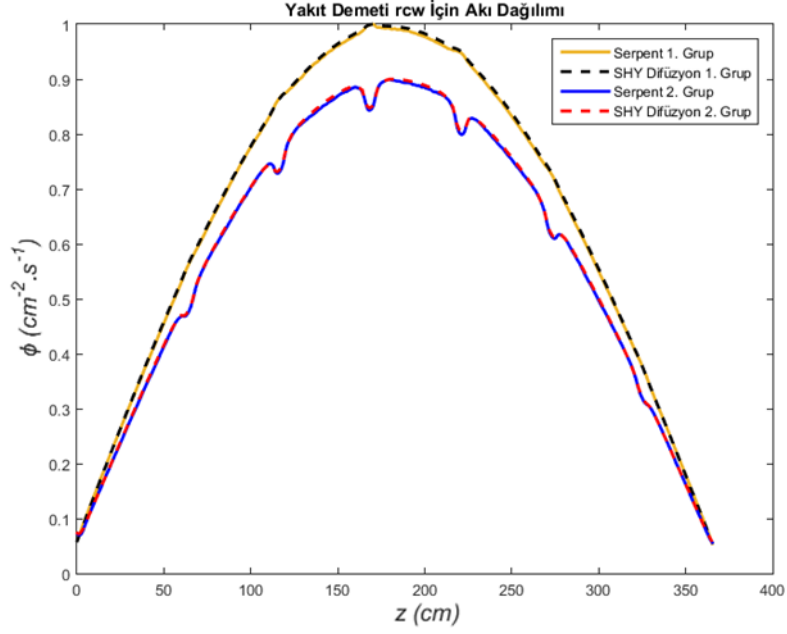
Şekil 7.1. Yakıt demeti b12 için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması (Difüzyon çözümlerini elde etmek için geliştirilen SHY Difüzyon Kodu kullanılmıştır).



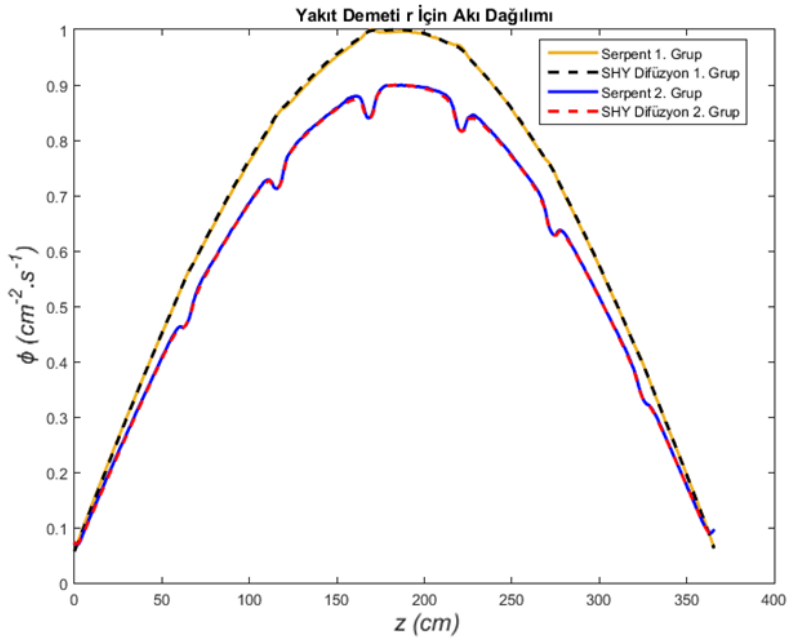
Şekil 7.2. Yakıt demeti b16 için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması (Difüzyon çözümlerini elde etmek için geliştirilen SHY Difüzyon Kodu kullanılmıştır).



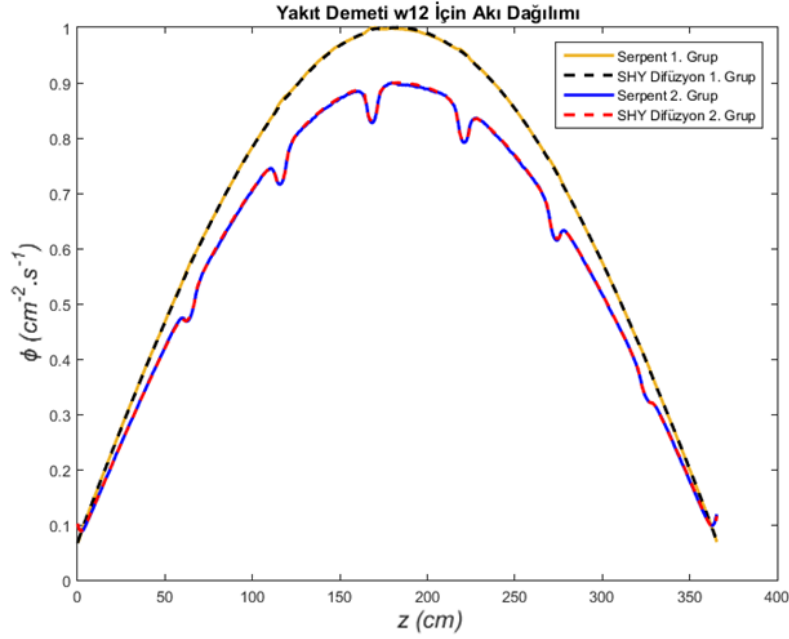
Şekil 7.3. Yakıt demeti b20 için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması (Difüzyon çözümlerini elde etmek için geliştirilen SHY Difüzyon Kodu kullanılmıştır).



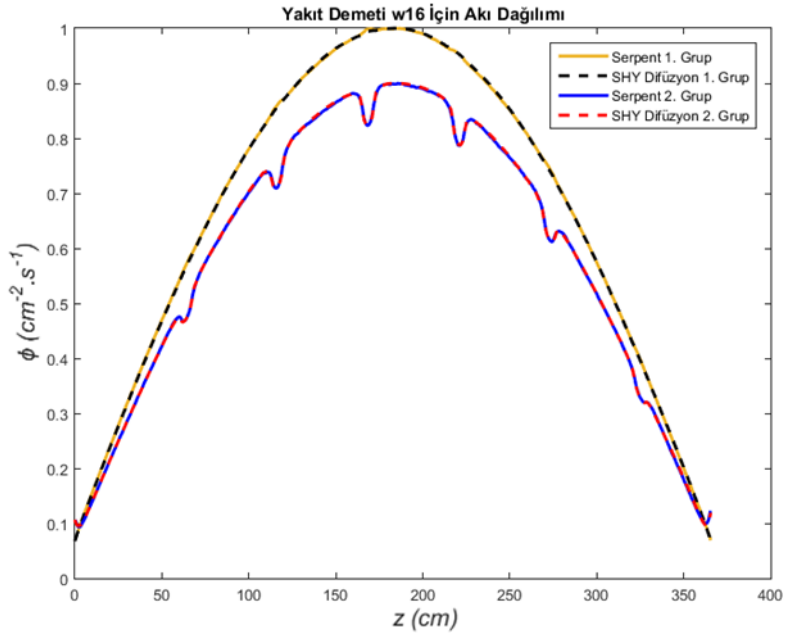
Şekil 7.4. Yakıt demeti rcw için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması (Difüzyon çözümlerini elde etmek için geliştirilen SHY Difüzyon Kodu kullanılmıştır).



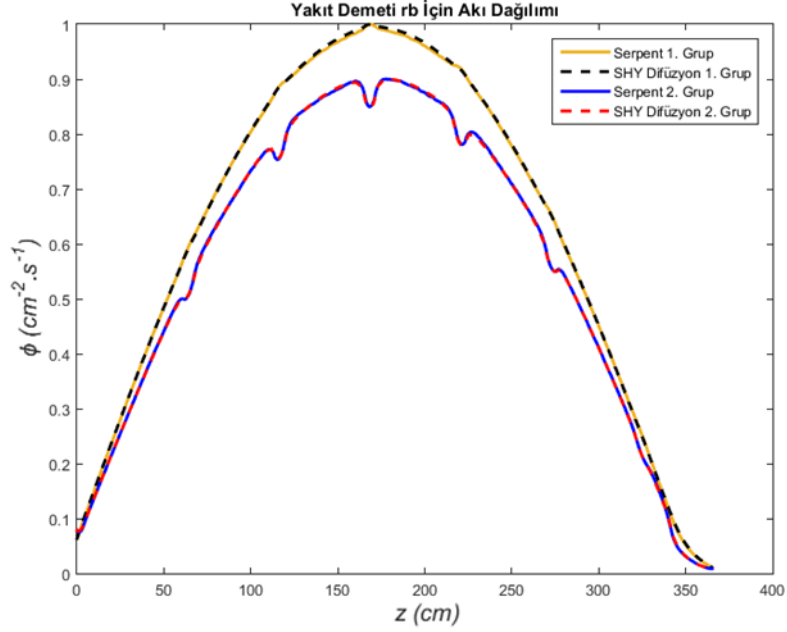
Şekil 7.5. Yakıt demeti r için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması (Difüzyon çözümlerini elde etmek için geliştirilen SHY Difüzyon Kodu kullanılmıştır).



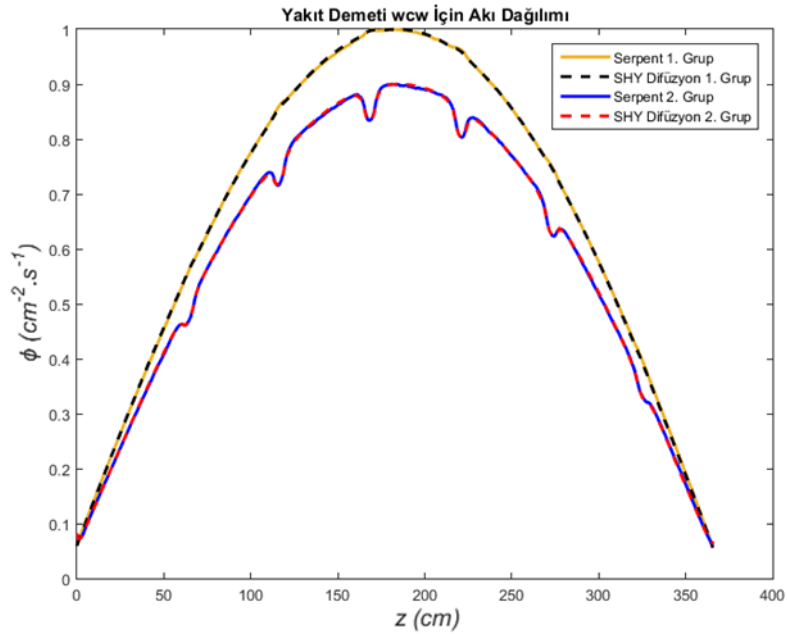
Şekil 7.6. Yakıt demeti w12 için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması (Difüzyon çözümlerini elde etmek için geliştirilen SHY Difüzyon Kodu kullanılmıştır).



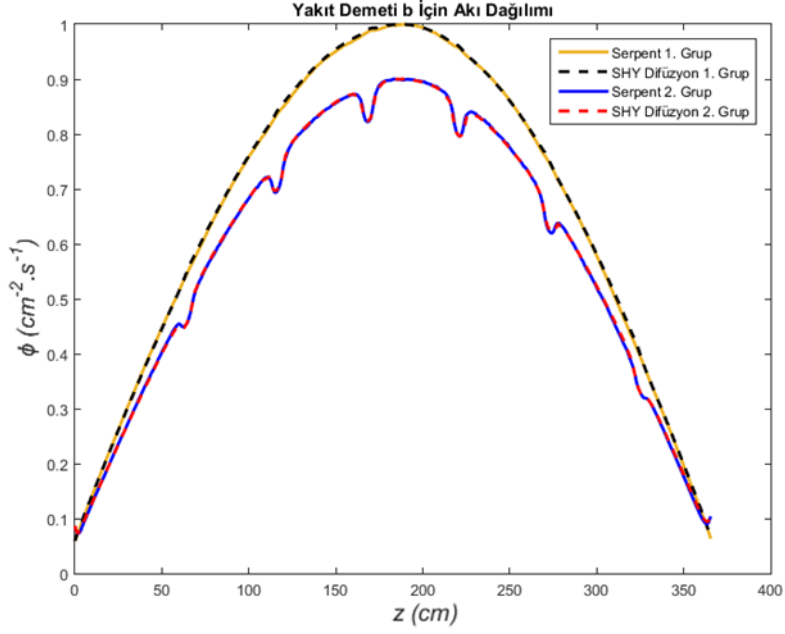
Şekil 7.7. Yakıt demeti w12 için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması (Difüzyon çözümlerini elde etmek için geliştirilen SHY Difüzyon Kodu kullanılmıştır).



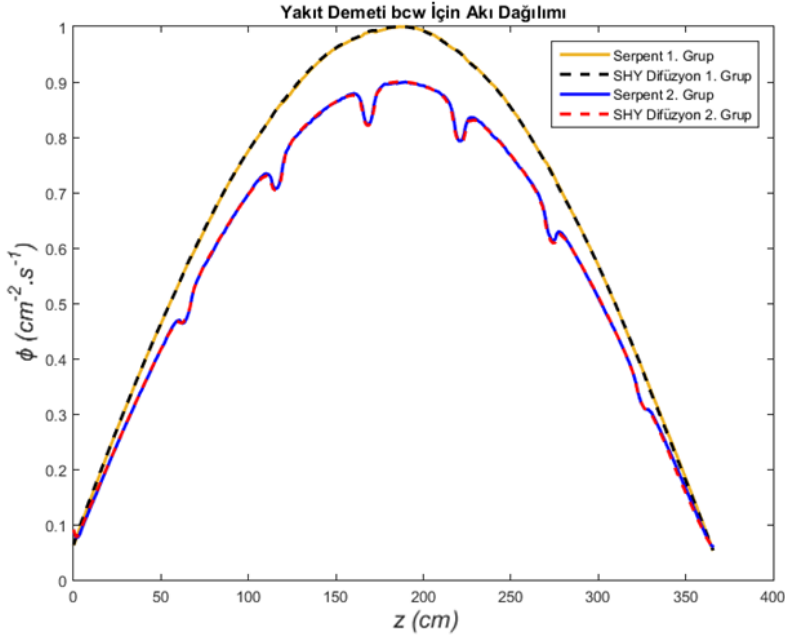
Şekil 7.8. Yakıt demeti rb için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması (Difüzyon çözümlerini elde etmek için geliştirilen SHY Difüzyon Kodu kullanılmıştır).



Şekil 7.9. Yakıt demeti wcv için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması (Difüzyon çözümlerini elde etmek için geliştirilen SHY Difüzyon Kodu kullanılmıştır).



Şekil 7.10. Yakıt demeti b için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması (Difüzyon çözümlerini elde etmek için geliştirilen SHY Difüzyon Kodu kullanılmıştır).



Şekil 7.11. Yakıt demeti bcw için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen 1. grup ve 2. grup akı dağılımının Serpent sonuçlarıyla karşılaştırılması (Difüzyon çözümlerini elde etmek için geliştirilen SHY Difüzyon Kodu kullanılmıştır).

Çizelge 7.1. Yakıt demetleri için üretilen difüzyon parametreleri kullanılarak elde edilen çoğaltma faktörlerinin Serpent kodu sonuçlarıyla karşılaştırılması (Difüzyon çözümlerini elde etmek için geliştirilen SHY Difüzyon Kodu kullanılmıştır).

Yakıt Demeti	k_{eff} (SHY Difüzyon)	k_{eff} (Serpent)	Görelî Hata $\left(\left \frac{k_{eff}(\text{Serpent}) - k_{eff}(\text{SHY Diff.})}{k_{eff}(\text{Serpent})} \right \right)$
b12	1,09517	1,09513±0,000040	%0,00365
b16	1,05777	1,05777±0,000045	%0,00000
b20	1,02207	1,02209±0,000045	%0,00196
bcw	1,04307	1,04318±0,000052	%0,01054
b	1,04137	1,04122±0,000050	%0,01441
rb	0,98955	0,98955±0,000033	%0,00000
rcw	0,99007	0,99008±0,000031	%0,00101
r	0,99005	0,99000±0,000034	%0,00505
w12	1,00848	1,00845±0,000043	%0,00297
w16	0,97016	0,97001±0,000046	%0,01546
wcw	1,13173	1,13172±0,000031	%0,00088

7.1.2. Tartışma ve Yorum

Yakıt demetleri bazında elde edilen difüzyon çözümleri (Şekil 7.1'den Şekil 7.11'e kadar gösterilen akı dağılımları ve Çizelge 7.1'deki çoğaltma faktörleri), hedeflendiği gibi Serpent kodu çözümleriyle büyük bir uyum içerisindedir. Yakıt demetlerindeki ikinci grup akı dağılımlarına bakıldığında, dağılımların tek bir bölge için üretilen difüzyon parametreleriyle elde edilemeyeceği açıktır. Her yakıt demeti için tanımlanan 15 bölge, akı dağılımlarını tutturabilmek için ancak yeterli olmuştur. Akı dağılımlarına bakıldığında; genetik algoritmanın difüzyon katsayılarını ve saçılma matrisini bölge bölge tahmin etmekte oldukça başarılı olduğu söylenebilir. Akı dağılımı ve çoğaltma faktörlerinin tutturulmasında bir başka önemli nokta, $(n, 2n)$ etkileşimlerinin hesaba katılmasıdır. $(n, 2n)$ etkileşimlerinin hesaba katılması sayesinde Serpent kodu ile uyumlu sonuçlar elde edilebilmiştir; diğer türlü, birinci grup akı dağılımları ve çoğaltma faktörleri Serpent kodu sonuçlarına yeterince yakınsamamaktadır.

7.2. BEAVRS Kuru Nötronik Analizi

BEAVRS korundaki yakıt demetleri için üretilen difüzyon parametreleri; geliştirilen SHY Difüzyon Kodunda, BEAVRS korununun birinci çevrim HZP durumunu modellemek için kullanılmıştır. Modelleme ile elde edilen sonuçlar, BEAVRS kıyaslama problemi dokümanında yer alan sonuçlarla karşılaştırılmıştır. BEAVRS kıyaslama problemi dokümanında güç dağılımı ile ilgili bir veri bulunmamaktadır. Bu yüzden, BEAVRS tüm koru Serpent kodunda modellenmiştir ve tüm kor güç dağılımı elde edilmiştir. Elde edilen güç dağılımı, geliştirilen SHY Difüzyon Kodunun verdiği sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

7.2.1. Kor İçi Dedektör Sonuçlarının Karşılaştırılması

BEAVRS karşılaştırma problemi, 4 çevrimli bir Westinghouse reaktörü HZP durumundayken kor içi dedektörlerle ölçülmüş gerçek dedektör sinyallerini paylaşmaktadır. Bu kor içi dedektörler, U-235 içeren fisyon odalarıdır. Gerçek kor içi dedektör ölçümleriyle, geliştirilen SHY Difüzyon Kodundan elde edilen sonuçları karşılaştırabilmek amacıyla; geliştirilen koddan elde edilen akı dağılımları ve yakıt demetleri için Serpent kodunda üretilen mikroskopik U-235 fisyon tesir kesitleri kullanılmıştır. Herhangi bir i'ninci yakıt demetinin j'ninci aksenal bölgesi için dedektör sinyali aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

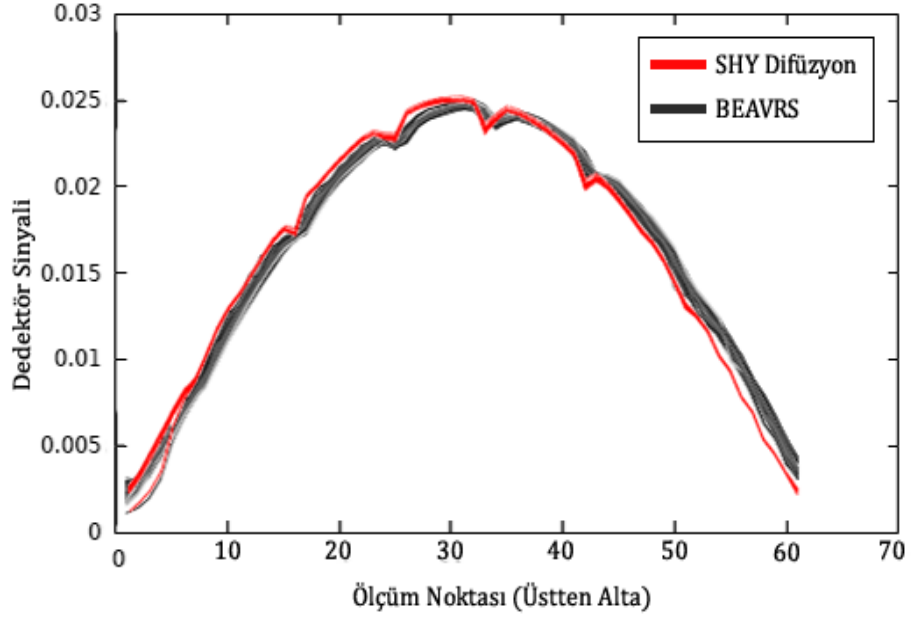
$$(Dedektör\ Sinyali)_{i,j} = \int_{V_{i,j}} \left(\sigma_{f_1}^{U235}(\underline{r})\phi_1(\underline{r}) + \sigma_{f_2}^{U235}(\underline{r})\phi_2(\underline{r}) \right) d^3r \quad (7.1)$$

Burada, $V_{i,j}$ i'ninci yakıt demetinin j'ninci aksenal bölgesinin hacmidir. Eşitlik 7.3'te mikroskopik tesir kesitlerinin kullanılma nedeni, tüm yakıt demetleri için ölçümlerin aynı dedektör kullanılarak alındığının varsayılmasıdır.

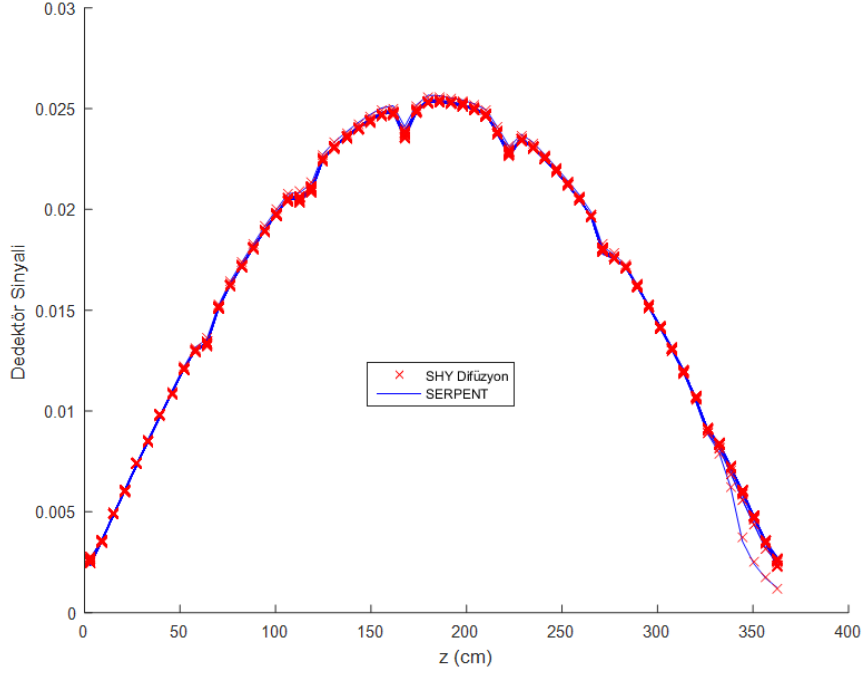
7.2.1. Aksenal Dedektör Ölçümleri

Geliştirilen SHY Difüzyon Kodu kullanılarak aksenal yönde elde edilen dedektör sinyalleri, BEAVRS ölçümleriyle karşılaştırmalı olarak Şekil 7.12'de yer almaktadır. Dedektör sinyalleri, BEAVRS dokümanında yer alan sonuçlarla tutarlı olmak amacıyla, aktif yakıt bölgesinde tanımlanan eşit aralıklı 61 bölge için elde edilmiştir. Her yakıt demeti için sinyaller, aksenal yöndeki sinyallerin toplamı 1'e eşit olacak şekilde normalize edilmiştir. Sonuçları SHY Difüzyon Kodu ile elde etmek için 150x150x155 ağ noktası kullanılmıştır. 150x150x155 ağ noktası, toplam $3,4875 * 10^6$ adet hacim elemanına karşılık gelir. Elde edilen

dedektör sinyalleri ek olarak Serpent kodu sonuçlarıyla da karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma Şekil 7.13'te yer almaktadır.



Şekil 7.12. SHY Difüzyon Kodu kullanılarak aksenal yönde elde edilen dedektör sinyallerinin dağılımı ve BEAVRS sonuçlarıyla karşılaştırılması (Ölçümler, aktif yakıt bölgesinin en üst noktasından en alt noktasına doğru alınmıştır ve kor içi dedektörler içeren 58 yakıt demetini kapsar. Normalize edilmiş sinyaller üst üste çizdirilmiştir).



Şekil 7.13. SHY Difüzyon Kodu kullanılarak tüm kordaki yakıt demetleri için aksel yönde elde edilen dedektör sinyallerinin Serpent kodu sonuçlarıyla karşılaştırılması (Normalize edilmiş sinyaller üst üste çizdirilmiştir).

7.2.2. Radyal Dedektör Ölçümleri

SHY Difüzyon Kodu çıktıları kullanılarak elde edilen radyal dedektör ölçümü sonuçları, farklı ağ noktası sayıları için BEAVRS ölçümleriyle karşılaştırmalı olarak Şekil 7.14, Şekil 7.15 ve Şekil 7.16'da yer almaktadır. Karşılaştırmada kullanılan BEAVRS radyal dedektör ölçümleri, düzeltilmiş (tilt corrected) ölçümlerdir. Radyal dedektör ölçümlerini elde etmek için yakıt demetlerindeki aksel ölçümler toplanmıştır. Yakıt demetleri bazında elde edilen dedektör ölçümleri, kor içi ortalama dedektör ölçümü bire eşit olacak şekilde normalize edilmiştir.

Karşılaştırmalarda yer alan sapma hesabı Eşitlik 7.2 kullanılarak, kök ortalama kare hatası (RMSE) Eşitlik 7.3 kullanılarak hesaplanmıştır.

$$Sapma = \frac{(Ölçülen) - (Hesaplanan)}{Ölçülen} \quad (7.2)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N [(Ölçülen) - (Hesaplanan)]^2}{N}} \quad (7.3)$$

Ağ Noktası Sayısı = 150x150x155

	0,7453 0,7790 %+4,33	1,1094 1,0650 %-4,17	0,9131 0,9400 %+2,86	1,1941 1,1470 %-4,10	0,8901 0,9350 %+4,81	1,2743 1,2640 %-0,81	0,7439 0,7780 %+4,39
	1,0609 1,0110 %-4,94	0,8831 0,8970 %+1,55	1,1980 1,1430 %-4,81	0,9410 0,9740 %+3,39	1,2233 1,1680 %-4,74	0,8260 0,8730 %+5,38	0,7889 0,8150 %+3,21
		1,1911 1,1380 %-4,67	0,9585 0,9680 %+0,98	1,2516 1,2120 %-3,27	0,9275 0,9840 %+5,74	1,2714 1,2420 %-2,37	0,6927 0,7280 %+4,85
			1,3081 1,2490 %-4,73		1,3891 1,3070 %-6,28		0,5736 0,5840 %+1,79
				1,3754 1,3430 %-2,41	1,1009 1,1960 %+7,96	0,9378 0,9580 %+2,11	
					0,9202 0,8520 %-8,01	0,6986 0,7020 %+0,49	
							RMSE = 0,0447
							SHY Difüzyon BEAVRS % Sapma

Şekil 7.14. Geliştirilen SHY Difüzyon Kodunda 150x150x155 ağ noktası sayısı kullanılarak elde edilen radyal dedektör ölçümlerinin BEAVRS ölçümleriyle karşılaştırılması.

Ağ Noktası Sayısı = 75x75x100

	0,7370 0,7790 %+5,40	1,1086 1,0650 %-4,09	0,9048 0,9400 %+3,75	1,1949 1,1470 %-4,17	0,8825 0,9350 %+5,62	1,2804 1,2640 %-1,30	0,7426 0,7780 %+4,55
	1,0602 1,0110 %-4,87	0,8747 0,8970 %+2,48	1,1980 1,1430 %-4,81	0,9336 0,9740 %+4,15	1,2270 1,1680 %-5,05	0,8193 0,8730 %+6,15	0,7908 0,8150 %+2,97
		1,1910 1,1380 %-4,65	0,9510 0,9680 %+1,75	1,2547 1,2120 %-3,52	0,9209 0,9840 %+6,41	1,2788 1,2420 %-2,96	0,6919 0,7280 %+4,95
			1,3119 1,2490 %-5,04		1,3977 1,3070 %-6,94		0,5759 0,5840 %+1,39
				1,3821 1,3430 %-2,91	1,1012 1,1960 %+7,92	0,9430 0,9580 %+1,56	
					0,9221 0,8520 %-8,23	0,7034 0,7020 %-0,20	
							RMSE = 0,0478
							SHY Difüzyon BEAVRS % Sapma

Şekil 7.15. Geliştirilen SHY Difüzyon Kodunda 75x75x100 ağ noktası sayısı kullanılarak elde edilen radyal dedektör ölçümlerinin BEAVRS ölçümleriyle karşılaştırılması.

Ağ Noktası Sayısı = 15x15x60

	0,7224 0,7790 %+7,27	1,1047 1,0650 %-3,73	0,8904 0,9400 %+5,28	1,1945 1,1470 %-4,14	0,8702 0,9350 %+6,93	1,2897 1,2640 %-2,04	0,7424 0,7780 %+4,58
	1,0564 1,0110 %-4,49	0,8601 0,8970 %+4,12	1,1958 1,1430 %-4,62	0,9212 0,9740 %+5,42	1,2318 1,1680 %-5,47	0,8098 0,8730 %+7,24	0,7959 0,8150 %+2,34
		1,1885 1,1380 %-4,44	0,9382 0,9680 %+3,08	1,2583 1,2120 %-3,82	0,9107 0,9840 %+7,45	1,2906 1,2420 %-3,91	0,6924 0,7280 %+4,89
			1,3165 1,2490 %-5,40		1,4112 1,3070 %-7,97		0,5812 0,5840 %+0,47
				1,3942 1,3430 %-3,81	1,1028 1,1960 %+7,80	0,9543 0,9580 %+0,39	
					0,9274 0,8520 %-8,85	0,7135 0,7020 %-1,64	

RMSE = 0,0530

SHY Difüzyon
BEAVRS
% Sapma

Şekil 7.16. Geliştirilen SHY Difüzyon Kodunda 15x15x60 ağ noktası sayısı kullanılarak elde edilen radyal dedektör ölçümlerinin BEAVRS ölçümleriyle karşılaştırılması.

7.2.3. Kor Güç Dağılımı

BEAVRS karşılaştırma problemi, radyal güç dağılımıyla ilgili bir veri sunmamaktadır. Bu nedenle, BEAVRS tüm kor güç dağılımı, Serpent kodu kullanılarak elde edilmiştir. SHY Difüzyon Kodu kullanılarak farklı ağ noktası sayıları için elde edilen tüm kor radyal güç dağılımı, Serpent sonuçlarıyla karşılaştırmalı olarak Şekil 7.17, Şekil 7.18 ve Şekil 7.19'da yer almaktadır. Herhangi bir i . yakıt demeti için güç aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$(Güç)_i = \frac{\left[\frac{\int_{V_i} \left(\Sigma_{f_1}(r)\phi_1(r) + \Sigma_{f_2}(r)\phi_2(r) \right) d^3r}{\int_{V_i} d^3r} \right]}{\left[\frac{\int_{V_{core}} \left(\Sigma_{f_1}(r)\phi_1(r) + \Sigma_{f_2}(r)\phi_2(r) \right) d^3r}{\int_{V_{core}} d^3r} \right]} \quad (7.4)$$

Burada, V_{core} tüm koron hacmi, V_i i 'ninci yakıt demetinin hacmidir.

Ağ Noktası Sayısı = 150x150x155

0,7105 0,7109 %+0,06	0,8076 0,8097 %+0,25	0,8126 0,8138 %+0,15	0,9815 0,9807 %-0,09	0,8747 0,8777 %+0,34	0,9645 0,9687 %+0,43	0,9350 0,9378 %+0,29	1,0037 0,9942 %-0,96
	0,7771 0,7764 %-0,09	0,9492 0,9482 %-0,11	0,8773 0,8764 %-0,10	1,0115 1,0128 %+0,13	0,8968 0,9022 %+0,60	1,1419 1,1291 %-1,13	1,0528 1,0527 %-0,01
		0,8724 0,8734 %+0,12	1,0304 1,0300 %-0,04	0,9167 0,9177 %+0,11	1,0051 1,0114 %+0,63	0,9328 0,9384 %+0,59	0,9347 0,9294 %-0,57
			0,9581 0,9572 %-0,10	1,0992 1,0984 %-0,07	1,0183 1,0240 %+0,56	1,1734 1,1801 %+0,56	0,7656 0,7729 %+0,94
				1,4509 1,4383 %-0,88	1,1966 1,1908 %-0,48	1,2507 1,2586 %+0,63	
					1,2635 1,2406 %-1,85	0,9323 0,9288 %-0,37	
							RMSE = 0,0060
							SHY Difüzyon SERPENT % Sapma

Şekil 7.17. Geliştirilen SHY Difüzyon Kodu ile 150x150x155 ağ noktası sayısı için elde edilen radyal güç dağılımının Serpent kodu sonuçlarıyla karşılaştırılması.

Ağ Noktası Sayısı = 75x75x100

0,7105 0,7109 %+0,06	0,7996 0,8097 %+1,24	0,8125 0,8138 %+0,17	0,9738 0,9807 %+0,71	0,8757 0,8777 %+0,22	0,9575 0,9687 %+1,15	0,9398 0,9378 %-0,22	1,0030 0,9942 %-0,89
	0,7770 0,7764 %-0,07	0,9414 0,9482 %+0,72	0,8777 0,8764 %-0,15	1,0048 1,0128 %+0,79	0,8998 0,9022 %+0,26	1,1342 1,1291 %-0,46	1,0563 1,0527 %-0,34
		0,8728 0,8734 %+0,07	1,0236 1,0300 %+0,62	0,9195 0,9177 %-0,20	0,9993 1,0114 %+1,20	0,9385 0,9384 %-0,02	0,9346 0,9294 %-0,56
			0,9614 0,9572 %-0,45	1,0947 1,0984 %+0,33	1,0250 1,0240 %-0,10	1,1712 1,1801 %+0,76	0,7693 0,7729 %+0,46
				1,4589 1,4383 %-1,44	1,1982 1,1908 %-0,62	1,2588 1,2586 %-0,02	
					1,2674 1,2406 %-2,16	0,9395 0,9288 %-1,14	
							RMSE = 0,0075
							SHY Difüzyon SERPENT % Sapma

Şekil 7.18. Geliştirilen SHY Difüzyon Kodu ile 75x75x100 ağ noktası sayısı için elde edilen radyal güç dağılımının Serpent kodu sonuçlarıyla karşılaştırılması.

Ağ Noktası Sayısı = 15x15x60

0,7081 0,7109 %+0,40	0,7851 0,8097 %+3,04	0,8100 0,8138 %+0,48	0,9597 0,9807 %+2,14	0,8757 0,8777 %+0,22	0,9457 0,9687 %+2,38	0,9468 0,9378 %-0,96	1,0038 0,9942 %-0,97
	0,7774 0,7764 %-0,25	0,9270 0,9482 %+2,24	0,8765 0,8764 %-0,01	0,9929 1,0128 %+1,96	0,9036 0,9022 %-0,16	1,1229 1,1291 %+0,55	1,0640 1,0527 %-1,08
		0,8713 0,8734 %+0,24	1,0113 1,0300 %+1,82	0,9225 0,9177 %-0,52	0,9897 1,0114 %+2,15	0,9473 0,9384 %-0,95	0,9364 0,9294 %-0,75
			0,9651 0,9572 %-0,83	1,0872 1,0984 %+1,02	1,0352 1,0240 %-1,09	1,1695 1,1801 %+0,89	0,7772 0,7729 %-0,56
				1,4728 1,4383 %-2,40	1,2013 1,1908 %-0,88	1,2750 1,2586 %-1,31	
					1,2761 1,2406 %-2,86	0,9538 0,9288 %-2,69	
							RMSE = 0,0151
							SHY Difüzyon SERPENT % Sapma

Şekil 7.19. Geliştirilen SHY Difüzyon Kodu ile 15x15x60 ağ noktası sayısı için elde edilen radyal güç dağılımının Serpent kodu sonuçlarıyla karşılaştırılması.

7.2.4. Çoğaltma Faktörü

BEAVRS korunun geliştirilen SHY Difüzyon Kodu ile modellenmesi sonucunda elde edilen çoğaltma faktörü değeri Çizelge 7.2'de yer almaktadır. BEAVRS koru kritik olduğu için elde edilen çoğaltma faktörünün 1'e eşit olması beklenmektedir. SHY Difüzyon Kodu ile çoğaltma faktörü hesaplanırken 150x150x155 ağ noktası sayısı kullanılmıştır.

Çizelge 7.2. Geliştirilen SHY Difüzyon Kodu ile edilen çoğaltma faktörü değerinin BEAVRS korunun çoğaltma faktörüyle karşılaştırması.

k_{eff} (SHY Difüzyon)	k_{eff} (BEAVRS)	Hata
0,99900	1,00000	%0,1

7.2.5. Tartışma ve Yorum

Şekil 7.12, Şekil 7.14, Şekil 7.15 ve Şekil 7.16 incelendiğinde, geliştirilen SHY Difüzyon Kodu ile elde edilen aksenal ve radyal dedektör sinyallerinin BEAVRS koru ölçümleriyle tutarlı fakat bir miktar fark içerdiği görülebilir. Literatürde yer alan çalışmalar incelendiğinde de BEAVRS ölçümleriyle birebir aynı sonuçların elde edilemediği ve bazı yakıt demetlerinde %10 civarında hatalarla

karşılaştığı görülmektedir [22, 23, 24]. BEAVRS kıyaslama probleminde yer alan ölçümler, yüksek belirsizliklere sahiptir ve düzeltmelere tabi tutulmuştur. Bu sebeplerden ötürü, herhangi bir kod kullanılarak BEAVRS sonuçlarıyla tamamen aynı sonuçların elde edilmesi pek mümkün görünmemektedir. BEAVRS verileriyle karşılaştırma yapılırken tutarlı sonuçlar elde etmek, kullanılan yöntemlerin doğrulanması açısından tatmin edici olmalıdır. Bu açıdan bakıldığında, SHY Difüzyon Kodu ile elde edilen sonuçların, tezde kullanılan; sonlu hacimler yöntemi, Krylov Alt Uzay Yöntemleri ve difüzyon parametresi üretim tekniklerini doğrulayacak seviyede BEAVRS ölçümleriyle tutarlı olduğu söylenebilir.

BEAVRS koru için SHY Difüzyon Kodu ile elde edilen çoğaltma faktörü 0,999'dur ve %0,1 hata içermektedir. Bu hata, yakıt demetleri için difüzyon parametreleri üretilirken önlenemeyen küçük hataların bir araya gelmesinden, kor çevresi için üretilen albedo değerlerinin bir yaklaşım ile elde edilmiş olmasından ve sayısal yöntemdeki kırpma hatasından (truncation error) kaynaklanıyor olabilir.

SHY Difüzyon Kodu sonuçlarındaki hata; hem BEAVRS ölçümleri ile yapılan karşılaştırmalarda hem de Serpent kodu sonuçları ile yapılan karşılaştırmalarda, beklenildiği gibi, ağ noktası sayısı arttıkça düşmektedir. Bunun sebebi, sonlu hacimler yönteminin türevlere yaklaşımlar içermesidir. Hacim elemanlarının boyutları küçültüldükçe türevlerdeki kırpma hataları düşmektedir ve bu, nümerik çözümlerin analitik çözümlere yaklaşmasını sağlamaktadır. Hacim elemanı sayısının arttırılmasının bir dezavantajı vardır bu da işlem süresini uzatmasıdır. Bu yüzden işlem süresi ve hataların azaltılması açısından makul sayıda ağ noktası sayısı kullanılmalıdır.

Şekil 7.13 incelendiğinde SHY Difüzyon Kodu ile elde edilen aksenal dedektör ölçümlerinin Serpent kodu sonuçlarıyla büyük bir uyum içerisinde olduğu görülebilir. Bu uyum neticesinde, üretilen difüzyon parametrelerinin doğru yaklaşımlarla üretildiği ve amaçlandığı gibi transporta eşdeğer çözümler elde etmeyi sağladığı sonucuna varılabilir. Şekil 7.17, Şekil 7.18 ve Şekil 7.19 incelendiğinde, geliştirilen SHY Difüzyon Kodu ile elde edilen radyal güç dağılımının Serpent kodu sonuçlarıyla büyük bir tutarlılıkla örtüştüğü ve

hataların çoğunun %1'in altında olduğu görülebilir. Sadece iki nötron grubunun kullanılıp, bu kadar düşük hata oranlarıyla karşılaşılması, kullanılan yöntemlerin başarısını göstermektedir. En yüksek hata oranıyla asimetrik yakıt demetinde karşılaşılmaktadır ve bu değer %2 civarındadır. Bu yakıt demeti 4 parçaya bölünerek modellenmiştir; fakat parça sayısının artırılması daha iyi sonuçlar elde edilmesini sağlayabilir.

8. GELECEKTE YAPILABİLECEK ÇALIŞMALAR VE ÖNERİLER

Geliştirilen SHY Difüzyon Kodu, hacim elemanlarındaki fisyon hızlarını hesaplayabilmektedir. Bu bilginin kullanımı, küçük zaman aralıkları içerisindeki yanma oranlarının (burnup) hesaplanmasında kullanılabilir. Eğer yakıt demetleri bazında yanma oranına bağlı difüzyon parametreleri üretilirse, her yanma adımı sonrası difüzyon parametreleri değiştirilerek uzun süreli bir yanma sonucundaki güç dağılımı elde edilebilir. SHY Difüzyon Kodu gelecekte, yanma oranlarının hesaplanmasında kullanılabilecek hale getirilebilir. Yanma oranı hesaplarının SHY Difüzyon Koduna entegre edilmesi sayesinde, Monte Carlo kodlarına nazaran çok daha hızlı ve az işlem gücü gerektiren 3B yanma oranı modellemeleri yapılabilir.

Gelecekte, SHY Difüzyon Kodunun farklı koordinat sistemlerinde de modelleme yapılmasını sağlayacak hale getirilmesi hedeflenmektedir. Örneğin VVER reaktörleri altıgen yakıt demeti tipine sahiptir. Altıgen yakıt demetlerinden oluşan bir korun SHY Difüzyon Kodunda modellenmesi önemlidir.

SHY Difüzyon Kodu MATLAB programlama dilinde yazılmıştır fakat bu dil bazı programlama dillerine göre yavaş bir dildir. Örneğin C++ programlama dili, MATLAB programlama diline göre çok daha hızlı sonuçlar vermektedir [25]. SHY Difüzyon Kodunun performansının artırılabilmesi amacıyla, ileride, C++ programla dili ile tekrar yazılması hedeflenmektedir. Ek olarak, geliştirilen koda paralel hesaplama yapabilme kabiliyetinin de getirilmesi hedeflenmektedir.

Tezde kullanılan sonlu hacimler yönteminde, etkileşim hızlarının hesaplanması için hacim elemanlarının merkezlerindeki akılar kullanılmaktadır. Bu yaklaşımı geliştirmek için hacim elemanlarının yüzeylerindeki akılar da etkileşim hızlarının hesaplanmasında kullanılabilir. Bu sayede aynı hacim elemanı sayısı ile elde edilen çözümlerde iyileştirme sağlanabilir.

9. KAYNAKLAR

- [1] Allan F. Henry, Nuclear Reactor Analysis, The MIT Press, Cambridge Massachusetts and London England, Chapter 1, Chapter 2, Chapter 4, **1975**
- [2] James J. Duderstadt and Louis J. Hamilton, Nuclear Reactor Analysis, WILEY, Michigan, 288, 113, **1976**
- [3] Lamarsh, J. R., & Baratta, A. J., Introduction to Nuclear Engineering, 3rd Edition, NJ: Prentice hall, Upper Saddle River, 267, **2001**
- [4] Alain Hébert, Handbook of Nuclear Engineering, Vol. 2 Reactor Design, Cacuci, D. G. (Ed.), Springer, US, 865, **2010**
- [5] F. Moukalled, L. Mangani and M. Darwish, The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics An Advanced Introduction with OpenFOAM® and Matlab®, Vol. 113, Springer, Switzerland, 4, **2016**
- [6] Tianliang, Hu & Wu, Hongchun & Cao, Liangzhi & Li, Zhifeng, Finite volume method based neutronics solvers for steady and transient-state analysis of nuclear reactors, Energy Procedia, 127 (**2017**) 275-283.
- [7] H. K. Versteeg and W. Malalasekera, An Introduction to Computational Fluid Dynamics The Finite Volume Method, Second Edition, Pearson Education, 117, **2007**
- [8] Watkins, D., The matrix eigenvalue problem GR and Krylov Subspace Methods, SIAM, Philadelphia, Chapter 9, **2007**
- [9] Borm, S. and Mehl, C., Numerical methods for eigenvalue problems. De Gruyter, Berlin, 184, **2012**
- [10] Saad, Y., Numerical methods for large eigenvalue problems. 2nd ed. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 5, **2011**
- [11] Strakos Z. and Liesen J., Krylov subspace methods - principles and analysis, Oxford University Press, 26-27, **2015**
- [12] Panju, Maysu, Iterative Methods for Computing Eigenvalues and Eigenvectors. Waterloo Math., Review 1 (**2011**) 9-18.
- [13] Saad, Y., & Schultz, M., GMRES: a generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems, Siam Journal on Scientific and Statistical Computing, 7 (**1986**) 856-869.
- [14] Saad, Y., Iterative methods for sparse linear systems. 2nd ed., Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics., 152, **2003**
- [15] N. Horelik, B. Herman, B. Forget, and K. Smith. Benchmark for Evaluation and Validation of Reactor Simulations (BEAVRS), v1.0.1.

- Proc. Int. Conf. Mathematics and Computational Methods Applied to Nuc. Sci. & Eng., **2013**. Sun Valley, Idaho
- [16] Şamil Osman Gürdal, "Multigroup Cross-Section Generation by Using Monte Carlo Technique", Thesis of Master of Science, Department of Nuclear Energy Engineering, Hacettepe University, Ankara, 2009
- [17] Serpent – a Continuous-energy Monte Carlo Reactor Physics Burnup Calculation Code June 18, 2015 User's Manual Jaakko Leppänen
- [18] Seyedali Mirjalili, Evolutionary Algorithms and Neural Networks Theory and Applications, Springer, Brisbane, Chapter 4, **2019**
- [19] Kumar, Rakesh & Jyotishree, Blending Roulette Wheel Selection & Rank Selection in Genetic Algorithms, International Journal of Machine Learning and Computing, 2 (**2012**) 365-370.
- [20] Kumar, Anitha Vijaya., ENCODING SCHEMES IN GENETIC ALGORITHM, International Journal of Advanced Research in IT and Engineering, 2 (**2013**).
- [21] Fridman, Emil & Leppänen, Jaakko, Revised Methods for Few-Group Cross Section Generation in the Serpent Monte Carlo Code, International Conference on the Physics of Reactors 2012, Advances in Reactor Physics – Linking Research, Industry, and Education (PHYSOR 2012), Knoxville, Tennessee, USA, April 15-20, **2012**
- [22] Darnowski, Piotr & Pawluczyk, Michał., Analysis of the BEAVRS PWR benchmark using SCALE and PARCS. Nukleonika, 64 (**2019**) 87-96.
- [23] Tamer Bahadir, BEAVRS BENCHMARK EVALUATION WITH CASMO5 AND SIMULATE5, PHYSOR 2020: Transition to a Scalable Nuclear Future Cambridge, United Kingdom, March 29th-April 2nd, 2020, EPJ Web Conferances 247 06022, **2021**
- [24] Min Ryu, Yeon Sang Jung, Hyun Ho Cho & Han Gyu Joo (2015) Solution of the BEAVRS benchmark using the nTRACER direct whole core Calculation code, Journal of Nuclear Science and Technology, 52:7-8 () (**2015**) 961-969.
- [25] T Andrews, Computation Time Comparison Between Matlab and C++ Using Launch Windows, <https://digitalcommons.calpoly.edu/aerosp/78>, (Erişim Tarihi: **5 Aralık 2021**)

EKLER

EK 1 – Yakıt Demetleri İçin Üretilen Difüzyon Parametreleri

Çizelge E1.1. Yakıt demeti r için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_1} (cm^{-1})$	$D_1 (cm)$	$\Sigma'_{a_1} (cm^{-1})$	ν_1	$\Sigma_{s_1 \rightarrow 2} (cm^{-1})$
1	1,6963E-03	1,4667E+00	8,4330E-03	2,5991E+00	2,0725E-02
2	1,6785E-03	1,4259E+00	7,9434E-03	2,6000E+00	1,9633E-02
3	1,6534E-03	1,4667E+00	7,8720E-03	2,5974E+00	1,7569E-02
4	1,6785E-03	1,4259E+00	7,9528E-03	2,5997E+00	1,9624E-02
5	1,6550E-03	1,4667E+00	7,8801E-03	2,5974E+00	1,7394E-02
6	1,6785E-03	1,4259E+00	7,9506E-03	2,5997E+00	1,9609E-02
7	1,6535E-03	1,4667E+00	7,8788E-03	2,5976E+00	1,7427E-02
8	1,6791E-03	1,4259E+00	7,9539E-03	2,5997E+00	1,9690E-02
9	1,6539E-03	1,4667E+00	7,8745E-03	2,5978E+00	1,7545E-02
10	1,6787E-03	1,4259E+00	7,9512E-03	2,5997E+00	1,9666E-02
11	1,6545E-03	1,4667E+00	7,8700E-03	2,5974E+00	1,7487E-02
12	1,6791E-03	1,4259E+00	7,9512E-03	2,5997E+00	1,9655E-02
13	1,6557E-03	1,4667E+00	7,8902E-03	2,5974E+00	1,7419E-02
14	1,6764E-03	1,4259E+00	7,9569E-03	2,5993E+00	1,9590E-02
15	1,6829E-03	1,4259E+00	7,9447E-03	2,6012E+00	1,9727E-02

Çizelge E1.2. Yakıt demeti r için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_2} (cm^{-1})$	$D_2 (cm)$	$\Sigma_{a_2} (cm^{-1})$	ν_2	$\Sigma_{s_{2 \rightarrow 1}} (cm^{-1})$
1	2,9639E-02	2,5784E-01	7,0608E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
2	2,9315E-02	3,2745E-01	6,0897E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
3	2,9178E-02	3,8725E-01	5,9086E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
4	2,9320E-02	3,2745E-01	6,0901E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
5	2,9197E-02	3,8725E-01	5,9119E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
6	2,9318E-02	3,2745E-01	6,0897E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
7	2,9175E-02	3,8725E-01	5,9091E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
8	2,9315E-02	3,2745E-01	6,0892E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
9	2,9175E-02	3,8725E-01	5,9084E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
10	2,9317E-02	3,2745E-01	6,0898E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
11	2,9176E-02	3,8725E-01	5,9088E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
12	2,9318E-02	3,2745E-01	6,0897E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
13	2,9166E-02	3,8725E-01	5,9074E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
14	2,9283E-02	3,2745E-01	6,0843E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
15	2,9446E-02	3,2745E-01	6,1116E-02	2,4367E+00	0,0000E+00

Çizelge E1.3. Yakıt demeti b12 için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_1} (cm^{-1})$	$D_1 (cm)$	$\Sigma'_{a_1} (cm^{-1})$	ν_1	$\Sigma_{s_{1 \rightarrow 2}} (cm^{-1})$
1	2,4814E-03	1,5827E+00	9,3589E-03	2,5514E+00	1,7098E-02
2	2,4530E-03	1,5043E+00	9,3653E-03	2,5505E+00	1,7942E-02
3	2,4205E-03	1,4275E+00	9,2819E-03	2,5486E+00	1,5782E-02
4	2,4528E-03	1,5043E+00	9,3699E-03	2,5503E+00	1,7910E-02
5	2,4174E-03	1,4275E+00	9,2766E-03	2,5488E+00	1,5877E-02
6	2,4538E-03	1,5043E+00	9,3726E-03	2,5502E+00	1,7942E-02
7	2,4181E-03	1,4275E+00	9,2786E-03	2,5487E+00	1,5798E-02
8	2,4537E-03	1,5043E+00	9,3742E-03	2,5503E+00	1,7884E-02
9	2,4177E-03	1,4275E+00	9,2871E-03	2,5488E+00	1,5864E-02
10	2,4534E-03	1,5043E+00	9,3721E-03	2,5503E+00	1,7919E-02
11	2,4170E-03	1,4275E+00	9,2752E-03	2,5488E+00	1,5866E-02
12	2,4533E-03	1,5043E+00	9,3679E-03	2,5504E+00	1,7942E-02
13	2,4174E-03	1,4275E+00	9,2737E-03	2,5488E+00	1,5882E-02
14	2,4545E-03	1,5043E+00	9,3825E-03	2,5498E+00	1,7937E-02
15	2,4585E-03	1,5043E+00	9,3405E-03	2,5523E+00	1,7890E-02

Çizelge E1.4. Yakıt demeti b12 için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_2} (cm^{-1})$	$D_2 (cm)$	$\Sigma_{a_2} (cm^{-1})$	ν_2	$\Sigma_{s_{2 \rightarrow 1}} (cm^{-1})$
1	5,2587E-02	2,2157E-01	9,7035E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
2	5,1554E-02	2,7255E-01	9,4733E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
3	5,1095E-02	3,0098E-01	9,2521E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
4	5,1558E-02	2,7255E-01	9,4728E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
5	5,1094E-02	3,0098E-01	9,2527E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
6	5,1526E-02	2,7255E-01	9,4689E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
7	5,1111E-02	3,0098E-01	9,2548E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
8	5,1542E-02	2,7255E-01	9,4706E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
9	5,1097E-02	3,0098E-01	9,2539E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
10	5,1558E-02	2,7255E-01	9,4726E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
11	5,1211E-02	3,0098E-01	9,2658E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
12	5,1543E-02	2,7255E-01	9,4696E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
13	5,1119E-02	3,0098E-01	9,2562E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
14	5,1542E-02	2,7255E-01	9,4713E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
15	5,1868E-02	2,7255E-01	9,4917E-02	2,4367E+00	0,0000E+00

Çizelge E1.5. Yakıt demeti b için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_1} (cm^{-1})$	$D_1 (cm)$	$\Sigma'_{a_1} (cm^{-1})$	ν_1	$\Sigma_{s_{1 \rightarrow 2}} (cm^{-1})$
1	2,4765E-03	1,3992E+00	9,3103E-03	2,5516E+00	1,8051E-02
2	2,4471E-03	1,4792E+00	8,8345E-03	2,5531E+00	1,8561E-02
3	2,4112E-03	1,2110E+00	8,7466E-03	2,5514E+00	1,6398E-02
4	2,4475E-03	1,4792E+00	8,8371E-03	2,5530E+00	1,8508E-02
5	2,4138E-03	1,2110E+00	8,7621E-03	2,5512E+00	1,6215E-02
6	2,4468E-03	1,4792E+00	8,8348E-03	2,5530E+00	1,8542E-02
7	2,4127E-03	1,2110E+00	8,7598E-03	2,5514E+00	1,6196E-02
8	2,4469E-03	1,4792E+00	8,8335E-03	2,5529E+00	1,8566E-02
9	2,4121E-03	1,2110E+00	8,7602E-03	2,5514E+00	1,6195E-02
10	2,4458E-03	1,4792E+00	8,8340E-03	2,5531E+00	1,8561E-02
11	2,4154E-03	1,2110E+00	8,7598E-03	2,5512E+00	1,6178E-02
12	2,4458E-03	1,4792E+00	8,8326E-03	2,5530E+00	1,8569E-02
13	2,4124E-03	1,2110E+00	8,7630E-03	2,5516E+00	1,6308E-02
14	2,4451E-03	1,4792E+00	8,8300E-03	2,5529E+00	1,8629E-02
15	2,4510E-03	1,4792E+00	8,8242E-03	2,5543E+00	1,8177E-02

Çizelge E1.6. Yakıt demeti b için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_2} (cm^{-1})$	$D_2 (cm)$	$\Sigma_{a_2} (cm^{-1})$	ν_2	$\Sigma_{s_{2 \rightarrow 1}} (cm^{-1})$
1	5,2571E-02	2,1471E-01	9,6121E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
2	5,1363E-02	3,8922E-01	8,5569E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
3	5,0981E-02	4,4902E-01	8,3479E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
4	5,1346E-02	3,8922E-01	8,5547E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
5	5,0983E-02	4,4902E-01	8,3472E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
6	5,1354E-02	3,8922E-01	8,5556E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
7	5,1000E-02	4,4902E-01	8,3501E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
8	5,1357E-02	3,8922E-01	8,5562E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
9	5,1009E-02	4,4902E-01	8,3505E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
10	5,1360E-02	3,8922E-01	8,5562E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
11	5,0977E-02	4,4902E-01	8,3473E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
12	5,1361E-02	3,8922E-01	8,5567E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
13	5,0998E-02	4,4902E-01	8,3499E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
14	5,1366E-02	3,8922E-01	8,5557E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
15	5,1659E-02	3,8922E-01	8,5998E-02	2,4367E+00	0,0000E+00

Çizelge E1.7. Yakıt demeti bcw için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_1} (cm^{-1})$	$D_1 (cm)$	$\Sigma'_{a_1} (cm^{-1})$	ν_1	$\Sigma_{s_{1 \rightarrow 2}} (cm^{-1})$
1	2,4807E-03	1,3976E+00	9,3316E-03	2,5515E+00	1,7908E-02
2	2,4474E-03	1,4949E+00	8,8358E-03	2,5530E+00	1,8632E-02
3	2,4135E-03	1,3631E+00	8,7732E-03	2,5513E+00	1,6571E-02
4	2,4472E-03	1,4949E+00	8,8373E-03	2,5528E+00	1,8599E-02
5	2,4162E-03	1,3631E+00	8,7715E-03	2,5511E+00	1,6357E-02
6	2,4471E-03	1,4949E+00	8,8411E-03	2,5528E+00	1,8611E-02
7	2,4158E-03	1,3631E+00	8,7721E-03	2,5511E+00	1,6326E-02
8	2,4464E-03	1,4949E+00	8,8404E-03	2,5528E+00	1,8642E-02
9	2,4154E-03	1,3631E+00	8,7648E-03	2,5512E+00	1,6356E-02
10	2,4481E-03	1,4949E+00	8,8419E-03	2,5528E+00	1,8629E-02
11	2,4152E-03	1,3631E+00	8,7637E-03	2,5510E+00	1,6375E-02
12	2,4472E-03	1,4949E+00	8,8386E-03	2,5529E+00	1,8645E-02
13	2,4108E-03	1,3631E+00	8,7571E-03	2,5512E+00	1,6421E-02
14	2,4467E-03	1,4949E+00	8,8528E-03	2,5525E+00	1,8650E-02
15	2,4523E-03	1,4949E+00	8,8636E-03	2,5535E+00	1,8207E-02

Çizelge E1.8. Yakıt demeti bcw için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_2} (cm^{-1})$	$D_2 (cm)$	$\Sigma_{a_2} (cm^{-1})$	ν_2	$\Sigma_{s_{2 \rightarrow 1}} (cm^{-1})$
1	5,2400E-02	2,2353E-01	9,5967E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
2	5,1384E-02	3,7353E-01	8,5594E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
3	5,0937E-02	4,4118E-01	8,3420E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
4	5,1352E-02	3,7353E-01	8,5549E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
5	5,1033E-02	4,4118E-01	8,3546E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
6	5,1346E-02	3,7353E-01	8,5543E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
7	5,0976E-02	4,4118E-01	8,3463E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
8	5,1349E-02	3,7353E-01	8,5548E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
9	5,1009E-02	4,4118E-01	8,3508E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
10	5,1346E-02	3,7353E-01	8,5541E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
11	5,0986E-02	4,4118E-01	8,3487E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
12	5,1355E-02	3,7353E-01	8,5554E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
13	5,1030E-02	4,4118E-01	8,3523E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
14	5,1330E-02	3,7353E-01	8,5517E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
15	5,1459E-02	3,7353E-01	8,5845E-02	2,4367E+00	0,0000E+00

Çizelge E1.9. Yakıt demeti rcw için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_1} (cm^{-1})$	$D_1 (cm)$	$\Sigma'_{a_1} (cm^{-1})$	ν_1	$\Sigma_{s_{1 \rightarrow 2}} (cm^{-1})$
1	1,6870E-03	1,3945E+00	8,3984E-03	2,5990E+00	2,0271E-02
2	1,6803E-03	1,3929E+00	7,9488E-03	2,6001E+00	1,9698E-02
3	1,6539E-03	1,3443E+00	7,8817E-03	2,5979E+00	1,7401E-02
4	1,6786E-03	1,3929E+00	7,9498E-03	2,5998E+00	1,9642E-02
5	1,6545E-03	1,3443E+00	7,8691E-03	2,5979E+00	1,7444E-02
6	1,6786E-03	1,3929E+00	7,9503E-03	2,5997E+00	1,9681E-02
7	1,6532E-03	1,3443E+00	7,8831E-03	2,5975E+00	1,7385E-02
8	1,6789E-03	1,3929E+00	7,9494E-03	2,5997E+00	1,9633E-02
9	1,6534E-03	1,3443E+00	7,8697E-03	2,5973E+00	1,7376E-02
10	1,6788E-03	1,3929E+00	7,9499E-03	2,5997E+00	1,9626E-02
11	1,6529E-03	1,3443E+00	7,8764E-03	2,5979E+00	1,7368E-02
12	1,6790E-03	1,3929E+00	7,9505E-03	2,5997E+00	1,9608E-02
13	1,6560E-03	1,3443E+00	7,8803E-03	2,5981E+00	1,7451E-02
14	1,6774E-03	1,3929E+00	7,9596E-03	2,5992E+00	1,9661E-02
15	1,6846E-03	1,3929E+00	7,9591E-03	2,6005E+00	1,9749E-02

Çizelge E1.10. Yakıt demeti rcw için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_2} (cm^{-1})$	$D_2 (cm)$	$\Sigma_{a_2} (cm^{-1})$	ν_2	$\Sigma_{s_{2 \rightarrow 1}} (cm^{-1})$
1	2,9580E-02	3,9020E-01	7,0531E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
2	2,9335E-02	3,7255E-01	6,0930E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
3	2,9190E-02	4,1471E-01	5,9111E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
4	2,9326E-02	3,7255E-01	6,0915E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
5	2,9182E-02	4,1471E-01	5,9096E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
6	2,9330E-02	3,7255E-01	6,0920E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
7	2,9172E-02	4,1471E-01	5,9078E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
8	2,9326E-02	3,7255E-01	6,0916E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
9	2,9192E-02	4,1471E-01	5,9115E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
10	2,9327E-02	3,7255E-01	6,0917E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
11	2,9205E-02	4,1471E-01	5,9137E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
12	2,9332E-02	3,7255E-01	6,0922E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
13	2,9187E-02	4,1471E-01	5,9105E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
14	2,9306E-02	3,7255E-01	6,0875E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
15	2,9355E-02	3,7255E-01	6,1092E-02	2,4367E+00	0,0000E+00

Çizelge E1.11. Yakıt demeti w16 için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_1} (cm^{-1})$	$D_1 (cm)$	$\Sigma'_{a_1} (cm^{-1})$	ν_1	$\Sigma_{s_{1 \rightarrow 2}} (cm^{-1})$
1	2,1057E-03	1,4055E+00	8,8904E-03	2,5691E+00	1,8118E-02
2	2,0850E-03	1,4761E+00	9,0397E-03	2,5680E+00	1,7985E-02
3	2,0523E-03	1,4855E+00	8,9618E-03	2,5661E+00	1,5972E-02
4	2,0848E-03	1,4761E+00	9,0472E-03	2,5678E+00	1,7958E-02
5	2,0511E-03	1,4855E+00	8,9476E-03	2,5663E+00	1,5885E-02
6	2,0842E-03	1,4761E+00	9,0441E-03	2,5679E+00	1,7935E-02
7	2,0522E-03	1,4855E+00	8,9482E-03	2,5660E+00	1,5872E-02
8	2,0842E-03	1,4761E+00	9,0409E-03	2,5678E+00	1,7944E-02
9	2,0526E-03	1,4855E+00	8,9526E-03	2,5660E+00	1,5830E-02
10	2,0847E-03	1,4761E+00	9,0451E-03	2,5678E+00	1,7923E-02
11	2,0520E-03	1,4855E+00	8,9510E-03	2,5659E+00	1,5913E-02
12	2,0843E-03	1,4761E+00	9,0439E-03	2,5679E+00	1,7949E-02
13	2,0524E-03	1,4855E+00	8,9534E-03	2,5657E+00	1,5822E-02
14	2,0850E-03	1,4761E+00	9,0570E-03	2,5670E+00	1,7862E-02
15	2,0892E-03	1,4761E+00	9,0096E-03	2,5699E+00	1,8002E-02

Çizelge E1.12. Yakıt demeti w16 için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_2} (cm^{-1})$	$D_2 (cm)$	$\Sigma_{a_2} (cm^{-1})$	ν_2	$\Sigma_{s_{2 \rightarrow 1}} (cm^{-1})$
1	4,2129E-02	3,4216E-01	8,5521E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
2	4,1455E-02	2,3529E-01	8,6576E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
3	4,1154E-02	2,6863E-01	8,4620E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
4	4,1465E-02	2,3529E-01	8,6567E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
5	4,1114E-02	2,6863E-01	8,4515E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
6	4,1466E-02	2,3529E-01	8,6585E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
7	4,1138E-02	2,6863E-01	8,4545E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
8	4,1465E-02	2,3529E-01	8,6576E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
9	4,1154E-02	2,6863E-01	8,4584E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
10	4,1475E-02	2,3529E-01	8,6584E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
11	4,1175E-02	2,6863E-01	8,4614E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
12	4,1470E-02	2,3529E-01	8,6586E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
13	4,1128E-02	2,6863E-01	8,4514E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
14	4,1393E-02	2,3529E-01	8,6475E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
15	4,1728E-02	2,3529E-01	8,6565E-02	2,4367E+00	0,0000E+00

Çizelge E1.13. Yakıt demeti b16 için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_1} (cm^{-1})$	$D_1 (cm)$	$\Sigma'_{a_1} (cm^{-1})$	ν_1	$\Sigma_{s_{1 \rightarrow 2}} (cm^{-1})$
1	2,4664E-03	1,5514E+00	9,3830E-03	2,5516E+00	1,8078E-02
2	2,4477E-03	1,4541E+00	9,4986E-03	2,5503E+00	1,7624E-02
3	2,4107E-03	1,3835E+00	9,4048E-03	2,5484E+00	1,5549E-02
4	2,4479E-03	1,4541E+00	9,5045E-03	2,5501E+00	1,7532E-02
5	2,4128E-03	1,3835E+00	9,4113E-03	2,5484E+00	1,5495E-02
6	2,4483E-03	1,4541E+00	9,5032E-03	2,5501E+00	1,7574E-02
7	2,4116E-03	1,3835E+00	9,4045E-03	2,5483E+00	1,5507E-02
8	2,4483E-03	1,4541E+00	9,5082E-03	2,5501E+00	1,7575E-02
9	2,4106E-03	1,3835E+00	9,4021E-03	2,5484E+00	1,5511E-02
10	2,4478E-03	1,4541E+00	9,5008E-03	2,5501E+00	1,7596E-02
11	2,4122E-03	1,3835E+00	9,4050E-03	2,5487E+00	1,5571E-02
12	2,4473E-03	1,4541E+00	9,5070E-03	2,5500E+00	1,7585E-02
13	2,4119E-03	1,3835E+00	9,4036E-03	2,5487E+00	1,5499E-02
14	2,4457E-03	1,4541E+00	9,5021E-03	2,5497E+00	1,7461E-02
15	2,4519E-03	1,4541E+00	9,4746E-03	2,5518E+00	1,7620E-02

Çizelge E1.14. Yakıt demeti b16 için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_2} (cm^{-1})$	$D_2 (cm)$	$\Sigma_{a_2} (cm^{-1})$	ν_2	$\Sigma_{s_{2 \rightarrow 1}} (cm^{-1})$
1	5,2605E-02	2,6373E-01	9,7246E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
2	5,1549E-02	2,4902E-01	9,8004E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
3	5,1105E-02	2,7451E-01	9,5857E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
4	5,1521E-02	2,4902E-01	9,7942E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
5	5,1064E-02	2,7451E-01	9,5783E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
6	5,1542E-02	2,4902E-01	9,7978E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
7	5,1114E-02	2,7451E-01	9,5842E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
8	5,1540E-02	2,4902E-01	9,7981E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
9	5,1078E-02	2,7451E-01	9,5822E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
10	5,1539E-02	2,4902E-01	9,7982E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
11	5,1069E-02	2,7451E-01	9,5756E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
12	5,1534E-02	2,4902E-01	9,7963E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
13	5,1059E-02	2,7451E-01	9,5750E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
14	5,1494E-02	2,4902E-01	9,7900E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
15	5,1856E-02	2,4902E-01	9,8093E-02	2,4367E+00	0,0000E+00

Çizelge E1.15. Yakıt demeti w12 için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_1} (cm^{-1})$	$D_1 (cm)$	$\Sigma'_{a_1} (cm^{-1})$	ν_1	$\Sigma_{s_{1 \rightarrow 2}} (cm^{-1})$
1	2,1084E-03	1,4180E+00	8,9168E-03	2,5677E+00	1,7902E-02
2	2,0899E-03	1,5059E+00	8,9038E-03	2,5684E+00	1,8239E-02
3	2,0554E-03	1,4369E+00	8,8152E-03	2,5661E+00	1,6294E-02
4	2,0896E-03	1,5059E+00	8,9085E-03	2,5680E+00	1,8278E-02
5	2,0577E-03	1,4369E+00	8,8208E-03	2,5665E+00	1,6196E-02
6	2,0898E-03	1,5059E+00	8,9083E-03	2,5681E+00	1,8286E-02
7	2,0571E-03	1,4369E+00	8,8189E-03	2,5663E+00	1,6180E-02
8	2,0895E-03	1,5059E+00	8,9093E-03	2,5682E+00	1,8235E-02
9	2,0569E-03	1,4369E+00	8,8138E-03	2,5662E+00	1,6163E-02
10	2,0893E-03	1,5059E+00	8,9076E-03	2,5681E+00	1,8258E-02
11	2,0592E-03	1,4369E+00	8,8252E-03	2,5662E+00	1,6270E-02
12	2,0898E-03	1,5059E+00	8,9078E-03	2,5681E+00	1,8244E-02
13	2,0595E-03	1,4369E+00	8,8185E-03	2,5661E+00	1,6194E-02
14	2,0890E-03	1,5059E+00	8,9177E-03	2,5675E+00	1,8165E-02
15	2,0955E-03	1,5059E+00	8,8802E-03	2,5698E+00	1,8309E-02

Çizelge E1.16. Yakıt demeti w12 için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_2} (cm^{-1})$	$D_2 (cm)$	$\Sigma_{a_2} (cm^{-1})$	ν_2	$\Sigma_{s_{2 \rightarrow 1}} (cm^{-1})$
1	4,2041E-02	2,3922E-01	8,5163E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
2	4,1500E-02	2,6275E-01	8,3373E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
3	4,1215E-02	3,0588E-01	8,1389E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
4	4,1487E-02	2,6275E-01	8,3350E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
5	4,1186E-02	3,0588E-01	8,1365E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
6	4,1489E-02	2,6275E-01	8,3362E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
7	4,1193E-02	3,0588E-01	8,1355E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
8	4,1489E-02	2,6275E-01	8,3349E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
9	4,1164E-02	3,0588E-01	8,1339E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
10	4,1492E-02	2,6275E-01	8,3356E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
11	4,1176E-02	3,0588E-01	8,1354E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
12	4,1494E-02	2,6275E-01	8,3358E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
13	4,1200E-02	3,0588E-01	8,1372E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
14	4,1459E-02	2,6275E-01	8,3295E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
15	4,1700E-02	2,6275E-01	8,3391E-02	2,4367E+00	0,0000E+00

Çizelge E1.17. Yakıt demeti w_{cw} için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_1} (cm^{-1})$	$D_1 (cm)$	$\Sigma'_{a_1} (cm^{-1})$	ν_1	$\Sigma_{s_{1 \rightarrow 2}} (cm^{-1})$
1	2,1334E-03	1,4698E+00	8,9618E-03	2,5690E+00	1,8490E-02
2	2,1045E-03	1,4165E+00	8,4940E-03	2,5693E+00	1,9250E-02
3	2,0727E-03	1,4243E+00	8,4093E-03	2,5671E+00	1,6980E-02
4	2,1038E-03	1,4165E+00	8,4966E-03	2,5688E+00	1,9220E-02
5	2,0739E-03	1,4243E+00	8,4180E-03	2,5669E+00	1,7080E-02
6	2,1039E-03	1,4165E+00	8,4986E-03	2,5688E+00	1,9219E-02
7	2,0773E-03	1,4243E+00	8,4246E-03	2,5668E+00	1,6934E-02
8	2,1043E-03	1,4165E+00	8,4963E-03	2,5688E+00	1,9236E-02
9	2,0740E-03	1,4243E+00	8,4192E-03	2,5669E+00	1,6975E-02
10	2,1044E-03	1,4165E+00	8,4954E-03	2,5688E+00	1,9222E-02
11	2,0735E-03	1,4243E+00	8,4148E-03	2,5670E+00	1,6966E-02
12	2,1042E-03	1,4165E+00	8,4968E-03	2,5689E+00	1,9309E-02
13	2,0765E-03	1,4243E+00	8,4327E-03	2,5673E+00	1,6980E-02
14	2,1049E-03	1,4165E+00	8,5045E-03	2,5683E+00	1,9393E-02
15	2,1093E-03	1,4165E+00	8,5086E-03	2,5699E+00	1,9206E-02

Çizelge E1.18. Yakıt demeti w_{cw} için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_2} (cm^{-1})$	$D_2 (cm)$	$\Sigma_{a_2} (cm^{-1})$	ν_2	$\Sigma_{s_{2 \rightarrow 1}} (cm^{-1})$
1	4,2201E-02	2,0294E-01	8,4600E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
2	4,1480E-02	3,8824E-01	7,4499E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
3	4,1200E-02	3,7843E-01	7,2513E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
4	4,1496E-02	3,8824E-01	7,4518E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
5	4,1255E-02	3,7843E-01	7,2584E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
6	4,1494E-02	3,8824E-01	7,4513E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
7	4,1235E-02	3,7843E-01	7,2556E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
8	4,1493E-02	3,8824E-01	7,4517E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
9	4,1210E-02	3,7843E-01	7,2519E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
10	4,1498E-02	3,8824E-01	7,4523E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
11	4,1278E-02	3,7843E-01	7,2613E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
12	4,1510E-02	3,8824E-01	7,4537E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
13	4,1242E-02	3,7843E-01	7,2562E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
14	4,1479E-02	3,8824E-01	7,4490E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
15	4,1562E-02	3,8824E-01	7,4759E-02	2,4367E+00	0,0000E+00

Çizelge E1.19. Yakıt demeti rb için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_1} (cm^{-1})$	$D_1 (cm)$	$\Sigma'_{a_1} (cm^{-1})$	ν_1	$\Sigma_{s_{1 \rightarrow 2}} (cm^{-1})$
1	1,6928E-03	1,3490E+00	8,4369E-03	2,5985E+00	1,9388E-02
2	1,6789E-03	1,4525E+00	7,9458E-03	2,6000E+00	1,9666E-02
3	1,6525E-03	1,5200E+00	7,8772E-03	2,5979E+00	1,7577E-02
4	1,6787E-03	1,4525E+00	7,9516E-03	2,5997E+00	1,9697E-02
5	1,6532E-03	1,5200E+00	7,8707E-03	2,5976E+00	1,7499E-02
6	1,6787E-03	1,4525E+00	7,9539E-03	2,5997E+00	1,9654E-02
7	1,6533E-03	1,5200E+00	7,8746E-03	2,5979E+00	1,7330E-02
8	1,6787E-03	1,4525E+00	7,9508E-03	2,5998E+00	1,9642E-02
9	1,6541E-03	1,5200E+00	7,8784E-03	2,5972E+00	1,7420E-02
10	1,6788E-03	1,4525E+00	7,9500E-03	2,5997E+00	1,9621E-02
11	1,6537E-03	1,5200E+00	7,8770E-03	2,5978E+00	1,7507E-02
12	1,6796E-03	1,4525E+00	7,9470E-03	2,5998E+00	1,9693E-02
13	1,6514E-03	1,5200E+00	7,8677E-03	2,5981E+00	1,7589E-02
14	1,6774E-03	1,4525E+00	8,0080E-03	2,5979E+00	1,9602E-02
15	1,6511E-03	1,3992E+00	1,1537E-02	2,5948E+00	1,7294E-02

Çizelge E1.20. Yakıt demeti rb için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_2} (cm^{-1})$	$D_2 (cm)$	$\Sigma_{a_2} (cm^{-1})$	ν_2	$\Sigma_{s_{2 \rightarrow 1}} (cm^{-1})$
1	2,9639E-02	4,4255E-01	7,0578E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
2	2,9345E-02	3,5294E-01	6,0945E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
3	2,9173E-02	3,5588E-01	5,9087E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
4	2,9327E-02	3,5294E-01	6,0919E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
5	2,9160E-02	3,5588E-01	5,9076E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
6	2,9333E-02	3,5294E-01	6,0925E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
7	2,9177E-02	3,5588E-01	5,9096E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
8	2,9328E-02	3,5294E-01	6,0916E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
9	2,9192E-02	3,5588E-01	5,9115E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
10	2,9323E-02	3,5294E-01	6,0910E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
11	2,9187E-02	3,5588E-01	5,9110E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
12	2,9323E-02	3,5294E-01	6,0913E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
13	2,9215E-02	3,5588E-01	5,9149E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
14	2,9272E-02	3,5294E-01	6,1111E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
15	2,9833E-02	4,5000E-01	8,7855E-02	2,4367E+00	0,0000E+00

Çizelge E1.21. Yakıt demeti b20 için üretilen 1. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_1} (cm^{-1})$	$D_1 (cm)$	$\Sigma'_{a_1} (cm^{-1})$	ν_1	$\Sigma_{s_{1 \rightarrow 2}} (cm^{-1})$
1	2,4719E-03	1,2973E+00	9,3943E-03	2,5523E+00	1,6316E-02
2	2,4421E-03	1,5012E+00	9,6264E-03	2,5502E+00	1,7214E-02
3	2,4043E-03	1,5278E+00	9,5269E-03	2,5486E+00	1,5165E-02
4	2,4415E-03	1,5012E+00	9,6339E-03	2,5500E+00	1,7247E-02
5	2,4053E-03	1,5278E+00	9,5302E-03	2,5481E+00	1,5143E-02
6	2,4422E-03	1,5012E+00	9,6378E-03	2,5499E+00	1,7273E-02
7	2,4052E-03	1,5278E+00	9,5340E-03	2,5480E+00	1,5150E-02
8	2,4417E-03	1,5012E+00	9,6358E-03	2,5499E+00	1,7288E-02
9	2,4062E-03	1,5278E+00	9,5450E-03	2,5480E+00	1,5097E-02
10	2,4423E-03	1,5012E+00	9,6381E-03	2,5498E+00	1,7274E-02
11	2,4071E-03	1,5278E+00	9,5476E-03	2,5481E+00	1,5150E-02
12	2,4417E-03	1,5012E+00	9,6335E-03	2,5499E+00	1,7234E-02
13	2,4091E-03	1,5278E+00	9,5297E-03	2,5483E+00	1,5215E-02
14	2,4408E-03	1,5012E+00	9,6438E-03	2,5495E+00	1,7180E-02
15	2,4469E-03	1,5012E+00	9,6046E-03	2,5513E+00	1,7315E-02

Çizelge E1.22. Yakıt demeti b20 için üretilen 2. grup nötron difüzyon parametreleri.

Bölge Numarası	$\Sigma_{f_2} (cm^{-1})$	$D_2 (cm)$	$\Sigma_{a_2} (cm^{-1})$	ν_2	$\Sigma_{s_{2 \rightarrow 1}} (cm^{-1})$
1	5,2516E-02	2,1569E-01	9,7428E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
2	5,1603E-02	2,5686E-01	1,0147E-01	2,4367E+00	0,0000E+00
3	5,1167E-02	2,7549E-01	9,9323E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
4	5,1586E-02	2,5686E-01	1,0143E-01	2,4367E+00	0,0000E+00
5	5,1090E-02	2,7549E-01	9,9225E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
6	5,1580E-02	2,5686E-01	1,0143E-01	2,4367E+00	0,0000E+00
7	5,1091E-02	2,7549E-01	9,9235E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
8	5,1595E-02	2,5686E-01	1,0143E-01	2,4367E+00	0,0000E+00
9	5,1096E-02	2,7549E-01	9,9262E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
10	5,1581E-02	2,5686E-01	1,0142E-01	2,4367E+00	0,0000E+00
11	5,1093E-02	2,7549E-01	9,9206E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
12	5,1586E-02	2,5686E-01	1,0142E-01	2,4367E+00	0,0000E+00
13	5,1129E-02	2,7549E-01	9,9359E-02	2,4367E+00	0,0000E+00
14	5,1558E-02	2,5686E-01	1,0136E-01	2,4367E+00	0,0000E+00
15	5,1951E-02	2,5686E-01	1,0142E-01	2,4367E+00	0,0000E+00

EK 2 – Yakıt Demetleri İçin Üretilen Mikroskopik U-235 Fisyon Tesir Kesitleri

Çizelge E2.1. Yakıt demeti b, bcw, b16, b20, wcw ve w12 için üretilen 1. grup mikroskopik U-235 fisyon tesir kesitleri.

Bölge Numarası	σ_{f1}^{U235} (barn)					
	b	bcw	b16	b20	wcw	w12
1	8,9861	8,9545	8,9956	8,9768	9,2534	9,1777
2	8,8865	8,8947	8,9666	8,9367	9,1842	9,1162
3	8,7990	8,8002	8,8666	8,8474	9,1000	9,0357
4	8,8858	8,8986	8,9661	8,9429	9,1898	9,1228
5	8,8074	8,8102	8,8737	8,8485	9,1032	9,0332
6	8,8862	8,8973	8,9666	8,9429	9,1897	9,1226
7	8,8038	8,8123	8,8789	8,8437	9,1004	9,0363
8	8,8868	8,8983	8,9671	8,9465	9,1886	9,1201
9	8,8046	8,8119	8,8789	8,8401	9,1024	9,0348
10	8,8887	8,8974	8,9670	8,9446	9,1879	9,1225
11	8,8079	8,8103	8,8734	8,8557	9,1091	9,0352
12	8,8849	8,8967	8,9672	8,9444	9,1894	9,1202
13	8,8083	8,7966	8,8782	8,8475	9,1118	9,0370
14	8,8919	8,9068	8,9774	8,9561	9,2067	9,1300
15	8,8633	8,8875	8,9348	8,9080	9,1792	9,0922

Çizelge E2.2. Yakıt demeti w16, rcw, rb, r ve b12 için üretilen 1. grup mikroskopik U-235 fisyon tesir kesitleri.

Bölge Numarası	$\sigma_{f_1}^{U235}$ (barn)				
	w16	rcw	rb	r	b12
1	9,1277	9,4485	9,4724	9,4427	9,0422
2	9,0947	9,3416	9,3422	9,3397	8,9858
3	9,0111	9,2698	9,2694	9,2692	8,9015
4	9,0995	9,3467	9,3448	9,3466	8,9906
5	9,0036	9,2606	9,2591	9,2639	8,8917
6	9,0999	9,3476	9,3442	9,3479	8,9917
7	9,0012	9,2621	9,2609	9,2590	8,8936
8	9,0991	9,3464	9,3454	9,3455	8,9905
9	9,0007	9,2575	9,2590	9,2620	8,9027
10	9,0976	9,3462	9,3438	9,3458	8,9914
11	9,0028	9,2550	9,2575	9,2615	8,8962
12	9,1002	9,3443	9,3508	9,3448	8,9923
13	9,0086	9,2604	9,2532	9,2486	8,8931
14	9,1097	9,3595	9,3852	9,3589	8,9957
15	9,0658	9,3401	9,3123	9,3181	8,9572

Çizelge E2.3. Yakıt demeti b, bcw, b16, b20, wcw ve w12 için üretilen 2. grup mikroskopik U-235 fisyon tesir kesitleri.

Bölge Numarası	$\sigma_{f2}^{U235} * 10^{-2} (barn)$					
	b	bcw	b16	b20	wcw	w12
1	2,9187	2,9270	2,9058	2,9024	2,9766	2,9592
2	2,9064	2,9053	2,8411	2,8214	2,9694	2,9185
3	2,8798	2,8797	2,8109	2,7889	2,9457	2,8910
4	2,9059	2,9057	2,8407	2,8210	2,9696	2,9179
5	2,8802	2,8804	2,8102	2,7892	2,9457	2,8924
6	2,9061	2,9058	2,8404	2,8208	2,9694	2,9179
7	2,8811	2,8812	2,8101	2,7879	2,9457	2,8920
8	2,9059	2,9058	2,8407	2,8212	2,9697	2,9180
9	2,8815	2,8807	2,8107	2,7886	2,9462	2,8920
10	2,9060	2,9056	2,8407	2,8209	2,9694	2,9176
11	2,8795	2,8796	2,8117	2,7905	2,9469	2,8904
12	2,9059	2,9055	2,8407	2,8208	2,9695	2,9180
13	2,8796	2,8804	2,8105	2,7894	2,9468	2,8925
14	2,9052	2,9048	2,8390	2,8195	2,9684	2,9161
15	2,9164	2,9099	2,8565	2,8379	2,9721	2,9311

Çizelge E2.4. Yakıt demeti w16, rcw, rb, r ve b12 için üretilen 2. grup mikroskopik U-235 fisyon tesir kesitleri.

Bölge Numarası	$\sigma_{f_2}^{U235} * 10^{-2} (barn)$				
	w16	rcw	rb	r	b12
1	2,9518	3,0440	3,0401	3,0438	2,9125
2	2,8990	3,0482	3,0480	3,0474	2,8590
3	2,8716	3,0296	3,0294	3,0284	2,8291
4	2,8982	3,0480	3,0482	3,0469	2,8592
5	2,8698	3,0295	3,0285	3,0278	2,8290
6	2,8982	3,0482	3,0479	3,0468	2,8594
7	2,8705	3,0294	3,0293	3,0288	2,8303
8	2,8983	3,0479	3,0480	3,0469	2,8591
9	2,8716	3,0297	3,0294	3,0284	2,8289
10	2,8981	3,0476	3,0477	3,0467	2,8595
11	2,8707	3,0297	3,0297	3,0283	2,8290
12	2,8979	3,0481	3,0478	3,0472	2,8594
13	2,8709	3,0294	3,0297	3,0277	2,8302
14	2,8979	3,0465	3,0403	3,0454	2,8594
15	2,9128	3,0502	2,9511	3,0546	2,8736

EK 3 – Üretilen Albedo Sınır Koşulları

Çizelge E3.1. Yakıt demetlerinin aktif yakıt bölgelerinin aksel alt sınırları ($z = 0$ cm) için üretilen albedo değerleri.

Yakıt Demeti	$\alpha_{1 \rightarrow 1}$	$\alpha_{1 \rightarrow 2}$	$\alpha_{2 \rightarrow 1}$	$\alpha_{2 \rightarrow 2}$
b12	0,40373	0,00000	0,00000	1,24316
b16	0,40362	0,00000	0,00000	1,25014
b20	0,40470	0,00000	0,00000	1,26086
bcw	0,38690	0,00000	0,00000	1,21319
b	0,38394	0,00000	0,00000	1,21475
rb	0,40073	0,00000	0,00000	1,09173
rcw	0,40181	0,00000	0,00000	1,08650
r	0,40122	0,00000	0,00000	1,08985
w12	0,40315	0,00000	0,00000	1,18601
w16	0,40300	0,00000	0,00000	1,19435
wcw	0,40105	0,00000	0,00000	1,16639

Çizelge E3.2. Yakıt demetlerinin aktif yakıt bölgelerinin aksenel üst sınırları ($z = 365,76$ cm) için üretilen albedo değerleri.

Yakıt Demeti	$\alpha_{1 \rightarrow 1}$	$\alpha_{1 \rightarrow 2}$	$\alpha_{2 \rightarrow 1}$	$\alpha_{2 \rightarrow 2}$
b12	0,36680	0,00000	0,00000	1,32316
b16	0,36795	0,00000	0,00000	1,33697
b20	0,36958	0,00000	0,00000	1,34916
bcw	0,34387	0,00000	0,00000	1,01160
b	0,34027	0,00000	0,00000	1,25719
rb	0,36096	0,00000	0,00000	1,05183
rcw	0,36308	0,00000	0,00000	0,91066
r	0,36159	0,00000	0,00000	1,13802
w12	0,36717	0,00000	0,00000	1,25233
w16	0,36923	0,00000	0,00000	1,26559
wcw	0,36473	0,00000	0,00000	0,97539

Çizelge E3.3. BEAVRS koru radyal sınırları için üretilen albedo değerleri (Yanal bölge numaralandırmaları Şekil 6.5'e göre yapılmıştır).

Yanal Bölge	$\alpha_{1 \rightarrow 1}$	$\alpha_{1 \rightarrow 2}$	$\alpha_{2 \rightarrow 1}$	$\alpha_{2 \rightarrow 2}$
1	0,59346	0,00000	0,00000	0,79499
2	0,49930	0,00000	0,00000	0,77050
3	0,55631	0,00000	0,00000	0,78118
4	0,62858	0,00000	0,00000	0,81593
5	0,48459	0,00000	0,00000	0,76356
6	0,48994	0,00000	0,00000	0,76582
7	0,49250	0,00000	0,00000	0,76768
8	0,49143	0,00000	0,00000	0,76690