

**UYDU YÖRÜNGE KONTROL MANEVRALARININ
ÇÖZÜMLENMESİ VE BENZETİMİ**

**ANALYSIS AND SIMULATION OF SATELLITE
ORBITAL CONTROL MANEUVERS**

ALİ ALPEREN BOŞNAK

DR. ÖĞR. ÜYESİ YAKUP ÖZKAZANÇ

Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı için Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak hazırlanmıştır.

ÖZET

UYDU YÖRÜNGE KONTROL MANEVRALARININ ÇÖZÜMLENMESİ VE BENZETİMİ

Ali Alperen BOŞNAK

Yüksek Lisans, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Yakup Özkazanç

Ocak 2023, 110 sayfa

Uzay araçlarında randevu ve kenetlenme görevleri, takipçi uzay aracının hedefin yakınına yanaşıp sonunda kontrollü bir şekilde temas edebilmelerini içeren bir dizi manevradan oluşur. Hızlanan uzay yarışıyla birlikte yörünge yüksekliği, eğikliği değişim manevraları, yakın mesafe güdüm yöntemleri ve kenetlenme aşamasındaki yönelim kontrol isteklerini sağlayabilecek teknolojiler geliştirmek ülkeler için kritik önem arz etmektedir. Literatürde uzay araçları kenetlenebilecek mesafedeyken, kenetlenme aşaması için geliştirilen ve uygulanan oldukça fazla kontrol metodu vardır. Fakat asıl problem iki uzay aracının randevusu yani kenetlenme yapılacak mesafelere nasıl gidilebileceğidir.

Bu tezde parametreleri verilmiş iki farklı yörüngedeki uzay aracının buluşturulması için gerekebilecek manevraların ve bu manevralar için kullanılacak algoritmalar sistematik olarak çalışılmıştır. Bu algoritmaların doğruluğu benzetim çalışmalarıyla gösterilmiştir. Bu senaryolarda, her biri farklı bir formülasyon ve geliştirme gerektiren yörüngesel manevraların amaca uygunluğu, önce ayrı ayrı benzetim çalışmalarında

gösterilmiş, ardından anlatılan yörüngesel manevralar birleştirilerek yörüngede olan iki uzay aracı üzerinden randevu benzetim çalışması gerçekleştirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Randevu ve Kenetlenme, Yörüngesel Manevralar, Yörünge Mekaniği, Yörünge Elemanları, İki Satırlı Eleman Seti, Hohmann Transfer, Evre Kaydırma, Clohessy-Wiltshire Modeli

ABSTRACT

ANALYSIS AND SIMULATION OF SATELLITE ORBITAL CONTROL MANEUVERS

Ali Alperen BOŞNAK

Master of Science, Department of Electrical and Electronics Engineering

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Yakup Özkazanç

January 2023, 110 pages

Rendezvous and docking missions in spacecrafts consist of a series of maneuvers that involve the chaser spacecraft's ability to dock near the target and eventually contact it in a controlled manner. With the accelerating space race, it is critical for countries to develop technologies that can provide ways to orbital altitude and tilt change maneuvers, close-range guidance methods and attitude control requirements for docking. In the literature, while spacecrafts are within docking distance, there are many control methods applied for the docking phase. But the real problem is the rendezvous of these two spacecraft, that is, how to reach the distances for docking.

In this thesis, it is systematically studied how the maneuvers that may be required to bring two different orbiting spacecraft with parameters together and how to develop all the algorithms that may be used for these maneuvers. The accuracy of these algorithms has been demonstrated by simulation studies. In these scenarios, the suitability of orbital maneuvers, that each of which requires a different formulation and development, was first

shown in separate simulation studies, then a rendezvous simulation study was carried out on two orbiting spacecraft by combining the orbital maneuvers described.

Keywords: Rendezvous and Docking, Orbital Maneuvers, Orbital Mechanics, Orbital Elements, Two Line Element Set, Hohmann Transfer, Phasing, Clohessy-Wiltshire Model

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans çalışmalarında bilgi, birikim ve tecrübeleriyle bana yol gösteren değerli tez danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Yakup Özkazanç'a,

Yüksek lisans eğitimimi teşvik eden ve tez çalışması kapsamında her türlü olanağı sağlayan Roketsan A.Ş.'ye,

İhtiyacım olduğunda, bilgi ve tecrübeleriyle katkı sunan değerli iş arkadaşlarım Onur Şener, Burak Ünsal ve Ahmet Furkan Yıldız'a,

Her zaman yanımda olan ve beni destekleyen Başak Sert'e,

Sıkıntım olduğunda derdimi dinleyen, akıllıca önerileriyle işimi hep kolaylaştıran babam Necati Boşnak'a,

Bu süreci, maddi manevi her zaman benimle birlikte yaşayan ve sağlığın her şeyden öncelikli olduğunu hep hatırlatan annem Nihal Boşnak'a,

Teşekkürlerimle...

İÇİNDEKİLER

ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR.....	v
İÇİNDEKİLER	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR	xii
SÖZLÜK DİZİNİ	xiv
1. GİRİŞ.....	1
2. YÖRÜNGESEL MANEVRALAR.....	3
2.1. Yörünge Manevraları Tarihçesi	3
2.2. Yörünge Hesaplarında Kullanılan Koordinat Sistemleri	9
2.2.1. Dünya Merkezli Ataletsel Koordinat Sistemi	9
2.2.2. Eliptik Odak Koordinatları	10
2.2.3. Clohessy-Wiltshire Göreceli Koordinat Sistemi	11
2.3. Yörünge Mekaniği	12
2.3.1. Kepler Yasaları	12
2.3.2. Newton Yasaları	14
2.3.3. İki Cisim Problemi	15
2.3.4. Hareket Denklemleri	16
2.3.5. Yörünge Denklemi.....	16
2.4. Yörünge Elemanları	18
2.5. Yörünge Tipleri.....	26
2.6. İki Satırlı Eleman Seti (Two-Line Element Set)	29
2.7. Rodrigues Dönüşümü	31
2.8. Yörüngesel Manevralar	32
2.8.1. Yörünge Yüksekliği Değişim Manevrası.....	33
2.8.2. Yörünge Düzlemi Değişim Manevrası	36
2.8.3. Evre Kaydırma Manevrası	41

2.8.4. Cholesy-Wiltshire Yakın Mesafe Güdüm Manevrası	45
3. YÖRÜNGE MANEVRA BENZETİMLERİ	48
3.1. Benzetim 1: Yörünge Modelleri	49
3.2. Benzetim 2: Alt Yörüngeden st Yörüngeye Hohmann Transferi.....	52
3.3. Benzetim 3: Üst Yörüngeden Alt Yörüngeye Hohmann Transfer	58
3.4. Benzetim 4: Düzlem Değiştirme Manevraları.....	63
3.5. Benzetim 5: Hedef Takipçinin nndeyken Evre Kaydırma Manevrası .	73
3.6. Benzetim 6: Takipçi Hedefin nndeyken Evre Kaydırma Manevrası ...	79
3.7. Benzetim 7: Clohessy-Wiltshire Yakın Mesafe nleme (Intercept) Manevrası.....	83
3.8. Benzetim 8: Clohessy-Wiltshire Yakın Mesafe Yaklaşma (Approach) Manevrası.....	87
3.9. Benzetim 9: İki Uzay Aracının Randevu ve Birleşmesi.....	91
4. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	101
KAYNAKLAR.....	103
ZGEÇMİş	Error! Bookmark not defined.

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1: Gemini 6 - Gemini 7 randevu planlaması [38].....	4
Şekil 2: HTV uzay aracı randevu kenetlenme ve atmosfere yeniden girme planlaması [32].....	5
Şekil 3: Demonstration of Autonomous Rendezvous Technology planlaması [26].....	6
Şekil 4: Yörüngelerdeki enkaz yoğunluğu [13].....	7
Şekil 5: Bakımdan önce ve sonra çekilen fotoğraflar [23].....	7
Şekil 6: Hubble teleskopu ile kenetlenen uzay aracı ve tamir eden astronot [23].....	8
Şekil 7: Dünya merkezli ataletsel koordinat sistemi.....	10
Şekil 8: Eliptik odak koordinat sistemi.....	11
Şekil 9: Clohessy-Wiltshire koordinat sistemi.....	11
Şekil 10: Keplerin ikinci yasası.....	13
Şekil 11: Klasik yörünge elemanları.....	19
Şekil 12: DSX uzay aracı yörüngesi.....	20
Şekil 13: Farklı yarı uzun eksenli yörüngeler.....	21
Şekil 14: Farklı eksantrikli yörüngeler.....	22
Şekil 15: Farklı eğiklikli yörüngeler (üstten).....	23
Şekil 16: Farklı eğiklikli yörüngeler (yandan).....	23
Şekil 17: Farklı yükselen düğüm boylamlı yörüngeler.....	24
Şekil 18: Farklı yerberi açılı yörüngeler.....	25
Şekil 19: Farklı gerçek anomali değerleri.....	26
Şekil 20: Yörünge tipleri geometrisi.....	28
Şekil 21: Hohmann transfer geometrisi.....	34
Şekil 22: Dünyadaki genel fırlatma alanları [33].....	37
Şekil 23: Hız vektörleri üçgeni.....	38
Şekil 24: Yalnızca eğiklik değişimi geometrisi [33].....	39
Şekil 25: Eğiklik ve yükselen düğüm boylamı değişimi geometrisi [33].....	40
Şekil 26: Hedef önde iken evre kaydırma geometrisi.....	42
Şekil 27: Takipçi önde iken evre kaydırma geometrisi.....	42
Şekil 28: Clohessy-Wiltshire güdümü geometrisi.....	46
Şekil 29: Göktürk 1A uydusu yörüngesi.....	50
Şekil 30: Phase 3B uydusu yörüngesi.....	52
Şekil 31: İkinci itki verilmemiş Hohmann transfer yörüngesi.....	54
Şekil 32: Alt yörüngeden üst yörüngeye başarılı Hohmann transferi.....	55
Şekil 33: Alt yörüngeden üst yörüngeye Hohmann transferinde bileşke uzaklık.....	55
Şekil 34: Alt yörüngeden üst yörüngeye Hohmann transferinde bileşke hız.....	56
Şekil 35: Alt yörüngeden üst yörüngeye Hohmann transferinde pozisyon bileşenleri.....	57
Şekil 36: Alt yörüngeden üst yörüngeye Hohmann transferinde hız bileşenleri.....	57

Şekil 37: Üst yörüngeden alt yörüngeye başarılı Hohmann transferi.....	60
Şekil 38: Üst yörüngeden alt yörüngeye Hohmann transferinde bileşke uzaklık.....	60
Şekil 39: Üst yörüngeden alt yörüngeye Hohmann transferinde bileşke hız	61
Şekil 40: Üst yörüngeden alt yörüngeye Hohmann transferinde pozisyon bileşenleri	62
Şekil 41: Üst yörüngeden alt yörüngeye Hohmann transferinde hız bileşenleri	62
Şekil 42: Farklı eğiklikte yörüngeler	64
Şekil 43: 0 ve 45° eğiklikte yörüngeler	65
Şekil 44: 0 - 45° düzlem değişimi manevrasında bileşke uzaklık	66
Şekil 45: 0 - 45° düzlem değişimi manevrasında bileşke hız.....	67
Şekil 46: 0 - 45° düzlem değişimi manevrasında pozisyon bileşenleri	67
Şekil 47: 0 - 45° düzlem değişimi manevrasında hız bileşenleri.....	68
Şekil 48: 60° ve 100° eğiklikte yörüngeler	69
Şekil 49: 60° - 100° düzlem değişimi manevra yörüngesi.....	70
Şekil 50: 60° - 100° düzlem değişimi bileşke uzaklık.....	70
Şekil 51: 60° - 100° düzlem değişimi bileşke hız	71
Şekil 52: 60° - 100° düzlem değişimi pozisyon bileşenleri	72
Şekil 53: 60° - 100° düzlem değişimi hız bileşenleri	72
Şekil 54: 100° ve 230° gerçek anomalilerde iki uzay aracı.....	74
Şekil 55: Hedef önde iken evre kaydırma manevra senaryosu	75
Şekil 56: Hedef önde iken evre kaydırma manevrası hedef-takipçi arası uzaklık.....	76
Şekil 57: Hedef önde iken evre kaydırma manevrası bileşke hız	77
Şekil 58: Hedef önde iken evre kaydırma manevrası pozisyon bileşenleri	78
Şekil 59: Hedef önde iken evre kaydırma manevrası hız bileşenleri	78
Şekil 60: 305° ve 360° gerçek anomalilerde iki uzay aracı.....	79
Şekil 61: Takipçi önde iken evre kaydırma manevra senaryosu	80
Şekil 62: Takipçi önde iken evre kaydırma manevrası hedef-takipçi arası uzaklık.....	81
Şekil 63: Takipçi önde iken evre kaydırma manevrası bileşke hız	81
Şekil 64: Takipçi önde iken evre kaydırma manevrası pozisyon bileşenleri	82
Şekil 65: Takipçi önde iken evre kaydırma manevrası hız bileşenleri	82
Şekil 66: Sonlanma güdümünde manevra senaryosu	84
Şekil 67: Sonlanma güdümünde bileşke uzaklık.....	84
Şekil 68: Sonlanma güdümünde bileşke hız	85
Şekil 69: Sonlanma güdümünde pozisyon bileşenleri.....	86
Şekil 70: Sonlanma güdümünde hız bileşenleri	86
Şekil 71: Yaklaşma güdümü manevra senaryosu	88
Şekil 72: Yaklaşma güdümünde bileşke uzaklık.....	88
Şekil 73: Yaklaşma güdümünde bileşke hız.....	89
Şekil 74: Yaklaşma güdümünde pozisyon bileşenleri	90
Şekil 75: Yaklaşma güdümünde hız bileşenleri.....	90

Şekil 76: Randevu gerçekleştirilecek uzay araçlarının yörüngeleri	92
Şekil 77: Komple randevu angajmanı	93
Şekil 78: Randevu manevraları boyunca takipçinin Dünyaya bileşke uzaklığı.....	95
Şekil 79: Randevu manevraları boyunca takipçinin bileşke hızı	96
Şekil 80: Randevu manevraları boyunca 3 ekseninde pozisyon bileşenleri.....	97
Şekil 81: Randevu manevraları boyunca 3 ekseninde hız bileşenleri.....	97
Şekil 82: Yakın mesafe güdüm manevrası takipçi ve hedef pozisyonları	98
Şekil 83: Yakın mesafe güdümü takipçi göreceli koordinat sistemi pozisyon bileşenleri	99
Şekil 84: Yakın mesafe güdüm manevrası takipçinin göreceli koordinat sistemi hız bileşenleri.....	100

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1: Yörünge elemanları.....	19
Çizelge 2: DSX uzay aracı yörünge elemanları.....	20
Çizelge 3: Eğikliğe göre yörünge tipleri	27
Çizelge 4: Eksantrikliğe göre yörünge tipleri.....	28
Çizelge 5: TLE verisinin ilk satırı.....	29
Çizelge 6: TLE verisinin ikinci satırı.....	30
Çizelge 7: Göktürk 1A uydusu TLE verisi	50
Çizelge 8: Phase 3B uydusu TLE verisi	51
Çizelge 9: Alt ve hedef yörünge elemanları.....	53
Çizelge 10: Alttan üste yörünge transferi için gereken itkiler.....	53
Çizelge 11: Üst ve hedef yörünge elemanları	58
Çizelge 12: Üstten alta yörünge transferi için gereken itkiler.....	59
Çizelge 13: 0 - 45° düzlem değişimi manevrasında yörünge elemanları	64
Çizelge 14: 0° - 45° düzlem değişimi için gereken itkiler.....	65
Çizelge 15: 60° - 100° düzlem değişimi için gereken itkiler.....	69
Çizelge 16: Hedef öndeyken hedef ve takipçinin yörünge elemanları.....	73
Çizelge 17: Hedef önde iken evre kaydırma manevrası için gereken itkiler	74
Çizelge 18: Takipçi öndeyken hedef ve takipçinin yörünge elemanları.....	79
Çizelge 19: Takipçi önde iken evre kaydırma manevrası için gereken itkiler	80
Çizelge 20: Sonlanma güdümünde itki büyüklükleri.....	83
Çizelge 21: Yaklaşma güdümünde itki büyüklükleri	87
Çizelge 22: Göktürk 1A ve Phase 3B uydularının yörünge elemanları.....	91
Çizelge 23: Düzlem değişimi manevrası için algoritma çıktı sonuçları.....	93
Çizelge 24: Hohmann transferi manevrası için algoritma çıktı sonuçları	94
Çizelge 25: Evre kaydırma manevrası için algoritma çıktı sonuçları.....	94

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

A	Yörüngede Taranan Alan
h	Açısal Momentum Büyüklüğü
T	Yörünge Periyodu
μ	Eylemsizlik Sabiti
G	Çekim Sabiti
n	Yörüngesel Ortalama Hareket
m	Kütle
\vec{F}	Kuvvet Vektörü
r	Pozisyon Büyüklüğü
\ddot{r}	İvme Vektörü
v	Hız Büyüklüğü
Δi	Eğiklik Değişimi Açısı
$\Delta \theta$	Eğiklik ve Yükselen Düğüm Boylamı Değişimi Açısı
$\Delta v_{1,Hoh}$	Hohmann Transfer Birinci İtki Büyüklüğü
$\Delta v_{2,Hoh}$	Hohmann Transfer İkinci İtki Büyüklüğü
$\Delta v_{Düzlem\ değişimi}$	Düzlem Değişimi İtki Büyüklüğü
Δv_{Evre}	Evre Kaydırma İtki Büyüklüğü
$\Delta \vec{v}_{1,CW}$	Yakın Mesafe Güdüm Birinci İtki Büyüklüğü
$\Delta \vec{v}_{2,CW}$	Yakın Mesafe Güdüm İkinci İtki Büyüklüğü

Kısaltmalar

RVD	Rendezvous and Docking
NASA	National Aeronautics and Space Administration
ISS	International Space Station
ISEC	International Space Expoloration Group
GEG	Global Expoloration Group
ESA	European Space Agency
DART	Double Asteroid Redirection Test
ECI	Earth Centered Inertial
DMA	Dünya Merkezli Ataletsel
EOK	Eliptik Odak Koordinatları
CW	Clohessy-Wiltshire
DMA	Dünya Merkezli Ataletsel
DSX	Demonstration and Science Experiments
LEO	Low Earth Orbit
MEO	Medium Earth Orbit
GSO	Geosynchronous Orbit
HEO	High Earth Orbit
TLE	Two Line Element
NORAD	North American Aerospace Defence Command

SÖZLÜK DİZİNİ

Rendezvous	Randevu
Docking	Kenetlenme
Orbital Mechanics	Yörünge Mekanığı
Celestial Mechanics	Gök Mekanığı
Low Earth Orbit	Alçak Dünya Yörüngesi
Medium Earth Orbit	Orta Dünya Yörüngesi
High Earth Orbit	Yüksek Dünya Yörüngesi
Geosynchronous Orbit	Geosenkron Yörünge
Orbital Maneuvers	Yörüngesel Manevralar
Plane Change Maneuver	Düzlem Değıştirme Manevrası
Phasing Maneuver	Evre Kaydırma Manevrası
Launch	Fırlatma
Far Range Rendezvous	Uzak Mesafe Randevusu
Close Range Rendezvous	Yakın Mesafe Randevusu
Two Line Element (TLE)	İki Satırlı Eleman
Orbital Elements	Yörünge Elemanları
Apogee	Yeröte
Perigee	Yerberi
Right Ascending Node	Yükselen Düğüm
Semi Major Axis	Yarı Uzun Eksen
Orientation	Yönelim

1. GİRİŞ

Bu çalışmanın konusu, belirli standartlarda parametre setleri ile verilmiş uzay araçlarının yörüngeye oturtma ve randevu gerçekleştirmeleri için gereken manevraların analizi ve benzetimidir.

Uzay araçlarında randevu (rendezvous), yörüngedeki iki uzay aracının istenen konum, hız, zaman ve yönelimde birbirine yaklaşma hareketini ifade eder. Yönelim sonrası yapısal birleşme aşamasına ise kenetlenme (docking) denir. Bu çalışmada randevu ve kenetlenme (RVD) işleminde takip eden uzay aracı takipçi, takip edilen uzay aracı hedef olarak adlandırılacaktır. RVD son derece karmaşık ve pahalı bir uzay teknolojisidir. Uzay istasyonu inşaatı, uzay istasyonlarına astronot taşıma, yörüngede hizmet, yörüngedeki nesnelere numune alma ve enkaz temizleme gibi çeşitli uzay görevlerinde sıklıkla kullanılır. RVD süreci, yörüngesel manevralara dayalı, takipçinin, hedefe yaklaşmasını ve aralarında yapısal bağlantı kurulmasını sağlayan bir dizi aşamadan oluşur [15],[31].

Bir RVD görevi 4 farklı aşamaya ayrılır: Fırlatma (Launch), uzun mesafe randevusu (far range rendezvous), yakın mesafe randevusu (close range rendezvous), kenetlenme (docking) [14],[36].

Fırlatma aşaması, fırlatma aracının havalandığı anda başlar takipçi istenen yörüngeye girdiğinde biter. Fırlatma aşamasının ana görevi, takipçiyi önceden belirlenen yörüngeye oturtmaktır. Uzak mesafe transfer aşamasında, takipçi ilk yörüngesinden yakın mesafe randevu manevralarının olacağı önceden belirlenmiş yörüngeye transfer edilir. Uzak mesafeli buluşma aşamasının ana görevi, takipçinin yörünge yüksekliğini, iki uzay aracının faz açıları arasındaki farkları ve yörünge eğriliklerini değiştirmeyi, sağlayan manevraları içermesidir. Bu şekilde göreceli mesafeyi azaltarak yakın mesafe randevu manevralarına zemin hazırlar. Yakın mesafe randevu aşamasında, takipçi göreceli navigasyon gerçekleştirir. Ana görev takipçi ve hedefin son konum ve hızlarını neredeyse eşit hale getirmektir. Böylelikle kenetlenme aşaması için aynı hızda ve yan yana gelmiş olurlar. Diğer fazlardan farklı olarak, bu aşamada performans gereksinimi diğerlerinden çok daha katıdır çünkü çarpışma durumu katastrofik sonuçlar doğurur. Kenetlenme aşaması, iki uzay aracının yapısal birleşme yaşadığı aşamayı ifade eder. Birleşme robot kol, Stewart platform veya mıknatıs gibi farklı yöntemlerle yapılabilir. Bu aşama sonucunda takipçi fiziksel olarak da hedefi yakalamış olur.

Bu tezde, farklı yörüngelerdeki iki uzay aracının çeşitli yörüngesel manevralarla yakın mesafeye getirilmesi ve kenetlenme aşaması için son hız ve pozisyonlarının neredeyse eşit yapılması için gereken algoritmalar sunulacak sonrasında MATLAB/Simulink ortamında benzetim çalışmaları ile çözümler yapılacaktır.

Uzay araçlarının, yörüngeye yerleştirilmelerinden sonra istenilen başka bir yörüngeye yerleştirmek için gerekli olan tüm değişikliklere yörünge manevraları denir. Bu manevralarla, alçak veya yüksek irtifalı yörüngelerden birbirlerine transfer, farklı iki düzlemdeki yörüngelerin eş düzlemsel yapılması, aynı yörüngedeysen zaman geçirmek ve istenilen zamanda istenilen yerde olma gibi görevler gerçekleştirilir.

Öncelikle iki satırlı eleman setlerinden yörünge elemanlarına geçilir. Yörünge elemanları ve yörünge denklemleri kullanılarak koordinat sistemleri dönüşümleri ile ilk değerler hesaplanır. Hesaplanan ilk değerler hareket denklemine konularak yörünge kestirimi benzetimi yapılır. Daha sonra istenilen manevra ne ise ona uygun itki büyüklüğü, itkinin üç ekseninde uygulanması gereken yönleri ve itkinin ne zaman verileceği gibi değerler hesaplanıp modele ilgili şekilde beslenerek benzetim çalışmaları yapılır.

Bu çalışma şu şekilde yapılandırılmıştır:

Tezin ikinci kısmında, literatürde bulunan randevu ve kenetlenme görevleri sunulmuştur ve tezde kullanılan tüm teorik alt yapı anlatılmıştır. Model ve algoritma geliştirirken kullanılan tüm formüller ve arka plan sistematik şekilde verilip açıklanmıştır.

Üçüncü kısımda çeşitli yörüngesel manevralar ve randevu probleminin farklı senaryolar için benzetim çalışmaları verilmiştir.

Son bölümde sonuç, yorum ve gelecek çalışmalara değinilmiştir.

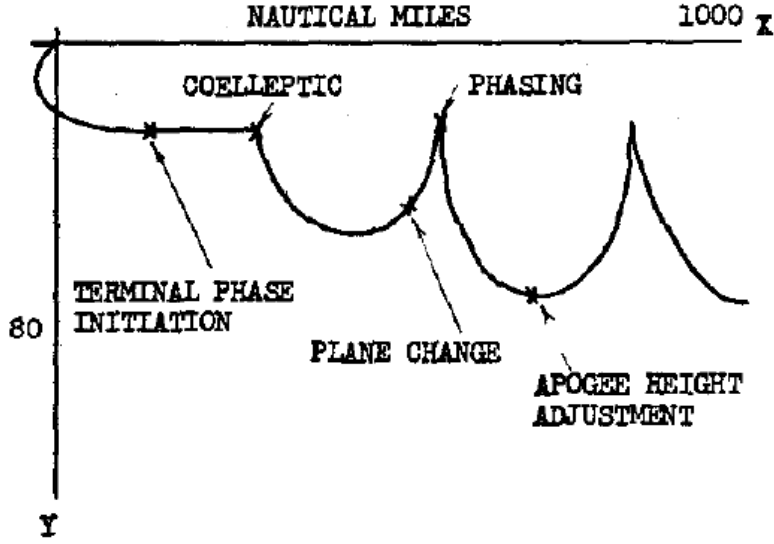
2. YÖRÜNGESEL MANEVRALAR

2.1. Yörünge Manevraları Tarihçesi

Uzay araçları kendilerine ayrılan yörüngede çok uzun süre kalmazlar. Neredeyse her uzay yolculuğunda yörünge en az bir kez değiştirilir. Örneğin, iletişim uyduları hiçbir zaman son yörüngelerine hemen oturmazlar. Son yörünge irtifaları yaklaşık 35780 km'dir ve son yörüngelerine geçmeden önce yaklaşık 300 km irtifada bir yörüngeye otururlar. Yarı uzun eksen anlamında bu büyük bir transfer olurken, düzlem değişimi manevrası ile de eğikliklerini ilk yörüngelerinin eğikliğinden 0 dereceye düşürürler. Yani yörüngesel manevralar sadece uzay araçlarının randevusu için değil; tek bir uzay aracının belirli görevleri yapması için bir yörüngeden diğerine taşınması için de gereklidir. Bu ve bunun gibi görevler için yörüngesel manevralara hakimiyet ve randevu probleminin çözümü kritik önemdedir. Bu bölümde yörünge manevraları ve randevu görevlerinden örnekler verilecektir [18],[35].

İlk yörüngesel buluşmanın Rusya'nın Vostok göreviyle gerçekleştiği bilinmektedir. Vostok 4 uzay aracı, 12 Ağustos 1962'de Vostok 3 ile 6.5 km yakına kadar gelebilip o dönemde gerekli manevralar yapılamadığı için kısa sürede 850 km kadar uzaklaşmışlardır. Fakat görev neticesi ne olursa olsun bu bile uzayda randevuların gelişini hızlandıran bir görev olmuştur [5],[21].

National Aeronautics and Space Administration (NASA)'nın Gemini programı, Apollo görevi için birçok konuda öncü fakat sınırlı bir randevu görevi olmuştur. Sınırlı olmasına rağmen; kullanılabilecek ekipmanlar ve teknoloji adına birçok şeyi doğrularak insanlı ay görevlerinin öncüsü olmuştur. Hedefi yörüngede insanlı bir buluşma olarak çizilmiştir ve bunu otonom bir şekilde değil astronotların döngüde olduğu bir konfigürasyonla 1965 senesinde ilk defa başarıyla gerçekleştirebilmiştir [28].



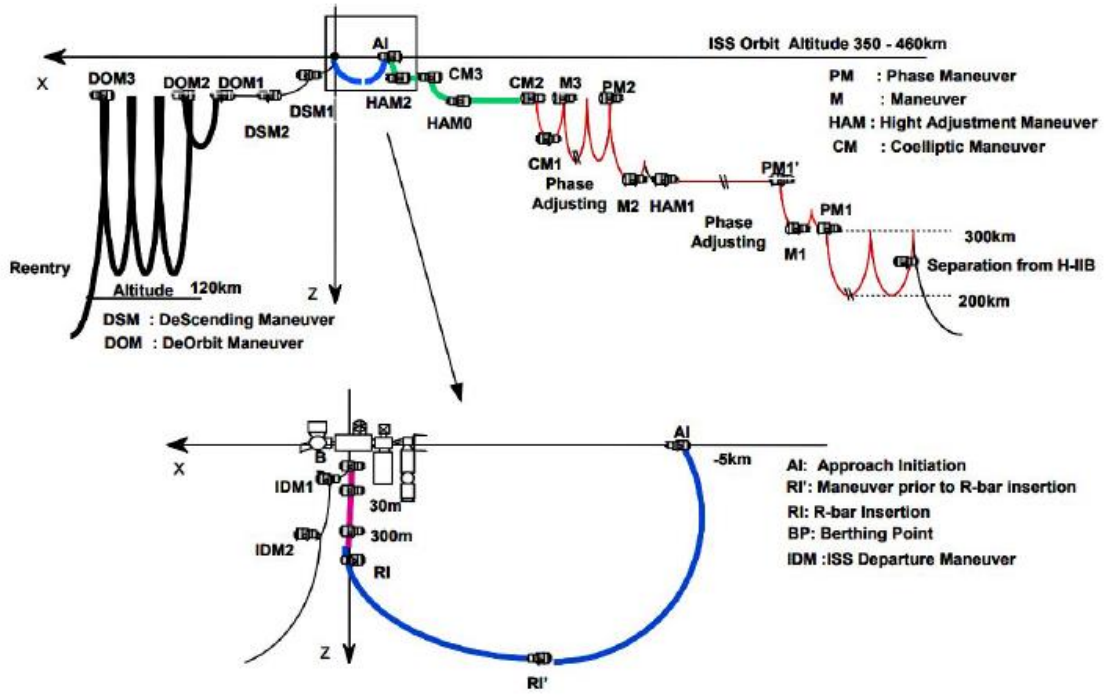
Şekil 1: Gemini 6 - Gemini 7 randevu planlaması [38]

Rusların Soyuz programı, Gemini görevinin aksine tamamen otonom bir şekilde randevu ve kenetlenme yapılması amacıyla düzenlenmiştir. İki robotik uzay aracı kenetlenip aralarında mürettebat değişimi yapılarak başarıya ulaşmıştır. Tamamen otonom bir sistem olarak, Gemini sistemine göre oldukça karmaşık bir sistemdir ve bir çok otonom teknoloji ve ekipman doğrulamasına katkıda bulunmuştur [21].

Apollo ay görevindeki motivasyon, ABD'nin uzay konusundaki yeteneklerini geliştirmektir. İnsanlı şekilde aya gidip geri Dünyaya dönülmesi o zamana kadarki randevu ve kenetlenme çalışmalarının uygulaması ve hayata geçirilmesi adına büyük bir adım olmuştur [16]. Gerekli teknolojiler geliştirilip olgunlaştırıldıkça farklı amaçlarla birçok görev yapılmaya devam edilmiştir. Bu uzay görevlerinin bazıları aşağıda sıralanmıştır.

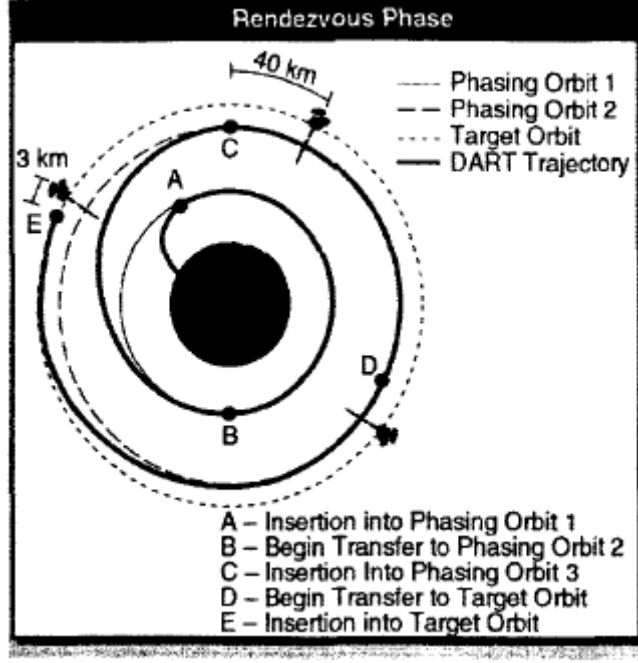
İlk randevu görevlerinden sonra 1960'lardan günümüze yaklaşıırken randevu ve kenetlenme çalışmaları daha da hızlanmış ve International Space Station (ISS) kurulumuyla çeşitli birçok ülke bu konudaki teori ve pratiklerini artırmıştır. Birçok tam otonom uzay aracı geliştirilip ISS'e kenetlenmişlerdir. Bu görevler genellikle şu ana manevralarla gerçekleştirilmiştir. Evre kaydırma, uzun mesafe transfer, kısa mesafe transfer, kenetlenme. Örneğin, HTV [32] ve Cygnus [22] uzay araçları benzer manevralar yaparlar. HTV'nin manevra senaryosu Şekil 2'de gösterilmiştir. Daha düşük bir yörüngede manevra yapmaya başlarlar ve yavaş yavaş irtifalarını artırırılar. Bu kısımda yakıt tasarrufu için Hohmann transfer gerçekleştirirler. Hedef irtifaya ulaşıncı, belirlenen stratejik noktada evre kaydırma manevrası yaparak hem fazı hem eğiklik ve yükselen

düğüm boylamı farkını kapatırlar.



Şekil 2: HTV uzay aracı randevu kenetlenme ve atmosfere yeniden girme planlaması [32]

Bir başka randevu görevi olan 'Demonstration of Autonomous Rendezvous Technology' görevi, otonom kenetlenme alanında tecrübe kazanılması için planlanan görevlerden biridir. Yörünge planlaması ve yörünge manevraları Şekil 3'te verilmiştir. Bu görevlerdeki ana manevralar bu tezde de benzetim çalışması yapılan temel manevralar olarak alınacaktır.

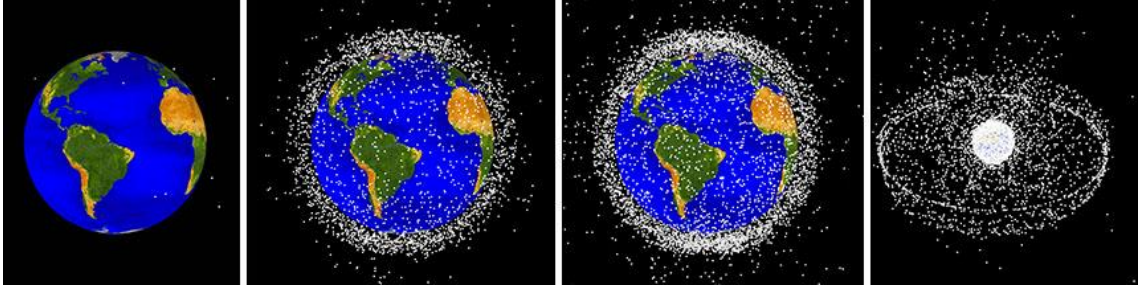


Şekil 3: Demonstration of Autonomous Rendezvous Technology planlaması [26]

International Space Expoloration Coordination Group (ISEC) tarafından açıklanmış Global Expoloration Group (GEG) görevi, önemli bir kilometre taşı olarak Mars keşfini ve Marstan numune alma görevini içerir. Uzun vadeli hedef olarak Mars'a insanlı kara araçlarının gitmesini amaçlayan program, bunun için ilk robotik görevleri içermiştir [27].

2005 yılında uzay aracı güdümü üzerinde çalışan araştırmacılar küçük bir asteroite ulaşma konusunda çalışmalar gerçekleştirmişlerdir. NASA Deep Impact görevi ile Tempel 1 kuyruklu yıldızı ile başarılı bir şekilde temas edebilip yüzeyinde su ve buz kütleleri keşfetmiştir [17].

Yörüngede enkaz temizleme çalışmaları ile ilgili European Space Agency (ESA) 2019 yılında anlaşmaları tamamlamıştır ve 2025 yılında dünyada ilk defa enkaz temizleme görevi yapılacaktır [13]. Şekil 4'ten görüldüğü üzere özellikle alt dünya yörüngesindeki enkazlar çok fazla uzay kirliliğine sebep olmaktadır ve çalışmalara göre ilerleyen yıllarda üstel olarak artması beklenmektedir.



Şekil 4: Yörüngelerdeki enkaz yoğunluğu [13]

Şekil 4’te sırasıyla 1957, 2005, 2018 ve tahmini olarak 2030’daki uzay enkazlarının yoğunluğu gösterilmiştir.

Dünya yörüngesindeki objeler yıllara göre hızlı artış göstermiştir. 2007 ve 2009 yıllarında uzay çöpü sayısındaki önemli zıplamalar, Çin’in anti uydu testlerindeki başarısız kenetlenme girişimlerinden kaynaklanmaktadır [8].

Hubble uzay teleskobunun atıldıktan sonra gönderdiği görsellerde bir odaklama problemi olabileceği ön görülmüştür ve kamera tamiri için 1993 yılında Hubble teleskobuyla bir randevu ve kenetlenme işlemi gerçekleştirilmiştir [23]. Şekil 5’te soldaki görselde bir odaklanma problemi vardır. Sağda problemin düzeltilmiş hali görünmektedir.



Şekil 5: Bakımdan önce ve sonra çekilen fotoğraflar [23]



Şekil 6: Hubble teleskopu ile kenetlenen uzay aracı ve tamir eden astronot [23]

Şekil 6’da Hubble teleskobu ile kenetlenen uzay aracı ve tamiri gerçekleştiren astronot gösterilmiştir.

Günümüze doğru gelirken, bu tezin yazımından çok kısa süre önce 26 Eylül 2022’de NASA Double Asteroid Redirection Test (DART) adıyla Dünyaya bir asteroidin çarpması tehdidine karşı bir randevu ve çarpışma görevi yürütmüştür. Basit ve ucuz maliyetli bir uzay aracı olan DART’ı bilinçli olarak Dimorphos adlı asteroitle çarpıştırarak Dimorphos’un yörünge periyodu dolayısı ile irtifası değiştirilebilmiştir. NASA’nın açıkladığı verilere göre Dimorphos yörüngesinde 32 dakika kadar bir değişiklik olmuş ve görev başarıyla sonuçlanmıştır [4].

Astronotlar tamir gibi sebeplerle uzay araçlarının dışına çıkabilir. Astronotların uzay aracına geri dönme veya sıkıntılı bir durumda kendini kurtarma manevraları yakın mesafe

güdümlü manevralarına örnek olarak verilebilir. Bu tez çalışmasında da, yakın mesafe güdümlüde kullanılan Clohessy-Wiltshire manevraları gerçek hayatta da sıklıkla kullanılan bir tekniktir [39].

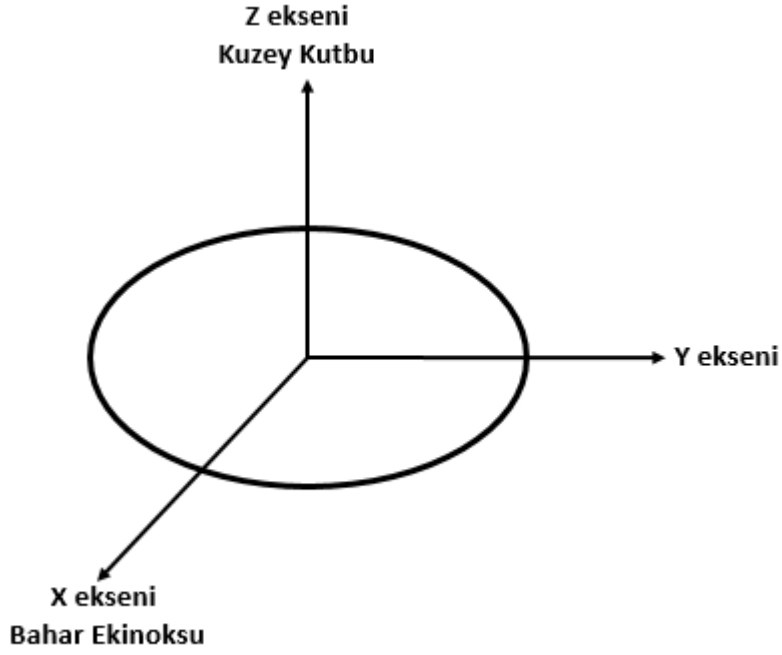
Bu örneklerden görüldüğü gibi günümüzde çok kritik önemi olan ve gelecekte daha da gelişebilecek bu randevu ve kenetlenme teknolojileri bu tez kapsamında sistematik olarak ele alınmış ve benzetim çalışmaları yapılmıştır. Uzay görevlerinde hayata geçirilen birçok yörünge manevrasının nasıl geliştirildiği ve uygulandığı etüt edilmiştir.

2.2. Yörünge Hesaplarında Kullanılan Koordinat Sistemleri

Yörünge hesaplama ve kestirim problemlerinde kullanılan üç farklı koordinat sistemi vardır. Yörünge hesaplamaları için kullanılan bu koordinat sistemleri arasında dönüşümler tanımlıdır. Bu alt bölümde gerekli koordinat sistemleri tanıtılmaktadır.

2.2.1. Dünya Merkezli Ataletsel Koordinat Sistemi

İngilizcesi ‘Earth Centered Inertial’ (ECI) olan Dünya Merkezli Ataletsel (DMA) koordinat sistemi, kartezyen koordinatlara dayanır ve bahar ekinoksunu temsil etmek için x eksenini ve kuzeyi temsil etmek için z eksenini kullanır. Koordinat sisteminin orta noktası dünyanın merkezinde yer alır ve y eksenini sağ el kuralı ile diğer iki eksene dik olacak şekilde bulunur. Ataletsel kelimesinin anlamından da anlaşılacağı gibi, DMA koordinat sistemi dünyanın dışından bakan göze veya uzak yıldızlara göre hareketsizdir. DMA koordinat sistemi zamandan bağımsızdır, bu nedenle içinde ifade edilen herhangi bir nokta, Dünya'nın kendi eksenini etrafındaki dönüşünden veya Güneş'in hareketinden etkilenmez. Bahar ekinoksu, Dünya'nın ekvator düzlemi ile güneş etrafındaki yörünge düzlemini kesen hayali bir çizgidir ve koordinat dönüşümleri tanımlarken de kullanılır [1].

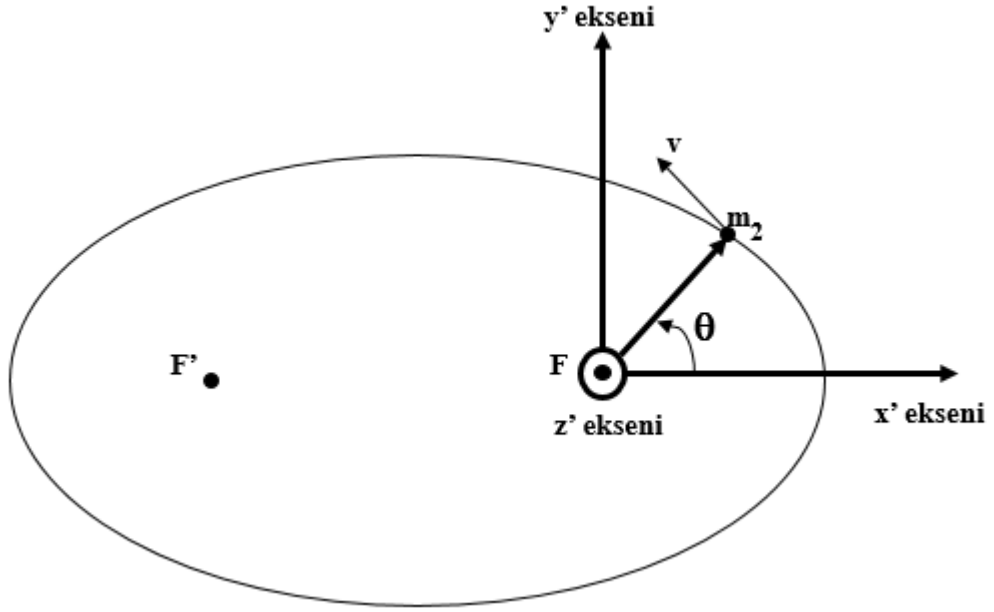


Şekil 7: Dünya merkezli ataletsel koordinat sistemi

2.2.2. Eliptik Odak Koordinatları

Kepler elemanlarını, kartezyen koordinatlarda durum vektörlerine dönüştürmek için eliptik odak koordinatları adı verilen yeni bir koordinat sistemi kullanılır.

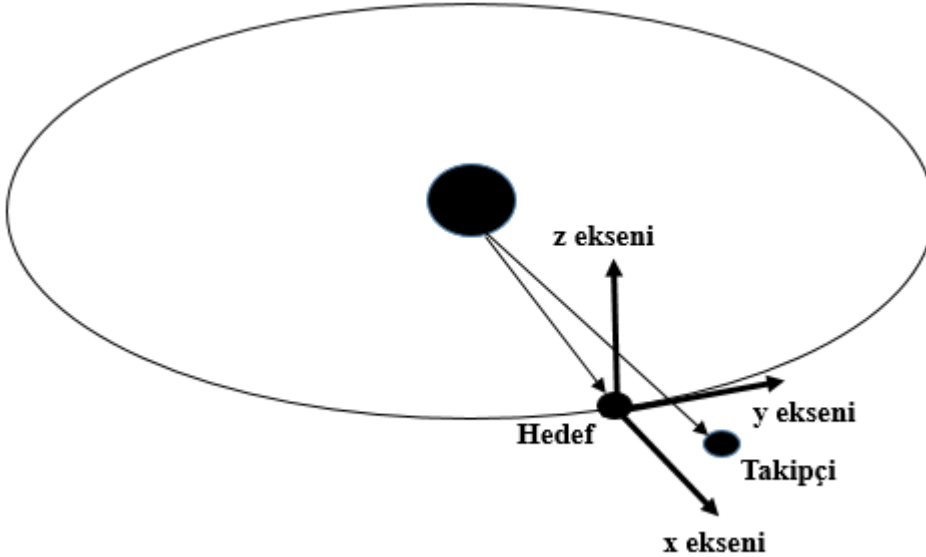
Eliptik odak koordinatları (EOK), eliptik yörünge odağında tanımlanan bir kartezyen koordinat sistemidir. Bu koordinat sisteminde, x eksenı yörünge'nin yerberi (perigee) doğrultusunda ve y eksenı yörünge'nin özkiriş doğrusu üzerindedir. Sağ el kuralına göre z eksenı bu iki eksene diktir. Şekil 8'de uzay aracının bu koordinatlardaki görünümü verilmiştir [1]. Şekil 8'de m_2 kütleli nokta, uzay aracını gösterir.



Şekil 8: Eliptik odak koordinat sistemi

2.2.3. Clohessy-Wiltshire Göreceli Koordinat Sistemi

Hedef ve takipçi uzay aracı, Clohessy-Wiltshire (CW) koordinat sistemi çerçevesinde Şekil 9'daki gibi gösterilir. Bu koordinat sistemi hedef uzay aracının merkezinde olacak şekilde tanımlanmıştır ve onunla birlikte hareket etmektedir. Hedef uzay aracı orijindedir. Bu koordinat sisteminde takipçinin orijine ve hız bileşenlerinin sıfıra yaklaşması randevunun gerçekleştiğini, birleşme fazına geçildiğini gösterir [10].



Şekil 9: Clohessy-Wiltshire koordinat sistemi

2.3. Yörünge Mekanığı

Uzay çağında yörünge mekaniğı (orbital mechanics) olarak adlandırılan şey bir zamanlar gök mekaniğı (celestial mechanics) adı altında incelenirdi ve temel olarak gök cisimlerinin hareketinin incelenmesine dayanırdı.

Şimdilerde yapay uzay araçlarına uygulanan yörünge mekaniğı, gök mekaniğine dayanmaktadır. Uyduların hareketini incelerken gök mekaniğine dayanan oldukça temel ilkeler kullanılır. Kepler, bozucu etkileri olmayan gezegen yörüngelerindeki hareketi tanımlayan üç temel ampirik yasa geliştirmiştir. Newton, Kepler'in gözlemleriyle tutarlı bir şekilde, bir gezegenin hareketini tanımlayacak daha genel fiziksel yasaları formüle etmiştir [7],[24].

Bu bölümde gök mekaniğinin temel kavramları incelenecektir. Özellikle Kepler yasaları ve Newton yasaları vurgulanacaktır. Bu iki analizin her ikisi de modern uygulamalar açısından çok önemlidir. Newton yasaları genel fizikten gelir ve ampirik olan Kepler'in yasalarını türetmek için kullanılabilir [30],[33].

2.3.1. Kepler Yasaları

Danimarkalı gökbilimci Tycho Brahe gezegen hareketlerinin neredeyse kesin ölçümlerini toplamıştır ve daha sonra bu gözlemlerini Johannes Kepler'le paylaşmıştır. Kepler, Brahe'nin ampirik verilerini inceleyerek gezegen hareketlerini kapsamlı şekilde üç yasa ile formüle etmiştir [1],[19]. Kepler, bu üç yasa ile eliptik yörüngelere sahip gezegenlerin ve hızlarının nasıl değiştiğini açıklamıştır. Kepler'in üç gezegensel hareket yasası aşağıda belirtilmiştir.

1. Her gezegenin yörüngesi, bir odak noktasında güneşin bulunduğu bir elips şeklindedir.
2. Güneşten bir gezegene çizilen çizgi, elipsin içinde, eşit sürelerde eşit alan tarar.
3. Gezegenlerin yörünge periyotlarının kareleri, Güneş'ten ortalama uzaklıklarının küpleriyle orantılıdır.

Kepler'in birinci yasası

Kepler'in birinci yasası bir gezegenin yörüngesinin şeklini tanımlar. Her gezegen, elipsin bir odağında güneş bulunan bir elips olan bir yörüngede hareket eder. Bu kural uzay araçlarında şu şekilde uygulanır: bir uzay aracının Dünya etrafındaki yörüngesi elips şeklindedir. Dünya'nın merkezi elipsin odaklarından birinde yer alır diğer odak boş kalır.

Kepler'in ikinci yasası

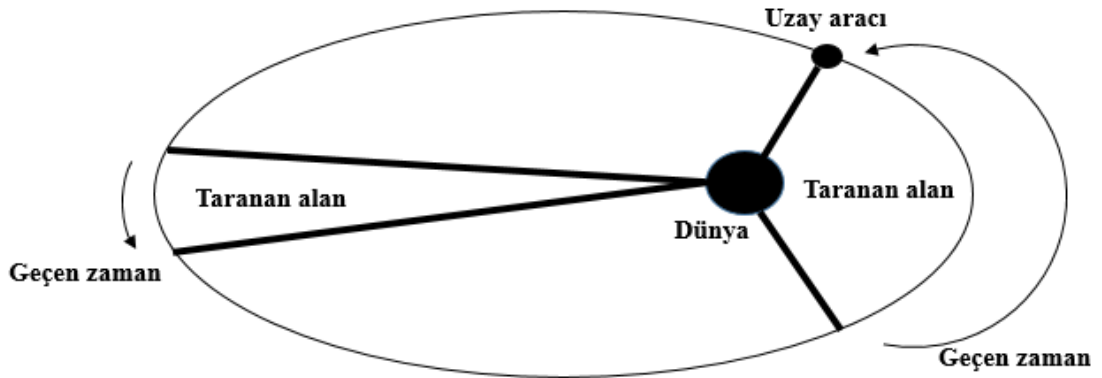
Bir gezegen ile Güneş'i birleştiren bir çizgi, eşit zaman aralıklarında eşit alanları tarar. Bu kural uzay araçlarında şu şekilde uygulanır: Bir uzay aracı ile Dünya'yı birleştiren çizgi Şekil 10'da görüldüğü üzere eşit zaman aralıklarında eşit alanları tarar.

$$\frac{dA}{dt} = \frac{h}{2} \quad (1)$$

Bu eşitlik yörüngedeki bir uzay aracının açısal momentumunun, yörünge üzerindeki tüm noktalarda sabit olduğu anlamına gelir. Eşitlikteki h , açısal momentumu göstermektedir ve Eş.2'deki gibi ifade edilir.

$$\bar{h} = \bar{r} \times \bar{v} \quad (2)$$

Bu eşitlik, uzay aracının Dünya'ya yaklaştıkça daha hızlı ve Dünya'dan uzaklaştıkça daha yavaş hareket ettiği anlamına gelir. Uzay aracı maksimum hızına Dünya'ya en yakın olduğu noktada (yerberi) ve minimum hızına Dünya'ya en uzak olduğu noktada (yeröte) ulaşır.



Şekil 10: Keplerin ikinci yasası

Kepler'in üçüncü yasası

Gezegenlerin dönüş periyotlarının kareleri, gezegenlerin yörüngelerinin yarı uzun eksenlerinin küpleri ile orantılıdır. Bu yasa uzay aracında şu şekilde uygulanır: Herhangi bir uzay aracının zaman periyodunun karesi, onun eliptik yörüngesinin yarı uzun ekseninin küpü ile orantılıdır. Bu ilişki şu şekilde ifade edilir:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{\mu} \quad (3)$$

Eşitlikte; T yörünge periyodunu, a yörünge yarı uzun eksenini ve μ eylemsizlik sabitini tanımlar. Eylemsizlik sabiti, Eş.4'teki gibi gösterilir ve değeri yaklaşık $39.87 \times 10^{13} \text{ m}^3/\text{s}^2$ 'dir.

$$\mu = G(m_1 + m_2) \quad (4)$$

G çekim sabitidir ve değeri $6.674 \times 10^{-11} \text{ N}(\text{m}/\text{kg})^2$ 'dir. m_1 kütleli madde, Dünyadır. m_2 kütleli madde, uzay aracıdır.

Keplerin üçüncü yasası kullanılarak yörünge periyodu yalnızca yarı uzun eksene bağlı olarak Eş.5'teki gibi elde edilir.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \quad (5)$$

Yörüngedeki bir cismin yörüngesel ortalama hareketi (n) ise Eş.6'daki gibi ifade edilir.

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (6)$$

Eşitlikte n, uzay aracının açısal frekansıdır. Birimi rad/s'dir.

2.3.2. Newton Yasaları

Kepler'in yasaları, gezegensel hareketin kinematikini açıklamış olsa da dinamik kısım Newton yasalarına kadar açıklanamamıştır. Newton, mekanik için üç ve yerçekimi için bir yasa geliştirmiştir. Göksel ve uzay aracı yörünge dinamikleri temelde bu yasalara dayanmaktadır [30].

1. Üzerine dışarıdan bir kuvvet uygulanmayan her cisim ya duruyordur ya da sabit hızda hareket ediyordur. Buna eylemsizlik yasası da denir.

2. Birinci yasa, dışarıdan bir kuvvet uygulanmayan bir cismin hızının sabit kaldığı yani ivmesinin sıfır olduğu durumu göstermektedir. İkinci yasa, bir cismin üzerinde dengelenmemiş kuvvetler varsa sabit hızla hareketin devam etmeyeceğini söyler. Cisim üzerindeki kuvvet sıfırdan farklıysa cisim ivmelenir. İvmelenme, uygulanan kuvvetle

doğru orantılı, cismin kütlesiyle ters orantılıdır. Bu yasaya dinamiğin temel yasası da denir.

$$\bar{F} = m \frac{d\bar{v}}{dt} \quad (7)$$

3. Bir cisim bir başka cisme bir kuvvet uygularsa ikinci cismin de birinci cisme uyguladığı bir kuvvet vardır. Bu kuvvetlerin büyüklüğü eşittir. Yönleri tam ters yöndedir. Bu yasaya etki tepki yasası da denir.

$$\overline{F_{12}} = -\overline{F_{21}} \quad (8)$$

4. Her hangi iki cisim birbiriyle etkileşime girer. Bu aradaki etkileşim kuvveti şu şekilde ifade edilir:

$$\bar{F} = \frac{Gm_1m_2}{r^3} \bar{r} \quad (9)$$

Bu yasaya evrensel çekim yasası denir.

2.3.3. İki Cisim Problemi

İki cisim probleminin formülizasyonu, bir uzay aracının Dünya'ya göre hareketini tanımlamakta önemli bir rol oynamıştır. Klasik mekanikte, sadece birbirleriyle etkileşen iki kütle parçacığının hareketini belirlemek için iki cisim problemi kullanılır. Bir uzay aracının bir gezegen etrafında dönmesi de bu duruma örnektir [15].

Dünya ve yörüngesindeki bir uzay aracının iki cisim problemi için matematiksel bir model geliştirilirken şu varsayımlar kullanılır:

- 1- Uzay aracının kütlesi, Dünya'ya kıyasla ihmal edilebilir.
- 2- Uzay aracı ve Dünya küresel olarak simetriktir ve yoğunluk olarak eşit dağılmıştır bu sayede iki cisim nokta parçacık olarak ele alınabilir.
- 3- Problem için seçilen koordinat sistemi ataletseldir.
- 4- Sisteme, iki cismin merkezlerini birleştiren çizgi boyunca yerçekimi kuvvetleri dışında başka hiçbir kuvvet etki etmez.

2.3.4. Hareket Denklemleri

Yörüngede hareket denklemleri Kepler ve Newton yasalarından türetilir. Randevu yörüngelerinin anlaşılmasını sağlamak için önemli ilişkiler burada sunulmuştur.

Kepler'in birinci yasasına göre Güneş, tüm gezegenlerin odaklarından birinde bulunur. Gezegen, güneş etrafında elips şeklinde bir yörüngede dolunur. Aynı şekilde odaklarından birinde Dünya olan uzay aracı yörüngeleri de eliptiktir. Uzay araçlarının yörüngesi Dünya'nın şekli, yapısı gibi etmenlerle beraber başka gök cisimlerinin yerçekimi kuvvetleri de dahil olmak üzere bir dizi farklı kuvvetten etkilenirler. Bu çalışmada uzay araçlarının yörüngelerini modellemek için sadece uzay aracı ile Dünya arasındaki yerçekimi kuvvetleri dikkate alınacaktır.

Uzaydaki iki kütlelerin birbirine uyguladığı çekim kuvvetini Eş.9'da verilen evrensel çekim yasası ile ve Eş.7'de verilen Newton'un ikinci yasası kullanılarak iki cisim arasındaki çekimden kaynaklanan hareket denklemi elde edilir.

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} \quad (10)$$

Dünyanın kütlesi, yaklaşık 5.9733328×10^{24} kg'dır. Dünyanın kütlesi ile herhangi bir uzay aracının kütlesi arasında, yaklaşık olarak 10^{21} çarpanı kadar fark olacağı için uzay araçlarının kütlesi ihmal edilebilir. Örneğin; Dünya'nın kütlelerinin, kütlesi yaklaşık 1000 kg olan Göktürk 1A isimli uydunun kütlelerine oranı 6×10^{21} seviyesindedir.

2.3.5. Yörünge Denklemi

Cisimler üzerine etki eden açısal momentum kullanılarak yörünge dinamiği hesaplanır. Dünya etrafında hareket eden cismin dünyaya göre açısal momentumu, Eş.2'den faydalanılarak bulunur. Bu eşitlikte r , Dünya merkezi ile uzay aracı arasındaki uzaklıktır. Açısal momentum ve Eş.10'daki hareket denkleminin dış çarpımı yapıldığında Eş.11'deki eşitlik elde edilir.

$$\dot{\vec{r}} \times \vec{h} = -\frac{\mu}{r^3} (\vec{r} \times \vec{h}) \quad (11)$$

Bu eşitlik, gerekli vektörel bağıntılarla manipüle edilerek Eş.12'deki yörünge denklemi elde edilir [6].

$$r = \frac{h^2}{\mu(1+e \cos(\theta))} \quad (12)$$

Uzay aracının pozisyon bilgisi Eş.12'den çıkarılır. Bununla birlikte anlık hız bilgisine de ihtiyaç vardır. Hız, Eş.13'teki şekilde ifade edilir.

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{r} \left(2 - \frac{(1-e^2)}{(1+e \cos(\theta))} \right)} \quad (13)$$

Eş.13 kullanılarak; uzay aracının hızı, yörüngede hangi anda istenirse elde edilebilir.

Yörüngesel manevralar ve randevu problemi çalışılırken öncelikle uzay araçlarının yörüngeleri DMA koordinat sisteminde elde edilmelidir. Bunun için önce, Şekil 8'deki m_2 kütleli uzay aracının durum vektörleri EOK koordinat sisteminde ifade edilir sonra yörünge denklemi ve ilgili uzay aracının yörünge elemanları kullanılarak koordinat sistemi DMA koordinat sistemine dönüştürülür.

$$\begin{aligned} \bar{r}_{EOK} &= \frac{h^2}{\mu(1+e \cos(\theta))} \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ 0 \end{pmatrix} \\ \bar{v}_{EOK} &= \frac{\mu^3}{h^2} \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ e + \cos(\theta) \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

Eş.14'te EOK'daki durum vektörleri verilmiştir. DMA ve EOK arası dönüşüm yörünge elemanlarına bağlı değişen bir dizi dönüşüm matrisi kullanılarak yapılır.

$$[Y]_{DMA-EOK} = [X_3(w)][X_1(i)][X_3(\Omega)] \quad (15)$$

$[Y]_{DMA-EOK}$ dönüşüm matrisindeki alt matrisler Eş.16 ile verilmiştir.

$$\begin{aligned} [X_3(w)] &= \begin{pmatrix} \cos(w) & \sin(w) & 0 \\ -\sin(w) & \cos(w) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ [X_1(i)] &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i) & \sin(i) \\ 0 & -\sin(i) & \cos(i) \end{pmatrix} \\ [X_3(\Omega)] &= \begin{pmatrix} \cos(\Omega) & \sin(\Omega) & 0 \\ -\sin(\Omega) & \cos(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

Son olarak DMA ve EOK arası dönüşüm matrisi, $[Y]_{DMA-EOK}$, Eş.17'deki gibi ifade edilir.

$$\begin{pmatrix} \cos(\Omega)\cos(w) - \sin(\Omega)\sin(w)\cos(i) & \sin(\Omega)\cos(w) + \cos(\Omega)\sin(w)\cos(i) & \sin(i)\sin(w) \\ -\cos(\Omega)\sin(w) - \sin(\Omega)\cos(w)\cos(i) & -\sin(\Omega)\sin(w) + \cos(\Omega)\cos(w)\cos(i) & \sin(i)\cos(w) \\ \sin(\Omega)\sin(i) & -\cos(\Omega)\sin(i) & \cos(i) \end{pmatrix} \quad (17)$$

Dönüşüm matrisi elde edildikten sonra DMA koordinat sisteminde durum vektörleri oluşturulur.

$$\bar{r}_{DMA} = [Y]_{DMA-EOK} \bar{r}_{EOK} \quad (18)$$

$$\bar{v}_{DMA} = [Y]_{DMA-EOK} \bar{v}_{EOK}$$

Eş.12'deki yörünge denklemleri, Eş.17'deki dönüşüm matrisi ve $h^2 = a\mu(1-e^2)$ bağıntısı kullanılarak DMA koordinat sistemindeki durum vektörleri, tamamıyla yörünge elemanları cinsinden yazılır. $[r]_{DMA}$ matrisi Eş.19'daki gibi ifade edilir.

$$\begin{pmatrix} \cos(\Omega)\cos(w) - \sin(\Omega)\sin(w)\cos(i) & \sin(\Omega)\cos(w) + \cos(\Omega)\sin(w)\cos(i) & \sin(i)\sin(w) \\ -\cos(\Omega)\sin(w) - \sin(\Omega)\cos(w)\cos(i) & -\sin(\Omega)\sin(w) + \cos(\Omega)\cos(w)\cos(i) & \sin(i)\cos(w) \\ \sin(\Omega)\sin(i) & -\cos(\Omega)\sin(i) & \cos(i) \end{pmatrix} \frac{a(1-e^2)}{(1+e\cos(\theta))} \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (19)$$

$[v]_{DMA}$ matrisi Eş. 20'deki gibi ifade edilir.

$$\begin{pmatrix} \cos(\Omega)\cos(w) - \sin(\Omega)\sin(w)\cos(i) & \sin(\Omega)\cos(w) + \cos(\Omega)\sin(w)\cos(i) & \sin(i)\sin(w) \\ -\cos(\Omega)\sin(w) - \sin(\Omega)\cos(w)\cos(i) & -\sin(\Omega)\sin(w) + \cos(\Omega)\cos(w)\cos(i) & \sin(i)\cos(w) \\ \sin(\Omega)\sin(i) & -\cos(\Omega)\sin(i) & \cos(i) \end{pmatrix} \frac{\mu^2}{a(1-e^2)} \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ e + \cos(\theta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

Bu şekilde DMA koordinat sistemine geçilmiş olur [3].

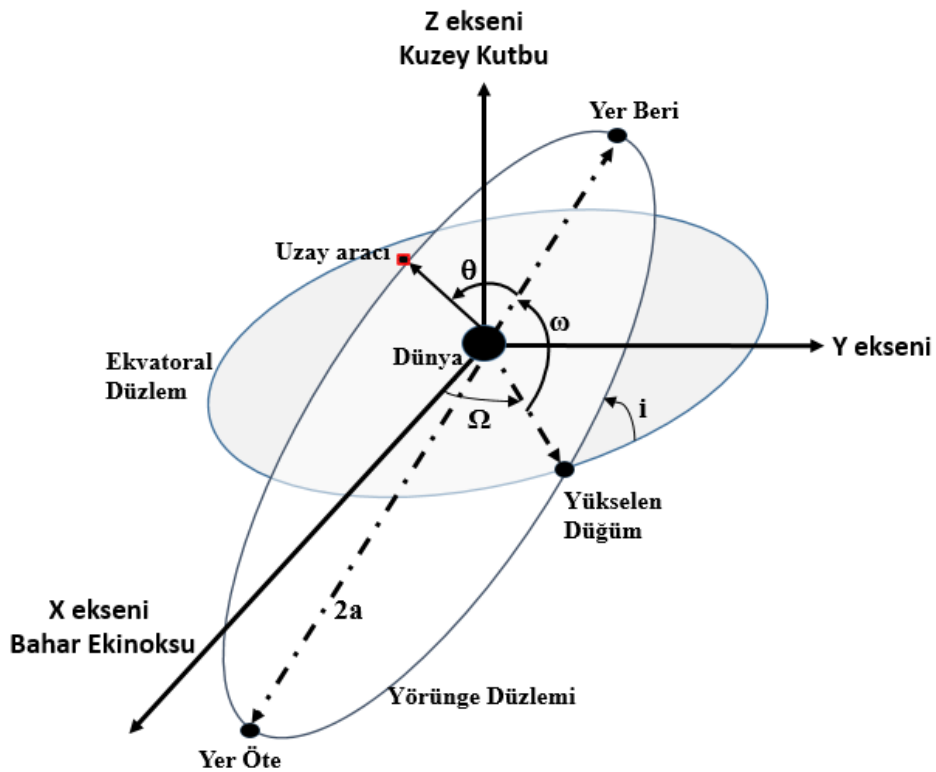
2.4. Yörünge Elemanları

Bu bölümde, klasik yörünge elemanları olarak da anılan Kepler elemanları anlatılacaktır. Astrodinamik ile uğraşan bilim insanları, Kepler elemanlarını kullanarak uzun yıllardır gök cisimlerinin yörüngelerini tarif etmektedirler. Dünya'nın, odaklarından birinde olduğu eliptik bir yörüngeye konumunu ve uzay aracının o yörünge üzerindeki konumunu belirtmek için gerekli olan 6 elemanlı parametre setine Kepler elemanları denir [1]. Bu parametre seti; eliptik yörüngeye konumunu, büyüklüğü, şekli ve uzaydaki yönelimini içerir. Bununla birlikte uzay aracının yörüngeye konumu için gereken parametre ile birlikte yörünge parametreleri tamamlanmış olur. Kepler elemanları Çizelge 1 ile verilmiştir.

Çizelge 1: Yörünge elemanları

Kepler Elemanları	Sembol
Yarı uzun eksen (semi major axis)	a
Eksantriklik (eccentricity)	e
Eğiklik (inclination)	i
Yükselen düğüm boylamı (right ascending node)	Ω
Yerberi açısı (argument of perigee)	ω
Gerçek anomali (true anomaly)	θ

Bu 6 yörünge elemanı kullanılarak bir uzay aracının yörüngesi çizdirilebilir.



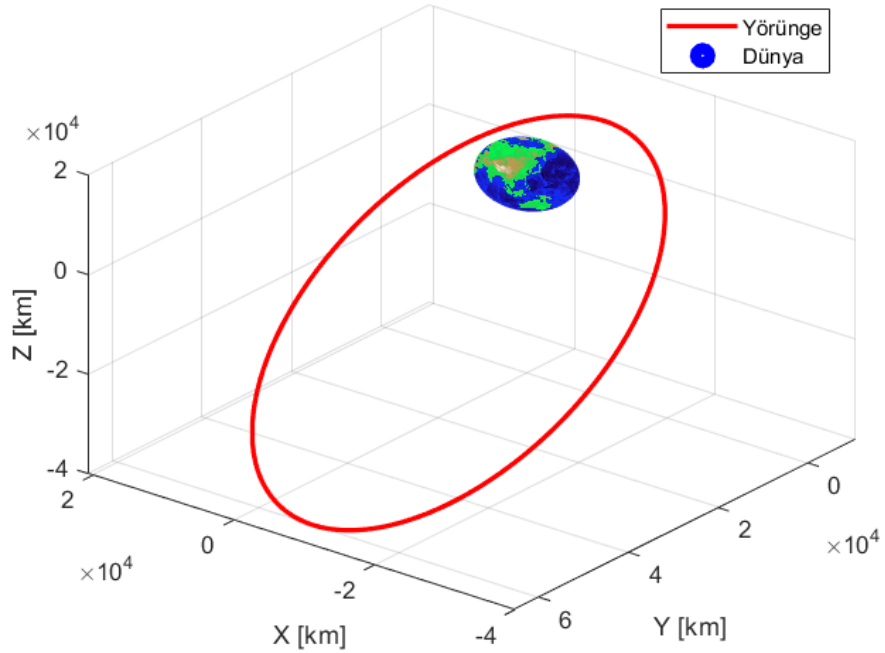
Şekil 11: Klasik yörünge elemanları

Şekil 11’de yörünge elemanlarının nasıl tanımlandığı gösterilmiştir.

Çizelge 2’de 23.10.2022 tarihinde anlık olarak yörünge elemanları verilen Demonstration and Science Experiments (DSX) isimli uzay aracının yörüngesi çizdirilmiştir [9]. Amaç yörüngeyi çizdirmek olduğu için gerçek anomali değeri boş bırakılmıştır.

Çizelge 2: DSX uzay aracı yörünge elemanları

Kepler Elemanları	Değerleri
a	1.539×10^7 m
e	0.1982458
i	42.2032°
Ω	138.6593°
ω	138.9005°
θ	-



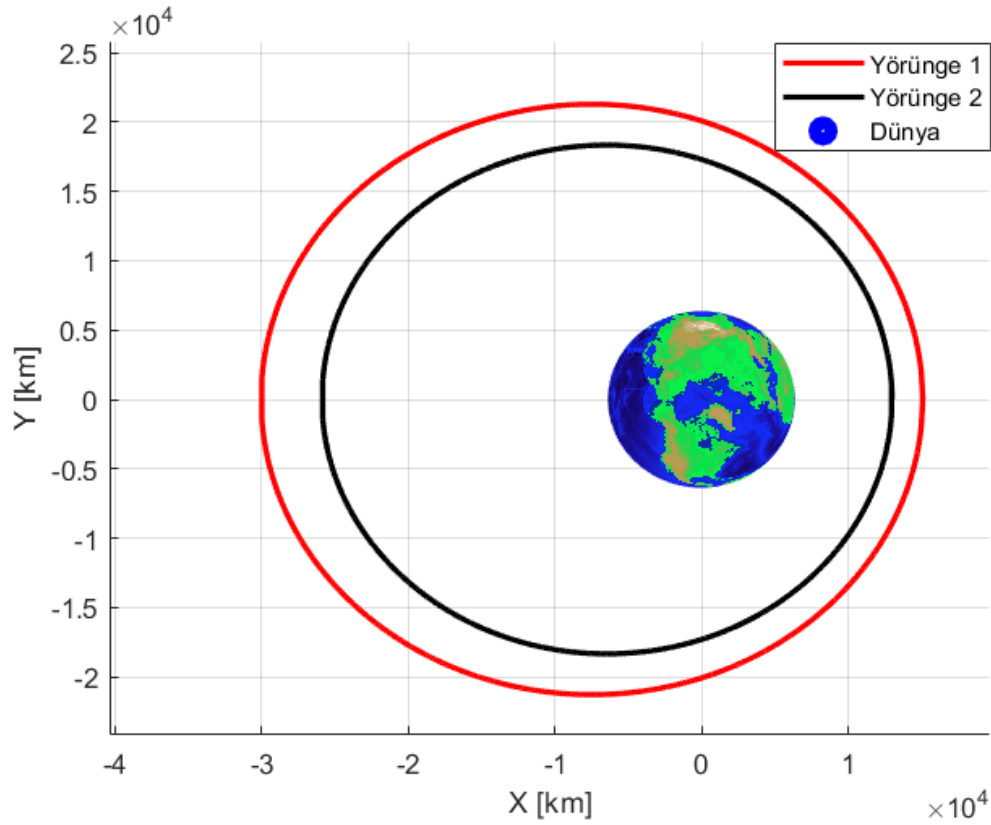
Şekil 12: DSX uzay aracı yörüngesi

DSX, Amerika Birleşik Devletleri tarafından radyasyon yayılımları ile ilgili veri toplamak için 2019’da gönderilen bir uzay aracıdır [12]. Klasik yörünge elemanları kullanılarak çizdirilen yörüngesi Şekil 12’de gösterilmiştir.

Aşağıda her bir yörünge elemanının açıklaması ile birlikte, her birinin değişiminin yörüngeyi nasıl değiştirdiği ile ilgili daha net fikir sahibi olunması amacıyla her birinin değişimi şekillerle gösterilmiştir.

Sırasıyla eliptik yörüngenin büyüklüğünü ve şeklini belirleyen elemanlar, yarı uzun eksen (a) ve eksantriklik (e) parametreleridir.

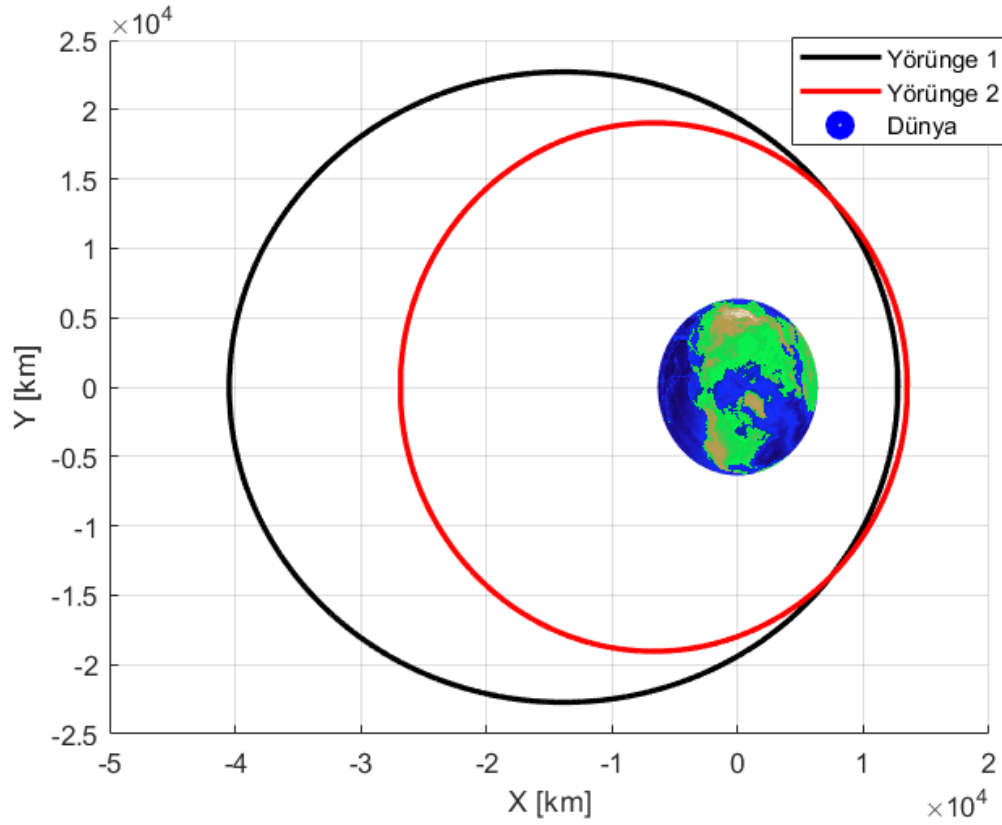
Yarı uzun eksen (a): Yörüngenin geometrik merkezinden yerberiyeye olan uzaklıktır.



Şekil 13: Farklı yarı uzun eksenli yörüngeler

Şekil 13'te kırmızı yörüngenin yarı uzun eksenini 1.67×10^7 metredir. Siyah yörüngenin yarı uzun eksenini 1.44×10^7 metredir.

Eksantriklik (e): Yörüngenin geometrik şeklinin daire, elips, parabol veya hiperbol olmasını belirleyen parametredir.

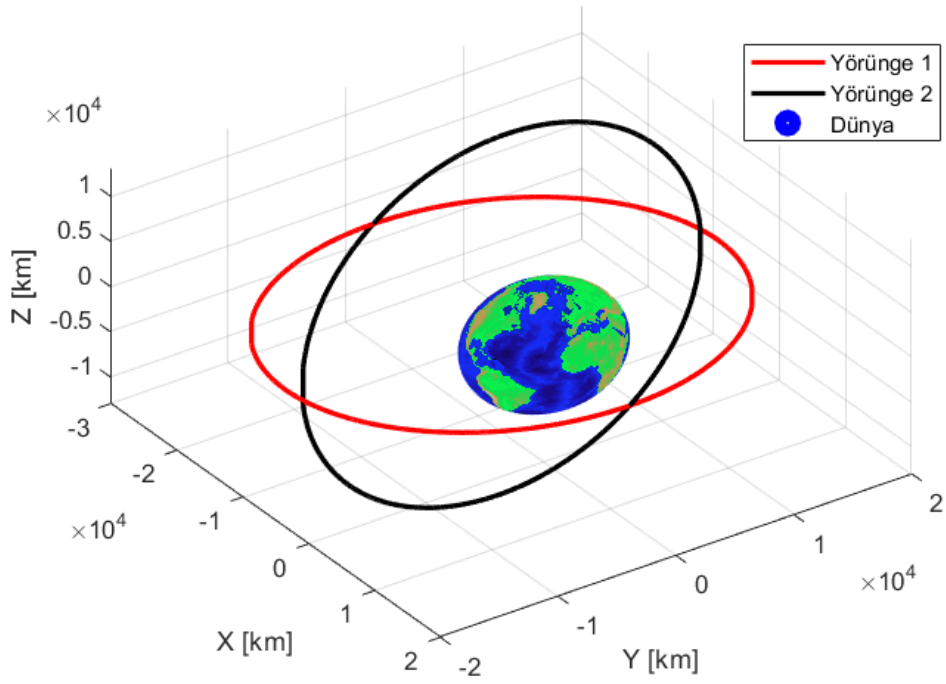


Şekil 14: Farklı eksantrikli yörüngeler

Şekil 14'te kırmızı yörüngenin eksantrikliği 0.1 dir. Siyah yörüngenin eksantrikliği 0.15 tir.

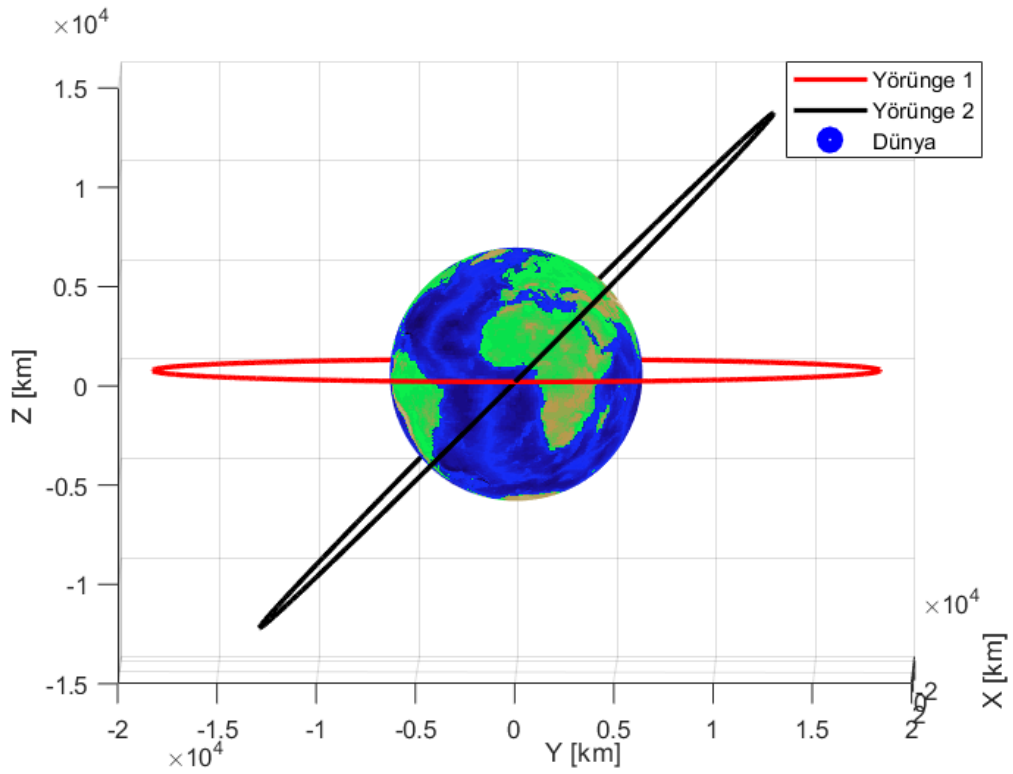
Yörüngenin, uzaydaki yönelimini belirleyen elemanlar, eğiklik (inclination), yükselen düğüm boylamı (right ascending node) ve yerberi açısı (argument of perigee)'dir.

Eğiklik (i): Eğiklik açısı, yörünge düzleminin ekvator düzlemine göre ne kadar eğik olduğunu belirtir.

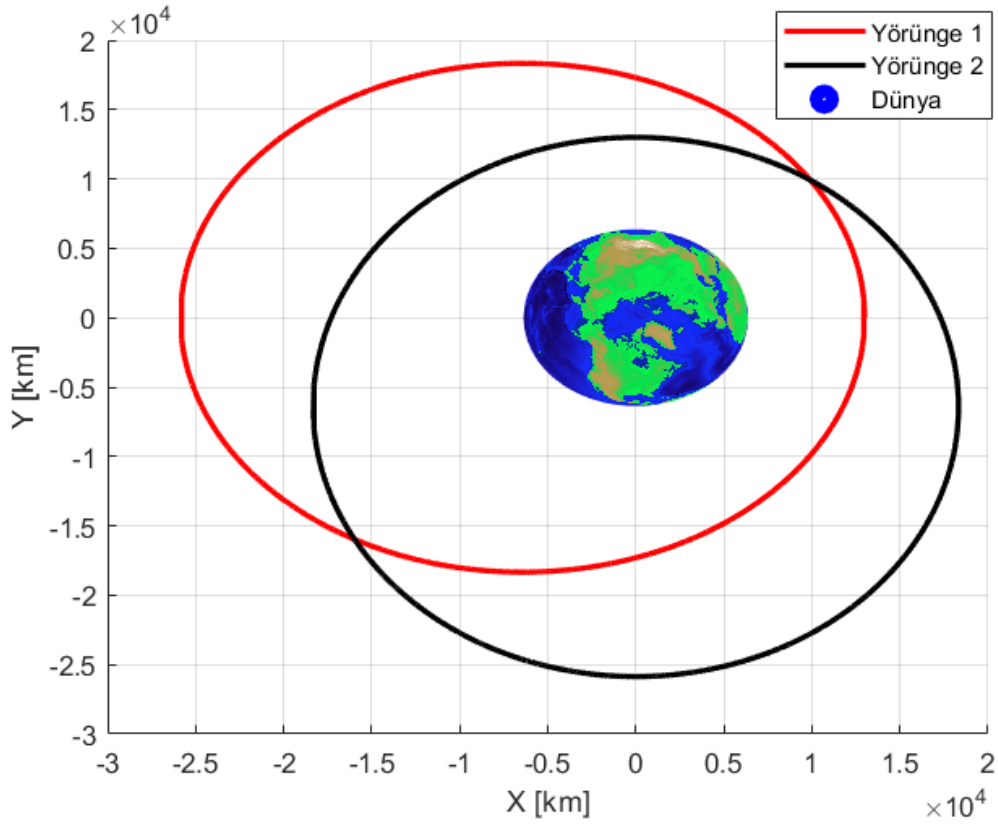


Şekil 15: Farklı eğiklikli yörüngeler (üstten)

Şekil 15'te kırmızı yörüngeyi eğikliği 0° 'dir. Siyah yörüngeyi eğikliği 45° 'dir. Şekil 16'da aralarındaki açı daha net anlaşılabilir.



Şekil 16: Farklı eğiklikli yörüngeler (yandan)

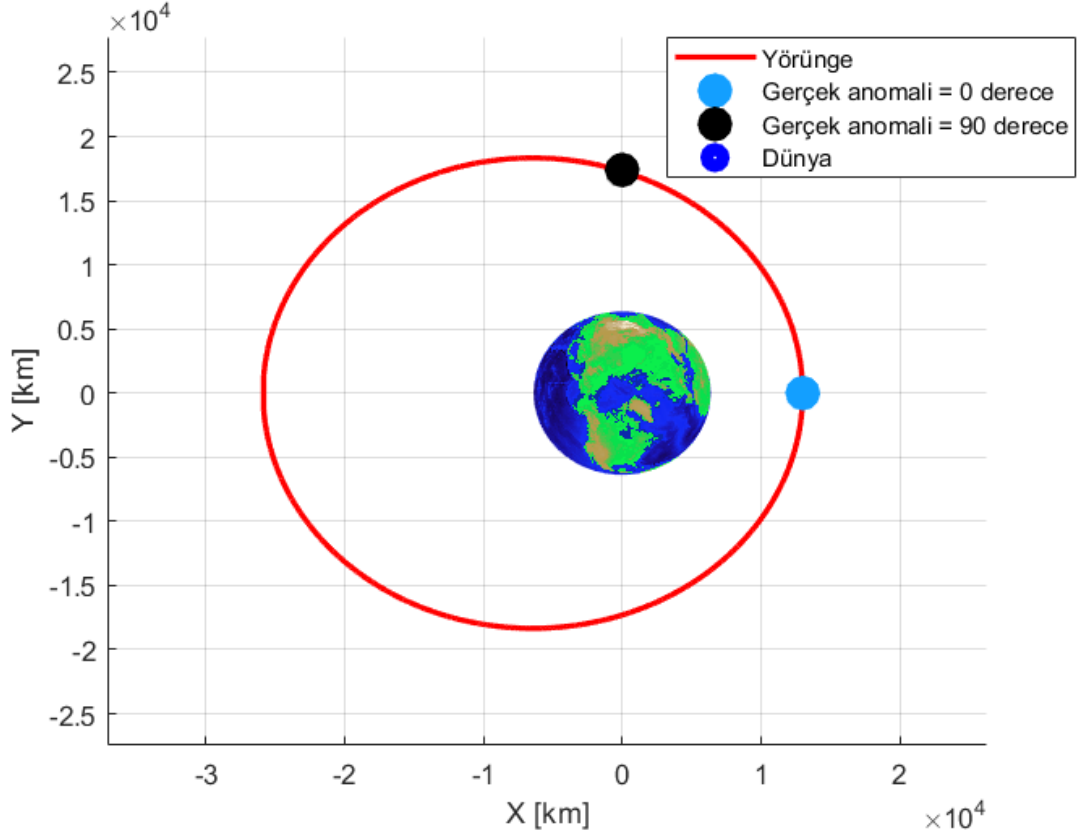


Şekil 18: Farklı yerberi açılı yörüngeler

Şekil 18’de kırmızı yörüngeyi yerberi açısı 0° ’dir. Siyah yörüngeyi yerberi açısı 90° ’dir.

Gerçek anomali (θ): Gerçek anomali, yerberi noktasından uydunun anlık olarak bulunduğu noktaya olan açısal uzaklığa verilen isimdir. Uydu yerberideyken bu değer sıfır derecedir. Keplerin ikinci yasası kullanılarak bu açının değişimi şu şekilde elde edilebilir.

$$\dot{\theta} = (1 + e \cos(\theta))^2 \sqrt{\left(\frac{\mu}{a^3(1-e^2)^3}\right)} \quad (21)$$



Şekil 19: Farklı gerçek anomali değerleri

Şekil 19’da yörüngedeki mavi renkli noktanın gerçek anomali açısı 0° ’dir. Siyah renkli noktanın gerçek anomali açısı 90° ’dir.

2.5. Yörünge Tipleri

Uzay aracı yörüngeleri, yörüngelerin büyüklüğüne, şekline, yönelimine göre farklılık gösterir. Bu kısımda bazı yörünge tipleri gösterilecektir.

Uyduların yörünge yüksekliğine göre sınıflandırılması aşağıda verilmiştir [34].

Alçak Dünya Yörüngesi (Low Earth Orbit)

Bir alçak dünya yörüngesi (LEO), yükseliği 2000 km ve altı olan, Dünya etrafında dönüşünü 128 dakika veya daha kısa sürede yani günde en az 11.25 kere dönen ve 0.25’ten daha az eksantrikliği olan yörüngelerdir. Dünya yörüngesindeki nesnelere çoğu LEO’dadır.

Orta Dünya Yörüngesi (Medium Earth Orbit)

Orta Dünya yörüngesi (MEO), LEO üzerinde ve yüksek dünya yörüngesinin (HEO) altında - deniz seviyesinden 2.000 ila 35.786 km arasında kalan yörüngelerdir. MEO'daki tüm uyduların yörünge periyodu 24 saatten az olup, 2 saatten fazladır. GNSS uyduları MEO uydularına örnek verilebilir.

Geosenkron Yörünge (Geosynchronous Orbit)

Bir geosenkron yörünge (GSO), Dünya'nın kendi eksenini etrafındaki dönüşüyle eşleşen bir yörünge periyoduna sahiptir. Dünya merkezli bir yörüngedir. Dönme ve yörünge periyodunun senkronizasyonu sayesinde dünyadaki gözlemciye göre bir gün boyunca, gökyüzündeki konumu sabit kalabilir. Dairesel bir GSO yörüngesinin sabit yüksekliği 35.786 km'dir. Dünyadaki bir noktayı sürekli izleyebilmek, veri alabilmek gibi amaçlarla kullanılırlar. Haberleşme uydularının büyük çoğunluğu geosenkron yörüngededir.

Yüksek Dünya Yörüngesi (High Earth Orbit)

Yüksek dünya yörüngesi, bir GSO yörüngesinin tamamen üzerinde bir irtifaya (35.786 km) sahip dünya merkezli bir yörüngedir. Bu tür yörüngelerin yörünge periyotları 24 saatten fazladır. Birçok hava durumu uydusu ve bazı haberleşme uyduları bu yörüngededir.

Uyduların yörünge eğikliğine göre sınıflandırılması Çizelge 3 ile verilmiştir [1].

Çizelge 3: Eğikliğe göre yörünge tipleri

Eğiklik	Yörünge tipi
$i \approx 90^\circ$	Kutupsal
$0 \leq i < 90^\circ$	Dünyanın dönüş yönünde
$90^\circ < i \leq 180^\circ$	Dünyanın dönüş yönüne ters
$i = 0$	Ekvatorial düzlemde dünyanın dönüş yönünde
$i = 180^\circ$	Ekvatorial düzlemde dünyanın dönüş yönüne ters

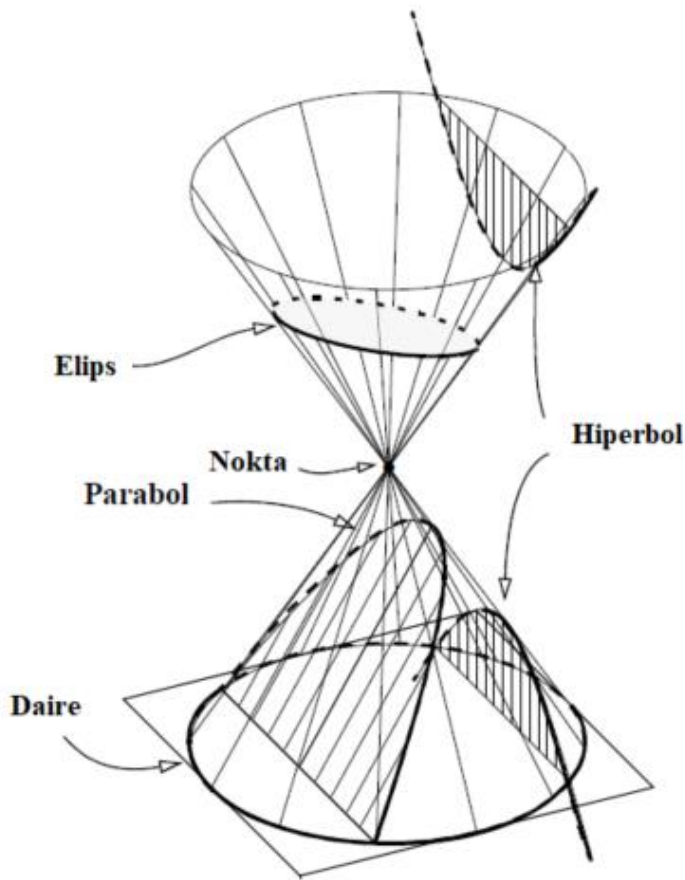
Yörünge eksantrikliğine göre; [1]

Uyduların yörünge eksantrikliğine göre sınıflandırılması Çizelge 4’te verilmiştir.

Çizelge 4: Eksantrikliğe göre yörünge tipleri

Yörünge tipi	Eksantriklik
Dairesel	$e = 0$
Eliptik	$0 < e < 1$
Parabolik	$e = 1$
Hiperbolik	$e > 1$

Yörünge tipleri Şekil 20 ile gösterilmiştir.



Şekil 20: Yörünge tipleri geometrisi

2.6. İki Satırlı Eleman Seti (Two-Line Element Set)

Farklı lokasyonlardan ölçülen uzay araçlarına ait yörünge parametreleri, uygun formatlar halinde yayınlanmaktadır. En yaygın kullanılanı two line element settir. Bu çalışmada, NORAD (North American Aerospace Defence Command) tarafından geliştirilmiş ve bilgileri NASA'nın Uzay Uçuş Merkezi'nden alınan TLE veri seti kullanılmıştır [1].

TLE veri seti, NASA tarafından kullanılması ve anlık değerlerin internette yaygın olarak bulunması dolayısıyla seçilmiştir.

İki satırlı eleman seti (TLE), belirli bir an için Dünya yörüngesindeki bir nesnenin gözlemlenmesinden elde edilen verilerle en küçük kareler kestirim yöntemi kullanılarak oluşturulan klasik yörünge elemanlarını listeleyen bir veri formatıdır. Sadece Dünya yörüngesindeki nesnelerin yörüngelerini tanımlar ve Dünya yörüngesindeki enkaz olaylarının risk analizi, yakın yaklaşım analizleri ve çarpışmadan kaçınma manevrası gibi kritik ve pahalı görevleri desteklemek için girdi olarak kullanılmaktadır. Formatı aşağıdaki gibidir.

GÖKTÜRK 1A

```
1 41875U 16073A 22241.53613519 .00000108 00000+0 30391-4 0 999 4
2 41875 98.1230 135.3210 0001360 78.8761 281.2584 14.62763385305960
```

TLE, ilk satır uydunun adını içerebilir fakat bu satır zorunlu değildir. Sonraki iki satır, uydunun yörüngesini tanımlayan 69 karakter içerir. TLE'nin ilk satırı ve içerdiği veriler Çizelge 5'te verilmiştir.

Çizelge 5: TLE verisinin ilk satırı

Sütun	Veri	Tanım
1	1	Satır numarası
3-7	41875	Katalog numarası ⁽¹⁾
8	U	Gizlilik derecesi (S: Gizli, U: Tasnif Dışı)
10-17	16073A	Uluslararası sınıflandırma alanı ⁽²⁾
19-32	22241.53613519	Veri setinin ölçüldüğü zaman ⁽³⁾

34-43	.00000108	Ortalama hareketin zamana göre birinci türevi
45-52	00000+0	Ortalama hareketin zamana göre ikinci türevi
54-61	30391-4	Atmosferik çekim terimi
63	0	Veri seti tipi
65-68	999	Veri sayısı
69	4	Sağlama toplamı

TLE'nin ikinci satırı ve içerdiği veriler Çizelge 6'da verilmiştir.

Çizelge 6: TLE verisinin ikinci satırı

Sütun	Veri	Tanım
1	2	Satır numarası
3-7	41875	Katalog numarası ⁽¹⁾
9-16	98.1230	Eğiklik açısı (derece)
18-25	135.3210	Yükselen düğüm boylamı (derece)
27-33	0001360	Eksantriklik (kesirli olduğu varsayılır, 0.)
35-42	78.8761	Yerberi açısı (derece)
44-51	281.2584	Ortalama anomali
53-63	14.62763385	Ortalama hareket (tur/gün)
64-68	30596	Ölçülen zamandaki tur sayısı
69	0	Sağlama toplamı

(1) Katalog numarası: Amerikan Hava Kuvvetleri (USAF) tarafından tüm uydulara tekil olarak verilen numaradır.

(2) Uluslararası sınıflandırma alanı: İlk 2 karakter uydunun fırlatma yılının son iki sayısını göstermektedir (Örn: 16 - 2016). Sonraki 3 karakter, o yılın başlangıcından itibaren fırlatılan uydu sayısını göstermektedir (Örn: 2016 yılındaki fırlatılan 73. uydu Göktürk 1A'dır). Sonraki karakter ise fırlatılan parçanın cinsini belirtir (Örn: 'A' harfi faydalı yük demektir.)

(3) Veri setinin ölçüldüğü zaman (epoch): İlk 2 karakter uydunun gözlem zamanının (epoch) son iki sayısını göstermektedir (Örn: 22 - 2022). Geri kalan sayılar ise yılın kaçınıcı günü olduğunu gösterir (Örn: 241.53613519 - 29.08.2022 - 12:52:02)

2.7. Rodrigues Dönüşümü

Rodrigues formülü, bir vektörü 3 boyutlu uzayda başka her hangi bir vektör etrafında döndürmek için kullanılır. İleri dinamik, kinematik hesaplamalar, vektör geometrisi gibi birçok kullanım alanı vardır [25].

Bu tez kapsamında kullanım alanı düzlem değiştirme manevrasında olmuştur. Düzlem olarak x-y düzleminde olan bir yörünge eğikliğini değiştirmek için hız değişim vektörü kolayca bulunabilir. Fakat x-y düzleminde olmakla sınırlı kalmadan herhangi bir yörünge düzlemini değiştirmek için uygulanacak hız değişim vektörünün üç bileşenini bulmak kolay değildir. Burada Rodrigues formülünden yararlanılır. Yörünge düzleminde ilk hız vektörü bilinmektedir. Eğiklik değişim açısı da bilindiği durumda istenilen düzlemdeki hız olan son hız vektörü: ilk hız vektörünün, ilk pozisyon birim vektörü etrafında istenilen eğiklik değişimi açısı kadar döndürülmesi ile bulunur. İlk ve son hız vektörleri bilindiği durumda uygulanması gereken hız değişim vektörünün üç bileşeni de bulunmuş olur. Rodrigues formülü Eş.22'deki gibidir.

$$\overline{v}_{son} = \overline{v}_{ilk} \cos(\Delta i) + \left(\left(\frac{\overline{r}_{ilk}}{|\overline{r}_{ilk}|} \right) \times \overline{v}_{ilk} \right) \sin(\Delta i) + \left(\frac{\overline{r}_{ilk}}{|\overline{r}_{ilk}|} \right) \left(\left(\frac{\overline{r}_{ilk}}{|\overline{r}_{ilk}|} \right) \cdot \overline{v}_{ilk} \right) (1 - \cos(\Delta i)) \quad (22)$$

Eş.22'deki v_{son} vektörü uzay aracının manevra sonrası 3 eksenindeki son hızı, v_{ilk} vektörü uzay aracının manevra yapmadan önceki 3 eksenindeki ilk hızı, r_{ilk} vektörü uzay aracının manevra yapmadan önceki 3 eksenindeki ilk pozisyonu ve Δi hedeflenen eğiklik değişim açısıdır. İlk andaki hız, konum ve hedeflenen açı değişimi bilgileri kullanılarak

aktarılabacak hedef yörüngedeki hız vektörü bulunur. Son hız ve ilk hız arasındaki vektörel fark, hız değişiminin üç bileşenin de elde edilmesini sağlar.

2.8. Yörüngesel Manevralar

Bir uzay aracı yörüngesel manevralar (orbital maneuvers) ile bir yörüngeden diğerine aktarılır. Yörüngesel manevralar, alçak Dünya yörüngesindeki bir yörüngeden gezegenler arası bir rotaya geçiş gibi büyük bir yörünge değişikliği gibi de olabilir. Bir uzay aracının bir başkasıyla buluşmasındaki son manevralar gibi küçük değişiklikler de olabilir.

Bu bölümde, iki uzay aracının randevu ve birleşme probleminin çözümü için gerekli algoritmalar özetlenecektir. İlk pozisyonlarına bağlı olmakla beraber sırasıyla iki uzay aracını aynı düzleme getirmek için düzlem değiştirme (plane change) manevrası ve aralarındaki yükseklik farkını kapatmak için eliptik Hohmann manevrası uygulanacaktır. Bu noktada uzay araçlarının aynı yörüngede dolanması amaçlanır. Aynı yörüngede olup aralarında faz farkı olan iki uzay aracının faz farkını kapamak için evre kaydırma (phasing) manevrası kullanılır. Bu manevrayla iki uzay aracı aynı yörüngede, yakın mesafeye gelirler. Aralarında kalan konum farkını ve birleşme için gereken hız farkının sıfırlanması manevrasını ise CW güdüm yöntemiyle yaparak randevu ve birleşme tamamlanmış olur. Bu manevralar için roket motorlarının ateşlenmesi gerekir. Bu çalışmada, gerekli hız değişimini gerçekleştirmek için roketlerin anlık kısa yanmalarla ateşlendiği kabul edilerek itkisel değişimlere dayanan manevralar gösterilecektir.

Çoğu uzay aracının, yaşam döngüleri boyunca en az bir veya daha fazla kere yörünge elemanının değiştirilmesi gerekir. Örneğin, ilk yörüngesinden hedef görev yörüngesine geçmesi, başka bir uzay aracıyla buluşması veya onu durdurması gerekebilir [30].

Yörüngesel manevralar ile aslında uzay aracının yörünge elemanları değiştirilir. Yörüngelerin eş düzlemlili olup olmadığı ve boyutları arasındaki fark hangi yörünge bileşenlerinin değiştirilmesi gerektiğini belirler. Bir uzay aracı uzaya, Dünya etrafındaki bir yörüngeye fırlatıldığında, uygun yörüngeye taşınmadan önce ilk olarak park yörüngesi olarak da bilinen ilk yörüngeye yerleştirilir. Çeşitli transfer yörüngeleri kullanılarak uzay aracı, tüm ömrünü geçireceği veya görevini gerçekleştireceği son yörüngeye aktarılır.

Transfer yörüngesi, yörünge mekaniği teorisine göre bir uzay aracını bir yörüngeden diğerine aktarmak için kullanılan ara yolu tanımlayan eliptik bir yörünge dir.

Çoğu zaman, yörünge yüksekliğinin, yörünge düzleminin veya her ikisinin de ayarlanması gerekir. Bir uzay aracının yörüngesini değiştirmek için hız vektörünün büyüklüğü ve/veya yönü değiştirilir. Roketlerdeki çoğu yanma sistemi yörünge periyodunun yalnızca bir kısmı için çalıştığından, manevra roket sabit bir konumda kabul ederek hızdaki ani bir değişiklik olarak düşünülebilir. Bir veya birden çok sayıda itki verilerek bir yörünge değiştirilebilir. Bir itki ile nispeten az sayıda yörünge manevrası ve değişikliğin gerçekleştirilebildiği, buna karşın istenen her hangi yörünge değişikliğinin birçok itki gerektirdiği gösterilecektir.

Bir uzay aracının yörüngesini değiştiren herhangi bir manevra, eski yörünge ile yeni yörüngeyi kesiştiği yerde yapılmalıdır. İlk ve son yörüngeler kesiştiğinde, yörünge manevrası tek bir itki ile yapılabilir, eğiklik, eksantiriklik ve yükselen düğüm boylamı değişikliği bu manevralara örnektir. Yörüngeler kesişmiyorsa, her ikisini de kesen bir ara yörünge kullanılır. Bu durumda, çok itkili bir manevra gerekli hale gelir. Başlangıç ve son yörüngeleri birbirine bağlayan yörünge genellikle eliptiktir ve teğetsel hız değişimleri yeröte ve yerberide meydana gelebilir.

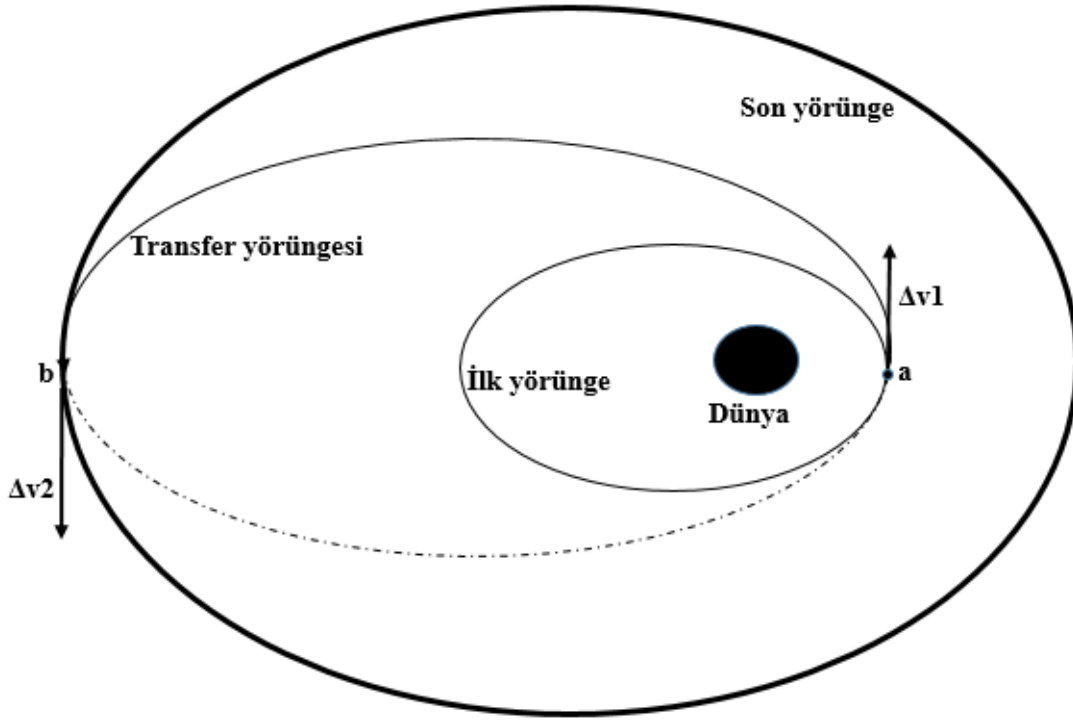
2.8.1. Yörünge Yüksekliği Değişim Manevrası

Bir yörüngeyi boyutu ve enerjisi, yörüngeyi yüksekliği değiştirilerek kontrol edilebilir. Aynı düzlemde olan iki uzay aracının yörünge boyutları farklı ise yükseklik değiştirme manevrası kullanılır. Uzay araçlarının yörüngelerini kesiştirmek için yörüngelerin kesiştiği bir ara yörünge kullanılır. Bu yöntem Hohmann Transferi denir. Hohmann yöntemi son derece etkili ve kullanışlı bir manevradır. Bir uzay aracının yörüngesini değiştiren manevralar, transfer yörüngesinin ikinci yörüngeyle kesiştiği yerde gerçekleşir. Uzayda çeşitli görevler gerçekleştirmek için uzay araçları önce düşük bir yörüngeye fırlatılır sonra daha yüksek, eş düzlemlili bir yörüngeye taşınırlar. Hohmann transferi bu görev için idealdir çünkü olabilecek en küçük itki değişimi ile gerçekleştirilir [30].

Walter Hohmann (1880–1945) tarafından ortaya konan bir anlayışa göre, yörüngeler arasındaki aktarım hızı, iki teğetsel itki kullanılarak en aza indirilebilir. Teğetsel itki kullanırken yalnızca hızın büyüklüğünün değiştirilmesi gerekir. Teğetsel yönde verilen itki gereksiz yakıt kaybının önlenmesini sağlar.

İki eliptik yörünge arasında transfer yörünge Hohmann Transfer yörüngesi olarak bilinir ve ilk ve son yörüngelerin geometrisine bağlı olarak dairesel veya eliptik olabilir.

Bir uzay aracının daha yüksek bir yörüngeye aktarımı hedefleniyorsa, hızı artırarak yarı uzun eksen büyütülmelidir. Daha küçük bir yörüngeden daha büyük bir yörüngeye aktarım olurken, hızdaki değişim hareket yönünde uygulanır. Öte yandan, uzay aracını daha düşük bir yörüngeye aktarım hedefleniyorsa hızı azaltarak yarı uzun eksen küçültülmelidir. Daha büyük bir yörüngeden daha küçük bir yörüngeye aktarım olurken, hız değişimi hareket yönünün tersine uygulanır.



Şekil 21: Hohmann transfer geometrisi

Örnek senaryo ele alınacak olunursa; Şekil 21’de iç yörünge yerberi noktasından yörüngeye teğet olacak şekilde bir itki uygulanır. Uygulanan bu itkiyle birlikte uzay aracı transfer yörüngesinde hareket etmeye başlar. Aktarılmak istenen yörünge ile transfer yörüngesinin kesiştiği noktada ikinci bir teğetsel itki verilir. Bu itki verilmez ise uzay aracı transfer yörüngesinde kalarak başladığı noktaya geri döner transfer gerçekleşmemiş olur. İkinci itki verilirse uzay aracı istenilen yörüngeye taşınmış olur. Bu manevralar için hesaplanan hız değişim büyüklükleri alt yörüngeden üst yörüngeye giderken de üst yörüngeden alt yörüngeye inerken de aynıdır.

Öncelikle transfer yörüngesinin yarı uzun eksenini şu şekilde bulunur.

$$a_T = \frac{(r_a + r_b)}{2} \quad (23)$$

Burada r_a ve r_b Şekil 21'deki a ve b noktalarının Dünya merkezine uzaklığıdır. Hohmann transferinin ilk ve son hız değişimi büyüklükleri Eş.24 ve Eş.25'deki gibi hesaplanır. Eşitliklerde a_T transfer yörüngesinin yarı uzun eksen, a_1 ilk yörüngesinin yarı uzun eksen, a_2 son yörüngesinin yarı uzun eksen ve μ eylemsizlik sabitidir.

$$\Delta v_{1,Hoh} = \sqrt{\frac{2\mu}{r_a} - \frac{\mu}{a_T}} - \sqrt{\frac{2\mu}{r_a} - \frac{\mu}{a_1}} \quad (24)$$

$$\Delta v_{2,Hoh} = \sqrt{\frac{2\mu}{r_b} - \frac{\mu}{a_2}} - \sqrt{\frac{2\mu}{r_b} - \frac{\mu}{a_T}} \quad (25)$$

Toplam gereken itki bu iki hız değişiminin mutlak değerlerinin toplamıdır.

$$\Delta v_{Hoh} = \Delta v_{1,Hoh} + \Delta v_{2,Hoh} \quad (26)$$

Hohmann transferi için gereken hız değişim büyüklüğü hesaplanmıştır. Sonrasında ilk itkinin verildiği andaki hız vektörünün birim vektörü hesaplanarak bulunan itki, kartezyen koordinatlarda hız bileşenlerine ayrılır. Gereken hız büyüklükleri ve vektör bileşenleri bulunduktan sonra itkinin ne zaman verileceği hesaplanır. İlk itki verildikten sonra asıl önemli olan ikinci itkinin ne zaman verileceğidir çünkü zamanında verilmezse son yörüngesinin büyüklüğü istenilenden farklı olur.

$$t_T = \pi \sqrt{\frac{a_T^3}{\mu}} \quad (27)$$

Transfer yörünge periyodunun yarısı Eş.27'deki gibi hesaplanır. İlk itki verildikten transfer yörüngesi periyodunun yarısı (t_T) kadar süre geçtikten sonra ikinci itki verilir. Bu şekilde istenilen yörünge büyüklüğündeki yörüngeye aktarım gerçekleşir. Fakat Hohmann transferi kullanılırken bir sınırlama vardır.

$$R = \frac{a_2}{a_1} \quad (28)$$

Eş.28'de hedeflenen yörünge yarı uzun eksen ve ilk yörünge yarı uzun eksen oranı R olarak tanımlanmıştır. İlk hız ve Hohmann transferi için gereken hız değişim büyüklüğü oranı R cinsinden Eş.29'daki gibi ifade edilir.

$$\frac{\Delta v_{Hoh}}{v_{ilk}} = \left(1 - \frac{1}{R}\right) \sqrt{\frac{2R}{1+R}} + \sqrt{\frac{1}{R}} - 1 \quad (29)$$

Eşitliğin R'ye göre türevi alınıp sıfıra eşitlenirse R=15.58 bulunur ve eğer yörünge büyüklükleri oranı bu değerden büyük olursa Hohmann transfer kullanılmamalıdır. Literatürde bi-eliptik transfer olarak geçen metot kullanılarak bu orandan büyük yörüngeler arasında transfer sağlanır [30].

2.8.2. Yörünge Düzlemi Değişim Manevrası

Bir uzay aracı, eş düzlemsel manevralarla yarı uzun eksen, eksantrikliği ve yerberi açısını değiştirebilir. Bir kesişme veya randevu gerçekleştirmek için diğer iki yörünge elemanı yani eğiklik ve yükselen düğüm boylamını değiştirmek gerekebilir. Bu, yörünge düzleminin dışına doğru bir hız değişimi uygulayarak mümkün olabilir. Buna eş düzlemlilik olmayan bir değişiklik denir. Düzlemsel olmayan manevralar yalnızca eğiklik ve yükselen düğüm boylamı elemanlarını değiştirir dolayısıyla üç olası manevra vardır: yalnızca eğiklik değişimi, yalnızca yükselen düğüm boylamı değişimi ve eğiklik ile yükselen düğüm boylamının birlikte değişimi.

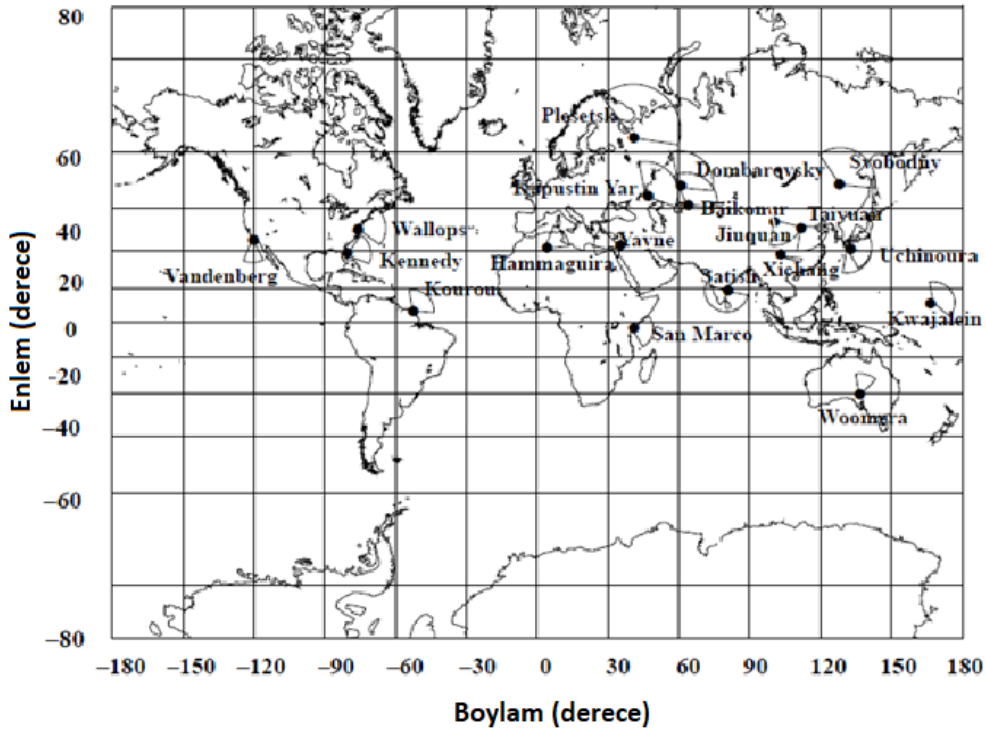
Randevu için genellikle yalnızca eğiklik değişimi veya hem eğiklik hem yükselen düğüm boylamı değişimi gerekmektedir. Bu nedenle bu kısımda bu iki manevra anlatılacaktır. Bir düğüm noktasında, düzlem dışı bir hız değişimi uygulamak eğikliği değiştirecektir. Bir yörüngede belirli bir noktaya uygulandığında, yalnızca yükselen düğüm boylamını değiştirecektir. Başka herhangi bir noktada, bir hız değişimi uygulandığında her iki yörünge elemanını da değiştirecektir.

Randevunun dışında, bir uzay aracını istenen yörüngeye koymak için de bu manevralara ihtiyaç duyulur. Eş düzlemlilik olmayan manevralara öncelikle şu gibi nedenlerden dolayı ihtiyaç vardır; fırlatma sahasının konumu, uzay aracının ilk yörünge eğikliğini sınırlandırır. Fırlatmanın yönü, itkicilerin sağlaması gereken hız miktarını etkileyebilir. Zamanlama kısıtlamaları, değişiklik yapılması gereken elverişsiz bir fırlatma zaman aralığına neden olabilir [33].

Düz kalkışların fiziksel kısıtlamaları, yalnızca eğiklik değiştiren manevralar için gerekliliği açıkça ortaya koymaktadır. Fırlatma alanı enlemi, amaçlanan eğiklikten büyük veya eşitse, uzay aracı doğrudan istenen yörüngeye fırlatılamaz, bunun yerine bir yörüngeye oturtulup sonra yörüngesinin eğikliği değiştirilir. Mesela; uzay araçları için ekvatoryal yörünge isteyen ülkeler eğer ekvator üzerinde veya yakınında fırlatma yerleri kullanmazlarsa bu manevranın zorunluluk olduğunu bilerek hareket etmelidirler.

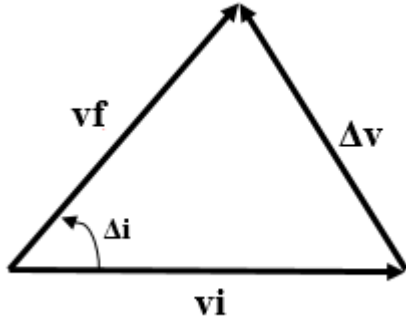
Fırlatma sahasının konumu ve fırlatma yönü, eş düzlemlı olmayan manevralara olan ihtiyacımız üzerinde etkisi olan iki faktördür. Her fırlatma konumu doğal olarak Dünya'dadır, dolayısıyla doğal olarak bir başlangıç hızına sahiptir. Bu ilk hız, ekvator yakınında en büyüktür ve kutuplarda sıfıra yakındır. Fırlatma sahasından kaynaklı hızının bir itkici için gereken hız üzerindeki etkisini hesaplamak için temel açısal hız bağıntılarını kullanarak hesaplamalar yapılır.

Fırlatma penceresi, görev hedeflerini göz önünde bulundurarak belirli bir yörüngeye bir uydu fırlatabilecek bir zaman aralığıdır. Genellikle, görev planlayıcıları belirli yörünge parametrelerini seçerler. Potansiyel fırlatma alanlarını belirledikten sonra, uyduyu seçilen yörüngeye en iyi şekilde yerleştirecek olan fırlatma yeri ve zamanını belirlerler. Bu kısıtlar sebebiyle doğan hesaplamalar sonucunda atış gerçekleştirilir.



Şekil 22: Dünyadaki genel fırlatma alanları [33]

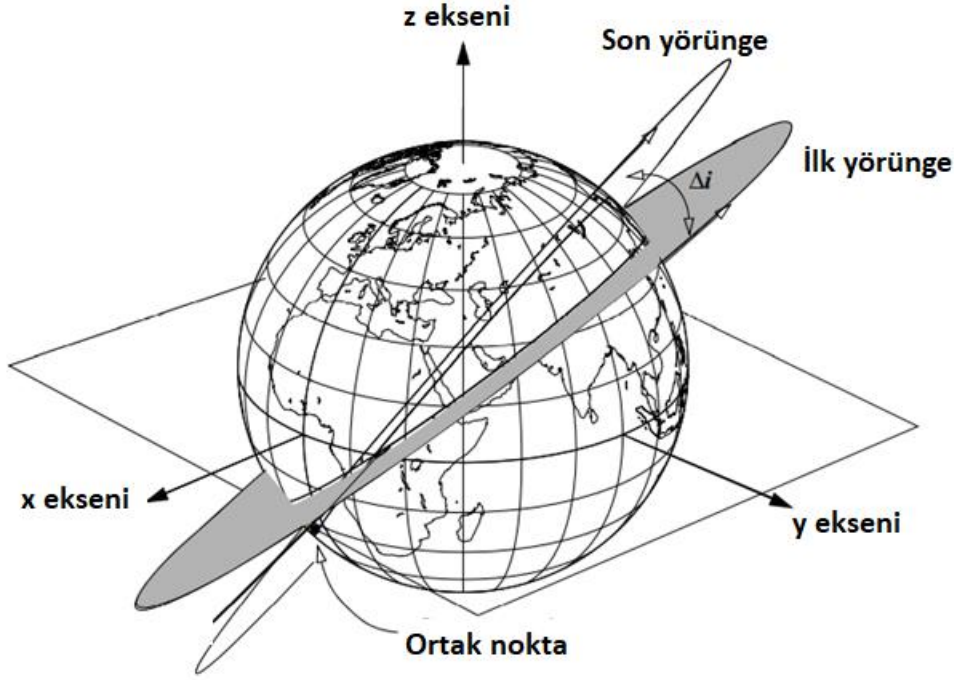
Uzay aracının yörünge düzleminin yönünü, genellikle eğikliğini değiştirmek için hız vektörünün yönünün değişmesi gerekir. Yörünge büyüklüğü sabit kalırsa, işleme basit düzlem değişikliği denir. Hızdaki gerekli değişikliği bulmak için Şekil 23'teki geometriden yararlanılır. Şekil 23'te v_i uzay aracının ilk hız vektörünü, v_f uzay aracının son hız vektörünü, Δi hedeflenen eğiklik değişim açısını ve Δv manevra için gereken hız değişim vektörünü gösterir.



Şekil 23: Hız vektörleri üçgeni

2.8.2.1. Yalnızca Eğiklik Değişikliği Manevrası

Sadece eğiklik değişimi hedefleniyorsa, hız değişiminin düğüm noktasında uygulanması gerekir. Bu noktalar Şekil 24'te görülebilir. Eski ve yeni yörüngelerin yalnızca iki ortak noktası vardır. Bunlar her iki yörünge için ortak olduğundan, bu noktalardan birinde bir eğiklik değişikliği meydana gelmelidir. İki yörüngenin açısal farkı eğiklik değişim manevrasında kullanılacak açıya eşittir.



Şekil 24: Yalnızca eğiklik değişimi geometrisi [33]

Çoğu analiz dairesel yörüngelere odaklanır. Çünkü eliptik yörüngeler, değişen açılar düşünüldüğünde sorun yaratır. Manevrada gereken hız değişiminin büyüklüğünü bulmak için istenen eğiklik değişikliği kullanılmaktadır. Uzay aracı her iki yörüngede de aynı noktada olduğundan gerçek anomali aynıdır. Son yörünge, orijinal yörünge ile aynı boyut ve şekle sahiptir, bu nedenle ilk ve son hızların büyüklükleri de aynıdır. Bu şekilde hızın büyüklüğü değişmiyorsa, hız vektörleri bir ikizkenar üçgen oluşturur ve iki vektör arasındaki açı, değişim istenen açiya eşittir [37]. Şekil 23'te gösterilmiştir. Düzlem değişimi için gerekli hız değişikliği ise Eş.30'daki gibi ifade edilir [20].

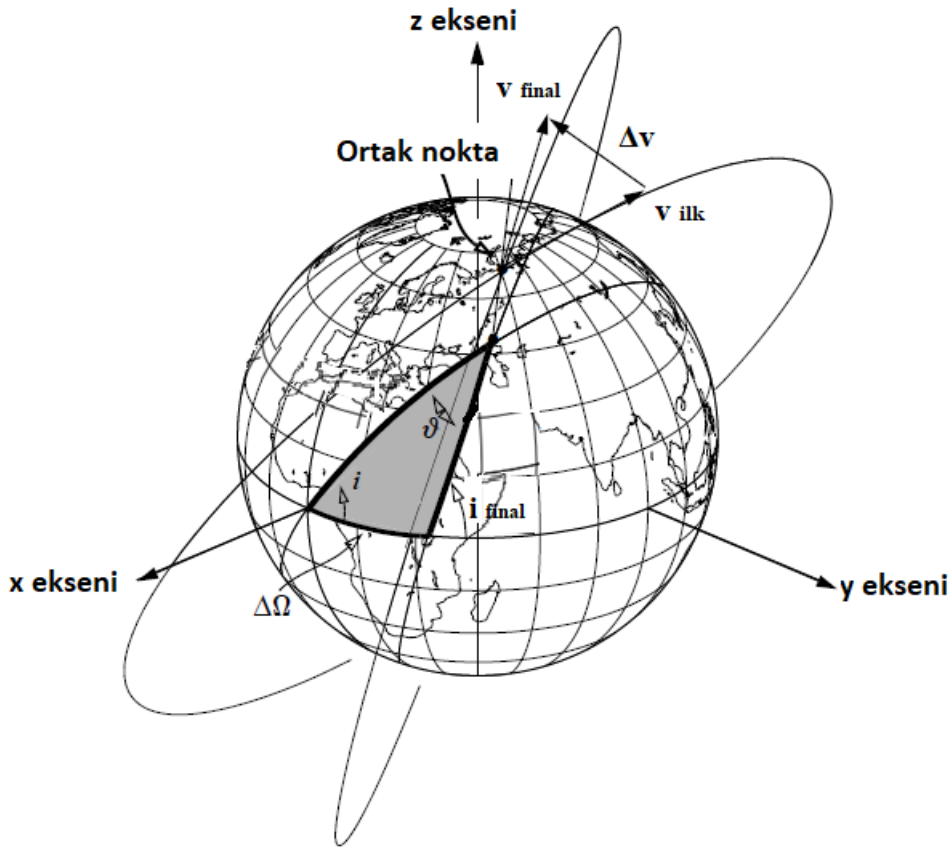
$$\Delta v_{\text{Düzlem değişimi}} = \frac{2 \sin\left(\frac{\Delta i}{2}\right) \sqrt{1-e^2} \cos(w+\theta) na}{(1+e \cos(\theta))} \quad (30)$$

Eşitlikte; Δi hedeflenen eğiklik değişim açısını, e yörünge eksantrikliğini, θ uydunun gerçek anomalisini, ω yerberi açısını, n uydunun ortalama hareketini ve a yarı uzun ekseni gösterir. Eşitlikten görüldüğü üzere ilk hız değeri ne kadar küçük olursa, düzlemleri değiştirmek için o kadar az hız değişimi gerekir. Yalnızca eğiklik değişim manevrasında itkiyi en aza indirmek için küçük bir ilk hıza sahip bir nokta seçilmesi gerekir. Dairesel yörüngeler için fark yoktur. Eliptik bir yörünge, için 2 noktadaki hızların da kontrol edilip ona göre seçim yapılması gerekir. Mesela bu nokta yeröte gibi Dünyadan en uzak olan

nokta olabilir çünkü yerötedede ilk hız en düşüktür dolayısıyla enerji kaybı en düşük seviyede olacaktır. Hız değişim büyüklüğü bulunduktan sonra verilecek hız vektörünün yönü bulunmalıdır. Vektör yönü, Bölüm 2.7’de anlatılan Rodrigues formülü ile belirlenir.

2.8.2.2. Eğiklik ve Yükselen Düzüm Boylamı Değişimi Manevrası

İlk bakışta, bu değişiklik önceki duruma benzer görünebilir, ancak bu manevra yörüngede farklı bir noktadan hız değişimi verilerek yapılır. Eğer eğiklik ve yükselen düğüm boylamını aynı anda değiştirmek istenirse süreç daha karmaşık hale gelir [2]. Manevra, küresel trigonometri kullanarak, Şekil 25’teki gibi görselleştirilebilir.



Şekil 25: Eğiklik ve yükselen düğüm boylamı değişimi geometrisi [33]

$$\cos(\Delta\theta) = \cos(i_1) \cos(i_2) + \sin(i_1) \sin(i_2) \cos(\Omega_2 - \Omega_1) \quad (31)$$

Eş.31 kullanılarak verilmesi gereken açı değişimleri hesaplanır. Eşitlikte; Ω_1 ilk yörünge'nin yükselen düğüm boylamını, Ω_2 hedef yörünge'nin yükselen düğüm boylamını, i_1 ilk yörünge'nin eğikliğini, i_2 hedef yörünge'nin eğikliğini ve $\Delta\theta$ ise manevra için gerekli açı değişimini ifade etmektedir. Bu açı değişimi, doğal olarak yalnızca eğiklik değişimindeki açıdan farklıdır ve Eş.31'deki gibi hesaplanır.

Yörünge düzlemi değişikliği manevrasının itkilerinin olası verilme konumları yörüngelerin ortak noktalarından olur, bu olası noktalar Eş.32'deki gibi hesaplanır.

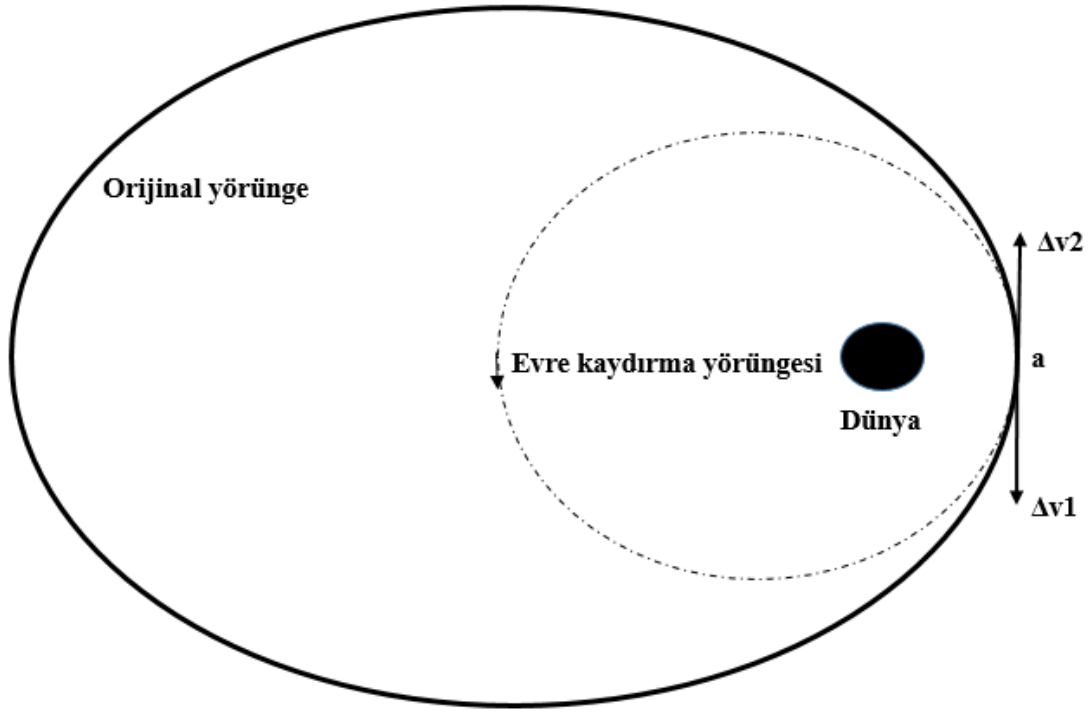
$$Nokta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{\cos(i_1)\sin(i_2)\cos(\Omega_2) - \sin(i_1)\cos(\Omega_1)\cos(i_2)}{\sin(i_1)\sin(\Omega_1)\cos(i_2) - \cos(i_1)\sin(i_2)\sin(\Omega_2)} \right)$$

$$+ \begin{cases} 90^\circ, \sin(i_1)\sin(\Omega_1)\cos(i_2) - \cos(i_1)\sin(i_2)\sin(\Omega_2) < 0 \\ 270^\circ, \sin(i_1)\sin(\Omega_1)\cos(i_2) - \cos(i_1)\sin(i_2)\sin(\Omega_2) \geq 0 \end{cases}$$

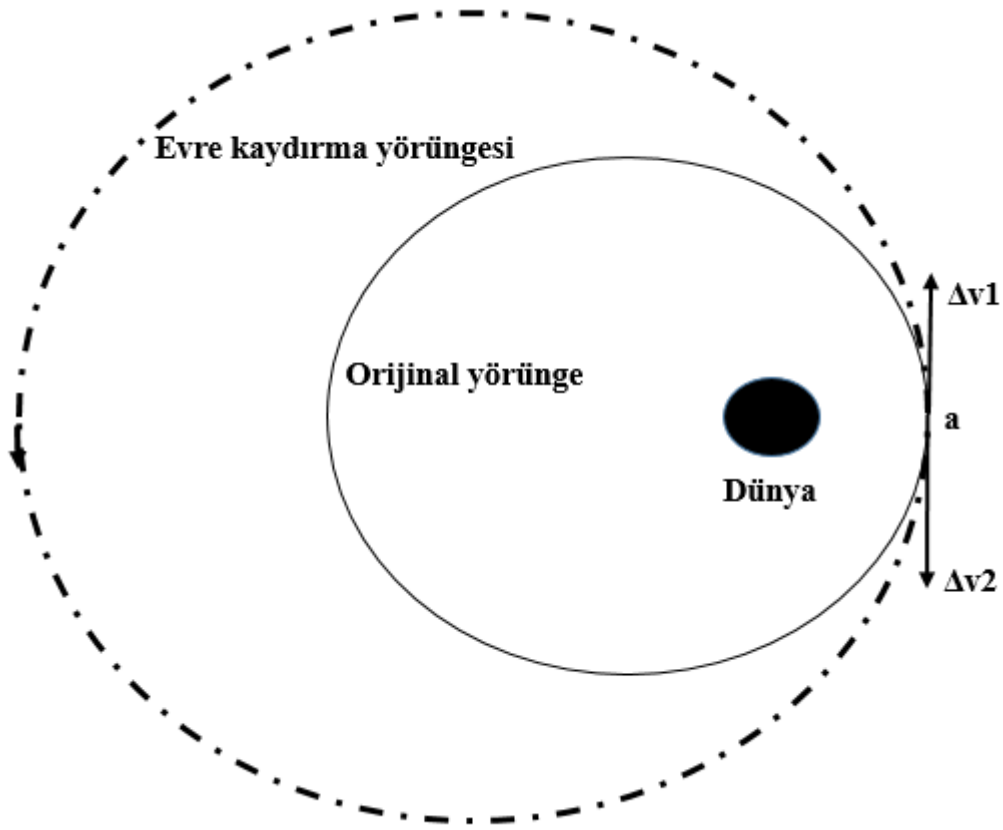
$$Nokta_2 = Nokta_1 \pm 180^\circ \quad (32)$$

2.8.3. Evre Kaydırma Manevrası

Klasik yörünge elemanlarından 5 tanesi yörünge'nin genişliği, şekli ve uzaydaki yönelimini tanımlarken bir tanesi (gerçek anomali) o yörüngedeki uzay aracının bulunduğu konumun anlık derece cinsinden değeridir. Aynı yörüngedeki iki uzay aracının ilk 5 yörünge elemanı aynıdır, yalnızca gerçek anomali değerleri farklı olabilir. Aradaki farka evre (faz) farkı denir. Bu evre farkını kapatmak için gereken manevraya yörüngesel evre kaydırma manevrası denir. Eğer randevu yapmaları planlanan iki uzay aracı aynı yörüngede ama farklı konumlarda bulunuyorsa, biri diğerini yakalamak için bir evre kaydırma manevrası yaparak birbirlerinin oldukça yakınına gelmeleri sağlanabilir. Evre kaydırma manevrası, aynı noktadan uygulanan iki itki ile gerçekleştirilen bir manevradır. Yörüngedeki iki uzay aracının arasındaki fark saniye veya açı cinsinden bilindiği durumda öndeki araç, aradaki süre kadar geciktirilirse iki uzay aracı yan yana gelmiş olur. Yörüngede durmak gibi bir durum söz konusu olmadığı için bu geciktirilme işlemi, uzay aracının bir itki verilerek aşağıda bir yörüngeye transferinin sağlanması, bu aradaki zaman farkının alt yörüngede geçirilip tam hedef uzay aracı ile yan yana geldikleri anda ikinci bir itki verilerek tekrardan orijinal yörüngeye oturtulması ile sağlanır [14]. Şekil 26 ve Şekil 27'de farklı senaryolar için evre kaydırma ve orijinal yörüngeler gösterilmiştir.



Şekil 26: Hedef önde iken evre kaydırma geometrisi



Şekil 27: Takipçi önde iken evre kaydırma geometrisi

Aynı düzlemde aktarım manevraları temel olarak üç türden oluşur; hedef uzay aracının gerisindeki takipçi uzay aracı, hedef uzay aracının önündeki takipçi uzay aracı ve farklı yörüngelerde fakat aynı düzlemde bulunan hedef ve takipçi uzay araçları. İlk ikisinde, takipçi ve hedef aynı yörüngededir, ancak gerçek anomali cinsinden farklılıkları vardır. Üçüncü durumda ise uzay araçları iki ayrı yörüngededir.

Bu kısımda diğer yörüngesel manevralar sayesinde aynı yörüngeye oturtulmuş aralarında sadece faz farkı bulunan iki uzay aracı senaryosu ele alınacaktır.

Eş düzlemdeki ilk durum, hedef ve takipçinin aynı yörüngede olduğu fakat takipçinin hedefin gerisinde olduğu durumdur. Bu durumda faz farkını kapamak için evre kaydırma manevrası gereklidir. İkinci durum için de algoritma aynıdır yalnızca evre kaydırma periyodu ilk yörünge periyodu ve gecikme periyodu toplanarak bulunur. Bu yüzden yalnızca ilk senaryo için hesaplamalar gösterilecektir.

Hedefin, takipçinin önünde olduğu evre kaydırma manevrasında amaç, gerekli evre kaydırma yörüngesinin büyüklüğünü ve gereken itkiyi bulmaktır. Evre kaydırma yörüngesinin büyüklüğü, periyodu sayesinde bulunur. Bu hesaplamada hedef uydunun periyodu kullanılır. Orijinal periyot ve gecikme süresinin bilindiği durumda evre kaydırma yörüngesinin periyodu çıkarma işlemi sonucunda bulunur.

$$T_{Evre} = T_{Yörünge} - T_{Gecikme} \quad (33)$$

Evre kaydırma yörüngesinin periyodu bulunduktan sonra yarı uzun eksen için zaman periyodu denklemini çözebiliriz. Bu yörüngesel periyoda sahip yörünge için yarı uzun eksenini Eş.34'deki gibi elde edilir.

$$a_{Evre} = \left(\frac{T_{Evre} \sqrt{\mu}}{2\pi} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (34)$$

Evre kaydırma yörüngesinin yarı uzun ekseninin bilindiği durumda, randevu için gerekli hız değişimleri hesaplanabilir. İlk itki, takipçiyi yavaşlatır ve onu evre kaydırma yörüngesine sokar. İkinci itki, takipçiyi, hedef tam oradan geçerken aynı anda aynı yere, hemen yanındaki orijinal yörüngeye tekrar döndürür.

Hızdaki bu değişiklik, yalnızca uzay aracını orijinal yörüngesinden evre kaydırma yörüngesine geçirmek için gereken miktardır. Uzay aracı evre kaydırma yörüngesinde bir

periyot geçirecek şekilde hareket ettikten sonra, uzay aracını evre kaydırma yörüngesinden orijinal yörüngesine döndürmek için, ilk verilen itki ile büyüklük olarak eşit, ancak yönünün tersi olan ikinci bir hız değişikliği yapılmalıdır. Evre kaydırma manevrası için gereken toplam hız değişimi, hesaplanan itkinin iki katına eşittir.

Evre kaydırma yörüngesindeki hız, Eş.35 ile verilmiştir.

$$v_{Evre} = \sqrt{\frac{2\mu}{v_a} - \frac{\mu}{a_{Evre}}} \quad (35)$$

Eşitlikte v_a , ilk yörüngede manevra yapıldığı andaki hızı ifade eder ve Eş.13'ten yararlanılarak bulunur. Bu iki hız arasındaki fark manevra için gerekli itkiye eşittir.

$$\Delta v_{Evre} = v_a - v_{Evre} \quad (36)$$

İtkinin büyüklüğü bulunduktan sonra uzay aracının anlık hız vektörü doğrultusunda olacak şekilde gereken itki uygulanır. Aşağıdaki evre kaydırma yörüngesinde bir periyot tamamlandıktan sonra yani aradaki gecikme süresi kapandıktan sonra aynı itki tam tersi yönde uygulanarak uzay aracı orijinal yörüngesine döner. Böylece evre kaydırma manevrası tamamlanmış, iki uzay aracı son randevu manevrasını yapabilecek mesafelere kadar yakınlaşmış olur [11].

Eş düzlemdeki ikinci durum hedef ve takipçinin aynı yörüngede olduğu fakat takipçinin hedefin ilerisinde olduğu durumdur. Randevu için, hedefin bir tam yörüngeye ilave olarak aralarındaki faz farkını, takipçinin evre kaydırma yörüngesinde bir yörüngeyi tamamladığı süre boyunca seyahat etmesi gerekir. Sadece evre kaydırma periyodu bu sefer ilk yörünge periyodu ile gecikme periyodunun toplamına eşittir. Bu sefer takipçi, hızını artırarak daha yavaş bir yörüngeye geçip bu zamanı orda geçirecektir.

Evre kaydırma manevraları, anlatıldığı üzere iki uzay aracının randevusu için gerekli bir manevra metodu olmasının yanında aynı zamanda, yörüngelerini belirli bir boylamın üzerinde tutmak veya boylamı tamamen değiştirmek için, geosenkron uydular tarafından yaygın olarak kullanılır.

2.8.4. Clohessy-Wiltshire Yakın Mesafe GÜdüm Manevrası

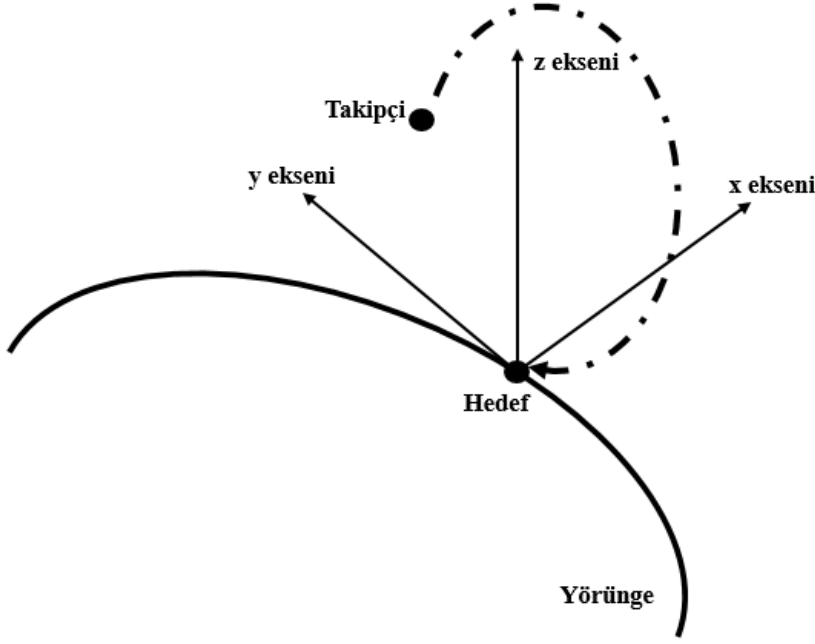
Randevu, yörüngede iki uzay aracının son pozisyon ve hızlarının birbirleriyle eşleşmesini gerektirir. Kenetlenme safhası için görece konum ve hızlarının neredeyse eşit olması gerekir. Randevu ve kenetlenme görevinin son aşaması görev güvenliğinin en kritik olduğu aşamadır ve son öteleme manevrası önceden belirlenmiş bir yörüngede yapılmalıdır. Çünkü bu mesafe ve hızlarda çarpışma ihtimali fazladır. Bu kısımda yakın mesafede transfer için bir güdüm yöntemi olan Clohessy-Wiltshire denklemleri ve güdüm manevraları için gerekli algoritmalar ve gereken itkilerin hesaplanması anlatılacaktır [10]. İki uzay aracı yakın mesafede hareket ederken, aralarındaki mesafe, uzay aracının Dünyaya olan mesafesinden çok daha küçüktür ve görece hareketleri, Eş.37'de ifade edilen Clohessy-Wiltshire denklemleri şeklinde tanımlanabilir. Bu hareket denklemleri takipçinin hareketini tanımlar. Hedef koordinat sisteminin orijini olan (0,0,0) noktasındadır [29].

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2x = 0$$

$$\ddot{y} + 2n\dot{x} = 0 \tag{37}$$

$$\ddot{z} + n^2z = 0$$

Eşitliklerde n , Eş.6'da verilen ortalama hareketi ifade eder. CW hareket denklemleri geliştirilirken baz alınan bazı temel varsayımlar vardır. Bozucu etkiler yok sayılır, bozucu etkilerden bazıları şunlardır; yerçekimi, sürüklenme, kayma vb. Yörüngedeki uzay aracı için kontrol eylemlerinden kaynaklanan ivmelenmeler dikkate alınmaz anlık hız değişimleri ile kontrol sağlanır.



Şekil 28: Clohessy-Wiltshire güdümü geometrisi

CW güdümü, yakın mesafede uygulanan çift itkili bir randevu yöntemidir. İlk görece konum ve hız vektörü ile son görece konum ve hız vektörü bilinmektedir. Konumdaki en son durumdaki sapma, bir itki uygulanarak ortadan kaldırılır. Aradaki mesafe kapanınca ikinci bir itki kullanılarak aradaki hız farkı kapatılır. Eş.37 ile verilen doğrusal denklem setinin çözümü Eş.38 ile verilir.

$$\begin{aligned}
 x(t) &= (4 - 3\cos(nt_f))x_0 + \frac{\sin(nt_f)}{n}\dot{x}_0 + \frac{2}{n}(1 - \cos(nt_f))\dot{y}_0 \\
 y(t) &= 6(\sin(nt_f) - nt_f)x_0 + y_0 - \frac{2}{n}(1 - \cos(nt_f))\dot{x}_0 + \frac{4\sin(nt_f) - 3nt_f}{n}\dot{y}_0 \quad (38) \\
 z(t) &= (z_0\cos(nt_f))x_0 + \frac{\dot{z}_0}{n}\sin(nt_f)
 \end{aligned}$$

Eşitliklerde t_f , uçuş zamanıdır. Sonrasında takipçi hareketi için üç pozisyon üç hız olacak şekilde altı elemanlık durum vektörleri tanımlanır.

$$\begin{aligned}
 \bar{r} &= \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \\
 \bar{v} &= \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \quad (39)$$

Bu durum vektörlerinin zaman uzayındaki halleri ilk durumlar ve belirli katsayı matrisleri ile Eş.40'taki gibi bulunur.

$$\bar{r}(t) = \Phi_{rr}(t) \bar{r}_0 + \Phi_{rv}(t) \bar{v}_0 \quad (40)$$

$$\bar{v}(t) = \Phi_{vr}(t) \bar{r}_0 + \Phi_{vv}(t) \bar{v}_0$$

Bu eşitliklerdeki katsayı matrisleri Eş.41-44'teki gibi bulunur.

$$\Phi_{rr}(t) = \begin{pmatrix} 4 - 3\cos(nt_f) & 0 & 0 \\ 6(\sin(nt_f) - nt_f) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(nt_f) \end{pmatrix} \quad (41)$$

$$\Phi_{rv}(t) = \begin{pmatrix} \frac{\sin(nt_f)}{n} & \frac{2}{n}(1 - \cos(nt_f)) & 0 \\ \frac{2}{n}(\cos(nt_f) - 1) & \frac{4\sin(nt_f) - 3nt_f}{n} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sin(nt_f)}{n} \end{pmatrix} \quad (42)$$

$$\Phi_{vr}(t) = \begin{pmatrix} 3n\sin(nt_f) & 0 & 0 \\ 6n(\cos(nt_f) - 1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n\sin(nt_f) \end{pmatrix} \quad (43)$$

$$\Phi_{vv}(t) = \begin{pmatrix} \cos(nt_f) & 2\sin(nt_f) & 0 \\ -2(\sin(nt_f)) & 4\cos(nt_f) - 3 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(nt_f) \end{pmatrix} \quad (44)$$

Eşitliklerde n, Eş.6'da verilen ortalama hareket, t_f takipçinin hedefe varması için planlanan süreyi ifade eder. Gereken hız değişim vektörleri Eş.45'teki gibi bulunur.

$$\bar{v}_0^+ = -(\Phi_{rv}(t_f))^{-1} (\Phi_{rr}(t_f)) \bar{r}_0 \quad (45)$$

$$\bar{v}_0^- = \bar{v}_H - \bar{v}_T$$

$$\bar{v}_f^+ = 0$$

$$\bar{v}_f^- = \left(\Phi_{vr}(t_f) - \Phi_{vv}(t_f) (\Phi_{rv}(t_f))^{-1} (\Phi_{rr}(t_f)) \right) \bar{r}_0$$

Bu eşitlikler kullanılarak Clohessy-Wiltshire güdümü için verilmesi gereken itkiler Eş.46'daki gibi bulunur [11].

$$\Delta \bar{v}_{1,CW} = \bar{v}_0^+ - \bar{v}_0^- \quad (46)$$

$$\Delta \bar{v}_{2,CW} = \bar{v}_f^+ - \bar{v}_f^-$$

3. YÖRÜNGE MANEVRA BENZETİMLERİ

Bu bölümde, önceki bölümlerde matematiksel arka planı verilen çalışmaların modelleri Simulink ortamında kurulum algoritmaları MATLAB ortamında oluşturularak benzetim sağlanmıştır. Kullanılan versiyon MATLAB 2019a ve bilgisayar Lenovo Ideapad 330'dur. Benzetimlerde kullanılan Dünya görselinin kodu Mathworks'ten alınmıştır [40].

Bu kısımda ilk olarak, ikinci bölümde tarihi ve teorik arka planı anlatılan yörünge benzetimi gösterilecektir. Bu çalışmayla uzay araçlarının bulunduğu yörünge görselleştirilmiş olacaktır.

Devamında, formülleri ve matematiksel denklemleri verilen manevraların benzetimi gösterilecektir. Bu çalışmayla uzay araçlarının randevu veya herhangi başka bir amacı gerçekleştirmek için sıkça kullandığı manevralar çözümlenecektir.

Son olarak, farklı iki TLE verisinden alınan farklı iki yörüngedeki uzay aracının randevusu yörüngesel manevralarla gerçekleştirilerek ele alınacaktır.

Benzetim çalışmalarında kullanılan 3 serbestlik dereceli dinamik model, Eş.47 ile ifade edilir.

$$\dot{x} = v_x$$

$$\dot{y} = v_y$$

$$\dot{z} = v_z$$

(47)

$$\dot{v}_x = \frac{-\mu}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^3}} x$$

$$\dot{v}_y = \frac{-\mu}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^3}} y$$

$$\dot{v}_z = \frac{-\mu}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^3}} z$$

3.1. Benzetim 1: Yörünge Modelleri

41875 NORAD numaralı Göktürk 1A uydusu, 2016 yılında atılan yer gözlem ve askeri istihbarat amaçlı görüntü elde edilmesine imkan tanıyan bir uydudur.

Uzay aracı yörüngelerini kartezyen koordinat sisteminde çizdirmek için Eş.47 ile verilen dinamik modele ilklendirme değerlerinin girilmesi gerekir. Bu değerler, Eş.19 ve Eş. 20 ile verilen sırasıyla aşağıdaki eşitlikler yardımıyla bulunur.

$$\bar{r}_{DMA} = \begin{pmatrix} \cos(\Omega)\cos(w) - \sin(\Omega)\sin(w)\cos(i) & \sin(\Omega)\cos(w) + \cos(\Omega)\sin(w)\cos(i) & \sin(i)\sin(w) \\ -\cos(\Omega)\sin(w) - \sin(\Omega)\cos(w)\cos(i) & -\sin(\Omega)\sin(w) + \cos(\Omega)\cos(w)\cos(i) & \sin(i)\cos(w) \\ \sin(\Omega)\sin(i) & -\cos(\Omega)\sin(i) & \cos(i) \end{pmatrix} \frac{a(1-e^2)}{(1+e\cos(\theta))} \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{v}_{DMA} = \begin{pmatrix} \cos(\Omega)\cos(w) - \sin(\Omega)\sin(w)\cos(i) & \sin(\Omega)\cos(w) + \cos(\Omega)\sin(w)\cos(i) & \sin(i)\sin(w) \\ -\cos(\Omega)\sin(w) - \sin(\Omega)\cos(w)\cos(i) & -\sin(\Omega)\sin(w) + \cos(\Omega)\cos(w)\cos(i) & \sin(i)\cos(w) \\ \sin(\Omega)\sin(i) & -\cos(\Omega)\sin(i) & \cos(i) \end{pmatrix} \frac{\mu^2}{a(1-e^2)} \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ e + \cos(\theta) \\ 0 \end{pmatrix}$$

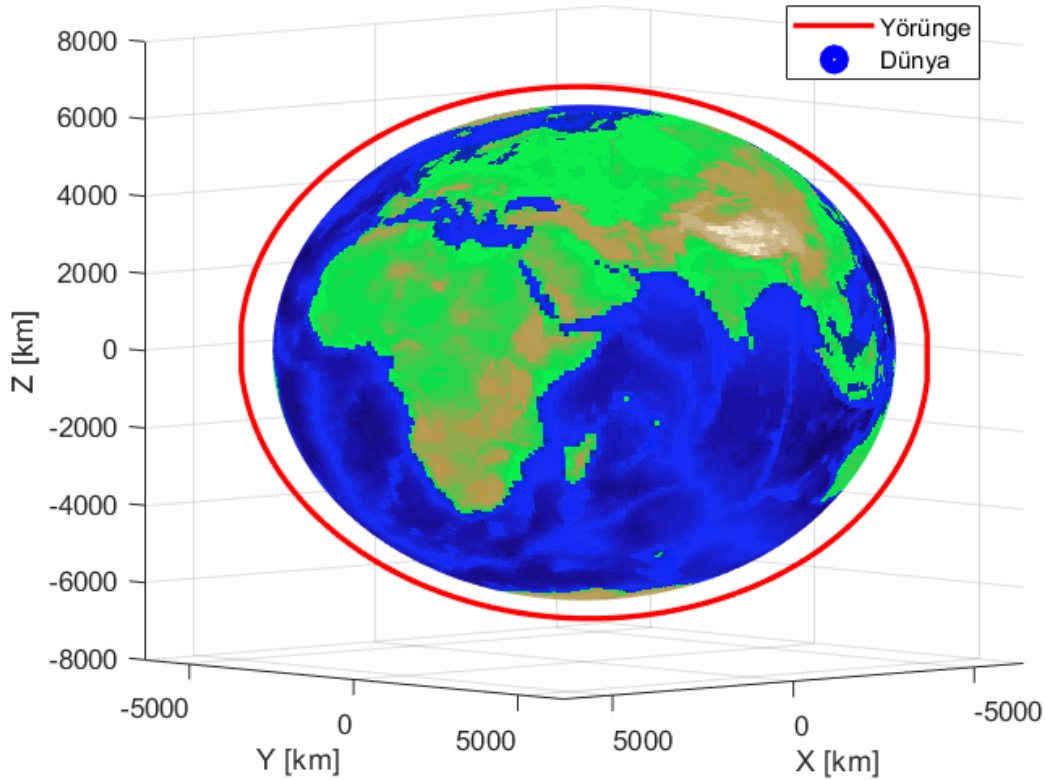
Bu eşitliklerdeki yörünge elemanları uzay aracının anlık TLE veri setinden elde edilir.

Çizelge 7’de Göktürk 1A uydusunun TLE verisi verilmiştir.

Çizelge 7: Göktürk 1A uydusu TLE verisi

Kepler Elemanları	Değerleri
a	7.061×10^6 m
e	0.0001319
i	98.1232°
Ω	133.8404°
ω	75.8762°
θ	-

Çizelge 7'deki değerler, Eş.19 ve Eş. 20'de yerine yazılıp gerçek anomali değeri de 0 kabul edilerek bulunan ilklendirme değerleri Eş.47'deki dinamik modele konularak Göktürk 1A uydusunun yörüngesi çizdirilmiştir.



Şekil 29: Göktürk 1A uydusu yörüngesi

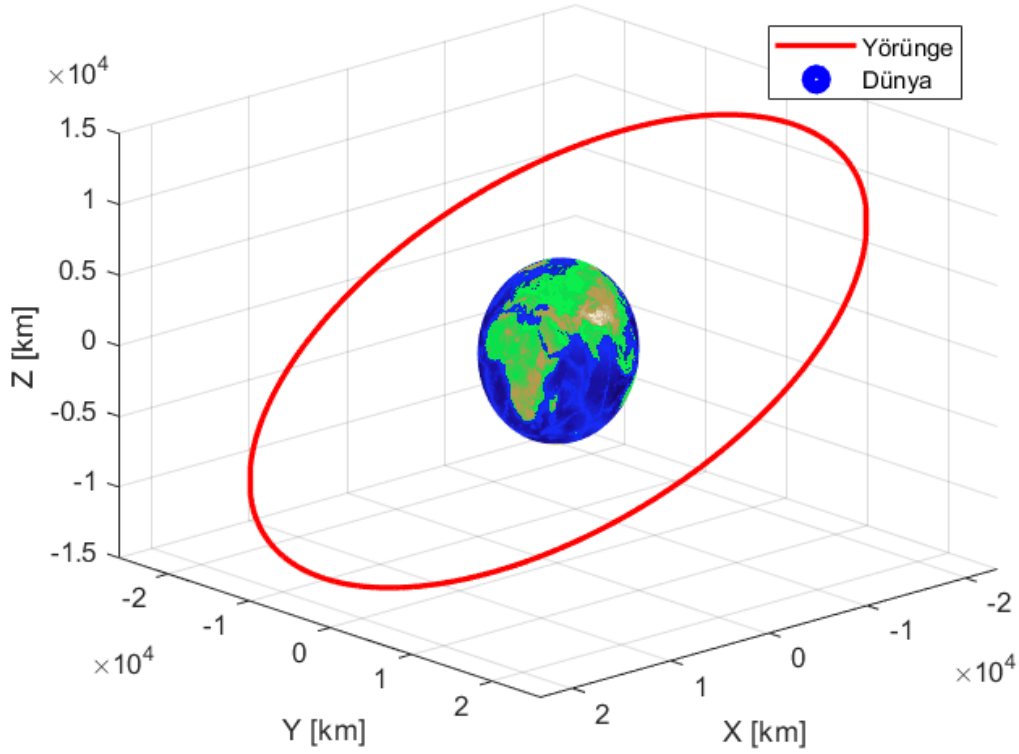
Göktürk 1A, LEO'ya oturtulmuş bir uydudur. Dünya etrafında günde 14.62 kez döner ve yörünge periyodu 98.43 dakikadır. Eğikliği 90° 'nin biraz üstünde olduğundan kutupsal yörüngelere benzemektedir. Şekil 29'dan da görüldüğü gibi kutupların üstünden geçmektedir.

14129 NORAD numaralı Phase 3B uydusu, 1983 yılında Almanlar tarafından atılan bir haberleşme uydusudur. Aynı zamanda araçta ateşleme (onboard propulsion) teknolojisinin amatör olarak ilk kez denendiği uydudur.

Çizelge 8: Phase 3B uydusu TLE verisi

Kepler Elemanları	Değerleri
a	2.6097×10^7 m
e	0.000601808
i	26.4908°
Ω	85.5936°
ω	100.0198°
θ	-

TLE verileri kullanılarak Phase 3B uydusunun yörüngesi çizdirilmiştir.



Şekil 30: Phase 3B uydusu yörüngesi

Phase 3B, MEO'ya oturtulmuş bir uydudur. Dünya etrafında günde 2.05 kez döner ve yörünge periyodu 699.47 dakikadır. Eğikliği yaklaşık 26° 'dir ve Dünya'nın dönüş yönünde döner. Yörünge, Şekil 30 ile verilmiştir.

3.2. Benzetim 2: Alt Yörüngeden Üst Yörüngeye Hohmann Transferi

Bu kısımda, aynı düzlemde bulunan fakat farklı büyüklüklerdeki iki yörüngeden alt yörüngede bulunan uzay aracının üst yörüngeye taşınma benzetimi gerçekleştirilmiştir. Öncelikle Çizelge 9'da yörünge elemanları verilen alt yörünge oluşturulmuştur sonra bu yörüngeden hedef yörünge yüksekliği verilen üst yörüngeye aktarım sağlayabilmek için gereken itki Bölüm 2.8.1'de verilen formüllerle hesaplanmıştır. Son olarak ilk itki yörüngeye teğet verilip ikinci itki verilme zamanı, transfer yörüngesinin periyodunun yarısı geçtikten sonra verilerek transfer sağlanmıştır.

Çizelge 9: Alt ve hedef yörünge elemanları

Kepler Elemanları	Alt yörünge	Hedef yörünge
a	7.061×10^6 m	2.6097×10^7 m
e	0.0001319	0.0001319
i	26.4908°	26.4908°
Ω	85.5936°	85.5936°
ω	75.8762°	75.8762°
θ	-	-

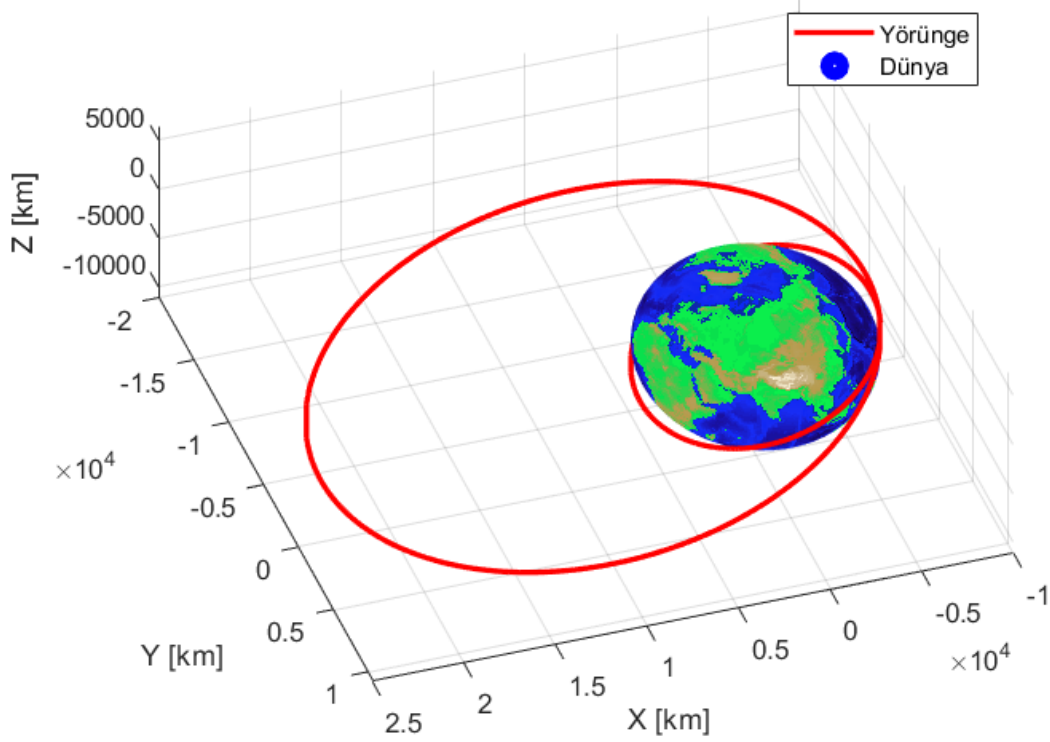
Hedef yörünge yarı uzun eksenini 2.6097×10^7 metredir. Hohmann transferi sonrası sadece yörünge yüksekliği değişimi beklendiğinden diğer yörünge elemanları neredeyse sabit kalır. Manevra yapacak uydu, ilk durumda LEO'dadır. Dünya'nın dönüş yönünde döner ve yörünge periyodu yaklaşık 100 dakikadır. Hedef yörünge MEO'dadır ve periyodu yaklaşık 700 dakikadır. Manevra başarılı gerçekleştirilince uydu, MEO'ya taşınmış olur.

Çizelge 9'daki ilk ve hedef yörünge elemanları kullanılarak Hohmann transferi için gereken hız değişim büyüklüğü hesaplanmıştır. Sonrasında ilk itkinin verildiği andaki hız vektörünün birim vektörü hesaplanarak bulunan toplam itki, kartezyen koordinatlarda hız bileşenlerine ayrılmıştır. Çizelge 10'da hesaplanan bu değerler gösterilmiştir.

Çizelge 10: Altan üste yörünge transferi için gereken itkiler

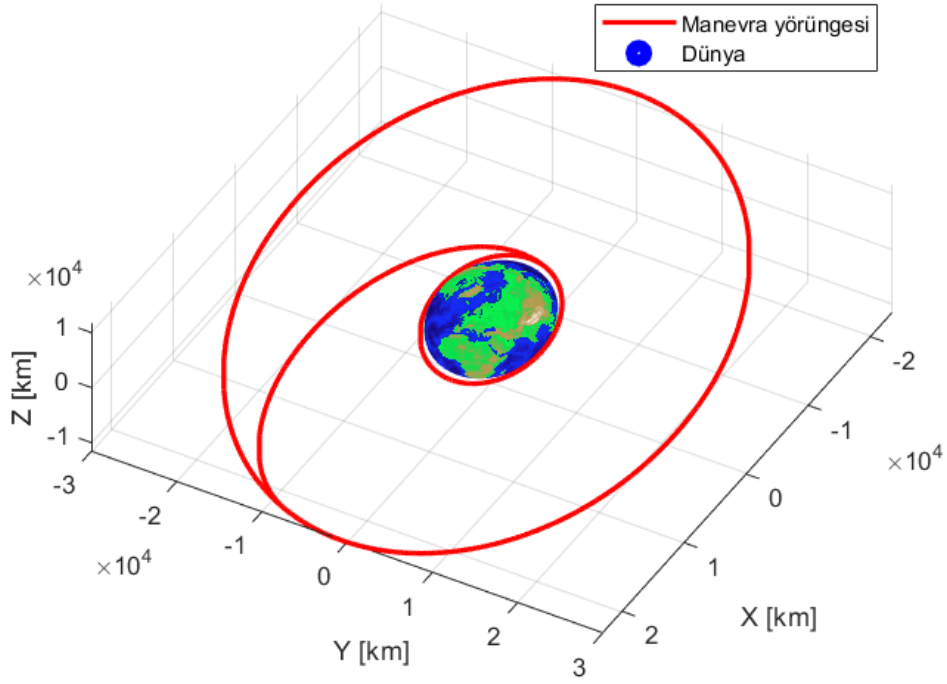
İtki	Hız değişimi (m/s)
İlk itki büyüklüğü ($\Delta v_{1,Hoh}$)	1912.54
İkinci itki büyüklüğü ($\Delta v_{2,Hoh}$)	1357.22
İlk itki vektörü ($[\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z]$)	[-564.2 -1815.2 210.9]
İkinci itki vektörü ($[\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z]$)	[400.4 1288.2 -149.6]

Uzay aracı ilk itki verildikten sonra transfer yörüngesine girmiş olur. Transfer yörüngesinin periyodunun yarısı tamamlandıktan sonra ikinci itki verilmez ise uzay aracı bu ara yörüngede kalır ve hareketine devam eder. Bu manevra ile yarı uzun eksen ve eksantirikliği değiştirilmiş yeni bir yörünge elde edilir. Şekil 31’de ikinci itki verilmemiş yörünge gösterilmiştir.

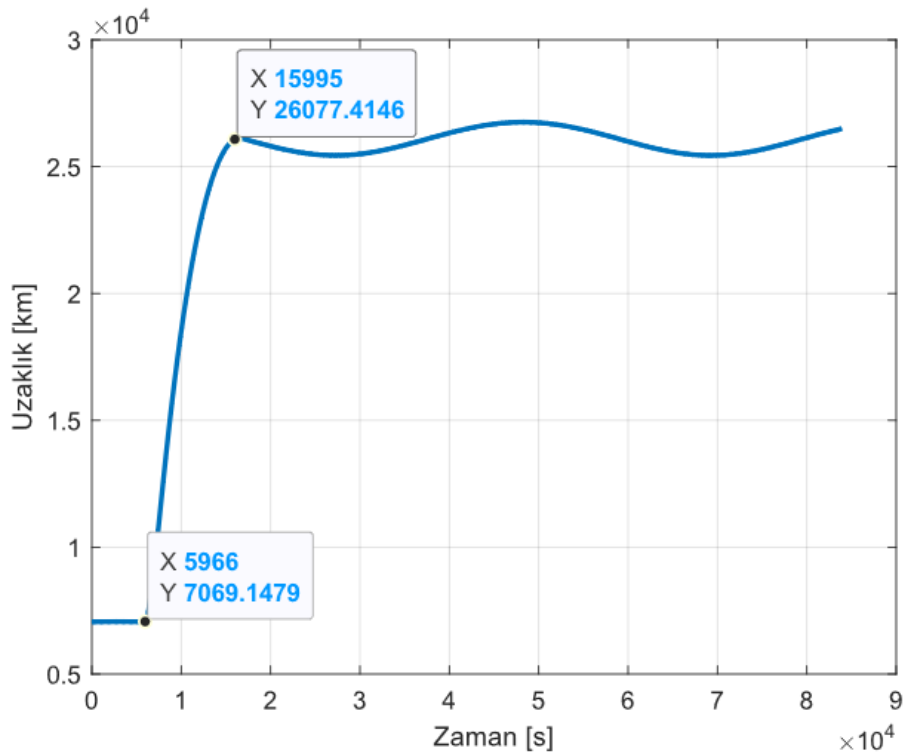


Şekil 31: İkinci itki verilmemiş Hohmann transfer yörüngesi

İki itkinin de verildiği durumda oluşan yörünge Şekil 32’deki gibidir. Bu durumda uzay aracı üst yörüngeye taşınmak için gereken itkileri zamanında ve doğru uygulamıştır.



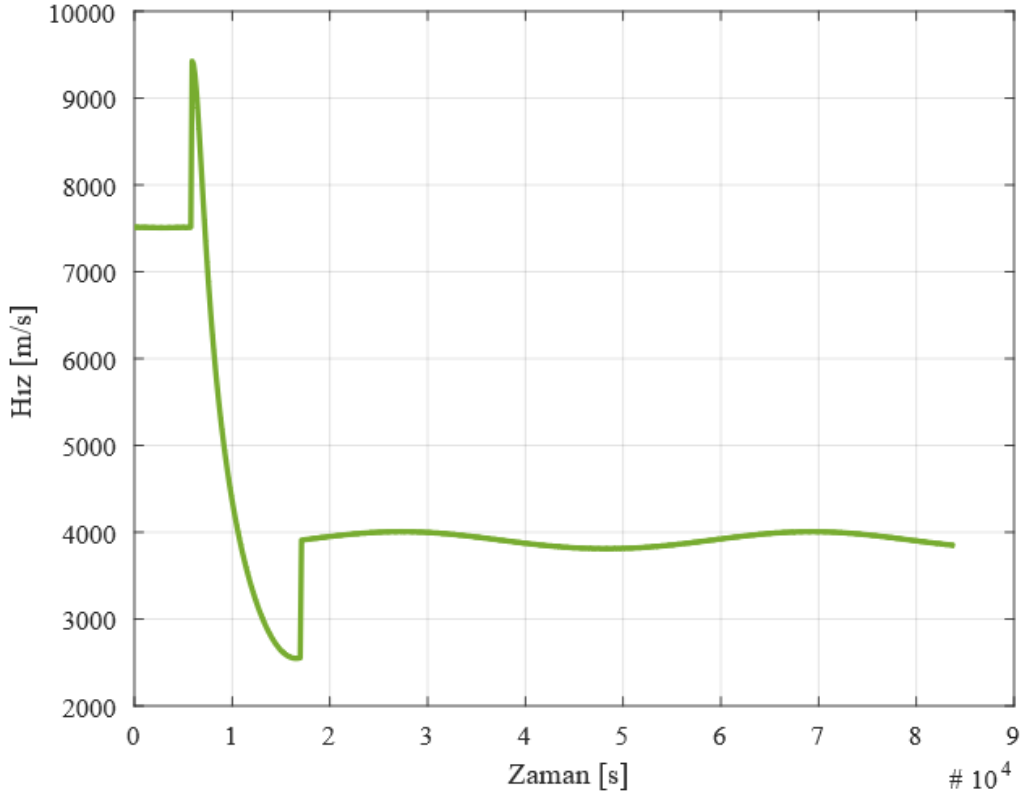
Şekil 32: Alt yörüngeden üst yörüngeye başarılı Hohmann transferi



Şekil 33: Alt yörüngeden üst yörüngeye Hohmann transferinde bileşke uzaklık

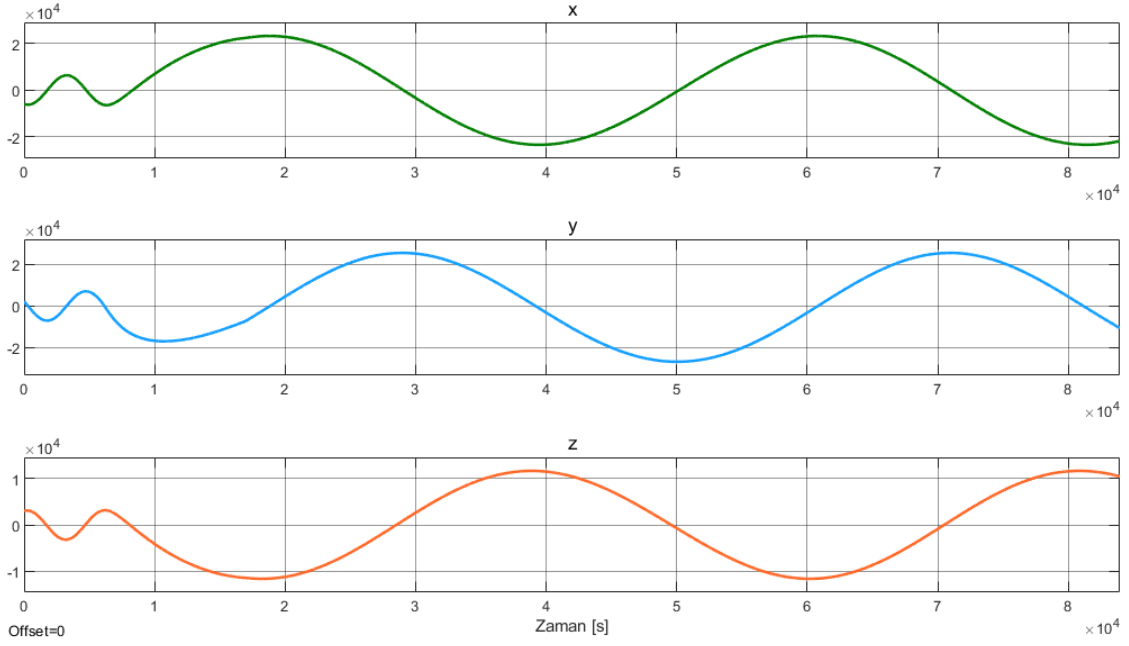
Çizelge 9'dan görülebildiği üzere uzay aracının mevcut yüksekliği yaklaşık 7061 km'dir. Hedef yüksekliği ise 26097 km'dir. Şekil 33'te uzay aracının Dünya merkezine bileşke

uzaklığı gösterilmiştir. İlk ve son uzaklık değerleri, mevcut ve hedef uzaklık değerleri ile neredeyse aynıdır. Uzaklık grafiğindeki salınımların nedeni ise yörüngeyi eliptik olmasıdır. Bu manevrayla LEO'daki bir uydu MEO'ya taşınmıştır.



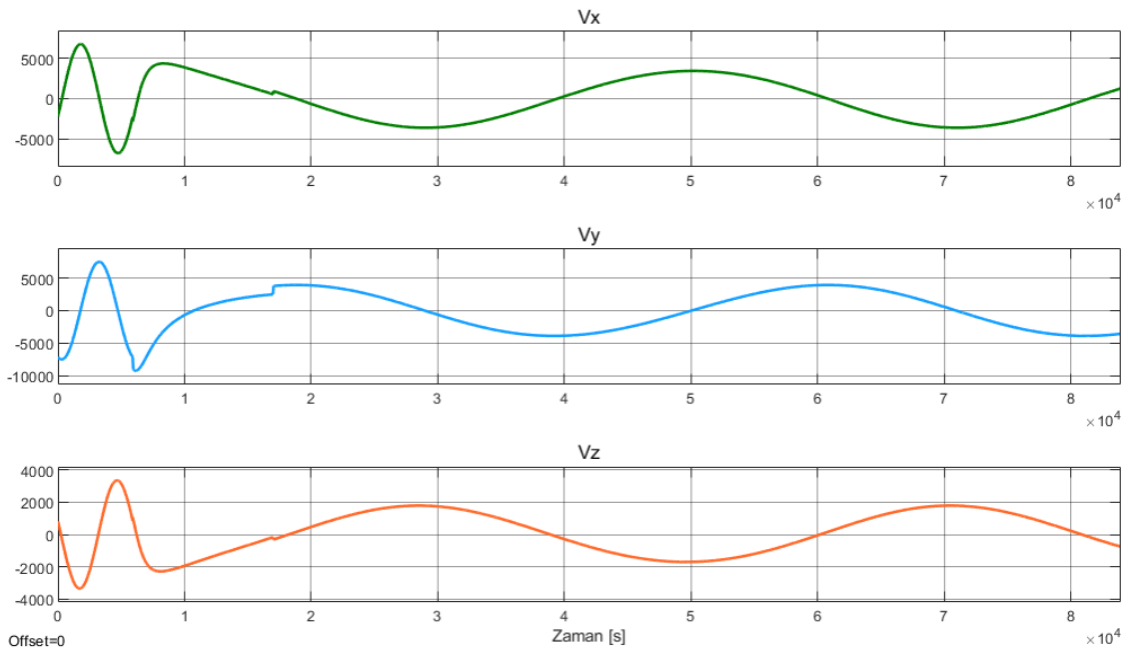
Şekil 34: Alt yörüngeden üst yörüngeye Hohmann transferinde bileşke hız

Uzay aracının bileşke hız grafiği Şekil 34'te gösterilmiştir. Görüldüğü gibi Dünyaya yakın yörüngede bileşke hız fazladır. İlk itkiyle birlikte hız doğal olarak daha da artar. Transfer yörüngesinde uzay aracı Dünyadan gittikçe uzaklaştıkça hız yavaşça düşer. İkinci itkiyle hız tekrar artıp artık yeni ve Dünyadan daha uzakta olan yavaş yörüngesine oturur.



Şekil 35: Alt yörüngeden üst yörüngeye Hohmann transferinde pozisyon bileşenleri

Şekil 35'te uzay aracının pozisyonunun 3 bileşene ayrılmış hali km cinsinden gösterilmiştir. Alçak bir yörüngedeyken küçük genlikle yüksek frekansla salınım yaparken yukarı yörüngelerde yüksek genlik düşük frekansla salınım yapıldığı görülmektedir.



Şekil 36: Alt yörüngeden üst yörüngeye Hohmann transferinde hız bileşenleri

Şekil 36'da uzay aracının hızının 3 bileşene ayrılmış hali m/s cinsinden gösterilmiştir. Daha düşük bir yörüngedeyken yüksek genlikle yüksek frekansla salınım yaparken yukarı

yörüngelerde düşük genlik düşük frekansla salınım yapıldığı görülmektedir. Ayrıca grafikteki süreksizlik yaratan noktalar itki verilen yerlerdir. Manevra, teğetsel itkiler kullanılarak yapılan Hohmann transfer manevrasıdır. Transfer yaklaşık 10029 saniye sürmüştür.

3.3. Benzetim 3: Üst Yörüngeden Alt Yörüngeye Hohmann Transfer

Bu kısımda, aynı düzlemde bulunan fakat farklı büyüklüklerdeki iki yörüngeden üst yörüngede bulunan uzay aracının alt yörüngeye taşınma benzetimi gerçekleştirilmiştir. Öncelikle Çizelge 11’de yörünge elemanları verilen üst yörünge oluşturulmuştur sonra bu yörüngeden hedef yörünge yüksekliği verilen alt yörüngeye aktarım sağlayabilmek için gereken itki Bölüm 2.8.1’de verilen formüllerle hesaplanmıştır. Son olarak ilk itki yörüngeye teğet verilip ikinci itki verilme zamanı, transfer yörüngesinin periyodunun yarısı geçtikten sonra verilerek transfer sağlanmıştır. Bu kısımda alt yörüngeden üst yörüngeye aktarımdan farklı olarak hedef yörüngenin yarı uzun eksenini ekstra dikkatle seçilmelidir çünkü aksi bir durumda uzay aracı Dünya atmosferine girip görev başarısızlıkla sonuçlanabilir.

Çizelge 11: Üst ve hedef yörüngesinin yörünge elemanları

Kepler Elemanları	Üst yörünge	Hedef yörünge
a	4.0656×10^7 m	1.0609×10^7 m
e	0.0006018	0.0006018
i	26.4908°	26.4908°
Ω	85.5936°	85.5936°
ω	100.0198°	100.0198°
θ	-	-

Hedef yörünge yarı uzun eksenini 1.0609×10^7 metredir. Hohmann transferi sonrası sadece yörünge yüksekliği değişimi beklendiğinden diğer yörünge elemanları neredeyse sabit

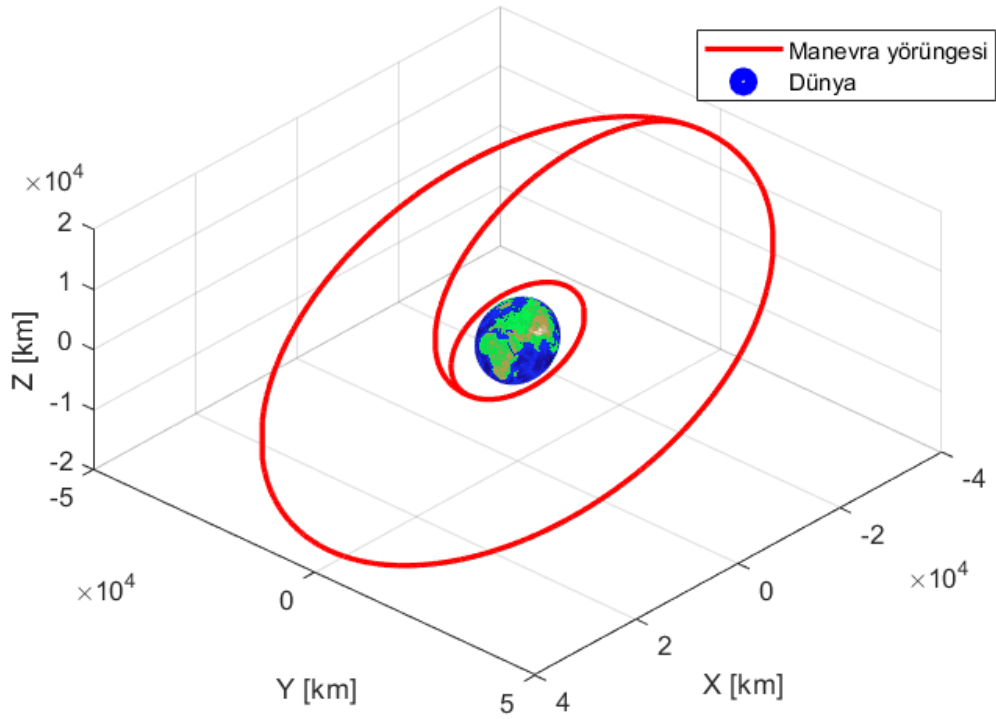
kalır. Manevra yapacak uydu, ilk durumda MEO'dadır. Dünya'nın dönüş yönünde döner ve yörünge periyodu yaklaşık 1360 dakikadır. Hedef yörünge LEO'dadır ve periyodu yaklaşık 181 dakikadır. Manevra başarılı gerçekleştirilince uydu, LEO'ya taşınmış olur.

Çizelge 11'deki yörünge elemanları ve hedef yükseklik kullanılarak Hohmann transferi için gereken hız değişim büyüklüğü hesaplanmıştır. Sonrasında ilk itkinin verildiği andaki hız vektörünün birim vektörü hesaplanarak bulunan toplam itki, kartezyen koordinatlarda hız bileşenlerine ayrılmıştır. Çizelge 12'de hesaplanan bu değerler gösterilmiştir.

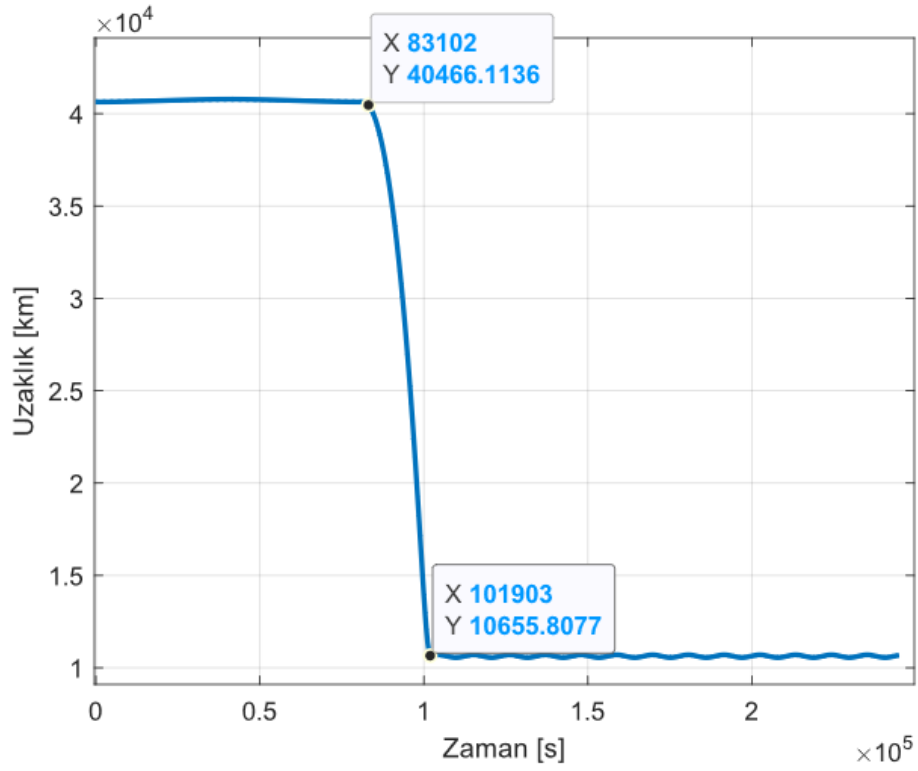
Çizelge 12: Üstten alta yörünge transferi için gereken itkiler

İtki	Hız değişimi (m/s)
İlk itki büyüklüğü ($\Delta v_{1,Hoh}$)	1116.4
İkinci itki büyüklüğü ($\Delta v_{2,Hoh}$)	1589.5
İlk itki vektörü ($[\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z]$)	[-77.5 1110.72 81]
İkinci itki vektörü ($[\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z]$)	[110.3 -1581.5 -115.4]

Şekil 37'de manevra için gereken itkilerin zamanında ve doğru uygulandığı durumda oluşan manevra yörüngesi gösterilmiştir. Görüldüğü üzere uzay aracı yörüngesi, Dünya ile kesişmemektedir.

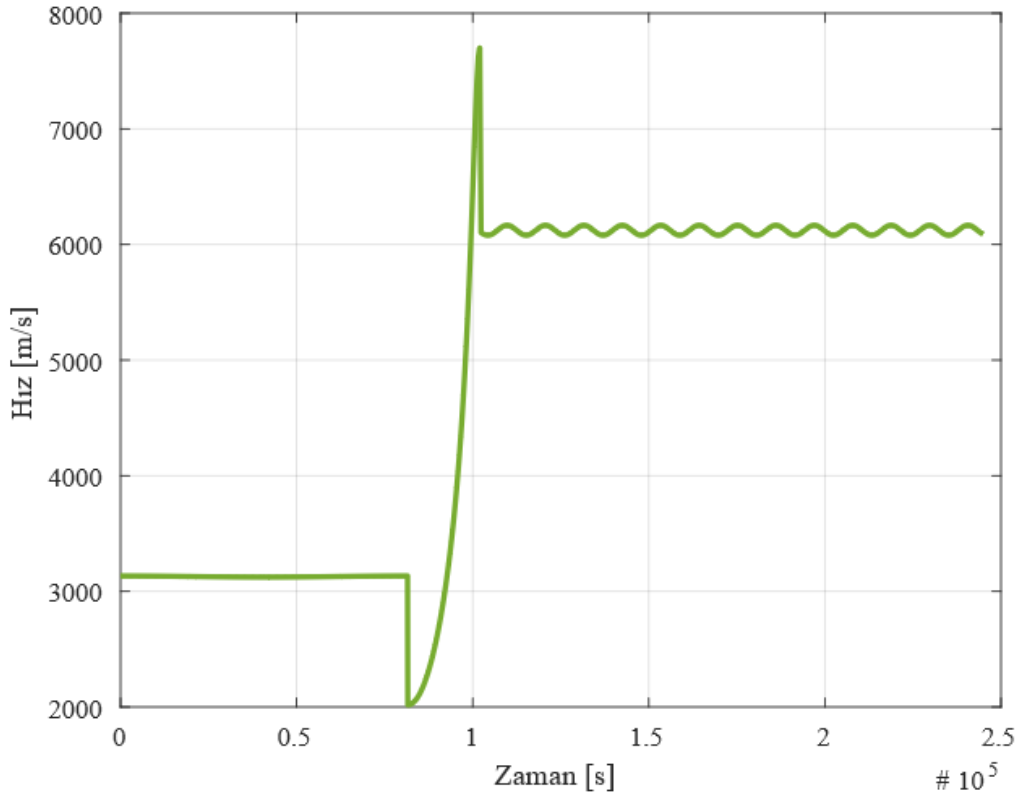


Şekil 37: Üst yörüngeden alt yörüngeye başarılı Hohmann transferi



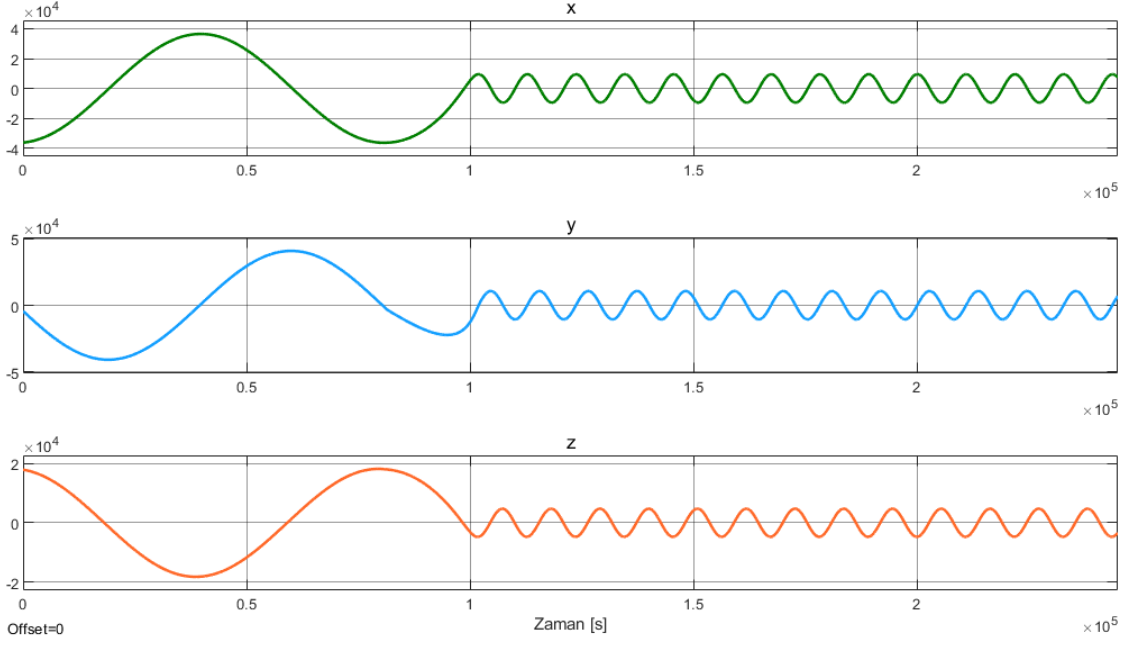
Şekil 38: Üst yörüngeden alt yörüngeye Hohmann transferinde bileşke uzaklık

Çizelge 11'den görülebildiği üzere uzay aracının mevcut yüksekliği yaklaşık 40656 km'dir. Hedef yüksekliği ise 10609 km'dir. Şekil 38'de uzay aracının Dünya merkezine bileşke uzaklığı gösterilmiştir. İlk ve son uzaklık değerleri, mevcut ve hedef uzaklık değerleri ile neredeyse aynıdır. Uzaklık grafiğindeki salınımların nedeni yörüngenin eliptik olmasıdır. Bu manevrayla MEO'daki bir uydu LEO'ya taşınmıştır.



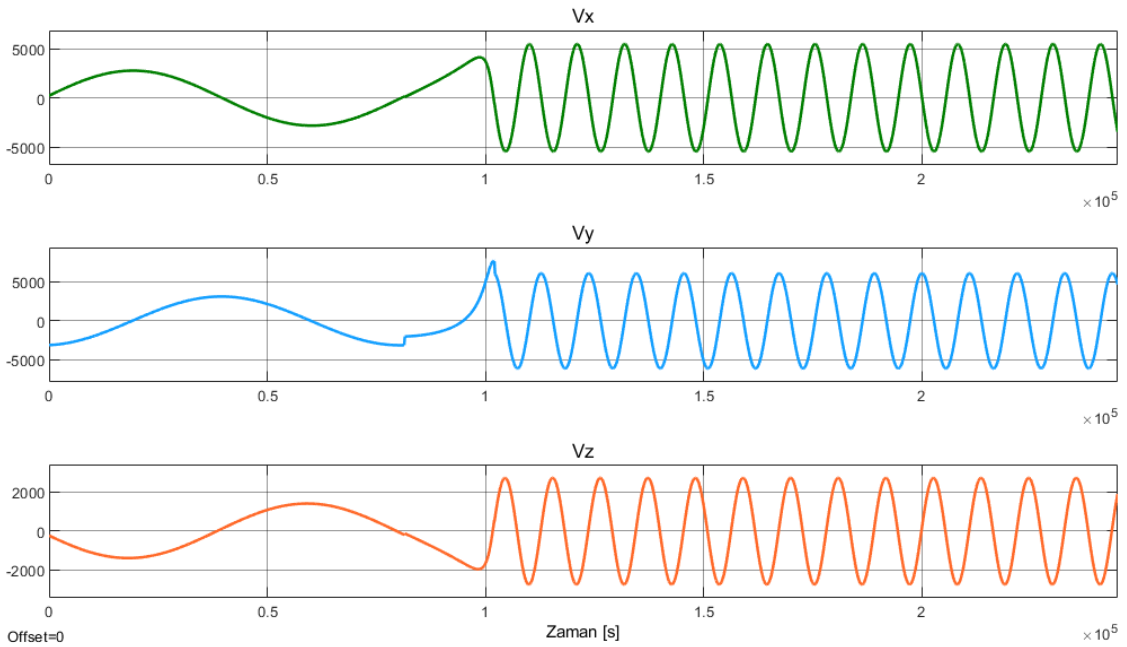
Şekil 39: Üst yörüngeden alt yörüngeye Hohmann transferinde bileşke hız

Uzay aracının bileşke hız grafiği Şekil 39'da gösterilmiştir. Görüldüğü gibi Dünyaya uzak yörüngede bileşke hız azdır. İlk itkiyle birlikte alt yörüngeye inmek için hız daha da azaltılır. Transfer yörüngesinde uzay aracı Dünyaya yakınlaştıkça hız artar. İkinci itkiyle hız tekrar azaltılıp artık yeni ve Dünyaya daha yakın olan hızlı yörüngesine oturur.



Şekil 40: Üst yörüngeden alt yörüngeye Hohmann transferinde pozisyon bileşenleri

Şekil 40'ta uzay aracının pozisyonunun 3 bileşene ayrılmış hali km cinsinden gösterilmiştir. Görüldüğü gibi daha yüksek bir yörüngede yüksek genlik düşük frekansla salınım yaparken aşağı yörüngelerde düşük genlik yüksek frekansla salınım yapıldığı görülmektedir.



Şekil 41: Üst yörüngeden alt yörüngeye Hohmann transferinde hız bileşenleri

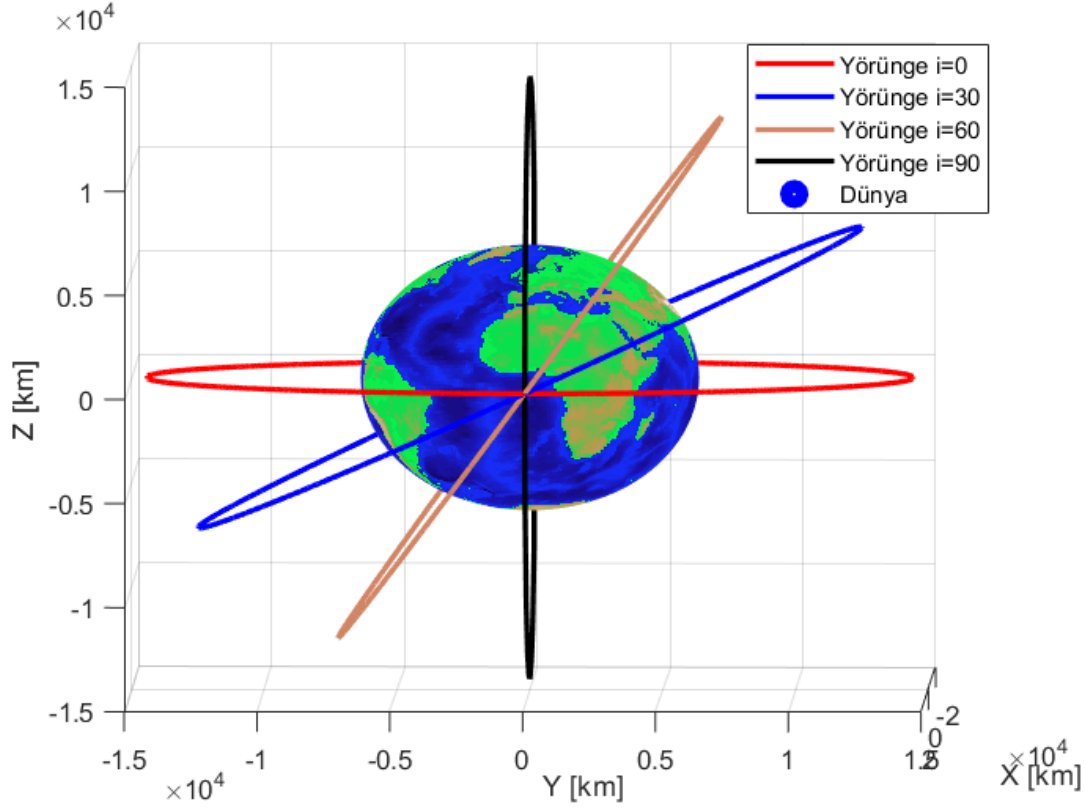
Şekil 41'de uzay aracının hızının 3 bileşene ayrılmış hali m/s cinsinden gösterilmiştir. Daha yüksek bir yörüngede düşük genlik düşük frekansla salınım yaparken aşağı

yörüngelerde yüksek genlik yüksek frekansla salınım yapıldığı görülmektedir. Ayrıca grafikteki süreksizlik yaratan noktalar itki verilen yerlerdir. Manevra, teğetsel itkiler kullanılarak yapılan Hohmann transfer manevrasıdır. Transfer yaklaşık 20428 saniye sürmüştür.

3.4. Benzetim 4: Düzlem Değiştirme Manevraları

Yörüngelerin uzaydaki yönelimleri farklılık gösterir. Randevu yapılması planlanan iki uzay aracı aynı düzleme getirilmelidir. Buna hazırlık olarak bu kısımda ilk olarak xy düzlemindeki bir yörüngenin eğikliğini değiştirme, sonrasında yalnızca xy düzlemi değil, uzay araçları uzayda herhangi bir düzlemde bulunabileceği için daha karmaşık bir problem olan herhangi bir yörüngenin düzlemini değiştirme manevrasının benzetimi yapılacaktır.

İlk olarak xy düzleminde, yörünge elemanlarından sadece yarı uzun ekseni sıfırdan farklı olan bir yörüngeye çeşitli açılarda eğiklik verilmiştir. Bölüm 2.8.2.1’de anlatılan formüllerle hesaplanan hız değişimi yerberi noktasında uygulanarak eğiklik değişimleri benzetimi yapılmıştır. Şekil 42’deki tüm yörüngelerin yarı uzun ekseni 26×10^3 km’dir. Eğiklikleri değişkendir ve geri kalan tüm yörünge elemanları sıfırdır. Amaç, eğiklik değişimini göstermek olduğu için kolaylık açısından yörünge elemanları sıfır olan dairesel yörüngelerle benzetim yapılmıştır.



Şekil 42: Farklı eğiklikte yörüngeler

Görüldüğü üzere xy düzlemindeki yörünge, kolaylıkla farklı düzlemlere aktarılabilir. Manevra esnasındaki pozisyon, hız ve hız değişimleri bileşenlerini daha ayrıntılı görebilmek için ilk olarak eğikliği 0° olan dairesel yörüngeden, eğikliği 45° olan dairesel yörüngeye geçiş manevra senaryosunun sonuçları aşağıda verilmiştir.

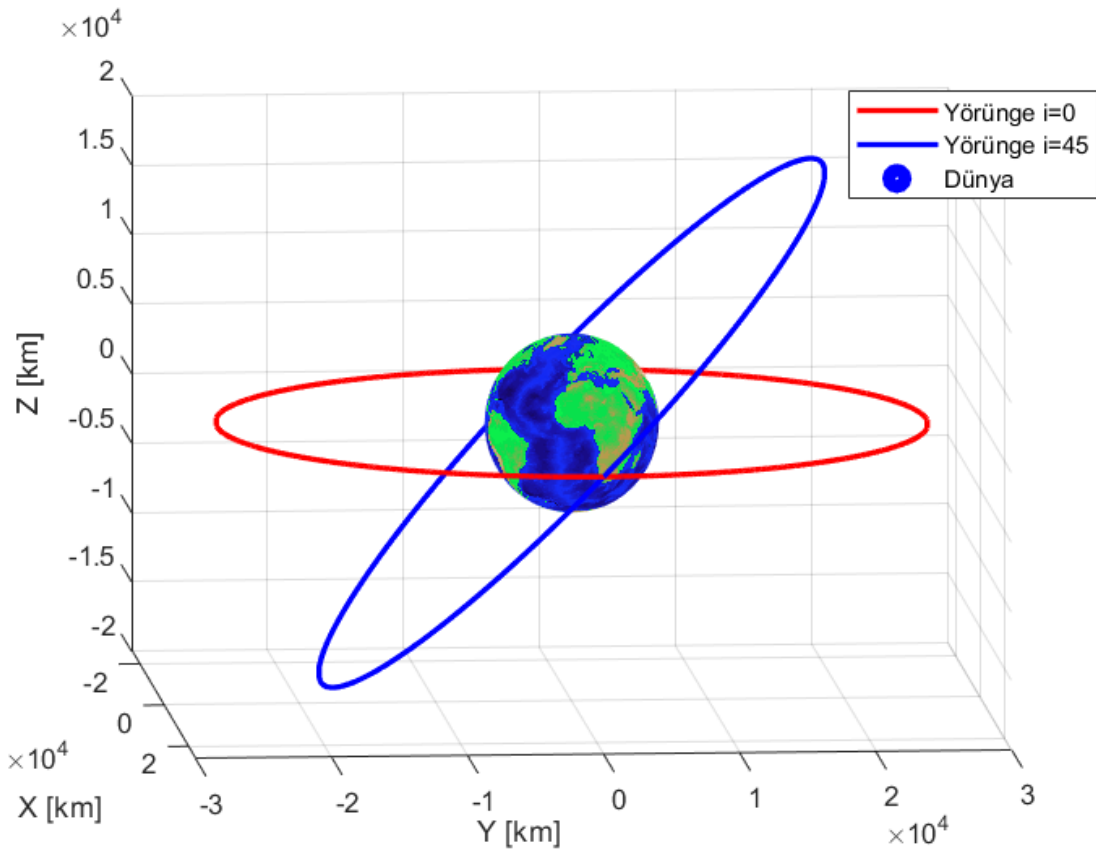
Çizelge 13: $0 - 45^\circ$ düzlem geçişini manevrasında yörünge elemanları

Kepler Elemanları	İlk yörünge (0°)	Hedef yörünge (45°)
a	2.6097×10^7 m	2.6097×10^7 m
e	0	0
i	0°	45°
Ω	0°	0°
ω	0°	0°
θ	-	-

Manevra için gereken itkiler Çizelge 14 ile verilmiştir.

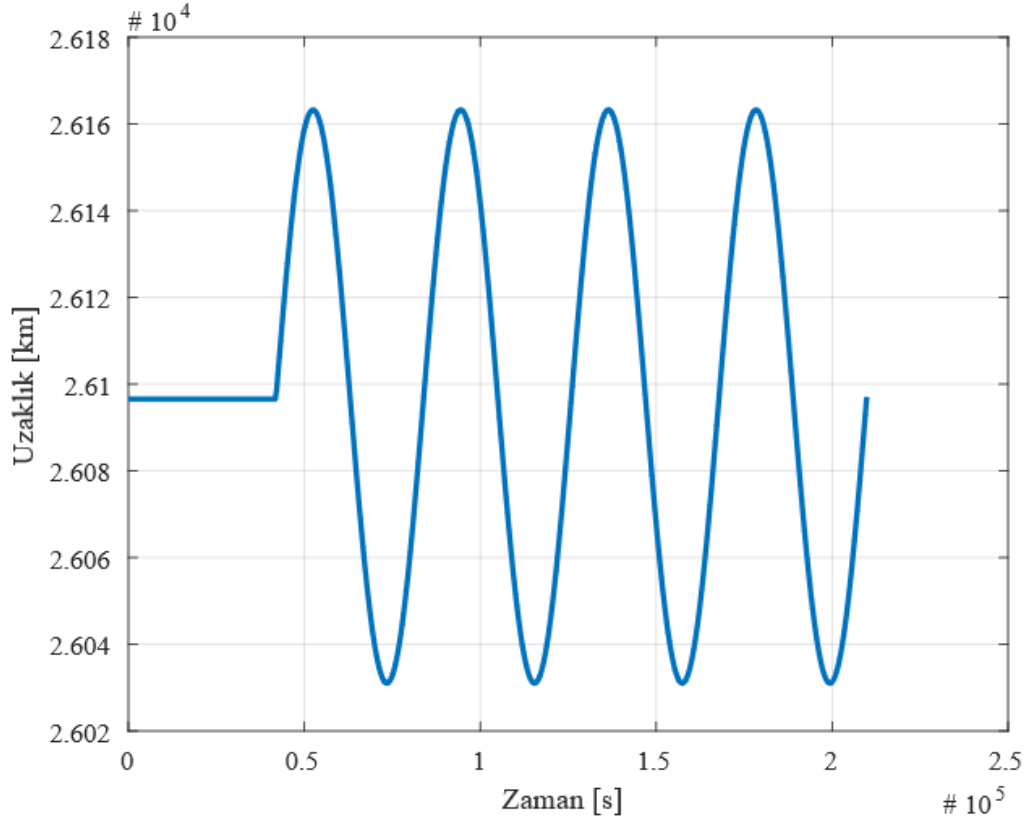
Çizelge 14: $0^\circ - 45^\circ$ düzlem değişimi için gereken itkiler

İtki	Hız değişimi (m/s)
İtki büyüklüğü ($\Delta v_{\text{Düzlem Değişimi}}$)	2990.3
İtki vektörü ($[\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z]$)	[-0.1 -1144.32 2762.63]



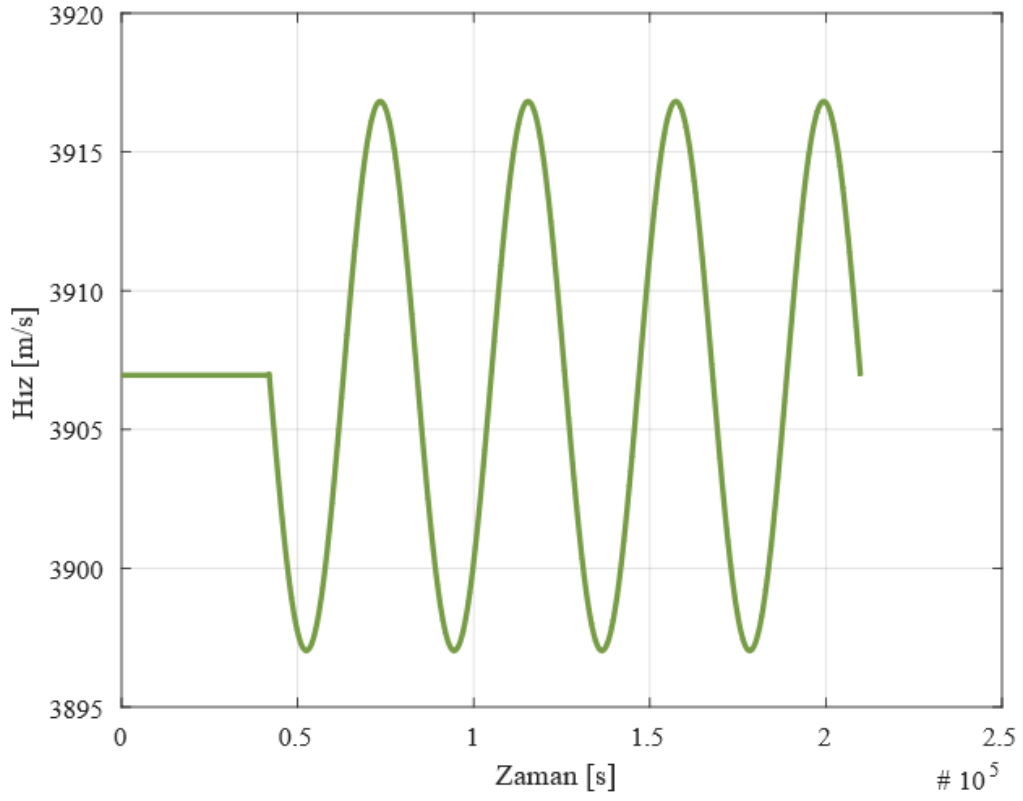
Şekil 43: 0 ve 45° eğiklikte yörüngeler

Manevra öncesi ve sonrası Dünya merkezine bileşke uzaklık Şekil 44'te verilmiştir. Düzlem değişimi manevrası sonrası uzaklık eskisiyle aynı kalmalıdır. Şekil 44'te uzaklıkta bir salınım görülmektedir fakat genliği yaklaşık 65 km 'dir. Yörüngesel uzaklıklar düşünülünce bu uzaklık çok küçük kalmaktadır. Son yörüngenin eksantrikliği 0.0000025 'tir. Manevra sonrası yörünge, dairesele çok yakın bir yörüngedir.

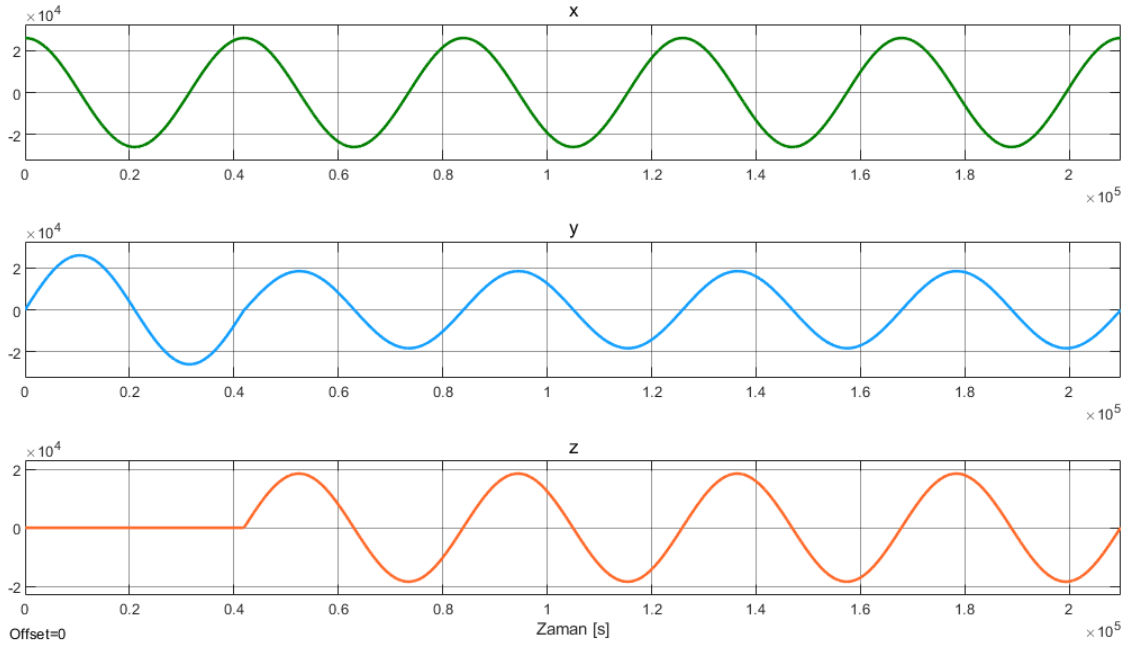


Şekil 44: 0 - 45° düzlem değişimi manevrasında bileşke uzaklık

Manevra öncesi ve sonrası bileşke hız Şekil 45'te verilmiştir. Düzlem değişimi manevrası sonrası sadece hız bileşenlerinde değişim beklenmektedir, bileşke hız eskisiyle aynı kalmalıdır. Grafikte hızda bir salınım görülmektedir fakat genliği yaklaşık 10 m/s'dir. Bu durum; 1 saniye olarak seçilen örnekleme zamanının, yörüngesel hızlar düşünülünce fazla olmasından kaynaklanabileceği şeklinde yorumlanmıştır. Uzaklık grafiğindeki salınımın sebebi de buradaki hız salınımıdır. Yörüngesel hızlar düşünülünce bu hız farkı çok küçük kalmaktadır.

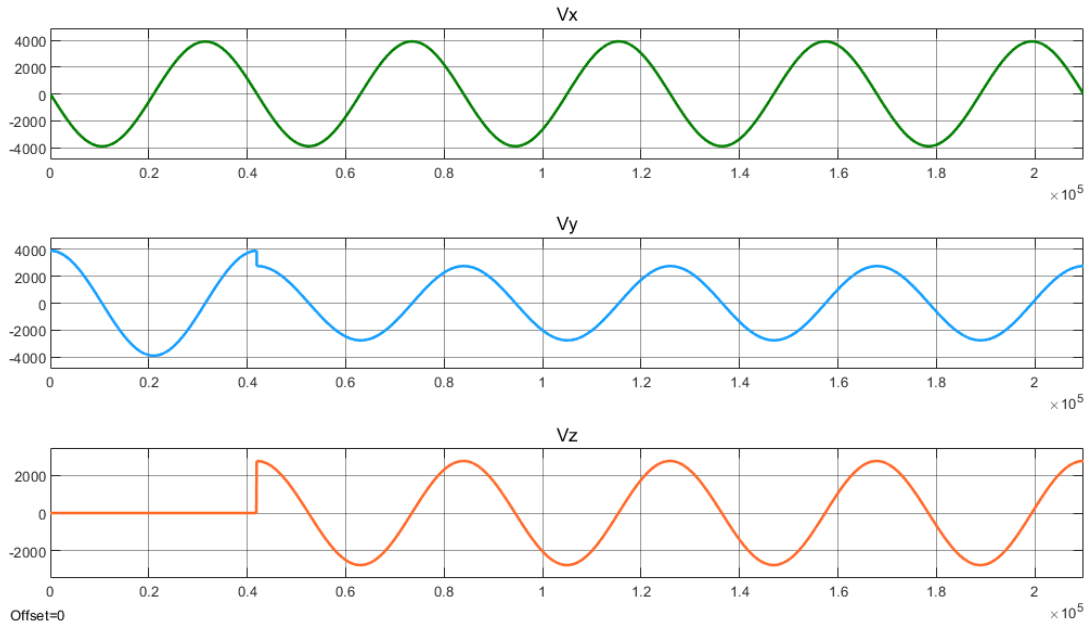


Şekil 45: 0 - 45° düzlem değişimi manevrasında bileşke hız



Şekil 46: 0 - 45° düzlem değişimi manevrasında pozisyon bileşenleri

Şekil 46'da 3 eksendeki pozisyon bileşenleri km cinsinden görülmektedir. Görüldüğü üzere xy düzlemindeki ilk yörüngede z bileşeni 0 km olarak devam etmektedir. İtki verilince z bileşeninde hareket görülüp y bileşeninin genliğinde bir düşüş olmuştur.



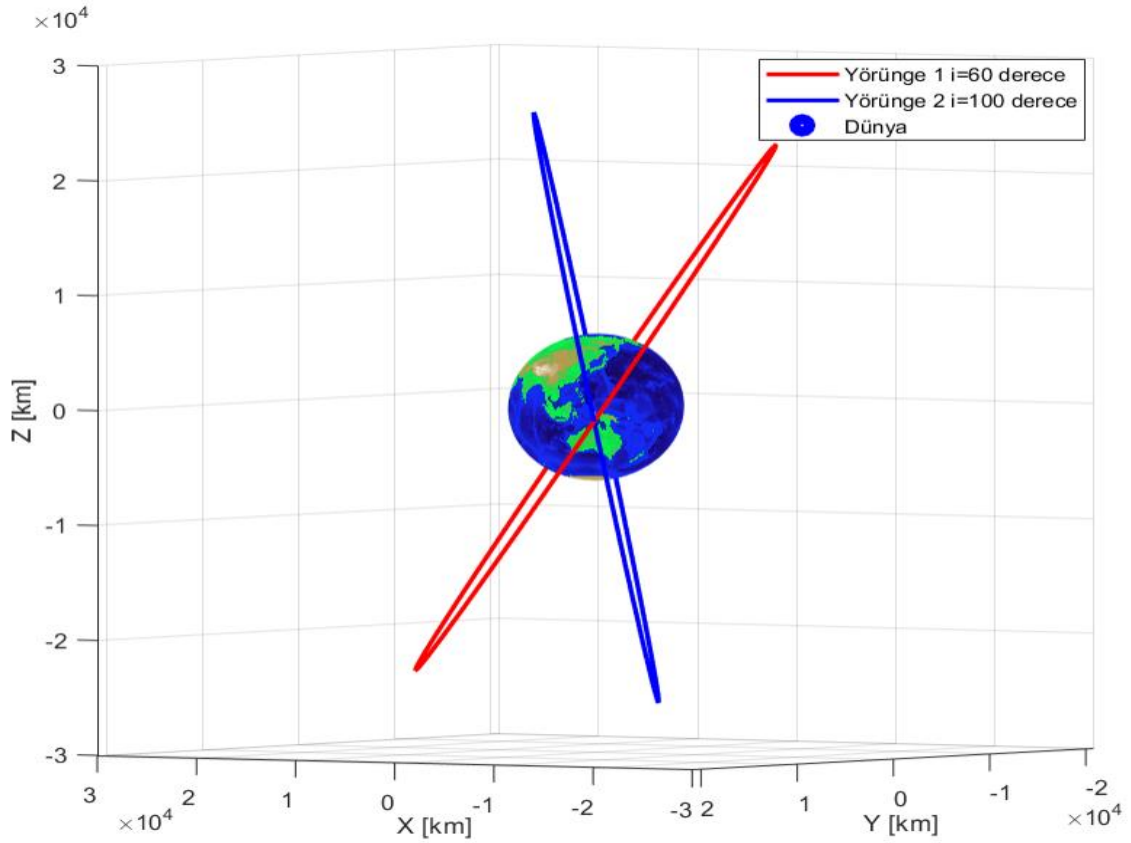
Şekil 47: 0 - 45° düzlem değişimi manevrasında hız bileşenleri

Şekil 47’de m/s cinsinden 3 eksendeki hızlar gösterilmiştir. y eksenindeki hız düşüşü ve z eksenindeki hız artışı ile düzlem değişimi manevrası sağlanmıştır.

Bu kısma kadar xy düzlemindeki bir yörüngenin başka bir düzleme aktarılması ile ilgili benzetim sonuçları verilmiştir. Bu durumda hız değişiminin 3 hız bileşenine dağıtmak kolaydır çünkü ilk hız vektörünün yalnızca bir bileşeni sıfırdan farklıdır. Fakat randevu probleminde iki uzay aracı uzayda herhangi bir yörüngede olabilir yani ilk hız bileşeninin üç bileşeni de sıfırdan farklı olabilir. Bu durumda hız değişiminin hangi yönde verilmesi gerektiği hesaplanmalıdır. Bu hesaplamalar Bölüm 2.7’de gösterilmiştir. Bu kısımda eğikliği 60° olan bir yörüngeden 100° olan bir yörüngeye aktarım benzetimi yapılacaktır.

Kepler Elemanları	İlk yörünge (60°)	Hedef yörünge (100°)
a	2.6097×10^7 m	2.6097×10^7 m
e	0	0
i	60°	100°
Ω	0°	0°
ω	0°	0°
θ	-	-

Şekil 48’de ilk ve hedeflenen yörünge ayrı ayrı gösterilmiştir.



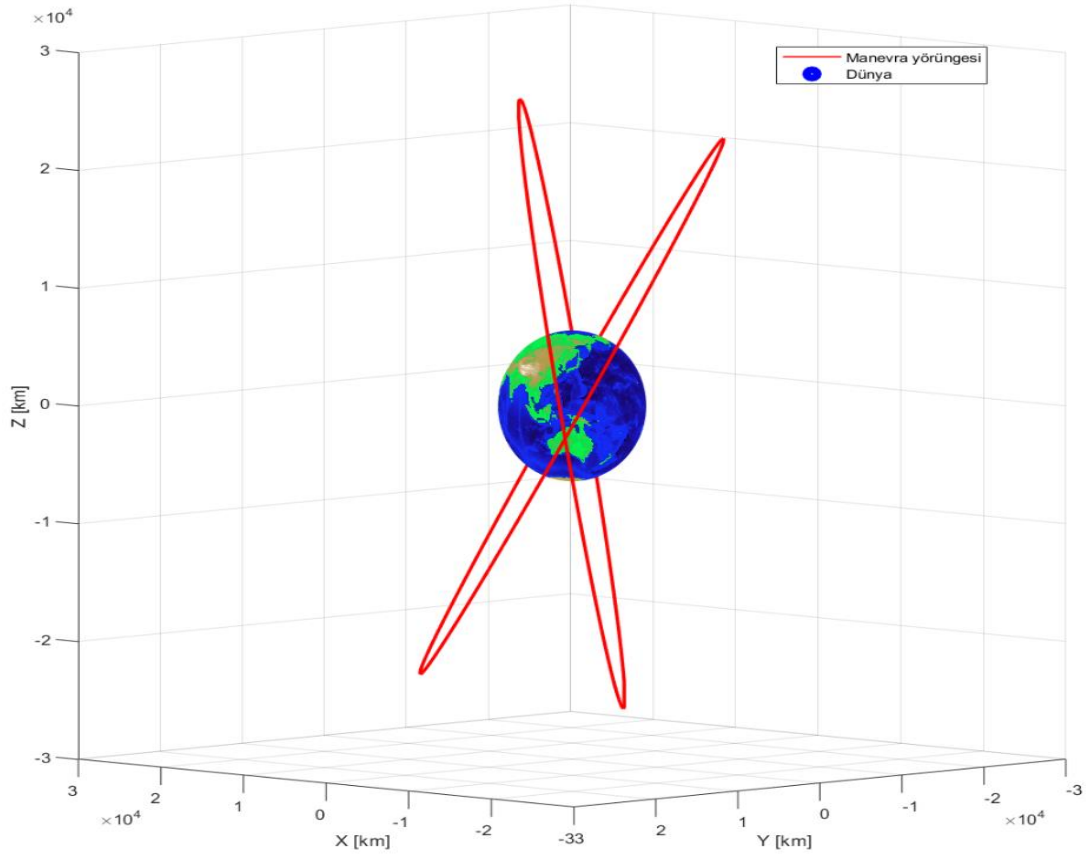
Şekil 48: 60° ve 100° eğiklikte yörüngeler

İtki verildiği andaki ilk hız vektörü [-1340.7 -1420.8 3.379.5]’dir. Manevra için hesaplanan itki büyüklüğü ve itki yönleri Çizelge 15’te verilmiştir.

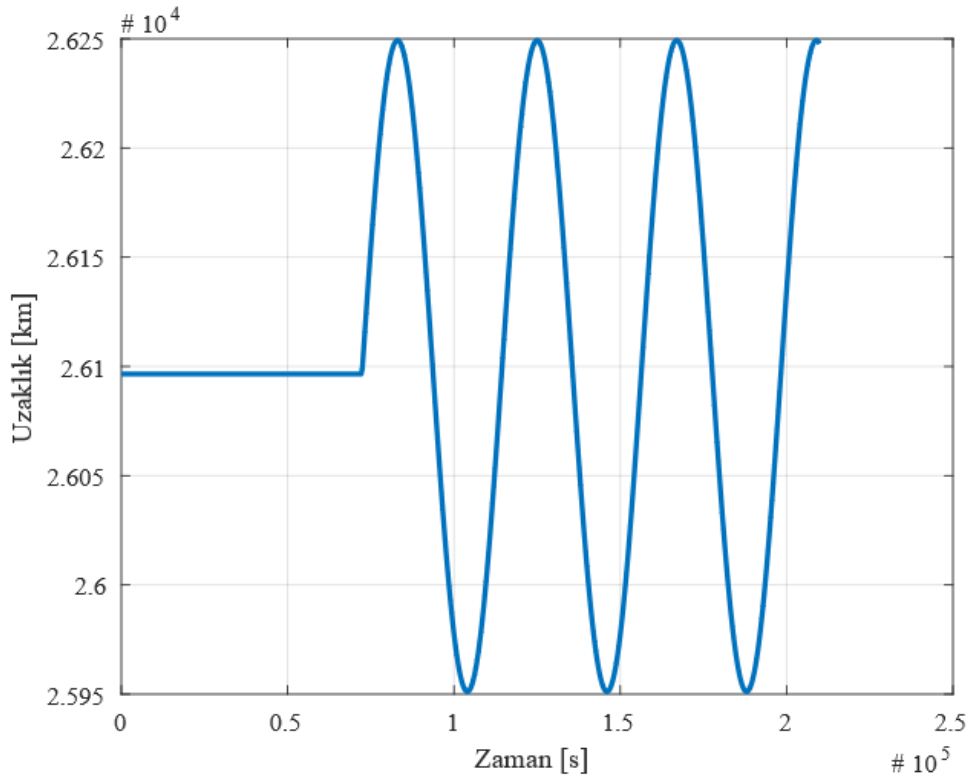
Çizelge 15: 60° - 100° düzlem değişimi için gereken itkiler

İtki	Hız değişimi (m/s)
İtki büyüklüğü ($\Delta v_{\text{Düzlem Değişimi}}$)	2674.12
İtki vektörü ($[\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z]$)	[1882.13 1836.37 463.87]

Şekil 49’da ilk ve son yörünge birlikte çizdirilmiştir.

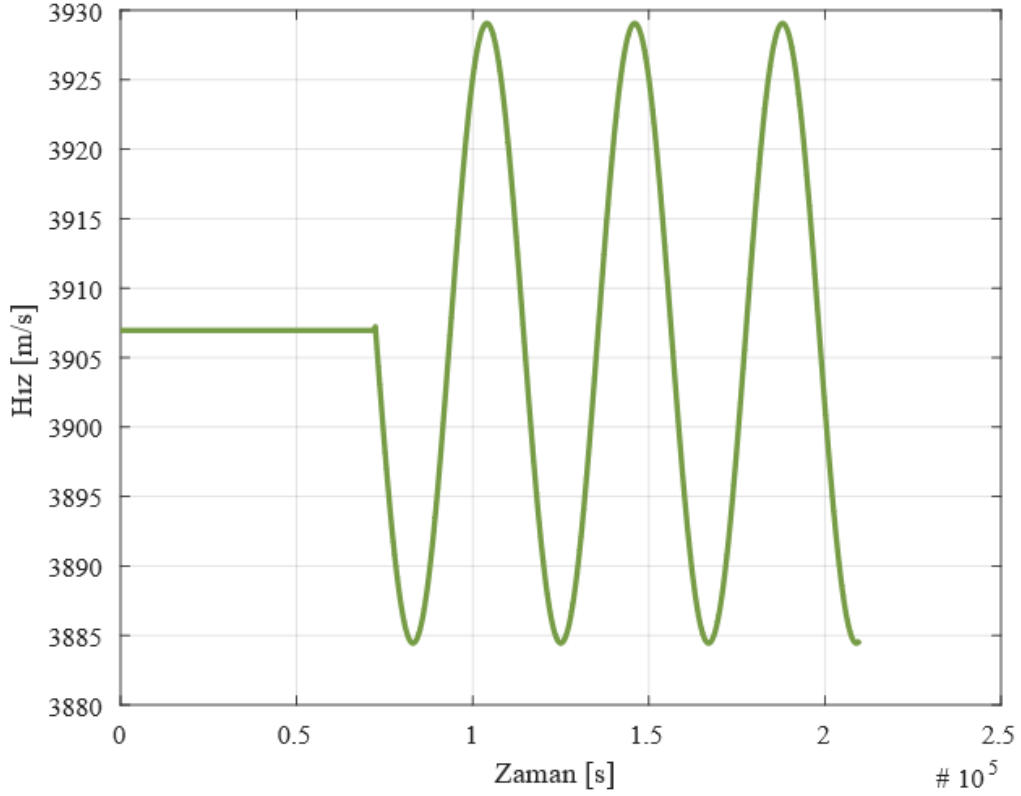


Şekil 49: 60° - 100° düzlem değişimi manevra yörüngesi



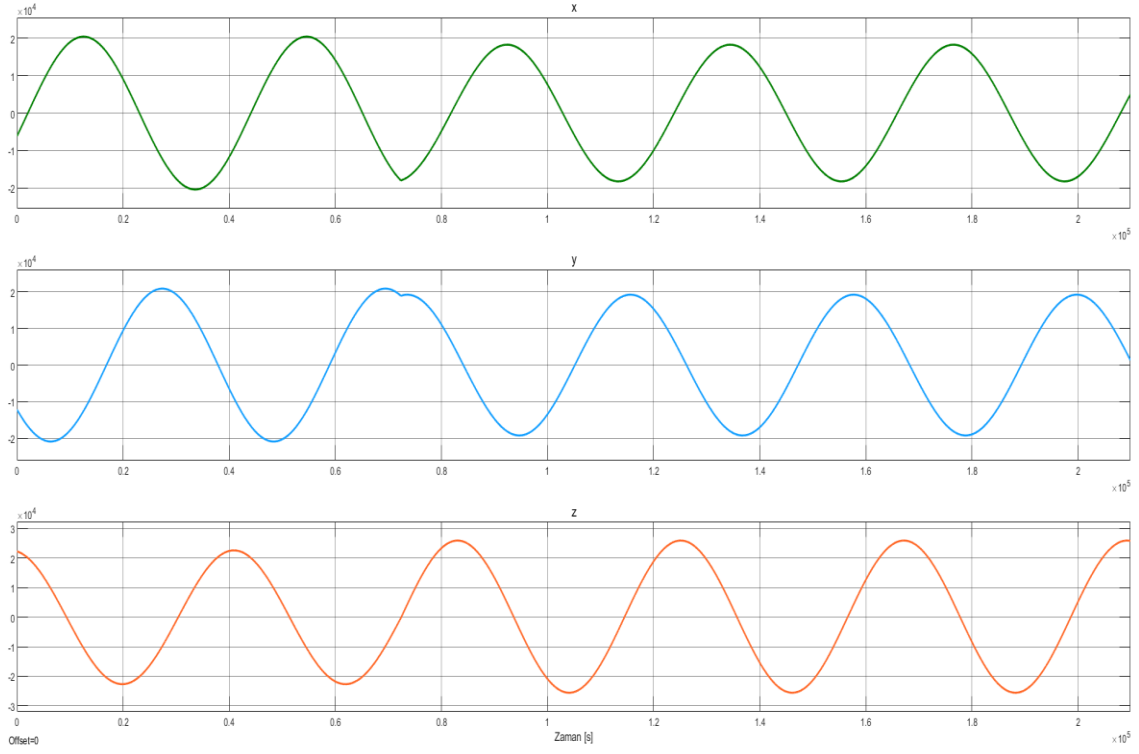
Şekil 50: 60° - 100° düzlem değişimi bileşke uzaklık

Şekil 50’de uzay aracının Dünya merkezine uzaklığı gösterilmiştir. Manevra sonrası uzaklıkta bir salınım görülmektedir fakat genliği yaklaşık 160 km’dir. Yörüngesel uzaklıklar düşünülünce bu uzaklık çok küçük kalmaktadır. Son yörüngenin eksantrikliği 0.0000061’dir. Manevra sonrası yörünge, dairesel çok yakın bir yörüngedir.



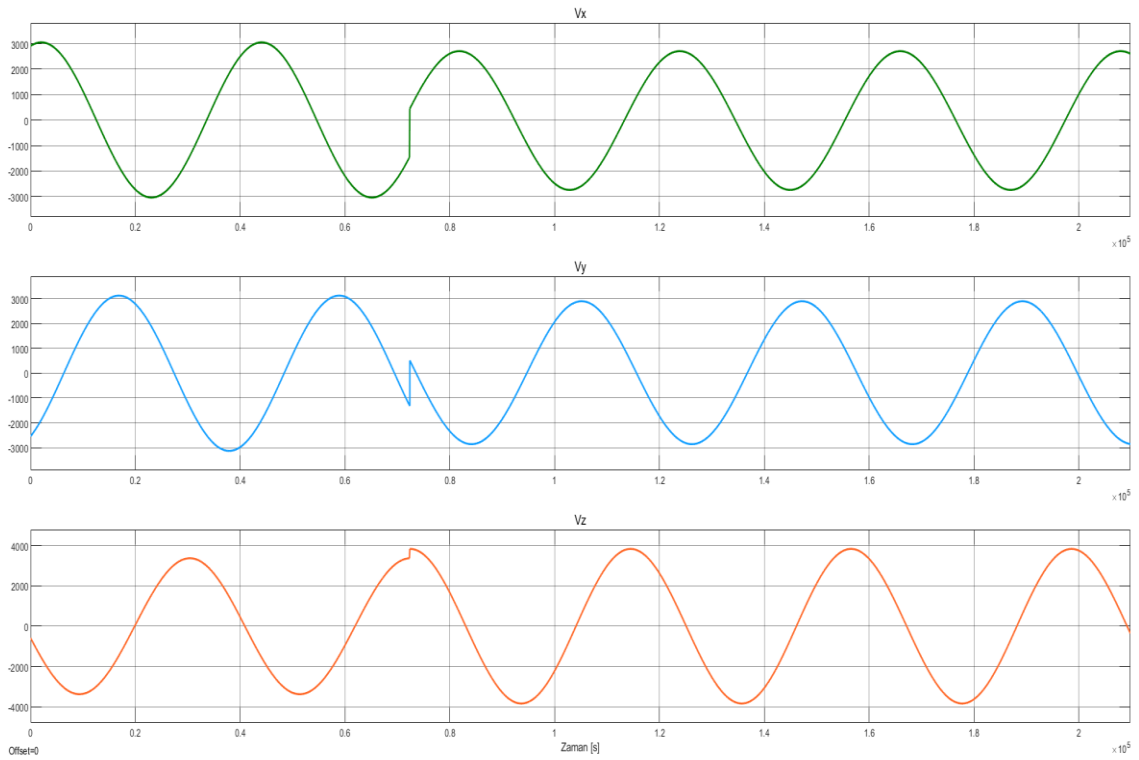
Şekil 51: 60° - 100° düzlem değişimi bileşke hız

Şekil 51’de bileşke hız gösterilmiştir. Düzlem değişimi manevrası sonrası sadece hız bileşenlerinde değişim beklenmektedir, bileşke hız eskisiyle aynı kalmalıdır. Grafikte hızda bir salınım görülmektedir fakat genliği yaklaşık 20 m/s’dir. Bu durum; 1 saniye olarak seçilen örnekleme zamanının, yörüngesel hızlar düşünülünce fazla olmasından kaynaklanabileceği şeklinde yorumlanmıştır. Uzaklık grafiğindeki salınımın sebebi de buradaki hız salınımıdır. Yörüngesel hızlar düşünülünce bu hız farkı çok küçük kalmaktadır.



Şekil 52: $60^\circ - 100^\circ$ düzlem değişimi pozisyon bileşenleri

Şekil 52’de 3 eksenle pozisyon bileşenleri km cinsinden verilmiştir. Beklendiği gibi küçük mertebede değişimler vardır.



Şekil 53: $60^\circ - 100^\circ$ düzlem değişimi hız bileşenleri

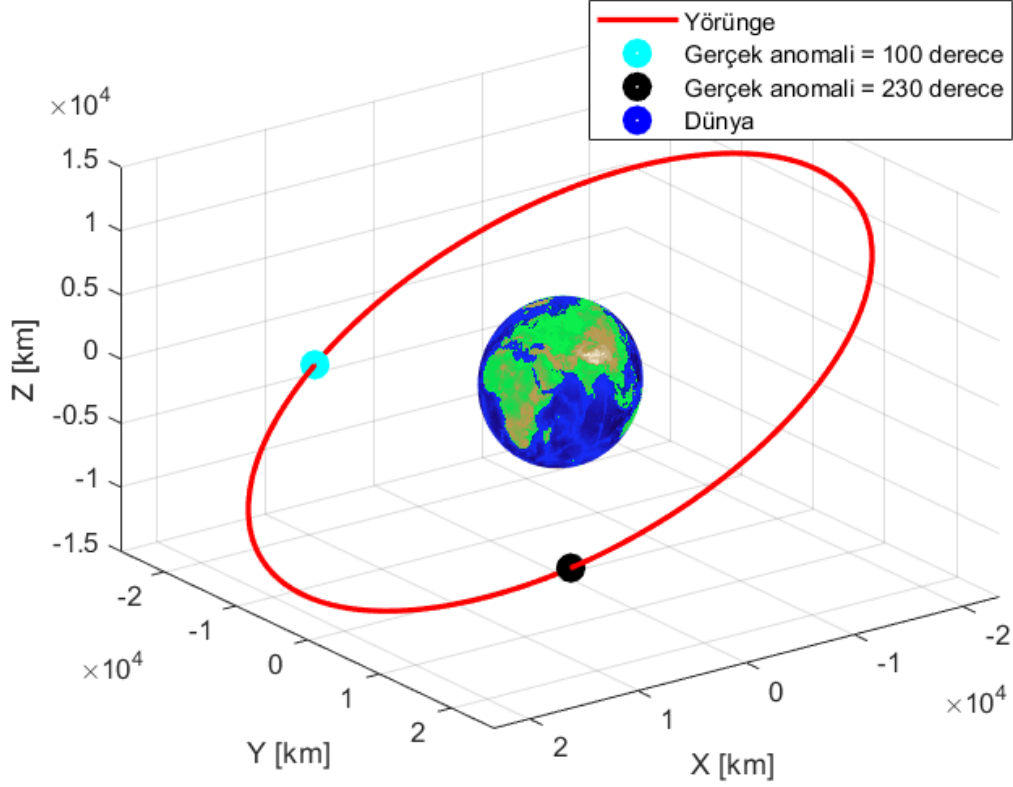
Şekil 53'te 3 ekseninde hız bileşenleri m/s cinsinden verilmiştir. Hızlardaki anlık değişimler manevra için itkinin verildiği andır. Düzlem değişimi tek itkili bir manevra olduğu için transfer zamanı gibi bir zaman aralığı yoktur. Manevra anlık hız değişimi ile gerçekleşir.

3.5. Benzetim 5: Hedef Takipçinin Önüdeyken Evre Kaydırma Manevrası

İki uzay aracı yaklaşık olarak aynı yörüngeye geldiğinde aralarında sadece zaman farkı kaldığı durumlarda evre kaydırma manevrası kullanılır. Hedefin, takipçinin önünde olduğu senaryoda takipçi alt bir yörüngeye çekilip hedef gelene kadar geciktirilir. Bu kısımda hedefin önde olduğu bir senaryonun benzetimi yapılmıştır. İki uzay aracının yörünge parametreleri Çizelge 16 ile verilmiştir.

Çizelge 16: Hedef öndeyken hedef ve takipçinin yörünge elemanları

Kepler Elemanları	Takipçi uzay aracı	Hedef uzay aracı
a	2.6097×10^7 m	2.6097×10^7 m
e	0.000601808	0.000601808
i	26.4908°	26.4908°
Ω	85.5936°	85.5936°
ω	100.0198°	100.0198°
θ	100°	230°



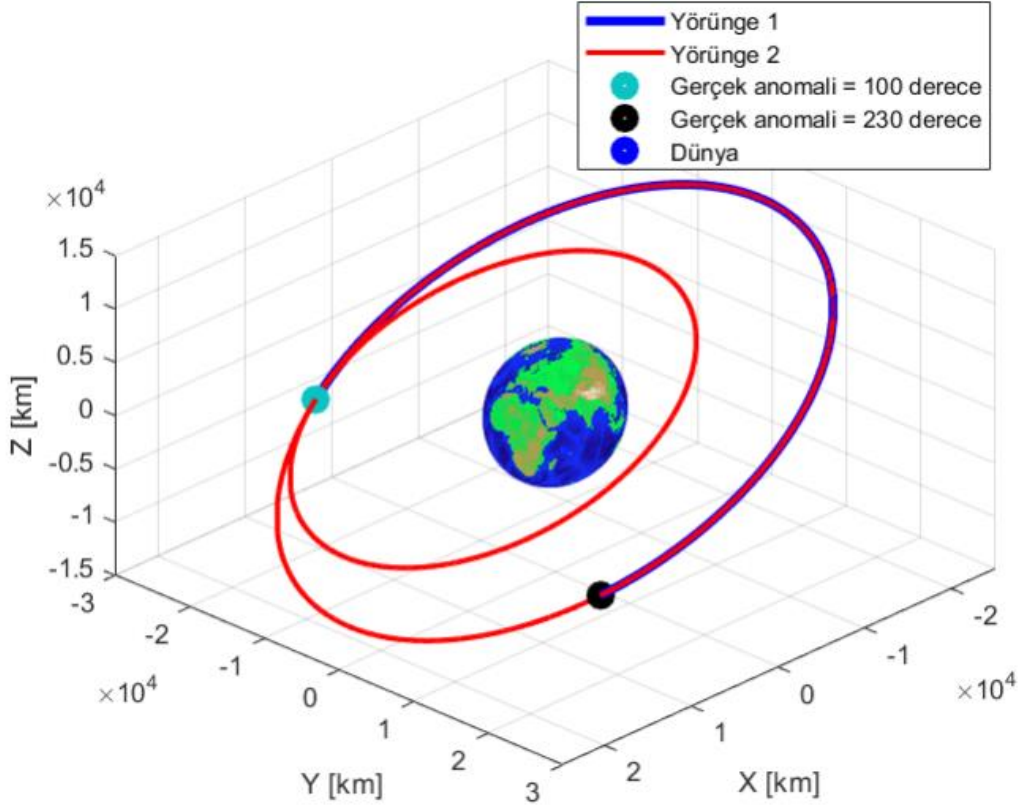
Şekil 54: 100° ve 230° gerçek anomalilerde iki uzay aracı

Şekil 54’te mavi noktanın gerçek anomalisi 100° ‘dir. Takipçinin bu noktada olduğu varsayılmıştır. Siyah noktanın gerçek anomalisi 230° ‘dir. Hedefin bu noktada olduğu varsayılmıştır. Bölüm 2.8.3’te anlatılan algoritmayla hesaplanan hız değişimleri Çizelge 17’de verilmiştir..

Çizelge 17: Hedef önde iken evre kaydırma manevrası için gereken itkiler

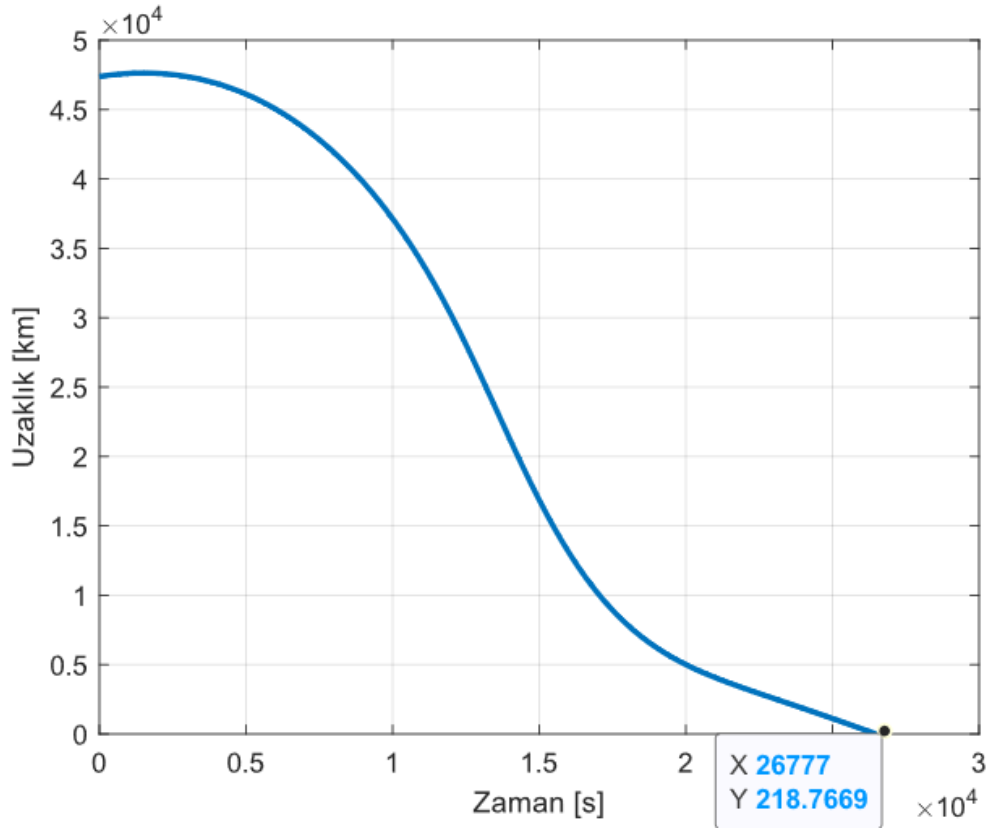
İtki	Hız değişimi (m/s)
İtki büyüklüğü (Δv_{Evre})	753.05
İtki vektörü ($[\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z]$)	[-650.97 -209.31 315.45]

İkinci itki, ilkinin tam ters yönünde ve aynı büyüklüktedir çünkü amaç bir yörünge değiştirmek değil zaman geçirmektir.



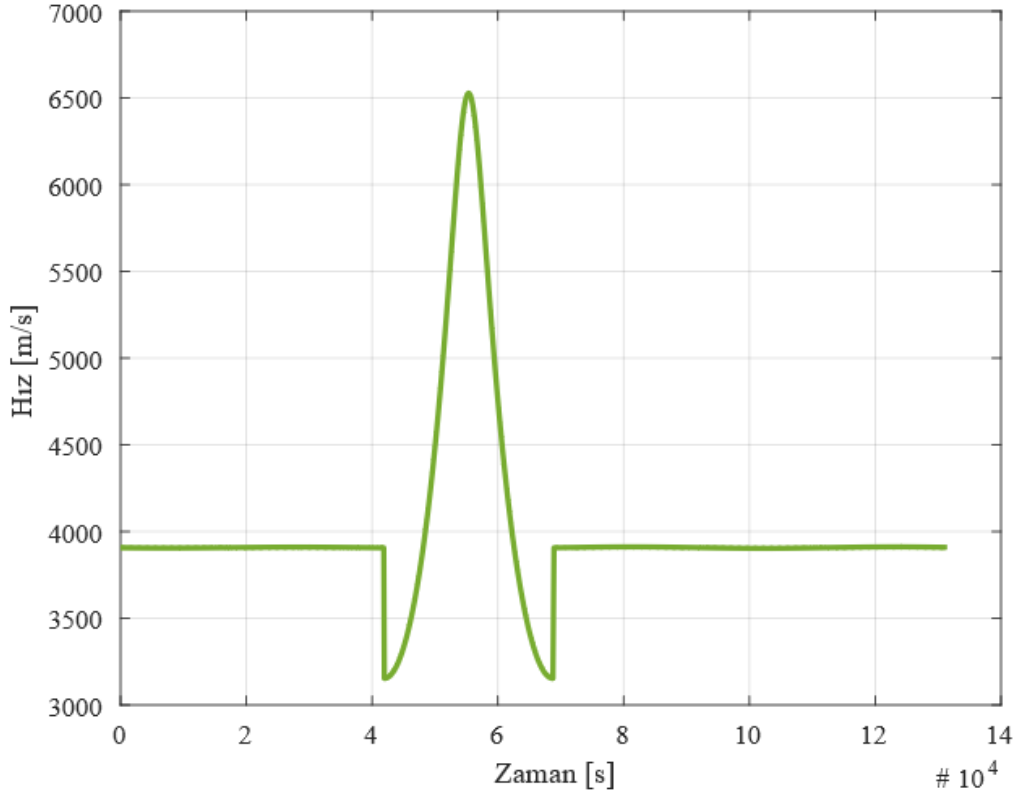
Şekil 55: Hedef önde iken evre kaydırma manevra senaryosu

Manevra senaryosu Şekil 55'teki gibidir. Şekilde takipçi kırmızı renkli yörüngeyi izlediği sırada hedef de kendi yörüngesini izleyip aynı anda yan yana geldikleri gösterilmiştir. Hedef mavi renkli yörüngeyi aldığı sürede takipçi manevrasını yapıp tekrar ilk yörüngesine oturmuştur.



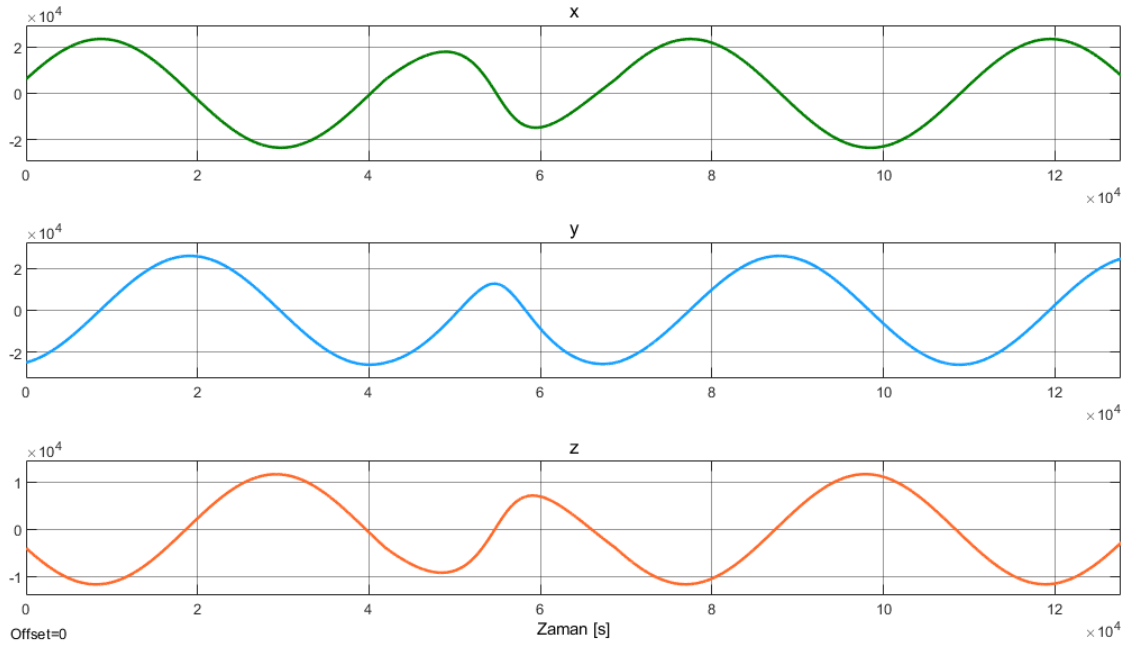
Şekil 56: Hedef önde iken evre kaydırma manevrası hedef-takipçi arası uzaklık

İki aracın arasındaki uzaklığın zaman içinde değişimi Şekil 56 ile verilmiştir. Görüldüğü gibi manevra yaparken uzaklık giderek azalmış ve sonunda yaklaşık 218 km'ye kadar düşmüştür.



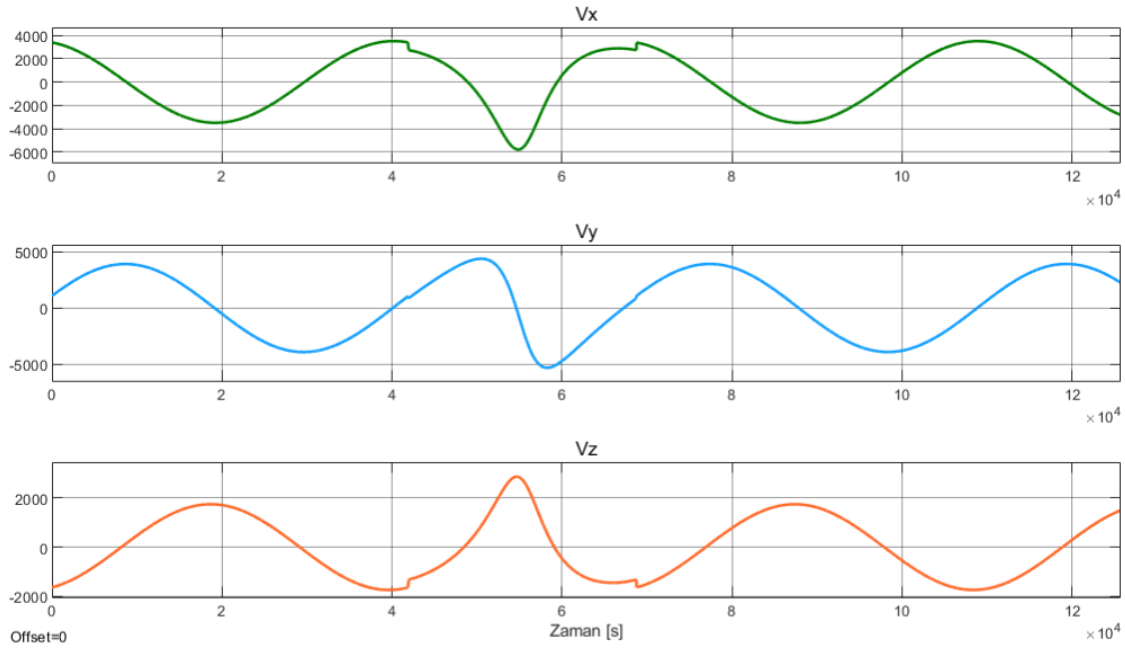
Şekil 57: Hedef önde iken evre kaydırma manevrası bileşke hız

Manevra boyunca bileşke hız Şekil 57 ile verilmiştir. Önce alt yörüngeye geçmek için hız düşürülür. Alt yörüngelerde hız daha fazla olduğu için sonra hız artar ve ilk itkinin verildiği yere yani iki yörüngenin kesiştiği noktaya yaklaşırken azalır. Evre kaydırmanın geçirildiği alçak yörüngenin bir tam periyodu kadar süre geçtikten sonra ikinci itki verilerek uzay aracı orijinal yörüngesine oturtulur.



Şekil 58: Hedef önde iken evre kaydırma manevrası pozisyon bileşenleri

Şekil 58’de 3 eksenle pozisyon bileşenleri km cinsinden verilmiştir.



Şekil 59: Hedef önde iken evre kaydırma manevrası hız bileşenleri

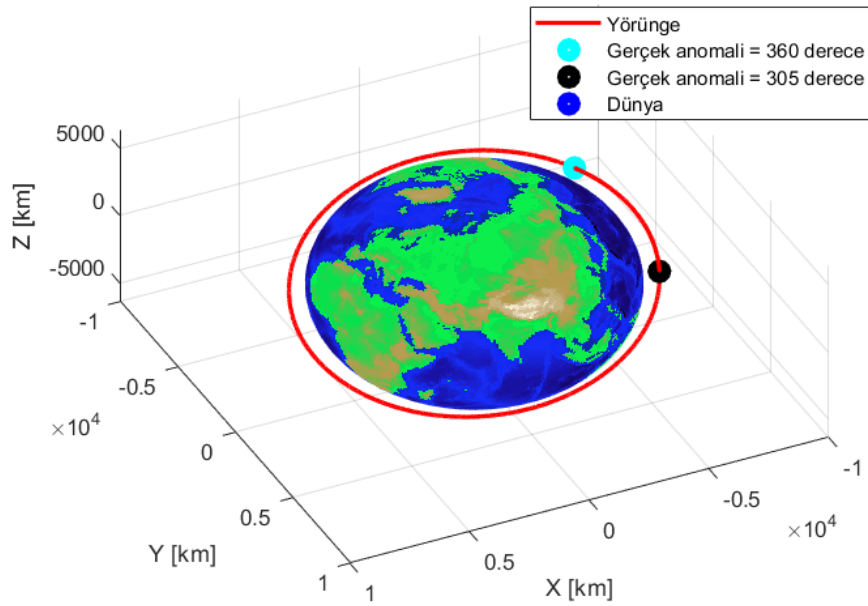
Şekil 59’da 3 eksenle m/s cinsinden hız bileşenleri verilmiştir. Hız değişimleri görüldüğü üzere simetriktir. İlk itki ile ikinci itki büyüklük olarak aynı yön olarak tam terstir.

3.6. Benzetim 6: Takipçi Hedefin Önündeyken Evre Kaydırma Manevrası

Evre kaydırma manevrasının ikinci olası senaryosu, takipçinin hedefin önünde olduğu senaryodur. Bu durumda takipçi, üst bir yörüngeye çekilip hedef gelene kadarki zaman üst yörüngede geçirilir. Bu kısımda takipçinin önde olduğu senaryonun benzetimi gösterilecektir. İki uzay aracının yörünge parametreleri Çizelge 18 ile verilmiştir.

Çizelge 18: Takipçi öndeyken hedef ve takipçinin yörünge elemanları

Kepler Elemanları	Takipçi uzay aracı	Hedef uzay aracı
a	7.061×10^6 m	7.061×10^6 m
e	0.0001319	0.0001319
i	26.4908°	26.4908°
Ω	133.8404°	133.8404°
ω	75.8762°	75.8762°
θ	360°	305°



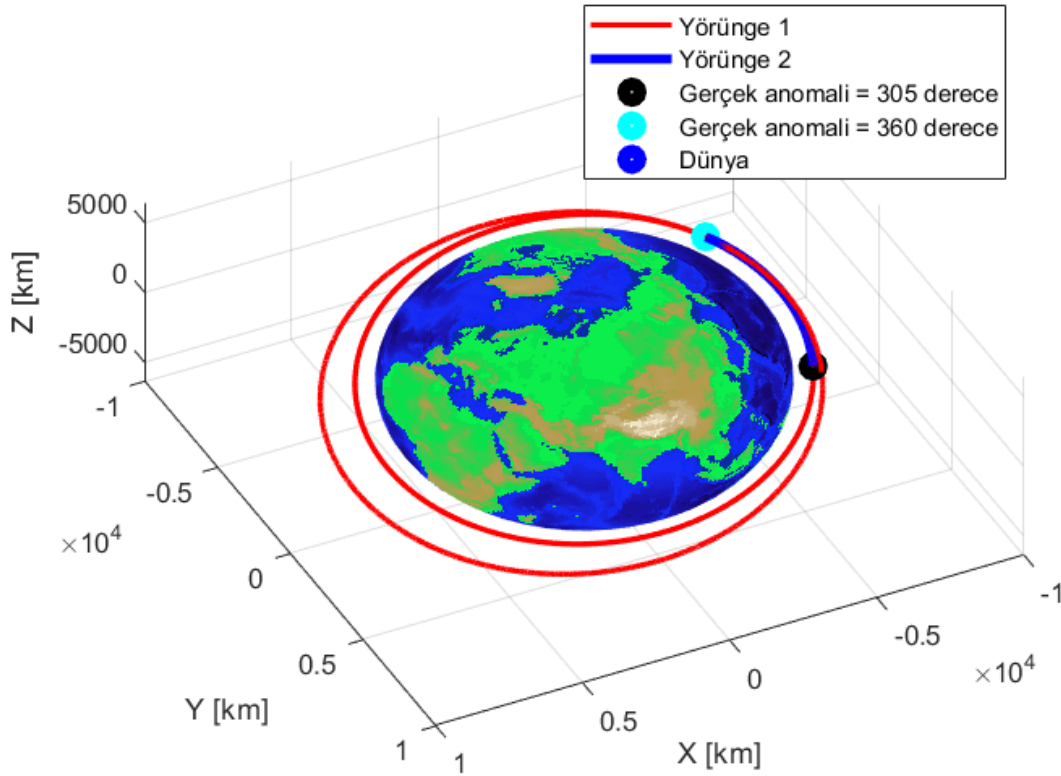
Şekil 60: 305° ve 360° gerçek anomalilerde iki uzay aracı

Şekil 60'ta mavi noktanın gerçek anomalisi 360°'dir. Takipçinin bu noktada olduğu varsayılmıştır. Siyah noktanın gerçek anomalisi 305°'dir. Hedefin bu noktada olduğu varsayılmıştır. Hız değişimleri Çizelge 19 ile verilmiştir.

Çizelge 19: Takipçi önde iken evre kaydırma manevrası için gereken itkiler

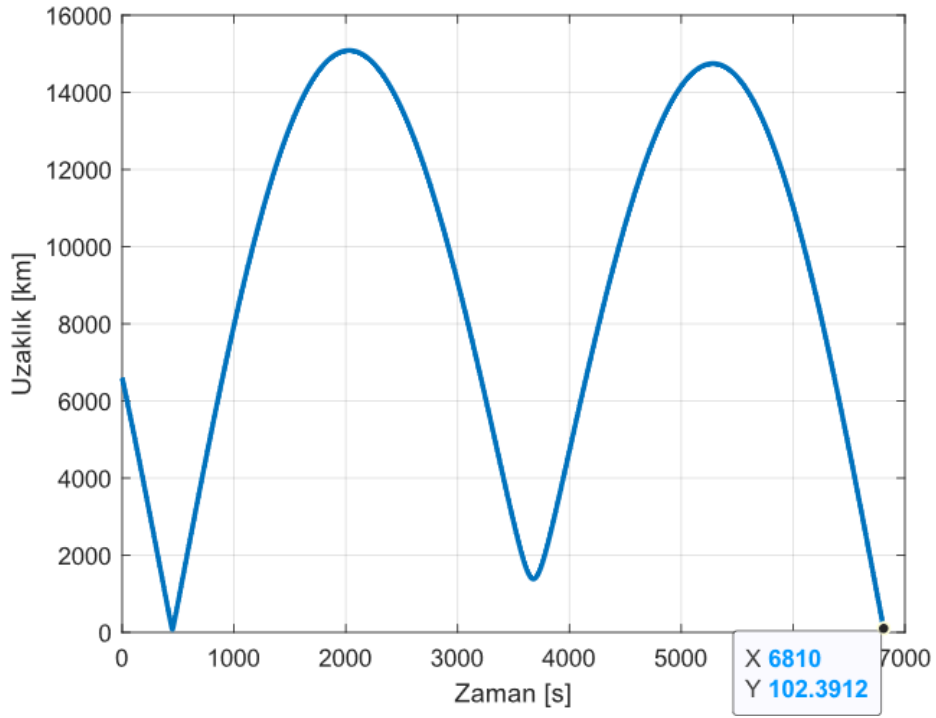
İtki	Hız değişimi (m/s)
İlk itki büyüklüğü (Δv_{Evre})	332.4
İlk itki vektörü ($[\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z]$)	[-119.05 -277.66 138.64]

İkinci itki, ilkinin tam ters yönünde ve aynı büyüklüktedir çünkü amaç bir yörünge değiştirmek değil zaman geçirmektir.



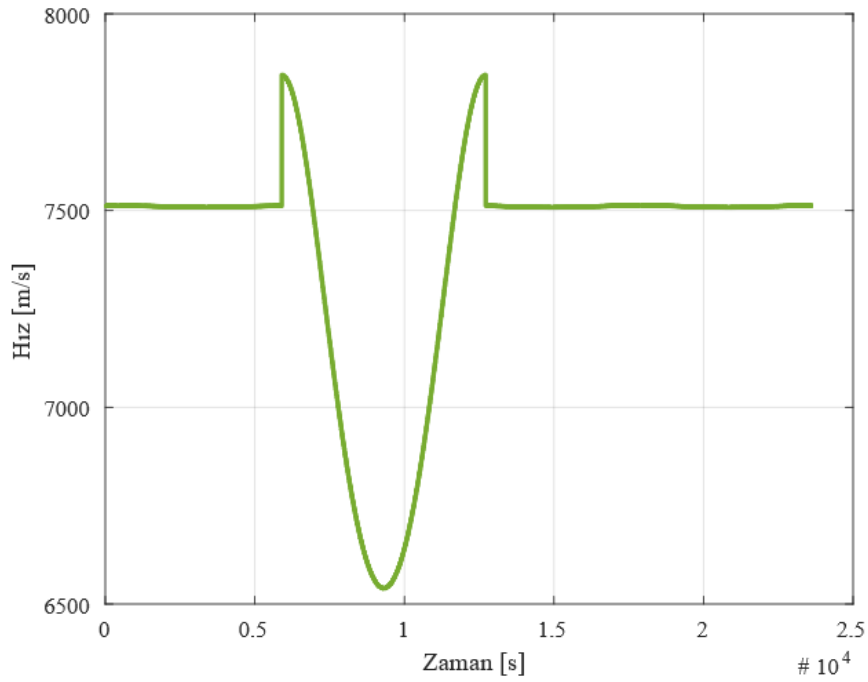
Şekil 61: Takipçi önde iken evre kaydırma manevra senaryosu

Manevra senaryosu Şekil 61'deki gibidir. Şekilde takipçi kırmızı renkli yörüngeyi izlediği sırada hedef de kendi yörüngesini izleyip aynı anda yan yana geldikleri gösterilmiştir. Hedef mavi renkli yörüngeyi aldığı sürede takipçi manevrasını yapıp tekrar ilk yörüngesine oturmuştur.



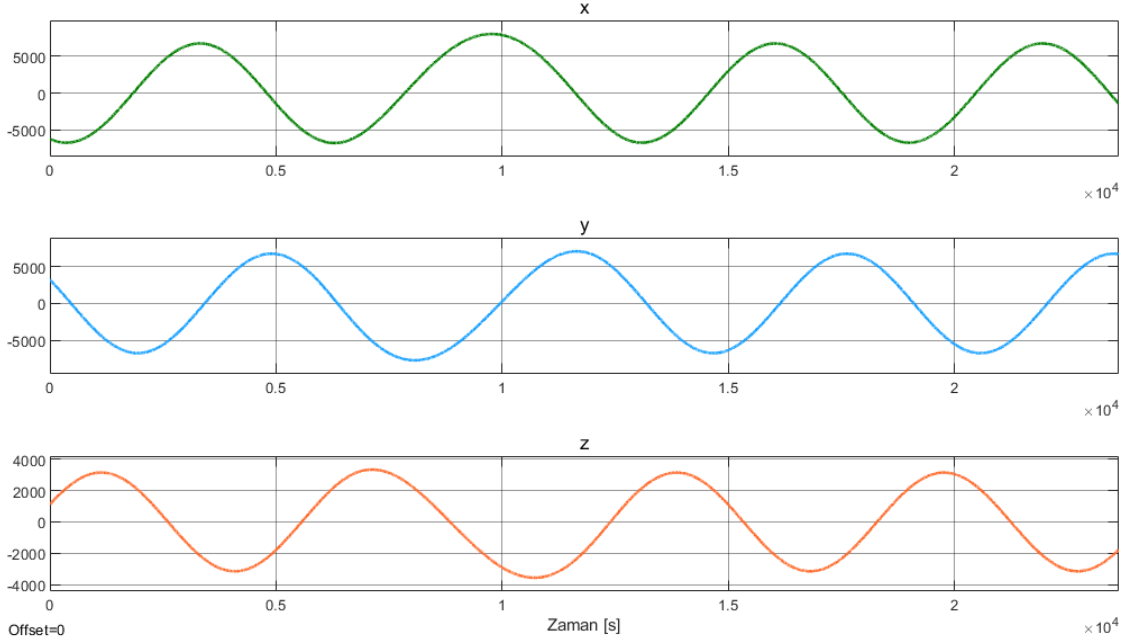
Şekil 62: Takipçi önde iken evre kaydırma manevrası hedef-takipçi arası uzaklık

İki aracın arasındaki uzaklığın zaman içinde değişimi Şekil 62 ile verilmiştir. Görüldüğü gibi manevra sonunda mesafe yaklaşık 102 km'ye kadar düşmüştür.



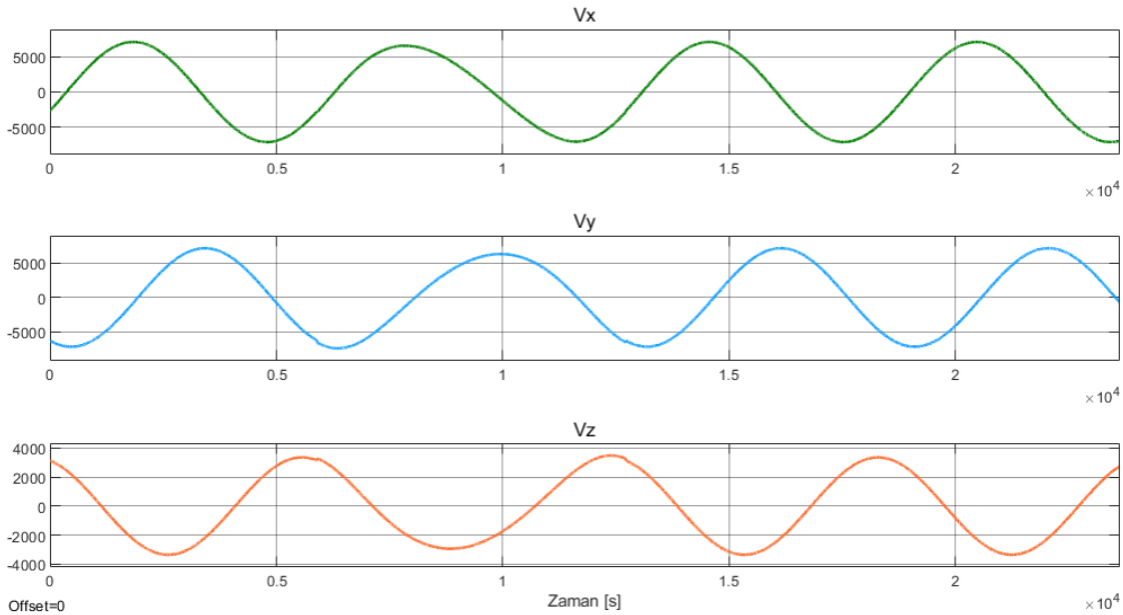
Şekil 63: Takipçi önde iken evre kaydırma manevrası bileşke hız

Manevra boyunca bileşke hız Şekil 63'te verilmiştir. Önce üst yörüngeye geçmek için hız artırılır. Üst yörüngelerde hız daha az olduğu için sonra hız giderek azalır ve ilk itkinin verildiği yere yani iki yörüngeyi kesiştiği noktaya yaklaşırken artar. İkinci itki verilerek uzay aracı orijinal yörüngesine oturtulur.



Şekil 64: Takipçi önde iken evre kaydırma manevrası pozisyon bileşenleri

Şekil 64'te 3 ekseninde pozisyon bileşenleri km cinsinden verilmiştir.



Şekil 65: Takipçi önde iken evre kaydırma manevrası hız bileşenleri

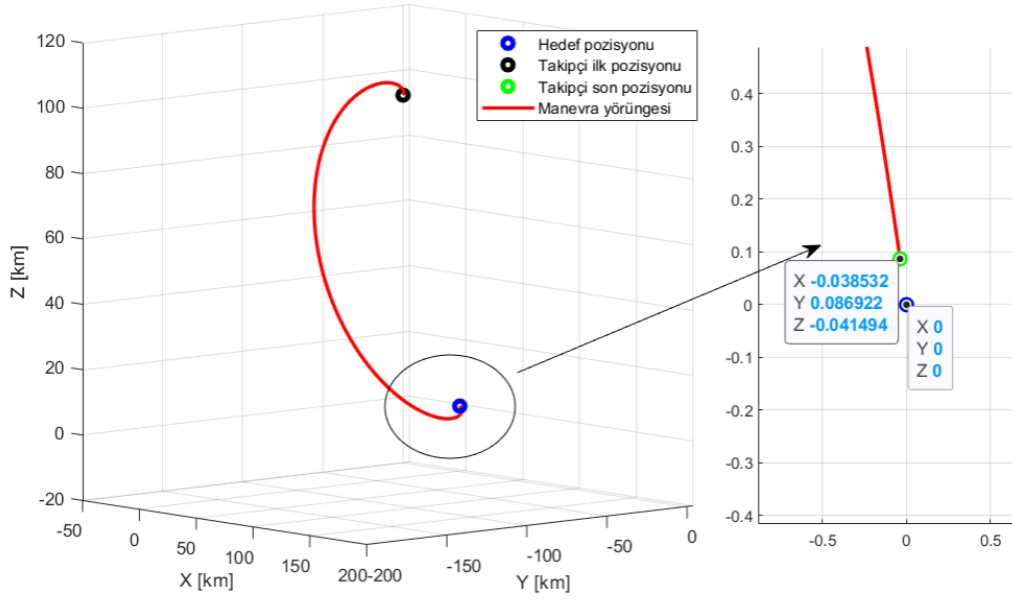
Şekil 65’te 3 ekseninde m/s cinsinden hız bileşenleri verilmiştir. Hız değişimleri görüldüğü üzere simetriktir. İlk itki ile ikinci itki büyüklük olarak aynı yön olarak tam terstir.

3.7. Benzetim 7: Clohessy-Wiltshire Yakın Mesafe Önleme (Intercept) Manevrası

Bu bölümde, hali hazırda yaklaşık yörüngelere gelmiş aralarında yakın mesafe kabul edilebilecek birkaç yüz kilometre bulunan iki uzay aracının metreler mertebesinde yakınlaşması ya da çarpışması gösterilecektir. Öncelikle DMA koordinat sisteminde hedef ve takipçi konumları verilmiştir. Takipçinin ilk koordinatları, (x, y, z), [-260.9 1812 7474.6] km hedefin ilk koordinatları, (x, y, z), [-438.2 1973.2 7360.9], km olarak verilmiştir. Bu durumda aralarındaki uzaklık ilk anda 265.29 km olur. Diğer benzetimlerden farklı olarak bu benzetimde göreceli koordinat sistemi kullanılmıştır. Göreceli koordinat sisteminde hedef orijindedir. Bu yüzden DMA koordinatlarını CW koordinatlarına çevirmek için hedefin koordinatları orijine çekilip takipçinin koordinatları da CW koordinat sistemine çevrilmiştir. Manevra için gereken itkiler, Bölüm 2.8.4’te verilen algoritmalarla hesaplanmıştır. Uçuş zamanı, t_f , 1000 saniye olarak seçilmiştir. Çizelge 20’de hesaplanan itkiler verilmiştir.

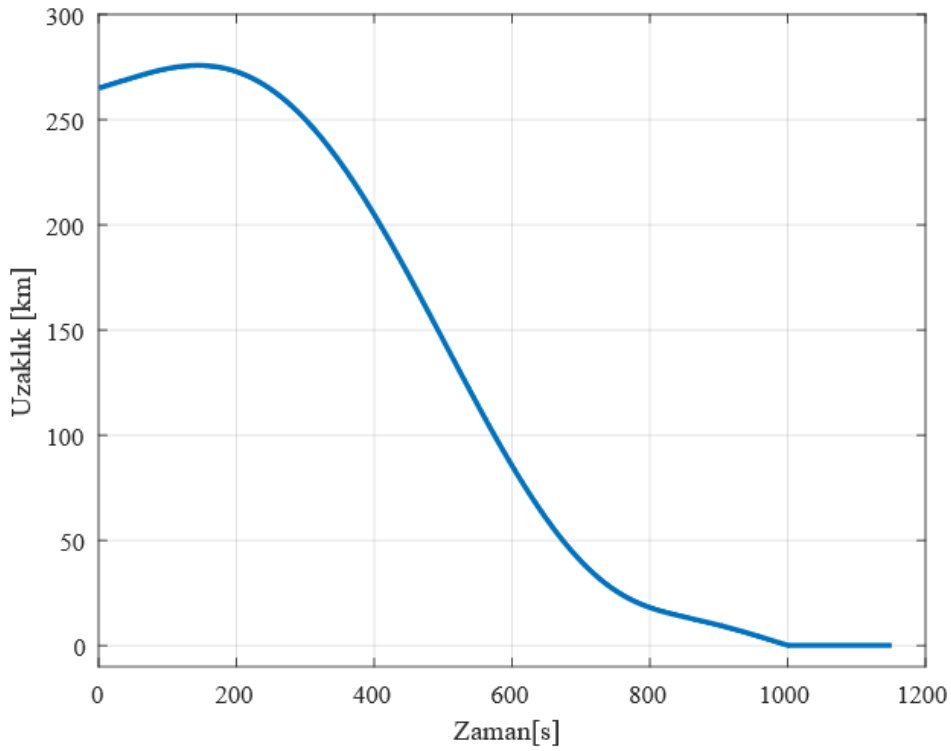
Çizelge 20: Sonlanma güdümünde itki büyüklükleri

İtki	Hız değişimi (km/s)
İlk itki vektörü ($[\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z]$)	[0.09 -0.029 0.0413]
İkinci itki vektörü ($[\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z]$)	[-0.039 0.0865 -0.0416]



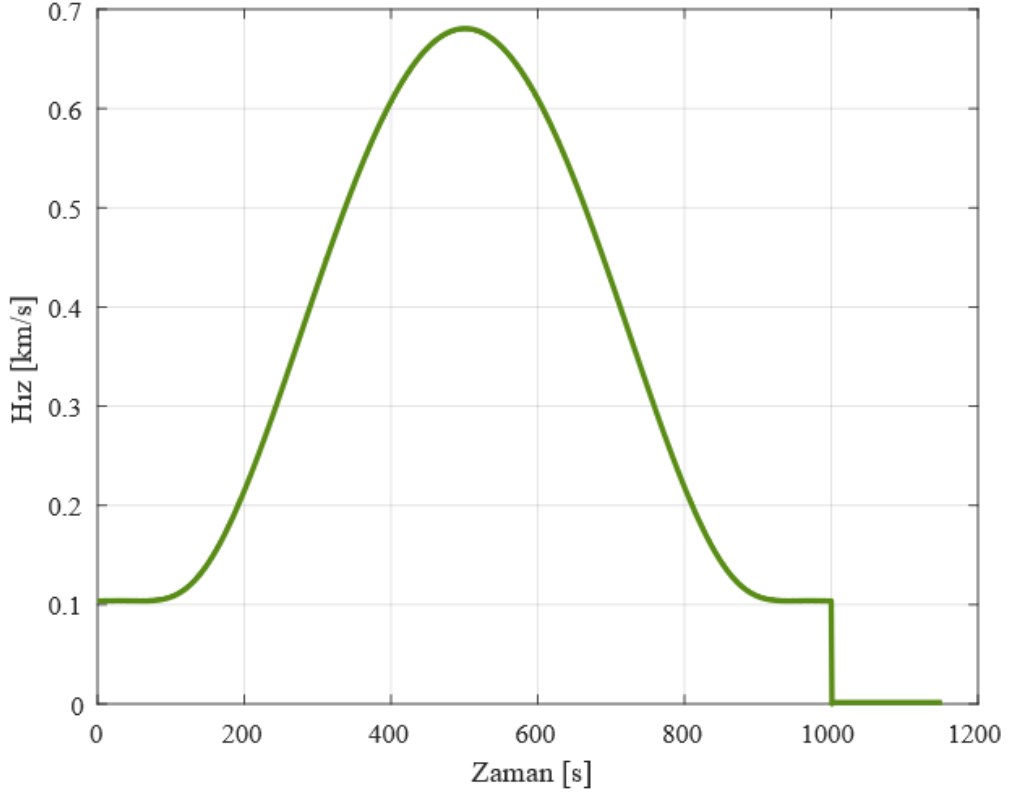
Şekil 66: Sonlanma güdümünde manevra senaryosu

Şekil 66’da CW göreceli koordinat sisteminde manevra senaryosu gösterilmiştir. Takipçi ve hedefin son konumları daha net görülebilmesi adına yakından da verilmiştir. Görüldüğü gibi son konumları birbirlerine oldukça yakındır.



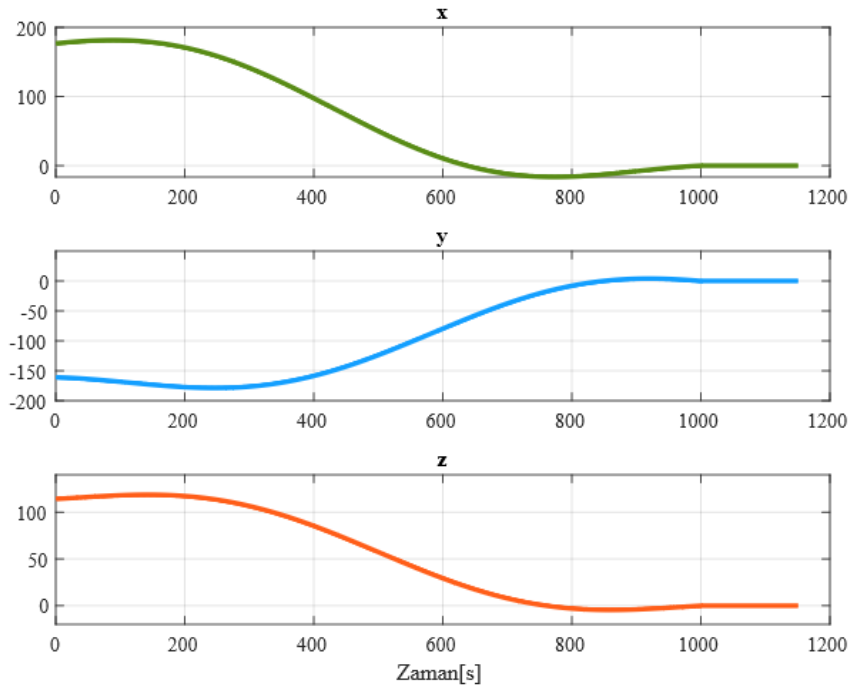
Şekil 67: Sonlanma güdümünde bileşke uzaklık

İki uzay aracı arasındaki bileşke uzaklık Şekil 67’de gösterilmiştir. İlk başta aralarındaki yaklaşık 265 km uzaklık neredeyse sıfıra inmiş ve görüldüğü gibi 1000. saniyedeki fren manevrasından sonra da sabit kalmıştır.



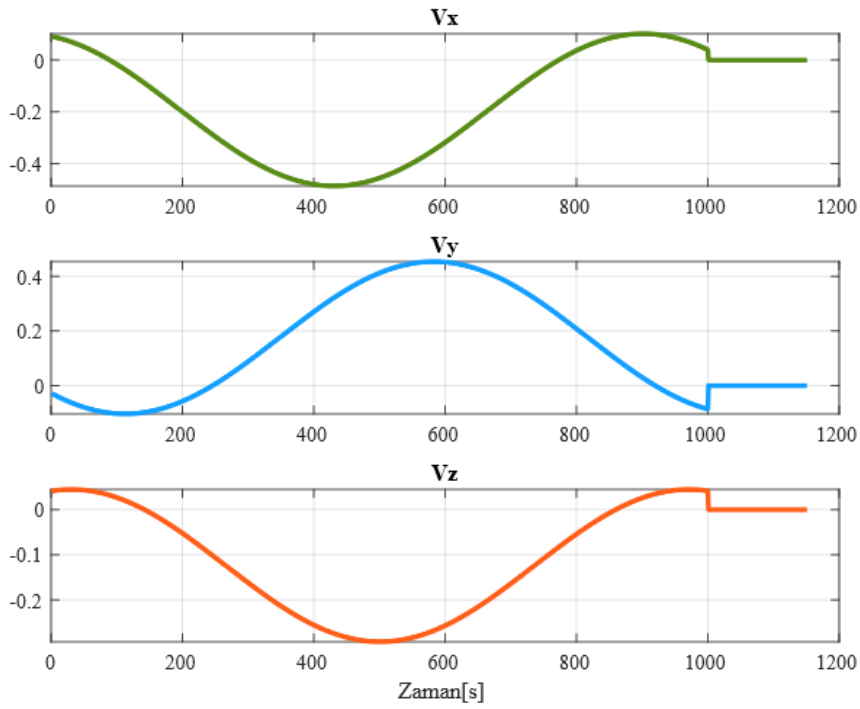
Şekil 68: Sonlanma güdümünde bileşke hız

Şekil 68’de görece hızın büyüklüğü gösterilmiştir. Sondaki frenleme manevrası ile bileşke hız sıfıra çekilmiştir. Böylece takipçinin istenen konumda iken görece hızın sıfır olması sağlanır.



Şekil 69: Sonlanma güdümünde pozisyon bileşenleri

Şekil 69’da km cinsinden 3 pozisyon bileşeni verilmiştir. İlk pozisyon görüldüğü gibi sıfırdan farklı ve manevra sonrası pozisyon bileşenleri sıfıra yaklaşmış ve sabit kalmıştır.



Şekil 70: Sonlanma güdümünde hız bileşenleri

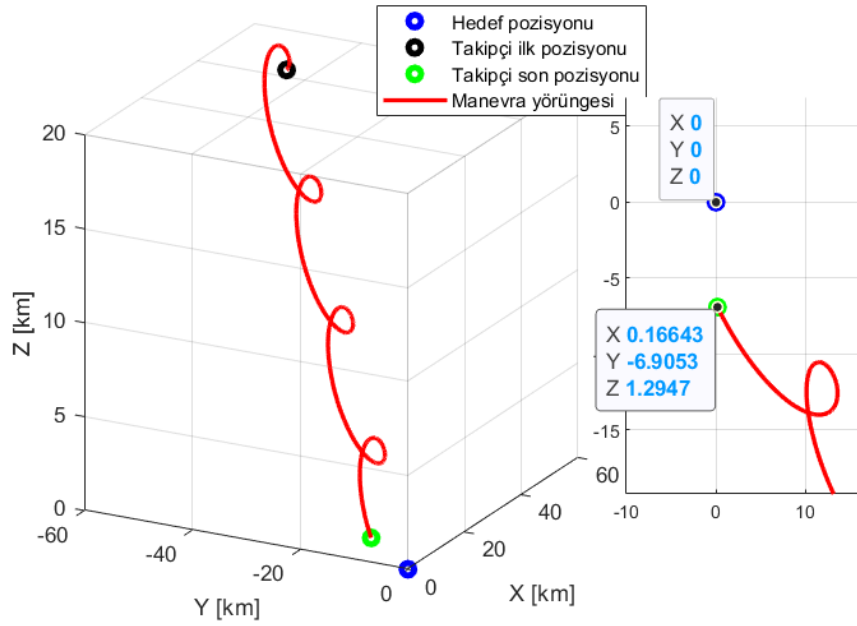
Şekil 70’te km/s cinsinden 3 hız bileşeni verilmiştir. Uçuş zamanının en sonundaki frenleme hareketi net bir şekilde görülebilir bu manevra sonrası hız bileşenleri sıfıra yaklaşmış ve sabit kalmıştır.

3.8. Benzetim 8: Clohessy-Wiltshire Yakın Mesafe Yaklaşma (Approach) Manevrası

Buraya kadar, uydu-savar uydu (anti-satellite) örneklerinde olduğu gibi son pozisyonların bu derece sıfıra yakın olduğu olası bir vurma senaryosu örneği gösterilmiştir. Yakın mesafe güdümlerinde; kenetleme sağlamak, yakınına gidip gözlem yapabilmek gibi senaryolar da olabilir. Bunun için görev güvenliği ön planda tutulup tasarım değiştirilerek iki uzay aracı mesafe belirli bir mesafe altına düşerse durdurmak gibi tasarımlar yapılabilir. Aralarında ilk olarak 75 km olan iki uzay aracının birbirine yaklaştırılması gösterilecektir. Güvenlik gerektirdiği için aralarında 7 km kalınca durdurulacak şekilde tasarım yapılmıştır. Uçuş zamanı 4000 saniye seçilmiştir. Bu süre, aralarındaki pozisyon farkının neredeyse sıfıra indiği an içindir. Eğer yaklaşma manevrasındaki gibi belirli bir mesafe kalınca frenleme yapmak istenirse bu süreden daha kısa bir süre uçulup istenilen yaklaşma mesafesine gelince ikinci itki verilerek hız farkı sıfıra indirilir. Ayrıca yine güvenlik sebebiyle, hızlı itkilerle değil hedefe teğetsel şekilde yaklaşım yapılmıştır. Çizelge 21 ile manevra için gerekli itki büyüklükleri verilmiştir.

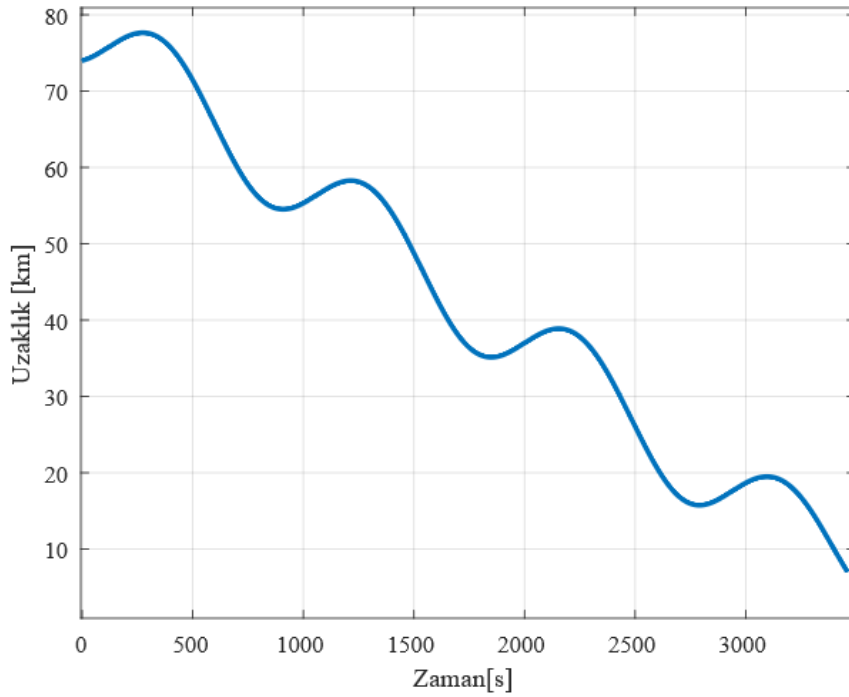
Çizelge 21: Yaklaşma güdümünde itki büyüklükleri

İtki	Hız değişimi (km/s)
İlk itki vektörü ($[\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z]$)	[0.0076 0.0158 0.0764]
İkinci itki vektörü ($[\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z]$)	[0.036 -0.0434 0.0148]



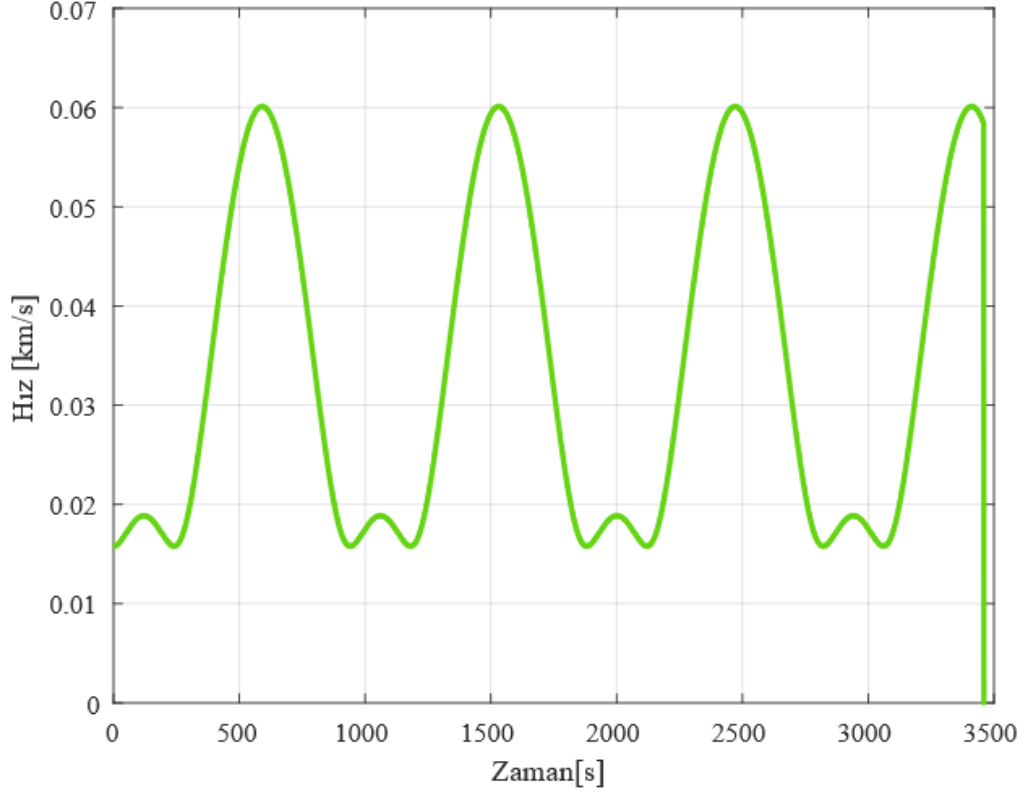
Şekil 71: Yaklaşma güdümü manevra senaryosu

Manevra senaryosu Şekil 71’de gösterilmiştir. Takipçi ve hedefin son konumları daha net görülebilmesi adına yakından da verilmiştir. Görüldüğü gibi teğetsel yaklaşım vardır. Takipçi, spiraller çizerek yavaşça hedefe yaklaşır.



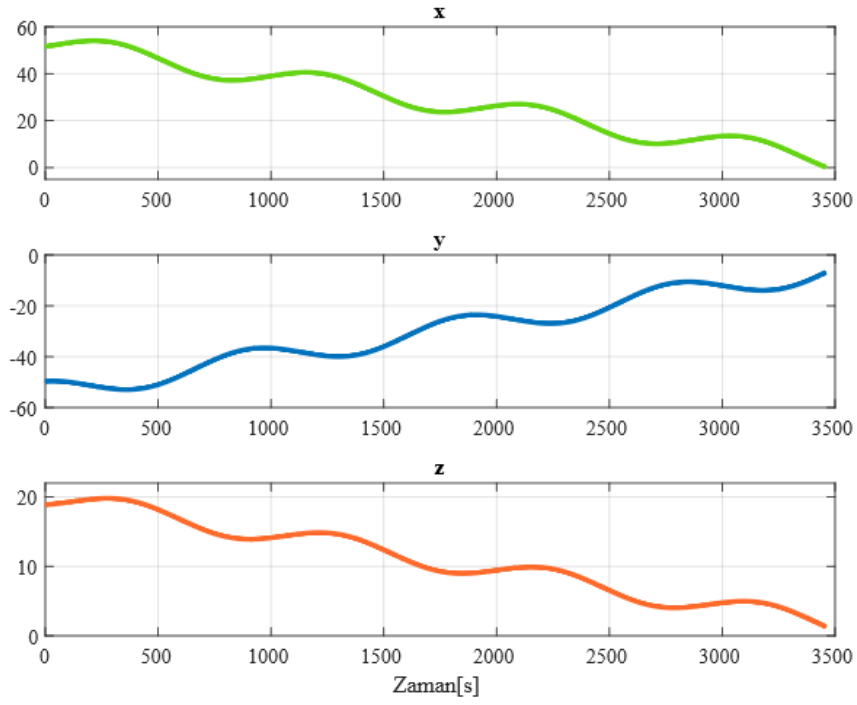
Şekil 72: Yaklaşma güdümünde bileşke uzaklık

İki uzay aracı arasındaki bileşke uzaklık Şekil 72’de gösterilmiştir. Grafikten anlaşılacağı gibi aralarındaki mesafe 7 km altına inince durup sabit kalmıştır. Bu tip istenen mesafede kalma ve güvenli yaklaşım uygulamaları, casusluktan yörüngede servis gibi birçok alanda kullanılır.



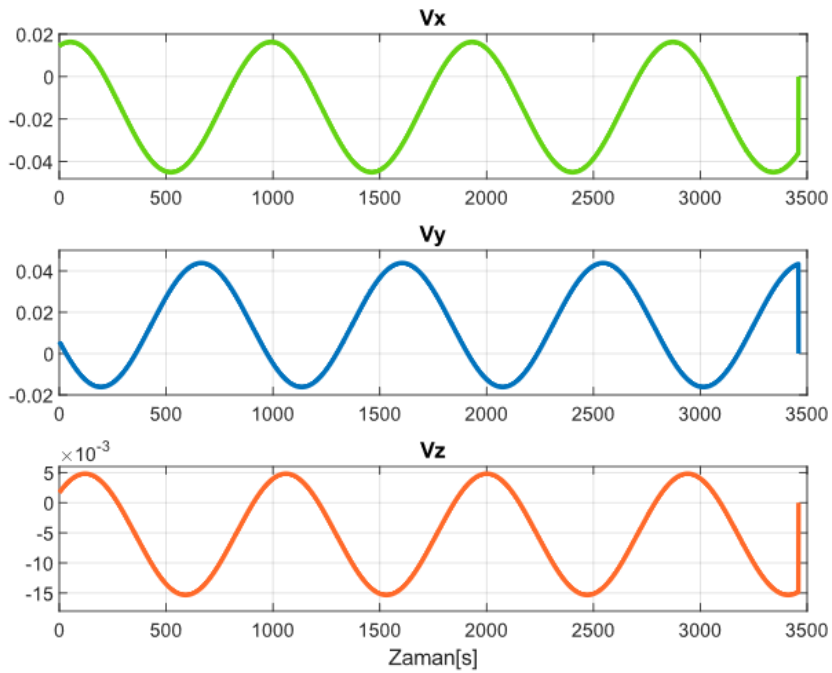
Şekil 73: Yaklaşma güdümünde bileşke hız

Şekil 73’te görece hızın büyüklüğü gösterilmiştir. Sondaki frenleme manevrası ile bileşke hız sıfıra çekilmiştir. Böylece takipçinin istenen konumda iken görece hızın sıfır olması sağlanır.



Şekil 74: Yaklaşma güdümünde pozisyon bileşenleri

Şekil 74’te km cinsinden 3 pozisyon bileşeni verilmiştir. İlk pozisyon görüldüğü gibi sıfırdan farklı ve manevra sonrası pozisyon bileşenleri sıfır olmadan durdurulup yaklaşma sağlanmıştır.



Şekil 75: Yaklaşma güdümünde hız bileşenleri

Şekil 75'te km/s cinsinden 3 hız bileşeni verilmiştir. Uçuş zamanının en sonundaki frenleme hareketi net bir şekilde görülebilir bu manevra sonrası hız bileşenleri sıfıra çekilmiş ve uzay aracı istenilen mesafede sabit kalmıştır.

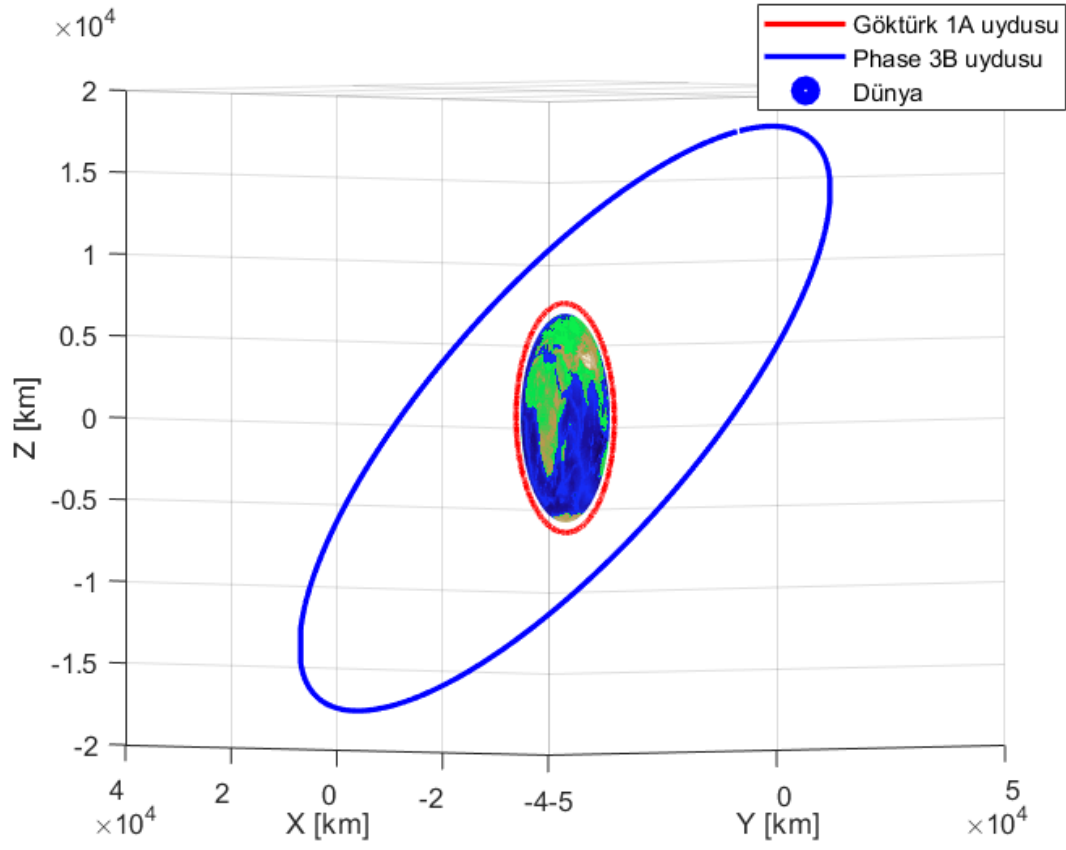
3.9. Benzetim 9: İki Uzay Aracının Randevu ve Birleşmesi

Bu aşamaya kadar öncelikle Benzetim 1'de TLE'si verilen uyduların yörüngeleri çizdirilmiştir. Benzetim 2 ve 3'te bir uydunun yörünge büyüklüğü değiştirilmesi benzetimi yapılmıştır. Benzetim 4'te uydu yörünge düzlemi değiştirilmiştir. Benzetim 5 ve 6'da bir uyduya evre kaydırma manevrası yaptırılmıştır. Benzetim 7 ve 8'de iki uzay aracı arasında yakın mesafe güdümü benzetimi yapılmıştır. Bu kısımda ise randevu ve birleşme için gerekebilecek bu manevraların tümü aynı anda iki benzetim çalıştırılmasında gerçekleştirilmiştir. İlkiyle; düzlem değişimi, Hohmann transferi ve evre kaydırma manevraları tek bir benzetimde gösterilecektir. İkinciyle; Clohessy-Wiltshire güdümüyle yakın mesafede aralarındaki mesafeyi neredeyse sıfıra indirecek angajmanı gösterilecektir.

Çizelge 22: Göktürk 1A ve Phase 3B uydularının yörünge elemanları

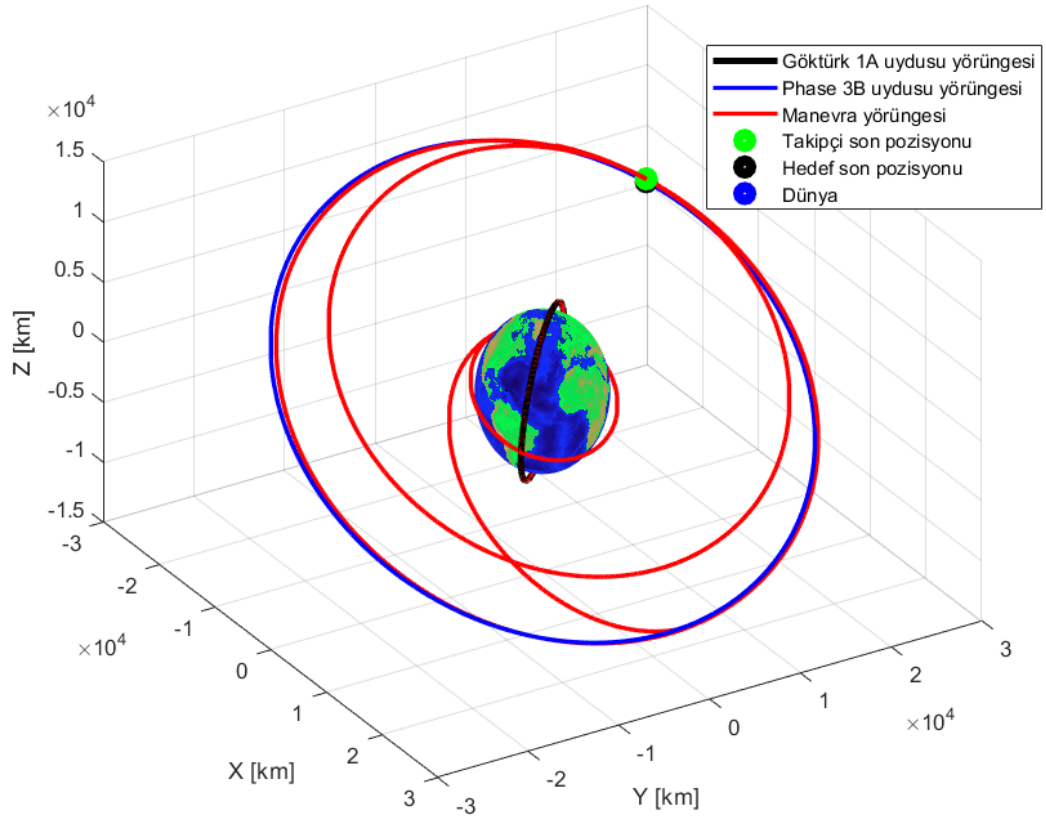
Kepler Elemanları	Göktürk 1A	Phase 3B
a	7.061×10^6 m	2.6097×10^7 m
e	0.0001319	0.0006018
i	98.1232°	26.4908°
Ω	133.8404°	85.5936°
ω	75.8762°	100.0198°
θ	-	-

Şekil 76'da iki yörünge aynı anda verilmiştir. Göktürk 1A takipçi, Phase 3B hedef olarak seçilmiştir.



Şekil 76: Randevu gerçekleştirilecek uzay araçlarının yörüngeleri

Görüldüğü gibi yörüngelerin tüm parametreleri farklıdır. Bu yörüngelerdeki iki uzay aracını yan yana getirmek için yörüngesel manevralardan yararlanılmıştır.



Şekil 77: Komple randevu angajmanı

Tüm manevraların birlikte gösterildiği Şekil 77’de, Göktürk 1A yörüngesine öncelikle yükselen düğüm boylamı ve eğiklik arasındaki farkı aynı anda kapatacak şekilde itki uygulanmıştır. Bu bileşik manevra için gerekli algoritma Bölüm 2.8.2.2 kısmında anlatılmıştır. Algoritma sonucu manevra için gereken itkiler, yönleri ve nerede uygulandığı Çizelge 23 ile verilmiştir.

Çizelge 23: Düzlem değişimi manevrası için algoritma çıktı sonuçları

İtki	Hız değişimi (m/s)
İtki büyüklüğü ($\Delta v_{\text{Düzlem değişimi}}$)	9690.3
İtki vektörü ($[\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z]$)	[7478.9 3975.7 4707.7]
İtki, $\text{Nokta}_2=[4343.81 \ -5020.8 \ -2414.24]$ noktasında verilmiştir.	

Eğiklik ve yükselen düğüm boylamı parametreleri değiştirildikten sonra yarı uzun eksenini değiştirmek amaçlı Hohmann transferi yapılmıştır. Bu manevra için gerekli algoritma Bölüm 2.8.1’de anlatılmıştır. Algoritma sonucu manevra için gereken itkiler, yönleri ve nerede uygulandığı Çizelge 24’de verilmiştir.

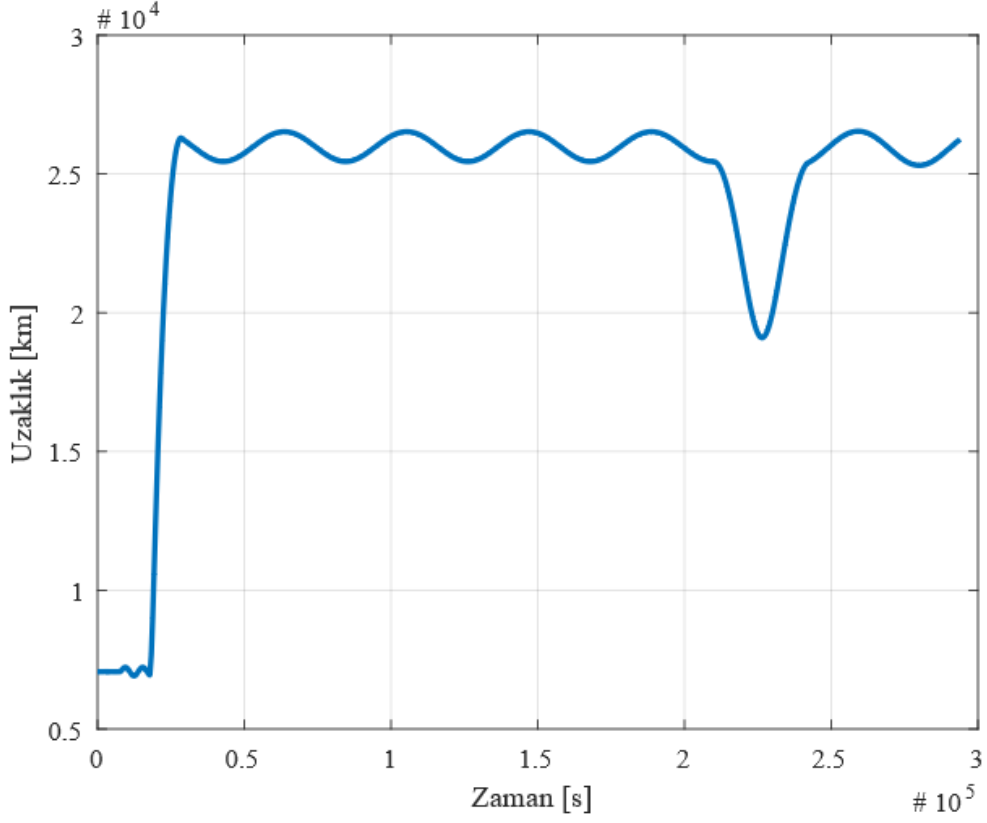
Çizelge 24: Hohmann transferi manevrası için algoritma çıktı sonuçları

İtki	Hız değişimi (m/s)
İlk itki büyüklüğü ($\Delta v_{1,Hoh}$)	1885.6
İkinci itki büyüklüğü ($\Delta v_{2,Hoh}$)	1357.3
İlk itki vektörü ($[\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z]$)	[144.2 -1873.5 -156.6]
İkinci itki vektörü ($[\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z]$)	[-103.8 1348.6 112.7]
İlk itki yerberi noktasında, ikinci itki $t_T=1153$ saniye sonra verilmiştir.	

Şekil 77’de görüldüğü üzere aktarılan yörünge ile hedef yörünge neredeyse üst üste gelmiştir. Bu anda takipçi ve hedef arasında 10000 saniyelik fark olduğu durum için bir evre kaydırma manevrasına ihtiyaç vardır. Bu manevra için Bölüm 2.8.3’teki algoritma kullanılmıştır.

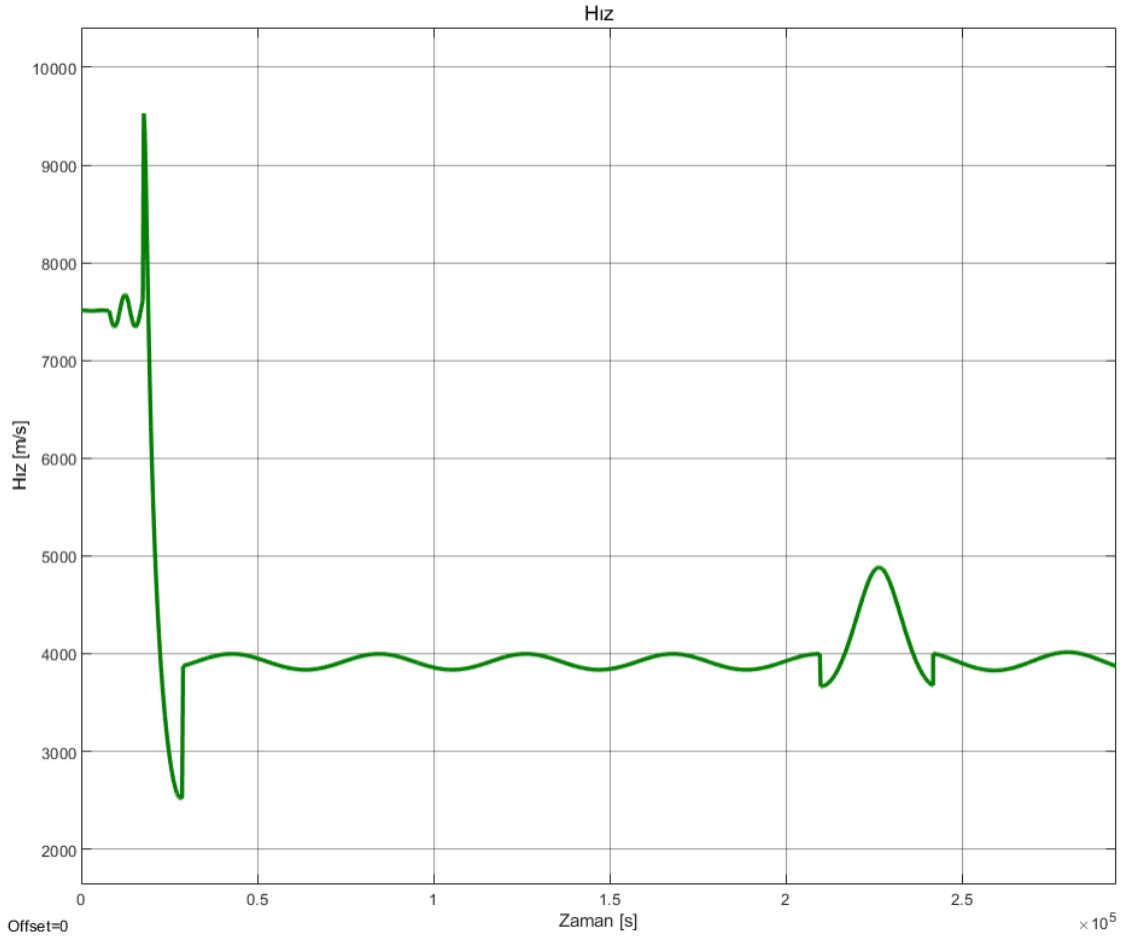
Çizelge 25: Evre kaydırma manevrası için algoritma çıktı sonuçları

İtki	Hız değişimi (m/s)
İlk itki büyüklüğü (Δv_{Evre})	333.65
İkinci itki büyüklüğü (Δv_{Evre})	333.65
İlk itki vektörü ($[\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z]$)	[217.97 232.18 -99.57]
İkinci itki vektörü ($[\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z]$)	[-217.97 -232.18 99.57]
İlk itkinin verildiği zamanın bir önemi yoktur, ikinci itki ilk itki verildikten $T_{Evre}=32155$ saniye sonra verilmiştir.	



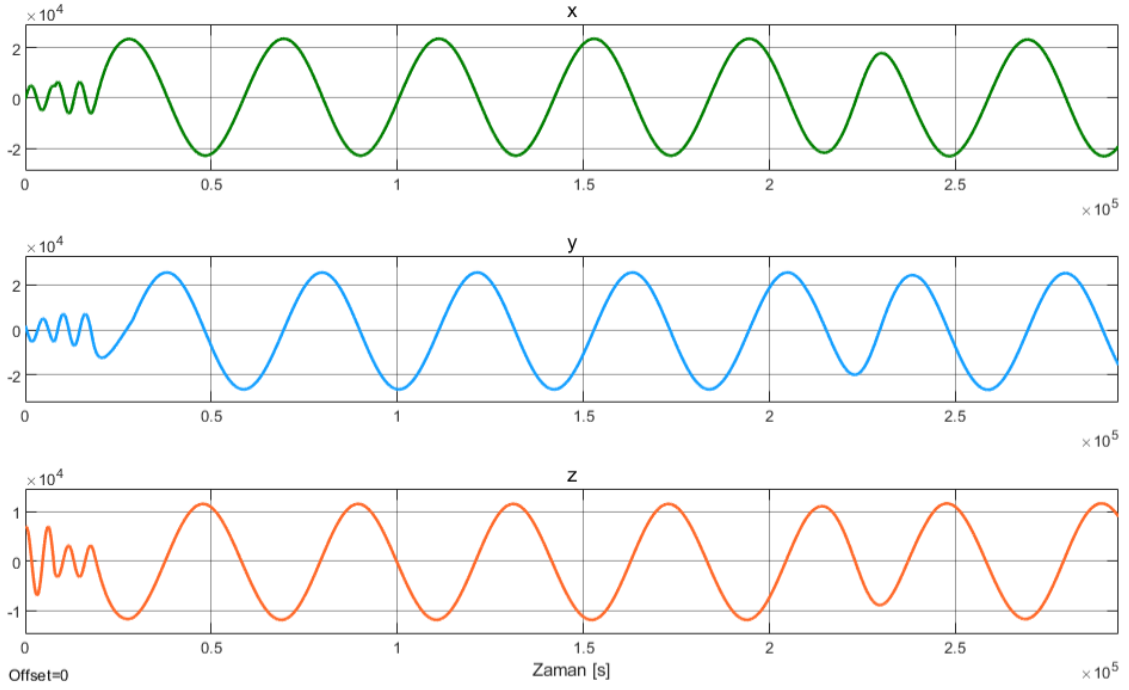
Şekil 78: Randevu manevraları boyunca takipçinin Dünyaya bileşke uzaklığı

Görüldüğü gibi uzay aracının Dünya'ya ilk uzaklığı yaklaşık 7061 km'dir. Beklendiği üzere eğiklik ve yükselen düğüm boylamı değişimi manevrasından sonra çok fazla değişmemiştir. Sonrasında hedef yüksekliği yaklaşık 26100 km olan yörüngeye doğru Hohmann transfer yapılmıştır. Son olarak evre kaydırma manevrası yapıp yükseklik önce düşürülüp alt yörüngeye geçilmiştir daha sonra orijinal yörüngeye tekrar oturulmuştur.



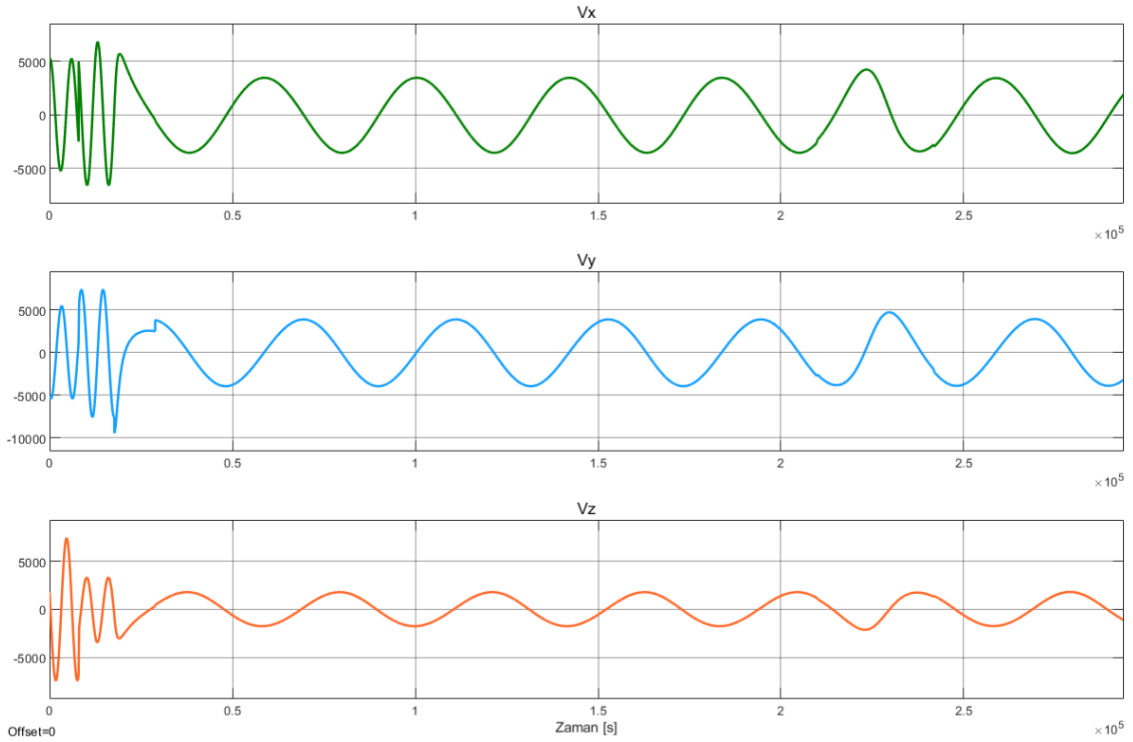
Şekil 79: Randevu manevraları boyunca takipçinin bileşke hızı

Uzay aracının bileşke hız grafiği Şekil 79’da gösterilmiştir. Görüldüğü gibi Dünyaya yakın yörüngede bileşke hız fazladır. Düzlem değişimi manevrasıyla bileşke hız çok az değişmiştir. Hohmann transferinin ilk itkisiyle birlikte hız doğal olarak daha da artar. Transfer yörüngesinde uzay aracı Dünyadan gittikçe uzaklaştıkça hız yavaşça düşer. İkinci itkiyle hız tekrar artıp artık yeni ve Dünyadan daha uzakta olan yavaş yörüngesine oturur. Burada bir süre geçirdikten sonra önce alt yörüngeye geçmek için hız düşürülür. Alt yörüngelerde hız daha fazla olduğu için sonra hız artar ve ilk itkinin verildiği yere yani iki yörüngeyi kesiştiği noktaya yaklaşırken azalır. İkinci itki verilerek uzay aracı orijinal yörüngesine oturtulur.



Şekil 80: Randevu manevraları boyunca 3 eksende pozisyon bileşenleri

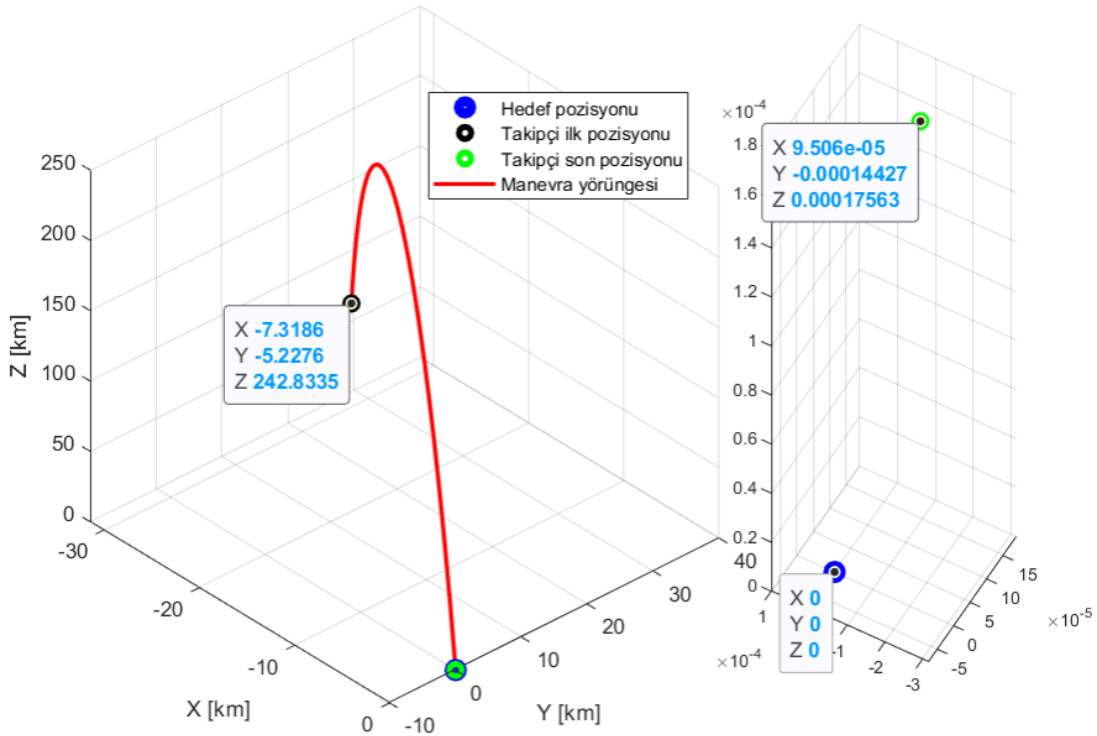
Şekil 80’de 3 eksendeki pozisyon bileşenleri km cinsinden görülmektedir.



Şekil 81: Randevu manevraları boyunca 3 eksende hız bileşenleri

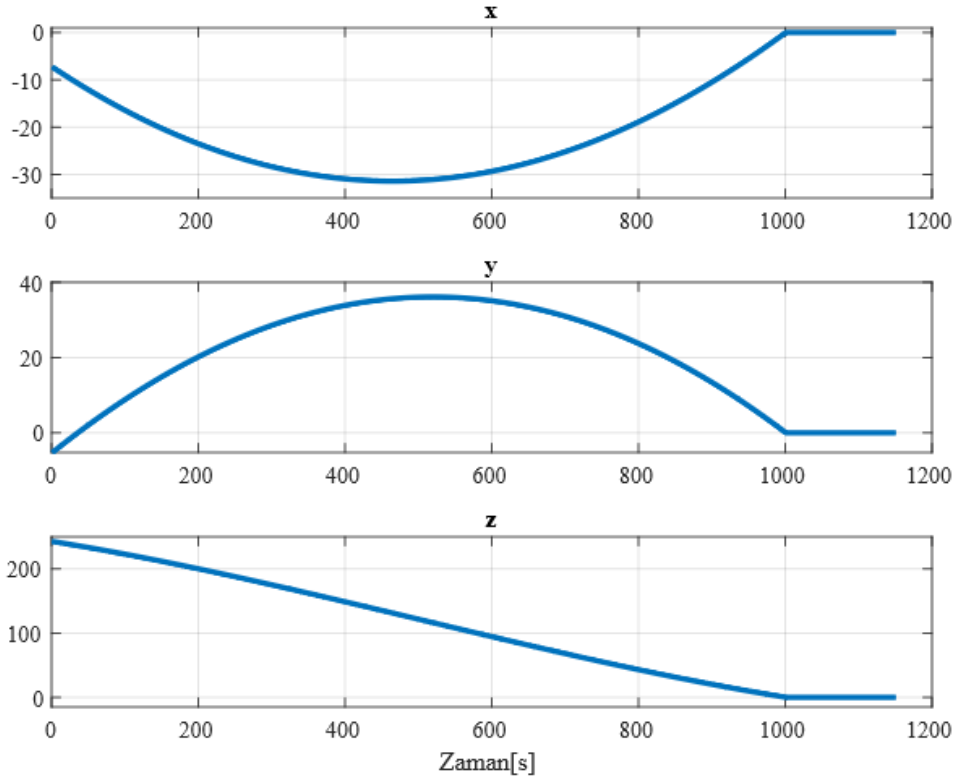
Şekil 81’de m/s cinsinden 3 eksendeki hızlar gösterilmiştir.

Son olarak evre kaydırma manevrası da tamamlandıktan sonra artık takipçi ve hedef aynı yörüngede ve aralarında en fazla birkaç yüz km kalmış durumdadır. Bu durumda randevu kısmı tamamlanmıştır. Birleşme aşaması için aralarındaki mesafenin sıfıra yaklaşık olması lazımdır bu yüzden bu kısımda CW güdümü ile son pozisyon ve hız farkı sıfıra indirilecektir.



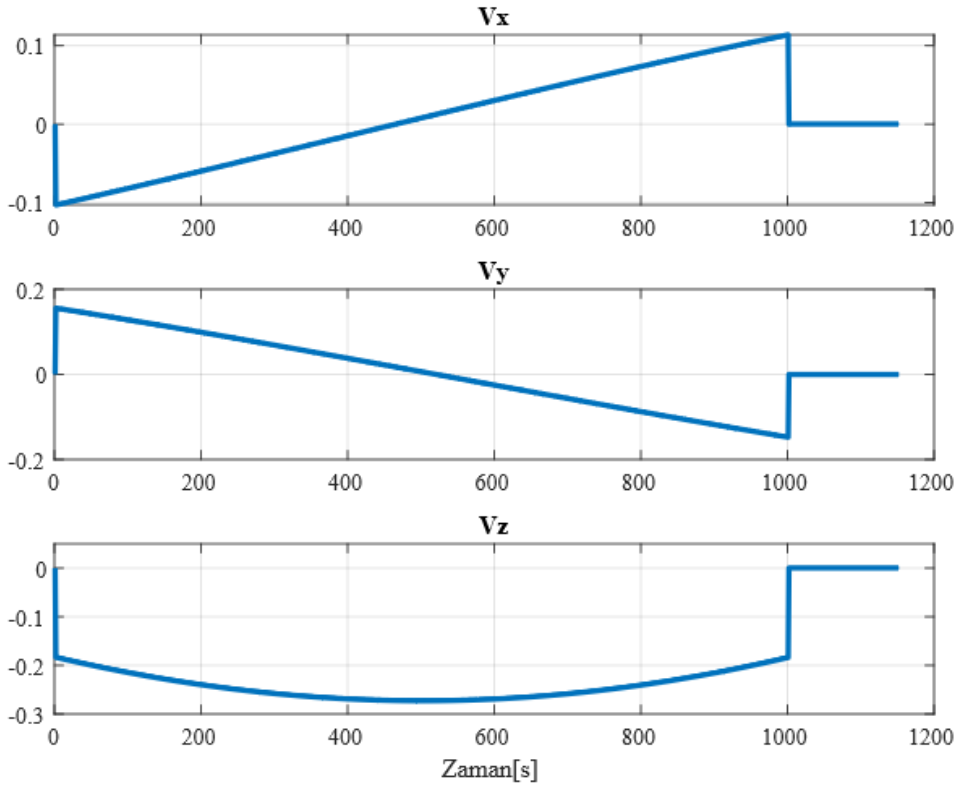
Şekil 82: Yakın mesafe güdüm manevrası takipçi ve hedef pozisyonları

Bu kısımda CW göreceli koordinat sistemine geçilmiştir. Şekil 82’den görüldüğü üzere ilk anda aralarındaki uzaklık farkı bileşke 243 km, üç eksene ayrılmış hali [-7.31 -5.22 242.83] km’dir. Bölüm 2.8.4’te anlatılan algoritma ile uçuş zamanı, t_f , 1000 saniye olacak şekilde hız değişimleri hesaplanmıştır. İlk itki ilk anda verilmiş, ikinci itki aralarındaki bileşke mesafe 1 metrenin altına düştüğünde hızları sıfır mertebesine çekmek için verilmiştir. Buradaki 1 metre değeri ve $t_f = 1000$ saniye değeri tasarım kararıdır ve ihtiyaca göre değiştirilebilir.



Şekil 83: Yakın mesafe güdümü takipçi göreceli koordinat sistemi pozisyon bileşenleri

Şekil 83'te 3 eksendeki pozisyon bileşenleri km cinsinden görülmektedir. Görüldüğü gibi 3 eksendeki pozisyon da ilk pozisyon farkı durumundan neredeyse sıfır noktasına inmiştir. Bu durum pozisyon açısından birleşme aşamasına geçiş için elverişlidir. Fakat özellikle bu kadar küçük mesafelerde güvenlik açısından hız farklarının da sıfıra çekilmesi gereklidir yoksa uzay araçları çarpışabilir.



Şekil 84: Yakın mesafe güdüm manevrası takipçinin göreceli koordinat sistemi hız bileşenleri

Şekil 84'te km/s cinsinden 3 eksendeki hızlar gösterilmiştir. İlk itki ilk anda, ikinci itki de mesafeler çok azalınca hızı da sıfıra çekmek için frenleme amaçlı verilmiştir.

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışması kapsamında uzay çalışmaları ve keşfi adına son derece kritik öneme sahip olan uzay manevraları ve randevu-kenetlenme teknolojilerinde manevra formülasyonları üzerine çalışılmıştır. Yörüngesel manevralar ve randevu problemi hem teorik hem de benzetim sonuçlarıyla detaylı şekilde ele alınmıştır. Benzetim ve algoritma geliştirilmesi amaçlı MATLAB/Simulink'ten faydalanılmıştır.

İlk olarak tezde sunulan ve çözümlenen manevraların kullanıldığı gerçek hayatta da gerçekleştirilen farklı uzay görevleri anlatılmıştır. Bu görevlerde kullanılan manevraların öğrenilmesi ve kavranılmasının ne kadar kritik olduğu vurgulanmıştır.

Daha sonra tezdeki tüm algoritma ve modelleri geliştirilmek için gereken teorik alt yapı verilmiştir. Uzayda yörünge dinamiğini ve randevunun son aşamasındaki göreceli hareketleri tanımlamak için kullanılan koordinat sistemleri gösterilmiştir. Sonra yörüngede hareketi sağlayabilmek için Kepler ve Newton yasalarından bahsedilmiş, hareket denklemlerini modele aktarabilmek için kullanılan iki cisim problemi anlatılmış, yörüngedeki anlık hız, pozisyon, yörünge periyodu gibi benzetim çalışmalarında kullanılan kritik formülasyonlar verilmiştir. Sonra uzay çalışmaları yapan şirketlerin, uzay araştırmaları yapan enstitülerin vb. de kullandığı uluslararası bir standart olan iki satırlı eleman setlerinin (TLE) ne anlama geldiği ve bu setlerden uzaydaki her hangi bir yörüngeyi tanımlayan 6 klasik yörünge elemanına geçişe değinilmiştir. Kartezyen koordinatlarda çalışıldığı için bu 6 elemandan kartezyen koordinatlara dönüşüm matrisleri de çıkarılmıştır. Buraya kadar anlatılan bilgilerle uzayda istenilen herhangi bir yörünge benzetimi yapılabilir. Tez çalışmasındaki amaç manevralar ve randevu olduğu için daha sonrasında sırasıyla yörünge yüksekliği değişimi manevrası, yörünge düzlem değişimi manevrası, yörüngede evre kaydırma manevrası ve yakın mesafe güdüm manevrasının formülasyonları verilmiştir. Bu bilgilerle bir uzay aracının yörüngesi istenildiği gibi değiştirilebilir ve iki uzay aracı istenilen yörüngede yan yana gelebilir veya önleme manevraları tanımlanabilir.

Son kısımda teorik alt yapısı anlatılan tüm kısımlar için benzetim çalışması yürütülmüştür. Çalışma, farklı algoritmanın kullanıldığı 9 senaryo ile yapılmıştır. İlk olarak uzay araçlarının üzerinde bulunduğu yörünge belirleme kısmı gerçekleştirilmiştir. Sonra yörünge büyüklükleri değişimi manevrası yapılmıştır. Sırasıyla alt yörüngeden üst yörüngeye ve üst yörüngeden alt yörüngeye transfer anlatılmıştır. Sonra yörünge

eğiklikleri arasındaki farkı kapamak için düzlem değiştirme manevrasının benzetimi yapılmıştır. Bu manevralarla, iki uzay aracının aynı yörüngeye oturduğu öngörülüp aynı yörüngedeki uzay araçlarının arasındaki zaman farkını kapamak için daha sonra sırasıyla hedefin ve takipçinin önde olduğu evre kaydırma manevraları yapılmıştır. Sonra evre kaydırma manevrasıyla aralarında birkaç yüz kilometre fark olan iki uzay aracı Clohessy-Wiltshire güdüm yöntemiyle birbirlerine göre görece pozisyon ve hız farkları sıfıra yakın olacak şekilde buluşturulmuşlardır. Son senaryo olarak sunulan tüm manevraların tek bir benzetim çalışmasında kullanıldığı bir randevu problemi çözülmüştür. Seçilen hedef uydu, araçta ateşleme teknolojisinin ilk kez denendiği uzay aracıdır. Senaryoda takipçi, kendi yörüngesinden önce yükselen düğüm boylamı ve eğikliğini hedefinkilerle yaklaşık yapacak şekilde bileşik bir düzlem değiştirme manevrası gerçekleştirir. Sonra iki itkili Hohmann transferiyle yörünge büyüklüğünü hedefinkine yaklaştırır. En son evre kaydırma manevrasıyla aralarındaki mesafe toplamda 243 kilometre kalacak kadar aşağı çekilmiştir. Sonrasında yakın mesafe güdüm yöntemiyle son hızları ve pozisyonları arasındaki fark neredeyse kalmamıştır; böylece iki uzay aracının randevusu sağlanmıştır. Randevudan sonraki kenetlenme aşaması yönelim kontrol metotları literatürde oldukça fazla bulunmaktadır ve bu tez kapsamında değinilmemiştir.

Benzetim çalışmaları sonucunda yörünge parametreleri verilmiş herhangi iki uzay aracının uzayda buluşturulabileceği aynı zamanda bu buluşma için gerekebilecek tasarım ve hesaplamaların benzetim çalışmalarıyla doğrulanabildiği gösterilmiştir.

Gelecekte eklenebilecek çalışmalar kapsamında; bu tezde, olmadığı varsayılarak yapılan yörüngesel bozucular ile benzetim çalışması gerçekleştirilebilir. Bozucular etkisinde olabilecek manevralar bu tezdekinden farklı olarak daha çok itkiye ihtiyaç duyacaktır. Eklenebilecek bir diğer konu kütle kısıtlamaları olabilir. Bozucu etkilerle birlikte artan itki ihtiyacı yakıt ihtiyacı olarak düşünülüp kütle üzerinden modellenerek benzetimler gerçekleştirilebilir. Farklı bakış açısı olarak, bu tezde nokta parçacık olarak düşünülen ve istenilen her yönde itki verebilen uzay araçlarına, sadece belirlenen yönlerde itki verebilme kısıtı konabilir. Bu kısıt altında bir manevra yapılmadan önce ara manevra olarak yönelim değiştirme gibi ekstra manevralar gerekebilir.

KAYNAKLAR

- [1] Abacı, H., Uydu Yörünge Benzetimi ve Yörünge Kestirimi, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2008.
- [2] Astronautics Lectures | Aerospace Lectures. (2018, July 12). Aerospace Lectures for Aerospace Engineering. <https://aerospacelectures.com/astronautics/> (Erişim tarihi: 14 Aralık 2022).
- [3] Atmospheric and Space Flight Dynamics: Modeling and Simulation with MATLAB and Simulink (Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology) by Ashish Tewari (2006-12-01). (2022). Springer.
- [4] Bardan, R. (2022, October 12). NASA Confirms DART Mission Impact Changed Asteroid's Motion in Space. NASA. <https://www.nasa.gov/press-release/nasa-confirms-dart-mission-impact-changed-asteroid-s-motion-in-space/> (Erişim tarihi: 14 Aralık 2022).
- [5] Barry, W. P., & Siddiqi, A. A. (2001). Challenge to Apollo: The Soviet Union and the Space Race, 1945-1974. *The Journal of Military History*, 65(3), 859. <https://doi.org/10.2307/2677603>
- [6] Battin, R. H., Massachusetts Institute of Technology. (1999). *An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics, Revised Edition (AIAA Education) (Revised, Subsequent)*. AIAA (American Institute of Aeronautics & Astronautics).
- [7] Boggio, M., *Spacecraft Autonomous Guidance and Control*, Yüksek Lisans Tezi, Politecnico Di Torino, Torino, 2019.
- [8] Boley, A. C., & Byers, M. (2021). Satellite mega-constellations create risks in Low Earth Orbit, the atmosphere and on Earth. *Scientific Reports*, 11(1). <https://doi.org/10.1038/s41598-021-89909-7>
- [9] Celestrak: Current GP Element Sets. (n.d.). <https://celestrak.org/NORAD/elements/> (Erişim tarihi: 14 Aralık 2022).

- [10] Clohessy, W. H., & Wiltshire, R. S. (1960). Terminal Guidance System for Satellite Rendezvous. *Journal of the Aerospace Sciences*, 27(9), 653–658. <https://doi.org/10.2514/8.8704>
- [11] Curtis, H. D. (2004). *Orbital Mechanics for Engineering Students*. Butterworth-Heinemann.
- [12] Erwin, S. (2021, July 19). Air Force satellite completes two-year experiment to study the medium Earth orbit environment. *SpaceNews*. <https://spacenews.com/air-force-satellite-completes-two-year-experiment-to-study-the-medium-earth-orbit-environment/> (Erişim tarihi: 14 Aralık 2022).
- [13] ESA commissions world's first space debris removal. (n.d.). https://www.esa.int/Space_Safety/Clean_Space/ESA_commissions_world_s_first_space_debris_removal (Erişim tarihi: 14 Aralık 2022).
- [14] Fehse, W. (2008). *Automated Rendezvous and Docking of Spacecraft*. Cambridge University Press.
- [15] Felisiak, P., *Control of Spacecraft for Rendezvous Maneuver in an Elliptical Orbit*, Doktora Tezi, Wrocław University of Technology, Wrocław, 2015.
- [16] Goodman, J. L. (2006). History of Space Shuttle Rendezvous and Proximity Operations. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 43(5), 944–959. <https://doi.org/10.2514/1.19653>
- [17] Henderson, M. M., & Blume, M. W. (2015). Deep Impact – A Review of the World's Pioneering Hypervelocity Impact Mission. *Procedia Engineering*, 103, 165–172. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.04.023>
- [18] Komanduri, A. S. (n.d.). *Guidance and Control of a Spacecraft to Rendezvous and Dock with a Non-cooperative Target*.

- [19] Lallaro, M., Guidance and Control in Space Debris Removal Missions via Adaptive Nonlinear Model Predictive Control, Yüksek Lisans Tezi, Politecnico Di Torino, Torino, 2020.
- [20] Lang, T. (1979). Optimal Impulsive Maneuvers to Accomplish Small Plane Changes in an Elliptical Orbit. *Journal of Guidance and Control*, 2(4), 271–275. <https://doi.org/10.2514/3.55874>
- [21] Library of Congress & United States. (1976). Soviet space programs 1971-75 : overview facilities and hardware manned and unmanned flight programs bioastronautics civil and military applications projections of future plans : staff report. U.S. Govt. Print. Off.
- [22] Miotto, P. (2010). Designing and Validating Proximity Operations Rendezvous and Approach Trajectories for the Cygnus Mission. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. <https://doi.org/10.2514/6.2010-8446>
- [23] NASA. (n.d.). About - Hubble Servicing Missions. https://www.nasa.gov/mission_pages/hubble/servicing/index.html (Erişim tarihi: 14 Aralık 2022).
- [24] Noton, M. (2011). *Spacecraft Navigation and Guidance (Advances in Industrial Control)* (Softcover reprint of the original 1st ed. 1998). Springer.
- [25] Özgören, M. K. (2020). *Kinematics of General Spatial Mechanical Systems*. Wiley.
- [26] Ruth, M., & Tracy, C. (2004), Video-guidance design for the DART rendezvous mission, *SPIE Proceedings*. <https://doi.org/10.1117/12.562182>
- [27] Salotti, J. M., & Heidmann, R. (2014). Roadmap to a human Mars mission. *Acta Astronautica*, 104(2), 558–564. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2014.06.038>

- [28] Sharpe, M. R., Hacker, B. C., & Grimwood, J. M. (1979). On the Shoulders of Titans: A History of Project Gemini. *Technology and Culture*, 20(1), 238. <https://doi.org/10.2307/3103142>
- [29] Sherrill, R. E., Sinclair, A. J., Sinha, S. C., & Lovell, T. A. (2015). Lyapunov-Floquet control of satellite relative motion in elliptic orbits. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 51(4), 2800–2810. <https://doi.org/10.1109/taes.2015.140281>
- [30] Sidi, M. J. (2000). *Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach* (Cambridge Aerospace Series, Series Number 7) (Revised ed.). Cambridge University Press.
- [31] Tatsch, A., Fitz-Coy, N., & Gladun, S. (2006, August). On-orbit servicing: A brief survey. In *Proceedings of the IEEE International Workshop on Safety, Security, and Rescue Robotics (SSRR'06)* (pp. 276-281).
- [32] Ueda, S., Kasai, T., & Uematsu, H. (2010). HTV Rendezvous Technique And GNC Design Evaluation Based on 1st Flight On-Orbit Operation Result. *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference*. <https://doi.org/10.2514/6.2010-7664>
- [33] Vallado, D. A., & Wertz, J. (2013). *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*, 4th ed. (Space Technology Library) (4th ed.). Microcosm Press.
- [34] Wertz, Jr. (1980). *Spacecraft Attitude Determination and Control* (Astrophysics and Space Science Library, 73) (1978th ed.). D. Reidel.
- [35] Woffinden, D. C., & Geller, D. K. (2007). Navigating the Road to Autonomous Orbital Rendezvous. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 44(4), 898–909. <https://doi.org/10.2514/1.30734>
- [36] Xie, Y., Chen, C., Liu, T., & Wang, M. (2022). *Guidance, Navigation, and Control for Spacecraft Rendezvous and Docking: Theory and Methods* (1st ed. 2021). Springer.

- [37] Youssef, M. H. A. (2017). The Solution of Optimal Two-Impulse Transfer between Elliptical Orbits with Plane Change. *International Journal of Astronomy and Astrophysics*, 07(03), 125–132. <https://doi.org/10.4236/ijaa.2017.73010>
- [38] LUNNEY, G. (1967). Summary of Gemini rendezvous experience. *Simulation and Support Conference*. <https://doi.org/10.2514/6.1967-272>
- [39] Williams, T., & Baughman, D. (1994). Self-rescue strategies for EVA crewmembers equipped with the SAFER backpack. NASA. Goddard Space Flight Center, Flight Mechanics (Estimation Theory Symposium, 1994).
- [40] Will Campbell (2023). Earth-sized Sphere with Topography (<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/27123-earth-sized-sphere-with-topography>), MATLAB Central File Exchange. Retrieved February 27, 2022. (Erişim tarihi: 27 Şubat 2022).

