# PÜRÜZLÜ DÜNYA YÜZEYİ ALTINDA GÖMÜLÜ BİR CİSİMDEN ELEKTROMANYETİK DALGA SAÇILIMININ NÜMERİK MODELLENMESİ

# NUMERICAL MODELING OF ELECTROMAGNETIC WAVE SCATTERING FROM AN OBJECT BURIED UNDER ROUGH EARTH SURFACE

**BERK BURAL** 

PROF. DR. ÖZLEM ÖZGÜN

Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı için Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak hazırlanmıştır.

2021

### ÖZET

# PÜRÜZLÜ DÜNYA YÜZEYİ ALTINDA GÖMÜLÜ BİR CİSİMDEN ELEKTROMANYETİK DALGA SAÇILIMININ NÜMERİK MODELLENMESİ

**Berk BURAL** 

Yüksek Lisans, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü Tez Danışmanı: Prof. Dr. Özlem ÖZGÜN Haziran 2021, 105 sayfa

Dünya yüzeyininin pürüzlü yapısından kaynaklanan elektromanyetik saçılımın nümerik modellenmesi, uzaktan algılama ve radar uygulamaları konularında çalışan araştırmacılar için önemli bir konu olmuştur. Sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak pürüzlü dünya yüzeyini konu alan düz elektromanyetik saçılma problemlerini tutarlı bir şekilde çözmek mümkün olsa da getirdiği hesaplama yükü nedeniyle çözüm külfetli olabilmektedir. Bu tez çalışmasında koordinat dönüşümü tekniği kullanılarak sonlu elemanlar yönteminin getirdiği hesaplama yükünün azaltılması için koordinat dönüşümüne dayanan yeni bir yöntem geliştirilmiştir. Geliştirilen bu yöntem ile pürüzlü dünya yüzeyinin altında gömülü bir cisim bulunduğu durumdaki düz elektromanyetik saçılma problemleri Monte Carlo simülasyonları ile çözülerek problemin istatistiksel analizine yönelik sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca, koordinat dönüşümü tekniği ile geliştirilen yöntem, bir optimizasyon tekniği olan genetik algoritma ile birlikte kullanılarak ters elektromanyetik saçılma problemine uygulanmıştır. Ters elektromanyetik saçılma problemi çözülerek pürüzlü dünya yüzeyi altında yer alan bilinmeyen bir cismin şekli, konumu ve elektriksel parametreleri hakkında bilgiler elde edilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** Pürüzlü dünya yüzeyi, koordinat dönüşümü tekniği, sonlu elemanlar yöntemi, düz elektromanyetik saçılma problemi, gömülü cisim tespiti, genetik algoritma, ters elektromanyetik saçılma problemi

### ABSTRACT

# NUMERICAL MODELING OF ELECTROMAGNETIC WAVE SCATTERING FROM AN OBJECT BURIED UNDER ROUGH EARTH SURFACE

Berk BURAL

Master of Science, Department of Electrical and Electronics Engineering Supervisor: Prof. Dr. Özlem ÖZGÜN June 2021, 105 pages

Numerical modeling of rough earth surface has been an important topic for the researchers working on remote sensing and radar applications. Although it is possible to consistently solve forward electromagnetic scattering problems involving the rough earth surface by using finite element method, the solution can be cumbersome because of the computational load that finite element method causes. In this study, a new method is proposed based on coordinate transformation technique to reduce computational load in the finite element method. By using this new method, forward electromagnetic scattering problems which involve buried

object under rough earth surface are solved with the help of Monte Carlo method to analyze statistically. Also, the new method is combined with genetic algorithm, which is an optimization technique, and applied to the inverse electromagnetic scattering problem. By solving the inverse electromagnetic scattering problem, information about shape, location and electrical parameters of unknown objects buried under rough earth surface are obtained.

**Keywords:** Rough earth surface, coordinate transformation technique, finite element method, forward electromagnetic scattering problem, buried object detection, genetic algorithm, inverse electromagnetic scattering problem.

## TEŞEKKÜR

Hesaplamalı Elektromanyetiği bana öğreten ve sevdiren, ne zaman ihtiyacım olsa bana yardım eden, bıkmadan sorularımı cevaplayan tez danışmanım Prof. Dr. Özlem Özgün'e, eğtim hayatım boyunca bana desteklerini esirgemeyen aileme ve tez süreci boyunca beni yalnız bırakmayan arkadaşlarıma teşekkür ederim.

# İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACTi	iii
TEŞEKKÜR	v
İÇİNDEKİLER	vi
ŞEKİLLERvi	iii
ÇİZELGELERxi	V
SÖZLÜKxv	vi
1.GİRİŞ	1
1.1 Literatürde Pürüzlü Yüzey Modellemesi	3
1.2 Elektromanyetik Saçılma Problemleri	6
1.2.1 Düz Elektromanyetik Saçılma Problemlerinin Çözüm Yöntemleri	7
1.2.2 Ters Elektromanyetik Saçılma Problemlerinin Çözüm Yöntemleri 1	3
1.3 Monte Carlo Tekniği1	5
1.4 Koordinat Dönüşümü1	6
1.5 Tezin Akışı1	7
2.DÜZ SAÇILMA PROBLEMİ ÇÖZÜMÜ1	9
2.1 Sonlu Elemanlar Yöntemi İçin Ağ Oluşturulması2	0
2.2 Sonlu Elemanlar Yöntemi Formülasyonu2	7
2.2 Son İşlem Aşaması4	2
3.DÜZ SAÇILMA PROBLEMİ İÇİN NÜMERİK SONUÇLAR4	7
4.TERS SAÇILMA PROBLEMİ ÇÖZÜMÜ7	8

5. TERS SAÇILMA PROBLEMİ İÇİN NÜMERİK SONUÇLAR	82
6.SONUÇ	97
KAYNAKLAR	100
ÖZGEÇMİŞ	105

# ŞEKİLLER

Şekil-1.1 Düz ve pürüzlü yüzeyden yansıma	. 1
Şekil-1.2 Pürüzlü yüzeyden kaynaklanan saçılma	. 2
Şekil-1.3 Korele Edilmemiş Yüzey	. 4
Şekil-1.4 Farklı Korelasyon Uzunlukları için Korele Edilmiş Bir Boyutlu Pürüzlü Yüzeyler (a) 1 metre (b) 0.5 metre (c) 0.1 metre	. 5
Şekil-1.5 Farklı Karekök Ortalama Yükseklik Değerleri için Korele Edilmiş Bir Boyutlu Pürüzlü Yüzeyler (a) 0.1 metre (b) 0.3 metre (c) 0.5 metre	. 5
Şekil-1.6 Düz Problem ve Ters Problem ilişkisi	. 6
Şekil-1.7 Düz Elektromanyetik Saçılma Problemlerinin Çözüm Yöntemleri	. 7
Şekil-1.8 (a) Yoğun matris (b) Seyrek Matris	11
Şekil-1.9 (a) Dörtgen (b) Üçgen elemanlar ile ayrıklaştırılmış geometri	12
Şekil-1.10 Ters Elektromanyetik Saçılma Problemlerinin Çözüm Yöntemleri ?	13
Şekil-1.11 (a) Orijinal Koordinatlar (b) Dönüştürülmüş Koordinatlar	16

Şekil-2.1 Sonlu Elemanlar Yöntemi Akış Diyagramı	19
Şekil-2.2 Tekdüze Ağ Yapısı	20
Şekil-2.3 Dönüşüm Ortamı ve Pürüzlü Yüzey	21
Şekil-2.4 Koordinat Dönüşümünden sonra Ağ Yapısı	22
Şekil-2.5 Pencereleme Fonksiyonu ve Pencereleme Bölgesi	24
Şekil-2.6 (a) Yuvarlak cisim (b) Kontrol noktaları ile yeniden oluşturulan cisim	25
Şekil-2.7 Gömülü cisim ile birlikte ağ yapısı	26

Şekil-2.8 İsoparametrik Eşleme	28
Şekil-2.9 Küresel ve Yerel Düğüm Noktaları	.40
Şekil-2.10 Küresel Matris Doldurma İşlemi	41
Şekil-2.11 Huygens Yüzey Denkliği Prensibi	.43
Şekil-2.12 Huygens Sınırı	45
Şekil-2.13 Ağ Yapısında Huygens Sınırı	45

Şekil-3.1 (a) Klasik Yöntem (b) Geliştirilen Yöntem ile elde edilen toplam alan
haritaları48
Şekil-3.2 (a) Klasik Yöntem (b) Geliştirilen Yöntem ile elde edilen RKA grafikleri49
Şekil-3.3 Geliştirilen Yöntem ile elde edilen saçılan alan haritaları
Şekil-3.4 Geliştirilen Yöntem ile elde edilen saçılan alan haritaları51
Şekil-3.5 Geliştirilen Yöntem ile elde edilen saçılan alan haritaları
Şekil-3.6 Geliştirilen Yöntem ile elde edilen saçılan alan haritaları
Şekil-3.7 Karekök Ortalama Yüksekliği 0.05 metre olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Topam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları
Şekil-3.8 Karekök Ortalama Yüksekliği 0.10 metre olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Topam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları
Şekil-3.9 Karekök Ortalama Yüksekliği 0.15 metre olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Topam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel
Kısım haritaları
Şekil-3.10 Farklı Karekök Ortalama Yükseklik değerleri için ortalama bistatik radar kesit alanı grafiği

Şekil-3.11 Farklı Karekök Ortalama Yükseklik değerleri için radar kesit alanı değerlerinin standart sapma grafiği57
Şekil-3.12 Korelasyon Uzunluğu 0.1 metre olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Topam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları
Şekil-3.13 Korelasyon Uzunluğu 0.8 metre olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Topam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları
Şekil-3.14 Farklı korelasyon uzunluğu değerleri için ortalama bistatik radar kesit alanı grafiği60
Şekil-3.15 Farklı korelasyon uzunluğu değerleri için bistatik radar kesit alanı değerlerinin standart sapma grafiği60
Şekil-3.16 Dielektrik katsayısı 3-j0.05 olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Topam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları62
Şekil-3.17 Dielektrik katsayısı 2-j0.15 olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Topam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları62
Şekil-3.18 Farklı Toprak Dielektrik kaysayıları için ortalama bistatik radar kesit alanı grafiği63
Şekil-3.19 Farklı toprak dielektrik kaysayıları değerleri için bistatik radar kesit alanı değerlerinin standart sapma grafiği63
Şekil-3.20 MEİ gömülü cisim için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Topam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları
Şekil-3.21 Altında gömülü cisim bulundurmayan pürüzlü yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Topam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları
Şekil-3.22 Farklı gömülü cisimler için ortalama bistatik radar kesit alanı grafiği 66

Şekil-3.23 Farklı gömülü cisimler için bistatik radar kesit alanı değerlerinin standart sapma grafiği66
Şekil-3.24 Karekök Ortalama Yüksekliği 0.05 metre olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Topam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları
Şekil-3.25 Karekök Ortalama Yüksekliği 0.10 metre olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Topam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları
Şekil-3.26 Karekök Ortalama Yüksekliği 0.15 metre olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Topam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları
Şekil-3.27 Farklı Karekök Ortalama Yükseklik değerleri için ortalama bistatik radar kesit alanı grafiği
Şekil-3.28 Farklı Karekök Ortalama Yükseklik değerleri için radar kesit alanı değerlerinin standart sapma grafiği70
Şekil-3.29 Karekök Ortalama Yüksekliği 0.05 metre olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Topam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları
Şekil-3.30 Karekök Ortalama Yüksekliği 0.10 metre olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Topam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları
Şekil-3.31 Karekök Ortalama Yüksekliği 0.15 metre olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Topam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları
Şekil-3.32 Farklı Karekök Ortalama Yükseklik değerleri için ortalama bistatik radar kesit alanı grafiği
Şekil-3.33 Farklı Karekök Ortalama Yükseklik değerleri için radar kesit alanı değerlerinin standart sapma grafiği73

Şekil-3.34 Gömülü cismin varlığının sonuçlara etkisinin karşılaştırıldığı ortalama	
bistatik radar kesit alanı grafiği	74
Şekil-3.35 Yarıçapı 1 metre olan gömülü cisim a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan	
Mutlak değer haritaları (c) Topam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları	75
Şekil-3.36 Gömülü cismin yarıçapının büyüklüğünün etkisinin karşılaştırıldığı	
ortalama bistatik radar kesit alanı grafiği	76
Şekil-3.37 Gömülü cismin yarıçapının büyüklüğünün etkisinin karşılaştırıldığı rada	ar
kesit alanı değerlerinin standart sapma grafiği	76

Şekil-4.1 Genetik Algoritma Akış Diyagramı	79
Şekil-4.2 Genetik Algoritmada kullanılan terimler	80
Şekil-4.3 Çaprazlama	81

Şekil-5.1 a) Tekli Kaynak Aydınlatması b) İkili Kaynak Aydınlatması c) Üçlü Kayn Aydınlatması	ak 83
Şekil-5.2 Ters saçılma problemi çözümü ile tespit edilmeye çalışılan gömülü cisir ve ağ yapısı	n 84
Şekil-5.3 a) Ters saçılma problemi çözümüyle elde edilen görüntü b) Yakınlaştırılmış görüntü	86
Şekil-5.4 a) Maliyet değerinin jenerasyonlara göre değişimi b) Maliyet değerinin dağılımı	86
Şekil-5.5 a) Ters saçılma problemi çözümüyle elde edilen görüntü b) Yakınlaştırılmış görüntü	88
Şekil-5.6 a) Maliyet değerinin jenerasyonlara göre değişimi b) Maliyet değerinin dağılımı	88
Şekil-5.7 a) Ters saçılma problemi çözümüyle elde edilen görüntü b) Yakınlaştırılmış görüntü	89

Şekil-5.8 a) Maliyet değerinin jenerasyonlara göre değişimi b) Maliyet değerinin dağılımı	89
Şekil-5.9 a) Ters saçılma problemi çözümüyle elde edilen görüntü b) Yakınlaştırılmış görüntü	91
Şekil-5.10 a) Maliyet değerinin jenerasyonlara göre değişimi b) Maliyet değerinin dağılımı	91
Şekil-5.11 Sondaj (Borehole) görüntüleme tekniği	92
Şekil-5.12 a) Ters saçılma problemi çözümüyle elde edilen görüntü b) Yakınlaştırılmış görüntü	93
Şekil-5.13 a) Maliyet değerinin jenerasyonlara göre değişimi b) Maliyet değerinin dağılımı	94
Şekil-5.14 a) Ters saçılma problemi çözümüyle elde edilen görüntü b) Yakınlaştırılmış görüntü	95
Şekil-5.15 a) Maliyet değerinin jenerasyonlara göre değişimi b) Maliyet değerinin dağılım	95

# ÇİZELGELER

Çizelge-3.1 Test problemi için kullanılan parametreler
Çizelge-3.2 Yalnızca düz yüzey içeren probleme ait parametreler 50
Çizelge-3.3 Düz yüzeyin altında gömülü bir cisim bulunduğu durumdaki probleme ait parametreler
Çizelge-3.4 Farklı karekök ortalama yükseklik değerlerinin incelendiği simülasyon için diğer parametreler
Çizelge-3.5 Farklı korelasyon uzunluğu değerlerinin incelendiği simülasyon için diğer parametreler
Çizelge-3.6 Farklı toprak dielektrik katsayısı değerlerinin incelendiği simülasyon için diğer parametreler
Çizelge-3.7 MEİ gömülü cisim için yapılan simülasyon için diğer parametreler 64
Çizelge-3.8 Geliş açısı 30° olan gelen dalga için yapılan simülasyon için kullanılan diğer parametreler
Çizelge-3. 9 Geliş açısı 10° olan gelen dalga için yapılan simülasyon için kullanılan diğer parametreler
Çizelge-3.10 Gömülü cismin yarıçapı iki katına çıkartılarak yapılan simülasyon için diğer parametreler

Çizelge-5.1 Yuvarlak MEİ gömülü cismi görüntülemek için çözülen ters probleme	
ait parametreler	84
Çizelge-5.2 Yuvarlak dielektrik gömülü cismi görüntülemek için çözülen ters	
probleme ait parametreler	87

Çizelge-5.3 Spline eğri şeklindeki dielektrik gömülü cismi görüntülemek için	
çözülen ters probleme ait parametreler	.90
Çizelge-5.4 Yuvarlak dielektrik gömülü cismi sondaj tekniği ile görüntülemek için	
çözülen ters probleme ait parametreler	.93
Çizelge-5.5 Spline eğri şeklindeki gömülü cismi sondaj tekniği ile görüntülemek i	çin
çözülen ters probleme ait parametreler	.94

## SÖZLÜK

Türkçe	İngilizce
Pürüzlü Yüzey	Rough Surface
Aynasal Yansıma Yönü	Specular Reflection Direction
Geri Saçılma Yönü	Backscattering Direction
Korelasyon Uzunluğu	Corelation Length
Karekök Ortalama Yükseklik	Root Mean Square Height
Konvolv	Convolve
Konvolüsyon	Convolution
Ayrık Hızlı Fourier Dönüşümü	Discrete Fast Fourier Transform
Düz Elektromanyetik Saçılma Problemi	Forward Electromagnetic Scattering
	Problem
Son İşlem Aşaması	Post Processing
Ters Elektromanyetik Saçılma	Inverse Electromagnetic Scattering
Problemi	Problem
Sonlu Elemanlar Yöntemi	Finite Element Method
Sonlu Farklar Yöntemi	Finite Difference Method
Momentler Yöntemi	Method of Moments
Fiziksel Optik	Physical Optics
Geometrik Optik	Geometrical Optics
Fiziksel Kırınım Teorisi	Physical Theory of Diffraction
Geometrik Kırınım Teorisi	Geometrical Theory of Diffraction
İntegral Çekirdeği	Integral Kernel
Soğurucu Sınır Koşulları	Absorbing Boundary Conditions
Tamamen Eşlenmiş Katman	Perfectly Matched Layer
Sınır Değer Problemleri	Boundary Value Problems
Kalıntı	Residual
Kötü Koşullu	III-conditioned

Yinelemeli	Iterative
Maliyet Fonksiyonu	Cost Function
Monostatik Radar Kesit Alanı	Monostatic Radar Cross Section
Bistatik Radar Kesit Alanı	Bistatic Radar Cross Section
Niceliksel Yöntemler	Quantitative Methods
Niteliksel Yöntemler	Qualitative Methods
Gradyan Algoritmalar	Gradient Algortihms
Doğrusal Örnekleme Yöntemi	Linear Sampling Method
Topolojik Hassasiyet	Topological Sensitivity
Tekil Kaynaklar Yöntemi	Singular Sources Method
Parçacık Sürü Algoritması	Particle Swarm Algorithm
Karınca Kolonisi Algoritması	Ant Colony Algorithm
Genetik Algoritma	Genetic Algorithm
Şekil Değişmezlik	Form Invariance
Görünmezlik Pelerini	Invisibility Cloak
Koordinat Dönüşümü	Coordinate Transformation
Ağ yapısı	Mesh Structure
Tekdüze Ağ Yapısı	Uniform Mesh Structure
Eğri Uyarlaması	Curve Fitting
İsoparametrik Eşleme	Isoparametric Mapping
Pencereleme Fonksiyonu	Window Function
Zayıf Varyasyonel Hâl	Weak Variational Form
Yön Bağımlı	Anisotropic
Mükemmel Elektrik İletken	Perfect Electric Conductor
Uzak Alan	Far Field
Serbest Uzay	Free Space
Bağıl Elektrik Geçirgenlik	Relative Permitivity
Bağıl Manyetik Geçirgenlik	Relative Permeability
Sondaj	Borehole

### 1. GİRİŞ

Dünya yüzeyi doğada tamamen düz bir yapıda değil, girintililerden ve çıkıntılardan oluşan engebeli bir yapıda bulunur. Girintili çıkıntılı bir yapıda bulunan düzensiz yüzeyler literatürde pürüzlü yüzey olarak adlandırılır. Pürüzlü yüzeylerin bu yapısının elektromanyetik saçılma üzerinde kayda değer bir etkisi bulunmaktadır. Tamamen düz bir yüzeyden yansıyan elektromanyetik dalgaların sadece aynasal yansıma yönünde saçılması beklenir. Pürüzlü yüzeylerden yansıyan elektromanyetik dalgalar ise, Şekil-1.1'de gösterildiği gibi kırınıma uğrayarak tek bir yönde değil birçok yönde dağılarak saçılır. Bu dağınık saçılma, elektromanyetik saçılma problemlerinin karmaşık bir hâl almasına yol açmaktadır.



Şekil-1.1 Düz ve pürüzlü yüzeyden yansıma

Pürüzlü dünya yüzeyinin elektromanyetik dalgaların yayılımına etkilerini gözlemlemek için günümüze kadar birçok araştırma yapılmıştır. Pürüzlü dünya yüzeyini konu alan elektromanyetik saçılma problemleri, radar sistemleri, uzaktan algılama, akustik, optik gibi çeşitli alanlarda çözülmeye çalışılarak pürüzlü yüzey davranışı incelenmektedir. Özellikle radar sistemleri alanında, cisimlerin hassas bir şekilde tespit edilmesi için pürüzlü yüzey etkilerinin iyi bir şekilde analiz edilmesi gerekmektedir (Şekil-1.2).

Pürüzlü dünya yüzeyinin altında bir cisim bulunduğu durumlarda ise problem daha da karmaşık bir hâl almaktadır. Pürüzlü yüzeyden kaynaklanan saçılmanın yanında yüzey altında bulunan cisimden kaynaklanan saçılma etkileri de dikkate alınmalıdır. Bu tür problemlerde pürüzlü yüzey, hava ve toprak ortamlarının arasında bulunan bir sınır gibi modellenmektedir. Farklı ortamlar arası geçiş elektromanyetik dalga saçılımını etkilemekle birlikte problemin modellenmesini ve çözümünü de zorlaştırmaktadır.

Pürüzlü dünya yüzeyi altında bulunan cisimlerden elektromanyetik saçılma problemi, elektromanyetik saçılma problemleri arasında araştırmacıların en çok ilgisini çeken konulardan biridir. Bu problemin çözümünün kullanıldığı başlıca uygulama alanları, yüzey dalgası yayılımı modellenmesi, uzaktan algılama, yer altında gömülü mayınların konum ve şekil tespiti, yer altındaki çatlakların ve fay hatlarının tespiti, yer altı boru hatlarının ve tünellerinin görüntülenmesidir.



Şekil-1.2 Pürüzlü yüzeyden kaynaklanan saçılma

Araştırmacılar, pürüzlü dünya yüzeyinden kaynaklanan elektromanyetik saçılma problemlerinin çözümünü en iyi şekilde yapabilmek için problem benzetimini gerçeğe en yakın şekilde yapmaya çalışmaktadırlar. Bu amaç doğrultusunda pürüzlü yüzeyi doğada bulunduğu şekilde modellemek büyük önem taşımaktadır. Yüzey ne kadar gerçekçi modellenirse, elde edilen sonuçlar gerçeğe daha yakın olacağından gömülü cisim tespiti gibi hassas sonuç gerektiren uygulamalar için ortam modellemesi en iyi şekilde yapılmalıdır. Pürüzlü dünya yüzeyinin doğada rastgele şekilde bulunması, yüzeyin modellenmesini ve saçılma probleminin çözümünü karmaşık hâle getirmektedir. Bu sebeple pürüzlü yüzeyden kaynaklanan saçılma problemlerini modellemek ve çözmek için birtakım istatistiksel ve stokastik yöntemlerden yararlanmak gerekmektedir [1] [2].

#### 1.1 Literatürde Pürüzlü Yüzey Modellemesi

Literatürde pürüzlü yüzeyler deterministik ve rastgele şekilde üretilen pürüzlü yüzeyler olmak üzere ikiye ayrılabilir. Deterministik pürüzlü yüzeyler önceden belirlenmiş formülasyonlar ile genellikle üçgen, kare veya sinüs eğrisi gibi basit formlarda modellenmektedir [3]. Fakat bu modeller doğada bulunan pürüzlü yüzey yapısını gerçekçi şekilde modellemek için yeterli olmadığından genellikle kullanılmaz.

Pürüzlü dünya yüzeyini doğada bulunduğu gibi rastgele şekilde modellemek için literatürde olasılık dağılımlarından yararlanılmaktadır. (Gaussian, üstel vb.) Rastgele pürüzlü yüzeyler stokastiktir ve genellikle birtakım olasılıksal terimler kullanılarak karakterize edilmektedir. Bu terimlerden varyans, pürüzlü yüzeyin karekök ortalama yüksekliğine karşılık gelir. Korelasyon uzunluğu ise iki yatay nokta arasındaki uzaklığın, yükseklikleri ile arasındaki korelasyonu ifade eder.

Pürüzlü yüzeyler, bulundukları ortama göre farklı yöntemler kullanılarak modellenmektedir. Kara yüzeyleri literatürde Garcia ve Stoll'ün geliştirdiği yöntem [4] ile karekök ortalama yükseklik ve korelasyon uzunluğu cinsinden modellenebilmektedir. Deniz yüzeyleri ise su dalgalarından oluştuğu için rüzgar hızı gibi dalgaların şeklini değiştirebilecek parametreleri de hesaba katarak modellenmektedir. Literatürde deniz yüzeylerini modellemek için sıklıkla başvurulan yöntemlerden birisi ise Pierson-Moskowitz'in geliştirdiği yöntemdir [5].

3

Garcia ve Stoll'ün geliştirdiği yöntem kullanılarak rastgele pürüzlü yüzeyler Gaussian olasılık dağılımı yardımı ile üretilebilir. Bu yöntemde yüzeyi oluşturan noktalar korele olmayan Gaussian olasılık dağılımı ile ortalaması sıfır ve varyansı karekök ortalama yükseliğe eşit olacak şekilde rastgele üretilir. Üretilen yüzey noktaları, Denklem-1.1'deki Gaussian filtresi ile konvolv edilerek korele hale getirilir. Bu denklemde x yüzey noktalarının yatay eksendeki kordinatlarını,  $\xi$  ise korelasyon uzunluğunu temsil etmektedir. Bu konvolüsyon işlemini en verimli şekilde uygulamak için ayrık hızlı Fourier dönüşümü algoritmalarından yararlanılmaktadır.

$$f(x) = e^{-\frac{x^2}{\xi^2/2}}$$
(1.1)

Şekil-1.2'de, 100 adet nokta kullanılarak korele edilmemiş Gaussian olasılık dağılımı ile oluşturulan bir boyutlu pürüzlü yüzey gösterilmiştir. Yüzeyi oluşturan noktaların karekök ortalama yükseklik değeri (varyansı) 0.1 metre, ortalama yüksekliği ise 0'dır.



Şekil-1.3 Korele Edilmemiş Yüzey

Şekil-1.4'de, Şekil-1.3'deki yüzeyin Gaussian filtresi ile konvolv edilerek farklı korelasyon uzunlukları için korele hale getirilmiş hali gösterilmektedir. Karekök ortalama uzunlukları 0.1 metre, ortalama yükseklikleri 0 metre olan üç farklı yüzeyin korelasyon uzunlukları sırasıyla 1 metre, 0.5 metre ve 0.1 metredir. Korelasyon uzunluğu azaldıkça yüzeydeki girintiler artmaktadır. Başka bir deyişle yüzeyin pürüzlülüğü artmaktadır.

Şekil-1.5'de ise korelasyon uzunluğu 0.5 metre olan karekök ortalama uzunlukları sırasıyla 0.1 metre, 0.3 metre ve 0.5 metre olan 3 farklı pürüzlü yüzey gösterilmiştir.



Şekil-1.4 Farklı Korelasyon Uzunlukları için Korele Edilmiş Bir Boyutlu Pürüzlü Yüzeyler(a) 1 metre (b) 0.5 metre (c) 0.1 metre



Şekil-1.5 Farklı Karekök Ortalama Yükseklik Değerleri için Korele Edilmiş Bir Boyutlu Pürüzlü Yüzeyler (a) 0.1 metre (b) 0.3 metre (c) 0.5 metre

Yüzeylerin ortalama yüksekliği 0 metredir. Görüldüğü üzere karekök ortalama yükseklik değerleri arttıkça yüzeylerdeki tepelerin yüksekliği artmakta, çukurların ise derinlikleri artmaktadır. Bu da yüzeyin pürüzlülüğünün artmasına sebep olmaktadır.

Bir boyutlu pürüzlü yüzeyler, iki boyutlu saçılma problemlerinde kullanılması için uygundur. Üç boyutlu saçılma problemleri için ise pürüzlü yüzeyin iki boyutta oluşturulması gerekmektedir. İki boyutlu pürüzlü yüzey elde etmek için kullanılması gereken Gaussian filtresi Denklem-1.2'deki gibi olmalıdır.

$$f(x,y) = e^{-\frac{x^2}{\xi^2/2}} e^{-\frac{y^2}{\xi^2/2}}$$
(1.2)

#### 1.2 Elektromanyetik Saçılma Problemleri

Elektromanyetik saçılma problemleri, düz elektromanyetik saçılma problemleri ve ters elektromanyetik saçılma problemleri olmak üzere iki başlık altında toplanabilir. Düz saçılma problemleri çözülerek belirli bir objenin veya sistemin elektromanyetik dalgalar ile aydınlatılması sonucu saçılan elektromanyetik alan hesaplanmaya çalışır. Ters saçılma problemleri çözülerek ise önceden hesaplanmış veya ölçülmüş saçılan elektromanyetik alan değerlerini kullanılarak objenin veya sistemin elektriksel özelliklerinin, şeklinin ve konumunun belirlenmesini amaçlanır.



Şekil-1.6 Düz Problem ve Ters Problem ilişkisi

Düz ve ters elektromanyetik saçılma problemleri Şekil-1.6'da gösterildiği gibi yinelemeli olarak birlikte kullanılır. Ters problemin çözümünden elde edilen obje veya sistem hakkındaki bilgiler, düz problemin çözümünde girdi olarak kullanılır. Düz problemin çözümünden elde edilen saçılan alan bilgisi daha önceden ölçülmüş veya hesaplanmış doğruluğu kesin saçılan alan bilgisi ile karşılaştırılarak ters problemden elde edilen verilerin doğruluğu test edilir. Ters problemin çözümü için genellikle optimizasyon yöntemlerinden yararlanılır ve düz problemden elde edilen saçılan alan bilgisinin hatası belli bir değerin altına düşünceye kadar obje veya sistem hakkındaki veriler optimize edilmeye çalışılır. Düz problemin çözümü için ise literatürde bulunan nümerik ve analitik yöntemler kullanılır.

#### 1.2.1 Düz Elektromanyetik Saçılma Problemlerinin Çözüm Yöntemleri

Düz elektromanyetik saçılma problemlerinin çözümü için literatürde çok sayıda yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemler Şekil-1.7'de gösterildiği gibi iki başlık altında toplanabilir. Bunlar analitik yöntemler ve nümerik yöntemlerdir.



Şekil-1.7 Düz Elektromanyetik Saçılma Problemlerinin Çözüm Yöntemleri

#### 1.2.1.1 Analitik Yöntemler

1950 yılından önce saçılma problemlerini bilgisayarlar yardımıyla çözmek mümkün olmadığından saçılma problemlerini çözmek için analitik yöntemlere başvurulması gerekmekteydi. Bu yöntemlerden seri açılımı yöntemi [6], değişkenlere ayırma yöntemi [7], Green fonksiyonu yaklaşımları gibi yöntemler birtakım fonksiyonlar üzerinden çözüm yapmaya çalışmaktadırlar. Bu yöntemler, karmaşık problemleri çözmek için yetersiz kalmaktadır ve yalnızca belirli basit geometrilerden oluşan problemler için kullanılabilmektedir.

Homojen bir kürenin düzlem dalga tarafından aydınlatılmasından kaynaklanan saçılmayı konu alan "Mie Saçılması" analitik yöntemler yardımıyla yapılan çözümlere bir örnektir. 1908 yılında Gustav Mie tarafından yayınlanan bu çözümde seri açılımından yararlanılarak homojen bir kürenin elektromanyetik saçılma özellikleri incelenmiştir.

Elektromanyetik dalgaların ışın optiği kurallarınca hareket ettiği varsayılarak geliştirilen yüksek frekans teknikleri de analitik yöntemler başlığı altında sınıflandırılmaktadır [8]. Yüksek frekans tekniklerinde, elektromanyetik dalganın homojen bir ortamda yayılırken bir ışın gibi davranarak düz çizgi şeklinde ilerlediği varsayılmaktadır. Yüksek frekans tekniklerinden bazıları Fiziksel Optik, Geometrik Optik, Geometrik Kırınım Teorisi, Fiziksel Kırınım Teorisi'dir. Bu yöntemlerde kullanılan yaklaşımlar sadece yüksek frekanslarda geçerli olduğundan elektriksel olarak büyük cisimleri içeren problemler için kullanıldığında tutarlı sonuçlar vermektedir.

Geometrik Optik, elektromanyetik dalganın bir ışın gibi yayıldığı varsayıldığında uyması gerek kurallar bütününü açıklar. Bu kurallara göre elektromanyetik dalga farklı bir ortam ile karşılaştığında Snell yasasınca ilerler ve kırılan ve yansıyan olmak üzere ikiye ayırılır. Fiziksel Optik ise ışınların temasta bulunduğu yüzeylerde oluşan akımların hesaplanmasında kullanılır. Bu iki teknik yüksek frekanslarda her ne kadar doğru sonuçlar verse de çoklu sekme ve kırınım gibi elektromanyetik dalga özelliklerini modelleyemediği için tek başına kullanıldıklarında yetersiz kalmaktadırlar. Kırınım etkilerini de hesaplayabilmek adına literatürde Geometrik Kırınım Teorisi ve Fiziksel Kırınım Teorisi gibi yöntemler geliştirilmiştir. Çoklu sekme etkilerini de hesaplamak için ise Geometrik Optik ve Fiziksel Optik yöntemlerinin ışın izleme algoritmalarıyla birlikte kullanılması ile geliştirilen Seken Işın Yöntemi literatürde yer edinmiştir.

#### 1.2.1.2 Nümerik Yöntemler

Nümerik yöntemler, problem geometrilerinin küçük parçalara ayrıklaştırıldıktan sonra bilgisayar yardımıyla tek tek çözülüp süperpoze edilmesine dayanmaktadır. Analitik yöntemlerin aksine nümerik yöntemler, geometriye bağlı çözüm yöntemleri olmadığı için karmaşık problemlerin çözümünde de kullanılabilmektedir. Günümüzde bilgisayarların gelişmesiyle birlikte karmaşık ve büyük problemler bile nümerik yöntemler yardımıyla hızlı bir şekilde çözülebilmektedir. Nümerik yöntemler ayrılmaktadır.

İntegral denklem tabanlı yöntemler daha çok homojen ve sınırı olmayan ortamları barındıran problemlerin çözümünde kullanılmaktadır. İntegral denklem tabanlı yöntemler, integral çekirdeğinde Green fonksiyonu bulundurdukları için önce probleme bağlı Green fonksiyonlarının çıkartılması gerekmektedir [9]. Homojen olmayan ortamlarda her ortam için ayrı ayrı Green fonksiyonu çıkartılması gerektiğinden integral denklem tabanlı yöntemleri kullanmak zordur.

Integral denklem tabanlı nümerik yöntemlerde üç boyutlu problemler için yüzey, iki boyutlu problemler için ise çizgi integrali kullanılarak işlem yapılmaktadır. Bu da problem boyutunun hesaplama sırasında bir boyut azalmasına neden olarak çözümde kullanılan bilinmeyen sayısının diferansiyel denklem tabanlı yöntemlere

göre daha az olmasını sağlamaktadır. Her ne kadar bilinmeyen sayısı diferansiyel tabanlı denklemlere göre daha az olsa da kullanılan matrislerin yoğun yapısı nedeniyle çözüm zor ve zaman alıcı olmaktadır. Çözüm için kullanılan matrislerin yoğun yapıda olmasının sebebi, ayrıklaştırılan parçalardaki çözümlerin diğer parçalardaki çözümlere bağımlı olmasından kaynaklanmaktadır. Literatürde en çok kullanılan integral denklem tabanlı nümerik yöntem Momentler Yöntemi'dir.

Diferansiyel denklem tabanlı yöntemler, Maxwell denklemlerinden elde edilen kısmi diferansiyel denklemlerin ayrıklaştırılmasıyla geliştirilmiştir. Diferansiyel denklem tabanlı yöntemler sınırlandırılmamış ortama sahip problemler için en uygundur. Sınırlı geometriye sahip problemler için ise Soğurucu Sınır Koşulları veya Tamamen Eşlenmiş Katman gibi teknikler kullanılarak diferansiyel denklem tabanlı yöntemlere uygun hale getirilmektedir [10].

Diferansiyel denklem tabanlı nümerik yöntemler, Green fonksiyonu içermediği için homojen olmayan ortamları içeren problemlerin çözümünde kullanılması için oldukça uygundur. İntegral denklem tabanlı nümerik yöntemlerin aksine her parçanın çözümü birbiriyle bağlantılı olmadığı için çözülmesi gereken sistem denklemindeki matris yoğun bir yapıda değildir. Seyrek yapıdaki matris denklemleri çözmek hesaplama yükü bakımından daha kolay olduğundan diferansiyel tabanlı nümerik yöntemler ile daha hızlı sonuç elde etmek mümkündür. Şekil-1.8'de seyrek ve yoğun matrisler temsili olarak gösterilmiştir.

Literatürde sıklıkla kullanılan diferansiyel denklem tabanlı yöntemlerden bazıları Sonlu Elemanlar Yöntemi [11], Sonlu Farklar Yöntemi ve aynı yöntemin zaman bölgesindeki karşılığı olan Zamanda Sonlu Farklar Yöntemidir.



Şekil-1.8 (a) Yoğun matris (b) Seyrek Matris

### 1.2.1.2.1 Momentler Yöntemi

Momentler Yöntemi, sınır değer problemlerini çözmeye çalışan integral denklem tabanlı bir nümerik yöntemdir [12]. Momentler Yöntemini kullanabilmek için öncelikle problem geometrisinin Momentler Yönteminde bilinmeyen olan akım veya elektriksel yük gibi kaynaklar, bilinen temel fonksiyonlar cinsinden bilinmeyen katsayılar ile ağırlıklandırılarak ifade edilir. Bilinen temel fonksiyonlar cinsinden yazılan bu yaklaşık ifadenin gerçek değerden farkına kalıntı denir.

Yöntemin amacı, kalıntı ifadesinin değerini en aza indirgeyerek çözümün gerçek değerine en yakın olmasını sağlamaktadır. Bu amaç doğrultusunda kalıntı ifadesi ile birtakım ağırlık fonksiyonlarının nokta çarpımının değeri sıfır olarak kabul edilir. Ağırlık fonksiyonlarının kullanılmasının sebebi bilinmeyen katsayı sayısı kadar denklem elde ederek çözümü gerçekleştirmektir. Elde edilen denklem kümesiyle oluşturulan matris denklemi çözülerek kaynakları ifade etmekte kullanılan bilinmeyen katsayılar hesaplanmaktadır.

Literatürde kaynakları ifade etmek için seçilen temel fonksiyonların türüne ve kullanılan ağırlık fonksiyonlarının türüne göre farklı momentler yöntemi yaklaşımları geliştirilmiştir.

### 1.2.1.2.2 Sonlu Elemanlar Yöntemi

Sonlu elemanlar yöntemi, sınır değer problemlerini çözmek için geliştirilmiş diferansiyel denklem tabanlı bir nümerik yöntemdir [11]. Bu yöntemi uygulayabilmek için öncelikle problem geometrisinin eleman adı verilen parçalara bölünerek ayrıklaştırılması gerekmektedir. Elemanlar Şekil-1.9'da gösterildiği üzere üçgen veya dörtgen gibi iki boyutlu şekillerde, eğer geometri üç boyutlu ise küp veya dört yüzlü (tetrahedron) gibi şekillerde de olabilmektedir.

Diferansiyel denklem, kısmi integral formülü kullanılarak zayıf forma çevrilir ve her bir eleman için uygulanır. Hesaplanmaya çalışılan bilinmeyen değişkenler, şekil fonksiyonları kullanılarak elemanlara tanımlanır ve her eleman için doğrusal denklem kümesi elde edilir. Elde edilen denklem kümeleri birleştirilerek küresel matris denklemi oluşturulur. Oluşturulan matris denklemi çözülerek bilinmeyen değişkenler hesaplanır.



Şekil-1.9 (a) Dörtgen (b) Üçgen elemanlar ile ayrıklaştırılmış geometri

Sonlu elemanlar yönteminin en büyük avantajı, eleman bazlı hesap yapan bir yöntem olmasından dolayı homojen olmayan problemler için bile uygulanması kolay bir yöntem olmasıdır. Ayrıca seyrek yapıda matris denklemi çözerek sonuca ulaştığı için Moment Yöntemi gibi yoğun yapıda matris denklemleri çözerek sonuca giden yöntemlerden daha az hesaplama yükü getirerek çözüm elde eder [13].

### 1.2.2 Ters Elektromanyetik Saçılma Problemlerinin Çözüm Yöntemleri

Ters elektromanyetik saçılma problemlerini çözmek, düz elektromanyetik saçılma problemlerini çözmeye göre daha zordur. Bunun en temel sebeplerinden biri düz saçılma problemlerinin çözümünün, ters saçılma problemlerini çözmek için bir ara çözücü olarak kullanılıyor olmasıdır. Bir diğer sebebi ise ters saçılma problemlerinin genellikle kötü koşullu olması dolayısıyla girdi değerlerindeki küçük hataların sonuçta çok büyük hatalara yol açmasıdır.

Ters elektromanyetik saçılma problemlerini çözmek için kullanılan yöntemler Şekil-1.10'da gösterildiği gibi iki başlık altında toplanabilir. Bunlar niceliksel yöntemler ve niteliksel yöntemlerdir. [14]



Şekil-1.10 Ters Elektromanyetik Saçılma Problemlerinin Çözüm Yöntemleri

Niceliksel yöntemler, optimizasyon yöntemlerini yinelemeli bir şekilde kullanarak çözüm yapmaya çalışan yöntemlerdir. Optimizasyon yöntemleri, obje veya sistem hakkındaki şekil, boyut ve elektriksel özellik (dielektrik katsayısı, manyetik geçirgenlik katsayısı, iletkenlik) bilgilerini optimize ederek düz problem çözümü için girdi sağlarlar. Düz problem, bu girdiler ile çözüldükten sonra elde edilen saçılan alan bilgisi önceden ölçülmüş veya doğruluğundan emin olunan saçılan alan bilgisi ile karşılaştırılarak doğruluğu test edilir. Bu test için ise literatürde maliyet fonksiyonu olarak bilinen Denklem-1.4'deki eşitlik kullanılır. Bu denklemde  $E_{ij}^{\delta}$  ölçülmüş veya referans alınan saçılan alan değerini,  $E_{ij}^{t}$  ise optimizasyon sonucu elde edilen girdiler kullanılarak çözülen düz saçılma problemi sonucu hesaplanan saçılan alan değerini temsil etmektedir. Bu iki değer arasındaki ortalama kare hata değeri, maliyet fonksiyonuna eşittir. Obje veya sistem hakkındaki bilgiler optimize edilerek maliyet fonksiyonu azaltılmaya çalışılmaktadır.

$$F(p) = \sum_{i} \sum_{j} ||E_{ij}^{0} - E_{ij}^{t}(p)||_{2}$$
(1.4)

Niceliksel yöntemlerden literatürde sıklıkla kullanılanlardan bazıları, genetik algoritma [15], parçacık sürü algoritması, karınca kolonisi algoritması, Newton metodu [16] ve gradyan algoritmalardır [17].

Niteliksel yöntemler, doğrusal olmayan elektromanyetik saçılma problemlerin, birtakım regülarizasyon işlemlerine tabi tutulduktan sonra doğrusal gibi davranılarak çözülmesine dayanır. Bir başka deyişle ters saçılma problemlerinin kötü koşullu yapısını iyileştirmeye çalışarak çözüme gitmeye çalışırlar. Bu yöntemler uygulanırken problemin tabi tutulduğu regülarizasyon işlemleri, denklemde bilgi kaybına yol açarlar. Bu nedenle niceliksel yöntemlere göre sonuçları daha az tutarlı olsa da doğrusal problemler çözerek sonuca ulaştıkları için hesaplama yükü bakımından daha az külfetlidirler ve çok daha kısa sürede sonuca ulaşabilmektedirler.

Niteliksel yöntemler, niceliksel yöntemlerden farklı olarak obje veya sistemin elektriksel özelliklerini bulmaya çalışmaz, yalnızca şekil ve konum hakkındaki bilgileri bulmaya çalışır. Bu da niteliksel yöntemlerin, niceliksel yöntemlere göre daha sınırlı kullanım alanına sahip olmasına neden olur.

Niteliksel yöntemlerden literatürde sıklıkla kullanılanlardan bazıları, doğrusal örnekleme yöntemi [18], topolojik hassasiyet yöntemi [19], tekil kaynaklar yöntemi, faktörizasyon yöntemidir.

### 1.3 Monte Carlo Tekniği

Monte Carlo tekniği, stokastik problemleri çok sayıda tekrarlanan rastgele örneklemelerle çözerek birtakım istatistiksel sonuçlar elde etmeye çalışan bir hesaplama algoritmasıdır. Fiziksel ve matematiksel problemlerin çözümünün diğer yöntemler ile yapılmasının imkansız veya çok zor olduğu durumlarda Monte Carlo tekniği kullanılarak sonuç elde etmeye çalışılmaktadır. [20]

Araştırmacılar, Monte Carlo tekniğini kullanarak girdi değerleri kesin olarak belirli olmayan ve girdilerin rastgele olarak üretilmesi gereken problemlerin davranışlarını incelemeye çalışırlar. Problem girdileri Monte Carlo tekniği ile rastgele şekilde üretilerek girdilerin problemin çözümünde elde edilen sonuçlara etkisinin incelenmesi amaçlanır.

Monte Carlo yöntemi genel olarak optimizasyon yöntemleri, nümerik yöntemler ile birlitke kullanılır ve stokastik problemlerin çözülerek problem hakkında istatistiksel bir analiz yapılmasına imkan sağlar.

### 1.4 Koordinat Dönüşümü

Koordinat dönüşümü tekniği, Maxwell denklemlerinin şekil değişmezlik özelliğinden yararlanılarak geliştirilen bir yöntem olup, problemin konu olduğu ortamın veya cismin koordinatlarının uzayda bükülerek değiştirildiği takdirde Maxwell denklemlerinin şeklinin değişmeyeceği prensibine dayanmaktadır. [21]

Koordinat dönüşümü tekniği kullanılarak problem geometrilerinin koordinatları, belirlenen ihtiyaç doğrultusunda istenilen şekilde değiştirilebilmekte ve problem çözümleri için esneklik sağlanmaktadır. Değiştirilen koordinatlar sayesinde yön bağımlı bir ortam oluşturularak, ortama maruz kalan elektromanyetik dalgaların kontrol edilmesi amaçlanmaktadır.

Koordinat dönüşümü sonucu ortamın şekli değişse de Maxwell denklemlerinin şekli değişmediği için uygulaması oldukça kolay olan bu teknik son zamanlarda araştırmacıların ilgisini çekmektedir. Literatürde koordinat dönüşüm tekniği, görünmezlik pelerini tasarımı [22], pürüzlü yüzey etkileri, radar kesit alanı azaltma gibi farklı elektromanyetik uygulamalarda kullanılmıştır.



Şekil-1.11 (a) Orijinal Koordinatlar (b) Dönüştürülmüş Koordinatlar

Şekil-1.11'de, temsili bir elektromanyetik dalganın yön vektörünün, orijinal koordinatlarda ve koordinat dönüşümü uygulandıktan sonra izlediği yol gösterilmiştir.

Sonlu elemanlar yöntemi ile birlikte kullanılabilen bir ortam sonlandırma yöntemi olan "Yerel Uyumlu Tamamen Eşlenmiş Katman" da koordinat dönüşümü tekniğinin kullanıldığı uygulamalara örnek olarak gösterilebilir [10]. Bu yöntem koordinatları kompleks koordinatlara dönüştürerek koordinat dönüşümü uygulanan ortamın dalga zayıflatıcı özelliğe sahip olmasını sağlamaktadır. Yöntemin bir diğer özelliği ise koordinat dönüşümü sonrası oluşturulan tamamen eşlenmiş katmanın kanonik yapıya sahip olmama zorunluluğudur. Böylece en karmaşık geometrilere sahip problemlerde bile diferansiyel denklem tabanlı nümerik yöntemlerin kullanılması için gerekli olan ortam sınırlandırması şartı yerine getirilmiş olmaktadır.

#### 1.5 Tezin Akışı

Tezin ikinci bölümünde, pürüzlü dünya yüzeyinin elektromanyetik dalga saçılımına etkisini incelemek için düz elektromanyetik saçılma probleminin, diferansiyel denklem tabanlı bir nümerik yöntem olan sonlu elemanlar yöntemi ile nasıl çözüldüğü anlatılmaktadır. Garcia ve Stoll'ün geliştirdiği yöntem ile kara yüzeyine ait pürüzlü yüzeyler farklı karekök ortalama yükseklikleri ve farklı korelasyon uzunlukları için üretilerek koordinat dönüşümü tekniği yardımıyla sonlu elemanlar yönteminin çözümünde kullanılacak ağ yapısına nasıl eklendiği gösterilmektedir. Son işlem aşamasında bistatik radar kesit alanı değerlerinin, Huygens prensibi yardımıyla nasıl hesaplandığı açıklanmaktadır.

Üçüncü bölümde Monte Carlo tekniği kullanılarak düz elektromanyetik saçılma problemleri üretilen çok sayıda farklı yüzey için çözülmüştür. Çözümden elde edilen saçılan alan değerleri kullanılarak toplam alan ve saçılan alan haritaları tek bir pürüzlü yüzey için gösterilmiştir. Karekök ortalama yükseklik, korelasyon uzunluğu, toprağın elektriksel özellikleri, gömülü bulunan cismin elektriksel özellikleri gibi parametreler değiştirilerek problemin sonucuna etkileri gözlemlenmiştir. Yapılan birtakım istatistiksel analizler ile bu parametrelerin saçılmaya etkileri hakkında genel bir yorum yapılmaya çalışılmıştır. Ayrıca son işlem aşamasında elde edilen bistatik
radar kesit alanı değerleri de gösterilerek farklı yüzeylerin radar kesit alanına etkileri incelenmiştir.

Dördüncü bölümde pürüzlü yüzey altında gömülü cisim bulunduğu durumda ters elektromanyetik saçılma probleminin niceliksel bir optimizasyon tekniği olan genetik algoritma yardımıyla nasıl çözüleceği anlatılmıştır.

Tezin beşinci bölümünde ise, pürüzlü yüzey altında gömülü cisim bulunduğu durumda ters elektromanyetik saçılma problemi, ilk bölümde kullanılan düz elektromanyetik saçılma probleminde kullanılan koordinat dönüşümü tabanlı sonlu elemanlar yöntemi ve genetik optimizasyon algoritması birlikte kullanılarak çözülmüştür. Farklı geometrideki gömülü objelerin şekli, konumu ve elektriksel özellikleri, ters elektromanyetik saçılma problemi çözülerek bulunmuştur. Monte Carlo tekniği ile yöntem birçok defa tekrar edilerek çözümün istatistiksel analizi yapılmıştır.

Altıncı bölümde ise tezden elde edilen genel sonuçlar ve ileride yapılabilecek çalışmalardan bahsedilmiştir.

# 2. DÜZ SAÇILMA PROBLEMİ ÇÖZÜMÜ

Bu bölümde düz elektromanyetik saçılma problemini çözmekte kullanılacak sonlu elemanlar yönteminin formülasyonu anlatılacaktır. Formülasyon anlatılırken Şekil-2.1'deki akış diyagramı izlenecektir. Öncelikle sonlu elemanlar yönteminde kullanılması için problem geometrisi elemanlara ayrıklaştırılarak ağ yapısı elde edilecektir. Daha sonra her bir eleman için doğrusal denklemler oluşturulacak ve bu elemanlara ait denklemler birleştirilerek bütün problemin çözümü için küresel denklem sistemi oluşturulacaktır. Elde edilen küresel denklem sistemi çözülerek elde edilen saçılan alan değerleri son işlem aşamasında kullanılarak radar kesit alanı hesabı yapılacaktır.



Şekil-2.1 Sonlu Elemanlar Yöntemi Akış Diyagramı

### 2.1 Sonlu Elemanlar Yöntemi İçin Ağ Oluşturulması

Düz elektromanyetik saçılma probleminin, sonlu elemanlar yöntemi ile çözülmesi için ilk bölümde de anlatıldığı gibi öncelikle problemin sonlu elemanlara ayrıklaştırılması gerekmektedir. Bu çalışmada iki boyutlu problem geometrisi, üçgen elemanlar ile ayrıklaştırılarak ağ yapısı oluşturulmuştur.



Şekil-2.2 Tekdüze Ağ Yapısı

İki boyutlu problemde bulunan bir boyutlu pürüzlü yüzeyin etkileri, koordinat dönüşümü tekniği kullanılarak ağ yapısına dahil edilmiştir. Bunun için öncelikle Şekil 2.2'de gösterildiği gibi tekdüze, pürüzlü yüzey koordinatlarını içermeyen genel bir ağ yapısı oluşturulmuştur. Pürüzlü yüzeyin bulunacağı bölge ağ yapısına dahil edilmemiştir (beyaz bölge). Bu bölgenin hemen üstünde ve altında yer alacak şekilde iki adet dönüşüm ortamı tanımlanmıştır (mavi bölgeler).

Pürüzlü yüzey, Bölüm 1.1'de anlatılan Garcia ve Stoll'ün geliştirdiği yöntemle oluşturulmuştur fakat ağ yapısına dahil edilmemiştir (Şekil-2.2). Dönüşüm ortamlarında yer alan koordinatlar, Denklem 2.1'de gösterilen koordinat dönüşümüne tâbi tutularak pürüzlü yüzey etkileri ağ yapısına dahil edilmektedir. [23]

$$\tilde{x} = x$$
,  $\tilde{y} = K(y - y_b) + y_c$   $K = \frac{|y_a - y_c|}{|y_a - y_b|}$  (2.1)

Bu denklemde, (x, y) dönüşümden önceki orijinal koordinatları,  $(\tilde{x}, \tilde{y})$  ise dönüşümden sonra elde edilen koordinatları temsil etmektedir.  $y_a$  ve  $y_b$ , etkisi dahil edilmek istenilen pürüzlü yüzey noktasıyla aynı dik doğru üzerinde yer alan  $P_a$  ve  $P_b$ sınır noktalarının ordinatlarına eşittir.  $y_c$  ise bu pürüzlü yüzey noktasının ordinatına eşittir.



Şekil-2.3 Dönüşüm Ortamı ve Pürüzlü Yüzey

Eğer pürüzlü yüzey noktasının ordinat değeri sıfırdan küçük ise alt kısımdaki dönüşüm ortamı kullanılmakta, eğer pürüzlü yüzey noktasının ordinat değeri sıfırdan büyük ise üst kısımdaki dönüşüm ortamı kullanılmaktadır.

Koordinat dönüşümü tekniği uygulandıktan sonra dönüşüm ortamlarında bulunan düğüm noktaları, boş bırakılan beyaz bölgede örtüşerek pürüzlü yüzeyin etkilerini gösteren bir ortama dönüşmektedir (Şekil-2.4'de mavi bölge). Bu yöntem kullanılarak istenilen pürüzlü yüzeyin etkileri tekdüze hazırlanmış ağ yapısına kolayca eklenebilmektedir ve her defasında ağ yapısını baştan oluşturmaya gerek kalmamaktadır.



Şekil-2.4 Koordinat Dönüşümünden sonra Ağ Yapısı

Tekdüze ağ yapısı oluşturulurken boş bırakılan bölgenin altındaki elemanlar toprak, üstündeki elemanlar havaya (serbest uzay) ait olacak şekilde gruplandırılmış ve elemanlara ait elektriksel parametreler bu gruplandırmaya göre tanımlanmıştır. Ağ yapısı, bir diğer koordinat dönüşümü tekniği uygulaması olan Tamamen Eşlenmiş Katman kullanılarak sonlandırılmıştır. Tamamen Eşlenmiş Katman, problem geometrisinin sınırlarının ötesine giden dalgaları sönümlendirerek problemi sonlu elemanlar yöntemi için uygun hale getiren yapay bir katmandır (Şekil-2.2'de pembe bölgeler). [10] Ayrıca problem geometrisinin sınırlarından oluşabilecek yansımaların önüne geçerek elde edilecek sonuçların gerçekçi olmasını sağlamaktadır.

Tamamen Eşlenmiş Katman, Denklem 2.2'de gösterilen karmaşık değerli koordinat dönüşümü ile elde edilmektedir.

$$\tilde{r} = r + \frac{\beta \xi^m}{jkmd_{PML}^{m-1}} \,\hat{a}_{\xi} \tag{2.2}$$

Bu denklemde  $\tilde{r}$  karmaşık değerli koordinat dönüşümü sonucu elde edilen Tamamen Eşlenmiş Katman koordinatlarını, r dönüşümden önceki orijinal koordinatları, k dalga numarası değerini,  $\beta$  5k ve 10k arasında pozitif bir değeri, m2 veya 3 değerlerini alabilen zayıflama oranı değerini,  $d_{PML}$  dönüştürülen noktaya ait kalınlık değerini temsil etmektedir.  $\hat{a}_{\xi}$  ise zayıflama yönündeki birim vektördür.

Bu çalışmada ayrıca gelen elektrik alan Hanning pencere fonkisyonu ile nümerik olarak zayıflatılarak ağ yapısının sınırlarında bulunan kenarlardan kaynaklanan, gerçekte gözlemlenmeyen kenar etkileri ortadan kaldırılmıştır [24]. Pencere fonksiyonunun uygulandığı bölge Tamamen Eşlenmiş Katman sınırlarından hemen önce yer almaktadır. (Şekil-2.5)



Şekil-2.5 Pencereleme Fonksiyonu ve Pencereleme Bölgesi

Pürüzlü yüzey altında gömülü bir cisim bulunduğu durumlarda ise tekdüze ağ yapısı oluşturulurken cisim koordinatları da ağ yapısına dahil edilmektedir. Bunun için literatürde B-spline eğri uyarlaması adı verilen bir teknik kullanılmaktadır [25]. Bu teknik ile cismin şekli birtakım kontrol noktaları kullanılarak parçalı polinomsal fonksiyonlar ile oluşturulmaktadır. Bu kontrol noktaları yardımıyla cisme istenilen şekil verilebilmektedir. n + 1 adet kontrol noktası ile tanımlanan spline eğrisi aşağıdaki formül ile ifade edilmektedir:

$$C(t) = \sum_{i=0}^{n} B_i N_{i,k}(t), \quad n > k+1, t \in [t_{k-1}, t_{n+1}]$$
(2.3)

Bu denklemde  $N_{i,k}(t)$ , eğriyi tanımlayan k'inci dereceden polinomları,  $B_i$  kontrol noktalarının çemberin merkezinden uzaklıklarını temsil etmektedir. Polinomlar n + k + 1 elemana sahip knot serisi şeklinde tanımlanmaktadır.



Şekil-2.6 (a) Yuvarlak cisim (b) Kontrol noktaları ile yeniden oluşturulan cisim

Şekil-2.6'da gösterildiği gibi belirli bir yarıçapa sahip çember ağ yapısına eklenmektedir. Çember üstünde bulunan kontrol noktalarının (kırmızı noktalar) merkeze olan uzaklıkları değiştirilerek cismin şekli değiştirilmiştir. Bu örnekte kontrol noktalarının merkeze olan uzaklıkları rasgele olacak şekilde seçilmiştir.

Gömülü cisim oluşturulduktan sonra MATLAB'da bulunan arama fonksiyonları kullanılarak cismin içinde bulunan üçgen elemanlar tespit edilmektedir. Bu sayede cisme ait elemanlara istenen elektriksel parametreler tanımlanabilmektedir. Şekil-2.6'da cisme ait elemanların orta noktaları siyah noktalar ile gösterilmiştir. Şekil-2.7'de ise cisim eklendikten sonra ağ yapısının son hâli gösterilmiştir.



Şekil-2.7 Gömülü cisim ile birlikte ağ yapısı

#### 2.2 Sonlu Elemanlar Yöntemi Formülasyonu

Düz elektromanyetik saçılma problemlerini sonlu elemanlar yöntemi ile çözmek için öncelikle Maxwell denklemleri yardımıyla dalga denklemleri elde edilmelidir. Kaynaksız ortamda, koordinat dönüşümüne dahil olmayan orijinal koordinatlar için klasik Maxwell denklemleri kullanılmaktadır:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) = -j\omega\mu \vec{H}(\vec{r}) \tag{2.4a}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}) = j\omega \varepsilon \vec{E}(\vec{r})$$
 (2.4b)

Koordinat dönüşümü sonrası oluşan ortamın elektriksel özellikleri değişmese de elektrik ve manyetik alan üstündeki etkilerini göstermek için metamalzeme ortam gibi formüle edilebilir. Yön-bağımlı ortamlar için elektrik ve manyetik geçirgenlik tensörleri kullanılmaktadır:

$$\overline{\overline{\varepsilon}} = \varepsilon \overline{\overline{\Lambda}} , \qquad \overline{\overline{\mu}} = \mu \overline{\overline{\Lambda}}$$
(2.5)

$$\overline{\overline{\Lambda}} = \delta_{\overline{\overline{J}}} (\overline{\overline{J}}^T \cdot \overline{\overline{J}})^{-1}$$
(2.6)

Bu denklemde,  $\delta_{\overline{J}}$ , Jacobian tensörününün determinantını temsil eder. Jacobian tensörü kartezyen koordinat sisteminde Denklem 2.6'da gösterildiği şekilde hesaplanır:

$$\bar{J} = \frac{\partial(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})}{\partial(x, y, z)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} & \frac{\partial \tilde{x}}{\partial y} & \frac{\partial \tilde{x}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} & \frac{\partial \tilde{y}}{\partial y} & \frac{\partial \tilde{y}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tilde{z}}{\partial x} & \frac{\partial \tilde{z}}{\partial y} & \frac{\partial \tilde{z}}{\partial z} \end{bmatrix}$$
(2.7)

Düz elektromanyetik saçılma problemi, *z* eksenin sonsuz uzunlukta olduğu varsayılarak çözülmeye çalışıldığı için *z* yönünde değişken değildir. Böylece Jacobian tensörü Denklem 2.7'de gösterildiği gibi sadeleştirilebilir:

$$\overline{\overline{J}} = \frac{\partial(\widetilde{x}, \widetilde{y}, \widetilde{z},)}{\partial(x, y, z)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \widetilde{x}}{\partial x} & \frac{\partial \widetilde{x}}{\partial y} & 0\\ \frac{\partial \widetilde{y}}{\partial x} & \frac{\partial \widetilde{y}}{\partial y} & 0\\ 0 & 0 & \frac{\partial \widetilde{z}}{\partial z} \end{bmatrix}$$
(2.8)

Jacobian tensörleri, şekil fonksiyonları kullanılarak yön bağımlı ortamdaki her bir eleman için nümerik olarak hesaplanabilmektedir. Ağ yapısı, bu problemin çözümünde üçgen elemanlar kullanılarak oluşturulduğu için her eleman üç düğüm noktasına sahiptir. Jacobian tensörünü daha kolay hesaplamak amacıyla bu düğüm noktaları, isoparametrik eşleme yardımıyla kartezyen koordinatlardan yerel koordinatlara ( $\xi$ ,  $\eta$ ) taşınır. Yerel koordinatlar cinsinden yeniden tanımlanan elemana, ana eleman (master element) denir. [13]



Şekil-2.8 İsoparametrik Eşleme

İsoparametrik eşleme, Denklem 2.8'deki formül kullanılarak gerçekleştirilir.

$$x = \sum_{i=1}^{3} x_i N_i (\xi, \eta) \quad y = \sum_{i=1}^{3} y_i N_i (\xi, \eta)$$
(2.9)

Dönüştürülmüş koordinatlarda da benzer şekilde ifade edilir:

$$\tilde{x} = \sum_{i=1}^{3} \tilde{x}_i N_i \left(\xi, \eta\right) \quad \tilde{y} = \sum_{i=1}^{3} \tilde{y}_i N_i \left(\xi, \eta\right) \tag{2.10}$$

Burda  $N_i(\xi, \eta)$  şekil fonksiyonunu temsil etmektedir ve Denklem 2.9'da tanımlanmıştır.

$$N_1 = 1 - \xi - \eta, \quad N_2 = \xi, \quad N_3 = \eta$$
 (2.11)

Denklem 2.10'da şekil fonksiyonuna ait değerleri yerine yazıldığında:

$$\tilde{x} = \tilde{x}_1 + (\tilde{x}_2 - \tilde{x}_1)\xi + (\tilde{x}_3 - \tilde{x}_1)\eta$$
(2.12a)

$$\tilde{y} = \tilde{y}_1 + (\tilde{y}_2 - \tilde{y}_1)\xi + (\tilde{y}_3 - \tilde{y}_1)\eta$$
 (2.12b)

Elde edilen değerlerin yerel koordinat sisteminde  $\xi$  ve  $\eta$  cinsinden türevi alındığında Jacobian matrisini oluşturan kısmi türevleri zincir kuralı yardımıyla hesaplamak mümkün olmaktadır:

$$\frac{\partial \tilde{x}}{\partial \xi} = (\tilde{x}_2 - \tilde{x}_1) \tag{2.13a}$$

$$\frac{\partial \tilde{x}}{\partial \eta} = (\tilde{x}_3 - \tilde{x}_1) \tag{2.13b}$$

$$\frac{\partial \tilde{y}}{\partial \xi} = (\tilde{y}_2 - \tilde{y}_1) \tag{2.13c}$$

$$\frac{\partial \tilde{y}}{\partial \eta} = (\tilde{y}_3 - \tilde{y}_1) \tag{2.13d}$$

Zincir kuralı uygulandıktan sonra, Jacobian tensörünü oluşturan kısmi türev değerleri Denklem 2.13'deki gibi elde edilir:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tilde{x}}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 - \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_3 - \tilde{x}_1 \end{bmatrix}$$
(2.14a)

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tilde{y}}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{y}_2 - \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_3 - \tilde{y}_1 \end{bmatrix}$$
(2.14b)

Jacobian tensörü elde edilen kısmi türev değerleri hesaplandıktan sonra, koordinat dönüşümü uygulanan ortamdaki elektrik ve manyetik alan değerleri ve eşdeğeri olan metamalzeme ortamdaki elektrik ve manyetik alan arasındaki ilişki aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\vec{E}\left(\tilde{\vec{r}}\right) = (\bar{\vec{J}}^T)^{-1} \cdot \vec{\vec{E}}(\vec{r})$$
(2.15a)

~

$$\vec{H}(\tilde{\vec{r}}) = (\bar{\vec{J}}^T)^{-1} \cdot \tilde{\vec{H}}(\vec{r})$$
(2.15b)

Maxwell denklemlerinin koordinat dönüşümü altında şekil değiştirmeme (form invariance) özelliğine dayanarak Maxwell denklemleri, orijinal koordinatlar ve metamalzeme ortamın elektriksel özellikleri kullanılarak aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\vec{\nabla} \times \tilde{\vec{E}}(\vec{r}) = -j\omega\bar{\mu}\tilde{\vec{H}}(\vec{r})$$
(2.16a)

$$\vec{\nabla} \times \tilde{\vec{H}}(\vec{r}) = j\omega \bar{\bar{e}} \tilde{\vec{E}}(\vec{r})$$
(2.16b)

Koordinat dönüşümü uygulanan ortamda ise Maxwell denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{\tilde{r}}) = -j\omega\mu\vec{H}(\vec{\tilde{r}})$$
 (2.17a)

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}(\tilde{\vec{r}}) = j\omega\varepsilon\vec{E}(\tilde{\vec{r}})$$
 (2.17b)

Bu denklemlerde  $\tilde{\vec{\nabla}}$ , dönüşüm uygulanmış ortamdaki nabla işlemcisidir ve  $[\bar{J}^{-1}]^T \cdot \vec{\nabla}$  ifadesine eşittir.

Denklem 2.16 ve Denklem 2.17 kullanılarak yapılan çözümler birbirine eşdeğerdir. Bu çalışmada koordinat dönüşümü tekniği, dönüşüm ortamlarında bulunan koordinatların elde edilen yeni koordinatlarla değiştirilmesi ile uygulandığı için, Denklem 2.17'de verilen Maxwell denklemleri kullanılarak çözüm yapılacaktır.

Dalga denklemi elektrik alan için çıkarılacaktır ve  $TM_z$  durumunda z ekseninde sonsuz uzunlukta olduğu varsayılarak işlem yapılacaktır. Maxwell denklemlerini kullanarak dalga denklemini elde etmek için öncelikle Denklem 2.17a'daki manyetik alan vektörü aşağıdaki gibi yalnız bırakılmalıdır:

$$\vec{H}(\tilde{\vec{r}}) = \frac{\tilde{\vec{\forall}} \times \vec{E}(\tilde{\vec{r}})}{-j\omega\mu}$$
(2.18)

Bu manyetik alan vektörü, Denklem 2.16b'de yerine yazılırsa:

$$\widetilde{\vec{\nabla}} \times \widetilde{\vec{\nabla}} \times \vec{E}(\tilde{\vec{r}}) = -j\omega\mu(j\omega\varepsilon\vec{E}(\tilde{\vec{r}}))$$
(2.19)

Denklem 2.19 düzenlenirse:

$$\widetilde{\vec{\nabla}} \times \widetilde{\vec{\nabla}} \times \vec{E}(\tilde{\vec{r}}) = \omega^2 \mu \varepsilon \vec{E}(\tilde{\vec{r}})$$
(2.20)

Denklem 2.20'de  $\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0$  yerine dalga numarasının karesi ( $k^2$ ) yazılabilir:

$$\widetilde{\vec{\nabla}} \times \widetilde{\vec{\nabla}} \times \vec{E}(\tilde{\vec{r}}) - k_0^2 \mu_r \varepsilon_r \vec{E}(\tilde{\vec{r}}) = 0$$
(2.21)

Denklem 2.21'deki  $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}$  ifadesi vektör hesabı özdeşlikleri kullanarak aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir:

$$\widetilde{\vec{\nabla}} \times \widetilde{\vec{\nabla}} \times \vec{E} = \widetilde{\vec{\nabla}} \left( \widetilde{\vec{\nabla}} \cdot \vec{E} \right) - \widetilde{\vec{\nabla}}^2 \vec{E}$$
(2.22)

 $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}$  terimi kaynak bağımsız ortamda sıfıra eşit olduğundan  $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\vec{\nabla}^2 \vec{E}$ yazılabilir. Ortamın manyetik geçirgenlik katsayısı 1 olarak kabul edilirse Helmholtz denklemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\widetilde{\vec{\nabla}}^2 \vec{E} + k_0^2 \varepsilon_r \vec{E} = 0$$
(2.23)

Düz elektromanyetik saçılma problemlerini çözerken saçılan alanı bulmak için toplam elektrik alan değerinin gelen ve saçılan alanın toplamı olarak yazılması gerekmektedir. Elektrik alan vektörünün sadece z bileşeni olduğu da hesaba katılarak dalga denklemi yeniden yazıldığında Denklem 2.24'deki gibi gösterilir:

$$\widetilde{\nabla}^{2}\left(E_{z}^{Saçilan} + E_{z}^{Gelen}\right) + k_{0}^{2}\varepsilon_{r}\left(E_{z}^{Saçilan} + E_{z}^{Gelen}\right) = 0$$
(2.24)

Gelen elektrik alan ve saçılan elektrik alan değerleri ayrı taraflarda yazıldığında:

$$\widetilde{\vec{\nabla}}^2 E_z^{Saçılan} + k_0^2 \varepsilon_r E_z^{Saçılan} = -(\widetilde{\vec{\nabla}}^2 E_z^{Saçılan} + k_0^2 \varepsilon_r E_z^{Saçılan})$$
(2.25)

 $\widetilde{\nabla}^2 E_z^{Gelen} + k_0^2 \varepsilon_r E_z^{Gelen}$  önceden bilinen gelen elektrik alan vektörüne bağlı denklemdir ve bu denklem f olarak tanımlanırsa aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\widetilde{\vec{\nabla}}^2 E_z^{Sacilan} + k_0^2 \varepsilon_r E_z^{Sacilan} = -f$$
(2.26)

f değeri hava gibi dielektrik olmayan ortamlarda ve mükemmel elektrik iletken olan ortamlarda sıfıra eşittir. Ayrıca mükemmel elektrik iletken ortamlarda  $\vec{E}^{Gelen} = -\vec{E}^{Saçılan}$  sınır koşulunu sağlamak zorundadır.

Dalga denklemi istenilen biçimde oluşturulduktan sonra zayıf varyasyonel hâle dönüştürülmelidir. Bunun için Denklem 2.26'nın her iki tarafı da ağırlık fonksiyonu ile çarpılıp her iki tarfın da yüzey integrali alınmalıdır:

$$\int w \left[ \widetilde{\nabla}^2 E_z^{Saçılan} + k_0^2 \varepsilon_r E_z^{Saçılan} \right] ds = -\int w f ds$$
(2.27)

Denklem 2.27'deki  $w\left[\widetilde{\nabla}^2 E_z^{Saçılan}\right]$  ifadesi,  $\vec{\nabla} \cdot (\psi \vec{A}) = \psi \overrightarrow{\nabla} \cdot \vec{A} + \overrightarrow{A} \cdot \vec{\nabla} \psi$  vektör hesabı özdeşliği kullanılarak yeniden yazılırsa:

$$\vec{A} = \widetilde{\vec{\nabla}} E_z^{Saçılan}$$
,  $\psi = w$  (2.28)

$$w\left[\vec{\nabla}^2 E_z^{Saçılan}\right] = \vec{\nabla} \cdot \left(w\vec{\nabla} E_z^{Saçılan}\right) - \vec{\nabla} E_z^{Saçılan} \cdot \vec{\nabla} w \qquad (2.29)$$

Elde edilen bu eşitlik Denklem 2.27'da yerine yazılırsa:

$$\int [\vec{\nabla} E_z^{Saçılan} \cdot \vec{\nabla} w] \, ds + \int \left( w \vec{\nabla} E_z^{Saçılan} \right) \cdot \hat{n} dl - \int w k_0^2 \varepsilon_r E_z^{Saçılan} ds = \int w f \, ds \qquad (2.30)$$

Denklem 2.30'da bulunan  $\int \left( w \widetilde{\nabla} E_z^{Saçılan} \right) \cdot \hat{n} dl$  çizgi integrali, iki boyutlu Divergence teoreminin uygulanması sonucu aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\int \vec{\nabla} \cdot \left( w \vec{\nabla} E_z^{Saçılan} \right) ds = \int \left( w \vec{\nabla} E_z^{Saçılan} \right) \cdot \hat{n} dl$$
(2.31)

Bu çizgi integrali, Dirichlet sınır koşullarının uygulandığı problemler için ihmal edilebilmektedir. Bunun sebebi, komşu iki eleman için bu çizgi integralin sonuçlarının birbirini götürmesidir. Sınır koşulları küresel matris denklemini oluştururken dahil edilecektir. Bu durumda Denklem 2.29 aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir:

$$\int [\vec{\nabla} E_z^{Saçılan} \cdot \vec{\nabla} w] \, ds - \int w k_0^2 \varepsilon_r E_z^{Saçılan} ds = \int w f \, ds \tag{2.32}$$

$$\widetilde{\vec{\nabla}} E_z^{Saçılan} \cdot \widetilde{\vec{\nabla}} w = \left( \hat{a}_x \frac{\partial E_z^{Saçılan}}{\partial \tilde{x}} + \hat{a}_y \frac{\partial E_z^{Saçılan}}{\partial \tilde{y}} \right) \cdot \left( \hat{a}_x \frac{\partial w}{\partial \tilde{x}} + \hat{a}_y \frac{\partial w}{\partial \tilde{y}} \right)$$
$$= \frac{\partial E_z^{Saçılan}}{\partial \tilde{x}} \frac{\partial w}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial E_z^{Saçılan}}{\partial \tilde{y}} \frac{\partial w}{\partial \tilde{y}}$$
(2.33)

Denklem 2.22 kullanılarak e'inci eleman için zayıf varyasyonel hâl aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\int \left[ \frac{\partial E^e}{\partial \tilde{x}} \frac{\partial w}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial E^e}{\partial \tilde{y}} \frac{\partial w}{\partial \tilde{y}} \right] ds - \int w k_0^2 \varepsilon_r E^e ds = \int w f ds$$
(2.34)

Denklem 2.34'de bilinmeyen olan saçılan elektrik alanı şekil fonksiyonları kullanılarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$E^{e}(\tilde{x}, \tilde{y}) = \sum_{j=1}^{3} E_{j}^{e} N_{j}^{e} \left(\tilde{x}, \tilde{y}\right)$$
(2.35)

Galerkin yöntemine göre kullanılan ağırlık fonksiyonları ile şekil fonksiyonları aynı seçilmelidir. Buna göre Denklem 2.34 şu şekilde yazılabilir:

$$\int \left[\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left(\sum_{j=1}^{3} E_{j}^{e} N_{j}^{e}\right) \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \left(\sum_{j=1}^{3} E_{j}^{e} N_{j}^{e}\right) \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \tilde{y}}\right] ds - \int k_{0}^{2} \varepsilon_{r} \left(\sum_{j=1}^{3} E_{j}^{e} N_{j}^{e}\right) N_{i}^{e} ds = \int N_{i}^{e} f ds$$

$$(2.36)$$

Denklem aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

$$\sum_{j=1}^{3} E_{j}^{e} \underbrace{\left(\int \left[\frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \tilde{x}} \frac{\partial N_{j}^{e}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \tilde{y}} \frac{\partial N_{j}^{e}}{\partial \tilde{y}}\right] ds - \int k_{0}^{2} \varepsilon_{r} N_{i}^{e} N_{j}^{e} ds}_{A_{ij}^{e}} = \underbrace{\int N_{i}^{e} f ds}_{b_{i}^{e}}$$
(2.37)

Bu denklemde vurgulanan  $A^e$ , 3x3 boyutundaki eleman matrisidir.  $b^e$  ise 3x1 boyutundaki sağ taraf vektörüdür.

$$A^e u^e = b^e \tag{2.38}$$

Denklem 2.38'de gösterilen matris denkleminde  $u^e$  3x1 boyutundaki bilinmeyen vektörüdür. Düz elektromanyetik saçılma probleminde bilinmeyen saçılan alan olduğu için  $u^e$  saçılan alana ait düğüm değerlerini taşıyan vektördür.

Eleman matrisi olan *A<sup>e</sup>*'yi elde etmek için hesaplanması gereken Denklem 2.36'daki integrali daha kolay hesaplamak adına isoparametrik eşleme yöntemi kullanılabilir. Bunun için Denklem 2.6'dakine benzer bir Jacobian matrisi tanımlamak gerekmektedir.

$$\bar{\bar{J}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial \xi} & \frac{\partial \tilde{y}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \tilde{x}}{\partial \eta} & \frac{\partial \tilde{y}}{\partial \eta} \end{bmatrix}$$
(2.39)

Bu Jacobian matrisi kartezyen koordinatlar ile yerel koordinatları arasındaki ilişkiyi tanımlamaktadır. Şekil fonksiyonuna ait değerler yeniden yazılırsa:

$$\tilde{x} = \tilde{x}_1 + (\tilde{x}_2 - \tilde{x}_1)\xi + (\tilde{x}_3 - \tilde{x}_1)\eta$$
 (2.40a)

$$\tilde{y} = \tilde{y}_1 + (\tilde{y}_2 - \tilde{y}_1)\xi + (\tilde{y}_3 - \tilde{y}_1)\eta$$
 (2.40b)

Denklem 2.37'deki kısmi türev ifadelerini bulmak için Denklem 2.40'in türevi  $\eta$  ve  $\xi$ 'ye göre alınırsa:

$$\frac{\partial \tilde{x}}{\partial \xi} = (\tilde{x}_2 - \tilde{x}_1) \tag{2.41a}$$

$$\frac{\partial \tilde{x}}{\partial \eta} = (\tilde{x}_3 - \tilde{x}_1) \tag{2.41b}$$

$$\frac{\partial \tilde{y}}{\partial \xi} = (\tilde{y}_2 - \tilde{y}_1) \tag{2.41c}$$

$$\frac{\partial \tilde{y}}{\partial \eta} = (\tilde{y}_3 - \tilde{y}_1) \tag{2.41d}$$

Bu değerler Jacobian matrisinde yerine konulursa:

$$\bar{\bar{J}} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 - \tilde{x}_1 & \tilde{y}_2 - \tilde{y}_1 \\ \tilde{x}_3 - \tilde{x}_1 & \tilde{y}_3 - \tilde{y}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{21}^e & \tilde{y}_{21}^e \\ \tilde{x}_{31}^e & \tilde{y}_{31}^e \end{bmatrix}$$
(2.42)

elde edilir. Jacobian matrisi kullanılarak Denklem 2.37'deki kısmi türevler x ve y'ye göre yazılmıştır. Bu türevleri  $\eta$  ve  $\xi$ 'ye göre yazmak için Jacobian matrisi aşağıdaki gibi kullanılmaktadır:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i^e}{\partial \tilde{x}} \\ \frac{\partial N_i^e}{\partial \tilde{y}} \end{bmatrix} = \bar{J}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i^e}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i^e}{\partial \eta} \end{bmatrix}$$
(2.43)

Jacobian matrisinin tersi aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\bar{J}^{-1} = \left(\frac{1}{\det(\bar{J})}\right) \begin{bmatrix} \tilde{y}_{31}^e & -\tilde{y}_{21}^e \\ -\tilde{x}_{31}^e & \tilde{x}_{21}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11}^* & J_{12}^* \\ J_{21}^* & J_{22}^* \end{bmatrix}$$
(2.44)

Bu eşitlik yardımıyla kısmi türevler şu şekilde yazılabilir:

$$\frac{\partial N_i^e}{\partial \tilde{x}} = J_{11}^* \frac{\partial N_i^e}{\partial \xi} + J_{12}^* \frac{\partial N_i^e}{\partial \eta}$$
(2.45a)

$$\frac{\partial N_i^e}{\partial \tilde{y}} = J_{21}^* \frac{\partial N_i^e}{\partial \xi} + J_{22}^* \frac{\partial N_i^e}{\partial \eta}$$
(2.45b)

Elde edilen kısmi türev eşitlikleri, Denklem 2.38'deki eleman matrisini tanımlamak için kullanılan integral denkleminde yerine yazılırsa:

$$A_{ij}^{e} = \iint \left[ \left( J_{11}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{12}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{11}^{*} \frac{\partial N_{j}^{e}}{\partial \xi} + J_{12}^{*} \frac{\partial N_{j}^{e}}{\partial \eta} \right) + \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{j}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{j}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{j}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{e}}{\partial \eta} \right) \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{*}}{\partial \xi} + J_{22}^{*} \frac{\partial N_{i}^{*}}{\partial \xi} \right) \right) \right) \left( J_{21}^{*} \frac{\partial N_{i}^{*} \frac{\partial N_{i}$$

$$b_i^e = \iint N_i^e f |J| d\xi d\eta \qquad (i = 1, 2, 3) \qquad (2.47)$$

3x3 boyutundaki  $A_{ij}^e$  eleman matrisini doldurmak için Denklem 2.46'daki integrallerin hesaplanması gerekmektedir. Jacobian matrisinin tersinin elemanları Denklem 2.44'de bulunmuştur, kısmi türevlerin değerleri de aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial N_1}{\partial \xi} = -1, \ \frac{\partial N_2}{\partial \xi} = 1, \ \frac{\partial N_3}{\partial \xi} = 0$$
 (2.48a)

$$\frac{\partial N_1}{\partial \eta} = -1, \ \frac{\partial N_2}{\partial \eta} = 0, \ \frac{\partial N_3}{\partial \eta} = 1$$
 (2.48b)

Buna göre  $A_{ij}^e$  eleman matrisinin girdileri aşağıdaki gibi olur:

$$A_{11}^{e} = \int_{0}^{1} \int_{0}^{1-\eta} \left[ \frac{\tilde{y}_{23}^{e}}{|J|} \frac{\tilde{y}_{23}^{e}}{|J|} + \frac{\tilde{x}_{32}^{e}}{|J|} \frac{\tilde{x}_{32}^{e}}{|J|} \right] |J| d\xi d\eta - k_{0}^{2} \varepsilon_{r} \int_{0}^{1} \int_{0}^{1-\eta} (1-\xi-\eta)^{2} |J| d\xi d\eta = \frac{1}{2|J|} \left[ (\tilde{y}_{23}^{e})^{2} + (\tilde{x}_{32}^{e})^{2} \right] - \frac{k_{0}^{2} \varepsilon_{r} |J|}{12}$$
(2.49a)

$$A_{12}^{e} = A_{21}^{e} = \int_{0}^{1} \int_{0}^{1-\eta} \left[ \frac{\tilde{y}_{23}^{e}}{|J|} \frac{\tilde{y}_{31}^{e}}{|J|} + \frac{\tilde{x}_{32}^{e}}{|J|} \frac{\tilde{x}_{13}^{e}}{|J|} \right] |J| d\xi d\eta - k_{0}^{2} \varepsilon_{r} \int_{0}^{1} \int_{0}^{1-\eta} \xi (1-\xi-\eta) |J| d\xi d\eta = \frac{1}{2|J|} \left[ \tilde{y}_{23}^{e} \tilde{y}_{31}^{e} + \tilde{x}_{32}^{e} \tilde{x}_{13}^{e} \right] - \frac{k_{0}^{2} \varepsilon_{r} |J|}{24}$$
(2.49b)

$$A_{13}^{e} = A_{31}^{e} = \int_{0}^{1} \int_{0}^{1-\eta} \left[ \frac{\tilde{y}_{23}^{e}}{|J|} \frac{\tilde{y}_{12}^{e}}{|J|} + \frac{\tilde{x}_{32}^{e}}{|J|} \frac{\tilde{x}_{21}^{e}}{|J|} \right] |J| d\xi d\eta - k_{0}^{2} \varepsilon_{r} \int_{0}^{1} \int_{0}^{1-\eta} \eta (1-\xi-\eta) |J| d\xi d\eta = \frac{1}{2|J|} \left[ \tilde{y}_{23}^{e} \tilde{y}_{12}^{e} + \tilde{x}_{32}^{e} \tilde{x}_{21}^{e} \right] - \frac{k_{0}^{2} \varepsilon_{r} |J|}{24}$$
(2.49c)

$$A_{22}^{e} = \int_{0}^{1} \int_{0}^{1-\eta} \left[ \frac{\tilde{y}_{31}^{e}}{|J|} \frac{\tilde{y}_{31}^{e}}{|J|} + \frac{\tilde{x}_{13}^{e}}{|J|} \frac{\tilde{x}_{13}^{e}}{|J|} \right] |J| d\xi d\eta - k_{0}^{2} \varepsilon_{r} \int_{0}^{1} \int_{0}^{1-\eta} (\xi)^{2} |J| d\xi d\eta = \frac{1}{2|J|} \left[ (\tilde{y}_{31}^{e})^{2} + (\tilde{x}_{13}^{e})^{2} \right] - \frac{k_{0}^{2} \varepsilon_{r} |J|}{12}$$
(2.49d)

$$A_{23}^{e} = A_{32}^{e} = \int_{0}^{1} \int_{0}^{1-\eta} \left[ \frac{\tilde{y}_{31}^{e} \tilde{y}_{12}^{e}}{|J|} + \frac{\tilde{x}_{13}^{e} \tilde{x}_{21}^{e}}{|J|} \right] |J| d\xi d\eta - k_{0}^{2} \varepsilon_{r} \int_{0}^{1} \int_{0}^{1-\eta} \xi \eta |J| d\xi d\eta = \frac{1}{2|J|} \left[ \tilde{y}_{31}^{e} \tilde{y}_{12}^{e} + \tilde{x}_{13}^{e} \tilde{x}_{21}^{e} \right] - \frac{k_{0}^{2} \varepsilon_{r} |J|}{24}$$
(2.49e)

$$A_{33}^{e} = \int_{0}^{1} \int_{0}^{1-\eta} \left[ \frac{\tilde{y}_{12}^{e}}{|J|} \frac{\tilde{y}_{12}^{e}}{|J|} + \frac{\tilde{x}_{21}^{e}}{|J|} \frac{\tilde{x}_{21}^{e}}{|J|} \right] |J| d\xi d\eta - k_{0}^{2} \varepsilon_{r} \int_{0}^{1} \int_{0}^{1-\eta} (\eta)^{2} |J| d\xi d\eta = \frac{1}{2|J|} \left[ (\tilde{y}_{12}^{e})^{2} + (\tilde{x}_{21}^{e})^{2} \right] - \frac{k_{0}^{2} \varepsilon_{r} |J|}{12}$$
(2.49f)

3x1 boyutundaki  $b_i^e$  sağ taraf vektörü aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır ve bütün girdileri eşittir:

$$b_1^e = f \int_0^1 \int_0^{1-\eta} (1-\xi-\eta) |J| d\xi d\eta = \frac{f|J|}{6}$$
(2.50a)

$$b_2^e = f \int_0^1 \int_0^{1-\eta} \xi |J| d\xi d\eta = \frac{f|J|}{6}$$
(2.50b)

$$b_3^e = f \int_0^1 \int_0^{1-\eta} \eta |J| d\xi d\eta = \frac{f|J|}{6}$$
(2.50c)

Her bir eleman için doğrusal denklem sistemi oluşturulduktan sonra bu sistemlerin birleştirilerek küresel denklem sisteminin oluşturulması gerekmektedir. Bunun için öncelikle Şekil-2.9'da gösterildiği gibi yerel düğüm noktalarının ağ yapısında küresel düğüm numaraları belirlenmelidir.



Şekil-2.9 Küresel ve Yerel Düğüm Noktaları

Küresel düğüm numaraları belirlenen elemana ait eleman matrisi ve sağ taraf vektörü girdileri Şekil-2.10'da gösterildiği gibi küresel denklem sistemini oluşturan matris ve sağ taraf vektörüne girdi olarak yazılmaktadır. Küresel denklem sistemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$Au = b \tag{2.51}$$

Bu denklemde *A*, N×N (N = toplam düğüm noktası sayısı) boyutundaki küresel matrisi, *b* ise N×1 boyutundaki sağ taraf vektörünü temsil etmektedir. *u* ise global bilinmeyen vektörü yani saçılan alan değerlerini taşıyan vektörü temsil etmektedir.



Şekil-2.10 Küresel Matris Doldurma İşlemi

Küresel denklem sistemi oluşturulduktan sonra son olarak sınır koşulları uygulanır. Mükemmel elektrik iletken elemanların bulunduğu sınırlardaki düğüm noktaları için küresel matris şu şekilde değiştirilir:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ e} \breve{g} er \ j = i \\ 0 \text{ e} \breve{g} er \ j \neq i \end{cases}$$
(2.52)

Sağ taraf vektöründe sınır düğüm noktalarına karşılık gelen vektör girdileri için ise Dirichlet sınır koşulu uygulanır. Bu vektör girdileri gelen elektrik alan vektörünün büyüklüğünün negatif değeri ile ( $-E^{gelen}$ ) doldurulur.

Elde edilen küresel denklem sistemi çözülerek saçılan alan değerleri her bir düğüm noktası için elde edilir.

### 2.2 Son İşlem Aşaması

Son işlem aşamasında sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak elde edilen saçılan alan değerleri ile radar kesit alanı hesaplanacaktır. Radar kesit alanı, radar uygulamalarında kullanılan bir cismin veya yüzeyin elektromanyetik yansıtıcılık gücünü temsil eden bir değerdir. Literatürde gelen dalganın yönü ve gözlem yönü aynı yönde ise monostatik radar kesit alanı, farklı yönlerde ise bistatik radar kesit alanı denmektedir. Radar kesit alanı iki boyutlu problemler için aşağıdaki denklem yardımıyla hesaplanır:

$$\sigma_{2D} = \lim_{r \to \infty} 2\pi r \left( \frac{\left| \vec{u}_{uzak\,alan}^{saçılan} \right|^2}{\left| \vec{u}^{gelen} \right|^2} \right)$$
(2.53)

Bu denklemde  $u, TM_z$  durumunda elektrik alanı  $TE_z$  durumda ise manyetik alanı temsil etmektedir.  $\vec{u}_{uzak \ alan}^{saçılan}$  uzak alandaki (far field) saçılan alan vektörünü,  $\vec{u}^{gelen}$ ise gelen alan vektörünü temsil etmektedir. r ise uzak alan uzaklığıdır. r uzaklığının uzak alan koşulunu sağlayabilmesi için  $\frac{2D^2}{\lambda}$ , dan büyük olması gerekmektedir. Burada D saçıcının en büyük boyutunuun uzunluğunu,  $\lambda$  ise dalgaboyunu temsil etmektedir.

 $\vec{u}_{uzak\ alan}^{saçılan}$ 'nın hesaplanabilmesi için Huygens yüzey denkliği prensibinden yararlanılmaktadır. [26] Huygens yüzey denkliği prensibine göre gerçek kaynaklar cismin veya yüzeyin etrafında oluşturulan birtakım hayali kaynaklar ile yer değiştirilmektedir. Bu hayali kaynakların sınır içinde kalan gerçek kaynaklara eşdeğer olduğu varsayılmaktadır.

Şekil-2.11'de gösterildiği gibi saçıcı cisim içerisinde bulunan gerçek akım kaynakları saçıcının sınırlarında oluşturulan hayali yüzey akımları ile değiştirilmiştir. Bu hayali akım kaynaklarının saçıcı sınırlarının dışında yarattığı elektrik ve manyetik alan  $(E_{uzak alan}$  ve  $H_{uzak alan}$ ) gerçek kaynakların yarattığı elektrik ve manyetik alana eşittir.



Şekil-2.11 Huygens Yüzey Denkliği Prensibi

Hayali kaynakların Huygens sınırında yarattığı yüzey akımlarının yoğunlukları şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$\vec{J}_s = \hat{n} \times \vec{H}$$
,  $\vec{M}_s = \vec{E} \times \hat{n}$  (2.54)

$$\dot{M}_{s} = \hat{a}_{x}M_{x} + \hat{a}_{y}M_{y} = -\hat{a}_{x}n_{y}E_{z} + \hat{a}_{y}n_{x}E_{z}$$
(2.55)

Burda  $\hat{n}$  saçıcı yüzeyinden dışarıya doğru olan normal vektörünü,  $\vec{E}$  ve  $\vec{H}$  ise toplam manyetik ve elektrik alan değerlerini temsil etmektedir. Yüzey akımları hesaplandıktan sonra uzak alandaki saçılan elektrik alan değerleri aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\vec{E}_{uzak\ alan}^{saçılan} = jk \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \oint \left[ \hat{r} \times \vec{M}_s(r') + \eta \hat{r} \times \left( \hat{r} \times \vec{J}_s(r') \right) \right] e^{-jk(r'.\hat{r})} ds'$$
(2.56)

$$\hat{r} = \hat{a}_x \cos\phi + \hat{a}_y \sin\phi \tag{2.57}$$

Bu denklemde *R* uzak alan uzaklığını, r' gözlem noktasının pozisyon vektörünü,  $\phi$  ise gözlem açısını temsil etmektedir.

$$\hat{r} \times \vec{M}_s = \hat{a}_z (\cos \phi M_y - \sin \phi M_x)$$
(2.58)

İntegral, Huygens sınırında bulunan elemanların kenarlarında hesaplanacağı için ve sayılı sayıda eleman olduğu için toplam olarak hesaplanabilir. Elektrik alanın sadece  $TM_z$  polarziasyonda sadece z bileşeni olduğu için elektrik akım vektörünün de sadece z bileşeni olacaktır. Bu nedenle  $\hat{r} \times (\hat{r} \times \vec{J}_s(r'))$  ifadesi  $-J_z \hat{a}_z$  olarak yazılabilir. Son olarak uzak alan saçılan elektrik alan şu şekilde ifade edilir:

$$\vec{E}_{uzak\ alan}^{saçılan} = \sqrt{\frac{k}{4\pi r}} e^{\frac{j\pi}{4}} e^{-jkr} \sum_{i=1}^{K} (n_x \cos\varphi + n_y \sin\varphi) E_z^{(i)} e^{jk \left(x_m^{(i)} \cos\varphi + y_m^{(i)} \sin\varphi\right)} \Delta l^{(i)} + \eta \sqrt{\frac{k}{8\pi r}} e^{\frac{-3j\pi}{4}} e^{-jkr} \sum_{i=1}^{K} J_z^{(i)} e^{jk \left(x_m^{(i)} \cos\varphi + y_m^{(i)} \sin\varphi\right)} \Delta l^{(i)}$$
(2.59)

Bu denklemde *K* Huygens sınırındaki toplam eleman sayısını,  $x_m^{(i)}$ ,  $y_m^{(i)}$  *i*'inci elemanın sınır kenarının orta noktasının koordinatlarını,  $\Delta l^{(i)}$  ise bu sınır kenarlarının uzunluğunu temsil etmektedir.  $E_z^{(i)}$  değeri de sınır kenarını oluşuran düğüm noktalarına ait elektrik alan değerlerinin ortalaması alınarak elde edilebilir.







Şekil-2.13 Ağ Yapısında Huygens Sınırı

Pürüzlü yüzey içeren elektromanyetik saçılma problemleri için Huygens sınırı ağ yapısında pürüzlü yüzeyin üstünde olacak şekilde seçilebilir. Bu yöntemde koordinat dönüşümü ile pürüzlü yüzey etkileri gösterildiği için Huygens sınırı dönüşüm ortamının üstünde seçilmiştir. Şekil-2.13'e gösterilen ağ yapısında sarı çizgi Huygens sınırını temsil etmektedir. Huygens sınırının bitiş noktaları seçilirken pencereleme yapılan bölgenin sınırlarının içine girmemesine dikkat edilmiştir. Pencereleme yapılan bölgelerde gelen elektrik alanın gittikçe incelmesi nedeniyle saçılan alan değerlerinde yapay zayıflamalar meydana gelebilmektedir.

# 3. DÜZ SAÇILMA PROBLEMİ İÇİN NÜMERİK SONUÇLAR

Nümerik sonuçları elde etmek için öncelikle tekdüze ağ yapısı, dönüşüm ortamı haricindeki bölgelerde bulunan elemanlar için bir defa çözülmüştür. Bu çözüme ait küresel denklem sistemini oluşturan matris ve vektöre ait girdiler saklanmıştır. Garcia ve Stoll'ün geliştirdiği yöntem [4] ile pürüzlü yüzey oluşturulmuştur. Pürüzlü yüzey etkileri koordinat dönüşümü ile ağ yapısına eklendikten sonra ise çözüm sadece dönüşüm ortamına ait elemanlar için yapılmıştır. Elde edilen matris ve vektör girdileri tekdüze ağ yapısı çözülerek elde edilen matris ve vektör girdileri ile birleştirilerek saçılan alan değerleri elde edilmiştir. Bu şekilde sonlu elemanlar yönteminin getirdiği hesaplama yükü azaltılmıştır.

Bu yöntemin doğruluğu koordinat dönüşümü kullanılmadan yapılan klasik yöntem çözümü ile karşılaştırılarak test edilmiştir. İki farklı yöntem ile aynı pürüzlü yüzeye ait problem çözülerek elde edilen saçılan alan değerleri arasındaki fark aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanmıştır:

$$Fark = \frac{\sum_{k=k}^{k} |E^{klasik \ y \ ontem} - E^{gelistirilen \ y \ ontem}|^2}{\sum_{k=k}^{k} |E^{klasik \ y \ ontem}|^2}$$
(3.1)

Test için kullanılan probleme ait parametreler aşağıdaki tabloda verilmiştir. Problem geometrisinin boyutları x yönünde 25 metre, y yönünde ise 15 metredir. Tamamen Eşlenmiş Katman genişliği ve pencereleme için ayrılan bölgelerin genişliği her biri için 2 metredir. Aksi belirtilmedikçe ağ yapısında kullanılan elemanların boyutu  $\lambda/30$  metre ve kullanılan elektromanyetik dalganın polarizasyonu TM<sub>z</sub>'dir. Kullanılan klasik sonlu elemanlar yöntemi için hazırlanan ağ yapısında toplam 604,062 eleman, koordinat dönüşümü tekniğiyle geliştirilen sonlu elemanlar yöntemi için hazırlanan ağ yapısında ise toplam 570,164 eleman bulunmaktadır.

Denklem 3.1'de gösterilen formüle göre hesaplanan yüzdelik fark değeri %0.4631'dir. Ayrıca küresel denklem sisteminde kullanılan küresel matrislerin matris koşulluluk değerleri de karşılaştırılmıştır. Klasik yöntemde kullanılan matrisin

koşulluluk değeri  $1.5 \times 10^5$ , geliştirilen yöntemde kullanılan matrisin koşulluluk değeri ise  $1.4 \times 10^5$ 'dir.

Pürüzlü Yüzey Karekök Ortalama Yüksekliği	0.1 metre
Pürüzlü Yüzey Korelasyon Uzunluğu	0.5 metre
Toprak Kompleks Dielektrik Katsayısı	2-j0.5
Gelen Dalganın Geliş Açısı	90°
Gelen Dalga Frekansı	300 MHz
Gömülü Cisim Şekli	Yuvarlak
Gömülü Cisim Dielektrik Katsayısı	6-0.5j
Gömülü Cisim Yarıçapı	0.5 metre

Çizelge-3.1 Test problemi için kullanılan parametreler







Şekil-3.2 (a) Klasik Yöntem (b) Geliştirilen Yöntem ile elde edilen RKA grafikleri

Şekil 3.1'de klasik yöntem ve geliştirilen yöntem ile elde edilen toplam elektrik alan ve saçılan elektrik alan haritaları karşılaştırılmıştır. Şekil 3.2'de ise iki yöntem sonucu elde edilen bistatik radar kesit alanı (RKA) değerleri karşılaştırılmıştır. Görüldüğü gibi elektrik alan haritaları ve radar kesit alanı grafikleri uyumludur. Klasik sonlu elemanlar yöntemi ile bir problemi çözmek için harcanan süre yaklaşık 152 dakika iken koordinat dönüşümü tabanlı sonlu elemanlar yöntemi ile harcanan süre yaklaşık 29 dakikadır. Monte Carlo simülasyonlarında toplamda 100 problem çözüleceği düşünüldüğünde koordinat dönüşümü tekniği sayesinde hesaplama süresi ciddi şekilde azaltılmıştır.

Geliştirilen yöntem kullanılarak ilk olarak altında gömülü cisim bulundurmayan düz yüzey için deterministik problem çözülmüştür. Probleme ait parametreler aşağıdaki çizelgede verilmiştir.

Pürüzlü Yüzey Karekök Ortalama Yüksekliği	-
Pürüzlü Yüzey Korelasyon Uzunluğu	-
Toprak Kompleks Dielektrik Katsayısı	2-j0.05
Gelen Dalganın Geliş Açısı	90°
Gelen Dalga Frekansı	300 MHz
Gömülü Cisim Şekli	-
Gömülü Cisim Dielektrik Katsayısı	-
Gömülü Cisim Yarıçapı	-

Çizelge-3.2 Yalnızca düz yüzey içeren probleme ait parametreler





Şekil-3.3 Geliştirilen Yöntem ile elde edilen saçılan alan haritaları



Şekil-3.4 Geliştirilen Yöntem ile elde edilen RKA grafiği

Şekil-3.3'de gösterilen elektrik alan haritaları incelendiğinde düz yüzey ile karşılaşan gelen elektrik alanın saçılıma uğramadan doğrudan toprak içine nüfus ettiği gözlemlenmektedir. Serbest uzay ortamından dielektrik toprağa nüfuz eden elektrik alan toprak altında saçılıma uğramaktadır. Toplam elektrik alanın mutlak değeri toprak altında azalmaya başlamaktadır. Bistatik radar kesit alanı grafiği incelendiğinde olması gerektiği gibi aynasal yansıma yönünde baskın, aynasal yansıma yönünde uzaklaştıkça radar kesit alanı değerlerinin azaldığı gözlemlenmektedir.

İkinci problemde ise ilk problemde kullanılan düz yüzeyin altıda gömülü bir yuvarlak cisim olduğu durum için deterministik problem çözülerek gömülü cismin varlığının elektrik alan haritalarına ve radar kesit alanı grafiğinde ne gibi değişikliklere yol açtığı incelenmiştir.

Pürüzlü Yüzey Karekök Ortalama Yüksekliği	-
Pürüzlü Yüzey Korelasyon Uzunluğu	-
Toprak Kompleks Dielektrik Katsayısı	2-j0.05
Gelen Dalganın Geliş Açısı	90°
Gelen Dalga Frekansı	300 MHz
Gömülü Cisim Şekli	Yuvarlak
Gömülü Cisim Dielektrik Katsayısı	6-j0.5
Gömülü Cisim Yarıçapı	0.5 m

Çizelge-3.3 Düz yüzeyin altında gömülü bir cisim bulunduğu durumdaki probleme ait parametreler





Şekil-3.5 Geliştirilen Yöntem ile elde edilen saçılan alan haritaları



Şekil-3.6 Geliştirilen Yöntem ile elde edilen RKA grafiği

Şekil-3.5'deki elektrik alan haritaları Şekil-3.3'deki elektrik alan haritaları ile karşılaştırıldığında gömülü cismin saçılan elektrik alanının yönünü geri saçılma yönünde değiştirdiği gözlemlenebilmektedir. Bistatik radar kesit alanı değerlerinin aynasal yansıma yönünde azalması ve geri saçılma yönünde artması da bu sonucu doğrular niteliktedir.

Deterministik problemler çözüldükten sonra, stokastik problemleri çözebilmek için öncelikle Garcia ve Stoll'ün geliştirdiği yöntem kullanılarak rastgele şekilde 100 adet pürüzlü yüzey üretilmiştir. Bu 100 adet pürüzlü yüzey için düz elektromanyetik saçılma problemi, farklı parametre setleri ile Monte Carlo yöntemi kullanılarak simüle edilmiştir.
Her bir simülasyon için ilk pürüzlü yüzeye ait toplam ve saçılan alan haritaları gösterilmiştir. Ayrıca Monte Carlo simülasyonu sonucu elde edilen veriler ile radar kesit alanı değerlerinin ortalaması ve standart sapması aşağıdaki denklemler kullanılarak hesaplanmıştır:

$$\sigma_{1} = [\sigma_{1}^{1}, \sigma_{2}^{1}, \sigma_{3}^{1} \dots, \sigma_{N}^{1}]$$

$$\sigma_{2} = [\sigma_{1}^{2}, \sigma_{2}^{2}, \sigma_{3}^{2} \dots, \sigma_{N}^{M}]$$

$$\vdots$$

$$\sigma_{M} = [\sigma_{1}^{M}, \sigma_{2}^{M}, \sigma_{3}^{M} \dots, \sigma_{N}^{M}]$$
(3.2)

Bu denklemde  $\sigma$  radar kesit alanı değerini, *M* toplam radar kesit alanı değeri sayısını *N* ise toplam pürüzlü yüzey sayısını temsil etmektedir. Denklem 3.3'te radar kesit alanı değerlerinin ortalamasının nasıl hesaplandığı, Denklem 3.4'te ise aynı değerlerin standart sapmasının nasıl hesaplandığı gösterilmiştir:

$$\sigma_{Ortalama}(i) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{M} \sigma_i^j, \quad i = 1, 2, ..., N$$
 (3.3)

$$\sigma_{SS}(i) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^{M} \left( q_i^j - \mu(i) \right)^2}, \quad i = 1, 2, ..., N$$
(3.4)

Bu çalışmada M değeri yani bistatik radar kesit alanı değerlerinin toplandığı toplam açı sayısı 180, N değeri yani toplam üretilen pürüzlü yüzey sayısı ise 100'e eşittir.

Yapılacak ilk üç Monte Carlo simülasyonunda yüzeyin karekök ortalama yüksekliği hariç bütün değerler sabit tutularak karekök ortalama yüksekliğin düz elektromanyetik saçılma problemine etkisi incelenmiştir. Karekök ortalama yükseklikleri sırasıyla 0.05 metre, 0.10 metre ve 0.15 metre olan aynı korelasyon

uzunluğuna sahip pürüzlü yüzeyler kullanılmıştır. İlk üç simülasyona ait diğer parametreler Çizelge-3.3'de verilmiştir.

Pürüzlü Yüzey Korelasyon Uzunluğu	0.5 m
Toprak Kompleks Dielektrik Katsayısı	2-j0.05
Gelen Dalganın Geliş Açısı	90°
Gelen Dalga Frekans	300 MHz
Gömülü Cisim Şekli	Yuvarlak
Gömülü Cisim Dielektrik Katsayısı	6-j0.5
Gömülü Cisim Yarıçapı	0.5 metre

**Çizelge-3.4** Farklı karekök ortalama yükseklik değerlerinin incelendiği simülasyon için diğer parametreler



**Şekil-3.7** Karekök Ortalama Yüksekliği 0.05 metre olan yüzey için **(a)** Toplam Alan **(b)** Saçılan Alan Mutlak değer haritaları **(c)** Toplam Alan **(d)** Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları



Şekil-3.8 Karekök Ortalama Yüksekliği 0.10 metre olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Toplam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları



**Şekil-3.9** Karekök Ortalama Yüksekliği 0.15 metre olan yüzey için **(a)** Toplam Alan **(b)** Saçılan Alan Mutlak değer haritaları **(c)** Toplam Alan **(d)** Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları



**Şekil-3.10** Farklı Karekök Ortalama (KO) Yükseklik değerleri için ortalama bistatik radar kesit alanı grafiği



Şekil-3.11 Farklı Karekök Ortalama (KO) Yükseklik değerleri için radar kesit alanı değerlerinin standart sapma grafiği

0.05 metre, 0.10 metre ve 0.15 metre karekök ortalama yükseklikleri için toplam ve saçılan alan haritaları sırasıyla Şekil-3.7 ve Şekil-3.8, Şekil-3.9'da gösterilmiştir. Şekil 3.10'da Monte Carlo simülasyonları sonucu 100 farklı pürüzlü yüzey için elde edilen ortalama radar kesit alanı grafiği verilmiştir. Şekil 3-11'de ise radar kesit alanı değerlerinin standart sapma grafiği verilmiştir.

Toplam ve saçılan alan haritaları incelendiğinde karekök ortalama yükseklik arttıkça geri saçılma yönündeki alan şiddetinin arttığı gözlemlenmektedir. Buna literatürde geri saçılma kuvvetlenmesi denmektedir. Ortalama radar kesit alanı grafikleri incelendiğinde pürüzlü yüzeylerin karekök ortalama yükseklik değerleri arttıkça aynasal yansıma yönünde radar kesit alanı değerinin azaldığı, geri saçılma yönünde ise arttığı gözlemlenmektedir. Bunun nedeni karekök ortalama yükseklik değerli arttıkça yüzeylerin pürüzlülüğün artması ve bunun sonucunda elektromanyetik dalganın daha çok saçılıma uğramasıdır.

Sonraki simülasyonda toprağa ait dielektrik simülasyonunda yüzeyin korelasyon uzunluğu hariç bütün değerler sabit tutularak farklı korelasyon uzunluğu değerlerinin sonuçlara etkisi incelenmiştir. Kullanılan korelasyon uzunlukları sırasıyla 0.1 metre, 0.5 metre ve 0.8 metredir. Bu simülasyona ait diğer parametreler aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Pürüzlü Yüzey Karekök Ortalama Yüksekliği	0.10 m
Toprak Kompleks Dielektrik Katsayısı	2-j0.05
Gelen Dalganın Geliş Açısı	90°
Gelen Dalga Frekans	300 MHz
Gömülü Cisim Şekli	Yuvarlak
Gömülü Cisim Dielektrik Katsayısı	6-j0.5
Gömülü Cisim Yarıçapı	0.5 metre

Çizelge-3.5 Farklı korelasyon uzunluğu değerlerinin incelendiği simülasyon için diğer parametreler



**Şekil-3.12** Korelasyon Uzunluğu 0.1 metre olan yüzey için **(a)** Toplam Alan **(b)** Saçılan Alan Mutlak değer haritaları **(c)** Toplam Alan **(d)** Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları



**Şekil-3.13** Korelasyon Uzunluğu 0.8 metre olan yüzey için **(a)** Toplam Alan **(b)** Saçılan Alan Mutlak değer haritaları **(c)** Toplam Alan **(d)** Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları



Şekil-3.14 Farklı korelasyon uzunluğu değerleri için ortalama bistatik radar kesit alanı grafiği



**Şekil-3.15** Farklı korelasyon uzunluğu değerleri için bistatik radar kesit alanı değerlerinin standart sapma grafiği

(Korelasyon uzunluğu 0.5 metre olan pürüzlü yüzeye ait toplam ve saçılan alan haritaları Şekil-3.8'de gösterildiği için yeniden verilmemiştir.)

Farklı korelasyon uzunluklarına sahip pürüzlü yüzeylere ait problemlerin elektrik alan haritaları incelendiğinde korelasyon uzunluğu 0.1 metre olan yüzeydeki saçılan alan şiddetlerinin en güçlü olduğu gözlemlenmektedir. Şekil-3.15 ve Şekil-3.16'da gösterilen bistatik radar kesit alanı grafikleri incelendiğinde korelasyon uzunluğu arttıkça aynasal yansıma yönündeki radar kesit alanı değerlerinin artarak düz yüzeye ait radar kesit alanı değerine yakınsadığı gözlemlenmektedir. Korelasyon uzunluğu arttıkça geri saçılma yönündeki radar kesit alanı değerleri ise azalmaktadır.

Gözlemlenen bu iki tespitin nedeni korelasyon uzunluğu arttıkça dalgalanmanın azalarak yüzeyin düz yüzeye yakınsaması ve yüzeyin pürüzlülüğünün azalmasıdır.

Sonraki iki simülasyonda toprağa ait karmaşık dielektrik sabiti değiştirilerek toprağın dielektrik katsayısının sonuçlara etkisi incelenmiştir. Karmaşık dielektrik katsayıları sırasıyla 3-j0.05 ve 2-j0.15'dir. Bu simülasyonlara ait diğer parametreler aşağıdaki tabloda verilmiştir

Pürüzlü Yüzey Korelasyon Uzunluğu	0.5 m
Pürüzlü Yüzey Karekök Ortalama Yüksekliği	0.10 m
Gelen Dalganın Geliş Açısı	90°
Gelen Dalga Frekans	300 MHz
Gömülü Cisim Şekli	Yuvarlak
Gömülü Cisim Dielektrik Katsayısı	6-j0.5
Gömülü Cisim Yarıçapı	0.5 metre

**Çizelge-3.6** Farklı toprak dielektrik katsayısı değerlerinin incelendiği simülasyon için diğer parametreler



Şekil-3.16 Dielektrik katsayısı 3-j0.05 olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Toplam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları



Şekil-3.17 Dielektrik katsayısı 2-j0.15 olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Toplam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları



Şekil-3.18 Farklı Toprak Dielektrik kaysayıları için ortalama bistatik radar kesit alanı grafiği



Şekil-3.19 Farklı toprak dielektrik kaysayıları değerleri için bistatik radar kesit alanı değerlerinin standart sapma grafiği

(Dielektrik katsayısı 2-j0.05 olan pürüzlü yüzeye ait toplam ve saçılan alan haritaları Şekil-3.8'de gösterildiği için yeniden verilmemiştir.)

Şekil-3.16'da gösterilen elektrik alan haritaları incelendiğinde toprağa ait karmaşık dielektrik katsayısının gerçel kısmı artırıldığında saçılan alan değerlerinin de beraberinde arttığı gözlemlenmektedir. Ayrıca ortalama bistatik radar kesit alanı değerlerinin de gerçel kısmı daha az olan kompleks dielektrik katsayısına göre daha yüksek olduğu gözlemlenmektedir. Bu sonuçlardan yola çıkarak toprağın kompleks dielektrik katsayısının gerçel değeri arttırıldığında yüzeyin saçıcılığının arttığı söylenebilir. Şekil-3.17'de gösterilen elektrik alan haritaları incelendiğinde ise, toprağa ait karmaşık dielektrik katsayısının sanal (imajiner) kısmı arttırıldığında toplam elektrik alan değerlerinin toprakta derinlere indikçe zayıflamaya başladığı gözlemlenmektedir. Saçılan alan değerleri ise artmaktadır. Bistatik radar kesit alanı değerlerinde çok az da olsa bir artış olduğu Şekil-3.18 ve 3.-19'da görülmektedir.

Sonraki simülasyonda mükemmel elektrik iletken (MEİ) gömülü cisim için problemler çözülmüştür. Bu problemin çözümünden elde edilen sonuçlar dielektrik cisim ve cisimsiz ortam çözümünden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Probleme ait diğer parametreler şu şekildedir:

Pürüzlü Yüzey Korelasyon Uzunluğu	0.5 m
Pürüzlü Yüzey Karekök Ortalama Yüksekliği	0.10 m
Toprak Kompleks Dielektrik Katsayısı	2-j0.05
Gelen Dalganın Geliş Açısı	90°
Gelen Dalga Frekans	300 MHz
Gömülü Cisim Şekli	Yuvarlak
Gömülü Cisim Yarıçapı	0.5 metre

Çizelge-3.7 MEİ	gömülü cisim	ı için yapılan	simülasyon iç	çin diğer	parametreler
-----------------	--------------	----------------	---------------	-----------	--------------



Şekil-3.20 MEİ gömülü cisim için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Toplam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları



**Şekil-3.21** Altında gömülü cisim bulundurmayan pürüzlü yüzey için **(a)** Toplam Alan **(b)** Saçılan Alan Mutlak değer haritaları **(c)** Toplam Alan **(d)** Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları



Şekil-3.22 Farklı gömülü cisimler için ortalama bistatik radar kesit alanı grafiği



Şekil-3.23 Farklı gömülü cisimler için bistatik radar kesit alanı değerlerinin standart sapma grafiği

(Dielektrik katsayısı 6-j0.05 olan gömülü cisme ait toplam ve saçılan alan haritaları Şekil-3.8'de gösterildiği için yeniden verilmemiştir.)

Şekil-3.20'de ve Şekil-3.8'de gösterilen elektrik alan haritaları karşılaştırıldığında gömülü olan cisim mükemmel elektrik iletken olduğunda saçılan alan değerlerinin daha güçlü olduğu gözlemlenmektedir. Mükemmel iletken elektrik cismin içerisinde toplam elektrik alan değerleri sıfıra eşittir. Bunun nedeni uygulanan sınır koşulları gereği gelen elektrik alan değerlerinin cisim sınırları üzerinde saçılan alan değerlerinin negatifine eşit olmasıdır. Bu da gelen elektrik alanın tümüyle saçılmasına neden olmakta ve saçılan elektrik alan değerlerinin güçlenmesini sağlamaktadır.

Şekil-3.22'de gösterilen ortalama bistatik radar kesit alanı değerleri incelendiğinde aynasal yansıma yönündeki değerin mükemmel elektrik cisim için en az olduğu görülmektedir. Aynasal yansıma yönündeki bistatik radar kesit alanı değeri cisimsiz ortam için en yüksektir. Geri saçılma yönünde ise mükemmel elektrik iletken gömülü cisim için bistatik radar kesit alanı değerleri en güçlüdür. Bunun nedeni mükemmel elektrik iletken cisimden kaynaklanan saçılmanın en güçlü seviyede olmasıdır.

Bir sonraki Monte Carlo simülasyonunda farklı açıdan (30°) gelen dalga için karekök ortalama yükseklikleri değiştirilerek çözüm yapılmıştır Karekök ortalama yükseklikleri sırasıyla 0.05 metre, 0.10 metre ve 0.15 metredir. Simülasyon için diğer parametreler aşağıdaki gibidir:

Pürüzlü Yüzey Korelasyon Uzunluğu	0.5 m
Toprak Kompleks Dielektrik Katsayısı	2-j0.5
Gelen Dalganın Geliş Açısı	30°
Gelen Dalga Frekans	300 MHz
Gömülü Cisim Şekli	Yuvarlak
Gömülü Cisim Dielektrik Katsayısı	6-j0.5
Gömülü Cisim Yarıçapı	0.5 metre

**Çizelge-3.8** Geliş açısı 30° olan gelen dalga için yapılan simülasyon için kullanılan diğer parametreler



**Şekil-3.24** Karekök Ortalama Yüksekliği 0.05 metre olan yüzey için **(a)** Toplam Alan **(b)** Saçılan Alan Mutlak değer haritaları **(c)** Toplam Alan **(d)** Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları



Şekil-3.25 Karekök Ortalama Yüksekliği 0.10 metre olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Toplam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları



Şekil-3.26 Karekök Ortalama Yüksekliği 0.15 metre olan yüzey için (a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Toplam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları



Şekil-3.27 Farklı Karekök Ortalama Yükseklik değerleri için ortalama bistatik radar kesit alanı grafiği



Şekil-3.28 Farklı Karekök Ortalama Yükseklik değerleri için radar kesit alanı değerlerinin standart sapma grafiği

Şekil-3.24, Şekil-3.25 ve Şekil-3.26'daki elektrik alan haritaları incelendiğinde toplam alan ve saçılan alan değerlerinin 90° geliş açısıyla gelen dalga ile aynı parametrelerle ele edilen değerlere göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Bunun nedeni pürüzlü yüzeye geliş açısının grazing açısına çok yaklaşmadan azaltıldığında yüzeyden kaynaklanan saçılmanın daha da artmasıdır. Bistatik radar kesit alanı grafikleri incelendiğinde aynasal yansıma yönü olan 150°'de beklendiği gibi bistatik radar kesit alanı değeri en yüksektir. Farklı karekök ortalama yükseklikleri için sonuçlar incelendiğinde, 90° geliş açısında olduğu gibi 30° geliş açısı için de karekök ortalama yükseklikleri arttıkça aynasal yansıma yönündeki bistatik radar kesit alanı değerinin azaldığını söylemek mümkündür. Ortalama bistatik radar kesit alanının aynasal yansıma yönünde aldığı değerler arasındaki farkın 90° geliş açısı ile yapılan simülasyonlara göre çok olmasa da azaldığı görülmektedir. Bu Monte Carlo simülasyonunda farklı açıdan (10°) gelen dalga için karekök ortalama yükseklikleri değiştirilerek çözüm yapılmıştır Karekök ortalama yükseklikleri sırasıyla 0.05 metre, 0.10 metre ve 0.15 metredir. Simülasyon için diğer parametreler aşağıdaki gibidir:

Pürüzlü Yüzey Korelasyon Uzunluğu	0.5 m
Toprak Kompleks Dielektrik Katsayısı	2-j0.5
Gelen Dalganın Geliş Açısı	10°
Gelen Dalga Frekans	300 MHz
Gömülü Cisim Şekli	Yuvarlak
Gömülü Cisim Dielektrik Katsayısı	6-j0.5
Gömülü Cisim Yarıçapı	0.5 metre

**Çizelge-3. 9** Geliş açısı 10° olan gelen dalga için yapılan simülasyon için kullanılan diğer parametreler



**Şekil-3.29** Karekök Ortalama Yüksekliği 0.05 metre olan yüzey için **(a)** Toplam Alan **(b)** Saçılan Alan Mutlak değer haritaları **(c)** Toplam Alan **(d)** Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları



**Şekil-3.30** Karekök Ortalama Yüksekliği 0.10 metre olan yüzey için **(a)** Toplam Alan **(b)** Saçılan Alan Mutlak değer haritaları **(c)** Toplam Alan **(d)** Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları



**Şekil-3.31** Karekök Ortalama Yüksekliği 0.15 metre olan yüzey için **(a)** Toplam Alan **(b)** Saçılan Alan Mutlak değer haritaları **(c)** Toplam Alan **(d)** Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları



Şekil-3.32 Farklı Karekök Ortalama Yükseklik değerleri için ortalama bistatik radar kesit alanı grafiği



Şekil-3.33 Farklı Karekök Ortalama Yükseklik değerleri için radar kesit alanı değerlerinin standart sapma grafiği

Şekil-3.29, Şekil-3.30 ve Şekil-3.31'deki elektrik alan haritaları incelendiğinde toplam alan ve saçılan alan değerlerinin 30° geliş açısıyla gelen dalga ile aynı parametrelerle ele edilen değerlere göre daha düşük olduğu görülmektedir. Bunun nedeni pürüzlü yüzeye geliş açısının sıfıra yaklaştıkça yani grazing açısına yaklaştıkça gelen elektrik alanın toprağa nüfuz etmemesi ve hem topraktan kaynaklanan hem de gömülü cisimden kaynaklanan saçılmanın çok azalmasıdır. Bistatik radar kesit alanı grafikleri incelendiğinde karekök ortalama yüksekliğinin bistatik radar kesit alanına neredeyse hiç etkisinin olmadığını, düz yüzey ile elde yapılan simülasyondan elde edilen sonuçla neredeyse aynı olduğunu söylemek mümkündür. Geliş açısı grazing açısına yaklaştıkça radar kesit alanı değerleri karekök ortalama yükseklikten ve gömülü cisimden bağımsız duruma gelmektedir. Aşağıda verilen gömülü cisim olduğu durumun ve gömülü cisim olmadığı durumun karşılaştırıldığı 10° geliş açısıyla yapılan simülasyonlar için elde edilen ortalama bistatik radar kesit alanı grafiği bu sonucu destekler niteliktedir. Ortalama radar kesit alanı değeri aynasal yansıma yönünde eşit denilebilecek kadar yakındır.



Şekil-3. 34 Gömülü cismin varlığının sonuçlara etkisinin karşılaştırıldığı ortalama bistatik radar kesit alanı grafiği

Son olarak gömülü cismin yarıçapı 1 metreye çıkartılarak büyük ve küçük gömülü cisim arasında karşılaştırma yapılmıştır. Simülasyon için diğer parametreler aşağıdaki gibidir:

Pürüzlü Yüzey Karekök Ortalama Yüksekliği	0.1 m
Pürüzlü Yüzey Korelasyon Uzunluğu	0.5 m
Toprak Kompleks Dielektrik Katsayısı	2-j0.5
Gelen Dalganın Geliş Açısı	90°
Gelen Dalga Frekans	300 MHz
Gömülü Cisim Şekli	Yuvarlak
Gömülü Cisim Dielektrik Katsayısı	6-j0.5

**Çizelge-3.10** Gömülü cismin yarıçapı iki katına çıkartılarak yapılan simülasyon için diğer parametreler



Şekil-3.35 Yarıçapı 1 metre olan gömülü cisim a) Toplam Alan (b) Saçılan Alan Mutlak değer haritaları (c) Toplam Alan (d) Saçılan Alan Gerçel Kısım haritaları



Şekil-3.36 Gömülü cismin yarıçapının büyüklüğünün etkisinin karşılaştırıldığı ortalama bistatik radar kesit alanı grafiği



**Şekil-3.37** Gömülü cismin yarıçapının büyüklüğünün etkisinin karşılaştırıldığı radar kesit alanı değerlerinin standart sapma grafiği

Şekil-3.8 ve Şekil-3.35'deki elektrik alan haritaları karşılaştırıldığında cismin yarıçapının iki katına çıkarıldığında toplam alan ve saçılan değerlerinin çok etkilenmediği görülmektedir. Bunun nedeni cismin boyutunun pürüzlü yüzeyin uzunluğunun yanında çok küçük olmasıdır. Bu karşılaştırmadan varılabilecek sonuç, pürüzlü yüzey altındaki saçıcının boyutunun saçılmaya etkisinin sınırlı olduğudur. Önemli olan gömülü cismin pürüzlü yüzey altındaki varlığıdır. Şekil-3.36 ve Şekil-3.37 verilen bistatik radar kesit alanı grafikleri de bu sonucu destekleyici niteliktedir. Radar kesit alanı değerleri aynasal yansıma yönünde neredeyse aynı, geri saçılma yönünde ise aralarında çok az fark vardır.

## 4. TERS SAÇILMA PROBLEMİ ÇÖZÜMÜ

Çalışmanın bu bölümünde ters elektromanyetik saçılma probleminin çözümünde kullanılacak olan Genetik Optimizasyon Algoritması anlatılacaktır.

Bir ters saçılma problemi için maliyet fonksiyonu şu şekilde yazılabilir [15]:

$$F(p) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\left[\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \left| E_{ij}^{\ddot{o}} - E_{ij}^{t}(p) \right|^{2}\right]}$$
(4.1)

Bu denklemde  $E_{ij}^{o}$  önceden ölçülmüş veya düz saçılma problemi sonucu elde edilen saçılan elektromanyetik alan değerini,  $E_{ij}^{t}(p)$  optimizasyon sonucu tahmin edilen saçılan alan değerini, *I* yapılan toplam aydınlatma sayısını, *J* farklı konumlarda bulunan toplam alıcı sayısını, *N* ise toplamda elde edilen veri sayısını yani *I* × *J* 'i temsil etmektedir. *p* ise optimizasyonda kullanılan parametrelerdir. Maliyet fonksiyonu minimize edilerek düz saçılma problemi çözümünde kullanıldığında gerçek saçılan alan değerine en yakın değeri verecek parametreler aranmaktadır. Matematiksel olarak ifade etmek gerekirse:

$$p \in \mathbb{R}^{n}$$

$$\min_{p} F(p) \qquad (4.2)$$

$$p_{alt \ sinir} \le p \le p_{üst \ sinir}$$

Denklem 4.2'de yer alan  $p_{alt sinir}, p_{\ddot{u}st sinir}$  değerleri optimizasyon algoritması başlamadan önce belirlenen, parametrelere ait sinir değerleridir.

Genetik optimizasyon algoritması, doğadaki evrimsel süreci taklit ederek maliyet fonksiyonunu iteratif bir şekilde minimize etmeye çalışan bir algoritmadır. [27]

Genetik optimizasyon algoritmasının akış diyagramı Şekil-4.1'de gösterilmiştir.



Şekil-4.1 Genetik Algoritma Akış Diyagramı

Genetik algoritma ile optimizasyon problemlerini çözmek için öncelikle belirli sayıda parametre kümesi üretilir. Üretilen parametre kümesindeki bütün parametreler birbirinden bağımsızdır ve her bir parametre kromozom olarak adlandırılmaktadır. Algoritmanın başında üretilen parametre kümesine ise başlangıç popülasyonu denmektedir.

Popülasyonu oluşturan bireyler parametrelerden meydana gelmektedir ve her bir parametre bireye ait kromozomları temsil etmektedir. Popülasyondaki birey sayısı ne kadar fazla olursa genetik çeşitlilik o kadar fazla olacağı için tutarlı sonucu bulma olasılığı artmaktadır. Fakat birey sayısının fazlalığı hesaplama yükünü de beraberinde getireceği için popülasyondaki birey sayısı seçilirken optimum bir değer seçilmelidir. Kromozomlar içerdiği gen sayısı kadar bit ile temsil edilmektedir. Özetlenen bu terimler Şekil 4-2'de temsili olarak gösterilmiştir.



Şekil-4.2 Genetik Algoritmada kullanılan terimler

Oluşturulan başlangıç popülasyonu kullanılarak birey sayısı kadar düz problem çözülmekte ve bir çözüm kümesi elde edilmektedir. Öncelikle popülasyondaki bireylere elitizm uygulanmaktadırç. Elitizm, doğadaki doğal seleksiyon yapısına benzer bir mekanizmadır. Elitizm yaklaşımına göre popülasyondaki en küçük maliyet

fonksiyonuna sahip bireylerin belirli bir kısmı bir sonraki jenerasyonda oluşturulacak popülasyona değişime uğramadan geçmektedir. En yüksek maliyet fonksiyona sahip aynı sayıdaki birey ise popülasyondan çıkarılmaktadır. Böylece maliyet fonksiyonunun gelecek nesillerde git gide azalması sağlanmaktadır.



Şekil-4.3 Çaprazlama

Elde edilen çözümlerden maliyet fonksiyonu değeri en az olan iki birey (en iyi iki ebeveyn) tespit edilerek Şekil-4.3'de gösterildiği gibi bu iki bireye ait kromozomlar arasında çaprazlama yapılmaktadır. Bu sayede aynı doğada olduğu gibi genetik çeşitlilik sağlanmaktadır. Çaprazlamadan sonra oluşan yeni kromozoma ait bir gen rastgele şekilde değiştirilmektedir. Yani bir bit 0 ise 1, 1 ise 0 olmaktadır.

Elitizm de uygulandıktan sonra yeni popülasyon oluşmaktadır ve düz problemler yeni parametre kümesiyle bir daha çözülmektedir. Oluşturulan yeni popülasyon birinci jenerasyon olarak tanımlanmaktadır ve bu işlem önceden belirlenen jenerasyon sayısına ulaşıncaya kadar iteratif olarak tekrar edilmektedir. Son jenerasyon popülasyonda bulunan ve en düşük maliyet fonksiyonuna sahip birey, probleme ait en optimum çözüme ait parametreleri taşıyan bireydir. Bu bireyin sahip olduğu parametrelere ait çözüm ters problemin çözümü olarak kabul edilmektedir.

## 5. TERS SAÇILMA PROBLEMİ İÇİN NÜMERİK SONUÇLAR

Bu çalışmada ters saçılma problemi çözülerek pürüzlü yüzey altında gömülü halde bulunan cisme ait konum, şekil ve elektriksel özellikler tespit edilmeye çalışılacaktır. Ters saçılma probleminin çözümünde bir önceki bölümde anlatılan genetik optimizasyon algoritması kullanılacaktır.

Genetik optimizasyon algoritmasında kullanılacak parametreler toprak altında gömülü halde bulunan cismin konumu, şekli ve elektriksel özellikleri ile ilgili bilgileri bulmak amacıyla kullanılan parametrelerdir. Bu parametreler şunlardır:

- Cismin yarıçapı
- Cismin merkezinin x ve y koordinatları
- Bağıl elektriksel geçirgenlik katsayısı
- İletkenlik değeri
- Cismin şeklini oluşturmak için kullanılan 5 spline eğrisine ait yarıçap

Bu çalışmada kullanılacak popülasyonlardaki birey sayısı bütün simülasyonlarda 100'dür. Bireylerde bulunan toplam kromozom sayısı (parametre sayısı) simülasyona göre farklılık göstermektedir. Parametre sayıları her simülasyon için tek tek belirtilecektir. Her bir kromozom 7 genden oluşmaktadır. Toplamda 15 jenerasyon kullanılmaktadır. Çaprazlama gerçekleşme olasılığı 9/10, çaprazlamadan sonra mutasyon olma olasılığı 1/10 olarak ayarlanmıştır. Popülasyonun 1/10'una elitizm uygulanmaktadır.

Ters saçılma problemi çözümü için öncelikle düz saçılma problemi çözülerek Denklem 4.1'de verilen maliyet fonksiyonunda  $E_{ij}^{o}$  yerine yazılacak saçılan alan değerlerinin hesaplanması gerekmektedir. Düz saçılma problemi 2. bölümde

82

anlatılan koordinat dönüşümü tabanlı sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak çözülmüştür.

Pürüzlü yüzey altında gömülü bulunan cisim, Şekil-5.1'de gösterildiği gibi pürüzlü yüzey üzerine yerleştirilen çizgi kaynaklar yardımıyla aydınlatılmıştır (siyah noktalar). Bu kaynaklar kendi içlerinde tekli, ikili ve üçlü olacak şekilde gruplandırılarak farklı kombinasyonlarda aydınlatma yapılmıştır. Gruplandırma yapılmasının nedeni aydınlatmanın tışıma örüntüsünün yönlü olmasını sağlamaktır. Yine pürüzlü yüzey üzerinde bulunan alıcı noktalarda (kırmızı noktalar) bulundukları konumlardaki saçılan alan değerleri ölçülerek maliyet fonksiyonunda kullanılmak üzere saklanmıştır.

Ters saçılma problemi Monte Carlo yöntemi ile her simülayon için 50 defa çözülerek birtakım istatistiksel analizler yapılmış ve sonuçları her bir simülasyon için gösterilmiştir.



Şekil-5.1 a) Tekli Kaynak Aydınlatması b) İkili Kaynak Aydınlatması c) Üçlü Kaynak Aydınlatması

İlk olarak Şekil-5.2'de gösterilen yuvarlak mükemmel elektrik iletken cisme ait ters saçılma problemi çözülerek konum ve şekil tespiti yapılmaya çalışılmıştır. Probleme ait parametreler Çizelge-5.1'de verilmiştir:

Pürüzlü Yüzey Karekök Ortalama Yüksekliği	0.1 metre
Pürüzlü Yüzey Korelasyon Uzunluğu	0.5 metre
Toprak Kompleks Dielektrik Katsayısı	3-j0.05
Gelen Dalga Frekansı	300 MHz
Gömülü Cisim Şekli	Yuvarlak
Gömülü Cisim Dielektrik Katsayısı	- (MEİ)
Gömülü Cisim Yarıçapı	0.2 metre

Çizelge-5.1 Yuvarlak MEİ gömülü cismi görüntülemek için çözülen ters probleme ait parametreler



Şekil-5.2 Ters saçılma problemi çözümü ile tespit edilmeye çalışılan gömülü cisim ve ağ yapısı

Çizgi kaynaklar gruplandırılarak 4 tekli, 3 ikili ve 2 üçlü aydınlatma yapılarak toplamda 9 farklı aydınlatma yapılmıştır. 5 farklı noktada saçılan alan değerleri kaydedilerek toplamda 45 farklı alan bilgisi toplanmıştır. Bu değerler maliyet fonksiyonunda ölçülen saçılan elektrik alan ( $E_{ij}^{\circ}$ ) yerine kullanılmıştır.

3 farklı parametre (cismin yarıçapı, merkezinin x ve y koordinatları) kullanılarak optimizasyon yapılmaya çalışılmıştır. Cismin merkezinin koordinatları -2 ve 2 metre arasında, yarıçapı ise 0.1 metre ve 0.5 metre aralığında tanımlanan parametre sınırları içinde aranmıştır.

En iyi maliyet değerine sahip çözüm ile elde edilen gömülü cismin görüntüsü Şekil-5.3a'da saçılan elektrik alan haritası üzerinde gösterilmiştir. Siyah ile gösterilen cisim tespit edilmeye çalışılan cismin görüntüsünü, kırmızı noktalar ile gösterilen cisim ise ters problem sonucu elde edilen cismin görüntüsünü temsil etmektedir.

Monte Carlo yöntemi ile elde edilen 50 farklı çözüm içinden en iyi ve en kötü maliyet değerine sahip olan çözümlerin maliyet değerlerinin jenerasyonlar boyunca değişimi Şekil-5.4a'da gösterilmiştir. 50 çözümün maliyet değerlerinin ortalaması da ayrıca aynı grafik üzerinde gösterilmiştir. Şekil-5.4b'de ise elde edilen 50 maliyet değerinin dağılımı gösterilmiştir.

En iyi ve en kötü sonuçların maliyet değerleri incelendiğinde arada çok büyük fark olmadığı görülmektedir. Maliyet değerlerinin dağılımı 0.01 ve 0.03 arasında yoğunlaşmıştır ve en iyi maliyet değerine sahip çözüme yakın pozisyondadırlar. Bu da çözümün genel olarak iyi sonuç verdiği anlamına gelmektedir.

İkinci simülasyonda ise Şekil-5.2'de gösterilen yuvarlak cisim bu kez dielektrik yapıda iken ters saçılma problemi çözülerek konum ve şekil tespiti yapılmaya çalışılmıştır. Probleme ait parametreler Çizelge-5.2'de verilmiştir:



Şekil-5.3 a) Ters saçılma problemi çözümüyle elde edilen görüntü b) Yakınlaştırılmış görüntü (Siyah orijinal cisim, kırmızı elde edilen görüntü)



Şekil-5.4 a) Maliyet değerinin jenerasyonlara göre değişimi b) Maliyet değerinin dağılımı

Pürüzlü Yüzey Karekök Ortalama Yüksekliği	0.1 metre
Pürüzlü Yüzey Korelasyon Uzunluğu	0.5 metre
Toprak Kompleks Dielektrik Katsayısı	3-j0.05
Gelen Dalga Frekansı	300 MHz
Gömülü Cisim Şekli	Yuvarlak
Gömülü Cisim Bağıl Elektriksel Geçirgenlik Katsayısı	3.3431
Gömülü Cisim İletkenlik	0.0018 S/m
Gömülü Cisim Yarıçapı	0.2 metre

**Çizelge-5.2** Yuvarlak dielektrik gömülü cismi görüntülemek için çözülen ters probleme ait parametreler

Bu problemde ilk probleme ek olarak cismin bağıl elektriksel geçirgenlik katsayısı ve iletkenlik değerleri de ters problem çözülerek elde edilmeye çalışılmıştır. Ters problem çözümüyle aranan bu parametrelerin sınırları, bağıl elektriksel geçirgenlik katsayısı için 0 ve 20 arası, iletkenlik değeri için ise 0 ve 0.01 S/m arasındadır.

En iyi maliyet değerine sahip çözüm ile elde gömülü cismin görüntüsü Şekil-5.5a'da saçılan elektrik alan haritası üzerinde gösterilmiştir. Siyah ile gösterilen cisim tespit edilmeye çalışılan cismin görüntüsünü, kırmızı noktalar ile gösterilen cisim ise ters problem sonucu elde edilen cismin görüntüsünü temsil etmektedir. İlk problemle karşılaştırıldığında elde edilen gömülü cisim görüntüsü beklendiği gibi daha az tutarlıdır. Şekil 5-6a ve Şekil 5-6b'de gösterilen grafikler ilk problemde elde edilen grafikler ile karşılaştırıldığında da aynı yorumu yapmak mümkündür. En iyi ve en kötü çözüme ait maliyet değerleri arasındaki fark artmış, maliyet değerlerinin yoğunlaştığı aralık en iyi çözümün maliyet değerinden uzaklaşmıştır.



Şekil-5.5 a) Ters saçılma problemi çözümüyle elde edilen görüntü b) Yakınlaştırılmış görüntü (Siyah orijinal cisim, kırmızı elde edilen görüntü)



Şekil-5.6 a) Maliyet değerinin jenerasyonlara göre değişimi b) Maliyet değerinin dağılımı

En iyi maliyet değerine sahip çözüm ile elde edilen gömülü cisme ait bağıl elektriksel geçirgenlik katsayısı 3.241, iletkenliği ise 0.0049 S/m olarak bulunmuştur.

Bir sonraki problemde aynı cismin merkezinin 0.7 metre sağ tarafa ötelendirilmesiyle elde edilen problem için çözüm yapılmıştır.



Şekil-5.7 a) Ters saçılma problemi çözümüyle elde edilen görüntü b) Yakınlaştırılmış görüntü (Siyah orijinal cisim, kırmızı elde edilen görüntü)



Şekil-5.8 a) Maliyet değerinin jenerasyonlara göre değişimi b) Maliyet değerinin dağılımı

En iyi maliyet değerine sahip çözüm ile elde gömülü cismin görüntüsü Şekil-5.7a'da saçılan elektrik alan haritası üzerinde gösterilmiştir.

Şekil-5.8a ve Şekil-5.8b'de gösterilen grafiklerde görüldüğü üzere maliyet değerlerinin dağılımı bir önceki probleme kıyasla en iyi çözümün maliyet değerine daha yakındır. Bunun sebebi olarak gömülü cismi aydınlatmada kullanılan çizgi kaynakların, gömülü cismi farklı yönlerden aydınlatmasıdır. Her bir aydınlatma
birbirinden farklıdır. Gömülü cisim kaynakların ortasındayken cismin sağında ve solunda bulunan kaynaklar aynı aydınlatmaları yapmaktadır.

En iyi maliyet değerine sahip çözüm ile elde edilen gömülü cisme ait bağıl elektriksel geçirgenlik katsayısı 3.553, iletkenliği ise 0.0035 S/m olarak bulunmuştur.

Bir sonraki problemde ikinci bölümde anlatılan kontrol noktaları ile üretilen cismin görüntüsü ters saçılma problemi çözülerek elde edilmeye çalışılmıştır. Probleme ait parametreler Çizelge-5.3'de verilmiştir. Optimizasyon çözümünde kullanılan parametrelerinin sınırları bir önceki problemde kullanılan parametrelerin sınırları ile aynıdır.

0.1 metre
0.5 metre
3-j0.05
300 MHz
Spline
Eğri
17.2244
0.0077
S/m
0.5 metre

**Çizelge-5.3** Spline eğri şeklindeki dielektrik gömülü cismi görüntülemek için çözülen ters probleme ait parametreler

En iyi maliyet değerine sahip çözüm ile elde edilen gömülü cismin görüntüsü Şekil-5.9a'da saçılan elektrik alan haritası üzerinde gösterilmiştir. Bu problemde bir önceki problemden farklı olarak spline eğrisine ait 5 kontrol noktasının yarıçapları da genetik optimizasyon algoritması kullanılarak bulunmuştur. Toplamda 9 farklı parametre optimizasyon yöntemiyle bulunmuştur. Bu problem parametre sayısının artması nedeniyle diğerlerine göre daha zor olduğu için toplamda 9 çizgi kaynak ile aydınlatma yapılmıştır. 8 noktada saçılan alan verileri toplanarak toplamda 184 veri maliyet fonksiyonunda saçılan elektrik alan ( $E_{ij}^{\ddot{o}}$ ) yerine kullanılmıştır.



Şekil-5.9 a) Ters saçılma problemi çözümüyle elde edilen görüntü b) Yakınlaştırılmış görüntü (Siyah orijinal cisim, kırmızı elde edilen görüntü)





En iyi maliyet değerine sahip çözüm ile elde edilen gömülü cisme ait bağıl elektriksel geçirgenlik katsayısı 15.442, iletkenliği ise 0.0053 S/m olarak bulunmuştur. Şekil-5.10'da verilen grafikler incelendiğinde maliyet değerlerinin en iyi çözüme ait maliyet değerinin yakınında toplandığı görülmektedir. Daha sonra ele alınacak ters saçılma problemlerinde literatürde sondaj (borehole) görüntüleme tekniği denen bir görüntüleme tekniği kullanılacaktır. [28] Bu teknikte Şekil-5.11'de gösterildiği gibi, toprakta açılan ince bir delik yardımı ile aydınlatmada kullanılan kaynaklar toprağın altına sarkıtılmaktadır. Toprağın altından cisme doğru yapılan aydınlatma ile saçılan alan verileri toplanmaktadır. Sondaj tekniği ile çözülen ilk ters elektromanyetik saçılma problemine ait parametreler Çizelge-5.4'de verilmiştir.



Şekil-5.11 Sondaj (borehole) görüntüleme tekniği

Pürüzlü Yüzey Karekök Ortalama Yüksekliği	0.1 metre
Pürüzlü Yüzey Korelasyon Uzunluğu	0.5 metre
Toprak Kompleks Dielektrik Katsayısı	3-j0.05
Gelen Dalga Frekansı	300 MHz
Gömülü Cisim Şekli	Yuvarlak
Gömülü Cisim Bağıl Elektriksel Geçirgenlik	3.3431
Katsayısı	
Gömülü Cisim İletkenlik	0.0018
	S/m
Gömülü Cisim Yarıçapı	0.2 metre

**Çizelge-5.4** Yuvarlak dielektrik gömülü cismi sondaj tekniği ile görüntülemek için çözülen ters probleme ait parametreler

En iyi maliyet değerine sahip çözüm ile elde edilen gömülü cismin görüntüsü Şekil-5.12a'da saçılan elektrik alan haritası üzerinde gösterilmiştir. En iyi maliyet değerine sahip çözüm ile elde edilen gömülü cisme ait bağıl elektriksel geçirgenlik katsayısı 3.629, iletkenliği ise 0.0033 S/m olarak bulunmuştur. Şekil-5.13'de verilen grafikler incelendiğinde en kötü maliyet değerinin en iyi maliyet değerinden uzakta konumlandığı fakat maliyet değerlerinin genel dağılımının en iyi maliyet değerine yakın olduğu görülmektedir.



Şekil-5.12 a) Ters saçılma problemi çözümüyle elde edilen görüntü b) Yakınlaştırılmış görüntü (Siyah orijinal cisim, kırmızı elde edilen görüntü)



Şekil-5.13 a) Maliyet değerinin jenerasyonlara göre değişimi b) Maliyet değerinin dağılımı

Son olarak sondaj görüntüleme tekniği kullanılarak kontrol noktaları ile üretilen gömülü cismin görüntüsü ters saçılma problemi çözülerek bulunmaya çalışılmıştır. Probleme ait parametreler ait parametreler Çizelge-5.5'de verilmiştir.

Çizelge-5.5 Spline eğri şeklindeki gör	mülü cismi sondaj tekniğ	ji ile görüntülemek için çö	zülen ters
pr	robleme ait parametreler		

Pürüzlü Yüzey Karekök Ortalama Yüksekliği	0.1 metre
Pürüzlü Yüzey Korelasyon Uzunluğu	0.5 metre
Toprak Kompleks Dielektrik Katsayısı	3-j0.05
Gelen Dalga Frekansı	300 MHz
Gömülü Cisim Şekli	Spline
	Eğri
Gömülü Cisim Bağıl Elektriksel Geçirgenlik	17.2244
Katsayısı	
Gömülü Cisim İletkenlik	0.0077
	S/m
Gömülü Cisim Yarıçapı	0.5 metre



Şekil-5.14 a) Ters saçılma problemi çözümüyle elde edilen görüntü b) Yakınlaştırılmış görüntü (Siyah orijinal cisim, kırmızı elde edilen görüntü)



Şekil-5.15 a) Maliyet değerinin jenerasyonlara göre değişimi b) Maliyet değerinin dağılım

En iyi maliyet değerine sahip çözüm ile elde edilen gömülü cismin görüntüsü Şekil-5.14a'da saçılan elektrik alan haritası üzerinde gösterilmiştir. En iyi maliyet değerine sahip çözüm ile elde edilen gömülü cisme ait bağıl elektriksel geçirgenlik katsayısı 15.481, iletkenliği ise 0.0052 S/m olarak bulunmuştur. Şekil-5.15'de verilen grafikler incelendiğinde maliyet değerinin genel dağılımının bir önceki probleme göre en iyi maliyet değerinden daha uzakta konumlandığı görülmektedir. Bunun sebebi optimizasyon probleminde aynı sayıda veri kullanılarak daha çok parametre için çözüm yapılmasıdır.

## 6. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında pürüzlü dünya yüzeyi altında gömülü bir cisim bulunduğu durumdaki düz ve ters elektromanyetik saçılma problemleri incelenmiştir.

Düz elektromanyetik saçılma problemi, koordinat dönüşümü tekniğine dayanan sonlu elemanlar yöntemi ile çözülmüştür. Bu yöntemde pürüzlü yüzeyin etkileri, sonlu elemanlar yönteminde kullanılacak ağ yapısına koordinat dönüşümü tekniği yardımıyla eklenmiştir. Bunun için öncelikle pürüzlü yüzeyin bulunacağı bölge ağ yapısından çıkarılarak tekdüze bir ağ yapısı elde edilmiştir. Çıkarılan bölgenin hemen altında ve üstünde tanımlanan iki adet dönüşüm ortamı tanımlanmıştır. Dönüşüm ortamlarında bulunan koordinatlar dönüşüme tabii tutularak pürüzlü yüzey etkileri ağ yapısına eklenmiştir. Bu sayede bir defa oluşturulan tekdüze ağ yapısı koordinat dönüşümü uygulanarak istenen pürüzlü yüzey etkileri kolayca eklenebilmektedir. Bu da sonlu elemanlar yöntemi için gereken ağ yapısının tekrar tekrar baştan hazırlanmasının önüne geçerek hesaplama yükünü azaltmıştır.

Geliştirilen yöntem kullanılarak düz elektromanyetik saçılma problemi, Monte Carlo yöntemi ile farklı parametreler için defalarca çözülerek bu parametrelerin elektromanyetik saçılıma etkileri incelenmiştir. Bu parametreler, pürüzlü yüzeye ait karekök ortalama yüksekliği, korelasyon uzunluğu, toprağın kompleks dielektrik sabiti, cisme ait elektriksel özellikler, cismin yarıçapı, gelen elektromanyetik dalganın geliş açısı gibi parametrelerdir. Her simülasyon için ilk yüzeye ait saçılan ve toplam elektrik alan haritaları gösterilmiştir. Ayrıca çözüm sonucu elde edilen elektrik alan bilgileri son işlem aşamasında kullanılarak her bir simülasyon için bistatik radar kesit alanı değerleri hesaplanmıştır. Elde edilen bistatik radar kesit alanı değerlerinin ortalaması ve standart sapması hesaplanarak istatistiksel analizler yapılmıştır.

Yapılan analizler sonucu pürüzlü yüzeye ait karekök ortalama yükseklik değerinin artması durumunda aynasal yansıma yönündeki saçılımın azaldığı, korelasyon

uzunluğu değerinin artması durumunda ise aynasal yansıma yönündeki saçılımın arttığı gözlemlenmiştir. Toprağa ait kompleks dielektrik katsaysının gerçel kısmı artırıldığında radar kesit alanı değerlerinin her yönde beraberinde arttığı gözlemlenmiştir. Toprağa ait kompleks dielektrik katsaysının imajiner kısmı artırıldığında ise dalganın enerji kaybı yaşayarak saçılan alan değerlerinin azaldığı gözlemlenmiştir. Dielektrik ve mükemmel elektrik iletken cismin saçılan alan değerlerini nasıl etkiledikleri karşılaştırılmıştır. Buna göre mükemmel elektrik iletken cisim aynasal yansıma yönünde saçılımı dielektrik cisme kıyasla daha çok azalttığı görülmüştür. Elektromanyetik dalganın geliş açısı grazing açısına yaklaştıkça toprağa ait karekök ortalama yükseklik ve korelasyon uzunluğu gibi parametrelerin elektromanyetik saçılıma olan etkisinin azaldığı gözlemlenmiştir. Cismin boyutu yüzeye oranla çok küçük olduğu durumlarda, cismin boyutunun artırılmasının elektromanyetik saçılımı ciddi şekilde etkilemediği gözlemlenmiştir.

Ters elektromanyetik saçılma probleminin çözümü için geliştirilen koordinat dönüşümü tabanlı sonlu elemanlar yöntemi ve genetik optimizasyon algoritması birlikte kullanılmıştır. Ters elektromanyetik saçılma problemi çözülerek toprak altında gömülü bulunan cisimlerin konum, boyut, şekil, dielektrik katsayısı ve iletkenlik değerleri bulunmaya çalışılmıştır. Toprak altında gömülü olan cisim, pürüzlü yüzey üzerine yerleştirilmiş çizgi kaynaklar gruplandırılarak aydınlatılmıştır. Ayrıca sondaj görüntüleme tekniği ile toprak içine sarkıtılan çizgi kaynaklar ile aydınlatma yapılarak farklı pratik uygulama yaklaşımları ile simülasyon yapılmıştır.

Geliştirilen ters elektromanyetik saçılma problemi çözüm yöntemi test edilmek için farklı gömülü cisimleri barındıran problemler çözülerek Monte Carlo simülasyonları yapılmış ve geliştirilen yöntemin başarımı istatistiksel olarak incelenmiştir. Buna göre gömülü olan cismin mükemmel elektrik iletkene yakın elektriksel parametrelere sahip olduğu bilindiği durumlarda cismin konum ve şekil bilgisinin daha tutarlı elde edildiği, bağıl elektriksel geçirgenlik katsayının ve iletkenlik değerinin bilinmediği ve bu iki parametrenin de arandığı durumlarda ise daha tutarsız sonuçlar elde edildiği gözlemlenmiştir. Yuvarlak cismin spline eğri ile elde edilen cisme göre konum ve şekil bilgisinin daha tutarlı elde edildiği gözlemlenmiştir. Ayrıca çizgi kaynak sayısı artırıldığında daha tutarlı çözümler elde edilebileceği görülmüştür.

Gelecekte çalışmayı daha da ilerletmek adına yüzey üstünde kompleks bir yapıda cisim bulunduğu (uçak,tank vb.) hem de yüzey altında bir cisim bulunduğu durumlar ile ilgili çalışmalar yapılabilir. Problem iki boyutlu pürüzlü yüzeyler için çözülerek daha gerçekçi ve pratik uygulamalar için kullanılabilir. Toprağın altında birden çok katman kullanılarak dünya yüzeyi daha gerçekçi modellenebilir. Sonlu elemanlar yöntemi bir yüksek frekans yöntemi ile birlikte kullanılarak yüksek frekanslar için karma bir yöntem geliştirelebilir.

## 7. KAYNAKLAR

- [1] H. He, L. Guo, W. Liu, An Efficient Hybrid Method for 3D Scattering from Inhomogeneous Object Buried beneath a Dielectric Randomly Rough Surface, *Hindawi International Journal of Antennas and Propagation,* cilt 2017, 2017.
- [2] R. Wen Xu, L. Guo, H. He, W. Liu, Study on scattering from multilayer rough surfaces with an object buried with FEM/PML, *Microwave and Optical Technology Letters*, cilt 58, no. 2, pp. 429-433, 2016.
- [3] M. Prat, F. Ploraboue, Average Flow Model of Rough Surface Lubrication: Flow Factors for Sinusoidal Surfaces, *Journal of Tribology*, cilt 124, no. 3, pp. 539-546, 2002.
- [4] N. Garcia, E. Stoll, Monte Carlo Calculation of Electromagnetic-Wave Scattering from Random Rough Surfaces, *Physical Review Letters*, cilt 52, no. 20, pp. 1798-1801, 1984.
- [5] W. J. Pierson, L. Moskowitz, A proposed spectral form of fully developed seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii, *J. Geophys. Res.*, cilt 69, p. 5181–5203, 1964.
- [6] R. J. Prijola, Series expansions for the electric and magnetic fields produced by a line current source, *Radio Science*, cilt 33, no. 1, 1998.
- [7] D. E. Spencer, Separation of Variables in Electromagnetic Theory, Journal of Applied Physics, cilt 22, no. 386, 1951.
- [8] D. Bouche, F. Molinet, R. Mittra, Asymptotic Methods in Electromagnetics, Springer, 1997.

- [9] R.Mittra, O.Ozgun, C.Li, M.Kuzuoglu, Efficient Computation of Green's Functions for Multilayer Media in the Context of 5G Applications, 2021 15th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), Düseldorf, 2021.
- [10] O.Ozgun, M.Kuzuoglu, Locally-Conformal Perfectly Matched Layer Implementation for Finite Element Mesh Truncation, *Microwave and Optical Technology Letters*, cilt 48, no. 9, pp. 1836-1839, 2006.
- [11] O. Ozgun, M. Kuzuoglu, Finite Element Analysis of Electromagnetic Wave Problems via Iterative Leap-Field Domain Decomposition Method, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, cilt 22, no. 2, pp. 251-256, 2008.
- [12] O. Ozgun, R. Mittra, M. Kuzuoglu, A Novel CEM Technique for Modeling Electromagnetic Scattering from Metasurfaces, International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields, cilt 33, no. 2, 2020.
- [13] O. Ozgun, M. Kuzuoglu, MATLAB-based Finite Element Programming in Electromagnetic Modeling, CRC Press, 2019.
- [14] S. Sun, Qualitative and Quantitative Imaging in Electromagnetic Inverse Scattering Theory, *Doktora Tezi*, 2018.
- [15] O. Ozgun, M. Kuzuoglu, Coordinate Transformation Aided Finite Element Method for Contour Detection of Breast Tumors in Microwave Imaging, *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering, ,* cilt e3124, pp. 1-17, 2018.
- [16] H. Zhou, Y. Liu, Y. Wang, L. Chen, R. Duan, Nonlinear Electromagnetic Inverse Scattering Imaging Based on IN-LSQR, *International Journal of Antennas and Propagation*, cilt 2018, 2018.

- [17] P.M. Van Den Berg, R. E. Kleinman, Gradient Methods in Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering, *Large-Scale Optimization with Applications*, cilt 92, pp. 173-194, 1997.
- [18] D. Colton, H. Haddar, M. Piana, The linear sampling method in inverse electromagnetic scattering theory, Siam, 2011.
- [19] J. R. Roche, Topological sensitivity analysis for the inverse electromagnetic casting problem, *Conference on System Modeling and Optimization*, Berlin, 2011.
- [20] Anonim, Monte Carlo benzetimi, [Çevrimiçi]. Adres: https://tr.wikipedia.org/wiki/Monte\_Carlo\_benzetimi. [Erişim Tarihii: 1 Haziran 2021].
- [21] O. Ozgun, M. Kuzuoglu, Software metamaterials: transformation media based multiscale techniques for computational electromagnetics, *Comput Phys.,* cilt 236, p. 203-219., 2013.
- [22] J. Pendry, The Science of Invisibility, *Procedia Computer Science*, cilt 7, pp. 20-21, 2011.
- [23] O. Ozgun, M. Kuzuoglu, Dönüşümsel Elektromanyetik Yaklaşımı ile Dalgalı Deniz Yüzeyi ve Üzerindeki Cisimlerden Saçılma Probleminin Etkin Monte Carlo Simülasyonu, *EMO Bilimsel Dergi*, cilt 3, no. 5, pp. 41-48, 2013.
- [24] O. Ozgun, M. Kuzuoglu, A Domain Decomposition Finite Element Method for Modeling Electromagnetic Scattering from Rough Sea Surfaces with Emphasis on Near-Forward Scattering, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation,* cilt 67, no. 1, pp. 335-345, 2019.

- [25] O.Ozgun, M.Kuzuoglu, Remesh-free Shape Optimization by Transformation Optics, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, cilt 64, no. 12, pp. 5479-5482, 2016.
- [26] C.Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design, John Wiley & Sons, 2005.
- [27] D. Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Addison-Wesley Publishing Company Inc, 1989.
- [28] S.Prensky, Advances in Borehole Imaging Technology and Applications. In Borehole Imaging: Applications and Case Histories, *Geological Soc. Special Publications*, cilt 159, pp. 1-43, 1999.