

**GA(q) AĞ KODLAMALI TELSİZ AĞLARDA EŞDEĞER
RÖLE KANALI YAKLAŞIMI**

**EQUIVALENT RELAY CHANNEL APPROACH TO GF(q)
NETWORK CODED WIRELESS NETWORKS**

ILGIN ŞAFAK

Hacettepe Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin
ELEKTRİK ve ELEKTRONİK Mühendisliği Anabilim Dalı İçin Öngördüğü
DOKTORA TEZİ
olarak hazırlanmıştır.

2013

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Bu çalışma jürimiz tarafından ELEKTRİK ve ELEKTRONİK Mühendisliği ANABİLİM DALI'nda DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan :
Prof. Dr. A. Salim Kayhan

Üye (Danışman) :
Doç. Dr. Emre Aktaş

Üye :
Doç. Dr. Ali Özgür Yılmaz

Üye :
Doç. Dr. Cenk Toker

Üye :
Yrd. Doç. Dr. Mücahit K. Üner

ONAY

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca jüri üyeleri tarafından 10 / 1 / 2013 tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunca 10 / 1 / 2013 tarihinde kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Fatma Sevin Düz

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRÜ

ILGIN ŞAFAK

ÖZ

Bu tezde, q -lu Galois alanlı ağ kodlamalı telsiz işbirlikçi röle ağlarında verimli iletim yöntemleri araştırılmış, düşük-karmaşıklıklu alıcı yapıları geliştirilmiş ve analizleri yapılmıştır. Alıcıdaki sert ve yumuşak kararlı en büyük olabilirlik kestirimi kuralları çıkartılmış ve kullanılmıştır. Rölede yumuşak ve sert kararlı röleleme yöntemleri ele alınmıştır. Yumuşak-kararlı rölelemede, röleden analog veri, sert-kararlı rölelemede ise, sayısallaştırılmış veri alıcıya gönderilir. Geliştirilen alıcı yapılarının başarımları optimum alıcının başarımları ile karşılaştırılmıştır. Kaynak-röle kanalının hatasız ve hatalı modellendiği durumlar için sistemin hata oranları elde edilmiştir. Hata başarımlarında matematiksel kolaylığının sağlanması açısından yaklaşıklama yöntemi olan eşdeğer röle kanal modeli kullanılmıştır.

Anahtar Kelimeler: ağ kodlama, telsiz haberleşme, işbirlikçi haberleşme

Danışman: Doç. Dr. Emre Aktaş, Hacettepe Üniversitesi, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

EQUIVALENT RELAY CHANNEL APPROACH TO $GF(q)$ NETWORK CODED WIRELESS NETWORKS

ILGIN ŞAFAK

ABSTRACT

This thesis investigates efficient transmission techniques, the development of receivers with low computational complexity, and their analyses for q -ary Galois Field network coded wireless cooperative relay networks. Hard and soft decision maximum likelihood detection is performed at the receiver and soft and hard information relaying techniques are considered at the relay node. In soft-information relaying, analog data is transmitted from the relay node to the destination, whereas in hard-information relaying, digitized data is sent. The error performances of the new receivers are compared to that of the optimal receiver. Error rates of the optimum hard and soft decision receivers are obtained for relay networks with errorless and error-prone source-relay links, where an approximation technique, known as the equivalent relay channel method, is used.

Keywords: network coding, wireless communications, cooperative communications

Advisor: Doç. Dr. Emre Aktaş, Hacettepe University, Department of Electrical and Electronics Engineering

Bu çalışma süresince tüm bilgilerini benimle paylaşmaktan kaçınmayan, her türlü konuda desteğini benden esirgemeyen ve tezimde büyük emeği olan, aynı zamanda kişilik olarak da bana çok şey katan Hacettepe Üniversitesi öğretim üyelerinden, doktora tez danışmanım Sayın Doç. Dr. Emre Aktaş'a sonsuz minnet ve teşekkürlerimi sunarım.

Araştırma süresince büyük yardımlarını gördüğüm, bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım Ortadoğu Teknik Üniversitesi (ODTÜ) öğretim üyelerinden, jüri üyesi Sayın Doç. Dr. Ali Özgür Yılmaz'a tezime olan katkılarından dolayı çok teşekkür ederim.

Tez çalışması sırasında bana destek ve yardımlarını esirgemeyen Hacettepe Üniversitesi öğretim üyelerinden, jüri üyesi Sayın Yrd. Doç. Dr. Mücahit K. Üner'e müteşekkirim.

Bilgi ve deneyimlerini paylaşan Hacettepe Üniversitesi öğretim üyelerinden, jüri üyesi Prof. Dr. A. Salim Kayhan'a ve Doç. Dr. Cenk Toker'e teşekkür ederim.

TÜBİTAK-EEAG 110E088 no.lu projede birlikte çalıştığımız Hacettepe Üniversitesinde araştırma görevlisi Raşit Tutgun'a ve ODTÜ'de araştırma görevlisi Tuğcan Aktaş'a öneri ve yardımları için teşekkür ederim.

Bu çalışmada maddi destek sağlayan TÜBİTAK'a (TÜBİTAK-EEAG 110E088 no.lu proje) teşekkürlerimi sunarım.

Çalışma süresince beni hep destekleyen aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
ÖZ	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	x
SÖZLÜK DİZİNİ	xii
1. GİRİŞ	1
1.1. Problem Tanıtımı.....	1
1.2. Amaç, Katkılar ve İçerik.....	8
2. $GA(q)$ AĞ KODLAMALI TELSİZ RÖLE AĞI	10
2.1. Sistem Modeli.....	10
2.1.1. Kanal Modelleri.....	10
2.1.2. M 'li Faz Kaydırmalı Kiplenim	18
2.1.3. Ağ Kodlama ve Doğrusal Blok Kodlarda Temel Kavramlar	19
2.2. Veri İletim Yöntemleri	25
2.2.1. Log-Olabilirlik Oranlı Ağ Kodlama	26
2.2.2. $GA(q)$ Ağ Kodlamalı Kip-Çöz-ve-İlet	29
2.3. Eşdeğer Röle Kanal Modeli	31
2.4. Alıcı Yapıları	33
2.4.1. Optimum Alıcı.....	33
2.4.2. Eşdeğer Alıcı	39
2.4.3. Tanner Alıcısı.....	49
3. LOO AĞ KODLAMALI RÖLE AĞLARINDA ALICIDA SONSAK LOG OLABİLİRLİK ORANLARININ HESAPLANMASI	52
3.1. Analog (Nicemlemesiz) LOO Ağ Kodlamalı Rölelemeli Röle Ağları	52

3.2. Nicemlemeli LOO Ağ Kodlamalı Röle Ağlarının Analizi	57
4. GA(q) AĞ KODLAMALI KİP-ÇÖZ-VE-İLET RÖLE AĞLARININ HATA BAŞARIM ANALİZİ	63
4.1. Optimum Sert-Alıcının Hata Başarım Analizi	63
4.2. Optimum Yumuşak-Alıcının Hata Başarım Analizi	67
5. BENZETİM SONUÇLARI	74
5.1. Nümerik Sonuçlar	74
5.2. Kuramsal ve Nümerik Sonuçlarının Karşılaştırılması	78
6. SONUÇLAR	83
EKLER	85
EK 1: LOG OLABİLİRLİK ORANLI AĞ KODLAMALI RÖLE AĞLARINDA ALICIDAKİ SONSAL LOG OLABİLİRLİK ORANININ ÇIKARIMI	85
KAYNAKLAR DİZİNİ	108
ÖZGEÇMİŞ	115

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 1.1. Genel bir haberleşme sistem modeli	2
Şekil 1.2. Tek röleli kanal modeli	3
Şekil 2.1. N kullanıcıli röle ağı	10
Şekil 2.2. Toplanır gürültülü kanal	11
Şekil 2.3. İkili simetrik kanal	17
Şekil 2.4. a) Yönlendirme b) Ağ kodlama	24
Şekil 2.5. 2-kullanıcıli yönlendirmeli (AK'sız) ve GA(2) Ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Nakagami- m ($m=1$) sönümlemeli röle ağlarının sert kararlı EBO kestirim BHO başarımlarının karşılaştırılması	25
Şekil 2.6. 2-kullanıcıli GA(2) ve GA(4) Ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlemeli röle ağlarının yumuşak kararlı EBO kestirim başarımlarının karşılaştırılması	26
Şekil 2.7. Çoklu erişim röle kanalı	26
Şekil 2.8. $N = 2$ ve $L(u_2) = -L(u_1)$ için (2.43.)'deki yaklaşıklamanın gerçek ifade ile karşılaştırılması	28
Şekil 2.9. N kaynaklı röle kanalı ve eşdeğer röle kanalı	33
Şekil 2.10. Tek kaynaklı röle kanalı ve eşdeğer röle kanalı	40
Şekil 2.11. Harmonik ortalama, minimum ve üstel eşdeğer röle kanallarının anlık SGO'larının olasılık yoğunluk fonksiyonlarının karşılaştırılması	45
Şekil 2.12. Nakagami- m sönümlemeli ortamda ($m = 2$) Q-tersi eşdeğer kanalının anlık SGO değerinin histogramı	47
Şekil 2.13. Eş. 2.117.'deki eşlik denetim matrisine karşılık gelen Tanner çizge	49
Şekil 3.1. Eş. 3.1.'deki $L(u_1 y_{RA})$ LOO'sunun y_{RA} ile değişimi	53
Şekil 3.2. Eş. 3.2.'deki $L(u_1 y_R, y_{RA})$ LOO'sunun y_{RA} ile değişimi	54
Şekil 3.3. Eş. 3.1. ve Eş. 3.2.'deki LOO'larının y_{RA} ile değişimleri	55
Şekil 3.4. Eş. 3.4.'teki sonsal LOO'nun y_{RA} ile değişimi	56
Şekil 3.5. Eş. 3.6.'daki LOO'nun y_{RA} ile değişimi	58
Şekil 3.6. Eş. 3.8.'deki LOO'nun y_{RA} ile değişimi	59
Şekil 3.7. Eş. 3.9.'daki sonsal LOO'nun y_{RA} ile değişimi	60

Şekil 3.8. Eş. 3.3. ve Eş. 3.9.'daki LOO'larının y_{RA} ile değişimi	61
Şekil 5.1. 2 kullanıcıli GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlemeli röle ağının optimum sert alıcı (sert kararlı EBO kestirim), Tanner alıcı ve kuramsal BHO başarımlarının karşılaştırılması	74
Şekil 5.2. 2 kullanıcıli GA(4) ağ kodlamalı, SR-AK ve ÇAK kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlemeli röle ağlarının yumuşak ve sert alıcı başarımlarının karşılaştırılması	75
Şekil 5.3. 2-kullanıcıli GA(4) ağ kodlamalı, SR-AK ve ÇAK kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlemeli röle ağlarının alıcıda ortalama ve anlık SGO'nun mevcut olduğunda optimum yumuşak alıcı başarımlarının karşılaştırılması	76
Şekil 5.4. 2 ve 3 kullanıcıli GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlemeli röle ağlarının optimum sert alıcı başarımlarının karşılaştırılması	77
Şekil 5.5. 2 kullanıcıli GA(2) NC DetF Nakagami-m sönümlemeli röle ağının $m = 1$ ve $m = 2$ için optimum, minimum ve Q-tersi sert alıcı başarımlarının karşılaştırılması	78
Şekil 5.6. 2 ve 3 kullanıcıli GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlemeli röle ağının optimum, minimum ve Q-tersi yumuşak alıcı başarımlarının karşılaştırılması	79
Şekil 5.7. 2-kullanıcıli GA(4) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlemeli röle ağının, Q-tersi, minimum ve üstel eşdeğer röle ağlarının optimum yumuşak alıcı SHO başarımları ile karşılaştırılması	80
Şekil 5.8. 2 ve 3 kullanıcıli GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlemeli röle ağının optimum yumuşak alıcısının BHO başarımlarının minimum ve Q-tersi eşdeğer röle ağlarının kuramsal birleşim üst sınır başarımları ile karşılaştırılması	81
Şekil 5.9. 2 kullanıcıli GA(4) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlemeli röle ağının optimum yumuşak alıcısının SHO başarımlarının, üstel ve minimum eşdeğer röle ağlarının birleşim üst sınır başarımları ile karşılaştırılması	81

Şekil 5.10. 2 kullanıcılı GA(4) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlemeli röle ağının optimum yumuşak alıcısının SHO başarımının minimum ve Q-tersi eşdeğer röle ağlarının kuramsal birleşim üst sınır başarımları ile karşılaştırılması	82
Şekil 5.11. 2 kullanıcılı GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Nakagami-m sönümlemeli ($m = 2$) röle ağının optimum yumuşak alıcısının BHO başarımının Q-tersi eşdeğer röle ağın kuramsal birleşim üst sınır başarımı ile karşılaştırılması	82

ÇİZELGELER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 2.1. GA(2) Toplama ve Çarpma Çizelgeleri	20
Çizelge 2.2. GA(4) Toplama ve Çarpma Çizelgeleri	21
Çizelge 4.1. GA(4) Ağ Kodlamalı Kodsözcükleri	71

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

AK	: Ağ Kodlaması
BHO	: Bit Hata Olasılığı/Oranı
ÇAK	: Çeşitleme Ağ Kodlaması
DFKK	: Dörtlü Faz Kaydırmalı Kiplenim
DYED	: Düşük Yoğunluklu Eşlik Denetim
EBO	: En Büyük Olabilirlik
ESO	: En Büyük Sonsal Olabilirlik
İFKK	: İkili Faz Kaydırmalı Kiplenim
İHK	: İkili Hafızasız Kanal
İSK	: İkili Simetrik Kanal
İTBGGK	: İkili Toplanır Beyaz Gauss Gürültülü Kanal
İ-EBOB	: İşbirlikçi En Büyük Oran Birleştirme
KipÇİ	: Kip-Çöz-ve-İlet
GA(q)	: q 'lu Galois Alanı
LOO	: Log-Olabilirlik Oranı
M -FKK	: M 'li Faz Kaydırmalı Kiplenim
SGO	: Sinyal Gürültü Oranı
SHO	: Sembol Hata Olasılığı/Oranı
SR-AK	: Seçici-Rölelemeli Ağ Kodlaması
TBGG	: Toplanır Beyaz Gauss Gürültüsü
UZKİ	: Uzay-Zaman Kodlu İşbirliği
Yİ	: Yükselt-ve-İlet
\mathbf{A}	: \mathbf{A} matrisi
\mathbf{A}^T	: \mathbf{A} matrisinin devriği
\mathbf{A}^H	: \mathbf{A} matrisinin karmaşık devriği
\mathbf{a}	: \mathbf{a} vektörü
$\mathbf{a}_{N \times K}$: $N \times K$ boyutlu \mathbf{a} vektörü
\mathbf{I}	: Birim matris
\mathbf{G}	: Üreteç matris
\mathbf{G}_{ij}	: Üreteç matrisinin i . satır, j . sütun elemanı
\mathbf{P}	: Eşlik matris
$\text{Re}\{\cdot\}$: Gerçel alma işlevi

$\mathbf{X}(i)$: \mathbf{X} matrisinin i . satır vektörü

$X \sim \mathcal{N}(0, N_0)$: X rasgele değişkeni, ortalaması sıfır ve değişintisi N_0 olan TBGG dağılımlı

$\delta(\cdot)$: Dirac delta fonksiyonu

SÖZLÜK DİZİNİ

Ağ	: Network
Ağ Kodlaması	: Network Coding
Alıcı	: Receiver
Bağımsız	: Independent
Bant Genişliği	: Bandwidth
Bilgi İletim Hızı	: Information Transmission Rate
Birikimsel Yoğunluk Fonksiyonu	: Cumulative Density Function
Birim Matris	: Identity Matrix
Birleşim Üst Sınır	: Union Bound
Birleşirlik	: Associativity
Birleşme	: Communitivity
Bit Hata Olasılığı	: Bit Error Probabilty
Bit Hata Oranı	: Bit Error Rate
Büyül Kanal Gecikmesi	: Maximum Excess Delay
Blok Kodu	: Block Code
Çeşitleme	: Diversity
Çiftsel Hata Olasılığı	: Pairwise Error Probability
Çizge	: Graph
Çok Kullanıcılı	: Multi-User
Çok Yollu	: Multipath
Çok-Atlamalı	: Multi-hop
Çok-Yollu	: Multi-Path
Çoklu Anten	: Multi-antenna
Çoklu-Erişim	: Multiple-Acess
Çoğuşmalı Hata	: Burst Error
Dağıtık	: Distributed
Dağıtıcılık	: Distributivity
Doğrusal	: Linear
Doğrusal-olmayan	: Non-linear
Donanım	: Hardware
Dörtlü Faz Kaydırmalı Kiplenim	: Quadrature Phase-Shift Keying
Düğüm	: Node

Düşük Yoğunluklu Eşlik Denetim	: Low Density Parity Check
En Büyük Olabilirlik	: Maximum Likelihood
En Büyük Sonsal Olabilirlik	: Maximum A-posteriori Probability
Eleman sayısı	: Cardinality
Eşdeğer Röle Kanalı	: Equivalent Relay Channel
Eşlek Uzay	: Dual Space
Eşlik Matrisi	: Parity Matrix
Eşlik Denetim Matrisi	: Parity Check Matrix
Evreuyumlu	: Coherent
Evreuyum zamanı	: Coherence Time
Frekans	: Frequency
Gauss Gürültü Süreci	: Gaussian Noise Process
Gecikme Süresi	: Transmission Delay
Girişim	: Interference
Gölgeleme	: Shadowing
Güç izgesel yoğunluk	: Power Spectral Density
Isı Gürültüsü	: Thermal Noise
Isıl	: Thermal
İletim	: Transmission
İletişim	: Communication
İlintisiz	: Uncorrelated
İlke Vektör	: Basis Vector
İki-Atlamalı	: Two-Hop
İki-Yönlü	: Bi-Directional
İkili Hafızasız Kanal	: Binary Memoryless Channel
İkili Silme Kanalı	: Binary Erasure Channel
İkili Simetrik Kanal	: Binary Symmetric Channel
Çift Taraflı Çizge	: Bipartite Graph
İkili Faz Kaydırmalı Kiplenim	: Binary Phase-Shift Keying
İkili-Olmayan	: Non-Binary
İşbirlikçi	: Cooperative
İşbirlikçi En Büyük Oran Birleştirme	: Cooperative Maximum Ratio
Kanal-Durum-Bilgisi	: Channel-State-Information
Kapalı-Form	: Closed-Form

Kapatma	: Closure
Karmaşık Alanlı Ağ Kodlaması	: Complex Field Network Coding
Karmaşıklık	: Complexity
Kesinti Olasılığı	: Outage Probability
Kestirim	: Estimation
Kip Çözme	: Demodulation
Kip-Çöz-ve-İlet	: Detect-and-Forward
Kipleme	: Modulation
Kod Sözcük	: Codeword
Kod-Çöz-ve-İlet	: Decode-and-Forward
Kod Çözücü	: Decoder
Kodlama	: Coding
Kodlayıcı	: Encoder
Kutu-Toplam	: Box-Plus
M 'li Faz Kaydırmalı Kiplenim	: M -ary Phase Shift Keying
Moment Üreten Fonksiyon	: Moment Generating Function
L-Yoğunluk Fonksiyonu	: L-Density Function
Log-Olabilirlik Oranı	: Log-Likelihood Ratio
Olabilirlik Fonksiyonu	: Likelihood Function
Olasılık İletimi	: Belief Propagation
Öziliniti İşlevi	: Autocorrelation Function
q -luk Galois Alanı	: q -ary Galois Field
Q -Tersi	: Q -inverse
Röle	: Relay
Seçici Röleleme	: Selective Relaying
Sembol Hata Olasılığı	: Symbol Error Probability
Sembol Hata Oranı	: Symbol Error Rate
Sert Karar	: Hard Decision
Sezimleme	: Detection
Simetrik Kanal	: Symmetric Channel
Sinyal-Gürültü-Oranı	: Signal-to-Noise-Ratio
Sinyal Uzayı	: Constellation
Sönümleme	: Fading
Tek-Atlamalı	: Single-Hop

Telsiz Haberleşme	: Wireless Communication
Ters-İşlem	: Inverse
Toplam-Çarpım Algoritması	: Sum-Product Algorithm
Toplanır Beyaz Gauss Gürültüsü	: Additive White Gaussian Noise
Uzay-Zaman Kodlu İşbirliği	: Space-Time Coded Cooperation
Üreteç Matrisi	: Generator Matrix
Üretilen İş	: Throughput
Vektör Uzayı	: Vector Space
Verici	: Transmitter
Yaklaşıkama	: Approximation
Yavaş Değişen	: Slow-Fading
Yayılm-Hata-Modelleme	: Propagation-Error-Modelling
Yönlendirme	: Routing
Yumuşak Karar	: Soft Decision
Yükselt-ve-İlet	: Amplify-and-Forward
Zaman-Bölmeli Çoklama	: Time-Division Multiplexing

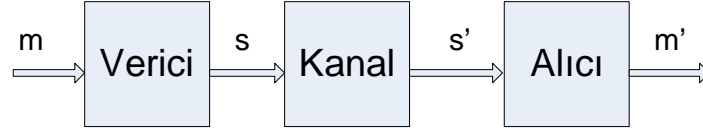
1. GİRİŞ

1.1 Problem Tanıtımı

Telsiz haberleşmede, donanım karmaşıklığını ve enerji tüketimini azaltma ve iletişim kalitesini yükseltme çabaları sürmektedir. Bu bağlamda alıcı ile verici arasındaki iletişimde, vericinin çıkış gücü, sönümleme, gölgeleme vb. nedenlerle iletişim kalitesi istenilen düzeye ulaşamayabilir. Bunun sonucunda, hata olasılığında artış, veri hızında istenmeyen değişimler, alıcıda istenilen sinyal-gürültü-oranı (SGO) düzeyine ulaşamaması ve gecikmede oynamalar sıkça karşılaşılan sorunlar arasındadır. Bu tür sorunların çözümü için vericinin çıkış gücünün artırılması maliyet yada elektromanyetik uyumluluk açısından genellikle arzu edilmez. Ayrıca, verici çıkış gücünün artırılması bile çoğunlukla bu sorunun çözümünde yeterli olmayabilir. Telsiz haberleşme sistemlerinde, kanalın gürültü ve sönümleme gibi zararlı etkileri *çeşitleme* ile azaltılabilir. Çeşitlemede, birbirinden bağımsız kanallar üzerinden ortak alıcıya veri gönderilir ve alıcıda veriler birleştirilerek kanalın olumsuz etkileri en aza indirgenmeye çalışılır. Çeşitleme sağlamanın bir yolu *uzay çeşitlemesidir*. Uzay çeşitlemesinde, birbirinden farklı konumlardaki çoklu antenler kullanılır, böylece birbirinden bağımsız sönümlenen kanallar üzerinden veri iletimi yapılır. *Frekans çeşitlemesinde*, aynı darbant sinyal farklı taşıyıcı frekanslarda gönderilir. Frekans çeşitlemesi, çoklu frekans bantları üzerinden iletim yapılabilmesi için ek iletim gücü gerektirmektedir. *Zaman çeşitlemesinde*, aynı sinyal farklı zamanlarda alıcıya iletilir. *Kutupsal çeşitlemede*, veri farklı kutuplara sahip antenler ile gönderilir veya alınır. Bu yöntemin bir dezavantajı, gönderilen sinyalin gücünün antenler arasında paylaştırılmasından dolayı gücün azalmasıdır. *İşbirlikçi haberleşme*, uzay ve zaman çeşitlemesi sağlayan bir yöntemdir. İşbirlikçi haberleşmede, kullanıcı terminallerine ait veriler alıcıya ve diğer kullanıcılara yayımlanır. Diğer kullanıcılarda alınan veriler alıcıya iletilir, böylece aynı veri birden fazla kanal üzerinden alıcıya ulaştırılır. *Uzay-zaman kodlu işbirliği (UZKİ)*, uzay ve zaman çeşitlemesi sağlayan bir diğer yöntemdir. UZKİ, çoklu antenlerin kullanıldığı bir işbirliği çeşididir, ve zaman ve frekans gibi diğer çeşitleme türleri ile birleştirilebilir olması açısından caziptir (Goldsmith, 2005; Herhold et al., 2004; Laneman and Wornell, 2004).

Kanalın zararlı etkilerini azaltmanın bir diğer yolu *kanal kodlamasıdır*. Kanal kodlamasında amaç, kanaldan kaynaklanan bozulmalara karşı verinin alıcıda en az hata ile alınmasını sağlamaktır. Bir haberleşme sisteminin genel yapısı Şekil 1.1'de göster-

ilmiştir. Şekil 1.1'deki modelde, vericide kodlanan veri kanala gönderilir ve kanaldan alınan veri alıcıda çözülür. Burada, m : mesaj, s : kanala gönderilen kodlanmış veri, s' : kanaldan alınan kodlanmış veri ve m' : kod çözülmüş veridir. Kodlama, mesajı kod sözcüğüne dönüştürme işlemidir. Kod çözme ise kanaldan alınan veriden mesajı ke- stirme işlemidir (Shannon and Weaver, 1963).



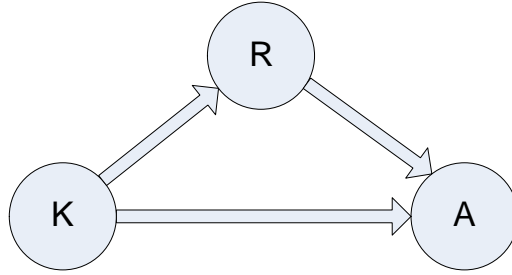
Şekil 1.1. Genel bir haberleşme sistem modeli

Kanal kodları genel olarak *evrişimli* ve *blok kodlar* olmak üzere ikiye ayrılırlar. Evrişimli kodlarda, veri evrişim işlemi ile kodlanır ve kodlayıcı hafızaya sahiptir. Hafızalı bir kodlayıcının çıktısı yalnızca o andaki girdiye değil, geçmiş verilere de bağlıdır. Buna karşılık, bir (n, k) blok kodunda, k bitlik veri kodlanır ve çıkışta n bitlik veri elde edilir. Blok kodlayıcı hafızasızdır, dolayısıyla kodlanan veri geçmiş değerlere bağlı değildir (Moon, 2005).

Düşük yoğunluklu eşlik denetim (DYED) kodlar, kod çözücü yapısı düşük karmaşıklıkli blok kodlardır (bkz. Bölüm 2.1.3) ve blok boyutu büyük olduğunda yüksek başarımlar elde etmek mümkündür. Kod sözcük oluşturma kuralı *üreteç matrisi* ile belirlenir (bkz. Bölüm 2.1.3). *Eşlik denetim matrisi* (bkz. Bölüm 2.1.3), kullanılarak *Tanner çizge* oluşturulur ve üzerinden kod çözme yapılır (bkz. Bölüm 2.4.3). DYED kodlarda eşlik denetim matrisi düşük yoğunlukludur; matrisdeki toplam 1'lerin sayısı 0'lardan çok daha azdır (Gallager, 1962). Kod çözmede kullanılan eşlik denetim matrisinin seçimi çeşitleme kazancının elde edilebilmesi açısından büyük önem taşımaktadır (Duyck et al., 2010).

Röle yardımı ile haberleşme, alıcı ve verici arasında veri iletimine yardımcı olan en az bir düğümün bulunduğu bir işbirlikçi haberleşme yöntemidir. Röle kanalında amaç, verici ile alıcı arasındaki kanaldaki kötü olduğu durumlarda röle düğümleri aracılığı ile uzamsal çeşitleme sağlamaktır. Röle kanalı, düşük SGO değerleri için direk kanaldan daha yüksek başarımlar gösterir. Verici alıcıya ve röle düğümlerine veriyi yayımlar. Alıcı, röle ve verici düğümlerindeki veriyi çoklu erişim yöntemi ile alır (Cover and Gamal, 1979; Kramer et al., 2005). Ancak bu işlemin minimum enerji harcanması ve minimum

gecikme ile gerçekleştirilmesi arzu edilir. Şekil 1.2’de tek röleli kanal modeli gösterilmiştir. Burada K : kaynak, R : röle düğümü ve A : alıcıyı temsil etmektedir.



Şekil 1.2. Tek röleli kanal modeli

Röle kanalında kullanılan kodlama yöntemleri şöyle özetlenebilir:

- Yükselt-ve-İlet (Yİ): Yİ’de, rölede alınan sinyal yükseltilerek kanala gönderilir. Bu teknik, röle düğümünde düşük karmaşıklık ile gerçekleştirilebilir. Düğümler arasında işbirliği olmadığı duruma göre, kodlama kazancı sağlanabilir, ancak Yİ yöntemi alıcı ve verici yapılarının yeniden yapılandırılmasını gerektirir. Bu yöntemde röle düğümü gelen sinyalin yanısıra gürültüyü de yükselterek kanala gönderildiğinden, başarımları diğer yöntemlere göre düşük olabilmektedir (Hasna and Alouini, 2004; Herhold et al., 2004).
- Kod-Çöz-ve-İlet: Kullanıcılar tarafından gönderilen kanal kodlamalı veriler rölede kod çözülür. Genelde yalnızca rölede mükemmel kod çözülen (güvenilirliği yüksek) veri rölelemede kullanılır, hatalı kod çözülen verinin alınmadığı kabul edilir. Kod çözülen veri aynı veya farklı bir kodlayıcı ile kodlandıktan ve kiplendikten sonra kanala gönderilir. Kod çözmeden dolayı röledeki işlem karmaşıklığı yüksektir ancak Shannon kapasite sınırına yaklaşan kodlama kazançları elde edilebilir (Chakrabarti et al., 2007; Ezri and Gastpar, 2006; Kang et al., 2008; Khojastepour et al., 2004; Wang et al., 2007; Zhang and Duman, 2005).
- Kip-Çöz-ve-İlet: Alınan sembol sezimlendikten sonra kod çözme ve tekrar kodlanma işlemleri yapılmadan kiplenerek gönderilir, dolayısıyla kod-çöz-ve-ilet yöntemine göre daha düşük işlem karmaşıklığına sahiptir (Benjillali and Szczecinski, 2010; Chu et al., 2008; Gao et al., 2011; Proakis, 2000; Yuan et al., 2010). Röledeki kip-çözme hata istatistiklerinin alıcıda bilinmesi durumunda kod-çöz-ve-ilet yöntemine yakın hata başarımları elde edilebilir (Xiao and Aulin, 2009).

- Sıkıştır-ve-İlet: Vericide kodlanan veri rölede kestirilir ve sıkıştırılarak kanala gönderilir. Kanalın SGO'suna bağlı olarak kod-çöz-ve-ilet tekniğine yakın başarımlar elde edilebilir (Khojastepour et al., 2004).
- Kısmi Kodlama: Rölede alınan veri kısmi olarak kod çözülür ve alıcı düğümü kod çözmeye devam eder. kod-çöz-ve-ilet yöntemine yaklaşan başarımla ile kod çözme işleminin azalması nedeni ile zamandan ve pil ömründe tasarruf sağlanabilir (Karkooti and Cavallaro, 2007).
- Dağıtık Kodlama: Verici ve röle düğümlerinde farklı kodlar kullanılır ve alıcıda birleşik kod çözme yapılır. Röle düğümünde kod-çöz-ve-ilet tekniği kullanılır. Bu yöntem ile farklı SGO değerlerine sahip röle-alıcı ve verici-alıcı kanalları için kod-çöz-ve-ilet tekniği kullanıldığı durumdan daha yüksek başarımlar elde edilebilir (Chakrabarti et al., 2007; Karkooti and Cavallaro, 2007; Li and Vucetic, 2005; Razaghi and Yu, 2006; Salvo Rossi et al., 2007).
- Ağ Kodlaması (AK): Röle düğümlerindeki veriler birleştirilerek gönderilir. ağ kodlaması ile bantgenişliği tasarrufu ve kapasite artışı sağlanabilir (Ahlsvede et al., 2000; Alban, 2007; Ding, 2010; Fragouli et al., 2007; Ho et al., 2004; Katti et al., 2008; Peng et al., 2007; Xiao and Skoglund, 2010).
- Analog Ağ Kodlaması: Kullanıcı terminallerin aynı anda iletim yapmasına olanak sağlayan bu yöntem ile daha kısa sürede iletim yapılarak üretilen iş artar. Rölede alınan sinyal yükseltilerek kullanıcı terminallerine gönderilir. Rölede gürültünün yükseltilmesi hata başarımlarını olumsuz etkilemektedir ve kullanıcı terminallerinde girişim kaldırılması gerekmektedir, dolayısıyla alıcıdaki işlem karmaşıklığı artmaktadır (Katti et al., 2007; Maric et al., 2010; Rossetto and Zorzi, 2011).
- Fiziksel Katman Ağ Kodlaması: Analog ağ kodlamaya benzeyen bu yöntemde rölede alınan sinyal yükseltilmesi yerine kod çözülür. Kod çözme senkronizasyon gerektirdiğinden, röledeki işlem karmaşıklığı analog ağ kodlamasına göre daha yüksektir ancak daha yüksek veri hızlarına olanak sağlar (Katti et al., 2007; Rossetto and Zorzi, 2011; Zhang et al., 2006).
- Ağ Kodlamalı Kod-Çöz-ve-İlet: Kullanıcılar kanala kodlanmış veri gönderirler ve rölede alınan veriler kod çözülür. Kod çözülen veriler ağ kodlandıktan sonra tekrar kanal kodlanır. Kanal ve ağ kodlamalı veri kiplenerek kanala gönderilir. Alıcıda,

dağıtık kodlamada olduğu gibi, kod çözme birleşik yapılıdır. Bu yöntem ile dağıtık kodlamadaki gibi farklı SGO değerlerine sahip kanallar için yüksek başarımlar ve kodlama kazancı sağlanır. Ağ kodlamasının kullanılması kapasite artışı ve işlem tasarrufu sağlamaya yarar (Duyck et al., 2010; Hausl and Dupraz, 2006; Hausl and Hagenauer, 2006; Hausl et al., 2005; Iezzi et al., 2011; Kim et al., 2011; Lei et al., 2009; Osseiran et al., 2009; Rebelatto et al., 2011, 2010; Rossetto and Zorzi, 2011; Xiao and Skoglund, 2009a,b; You et al., 2010; Zhang et al., 2007).

- Ağ Kodlamalı Kip-Çöz-ve-İlet: Bu röleme yönteminde, alınan sembol sezimlendikten sonra ağ kodlanarak ve kiplenerek kanala gönderilir. Böylece rölede düşük işlem karmaşıklık ile birden fazla veri aynı anda gönderilerek kapasite artışı ve işlem tasarrufu sağlanır (Iezzi et al., 2011; Nasri et al., 2010; Rossetto and Zorzi, 2011).
- Log-Olabilirlik Oranlı Ağ Kodlama: Bu yöntemde, rölede alınan veriler kod çözülür. Kod-çöz-ve-ilet yönteminden farklı olarak rölede hatalı kod çözülen (güvenilir olmayan) veri de kullanılır. Kod çözülmüş veriler tekrar kodlanmaz, onun yerine ağ kodlanır ve log-olabilirlik oranı (LOO) hesaplanır. Röle düğümünde hesaplanan LOO alıcıya gönderilir. Alıcıda kullanıcı terminallerinden ve röleden alınan veriler turbo kod çözücüsüne benzer bir yapıya sahip olan bir kod çözücü ile döngüsel kod çözülür (Yang and Koetter, 2007). Bu şekilde gerçekleşen yumuşak-kararlı kod çözmenin işbirlikçi haberleşmede başarımın iyileştirilmesinde kullanıldığı bilinmektedir (Li and Vucetic, 2005; Otnes and Tüchler, 2002; Yang and Koetter, 2007).

Yukarıdaki listelenen röleme yöntemlerinin bazılarında kullanılan ağ kodlaması (bkz. 2.1.3), bir haberleşme ağının bir düğümünde alınan verilerin birleştirilerek aynı anda gönderilmelerine olanak sağlayan bir iletim yöntemidir. Ağ kodlaması ile bantgenişliği ve enerji tasarrufu sağlanabilir ve iletim gecikme süresi azaltılabilir (Ahlsvede et al., 2000). Ağ kodlaması başlangıçta noktadan noktaya hatasız iletim yapan kablolu ağlar için önerilmiş olmasına rağmen, telsiz iletişim sistemlerinde de uygulamaları mevcuttur. (Ho et al., 2004)'de ağ kodlamasının dinamik olarak değişen ortamlarda uygulanması incelenmiştir. Merkezi-olmayan sistemler için rasgele ağ kodlaması yapılmıştır. (Fragouli et al., 2007)'de ağ kodlamasının telsiz haberleşmede uygulaması araştırılmıştır. Ağ kodlamasının daha güvenilir ve daha verimli telsiz ağlarının geliştirilmesine

yardımcı olabileceği belirtilmiştir. (Hausl and Dupraz, 2006)'de çoklu erişim röle kanalı için ağ ve kanal kodlaması birleşik yapılmıştır. (Peng et al., 2007)'da telsiz haberleşmede ağ kodlaması'nın sönmülemeli kanallar için uyarlanır bir yöntem geliştirilmiştir. (Katti et al., 2008), ağ kodlamasının telsiz haberleşmede pratikte uygulanması ile ilgili bir çalışmadır. Telsiz ağlarda üretilen işi arttıran yeni bir mimari altyapı geliştirilmiştir. (Hausl et al., 2005), çoklu-erişim röle kanalında birleşik ağ ve kanal kodlaması uygulamasıdır. DYED kodu ile rölelerde dağıtık ağ ve kanal kodlaması yapılır, alıcıda Tanner çizge üzerinde birleşik ağ ve kanal kod çözme gerçekleştirilir. (Iezzi et al., 2012)'de, işbirlikçi telsiz ağlarda ağ kodlamasının çeşitleme derecesi ve kodlama kazancı üzerindeki etkisi incelenmiştir. Çalışmaya göre, bazı durumlarda ağ kodlaması'nın hata başarımını iyileştirmediği, üretilen iş ile çeşitleme derecesi ve kodlama kazancı ile aralarında bir ödünleşimin bulunduğu, dolayısıyla ağ kodlaması'nın bazı durumlarda kullanılmamasının faydalı olabileceği vurgulanmıştır.

İkili olmayan ağ kodlaması, telsiz işbirlikçi röle ağlarında ikili ağ kodlaması yönteminin kullanıldığı duruma göre daha fazla çeşitleme kazancı sağlayabilen basit ve etkin bir yöntemdir. (Lei et al., 2009)'da q -lu sonlu Galois alanlı (GA(q)) ağ kodlamalı çok-kullanıcılı bir telsiz işbirlikçi röle ağı ele alınmaktadır. Kullanıcılar birbirlerinin röle görevini üstlenmektedirler ve GA(q) ağ kodlamalı kod-çöz-ve-ilet yöntemlerini kullanmaktadırlar. GA(q) ağ kodlama yönteminin ikili ağ kodlamaya göre daha yüksek çeşitleme derecesi sağladığı (Lei et al., 2009)'da gösterilmiştir. (Duyck et al., 2010)'de işbirlikçi çoklu erişim röle kanalında tam çeşitleme kazancının elde edildiği yapı araştırılmıştır. Ağ yapısı iki kullanıcılı, ortak röle düğümlü ve ortak alıcılıdır. Röle düğümünde GA(5) ağ kodlaması yapılır ve alıcıda ortak DYED kod çözme gerçekleştirilir. (Xiao and Skoglund, 2009b)'de çeşitleme derecesini enbüyüten ve çeşitleme ağ kodları (ÇAK) olarak adı geçen, çok kullanıcılı GA(q) ağ kodlamalı yapı geliştirilmiştir. ÇAK yapısında ağ kodlaması önceden belirlenen bir kurala göre yapılır. (Rebelatto et al., 2010)'da, (Xiao and Skoglund, 2009b)'deki yapı genelleştirilmiş ve sistemin ortalama hata oranı ve çeşitleme derecesi elde edilmiştir. (Rebelatto et al., 2011)'da, tam çeşitleme derecesi sağlayan uyarlamalı dağıtık kanal ve GA(q) ağ kodlamalı bir yapı geliştirilmiştir. Alıcıda mükemmel kanal durum bilgisinin (kanal durum bilgisi) mevcut olduğu varsayılmıştır. Sistemin ortalama hata oranı ve çeşitleme derecesi elde edilmiştir. (Xiao and Skoglund, 2009a)'da, GA(q) ağ kodlamasının kullanıldığı çok kaynaklı, çok röleli ve ortak alıcılı işbirlikçi telsiz ağı incelenmiştir. Enbüyük uzaklık kodu

kullanıldığında tam çeşitleme kazancının elde edilebilmesinin mümkün olduğu gösterilmiş ve sistemin asimptotik hata başarımının incelenmesinde çeşitleme derecesi elde edilmiştir.

Alıcıda kanal durum bilgisinin veya SGO'nun mevcut olması röle kanalının başarımını belirgin bir şekilde yükseltmektedir. Eğer bir Yİ röle kanalında $K - R - A$ kanalı ile ilgili kanal durum bilgisi varsa, $K - R$ kanalının kazancı bir yükseltme katsayısı ile telafi edilebilir (Hasna and Alouini, 2004). Hatalı $K - R$ kanallı kip-çöz-ve-ilet röle ağlarında, alıcıda $K - R$ kanalının hata istatistikleri kullanılarak hata yayılım etkileri azaltılabilir (Xiao and Aulin, 2009). (Iezzi et al., 2011)'da, alıcıda röle hata istatistiklerinin bilindiği GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet röle ağının kapalı form hata olasılığı hesaplanmıştır. (Xiao and Aulin, 2009) ve (Iezzi et al., 2011)'daki hata başarımları analizleri GA(2) ağ kodlaması ve ikili faz kaydırmalı kiplenim (İFKK) için yapılmıştır, ancak Galois alan ve kiplenim mertebesi büyüdüğünde analiz oldukça karmaşık hale gelmektedir.

Röle kanalının hata oranını analiz edebilmek için çeşitli yaklaşımlar kullanılabilir. (Benjillali and Szczecinski, 2010)'da, işbirlikçi kodlamalı, iki-atlamalı ve çoklu röle kanallı, kip-çöz-ve-ilet röle ağının başarımlarında max-log yaklaşımı kullanılmıştır. Yaklaşım, röle kanalının hata başarımına çok yakın bir başarımla sergilenmektedir. Ancak bu yaklaşım ağ kodlamalı röle kanalları için geçerli değildir. Bir başka yaklaşım yöntemi ise eşdeğer röle kanal yöntemidir. Eşdeğer röle kanal yönteminde iki-atlamalı bir röle kanalı tek-atlamalı bir eşdeğer kanal ile yaklaşılır (Chu et al., 2008; Gao et al., 2011; Kim et al., 2011; Wang et al., 2007; You et al., 2010; Yuan et al., 2010). Kip-çöz-ve-ilet ve kod-çöz-ve-ilet röle ağlarında en yaygın kullanılan eşdeğer röle kanal modeli minimum eşdeğer röle kanal modelidir (Chu et al., 2008; Gao et al., 2011; Yuan et al., 2010). Bu modelde, eşdeğer röle kanalının SGO değeri $K - R$ ve $R - A$ kanallarının SGO'larının minimumudur. Minimum eşdeğer röle kanalı, basit olması nedeniyle tercih edilmektedir. (Wang et al., 2007)'deki eşdeğer röle kanalında, eşdeğer SGO değeri $K - R$ ve $R - A$ kanallarının hata olasılıklarının bir fonksiyonudur ve yüksek ortalama SGO değerleri için asimptotik olarak minimum eşdeğer röle kanalının SGO'suna yaklaştığı gösterilmiştir. Bu eşdeğer röle kanal modeli tam çeşitleme derecesini elde eden İ-EBOB alıcısının tasarlanmasında ve alıcının çeşitleme analizinde kullanılmıştır. Ancak bu yöntemin EBO kestirimi için çeşitleme derecesi ve hata oranı analizi mevcut değildir. Ağ kodlamasız kod-çöz-ve-ilet röle ağları

için geliştirilen (Wang et al., 2007)'deki yöntemin, kanal kodlamasız iki-yönlü GA(2) ağ kodlamalı kod-çöz-ve-ilet röle ağları için de geçerli olduğu (You et al., 2010)'de gösterilmiştir. (Nasri et al., 2010)'de, çok kaynaklı, tek röle kanallı ve ortak alıcılı, M-li kiplmeli, Rayleigh sönümlmeli bir GA(q) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet röle ağında (Wang et al., 2007)'deki eşdeğer röle kanalı kullanılarak $K - R$ kanalları yaklaşıklanmıştır. (Wang et al., 2007)'deki eşdeğer röle kanalı GA(q) ağ kodlamaya uyarlanmış ve eşdeğer kanalın yüksek SGO değerlerinde minimum eşdeğer röle kanalına yaklaştığı gösterilmiştir ve İ-EBOB alıcısı için kapalı-form hata oranları elde edilmiştir. (Kim et al., 2011)'de, hata yayılım modelleme isimli bir eşdeğer röle kanal modeli ile GA(q) ağ kodlaması ve karmaşık alanlı ağ kodlamalı kod-çöz-ve-ilet röle ağları için düşük karmaşıklık bir alıcı yapısı geliştirilmiştir. Kod-çöz-ve-ilet röle ağlarında hata yayılımının engellenmesine yönelik olarak bu yöntemde alıcıda rölede oluşan sezimleme hataları sanal gürültü olarak modellenir. Röle kanalının hata başarımına çok yakın başarıml sergileyen bu yöntem, sistemin çeşitleme derecesinin elde edilmesinde kullanılabilir ancak çalışma hata oranının elde edilmesini içermemektedir.

1.2 Amaç, Katkılar ve İçerik

Literatürde, alıcıda röledeki hata istatistiklerinin en büyük olabilirlik oranı (EBO) kestiriminde kullanıldığı genel işbirlikçi telsiz GA(q) ağ kodlamalı röle ağlarının çeşitleme derecesi ve hata oranının elde edilmesi için basit yöntemler bulunmamaktadır. Ayrıca optimum alıcıya alternatif düşük karmaşıklık alıcı yapıları da mevcut değildir. Bu tez çalışmasında, bu sorunların çözümüne yönelik olarak, çok kullanıcı röle ağları için işbirlikçi yapı araştırılacaktır. Amaç, telsiz röle ağlarının çeşitleme kazancının arttırılması, hata başarımının iyileştirilmesine yönelik alıcı yapılarının geliştirilmesi ve hata başarımının ölçülmesidir. Tezde, farklı iletim yöntemlerinin ve ağ kodlamasının telsiz işbirlikçi röle ağlarının hata başarımı üzerindeki etkisi incelenecektir.

Bu katkıda, GA(q) ağ kodlamalı röle ağlarının hata başarım analizi yapılmıştır. Rölelemede *log-olabilirlik oranlı ağ kodlama* ve *ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet* yöntemleri incelenmiştir. Her iki yöntemde rölede sezimleme/kip-çözme işleminin hatasız yapılamadığı durum ele alınmıştır.

LOO ağ kodlamalı röle ağının kuramsal analizi yapılmıştır. Kanal kodlaması olmadığı durum için gönderilen verilerinin alıcıdaki sonsal LOO'ları hesaplanmıştır. Amaç, alınan veriler kullanılarak gönderilen verilerin kestirilmesidir. LOO ağ kodlamalı rölele-

mede nicemlemenin etkisi incelenmiştir.

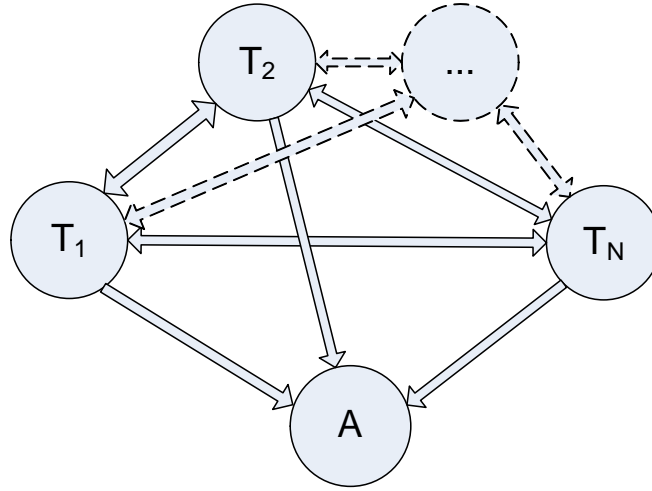
Özgün katkı olarak bu çalışmada, genel $GA(q)$ ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet röle ağında, röle hata istatistiklerinin alıcıda bilindiği varsayımı altında EBO kestirimi yapan (optimum) alıcının hata başarımlarını analiz edilmiştir. *Sert-kararlı optimum alıcının analizinde*, EBO kestirim kuralına dayalı hata oranı çıkarılmıştır. Sert-kararlı optimum alıcının hata başarımlarını, Tanner çizgede kod çözme başarımlarını ve kuramsal hata başarımlarını ile karşılaştırılmıştır. *Yumuşak-kararlı optimum alıcının hata başarımlarını analizinde* ise eşdeğer röle kanal yöntemi kullanılmıştır. Ağ kodlamasız kod-çöz-ve-ilet toplamı beyaz Gauss gürültülü ve Rayleigh sönmülemeli röle ağları için geliştirilen (Xiao and Aulin, 2009) ve (Wang et al., 2007)'deki hata oranı analiz yöntemleri Nakagami- m sönmülemeli, $GA(q)$ ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet röle ağlarına genelleştirilmiştir. (Hasna and Alouini, 2004)'deki harmonik ortalama eşdeğer röle kanal yönteminin bir yaklaşıklaması olan yeni bir eşdeğer röle kanal modeli geliştirilmiştir. (Wang et al., 2007)'deki eşdeğer röle kanal yöntemi genel $GA(q)$ ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet röle ağlarına genelleştirilmiştir. Geliştirilen eşdeğer röle kanalları, minimum eşdeğer röle kanal yöntemi ile karşılaştırılmıştır. Eşdeğer röle kanal yöntemleri kullanılarak kuramsal birleşim üst sınır hata oranının yaklaşığı ve yaklaşık hata oranından çeşitleme derecesi elde edilmiştir. Yumuşak-kararlı optimum alıcının hata başarımlarını, eşdeğer röle kanalları kullanılarak geliştirilen alıcı yapıları ve kuramsal birleşim üst sınır hata başarımlarını ile karşılaştırılmıştır.

Bu tez altı bölümden oluşmaktadır. İkinci bölümde, tez çalışmasında ele alınan sistem modeli, veri iletim yöntemi ve kullanılan alıcı yapıları anlatılmıştır. Üçüncü bölümde, log-olabilirlik oranlı ağ kodlamalı röle ağlarının sonsal log-olabilirlik oranları çıkarılmıştır. Dördüncü bölümde, $GA(q)$ kip-çöz-ve-ilet röle ağlarının hata başarımlarını analiz edilmiştir. Beşinci bölümde benzetim sonuçları yer almaktadır. Altıncı bölümde yapılan çalışmalar özetlenmiştir.

2. $GA(q)$ AĞ KODLAMALI TELSİZ RÖLE AĞI

2.1 Sistem Modeli

İncelenen röle ağ yapısı Şekil 2.1’de gösterilmiştir. Kullanıcı terminalleri, T_1, \dots, T_N , birbirlerinin röle görevini üstlenirken aynı anda kendi verilerini de doğrudan ortak alıcı A ’ya gönderebilmektedirler. Terminallerde M ’li faz kaydırmalı kiplenim (M -FKK), $GA(q)$ ağ kodlamalı ve zaman bölmeli çoklama yöntemleri kullanılmaktadır. Bütün kanalların birbirlerinden bağımsız olarak sönümlendikleri varsayıldı. Kullanıcı terminallerinde rölelemede Bölüm 2.2’de anlatılan log-olabilirlik oranlı ağ kodlama ve ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet yöntemleri ele alınacaktır. Ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet yönteminde, rölede kip-çözme işleminin mükemmel yapılamadığı durum göz önüne alındı ve röledeki hata istatistiklerinin alıcıda bilindiği durum incelenecektir. Tezde ele alınan kanal modelleri, ağ kodlaması ve blok kodlar ile ilgili cebirsel bilgiler, eşdeğer röle kanal modeli, alıcı yapıları, veri iletim ve röleleme yöntemleri bu bölümde özetlendi.



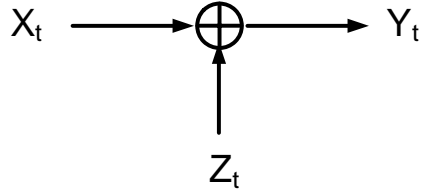
Şekil 2.1. N kullanıcı röle ağı

2.1.1 Kanal Modelleri

Telsiz kanallarda radyo-dalga yayılımı, çok-yollu sönümlenme ve gölgelenme gibi çeşitli etkiler ile açıklanan karmaşık bir olgudur. Bu olgunun kesin matematiksel tanımı ya bilinmemektedir veya çok karmaşıktır, ancak bu olgu istatistiksel modelleme ile doğru ve göreceli olarak basit bir şekilde tanımlanabilir (Goldsmith, 2005; Proakis, 2000; Simon, 2000).

Toplanır Beyaz Gauss Gürültülü Kanal

Bir haberleşme kanalı için en temel matematiksel modellerden biri Şekil 2.2’de gösterilen ve Eş. 2.1. ile verilen *toplanır gürültülü kanaldır* (Goldsmith, 2005; Richardson and Urbanke, 2008).



Şekil 2.2. Toplanır gürültülü kanal

$$Y_t = X_t + Z_t \quad (2.1)$$

Burada X_t girdi sembolü, Z_t toplanır gürültü terimi ve Y_t çıktı sinyalidir.

Gürültü terimi, alıcıdaki elektronik bileşenler ve yükselteçlerden kaynaklanan veya iletim sırasında alıcı anten kanalı ile alıcıya ulaşan gürültü ve/veya girişimi modelleyebilir. Gürültü çoğunlukla ısı kaynaklıdır ve istatistiksel olarak *beyaz Gauss gürültü süreci* olarak modellenir. Toplanır gürültülü kanalda gürültü terimi beyaz Gauss gürültü süreci olduğunda, kanala *toplanır beyaz Gauss gürültü (TBGG) kanalı* denir. TBGG terimleri istatistiksel olarak birbirinden bağımsızdır ve tek taraflı güç izgesel yoğunluk N_0 (W/Hz) ile tanımlanır.

Gerçek TBGG kanalında rasgele dağılımlı varsayılan Z_t 'ye ait beklenen değer, değişinti ve özilinti işlevi Eş. 2.2.'de verilmiştir:

$$E(Z_t) = 0$$

$$\sigma_{Z_t}^2 = E(Z_t^2) - E(Z_t)^2 = \frac{N_0}{2} \quad (2.2)$$

$$R_{Z_t}(\tau) = E(Z_t Z_{t-\tau}) = \frac{N_0}{2} \delta(\tau)$$

Burada $E(\cdot)$, beklenen değer işlevi; σ_x^2 , x 'in değişintisi; $R(\cdot)$, özilinti işlevi ve $\delta(\cdot)$, Dirac delta işlevidir. Eş. 2.2.'deki özellikleri sağlayan gürültü terimi $Z_t \sim \mathcal{N}(0, N_0/2)$ ile temsil edilir. Burada $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, X 'in μ ortalama değer ve σ^2 değişintili Gauss dağılımlı olduğunu ifade eder.

Gerçel TBGG kanalda Z_t 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonu Eş. 2.3.'teki gibidir:

$$p_{Z_t}(z) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{z^2}{N_0}\right). \quad (2.3.)$$

Gerçel TBBG kanalında, X_t rasgele olmadığında, Y_t sinyali TBGG rasgele dağılımlıdır (Proakis, 2000; Richardson and Urbanke, 2008; Simon, 2000):

$$p_{Y_t|X_t}(y|x) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(y-x)^2}{N_0}\right). \quad (2.4.)$$

$p_{Y_t|X_t}(y|x)$ koşullu olasılığına *olabilirlik fonksiyonu* denir (Proakis, 2000; Richardson and Urbanke, 2008; Simon, 2000).

Kanalın başarımını ölçmek için *sinyal-gürültü-oranı* (SGO) kullanılır. SGO, sinyalin sembol enerjisi E_S 'nin, kanalın gürültü terimi Z_t 'nin gücüne (değişintisine) olan orandır. Gerçel TBGG kanalına ait sembol başına SGO Eş. 2.7.'deki gibi bulunur (Proakis, 2000; Richardson and Urbanke, 2008; Simon, 2000):

$$\gamma_{TBGG} = \frac{E_S}{\sigma_{Z_t}^2} = \frac{2E_S}{N_0}. \quad (2.5.)$$

Ortalama değeri sıfır ve değişintisi N_0 olan *karmaşık TBGG* kanalının gürültü terimi $Z_t \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$ olarak temsil edilir. Burada $X \sim \mathcal{CN}(\mu, \sigma^2)$, X 'in μ ortalama değer ve σ^2 değişintili karmaşık Gauss dağılımlı olduğunu ifade eder (Proakis, 2000; Richardson and Urbanke, 2008; Simon, 2000):

$$Z_t = Z_{t,g} + jZ_{t,s}. \quad (2.6.)$$

Burada $Z_{t,g} \sim \mathcal{N}(0, N_0/2)$ ve $Z_{t,s} \sim \mathcal{N}(0, N_0/2)$ sırasıyla, karmaşık Z_t sinyalinin gerçel ve sanal bileşenleridir.

Karmaşık TBGG (KTBGG) kanalının sembol başına SGO değeri aşağıdaki gibidir (Proakis, 2000; Richardson and Urbanke, 2008; Simon, 2000):

$$\gamma_{KTBGG} = \frac{E_S}{\sigma_{Z_t}^2} = \frac{E_S}{N_0}. \quad (2.7.)$$

Sönümlenmeli Kanal Modelleri

Sönümlenmeye maruz kalan sinyalin zarfında ve fazında zaman içerisinde dalgalanmalar oluşur. İdeal evreyuymulu kip çözmede faz/frekans bozulmaları ve gecikmenin mükemmel bir şekilde telafi edildikleri varsayılır (Proakis, 2000; Simon, 2000). Bu çalışmada, analizde kolaylık sağlanması açısından evreyuymulu kiplenme ve ideal evreyuymulu kip çözme kullanılmıştır.

Sönümlenme *zaman* veya *frekans* alanında hızlı veya yavaş olarak gerçekleşebilir. Zaman alanında kanalın hangi hızda sönümlenmeye maruz kaldığı evreyuym zamanı T_E ile ölçülür. Eğer T_E , sembol süresi T_S 'den küçük ise ($T_E < T_S$), sönümlenme türüne *hızlı sönümlenme* denir. Eğer $T_E > T_S$ ise, bu tür sönümlenmeye *yavaş sönümlenme* denir. Hızlı sönümlenmede, bir sembol süresinde kanalın davranışı değişir, yavaş sönümlenmede ise, sönümlenme birden fazla sembolü etkileyerek çoğuşmalı hataya sebep olabilir. Frekans alanında kanalın hangi hızda sönümlenmeye maruz kaldığı ise büyü kanal gecikmesi T_G ile ölçülür. Eğer $T_G > T_S$, sönümlenme türüne *frekans-seçici sönümlenme* denir. Eğer $T_G < T_S$ ise, bu tür sönümlenmeye *düz sönümlenme* denir. Frekans-seçici sönümlenme genişbantlı sistemlerde, düz-sönümlenme ise darbant sistemlerinde geçerlidir (Proakis, 2000; Simon, 2000).

Darband sistemlerde sönümlenme, alınan taşıyıcının genliğinin α sönümlenme katsayısı ile kiplenmesine yol açar. Burada α ortalama kare değeri $\Omega = E(\alpha^2)$ ve olasılık yoğunluk fonksiyonu $p_\alpha(\alpha)$ olan bir rasgele değişkendir. Sönümlenmeli kanaldan geçen sinyal, alıcıda TBGG ile bozulmaya uğrar. TBGG'nin genelde α 'dan istatistiksel olarak bağımsız olduğu varsayılır. Alınan anlık sinyal gücü α^2 ile kiplenir. Dolayısıyla alınan anlık sembol başına SGO, $\gamma = \alpha^2 E_s/N_0$ olarak tanımlıdır ve ortalama sembol başına SGO, $\bar{\gamma} = \Omega E_s/N_0$ 'dır. SGO'nun olasılık yoğunluk fonksiyonu, α 'nın olasılık yoğunluk fonksiyonunda $\alpha = \sqrt{\Omega\gamma/\bar{\gamma}}$ dönüşümü yapılarak elde edilir (Papoulis and Pillai, 2002; Proakis, 2000; Simon, 2000):

$$\begin{aligned} p_\gamma(\gamma) &= p_\alpha(\alpha) \left| \frac{d\alpha}{d\gamma} \right|_{\alpha=\sqrt{\Omega\gamma/\bar{\gamma}}} \\ &= \frac{p_\alpha(\sqrt{\Omega\gamma/\bar{\gamma}})}{2\sqrt{\gamma\bar{\gamma}/\Omega}}. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Burada $\frac{d\alpha}{d\gamma}$, α 'nın γ 'ya göre marjinal türevidir.

SGO'nun olasılık yoğunluk fonksiyonu ile ilgili moment üreten fonksiyonu, Eş. 2.9. ile tanımlıdır (Proakis, 2000; Simon, 2000):

$$M_\gamma(s) = \int_0^\infty p_\gamma(\gamma) e^{s\gamma} d\gamma. \quad (2.9.)$$

Bu tez çalışmasında ele alınan düz sönümlmeli Rayleigh ve Nakagami- m modelleri aşağıda anlatılacaktır.

- **Rayleigh modeli**

Rayleigh dağılımı, doğrudan görüşü olmayan çok-yollu sönümleme kanalları için kullanılır. Sönümleme katsayısı α 'nın olasılık yoğunluk fonksiyonu Eş. 2.10.'daki gibidir (Proakis, 2000; Simon, 2000):

$$p_\alpha(\alpha) = \frac{2\alpha}{\Omega} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{\Omega}\right), \quad \alpha \geq 0. \quad (2.10.)$$

Eş. 2.8. kullanılarak kanalın anlık SGO'su üstel dağılımlı olarak bulunur (Papoulis and Pillai, 2002; Proakis, 2000; Simon, 2000):

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{1}{\bar{\gamma}} \exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right), \quad \gamma \geq 0. \quad (2.11.)$$

Rayleigh sönümleme modelinin moment üreten fonksiyonu, Eş. 2.9.'un yardımı ile Eş. 2.12.'deki gibi bulunur (Papoulis and Pillai, 2002; Proakis, 2000; Simon, 2000):

$$M_\gamma(s) = (1 - s\bar{\gamma})^{-1}. \quad (2.12.)$$

Modele ait momentler Eş. 2.13. ile bulunur (Papoulis and Pillai, 2002; Proakis, 2000; Simon, 2000):

$$E[\gamma^k] = \Gamma(1 + k)\bar{\gamma}^k. \quad (2.13.)$$

Burada $\Gamma(n)$ Gamma fonksiyonunu gösterir ve n bir tamsayı olduğunda $\Gamma(n) = (n-1)!$ olarak yazılabilir; "!" faktoriyel işlevidir (Gradshteyn and Ryzhik, 2000).

- **Nakagami- m modeli**

Nakagami- m dağılımı, Rayleigh ($m = 1$) ve TBGG ($m = 0.5$) dağılımlarını da kapsayan daha genel bir modeldir. Genelde iç mekan çok-yollu sönümlenmenin modellenmesinde tercih edilir. Sönümleme katsayısı α , Eş. 2.14. ile olasılıksal olarak tanımlanır (Proakis, 2000; Simon, 2000):

$$p_\alpha(\alpha) = \frac{2m^m \alpha^{2m-1}}{\Omega^m \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m\alpha^2}{\Omega}\right), \quad \alpha \geq 0. \quad (2.14.)$$

Burada m sönümleme parametresinin aldığı değerler 0.5 ile ∞ arasındadır. Kanalın anlık SGO'su Gamma dağılımlıdır (Papoulis and Pillai, 2002; Proakis, 2000; Simon, 2000):

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{m^m \gamma^{m-1}}{\bar{\gamma}^m \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}}\right), \quad \gamma \geq 0. \quad (2.15.)$$

Nakagami- m sönümleme modelinin moment üreten fonksiyonu, Eş. 2.16.'daki gibidir (Papoulis and Pillai, 2002; Proakis, 2000; Simon, 2000):

$$M_\gamma(s) = \left(1 - \frac{s\bar{\gamma}}{m}\right)^{-m}. \quad (2.16.)$$

Modele ait momentler Eş. 2.13. ile bulunur (Papoulis and Pillai, 2002; Proakis, 2000; Simon, 2000):

$$E[\gamma^k] = \frac{\Gamma(m+k)}{\Gamma(m)} \bar{\gamma}^k. \quad (2.17.)$$

İkili Hafızasız Simetrik Kanallar

Kesik zamanlı bir haberleşme kanalında kanalın girdisi ve çıktısı sırasıyla $X = \{X_t\}$ ve $Y = \{Y_t\}$ rasgele dizileri olsun; t zamanı belirtmektedir. *Geçiş olasılığı*, $p_{Y|X}(y|x)$, Eş. 2.18.'deki gibi ifade edilebilen kesik zamanlı kanala *hafızasız kanal* denir (Richardson and Urbanke, 2008):

$$p_{Y|X}(y|x) = \prod_t p_{Y_t|X_t}(y_t|x_t). \quad (2.18.)$$

Eş. 2.18.'den gözlenebileceği gibi, hafızasız bir kanalda farklı zamanlardaki geçiş olasılıkları birbirinden bağımsızdır (Richardson and Urbanke, 2008).

Giriş alfabeti iki sembolden oluşan hafızasız kanallara *ikili hafızasız kanal (İHK)* denir. İHK'nın *log-olabilirlik oranı (LOO)* Eş. 2.19. ile tanımlanır (Richardson and Urbanke, 2008):

$$L = l(y) = \ln \frac{p_{Y|X}(y|+1)}{p_{Y|X}(y|-1)}. \quad (2.19.)$$

İkili sistemlerde $\{0, 1\}$ değerleri yerine $\{\pm 1\}$ değerlerinin kullanılması kolaylık sağlamaktadır ve eşleme Eş. 2.20.'deki gibi yapılabilir (Richardson and Urbanke, 2008).

$$\mathbb{F}_2 : \begin{array}{l} 0 \leftrightarrow +1 \\ 1 \leftrightarrow -1 \end{array} : \{\pm 1\} \quad (2.20.)$$

Burada \mathbb{F}_2 , ikili alandır (bkz. Bölüm 2.1.3). Eğer İHK'da çıktı sembolleri Eş. 2.20.'deki gibi tanımlı ve Eş. 2.21.'deki özelliği sağlamaktalar ise kanala *simetrik kanal* denir.

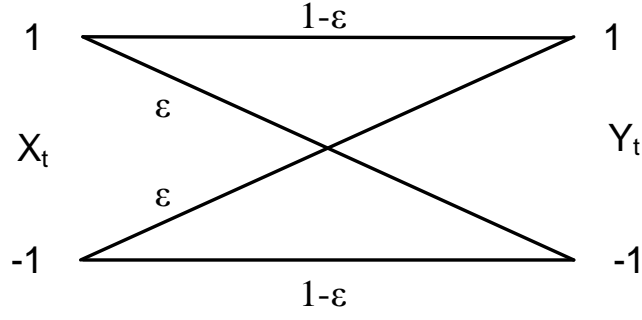
$$p_{Y|X}(y|1) = p_{Y|X}(-y|-1) \quad (2.21.)$$

Bu tezde kullanılan simetrik kanallar arasında ikili simetrik kanal (İSK) ve ikili toplanır beyaz Gauss gürültülü kanalı (İTBGGK) bulunmaktadır.

Şekil 2.2'de gösterilen TBGGK'da X_t ikili sembollerden oluşuyorsa, kanal İTBGGK'dır. $\{\pm 1\}$ değerlerini alan X_t 'nin (eşleme işlemi Eş. 2.20.'deki gibidir) $+1$ ve -1 sembollerinin gönderilme olasılıkları eşitse ve çıktı sembolü Y_t sezimleme sonucunda ikili sembollere eşlenirse, kanal İSK kanalına dönüşür. İSK'da, çıktı sembolleri ikili alandan oluşan simetrik kanaldır. Şekil 2.3'te gösterilen İSK'nın geçiş olasılığı ε dır ve $\text{İSK}(\varepsilon)$ ile temsil edilir, $0 < \varepsilon < 1/2$.

Rasgele değişken Y 'nin LOO'su, $L = l(Y)$ olarak tanımlansın. Bu durumda L de rasgele değişkendir. Kanal üzerinden gönderilen veri $X \in \{\pm 1\}$ ve $l(Y)$ gözlem Y 'nin LOO'su olsun. $X = 1$ varsayımı altında L 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonuna *L-yoğunluğu* denir. Bir İSK'nın L-yoğunluğu, a , Eş. 2.22.'deki gibidir (Richardson and Urbanke, 2008).

$$a_{\text{İSK}(\varepsilon)}(y) = \varepsilon \delta \left(1 + \ln \left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right) \right) + (1 - \varepsilon) \delta \left(1 - \ln \left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right) \right) \quad (2.22.)$$



Şekil 2.3. İkili simetrik kanal

Markov Kanalı

Bir kanalın girdisi X , ara çıktısı Y ve çıktısı Z olsun. X, Y ve Z rasgele değişkenleri bir *Markov zinciri* oluşturuyorsa o kanala *Markov kanalı* denir (Richardson and Urbanke, 2008):

$$X \rightarrow Y \rightarrow Z. \quad (2.23.)$$

Eş. 2.23.'teki Markov zincirinde, X, Y ve Z rasgele değişkenlerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonları Eş. 2.24.'teki gibi ifade edilir (Richardson and Urbanke, 2008):

$$p_{X,Y,Z}(x, y, z) = p_X(x)p_{Y|X}(y|x)p_{Z|Y}(z|y) \quad (2.24.)$$

Markov zincirinde Y 'nin bilinmesi durumunda, X ve Z değişkenleri birbirinden bağımsızdırlar:

$$p_{X,Z|Y}(x, z|y) = p_{X|Y}(x|y)p_{Z|X,Y}(z|x, y) = p_{X|Y}(x|y)p_{Z|Y}(z|y). \quad (2.25.)$$

Bu durumun tersi de geçerlidir. Eğer X, Y, Z rasgele değişkenlerinin olasılık yoğunluk fonksiyonları Eş. 2.26.'daki özelliği sağlıyorsa, X, Y ve Z değişkenleri bir Markov zinciridir.

$$p_{X,Z|Y}(x, z|y) = p_{X|Y}(x|y)p_{Z|Y}(z|y) \quad (2.26.)$$

Simetriden dolayı, $X \rightarrow Y \rightarrow Z$ ise, $Z \rightarrow Y \rightarrow X$ de Markov zinciridir (Richardson and Urbanke, 2008).

2.1.2 M 'li Faz Kaydırmalı Kiplenim

Sayısal sistemlerde bir sinyalin kanal üzerinden gönderilebilmesi için *sayısal kipleme* kullanılır. Sayısal kipleme, taşıyıcının *genlik, faz veya frekansı* gönderilen bit bilgisi ile değiştirilerek gerçekleştirilir. Sayısal frekans kiplemesi, doğrusal-olmayan ve genlik/faz kiplemesi ise doğrusal kipleme yöntemidir. Doğrusal kiplemenin izgesel verimliliği doğrusal-olmayan kiplemeye göre daha yüksektir; doğrusal-olmayan kiplemenin ise güç verimliliği doğrusal kiplemeye göre daha yüksektir. Dolayısıyla doğrusal ve doğrusal-olmayan kipleme yöntemlerinde izgesel ve güç verimliliği arasında ödünleşim bulunmaktadır. Gönderilecek sinyalin alfabesinin boyutuna (aldığı değerlerin sayısına) bağlı olarak kiplemde kullanılacak sinyal uzayı seçilir. Sinyal uzayının boyutu büyüdükçe izgesel verimlilik artar ancak güç verimliliği düşer (Goldsmith, 2005).

Sayısal bir sistemde yapılan faz kiplemesine *faz-kaydırmalı kiplenim* denir. Alfabesi M sembolden oluşan sinyalin faz-kaydırmalı kiplemeye M 'li faz kaydırmalı kiplenim (M -FKK) denir. Bir sembol süresi T_S içerisinde gönderilen sinyal Eş. 2.27.'deki gibidir (Goldsmith, 2005):

$$\begin{aligned}
 s_i(t) &= \text{Re}\{Ag(t)e^{j2\pi(i-1)/M}e^{j2\pi f_c t}\} \\
 &= Ag(t) \cos\left[2\pi f_c t + \frac{2\pi(i-1)}{M}\right] \\
 &= Ag(t) \cos\left[\frac{2\pi(i-1)}{M}\right] \cos(2\pi f_c t) - Ag(t) \sin\left[\frac{2\pi(i-1)}{M}\right] \sin(2\pi f_c t)
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

Burada $0 \leq t \leq T_S$; A , sinyalin genliği; $g(t)$, sinyalin dalga şekli; f_c taşıyıcı frekansı ve $\text{Re}\{\cdot\}$, gerçel alma işlevidir.

Sinyal uzayındaki $\mathbf{s}_i = (s_{i1}, s_{i2})$ sembolünün bileşenlerinin aldığı değerler $s_{i1} = A \cos[2\pi(i-1)/M]$ ve $s_{i2} = A \sin[2\pi(i-1)/M]$ dir, $1 \leq i \leq M$. Dalga şeklinin Eş. 2.28.'deki eşitlikleri sağladığı varsayılır:

$$\begin{aligned}
 \int_0^{T_S} g^2(t) \cos^2(2\pi f_c t) dt &= 1 \\
 \int_0^{T_S} g^2(t) \cos(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_c t) dt &= 0.
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

Sinyal uzayındaki sembollerin aldığı farklı faz değerleri $\theta_i = 2\pi(i - 1)/M$ dir. Sinyal uzayındaki bütün semboller arasındaki minimum mesafe $d_{min} = 2A \sin(\pi/M)$ dir ve gönderilen bütün sinyallerin enerjileri birbirine eşittir (Goldsmith, 2005):

$$E_{s_i} = \int_0^{T_S} s_i^2(t) dt = A^2. \quad (2.29.)$$

Burada E_{s_i} , $s_i(t)$ sinyalinin sembol enerjisidir.

2.1.3 Ağ Kodlama ve Doğrusal Blok Kodlarda Temel Kavramlar

Şekil 2.1'deki röle ağında, alıcıda gözlenen veriler bir arada vektör olarak ele alınırsa, röle ağı bir doğrusal blok kodu olarak düşünülebilir. Alıcıda gözlenen veri vektörü ise röle ağı tarafından kodlanan kod sözcüktür. Doğrusal blok kodlarda kullanılan cebirsel kavramlar ve ağ kodlama ile ilgili temel kavramlar bu bölümde özetlenmiştir.

Doğrusal Blok Kodlar

Doğrusal blok kodları, grup ve vektör uzayı oluştururlar. Blok kodların oluşturulmasında sonlu alanlar yaygın olarak kullanılır.

• Grup

Bir grup $\langle G, * \rangle$, ikili işlem $*$ ile tanımlı olan G kümesidir. Grubun sahip olduğu özellikler aşağıda sıralanmıştır (Carrasco and Johnston, 2008; Moon, 2005):

1. birleşme: $\exists a, b, c \in G$ için $(a * b) * c = a * (b * c)$ dir
2. Birim elemanı $e \in G$: $a * e = e * a = a, \forall a \in G$
3. Ters işlem: $\exists a \in G$ için $a * b = e$ yapacak ters işlem elemanı $b \in G$ bulunur

• Alan

Bir alan $\langle \mathbb{A}, +, \cdot \rangle$, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin tanımlı olduğu \mathbb{A} nesnelere kümesidir ve aşağıda verilen özellikleri sağlamaktadır (Carrasco and Johnston, 2008; Moon, 2005):

1. Toplama altında kapatma: $\exists a, b \in \mathbb{A}$ için $a + b \in \mathbb{A}$ dir
2. Toplamada birim eleman: $e \in \mathbb{A}$ olarak tanımlı toplamada birim elemanı $a + e = e + a = a, \forall a \in \mathbb{A}$ sağlar
3. Toplamada ters işlem (çıkarma): $\exists a \in \mathbb{A}$ için $a + b = b + a = 0$ yapacak ters işlem elemanı $b \in \mathbb{A}$ bulunur
4. Toplamada birleşirlik: $(a + b) + c = a + (b + c), \forall a, b, c \in \mathbb{A}$
5. Toplamada birleşme: $\exists a, b \in \mathbb{A}$ için $a + b = b + a$ dir
6. Çarpma altında kapatma: $\exists a, b \in \mathbb{A}$ için $a \cdot b \in \mathbb{A}$ dir
7. Çarpımda birim eleman: $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a, \forall a \in \mathbb{A} \setminus 0$ için birim eleman $1 \in \mathbb{A}$ bulunur
8. Çarpmada ters işlem (bölme): $\exists a \in \mathbb{A}$ için $a \cdot b = b \cdot a = 1$ yapacak ters işlem elemanı $b \in \mathbb{A}$ bulunur
9. Çarpmada birleşirlik: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c), \forall a, b, c \in \mathbb{A}$
10. Çarpmada birleşme: $\exists a, b \in \mathbb{A}$ için $a \cdot b = b \cdot a$ dir

Sonlu sayıda elemana sahip olan sonlu alana *Galois Alanı* ($GA(q)$) denmektedir. Burada q , alandaki eleman sayısıdır ve asal bir sayıdır veya birden büyük asal bir sayının üstüdür. Sonlu alan sayılabilmesi için $\{1, 2, \dots, q-1\}$ elemanlarının modülo- q 'da çarpım altında grup olması gerekmektedir (Carrasco and Johnston, 2008; Moon, 2005).

$GA(2)$ ve $GA(4)$ 'ün toplama ve çarpım çizelgeleri sırasıyla Çizelge 2.1 ve Çizelge 2.2'de verilmiştir (Moon, 2005).

Çizelge 2.1. $GA(2)$ Toplama ve Çarpma Çizelgeleri

a. Toplama	b. Çarpma																		
<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">+</td><td style="padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td><td style="padding: 5px;">1</td><td style="padding: 5px;">0</td></tr> </table>	+	0	1	0	0	1	1	1	0	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">·</td><td style="padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">0</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td><td style="padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> </table>	·	0	1	0	0	0	1	0	1
+	0	1																	
0	0	1																	
1	1	0																	
·	0	1																	
0	0	0																	
1	0	1																	

Çizelge 2.2. GA(4) Toplama ve Çarpma Çizelgeleri

a. Toplama				
+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	0	3	2
2	2	3	0	1
3	3	2	1	0

b. Çarpma				
·	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	3	1
3	0	3	1	2

q sembollü \mathbb{F}_q alanı üzerinden tanımlı olan ve q^k kod sözcüklü bir (n, k) blok kodu \mathcal{C} , q^k tane n -vektör olan kod sözcüklerden oluşmaktadır. Koddaki n sayısı, kod uzunluğu, k ise kodlayıcı girişindeki blok uzunluğudur. Kodlayıcı, k uzunluğundaki mesaj $\mathbf{m} \in \mathcal{A}^k$ 'yi n uzunluğundaki bir kod sözcüğe eşler. Bir blok kodun hata düzeltmede kullanılabilmesi için, mesaj \mathbf{m} 'nin kod sözcük \mathbf{c} ile bire-bir örtüşmesi gerekir. Ancak herhangi bir kod \mathcal{C} için eşleştirmenin birden fazla yolu olabilir. Blok kodu yalnızca q^k kod sözcükleri k -boyutlu vektör uzayı \mathbb{F}_q^n oluştururlarsa q -lu doğrusaldır denir. Kodun oranı $R = k/n$ dir (Moon, 2005; Shannon and Weaver, 1963).

Doğrusal bir blok kodu \mathcal{C} , k -boyutlu vektör uzayı olduğundan k adet doğrusal bağımsız vektör, $\mathbf{g}_0, \mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_{k-1}$, bulunur. Koddaki bütün kod sözcükler bu vektörler cinsinden ifade edilebilir (Moon, 2005):

$$\mathbf{c} = m_0\mathbf{g}_0 + m_1\mathbf{g}_1 + \dots + m_{k-1}\mathbf{g}_{k-1}. \quad (2.30.)$$

Burada $m_i \in \mathbb{F}_q, 0 \leq i \leq k-1$. \mathbf{g}_i 'ler satır vektörü olarak ve bir arada ele alındıklarında $k \times n$ boyutlu bir matris oluştururlar:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_0 \\ \mathbf{g}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{k-1} \end{bmatrix} \quad (2.31.)$$

m_i 'ler vektör olarak Eş. 2.32.'deki gibi ifade edilebilir:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_0 & m_1 & \dots & m_{k-1} \end{bmatrix}. \quad (2.32.)$$

Eş. 2.31. ve Eş. 2.32., Eş. 2.30.'da yerine konarak Eş. 2.33. elde edilir:

$$\mathbf{c} = \mathbf{mG}. \quad (2.33.)$$

Her kod sözcük $\mathbf{c} \in \mathcal{C}$ 'nin bir \mathbf{m} vektörü için Eş. 2.33.'teki gibi bir gösterilişi vardır. \mathbf{G} 'nin satırları doğrusal kod \mathcal{C} 'yi ürettiği için \mathbf{G} 'ye \mathcal{C} 'nin *üreteç matrisi* denir. Eş. 2.33. kodlama işlemi olarak düşünülebilir (Moon, 2005).

Bir (n, k) blok kodu \mathcal{C} 'yi ele alalım (doğrusal olmak zorunda değil). Eğer mesaj sembolleri m_0, m_1, \dots, m_{k-1} kod sözcük içerisinde olduğu gibi bulunursa kodlayıcı *sistemattiktir* denir. Doğrusal bir kod için, sistematik kodlayıcının üreteç matrisine sistematik üreteç matrisi denir ve genelde Eş. 2.34.'teki gibi yazılır (Moon, 2005).

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} p_{0,0} & p_{0,1} & \dots & p_{0,n-k-1} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ p_{1,0} & p_{1,1} & \dots & p_{1,n-k-1} & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ p_{k-1,0} & p_{k-1,1} & \dots & p_{k-1,n-k-1} & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (2.34.)$$

Burada \mathbf{P} , eşlik sembollerini üreten $k \times (n - k)$ boyutlu eşlik matrisidir ve \mathbf{I} , $k \times k$ boyutlu birim matrisidir (Moon, 2005).

k boyutlu bir (n, k) blok kodu \mathcal{C} 'nin eşlek uzayı, $(n, n - k)$ eşlek kodu \mathcal{C}^\perp dir. Eşlek kodun ilke vektörleri $\{\mathbf{h}_0, \mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{n-k-1}\}$ kullanılarak Eş. 2.35.'teki matris oluşturulur (Moon, 2005):

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_0 \\ \mathbf{h}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{n-k-1} \end{bmatrix}. \quad (2.35.)$$

Eş. 2.35.'teki matrise *eşlik denetim matrisi* denir. Üreteç matrisi ve eşlik denetim matrisi Eş. 2.36.'daki eşitliği sağlar (Moon, 2005):

$$\mathbf{GH}^T = \mathbf{0}. \quad (2.36.)$$

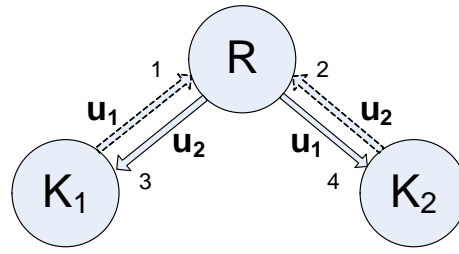
Üreteç matrisi sistematik formda olduğunda eşlik denetim matrisi de sistematiktir (Moon, 2005):

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{P}^T \end{bmatrix}. \quad (2.37.)$$

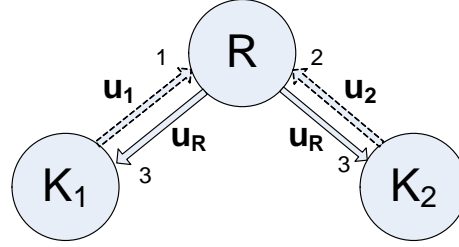
Ağ Kodlama

Haberleşme ağı, düğüm ve bağlantılar yoluyla kullanıcılar arasında iletişime olanak sağlayan bir ağıdır. Bir haberleşme ağında en basit mesaj gönderim şekli yönlendirmedir. Yönlendirmede, ağ düğümünde alınan veri diğer düğümlere aktarılır. Verilerin düğüm-lerde tek tek gönderilmesi iletim gecikme süresi ve bilgi iletim hızı açısından etkin bir yöntem değildir. AK, ağ düğümünde alınan verilerin birleştirilerek aynı anda gönderilmelerine olanak sağlayan bir iletim yöntemidir. Ağ kodlanan veriler $GA(q)$, $q \geq 2$, elemanlarıdır dolayısıyla ağ kodlanan elemanlarda toplama, çarpma gibi cebirsel işlemler $GA(q)$ sonlu alanı üzerinden yapılır. $q = 2$ olduğunda AK'ya ikili AK veya yalnızca AK, $q > 2$ olduğunda ise AK'ya ikili olmayan AK denir. AK ile sistemde bantgenişliği ve enerji tasarruflu kullanılabilir ve iletim gecikme süresi azaltılabilir (Ahlsvede et al., 2000). İkili olmayan AK'da q 'un değeri büyüdükçe, kod sözcüklerin arasındaki mesafe artar, böylece kodun kod çözme yeteneği artarak sistemin hata başarımı iyileşir (Moon, 2005).

Şekil 2.4'te tek röleli kanalda yönlendirme ve ağ kodlaması arasındaki fark betimlenmiştir. Burada K_1 : 1. kullanıcı, K_2 : 2. kullanıcı ve R : röle düğümüdür. Şekil 2.4 a)'da yönlendirme gösterilmektedir. Yönlendirmenin ilk zaman diliminde, kullanıcı K_1 verisi u_1 'i röle düğümüne gönderir. İkinci zaman diliminde kullanıcı K_2 verisi u_2 'yi röle düğümüne gönderir. Üçüncü zaman diliminde röle düğümü u_1 verisini kullanıcı K_2 'ye aktarır. Dördüncü zaman diliminde ise röle düğümü u_2 verisini kullanıcı K_1 'e u_2 verisini gönderir. Böylece iki kullanıcı veri alış-verişini dört zaman dilimi içerisinde gerçekleştirir. Şekil 2.4 b)'de tek röleli kanalda ağ kodlaması gösterilmiştir. İlk zaman diliminde, kullanıcı K_1 veri u_1 'i röle düğümüne gönderir. İkinci zaman diliminde kullanıcı K_2 veri u_2 'yi röle düğümüne gönderir. Üçüncü zaman diliminde röle düğümü u_1 ve u_2 verisine ağ kodlaması uygular ve her iki kullanıcıya aynı anda aktarır. Her kullanıcı gelen veriyi kendi gönderdiği veri ile toplayarak diğer kullanıcının verisini elde eder. Böylece veri alış-verişi dört zaman dilimi yerine üç zaman dilimi içerisinde gerçekleşir (Alban, 2007).



(a)

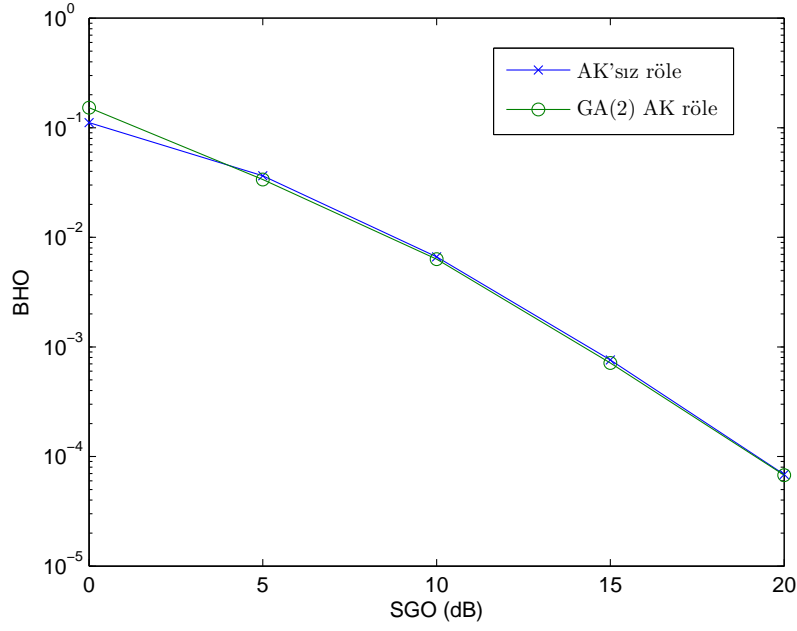


(b)

Şekil 2.4. a) Yönlendirme b) Ağ kodlama

Şekil 2.5'te, 2 kullanıcıli yönlendirmeli (AK'sız) ve Ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlmeli röle ağlarının sert kararlı EBO kestirim BHO başarımları karşılaştırılmıştır. AK'lı ve AK'sız röle ağlarının BHO başarımlarının birbirine oldukça yakın oldukları gözlenmektedir; AK yönlendirme yöntemine göre hata başarımlı üzerinde bir iyileştirme sağlamamaktadır ancak üretilen iş artmaktadır. (Iezzi et al., 2011)'de Şekil 2.5'tekine benzer sonuçlar elde edilmiştir. (Iezzi et al., 2011)'ye göre, kodlama kazancı, çeşitleme derecesi ve üretilen iş arasında bir ödünleşimin bulunduğu belirtilmiş ve bunun sonucunda bazı durumlarda rölede yönlendirme kullanılmasının AK'ya tercih edilmesi önerilmiştir.

İkili olmayan AK'nın, ikili AK'ya göre daha fazla çeşitleme kazancı sağladığı Şekil 2.6'da gösterilmiştir. Burada Şekil 2.1'deki iki kullanıcıli GA(2) ve GA(4) Ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet röle ağları ele alınmıştır. GA(4) ve GA(2) Ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet röle ağlarının üreteç matrisleri sırasıyla Eş. 2.38. ve Eş. 2.39. ile verilmiş ve $K - R$ kanalları hatasız modellenmiştir. Şekil 2.6'da GA(4) ve GA(2) ağ kodlamalı röle ağlarının yumuşak kararlı EBO kestirim BHO başarımları karşılaştırılmıştır. Ağ kodlama mertebesindeki artışın hata başarımlı olumlu etkilediği gözlenmektedir; GA(2) yerine GA(4) AK kullanıldığında çeşitleme derecesinin ikiden üçe çıktığı gözlenmektedir. Çeşitleme derecesindeki artış, AK kod sözcükler arasındaki minimum uzaklığının (bkz. (Moon, 2005))



Şekil 2.5. 2-kullanıcılı yönlendirmeli (AK'sız) ve GA(2) Ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Nakagami- m ($m=1$) sönümlenmeli röle ağlarının sert kararlı EBO kestirim BHO başarımlarının karşılaştırılması

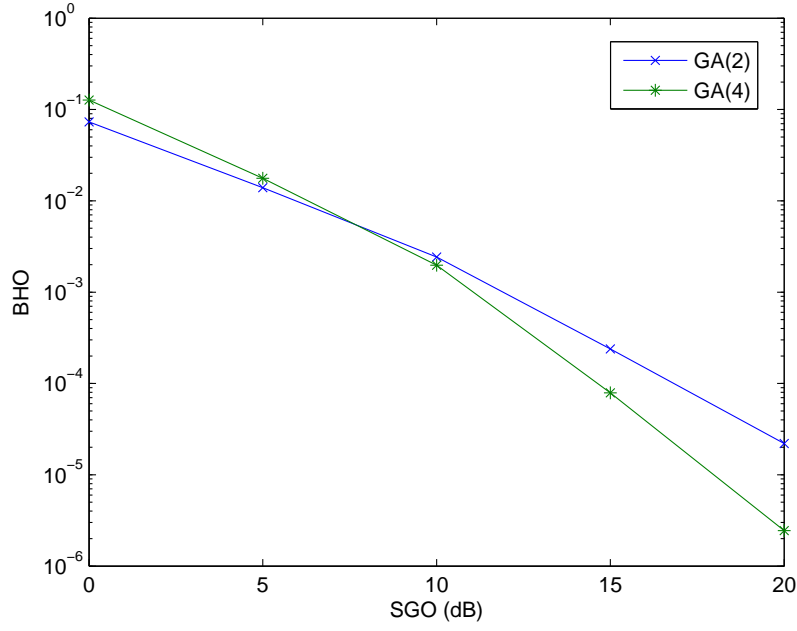
artması sonucunda kod çözme yeteneğinin iyileşmesi olarak yorumlanabilir.

$$\mathbf{G}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.38.)$$

$$\mathbf{G}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.39.)$$

2.2 Veri İletim Yöntemleri

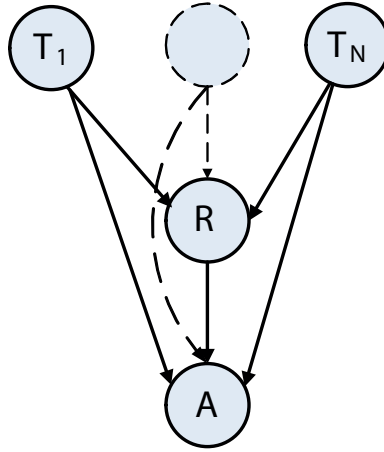
Rölelemede LOO ağ kodlama ve GA(q) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet olmak üzere bu tezde iki farklı yöntem ele alınmıştır. AK LOO'da, rölede AK veri analog olarak alıcıya iletilir. GA(q) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet yönteminde ise, rölede sonlu değerler alan GA(q) ağ kodlamalı veri alıcıya gönderilir. GA(q) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet'de üç farklı teknik ele alınmıştır: AK, seçici-rölelemeli AK (SR-AK) ve çeşitleme AK (ÇAK). Yukarıda bahsedilen teknikler ile veri iletimi bu bölümün geri kalanında anlatılmıştır.



Şekil 2.6. 2-kullanıcılı GA(2) ve GA(4) Ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlenmeli röle ağlarının yumuşak kararlı EBO kestirim başarımlarının karşılaştırılması

2.2.1 Log-Olabilirlik Oranlı Ağ Kodlama

Bu yöntemde ele alınan ve Şekil 2.7'de gösterilen röle ağ modeli, Şekil 2.1'deki röle ağının özel bir durumudur; yalnızca bir röle terminali bulunmaktadır. Bütün kanalların birbirinden istatistiksel olarak bağımsız oldukları varsayılmıştır.



Şekil 2.7. Çoklu erişim röle kanalı

Çoklu-erişim röle kanalı olarak bilinen bu röle ağında, her kullanıcı terminali T_n , $1 \leq n \leq N$, kendi verisi u_n 'yi kipleterek $s_n = \varphi(u_n)$ olarak doğrudan ve röle terminali R

vasıtasıyla A 'ya iletmektedir. R 'de gözlenen $N \times 1$ boyutlu veri vektörü Eş. 2.40.'da gösterilmiştir:

$$\mathbf{y}_R = \mathbf{H}_R \mathbf{s}_R + \mathbf{n}_R. \quad (2.40.)$$

\mathbf{y}_R vektörü, Eş. 2.41.'deki gibidir:

$$\mathbf{y}_R = [y_{1R} \ \dots \ y_{NR}]^T. \quad (2.41.)$$

Burada y_{nR} , R 'de T_n 'den gözlenen veri; \mathbf{H}_R , R 'de gözlenen köşegen $N \times N$ boyutlu sönümleme katsayı matrisi; \mathbf{n}_R , R 'deki TBGG terimlerinden oluşan $N \times 1$ boyutlu vektör; $\mathbf{s}_R = [s_1 \ \dots \ s_N]^T$, alıcıya gönderilen $N \times 1$ boyutlu veri vektörüdür. Eş. 2.40.'daki veri vektöründeki her elemanın ayrı ayrı LOO'su hesaplanır:

$$L_{nR} \triangleq L(\hat{u}_n) = \frac{2 \operatorname{Re}\{y_{nR} h_{nR}^*\}}{\sigma_{nR}^2}. \quad (2.42.)$$

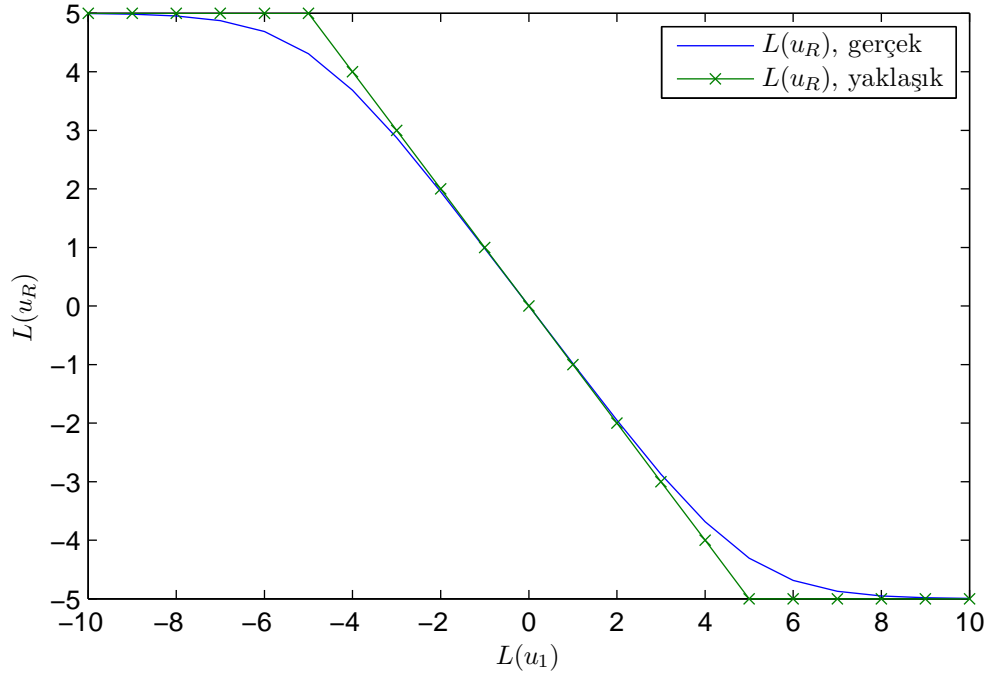
Burada $\operatorname{Re}\{\cdot\}$, gerçel alma işlevi, $L(\hat{u}_n)$, y_{nR} 'ye karşılık gelen LOO; \hat{u}_n , y_{nR} 'nin sert-kararı, σ_{nR}^2 , y_{nR} 'ye ait gürültü teriminin değışintisi ve h_{nR} sönümleme katsayısıdır. LOO'lar birleştirilerek Eş. 2.43.'teki LOO ağ kodlamalı veri elde edilir (Hagenauer et al., 1996; Yang and Koetter, 2007):

$$\begin{aligned} L_R \triangleq L(\hat{u}_R) &= L(\hat{u}_1 \oplus \dots \oplus \hat{u}_N) \triangleq L(\hat{u}_1) \boxplus \dots \boxplus L(\hat{u}_N) = \sum_{n=1}^N \boxplus L(\hat{u}_n) \\ &= 2 \tanh^{-1} \left(\prod_{n=1}^N \tanh(L(\hat{u}_n)/2) \right) \\ &\simeq \left(\prod_{n=1}^N \operatorname{sign}(L(\hat{u}_n)) \right) \min_{1 \leq n \leq N} |L(\hat{u}_n)| \end{aligned} \quad (2.43.)$$

Burada \oplus , GA(2)'de toplama işlevi; \hat{u}_R , R 'deki AK veri; $\operatorname{sign}(x) = \pm 1$, x 'in işaretini alma işlevi; $\min(\cdot)$, minimum alma işlevi; \boxplus , (Hagenauer et al., 1996)'da tanımlanmış olan kutu-toplam işlevi ve $\sum \boxplus$, kutu-toplam üzerinden tanımlı toplamdır. Kutu-toplam işlevinin bazı özellikleri Eş. 2.44.'te verilmiştir (Hagenauer et al., 1996):

$$L(u) \boxplus \infty = L(u), \quad L(u) \boxplus -\infty = -L(u), \quad L(u) \boxplus 0 = 0. \quad (2.44.)$$

Eş. 2.43.'ün son satırında minimum yaklaşılması kullanılmıştır. Şekil 2.8'de $N = 2$ ve $L(u_2) = -L(u_1)$ için minimum yaklaşılmasının gerçek ifadeye ne kadar yaklaştığı gösterilmektedir.



Şekil 2.8. $N = 2$ ve $L(u_2) = -L(u_1)$ için (2.43.)'deki yaklaşılmanın gerçek ifade ile karşılaştırılması

Eş. 2.43.'te hesaplanan LOO AK veri, analog olarak A 'ya gönderilir. A 'da gözlenen veri vektörü Eş. 2.45.'teki gibi ifade edilebilir:

$$\mathbf{y}_A = \mathbf{H}_A \mathbf{s}_A + \mathbf{n}_A. \quad (2.45.)$$

\mathbf{y}_A , A 'da gözlenen $(N + 1) \times 1$ boyutlu vektördür:

$$\mathbf{y}_A = [y_{1A, sis} \ \dots \ y_{NA, sis} \ y_{A, ak}]^T. \quad (2.46.)$$

Burada $y_{nA, sis}$, T_n terminalinden gönderilen ve n . doğrudan gönderime karşılık gelen A 'da gözlenen sistematik sembol, $y_{A, ak}$, R 'den A 'ya gönderilen LOO AK sembol; \mathbf{H}_A , A 'da gözlenen $(N + 1) \times (N + 1)$ boyutlu sönümleme katsayı matrisi; \mathbf{n}_A , A 'daki gürültü terimlerinden oluşan $(N + 1) \times 1$ boyutlu vektör; $\mathbf{s}_A = [s_1 \ \dots \ s_N \ s_R]^T$, alıcıya gönderilen $(N + 1) \times 1$ boyutlu veri vektörüdür; $s_n = \varphi(u_n)$ ve $s_R = \varphi(L(\hat{u}_R))$ dir.

2.2.2 GA(q) Ağ Kodlamalı Kip-Çöz-ve-İlet

Şekil 2.1'deki röle ağındaki her kullanıcı terminali T_n , kendi verisi u_n 'yi doğrudan ve diğer terminaller vasıtasıyla şu şekilde iletmektedir: T_n , u_n 'yi kipleyerek diğer terminallere ve A 'ya yayımlar; terminallerde alınan veri sezimlenir. Bütün kullanıcılar kendi verilerini yayımladıktan sonra, T_n önceden belirlenen ağ kodlama kuralına göre ağ kodlanmış ve kiplenmiş verisini A 'ya gönderir. Alıcıda alınan veri vektörü Eş. 2.45.'teki gibidir. Burada \mathbf{y}_A , A 'da gözlenen $K \times 1$ boyutlu vektördür ($K \geq N$):

$$\mathbf{y}_A = [y_{A,1} \ \dots \ y_{A,K}]^T . \quad (2.47.)$$

Eş. 2.47.'deki $y_{A,n}$, \mathbf{y}_A vektörünün n . elemanıdır ve sistematik veya eşlik veriyi temsil edebilir. $y_{A,n}$ sistematik veri $y_{A,n} = y_{kA,sis}$ ise, bu veri T_k terminalinden doğrudan gönderime karşılık gelen alıcıda gözlenen sistematik semboldür. $y_{A,n}$ eşlik veri $y_{A,n} = y_{kA,ak}$ ise, bu veri T_k terminalinden alıcıya gönderilen ağ kodlamalı sembolü temsil eder. \mathbf{H}_A , A 'da gözlenen $K \times K$ boyutlu sönümleme katsayı matrisidir; \mathbf{n}_A , A 'daki gürültü terimlerinden oluşan $K \times 1$ boyutlu vektördür ve \mathbf{s} , Eş. 2.48.'deki $K \times 1$ boyutlu veri vektörüdür.

$$\mathbf{s} = \varphi (\mathbf{G}^T \mathbf{u} + \mathbf{e}_R) . \quad (2.48.)$$

Burada $\mathbf{u} = [u_1 \ \dots \ u_N]_{N \times 1}^T$ terminaller tarafından gönderilen veri vektörünü; \mathbf{e}_R , $K \times 1$ boyutlu röledeki sezimleme hata vektörü; $\mathbf{G} = [\mathbf{I} \ : \ \mathbf{P}]_{N \times K}$, röle ağına ait üreteç matrisini temsil etmektedir. Üreteç matrisi röle ağında ağ kodlamasının ne şekilde yapıldığını ifade eder; $N \times N$ boyutlu birim matris \mathbf{I} , röle ağından gönderilen ilk N sembolü ve $(K - N) \times K$ boyutlu eşlik matrisi \mathbf{P} , ağ kodlamalı $K - N$ sembolü temsil etmektedirler. \mathbf{e}_R , $K \times 1$ boyutlu röledeki sezimleme hata vektörüdür. \mathbf{G} , \mathbf{u} ve \mathbf{e}_R 'nin elemanları GA(q)'dadır. Röle ağına ait kod sözcükler Eş. 2.49. ile bulunur:

$$\mathbf{c} = \mathbf{G}^T \mathbf{u} . \quad (2.49.)$$

Bütün kiplenmeli GA(q) ağ kodlamalı kod sözcüklerinin kümesi olan χ 'yı tanımlayalım. Şekil 2.1'deki röle ağının $K - R$ kanalları hatasız olduklarında, olası q^N kod sözcük bulunur. Terminallerden gönderilen veri vektörü $\mathbf{i} = [i_1 \ \dots \ i_N]$ varsayılırsa, karşılık gelen

kod sözcük

$$\mathbf{X}(i) = \varphi(\mathbf{c}(i)) \quad (2.50.)$$

olarak tanımlıdır. Burada $\mathbf{X}(i)$, χ 'in i . elemanıdır ve $\mathbf{c}(i)$, Eş. 2.49.'da tanımlı olan \mathbf{c} 'nin i . elemanıdır. Alıcıdaki amaç, hangi kod sözcüğünün gönderildiğinin kestirilmesidir. Alıcıda kestirilen kod sözcük $\hat{\mathbf{X}}(j)$ olarak tanımlanmıştır.

Üreteç matrisinin yapısı, rölelemenin ne şekilde yapıldığına bağlıdır. Bu çalışmada üç farklı röleleme yöntemi ele alınacaktır; AK, seçici AK (SR-AK) ve çeşitleme AK (ÇAK). Bütün kanalların birbirinden bağımsız olarak sönmüledikleri varsayılmıştır.

AK'da, röle görevi gören terminal T_n 'de alınan veriler sezimlendikten sonra T_n 'nin verisi ile GA(q) üzerinden ağ kodlanır. T_n 'de toplam alınan veri sayısı I ve $\mathcal{I} = \{1, \dots, I\}$ verilere ait indis kümesi olsun. AK işlemi sonucunda elde edilen AK veri Eş. 2.51.'de verilmiştir:

$$\hat{u}_{nR} = \mathbf{G}_{nn}u_n + \sum_{j=1, j \neq n}^I \mathbf{G}_{jn}\hat{u}_{jn}, \quad j \in \mathcal{I}. \quad (2.51.)$$

Burada \hat{u}_{nR} , T_n 'deki AK veri; \hat{u}_{jn} , T_n 'de T_j 'den alınan ve sezimlenen veri sembolüdür; \mathbf{G}_{ij} ise üreteç matrisinin i . satır, j . sütun elemanıdır. \hat{u}_{nR} kiplenerek kanala $s_{nR} = \varphi(\hat{u}_{nR})$ olarak gönderilir.

SR-AK yönteminde, röle terminalinde alınan veriler arasında yalnızca güvenilir olanları ağ kodlanarak ve kiplenerek kanala gönderilir. Verilerin hiçbiri güvenilir değilse, veri iletimi gerçekleşmez (Ding, 2010). T_n 'de SR-AK işlemi sonucunda AK veri Eş. 2.52.'deki gibi bulunur:

$$\hat{u}_{nR} = \begin{cases} \mathbf{G}_{nn}u_n + \sum_{j=1, j \neq n}^I \mathbf{G}_{jn}\hat{u}_{jn}, & \text{eğer } \exists \gamma_{jn} \geq \gamma_{\text{eşik}}, j \in \mathcal{I} \\ \text{Veri iletimi yok, eğer } \forall \gamma_{jn} < \gamma_{\text{eşik}}, j \in \mathcal{I} \end{cases} \quad (2.52.)$$

\hat{u}_{nR} kiplenerek kanala $s_{nR} = \varphi(\hat{u}_{nR})$ olarak gönderilir.

ÇAK'da, rölede alınan veri güvenilir ise ağ kodlanarak ve kiplenerek kanala gönderilir, yoksa yalnızca röle terminaline ait veri gönderilir (Xiao and Skoglund, 2010). Alınan

verinin güvenilirliği, verinin üzerinden gönderildiği kanalın SGO değerine bağlıdır; eğer kanalın anlık SGO'su önceden belirlenen bir eşik değerin üzerinde ise verinin güvenilir olduğuna karar verilir (Ding, 2010; Xiao and Skoglund, 2010).

$$\hat{u}_{nR} = \begin{cases} \mathbf{G}_{nn}u_n + \sum_{j=1, j \neq n}^I \mathbf{G}_{jn}\hat{u}_{jn}, & \text{eğer } \exists \gamma_{jn} \geq \gamma_{\text{eşik}}, j \in \mathcal{I} \\ u_n, & \text{eğer } \forall \gamma_{jn} < \gamma_{\text{eşik}}, j \in \mathcal{I} \end{cases} \quad (2.53.)$$

\hat{u}_{nR} kiplenerek kanala $s_{nR} = \varphi(\hat{u}_{nR})$ olarak gönderilir.

Bu çalışmada AK, SR-AK ve ÇAK röleleme yöntemlerinde toplam harcanan enerji ve kod oranına göre normalizasyon yapılmamıştır. Toplam harcanan enerji ele alınacak olursa SGO değerlerinde yüksek SGO yönünde kayma oluşacaktır. AK ve ÇAK röleleme yöntemlerinde harcanan enerji eşittir ve SGO'da kayma miktarı aşağıdaki gibi olacaktır:

$$SGO_{\text{kayma,AK}} = 10 \log \left(\frac{K}{N} \right) \quad (\text{dB}). \quad (2.54.)$$

SR-AK'da bazen veri iletimi gerçekleşmediğinden AK ve ÇAK röleleme yöntemlerine göre harcanan enerji daha az olacaktır. SR-AK yönteminde SGO'daki kayma miktarı Eş. 2.55. ile verilmiştir:

$$SGO_{\text{kayma,SR-AK}} = 10 \log \left(\frac{N + \sum_{i=0}^N iP_i}{N} \right) \quad (\text{dB}). \quad (2.55.)$$

P_i , $0 \leq i \leq N$, i tane terminalin ağ kodlamalı veri gönderme olasılığıdır.

Röle ağlarında kullanılan enerjinin optimizasyonu önemli ve üzerinde yoğun araştırmaların yapıldığı bir konudur (Shelby et al., 2004; Zhou et al., 2008). Ancak, bu konular bu tezin kapsamı dışındadır.

2.3 Eşdeğer Röle Kanal Modeli

Şekil 2.1'deki röle ağı, işbirlikçi ve ağ kodlamalı yapısından dolayı çok kaynaklı röle kanallarından oluşmaktadır. Bölüm 4'te hata başarımlarında matematiksel işlem kolaylığı açısından, röle ağındaki çok kaynaklı röle kanalları aşağıda anlatıldığı şekilde eşdeğer röle kanal yöntemi ile yaklaşılanacaktır. T_n terminali, diğer $T_{\tilde{n}}, \tilde{n} \neq n$,

terminalerinden gelen verileri sezimlendikten sonra $GA(q)$ ağ kodlar:

$$\hat{u}_{nR} = u_{nR} + e_{nR}. \quad (2.56.)$$

Burada u_{nR} , rölede hatasız ağ kodlanan veridir ve e_{nR} , T_n 'deki ağ kodlanmış kip-çözme hatasıdır. \hat{u}_{nR} , u_{nR} ve e_{nR} $GA(q)$ 'dadırlar. A 'da T_n 'den alınan ağ kodlanmış veri aşağıdaki gibidir:

$$y_{nA,ak} = h_{nA,ak}s_{nR} + n_{nA,ak}. \quad (2.57.)$$

Burada $h_{nA,ak}$, ağ kodlamalı verinin üzerinden gönderildiği $T_n - A$ kanalının sönmleme katsayısıdır; s_{nR} , T_n 'den A 'ya gönderilen ağ kodlamalı ve kiplmeli veridir ve $n_{nA,ak}$, A 'daki gürültü terimidir. A 'da sert kararlı EBO kestirimi yapıldığında, Eş. 2.57.'deki verinin sert kararı kullanılır:

$$y_{nA,ak} \xrightarrow{\text{sert-karar}} z_{nA,ak}. \quad (2.58.)$$

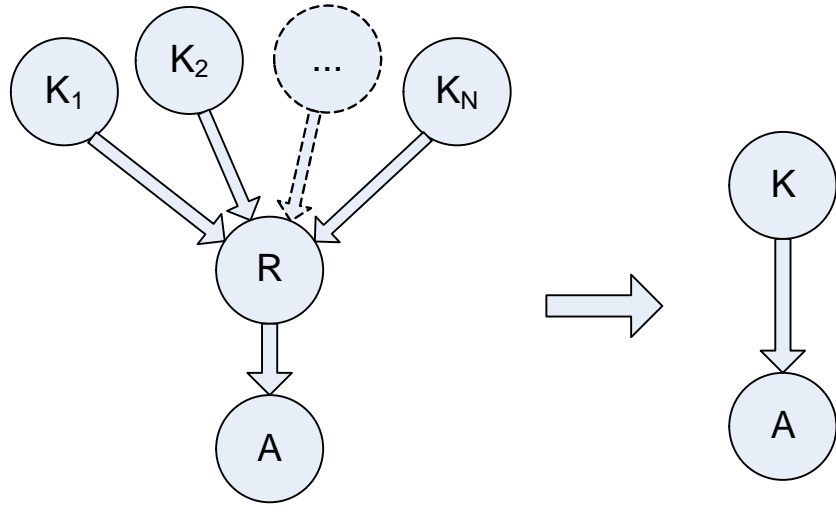
Burada $z_{nA,ak}$, T_n 'den A 'da alınan verinin sert-kararıdır. T_n 'den gönderilen ağ kodlamalı verinin anlık sembol hata olasılığı (SHO) eşitlik Eş. 2.59.'da verilmiştir:

$$\Pr(z_{nA,ak} \neq u_{nR} | u_{nR}) = \sum_{e_{nR}=1}^{q-1} p(z_{nA,ak} \neq u_{nR} | \hat{u}_{nR} = u_{nR} + e_{nR})p(e_{nR}). \quad (2.59.)$$

u_{nR} verisinin gönderildiği röle kanalı, Şekil 2.9'da gösterildiği gibi, çok kaynaklı bir röle kanalı ile temsil edilebilir. Bu durumda, röle düğümü R , T_n terminalidir ve kaynaklar $K_{\tilde{n}}$, $T_{\tilde{n}}$ terminaleridir.

Röle kanalı, Şekil 2.9'da gösterildiği gibi, tek-atlamalı kaynak-alıcı ($K - A$) kanalı ile yaklaşıklanır. Eş. 2.59.'daki (n düşürülerek) anlık SHO, anlık SGO değeri $\gamma_{eş}$ olan eşdeğer röle kanalının anlık SHO'sına yaklaşıklanır:

$$\begin{aligned} P_{eş}^s(\gamma_{eş}) &= \Pr(z_{A,ak} \neq u_R | u_R) \\ &= \sum_{e_R=1}^{q-1} p(z_A \neq u_R | \hat{u}_R = u_R + e_R)p(e_R). \end{aligned} \quad (2.60.)$$



Şekil 2.9. N kaynaklı röle kanalı ve eşdeğer röle kanalı

2.4 Alıcı Yapıları

Bu tezde dört farklı alıcı yapısı ele alınmıştır. Optimum ve eşdeğer alıcıları ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet röle ağlarında kullanılan ve EBO kestirim kuralına dayalı alıcı yapılarıdır. Tanner alıcısı ise, ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet röle ağlarında optimum alıcıya alternatif olarak sunulan ve Tanner çizge üzerinden kod çözme yapan alıcıdır.

2.4.1 Optimum Alıcı

Alıcıda sezimlemede EBO kestirim yöntemini kullanan alıcıya *optimum alıcı* denir. Hatasız $K - R$ kanallı röle ağların yumuşak ve sert kararlı EBO kestirim kurallarının çıkarımı bu bölümde verilecektir. EBO kuralları daha sonra hatalı $K - R$ kanallı röle ağların EBO kestirim kurallarının çıkarımında kullanılacaktır. $R - A$ kanalının anlık SGO bilgisinin alıcıda mevcut olduğu varsayılmıştır.

Hatasız $K - R$ Kanallı Röle Ağlarında EBO Kestirimi

Yumuşak kararlı EBO kuralı, A 'da yumuşak kararlı gözlenen veri vektörü \mathbf{y}_A 'nın kullanıldığı EBO kuralı olarak tanımlanmıştır. T_i 'nin verisi u_i 'nin yumuşak kararlı EBO kestirim kuralı Eş. 2.61.'de verilmiştir:

$$u_i^{EBO} = \arg \max_{u_i} p(\mathbf{y}_A | u_i). \quad (2.61.)$$

Bağımsızlık özellikleri kullanılarak Eş. 2.61.'deki olabilirlik fonksiyonu genişletilebilir:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}_A|u_i) &= \sum_{\mathbf{u}^i} p(\mathbf{y}_A|u_i, \mathbf{u}^i)p(\mathbf{u}^i) \\ &= \sum_{\mathbf{u}^i} \prod_{k=1}^K p(y_{A,k}|u_i, \mathbf{u}^i)p(\mathbf{u}^i) \end{aligned} \quad (2.62.)$$

Burada $\mathbf{u}^i \triangleq \mathbf{u} \setminus u_i$, u_i verisinin haricindeki veri vektörüdür ve $y_{A,i}$, \mathbf{y}_A vektörünün i . elemanıdır. N kullanıcıya ait q 'luk sembollerinin eş olasılıklarla ve birbirinden bağımsız olarak iletdikleri varsayılırsa, \mathbf{u}^i 'nin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu Eş. 2.63. ile bulunur:

$$p(\mathbf{u}^i) = \left(\frac{1}{q}\right)^{N-1}. \quad (2.63.)$$

Eş. 2.63.'teki ifade Eş. 2.62.'de yerine konursa,

$$p(\mathbf{y}_A|u_i) = q^{-(N-1)} \sum_{\mathbf{u}^i} \prod_{k=1}^K p(y_{A,k}|u_i, \mathbf{u}^i) \quad (2.64.)$$

elde edilir.

Sert-kararlı EBO kuralı, A 'da \mathbf{z}_A 'ye bağlı olan EBO sezimleme olarak tanımlanmıştır:

$$\mathbf{y}_A \xrightarrow{\text{sert-karar}} \mathbf{z}_A. \quad (2.65.)$$

Burada \mathbf{z}_A , alıcıda alınan veri vektörü \mathbf{y}_A 'nin kip çözme işlemi sonucunda oluşan vektördür. T_i 'nin verisi u_i 'nin sert kararlı EBO kestirim kuralı Eş. 2.66.'da verilmiştir.

$$u_i^{EBO} = \arg \max_{u_i} p(\mathbf{z}_A|u_i) \quad (2.66.)$$

Eş. 2.66.'daki olabilirlik fonksiyonu bağımsızlık özellikleri ve Eş. 2.63. kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir:

$$p(\mathbf{z}_A|u_i) = \sum_{\mathbf{u}^i} \prod_{k=1}^K p(z_{A,k}|u_i, \mathbf{u}^i)p(\mathbf{u}^i). \quad (2.67.)$$

Burada $z_{A,k}$, $y_{A,k}$ 'nin sert kararıdır.

Hatalı $K - R$ Kanallı Röle Ağlarında EBO Kestirimi

Hatalı $K - R$ kanallı röle ağlarında, alıcıda röle hata istatistiklerinin bilinmedikleri durumda yumuşak ve sert kararlı EBO kestirim kuralları sırasıyla Eş. 2.61. ve Eş. 2.66. ile verilmiş olan hatasız $K - R$ kanallı röle ağının EBO kestirim kurallarına eşdeğerdir. Ancak, alıcıda röle hata istatistikleri bilindiklerinde, *yumuşak kararlı EBO* kuralında kullanılan olabilirlik fonksiyonu Eş. 2.68.'deki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}_A|u_i) &= \sum_{\mathbf{e}_R} p(\mathbf{y}_A|u_i, \mathbf{e}_R)p(\mathbf{e}_R) \\ &= \sum_{\mathbf{e}_R} \sum_{\mathbf{u}^i} p(\mathbf{y}_A|u_i, \mathbf{u}^i, \mathbf{e}_R)p(\mathbf{u}^i)p(\mathbf{e}_R) \end{aligned} \quad (2.68.)$$

Burada \mathbf{e}_R , Eş. 2.48. ile verilen röledeki hata vektörüdür. Röledeki hataların kullanılan kaynak sembollerinden bağımsız oldukları varsayılmıştır. Eş. 2.68.'de Eş. 2.63. yerine konursa, olabilirlik fonksiyonu Eş. 2.69.'daki gibi ifade edilir:

$$p(\mathbf{y}_A|u_i) = q^{-(N-1)} \sum_{\mathbf{e}_R} \sum_{\mathbf{u}^i} p(\mathbf{y}_A|u_i, \mathbf{u}^i, \mathbf{e}_R)p(\mathbf{e}_R). \quad (2.69.)$$

Eğer alıcıda $K - R$ kanalının anlık SGO bilgisi mevcut ise, Eş. 2.69.'da \mathbf{e}_R 'ye ait anlık SHO, ortalama SGO bilgisi var ise ortalama SHO kullanılır. Noktadan noktaya haberleşme için evreyumlu M -FKK Rayleigh ve Nakagami- m sönümlemeli kanallarının ortalama SHO'ları sırasıyla Eş. 2.70. ve Eş. 2.71.'de verilmiştir (Simon, 2000).

$$\begin{aligned} p(e_R) &= \left(\frac{M-1}{M} \right) \left\{ 1 - \sqrt{\frac{g_{FKK}\bar{\gamma}_s}{1 + g_{FKK}\bar{\gamma}_s}} \frac{M}{(M-1)\pi} \right. \\ &\quad \left. \times \left[\frac{\pi}{2} + \arctan \left(\sqrt{\frac{g_{FKK}\bar{\gamma}_s}{1 + g_{FKK}\bar{\gamma}_s}} \right) \cot \left(\frac{\pi}{M} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.70.)$$

$$\begin{aligned} p(e_R) &= \frac{M-1}{M} - \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{g_{FKK}\bar{\gamma}_s/m}{1 + g_{FKK}\bar{\gamma}_s/m}} \\ &\quad \times \left\{ \left(\frac{\pi}{2} + \arctan(\alpha) \right) \sum_{k=0}^{m-1} \binom{2k}{k} \frac{1}{(4[1 + g_{FKK}\bar{\gamma}_s/m])^k} \right. \\ &\quad \left. + \sin\{\arctan(\alpha)\} \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{i=1}^k \frac{T_{ik}}{(1 + g_{FKK}\bar{\gamma}_s/m)^k} [\cos(\arctan(\alpha))]^{2(k-i)+1} \right\} \end{aligned} \quad (2.71.)$$

Burada $g_{FKK} = \sin^2(\pi/M)$; $\bar{\gamma}_s$, $K - R$ kanalının ortalama sembol başına SGO değeri ve $T_{ik} = \frac{\binom{2k}{k}}{\binom{2(k-i)}{k-i} 4^i [2(k-i) + 1]}$ dir.

Hatalı $K - R$ kanallı röle ağlarında yumuşak kararlı EBO kestirim kuralı aşağıda bir örnek ile anlatılacaktır. Üreteç matrisi Eş. 2.38. ile verilen ve röle ağ yapısı Şekil 2.1'deki gibi olan $N = 2$ kullanıcı röle ağını ele alalım. Ağ kodlaması T_1 ve T_2 terminallerinde sırasıyla $u_{1R} = u_1 + 2u_2$ ve $u_{2R} = u_1 + u_2$ olarak yapılır; $u_1, u_2, u_{1R}, u_{2R} \in \text{GA}(4)$. A 'da alınan veri vektörü Eş. 2.72.'de verilmiştir:

$$\mathbf{y}_A = [y_{1A,sis} \ y_{2A,sis} \ y_{1A,ak} \ y_{2A,ak}]^T. \quad (2.72.)$$

Burada $y_{nA,sis}$ ve $y_{nA,ak}$ sırasıyla A 'da T_n terminalinden alınan sistematik ve ağ kodlamalı verilerdir; $1 \leq n \leq 2$.

T_1 'in verisi u_1 'in yumuşak kararlı EBO kestirim kuralı Eş. 2.61. kullanılarak bulunur:

$$u_1^{EBO} = \arg \max_{u_1} \{p(\mathbf{y}_A|u_1 = 0), p(\mathbf{y}_A|u_1 = 1), p(\mathbf{y}_A|u_1 = 2), p(\mathbf{y}_A|u_1 = 3)\}. \quad (2.73.)$$

Eş. 2.73.'teki olabilirlik fonksiyonları Eş. 2.68. kullanılarak Eş. 2.74.'teki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}_A|u_1) &= \frac{1}{4} \sum_{e_{1R}=0}^3 \sum_{e_{2R}=0}^3 \sum_{u_2=0}^3 p(\mathbf{y}_A|u_1, u_2, e_{1R}, e_{2R}) p(e_{1R}) p(e_{2R}) \\ &= \frac{1}{4} p(y_{1A,sis}|u_1) \sum_{e_{1R}=0}^3 \sum_{e_{2R}=0}^3 \sum_{u_2=0}^3 p(y_{2A,sis}|u_2) p(y_{1A,ak}|u_{1R}, e_{1R}) \\ &\quad \times p(y_{2A,ak}|u_{2R}, e_{2R}) p(e_{1R}) p(e_{2R}) \end{aligned} \quad (2.74.)$$

Eş. 2.74.'teki sistematik verilere ait olabilirlik fonksiyonları Eş. 2.75. ile verilmiştir:

$$\begin{aligned} p(y_{1A,sis}|u_1) &= \frac{1}{\pi N_0} e^{-|y_{1A,sis} - h_{1A,sis} \varphi^*(u_1)|^2 / N_0} \\ p(y_{2A,sis}|u_2) &= \frac{1}{\pi N_0} e^{-|y_{2A,sis} - h_{2A,sis} \varphi^*(u_2)|^2 / N_0}. \end{aligned} \quad (2.75.)$$

Eş. 2.74.'teki eşlik verilere ait olabilirlik fonksiyonları Eş. 2.76. ile bulunur:

$$\begin{aligned} p(y_{1A,ak}|u_{1R}, e_{1R}) &= p(y_{1A,ak}|\hat{u}_{1R} = u_{1R} + e_{1R}) = \frac{1}{\pi N_0} e^{-|y_{1A,ak}^2 - h_{1A,ak} \varphi^*(\hat{u}_{1R})|^2 / N_0} \\ p(y_{2A,ak}|u_{2R}, e_{2R}) &= p(y_{2A,ak}|\hat{u}_{2R} = u_{2R} + e_{2R}) = \frac{1}{\pi N_0} e^{-|y_{2A,ak} - h_{2A,ak} \varphi^*(\hat{u}_{2R})|^2 / N_0}. \end{aligned} \quad (2.76.)$$

Burada e_{1R} ve e_{2R} sırasıyla, T_1 ve T_2 'deki evreyumlu DFKK kip çözme SHO'larıdır. $T_1 - T_2$ kanalının *anlık SGO* bilgisinin alıcıda mevcut olması durumunda aldıkları değerler Eş. 2.77. ve Eş. 2.78.'deki gibidir (Simon, 2000):

$$\begin{aligned} p(e_{1R} = 0) &= (1 - Q(\sqrt{\gamma_{12,2}}))^2 \\ p(e_{1R} = 1) &= Q(\sqrt{\gamma_{12,2}})^2 \end{aligned} \tag{2.77.}$$

$$\begin{aligned} p(e_{1R} = 2) &= (1 - Q(\sqrt{\gamma_{12,2}})) Q(\sqrt{\gamma_{12,2}}) \\ p(e_{1R} = 3) &= (1 - Q(\sqrt{\gamma_{12,2}})) Q(\sqrt{\gamma_{12,2}}) \\ p(e_{2R} = 0) &= (1 - Q(\sqrt{\gamma_{12,1}}))^2 \\ p(e_{2R} = 1) &= (1 - Q(\sqrt{\gamma_{12,1}})) Q(\sqrt{\gamma_{12,1}}) \\ p(e_{2R} = 2) &= (1 - Q(\sqrt{\gamma_{12,1}})) Q(\sqrt{\gamma_{12,1}}) \\ p(e_{2R} = 3) &= Q(\sqrt{\gamma_{12,1}})^2 \end{aligned} \tag{2.78.}$$

Burada $\gamma_{12,1}$ ve $\gamma_{12,2}$ sırasıyla, 1. ve 2. zaman dilimindeki $T_1 - T_2$ kanalı arasındaki anlık SGO değerleridir. Eğer alıcıda $T_1 - T_2$ kanalı ile ilgili *ortalama SGO* bilgisi mevcut ise, Rayleigh sönümlmeli röle ağı için Eş. 2.70.'de $\bar{\gamma}_{12,1} = \bar{\gamma}_{12,2} = \bar{\gamma}$ yerine konarak, e_{1R} ve e_{2R} hatalarının SHO değerleri Eş. 2.79.'daki gibi elde edilir (Simon, 2000):

$$p(e_{1R}) = p(e_{2R}) = 0.75 - \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{2 + \bar{\gamma}}} \left\{ \frac{\pi}{2} + \arctan \left(\sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{2 + \bar{\gamma}}} \right) \right\}. \tag{2.79.}$$

u_2 'nin yumuşak kararlı EBO kestirim kuralı Eş. 2.80.'deki gibi bulunur.

$$u_2^{EBO} = \arg \max_{u_2} \{p(\mathbf{y}_A | u_2 = 0), p(\mathbf{y}_A | u_2 = 1), p(\mathbf{y}_A | u_2 = 2), p(\mathbf{y}_A | u_2 = 3)\} \tag{2.80.}$$

Burada,

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}_A | u_2) &= \frac{1}{4} \sum_{e_{1R}=0}^3 \sum_{e_{2R}=0}^3 \sum_{u_1=0}^3 p(\mathbf{y}_A | u_2, u_1, e_{1R}, e_{2R}) p(e_{1R}) p(e_{2R}) \\ &= \frac{1}{4} p(y_{2A, sis} | u_2) \sum_{e_{1R}=0}^3 \sum_{e_{2R}=0}^3 \sum_{u_1=0}^3 p(y_{1A, sis} | u_1) p(y_{1A, ak} | u_{1R}, e_{1R}) \\ &\quad \times p(y_{2A, ak} | u_{2R}, e_{2R}) p(e_{1R}) p(e_{2R}). \end{aligned} \tag{2.81.}$$

Hatalı $K - R$ kanallı röle kanalında, röle hata istatistiklerinin bilinmesi durumunda *sert kararlı EBO kestirim* kuralındaki olabilirlik fonksiyonu Eş. 2.69.'da \mathbf{y}_A terimleri yerine \mathbf{z}_A konarak elde edilir:

$$p(\mathbf{z}_A|u_i) = q^{-(N-1)} \sum_{\mathbf{e}_R} \sum_{\mathbf{u}^i} p(\mathbf{z}_A|u_i, \mathbf{u}^i, \mathbf{e}_R) p(\mathbf{e}_R). \quad (2.82.)$$

Sert kararlı EBO kestirim kuralı aşağıda bir örnek ile anlatılacaktır. Örnekte ele alınan GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet röle ağının sert kararlı EBO kestirim kuralı Bölüm 4'te optimum sert alıcısının analizinde kullanılacaktır. Üreteç matrisi Eş. 2.39. ile verilen ve röle ağ yapısı Şekil 2.1'deki gibi olan, 2 kullanıcıli İFKK röle ağını ele alalım. A 'daki sert kararlı veri vektörü Eş. 2.83.'te verilmiştir:

$$\mathbf{z}_A = [z_{1A, sis} \quad z_{2A, sis} \quad z_{1A, ak} \quad z_{2A, ak}]^T. \quad (2.83.)$$

Burada $z_{nA, sis}$ ve $z_{nA, ak}$ sırasıyla A 'da T_n terminalinden alınan sistematik ve ağ kodlamalı verilerinin sert-kararlarıdır; $1 \leq n \leq 2$. u_1 'in sert kararlı EBO kestirim kuralı Eş. 2.84.'te verilmiştir:

$$u_1^{EBO} = \arg \max_{u_1} \{p(\mathbf{z}_A|u_1 = 0), p(\mathbf{z}_A|u_1 = 1)\}. \quad (2.84.)$$

Eş. 2.84. kullanılarak u_1 'e ait olabilirlik fonksiyonu elde edilir:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \Lambda(z_{1A, sis}, z_{2A, sis}, z_{1A, ak}, z_{2A, sis}|u_1) \\ &= \ln \left\{ \frac{p(z_{1A, sis}, z_{2A, sis}, z_{1A, ak}, z_{2A, sis}|u_1 = 0)}{p(z_{1A, sis}, z_{2A, sis}, z_{1A, ak}, z_{2A, sis}|u_1 = 1)} \right\} \\ &= \ln \left(\frac{p(z_{1A, sis}|u_1 = 0)}{p(z_{1A, sis}|u_1 = 1)} \right) \\ &\quad + \ln \left(\frac{\sum_{i=0}^1 p(z_{2A, sis}|u_2 = i) p(z_{1A, ak}|u_1 = 0, u_2 = i) p(z_{2A, sis}|u_1 = 0, u_2 = i)}{\sum_{i=0}^1 p(z_{2A, sis}|u_2 = i) p(z_{1A, ak}|u_1 = 1, u_2 = i) p(z_{2A, sis}|u_1 = 1, u_2 = i)} \right) \\ &= L(z_{1A, sis}|u_1) + \ln \left(\frac{1 + e^{L(z_{2A, sis}|u_2) + L(z_{1A, ak}|u_{1R}) + L(z_{2A, ak}|u_{2R})}}{e^{L(z_{2A, sis}|u_2)} + e^{L(z_{1A, ak}|u_{1R}) + L(z_{2A, ak}|u_{2R})}} \right). \end{aligned} \quad (2.85.)$$

Burada $L(z|u) = \ln \{p(z|u=0)/p(z|u=1)\}$. u_1 'in sert kararlı EBO kestirim kuralı Eş. 2.85. kullanılarak Eş. 2.86.'daki gibi ifade edilebilir.

$$u_1^{EBO} = \begin{cases} 0, & \lambda_1 \geq 0 \\ 1, & \lambda_1 < 0 \end{cases} \quad (2.86.)$$

Benzer şekilde, u_2 'nin sert kararlı EBO kestirim kuralı

$$u_2^{EBO} = \arg \max_{u_2} \{p(\mathbf{z}_A|u_2=0), p(\mathbf{z}_A|u_2=1)\} \quad (2.87.)$$

kullanılarak u_2 'ye ait olabilirlik fonksiyonu elde edilir:

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \Lambda(z_{1A, sis}, z_{2A, sis}, z_{1A, ak}, z_{2A, sis}|u_2) \\ &= \ln \left\{ \frac{p(z_{1A, sis}, z_{2A, sis}, z_{1A, ak}, z_{2A, sis}|u_2=0)}{p(z_{1A, sis}, z_{2A, sis}, z_{1A, ak}, z_{2A, sis}|u_2=1)} \right\} \\ &= L(z_{2A, sis}|u_2) + \ln \left(\frac{1 + e^{L(z_{1A, sis}|u_1)+L(z_{1A, ak}|u_{1R})+L(z_{2A, ak}|u_{2R})}}{e^{L(z_{1A, sis}|u_2)} + e^{L(z_{1A, ak}|u_{1R})+L(z_{2A, ak}|u_{2R})}} \right). \end{aligned} \quad (2.88.)$$

u_2 'nin sert kararlı EBO kestirim kuralı Eş. 2.88. kullanılarak Eş. 2.89.'daki gibi ifade edilebilir.

$$u_2^{EBO} = \begin{cases} 0, & \lambda_2 \geq 0 \\ 1, & \lambda_2 < 0 \end{cases} \quad (2.89.)$$

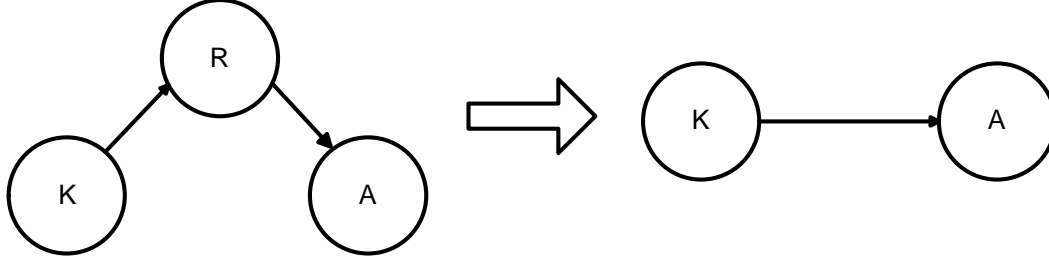
Eş. 2.64. ve Eş. 2.67.'deki olabilirlik fonksiyonları sırasıyla Eş. 2.69. ve Eş. 2.82. ile karşılaştırıldığında, $p(\mathbf{e}_R)$ üzerinden ortalama alınması yumuşak ve sert kararlı EBO kestirim kurallarının karmaşıklıklarını artırmaktadır, dolayısıyla optimum yumuşak ve sert alıcılarının işlem karmaşıklıkları artmaktadır.

2.4.2 Eşdeğer Alıcı

Şekil 2.1'deki $GA(q)$ ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet röle ağı için eşdeğer röle kanal modelleri kullanılarak geliştirilen eşdeğer alıcı yapıları bu bölümde ele alınacaktır. Eşdeğer röle kanal modelleri Bölüm 4'te optimum yumuşak alıcının hata başarımlarında analizinde kullanılacaktır.

Minimum Eşdeğer Röle Kanalı ve Minimum Eşdeğer Alıcısı

Yaygın olarak kod-çöz-ve-ilet ve kip-çöz-ve-ilet röle ağlarında kullanılan minimum eşdeğer röle kanal yönteminde, Şekil 2.10'da gösterildiği gibi, iki atlamalı $K - R - A$ kanalı tek atlamalı $K - A$ eşdeğer kanalına yaklaşıkları (Chu et al., 2008; Gao et al., 2011; Yuan et al., 2010).



Şekil 2.10. Tek kaynaklı röle kanalı ve eşdeğer röle kanalı

Minimum eşdeğer röle kanalının anlık SGO'su, $K - R$ ve $R - A$ kanallarının minimumu olarak tanımlanır (Chu et al., 2008; Gao et al., 2011; Yuan et al., 2010):

$$\gamma_{min} = \min\{\gamma_{KR}, \gamma_{RA}\}. \quad (2.90.)$$

Burada γ_{KR} ve γ_{RA} sırasıyla, $K - R$ ve $R - A$ kanallarının anlık SGO değerleridir. Nakagami- m sönümlemeli bir ortamda, Eş. 2.90.'daki anlık SGO'nun olasılık yoğunluk fonksiyonu Eş. 2.91.'de verilmiştir:

$$\begin{aligned} f_{\gamma_{min}}(\gamma) &= \frac{1}{\Gamma(m_{KR})\gamma} \left(\frac{m_{KR}\gamma}{\bar{\gamma}_{KR}}\right)^{m_{KR}} e^{-\left(\frac{m_{KR}}{\bar{\gamma}_{KR}} + \frac{m_{RA}}{\bar{\gamma}_{RA}}\right)\gamma} \sum_{k=0}^{m_{RA}-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{m_{RA}\gamma}{\bar{\gamma}_{RA}}\right)^k \\ &+ \frac{1}{\Gamma(m_{RA})\gamma} \left(\frac{m_{RA}\gamma}{\bar{\gamma}_{RA}}\right)^{m_{RA}} e^{-\left(\frac{m_{KR}}{\bar{\gamma}_{KR}} + \frac{m_{RA}}{\bar{\gamma}_{RA}}\right)\gamma} \sum_{k=0}^{m_{KR}-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{m_{KR}\gamma}{\bar{\gamma}_{KR}}\right)^k \end{aligned} \quad (2.91.)$$

Burada m_{KR} ve m_{RA} sırasıyla $K - R$ ve $R - A$ kanallarının sönümleme parametreleridir; $\bar{\gamma}_{KR}$ ve $\bar{\gamma}_{RA}$ sırasıyla $K - R$ ve $R - A$ kanallarının ortalama SGO değerleridir; $\Gamma(\cdot)$ Euler Gamma fonksiyonunu temsil etmektedir. $m_{KR} = m_{RA} = m$ olduğunda, Eş. 2.90.'daki SGO'nun ortalama değeri Eş. 2.92.'de verilmiştir:

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_{min} &= -2(-1)^{-m} \frac{\Gamma(2m)}{\Gamma(m)^2} \left\{ \bar{\gamma}_{RA} \text{B} \left(-\frac{\bar{\gamma}_{KR}}{\bar{\gamma}_{RA}}, m+1, -2m \right) \right. \\ &\left. + \bar{\gamma}_{KR} \text{B} \left(-\frac{\bar{\gamma}_{RA}}{\bar{\gamma}_{KR}}, m+1, -2m \right) \right\}. \end{aligned} \quad (2.92.)$$

Burada $B(x, y, z)$ tamamlanmamış beta fonksiyonudur (Gradshteyn and Ryzhik, 2000).

Şekil 2.9'daki N kaynaklı röle kanalına karşılık gelen minimum eşdeğer röle kanalının anlık SGO değeri aşağıda verilmiştir:

$$\gamma_{min} = \min\{\gamma_{K_1R}, \gamma_{K_2R}, \dots, \gamma_{K_NR}, \gamma_{RA}\}. \quad (2.93.)$$

Burada γ_{K_nR} , kanalının anlık SGO değeridir, $1 \leq n \leq N$.

Rayleigh sönümlmeli ortamda ($m = 1$), minimum eşdeğer röle kanalının anlık SGO'su üstel dağılımlıdır:

$$f_{\gamma_{min}}(\gamma) = \frac{e^{-\gamma/\bar{\gamma}_{min}}}{\bar{\gamma}_{min}}, \quad \gamma \geq 0. \quad (2.94.)$$

Burada ortalama SGO, Eş. 2.92. ile bulunur. Eğer röle kanalındaki $K - R$ ve $R - A$ kanallarının ortalama SGO değerleri $\bar{\gamma}$ 'a eşitse, minimum eşdeğer röle kanalının ortalama SGO değeri $\bar{\gamma}_{min} = \bar{\gamma}/(N + 1)$ dir. Bu durumda anlık SGO, $\gamma_{min} \triangleq \bar{\gamma}|h_{min}|^2$ dir. Minimum eşdeğer röle kanalının sönümleme katsayısının genliği Rayleigh dağılımlıdır:

$$f_{|h_{min}|}(x) = \frac{2x \exp(-x^2/\Omega)}{\Omega}, \quad x \geq 0. \quad (2.95.)$$

Burada $\Omega = \bar{\gamma}_{min}/\bar{\gamma}$ dir. Dolayısıyla, $K - R$ ve $R - A$ kanalları Rayleigh sönümlmeli olan röle kanalına karşılık gelen minimum eşdeğer röle kanalı da Rayleigh sönümlmelidir.

Nakagami- m sönümlmeli ortamda $m \neq 1$ için Eş. 2.93.'teki anlık SGO değerinin dağılımını ve ortalama değerini elde edilmesi kolay olmadığından minimum eşdeğer röle kanal yöntemi hata başarım analizinde kullanılması açısından elverişli değildir ancak düşük karmaşıklıkla alıcı yapısı tasarlamak için kullanılabilir.

Şekil 2.1'deki röle ağına ait *minimum eşdeğer sert alıcısında*, Eş. 2.66.'daki sert kararlı EBO kuralını kullanarak veri kestirilir, Eş. 2.82.'deki olasılık yoğunluk fonksiyonunda ağ kodlanmış verilere ait SHO terimleri minimum eşdeğer kanalın evreyumlu M -FKK

kip-çözme SHO'suna yaklaşıkları (Proakis, 2000):

$$\begin{aligned}
P_{min}^s &= Q(\sqrt{2\gamma_{min}}) + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \exp\left[-(u - \sqrt{\gamma_{min}})^2\right] Q\left(\sqrt{2}u \tan(\pi/M)\right) du \\
&= \sum_{e_R=1}^{q-1} p(z_{A,ak} | \hat{u}_R = u_R + e_R) p(e_R).
\end{aligned} \tag{2.96}$$

Şekil 2.1'deki röle ağının *minimum eşdeğer yumuşak alıcısında*, 2.61.'deki yumuşak kararlı EBO kestirim kuralını kullanarak u_i kestirilir ve Eş. 2.68.'deki ağ kodlanmış verilere ait olabilirlik fonksiyonları minimum eşdeğer kanalının olabilirlik fonksiyonu ile yaklaşıkları:

$$p_{min}(y_{D,ak} | u_R) = \frac{1}{\pi \sigma_{min}^2} \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{min}^2} |y_{D,ak} - h_{min} \varphi(u_R)|^2\right). \tag{2.97}$$

Burada h_{min} ve σ_{min}^2 sırasıyla, minimum eşdeğer kanalının sönümlenme katsayısı ve gürültü değişintisidir.

Üstel Eşdeğer Röle Kanalı

Yİ röle kanalının iyi bir yaklaştırması olan harmonik ortalama eşdeğer röle kanalının anlık SGO'nun olasılık yoğunluk fonksiyonunun karmaşık olması sebebiyle (Hasna and Alouini, 2004), hata başarımlar analizinde kullanılması uygun değildir. Bu nedenle, hata başarımlar analizinde harmonik ortalama eşdeğer röle kanalı yerine yaklaşımının kullanılması tercih edilebilir.

Bu çalışmada, harmonik ortalama eşdeğer röle kanalının bir yaklaşımı olan, hata başarımlar analizinde kolaylık sağlayan ve tüm SGO değerlerinde geçerli olan yeni bir eşdeğer röle kanal modeli önerilmiştir. Önerilen kanal modelinde, düz Rayleigh sönümlenmeli varsayılan $K - R$ ve $R - A$ kanalları, düz Rayleigh sönümlenmeli bir $K - A$ kanalı ile yaklaşıklanmıştır. Bu durumda kanalın anlık SGO'su üstel dağılımlıdır. Harmonik ortalama eşdeğer röle kanalının ortalama SGO değeri çıkartılmış ve üstel eşdeğer röle kanalının ortalama SGO değeri olarak alınmıştır. Aşağıda harmonik ortalama ve önerilen eşdeğer röle kanal modelleri özetlenmiştir.

Alıcıda kanal durum bilgisinin veya SGO'nun mevcut olması röle kanalının başarımlarını belirgin bir şekilde yükseltmektedir. Eğer bir Yİ rölede kanalında $K - R - A$ kanalı

ile ilgili kanal durum bilgisi varsa, $K - R$ kanalının kazancı bir yükseltme katsayı ile telafi edilebilir. Harmonik ortalama eşdeğer kanalının anlık SGO'su Eş. 2.98.'deki gibi, $K - R$ ve $R - A$ kanallarının anlık SGO'larının harmonik ortalamasıdır (Hasna and Alouini, 2004).

$$\gamma_{harmonik} = \frac{\gamma_{KR} \gamma_{RA}}{\gamma_{KR} + \gamma_{RA}} \quad (2.98.)$$

Burada γ_{KR} ve γ_{RA} sırasıyla $K - R$ ve $R - A$ kanallarının anlık SGO değerleridir. Eş. 2.98.'deki SGO'nun olasılık yoğunluk fonksiyonu Eş. 2.99.'daki gibidir.

$$f_{\gamma_{harmonik}}(\gamma) = b\gamma e^{-a\gamma} [bK_0(b\gamma) + aK_1(b\gamma)], \quad \gamma \geq 0. \quad (2.99.)$$

Burada $K_0(\cdot)$ ve $K_1(\cdot)$ sırasıyla, sıfıncı ve birinci dereceden, ikinci türden modifiye edilmiş Bessel fonksiyonlarıdır ve a ve b katsayıları Eş. 2.100.'de verilmiştir (Hasna and Alouini, 2004):

$$a = \frac{1}{\bar{\gamma}_{KR}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{RA}} \quad (2.100.)$$

$$b = \frac{2}{\sqrt{\bar{\gamma}_{KR} \bar{\gamma}_{RA}}}.$$

Harmonik eşdeğer röle kanalının ortalama SGO değeri Eş. 2.101.'deki gibi çıkartılmıştır:

$$\bar{\gamma}_{harmonik} = \frac{2}{3a} {}_2F_1 \left(0.5, 1; 2.5; 1 - \frac{b^2}{a^2} \right). \quad (2.101.)$$

Burada ${}_2F_1(\cdot)$, Gauss hipergeometrik fonksiyonunu temsil etmektedir. Eğer $K - R$ ve $R - A$ kanallarının ortalama SGO değerleri eşitse, yani $\bar{\gamma}_{KR} = \bar{\gamma}_{RA} = \bar{\gamma}$, Eş. 2.101.'deki katsayılar $a = b$ olur ve Gauss hipergeometrik fonksiyonunu bire eşit olacaktır. Böylece, ortalama eşdeğer SGO değeri $\bar{\gamma}_{harmonik} = \bar{\gamma}/3$ olacaktır. $K - R$ kanalı hatasız olduğunda ($\bar{\gamma}_{KR} \rightarrow \infty$) b/a sifira yaklaşır ve Gauss hipergeometrik fonksiyonunu $3/2$ 'ye gider, böylece eşdeğer kanalın ortalama SGO'su $\bar{\gamma} = \bar{\gamma}_{RA}$, $\bar{\gamma}_{KR} \rightarrow \infty$ dır. Dolayısıyla, eşdeğer kanalın ortalama SGO'su her zaman direkt kanaldan daha küçüktür.

Bu çalışmada, analitik açıdan karmaşık bir olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olan ve Eş. 2.98. ile tanımlanan harmonik ortalama eşdeğer kanal, ortalaması Eş. 2.101. olan

bir üstel olasılık yoğunluk fonksiyonu ile yaklaşıklanmıştır:

$$f_{\gamma_{üstel}}(\gamma) = \frac{1}{\bar{\gamma}_{üstel}} e^{-\gamma/\bar{\gamma}_{üstel}}, \quad \gamma \geq 0. \quad (2.102.)$$

Burada ortalama SGO Eş. 2.92. ile bulunur. Eğer röle kanalındaki $K - R$ ve $R - A$ kanallarının ortalama SGO değerleri $\bar{\gamma}$ 'a eşitse, üstel eşdeğer röle kanalının ortalama SGO değeri $\bar{\gamma}_{üstel} = \bar{\gamma}/3$ tür. Anlık SGO, $\gamma_{üstel} \triangleq \bar{\gamma}|h_{üstel}|^2$ dir ve üstel eşdeğer röle kanalının sönmleme katsayısının genliği Rayleigh dağılımlıdır:

$$f_{|h_{üstel}|}(x) = \frac{2x \exp(x^2/\Omega)}{\Omega}, \quad x \geq 0. \quad (2.103.)$$

Burada $\Omega = \bar{\gamma}_{üstel}/\bar{\gamma}$ dir. Dolayısıyla, $K - R$ ve $R - A$ kanalları Rayleigh sönmlemeli olan röle kanalına karşılık gelen üstel eşdeğer röle kanalı da Rayleigh sönmlemelidir.

Şekil 2.11'de, Rayleigh düz-sönmlemeli ortamda harmonik ortalama, minimum ve üstel eşdeğer röle kanallarının anlık SGO'larının olasılık yoğunluk fonksiyonları karşılaştırılmaktadır. Burada, $\bar{\gamma}_{KR} = \bar{\gamma}_{RA} = \bar{\gamma} = 10$ alınmıştır. Üstel eşdeğer röle kanalının, harmonik ortalama eşdeğer kanalının oldukça iyi bir yaklaştırması olduğu gözlenmektedir.

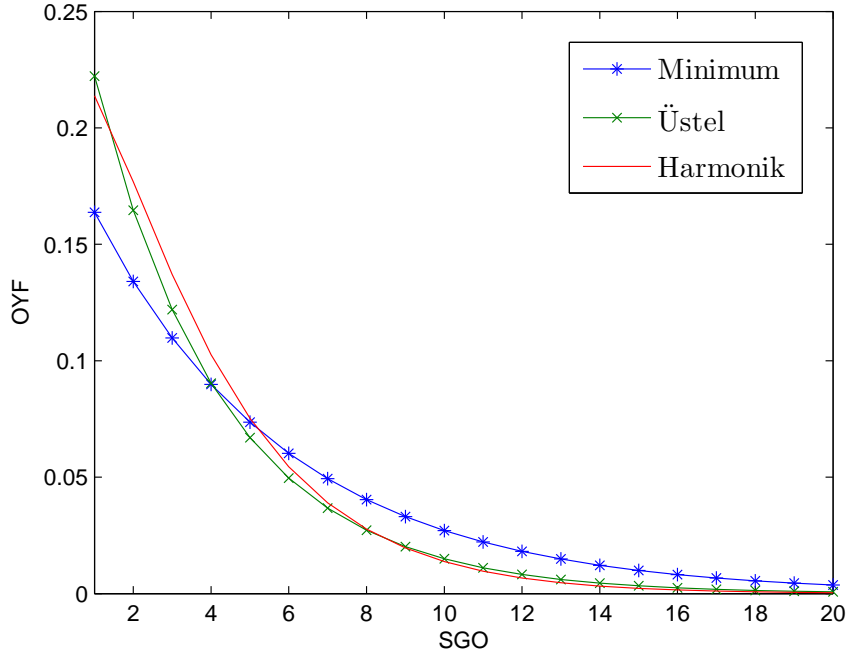
Üstel eşdeğer röle kanalı yalnızca Rayleigh düz-sönmlemeli ortamda geçerli olduğundan, genel Nakagami- m sönmlemeli röle ağlarının hata başarımının incelenmesi mümkün değildir. Bu nedenle, Nakagami- m sönmlemeli ortamlarda geçerli olan yeni bir eşdeğer röle kanalı geliştirilmiştir.

Q-tersi Eşdeğer Röle Kanalı ve Q-tersi Eşdeğer Alıcısı

(Wang et al., 2007)'de, çok atlamalı kod-çöz-ve-ilet röle ağları için bir eşdeğer röle kanal modeli geliştirilmiştir. Bu yöntem, evreyumlu kipleme/kip çözme ve herhangi bir kipleme derecesi için geçerlidir. Eşdeğer kanal, $K - R$ ve $R - A$ kanallarının dağılımına sahiptir. Şekil 2.10'daki iki atlamalı röle kanalının anlık BHO'su aşağıdaki gibidir:

$$P_{Q-1}^b = P_{KR}^b (1 - P_{RA}^b) + P_{RA}^b (1 - P_{KR}^b). \quad (2.104.)$$

Burada P_{KR}^b ve P_{RA}^b , $K - R$ ve $R - A$ kanallarının anlık BHO ifadeleridir. Alıcıda evreyumlu ikili faz kaydırmalı kiplenim (İFKK) kip-çözmenin yapıldığı varsayılarak



Şekil 2.11. Harmonik ortalama, minimum ve üstel eşdeğer röle kanallarının anlık SGO'larının olasılık yoğunluk fonksiyonlarının karşılaştırılması

Eş. 2.104.'teki BHO ifadesi, anlık bit başına SGO'su γ_{Q-1}^b olan eşdeğer kanalın BHO ifadesine yaklaşıkları (Wang et al., 2007):

$$\begin{aligned}
 P_{Q-1}^b &= Q\left(\sqrt{2\gamma_{KR}^b}\right)\left(1 - Q\left(\sqrt{2\gamma_{RA}^b}\right)\right) + Q\left(\sqrt{2\gamma_{RA}^b}\right)\left(1 - Q\left(\sqrt{2\gamma_{KR}^b}\right)\right) \\
 &= Q\left(\sqrt{2\gamma_{Q-1}^b}\right).
 \end{aligned} \tag{2.105.}$$

Burada γ_{KR}^b , γ_{RA}^b ve γ_{Q-1}^b sırasıyla $K - R$, $R - A$ ve eşdeğer kanallarının anlık bit başına SGO değerleridir. Eşdeğer röle kanalının anlık bit başına SGO'su Eş. 2.105. kullanılarak bulunur (Wang et al., 2007):

$$\gamma_{Q-1}^b = \frac{1}{2} \{Q^{-1}(P_{Q-1}^b)\}^2. \tag{2.106.}$$

Eş. 2.106.'daki SGO hesaplanmasında Gauss $Q(\cdot)$ fonksiyonunun tersi kullanıldığı için, tezin geri kalanında Eş. 2.106.'daki eşdeğer kanal yöntemi Q-tersi eşdeğer kanal yöntemi olarak atfedilecektir. γ_{KR}^b ve γ_{RA}^b rastgele değişken olduklarından, γ_{Q-1}^b da bir rastgele değişkendir. Hata başarım analizinde, γ_{Q-1}^b 'in dağılımı, parametreleri önceden belirlenen, sönmülemeli bir SGO dağılımı ile yaklaşıkları.

Bu çalışmada, Q-tersi eşdeğer röle kanalı Şekil 2.9'daki çok kaynaklı, $GA(q)$ ağ kodlamalı, evreyumlu M -FKK kiplmeli, Nakagami- m sönümlemeli ve alıcıda röle hata istatistiklerinin bilindikleri kip-çöz-ve-ilet eşdeğer röle kanalına genelleştirildi. Q-tersi eşdeğer röle kanal modeli kullanılarak Şekil 2.1'deki $GA(q)$ ağ kodlamalı, kip-çöz-ve-ilet, M -FKK kiplmeli, Nakagami- m sönümlemeli röle ağının yaklaşık hata oranı ifadeleri elde edildi. Q-tersi eşdeğer röle kanal modeli kullanılarak, optimum sert ve yumuşak alıcılarına yakın başarıma sahip olan sert ve yumuşak kararlı EBO alıcıları tasarlandı. Q-tersi eşdeğer röle kanal yönteminde, N kaynaklı röle kanalının anlık SHO değeri, büyük M ve SGO değerleri için evreyumlu M -FKK kip çözme anlık SHO'suna yaklaşılanır (Proakis, 2000):

$$P_{Q^{-1}}^s = 2Q \left(\sqrt{2\gamma_{Q^{-1}}} \sin(\pi/M) \right) \quad (2.107.)$$

$$= \Pr(z_{A,ak} \neq u_R | u_R).$$

Q-tersi eşdeğer röle kanalının anlık sembol başına SGO değeri Eş. 2.107. kullanılarak bulunur:

$$\gamma_{Q^{-1}} = \frac{1}{2 \sin^2(\pi/M)} \left\{ Q^{-1}(0.5P_{Q^{-1}}^s) \right\}^2 \quad (2.108.)$$

$$= \frac{1}{2 \sin^2(\pi/M)} \left\{ Q^{-1} \left(0.5 \sum_{e_R=1}^{q-1} p(z_{A,ak} \neq u_R | \hat{u}_R = u_R + e_R) p(e_R) \right) \right\}^2.$$

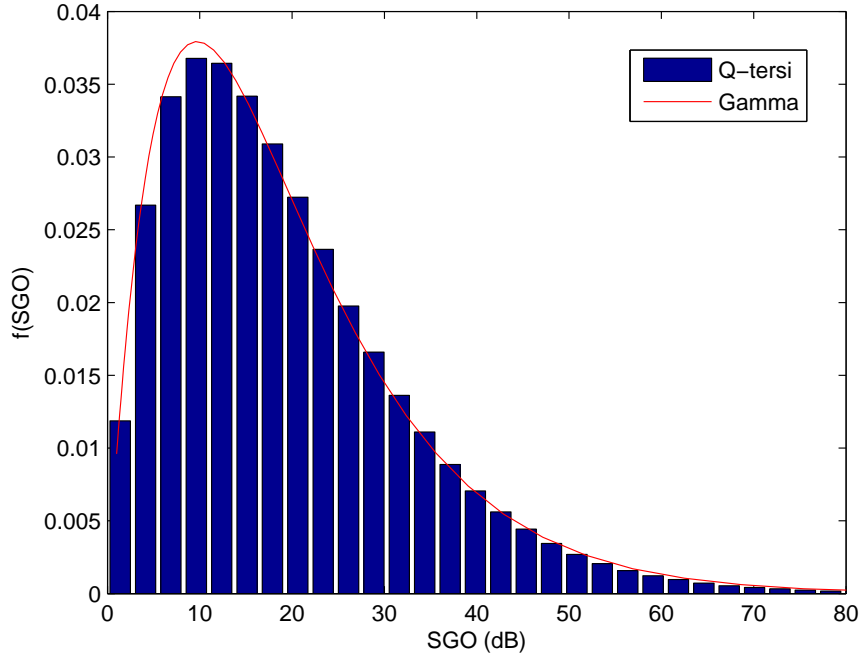
Eş. 2.108.'deki SGO'nun ortalama değeri

$$\bar{\gamma}_{Q^{-1}} = \frac{1}{2 \sin^2(\pi/M)} E \left[\left\{ Q^{-1} \left(0.5 \sum_{e_R=1}^{q-1} p(z_{A,ak} \neq u_R | \hat{u}_R = u_R + e_R) p(e_R) \right) \right\}^2 \right] \quad (2.109.)$$

kapalı form olarak bulunamasa da nümerik olarak elde edilebilir.

Nakagami- m sönümlemeli ortamda, Şekil 2.12'de Eş. 2.108.'deki anlık SGO değerlerinin Monte Carlo simülasyonu sonucunda elde edilen histogramında görüldüğü gibi, anlık SGO değeri $m = 2$ için Gamma dağılımlıdır, böylece eşdeğer röle kanalı tek atlamalı Nakagami- m sönümlemeli kanal ile yaklaşılanabilir. Bu sonuca bağlı olarak, Eş. 2.108.'deki anlık SGO değeri Gamma dağılımlı olduğu varsayılmıştır:

$$f_{\gamma_{Q^{-1}}}(\gamma) = \frac{\gamma^{m-1}}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}_{Q^{-1}}} \right)^m \exp \left(-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}_{Q^{-1}}} \right), \quad \gamma \geq 0. \quad (2.110.)$$



Şekil 2.12. Nakagami- m sönümlenmeli ortamda ($m = 2$) Q-terci eşdeğer kanalının anlık SGO değerinin histogramı

Şekil 2.1'deki röle ağına ait *Q-terci eşdeğer sert alıcısı*, Eş. 2.66.'daki sert kararlı EBO kuralı ile veri kestirir; EBO kuralında kullanılan ve Eş. 2.82. ile verilen olabilirlik fonksiyonunda ağ kodlamalı verilere ait terimler Eş. 2.107. ile yaklaşıklanır. Q-terci eşdeğer sert alıcısı aşağıda bir örnek ile anlatılmıştır.

Üreteç matrisi Eş. 2.38. ile verilmiş olan 2 kullanıcılı GA(4) ağ kodlama, kip-çöz-ve-ilet, DFKK röle ağını (Şekil 2.1'deki röle ağı, $N=2$) ele alalım. A 'da alınan veri vektörü Eş. 2.111.'de verilmiştir.

$$[y_{1A,sis} \ y_{2A,sis} \ y_{1A,ak} \ y_{2A,ak}]^T \xrightarrow{hard-decision} [z_{1A,sis} \ z_{2A,sis} \ z_{1A,ak} \ z_{2A,ak}]^T \quad (2.111.)$$

Burada $y_{nA,sis}$ ve $y_{nA,ak}$ sırasıyla A 'da T_n terminalinden alınan sistematik ve ağ kodlamalı verilerdir; $z_{nA,sis}$ ve $z_{nA,ak}$ sırasıyla $y_{nA,sis}$ ve $y_{nA,ak}$ verilerinin sert kararlarıdır, $n = 1, 2$.

Eş. 2.111.'deki sert kararlı verilerin olabilirlik fonksiyonları sert kararlı EBO kuralında kullanılarak veri kestirimi yapılır. Ağ kodlamalı verilere ait olabilirlik fonksiyonları Q-terci eşdeğer kanal yöntemi ile aşağıda anlatıldığı şekilde yaklaşıklanır. u_{1R} verisinin

gönderdiği $T_2 - T_1 - A$ röle kanalının anlık SHO'su Eş. 2.107. kullanılarak yaklaşıkları:

$$\begin{aligned}
P_{Q^{-1},1}^s &= 2Q(\sqrt{\gamma_{Q^{-1},1}}) \\
&= \sum_{e_{1R}=1}^3 p(z_{1A,nc} \neq u_{1R} | \hat{u}_{1R} = u_{1R} + e_{1R}) p(e_{1R})
\end{aligned} \tag{2.112.}$$

Burada e_{1R} , T_1 terminalindeki ağ kodlanmış evreuyumlu DFKK kip çözme hatasıdır. Eş. 2.112. kullanılarak $T_2 - T_1 - A$ röle kanalının anlık SGO değeri Eş. 2.113.'teki gibi bulunur:

$$\begin{aligned}
\gamma_{Q^{-1},1} &= \{Q^{-1}(0.5 P_{Q^{-1},1}^s)\}^2 \\
&= \left\{ Q^{-1} \left(0.5 \sum_{e_{1R}=1}^3 p(z_{1A,ak} \neq u_{1R} | \hat{u}_{1R} = u_{1R} + e_{1R}) p(e_{1R}) \right) \right\}^2.
\end{aligned} \tag{2.113.}$$

Benzer şekilde, u_{2R} verisinin gönderdiği $T_1 - T_2 - A$ röle kanalının anlık SHO'su Eş. 2.114. kullanılarak yaklaşıkları:

$$\begin{aligned}
P_{Q^{-1},2}^s &= 2Q(\sqrt{\gamma_{Q^{-1},2}}) \\
&= \sum_{e_{2R}=1}^3 p(z_{2A,ak} \neq u_{2R} | \hat{u}_{2R} = u_{2R} + e_{2R}) p(e_{2R})
\end{aligned} \tag{2.114.}$$

Burada e_{2R} , T_2 terminallerindeki ağ kodlanmış evreuyumlu DFKK kip çözme hatasıdır. Eşitlik Eş. 2.114. kullanılarak $T_1 - T_2 - A$ röle kanalının anlık SGO değeri elde edilir:

$$\begin{aligned}
\gamma_{Q^{-1},2} &= \{Q^{-1}(0.5 P_{Q^{-1},2}^s)\}^2 \\
&= \left\{ Q^{-1} \left(0.5 \sum_{e_{2R}=1}^3 p(z_{2A,ak} \neq u_{2R} | \hat{u}_{2R} = u_{2R} + e_{2R}) p(e_{2R}) \right) \right\}^2.
\end{aligned} \tag{2.115.}$$

Şekil 2.1'deki röle ağının *Q-tersi eşdeğer yumuşak alıcısında*, 2.61.'deki yumuşak kararlı EBO kestirim kuralını kullanarak u_i kestirilir ve Eş. 2.68.'deki ağ kodlanmış verilere ait olabilirlik fonksiyonları Q-tersi eşdeğer kanalının olabilirlik fonksiyonu ile yaklaşıkları:

$$p_{Q^{-1}}(y_{D,ak} | u_R) = \frac{1}{\pi \sigma_{Q^{-1}}^2} \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{Q^{-1}}^2} |y_{D,ak} - h_{Q^{-1}} \varphi(u_R)|^2 \right). \tag{2.116.}$$

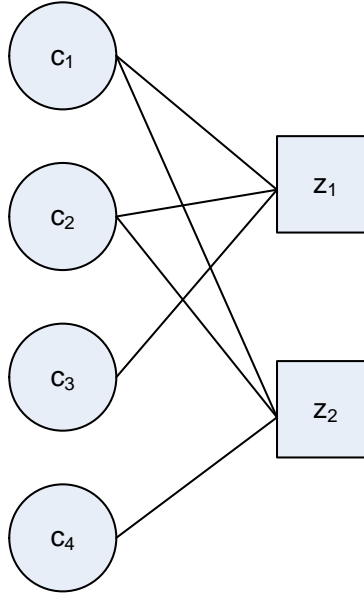
Burada $h_{Q^{-1}}$ ve $\sigma_{Q^{-1}}^2$ sırasıyla, Q-tersi eşdeğer kanalının sönmürlenme katsayısı ve gürültü değişintisidir.

2.4.3 Tanner Alıcısı

Tanner alıcısı, Tanner çizge üzerinden veri kestirimi yapan alıcıdır.

Tanner çizgesi, seyrek çift taraflı çizgelerdir ve eşlik denetim matrisi \mathbf{H} 'nin çizgesel tarifidir. $M \times N$ boyutlu bir \mathbf{H} matrisi olan bir kodun Tanner çizgesi, M tane denetim ve N tane değişken düğümden oluşur. Değişken düğümler \mathbf{H} matrisinin satırındaki bit konumunu ifade eder ve her denetim düğümü bir eşlik denetim denklemini gerçekleştirir. Eğer $\mathbf{H}(m, n) \neq 0$ ise, m . değişken düğümü ve n . denetim düğümü arasında kenar mevcuttur (Gallager, 1962, 1963; Leiner, 2009; Moon, 2005). Şekil 2.13'te, Eş. 2.117.'deki eşlik denetim matrisine karşılık gelen Tanner çizge gösterilmiştir. Burada $c_m, 1 \leq m \leq 4$, değişken düğümü ve $z_n, 1 \leq n \leq 2$, denetim düğümü temsil etmektedir.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.117.)$$



Şekil 2.13. Eş. 2.117.'deki eşlik denetim matrisine karşılık gelen Tanner çizge

Tanner çizgede kod çözme işlemi sert ve yumuşak kararlı olmak üzere ikiye ayrılır. Yumuşak kararlı kod çözme, sert kararlı kod çözmeye göre daha yüksek başarıma sahiptir. Yumuşak kararlı kod çözmeye, alıcıda alınan yumuşak kararlı veriler kullanılarak kod çözme gerçekleştirilir. Sert kararlı kod çözmeye ise sert kararlı veriler kod çözmeye kullanılır. Yumuşak kararlı kod çözmeye optimum olan toplam-çarpım algoritması veya optimum olmayan en küçük toplam, vs. algoritmalar kullanılabilir (Moon, 2005; Xiao

and Banihashemi, 2004). Bu çalışmada, Tanner çizge üzerinden toplam-çarpım algoritması ile sert kararlı kod çözme yöntemi kullanılacaktır.

Toplam-çarpım algoritması ile Tanner çizgede kod çözme, kodlanmış bit c_n ile ilgili eşlik denetim denklemlerinin sağlandığı durum için c_n 'nin olasılığını en büyüten n uzunluğundaki kod sözcüğünün bulunmasıdır (Moon, 2005):

$$\hat{c}_n = \arg \max_{c_n} P(c_n | \mathbf{y}_A, c_n \text{ ile ilgili bütün denetim denklemleri sağlanır}) \quad (2.118.)$$

Burada \hat{c}_n , kod çözülmüş bittir ve \mathbf{y}_A , alıcıda alınan veri vektörüdür. Kod çözme algoritması iki olasılığının hesaplanmasını içerir. İlki Eş. 2.118.'deki kod çözme kriteri ile ilgilidir; z_m eşlik denetim düğümünün denklemleri haricinde c_n ile ilgili bütün denetim denklemlerinin sağlanma olasılığıdır ve Eş. 2.119.'daki gibi bulunur (Moon, 2005):

$$q_{mn}(x) = P(c_n = x | \mathbf{y}_A, \{z_m = 0, m' \in \mathcal{M}_n \setminus m\}). \quad (2.119.)$$

Burada $\mathcal{M}_n \setminus m = \{m' \neq m : \mathbf{H}(m', n) = 1\}$, z_m haricinde c_n 'yi içeren denetim düğümlerinin kümesidir. Kullanılan diğer olasılık ifadesi, bütün kodlanmış bitler \mathbf{c} 'nin bilinmesi durumunda m . eşlik denetim denkleminin sağlanma olasılığıdır (Moon, 2005):

$$r_{mn}(x) = P(z_m = 0 | \mathbf{c}) \quad (2.120.)$$

Tanner çizgede toplam-çarpım algoritması ile kod çözmede, önce kanaldan alınan veriler kullanılarak başlangıç değerleri hesaplanır, sonra dögüsel olarak değişken ve denetim düğümleri arasında mesaj iletimi gerçekleşir. Belirli bir dögü sayısına ulaşıldığında veya doğru kod sözcük bulunduğunda kod çözme işlemi tamamlanır. Değişken düğümünde mesaj hesaplama işlemine *yatay adım*, denetim düğümünde mesaj elde etme işlemine ise *dikey adım* denir. Algoritma beş adımdan oluşmaktadır (Moon, 2005):

1. **Giriş:** Kanaldan alınan verilerin sonsal olabirlikleri hesaplanır: $p_n(x) = P(c_n = x | y_{A,n})$; toplam dögü sayısı L belirlenir
2. **Başlangıç değerleri:** $\mathbf{H}(m, n) = 1$ olan bütün (m, n) değerleri için $q_{mn}(x) = p_n(x)$ değerleri atanır

3. **Yatay adım:** $\mathbf{H}(m, n) = 1$ olan bütün (m, n) değerleri için önce $\delta q_{mn}(0) = q_{mn}(0) - q_{mn}(1)$ hesaplanır, sonra

$$\delta r_{mn} = \prod_{n' \in \mathcal{N}_{m,n}} \delta q_{mn'} \quad (2.121.)$$

elde edilir. Eş. 2.121. kullanılarak $r_{mn}(1) = (1 - \delta r_{mn})/2$ ve $r_{mn}(0) = (1 + \delta r_{mn})/2$ bulunur.

4. **Dikey adım:** $\mathbf{H}(m, n) = 1$ olan bütün (m, n) değerleri için

$$q_{mn}(0) = \alpha_n p_n(0) \prod_{m' \in \mathcal{M}_{n,m}} r_{m'n}(0) \quad (2.122.)$$

ve

$$q_{mn}(1) = \alpha_n p_n(1) \prod_{m' \in \mathcal{M}_{n,m}} r_{m'n}(1) \quad (2.123.)$$

hesaplanır. Burada α_n , $q_{mn}(0) + q_{mn}(1) = 1$ olacak şekilde seçilir.

5. **Karar verme:** $q_n(1) > 0.5$ ise $\hat{c}_n = 1$, yoksa $\hat{c}_n = 0$ değeri atanır. Eğer $\mathbf{H}\hat{c} = 0$ ise veya döngü sayısı $\geq L$ ise *dur*, yoksa yatay adım tekrarlanır.

3. LOO AĞ KODLAMALI RÖLE AĞLARINDA ALICIDA SONSAK LOG OLABİLİRLİK ORANLARININ HESAPLANMASI

Bu bölümde, Bölüm 2.2.1'deki LOO ağ kodlamalı röleme tekniğinin kullanıldığı röle ağlarında alıcıda çıkartılan sonsal LOO'lar verilmiştir. Amaç, LOO değerleri kullanılarak sistemin hata başarımının incelenmesidir. Sonsal LOO'larının çıkarımlarının ispatları EK 1'dedir.

Şekil 2.7'deki röle ağının bir ve iki kullanıcı ve alıcıya doğrudan bağlantının olduğu ve olmadığı durumlar ele alınmıştır. Röle ağında nicemlemenin etkisi incelenmiştir. Bütün kanalların kesik zamanlı, Markov, bağımsız, İTBGG, İFKK oldukları, alıcıda niceme sonucunda sinyallerin ikili değerlerini aldıkları ve veri gönderiminin zaman bölmeli çoklama ile yapıldığı varsayılmıştır.

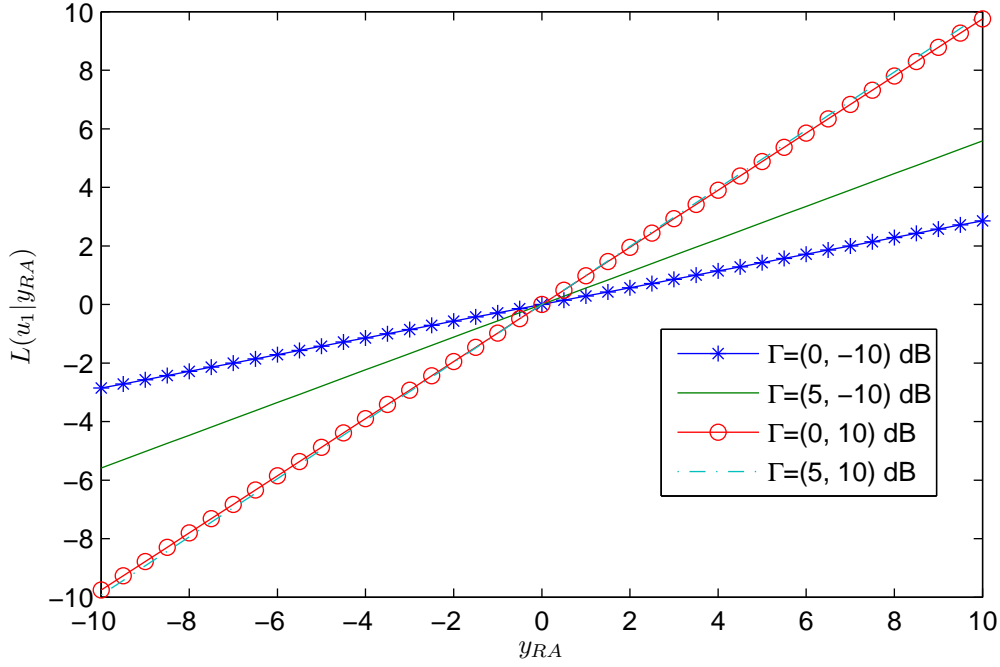
3.1 Analog (Nicemlemesiz) LOO Ağ Kodlamalı Rölelemeli Röle Ağları

- $K - A$ Kanalsız Tek Kullanıcı Röle Ağı

Şekil 2.7'deki röle ağının $N = 1$ kullanıcı ve $K - A$ direk kanalının olmadığı durumu ele alalım. T_1 'den, $s_1 = \varphi(u_1)$ verisi R 'ye gönderilir. R 'de alınan veri $y_R = s_1 + n_R$ 'nin LOO'su $L_R = 2y_R/\sigma_R^2$, A 'ya gönderilir; $n_R \sim \mathcal{N}(0, \sigma_R^2)$. A 'da R 'den gözlenen veri $y_{RA} = L_R + n_{RA}$ dır; $n_{RA} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{RA}^2)$. $L(u_1 | y_{RA})$ sonsal LOO'su Eş. 3.1.'deki gibidir.

$$\begin{aligned}
 L(u_1 | y_{RA}) &= \ln \left(\frac{p(s_1 = 1 | y_{RA})}{p(s_1 = -1 | y_{RA})} \right) \\
 &= \ln \left(\frac{p(s_1 = 1, y_{RA})/p(y_{RA})}{p(s_1 = -1, y_{RA})/p(y_{RA})} \right) = \ln \left(\frac{p(s_1 = 1, y_{RA})}{p(s_1 = -1, y_{RA})} \right) \quad (3.1.) \\
 &= \ln \left(\frac{\exp \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_R^2 \sigma_{RA}^2 + 4} \right)}{\exp \left(-\frac{2y_{RA}}{\sigma_R^2 \sigma_{RA}^2 + 4} \right)} \right) = \frac{4y_{RA}}{\sigma_R^2 \sigma_{RA}^2 + 4}
 \end{aligned}$$

Şekil 3.1'de, Eş. 3.1.'de çıkartılan $L(u_1 | y_{RA})$ LOO'sunun farklı $K - R$ SGO (γ_{KR}) ve $R - A$ SGO (γ_{RA}) değerleri için y_{RA} ile değişimi gösterilmiştir. Burada SGO vektörü $\Gamma = (\gamma_{KR}, \gamma_{RA})$ değerlerinden oluşmaktadır. $\gamma_{KR} = 5$ dB ve $\gamma_{RA} = 10$ dB için $L(u_1 | y_{RA})$ değerleri y_{RA} 'ye eşitken $\gamma_{KR} = 0$ dB ve $\gamma_{RA} = -10$ dB olduğunda $L(u_1 | y_{RA})$ değerleri y_{RA} 'den küçük genliğe sahiptir. Dolayısıyla, γ_{KR} ve γ_{RA} değerleri büyüdükçe $L(u_1 | y_{RA})$ değerlerinin de büyümesiyle kestirilen verinin güvenilirliğinin arttığı gözlenmektedir.



Şekil 3.1. Eş. 3.1.'deki $L(u_1 | y_{RA})$ LOO'sunun y_{RA} ile değişimi

- $K - A$ Kanallı Tek-Kullanıcı Rôle Ağı

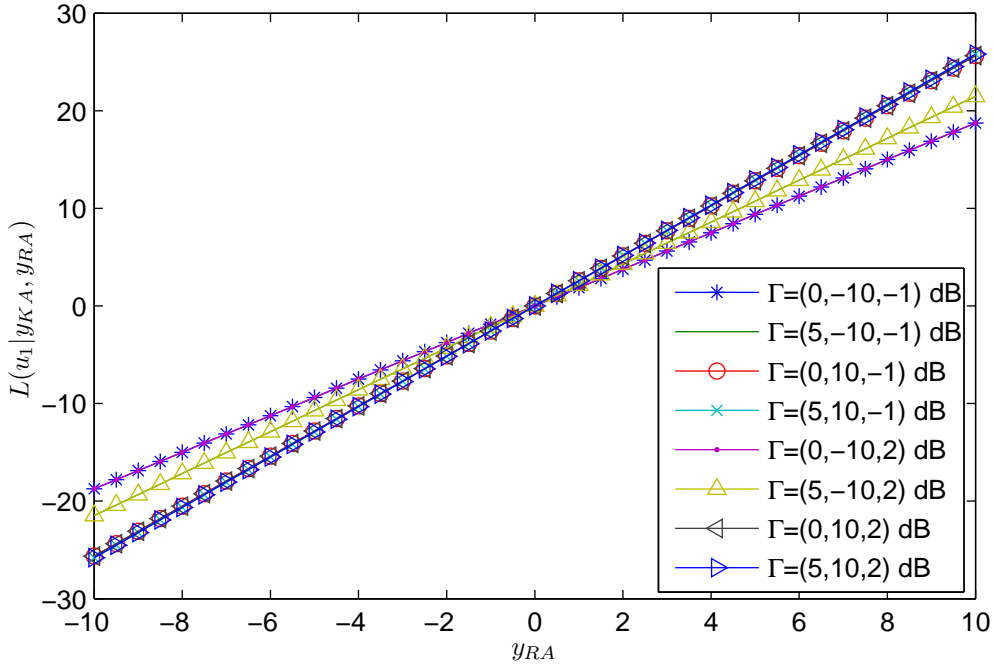
Şekil 2.7'deki rôle ağının $N = 1$ kullanıcı ve $K - A$ kanalının durumunu ele alalım. T_1 'de, $s_1 = \varphi(u_1)$ verisi A 'ya ve R 'ye yayımlanır. K 'dan alınan veri $y_{KA} = s_1 + n_{KA}$ dır; $n_{KA} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{KA}^2)$. R 'de alınan veri $y_R = s_1 + n_R$ 'nin LOO'su $L_R = 2y_R/\sigma_R^2$, A 'ya gönderilir; $n_R \sim \mathcal{N}(0, \sigma_R^2)$. A 'da R 'den gözlenen veri $y_{RA} = L_R + n_{RA}$ dır; $n_{RA} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{RA}^2)$. $L(u_1 | y_{RA})$ sonsal LOO'su Eş. 3.2.'deki gibidir.

$$\begin{aligned}
L(u_1 | y_{KA}, y_{RA}) &= \ln \left(\frac{p(s_1 = 1 | y_{KA}, y_{RA})}{p(s_1 = -1 | y_{KA}, y_{RA})} \right) \\
&= \ln \left(\frac{p(s_1 = 1, y_{KA}, y_{RA})}{p(s_1 = -1, y_{KA}, y_{RA})} \right) \\
&= \ln \left(\frac{\exp\left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_R^2 \sigma_{RA}^2 + 4}\right) \exp\left(\frac{y_{KA}}{\sigma_{KA}^2}\right)}{\exp\left(-\frac{2y_{RA}}{\sigma_R^2 \sigma_{RA}^2 + 4}\right) \exp\left(-\frac{y_{KA}}{\sigma_{KA}^2}\right)} \right) \\
&= \frac{4y_{RA}}{\sigma_R^2 \sigma_{RA}^2 + 4} + \frac{2y_{KA}}{\sigma_{KA}^2} \\
&= L(u_1 | y_{RA}) + L(u_1 | y_{KA})
\end{aligned} \tag{3.2}$$

$K - A$ ve $K - R - A$ kanalları birbirinden bağımsız olmalarından dolayı $L(u_1 | y_{KA}, y_{RA})$,

$K - A$ kanalının LOO'su $L(u_1 | y_{RA})$ ile Eş. 3.1.'de çıkartılan $K - R - A$ kanalının LOO'su $L(u_1 | y_{RA})$ 'nin toplamına eşittir.

Şekil 3.2'de, Eş. 3.2.'de hesaplanan LOO'nun y_{RA} ile değişimi gösterilmektedir; SGO vektörü $\Gamma = (\gamma_{KR}, \gamma_{RA}, \gamma_{KA})$, sırasıyla $K - R$, $R - A$ ve $K - A$ kanallarının SGO değerlerini içermektedir.

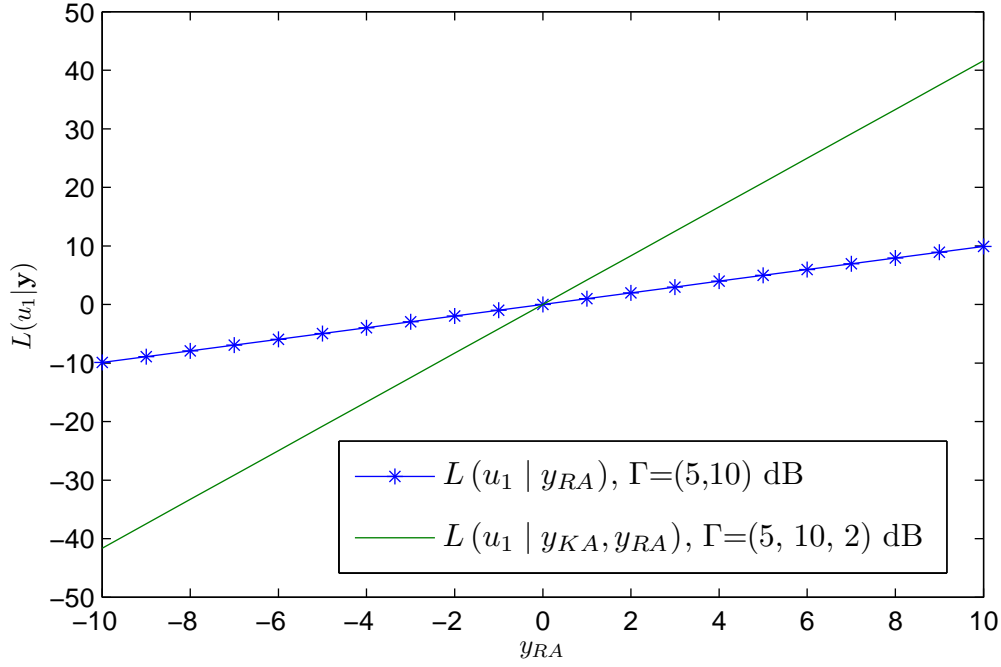


Şekil 3.2. Eş. 3.2.'deki $L(u_1 | y_R, y_{RA})$ LOO'sunun y_{RA} ile değişimi

Şekil 3.3'te tek kaynaklı röle ağının LOO'su, $L(u_1 | y_{RA})$, ve $K - A$ kanallı tek kaynaklı röle ağının LOO'su, $L(u_1 | y_{KA}, y_{RA})$, y_{RA} ile değişimi karşılaştırılmıştır. Tek kaynaklı röle ağının SGO vektörü $\Gamma = (\gamma_{KR}, \gamma_{RA}) = (5, 10)$ dB, $K - A$ kanallı tek kaynaklı röle ağının SGO vektörü ise $\Gamma = (\gamma_{KR}, \gamma_{RA}, \gamma_{KA}) = (5, 10, 2)$ dB dir. Tek kaynaklı röle ağında Eş. 3.1.'deki LOO'nun y_{RA} ile arasındaki eğim bire eşitken, $K - A$ kanallı tek kaynaklı röle ağında Eş. 3.2.'deki LOO'nun y_{RA} ile arasındaki eğim yaklaşık olarak dördttür. Dolayısıyla, $K - A$ kanalının mevcut olması alınan verinin güvenilirliğini arttırmaktadır.

- $K - A$ Kanalsız İki-Kullanıcı Röle Ağı

Şekil 2.7'deki röle ağının $K - A$ kanalsız iki-kullanıcı durumu ele alınsın. T_n 'den, $s_n = \varphi(u_n)$ verisi R 'ye gönderir, $1 \leq n \leq 2$. R 'de T_n 'den gözlenen veri $y_{nR} = s_n + n_{nR}$



Şekil 3.3. Eş. 3.1. ve Eş. 3.2.'deki LOO'larının y_{RA} ile değişimleri

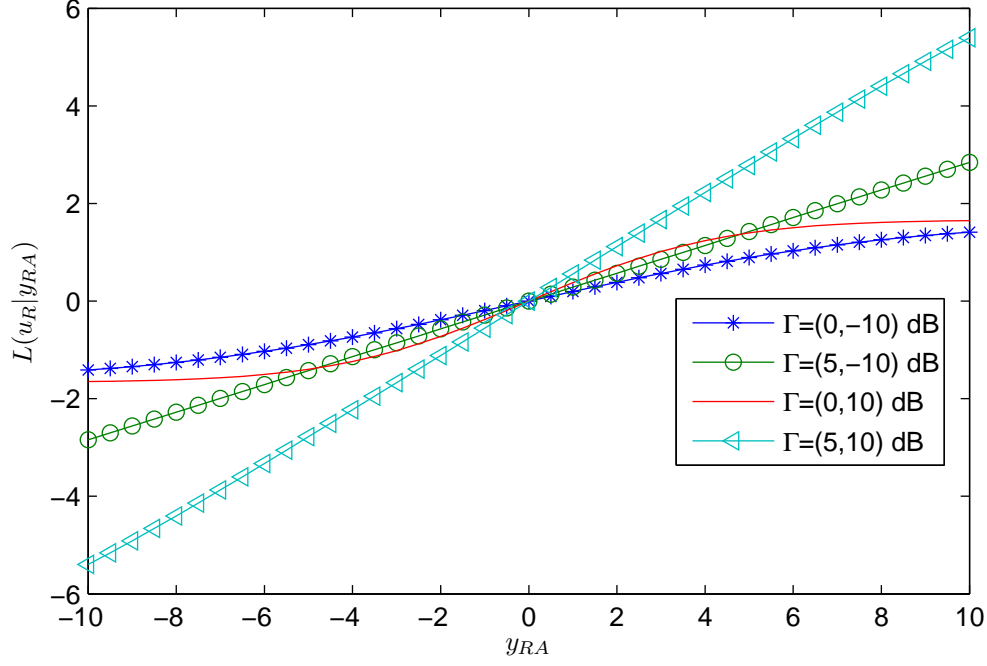
dir; $n_{nR} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{nR}^2)$. y_{nR} 'nin LOO'su $L_{nR} = 2y_{nR}/\sigma_{nR}^2$ elde edilir ve A 'ya gönderilir. L_{1R} ve L_{2R} kullanılarak $L_R = \ln \left(\frac{e^{L_{1R}} + e^{L_{2R}}}{1 + e^{L_{1R}+L_{2R}}} \right)$ hesaplanır ve A 'ya gönderilir. A 'da R 'den gözlenen veri $y_{RA} = L_R + n_{RA}$ dir; $n_{RA} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{RA}^2)$. Alıcısındaki $L(u_R | y_R)$ LOO'su Eş. 3.3.'teki gibidir.

$$\begin{aligned}
L(u_R | y_{RA}) &= \ln \left(\frac{p(s_1 = 1, s_2 = -1 | y_{RA}) + p(s_1 = -1, s_2 = 1 | y_{RA})}{p(s_1 = -1, s_2 = -1 | y_{RA}) + p(s_1 = 1, s_2 = 1 | y_{RA})} \right) \\
&= \ln \left(\frac{p(s_1 = 1, s_2 = -1, y_{RA}) + p(s_1 = -1, s_2 = 1, y_{RA})}{p(s_1 = -1, s_2 = -1, y_{RA}) + p(s_1 = 1, s_2 = 1, y_{RA})} \right) \\
&= \ln \left(\frac{\left[1 - Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right) \right] \exp \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4} \right) + Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right) \exp \left(-\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4} \right)}{\left[1 - Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right) \right] \exp \left(-\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4} \right) + Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right) \exp \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4} \right)} \right) \quad (3.3) \\
&= \ln \left(\frac{\exp \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4} \right) - 2 \sinh \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right)}{\exp \left(-\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4} \right) + 2 \sinh \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right)} \right)
\end{aligned}$$

Eğer $\sigma_{1R}^2 = \sigma_{2R}^2 = \sigma_{KR}^2$ ise, Eş. 3.3.'teki LOO, Eş. 3.4.'teki gibi yazılabilir:

$$L(u_R | y_{RA}) = \ln \left[\frac{\exp \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{KR}^2 + 4} \right) - 2 \sinh \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{KR}^2 + 4} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{KR}} \right)}{\exp \left(-\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{KR}^2 + 4} \right) + 2 \sinh \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{KR}^2 + 4} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{KR}} \right)} \right]. \quad (3.4)$$

Şekil 3.4'te, Eş. 3.4.'teki sonsal LOO'nun y_{RA} ile değişimi gösterilmektedir. SGO vektörü $\Gamma = (\gamma_{KR}, \gamma_{RA})$, $K - R$ ve $R - A$ SGO değerlerinden oluşmaktadır. Düşük SGO değerleri için LOO değerlerinin genliklerinin düşük olduğu, artan SGO değerleri için genliklerinin büyüdüğü, dolayısıyla güvenilirliğinin SGO ile birlikte arttığı gözlenmektedir.



Şekil 3.4. Eş. 3.4.'teki sonsal LOO'nun y_{RA} ile değişimi

- $K - A$ Kanallı İki-Kullanıcı Rôle Ağı

Şekil 2.7'deki rôle ağının $N = 2$ ve $K - A$ kanallarının da bulunduğu durumu ele alalım. $K - A$ kanallı 2 kullanıcı rôle ağının veri iletiminde, $K - A$ kanalsız 2 kullanıcı rôle ağındakine ilaveten T_n , u_n 'yi kipleyerek s_n olarak A 'ya gönderir, $1 \leq n \leq 2$. A 'da T_n 'den gözlenen veri $y_{nA} = s_n + n_{nA}$ dır; $n_{nA} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{nA}^2)$. $L(u_R|y_{1A}, y_{2A}, y_{RA})$ sonsal

LOO'su Eş. 3.5.'te verilmiştir.

$$\begin{aligned}
L(u_R|y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) &= \ln \left(\frac{\cosh \left(\frac{y_{1A}}{\sigma_{1A}^2} - \frac{y_{2A}}{\sigma_{2A}^2} \right)}{\cosh \left(\frac{y_{1A}}{\sigma_{1A}^2} + \frac{y_{2A}}{\sigma_{2A}^2} \right)} \right) \\
&+ \ln \left(\frac{\exp \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4} \right) - 2 \sinh \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right)}{\exp \left(-\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4} \right) + 2 \sinh \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right)} \right) \\
&= L(u_R|y_{1A}, y_{2A}) + L(u_R|y_{RA})
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Eğer $\sigma_{1R}^2 = \sigma_{2R}^2 = \sigma_{KR}^2$ ve $\sigma_{1A}^2 = \sigma_{2A}^2 = \sigma_{KA}^2$ ise, Eş. 3.5.'teki LOO Eş. 3.6.'daki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}
L(u_R|y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) &= \ln \left(\frac{\cosh \left(\frac{y_{1A}}{\sigma_{KA}^2} - \frac{y_{2A}}{\sigma_{KA}^2} \right)}{\cosh \left(\frac{y_{1A}}{\sigma_{KA}^2} + \frac{y_{2A}}{\sigma_{KA}^2} \right)} \right) \\
&+ \ln \left(\frac{\exp \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{KR}^2 + 4} \right) - 2 \sinh \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{KR}^2 + 4} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{KR}} \right)}{\exp \left(-\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{KR}^2 + 4} \right) + 2 \sinh \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{KR}^2 + 4} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{KR}} \right)} \right).
\end{aligned} \tag{3.6}$$

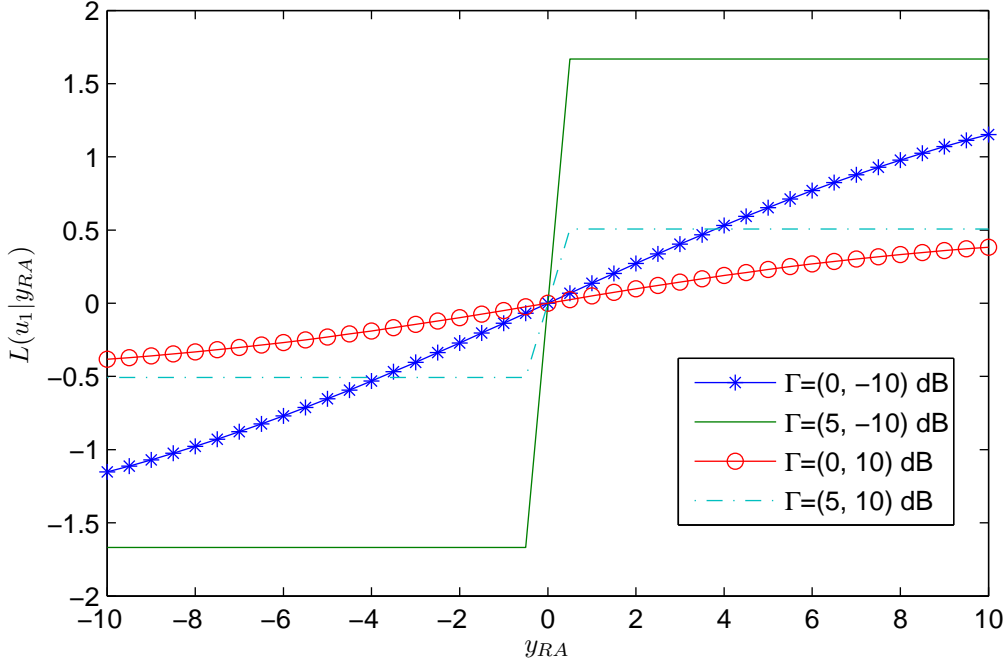
3.2 Nicemlemeli LOO Ağ Kodlamalı Röle Ağlarının Analizi

- $K - A$ Kanalsız Nicemlemeli Tek Kullanıcılı Röle Ağı

Şekil 2.7'deki röle ağını $N = 1$ için ele alalım. $K - A$ kanalsız tek kullanıcı röle ağından farklı olarak, veri iletiminde R 'de L_R , signum devresinden geçirilerek $\{-1, +1\}$ değerlerine nicemlenir ve çıkışında $x_R = \text{sign}(L_R)$ elde edilir. x_R sinyali, A 'ya gönderilir ve A 'da $y_{RA} = x_R + n_{RA}$ olarak alınır. Alıcıda $L(u_1 | y_{RA})$ Eş. 3.7. ile verilmiştir.

$$\begin{aligned}
L(u_1 | y_{RA}) &= \ln \left(\frac{p(s_1 = 1 | y_{RA})}{p(s_1 = -1 | y_{RA})} \right) \\
&= \ln \left(\frac{\exp \left(\frac{-y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_R} \right) + \exp \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) \left[1 - Q \left(\frac{1}{\sigma_R} \right) \right]}{\exp \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_R} \right) + \exp \left(-\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) \left[1 - Q \left(\frac{1}{\sigma_R} \right) \right]} \right) \\
&= \ln \left(\frac{\exp \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) - 2Q \left(\frac{1}{\sigma_R} \right) \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right)}{\exp \left(-\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) + 2Q \left(\frac{1}{\sigma_R} \right) \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right)} \right)
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Şekil 3.5'te, Eş. 3.7. ile verilen sonsal LOO'nun y_{RA} ile değişimi gösterilmektedir. SGO vektörü $\Gamma = (\gamma_{KR}, \gamma_{RA})$ dır. Büyüyen SGO değerleri için LOO genliklerinin büyüdüğü, dolayısıyla güvenilirliğinin SGO ile birlikte arttığı gözlenmektedir.



Şekil 3.5. Eş. 3.6.'daki LOO'nun y_{RA} ile değişimi

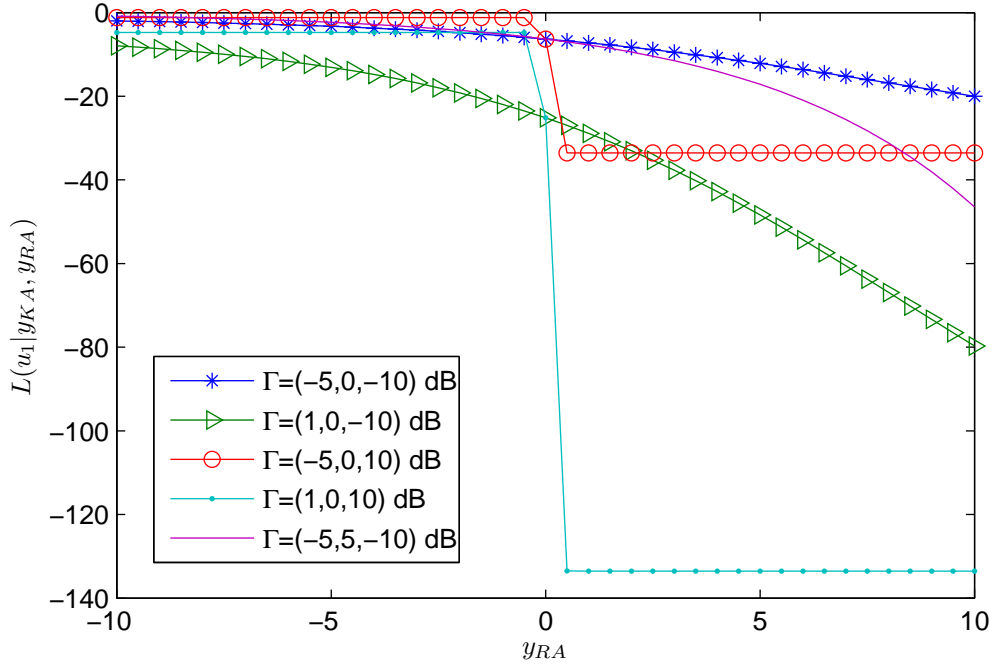
- $K - A$ Kanallı Nicemlemeli Tek-Kullanıcı Rôle Ağı

Şekil 2.7'deki rôle ağınının $N = 1$ ve $K - A$ kanallı durumunu ele alalım. Tek-kullanıcı nicemlemeli rôle ağından farklı olarak, $K - A$ kanalından A 'ya veri gönderilir. Alıcıdaki $L(u_1 | y_R, y_{RA})$ sonsal LOO'su Eş. 3.8. ile verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 L(u_1 | y_{KA}, y_{RA}) &= \ln \left(\frac{p(s_1 = 1 | y_{KA}, y_{RA})}{p(s_1 = -1 | y_{KA}, y_{RA})} \right) \\
 &= \frac{2y_{KA}}{\sigma_{KA}^2} + \ln \left(\frac{\exp\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) - 2 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) Q\left(\frac{1}{\sigma_R}\right)}{\exp\left(-\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) + 2 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) Q\left(\frac{1}{\sigma_R}\right)} \right) \quad (3.8.) \\
 &= L(u_1 | y_{KA}) + L(u_1 | y_{RA})
 \end{aligned}$$

Şekil 3.6'da, farklı $K - A$, $K - R$ ve $R - A$ SGO değerleri için Eş. 3.8.'de çıkartılan LOO'nun y_{RA} ile değişimi gösterilmektedir. SGO vektörü $\Gamma = (\gamma_{KR}, \gamma_{RA}, \gamma_{KA})$ dır.

Büyüyen SGO değerleri için LOO genliklerinin büyüdüğü, dolayısıyla güvenilirliğinin SGO ile birlikte arttığı gözlenmektedir.



Şekil 3.6. Eş. 3.8.'deki LOO'nun y_{RA} ile değişimi

- $K - A$ Kanalsız İki-Kullanıcı Nicemlemeli Röle Ağı

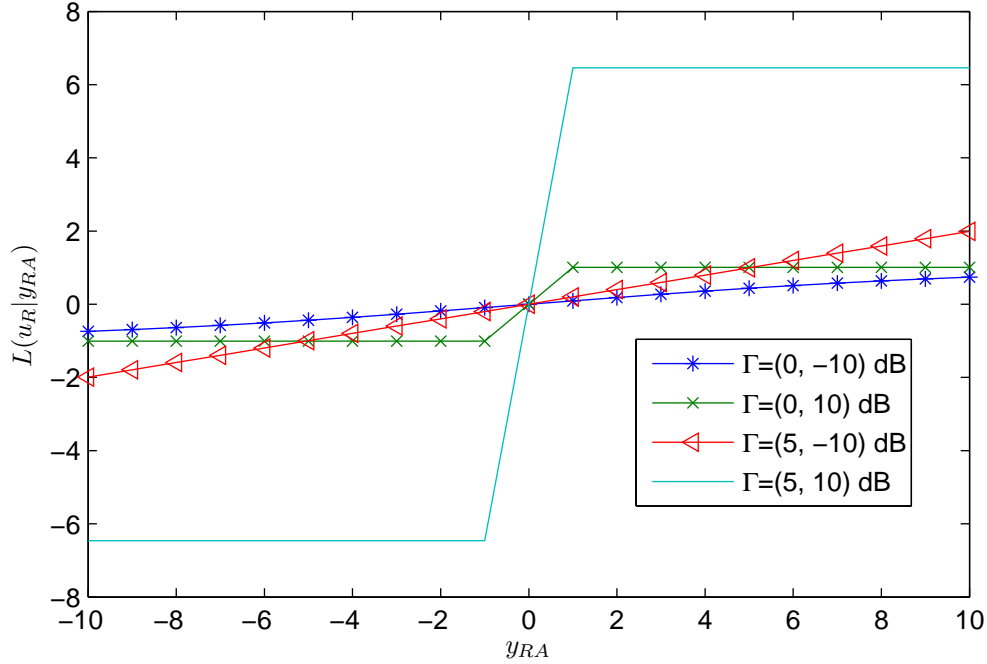
Şekil 2.7'deki röle ağını $N = 2$ için ele alalım. $K - A$ kanalsız iki kullanıcı röle ağından farklı olarak, R 'de hesaplanan L_R , signum devresinden geçirilerek $\{-1, +1\}$ değerlerine nicemlenir ve çıkışında $x_R = \text{sign}(L_R)$ elde edilir. x_R sinyali, A 'ya gönderilir ve A 'da $y_{RA} = x_R + n_{RA}$ olarak alınır. $L(u_R | y_{RA})$ sonsal LOO'su Eş. 3.9. ile verilmiştir:

$$\begin{aligned}
 L(u_R | y_{RA}) &= \ln \left(\frac{p(s_1 = 1, s_2 = -1 | y_{RA}) + p(s_1 = -1, s_2 = 1 | y_{RA})}{p(s_1 = -1, s_2 = -1 | y_{RA}) + p(s_1 = 1, s_2 = 1 | y_{RA})} \right) \\
 &= \ln \left(\frac{-4 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) \left[Q \left(\frac{1}{\sigma_{1R}} \right) + Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right) - 2Q \left(\frac{1}{\sigma_{1R}} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right) - 1 \right] + 2e^{-\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}}}{-4 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) \left[-Q \left(\frac{1}{\sigma_{1R}} \right) - Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right) + 2Q \left(\frac{1}{\sigma_{1R}} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right) \right] + 2e^{-\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}}} \right). \quad (3.9.)
 \end{aligned}$$

Eğer $\sigma_{1R}^2 = \sigma_{2R}^2 = \sigma_{KR}^2$ ise,

$$L(u_R | y_{RA}) = \ln \left(\frac{-4 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) \left[2Q \left(\frac{1}{\sigma_{KR}} \right) - 2Q \left(\frac{1}{\sigma_{KR}} \right)^2 - 1 \right] + 2e^{-\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}}}{-4 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) \left[-2Q \left(\frac{1}{\sigma_{KR}} \right) + 2Q \left(\frac{1}{\sigma_{KR}} \right)^2 \right] + 2e^{-\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}}} \right). \quad (3.10.)$$

Şekil 3.7'de, Eş. 3.9.'da çıkartılan sonsal LOO'nun y_{RA} ile değişimi gösterilmektedir. SGO vektörü $\Gamma = (\gamma_{KR}, \gamma_{RA})$ dir. Büyüyen SGO değerleri için LOO genliklerinin büyüdüğü, dolayısıyla güvenirliliğinin SGO ile birlikte arttığı gözlenmektedir.

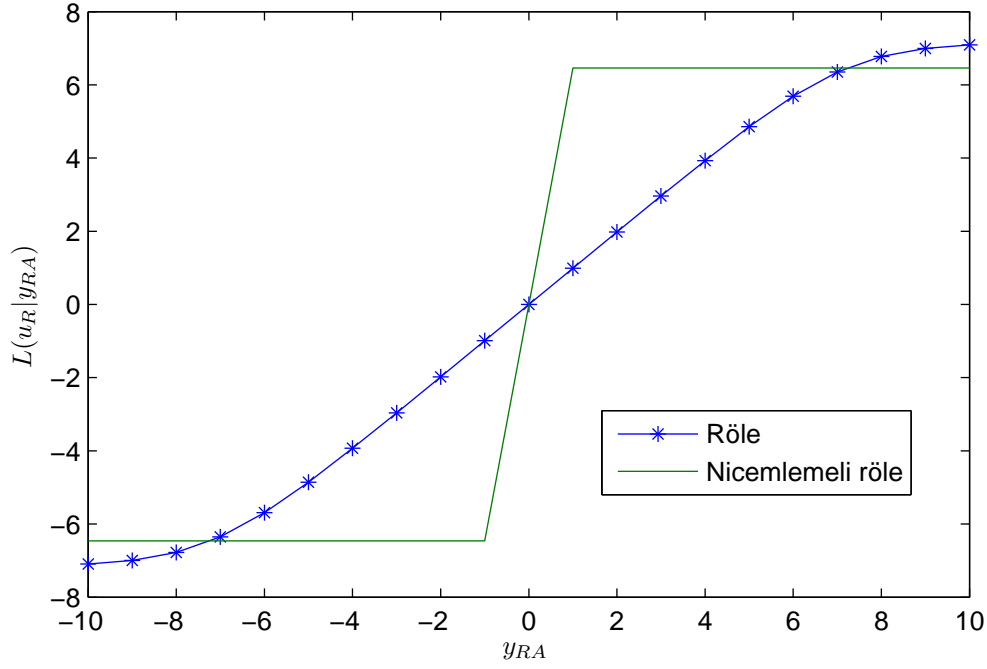


Şekil 3.7. Eş. 3.9.'daki sonsal LOO'nun y_{RA} ile değişimi

Şekil 3.8'de, nicemlemesiz ve nicemlemeli 2 kullanıcıli röle ağlarının sırasıyla Eş. 3.3. ve Eş. 3.9.'daki $L(u_R | y_{RA})$ 'nın y_{RA} ile değişimi gösterilmektedir. SGO vektörü $\Gamma = (\gamma_{KR}, \gamma_{RA}) = (5, 10)$ dB dir. Nicemlemeli LOO, nicemlemesiz LOO'nun sign işlevinden geçirilmiş hali gibidir.

- $K - A$ Kanallı İki Kullanıcıli Nicemlemeli Röle Ağı

Şekil 2.7'deki röle ağını $K - A$ kanallı ve $N = 2$ için ele alalım. $K - A$ kanallı iki kullanıcıli röle ağından farklı olarak, R 'de hesaplanan L_R , signum devresinden geçirilerek



Şekil 3.8. Eş. 3.3. ve Eş. 3.9.'daki LOO'larının y_{RA} ile değişimi

$\{-1, +1\}$ değerlerine nicemlenir ve çıkışında $x_R = \text{sign}(L_R)$ elde edilir. x_R sinyali, A 'ya gönderilir ve A 'da $y_{RA} = x_R + n_{RA}$ olarak alınır. Çıkarılan $L(u_R | y_{1A}, y_{2A}, y_{RA})$ sonsal LOO'su Eş. 3.11. ile verilmiştir:

$$\begin{aligned}
 L(u_R | y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) &= \\
 \ln \left(\frac{p(s_1 = 1, s_2 = -1 | y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) + p(s_1 = -1, s_2 = 1 | y_{1A}, y_{2A}, y_{RA})}{p(s_1 = -1, s_2 = -1 | y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) + p(s_1 = 1, s_2 = 1 | y_{1A}, y_{2A}, y_{RA})} \right) & \quad (3.11.) \\
 \triangleq \ln \left(\frac{L_1}{L_0} \right). &
 \end{aligned}$$

Burada,

$$\begin{aligned}
 L_1 &= \exp \left(\frac{y_{1A}}{2\sigma_{1A}^2} \right) \exp \left(-\frac{y_{2A}}{2\sigma_{2A}^2} \right) \left\{ -4 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) \left[1 - Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right) \right] \right. \\
 &+ 2 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) \left. \right\} Q \left(\frac{1}{\sigma_{1R}} \right) + \exp \left(-\frac{y_{1A}}{2\sigma_{1A}^2} \right) \exp \left(\frac{y_{2A}}{2\sigma_{2A}^2} \right) \\
 &\times \left\{ -4 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right) + 2 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) \right\} \left[1 - Q \left(\frac{1}{\sigma_{1R}} \right) \right] & \quad (3.12.)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_0 &= \exp\left(-\frac{y_{1A}}{2\sigma_{1A}^2}\right) \exp\left(-\frac{y_{2A}}{2\sigma_{2A}^2}\right) \left\{ -4 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) \left[1 - Q\left(\frac{1}{\sigma_{2R}}\right) \right] \right. \\
&+ 2 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) \left. \right\} \left[1 - Q\left(\frac{1}{\sigma_{1R}}\right) \right] + \exp\left(\frac{y_{1A}}{2\sigma_{1A}^2}\right) \exp\left(\frac{y_{2A}}{2\sigma_{2A}^2}\right) \\
&\times \left\{ -4 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) Q\left(\frac{1}{\sigma_{2R}}\right) + 2 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) \right\} Q\left(\frac{1}{\sigma_{1R}}\right)
\end{aligned} \tag{3.13.}$$

Eğer $\sigma_{1A}^2 = \sigma_{2A}^2 = \sigma_{KA}^2$ ve $\sigma_{1R}^2 = \sigma_{2R}^2 = \sigma_{KR}^2$ ise $L(u_R | y_{1A}, y_{2A}, y_{RA})$ Eş. 3.14.'teki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}
L(u_R | y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) &= \frac{\cosh\left(\frac{y_{1A}-y_{2A}}{2\sigma_{KA}^2}\right)}{\cosh\left(\frac{y_{1A}+y_{2A}}{2\sigma_{KA}^2}\right)} \\
&+ \ln \left(\frac{2 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) + 8 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) Q\left(\frac{1}{\sigma_{KR}}\right)^2 - 8 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) Q\left(\frac{1}{\sigma_{KR}}\right)}{-2 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) + 8 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) Q\left(\frac{1}{\sigma_{KR}}\right)^2 + 8 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) Q\left(\frac{1}{\sigma_{KR}}\right)} \right) \\
&= L(u_R | y_{1A}, y_{2A}) + L(u_R | y_{RA}).
\end{aligned} \tag{3.14.}$$

4. GA(q) AĞ KODLAMALI KİP-ÇÖZ-VE-İLET RÖLE AĞLARININ HATA BAŞARIM ANALİZİ

Literatürde, hatalı $K - R$ kanallı genel GA(q) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet röle ağlarının alıcıda röledeki hata istatistiklerinin mevcut olması durumundaki optimum alıcının analizi için basit yöntemler bulunmamaktadır. Bu bölümde, bu eksikliğin giderilmesine yönelik olarak, Bölüm 2’de anlatılan hatasız ve hatalı $K - R$ kanallı GA(q) kip-çöz-ve-ilet röle ağlarının optimum alıcılarının hata başarımları analizleri çıkartılmıştır.

4.1 Optimum Sert-Alıcının Hata Başarım Analizi

Alıcıda sert kararlı EBO kestiriminin yapıldığı hatalı $K - R$ kanallı GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet, Rayleigh düz-sönümlmeli, İFKK röle ağının hata başarımlarının analizinin çıkarımı aşağıda verilmiştir.

Üreteç matrisi Eş. 2.39.’da verilmiş olan ve Eş. 2.83.-2.89. eşitlikleri ile tanımlanan 2 kullanıcı GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet röle ağını ele alalım. T_1 terminalinden $u_1 = 0$ ’ın gönderildiği ve alıcıda kip çözmeden sonra $\hat{u}_1 = 1$ ’in elde edildiği varsayımı altında, Eş. 2.85. kullanılarak anlık BHO hesaplanır:

$$\begin{aligned} P_b &= P(\lambda_1 < 0 | u_1 = 0) \\ &= P(L(z_{1A, sis} | u_1 = 0) < -C) \\ &= \int_{-\infty}^{-C} f_{L(z_{1A, sis} | u_1 = 0)}(x) dx. \end{aligned} \tag{4.1}$$

Burada,

$$C \triangleq \ln \left(\frac{1 + e^{L(z_{2A, sis} | u_2) + L(z_{1A, ak} | u_{1R}) + L(z_{2A, ak} | u_{2R})}}{e^{L(z_{2A, sis} | u_2)} + e^{L(z_{1A, ak} | u_{1R}) + L(z_{2A, ak} | u_{2R})}} \right). \tag{4.2}$$

2 kullanıcı GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet röle ağı, alıcıda sert kararlı EBO kestirim sonucunda bir İSK olarak ele alınabilir. Bu durumda, alıcıdaki gözlemlere ait

olasılık yoğunluk fonksiyonları L-yoğunlukludur (bkz. Bölüm 2.1.1):

$$\begin{aligned}
f_{L(z_{1A, sis}|u_1=0)}(x) &= p(e_{1A, sis})\delta(x + L(e_{1A, sis})) + (1 - p(e_{1A, sis}))\delta(x - L(e_{1A, sis})) \\
f_{L(z_{2A, sis}|u_2=0)}(x) &= p(e_{2A, sis})\delta(x + L(e_{2A, sis})) + (1 - p(e_{2A, sis}))\delta(x - L(e_{2A, sis})) \\
f_{L(z_{1A, ak}|u_{1R}=0)}(x) &= p(e_{1A, sis})\delta(x + L(e_{1A, sis})) + (1 - p(e_{1A, sis}))\delta(x - L(e_{1A, sis})) \\
f_{L(z_{2A, ak}|u_{2R}=0)}(x) &= p(e_{2A, sis})\delta(x + L(e_{2A, sis})) + (1 - p(e_{2A, sis}))\delta(x - L(e_{2A, sis})).
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Alıcıdaki anlık BHO'lar Eş. 4.4.'te verilmiştir:

$$\begin{aligned}
p(e_{1A, sis}) &= Q(\sqrt{2\gamma_{1A, sis}}) \\
p(e_{2A, sis}) &= Q(\sqrt{2\gamma_{2A, sis}}) \\
p(e_{1A, ak}) &= (1 - p(e_{1A, 2}))p(e_1) + p(e_{1A, 2})(1 - p(e_1)) \\
p(e_{2A, ak}) &= (1 - p(e_{2A, 2}))p(e_2) + p(e_{2A, 2})(1 - p(e_2)) \\
p(e_{1A, 2}) &= Q(\sqrt{2\gamma_{1A, 2}}) \\
p(e_{2A, 2}) &= Q(\sqrt{2\gamma_{2A, 2}}) \\
p(e_1) &= Q(\sqrt{2\gamma_{21}}) \\
p(e_2) &= Q(\sqrt{2\gamma_{12}}).
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Burada $\gamma_{nA, sis}$, u_n 'nin üzerinden gönderildiği kanala ait anlık SGO; $\gamma_{1A, 2}$ u_{nR} 'nin üzerinden gönderildiği $T_n - A$ kanalına ait anlık SGO; γ_{ij} ise u_i 'nin üzerinden gönderildiği $T_i - T_j$ kanalına ait anlık SGO'dur.

Eş. 4.1.'deki anlık BHO'da Eş. 4.3.'teki olasılık yoğunluk fonksiyonu yerine konarak

Eş. 4.5. elde edilir:

$$\begin{aligned}
P_b &= \int_{-\infty}^{-C} [p(e_{1A, sis})\delta(x + L(e_{1A, sis})) + (1 - p(e_{1A, sis}))\delta(x - L(e_{1A, sis}))] dx \\
&= \begin{cases} 0, & -C < -L(e_{1A, sis}) \\ p(e_{1A, sis}), & -L(e_{1A, sis}) \leq -C < L(e_{1A, sis}) \\ 1, & -C \geq L(e_{1A, sis}) \end{cases} \quad (4.5.) \\
&= p(e_{1A, sis})P\{-L(e_{1A, sis}) \leq -C < L(e_{1A, sis})\} + P\{-C \geq L(e_{1A, sis})\}.
\end{aligned}$$

C 'nin birikimsel yoğunluk fonksiyonu Eş. 4.6.'daki gibi tanımlıdır ($u_1 = u_2 = u_{1R} = u_{2R} = 0$ varsayılmıştır):

$$\begin{aligned}
F_C(x) &\triangleq \int_{-\infty}^x f_C(c)dc \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} P\{C \leq x | L(z_{1A, ak} | u_{1R}) + L(z_{2A, ak} | u_{2R})\} f_{L(z_{1A, ak} | u_{1R}) + L(z_{2A, ak} | u_{2R})}(z) dz \quad (4.6.)
\end{aligned}$$

$B \triangleq L(z_{1A, ak} | u_{1R}) + L(z_{2A, ak} | u_{2R})$ olarak tanımlanırsa,

$$\begin{aligned}
P\{C \leq x | B\} &= P \left\{ \ln \left(\frac{1 + e^{L(z_{2A, sis} | u_2) + L(z_{1A, ak} | u_{1R}) + L(z_{2A, ak} | u_{2R})}}{e^{L(z_{2A, sis} | u_2)} + e^{L(z_{1A, ak} | u_{1R}) + L(z_{2A, ak} | u_{2R})}} \right) \leq x | B \right\} \\
&= P \left\{ \ln \left(\frac{1 + e^{L(z_{2A, sis} | u_2) + B}}{e^{L(z_{2A, sis} | u_2)} + e^B} \right) \leq x | B \right\} \quad (4.7.)
\end{aligned}$$

Son satırdaki eşitlik yeniden düzenlenirse,

$$\begin{aligned}
& P\{C \leq x|B\} \\
&= P\left\{L(z_{2A, sis}|u_2) \leq \ln\left(\frac{e^{x+B}-1}{e^B-e^x}\right) \middle| B\right\} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{\ln\left(\frac{e^{x+B}-1}{e^B-e^x}\right)} f_{L(z_{2A, sis}|u_2)}(z) dz \right) f_{L(z_{1A, ak}|u_{1R})+L(z_{2A, ak}|u_{2R})}(y) dy \\
&= \int_{-\infty}^{-|x|} \left(\int_{-\infty}^{\ln\left(\frac{e^{x+B}-1}{e^B-e^x}\right)} f_{L(z_{2A, sis}|u_2)}(z) dz \right) f_{L(z_{1A, ak}|u_{1R})+L(z_{2A, ak}|u_{2R})}(y) dy \\
&+ \int_{-|x|}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{\ln\left(\frac{e^{x+B}-1}{e^B-e^x}\right)} f_{L(z_{2A, sis}|u_2)}(z) dz \right) f_{L(z_{1A, ak}|u_{1R})+L(z_{2A, ak}|u_{2R})}(y) dy
\end{aligned} \tag{4.8.}$$

Eş. 4.8.'in son eşitliğindeki integral sınırları $\frac{e^{x+B}-1}{e^B-e^x} > 0$ koşulundan kaynaklanmaktadır. Burada $f_{L(z_{1A, ak}|u_{1R})+L(z_{2A, ak}|u_{2R})}$, $L(z_{1A, ak}|u_{1R})$ ve $L(z_{2A, ak}|u_{2R})$ ifadelerinin Eş. 4.3.'te verilmiş olan olasılık yoğunluk fonksiyonlarının evrişimidir:

$$f_{L(z_{1A, ak}|u_{1R})+L(z_{2A, ak}|u_{2R})}(z) = (f_{L(z_{1A, ak}|u_{1R})} \otimes f_{L(z_{2A, ak}|u_{2R})})(z) \tag{4.9.}$$

Burada \otimes evrişim işlevidir:

$$(f_X \otimes f_Y)(z) = \int f_X(z)f_Y(x-z)dx \tag{4.10.}$$

Eş. 4.6. kullanılarak Eş. 4.5.'teki olasılık terimleri Eş. 4.11. ve Eş. 4.12.'deki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{aligned}
P\{-C \geq L(e_{1A, sis})\} &= \int_{-L(e_{1A, sis})}^{\infty} f_C(c)dc = \int_{-\infty}^{L(e_{1A, sis})} f_C(c)dc \\
&= F_C(L(e_{1A, sis}))
\end{aligned} \tag{4.11.}$$

$$\begin{aligned}
P\{-L(e_{1A,sis}) \leq -C < L(e_{1A,sis})\} &= \int_{-L(e_{1A,sis})}^{L(e_{1A,sis})} f_C(c)dc \\
&= F_C(L(e_{1A,sis})) - F_C(-L(e_{1A,sis}))
\end{aligned} \tag{4.12.}$$

Alicıda gözlenen anlık SGO değerlerinden oluşan SGO vektörü $\Gamma = [\gamma_1 \dots \gamma_K]$ olsun. *Ortalama BHO*, anlık BHO'nun ortalaması alınarak elde edilir:

$$\begin{aligned}
\bar{P}_b &= \int P_b f(\Gamma) d\Gamma \\
&= \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty}}_K P_b \prod_{n=1}^K f(\gamma_n) d\gamma_n
\end{aligned} \tag{4.13.}$$

Rayleigh sönümlemeli kanalının anlık SGO değeri üstel dağılımlıdır:

$$f_{\gamma_n}(x) = \frac{e^{-x/\bar{\gamma}_n}}{\bar{\gamma}_n} \tag{4.14.}$$

Eş. 4.1.'deki anlık BHO Eş. 4.13.'te yerine konarak ortalama BHO elde edilir:

$$\begin{aligned}
\bar{P}_b &= \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty}}_6 P(\lambda_1 < 0 | u_1 = 0) f(\gamma_{1A,sis}) f(\gamma_{2A,sis}) f(\gamma_{1A,ak}) f(\gamma_{2A,ak}) f(\gamma_{12}) f(\gamma_{21}) \\
&\quad \times d\gamma_{1A,sis} d\gamma_{2A,sis} d\gamma_{1A,ak} d\gamma_{2A,ak} d\gamma_{12} d\gamma_{21}.
\end{aligned} \tag{4.15.}$$

Bu analizin karmaşıklığı, kullanıcı sayısının veya GA boyutunun ikiden fazla olması durumunda artacaktır, dolayısıyla genel röle ağlarının analizi için elverişli değildir.

4.2 Optimum Yumuşak-Alıcının Hata Başarım Analizi

Matematiksel karmaşıklığının düşürülmesi açısından, optimum yumuşak-alıcının hata başarım analizinde ve alıcı yapısında eşdeğer röle kanal modellerinin kullanılmasını önermekteyiz. Böylece, hatalı $K - R$ kanallı röle kanalı eşdeğer bir röle kanalı ile yaklaşık olarak optimum yumuşak-alıcının hata başarımını analiz edilir.

Hatalı $K - R$ kanallı röle ağın hata başarım analizine ön çalışma olarak hatasız $K - R$ kanallı röle ağın analizi verilmiştir. Analizde $R - A$ kanallarına ait anlık SGO bilgilerinin alıcıda bilindikleri varsayılmıştır.

Hatasız $K - R$ kanallı röle ağında, A 'daki veri vektörünün güvenilirliği yalnızca $R - A$ kanallarının SGO değerlerine bağlıdır. Öklid uzayında gönderilen veri Eş. 2.50.'deki kiplenmiş kod sözcük matrisinden elde edilir. Birleşim üst sınır SHO, tek sembolde hata oluşması durumu için ortalama çiftsel hata olasılıklarının ortalaması ile üst sınırlandırılır (Simon, 2000):

$$P_S \leq \frac{1}{K|\mathcal{X}|} \sum_{k=1}^K \sum_{\mathbf{X}(i), \hat{\mathbf{X}}(j) \in \mathcal{X}, j_k \neq i_k} P(\mathbf{X}(i) \rightarrow \hat{\mathbf{X}}(j)) \quad (4.16.)$$

Eş. 4.16.'daki $\mathbf{X}(i) = \varphi(i_1 \dots i_K)$ gönderilen kiplenmiş kod sözcük vektörü ve $\hat{\mathbf{X}}(j) = \varphi(j_1 \dots j_K)$ alıcıdaki vektör karardır ve Eş. 2.50. ile elde edilirler; i_k ve j_k $GA(q)$ elemanlarıdır, $1 \leq k \leq K$. Her çiftsel hata olasılığı $P(\mathbf{X}(i) \rightarrow \hat{\mathbf{X}}(j))$, \mathbf{H}_A kanalının üzerinden ortalaması alınarak elde edilir. Ortalama alma işlemi, moment üreten fonksiyonu yöntemi ile yapılabilir (Ramesh et al., 2003; Simon, 2000):

$$P(\mathbf{X}(i) \rightarrow \hat{\mathbf{X}}(j)) = \frac{1}{\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \prod_{k=1}^K M_k \left(-\frac{|\varphi(i_k) - \varphi(j_k)|^2}{4 \sin^2(\theta)} \right) d\theta. \quad (4.17.)$$

Nakagami- m sönümlemeli ortamda, $M_k(s) = (1 - s\bar{\gamma}_k/m)^{-m}$ ve $\bar{\gamma}_k$ sırasıyla, Eş. 2.45.'teki vektörün k . elemanının anlık SGO'sunun moment üreten fonksiyonu ve ortalama SGO'sudur. Burada m , Nakagami- m sönümleme katsayısıdır.

Hatalı $K - R$ kanallı röle ağlarının hata başarımlarının analizinin yapılması hatasız durumdaki kadar kolay değildir. Bu iki sebepten kaynaklanmaktadır. Birincisi, röle hatalarının üzerinden ortalama alma işleminden dolayı optimum alıcının karmaşıklığı yüksektir. İkincisi, ortalama alma işlemi yapmayan optimum olmayan bir alıcı kullanılsa bile, $K - R$ kanallarında oluşan hatalar nedeniyle analiz yine de karmaşıktır. Bir sonraki bölümde anlatılan eşdeğer röle kanal modeli yardımı ile bu zorluğun üstesinden gelinebilir.

Çok atlamalı bir röle kanalının tek atlamalı röle kanalı ile yaklaşılması olan ve Bölüm 2.4.2'de tarif edilen eşdeğer röle kanal yöntemi hata başarımlarının analizinde kullanılacaktır.

Şekil 2.1'deki röle ağına ait yaklaşık hata oranının hesaplanmasında, eşdeğer röle kanal yöntemi izleyen şekilde kullanılır. Ağ kodlamalı verinin gönderildiği röle kanalı, eşdeğer röle kanalı kullanarak yaklaşılır. Bu röle ağı, eşdeğer röle ağı olarak atfedilecektir. Birleşim üst sınır hesaplamasındaki ortalama çiftsel hata olasılıklarının elde edilmesinde,

hatasız $K - R$ kanallı röle ağının Eş. 4.16.'daki birleşim üst sınır SHO ifadesi kullanılır, ancak Eş. 4.17.'de kullanılan SGO vektörü yerine eşdeğer röle kanal yöntemi ile elde edilen SGO vektörü kullanılır:

$$\mathbf{\Gamma}_{eş} = [\gamma_{1A, sis} \quad \cdots \quad \gamma_{NA, sis} \quad \gamma_{1A, ak} \quad \cdots \quad \gamma_{(K-N)A, ak}]. \quad (4.18.)$$

Burada $\gamma_{nA, sis}$, $1 \leq n \leq N$, u_n 'nin üzerinden gönderildiği kanala ait sembol başına anlık SGO değeri $\gamma_{mA, ak}$, $1 \leq m \leq K - N$, u_{mR} 'nin üzerinden gönderildiği eşdeğer röle kanalına ait sembol başına anlık SGO değeridir. A 'da gözlenen ortalama SGO vektörü Eş. 4.25.'teki anlık SGO değerlerinin ortalama değerlerini içerir:

$$\bar{\mathbf{\Gamma}}_{eş} = [\bar{\gamma}_{1A, sis} \quad \cdots \quad \bar{\gamma}_{NA, sis} \quad \bar{\gamma}_{1A, ak} \quad \cdots \quad \bar{\gamma}_{(K-N)A, ak}]. \quad (4.19.)$$

Nakagami- m sönümlenmeli ortamda, hatalı $K - R$ kanallı röle ağlarının çiftsel hata olasılıkları Eş. 4.17.'de Eş. 4.19. yerine konarak çıkartılır:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{X}(i) \rightarrow \hat{\mathbf{X}}(j)) &= \frac{1}{\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \prod_{k=1}^K \left(\frac{4m \sin^2(\theta)}{4m \sin^2(\theta) + \bar{\gamma}_k |\varphi(i_k) - \varphi(j_k)|^2} \right)^m d\theta \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \frac{(4m \sin^2(\theta))^{mK}}{\prod_{k=1}^N (4m \sin^2(\theta) + \bar{\gamma}_{kA, sis} |\varphi(i_k) - \varphi(j_k)|^2)^m} \\ &\quad \times \frac{1}{\prod_{l=1}^{K-N} (4m \sin^2(\theta) + \bar{\gamma}_{lA, ak} |\varphi(i_{N+l}) - \varphi(j_{N+l})|^2)^m} d\theta. \end{aligned} \quad (4.20.)$$

Burada $\bar{\gamma}_k$, Eş. 4.19.'daki vektörün k . elemanıdır. Çeşitleme derecesi CD , Eş. 4.16.'da Eş. 4.20.'deki çiftsel hata olasılıklarının yüksek SGO değerlerindeki değerleri konarak bulunur (Simon, 2000):

$$CD \triangleq \lim_{\gamma \rightarrow \infty} \frac{1}{\log(\gamma)} \frac{1}{K |\mathcal{X}|} \sum_{k=1}^K \sum_{\mathbf{X}(i), \hat{\mathbf{X}}(j) \in \mathcal{X}, j_k \neq i_k} P(\mathbf{X}(i) \rightarrow \hat{\mathbf{X}}(j)). \quad (4.21.)$$

Burada γ , röle ağındaki bütün kanalların birbirine eşit ortalama SGO değerlerine sahip olmaları durumundaki ortalama SGO değeridir.

Yüksek SGO değerleri için, sistematik ve ağ kodlamalı verilere ait ortalama SGO değerlerinin $\bar{\gamma}_{kA, sis} |\varphi(i_k) - \varphi(j_k)|^2 \gg 4m \sin^2(\theta)$ ve $\bar{\gamma}_{lA, ak} |\varphi(i_{N+l}) - \varphi(j_{N+l})|^2 \gg 4m \sin^2(\theta)$ eşitliklerini sağladıkları varsayımı altında, asimptotik çiftsel hata olasılık değerleri bulunur:

$$\begin{aligned}
P\left(\mathbf{X}(i) \rightarrow \hat{\mathbf{X}}(j)\right) &\leq \frac{1}{\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \frac{(4m \sin^2(\theta))^{m(K-M)}}{\prod_{k=1, i_k \neq j_k}^N (\bar{\gamma}_{kA, sis})^m |\varphi(i_k) - \varphi(j_k)|^{2m}} \\
&\times \frac{1}{\prod_{l=1, i_l \neq j_l}^{K-N} (\bar{\gamma}_{lA, ak})^m |\varphi(i_{N+l}) - \varphi(j_{N+l})|^{2m}} d\theta \\
&= \frac{(4m)^{m(K-M)} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \sin^{2m(K-M)}(\theta) d\theta}{\pi \prod_{k=1, i_k \neq j_k}^N (\bar{\gamma}_{kA, sis})^m |\varphi(i_k) - \varphi(j_k)|^{2m} \prod_{l=1, i_l \neq j_l}^{K-N} (\bar{\gamma}_{lA, ak})^m |\varphi(i_{N+l}) - \varphi(j_{N+l})|^{2m}},
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Burada M , $i_k \neq j_k, 1 \leq k \leq K$ 'yı sağlayan toplam k elemanı sayısıdır. (Gradshteyn and Ryzhik, 2000)'de sayfa 389'daki eşitlik 3.621.3 kullanılarak, Eş. 4.22.'deki integral terimi aşağıdaki gibi bulunur:

$$\int_{\theta=0}^{\pi/2} \sin^{2m(K-M)}(\theta) d\theta = \frac{\pi (2m[K-M] - 1)!!}{2 (2m[K-M])!!}. \tag{4.23}$$

Burada "!!", çift faktoriyeldir (Gradshteyn and Ryzhik, 2000). Eş. 4.22.'de Eş. 4.23. konarak asimptotik çiftsel hata olasılıkları elde edilir:

$$\begin{aligned}
P\left(\mathbf{X}(i) \rightarrow \hat{\mathbf{X}}(j)\right) &\leq \frac{(4m)^{m(K-M)} (2m[K-M] - 1)!!}{2(2m[K-M])!!} \\
&\times \frac{1}{\prod_{k=1, i_k \neq j_k}^N (\bar{\gamma}_{kA, sis})^m |\varphi(i_k) - \varphi(j_k)|^{2m}} \\
&\times \frac{1}{\prod_{k=1, i_k \neq j_k}^{K-N} (\bar{\gamma}_{kA, ak})^m |\varphi(i_{N+k}) - \varphi(j_{N+k})|^{2m}}.
\end{aligned} \tag{4.24}$$

Üstel, minimum ve Q-tersi eşdeğer röle kanalları kullanılarak çiftsel hata olasılığı hesaplanması aşağıda bir örnek ile anlatılacaktır. Üreteç matrisi Eş. 2.38. ile verilen 2 kullanıcı GA(4) ağ kodlamalı, kip-çöz-ve-ilet, DFKK kiplmeli röle ağını Nakagami- m

sönümlenmeli ortamda ($m = 1$) ele alalım. Röle ağına ait kodsözcükler Eş. 2.38.'in Eş. 2.49.'da yerine konması ile Çizelge 4.1'deki gibi elde edilir.

Çizelge 4.1. GA(4) Ağ Kodlamalı Kodsözcükleri

$\mathbf{c}(i)$	\mathbf{u}_1	\mathbf{u}_2	\mathbf{u}_{1R}	\mathbf{u}_{2R}
$\mathbf{c}(0)$	0	0	0	0
$\mathbf{c}(1)$	0	1	2	1
$\mathbf{c}(2)$	0	2	3	2
$\mathbf{c}(3)$	0	3	1	3
$\mathbf{c}(4)$	1	0	1	1
$\mathbf{c}(5)$	1	1	3	0
$\mathbf{c}(6)$	1	2	2	3
$\mathbf{c}(7)$	1	3	0	2
$\mathbf{c}(8)$	2	0	2	2
$\mathbf{c}(9)$	2	1	0	3
$\mathbf{c}(10)$	2	2	1	0
$\mathbf{c}(11)$	2	3	3	1
$\mathbf{c}(12)$	3	0	3	3
$\mathbf{c}(13)$	3	1	1	2
$\mathbf{c}(14)$	3	2	0	1
$\mathbf{c}(15)$	3	3	2	0

Alıcıda gözlenen SGO vektörü Eş. 4.25.'teki gibidir:

$$\mathbf{\Gamma} = [\gamma_{1A, sis} \quad \gamma_{2A, sis} \quad \gamma_{1A, ak} \quad \gamma_{2A, ak}]. \quad (4.25.)$$

$K - R$ ve $R - A$ kanallarının ortalama SGO değerleri eşit alırsa, Eş. 4.25.'teki SGO değerlerinin ortalama değerleri $\bar{\gamma}_{1A, sis} = \bar{\gamma}_{2A, sis} = \bar{\gamma}$ ve $\bar{\gamma}_{1A, ak} = \bar{\gamma}_{2A, ak} = \bar{\gamma}_{eş}$ elde edilir. Bu koşullarda, ortalama SGO vektörü Eş. 4.26.'da verilmiştir:

$$\bar{\mathbf{\Gamma}} = [\bar{\gamma} \quad \bar{\gamma} \quad \bar{\gamma}_{eş} \quad \bar{\gamma}_{eş}]. \quad (4.26.)$$

Üstel eşdeğer röle kanallarına ait ortalama SGO değerleri Eş. 2.92.'te $m = 1$ ve $\bar{\gamma}_{KR} = \bar{\gamma}_{RA} = \bar{\gamma}$ konarak $\bar{\gamma}_{üstel} = \bar{\gamma}/3$ elde edilir, böylece ortalama SGO vektörü Eş. 4.27.'deki

gibi bulunur:

$$\bar{\Gamma}_{\text{üstel}} = [\bar{\gamma} \quad \bar{\gamma} \quad \bar{\gamma}/3 \quad \bar{\gamma}/3]. \quad (4.27.)$$

Minimum eşdeğer röle kanallarına ait ortalama SGO değerleri Eş. 2.92.'de $m = 1$ ve $\bar{\gamma}_{KR} = \bar{\gamma}_{RA} = \bar{\gamma}$ konarak $\bar{\gamma}_{\min} = \bar{\gamma}/2$ elde edilir ve ortalama SGO vektörü Eş. 4.28.'deki gibidir:

$$\bar{\Gamma}_{\min} = [\bar{\gamma} \quad \bar{\gamma} \quad \bar{\gamma}/2 \quad \bar{\gamma}/2]. \quad (4.28.)$$

Q-tersi eşdeğer röle kanal modeli kullanıldığında ise ortalama SGO vektörü Eş. 4.29.'da verilmiştir:

$$\bar{\Gamma}_{\mathbf{Q}^{-1}} = [\bar{\gamma} \quad \bar{\gamma} \quad \bar{\gamma}_{\mathbf{Q}^{-1}} \quad \bar{\gamma}_{\mathbf{Q}^{-1}}] \quad (4.29.)$$

Burada $\bar{\gamma}_{\mathbf{Q}^{-1}}$, Eş. 2.109.'da $M = 4$, Eş. 2.113. ve Eş. 2.115. konarak elde edilir.

Çizelge 4.1'deki kod sözcükler Eş. 2.50.'de yerine konarak, sırasıyla gönderilen ve alıcıda kestirilen DFKK kod sözcükleri $\mathbf{X}(0) = \varphi([0 \ 0 \ 0 \ 0])$ ve $\hat{\mathbf{X}}(1) = \varphi([0 \ 1 \ 2 \ 1])$ bulunur. Bu kod sözcükleri arasındaki ortalama çiftsel hata olasılığı, $P(\mathbf{X}(0) \rightarrow \hat{\mathbf{X}}(1))$, Eş. 4.20. kullanılarak elde edilir:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{X}(0) \rightarrow \hat{\mathbf{X}}(1)) &= \frac{1}{\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \left(1 + \bar{\gamma} \frac{|\varphi(0) - \varphi(0)|^2}{4 \sin^2(\theta)} \right)^{-1} \left(1 + \bar{\gamma} \frac{|\varphi(0) - \varphi(1)|^2}{4 \sin^2(\theta)} \right)^{-1} \\ &\quad \times \left(1 + \bar{\gamma}_{\text{es}} \frac{|\varphi(0) - \varphi(2)|^2}{4 \sin^2(\theta)} \right)^{-2} d\theta \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \left(\frac{2 \sin^2(\theta)}{2 \sin^2(\theta) + \bar{\gamma}} \right) \left(\frac{2 \sin^2(\theta)}{2 \sin^2(\theta) + \bar{\gamma}_{\text{es}}} \right)^2 d\theta. \end{aligned} \quad (4.30.)$$

Eş. 4.27.'deki üstel eşdeğer röle ağının ortalama SGO vektörü kullanıldığında, ortalama çiftsel hata olasılığı Eş. 4.31.'deki gibidir:

$$P(\mathbf{X}(0) \rightarrow \hat{\mathbf{X}}(1)) = \frac{1}{\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \left(\frac{2 \sin^2(\theta)}{2 \sin^2(\theta) + \bar{\gamma}} \right) \left(\frac{6 \sin^2(\theta)}{6 \sin^2(\theta) + \bar{\gamma}} \right)^2 d\theta. \quad (4.31.)$$

Eş. 4.28.'deki minimum eşdeğer röle ağının ortalama SGO vektörü kullanıldığında, ortalama çiftsel hata olasılığı Eş. 4.32.'deki gibidir:

$$P\left(\mathbf{X}(0) \rightarrow \hat{\mathbf{X}}(1)\right) = \frac{1}{\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \left(\frac{2 \sin^2(\theta)}{2 \sin^2(\theta) + \bar{\gamma}} \right) \left(\frac{4 \sin^2(\theta)}{4 \sin^2(\theta) + \bar{\gamma}} \right)^2 d\theta. \quad (4.32.)$$

Eş. 4.29.'daki Q-tersi eşdeğer röle ağına ait ortalama SGO vektörü kullanıldığında, Eş. 4.33.'teki ortalama çiftsel hata olasılığı elde edilir:

$$P\left(\mathbf{X}(0) \rightarrow \hat{\mathbf{X}}(1)\right) = \frac{1}{\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \left(\frac{2 \sin^2(\theta)}{2 \sin^2(\theta) + \bar{\gamma}} \right) \left(\frac{2 \sin^2(\theta)}{2 \sin^2(\theta) + \bar{\gamma}_{Q-1}} \right)^2 d\theta. \quad (4.33.)$$

Burada kiplmeli kod sözcükler, Gray kodlamasının kullanıldığı varsayılarak $\varphi(0) = 1$, $\varphi(1) = j$, $\varphi(2) = -j$ ve $\varphi(3) = -1$ olarak alınmıştır. Yüksek SGO değerlerinde, Q-tersi eşdeğer röle kanalının minimum eşdeğer röle kanalına yakınsaması sonucunda (Wang et al., 2007), Eş. 4.32. ve Eş. 4.23. kullanılarak birleşim üst sınır elde edilir:

$$P\left(\mathbf{X}(0) \rightarrow \hat{\mathbf{X}}(1)\right) \leq \frac{32}{\pi \bar{\gamma}^3} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \sin^6(\theta) d\theta = \frac{32}{\pi \bar{\gamma}^3} \frac{\pi 5!!}{2 6!!} = \frac{5}{\bar{\gamma}^3}. \quad (4.34.)$$

Burada !! çift faktöriyel fonksiyonudur (Gradshteyn and Ryzhik, 2000). Benzer şekilde, Eş. 4.31. kullanılarak üstel eşdeğer röle ağına ait birleşim üst sınır elde edilir:

$$P\left(\mathbf{X}(0) \rightarrow \hat{\mathbf{X}}(1)\right) \leq \frac{72}{\pi \bar{\gamma}^3} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \sin^6(\theta) d\theta = \frac{72}{\pi \bar{\gamma}^3} \frac{\pi 5!!}{2 6!!} = \frac{45}{4 \bar{\gamma}^3}. \quad (4.35.)$$

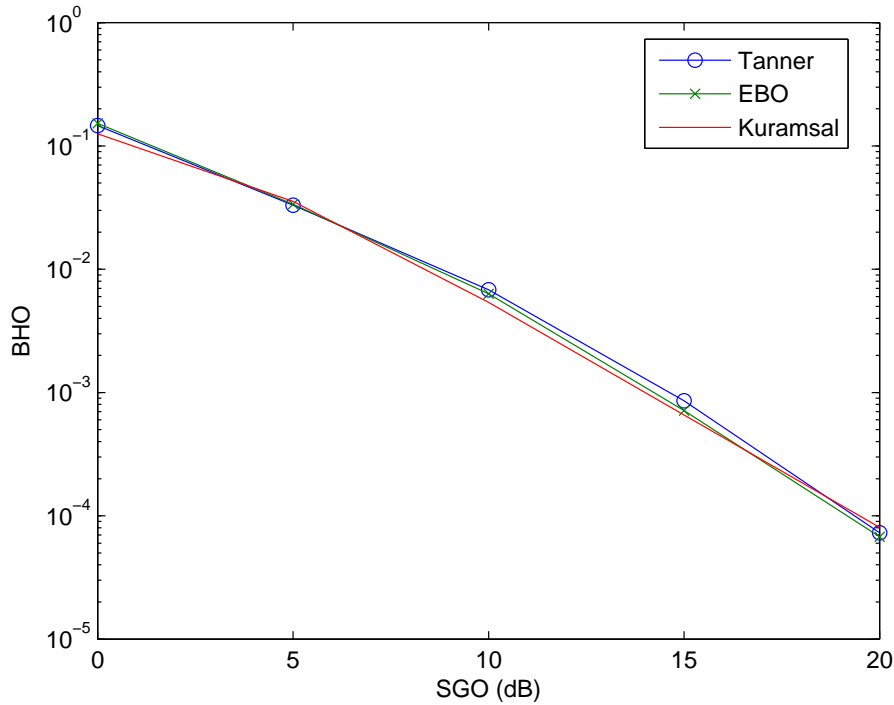
Bu analizin sonucunda, çeşitleme derecesinin 3 olduğu görülmektedir.

5. BENZETİM SONUÇLARI

Bu bölümde, Şekil 2.1'deki röle ağına ait benzetim sonuçları verilmiştir. Her SGO değeri için, BHO/SHO Monte-Carlo simülasyonları en az 50 bit/sembol hatası gözlenecek şekilde gerçekleştirilmiştir.

5.1 Nümerik Sonuçlar

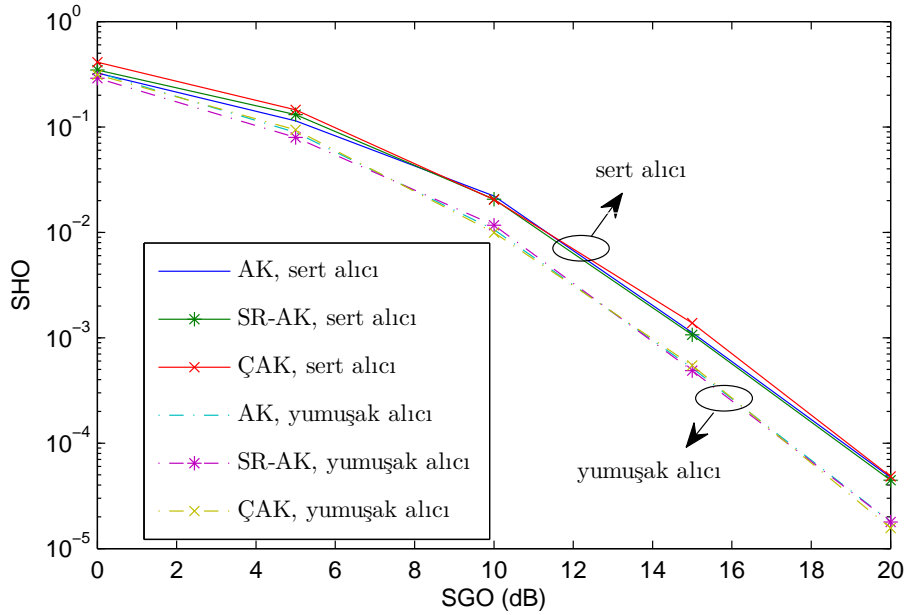
Şekil 5.1'de, üreteç matrisi Eş. 2.39. ile verilen 2 kullanıcı GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlemeli röle ağının optimum sert-alıcı (Monte-Carlo simülasyonu), Tanner alıcısı (Monte-Carlo simülasyonu) ve kuramsal BHO başarımları karşılaştırılmıştır. Kuramsal analiz hata başarımları Eş. 4.1.'deki anlık BHO'nun nümerik ortalaması alınarak ortalama BHO elde edilmiştir. Bütün başarımlarının birbirine oldukça yakın oldukları gözlenmektedir. Düşük karmaşıklığından dolayı, alıcıda EBO kestirim yerine Tanner çizgede kod çözme tercih edilebilir. Sistemin çeşitleme derecesinin iki olduğu gözlenmektedir.



Şekil 5.1. 2 kullanıcı GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlemeli röle ağının optimum sert alıcı (sert kararlı EBO kestirim), Tanner alıcısı ve kuramsal BHO başarımlarının karşılaştırılması

Şekil 5.2'de, GA(4) AK, SR-AK ve ÇAK kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlemeli röle

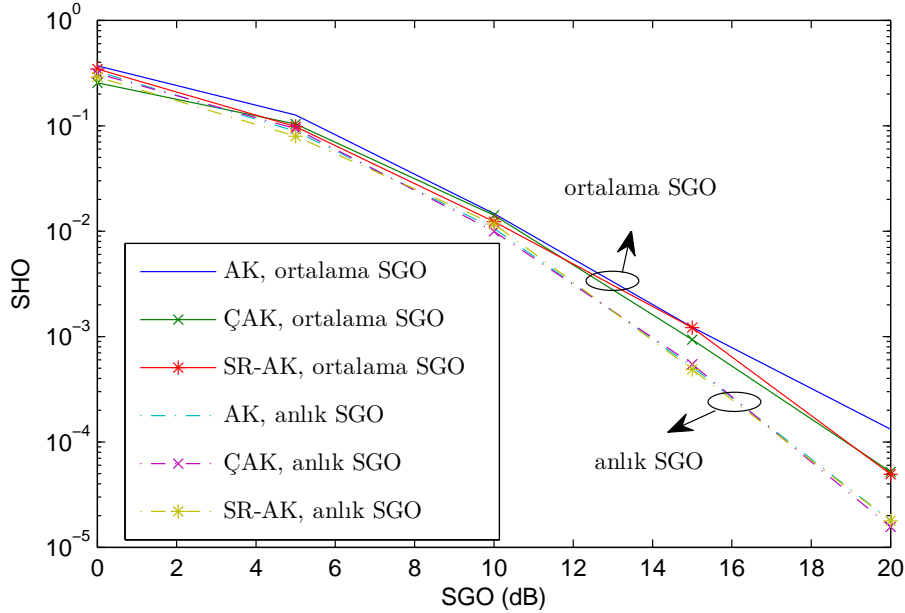
ağlarının optimum yumuşak ve sert alıcı (Monte-Carlo simülasyonu) başarımları karşılaştırılmıştır. Üreteç matrisi Eş. 2.38.'deki gibidir. Herhangi bir röleleme yöntemi için, optimum yumuşak alıcı ile sert alıcıya göre daha yüksek başarımlar elde edilmektedir; örneğin, $SHO = 10^{-4}$ için optimum yumuşak alıcı, optimum sert alıcıya göre yaklaşık olarak 1.2 dB daha az SGO gerektirmektedir. AK, ÇAK ve SR-AK kip-çöz-ve-ilet röle ağlarının optimum alıcı başarımlarının birbirine oldukça yakın oldukları gözlenmektedir, dolayısıyla, veri iletim yöntemi olarak ÇAK veya SR-AK sert kararlı EBO kestirimi yapılması başarımlar üzerinde AK'ye göre bir iyileştirme sağlamamaktadırlar. Bütün röle ağlarının sistemin çeşitleme derecesinin üç olduğu gözlenmektedir.



Şekil 5.2. 2 kullanıcı GA(4) ağ kodlamalı, SR-AK ve ÇAK kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlenmeli röle ağlarının yumuşak ve sert alıcı başarımlarının karşılaştırılması

Şekil 5.3'te, GA(4) AK, SR-AK ve ÇAK kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlenmeli röle ağlarının alıcıda ortalama ve anlık SGO'nun mevcut olması durumundaki optimum yumuşak alıcı (Monte-Carlo simülasyonu) başarımları karşılaştırılmıştır. Herhangi bir röleleme yöntemi için, alıcıda anlık SGO'nun bilindiği durum, ortalama SGO'nun bilindiği duruma göre daha yüksek başarımlar elde edilmektedir; örneğin, SR-AK ve ÇAK röle ağlarında $SHO = 6.10^{-5}$ için anlık SGO'nun mevcut olduğu durumdaki EBO kestirim başarımları, ortalama SGO'nun bilindiği durumdaki başarımlara göre yaklaşık olarak 2 dB daha az SGO gerektirmektedir. ÇAK ve SR-AK kip-çöz-ve-ilet röle ağlarının alıcıda ortalama SGO bilindiği durumda EBO kestirim başarımlarının birbirine oldukça yakın

oldukları ve AK'ye göre daha yüksek başarıma sahip oldukları gözlenmektedir; örneğin, SR-AK ve ÇAK röle ağlarında $SHO = 2.10^{-4}$ için AK röle ağının başarıma göre yaklaşık olarak 1.8 dB daha az SGO gerektirmektedir. Dolayısıyla, ÇAK ve SR-AK röleleme yöntemleri $K - R$ kanalının ortalama SGO'sunun mevcut olması durumunda AK'ya tercih edilebilir.

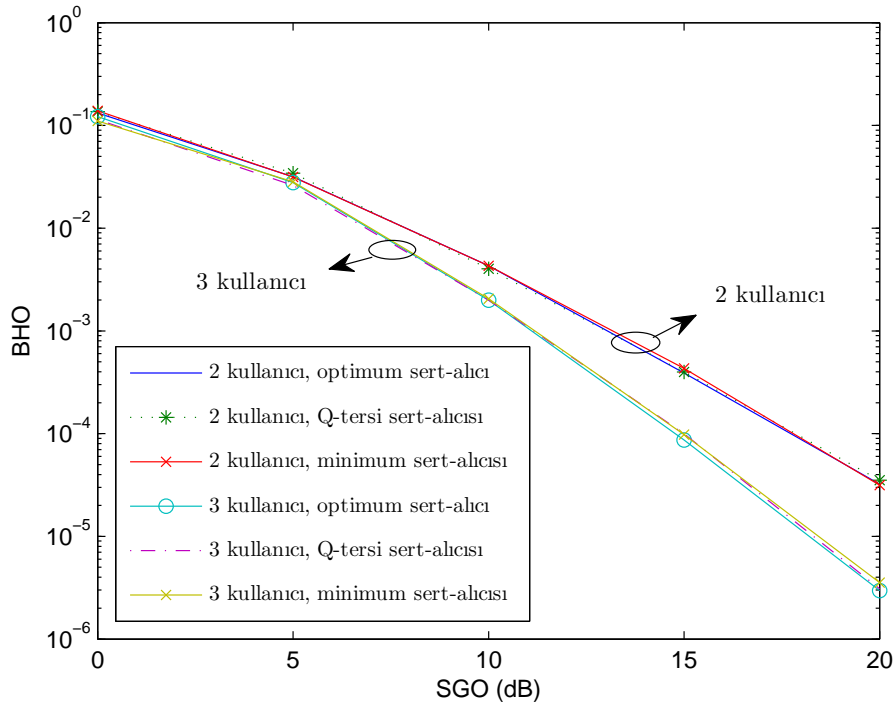


Şekil 5.3. 2-kullanıcı GA(4) ağ kodlamalı, SR-AK ve ÇAK kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlmeli röle ağlarının alıcıda ortalama ve anlık SGO'nun mevcut olduğunda optimum yumuşak alıcı başarımlarının karşılaştırılması

Şekil 5.4'te, 2 ve 3 kullanıcı GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlmeli röle ağının optimum sert alıcısının (Monte-Carlo simülasyonu) BHO başarımları minimum ve Q-tersi sert alıcılarının (Monte-Carlo simülasyon) başarımları ile karşılaştırılmıştır. 2 ve 3 kullanıcı röle ağlarının üreteç matrisi sırasıyla Eş. 2.39. ve Eş. 5.1. ile verilmiştir.

$$\mathbf{G}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.1.)$$

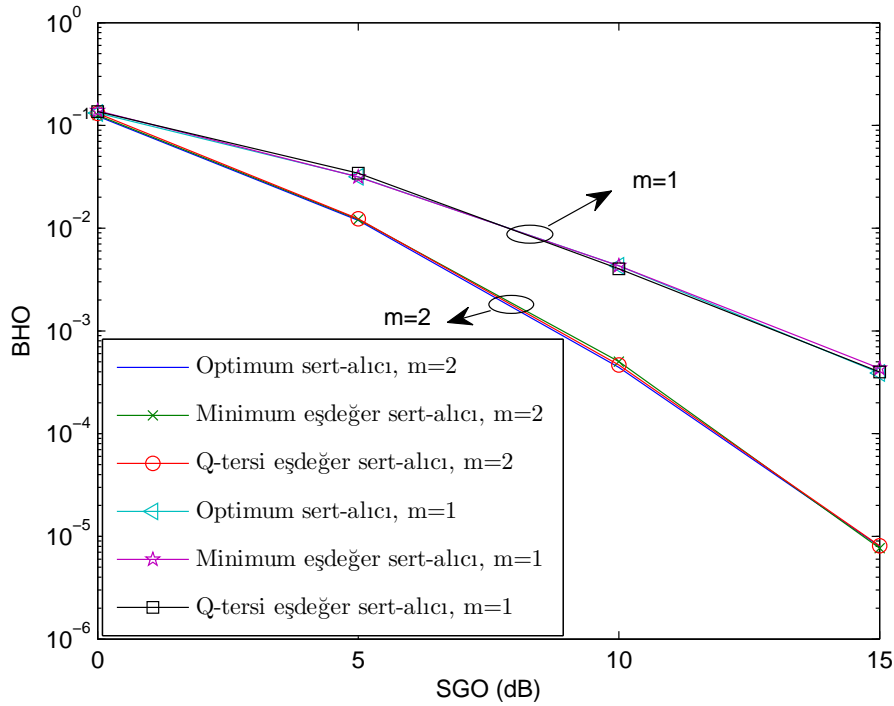
Q-tersi ve minimum sert alıcıları birbirine ve optimum sert alıcısına yakın başarımlar sergilemektedirler. Kullanıcı sayısının artmasıyla çeşitleme derecesinin de arttığı gözlenmektedir; 2 ve 3 kullanıcı röle ağlarının çeşitleme dereceleri sırasıyla 2 ve 3'tür. Eşdeğer röle alıcıları optimum alıcıya yakın başarımlar sergiledikleri ve daha düşük karmaşıklıklı olmalarından dolayı optimum alıcıya tercih edilebileceklerini göstermektedir.



Şekil 5.4. 2 ve 3 kullanıcı GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlmeli röle ağlarının optimum sert alıcı başarımlarının karşılaştırılması

Şekil 5.5'te, 2 kullanıcı GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Nakagami-m sönümlmeli röle ağının optimum sert-alıcısının (Monte-Carlo simülasyonu) BHO başarımı, minimum ve Q-tersi sert alıcılarının (Monte-Carlo simülasyon) BHO başarımları ile $m = 1$ ve $m = 2$ için karşılaştırılmıştır. Burada amaç, eşdeğer alıcılarının farklı sönümlenme koşulları altında benzer davranış sergileyip sergilemediklerinin incelenmesidir. Röle ağına ait üreteç matrisi Eş. 2.39. ile verilmiştir. Minimum ve Q-tersi sert alıcılarının başarımları $m = 1$ ve $m = 2$ için optimum sert alıcı başarımına oldukça yakın oldukları ve çeşitleme derecesinin $m = 2$ için 3, $m = 1$ durumda ise 2'ye eşit olduğu gözlenmektedir. Dolayısıyla, eşdeğer alıcılarının sönümlenme parametresinden bağımsız olarak optimum alıcıya yakın başarımlar sergiledikleri söylenebilir.

Şekil 5.6'da, 2 ve 3 kullanıcı GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlmeli röle ağının optimum yumuşak alıcısının (Monte-Carlo simülasyonu) BHO başarımı minimum ve Q-tersi yumuşak alıcılarının (Monte-Carlo simülasyon) başarımları ile karşılaştırılmıştır. 2 ve 3 kullanıcı röle ağlarının üreteç matrisleri sırasıyla Eş. 2.39. ve Eş. 5.1. ile verilmiştir. Q-tersi yumuşak alıcısının optimum yumuşak alıcısına oldukça yakın başarımlar sergilemektedir; minimum yumuşak alıcısı ise optimum yumuşak alıcısına göre $BHO = 10^{-5}$ için 2 kullanıcı durumunda 1.7 dB SGO gerektirmektedir ve 3 kullanıcı du-



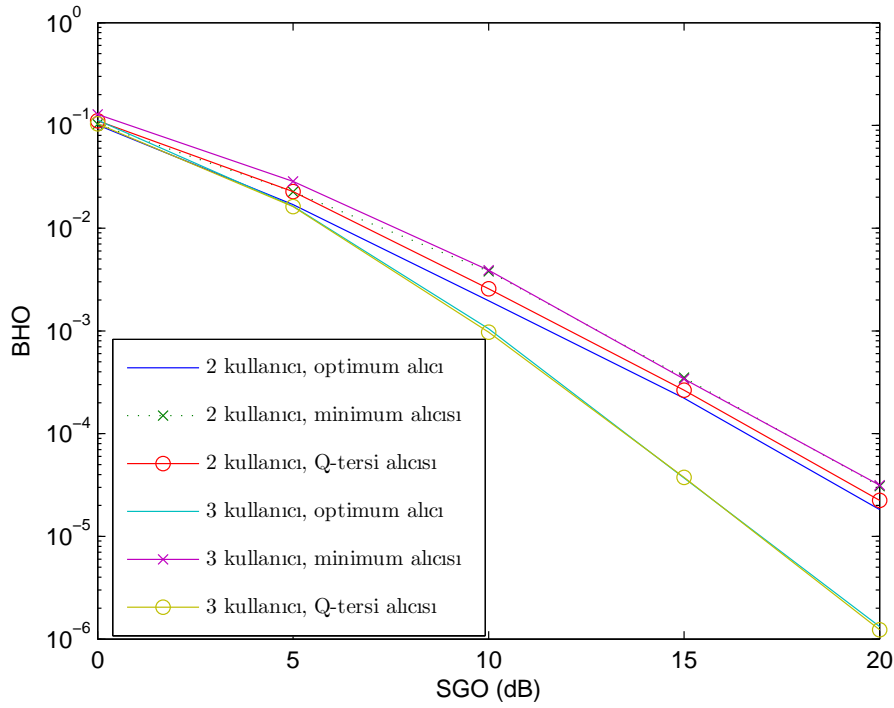
Şekil 5.5. 2 kullanıcıli GA(2) NC DetF Nakagami- m sönümlenmeli röle ağının $m = 1$ ve $m = 2$ için optimum, minimum ve Q-tersi sert alıcı başarımlarının karşılaştırılması

rumda ise çeşitleme kaybı oluşmaktadır. Dolayısıyla, Q-tersi yumuşak alıcısı minimum yumuşak alıcısına tercih edilebilir.

Şekil 5.7’de, 2-kullanıcıli GA(4) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlenmeli röle ağının optimum yumuşak alıcı (Monte-Carlo simülasyonu) SHO başarımı, minimum ve üstel eşdeğer röle ağlarının optimum yumuşak alıcı (Monte-Carlo simülasyon) başarımları ile karşılaştırılmıştır. Röle ağlarının üreteç matrisleri Eş. 2.38. ile verilmiştir. Q-tersi eşdeğer röle ağının başarımı röle ağının başarımına oldukça yakındır. Üstel eşdeğer röle ağının başarımı, röle ağının başarımına minimum eşdeğer röle ağının başarımına daha yakın olduğu gözlenmektedir. Dolayısıyla, üstel eşdeğer röle kanal modeli, minimum eşdeğer röle kanal modeline göre gerçek röle kanalına daha yakındır.

5.2 Kuramsal ve Nümerik Sonuçlarının Karşılaştırılması

Şekil 5.8’de, 2 ve 3 kullanıcıli GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlenmeli röle ağının optimum yumuşak alıcısının (Monte-Carlo simülasyonu) BHO başarımı Bölüm 4’te anlatılan minimum ve Q-tersi eşdeğer röle ağlarının kuramsal birleşim üst sınır başarımları ile karşılaştırılmıştır. 2 ve 3 kullanıcıli röle ağlarının üreteç matrisleri

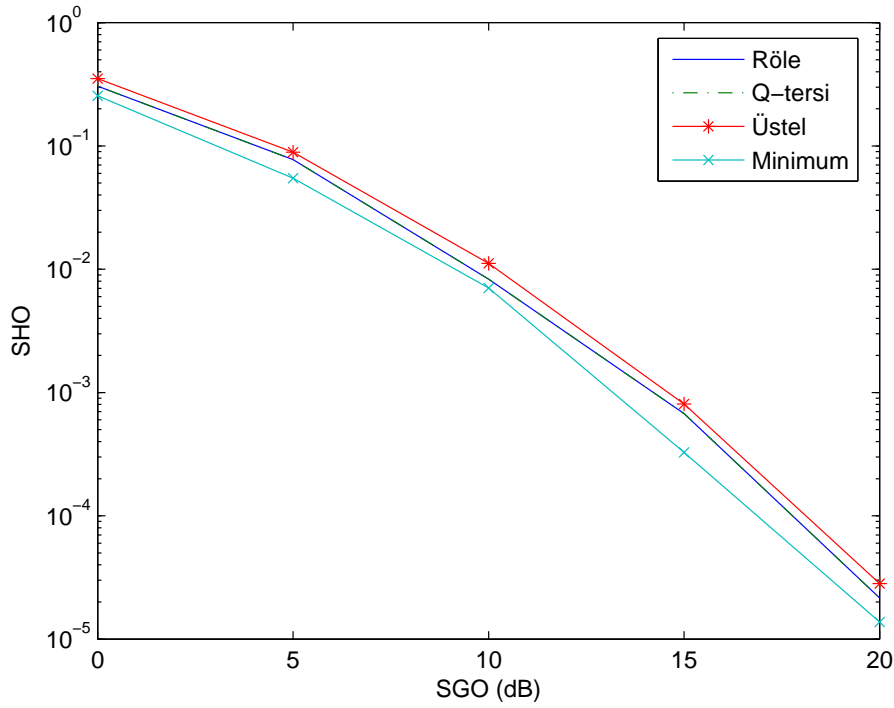


Şekil 5.6. 2 ve 3 kullanıcıli GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlmeli röle ağının optimum, minimum ve Q-tersi yumuşak alıcı başarımlarının karşılaştırılması

sırasıyla Eş. 2.39. ve Eş. 5.1. ile verilmiştir. Kullanıcı sayısının artmasıyla optimum alıcının ve kuramsal hata başarımlarının iyileştiği gözlenmektedir. Minimum ve Q-tersi eşdeğer röle ağlarının birleşim üst sınır başarımlarının optimum başarımlarına oldukça yakın oldukları gözlenmektedir. Dolayısıyla, minimum ve Q-tersi eşdeğer röle kanal yöntemleri ile yapılan kuramsal analizlerin kullanıcı sayısından bağımsız olarak optimum yumuşak alıcının oldukça iyi yaklaşımları olduğu söylenebilir.

Şekil 5.9'da, 2 kullanıcıli GA(4) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlmeli röle ağının optimum yumuşak alıcısının (Monte-Carlo simülasyonu) SHO başarımlı, üstel ve minimum eşdeğer röle ağlarının birleşim üst sınır SHO başarımları ile karşılaştırılmıştır. Röle ağına ait üreteç matrisi Eş. 2.38. ile verilmiştir. Minimum eşdeğer röle ağına ait birleşim üst sınır başarımlarının üstel eşdeğer röle ağına göre röle ağının SHO başarımlarına daha yakın olduğu gözlenmiştir.

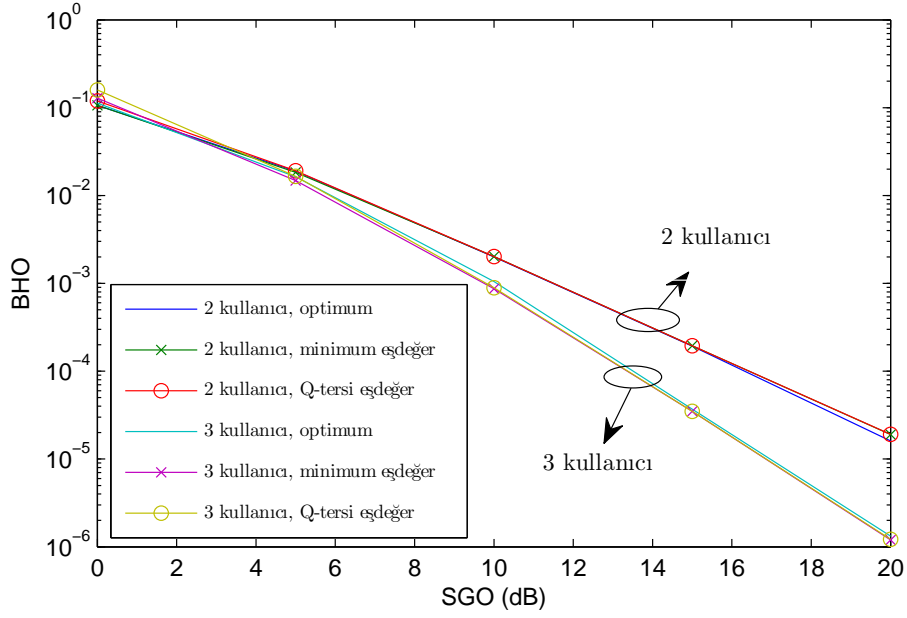
Şekil 5.10'da, 2 kullanıcıli GA(4) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlmeli röle ağının optimum yumuşak alıcısının (Monte-Carlo simülasyonu) SHO başarımlı minimum ve Q-tersi eşdeğer röle ağlarının kuramsal birleşim üst sınır başarımları ile kar-



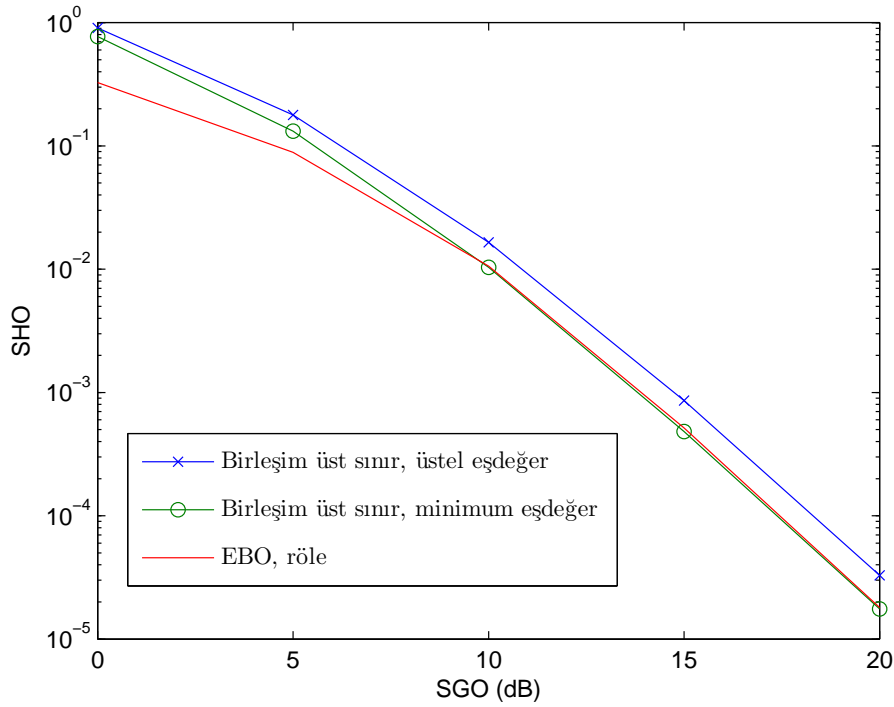
Şekil 5.7. 2-kullanıcılı GA(4) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlemeli röle ağının, Q-tersi, minimum ve üstel eşdeğer röle ağlarının optimum yumuşak alıcı SHO başarımları ile karşılaştırılması

şılaştırılmıştır. Röle ağlarının üreteç matrisi Eş. 2.38. ile verilmiştir. Minimum ve Q-tersi eşdeğer röle ağlarının birleşim üst sınır başarımlarının birbirlerine ve yüksek SGO değerlerinde optimum başarıma yakın oldukları gözlenmektedir.

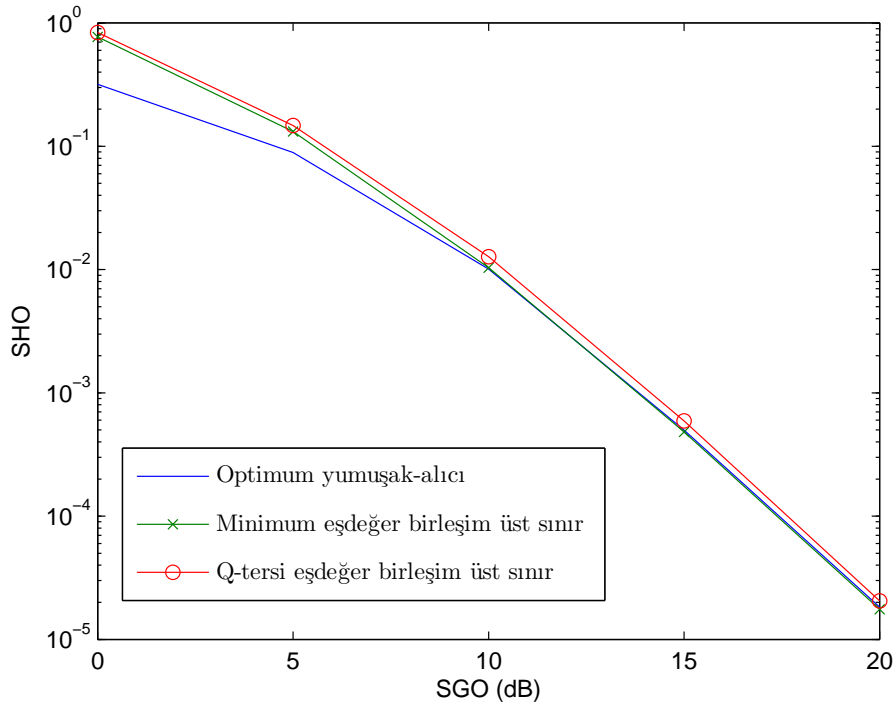
Şekil 5.11'de, 2 kullanıcılı GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Nakagami-m sönümlemeli ($m = 2$) röle ağının optimum yumuşak-alıcısının BHO başarımları Q-tersi eşdeğer röle ağın kuramsal birleşim üst sınır başarımları ile karşılaştırılmıştır. Röle ağın üreteç matrisi Eş. 2.39. ile verilmiştir Q-tersi eşdeğer röle ağlarının birleşim üst sınır başarımlarının optimum başarıma oldukça yakın olduğu gözlenmektedir. Dolayısıyla, Q-tersi eşdeğer röle kanal yöntemi ile elde edilen kuramsal hata oranının, optimum yumuşak alıcının hata başarımlarının Nakagami-m sönümlemeli ortamında da oldukça iyi bir yaklaşıması olduğu söylenebilir.



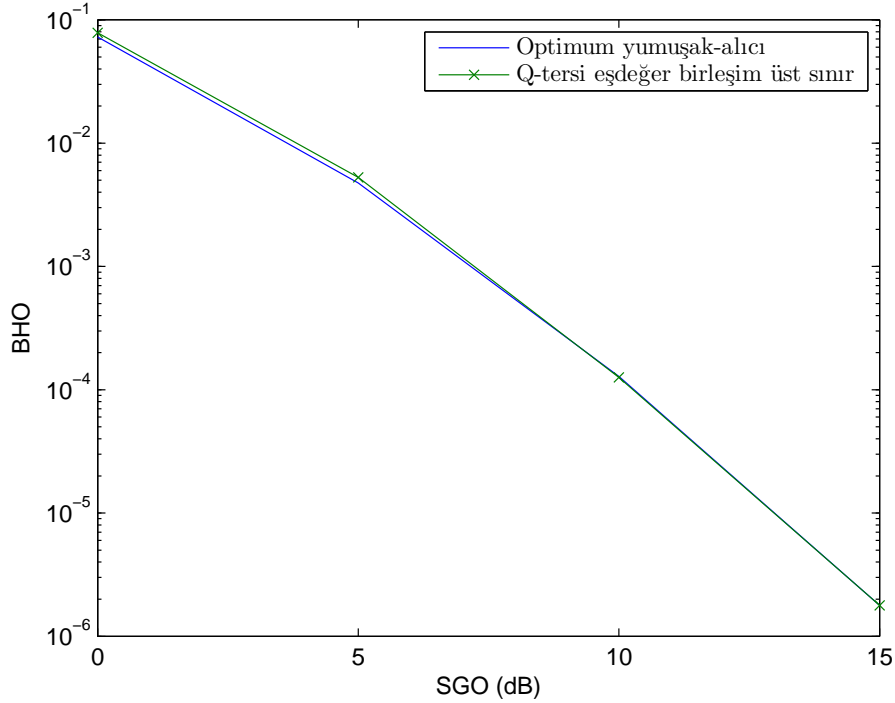
Şekil 5.8. 2 ve 3 kullanıcıli GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlmeli röle ağının optimum yumuşak alıcısının BHO başarımının minimum ve Q-tersi eşdeğer röle ağlarının kuramsal birleşim üst sınır başarımları ile karşılaştırılması



Şekil 5.9. 2 kullanıcıli GA(4) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet Rayleigh sönümlmeli röle ağının optimum yumuşak alıcısının SHO başarımının, üstel ve minimum eşdeğer röle ağlarının birleşim üst sınır başarımları ile karşılaştırılması



şekil 5.10. 2 kullanıcı GA(4) aę kodlamalı kip-öz-ve-ilet Rayleigh sönümlmeli röle ağının optimum yumuşak alıcısının SHO başarımının minimum ve Q-tersi eşdeğer röle ağlarının kuramsal birleşim uest sınır başarımaları ile karşılaştırılması



şekil 5.11. 2 kullanıcı GA(2) aę kodlamalı kip-öz-ve-ilet Nakagami-m sönümlmeli ($m = 2$) röle ağının optimum yumuşak alıcısının BHO başarımının Q-tersi eşdeğer röle ağın kuramsal birleşim uest sınır başarımı ile karşılaştırılması

6. SONUÇLAR

Bu çalışmada, çok kullanıcı GA(q) ağ kodlamalı röle ağları incelendi.

Ağ kodlamasının hata başarımı üzerindeki etkisi incelendi. Rölelemede GA(2) ağ kodlamasının yönlendirmeye göre hata başarımında iyileştirme sağlamadığı, ancak ağ kodlama mertebesi büyüdükçe çeşitleme kazancının elde edilebileceği gözlemlendi.

Rölelemede, LOO ağ kodlamalı ve ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet yöntemleri ele alındı. LOO ağ kodlamasında, röleden analog ve nicemlemeli veri iletiminin yapıldığı durumlar incelendi. Alıcıdaki sonsal LOO'lar çıkartılarak sistemin hata başarımı incelendi. Analog röleleme yapmanın röledeki karmaşıklıkla arttırması ve nicemlemeli veri iletime (kip-çöz-ve-ilet) göre hata başarımında belirgin bir iyileştirme sağlamamasından dolayı kip-çöz-ve-ilet yöntemi tercih edildi.

Ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet rölelemede, AK, SR-AK ve ÇAK olmak üzere üç farklı yöntem kullanıldı. Bu yöntemlerin optimum alıcının hata başarımı üzerindeki etkisi incelendi. Her üç yöntemin, $K - R$ kanalı ile ilgili anlık SGO bilgisi mevcut olduğunda birbirine oldukça yakın başarımlara sahip oldukları gözlemlendi, dolayısıyla SR-AK ve ÇAK röleleme tekniklerinin AK'ya göre bir avantaj sağlamadığı gözlemlendi. Ortalama SGO bilgisi olduğunda ise, SR-AK ve ÇAK röleleme yöntemlerinin birbirine yakın, yüksek SGO değerlerinde ise AK'ya göre daha yüksek başarımla sahip oldukları gözlemlendi. Dolayısıyla, alıcıda $K - R$ kanalının ortalama SGO bilgisi olması durumunda SR-AK ve ÇAK yöntemleri AK'ya göre avantaj sağlamaktadırlar. $K - R$ kanalının anlık SGO bilgisinin alıcıda mevcut olması durumunda, sistemin çeşitleme derecesinde artış gözlemlendi.

GA(2) ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet röle ağında optimum sert-alıcının hata başarımı incelendi. Alıcıda kod çözmede optimum ve Tanner alıcı yapıları ele alındı. Tanner alıcısının hata başarımının optimum alıcının hata başarımına oldukça yakın olduğu gözlemlendi. Optimum sert-alıcının kuramsal hata başarım analizinde EBO kuralına dayanan L-yoğunluklu analiz yöntemi kullanıldı. Kuramsal analiz ve Tanner alıcı hata başarımalarının optimum sert alıcının hata başarımına oldukça yakın başarımla sergiledikleri gözlemlendi, dolayısıyla işlem karmaşıklığının düşürülmesi açısından optimum yerine Tanner çizge kod çözücüsü tercih edilmesi önerildi. Kuramsal analizin kullanıcı sayısının ikiden fazla olması durumunda veya daha yüksek ağ kodlama mertebeleri için matematiksel

işlem karmaşıklığının artacağı öngörüldü.

Hatalı $K - R$ kanallı, $GA(q)$ ağ kodlamalı kip-çöz-ve-ilet röle ağlarının hata başarımını analiz etmede basit yöntemler geliştirildi. Optimum yumuşak alıcının kuramsal hata analizinde, matematiksel işlem karmaşıklığının azaltılması açısından eşdeğer röle kanal yaklaşımı kullanıldı. Bu bağlamda, kip-çöz-ve-ilet röle ağları için yeni eşdeğer röle kanal modelleri geliştirildi. Geliştirilen ilk model, yalnızca Rayleigh sönümlmeli kanallar için geçerli olan üstel eşdeğer röle kanalıdır. Önerilen diğer model, ağ kodlamasız, Rayleigh sönümlmeli, M -FKK, kod-çöz-ve-ilet röle ağları için geliştirilmiş olan Q-tersi eşdeğer röle kanal modelinin Nakagami- m sönümlmeli, M -FKK, $GA(q)$ ağ kodlamalı, kip-çöz-ve-ilet röle ağlarına genelleştirilmesidir. Eşdeğer röle kanal modelleri, Nakagami- m sönümlmeli röle ağlarında optimum alıcıya çok yakın başarıma sahip ve düşük karmaşıklıkla alıcıları geliştirmek için ve röle ağın yaklaşık hata oranlarının ve çeşitleme derecelerinin elde edilmesinde kullanıldı.

EKLER

EK 1: LOG OLABİLİRLİK ORANLI AĞ KODLAMALI RÖLE AĞINDA ALICIDAKİ SONSAL LOG OLABİLİRLİK ORANININ ÇIKARIMI

Bölüm 3'te verilen sonsal LOO'larının çıkarımları ayrıntılı olarak bu bölümde anlatılmıştır.

- $K - A$ Kanalsız Tek Kullanıcı Röle Ağı

Eş. 3.1.'te verilen $L(u_1 | y_{RA})$ sonsal LOO'nun hesaplanmasında izlenen yol aşağıdaki gibidir. $y_{RA} \rightarrow L_R \rightarrow y_R \rightarrow s_1$ Markov zinciri oluşturur, dolayısıyla $p(s_1, y_R, L_R, y_{RA})$ birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonu Eş. EK 1.1'deki gibidir:

$$p(s_1, y_R, L_R, y_{RA}) = p(s_1) p(y_R | s_1) p(L_R | y_R) p(y_{RA} | L_R). \quad (\text{EK 1.1})$$

Eş. EK 1.1'deki olabilirlik yoğunluk fonksiyonları aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} p(s_1) &= \frac{1}{2} \delta(s_1 - 1) + \frac{1}{2} \delta(s_1 + 1) \\ p(y_R | s_1) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_R^2}} \exp\left(-\frac{(y_R - s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) \\ p(L_R | y_R) &= \delta\left(L_R - \frac{2y_R}{\sigma_R^2}\right) \\ p(y_{RA} | L_R) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{RA}^2}} \exp\left(-\frac{(y_{RA} - L_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right). \end{aligned} \quad (\text{EK 1.2})$$

Burada $\delta(\cdot)$ Dirac delta işlevidir. Eş. EK 1.2'deki olabilirlik yoğunluk fonksiyonları Eş. EK 1.1'de yerine konursa, birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonu Eş. EK 1.3'deki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned} p(s_1, y_R, L_R, y_{RA}) &= p(s_1) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_R^2}} \exp\left(-\frac{(y_R - s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) \\ &\quad \times \delta\left(L_R - \frac{2y_R}{\sigma_R^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{RA}^2}} \exp\left(-\frac{(y_{RA} - L_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) \end{aligned} \quad (\text{EK 1.3})$$

$p(s_1, y_R, L_R, y_{RA})$ birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonunun y_R ve L_R üzerinden integrali alınarak $p(s_1, y_{RA})$ bulunur:

$$\begin{aligned}
p(s_1, y_{RA}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(s_1, y_R, L_R, y_{RA}) dy_R dL_R \\
&= \frac{p(s_1)}{2\pi\sigma_R\sigma_{RA}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_R - s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) \delta\left(L_R - \frac{2y_R}{\sigma_R^2}\right) \\
&\quad \times \exp\left(-\frac{(y_{RA} - L_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) dy_R dL_R \tag{EK 1.4} \\
&= \frac{p(s_1)}{2\pi\sigma_R\sigma_{RA}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_R - s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) \exp\left(-\frac{\left(y_{RA} - \frac{2y_R}{\sigma_R^2}\right)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) dy_R \\
&= \frac{\sigma_R p(s_1)}{\sqrt{2\pi(4 + \sigma_R^2\sigma_{RA}^2)}} \exp\left(-\frac{s_1^2}{2\sigma_R^2}\right) \exp\left(-\frac{y_{RA}^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) \exp\left(\frac{\frac{\sigma_{RA}^2 s_1^2}{2} + \frac{2y_{RA}^2}{\sigma_{RA}^2} + 2y_{RA}s_1}{\sigma_{RA}^2\sigma_R^2 + 4}\right)
\end{aligned}$$

Eş. EK 1.4 kullanılarak, $L(u_1 | y_{RA})$ aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned}
L(u_1 | y_{RA}) &= \ln\left(\frac{p(s_1 = 1 | y_{RA})}{p(s_1 = -1 | y_{RA})}\right) \\
&= \ln\left(\frac{p(s_1 = 1, y_{RA})/p(y_{RA})}{p(s_1 = -1, y_{RA})/p(y_{RA})}\right) = \ln\left(\frac{p(s_1 = 1, y_{RA})}{p(s_1 = -1, y_{RA})}\right) \tag{EK 1.5} \\
&= \ln\left(\frac{\exp\left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_R^2\sigma_{RA}^2 + 4}\right)}{\exp\left(-\frac{2y_{RA}}{\sigma_R^2\sigma_{RA}^2 + 4}\right)}\right) = \frac{4y_{RA}}{\sigma_R^2\sigma_{RA}^2 + 4}.
\end{aligned}$$

- $K - A$ Kanallı Tek-Kullanıcı Rôle Ağı

Eş. 3.2.'deki $L(u_1 | y_{RA})$ sonsal LOO'nun hesaplanmasında izlenen yol aşağıdaki gibidir. s_1, y_R, L_R ve y_{RA} değişkenleri, $y_{RA} \rightarrow L_R \rightarrow y_R \rightarrow s_1$ ve $y_{KA} \rightarrow s_1$ Markov zincirlerini oluştururlar, dolayısıyla birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonları Eş. EK 1.6'daki gibi ifade edilir:

$$p(s_1, y_{KA}, L_R, y_R, y_{RA}) = p(s_1)p(y_R | s_1)p(L_R | y_R)p(y_{RA} | L_R)p(y_{KA} | s_1). \tag{EK 1.6}$$

Burada,

$$p(y_{KA} | s_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{KA}^2}} \exp\left(-\frac{(y_{KA} - s_1)^2}{2\sigma_{KA}^2}\right). \quad (\text{EK 1.7})$$

Eş. EK 1.7 ve Eş. EK 1.2, Eş. EK 1.6'da konarak birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonu Eş. EK 1.8'deki gibi bulunur:

$$\begin{aligned} p(s_1, y_{KA}, L_R, y_R, y_{RA}) &= p(s_1) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_R^2}} \exp\left(-\frac{(y_R - s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) \delta\left(L_R - \frac{2y_R}{\sigma_R^2}\right) \\ &\times \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{RA}^2}} \exp\left(-\frac{(y_{RA} - L_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{KA}^2}} \exp\left(-\frac{(y_{KA} - s_1)^2}{2\sigma_{KA}^2}\right). \end{aligned} \quad (\text{EK 1.8})$$

Eş. EK 1.8'deki olabilirlik yoğunluk fonksiyonunun y_R ve L_R değişkenleri üzerinden integrali alınarak $p(s_1, y_{KA}, y_{RA})$ bulunur:

$$\begin{aligned} p(s_1, y_{KA}, y_{RA}) &= \frac{p(s_1) \exp\left(-\frac{(y_{KA} - s_1)^2}{2\sigma_{KA}^2}\right)}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{KA} \sigma_{RA} \sigma_R} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_R - s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) \\ &\times \exp\left(-\frac{(y_{RA} - L_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) \delta\left(L_R - \frac{2y_R}{\sigma_R^2}\right) dL_R dy_R \\ &= \frac{p(s_1) \exp\left(-\frac{(y_{KA} - s_1)^2}{2\sigma_{KA}^2}\right)}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{KA} \sigma_{RA} \sigma_R} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_R - s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) \exp\left(-\frac{\left(y_{RA} - \frac{2y_R}{\sigma_R^2}\right)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) dy_R \quad (\text{EK 1.9}) \\ &= \frac{\sigma_R p(s_1) \exp\left(-\frac{(y_{KA} - s_1)^2}{2\sigma_{KA}^2}\right)}{2\pi \sigma_{KA} \sqrt{4 + \sigma_R^2 \sigma_{RA}^2}} \exp\left(-\frac{s_1^2}{2\sigma_R^2}\right) \exp\left(-\frac{y_{RA}^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) \\ &\times \exp\left[\frac{1}{(\sigma_R^2 \sigma_{RA}^2 + 4)} \left(\frac{\sigma_{RA}^2 s_1^2}{2} + \frac{2y_{RA}^2}{\sigma_{RA}^2} + 2y_{RA} s_1\right)\right]. \end{aligned}$$

Eş. EK 1.9 kullanılarak $L(s_1 | y_R, y_{RA})$ elde edilir:

$$\begin{aligned}
L(u_1 | y_{KA}, y_{RA}) &= \ln \left(\frac{p(s_1 = 1 | y_{KA}, y_{RA})}{p(s_1 = -1 | y_{KA}, y_{RA})} \right) \\
&= \ln \left(\frac{p(s_1 = 1, y_{KA}, y_{RA})}{p(s_1 = -1, y_{KA}, y_{RA})} \right) \\
&= \ln \left(\frac{\exp \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_R^2 \sigma_{RA}^2 + 4} \right) \exp \left(\frac{y_{KA}}{\sigma_{KA}^2} \right)}{\exp \left(-\frac{2y_{RA}}{\sigma_R^2 \sigma_{RA}^2 + 4} \right) \exp \left(-\frac{y_{KA}}{\sigma_{KA}^2} \right)} \right) \quad (\text{EK 1.10}) \\
&= \frac{4y_{RA}}{\sigma_R^2 \sigma_{RA}^2 + 4} + \frac{2y_{KA}}{\sigma_{KA}^2} \\
&= L(u_1 | y_{RA}) + L(u_1 | y_{KA}).
\end{aligned}$$

$K-A$ ve $K-R-A$ kanalları birbirinden bağımsız olmalarından dolayı $L(u_1 | y_{KA}, y_{RA})$, $K-A$ kanalının LOO'su $L(u_1 | y_{RA})$ ile Eş. EK 1.5'te çıkartılan $L(u_1 | y_{RA})$ LOO'sunun toplamına eşittir.

- $K - A$ Kanalsız İki-Kullanıcılı Röle Ağı

Eş. 3.3. ile verilen $L(u_R | y_R)$ LOO'sunun hesaplanmasında izlenen yol aşağıdaki gibidir. $s_1, s_2, y_{1R}, y_{2R}, L_{1R}, L_{2R}, L_R$ ve y_{RA} değişkenleri $y_{RA} \rightarrow L_R \rightarrow L_{1R} \rightarrow y_{1R} \rightarrow s_1$ ve $y_{RA} \rightarrow L_R \rightarrow L_{2R} \rightarrow y_{2R} \rightarrow s_2$ Markov zincirlerini oluştururlar ve birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonu Eş. EK 1.11'deki gibidir:

$$\begin{aligned}
p(s_1, s_2, y_{1R}, y_{2R}, L_{1R}, L_{2R}, L_R, y_{RA}) &= p(s_1)p(s_2)p(y_{1R} | s_1)p(y_{2R} | s_2) \\
&\quad \times p(L_{1R} | y_{1R})p(L_{2R} | y_{2R})p(L_R | L_{1R}, L_{2R})p(y_{RA} | L_R). \quad (\text{EK 1.11})
\end{aligned}$$

Burada, $p(y_{RA} | L_R)$, Eş. EK 1.2 ile bulunur. Diğer olabilirlik yoğunluk fonksiyonları ise Eş. EK 1.12'de verilmiştir:

$$\begin{aligned}
p(s_n) &= \frac{1}{2}\delta(s_n - 1) + \frac{1}{2}\delta(s_n + 1) \\
p(y_{nR} | s_n) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{nR}^2}} \exp \left(-\frac{(y_{nR} - s_n)^2}{2\sigma_{nR}^2} \right) \quad (\text{EK 1.12}) \\
p(L_{nR} | y_{nR}) &= \delta \left(L_{nR} - \frac{2y_{nR}}{\sigma_{nR}^2} \right).
\end{aligned}$$

Eş. EK 1.12 yardımı ile, Eş. EK 1.11'deki olabilirlik yoğunluk fonksiyonu Eş. EK 1.13'teki gibi genişletilebilir:

$$\begin{aligned}
p(s_1, s_2, y_{1R}, y_{2R}, L_{1R}, L_{2R}, L_R, y_{RA}) &= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_{RA}} \exp\left(-\frac{(y_{1R} - s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{(y_{2R} - s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \delta\left(L_{1R} - \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right) \delta\left(L_{2R} - \frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2}\right) \\
&\times \delta\left(L_R - \ln\left(\frac{e^{L_{1R}} + e^{L_{2R}}}{1 + e^{L_{1R}+L_{2R}}}\right)\right) \exp\left(-\frac{(y_{RA} - L_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right).
\end{aligned} \tag{EK 1.13}$$

Eş. EK 1.13'teki birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonunun $y_{1R}, y_{2R}, L_{1R}, L_{2R}$ ve L_R değişkenleri üzerinden integrali alınarak $p(s_1, s_2, y_{RA})$ bulunur:

$$\begin{aligned}
p(s_1, s_2, y_{RA}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(s_1, s_2, y_{1R}, y_{2R}, L_{1R}, L_{2R}, L_R, y_{RA}) \\
&\times dy_{1R} dy_{2R} dL_{1R} dL_{2R} dL_R \\
&= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_{RA}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{RA} - L_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{(y_{1R} - s_{1R})^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{2R} - s_{2R})^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \delta\left(L_{1R} - \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right) \\
&\times \delta\left(L_{2R} - \frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2}\right) \delta\left(L_R - \ln\left(\frac{\exp(L_{1R}) + \exp(L_{2R})}{1 + \exp(L_{1R} + L_{2R})}\right)\right) dy_{1R} dy_{2R} \\
&\times dL_{1R} dL_{2R} dL_R \\
&= \frac{p(s_{1R})p(s_2)}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_{RA}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{1R} - s_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{2R} - s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{RA}^2} \left\{ y_{RA} - \ln\left[\frac{\exp\left(\frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right) + \exp\left(\frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2}\right)}{1 + \exp\left(\frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2} + \frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2}\right)}\right] \right\}^2\right) dy_{1R} dy_{2R}.
\end{aligned} \tag{EK 1.14}$$

Eş. 2.43. kullanılarak, Eş. EK 1.12'deki logaritmali ifadenin yaklaşık değeri bulunur:

$$\ln\left(\frac{e^{L_{1R}} + e^{L_{2R}}}{1 + e^{L_{1R}+L_{2R}}}\right) \simeq -\text{sign}(L_{1R}) \text{sign}(L_{2R}) \min\{|L_{1R}|, |L_{2R}|\}. \tag{EK 1.15}$$

Eş. EK 1.12'teki yaklaşıklama Eş. EK 1.13'te konursa ve $\min \left\{ \left| \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2} \right|, \left| \frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2} \right| \right\} = \left| \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2} \right|$ olduğu varsayılırsa, birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonu $p(s_1, s_2, y_{RA})$ Eş. EK 1.16'daki gibi bulunur:

$$\begin{aligned}
p(s_1, s_2, y_{RA}) &= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_{RA}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{1R} - s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{(y_{2R} - s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{RA}^2} \left(y_{RA} + \frac{2|y_{1R}|}{\sigma_{1R}^2} \text{sign}(y_{1R}) \text{sign}(y_{2R})\right)^2\right) \text{ (EK 1.16)} \\
&\times dy_{1R} dy_{2R}.
\end{aligned}$$

$|y_{1R}|\text{sign}(y_{1R}) = y_{1R}$ olduğundan, $p(s_1, s_2, y_{RA})$ Eş. EK 1.17'deki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned}
p(s_1, s_2, y_{RA}) &= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{3/2}\sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_{RA}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(y_{1R}-s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}} \exp\left(-\frac{(y_{2R}-s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{RA}^2} \left[y_{RA} + \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2} \text{sign}(y_{2R}) \right]^2\right) dy_{1R} dy_{2R} \\
&= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{3/2}\sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_{RA}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{1R}-s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \left[\int_{-\infty}^0 \exp\left(-\frac{(y_{2R}-s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \right. \\
&\times \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{RA}^2} \left(y_{RA} - \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2} \right)^2\right) dy_{2R} + \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{2R}-s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{RA}^2} \left(y_{RA} + \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2} \right)^2\right) dy_{2R} \left. \right] dy_{1R} \\
&= \frac{p(s_1)p(s_2)}{2\pi\sigma_{1R}\sigma_{RA}} \left\{ Q\left(\frac{s_2}{\sigma_{2R}}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{1R}-s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \right. \\
&\times \exp\left(-\frac{\left(y_{RA} - \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) dy_{1R} + \left[1 - Q\left(\frac{s_2}{\sigma_{2R}}\right) \right] \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{1R}-s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{\left(y_{RA} + \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) dy_{1R} \left. \right\} \\
&= \frac{\sigma_{1R}p(s_1)p(s_2)}{2\pi\sqrt{\sigma_{RA}^2\sigma_{1R}^2+4}} \exp\left(\frac{s_1^2\sigma_r^4+4y_{RA}^2}{2\sigma_{RA}^2(\sigma_{RA}^2\sigma_{1R}^2+4)}\right) \exp\left(-\frac{y_{RA}^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) \exp\left(-\frac{s_1^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \\
&\times \left[Q\left(\frac{s_2}{\sigma_{2R}}\right) \exp\left(\frac{2s_1y_{RA}}{\sigma_{RA}^2\sigma_{1R}^2+4}\right) + \left[1 - Q\left(\frac{s_2}{\sigma_{2R}}\right) \right] \exp\left(-\frac{2s_1y_{RA}}{\sigma_{RA}^2\sigma_{1R}^2+4}\right) \right].
\end{aligned} \tag{EK 1.17}$$

$L(u_R | y_{RA})$ Eş. EK 1.17 kullanılarak hesaplanır; $u_R = u_1 \oplus u_2$ dir.

$$\begin{aligned}
L(u_R | y_{RA}) &= \ln \left(\frac{p(s_1 = 1, s_2 = -1 | y_{RA}) + p(s_1 = -1, s_2 = 1 | y_{RA})}{p(s_1 = -1, s_2 = -1 | y_{RA}) + p(s_1 = 1, s_2 = 1 | y_{RA})} \right) \\
&= \ln \left(\frac{p(s_1 = 1, s_2 = -1, y_{RA}) + p(s_1 = -1, s_2 = 1, y_{RA})}{p(s_1 = -1, s_2 = -1, y_{RA}) + p(s_1 = 1, s_2 = 1, y_{RA})} \right) \\
&= \ln \left(\frac{\left[1 - Q\left(\frac{1}{\sigma_{2R}}\right)\right] \exp\left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4}\right) + Q\left(\frac{1}{\sigma_{2R}}\right) \exp\left(-\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4}\right)}{\left[1 - Q\left(\frac{1}{\sigma_{2R}}\right)\right] \exp\left(-\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4}\right) + Q\left(\frac{1}{\sigma_{2R}}\right) \exp\left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4}\right)} \right) \quad (\text{EK 1.18}) \\
&= \ln \left(\frac{\exp\left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4}\right) - 2 \sinh\left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4}\right) Q\left(\frac{1}{\sigma_{2R}}\right)}{\exp\left(-\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4}\right) + 2 \sinh\left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4}\right) Q\left(\frac{1}{\sigma_{2R}}\right)} \right)
\end{aligned}$$

Eğer $\sigma_{1R}^2 = \sigma_{2R}^2 = \sigma_{KR}^2$ ise, Eş. EK 1.18'deki LOO Eş. EK 1.19'daki gibi yazılabilir:

$$L(u_R | y_{RA}) = \ln \left[\frac{\exp\left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{KR}^2 + 4}\right) - 2 \sinh\left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{KR}^2 + 4}\right) Q\left(\frac{1}{\sigma_{KR}}\right)}{\exp\left(-\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{KR}^2 + 4}\right) + 2 \sinh\left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{KR}^2 + 4}\right) Q\left(\frac{1}{\sigma_{KR}}\right)} \right]. \quad (\text{EK 1.19})$$

- $K - A$ Kanallı İki-Kullanıcı Röle Ağı

Eş. 3.5. ile verilen $L(u_R | y_{1A}, y_{2A}, y_{RA})$ sonsal LOO'sunun çıkarımında izlenen yol aşağıda verilmiştir. $s_1, s_2, y_{1R}, y_{2R}, L_{1R}, L_{2R}, L_R, y_{RA}, y_{1A}$ ve y_{2A} değişkenleri $y_{RA} \rightarrow L_R \rightarrow L_{1R} \rightarrow y_{1R} \rightarrow s_1, y_{RA} \rightarrow L_R \rightarrow L_{2R} \rightarrow y_{2R} \rightarrow s_2, y_{1A} \rightarrow s_1$ ve $y_{2A} \rightarrow s_2$ Markov zincirlerini oluştururlar ve birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonları Eş. EK 1.20'de verilmiştir:

$$\begin{aligned}
p(s_1, s_2, y_{R1}, y_{R2}, L_{1R}, L_{2R}, L_R, y_{RA}, y_{1A}, y_{2A}) &= p(s_1) p(s_2) p(y_{1R} | s_1) \\
&\times p(y_{2R} | s_2) p(L_{1R} | y_{1R}) p(L_{2R} | y_{1R}) p(L_R | L_{1R}, L_{2R}) \quad (\text{EK 1.20}) \\
&\times p(y_{RA} | L_R) p(y_{1A} | s_1) p(y_{2A} | s_2).
\end{aligned}$$

Eş. EK 1.20'deki olabilirlik yoğunluk fonksiyonları Eş. EK 1.2, Eş. EK 1.12 ve Eş. EK 1.21'deki gibidir.

$$p(y_{nA} | s_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{nA}^2}} \exp\left(-\frac{(y_{nA} - s_n)^2}{2\sigma_{nA}^2}\right) \quad (\text{EK 1.21})$$

Eş. EK 1.20'deki olabilirlik yoğunluk fonksiyonu, Eş. EK 1.22'deki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned}
p(s_1, s_2, y_{1R}, y_{2R}, L_{1R}, L_{2R}, L_R, y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) &= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{5/2} \sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_R\sigma_{1A}\sigma_{2A}} \\
&\times \exp\left(-\frac{(y_{1R} - s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{2R} - s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{RA} - L_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{(y_{1A} - s_1)^2}{2\sigma_{1A}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{2A} - s_2)^2}{2\sigma_{2A}^2}\right) \delta\left(L_{1R} - \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right) \\
&\times \delta\left(L_{2R} - \frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2}\right) \delta\left(L_R - \ln\left(\frac{e^{L_{1R}} + e^{L_{2R}}}{1 + e^{L_{1R}+L_{2R}}}\right)\right).
\end{aligned} \tag{EK 1.22}$$

Eş. EK 1.22 kullanılarak $p(s_1, s_2, y_{1A}, y_{2A}, y_{RA})$ hesaplanır:

$$\begin{aligned}
&p(s_1, s_2, y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(s_1, s_2, y_{1R}, y_{2R}, L_{1R}, L_{2R}, L_R, y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) \\
&\quad \times dy_{1R} dy_{2R} dL_{1R} dL_{2R} dL_R \\
&= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{5/2} \sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_{RA}\sigma_{1A}\sigma_{2A}} \exp\left(-\frac{(y_{1A} - s_1)^2}{2\sigma_{1A}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{2A} - s_2)^2}{2\sigma_{2A}^2}\right) \\
&\quad \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{RA} - L_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{1R} - s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \\
&\quad \times \exp\left(-\frac{(y_{2R} - s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \delta\left(L_{1R} - \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right) \delta\left(L_{2R} - \frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2}\right) \\
&\quad \times \delta\left(L_R - \ln\left(\frac{e^{L_{1R}} + e^{L_{2R}}}{1 + e^{L_{1R}+L_{2R}}}\right)\right) dy_{1R} dy_{2R} dL_{1R} dL_{2R} dL_R \\
&= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{5/2} \sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_{RA}\sigma_{1A}\sigma_{2A}} \exp\left(-\frac{(y_{1A} - s_1)^2}{2\sigma_{1A}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{2A} - s_2)^2}{2\sigma_{2A}^2}\right) \\
&\quad \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{1R} - s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{2R} - s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \\
&\quad \times \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{RA}^2} \left(y_{RA} - \ln \left[\frac{\exp\left(\frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right) + \exp\left(\frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2}\right)}{1 + \exp\left(\frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2} + \frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2}\right)} \right] \right)^2 \right) dy_{1R} dy_{2R}
\end{aligned} \tag{EK 1.23}$$

Eş. EK 1.23'teki logaritmali ifadenin yaklaşık değeri kullanılırsa, birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonu Eş. EK 1.24'teki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}
p(s_1, s_2, y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) &= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{5/2} \sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_{RA}\sigma_{1A}\sigma_{2A}} \exp\left(-\frac{(y_{1A} - s_1)^2}{2\sigma_{1A}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{(y_{2A} - s_2)^2}{2\sigma_{2A}^2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{1R} - s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{2R} - s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{RA}^2} \left(y_{RA} + \text{sign}(y_{1R})\text{sign}(y_{2R}) \min\left\{ \left| \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2} \right|, \left| \frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2} \right| \right\} \right)^2 \right) \\
&\times dy_{1R} dy_{2R}.
\end{aligned} \tag{EK 1.24}$$

Eğer $\min\left\{ \left| \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2} \right|, \left| \frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2} \right| \right\} = \left| \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2} \right|$ varsayılırsa, Eş. EK 1.24'teki birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonu Eş. EK 1.25'teki gibi yazılır:

$$\begin{aligned}
p(s_1, s_2, y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) &= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{5/2} \sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_{RA}\sigma_{1A}\sigma_{2A}} \exp\left(-\frac{(y_{1A} - s_1)^2}{2\sigma_{1A}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{(y_{2A} - s_2)^2}{2\sigma_{2A}^2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{1R} - s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{2R} - s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{\left(y_{RA} + \text{sign}(y_{1R}) \text{sign}(y_{2R}) \left| \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2} \right| \right)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) dy_{1R} dy_{2R} \\
&= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{5/2} \sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_{RA}\sigma_{1A}\sigma_{2A}} \exp\left(-\frac{(y_{1A} - s_1)^2}{2\sigma_{1A}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{2A} - s_2)^2}{2\sigma_{2A}^2}\right) \\
&\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{1R} - s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{2R} - s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{\left(y_{RA} + \frac{2}{\sigma_{1R}^2} \text{sign}(y_{2R})y_{1R} \right)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) dy_{1R} dy_{2R}.
\end{aligned} \tag{EK 1.25}$$

Eş. EK 1.25'teki olabilirlik yoğunluk fonksiyonu Eş. EK 1.26'daki gibi genişletilebilir:

$$\begin{aligned}
p(s_1, s_2, y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) &= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^2\sigma_{1R}\sigma_{RA}\sigma_{1A}\sigma_{2A}} \exp\left(-\frac{(y_{1A} - s_1)^2}{2\sigma_{1A}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{(y_{2A} - s_2)^2}{2\sigma_{2A}^2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{1R} - s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \\
&\times \left[\int_{-\infty}^0 \exp\left(-\frac{(y_{2R} - s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \exp\left(-\frac{\left(y_{RA} - \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) dy_{2R} \right. \\
&\left. + \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{2R} - s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \exp\left(-\frac{\left(y_{RA} - \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) dy_{2R} \right] dy_{1R} \\
&= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^2\sigma_{1R}\sigma_{RA}\sigma_{1A}\sigma_{2A}} \exp\left(-\frac{(y_{1A} - s_1)^2}{2\sigma_{1A}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{2A} - s_2)^2}{2\sigma_{2A}^2}\right) \\
&\times Q\left(\frac{s_2}{\sigma_{2R}}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{1R} - s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \exp\left(-\frac{\left(y_{RA} - \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) dy_{1R} \\
&+ \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^2\sigma_{1R}\sigma_{RA}\sigma_{1A}\sigma_{2A}} \exp\left(-\frac{(y_{1A} - s_1)^2}{2\sigma_{1A}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{2A} - s_2)^2}{2\sigma_{2A}^2}\right) \\
&\times \left[1 - Q\left(\frac{s_2}{\sigma_{2R}}\right)\right] \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{1R} - s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \exp\left(-\frac{\left(y_{RA} - \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) dy_{1R} \\
&= \exp\left(\frac{y_{1A}s_1}{\sigma_{1A}^2}\right) \exp\left(\frac{y_{2A}s_2}{\sigma_{2A}^2}\right) \left[Q\left(\frac{s_2}{\sigma_{2R}}\right) \exp\left(\frac{2s_1y_{RA}}{\sigma_{RA}^2\sigma_{1R}^2 + 4}\right) \right. \\
&\left. + \left[1 - Q\left(\frac{s_2}{\sigma_{2R}}\right)\right] \exp\left(-\frac{2s_1y_{RA}}{\sigma_{RA}^2\sigma_{1R}^2 + 4}\right) \right].
\end{aligned} \tag{EK 1.26}$$

Eş. EK 1.26 yardımı ile $L(u_R|y_{1A}, y_{2A}, y_{RA})$ Eş. EK 1.27'deki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned}
L(u_R|y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) &= \ln \left(\frac{\cosh \left(\frac{y_{1A}}{\sigma_{1A}^2} - \frac{y_{2A}}{\sigma_{2A}^2} \right)}{\cosh \left(\frac{y_{1A}}{\sigma_{1A}^2} + \frac{y_{2A}}{\sigma_{2A}^2} \right)} \right) \\
&+ \ln \left(\frac{\exp \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4} \right) - 2 \sinh \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right)}{\exp \left(-\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4} \right) + 2 \sinh \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{1R}^2 + 4} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right)} \right) \quad (\text{EK 1.27}) \\
&= L(u_R|y_{1A}, y_{2A}) + L(u_R|y_{RA}).
\end{aligned}$$

Eğer $\sigma_{1R}^2 = \sigma_{2R}^2 = \sigma_{KR}^2$ ve $\sigma_{1A}^2 = \sigma_{2A}^2 = \sigma_{KA}^2$ ise, Eş. EK 1.27'deki LOO Eş. EK 1.28'deki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}
L(u_R|y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) &= \ln \left(\frac{\cosh \left(\frac{y_{1A}}{\sigma_{KA}^2} - \frac{y_{2A}}{\sigma_{KA}^2} \right)}{\cosh \left(\frac{y_{1A}}{\sigma_{KA}^2} + \frac{y_{2A}}{\sigma_{KA}^2} \right)} \right) \\
&+ \ln \left(\frac{\exp \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{KR}^2 + 4} \right) - 2 \sinh \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{KR}^2 + 4} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{KR}} \right)}{\exp \left(-\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{KR}^2 + 4} \right) + 2 \sinh \left(\frac{2y_{RA}}{\sigma_{RA}^2 \sigma_{KR}^2 + 4} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{KR}} \right)} \right). \quad (\text{EK 1.28})
\end{aligned}$$

Nicemlemeli LOO AK Röle Ağlarının Analizi

- $K - A$ Kanalsız Nicemlemeli Tek Kullanıcı Röle Ağı

Eş. 3.7. ile verilen $L(u_1 | y_{RA})$ sonsal LOO'sunun hesaplanmasında izlenen yol aşağıda verilmiştir. $y_{RA} \rightarrow x_R \rightarrow L_R \rightarrow y_R \rightarrow s_1$ Markov zinciri oluşturur, dolayısıyla birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonu Eş. EK 1.29'daki gibidir:

$$p(s_1, y_R, L_R, x_R, y_{RA}) = p(s_1) p(y_R | s_1) p(L_R | y_R) p(x_R | L_R) p(y_{RA} | x_R). \quad (\text{EK 1.29})$$

Burada olabilirlik yoğunluk fonksiyonları, Eş. EK 1.2 ve Eş. EK 1.30'daki gibidir:

$$\begin{aligned}
p(x_R | L_R) &= \delta(x_R - \text{sign}(L_R)) \\
p(y_{RA} | x_R) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{RA}^2}} \exp \left(-\frac{(y_{RA} - x_R)^2}{2\sigma_{RA}^2} \right). \quad (\text{EK 1.30})
\end{aligned}$$

Eş. EK 1.29'daki olabilirlik yoğunluk fonksiyonu Eş. EK 1.31'deki gibi ifade edilir:

$$p(s_1, y_R, L_R, x_R, y_{RA}) = \frac{p(s_1)}{2\pi\sigma_R\sigma_{RA}} \exp\left(-\frac{(y_R - s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) \delta\left(L_R - \frac{2y_R}{\sigma_R^2}\right) \times \delta(x_R - \text{sign}(L_R)) \exp\left(-\frac{(y_{RA} - x_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right). \quad (\text{EK 1.31})$$

Eş. EK 1.31 kullanılarak $p(s_1, y_{RA})$ bulunur:

$$\begin{aligned} p(s_1, y_{RA}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(s_1, y_R, L_R, x_R, y_{RA}) dx_R dL_R dy_R \\ &= \frac{p(s_1)}{2\pi\sigma_R\sigma_{RA}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_R - s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) \delta\left(L_R - \frac{2y_R}{\sigma_R^2}\right) \\ &\quad \times \delta(x_R - \text{sign}(L_R)) \exp\left(-\frac{(y_{RA} - x_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) dx_R dL_R dy_R \\ &= \frac{p(s_1)}{2\pi\sigma_R\sigma_{RA}} \exp\left(-\frac{(y_{RA}^2 + 1)}{2\sigma_{RA}^2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_R - s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) \\ &\quad \times \exp\left(\frac{y_{RA}\text{sign}(y_R)}{\sigma_{RA}^2}\right) dy_R \quad (\text{EK 1.32}) \\ &= \frac{p(s_1)}{2\pi\sigma_R\sigma_{RA}} \exp\left(-\frac{(y_{RA}^2 + 1)}{2\sigma_{RA}^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) \int_{-\infty}^0 \exp\left(-\frac{(y_R - s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) dy_R \right. \\ &\quad \left. + \exp\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_R - s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) dy_R \right] \\ &= \frac{p(s_1)}{\sqrt{2\pi\sigma_{RA}^2}} \exp\left(-\frac{(y_{RA}^2 + 1)}{2\sigma_{RA}^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) Q\left(\frac{s_1}{\sigma_R}\right) \right. \\ &\quad \left. + \exp\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) \left\{1 - Q\left(\frac{s_1}{\sigma_R}\right)\right\} \right]. \end{aligned}$$

Bayes' kuralından,

$$\begin{aligned}
p(s_1 | y_{RA}) &= \frac{p(s_1, y_{RA})}{p(y_{RA})} \\
&= \frac{p(s_1)}{p(y_{RA}) \sqrt{2\pi\sigma_{RA}^2}} \exp\left(-\frac{(y_{RA}^2 + 1)}{2\sigma_{RA}^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) Q\left(\frac{s_1}{\sigma_R}\right) \right. \\
&\quad \left. + \exp\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) \left\{1 - Q\left(\frac{s_1}{\sigma_R}\right)\right\} \right]. \tag{EK 1.33}
\end{aligned}$$

Eş. EK 1.33 kullanılarak $L(u_1 | y_{RA})$ hesaplanır:

$$\begin{aligned}
L(u_1 | y_{RA}) &= \ln\left(\frac{p(s_1 = 1 | y_{RA})}{p(s_1 = -1 | y_{RA})}\right) \\
&= \ln\left(\frac{\exp\left(\frac{-y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) Q\left(\frac{1}{\sigma_R}\right) + \exp\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) \left[1 - Q\left(\frac{1}{\sigma_R}\right)\right]}{\exp\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) Q\left(\frac{1}{\sigma_R}\right) + \exp\left(\frac{-y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) \left[1 - Q\left(\frac{1}{\sigma_R}\right)\right]}\right) \\
&= \ln\left(\frac{\exp\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) - 2Q\left(\frac{1}{\sigma_R}\right) \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right)}{\exp\left(\frac{-y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) + 2Q\left(\frac{1}{\sigma_R}\right) \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right)}\right). \tag{EK 1.34}
\end{aligned}$$

- $K - A$ Kanallı Nicemlemeli Tek-Kullanıcılı Röle Ağı

Eş. 3.8. ile verilen $L(u_1 | y_R, y_{RA})$ LOO'sunun hesaplanmasında izlenen yol aşağıda verilmiştir.

$y_{RA} \rightarrow x_R \rightarrow L_R \rightarrow y_R \rightarrow s_1$ ve $y_{KA} \rightarrow s_1$ Markov zincirlerini oluştururlar, dolayısıyla birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonları Eş. EK 1.35'teki gibi bulunur:

$$\begin{aligned}
p(s_1, y_R, L_R, x_R, y_{RA}, y_{KA}) &= p(s_1) p(y_R | s_1) p(L_R | y_R) p(x_R | L_R) \\
&\quad \times p(y_{RA} | x_R) p(y_{KA} | s_1). \tag{EK 1.35}
\end{aligned}$$

Eş. EK 1.2, Eş. EK 1.7 ve Eş. EK 1.30'daki olabilirlik yoğunluk fonksiyonları Eş. EK 1.35'te yerine konursa, birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonu Eş. EK 1.36'daki gibi

yazılır:

$$p(s_1, y_R, L_R, x_R, y_{RA}, y_{KA}) = \frac{p(s_1)}{(2\pi)^{3/2} \sigma_R \sigma_{RA} \sigma_{KA}} \exp\left(-\frac{(y_{KA} - s_1)^2}{2\sigma_{KA}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_R - s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) \delta\left(L_R - \frac{2y_R}{\sigma_R^2}\right) \delta(x_R - \text{sign}(L_R)) \exp\left(-\frac{(y_{RA} - x_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right). \quad (\text{EK 1.36})$$

Eş. EK 1.36 kullanılarak $p(s_1, y_{RA}, y_{KA})$ bulunur:

$$\begin{aligned} p(s_1, y_{RA}, y_{KA}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(s_1, y_R, L_R, x_R, y_{RA}, y_{KA}) dx_R dL_R dy_R \\ &= \frac{p(s_1)}{(2\pi)^{3/2} \sigma_1 \sigma_R \sigma_{RA}} \exp\left(-\frac{(y_{KA} - s_1)^2}{2\sigma_{KA}^2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_R - s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) \\ &\quad \times \delta\left(L_R - \frac{2y_R}{\sigma_R^2}\right) \delta(x_R - \text{sign}(L_R)) \exp\left(-\frac{(y_{RA} - x_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) dx_R dL_R dy_R \quad (\text{EK 1.37}) \\ &= \frac{p(s_1)}{2\pi \sigma_{KA} \sigma_{RA}} \exp\left(-\frac{(y_{KA} - s_1)^2}{2\sigma_{KA}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{RA}^2 + 1)}{2\sigma_{RA}^2}\right) \\ &\quad \times \left\{ \exp\left(\frac{-y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) Q\left(\frac{s_1}{\sigma_R}\right) + \exp\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) \left[1 - Q\left(\frac{s_1}{\sigma_R}\right)\right] \right\}. \end{aligned}$$

Eş. EK 1.37 kullanılarak $L(u_1 | y_{KA}, y_{RA})$ elde edilir:

$$\begin{aligned} L(u_1 | y_{KA}, y_{RA}) &= \ln\left(\frac{p(s_1 = 1 | y_{KA}, y_{RA})}{p(s_1 = -1 | y_{KA}, y_{RA})}\right) \\ &= \frac{2y_{KA}}{\sigma_{KA}^2} + \ln\left(\frac{\exp\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) - 2 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) Q\left(\frac{1}{\sigma_R}\right)}{\exp\left(-\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) + 2 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) Q\left(\frac{1}{\sigma_R}\right)}\right) \quad (\text{EK 1.38}) \\ &= L(u_1 | y_{KA}) + L(u_1 | y_{RA}). \end{aligned}$$

- $K - A$ Kanalsız İki-Kullanıcı Nicemlemeli Röle Ağı

Eş. 3.9. ile verilen $L(u_R | y_{RA})$ sonsal LOO'sunun çıkarımında izlenen yol aşağıdaki gibidir. $s_1, s_2, y_{1R}, y_{2R}, L_{1R}, L_{2R}, L_R, x_R$ ve y_{RA} değişkenleri $y_{RA} \rightarrow x_R \rightarrow L_R \rightarrow L_{1R} \rightarrow$

$y_{1R} \rightarrow s_1$ ve $y_{RA} \rightarrow x_R \rightarrow L_R \rightarrow L_{2R} \rightarrow y_{2R} \rightarrow s_2$ Markov zincirlerini oluştururlar, ve birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonları Eş. EK 1.39'daki gibidir:

$$p(s_1, s_2, y_{1R}, y_{2R}, L_{1R}, L_{2R}, L_R, x_R, y_{RA}) = p(s_1)p(s_2)p(y_{1R} | s_1)p(y_{2R} | s_2) \quad (\text{EK 1.39})$$

$$\times p(L_{1R} | y_{1R})p(L_{2R} | y_{2R})p(L_R | L_{1R}, L_{2R})p(x_R | L_R)p(y_{RA} | x_R).$$

Burada,

$$p(L_R | L_{1R}, L_{2R}) = \delta \left(L_R - \ln \left(\frac{e^{L_{1R}} + e^{L_{2R}}}{1 + e^{L_{1R} + L_{2R}}} \right) \right) \quad (\text{EK 1.40})$$

Eş. EK 1.39'da Eş. EK 1.2, Eş. EK 1.12, Eş. EK 1.30 ve Eş. EK 1.40 yerine konarak birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonu Eş. EK 1.41'deki gibi bulunur:

$$p(s_1, s_2, y_{1R}, y_{2R}, L_{1R}, L_{2R}, L_R, x_R, y_{RA}) = \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_{RA}}$$

$$\times \exp \left(-\frac{(y_{1R} - s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2} \right) \exp \left(-\frac{(y_{2R} - s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2} \right) \delta \left(L_{1R} - \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2} \right) \quad (\text{EK 1.41})$$

$$\times \delta \left(L_{2R} - \frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2} \right) \delta \left(L_R - \ln \left(\frac{e^{L_{1R}} + e^{L_{2R}}}{1 + e^{L_{1R} + L_{2R}}} \right) \right) \delta(x_R - \text{sign}(L_R))$$

$$\times \exp \left(-\frac{(y_{RA} - x_R)^2}{2\sigma_{RA}^2} \right).$$

Eş. EK 1.41 kullanılarak $p(s_1, s_2, y_{RA})$ hesaplanır:

$$\begin{aligned}
p(s_1, s_2, y_{RA}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(s_1, s_2, y_{1R}, y_{2R}, L_{1R}, L_{2R}, L_{RA}, x_R, y_{RA}) \\
&\times dy_{1R} dy_{2R} dL_{1R} dL_{2R} dL_R dx_R \\
&= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_{RA}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{1R} - s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{(y_{2R} - s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \delta\left(L_{1R} - \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right) \delta\left(L_{2R} - \frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2}\right) \\
&\times \delta\left(L_R - \ln\left(\frac{e^{L_{1R}} + e^{L_{2R}}}{1 + e^{L_{1R}+L_{2R}}}\right)\right) \delta(x_R - \text{sign}(L_R)) \exp\left(-\frac{(y_{RA} - x_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) \quad (\text{EK 1.42}) \\
&\times dy_{1R} dy_{2R} dL_{1R} dL_{2R} dL_R dx_R \\
&= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_{RA}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{1R} - s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{2R} - s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \\
&\times \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_{RA}^2} \left[y_{RA} - \text{sign}\left(\ln\left[\frac{\exp\left(\frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right) + \exp\left(\frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2}\right)}{1 + \exp\left(\frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2} + \frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2}\right)}\right]\right)\right]^2\right\} \\
&\times dy_{1R} dy_{2R}.
\end{aligned}$$

Eş. EK 1.42'deki logaritmalı ifadenin yerine yaklaşıklaması kullanılırsa, $p(s_1, s_2, y_{RA})$ birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonu Eş. EK 1.43'teki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned}
p(s_1, s_2, y_{RA}) &= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{3/2}\sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_{RA}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{1R} - s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{(y_{2R} - s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{\left(y_{RA} - \text{sign}\left(-\text{sign}\left(\frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right)\text{sign}\left(\frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2}\right)\min\left\{\left|\frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right|, \left|\frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2}\right|\right\}\right)\right)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) \quad (\text{EK 1.43}) \\
&\times dy_{1R} dy_{2R} \\
&= \frac{p(s_1)p(s_2)}{\sqrt{2\pi}\sigma_{RA}} \exp\left(-\frac{(y_{RA}^2 + 1)}{2\sigma_{RA}^2}\right) \left\{ -4 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) Q\left(\frac{s_1}{\sigma_{1R}}\right) Q\left(\frac{s_2}{\sigma_{2R}}\right) \right. \\
&\quad \left. + 2 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) \left[Q\left(\frac{s_1}{\sigma_{1R}}\right) + Q\left(\frac{s_2}{\sigma_{2R}}\right) \right] + \exp\left(-\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) \right\}.
\end{aligned}$$

Eş. EK 1.43 kullanılarak $L(u_R | y_{RA})$ elde edilir:

$$\begin{aligned}
L(u_R | y_{RA}) &= \ln \left(\frac{p(s_1 = 1, s_2 = -1 | y_{RA}) + p(s_1 = -1, s_2 = 1 | y_{RA})}{p(s_1 = -1, s_2 = -1 | y_{RA}) + p(s_1 = 1, s_2 = 1 | y_{RA})} \right) \\
&= \ln \left(\frac{-4 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) \left[Q\left(\frac{1}{\sigma_{1R}}\right) + Q\left(\frac{1}{\sigma_{2R}}\right) - 2Q\left(\frac{1}{\sigma_{1R}}\right) Q\left(\frac{1}{\sigma_{2R}}\right) - 1 \right] + 2e^{-\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}}}{-4 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) \left[-Q\left(\frac{1}{\sigma_{1R}}\right) - Q\left(\frac{1}{\sigma_{2R}}\right) + 2Q\left(\frac{1}{\sigma_{1R}}\right) Q\left(\frac{1}{\sigma_{2R}}\right) \right] + 2e^{-\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}}} \right) \quad (\text{EK 1.44})
\end{aligned}$$

Eğer $\sigma_{1R}^2 = \sigma_{2R}^2 = \sigma_{KR}^2$ ise,

$$L(u_R | y_{RA}) = \ln \left(\frac{-4 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) \left[2Q\left(\frac{1}{\sigma_{KR}}\right) - 2Q\left(\frac{1}{\sigma_{KR}}\right)^2 - 1 \right] + 2e^{-\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}}}{-4 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) \left[-2Q\left(\frac{1}{\sigma_{KR}}\right) + 2Q\left(\frac{1}{\sigma_{KR}}\right)^2 \right] + 2e^{-\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}}} \right) \quad (\text{EK 1.45})$$

- $K - A$ Kanallı İki-Kullanıcı Nicemlemeli Röle Ağı

Eş. 3.11. ile verilen sonsal LOO'nun çıkartılmasında izlenen yol aşağıda verilmiştir.

$s_1, s_2, y_{1R}, y_{2R}, L_{1R}, L_{2R}, L_R, x_R, y_{RA}, y_{1A}$ ve y_{2A} değişkenleri $y_{RA} \rightarrow x_R \rightarrow L_R \rightarrow L_{1R} \rightarrow y_{1R} \rightarrow s_1, y_{RA} \rightarrow x_R \rightarrow L_R \rightarrow L_{2R} \rightarrow y_{2R} \rightarrow s_2, y_{1A} \rightarrow s_1$ ve $y_{2A} \rightarrow s_2$ Markov

zincirlerini oluştururlar ve birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonları Eş. EK 1.46'daki gibidir:

$$\begin{aligned}
p(s_1, s_2, y_{1R}, y_{2R}, L_{1R}, L_{2R}, L_R, x_R, y_{RA}, y_{1A}, y_{2A}) &= p(s_1)p(s_2)p(y_{1R} | s_1) \\
&\times p(y_{2R} | s_2)p(L_{1R} | y_{1R})p(L_{2R} | y_{2R})p(L_R | L_{1R}, L_{2R})p(x_R | L_R) \\
&\times p(y_{RA} | x_R)p(y_{1A} | s_1)p(y_{2A} | s_2).
\end{aligned} \tag{EK 1.46}$$

Eş. EK 1.46'da Eş. EK 1.2, Eş. EK 1.12, Eş. EK 1.21, Eş. EK 1.30 ve Eş. EK 1.40 yerine konarak birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonu Eş. EK 1.47'deki gibi bulunur:

$$\begin{aligned}
p(s_1, s_2, y_{1R}, y_{2R}, L_{1R}, L_{2R}, L_R, x_R, y_{RA}) &= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_{RA}\sigma_{1A}^2\sigma_{2A}^2} \\
&\times \exp\left(-\frac{(y_{1R} - s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{2R} - s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \delta\left(L_{1R} - \frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right) \\
&\times \delta\left(L_{2R} - \frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2}\right) \delta\left(L_R - \ln\left(\frac{e^{L_{1R}} + e^{L_{2R}}}{1 + e^{L_{1R} + L_{2R}}}\right)\right) \delta(x_R - \text{sign}(L_R)) \\
&\times \exp\left(-\frac{(y_{RA} - x_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{1A} - s_1)^2}{2\sigma_{1A}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{2A} - s_2)^2}{2\sigma_{2A}^2}\right).
\end{aligned} \tag{EK 1.47}$$

Eş. EK 1.47 yardımı ile $p(s_1, s_2, y_{1A}, y_{2A}, y_{RA})$ birleşik olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}
p(s_1, s_2, y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \\
p(s_1, s_2, y_{1R}, y_{2R}, L_{1R}, L_{2R}, L_R, x_R, y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) & \\
&\times dy_{1R} dy_{2R} dL_{1R} dL_{2R} dL_R dx_R \\
&= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{5/2} \sigma_{1R}\sigma_{2R}\sigma_R\sigma_{1A}\sigma_{2A}} \exp\left(-\frac{(y_{1A}-s_1)^2}{2\sigma_{1A}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{2A}-s_2)^2}{2\sigma_{2A}^2}\right) \\
&\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_{RA}-x_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{1R}-s_1)^2}{2\sigma_{1R}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{(y_{2R}-s_2)^2}{2\sigma_{2R}^2}\right) \delta\left(L_{1R}-\frac{2y_{1R}}{\sigma_{1R}^2}\right) \delta\left(L_{2R}-\frac{2y_{2R}}{\sigma_{2R}^2}\right) \\
&\times \delta\left(L_R-\ln\left[\frac{e^{L_{1R}}+e^{L_{2R}}}{1+e^{L_{1R}+L_{2R}}}\right]\right) \delta(x_R-\text{sign}(L_R)) dy_{1R} \\
&\times dy_{2R} dL_{1R} dL_{2R} dL_R dx_R.
\end{aligned} \tag{EK 1.48}$$

Logaritmalı ifadenin yerine yaklaşıklaması kullanılırsa,

$$\begin{aligned}
p(s_1, s_2, y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) &= \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{RA}\sigma_{1A}\sigma_{2A}} \exp\left(-\frac{(y_{1A}-s_1)^2}{2\sigma_{1A}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{(y_{2A}-s_2)^2}{2\sigma_{2A}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{RA}^2+1)}{2\sigma_{RA}^2}\right) \left\{-4 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) Q\left(\frac{s_2}{\sigma_{2R}}\right)\right. \\
&+ 2 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) \left. \right\} Q\left(\frac{s_1}{\sigma_{1R}}\right) + \frac{p(s_1)p(s_2)}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{RA}\sigma_{1A}\sigma_{2A}} \exp\left(-\frac{(y_{1A}-s_1)^2}{2\sigma_{1A}^2}\right) \\
&\times \exp\left(-\frac{(y_{2A}-s_2)^2}{2\sigma_{2A}^2}\right) \exp\left(-\frac{(y_{RA}^2+1)}{2\sigma_{RA}^2}\right) \\
&\times \left\{ \exp\left(-\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) + 2 \sinh\left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2}\right) Q\left(\frac{s_2}{\sigma_{2R}}\right) \right\}.
\end{aligned} \tag{EK 1.49}$$

Eş. EK 1.49 yardımı ile $L(u_R | y_{1A}, y_{2A}, y_{RA})$ elde edilir:

$$L(u_R | y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) = \ln \left(\frac{p(s_1 = 1, s_2 = -1 | y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) + p(s_1 = -1, s_2 = 1 | y_{1A}, y_{2A}, y_{RA})}{p(s_1 = -1, s_2 = -1 | y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) + p(s_1 = 1, s_2 = 1 | y_{1A}, y_{2A}, y_{RA})} \right) \quad (\text{EK 1.50})$$

$$\triangleq \ln \left(\frac{L_1}{L_0} \right).$$

Burada,

$$L_1 = \exp \left(\frac{y_{1A}}{2\sigma_{1A}^2} \right) \exp \left(-\frac{y_{2A}}{2\sigma_{2A}^2} \right) \left\{ -4 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) \left[1 - Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right) \right] \right. \\ \left. + 2 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) \right\} Q \left(\frac{1}{\sigma_{1R}} \right) + \exp \left(-\frac{y_{1A}}{2\sigma_{1A}^2} \right) \exp \left(\frac{y_{2A}}{2\sigma_{2A}^2} \right) \quad (\text{EK 1.51}) \\ \times \left\{ -4 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right) + 2 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) \right\} \left[1 - Q \left(\frac{1}{\sigma_{1R}} \right) \right],$$

$$L_0 = \exp \left(-\frac{y_{1A}}{2\sigma_{1A}^2} \right) \exp \left(-\frac{y_{2A}}{2\sigma_{2A}^2} \right) \left\{ -4 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) \left[1 - Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right) \right] \right. \\ \left. + 2 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) \right\} \left[1 - Q \left(\frac{1}{\sigma_{1R}} \right) \right] + \exp \left(\frac{y_{1A}}{2\sigma_{1A}^2} \right) \exp \left(\frac{y_{2A}}{2\sigma_{2A}^2} \right) \quad (\text{EK 1.52}) \\ \times \left\{ -4 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{2R}} \right) + 2 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) \right\} Q \left(\frac{1}{\sigma_{1R}} \right).$$

Eğer $\sigma_{1A}^2 = \sigma_{2A}^2 = \sigma_{KA}^2$ ve $\sigma_{1R}^2 = \sigma_{2R}^2 = \sigma_{KR}^2$ ise $L(u_R | y_{1A}, y_{2A}, y_{RA})$ sonsal LOO'su Eş. EK 1.53'teki gibi çıkartılır:

$$L(u_R | y_{1A}, y_{2A}, y_{RA}) = \frac{\cosh \left(\frac{y_{1A} - y_{2A}}{2\sigma_{KA}^2} \right)}{\cosh \left(\frac{y_{1A} + y_{2A}}{2\sigma_{KA}^2} \right)} \\ + \ln \left(\frac{2 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) + 8 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{KR}} \right)^2 - 8 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{KR}} \right)}{-2 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) + 8 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{KR}} \right)^2 + 8 \sinh \left(\frac{y_{RA}}{\sigma_{RA}^2} \right) Q \left(\frac{1}{\sigma_{KR}} \right)} \right) \quad (\text{EK 1.53}) \\ = L(u_R | y_{1A}, y_{2A}) + L(u_R | y_{RA}).$$

Sönümlenmeli Ortamda Sonsal Log-Olabilirlik Oranının Çıkarımı

TBGG yerine düz-sönümlenmeli ortamda sonsal LOO'lar izleyen şekilde çıkartılır. Birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonunda önce anlık olabilirlik fonksiyonları kullanılır (sönümlenme katsayıları sabit alınır), sonra sönümlenme katsayılarının rasgele değişkenler oldukları varsayılarak kanal üzerinden ortalaması alınır.

Şekil 2.7'deki röle ağının $N = 1$ kullanıcı ve $K - A$ direk kanalının olmadığı durumu ele alalım. T_1 'den, $s_1 = \varphi(u_1)$ verisi R 'ye gönderilir. R 'de alınan veri $y_R = h_R s_1 + n_R$ 'nin LOO'su $L_R = 2y_R h_R / \sigma_R^2$, A 'ya gönderilir; $n_R \sim \mathcal{N}(0, \sigma_R^2)$ ve h_R , $T_1 - R$ kanalının sönümlenme katsayısıdır. A 'da R 'den gözlenen veri $y_{RA} = L_R + n_{RA}$ dır; $n_{RA} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{RA}^2)$. Sönümlenmeli ortamda $L(u_1 | y_{RA})$ sonsal LOO'nun hesaplanmasında izlenen yol aşağıdaki gibidir. $y_{RA} \rightarrow L_R \rightarrow y_R \rightarrow s_1$ Markov zinciri oluşturur, dolayısıyla $p(s_1, y_R, L_R, y_{RA})$ birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonu Eş. EK 1.54'teki gibidir:

$$p(s_1, y_R, L_R, y_{RA}) = p(s_1) p(y_R | s_1) p(L_R | y_R) p(y_{RA} | L_R). \quad (\text{EK 1.54})$$

Eş. EK 1.54'teki olabilirlik yoğunluk fonksiyonları h_R 'nin bilindiği durum için aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} p(s_1) &= \frac{1}{2} \delta(s_1 - 1) + \frac{1}{2} \delta(s_1 + 1) \\ p(y_R | s_1, h_R) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_R^2}} \exp\left(-\frac{(y_R - h_R s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) \\ p(L_R | y_R) &= \delta\left(L_R - \frac{2y_R h_R}{\sigma_R^2}\right) \\ p(y_{RA} | L_R) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{RA}^2}} \exp\left(-\frac{(y_{RA} - L_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right). \end{aligned} \quad (\text{EK 1.55})$$

Eş. EK 1.55'teki olabilirlik yoğunluk fonksiyonları Eş. EK 1.54'te konursa, birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonu Eş. EK 1.56'daki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned} p(s_1, y_R, L_R, y_{RA} | h_R) &= p(s_1) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_R^2}} \exp\left(-\frac{(y_R - h_R s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) \\ &\quad \times \delta\left(L_R - \frac{2y_R h_R}{\sigma_R^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{RA}^2}} \exp\left(-\frac{(y_{RA} - L_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) \end{aligned} \quad (\text{EK 1.56})$$

$p(s_1, y_R, L_R, y_{RA}|h_R)$ birleşik olabilirlik yoğunluk fonksiyonunun y_R ve L_R üzerinden integrali alınarak $p(s_1, y_{RA}|h_R)$ bulunur:

$$\begin{aligned}
p(s_1, y_{RA}|h_R) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(s_1, y_R, L_R, y_{RA}|h_R) dy_R dL_R \\
&= \frac{p(s_1)}{2\pi\sigma_R\sigma_{RA}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_R - h_R s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) \delta\left(L_R - \frac{2y_R h_R}{\sigma_R^2}\right) \\
&\quad \times \exp\left(-\frac{(y_{RA} - L_R)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) dy_R dL_R \tag{EK 1.57} \\
&= \frac{p(s_1)}{2\pi\sigma_R\sigma_{RA}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y_R - h_R s_1)^2}{2\sigma_R^2}\right) \exp\left(-\frac{\left(y_{RA} - \frac{2y_R h_R}{\sigma_R^2}\right)^2}{2\sigma_{RA}^2}\right) dy_R \\
&= \frac{p(s_1)}{\sqrt{2\pi}\sigma_{RA}} \exp\left(\frac{h_R^2(1 + 2s_1\sigma_{RA}^2)}{2\sigma_R^2\sigma_{RA}^4} - y_{RA}\right).
\end{aligned}$$

Sönümlenme katsayısı üzerinden ortalama alınması durumunda $p(s_1, y_{RA})$ bulunur:

$$\begin{aligned}
p(s_1, y_{RA}) &= \int_0^{\infty} p(s_1, y_{RA}|h_R) p(h_R) dh_R \\
&= \int_0^{\infty} \frac{p(s_1)}{\sqrt{2\pi}\sigma_{RA}} \exp\left(\frac{h_R^2(1 + 2s_1\sigma_{RA}^2)}{2\sigma_R^2\sigma_{RA}^4} - y_{RA}\right) p(h_R) dh_R. \tag{EK 1.58}
\end{aligned}$$

Burada $p(h_R)$, h_R 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonudur. Eş. EK 1.58'deki integral hesaplandıktan sonra, $L(u_1 | y_{RA})$ aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned}
L(u_1 | y_{RA}) &= \ln\left(\frac{p(s_1 = 1 | y_{RA})}{p(s_1 = -1 | y_{RA})}\right) \\
&= \ln\left(\frac{p(s_1 = 1, y_{RA})}{p(s_1 = -1, y_{RA})}\right). \tag{EK 1.59}
\end{aligned}$$

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Ahlsvede, R., Cai, N., Li, S.-y., and Yeung, R. W., 2000, Network Information Flow, *IEEE Transactions on Information Theory*, 46(4):1204–1216.
- Alban, E., 2007, Network Coding in Relay Networks, Master Tezi, Electrical and Computer Engineering Dept., Oregon State University.
- Benjillali, M. and Szczecinski, L., 2010, Detect-and-Forward in Two-Hop Relay Channels: A Metrics-Based Analysis, *IEEE Transactions on Communications*, 58(6):1729–1736.
- Carrasco, R. A. and Johnston, M., 2008, Non-Binary Error Control Coding for Wireless Communication and Data Storage, John Wiley & Sons, Ltd., 1. baskı.
- Chakrabarti, A., de Baynast, A., Sabharwal, A., and Aazhang, B., 2007, Low Density Parity Check Codes for the Relay Channel, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 25(2):280–291.
- Chu, L., Chen, Z., and Li, Y., 2008, Performance Analysis and Code Design of Distributed Space-time Trellis Codes for the Detection-And-Forward Systems, *Australian Communications Theory Workshop*, pp. 144 – 149.
- Cover, T. and Gamal, A. E., 1979, Capacity Theorems for the Relay Channel, *IEEE Transactions on Information Theory*, 25(5):572–584.
- Ding, X., 2010, Optimal decoding of non-binary network codes in wireless relay networks, Master Tezi, KTH, Stockholm, Sweden.
- Duyck, D., Capirone, D., Boutros, J. J., and Moeneclaey, M., 2010, Analysis and Construction of Full-Diversity Joint Network-LDPC Codes for Cooperative Communications, *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 10.
- Ezri, J. and Gastpar, M., 2006, On the Performance of Independently Designed LDPC Codes for the Relay Channel, *IEEE International Symposium on Information Theory*, pp. 977 – 981, Seattle, WA, USA.
- Fragouli, C., Katabi, D., Markopoulou, A., Medard, M., and Rahul, H., 2007, Wireless Network Coding: Opportunities & Challenges, *IEEE Military Communications Conference 2007 (MILCOM 2007)*.

- Gallager, R., 1962, Low-Density Parity-Check Codes, IRE Transactions on Information Theory, 8(1):21–28.
- Gallager, R., 1963, Low-Density Parity-Check Codes, MIT Press, Cambridge.
- Gao, Y., Ge, J., and Han, C., 2011, Performance Analysis of Differential Modulation and Relay Selection with Detect-and-Forward Cooperative Relaying, IEEE Communications Letters, 15(3):323–325.
- Goldsmith, A., 2005, Wireless Communications, Cambridge University Press.
- Gradshteyn, L. and Ryzhik, I., 2000, Table of Integrals, Series and Products, Academic Press Inc., 6. baskı.
- Hagenauer, J., Offer, E., and Papke, L., 1996, Iterative Decoding of Binary Block and Convolutional Codes, IEEE Transactions on Information Theory, 42(2):429–445.
- Hasna, M. O. and Alouini, M.-S., 2004, Harmonic Mean and End-to-End Performance of Transmission Systems with Relays, IEEE Transactions on Communications, 52(1).
- Hausl, C. and Dupraz, P., 2006, Joint Network-Channel Coding for the Multiple-Access Relay Channel, 3rd Annual IEEE Communications Society on Sensor and Ad Hoc Communications and Networks, 2006 (SECON '06), vol. 3, pp. 817–822.
- Hausl, C. and Hagenauer, J., 2006, Iterative Network and Channel Decoding for the Two-way Relay Channel, IEEE International Conference on Communications 2006 (ICC '06), vol. 4, pp. 1568–1573, Istanbul, Turkey.
- Hausl, C., Schreckenbach, F., and Oikonomidis, I., 2005, Iterative Network and Channel Decoding on a Tanner Graph, 43rd Allerton Conference on Communication, Control, and Computing, Monticello, IL, USA.
- Herhold, P., Zimmermann, E., and Fettweis, G., 2004, On the Performance of Cooperative Amplify-and-Forward Relay Networks, pp. 451–458.
- Ho, T., Leong, B., Medard, M., Koetter, R., Chang, Y.-h., and Effros, M., 2004, On the Utility of Network Coding in Dynamic Environments, International Workshop on Wireless Ad-Hoc Networks, pp. 196–200.

- Iezzi, M., Di Renzo, M., and Graziosi, F., 2011, Closed-Form Error Probability of Network-Coded Cooperative Wireless Networks with Channel-Aware Detectors, IEEE, editor, Global Telecommunications Conference 2011 (GLOBECOM 2011), pp. 1–6.
- Iezzi, M., Di Renzo, M., and Graziosi, F., 2012, Diversity, Coding and Multiplexing Trade-Off of Network-Coded Wireless Cooperative Networks, IEEE International Conference on Communication (ICC) 2012, Ottawa, Canada.
- Kang, J., Zhou, B., Ding, Z., and Lin, S., 2008, LDPC Coding Schemes for Error Control in a Multicast Network, IEEE International Symposium on Information Theory 2008 (ISIT 2008), pp. 822 – 826.
- Karkooti, M. and Cavallaro, J. R., 2007, Distributed Decoding in Cooperative Communications, Conference Record of the Forty-First Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers (ACSSC 2007).
- Katti, S., Gollakota, S., and Katabi, D., 2007, Embracing Wireless Interference: Analog Network Coding, SIGCOMM Comput. Commun. Rev., vol. 37, pp. 397–408.
- Katti, S., Rahul, H., Hu, W., Katabi, D., Medard, M., and Crowcroft, J., 2008, XORs in the Air: Practical Wireless Network Coding, IEEE/ACM Transactions on Networking, 16:497 – 510.
- Khojastepour, M. A., Ahmed, N., and Aazhang, B., 2004, Code Design for the Relay Channel and Factor Graph Decoding, Conference Record of the Thirty-Eighth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, vol. 2, pp. 2000 – 2004.
- Kim, D., Kim, H.-M., and Im, G.-H., 2011, Improved Network-Coded Cooperative Transmission with Low-Complexity Adaptation to Wireless Channels, IEEE Transactions on Communications, 59(10):2916–2927.
- Kramer, G., Gastpar, M., and Gupta, P., 2005, Cooperative Strategies and Capacity Theorems for Relay Networks, IEEE Transactions on Information Theory, 51(9):3037 – 3063.
- Laneman, J. N. and Wornell, G. W., 2004, Distributed Space-Time-Coded Protocols for Exploiting Cooperative Diversity in Wireless Networks, IEEE Transactions on Information Theory, 49(10):2415– 2425.

- Lei, Z., Sihai, Z., and Wuyang, Z., 2009, Cooperative Communication with Network Coding in GF(2n), IET International Communication Conference Wireless Mobile and Computing (ICCWMC 2009), pp. 586 – 589.
- Leiner, B. M. J., 2009, LDPC Codes - a brief Tutorial.
- Li, Y. and Vucetic, B., 2005, Distributed Turbo Coding with Soft Information Relaying in Wireless Sensor Networks, The International Conference on Computer as a Tool 2005 (EUROCON 2005), vol. 1, pp. 29–32, Belgrade.
- Maric, I., Goldsmith, A., and Medard, M., 2010, Analog Network Coding in the High-SNR Regime, IEEE Wireless Network Coding Conference (WiNC) 2010, pp. 1–6.
- Moon, T. K., 2005, Error Correction Coding: Mathematical Methods and Algorithms, John Wiley & Sons, Ltd.
- Nasri, A., Schober, R., and Uysal, M., 2010, Error Rate Performance of Network-Coded Cooperative Diversity Systems, IEEE Global Telecommunications Conference 2010 (GLOBECOM 2010), pp. 1–6.
- Osseiran, A., Doppler, K., Ribeiro, C., Xiao, M., Skoglund, M., and Manssour, J., 2009, Advances in Device-to-Device Communications and Network Coding for IMT-Advanced, ICT Mobile Summit.
- Otnes, R. and Tüchler, M., 2002, Soft Iterative Channel Estimation for Turbo Equalization: Comparison of Channel Estimation Algorithms, The 8th International Conference on Communication Systems, 2002 (ICCS 2002).
- Papoulis, A. and Pillai, S. U., 2002, Probability, Random Variables and Stochastic Processes, McGraw-Hill, 4. baskı.
- Peng, C., Zhang, Q., Zhao, M., Yao, Y., and Jia, W., 2007, On the Performance Analysis of Network-Coded Cooperation in Wireless Networks, 26th IEEE International Conference on Computer Communications 2007 (INFOCOM 2007), vol. 7, pp. 1460–1468.
- Proakis, J. G., 2000, Digital Communications, McGraw-Hill, 4. baskı.
- Ramesh, A., Chockalingam, A., and Milstein, L. B., 2003, Performance Analysis of TCM with Generalized Selection Combining on Rayleigh Fading Channels, IEEE Communications Letters, 7(7):296–298.

- Razaghi, P. and Yu, W., 2006, Bilayer LDPC Codes for the Relay Channel, *IEEE International Conference on Communications 2006 (ICC '06)*, vol. 4, pp. 1574–1579, Istanbul, Turkey.
- Rebelatto, J., Uchoa-Filho, B., Li, Y., and Vucetic, B., 2011, Adaptive Distributed Network-Channel Coding, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 10(9):2818 – 2822.
- Rebelatto, J. L., Uchôa Filho, B. F., Li, Y., and Vucetic, B., 2010, Generalized Distributed Network Coding Based on Nonbinary Linear Block Codes for Multi-User Cooperative Communications, *International Symposium on Information Theory 2010 (ISIT 2010)*, pp. 943–947.
- Richardson, T. and Urbanke, R., 2008, *Modern Coding Theory*, Cambridge University Press.
- Rossetto, F. and Zorzi, M., 2011, Mixing Network Coding and Cooperation for Reliable Wireless Communications, *IEEE Wireless Communications*, 18(1):15 – 21.
- Salvo Rossi, P., Petropulu, A., Palmieri, F., and Iannello, G., 2007, Distributed Linear Block Coding for Cooperative Wireless Communications, *IEEE Signal Processing Letters*, 14(10):673–676.
- Shannon, C. E. and Weaver, W., 1963, *A Mathematical Theory of Communication*, vol. 1, University of Illinois Press.
- Shelby, Z., Pomalaza-Raez, C., and Haapola, J., 2004, Energy Optimization in Multihop Wireless Embedded and Sensor Networks, *15th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2004 (PIMRC 2004)*, vol. 1, pp. 221 – 225.
- Simon, M. K., 2000, *Digital Communication over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis*, John Wiley & Sons, Inc.
- Wang, T., Cano, A., Giannakis, G. B., and Laneman, J. N., 2007, High-Performance Cooperative Demodulation With Decode-and-Forward Relays, *IEEE Transactions on Communications*, 55(7):1427–1437.
- Xiao, H. and Banihashemi, A. H., 2004, Graph based Message-Passing Schedules for Decoding LDPC Codes, *IEEE Transactions on Communications*, 52(12):2098– 2105.

- Xiao, M. and Aulin, T., 2009, Optimal Decoding and Performance Analysis of a Noisy Channel Network with Network Coding, *IEEE Transactions on Communications*, 57(5):1402–1412.
- Xiao, M. and Skoglund, M., 2009a, Design of Network Codes for Multiple-User Multiple-Relay Wireless Networks, *IEEE International Symposium on Information Theory 2009 (ISIT 2009)*, pp. 2562 – 2566.
- Xiao, M. and Skoglund, M., 2009b, M-User Cooperative Wireless Communications Based on Nonbinary Network Codes, *IEEE Information Theory Workshop 2009 (ITW '09)*, pp. 316–320.
- Xiao, M. and Skoglund, M., 2010, Multiple-User Cooperative Communications Based on Linear Network Coding, *IEEE Transactions on Communications*, 58(12):3345–3351.
- Yang, S. and Koetter, R., 2007, Network Coding over a Noisy Relay: a Belief Propagation Approach, *IEEE International Symposium on Information Theory 2007 (ISIT 2007)*, pp. 801–804.
- You, Q., Li, Y., and Chen, Z., 2010, Joint Relay Selection and Network Coding Using Decode-and-Forward Protocol in Two-Way Relay Channels, *Global Communications Conference 2010 (GLOBECOM '10)*, pp. 1–6.
- Yuan, J., Li, Y., and Chu, L., 2010, Differential Modulation and Relay Selection with Detect-and-Forward Cooperative Relaying, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 59(1).
- Zhang, S., Liew, S. C., and Lam, P. P., 2006, Hot Topic: Physical-Layer Network Coding, *Proceedings of the 12th Annual International Conference on Mobile Computing and Networking (MobiCom '06)*, pp. 358–365.
- Zhang, S., Zhu, Y., Liew, S.-C., and Letaief, K. B., 2007, Joint Design of Network Coding and Channel Decoding for Wireless Networks, *IEEE Wireless Communications and Networking Conference 2007 (WCNC 2007)*, Kowloon.
- Zhang, Z. and Duman, T., 2005, Capacity-Approaching Turbo Coding and Iterative Decoding for Relay Channels, *IEEE Transactions on Communications*, 53(11):1895–1905.

Zhou, Z., Zhou, S., Cui, S., and Cui, J.-H., 2008, Energy-Efficient Cooperative Communication in a Clustered Wireless Sensor Network, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 57(6):3618–3628.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : ILGIN ŞAFAK
Doğum Yeri : Ankara
Doğum Yılı : 8.12.1981
Medeni Hali : Bekar

Eğitim ve Akademik Durumu

Doktora 2006-2013 : Hacettepe Üniversitesi
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü,
ANKARA
Yüksek Lisans 2003-2006 : Hacettepe Üniversitesi
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü,
ANKARA
Lisans 1999-2002 : Başkent Üniversitesi
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü,
ANKARA
Lise 1995-1998 : Ankara Atatürk Anadolu Lisesi, ANKARA
Yabancı Dil : İngilizce, Almanca

İş Tecrübesi

2001 yazı : BİLTEN-TÜBİTAK, ANKARA
Donanım ve Güç Sistemleri Bölümü
Stajyer
2000 yazı : HAVELSAN A.Ş., ANKARA
Enformasyon Teknolojileri Bölümü
Stajyer

Projeler

2010-2012 : Hacettepe Üniversitesi, ANKARA
TÜBİTAK-EEEAG 110E088 no.lu proje
Bursiyer