

**SIMU VE GNSS ÖLÇÜLERİNİN ENTEGRASYONUNA
DAYALI MOBİL YERSEL GRAVİMETRİ**

**MOBILE TERRESTRIAL GRAVIMETRY BASED ON THE
INTEGRATION OF SIMU AND GNSS MEASUREMENTS**

İLYAS AKPINAR

DOÇ.DR. KAMİL TEKE

Danışman

DOÇ. MÜH. YB. MEHMET SİMAV

Eş Danışman

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

Geomatik Mühendisliği Anabilim Dalı için Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ

olarak hazırlanmıştır.

2021

ÖZET

SIMU VE GNSS ÖLÇÜLERİNİN ENTEGRASYONUNA DAYALI MOBİL YERSEL GRAVİMETRİ

İlyas AKPINAR

Yüksek Lisans, Geomatik Mühendisliği Bölümü

Tez Danışmanı: Doç.Dr. Kamil TEKE

Eş Danışman: Doç. Müh. Yb. Mehmet SİMAV

Kasım 2021, 114 sayfa

Yer gravite alanı; mutlak ve bağıl gravimetreler kullanılarak yerden, havadan ve uzaydan belirli bir çözünürlük ve doğrulukla, durağan (statik) veya hareketli (mobil) olarak gözlemlenebilmektedir. Her bir gravimetri yönteminin gözlenebilir sinyal büyüklüğü, çözünürlük, kapsama alanı ve maliyet açısından birbirlerine göre üstün ve zayıf tarafları bulunmaktadır. Serbest düşüş ilkesine dayalı mutlak gravimetre ve yaylı bağıl gravimetrelerle gerçekleştirilen statik yersel gravimetri, doğruluk ve gözlemlenebilir sinyalin büyüklüğü açısından çok daha üstün bir teknik olmakla birlikte, mobil ve bant-sınırlı hava, deniz ve uydu gravimetrisi yöntemlerine kıyasla zaman alıcıdır. Yersel gravimetri, çekim kaynağına yakınlık nedeniyle gravite alanının kısa, orta ve uzun dalga boyuna ait tüm bilgiyi içermektedir. Mobil hava, deniz ve uydu gravimetrisinde hareketli platformlar (uçak, bot, uydu vb.) belirli bir hızda ve belirli bir yükseklikten (deniz hariç) gözlem yapabildiğinden, gravite alanı çözümleri platformun göreceli yüksek hızından ve bunun yanında ters ve kötü konulmuş aşağı yönlü uzanım işleminden (deniz hariç) olumsuz yönde etkilenmektedir. Mobil hava ve deniz gravimetrisi, yersel ve uydu

gravimetrisi arasında yer alan ve her ikisinin de zayıflıklarını telafi etmeyi amaçlayan bir tekniktir. Uydu gravimetresi ise küresel kapsama sahiptir ve gravite alanının uzun dalga boylu bileşenine ait bilgi sağlamaktadır. Teorik olarak, kara aracına yerleştirilecek mobil bir gravimetrik sistemle; yeryüzü üzerinde, düşük hızda ve kesintisiz olarak, ancak statik yersel tekniklere yakın doğrulukta fakat çok daha yüksek çözünürlükte ve daha kısa sürede gravite verisi toplanabilmesi mümkündür. Tez çalışmasında, söz konusu bu potansiyel avantajları ortaya çıkarabilecek mobil bir yersel gravimetri sistemi prototipi geliştirilmiştir. Analitik Ataletsel Navigasyon Sistemi (SIMU) ve Küresel Navigasyon Uydu Sistemleri (GNSS) entegrasyonuna dayalı olarak geliştirilen sistem, Ankara ili sınırları içerisinde yaklaşık 45 km uzunluğundaki 23 yer kontrol noktasından oluşan güzergâh üzerinde test edilmiştir. SIMU/GNSS entegrasyonu; 18 durum vektörlü, gevşek bağlamalı-kapalı döngü genişletilmiş Kalman filtresi (EKF) kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Düşey yöndeki gravite bozukluğu, ataletsel sensör hatalarına benzer şekilde sistem durum vektörüne stokastik süreç olarak eklenmiştir. GNSS konum ve hızlarının yanında, başlangıç ve bitiş noktalarındaki yersel statik gravite gözlemleri ile sıfır-hızlar ilave gözlem olarak EKF'ye tanıtılmıştır. İleri yönlü EKF durum vektörü çözümleri Rauch–Tung–Striebel (RTS) yöntemi ile yumuşatılmıştır. Mobil gravimetri ile kestirilen gravite bozukluğu değerleri, yer kontrol noktalarındaki hassas gravite bozukluğu değerleri ile karşılaştırılarak kapanma hataları belirlenmiştir. İlk sonuçlara göre, yersel mobil gravimetri yöntemiyle ortalama 4.2 ± 2.1 mGal doğrulukla düşey gravite bozukluğu üretilebildiği görülmüştür. Kapanma hatalarının nedenleri arasında; başlangıç ve bitiş hariç ara kontrol noktalarda sıfır-hız ve gravite ölçü güncelleme yapılmaması, belirli alanlarda GNSS kesintisi, SIMU sıcaklık stabilizasyonunda yaşanan beklenmedik sorun, analizde kullanılan stokastik modeller ve EKF parametrelerini sıralamak mümkündür. Özellikle GNSS kesintilerinin yaşandığı şehir içindeki kontrol noktalarında farkların bir miktar daha fazla çıktığını söylemek mümkündür. Veri toplamanın başlangıcından sonuna kadar SIMU iç sıcaklığında yaklaşık 8°C değişim meydana gelmiştir. Sıcaklık değişimi, ivmeölçer atımlarının artmasına dolayısıyla gravite çözümlerinde sürüklenme etkisinin görülmesine neden olmaktadır. Bunun yanında, GNSS kesintileri nedeniyle ölçü güncelleme yapılamadığından SIMU sensör hatalarının EKF kestirimlerindeki hatalar büyümekte, gravite çözümlerine olumsuz yönde etki etmektedir. Bundan sonraki aşamada; SIMU sıcaklık stabilizasyon sistemindeki hatanın giderilerek testlerin yenilenmesi, uygulamada kullanılan yazılımın

ara noktalarda sıfır-hız ve gravite ölçü güncellemesi yapabilecek şekilde iyileştirilmesi, analizlerde farklı stokastik modellerin denenmesi ve EKF parametrelerinin yeniden ayarlanması, sisteme odometre, çoklu GNSS anteni vb. gibi ilave sensör entegrasyonlarının yapılması planlanmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Mobil Gravimetri, Analitik Ataletsel Navigasyon Sistemi, Küresel Navigasyon Uydu Sistemleri, SIMU/GNSS Entegrasyonu, Genişletilmiş Kalman Filtresi, Gravite Bozukluğu.

ABSTRACT

TERRESTRIAL MOBILE GRAVIMETRY BASED ON THE INTEGRATION OF SIMU AND GNSS MEASUREMENTS

İlyas AKPINAR

Master of Science, Department of Geomatics Engineering

Supervisor: Assoc. Prof. Kamil TEKE

Co- Supervisor: Assoc. Prof. Eng. LTC. Mehmet SİMAV

November 2021, 114 pages

The Earth's gravity field can be measured with a certain resolution and accuracy using absolute and relative gravimeters installed on a stationary (static) or moving (mobile) base ground, airborne and spaceborne platform. Each gravimetry method has its own advantages and disadvantages in terms of observable signal magnitude, resolution, coverage, and cost. Static terrestrial gravimetry performed with free-fall absolute gravimeters and spring-based relative gravimeters is a far superior technique in terms of accuracy and magnitude of the observable signal, but it is time consuming compared to mobile and band-limited airborne, seaborne, and satellite gravimetry methods. Terrestrial gravimetry contains the full spectrum of the Earth's gravity field i.e., short, medium, and long-wavelength information due to the spatial proximity to the masses causing gravitation. The moving observation platform used in the mobile airborne, seaborne and satellite gravimetry can acquire data with a particular speed and from a certain height

(except for the sea), the corresponding gravity field solutions are adversely affected by relatively high speeds of the moving platforms as well as the ill-posed downward continuation operation (except the sea). The mobile airborne and shipborne gravimetry lie between the terrestrial and satellite gravimetry and aim to compensate for the weaknesses of both. Satellite gravimetry has a global coverage and provides long-wavelength gravity field information. Theoretically, it is possible to collect gravity data on the Earth surface using a mobile gravimetric system to be placed on a land vehicle with lower speed and without any interruption. This may provide quite similar precision to classical terrestrial techniques but with much higher resolution and shorter data collection duration. In the thesis, a mobile terrestrial gravimetry system prototype has been developed that can reveal these potential advantages. The developed system based on the integration of Strapdown Inertial Measurement Unit (SIMU) and Global Navigation Satellite Systems (GNSS) has been tested on a 45-km long route consisting of 23 ground control points in Ankara province. The SIMU/GNSS integration is implemented using a loosely-coupled closed-loop Extended Kalman Filter (EKF) with 18 state vectors. The vertical gravity disturbance is augmented to the system state vector as a stochastic process similar to the inertial sensors' errors. The terrestrial static gravity observations and zero-velocities at the start and end points along with GNSS position and velocity solutions have been introduced to EKF as observations. EKF solutions in the forward direction in time have been smoothed by the Rauch–Tung–Striebel (RTS) method. The closure errors have been determined by comparing the gravity disturbance estimates from mobile gravimetry with the corresponding high-precision gravity disturbance values at the ground control points. The preliminary results show that vertical gravity disturbance can be obtained with a mean accuracy of 4.2 ± 2.1 mGal using terrestrial mobile gravimetry method. The non-availability of zero-velocity and gravity measurement updates at intermediate control points between the departure and arrival, GNSS outages in the urban areas, unexpected problem in the SIMU temperature stabilization, stochastic models and EKF parameters used in the analysis can be listed as the possible causes of the closure errors. It is possible to say that the differences are slightly higher especially at the control points located in the urban areas where the GNSS outages are experienced. The internal temperature of the SIMU has changed by about 8°C from the beginning to the end of data collection, which may cause drift in the gravity solutions due to the temperature-dependent accelerometer bias. Moreover, the EKF

estimations of SIMU sensor errors grow rapidly since the GNSS measurement updates have not been applied due to signal outages which may affect the gravity solutions. It is planned to repeat the test after fixing up the problem in the SIMU temperature stabilization system, improve the analysis software used in the study in order to implement zero-velocity and gravity measurement updates at intermediate points, test different stochastic models and tune EKF parameters used in the analysis, and integrate additional sensors such as odometer and multi-antenna GNSS receiver.

Keywords: Mobile Gravimetry, Analytical Inertial Navigation System, Global Navigation Satellite Systems, SIMU/GNSS Integration, Extended Kalman Filter, Gravity Disturbance.

TEŞEKKÜR

Bu tez alıőması, Harita Genel M¼d¼rl¼ė¼ ile Hacettepe niversitesi arasında 15 Haziran 2020 tarihinde imzalanan ‘‘Kara ve Deniz Platformları için Mobil Gravimetri Sistemi Geliştirilmesi’’ konulu iş birliği protokol¼ kapsamında gerçekleştirilmiştir. Çalışmada kullanılan araç, gereç ve cihazlar Harita Genel M¼d¼rl¼ė¼nce saėlanmıőtir.

Lisans¼st¼ eğitimim sırasında değerli bilgi, birikim ve tecr¼beleri ile bana yol g¼steren ve destek olan danışman hocam sayın Doç.Dr. Kamil TEKE’ye ve eş danışman hocam Doç. M¼h. Yb. Mehmet SİMAV’a ilgi, ¼neri ve emeklerinden dolayı teőekk¼r ederim.

Tez çalıőmalarım sırasında bilgi ve destekleriyle yardımlarını esirgemeyen Sn. Doç.M¼h.Alb.Hasan YILDIZ, Dr.Öğr.¼yesi Murat DURMAZ’a, Y¼k.M¼h.¼tėm. Yunus Aytaç AKDOğAN’a ve Harita Genel M¼d¼rl¼ė¼ Jeodezi Dairesi Baőkanlıėi personeline ayrıca teőekk¼r ederim.

Son olarak, her zaman destekleriyle ve sevgileriyle yanımda olan aileme çok teőekk¼r ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	i
TEŞEKKÜR.....	i
İÇİNDEKİLER.....	ii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	iv
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	vii
1. GİRİŞ.....	1
2. ATALETSEL NAVİGASYON VE MOBİL GRAVİMETRİ TEMELLERİ.....	8
2.1. Ataletsel Navigasyonda Kullanılan Referans Çerçevesi.....	9
2.2. Yönelim, Rotasyon ve Çözümleme Eksen Transformasyonları.....	12
2.2.1. Euler Açılımları.....	13
2.2.2. Doğru Kordinat Kosinüsleri (Kordinat Transformasyon Matrisi).....	14
2.3. Navigasyon Eşitliklerinin Navigasyon Çerçevesinde Gösterimi.....	16
2.4. Navigasyon Eşitliklerinin Sayısal Çözümü.....	22
2.5. Navigasyon Parametrelerinin Başlangıç Değerlerinin Belirlenmesi.....	25
2.6. Mobil Gravimetri.....	28
3. ATALETSEL SENSÖRLER ve HATA KAYNAKLARI.....	32
3.1. Ataletsel Sensörler.....	32
3.2. Ataletsel Sensör Hataları.....	37
3.3. SIMU İç Sıcaklığı Değişimi ve Sensör Çıktılarına Etkisi.....	41
3.4. Allan Varyans Yöntemiyle Ataletsel Sensörlerin Gürültü Analizi.....	45
3.5. Bazı Jeodezik Parametrelerin Belirlenmesinde SIMU Verilerinin Doğrudan Kullanımı.....	53

4. GENİŞLETİLMİŞ KALMAN FİLTRESİ İLE SIMU/GNSS ENTEGRASYONU ve MOBİL GRAVİMETRİDE KULLANIŞI.....	55
4.1. Kalman Filtre Elemanları.....	56
4.2. Kalman Filtre Uygulama Adımları	60
4.3. Geniştirilmiş Kalman Filtresi (EKF).....	63
4.4. Rauch-Tung-Striebel (RTS) Optimal Yumuşatıcısı	64
4.5. EKF ile SIMU/GNSS Entegrasyon Dayalı Navigasyon Algoritması.....	66
4.5.1. Sistem Modeli	70
4.5.2. Ölçü Modeli	74
4.6. Durum Vektörüne İlave Edilen Sensör Hatalarının Stokastik Modellemesi	76
4.6.1. Beyaz Gürültü Süreci.....	78
4.6.2. Rastgele Sabit Süreci	79
4.6.3. Rastgele Yürüyüş Süreci.....	81
4.6.4. Gauss-Markov Süreci	82
4.7. Gravite Bozukluğunun Stokastik Modellemesi: Dolaylı Yöntemle Mobil Gravimetri	85
5. UYGULAMA	88
5.1. Mobil Gravimetri Prototipi	88
5.2. Test Alanı.....	91
5.3. Veri Toplama	93
5.4. Veri Analizi.....	95
5.5. Test Sonuçları	98
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	103
7. KAYNAKÇA.....	105
EKLER.....	110
EK 1 - Tezden Türetilmiş Bildiriler.....	110
EK 2 - Tez Çalışması Orjinallik Raporu.....	Hata! Yer işareti tanımlanmamış.
ÖZGEÇMİŞ	Hata! Yer işareti tanımlanmamış.

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1.	Küre şeklindeki Yer'in çekim alanı.	1
Şekil 1.2.	Gravimetri sınıflandırması.	2
Şekil 1.3.	Mutlak (üstteki) ve bağıl (alttaki) statik yersel gravimetri.	4
Şekil 1.4.	Mobil gravimetrideki iki temel problem ve yaygın çözümleri.	5
Şekil 1.5	SIMU/GNSS entegrasyonuna dayalı hava gravimetresi	6
Şekil 2.1.	Ataletsel navigasyon sisteminin temel şematiği	8
Şekil 2.2.	Ataletsel navigasyonda kullanılan referans çerçeveleri.	10
Şekil 2.3.	Obje çerçevesinin, referans çerçevesine göre konum vektörünün çözümleme çerçevesinde gösterimi.	12
Şekil 2.4.	Ataletsel navigasyon işlemcisi şematiği	17
Şekil 2.5.	Farklı mobil platformlarda gerçek gravite, normal gravite, gravite bozukluğu vektörleri.	29
Şekil 3.1.	Newton hareket denklemi parametreleri ve pozitif eksenli düşey yönde olan bir ivmeölçerin hareke göre çıktısı	33
Şekil 3.2.	Durağan pozisyonda 300 Hz örneklem aralıklı ivmeölçer üçlüsü çıktıları.	34
Şekil 3.3.	Basit bir ivmeölçer yapısı	35
Şekil 3.4.	Optik jiroskobun çalışma prensibi ve Sagnac etkisi.	36
Şekil 3.5.	Durağan pozisyonda 300 Hz örneklem aralıklı jiroskop üçlüsü çıktıları.	37
Şekil 3.6.	Tez çalışmasında kullanılan SIMU ile TRGRAV-LAB laboratuvarında statik veri toplama çalışmalarından bir görüntü.	42
Şekil 3.7.	Tez çalışmasında kullanılan SIMU ivmeölçer üçlüsü çıktılarının, SIMU iç sıcaklığına bağlı değişimleri.	43
Şekil 3.8.	Tez çalışmasında kullanılan SIMU jiroskop üçlüsü çıktılarının, SIMU iç sıcaklığına bağlı değişimleri.	44
Şekil 3.9.	Tüm oturumlara ait Z-ivmeölçer/SIMU iç sıcaklık değişim grafiği.	45
Şekil 3.10.	Standart ve bindirmeli AVAR yönteminde veri kümeleme yapısı.	46
Şekil 3.11.	Teorik log-log Allan standart sapması grafiği	47
Şekil 3.12.	4 farklı oturum için SIMU Z-ivmeölçerine ait Allan standart sapma log-log grafiği.	50
Şekil 3.13.	4 farklı oturum için SIMU Z-jiroskobuna ait Allan standart sapma log-log grafiği.	51
Şekil 3.14.	SIMU Z-ivmeölçerine ait ortalama Allan standart sapma log-log grafiği ve baskın gürültü türleri (N, B, K).	52
Şekil 3.15.	SIMU Z-jiroskobuna ait ortalama Allan standart sapma log-log grafiği ve baskın gürültü türleri (N).	52
Şekil 4.1.	Standart Kalman filtre akış şeması ve adımları.	61
Şekil 4.2.	EKF ile kapalı döngü, gevşek bağlamalı SIMU/GNSS akış şeması.	68
Şekil 4.3.	Gövde çerçevesinde çözümlenmiş SIMU-GNSS baz vektörü.	74
Şekil 4.4.	Beyaz gürültü stokastik süreci oto-korelasyon ve PSD fonksiyonları.	78

Şekil 4.5.	Rastgele sabit süreci oto-korelasyon ve PSD fonksiyonları.	80
Şekil 4.6.	Birinci derece Gauss-Markov süreci oto-korelasyon ve PSD fonksiyonları.	83
Şekil 5.1.	Çalışmada kullanılan SIMU ve güç üniteleri.....	88
Şekil 5.2.	Navigasyon dereceli iNAT-RQH-1001 ataletsel navigasyon ünitesi ve iTempStab sıcaklık stabilizasyon sistemi.....	89
Şekil 5.3.	Mobil yersel gravimetri sisteminin ilk prototipi. Taşıyıcı platform, SIMU, GNSS anteni ve güç üniteleri.....	90
Şekil 5.4.	Test güzergâhı boyunca yükseklik ve gravite bozukluğu değişimi.	92
Şekil 5.5.	Cebeci-Elmadağ arası 23 kontrol noktalı mobil gravimetri test güzergâhı.....	92
Şekil 5.6.	Mobil gravimetri aracının ilk nokta üzerine çekilmesi, ölçü başlangıcı ve diferansiyel konumlama için GNSS referans istasyonu kurulumu.....	93
Şekil 5.7.	Veri toplama çalışmalarından görüntüler.	94
Şekil 5.8.	SIMU ivmeölçer spesifik kuvvet (ms^{-2}) ve jiroskop açısal hız ($rads^{-1}$) verileri.....	95
Şekil 5.9.	TRGRAV-SAG hava gravimetrisi analiz yazılımı.	96
Şekil 5.10.	Waypoint GrafNav 8.90 GNSS değerlendirme yazılımı arayüzü ve diferansiyel konumlama.....	97
Şekil 5.11.	Test güzergâhı boyunca SIMU/GNSS entegrasyonuna dayalı mobil gravimetri ile elde edilen gravite bozukluklarının (mGal) konumsal değişimi.	99
Şekil 5.12.	Test güzergâhı boyunca mobil gravimetri ile elde edilen gravite bozukluklarının (mGal) zamansal değişimi (kırmızı). Mavi ile gösterilen değerler kontrol noktalarında yersel teknikle elde edilmiş hassas gravite bozukluğu değerleridir.....	100
Şekil 5.13.	Kontrol noktalarında yersel teknikle elde edilmiş hassas gravite bozukluğu değerleri (mavi) ve mobil gravimetri ile elde edilen gravite bozukluk değerlerinin (kırmızı) karşılaştırılması.	100
Şekil 5.14.	Test sırasında SIMU iç sıcaklık değişimi.	102

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1	Ataletsel navigasyonda sıklıkla kullanılan referans çerçeveleri.	11
Çizelge 3.1.	Çalışmada kullanılan SIMU Z-ivmeölçer ve Z-jiroskopunun AVAR analiz sonuçları ve üretici kataloğunda verilen karşılıkları ile karşılaştırılması.Parantez içindeki değerler üretici kataloğundaki değerlerdir.	51
Çizelge 3.2.	Statik SIMU verilerinin doğrudan kullanımı ile kestirilen jeodezik parametrelerin değerleri.	54
Çizelge 4.1.	Gauss-Markov (GM) süreçlerinin oto-korelasyon, PSD ve sistem gürültü fonksiyonları [58], [59].....	84
Çizelge 5.1.	Baz vektörü değerleri.....	91
Çizelge 5.2.	Mobil gravimetri veri işlem aşamasında kullanılan EKF parametreleri.	98
Çizelge 5.3.	Kontrol noktalarında yersel teknikle elde edilmiş hassas gravite bozukluğu değerleri ile SIMU/GNSS entegrasyonu sonucu mobil gravimetri ile elde edilen gravite bozuklukları arasındaki farkların istatistikleri.	99

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

\ddot{x}^i	İnersiyal sistemde kinematik ivme vektörü
f^i	İnersiyal sistemde spesifik kuvvet vektörü
g^i	İnersiyal sistemde gravite vektörü
ω_{ie}	Yer dönme açısal hızı
φ, λ, h	Jeodezik eğri koordinatlar (Enlem, Boylam, Elipsoit Yüksekliği)
i	İnersiyal çerçeve
e	Yer merkezli Yer sabit çerçeve
n	Toposentrik lokal navigasyon çerçevesi
b	SIMU gövde çerçevesi
$r_{\beta\alpha}^\gamma$	Kartezyen kinematik konum vektörü
ϕ_{nb}	Euler rotasyonunda yatış açısı
θ_{nb}	Euler rotasyonunda yunuslama açısı
ϕ_{nb}	Euler rotasyonunda azimut (baş) açısı
C_α^β	Koordinat transformasyon matrisi (Doğrultu Kosinüsleri)
Ω_{ie}^n	Yer dönme açısal hızının çarpık simetrik matrisi
Ω_{en}^n	Taşıma oranı (Transport Rate)
N	Normal yönündeki ana eğrilik yarıçapı
M	Meridyen yönündeki ana eğrilik yarıçapı
v_{eb}^n	Gövde çerçevesinin Yer merkezli Yer sabit çerçeveye göre hız vektörü
γ_b^n	Normal gravite vektörü
p_{eb}^n	SIMU gövde çerçevesi orijininin Yer merkezli Yer sabit çerçeveye göre konum vektörü

T_r^p	Kartezyen-eğri koordinat dönüşüm matrisi
dg_b^n	Gravite bozukluğu
ζ	Çekül sapmasının kuzey-güney yönlü bileşeni
η	Çekül sapmasının doğu-batı yönlü bileşeni
$\Delta\varphi_S$	Faz farkı
Ω	Açısal hız
A	İnterferometre alanı
c_0	Işık hızı
λ_0	Lazer ışığının dalga boyu
b_a	İvmeölçer atım vektörü
b_g	Jiroskop atım vektörü
s_a	İvmeölçer ölçek hatası vektörü
s_g	Jiroskop ölçek hatası vektörü
M_a	İvmeölçer yanlış hizalama hatası matrisi
M_g	Jiroskop yanlış hizalama hatası matrisi
w_a	İvmeölçer beyaz gürültü vektörü
w_g	Jiroskop beyaz gürültü vektörü
$F(t)$	EKF Sistem matrisi
$w_s(t)$	EKF Sistem gürültü vektörü
$G(t)$	EKF Sistem gürültü dağılım matrisi
Q	EKF Sistem gürültü kovaryans matrisi
Φ	EKF Durum geçiş matrisi
P_k	EKF Durum hata kovaryans matrisi
z	EKF Ölçü vektörü
w_m	EKF Normal dağılımlı ölçü beyaz gürültü vektörü

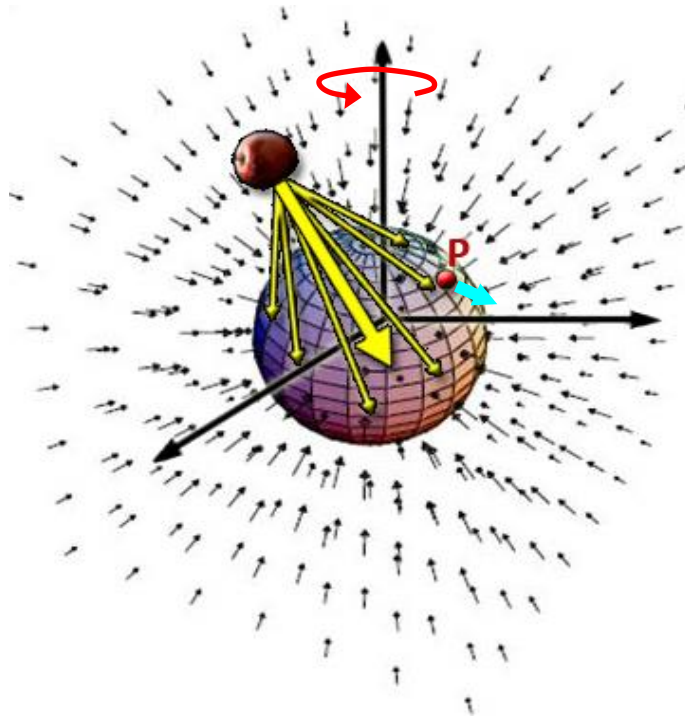
H	EKF Ölçü matrisi
δz	EKF Ölçü innovasyonu
K	EKF Kalman kazanç matrisi
S_s	EKF Spektral yoğunluk matrisi
$\delta \hat{x}$	EKF Güncellenmiş hata durum vektörü
\hat{x}	EKF Güncellenmiş durum vektörü
\bar{x}	RTS Yumuşatma sonucunda elde edilen durum vektörü
\bar{P}	RTS Yumuşatma sonucu elde edilen durum hata kovaryans matrisi
δp_{eb}^n	Konum hata vektörü
δv_{eb}^n	Hız hata vektörü
$\delta \Psi_{nb}$	Yönelim hata vektörü
δb_a^b	İvmeölçer atım hata vektörü
δb_ω^b	Jiroskop hata vektörü
$[v_{eb}^n \times]$	Hız vektörünün çarpık simetrik matrisi
$[f_{ib}^n \times]$	Spesifik kuvvet vektörünün çarpık simetrik matrisi

Kısaltmalar

SIMU	Analitik Ataletsel Navigasyon Sistemi (Strapdown Inertial Measurement Unit)
GNSS	Küresel Navigasyon Uydu Sistemleri (Global Navigation Satellite Systems)
EKF	Genişletilmiş Kalman Filtresi (Extended Kalman Filter)
RTS	Rauch-Tung-Striebel Yumuşatması
RC	Rastgele Sabit (Random Constant)
VRW	Hız Rastgele Yürüyüşü (Velocity Random Walk)
ARW	Açısal Rastgele Yürüyüşü (Angular Random Walk)
PSD	Güç Spektral Yoğunluğu (Power Spectral Density)
AVAR	Allan Varyans (Allan Variance)
IEEE	Elektrik ve Elektronik Mühendisleri Enstitüsü (Institute of Electrical and Electronics Engineers)
TRGRAV-LAB	Gravite Laboratuvarı
TRGRAV-SAG	Strapdown Airborne Gravimetry Processing Software
GM	Gauss-Markov Süreçleri

1. GİRİŞ

Yer gravite alanının ölçülmesi ve modellenmesi jeodezi biliminin temel ilgi alanlarından biridir. Yer'in çekim ve kendi eksenini etrafında dönmesinden kaynaklanan merkezkaç ivmesinin bileşkesi olarak tanımlanan gravite, konum ve zaman uzayında değişkenlik gösteren vektörel bir alandır (Şekil 1.1). Yer gravite alanı bilgisi; düşey koordinat sistemlerinin gerçekleştiriminden (jeoit belirleme ve nivelman ağıları) hassas konumlama ve navigasyon uygulamalarına, maden/petrol/doğalgaz/jeotermal aramalarından fizik ve metrolojiye, deniz seviyesi değişimleri, buzul erimeleri, iklim değişimlerinin izlenmesinden volkanolojiye, tektonik yapıların belirlenmesinden kabuk ve manto modellemesine kadar çok geniş bir alanda kullanılmaktadır [1–10]. Gravite alanının düşey bileşeni yatay bileşenlerine kıyasla çok daha fazla sinyal içerdiğinden 3 boyutlu gravite vektörü genellikle 1 boyutlu düşey bileşeni ile temsil edilmektedir [11-12].



Şekil 1.1. Küre şeklindeki Yer'in çekim alanı.

Şekil 1.1'deki vektörler, uzayda o noktada duran birim kütlenin maruz kaldığı çekim kuvvetinin yönü ve büyüklüğünü göstermektedir. Dünya'dan uzaklaştıkça çekim

kuvvetinin büyüklüğü azalmaktadır. Yer çekim alanını oluşturan kuvvet vektörleri, şekilde görüldüğü gibi ayrı değil, uzayın tamamını kaplamaktadır[13].

Yeryüzü üzerinde veya yüze yakın yükseklik ve derinlikte gravite büyüklüğü ölçme işlemi gravimetri olarak adlandırılmaktadır. Ölçü için kullanılan cihazlara gravimetre adı verilmektedir. Gravimetri; Şekil 1.2’de gösterildiği gibi ölçünün yüze yakınlığına göre yersel (yüzey, kuyu, deniz, deniz altı), hava ve uydu gravimetrisi, kullanılan gravimetreye göre mutlak ve bağıl gravimetri, gözlemlerin durağan veya hareketli platformla yapılıp yapılmamasına göre ise statik ve mobil gravimetri olarak sınıflandırılmaktadır [11-12].

Yeryüzeyine yakınlığa göre	Gravimetreye göre	Platformun hareketine göre
<ul style="list-style-type: none">• Yersel Gravimetri (yüzey, kuyu, deniz, deniz altı)• Hava Gravimetrisi• Uydu Gravimetrisi (uydudan-uyduya izleme, uydu yörünge izleme, uydu gradyometresi, uydu altimetresi)	<ul style="list-style-type: none">• Mutlak Gravimetri• Bağıl Gravimetri	<ul style="list-style-type: none">• Statik Gravimetri• Mobil (Kinematik) Gravimetri

Şekil 1.2. Gravimetri sınıflandırması.

Her bir gravimetri yönteminin gözlenebilir sinyal büyüklüğü, çözünürlük, kapsama alanı ve maliyet açısından birbirlerine göre üstün ve zayıf tarafları bulunmaktadır. Newton çekim yasasına göre çekim kaynağından (çekime neden olan kütlelerden) uzaklaştıkça Yer gravite alanı sinyalinin büyüklüğü azaltılmaktadır. Çekim kaynağına yakın olması, dolayısıyla yüksek sinyal/gürültü oranı nedeniyle yersel gravimetri uygulamada tercih edilmektedir. Yersel gravimetri ile belirlenen gravite büyüklüğü, gravite alanı spektrumuna ait uzun, orta ve kısa dalga boylu tüm sinyalleri içermektedir. Yerden

ulaşımın güç veya imkânsız olduğu bölgeler üzerindeki veri boşlukları hava veya deniz gravimetrisi ile doldurulmaktadır. Hava ve deniz gravimetrisi, yersel ve uydu gravimetrisi arasında kalan tekniklerdir ve her iki tekniğin zayıf yönlerini kapatmayı amaçlamaktadır. Ancak bu iki teknik bant-sınırlıdır ve Yer gravite alanı spektrumunun belirli bantları arasında kalan sinyali gözlemleyebilmektedir. Uydu gravimetrisi ise küresel kapsamı açısından çalışma bölgesi dışındaki veri boşluklarının doldurulmasına ve 50-500 km yarı-dalga boyunda gravite alanının uzun dalga boylu bileşenine ait bilgi sağlamaya hizmet etmektedir.

Yersel gravimetride gözlemler genellikle lazer interferometrik serbest düşme ilkesine dayalı mutlak gravimetreler ve yaylı bağıl gravimetrelerle statik olarak yani bir nokta üzerinde durağan biçimde yapılmaktadır (Şekil 1.3). Bu nedenle, mobil hava ve deniz gravimetrisindeki gibi hareketten kaynaklanabilecek bozucu etkilere maruz kalınmamakta, ölçü doğruluğu, duyarlığı ve gözlenebilir sinyal büyüklüğü önemli ölçüde artmaktadır. Kalibrasyonu ve kontrolleri iyi yapılmış bir mutlak gravimetre ile uygun ölçü ve analiz yöntemi kullanılarak arazi şartlarında $\pm 5-10 \mu\text{Gal}$ duyarlığa ve yaklaşık $\pm 10 \mu\text{Gal}$ doğruluğa ($1 \mu\text{Gal} = 10^{-8} \text{ms}^{-2}$), benzer şekilde bir bağıl gravimetre ile $\pm 15-20 \mu\text{Gal}$ duyarlığa ve yaklaşık $\pm 30-40 \mu\text{Gal}$ doğruluğa erişmek mümkündür [12], [14]. Bu avantajlara karşın statik yersel gravimetri zaman alıcı bir tekniktir. Mutlak gravimetre ile bir noktanın ölçülmesi 2 ila 3 saat, bağıl gravimetre ile 15 ila 30 dakika alabilmektedir. 100km^2 alana sahip bir çalışma bölgesinin yersel gravimetri ile birkaç kilometre sıklıkla ölçülmesi işlemleri yaklaşık bir hafta sürebilmektedir.

Mobil veya kinematik gravimetri, ataletsel ve uydu navigasyon sistemlerindeki gelişmelere paralel olarak yaklaşık yarım asırdır jeodezi ve jeofizikte kullanılmakta ve hava veya deniz araçları kullanılarak yerden ulaşımın güç ve/veya imkânsız olduğu geniş alanların hızlı ve nispeten uygun maliyetlerle ölçülmesini sağlamaktadır. Ancak, Şekil 1.4' de gösterildiği üzere mobil gravimetride çözülmesi gereken iki temel problem vardır. Bir gravimetre esasen durağan pozisyondaki bir ivmeölçerdir.

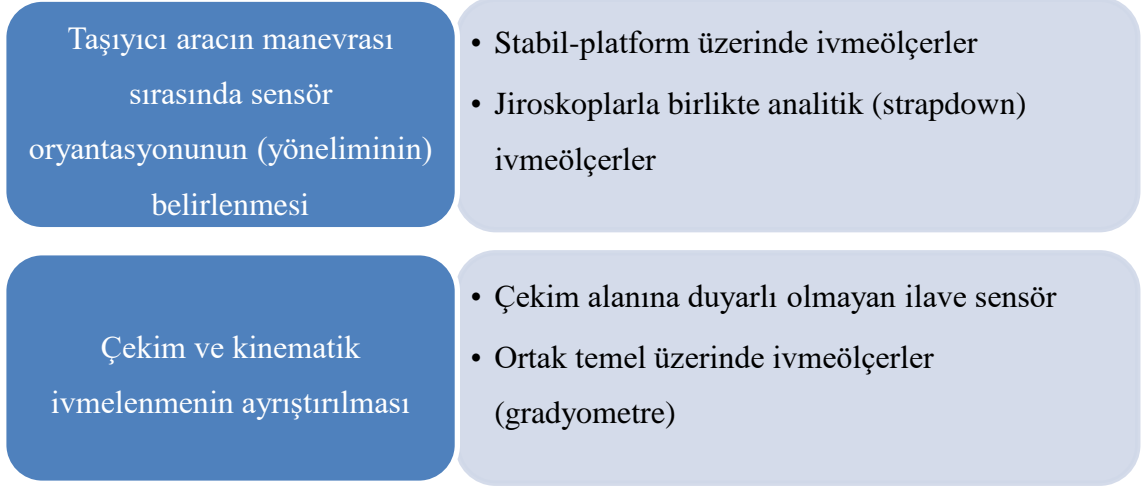
Üzerlerine uygulanan etki ve tepki kuvvetlerini diğer bir değişle spesifik kuvveti ölçebilmektedir. Gravimetreler, hareketli platformlara monte edildiklerinde tek başına

gravite belirlemek için yeterli değildir. Bunun için taşıyıcı platformun hareketini, yani kinematik ivmelenmesini izleyebilecek ilave bilgiye ihtiyaç vardır. Bunun yanında ivmeölçer tek bir duyarlı eksen doğrultusunda ölçüm yapabildiğinden, platformun manevrası sırasında sensör yönlendirmesinin takip edilmesi gerekmektedir.



Şekil 1.3. Mutlak (üstteki) ve bağıl (alttaki) statik yersel gravimetri.

Birinci problem iki farklı şekilde ele alınabilmektedir. İlkinde, ivmeölçer veya gravimetre mekanik geri bildirimli yalpa çemberi (gimbal) platformlar üzerine monte edilerek (stabil-platform sistemler), taşıyıcı aracın hareketlerinden izole edilmekte ve veri toplama boyunca düşeyde sabit tutulmaktadır [15]. Stabil-platform sistemler bölgesel gravite alanı etütlerinde birçok grup tarafından uzun süredir kullanılmış, hava gravimetrisi uygulamalarında uçuş hızına bağlı olarak 4-5 km yarı-dalga boyunda birkaç mGal doğrulukla gravite ölçülebildiği gösterilmiştir [16–20].



Şekil 1.4. Mobil gravimetrideki iki temel problem ve yaygın çözümleri.

İkinci çözümde ise, ivmeölçer ve jiroskop üçlülerinden oluşan Analitik Ataletsel Ölçüm Birimi (Strapdown Inertial Measurement Unit-SIMU) taşıyıcı araca fiziksel olarak sabitlenmekte ve sensör yönlendirmesi sayısal (nümerik) olarak sağlanmaktadır. Çekim ve kinematik ivmelenme ayrıştırma problemi ise genellikle Küresel Navigasyon Uydu Sistemi (Global Navigation Satellite System-GNSS) kullanılarak çözülmektedir [21]. GNSS, kinematik ivmelenmenin belirlenmesi yanında taşıyıcı aracın dönen bir referans çerçevesine göre hareketinden dolayı ortaya çıkan Coriolis ivmelenmesinin [22] belirlenmesine de katkı sağlamaktadır.

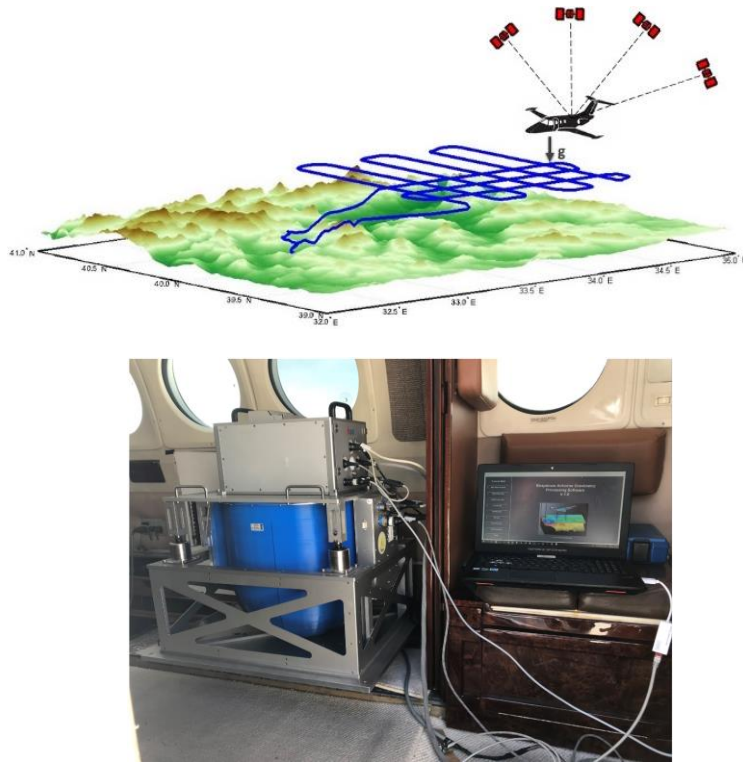
Mobil gravimetrenin temeli, ataletsel veya inersiyal sistemde Newton'un ikinci hareket yasasına dayanmaktadır [23]. İnersiyal sistemde (i) hareketli cismin kinematik ivmesi $\ddot{\mathbf{x}}^i$, cisim üzerindeki spesifik kuvvet \mathbf{f}^i ve gravite vektörünün \mathbf{g}^i toplamına eşittir. Dolayısıyla cisme etki eden gravite ivmesi, (1.1) eşitliğinde gösterildiği şekilde kinematik ivme ile spesifik kuvvetin farkı olarak ifade edilebilmektedir. Mobil gravimetrenin temel eşitlikleri ikinci bölümde ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

$$\mathbf{g}^i = \ddot{\mathbf{x}}^i - \mathbf{f}^i \quad (1.1.)$$

SIMU/GNSS entegrasyonuna dayalı mobil gravimetreler, son yıllarda hava gravimetrisi uygulamalarında sıklıkla kullanılmaya başlanmıştır.[12], [24–28] tarafından hava

gravimetrisi için uygun SIMU'lar ile gerçekleştirilen güncel çalışmalarda, mGal altı duyarlılığa ve 2-3 km yarı-dalga boyunda 1-2 mGal doğruluğa ($1 \text{ mGal} = 10^{-5} \text{ m/s}^2$) erişilebildiği gösterilmiştir. Yukarıdaki örnekte 100 km^2 alana sahip bir çalışma bölgesinin aynı yersel çözünürlükte fakat daha düşük duyarlık ve sinyal büyüklüğü ile yaklaşık bir saat içinde hava gravimetresiyle ölçülebilmektedir.

Yakın zaman önce Harita Genel Müdürlüğü koordinatörlüğünde gerçekleştirilen Türkiye Yükseklik Sisteminin Modernizasyonu ve Gravite Altyapısının İyileştirilmesi Projesi kapsamında [29]; yersel, hava ve uydu gravimetrisi ile bölgesel gravite alanı iyileştirilmesi çalışmalarına başlanmıştır. Yersel gravimetri çalışmaları, Şekil 1.3'te gösterilen yüksek duyarlıklı mutlak ve bağıl gravimetrelerle, hava gravimetrisi çalışmaları ise navigasyon dereceli SIMU ve GNSS entegrasyonuna dayalı bir hava gravimetresi ile (Şekil 1.5) gerçekleştirilmiştir.



Şekil 1.5 SIMU/GNSS entegrasyonuna dayalı hava gravimetresi [12].

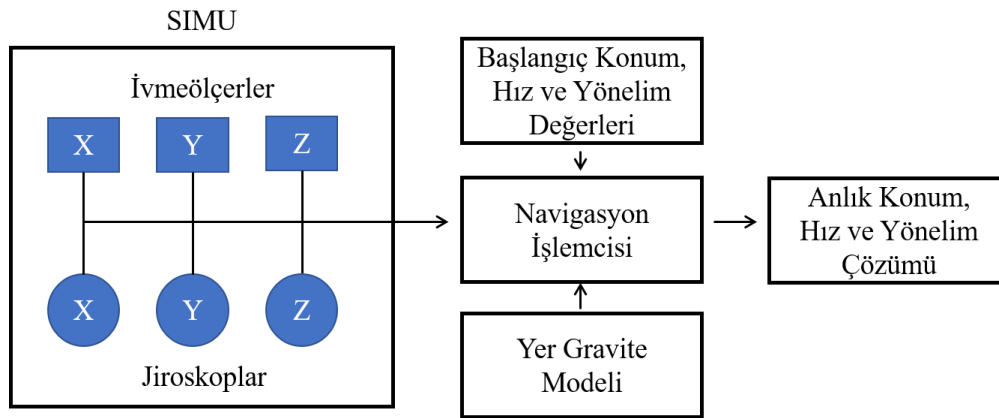
Yersel ve hava gravimetrisi sisteminin birleştirilerek her iki sistemin avantajlarından yararlanılması için mobil bir yersel gravimetri sistemi fikri geliştirilmiş [12], bu amaçla Harita Genel Müdürlüğü ile Hacettepe Üniversitesi arasında bir iş birliği protokolü imzalanmıştır. Protokol kapsamında bir çalışma grubu oluşturulmuş ve yersel mobil gravimetri sistemi geliştirilmeye başlanmıştır.

Söz konusu sistem ile, Harita Genel Müdürlüğüne yürütülen bölgesel gravite alanı iyileştirme amaçlı gravite veri sıklaştırma çalışmalarının, daha kısa sürede ve maliyet etkin bir şekilde gerçekleştirilmesi hedeflenmektedir. Başlangıçta kara araçları için geliştirilmesi planlanan mobil gravimetri sistemi ile düşey yöndeki yer çekimi ivmesinin ± 1 mGal doğrulukla belirlenmesi amaçlanmaktadır. Bugüne kadar yapılan literatür taramasında, kara araçlarıyla mobil gravimetri konusunda ticari bir ürüne rastlanılmamış, sadece bilimsel amaçlı ve araştırma niteliği taşıyan az sayıda çalışmaların gerçekleştirildiği gözlemlenmiştir [12], [30].

Bu tez çalışmasında, mobil yersel gravimetri sistemin ilk prototipi tanıtılmış ve Ankara ili sınırları içerisinde yaklaşık 45 km uzunluğundaki 23 yer kontrol noktasından oluşan güzergâhta gerçekleştirilen ilk uygulamanın sonuçları sunulmuştur. Tez çalışması toplam altı bölümden oluşmaktadır. İkinci bölümde ataletsel navigasyon ve mobil gravimetrisinin temelleri anlatılmakta, pratikte uygulanan eşitlikler verilmektedir. Üçüncü bölümde ataletsel navigasyon sensörlerindeki (ivmeölçer ve jiroskoplar) hata kaynakları ele alınmakta, çalışmada kullanılan SIMU'nun zamana bağlı stokastik hataları Allan varyans [31] yöntemiyle modellenmektedir. Bu bölümde ayrıca; Yer dönme açısal hızı, lokal gravite ve jeodezik enlem gibi bazı jeodezik parametrelerin SIMU verileri ile doğrudan belirlenmesine yönelik uygulama sonuçları ele alınmaktadır. Dördüncü bölümde SIMU/GNSS entegrasyonunda kullanılan genişletilmiş Kalman filtresi anlatılmakta, mobil gravimetrideki uygulama algoritması ve akışı açıklanmaktadır. Beşinci bölümde, ilk mobil gravimetri prototipi ile Ankara ili sınırları içerisinde yaklaşık 45 km uzunluğundaki 23 yer kontrol noktasından oluşan güzergâh üzerinde gerçekleştirilen test çalışmaları ve sonuçları verilmektedir. Altıncı ve son bölümde, uygulamaya ilişkin sonuçlar tartışılmakta ve elde edilen tecrübeler ışığında sistemin geliştirilmesine yönelik öneriler sunulmaktadır.

2. ATALETSEL NAVİGASYON VE MOBİL GRAVİMETRİ TEMELLERİ

Ataletsel navigasyon, parakete (dead reckoning/deduced reckoning) olarak bilinen bir navigasyon tekniğidir. Teorisi; iyi tanımlanmış ve gerçekleşimi yapılmış referans çerçevelerinde, (i) objenin kinematik ivmelenmesinin ve dönme hızının ölçülmesi, (ii) müteakiben bu büyüklüklerin entegre edilerek hız, konum ve yönelim değişimlerinin belirlenmesi ve (iii) son olarak bir önceki konum, hız ve yönelim değerlerine, hesaplanan değişimlerin eklenmesi ile yeni konum, hız ve yönelim değerlerinin belirlenmesine dayanmaktadır (Şekil 2.1). Dolayısıyla bu yöntemde objenin başlangıç konum, hız ve yöneliminin her zaman bilinmesi gerekmektedir. Objenin etki/tepki kuvvetlerinden kaynaklı ivmelenmesi ve dönme hızları, ivmeölçer ve jiroskop adı verilen algılayıcılarla ölçülmektedir. İvmeölçerler, spesifik kuvvet olarak bilinen ve yerçekimi dışındaki tüm dış kuvvetlerden kaynaklanan ivmelenmeleri ölçebilmektedir. Sadece yeryüzü üzerinde durağan konumdayken, yerçekimi kuvvetine karşı tepki (reaksiyon) kuvvetine ilişkin ivmeyi algılayabilmektedir. İvme ölçümleri, ivmeölçerlerin duyarlı eksenleri tarafından oluşturulan gövde koordinat sisteminde yapılabildiğinden, bu ölçümlerin Yer'e bağlı navigasyon koordinat sisteminde belirlenmesine, diğer bir deyişle vektör rotasyonu/transformasyonu işlemine ihtiyaç duyulmaktadır. Gövde koordinat sisteminin yöneliminin belirlenmesi için jiroskoplar tarafından açısal dönüklükler ölçülmektedir. İvmeölçer spesifik kuvvet ölçümleri, yer gravite alanı modeli ve jiroskop açısal hız ölçümlerinin entegrasyonu ile ataletsel konumlama yapılabilmektedir.



Şekil 2.1. Ataletsel navigasyon sisteminin temel şematiği [22].

Bu bölümde, ataletsel navigasyon ve mobil gravimetrisinin matematiksel ve fiziksel temelleri ele alınmaktadır. Alt bölümlerde; koordinat referans sistemleri tanımlanmakta, birbirleri arasında dönüşüm ilişkileri verilmekte, yönelim, rotasyon ve transformasyon işlemlerinde kullanılan operatörler ve aralarındaki ilişkiler anlatılmaktadır. Navigasyon koordinat çerçevesinde, konum/hız/yönelim navigasyon eşitlikleri, mobil gravimetri ile ilişkisi ve adım adım çözümü gösterilmektedir.

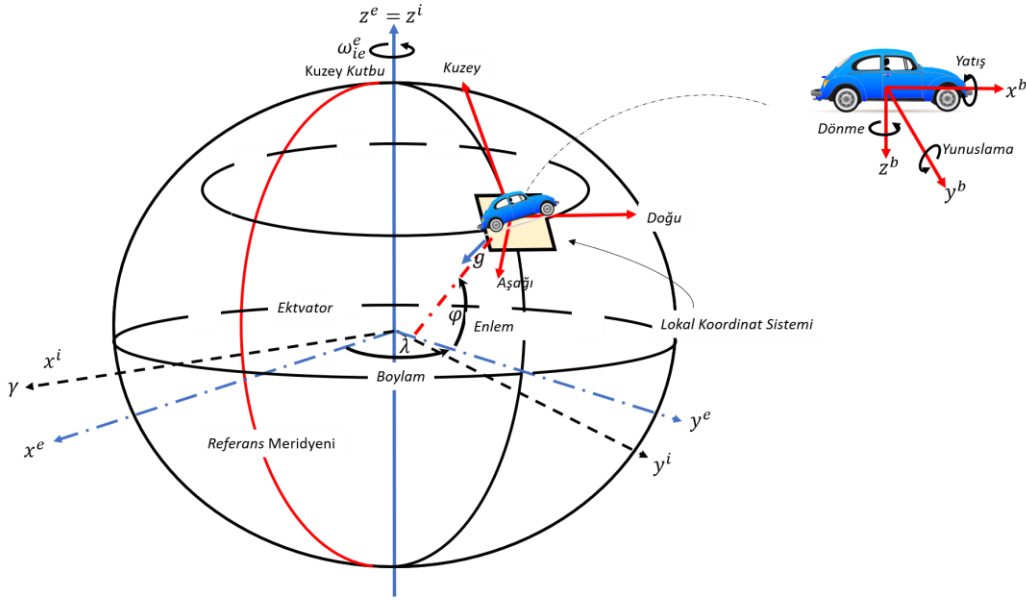
2.1. Ataletsel Navigasyonda Kullanılan Referans Çerçeveleri

Konum, hız ve yönelimden oluşan navigasyon parametrelerinin tek anlamlı olarak tanımlı olabilmesi için, navigasyona ilişkin gözlem ve çözümlerinin belirli bir referans çerçevesi içerisinde gerçekleştirilmesi gerekmektedir. Referans çerçevesi; önceden yapılan kabuller ve modellerle ortaya çıkartılmış olan referans sisteminin, yeryüzündeki gerçek fiziksel noktalar ve gözlemler vasıtasıyla gerçekleşimi olarak ifade edilmektedir [32]. Ataletsel navigasyonda temel olarak, Şekil 2.2’de gösterilen ve Çizelge 2.1’de özetlenen dört farklı çerçeve kullanılmaktadır. Bu çerçeveler, sağ el koordinat sistemi kuralına sahiptir. Yani sağ baş parmak X-ekseni yönünü, işaret parmağı Y-ekseni yönünü, orta parmak ise Z-ekseni yönünü işaret etmektedir. Baş parmak herhangi bir eksene yönlendirildiğinde, diğer dört parmağın avuç içine kapanma yönü, o eksen etrafındaki pozitif dönüş yönünü ifade etmektedir. Diğer bir ifadeyle, eksene orijin doğrultusunda yukarıdan bakıldığı, pozitif dönüş yönü saat istikameti tersidir.

İnertiyel çerçeve (i), Newton hareket kanunlarının uygulandığı, Yer ile birlikte dönmeyen ve sabit yıldızlara göre hareketsiz olduğu kabul edilen referans çerçevesidir. Orijini, Yer’in ağırlık merkezidir. Z-ekseni (Z^i) Yer dönme ekseni doğrultusunda, X-ekseni (X^i) ekvator düzleminde ve ilkbahar düğüm noktası doğrultusunda, Y-ekseni (Y^i) ise her iki eksene dik ve sağ el koordinat sistemini tamamlayacak şekildedir.

Yer merkezli Yer sabit (e) çerçeve, orijini Yer’in ağırlık merkezinde olan ve Yer ile birlikte dönen referans çerçevesidir. Z-ekseni (Z^e) Yer dönme ekseni doğrultusunda, X-ekseni (X^e) ekvator düzleminde ve Greenwich meridyeni doğrultusunda, Y-ekseni (Y^e) ise her iki eksene dik ve sağ el koordinat sistemini tamamlayacak şekildedir. Yer merkezli Yer sabit referans çerçevesi inertiyel referans çerçevesine göre, Z-ekseni etrafında ω_{ie}

açısal hızıyla (7.292115×10^{-5} rad/s) dönmektedir. Bu referans çerçevesinde dik koordinatları verilen bir noktanın; enlem, boylam ve elipsoit yüksekliğinden (φ, λ, h) oluşan jeodezik eğri koordinatları, yüzey eğrilikleri kullanılarak basit trigonometrik işlemlerle hesaplanabilmektedir.



Şekil 2.2. Ataletsel navigasyonda kullanılan referans çerçeveleri.

Navigasyon çerçevesi (n) navigasyon çözümlerinin yapıldığı, orijini SIMU sensörlerinin kesişim noktası olarak tanımlanan ve SIMU hareket ettikçe orijini ve eksen yönleri sürekli değişen lokal referans çerçevesidir. Z-ekseni (Z^n) elipsoit normali ile çakışık olduğu varsayılan gravite vektörü (g) doğrultusunda ve düşey yönde, X-ekseni (X^n) kuzey yönü doğrultusunda, Y-ekseni (Y^n) ise doğu yönü doğrultusundadır.

SIMU gövde çerçevesi (b), ataletsel sensörlerin duyarlı eksenlerinin oluşturduğu referans çerçevesidir. Orijini sensörlerin kesişim noktası, Z-ekseni (Z^b) SIMU taban doğrultusunda, X-ekseni (X^b) ileri yönlü hareket doğrultusunda, Y-ekseni (Y^b) ise her iki eksene dik ve sağ el koordinat sistemini tamamlayacak şekildedir.

Navigasyon problemlerinde, bir çerçevenin lineer ve açısal hareketi başka bir çerçeveye göre tanımlanmaktadır. Konum, hız, ivme, açısal hız gibi kinematik büyüklükler genellikle üç farklı çerçeve kullanılarak belirtilmektedir. Hareket eden veya hareket

büyükliğünün belirlenmesi istenen çerçeve *obje çerçevesi* (α), hareketin referans alındığı çerçeve *referans çerçevesi* (β), hareketin büyüklüğünün temsil edildiği, gösterildiği veya sayısallaştırıldığı çerçeve *çözümleme çerçevesi* (γ) olarak adlandırılmaktadır. Objeye çerçevesi (α) ile referans çerçevesi (β) farklı olmak zorundadır. Aksi takdirde bir hareketten söz etmek mümkün değildir. Çözümleme çerçevesi (γ) için üç alternatif vardır. Objeye, referans veya üçüncü bir çerçeve çözümleme çerçevesi olarak seçilebilmektedir. Çözümleme çerçevesinin orijinin tanımlanmasına gerek yoktur. Sadece eksenlerinin oryantasyonunun bilinmesi yeterlidir. Çözümleme çerçevesinin seçimi bir vektörün büyüklüğünü etkilememekte, sadece vektör bileşenlerinin sayısal değerlerini etkilemektedir.

Çizelge 2.1 Ataletsel navigasyonda sıklıkla kullanılan referans çerçeveleri.

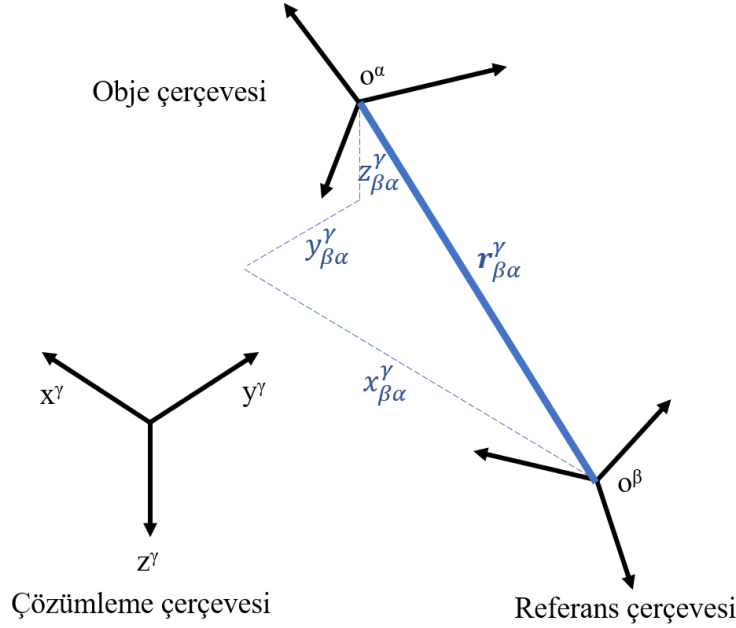
Çerçeve	Orijin	Z-Ekseni	X-Ekseni	Y-Ekseni
i	Yer ağırlık merkezi	Yer dönme ekseni	Ekvator düzlemi, ilkbahar düğüm noktası	Sağ el koordinat sistemini tamamlayacak şekilde
e	Yer ağırlık merkezi	Yer dönme ekseni	Ekvator düzlemi, Greenwich meridyeni	Sağ el koordinat sistemini tamamlayacak şekilde
n	SIMU sensör merkezi	Elipsoit normal boyunca düşey yönde	Kuzey yönü	Doğu yönü
b	SIMU sensör merkezi	SIMU taban doğrultusu	SIMU ileri doğrultusu	SIMU sağ doğrultusu

Çizelge 2.1’de (i) inersiyel çerçeve, (e)Yer merkezli Yer sabit çerçeve, (n) toposentrik lokal navigasyon çerçevesi, (b) SIMU gövde çerçevesini ifade etmektedir.

Konum, hız, ivme, açısal hız gibi kinematik büyüklüklerin tek anlamlı olarak tanımlanabilmesi için, her üç çerçevenin açık bir şekilde belirtilmesi gerekmektedir.

$\mathbf{r}_{\beta\alpha}^{\gamma} = [x_{\beta\alpha}^{\gamma} \quad y_{\beta\alpha}^{\gamma} \quad z_{\beta\alpha}^{\gamma}]$ kartezyen kinematik konum vektörü için örnek bir notasyon Şekil 2.3’de gösterilmektedir. $\mathbf{r}_{\beta\alpha}^{\gamma}$; α obje çerçevesi orijininin (o^{α}), β referans çerçevesi

orijinine (o^β) göre konumu göstermektedir. Ancak, konum vektörü bileşenleri γ referans çerçevesinde çözümlenmiştir. Benzer örnekler; lineer hız, ivme, açısal hız içinde verilebilir. Ancak, unutmamak gerekir ki yönelim (attitude) vektörü için sadece obje ve referans çerçevelerinden söz edilebilir. Bu vektörün çözümlenme çerçevesi yoktur.



Şekil 2.3. Objeye çerçevesinin, referans çerçevesine göre konum vektörünün çözümlenme çerçevesinde gösterimi [22].

2.2. Yönelim, Rotasyon ve Çözümleme Eksen Transformasyonları

Yönelim (attitude), bir referans çerçevesi eksenlerinin diğer referans çerçevesi eksenlerine göre oryantasyonunu tanımlamaktadır. Bir başka deyişle, bir çerçevenin koordinat eksenlerini, diğer bir çerçevenin koordinat eksenlerine paralel hale getirmek için gerekli rotasyonu ifade etmektedir. Bir objenin, bir çözümlenme çerçevesine göre rotasyonu ile çözümlenme çerçevesinin objeye göre aynı miktarda ters yönlü rotasyonu ayırt edilememektedir. Bu nedenle, vektör rotasyonu ile koordinat transformasyonu iç içe geçmiş kavramlardır. Ataletsel navigasyonda, navigasyon ve gövde referans çerçevelerinin eksen doğrultuları, hem Yer dönmesinden hem de platformun hareketinden dolayı sürekli değişir. Navigasyon çözümleri genellikle n olarak kısaltılan lokal navigasyon çerçevesinde yapılır. Dolayısıyla ölçülen tüm büyüklüklerin ve kullanılan modellerin aynı referans çerçevesinde çözümlenmesi gerekir. Örneğin; ataletsel sensörler

tarafından algılanan spesifik kuvvet f_{ib}^b ve açısal hız ω_{ib}^b gibi kinematik büyüklükler, gövde çerçevesinin inersiyal çerçeveye göre ivmesi veya dönüklük oranıdır. Bu vektörlerin bileşenleri gövde çerçevesinde çözümlenmiştir. Ancak uygulamada bu vektörlerin n çerçevesinde çözümlenmesi gerekmektedir. Bu dönüşüm işlemi; Euler açıları, doğrultu kosinüsleri ya da koordinat transformasyon matrisi, dördeyler (quaternion) veya rotasyon vektörü kullanılarak yapılabilmektedir. Aşağıda, söz konusu bu dönüşüm operatörlerinden bu çalışmada kullanılan Euler açıları ve doğrultu kosinüsleri ile birbirleri arasındaki ilişki hakkında bilgi verilmektedir.

2.2.1. Euler Açılıarı

Euler açıları, özellikle gövde çerçevesinin navigasyon çerçevesine göre yöneliminin tanımlanmasında kullanılmaktadır. Yönelim, birbiri ardına gerçekleştirilen üç rotasyona ayrılmaktadır. Herhangi bir çerçevenin X, Y, Z koordinat eksenlerinde θ açısı kadar pozitif yönde dönüklükleri aşağıdaki rotasyon matrisleri ile tanımlanmaktadır:

$$\begin{aligned}
 R_X(\theta) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \\
 R_Y(\theta) &= \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \\
 R_Z(\theta) &= \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Rotasyon sıralaması oldukça önemlidir ve farklı sonuçlara neden olabilmektedir. β çerçevesinden α çerçevesine Euler rotasyonu aşağıdaki vektör ile gösterilmektedir.

$$\Psi_{\beta\alpha} = \begin{bmatrix} \phi_{\beta\alpha} \\ \theta_{\beta\alpha} \\ \psi_{\beta\alpha} \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

Ataletsel navigasyonda, gövde çerçevesi b ile navigasyon çerçevesi n arasındaki Euler rotasyon açılarının özel isimleri vardır. ϕ_{nb} Euler rotasyonu yatış açısı (roll), θ_{nb} Euler rotasyonu yunuslama açısı (pitch), ψ_{nb} Euler rotasyonu ise baş veya azimut açısı (yaw)

olarak isimlendirilmektedir. Euler rotasyonunda $\phi_{\beta\alpha}$, $\theta_{\beta\alpha}$, $\psi_{\beta\alpha}$ rotasyonu ile $\phi_{\beta\alpha} + \pi$, $\pi - \theta_{\beta\alpha}$, $\psi_{\beta\alpha} + \pi$ rotasyonu aynı sonucu vermektedir. Bunun önüne geçmek için Y eksenindeki rotasyon $-90^\circ \leq \theta_{\beta\alpha} \leq 90^\circ$ aralığı ile sınırlandırılmıştır. Euler rotasyonunun en önemli problemi, θ_{nb} yunuslama açısının $\pm 90^\circ$ olması (gimbal lock) ve tekillik yaratması durumudur. Bu durumda yatış ve baş açıları ayırt edilememektedir.

2.2.2. Doğrultu Kosinüsleri (Koordinat Transformasyon Matrisi)

Doğrultu kosinüsleri veya koordinat transformasyon matrisi, \mathbf{C}_α^β ile gösterilen 3×3 boyutunda bir matristir. Çözümleme çerçevesi α olan \mathbf{x}^α vektörü, aşağıda gösterildiği şekilde ilgili koordinat transformasyon matrisi ile çarpıldığında, tek adımda vektörün çözümleme çerçevesi değiştirilebilmektedir.

$$\mathbf{x}^\beta = \mathbf{C}_\alpha^\beta \mathbf{x}^\alpha \quad (2.3)$$

Koordinat transformasyon matrisinin elemanları, her iki çerçevenin eksenlerini tanımlayan birim vektörlerin (\mathbf{u}_i) iç çarpımı, dolayısıyla eksenler arasındaki açılarının ($\mu_{i,j}$) kosinüsüdür.

$$\mathbf{C}_\alpha^\beta = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{\beta x} \cdot \mathbf{u}_{\alpha x} & \mathbf{u}_{\beta x} \cdot \mathbf{u}_{\alpha y} & \mathbf{u}_{\beta x} \cdot \mathbf{u}_{\alpha z} \\ \mathbf{u}_{\beta y} \cdot \mathbf{u}_{\alpha x} & \mathbf{u}_{\beta y} \cdot \mathbf{u}_{\alpha y} & \mathbf{u}_{\beta y} \cdot \mathbf{u}_{\alpha z} \\ \mathbf{u}_{\beta z} \cdot \mathbf{u}_{\alpha x} & \mathbf{u}_{\beta z} \cdot \mathbf{u}_{\alpha y} & \mathbf{u}_{\beta z} \cdot \mathbf{u}_{\alpha z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \mu_{\beta x, \alpha x} & \cos \mu_{\beta x, \alpha y} & \cos \mu_{\beta x, \alpha z} \\ \cos \mu_{\beta y, \alpha x} & \cos \mu_{\beta y, \alpha y} & \cos \mu_{\beta y, \alpha z} \\ \cos \mu_{\beta z, \alpha x} & \cos \mu_{\beta z, \alpha y} & \cos \mu_{\beta z, \alpha z} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Koordinat transformasyon matrisinin alt simge indisi “çerçevesinden”, üst simge indisi ise “çerçevesine” şeklinde rotasyonun yönünü belirlemektedir. \mathbf{C}_α^β ortogonal bir matristir ve matrisin transpozunu ters operasyonu ifade eder.

$$\mathbf{C}_\beta^\alpha = (\mathbf{C}_\alpha^\beta)^T \quad \text{ve} \quad \mathbf{C}_\alpha^\beta \mathbf{C}_\beta^\alpha = \mathbf{I}_{3 \times 3} \quad (2.5)$$

Ataletsel navigasyonda sıklıkla kullanılan, gövde çerçevesinden navigasyon çerçevesine koordinat transformasyon matrisi aşağıda verilmiştir. Eşitlikte ϕ_{nb} yatış açısını (roll), θ_{nb} yunuslama açısını (pitch), ψ_{nb} ise baş veya azimut açısını (yaw) ifade etmektedir.

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{bmatrix} (\cos\theta_{nb}\cos\psi_{nb}) & \begin{pmatrix} -\cos\phi_{nb}\sin\psi_{nb} \\ +\sin\phi_{nb}\sin\theta_{nb}\cos\psi_{nb} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \sin\phi_{nb}\sin\psi_{nb} \\ +\cos\phi_{nb}\sin\theta_{nb}\cos\psi_{nb} \end{pmatrix} \\ (\cos\theta_{nb}\sin\psi_{nb}) & \begin{pmatrix} \cos\phi_{nb}\cos\psi_{nb} \\ +\sin\phi_{nb}\sin\theta_{nb}\sin\psi_{nb} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -\sin\phi_{nb}\cos\psi_{nb} \\ +\cos\phi_{nb}\sin\theta_{nb}\sin\psi_{nb} \end{pmatrix} \\ (-\sin\theta_{nb}) & (\sin\phi_{nb}\cos\theta_{nb}) & (\cos\phi_{nb}\cos\theta_{nb}) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Gövde çerçevesinden navigasyon çerçevesine koordinat transformasyon matrisinin bilinmesi durumunda Euler açıları aşağıdaki şekilde hesaplanabilmektedir.

$$\begin{aligned} \phi_{nb} &= \text{atan2}(\mathbf{C}_{b,3,2}^n, \mathbf{C}_{b,3,3}^n) \\ \theta_{nb} &= -\text{asin}(\mathbf{C}_{b,3,1}^n) \\ \psi_{nb} &= \text{atan2}(\mathbf{C}_{b,2,1}^n, \mathbf{C}_{b,1,1}^n) \end{aligned} \quad (2.7)$$

İnertiyel ve Yer merkezli Yer sabit çerçevenin Z-eksenleri çakışiktır. Yer, Z-ekseni etrafında inersiyel çerçeveye göre ω_{ie} açısal hızıyla dönmektedir. Her iki çerçevenin X- ve Y-eksenlerinin t_0 anında çakışık olduğu kabul edilirse iki referans çerçevesi arasındaki koordinat transformasyon matrisi aşağıdaki şekildedir:

$$\mathbf{C}_i^e = \begin{bmatrix} \cos(\omega_{ie}(t - t_0)) & \sin(\omega_{ie})(t - t_0) & 0 \\ -\sin(\omega_{ie})(t - t_0) & \cos(\omega_{ie})(t - t_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

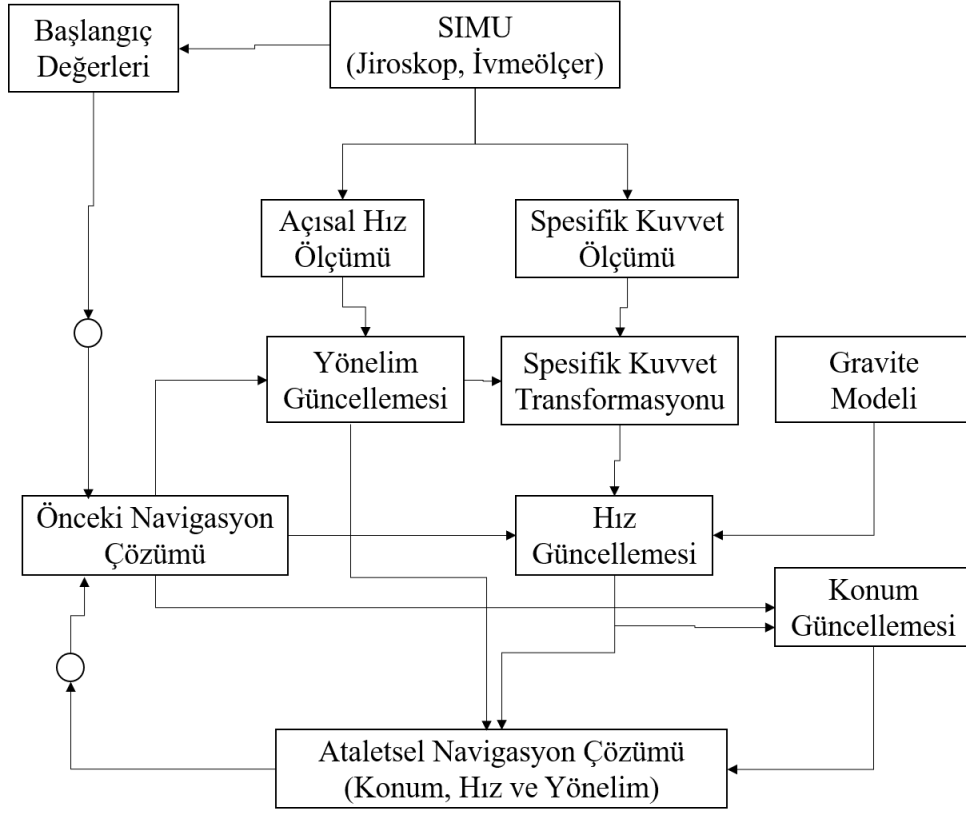
Yer merkezli Yer sabit çerçeve ile lokal navigasyon çerçevesi arasındaki koordinat transformasyon matrisi, lokal navigasyon çerçevesi orijinin yatay jeodezik koordinatları enlem (φ) ve boylam (λ) kullanılarak aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

$$\mathbf{C}_e^n = \begin{bmatrix} -\sin(\varphi) \cos(\lambda) & -\sin(\varphi) \sin(\lambda) & \cos(\varphi) \\ -\sin(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ -\cos(\varphi) \cos(\lambda) & -\cos(\varphi) \sin(\lambda) & -\sin(\varphi) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

2.3. Navigasyon Eşitliklerinin Navigasyon Çerçevesinde Gösterimi

Evrensel olarak kabul edilmiş bir tanım olmasa da navigasyon terimi, bir objenin bir noktadan başka bir noktaya hareketinin kontrolü ve izlenmesi süreci olarak tanımlanabilir. Hareketin kontrolü ve izlenebilmesi için astronomi, radyo sinyalleri, ataletsel sensörler vb. kullanarak, objenin bir referans sistemine göre konumunu, hızını ve yönelimini anlık olarak belirlemek gerekir. Temel navigasyon parametreleri olarak bilinen bu büyüklüklerin her biri, uygulamaya bağlı olarak skaler veya vektör olabilir.

Ataletsel navigasyon sistemi Şekil 2.1’de gösterildiği gibi, üzerindeki ataletsel sensörler ve sensör çıktılarını işleyen navigasyon işlemcisi yardımıyla, herhangi bir radyo sinyaline ihtiyaç duymadan kesintisiz navigasyon çözümü yapabilen sistemdir. Navigasyon işlemcisinin temel görevi, navigasyon eşitliklerini anlık olarak çözerek konum-hız-yönelimden oluşan navigasyon parametrelerini belirlemektir (Şekil 2.4). Navigasyon eşitlikleri, navigasyon parametreleri ile ataletsel sensör çıktıları arasındaki ilişkiyi tanımlayan eşitliklerdir. Bu eşitlikler, navigasyon çözümünün yapılacağı referans çerçevesine göre değişkenlik gösterir. Bu tez çalışmasında navigasyon eşitliklerinin çözümleri lokal navigasyon çerçevesinde yapılacaktır. İnersiyal veya Yer merkezli Yer sabit çerçevesindeki navigasyon eşitliklerinin çözümleri [22], [33–35]’de ayrıntılı olarak verilmektedir.



Şekil 2.4. Ataletsel navigasyon işlemcisi şematığı [22]

Lokal navigasyon çerçevesinde, konum-hız-yönelim navigasyon eşitlikleri aşağıdaki şekilde yazılabilmektedir [22]:

$$\dot{\mathbf{C}}_b^n = \mathbf{C}_b^n \boldsymbol{\Omega}_{nb}^b = \mathbf{C}_b^n \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b - (\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\Omega}_{en}^n) \mathbf{C}_b^n \quad (2.10)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_{eb}^n = \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{ib}^b - (2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\Omega}_{en}^n) \mathbf{v}_{eb}^n + \mathbf{g}_b^n \quad (2.11)$$

$$\dot{\mathbf{p}}_{eb}^n = \mathbf{T}_r^p \mathbf{v}_{eb}^n \quad (2.12)$$

(2.10) eşitliği yönelim güncelleme (attitude update) eşitliğidir ve \mathbf{C}_b^n koordinat transformasyon matrisinin değişim oranı ($\dot{\mathbf{C}}_b^n$) olarak verilmektedir. \mathbf{C}_b^n koordinat transformasyon matrisi (2.6) eşitliğinde gösterildiği gibi ϕ_{nb} yatış, θ_{nb} yunuslama ve ψ_{nb} baş açılarının yani yönelim vektörünün fonksiyonudur.

(2.10) eşitliğinde yer alan $\boldsymbol{\Omega}_{ib}^b$ terimi, jiroskoplar tarafından ölçülen ve SIMU gövde çerçevesi eksenlerinin inersiyal çerçeve eksenlerine göre açısal hızlarını belirten vektörünün çarpık-simetrik matris halidir. 3×1 veya 1×3 boyutlu bir $\boldsymbol{\omega}$ vektörünün çarpık-simetrik matris ($\boldsymbol{\Omega}$) hali, aşağıda gösterildiği şekilde 3×3 boyutlarında vektör elemanlarından oluşan bir matristir.

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \rightarrow \text{Çarpık-simetrik matrisi} \rightarrow [\boldsymbol{\omega} \times] = \boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Dolayısıyla $\boldsymbol{\Omega}_{ib}^b$ terimi, $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ açısal hız vektörü elemanlarından oluşan aşağıdaki 3×3 boyutlarındaki matrise eşittir.

$$\boldsymbol{\Omega}_{ib}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{ib,z}^b & \omega_{ib,y}^b \\ \omega_{ib,z}^b & 0 & -\omega_{ib,x}^b \\ -\omega_{ib,y}^b & \omega_{ib,x}^b & 0 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n$ terimi, lokal navigasyon çerçevesinde çözümlenen Yer dönme açısal hız $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n$ vektörünün çarpık-simetrik matrisidir. Yer merkezli Yer sabit çerçevesinde çözümlenmiş Yer dönme açısal hızı aşağıdaki şekildedir.

$$\boldsymbol{\omega}_{ie}^e = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{ie} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Bu vektörün (2.3) eşitliği kullanılarak lokal navigasyon çerçevesinde çözümlenmiş hali ve çarpık-simetrik matris dönüşümü aşağıda verilmiştir.

$$\boldsymbol{\omega}_{ie}^n = \mathbf{C}_e^n \boldsymbol{\omega}_{ie}^e = \begin{bmatrix} \omega_{ie} \cos(\varphi) \\ 0 \\ -\omega_{ie} \sin(\varphi) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

(2.10) eşitliğinde yer alan $\boldsymbol{\Omega}_{en}^n$ terimi, literatürde taşıma oranı (transport rate) olarak bilinen ve aşağıda bileşenleri açık olarak yazılmış $\boldsymbol{\omega}_{en}^n$ vektörünün çarpık-simetrik matrisidir. Taşıma oranı, lokal navigasyon çerçevesi eksenlerinin, Yer merkezli Yer sabit çerçeve eksenlerine göre dönüş hızını ifade etmektedir. Eksenlerin dönüş hızı, lokal navigasyon çerçevesinde çözümlenmiş SIMU gövdesi doğu ($v_{eb,E}^n$) ve kuzey ($v_{eb,N}^n$) yönlü yatay hızlarının, elipsoit ana eğrilik yarıçaplarına oranı ile elde edilmektedir.

$$\boldsymbol{\omega}_{en}^n = \begin{bmatrix} v_{eb,E}^n / (N + h) \\ v_{eb,N}^n / (M + h) \\ -v_{eb,E}^n \tan(\varphi) / (N + h) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{en}^n = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{en,z}^n & \omega_{en,y}^n \\ \omega_{en,z}^n & 0 & -\omega_{en,x}^n \\ -\omega_{en,y}^n & \omega_{en,x}^n & 0 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

(2.17) eşitliğindeki N ve M normal ve meridyen yönündeki elipsoit ana eğrilik yarıçaplarını, h ise elipsoit yüksekliğini ifade etmektedir. Büyük yarı eksen uzunluğu a ve dış merkezliliği e^2 olan bir referans elipsoidinin normal ve meridyen yönündeki ana eğrilik yarıçapları aşağıdaki şekilde belirlenmektedir.

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\varphi)}} \quad (2.19)$$

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2(\varphi))^{3/2}}} \quad (2.20)$$

(2.11) eşitliği hız güncelleme (velocity update) eşitliğidir. \mathbf{v}_{eb}^n , SIMU gövde çerçevesinin Yer merkezli Yer sabit çerçeveye göre hızını belirten üç boyutlu vektördür. $\dot{\mathbf{v}}_{eb}^n$ ise hız vektörünün değişim oranı yani zamana bağlı türevidir. Hız vektörü ve türevi, lokal navigasyon çerçevesinde çözümlenmiş olup, kuzey yönlü bileşeni $v_{eb,N}^n$, doğu yönlü bileşeni $v_{eb,E}^n$, düşey yönlü bileşeni ise $v_{eb,D}^n$ olacak şekilde aşağıdaki gibi belirtilmektedir.

$$\mathbf{v}_{eb}^n = \begin{bmatrix} v_{eb,N}^n \\ v_{eb,E}^n \\ v_{eb,D}^n \end{bmatrix} \text{ ve } \dot{\mathbf{v}}_{eb}^n = \begin{bmatrix} \dot{v}_{eb,N}^n \\ \dot{v}_{eb,E}^n \\ \dot{v}_{eb,D}^n \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

(2.11) eşitliğindeki \mathbf{f}_{ib}^b terimi, SIMU gövde çerçevesinin inersiyal çerçeveye göre ivmelenmesini gösteren ve ivmeölçerler tarafından algılanan spesifik kuvvet vektörüdür. Bu vektör SIMU gövde çerçevesinde çözümlenmekte ve aşağıdaki bileşenlerden oluşmaktadır.

$$\mathbf{f}_{ib}^b = \begin{bmatrix} f_{ib,x}^b \\ f_{ib,y}^b \\ f_{ib,z}^b \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

(2.11) hız güncelleme eşitliğindeki \mathbf{g}_b^n terimi ise, eşitlik (2.23)'de gösterildiği gibi, SIMU gövde çerçevesi orijinine etki eden kuzey, doğu ve düşey yönlü gravite vektörünü ifade etmektedir. Şekil 2.1 ve Şekil 2.4'de belirtilen Yer gravite modeli terimini temsil etmektedir.

$$\mathbf{g}_b^n = \begin{bmatrix} g_{b,N}^n \\ g_{b,E}^n \\ g_{b,D}^n \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Gravite vektörü uygulamaya bağlı olarak; EGM2008, EIGEN-6C4, XGM2019 [36] gibi yüksek çözünürlüklü Yer global jeopotansiyel modellerinden veya bölgesel/lokal gravite

alanı modellerinden hesaplanabileceği gibi normal gravite alanı kullanılarak ($\mathbf{g}_b^n \approx \boldsymbol{\gamma}_b^n$) hesaplanabilmektedir. Normal gravite vektörü $\boldsymbol{\gamma}_b^n$, Somigliana kapalı formülü ile aşağıdaki şekilde hesaplanabilmektedir [37].

$$\boldsymbol{\gamma}_b^n = \begin{bmatrix} \gamma_{b,N}^n \\ \gamma_{b,E}^n \\ \gamma_{b,D}^n \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$\gamma_{b,N}^n(\varphi, h) = -8.08 \times 10^{-9} h \sin(2\varphi) \approx 0 \quad (2.25)$$

$$\gamma_{b,E}^n = 0 \quad (2.26)$$

$$\gamma_{b,D}^n(\varphi, h) = \gamma_e \frac{1+k\sin^2\varphi}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}} \left[1 - \frac{2}{a} (1+f+m-2f\sin^2\varphi)h + \frac{3}{a^2}h^2 \right] \quad (2.27)$$

GRS80 ve WGS94 elipsoitleri için γ_e, k, e, a, f ve m sabitleri Çizelge 2.2.'de verilmektedir [37-38].

Hız güncelleme eşitliğindeki $2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n \mathbf{v}_{eb}^n$ çarpımıyla elde edilen terim, literatürde Coriolis düzeltmesi [22] olarak bilinmektedir. Coriolis, dönen bir referans çerçevesine göre hareket sırasında ortaya çıkan sanal bir kuvvet/ivme olup, objenin hızına bağlı olarak artmaktadır.

(2.12) eşitliği konum güncelleme (position update) eşitliğidir. \mathbf{p}_{eb}^n ; SIMU gövde çerçevesi orijininin enlem, boylam ve elipsoit yüksekliğini belirten konum vektörüdür. $\dot{\mathbf{p}}_{eb}^n$ ise konumun zamanla değişimidir ve ilgili hız vektörü bileşenlerinden hesaplanmaktadır.

Çizelge 2.2. Normal gravite hesaplamasında kullanılan GRS80 ve WGS84 sabitleri.

Sabit	GRS80 Elipsodi	WGS84 Elipsoidi
a	6378137 m	6378137 m
e	0.0818191042811	0.0818191908426
f	0.00335281068118	0.00335281066475
k	0.001931851353	0.001931852652
m	0.00344978600308	0.00344978650684
γ_e	9.7803267715 ms ⁻²	9.7803253359 ms ⁻²

$$\mathbf{p}_{eb}^n = \begin{bmatrix} \varphi_b \\ \lambda_b \\ h_b \end{bmatrix} \text{ ve } \dot{\mathbf{p}}_{eb}^n = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_b \\ \dot{\lambda}_b \\ \dot{h}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_{eb,N}^n}{M+h_b} \\ \frac{v_{eb,E}^n}{(N+h_b) \cos(\varphi_b)} \\ -v_{eb,D}^n \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

(2.12) eşitliğindeki \mathbf{T}_r^p matrisi, küçük konum değişimlerinde kartezyen – eğri koordinat dönüşüm matrisi olarak kullanılmakta olup, açık şekli aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{T}_r^p = \begin{bmatrix} \frac{1}{M_b+h_b} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(N_b+h_b) \cos(\varphi_b)} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

2.4. Navigasyon Eşitliklerinin Sayısal Çözümü

Navigasyon eşitliklerinin sayısal çözümü dört adımda ve aşağıda verilen sırayla gerçekleştirilmektedir. Bu adımlar:

- (1) Yönelim güncellemesi adımı,
- (2) Spesifik kuvvetin transformasyonu adımı,
- (3) Hız güncelleme adımı,
- (4) Konum güncelleme adımıdır.

τ_i yönelim güncellenme zaman aralığında, konum ve hız vektörlerinin değişmediği, dolayısıyla Ω_{ie}^n ve Ω_{en}^n matrislerinin sabit kaldığı varsayılırsa, yönelim güncelleme eşitliğinin birinci-derece yaklaşık sayısal çözümü aşağıdaki şekildedir.

$$\mathbf{C}_b^n(+)\approx\mathbf{C}_b^n(-)(\mathbf{I}_3+\boldsymbol{\Omega}_{ib}^b\tau_i)-(\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n(-)+\boldsymbol{\Omega}_{en}^n(-))\mathbf{C}_b^n(-)\tau_i\quad(2.30)$$

Yukarıda sayısal çözüm eşitliğinde; $\mathbf{C}_b^n(+)$ mevcut epoktaki koordinat transformasyon matrisi dolayısıyla yatış, yunuslama, baş açılarından oluşan yönelim vektörünü, $\mathbf{C}_b^n(-)$ bir önceki epokta belirlenmiş koordinat transformasyon matrisini, \mathbf{I}_3 3×3 boyutlarında birim matrisi, τ_i yönelim güncellenme zaman aralığını, $\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n(-)$ ve $\boldsymbol{\Omega}_{en}^n(-)$ bir önceki epokta enlem $\varphi_b(-)$, elipsoit yüksekliği $h_b(-)$ ve hız vektörü $\mathbf{v}_{eb}^n(-)$ kullanılarak belirlenmiş yer dönme ve taşıma hızı çarpık simetrik matrislerini ifade etmektedir.

Yönelim güncellenmesi yapıp mevcut epoktaki koordinat transformasyon matrisi $\mathbf{C}_b^n(+)$ hesaplandıktan sonra, kullanılan birinci-derece sayısal çözüm yaklaşımı ve yuvarlama hatalarından dolayı bu matris ortogonalite özelliklerini sağlayamayabilmektedir. Dolayısıyla belirli zaman aralıklarında $\mathbf{C}_b^n(+)$ matrisinin yeniden ortogonalize ve normalize edilmesi gerekmektedir. Ortogonal matrislerde herhangi iki satır veya herhangi iki kolonun iç çarpımları sıfır olmak zorundadır. Herhangi bir koordinat transformasyon matrisi aşağıdaki gibi üç satırdan oluşacak şekilde ayrıştırılırsa,

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix}\mathbf{c}_1^T\\\mathbf{c}_2^T\\\mathbf{c}_3^T\end{bmatrix}\quad(2.31)$$

ortogonalite sağlanması için, her bir satır çifti arasındaki ortogonalite sapma miktarı Δ_{ij} aşağıdaki şekilde hesaplanmakta ve eşit olarak dağıtılmaktadır [51].

$$\Delta_{ij} = \mathbf{c}_i^T \mathbf{c}_j$$

$$\mathbf{c}'_1 = \mathbf{c}_1 - \frac{1}{2}\Delta_{12}\mathbf{c}_2 - \frac{1}{2}\Delta_{13}\mathbf{c}_3 \quad (2.32)$$

$$\mathbf{c}'_2 = \mathbf{c}_2 - \frac{1}{2}\Delta_{12}\mathbf{c}_1 - \frac{1}{2}\Delta_{23}\mathbf{c}_3$$

$$\mathbf{c}'_3 = \mathbf{c}_3 - \frac{1}{2}\Delta_{13}\mathbf{c}_1 - \frac{1}{2}\Delta_{23}\mathbf{c}_2$$

Yeniden ortogonalizasyonun ardından her bir satıra aşağıdaki normalizasyon işlemi uygulanmaktadır.

$$\mathbf{c}''_i = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{c}'_i{}^T \mathbf{c}'_i}} \mathbf{c}'_i \approx \frac{2}{1 + \mathbf{c}'_i{}^T \mathbf{c}'_i} \mathbf{c}'_i \quad (2.33)$$

Spesifik kuvvetin transformasyonu adımında $\mathbf{f}_{ib}^n(t) = \mathbf{C}_b^n(t)\mathbf{f}_{ib}^b(t)$ eşitliği ile gövde çerçevesinde çözümlenen spesifik kuvvet ölçümleri lokal navigasyon çerçevesine dönüştürülmektedir. Bu eşitliğin sayısal çözümü aşağıdaki şekildedir:

$$\mathbf{f}_{ib}^n \approx \frac{1}{2}(\mathbf{C}_b^n(-) + \mathbf{C}_b^n(+))\mathbf{f}_{ib}^b \quad (2.34)$$

Hız güncelleme adımında (2.11) eşitliğinin sayısal çözümü yapılmaktadır. τ_i hız güncellenme zaman aralığında; Coriolis, taşıma hızı ve gravite vektöründeki değişimler ihmal edildiği varsayılırsa, hız güncelleme eşitliğinin birinci-derece yaklaşık sayısal çözümü aşağıdaki şekildedir.

$$\mathbf{v}_{eb}^n(+) \approx \mathbf{v}_{eb}^n(-) + [\mathbf{f}_{ib}^n + \mathbf{g}_b^n(\varphi_b(-), h_b(-)) - (\boldsymbol{\Omega}_{en}^n(-) + 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n(-))\mathbf{v}_{eb}^n(-)]\tau_i \quad (2.35)$$

Yukarıdaki eşitlikte $\mathbf{v}_{eb}^n(+)$ mevcut epoktaki hız vektörünü, $\mathbf{v}_{eb}^n(-)$ bir önceki epoktaki hız vektörünü, $\mathbf{g}_b^n(\varphi_b(-), h_b(-))$ bir önceki epoğa ait enlem $\varphi_b(-)$ ve elipsoit yüksekliği $h_b(-)$ kullanılarak belirlenen gravite vektörünü ifade etmektedir.

Son adım konum güncelleme adımı olup, (2.12) eşitliğinin sayısal çözümünü gerektirmektedir. τ_i konum güncellenme zaman aralığında, (2.20) ve (2.21) eşitlikleriyle verilen elipsoit ana eğrilik yarıçaplarındaki (N, M) değişimlerin ihmal edildiği varsayılırsa, konum güncelleme eşitliğinin sayısal çözümü aşağıdaki şekildedir.

$$h_b(+) = h_b(-) - \frac{\tau_i}{2} \left(v_{eb,D}^n(-) + v_{eb,D}^n(+) \right)$$

$$\varphi_b(+) = \varphi_b(-) + \frac{\tau_i}{2} \left(\frac{v_{eb,N}^n(-)}{M(\varphi_b(-)) + h_b(-)} + \frac{v_{eb,N}^n(+)}{M(\varphi_b(-)) + h_b(-)} \right) \quad (2.36)$$

$$\lambda_b(+) = \lambda_b(-) + \frac{\tau_i}{2} \left(\frac{v_{eb,E}^n(-)}{(N(\varphi_b(-)) + h_b(-)) \cos(\varphi_b(-))} + \frac{v_{eb,E}^n(+)}{(N(\varphi_b(+)) + h_b(+)) \cos(\varphi_b(+))} \right)$$

Yukarıdaki eşitliklerde; $\varphi_b(+), \lambda_b(+), h_b(+)$ mevcut epoktaki konum vektörünü, $\varphi_b(-), \lambda_b(-), h_b(-)$ ise bir önceki epoktaki konum vektörünü ifade etmektedir.

2.5. Navigasyon Parametrelerinin Başlangıç Değerlerinin Belirlenmesi

Şekil 2.4'de gösterildiği gibi, ataletsel navigasyon sistemleri ataletsel sensör çıktılarını integre ederek navigasyon çözümü yapar. Navigasyon eşitliklerinin her iterasyonu kendisinden bir önceki çözüm sonuçlarını başlangıç olarak kullanır. Bu nedenle, SIMU ile navigasyona başlamadan önce ilk durulan noktada konum, hız ve yönelim vektörlerinin başlangıç değerlerinin bilinmesi gerekir.

SIMU başlangıç konum ve hız vektörü harici bilgi ile başlatılmak zorundadır. Eğer, SIMU'nun kullanıldığı son noktada araç hareket ettirilmezse, bilinen son konum bilgisi kaydedilebilir ve bir sonraki kullanım için başlangıç değeri olarak kullanılabilir. SIMU konumu başka bir navigasyon sistemi yardımıyla da başlatılabilir. Bu sistem, bir ataletsel navigasyon sistemi, GNSS veya yersel radyo navigasyon sistemi olabilir. Alternatif olarak, konumu hassas bir şekilde bilinen bir nirengi noktası üzerine SIMU'yu yerleştirilerek konum başlangıç vektörü elde edilebilir. Ancak, unutulmamalıdır ki SIMU konum vektörü, gövde çerçevesi orijini'dir. Eğer başlama noktası SIMU gövde çerçevesi orijininin başka bir yerde ise, SIMU ile referans noktası arasındaki kol vektörü (lever arm) olarak bilinen bazın belirlenmesi gerekmektedir (Bakınız, Şekil-4.3.). Bu çalışmada

başlangıç konum vektörü GNSS yardımıyla belirlenmiş, kol vektörü dikkate alınarak SIMU gövde çerçevesi orijinine ötelenmiştir.

SIMU başlangıç hız vektörü, en basit şekilde SIMU Yer'e göre hareketsiz konumda getirilerek belirlenebilir. Bu durumda hız vektörü değerleri sıfırdır. Alternatif olarak GNSS, Doppler radar gibi başka bir navigasyon sistemi kullanılabilir. Bu durumda, konum başlatmada olduğu gibi kol vektörü dikkate alınmalıdır. Titreşim, hız vektörü başlatmada önemli bir problemdir. Örneğin, SIMU Yer'e göre hareketsiz konumda olduğu durumda, rüzgâr, çevresel gürültüler, trafik, insan ve araç hareketliliği, yakıt ikmali vb. gibi nedenlerle bozucu kuvvetlere maruz kalıp hareket edebilir. Deniz araçları için su hareketi (dalga, akıntı vb.) ayrı bir bozucu etkidir. Bu durumlarda, başlatma süresi uzun tutulur ve ortalama alınarak gürültü giderilmeye çalışılır. Bu çalışmada da SIMU hareketsiz konumda başlatıldığından başlangıç hız vektörü sıfır alınmıştır.

Yönelim vektörü başlatma işlemine hizalama (alignment) adı verilir. SIMU, Yer'e göre hareketsiz konumda iken kendi kendine hizalama (self-alignment) adı verilen yöntemle yönelim başlatma vektörü bulunabilir. Baş açısı yönelim başlangıç değeri, manyetik pusula ile de belirlenebilir. SIMU hareket halinde iken (örneğin güdümlü mühimmat) yönelim başlatması için, farklı bir SIMU'nun (örneğin uçak navigasyon sistemi) yönelim referansı sağlaması gerekir. Yönelim ölçmek için çoklu GNSS anten sistemi de kullanılabilir. Bu durumda antenler arası baz vektörünün hassas bir şekilde belirlenmesi ve uzun ortalama süresine ihtiyaç vardır. Hassas uygulamalarda alternatif olarak yıldız kameraları kullanılabilir.

Bu çalışmada başlangıç yönelim vektörü kendi kendine hizalama yöntemi ile belirlenmiştir. Bu yöntem iki aşamadan oluşur. Tesviyeleme (levelling) adı verilen aşamada durağan ivmeölçer çıktıları kullanılarak ϕ_{nb} yatış ve θ_{nb} yunuslama açıları belirlenmektedir. Jiroskoplu-pusula (gyrocompassing) adı verilen ikinci aşamada, durağan jiroskop çıktıları ile yatış ve yunuslama açıları kullanılarak ψ_{nb} baş açısı belirlenir.

Tesviyelemenin temel prensibi şu şekildedir. SIMU ivmeölçerleri hareketsiz konumda iken, Bölüm-3'de daha detaylı anlatıldığı şekilde sadece Yer çekimine karşı tepki

kuvvetini algılar. Gravite vektörü düşey bileşeninin, lokal navigasyon çerçevesinin düşey doğrultusunda olduğu varsayıldığında aşağıdaki eşitliği yazmak mümkündür:

$$\mathbf{f}_{ib}^b = \mathbf{C}_n^b \mathbf{g}_b^n \quad (2.37)$$

\mathbf{C}_n^b koordinat transformasyon matrisi, (2.6) eşitliği ile verilen \mathbf{C}_b^n matrisinin transpozudur. \mathbf{C}_n^b matrisinin üçüncü kolonu dikkate alındığında, (2.37) eşitliği ϕ_{nb} yatış ve θ_{nb} yunuslama açıları ile $\mathbf{g}_{b,D}^n$ gravite düşey bileşeni cinsinden aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} f_{ib,x}^b \\ f_{ib,y}^b \\ f_{ib,z}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\theta_{nb}) \\ -\cos(\theta_{nb}) \sin(\phi_{nb}) \\ -\cos(\theta_{nb}) \cos(\phi_{nb}) \end{bmatrix} \mathbf{g}_{b,D}^n \quad (2.38)$$

Yukarıdaki vektör bileşenleri oranlandığında, gravite düşey bileşeni terimi sadeleştiğinden, gravite vektörü bilgisi olmadan yatış ve yunuslama açıları aşağıdaki şekilde belirlenebilmektedir.

$$\phi_{nb} = \text{atan2}(-f_{ib,y}^b, -f_{ib,z}^b) \quad (2.39)$$

$$\theta_{nb} = \text{atan} \left(\frac{f_{ib,x}^b}{\sqrt{f_{ib,y}^b{}^2 + f_{ib,z}^b{}^2}} \right)$$

Jiroskoplu-pusulanın temel prensibinde ise, yine Bölüm-3'de daha detaylı anlatıldığı şekilde, SIMU jiroskopları hareketsiz konumda sadece Yer dönmesini algılayabilmektedir. Söz konusu bu dönüş, SIMU gövde çerçevesinde ölçülebilirse, dönme eksenini ve gravite vektörünün çakışık olduğu kutuplar ve kutba yakın yerler hariç kalan diğer bölgelerde baş açısı belirlenmiş olur. Jiroskoplu-pusulanın temel eşitliği aşağıdaki şekildedir.

$$\boldsymbol{\omega}_{ib}^b = \mathbf{C}_n^b \mathbf{C}_e^n \boldsymbol{\omega}_{ie}^e \quad (2.40)$$

Yukarıdaki eşitlik çözüldüğünde açık şekli aşağıdaki eşitliğe dönüşmektedir.

$$\begin{bmatrix} \omega_{ie} \cos(\varphi_b) \\ 0 \\ -\omega_{ie} \sin(\varphi_b) \end{bmatrix} = \mathbf{C}_b^n \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \quad (2.41)$$

Tesviyeleme yöntemi ile bulunan yatış ve yunuslama açıları \mathbf{C}_b^n matrisinde yerine konulduğunda ve yukarıdaki çarpım işlemi yapıldığında çıkan sonucun ikinci satırı ψ_{nb} baş açısını verir.

$$\psi_{nb} = \text{atan2}(\sin\psi_{nb}, \cos\psi_{nb})$$

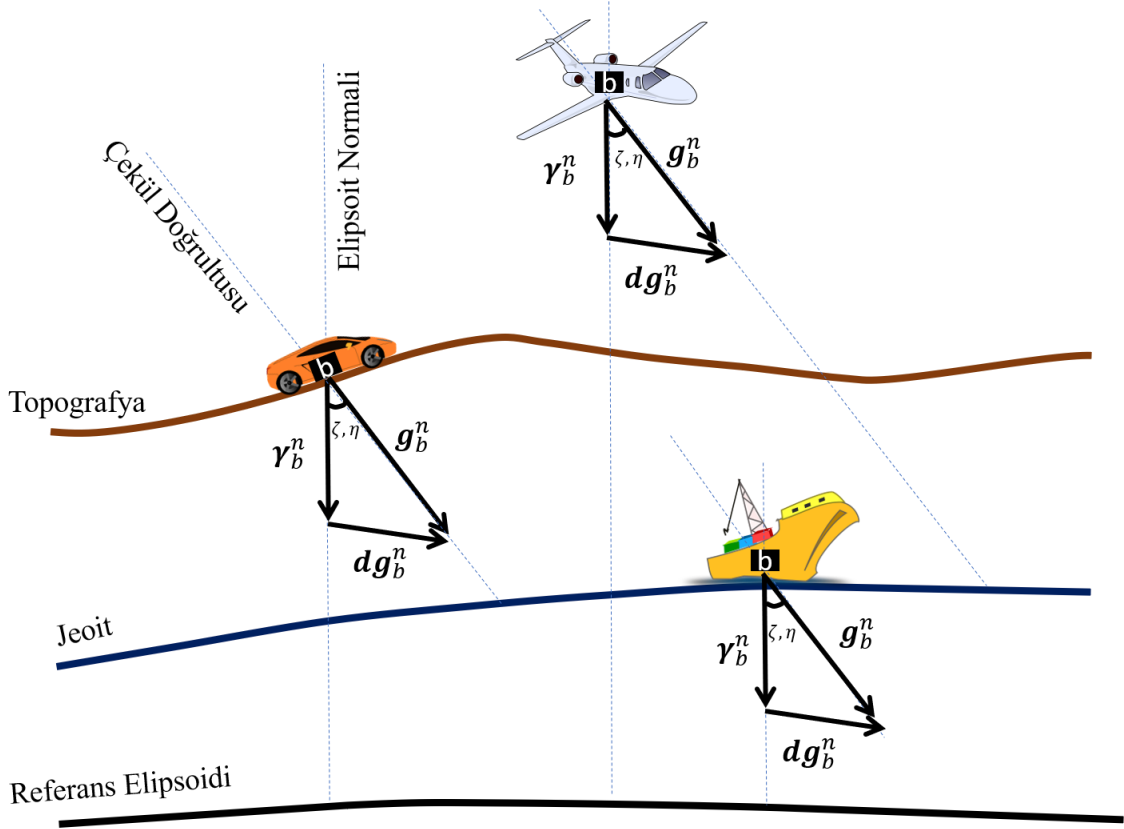
$$\sin\psi_{nb} = -\omega_{ib,y}^b \cos(\phi_{nb}) + \omega_{ib,z}^b \sin(\phi_{nb}) \quad (2.42)$$

$$\cos\psi_{nb} = \omega_{ib,x}^b \cos(\theta_{nb}) + \omega_{ib,y}^b \sin(\phi_{nb}) \sin(\theta_{nb}) + \omega_{ib,z}^b \cos(\phi_{nb}) \sin(\theta_{nb})$$

2.6. Mobil Gravimetri

Birçok uygulamada ataletsel navigasyon hız eşitliğinde yer alan \mathbf{g}_b^n gravite vektörünün, referans elipsoidi normal gravite vektörüne $\boldsymbol{\gamma}_b^n$ eşit olduğu varsayılır ve navigasyon denklemleri bu şekilde çözülür. Ancak, lokal navigasyon çerçevesinde gerçek gravite vektörü \mathbf{g}_b^n , normal gravite vektörü $\boldsymbol{\gamma}_b^n$ ile gravite bozukluğu olarak bilinen \mathbf{dg}_b^n vektörlerinin toplamıdır (Şekil 2.5).

$$\mathbf{g}_b^n = \boldsymbol{\gamma}_b^n + \mathbf{dg}_b^n \quad \text{veya} \quad \begin{bmatrix} g_{b,N}^n \\ g_{b,E}^n \\ g_{b,D}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{b,N}^n \\ \gamma_{b,E}^n \\ \gamma_{b,D}^n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dg_{b,N}^n \\ dg_{b,E}^n \\ \delta g_{b,D}^n \end{bmatrix} \quad (2.43)$$



Şekil 2.5. Farklı mobil platformlarda gerçek gravite, normal gravite, gravite bozukluğu vektörleri.

Gravite bozukluğu, Yer içerisindeki kütle ve yoğunluk düzensizliklerinden kaynaklanır ve Yer gravite alanının temel fonksiyonlarından biridir. Büyüklüğü, Yer gravite alanındaki anomalileri işaret eder. Gravite bozukluğu, statik ve/veya mobil gravimetrik yöntemlerle elde edilmek istenen fiziksel bir büyüklüktür. Gerçek gravite ile normal gravite vektörlerinin doğrultuları arasında kalan açisal büyüklüğe *çekül sapması* adı verilir. Çekül sapmasının, kuzey-güney (ζ) ve doğu-batı yatay yönlü (η) olmak üzere gravite bozukluğu vektörünün fonksiyoneli olan iki bileşeni mevcuttur.

$$\zeta = \frac{-dg_{b,N}^n}{|g_b^n|} \quad \text{ve} \quad \eta = \frac{-dg_{b,E}^n}{|g_b^n|} \quad (2.44)$$

SIMU ile mobil gravimetrimin temelinde, SIMU gövde çerçevesi orijini üzerindeki Bölüm-3'de detayları verilen üç farklı ivmenin ayrıştırılması problemi yatmaktadır. Hareketli bir objede kinematik, spesifik kuvvet ve gravite ivmesi olmak üzere üç farklı ivmelenmeden söz etmek mümkündür. Kinematik ivme, spesifik kuvvet ile gravite

ivmesinin toplamına eşittir. Objenin hareket edebilmesi için spesifik kuvvetin gravite ivmesinden farklı olması gerekir. Spesifik kuvvet SIMU ivmeölçerleri tarafından ölçülebilmekte, jiroskop açısal hızları kullanılarak lokal navigasyon çerçevesinde çözümlenebilmektedir. Eğer SIMU gövde çerçevesi orijininin kinematik ivmesi ölçülebilirse, (1.1) eşitliğinde gösterildiği şekilde gravite vektörünü belirlemek mümkün hale gelir. Dolayısıyla, SIMU ile mobil gravimetri için ataletsel navigasyon sistemi dışında kinematik ivmeyi belirleyebilecek bir navigasyon sistemine daha ihtiyaç vardır. GNSS ile kinematik ivme belirlemek mümkündür. \mathbf{x}_{eb}^n , SIMU gövde çerçevesi orijininin Yer merkezli Yer sabit çerçeveye göre konum vektörü olduğu varsayıldığında, bu vektörün birinci türevi $\dot{\mathbf{x}}_{eb}^n = \mathbf{v}_{eb}^n$ hız vektörünü, ikinci türevi $\ddot{\mathbf{x}}_{eb}^n$ ise kinematik ivmeye eşittir. Gravite vektörü, normal ve gravite bozukluğu toplamı cinsinden ifade edilirse, (1.1) eşitliğinde inersiyel çerçevede gösterilen mobil gravimetri temel eşitliğinin lokal navigasyon çerçevesindeki karşılığı aşağıdaki şekildedir:

$$\mathbf{d}g_b^n = \ddot{\mathbf{x}}_{eb}^n - \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{ib}^b + (2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\Omega}_{en}^n) \dot{\mathbf{x}}_{eb}^n - \boldsymbol{\gamma}_b^n \quad (2.45)$$

Yukarıdaki temel eşitlikte, eşitliğin sağındaki birinci terim GNSS ölçüleri ile, ikinci terim SIMU ölçüleri ile, üçüncü ve dördüncü terimler ise GNSS ölçüleri ile belirlenmektedir. GNSS konum vektörünün ikinci türevi ile hesaplanan kinematik ivme yüksek frekanslı gürültüler içermektedir. Uygulamada, (2.46) eşitliği ile elde edilen gravite bozukluğu, konumsal düşük geçirgenli filtre ile süzgeçlenerek nihai çözüm oluşturulmaktadır [15], [17], [39–42]. Gürültünün büyüklüğüne bağlı olarak filtre uzunluğu genellikle 60 s ile 120 s arasında seçilmektedir. Nihai gravite bozukluğu çözümünün konumsal çözünürlüğü, uygulanan filtrenin uzunluğuna ve aracın hızına bağlıdır. Örneğin; 80 ms^{-1} hızla hareket eden bir uçakla gerçekleştirilen mobil hava gravimetrisinde, uzunluğu 90 s olan bir filtre uygulandığında, nihai gravite bozukluğu çözümlerinin yarı-dalga boylu konumsal çözünürlüğü $80 \text{ ms}^{-1} \times 90 \text{ s} = 7.2 \text{ km}$, 5 ms^{-1} hızla hareket eden bir botla gerçekleştirilen mobil deniz gravimetrisinde nihai gravite bozukluğu çözümlerinin yarı-dalga boylu konumsal çözünürlüğü 450 m olarak hesaplanabilir. Bu nedenle, mobil gravimetride kullanılan aracın olabildiğince düşük hızda hareket etmesi tercih edilir. Tez çalışmasının temel amacı da, karada düşük hızda gidebilen tekerlekli araçla mobil gravimetri uygulaması gerçekleştirmektir.

(2.45) eşitliği kullanılarak gravite bozukluğu belirleme yöntemi literatürde *direkt yöntem* olarak bilinmektedir. SIMU ile mobil gravimetride, *dolaylı yöntem* olarak bilinen [12] başka bir teknik daha vardır. Dolaylı yöntemle gravite bozukluğu belirleyebilmek için (2.11) eşitliği ile verilen hız güncelleme navigasyon eşitliği kullanılır. (2.11) eşitliğindeki son terim olan gravite vektörü, normal gravite ve gravite bozukluğu toplamı cinsinden yazılırsa;

$$\dot{\mathbf{v}}_{eb}^n = \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{ib}^b - (2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\Omega}_{en}^n) \mathbf{v}_{eb}^n + \boldsymbol{\gamma}_b^n + \mathbf{d}\mathbf{g}_b^n \quad (2.46)$$

şeklini alır. $\mathbf{d}\mathbf{g}_b^n$ terimi Bölüm-4'de bahsedilecek olan Kalman navigasyon filtresinde hata durum vektörüne eklenebilecek ve filtre ile kestirilebilecek bir büyüklük olarak karşımıza çıkmaktadır. Yani gravite bozukluğu, Kalman navigasyon filtresinde standart olarak kestirilen navigasyon parametrelerine ilave edilen SIMU sensör hataları gibi sistem durum vektörüne eklenerek stokastik olarak modellenmektedir. Bu yöntemde ilgili tüm büyüklük ve ölçüler tek bir sistem modeli içerisinde entegre edilmekte, tüm süreç basitleştirilmektedir. Bu çalışmada gravite bozukluğu dolaylı yöntemle belirlenmiş olup, yöntemin detayları Bölüm-4'de ayrıntılı şekilde anlatılmaktadır.

3. ATALETSEL SENSÖRLER VE HATA KAYNAKLARI

3.1. Ataletsel Sensörler

Akıllı cep telefonlarından, robotlara, insanlı/insansız kara-hava-deniz ve uzay araçlarından, stabilizasyon sistemlerine kadar hemen hemen her alanda kullanılan Analitik Ataletsel Ölçüm Birimi (Strapdown Inertial Measurement Unit-SIMU), birden fazla atalet sensörünü içinde barındıran bir cihazdır. Üzerinde bulunan ivmeölçer ve dönüölçer (jiroskop) sensörleriyle, objelerin hareketten kaynaklanan ivmelenmelerini ve açısal hızlarını ölçebilmektedir.

İvmeölçerler, üzerlerine uygulanan ve spesifik kuvvet olarak bilinen etki/tepki kuvvetlerini ölçerler. İnersiyal referans sisteminde Newton hareket denklemi aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir.

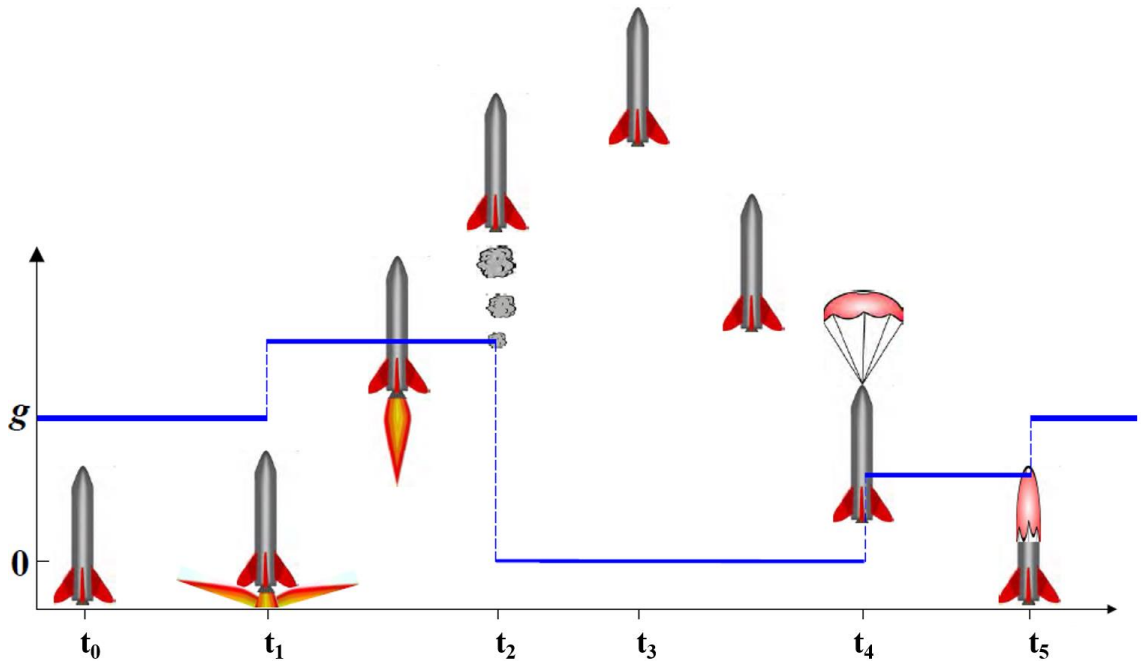
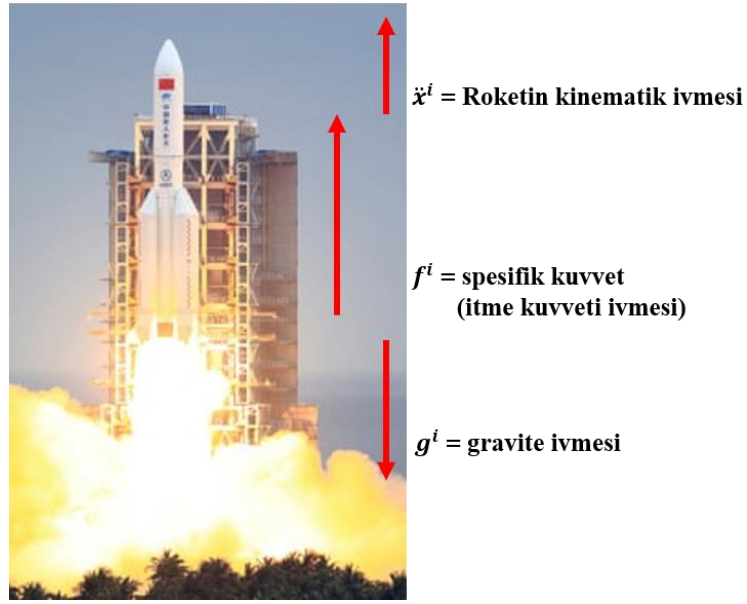
$$\ddot{\mathbf{x}}^i = \frac{\mathbf{F}^i}{m} + \mathbf{g}^i \quad (3.1)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}^i = \frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2} \quad (3.2)$$

$$\frac{\mathbf{F}^i}{m} = \mathbf{f}^i \quad (3.3)$$

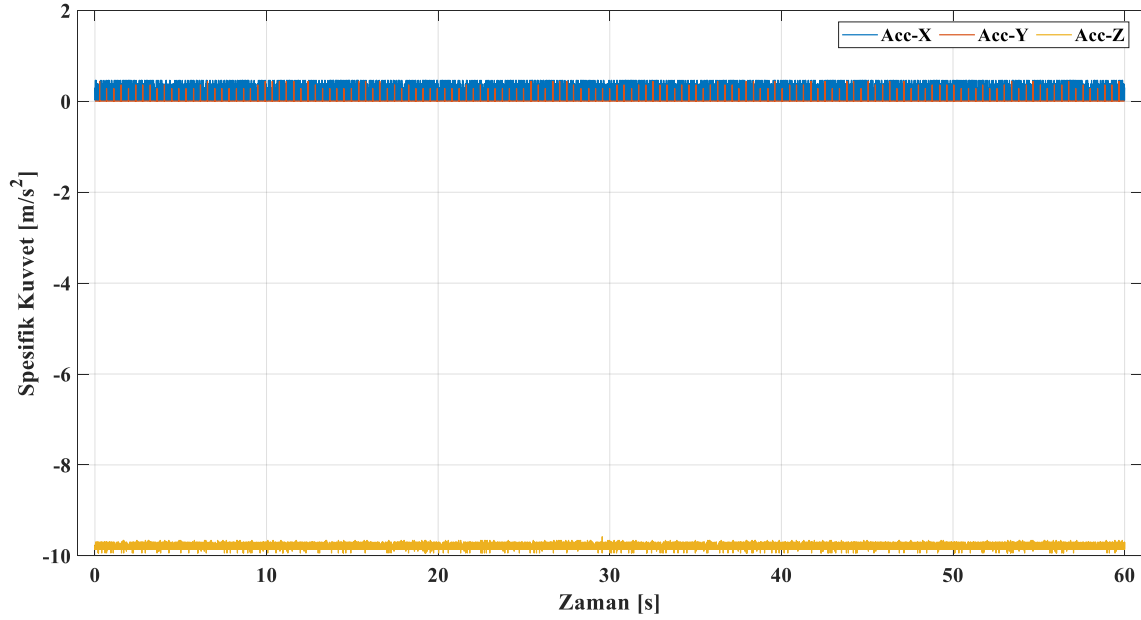
$\ddot{\mathbf{x}}^i = \ddot{\mathbf{x}}_{ib}^i$ cismin toplam kinematik ivme vektörünü, $\mathbf{f}^i = \mathbf{f}_{ib}^i$ cisme uygulanan spesifik kuvveti ve $\mathbf{g}^i = \mathbf{g}_b^i$ ise gravite vektörünü ifade etmektedir. Şekil 3.1’de bir uzay roketinin düşey yönde fırlatılmasından yere inene kadar geçen sürede, üzerine monte edilmiş ve pozitif eksenini düşey yönde olan bir ivmeölçerin gösterdiği değerler resmedilmeye çalışılmıştır. t_0 ve t_1 zamanları arasında roket fırlatma rampasında, motor çalıştırılmadan hareketsiz halde beklemektedir. Bu konumda üzerindeki ivmeölçer yerçekimine karşı tepki kuvvetini ölçmekte ve çıktısı $1 \text{ g} \sim 9.8 \text{ ms}^{-2}$ olarak kaydedilmektedir. Bu konumda $\mathbf{f}^i = \mathbf{g}^i$ ’dir. t_1 ve t_2 zamanları arasında motorlar ateşlendiğinden itme kuvveti oluşmakta, roketin yükselmesi için itme kuvveti \mathbf{f}^i , gravite

ivmesinden daha büyük olmak zorundadır. Bu konumda $f^i > g^i$ 'dir. t_2 ve t_4 zamanları arasında yakıt bitmiş ve atmosferik sürtünme olmadığı varsayılarak roket serbest düşüşe başlamıştır. Bu konumda ivmeölçer üzerinde hiçbir etki/tepki kuvveti olmadığından $f^i = 0$ 'dir. t_4 ve t_5 zamanları arasında paraşüt açıldığından hava direnci kuvveti oluşmuş, ancak bu kuvvet yerçekimi kuvvetinden daha düşük olduğu için roket yere doğru inişe devam etmiştir. Bu konumda $f^i < g^i$ 'dir. t_5 anından sonra roket yerde hareketsiz durduğu için, t_0 ve t_1 zamanları arasındaki duruma benzer şekilde $f^i = g^i$ 'dir.



Şekil 3.1. Newton hareket denklemleri parametreleri ve pozitif ekseni düşey yönde olan bir ivmeölçerinin hareketiyle ilgili çıktısı [43].

Çalışmada kullanılan SIMU'ya ait, laboratuvarında sabit olarak 1 dakika boyunca 300 Hz örneklem aralığında toplanmış örnek ivmeölçer üçlüsü çıktısı Şekil 3.2'de sunulmuştur. İvmeölçerlerden ikisi yatay yönde (Acc-X ve Acc-Y), diğeri ise düşey yöndedir (Acc-Z). Eksenleri yatay yönde olan ivmeölçerler üzerinde herhangi bir etki/tepki kuvveti olmadığından çıktıları sifira yakındır. Sadece Bölüm-3.2'de bahsedilen çalıştırma anı atımlar ile rastgele gürültüleri içermektedir. Pozitif eksenini düşey yönde olan ivmeölçer ise yukarıda bahsedildiği gibi, yerçekimine karşı tepki kuvvetini ölçtüğünden çıktısı $1 \text{ g} \sim 9.8 \text{ ms}^{-2}$ civarındadır.

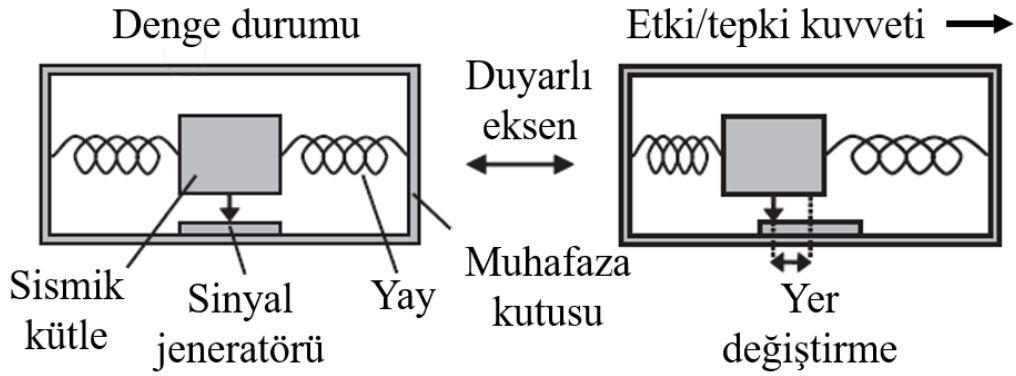


Şekil 3.2. Durağan pozisyonda 300 Hz örneklem aralıklı ivmeölçer üçlüsü çıktıları.

Şekil 3.2'de Acc-X ($f_{ib,x}^i$) ve Acc-Y ($f_{ib,y}^i$) yatay yönlü ivmeölçer çıktıları, Acc-Z ($f_{ib,z}^i$) ise düşey yönlü ivmeölçer çıktısını ifade etmektedir.

Şekil 3.3'de basit bir ivmeölçer çalışma prensibi gösterilmektedir. Bir muhafaza kutusu içerisinde yerleştirilmiş ve yaylarla iki kenara tutturulmuş sismik kütle, ivmeölçerin duyarlı eksenini boyunca serbest hareket edebilmektedir. Mekanik hareketi elektrik sinyaline dönüştüren sinyal jeneratörü, sismik kütleli muhafaza kutusundaki konumunu ölçebilmektedir. İvmeölçer, duyarlı eksenini doğrultusunda bir etki ve/veya tepki kuvvetine

maruz kaldığında, yaylardan biri uzayıp diğeri kısalmaktadır. Sismik kütlenin konumu, uygulanan kuvvetle orantılı olarak başlangıç konumuna göre değişmektedir. Sismik kütlenin konumundaki bu değişim, sinyal jeneratörü tarafından ölçülmekte ve ivme sinyaline dönüştürülmektedir. İvmeölçerlerde, obje koordinat sistemi, ivmeölçerin duyarlı eksenleri, referans koordinat sistemi ise inersiyel sistemdir. Çözümleme koordinat sistemi ise yine ivmeölçerin duyarlı eksenleridir. Böylece, birbirine dik üç ivmeölçerden oluşan bir SIMU, f_{ib}^b vektörü ile gösterilen SIMU gövde koordinat sisteminin inersiyel sisteme göre spesifik kuvvetini ölçmektedir. Spesifik kuvvet birimi ms^{-2} 'dir. Uygulamada, sismik kütle salınımlarını azaltacak sönümleyiciler kullanılmakta, sismik kütle ayrıca sarkaç veya titreşimli kollar ile desteklenmektedir.



Şekil 3.3. Basit bir ivmeölçer yapısı [22].

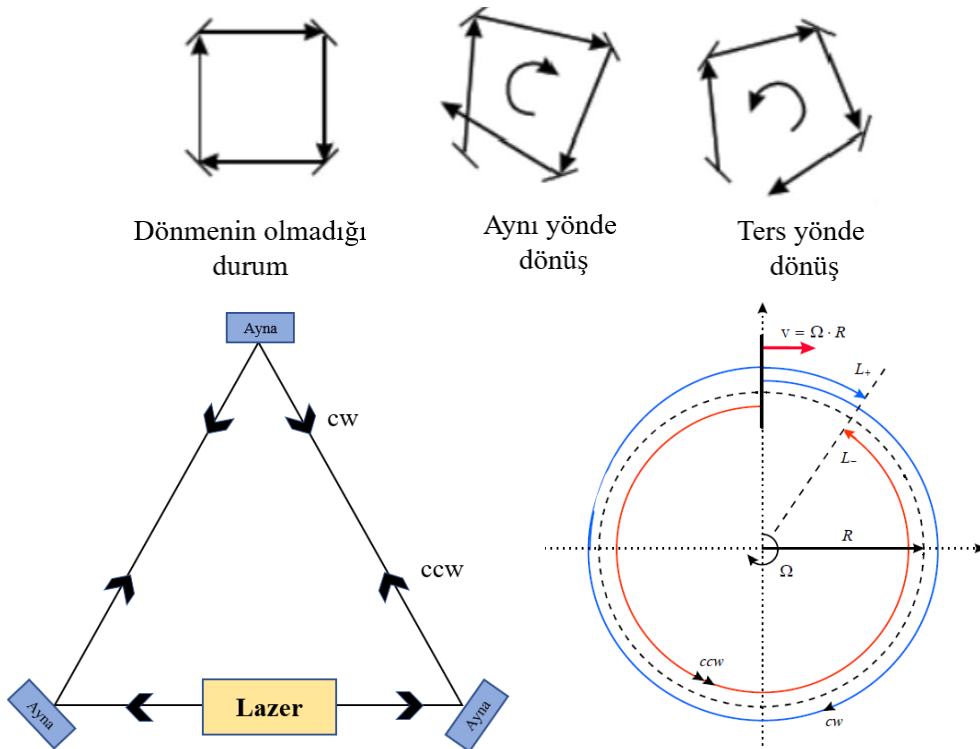
Jiroskop, duyarlı ekseninin açısal hızını ölçen cihazdır. Açısal hız, bir objenin birim zamandaki açısal olarak yer değiştirme miktarına verilen isimdir. Açısal hız vektörel olup bir cismin bir eksen üzerindeki dönüş yönünü ve hızını verir. Açısal hız birimi rad/s 'dir. Jiroskoplar günlük hayatta, kara/deniz/hava ve uzay araçlarında yön bulma, stabilizasyon sistemleri, mobil cihazlarda ekran döndürme, telefon ile oyunda araba veya karakterleri yönlendirme gibi birçok alanda kullanılmaktadır. Optik jiroskoplar uygulamada en yaygın kullanılanı olmakla birlikte, titreşimli, dönen-kütle gibi çok çeşitli jiroskop tür ve teknolojisi bulunmaktadır.

Optik jiroskoplar, Şekil 3.4'de gösterilen ve "Sagnac Etkisi" olarak bilinen prensibe göre çalışmaktadır [33]. İnersiyel sistemde ışık sabit hızda yol alır. Dönmenin olmadığı

aynalardan oluşan kapalı-döngü bir ortamda, saat yönü ve tersi yönünde zıt doğrultularda gönderilen ışığın her iki yönde kat edeceği yol uzunluğu eşittir. Ancak ortam, ışığın gönderilme doğrultusu ile aynı yönde döndürüldüğünde ışığın kat ettiği yol uzunluğu artmakta, tersi durumda ise azalmaktadır. Işık yol uzunluğundaki değişimin ölçülmesi ile ortamın inersiyal sisteme göre açısal hızı belirlenebilmektedir. Başka bir ifade ile, kapalı-döngü dönen bir ortamda hareket eden iki zıt yönlü ışık dalgası arasındaki faz farkı, dönme hızı ile aşağıdaki Sagnac bağıntısında gösterildiği şekilde orantılıdır. Eşitlikteki $\Delta\varphi_S$ faz farkını, Ω açısal hızı, A interferometre alanını, c_0 vakumdaki ışık hızını ve λ_0 lazer ışığının dalga boyunu ifade etmektedir.

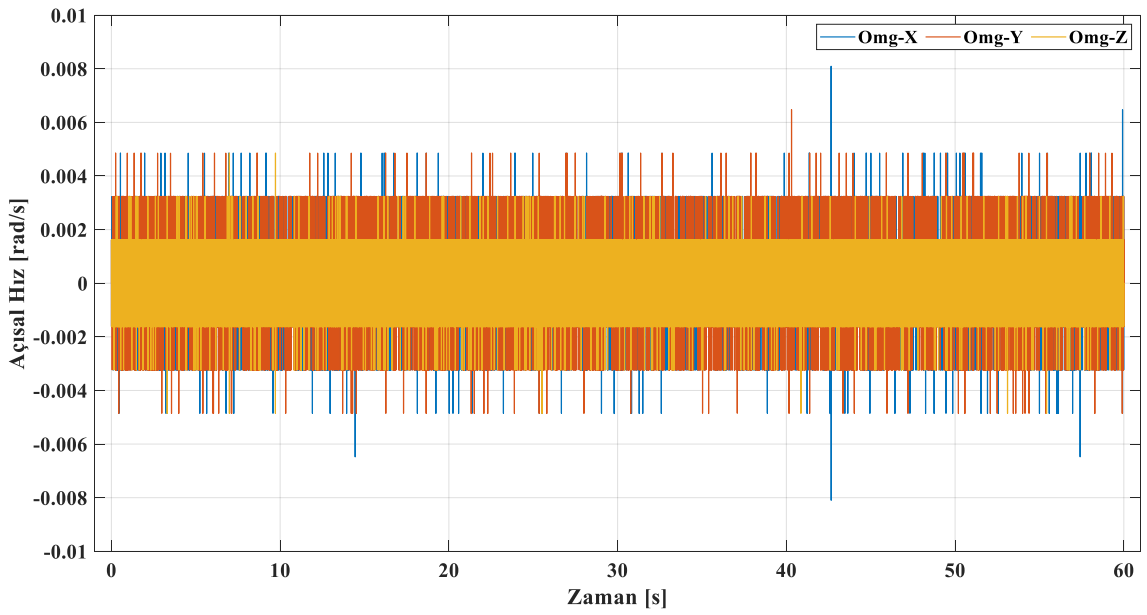
$$\Delta\varphi_S = \frac{8\pi A}{c_0\lambda_0} \Omega \quad (3.4)$$

Jiroskop açısal hız ölçümlerinde, obje koordinat sistemi jiroskobun duyarlı eksenleri, referans koordinat sistemi ise inersiyal sistemdir. Çözümleme koordinat sistemi ise yine jiroskobun duyarlı eksenleridir. Böylece, birbirine dik üç jiroskoptan oluşan bir SIMU, ω_{ib}^b vektörü ile gösterilen SIMU gövde koordinat sisteminin inersiyal sisteme göre açısal hızını ölçmektedir.



Şekil 3.4. Optik jiroskobun çalışma prensibi ve Sagnac etkisi. (cw: saat yönü, ccw: saat yönü tersi) [22], [44].

Çalışmada kullanılan SIMU'ya ait, laboratuvarında sabit olarak 1 dakika boyunca 300 Hz örneklem aralığında toplanmış örnek jiroskop üçlüsü çıktıları Şekil 3.5'de sunulmuştur. Jiroskoplardan ikisi yatay yönde (Omg-X ve Omg-Y), diğeri ise düşey yöndedir (Omg-Z). Her üç ekseninde de Yer dönmesi dışında başka bir dönüş olmadığından, çıktılar sıfıra yakındır. Bölüm-3.2'de bahsedilen çalıştırma anı atımlar ile rastgele gürültüleri içermektedir. Ancak, Bölüm-3.5'de gösterildiği üzere, bu durumdaki jiroskop üçlüsünün büyüklüğü ya da normu Yer dönme hızına çok yakındır.



Şekil 3.5. Durağan pozisyonda 300 Hz örneklem aralıklı jiroskop üçlüsü çıktıları.

Şekil 3.5'de Omg-X ($\omega_{ib,x}^b$) ve Omg-Y ($\omega_{ib,y}^b$) yatay yönlü jiroskop çıktıları, Omg-Z ($\omega_{ib,z}^b$) ise düşey yönlü jiroskop çıktısını ifade etmektedir.

3.2. Ataletsel Sensör Hataları

Her ölçme sisteminde olduğu gibi ataletsel sensörler çeşitli (sistemik) ve hatalar içermektedir. İvmeölçer üçlüsü gerçek girdi değerleri ile sensör çıktıları f_{ib}^b ve \tilde{f}_{ib}^b ile, jiroskop üçlüsü gerçek girdi değerleri ile çıktıları ω_{ib}^b ve $\tilde{\omega}_{ib}^b$ ile ifade edilecek olursa, söz konusu hataları; atım (bias) ($\mathbf{b}_a, \mathbf{b}_g$), ölçek ($\mathbf{s}_a, \mathbf{s}_g$), yanlış hizalama/çapraz çiftleme

$(\mathbf{M}_a, \mathbf{M}_g)$ ve rastgele hatalar $(\mathbf{w}_a, \mathbf{w}_g)$ olarak sıralamak mümkündür [22], [35], [40], [45], [46]

$$\tilde{\mathbf{f}}_{ib}^b = \mathbf{b}_a + \mathbf{M}_a \mathbf{f}_{ib}^b + \mathbf{w}_a \quad (\text{ivmeölçer üçlüsü}) \quad (3.5)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b = \mathbf{b}_g + \mathbf{M}_g \boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \mathbf{w}_g \quad (\text{jiroskop üçlüsü}) \quad (3.6)$$

$$\mathbf{b}_a = [b_{a,x} \quad b_{a,y} \quad b_{a,z}]^T \quad \text{ve} \quad \mathbf{b}_g = [b_{g,x} \quad b_{g,y} \quad b_{g,z}]^T \quad (3.7)$$

$$\mathbf{M}_a = \begin{bmatrix} s_{a,x} & m_{a,xy} & m_{a,xz} \\ m_{a,yx} & s_{a,y} & m_{a,yz} \\ m_{a,zx} & m_{a,zy} & s_{a,z} \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \mathbf{M}_g = \begin{bmatrix} s_{g,x} & m_{g,xy} & m_{g,xz} \\ m_{g,yx} & s_{g,y} & m_{g,yz} \\ m_{g,zx} & m_{g,zy} & s_{g,z} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{w}_a = [w_{a,x} \quad w_{a,y} \quad w_{a,z}]^T \quad \text{ve} \quad \mathbf{w}_g = [w_{g,x} \quad w_{g,y} \quad w_{g,z}]^T \quad (3.9)$$

Her bir hata kaynağının; sabit (fixed) katkı, sıcaklık bağımlı değişim, çalıştırma anı (run-to-run) değişim, çalışma süresi boyunca (in-run) değişim olmak üzere dört farklı bileşeni vardır. Sabit katkı sistematik bir etkidir ve laboratuvar kalibrasyonu ile belirlenir ve giderilir. Sıcaklık bağımlı değişim de sistematik bir etkidir ve laboratuvar da sensör çıktısı/sıcaklık değişim fonksiyonları ile modellenmektedir. Özellikle SIMU'nun ısınma süresi boyunca, sensör içi sıcaklık değişimlerinin ivmeölçer çıktılarına etkisi oldukça büyük olup, bu konu Bölüm-3.3'te örnekle açıklanmıştır. Çalıştırma anı değişim, SIMU'nun her açılışında değişmektedir ancak çalışma süresi boyunca sabit kalmaktadır. Laboratuvar da kalibre edilemediğinden, açılıştan hemen sonra hizalama (alignment) adı verilen bir yöntemle kalibre edilebilir veya dördüncü bölümde bahsedilen ilave sensör entegrasyonu ile çalıştırma anı değişimleri kestirilebilir. Son olarak, çalıştırma süresi boyunca değişim ise laboratuvar kalibrasyonları ile giderilemeyen ve SIMU çalışırken zamanla yavaşça değişen hatalardır. Büyüklükleri, GNSS gibi diğer navigasyon sensörlerinin entegrasyonu ile kestirilebilir.

Hata kaynakları içerisinde en büyük etki sensör atımlarından ($\mathbf{b}_a, \mathbf{b}_g$) kaynaklanır. Atım hatası (bias), (3.5) ve (3.6) eşitliklerinden görülebileceği üzere gerçek spesifik kuvvet ve gerçek açısal hızdan bağımsızdır. İvmeölçer atım hatası ms^{-2} veya g biriminde, jiroskop atım hatası ise derece/saat (deg/hr) veya radyan/saniye (rad/s) biriminde verilmektedir. Atımların sabit katkısı ve sıcaklığa bağlı değişimi laboratuvar kalibrasyonu ile giderilmektedir. Çalıştırma anı değişimi, atım stabilitesi (bias stability) olarak da bilinir ve kaba/iyi hizalama yöntemiyle veya rastgele sabit (RC-Random Constant) stokastik modeli ile modellenmektedir. Çalıştırma süresi boyunca atım değişimi, atım sürüklenmesi (bias drift) olarak da bilinir. Hız/açısal rastgele yürüyüş (Velocity Random Walk-VRW, Angular Random Walk-ARW), birinci derece Gauss-Markov, ivme/açısal hız rastgele yürüyüş (Acceleration Random Walk-AccRW, Angular Rate Random Walk-ARRW), stokastik terimlerinin kombinasyonları kullanılarak sensör entegrasyonu sırasında kestirilmektedir.

Doğru modellenmeyen ivmeölçer atım hatası, zamanla orantılı olarak hız (v) ve konumda (p) hataya neden olmaktadır:

$$v = \int b_a dt = b_a t \Leftrightarrow p = \int v dt = \int b_a t dt = \frac{1}{2} b_a t^2 \quad (3.10)$$

Yukarıdaki eşitlikten görülebileceği üzere, ivmeölçer atım hatası hızda birinci derece, konumda ise ikinci derece hataya neden olmaktadır. Eğer bir ivmeölçerde $100 \mu\text{g}$ ($\sim 100 \text{ mGal}$) ivmeölçer atım hatası varsa, 10 saniye sonra konumdaki hata 5 cm, 1000 saniye sonra ise 500 metreye ulaşmaktadır ($1\text{g} \sim 10 \text{ ms}^{-2}$).

Doğru modellenmeyen özellikle X, Y yatay jiroskop atım hataları, zamanla açısal hatanın ($\delta\theta$) artmasına neden olmaktadır. $\delta\theta$ açısal hata, SIMU'nun yanlış hizalanmasına ve ivme vektörünün (f) yer koordinat sistemine yanlış projekte edilmesine sebebiyet vermekte, entegre edildiğinde ise hızda ikinci derece, konumda ise üçüncü dereceden bir hata yaratmaktadır [47-48].

$$\delta\theta = \int b_\omega dt = b_\omega t \quad (3.11)$$

$$f = g \sin(\delta\theta) \approx g\delta\theta \approx gb_\omega t \quad (3.12)$$

$$v = \int gb_\omega t dt = \frac{1}{2}gb_\omega t^2 \Leftrightarrow p = \int v dt = \int \frac{1}{2}gb_\omega t^2 dt = \frac{1}{6}gb_\omega t^3 \quad (3.13)$$

Yukarıdaki eşitliklerden görülebileceği üzere, eğer yatay pozisyondaki bir jiroskopta 0.2 deg/hr atım hatası varsa, 10 saniye sonra konumdaki hata 1.6 mm, 1000 saniye sonra ise 1600 metreye ulaşmaktadır ($1g \sim 10 \text{ ms}^{-2}$).

Ölçek faktörü hatası ($\mathbf{s}_a, \mathbf{s}_g$), sensör (ivmeölçer veya jiroskop) gerçek girdisi ile çıktısı arasındaki oran olarak tanımlanmaktadır. Ölçek faktörü büyük oranda sistematik bir hatadır ve laboratuvar kalibrasyonu ile giderilmektedir. Birimi ppm (part per million) veya ppb (part per billion) olarak verilmektedir. Çalıştırma anı ve çalıştırma süresi boyunca ölçek faktörü değişimi çoğunlukla ihmal edilebilir seviyededir. Ancak, bazı özel durumlarda filtre tasarımcısı tarafından stokastik modellemeye dahil edilebilmektedir. Kalibre edilmeyen veya doğru modellenmeyen ölçek faktörü hatası, ivmeölçer ve jiroskop atım hatalarına benzer şekilde hız ve konum çözümlerinde birinci, ikinci ve üçüncü dereceden sapmalara neden olmaktadır.

Yanlış hizalama/çapraz çiftleme hatası ($\mathbf{M}_a, \mathbf{M}_g$), ataletsel sensörlerin ortogonal olarak mükemmel bir şekilde monte edilememesinden kaynaklanan hatadır. Bu durumda, ivmeölçer/jiroskop üçlüsünün her bir eksenini, diğer iki eksenindeki ölçümden etkilenmektedir. Yanlış hizalama/çapraz çiftleme, ölçek faktörü hatasında olduğu gibi büyük oranda sistematik bir hatadır ve laboratuvar kalibrasyonu ile giderilmektedir [49].

Ataletsel sensörlerdeki rastgele/rastlantısal hatalar ($\mathbf{w}_a, \mathbf{w}_g$), çıktı sinyaline karışan ve büyük oranda sensör elektroniğinden kaynaklanan ilave gürültüdür. Rastgele/rastlantısal hataların sistematik bir yapısı yoktur ve deterministik modeller ile ölçülerden ayıklanamaz. Sadece stokastik süreçlerle modellenen ve alçak geçirgenli

filtrelerle süzgeçlenebilmektedir [49]. 1 Hz altındaki frekanslarda ivmeölçer ve jiroskop gürültü spektrumu genellikle beyaz gürültüdür. Ortalama spesifik kuvvet veya açısal hızların standart sapması, örneklem uzunluğunun (ortalama alma süresinin) karekökü ile ters orantılıdır. Bu nedenle, ataletsel sensör gürültüleri genellikle güç spektral yoğunluğu (PSD-Power Spectral Density) cinsinden ifade edilir. İvmeölçer rastgele/rastlantısal gürültüsü $\mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$, jiroskop gürültüsü ise $^{\circ}/\sqrt{\text{hr}}$ veya $^{\circ}/\text{hr}/\sqrt{\text{Hz}}$ biriminde verilmektedir. Rastgele gürültü örneklemelerinin standart sapması (σ_{RN}), karekök PSD ile karekök örneklem frekansının ($\sqrt{f_s}$) çarpılması veya karekök örneklem aralığına ($\sqrt{\Delta t}$) bölünmesi ile elde edilir [22].

$$\sigma_{RN} = \sqrt{PSD \times f_s} = \sqrt{\frac{PSD}{\Delta t}} \quad (3.14)$$

3.3. SIMU İç Sıcaklığı Değişimi ve Sensör Çıktılarına Etkisi

Herhangi bir SIMU çalıştırıldıktan sonra, doyma sıcaklığına erişene denk ısınmaya devam etmekte ve iç sıcaklığı giderek artmaktadır. Doyma sıcaklığı, sensör veri broşürlerinde verilen maksimum çalışma sıcaklığına yakın bir sıcaklıktır. SIMU'lar genellikle üreticileri tarafından laboratuvarında sıcaklık fırınlarının içerisine konarak ısıtılıp/soğutulmakta ve kalibre edilmektedir. Termal etkiler büyük ölçüde kalibrasyonla giderilse de ataletsel sensör çıktılarında artık termal etkileri görmek mümkündür. [24], [50], [51] tarafından ivmeölçer çıktılarındaki artık termal etkileri gidermek için ilave kalibrasyon yöntemleri, [52] ile [26] tarafından ise SIMU iç sıcaklığını belirli bir sıcaklıkta tutabilecek stabilizasyon sistemleri önerilmektedir.

SIMU iç sıcaklık değişimleri, özellikle ısınma başlangıcında ivmeölçer çıktılarında beklenenin ötesinde değişimlere neden olmaktadır [24], [50], [51]. Tez çalışmasında kullanılan SIMU, Bölüm-5'te detaylı şekilde belirtileceği gibi sıcaklık stabilizasyon sistemine sahiptir. Ancak, termal stabilizasyonun sağlanması için, 5 ila 6 saat aralığında çalıştırılması ve iç sıcaklığın belirli bir dereceye ulaşması gerekmektedir. Isınma periyodu olarak bilinen bu süre içinde SIMU sensör çıktılarının sıcaklık değişimlerine duyarlılığını test etmek amacıyla, Harita Genel Müdürlüğü TRGRAV-LAB [53] laboratuvarında bir dizi test gerçekleştirilmiştir. SIMU Şekil 3.6'da gösterildiği gibi;

doğal, çevresel ve insan kaynaklı gürültülerden olabildiğince arındırılmış, bina temelinden bağımsız ve ana kaya üzerine oturtulmuş sismik platformun üzerine düzeçlenerek yerleştirilmiştir.

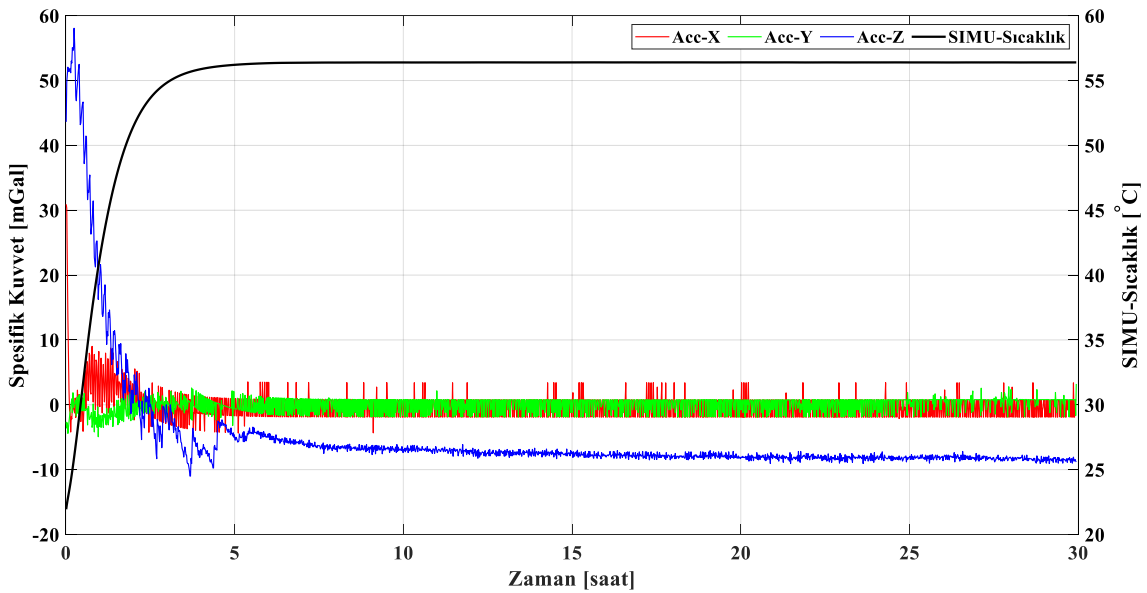


Şekil 3.6. Tez çalışmasında kullanılan SIMU ile TRGRAV-LAB laboratuvarında statik veri toplama çalışmalarından bir görüntü.

Test boyunca 4 farklı oturum gerçekleştirilmiştir. Oturumlar arasında cihazın soğumasına imkân sağlayacak şekilde 12-36 saat aralığında değişen sürelerde boşluk verilmiştir. Her biri en az 24 saat süren veri toplama oturumları süresince, laboratuvar oda sıcaklığı 22 °C’de sabit tutularak 300 Hz örnekleme aralığında ivmeölçer üçlüsü, jiroskop üçlüsü ve 1 Hz örnekleme aralığında SIMU iç sıcaklık verileri toplanmıştır. Örnek olarak; birinci oturuma ait yaklaşık 30 saatlik, ortalaması çıkarılmış ve 300 Hz’den 1 dakikaya ortalanmış ivmeölçer üçlülere ile SIMU iç sıcaklık ve zaman grafiği Şekil 3.7’de, benzer şekilde oluşturulmuş jiroskop üçlülere grafiği ise Şekil 3.8’de gösterilmiştir. Şekil3.7’de Acc-X (kırmızı) ve Acc-Y (yeşil) yatay yönlü ivmeölçer çıktılarını, Acc-Z (mavi) düşey yönlü ivmeölçer çıktısını, SIMU-Sıcaklık (siyah) ise SIMU iç sıcaklığındaki değişimi ifade etmektedir. Şekil 3.8’de Omg-X (kırmızı) ve Omg-Y (yeşil) yatay yönlü jiroskop

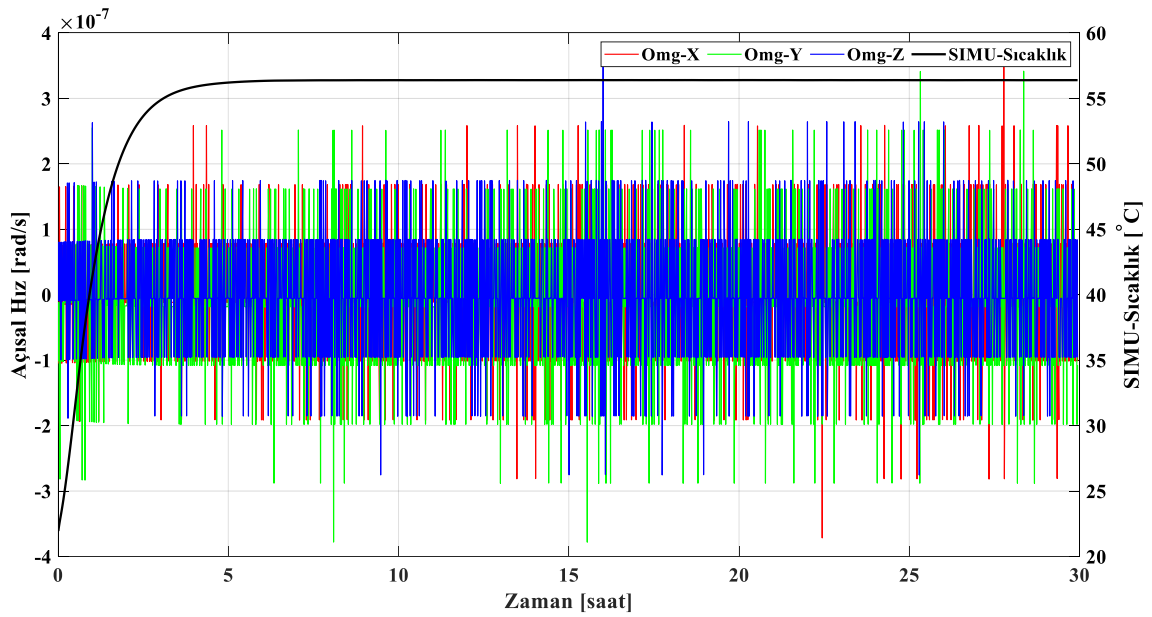
çıktılarını, Omg-Z (mavi) düşey yönlü jiroskop çıktısını, SIMU-Sıcaklık (siyah) ise SIMU iç sıcaklığındaki değişimi ifade etmektedir. Diğer üç oturumda da benzer davranışları görmek mümkündür.

Şekil 3.7 ve Şekil 3.8 incelendiğinde; çalışmada kullanılan SIMU'nun çalıştırıldıktan sonra oda sıcaklığında ($\sim 22 - 23^{\circ}\text{C}$) ısınmaya başladığı, ısınma süresinin yaklaşık 6 saat olduğu, ısınma süresi sonunda üzerindeki sıcaklık stabilizasyon sisteminin devreye girdiği ve SIMU iç sıcaklığını yaklaşık $\sim 55-56^{\circ}\text{C}$ sabit tuttuğu gözlemlenmektedir. İlk 6 saatlik ısınma süresi boyunca, her üç ivmeölçerin özellikle de düşey yönlü Z ivmeölçerin spesifik çıktısının sıcaklık artışı ile ters orantılı olarak azaldığı, SIMU iç sıcaklığının sabitlenmesini müteakip, ivmeölçer çıktılarının durağan olduğu, sadece yüksek frekanslı gürültü içerdiği görülmektedir. Isınma süresince ivmeölçer çıktılarında 70 mGal'e ulaşabilen büyüklükte bir değişim olduğu, sıcaklık stabilizesi sağlandıktan sonra ise değişimin birkaç mGal düzeyinde kaldığını söylemek mümkündür. Şekil 3.8'den kolaylıkla görülebileceği üzere, çalışmada kullanılan SIMU halka lazer jiroskoplarının sıcaklık değişimi ile belirgin bir korelasyonu yoktur.

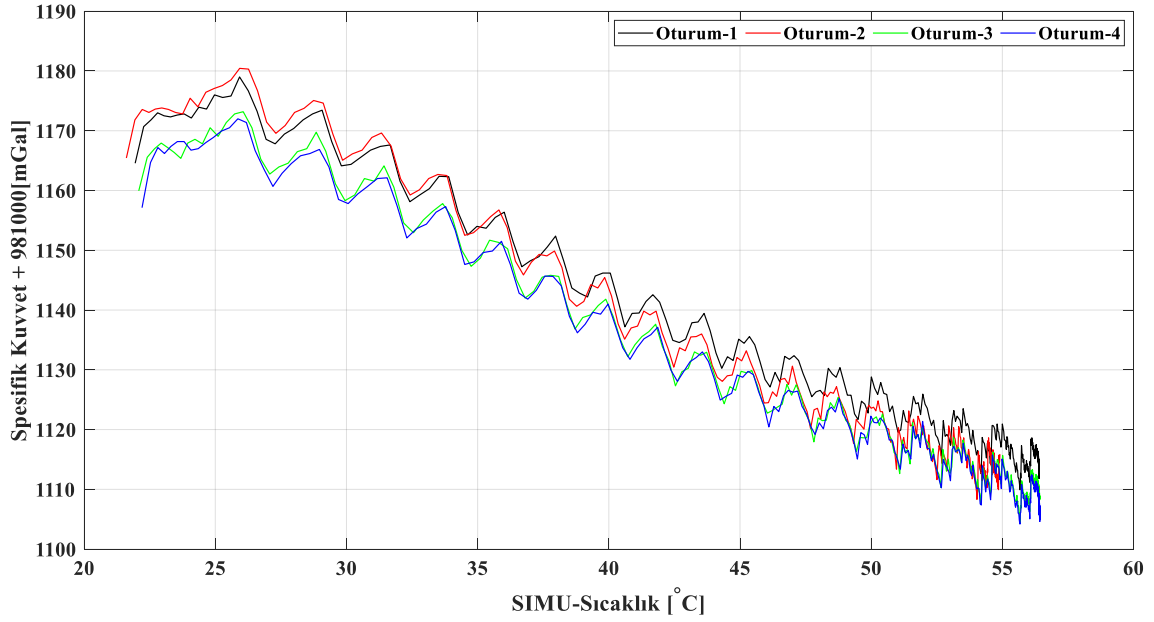


Şekil 3.7. Tez çalışmasında kullanılan SIMU ivmeölçer üçlüsü çıktılarının, SIMU iç sıcaklığına bağlı değişimleri.

Şekil 3.9’da tüm oturumlara ait Z-ivmeölçer/sıcaklık grafiği gösterilmektedir. İvmeölçer çıktısı ile SIMU iç sıcaklık değişimi arasındaki ilişki, yeniden üretilebilir ve deterministik yapıda olduğu kolaylıkla görülmektedir. Sıcaklık stabilizasyon sistemine sahip olmayan bir SIMU için, yüksek dereceden polinomlarla veya parçalı fonksiyonlarla bu ilişki modellenilebilmekte ve veri ön işleme sürecinde düzeltme olarak getirilebilmektedir [24], [50], [51]. Tez çalışmasında kullanılan SIMU’da sıcaklık stabilizasyon sistemi olduğu için, veri toplamaya başlamadan 5 saat önce cihaz çalıştırılmakta, stabilizasyon sağlandıktan sonra veri toplamaya başlanmaktadır. Dolayısıyla, ivmeölçer/sıcaklık ilişkisini modellemeye ihtiyaç duyulmamaktadır.



Şekil 3.8. Tez çalışmasında kullanılan SIMU jiroskop üçlüsü çıktıları, SIMU iç sıcaklığına bağlı değişimleri.



Şekil 3.9. Tüm oturumlara ait Z-ivmeölçer/SIMU iç sıcaklık değişim grafiği.

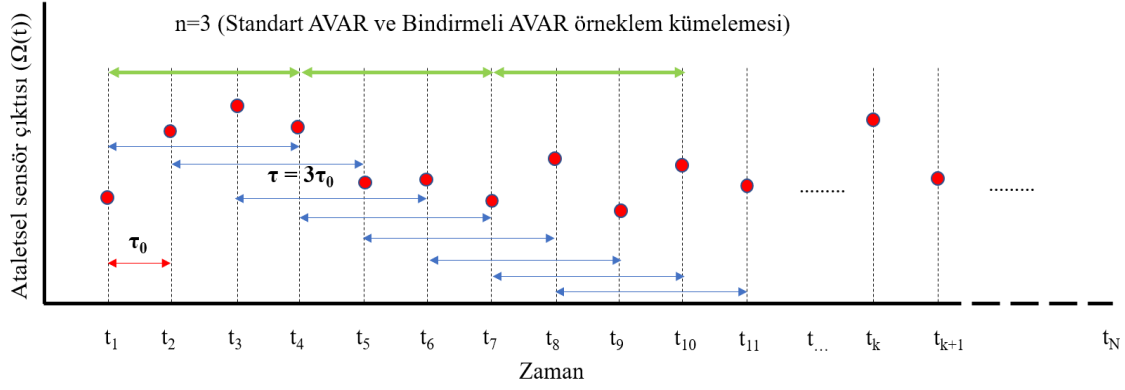
3.4. Allan Varyans Yöntemiyle Ataletsel Sensörlerin Gürültü Analizi

Ataletsel sensörlerin gürültü analizinde genellikle; oto-korelasyon, PSD ve Allan varyans (AVAR) yöntemleri kullanılmaktadır [54]. PSD yöntemi frekans uzayında, oto-korelasyon ve AVAR yöntemleri ise zaman uzayında gerçekleştirilen gürültü modelleme teknikleridir.

AVAR metodu 1966 yılında, hassas osilatörlerin frekans stabilizesini analiz etmek amacıyla David Allan tarafından önerilmiştir [31]. Elektrik ve Elektronik Mühendisleri Enstitüsü (IEEE-Institute of Electrical and Electronics Engineers) tarafından, AVAR yöntemi ile lineer ivmeölçerlerdeki gürültülerin ortaya çıkarılması için 1998 yılında bir standart yayımlanmış [55] ve [49] tarafından bu yöntemle ilk defa mikro elektro mekanik (MEMS) sensörlerinin gürültü analizi yapılmıştır.

AVAR, herhangi bir sinyalin altında yatan gürültü süreçlerinin modellenmesinde kullanılabilen kümeleme analize dayalı bir metottur. Literatürde standart, bindirmeli ve modifiyeli AVAR yöntemleri mevcut olup [56], tez çalışmasında bindirmeli AVAR yöntemi uygulanmıştır. Standart ve bindirme AVAR yöntemlerinde veri/örneklem

kümeleme yapısı Şekil 3.10’da gösterilmiştir. Yeşil oklar standart, mavi oklar ise bindirmeli AVAR yöntemindeki veri kümeleme yapısını ifade etmektedir.



Şekil 3.10. Standart ve bindirmeli AVAR yönteminde veri kümeleme yapısı.

Bindirmeli AVAR yönteminin uygulanışı şu şekildedir: τ_0 örneklem aralığına/periodyuna sahip, ardışık M adet veri/örneklem noktasından oluşan bir sinyal, $m < (M - 1)/2$ olacak şekilde, m adet ardışık örneklem noktasından oluşan gruplara veya kümelere ayrılmaktadır. Her bir kümenin periyodu $\tau = m\tau_0$ kadardır. Ataletsel sensörün t anındaki spesifik kuvvet veya açısal hız çıktısı $\Omega(t)$ ile ifade edilirse, sensör çıktılarının örneklem periyodu τ_0 ile çarpılıp kümülatif toplanması sonucu hız veya açı artım büyüklüğü $\theta(t)$ belirlenmektedir (3.15). τ ortalama süreli veya periyotlu bindirmeli AVAR ($\sigma^2(\tau)$) (3.16) eşitliğinde verilmektedir [56].

$$\theta(t) = \int^t \Omega(t) dt \approx \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \vdots \\ \theta_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_1 + \Omega_2 \\ \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3 \\ \vdots \\ \sum \Omega_M \end{bmatrix} \tau_0 \quad (3.15)$$

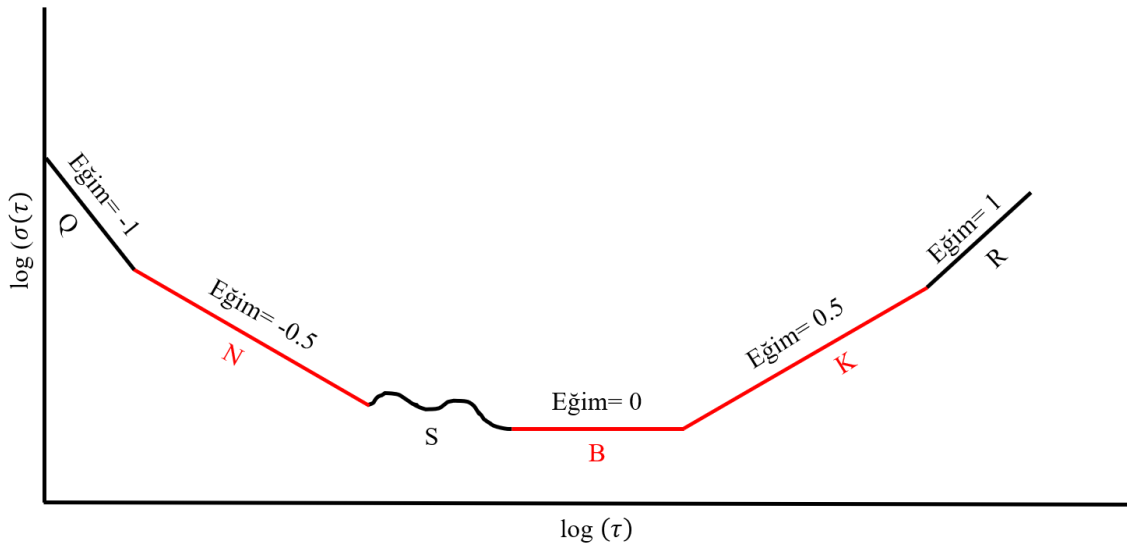
$$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2\tau^2(M-2m)} \sum_{k=1}^{M-2m} (\theta_{k+2m} - 2\theta_{k+m} + \theta_k)^2 \quad (3.16)$$

$$\sigma(\tau) = \sqrt{\sigma^2(\tau)} \quad (3.17)$$

Allan varyansın karekökü Allan standart sapmasıdır ($\sigma(\tau)$). log-log eksenlerinde çizilmiş $\sigma(\tau)$ ve τ grafiğinde, eğimin belirli değerlere ulaştığı bölgeler, gürültünün çeşidi (rastgele süreçleri) ve büyüklüğü hakkında bilgi vermektedir (Şekil 3.11). $\sigma(\tau)$ - τ log-log grafiğinde eğimin -1 olduğu “Q” ile gösterilen bölge ataletsel sensörün sayısallaştırma gürültüsünü, eğimin -0.5 olduğu “N” ile gösterilen bölge sensördeki beyaz gürültüyü, “S” ile gösterilen bölge sinüzoidal gürültüleri, eğimin 0 olduğu “B” ile gösterilen düz bölge sensörün atım kararsızlığını, eğimin 0.5 olduğu “K” ile gösterilen bölge sensörün rastgele yürüyüş gürültüsünü ve eğimin 1 olduğu “R” ile gösterilen bölge ise değişim rampası olarak bilinen gürültüyü işaret etmektedir. Eğer her bir gürültü kaynağı istatistiksel olarak birbirlerinden bağımsız ise toplam gürültünün varyansı, her bir gürültünün varyansının toplamına eşittir.

$$\sigma_{Top}^2 = \sigma_Q^2 + \sigma_N^2 + \sigma_S^2 + \sigma_B^2 + \sigma_K^2 + \sigma_R^2 + \dots \quad (3.18)$$

Kullanılan SIMU’nun kalitesine ve AVAR analizi için ölçüm yapılan çevrenin gürültü şartlarına bağlı olarak, Şekil 3.11’de gösterilen teorik AVAR grafiğinin bazı bölgeleri görülemez. Ancak, birçok SIMU’da kırmızı ile işaretlenmiş “N”, “B” ve “K” bölgelerini gözlemlemek mümkündür.



Şekil 3.11. Teorik log-log Allan standart sapması grafiği [54].

AVAR ile PSD arasında tek yönlü bir ilişki bulunmaktadır [57]. f frekans, $S_{\Omega}(f)$ ise Ω rastgele sürecinin PSD'si olmak üzere, Allan varyansı bilinen gürültünün PSD karşılığı, aşağıdaki integral eşitliği ile elde edilebilmektedir [54].

$$\sigma^2(\tau) = 4 \int_0^{\infty} S_{\Omega}(f) \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} df \quad (3.19)$$

Ataletsel sensör çıktılarındaki beyaz gürültü, frekanstan bağımsız sabit bir PSD'ye sahiptir. İvmeölçer beyaz gürültüsü bir kez integre edildiğinde, hız çözümünde rastgele yürüyüşe neden olmaktadır. Bu nedenle, literatürde ivmeölçer beyaz gürültüsü Hız Rastgele Yürüyüş (Velocity Random Walk-VRW) olarak anılmaktadır. Benzer şekilde jiroskop beyaz gürültüsü bir kez integre edildiğinde, açısal değerde rastgele yürüyüşe neden olmaktadır. Literatürde jiroskop beyaz gürültüsü Açısal Rastgele Yürüyüş (Angular Random Walk-ARW) olarak anılmaktadır. " N ", VRW veya ARW katsayısı olmak üzere gürültü PSD'si aşağıdaki şekildedir.

$$S_{\Omega}(f) = N^2 \quad (3.20)$$

(3.19) eşitliği (3.18)'deki intergrasyonun içine yerleştirildiğinde, VRW/ARW için AVAR-PSD ilişkisi aşağıdaki şekle dönüşmektedir.

$$\sigma_N^2(\tau) = \frac{N^2}{\tau} \quad \text{ya da} \quad \sigma_N(\tau) = \frac{N}{\sqrt{\tau}} \quad (3.21)$$

(3.21) eşitliğinin her iki tarafının logaritması alınırsa;

$$\log(\sigma_N(\tau)) = \log(N) - 0.5 \log(\tau) \quad (3.22)$$

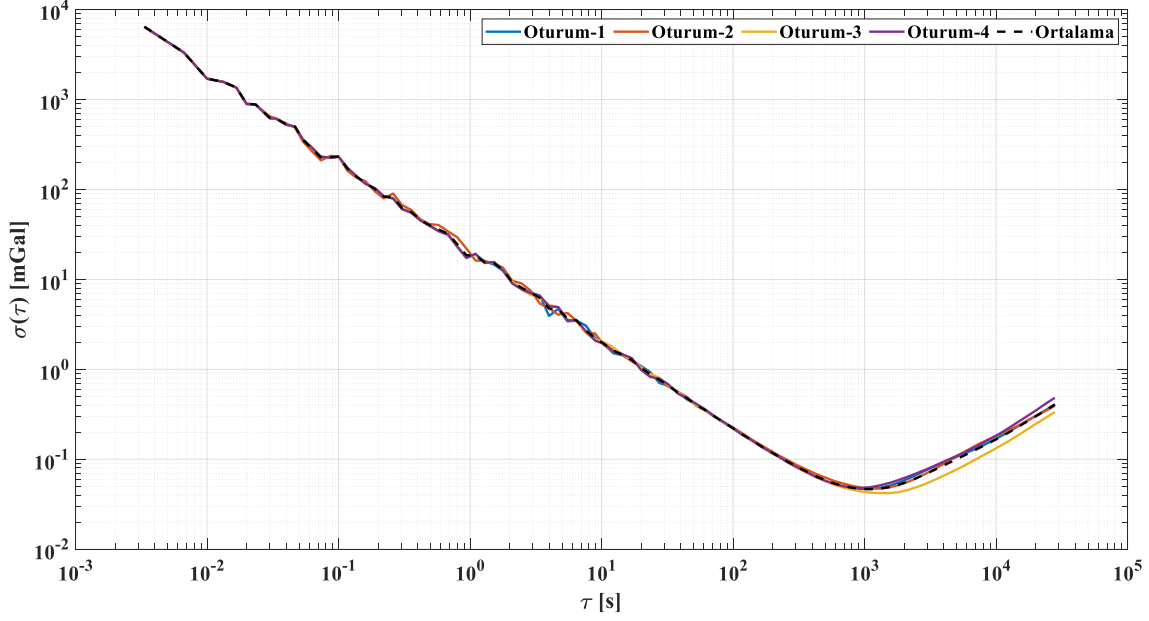
log-log eksenlerinde çizilmiş $\sigma(\tau)$ ve τ grafiğine, eğimi -0.5 olan bir doğru uydurulup, doğrunun $\tau = 1$ anındaki değerinin okunmasıyla "N", yani VRW veya ARW katsayısı elde edilebilmektedir.

Ataletsel sensörlerin atım kararsızlığı (B) ve rastgele yürüyüş gürültülerinin AVAR-PSD ilişkisi aşağıda verilmiş olup, eşitliklerin çıkarımına ilişkin detaylar [57]'de gösterilmiştir. Eşitliklerden görülebileceği üzere, atım kararsızlığı katsayısı " B ", τ 'dan bağımsızdır ve $\sigma(\tau)$ ve τ log-log grafiğinde eğimin sıfır olduğu bölgeden elde edilmektedir. Ataletsel sensör çıktılarındaki rastgele yürüyüş katsayısı " K " ise, gürültü $\sigma(\tau)$ ve τ log-log grafiğinde eğimin 0.5 olduğu bölgeye bir doğru uydurulup, doğrunun $\tau = 3$ anındaki değerinin okunmasıyla elde edilmektedir.

$$\sigma_B(\tau) = \sqrt{\frac{2 \ln 2}{\pi}} B \cong 0.664B \quad (3.23)$$

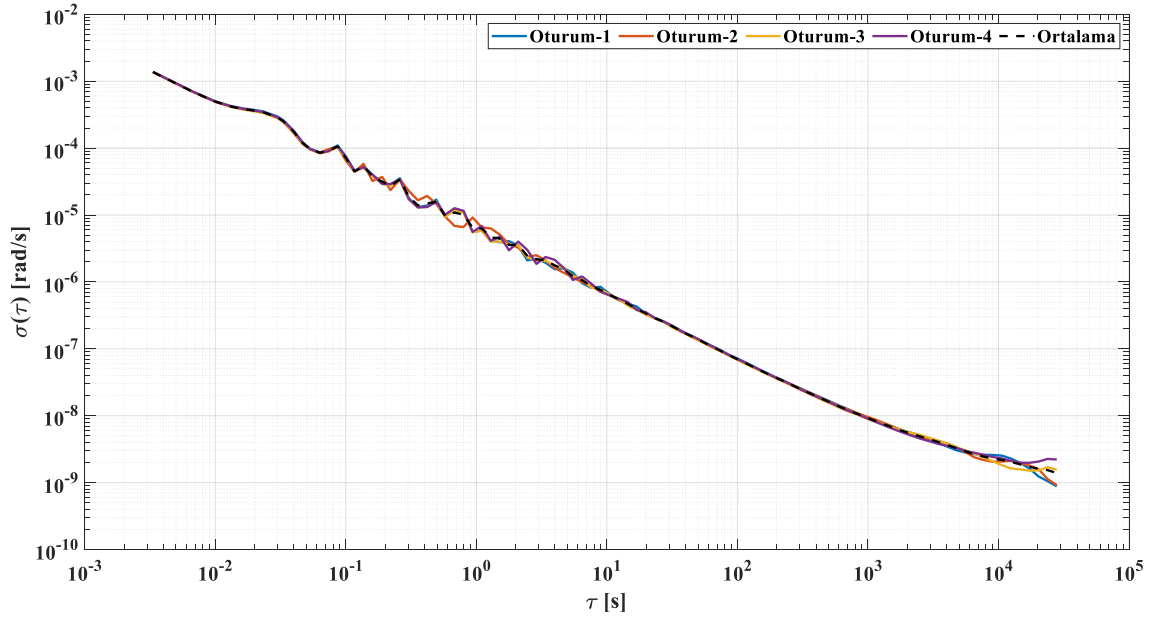
$$\sigma_K(\tau) = K \sqrt{\frac{\tau}{3}} \quad (3.24)$$

Tez çalışmasında kullanılan SIMU'nun AVAR gürültü analizleri için, Bölüm-3.3'de söz edilen ve TRGRAV-LAB laboratuvarında gerçekleştirilen 4 farklı oturuma ait statik SIMU verileri kullanılmıştır. AVAR analizleri için, SIMU ivmeölçer ve jiroskop verilerinin tamamı değil, sıcaklık stabilizasyonunun sağlandığı andan sonraki verileri değerlendirmeye alınmıştır. Analiz öncesi, SIMU ivmeölçer üçlüleri ve jiroskop üçlüleri çıktılarından ortalama çıkarılmıştır, ani sıçrama gösteren kaba hatalı veriler ayıklanmıştır. AVAR küme sayısı, logaritmik aralıklı olacak şekilde 100 olarak seçilmiş, (3.14)-(3.16) eşitlikleri kullanılarak, her bir oturumdaki her bir ivmeölçer ve jiroskop üçlülerine ait $\sigma(\tau)$ ve τ değerleri elde edilmiştir. Şekil 3.12'de Z-ivmeölçerine, Şekil 3.13'de ise Z-jiroskobuna ait log-log $\sigma(\tau)$ ve τ grafiği, oturumlar arası ortalamaları ile birlikte gösterilmektedir.



Şekil 3.12. 4 farklı oturum için SIMU Z-ivmeölçerine ait Allan standart sapma log-log grafiği.

Şekil 3.12’de oturumlara ait değerler düz renkli çizgilerle, oturumlar arası ortalama ise siyah kesikli çizgi ile gösterilmiştir. İvmeölçer ve jiroskop $\sigma(\tau)$ ve τ grafiklerinin kısa zaman pencerelerinde, sayısallaştırma hatasının baskın hata kaynağı olduğu görülmektedir. İvmeölçer $\sigma(\tau)$ ve τ grafiğinin daha uzun zaman pencerelerinde; hız rastgele yürüyüş (N), atım kararsızlığı (B) ve ivme rastgele yürüyüş gürültüleri (K) gözlemlenebilirken, jiroskop grafiğinin uzun zaman pencerelerinde ise sadece açısall rastgele yürüyüş (N) gürültüsü görülebilmektedir. SIMU Z-ivmeölçerinin uzun zaman pencerelerindeki N, B, K gürültü katsayılarının çıkarımı Şekil 3.14’de, Z-jiroskobunun N gürültü katsayısının çıkarımı ise Şekil 3.15’de gösterilmektedir. Çizelge 3.1’de AVAR analiz sonuçlarının üretici kataloğunda verilen değerlerle karşılaştırması sunulmuştur. Analiz ile elde edilen gürültü katsayı değerlerinin, üretici kataloğunda verilen değerlerden daha düşük olduğu ve literatürde benzer SIMU’u için gerçekleştirilen AVAR analiz sonuçları [44], [50] ile uyumlu olduğu görülmektedir. AVAR analizleri ile elde edilen gürültü katsayılarının navigasyon filtresinde nasıl kullanılacağı Bölüm-4’de anlatılmaktadır.

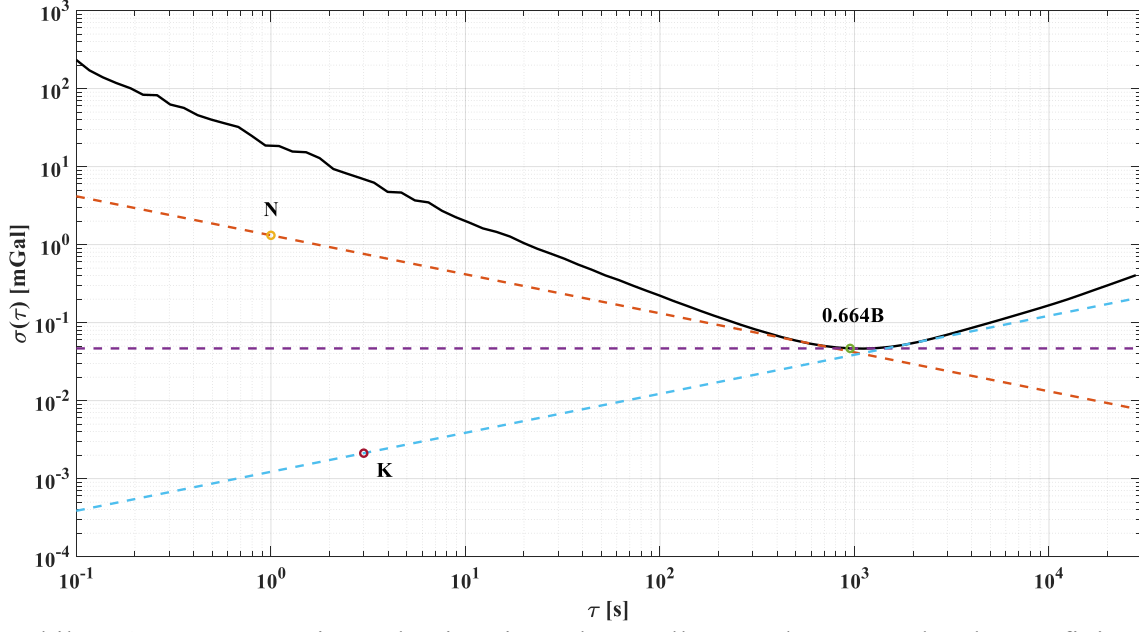


Şekil 3.13. 4 farklı oturum için SIMU Z-jiroskobuna ait Allan standart sapma log-log grafiği.

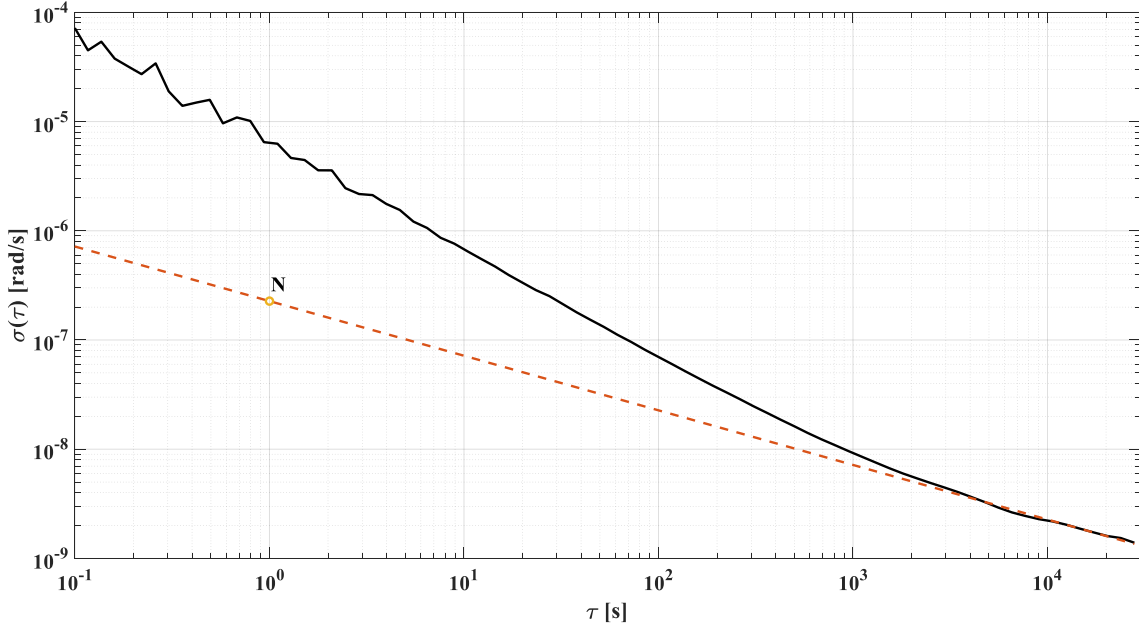
Şekil 3.13’de oturumlara ait değerler düz renkli çizgilerle, oturumlar arası ortalama ise siyah kesikli çizgi ile gösterilmiştir. Çizelge 3.1’de üretici kataloğundaki verilen değerler parantez içinde yazılmıştır. Katalogda yer almayan değerler (-) işareti ile belirtilmiştir

Çizelge 3.1. Çalışmada kullanılan SIMU Z-ivmeölçer ve Z-jiroskobunun AVAR analiz sonuçları ve üretici kataloğunda verilen karşılıkları ile karşılaştırılması. Parantez içindeki değerler üretici kataloğundaki değerlerdir.

	N	B	K
Z-İvmeölçer	1.32 mGal/ $\sqrt{\text{Hz}}$ (< 8 mGal/ $\sqrt{\text{Hz}}$)	0.07 mGal (< 10 mGal)	0.0021 mGal * $\sqrt{\text{Hz}}$ (-)
Z-Jiroskop	0.0008 $^{\circ}/\sqrt{\text{hr}}$ (< 0.0011 $^{\circ}/\sqrt{\text{hr}}$)	- (< 0.002 $^{\circ}/\text{hr}$)	- (-)



Şekil 3.14. SIMU Z-ivmeölçerine ait ortalama Allan standart sapma log-log grafiği ve baskın gürültü türleri (N, B, K).



Şekil 3.15. SIMU Z-jiroskobuna ait ortalama Allan standart sapma log-log grafiği ve baskın gürültü türleri (N).

3.5. Bazı Jeodezik Parametrelerin Belirlenmesinde SIMU Verilerinin Doğrudan Kullanımı

Durgun ve hareketsiz durumdaki SIMU ivmeölçer ve jiroskop çıktıları ile Yer dönme açısal hızı, lokal gravite, jeodezik enlem, kuzey yönü gibi bazı jeodezik parametreleri kabaca fakat hızlı bir şekilde belirlemek mümkündür [44]. Sıcaklık ve AVAR testleri için TRGRAV-LAB laboratuvarında toplanan statik SIMU verilerinin doğrudan ve ilave sensör desteksiz kullanımı ile söz konusu jeodezik parametreler belirlenmeye çalışılmıştır. Bu analizde, AVAR analizlerindeki benzer şekilde SIMU ivmeölçer ve jiroskop verilerinin tamamı değil, sıcaklık stabilizasyonunun sağlandığı andan sonraki verileri değerlendirmeye alınmıştır.

Yer dönüşü açısal hızı ω_{ie} , hareketsiz konumdaki SIMU jiroskop çıktılarının ortalamaları kullanılarak aşağıdaki şekilde belirlenebilmektedir. Eşitlikteki $\bar{\omega}_{ib,X}^b$, $\bar{\omega}_{ib,Y}^b$ ve $\bar{\omega}_{ib,Z}^b$ terimleri sırasıyla X , Y ve Z jiroskoplarının açısal dönüş çıktılarının ortalamasını, $\hat{\omega}_{ie}$ ise Yer dönme hızının kestirilen değerini ifade etmektedir. Yer dönme hızının referans değeri 15.0410670514 °/hr olup, ataletsel sensörlerle kestirilen değeri Çizelge 3.2’de gösterildiği gibi 15.0387075 °/hr’dir.

$$\hat{\omega}_{ie} = \sqrt{(\bar{\omega}_{ib,X}^b)^2 + (\bar{\omega}_{ib,Y}^b)^2 + (\bar{\omega}_{ib,Z}^b)^2} \quad (3.25)$$

Lokal gravite değeri, hareketsiz konumdaki SIMU ivmeölçer çıktılarının ortalamaları kullanılarak aşağıdaki şekilde belirlenebilmektedir. Eşitlikteki $\bar{f}_{ib,X}^b$, $\bar{f}_{ib,Y}^b$ ve $\bar{f}_{ib,Z}^b$ terimleri sırasıyla X , Y ve Z ivmeölçerlerinin spesifik kuvvet çıktılarının ortalamasını, \hat{g} ise kestirilen lokal gravite değerini ifade etmektedir. Hareketsiz SIMU verilerinin toplandığı TRGRAV-LAB laboratuvarındaki lokal gravite değerinin referans değeri 9.7991116478 ms⁻² olup, ataletsel sensörlerle kestirilen değeri Çizelge 3.2’de gösterildiği gibi 9.79935175 ms⁻² dir.

$$\hat{g} = \sqrt{(\bar{f}_{ib,X}^b)^2 + (\bar{f}_{ib,Y}^b)^2 + (\bar{f}_{ib,Z}^b)^2} \quad (3.26)$$

Jeodezik enlem, hareketsiz konumdaki SIMU yatay jiroskop çıktılarının ortalamaları ve Yer dönme hızı kullanılarak aşağıdaki şekilde belirlenebilmektedir. TRGRAV-LAB laboratuvarının jeodezik enlem referans değeri 39° 55' 57.56"N olup, ataletsel sensörlerle kestirilen değeri Çizelge 3.2'de gösterildiği gibi 39° 46' 03".05809 N'dir.

$$\hat{\varphi}_b = \cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{(\bar{\omega}_{ib,X}^b)^2 + (\bar{\omega}_{ib,Y}^b)^2}}{\Omega_E} \right) \quad (3.27)$$

Çizelge 3.2. Statik SIMU verilerinin doğrudan kullanımı ile kestirilen jeodezik parametrelerin değerleri.

Oturum	$\hat{\omega}_{ie}$ (°/h)	\hat{g} (ms ⁻²)	$\hat{\varphi}_E$ (° ' ")
1	15.03869	9.799347	39° 46' 17".52228
2	15.03943	9.799344	39° 45' 41".99524
3	15.03835	9.799355	39° 46' 05".84930
4	15.03836	9.799361	39° 46' 06".86554
ORTALAMA	15.0387075	9.79935175	39° 46' 03".05809

4. GENİŞLETİLMİŞ KALMAN FİLTRESİ İLE SIMU/GNSS ENTEGRASYONU VE MOBİL GRAVİMETRİDE UYGULANIŞI

Temelleri 1960 yılında Macar asıllı Amerikalı matematikçi Rudolf E. Kalman tarafından ortaya konulan [58] ve daha sonra birçok araştırmacı tarafından geliştirilen Kalman filtresi, optimal bir Bayes parametre kestirim algoritması veya tekniğidir. Kalman Filtresi, durum uzayı modeli ile gösterilen bir dinamik sistemde, modelin önceki bilgileriyle birlikte giriş ve çıkış bilgilerinden sistemin durumlarını tahmin edilebilen filtredir. Günümüzde; kara, deniz, hava ve uzay araçlarının navigasyonu, kontrolü ve güdümünden, zaman serileri, sinyal analizi ve ekonometriye, gerçek zamanlı sensör füzyonundan, robotik hareketlerin modellenmesine kadar birçok alanda uygulanmaktadır.

Algoritma, gürültülü sensor çıktıları kullanarak (örneğin; SIMU ataletsel sensör çıktıları), sürekli değişen sistem durum parametrelerini (örneğin; konum, hız, yönelim) kestirir. Kestirilen durum parametreleri, belirli aralıklarla farklı bir kaynaktan gelen ve gürültü içeren ölçülerle (örneğin; GNSS konum ve hız çözümleri) ve ölçülerin ağırlığı ile karşılaştırılarak güncellenir. Farklı kaynaktan gelen ölçüler, sistem durum vektörü veya parametrelerinin bir fonksiyonu olmak zorundadır.

Kalman filtresi, sistem durum parametrelerinin ve farklı bir kaynaktan gelen ölçülerin deterministik ve stokastik özellikleri kullanarak iki aşamalı ve özyinelemeli (recursive) olarak çalışan bir algoritmadır. Algoritma, sistem durum tahminini farklı bir kaynaktan gelen ölçüler ile karşılaştırılır ve bu fark, Kalman kazancı olarak bilinen bir çarpan ile ölçeklendirilir ve sıradaki tahminleri iyileştirmek için modele girdi olarak geri beslenir. Kazanç performansı sistem durum tahmini iyileştirmek için ayarlanabilir. Yüksek kazanç değerleri kullanılırsa, filtre çıkışı ölçüleri daha yakından takip eder. Düşük kazanç değeri kullanıldığında filtre model tahminlerini daha yakından takip eder. Yöntem, gerçek bilinmeyen değerlere, tek bir ölçüme veya sadece model tahminlerine dayanarak elde edilebilecek tahminlerden daha yakın tahminler üretmek için kullanılmaktadır.

Kalman filtresinin; genişletilmiş, uyarlı kokusuz, parçacık filtre gibi varyantları vardır. Bu çalışmada genişletilmiş Kalman filtresi esas alınmış olup, alt bölümlerde Kalman

filtresi elemanları, Kalman filtre aşamaları ve pratik uygulama adımları, genişletilmiş Kalman filtre ile SIMU/GNSS entegrasyonu ve mobil gravimetride uygulanaşına yönelik bilgiler verilmektedir.

4.1. Kalman Filtre Elemanları

Kalman filtresinin;

- (1) Durum vektörü ve durum vektörü hata kovaryans matrisi,
- (2) Sistem (süreç) modeli,
- (3) Ölçü vektörü ve ölçü vektörü kovaryans matrisi
- (4) Ölçü modeli,
- (5) Algoritma

olmak üzere beş temel elemanı vardır.

Durum vektörü, Kalman filtre ile kestirilmek istenen ve sistemi tanımlayan konum, hız, yönelim, sensör atımları ve gravite bozukluğu gibi parametreler setidir. $n \times 1$ boyutlu durum vektörünün her bir parametresi veya elemanı sabit veya zaman değişkenli olabilir. Kalman filtrede durum vektörünün gösteriminde beş farklı notasyon kullanılır. Gerçek durum vektörü $\mathbf{x}(t)$ veya kısaca \mathbf{x} ile, sistem modeliyle $k - 1$ epoğundan k epoğuna predikte edilen durum vektörü $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ ile, ölçü güncellemesi sonrası k epoğundaki durum vektörü $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ ile, gerçek durum vektörü ile predikte edilen durum vektörü arasındaki fark olan hata durum vektörü $\delta\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_k^-$ ile ve son olarak ölçü güncellemesi sonrası gerçek durum vektörü ile güncellenen durum vektörü arasındaki hata durum vektörü $\delta\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_k^+$ ile ifade edilmektedir. Kalman filtre iteratif bir kestirim tekniği olduğundan, durum vektörü başlangıç değerleri $\hat{\mathbf{x}}_0^+$ veya $\delta\hat{\mathbf{x}}_0^+$ kullanıcı tarafından tanımlanmalıdır.

Kalman filtre durum kestirimindeki belirsizliklerin ve kestirimler arasındaki korelasyonun tanımlanmasında durum vektörü hata kovaryans matrisi kullanılmaktadır. \mathbf{P} ile gösterilen ve $n \times n$ boyutundaki bu simetrik matrisin köşegen elemanları durum

belirsizliklerini yani varyansları ($\sigma_{x_i}^2$), diyagonal dışı elemanlar ise durumlar arasındaki kovaryansları diğer bir ifadeyle korelasyonları (ρ_{x_i, x_j}) temsil etmektedir. Durum vektörü notasyonunda olduğu gibi, durum vektörü hata kovaryans matrisinde de iki farklı gösterim kullanılmaktadır. $k - 1$ epöğundan k epöğuna predikte edilen kovaryans matrisi \mathbf{P}_k^- ile, ölçü güncellemesi sonrası elde edilen k epöğundaki kovaryans matrisi ise \mathbf{P}_k^+ ile ifade edilmektedir. Hata kovaryans matrisinin de başlangıç değeri \mathbf{P}_0^+ kullanıcı tarafından tanımlanmaktadır.

$$\mathbf{P} = E\left((\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})^T\right) = E(\boldsymbol{\delta}\mathbf{x}\boldsymbol{\delta}\mathbf{x}^T) \quad (4.1)$$

$$\mathbf{P}_{ii} = \sigma_i^2 \quad \text{ve} \quad \mathbf{P}_{ij} = \mathbf{P}_{ji} = \sigma_i\sigma_j\rho_{i,j} \quad (4.2)$$

Kalman filtrenin ikinci temel elemanı zamanda ilerleme modeli olarak ta bilinen sistem (süreç) modelidir. Bu model, Kalman filtre durum vektörü ve durum kovaryans matrisinin zamanla nasıl değışeceğı tanımlamaktadır. Örneğın; konum durumu, hız durumunun integrali olacak şekilde zamanla değışecektir. Konum durumu belirsizliğı de yine hız durum belirsizliğinin integrali olacak şekilde zamanla artacaktır. Bu nedenle konum ve hız kestirim hataları arasındaki korelasyon artacaktır. Navigasyon uygulamalarında; konum, hız ve yönelim gibi temel navigasyon parametrelerinin sistem modeli 2.3 ve 2.4 numaralı bölümlerde gösterildiğı şekilde deterministiktir. Ancak, SIMU sensör hataları ve gravite bozukluğı durumları, rastgele sabit, rastgele yürüyüş, Gauss-Markov gibi stokastik süreçler ile modellenmektedir. Farklı kaynaklardan yeni bir ölçü güncellemesi olmaması durumunda, Kalman filtre durum kestirimleri güncelliğini yitirebilir. Ölçülemeyen dinamiklerden veya sensör çıktılarındaki rastgele hatalardan kaynaklı olan sistemdeki bu bilinmeyen değışimleri hesaba katmak için durum belirsizlikleri zamanla artırılabilir. Örneğın, ivmenin ölçülememesi veya bilinmemesi durumunda hız belirsizliğinin zamanla artırılması gerekir. Durumların gerçek değeriindeki söz konusu bu değışime sistem veya süreç gürültüsü (system/process noise) adı verilir. Sistem gürültüsünün istatistiksel özellikleri Kalman filtre tasarımcısı tarafından tanımlanır.

Sürekli-zamanda doğrusal dinamik sistemler için durum uzay (state space) modeli olarak ta bilinen sistem modelinin genel hali aşağıdaki eşitlik ile tanımlanır.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{w}_s(t) \quad (4.3)$$

Standart Kalman filtrede, her bir durum parametresinin zamana bağlı türevinin, diğer durumların ve beyaz gürültü kaynağının doğrusal fonksiyonu olduğu varsayılır. Yukarıdaki eşitlikte $\mathbf{F}(t)$, n durum sayısı olmak üzere $n \times n$ boyutundaki sistem matrisini, $\mathbf{w}_s(t)$ sisteme stokastik girişi temsil eden $k \times 1$ boyutundaki sistem gürültü vektörünü temsil etmektedir. Kalman filtrede sistem gürültü vektörü; birbirinden bağımsız, sıfır-ortalamalı ve normal (Gauss) dağılıma uygun beyaz gürültü içeren bir vektördür. Bu ifadenin matematiksel gösterimi $\mathbf{w}_s(t) \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{Q})$ şeklindedir. $\mathbf{G}(t)$ ise sistem gürültü dağılım matrisi olarak adlandırılan, $n \times k$ boyutunda ve sistem durum değişkenleri ile beyaz gürültüyü ilişkilendiren matristir. $\mathbf{G}(t)\mathbf{w}_s(t)$ stokastik bileşeni, Bölüm-3'de anlatılan atım, ölçek faktörü gibi ataletsel sensör hatalarının etkileri ile deterministik olarak modellenemeyen çevresel değişimlerin (rüzgar, araç titreşimi vb.) etkilerini modellemek için kullanılır. $\mathbf{F}(t)\mathbf{x}(t)$ çarpımı sistemin deterministik bileşenidir.

(4.3) eşitliği ile verilen sürekli-zamanda durum uzay modelinin ayrık-zamanda gösterimi aşağıdaki şekildedir.

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{\Phi}_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{\Gamma}_{k-1}\mathbf{w}_{s,k-1} \quad (4.4)$$

Yukarıdaki eşitlikte verilen $\mathbf{\Phi}$ matrisi, $k - 1$ epoğundaki durum parametrelerinin bir sonraki k epoğuna geçişini sağlayan durum geçiş matrisidir. $\tau_s = t_k - t_{k-1}$ zaman aralığının yeterince küçük olduğu ve bu zaman aralığında $\mathbf{F}(t)$ ve $\mathbf{G}(t)$ matrislerinin sabit olduğu varsayılırsa, durum geçiş matrisi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\mathbf{\Phi}_{k-1} \approx e^{\mathbf{F}_{k-1}\tau_s} \approx \mathbf{I} + \mathbf{F}_{k-1}\tau_s \quad (4.5)$$

$\mathbf{\Gamma}_{k-1}$ ve $\mathbf{w}_{s,k-1}$ sürekli-zamandaki sistem gürültü dağılım matrisi ile sistem gürültü vektörlerinin ayrık-zamandaki gösterimlerdir. (4.4) eşitliğindeki $\mathbf{\Gamma}_{k-1}\mathbf{w}_{s,k-1}$ çarpımı sistem modelinin stokastik kısmı olduğundan, $k-1$ epoğundan k epoğuna durum prediksyonunda değil, sadece durum vektörü hata kovaryans matrisinin geçişinde kullanılır. $\mathbf{S}_{s,k-1}$ matrisi, sürekli-zamandaki $\mathbf{w}_s(t)$ beyaz sistem gürültüsünün tek-terafli PSD'si olmak üzere, sistem gürültü kovaryans matrisi \mathbf{Q}_{k-1} aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$\mathbf{Q}_{k-1} = E \left[(\mathbf{\Gamma}_{k-1}\mathbf{w}_{s,k-1})(\mathbf{\Gamma}_{k-1}\mathbf{w}_{s,k-1})^T \right] \approx \mathbf{G}_{k-1}\mathbf{S}_{s,k-1}\mathbf{G}_{k-1}^T \tau_s \quad (4.6)$$

Kalman filtrenin üçüncü önemli elemanı ölçü vektörü (measurement vector) ve bu vektörle ilişkili gürültü kovaryansıdır (measurement noise covariance). Ölçü vektörü, sistem özelliklerine ilişkin farklı bir veya birden fazla kaynaktan gelen ölçüler setidir ve durum vektörünün fonksiyonudur. Ölçü vektörüne örnek olarak, kalibrasyona tabi tutulan bir SIMU navigasyon çözümü ile, başka bir navigasyon sisteminin konum ve hız çözümleri arasındaki fark veya GNSS gibi radyo navigasyon sisteminden gelen mesafe ölçüleri verilebilir. $\mathbf{z}(t_k)$ veya kısaca \mathbf{z}_k ile ifade edilen ölçü vektörü $m \times 1$ boyutlu bir vektördür. Ölçü gürültü kovaryans matrisi, ölçüler üzerindeki gürültünün istatistiksel özelliklerini tanımlamaktadır. Sıfır-ortalımalı ve normal dağılımlı ölçü beyaz gürültü vektörü $\mathbf{w}_m(t_k)$ ile gösterilirse, kovaryans matrisi $\mathbf{w}_m(t_k) \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R})$, ölçü gürültülerinin karelerinin beklenen değeridir.

$$\mathbf{R}(t_k) = E(\mathbf{w}_m(t_k) \mathbf{w}_m(t_k)^T) \quad (4.7)$$

$\mathbf{R}(t_k)$ veya kısaca \mathbf{R}_k matrisinin diyagonal elemanları, her bir ölçünün varyansını, diyagonal dışı elemanları ise ölçü gürültüsünün farklı bileşenleri arasındaki korelasyonu temsil etmektedir. $\mathbf{R}(t_k)$ matrisi simetrik bir matristir ve $m \times m$ boyutuna sahiptir. Birçok navigasyon uygulamasında, ölçü vektörünün her bir bileşeni üzerindeki gürültüler bağımsız kabul edilir ve $\mathbf{R}(t_k)$ diyagonal bir matris halini alır.

Kalman filtrenin dördüncü önemli elemanı ölçü modelidir (measurement model). Bu model, ölçü gürültüsü olmadığı durumda ölçü vektörünün gerçek durum vektörünün fonksiyonu olarak nasıl değiştiğini ifade eder. Sistem modeli gibi ölçü modeli de deterministiktir. Standart Kalman filtrede, ölçü vektörü $\mathbf{z}(t_k)$, gerçek durum vektörü $\mathbf{x}(t_k)$ 'nin doğrusal fonksiyonu ve beyaz gürültü kaynağı $\mathbf{w}_m(t_k)$ ile aşağıdaki şekilde modellenir. Bu eşitlikteki $\mathbf{H}(t_k)$ veya kısaca \mathbf{H}_k terimi, $m \times n$ boyutlarında ölçü matrisi olarak adlandırılmaktadır ve sistemin bilinen özelliklerinden elde edilir.

$$\mathbf{z}(t_k) = \mathbf{H}(t_k)\mathbf{x}(t_k) + \mathbf{w}_m(t_k) \quad \text{veya} \quad \mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_{m,k} \quad (4.8)$$

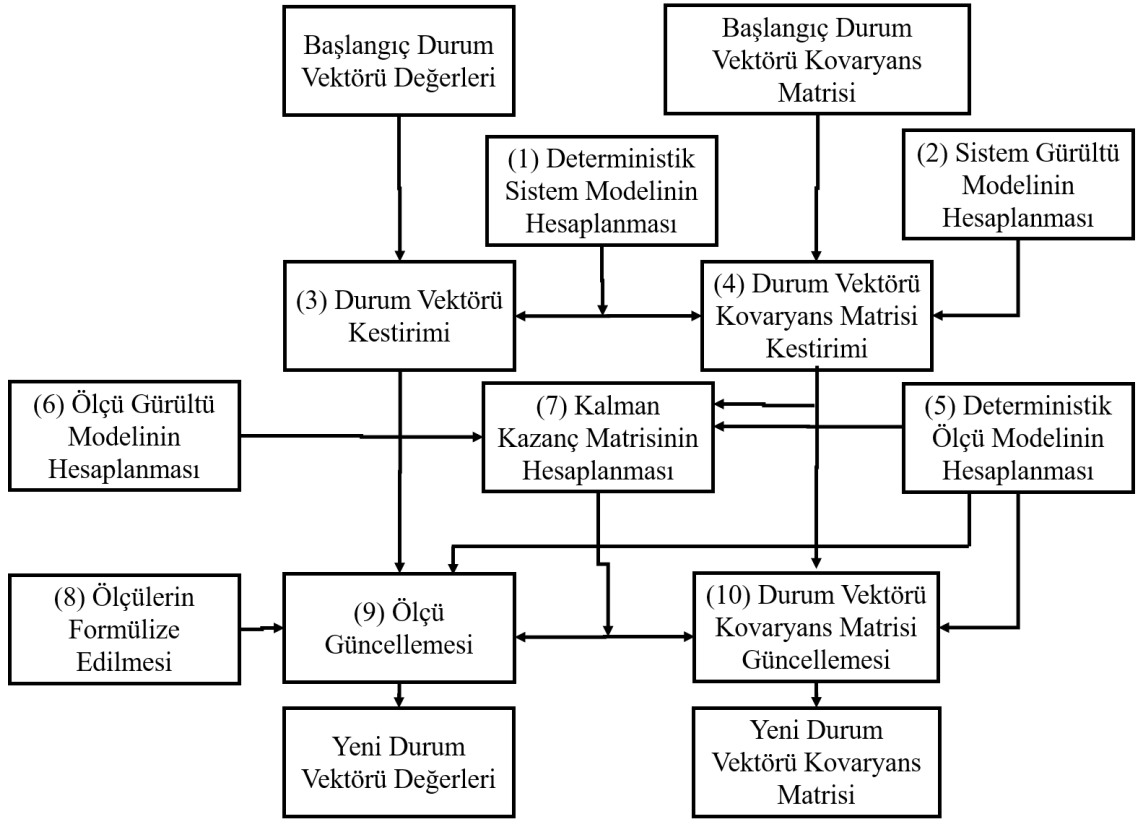
Kalman filtre terminolojisinde, ölçü vektörü \mathbf{z}_k ile durum vektörü ve ölçü matrisinin çarpımıyla elde edilen büyüklüğün $\mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_k^-$ farkına ölçü inovasyonu (measurement innovation) adı verilmektedir ve Kalman filtre algoritmasında sıklıkla kullanılmaktadır.

$$\delta\mathbf{z}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_k^- \quad (4.9)$$

Kalman filtre algoritması ölçü vektörü, ölçü modeli ve sistem modelini kullanarak, durum vektörünün optimal kestirimini sağlar. Kalman filtresinin optimal kestirici olmasının sebebi, kestirilen parametrelerin karesel ortalama hatasını minimize etmesidir.

4.2. Kalman Filtre Uygulama Adımları

Kalman filtresi, sistem durum parametrelerinin ve farklı bir kaynaktan gelen ölçülerin deterministik ve stokastik özelliklerini kullanarak iki aşamalı ve özyinelemeli olarak çalışan bir algoritmadır. Birinci aşama literatürde prediksyon, sistem güncellemesi, sistem ilerlemesi, zaman ilerlemesi, zaman güncellemesi gibi isimlerle anılmaktadır. İkinci aşama ise ölçü güncellemesi olarak bilinmektedir. Şekil 4.1'de standart bir Kalman filtre akış şeması gösterilmektedir. 1-4 arasında numaralanmış adımlar prediksyon aşamasına, 5-10 arasında numaralanmış adımlar ise ölçü güncelleme aşamasına aittir.



Şekil 4.1. Standart Kalman filtre akış şeması ve adımları.

Ayrık-zamanda Kalman filtre prediksyon aşaması adımları şu şekildedir:

(1) t_k ve t_{k+1} aralığında ilerleme için sistem matrisi \mathbf{F}_k 'nin oluşturulması. Bu matris genellikle hem zaman hem de zamanla değişen konum, zaman ve hatta SIMU ölçüleri gibi diğer parametrelerin fonksiyonudur. Bu nedenle her Kalman filtre iterasyonunda oluşturulması gerekir.

(2) Spektral yoğunluk matrisi $\mathbf{S}_{s,k}$ oluşturulması. Diyagonal bir matris olan $\mathbf{S}_{s,k}$, ilgili stokastik modelin güç spektral genlikleri kullanılarak oluşturulur.

(3) Geçiş matrisi Φ_k ve sistem gürültü kovaryans matrisi Q_k' nin oluşturulması. Bu matrisler, sistem matrisi F_k ve spektral yoğunluk matrisi $S_{s,k}$ kullanılarak (4.5) ve (4.6) eşitlikleri ile elde edilir.

(4) t_k epogündaki durum \hat{x}_k^+ ve durum hata kovaryans matrisi P_k^+ kestirimlerinin t_{k+1} epogu için aşağıdaki eşitlikler kullanılarak predikte edilmesi.

$$\hat{x}_{k+1}^- = \Phi_k \hat{x}_k^+ \quad (4.10)$$

$$P_{k+1}^- = \Phi_k P_k^+ \Phi_k^T + Q_k \quad (4.11)$$

Uygulamada, durum vektörü ve durum vektörü hata kovaryans matrisi genellikle birlikte predikte edilmemektedir. Sistem modeline ve dinamiklerine bağlı olarak durum vektörü hata kovaryans matrisi daha geç aralıklarla predikte edilebilmektedir. Bu sayede işlemciye daha az hesap yaptırıldığından, özellikle gerçek zamanlı uygulamalarda hesap hızı ciddi oranda geliştirilmektedir.

Ayrık-zamanda Kalman filtre ölçü güncelleme aşaması adımları şu şekildedir:

(1) Yeni gelen bir ölçü için H_{k+1} ölçü matrisinin oluşturulması. Bu matris genellikle gelen ölçünün türüne, zamana ve konum gibi zaman bağlı parametre göre değişir.

(2) Ölçü inovasyonu δz_{k+1} vektörünün oluşturulması. Bu vektör H_{k+1} ölçü matrisi ve \hat{x}_{k+1}^- durum vektörü kullanılarak (4.9) eşitliği ile hesaplanmaktadır.

(3) Kalman kazanç matrisi K_{k+1}' nin oluşturulması. Bu matris aşağıdaki eşitlik kullanılarak elde edilmektedir.

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^T (\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_{k+1})^{-1} \quad (4.12)$$

(4) t_{k+1} epogündaki durum vektörünün güncellenmesi. Güncelleme aşağıdaki eşitlik kullanılarak yapılmaktadır.

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^+ = \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- + \mathbf{K}_{k+1} \delta \mathbf{z}_{k+1} \quad (4.13)$$

(5) Durum vektörü hata kovaryans matrisinin güncellenmesi. Bu güncelleme aşağıdaki eşitlik kullanılarak yapılmaktadır.

$$\mathbf{P}_{k+1}^+ = \mathbf{P}_{k+1}^- - \mathbf{K}_{k+1} (\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1}^-) \quad (4.14)$$

4.3. Genişletilmiş Kalman Filtresi

SIMU/GNSS entegrasyonu gibi birçok navigasyon probleminde, sistem modeli ve ölçü modeli doğrusal değildir. Standart Kalman filtresinin doğrusal olmayan versiyonu Genişletilmiş Kalman Filtresi (EKF-Extended Kalman Filter) olarak bilinir. EKF’de (4.3) sistem modeli ve (4.8) ölçü modeli eşitlikleri aşağıdaki şekli alır.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t) + \mathbf{G}(t) \mathbf{w}_s(t) \quad (4.15)$$

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), t) + \mathbf{w}_m(t) \quad (4.16)$$

Yukarıdaki eşitliklerdeki \mathbf{f} ve \mathbf{h} , durum vektörü \mathbf{x} ’in doğrusal olmayan fonksiyonlarıdır. Bu problemin çözümü için en klasik yaklaşım, eşitliklerin durum vektörü çevresinde aşağıdaki şekilde doğrusallaştırılmasıdır.

$$\mathbf{F}_{k-1} = \left. \frac{\partial f(x, t_k)}{\partial x} \right|_{x=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+} \quad (4.17)$$

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial h(x, t_k)}{\partial x} \right|_{x=\hat{\mathbf{x}}_k^-} \quad (4.18)$$

Hata durum vektörü $\delta\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_k^+$, sayısal olarak toplam durum vektörü $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ ' dan daha küçük olacağından, nümerik stabilizasyonun sağlanması amacıyla, EKF'de durum uzay modeli hata durum vektörü kullanılarak sürekli ve ayrık zamanlar için aşağıdaki şekilde kullanılır.

$$\delta\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}(t)\delta\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{w}_s(t) \quad (4.19)$$

$$\delta\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{\Phi}_{k-1}\delta\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ \quad (4.20)$$

$$\delta\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \delta\hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k\delta\mathbf{z}_k \quad (4.21)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \delta\hat{\mathbf{x}}_k^+ \quad (4.22)$$

Her ölçü güncellemesi sonunda, güncellenmiş hata durum vektörü $\delta\hat{\mathbf{x}}_k^+$, (4.22)'deki gibi toplam durum vektörü $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ eklenir ve bir sonraki prediksyon aşaması için sıfırlanır. Bu işleme kapalı döngü uygulama adı verilir.

4.4. Rauch-Tung-Striebel (RTS) Optimal Yumuşatıcısı

EKF, mevcut sistem durumu \mathbf{x}_k 'nın kestirimi için sadece son epoklardan mevcut epoga kadar olan bilgileri kullanır. Yani bilgi gerçekte \mathbf{x}_{k-1} ve \mathbf{P}_{k-1} değişkenlerinde depolanır. \mathbf{x}_{k-1} ve \mathbf{P}_{k-1} 'daki bilgiler ise \mathbf{x}_{k-2} ve \mathbf{P}_{k-2} depolanır ve bu şekilde devam eder. Sadece t_N son epogundaki kestirimler mevcut tüm bilgileri kullanmış olur. Gerçek zamanlı uygulamalarda bunun bir kısıtlama olduğu açıktır. Ancak, mobil gravimetri

uygulamalarında genellikle gerçek zamanlı kestirime ihtiyaç yoktur. t_k epoğundaki durum kestiriminde gelecek epoklardaki gözlem ve bilgilerde kullanılabilir.

Optimal yumuşatıcı, herhangi bir epoktaki durum kestirimi için sistemin tümüne ait bilgileri kullanır. Gerçek zamanlı olmayan uygulamalarda Kalman filtre ileri yönlü çalıştırılabileceği gibi geri yönlüde çalıştırılabilir. İleri ve geri yönlü Kalman filtre kestirimleri birleştirilerek optimal bir çözüm elde edilebilir. [59] tarafından Rauch-Tung-Striebel (RTS) olarak bilinen alternatif bir yumuşatıcı önerilmiştir. Kalman yumuşatıcı olarak da bilinen bu yöntemde, ileri yönlü Kalman filtre kestirimleri aşağıdaki eşitliklerde gösterildiği şekilde geri yönlü olarak yumuşatılmaktadır.

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^+ + \mathbf{A}_k(\bar{\mathbf{x}}_{k+1} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-) \quad (4.23)$$

$$\bar{\mathbf{P}}_k = \mathbf{P}_k^+ + \mathbf{A}_k(\bar{\mathbf{P}}_{k+1} - \mathbf{P}_{k+1}^-)\mathbf{A}_k^T \quad (4.24)$$

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{P}_k^+ \boldsymbol{\Phi}_{k+1}^T (\mathbf{P}_{k+1}^-)^{-1} \quad (4.25)$$

Eşitliklerdeki $\bar{\mathbf{x}}$ ve $\bar{\mathbf{P}}$ ile gösterilen Kalman filtre değişkenleri, RTS yumuşatması sonucu elde edilen değerleri ifade etmektedir. Geri yönlü RTS yumuşatması son epoktaki Kalman filtre kestirimlerinin $\bar{\mathbf{x}}_N \equiv \hat{\mathbf{x}}_N^+$ ve $\bar{\mathbf{P}}_N \equiv \mathbf{P}_N^+$ eşitlenmesi ile başlatılmakta ve zamanda geriye doğru uygulanmaktadır. RTS, (4.19) eşitliğinde verildiği gibi hata durum uzay formülasyonu ile kullanıldığında, (4.23) eşitliği aşağıdaki şekle dönüşür.

$$\delta \bar{\mathbf{x}}_k = \delta \hat{\mathbf{x}}_k^+ + \mathbf{A}_k(\delta \bar{\mathbf{x}}_{k+1} - \delta \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-) \quad (4.26)$$

EKF döngüsü sırasında doğrusallaştırma hatalarının azaltılması için $\delta \hat{\mathbf{x}}_k^+$ vektörü, (4.22) eşitliği ile gösterildiği gibi sistem durum vektörünü önceden eklendiğinden, RTS yumuşatması sonunda durum vektörüne daha önce eklenen kısım bir daha düzeltme olarak eklenmemelidir. Aşağıdaki eşitlikte gösterildiği şekilde, sadece yumuşatıcı

tarafından (4.26) ile hesaplanan ilave veya artık terim konum, hız vb. gibi kestirimlere düzeltme olarak uygulanmalıdır.

$$\Delta\delta\bar{x}_k = \delta\bar{x}_k - \delta\hat{x}_k^+ \quad (4.27)$$

SIMU ve GNSS entegrasyonu ile mobil hava gravimetrisi uygulamalarında, RTS yumuşatıcısının gravite bozukluğu çözümlerini oldukça iyileştirdiği görülmektedir [50-52].

4.5. EKF ile SIMU/GNSS Entegrasyon Dayalı Navigasyon Algoritması

Ataletsel navigasyonun birçok avantajı vardır. Sürekli olarak çalışabilmekte, yüksek bant genişliğinde (>100 Hz) çıktı verebilmekte, kısa dönemde düşük gürültü sergilemekte, yönelim, açısal hız, ivme, konum ve hız gibi büyüklüklerin belirlenmesini sağlamaktadır. Sinyal karıştırma ve elektromanyetik girişim (enterferans) gibi bozucu etkilere maruz kalmamaktadır. Ancak, Bölüm-2’de belirtildiği gibi başlangıç değerine ihtiyaç duymaktadır. Bunun yanında, ataletsel navigasyon eşitlikleri ile sensör hatalarının da integre edilmesine bağlı olarak, hatalar artarak birikmeye devam eder ve navigasyon parametrelerinin çözüm doğruluğu zamanla azalır.

GNSS uzun dönemde daha iyi konum doğruluğu sağlamaktadır. Ancak, çıktı oranı veya hızı SIMU’dan daha düşüktür (< 10 Hz). Kod-tabanlı konum çözümünün kısa dönemli gürültüsü göreceli olarak daha yüksektir. Standart bir GNSS ekipmanı yönelim belirlemek için yeterli değildir. GNSS sinyalleri karıştırmaya ve enterferansa açıktır.

SIMU ve GNSS’in üstün ve zayıf tarafları, uygun şekilde entegre edildiğinde birbirini tamamlar niteliktedir. Entegre edilmiş SIMU/GNSS navigasyon sistemi, yüksek bant genişliğinde, sürekli, yüksek ve kısa dönemli gürültüleri düşük navigasyon çözümleri sağlayabilmektedir. GNSS ölçüleri, ataletsel navigasyon çözümlerindeki sürüklenmeyi (drift) önler. SIMU ise GNSS navigasyon çözümlerini yumuşatır ve GNSS sinyal yokluğunda veya kaybında navigasyon parametrelerini çözmeye devam eder.

SIMU/GNSS entegrasyonunda genellikle, ataletsel navigasyon çözümü entegrasyon algoritmasının (örneğin, Kalman filtre) dışarısında önceden üretilir. GNSS gözlemleri, ölçü güncelleme adımıyla devreye alınır. SIMU/GNSS entegrasyonunun için temelde üç mimariden söz etmek mümkündür.

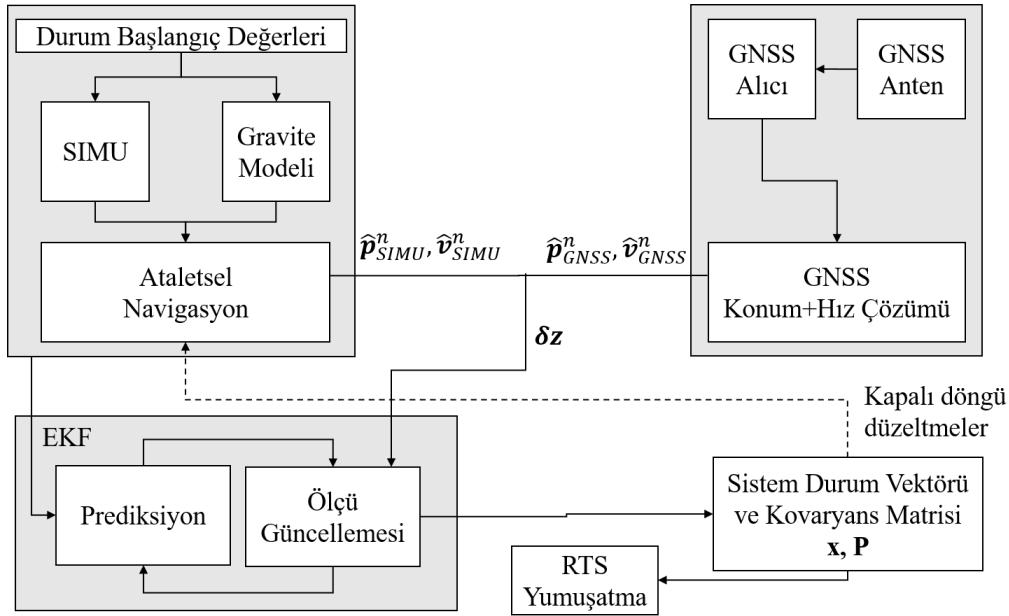
(1) Gevşek bağlamalı veya birleştirmeli (loosely-coupled) entegrasyon: Bu entegrasyon mimarisinde, GNSS konum ve/veya hız çözümleri Kalman filtre ölçü güncellemesinde kullanılmaktadır. Dolayısıyla, Kalman filtre öncesinde GNSS verilerinin analiz edilmesi, konum ve/veya hız çözümlerinin önceden üretilmesi gerekir.

(2) Sıkı bağlamalı veya birleştirmeli (tightly-coupled) entegrasyon: Bu entegrasyon mimarisinde, GNSS uydu-alıcı mesafe (pseudo-range) gözlemleri ve bu gözlemlerin değişim oranı (pseudo-range rate) Kalman filtre ölçü güncellemesinde kullanılmaktadır.

(3) Derin bağlamalı veya birleştirmeli (deeply-coupled) entegrasyon: Bu entegrasyon mimarisinde, GNSS en temel seviyeden yani sinyal izleme adımından itibaren Kalman filtre ölçü güncellemesinde kullanılmaktadır.

Her bir mimarinin birbirlerine göre üstün ve zayıf tarafları bulunmaktadır [33–35]. Bu çalışmada SIMU/GNSS entegrasyonu için gevşek bağlamalı entegrasyon mimarisi kullanılmıştır. EKF ile kapalı döngü, gevşek bağlamalı SIMU/GNSS akış şeması Şekil 4.2’de gösterilmiştir. Temel olarak, SIMU ve GNSS gözlemleri ayrı ayrı analiz edilmekte ve iki bağımsız navigasyon çözümü oluşturulmaktadır. Bu iki çözüm, istatistiksel olarak optimal navigasyon kestirimi için EKF ile birleştirilmektedir. Bu algorithmada toplam durum vektörü yerine, Bölüm-4.3’de bahsedildiği şekilde durum hata vektörü kullanılmaktadır.

$n \times 1$ boyutlu lokal navigasyon çerçevesinde çözümlenmiş, δp_{eb}^n konum hataları, δv_{eb}^n hız hataları, $\delta \Psi_{nb}$ yönelim hataları, δb_a^b ivmeölçer atım hataları ve δb_ω^b jiroskop hatalarından oluşan temel durum hata vektörü (4.28) eşitliğinde verilmiştir. 15 durumdan oluşan bu vektörün açık olarak yazılmış halinde; 1 ile 3'üncü satırlar arasındaki elemanlar enlem, boylam ve elipsoit yüksekliği hatasını, 4 ile 6'ıncı satırlar arasındaki elemanlar kuzey, doğu ve düşey yöndeki hız hatalarını, 7 ile 9'uncu satırlar arasındaki elemanlar yatış, yunuslama ve baş açısı yönelim hatalarını, 10 ile 12'inci satırlar arasındaki elemanlar SIMU ivmeölçer üçlüsünün gövde çerçevesinde çözümlenmiş atım hatalarını, 13 ile 15'inci satırlar arasındaki elemanlar ise jiroskop üçlüsünün gövde çerçevesinde çözümlenmiş atım hatalarını ifade etmektedir.



Şekil 4.2. EKF ile kapalı döngü, gevşek bağlamalı SIMU/GNSS akış şeması.

EKF ile belirlenen durum hata vektörü, SIMU gözlem hatalarının ve navigasyon çözümünün düzeltilmesi için ataletsel navigasyon işlemcisine geri beslenir. Literatürde bu işleme kapalı döngü uygulama adı verilir. Kapalı döngü uygulaması, doğrusallaştırmadan kaynaklı navigasyon hatalarını azaltır ve EFK stabilitesini artırır. (-) işareti düzeltmeden önce, (+) işareti düzeltmeden sonraki sistem durumları ifade ettiği varsayıldığında, düzeltmeler konum, hız, yönelim ve sensör atım durumları ile SIMU gözlemlerine aşağıda gösterildiği şekilde uygulanır. (4.31) eşitliğindeki \times işareti

vektörün çarpık simetrik matris şeklini, (4.34) ve (4.35) eşitliklerindeki \sim işareti ise SIMU ham düzeltilmemiş gözlemleri temsil etmektedir.

$$\delta \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta \mathbf{p}_{eb}^n \\ \delta \mathbf{v}_{eb}^n \\ \delta \Psi_{nb} \\ \delta \mathbf{b}_a^b \\ \delta \mathbf{b}_\omega^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta \varphi \\ \delta \lambda \\ \delta h \\ \delta v_{eb,N}^n \\ \delta v_{eb,E}^n \\ \delta v_{eb,D}^n \\ \delta \phi_{nb} \\ \delta \theta_{nb} \\ \delta \psi_{nb} \\ \delta b_{a,x}^b \\ \delta b_{a,y}^b \\ \delta b_{a,z}^b \\ \delta b_{\omega,x}^b \\ \delta b_{\omega,y}^b \\ \delta b_{\omega,z}^b \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$\hat{\mathbf{p}}_{eb}^n(+) = \hat{\mathbf{p}}_{eb}^n(-) - \delta \hat{\mathbf{p}}_{eb}^n \quad (4.29)$$

$$\hat{\mathbf{v}}_{eb}^n(+) = \hat{\mathbf{v}}_{eb}^n(-) - \delta \mathbf{v}_{eb}^n \quad (4.30)$$

$$\hat{\mathbf{C}}_b^n(+) = (\mathbf{I}_3 - [\delta \hat{\Psi}_{nb} \times]) \hat{\mathbf{C}}_b^n(-) \quad (4.31)$$

$$\hat{\mathbf{b}}_a^b(+) = \hat{\mathbf{b}}_a^b(-) + \delta \hat{\mathbf{b}}_a^b \quad (4.32)$$

$$\hat{\mathbf{b}}_\omega^b(+) = \hat{\mathbf{b}}_\omega^b(-) + \delta \hat{\mathbf{b}}_\omega^b \quad (4.33)$$

$$\hat{\mathbf{f}}_{ib}^b(+) = \tilde{\mathbf{f}}_{ib}^b(-) - \hat{\mathbf{b}}_a^b(+) \quad (4.34)$$

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b(+) = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b(-) - \hat{\mathbf{b}}_\omega^b(+) \quad (4.35)$$

Düzeltilmeler, her EKF ölçü güncellemesi sonrasında uygulanır. Bu şekilde GNSS gözlemleri, SIMU gözlemlerini kalibre eder ve navigasyon çözümünü yeniden başlatır. Navigasyon parametreleri t_k anındaki ölçü güncellemesi sonrası düzeltilirken, (4.32)-(4.35) arasında verilen SIMU gözlem düzeltmeleri t_{k-1} ve t_k aralığındaki yüksek örneklem aralıklı her SIMU gözlemine uygulanır. Düzeltilmeler yapıldıktan sonra artık kestirilen hataların değeri sıfır olacağından $\delta\hat{x}$ vektörü bu aşamada sıfırlanır.

4.5.1. Sistem Modeli

Sensör atım hatalarının rastgele sabit olarak modellendiği (Bakınız Bölüm-4.6) varsayıldığında, EKF ile SIMU/GNSS entegrasyonuna dayalı navigasyon algoritması için (4.19) ile gösterilen durum uzay veya sistem modelinin sürekli-zamanda açık şekli (4.36) ile verilmektedir.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta\mathbf{p}_{eb}^n \\ \delta\mathbf{v}_{eb}^n \\ \delta\Psi_{nb} \\ \delta\mathbf{b}_a^b \\ \delta\mathbf{b}_\omega^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{pp} & \mathbf{F}_{pv} & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{F}_{vp} & \mathbf{F}_{vv} & \mathbf{F}_{v\psi} & \mathbf{F}_{vb_a} & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{F}_{\psi p} & \mathbf{F}_{\psi v} & \mathbf{F}_{\psi\psi} & \mathbf{0}_3 & \mathbf{F}_{\psi b_\omega} \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\mathbf{p}_{eb}^n \\ \delta\mathbf{v}_{eb}^n \\ \delta\Psi_{nb} \\ \delta\mathbf{b}_a^b \\ \delta\mathbf{b}_\omega^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{Hz} \\ \mathbf{w}_{Yön} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Yukarıda verilen \mathbf{F}_{XX} terimlerinin belirlenebilmesi için, durum hata eşitliklerine pertürbasyon işleminin uygulanması gerekmektedir. Bunun için Bölüm-2.3’de verilen navigasyon eşitliklerinden faydalanılmaktadır. (2.12) ve (2.28) ile gösterilen konum vektörü değişimi klasik Taylor serileri kullanılarak pertürbe edilirse, konum hata değişimleri $\frac{d}{dt}(\delta\mathbf{p}_{eb}^n)$ için aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\delta\dot{\varphi} \approx \frac{\delta v_{eb,N}^n}{M+h} - \frac{v_{eb,N}^n}{(M+h)^2} \delta h \quad (4.37)$$

$$\delta\dot{\lambda}_b \approx \frac{\delta v_{eb,E}^n}{(N+h)\cos\varphi} + \frac{v_{eb,E}^n \sin\varphi}{(N+h)\cos^2\varphi} \delta\varphi - \frac{v_{eb,E}^n}{(N+h)^2 \cos\varphi} \delta h \quad (4.38)$$

$$\dot{\delta h}_b \approx -\delta v_{eb,D}^n \quad (4.39)$$

N ve M terimleri (2.19) ve (2.20)'de verilen elipsoit ana eğrilik yarıçapları olmak üzere (4.36)'da verilen \mathbf{F}_{pp} matrisi ve \mathbf{F}_{pv} matrisi ile $\frac{d}{dt}(\delta \mathbf{p}_{eb}^n)$ aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\mathbf{F}_{pp} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{v_{eb,N}^n}{(M+h)^2} \\ \frac{v_{eb,E}^n \sin \varphi}{(N+h) \cos^2 \varphi} & 0 & -\frac{v_{eb,E}^n}{(N+h)^2 \cos \varphi} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

$$\mathbf{F}_{pv} = \mathbf{T}_r^p = \begin{bmatrix} \frac{1}{M+h} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(N+h) \cos(\varphi)} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

$$\frac{d}{dt}(\delta \mathbf{p}_{eb}^n) = \mathbf{F}_{pp} \begin{bmatrix} \delta \varphi \\ \delta \lambda \\ \delta h \end{bmatrix} + \mathbf{F}_{pv} \begin{bmatrix} \delta v_{eb,N}^n \\ \delta v_{eb,E}^n \\ \delta v_{eb,D}^n \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Hız hata değişimleri $\frac{d}{dt}(\delta \mathbf{v}_{eb}^n)$ için (2.21)'de verilen navigasyon eşitliği, klasik Taylor serileri kullanılarak pertürbe edilirse, hız hata durumundaki değişim (4.42)'de gösterildiği gibi elde edilir. Eşitlikte doğrudan konum hatası terimi olmasa da (2.16) ve (2.18) ile verilen $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n$ ve $\boldsymbol{\omega}_{en}^n$ vektörleri ile (2.24) ile verilen $\boldsymbol{\gamma}_b^n$ normal gravite vektörü konuma bağlı olduğundan hız durumu hata değişimleri konum, hız ve yönelim durumları ve hataları ile ivmeölçer sensör hatalarına bağlıdır. (4.42)'de verilen hız hata değişim eşitliğindeki $[\mathbf{v}_{eb}^n \times]$ terimi hız vektörünün çarpık simetrik matris biçimi, $[\mathbf{f}_{ib}^n \times]$ ise lokal navigasyon çerçevesinde çözümlenmiş spesifik kuvvet vektörünün çarpık simetrik matris biçimidir. $\delta \mathbf{f}_{ib}^b$ terimi, (4.47)'de gösterildiği şekilde ivmeölçer atım hatası ile doğrudan ilişkilidir. Sonuç olarak, \mathbf{F}_{vp} , \mathbf{F}_{vv} , $\mathbf{F}_{v\psi}$ ve \mathbf{F}_{vb_a} matrisleri de aşağıda gösterildiği şekilde elde edilmektedir.

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(\delta \mathbf{v}_{eb}^n) &= \delta \dot{\mathbf{v}}_{eb}^n \\
&= \mathbf{C}_b^n \delta \mathbf{f}_{ib}^b - [\mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{ib}^b \times] \delta \Psi_{nb} + \delta \boldsymbol{\gamma}_b^n + \delta d \mathbf{g}_b^n - (2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\Omega}_{en}^n) \delta \mathbf{v}_{eb}^n \\
&\quad + [\mathbf{v}_{eb}^n \times] (2\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n)
\end{aligned} \tag{4.42}$$

$$\mathbf{F}_{vp} = \frac{\partial \dot{\mathbf{v}}_{eb}^n}{\partial \mathbf{p}_{eb}^n} = \frac{\partial \boldsymbol{\gamma}_b^n}{\partial \mathbf{p}_{eb}^n} + [\mathbf{v}_{eb}^n \times] \left(2 \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{ie}^n}{\partial \mathbf{p}_{eb}^n} + \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{en}^n}{\partial \mathbf{p}_{eb}^n} \right) \tag{4.43}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\gamma}_b^n}{\partial \mathbf{p}_{eb}^n} \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3086 \text{ mGal/m} \end{bmatrix} \tag{4.44}$$

$$\mathbf{F}_{vv} = \frac{\partial \dot{\mathbf{v}}_{eb}^n}{\partial \mathbf{v}_{eb}^n} = -(2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\Omega}_{en}^n) + [\mathbf{v}_{eb}^n \times] \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{en}^n}{\partial \mathbf{v}_{eb}^n} \tag{4.45}$$

$$\mathbf{F}_{v\psi} = \frac{\partial \dot{\mathbf{v}}_{eb}^n}{\partial \Psi_{nb}} = -[\mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{ib}^b \times] = -[\mathbf{f}_{ib}^n \times] \tag{4.46}$$

$$\delta \mathbf{f}_{ib}^b = \delta \mathbf{b}_a^b + \text{sensör gürültüsü} \tag{4.47}$$

$$\mathbf{F}_{vb_a} = \frac{\partial \dot{\mathbf{v}}_{eb}^n}{\partial \mathbf{b}_a^b} = \mathbf{C}_b^n \tag{4.48}$$

Yönelim hata değişimleri $\frac{d}{dt}(\delta \Psi_{nb})$ için (2.10)'de verilen navigasyon eşitliği, klasik Taylor serileri kullanılarak pertürbe edilirse, yönelim hata durumundaki değişimin (4.49)'da gösterildiği gibi elde edilir. Yönelim durumu hata değişimleri konum, hız, yönelim durumu ve hataları ile jiroskop sensör hatalarına bağlıdır. $\delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ terimi (4.54)'de gösterildiği gibi, jiroskop atım hatası ile doğrudan ilişkilidir. Sonuç olarak, $\mathbf{F}_{\psi p}$, $\mathbf{F}_{\psi v}$, $\mathbf{F}_{\psi \psi}$ ve $\mathbf{F}_{\psi b_\omega}$ matrisleri de aşağıda gösterildiği şekilde elde edilmektedir.

$$\frac{d}{dt}(\delta \Psi_{nb}) = \delta \dot{\Psi}_{nb} = -\boldsymbol{\Omega}_{in}^n \delta \Psi_{nb} - \delta \boldsymbol{\omega}_{in}^n + \mathbf{C}_b^n \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \tag{4.49}$$

$$\mathbf{F}_{\psi p} = \frac{\partial \Psi_{nb}}{\partial \mathbf{p}_{eb}^n} = -\frac{\partial \omega_{in}^n}{\partial \mathbf{p}_{eb}^n} \quad (4.50)$$

$$\omega_{in}^n = \omega_{ie}^n + \omega_{en}^n \quad (4.51)$$

$$\mathbf{F}_{\psi v} = \frac{\partial \Psi_{nb}}{\partial \mathbf{v}_{eb}^n} = -\frac{\partial \omega_{en}^n}{\partial \mathbf{v}_{eb}^n} \quad (4.52)$$

$$\mathbf{F}_{\psi \psi} = \frac{\partial \Psi_{nb}}{\partial \Psi_{nb}} = -\Omega_{in}^n \quad (4.53)$$

$$\delta \omega_{ib}^b = \delta \mathbf{b}_{\omega}^b + \text{sensör gürültüsü} \quad (4.54)$$

$$\mathbf{F}_{\psi b_{\omega}} = \frac{\partial \Psi_{nb}}{\partial \mathbf{b}_{\omega}^b} = \mathbf{C}_b^n \quad (4.55)$$

Ayrık-zamanda herhangi bir t_k epoğunda \mathbf{F}_{XX} alt matrislerinin sayısal değerleri, Kalman filtre ile kestirilen ve güncellenen en iyi durum tahminleri $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ ile (4.34) ve (4.35)'de verilen düzetilme eklenmiş SIMU ölçüleri $\hat{\mathbf{f}}_{ib}^b(+)$ ve $\hat{\omega}_{ib}^b(+)$ kullanılarak belirlenmektedir.

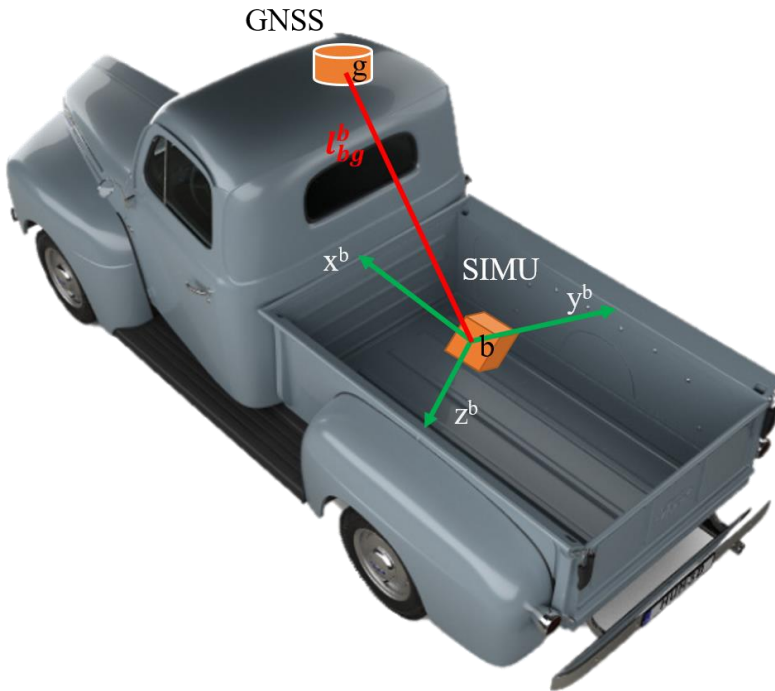
\mathbf{w}_s beyaz gürültü vektörü ile temsil edilen sistem gürültü bileşeni, sistem gürültü dağılım matrisi \mathbf{G} ile durum vektörlerine yayılmaktadır. (4.36) eşitliği ile gösterilen sistem modeli örneğinde, $\mathbf{w}_{Hız}$ ve $\mathbf{w}_{Yön}$ ile belirtilen stokastik sürüş gürültüsü sadece hız ve yönelim parametrelerine etki etmektedir. Bu işlem pratikte, ivmeölçer ve jiroskop gözlemleri üzerindeki beyaz gürültünün hız ve yönelim üzerinde rastgele yürüyüş stokastik süreci olarak modellendiği, sensör atım hatalarının ise rastgele sabit stokastik süreci olarak modellendiği anlamına gelmektedir. Sensör hataları ve gravite bozukluğu gibi sistem durumunda eklenen ilave durumların stokastik modellemesi ile ilgili ayrıntılı bilgi Bölüm-4.6'da verilecektir. $\mathbf{w}_{Hız}$ ve $\mathbf{w}_{Yön}$ gürültü vektörlerinin sayısal değerleri, Bölüm-3.4'de Allan varyans yöntemiyle elde edilen ve N ile gösterilen Hız Rastgele Yürüyüş

(Velocity Random Walk-VRW) ve Açısal Rastgele Yürüyüş (Angular Random Walk-ARW) değerlerinden elde edilmektedir.

Ayrık-zamanda (4.36) ile gösterilen sistem modelinin çözümü için önce F_{XX} alt matrislerinden oluşan F_k matrisi belirlenir ve (4.5) eşitli kullanılarak durum geçiş matrisi Φ_k elde edilir. Ardından, ilgili beyaz gürültü süreçlerinin spektral genliklerinden oluşan ve aşağıda açık şekli (4.56) ile verilen spektral yoğunluk matrisi $S_{s,k}$, (4.6)'da yerine yazılarak sistem gürültü kovaryans matrisi Q_k hesaplanır. Son olarak, durum hataları (4.20) ile hata kovaryans matrisi ise (4.11) ile bir sonraki $k + 1$ epöğü için predikte edilir.

$$S_{s,k} = \begin{bmatrix} S_{w_{Hız}} & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & S_{w_{Yön}} \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

4.5.2. Ölçü Modeli



Şekil 4.3. Gövde çerçevesinde çözümlenmiş SIMU-GNSS baz vektörü.

Şekil 4.2’de gösterildiği gibi, GNSS konum ve/veya hız çözümleri Kalman filtre ölçü güncellemesinde kullanılmaktadır. GNSS navigasyon çözümlenmesinde, GNSS anten faz merkezinin konum ve hızı belirlenmektedir. SIMU navigasyon çözümlenmesinde ise, gövde navigasyon çerçevesi orijininin konum ve hızı hesaplanmaktadır. GNSS anten faz merkezinin, SIMU gövde orijinine göre konumu kol vektörü (lever arm) veya SIMU-GNSS baz vektörü olarak bilinmektedir (Şekil 4.3). Kol vektörü \mathbf{l}_{bg}^b veya kısaca \mathbf{l}^b ile gösterilmektedir. SIMU ve GNSS anteni, taşıyıcı araca yerleştirildikten sonra optik veya fotogrametrik yöntemlerle \mathbf{l}^b vektörü hassas bir şekilde ölçülür.

SIMU gövde merkezine göre anten konum ve hızları aşağıdaki şekildedir.

$$\mathbf{p}_{GNSS} = \mathbf{p}_{SIMU} + \mathbf{T}_r^p \mathbf{C}_b^n \mathbf{l}^b \quad (4.57)$$

$$\mathbf{v}_{GNSS}^n = \mathbf{v}_{SIMU}^n + \mathbf{C}_b^n (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times \mathbf{l}^b) - \boldsymbol{\Omega}_{ie}^n \mathbf{C}_b^n \mathbf{l}^b \quad (4.58)$$

Bu ilişkiler kullanılarak ölçü inovasyonu aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\boldsymbol{\delta z}^n = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{p}}_{GNSS} - \hat{\mathbf{p}}_{SIMU} - \hat{\mathbf{T}}_r^p \hat{\mathbf{C}}_b^n \mathbf{l}^b \\ \hat{\mathbf{v}}_{GNSS}^n - \hat{\mathbf{v}}_{SIMU}^n - \hat{\mathbf{C}}_b^n (\hat{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b \times \mathbf{l}^b) - \hat{\boldsymbol{\Omega}}_{ie}^n \hat{\mathbf{C}}_b^n \mathbf{l}^b \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

Ölçü güncellemesinin yapılabilmesi için, doğrusal ölçü modelinin aşağıdaki şekilde oluşturulması gerekir.

$$\boldsymbol{\delta z}_k = \mathbf{H}_k \boldsymbol{\delta x}_k + \mathbf{w}_{m,k} \quad (4.60)$$

GNSS konum ve hız güncellemesi için ölçü matrisi \mathbf{H}_k , yukarıdaki fonksiyonun (4.18)’de gösterildiği şekilde durum hatalarına göre kısmi türevlerinin alınmasıyla elde edilebilir.

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 & \hat{\mathbf{T}}_r^p [(\hat{\mathbf{C}}_b^n \mathbf{l}^b) \times] & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 & [\{\hat{\mathbf{C}}_b^n (\hat{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b \times \mathbf{l}^b) - \hat{\boldsymbol{\Omega}}_{ie}^n \hat{\mathbf{C}}_b^n \mathbf{l}^b\} \times] & \mathbf{0}_3 & \mathbf{C}_b^n [\mathbf{l}^b \times] \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

Ölçü inovasyon vektörünün (4.59) ile, ölçü matrisinin (4.61) ile oluşturulması ve ölçü kovaryans matrisi \mathbf{R}_k 'nin kurulmasıyla birlikte, ölçü güncellemesi aşağıdaki adımlar izlenerek tamamlanır.

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (4.62)$$

$$\delta \hat{\mathbf{x}}_k^+ = \delta \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \delta \mathbf{z}_k \quad (4.63)$$

$$\mathbf{P}_k^+ = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^-) \quad (4.64)$$

Son olarak, güncellenmiş $\delta \hat{\mathbf{x}}_k^+$ vektörü, (4.29) – (4.35) arasında gösterildiği şekilde durum vektörü elemanlarına ve SIMU ölçülerine eklenir ve bir sonraki adım için sıfırlanır.

4.6. Durum Vektörüne İlave Edilen Sensör Hatalarının Stokastik Modellemesi

Zaman veya konumun fonksiyonu olan ve fiziksel bir büyüklüğü temsil eden bir sinyali, deterministik ve stokastik olmak üzere iki temel sınıfa ayırmak mümkündür. Eğer bir sinyali zaman veya konum uzayının herhangi bir noktasında mükemmel kestirebiliyorsak, sinyalin deterministik bir sinyal olduğunu söyleyebiliriz. Deterministik bir zaman sinyali, zamanın fonksiyonu olarak $x(t)$ olarak yazılabilir ve x 'nin herhangi bir t anındaki değeri mükemmel olarak belirlenebilir. Diğer taraftan, stokastik veya rastgele sinyallerin zaman veya konum uzayının herhangi bir noktasındaki kestirimleri, deterministik sinyalin aksine mükemmel değil belirli olasılıklara ve ihtimallere bağlıdır. Bir stokastik sürecin çıktısı $X(t)$ ile gösterilir ve herhangi bir t anındaki değeri rastgele veya tesadüfidir. Tipik bir stokastik sinyal, olasılık yoğunluk fonksiyonları ve bunların ortak dağılımları şeklinde ifade edilir. t_1, t_2, \dots, t_k zamanlarında örneklenmiş bir stokastik sinyalin örneklem değerleri $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_k)$ şeklindedir. Her bir örneklem değerinin birbiri ile aynı

veya farklı birinci-derece olasılık yoğunlukları $f_{X_1}(x), f_{X_2}(x), \dots, f_{X_k}(x)$ vardır. Birinci-derece yoğunluklar, stokastik sürecin genlik dağılımı hakkında bilgi sağlar. İkinci-derece yoğunluk dağılımı $f_{X_1X_2}(x_1, x_2), f_{X_1X_3}(x_1, x_3)$ vb. ise sinyalin zamanla hangi hızda değiştiğini anlamak açısından önemlidir ve sinyalin spektral içeriğini ilgilendirir. Benzer şekilde; üçüncü, dördüncü vb. yüksek dereceden yoğunluk fonksiyonları, stokastik sürecin tanımlanmasında ilave bilgiler sağlar.

Olasılık yoğunluk fonksiyonları aşağıda verilen, ortalama $\mu_X(t)$, varyans σ_X^2 , oto-korelasyon $R_X(t_1, t_2)$ veya $R_X(\tau)$ ve güç spektral yoğunluğu (power spectral density-PSD) $S_X(f)$ fonksiyonları gibi temel tanımlayıcılarla tanımlı hale gelir.

$$\mu_X(t) = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) f_X(x(t)) dx(t) \quad (4.65)$$

$$\sigma_X^2 = E \left[(X(t) - \mu_X(t))^2 \right] = \int_{-\infty}^{\infty} (x(t) - \mu_X(t))^2 f_X(x(t)) dx(t) \quad (4.66)$$

$$R_X(t_1, t_2) = R_X(\tau) = E[X(t_1)X(t_2)] = E[X(t)X(t + \tau)] \quad (4.67)$$

$$S_X(f) = \mathcal{F}[R_X(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (4.68)$$

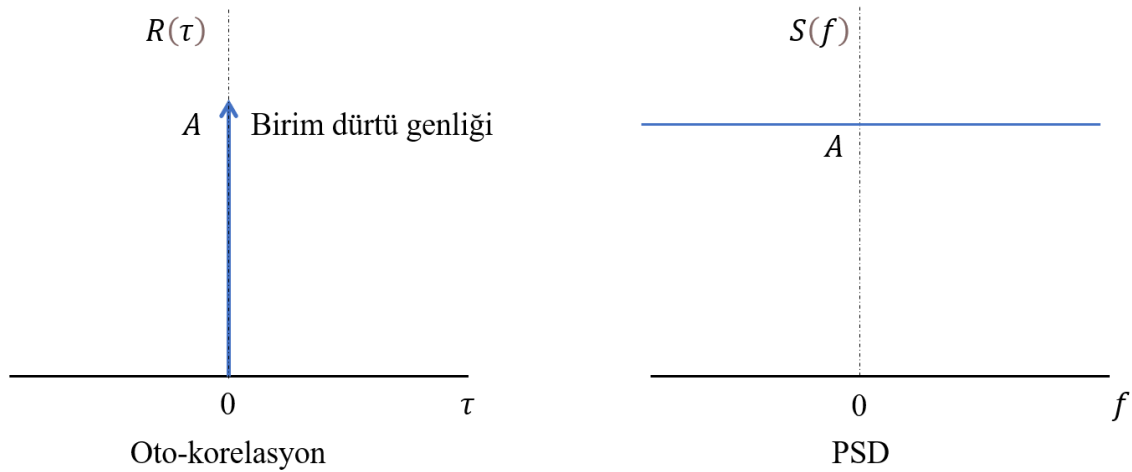
Ortalama varyans, yoğunluk dağılımının birinci ve ikinci momentleri olarak adlandırılmaktadır. Her ne kadar dağılım hakkında faydalı bilgiler sağlasa da stokastik sinyalin olasılık yoğunluk dağılımının tanımlanmasında tek başına yeterli değildir. Oto-korelasyon, stokastik sinyalin zaman içinde nasıl ve hangi hızda değiştiğini ve sinyalin farklı zamanlardaki örneklemeleri arasında korelasyonu gösterir. Güç spektral yoğunluğu ise oto-korelasyon fonksiyonunun Fourier transformu (\mathcal{F})'dur ve frekans uzayında sinyalin tanımlanmasında kullanılır. Güç spektral yoğunluğu fonksiyonunun ters Fourier transformu (\mathcal{F}^{-1}) oto-korelasyon fonksiyonuna eşittir. Bu temel bilgiler ışığında, aşağıdaki alt bölümlerde sıklıkla kullanılan stokastik süreçler hakkında bilgi verilecektir.

4.6.1. Beyaz Gürültü Süreci

$\mathcal{W}(t)$ ile ifade edilen bir beyaz gürültü süreci, aşağıdaki PSD ve oto-korelasyon fonksiyonları ile tanımlanan durağan (stationary) bir süreçtir. Durağan süreçlerin temel özelliği, zamanda öteleme yapıldığında sürece ilişkin istatistiklerin değişmemesidir.

$$S_{\text{wn}}(f) = A \quad \text{ve} \quad R_{\text{wn}}(\tau) = A\delta(\tau) \quad (4.69)$$

Yukarıdaki eşitliklerde A spektral genliği, δ ise birim dürtü fonksiyonunu (Dirac delta) temsil etmektedir. Eğer bir stokastik süreç beyaz gürültü süreci ise, sürecin PSD grafiği her bir frekansta eşit güç olduğunu, oto-korelasyon fonksiyonu ise $\tau=0$ hariç diğer gecikmelerde sıfır korelasyon olduğunu gösterir (Şekil 4.4).



Şekil 4.4. Beyaz gürültü stokastik süreci oto-korelasyon ve PSD fonksiyonları.

Yukarıda gösterilen sürekli-zamanda beyaz gürültü süreci tamamen kavramsaldır ve gerçek dünyada karşılanması neredeyse olanaksızdır. Böylesi bir kavramsal süreç, sonsuz bant genişliği ve sonsuz güç gerektirmektedir. Neyse ki, tüm fiziksel süreçler bant sınırlıdır ve bant sınırlı beyaz gürültü, sonlu frekans aralığında sabit genliğe sahiptir. Bant aralığının dışındaki frekanslarda genliği sıfırdır. Birçok fiziksel sürecin PSD grafiğinde, düşük frekansların renkli gürültü, yüksek frekansların ise beyaz gürültü olduğu, aralarında bir geçiş bölgesinin bulunduğu görülmektedir.

w_i ve w_j beyaz gürültü örneklemi, Δt ise örneklem zaman aralığı olmak üzere ayrık-zamanda beyaz gürültü süreci $\mathcal{W}(t_k)$ aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\text{cov}(w_i, w_j) = E[w_i w_j] = \begin{cases} \sigma_w^2 = \frac{A}{\Delta t} & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (4.70)$$

Eğer beyaz gürültü süreci rastlantısal değişkenin olasılık dağılımı, sıfır ortalamaya sahip normal dağılım ise, bu süreç Gauss tipi beyaz gürültü süreci olarak adlandırılır ve $\mathcal{W}(t_k) \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{A}{\Delta t}\right)$ şeklinde ifade edilir. Yani PSD genliği verilen bir sürecin varyansını bulmak için, PSD genliğinin örneklem zaman aralığına bölünmesi gerekmektedir.

S_{wn} , PSD genliği olmak üzere ayrık-zamanda beyaz gürültü süreci aşağıdaki gösterildiği şekilde üretilebilir. MATLAB ortamında *randn* fonksiyonu ile sıfır ortalama ve birim standart sapmaya sahip normal dağılım dizisi $\mathcal{N}(0,1)$ oluşturulabilmektedir.

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{S_{wn}}{\Delta t}} \quad (4.71)$$

$$X_k = \sigma_w \mathcal{N}(0,1) \quad (4.72)$$

4.6.2. Rastgele Sabit Süreci

Rastgele sabit, stokastik sürecin tüm zamanı boyunca sabit bir sayı ile ifade edilen süreçtir. Başlangıç durumu belirli olan aşağıdaki diferansiyel eşitlikle tanımlanmaktadır.

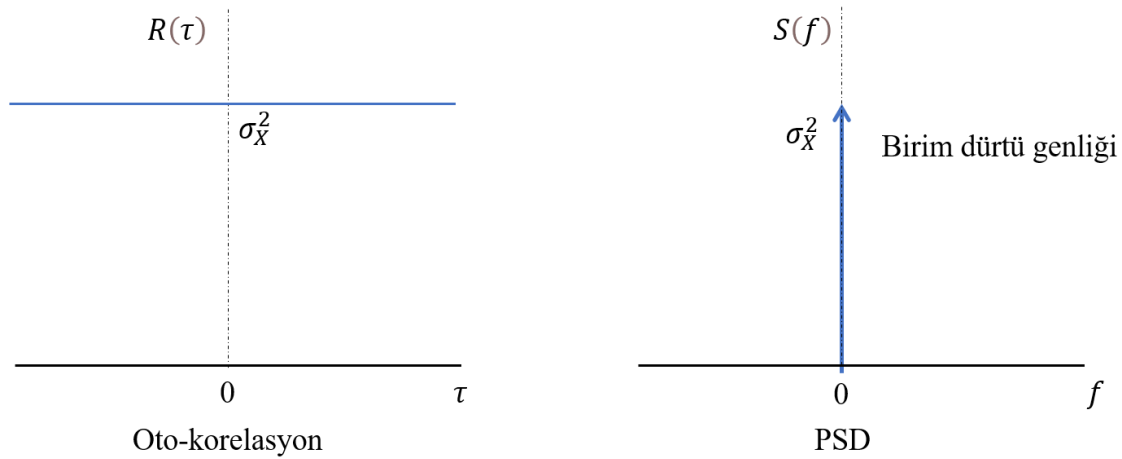
$$\dot{X}(t) = 0 \quad \text{ve} \quad X(t_0) = X_0 \quad (4.73)$$

Sürecin başlangıç değeri X_0 rastgeledir ve sürecin tüm zamanı boyunca bu değer sabit kalıp değişmemektedir. Bölüm-3'de bahsedilen SIMU ivmeölçer ve jiroskop çalıştırma

anı (run-to-run) değişimleri buna en güzel örnektir. SIMU her çalıştırıldığında ivmeölçer ve jiroskopları bilinmeyen ancak çalışma süresi boyunca sabit bir atıma sahiptir. SIMU'yu her açıp kapattığımızda, bu sürecin veya atımın ortalaması ve varyansı hakkında bilgi sahibi oluruz.

Rastgele sabit süreçlerinin oto-korelasyon fonksiyonu tüm τ değerleri için aynıdır ve sürecin varyansına eşittir. PSD fonksiyonu ise sıfır frekansta, genliği σ_X^2 olan birim dürtü fonksiyonudur.

$$R_X(\tau) = \sigma_X^2 \quad \text{ve} \quad S_X(f) = \sigma_X^2 \delta(f) \quad (4.74)$$



Şekil 4.5. Rastgele sabit süreci oto-korelasyon ve PSD fonksiyonları.

Ayrık-zamanda rastgele sabit gürültü süreci oluşturmak için, beyaz gürültü üzerine bir rastgele sabit eklemek yeterlidir.

$$X_k = \text{Sabit} + \sigma_w \mathcal{N}(0,1) \quad (4.75)$$

Durum vektörüne ilave edilen bir sensörün hatası eğer rastgele sabit stokastik süreci ile modellenecekse, (4.36)'da gösterildiği şekilde sistem durum \mathbf{F} matrisinde ve sistem gürültü \mathbf{w}_s vektöründe bulunduğu satırın karşılığı sıfırdır. Sadece durum hata kovaryans \mathbf{P} matrisinde yer alan bir belirsizliğe sahiptir.

4.6.3. Rastgele Yürüyüş Süreci

Rastgele yürüyüş süreci, beyaz gürültü sürecinin integrasyonu olarak tanımlanabilir ve aşağıdaki başlangıç koşullu diferansiyel eşitlik ile verilir.

$$\dot{X}(t) = \mathcal{W}(t) \Rightarrow X(t) = \int_{t_0}^t \mathcal{W}(t') dt' \quad \text{ve} \quad X(t_0) = 0 \quad (4.76)$$

Ataletsel navigasyonda, ivmeölçerler ve jiroskoplar tarafından ölçülen büyüklükler integrale edilerek navigasyon çözümü oluşturulur. Eğer sensör çıktıları beyaz gürültü bileşeni içeriyorsa, integrasyon sonucu elde edilen hız ve yönelim parametelerinin altında yatan stokastik süreç rastgele yürüyüş olarak modellenebilir. Bu sürecin ortalaması, varyansı ve oto-korelasyon fonksiyonu aşağıdaki şekildedir.

$$\mu_X(t) = E[X(t)] = 0 \quad (4.77)$$

$$R_X(t_1, t_2) = R_X(\tau) = \begin{cases} A(t_1 - t_0) & t_2 \geq t_1 > t_0 \\ A(t_2 - t_0) & t_1 > t_2 > t_0 \end{cases} \quad (4.78)$$

$$\sigma_X^2 = R_X(t, t) = A(t - t_0) \quad (4.79)$$

Rastgele yürüyüş stokastik sürecinin varyansı zamanla doğru orantılı olarak artmaktadır. Dolayısıyla bu süreç durağan değildir ve PSD'si oluşturulamaz. Ayrık-zamanda rastgele yürüyüş süreci dizisi aşağıdaki şekilde üretilebilir.

$$X_k = X_{k-1} + \sigma_w \mathcal{N}(0,1) \quad (4.80)$$

Durum vektörüne ilave edilen bir sensör hatası durum değişkeni veya başka bir durum değişkeni eğer rastgele yürüyüş stokastik süreci ile modellenecekse, sistem durum F matrisinde bulunduğu satırın karşılığı sıfırdır. Ancak, sistem gürültü w_s vektörüne

rastgele yürüyüş stokastik sürecini süren beyaz gürültü genliği eklenmelidir. Örnek olarak, (4.36)'da verilen sistem modelinde, SIMU ivmeölçer ve jiroskop uçlularına ait atım hataları rastgele yürüyüş ile modellenmiş olsaydı, sistem modelinin aşağıdaki şekilde yazılması gerekirdi.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{p}_{eb}^n \\ \delta \mathbf{v}_{eb}^n \\ \delta \Psi_{nb} \\ \delta \mathbf{b}_a^b \\ \delta \mathbf{b}_\omega^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{pp} & \mathbf{F}_{pv} & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{F}_{vp} & \mathbf{F}_{vv} & \mathbf{F}_{v\psi} & \mathbf{F}_{vb_a} & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{F}_{\psi p} & \mathbf{F}_{\psi v} & \mathbf{F}_{\psi\psi} & \mathbf{0}_3 & \mathbf{F}_{\psi b_\omega} \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{x}(t) \\ \delta \mathbf{p}_{eb}^n \\ \delta \mathbf{v}_{eb}^n \\ \delta \Psi_{nb} \\ \delta \mathbf{b}_a^b \\ \delta \mathbf{b}_\omega^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_s(t) \\ \mathbf{w}_{Hız} \\ \mathbf{w}_{Yön} \\ \mathbf{w}_a \\ \mathbf{w}_\omega \end{bmatrix} \quad (4.81)$$

4.6.4. Gauss-Markov Süreci

Gauss-Markov stokastik süreci, yukarıda bahsedilen süreçlerin en genel halidir. Bu sürecin oto-korelasyon fonksiyonu (4.84)'de gösterildiği gibi τ ve β ile gösterilen ve korelasyon zamanı τ_c 'nin tersi olarak bilinen büyüklüğün üssel fonksiyonu olarak azalmaktadır. Bir stokastik sinyalin korelasyon zamanı τ_c , sürecin oto-korelasyonunun yüksek olduğu zaman aralığının bir ölçütüdür. Korelasyon zamanı aşıldıktan sonra, sinyal oto-korelasyonunda anlamlı azalma görülür. Pratikte korelasyon zamanı τ_c (4.82)'de gösterildiği şekilde, korelasyon fonksiyonunun sıfır zaman gecikmesindeki oto-korelasyona oranının yarıya düştüğü an veya e^{-1} olduğu an olarak tanımlanır.

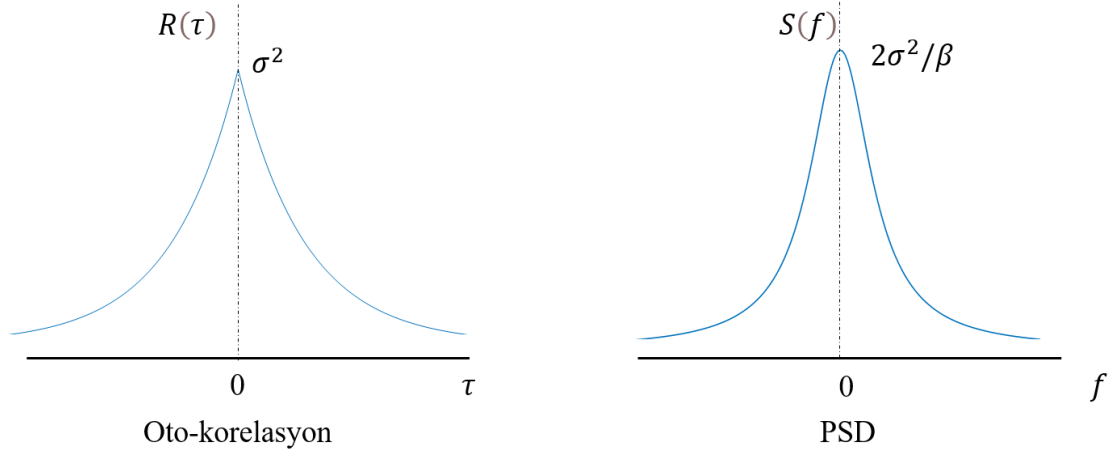
$$\frac{R_X(\tau_c)}{R_X(0)} = \frac{1}{2} \quad \text{veya} \quad \frac{R_X(\tau_c)}{R_X(0)} = e^{-1} \quad (4.82)$$

$$\beta = \frac{1}{\tau_c} \quad (4.83)$$

$$R_X(\tau) = \sigma^2 e^{-\beta|\tau|} \quad \text{ve} \quad S_X(f) = \frac{2\sigma^2\beta}{4\pi^2 f^2 + \beta^2} \quad (4.84)$$

(4.84) eşitliğindeki σ^2 birinci derece Gauss-Markov sürecinin varyansıdır. Üssel oto-korelasyon fonksiyonu, stokastik sinyalin örneklemeleri arasındaki mesafenin artması ile korelasyonun giderek azalacağını işaret etmektedir. Gauss-Markov süreci, korelasyon

zamanı τ_c veya $\frac{1}{\beta} \rightarrow 0$ sifıra yaklaştığında klasik beyaz gürültü sürecine, sonsuza yaklaştığında ise $\frac{1}{\beta} \rightarrow \infty$ rastgele sabit sürecine yakınsamaktadır (Şekil 4.6).



Şekil 4.6. Birinci derece Gauss-Markov süreci oto-korelasyon ve PSD fonksiyonları.

Birinci derece Gauss-Markov stokastik süreci aşağıdaki diferansiyel eşitlikle gösterilebilir. Buna göre sürecin gelecekteki değeri; korelasyon zamanına, sürecin mevcut değerine ve beyaz gürültünün genliğine bağlıdır.

$$\dot{X}(t) + \beta X(t) = \mathcal{W}(t) \quad \Leftrightarrow \quad \dot{X}(t) = -\beta X(t) + \mathcal{W}(t) \quad (4.85)$$

Yukarıdaki eşitliğin ayrık-zamandaki gösterimi (4.86)'de gösterildiği gibidir.

$$X_k = e^{-\beta \Delta t} X_{k-1} + \mathcal{W}_{k-1} \quad (4.86)$$

İkinci derece Gauss-Markov stokastik modeli (4.87)'de gösterildiği şekilde ikinci derece diferansiyel eşitlikle tanımlanır. Bu eşitliğin vektör formda gösterimi (4.88)'de verilmiştir.

$$\ddot{X}(t) + 2\beta_2 \dot{X}(t) + \beta_2^2 X(t) = \mathcal{W}(t) \quad (4.87)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{X}(t) \\ \dot{X}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\beta_2^2 & 2\beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(t) \\ \dot{X}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathcal{W}(t) \end{bmatrix} \quad (4.88)$$

Benzer şekilde, üçüncü derece Gauss Markov modelinin vektör formda gösterimi (4.89)'da verilmektedir.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{X}(t) \\ \dot{X}(t) \\ \dot{X}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\beta_3^3 & -3\beta_3^2 & -3\beta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(t) \\ \dot{X}(t) \\ \ddot{X}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathcal{W}(t) \end{bmatrix} \quad (4.89)$$

Çizelge 4.1. Gauss-Markov (GM) süreçlerinin oto-korelasyon, PSD ve sistem gürültü fonksiyonları [61], [62].

GM Derece	Oto-Korelasyon Fonksiyonu ($R(\tau)$)	PSD Fonksiyonu ($S(f)$)	Sistem Gürültüsü (S_{wn})
1	$\sigma^2 e^{-\beta_1 \tau }$	$\frac{2\sigma^2 \beta_1}{(2\pi f)^2 + \beta_1^2}$	$2\sigma^2 \beta_1$
2	$\sigma^2 e^{-\beta_2 \tau } (1 + \beta_2 \tau)$	$\frac{4\sigma^2 \beta_2^3}{[(2\pi f)^2 + \beta_2^2]^2}$	$4\sigma^2 \beta_2^3$
3	$\sigma^2 e^{-\beta_3 \tau } \left(1 + \beta_3 \tau + \frac{1}{3} \beta_3^2 \tau ^2 \right)$	$\frac{16\sigma^2 \beta_3^5}{3[(2\pi f)^2 + \beta_3^2]^3}$	$\frac{16}{3} \sigma^2 \beta_3^5$

Birinci, ikinci ve üçüncü derece Gauss-Markov süreçlerinin oto-korelasyon, PSD ve sistem gürültü fonksiyonları özet olarak Çizelge 4.1'de sunulmuştur.

Durum vektörüne ilave edilen bir sensör hatası durum değişkeni veya başka bir durum değişkeni eğer Gauss-Markov stokastik süreci ile modellenecekse, sistem durum F matrisinde bulunduğu satırın karşılığı sıfırdan farklıdır. Bunun yanında, sistem gürültü w_s vektörüne Gauss-Markov stokastik sürecini süren beyaz gürültü genliği eklenmelidir. Örnek olarak, (4.36)'da verilen sistem modelinde, SIMU ivmeölçer ve jiroskop üçlülerine

ait atım hataları birinci derece Gauss-Markov ile modellenmiş olsaydı, sistem modeli aşağıdaki yapıya dönüşmüş olurdu.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{x}(t) \\ \delta \mathbf{p}_{eb}^n \\ \delta \mathbf{v}_{eb}^n \\ \delta \Psi_{nb} \\ \delta \mathbf{b}_a^b \\ \delta \mathbf{b}_\omega^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}(t) & & & & & \\ \mathbf{F}_{pp} & \mathbf{F}_{pv} & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \\ \mathbf{F}_{vp} & \mathbf{F}_{vv} & \mathbf{F}_{v\psi} & \mathbf{F}_{vb_a} & \mathbf{0}_3 & \\ \mathbf{F}_{\psi p} & \mathbf{F}_{\psi v} & \mathbf{F}_{\psi\psi} & \mathbf{0}_3 & \mathbf{F}_{\psi b_\omega} & \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & -\beta_{1,a} \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 & \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & -\beta_{1,\omega} \mathbf{I}_3 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{x}(t) \\ \delta \mathbf{p}_{eb}^n \\ \delta \mathbf{v}_{eb}^n \\ \delta \Psi_{nb} \\ \delta \mathbf{b}_a^b \\ \delta \mathbf{b}_\omega^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}(t) & & & & & \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & & \\ \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & & \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & & \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 & & \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_s(t) \\ \mathbf{w}_{Hız} \\ \mathbf{w}_{Yön} \\ \mathbf{w}_a \\ \mathbf{w}_\omega \end{bmatrix} \quad (4.90)$$

4.7. Gravite Bozukluğunun Stokastik Modellemesi: Dolaylı Yöntemle Mobil Gravimetri

Bölüm-2.6’da SIMU/GNSS entegrasyonu ile gravite bozukluğunun belirlenmesinde direkt ve dolaylı olmak üzere iki yöntemden bahsedilmiştir. Tez çalışmasında, dolaylı yöntem kullanılmış ve gravite bozukluğu vektörü $\delta \mathbf{g}_b^n$ ’nin sadece düşey bileşeni $d\mathbf{g}_{b,D}^n$ kestirilmeye çalışılmıştır.

(4.42) ile verilen hız hata değişim eşitliği dikkatlice incelendiğinde, gravite bozukluğu hatasına ilişkin aşağıda açık hali yazılan $\delta \mathbf{d}\mathbf{g}_b^n$ terimi görülebilmektedir. Bu vektörün belirlenmek istenen bileşeni veya bileşenleri EKF durum hata vektörüne ilave durum olarak eklenebilmekte ve Bölüm-4.6’da belirtildiği şekilde sensör hataları gibi stokastik olarak modellenmektedir.

$$\delta \mathbf{d}\mathbf{g}_b^n = \begin{bmatrix} \delta d\mathbf{g}_{b,N}^n \\ \delta d\mathbf{g}_{b,E}^n \\ \delta d\mathbf{g}_{b,D}^n \end{bmatrix} \quad (4.91)$$

Literatürde gravite bozukluğunun stokastik kestirimi için çeşitli modeller önerilmektedir. [63], üçüncü veya dördüncü derece Gauss-Markov modelini [24] 1’nci derece Gauss-Markov modelini, [64] ise 1’nci derece Gauss-Markov veya çok daha basit rastgele yürüyüş sürecini önermektedir. Bu çalışmada üçüncü derece Gauss-Markov modeli kullanılmıştır. Bölüm-4.6.4’de ifade edildiği gibi, ikinci ve daha üst derece Gauss-Markov süreçleri, modellenen büyüklüğün zamana bağlı türevlerini içermektedir. Bu

nedenle üçüncü derece Gauss Markov süreci için gravite bozukluğu hatasının birinci δdg_b^n ve ikinci derece türevlerinin δdg_b^n sistem matrisi ve sistem durum vektörüne eklenmesi gerekmektedir. Gravite bozukluğu vektörünün sadece düşey bileşeni dikkate alındığında ve sensör hataları rastgele yürüyüş olarak modellendiğinde sistem modeli aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta p_{eb}^n \\ \delta v_{eb}^n \\ \delta \Psi_{nb} \\ \delta b_a^b \\ \delta b_\omega^b \\ dg_{b,D}^n \\ d\dot{g}_{b,D}^n \\ d\ddot{g}_{b,D}^n \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} F_{pp} & F_{pv} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ F_{vp} & F_{vv} & F_{v\psi} & F_{vb_a} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ F_{\psi p} & F_{\psi v} & F_{\psi\psi} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & F_{\psi b_\omega} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & -\beta_{dg}^3 & -3\beta_{dg}^2 & -3\beta_{dg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p_{eb}^n \\ \delta v_{eb}^n \\ \delta \Psi_{nb} \\ \delta b_a^b \\ \delta b_\omega^b \\ dg_{b,D}^n \\ d\dot{g}_{b,D}^n \\ d\ddot{g}_{b,D}^n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ I_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{Hiz} \\ w_{Yön} \\ w_a \\ w_\omega \\ w_{dg,D} \end{bmatrix} \\
 (4.92)
 \end{aligned}$$

Üçüncü derece Gauss-Markov sürecini süren beyaz gürültünün PSD genliği Çizelge 4.1’de gösterildiği şekilde aşağıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanır.

$$S_{wn,3} = \frac{16}{3} \sigma_{GM}^2 \beta_{dg}^5 \quad (4.93)$$

Gauss-Markov korelasyon parametresi β_{dg} zaman biriminde (genellikle saniye) ifade edilmektedir. Ancak gravite bozukluğu sinyalinin karakteristik tanımı konum uzayında yapılmaktadır. Dolayısıyla mesafe birimindeki gravite bozukluğu korelasyon parametresinin, zaman birimine dönüştürülmesi gerekmektedir. Uzunluk ve zaman birimleri arasındaki dönüşüm veri işleme aşamasında o andaki yatay hız bilgisi kullanılarak yapılmaktadır [27], [52]:

$$\beta[t] = v_h \beta[d] = \sqrt{v_N^2 + v_E^2} \beta[d] \quad (4.94)$$

$v_h=50$ km/saat yatay hızla hareket eden bir araç ve $1/20$ km^{-1} $\beta[d]$ değerine sahip gravite alanı modeli için, korelasyon parametresinin zaman birimindeki değeri $\beta[t] = 1.8 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ’dir.

Kara aracı ile mobil gravimetrinin bir başka avantajı, aracı belirli aralıklarla durdurabilmek ve yersel gravite değeri iyi bilinen noktalarda gözlem yapabilmektir. Araç bir nokta üzerinde hareketsiz beklerken hızı sıfırdır. Bu bilgi, *sıfır-hız ölçü güncellemesi* olarak EKF'ye tanıtılabilmektedir. Bu durumda (4.59) ile verilen ölçü inovasyonu $\delta \mathbf{z}$ vektöründeki $\hat{\mathbf{v}}_{GNSS}^n$ değeri sıfır kabul edilir. (4.61)'de verilen ölçü matrisinin \mathbf{H} ikinci satırında yer alan hız ölçüsü güncelleme eşitlikleri aynen korunur.

Yersel gravite değeri iyi bilinen noktada gözlem yapıldığında, EKF ile kestilen gravite bozukluğu, noktanın hassas gravite bozukluğu değeri ile karşılaştırılıp ölçü güncellemesi yapılabilir. Bu durumda $\delta \mathbf{z}$ ölçü inovasyonu ve \mathbf{H} ölçü matrisi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\delta \mathbf{z} = dg_{b,D,Yersel}^n - d\hat{g}_{b,D,EKF}^n \quad (4.95)$$

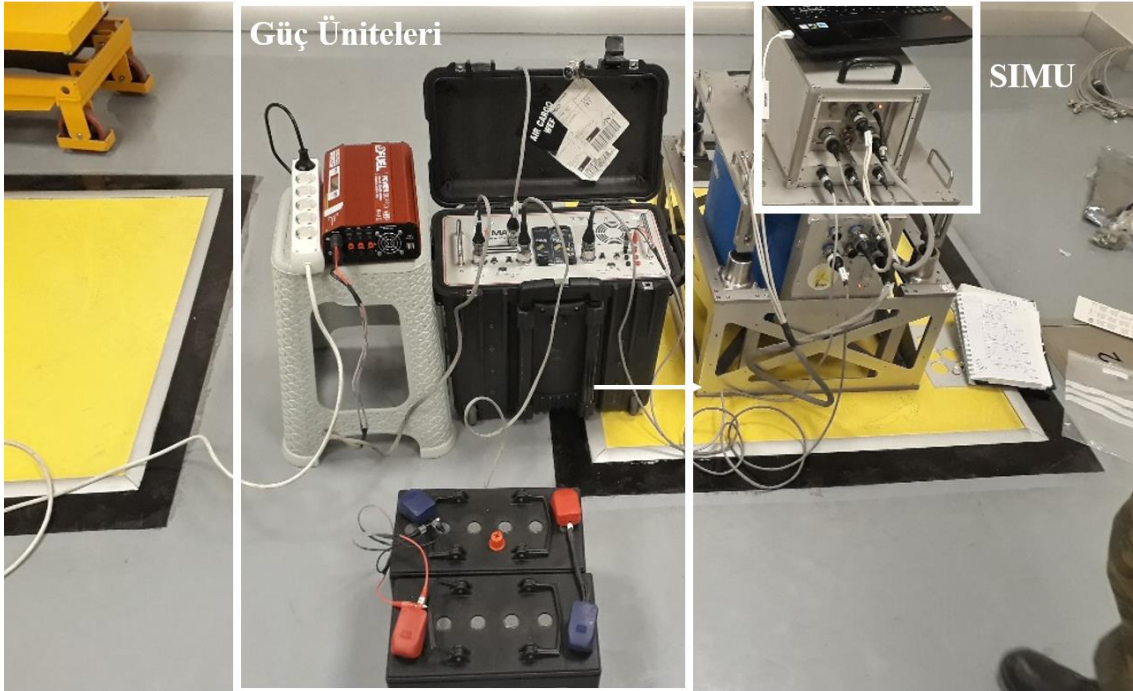
$$\mathbf{H}_{dg} = [\mathbf{0}_{3 \times 3}, \mathbf{0}_{3 \times 3}, \mathbf{0}_{3 \times 3}, \mathbf{0}_{3 \times 3}, \mathbf{0}_{3 \times 3}, (0 \ 0 \ 1)]^T \quad (4.96)$$

5. UYGULAMA

Bir kara aracına yerleştirilecek mobil bir gravimetrik sistemle; yeryüzü üzerinde, düşük hızda ve kesintisiz olarak, ancak statik yersel tekniklere yakın doğrulukta fakat çok daha yüksek çözünürlükte ve daha kısa sürede gravite verisi toplanabilmesi mümkündür. Tez çalışmasında, söz konusu bu potansiyel avantajları ortaya çıkarabilecek mobil bir yersel gravimetri sistemi prototipi geliştirilmiştir. SIMU/GNSS entegrasyonuna dayalı olarak geliştirilen sistem, Ankara ili sınırları içerisinde yaklaşık 45 km uzunluğundaki 23 yer kontrol noktasından oluşan güzergâh üzerinde test edilmiştir. Aşağıdaki bölümlerde veri toplama sistemi, test alanı, veri toplama ve veri analizleri hakkında bilgi verilmiş, bu prototiple elde edilen ilk sonuçlar sunulmuştur.

5.1. Mobil Gravimetri Prototipi

Çalışma grubu tarafından geliştirilme aşamasında olan mobil yersel gravimetri sisteminin ilk prototipi, navigasyon dereceli bir SIMU ve GPS/GLONASS sinyallerini toplayabilecek bir GNSS anteninden ve güç kaynaklarından oluşmaktadır (Şekil 5.1).



Şekil 5.1. Çalışmada kullanılan SIMU ve güç üniteleri.

SIMU, iMAR Navigation GmbH firmasından tedarik edilen eski adıyla iNAT-RQH-1001, yeni adıyla iCORUS ataletsel navigasyon sistemidir. 3 adet QA2000-030 tipinde ortogonal ivmeölçer, 3 adet yüksek kaliteli GG1320AN halka lazer jiroskop, bir adet sıcaklık sensörü, entegre NovAtel GNSS alıcısı ve bir PC karttan oluşmaktadır. PC kart, inersiyal sensörlerden ve GNSS alıcısından verileri toplayarak zaman bilgili inersiyal açısal hız ve spesifik kuvvet verilerini çıktı olarak sunmaktadır [12]. iNAT-RQH-1001 ataletsel navigasyon sistemi çevresinde, iTempStab olarak adlandırılan sıcaklık stabilizasyon sistemi vardır (Şekil 5.2). Stabilizasyon sistemi, 5-6 saatlik ısıtma süresinin sonunda SIMU iç sıcaklık değişimini 0.1 °C aralığında tutmaktadır. Böylece sıcaklık değişimi kaynaklı ivmeölçer sürüklenmesi (dinamik atım değişimi) azaltılmakta ve gravite alanı uzun dalga boyu iyileştirilmektedir [26], [52]. Sistem 24 V doğru akım enerji kaynağı ile çalışmakta ve iPowerPack olarak adlandırılan güç sisteminden beslenmektedir.



Şekil 5.2. Navigasyon dereceli iNAT-RQH-1001 ataletsel navigasyon ünitesi ve iTempStab sıcaklık stabilizasyon sistemi.

Taşıyıcı kara aracı olarak VW Amarok arazi aracı kullanılmıştır. ANTCOM G5Ant-3AT1 GNSS anteni araç üzerine monte edilmiş, SIMU ve güç üniteleri araç bagajına yerleştirilmiştir (Şekil 5.3).



Şekil 5.3. Mobil yersel gravimetri sisteminin ilk prototipi. Taşıyıcı platform, SIMU, GNSS anteni ve güç üniteleri.

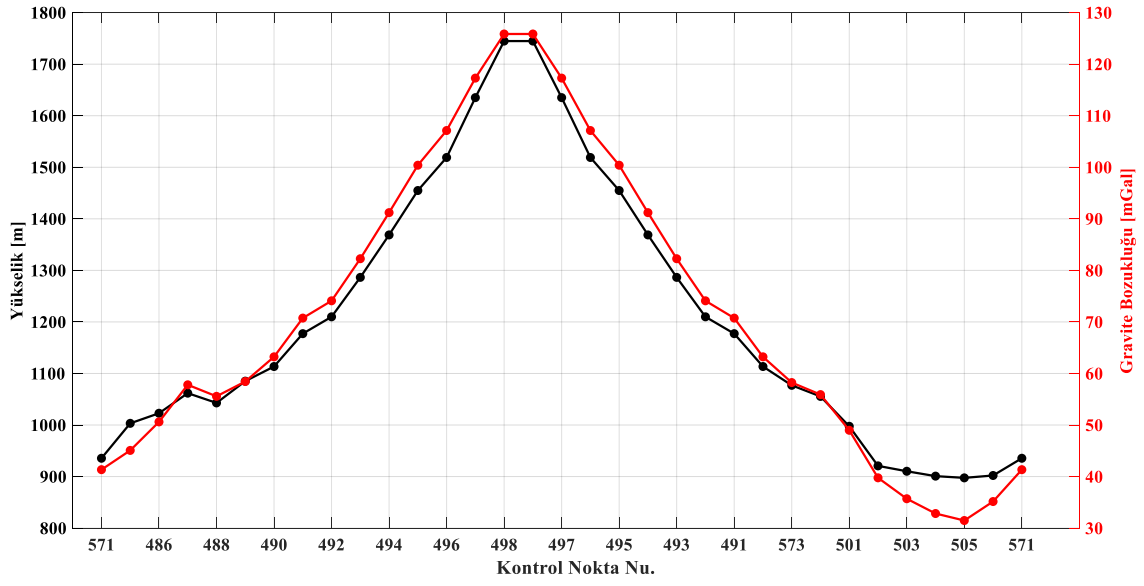
SIMU-GNSS baz veya kol vektörü, 3" açı doğruluğuna ve $3 + 2\text{ppm} \times D$ mm (D mm cinsinden mesafe) mesafe ölçme doğruluğuna sahip Topcon OS-103 total station [65] kullanılarak belirlenmiştir (Çizelge 5.1)

Çizelge 5.1. Baz vektörü değerleri

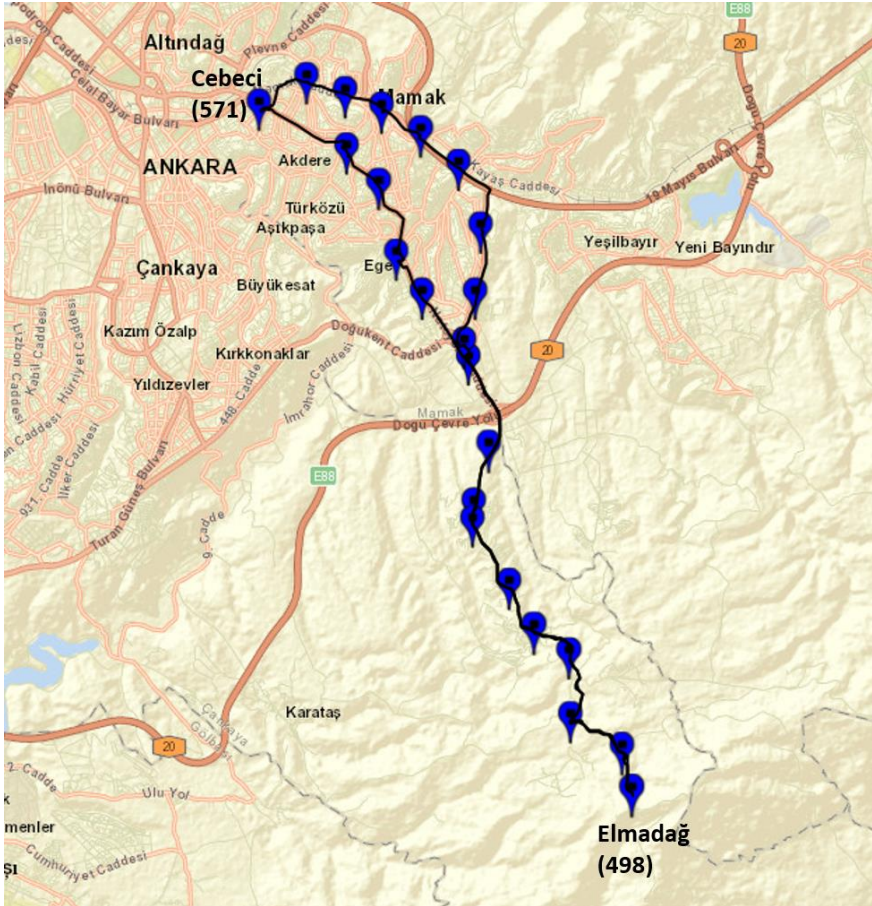
l_x^b	l_y^b	l_z^b
0.7070 m	0.0541 m	-0.6467 m

5.2. Test Alanı

SIMU/GNSS entegrasyonuna dayalı prototip mobil yersel gravimetri sistemi, Ankara ili sınırları içerisinde Cebeci-Elmadağ arasında belirlenen bir güzergâh üzerinde test edilmiştir. Test güzergahı üzerinde, trafiği aksatmayacak ve aracın güvenli olarak durabileceği şekilde, birkaç kilometre aralıklarla 23 kontrol noktası tesis edilmiştir (Şekil 5.4). Kontrol noktaların koordinatları, TUSAGA-Aktif sisteminden yararlanarak TUREF referans çerçevesinde [66] belirlenmiş, noktalar üzerinde [53]'de tarif edilen standartlarda iki adet Scintrex CG-5 gravimetresi ile bağlı gravimetri ölçümleri gerçekleştirilmiştir. Cebeci'de mevcut mutlak gravimetri noktası sabit alınarak gerçekleştirilen dengeleme sonrasında, ortalama 25 μGal standart hata ile nokta gravite değerleri hesaplanmıştır. Müteakiben, GRS80 referans elipsoidi [37] normal gravite değerleri gerçek gravite değerlerinden çıkarılarak, kontrol noktalarında düşey gravite bozukluğu büyüklüğü elde edilmiştir. Test güzergâhı ve kontrol noktalarındaki yükseklik ve gravite bozukluğu değişimleri Şekil 5.4'de gösterilmektedir. Güzergâh boyunca noktalar arasında maksimum 847 m yükseklik farklı, 181 mGal gravite farkı ve 94 mGal gravite bozukluğu farkı vardır.



Şekil 5.4. Test güzergâhı boyunca yükseklik ve gravite bozukluğu değişimi.



Şekil 5.5. Cebeci-Elmadağ arası 23 kontrol noktalı mobil gravimetri test güzergâhı.

5.3. Veri Toplama

Mobil gravimetri test çalışması süresince SIMU; X-ekseni aracın burun istikametini, Y-ekseni sağ kapayı, Z-ekseni ise taban doğrultusunu gösterecek şekilde araca sabitlenmiştir. Veri toplamaya başlamadan 4 saat önce sistem çalıştırılarak SIMU iç sıcaklığının optimal sıcaklık seviyesine (~ 55 °C) ulaşması sağlanmıştır. Diferansiyel konumlama için ilk noktanın yanına açık bir alana GNSS referans istasyonu kurulmuştur (Şekil 5.6). SIMU açısal hız ve spesifik kuvvet verileri 300 Hz, GNSS (GPS+GLONASS) gözlemleri ise 1 Hz örnekleme aralığında toplanmıştır.



Şekil 5.6. Mobil gravimetri aracının ilk nokta üzerine çekilmesi, ölçü başlangıcı ve diferansiyel konumlama için GNSS referans istasyonu kurulumu.

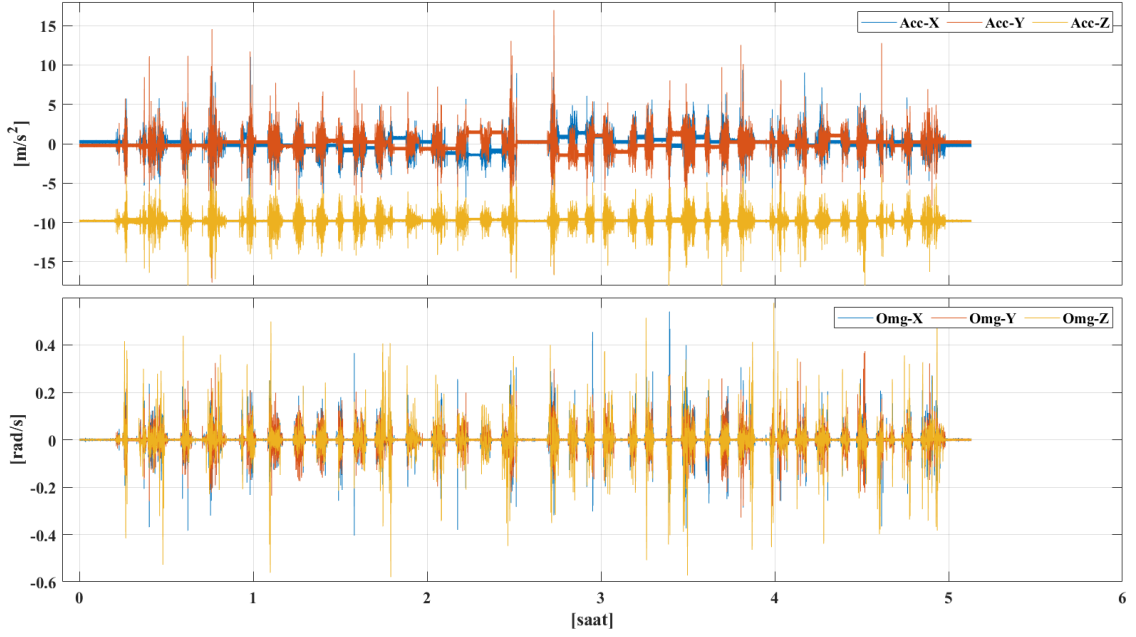
Bölüm-2.5’de bahsedilen başlangıç durum vektörü değerlerinin belirlenmesi ve kendi kendine hizalama işlemi için ilk noktada yaklaşık 10 dakika hareketsiz veri toplanmıştır. Güzergâhtaki diğer kontrol noktaları üzerinde de en az 2 dakika olacak şekilde hareketsiz veri toplanmış, Elmadağ’dan Cebeci’ye dönüş sırasında bu noktaların 11 tanesinde tekrarlı ölçüm yapılmıştır. Veri toplama çalışmaları düşük hızda (~ 7.4 m/s veya ~ 27

km/saat) gerçekleştirilmiş olup, Şekil 5.7’de çalışmalara ilişkin örnek görüntüler sunulmaktadır.

Yaklaşık 5 saat süren veri toplama çalışmaları sonucu SIMU’ya ait ivmeölçer \tilde{f}_{ib}^b (AccX: $\tilde{f}_{ib,X}^b$, AccY: $\tilde{f}_{ib,Y}^b$, AccZ: $\tilde{f}_{ib,Z}^b$) ve jiroskop $\tilde{\omega}_{ib}^b$ (OmgX: $\tilde{\omega}_{ib,X}^b$, OmgY: $\tilde{\omega}_{ib,Y}^b$, OmgZ: $\tilde{\omega}_{ib,Z}^b$) verileri Şekil 5.8’de gösterilmiştir. Grafik incelendiğinde, ölçü başlangıç ve sonu ile kontrol noktalarındaki hareketsiz beklemler kolaylıkla görülmektedir.



Şekil 5.7. Veri toplama çalışmalarından görüntüler.

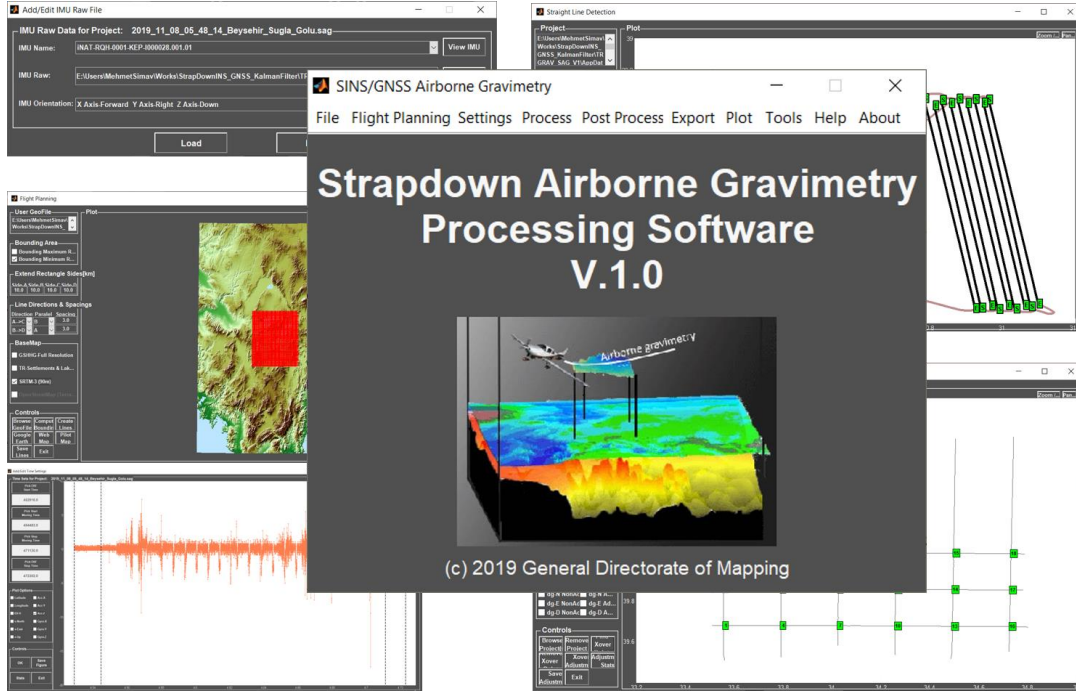


Şekil 5.8. SIMU ivmeölçer spesifik kuvvet (ms^{-2}) ve jiroskop açısal hız (rads^{-1}) verileri.

5.4. Veri Analizi

Ataletsel navigasyon sistemi üretici firma tarafında geliştirilen, sistemin çalıştırılması, veri toplamaya yönelik ayarlamaların yapılabildiği ve navigasyon çözümünün gerçekleştirilebildiği iXCOM-CMD isimli yazılım ile birlikte gelmektedir ve bu yazılımın gravimetri için herhangi bir hesaplama modülü bulunmamaktadır. Bu çalışmada; [12] tarafından geliştirilmiş SIMU, GNSS ve yersel gravimetri verilerinin birlikte analiz edilmesine imkân sağlayan TRGRAV-SAG yazılımı kullanılmıştır (Şekil 5.9).

SIMU/GNSS entegrasyonu, 18 durum vektörlü ve gevşek birleştirmeli-kapalı döngü EKF ile gerçekleştirilmiştir. Sistem hata durum vektörü (4.92)'de gösterildiği gibi, 3 bileşenli konum, hız, yönelim, ivmeölçer ve jiroskop atımları ile 1 bileşenli indirgenmiş düşey gravite bozukluğu, birinci ve ikinci derece gravite bozukluğu türevlerini içermektedir. Ataletsel sensör atımları rastgele yürüyüş, indirgenmiş gravite bozukluğu ise üçüncü derece Gauss-Markov ile modellenmiştir.



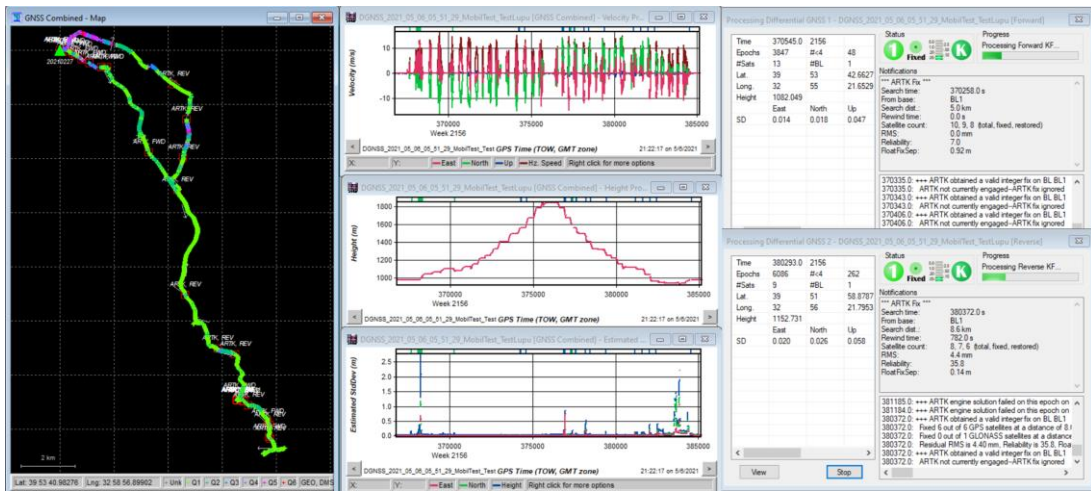
Şekil 5.9. TRGRAV-SAG hava gravimetrisi analiz yazılımı [12].

Gevşek bağlamalı entegrasyon GNSS konum ve hız çözümü gerektirdiğinden öncelikle GNSS konum ve hız çözümleri elde edilmiştir. GNSS çözümleri, NovAtel'in Waypoint GrafNav 8.90 yazılımı ile diferansiyel konumlama yöntemi kullanılarak yapılmıştır (Şekil 5.10).

Veri analizi sırasında kullanılan durum değişkenleri başlangıç belirsizlikleri ve sistem gürültü değerleri Çizelge 5.2'de sunulmuş olup, hava gravimetrisi için [12], [27], [28]'de verilen değerlere benzerdir.

GrafNav Version 8.90

GNSS Baseline Post-Processing Software
8.90.2124
Copyright NovAtel Inc., 1994-2020



Project: DGNSS_2021_05_06_05_51_29_MobilTest
Program: GrafNav Version 8.90.2124
Profile: Akpinar
Source: GNSS Epochs(GNSS Combined)
ProcessInfo: DGNSS_2021_05_06_05_51_29_MobilTest_Test by Unknown on 5/6/2021 at 21:22:17

Datum: WGS84
Master 1: Name 20210227, Status ENABLED
Antenna height 1.000 m, to L1PC [Generic(NONE)]
Lat, Lon, El Hgt 39 55 50.52502, 32 52 57.75755, 972.945 m [WGS84, N/A]
Remote: Antenna height 0.000 m, to L1PC [Generic(NONE)]

SD Scaling Settings:
Position: 1.0000
Velocity: 1.0000

Column/Variable Contents, Units and Description:

Week	CorrTime	Latitude	Longitude	H-El1	SDNorth	SDEast	SDHeight	VNorth	VEast	VUp	SD-VN	SD-VE	SD-VH	Q	GP	GL
2156	366707.00000	39.9307320593	32.8827571863	974.6598	0.0205	0.0122	0.0415	-0.0165	0.0121	-0.0645	0.5013	0.2316	0.8451	1	9	6
2156	366708.00000	39.9307320838	32.8827573724	974.6598	0.0194	0.0117	0.0416	0.0302	-0.0023	-0.0311	0.2914	0.1788	0.5665	1	9	6
2156	366709.00000	39.9307320593	32.8827573804	974.6659	0.0172	0.0105	0.0370	0.0218	0.0352	0.0334	0.3528	0.2271	0.5947	1	9	6
2156	366710.00000	39.9307320654	32.8827573634	974.6547	0.0149	0.0091	0.0320	0.0264	-0.0005	-0.0276	0.3544	0.2274	0.5973	1	9	6
2156	366711.00000	39.9307320768	32.8827573571	974.6520	0.0148	0.0090	0.0317	0.0085	0.0022	0.0668	0.3545	0.2274	0.5976	1	9	6

Şekil 5.10. Waypoint GrafNav 8.90 GNSS değerlendirme yazılımı arayüzü ve diferansiyel konumlama.

GNSS konum ve hız çözümleri EKF’de ölçü olarak kullanılmıştır. Bunun yanında araç ilk noktada park pozisyonunda gravite bağlantı noktası üzerindeyken, yersel gravite ölçüsü ve sıfır-hız ölçüsü EKF’ye dâhil edilerek ölçü güncellemesine dahil edilmiştir.

İleri yönlü SIMU/GNSS entegrasyonu ile elde edilen gravite bozukluğu çözümleri, Bölüm-4.4’de bahsedilen RTS ile yumuşatılmıştır.

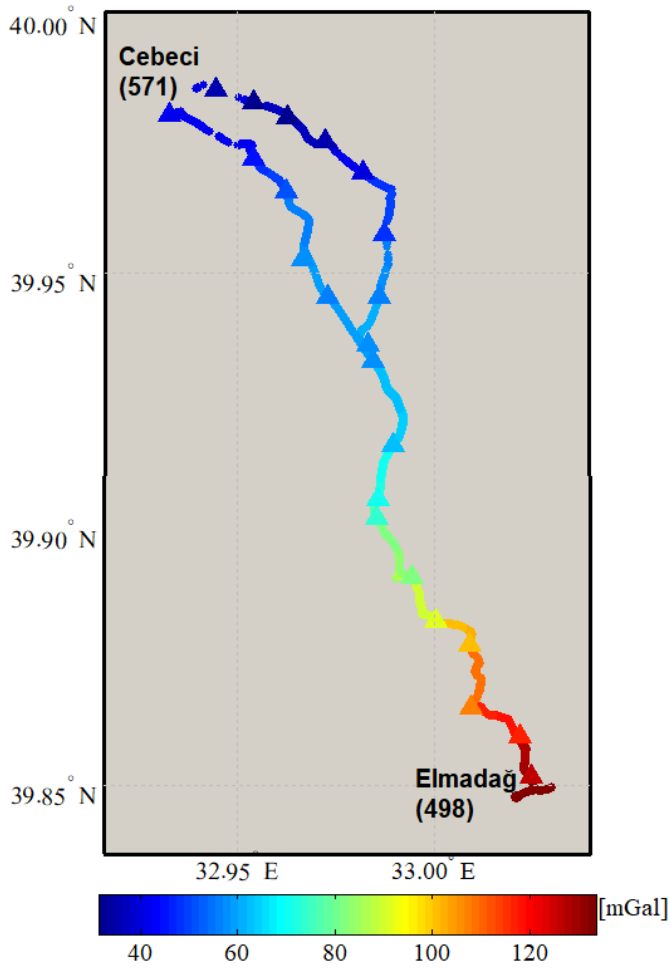
Çizelge 5.2. Mobil gravimetri veri işlem aşamasında kullanılan EKF parametreleri.

Durum Değişkeni	Başlangıç Belirsizliği	Sistem Gürültüsü
Konum	2 cm	$0 \text{ m}/\sqrt{s}$
Hız	10 cm/s	$5E-5 \text{ m/s}/\sqrt{s}$
Yönelim [ϕ, θ, ψ]	[1, 1, 5] $^{\circ}$	$0.2 \text{ yay-saniye}/\sqrt{s}$
İvmeölçer Atımı	100 mGal	$0.01 \text{ mGal}/\sqrt{s}$
Jiroskop Atımı	0.001 $^{\circ}/h$	$0 \text{ }^{\circ}/h/\sqrt{s}$
Düşey Gravite Bozukluğu	0.03 mGal	$\sigma_{dg} = 100 \text{ mGal}$ $\beta_{3,dg} = 1/20 \text{ km}^{-1}$

5.5. Test Sonuçları

Test güzergâhı boyunca SIMU/GNSS entegrasyonuna dayalı mobil gravimetri ile elde edilen gravite bozukluklarının konumsal değişimi Şekil 5.11’de, zamanla değişimi Şekil 5.12’de, kontrol noktaları ile karşılaştırma Şekil 5.13’de gösterilmiş, karşılaştırma istatistikleri Çizelge 5.3’de sunulmuştur.

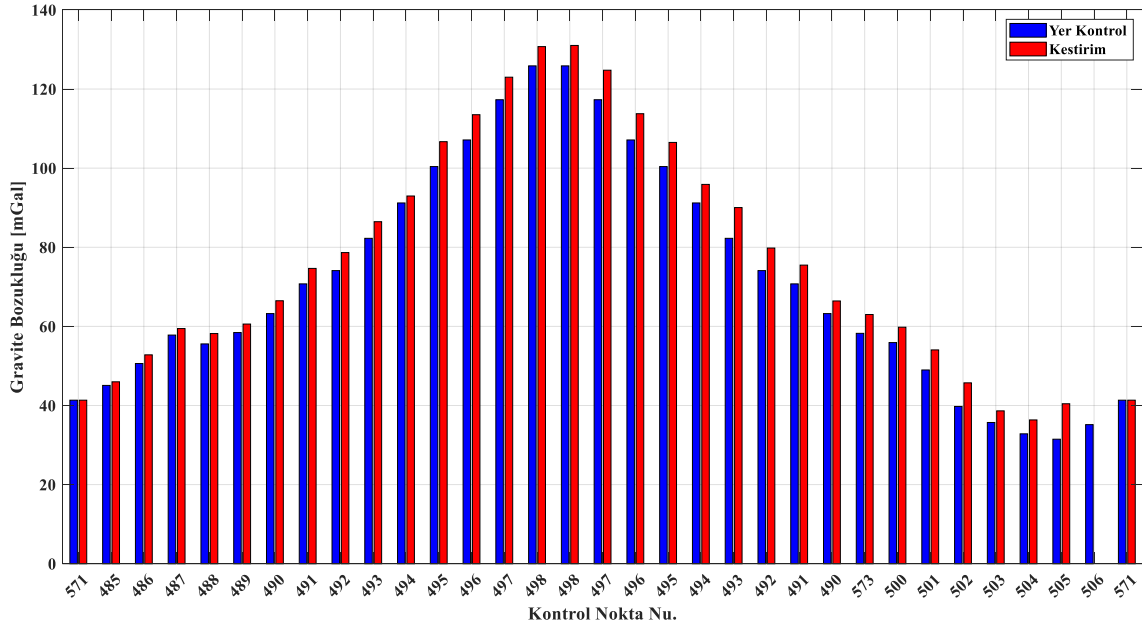
Şekil 5.11 ve Şekil 5.4 karşılaştırıldığında yapılaşmanın ve trafiğin yoğun olduğu şehir merkezinde, özellikle yüksek binalar nedeniyle GNSS sinyal kesintileri ve buna bağlı çözüm boşlukları dikkat çekmektedir. İlk sonuçlar incelendiğinde, mobil gravimetri yöntemiyle ortama $4.2 \pm 2.1 \text{ mGal}$ doğrulukla düşey gravite bozukluğu üretilebildiği görülmüştür. SIMU/GNSS gravite bozukluğu çözümlerinin, kontrol noktalarındaki gerçek değerlerden sistematik olarak yüksek olduğu ve farkların zamanla arttığı gözlenmektedir. Özellikle GNSS kesintilerinin olduğu şehir içindeki kontrol noktalarında farkların bir miktar daha fazla çıktığını söylemek mümkündür.



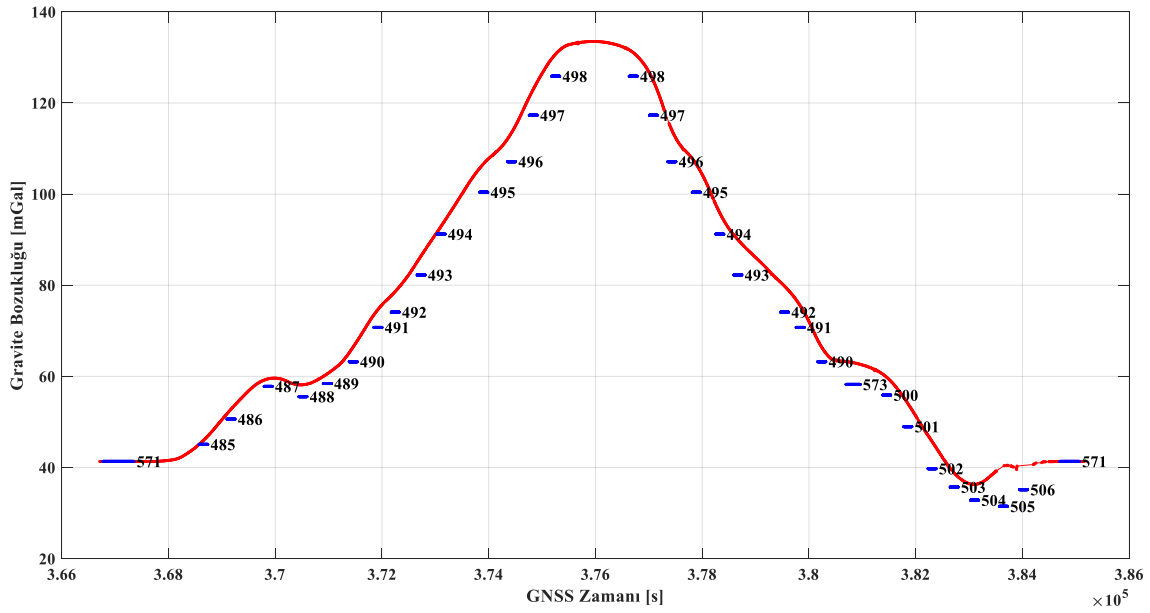
Şekil 5.11. Test güzergâhı boyunca SIMU/GNSS entegrasyonu dayalı mobil gravimetri ile elde edilen gravite bozukluklarının (mGal) konumsal değişimi.

Çizelge 5.3. Kontrol noktalarında yersel teknikle elde edilmiş hassas gravite bozukluğu değerleri ile SIMU/GNSS entegrasyonu sonucu mobil gravimetri ile elde edilen gravite bozuklukları arasındaki farkların istatistikleri.

Tekrarlı Kontrol Noktası Sayısı	Min [mGal]	Max [mGal]	Ort [mGal]	S.Sapma [mGal]
33	-8.9	0.0	-4.2	2.1



Şekil 5.12. Test güzergâhı boyunca mobil gravimetri ile elde edilen gravite bozukluklarının (mGal) zamansal değişimi (kırmızı). Mavi ile gösterilen değerler kontrol noktalarında yersel teknikle elde edilmiş hassas gravite bozukluğu değerleridir.

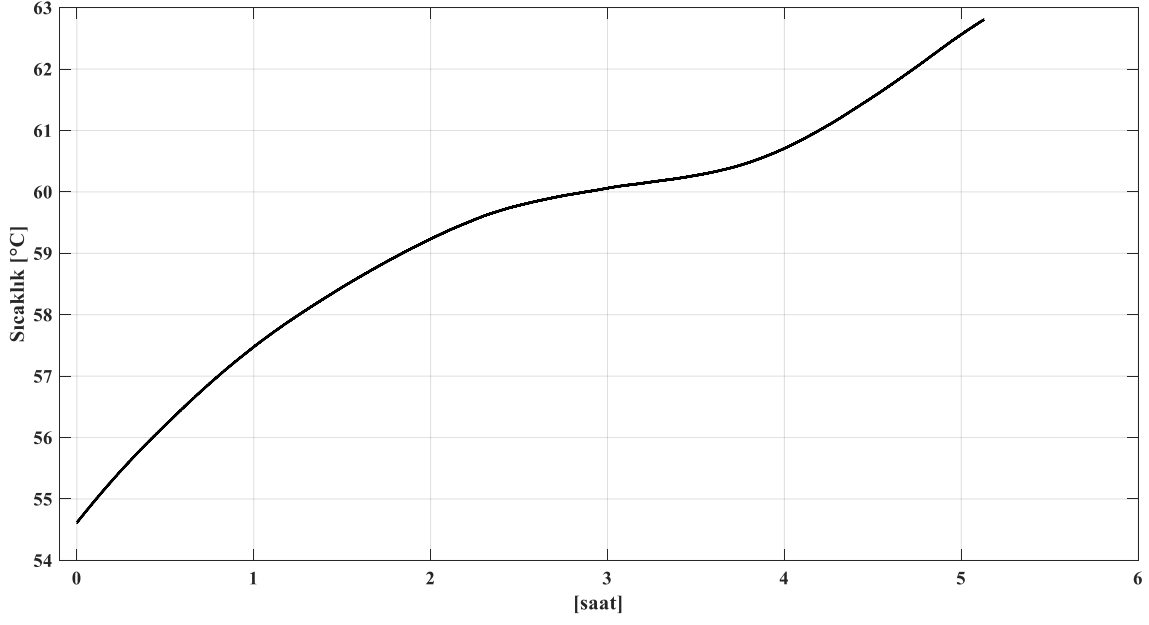


Şekil 5.13. Kontrol noktalarında yersel teknikle elde edilmiş hassas gravite bozukluğu değerleri (mavi) ve mobil gravimetri ile elde edilen gravite bozukluk değerlerinin (kırmızı) karşılaştırılması.

Şekil 5.12’de kontrol noktalarında yersel teknikle elde edilmiş hassas gravite bozukluğu değerleri ve mobil gravimetri ile elde edilen gravite bozukluk değerleri karşılaştırılmıştır.

Bu grafikte dikkat çeken kısım, SIMU/GNSS gravite bozukluğu çözümlerinin, kontrol noktalarındaki bilinen değerlerden sistematik olarak yüksek olması ve farkların zamanla artmasıdır. Söz konusu farkların giderek artmasının nedenlerinden birinin, test süresince SIMU sıcaklık stabilizasyonunda yaşanan beklenmedik bir sorun olabileceği değerlendirilmektedir. Veri toplamanın başlangıcından sonuna kadar SIMU iç sıcaklığında yaklaşık 8 °C değişim meydana gelmiştir (Şekil 5.13). Bölüm-3.3’de ifade edildiği gibi, sıcaklık değişimi ivmeölçer atımlarının artmasına dolayısıyla gravite çözümlerinde sürüklenme etkisinin görülmesine neden olmaktadır. Bunun yanında, GNSS kesintileri nedeniyle ölçü güncellemesi yapılamadığından EKF kestirimlerindeki SIMU sensör hataları büyümekte, gravite çözümlerine olumsuz yönde etki etmektedir. Sıcaklık stabilizasyonun problemi giderildikten sonra testin tekrar edilmesinin faydalı olacağı değerlendirilmektedir.

Şekil 5.13’de testin başlangıcından sonuna kadar geçen sürede mobil gravimetri ile elde edilen gravite bozuklukları kırmızı ile gösterilmiş, kontrol noktalarına varıldığında noktanın yersel teknikle elde edilmiş hassas gravite bozukluğu değerleri ile karşılaştırma yapılmıştır. Bu grafikte mobil gravimetriden beklenen, kontrol noktalarındaki yaklaşık 2 dakikalık hareketsiz bekleme süresinde birbirine eş değerler üretmesidir. Ancak grafikte kontrol noktalarından geçişlerde yatay olmayan bir hareket gözlemlenmektedir. Bunun sebepleri arasında, ileri yönlü EKF çözümünün RTS ile yumuşatılması, başlangıç ve bitiş hariç ara kontrol noktalarında sıfır-hız veya gravite ölçü güncellemesi yapılmaması, belirli alanlarda GNSS kesintisi ve analizde kullanılan EKF parametrelerini sıralamak mümkündür. Bölüm 5.4’de de belirtildiği gibi SIMU/GNSS entegrasyonu için TRGRAV-SAG yazılımı kullanılmıştır. Bu yazılım hava gravimetrisi çalışmaları için özel olarak geliştirilmiştir. Uçak sadece kalkıştan önce ve inişten sonra hareketsiz kalabildiğinden, sıfır-hız veya gravite ölçü güncellemesi uçuş süresince yapılmamaktadır. Dolayısıyla ara zamanlarda bu güncellemeleri uygulayabilecek şekilde yazılımda iyileştirmelerin yapılması gerekmektedir.



Şekil 5.14. Test sırasında SIMU iç sıcaklık değişimi.

Diğer taraftan bu farklar, sistematik ve farklı denemelerde tekrarlanabilir olduğu sürece, basit bir doğrusal veya doğrusal olmayan regresyonla modellenebilir ve dengelenebilir. Ancak, bunun için test sayısının artırılması gerekmektedir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada; Yer gravite alanının statik yersel tekniklere yakın doğrulukta fakat daha kısa sürede ve maliyet etkin bir şekilde ölçülebilmesi için mobil bir yersel gravimetri sisteminin ilk prototipi geliştirilmiştir. SIMU/GNSS entegrasyonuna dayalı söz konusu mobil gravimetrik sistem, Ankara ili sınırları içerisinde yaklaşık 45 km uzunluğundaki 23 yer kontrol noktasından oluşan güzergâhta test edilmiştir.

1 Hz örnekleme aralığındaki yaklaşık 5.5 saatlik GNSS verileri Waypoint GrafNav 8.90 yazılımı ile analiz edilerek GNSS konum ve hız çözümleri oluşturulmuştur. Ardından 300 Hz örnekleme aralıklı SIMU verileri ile GNSS konum/hız çözümleri TRGRAV-SAG analiz yazılımı kullanılarak EKF ile birleştirilmiştir. 18 durum vektörlü ve gevşek bağlamalı-kapalı döngü EKF ile gerçekleştirilen birleştirme sonucunda test güzergâhı boyunca gravite bozukluğunun düşey bileşenleri kestirilmiştir.

Mobil gravimetri ile kestirilen gravite bozukluğu değerleri, Scintrex CG-5 gravimetresi ile hassas bir şekilde ölçülen yer kontrol noktalarındaki gravite bozukluğu değerleri ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonunda mobil gravimetri yöntemiyle ortama 4.2 ± 2.1 mGal doğrulukla düşey gravite bozukluğu üretilebildiği görülmüştür. Bu sonuç her ne kadar mGal altı doğruluk hedefinden bir miktar uzak olsa da ilk deneme için oldukça ümit vericidir. Farkın temel nedenleri arasında; başlangıç ve bitiş hariç ara kontrol noktalarda sıfır-hız ve/veya gravite ölçü güncellemesi yapılmaması, belirli alanlarda GNSS kesintisi, SIMU sıcaklık stabilizasyonunda yaşanan beklenmedik bir sorun, analizde kullanılan stokastik modeller ve EKF parametrelerini sıralamak mümkündür.

Harita Genel Müdürlüğü ve Hacettepe Üniversitesinden araştırmacıların yer aldığı mobil gravimetri çalışma grubunca sistem geliştirme çalışmalarına devam edilmektedir. Önümüzdeki dönemde;

(1) SIMU iTempStab sıcaklık stabilizasyon sistemindeki hatanın giderilerek yeni testlerin yapılması,

(2) TRGRAV-SAG yazılımının ara noktalarda sıfır-hız ve gravite ölçü güncellemesi yapabilecek şekilde iyileştirilmesi,

(3) Analizlerde farklı stokastik modellerin denenmesi ve EKF parametrelerinin yeniden ayarlanması,

(4) Gevşek bağlamalı EKF mimarisi yanında, doğrudan GNSS uydu-alıcı mesafe (pseudo-range) gözlemleri ve bu gözlemlerin değişim oranlarının (pseudo-range rate) kullanılabileceği sıkı bağlamalı mimarinin de uygulanması,

(5) Sisteme odometre, çoklu GNSS anteni, bağıl gravimetre vb. gibi ilave sensör entegrasyonlarının yapılması,

(6) Analizlerde [27] tarafından önerilen gravite indirgemeleri ile [67] tarafından önerilen holonomik olmayan hareket kısıtlamalarının uygulanması,

(7) Düşey gravite bozukluğunu yanında gravite bozukluğu yatay bileşenlerinin de kestiriminin yapılarak çekül sapması bileşenlerinin belirlenmesi planlanmaktadır.

7. KAYNAKÇA

- [1] J. Hinderer, N. Florsch, J. Mäkinen, H. Legros, and J. E. Faller, On the calibration of a superconducting gravimeter using absolute gravity measurements, *Geophys. J. Int.*, vol. 106, no. 2, pp. 491–497, **1991**.
- [2] E. Groten and M. Becker, Methods and experiences of high precision gravimetry as a tool for crustal movement detection, *J. Geodyn.*, vol. 19, no. 2, pp. 141–157, **1995**.
- [3] S. Mazzotti, A. Lambert, J. Henton, T. S. James, and N. Courtier, Absolute gravity calibration of GPS velocities and glacial isostatic adjustment in mid-continent North America, *Geophys. Res. Lett.*, vol. 38, no. 24, **2011**.
- [4] R. Tenzer, V. Gladkikh, P. Novák, and P. Vajda, Spatial and Spectral Analysis of Refined Gravity Data for Modelling the Crust-Mantle Interface and Mantle-Lithosphere Structure, *Surv. Geophys.*, vol. 33, no. 5, pp. 817–839, **2012**.
- [5] W. J. Hinze, R. R. B. Von Frese, R. Von Frese and A. H. Saad, *Gravity and magnetic exploration: Principles, practices, and applications*. Cambridge University Press, **2013**.
- [6] Hwang C, Hsu HJ, Chang ETY, Featherstone WE, Tenzer R et al. New free-air and Bouguer gravity fields of Taiwan from multiple platforms and sensors. *Tectonophysics* 611: 83-93, (**2014**).
- [7] D. T. Sandwell, R. D. Müller, W. H. F. Smith, E. Garcia, and R. Francis, New global marine gravity model from CryoSat-2 and Jason-1 reveals buried tectonic structure, *Science* (80-.), vol. 346, no. 6205, pp. 65–67, **2014**.
- [8] M. Reguzzoni and D. Sampietro, GEMMA: An Earth crustal model based on GOCE satellite data, *Int. J. Appl. Earth Obs. Geoinf.*, vol. 35, no. PA, pp. 31–43, **2015**.
- [9] M. van der Meijde, R. Pail, R. Bingham, ve R. Floberghagen, GOCE data, models, and applications: A review, *Int. J. Appl. Earth Obs. Geoinf.*, vol. 35, pp. 4–15, **2015**.
- [10] H. Yildiz vd., Determination and Validation of The Turkish Geoid-2020 (TG-20), *Boll. di Geofis. Teor. e Appl.*, vol.62, no. 3, pp. 495-512, **2021**.
- [11] W. Torge, *Gravimetry*. de Gruyter, **1989**.
- [12] M. Simav, Analitik Ataletsel Navigasyon ve Küresel Navigasyon Uydu Sistemleri Entegrasyonuna Dayalı Hava Gravimetrisi: Türkiye’de İlk Uygulamalar, *Harita Dergisi*, c. 165, ss. 1–16, **2021**.
- [13] T. H. Meyer, D. R. Roman, ve D. B. Zilkoski, “What does height really mean? Part II: Physics and Gravity”, **2005**.
- [14] M. Simav and H. Yildiz, Evaluation of EGM2008 and latest GOCE-based satellite only global gravity field models using densified gravity network: A case study in south-western Turkey, *Boll. di Geofis. Teor. ed Appl.*, vol. 60, no. 1, pp. 49–68, **2019**.

- [15] R. Forsberg and A. V. Olesen, Airborne gravity field determination, içinde Sciences of Geodesy - I: Advances and Future Directions, Springer, pp. 83–104, **2010**.
- [16] J. M. Brozena, The Greenland Aerogeophysics Project: Airborne Gravity, Topographic and Magnetic Mapping of an Entire Continent, From Mars to Greenland: Charting Gravity With Space and Airborne Instruments, Springer, pp 203–214, **1992**.
- [17] R. Forsberg, A. V Olesen, K. Keller, M. Møller, A. Gidskehaug, and D. Solheim, Airborne gravity and geoid surveys in the Arctic and Baltic Seas, içinde Proceedings of international symposium on kinematic systems in geodesy, geomatics and navigation (KIS-2001), Banff, pp. 586–593, **2001**.
- [18] D. Zhong, T. M. Damiani, S. A. M. Preaux, and R. W. Kingdon, Comparison of airborne gravity processing results by GravPRO and newton software packages, Geophysics, vol. 80, no. 4, ss. G107–G118, **2015**.
- [19] X. Li, J. W. Crowley, S. A. Holmes, and Y. M. Wang, The contribution of the GRAV-D airborne gravity to geoid determination in the Great Lakes region, Geophys. Res. Lett., vol. 43, no. 9, pp. 4358–4365, **2016**.
- [20] J. C. McCubbine et al., The New Zealand gravimetric quasigeoid model 2017 that incorporates nationwide airborne gravimetry, J. Geod., vol. 92, no 8, pp. 923–937, **2018**.
- [21] K. P. Schwarz, Inertial surveying and geodesy, Rev. Geophys., vol. 21, no. 4, pp. 878–890, **1983**.
- [22] P.D.Groves, Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems. London: Artech House Remote Sensing Library, **2013**.
- [23] C. Jekeli, Inertial navigation systems with geodetic applications, Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications. de Gruyter, Berlin. DOI, ss. 1–366, **2012**,
- [24] D. Becker, J. E. Nielsen, D. Ayres-Sampaio, R. Forsberg, M. Becker, and L. Bastos, Drift reduction in strapdown airborne gravimetry using a simple thermal correction, J. Geod., vol. 89, no. 11, pp. 1133–1144, **2015**.
- [25] T. E. Jensen and R. Forsberg, Helicopter test of a strapdown airborne gravimetry system, Sensors (Switzerland), vol. 18, no. 9, p. 3121, **2018**.
- [26] T. E. Jensen, A. V. Olesen, R. Forsberg, P. A. Olsson, and Ö. Josefsson, New results from strapdown airborne gravimetry using temperature stabilisation, Remote Sens., vol. 11, no 22, p. 2682, **2019**.
- [27] M. Simav, The Use of Gravity Reductions in the Indirect Strapdown Airborne Gravimetry Processing, Surv. Geophys., vol. 41, no. 5, pp. 1029–1048, **2020**.
- [28] M. Simav, Results from the first strapdown airborne gravimetry campaign over the Lake District of Turkey, Surv. Rev., vol. 53, no. 380, pp. 447–453, **2021**.
- [29] M. Simav vd., Türkiye Yükseklik Sisteminin Modernizasyonu ve Gravite

- Altyapısının İyileştirilmesi Projesi, 15, Türkiye Harita Bilim ve Teknik. Kurultayı, ss. 25–28, **2015**.
- [30] C. Chen and G. Chang, Low-cost GNSS/INS integration for enhanced land vehicle performance, *Meas. Sci. Technol.*, vol. 31, no. 3, s. 35009, **2019**.
- [31] D. W. Allan, Statistics of Atomic Frequency Standards, *Proc. IEEE*, vol. 54, no 2, pp. 221–230, **1966**.
- [32] C. Jekeli, Geometric reference systems in geodesy, 2016th ed. USA: Division of Geodetic Science School of Earth Sciences Ohio State University, **2016**.
- [33] D. Titterton, J. L. Weston, and J. Weston, Strapdown inertial navigation technology, c. 17. IET, **2004**.
- [34] J. Farrell, Aided navigation: GPS with high rate sensors. McGraw-Hill, Inc., **2008**.
- [35] M. S. Grewal, L. R. Weill, and A. P. Andrews, Global positioning systems, inertial navigation, and integration. John Wiley & Sons, **2007**.
- [36] ICGEM, [Çevrimiçi], <http://icgem.gfz-potsdam.de/home>. (Erişim Tarihi: **10 Agu 2021**)
- [37] H. Moritz, Geodetic reference system 1980, *J. Geod.*, vol. 74, no. 1, pp. 128–133, **2000**.
- [38] National Imagery Mapping Agency, Department of Defense World Geodetic System 1984. Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems, Dep. Defense, NIMA USA, s. 175, 2000, [Çevrimiçi]. <http://earth-info.nga.mil/GandG/publications/tr8350.2/wgs84fin.pdf>. (Erişim Tarihi: **10 Agu 2021**)
- [39] C. Glennie and K. P. Schwarz, A comparison and analysis of airborne gravimetry results from two strapdown inertial/DGPS systems, *J. Geod.*, vol. 73, no. 6, pp. 311–321, **1999**.
- [40] C. L. Glennie, K. P. Schwarz, A. M. Bruton, R. Forsberg, A. V. Olesen, and K. Keller, A comparison of stable platform and strapdown airborne gravity, *J. Geod.*, vol. 74, no. 5, pp. 383–389, **2000**.
- [41] C. Hwang, Y.-S. Hsiao, ve H.-C. Shih, “Data reduction in scalar airborne gravimetry: Theory, software and case study in Taiwan”, *Comput. Geosci.*, vol. 32, no. 10, pp 1573–1584, 2006.
- [42] D. Sampietro, M. Capponi, A. H. Mansi, A. Gatti, P. Marchetti, and F. Sansò, Space-Wise approach for airborne gravity data modelling, *J. Geod.*, vol. 91, no 5, pp. 535–545, **2017**.
- [43] C. Jekeli, “Theoretical Fundamentals Of Airborne Gravimetry”, 2016. [https://www.ngs.noaa.gov/grav-d/2016SummerSchool/presentations/day-1/2Jekeli Theoretical Fundamentals.pdf](https://www.ngs.noaa.gov/grav-d/2016SummerSchool/presentations/day-1/2Jekeli%20Theoretical%20Fundamentals.pdf). [Çevrimiçi] (Erişim Tarihi: **10 Agu 2021**)

- [44] R. Dorobantu and C. Gerlach, “Investigation of a Navigation Grade RLG SIMU Type INAV-RQH”, Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, 2004. [Çevrimiçi]. http://www.espace-tum.de/mediadb/9817/9818/iapg_fesg_rpt_16.pdf. (Erişim Tarihi: **10 Agu 2021**)
- [45] P. G. Savage, Strapdown analytics, c. 2. Strapdown Associates Maple Plain, MN, **2000**.
- [46] R. M. Rogers, Applied mathematics in integrated navigation systems, c. 1. Aiaa, **2003**.
- [47] S. Merhav, Coriolis Angular Rate Sensors, Aerospace Sensor Systems and Applications, Springer, pp. 325–348, **1996**.
- [48] H. Haiying, Modeling inertial sensors errors using Allan variance. Citeseer, **2004**.
- [49] H. Hou ve N. El-Sheimy, Inertial sensors errors modeling using Allan variance, Proceedings of the 16th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS/GNSS 2003), ss. 2860–2867, **2003**.
- [50] D. Becker, Advanced calibration methods for strapdown airborne gravimetry, vol. 51. Technische Universität Darmstadt, **2016**.
- [51] T. E. Jensen, Airborne Strapdown Gravity Measurements for Geodesy and Geophysics, Phd.Thesis, Technical University of Denmark, **2018**.
- [52] M. Simav, D. Becker, H. Yıldız, and M. Hoss, Impact of temperature stabilization on the strapdown airborne gravimetry: a case study in Central Turkey, J. Geod., vol. 94, no. 4, ss. 1–11, **2020**.
- [53] M. Simav, İ. Akpınar, Y. A. Akdoğan, ve H. Yıldız, Türkiye’de Güncel Yersel Gravimetri Çalışmaları, Harita Dergisi, c. 166, ss. 10–24, **2021**.
- [54] IEEE, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros, IEEE Std 952-1997, c. 1997, s. i, 1998, [Çevrimiçi]. Available at: <http://dx.doi.org/10.1109/IEEESTD.1998.86153>. (Erişim Tarihi: **10 Agu 2021**)
- [55] IEEE, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear, Single-Axis, Non-gyroscopic Accelerometers, IEEE Std 1293-1998, 1998. (Erişim Tarihi: **10 Agu 2021**)
- [56] T. Friederichs, Analysis of geodetic time series using Allan variances, Univ. Stuttgart, no. November, p. 72, **2010**.
- [57] N. El-Sheimy, H. Hou, ve X. Niu, “Analysis and modeling of inertial sensors using allan variance”, IEEE Trans. Instrum. Meas., c. 57, sayı 1, ss. 140–149, **2008**.
- [58] R. E. Kalman, A new approach to linear filtering and prediction problems”, J. Fluids Eng. Trans. ASME, vol. 82, no. 1, pp. 35–45, **1960**.
- [59] H. E. Rauch, F. Tung, and C. T. Striebel, Maximum likelihood estimates of linear dynamic systems, AIAA J., vol. 3, no 8, pp. 1445–1450, **1965**.
- [61] A. Gelb, Applied optimal estimation. MIT press, **1974**.

- [62] J. H. Kwon and C. Jekeli, A new approach for airborne vector gravimetry using GPS/INS, *J. Geod.*, vol. 74, no. 10, pp. 690–700, **2001**.
- [63] C. Jekeli, Airborne vector gravimetry using precise, position-aided inertial measurement units, *Proc. Annu. Meet. - Inst. Navig.*, vol. 69, no. 1, pp. 469–477, **1993**.
- [64] D. Ayres-Sampaio, R. Deurloo, M. Bos, A. Magalhães, and L. Bastos, A Comparison Between Three IMUs for Strapdown Airborne Gravimetry, *Surv. Geophys.*, vol. 36, no. 4, pp. 571–586, **2015**.
- [65] Topcon, Topcon Os-500/500E Series User Manuel [Çevrimiçi] https://www.topcon.co.jp/en/positioning/products/pdf/OS_E.pdf. (Erişim Tarihi: **10 Agu 2021**)
- [66] B. Aktuğ, Referans Sistemlerinin Zamansal Evrimi Ve Türkiye İçin Ulusal Bir Model: TURES-96 (TÜRKİYE ULUSAL REFERANS SİSTEMİ-1996), *Harita Dergisi*, c. 133, s. 1–26, **2005**.
- [67] E. H. Shin, Accuracy improvement of low cost INS/GPS for land applications. Calgary, Alberta, 2001”. Master Thesis, University of Calgary , **2001**.

EKLER

EK 1 - Tezden Türetilmiş Bildiriler

1. İ.Akpınar, M.Simav, K.Teke, Y.A.Akdoğan, H.Yıldız, M.Durmaz, “Kara Araçları İçin Mboil Gravimetri Sistemi:İlk Sonuçlar”, TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası, 18. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 26-29 Mayıs 2021, Ankara
2. İ.Akpınar, M.Simav, K.Teke, Y.A.Akdoğan, H.Yıldız, M.Durmaz, “Moving Base Gravimetry On A Land Vehicle: The first Results from a short traverse drive in central Turkey”, Scientific Assembly of the International Association of Geodesy, June 28-July2, 2021, Beijing,China
3. İ.Akpınar, M.Simav, K.Teke, Y.A.Akdoğan, H.Yıldız, M.Durmaz, “Navigasyon Dereceli Ataletsel Ölçü Birimi İle Bazı Jeodezik Parametrelerin Doğrudan Belirlenmesi, Türkiye Ulusal Jeodezi Komisyonu (TUJK) 2021 Yılı Bilimsel Toplantısı 25-27 Kasım 2021, Ankara

