



HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Ana Bilim Dalı
Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Programı

ÖZEL YETENEKLİ ÖĞRENCİLERİN KARMAŞIK SAYILAR KONULU
ETKİNLİKLER İLE ÜSTBİLİŞSEL BİLGİ VE BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

Gökhan KARAASLAN

Doktora Tezi

Ankara, 2019

Liderlik, araştırma, inovasyon, kaliteli eğitim ve değişim ile

Daha ileriye ... En İyiyeye ...



HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Ana Bilim Dalı
Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Programı

ÖZEL YETENEKLİ ÖĞRENCİLERİN KARMAŞIK SAYILAR KONULU
ETKİNLİKLER İLE ÜSTBİLİŞSEL BİLGİ VE BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

EXAMINING OF METACOGNITIVE KNOWLEDGE AND SKILLS OF GIFTED
STUDENTS WITH COMPLEX NUMBERS ACTIVITIES

Gökhan KARAASLAN

Doktora Tezi

Ankara, 2019

Kabul ve Onay

Eğitim Bilimleri Enstitüsü M¼d¼rl¼đ¼ne,
G¼KHAN KARAASLAN'ın hazırladığı "zel Yetenekli ğrencilerin Karmaşık Sayılar Konulu Etkinlikler ile stbilişsel Bilgi ve Becerilerinin İncelenmesi" başlıklı bu çalışma j¼rimiz tarafından **Orta ğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Ana Bilim Dalı, Orta ğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Bilim Dalında Doktora Tezi** olarak kabul edilmiştir.

J¼ri Başkanı	Prof. Dr. Osman ALTINTAş	İmza	
J¼ri yesi (Danışman)	Prof. Dr. Necla TURANLI	İmza	
J¼ri yesi	Prof. Dr. Ali Haydar Eř	İmza	
J¼ri yesi	Doç. Dr. İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR	İmza	
J¼ri yesi	Doç. Dr. Ömer Faruk ÇETİN	İmza	

Enstit¼ Yönetim Kurulunun
.../.../... Tarihli ve
sayılı kararı.

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisansst¼ Eğitim, ğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki j¼ri yeleri tarafından / / tarihinde uygun gr¼lm¼ř ve Enstit¼ Yönetim Kurulunca / / tarihinde kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ali Ekber şAHİN
Eğitim Bilimleri Enstit¼s¼ M¼d¼r¼

Öz

Özel yetenekli öğrenciler yaşlarına göre yüksek düzeyde performans gösteren öğrencilerdir. Özel yetenekli öğrenciler hedeflerine ulaşmak için kendi öğrenme ortamlarını düzenleyebilirler ve bu özellikleri üstbilgi kavramı ile ilişkilidir. Özel yetenekliler eğitim ile desteklendiklerinde diğer öğrencilere göre üstbilgi yönünden daha fazla ilerleme kaydedebilirler. Çalışmanın amacı özel yetenekli öğrencilere üstbilgi öğretimi, karmaşık sayılar konusu içinde verilerek öğrencilerin üstbilgişel süreçlerinin gelişimini incelemektir. Çalışma grubu BİLSEM’de öğrenim gören 3 özel yetenekli öğrenciden oluşmaktadır. Çalışma 2017-2018 öğretim yılının birinci döneminde gerçekleştirilmiştir ve uygulama süreci 3 ay sürmüştür. Geogebra yazılımının da kullanılabileceği karmaşık sayılar konusuna yönelik etkinlikler hazırlanmıştır. Öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrasındaki üstbilgişel bilgi ve beceri düzeyleri üstbilgi farkındalık ölçeği ile belirlenmiştir. Özel yetenekli öğrencilerin üstbilgişel bilgi ve beceri düzeylerinin gelişiminin incelenmesi karmaşık sayılar etkinliklerinden sonra mülakat soruları ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin uygulama öncesindeki üstbilgi farkındalık ölçeğinden elde edilen sonuçlar yüksek iken, hem süreç içerisindeki gelişim düzeyleri hem de süreç sonunda uygulanan üstbilgi farkındalık ölçeğinden elde edilen sonuçlar daha düşük çıkmıştır. Bu farkın sebebi, özel yetenekli öğrencilerin kendilerini daha yeterli algılamaları olabilir. Üstbilginin biliş bilgisi bileşenine ait alt bileşen puanları, bilişin düzenlenmesine ait alt bileşen puanlarından ve düzeylerinden daha yüksek çıkmıştır. En yüksek belirlenen biliş bilgisi alt bileşeni bildirimsel bilgi, bilişin düzenlenmesi alt bileşeni ise değerlendirme alt bileşeni olmuştur. Üstbilgi öğretimi için daha uzun süren bir uygulama, alan bilgisi olarak karmaşık sayılardan daha farklı bir konu ve daha farklı yaş grubundaki öğrenciler seçilebilir. Ve bu şekilde öğrencilerin üstbilgi seviyeleri incelenebilir.

Anahtar sözcükler: üstbilgi, biliş bilgisi, bilişin düzenlenmesi, karmaşık sayılar, geogebra yazılımı

Abstract

Gifted students can organize their own learning environments to achieve their goals and these characteristics are associated with the concept of metacognition. They can make more progress in metacognition than other students when supported by training. The aim of this study is to examine the development of metacognitive processes of gifted students by teaching metacognition in the subject of complex numbers. The study group consists of 3 gifted students studying at BİLSEM. Activities have been prepared for the complex numbers that Geogebra software can also be used. Metacognitive knowledge and skill levels of the students, before and after the application, were determined by metacognition awareness scale. The examination of the development of metacognitive knowledge and skill levels of gifted students was carried out with interview questions after the activities. While the results obtained from the metacognition awareness scale of the students were higher before the application, both the levels of development in the process and the results obtained from the metacognition awareness scale applied were lower at the end of the process. The sub-component scores of the cognitive component of the metacognition were higher than the sub-component scores and levels of the cognitive regulation. The highest identified cognitive sub-component was declarative information and cognitive regulation sub-component was the evaluation sub-component. In this study, 12 week application process was carried out. A longer application for metacognition teaching, a different subject and students from different age groups can be chosen. In this way, the metacognition levels of the gifted students can be examined.

Keywords: metacognition, knowledge of cognition, regulation of cognition, complex numbers, geogebra software

Teşekkür

Öğretmenlik yıllarımın ilk yıllarında tanıdığım, doktora öğrenimimin başından sonuna kadar beni çok destekleyen, tüm zorluklara ve engellere rağmen bize bir şey anlatmak ve öğretmek çabasını hiç kaybetmeyen, durmadan çalışan ve enerjisiyle bana da çok çalışmayı alışkanlık hale getiren, beni her zaman dinleyen, bilgi ve deneyimleriyle bana yol gösteren çok değerli danışmanım, sevgili hocam Prof. Dr. Necla Turanlı'ya çok teşekkür ederim.

Doktora derslerinden beri yanımda olan, doktora tez çalışmamın ilk önerisinden çalışmanın sonuna kadar beni hep dinleyen değerli hocam Doç. Dr. İ. Elif Yetkin Özdemir'e fikirleri ve önerileri ile bu çalışmaya katkılarından dolayı çok teşekkür ederim.

Doktora tez izleme sürecinde tezimin gelişiminde katkıda bulunan değerli hocalarıma, tez savunma jürisinde görüş ve önerileriyle tezimin son şeklini almasına yardımcı olan kıymetli hocalarıma teşekkürlerimi sunarım.

Öğrenim hayatım boyunca onlardan çok şey öğrendiğim ve örnek aldığım tüm hocalarıma teşekkür ederim.

Doktora öğrenimimin ilk haftalarında dünyaya gelen, varlığıyla hayatımı çok anlamlı hale getiren, anlayışı ve sevgisiyle doktora öğrenimimi kolaylaştıran canım kızım Ladin Karaaslan'a çok teşekkür ederim.

Beni yetiştiren, sürekli destekleyen, her zaman arkamda duran ve bana inanan sevgili annem Gülay Karaaslan ve canım babam Yılmaz Karaaslan'a teşekkür ederim.

Doktora öğrenimimde, öğrendiğim her şeyi heyecanla paylaşmak istediğim, meraklarıyla, destekleri ile daha iyi öğretmen olmak için daha çok çalışmamı hissettiren öğrencilerime çok teşekkür ederim.

Doktora öğrenimim boyunca sağladığı destek için Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumuna teşekkür ederim.

İçindekiler

Öz.....	ii
Abstract.....	iii
Teşekkür.....	iv
Tablolar Dizini.....	vii
Şekiller Dizini.....	ix
Simgeler ve Kısaltmalar Dizini.....	x
Bölüm 1 Giriş.....	1
Problem Durumu.....	1
Araştırmanın Amacı ve Önemi.....	4
Araştırma Problemi.....	6
Sayıltılar.....	6
Sınırlılıklar.....	6
Tanımlar.....	6
Bölüm 2 Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar.....	8
Araştırmanın Kuramsal Temeli.....	8
İlgili Araştırmalar.....	16
Bölüm 3 Yöntem.....	26
Çalışma Grubu ve Ortamı.....	26
Veri Toplama Süreci.....	27
Veri Toplama Araçları.....	28
Verilerin Analizi.....	33
Bölüm 4 Bulgular ve Yorumlar.....	37
Özel Yetenekli Öğrencilerin Uygulama Öncesindeki Üstbilişsel Bilgi ve Beceri Düzeyleri.....	37
Özel Yetenekli Öğrencilerin Uygulama Sürecinde Üstbilişsel Bilgi ve Beceri Düzeyleri.....	40

Özel Yetenekli Öğrencilerin Uygulama Sonrasındaki Üstbilişsel Bilgi ve Beceri Düzeyleri	71
Bölüm 5 Sonuç, Tartışma ve Öneriler	75
Sonuç ve Tartışma	75
Öneriler	83
Kaynaklar	85
EK-A: Karmaşık Sayı Etkinlikleri.....	97
EK-B: Üstbiliş Farkındalık Ölçeği Kullanım İzni	131
EK-C: Etik Komisyonu Onay Bildirimi	132
EK-Ç: Uygulama İzni	133
EK-D: Etik Beyanı.....	134
EK-E: Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu	135
EK-F: Dissertation Originality Report.....	136
EK-G: Yayımlama ve Fikrî Mülkiyet Hakları Beyanı	137

Tablolar Dizini

Tablo 1 Geogebra Öğretimi Etkinlikleri.....	30
Tablo 2 Eğitim Sürecindeki Etkinlikler	31
Tablo 3 Veri Toplama Araçları.....	33
Tablo 4 Şeyma'nın Bildirimsel Bilgi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler.....	41
Tablo 5 Şeyma'nın Yordam Bilgisi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler.....	44
Tablo 6 Şeyma'nın Durumsal Bilgi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler.....	45
Tablo 7 Şeyma'nın Planlama Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler.....	46
Tablo 8 Şeyma'nın İzleme Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler	47
Tablo 9 Şeyma'nın Değerlendirme Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler.....	49
Tablo 10 Canan'ın Bildirimsel Bilgi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler.....	51
Tablo 11 Canan'ın Yordam Bilgisi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler.....	54
Tablo 12 Canan'ın Durumsal Bilgi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler.....	55
Tablo 13 Canan'ın Planlama Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler.....	56
Tablo 14 Canan'ın İzleme Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler	57
Tablo 15 Canan'ın Değerlendirme Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler.....	59
Tablo 16 Murat'ın Bildirimsel Bilgi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler.....	61
Tablo 17 Murat'ın Yordam Bilgisi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler.....	64

Tablo 18 <i>Murat'ın Durumsal Bilgi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler</i>	65
Tablo 19 <i>Murat'ın Planlama Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler</i>	66
Tablo 20 <i>Murat'ın İzleme Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler</i>	67
Tablo 21 <i>Murat'ın Değerlendirme Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler</i>	69
Tablo 22 <i>Öğrencilerin Bildirimsel Bilgi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetlerini Kullanma Düzeyleri</i>	76
Tablo 23 <i>Öğrencilerin Yordam Bilgisi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetlerini Kullanma Düzeyleri</i>	78
Tablo 24 <i>Öğrencilerin Durumsal Bilgi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetlerini Kullanma Düzeyleri</i>	79
Tablo 25 <i>Öğrencilerin Planlama Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetlerini Kullanma Düzeyleri</i>	80
Tablo 26 <i>Öğrencilerin İzleme Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetlerini Kullanma Düzeyleri</i>	81
Tablo 27 <i>Öğrencilerin Değerlendirme Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetlerini Kullanma Düzeyleri</i>	82

Şekiller Dizini

Şekil 1. Renzulli'nin Üç Halka Kuramı (Renzulli, 2005).	9
Şekil 2. Gagne'nin (1985) özel yeteneklilik ve yetenek kavramlarına yönelik farklılaştırılmış modeli.....	11
Şekil 3. Sternberg ve Zhang'ın (1995) beşgen kuramı.	11
Şekil 4. Flavell'in (1979) üstbilgi sınıflandırması (Yürük, 2014).	14
Şekil 5. Schraw ve Moshman'ın (1995) Üstbilgi Sınıflandırması.....	15
Şekil 6. Düzenleyici kontrol listelerinde yer alması gereken sorular.	16
Şekil 7. Üstbilgi eğitimi için yapılması gerekenler (Veenman, vd., 2006).	16
Şekil 8. Çalışmanın veri toplama süreci.	27
Şekil 9. Üstbilgi eğitim süreci.....	28
Şekil 10. Geogebra yazılımının kullanıldığı bir problem ve öğrenci çözümü	32
Şekil 11. Nitel Veriler İçin Oluşturulan Analiz Çerçevesi.....	35
Şekil 12. Öğrencilerin üstbilgi bileşenlerine yönelik farkındalık puanları	38
Şekil 13. Öğrencilerin üstbilgi alt bileşenlerine yönelik farkındalık puanları	39
Şekil 14. Şeyma'nın P18'de yer alan özdeşliği doğrulama şekli	50
Şekil 15. Canan'ın P13'te yer alan bağıntıyı kendisi oluşturma şekli.....	60
Şekil 16. Murat'ın P16'daki önermeyi doğrulama çalışması	70
Şekil 17. Öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrasındaki üstbilgi bileşenlerine yönelik farkındalık puanları	71
Şekil 18. Öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrasındaki üstbilgi bileşenlerine yönelik farkındalık puanları	72
Şekil 19. Öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrasındaki biliş bilgisi alt bileşenlerine yönelik farkındalık puanları	73
Şekil 20. Öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrasındaki bilişin düzenlenmesi alt bileşenlerine yönelik farkındalık puanları.....	74

Simgeler ve Kısaltmalar Dizini

BİLSEM: Bilim ve Sanat Merkezi

Bölüm 1

Giriş

Akranlarına göre daha çabuk öğrenen, yaratıcı, sanatsal yetenekleri olan ve liderlik özelliklerine sahip, üst düzey akademik yeteneğe sahip, soyut düşüncesi gelişmiş, ilgilendiği alanda kendi başına çalışabilen ve ileri seviyede performans gösteren kişiler özel yetenekli birey olarak tanımlanmaktadır (Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği, 2018). Özel yetenekli öğrencilerle yapılan bu çalışmanın giriş bölümünde sırasıyla çalışmanın problem durumu, çalışmanın neden gerçekleştirildiği, çalışmanın amacı doğrultusunda oluşturulan problem ve alt problemler, çalışmanın gerçekleştirilmesinin önemi, çalışma gerçekleştirilirken kabul edilen durumlar, çalışmada geçen kavramlar ile ilgili tanımlar üzerinde durulacaktır.

Problem Durumu

Özel yetenekli çocuklar soyut düşüncenin temeli olan kavram oluşturma yeteneklerine sahiptirler (Davaslıgil, 1990). Zaman ve enerjilerini ekonomik olarak kullanarak fikirleri adım adım değil bütün halinde kavrarlar ve karşılaştığı problemlere birden çok çözüm üretebilirler (Ataman, 1996). Yüksek düzeyde zihinsel uyarılmaya, ilgilendikleri konuyu derinlemesine düşünmeye ve sorgulamaya ihtiyaç duyarlar (Dağlıoğlu, 2010). Muhakeme yetenekleri gelişmiştir ve karışık, zorlayıcı problemler çözmekten keyif alırlar (Çağlar, 2004). Özel yetenekliler meraklı, keşfetmekten zevk alan, alışagelmedik sorular soran ve tartışma yetenekleri iyi olan öğrencilerdir (Korenova, 2012).

Özel yetenekli öğrenciler hedeflerine ulaşmak için en uygun stratejiyi seçer, çevresel faktörleri düzenler ve sürecin sonunda hedefine ulaşıp ulaşamadığını kontrol eder (Sternberg, 2001). Özel yeteneklilerin bu özellikleri Flavell tarafından literatüre kazandırılan üstbilgi kavramı ile ilişkilidir. Flavell'e (1985) göre üstbilgi, kişinin bilişsel süreçlerini düzenlemek için kendisi hakkındaki bilgisini kullanılması olarak tanımlanmıştır. Rickey ve Stacy (2000) ise üstbilgi, bireyin kendi düşünmesi hakkında düşünmesi olarak tanımlanmıştır. Üstbilgi, öğrenmeyi sağlayan bilişsel süreçler üzerinde aktif kontrolü içeren üst düzey düşünmedir (Livingston, 2003). Belirli bir bilişsel göreve nasıl başlanılacağına planlanması, anlama becerisinin

izlenmesi ve bir görevin tamamlanması yönünde ilerlemenin değerlendirilmesi gibi faaliyetler üstbiliş faaliyetlerine örnek verilebilir (Livingston, 2003).

Üstbiliş, biliş kavramı ile ilgili olsa da farklı bir kavramdır. Biliş, yaptığımız şey ile ilgilendirir. Üstbiliş, yapacağımız şeyi seçme, seçtiğimizi organize etme ve organize ettiğimiz şeyi izlemedir. (Garofalo ve Lester, 1985). Biliş, bir şeyi anlama ve anladığının farkında olmaktır. Üstbiliş, anladığı şeyi nasıl anladığının da farkında olma ve öğrendiği şeyi nasıl öğrendiğini bilmedir (Senemoğlu, 2012). Biliş, bireyin bir konuyu öğrenirken ya da bir görevi yaparken kullandığı tekrarlama, detaylandırma ve bağlantılar kurma stratejilerini içerir (Pintrich, 1999). Bu stratejiler bireyin sınıftaki akademik performansı ile ilişkilidir. Üstbiliş, öğrenme sürecindeki planlama, izleme, kavrama ve süreci değerlendirmedir (Livingston, 2003).

Üstbiliş, bireyin akademik başarısı ile ilişkili olduğu için önemlidir. Üstbilişsel bilgi ve becerileri gelişmiş olan bireylerin akademik başarılarının da üst düzey olduğu sonucunu veren birçok çalışma vardır (Yürük, 2014). Üstbilişsel becerileri yüksek olan bireyler öğrenme süreçlerinde farklı stratejiler kullanırlar ve hangi durumda hangi stratejinin uygun olacağına karar vererek süreci kontrol ederler (Borkowski, Carr ve Pressley, 1987). Öğrenme sırasında kavramsal bilgilerini var olan bilgileriyle ilişkilendirerek depolarlar (Chi, Feltovich ve Glaser, 1981).

Üstbilişin bileşenlerinden olan bilişin düzenlenmesi, bireyin kendi anlamasını ve öğrenmesini düzenlemek ve kontrol etmek için gösterdiği faaliyetlerdir. Üstbilişin diğer bileşeni olan biliş bilgisi, bireyin bilişsel faaliyetleri, amaçları, yaptıkları ve deneyimleri hakkında elde ettiği bilgisidir (Schraw ve Moshman, 1995). Özel yetenekli çocuklar ile ilgili yapılan bir çalışmada çocukların üstbiliş düzenleme becerilerinin yüksek olduğu belirtilmiştir (Zimmermann ve Martinez-Pons, 1986). Ancak aynı durum üstbiliş bilgileri için geçerli değildir (Schraw ve Graham, 1997). Bu çocuklar üstbilişsel bilgi ve becerilerin geliştirilebileceği ortamlarla karşılaşmamış olabilirler (Yazgan-Sağ, 2014).

Özel yetenekli çocuklar özellikle bilişsel alanda yüksek becerilere sahip olsalar da zayıf olan özellikleri de vardır (Dağlıoğlu, 2010). Zayıf özelliklerinin başında kendilerine duydukları şüphe gelir (Davis ve Rimm, 2004). Özel yetenekli çocukların analitik şüphelikleri bazen kendi benlik algılamalarını da etkileyebilir (Özbay ve Palancı, 2011). Bu nedenle özel yetenekli çocuklar kendi öğrenmeleri ile

farkındalığa sahip olmayabilirler. Özel yetenekliler, bu olumsuz özelliklerinden dolayı üstbilgin düzenlenmesi faaliyetlerinin geliştirilmesine yönlendirilebilir. Özel yetenekliler gereksinimlerine göre tasarlanmış öğretim ortamlarında bulunurlarsa yeterlilik hissine ulaşırlar ve benlik algıları olumlu olur (Dai ve Coleman, 2005). Bu nedenle özel yetenekli öğrencilere verilen eğitimde üstbilgisel bilgi ve becerilerin yer almasının gerektiği düşünölmektedir.

Üstbilgisel bilgi ve becerileri istenilen düzeyde gelişmemiş ya da bu bilgi ve becerileri uygun yerlerde kullanmayanlara üstbilgisel bilgi ve becerilerini geliştirmek ve bunları öğrenme ortamlarında kullanmalarını sağlamak önemlidir (Yürük, 2014). Flavell (1979), öğrencilerin üstbilgisel bilgi ve becerilerini geliştirmeye yönelik yapılacak sistematik bir öğretimin gerekli ve yapılabilir olduğunu belirtmektedir. Üstbilgi öğretimi için yapılması gerekenlerin açıklandığı bir çalışmada, üstbilgi öğretiminin alan bilgisinin içine entegre edilerek, öğrencilerin daha fazla çaba göstermeleri için üstbilgin neden gerekli olduğu konusunda bilgilendirme yapılarak üstbilgisel faaliyetlerin kullanım sürekliliğini sağlamak için uzun süren bir eğitim verilmesi gerektiği ifade edilmiştir (Veenman, Van Hout-Wolters, ve Afflerbach, 2006). Öğrencilerin üstbilgileri öğretmen tarafından sorulan öğrencinin öğrenme süreciyle ilgili sorular ile geliştirilebilir. Öğrenciler bu sorular ile öğrenme konusundaki düşüncelerini ve duygularını tartışırlar (Paris ve Winograd, 1990). Bu çalışmada öğrencilere üstbilgi öğretimi her matematik etkinliğinden sonra etkinlikte geçirdiği problem çözme süreci ile ilgili görüşmeler yapılarak gerçekleştirilmiştir.

Veenman ve diğeri (2006) üstbilgi öğretiminin alan bilgisi içine entegre edilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Bu çalışma 2017-2018 öğretim yılının güz döneminde özel yetenekli öğrencilerin öğrenim gördükleri bir kurumda gerçekleştirilmiştir. Özel yetenekli öğrencilerden aldıkları eğitim doğrultusunda her öğretim yılında bir proje geliştirmeleri beklenmektedir. Alan konu seçimi yapılırken bu beklenti göz önünde bulundurulmuştur. Karmaşık sayılar konusu matematiğin temel bir parçası olduğu gibi fizikçiler ve mühendisler için de vazgeçilmez bir araçtır (Başarı, 2010). Karmaşık sayılar, soyut matematikte oldukça önemli olmakla birlikte teorik ve uygulamalı matematikçilerin, fizikçilerin ve mühendislerin en kuvvetli araçlarından biridir (Başkan, 2005). Hem uygulama alanının genişliği hem de matematiğin temel konularından biri olan karmaşık sayılar üstbilgi öğretiminin entegre edildiği alan konusu olarak belirlenmiştir.

Sadece kâğıt ve kalem kullanılan etkinliklerde öğrencilerin üstbiliş faaliyetleri yapmaları zor olabilir. Bilgisayar destekli ortamlar ile üstbilişin olumlu yönde geliştiği çalışmalar bulunmaktadır (Clements ve Nastasi, 1999; White, Shimoda ve Frederiksen, 1999). Özel yetenekliler için hazırlanan zenginleştirme programlarında bilgisayar destekli ortamların kullanılması gerektiğini belirten bir araştırmada dinamik matematik yazılımı kullanımının özel yeteneklilerin matematik başarısını anlamlı şekilde arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır (El-Demerdash, 2010). Özel yetenekliler için limit ve süreklilik konusunun öğretimine yönelik yapılan bir çalışmada dinamik matematik yazılımının kullanıldığı grupta öğrencilerin daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Aydos, 2015). Özel yetenekliler için bilgisayar destekli ortamlarda kullanılabilecek etkinliklerin yer aldığı bir çalışmada ise dinamik matematik yazılımlarının özel yeteneklilerin hipotezlerini kurmalarına, deneyimlemelerine ve kontrol etmelerine izin verdiği ifade edilmiştir (Korenova, 2012). Öğrencilerin matematiksel ilişkileri keşfetmelerine yönelik deneyim yaşamaları, bunlar ile ilgili hipotez kurmaları ve sonrasında bunu kontrol etmeleri üstbiliş becerileri ile ilişkilidir ve bunu dinamik matematik yazılımları ile daha rahat gerçekleştirebilir.

Araştırmanın Amacı ve Önemi

Üstbiliş, istenen birçok akademik değişkeni olumlu yönde etkilemektedir (Cross ve Paris, 1988; Kramarski ve Mevarech, 2003). Üstbiliş seviyesi yüksek olan kişiler öğrendikleri kavramsal bilgileri zihinlerinde ilişkilendirirler (Chi, Feltovich ve Glaser, 1981). Problem ile uğraşırken hata yapıp yapmadıklarını kontrol ederler, anlayamadığı kavramların nedenini bilirler ve çabalarını neye yöneltmeleri konusunda farkındalık sahibidirler (Ertmer ve Newby, 1996). Problem çözme etkinliklerinde problem üzerinde düşünürler, uygun stratejileri seçerler, uygulanacak zihinsel faaliyetler hakkında karar verirler ve görevlerini başarılı bir şekilde tamamlarlar (Yürük, 2014). Kişinin kendisinin bilişsel anlamdaki bilgisini ve kendi düşüncesini denetleyebilmesini sağlayan üstbiliş becerileri, bireyin öğrenme faaliyetlerindeki başarısı için öneme sahiptir (Gelen, 2003). Üstbilişsel becerilere sahip olan öğrenciler öğrenirken esnek yaklaşımlar gösterirler. Bilgiye ulaşma çabalarında farklı stratejiler kullanırlar ve hangi durumlarda hangi stratejinin uygun olacağına karar verebilirler (Yürük, 2014). Üstbiliş, kişinin kendi düşüncesine kişisel

bir bakış açısı sağlayarak bağımsız öğrenmeyi teşvik eder (Paris ve Winograd, 1990).

En az bir yetenek alanında akranlarına göre daha yüksek başarı gösteren özel yetenekli öğrenciler, neden-sonuç ilişkilerini rahatlıkla kurarlar. Genelleme yapmada, bağıntıları görmede, bilginin organizasyonunda kendi akranlarından daha öndedirler (Bilgiç ve diğerleri, 2013). Özel yetenekli bireyler, genellikle öğretmen ya da arkadaşlarına bağlı kalmadan, ferdi olarak çalışmakta ve çalışmalarını kendileri organize etmekte ve izlemektedirler (Yazgan-Sağ, 2014). Özel yetenekli öğrencilerin üstbilişsel bilgi ve becerilerini ortaya çıkarmak, bu öğrencilere öğrenmelerini nasıl gerçekleştirdikleriyle ilgili geri bildirimde bulunmak öğrenmelerini organize etmede önemli olabilir.

Özel yetenekli bireyler yapılandırılmamış ve dinleyen değil aktif katılımcı oldukları öğrenme etkinliklerini tercih ederler (Davis ve Rimm, 2004). Bu bireylerin diğer bir özelliği de öğrenme ortamlarında esneklik istemeleri ve sıradanlıktan sıkılmalarıdır (Yazgan-Sağ, 2014). Özel yetenekli öğrenciler bu esnek yaklaşımlarını dinamik matematik yazılımları ile daha iyi gerçekleştirebilirler (El-Demerdash, 2010). Bu bireylerin matematik eğitimleri ilgi alanlarına ve matematiksel yeteneklerine göre teknoloji ile desteklenebilir (Hohenwarter, Hohenwarter ve Lavicza, 2010). Matematik yazılımları yardımıyla özel yetenekli bireylerin eğitiminde zenginleştirilmiş ve derinleştirilmiş öğretim etkinlikleri hazırlanabilir (Aydos, 2015). Bu bağlamda çalışma kapsamında hazırlanan karmaşık sayılar etkinliklerinde matematik yazılımının kullanılmasına yer verilmiştir.

Üstbilişsel yetenekleri gelişmiş olan kişiler kendi öğrenme süreçlerinin nasıl gerçekleştiği bilgisine sahiptirler ve bu süreçlerini değerlendirip öğrenme faaliyetlerini geliştirmek için öğrenme süreçlerini organize ederler (Yürük, 2014). Ayrıca özel yetenekliler diğer öğrencilere göre eğitim ile desteklendiklerinde üstbiliş yönünden daha fazla ilerleme kaydetmektedir (Yazgan-Sağ, 2014). Bu nedenle özel yetenekli öğrencilere üstbiliş öğretimi karmaşık sayılar öğretimi içinde verilerek öğrencilerin üstbilişsel bilgi ve becerilerini süreç içinde belirlemek çalışmanın amacıdır.

Araştırma Problemi

Karmaşık sayılar konusuna yönelik hazırlanan matematik yazılımının kullanılabilceği etkinlikler ile özel yetenekli öğrencilerin üstbilişsel farkındalıkları nasıl gelişmiştir? sorusu araştırmanın problemini oluşturup alt problemler aşağıdaki gibidir.

Alt problemler.

- Özel yetenekli öğrencilerin uygulama öncesi üstbilişsel bilgi ve becerileri ne düzeydedir?
- Özel yetenekli öğrencilerin uygulama sürecinde üstbilişsel bilgi ve beceri düzeyleri nasıldır?
- Uygulama sonunda öğrencilerin üstbilişsel bilgi ve becerileri ne düzeydedir?

Sayıtlar

Öğrencilerin etkinlik kağıtlarına düşünme süreçlerini, nedenlerini açık bir şekilde aktarabildikleri, öğretim sırasında öğrenciler ile yapılan yarı-yapılandırılmış görüşmeler sırasında düşüncelerini doğru bir şekilde ifade edebildikleri varsayılmaktadır.

Sınırlılıklar

Bu araştırmada Burdur İlinde öğrenim gören 3 özel yetenekli öğrenci ile çalışılmıştır. Çalışmada bu 3 öğrenci ile çalışılmasının nedeni, öğrenim gördükleri kurumda tek başına ders almalarıdır. Bu öğrenciler uygulama zamanında 9.sınıfta öğrenim görmekteydiler. Öğrencilerin 9.sınıfta öğrenim görmeleri çalışmanın sınırlılığıdır.

Tanımlar

Özel yetenekli öğrenci. Akranlarına göre daha çabuk öğrenen, yaratıcı, sanatsal yetenekleri olan ve liderlik özelliklerine sahip, üst düzey akademik yeteneğe sahip, soyut düşüncesi gelişmiş, ilgilendiği alanda kendi başına çalışabilen ve ileri seviyede performans gösteren kişi (Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği, 2018). MEB tarafından özel yetenekli olarak tanımlanan öğrenciler

(Zeka puanı 130 ve üzeri olan öğrenciler) BİLSEM'de öğrenim görebilmektedir. Çalışma grubunda yer alan öğrenciler MEB tarafından özel yetenekli olarak tanımlanmış öğrencilerdir.

Üstbiliş. Kişinin bilişsel süreçleri hakkında bilgi sahibi olması ve bu süreçleri yönetme yeteneği (Brown, 1987). Belirli bir bilişsel göreve nasıl başlanılacağına planlanması, anlama becerisinin izlenmesi ve bir görevin tamamlanması yönünde ilerlemenin değerlendirilmesi faaliyetleridir (Livingston, 2003).

Bölüm 2

Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar

Araştırmanın Kuramsal Temeli

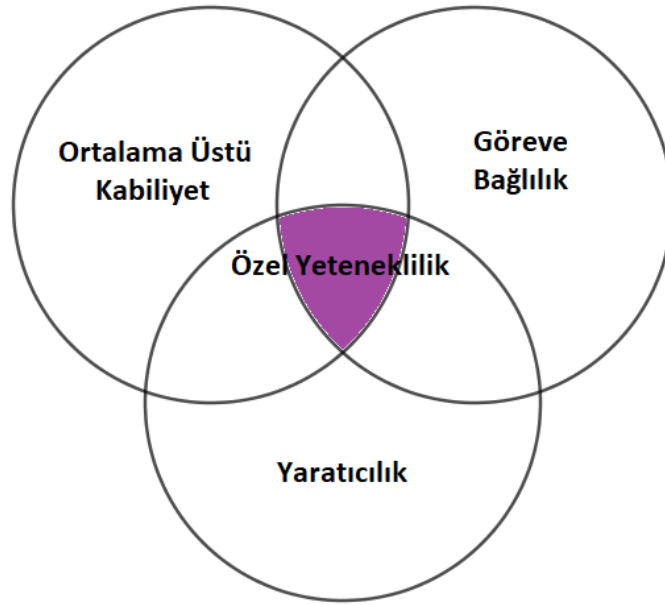
Özel yeteneklilik. Üstün yetenekli veya özel yetenekli kavramı son zamanlarda birbiri yerine kullanılan kavramlar olmaya başlamıştır. İngilizcesi “gifted” olan bu kavram Türkçe çalışmalarda üstün yetenekli veya özel yetenekli olarak kullanılmaktadır. Milli Eğitim Bakanlığı Özel Eğitim ve Rehberlik Hizmetleri Genel Müdürlüğüne çıkarılan uygulama planı, yönerge ve yönetmeliklerde üstün yetenekli yerine özel yetenekli ifadesi kullanılmaktadır (MEB, 2013; MEB, 2016; Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği, 2018). Bu çalışmada da üstün yetenekli yerine özel yetenekli ifadesi kullanılmıştır.

Sir Francis Galton’un 1896’da yazdığı Kalıtsal Deha adlı kitabı (The Hereditary Genius) özel yetenek kavramını tanımlama çalışmalarından ilki olarak kabul edilmektedir (Bildiren, 2013). ABD’li psikolog Lewis M. Terman’ın (1926) yayınladığı çalışmada özel yetenekliliği, yüksek zekâ katsayısıyla (Intelligence Quotient [IQ]) ilişkilendirmiştir (Renzulli, 1978). 1960’lı yıllara kadar yapılan çalışmaların birçoğunda özel yeteneklilik için IQ ölçüt alınmıştır (VanTassel-Baska, 2005). 1978’de Amerika Eğitim Ofisi (USOE), klasik IQ ölçütü haricinde sanatta özel yetenekli çocuklardan liderlik özelliğine sahip çocuklara kadar farklı alanlarda özel yetenek alanları ortaya çıkaracak bir tanım yapmıştır. Bu tanıma göre özel yetenekli; yaratıcı, genel ve özel akademik yeteneği, liderlik becerileri olan, sanat alanında yetenekleri yaşitlarına göre daha üst düzey olan bireylerdir (Bildiren, 2013). Feldhusen ve Hoover (1986) ise özel yeteneklilik kavramını zeka, özel yetenek, benlik algısı, sonuç odaklı motivasyon ve sunulan bir şeyi başarmak ile ilişkilendirmişlerdir.

Brody ve Stanley (2005) özel yetenekliliği alana özgü yetenek olarak tanımlamıştır. Bu tanıma göre özel yeteneklilik, matematik, sözel mantık, uzamsal, mekanik gibi alanlara özgü üstün muhakeme yeteneği ortaya koyabilen ve yaşitlarına göre bu alanlarda erken gelişmişlik gösteren bireylerdir (Brody ve Stanley, 2005). Özel yeteneklilik, alana özgü yetenek olarak tanımlandıktan sonra, özel yeteneklilik kavramı, zekânın özel bir alanında, ortalamanın üstünde performans gösterme olarak tanımlanmıştır (Feldhusen, 1996). Yapılan tanımlardan

görülmektedir ki özel yeteneklilik kavramı sadece IQ ile sınırlı olmayıp birçok faktör ile ilişkilidir. Özel yetenekliler ile ilgili yapılmış birçok çalışma ve ortaya konulan kuramlar vardır. Burada özel yeteneklilik kavramını IQ sınıflamasından çıkarıp farklı özellikler ekleyen ve alan yazında yapılmış çalışmaların da sıkça atıfta bulunduğu kuramlara yer verilecektir. Bunlar, Renzulli'nin (1978) üç halka kuramı, Gagne'nin (1985) ortaya koymuş olduğu model ve Sternberg ve Zhang'ın (1995) beşgen kuramıdır.

Renzulli üç halka kuramı ile özel yetenekli bireylerin ortalama üstü kabiliyet, göreve bağlılık ve yaratıcılık olmak üzere özel yetenekliliği bu üç temel özelliğin kesişimi olarak tanımlar ve bunu şekil 1'deki gibi modeller (Renzulli, 2005).



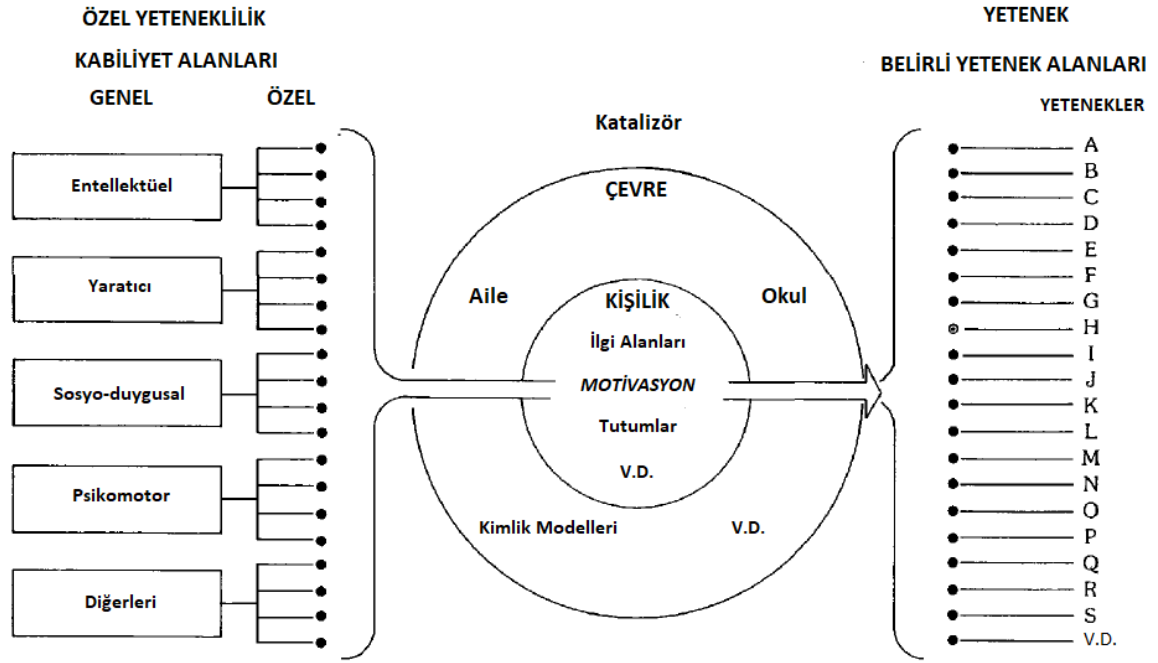
Şekil 1. Renzulli'nin Üç Halka Kuramı (Renzulli, 2005).

Şekil 1'de yer alan "ortalama üstü kabiliyet", genel ve özel (alana özgü) kabiliyet olmak üzere iki yolla tanımlanabilir. Genel kabiliyetler; işlem bilgisi kapasitesi, deneyimlerini yeni durumlara uyarlayabilmesi, soyut düşünebilme kapasitesini içermektedir ve bu kabiliyetler genellikle genel zeka ve geleneksel öğrenme testleri ile ölçülür. Özel kabiliyetler, bir alanda uzmanlaşmış bir veya daha fazla faaliyette bilgi, beceri veya kabiliyet edinme kapasitesidir (Renzulli, 2005). Kimya, bale, matematik, müzik kompozisyonu, heykel, fotoğrafçılık özel kabiliyet örnekleridir. Renzulli (2005) "ortalama üstü" kavramını herhangi bir alanda üst seviyede bir potansiyele sahip olma olarak yorumlamaktadır.

Renzulli'nin kuramında yer alan "göreve bağlılık", yaratıcı ve üretken kişilerde bulunan bir motivasyon biçimidir. Sebat, dayanıklılık, sıkı çalışma, kendini işe adama, özgüven, önemli bir işi yürütme yeteneğine olan inanç ve ilgi duyduğu alanlarda uyguladığı eylemler, göreve bağlılık terimi için sıklıkça kullanılan özelliklerdir. Renzulli (2005), göreve bağlılığın, genel bilişsel yetenekler kadar kolay ve nesnel olarak tanımlanamasa da, özel yeteneklilik için önemli bir bileşen olduğunu ifade etmektedir.

Üç halka kuramında yer alan son özellik kümesi ise yaratıcılıktır. Özel yetenekliler ile ilgili literatür incelendiğinde, özel yetenekli, dahi, üstün ve yaratıcı kelimelerinin birbiri yerine kullanıldığı ve kişinin özel yetenekli olarak belirlenmesinde yaratıcı başarılarının önemli olduğu görülmektedir (Renzulli, 2005). Yaratıcılık yeni, farklı bir fikir veya ürün ortaya koymak olarak tanımlanabilir ve bireyin olağan dışı düşünmesi, farklı yollar kullanması yaratıcılığın ortaya çıkmasını sağlar (Bildiren, 2013). Üç halka kuramına göre yaratıcılık, gerektiğinde risk alma, açık ve anlaşılır olma, ürettiklerinde özgün olma, sonuçları rahatça tahmin edebilme, problem çözebilme yeteneği gibi özelliklerden oluşmaktadır (Karabey ve Yürümezoğlu, 2015).

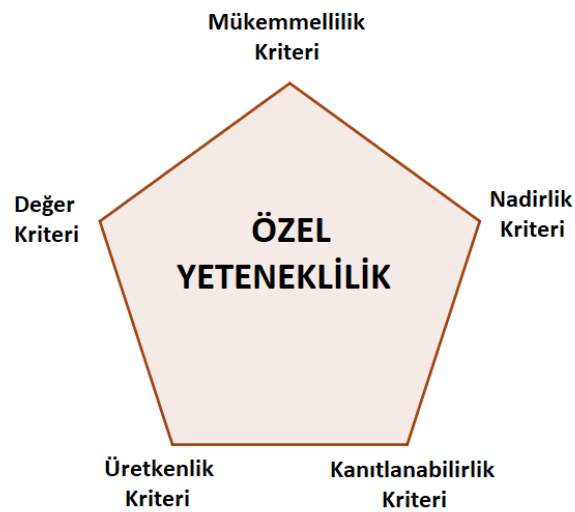
Gagne, özel yeteneklilik ve yetenek arasındaki farkı vurguladığı çalışmasında özel yeteneklilik ve yetenek kavramlarını ayrıntılı tanımlamış, aralarındaki ilişkileri belirterek farklılıklarını ortaya çıkaracağı bir model geliştirmiştir (Gagne, 1985). Gagne'ye göre özel yeteneklilik, bir veya birden çok alanda ortalamanın oldukça üstünde bir kabiliyete sahip olmaya karşılık gelir. Yetenek ise insanın bir veya birden çok alanda ortalamanın oldukça üstünde bir performans göstermesidir (Gagne, 1985). Gagne'nin modelinde özel yetenekliliğin 4 temel alanı vardır; entelektüel yetenek, yaratıcı yetenek, sosyo-duygusal ve psikomotor beceriler. Bireyin bu alanlarda sahip olduğu yeterlikler, çevre faktörleri (aile-okul) ve kişisel özellikleri (ilgi, motivasyon, tutum) ile özel alan yeteneğine dönüşmektedir (Gagne, 1985). Gagne modelini Şekil 2'deki şema ile açıklamaktadır (Gagne, 1985).



Şekil 2. Gagne'nin (1985) özel yeteneklilik ve yetenek kavramlarına yönelik farklılaştırılmış modeli.

Bu model özel yetenekliliği bir veya daha fazla yeterlik alanında olağanüstü yeterlik sunmak olarak, yeteneği ise bir veya daha fazla insan faaliyeti alanında olağanüstü performans göstermek olarak tanımlamaktadır (Gagne, 1985).

Sternberg ve Zhang'ın (1995) ortaya koyduğu beşgen kuramının amacı bireyi özel yetenekli kılan özellikler hakkında insan fikirlerini yakalamak ve sistematik hale getirmektir. Sternberg ve Zhang (1995), beşgen kuramını şekil 3'deki şema ile özetlemektedir.



Şekil 3. Sternberg ve Zhang'ın (1995) beşgen kuramı.

Beşgen kuramına göre bir kişiyi özel yetenekli olarak tanımlayabilmek için Şekil 3'de yer alan mükemmellik, nadirlik, kanıtlanabilirlik, üretkenlik ve değer kriterleri vardır. Mükemmellik kriteri, bireyin bir veya birkaç alanda akranlarına göre oldukça üstün performans göstermesidir (Sternberg ve Zhang, 1995). Nadirlik, mükemmellik kriterini destekleyen bir kriterdir ve bireyin üstün performans gösterdiği alanda akranlarına göre nadir görülen yüksek bir nitelik seviyesine sahip olması gerektiğini belirtir (Sternberg ve Zhang, 1995). Kanıtlanabilirlik kriteri, bireyin üstün performans gösterdiği alandaki özel yeteneğinin, geçerli bir değerlendirmeye sahip bir veya birden fazla test aracılığıyla gösterilebilir olması gerektiğini belirtir (Sternberg ve Zhang, 1995). Üretkenlik kriteri, bireyin özel yetenekli olarak değerlendirildiği alanda potansiyel olarak üretkenliğe yol açması gerektiğini belirtir (Sternberg ve Zhang, 1995). Değer kriteri ise, özel yetenekli olarak tanımlanacak bireyin, toplum tarafından değer verilen bir alanda üstün performans göstermesi gerektiğini belirtir (Sternberg ve Zhang, 1995).

Özel yetenekliliğin, performans gerektiren gelişimsel bir süreç olduğuna ilişkin yapılmış çalışmalar dikkat çekmektedir (Horowitz, Subotnik ve Matthews, 2009). Bu çalışmalarda özel yeteneklilik performansının ortaya çıkmasına etki eden faktörler üzerinde durulmaktadır ve özel yeteneklilerin eğitiminde yeteneklerin geliştirilmesinin önemli olduğu belirtilmektedir (Subotnik, Olszewski-Kubilius ve Worrell, 2011).

Özel yetenekliler alanında yapılmış çalışmalar, özel yetenekli bireyin tanımlanmasında da önemli rol oynamıştır. Özel eğitim hizmetleri yönetmeliğinde (2018), özel yetenekli birey; akranlarına göre daha çabuk öğrenen, yaratıcı, sanatsal yetenekleri olan ve liderlik özelliklerine sahip, üst düzey akademik yeteneğe sahip, soyut düşüncesi gelişmiş, ilgilendiği alanda kendi başına çalışabilen ve ileri seviyede performans gösteren kişi olarak tanımlanmıştır. Ülkemizde özel yetenekli olarak tanımlanan öğrenciler örgün eğitimin içinde veya destek eğitimi olarak örgün eğitimin dışında farklı öğretim kurumlarında eğitimlerine devam etmektedirler (Araştırma Geliştirme Eğitim ve Uygulama Merkezi, BİLSEM, Destek Eğitim Odaları). Üniversiteler tarafından özel yetenekli olarak tanımlanan öğrenciler, üniversitelerin kendi bünyelerinde açtıkları eğitim programlarına devam edebilmektedir (Anadolu Üniversitesi ÜYEP vb.). Özel yetenekli öğrencilerin öğrenim gördükleri özel eğitim kurumları da vardır (TEV İnanç Türkeş Özel Lisesi

vb.). Özel yetenekli öğrencilerin en fazla eğitim gördükleri kurum ise, genel zihinsel, görsel sanatlar ve müzik yetenek alanlarında özel yetenekli olan öğrencilerin okul saatleri dışında eğitim aldıkları, bu öğrencilerin yeteneklerini en üst düzeyde göstermelerini sağlamak amacıyla destek eğitim hizmeti vermek üzere açılan kurumlar olan Bilim ve Sanat Merkezleridir (BİLSEM) (Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği, 2018).

MEB tarafından ilkokul 1, 2 ve 3.sınıflarda yapılan merkezi test ve mülakatlar ile özel yetenekli olarak tanımlanan öğrenciler istekleri doğrultusunda lise öğrenimlerinin sonuna kadar BİLSEM’de öğrenim görmektedir. Bakanlık öğrencileri üç farklı alanda özel yetenekli olarak tanımlamaktadır. Bunlar, genel zihinsel, görsel sanatlar ve müzik alanlarıdır. BİLSEM’de öğrenim gören öğrenciler yeni kayıt yaptırdıklarında aldıkları uyum programından sonra özel yetenekli tanımlandıkları alanlara göre programlarına devam etmektedirler. Görsel sanatlar ve müzik alanında özel yetenekli olarak tanımlanan öğrenciler özel yetenekleri geliştirme programında eğitim görmekte iken genel zihinsel alanda özel yetenekli olarak tanımlanan öğrenciler sırasıyla destek eğitim, bireysel yetenekleri fark ettirme, özel yetenekleri geliştirme programlarını takip etmektedirler. Tüm alanlardaki öğrenciler, özel yetenekleri geliştirme programını başarıyla tamamladıklarında öğrenci-öğretmen ve veli tarafından öğrencinin daha başarılı olacağı düşünülen bir alanda danışman öğretmen rehberliğinde bireysel veya grupta yürütülen proje üretimi ve yönetimi programına geçmekte ve liseden mezun olana kadar bu programında eğitim görmektedirler.

Üstbiliş. Belirli alanlarda yüksek performans gösteren kişiler, ilgili bilgilere kolay bir şekilde erişebilir, sorunlu durumları farklı şekillerde değerlendirebilir, öğrenmeye yönelik stratejileri etkili ve esnek bir şekilde kullanabilir ve daha iyi üstbilişsel becerilere sahip olabilirler (Rabinowitz ve Glasser, 1985). İlk kez John Flavell tarafından literatüre kazandırılmış olan üstbiliş kavramı, bireyin kendi düşünme süreci hakkında bilgi sahibi olması ve bu süreçleri yönetebilmesi anlamına gelen bir kavramdır (Özsoy, 2007). Yapılan Türkçe çalışmalarda üstbiliş yerine yürütücü biliş, metabiliş, biliş bilgisi, biliş ötesi, biliş üstü, bilişsel farkındalık terimleri de kullanılmıştır (Doğanay, 1996; Özer, 1998; Selçuk, 1999, Demirel, 2003; Namlu, 2004; Duman, 2008; Senemoğlu, 2012). Flavell’e (1976) göre üstbiliş, kişinin kendi bilişsel süreçleri ile ilgili tüm faaliyetler hakkındaki bilgisidir. Ayrıca üstbiliş, bilişsel

nesnelerin ve verilerin aktif olarak izlenmesi, düzenlenmesi ve yönetilmesidir (Flavell, 1976). Üstbiliş, bireyin kendi düşünmesi hakkındaki düşünmesidir (Rickey ve Stacey, 2000). Bireyin kendi düşünce sistemi hakkındaki bilgileri ve bunları yönetmesidir (Brown, 1987). Bireyin öğrenme faaliyetleri, ne bildiği ve bilişsel durumu hakkındaki farkındalığıdır (Hennessey, 2003). White, üstbiliş kavramına ait dört özelliği tanımlamıştır. Bunlar; biliş hakkında ileri düzey bilgi, kendi düşüncelerinin farkındalığı, düşünmenin düzenlenmesi ve hazır bulunuşluktur (White, 1988). Üstbiliş kavramı üst düzey düşünme faaliyetlerini içeren çok boyutlu bir kavramdır ve bu nedenle araştırmacılar üstbilişsel bilgi ve faaliyetleri birbirinden ayırt edebilmek için farklı sınıflandırmalar ortaya koymuşlardır (Yürük, 2014).

Flavell'e (1979) göre üstbiliş; üstbilişsel bilgi, üstbilişsel deneyim, hedefler ya da görevler ve eylem-stratejiler olmak üzere dört çeşit bilgi ve faaliyetlerin etkileşimi sonucu gelişir. Flavell (1979) bu modelde en önemli öğelerin üstbilişsel bilgi ve deneyim olduğunu belirtmiştir.

Flavell'in (1979) üstbilişle ilgili yaptığı sınıflandırma Şekil 4'te yer almaktadır.



Şekil 4. Flavell'in (1979) üstbiliş sınıflandırması (Yürük, 2014).

Üstbilişsel bilgi, bireyin bilişsel süreçlerini hangi faktörlerin etkilediği konusundaki bilgi veya inançlarıdır. Bu kategoride üç değişken vardır ve bunlar birey, görev ve strateji değişkenleridir. Birey değişkeni, kişinin kendi doğası ile ilgili tüm bilgilerini içerir. Görev değişkeni ise bilişsel görevler sırasında bireye sunulan bilgilerdir. Strateji değişkeni ise hangi hedeflerin gerçekleştirilmesinde hangi stratejilerin etkili olacağı konusundaki bilgileri içerir (Flavell, 1979). Flavell'in sınıflandırmasında diğer bir kategori üstbilişsel deneyimdir. Bu deneyim bireyin

bilişsel girişimlerindeki zihinsel faaliyetlerinden farkında olmasıdır. Flavell (1979), üstbilişsel deneyimlerin, bilişsel hedefler ve görevler, üstbilişsel bilgi, beceri ve stratejiler üzerinde önemli etkileri olduğunu ifade eder.

Üstbilişle ilgili literatürde oldukça yer bulan diğer bir sınıflandırma ise Schraw ve Moshman'a (1995) aittir. Biliş bilgisinin üçe ayrıldığı bu sınıflandırmada bildirimsel bilgi, yordam bilgisi ve durumsal bilgi vardır. Flavell'den farklı olarak, Schraw ve Moshman (1995) bilişin düzenlenmesi içerisinde üç çeşit bilişsel etkinliği ele almıştır (Şekil 5).



Şekil 5. Schraw ve Moshman'ın (1995) üstbiliş sınıflandırması.

Schraw ve Moshman'ın (1995) üstbiliş sınıflandırmasında biliş bilgisinin içinde yer alan bildirimsel bilgi bileşeni, kişinin kendisi ve performansını etkileyen faktörler hakkındaki bilgiyi içerir. Yordam bilgisi, bir görevin gerçekleştirilmesinde kullanılacak stratejilerden hangisinin nasıl kullanılacağına dair bilgidir. Durumsal bilgi ise bireyin farklı bilişsel etkinliklerin hangi durumda, ne zaman ve nasıl uygulanacağı ile ilgili bilgisidir. Bilişin düzenlenmesi bileşeninde yer alan planlama, bir görevin gerçekleştirilmesi için uygun stratejilerin seçilmesini ve kişinin başarısını etkileyen durumların belirlenmesini içerir. İzleme, bireyin kendi anlaması ve görev performansı konusundaki anlık farkındalığıdır. Değerlendirme ise kişinin kendi öğrenme faaliyeti sürecinde, süreç sonundaki çıktıları ile süreç başındaki hedeflerini mukayese ederek kendi öğrenmesi, performansı ve tercih ettiği stratejiyle ilgili bir sonuca ulaşmasıdır.

Üstbilişe yönelik yapılan çalışmalarda üstbilişsel becerilerin öğretilebileceği ya da öğretim ortamlarında aktif hale getirilebileceği ortaya konulmuştur (Yürük, 2014). Schraw (1998) üstbilişin öğretiminde dört yolun izlenmesi gerektiğini belirtmektedir. Bunlar; üstbilişin önemine dair öğrencilerde genel bir farkındalık

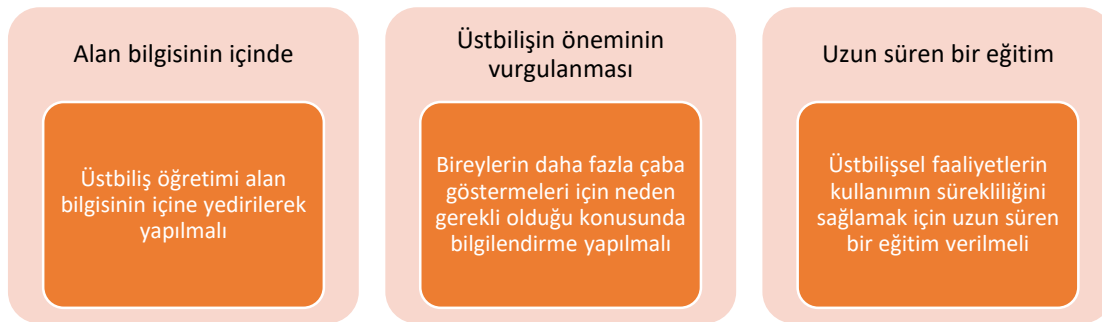
oluşturma, üstbilişsel bilginin geliştirilmesi, bilişin düzenlenmesinin geliştirilmesi ve üstbilişsel farkındalığın sağlanması için öğrenme ortamlarının geliştirilmesidir.

Schraw (1998), bilişin düzenlenmesi için düzenleyici kontrol listelerinin kullanılmasını önermektedir. Düzenleyici kontrol listesinde bir görevle ilgili öğrencinin planlama izleme ve değerlendirme yapabilmesine olanak sağlayan soru içerikli yönlendirmeler bulunmaktadır. Bu sorulara Şekil 6'da yer verilmiştir.

Planlama	İzleme	Değerlendirme
<ul style="list-style-type: none">"Görevin yapısı nedir?""Hedefim nedir?""Görevi tamamlamak için hangi bilgilere ve stratejilere ihtiyacım var?""Ne kadar zamana ve hangi kaynaklara ihtiyacım var?"	<ul style="list-style-type: none">"Yaptığım şeyi net olarak anladım mı?""Görev mantıklı mı?""Hedeflerime ulaşıyor muyum?""Herhangi bir değişiklik yapmam gerekli mi?"	<ul style="list-style-type: none">"Hedeflerime ulaştım mı?""Neler iyi çalıştı (yolunda gitti)?""Neler çalışmadı?""Bir dahaki sefere neyi farklı yapmalıyım?"

Şekil 6. Düzenleyici kontrol listelerinde yer alması gereken sorular.

Flavell (1979), öğrencilerin üstbilişsel bilgi ve izleme becerilerinin miktarını ve kalitesini artırmaya yönelik yapılacak sistematik bir öğretimin yapılabilir olduğunu düşünmektedir. Veenman ve diğerleri (2006) üstbiliş eğitiminin Şekil 7'de belirtildiği gibi yapılmasını önermişlerdir.



Şekil 7. Üstbiliş eğitimi için yapılması gerekenler (Veenman, vd., 2006).

İlgili Araştırmalar

Bu bölümde öncelikle üstbiliş ile ilgili yapılmış çalışmalar, daha sonra özel yetenekli öğrenciler ile ilgili yapılan çalışmalar ve son olarak özel yetenekli

öğrencilerin üstbilişsel bilgi ve becerilerine yönelik yapılmış çalışmalara değinilecektir.

Üstbiliş ile ilgili yapılan çalışmalar. Üstbiliş ile ilgili yapılan çalışmalar; üstbilişin ölçülmesine yönelik araç geliştirme çalışmaları, üstbilişsel bilgi ve becerilerinin gelişiminin incelendiği çalışmalar, üstbilişsel stratejilerin öğretimine yönelik çalışmalar, üstbilişsel stratejilerin kullanımının incelendiği çalışmalar, üstbilişsel bilgi ve beceriler bağlamında farklı matematiksel alt bileşenlere yönelik başarı ve becerilerin incelendiği çalışmalar başlıkları altında incelenmiştir.

Üstbilişin ölçülmesine yönelik araç geliştirme çalışmaları. Schraw ve Dennison (1994) üstbilişsel farkındalığı değerlendirmek için 52 maddeden oluşan bir ölçek geliştirmişlerdir. Maddeler, biliş bilgisi ve bilişin düzenlenmesi bileşenleri altında 8 alt bileşende sınıflandırılmıştır. Faktör analizi sonucunda faktörler güvenilir ($\alpha = .90$) ve birbirleriyle bağlantılı ($r=.54$) çıkmıştır.

O'neil ve Abedi (1996), üstbilişsel becerileri ölçmek için alternatif bir değerlendirme aracı geliştirmişlerdir. 20 maddeden oluşan değerlendirme aracı, planlama, izleme, bilişsel stratejiler ve farkındalık olmak üzere 4 alt bileşenden oluşmakta ve her alt bileşende 5 madde bulunmaktadır. 12.sınıf öğrencilerinin değerlendirme aracına verdikleri cevaplar ile analizi gerçekleştirilen çalışmanın güvenilir olduğu ($\alpha > .70$) ve her alt bileşenin bir alt faktör olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Namlu (2004), öğrenme sürecinin daha etkili hale gelebilmesi için öğrencinin üstbilişsel öğrenme stratejilerinin belirlenmesini sağlayacak bir ölçme aracına gereksinim duyulduğunu belirtmiş ve bu ihtiyacı karşılamak adına bir ölçme aracı geliştirmiştir. Çalışma grubunda 655 üniversite öğrencinin yer aldığı çalışmada ölçme aracı ilk olarak 30 madde olarak uygulanmıştır. Ölçeğin geçerlik ve güvenilirlik çalışmalarından sonra madde sayısı 21'e düşürülmüştür. Yapı geçerliği sonuçlarından ölçeğin 4 faktör yapısına sahip olduğu belirlenmiştir.

Akın, Abacı ve Çetin (2007) yaptıkları çalışmada Schraw ve Dennison (1994) tarafından geliştirilen üstbilişsel farkındalık envanterini Türkçe'ye çevrilmiştir. 607 üniversite öğrencisi ile yapılan geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları sonucunda orijinal test ile testin Türkçe formu arasında uyum geçerliği .95 çıkmıştır. Testin Türkçe formunun güvenilirlik katsayısı da .95 olarak bulunmuştur.

Yıldız, Akpınar, Tatar ve Ergin (2009), ortaokul öğrencileri için üstbiliş ölçeği geliştirmişlerdir. 426 ortaokul öğrencisi ile yapılan çalışmada 30 maddelik bir test

geliştirilmiştir. Açıklayıcı bilgi (bildirimsel bilgi), yöntemsel bilgi (yordam bilgisi), koşulsal bilgi (durumsal bilgi), planlama, kendini kontrol etme, bilişsel stratejiler, kendini değerlendirme ve kendini izleme faktörlerinin yer aldığı testin güvenilirlik ve geçerlik çalışmaları yapılmış ve sonuçlar, testin kullanılabilir yapıda olduğunu göstermiştir.

Whitebread ve diğerleri (2009), 3-5 yaş aralığındaki çocuklarda üstbilişselliğin tanımlanması ve değerlendirilmesine yönelik gözlem aracı geliştirmişlerdir. Çalışmada gözlem araçlarının geliştirilmesi, bu yaş grubundaki çocukların üstbilişsel yetenekleri hakkında daha geçerli değerlendirmeler yapılmasını sağlamıştır. 582 adet video kaydının analizi sonucunda olaylar tanımlanmış, sözel ve sözel olmayan göstergeler kodlanmıştır. Geliştirilen gözlem aracının, çocukların üstbiliş becerilerinin gelişmesini de sağlayacağı için çok faydalı olduğu belirtilmiştir.

Üstbilişsel bilgi ve becerilerin gelişimine yönelik yapılan çalışmalar.

Paris ve Winograd (1990), üstbilişselliği ve motivasyonu teşvik etmenin önemini vurguladıkları çalışmada öğrencilerin çok sıklıkla, okulda öğrenmenin önüne geçen, etkili öğrenme stratejilerinin transferini engelleyen zayıflatıcı beklentiler ve davranışlar geliştirdiklerini belirtmişlerdir. Öğrencilerin düşünmeyi öğrenmelerine yardımcı olacak üstbilişsel açıklama, yapılandırıcı eğitim, bilişsel koçluk ve işbirlikli öğrenme olmak üzere dört genel öğretim türü tanımlamışlardır. Öğretmenlerin, öğrencilerine okurken, yazarken ve hesap yaparken nasıl düşüneceklerini öğretmeleri için bu yöntemleri uygulayabileceklerini önermişlerdir.

Blank (2000), iki şubenin fen bilgisi dersinde 3 ay boyunca öğrencilerin aynı ekoloji içeriğini incelediği bir öğretim gerçekleştirmiştir. Bir şubede fen bilgisi geliştirme çalışması yaklaşımı kullanılırken diğer şubede üstbilişsel yaklaşım kullanılmıştır. Sadece üstbilişsel yaklaşımın kullanıldığı sınıfta öğrencilerden fen fikirlerini ortaya koymaları ve kavramları tartışmaları istenmiştir. Çalışma sonucunda, üstbilişsel yaklaşımın uygulandığı şubede öğrencilerin ekoloji hakkında daha fazla içerik bilgisi kazanmadıkları ancak ekoloji anlayışlarında daha kalıcı bir yeniden yapılanma yaşadıkları gözlenmiştir.

Case ve Gunstone (2002), üstbilişsel gelişimin öğrenme yaklaşımlarında bir kayma olarak görülebileceğini tartıştıkları çalışmada üstbilişsel gelişimi incelemek için öğrencilerin derin yaklaşımlar ve kavramsal anlamalarını geliştirmeleri beklenmiştir. Çalışma sonucunda öğrenciler üstbilişsel olarak gelişme

gösterememiştir. Araştırmacılar, üstbilişsel becerilerin gelişmesinin uzun bir sürede gerçekleştiğini ve öğretmenler ile öğrencilerin birlikte çaba harcaması gerektiğini belirtmişlerdir.

Veenman, Wilhelm ve Beishuzien (2004), zeka ve üstbilişsel beceriler arasındaki ilişkiyi gelişimsel açıdan değerlendirdikleri çalışmada üstbilişsel beceri gelişime ile zekanın ne ölçüde ilişkili olduğunu tespit etmişlerdir. Çalışmada 4 farklı katılımcı grubu (4., 6., 8. Sınıf ve üniversite öğrencileri) farklı alanları temsil eden dört öğrenme görevi gerçekleştirmiş, her katılımcının zeka, üstbilişsel becerisi ve öğrenme performansları değerlendirilmiştir. Çalışma sonucunda üstbilişsel becerilerin kişiye özgü olduğu ve zekadan bağımsız olarak öğrenme performansını geliştirdiği ve katkıda bulunduğu tespit edilmiştir.

Demircioğlu (2008), üstbilişsel bilgi ve becerileri geliştirmeye yönelik eğitim durumları tasarlamış, bunları matematik öğretmen adaylarına uygulamış ve bu durumların, öğretmen adayların üstbilişsel davranışlarına etkisini incelemiştir. Tasarlanan eğitim durumlarında yazma, sesli düşünme, çiftli problem çözme, davranış kartlarını sıraya dizme teknikleri kullanılmıştır. İki katılımcıdan elde edilen bulgular sonucunda, katılımcıların üstbilişsel davranışlarının ve bu konudaki farkındalıklarının arttığı sonucuna ulaşılmıştır.

Downing, Kwong, Chan, Lam ve Downing (2009) Hong Kong Üniversitesi'nde iki farklı programda öğrenim gören 66 öğrencinin üstbilişsel gelişimlerini incelemiştir. Bir programda tamamen probleme dayalı öğrenme ve öğretme yaklaşımını kullanılırken diğer programda daha geleneksel yöntemler kullanılmıştır. Bir öğretim yılı süren bu çalışmada öğrencilerin üstbilişleri, Öğrenme ve Çalışma Stratejileri Envanteri ile belirlenmiştir. Probleme dayalı öğrenme ve öğretme yaklaşımının kullanıldığı programdaki öğrencilerin üstbilişsel becerileri daha fazla gelişmiştir. Araştırmacılar bunu, bireyin üstbilişsel becerilerinin dışarıdan bir görev ile karşılaştığında, işler ters gittiğinde ve yeni durumlar ile karşılaştığında daha çok kullanılması olarak açıklamışlardır.

Baltacı ve Akpınar (2011), öğretim ortamında yapılan değişiklik ile öğrencilerin üstbiliş düzeylerini incelemiştir. Araştırmacılar tarafından geliştirilen web tabanlı öğretimin, öğrencilerin üstbiliş farkındalık düzeyine etkisinin araştırıldığı çalışmada 86 ilköğretim öğrencisi ile kontrol gruplu bir model kullanılmıştır. Deney grubuna geliştirilen web tabanlı öğretim yapılırken kontrol grubunda ise öğretim sürecine bir müdahale de bulunulmadan derslere devam edilmiştir. Çalışma

sonucunda elde edilen bulgulardan web tabanlı öğretimin, öğrencilerin üstbiliş farkındalık düzeylerini arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır.

Yurdakul ve Demirel (2011)'in yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının üstbiliş farkındalığına katkısını inceledikleri çalışma altıncı sınıf sosyal bilimler dersinde yürütülmüştür. Kontrol ve deney grubu olmak üzere 68 öğrenciden oluşan çalışma grubundan veriler, üstbiliş farkındalık ölçeği, öğrenenlerin yansıtıcı günlükleri, üstbilişsel düşünme kayıtları ve yapılandırılmış gözlem yoluyla toplanmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda web tabanlı öğretim gibi yapılandırmacı yaklaşım ile tasarlanan programın öğrenenlerin üstbiliş farkındalıklarını geliştirmede etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Van der Stel ve Veenman (2010), ortaokula yeni başlayan 12-14 yaşlarındaki 32 öğrenci ile iki yıl süren boylamsal bir araştırma yapmıştır. Üstbilişsel becerilerin gelişimine yönelik olan bu çalışmada öğrenciler tarih alanında bir metin çalışması ve matematik alanında ise problem çözme görevlerini yüksek sesle düşünerek yerine getirmişlerdir. Çalışma sonucunda öğrencilerin üstbilişsel becerilerinin geliştiği gözlemlenmiştir. Ayrıca üstbilişsel becerinin de öğrenmeye katkıda bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Üstbilişsel bilgi ve beceriler bağlamında yapılan çalışmalar. Sezgin-Memnun ve Akkaya (2009), öğretmen adaylarının üstbilişsel farkındalık düzeylerini belirlemiş ve bu farkındalıklarını sınıf düzeyleri ve cinsiyete göre incelemiştir. 263 öğretmen adayı ile yapılan çalışma sonucunda cinsiyete göre üstbilişsel farkındalık puanlarında bir fark çıkmazken, sınıf düzeylerine göre bir fark olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Şengül ve Erdoğan (2013), ortaokul öğrencileri ile yaptıkları çalışmada öğrencilerin cebirsel olarak verilen problemleri çözme başarılarını incelemiştir. 235 ilköğretim öğrencisine üstbilişsel bilgiye yönelik matematik başarı testi uygulamışlar ve öğrencilerin çözümlerini üstbilişsel bilgi türlerine göre değerlendirmişlerdir. Çalışma sonucunda bildirimsel bilgi boyutuna yönelik öğrencilerin sınıf seviyelerine göre bir fark bulunmamıştır. Yordam bilgisi ve durumsal bilgi boyutlarında ise öğrenci çözümlerinin sınıf seviyelerine göre farklılık gösterdiği sonucu ortaya koyulmuştur.

Aydemir (2014), uzaktan eğitim ders içerikleri ile ilgili bir çalışma yapmıştır. Farklı üstbilişsel stratejilere göre etkinlikler oluşturmuş ve bu etkinlikleri öğrencilere uygulamıştır. Uzaktan eğitim ile ders alan öğrencilerin üstbiliş seviyelerindeki

değişim düzeyini incelemiştir. 30 açıköğretim fakültesi öğrencisinin katılımcı olduğu çalışmanın sonucunda hazırlanan etkinlikler ile gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin üstbilişsel seviyelerini arttırdığı tespit edilmiştir.

Özkaya (2013), üstbilişsel olarak zenginleştirilmiş web tabanlı öğretim etkinliğinin, öğrencilerin hücre bölünmesi ve kalıtım konularını öğrenmelerine etkisini incelediği çalışmada 125 öğrenci ile uygulamalar yapmıştır. Üstbilişsel faaliyetlere dayalı etkinliklerle öğretim yapılan grup ile web tabanlı ortamda üstbilişsel becerilere dayalı etkinliklerle öğretim yapılan öğrencilerin konuları öğrenmede başarılı oldukları gözlenmiştir. Üstbiliş boyutları açısından ise bildirimsel bilgi, bilişsel strateji, kendini kontrol, durumsal bilgi alt boyutlarında web ortamında öğrenim görmüş deney grubundaki öğrenciler yönünde anlamlı bir değişim gözlenmiştir. Yordamsal bilgi, planlama, kendini değerlendirme ve kendini izleme alt boyutlarında ise bir değişim gözlenmemiştir.

Sarı (2012), cebirsel ifadeler ve denklemler konularına yönelik üstbiliş stratejilerinin kullanımının desteklediği bir öğretim tasarlamıştır. Tasarlanan bu öğretimin 7.sınıf öğrencilerinin kavramsal ve işlemsel bilgilerini geliştirmesinde etkili olup olmadığı incelenmiştir. Çalışma sonuçlarında üstbiliş stratejilerinin kullanıldığı öğretim etkinliklerinin öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgilerini geliştirdiği ortaya çıkmıştır. Yapılan öğretim ile öğrencilerin işlemsel bilgileri, kavramsal bilgilerinden daha çok gelişmiştir.

Hıdıroğlu (2015), bilgisayar destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm sürecinde ortaya çıkan bilişsel ve üstbilişsel yapıları açıklamayı amaçladığı çalışmada bilişsel yapıları ve bilişsel eylemleri etkileyen üstbilişsel yapıları ortaya koymuştur. Modelleme sürecindeki üstbilişsel yapılar, planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin boyutlarıyla açıklanmıştır. Çalışma sonucunda teknolojinin modelleme sürecinde üstbilişsel yapıların oluşumunda merkezi ve destekleyici bir rolü olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Üstbilişsel stratejilerin öğretime yönelik çalışmalar. Wilson (1999), üstbilişsel farkındalık, değerlendirme ve düzenleme stratejilerine yönelik çoklu metot yaklaşımı geliştirmiştir. Bu yaklaşımın temel özellikleri, uygulamalı davranış kartlarını sıralama, probleme dayalı klinik görüşmelerden oluşmasıdır. Çalışma kapsamında üç farklı okuldan 6 öğrenci ile 90 görüşme yapılmıştır. Çalışma sonucunda, matematiksel problem çözme sırasında üstbilişsel davranışlar hakkında

ayrıntılı bir bilgi sunan model geliştirilmiştir. Bu çalışmada üstbilişsel davranış sıralarının tahmin edilebilir olduğu belirtilmiştir.

Özsoy (2007), üstbiliş stratejilerinin öğretiminin, öğrencilerin problem çözme başarılarına etkisini incelemiştir. 47 beşinci sınıf öğrencinin katılımcı olduğu çalışmada deney grubunda yer alan 24 öğrenciye üstbiliş stratejileri kazandırılmaya çalışılmıştır. Uygulama sonucunda hem bu öğrencilerin üstbiliş düzeylerinde artış gözlenmiş hem de problem çözme becerileri kontrol grubundaki öğrencilere göre daha yüksek çıkmıştır.

Üstbilişsel stratejilerin kullanımının incelendiği çalışmalar. Boyacı (2010), lise öğrencilerinin temel yetenekleri ile üstbilişsel öğrenme stratejileri arasındaki ilişkiyi incelediği çalışmada öğrencilere temel yetenek testi uygulamıştır. Ayrıca temel yetenek puanı olarak liseye giriş sınavında aldıkları puanları da değerlendirmiştir. Öğrencilerin yetenekleri ile üstbilişsel öğrenme stratejileri arasında, genel yetenek düzeyleri ile öğrencilerin liselere giriş sınavında aldıkları puan ile ve üstbilişsel öğrenme stratejileri puanları ile liselere giriş sınavında aldıkları puanlar arasında pozitif bir ilişki olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Susanto (2015), Amerikalı öğrencilerin Endonezyaca öğrenmede kullandıkları üstbilişsel stratejileri incelemiştir. Öğrenme faaliyetlerinin doğrudan gözlemlenmesi ve öğrenci görüşmeleri yoluyla toplanan veriler sonucunda öğrencilerin tahmin, planlama, kontrol etme, izleme, öz değerlendirme, kendi kendini yönetme ve kendini yansıtma stratejilerini kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Kumlu (2012), çalışmada fen bilgisi öğretmen adaylarının fen metinlerini okurken kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejileri incelenmiş ve bunları kullanma sıklıkları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının fen metinlerinin okunması sonrası bilimsel doğruya ulaşmada daha çok üstbilişsel strateji kullanıldığı sonucuna ulaşılmıştır.

Pehlivan (2012), üstbiliş stratejilerin kullanımının öğrencilerin başarı ve tutumlarına etkisini incelemiştir. Deneysel bir çalışma ile bir gruba üstbiliş stratejileri uygulanmış, diğer gruba ise uygulanmamıştır. Çalışma sonucunda üstbiliş stratejilerin öğretiminin, öğrencilerin üstbiliş puanlarını arttırdığı gözlenmiştir. Ayrıca üstbilişsel stratejileri öğretiminin öğrencilerin başarısını da arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır.

Özel yetenekliler ile ilgili yapılan çalışmalar. Özel yetenekliler ile ilgili yapılan çalışmalar; özel yeteneklilerin eğitiminin incelendiği çalışmalar, özel yeteneklilerin farklı bilgi ve becerilerinin incelendiği çalışmalar, özel yetenekli ancak başarı düzeyleri düşük öğrenciler ile yapılan çalışmalar ve özel yetenekliler ile ilgili teknoloji destekli eğitime yönelik yapılan çalışmalar alt başlıkları altında incelenmiştir.

Özel yeteneklilerin eğitiminin incelendiği çalışmalar. Sak ve diğerleri (2015), Türkiye'deki özel yeteneklilerin eğitimi ile ilgili yaptıkları çalışmada son yıllarda özel yetenekliler alanında yapılan çalışmaların katlanarak arttığı ve Türkiye'deki özel yeteneklilerin eğitiminin son yıllarda önemli şekilde geliştiğini belirtmişlerdir. Ancak, özel yeteneklilerin tanımındaki tutarsızlık, tanım ve uygulama arasındaki farklılıklar, özel yeteneklilerin tanılanmasındaki yetersiz olanaklar, program çeşitlerinin eksikliği, öğretmen kalitesinin düşüklüğü ve program geliştirmede uzman yetersizliğinin hala çözülmesi gereken önemli problemler olduğu belirtilmiştir.

Boran ve Aslaner (2008), Türkiye'de özel yeteneklilerin öğrenim gördükleri BİLSEM'lerde gerçekleştirilebilecek matematik eğitiminde probleme dayalı öğrenme ile yapılan etkinlik örnekleri sunmuştur.

Özel yeteneklilerin farklı bilgi ve becerilerinin incelendiği çalışmalar. Kök (2012), farklılaştırılmış geometri öğretiminin özel yetenekli öğrencilerin yaratıcılığına, uzamsal yeteneklerine ve başarılarına etkisini incelemiştir. Geometri konularından çokgenler ve geometrik cisimler ile yapılan uygulamada Bilim ve Sanat Merkezi'nde öğrenim gören 30 öğrenciden deney grubunda yer alanlara farklılaştırılmış program kullanılmıştır. Çalışma sonucunda deney grubunda yer alan özel yetenekli öğrencilerin başarıları, uzamsal yetenekleri ve yaratıcılıklarının arttığı gözlenmiştir.

Özyaprak (2012), farklılaştırılmış matematik öğretiminin özel yetenekli öğrencilerin başarısına, tutum ve yaratıcılıklarına etkisini incelemiştir. Matematik konularından denklemler ve çizgi grafiklerinin kullanıldığı çalışmada 24 özel yetenekli öğrenciden deney grubunda yer alanlara farklılaştırılmış program uygulanmıştır. Özel yetenekli öğrenciler için oluşturulan farklılaştırılmış matematik programının öğrencilerin başarı düzeylerini, yaratıcı düşüncelerini ve matematiğe karşı tutumlarını arttırdığı gözlenmiştir.

Şengil-Akar (2017), özel yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını matematiksel modelleme etkinlikleri ile incelemiştir. BİLSEM'lerde öğrenim gören 6 özel yetenekli öğrenciye beşer modelleme etkinliği uygulanmıştır. Özel yetenekli öğrenciler farklı modelleme etkinliklerinde farklı düzeyde matematiksel yaratıcılıklar ortaya koymuştur. Yeni matematiksel bilgileri arkadaşları ile birlikte etkileşimli olarak inşa ettikleri ve keşfedebildikleri araştırma sonucunda ortaya konulmuştur.

Aydoğdu (2014), fen lisesinde öğrenim gören özel yetenekli öğrencilerin geometri problemlerini çözme stratejilerinin Van Hiele geometri düşünme düzeylerine göre farklılık gösterip göstermediğini incelemiştir. Çalışma sonucunda farklı Van Hiele geometri düşünme düzeylerinde yer alan özel yetenekli öğrencilerin farklı problem çözme stratejileri kullandıkları ortaya konulmuştur. 4.düzye olan mantıksal çıkarım düzeyinde öğrencilerin en az kullandıkları stratejilerin tahmin ve kontrol olduğu dikkat çekmiştir.

Akkuş-İspir, Ay ve Saygı (2011), özel yetenekli öğrencilerin özdüzenleyici öğrenme stratejilerini, matematiğe karşı tutumlarını ve düşünme stratejilerini belirledikleri çalışmada 63 özel yetenekli öğrencinin en çok bilişsel düzenleme stratejilerini kullandıklarını belirtmişlerdir. Matematiğe karşı motivasyonları içsel nedenlerden dolayı yüksek olan özel yetenekli öğrencilerin düşünme stillerini eşit oranda kullandıkları sonucuna ulaşmışlardır. Öğrencilerin düşünme stilleri ile özdüzenleme becerileri arasında bir ilişkiye rastlanmamıştır.

Özel yetenekliler ile ilgili teknoloji destekli eğitime yönelik yapılan çalışmalar. Duda, Ogolnoksztalcacych ve Poland (2010), 16-17 yaşlarındaki özel yetenekli öğrenciler ile yaptıkları çalışmada, matematik etkinliklerinde grafik hesap makinelerinin kullanımının, öğrencilerin yaratıcı çözümler üretmelerine ve yeni matematiksel kavramları keşfetmelerine yardımcı olduğunu belirlemişlerdir.

Aydos (2015), özel yetenekli öğrencilere limit ve süreklilik konularının öğretimini Geogebra yazılımı kullanarak yapıldığında, öğrenci tarafından konuların kavramsal anlaşılmasının nasıl olduğunu incelemiştir. Geogebra yazılımı kullanılarak gerçekleştirilen eğitimin limit ve süreklilik konularının kavramsal anlaşılmasında etkili olduğu çalışma sonucunda ortaya koyulmuştur.

El-Demerdash (2010), dinamik geometri yazılımı kullanarak gerçekleştirilen zenginleştirilmiş eğitim ile özel yetenekli öğrencilerin geometri yaratıcılıklarının gelişimini incelemiştir. Önerilen zenginleştirilmiş program ile özel yeteneklilerin geometri yaratıcılıklarının anlamlı bir şekilde arttığı sonucuna ulaşmıştır. Geometri

yaratıcılıkları, akıcılık, esneklik, özgünlük ve detaylandırma bileşenleri bakımından gelişme göstermiştir.

Korenova (2012)'da dinamik matematik yazılımı Geogebra'nın kullanıldığı öğrenme ortamları ile lise öğrencilerinin yaratıcılıklarının gelişimini incelemiştir. Özel yetenekli öğrencilerin özelliklerini sıralayan Korenova, yapılandırmacı yaklaşımla yapılan öğretimin özel yetenekli öğrencilerin yaratıcılıklarını geliştirmek için çok uygun olduğunu belirtmiştir. Çalışmada dijital öğretim araçlarının kullanıldığı çeşitli matematik öğretimi etkinlikleri sunulmuştur.

Özel yetenekliler ve üstbiliş ile ilgili yapılan çalışmalar. Alexander, Carr ve Schwanflugel (1995), yaptıkları çalışmada özel yetenekli öğrencilerin üstbilişlerinin gelişimine yönelik mevcut bir genel bakış açısı sunmaya çalışmışlardır. Bildirimsel bilgi, bilişsel izleme ve stratejilerin düzenlenmesi bileşenlerinin gelişimine yönelik bireysel farklılıkları inceleyen çalışmaları gözden geçirmişlerdir. Bildirimsel bilginin gelişimine yönelik yapılan çalışmaları incelediklerine üstbilişsel gelişim ile özel yeteneklilik arasında doğrusal bir ilişki görmüşlerdir. Stratejilerin düzenlenmesine yönelik çalışmaları incelediklerinde özel yetenekli öğrencilerin yaşları arttıkça karmaşık stratejileri kullanma düzeylerinin de arttıklarını belirlemişlerdir. Bilişsel izleme ile ilgili yapılan çalışmaları incelediklerinde ise özel yetenekliliğe bağlı bir gelişim bulamamışlardır.

Tüysüz (2013), BİLSEM'lerde öğrenim gören 85 özel yetenekli öğrenci ile gerçekleştirdiği çalışmada öğrencilerin problem çözme becerilerine yönelik üstbiliş düzeylerini belirlemiştir. Çalışmanın ilginç sonuçlarından biri bireysel yetenekleri fark ettirme programındaki özel yetenekli öğrencilerin problem çözme becerilerine ait üstbiliş düzeyleri, Bilim ve Sanat Merkezlerinde daha ileri bir program olan özel yetenekli geliştirme programındaki öğrencilerden daha iyi olmasıdır.

Yazgan-Sağ (2012), özel yetenekli öğrencilerin problem çözme durumlarındaki özdüzenleme davranışlarını incelemiştir. Çalışma sonucunda özel yetenekli öğrencilerin çözüm yolunu kendilerinin oluşturduğu problemleri daha değerli buldukları ve bu problemler için öz yeterlik inançlarının da yüksek olduğu belirlenmiştir. Görsel model kullanılan problemlerde de özel yetenekli öğrencilerin hem problemi anlamaya hem de çözmeye yönelik çeşitli öz düzenleme davranışları sergiledikleri görülmüştür.

Bölüm 3

Yöntem

Çalışmanın yöntemi, belirli bir durumun ayrıntılı incelenmesi, “nasıl” sorusuna cevap aranması ve bu duruma dahil olan bireylerin bakış açılarını anlayıp yorumlamasına önem veren nitel durum çalışmasıdır (Frankel ve Wallen, 2006; Yıldırım ve Şimşek, 2008). Durum çalışması, çeşitli kaynaklardan toplanan detaylı verilerin kullanılarak sınırlı bir durumun ayrıntılı tanımlanması, incelenmesi ve durumun temalar oluşturularak rapor edilme sürecidir (Creswell, 2007; Meriam, 2009). Durum çalışmalarının asıl hedefi bütünsel bir betimleme ve açıklama oluşturmaktır (Merriam, 2009). Bu çalışmada 3 özel yetenekli öğrencinin üstbilişsel bilgi ve becerilerinin incelenmiştir ve her öğrenci 1 durum olarak ele alınmıştır.

Çalışma Grubu ve Ortamı

Çalışma grubu BİLSEM’de öğrenim gören 3 özel yetenekli öğrenciden oluşmaktadır. Bu öğrencilerden biri erkek, ikisi kızdır. Örgün eğitimde 9.sınıfta bir fen lisesinde öğrenim gören öğrenciler BİLSEM’de proje programında eğitimlerine devam etmektedir. Öğrencilerin BİLSEM’e girişteki zekâ puanları ikisinin 130-140 aralığında, bir öğrencinin ise 140-150 aralığındadır. Çalışmada öğrencilerin gerçek isimleri yerine takma adları kullanılmıştır.

Çalışma grubunda yer alan öğrencilerden Şeyma, BİLSEM’de sözel alanlardaki başarısıyla ön plana çıksa da matematik dersi kapsamında yapmış olduğu projeler ile yarışmalarda finale kalmıştır. Matematiği sevmekle birlikte zor problemler ile uğraşmaktan çok keyif almamaktadır. Okul matematik başarı puanına göre aynı sınıf seviyesindeki arkadaşlarından matematiksel olarak üst seviyede değildir. Öğrenci çok dışa dönük bir öğrenci değildir, samimi olduğu, düşüncelerini paylaştığı arkadaş sayısı çok fazla değildir. Öğretmenleri ile iletişimde de daha sessiz kalmayı tercih eder, soru ya da bir konu hakkında düşünceleri sorulduğunda cevap verir.

Çalışma grubunda diğer öğrenci Canan, liselere giriş sınavında matematikten hiç yanlış yapmamıştır. Ancak bu matematiksel başarı olarak üst seviyede olduğunun göstergesi değildir. Şeyma gibi Canan’ın da okul matematik başarı puanı çok yüksek değildir. Canan, Şeyma’ya kıyasla matematik problemleri ile uğraşmaktan keyif alsa da uzun, zor ve uğraştırıcı problemler ile saatlerce zaman

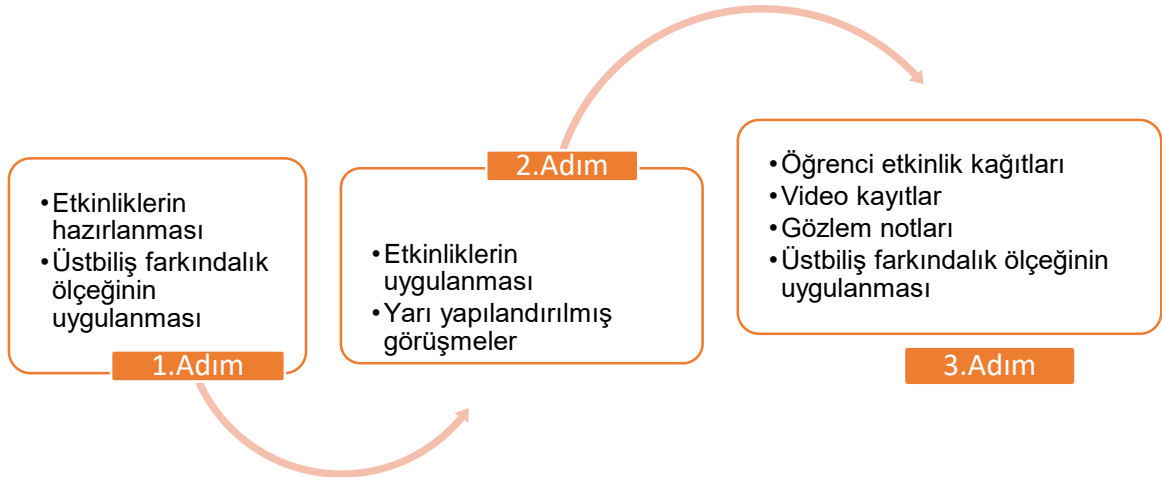
ayırmamakta ve aynı sınıf seviyesindeki arkadaşlarından matematik konusunda daha ileride değildir. Canan da Şeyma gibi bir konu hakkındaki düşüncelerini karşı taraftan soru ya da teşvik gelmedikçe paylaşmamaktadır.

Murat, özellikle matematik işin içine girince daha sosyal bir öğrenciye dönüşmektedir. Matematik ile uğraşmaktan keyif alır, uğraştığı problemlerde matematiksel ilişkiler keşfetmekten zevk alır ve ispatları ile ilgilenir. Verilen bir görevi yerine getirir. Zor ve uğraştırıcı matematik problemleri ile zaman geçirir. Teknolojiye (bilgisayara) karşı ilgilidir. Kendini ifade etmede yeteneklidir.

BİLSEM’de proje programında Matematik dersine devam eden bu öğrencilerin her biri dersi tek başına aldıkları ve çalışmaya katılmaya gönüllü oldukları için çalışma grubu olarak belirlenmiştir.

Veri Toplama Süreci

Çalışmada özel yetenekli öğrencilerin üstbilişsel bilgi ve becerileri karmaşık sayılar konusuna yönelik matematik yazılımının kullanıldığı etkinlikler ile incelenmiştir. Çalışmanın veri toplama süreci üç adımda gerçekleşmiş ve bu süreç Şekil 8’de özetlenmiştir.

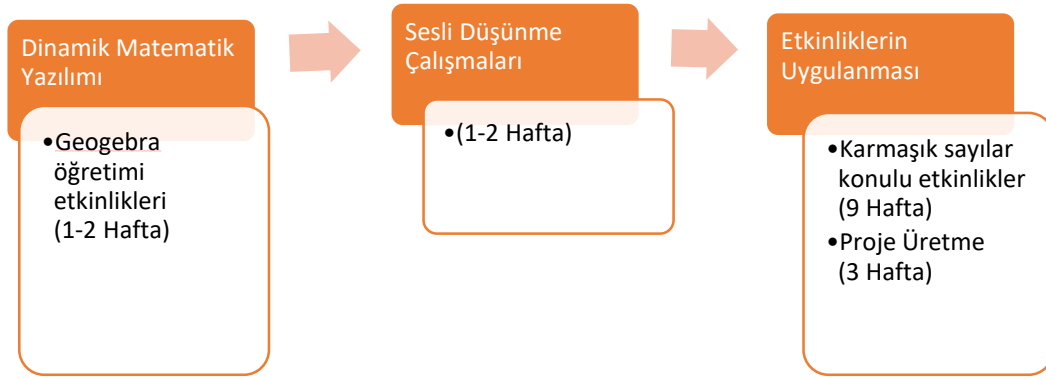


Şekil 8. Çalışmanın veri toplama süreci.

Birinci adımda etkinlikler ve etkinliklerden sonra öğrencilere yönlendirilecek olan üstbiliş mülakat soruları hazırlanmıştır. Üstbiliş farkındalık ölçeği (ÜFE)

öğrencilere uygulanmış ve çalışma grubunda yer almayan, BİLSEMde özel yetenekleri geliştirme programında matematik dersine devam eden bir öğrenci ile etkinliklerin ve mülakat sorularının pilot çalışması yapılmıştır. İkinci adımda çalışma grubunda yer alan öğrencilere etkinlikler uygulanmış ve üstbiliş mülakat soruları ile yarı-yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın son adımında üstbiliş farkındalık ölçeği tekrar uygulanmıştır. Eğitim sürecinin başında ve sonunda uygulanan üstbiliş farkındalık ölçeğinin sonuçları, öğrencilerin etkinlik kağıtları, etkinlikler ve görüşme sürecinin video kayıtları ve gözlem notları analiz edilmiştir.

Veri toplama sürecinde etkinliklerin uygulandığı ve öğrencilerin üstbilişlerinin incelendiği eğitim süreci 14-16 hafta sürmüştür. Eğitim süreci dinamik matematik yazılımı eğitimi, sesli düşünme çalışmaları ve öğrencilerin üstbilişlerinin belirlendiği karmaşık sayılar konusundaki etkinliklerin uygulanmasından oluşmaktadır (Şekil 9).



Şekil 9. Üstbiliş eğitim süreci

Eğitim süreci Geogebra öğretimi etkinlikleri ile başlamış, Murat etkinlikleri 1 haftada yaparken, Şeyma ve Canan 2 haftada yapmıştır. Ardından sesli düşünme çalışmaları yapılmıştır. Bu çalışmayı Şeyma ve Murat 1 haftada yaparken, Canan 2 haftada tamamlamıştır. Karmaşık sayılar konulu etkinlikler ile proje üretimi dersleri tüm öğrenciler için toplamda 12 hafta sürmüştür.

Veri Toplama Araçları

Nitel araştırmalarda kullanılan veri toplama araçlarının çeşitliliği verilerin geçerliğini güçlendirme açısından önem teşkil eder (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu çalışmada öğrencilerin üstbilişsel bilgi ve becerileri, üstbilişsel farkındalık ölçeği, karmaşık sayılar konulu etkinliklerin uygulanmasından sonra üstbiliş mülakat soruları ile gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşme ile belirlenmeye

çalışılmıştır. Görüşmeler analiz edilirken etkinlik sürecinin video kaydı, öğrenci kağıtları, bilgisayar ekran görüntüleri ve gözlem notları incelenmiştir.

Üstbiliş Farkındalık Ölçeği. Schraw ve Dennison (1994) tarafından bireylerin üstbilişsel farkındalıklarını ölçmek için 52 maddelik bir ölçek geliştirilmiştir. Maddeler biliş bilgisi ve bilişin düzenlenmesi kategorilerinde toplanan 8 alt bileşen ile sınıflandırılmıştır. Araştırmacılar faktörlerin güvenilir ($\alpha = .90$) ve birbiriyle ilişkili ($r = .54$) olduğunu faktör analizi ile belirlemişlerdir. Ölçeğin Türkçe formu Akın ve diğerleri (2007) tarafından geliştirilmiştir. Türkçe formun orijinal ölçek ile arasında dilsel eşdeğerlik açısından .93, uyum geçerliği açısından .95 korelasyon olduğu ortaya koyulmuştur. Türkçe form için yapılan analizler sonucunda orijinal ölçekte olduğu gibi bilişin bilgisi ve bilişin düzenlenmesi temel boyutları altında yer alan sekiz alt bileşen elde edilmiştir. Bu alt bileşenler açıklayıcı bilgi (8 madde), prosedürel bilgi (4 madde), durumsal bilgi (5 madde), planlama (7 madde), izleme (8 madde), değerlendirme (6 madde), hata ayıklama (5 madde) ve bilgi yönetmedir (9 madde).

Çalışmada Schraw ve Moshman'ın (1995) üstbiliş sınıflandırılması kullanılmıştır. Bu sınıflandırmada biliş bilgisi bildirimsel bilgi, yordam bilgisi ve durumsal bilgi, bilişin düzenlenmesi ise planlama, izleme ve değerlendirme alt sınıflarından oluşmaktadır. Bu nedenle üstbiliş farkındalık ölçeğinde öğrencilerin üstbilişsel bilgi ve becerileri analiz edilirken, hata ayıklama ve bilgi yönetme alt bileşenindeki maddeler değerlendirilmeye alınmamıştır.

Karmaşık sayılar etkinlikleri. Karmaşık sayılar konusu 10.sınıf öğretim programında ikinci dereceden denklemler konusunun alt konusu olarak yer almaktadır. BİLSEM'de öğrenim gören bu öğrenciler geçmiş yıllarda ikinci dereceden denklemler ile ilgili etkinlikler yapmışlardır. Ancak etkinlikler hazırlanırken öğrenciler bu konu ile ilgili bilgi sahibi olmadıkları varsayılmıştır. Öğrencilerin üstbilişsel bilgi ve becerileri karmaşık sayılar konulu etkinliklerden sonra yapılan görüşmeler ile belirlenmeye çalışılmıştır. Bu etkinliklerde öğrencilerin matematik yazılımlarını kullanmalarını gerektirecek problemler yer almaktadır. Bu nedenle sürecin başında öğrencilerin Geogebra yazılımına yönelik bilgilerini ve deneyimlerini geliştirmek adına uzman görüşü alınarak Geogebra ile ilgili etkinlikler hazırlanmıştır. Bu etkinliklerin başlıkları ve Geogebra yazılımı ile öğrenecekleri bilgiler Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1

Geogebra Öğretimi Etkinlikleri

Etkinlik Adı	Geogebra'da öğrenilecekler
$\sqrt{2}$ sayı doğrusunda nerede?	doğru parçası oluşturma, merkez ve yarıçap ile çember oluşturma, iki nesnenin kesişimi
Simetri	"izi aç" özelliği, noktanın bir doğruya ve noktaya göre simetriğini alma
Üçgende açı kenar bağıntıları	Sürgü oluşturma, merkez ve yarıçap ile çember oluşturma, verilen uzunlukta doğru parçası oluşturma, iki nesnenin kesişimi
Çarpanlar ve denklemler	Geogebra'nın CAS görünümünde "Çarpan" ve "Denklemleri Çözme" araçları

Öğrenciler ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerde öğrencilerin karmaşık sayılar konulu problemleri çözme süreçleri ile ilgili sorular sorulmuştur. Öğrencilerin kendi problem çözme süreçlerini daha iyi ifade edebilmelerini sağlamak adına karmaşık sayılar etkinliklerinden önce sesli düşünme etkinlikleri yapılmıştır. Sesli düşünme etkinliklerinde problem çözme ile ilgili yapılmış çalışmalarda kullanılan 8 tane problem yer almaktadır (Wells, 1995; Posamentier ve Krulik, 1998; Demircioğlu, 2008; Yazgan ve Arslan, 2017).

Veenman ve diğerleri (2006) üstbiliş eğitiminin alan bilgisi içinde verilmesi gerektiğini ifade etmişlerdi. Çalışmada öğrencilerin üstbilişsel bilgi ve becerileri karmaşık sayılar etkinliklerindeki geçirdikleri süreç ile belirlenmeye çalışılmıştır. Karmaşık sayılar etkinlikleri 8 başlıkta 28 adet problemden oluşmaktadır. Bu problemler araştırmacı tarafından oluşturulmuş ve uzman görüşü alınıp gerekli düzeltmeler yapıldıktan sonra uygulanmıştır. Etkinliklerin başlıkları ve sıralaması Tablo 2'de yer almaktadır.

Tablo 2

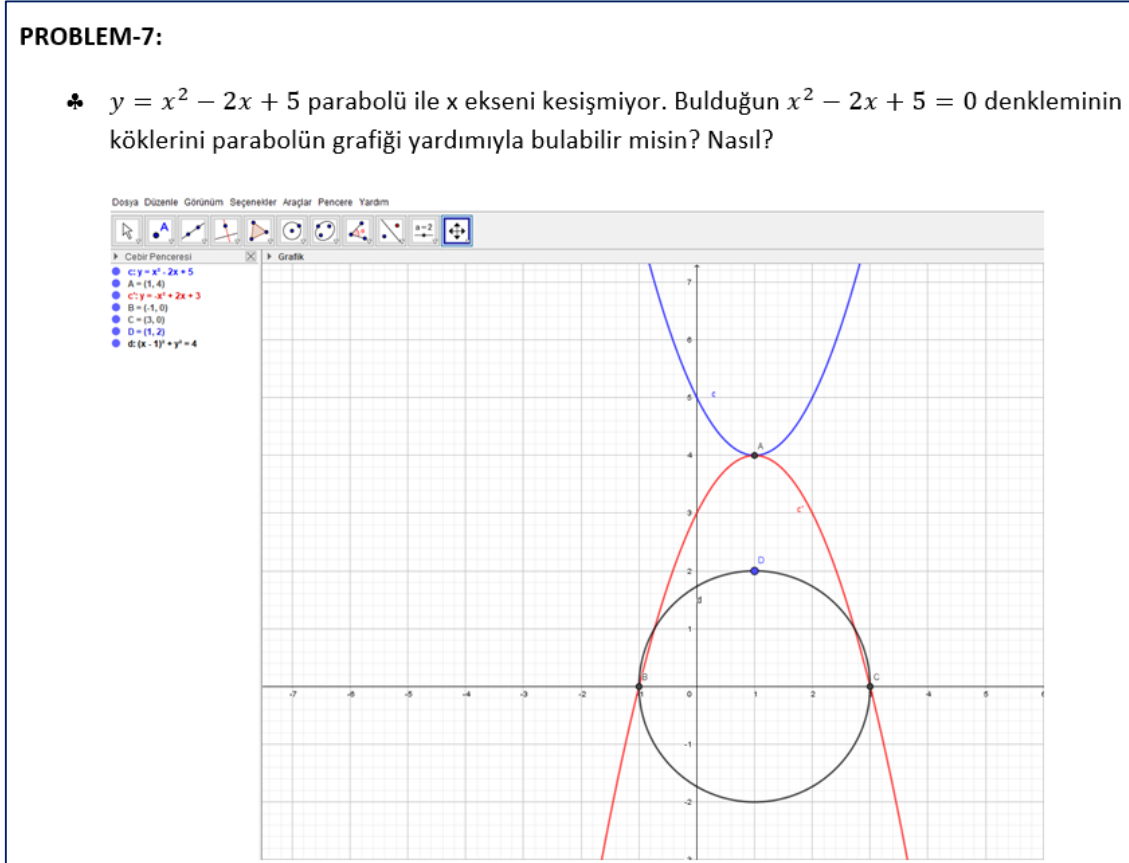
Eğitim Sürecindeki Etkinlikler

Tarih	Etkinlikler
1.hafta	Matematik yazılımı (Geogebra) öğretimi
2.hafta	Sesli düşünme etkinlikleri
3.hafta	2.dereceden denklem çözme
4.hafta	2.dereceden denklem çözme & Reel ve sanalın birlikteliği
5.hafta	Reel ve sanalın birlikteliği
6.hafta	Proje Çalışması
7.hafta	Karmaşık düzlem
8.hafta	Karmaşık düzlemde temel kavramlar
9.hafta	Karmaşık düzlemde temel kavramlar – 2
10.hafta	Proje Çalışması
11.hafta	Kutupsal form için trigonometri
12.hafta	Karmaşık sayıların kutupsal gösterimi ve De Moivre
13.hafta	De Moivre ve karmaşık sayıların kökleri
14.hafta	Proje çalışması

Tablo 2’de yer aldığı gibi çalışmada 14 haftalık bir eğitim süreci planlanmıştır. Çalışma grubunda yer alan 3 öğrenciden Murat bu süreci 14 haftada, Şeyma matematik yazılımları etkinlikleri 2 hafta sürdüğü için toplamda 15 haftada ve Canan hem matematik yazılımları etkinlikleri hem de sesli düşünme etkinlikleri 2 hafta sürdüğü için toplamda 16 haftada tamamlamıştır. Üç öğrenci tüm etkinliklere BİLSEM’de Matematik dersini aldığı saatler içerisinde tek başına katılmışlardır.

2.dereceden denklem çözmek ve reel sayıların birlikteliği başlıklı etkinlikler 3 hafta sürmüş ardından 1 hafta (2 ders saati) proje çalışması yapılmıştır. Karmaşık düzlem, karmaşık sayılar ile ilgili temel kavramlar 1 ve 2 başlıklı etkinlikler 3 hafta sürdükten sonra tekrar 1 haftalık proje çalışması yapılmıştır. Kutupsal gösterim için trigonometri, karmaşık sayıların gösterimi ve De Moivre ve karmaşık sayıların kökleri başlıklı etkinlikler de 3 haftada tamamlandıktan sonra 1 hafta daha proje çalışması yapılarak eğitim süreci tamamlanmıştır. Öğrencilerin problem çözme süreçleri video kayıt altına alınmış ve etkinlik kağıtları toplanmıştır. Karmaşık sayılar

etkinlikleri yaptırılırken öğrencilerin önünde Geogebra yazılımı açık bırakılmıştır. Öğrenciler bazı problemlerde, problemdeki yönerge veya kendi istekleri doğrultusunda Geogebra yazılımını kullanmışlardır. Geogebra yazılımı kullandıkları zamanlarda bilgisayar ekranları kayıt altına alınmıştır. Şekil 10'da karmaşık sayılar etkinliklerinde yer alan "Problem-7" ve bu problemi Geogebra yazılımı yardımıyla çözen Murat'ın ekran görüntüsü yer almaktadır.



Şekil 10. Geogebra yazılımının kullanıldığı bir problem ve öğrenci çözümü

Problem-7'de belirtilmemiş olmasına rağmen Murat, problemi Geogebra yardımıyla çözmüştür.

Yarı yapılandırılmış görüşme. Karmaşık sayılar etkinliklerinde yer alan 28 problemden sonra öğrenciler ile üstbilmiş mülakat soruları aracılığıyla yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmış ve görüşmelerin görüntü kaydı yapılmıştır. Üstbilmiş mülakat soruları Schraw ve Dennison (1994), O'Neil ve Abedi (1996) ve Yurdakul (2004) tarafından geliştirilen ölçeklerde yer alan sorulardan uzman görüşü alınarak oluşturulmuştur. Mülakat soruları Schraw ve Moshman'ın (1995) üstbilmiş sınıflandırmasındaki biliş bilgisi ve bilişin düzenlenmesi bileşenleri ile bildirimsel

bilgi, yordam bilgisi, durumsal bilgi, planlama, izleme ve değerlendirme alt bileşenlerine yönelik hazırlanmıştır.

Gözlem notları. Gözlem bir araştırmacının, bireylerin davranışlarını ve yaptıklarını inceleyerek alan notları almasıdır (Creswell, 2007). Bireylerin söylemleri ile yaptıkları farklı olabileceğinden gözlemin diğer veri toplama yöntemlerine göre daha güvenilir veriler sunacağı belirtilmiştir (Robson, 2002). Gözlem türlerine ilişkin birden fazla sınırlandırma vardır. Araştırmacıların gözlem sürecindeki rolü göz önünde bulundurularak yapılan sınıflandırma katılımcı ve katılımcı olmayan gözlem olarak adlandırılmıştır (Durdu, 2016). Diğer bir sınıflandırma ise yapılandırılmış ve yapılandırılmamış gözlem olarak yapılmıştır (Foster, 2006). Çalışmada özel yetenekli öğrencilerin öğretim sürecinde üstbilişsel bilgi ve beceri düzeylerini belirlemek adına öğrenciler ile gerçekleştirilen görüşmeler sırasında araştırmacı tarafından yapılandırılmamış gözlem yapılmıştır.

Çalışmada kullanılan veri toplama araçlarının araştırmacının hangi alt problemlerini cevaplamak için kullanıldığı Tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 3

Veri Toplama Araçları

Alt Problemler	Veri Toplama Aracı
Özel yetenekli öğrencilerin uygulama öncesindeki üstbilişsel bilgi ve becerileri ne düzeydedir?	Üstbiliş farkındalık ölçeği
Özel yetenekli öğrencilerin öğretim sürecinde üstbilişsel bilgi ve beceri düzeylerinin gelişimi nasıldır?	Karmaşık sayılar etkinlikleri, yarı yapılandırılmış görüşme (üstbiliş mülakat soruları), gözlem notları
Uygulama sonunda öğrencilerin üstbilişsel bilgi ve becerileri ne düzeydedir?	Üstbiliş farkındalık ölçeği

Verilerin Analizi

Çalışmanın nicel verileri olan ve uygulama başında ve sonunda uygulanan üstbiliş farkındalık ölçeği betimsel istatistik kullanılarak analiz edilmiştir. Üstbiliş farkındalık ölçeği 52 maddeden oluşan likert tipi bir ölçektir. Maddelerin karşısında (1) hiçbir zaman, (2) nadiren, (3) sık sık, (4) genellikle ve (5) her zaman seçenekleri yer almaktadır. Öğrencilerin ölçekten aldıkları puanlar, işaretledikleri seçenekte yer alan sayıların toplamının toplam madde sayısına bölünmesi ile bulunmuştur.

Öğrencilerin üstbiliş ana bileşenleri ve alt bileşenlerine ait puanları da aynı şekilde hesaplanmıştır. Öğrencinin hesaplanan puanı 2.5'in altında ise düşük, üstünde ise yüksek düzeyde üstbiliş farkındalığına sahip olduğu şeklinde değerlendirilmiştir. Ölçeğin orijinal halinde (Schraw ve Darnison, 1994) bu şekilde değerlendirme yapıldığı için çalışmada da aynı değerlendirme yapılmıştır.

Çalışmanın diğer veri toplama aracı olan yarı-yapılandırılmış görüşme ile gözlem notları için içerik analizi kullanılmıştır. Veriler üstbiliş ile ilgili yapılmış çalışmalardan yararlanılarak oluşturulan analiz çerçevesine dayanarak değerlendirilmiştir. İlk olarak üstbilişin alt bileşenlerine yönelik ilgili çalışmalardaki üstbilişsel bilgi ve beceriler/davranışlar kodlanmıştır. Daha sonra yarı-yapılandırılmış görüşmelerin video kayıtları ve gözlem notları yazılı doküman haline getirilmiştir. Yazılı doküman haline getirilen veriler analiz çerçevesinde yer alan üstbilişsel bilgi ve beceri/davranış kodları ile eşleştirilerek özel yetenekli öğrencilerin üstbilişsel bilgi ve beceri düzeyleri incelenmiştir. Analiz çerçevesinde yer alan üstbilişsel bilgi ve beceri/davranış kodları ile öğrencilerin verileri eşleştirilirken birbirine yakın bilgi ve beceri/davranış kodları eşleştirmesinde hem görüşme transkripti, hem etkinlik kağıdı hem de gözlem notları incelenerek karar verilmiştir.

İçerik analizi için oluşturulan analiz çerçevesi Şekil 11'de verilmiştir. Çalışmanın kuramsal çerçevesini oluşturan Schraw ve Moshman'a (1995) ait üstbiliş sınıflandırmasında yer alan alt bileşenlere yönelik üstbiliş ile ilgili yapılmış çalışmalarda kullanılan bilgi ve beceri/davranışlar kodlanarak analiz çerçevesi oluşturulmuştur.

BİLİŞ BİLGİSİ	BİLDİRİMSSEL BİLGİ	Bildirimsel bilgi, kişinin bir öğrenci olarak kendisi ve performansını etkileyen faktörlerle ilgili bilgisidir. Bireyin görev yapısı, bilişsel hedefleri ve yetenekleri hakkındaki kavram ve inançları içerir.	
		1A	Kişinin sahip olduğu bilgi ve yeteneklerin farkında olarak bir görevi gerçekleştirip gerçekleştiremeyeceğini bilmesi
		1B	Bir metni okurken ya da bir problemi çözerken kullanılabilir stratejilerin ne olduğunu bilmesi
		1C	Verilen bir görevin kavramlarını bilmesi
		1D	Verilen bir görevin yapısını ve amaçlarını bilmesi
		1E	Verilen bir görevi gerçekleştirmek için ne bildiğini bilmesi
		1F	Verilen bir görevi yerine getirmek için görev ile ilgili formül, kural vb. bilgileri gözden geçirmesi
		1G	Verilen bir görevi gerçekleştirmek için belirli bir stratejiyi uygulayıp uygulayamayacağını bilmesi
	1H	Kendi performansını etkileyen hafıza, dikkat gibi faktörleri bilmesi	
	YORDAM BİLGİSİ	Yordam bilgisi, bireyin bir görevi gerçekleştirmek için kullanılabilir stratejilerden hangilerinin nasıl uygulanacağına dair bilgisi olup bireyin sahip olduğu bilgi ve becerileri nasıl kullanacağına yönelik bilgisidir. Verilen bir görevi yerine getirmeyi değil, nasıl yapılacağını bilmeyi içerir.	
		2A	Verilen bir görevi yerine getirmek için kullanılabilecek yöntemleri nasıl kullanacağını bilmesi
		2B	Öğrendiği strateji veya bilgiyi nasıl uygulayacağını bilmesi
		2C	Verilen bir görevi farklı temsil/araçla yeniden oluşturması
	DURUMSAL BİLGİ	2D	Verilen bir görevi yerine getirirken kullandığı problem çözme basamaklarını söyleyebilmesi
		Durumsal bilgi, kişinin farklı zihinsel etkinliklerin hangi durumda, ne zaman ve nasıl uygulanacağı ile ilgili bilgisidir. Bireyin bildirimsel ve yordam bilgisini ne zaman, niçin kullanacağını ifade eder ve hangi stratejilerin verimli ve ne zaman etkili olduğunu anlamasına yardımcı olur.	
		3A	Bir becerinin veya stratejinin ne zaman kullanılacağı ve ne zaman kullanılmayacağını bilmesi
3B		Bir becerinin veya stratejinin niçin çalıştığı ve hangi şartlar altında çalıştığı ile ilgili bilgisi	
3C	Bir stratejinin diğerine göre ne zaman ve niçin daha iyi ve daha uygun olduğunun farkında olması		
3D	Bir problemin çözümünde hangi durumda ne yapacağını ve problemi nasıl çözeceğini bilmesi		
BİLİŞİN DÜZENLENMESİ	PLANLAMA	Planlama, etkili stratejilerin seçimini ve etkin bir performans için bilişsel kaynakların kullanılmasını sağlar. Amaçları saptama, sorular üretme, bir probleme nasıl yaklaşacağını analiz etme, bilgiyi seçme ve organize etmeyi içerir.	
		4A	Problemi çözmeye başlamadan önce, problemin amacını anlamaya çalışması
		4B	Problemi çözmeye başlamadan önce problemi çözme süresine yönelik tahminlerde bulunması
		4C	Problemi çözmek için kullanacağı stratejileri belirleyip sıraya koyması
	4D	Bir göreve başlamadan önce zamanı düzenlemesi	
	İZLEME	İzleme, performansın analiz edilmesini, gelecek performans hakkında tahminlerde bulunulmasını, bireyin öğrenme stratejilerinin etkililiğini değerlendirmesini ve performans gerçekleştirirken ki hatalarını saptamasını içerir.	
		5A	Bireyin kendi kavraması ve performansının farkında olması
		5B	Problem çözerken kullandığı stratejinin verimliliğini değerlendirmesi
	5C	Problemi çözerken yapmış olduğu planını izlemesi ve değerlendirmesi	
	DEĞERLENDİRME	Değerlendirme, kişinin öğrenme çıktılarını ve verimliliğini değerlendirmesini ifade eder. Bireyin kendi öğrenme süreci ile ilgili süreç başındaki öğrenme hedefleriyle süreç sonundaki öğrenme ürünlerini karşılaştırarak kendisi, performansı ve kullandığı stratejilerle ilgili sonuca ulaşmasıdır.	
		6A	Problemi çözdükten sonra çözümünü ve çözüm yolunu değerlendirmesi, amacına ulaşip ulaşmadığına karar vermesi
		6B	Problemi çözdükten sonra yaptıklarını sözel olarak anlatması
		6C	Problem çözümünü ileride nasıl kullanacağını belirtmesi
	6D	Problem çözümünden önceki hedefi ile problem çözümünden sonraki sonuçları karşılaştırması	

Şekil 11. Nitel veriler için oluşturulan analiz çerçevesi

Şekil 11’de yer alan analiz çerçevesi için üstbilgi ile ilgili yapılmış çalışmalardan, Schraw ve Moshman’ın üstbilgi sınıflandırmasında yer alan alt bileşenlere yönelik bulgular ortaya koyan çalışmalardan yararlanılmıştır (Adkins, 1997; Blank, 2000; Brown, 1987; Demircioğlu, 2008; Desoete, 2001; Desoete, Roeyers ve Buysse, 2001; Donker vd, 2014; English, 1996; Hartman, 2001; Israel, 2007; Kramarski ve Gutman, 2006; Kumar, 1998; Özsoy, 2008; Panaoura, 2007; Panaoura, Philippuu ve Christou, 2003; Pierce, 2003; Schraw ve Moshman, 1995; Scott ve Levy, 2013; Yıldız vd, 2009; Yürük, 2014).

Bölüm 4

Bulgular ve Yorumlar

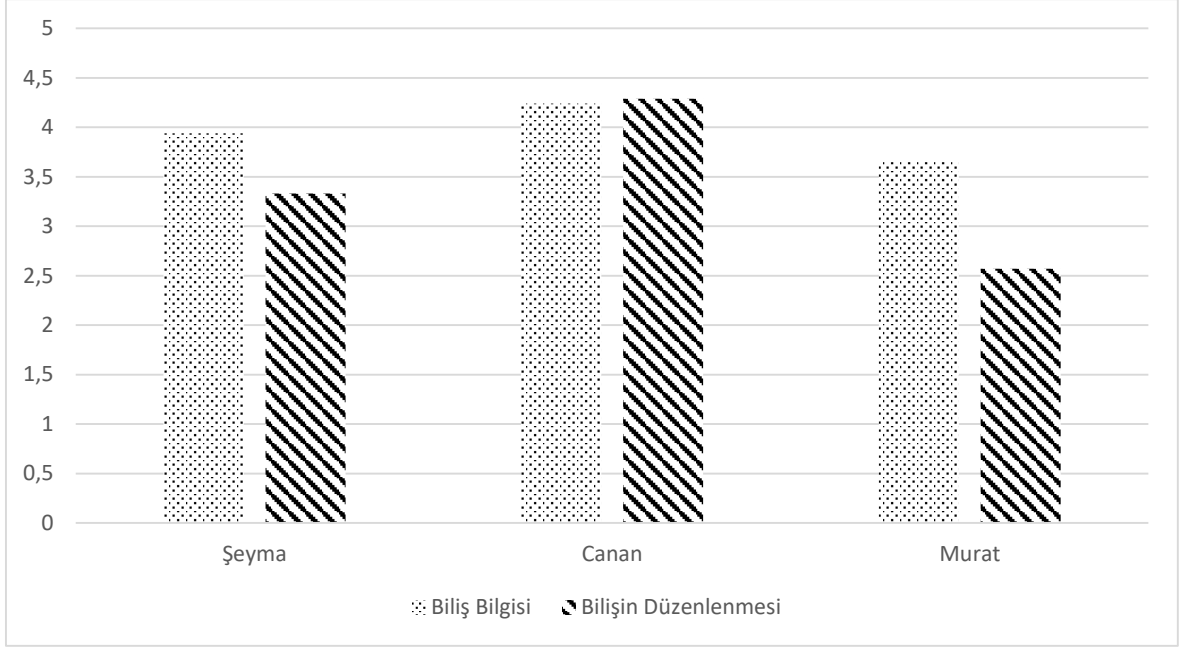
Bulgular bölümünde çalışmanın veri toplama sürecine paralel olarak ilk önce öğrencilerin üstbilişsel bilgi ve beceri düzeyleri hakkında değerlendirme yapabilmek için uygulama öncesinde uygulanan üstbiliş farkındalık ölçeğinden elde edilen bulgular verilmiş ve yorumlanmıştır. Daha sonra uygulama sürecinde öğrenciler ile yapılan yarı-yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen bulgular verilmiş ve yorumlanmıştır. Son olarak uygulama sonunda tekrar uygulanan üstbilişsel farkındalık ölçeğinden elde edilen bulgular verilmiş ve yorumlanmıştır.

Özel Yetenekli Öğrencilerin Uygulama Öncesindeki Üstbilişsel Bilgi ve Beceri Düzeyleri

Özel yetenekli öğrencilerin üstbilişsel bilgi ve beceri düzeyleri Schraw ve Dennison (1994) tarafından geliştirilen ve Akın ve diğerleri (2007) tarafından Türkçe'ye çevrilen üstbiliş farkındalık ölçeği ile belirlenmiştir.

Öğrencilerin üstbiliş farkındalık ölçeğine verdikleri cevaplardan öğrencilerin üstbiliş puanları hesaplanmıştır. Öğrencilerin üstbiliş ortalama puanları, üstbiliş farkındalık ölçeğinde üstbiliş bileşenlerine ait sorulara verdikleri yanıtların puanlarının ortalaması alınarak hesaplanmıştır. Üç özel yetenekli öğrencinin üstbiliş puanları 5 puan üzerinden olacak şekilde Canan'ın 4 puanın üzerinde (4,26), Şeyma'nın 3,5 puanın üzerinde (3,64) ve Murat'ın ise 3 puanın üzerindedir (3,11). Akın ve diğerlerine (2007) göre üç öğrencide yüksek düzeyde üstbiliş farkındalığına sahiptir. Canan kendisini Şeyma ve Murat'a göre daha yüksek düzeyde üstbiliş farkındalığına sahip olduğu görülmektedir.

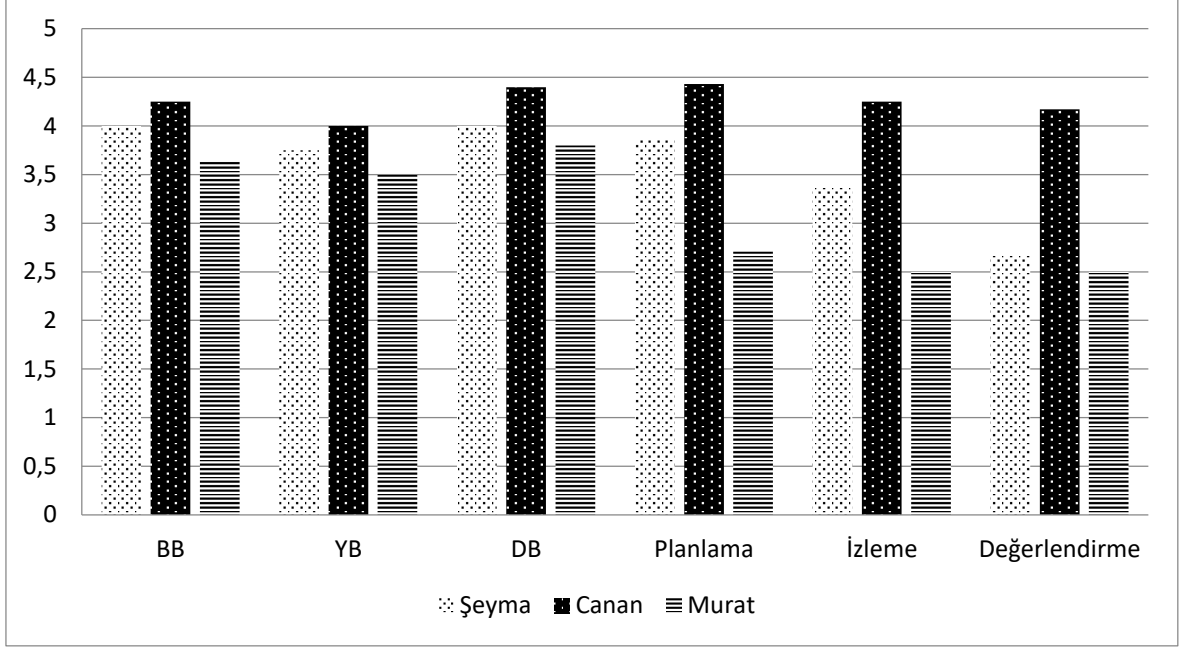
Öğrencilerin üstbilişin biliş bilgisi ve bilişin düzenlenmesi ana bileşenlerine yönelik puanları bu bileşenler ile ilgili maddelere verdikleri yanıtların puanlarının toplamının ilgili madde sayısına bölünmesiyle hesaplanmıştır. Öğrencilerin biliş bilgisi ve bilişin düzenlenmesi bileşenlerine yönelik puanları Şekil 12'de verilmiştir.



Şekil 12. Öğrencilerin üstbiliş bileşenlerine yönelik farkındalık puanları

Öğrencilerin üstbilişin biliş bilgisine yönelik farkındalık puanları 3'ün üzerindedir. Bilişin düzenlenmesine yönelik farkındalık puanları ise Şeyma ve Canan'ın 3'ün üzerinde iken Murat'ın 2,5 civarındadır. Şeyma ve Murat'ın biliş bilgisi puanları, bilişin düzenlenmesi puanlarından biraz daha yüksektir ($3,94 > 3,33$; $3,65 > 2,57$). Üstbiliş ana bileşenlerinin puanları 4'ün üzerinde olan Canan'ın ise biliş bilgisi puanı bilişin düzenlenmesi puanına göre çok az fark olsa da daha düşüktür ($4,24 < 4,29$).

Öğrencilerin üstbilişin alt bileşenleri olan bildirimsel bilgi (BB), yordam bilgisi (YB), durumsal bilgi (DB), planlama, izleme ve değerlendirme bileşenlerine yönelik puanları hesaplanmıştır. Öğrencilerin üstbiliş alt bileşenlerine yönelik puanları Şekil 13'te verilmiştir.



Şekil 13. Öğrencilerin üstbilgi alt bileşenlerine yönelik farkındalık puanları

Şekil 13'te biliş bilgisinin alt bileşenleri olan bildirimsel bilgi ve durumsal bilgi puanlarının bilişin düzenlenmesi alt bileşenlerinden izleme ve değerlendirme puanlarına göre biraz daha yüksek olduğu görülmektedir. Biliş bilgisi alt bileşenlerinden yordam bilgisi puanları ise bilişin düzenlenmesi alt bileşenlerinden planlama puanlarından daha düşüktür. Şeyma'nın en yüksek puanları bildirimsel bilgi ve durumsal bilgi alt bileşenlerine yönelik puanlarıdır (4,00). Bilişin düzenlenmesi alt bileşenlerinden planlamaya ait puanı ise ikinci en yüksek puanıdır (3,86). Şeyma'nın en düşük puanı ise bilişin düzenlenmesi alt bileşenlerinden değerlendirmeye yönelik puanıdır (2,67).

Şekil 13'e göre Canan'ın üstbilginin tüm alt bileşenlerine yönelik farkındalık puanları da 4'ün üzerindedir. En yüksek puanları planlama (4,43) ve durumsal bilgi (4,40) iken en düşük puanı biliş bilgisinin alt bileşeni olan yordam bilgisine yönelik puanıdır (4,00).

Şekil 13'te görüldüğü gibi Murat'ın biliş bilgisine ait alt bileşenlerinin puanları 3,5 ve üzeri iken, bilişin düzenlenmesine ait alt bileşenlerinin puanları 3'ün altındadır (2,57). Murat'ın en yüksek puanı biliş bilgisinin alt bileşeni olan durumsal bilgi (3,80), en düşük puanları ise bilişin düzenlenmesi alt bileşenlerinden izleme ve değerlendirme (2,50) puanlarıdır. Değerlendirme alt bileşeni, Canan ve Murat'ın en düşük farkındalık puanına sahip olduğu alt bileşen olmuştur.

Öğrencilerin uygulama öncesi üstbiliş farkındalık ölçeği sonuçlarına göre üç öğrencinin de kendilerini üstbilişsel bilgi ve becerilere sahip olma anlamında olumlu olarak değerlendirmektedir. Üç öğrencinin biliş bilgisi puanları, Şeyma ve Canan'ın ise bilişin düzenlenmesi puanları 3'ün üzerindedir. Üç öğrenci arasında Canan kendi üstbilişsel bilgi ve becerileri hakkında en yüksek olumlu görüşe sahip iken Murat ise en düşük olumlu görüşe sahiptir. Canan, üstbilişin her iki boyutunda da kendisini yaklaşık benzer düzeyde yeterli görmekte, Şeyma ve Murat ise biliş bilgisi açısından daha olumlu değerlendirme yapmışlardır. Biliş bilgisi ve bilişin düzenlenmesi açısından yapılan değerlendirmeler arasındaki farkı en fazla olan Murat, en az olan ise Canan olmuştur. Murat'ın bilişin düzenlenmesi ana bileşeninin alt bileşenlerine yönelik farkındalık puanları birbirine oldukça yakın olmak ile birlikte 2,5 civarındadır.

Özel Yetenekli Öğrencilerin Uygulama Sürecinde Üstbilişsel Bilgi ve Beceri Düzeyleri

Öğrencilerin üstbilişsel bilgi ve beceri düzeylerinin gelişimi karmaşık sayılar konusu ile ilgili etkinlikler sonunda yapılan yarı-yapılandırılmış görüşmeler ile incelenmiştir. Video kayıt altına alınan görüşmeler transkript edildikten sonra çalışma kapsamında oluşturulan analiz çerçevesine göre analiz edilmiştir. Bu bölümde öğrencilerin biliş bilgisi ve bilişin düzenlenmesi bileşenlerinin alt bileşenleri olan bildirimsel bilgi, yordam bilgisi, durumsal bilgi, planlama, izleme ve değerlendirme düzeylerine yönelik bulgular verilmiş ve yorumlanmıştır.

Öğrencilerin bildirimsel bilgi düzeyleri, kendisi ve performansını etkileyen faktörlerle ilgili bilgilerinden, bilişsel hedeflerine ve kişisel yeteneklerine ilişkin kavram ve inançları ile ilgili bilgilerinden belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin yordam bilgisi düzeyleri, problemi çözmek için hangi stratejileri nasıl uygulayacaklarına dair bilgilerinden, sahip olduğu bilgi ve becerileri nasıl kullanacaklarına yönelik bilgilerden ve bir problemi yerine getirmeyi değil nasıl yapacağı ile ilgili bilgilerinden belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin durumsal bilgi düzeyleri, farklı bilişsel faaliyetlerin hangi durumda, ne zaman ve nasıl kullanılacağı ile ilgili bilgilerinden belirlenmeye çalışılmıştır.

Öğrencilerin planlama düzeyleri, uygun stratejilerin seçimi, amaçları saptama, sorular üretme, bir probleme nasıl yaklaşacağını analiz etme, bilgiyi seçme ve organize etme davranışlarından belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin

izleme düzeyleri, performanslarını analiz etmelerine, gelecek performansları hakkında tahminlerde bulunmalarına, öğrenme stratejilerinin verimliliğini değerlendirmelerine göre belirlenmiştir. Öğrencilerin değerlendirme düzeyleri, öğrencilerin öğrenme çıktılarını ve verimliliğini değerlendirmesi, kendi öğrenme ürünlerini öğrenme hedefleriyle karşılaştırmasına göre belirlenmiştir.

Şeyma'nın üstbilişsel bilgi ve beceri düzeyi. Şeyma'nın üstbilişsel bilgi ve beceri düzeyleri, biliş bilgisi ve bilişin düzenlenmesi bileşenlerin alt bileşenlerine yönelik bilgi ve eylemleri doğrultusunda verilmiştir.

Şeyma'nın bildirimsel bilgi düzeyi. Şeyma'nın "bildirimsel bilgi alt bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4

Şeyma'nın Bildirimsel Bilgi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

Bildirimsel Bilgi Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Problemin zorluğunu düşünüyor (1A)	1,2,4,5,6,7,9,12,13,14,15,16,18,19,20,21,22,23,24,25,28	21
Problemin çözüm yöntemini düşünüyor (1B)	3,6,10,11	4
Problemin konusu ile ilgili kavramları düşünüyor (1C)	7,18,27	3
Problemin yapısını ve amaçlarını biliyor (1D)	4,5,16,24,28	5
Problemi çözmek için neyi bilip neyi bilmediğini biliyor (1E)	8,20,24	3
Problemde geçen bilmediği kavram ile ilgili notlarına bakıyor (1F)	8,13,14	3
Problemi çözmek için belirli bir yöntemi uygulayıp uygulayamayacağını biliyor (1G)	1,2,3,4,7,10,12,13,14,18,20,23,24,28	14

Şeyma, 21 problemde sahip olduğu bilgi ve yeteneklerinin farkında olarak bir problemi çözüp çözemeyeceğini, problemi çözerken zorluk yaşayıp yaşamayacağını belirtmiştir. Şeyma, problemle ilk karşılaştığında 15 problemde (P1,2,4,5,9,12,16,19,20,21,22,23,24,25,28) problemin zorluğunu düşünmektedir. Şeyma'nın problemle ilk karşılaştığında problemin zorluğunu düşünüyor olması, sahip olduğu bilgi ve yeteneklerin farkında olarak bir görevi gerçekleştirip gerçekleştiremeyeceğini bildiğini gösterir. P9'da "*Birinci sorunun kolay olacağını düşündüm, i'nin kuvvetlerini alırken (-1)'in üzerinden gidecektim. Sürekli yaptığım bir şeydi. İkinci ve üçüncü soruda Geogebra kullanınız dediği için zorlanmayacağımı*

düşündüm.” diyerek problemi çözebileceğini düşündüğünü belirtmiştir. Şeyma, 7 problemde (P6,7,13,14,15,18,21), problemi ilk okuduğunda bilmediği kavramlar yüzünden güçlük yaşayacağını ifade etmiştir. Şeyma, P14’te “problemi ilk okuduğunda problem ile ilgili olası güçlüklerin neler olduğunu düşündün?” sorusuna “*modül kavramını bilmiyordum...*” şeklinde cevap vermiştir.

Şeyma, 4 problemde problemi çözerken kullanılabilecek stratejilerin neler olduğunu bildiğini ifade etmiştir. P3,6,10 ve 11’de problem ile ilk karşılaştığında problemin çözüm yöntemini düşünmüştür. P6’da “*...doğrudan Geogebra’da yapmayı düşündüm*” şeklindeki ifadesi problemi çözerken kullanacağı stratejiyi bildiğini gösterir.

Şeyma, 3 problemde problemin kavramlarını bildiğini göstermiştir. P7,18 ve 27’de problem ile ilk karşılaştığında problemin konusu ile ilgili kavramları düşünmüştür. P7’de “*Öncelikle parabolün grafiğini düşündüm, önceki problemde çizmiştik...*” diyerek problemde geçen kavramları düşündüğünü ifade etmiştir.

Şeyma, 5 problemde, problemin yapısını ve amaçlarını bildiğini göstermiştir. 4 problemde (P4,5,24,28) benzer bir problemi çözdüğünü belirtmiştir. P4’te daha önce benzer soru çözdüğünü ancak P4’te olduğu gibi çözüm kümesi boş çıkan bir soru ile karşılaşmadığını belirtmiştir. “*İkinci dereceden denklemin köklerini bulma ile ilgili problem çözmüştüm ancak çözüm kümesi boş küme çıkan bir problem çözmedim.*” Şeyma’nın bu cevabından problemin yapısını ve amaçlarını bildiğini söyleyebiliriz. P16’da problemi çözmeden önce problemi anlamak için neler yaptın sorusuna Şeyma, “*denklemi inceledim ve anlamaya çalıştım*” cevabını vermiştir. Bu ifadesi de problemin yapısını anlamaya çalıştığını göstermektedir.

Şeyma, 3 problemde problemi çözmek için neleri bilmesi gerektiğini bildiğini ifade etmiştir. P8’de problem ile ilk karşılaştığında bilmediği kavramı düşündüğünü belirtmiştir. “*Vektörleri bilmiyordum...*” şeklinde bilmediği kavramı belirtmiştir. Şeyma, 2 problemde (P20,24), problemi çözmeden önce problemde geçen kavramları hatırladığını belirtmiştir. P20’de “*Problemi dikkatli bir şekilde okudum. Sonra sinüs ve kosinüsün ne olduğunu hatırladım.*” şeklindeki ifadesi problemi çözmek için sinüs ve kosinüs kavramlarını bilmesi gerektiğini bildiğini açığa çıkarmıştır. Öğrenciler ile yapılan görüşme sorularında “Problemi çözmek için sahip olduğun bilgiler neler?” sorusu yer almaktadır ve bu soru doğrudan “Problemi

çözmek için öğrencinin ne bildiğini bilmesi” ile ilgilidir. Her problemden sonra yapılan görüşme sorularında bu soru yer aldığı için bu sorunun bulguları tabloya eklenmemiştir. Şeyma, 5 problemde konu başlığını, 16 problemde konuya ait kavramları ve 2 problemde problemin çözüm yöntemini bilmesi gerektiğini ifade etmiştir.

Şeyma, 3 problemde, problemi çözmek için çözüm yöntemi ile ilgili formül, kural vb. bilgileri gözden geçirdiğini belirtmiştir. P8,13 ve 14’te problemi çözmeden önce problemi anlamak için problemde geçen bilmediği kavramlar ile ilgili notlarına baktığını ifade etmiştir. Şeyma, P8’deki “...vektörleri bilmiyordum, vektörleri araştırdım” şeklindeki cevabı problemi çözmek için problem ile ilgili bilgileri gözden geçirdiğini ortaya koymaktadır.

Şeyma, 14 problemde, problemi çözmek için belirli bir yöntemi uygulayıp uygulayamayacağını bildiğini göstermiştir. 7 problemde (P1,2,7,12,13,14,23), bu problemlere benzer problemleri çözdüğünü ve bu deneyiminden problemin çözüm yöntemini belirlemede faydalandığını belirtmiştir. P7’de “*bu probleme benzer bir problemi çözdüm ve kökleri bulurken bu çözümden faydalandım*” şeklindeki cevabı ile P7’de kullandığı diskriminant yöntemi ile kök bulma formülünü daha önce kullandığı için bu problemde kullanıp kullanamayacağını bildiğini ifade etmiştir. Şeyma, 12 problemde (P2,3,4,7,10,12,13,14,18,20,24,28) problemi çözmek için sadece bir çözüm yöntemi düşünmüştür. P3’te denklemin köklerini bulmak için sadece bir yöntem düşündüğünü şu şekilde ifade etmiştir; “*çarpanlara ayırma yöntemi ile ifadeyi çarpanlara ayırıp köklerini bulabileceğimi düşündüm*”. Tek çözüm yöntemi düşünmesi problemi çözmek için belirli bir yöntemi uygulayıp uygulayamayacağını göstermektedir.

Şeyma’nın yordam bilgisi düzeyi. Şeyma’nın yordam bilgisi alt bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 5’te verilmiştir.

Tablo 5

Şeyma'nın Yordam Bilgisi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

Yordam Bilgi Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Problemi çözmek için kullanılabilir yöntemlerin nasıl kullanılacağını biliyor (2A)	4,5,7,9,15,25,27	7
Öğrendiği strateji veya bilgiyi nasıl uygulayacağını biliyor (2B)	6,8,9,15,16,20,28	7
Verilen bir görevi farklı temsil/araçla yeniden oluşturuyor (2C)	21	1

Şeyma, 7 problemde problemi çözmek için kullanılabilir yöntemleri nasıl kullanacağını bildiğini göstermiştir. P15'te benzer bir problemi çözdüğünü ifade etmiş; *"Orijine olan uzaklığı hesaplamıştık ancak eşleniğin uzaklığını hesaplamamıştık, ama aynı şey."* Bu deneyiminden de problem çözme aşamasında kullandığı yöntem ile ilgili bilgiyi hatırlamada faydalandığını belirtmiştir. *"Kullanmam gereken bilgileri rahatça hatırladım."* Şeyma, 2 problemde (P9,27), problemi ilk okuduğunda problemin çözüm yöntemi ile ilgili zorlukları düşündüğünü ifade etmiştir. P9'da *"Soruda ki kuralı bulmanın zor olacağını düşündüm."* şeklinde çözüm yöntemi ile ilgili zorluğu belirtmiştir. Şeyma, 2 problemde (P4,7) problemi çözmeden önce anlamak için problemin çözüm yönteminde kullanacağı formülü hatırlamaya çalışmıştır. P7'de *"Problemi okuyup kök bulma formülünü hatırladım."* şeklindeki ifadesi problemi çözmek için kullanacağı yöntemi nasıl kullanacağını bildiğini göstermektedir. P25'te problemi çözmeden problemi anlamak için *"Okuyup, kuvvet alma formülünü düşünmüştüm."* diye belirterek problemin çözüm yöntemini düşünmüştür. Şeyma, 2 problemde (P4,5) problemi çözmek için çözüm yolunda kullanacağı yöntemin formülünü bilmesi gerektiğini ifade etmiştir. P5'te kullanmayı düşündüğü çözüm yolu için *"denklem çözmeyi ve kök bulma formülünü"* bilmesi gerektiğini ifade etmiştir.

Şeyma, 7 problemde öğrendiği strateji veya bilgiyi nasıl uygulayacağını bildiğini göstermiştir. 5 problemde (P6,8,9,15,16) problemi çözmek için matematik yazılımını kullanmayı düşündüğünü ifade etmiştir. P6'da *"Bilgisayarda çizerek çözmeye çalıştım."* şeklindeki ifadesi ile Geogebra yazılımını kullanmayı düşündüğünü ifade etmiştir. Şeyma problemi çözmek için, 2 problemde (P20,28) problem ile ilgili öğrendiği konuyu bilmesi gerektiğini, P8'de ise matematik yazılımını kullanabilmesi gerektiğini belirtmiştir. P20'de kullanmayı düşündüğü çözüm yolu için neleri bilmen gerekiyor sorusuna *"Sinüs ve kosinüs değerleri ile birlikte karmaşık*

sayının uzunluğunu bilmem gerekiyor.” şeklinde cevap vermiştir. P8’de ise “Geogebra’yi kullanabilmek gerekiyor.” diye belirtmiştir.

Şeyma, sadece 1 problemde verilen bir görevi farklı temsil ya da araçla yeniden oluşturabildiğine dair bir faaliyet göstermiştir. P21’de problemi çözmeden önce problemi anlamak için Geogebra üzerinden soruda verilenleri bir kez daha inşa etmiştir. Geogebra’nın görselleştirme özelliğinden yararlanarak farklı temsilleri kullanmıştır.

Şeyma’nın “problemin zorluğunu düşünmesi” faaliyetinden sonra en fazla gösterdiği bildirimsel bilgi faaliyeti “problemi çözmek için belirli bir yöntemi uygulayıp uygulayamayacağını biliyor olması” idi. Bundan dolayı yordam bilgisi faaliyetlerinde de en çok “yöntemi nasıl uygulayabileceğini” ve “öğrendiği strateji veya bilgiyi nasıl uygulayacağını” bildiğini göstermiştir.

Şeyma’nın durumsal bilgi düzeyi. Şeyma’nın durumsal bilgi alt bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6

Şeyma’nın Durumsal Bilgi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

Durumsal Bilgi Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Bir stratejinin ne zaman kullanılacağını ve ne zaman kullanılmayacağını biliyor (3A)	3,18	2
Bir stratejinin niçin ve hangi şartlar altında çalıştığını biliyor (3B)	4,5,7	3
Bir stratejinin diğerine göre ne zaman ve niçin daha iyi ve daha uygun olduğunun farkında (3C)	1,5,22,23,27	5
Bir problemin çözümünde hangi durumda ne yapacağını ve problemi nasıl çözeceğini biliyor (3D)	1,2,28	3

Şeyma, P3 ve P18’de bir stratejinin ne zaman kullanılacağını ve kullanılmayacağını bildiğini göstermiştir. P18’de “*Problemde trigonometrik oranlar olduğu için dik üçgen oluşturup buradan çözmeyi düşündüm*” şeklindeki cevabı bir yöntemin ne zaman kullanılacağını bildiğini göstermektedir.

Şeyma, P4, P5 ve P7’de bu problemlere benzer problemlerde aynı yöntemleri kullanarak sonuca ulaştığı için kullanacağı problemin işe yarayacağını düşünmesi bir stratejinin niçin ve hangi şartlar altında çalışacağını bildiğini göstermektedir. Şeyma, P7’de kullandığın çözüm yolunun işe yarayacağına nasıl karar verdin

sorusuna; “*Kök bulma formülü ikinci dereceden tüm denklemlerin çözüm kümesini bulmada işe yarıyor.*” şeklindeki cevabı kullandığı formülün hangi şartlar altında işe yarayacağını bildiğini ortaya koymaktadır.

Şeyma, 5 problemde bir çözüm yönteminin diğerine göre ne zaman ve niçin daha iyi ve daha uygun olduğunun farkında olduğunu göstermiştir. Bu 5 problemde (P1,5,22,23,27) Şeyma, birden fazla çözüm yöntemi düşünmüş ve uygun olan yerlerde uygun çözüm yöntemini kullanmıştır. Öğrenciden karmaşık sayıların çarpımı ve bölümü için kutupsal gösterimden yararlanarak bir kural keşfetmelerinin hedeflendiği P22’de Şeyma, “*Önce karmaşık sayıları çarptım, sonra kutupsal gösterimlerini yazdım. Çarpma işlemi Geogebra’da değil kağıt üzerinde yaptım. Ama kutupsal gösterim için Geogebra’yı kullandım.*” şeklinde problemi nasıl çözdüğünü belirtmiştir. İki karmaşık sayının çarpımını kağıt üzerinde yapmış, kutupsal gösterim için karmaşık sayının açısını ve modülünü Geogebra yazılımında belirlemiştir. Şeyma, ne zaman Geogebra’yı ne zaman problemi kağıt üzerinde çözeceğini ve bu çözüm yöntemlerinin hangi durumlarda daha uygun olduğunu bilmektedir.

Şeyma, hangi durumda ne yapacağını ve problemi nasıl çözeceğini bildiğini 3 problemde göstermiştir. P1,2,28’de problemi çözerken kullandığı çözüm yolunun işe yarayacağını çözüm yolunu belirlerken düşünmektedir.

Şeyma’nın planlama düzeyi. Şeyma’nın planlama bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7

Şeyma’nın Planlama Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

Planlama Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Problemi çözmeye başlamadan önce, problemin amacını anlamaya çalışıyor (4A)	1,3,4,5,6,7,9,10,12,13,14,15,16,18,20,21,22,23,24,25,27,28	22
Problemi çözmeden önce zamanı düzenliyor (4D)	2,6,16,27,28	5

Her problemten sonra yapılan görüşmelerde öğrencilere problemdeki talimatlar sorulmuş ve bunlara uyup uymadıklarını belirtmeleri istenmiştir. Problemdeki talimatların bilinmesi ve bunlara uyulması problemi çözmeden önce problemin amacının anlamaya çalışılması (4A) davranışı ile ilgilidir. Şeyma, 22

problemde problemdeki talimatları ifade etmiş ve problem çözümünde bunlara dikkat ettiğini belirtmiştir.

Şeyma, 5 problemde problemi çözmeden önce zamanını düzenlediğini ifade etmiştir. P27’de problemin ne kadar süreceğini düşünüp kalan süreye göre problemi daha hızlı çözmeye çalışmıştır. P2’de problemi çözmeyi düşündüğü süre ile problemi çözüme süreleri birbirine yakındır. P16’yı ise düşündüğü süreden daha kısa sürede çözmüştür. P6 ve 28’i kullandığı çözüm yolundan dolayı kısa sürede çözeceğini düşünmüş ve düşündüğü sürede çözmüştür. $x^n = 1$ denkleminin karmaşık köklerinin bulunması ve kökler arasındaki geometrik ilişkinin belirlenmesine yönelik olan P28’de Şeyma; “*Kökleri hemen bulabileceğimi oradan da geometrik ilişkiyi bulabilirim diye düşündüğümünden kısa sürer dedim.*” şeklinde planlamasını belirtmiştir.

Şeyma’nın izleme düzeyi. Şeyma’nın izleme bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8

Şeyma’nın İzleme Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

İzleme Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Kendi performansının farkında (5A)	1,2,3,5,9,11,12,15,16,18,19,22,23,25,27,28	16
Problemi çözerken kullandığı stratejinin verimliliğini değerlendiriyor (5B)	1,3,4,5,6,7,8,18,27	9
Problem çözerken yapmış olduğu planı izliyor ve değerlendiriyor (5C)	21	1

Şeyma, 16 problemde kendi kavraması ve performansının farkında olduğunu göstermiştir. 13 problemin (P1,2,3,5,9,12,15,16,18,22,23,25,27) çözümünde işlem yaparken, yaptıklarının doğru olup olmadığını düşünmüştür. Problemlerin numaralarından uygulama süreci boyunca Şeyma’nın bu beceriye sahip olduğu söylenebilir. P2’de “ $x^2 + 2x - 8 = 0$ denklemini çözerken önce 8’i diğer tarafa atarak çözmeye çalışmıştım. Ama daha sonra bu yolun doğru olmadığını fark edip kullandığım yönteme geçtim.” şeklinde cevap vermiştir. P27’de de problemi çözerken doğru yolda olup olmadığını, “*Denklemin kökünü bulurken oldu. Birinci kökü buldum, ama ikinci de başına eksi koyarken tam emin olamadım.*” şeklinde belirtmiştir. Uygulamanın başında (P2) ve sonlarına doğru (P27) olan bu iki cevapta

Şeyma'nın problemleri çözerken yaptıklarının doğru olup olmadığını düşündüğünü göstermektedir. Şeyma, P11'de verilen önermenin doğruluğunu ispat etmeye çalışırken, P19'da ise yeni bir durumla karşılaştığından yaptıklarının doğru olup olmadığından emin olamamıştır. P28'de ise istenen ilişkiyi bulamadığı için yaptığı işlemlerin doğru olup olmadığını kontrol etmiştir. Şeyma, tüm süreç boyunca yaptıklarının doğru olup olmadığını düşünse de süreç ilerledikçe yaptıklarının neden doğru olup olmadığını kontrol ettiğini açıklamıştır.

Şeyma, 9 problemde problemi çözerken kullandığı stratejinin verimliliğini değerlendirdiğini göstermiştir. 4 problemde (P1,3,7,27) problemi çözerken belirlediği çözüm yolunu değerlendirmiş, işe yaramadığı için farklı bir çözüm yolu kullanmıştır. P27'de *“İlk başta denklemi kendim bulmaya çalıştım ama onu yapamadım. Daha sonra Geogebra'dan yapmaya karar verdim.”* şeklinde önce belirlediği çözüm yolunu değerlendirip başka bir yol kullanmıştır. Şeyma, 3 problemde ise (P4,5,18) yine önce belirlediği çözüm yolunu değerlendirmiş ve çözüm yolu işe yaradığı için farklı bir yol kullanmamıştır. Şeyma'nın bu beceriyi kullandığı problemlere bakıldığında uygulama sürecinin başında (P1,3,4,5,6,7,8) bu beceriyi sıklıkla kullandığı, sonra sürecin ortalarında (P18) ve sürecin sonlarında (P27) bu beceriyi birer kez kullandığı gözlenmiştir. Şeyma'nın sürecin başında bu beceriyi kullanıp daha sonraki problemlerde çok az kullanması izleme bileşenine ait kullandığı stratejinin verimliliğini değerlendirme becerisinin uygulama sürecinde gelişmediğini göstermektedir.

Şeyma sadece P21'de problemi çözerken yapmış olduğu planı izlemiş ve değerlendirmiştir. P21'de problemin çözümü sırasında olması gereken durumlar gelmediği için yaptıklarını kontrol etmiştir. Şeyma'nın planlama ile ilgili faaliyetleri, “problemi çözmeden önce problemin amacını anlamaya çalışması” (22 problemde) ve “zamanı düzenlemesi” (5 problemde) şeklindedir. İzleme faaliyetlerinden “problem çözerken yapmış olduğu planı izlemesi ve değerlendirmesi” faaliyetini sadece 1 problemde göstermesinin nedeni çözüm sürecine yönelik planlama faaliyetinde bulunmaması olabilir.

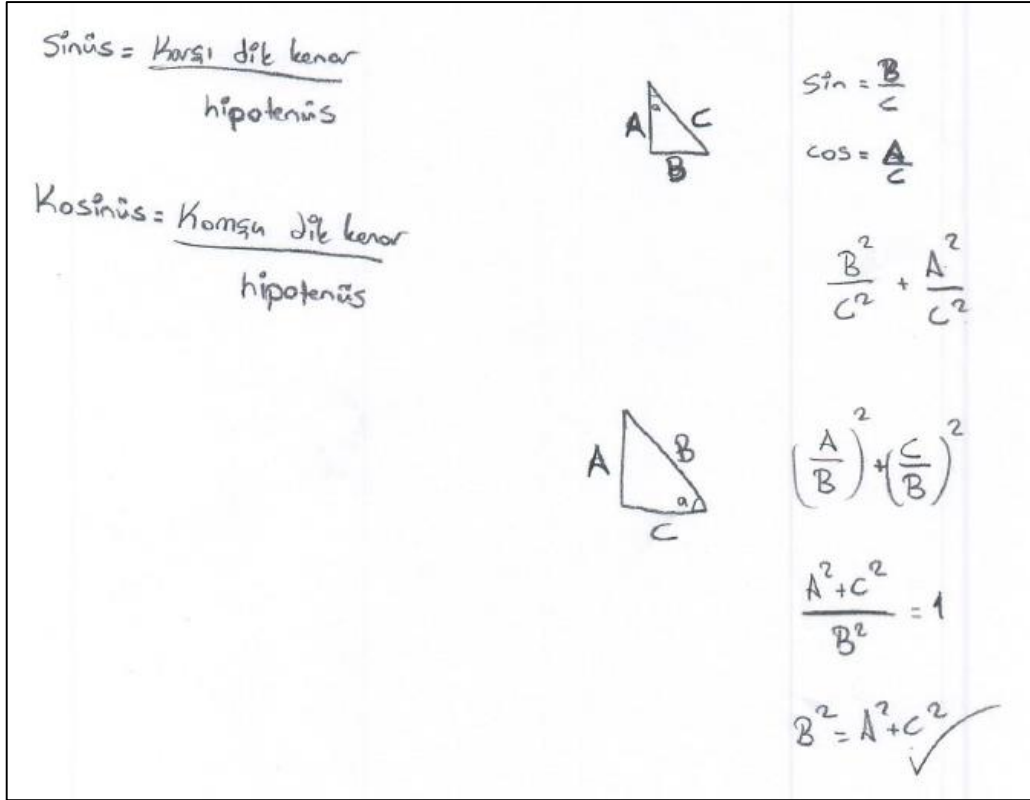
Şeyma'nın değerlendirme düzeyi. Şeyma'nın değerlendirme bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9

Şeyma'nın Değerlendirme Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

Değerlendirme Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Problemi çözdükten sonra çözümünü ve çözüm yolunu yargılıyor (6A)	1,2,3,4,5,6,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,21,22,23,24,25,27,28	25
Problemi çözdükten sonra yaptıklarını sözel olarak anlatıyor (6B)	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,24,25,27,28	26
Problem çözümünü ileride nasıl kullanacağını belirtiyor (6D)	1,2,3,4,8,9,12,18,21	9

Şeyma, 25 problemde problemi çözdükten sonra çözümünü yargılamıştır. 16 problemde problemi çözdükten sonra başa dönüp yaptıklarını inceleyip incelememediği hakkında yorum yapmıştır. P3,6,9 ve 11'de bulunduğu sonuçları kontrol etmek için başa dönüp yaptıklarını incelediğini belirtmiştir. (P6 için "*Parabol ile doğru kesişmediği için acaba yanlış mı yaptım diye başa dönüp yaptıklarımı kontrol ettim.*"). P4 ve 10'da problemi doğru olarak çözdüğünü düşünüyor ancak emin olmak için başa dönüp yaptıklarını Geogebra'da kontrol etmiştir. P8'de çözümünden emin olamadığı için başa dönüp yaptıklarını incelemiştir. P12,16,17,19,21,22,25,27 ve 28'de problemi çözdükten sonra çözümünü ve çözüm yolunu yargılamış ve doğru çözdüğünü düşündüğü için başa dönüp yaptıklarını incelememiştir. Şeyma'nın, uygulama süreci ilerledikçe yaptıklarından daha emin olduğu ve bu nedenle başa dönüp yaptıklarını inceleme faaliyetini yapmadığı söylenebilir. Şeyma, 25 problemde, problemi doğru çözdüğünü düşünmüştür. Ancak sadece 8 problemde problemi neden doğru çözdüğünü belirtmiştir. P21,25 ve 27'de Geogebra'yı kullandığı için, P11,15,16 ve 18'de doğruluğu sorulan bağıntıları doğruladığı için problemleri doğru olarak çözdüğünü düşünüyor. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ özdeşliğinin doğruluğunun sorulduğu P18'de Şeyma, verilen özdeşliği Şekil 14'teki gibi doğrulamıştır.



Şekil 14. Şeyma'nın P18'de yer alan özdeşliği doğrulama şekli

Şeyma P18'deki gibi doğrulamayı yapabildiği problemleri doğru olarak çözdüğünü düşünmektedir. P17'de ise Geogebra'da kontrol edemediği için çözümünün doğru olduğunu düşünmemektedir. Kullanılan problemlere bakıldığında uygulama süreci ilerledikçe Şeyma, problemleri neden doğru çözüp çözmediğini belirtmektedir. Şeyma, 7 problemde kendi çözümü dışında daha iyi bir çözüm yolu düşünmemiştir. P10 ve 12'de kendi çözümü basit ve kısa sürdüğü için, P11,15,16 ve 18'de çözümünde doğrulama olduğu için, P15'de çözümünde Geogebra'yı kullandığı için daha iyi bir çözüm yolu düşünmemiştir. P19 ve 22'de ise kendi çözümü çok uzun sürdüğü için daha iyi bir çözüm yolu olabileceğini düşünüyor. Şeyma, kendi çözüm yolundan başka çözüm yollarını uygulama süreci ilerledikçe düşünmeye başlamış, uygulama sonlarına doğru ise daha farklı çözüm yolları olabileceğini belirtmiştir.

Şeyma 26 problemde problemi çözerken yaptıklarını adım adım anlatmıştır. Problemi çözerken yaptıklarını adım adım anlatması, problemi çözdükten sonra yaptıklarını sözel olarak anlatabildiğini göstermektedir.

Şeyma, 9 problemde çözümünü ileride nasıl kullanabileceğini belirtmiştir. 7 problemde (P1,2,8,9,12,18,21) benzer problemlerde aynı çözümü kullanabileceğini ifade etmiştir. Örneğin P9'da "Problemde bulduğum kuralı, benzer sorularda

kullanabilirim.” şeklinde çözümünü nasıl kullanacağını belirtmiştir. P3’de çözüm yolunu, denklemin köklerinin toplamını ve çarpımını bulmada, P4’de ise ikinci dereceden denklemin köklerini bulmada kullanacağını belirtmiştir. Kullanılan problemlere bakıldığında Şeyma’nın değerlendirme bileşenine ait problem çözümünü ileride nasıl kullanacağını belirtmesi becerisini süreç boyunca gösterdiğini söyleyebiliriz.

Canan’ın üstbilişsel bilgi ve beceri düzeyi. Canan’ın üstbilişsel bilgi ve beceri düzeyleri, biliş bilgisi ve bilişin düzenlenmesi bileşenlerin alt bileşenlerine yönelik bilgi ve eylemleri doğrultusunda verilmiştir.

Canan’ın bildirimsel bilgi düzeyi. Canan’ın bildirimsel bilgi alt bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 10’da verilmiştir.

Tablo 10

Canan’ın Bildirimsel Bilgi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

Bildirimsel Bilgi Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Problemin zorluğunu düşünüyor (1A)	4,5,9,12,13,14,15,11,16,17,18,19,20,22,24,25	16
Problemin çözüm yöntemini düşünüyor (1B)	6,8,10,12,16,19,20,21,23,25,27,28	12
Problemin konusu ile ilgili kavramları düşünüyor (1C)	7,11,24,26	4
Problemin yapısını ve amaçlarını biliyor (1D)	12,20,21,28	4
Problemi çözmek için neyi bilip neyi bilmediğini biliyor (1E)	8,18,20	3
Problemde geçen bilmediği kavram ile ilgili notlarına bakıyor (1F)	8	1
Problemi çözmek için belirli bir yöntemi uygulayıp uygulayamayacağını biliyor (1G)	1,4,5,7,8,9,13,14,18,16,25	11

Canan, 16 problemde sahip olduğu bilgi ve yeteneklerinin farkında olarak bir problemi çözüp çözemeyeceğini, problemi çözerken zorluk yaşayıp yaşamayacağını belirtmiştir. Canan, problemle ilk karşılaştığında 9 problemde (P4,5,9,12,13,14,15,17,22) problemin zorluğunu düşünmektedir. P13’te “*problemin birinci bölümünde sayıların orijine olan uzaklıklarını rahatlıkla hesaplayabilirim diye düşündüm ancak $z=a+ib$ ’nin orijine olan uzaklığında zorlanacağımı düşündüm. Çünkü harfli ifadeler gelince yapamayacağım gibi geliyor*” şeklindeki cevabı Canan’ın sahip olduğu yeteneklerinin farkında olarak bu problemi çözüp

çözemeyeceğini bildiğini göstermektedir. Canan, 4 problemde (4,20,24,25), problemi ilk okuduğunda bilmediği kavramlar yüzünden zorluk yaşayacağını ifade etmiştir. P25'te "Problemi ilk okuduğunda problem ile ilgisi olası güçlüklerin neler olduğunu düşündün?" sorusuna "*De Moivre formülünü hatırlayamazsam diye zorlanacağımı düşündüm*" şeklinde cevap vermiştir. P9'da problemde verilen kavramları Geogebra'da oluşturmakta zorluk yaşayacağını ifade etmesi matematik yazılımı bilgisinin çok iyi olmadığından problemi çözmekte zorlanacağını bildiğini göstermektedir. 5 problemde (P11,16,17,18,19) doğrulama istendiği için zorluk yaşayacağını belirtmesi de yine doğrulama yapmakta kendisini yetkin görmediği için yeteneklerinin farkında olarak problemi çözüp çözemeyeceğini bildiğini göstermektedir. P19'da " $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ eşitliğinin doğruluğunu göstermede zorlanabileceğimi düşündüm" şeklindeki cevabı doğrulama yapmakta zorlanacağını bildiğini göstermektedir. Canan, 2 problemde (P14,25) ilişki bulunması istendiği için zorlanacağını belirtmiştir. P14'te "Problemi ilk okuduğunda problem ile ilgili olası güçlüklerin neler olduğunu düşündün sorusunu "*İlişkiyi bulmak...*" şeklinde cevaplamıştır.

Canan, 12 problemde problemi çözerken kullanılabilir stratejilerin neler olduğunu bildiğini ifade etmiştir. Canan, bu problemlerle ilk karşılaştığında problemin çözüm yöntemini düşünmüştür. P19'da "*İlk karşılaştığımda direkt Geogebra'da yapacaklarımı gözümde canlandırmaya çalıştım*" diyerek problemin çözüm yöntemlerinden birinin ne olduğunu bildiğini göstermektedir.

Canan, 4 problemde problemin kavramlarını gösterdiğini belirtmiştir. P7,11,24 ve 26'da problem ile ilk karşılaştığında problemin konusu ile ilgili kavramları düşünmüştür. P24'te "*...kutupsal gösterimi hatırlamaya çalıştım*" şeklindeki ifadesi problemin kutupsal gösterim ile ilgili olduğunu bildiğini göstermektedir.

Canan, 4 problemde, problemin yapısını ve amaçlarını bildiğini göstermiştir. P12,20,21 ve 28'de benzer bir problemi çözdüğünü belirtmiştir. Canan, P20'de problemin yapısını ve amaçlarını bildiğini şu şekilde ifade etmiştir; "*Geçen hafta yaptığımız probleme benziyor gibiydi ama daha farklıydı. Çünkü bir karmaşık sayıdan trigonometrik ifadeye ulaşmak gerekiyordu.*". Burada Canan, P20'nin önceki çözdüğü bir probleme kısmen benzediğini ancak, P20'nin amaçlarının daha farklı olduğunu bilmektedir.

Canan, 3 problemde problemi çözmek için neleri bilmesi gerektiğini bildiğini ifade etmiştir. 2 problemde (P8,18), problem ile ilk karşılaştığında problemdeki bilmediği kavramları düşündüğünü ifade etmiştir. P18’de “*sinüs ve kosinüs kavramlarını hatırlamaya çalıştım*” şeklindeki ifadesi problemi çözmek için sinüs ve kosinüs kavramlarını bilmesi gerektiğini bildiğini göstermektedir. P20’de ise problemi çözmeden önce problemi anlamak için problemde geçen kavramları hatırlamaya çalıştığını belirtmiştir. Öğrenciler ile etkinlik sonlarında yapılan görüşme sorularında “Problemi çözmek için sahip olduğun bilgiler neler?” sorusu yer almaktadır ve bu soru doğrudan “Problemi çözmek için öğrencinin ne bildiğini bilmesi” ile ilgilidir. Her problemden sonra yapılan görüşme sorularında bu soru yer aldığı için bu sorunun bulguları tabloya eklenmemiştir. Canan, 1 problemde konu başlığını, 10 problemde konuya ait kavramları ve 11 problemde problemin çözüm yöntemini bilmesi gerektiğini ifade etmiştir.

Canan, sadece 1 problemde, problemi çözmek için çözüm yöntemi ile ilgili formül, kural vb. bilgileri gözden geçirdiğini belirtmiştir. P8’de problemde geçen ve bilmediği bir kavram olan vektörü araştırıp öğrenmeye çalıştığını ifade etmiştir.

Canan, 11 problemde, problemi çözmek için belirli bir yöntemi uygulayıp uygulayamayacağını bildiğini göstermiştir. 3 problemde (P1,13,16), bu problemlere benzer problemleri çözdüğünü ve bu deneyiminden problemin çözüm yöntemini belirlemede faydalandığını belirtmiştir. P4’te “*Benzer soruda, kök bulma formülünü nasıl olduğunu yapmıştım, burada da hatırladım*” diyerek kök bulma formülünü uygulayıp uygulamayacağını bildiğini göstermektedir. Canan, 10 problemde (P1,4,5,7,8,9,13,14,18,25) problemi çözmek için sadece bir çözüm yöntemi düşünmüştür. P25’te bir karmaşık sayının onuncu kuvveti sorulmuştur ve Canan problemi çözmek için “*De Moivre formülünü kullandım*” şeklinde tek bir çözüm yolu düşündüğünü ifade etmiştir. Tek çözüm yöntemi düşünmesi problemi çözmek için belirli bir yöntemi uygulayıp uygulayamayacağını bildiğini göstermektedir.

Canan’ın yordam bilgisi düzeyi. Canan’ın yordam bilgisi alt bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 11’de verilmiştir.

Tablo 11

Canan'ın Yordam Bilgisi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

Yordam Bilgi Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Problemi çözmek için kullanılabilir yöntemlerin nasıl kullanılacağını biliyor (2A)	4,5,7,10,13,14,21,23,24,27,28	11
Öğrendiği strateji veya bilgiyi nasıl uygulayacağını biliyor (2B)	16,19,20,21,28	5

Canan, 11 problemde problemi çözmek için kullanılabilir yöntemleri nasıl kullanacağını bildiğini göstermiştir. 3 problemde (P4,23,24) benzer bir problemi çözmeye deneyiminden problem çözmeye aşamasında kullandığı yöntem ile ilgili bilgiyi hatırlamada faydalandığı belirtmiştir. P4'te "*İkinci dereceden denklemin köklerini bulma ile ilgili problem çözmüştüm, formülü hatırladım.*" şeklindeki ifadesi kullanacağı yöntemi nasıl kullanacağını hatırladığını göstermektedir. Canan, 4 problemde (P7,13,21,27), problemi ilk okuduğunda problemin çözüm yöntemi ile ilgili zorlukları düşündüğünü ifade etmiştir. P13'te "*a+ib sayısının orijine olan uzaklığını bulmak*" biçimindeki ifadesi problemi çözmek için kullanacağı yöntemi nasıl kullanacağını bildiğini ancak bunun ile ilgili zorluk yaşayacağını göstermektedir. Canan, 5 problemde (P10,14,21,23,28) problemi çözmeden önce anlamak için problemin çözüm yöntemini düşünmüştür. Canan, P21'de problemi çözmeden önce problemi anlamak için neler yaptın sorusuna "*Birim çemberle nokta oluşturduktan sonra trigonometrik olarak ifade etmeyi ve bunu kontrol etmeyi...*" şeklinde cevap vermiştir. Canan, P5'te problemi çözmek için çözüm yolunda kullanacağı yöntemin formülünü bilmesi gerektiğini ifade etmiştir: "*kök bulma formülünü bilmem gerekiyor*". Kullanacağı yöntem için formül bilmesi gerektiğini bilmesi problemin çözüm yöntemini nasıl kullanacağını bildiğini göstermektedir.

Canan, 5 problemde öğrendiği strateji veya bilgiyi nasıl uygulayacağını bildiğini göstermiştir. 4 problemde (P16,19,20,21) problemi çözmek için matematik yazılımını kullanmayı düşündüğünü ifade etmiştir. P21'de problemi çözmek için hangi çözüm yolunu ya da yollarını düşündün sorusuna "*Geogebra kullanmayı düşündüm*" şeklinde cevap vermiştir. Canan problemi çözmek için, P28'de problem ile ilgili konuyu bilmesi gerektiğini, P20'de ise matematik yazılımını kullanabilmesi gerektiğini belirtmiştir. P20'de "*Geogebra'yı kullanmayı bilmem gerekiyor*" şeklindeki cevabı öğrendiği çözüm yöntemini nasıl uygulayacağını bildiğini göstermektedir.

Canan'ın "problemin zorluğunu düşünmesi" faaliyetinden sonra en çok göstermiş olduğu bildirimsel bilgi faaliyetleri 12 problemde "problemin çözüm yöntemini düşünmesi" ve 11 problemde "problemi çözmek için belirli bir yöntemi uygulayıp uygulayamayacağını bilmesi" faaliyetleridir. Canan'ın bu nedenle problemin çözüm yöntemi ile ilgili yordam bilgisi faaliyetlerini gösterebildiği düşünülmektedir.

Canan'ın durumsal bilgi düzeyi. Canan'ın durumsal bilgi alt bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 12'de verilmiştir.

Tablo 12

Canan'ın Durumsal Bilgi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

Durumsal Bilgi Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Bir stratejinin niçin ve hangi şartlar altında çalıştığını biliyor (3B)	4,5,7	3
Bir stratejinin diğerine göre ne zaman ve niçin daha iyi ve daha uygun olduğunun farkında (3C)	6,23,24,28	4
Bir problemin çözümünde hangi durumda ne yapacağını ve problemi nasıl çözeceğini biliyor (3D)	4,13,20,23,25,28	6

Canan, 3 problemde bir stratejinin niçin ve hangi şartlar altında çalıştığını bildiğini göstermiştir. P4,5 ve 7'de kullandığı çözüm yöntemini benzer problemlerde kullandığı ve sonuca ulaştığı için çözüm yönteminin işe yarayacağını düşünmektedir. P7'de kullandığı çözüm yolunun işe yaradığını düşündüğünü şu şekilde belirtmiştir: "*Kök bulma formülü ikinci dereceden tüm denklemlerin çözüm kümesini bulmada işe yarıyor.*" Canan, benzer problemlerde kullandığı kök bulma formülünün hangi durumlarda işe yaradığını bildiği için bir genellemeye ulaşmıştır.

Canan, bir stratejinin diğerine göre ne zaman ve niçin daha iyi ve daha uygun olduğunun farkındadır. Bunu 4 problemde ortaya koymuştur. P6,23,24 ve 28'de problemi çözmek için birden fazla çözüm yöntemi düşünmüş ve uygun olan yerlerde uygun çözüm yöntemini kullanmıştır. Canan, karmaşık sayıların çarpımı ve bölümü ile ilgili bulduğu bağıntıların doğru olup olmadığını kontrol ettiği P23'de problemin çözüm yöntemini şu şekilde düşünmüştür: "*Geogebra'da noktaları oluşturdum, açıları belirledim. Modülü kağıt üzerinde kendim yaptım. Çarpmayı ve bölmeyi de kağıt üzerinde yaptım, Geogebra'dan da kontrol ettim.*" Bu cevabından Canan'ın

problemin çözümünü hem Geogebra’da hem de kağıt üzerinde yapabildiğini ve uygun yerlerde uygun olanını kullanabildiği söylenebilir.

Canan, bir problemin çözümünde hangi durumda ne yapacağını ve problemi nasıl çözeceğini bildiğini 6 problemde ortaya koymuştur. Bu 6 problemde (P4,13,20,23,25,28) problemi çözerken kullandığı çözüm yolunun işe yarayacağını çözüm yolunu belirlerken düşünmektedir.

Canan biliş bilgisi bileşenlerinden en az durumsal bilgi faaliyetleri göstermiştir. Canan sadece 4 problemde “bir stratejinin diğerine göre ne zaman ve niçin daha iyi ve uygun olduğunun farkında” olduğunu göstermiştir. Bunun nedeninin Canan’ın problem çözerken sadece tek çözüm yöntemi düşünmesi olabilir.

Canan’ın planlama düzeyi. Canan’ın planlama bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 13’te verilmiştir.

Tablo 13

Canan’ın Planlama Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

Planlama Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Problemi çözmeye başlamadan önce, problemin amacını anlamaya çalışıyor (4A)	5,7,9,12,14,15,16,17,18,19,20,21,23,24,27,28	16
Problemi çözmeden önce zamanı düzenliyor (4D)	7,8,10,11,12,13,15,24	8

Canan, 16 problemde problemi çözmeden önce problemin amacını anlamaya çalışmıştır. 6 problemde (P7,9,15,17,19,27) problemi çözmeden önce problemi anlamak için, talimatları dikkatlice okumuştur. Canan, “De Moivre” formülünün, denklemin karmaşık köklerini bulmada da işe yaradığını fark ettiği P27’yi anlamak için “*Talimatları dikkatlice inceledim, anlamaya çalıştım...*” şeklinde belirtmiştir. Canan’ın problemi anlamak için talimatları incelemesi, problemin amacını anlamaya çalıştığını göstermektedir. Canan, 14 problemde (P5,7,9,12,14,15,16,18,19,20,21, 23,24,28) problemdeki talimatları ifade edebilmiş ve bunlara dikkat ettiğini ifade etmiştir.

Canan, 8 problemde problemi çözmeden önce zamanını düzenlemektedir. Canan bu problemleri çözmeden önce ne kadar zamanda çözebileceğini düşünmüş ve problemi çözdükten sonra bu süreleri karşılaştırmıştır. P11,13,15 ve 24’te düşündüğü süreye yaklaşık zaman harcamıştır. P8 ve 12’de düşündüğü süreden

daha kısa zaman harcarken, P7 ve 10'da düşündüğü sürenin oldukça üstünde zaman harcamıştır.

Canan'ın izleme düzeyi. Canan'ın izleme bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 14'te verilmiştir.

Tablo 14

Canan'ın İzleme Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

İzleme Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Kendi performansının farkında (5A)	4,6,7,9,10,11,13,15,16,18,19,21,25,28	14
Problemi çözerken kullandığı stratejinin verimliliğini değerlendiriyor (5B)	1,4,5,7,8,10,13,16,18,20,23,25,28	13
Problem çözerken yapmış olduğu planı izliyor ve değerlendiriyor (5C)	1,12	2

Canan, 14 problemde kendi kavraması ve performansının farkında olduğunu göstermiştir. 7 problemin (P4,6,10,13,19,21,25) çözümünde işlem yaparken, yaptıklarının doğru olup olmadığını düşünmüştür. Kullandığı problemlere bakıldığında süreç boyunca bu beceri kullandığı söylenebilir. Uygulamanın başındaki problemlerde bu beceriyi daha az kullandığı gözlenmiştir. P6'da "*Kök bulma formülünü uygularken doğru yolda olup olmadığını düşündüm. İşlem hatası yapıp yapmadığımı kontrol ettim.*" şeklindeki cevabı bu problemde sadece kök bulma formülünü uygularken kendi performansının farkında olduğunu gösterir. Uygulamanın sonlarına doğru olan problemlerde ise bu beceriyi daha fazla kullandığı görülmüştür. P21'de "*birim çemberi oluşturma adımından itibaren her adımda doğru yolda mıyım diye kontrol ettim. Kutupsal gösterimi yazarken, açığı oluştururken...*" şeklindeki cevabı problemin birçok basamağında performansının farkında olduğunu göstermektedir. P25'de "*... De Moivre formülünü uygularken doğru yolda mıyım diye sık sık kontrol ettim.*" şeklindeki cevabından ise problemde De Moivre formülünü kullanırken sık sık kendi performansını sorguladığı anlaşılmaktadır. Canan, P7, 9 ve 28'de istenen ilişkileri bulamadığı için yaptığı işlemlerin doğru olup olmadığını kontrol etmiştir. P11, 15 ve 16'da verilen önermenin doğruluğunu göstermeye çalışırken yaptıklarının doğruluğundan emin olamamış ve performansını sorgulamıştır. P16'da problemi çözerken doğru yolda olup olmadığını düşündüğün anlar oldu mu? sorusunu "*Doğrulama kısmında oldu. İşlemlerimi doğru mu yanlış mı yaptım diye kontrol ettim.*" şeklinde performansını sorguladığını

belirtmiştir. P18’de oluşturduğu hipotez ile uyumlu olmayan sonuçlar bulunca yaptıklarının doğru olup olmadığını düşünmüştür. (*Doğrulama kısmında hata yapıyorum diye düşündüm. Çünkü bulduğum sonuca ilk önce ulaşamamıştım.*) Canan, süreç ilerledikçe kendi performansının farkında olduğunu ve hangi nedenlerden dolayı yaptıklarının doğru olup olmadığını düşündüğünü belirtmiştir. Canan, P7’de kendi kavraması ve performansını nasıl geliştirebileceği ile ilgili faaliyette bulunmuştur. Yaptıklarının ve öğrendiklerini tekrar edip kalıcı olması için problemi çözdükten sonra, başa dönüp yaptıklarını incelediğini belirtmiştir.

Canan, 13 problemde problemi çözerken kullandığı stratejinin verimliliğini değerlendirmiştir. 9 problemde (P1,4,5,10,13,20,23,25,28) kullandığı çözüm yolunun işe yarayıp yaramadığını belirlemiştir. Kullandığı problemlerden bu beceriyi süreç boyunca gösterdiği söylenebilir. Canan, P20’de Geogebra yazılımını kullanmış ve Geogebra ile çözümünü kontrol edebildiği için bu çözüm yolunun işe yarayacağına karar vermiş. Kullandığı stratejinin verimliliğini, kolay bir şekilde kontrol edilebilirliği ile belirlemiştir. Canan, problemi çözerken belirlediği çözüm yolunun verimliliğini değerlendirmiş ve önce belirlediği çözüm yolundan başka bir yol kullanıp kullanmadığını belirtmiştir. P7’de kullandığı çözüm yolu, benzer bir problemde işe yaramış, bu nedenle de P7’de de işe yarayacağını düşündüğü için başka bir çözüm yolu kullanmamış. P8 ve P20’de kullandığı çözüm yolunun doğru olduğunu düşündüğü için başka bir yol kullanmamış. P28’de ise önce belirlediği çözüm yolu işe yaramadığı için farklı bir yol kullanmış. Canan, sadece Geogebra yazılımını kullandığı problemlerde problemi çözerken doğru yolda olup olmadığını düşünmüştür. Ancak bu problemlerde farklı cevaplar vermiştir. P16’yı Geogebra ile çözdüğü için hep doğru yolda olduğunu düşünmüş, yani problem çözümünde Geogebra’yı kullandığı için hiç yanlış yapacağını düşünmemiştir. P8,17 ve 20’de ise Geogebra’da yaptığı işlemleri “doğru mu yapıyorum?” diye düşünmüştür. Canan’ın izleme becerisi olan “*kullandığı stratejinin verimliliğini değerlendirmesi*” nin Geogebra yazılımı kullanılan etkinlikler ile arttığı söylenebilir.

Canan, problemi çözerken yapmış olduğu planı izlediğini ve değerlendirdiğini 2 problemde ortaya koymuştur. P1 ve 12’de planını izlemiş, ancak problemlerin çözümü sırasında olması gereken durumlar gelmediği için yaptıklarını kontrol etmiştir. Şeyma gibi Canan da bu izleme faaliyetini oldukça az ortaya koymuştur.

Bunun sebebinin planlama faaliyetlerinde çözüm süreci ile ilgili bir faaliyet göstermiş olduğu düşünülmektedir.

Canan'ın değerlendirme düzeyi. Canan'ın değerlendirme bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 15'de verilmiştir.

Tablo 15

Canan'ın Değerlendirme Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

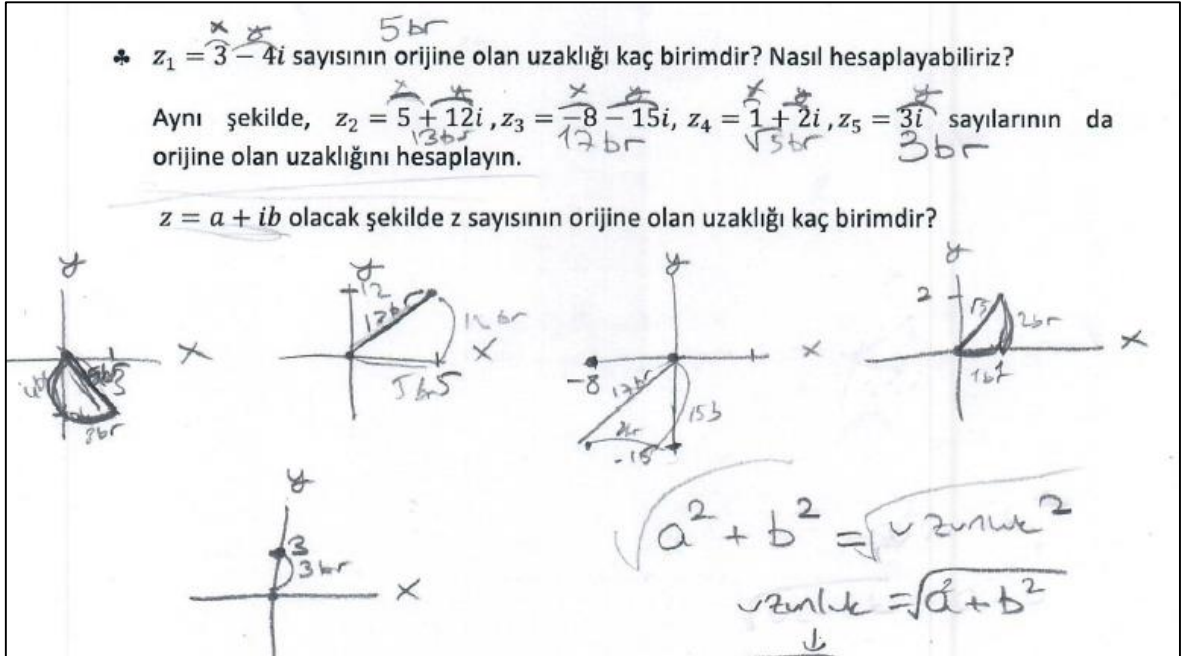
Değerlendirme Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Problemi çözdükten sonra çözümünü ve çözüm yolunu yargılıyor (6A)	1,4,5,8,9,11,12,13,14,15,16,18,19,20,21,23,25,28	18
Problemi çözdükten sonra yaptıklarını sözel olarak anlatıyor (6B)	1,4,5,7,9,10,11,12,13,14,15,18,19,20,21,22,23,25,28	19
Problem çözümünü ileride nasıl kullanacağını belirtiyor (6D)	13,18	2

Canan, 18 problemi çözdükten sonra çözümünü ve çözüm yolunu yargılamıştır. 16 problemde (P1,4,5,8,11,12,13,14,15,16,18,19,20,21,23,25) problemi çözdükten sonra başa dönüp yaptıklarını inceleyip incelememediğini ifade etmiştir. 9 problemde (P1,11,12,13,14,15,16,18,21) bulunduğu sonuçları kontrol etmek için başa dönüp yaptıklarını incelemiştir. P12'de "*Çarpma işlemlerini kontrol ettim. Bölme işlemlerinin sonuçlarını bulduğum kuralın sağlamasını yaptığım için işlemleri bir daha kontrol ettim.*" şeklinde bulunduğu sonuçları kontrol etmek için bu faaliyeti gerçekleştirdiğini belirtmiştir. Canan, 6 problemin (P4,5,19,20,23,25) çözümünden emin olamadığı için başa dönüp yaptıklarını incelemiştir. P19'da "*Bölgelerdeki sinüs ve kosinüs değerlerini doğru yaptım mı diye tekrar kontrol ettim.*" şeklindeki cevabından yaptıklarından emin olamadığı için bu faaliyeti gerçekleştirdiği söylenebilir. P8'de ise çözüm yolunda Geogebra'yı kullandığı için yaptıklarının doğru olduğunu düşünmüş ve başa dönüp yaptıklarını incelememiştir. Canan'ın cevabı şu şekildedir: "*Gerek duymadım. Sanırım Geogebra'dan görerek gittiğim için yaptıklarımın daha rahat emin oluyorum.*" Becerinin kullanıldığı problemlere bakıldığında Canan'ın problemi çözdükten sonra başa dönüp yaptıklarını inceleme becerisinin uygulama süreci ilerledikçe geliştiği söylenebilir. Canan 15 problemi doğru olarak çözdüğünü düşünüyor. Ancak sadece iki problemde neden doğru olarak çözdüğünü belirtmiştir. P8'de Geogebra'yı kullandığı için, P9'da ise kullandığı yöntemden emin olduğu için yaptıklarının doğru olduğunu düşünmüştür. Canan, 7

problemde (P4,8,11,12,21,23,25) çözümünü tamamladıktan sonra daha iyi bir çözüm yolu olabileceğini düşünmemiş, çünkü çözüme ulaşmanın kendisi için yeterli olduğunu belirtmiştir.

Canan, 19 problemde problemi çözerken yaptıklarını adım adım anlatmıştır. Problemi çözerken yaptıklarını adım adım anlatması, problemi çözdükten sonra yaptıklarını sözel olarak anlatabildiğini göstermektedir.

Canan, 2 problemde çözümünü ileride nasıl kullanacağını belirtmiştir. P13 ve P18'de benzer problemlerde aynı çözümü kullanacağını belirtmiştir. P13'te bir karmaşık sayının modülünü kendisi oluşturmuştur. Bu probleme dair çözümü Şekil 15'te yer almaktadır.



Şekil 15. Canan'ın P13'te yer alan bağıntıyı kendisi oluşturma şekli

Canan, P13'te önce örnekler üzerinde çalışmış ve örneklerden bir kural çıkarmıştır. Ve bu oluşturduğu kuralı bundan sonraki benzer problemlerde kullanacağını belirtmiştir.

Murat'ın üstbilişsel bilgi ve beceri düzeyi. Murat'ın üstbilişsel bilgi ve beceri düzeyleri, biliş bilgisi ve bilişin düzenlenmesi bileşenlerin alt bileşenlerine yönelik bilgi ve eylemleri doğrultusunda verilmiştir.

Murat'ın bildirimsel bilgi düzeyi. Murat'ın bildirimsel bilgi alt bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 16'da verilmiştir.

Tablo 16

Murat'ın Bildirimsel Bilgi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

Bildirimsel Bilgi Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Problemin zorluğunu düşünüyor (1A)	1,2,6,10,12,13,15,16,17,18,19,21,23,24	14
Problemin çözüm yöntemini düşünüyor (1B)	3,4,9,11,13,16,22,25,28	9
Problemin konusu ile ilgili kavramları düşünüyor (1C)	7,15,22,24	4
Problemin yapısını ve amaçlarını biliyor (1D)	13,14,19,21,24,27	6
Problemi çözmek için neyi bilip neyi bilmediğini biliyor (1E)	3,5,6,13,14,18	6
Problemde geçen bilmediği kavram ile ilgili notlarına bakıyor (1F)	21	1
Problemi çözmek için belirli bir yöntemi uygulayıp uygulayamayacağını biliyor (1G)	2,3,4,6,7,10,12,15,16,25,28	11

Murat, 14 problemde sahip olduğu bilgi ve yeteneklerinin farkında olarak bir problemi çözüp çözemeyeceğini, problemi çözerken zorluk yaşayıp yaşamayacağını belirtmiştir. Murat, problemle ilk karşılaştığında 10 problemde (P1,2,10,12,15,16,17,19,21,23) problemin zorluğunu düşünmektedir. Murat'ın problemle ilk karşılaştığında problemin zorluğunu düşünüyor olması, sahip olduğu bilgi ve yeteneklerin farkında olarak bir görevi gerçekleştirip gerçekleştiremeyeceğini bildiğini göstermektedir. P10'da "*Zor geldi ilk okuduğumda. Çünkü büyüklük ve küçüklük karmaşık sayılarda bilmediğim bir şeydi.*" demiştir. Sahip olmadığı bir bilgi sebebiyle problemin zor olacağını düşünmüştür. P15'de "*Geogebra'daki yönlendirmelerden dolayı kolay olacak gibiydi. Ancak ispatlayın ifadesi zor olacağını gösteriyordu.*" diye belirtmiştir. Murat, bilgisayar konusunda kendisini yetkin görmekte ve bu nedenle Geogebra'nın kullanılacağı problemleri kolay olarak nitelendirmektedir. Ancak matematikte doğrulama yapmanın daha zor olacağını düşündüğü ve kendisini bu konuda daha az yeterli gördüğü için zorlanacağını düşünmüştür. Murat, 6 problemde (P6,10,12,13,18,24) problemi ilk okuduğunda bilmediği kavramlar yüzünden zorluk yaşayacağını belirtmiştir. Problemi ilk okuduğunda problemde yer alan bilmediği kavramlar yüzünden problemi çözerken zorluk yaşayacağını düşünmesi sahip olduğu bilgilerin farkında olarak problemi çözüp çözemeyeceğini bildiğini gösterir. Örneğin P6'da "*Parabol ve*

arakesit kavramları ile karşılaşınca güçlük yaşayacağımı düşündüm.” şeklinde bilmediği kavramlar yüzünden problemi çözmekte zorlanacağını belirtmiştir.

Murat, 9 problemde problemin çözüm yöntemini düşünmüştür. Problemin çözüm yöntemini düşünmesi bir problemi çözerken kullanılacak stratejilerin ne olduğunu bildiğini göstermektedir. Örneğin P3’de “ *$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin genel formunu yine tam kareye tamamlama yöntemi ile yapmayı düşündüm.*” diye belirtmiştir. Murat burada çözüm yöntemini nasıl kullanacağını değil problemi hangi strateji ile çözmeyi düşündüğünü ifade etmiştir. Birden fazla sorudan oluşan P9’da “*İlk soruyu gördüğümde $\sqrt{-1}$ ile $\sqrt{-1}$ ’i çarpmayı düşündüm. İkinci soruda Geogebra’dan yapmayı ve nasıl bir ilişki bulunabileceğini düşündüm.*” şeklinde ifade etmiştir. Benzer şekilde bu problemde de problemi çözmek için kullanabileceği stratejileri düşünmüştür.

Murat, 4 problemde ise problemin konusu ile ilgili kavramları düşünmüştür. Problemin konusu ile ilgili kavramları düşünmesi ise verilen bir görevin kavramlarını bildiğini göstermektedir. P7’de “*Parabol ile x eksenini kesmediği için başka bir eksenle mi kesişir diye düşündüm.*” diye belirtmiştir. Bu problemde Murat, parabolün doğru ile birbirine göre durumlarını ve x eksenini kesmiyorsa y eksenini ya da başka doğrular ile kesişip kesişmediğini düşünmüştür. P22’de “*Problemde neler işime yarayabilir diye düşündüm. Karmaşık sayılar, birim çember. Sonra Geogebra’da yapacağımı düşündüm.*” şeklinde problem ile ilgili kavramları bildiğini göstermiştir.

Murat, 6 problemde problemin yapısını ve amaçlarını bildiği faaliyetler göstermiştir. Problem ile ilk karşılaştığında 1 problemde (P14) problemin diğer problemlerden farklı olduğunu düşünmüştür. Problemin diğer problemlerden farklı olduğunu belirtmesi, verilen bir görevin yapısını ve amaçlarını bildiğini göstermektedir. Murat, problemin yapısını ve amaçlarını belirleyebildiği için 6 problemde (P13,14,19,21,24,27) benzer bir problem çözdüğünü belirleyebilmiştir.

Murat, 6 problemde verilen bir görevi yerine getirmek için ne bilip ne bilmediğinin farkında olduğunu göstermiştir. Problemlerle ilk karşılaştığında 2 problemde (P6,18), problemdeki bilmediği kavramları düşünmüştür. P18’de problemle ilk karşılaştığında neler düşündün sorusuna “*Sinüs ve kosinüsü bilmiyordum, onların ne olduğunu düşündüm*” şeklinde cevap vermiştir. Murat, problemi çözmeden önce problemi anlamak için 5 problemde (P3,5,6,13,14),

problemi çözmek için ne bildiğini göz önünde tutarak problemde geçen bilmediği kavramları düşünmüştür. P14'te "*Eşleniği ve modülü düşündüm.*" diye belirtmiştir. Öğrenciler ile yapılan görüşme sorularında "Problemi çözmek için sahip olduğun bilgiler neler?" sorusu yer almaktadır ve bu soru doğrudan "Problemi çözmek için öğrencinin ne bildiğini bilmesi" ile ilgilidir. Her problemden sonra yapılan görüşme sorularında bu soru yer aldığı için bu sorunun bulguları tabloya eklenmemiştir. Murat, 16 problemde sadece konu başlığını söylemiştir. 19 problemde ise konu başlığı ile birlikte konuya ait kavramları da belirtmiştir. Problemi çözmek için sahip olduğu bilgileri ifade ederken 7 problemde hem konu başlığını hem de konuya ait kavramları belirtmiştir. Örneğin P17'de problemi çözmek için sahip olduğun bilgiler neler? sorusuna "*Karmaşık sayıların tümü desem yalan olmaz.*" şeklinde sadece konu başlığı belirtmiştir. P3'te ise "*Tam kareye tamamlama yöntemi ile çarpanlara ayırma*" şeklinde konuya ait kavramları belirtmiştir. P14'te "*karmaşık sayılar, karmaşık sayıların eşleniği ve karmaşık sayının modülü.*" şeklinde hem konu başlığı hem de konuya ait kavramları belirtmiştir.

Murat, 1 problemde (P21), problemi çözmek için ilgili formül, kural vb. bilgileri gözden geçirmiş ve notlarına bakmıştır. P21 için Murat, "*Problemi çözmeden önce problemi anlamak için problemi baştan bir okudum, bir de kutupsal gösterimi hatırlamak için notlarıma baktım.*" şeklinde soruyu cevaplamıştır.

Murat, 11 problemde (P2,3,4,6,7,10,12,15,16,25,28) problemi çözmek için belirli bir yöntemi uygulayıp uygulayamayacağını bildiğini göstermiştir. Murat, 7 problemde (P3,4,6,7,15,16,25) probleme benzer bir problem çözdüğünü ve bu deneyiminden çözüm sırasında kullanacağı yöntemi belirlemede faydalandığını belirtmiştir. Örneğin P4'te "*Daha önce çözdüğüm soruları düşünerek verilen ikinci dereceden denklemleri çarpanlara ayırma yöntemi ile yapmaya çalıştım.*" diye belirtmiştir. 10 problemde (P2,3,4,7,10,12,15,16,25,28) ise problemi çözmek için tek çözüm yöntemi düşünmüştür. Murat'ın problemi çözmek için tek çözüm yöntemini düşünmesi, problemi çözmek için belirli bir yöntemi uygulayıp uygulayamayacağını bildiğini göstermektedir. Örneğin P7'de "*kök bulma formülünü düşündüm.*" diye belirtmiştir.

Murat'ın yordam bilgisi düzeyi. Murat'ın yordam bilgisi alt bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 17'de verilmiştir.

Tablo 17

Murat'ın Yordam Bilgisi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

Yordam Bilgi Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Problemi çözmek için kullanılabilir yöntemlerin nasıl kullanılacağını biliyor (2A)	3,7,15,16,18,19,22,23,24,25,27	11
Öğrendiği strateji veya bilgiyi nasıl uygulayacağını biliyor (2B)	11,19,21,22,24	5
Verilen bir görevi farklı temsil/araçla yeniden oluşturuyor (2C)	17	1

Murat, 11 problemde problemi çözmek için kullanılabilir yöntemleri nasıl kullanacağını bildiğini göstermiştir. 4 problemde (P15,18,22,23) benzer problemleri çözüme deneyiminden problem çözme aşamasında kullandığı yöntem ile ilgili bilgiyi hatırlamada faydalandığı belirtmiştir. Murat, P15 için *“Eşleniği kullandığım sorular çözmüştüm. Bu deneyimim bölme işlemi yaparken hatırlamamı sağladı.”* şeklinde cevap vermiştir. Murat, 4 problemde (3,16,19,27), problemi ilk okuduğunda problemin çözüm yöntemi ile ilgili zorlukları düşündüğünü ifade etmiştir. Karmaşık sayıların modülleri ile ilgili bir önermenin doğruluğunun Geogebra yardımıyla gösterilmesinin istendiği P16 için Murat, çözüm yöntemi hakkındaki bilgisini düşünerek *“Mutlak değer nasıl bulunacağını Geogebra’da bilmiyordum.”* cevabını vermiştir. Murat, 3 problemde (P7,23,24) problemi çözmeden önce problemi anlamak için problem çözümünde kullanacağı yöntem ile ilgili bilgisi hakkında düşünmüş ve problemin çözüm yöntemi için notlarına bakmıştır. Karmaşık sayıların çarpımı ile ilgili bir problem olan P23 için, *“Problemi çözmeden önce problemi anlamak için okudum, ama nasıl yapacağımı tam olarak hatırlayamadım, eski notlara baktım.”* cevabını vermiştir. Murat, P19’da Geogebra ile ilgili bilmediği komutları öğrenmek amacıyla yazılımı incelemiştir. Bu davranışı problemi çözmek için kullanacağı yöntemi nasıl kullanacağını bilmesi ile ilgilidir. Murat, P25’te problemi çözmek için çözüm yolunda kullanacağı yöntemin formülünü bilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Buradan da Murat’ın problemi çözmek için kullanacağı yöntemi nasıl kullanması gerektiğini bildiği sonucu ortaya çıkarılmıştır.

Murat, 5 problemde öğrendiği strateji veya bilgiyi nasıl uygulayacağını bildiğini göstermiştir. 4 problemde (P11,21,22,24) problemi çözmek için matematik yazılımını kullanmayı düşündüğünü ifade etmiştir. Bu durum Murat’ın öğrendiği matematik yazılımını problemlerde nasıl kullanacağını bildiğini gösterir. Karmaşık sayıların kutupsal gösterimi ile ilgili P21’de *“Problemi çözmek için Geogebra’yı*

kullanmayı düşündüm ve bu yazılımı kullanarak problemi çözdüm.” cevabını vermiştir. P19’da problemi çözmek için problem ile ilgili konuyu bilmesi gerektiğini belirtmiştir. Bu cevabı öğrendiği bilgiyi nasıl uygulayacağını bildiğini gösterir.

Murat, Şeyma gibi sadece 1 problemde “verilen bir görevi farklı temsil/araçla yeniden oluşturduğuna” dair bir faaliyet göstermiştir. Karmaşık sayılarda modül ve eşlenik ile ilgili bir önermenin doğruluğunun gösterilmesi istenen P17’de matematiksel semboller ile verilen ifadeleri cebirsel olarak yazdığını belirtmiştir; “*Problemi ilk okuduğumda anlamamıştım. 2-3 kez okudum. Anlamak için cebirsel olarak yazdım verilen ifadeyi*”. Murat’ın bu cevabından düşünme sürecinin farkında olduğu görülmektedir.

Murat’ın durumsal bilgi düzeyi. Murat’ın durumsal bilgi alt bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 18’de verilmiştir.

Tablo 18

Murat’ın Durumsal Bilgi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

Durumsal Bilgi Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Bir stratejinin ne zaman kullanılacağını ve ne zaman kullanılmayacağını biliyor (3A)	10	1
Bir stratejinin niçin ve hangi şartlar altında çalıştığını biliyor (3B)	3,7,13	3
Bir stratejinin diğerine göre ne zaman ve niçin daha iyi ve daha uygun olduğunun farkında (3C)	5,27	2
Bir problemin çözümünde hangi durumda ne yapacağını ve problemi nasıl çözeceğini biliyor (3D)	6,10,16,25	4

Murat sadece P10’da bir stratejinin ne zaman kullanılacağını ve ne zaman kullanılmayacağını bildiğini göstermiştir. Çünkü P10’da kullandığı çözüm yolunun işe yarayacağını ilk problemi düşündüğünde karar vermiştir.

Murat, 3 problemde bir stratejinin niçin ve hangi şartlar altında çalıştığını bildiğini ortaya koymuştur. P3 ve 7’de benzer bir problemde, aynı yöntemi kullanarak sonuca ulaştığı için kullandığı çözüm yolunun işe yarayacağını düşünmektedir. İkinci dereceden denklemlerin çözüm kümesindeki elemanların toplamını ve çarpımını veren bağıntıyı keşfetmeye çalıştığı P3’te kullandığı çözüm yolunun işe yarayacağına nasıl karar verdiğini şöyle açıklamaktadır: “*Çünkü, kanun. Daha önce haftanın probleminde yapmıştık ve gayet doğru gelmişti. Bu soruda da işe yarayacağını düşündüm.*” Murat’ın bu cevabından bir çözüm yönteminin niçin ve

hangi şartlar altında çalıştığını bildiğini söyleyebiliriz. Murat, bir karmaşık sayının orijine olan uzaklığını keşfedeceği P13'te kullandığı çözüm yolunun işe yarayacağını, problemi ilk çözmeye başlarken düşünmüş ve bunu Geogebra'da kontrol edebildiği için de çözümünün doğru olduğuna karar vermiş. *“Soruyu çözerken aklıma geldi Pisagor teoreminden çözebilirim diye, sonra Geogebra'dan kontrol ettim.”*

Murat, P5 ve P27'de birden fazla çözüm yöntemi düşünmüş ve uygun olan yerlerde uygun çözüm yöntemini kullanmıştır. Murat, kümelerin genişlemesine neden ihtiyaç duyulduğunu keşfettiği P5'in çözüm yöntemi için, *“Birinci, ikinci ve üçüncü dereceden denklemleri çözmeye çalıştım. İkinci dereceden denklemlerde önce çarpanlara ayırma yöntemi ile kökleri bulmaya çalıştım.”* şeklinde cevap vermiştir. Bu cevabından Murat'ın kullandığı çözüm yolunun diğerlerine göre ne zaman ve niçin daha uygun olduğunun farkında olduğu söylenebilir.

Murat, 4 problemin çözümünde kullandığı çözüm yolunun işe yarayacağını çözüm yolunu belirlerken düşünmektedir. P6,10,16 ve 25'te benzer cevaplar veren Murat'ın problemin çözüm yolunu belirlerken işe yarayacağını düşünmesi problemi nasıl çözeceğini bildiğini göstermektedir.

Murat'ın planlama düzeyi. Murat'ın planlama bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 19'da verilmiştir.

Tablo 19

Murat'ın Planlama Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

Planlama Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Problemi çözmeye başlamadan önce, problemin amacını anlamaya çalışıyor (4A)	1,2,3,4,5,6,7,8,10,11,13,14,15,16,18,19,21,22,23,24,25,27	22
Problemi okumadan önce problemle ilgili tahminde bulunuyor (4B)	5	1
Problemi çözmeden önce zamanı düzenliyor (4D)	1,2,22	3

Murat, 22 problemde talimatları ifade etmiş ve bunlara dikkat ettiğini belirtmiştir. Problemdeki talimatlara uyarak problemi çözmeye çalışması problemi çözmeye başlamadan önce problemin amacını anlamaya çalıştığını göstermektedir.

Murat, P5’de problemi okumadan önce problemin çözüm süresi ile ilgili tahminde bulunmuştur. Kümelerin genişlemesine neden ihtiyaç duyulduğunu keşfettiği P5 ile ilk karşılaştığında “Çözüm sürecinin oldukça uzun olacağını düşündüm.” şeklinde ne düşündüğünü ifade etmiştir.

Murat, 3 problemde problemi çözmeden önce zamanını organize etmektedir. P2 ve 22’de problemin ne kadar süreceğini düşünüp kalan süreye göre problemde yetiştirebileceklerine odaklanmış ve problemi daha hızlı çözmeye çalışmıştır. İki karmaşık sayının çarpımının kutupsal gösterimleri ile ilgili bağıntının keşfedilmeye çalışıldığı P22’yi çözerken, “dersin bitmesine 20 dakika vardı, bu nedenle biraz daha hızlı çözmek gerekir diye düşündüm.” şeklinde çözüm sürecini belirtmiştir. Murat, 3 problemde (P1,2,22) problemi çözmeden önce ne kadar sürede çözeceğini düşünmüş ve problemi çözdükten sonra çözüm süresi ile düşündüğü süreleri karşılaştırmıştır. P2 ve 22’de düşündüğü süreye yaklaşık zaman harcarken P1’de düşündüğü sürenin oldukça üstünde zaman harcamıştır.

Murat’ın izleme düzeyi. Murat’ın izleme bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 20’de verilmiştir.

Tablo 20

Murat’ın İzleme Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

İzleme Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Kendi performansının farkında (5A)	3,4,7,10,11,12,13,14,16,17,19,21	12
Problemi çözerken kullandığı stratejinin verimliliğini değerlendiriyor (5B)	1,2,3,4,6,7,10,13,16,19,21,24,25,27,28	15
Problem çözerken yapmış olduğu planı izliyor ve değerlendiriyor (5C)	16,21,24,25,27	5

Murat, 12 problemde kendi kavraması ve performansının farkında olduğunu ortaya koymuştur. 3 problemin (P17,19 ve 21) çözümünde işlem yaparken, yaptıklarının doğru olup olmadığını düşünmüştür. Kullanılan problemler incelendiğinde P17 ve P19 bir bağıntının ispatlanması gereken problemler ve P21 ise bir karmaşık sayının kutupsal gösteriminin yazılması gereken bir problem idi. Murat zorlandığı problemlerde işlem yaparken yaptıklarının doğru olup olmadığını incelemiştir. P3’de oluşturduğu hipotez ile uyumlu olmayan sonuçlar bulunca doğru yolda olup olmadığını kontrol etmiştir (“oluşturduğum hipoteze uymayan sonuçlar

bulunca fark doğru yolda olmadığını fark ettim"). P4'te bulunduğu sonuçlar problemdeki denklemi sağlamadığı için yaptıklarını hem kağıt üzerinde hem de Geogebra'da kontrol etmiştir. *"Doğru yaptığımı düşünmüştüm. Sonra bulduğum köklerin denklemi sağlamadığını fark ettim. Diskriminant yoluyla yapınca diskriminantın kökün içi negatif olan bir sayı olduğunu belirledim ve Geogebra'da da işlemimi kontrol ettim ve çözüm kümesi boş küme çıktı."* Murat, P11'de verilen önermenin doğruluğunu ispat etmeye çalışırken yaptıklarının doğru olup olmadığını kontrol etmiş. P12 ve 14'te yeni karşılaştığı durumlar olunca (P12'de karmaşık sayılarda bölme işlemi, P14'te ise karmaşık sayının eşleniği ile modülü arasındaki ilişki sorulmuştur) yaptıklarından emin olamamış. P14'te istenen ilişkiyi bulamayınca yaptığı işlemlerin doğru olup olmadığını kontrol etmiştir. Murat'ın kendi kavraması ve performansının farkında olması becerisinin tüm süreç boyunca ortaya koyduğu söylenebilir.

Murat, 15 problemde, problemi çözerken kullandığı stratejinin verimliliğini değerlendirme becerisini ortaya koymuştur. 10 problemde (P1,2,4,6,7,10,13,16,25, 28) çözüm yaparken kullandığı çözüm yolunun işe yarayıp yaramadığını belirlemiştir. Kullandığı problemleri göz önünde tutarak bu beceriyi de süreç boyunca gösterdiği söylenebilir. Murat, 5 problemde, önce belirlediği çözüm yolunun verimliliğini değerlendirmiş ve işe yaradığını düşündüğü için başka bir yol kullanmamıştır. P3,19 ve 24'te kullandığı çözüm yolunun doğru olduğunu düşündüğü için başka bir çözüm yolu düşünmemiştir. P3 için, *"Farklı bir yol kullanmadım, çünkü genel formülden çıkıyordu, bu nedenle başka bir yol düşünmedim."* şeklinde çözüm yolunu değerlendirmiştir. P19'da ise çözüm yolu olarak Geogebra'yı kullandığı için çözüm yolunun doğru olduğunu düşünmüştür. P7 ve P25'te de kullandığı çözüm yolu benzer bir problemde işe yarayıp ve bu 2 problemde de işe yarayacağını düşündüğü için farklı bir yol kullanmamıştır. Murat, problemi çözerken de kullandığı çözüm yolunun verimliliğini değerlendirmiştir. P5'te çözüm yolunun verimliliğini Geogebra'da kontrol etmiştir.

Murat, 5 problemin çözümünde planını izlemiş ve değerlendirmiştir. Bu problemlerde çözümü sırasında olması gereken durumlar gelmediği için yaptıklarını kontrol etmiştir. P24'te *" z^2 'nin kutupsal gösterimini yazarken, modülü yanlış hesapladığımı fark ettim, çünkü kök dışına çıkaramadım sayıyı. Geriye dönüp kontrol ettim ve $4i^2$ 'yi 4 olarak aldığımı gördüm. Düzelttim sonra hatamı ve çözmeye*

devam ettim.” Murat, P24’te planını yapmış ve neler yapacağını belirlemiş, süreci değerlendirmiş ve çözümü yapamayınca nerede hata yaptığını anlamıştır. Murat’ın bu beceriyi kullandığı problemlere bakıldığında problemlerin sürecin sonlarına doğru olan problemler olduğu görülmektedir. Bu nedenle Murat’ın problemi çözerken yapmış olduğu planı izlemesi ve değerlendirmesi becerisinin uygulama süreci ile geliştiği söylenebilir.

Murat’ın değerlendirme düzeyi. Murat’ın değerlendirme bileşeni ile ilgili faaliyetleri ve hangi problemlerde kullandıkları Tablo 21’de verilmiştir.

Tablo 21

Murat’ın Değerlendirme Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetleri ve Kullandığı Problemler

Değerlendirme Faaliyeti	Kullandığı Problemler	Toplam
Problemi çözdükten sonra çözümünü ve çözüm yolunu yargılıyor (6A)	1,2,3,4,5,6,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,21,22,23,24,25,27,28	23
Problemi çözdükten sonra yaptıklarını sözel olarak anlatıyor (6B)	3,7,8,9,10,11,12,13	8
Problem çözümünü ileride nasıl kullanacağını belirtiyor (6D)	1,2,3,4,10,11,13,19,22,24,25	11
Problem çözümünden önceki hedefi ile problem çözümünden sonraki sonuçları karşılaştırması (6E)	3	1

Murat, 23 problemde problemi çözdükten sonra çözümünü ve çözüm yolunu yargılamıştır. 11 problemde problemi çözdükten sonra başa dönüp yaptıklarını inceleyip incelemediğini ifade etmiştir. 5 problemde (P1,4,19,21,28) çözümünden emin olamadığı için, 2 problemde (P5,23) bulduğu sonuçları kontrol etmek için problemi çözdükten sonra başa dönüp yaptıklarını incelemiştir. 4 problemde (P6,14,22,24) ise doğru yaptığını düşündüğü için problemi çözdükten sonra başa dönüp yaptıklarını incelememiştir. P6’da neden yaptıklarını inceleme ihtiyacı duymadığını şu şekilde ifade etmiştir; *“Geogebra’da yaptıklarım birbirini doğruladı. Bir de bu tarz sorulardan çok fazla çözmüş oldum ve doğru yaptığımı düşünüyorum. Bu nedenle yaptıklarımı incelemedim.”* Murat, problemi doğru olarak çözmesinin nedenlerini Geogebra’yı kullanması ve benzer problemler çözmesi olarak belirtmiştir. Murat, 20 problemi doğru olarak çözdüğünü belirtmiştir ancak bunlardan sadece birinde nedenini belirtmiştir. P16’da verilen ilişkinin doğruluğunu

gösterebildiği için problemi doğru olarak çözdüğünü düşünmektedir. Murat'ın P16'yı nasıl çözdüğü Şekil 16'da verilmiştir.

* $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ olmak üzere $|z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$ dir.

Önermesinin doğru olduğunu Geogebra yazılımında iki karmaşık sayı belirleyerek inceleyin. Daha sonra doğru ya da yanlış olduğunu cebirsel olarak gösterin.

$$|a+bi-c-di|^2 + |a+bi+c+di|^2 =$$

$$= |a-c+i(b-d)|^2 + |a+c+i(b+d)|^2 =$$

$$= \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}^2 + \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}^2 =$$

$$\sqrt{a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bd + d^2}^2 + \sqrt{a^2 + 2ac + c^2 + b^2 + 2bd + d^2}^2 =$$

$$a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 + a^2 + 2ac + c^2 + b^2 + 2bd + d^2 =$$

$$2a^2 + 2c^2 + 2b^2 + 2d^2 =$$

$$2(a^2 + c^2 + b^2 + d^2) =$$

$$2(\underbrace{a^2 + b^2}_{|z_1|^2} + \underbrace{c^2 + d^2}_{|z_2|^2})$$

$$= 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$$

Şekil 16. Murat'ın P16'daki önermeyi doğrulama çalışması

Murat, 13 problemde çözümünü tamamladıktan sonra daha iyi bir çözüm yolu olamayacağını düşündüğünü ifade etmiştir. 10 problemde (P4,5,6,10, 11,13,14,18,19,23) sadece düşünmediğini ifade etmiştir.3 problemde ise sebebini belirtmiştir. P2 ve 3'de çözüme kavuşmanın kendisi için yeterli olduğunu belirtmiştir. P15'te ise çözümünde ispat olduğu için başka bir yol düşünmemiştir.

Murat, 8 problemde problemi çözerken yaptıklarını adım adım anlatmıştır. Problemi çözerken yaptıklarını adım adım anlatması, problemi çözdükten sonra yaptıklarını sözel olarak anlatabildiğini göstermektedir.

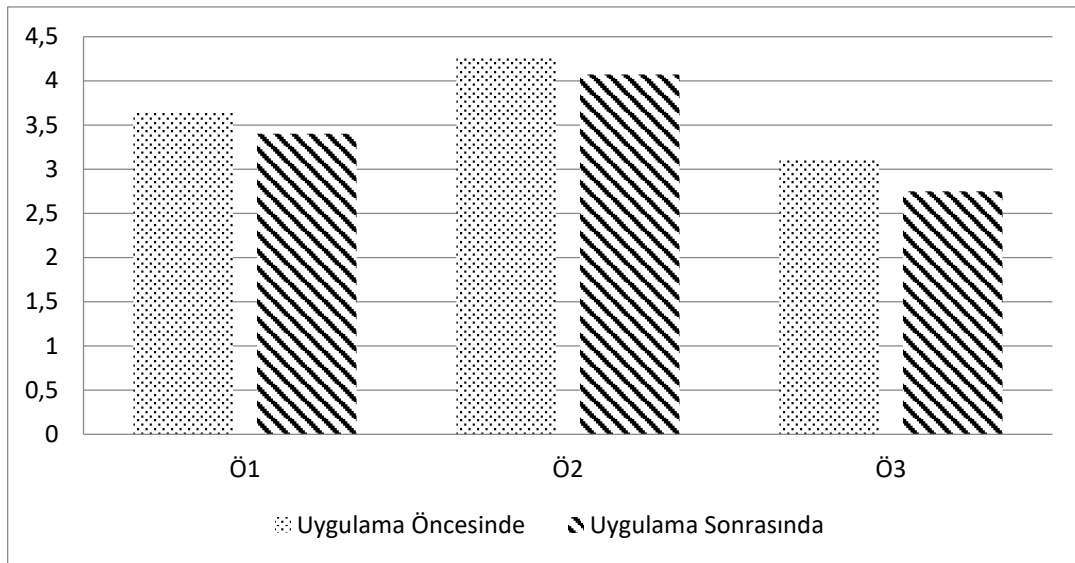
Murat, 11 problemde çözümünü ileride nasıl kullanacağını belirtmiştir. Benzer problemlerde aynı çözümü kullanacağını ifade etmiştir.

Murat, sadece bir problemde problem çözümünden önceki hedefi ile problem çözümünden sonraki sonuçları karşılaştırmıştır. P3'te problemde oluşturduğu hipotezler ile uyumlu olmayan sonuçlar bulunca başa dönüp yaptıklarını incelemiştir.

Özel Yetenekli Öğrencilerin Uygulama Sonrasındaki Üstbilişsel Bilgi ve Beceri Düzeyleri

Uygulama sonrası öğrencilerin üstbiliş farkındalık puanları sonuçları.

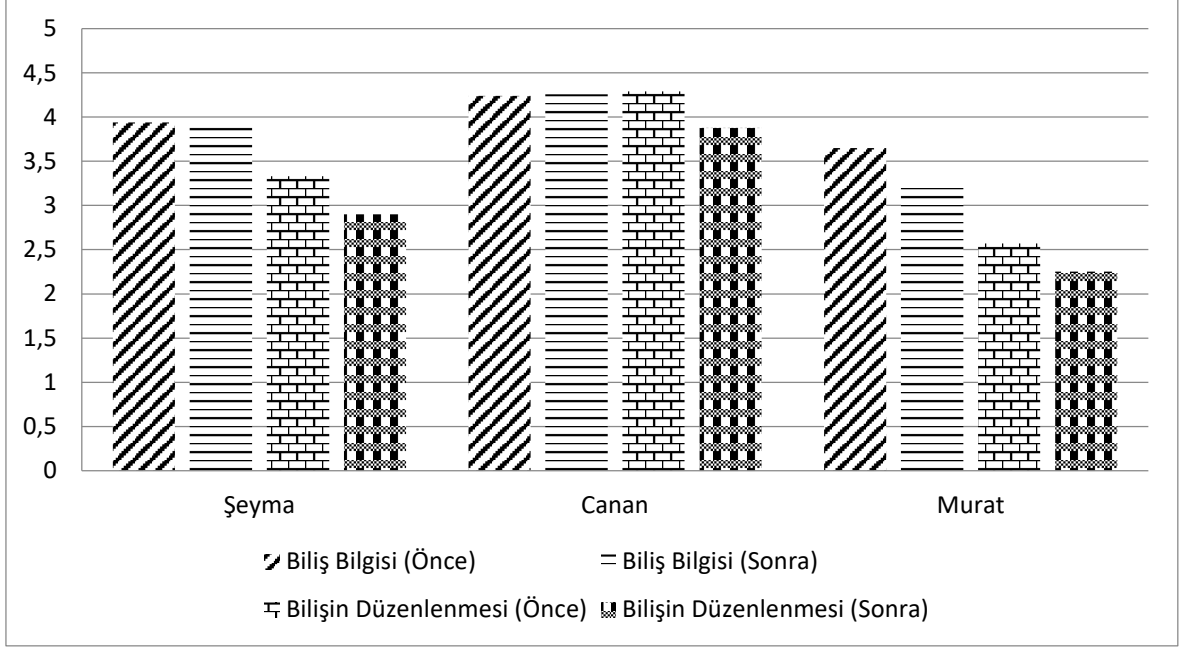
Uygulama öncesinde uygulanan üstbiliş farkındalık ölçeği, uygulama sonrasında tekrar 3 özel yetenekli öğrenciye uygulanmıştır. Uygulama sonrasındaki üstbiliş puanları incelendiğinde bir tanesinin puanı 4'ün üzerinde (4,07), bir tanesinin puanı 3,5 civarında (3,40), bir tanesinin puanı ise 3'ün altındadır (2,75). Öğrencilerin uygulama sonrasındaki üstbiliş puanları uygulama öncesindeki puanları ile birlikte Şekil 17'de verilmiştir.



Şekil 17. Öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrasındaki üstbiliş bileşenlerine yönelik farkındalık puanları

Şekil 17'da görüldüğü üzere 3 öğrencinin de uygulama sonrasındaki üstbiliş puanları, uygulama öncesi puanlarına göre düşüktür. En fazla fark Murat'ın puanlarında olmuştur (-0,36). En az fark ise Ece'nin puanlarında olmuştur (-0,17).

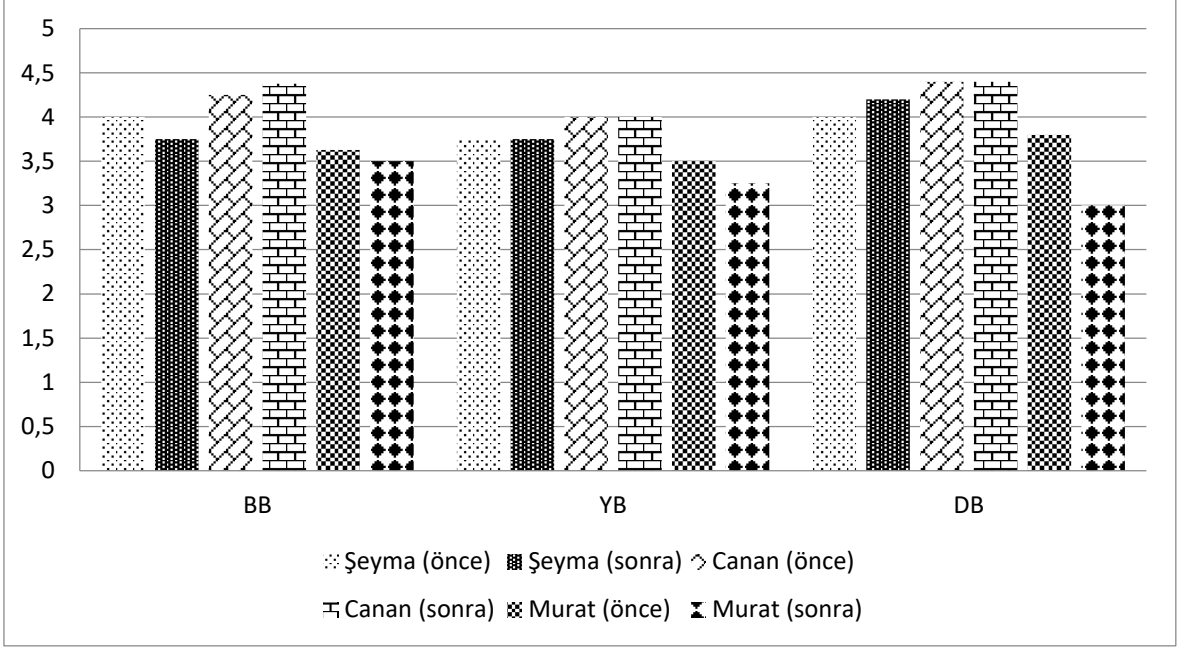
Öğrencilerin biliş bilgisi ve bilişin düzenlenmesi bileşenlerine yönelik puanları uygulama öncesi ve sonrası olarak Şekil 18'de verilmiştir.



Şekil 18. Öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrasındaki üstbiliş bileşenlerine yönelik farkındalık puanları

Şekil 18'de görüleceği üzere Canan'ın biliş bilgisi dışında tüm öğrencilerin uygulama sonrasındaki biliş bilgisi ve bilişin düzenlenmesi puanları, uygulama öncesi puanlarına göre daha düşük gelmiştir. Canan'ın biliş bilgisi puanı çok az da olsa 4.24'den 4.26'ya çıkmıştır. Bilişin düzenlenmesi puanı ise 4,29'dan 3.88'e azalmıştır. Şeyma'nın biliş bilgisi puanı çok az da olsa 3.94'den 3.90'a, bilişin düzenlenmesi puanı ise 3,33'den 2,9'a düşmüştür. Murat'ın biliş bilgisi puanı 3,65'den 3,20'ye, bilişin düzenlenmesi puanı ise 2,57'den 2,25'e düşmüştür.

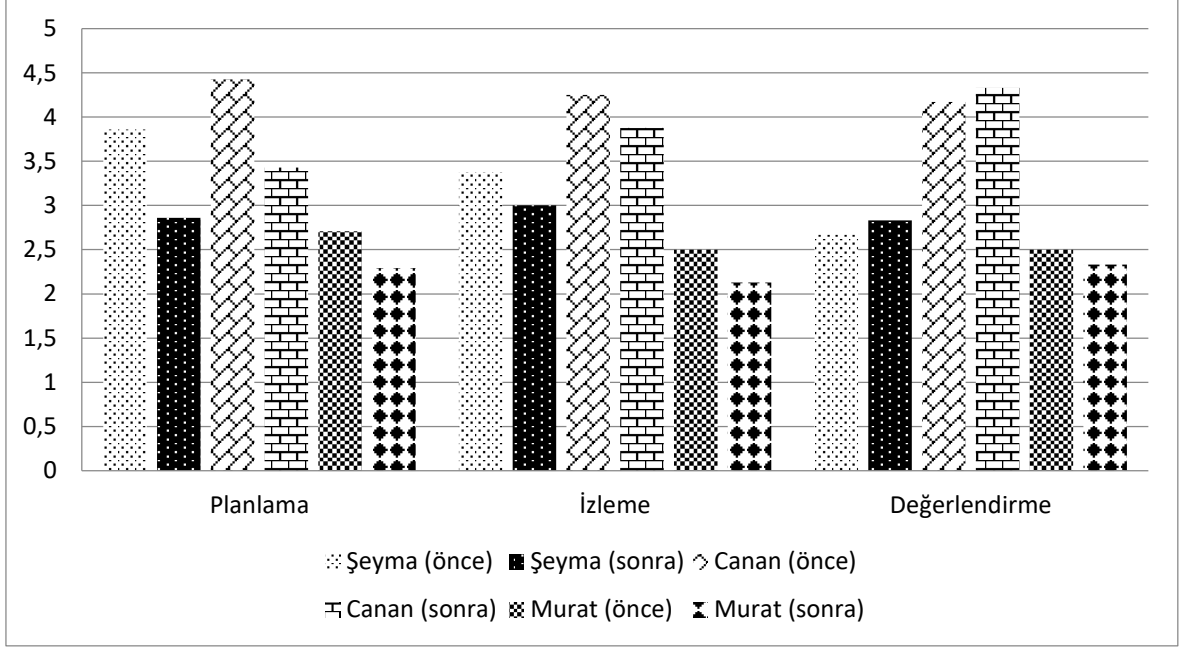
Öğrencilerin biliş bilgisinin alt bileşenleri olan bildirimsel bilgi (BB), yordam bilgisi (YB) ve durumsal bilgi (DB) puanları uygulama öncesi ve sonrası olacak şekilde Şekil 19'da verilmiştir.



Şekil 19. Öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrasındaki biliş bilgisi alt bileşenlerine yönelik farkındalık puanları

Şeyma'nın BB puanı 4,00'den 3,75'e azalmış, YB puanı uygulama öncesi ve sonrası değişmemiş ve 3,75 olarak kalmış, DB puanı ise 4,00'den 4,20'ye çıkmıştır. Canan'ın BB puanı 4,25'den 4,38'e çıkmış, YB puanı değişmemiş ve 4,00 olarak kalmış, DB puanı da değişmemiş ve 4,40 olarak kalmıştır. Murat'ın tüm biliş bilgisi alt bileşenlerine yönelik farkındalık puanları azalmıştır. BB puanı 3,63'den 3,50'a; YB puanı 3,50'den 3,25'e; DB puanı ise 3,80'den 3,00'a azalmıştır.

Öğrencilerin bilişin düzenlenmesi alt bileşenleri olan planlama, izleme ve değerlendirme puanları uygulama öncesi ve sonrası olacak şekilde Şekil 20'de verilmiştir.



Şekil 20. Öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrasındaki bilişin düzenlenmesi alt bileşenlerine yönelik farkındalık puanları

Şekil 20’de görüldüğü üzere hem öğrenciler arasındaki bilişin düzenlenmesi alt bileşeni puanları hem de uygulama öncesi ve uygulama sonrasındaki puanları arasındaki farklılaşma biliş bilgisi puanlarına göre daha fazladır. Planlama ve izleme bileşenlerine ait uygulama sonrasındaki puanlar, uygulama öncesi puanlara göre azalmış, değerlendirme bileşeninde ise Şeyma ve Canan’ın puanları artmış, Murat’ın ise azalmıştır. Şeyma’nın planlama puanı 3,86’dan 2,86’ya; izleme puanı 3,38’den 3,00’a azalmış, değerlendirme puanı ise 4,17’den 4,33’e çıkmıştır. Canan’ın planlama puanı 4,43’de 3,43’e; izleme puanı 4,25’den 3,88’e azalmış, değerlendirme puanı ise 4,17’den 4,33’e artış göstermiştir. Murat’ın ise planlama puanı 2,71’den 2,29’a; izleme puanı 2,50’dan 2,13’e, değerlendirme puanı ise 2,50’den 2,33’e azalmıştır.

Bölüm 5

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu bölümde araştırma problemi ve buna bağlı olan alt problemlerin sonuçları ilgili araştırmalar bölümü ile desteklenerek verilmiştir. Çalışma sonuçlarına göre ise önerilere yer verilmiştir.

Sonuç ve Tartışma

Özel yetenekli öğrencilerin uygulama öncesi üstbilişsel bilgi ve becerileri üstbiliş farkındalık ölçeği ile belirlenmiştir. Bu ölçme aracı ile elde edilen sonuçlar öğrencilerin kendilerinin üstbilişsel bilgi ve becerilerini değerlendirmesine dayanmaktadır. Öğrenciler kendilerini üstbilişsel bilgi ve beceri anlamında kendilerini yüksek farkındalığa sahip görmektedirler. Alexander, Carr ve Schwanfluged (1995)'in çalışmasında da üstbilişsel düzey ile özel yeteneklilik arasında doğrusal bir ilişki belirlenmiştir. Sternberg'de (2001) özel yetenekli öğrencilerin hedeflerine ulaşmak için en uygun stratejiyi seçebildiklerini ve hedefe ulaşıp ulaşamadıklarını kontrol edebildiklerini belirtmiştir.

Uygulama öncesinde öğrencilerin biliş bilgisi puanları, bilişin düzenlenmesi puanlarından daha yüksek çıkmıştır. Öğrenciler, kendi bilişsel faaliyetleri, bilişsel hedefleri ve deneyimleri hakkında daha fazla bilgi sahibi olduklarını düşünmektedirler. Kendi düşüncelerini ve öğrenmelerini kontrol etmek için kullandıkları faaliyetler açısından ise değerlendirmeleri daha düşüktür. Öğrenciler kendi bilişsel süreçleri ile ilgili bilgi sahibi olduklarını ancak bu süreçlerine daha az müdahale ettiklerini düşünüyorlar. Yapılan çalışmalarda ise öğrencilerin biliş bilgisi bileşenlerinin zayıf, bilişin düzenlenmesi bileşenlerinin daha yüksek olduğu belirlenmiştir (Schraw ve Moshman, 1995; Zimmermann ve Martinez-Pons, 1986). Bu çalışmanın ilginç sonuçlarından biridir.

Çalışma grubunda yer alan 3 özel yetenekli öğrencinin de üstbiliş farkındalıkları, kendilerini değerlendirmeleri farklıdır. Canan kendisini hem biliş bilgisi hem de bilişin düzenlenmesi bileşenlerinde oldukça yetkin görürken Şeyma, daha az yetkin görmektedir. Şeyma bilişin düzenlenmesi bileşeni olarak kendisini daha az yetkin görmektedir. Murat ise özellikle bilişin düzenlenmesi açısından kendisini düşük seviyede, biliş bilgisi bileşenleri açısından da diğer katılımcılardan daha az yetkin görmüştür. Murat'ın bu değerlendirmesi Davis ve Rimm'in (2004) ile

Özbyay ve Palancı'nın (2011) bahsettiği özel yetenekli çocukların zayıf özelliklerinden biri olan kendilerine duydukları şüphe ile açıklanabilir. Murat'ın kendi öğrenmesine yönelik farkındalığa sahip olmadığı söylenebilir.

Elde edilen sonuçlara göre özel yetenekli öğrenciler en fazla kendilerini bildirimsel bilgi bileşeninde yetkin görmektedirler. Bu da özel yetenekli öğrenciler ile yapılan çalışmalarda ulaşılan sonuçlardan biridir. Biliş bilgisinin bildirimsel bilgi alt bileşeni, bireyin performansını etkileyen faktörlerle ilgili bilgisidir. Yordam ve durumsal bilgi alt bileşenleri gibi strateji bilgisinden bağımsız olduğu için bildirimsel bilgi puanlarının yüksek olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin yordam bilgisi ve durumsal bilgi bileşenlerine ait puanları da düşük değildir. Öğrenciler, bir problemi çözmek için hangi stratejilerin nasıl uygulanacağını ve farklı bilişsel etkinlikleri hangi durumda, ne zaman kullanacaklarını bildiklerini düşünmektedirler. Kendisini üstbiliş bileşenleri anlamında en yetkin gören kişi Canan olmuştur. Canan'ın uygulama öncesi tüm alt bileşen puanları 4 ve 4'ün üzerinde olmuştur. Murat ise özellikle bilişin düzenlenmesi alt bileşenlerinde kendisini yetersiz görmektedir. Planlama, izleme ve değerlendirme alt bileşenlerine yönelik faaliyetleri çok fazla gerçekleştirmediğini düşünmektedir.

Öğrencilerin bildirimsel bilgi alt bileşeni ile ilgili faaliyetlerini kaç problemde gösterdikleri Tablo 22'de yer almaktadır.

Tablo 22

Öğrencilerin Bildirimsel Bilgi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetlerini Kullanma Düzeyleri

Bildirimsel Bilgi Faaliyeti	Şeyma	Canan	Murat
Problemin zorluğunu düşünüyor (1A)	20	16	14
Problemin çözüm yöntemini düşünüyor (1B)	4	12	9
Problemin konusu ile ilgili kavramları düşünüyor (1C)	3	4	4
Problemin yapısını ve amaçlarını biliyor (1D)	5	4	6
Problemi çözmek için neyi bilip bilmediğini biliyor (1E)	3	3	6
Problemde geçen bilmediği kavram ile ilgili notlarına bakıyor (1F)	3	1	1
Problemi çözmek için belirli bir yöntemi uygulayıp uygulayamayacağını biliyor (1G)	14	11	11
Toplam	52	51	51

Tablo 22'ye göre öğrencileri biliş bilgisine ait bildirimsel bilgi düzeylerinin birbirine oldukça yakın olduğu görülmektedir. 3 öğrencinin de en sık gözlenen bildirimsel bilgi faaliyeti sahip olduğu bilgi ve yeteneklerinin farkında olarak bir problemi çözüp çözemeyeceğini, çözerken zorluk yaşayıp yaşamayacağını bilmesidir. Öğrencilerin üçünde de diğerlerinden daha sık gözlemlenen bir sonraki bildirimsel bilgi faaliyeti, problemi çözmek için belirli bir yöntemi uygulayıp uygulamayacağını bilmesidir. Canan ve Murat'ın bu faaliyete yakın şekilde gözlemlenen diğer faaliyeti ise problemin çözüm yöntemini bilmeleridir. Şeyma'da bu faaliyet daha az gözlemlenmiştir. Öğrencilerin en az gözlenen bildirimsel bilgi faaliyeti ise problemde geçen bilmediği kavramlar ile ilgili notlarına bakmasıdır. Şeyma 'de bu faaliyet sadece 1 problemde gözlenmiştir, Canan ise 3 problemde bu faaliyete sahip olduğunu ortaya koymuştur.

Uygulama öncesinden öğrencilerin değerlendirmelerinden elde edilen puanlardan en yüksek alt bileşen bildirimsel bilgi olmuştur. Öğrencilerin tümü 28 problemde 50'nin üstünde bildirimsel bilgi faaliyeti göstermiştir. Yapılan çalışmalardan Şengül ve Erdoğan'ın (2013) çalışmalarında öğrencilerin bildirimsel bilgi düzeylerinin gelişmediği sonucuna ulaşılmıştır. Ancak Özkaya'nın (2013) internet tabanlı öğretim materyali ile geliştirdiği çalışmasında da öğrencilerin bildirimsel bilgi düzeylerinde artış olduğu gözlenmiştir. Carr ve Schwanflugel'in (1995) yaptıkları çalışmada da bildirimsel bilgi alt bileşeninin özel yetenekli öğrencilerde daha iyi olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Uygulama öncesi üstbiliş farkındalık puanları açısından da en yüksek puan bildirimsel bilgi puanları olmuştur. Öğrencilerin en fazla göstermiş olduğu bilgi, problemin zorluğu ile ilgiliydi. Özel yetenekli öğrenciler genel olarak problem ile ilk karşılaştığında problemi çözüp çözemeyeceğini ve nerede zorlanacağını düşünmektedir. Bu öğrencilerin sonuç odaklı düşüncülerinden kaynaklanabilir. Öğrencilerin ifade etmiş oldukları diğer bir bildirimsel bilgi faaliyeti ise problemi çözmek için belirli bir yöntemi uygulayıp uygulayamayacağını biliyor olmalarıdır. En az kullandıkları faaliyet ise problemde geçen bilmediği kavram ile ilgili notlarına bakıyor olmasıdır.

Öğrencilerin yordam bilgisi alt bileşeni ile ilgili faaliyetlerini kaç problemde gösterdikleri Tablo 23'e yer almaktadır.

Tablo 23

Öğrencilerin Yordam Bilgisi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetlerini Kullanma Düzeyleri

Yordam Bilgisi Faaliyeti	Şeyma	Canan	Murat
Problemi çözmek için kullanılabilir yöntemlerin nasıl kullanılacağını biliyor (2A)	7	11	11
Öğrendiği strateji veya bilgiyi nasıl uygulayacağını biliyor (2B)	7	5	5
Verilen bir görevi farklı temsil/araçla yeniden oluşturması (2C)	1	-	1
Toplam	15	15	16

Tablo 23'e göre öğrencilerin biliş bilgisine ait yordam bilgisi düzeylerinin birbirine oldukça yakın olduğu görülmektedir. 3 öğrencinin de en sık gözlenen yordam bilgisi faaliyeti problemi çözmek için kullanılabilir yöntemlerin nasıl kullanılacağını bilmeleridir. Şeyma'nın bu faaliyeti gösterme sıklığı Canan ve Murat'a göre daha azdır. Ancak Canan'ın öğrendiği stratejiyi veya bilgiyi nasıl uygulayacağını bilme faaliyeti problemi çözmek için kullanılabilir yöntemlerin nasıl kullanılacağını bilme faaliyeti ile aynı sıklıkta görülmüştür. Canan'ın bu faaliyeti gösterme sıklığı Şeyma ve Murat'a göre daha fazladır. Öğrencilerin en az gözlenen yordam bilgisi faaliyeti ise "verilen bir görevi farklı temsil/araçla yeniden oluşturma" dır. Canan, Şeyma ve İrem'in sadece birer problemde ifade ettiği düşünme sürecinin farkında olduğuna dair bir faaliyet göstermemiştir.

Öğrencilerin yordam bilgisi alt bileşeni bildirimsel bilgi alt bileşenine göre daha düşük çıkmıştır. Bunun nedeni öğrencilerin problemi çözerken yöntem kısmına odaklanmamış olmalarından kaynaklanabilir. Özkaya'nın (2013) çalışmasında da yordam bilgisi alt bileşenine yönelik bir değişim gözlenmemiştir. Şengül ve Erdoğan'ın (2013) çalışmasında ise öğrencilerin yordam bilgilerinde anlamlı bir artış gözlemlenmiştir. Öğrenciler problemi çözmek için kullanılabilir yöntemlerin nasıl kullanıldıklarını biliyor ancak bu faaliyeti çok fazla problemde gösterememişlerdir. Yordam bilgisine ait diğer bir faaliyet ise "verilen bir görevi farklı temsil/araçla yeniden oluşturması" dır. Bu faaliyet öğrencilerin neredeyse hiç göstermediği bir faaliyet çeşidi olmuştur. Sadece Şeyma ve Murat, birer problemde düşünme süreçlerinin farkında olduklarını göstermişlerdir.

Öğrencilerin durumsal bilgi alt bileşeni ile ilgili faaliyetlerini kaç problemde gösterdikleri Tablo 24'te verilmiştir.

Tablo 24

Öğrencilerin Durumsal Bilgi Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetlerini Kullanma Düzeyleri

Durumsal Bilgi Faaliyeti	Şeyma	Canan	Murat
Bir stratejinin ne zaman kullanılacağını ve ne zaman kullanılmayacağını biliyor (3A)	2	-	1
Bir stratejinin niçin ve hangi şartlar altında çalıştığını biliyor (3B)	3	3	3
Bir stratejinin diğerine göre ne zaman ve niçin daha iyi ve daha uygun olduğunun farkında (3C)	5	4	2
Bir problemin çözümünde hangi durumda ne yapacağını ve problemi nasıl çözeceğini biliyor (3D)	3	6	4
Toplam	13	13	10

Tablo 24'e göre Canan ve Murat'ın en sık tekrar eden durumsal bilgi faaliyeti, bir problemin çözümünde hangi durumda ne yapacağını ve problemi nasıl çözeceğini bilmesidir. Canan ve Murat bu faaliyeti 6 problemde göstermiştir. Şeyma'nın en sık tekrar eden durumsal bilgi faaliyeti ise bir stratejinin diğerine göre ne zaman ve niçin daha iyi ve daha uygun olduğunun farkında olmasıdır. Şeyma'da bu faaliyeti 5 problemde göstermiştir. 3 öğrencide de en az gözlenen faaliyet bir stratejinin ne zaman kullanılacağı ve ne zaman kullanılmayacağını biliyor olmasıdır. Şeyma bu faaliyeti 2 problemde, Murat 1 problemde göstermişken Canan, bu faaliyeti hiçbir problemde gösterememiştir.

Öğrencilerin durumsal bilgi alt bileşeni ise biliş bilgisi bileşenlerinden en düşük seviye olarak gözlenmiştir. Bunun nedeninin öğrencilerin problemi çözmek için genelde tek çözüm yolu düşünmeleri ve eğer bu çözüm yolu ile amaçlarına ulaştılar ise daha kısa, estetik, anlamlı çözümler düşünmemeleri olabilir. Şengül ve Erdoğan (2013) ile Özkaya'nın (2013) çalışmalarında durumsal bilgi alt bileşenin gerçekleştirilen uygulamalar ile geliştiği belirlenmiştir.

Öğrencilerin planlama alt bileşeni ile ilgili faaliyetlerini kaç problemde gösterdikleri Tablo 25'de yer almaktadır.

Tablo 25

Öğrencilerin Planlama Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetlerini Kullanma Düzeyleri

Planlama Faaliyeti	Şeyma	Canan	Murat
Problemi çözmeye başlamadan önce, problemin amacını anlamaya çalışıyor (4A)	22	16	22
Problemi okumadan önce problemle ilgili tahminde bulunuyor (4B)	-	-	1
Problemi çözmeden önce zamanı düzenliyor (4D)	5	8	3
Toplam	27	24	26

Tablo 25'e göre problemi okumadan önce problem ile ilgili tahminde bulunma davranışını sadece Murat göstermiştir. Problemi çözmeden önce zamanını düzenleme davranışını ise en çok Canan'ın yaptığı ortaya koyulmuştur. Problemin amacını anlamak için talimatlara dikkat etme ve bunlara uyma davranışını Şeyma ve Murat 22 problemde gösterirken, Canan, 16 problemde bu davranışı göstermiştir. Analiz çerçevesinde yer alan "problemi çözmek için kullanacağı stratejileri sıraya koyma" ve "alıştırmaları analiz etme" davranışlarını ise hiçbir öğrencide görülmemiştir.

Öğrencilerin bilişin düzenlenmesi bileşenine ait alt bileşenlerden planlama becerisi en düşük gözlemlenen beceri olmuştur. Özellikle öğrencilerin problem çözme sürecinde süreye dikkat etmedikleri gözlenmiştir. Bunun sebebi sorulduğunda ise BİLSEM'de gerçekleştirilen etkinliklerde sürenin çok önemli olmadığını düşündüklerini belirtmişlerdir. Özkaya'nın (2013) internet tabanlı öğretim materyalleri ile yapmış olduğu uygulama sürecinde de planlama alt bileşeninde bir değişim gözlenmemiştir. Öğrencilerin "problemi çözmeye başlamadan önce, problemin amacını anlamaya çalışması" faaliyeti en çok göstermiş oldukları faaliyettir. Öğrenciler problemi çözerken problemdeki talimatları dikkate almakta ve bunlardan yola çıkarak problemleri anlamaya çalışmaktadırlar.

Öğrencilerin izleme alt bileşeni ile ilgili faaliyetlerini kaç problemde gösterdikleri Tablo 26'da yer almaktadır.

Tablo 26

Öğrencilerin İzleme Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetlerini Kullanma Düzeyleri

İzleme Faaliyeti	Şeyma	Canan	Murat
Kendi performansının farkında (5A)	16	14	12
Problemi çözerken kullandığı stratejinin verimliliğini değerlendiriyor (5B)	9	13	15
Problem çözerken yapmış olduğu planı izliyor ve değerlendiriyor (5C)	1	2	5
Toplam	26	29	33

Tablo 26’da öğrencilerin izleme bileşenine ait becerilerini kaç problemde gösterdikleri yer almaktadır. Şeyma’nın kendi performansının farkında olma becerisi diğerlerinden daha fazla gözükmektedir. Ancak Şeyma, daha çok işlemlerini kontrol etme anlamında performansının farkında iken Canan ve Murat kendi performansları hakkındaki farkındalığı daha çok karşılaştıkları matematiksel durumlarla açıklamışlardır. Örneğin Şeyma, bir problemde verilen önermenin doğruluğunu ispat etmeye çalışırken yaptıklarının doğru olup olmadığını düşünürken, Murat 3 problemde aynı faaliyeti gerçekleştirmiştir. Problemi çözerken kullandığı stratejinin verimliliğini en çok Murat değerlendirmiştir. Canan ise bu beceriyi en çok Geogebra yazılımını kullandığı problemlerde göstermiştir. Tüm öğrenciler açısından izleme bileşeni ile ilgili en az gösterdikleri beceri, problemi çözerken yapmış oldukları planı izlemesi ve değerlendirmesi olmuştur. Murat’ın da en az gösterdiği beceri bu olsa da 5 problemde bu beceriye sahip olduğunu göstermiştir.

Öğrencilerin izleme becerileri planlama becerilerine göre daha yüksek düzeydedir. Öğrencilerin genel olarak kendi performanslarının farkında olduğu gözlenmiştir. Özel yetenekli öğrencilerin özelliklerden biri olan bu özellik öğrencilerin izleme düzeylerinin de yüksek olmasını sağladığı düşünülmektedir. Özkaya’nın (2013) çalışmasında ise öğrencilerin izleme alt bileşenlerinde bir değişim gözlenmemiştir. Öğrencilerin en az gösterdikleri beceri ise “problem çözerken yapmış olduğu planı izlemesi ve değerlendirmesi” olmuştur. Bunun nedeninin öğrencilerin planlama becerilerinin de düşük olması olduğu söylenebilir.

Öğrencilerin değerlendirme alt bileşeni ile ilgili faaliyetlerini kaç problemde gösterdikleri Tablo 27’de yer almaktadır.

Tablo 27

Öğrencilerin Değerlendirme Alt Bileşeni ile İlgili Faaliyetlerini Kullanma Düzeyleri

Değerlendirme Faaliyeti	Şeyma	Canan	Murat
Problemi çözdükten sonra çözümünü ve çözüm yolunu yargılıyor (6A)	25	18	23
Problemi çözdükten sonra yaptıklarını sözel olarak anlatıyor (6B)	26	19	8
Problem çözümünü ileride nasıl kullanacağını belirtiyor (6D)	9	2	11
Problem çözümünden önceki hedefi ile problem çözümünden sonraki sonuçları karşılaştırması (6E)	-	-	1
Toplam	60	39	43

Tablo 27'ye göre Şeyma ve Murat'ın problemi çözdükten sonra çözümünü ve çözüm yolunu yargılaması becerilerini kullanma sayıları birbirlerine yakındır. Problemi çözdükten sonra yaptıklarını sözel olarak en fazla Şeyma anlatmıştır. Problem çözümünü ileride nasıl kullanacağını belirtme becerisini en fazla Murat ve sonrasında Şeyma kullanmıştır. Canan ise bu beceriyi kullandığını çok az problemde göstermiştir. Problem çözümünden önceki hedefi ile problem çözümünden sonraki sonuçlarını sadece bir problemde (P3) ortaya koymuştur.

Öğrencilerin değerlendirme becerileri bilişin düzenlenmesi bileşenlerinden en yüksek düzeyde olan alt bileşeni olmuştur. Öğrenciler, problemi çözdükten sonra doğruluğunu genelde kontrol etmiş, yaptıklarını sözel olarak anlatabilmiş ve bu çözümlerini ileride nasıl kullanacaklarını belirtmişlerdir. İlgili araştırmalardan Özkaya'nın (2013) çalışmasında ise öğrencilerin değerlendirme alt boyutlarında bir değişim gözlenmemiştir. Öğrencilerden sadece Murat'ın bir problemde göstermiş olduğu "problem çözümünden önceki hedefi ile problem çözümünden sonraki sonuçları karşılaştırma" becerisi Şeyma ve Canan tarafından ortaya konulmamıştır. Bunun sebebi, öğrenciler problem çözmeden önce kendilerine hedef koymamalarıdır.

Öğrencilerin bilişin düzenlenmesi bileşenine yönelik alt bileşenleri düzeylerinin planlama dışında yüksek olduğu görülmektedir. Üstbiliş farkındalık ölçeğine göre öğrencilerin biliş bilgisi puanları daha yüksekti. Ancak uygulama

sonrasında yapılan görüşmeler ile elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin biliş bilgisi ve bilişin düzenlenmesine yönelik bilgi ve beceri düzeyleri birbirine yakındır.

Hıdıroğlu'nun (2015) yapmış olduğu çalışmada modelleme sürecindeki üstbiliş yapılarını planlama, izleme ve değerlendirme alt bileşenleri ile açıklamıştır. Ve teknolojinin üstbiliş yapıların oluşumunda merkezi ve destekleyici bir rol aldığını belirtmiştir. Bu çalışmada da karmaşık sayılar etkinlikleri Geogebra yazılımı destekli hazırlanmıştır. Bazı problemlerde öğrenciler doğrudan Geogebra ile problemleri çözmesi gerekirken bazılarında ise yazılımın kullanılıp kullanılmaması öğrenciye bırakılmıştır. Özellikle yordam bilgisi, izleme ve değerlendirme alt bileşenlerinde Geogebra kullanımına yönelik faaliyetler yer almaktadır.

Öğrencilerin üstbiliş farkındalık ölçeğinden elde edilen sonuçlar ile görüşmeler ve gözlem sonuçlarından elde edilen sonuçlar arasında farklılıklar gözlenmiştir. Bu farkın sebebi, özel yetenekli öğrencilerin kendilerini daha yeterli algılamaları olabilir (Yazgan-Sağ, 2014).

Öğrencilere uygulama sonunda uygulanan üstbiliş farkındalık ölçeğinden elde edilen sonuçlar ile uygulama öncesinde elde edilen sonuçlara göre daha düşüktür. Uygulama sürecinde öğrencilerin üstbiliş düzeylerinin genel olarak yüksek olduğu belirlenmiştir. Uygulama sonunda öğrencilerin üstbiliş puanlarının düşük olması, uygulama öncesine göre farkındalıklarının ve bilgilerinin artmasıyla açıklanabilir.

Üstbilişin gelişimine yönelik yapılan çalışmalarda, farklı öğretim yaklaşımları ile hazırlanan etkinlikler, üstbiliş stratejilerin öğretimi kullanılmıştır. Bu çalışmada ise öğrencilere dinamik matematik yazılımı yardımıyla hazırlanan etkinlikler ve sonrasında yapılan görüşmeler ile öğrencilerin üstbilişsel bilgi ve becerileri incelenmeye çalışılmıştır.

Öneriler

Bu çalışmada özel yetenekli öğrencilerin üstbilişleri karmaşık sayılar ile yapılan etkinlikler ile incelenmeye çalışılmıştır. 12 haftalık bir uygulama süreci gerçekleştirilmiştir. İlgili alanyazında sürenin uzun sürmesinin üstbiliş öğretimini olumlu yönde etkileyeceği belirtilmiştir (Veenman, vd.,2006). Bu nedenle yapılacak

yeni çalışmalarda stbilişsel faaliyetlerin öğrenciler tarafından gösterilmesinin devamlılığını sağlamak için süre daha uzun tutulabilir.

Konu başlığı değiştirilebilir. Bu çalışmada bilim ve sanat merkezinde öğrenim gören proje seviyesindeki öğrenciler ile çalışıldığı ve onların ğretim yılı içerisinde proje çalışmalarını sürdürmeleri gerektiği için, konu olarak karmaşık sayılar seçilmişti. Öğrencilerin seviyesine uygun olarak matematiğin diğer konularından seçilerek üstbiliş eğitimi verilebilir. Öğrencilerin sınıf seviyesi değiştirilebilir. Çalışma grubu olarak daha küçük yaş gruplarından öğrenciler ile stbilişsel bilgi ve becerilerini belirleme çalışması, üstbiliş eğitimi çalışması yapılabilir.

Çalışmada dinamik matematik yazılımlarının kullanımı serbest bırakılmış ve bu durumda değerlendirilmiştir. Sadece matematik yazılımları kullanılarak da üstbiliş öğretiminin gerçekleştirilebileceği dşnlmektedir. Öğretim ortamı ve etkinlikler buna uygun olarak düzenlenerek özel yetenekli öğrencilerin stbilişsel bilgi ve beceri düzeyleri incelenebilir.

İlgili alan yazında yüksek düzeyde başarılı özel yetenekli öğrenciler ile düşük seviyede başarılı özel yetenekli öğrenciler ile ilgili yapılan çalışmalar yer almaktadır. Bu şekildeki özel yetenekli öğrenciler ile bu çalışma tekrarlanabilir ve stbilişsel bilgi ve beceri düzeyleri karşılaştırılabilir.

Bilim ve Sanat merkezindeki öğretmenler, örgün eğitim okullarında destek eğitim odalarında özel yetenekli öğrenciler ile eğitim yapan öğretmenler ve özel yetenekli öğrenciler ile çalışan eğitmenler, bu öğrenciler ile etkinlik yaparken onların stbilişsel bilgi ve becerilerini harekete geçirecek faaliyetlerde bulunabilir. Bu çalışmada yer alan mülakat sorularını kullanabilir. Bu uygulamalar özel yetenekli öğrencilerin başarılarında önemli bir rol oynadığı düşünülen stbilişsel bilgi ve becerilerin gelişmesi adına önemli olacaktır.

Kaynaklar

- Adkins, J. (1997). *Metacognition: Designing for transfer*. Yayınlanmamış rapor. <https://etad.usask.ca/802papers/Adkins/ADKINS.PDF> adresinden erişilmiştir.
- Akın, A., Abacı, R. ve Çetin, B. (2007). Bilişötesi farkındalık envanterinin Türkçe formunun geçerlik ve güvenilirlik çalışması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 7(2), 655-680.
- Akkuş-İspir, O., Ay, Z. S. ve Saygı, E. (2011). Üstün başarılı öğrencilerin özdüzenleyici öğrenme stratejileri, matematiğe karşı motivasyonları ve düşünme stilleri. *Eğitim ve Bilim*, 162(36), 235-246.
- Alexander, J. M., Carr, M. ve Schwaneflugel, P. J. (1995). Development of metacognition in gifted children: Directions for future research. *Developmental Review*, 15, 1-37.
- Ataman, A. (1996). Üstün zekâlı ve üstün yetenekli. İ. Fındıkçı (Yay. haz.). *Eğitimimize bakışlar 1* içinde (s. 143-155). İstanbul: Kültür Koleji Eğitim Vakfı Yayınları.
- Aydemir, M. (2014). *Uzaktan eğitimde üstbilişsel etkinliklerin öğrencilerin ders çalışma süreçleri ve üstbilişsel becerileri açısından incelenmesi* (Doktora tezi). Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Aydoğdu, M. Z. (2014). *9.sınıf üstün zekalı öğrencilerin geometri problem çözme stratejileri ve Van Hiele geometri düşünme düzeyleri ile ilişkilendirilmesi* (Yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Aydos, M. (2015). The impact of teaching mathematics with geogebra on the conceptual understanding of limits and continuity: The case of Turkish gifted and talented students (Yüksek lisans tezi). İhsan Doğramacı Bilkent Üniversitesi, Ankara.
- Baltacı, M. ve Akpınar, B. (2011). Web tabanlı öğretimin öğrenenlerin üstbiliş farkındalık düzeyine etkisi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 16(8), 319-333.
- Başarır, M. (2010). *Kompleks değişkenli fonksiyonlar teorisi* (2. bs.). Adapazarı: Sakarya Yayıncılık.

- Başkan, T. (2005). *Kompleks fonksiyonlar teorisi* (5. bs.). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Bildiren, A. (2013). *Üstün yetenekli çocuklar* (2. bs.). İstanbul: Doğan Kitap.
- Bilgiç, N., Taştan, A., Kurukaya, G., Kaya, K., Avanoğlu, O. ve Topal, T. (2013). *Özel yetenekli bireylerin eğitimi strateji ve uygulama kılavuzu*. M.E.B., Özel Eğitim ve Rehberlik Hizmetleri Genel Müdürlüğü. Erişim adresi: https://orgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2013_11/25034903_zelyetenekli_bireylerineitimstratejiveuygulamaklavuzu.pdf
- Blank, L. M. (2000). A metacognitive learning cycle: A better warranty for student understanding? *Science Education*, 84(4), 486-506.
- Boran, A. İ. ve Aslaner, R. (2008). Bilim ve sanat merkezlerinde matematik öğretiminde probleme dayalı öğrenme. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(9), 15-32.
- Borkowski, J. G., Carr, M., ve Pressley, M. (1987). "Spontaneous" strategy use: Perspectives from metacognitive theory. *Intelligence*, 11, 61-75.
- Bosch, N. (2005). Equal educational opportunity, teaching & teacher education: an international journal of research and studies. *Journal for the Education of the gifted*, 28(3), 74-88.
- Boyacı, M. (2010). *Ortaöğretim öğrencilerinin temel yetenek düzeyleri ile bilişötesi öğrenme stratejileri arasındaki ilişki* (Yüksek lisans tezi). Gaziosmanpaşa Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Tokat.
- Brody, L. E., ve Stanley J. C. (2005). Youths who reason exceptionally well mathematically and/or verbally: Using the MVT:D⁴ model to develop their talents. R. J. Sternberg ve J. E. Davidson (Yay. haz.). *Conceptions of giftedness* içinde (s. 20-37). Cambridge: Cambridge University Press.
- Brown, A. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. F. E. Weinert ve R. H. Kluwe (Yay. Haz.), *Metacognition, motivation, and understanding* içinde (s. 65-116). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Case, J. ve Gunstone, R. (2002). Metacognitive development as a shift in approach to learning: An in-depth study. *Higher Education*, 27(4), 459-470.

- Chi, M. T. H., Feltovich, P. J., ve Glaser, P. (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science*, 5(2), 121-152.
- Clements, D. H. ve Nastasi, B. K. (1999). Metacognition, learning, and educational computer environments. *Information Technology in Childhood Education*, 1, 3-36.
- Creswell, J. W. (2007). *Quantative inquiry & Research design (choosing among five approaches)*. California: Sade Publications.
- Cross, D. R. ve Paris, S. G. (1988). Developmental and instructional analyses of children's metacognition and reading comprehension. *Journal of Educational Psychology*, 80(2), 131-142.
- Çağlar, D. (2004). Üstün zekâlı çocukların özellikleri. M. R. Şirin, A. Kulaksızoğlu ve A. E. Bilgili (Yay. haz.). *Üstün yetenekli çocuklar: Seçilmiş makaleler kitabı* içinde (s. 111-125). İstanbul: Çocuk Vakfı Yayınları.
- Dağlıoğlu, H. E. (2010). Üstün yetenekli çocukların eğitiminde öğretmen yeterlikleri ve özellikleri. *Milli Eğitim Dergisi*, 186(39), 72-84.
- Dai, D. Y. ve Coleman, L. J. (2005). Epilogue: conclusions and implications for the gifted education. *Journal for the Education of the Gifted*, 28(3-4), 374-388.
- Davaslıgil, Ü. (1990). Üstün çocuklar. *Yaşadıkça Eğitim*, 13, 17-22.
- Davis, G. A. ve Rimm, S. B. (2004). *Education of the gifted and talented* (5th ed.). Boston, MA: Pearson.
- Demircioğlu, H. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının üstbilişsel davranışlarının gelişimine yönelik tasarlanan eğitim durumlarının etkililiği* (Doktora tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Demirel, Ö. (2003). *Eğitim Sözlüğü*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Desoete, A. (2001). *Off-line metacognition in children with mathematics learning disabilities* (Doktora tezi). Univesiteit Gent, Pedagoische Wetenschappen, Gent. Erişim adresi: <https://biblio.ugent.be/publication/522137/file/1874176>
- Desoete, A., Roeyers, H. ve Buysee, A. (2001). Metacognition and mathematical problem solving in Grade 3. *Journal of Learning Disabilities*, 34, 435-449.

- Doğanay, A. (1996). Öğrenmenin boyutları: Birleşik bir öğretim modeli. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(2), 48-54.
- Donker, A. S., De Boer, H., Kostons, D. Dignath van Ewijk, C. C. ve van der Werf, M. P. C. (2014). Effectiveness of learning strategy instruction on academic performance: A meta-analysis. *Educational Research Review*, 11, 1-26.
- Downing, K., Kwong, T., Chan, S., Lam, T. ve Downing W. (2009). Problem-based learning and the development of metacognition. *Higher Education*, 57(5), 609-621
- Duda, B. J., Ogolnoksztalcacych, Z. S. & Poland, Z. (2010). Mathematical creative activity and graphic calculator. *International Journal of Technology in Mathematics Education*, 18(1), 3-14.
- Duman, B. (2008). Eğitim ve öğretim ile ilgili temel kavramlar: Üstbiliş-bilişsel farkındalık. B. Duman (Yay. haz.). *Öğretim ilke ve yöntemleri içinde* (s. 504-532). Ankara: Maya Akademi.
- Durdu, L. (2016). Veri toplama yöntemleri. M. Y. Özden ve L. Durdu (Yay. haz.). *Eğitimde üretim tabanlı çalışmalar için nitel araştırma yöntemleri içinde* (s. 93-124). Ankara: Anı Yayıncılık.
- El-Demerdash, M. E. A. (2010). *The effectiveness of enrichment program using dynamic geometry software in developing mathematically gifted students' geometric creativity in high schools* (Doctoral dissertation). Schwabisch Gmünd University of Education. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/266160240_The_Effectiveness_of_an_Enrichment_Program_Using_Dynamic_Geometry_Software_in_Developing_Mathematically_Gifted_Students'_Geometric_Creativity_in_High_Schools
- English, T. (1996). Evaluation of evolutionary and genetic optimizers: no free lunch. L. Fogel, P. Angeline ve T. Back. (Yay. Haz.), *Evolutionary Programming V: Proceedings of the Fifth Annual Conference on Evolutionary Programming* içinde (s.163-169). MIT Press.
- Ertmer, P. A., ve Newby, T. J. (1996). The expert learner: Strategic, self-regulated and reflective. *Instructional Science*, 24, 1-24.

- Feldhusen, J. F. (1996). Talent as an alternative conception of giftedness. *Gifted Education International*, 11, 124-127.
- Feldhusen, J. F., ve Hoover, S. M. (1986). A conception of giftedness: Intelligence, self-concept and motivation. *Rooper Review*, 8(3), 140-143.
- Flavell, J. H. (1976). Metacognition aspects of problem solving. L. B. Resnick (Yay. Haz.), *the intelligence içinde* (s. 231-235). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist*, 34 (10), 906-911.
- Flavell, J. H. (1985). *Cognitive development*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Foster, P. (2006). Observational research. R. Sapsford ve V. Jupp (Yay. haz.). *Data collection and analysis* (pp. 57-92). London: Sage.
- Fraenkel, J. R., ve Wallen, N. E. (2006). *How to design and evaluate research in education* (5. bs). New York: McGraw – Hill International Edition.
- Gagne, F. (1985). Giftedness and talent: Reexamining a reexamination of the definitions. *Gifted Child Quarterly*, 29(3), 103-112.
- Garofalo, J., ve Lester, F. (1985). Metacognition, cognitive monitoring and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(3), 163-175.
- Gelen, İ. (2003). *Bilişsel farkındalık stratejilerinin Türkçe dersine ilişkin tutum, okuduğunu anlama ve kalıcılığa etkisi* (Doktora tezi). Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Hartman, H. J. (2001). Teaching metacognitively. H. J. Hartman (Yay. haz.). *Metacognition in learning and instruction: theory, research and practice içinde* (s.149-172). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Hennesey, M. G. (2003). Metacognitive aspects of students' reflective discourse: Implications for intentional conceptual change teaching and learning. G. M. Sinatra ve P. R. Pintrich (Yay. haz.), *International conceptual change içinde* (s. 103-132). Mahwah NJ: Erlbaum.

- Hıdıroğlu, . N. (2015). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analizi: Bilişsel ve üstbilişsel yapılar üzerine bir açıklama (Doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Hohenwarter, J., Hohenwarter, M. ve Lavicza, Z. (2010). Evaluating difficulty levels of dynamic geometry software tools to enhance teachers' professional development. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 17(3), 127-134.
- Horowitz, F. D., Subotnik, R. F. ve Matthews, D. J. (2009). *The development of giftedness and talent across the life span*. Washington, DC: American Psychological Association.
- Israel, S. E. (2007). *Using metacognitive assessments to create individualized reading instruction*. International Reading Association, INC.
- Karabey, B. ve Yürümezoğlu, K. (2015). Yaratıcılık ve üstün yetenekliliğin zeka kuramları açısından değerlendirilmesi. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 40, 86-106.
- Korenova, L. (2012, Temmuz). The use of digital environment for developing the creativity of mathematically gifted high school students. *The 12th International Congress on Mathematical Education (ICME)* de sunulan bildiri. Coex, Soeul, Korea.
- Kök, B. (2012). *Üstün zekâlı ve yetenekli öğrencilerde farklılaştırılmış geometri öğretiminin yaratıcılığa, uzamsal yeteneğe ve başarıya etkisi* (Doktora tezi). İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Kramarski, B. ve Gutman, M. (2006). How can self-regulated learning be supported in mathematical e-learning environments? *Journal of Research in Science Teaching*, 40, 898-921.
- Kramarski, B., ve Mevarech, Z. R. (2003). Enhancing mathematical reasoning in the classroom: The effects of cooperative learning and metacognitive training. *American Educational Research Journal*, 40(1), 281-310

- Kumar, A. E. (1998). *The influence of metacognition on managerial hiring decision making: Implications for management development* (Doktora tezi). Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia.
- Kumlu, G. (2012). Alternatif kavramlara sahip fen ve teknoloji öğretmen adaylarında fen metinlerini okurlarken aktif hale gelen bilişsel ve üstbilişsel stratejiler (Yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Livingston, J. A. (2003). *Metacognition: An overview*. Yayınlanmamış rapor. Erişim adresi: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED474273.pdf>
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Namlu, A. G. (2004). Bilişötesi öğrenme stratejileri ölçme aracının geliştirilmesi: Geçerlik ve güvenilirlik çalışması. *Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 4(2), 123-136.
- O'Neil, H. F., ve Abedi, J. (1996). *Reliability and validity of a state metacognitive inventory: potential for alternative assessment*. CSE, Technical Report, 469.
- Özbay, Y. ve Palancı, M. (2011). Üstün yetenekli çocuk ve ergenlerin psikososyal özellikleri. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22 (Aralık), 89-108.
- Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği (2018, 7, Temmuz). Resmi Gazete (Sayı: 30471). Erişim adresi: <http://www.resmigazete.gov.tr/eskiler/2018/07/20180707-8.htm>
- Özer, B. (1998). Öğrenmeyi öğretme. A. Hakan (Yay. haz.). *Eğitim bilimlerinde yenilikler içinde* (s. 147-162). Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Açıköğretim Fakültesi Yayınları.
- Özkaya, A. (2013). *Üstbilişsel ve internet tabanlı üstbilişsel öğretim yöntemlerinin öğrencilerin hücre bölünmesi ve kalıtım konusundaki başarılarına, tutumlarına ve üstbilişsel düşünme düzeylerine etkisi* (Doktora tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Özsoy, G. (2007). *İlköğretim beşinci sınıfta üstbiliş stratejileri öğretiminin problem çözme başarısına etkisi* (Doktora tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- Özsoy, G. (2008). Üstbiliş. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi* 6(4), 713-740.
- Özyaprak, M. (2012). *Üstün zekâlı ve yetenekli öğrencilere yönelik farklılaştırılmış matematik öğretiminin erişimi, turum ve yaratıcılığa etkisi* (Doktora tezi). İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Panaoura, A. (2007, Şubat). *The impact of recent metacognitive experiences on preservice teachers' self-representation in mathematics and its teaching*. European Research in Mathematics Education 5 (Cerme 5)'de sunulan bildiri. Larnaca, Cyprus.
- Panaoura, A., Philippou, G. ve Christou, C. (2003, Şubat). *Young pupils' metacognitive ability in mathematics*. European Research in Mathematics Education 3 (Cerme 3)'de sunulan bildiri. Bellaria, Italy.
- Paris, S., ve Winograd, P. (1990). Promoting metacognition and motivation of exceptional children. *Remedial and Special Education*, 11(6), 7-15.
- Pehlivan, F. (2012). İlköğretim beşinci sınıf matematik dersinde üstbiliş strateji kullanımının öğrencilerin başarı ve tutumlarına etkisi (Yüksek lisans tezi). Niğde Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Niğde.
- Pierce, W. (2003, Kasım). *Metacognition: Study strategies, monitoring, and motivation*. Prince George's Community College'de sunulan atölye çalışması. Erişim adresi: <http://academic.pg.cc.md.us/~wpeirce/MCCCTR/metacognition.htm>
- Pintrich, P. R. (1999) The role of motivation in promoting and sustaining self-regulated learning. *International Journal of Educational Research*, 31, 459-470.
- Posamentier, A., ve Krulik, S. (1998). *Problem solving strategies for efficient and elegant solutions*. California: Corwin Press.
- Rabinowitz, M., ve Glaser, R. (1985). Cognitive structure and process in highly competent performance. F. D. Horowitz ve M. O'Brien (Yay. haz.). *The gifted and talented: Development Perspectives* içinde (s. 75-98). Washington DC: American Psychological Association.
- Renzulli, J. S. (1978). What makes giftedness? Reexamining a definition. *Phi Delta Kappan*, 60(3), 180-184.

- Renzulli, J. S. (2005). The three-ring conception of giftedness: A developmental model for promoting creative productivity. R. J. Sternberg ve J. E. Davidson (Yay. haz.). *Conceptions of giftedness* içinde (s. 246-279). Cambridge: Cambridge University Press.
- Rickey, D., ve Stacy, A. M. (2000). The role of metacognition in learning chemistry. *Journal of Chemical Education*, 77(7), 915-920.
- Robson, C. (2002). *Real world research: A source for social scientist and practitioner-researchers* (2. bs.). Malden, MA: Blackwell.
- Sak, U., Ayas, M. B., Bal-Sezerel, B., Öpengin, E., Özdemir, N. N. ve Demirel-Gürbüz, Ş. (2015). Türkiye’de üstün yeteneklilerin eğitiminin eleştirel bir değerlendirmesi. *Türk Üstün Zekâ ve Eğitimi Dergisi*, 5(2), 110-132.
- Sarı, S. (2012). 7.Sınıf Cebirsel ifadeler ve denklemler konusunun üstbilişin desteklediği bir yöntemle öğretiminin kavramsal ve işlemsel öğrenmeye etkisi (Yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Schraw, G. (1998). Promoting general metacognitive awareness. *Instructional Science*, 26, 113-125.
- Schraw, G., ve Dennison, R. S. (1994). Assessing metacognitive awareness. *Contemporary Educational Psychology*, 19, 460-475.
- Schraw, G., ve Graham, T. (1997). Helping gifted students develop metacognitive awareness. *Roeper Review*, 20(1), 4-8.
- Schraw, G., ve Moshman, D. (1995). Metacognitive theories. *Educational Psychology Review*, 7(4), 351-371.
- Scott, B. M. ve Levy, M. G. (2013). Metacognition: Examinin the components of a fuzzy concept. *Educational Research*, 2(2), 120-131.
- Senemoğlu, N. (2012). *Gelişim, öğrenme ve öğretim: Kuramdan Uygulamaya* (21. bs.). Ankara: Pegem Akademi.
- Selçuk, Z. (1999). *Gelişim ve öğrenme*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

- Sezgin-Memnun, D. ve Akkaya, R. (2009). The levels of metacognitive awareness of primary teacher trainees. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 1, 1919-1923.
- Sternberg, R. J. (2001). Metacognition, abilities, and developing expertise: What makes an expert student? H. J. Hartman (Yay. haz.). *Metacognition in learning and instruction* içinde (s. 247-260). Dordrecht: Kluwer.
- Sternberg, R. J. ve Zhang, L. (1995). What do we mean by giftedness? A pentagonal implicit theory. *Gifted Child Quarterly*, 39(2), 88-94.
- Subotnik, R. F., Olszewski-Kubilius, P., ve Worrell, F. C. (2011). Rethinking giftedness and gifted education: A proposed direction forward based on psychological Science. *Psychological Science*, 12(1), 3-54.
- Susanto, G. (2015). Metacognitive strategy used by American students in learning Indonesian. *American Journal of Educational Research*, 12(3), 1548-1553.
- Şengil-Akar, Ş. (2017). Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının matematiksel modelleme etkinlikleri sürecinde incelenmesi (Doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Şengül, S. ve Erdoğan, F. (2013). İlköğretim öğrencilerinin cebirsel problemleri çözme başarılarının üstbilişsel bilgi bağlamında incelenmesi. *New World Sciences Academy Education Sciences*, 8 (4), 411-427.
- T.C. Milli Eğitim Bakanlığı, Özel Eğitim ve Rehberlik Hizmetleri Genel Müdürlüğü (2013). *Özel yetenekli bireyler strateji ve uygulama planı 2013-2017*. Erişim adresi: <http://abdigm.meb.gov.tr/projeler/ois/005.pdf>
- T.C. Milli Eğitim Bakanlığı (2016). *Bilim ve sanat merkezleri yönergesi*. Erişim adresi: https://orgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2016_10/07031350_bilsem_yonergesi.pdf
- Tüysüz, C. (2013). Üstün yetenekli öğrencilerin problem çözme becerisine yönelik üstbiliş düzeylerinin belirlenmesi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 21(10), 157-166.

- Van der Stel, M. ve Veenman, M. V. J. (2010). Development of metacognitive skillfulness: A longitudinal study. *Learning and individual differences*, 20, 220-224.
- VanTassel Baska, J. (2005). Domain-Specific Giftedness: Applications in School and Life. R. J. Sternberg ve J. E. Davidson (Yay. haz.). *Conceptions of giftedness* içinde (s. 358-376). Cambridge: Cambridge University Press.
- Veenman, M. V. J., Van Hout-Wolters, B. H. A. M., ve Afflerbach, P. (2006). Metacognition and learning: Conceptual and methodological considerations. *Metacognition and Learning*, 1(1), 3-5.
- Veenman, M. V. J., Wilhelm, P. ve Beishuizen, J. J. (2004). The relation between intellectual and metacognitive skills from a developmental perspective. *Learning and instruction*, 14, 89-109.
- Wells, D. (1995). *Can you solve these?: Mathematical problems to test your thinking powers*. Norfolk: Tarquin Pubication.
- White, B., Shimoda, T., ve Frederiksen, J. (1999). Enabling students to construct theories of collaborative inquiry and reflective learning: computer support for metacognitive development. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 10(2), 151-182.
- White, R. T. (1988). Metacognition. J. P. Keeseev (Yay. haz.). *Educational research, methodology and measurement: An international handbook* içinde (s. 70-75). Oxford: Pergamon.
- Whitebread, D., Coltman, P., Paternak, D. P., Sangster, C., Grau, V., Bingham, S. Almeqdad, Q. ve Demetriou, D. (2009). The development of two observational tools for assessing metacognition and self-regulated learning in young children. *Metacognition learning*, 4, 63-85.
- Wilson, J. (1999). *Defining metacognition: A step towards recognizing metacognition as a worthwhile part of the curriculum*. Aare Konferansında sunulan bildiri. Melbourne, Avustralya.
- Yazgan, Y. ve Arslan, Ç. (2017). Matematiksel sıradışı problem çözme stratejileri ve örnekleri (4. bs.) Ankara: Pegem Akademi.

- Yazgan-Sağ, G. (2012). *Üstün yetenekli ortaöğretim öğrencilerinin matematiksel problem çözme durumlarındaki özdüzenleme davranışları* (Doktora tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Yazgan-Sağ, G. (2014). *Üstün yetenekli öğrencilerde özdüzenleme faaliyetleri*. G. Sakız (Yay. haz.). *Özdüzenleme içinde* (s.155-188). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. bs.). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, E., Akpınar, E., Tatar, N. ve Ergin, Ö. (2009). İlköğretim öğrencileri için geliştirilen biliş üstü ölçeğinin açıcı ve doğrulayıcı faktör analizi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 9(3), 1573-1604.
- Yurdakul, B. (2004). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının öğrenenlerin problem çözme becerilerine, bilişötesi farkındalık ve derse yönelik tutum düzeylerine etkisi ile öğrenme sürecine katkıları* (Doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Yurdakul, B. ve Demirel, Ö. (2011). Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının öğrenenlerin üstbiliş farkındalıklarına katkısı. *Uluslararası Eğitim Programları ve Öğretim Çalışmaları Dergisi*, 1(1), 71-85.
- Yürük, N. (2014). *Özdüzenlemede üstbiliş*. G. Sakız (Yay. haz.). *Özdüzenleme içinde* (s. 29-53). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Zimmerman, B. J. ve Martinez-Pons, M. (1986). Development of a structured interview for assessing student use of self-regulated learning strategies. *American Educational Research Journal*, 23(4), 614-628.

EK-A: Karmaşık Sayı Etkinlikleri

İkinci Dereceden Denklem Çözmek

Problem 1:

- ♣ $x - 7 = 0$ ile $y = x - 7$ eşitlikleri arasında bir fark var mıdır? Neden?

- ♣ Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulmaya çalışın.

- $3x - 5 = 16$
- $4x^2 + 5x = 0$
- $x^2 - 25 = 0$

Bulduğun çözümleri bilgisayar ortamında kontrol edebilirsin.

Ayrıca bu denklemlerin çözümlerinden yola çıkarak

$$ax + b = 0 ; ax^2 + bx = 0 \text{ ve } ax^2 + c = 0$$

genel formlarının çözüm kümelerini genellemeye çalışın.

$x-7=0$ denklemi ile $y=x-7$ fonksiyonu arasındaki ilişkiyi öğrencinin Geogebra yazılımını kullanarak fark etmesi beklenir.

Öğrencilerden belli formlardaki denklem çözümlerini genellemeleri beklenmektedir.

$$\left(ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}\right)$$

$$\left(ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x(ax + b) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}\right)$$

$$\left(ax^2 + c = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{c}{a} \Rightarrow x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}}, x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}\right)$$

Problem 2:

Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümesini bulun.

- $x^2 + 2x - 8 = 0$
- $4x^2 - 11x - 3 = 0$
- $3x^2 - 5x + 2 = 0$

Kontrol amaçlı bilgisayarı kullanabilirsiniz. Denklemleri olabildiğince farklı yollardan çözmeye çalışın. Denklem çözümlerinden yararlanarak $ax^2 + bx + c = 0$ genel formunun çözüm kümesini genellemeye çalışın.

Öğrencilerden bildikleri çarpanlara ayırma yöntemleri ile ifadeyi çarpanlara ayırıp denklemin çözümlerini beklenmektedir.

Öğrencilerden istenen diğer yöntem tam kareye tamamlama yöntemidir. İkinci dereceden denklemlerin çözümlerinin genel formunu keşfedebilmeleri için tam kareye tamamlama yöntemini öğrenmeleri / hatırlamaları gerekmektedir.

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right) = \mp \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}}$$

$$\Rightarrow x + \frac{b}{2a} = \mp \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Problem 3:

- ♣ Aşağıdaki denklemlerin köklerini (çözüm kümesini) bulun. Bu köklerin toplamını ve çarpımını hesaplayın.

○ $x^2 + 5x - 2 = 0$

○ $3x^2 - 2x - 7 = 0$

○ $-2x^2 + x + 5 = 0$

- ♣ $ax^2 + bx + c = 0$ genel formu için kökler toplamı ve çarpımı için bir kural belirleyebilir misin?

Öğrencilerden oluşturdukları 2.dereceden denklemlerin genel çözümünü kullanarak 2.dereceden denklemlerin kökler toplamı ve çarpımlarını veren bağıntıları oluşturmaları beklenmektedir.

$$x_1 + x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -\frac{2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \cdot \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

Problem 4: $x^2 + 2x + 2 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulun.

Öğrenciler çarpanlara ayırma yöntemi ve yeni oluşturdukları kök bulma formülü ile bu denklemi çözmeye çalışacağı düşünülmektedir. Ancak diskriminantı negatif bir sayı olduğu için denklemin kökünü bulamayacaklardır. Öğrencilerden buna bir çözüm üretmeleri beklenmektedir.

Reel ve Sanalın Birlikteliği

PROBLEM-5:

- ♣ Aşağıdaki denklemlerin doğal sayılar (\mathbb{N}) kümesindeki çözüm kümelerini bulunuz.

- $x + 5 = 13$
- $x^2 - 5x - 6 = 0$
- $2x + 5 = 3$

- ♣ Doğal sayılardaki çözüm kümesi boş küme olan denklemler için çözüm kümesinin boş küme olmadığı bir sayı kümesi seçiniz.....

- ♣ Aşağıdaki denklemlerin bir önceki soruda seçtiğiniz sayı kümesindeki çözüm kümelerini bulunuz.

- $5x + 13 = 8$
- $6x^2 - 5x + 1 = 0$
- $3x - 1 = 12$

- ♣ Seçtiğiniz sayı kümesindeki çözüm kümesi boş küme olan denklemler için çözüm kümesinin boş küme olmadığı bir sayı kümesi seçiniz.....

- ♣ Aşağıdaki denklemlerin bir önceki soruda seçtiğiniz sayı kümesindeki çözüm kümelerini bulunuz.

- $x^3 - 6 = 58$
- $10x^2 - 3x = 1$
- $x^2 + 1 = 4$

- ♣ Seçtiğiniz sayı kümesindeki çözüm kümesi boş küme olan denklemler için çözüm kümesinin boş küme olmadığı bir sayı kümesi seçiniz.....

- ♣ Aşağıdaki denklemlerin bir önceki soruda seçtiğiniz sayı kümesindeki çözüm kümelerini bulunuz.

- $x^3 + 6 = 5$
- $x^2 + 4x + 5 = 0$
- $x^2 - 2x = 1$
- $x^2 + 1 = 0$

- ♣ Seçtiğiniz son kümeye göre çözüm kümelerini boş küme bulduğunuz denklemler için nasıl bir sayı kümesi seçersiniz? Neden?

-

Bu problemde, karmaşık sayılar kümesine duyulan ihtiyacın nedeninin anlaşılabilmesi için şimdiye kadar çalışılan sayı kümelerinde çözümü olmayan denklemler üzerinde çalışılarak öğrencilerin daha geniş bir küme inşa etmeleri beklenmektedir.

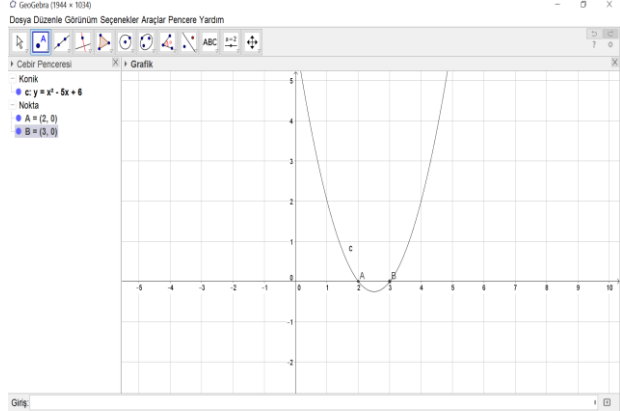
$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin çözüm kümesi $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ şeklindeki bir formül yardımıyla bulunabilir. Fakat ya $\Delta = b^2 - 4ac$ (yani diskriminant) negatif işaretli olursa ne yapılabilir? Bu durum, negatif sayıların kareköklerinin ve dolayısıyla karmaşık sayıların ortaya çıkışının temelini oluşturan problemlere örnek teşkil etmektedir. Öğrencilere bu durum sorgulatılarak karmaşık sayıların ortaya çıkışı “Matematik Tarihinden anektodlar” ile aktarılır ve karmaşık sayı tanımı verilir.

PROBLEM-6:

Bu problemle ikinci dereceden denklemlerin çözüm kümeleri ile grafikleri arasındaki ilişkinin öğrenciler tarafından keşfedilmesi beklenmektedir. İlk 2 soruda parabol ile doğru denklemlerinin ortak çözüm kümeleri grafiklerin kesişim noktalarının apsisini vermektedir. Ancak 3.soruda ortak çözüm denkleminin reel kökü yoktur; bununla birlikte parabol ile doğru da kesişmemektedir.

- ♣ $y = x^2 - 5x + 6$ parabolü ile x ekseninin arakesit noktalarını bulunuz ve Geogebra ile grafik üzerinde gösteriniz.

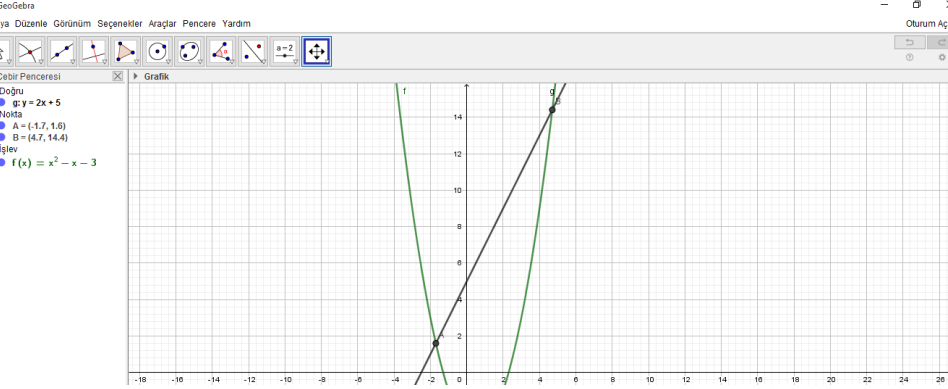
- $x^2 - 5x + 6 = 0$
- $(x - 3)(x - 2) = 0$
- $x_1 = 2, x_2 = 3$



Geogebra screenshot showing the graph of the parabola $y = x^2 - 5x + 6$. The parabola opens upwards and intersects the x-axis at points A(2, 0) and B(3, 0). The vertex is labeled C.

- ♣ $y = x^2 - x - 3$ parabolü ile $y = 2x + 5$ doğrusunun arakesit noktalarını bulunuz ve Geogebra ile grafik üzerinde gösteriniz.

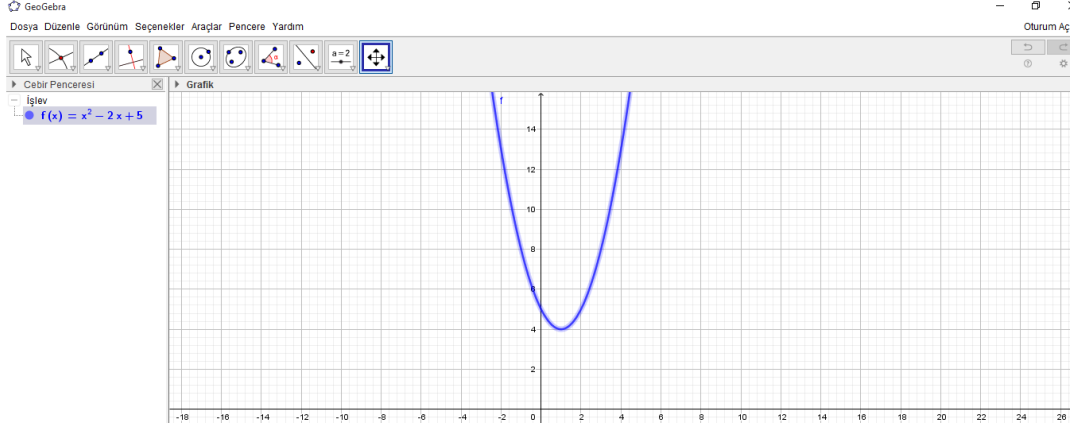
- $x^2 - 3x - 8 = 0$
- $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{2} \rightarrow x_1 \cong -1,7$ ve $x_2 \cong 4,7$



Geogebra screenshot showing the graph of the parabola $y = x^2 - x - 3$ and the line $y = 2x + 5$. The parabola opens upwards and the line is a straight line with a positive slope. They do not intersect.

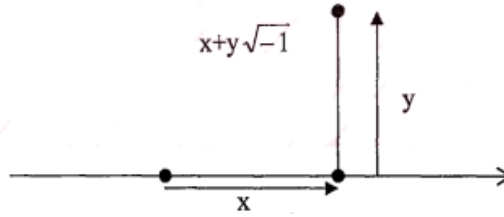
♣ $y = x^2 - 2x + 5$ parabolü ile $y = x$ doğrusunun arakesit noktalarını bulunuz ve Geogebra ile grafik üzerinde gösteriniz.

- $x^2 - 2x + 5 = 0$
- $x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{-16}}{2} \rightarrow x_{1,2} = 1 \pm 2i$



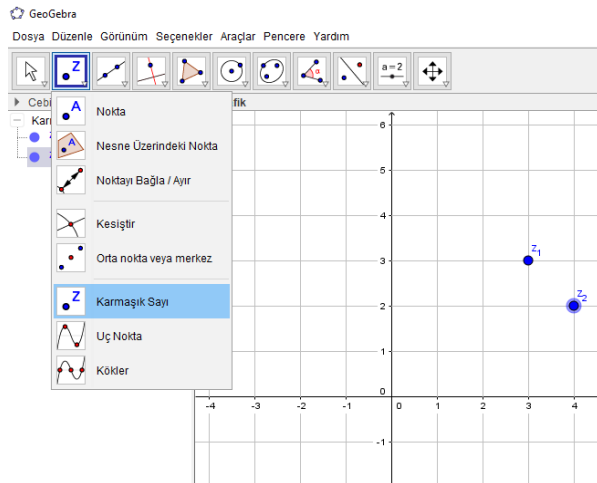
Burada parabolün x eksenini neden kesmediği öğrencilere sorgulattılır ve ikinci dereceden denklemin reel olmayan kökleri karmaşık düzlemde gösterilir.

John Wallis 1637 yılında Algebra adlı eserinde karmaşık sayıları geometrik olarak sundu.



Öğrencilere bu şekilden ne anladığı sorulur? (Öğrenciden karmaşık sayının sanal kısmının y ekseninde yer aldığını fark etmesi beklenir.)

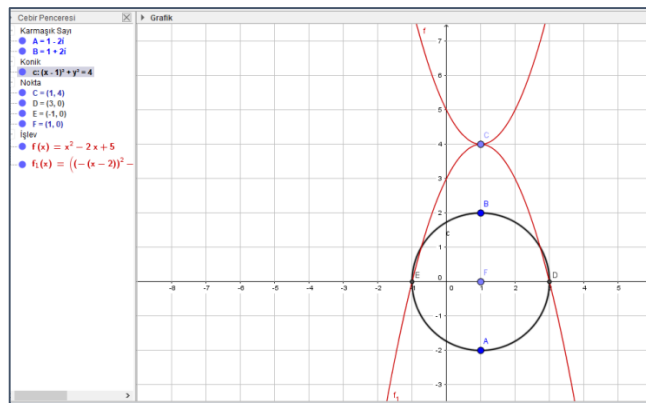
Geogebra yazılımında karmaşık sayı aracı kullanarak öğrencilerden karmaşık sayılar oluşturması ve bunları yorumlaması istenir.



PROBLEM-7:

- ♣ $y = x^2 - 2x + 5$ parabolü ile x eksenini kesmiyor. Bulduğun $x^2 - 2x + 5 = 0$ denkleminin köklerini parabolün grafiği yardımıyla bulabilir misin? Nasıl?

İkinci dereceden denklemlerin reel kökleri ile grafikleri arasında bir ilişki vardı. Peki reel köke sahip olmayan 2.dereceden denklemlerin grafikleri ile reel olmayan kökleri arasında bir ilişki var mı? Varsa nasıl?



2.dereceden fonksiyonun grafiği tepe noktasında yansıtılıp, yansıyan grafiğin x eksenini kesen noktalarının 90^0 pozitif yönde döndürülmesiyle oluşan noktalar denklemin reel olmayan köklerini vermektedir. Öğrenciden bu sonuca ulaşmaları, ulaşamaları da süreçte izledikleri yollar incelenecektir.

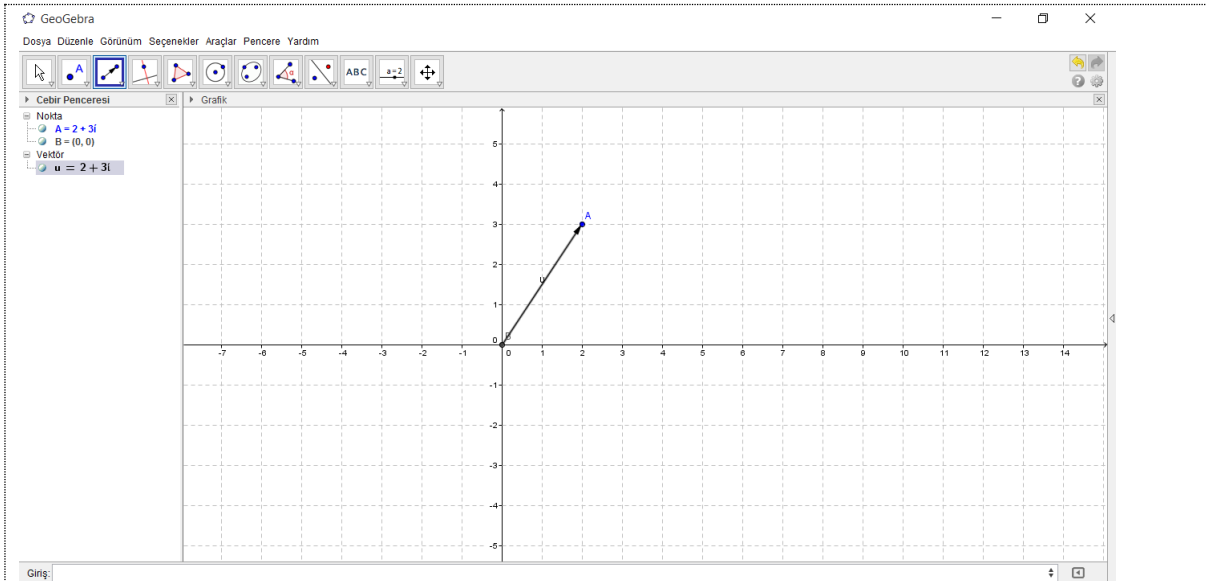
Karmaşık Düzlem

PROBLEM-8:

- ♣ Geogebra yazılımında bir nokta oluşturun. Oluşturduğunuz noktanın özelliklerinden koordinatları karmaşık sayı olarak değiştirin. Ve sonra bu noktayı düzlemde hareket ettirin?
Ne düşünüyorsunuz?

$(2,3) = 2 + 3i$ olarak gösterilmesi ile öğrenciler karmaşık sayıların analitik düzlemde bir nokta olduklarını fark eder. Noktanın yeri değişikçe reel ve sanal kısmın nasıl değiştiğini gözlemler.

- ♣ Orijinde bir B noktası oluşturun ve “vektör” aracı ile orijinden ve biraz önce oluşturduğunuz A noktasından geçen bir vektör çizin. Çizdiğiniz vektörün özelliklerinden koordinatları karmaşık sayı olarak değiştirin.
- ♣ Şimdiye kadar hangi kavramları karmaşık sayılar ile ifade ettik?



$(2,3)$ vektörünün $2 + 3i$ olarak gösterilmesi ile öğrenciler karmaşık sayının nokta olmaları dışında analitik düzlemde bir vektör olduklarını fark eder.

- ♣ Analitik düzlemde $\vec{u} = (2,3)$, $\vec{v} = (1,4)$, $\vec{w} = (-2,5)$ vektörlerini oluşturun. Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

- $\vec{u} + \vec{v} = ?$
- $\vec{u} + \vec{w} = ?$
- $\vec{v} + \vec{w} = ?$

Daha sonra Geogebra'daki tüm vektörlerin koordinatlarını “karmaşık sayı” olarak değiştirin. Vektörlerin toplamını göz önünde bulundurarak $z_1 = a + bi$ ve $z_2 = c + di$ karmaşık sayıları için $z_1 + z_2$ toplamının nasıl yapılacağını açıklayınız.

Öğrenciden Geogebra yazılımını kullanarak vektörler toplamında iki karmaşık sayının nasıl toplanacağını keşfetmesi beklenmektedir.

- ♣ $z_1 = 7 + 3i$, $z_2 = 3 - 5i$ olmak üzere $z_1 + z_2$ toplamını bulun ve bu toplamı geometrik olarak yorumlayınız.

Vektörlerin toplamından karmaşık sayıların toplamını keşfetmeye çalışan öğrencilerden, verilen karmaşık sayıların toplamından vektörlerin uç uca toplama yöntemini görmeleri beklenmektedir.

PROBLEM-9:

- ♣ $x^2 - 2x + 5 = 0$ denkleminin köklerinin $1 \pm 2\sqrt{-1}$ olduğunu bulmuştuk. İtalyan Matematikçi Geronimo Cardano (16.yy) $i = \sqrt{-1}$ ifadesi için $(\sqrt{-1}).(\sqrt{-1}) = -1$ Kuralı ilave edilirse karmaşık sayıların bilinen diğer sayılar gibi işlem göreceğini ifade etmiştir. Karmaşık sayılar için $i^2 = -1$ olduğuna göre i karmaşık sayısının diğer kuvvetlerini hesaplayınız. $i^2 = -1$
- $i^3 =$
- $i^4 =$
- $i^5 =$
- $i^6 =$
- $i^7 =$
- $i^8 =$
- $i^9 =$
- $i^{10} =$

Öğrenciler karmaşık sayılarda çarpma işlemi için $i^2 = -1$ eşitliğini kullanacaklar. Öğrencilerin bu eşitliği tanımları ve kullanmaları için i sayısının diğer kuvvetlerini hesaplamaları beklenmektedir.

- ♣ Analitik düzlemde $z_1 = 1 - i$, $z_2 = 2 + 3i$ ve $z_3 = -2 + 5i$ sayılarını oluşturun. Ve aşağıdaki çarpma işlemlerini Geogebra yazılımı yardımıyla yapınız.

3. $z_1 =$

$\left(\frac{1}{5}\right).z_2 =$

$-2.z_3 =$

Geogebra'dan elde ettiğiniz sonuçlara göre; Geogebra'nın ne tür bir kural kullandığını düşünüyorsunuz? Açıklayınız.

$z = a + bi$ karmaşık sayısı için $\alpha \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\alpha.z$ çarpımının kuralını oluşturunuz.

Geogebra yazılımında karmaşık sayıların bir reel sayı ile çarpımlarının sonucundan reel sayılar ile karmaşık sayıların çarpma işleminin kuralını keşfetmeleri beklenmektedir.

- ♣ Analitik düzlemde $z_1 = 1 - i$, $z_2 = 2 + 3i$ ve $z_3 = -2 + 5i$ sayılarını oluşturun. Ve aşağıdaki çarpma işlemlerini Geogebra yazılımı yardımıyla yapınız.

$$z_1 \cdot z_2 =$$

$$z_1 \cdot z_3 =$$

$$z_2 \cdot z_3 =$$

Geogebra'dan elde ettiğiniz sonuçlara göre; Geogebra'nın ne tür bir kural kullandığını düşünüyorsunuz? Açıklayınız.

$z_1 = a + bi$ ve $z_2 = c + di$ karmaşık sayıları için $z_1 \cdot z_2$ çarpımının kuralını oluşturunuz.

Geogebra yazılımında karmaşık sayıların çarpımlarının sonucundan çarpma işleminin kuralını keşfetmeleri beklenmektedir.

$\mathbb{C} = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$ sıralı çiftlerinin kümesi üzerinde sırasıyla eşitlik, toplama ve çarpma diye adlandırılan işlemler,

i. $(x_1, y_1) = (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 = x_2, y_1 = y_2,$

ii. $(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2),$

iii. $(x_1, y_1) \cdot (x_2, y_2) = (x_1 \cdot x_2 - y_1 \cdot y_2, x_1 \cdot y_2 + y_1 \cdot x_2)$ biçiminde tanımlanmış \mathbb{C} kümesine karmaşık sayılar kümesi denir.

Tanımı öğrencilere verilecektir.

PROBLEM-10:

- ♣ $z_1 = -2 + 4i$, $z_2 = 1 + 3i$ karmaşık sayıları için $z_2 < z_1$ midir? Açıklayın.

Bu problemde öğrencilere $-2 + 4i$ sayısının $1 + 3i$ den küçük olup olmadığı sorulmaktadır. Öğrenciler reel ve sanal kısımlara göre cevap verebilir, verdikleri cevapların doğruluğu öğrencilere sorgulatılacaktır.

Öğrencilerin karmaşık sayılarda sıralama bağıntısının olmadığını görebilmeleri için, i sayısının 0'dan büyük mü küçük mü olduğu sorulacaktır. Eğer i sayısı 0'dan küçük ya da büyük ise karmaşık sayılarda sıralama bağıntısı vardır diyebilecekler.

$i < 0$ olsun. Eşitsizliğin her tarafını negatif bir sayı olan i ile çarpalım.

$i^2 > 0$ olmalı. Ancak $i^2 = -1$ olduğu için bu eşitsizlik doğru değildir.

O zaman $i > 0$ olsun. Eşitsizliğin her iki tarafını pozitif bir sayı olan i ile çarpalım.

$i^2 > 0$ olmalı. ! Çelişki...

Karmaşık sayılar kümesinde sıralama bağıntısının geçerli olmadığını öğrenciler keşfetmeye çalışacaklar.

Karmaşık Sayılar ile İlgili Temel Kavramlar

PROBLEM-11:

- ♣ Geogebra yazılımında bir karmaşık sayı (düzlemde bir nokta) oluşturun. Oluşturduğunuz sayının (noktanın) x eksenine göre simetriğini alın. Oluşturduğunuz sayı ile simetriğini çarpın. Birkaç sayı daha oluşturup aynı işlemi tekrarlayın. Oluşturduğunuz sayılar; x eksenine göre simetriğini aldıktan sonra oluşan sayılar ve bu sayı çiftlerinin çarpımları hakkında ne düşünüyorsunuz?

Öğrencinin Geogebra'da oluşturduğu $(a, b) = a + bi$ sayısının x eksenine göre simetriği $(a, -b) = a - bi$ sayıdır. Bu iki sayı çarpıldığında $a^2 + b^2$ reel sayısı elde edilir. Bu aynı zamanda karmaşık sayının modülünün karesidir ama bu ileride öğrencilere keşfettirilecektir. Burada $a + ib$ sayısının eşleniğinin $a - ib$ olduğu öğrencilere sezdirilecektir. Öğrencilerden karmaşık sayının eşleniği ile çarpıldığında bir reel sayı meydana geldiğini keşfetmeleri beklenmektedir. Ayrıca öğrencilerin bir karmaşık sayı ile eşleniğinin x eksenine göre simetrik olduğunu gözlemlemesi ve fark etmesi beklenmektedir.

- ♣ Geogebra yazılımında iki tane karmaşık sayı oluşturun ve bu iki sayının toplamının eşleniğini bulun. Daha sonra sayıların ayrı ayrı eşlenikleri bulup bu iki sayıyı toplayın. Bulduğunuz sonuçlar birbirine eşit mi? Eğer bu toplamların eşit olduğu sonucuna ulaştıysan $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$ olduğunu göster. Aynı şekilde aşağıdaki eşitlikler için de önce Geogebra yazılımında bu ifadelerin eşit olup olmadığını kontrol et; eşit bulduğun önermelerin doğruluğunu ise ispatla.

- $\overline{z_1 - z_2} = \overline{z_1} - \overline{z_2}$

- $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$

- $\overline{\overline{z_1}} = z_1$

Öğrencilerin eşlenik kavramı ile ilişkileri görmeleri ve bunların doğruluğunu göstermeleri beklenir.

$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{(a + ib) + (c + id)} = \overline{(a + c) + i(b + d)} = (a + c) - i(b + d)$$

$$= (a - ib) + (b - id) = \overline{z_1} + \overline{z_2} \text{ gibi diğer eşitlikleri de Geogebra'da}$$

kontrol ettikten sonra ispatlamaları beklenir.

PROBLEM-12:

- ♣ İki karmaşık sayıyı toplama, bir karmaşık sayıyla reel sayıyı çarpma ve iki karmaşık sayıyı çarpma işlemlerinin nasıl yapıldığını biliyoruz.
 - $(2 + i) + (3 - i) = ?$
 - $3 \cdot (2 + 5i) = ?$
 - $(1 - i) \cdot (2 + 3i) = ?$

Öğrencilerden karmaşık sayılarla toplama ve çarpma işlemlerini hatırlamaları beklenmektedir.

Peki karmaşık sayılarda bölme işlemi nasıl yapılıyor olabilir?

- ♣ $(3 + 5i) : 2$ işleminin sonucu sizce kaçtır? Bu işlemi Geogebra ile de yapın ve sonuçları karşılaştırın.

$\{x, y, a\} \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(x + iy) / a$ işleminin kuralını belirleyin.

Öğrencilerden bir karmaşık sayıyı bir reel sayıya bölme işleminin kuralının $\frac{x+iy}{a} = \left(\frac{x}{a}\right) + i \cdot \left(\frac{y}{a}\right)$ olduğunu keşfetmeleri beklenir.

- ♣ $(3 + 5i) : (1 + i)$ işleminin sonucu sizce kaçtır? Bulduğunuz sonuç Geogebra'da bulduğunuz sonuçla aynı mı?

Öğrencilerden burada bu işlemi yapmaları beklenmemektedir. Sadece dikkat çekmek için bu şekilde bir giriş yapılacaktır. Daha sonra aşağıdaki işlemlerinin sonuçlarını Geogebra'da hesaplayarak karmaşık sayıların birbirine bölümünün nasıl yapıldığını fark etmeleri beklenmektedir.

♣ Geogebra yazılımında $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 1 - i$, $z_3 = 2$, $z_4 = i$ karmaşık sayıları için

- z_1/z_2
- z_3/z_4
- z_1/z_4
- z_3/z_2

işlemlerinin sonucunu bulun. Sizce Geogebra bu işlemleri yaparken nasıl bir süreç izlemektedir?

$$\frac{a + ib}{c + id}$$

İşlemi için bir kural belirleyebilir misin?

$$\frac{a + ib}{c + id} = \frac{(a + ib)(c - id)}{(c + id)(c - id)} = \frac{(ac + bd) + i(bc - ad)}{c^2 + d^2} = \frac{(ac + bd)}{c^2 + d^2} + i \frac{(bc - ad)}{c^2 + d^2}$$

PROBLEM-13:

♣ $z_1 = 3 - 4i$ sayısının orijine olan uzaklığı kaç birimdir? Nasıl hesaplayabiliriz?

Aynı şekilde, $z_2 = 5 + 12i$, $z_3 = -8 - 15i$, $z_4 = 1 + 2i$, $z_5 = 3i$ sayılarının da orijine olan uzaklığını hesaplayın.

$z = a + ib$ olacak şekilde z sayısının orijine olan uzaklığı kaç birimdir?

Bir karmaşık sayının orijine olan uzaklığı $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ dir ve bu uzaklığa kısaca o sayının modülü denir. Öğrencilerden bu bağıntıyı kendilerinin keşfetmeleri beklenmektedir.

PROBLEM-14:

- ♣ Bir karmaşık sayının eşleniği ile modülü arasında bir ilişki vardır. Sizce bu ilişki matematiksel olarak nasıl ifade edilebilir?

Öğrenciler problem 1'de $z = a + ib$ olmak üzere $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$ olduğunu görmüşlerdi. Yeni öğrendikleri modül kavramının da $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ olduğunu düşünerek $z \cdot \bar{z} = |z|^2$ olduğunu fark etmeleri beklenir.

Karmaşık Sayılar ile İlgili Temel Kavramlar

PROBLEM-15:

- ♣ Orijine uzaklığı (modülü) 5 br olan bir karmaşık sayı belirledikten sonra bu sayının eşleniğini bulunuz. Ardından eşleniğinin orijine olan uzaklığını hesaplayınız.

Öğrencinin Geogebra'da oluşturacağı nokta ile eşleniğinin orijine uzaklığı 5 br olacağı için öğrenci herhangi bir karmaşık sayının ve eşleniğinin modüllerinin aynı olduğunu fark edecektir. Bu ilişkiyi fark eden öğrenciden $|z| = |\bar{z}|$ olduğunu ispatlaması istenecektir.

$$|z| = |a + ib| = \sqrt{a^2 + b^2} = |a - ib| = |\bar{z}|$$

- ♣ Geogebra yazılımında iki tane karmaşık sayı oluşturduktan sonra bu iki sayının çarpımının modülünü hesaplayınız. Daha sonra baştaki işlemlerden farklı olarak sayıların ayrı ayrı modüllerini hesaplayıp bu iki sayıyı çarpınız. Bulduğunuz sonuçları değerlendiriniz. Nasıl bir ilişki fark ettiniz? Elde ettiğiniz ilişkiden yola çıkarak $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ olduğunu gösteriniz.

Geogebra'da kontrol ettikten sonra, öğrencinin iki sayının çarpımının aynı olduğunu fark etmesi ve önermenin doğru olduğunu göstermesi beklenmektedir.

$$\begin{aligned} z_1 = a + ib, z_2 = c + id \text{ olmak üzere} \quad |z_1 \cdot z_2| &= |a \cdot c - bd + i(ad + bc)| = \\ &= \sqrt{(ac - bd)^2 + (ad + bc)^2} = \sqrt{(ac)^2 + (bd)^2 + (ad)^2 + (bc)^2} = \\ &= \sqrt{a^2(c^2 + d^2) + b^2(c^2 + d^2)} = \sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} = \sqrt{a^2 + b^2} \sqrt{c^2 + d^2} = |z_1| \cdot |z_2| \end{aligned}$$

- ♣ Geogebra yazılımında iki tane karmaşık sayı oluşturduktan sonra bu iki sayının bölümünün modülünü hesaplayın. Daha sonra baştaki işlemden farklı olarak bu sayıların ayrı ayrı modüllerini hesaplayıp bölme işlemini tekrar yapın. Bulduğunuz sonuçlar için ne söyleyebilirsiniz? Nasıl bir ilişki keşfettiniz? Bu ilişkiden yola çıkarak $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$ olduğunu gösteriniz.

Geogebra'da kontrol ettikten sonra öğrencinin iki sayının bölümünün aynı olduğunu fark etmesi ve önermenin doğru olduğunu göstermesi beklenmektedir.

$$\begin{aligned} z_1 = a + ib, z_2 = c + id \text{ olmak üzere} \\ \left| \frac{z_1}{z_2} \right| &= \left| \frac{a+ib}{c+id} \right| = \left| \frac{ac+bd+i(bc-ad)}{c^2+d^2} \right| = \frac{\sqrt{(ac+bd)^2+(bc-ad)^2}}{|c^2+d^2|} = \frac{\sqrt{(ac)^2+(bd)^2+(bc)^2+(ad)^2}}{|c^2+d^2|} = \\ \frac{\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{c^2+d^2}}{|c^2+d^2|} &= \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{c^2+d^2}} = \frac{|z_1|}{|z_2|} \end{aligned}$$

PROBLEM-16:

♣ $|z| = 0$ olması için ancak ve ancak $z = 0$ olmalıdır.

Önermesi hakkında ne düşünüyorsunuz? Eğer doğru olduğunu düşünüyorsanız doğruluğunu ispatlayınız.

Öğrencilerden doğru olduğu aşikar gibi görünen bu önermeyi ispatlamaları beklenmektedir.

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 = 0 \Rightarrow a = b = 0 \text{ dir.}$$

$$z = 0 \Rightarrow a = b = 0 \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \Rightarrow |z| = 0 \text{ olur.}$$

♣ $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ olmak üzere $|z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$ dir.

Önermesinin doğruluğunu Geogebra yazılımında herhangi iki karmaşık sayı belirleyerek inceleyiniz. Daha sonra bu önermenin doğru ya da yanlışlığını cebirsel olarak gösteriniz.

Öğrenciler ilk olarak Geogebra yazılımında iki karmaşık sayı belirleyerek önermenin doğru olduğunu görecektir. Daha sonra bu önermenin doğru olduğunu göstermeleri beklenir.

$$(z_1 - z_2)(\overline{z_1 - z_2}) + (z_1 + z_2)(\overline{z_1 + z_2}) = z_1 \cdot \overline{z_1} - z_1 \overline{z_2} - z_2 \overline{z_1} + z_2 \cdot \overline{z_2} + z_1 \cdot \overline{z_1} + z_1 \overline{z_2} + z_2 \overline{z_1} + z_2 \cdot \overline{z_2} = 2|z_1|^2 + 2|z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$$

PROBLEM-17:

♣ $z, w \in \mathbb{C}$ olmak üzere $\bar{z} \cdot w \neq 1$ olsun. $|z| = 1$ ya da $|w| = 1$ ise

$$\left| \frac{z-w}{1-\bar{z}w} \right| = 1$$

Önermesinin doğruluğunu Geogebra yazılımında herhangi iki karmaşık sayı belirleyerek inceleyiniz. Daha sonra önermenin doğruluğunu cebirsel olarak gösteriniz.

Öğrenciler ilk olarak Geogebra yazılımında iki karmaşık sayı belirleyerek önermenin doğru olduğunu görmeye çalışacaklardır. Daha sonra bu önermenin doğru olduğunu göstermeleri beklenmektedir.

$|z| = 1 \implies z = \frac{1}{\bar{z}}$ eşitliği yazılabilir.

$$\left| \frac{z-w}{1-\bar{z}w} \right| = \left| \frac{z-w}{\bar{z}(z-w)} \right| = \frac{1}{|\bar{z}|} \cdot \frac{|z-w|}{|z-w|} = \frac{1}{|\bar{z}|} = 1 \text{ olur.}$$

Eğer $|w| = 1$ ise benzer olarak $w = \frac{1}{\bar{w}}$ eşitliği yazılarak yine aynı sonuç bulunur

Form İçin Trigonometri

PROBLEM-18:

- ♣ Sinüs ve kosinüs kavramlarını açıklayın. $\sin 30^\circ$ ve $\cos 30^\circ$ değerlerini hesaplayıp $(\sin 30^\circ)^2 + (\cos 30^\circ)^2$ nin değerini hesaplayın. Bulduğun bu değeri herhangi bir $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ açısı için $(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2$ sonucuyla kıyasla? Dikkatini çeken bir ilişki var mı? Varsa ispatla.

BİLSEM'de ÖYG programında öğrenciler trigonometri ile ilgili etkinlikler yaptığı için sinüs ve kosinüs ifadelerini genel olarak bilmektedir. Eğer öğrenci bu oran ifadelerini bilmiyorsa 30-60-90 üçgeni çizdirilip $\sin 30^\circ$ ve $\cos 30^\circ$ değerleri öğrenciye verilerek sinüs ve kosinüsün ne olduğunu dik üçgen üzerinde öğrencilerin keşfetmeleri beklenmektedir.

$$\sin \alpha = \frac{\text{karşı dik kenar}}{\text{hipotenüs}}, \cos \alpha = \frac{\text{komŐu dik kenar}}{\text{hipotenüs}} \text{ olmak üzere;}$$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{(\text{karşı d.k.})^2 + (\text{komŐu d.k.})^2}{(\text{hipotenüs})^2} = \frac{(\text{hipotenüs})^2}{(\text{hipotenüs})^2} = 1$ olduğunu öğrencilerin ispatlaması beklenmektedir.

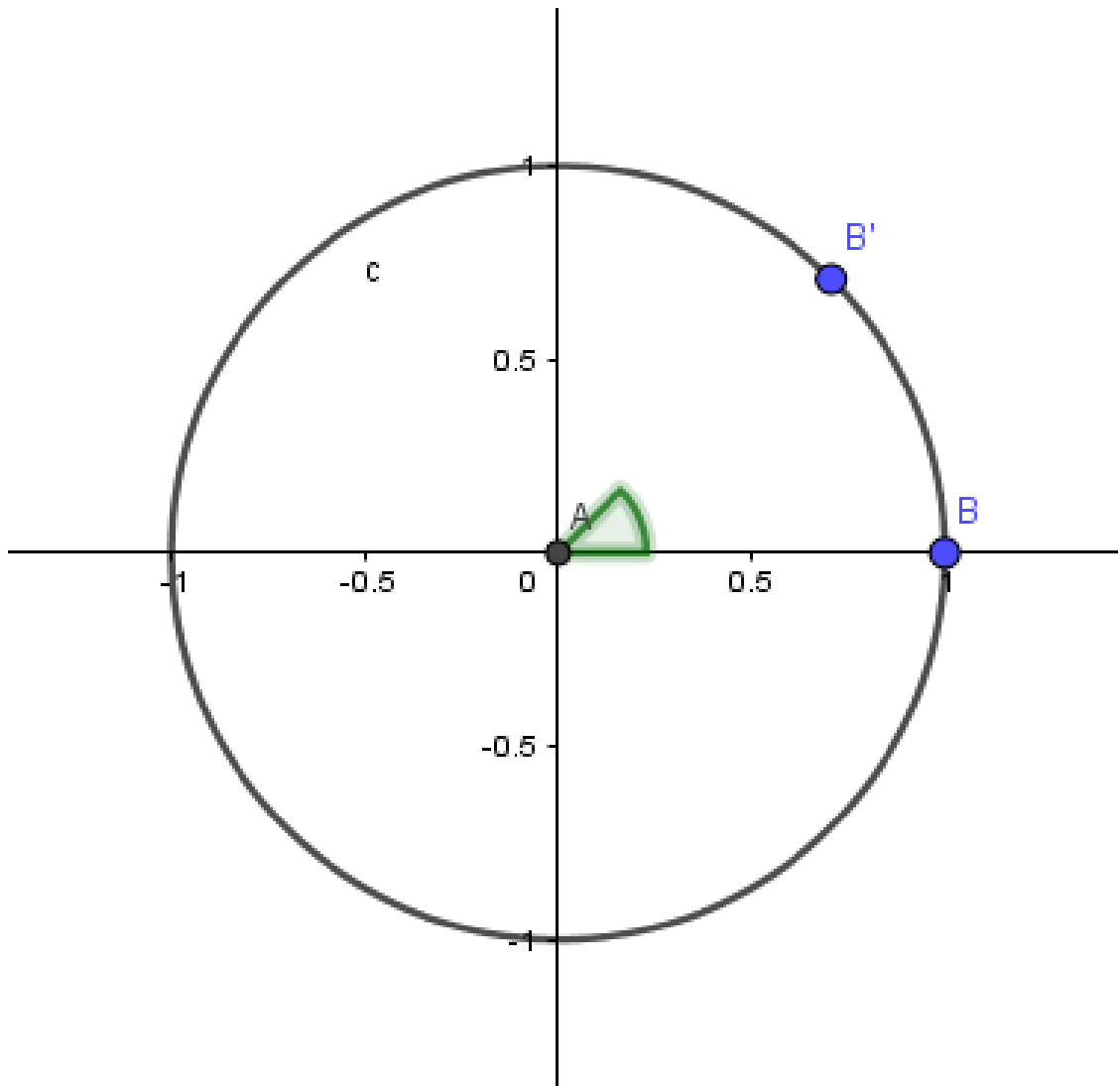
PROBLEM-19:

- Geogebra yazılımını kullanarak merkezi orijinde ve yarıçapı 1 br olan bir çember oluşturun. α açısı için sürgü oluşturduktan sonra “verilen ölçüde açı” aracıyla başlangıç noktası (1,0) , merkezi orijin olan α derecelik bir açı oluşturun (Açının bitiş noktası birim çember üzerinde oluşacaktır). Birim çember üzerinde α açısına ait sinüs ve kosinüs değerleri için $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ olduğunu gösterin. Ayrıca α açısına ait sinüs ve kosinüs değerlerinin 1.,2.,3. ve 4.bölgede alacağı değerlerin işaretini belirleyin.

α	$\sin(\alpha)$	$\cos(\alpha)$	Bulunduğu Bölge
$0^\circ < \alpha < 90^\circ$			1.Bölge
$90^\circ < \alpha < 180^\circ$			2.Bölge
$180^\circ < \alpha < 270^\circ$			3.Bölge
$270^\circ < \alpha < 360^\circ$			4.Bölge

Öğrenciler verilen talimatlar doğrultusunda birim çember üzerinde α açısını oluşturacaklar. Açının sinüs ve kosinüs değerleri için birim çemberi kullanarak Açının bitiş noktasının apsisinin açının kosinüs değeri, ordinatının ise açının sinüs değeri olduğunu keşfetmeleri beklenmektedir. Bu nedenle birim çember üzerinde oluşan dik üçgenin dik kenarları α açısının sinüs ve kosinüs değerleri ve hipotenüsü birim çemberin yarıçapı olacağı için öğrencilerin $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ olduğunu başka bir yoldan ispatlamaları mümkün olacaktır. Ayrıca burada çemberin denklemi verilerek; çember üzerinde yer alan $(\cos \alpha, \sin \alpha)$ noktasının bu denklemi sağlayacağı için de $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ bağıntısının gerçekleşeceği öğrenciler tarafından fark edilecektir.

Öğrencilerden istenen diğer görev ise sinüs ve kosinüs değerlerinin bölgelere göre işaret değerlerini belirlemeleridir. Geogebra üzerinde α açısının sinüs ve kosinüs değerlerini, α açısının bulunduğu bölgeye göre belirleyip, tabloyu doldurmaları beklenmektedir.



PROBLEM-20:

- ♣ $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ sayısını, trigonometrik ifadeleri (sinüs ve kosinüs) ve $|z|$ yi dikkate alarak nasıl ifade edersin?

Öğrencilerden burada karmaşık sayıların kutupsal gösterimini kendilerinin bulmaları istenmektedir. Bunun için öğrenciler kutupsal ayrışımı (karmaşık sayının uzunluğunun 1 br haline getirilmesi) bilmedikleri için uzunluğu 1 br olan bir karmaşık sayı verilmiştir. Birim çember üzerinde sinüs ve kosinüs değerlerini göz önüne alarak öğrencilerin $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ sayısını $z = \cos 60^\circ + i \sin 60^\circ$ olarak ifade etmeleri beklenmektedir.

Karmaşık Sayıların Kutupsal Gösterimi ve De Moivre

PROBLEM-21:

- ♣ $z = 1 + i$ sayısının birim çember ile kesiştiği noktanın koordinatlarını trigonometrik olarak ifade edin (Açı değerini Geogebra'daki "Açı" aracı ile de belirleyebilirsiniz).
 z sayısını, $|z|$ 'yi de dikkate alarak trigonometrik ifadelerle nasıl gösterirsin?
(Bulduğun ifadenin z 'yi verdiğini kontrol etmek için "Giriş" çubuğuna ifadeyi yaz ve kontrol et.)

Öğrencilerin karmaşık sayının kutupsal formu ile ilgili alıştırma yapması amaçlanmaktadır. Öğrenciler özel açıların trigonometrik oranları üzerinde detaylı olarak çalışmadıkları için Geogebra'daki "açı" aracını kullanabilecekleri belirtilmiştir. Ayrıca öğrenci Geogebra'da bir karmaşık sayıyı, giriş ekranına kutupsal formunu yazarak da oluşturabilir.

PROBLEM-22:

- ♣ $z_1 = 2 + 2\sqrt{3}i$ ve $z_2 = 3\sqrt{3} + 3i$ sayıları için $z_1 \cdot z_2$ işlemini yapın. Bu iki karmaşık sayı ve çarpımlarını kutupsal olarak ayrı ayrı gösterin. z_1, z_2 ve $z_1 \cdot z_2$ 'nin kutupsal gösterimleri hakkında ne düşünüyorsunuz? Dikkatini çeken bir ilişki var mı? (Eğer varsa buna benzer bir ilişkinin bölme işlemi için de geçerli olup olmadığını inceleyin. Cevabınızı örnekler vererek açıklayın.)

$$z_1 \cdot z_2 = (2 + 2\sqrt{3}i) \cdot (3\sqrt{3} + 3i) = 24i$$

$z_1 = 4cis60^\circ, z_2 = 6cis30^\circ, z_1 \cdot z_2 = 24cis90^\circ$ (Öğrencilerden keşfetmeleri beklenen ilişki $z_1 \cdot z_2 = (4 \cdot 6) (cis(60^\circ + 30^\circ))$ dir.)

Aynı ilişkinin bölme işleminde de geçerli olduğunu görebilmeleri için

$$\frac{z_1 \cdot z_2}{z_1} = z_2$$

$$\frac{24cis90^\circ}{4cis60^\circ} = 6cis30^\circ$$

İşlemden yararlanabilirler.

PROBLEM-23:

- ♣ $z_1 = 2i, z_2 = 3 + 3i$ sayıları için Problem-2'de bulduğunuz ilişkilerin sağlanıp sağlanmadığını kontrol edin.

$z_1 \cdot z_2 = -6 + 6i = 6\sqrt{2}cis135^\circ$ ($z_1 = 2cis90^\circ, z_2 = 3\sqrt{2}cis45^\circ, z_1 \cdot z_2 = (2 \cdot 3\sqrt{2})cis(90 + 45)^\circ$ olduğunu fark etmeleri ve işlem becerilerini arttırmaları beklenmektedir.

PROBLEM 24:

♣ $z = 2\sqrt{3} + 2i \Rightarrow z^2 = ?$

Soruyu cevapladıktan sonra z ve z^2 sayılarının kutupsal gösterimlerini yazınız. z ile z^2 nin kutupsal gösterimleri arasında bir ilişki var mıdır?

Açıklayınız.

$$z = 4cis30^\circ$$

$z^2 = 8 + 8\sqrt{3}i = 16cis60^\circ$ işlemlerinden sonra öğrencilerin $(r.cis\alpha)^n = r^n.cis(n.\alpha)$ olduğunu keşfetmeleri beklenir (De Moivre Formülü)

De Moivre ve Karmaşık Sayıların Kökleri

PROBLEM-25:

♣ $z = 1 + i\sqrt{3}$ ise z^{10} karmaşık sayısını bulunuz.

Öğrenciler i 'nin kuvvetleri ile işlem yapabiliyorlardı. Bu soruda $z^{2'}$ yi hesapladıklarında $-2 + 2\sqrt{3}i$ sayısını bulacaklar ve buradan z^{10} sayısını bulmada zorlanacaklardır.

Öğrencilerden bu soruda beklenen z sayısını kutupsal forma dönüştürmeleri ve de moivre formülünü uygulamalarıdır.

$$z = 1 + i\sqrt{3} = 2(\cos 60^\circ + i\sin 60^\circ) \Rightarrow z^{10} = 2^{10}(\cos 600^\circ + i\sin 600^\circ)$$

$$(\arg(600^\circ) = 240^\circ)$$

$$z^{10} = 1024 \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$$

PROBLEM-26:

- ♣ $\cos 2\theta$ ve $\sin 2\theta$ 'yi $\cos \theta$ ve $\sin \theta$ cinsinden hesaplayınız.

Öğrenciler yarım açı formüllerini bilmiyor. Ancak de moivre formülünden $(\cos \theta + i \sin \theta)^2 = \cos 2\theta + i \sin 2\theta$ olduklarını biliyorlar.
 $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta + i(2\cos \theta \cdot \sin \theta) = \cos 2\theta + i \sin 2\theta$ eşitliğinden öğrencilerin $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$, $\sin 2\theta = 2\sin \theta \cdot \cos \theta$ bağıntılarını yazmaları beklenmektedir.

PROBLEM-27:

- ♣ $x^2 = -2$ sayısının çözüm kümesini bulunuz. x^2 sayısını ve köklerini kutupsal olarak gösteriniz. x^2 sayısının kutupsal gösterimi ile köklerin kutupsal gösterimi arasında bir ilişki var mıdır?

De Moivre formülünün kök bulmada da işe yaradığının gösterileceği bu problemde öğrencilerden ilk önce $x^2 = -1$ denkleminin çözüm kümesini bulmaları istenir.

$$x^2 = -2 \Rightarrow x_1 = \sqrt{-2}, x_2 = -\sqrt{-2} \Rightarrow x_1 = \sqrt{2}i, x_2 = -\sqrt{2}i$$

Daha sonra öğrenciler, x^2 sayısı ve köklerinin kutupsal gösterimlerini yazarlar.

$$x^2 = -2 = 2(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$$

$$x_1 = \sqrt{2}i = \sqrt{2}(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)$$

$$x_2 = -\sqrt{2}i = \sqrt{2}(\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ)$$

Öğrencilerin bu kutupsal gösterimlerden sonra $z = r \cdot cis \alpha$ sayısının kareköklerinin

$$z_1 = r^{\frac{1}{2}} \left(cis \left(\frac{\alpha}{2} \right) \right) \text{ ve } z_2 = r^{\frac{1}{2}} \left(cis \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{360^\circ}{2} \right) \right) \text{ olduğunu keşfetmeleri beklenir.}$$

Bu problemde karmaşık sayıların kökleri kavramını öğrencilerin de moivre formülünden bulmaları istenmektedir. Bu etkinlikten sonra öğrencilere $z = r cis \alpha$

karmaşık sayısının k dereceden köklerinin $z_k = r^{\frac{1}{n}} \left(cis \left(\frac{\alpha + 2k\pi}{n} \right) \right)$ olduğu ifade edilir.

PROBLEM-28:

- ♣ $x^3 = 1$ denkleminin köklerini bulunuz. Bu kökler arasında geometri açısından bir ilişki var mıdır?

$x^n = 1$ denkleminin kökleri, $k = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ için;

$z_k = \cos\left(\frac{2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{2k\pi}{n}\right)$ biçiminde ifade edilir.

Bu kökler birim çember içerisine yerleşmiş düzgün bir n-genin köşeleridir. Bu ilişkiyi öğrencilerin fark etmesi beklenmektedir.

EK-B: Üstbilis Farkındalık Ölçeği Kullanım İzni

• Bilisötesi Farkındalık Envanteri Kullanım İzni 2

Inbox ★



• **Gökhan Karaaslan** <karaaslangokhan@yahoo.com>
To: aakin@sakarya.edu.tr



Sep 19 at 10:41 AM ★

Merhaba Ahmet Akın hocam.
Ben Hacettepe üniversitesi Matematik eğitimi bölümü doktora öğrencisiyim.
Prof. Dr. Necla Turanlı danışmanlığında Özel yetenekli öğrencilerin üstbilislerinin incelenmesi konulu doktora tezimde Türkçe'ye uyarladığınız "Bilisötesi Farkındalık Envanteri" ni kullanmak istiyorum.

Eğer uygun görürseniz çok sevinirim. İyi çalışmalar.

Gökhan KARAASLAN



• **Ahmet Akın** <aakin@sakarya.edu.tr>
To: Gökhan Karaaslan



Sep 19 at 12:51 PM ★

Merhaba ölçek ektedir iyi çalışmalar

Prof. Dr. Ahmet Akın
İstanbul Medeniyet Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Fakültesi
Psikolojik Danışmanlık ve Rehberlik Anabilimdalı

19 Eyl 2017 10:42 tarihinde "Gökhan Karaaslan" <karaaslangokhan@yahoo.com> yazdı:

> Show original message



4. BFE araştı... .doc

EK-C: Etik Komisyonu Onay Bildirimi



T.C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
Rektörlük

Sayı : 35853172/ 433 - 3563

2017 EKİM 2017

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi: 03.10.2017 tarih ve 2014 sayılı yazınız.

Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı doktora programı öğrencilerinden Gökhan KARAASLAN'ın Prof. Dr. Necla TURANLI danışmanlığında yürüttüğü "Özel Yetenekli Öğrencilerin Bilgisayar Destekli Etkinlikler ile Üstbilişsel Bilgi ve Becerilerinin İncelenmesi" başlıklı tez çalışması, Üniversitemiz Senatosu Etik Komisyonunun 10 Ekim 2017 tarihinde yapmış olduğu toplantıda incelenmiş olup, etik açıdan uygun bulunmuştur.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof. Dr. Rahime M. NOHUTCU
Rektör a.
Rektör Yardımcısı

EK-Ç: Uygulama İzni



T.C.
BURDUR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 39958266-604.02-E.20129519

27/11/2017

Konu : Uygulama İzni (Gökhan KARAASLAN)

VALİLİK MAKAMINA

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Doktora Programı Öğrencisi Gökhan KARAASLAN'ın "Özel Yetenekli Öğrencilerin Bilgisayar Destekli Etkinlikler ile Üstbilişsel Bilgi ve Becerilerinin İncelenmesi" başlıklı tez çalışmasına esas olmak üzere Alpaslan Ali Can Bilim ve Sanat Merkezi öğrencilerine "Bilişötesi Farkındalık Envanteri", "Üst Biliş Soruları", "Geogebra Etkinlikleri", "Sesli Düşünme Problemleri" ve "Karmaşık Sayılar Etkinliği"ni uygulamak istemesi ile ilgili Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsünün 16/11/2017 tarihli ve 2366 sayılı yazısı ve ekleri ilişikte sunulmuştur.

Yukarıda adı geçen etkinliklerin, Bakanlığımız Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 2012/13 sayılı Genelgesi doğrultusunda eğitim öğretimi aksatmayacak şekilde Alpaslan Ali Can Bilim ve Sanat Merkezi öğrencilerine uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde Olurlarınıza arz ederim.

Mahmut BAYRAM
İl Millî Eğitim Müdürü

O L U R

.../11/2017

Hayri SANDIKÇI

Vali a.

Vali Yardımcısı

Ek:Yazı örneği ve eki (31 sayfa)

EK-D: Etik Beyanı

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada,

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı bütün bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin bütününe kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

21 / 08 / 2019



Gökhan KARAASLAN

EK-E: Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu

21 / 08 / 2019

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Ana Bilim Dalı Başkanlığına,

Tez Başlığı : Özel Yetenekli Öğrencilerin Karmaşık Sayılar Konulu Etkinlikler ile Üstbilişsel Bilgi ve Becerilerinin İncelenmesi

Yukarıda başlığı verilen tez çalışmamın tamamı (kapak sayfası, özetler, ana bölümler, kaynakça) aşağıdaki filtreler kullanılarak Turnitin adlı intihal programı aracılığı ile kontrol edilmiştir. Kontrol sonucunda aşağıdaki veriler elde edilmiştir:

Rapor Tarihi	Sayfa Sayısı	Karakter Sayısı	Savunma Tarihi	Benzerlik Oranı	Gönderim Numarası
21/08/2019	106	174,301	08/08/2019	%3	1161992098

Uygulanan filtreler:

1. Kaynaklar hariç
2. Alıntılar dâhil
3. 5 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan eder, gereğini saygılarımla arz ederim.

Ad Soyadı: Gökhan Karaaslan

Öğrenci No.: N12244537

Ana Bilim Dalı: Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi

Programı: Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi-Doktora

Statüsü: Y.Lisans Doktora Bütünleşik Dr.

DANIŞMAN ONAYI

UYGUNDUR.

Prof. Dr. Necla Turanlı

EK-F: Dissertation Originality Report

21 / 08 / 2019

HACETTEPE UNIVERSITY
Graduate School of Educational Sciences
To The Department of Secondary Science and Mathematics Education

Thesis Title: Examining Of Metacognition Knowledge And Skills Of Gifted Students With Complex Numbers Activities

The whole thesis that includes the *title page, introduction, main chapters, conclusions and bibliography section* is checked by using **Turnitin** plagiarism detection software take into the consideration requested filtering options. According to the originality report obtained data are as below.

Time Submitted	Page Count	Character Count	Date of Thesis Defense	Similarity Index	Submission ID
21/08/2019	106	174,301	08/08/2019	%3	1161992098

Filtering options applied:

1. Bibliography excluded
2. Quotes included
3. Match size up to 5 words excluded

I declare that I have carefully read Hacettepe University Graduate School of Educational Sciences Guidelines for Obtaining and Using Thesis Originality Reports; that according to the maximum similarity index values specified in the Guidelines, my thesis does not include any form of plagiarism; that in any future detection of possible infringement of the regulations I accept all legal responsibility; and that all the information I have provided is correct to the best of my knowledge.

I respectfully submit this for approval.

Name Lastname: Gökhan Karaaslan
Student No.: N12244537
Department: Secondary Science and Mathematics Education
Program: Secondary Science and Mathematics Education-Ph.D.
Status: Masters Ph.D. Integrated Ph.D.



ADVISOR APPROVAL


APPROVED
Prof. Dr. Necla Turanlı

b

EK-G: Yayınlama ve Fikrî Mülkiyet Hakları Beyanı

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kâğıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

Yükseköğretim Kurulu tarafından yayınlanan "Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge" kapsamında tezim aşağıda belirtilen koşullar haricince YÖK Ulusal Tez Merkezi / H.Ü. Kütüphaneleri Açık Erişim Sisteminde erişime açılır.

- o Enstitü/Fakülte yönetim kurulu kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihinden itibaren 2 yıl ertelenmiştir. ⁽¹⁾
- o Enstitü/Fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren ... ay ertelenmiştir. ⁽²⁾
- o Tezime ilgili gizlilik kararı verilmiştir. ⁽³⁾

21 / 08 / 2019

Gökhan KARAASLAN

"Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge"

- (1) Madde 6.1. Lisansüstü teze ilgili patent başvurusu yapılması veya patent alma sürecinin devam etmesi durumunda, tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu iki yıl süre ile tezin erişime açılmasının ertelenmesine karar verebilir.
- (2) Madde 6.2. Yeni teknik, materyal ve metotların kullanıldığı, henüz makaleye dönüşmemiş veya patent gibi yöntemlerle korunmamış ve internetten paylaşılması durumunda 3. şahıslara veya kurumlara haksız kazanç; imkânı oluşturabilecek bilgi ve bulguları içeren tezler hakkında tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile altı ayı aşmamak üzere tezin erişime açılması engellenebilir.
- (3) Madde 7.1. Ulusal çıkarları veya güvenliği ilgilendiren, emniyet, istihbarat, savunma ve güvenlik, sağlık vb. konulara ilişkin lisansüstü tezlerle ilgili gizlilik kararı, tezin yapıldığı kurum tarafından verilir*. Kurum ve kuruluşlarla yapılan işbirliği protokolü çerçevesinde hazırlanan lisansüstü tezlerle ilişkin gizlilik kararı ise, ilgili kurum ve kuruluşun önerisi ile enstitü veya fakültenin uygun görüşü üzerine üniversite yönetim kurulu tarafından verilir. Gizlilik kararı verilen tezler Yükseköğretim Kuruluna bildirilir.
Madde 7.2. Gizlilik kararı verilen tezler gizlilik süresince enstitü veya fakülte tarafından gizlilik kuralları çerçevesinde muhafaza edilir, gizlilik kararının kaldırılması halinde Tez Otomasyon Sistemine yüklenir

* Tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu tarafından karar verilir.

